

M I C R O M É G A

Physique T^{le} S

enseignement obligatoire

Livre du professeur

Pascal Bellanca-Penel

Professeur à Lyon

Nathalie Bonnin

Professeur à Lyon

Robert Carron

Professeur à Lyon

Évelyne Excoffon

Professeur à Bellignat

Jean-Charles Excoffon

Professeur à Bellignat

Ghislain Garcia

Professeur à Montpellier

Patrice Verbois

Professeur à Belley

sous la direction de

Gérard Ganivet

Inspecteur Pédagogique Régional à Lyon et Inspecteur d'Académie



HATIER

Conception maquette : Hatier Graphismes et Monique Alessandrini

Composition : MCP

Schémas : Domino

© HATIER, PARIS, Août 2002

ISBN 2-218-73809-8

Toute représentation, traduction, adaptation ou reproduction, même partielle, par tous procédés, en tous pays, faite sans autorisation préalable est illicite et exposerait le contrevenant à des poursuites judiciaires. Réf. : loi du 11 mars 1957, alinéas 2 et 3 de l'article 41.

Une représentation ou reproduction sans autorisation de l'éditeur ou du Centre Français d'Exploitation du droit de Copie (20, rue des Grands-Augustins 75006 Paris) constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code Pénal.

A V A N T - P R O P O S

Présentation du livre du professeur

Ce livre a été conçu pour aider le professeur dans son enseignement du programme de physique de Terminale S, enseignement obligatoire. Il fait partie de la collection Microméga, et son contenu est intégré à la version Enseignant du cédérom Physique Chimie Microméga T^{le} S

À chaque chapitre du livre de l'élève correspond un chapitre du livre du professeur. Toutes les questions posées dans le manuel de l'élève ont leur réponse dans ce livre du professeur, à l'exception des exercices repérés par une pastille rouge dont le corrigé figure déjà pages 314 à 319 du livre de l'élève.

Dans le présent ouvrage, des indications sont fournies, en plus des corrigés. Elles permettent au professeur de mieux percevoir les motivations pédagogiques qui ont guidé les auteurs et de mieux s'approprier les nouveautés du programme. Quelques informations scientifiques sont également données pour répondre à des questions plus générales qu'un élève pourrait poser ou se poser. Afin de distinguer ces compléments des corrigés, un corps typographique particulier est utilisé.

Les cédéroms de la collection Microméga

Il existe 4 cédéroms :

- le cédérom Élève-enseignement obligatoire,
- le cédérom Élève-enseignement obligatoire + spécialité,
- le cédérom Établissement qui reprend exactement le même contenu que le cédérom Élève-enseignement obligatoire + spécialité,
- le cédérom Enseignant qui comporte l'intégralité du cédérom Élève-enseignement obligatoire + spécialité ainsi qu'une partie spécifique à l'enseignant.

L'outil le plus adapté pour le professeur est le cédérom Enseignant. Il rassemble sur un unique cédérom un énorme travail pédagogique et informatique, unique en son genre.

Des informations complémentaires, pour répondre aux besoins de professeurs ayant fait confiance à la collection Microméga, seront susceptibles de se trouver sur le site :

<http://www.micromega-hatier.com>.

S O M M A I R E

| | |
|---|-----|
| Avant-propos | 3 |
| Introduction. Évolution avec le temps | 5 |
| Partie A. Propagation d'une onde. Ondes progressives | |
| Ch 1. Ondes mécaniques progressives | 9 |
| Ch 2. Ondes mécaniques progressives périodiques | 17 |
| Ch 3. La lumière | 25 |
| COIN BAC | 31 |
| Partie B. Transformations nucléaires | |
| Ch 4. Radioactivité | 35 |
| Ch 5. Énergie nucléaire | 43 |
| COIN BAC | 49 |
| Partie C. Évolution des systèmes électriques | |
| Ch 6. Condensateurs-Dipôles RC | 51 |
| Ch 7. Bobines-Dipôles RL | 57 |
| Ch 8. Circuit RLC série | 63 |
| COIN BAC | 71 |
| Partie D. Évolution temporelle des systèmes mécaniques | |
| Ch 9. Lois de Newton | 75 |
| Ch 10. Chute verticale | 81 |
| Ch 11. Différents mouvements plans | 91 |
| Ch 12. Systèmes oscillants | 101 |
| Ch 13. Aspects énergétiques | 105 |
| COIN BAC | 109 |
| Conclusion. Mesure du temps | 113 |

INTRODUCTION. ÉVOLUTION AVEC LE TEMPS

ASPECTS PÉDAGOGIQUES ET SCIENTIFIQUES

Le programme de Physique et de Chimie de Terminale S a pour trame l'évolution des systèmes qui est étudiée quantitativement. Cette étude nécessite l'introduction de la variable temps. Il ne s'agit pas, dans cette introduction, de construire une définition précise du temps, mais tout simplement d'associer des durées à des évolutions temporelles. Pour chaque exemple proposé aux élèves, il faut :

- décrire l'évolution temporelle, donc trouver des grandeurs dont les variations témoignent de cette évolution,
- lui associer un ou plusieurs temps caractéristiques,
- donner du sens à ces durées en les associant aux phénomènes physiques qui régissent l'évolution du système.

Dans un souci d'efficacité, deux des activités proposées permettent une première approche de systèmes que l'élève aura à étudier plus tard.

ACTIVITÉS DE DÉCOUVERTE

1. Le nautilite et la Lune (p. 12)



Lorsque la Lune se trouve entre le Soleil et la Terre, elle est invisible pour nous : c'est la période de la nouvelle Lune. L'« âge » de la Lune est compté en jours à partir du début de cette période. Quelques jours après, la Lune apparaît sous forme d'un croissant, le reste du disque est légèrement éclairé par la lumière du Soleil réfléchi par la surface de la Terre (« lumière cendrée »). Lorsqu'elle est âgée de 7,4 jours, la Lune est dans son premier quartier. Lors de la pleine Lune, la Terre est entre le Soleil et la Lune qui a alors l'allure d'un disque.

Au bout de 22,1 jours, elle est dans son troisième quartier et après 29,5 jours, le cycle recommence.

Cette durée qui sépare deux passages consécutifs de la Lune entre la Terre et le Soleil est appelée « mois lunaire synodique » ou « période de révolution synodique ».

Elle est supérieure à la période de révolution sidérale (27,3 jours) de la Lune qui, elle, correspond à la durée d'un tour complet autour de la Terre.

Cette différence est liée au mouvement de la Terre autour du Soleil (27° en 27,3 jours).

La période sidérale caractérise le mouvement de la Lune par rapport au référentiel géocentrique.

La période synodique caractérise le mouvement de la Lune par rapport au référentiel terrestre.

Cette première approche de la distinction entre périodes sidérale et synodique permettra plus tard de mieux s'approprier la notion de jour sidéral.

À la fin du III^e siècle av. J.-C. l'astronome babylonien Naburi'annu avait donné, pour durée d'une lunaison (mois synodique), la valeur de 29,530 641 jours.

La valeur utilisée actuellement est de 29,530 58 jours.

Ces résultats témoignent de la qualité des observations et permettent une réponse argumentée à la question a.

Correction

a. La durée associée à la révolution de la Lune autour de la Terre caractérise le mouvement de la Lune et nous semble constant.

La Lune s'éloigne de la Terre.

À cet éloignement progressif que l'on sait mesurer, est associée une augmentation de la période de révolution de la Lune. La distance Terre-Lune et la période de révolution de la Lune évoluent donc très lentement avec le temps.

La distance Terre-Lune a pour valeur $3,844 \cdot 10^8$ m et on peut définir une durée associée à son évolution.

b. À l'évolution de la distance Terre-Lune, on peut associer la durée correspondant à une variation d'un millionième de sa valeur.

Le calcul conduit à $11 \cdot 10^9$ s soit 3,5 siècles.

On associe ainsi deux paramètres temporels au mouvement de la Lune autour de la Terre :

- l'un caractérise la périodicité apparente de ce mouvement à notre échelle, ce que les lois de Newton (loi de la gravitation et deuxième loi) permettent d'expliquer,

• l'autre caractérise la variation de la distance Terre-Lune (et la variation de la durée des lunaisons) et est lié à une dissipation d'énergie due aux frottements qui accompagnent les déformations de la surface lunaire.

À deux phénomènes physiques différents (gravitation et dissipation d'énergie par frottement) correspondent donc deux paramètres temporels.

c. Cette évolution est liée à la dissipation d'énergie par frottement.

d. Dans le document proposé, la période de révolution évoquée est la période synodique : celle qui est liée aux phases de la Lune et à l'observation du mouvement de la Lune dans le référentiel terrestre. Il aurait été plus correct de dire :

- « Quand la Lune passe entre la Terre et le Soleil, il quitte le compartiment ... »
- « Ainsi sa coquille mémorise la périodicité des phases de la Lune ... »
- « Deux passages de la Lune entre la Terre et le Soleil sont séparés par une durée de plus en plus grande : 29,5 jours ... »

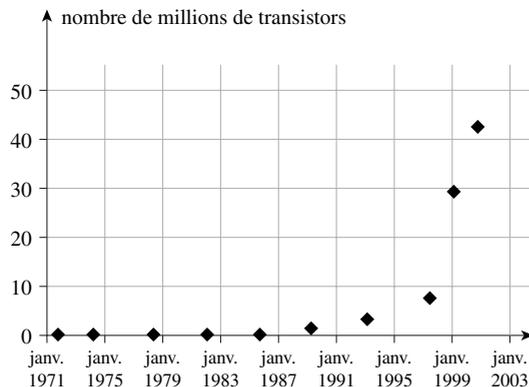
2. Loi de Moore (p. 13)



Correction

a. Chaque division de l'axe des ordonnées correspond à une multiplication par 10 du nombre de transistors. Le même espace permet donc de représenter les valeurs comprises entre 1 000 et 10 000 et celles comprises entre 10 millions et 100 millions et donc de les visualiser sur un même graphique.

b.



Le graphe ci-dessus ne permet guère de visualiser l'évolution du nombre de transistors avant 1987.

On peut simplement dire que le nombre de transistors croît de plus en plus vite.

L'intérêt du graphique proposé est double :

- tous les points ont des ordonnées mesurables,
- l'évolution du nombre de transistors peut être modélisé par une droite. Avec le système d'axes utilisé, cela signifie qu'à des durées égales correspondent une multiplication du nombre de transistors par le même nombre.

On peut voir que de janvier 1983 à janvier 1995, le nombre de transistors passe d'une valeur voisine de 100 000 à une valeur voisine de 10 000 000.

À une période de 12 ans correspond une multiplication par un nombre voisin de 100.

Une période de 4 ans correspond donc à une multiplication par un nombre n tel que :

$$n \times n \times n = 100 \text{ soit } n^3 = 100 \text{ donc } n = 4,6$$

Une période de deux ans correspond à une multiplication par $\sqrt{4,6}$ soit par 2,1.

On retrouve bien la durée de deux ans.

c. Il y a vingt ans, en 1982, les quatre premiers points du graphique étaient déjà alignés sur une portion de droite correspondant à un doublement du nombre de transistors tous les deux ans. On pouvait envisager pour 2002, soit 10×2 ans plus tard, une multiplication par 2^{10} , soit par 1 024, du nombre de transistors. On pouvait prévoir qu'en 2002, le nombre de transistors serait voisin de $134\,000 \times 1\,024$ soit environ 140 millions.

D'ici 2008, il devrait encore être multiplié par 8.

d. Le nombre de transistors par circuit de même taille est multiplié par $\sqrt{2}$ tout les ans et par 4 tous les 4 ans.

ACTIVITÉ D'EXPLOITATION

3. Mémoire informatique et condensateurs (p. 15)



Correction

a. La durée nécessaire à une division par 2 de la tension aux bornes du condensateur est :

- pour la courbe rouge : 30 s
- pour la courbe bleue : 15 s

Elle ne dépend pas de la tension initiale car les passages de 4,5 V à 2,25 V et de 2,25 V à 1,125 V nécessitent des durées identiques.

Cette durée dépend de la capacité du condensateur, elle semble proportionnelle à sa capacité.

b. La durée nécessaire à une division par 2 de la tension aux bornes du condensateur peut être prise comme durée caractéristique de la décharge.

Elle correspond aussi à une division par 2 de la charge du condensateur.

Elle est indépendante de la tension initiale du condensateur et caractérise le couple condensateur-voltmètre.

c. Dans une mémoire vive, une partie des condensateurs sont chargés.

Leur décharge est incontournable, il faut les recharger régulièrement pour que l'information mémorisée ne soit pas perdue.

On dit que l'on rafraîchit la mémoire vive.

d. L'accès aux informations stockées dans une mémoire vive et le stockage des informations sont aussi caractérisés par une durée.

Elle caractérise aussi l'évolution de l'état de la mémoire puisque le stockage des informations modifie l'état des condensateurs.

CHAPITRE 1.

ONDES MÉCANIQUES PROGRESSIVES

ASPECTS PÉDAGOGIQUES ET SCIENTIFIQUES

Il nous a semblé indispensable, après avoir défini une onde mécanique progressive et les deux types d'ondes, de préciser, dans l'étude du phénomène de propagation, les notions de dimensions d'un milieu physique, de front d'onde et de rayon d'onde.

De la même façon, nous avons énoncé le principe de superposition et mis en évidence le comportement d'une onde quand elle atteint la limite du milieu de propagation. Les expériences, nombreuses sur cette partie, sont développées au cours des activités de découverte et d'exploitation.

ACTIVITÉ DE DÉCOUVERTE

1. Ondes progressives (p. 20)



Correction

1. a. Le mouvement du point S engendre la propagation de l'onde progressive.

b. Les directions du mouvement du point M et de la propagation sont orthogonales. L'onde est transversale.

c. La corde est élastique. Un corps est élastique si sa déformation disparaît en même temps que les forces extérieures qui l'ont provoquée.

d. Il n'y a pas de matière déplacée selon la direction de propagation. Une onde mécanique progressive transversale est le phénomène de propagation d'une perturbation dans un milieu matériel selon une direction orthogonale à la direction de la déformation.

e. L'élongation u dépend de l'abscisse x et du temps t .

f. Quand le point M est en mouvement, il possède de l'énergie mécanique à savoir de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle élastique.

Cette énergie a été donnée au point S par l'expérimentateur.

g. La grandeur physique propagée par l'onde est de l'énergie mécanique.

h. La diminution de l'amplitude traduit une perte d'énergie mécanique.

L'onde s'amortit pendant la propagation.

i. La propagation est plus rapide quand la tension de la corde augmente.

La vitesse de propagation de l'onde, ou célérité, peut être définie par le quotient de la distance parcourue par la déformation, par la durée de la propagation.

j. En répétant l'expérience avec d'autres cordes, on peut montrer que la valeur de la célérité décroît quand la masse linéique de la corde augmente.

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

2. a. On observe la propagation d'une onde mécanique progressive.

b. Le ressort est élastique.

Un ressort est caractérisé par sa raideur k .

c. La direction de la déformation est la même que celle de la propagation.

L'onde est dite longitudinale.

d. L'élongation d'une spire peut être définie par son abscisse mesurée par rapport à sa position de repos. On oriente, par exemple, dans le sens de propagation.

Les variations de l'élongation sont caractérisées par leur durée et par leur amplitude.

e. L'onde transporte de l'énergie mécanique. L'amortissement est faible.

Le signal est formé d'une compression suivie d'une dilatation.

f. La célérité de l'onde dépend de la raideur et de la tension du ressort.

Sa valeur v croît avec la tension du ressort.

g. Une onde progressive transversale peut aussi être transmise le long du ressort.

Pour un ressort donné et pour une valeur déterminée de sa tension, la célérité de l'onde transversale est plus faible que celle de l'onde longitudinale.

3. a. La perturbation qui se propage peut être décrite par l'amplitude de l'élongation angulaire d'un barreau, la date t et la position du barreau affecté par l'onde.

Une seule variable d'espace est nécessaire.

Le milieu de propagation est de dimension 1.

- b.** L'onde est transversale.
- c.** En écartant les masselottes, on augmente l'inertie des barreaux. La célérité de l'onde est plus faible. On observe la réflexion avec changement de signe de l'élongation de la déformation propagée par l'onde.
- d.** La réflexion a lieu sans changement de signe du signal.
- e.** Quand l'onde arrive à la limite de séparation des deux milieux d'inerties différentes, on observe une onde transmise et une onde réfléchie.
- L'onde transmise dans le milieu 2 transporte une déformation de même signe que celui de la déformation de l'onde incidente.
- L'onde réfléchie dans le milieu 1 transporte une déformation de même signe ou de signe différent de celui de la déformation transporté par l'onde incidente selon que l'inertie du milieu 2 est respectivement plus faible ou plus forte que celle du milieu 1.
- 4. a.** La surface de l'eau se comporte comme une membrane élastique. Ce comportement est dû à la tension superficielle.
- b.** Cette onde progressive est transversale.
- c.** La position d'un point M de la surface de l'eau affecté par l'onde peut être repérée par deux coordonnées x et y .
- Deux variables d'espace sont nécessaires : on dit que le milieu de propagation est de dimension 2.
- d.** Au cours de la propagation, la diminution de l'amplitude du signal correspond à une diminution de l'énergie transportée par l'onde. Cette diminution est causée par les frottements liées en particulier à la viscosité de l'eau et d'autre part à la répartition de l'énergie sur une « ride » de plus en plus grande (effet de « dilution » de l'énergie).

ACTIVITÉS D'EXPLOITATION

2. Célérité des ondes sonores dans l'air (p. 28)



Correction

- 1. a.** Le retard $\Delta t = \frac{d}{c}$ de l'onde en M_2 par rapport à M_1 est voisin de $\frac{1,89}{340} = 5,6$ ms.

L'écran comportant 10 divisions on choisira une vitesse de balayage de $1 \text{ ms} \cdot \text{div}^{-1}$.

Il est judicieux de choisir la distance d de façon à obtenir un retard un peu inférieur à 10 divisions.

Pour une vitesse de balayage de $0,5 \text{ ms} \cdot \text{div}^{-1}$, il faut choisir d un peu inférieure à 1,7 m (ou 3,4 m pour $1 \text{ ms} \cdot \text{div}^{-1}$).

Le choix de la vitesse de balayage est, en effet, déterminant pour la qualité de la mesure effectuée. La précision de la lecture du retard ne peut pas dépasser $\frac{0,2}{10}$ soit 2 %.

b. L'onde sonore est rapidement amortie dans l'air et la sensibilité de M_2 doit être augmentée quand d augmente.

c. Le claquoir, M_1 et M_2 doivent être alignés sur un rayon de l'onde sonore, sphérique, si l'on admet la propagation en champ libre.

2. a. On trace la droite représentant les variations de d en fonction de Δt .

L'équation de la droite de régression peut être obtenue avec la calculatrice.

Le coefficient directeur de la droite donne la célérité v des ondes sonores à la température du laboratoire.

b. c. et d. Si, en général, les dimensions du laboratoire ne permettent pas de réaliser l'expérience avec des valeurs de d supérieures à 3 m ou 4 m, la détermination du retard est, cependant, déterminante pour la précision de la mesure de la célérité. Si l'horaire le permet, on peut ici amener les élèves à réfléchir sur la qualité des mesures physiques, sur la méthode statistique et sur l'intérêt que présentent les représentations graphiques linéaires.

3. Ondes mécaniques dans un solide (p. 29)



Correction

2. a. L'onde mécanique produite en M se propage vers C_1 et vers C_2 .

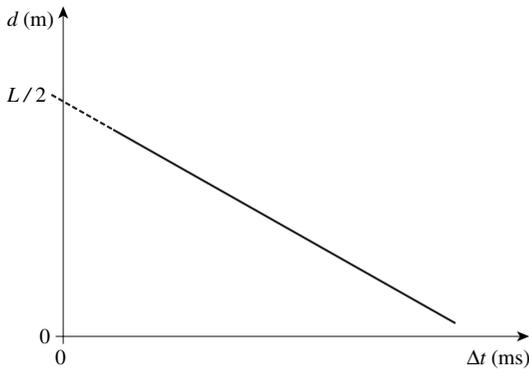
Le retard Δt qui sépare la fermeture des deux capteurs représente la différence des durées des deux parcours.

$$\Delta t = \frac{L-d}{v} - \frac{d}{v} = \frac{L-2d}{v}$$

On lit : $\Delta t = 0,95$ ms

b. On obtient : $v = \frac{L-2d}{\Delta t} \approx 1\,950 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

3. a. On dresse un tableau des mesures et on trace la courbe $d = f(\Delta t)$.



b. L'équation de la droite obtenue $d = \frac{1}{2} (L - v \Delta t)$ permet d'obtenir la valeur de v .

c. L'ordonnée à l'origine permet de retrouver la valeur de L .

4. Ondes mécaniques à la surface de l'eau (p. 30)



Correction

2. a. Le milieu de propagation est isotrope si la célérité est indépendante de la direction de propagation dans le milieu. Les lignes d'ondes sont circulaires, centrées sur la source de l'onde.

b. La courbe est une droite dont le coefficient directeur est égal à la célérité de l'onde.

c. En général, le logiciel permet de modéliser la droite obtenue. On obtient, par exemple, pour le **Doc. 2** : $v = 22 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$

d. Le milieu est linéaire si la célérité de l'onde est indépendante de son amplitude.

On restera dans ce cas en produisant un bref train d'onde engendré par la chute d'une petite goutte d'eau d'une hauteur de 15 mm à 25 mm.

5. Les ondes sismiques (p. 31)



Correction

a. La magnitude d'un séisme s'exprime, par exemple, en degré de l'échelle Richter. Il y a d'autres échelles.

b. Les ondes P plus rapides sont des ondes longitudinales. Les ondes S sont des ondes transversales. Les ondes S ne sont pas transmises par les fluides donc sont arrêtées par le noyau terrestre.

Les ondes P seront reçues avec amortissement.

On observera, aux antipodes, une zone d'ombre pour les ondes S.

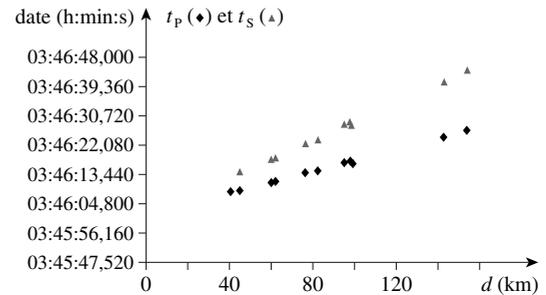
c. On lit sur le **Doc. 1** :

$$t_P = 3 \text{ h } 46 \text{ min } 24,7 \text{ s}$$

$$t_S = 3 \text{ h } 46 \text{ min } 41,2 \text{ s}$$

Le sismogramme a été relevé dans la station 10.

d.



e. On peut considérer que le chemin parcouru par les ondes est peu différent de la distance épacentrale. On observe que, pour chaque type d'onde, les points sont sensiblement alignés.

Le coefficient directeur des droites est égal à l'inverse des vitesses moyennes.

On obtient :

• pour les coefficients directeurs :

$$a_P = 0,17 \text{ s} \cdot \text{km}^{-1} \text{ et } a_S = 0,29 \text{ s} \cdot \text{km}^{-1}$$

• pour les vitesses :

$$v_P = 5,9 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \text{ et } v_S = 3,5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$

f. $\frac{v_P}{v_S} = \frac{5,9}{3,5} = 1,7$ valeur proche de $\sqrt{3}$.

Les deux droites se coupent pour $d = 0$ à l'ordonnée 3 h 46 min, date du séisme.

EXERCICES

Appliquer ses connaissances

- **11.** a. Faux b. Faux c. Faux d. Faux e. Vrai
- **12.** a. Vrai b. Faux c. Faux d. Faux e. Faux f. Vrai g. Vrai
- **13.** La durée du trajet effectué par la lumière est négligeable devant celle de la propagation de l'onde sonore.

$$d = v \Delta t = 1\,200 \times \frac{6}{3\,600} = 2 \text{ km}$$

- **16.** La période des coups de hache est :

$$T = \frac{60}{20} = 3 \text{ s}$$

Le bûcheron soulève la hache en 2 s.

Pendant cette durée, le bruit a parcouru la distance :

$$v\Delta t = 340 \times 2 = 680 \text{ m}$$

Le phénomène étant périodique l'observateur peut être situé à une distance $d = v(\Delta t + nT)$ (n entier).

On obtient :

$$d = 680 \text{ m}, d = 1\,700 \text{ m}, d = 2\,720 \text{ m} \dots$$

- **17. a.** Une onde sonore se propage dans le fluide présent dans le tube et une autre dans le solide constituant ce tube.

b. Si ℓ est la longueur du tube alors :

$$v_1 = \frac{\ell}{t_1} \quad \text{et} \quad v_2 = \frac{\ell}{t_2}$$

Donc :

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{t_2}{t_1} = 13,8$$

La célérité est 13,8 plus importante dans le métal.

- **18. a. P** s'exprime en $\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$ soit en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$

ρ s'exprime en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Donc $\frac{P}{\rho}$ s'exprime en $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ et $\sqrt{\frac{P}{\rho}}$ est homogène à une célérité.

b. $v = \sqrt{\frac{101\,300}{1,29}} = 280 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

L'écart relatif avec la valeur mesurée est :

$$\frac{330 - 280}{330} = 15 \%$$

c. γ est sans dimension.

$$\gamma = \frac{v^2 \rho}{P} = 1,39$$

- **19. a.** Le milieu étant isotrope, le front d'onde est circulaire.

b. L'amplitude A de la perturbation est inversement proportionnelle à la racine carrée de la distance r à la source : $A^2 r = \text{cte}$ donc $A_1^2 r_1 = A_2^2 r_2$

$$r_2 = r_1 \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 = 20 \times \left(\frac{5}{2} \right)^2 = 125 \text{ cm}$$

L'amplitude est de 2 mm à 1,25 m de la source.

c. L'onde n'est plus observable si $A < 1 \text{ mm}$.

Or : $A^2 r = A_1^2 r_1$

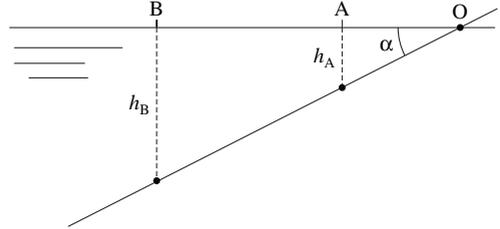
$$r = r_1 \left(\frac{A_1}{A} \right)^2 > 20 \times \left(\frac{5}{1} \right)^2 = 500 \text{ cm} = 5 \text{ m}$$

À 5 m de la source, l'onde n'est plus observable.

- **20. a.** La célérité v dépend de h qui varie avec le lieu.

Le milieu n'est donc pas linéaire.

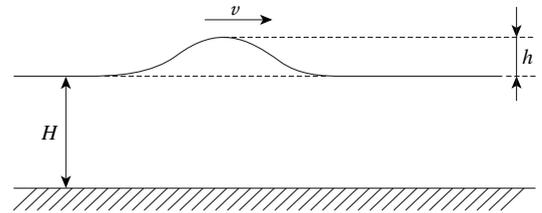
b. $\frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{h_A}{h_B}} = \sqrt{\frac{OA}{OB}} = 0,32$



c. La crête de la vague va plus vite que le bas : elle déferle.

d. L'énergie transportée par la vague est transférée au rivage et provoque son érosion.

- **21. a.**

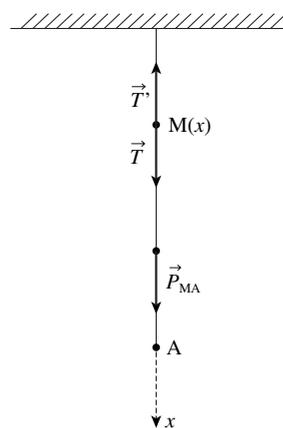


b. $v = \sqrt{g(H+h)} = 7,14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

- **22. a.** T s'exprime en $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, μ en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1}$. Donc $\sqrt{\frac{T}{\mu}}$ est homogène à une célérité.

b. $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{360 \times 30}{1,8}} = 77,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

c.



La valeur de la tension en M est égale à la valeur du poids de la portion de corde située en dessous de M.

Équilibre de (MA) : $\vec{T}' + \vec{P}_{MA} = \vec{0}$

$$T' = P_{MA} = \frac{m}{L} (L-x)g = T$$

Donc $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ avec $\mu = \frac{m}{L}$ on a $v = \sqrt{g(L-x)}$.

d. v dépend de x : le milieu n'est pas linéaire.

Au point O : $v_0 = \sqrt{9,8 \times 30} = 17 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Au point A : $v_A = 0$

● **23.** Chaque onde progresse pendant une durée

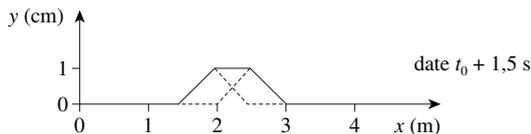
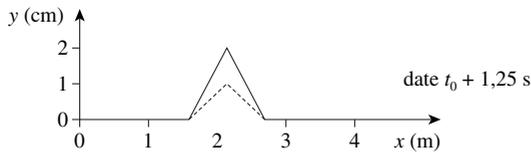
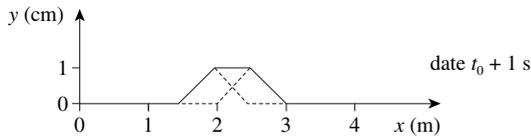
Δt d'une distance $d = v\Delta t$.

Pour $\Delta t = 1 \text{ s}$, on a : $d = 1 \text{ m}$

Pour $\Delta t = 1,25 \text{ s}$, on a : $d = 1,25 \text{ m}$

Pour $\Delta t = 1,5 \text{ s}$, on a : $d = 1,5 \text{ m}$

On applique alors le principe de superposition des petits mouvements.



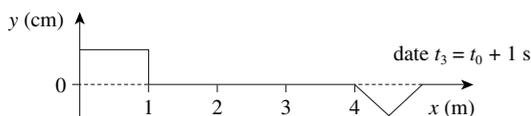
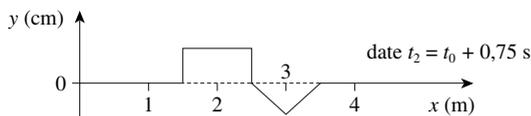
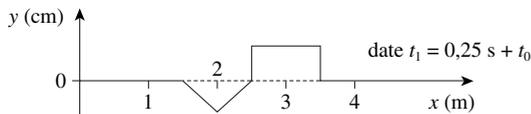
● **24.** On procède comme pour l'exercice

précédent : $d = v\Delta t$ avec $\Delta t = t_i - t_0$

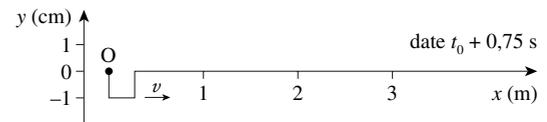
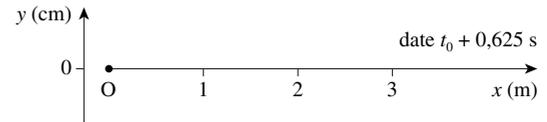
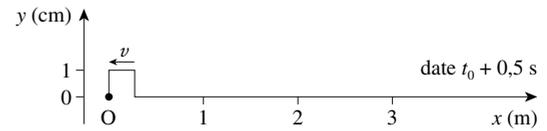
Pour $\Delta t = 0,25 \text{ s}$, on a : $d = 0,5 \text{ m}$

Pour $\Delta t = 0,75 \text{ s}$, on a : $d = 1,5 \text{ m}$

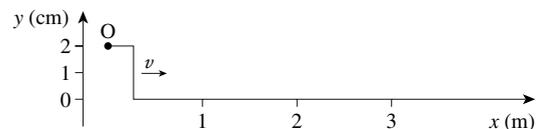
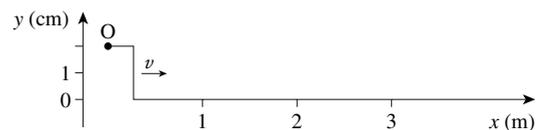
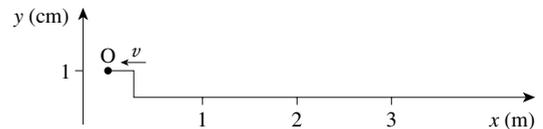
Pour $\Delta t = 1 \text{ s}$, on a : $d = 2 \text{ m}$



● **26. a.** Si l'extrémité O de la corde est fixe, le signal réfléchi à la date $\frac{0,5}{1} = 0,5 \text{ s}$ aura une élongation toujours négative.



b. Si l'extrémité O est libre, le signal réfléchi a toujours une élongation positive part de O à la date $t_0 + 0,5 \text{ s}$ et se superpose pendant 0,25 s au signal incident.



● **27. a.** Pendant la durée $\Delta t = 0,1 \text{ s}$, l'onde effectue 2 fois le trajet entre l'émetteur et l'obstacle.

$$2d = v\Delta t$$

Donc : $d = \frac{340 \times 0,1}{2} = 17 \text{ m}$

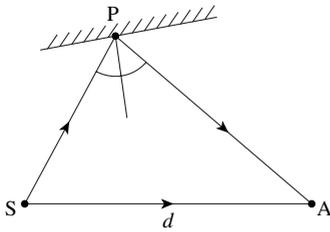
Le phénomène d'écho est perçu sur une distance à l'obstacle supérieure à 17 m.

b. En $\frac{1}{15} \text{ s}$ l'onde sonore parcourt $\frac{340}{15} = 23 \text{ m}$.

Considérons une onde sonore qui subit une réflexion en P.

Pour l'auditeur A, il faut que le chemin $SP + PA$ soit inférieur à $d + 23 \text{ m}$, quel que soit P.

La surface du local est faite de plans qui respectent au mieux cette condition pour quelques auditeurs.



● **28.** Si la période des cris est 70 ms et leur durée 3 ms, chaque cri n'a que 67 ms pour se propager.

$$2d < v\Delta t \text{ donc } d < \frac{v\Delta t}{2} = 11,4 \text{ m}$$

● **29.** La célérité moyenne de l'onde sismique est :

$$v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{41,6}{9,65 - 1,29} = 4,98 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$

● **30.** Les ondes sismiques de surface se propagent selon un arc de méridien de valeur $\Delta\alpha = 6^\circ$. Sa longueur est $d = R_T\Delta\alpha$ et la durée de la propagation est :

$$\Delta t = \frac{d}{v} = \frac{R_T\Delta\alpha}{v} = \frac{6 \cdot 370 \times 6 \times \pi}{4 \times 180} = 167 \text{ s}$$

● **31. a.** Le premier train d'ondes arrive à la date $t_1 = 16 \text{ h } 47 \text{ min } 14,5 \text{ s}$ et le second à la date $t_2 = 16 \text{ h } 47 \text{ min } 27 \text{ s}$ quand l'amplitude du sismogramme recommence à croître.

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 12,5 \text{ s}$$

b. Les durées de propagation sont :

$$\Delta t_1 = t_1 - t_0 = 74,5 - 57,2 = 17,3 \text{ s}$$

$$\Delta t_2 = t_2 - t_0 = 87 - 57,2 = 29,8 \text{ s}$$

Les célérités sont :

$$v_1 = \frac{d}{\Delta t_1} = \frac{99,5}{17,3} = 5,75 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_2 = \frac{d}{\Delta t_2} = \frac{99,5}{29,8} = 3,34 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$

On a donc : $\frac{v_1}{v_2} = 1,72 \approx \sqrt{3}$

■ Aller plus loin

● **32. a.** L'énergie mécanique transmise au milieu est égale à la variation d'énergie potentielle de pesanteur de la masse d'eau soulevée d'une hauteur $h = a$. La masse m est proportionnelle à a et la variation d'énergie potentielle est proportionnelle à m , g et h donc à a^2 .

b. L'énergie est multipliée par 4 quand l'amplitude est multipliée par 2.

c. L'énergie transportée par l'onde est proportionnelle au carré de l'amplitude du signal.

ENTRAÎNEMENT AU BAC

● **33. a.** L'amplitude du signal est de 40° .

b. Entre 2 barreaux, la distance est $\ell = \frac{L}{42} = 5 \text{ cm}$.

La distance entre les barreaux n° 1 et n° 41 est donc :

$$d = 40 \times \ell = 2,00 \text{ m}$$

La célérité est : $v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{2,00}{4} = 0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

c. Le front d'onde à la date t s'est propagé de $vt = 0,5 \times 0,6 = 0,3 \text{ m}$. Il atteint le 7^e barreau.

d. Le retard du mouvement d'un barreau d'abscisse z sur le mouvement du barreau 1 d'abscisse ℓ est :

$$\tau = \frac{z - \ell}{v}$$

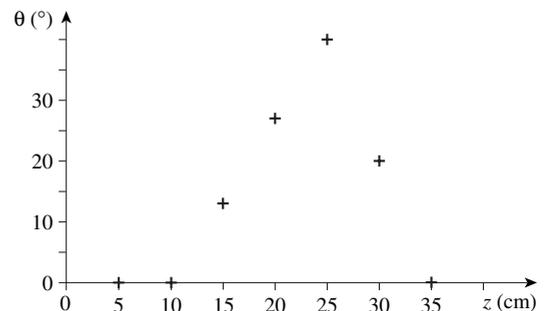
e. Le front d'onde à cette date étant situé à 0,3 m, il suffit de déterminer l'élongation angulaire des 7 premiers barreaux.

L'élongation θ d'un barreau d'abscisse z est la même, à la date t , que celle du barreau d'abscisse ℓ à la date $t - \tau$ ($t - \tau \geq 0$).

On peut dresser le tableau suivant sachant que si $t - \tau < 0$ ou $t - \tau > 500 \text{ ms}$, θ est nulle :

| n° de barreau | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|--------------------------|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| z (cm) | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
| τ à 600 ms (ms) | 0 | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 |
| $t - \tau$ à 600 ms (ms) | 0 | 500 | 400 | 300 | 200 | 100 | 0 |
| θ ($^\circ$) | 0 | 0 | 13 | 27 | 40 | 20 | 0 |

On porte θ en fonction de z .



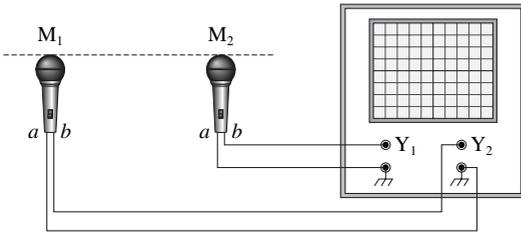
f. Si le signal réfléchi possède une élongation négative c'est que l'extrémité B du ruban d'acier est fixe. L'énergie mécanique est proportionnelle au carré de l'amplitude du signal transporté.

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\theta'_m{}^2 - \theta_m^2}{\theta_m^2} = -0,75$$

θ_m et θ'_m étant les amplitudes respectives des signaux incident et réfléchi.

75 % de l'énergie mécanique est perdue pendant la réflexion.

● **34. 1.**



Les bornes homologues des 2 microphones sont reliées à la masse de l'oscilloscope.

2. a. • Faux • Vrai • Vrai

b. • Faux • Faux • Faux
• Vrai • Faux • Faux • Faux

c. • Oui car l'écart est aisément mesurable.

• Si la célérité des ondes est voisine de $340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$,

le retard est voisin de $\frac{d}{v} \approx 5 \text{ ms}$.

La base de temps est voisine de $1 \text{ ms} \cdot \text{div}^{-1}$.

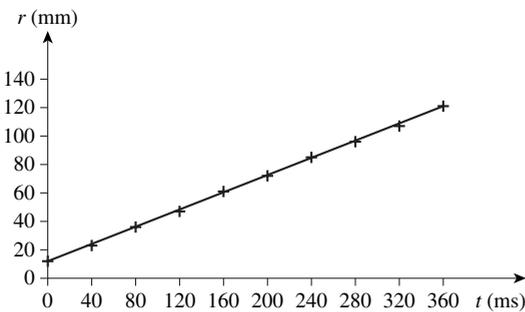
• Le déclenchement a eu lieu sur la voie 1.

• L'onde s'amortit dans l'air : il est préférable que la sensibilité de la voie 2 soit plus grande que celle de la voie 1.

• On mesure un retard de 5,02 ms.

$$v = \frac{d}{\Delta t} = 341 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

● **35. a.**



On choisit $t = 0$ pour la 1^{re} image.

La durée qui sépare 2 images consécutives est 40 ms.

| t (ms) | 0 | 40 | 80 | 120 | 160 | 200 | 240 | 280 | 320 | 360 |
|--------|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| r (mm) | 12 | 23 | 36 | 47 | 61 | 72 | 85 | 96 | 107 | 121 |

b. Le rayon de l'onde varie proportionnellement à la durée de propagation : le milieu est linéaire.

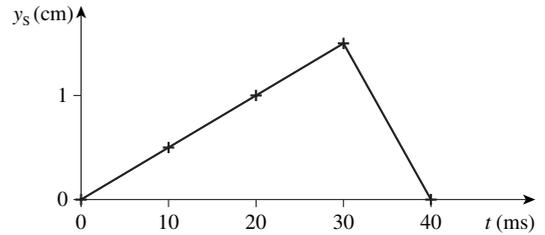
La célérité est donnée par le coefficient directeur de la droite tracée.

$$v = \frac{\Delta r}{\Delta t} = 0,30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

c. On lit graphiquement $r = 0$ pour $t = -40 \text{ ms}$.

L'onde a été créée 40 ms avant la 1^{re} image.

● **36. a.**



b. L'élongation du point S est égale à 0,75 cm à la date $t_0 = 15 \text{ ms}$.

Le retard de l'onde en M par rapport au point S est donc :

$$\tau = t_1 - t_0 = 810 \text{ ms}$$

La célérité est : $v = \frac{d}{\tau} = 2,47 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

c. La durée du signal est $\Delta t = 40 \text{ ms}$.

Le signal affecte une longueur de corde :

$$\ell = v \Delta t = 9,9 \text{ cm}$$

d. Le signal part du point S à la date 0.

Il arrivera en M à la date $t = \frac{d}{v} = \tau = 810 \text{ ms}$.

Il retrouvera le repos à la date $t + \Delta t = 850 \text{ ms}$.

e. À la date t_1 , le front d'onde parti de S à la date 0 sera au point P situé à la distance $d_1 = v t_1$ du point S. On a :

$$d_1 = 2,04 \text{ m}$$

f. Le point Q subissant l'élongation maximale reproduit le mouvement de S avec le retard t , donc à la date :

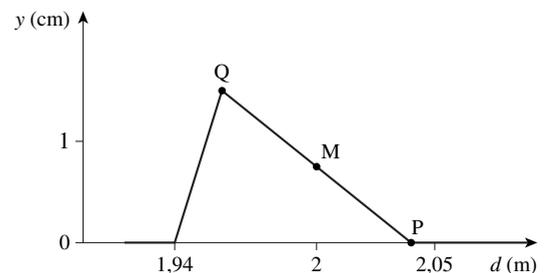
$$t_2 = 825 - 30 = 795 \text{ ms}$$

Q est situé à la distance $d_2 = v t_2$ du point S.

On a :

$$d_2 = 1,96 \text{ m}$$

Au voisinage du signal, l'aspect de la corde est donc le suivant :



● **37. a.** Le milieu de propagation est de dimension 3. Le front d'onde est sphérique car le milieu est isotrope.

b. À la date $t = 5 \text{ ms}$, le front d'onde s'est propagé de $R = vt$ puisque l'onde part de S à $t = 0$.

$$R = 340 \times 5 \cdot 10^{-3} = 1,70 \text{ m}$$

c. L'énergie est répartie uniformément sur une surface (celle du front d'onde) dont le rayon grandit en fonction du temps. L'amplitude en chaque point de cette surface diminue quand R augmente.

d. L'aire du front d'onde est proportionnelle au carré du rayon et l'énergie par unité de surface est proportionnelle au carré de l'amplitude A de la variation de pression.

Si l'on ne tient pas compte de l'amortissement, on a donc :

$$R^2 A^2 = \text{cte}$$

Soit : $A = \frac{k}{R^2}$ où $k = \text{cte}$

e. On obtient $A = A_1 \frac{r_1}{R} = 0,882 \text{ Pa}$.

● **38. a.** $v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$

Pour un gaz parfait :

$$PV = nRT \quad \text{et} \quad \rho = \frac{m}{V}$$

Donc : $\frac{P}{\rho} = \frac{nRT}{m} = \frac{RT}{M}$

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

La célérité du son est proportionnelle à la racine carrée de la température absolue.

b. $v = \sqrt{\frac{1,39 \times 8,31 \times 253}{29 \cdot 10^{-3}}} = 317 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

c. La vitesse de l'avion est donc :

$317 \times 2 = 634 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ soit environ $2\,280 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$

CHAPITRE 2. ONDES MÉCANIQUES PROGRESSIVES PÉRIODIQUES

ACTIVITÉS DE DÉCOUVERTE

1. Onde progressive sinusoïdale le long d'une corde (p. 40)



Correction

1. a. Observée en lumière naturelle, toute la longueur de la corde affectée par la vibration a un aspect flou.

b. L'élasticité de la corde transmet le mouvement du point S de proche en proche.

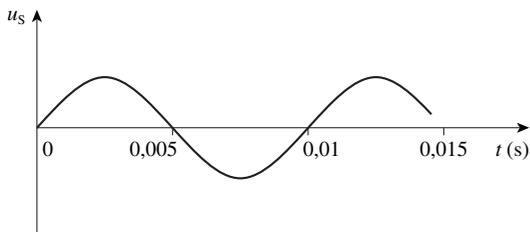
L'amortisseur réduit l'amplitude de l'onde réfléchie. On observe une onde progressive qui se propage.

2. a. La fréquence d'oscillation du vibreur est le double de la fréquence de la tension d'alimentation. Sa valeur est 100 Hz.

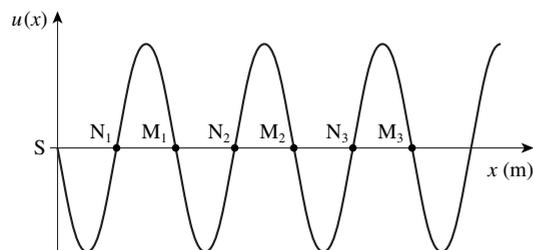
La fréquence de l'onde progressive est $\nu = 100$ Hz et la période temporelle est $T = 10$ ms.

b. L'onde progressive est sinusoïdale car la tension d'alimentation du vibreur, donc le champ magnétique et la force magnétique produits, sont sinusoïdaux.

c. Variations de l'élongation de l'extrémité S de la corde en fonction du temps :



3. a. Observée à la lumière du stroboscope la forme de la corde est sinusoïdale. On peut tracer, par exemple, le schéma de la corde suivant :



b. Si l'on réduit très légèrement la fréquence des éclairs émis par le stroboscope, on voit l'onde progresser au ralenti.

c. Les points M_1 , M_2 , M_3 ont, au même instant, le même mouvement que le point S.

La distance séparant deux consécutifs de ces points définit la période spatiale du phénomène.

La longueur d'onde λ est la distance qui sépare deux points consécutifs de la corde ayant, au même instant, le même mouvement.

On mesure, par exemple :

$$\lambda = 50 \text{ cm}$$

La distance d qui sépare deux points quelconques de la corde ayant, au même instant, le même mouvement est égale à un nombre entier k de longueurs d'onde λ :

$$d = k\lambda$$

d. La longueur d'onde λ représente la distance parcourue par l'onde pendant une période temporelle T :

$$\lambda = \nu T = \frac{\nu}{\nu}$$

Cette relation est homogène :

$$1 \text{ m} = (1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}) \cdot (1 \text{ s})$$

On obtient, par exemple : $\nu = \lambda \nu = 50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

e. Les points N_1 , N_2 , N_3 qui ont, au même instant, des mouvements opposés au mouvement de S sont séparés par un nombre entier impair de demi-longueurs d'onde.

$$d = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$$

2. Diffraction d'ondes rectilignes à la surface de l'eau (p. 41)



Correction

2. a. Après la fente F, les lignes d'onde ont une forme semi-circulaire et affectent une grande partie de l'espace derrière la fente.

b. L'amplitude du signal transporté décroît rapidement quand on s'écarte de l'axe de symétrie du dispositif.

c. L'énergie transportée par l'onde incidente qui a traversé la fente se retrouve principalement dans un secteur angulaire central d'environ 60° .

d. On appelle « diffraction » le phénomène qui accompagne le passage d'une onde progressive à travers une ouverture dont la dimension typique est comparable à la longueur d'onde λ .

e. Pour $a = 2\lambda$, on observe encore des lignes d'onde semi-circulaires mais on distingue deux secteurs étroits où l'amplitude de l'onde est très faible. L'amplitude est forte dans un secteur central, plus faible dans deux autres disposés symétriquement. Les franges de diffraction font chacune un angle voisin de 30° avec l'axe de symétrie du dispositif. Pour $a = 3\lambda$, on distingue quatre franges de diffraction mais surtout les deux plus proches de l'axe de symétrie du dispositif faisant entre elles un angle voisin de 40° .

Entre ces deux franges, les lignes d'onde semblent quasi rectilignes.

Au-delà, l'amplitude est faible.

f. Le phénomène de diffraction a pratiquement disparu, les ondes transmises par la fente sont rectilignes sauf pour la partie des lignes d'onde située près des bords.

3. a. et b. Si la largeur a est grande devant la longueur d'onde λ , la propagation de l'onde est perturbée par la présence de l'objet.

La surface de l'eau reste au repos derrière l'objet. On a une zone d'ombre où il n'y a plus propagation.

c. Si la largeur a est de l'ordre de la longueur d'onde λ , il n'y a plus de zone d'ombre.

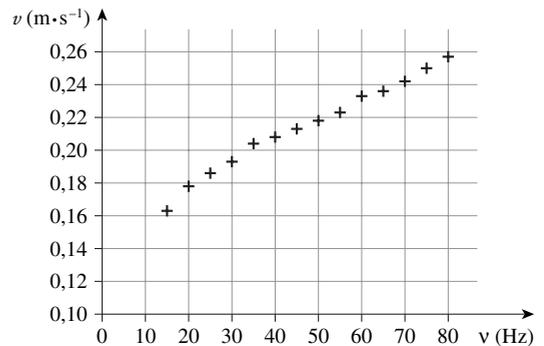
La propagation de l'onde n'est pratiquement pas modifiée par la présence de l'objet.

La lumière traverse la surface « ondulée » de l'eau en subissant une réfraction ce qui produit un éclaircissement plus intense sur les parties de l'image correspondant aux crêtes. Les lignes sombres correspondent aux creux des ondes.

d. La distance entre deux lignes brillantes consécutives est égale à une longueur d'onde λ multipliée par le grandissement γ .

2. Exemples de valeurs mesurées :

| ν (Hz) | d (cm) | λ (mm) | v ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) |
|------------|----------|----------------|--|
| 15 | 17,9 | 10,8 | 0,163 |
| 20 | 14,7 | 8,91 | 0,178 |
| 25 | 12,3 | 7,46 | 0,186 |
| 30 | 10,6 | 6,42 | 0,193 |
| 35 | 9,6 | 5,82 | 0,204 |
| 40 | 8,6 | 5,21 | 0,208 |
| 45 | 7,8 | 4,73 | 0,213 |
| 50 | 7,2 | 4,36 | 0,218 |
| 55 | 6,7 | 4,06 | 0,223 |
| 60 | 6,4 | 3,88 | 0,233 |
| 65 | 6 | 3,64 | 0,236 |
| 70 | 5,7 | 3,46 | 0,242 |
| 75 | 5,5 | 3,33 | 0,250 |
| 80 | 5,3 | 3,21 | 0,257 |



a. La surface de l'eau est un milieu de propagation linéaire. La célérité ne dépend pas de l'amplitude du signal transporté par l'onde.

b.
$$v = \frac{\nu d}{10\gamma}$$

c. La surface de l'eau est un milieu dispersif. Un milieu est dispersif quand la célérité d'une onde périodique sinusoïdale dépend de sa fréquence.

d. Une onde périodique se propage en se déformant à la surface d'une faible épaisseur d'eau.

e. L'onde rectiligne, engendrée par l'excitateur, est quasiment sinusoïdale puisqu'on n'observe pas de déformation pendant la propagation.

ACTIVITÉS D'EXPLOITATION

3. Célérité des ondes périodiques à la surface de l'eau (p. 50)



Correction

1. a. Les bords inclinés produisent un amortissement important de l'onde qui arrive aux limites du milieu de propagation en réduisant la réflexion. On obtient une onde progressive.

b. Par exemple : $\gamma = 1,65$

c. Les lignes brillantes correspondent aux crêtes de l'onde.

3. On mesure par exemple, avec tensioactif, pour la fréquence $\nu = 30 \text{ Hz}$, une vitesse $\nu' = 0,178 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (avec $d = 9,8 \text{ cm}$). On compare ν' à la valeur obtenue sans tensioactif : $\nu = 0,193 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

a. La célérité est plus faible avec tensioactif.

b. On parle d'ondes capillaires dans le cas où l'épaisseur d'eau est inférieure à une dizaine de cm car le phénomène est largement gouverné par la tension superficielle.

4. Diffraction des ondes ultrasonores (p. 51)

Correction

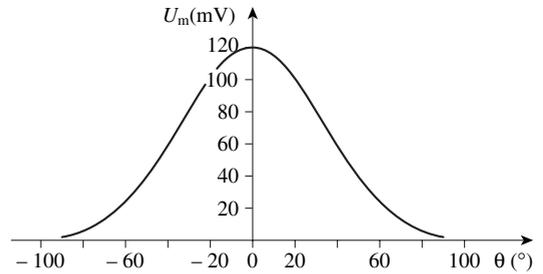
1. a. On mesure ν sur l'oscilloscope.

Par exemple : $\nu = 40,4 \text{ kHz}$

b. La tension aux bornes du récepteur est sinusoïdale. Elle est engendrée par une onde ultrasonore sinusoïdale. Si on admet que la célérité ν est voisine de $340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, alors la longueur d'onde λ est proche de $8,4 \text{ mm}$.

c. Le tracé de la courbe montre que l'onde ultrasonore est très directive. Son amplitude décroît rapidement quand on s'écarte de l'axe de symétrie de l'émetteur.

| θ (°) | U_m (mV) |
|--------------|------------|
| 0 | 121 |
| 5 | 118 |
| 10 | 114 |
| 15 | 110 |
| 20 | 101 |
| 25 | 88 |
| 30 | 79 |
| 35 | 67 |
| 40 | 60 |
| 45 | 51 |
| 50 | 40 |
| 55 | 32 |
| 60 | 26,4 |
| 65 | 20 |
| 70 | 14,8 |
| 75 | 8 |
| 80 | 5,3 |
| 85 | 4,2 |
| 90 | 2 |



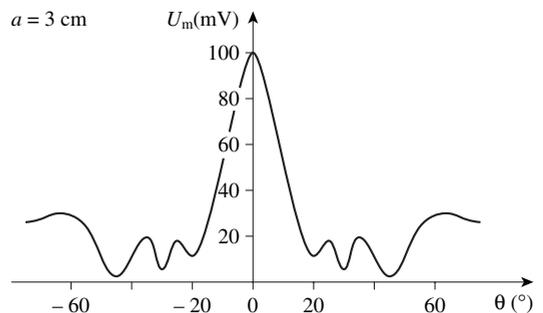
d. La largeur angulaire du faisceau peut être caractérisée par l'ensemble des valeurs de θ pour lesquelles la valeur de U_m est supérieure à :

$$\frac{(U_m)_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{121}{\sqrt{2}} = 86 \text{ mV}$$

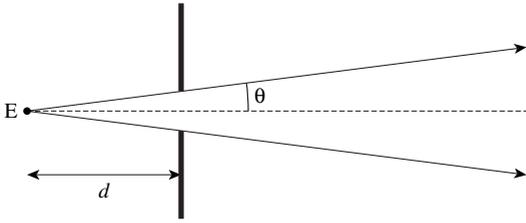
La largeur angulaire du faisceau vaut environ 50° .

2. Résultats des mesures et tracé de la courbe.

| θ (°) | U_m (mV) |
|--------------|------------|
| 0 | 100 |
| 5 | 70 |
| 10 | 45,1 |
| 15 | 24 |
| 20 | 11,4 |
| 25 | 18 |
| 30 | 5,6 |
| 35 | 19,5 |
| 40 | 11 |
| 45 | 2,5 |
| 50 | 10,8 |
| 55 | 24,1 |
| 60 | 29 |
| 65 | 30 |
| 70 | 27,6 |
| 75 | 26,1 |
| 80 | 19,2 |
| 85 | 20 |



Appliquer ses connaissances



a. En supposant que les rayons des ondes sphériques issues de l'émetteur ne sont pas modifiés lors du passage à travers la fente, le secteur angulaire dans lequel on doit s'attendre à détecter des ondes avec le récepteur est tel que :

$$\theta \approx \frac{a}{2d} = \frac{3}{40} = 0,075 \text{ rad soit environ } 4,5^\circ$$

La propagation a lieu dans un secteur angulaire beaucoup plus large : il y a diffraction.

b. On appelle « diffraction » les phénomènes qui accompagnent la propagation d'une onde progressive à travers une ouverture dont la taille typique est comparable à la longueur d'onde.

c. On observe des minima relatifs de U_m pour $\theta = \pm 20^\circ$.

d. Dans cette relation, θ est exprimé en radian.

Si $v = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, on obtient :

$$\frac{\lambda}{a} = \frac{v}{va} = 0,28 \text{ rad soit } 16^\circ$$

e. La valeur maximale de U_m est alors 30 mV. L'amplitude de l'onde transmise dans l'axe du système est plus faible que pour une fente de 3 cm.

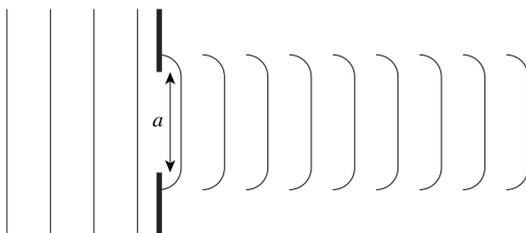
f. On n'observe pas de minima relatifs.

g. L'onde est diffractée dans un secteur angulaire plus important que pour $a = 3 \text{ cm}$: la diffraction est plus forte quand la largeur de la fente est plus faible.

h. La forme du diagramme de rayonnement permet d'affirmer que l'onde émise est fortement diffractée par l'ouverture circulaire de l'émetteur dont le diamètre est de l'ordre de 1 cm.

3. a. Le récepteur détecte la présence d'ondes ultrasonores d'amplitude rapidement décroissante derrière l'écran.

b. Dans le cas d'une fente large, on observera un léger phénomène de diffraction.



15. $\lambda = \frac{v}{\nu}$

a. Pour une propagation dans l'air :

$$\frac{340}{20 \cdot 10^3} \leq \lambda \leq \frac{340}{20} \text{ soit } 17 \text{ mm} \leq \lambda \leq 17 \text{ m}$$

b. Pour une propagation dans l'eau :

$$\frac{1\,500}{20 \cdot 10^3} \leq \lambda \leq \frac{1\,500}{20} \text{ soit } 75 \text{ mm} \leq \lambda \leq 75 \text{ m}$$

16. a. Longueur d'onde :

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = 8,5 \text{ mm}$$

b. $p_E = P_m \sin(2\pi\nu t) = 2 \sin(80 \cdot 10^3 \pi t)$

c. L'onde étant plane, non amortie, son amplitude est la même en tous points de l'espace de propagation.

La pression sur le récepteur reproduit la pression en E avec le retard :

$$\tau = \frac{d}{v}$$

$$p_R = P_m \sin 2\pi\nu \left(t - \frac{d}{v} \right)$$

d. La tension aux bornes du récepteur est $u = s p_R$ (s étant la sensibilité).

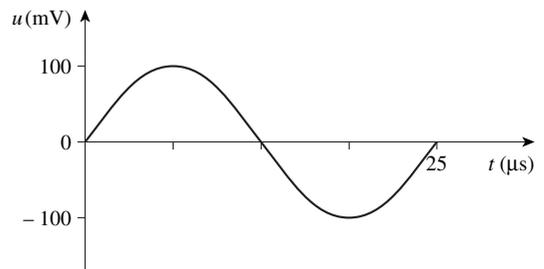
Soit en mV :

$$u = 100 \sin [80 \cdot 10^3 \pi (t - 5 \cdot 10^{-3})] \\ = 100 \sin (80 \cdot 10^3 \pi t)$$

car la période de la fonction sinusoïdale est $2\pi \text{ rad}$. La période temporelle du phénomène est :

$$T = \frac{1}{\nu} = 25 \mu\text{s}$$

On représente donc une période de la tension u :



● **17.** Les sons musicaux ne sont, en général, pas sinusoïdaux. Leur propagation dans l'air a lieu sans modification de la forme du signal transporté. Toutes les composantes sinusoïdales se propagent avec la même célérité et c'est le même son qui est entendu par un observateur quelle que soit sa distance à l'instrument.

● **18. a.** La grandeur $a = \frac{v}{\sqrt{g\lambda}}$ s'exprime sans unité car v s'exprime en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $g\lambda$ en $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$. a est donc sans dimension.

b. On observe que v est proportionnelle à $\sqrt{\lambda}$.

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}}$$

$$v_2 = v_1 \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}} = 13,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

c. Les fréquences respectives de ces ondes sont :

$$v_1 = \frac{v_1}{\lambda_1} = 0,140 \text{ Hz}$$

$$v_2 = \frac{v_2}{\lambda_2} = 0,114 \text{ Hz}$$

d. Ce milieu est dispersif.

● **19. a.** Faux. **b.** Faux. **c.** Vrai. **d.** Vrai. **e.** Faux.

● **20. a.** Faux. **b.** Faux. **c.** Faux. **d.** Faux. **e.** Vrai.

● **21. a.** Vrai. **b.** Vrai. **c.** Faux. **d.** Faux. **e.** Vrai.

● **22.** Soit x l'abscisse du point M :

Si la propagation a lieu dans le sens positif de l'axe ($x'Ox$) :

$$u_M = a \sin \left[2\pi\nu \left(t - \frac{x}{v} \right) \right]$$

$$\text{Soit : } u_M = 5 \cdot 10^{-3} \sin [2\pi \times 25(t - 5x)]$$

$$\text{Avec } \nu = 25 \text{ Hz et } \frac{1}{v} = 5 \text{ s} \cdot \text{m}^{-1}$$

Si la propagation a lieu dans le sens négatif de l'axe ($x'Ox$) :

$$u_M = 5 \cdot 10^{-3} \sin [50\pi(t + 5x)]$$

● **23.** La fréquence du phénomène est :

$$\nu = \frac{90}{60} = 1,5 \text{ Hz}$$

La célérité de l'onde est :

$$\nu = 0,35 \times 1,5 = 0,53 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

● **24. a.** L'amplitude de l'onde décroît au cours de la propagation.

L'onde progressive est circulaire. (Le milieu est isotrope).

b. Six points vibrent en phase avec le point S dont les points M et N.

c. La distance SM est égale à 3 longueurs d'onde λ .

$$\lambda = \frac{SM}{3} = 7 \text{ mm}$$

d. $v = \lambda\nu$ donc $v = 28 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$.

e. Comparons Δt à la période T du phénomène.

$$\frac{\Delta t}{T} = \nu \Delta t = 6 \text{ (entier)}$$

L'élongation du point S sera la même qu'à la date t . La figure serait la même qu'à la date t .

● **25. a.** La distance séparant S de M représente un nombre entier impair de demi-longueurs d'onde.

$$SM = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad \text{et} \quad \lambda = \frac{v}{\nu}$$

$$\text{Donc : } SM = (2k + 1) \frac{v}{2\nu}$$

Cherchons les valeurs limites de $2k + 1$:

$$2k + 1 = 2\nu \frac{SM}{v}$$

$$2 \times \frac{15 \times 5,2}{30} < 2k + 1 < 2 \times \frac{15 \times 5,2}{20}$$

$$5,2 < 2k + 1 < 7,8$$

Il n'y a qu'une seule valeur de nombre entier impair possible :

$$2k + 1 = 7 \quad \text{et} \quad v = 2\nu \frac{SM}{2k + 1} = 22 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

b. Les points P qui vibrent en phase avec M, vibrent en opposition de phase avec S.

Ils correspondent aux valeurs de $2k + 1$ comprises entre 0 et 7 soit 3 valeurs (1, 3 et 5).

Entre S et M, 3 points vibrent en phase avec M.

c. À partir du point S, une onde circulaire se propage. L'amplitude de la déformation décroît au cours de la propagation.

● **28.** Le phénomène de diffraction a lieu de façon importante si l'onde est en interaction avec un objet dont la dimension typique est de l'ordre de la longueur d'onde.

Les ouvertures (portes, fenêtres) diffractent les sons graves.

On entend un son en se plaçant derrière un obstacle : la direction des rayons de propagation est modifiée par l'obstacle.

● **29. a.** $\lambda = \frac{v}{\nu}$ donc $\nu = \frac{v}{\lambda} = 1\,130$ Hz

b. Le phénomène de diffraction sera très important pour les basses fréquences.

c. Pour $\nu = 5\,000$ Hz, on obtient $\lambda = \frac{c}{\nu} = 6,8$ cm

Les haut-parleurs émettant des fréquences aiguës sont de petite taille, quelques centimètres, pour avoir un champ d'émission élargi par le phénomène de diffraction.

d. On cherche à avoir un phénomène de diffraction dans un plan horizontal essentiellement.

● **30. a.** Comparons les périodes des vibrations :

$$T_1 = 3T_2 \quad \text{et} \quad T = T_1$$

Donc : $\nu_1 = \nu$ et $\nu_2 = 3\nu_1 = 3\nu$

Quand on ajoute deux vibrations sinusoïdales de fréquence ν_1 et $\nu_2 = 3\nu_1$, on obtient une vibration périodique mais non sinusoïdale de fréquence ν_1 .

b. On ne peut ajouter deux vibrations et obtenir une vibration résultante que si le principe de superposition est applicable.

Les amplitudes doivent être petites.

● **31.** Le milieu n'est pas dispersif car la célérité ne dépend pas de la fréquence.

On obtient, pour les périodes spatiales :

$$\lambda_1 = \frac{v}{\nu_1} = 4 \text{ mm}, \quad \lambda_2 = \frac{v}{3\nu_1} = 1,33 \text{ mm}$$

et $\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{v}{\nu_1} = 4 \text{ mm}$.

(L'onde progresse sans se déformer.)

● **32. a.** $\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{1\,500}{3 \cdot 10^9} = 500$ nm

b. Un objet de dimension inférieure à λ ne modifie quasiment pas la propagation.

c. Ces transducteurs équipent des dispositifs constituants des « microscopes à ultrasons » permettant de « voir » des objets dont la taille est supérieure à 500 nm.

● **33.** L'écholocalisation permet de localiser, par l'audition, tout objet qui réfléchit les vibrations sonores émises par un animal dans le milieu où il se trouve. À cause du phénomène de diffraction, l'écholocalisation n'est plus possible dès que la taille de l'objet réfléchissant devient de l'ordre de la valeur de la longueur d'onde.

Pour le guacharo : $\lambda = \frac{v}{\nu} \geq \frac{340}{8 \cdot 10^3} = 42,5$ mm.

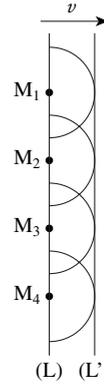
La taille de l'objet doit être supérieure à cette valeur.

■ Aller plus loin

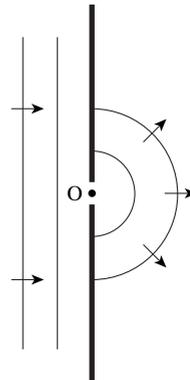
● **34. 1. a.** Les points $M_1, M_2, M_3 \dots$ vibrent en phase.

b. Pendant une période du phénomène, les ondelettes se propagent de vT , c'est-à-dire de λ .

La ligne d'onde (L') est tangente à l'ensemble des « ondelettes ».



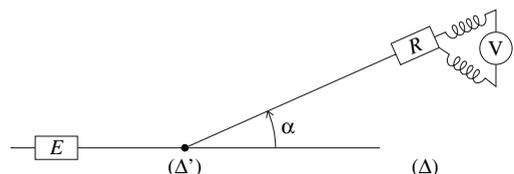
2. a. et b. La propagation a lieu dans un secteur angulaire de 180° , au-delà de l'ouverture.



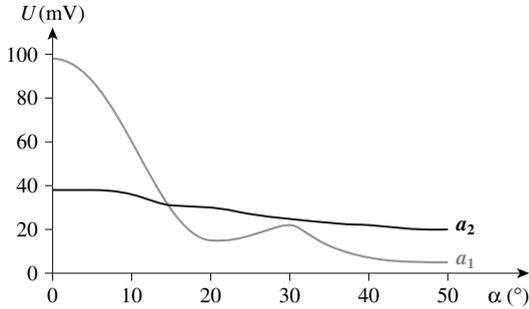
c. L'amplitude de l'onde transmise est très faible : un seul point vibre.

ENTRAÎNEMENT AU BAC

● **35. 1.** Schéma du dispositif :



2. a.



Les courbes montrent le phénomène de diffraction avec une frange de diffraction pour $a = a_1$.

b. Le phénomène de diffraction est plus important pour $a = a_2$ mais l'amplitude de l'onde diffractée est toujours faible pour toutes les directions repérées par α .

c. La valeur a_2 est plus petite que a_1 .

d. On admet que le 1^{er} minimum de U pour $a = a_1$

$$\text{vérifie : } \alpha \approx \frac{\lambda}{a_1} = \frac{v}{va_1}. \text{ On a } v \approx \frac{v}{\alpha a_1}$$

On lit $\alpha \approx 20^\circ = 0,35 \text{ rad}$ donc $v \approx 39 \text{ kHz}$

● **36. a.** Dans l'air, pour cette distance, la durée serait :

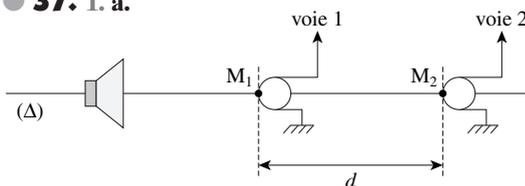
$$\Delta t = \frac{d}{v} = 39,7 \text{ s}$$

b. L'amortissement de l'onde sonore est trop important dans l'air pour permettre une propagation sur cette distance. L'expérience réalisée permet de montrer que la propagation dans l'eau est plus rapide que dans l'air et que l'amortissement y est beaucoup plus faible.

c. On obtient $v = \frac{13487}{9,4} \approx 1400 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

d. La mesure peut être réalisée avec un émetteur et un récepteur d'ultrasons immergés dans l'eau. On mesure la durée de propagation d'une salve d'ultrasons en déterminant le décalage horaire des signaux obtenus sur l'écran d'un oscilloscope à 2 voies, reliées l'une à l'émetteur et l'autre au récepteur.

● **37. 1. a.**

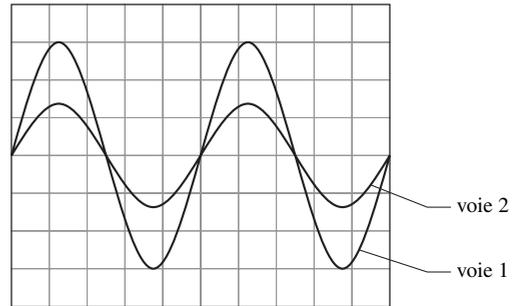


b. $v = 2 \text{ kHz}$ donc $T = 500 \mu\text{s}$

On veut deux périodes donc une durée de 1 ms et une base de temps de $\frac{1}{10} = 0,1 \text{ ms} \cdot \text{div}^{-1}$.

c. Entre M_1 et M_2 l'onde sonore se propage et s'amortit.

d. $\lambda = \frac{v}{\nu} = 17 \text{ cm}$. Entre M_1 et M_2 , la distance vaut 2 longueurs d'onde et les microphones vibrent en phase. On obtient, par exemple :



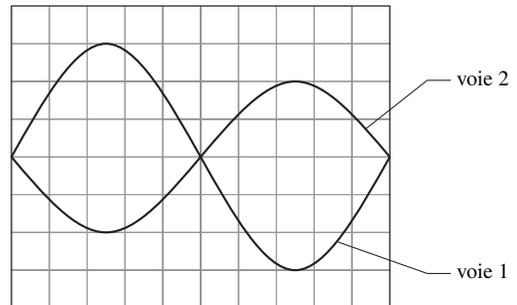
2. Pour $\nu = 1 \text{ kHz}$ et $d = 17 \text{ cm}$.

a. La période est $T = 1 \text{ ms}$.

On n'observe qu'une seule période pour chacune des 2 voies :

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = 34 \text{ cm} = 2d$$

Les 2 microphones vibrent en opposition de phase.



b. On retrouvera une situation analogue au cas précédent si :

- la base de temps est fixée à $0,2 \text{ ms} \cdot \text{div}^{-1}$,
- la distance $d = 34 \text{ cm} = \lambda$ (ou un nombre entier de fois λ).

● **38. a.** Pour observer une onde progressive, le milieu ne doit pas être limité afin de ne pas avoir superposition de l'onde incidente et d'une onde réfléchie.

b. Cette distance représente une longueur d'onde agrandie $\gamma\lambda$.

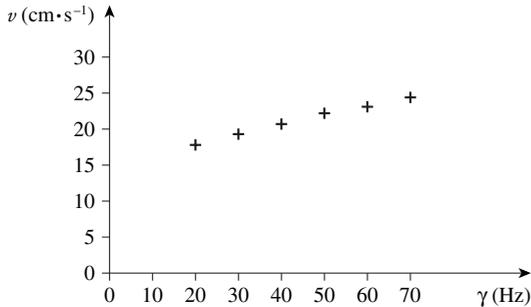
c. Entre 10 lignes brillantes, on compte 9 longueurs d'onde : $d = 9\gamma\lambda = 9\gamma \frac{v}{\nu}$ donc $\nu = \frac{vd}{9\gamma}$

d.

| | | | | | | |
|-------------------------------|------|------|------|------|------|------|
| ν (Hz) | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 |
| d (cm) | 12 | 8,7 | 7,0 | 6,0 | 5,2 | 4,7 |
| ν (cm · s ⁻¹) | 17,8 | 19,3 | 20,7 | 22,2 | 23,1 | 24,4 |

$$\left(\nu = \frac{\nu d}{13,5} \right)$$

On obtient la courbe suivante :



e. Le milieu est dispersif.

● **39. a.** La distance maximale sera :

$$d_{\max} = 999 \text{ cm}$$

b. Pour cette distance parcourue 2 fois par l'onde, la durée de propagation est Δt telle que :

$$\Delta t = \frac{2d_{\max}}{\nu} = \frac{2 \times 9,99}{342} = 58,4 \text{ ms}$$

c. L'oscillateur aura délivré pendant cette durée 999 impulsions. Sa fréquence f doit être :

$$f = \frac{999}{58,4} = 17,1 \text{ kHz}$$

d. À 10 °C, la célérité des ondes est plus faible que celle pour laquelle l'étalonnage a été réalisé. Pendant une même durée (affichée), la distance indiquée sera plus grande que la distance réelle.

e. Valeur indiquée : $d = 8,50 \text{ m}$

Durée de la propagation : $\Delta t = \frac{850}{f} = 49,7 \text{ ms}$

Célérité à 10 °C :

$$\nu' = \nu \sqrt{\frac{T'}{T}} = 342 \times \sqrt{\frac{283}{293}} = 336 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

où T et T' sont les températures exprimées en kelvin.

Distance réelle : $d' = \nu' \frac{\Delta t}{2} = 8,35 \text{ m}$

Erreur commise : $\Delta d = d - d' = 15 \text{ cm}$

● **40. a.** Si le fluide s'écoule dans le sens de la propagation, alors :

$$\nu_1 = \nu_0 + \mu$$

Si les deux sens sont opposés, alors :

$$\nu_2 = \nu_0 - \mu$$

On obtient : $\tau_1 = \frac{D}{\nu_1} = \frac{D}{\nu_0 + \mu}$ et $\tau_2 = \frac{D}{\nu_2} = \frac{D}{\nu_0 - \mu}$

b. $\tau = \tau_2 - \tau_1 = 2 \frac{\mu D}{\nu_0^2 - \mu^2}$

c. Si $\mu \ll \nu_0$, alors $\tau \approx 2 \frac{\mu D}{\nu_0^2}$

d. $\mu = \frac{\tau \nu_0^2}{2D} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 500^2}{2} = 2,25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

(On vérifie que $\mu \ll \nu_0$)

● **41. 1.** $MP = \frac{5\lambda}{2} = d$

$$\lambda = \frac{2d}{5} = 1,0 \text{ cm}$$

2. $\nu = \lambda \nu = 0,21 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

3. a. $\sigma = \frac{\rho \lambda \nu^2}{2\pi}$

σ est en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{m} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ donc en $\text{kg} \cdot \text{s}^{-2}$

b. $\sigma = 7,0 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-2}$

c. La célérité ν dépend de la fréquence ν : le milieu est dispersif.

CHAPITRE 3. LA LUMIÈRE

ACTIVITÉS DE DÉCOUVERTE

1. La lumière possède un caractère ondulatoire (p. 60)



Correction

1. a. La figure rouge observée sur l'écran est quasi circulaire.

b. La figure de diffraction n'est pas uniformément éclairée.

On observe des franges de diffraction.

La figure est formée d'une tache centrale brillante et, de part et d'autre dans une direction perpendiculaire à la fente, de taches plus petites et moins lumineuses.

La figure admet un plan de symétrie contenant l'axe du faisceau lumineux issu du laser et le grand axe de la fente.

c. Comme pour les ondes mécaniques, le passage de l'onde à travers l'ouverture s'accompagne d'une modification de l'amplitude et de la forme des surfaces d'onde.

d. Certains points de l'écran reçoivent de la lumière alors qu'ils sont situés dans l'ombre géométrique de la fente.

e. Le phénomène de diffraction s'accompagne d'une modification de la direction de propagation et de l'intensité lumineuse ne pouvant s'interpréter ni par la réflexion ni par la réfraction.

f. Le phénomène de diffraction ne se manifeste que lorsque la taille de l'objet diffractant est inférieure à quelques dizaines de longueurs d'onde.

La baguette de verre constitue une lentille cylindrique et produit un plan lumineux.

La figure de diffraction est formée d'une bande centrale brillante de direction parallèle au plan lumineux incident et, de part et d'autre, de bandes moins larges et moins éclairées.

g. La largeur de la tache centrale de diffraction augmente :

- quand on réduit la largeur de la fente,
- quand on éloigne l'écran.

On peut montrer aussi qu'elle augmente avec la longueur de l'onde lumineuse (voir **Doc. 16** page 67 du livre de l'élève).

2. a. La tache d'Airy est circulaire.

Elle est bordée d'une frange sombre entourée d'anneaux alternativement éclairés et noirs.

b. Le diamètre de la tache d'Airy dépend des mêmes paramètres que ceux qui interviennent dans la largeur de la tache centrale de diffraction par une fente rectiligne. (Voir la question **1. g.**)

3. a. Quand on réduit le diamètre du fil, son ombre portée sur l'écran disparaît.

Tout se passe comme si la lumière contournait l'objet.

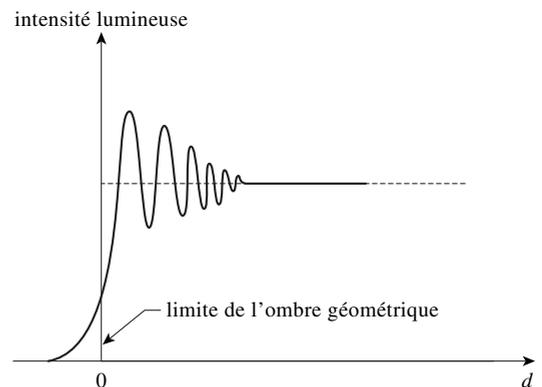
b. La figure de diffraction observée avec le cheveu semble analogue à celle observée avec une fente rectiligne.

c. Le diamètre d'un cheveu est en général compris entre $50 \mu\text{m}$ et $100 \mu\text{m}$.

4. a. Pour cette expérience, l'objectif du microscope peut être remplacé par une baguette cylindrique en verre et on observe sur un écran, le contour de l'ombre portée par le bord rectiligne de l'objet opaque.

b. On observe des franges de diffraction de plus en plus resserrées.

c. d étant la distance d'un point de l'écran à l'ombre géométrique de l'objet, on obtient le graphe suivant :

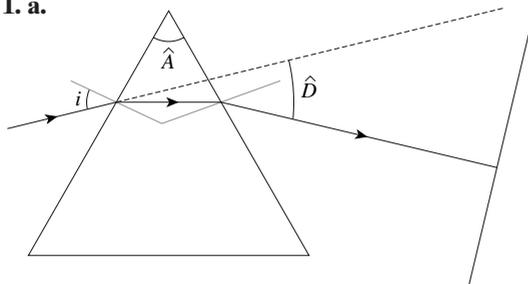


2. Les couleurs de la lumière (p. 61)



Correction

1. a.



b. La déviation est due à la réfraction de la lumière sur chacune des deux faces du prisme.

Les lois de Descartes indiquent que :

- le rayon incident et le rayon réfracté sont situés dans le plan d'incidence,

- $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$

c. La déviation passe par un minimum lorsque l'angle d'incidence i varie.

d. La valeur de la déviation, pour une lumière monochromatique donnée, dépend de l'angle \hat{A} , de l'angle d'incidence i et de la nature du milieu transparent constituant le prisme caractérisé par son indice n .

2. a. Le faisceau lumineux qui émerge du prisme est dévié.

L'image colorée observée est appelée spectre de la lumière blanche.

b. La lumière blanche est formée d'un ensemble continu de radiations monochromatiques : elle est polychromatique.

c. La déviation croît du rouge au violet.

d. Une lumière monochromatique est caractérisée par sa fréquence ν .

La valeur de la déviation, donc l'indice n du milieu transparent, dépend de la fréquence.

e. Le phénomène de dispersion est observé pour la plupart des milieux transparents à l'exception du vide.

3. a. Chaque raie représente, pour une valeur ν de la fréquence, une image de la fente à travers le système formé par la lentille et le prisme.

b. La lumière émise par la lampe à vapeur de mercure est polychromatique mais son spectre est discontinu.

Ce n'est pas de la lumière blanche.

Le spectre de la lumière jaune orangée émise par une lampe à vapeur de sodium laisse apparaître une seule raie.

En réalité, un système plus dispersif montre qu'il est formé de deux raies très proches et n'est donc pas monochromatique.

ACTIVITÉS D'EXPLOITATION

3. Mesure de l'indice d'une fibre optique (p. 70)



Correction

1. La diode laser et le photorécepteur constituent deux transducteurs transformant le signal électrique en signal lumineux transmis par la fibre puis le signal lumineux en signal électrique.

La qualité du signal électrique délivré par le photorécepteur dépend de ses caractéristiques.

Ce signal est, en outre, affecté par une dispersion liée aux différents modes de propagation dans la fibre.

2. a. La modulation de l'émission permet de disposer d'une base de temps.

b. Le retard de la tension u_2 par rapport à la tension u_1 dépend non seulement de la durée de propagation dans la fibre, mais aussi du retard τ introduit par les transducteurs et l'oscilloscope.

Le retard Δt_1 mesuré est donc supérieur au retard Δt apporté par la fibre.

c. $\Delta t_1 > \Delta t = \frac{L_1}{v} = \frac{nL_1}{c} \approx 5 \text{ ns}$

On lit effectivement : $\Delta t_1 = 114 \text{ ns}$

On écrira : $\Delta t_1 = \Delta t + \tau$ avec $\Delta t = \frac{nL_1}{c}$

d. $\Delta t_1 = \frac{nL_1}{c} + \tau$ et $\Delta t_2 = \frac{nL_2}{c} + \tau$

$$\Delta t_2 - \Delta t_1 = \frac{n}{c} (L_2 - L_1)$$

3. a. Toute modification de la base de temps de l'oscilloscope en cours de mesures modifie le retard τ .

b. On obtient une valeur de n comprise entre 1,5 et 1,6.

4. Des rayons directement étendus (p. 71)



Correction

- a.** On demande ici aux élèves de rappeler les lois de la réflexion et de la réfraction.
- b.** « L'extrême vitesse » de la lumière et le fait que des faisceaux lumineux puissent se croiser « sans s'empêcher » conduisent Huyghens à réfuter la théorie corpusculaire.
- c.** Son interprétation de la propagation s'appuie sur la propagation du son et des ondes à la surface de l'eau. Il imagine une vibration de la matière (modèle de l'éther).
- d.** Dans le deuxième paragraphe, Huyghens admet que chaque point d'une surface d'onde choisie peut être considéré comme une source émettant à nouveau des ondes sphériques. Le phénomène lumineux est la superposition de ces ondes. Dès lors, on peut considérer que la superposition puisse conduire à de la lumière ou à de l'obscurité.

EXERCICES

Appliquer ses connaissances

- **17.** a. Vrai. b. Faux. c. Faux. d. Vrai. e. Faux.
- **18.** a. Vrai. b. Vrai. c. Faux. d. Vrai. e. Vrai.
- **19.** a. Vrai. b. Vrai. c. Faux. d. Faux. e. Faux.
- **20.**

| milieu | vide | eau | verre |
|---|----------------------|----------------------|----------------------|
| λ (nm) | 550 | 414 | 367 |
| n | 1 | 1,33 | 1,50 |
| célérité v ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) | $3,00 \cdot 10^8$ | $2,26 \cdot 10^8$ | $2,00 \cdot 10^8$ |
| ν (Hz) | $5,45 \cdot 10^{14}$ | $5,45 \cdot 10^{14}$ | $5,45 \cdot 10^{14}$ |

avec $v = \frac{c}{n}$ et $\lambda = \frac{v}{\nu}$

- **21.** Pour que la mesure soit concluante, il faudrait que la durée Δt du trajet effectué par la lumière soit supérieure à la durée τ que met le deuxième personnage pour découvrir la lanterne après avoir reçu la lumière.

Si la distance C_1C_2 est de 2 km et si $\tau \approx 1$ s, alors :

$$\Delta t = \frac{2\ell}{v}$$

$$\frac{2\ell}{v} > \tau \quad \text{soit} \quad v < \frac{2\ell}{\tau} = 2\,000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

- **23.** Alors $v = 0,8v_{\text{air}} \approx 0,8c$

$$\frac{c}{n} = 0,8c \quad \text{et} \quad n = 1,25$$

- **24.** Dans un milieu d'indice n , on a :

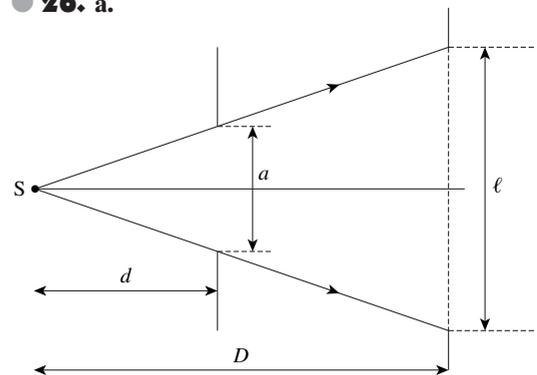
$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n} = \frac{c}{\nu n}$$

Soit :

$$n = \frac{c}{\nu \lambda_n}$$

| milieu | eau | glace | verre |
|------------------|------|-------|-------|
| λ_n (nm) | 442 | 450 | 395 |
| n | 1,33 | 1,31 | 1,49 |

- **26. a.**



L'ombre géométrique est déterminée en supposant rectiligne la propagation de la lumière. Le diamètre ℓ de la partie éclairée de l'écran est tel que :

$$\frac{\ell}{a} = \frac{D}{d} \quad \text{soit} \quad \ell = a \frac{D}{d} = 20 \text{ cm}$$

- b.** On observe des franges de diffraction à la limite de l'ombre géométrique, alternativement sombres et éclairées.

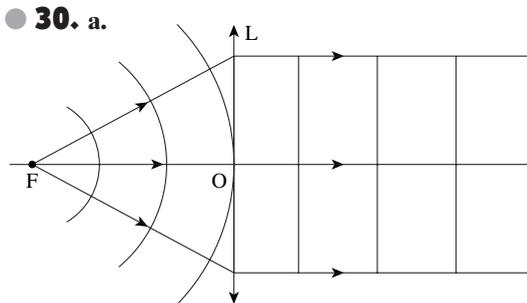
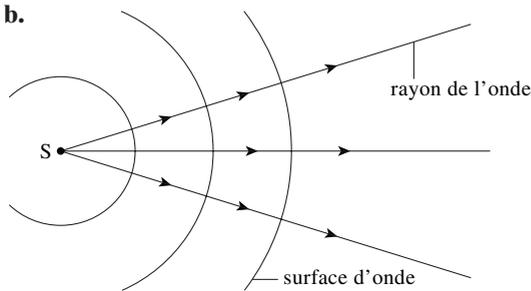
L'ouverture est trop large pour produire une tache d'Airy.

- c.** $\lambda = \frac{c}{\nu} = 400 \text{ nm}$

Pour cette longueur d'onde, la couleur de la partie éclairée est violette.

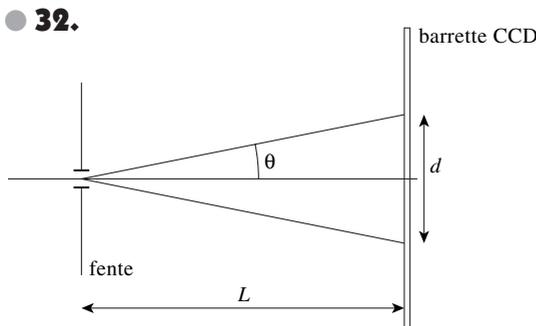
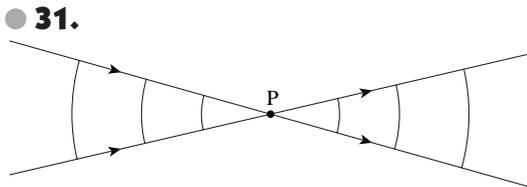
- **27.** On observe une image de diffraction colorée, avec des anneaux sombres. Les couleurs de l'image observée sont dues au caractère polychromatique de la lumière émise par une lampe à incandescence.

● **28. a.** L'énergie est conservée pendant la propagation mais la surface d'onde sphérique croît proportionnellement au carré de la distance à la source. L'amplitude décroît alors, sa valeur étant inversement proportionnelle à la distance r à la source. $A = \frac{k}{r}$ (k étant un coefficient de proportionnalité).



Avant la lentille, l'onde est sphérique. Après la lentille, l'onde peut être considérée comme plane.

b. Pour obtenir une onde plane monochromatique, il faut une source ponctuelle monochromatique et diaphragmer la lumière émise, à très grande distance de la source, ou placer la source au foyer objet d'une lentille convergente.



On sait que le phénomène de diffraction produit une tache centrale, lumineuse telle que :

$$\theta \approx \frac{\lambda}{a}$$

θ étant petit, la largeur d de cette tache est telle que :

$$\tan \theta \approx \theta = \frac{d}{2L}$$

D'où :
$$d = 2\lambda \frac{L}{a}$$

On mesure $d = 7\,500 \mu\text{m} = 7,5 \text{ mm}$.

a. Si $a = 0,3 \text{ mm}$ et $L = 2,00 \text{ m}$, alors :

$$\lambda = \frac{da}{2L} = 563 \text{ nm}$$

b. Si $\lambda = 521 \text{ nm}$ et $L = 1,50 \text{ m}$ alors :

$$a = 2\lambda \frac{L}{d} = 0,208 \text{ mm}$$

c. Si $\lambda = 633 \text{ nm}$ et $a = 250 \mu\text{m}$ alors :

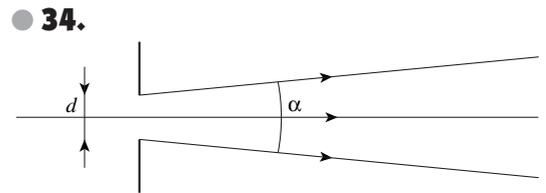
$$L = \frac{ad}{2\lambda} = 1,48 \text{ m}$$

● **33. a.** $\nu = \frac{c}{\lambda} = 5,76 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

b. Pour $\lambda = 521 \text{ nm}$, la couleur de l'écran est verte. La figure de diffraction est formée d'une tache centrale très éclairée bordée de taches de moins en moins éclairées disposées symétriquement par rapport à la tache centrale.

c. Le diamètre apparent est :

$$2\theta \approx 2\lambda \frac{D}{a} = 2,1 \text{ cm}$$

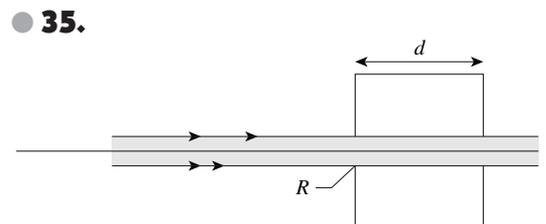


$$\alpha = 2,5' = \frac{\pi}{180 \times 60} \times 2,5 \text{ rad} = 0,727 \text{ mrad}$$

$$d = 1,5 \text{ mm}$$

Si le faisceau émergent est un faisceau diffracté,

alors $\alpha = 2\theta = \frac{2\lambda}{d}$. On obtient $\lambda = \frac{\alpha d}{2} = 545 \text{ nm}$



a. La source étant très éloignée du trou, le faisceau lumineux qui pénètre dans la boîte peut être considéré comme parallèle. Le rayon r_1 de la tache lumineuse est égal au rayon du trou :

$$r_1 = R$$

b. L'ouverture angulaire du faisceau diffracté par le trou est alors :

$$2\theta = \frac{2\lambda}{2R} = \frac{\lambda}{R}$$

Le rayon r_2 de la tache centrale de diffraction est :

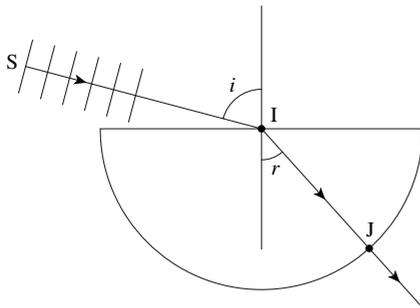
$$r_2 \approx \frac{\lambda d}{2R}$$

c. Le rayon de la tache sera minimal si $r_1 = r_2$ soit :

$$R = \sqrt{\frac{\lambda d}{2}} = 0,23 \text{ mm}$$

d. On peut considérer que cette tache est l'image de S si on assimile cette tache à un point lumineux.

● 36.



a. Il y a réfraction en I mais transmission sans réfraction en J où l'incidence est normale.

$$\sin i = n \sin r$$

D'où : $\sin r = \frac{1}{n} \sin i = 0,650$ soit $r = 40,6^\circ$

b. On calcule les valeurs de r pour les 2 longueurs d'onde extrêmes données :

- $\lambda_1 = 434 \text{ nm}$ d'où $\sin r_1 = 0,656$ soit $r_1 = 41^\circ$
 - $\lambda_2 = 768 \text{ nm}$ d'où $\sin r_2 = 0,644$ soit $r_2 = 40,1^\circ$
- À la sortie du plexiglas, l'étalement angulaire de la lumière est égal à environ $0,9^\circ$. L'onde lumineuse, polychromatique a été légèrement dispersée.

● 37. a. $n = A + \frac{B}{\lambda^2}$

n, A sont sans dimension

B s'exprime en m^2 comme λ^2 .

b. On obtient 2 équations à 2 inconnues :

$$1,652 = A + \frac{B}{(434)^2}$$

$$1,618 = A + \frac{B}{(768)^2}$$

D'où : $A = 1,602$ et $B = 9,409 \cdot 10^3 \text{ nm}^2$

c. Pour $\lambda = 489 \text{ nm}$, on obtient $n = 1,641$

■ Aller plus loin

● 38. $f' = \frac{k}{n-1}$

a. La distance focale f' , pour une valeur n de l'indice, peut s'exprimer en fonction de f'_j et de n_j :

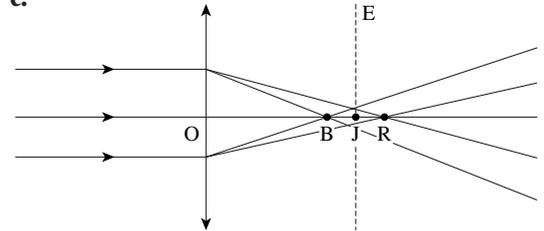
$$f' = f'_j \frac{n_j - 1}{n - 1}$$

Pour $\lambda = 486 \text{ nm}$, on a : $f' = 24,1 \text{ cm}$

Pour $\lambda = 656 \text{ nm}$, on a : $f' = 25,4 \text{ cm}$

b. Si on admet que la lumière rouge est monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 656 \text{ nm}$, alors le faisceau émerge de la lentille converge en F' , à la distance $f' = 25,4 \text{ cm}$ de la lentille.

c.



On observe une tache colorée. Son centre est jaune et les bords sont magenta (superposition de bleu et de rouge) avec un pourtour extérieur bleu.

ENTRAÎNEMENT AU BAC

● 39. A. Le laser à CO_2 émet à $10,6 \mu\text{m}$ donc dans l'infrarouge.

Les lasers à excimères émettent entre 200 nm et 300 nm donc dans le proche ultraviolet.

B. 1. a. Le phénomène observé est la diffraction de la lumière.

b. Calculons la valeur de $d' = 2\lambda \frac{L}{a'}$:

$$d' = 2 \times 632,8 \cdot 10^{-9} \times \frac{1,6}{4 \cdot 10^{-5}} = 5,06 \text{ cm}$$

d étant inversement proportionnelle à a , on aura :

$$\frac{d''}{d'} = \frac{a'}{a''} \text{ soit } d'' = d' \frac{a'}{a''} = 5,06 \times \frac{0,04}{0,1} = 2,02 \text{ cm}$$

Les résultats sont en accord avec la relation donnée.

2. Le diamètre du cheveu est :

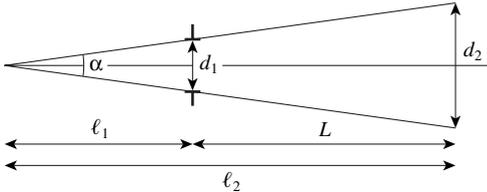
$$a = 2\lambda \frac{L}{d} = 2 \times 632,8 \cdot 10^{-9} \times \frac{1,6}{2,6 \cdot 10^{-2}} = 78 \text{ } \mu\text{m}$$

Soit : $a = 78 \text{ } \mu\text{m}$

● **40. 1. a.** $\lambda = \frac{c}{\nu} = 670 \text{ nm}$

Pour cette longueur d'onde, la couleur observée sur un écran blanc est rouge.

b.



$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{d_1}{2\ell_1} = \frac{d_2}{2\ell_2}$$

On obtient : $\ell_2 - \ell_1 = L = \frac{d_2 - d_1}{2 \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$

Soit : $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{d_2 - d_1}{2L}$

On obtient $\alpha = 1,7 \text{ mrad}$ (α est petit et $\tan \alpha \approx \alpha$).

2. **a.** L'onde subit le phénomène de diffraction en traversant l'ouverture.

b. Si a est le diamètre de l'ouverture, alors la largeur angulaire du faisceau diffracté est :

$$\alpha = \frac{2\lambda}{a} \quad \text{soit} \quad a = \frac{2\lambda}{\alpha}$$

On obtient : $a = 0,8 \text{ mm}$

c. $a = 0,8 \text{ mm}$ et $d_1 = 2 \text{ mm}$

La divergence du faisceau ne peut pas être attribuée seulement à la diffraction par le diaphragme circulaire de diamètre d_1 du pointeur.

3. **a.** Si d est le diamètre de la tache lumineuse formée sur un écran situé à la distance L , on a, α étant petit :

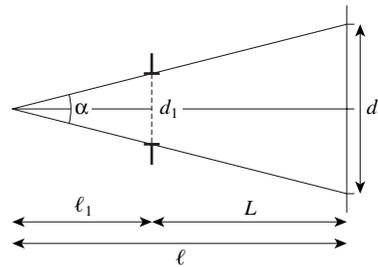
$$d \approx \ell \alpha \quad \text{et} \quad d_1 \approx \ell_1 \alpha$$

Donc : $d \approx d_1 + L\alpha$

Or $\ell = \ell_1 + L$, l'aire S de la surface d'onde est égale à l'aire de la tache :

$$S = \frac{\pi}{4} (d_1 + L\alpha)^2$$

b. $\mathcal{E} = \frac{\mathcal{P}}{S} = \frac{4\mathcal{P}}{\pi(d_1 + L\alpha)^2}$



c. On cherche L telle que $\mathcal{E} \leq \mathcal{E}_{\max}$

$$\frac{4\mathcal{P}}{\pi(d_1 + L\alpha)^2} \leq \mathcal{E}_{\max}$$

$$L \geq \frac{1}{\alpha} \left[\sqrt{\frac{4\mathcal{P}}{\pi \mathcal{E}_{\max}}} - d_1 \right]$$

On obtient : $L \geq 6,2 \text{ m}$

PARTIE A. PROPAGATION D'UNE ONDE ONDES PROGRESSIVES

PROBLÈMES DE BAC

● **1.** Pour que x soit une célérité, il doit s'exprimer en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

a. $1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$ donc x est en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

b. $g \cdot L$ est en $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ donc x est en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

c. P est en $\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$ or $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ donc x est en $\text{kg}^{1/2} \cdot \text{m}^{3/2} \cdot \text{s}^{-1}$.

d. K est en $\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$ donc x est en m .

e. F est en $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ donc x est en $\text{m}^{1/2} \cdot \text{s}^{-1}$.

f. FL est en $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ donc x est en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

g. K est en $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ donc x est en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

h. $g\lambda$ est en $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ donc x est en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

2. a. Faux. **b.** Faux. **c.** Faux.

• Faux. • Faux. • Vrai.

• Faux. • Faux. • Faux.

• Vrai. • Faux. • Faux.

d. $\frac{a_1}{a_2} = \frac{4}{3}$ et $\frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{600}{450} = \frac{4}{3}$

$(\lambda_1 = \frac{c}{v_1} = 600 \text{ nm})$. C'est vrai.

● **2. a.** Faux.

b. Faux.

c. Faux.

d. Faux.

e. $v = \frac{L}{\Delta t} = \frac{12,0}{2,5} = 4,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 17,3 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$

Vrai.

f. Faux.

g. $\tau = \frac{d}{v} = \frac{7,2}{4,8} = 1,5 \text{ s}$

Vrai.

h. $\ell = v\Delta t = 4,8 \times 5 = 24 \text{ m}$

Faux.

i. Faux.

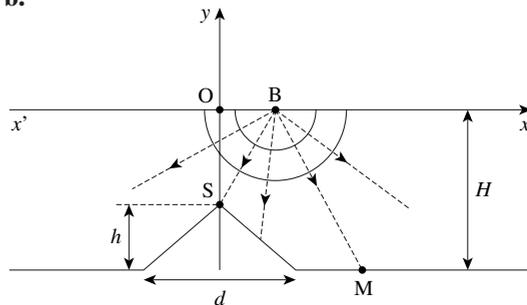
j. $v = \sqrt{g(h+h')}$ donc $h = \frac{v^2}{g} - h' = 2,1 \text{ m}$

Vrai.

● **3. a.** Un milieu isotrope a mêmes propriétés dans toutes les directions.

En particulier, la célérité des ondes ne dépend pas de la direction de propagation.

b.



c. La réflexion a lieu par le sommet S tant que BS est plus courte que toute autre distance BM.

Quand $BS > H$, la réflexion aura lieu en un point situé sur le fond horizontal.

Or : $BS^2 = x^2 + (H-h)^2$

$x^2 + (H-h)^2 > H^2$ soit $x^2 > h(2H-h) = x_\ell^2$

Donc : $x_\ell = \sqrt{h(2H-h)}$

D'après le tableau de mesures, on obtient :

$x_\ell = 87 \text{ m}$

d. Pour $x < x_\ell$, la profondeur apparente du fond est :

$y = BS$

Donc : $y = -vt$

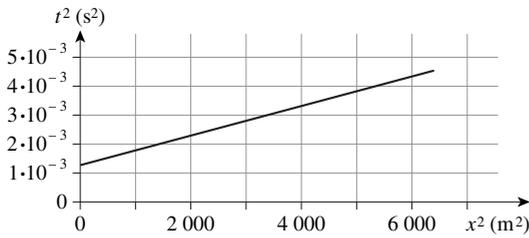
$y^2 = x^2 + (H-h)^2 = v^2 t^2$

$v^2 t^2 - x^2 = (H-h)^2$

$t^2 = \frac{x^2}{v^2} + \frac{(H-h)^2}{v^2}$

e.

| | | | |
|-------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| x (m) | 0 | 10 | 20 |
| t (ms) | 35,7 | 36,4 | 38,5 |
| x^2 (m ²) | 0 | 100 | 400 |
| t^2 (s ²) | $1,27 \cdot 10^{-3}$ | $1,32 \cdot 10^{-3}$ | $1,48 \cdot 10^{-3}$ |
| x (m) | 30 | 40 | 50 |
| t (ms) | 41,6 | 45,7 | 50,5 |
| x^2 (m ²) | 900 | 1 600 | 2 500 |
| t^2 (s ²) | $1,73 \cdot 10^{-3}$ | $2,09 \cdot 10^{-3}$ | $2,55 \cdot 10^{-3}$ |
| x (m) | 60 | 70 | 80 |
| t (ms) | 55,8 | 61,4 | 67,4 |
| x^2 (m ²) | 3 600 | 4 900 | 6 400 |
| t^2 (s ²) | $3,11 \cdot 10^{-3}$ | $3,77 \cdot 10^{-3}$ | $4,54 \cdot 10^{-3}$ |



L'équation de la droite est :

$$t^2 \approx 5 \cdot 10^{-7} x^2 + 1,3 \cdot 10^{-3}$$

On tire : $\frac{1}{v^2} = 5 \cdot 10^{-7}$ soit $v \approx 1\,410 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$$\frac{(H-h)^2}{v^2} = 1,3 \cdot 10^{-3}$$

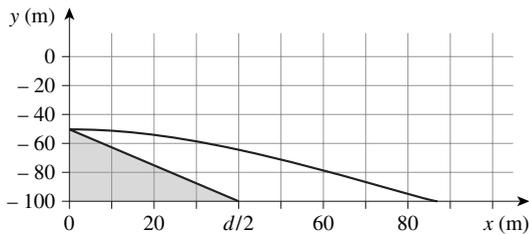
$(H-h)^2 = 2\,800$ donc $H-h = 51 \text{ m}$

Or : $\sqrt{h(2H-h)} = x_\ell = 87 \text{ m}$

On obtient : $H = 101 \text{ m}$ et $h = 50 \text{ m}$

f. $y = -vt$

| | | | | | |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $x \text{ (m)}$ | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 |
| $t \text{ (ms)}$ | 35,7 | 36,4 | 38,5 | 41,6 | 45,7 |
| $y \text{ (m)}$ | -50,3 | -51,3 | -54,3 | -58,7 | -64,4 |
| $x \text{ (m)}$ | 50 | 60 | 70 | 80 | 87 |
| $t \text{ (ms)}$ | 50,5 | 55,8 | 61,4 | 67,4 | 71,4 |
| $y \text{ (m)}$ | -71,2 | -78,7 | -86,6 | -95,0 | -100 |



Cette méthode de sondage ne permet pas de « voir » le profil réel du relief.

Celui-ci apparaît élargi.

● 4. 1. a. Distance parcourue : 15 000 km

Durée : 22 heures

$$v = \frac{15 \cdot 10^6}{22 \times 3\,600} = 189 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 682 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

b. Longueur d'onde : $\lambda = 200 \text{ km}$

La propagation a donc lieu en eau peu profonde car

$$h < \frac{\lambda}{10} = 20 \text{ km}.$$

$$\text{Alors : } v = \sqrt{gh} \text{ et } h = \frac{v^2}{g} = 3\,650 \text{ m}$$

$$\text{c. } v = \frac{v}{\lambda} = 9,45 \cdot 10^{-4} \text{ Hz}$$

$$T = \frac{1}{v} = 1\,060 \text{ s}$$

d. À l'approche de la côte, la profondeur décroît : la célérité décroît.

e. L'énergie mécanique transportée par le tsunami existe sous forme :

- d'énergie potentielle qui dépend de la hauteur de la vague,

- d'énergie cinétique : chaque goutte d'eau de la vague est en mouvement vertical.

La masse totale d'eau en mouvement décroît quand la profondeur diminue. L'énergie cinétique décroît et l'énergie potentielle croît.

2. a. La longueur d'onde est la distance entre 2 creux :

$$\lambda = 9 \text{ m}$$

La profondeur moyenne du golfe est supérieure à la longueur d'onde λ et, dans ces conditions, la propagation a lieu en eau profonde.

Alors :

$$v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} = 3,75 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\nu = \frac{v}{\lambda} = 0,416 \text{ Hz}$$

$$T = \frac{1}{\nu} = 2,40 \text{ s}$$

$$\text{b. } \frac{AB}{\lambda} = \frac{13,5}{9} = 1,5 \text{ et } AB = 3 \frac{\lambda}{2}$$

Les points A et B distants d'un nombre entier, impair de demi-longueurs d'onde ont, à chaque instant, des mouvements opposés.

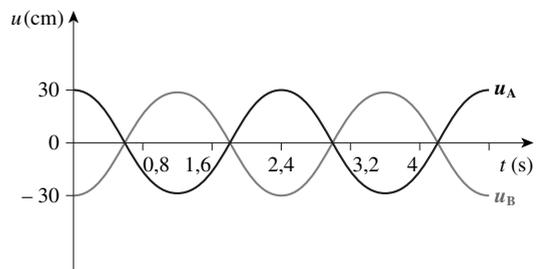
Soit u_A l'élongation du point A.

On peut écrire :

$$u_A = 0,30 \cos\left(2\pi \frac{t}{T}\right) = 0,30 \cos\left(\frac{2\pi}{2,4} t\right)$$

$$\text{Alors } u_B = 0,30 \cos\left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{AB}{\lambda}\right)\right]$$

$$= 0,30 \cos\left[2\pi \left(\frac{t}{2,4} - 1,5\right)\right]$$



c. La largeur du chenal est $\ell = 10 \text{ m}$.

Alors : $\frac{\lambda}{\ell} = 0,9$

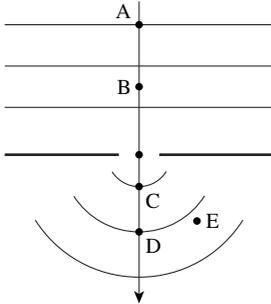
Le phénomène de diffraction est important et des ondes circulaires, d'amplitude non uniforme, centrées sur l'ouverture du chenal se propagent.

Le point E sera certainement atteint par l'onde diffractée.

d. L'onde diffractée est circulaire.

Sur la direction de propagation CD, l'amplitude ne reste pas uniforme mais décroît quand l'onde s'éloigne du chenal.

e.

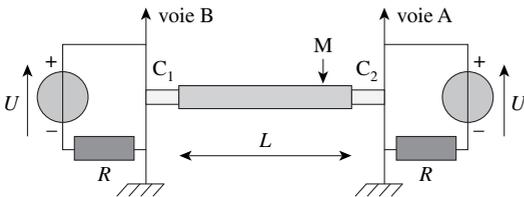


● 5. a. Quand les capteurs sont au repos, ils sont fermés et la tension à leurs bornes est nulle.

La tension aux bornes des conducteurs ohmiques est alors égale à $U = 15 \text{ V}$.

b. Le point M est plus proche de C_2 que de C_1 . C_2 s'ouvre avant C_1 .

La voie A est reliée au capteur C_2 , la liaison avec la masse étant située entre C_2 et R .



c. Les sensibilités des deux voies sont identiques : $5 \text{ V} \cdot \text{div}^{-1}$

d. On lit : $\Delta t = 4,8 \text{ div}$

e. $\Delta t = \frac{MC_1}{v} - \frac{MC_2}{v} = \frac{(L-d) - d}{v} = \frac{L-2d}{v}$

f. L'ordre de grandeur de Δt est :

$$\frac{2 - 0,1}{2 \cdot 10^3} = 0,95 \text{ ms}$$

Pour cette valeur, la base de temps correspondante serait :

$$\frac{0,95}{4,8} = 0,20 \text{ ms} \cdot \text{div}^{-1}$$

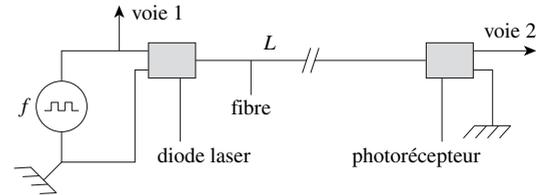
La valeur choisie la plus proche est donc $200 \mu\text{s} \cdot \text{div}^{-1}$.

g. Alors $\Delta t = 960 \mu\text{s}$

et $v = \frac{L-2d}{\Delta t} = \frac{1,9}{960 \cdot 10^{-6}} = 1\,979 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Soit, avec 3 chiffres significatifs : $1,98 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.

● 6. a.



Sur l'oscillogramme, on lit : $T = 5 \text{ div}$

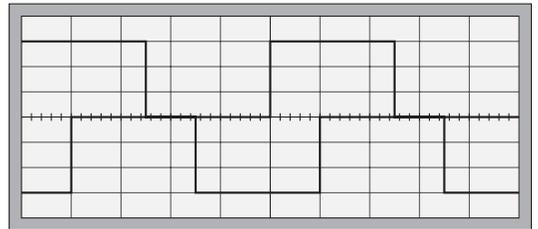
Or : $T = \frac{1}{f} = 1 \mu\text{s}$

La vitesse de balayage est donc de $200 \text{ ns} \cdot \text{div}^{-1}$.

b. Le retard Δt représente la durée Δt_1 du parcours de l'onde lumineuse dans la fibre à laquelle s'ajoute un retard Δt_2 apportée par l'oscilloscope, la diode laser et le photorécepteur :

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2$$

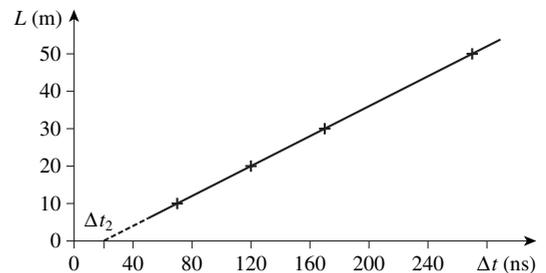
On obtient, par exemple, l'oscillogramme suivant :



c. $\Delta t_1 = \frac{L}{v}$ si v est la célérité de la lumière dans la fibre.

$$\Delta t = \frac{L}{v} + \Delta t_2 \quad \text{soit} \quad L = v(\Delta t - \Delta t_2)$$

En portant sur un repère les points de coordonnées $(L, \Delta t)$ on obtiendra une droite de coefficient directeur v .



Cette droite coupe l'axe des abscisses pour $\Delta t = \Delta t_2$.

On obtient : $v = 2,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $\Delta t_2 = 20 \text{ ns}$

L'indice n du milieu de propagation, pour cette valeur de la longueur d'onde est donc :

$$n = \frac{c}{v} = 1,50$$

d. Pour la fréquence $\nu = 5,45 \cdot 10^{14}$ Hz, la célérité de la lumière est :

$$v = \frac{L}{\Delta t_1} = \frac{L}{\Delta t - \Delta t_2}$$

On obtient : $v = 1,98 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

La valeur de la longueur d'onde dans le vide est :

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = 550 \text{ nm}$$

On observe que la célérité de la lumière dans la fibre dépend de la fréquence de l'onde : ce milieu est dispersif.

e. Pour $\lambda = 550 \text{ nm}$, la couleur diffusée par l'écran est verte.

La tache lumineuse est une tache de diffraction de

diamètre : $\phi = 2\lambda \frac{\ell}{d} = 2,2 \text{ mm}$

CHAPITRE 4. RADIOACTIVITÉ

ASPECTS PÉDAGOGIQUES ET SCIENTIFIQUES

1. Découverte de la radioactivité

La radioactivité est la désintégration spontanée de certains noyaux atomiques instables, accompagnée de rayonnements corpusculaires et éventuellement électromagnétiques.

La découverte de la radioactivité est l'un des pivots de l'histoire des sciences.

En donnant accès à la structure microscopique de la matière et aux forces qui s'y manifestent, elle a donné un nouveau sens aux phénomènes physiques macroscopiques.

Elle est à l'origine des grandes théories du xx^e siècle : la relativité, la mécanique quantique et la physique des particules.

2. Les interactions fondamentales

Avant la découverte de la radioactivité, deux interactions fondamentales étaient connues : l'interaction gravitationnelle et l'interaction électromagnétique.

La découverte de la radioactivité et les études concernant le noyau atomique ont conduit les physiciens à introduire deux nouvelles interactions fondamentales : l'interaction forte et l'interaction faible.

Dans l'étude de la radioactivité, trois des quatre interactions fondamentales interviennent :

- l'interaction forte est responsable de l'attraction entre nucléons dans le noyau,
- l'interaction électromagnétique est responsable de la répulsion entre protons dans le noyau,
- l'interaction faible est responsable des réactions concernant notamment la radioactivité β (par exemple, la transformation d'un neutron en un proton, un électron et un antineutrino),
- l'interaction gravitationnelle est négligeable à l'échelle nucléaire.

3. L'interaction forte

Les caractéristiques de l'interaction forte ont été déterminées au milieu des années 30 :

L'interaction nucléaire entre deux protons, deux neutrons, ou un proton et un neutron étant la même, le proton et le neutron peuvent être considérés comme les deux états possibles (caractérisés par un nombre quantique appelé isospin) d'une même particule, le nucléon.

La propriété essentielle de l'interaction forte est d'être très intense, comparée aux autres interactions, mais de décroître très rapidement quand la distance entre les nucléons augmente : elle est fortement répulsive en dessous de 0,6 fm puis fortement attractive jusqu'à 2 fm et décroît ensuite très rapidement pour être négligeable au-delà de 3 fm.

Cette interaction est de courte portée : chaque nucléon ne peut interagir qu'avec ses plus proches voisins, il n'interagit pas avec les nucléons situés au-delà de la portée de l'interaction.

4. La stabilité des noyaux

Trois effets s'opposent à la cohésion des noyaux :

- l'interaction électromagnétique répulsive étant de longue portée, chaque proton la subit de la part de tous les autres protons du noyau.
- les nucléons étant localisés dans un espace restreint, ils acquièrent une grande énergie cinétique (c'est une conséquence du principe d'incertitude de Heisenberg).
- deux protons ou deux neutrons ne peuvent occuper le même niveau d'énergie : plus il y a de nucléons de même type, plus ils sont obligés d'occuper des niveaux dont l'énergie est élevée (c'est une conséquence du principe d'exclusion de Pauli).

Ces deux derniers effets, de nature quantique, augmentent l'agitation des nucléons dans le noyau.

Les noyaux pour lesquels les effets de l'interaction forte l'emportent sur ceux décrits ci-dessus sont stables.

5. Noyaux trop lourds : radioactivité α et effet tunnel

La théorie actuelle de la radioactivité α utilise la mécanique quantique : la probabilité d'émission α est égale à la probabilité de transition du système {noyau père} au système {noyau fils + particule α } par effet tunnel.

6. Noyaux trop riches en neutrons : radioactivité β^- et hypothèse du neutrino

L'énergie disponible lors d'une désintégration β^- étant égale à la différence entre l'énergie de masse du noyau père et celle du noyau fils, l'énergie des électrons émis devrait prendre une valeur bien définie. Or ce n'est pas le cas : à première vue, le principe de conservation de l'énergie est mis en défaut.

W. Pauli suggéra que l'émission de la particule β^- (électron) pouvait s'accompagner de celle d'une autre particule, dépourvue de charge électrique, à laquelle il donna le nom de neutrino.

En 1933, E. Fermi émit l'hypothèse, vérifiée par la suite, selon laquelle l'émission β^- était due à la transformation, dans le noyau atomique, d'un neutron en un proton, un électron et un neutrino.

Le principe de conservation de l'énergie était sauvé. (Il est désormais convenu d'appeler antineutrino le neutrino associé à la radioactivité β^-). Notons qu'un neutron isolé est instable (demi vie : 10,4 min) car sa masse est supérieure à la somme des masses de l'électron, du proton et de l'antineutrino.

En revanche, pour un neutron appartenant à un noyau, il faut considérer l'énergie de l'ensemble du noyau pour savoir si cette transformation peut avoir lieu.

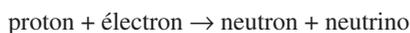
7. Noyaux trop riches en protons : capture électronique et radioactivité β^+

Pour un noyau trop riche en protons, la désintégration s'effectue par transformation de l'un de ses protons en neutron, c'est-à-dire l'inverse de la radioactivité β^- .

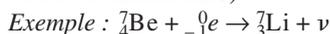
Cependant, la transformation strictement inverse (capture simultanée par un proton appartenant au noyau d'un électron et d'un antineutrino) a une probabilité quasi nulle.

En mécanique quantique, la capture d'une particule étant équivalente à l'émission de son antiparticule, deux possibilités s'offrent au noyau :

- la capture électronique :



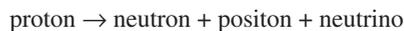
(l'émission d'un neutrino est équivalente à la capture d'un antineutrino).



Le noyau capture un électron périphérique appartenant généralement à la couche K.

Ainsi, un élément chimique de numéro atomique Z se transforme en un élément de numéro atomique $Z - 1$ avec émission d'un neutrino.

- la radioactivité β^+ :



(l'émission d'un positon est équivalente à la capture d'un électron).

C'est l'interaction faible qui est responsable de ces transformations.

8. D'autres types de radioactivité

8. 1. La fission spontanée

C'est un mode possible de désintégration de noyaux lourds. Elle s'effectue spontanément sans apport d'énergie ce qui la différencie de la fission induite par neutrons utilisée dans les réacteurs nucléaires.

8. 2. La double désintégration β

Ce type de radioactivité, avec émission simultanée de deux électrons et de deux antineutrinos, a été découvert en 1990.

9. Énergie de liaison des électrons dans un atome

Il est à noter que dans le calcul de la masse d'un noyau à partir de la masse d'un atome :

$$\text{masse du noyau}$$

$$= \text{masse atomique} - \text{masse des électrons},$$

on néglige le défaut de masse correspondant à l'énergie de liaison des électrons.

ACTIVITÉS DE DÉCOUVERTE

1. Découverte de la radioactivité naturelle (p. 86)



Correction

a. Une substance phosphorescente émet de la lumière pendant quelque temps après avoir été éclairée.

b. Les constituants des atomes concernés par une réaction chimique sont les électrons.

Une transformation radioactive concerne les noyaux, ce n'est donc pas une réaction chimique.

c. Une transmutation est la transformation d'un élément chimique en un autre élément chimique, elle n'est donc pas permise par une réaction chimique.

Une transmutation est permise par une transformation radioactive.

d. Une transformation spontanée est une transformation qui n'a pas besoin d'être amorcée.

e. Les rayons β ont une vitesse voisine de $300\,000 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Les rayons α sont moins pénétrants que les rayons β car leur vitesse est très inférieure à celle des rayons β .

f. L'exploration de l'atome nécessite des particules utilisées comme projectiles.

Les rayons α ont joué ce rôle.

2. Loi de décroissance radioactive (p. 87)



Correction

a. Le compteur possède une fenêtre d'entrée, il ne capte qu'une faible partie du rayonnement émis par l'échantillon.

$$\mathbf{b.} \frac{n_{\text{mes}}(t)}{n(t)} = \frac{A}{4\pi R^2} = 5,17 \cdot 10^{-4}$$

c. et d. Voir le tableau ci-dessous.

e. Pour la courbe donnant n en fonction du temps,

$\int_0^t n(t)$ représente l'aire sous la courbe comprise entre $t = 0$ et t .

f. et g. Voir le tableau ci-dessous.

i. La courbe est une droite, passant par l'origine, de coefficient directeur :

$$a = -1,00 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

On a :

$$N'(t) = aN(t)$$

j. La fonction possédant une dérivée proportionnelle à la fonction elle-même est la fonction exponentielle.

$$\mathbf{k.} N(t) = N_0 e^{at}$$

avec $a = -1,00 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$

| t (h) | n_{mes} (s^{-1}) | t (s) | $n(t)$ (s^{-1}) | $N'(t)$ | $\int_0^t n(t) dt$ | $N(t)$ |
|---------|--------------------------------------|-------------------|----------------------------|--------------------|----------------------|----------------------|
| 0 | $2,35 \cdot 10^3$ | 0 | $4,55 \cdot 10^6$ | $-4,55 \cdot 10^6$ | 0 | $4,55 \cdot 10^{12}$ |
| 12 | $2,25 \cdot 10^3$ | $4,32 \cdot 10^4$ | $4,35 \cdot 10^6$ | $-4,35 \cdot 10^6$ | $1,92 \cdot 10^{11}$ | $4,36 \cdot 10^{12}$ |
| 24 | $2,16 \cdot 10^3$ | $8,64 \cdot 10^4$ | $4,18 \cdot 10^6$ | $-4,18 \cdot 10^6$ | $3,76 \cdot 10^{11}$ | $4,17 \cdot 10^{12}$ |
| 36 | $2,06 \cdot 10^3$ | $1,30 \cdot 10^5$ | $3,98 \cdot 10^6$ | $-3,98 \cdot 10^6$ | $5,53 \cdot 10^{11}$ | $4,00 \cdot 10^{12}$ |
| 48 | $1,98 \cdot 10^3$ | $1,73 \cdot 10^5$ | $3,83 \cdot 10^6$ | $-3,83 \cdot 10^6$ | $7,22 \cdot 10^{11}$ | $3,83 \cdot 10^{12}$ |
| 60 | $1,89 \cdot 10^3$ | $2,16 \cdot 10^5$ | $3,66 \cdot 10^6$ | $-3,66 \cdot 10^6$ | $8,83 \cdot 10^{11}$ | $3,67 \cdot 10^{12}$ |
| 72 | $1,81 \cdot 10^3$ | $2,59 \cdot 10^5$ | $3,50 \cdot 10^6$ | $-3,50 \cdot 10^6$ | $1,04 \cdot 10^{12}$ | $3,51 \cdot 10^{12}$ |
| 84 | $1,74 \cdot 10^3$ | $3,02 \cdot 10^5$ | $3,37 \cdot 10^6$ | $-3,37 \cdot 10^6$ | $1,19 \cdot 10^{12}$ | $3,36 \cdot 10^{12}$ |
| 96 | $1,66 \cdot 10^3$ | $3,46 \cdot 10^5$ | $3,21 \cdot 10^6$ | $-3,21 \cdot 10^6$ | $1,33 \cdot 10^{12}$ | $3,22 \cdot 10^{12}$ |
| 108 | $1,59 \cdot 10^3$ | $3,89 \cdot 10^5$ | $3,08 \cdot 10^6$ | $-3,08 \cdot 10^6$ | $1,46 \cdot 10^{12}$ | $3,09 \cdot 10^{12}$ |
| 120 | $1,53 \cdot 10^3$ | $4,32 \cdot 10^5$ | $2,96 \cdot 10^6$ | $-2,96 \cdot 10^6$ | $1,59 \cdot 10^{12}$ | $2,96 \cdot 10^{12}$ |
| 132 | $1,46 \cdot 10^3$ | $4,75 \cdot 10^5$ | $2,82 \cdot 10^6$ | $-2,82 \cdot 10^6$ | $1,72 \cdot 10^{12}$ | $2,83 \cdot 10^{12}$ |
| 144 | $1,40 \cdot 10^3$ | $5,18 \cdot 10^5$ | $2,71 \cdot 10^6$ | $-2,71 \cdot 10^6$ | $1,84 \cdot 10^{12}$ | $2,71 \cdot 10^{12}$ |
| 156 | $1,34 \cdot 10^3$ | $5,62 \cdot 10^5$ | $2,59 \cdot 10^6$ | $-2,59 \cdot 10^6$ | $1,95 \cdot 10^{12}$ | $2,60 \cdot 10^{12}$ |
| 168 | $1,28 \cdot 10^3$ | $6,05 \cdot 10^5$ | $2,48 \cdot 10^6$ | $-2,48 \cdot 10^6$ | $2,06 \cdot 10^{12}$ | $2,49 \cdot 10^{12}$ |
| 180 | $1,23 \cdot 10^3$ | $6,48 \cdot 10^5$ | $2,38 \cdot 10^6$ | $-2,38 \cdot 10^6$ | $2,17 \cdot 10^{12}$ | $2,38 \cdot 10^{12}$ |
| 192 | $1,18 \cdot 10^3$ | $6,91 \cdot 10^5$ | $2,28 \cdot 10^6$ | $-2,28 \cdot 10^6$ | $2,27 \cdot 10^{12}$ | $2,28 \cdot 10^{12}$ |
| 204 | $1,13 \cdot 10^3$ | $7,34 \cdot 10^5$ | $2,19 \cdot 10^6$ | $-2,19 \cdot 10^6$ | $2,36 \cdot 10^{12}$ | $2,19 \cdot 10^{12}$ |
| 216 | $1,08 \cdot 10^3$ | $7,78 \cdot 10^5$ | $2,09 \cdot 10^6$ | $-2,09 \cdot 10^6$ | $2,46 \cdot 10^{12}$ | $2,09 \cdot 10^{12}$ |
| 228 | $1,03 \cdot 10^3$ | $8,21 \cdot 10^5$ | $1,99 \cdot 10^6$ | $-1,99 \cdot 10^6$ | $2,55 \cdot 10^{12}$ | $2,00 \cdot 10^{12}$ |
| 240 | $9,90 \cdot 10^2$ | $8,64 \cdot 10^5$ | $1,91 \cdot 10^6$ | $-1,91 \cdot 10^6$ | $2,63 \cdot 10^{12}$ | $1,92 \cdot 10^{12}$ |

3. La radioactivité : horloge de l'Univers (p. 96)



Correction

1. a. Notons N_0 , le nombre de noyaux de rubidium 87 présents dans la roche lors de sa formation. Le nombre de noyaux restants aujourd'hui est :

$$N_{\text{Rb}87}(t) = N_0 e^{-\lambda t} \text{ avec } t = 4,5 \cdot 10^9 \text{ ans}$$

$$\text{et } \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

Le nombre de noyaux de strontium 87 formés à $t = 4,5 \cdot 10^9$ ans est : $N_{\text{Sr}87}(t) = N_0(1 - e^{-\lambda t})$

$$\text{On a : } \frac{N_{\text{Sr}87}(t)}{N_{\text{Rb}87}(t)} = \frac{1 - e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} = 0,066$$

b. Notons N_0 , le nombre de noyaux de potassium 40 présents lors de la solidification de la lave. Le nombre de noyaux restants aujourd'hui est :

$$N_{\text{K}40}(t) = N_0 e^{-\lambda t} \text{ avec } \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

Le nombre de noyaux d'argon 40 formés est :

$$N_{\text{Ar}40}(t) = 0,11 N_0 (1 - e^{-\lambda t})$$

$$\frac{N_{\text{Ar}40}(t)}{N_{\text{K}40}(t)} = \frac{0,11(1 - e^{-\lambda t})}{e^{-\lambda t}} = 0,037, \text{ on obtient donc :}$$

$$t = 5,4 \cdot 10^8 \text{ ans (environ 540 millions d'années).}$$

2. À l'équilibre, les activités de l'uranium 234 et du thorium 230 sont égales donc :

$$\lambda_1 N_{\text{U}234} = \lambda_2 N_{\text{Th}230} \text{ d'où } \frac{N_{\text{U}234}(t)}{N_{\text{Th}230}(t)} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 3,3$$

3. Notons N_0 , le nombre de noyaux de carbone 14 et N'_0 le nombre de noyaux de carbone 12 présents

$$\text{à la mort de l'organisme : } \frac{N_0}{N'_0} = 1,3 \cdot 10^{-12}$$

$$\text{Aujourd'hui : } \frac{N_{\text{C}14}}{N_{\text{C}12}} = \frac{N_0}{N'_0} e^{-\lambda t} = 1,0 \cdot 10^{-14}$$

$$\text{D'où : } e^{-\lambda t} = \frac{1,0 \cdot 10^{-14}}{1,3 \cdot 10^{-12}}$$

L'âge limite d'utilisation de cette méthode est donc $4,0 \cdot 10^4$ ans (environ 40 000 ans).

4. La radioactivité dans notre environnement (p. 97)



Correction

1. a. Les spationauts et les équipages des avions subissent particulièrement la radioactivité due aux noyaux radioactifs générés de façon continue par action du rayonnement cosmique sur la haute atmosphère.

$$\text{b. } A = \lambda N \text{ avec } \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

$$\text{On obtient ainsi : } N = 1,9 \cdot 10^9$$

2. a. Compte tenu des valeurs des demi-vies, seul le césium 137 est à prendre en compte.

L'activité suit une loi de décroissance du type :

$$A = A_0 e^{-\lambda t}$$

Elle aura diminué d'un facteur 1 000 lorsque :

$$e^{-\lambda t} = \frac{1}{1\,000}$$

On obtient : $t = 3,0 \cdot 10^2$ ans (environ 300 ans).

b. La proportion de l'iode 131 injectée encore présente au bout de huit semaines est :

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} = 7,8 \cdot 10^{-3} \text{ (soit 0,78 \%)}$$

3. L'activité du potassium 40 dans un homme de 70 kg est de $4,5 \cdot 10^3$ Bq.

$$A = \lambda N \text{ avec } \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

$$\text{On obtient ainsi : } N_{\text{K}40} = 2,7 \cdot 10^{20}$$

$$\text{D'où : } N_{\text{K}} = 2,7 \cdot 10^{24}$$

$$\text{et } m_{\text{K}} = 1,8 \cdot 10^2 \text{ g (environ 180 g).}$$

5. Le radon (p. 98)



Correction

a. Une désintégration de type α entraîne une diminution de 4 unités pour A.

Les noyaux concernés sont donc le polonium 218 et le polonium 214.

Ces noyaux sont dangereux par inhalation car ils forment des constituants solides qui se déposent dans les poumons.

$$\text{b. } A = \lambda N \text{ avec } \lambda = 2,10 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1} \text{ et } N \approx 10^4$$

$$\text{Donc : } A \approx 2 \cdot 10^{-2} \text{ Bq}$$

c. L'activité globale est de $2,4 \cdot 10^{12}$ Bq.

d. L'alimentation de l'atmosphère en radon se fait au niveau du sol et les noyaux de radon se désintègrent. Donc la teneur en radon diminue lorsque l'altitude augmente.

e. $N = \frac{A}{\lambda} = 1,79 \cdot 10^9$ noyaux de radon

Soit : $n = 2,97 \cdot 10^{-15}$ mol

f. Cette mesure ne permet pas de déterminer la teneur totale en radon dans le sol : une partie du radon est dissoute dans l'eau.

g. Le radon est soluble dans l'eau donc la teneur en radon dans les gaz d'un sol est plus faible en période humide qu'en période sèche.

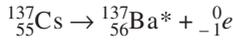
6. Du microscopique au macroscopique (p. 99)



Correction

1. a. Cas où le noyau de baryum est dans son état fondamental : ${}^{137}_{55}\text{Cs} \rightarrow {}^{137}_{56}\text{Ba} + {}^0_{-1}e$

Cas où le noyau de baryum est dans un état excité :



puis ${}^{137}_{56}\text{Ba}^* \rightarrow {}^{137}_{56}\text{Ba} + \gamma$

b. Il s'agit d'une désintégration de type β et d'une émission γ .

c. La désintégration d'un noyau étant un phénomène aléatoire, on ne peut pas prévoir la durée de vie d'un noyau de césium 137 donné.

d. Un noyau de césium 137 donné a une chance sur deux de se désintégrer pendant une durée égale à une demi-vie.

2. a. $A_2 = A_1 e^{-\lambda t}$ avec $t = 1$ h et $\lambda = 2,6 \cdot 10^{-6} \text{ h}^{-1}$

On a : $\frac{A_1}{A_2} = 1,000\,002\,6$!

L'activité de l'échantillon n'évolue pas de façon sensible en une heure.

b. Ces résultats montrent le caractère aléatoire des désintégrations radioactives.

c. Le détecteur possède une fenêtre d'entrée de faible surface, il ne capte donc qu'une faible partie du rayonnement émis par la source.

d. Valeur moyenne : 3,28, variance : 2,92, écart type : 1,79.

e. La probabilité pour que la valeur de n appartienne à l'intervalle $[1,49 ; 5,07]$ est de 72,5 %.

Appliquer ses connaissances

7. a. $R = R_0 A^{1/3}$

Le rayon du noyau de plomb 206 est : $R = 7,1$ fm

b. $\rho = \frac{m}{V}$ avec $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

La masse volumique de ce noyau est :

$$\rho = 2,3 \cdot 10^{17} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

c. $\rho' = \frac{Z_{\text{Pb}} e}{V}$

La charge par unité de volume dans ce noyau est :

$$\rho' = 8,8 \cdot 10^{24} \text{ C} \cdot \text{m}^{-3}$$

d. $A' = \left(\frac{R'}{R_0}\right)^3 = \left(\frac{R}{2R_0}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 A \approx 26$

10. $A = \lambda N = \frac{\lambda m}{m_{\text{C14}}}$ d'où :

$$m = \frac{m_{\text{C14}} A}{\lambda} = \frac{t_{1/2} m_{\text{C14}} A}{\ln 2} \text{ avec } t_{1/2} = 1,8 \cdot 10^{11} \text{ s}$$

La masse de carbone 14 dans cet échantillon est :

$$m = 3,0 \cdot 10^{-14} \text{ kg}$$

11. a. La demi-vie du polonium 210 est :

$$t_{1/2} = 138 \text{ jours}$$

b. $A = A_0 e^{-\lambda t} = \frac{A_0}{1\,000}$ donne :

$$t = \frac{\ln 1\,000}{\lambda} = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \ln 1\,000 = 9,97 t_{1/2}$$

L'activité d'un échantillon de polonium 210 est divisée par 1 000 au bout de $t = 1,38 \cdot 10^3$ jours.

12. $N = N_0 e^{-\lambda t}$ donc $m = m_0 e^{-\lambda t}$

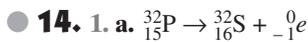
On obtient : $t = \frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{m_0}{m}\right) = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \ln\left(\frac{m_0}{m}\right)$

La durée au bout de laquelle la masse de cobalt 60 n'est plus que $m = 10$ mg est $t = 25$ ans.

13. $A = A_0 e^{-\lambda t}$

Donc : $\lambda = \frac{1}{t} \ln\left(\frac{A_0}{A}\right)$ et $t_{1/2} = \frac{t \ln 2}{\ln\left(\frac{A_0}{A}\right)}$

La demi-vie des noyaux radioactifs est : $t_{1/2} = 37$ h



b. $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = 4,85 \cdot 10^{-2} \text{ j}^{-1}$

2. a. $A(t) = \lambda N(t)$

b. $A_0 = \lambda \frac{m_0}{m_{\text{P32}}}$ donne $m_0 = \frac{A_0 m_{\text{P32}}}{\lambda}$

avec $\lambda = 5,61 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1}$.

Un échantillon de phosphore 32 pur ayant une activité de $1,20 \cdot 10^{16} \text{ Bq}$ a une masse $m_0 = 1,14 \text{ g}$.

c. On a : $m = m_0 e^{-\lambda t}$. La masse de phosphore 32 au bout de 40,0 jours est $m = 0,164 \text{ g}$.

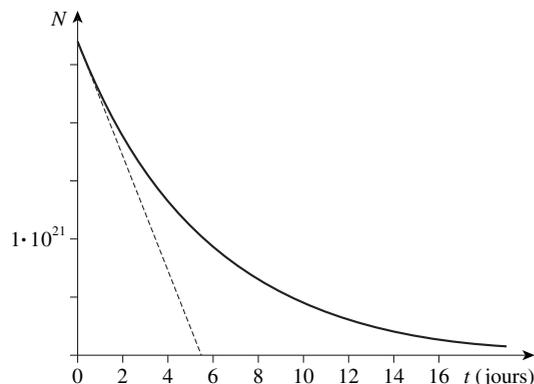
● **15. a.** $N_0 = \frac{m}{m_{\text{Rn222}}}$

Le nombre de noyaux dans la masse $m = 1,0 \text{ g}$ de radon 222 pur est $2,7 \cdot 10^{21}$.

b. $N = N_0 e^{-\lambda t}$

| | | | | |
|-------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| t (jours) | 0 | 1,9 | 3,8 | 5,7 |
| N | $2,7 \cdot 10^{21}$ | $1,9 \cdot 10^{21}$ | $1,4 \cdot 10^{21}$ | $9,5 \cdot 10^{20}$ |
| t (jours) | 7,6 | 11,4 | 15,2 | 19,0 |
| N | $6,8 \cdot 10^{20}$ | $3,4 \cdot 10^{20}$ | $1,7 \cdot 10^{20}$ | $8,4 \cdot 10^{19}$ |

c.



d. La constante de temps du radon 222 s'obtient en traçant la tangente à la courbe à l'origine : τ est l'abscisse du point d'intersection de cette tangente avec l'axe des temps.

On vérifie que :

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = 5,5 \text{ jours}$$

● **16. a.** Au moment de la mesure :

$$A_0 = A_0(\text{I131}) + A_0(\text{Cs134}) + A_0(\text{Cs137}) = 770 \text{ kBq}$$

b. Pour I131 : $\lambda_1 = 8,7 \cdot 10^{-2} \text{ j}^{-1}$

Pour Cs134 : $\lambda_2 = 9,0 \cdot 10^{-4} \text{ j}^{-1}$

Pour Cs137 : $\lambda_3 = 6,3 \cdot 10^{-5} \text{ j}^{-1}$

30 jours plus tard :

$$A = A_0(\text{I131})e^{-\lambda_1 t} + A_0(\text{Cs134})e^{-\lambda_2 t} + A_0(\text{Cs137})e^{-\lambda_3 t} = 597 \text{ kBq}$$

c. Pour Cs134 :

$$\lambda_2 = 9,0 \cdot 10^{-4} \text{ j}^{-1} = 3,3 \cdot 10^{-1} \text{ a}^{-1}$$

Pour Cs137 : $\lambda_3 = 6,3 \cdot 10^{-5} \text{ j}^{-1} = 2,3 \cdot 10^{-2} \text{ a}^{-1}$

15 ans plus tard :

$$A = A_0(\text{Cs134})e^{-\lambda_2 t} + A_0(\text{Cs137})e^{-\lambda_3 t} = 393 \text{ kBq}$$

● **18.** Il y a $4,5 \cdot 10^9$ ans : $r_0 = \frac{N_0(\text{U238})}{N_0(\text{U235})}$

Aujourd'hui :

$$r = \frac{N(\text{U238})}{N(\text{U235})} = \frac{N_0(\text{U238})e^{-\lambda_2 t}}{N_0(\text{U235})e^{-\lambda_1 t}} = r_0 e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t}$$

Donc : $r_0 = r e^{-(\lambda_1 - \lambda_2)t}$ avec $\lambda_1 = 9,9 \cdot 10^{-10} \text{ a}^{-1}$, $\lambda_2 = 1,5 \cdot 10^{-10} \text{ a}^{-1}$ et $t = 4,5 \cdot 10^9$ ans.

Lors de la formation de la croûte terrestre, le rapport uranium 238 / uranium 235 valait $r = 3,1$.

● **19.** Activité du vin nouveau : A_0 .

Pour le vin :

$$A = A_0 e^{-\lambda t} = \frac{A_0}{10} \text{ donc } t = \frac{\ln 10}{\lambda} = t_{1/2} \frac{\ln 10}{\ln 2}$$

L'âge du vin est environ $t = 40$ ans.



b. N_0 : nombre de noyaux de rubidium 87 présents dans les roches au moment de leur formation.

Aujourd'hui :

$$N_{\text{Rb}} = N_0 e^{-\lambda t} \text{ et } N_{\text{Sr}} = N_0 (1 - e^{-\lambda t})$$

Donc : $\frac{N_{\text{Sr}}}{N_{\text{Rb}}} = \frac{1 - e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} = 0,018$

avec $\lambda = 1,4 \cdot 10^{-11} \text{ a}^{-1}$.

L'âge des fossiles est $t = 1,3 \cdot 10^9$ ans.

● **21. a.** Le nombre d'atomes de carbone 12 dans

le fragment d'os est : $N = \frac{m}{m_{\text{C12}}} = 4,0 \cdot 10^{24}$

b. $A = \lambda N'$ avec $\lambda = 1,8 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1}$

Le nombre d'atomes de carbone 14 est aujourd'hui :

$$N' = \frac{A}{\lambda} = 4,2 \cdot 10^{10}$$

c. Le rapport isotopique carbone 14 / carbone 12

vaut donc : $\frac{N'}{N} = 1,05 \cdot 10^{-14}$

Or : $\frac{N'}{N} = 1,3 \cdot 10^{-12} \cdot e^{-\lambda t}$

L'âge de ce fragment d'os est $t = 3,9 \cdot 10^4$ ans.

Aller plus loin

● **23. a.** E_{p_1} est positive car cette interaction est répulsive : il faut fournir de l'énergie au système pour rapprocher deux protons.

E_{p_2} est négative car cette interaction est attractive : il faut fournir de l'énergie au système pour séparer deux nucléons.

b. $E_{p_1} + E_{p_2} = 0$ donne :

$$r_0 = d \ln \left(\frac{Kd}{kq^2} \right) = 3,9d = 5,4 \text{ fm}$$

c. $E_{p_1} = 10 |E_{p_2}|$ donne :

$$r_1 = d \ln \left(\frac{10Kd}{kq^2} \right) = 6,2d = 8,7 \text{ fm}$$

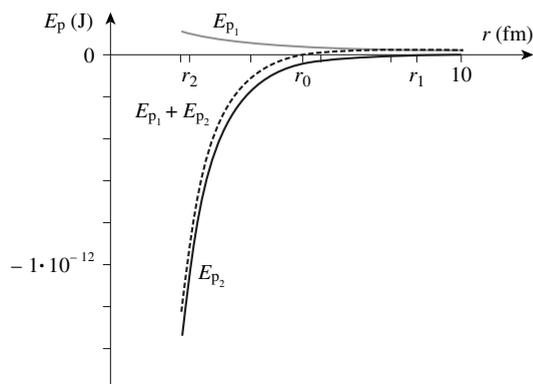
Pour $r > r_1$, l'interaction forte peut être considérée comme négligeable par rapport à l'interaction électromagnétique.

d. $|E_{p_2}| = 10E_{p_1}$ donne :

$$r_2 = d \ln \left(\frac{Kd}{10kq^2} \right) = 1,6d = 2,2 \text{ fm}$$

Pour $r < r_2$, l'interaction électromagnétique peut être considérée comme négligeable par rapport à l'interaction forte.

e.



ENTRAÎNEMENT AU BAC

● **24. 1. a.** Les isotopes d'un élément chimique possèdent le même nombre de protons dans leurs noyaux mais des nombres de neutrons différents.

b. ${}^{85}_{37}\text{Rb}$: 37 protons et 48 neutrons,

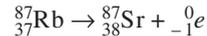
${}^{87}_{37}\text{Rb}$: 37 protons et 50 neutrons.

c. $xm_{\text{Rb}85} + (1-x)m_{\text{Rb}87} = m_{\text{Rb}}$

On obtient : $x = 0,72$

Le rubidium naturel contient 72 % de rubidium 85 et 28 % de rubidium 87.

2. En utilisant les lois de conservation de la charge électrique et du nombre de nucléons, on obtient :



3. La forme différentielle de la loi de décroissance radioactive est :

$$\frac{dN(t)}{dt} + \lambda N(t) = 0$$

$$4. N(t + t_{1/2}) = \frac{N(t)}{2}$$

Donc : $N_0 e^{-\lambda(t+t_{1/2})} = \frac{N_0 e^{-\lambda t}}{2}$ d'où $e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2}$

La relation liant la demi-vie et la constante radioactive s'écrit :

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

5. $A = \lambda N = \lambda \frac{m}{m_{\text{Rb}87}}$ avec $\lambda = 4,5 \cdot 10^{-19} \text{ s}^{-1}$

Une masse $m = 1,0 \text{ g}$ rubidium 87 a une activité $A = 3,1 \cdot 10^3 \text{ Bq}$.

● **25.** Activité d'un échantillon du terrain non enseveli : $A_0 = 0,255 \text{ Bq}$.

Pour un échantillon :

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \text{ avec } \lambda = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ a}^{-1}$$

On obtient :

- $7,5 \cdot 10^2$ ans pour l'échantillon 1,
- $1,4 \cdot 10^3$ ans pour l'échantillon 2,
- $1,1 \cdot 10^3$ ans pour l'échantillon 3.

● **26. 1.** ${}^{227}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{223}_{88}\text{Ra} + {}^4_2\text{He}$

Le noyau fils contient 88 protons et 135 neutrons.

$$2. N_0 = \frac{m_0}{m_{\text{Th}227}}$$

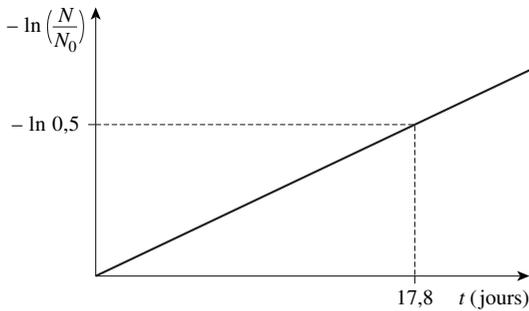
Un échantillon de masse $m_0 = 1,0 \mu\text{g}$ de thorium 227 contient $N_0 = 2,7 \cdot 10^{15}$ atomes.

3. a. La demi-vie du thorium 227 est le temps au bout duquel une population de noyaux de thorium 227 est divisée par 2 par désintégrations radioactives.

Cette demi-vie est comprise entre 15,0 et 20,0 jours.

b.

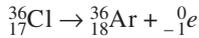
| t (jours) | $-\ln \left(\frac{N}{N_0} \right)$ |
|-------------|-------------------------------------|
| 0 | 0 |
| 4,0 | 0,15 |
| 6,0 | 0,24 |
| 10,0 | 0,39 |
| 15,0 | 0,58 |
| 20,0 | 0,78 |



c. Graphiquement on obtient $t_{1/2} = 17,8$ j.
La constante radioactive du thorium 227 est :

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = 3,89 \cdot 10^{-2} \text{ j}^{-1}$$

● **27. 1.** En utilisant les lois de conservation de la charge électrique et du nombre de nucléons, on obtient :



Il s'agit d'une désintégration β^- .

$$2. \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} \text{ d'où } t = \frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{N_0}{N} \right) = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \ln \left(\frac{N_0}{N} \right)$$

$$\text{avec } \frac{N}{N_0} = 0,39$$

L'âge de la nappe phréatique est :

$$t = 4,1 \cdot 10^4 \text{ a}$$

3. L'âge obtenu correspond à 63 demi-vies du silicium 32, on obtiendrait :

$$\frac{N}{N_0} = \frac{1}{2^{63}} \approx 0$$

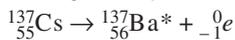
4. a. Un becquerel correspond à une désintégration par seconde.

$$\text{b. } A = \lambda N \text{ d'où } N = \frac{A}{\lambda} \text{ avec } \lambda = 7,3 \cdot 10^{-13} \text{ s}^{-1}$$

Le nombre de noyaux de chlore 36 présents dans cet échantillon est :

$$N = 5,5 \cdot 10^{15}$$

● **28. 1. a.** Désintégration β^- du césium :



Désexcitation du baryum : ${}_{56}^{137}\text{Ba}^* \rightarrow {}_{56}^{137}\text{Ba} + \gamma$

Lors de la désexcitation le rayonnement émis est un rayonnement gamma.

Cette désexcitation ne modifie ni le numéro atomique ni le nombre de masse du baryum.

$$\text{b. } A = A_0 e^{-\lambda t} \text{ avec } \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

L'activité de la source 5 ans après sa préparation est :

$$A = 2,7 \cdot 10^4 \text{ Bq}$$

c. Pour $t = 1 \text{ h}$: $\lambda t \approx 0$ donc $e^{-\lambda t} \approx 1$

L'activité n'est pas modifiée de façon appréciable durant la séance de TP.

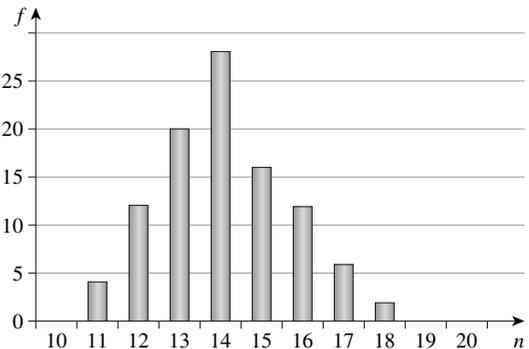
d. Après une demi-vie, l'activité est divisée par 2.

L'activité de la source 30 ans après sa préparation est :

$$A = 1,5 \cdot 10^4 \text{ Bq}$$

2. a. Un compteur Geiger-Müller a une fenêtre d'entrée dont l'aire est petite, il ne détecte donc qu'une faible partie de l'activité de la source.

b.



c. Ce diagramme met en évidence le caractère aléatoire du phénomène de radioactivité.

d. Valeur moyenne : $\bar{n} = 14,1$

Écart type : $\sigma = 1,59$

● **29. 1.** ${}_{37}^{87}\text{Rb} \rightarrow {}_{38}^{87}\text{Sr} + {}_{-1}^0\text{e}$

2. a. Le strontium 86 est stable : $n_{\text{Sr}86} = (n_{\text{Sr}86})_0$

$$\text{b. } n_{\text{Sr}87} = (n_{\text{Sr}87})_0 + (n_{\text{Rb}87})_0 (1 - e^{-\lambda t})$$

$$\text{c. } n_{\text{Rb}87} = (n_{\text{Rb}87})_0 e^{-\lambda t}$$

$$\text{Donc : } n_{\text{Sr}87} = (n_{\text{Sr}87})_0 + n_{\text{Rb}87} (e^{\lambda t} - 1)$$

$$\text{d. } \frac{n_{\text{Sr}87}}{n_{\text{Sr}86}} = \frac{(n_{\text{Sr}87})_0}{(n_{\text{Sr}86})_0} + \frac{n_{\text{Rb}87}}{n_{\text{Sr}86}} (e^{\lambda t} - 1)$$

$$\text{e. } \frac{(n_{\text{Sr}87})_0}{(n_{\text{Sr}86})_0} = 0,710 \text{ et } \lambda = 1,43 \cdot 10^{-11} \text{ a}^{-1}$$

On obtient :

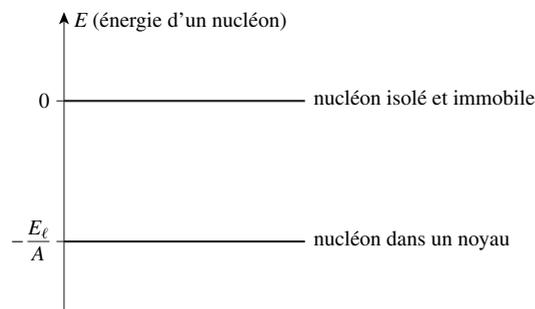
$$t = 3,03 \cdot 10^9 \text{ a}$$

CHAPITRE 5. ÉNERGIE NUCLÉAIRE

ASPECTS PÉDAGOGIQUES ET SCIENTIFIQUES

1. Courbe d'Aston

La courbe d'Aston représente les variations de $-\frac{E_\ell}{A}$ en fonction de A et non pas celles de $\frac{E_\ell}{A}$ en fonction de A . Sur le diagramme énergétique suivant, attribuons une énergie nulle à un nucléon isolé et immobile et une énergie égale à $-\frac{E_\ell}{A}$ à un nucléon dans un noyau :



Avec ce choix, les niveaux d'énergie les plus bas correspondent au maximum de stabilité ce qui est habituel en physique.

L'énergie de liaison apparaît bien comme l'énergie que doit recevoir un noyau pour être dissocié en nucléons isolés et immobiles.

2. Stabilité d'un noyau et radioactivité

Plus l'énergie de liaison par nucléon d'un noyau est faible, moins ce noyau est stable, ceci ne signifie pas pour autant qu'il est radioactif.

Exemple : l'énergie de liaison par nucléon de l'uranium 238 vaut 7,57 MeV/nucléon et celle du bore 10 vaut 6,48 MeV/nucléon. Un noyau d'uranium 238 est donc plus stable qu'un noyau de bore 10 car ses nucléons sont plus liés au noyau. Pourtant le bore 10 n'est pas radioactif alors que l'uranium 238 est radioactif α .

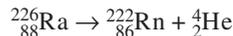
En effet :

- les réactions de désintégration radioactives envisageables pour le bore 10 ne se produisent pas spontanément car la masse d'un noyau de bore $^{10}_5\text{B}$ est inférieure :
 - à la somme des masses d'un noyau de lithium ^6_3Li et d'une particule α (désintégration α),
 - à la somme des masses d'un noyau de béryllium $^{10}_4\text{Be}$ et d'un positon (désintégration β^+),
 - à la somme des masses d'un noyau de carbone $^{10}_6\text{C}$ et d'un électron (désintégration β^-).
- la réaction de désintégration radioactive α de l'uranium 238 se produit spontanément car la masse d'un noyau d'uranium $^{238}_{92}\text{U}$ est supérieure à la somme des masses d'un noyau de thorium $^{234}_{90}\text{Th}$ et d'une particule α .

3. Bilan d'énergie

Le calcul de l'énergie libérée par une réaction nucléaire peut toujours être effectué à partir de la donnée des masses.

Exemple 1 : désintégration radioactive de type α



La perte de masse lors de la réaction s'écrit :

$$\Delta m = m_{\text{Ra}226} - m_{\text{He}4} - m_{\text{Rn}222}$$

La perte d'énergie de masse lors de la réaction s'écrit :

$$\Delta E = \Delta m c^2$$

L'énergie libérée par la désintégration radioactive s'écrit :

$$E = \Delta m c^2$$

Pour le radium 226 :

$$E_{\ell_1} = (88m_p + 138m_n)c^2 - m_{\text{Ra}226}c^2$$

Pour le radon 222 :

$$E_{\ell_2} = (86m_p + 136m_n)c^2 - m_{\text{Rn}222}c^2$$

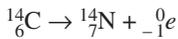
Pour l'hélium 4 : $E_{\ell_3} = (2m_p + 2m_n)c^2 - m_{\text{He}4}c^2$

On a : $E_{\ell_2} + E_{\ell_3} - E_{\ell_1} = \Delta m c^2$

L'énergie libérée par la désintégration radioactive s'écrit donc aussi : $E = E_{\ell_2} + E_{\ell_3} - E_{\ell_1}$

Dans le cas d'une désintégration radioactive de type α , d'une réaction de fission ou d'une réaction de fusion, le calcul de l'énergie libérée peut aussi être effectué à partir de la donnée des énergies de liaison.

Exemple 2 : désintégration radioactive de type β



La perte de masse lors de la réaction s'écrit :

$$\Delta m = m_{\text{C}14} - m_{\text{N}14} - m_e$$

La perte d'énergie de masse lors de la réaction s'écrit :

$$\Delta E = \Delta mc^2$$

L'énergie libérée par la désintégration radioactive s'écrit :

$$E = \Delta mc^2$$

Pour le carbone 14 :

$$E_{\ell_1} = (6m_p + 8m_n)c^2 - m_{\text{C}14}c^2$$

Pour l'azote 14 : $E_{\ell_2} = (7m_p + 7m_n)c^2 - m_{\text{N}14}c^2$

On a :

$$E_{\ell_2} - E_{\ell_1} \neq \Delta mc^2$$

Dans le cas d'une désintégration β , le calcul de l'énergie libérée ne peut pas être effectué à partir de la donnée des énergies de liaison.

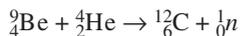
ACTIVITÉS DE DÉCOUVERTE

1. De la découverte du neutron à celle de la fission (p. 108)

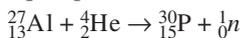


Correction

a. Le composé formé est le carbone ${}^{12}_6\text{C}$:



b. L'isotope du phosphore formé est ${}^{30}_{15}\text{P}$:



L'isotope du silicium formé est ${}^{30}_{14}\text{Si}$:



c. Les particules α et les protons sont chargés positivement donc subissent une répulsion de la part des noyaux. Ce n'est pas le cas des neutrons.

d. Énergie libérée par la combustion d'un atome de carbone :

$$\frac{393 \cdot 10^3}{1,6 \cdot 10^{-13} N_A} = 4,1 \cdot 10^{-6} \text{ MeV}$$

Énergie libérée par la fission d'un noyau d'uranium 235 : 200 MeV. Cette énergie est environ 50 millions de fois plus grande que celle libérée par la combustion d'un atome de carbone.

e. En moyenne, deux ou trois neutrons sont libérés lors de la fission d'un noyau d'uranium 235.

Ces neutrons vont entraîner la fission de deux ou trois noyaux d'uranium 235 et ainsi de suite.

Une telle réaction est une réaction en chaîne.

2. L'énergie nucléaire (p. 109)



Correction

a. Pour qu'une réaction nucléaire dégage de l'énergie il faut que la masse du système diminue.

b. Fusion : ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0n$

$$\Delta m = m_n + m_{\text{He}4} - m_{\text{H}2} - m_{\text{H}3} = -0,0189 \text{ u}$$

Il y a diminution de la masse du système.

c. Fission : ${}^1_0n + {}^{235}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{94}_{38}\text{Sr} + {}^{140}_{54}\text{Xe} + 2{}^1_0n$

$$\Delta m = m_n + m_{\text{Xe}140} - m_{\text{Sr}94} - m_{\text{U}235} = -0,1983 \text{ u}$$

Il y a diminution de la masse du système.

d. Masse moyenne d'un nucléon dans un noyau d'hydrogène 2 :

$$m_1 = \frac{m_{\text{H}2}}{2} = 1,0068 \text{ u}$$

Masse moyenne d'un nucléon dans un noyau d'hydrogène 3 :

$$m_2 = \frac{m_{\text{H}3}}{3} = 1,0052 \text{ u}$$

Masse moyenne d'un nucléon dans un noyau d'hélium 4 :

$$m_3 = \frac{m_{\text{He}4}}{4} = 1,0004 \text{ u}$$

Masse moyenne d'un nucléon dans un noyau de strontium 94 :

$$m_4 = \frac{m_{\text{Sr}94}}{94} = 0,9989 \text{ u}$$

Masse moyenne d'un nucléon dans un noyau de xénon 140 :

$$m_5 = \frac{m_{\text{Xe}140}}{140} = 0,9992 \text{ u}$$

Masse moyenne d'un nucléon dans un noyau d'uranium 235 :

$$m_6 = \frac{m_{\text{U}235}}{235} = 1,0000 \text{ u}$$

e. La masse moyenne d'un nucléon dans un noyau est moins grande que celle d'un neutron ou d'un proton libre.

f. Pour les noyaux légers, la masse moyenne d'un nucléon diminue lorsque A augmente ($m_1 > m_2 > m_3$).

g. Pour les noyaux lourds, la masse moyenne d'un nucléon diminue lorsque A diminue ($m_6 > m_5 > m_4$).

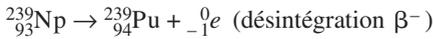
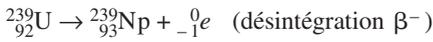
ACTIVITÉS D'EXPLOITATION

3. Les réacteurs nucléaires : combustibles et déchets (p. 116)



Correction

1. ${}^{238}_{92}\text{U} + {}^1_0n \rightarrow {}^{239}_{92}\text{U}$



2. a. On peut « récupérer » 965 noyaux sur 1 000 soit un pourcentage de 97 % environ.

b. À quantité de matière donnée, l'activité d'un type de noyau est inversement proportionnelle à la demi-vie. L'américium 241 a donc la plus grande activité.

4. Réactions de fission et de fusion naturelles (p. 117)



Correction

1. a. Dans l'uranium naturel : $\frac{N_{\text{U}235}}{N_{\text{U}238}} = 7,3 \cdot 10^{-3}$

b. Si on note N_0 et N'_0 les nombres de noyaux respectifs d'uranium 238 et d'uranium 235 il y a deux milliards d'années, on a aujourd'hui :

$$N_{\text{U}238} = N_0 e^{-\lambda t} \quad \text{et} \quad N_{\text{U}235} = N'_0 e^{-\lambda' t}$$

avec $t = 2 \cdot 10^9$ ans.

$$\frac{N_{\text{U}235}}{N_{\text{U}238}} = \frac{N'_0 e^{-\lambda' t}}{N_0 e^{-\lambda t}} = 7,3 \cdot 10^{-3}$$

Donc : $\frac{N'_0}{N_0} = 7,3 \cdot 10^{-3} e^{-(\lambda - \lambda')t} = 3,8 \cdot 10^{-2}$

c. Ce résultat est comparable à celui de l'uranium enrichi utilisé dans les réacteurs nucléaires.

2. a. $\Delta m = 4m_{\text{H}1} - 2m_{\text{positon}} - m_{\text{He}4} = 0,026 \text{ 51 u}$
 $= 4,40 \cdot 10^{-29} \text{ kg}$

L'énergie fournie par la réaction (4) a pour valeur :

$$\Delta mc^2 = 3,96 \cdot 10^{-12} \text{ J} = 24,8 \text{ MeV}$$

b. La puissance rayonnée est : $P = 3,86 \cdot 10^{26} \text{ W}$
 Donc l'énergie rayonnée par seconde est :
 $E = 3,86 \cdot 10^{26} \text{ J}$. Cette énergie correspond à une

perte de masse : $\Delta m' = \frac{E}{c^2} = 4,29 \cdot 10^9 \text{ kg}$

c. Pour une masse d'hydrogène $4m_{\text{H}1}$, la perte de masse est Δm .

Δm représente 0,66 % de $4m_{\text{H}1}$.

La perte de masse $\Delta m'$ représente donc 0,66 % de la masse totale d'hydrogène subissant la fusion chaque seconde. La masse d'hydrogène subissant la fusion chaque seconde a pour valeur :

$$\frac{\Delta m'}{0,0066} = 6,5 \cdot 10^{11} \text{ kg}$$

d. Depuis sa formation, il y a $4,7 \cdot 10^9$ ans, la perte de masse du Soleil a pour valeur $6,4 \cdot 10^{26} \text{ kg}$.
 Soit une perte relative de masse de 0,032 %.

EXERCICES

Appliquer ses connaissances

● **6. a.** Pour un noyau d'hélium 4 :

$$\frac{E_\ell}{A} = 7,08 \text{ MeV/nucléon}$$

Pour un noyau de carbone 12 :

$$\frac{E_\ell}{A} = 7,68 \text{ MeV/nucléon}$$

b. Le noyau le plus stable des deux est le carbone 12 car son énergie moyenne de liaison par nucléon est supérieure à celle de l'hélium 4.

● **7. a.** Un kilogramme d'eau contient :

$$N = 9,96 \cdot 10^{21} \text{ atomes de deutérium}$$

b. Pour ${}^2_1\text{H}$: $E_{\ell_1} = 2,22 \text{ MeV}$

Pour ${}^3_1\text{H}$: $E_{\ell_2} = 8,49 \text{ MeV}$

Pas d'énergie de liaison pour ${}^1_1\text{H}$.

c. La perte d'énergie de masse lors de la réaction nucléaire est :

$$\Delta E = E_{\ell_2} - 2E_{\ell_1} = 4,05 \text{ MeV}$$

L'énergie susceptible d'être libérée par le deutérium contenu dans un kilogramme d'eau est :

$$E = \frac{N\Delta E}{2} = 2,02 \cdot 10^{22} \text{ MeV} = 3,24 \cdot 10^9 \text{ J}$$

$$= 3,24 \text{ GJ}$$

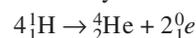
d. Pour obtenir une énergie identique il faut brûler 0,077 t de pétrole.

● **8. a.** En utilisant les lois de conservation de la charge électrique et du nombre de nucléons, on obtient :

$$Z = 6, \quad Z' = 7 \quad \text{et} \quad A' = 15$$

On en déduit que X est le carbone de symbole C et Y est l'azote de symbole N.

b. Le bilan global de ce cycle s'écrit :



c. La perte d'énergie de masse lors de la réaction nucléaire est :

$$\Delta E = \Delta mc^2 = (4m_{\text{H}1} - 2m_{\text{positon}} - m_{\text{He}4})c^2$$

$$= 3,94 \cdot 10^{-12} \text{ J} = 24,6 \text{ MeV}$$

L'énergie libérée par la réaction nucléaire est :

$$E = 24,6 \text{ MeV}$$

● **9. a.** Un kilogramme d'uranium 235 contient :

$$N_1 = 2,56 \cdot 10^{24} \text{ atomes.}$$

L'énergie libérée par la fission d'un kilogramme d'uranium 235 a pour valeur :

$$E_1 = 5,12 \cdot 10^{26} \text{ MeV} = 8,20 \cdot 10^{13} \text{ J}$$

Une mole d'uranium 235 contient :

$$N_2 = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ atomes}$$

L'énergie libérée par la fission d'une mole d'uranium 235 a pour valeur :

$$E_2 = 1,20 \cdot 10^{26} \text{ MeV} = 1,92 \cdot 10^{13} \text{ J}$$

b. L'énergie libérée par la combustion complète d'un kilogramme de carbone a pour valeur $3,28 \cdot 10^7 \text{ J}$.

À masses égales, l'énergie libérée par la fission de l'uranium 235 est 2,5 millions de fois supérieure à celle libérée par la combustion du carbone.

● **11. a.** $\text{C} + \text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2$

b. La combustion d'une mole de carbone libère :

$$E_1 = 393 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

La perte d'énergie de masse lors de la réaction a pour valeur : $\Delta E = 3,93 \cdot 10^5 \text{ J}$

La perte de masse associée à la combustion d'une mole de carbone a pour valeur :

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} = 4,37 \cdot 10^{-12} \text{ kg}$$

c. Il faut brûler $2,75 \cdot 10^6 \text{ kg}$ de carbone pour avoir une perte de masse de 1 g.

d. Cette perte n'est pas décelable expérimentalement car le rapport $\frac{\Delta m}{m}$ est trop faible.

e. On peut donc conclure qu'il y a conservation de la masse lors d'une réaction chimique.

● **14. a.** Chaque seconde, l'énergie libérée par l'échantillon s'écrit :

$$E_1 = P\Delta t = 1,00 \text{ J} = 6,24 \cdot 10^{12} \text{ MeV}$$

Le nombre de désintégrations par seconde est

$$\text{l'activité } A = \frac{E_1}{E} = 1,14 \cdot 10^{12} \text{ Bq.}$$

b. $A = \lambda N = \frac{N \ln 2}{t_{1/2}}$ donc le nombre de noyaux de

plutonium 238 présents est : $N = \frac{A t_{1/2}}{\ln 2} = 4,48 \cdot 10^{21}$

● **15. a.** $\Delta m_1 = m_{\text{neutron}} + m_{\text{U}237} - m_{\text{U}238}$

$$= +1,093 \cdot 10^{-29} \text{ kg} > 0$$

$$\Delta m_2 = m_{\text{proton}} + m_{\text{Pa}237} - m_{\text{U}238}$$

$$= +1,362 \cdot 10^{-29} \text{ kg} > 0$$

$$\Delta m_3 = 2m_{\text{neutron}} + 2m_{\text{proton}} + m_{\text{Th}234} - m_{\text{U}238}$$

$$= +4,310 \cdot 10^{-29} \text{ kg} > 0$$

$$\Delta m_4 = m_{\alpha} + m_{\text{Th}234} - m_{\text{U}238}$$

$$= -0,734 \cdot 10^{-29} \text{ kg} < 0$$

Seule la réaction : $^{238}\text{U} \rightarrow ^{234}\text{Th} + \alpha$ est spontanée.

b. $\Delta m_5 = m_{\text{neutron}} + m_{\text{C}13} - m_{\text{C}14}$

$$= +1,453 \cdot 10^{-29} \text{ kg} > 0$$

$$\Delta m_6 = m_{\text{électron}} + m_{\text{N}14} - m_{\text{C}14}$$

$$= -0,029 \cdot 10^{-29} \text{ kg} < 0$$

Seule la réaction : $^{14}\text{C} \rightarrow ^{14}\text{N} + \text{électron}$ est spontanée.

● **16. 1.** En utilisant les lois de conservation de la charge électrique et du nombre de nucléons, on obtient : $Z = 56$ et $y = 4$.

Il s'agit d'une réaction de fission nucléaire.

2. La perte de masse lors de cette réaction est :

$$\Delta m = m_{\text{U}235} + m_n - m_{\text{Kr}90} - m_{\text{Ba}142} - 4m_n$$

$$= 3,021 \cdot 10^{-28} \text{ kg}$$

La perte d'énergie de masse a pour valeur :

$$\Delta E = \Delta mc^2 = 2,715 \cdot 10^{-11} \text{ J} = 169,5 \text{ MeV}$$

L'énergie libérée par cette réaction est :

$$E = 169,5 \text{ MeV}$$

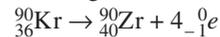
3. Une masse de 235 g d'uranium 235 contient $6,02 \cdot 10^{23}$ atomes. Un kilogramme d'uranium 235 contient donc $N = 2,56 \cdot 10^{24}$ atomes.

L'énergie moyenne libérée par un kilogramme d'uranium 235 est :

$$E = 5,12 \cdot 10^{26} \text{ MeV} = 8,19 \cdot 10^{13} \text{ J}$$

4. a. Il s'agit de 4 désintégrations β^- successives.

Le bilan de ces désintégrations s'écrit :



b. La perte de masse lors de cette réaction est :

$$\Delta m = m_{\text{Kr}90} - m_{\text{Zr}90} - 4m_e = 2,46 \cdot 10^{-29} \text{ kg}$$

La perte d'énergie de masse a pour valeur :

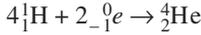
$$\Delta E = \Delta mc^2 = 2,21 \cdot 10^{-12} \text{ J} = 13,8 \text{ MeV}$$

L'énergie libérée est : $E = 13,8 \text{ MeV}$

● **17. 1. a.**

- (1) ${}^1_1\text{H} + {}^1_1\text{H} + {}^0_{-1}e \rightarrow {}^2_1\text{H}$
 (2) ${}^2_1\text{H} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He}$
 (3) ${}^3_2\text{He} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^7_4\text{Be}$
 (4) ${}^7_4\text{Be} + {}^0_{-1}e \rightarrow {}^7_3\text{Li}$
 (5) ${}^7_3\text{Li} + {}^1_1\text{H} \rightarrow 2{}^4_2\text{He}$

b. Le bilan global de cette suite de réaction s'écrit :



2. a. Défaut de masse du noyau d'hélium 4 :

$$\Delta m = 2m_p + 2m_n - m_{\text{He4}} = 5,04 \cdot 10^{-29} \text{ kg}$$

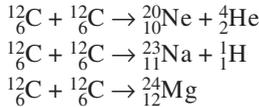
b. Énergie de liaison du noyau d'hélium 4 :

$$E_\ell = \Delta mc^2 = 4,53 \cdot 10^{-12} \text{ J} = 28,3 \text{ MeV}$$

Énergie moyenne de liaison par nucléon :

$$\frac{E_\ell}{A} = 7,08 \text{ MeV/nucléon}$$

● **18. 1. a.** En utilisant les lois de conservation de la charge électrique et du nombre de nucléons, on peut écrire :



b. Dans le premier cas : particule α .

Dans le deuxième cas : proton.

c. Il s'agit de réactions de fusions nucléaires.

2. Le noyau de fer ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ provient de la désintégration β^- d'un noyau de cobalt ${}^A_{27}\text{Co}$.

a. ${}^{56}_{26}\text{Fe} \rightarrow {}^A_{27}\text{Co} + {}^0_{-1}e$. On obtient $A = 56$.

b. L'énergie de masse d'un noyau de fer 56 a pour valeur :

$$E = mc^2 = 8,346 \cdot 10^{-9} \text{ J} = 5,210 \cdot 10^4 \text{ MeV}$$

Le défaut de masse d'un noyau de fer 56 est :

$$\Delta m = 26m_p + 30m_n - m = 8,775 \cdot 10^{-28} \text{ kg}$$

L'énergie de liaison d'un noyau de fer 56 a pour valeur :

$$E_\ell = \Delta mc^2 = 7,887 \cdot 10^{-11} \text{ J} = 492,3 \text{ MeV}$$

c. L'énergie moyenne de liaison par nucléon de ce

noyau est $\frac{E_\ell}{A} = 8,79 \text{ MeV/nucléon}$.

Cette valeur est élevée, le noyau de fer 56 est particulièrement stable.

● **19. 1.** L'énergie de liaison E_ℓ d'un noyau est la différence entre la somme des énergies de masse de ses nucléons pris séparément et son énergie de masse :

$$E_\ell = (Zm_p + (A - Z)m_n)c^2 - mc^2 = \Delta mc^2$$

Cette énergie correspond à l'énergie qu'il faut fournir à un noyau au repos pour le dissocier en nucléons isolés et immobiles.

2. a. $E_\ell = (Zm_p + (A - Z)m_n)c^2 - mc^2$
 $= 1,866 \cdot 10^{-10} \text{ J} = 1 \text{ 165 MeV}$

b. $\frac{E_\ell}{A} = 8,38 \text{ MeV/nucléon}$

3. a. Les réactions susceptibles de fournir de l'énergie sont la fusion de deux noyaux légers et la fission d'un noyau lourd.

b. Pour le noyau de sélénium 80 :

$$E_{\ell_1} = (34m_p + 46m_n)c^2 - m_{\text{Se80}}c^2 = 696,7 \text{ MeV}$$

$$y_1 = -8,71 \text{ MeV/nucléon}$$

Pour le noyau d'uranium 235 :

$$E_{\ell_2} = (92m_p + 143m_n)c^2 - m_{\text{U235}}c^2 = 1 \text{ 784 MeV}$$

$$y_2 = -7,59 \text{ MeV/nucléon}$$

Les coefficients a et b s'obtiennent en résolvant le système :

$$\begin{cases} -8,71 = 80a + b \\ -7,59 = 235a + b \end{cases}$$

On obtient, pour y en MeV/nucléon :

$$a = 7,23 \cdot 10^{-3} \text{ et } b = -9,29$$

c. Pour le lanthane 139, on obtient à partir de l'équation de la droite (D) :

$$y = -8,29 \text{ MeV/nucléon}$$

Cette valeur est compatible avec celle calculée à la question **2. a.** : 8,38 MeV/nucléon (si on se contente d'une précision de 0,1 MeV/nucléon).

4. a. Pour le noyau contenant 95 nucléons :

$$y_3 = 95a + b = -8,60 \text{ MeV/nucléon}$$

Donc : $E_{\ell_3} = 817 \text{ MeV}$

Pour le noyau contenant 139 nucléons :

$$y_4 = 139a + b = -8,29 \text{ MeV/nucléon}$$

Donc : $E_{\ell_4} = 1 \text{ 152 MeV}$

$$E = E_{\ell_3} + E_{\ell_4} - E_{\ell_2} = 185 \text{ MeV}$$

b. Un gramme d'uranium 235 contient :

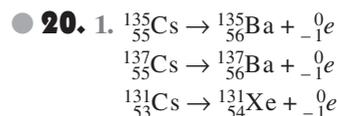
$$\frac{N_A}{M} = 2,56 \cdot 10^{21} \text{ atomes d'uranium}$$

L'énergie libérée par la fission d'un gramme d'uranium 235 est donc :

$$E = 4,74 \cdot 10^{23} \text{ MeV} = 7,59 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

$$1 \text{ MW} \cdot \text{jour} = 24 \times 3 \text{ 600} \times 10^6 = 8,64 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

La fission d'un gramme d'uranium libère une énergie approximativement égale à 1 MW · jour.



2. a. Lorsque la masse d'un type de noyaux radioactifs passe de 1 000 mg à 62,5 mg, elle a été divisée par 16.

La durée nécessaire est de 4 demi-vies.

Les dates recherchées sont donc :

$$t_1 = 9,2 \cdot 10^6 \text{ ans pour le césium 135}$$

$$t_2 = 1,2 \cdot 10^2 \text{ ans pour le césium 137}$$

$$t_3 = 32 \text{ jours pour l'iode 131}$$

b. À l'instant $t = 0$, le nombre d'atomes présents dans chaque échantillon est :

$$N_1 = 4,46 \cdot 10^{21} \text{ pour le césium 135}$$

$$N_2 = 4,39 \cdot 10^{21} \text{ pour le césium 137}$$

$$N_3 = 4,60 \cdot 10^{21} \text{ pour l'iode 131}$$

c. À l'instant $t = 0$, l'activité de chaque échantillon est :

$$A = \lambda N = \frac{N \ln 2}{t_{1/2}}$$

$$A_1 = 4,3 \cdot 10^7 \text{ Bq pour le césium 135}$$

$$A_2 = 3,2 \cdot 10^{12} \text{ Bq pour le césium 137}$$

$$A_3 = 4,6 \cdot 10^{15} \text{ Bq pour l'iode 131}$$

d. La perte de masse lors de chaque réaction de désintégration est :

$$\Delta m_1 = m_{\text{Cs135}} - m_{\text{Ba135}} - m_e = 4,9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$\Delta m_2 = m_{\text{Cs137}} - m_{\text{Ba137}} - m_e = 2,09 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

$$\Delta m_3 = m_{\text{I131}} - m_{\text{Xe131}} - m_e = 1,79 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

L'énergie libérée par une désintégration est :

$$E_1 = 4,4 \cdot 10^{-14} \text{ J} = 0,27 \text{ MeV}$$

$$E_2 = 1,88 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 1,17 \text{ MeV}$$

$$E_3 = 1,61 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 1,00 \text{ MeV}$$

e. L'énergie libérée par chaque échantillon entre $t = 0$ et $t = 1 \text{ s}$ est :

$$E'_1 = A_1 E_1 = 1,9 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

$$E'_2 = A_2 E_2 = 0,60 \text{ J}$$

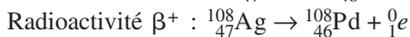
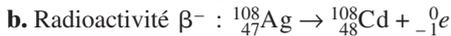
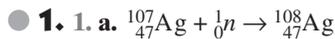
$$E'_3 = A_3 E_3 = 7,4 \cdot 10^2 \text{ J}$$

L'énergie libérée est proportionnelle à l'activité donc inversement proportionnelle à la demi-vie.

Pour un échantillon de masse de 1 000 mg, l'énergie dégagée par l'iode 131 est 1 200 fois plus grande que celle dégagée par le césium 137 et 400 millions de fois plus grande que celle dégagée par le césium 135.

PARTIE B. TRANSFORMATIONS NUCLÉAIRES

PROBLÈMES DE BAC



2. a. $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$

b. Pour un type de noyaux donné, la demi-vie $t_{1/2}$ est le temps au bout duquel une population de noyaux est divisée par 2 par des désintégrations radioactives.

c. $N(t + t_{1/2}) = \frac{N(t)}{2}$ donne :

$$N_0 e^{-\lambda(t+t_{1/2})} = \frac{N_0 e^{-\lambda t}}{2} \quad \text{d'où } e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2}$$

On obtient ainsi : $\lambda t_{1/2} = \ln 2$

3. a. $A = \frac{n}{\Delta t}$

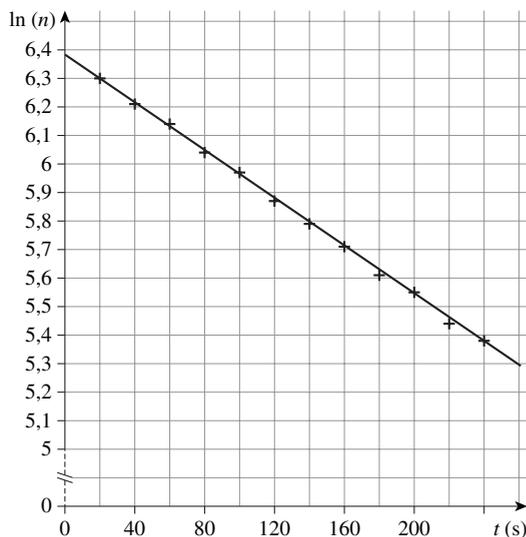
b. $A = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$ donc $n = \Delta t \lambda N_0 e^{-\lambda t}$

c. $\ln(n) = \ln(\Delta t \lambda N_0) - \lambda t$

4.

| | | | | | | |
|----------|------|------|------|------|------|------|
| t (s) | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 | 120 |
| $\ln(n)$ | 6,30 | 6,21 | 6,14 | 6,04 | 5,97 | 5,87 |
| t (s) | 140 | 160 | 180 | 200 | 220 | 240 |
| $\ln(n)$ | 5,79 | 5,71 | 5,61 | 5,55 | 5,44 | 5,38 |

a.

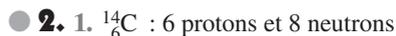


b. Le coefficient directeur de la droite a pour valeur $-0,004 \text{ s}^{-1}$ donc $\lambda = 0,004 \text{ s}^{-1}$.

L'ordonnée à l'origine a pour valeur 6,39.

Son expression est $\ln(\Delta t \lambda N_0)$. On en déduit :

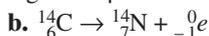
$$N_0 = 2,8 \cdot 10^5 \quad \text{et} \quad t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = 1,7 \cdot 10^2 \text{ s}$$



Ces noyaux sont isotopes.

2. En utilisant les lois de conservation de la charge électrique et de conservation du nombre de nucléons, on peut écrire : $^{14}_7\text{N} + {}^1_0n \rightarrow ^{14}_6\text{C} + {}^1_1\text{H}$
La particule apparue en plus du carbone 14 est un proton.

3. a. Le rayonnement apparaissant lors d'une désintégration β^- est un rayonnement d'électrons.



4. Pour un type de noyaux donné, la demi-vie $t_{1/2}$ est le temps au bout duquel une population de noyaux est divisée par 2 par des désintégrations radioactives.

À l'aide de la courbe, on obtient :

$$t_{1/2} = 5,7 \cdot 10^3 \text{ ans}$$

5. Notons t l'âge de ce morceau de bois.

Le nombre de noyaux de carbone 14 présents dans le bois mort est huit fois moins important que dans

le bois vivant : $\frac{N_0}{8} = N_0 e^{-\lambda t}$

Donc : $\lambda t = \ln 8$ et $t = t_{1/2} \frac{\ln 8}{\ln 2} = 1,7 \cdot 10^4 \text{ ans}$

● **3. 1.** Une mole d'atomes de carbone 12 a pour masse M_{12} .

Un atome de carbone 12 a pour masse $\frac{M_{12}}{N_A}$

Donc : $1 \text{ u} = \frac{M_{12}}{12 N_A} = 1,660 \ 540 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

2. a. $M_{13} = 1,660 \ 540 \cdot 10^{-27} N_A m_{13}$
 $= 13,003 \ 36 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$M_{14} = 1,660 \ 540 \cdot 10^{-27} N_A m_{14}$
 $= 14,003 \ 24 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

b. La masse molaire du carbone 12 est strictement entière car, par définition, une mole de carbone 12 pèse rigoureusement $12 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

3. a. $m = m_{12} - Zm_e = 11,996\ 70\ \text{u}$.

b. Le défaut de masse du noyau de carbone 12 s'écrit :

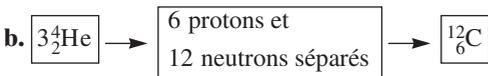
$$\Delta m = (Zm_p + (A - Z)m_n - m) = 0,098\ 94\ \text{u}$$

c. L'énergie de liaison du noyau de carbone 12 a pour valeur : $E_{\ell_1} = 92,16\ \text{MeV}$

L'énergie de liaison par nucléon du noyau de carbone 12 est : $\frac{E_{\ell_1}}{A} = 7,68\ \text{MeV/nucléon}$

d. L'hélium 4 a une énergie de liaison par nucléon plus faible que celle du carbone 12 donc il est moins stable.

4. a. La réaction nucléaire : $3^4_2\text{He} \rightarrow 1^2_6\text{C}$ vérifie les lois de conservation de la charge électrique et du nombre de nucléons.



L'énergie de liaison d'un noyau d'hélium est :

$$E_{\ell} = 28,32\ \text{MeV}$$

L'énergie reçue pour effectuer la première étape est :

$$E_{\ell_1} = 3E_{\ell} = 84,96\ \text{MeV}$$

L'énergie libérée lors de la deuxième étape est :

$$E_{\ell_2} = 92,16\ \text{MeV}$$

La réaction considérée libère l'énergie :

$$E_{\ell_2} - E_{\ell_1} = 7,2\ \text{MeV}$$

● 4. 1. a. Le symbole A_ZX indique la nature et la composition d'un noyau : X est le symbole de l'élément, Z est le nombre de protons et A le nombre de nucléons.

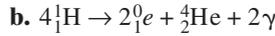
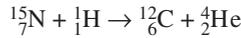
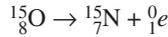
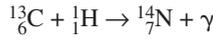
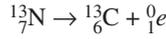
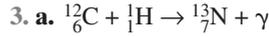
b. Des noyaux possédant le même nombre de protons mais des nombres de neutrons différents sont appelés isotopes.

Exemple : $^{13}_7\text{N}$, $^{14}_7\text{N}$ et $^{15}_7\text{N}$ sont isotopes.

c. Le noyau ^{13}N se désintègre suivant une radioactivité de type β^+ car il émet un positon.

d. Le rayonnement γ est un rayonnement électromagnétique.

2. Au cours d'une réaction nucléaire, il y a conservation de la charge électrique et conservation du nombre de nucléons.



Il s'agit d'une réaction de fusion nucléaire.

c. Le défaut de masse s'écrit :

$$\Delta m = 4m_{\text{H}1} - 2m_e - m_{\text{He}4} = 4,39 \cdot 10^{-29}\ \text{kg}$$

L'énergie libérée par la réaction est :

$$E = \Delta mc^2 = 3,95 \cdot 10^{-12}\ \text{J} = 24,7\ \text{MeV}$$

- 5. 1. a. Faux b. Vrai c. Faux d. Vrai
 2. a. Vrai b. Faux c. Vrai d. Faux
 3. a. Faux b. Faux c. Faux d. Vrai
 4. a. Faux b. Vrai c. Faux d. Vrai
 5. a. Faux b. Faux c. Faux d. Faux
 6. a. Faux b. Vrai c. Vrai d. Vrai
 7. a. Vrai b. Vrai c. Vrai d. Faux
 8. a. Faux b. Faux c. Vrai d. Vrai

CHAPITRE 6. CONDENSATEURS – DIPÔLES RC

ASPECTS PÉDAGOGIQUES ET SCIENTIFIQUES

1. Un dipôle historique

Le condensateur est le plus ancien dipôle utilisé en électricité. Après sa découverte fortuite en 1745, les propriétés de la bouteille de Leyde furent utilisées pour des démonstrations de physique spectaculaires, mais elle servit également d'outil expérimental et de base de réflexion aux physiciens. La bouteille de Leyde est un récipient de verre – isolant – à l'intérieur duquel est placé un conducteur au contact des parois. Le conducteur, initialement de l'eau, fut ensuite remplacé par des feuillets métalliques. Un crochet permettait de relier ce conducteur à une machine électrique produisant des charges – positives dans l'expérience historique – par frottement. À l'extérieur de la bouteille se trouvait un autre conducteur relié à la terre, par exemple le corps de l'expérimentateur ... Par contact avec la machine électrique, le condensateur ainsi constitué se chargeait, le conducteur intérieur se trouvant porté à un potentiel différent de celui de la terre. Toute personne reliée à la terre touchant ensuite le crochet de la bouteille ressentait un choc électrique. Le « fluide électrique » se trouvait comme piégé et concentré dans la bouteille, d'où le nom de condensateur. C'est en particulier l'interprétation de l'expérience de Leyde qui conduisit Franklin à postuler que les charges électriques de nature différente – on disait alors « vitrée » et « résineuse » – pouvaient se neutraliser mutuellement, et à leur appliquer les termes « positive » (pour vitrée) et négative (pour résineuse).

Franklin interprétait la charge de la bouteille comme l'accumulation, sur le conducteur intérieur, d'un excédent (+) de fluide électrique, entraînant un déficit (–) sur le conducteur extérieur.

Lors de la décharge, l'excédent circulait, du (+) au (–), de manière à combler le déficit.

Contestée au départ, en particulier par l'abbé Nollet, cette interprétation s'imposa progressivement.

2. Le dipôle RC série dans le programme de Terminale S

Le dipôle RC trouve naturellement sa place dans un programme ayant pour thème l'évolution temporelle des systèmes.

Dans cette optique l'étude du condensateur est réduite à l'essentiel, c'est-à-dire aux caractéristiques électriques qui permettront d'établir les équations d'évolution des grandeurs électriques dans les dipôles RC et RLC.

Ceux-ci sont étudiés dans l'approximation des états quasi-stationnaires, en admettant que les grandeurs électriques vérifient les lois élémentaires de l'électrocinétique en régime transitoire comme en régime permanent.

Il nous a paru utile, surtout pour des élèves familiers des circuits en courant continu, de présenter assez longuement les régimes transitoires.

Dans un souci de simplification nous avons choisi de n'utiliser que la convention récepteur pour le condensateur.

De même, l'établissement de l'expression de l'énergie emmagasinée dans un condensateur, non exigible des élèves, ne figure pas dans le cours.

Si on souhaite l'établir, la notion de champ électrique étant inconnue aux élèves, on pourra écrire que la puissance reçue par le condensateur :

$$p = ui = uC \frac{du}{dt} = \frac{C}{2} \frac{d(u)^2}{dt}$$

est la dérivée de l'énergie par rapport au temps.

On peut citer quelques applications en relation avec cette partie du cours :

- utilisation de condensateurs pour emmagasiner de l'énergie et la restituer très rapidement (flash d'appareil photo, chocs électriques en médecine),
- conservation de la charge du condensateur en circuit ouvert, opposition aux discontinuités de tension, atténuation des variations rapides de tension (mémoires, filtres, temporisateurs),
- capteurs de pression ou de déplacement basés sur la mesure de la capacité d'un condensateur à armature mobile (claviers, microphones à électret ...).

1. Charge d'un condensateur à intensité constante (p. 132)



Matériel

- Générateur d'intensité ajustable
- Microampèremètre
- Deux interrupteurs (l'interrupteur K_2 utilisé dans le circuit de décharge peut avantageusement être remplacé par un interrupteur-poussoir)
- Condensateurs de différentes capacités
- Ordinateur équipé d'une carte d'acquisition et d'un logiciel d'acquisition et de modélisation.

Indications expérimentales

Les condensateurs de forte capacité sont généralement de type électrochimique.

La polarité indiquée sur le boîtier doit impérativement être respectée sous peine d'une destruction irréversible avec risque d'explosion.

Les valeurs de l'intensité et les paramètres d'acquisition devront être choisis en fonction des valeurs des condensateurs utilisés et des caractéristiques de la carte d'acquisition.

Avec une carte d'acquisition de calibre 5 V, par exemple, on a chargé sous une intensité variant de 200 μA à 500 μA des condensateurs de capacités nominales 2,2 mF et 4,7 mF, en prenant 500 points de mesure.

Pour le condensateur de capacité 4,7 mF, on a utilisé une période d'échantillonnage de 100 ms et des intensités inférieures ou égales à 400 μA .

Pour le condensateur de capacité 2,2 mF, on a utilisé des intensités inférieures ou égales à 500 μA en réduisant la période d'échantillonnage à 30 ms.

Dans tous les cas, on s'assurait ainsi que la valeur finale de la tension u aux bornes du condensateur était assez largement inférieure au calibre de la carte d'acquisition car, au voisinage de cette limite l'impédance d'entrée de la carte devenait insuffisante et $u = f(t)$ n'était alors plus une droite.

Correction

1. a.

| | |
|---|---|
| + | - |
| + | - |
| + | - |
| + | - |

b. Les électrons accumulés sur l'armature négative se déplacent à l'intérieur du fil conducteur vers l'armature positive dont ils neutralisent la charge. Cette évolution, quasi-instantanée, permet au condensateur de se décharger.

3. a. La courbe est une droite ne passant pas par l'origine. En $t=0$ la tension u a la valeur choisie pour le déclenchement de l'acquisition (0,1 V dans l'énoncé).

b. On prolonge la droite jusqu'à l'axe des temps qu'elle coupe à la date $-t_0$ où t_0 est la durée recherchée.

4. a. $q = It_C$

b. $q = I(t + t_0)$

c. La courbe $q = f(u)$ est une droite passant par (0 ; 0) : on a une relation de proportionnalité entre q et u . La modélisation permet de déterminer le coefficient de proportionnalité C .

d. En renouvelant l'acquisition et les étapes 3. a. à 4. c. pour d'autres valeurs de I , on constate que, si la courbe $u = f(t)$ est chaque fois différente, on retrouve toujours la même relation entre q et u , avec le même coefficient de proportionnalité C .

e. Ce coefficient est bien une caractéristique du condensateur. On peut éventuellement le comparer avec la valeur indiquée sur celui-ci.

2. Décharge d'un condensateur à travers une résistance (p. 133)



Matériel

- Générateur de tension stabilisée
- Résistance R' de faible valeur et tolérant une puissance suffisante, utilisée pour décharger rapidement le condensateur (par exemple, 22 Ω , 10 W)

- 2 résistances à décade R_1 et $R_2 \times 100 \Omega$ pour réaliser le diviseur de tension
- Résistance R à décade $\times 10^4 \Omega$
- Condensateurs de différentes valeurs, de l'ordre du mF
- Voltmètre
- Commutateur
- Chronomètre
- Compérateur :
 - alimentation symétrique $0, \pm 15 \text{ V}$,
 - amplificateur opérationnel,
 - diode électroluminescente,
 - résistance de protection pour la diode (470Ω).

Correction

1. $u_C = U$

2. a. $U_{\text{ref}} = \frac{U}{2}$

b. La D.E.L. s'éteint quand $u_C < U_{\text{ref}}$ donc $u_C < \frac{U}{2}$

c. La charge va diminuer, le courant circule dans R , dans le sens inverse des aiguilles d'une montre sur le schéma.

d. $t_{1/2}$ est sensiblement constant pour une valeur donnée de RC . On a $t_{1/2} \approx 0,69RC$ (voir le tableau de mesures ci-après).

e. On observe que $t_{1/2}$ double quand R double ou quand C double et, de manière générale, que $t_{1/2}$ est proportionnel au produit RC .

3. a. On doit prendre $R_1 = 3R_2$ pour obtenir :

$$U_{\text{ref}} = \frac{U}{4}$$

b. $t_{1/4}$ est environ le double de $t_{1/2}$ (voir le tableau de mesures ci-après).

Ce résultat évoque une décroissance exponentielle, analogue à une décroissance radioactive.

c. L'expression $u_C = Ae^{-t/\tau}$ seule convient car c'est la seule qui décroît en restant positive et en tendant vers 0 quand t tend vers l'infini.

d. À $t=0$ on a : $u_C = U = A$

e. Comme pour la décroissance radioactive on a :

$$t_{1/2} = \tau \ln 2 = 0,69\tau$$

Or, on a trouvé expérimentalement que :

$$t_{1/2} \approx 0,69RC \text{ donc } RC = \tau$$

f. $u_C = Ue^{-\frac{t}{RC}}$

Mesures obtenues

On a utilisé deux condensateurs de capacité 2,7 mF (mesurée au multimètre) que l'on a associés en série ou en parallèle pour obtenir trois valeurs différentes.

| R (kΩ) | C (μF) | RC | $t_{1/2}$ (s) | $t_{1/4}$ (s) | $\frac{t_{1/2}}{\ln 2}$ |
|--------|--------|------|---------------|---------------|-------------------------|
| 10 | 2 700 | 27 | 19 | 38 | 27 |
| 20 | 2 700 | 54 | 38 | 76 | 55 |
| 30 | 2 700 | 81 | 56 | 114 | 81 |
| 40 | 2 700 | 108 | 75 | 155 | 108 |
| 50 | 2 700 | 135 | 93 | | 134 |
| 10 | 5 400 | 54 | 38 | | 55 |
| 10 | 1 350 | 13,5 | 9,5 | | 14 |
| 20 | 1 350 | 27 | 19 | | 27 |
| 30 | 1 350 | 40,5 | 28 | | 40 |
| 40 | 1 350 | 54 | 36,5 | | 53 |
| 50 | 1 350 | 67,5 | 46 | | 66 |
| 100 | 1 350 | 135 | 93 | | 134 |

ACTIVITÉS D'EXPLOITATION

3. Réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension (p. 142)



Correction

1. a. Lorsque K passe de la position 1 à la position 2, la valeur de u passe brusquement de U à 0. Le condensateur se décharge. Lorsque K passe de la position 2 à la position 1, la valeur de u passe brusquement de 0 à U . Le condensateur se charge.

b. On mesure u sur la voie 1 et u_C sur la voie 2.

c. La durée totale doit être proche de $5RC$ si on veut enregistrer la totalité du régime transitoire.

2. a. On obtient une courbe d'allure exponentielle que l'on peut modéliser par une relation :

$$u_C(t) = A(1 - e^{-\lambda t})$$

b. On appelle constante de temps la grandeur $\tau = \frac{1}{\lambda}$.

On constate qu'elle est égale au produit RC (en unités SI).

c. Avec les conventions d'orientation choisies :

$$i = \frac{u - u_C}{R} = \frac{U - u_C}{R}$$

d. $i > 0$. Le courant circule effectivement dans le sens indiqué lors de la charge.

3. a. On obtient une courbe d'allure exponentielle que l'on peut modéliser par une relation :

$$u_C(t) = Ae^{-t/\tau}$$

b. On obtient la même valeur de la constante de temps que lors de la charge : $\tau = RC$

c. Avec les conventions d'orientation choisies :

$$i = \frac{u - u_C}{R} = \frac{-u_C}{R}$$

d. $i < 0$. Le courant circule dans le sens inverse du sens indiqué lors de la décharge.

4. a. $i = C \frac{du_C}{dt}$

b. Les deux courbes se superposent : on vérifie ainsi

la validité de la relation $i = C \frac{du_C}{dt}$.

La courbe obtenue par dérivation est plus irrégulière.

Pour réduire ces irrégularités, on peut diminuer la fréquence d'échantillonnage utilisée lors de l'acquisition. Si le logiciel de traitement utilisé le permet, on a également intérêt à lisser la courbe avant de la dériver.

4. La bouteille de Leyde (p. 143)



Correction

a. La règle de Dufay postule qu'on ne peut électriser de l'eau ou un métal que s'ils sont électriquement isolés du sol.

En effet, ces corps sont conducteurs : mis en contact avec la terre par l'intermédiaire de l'expérimentateur ou d'un support conducteur, ils se déchargent.

b. L'eau contenue dans le flacon est isolée de la main de l'expérimentateur, et donc de la terre, par le verre du flacon qui est un isolant. La charge acquise est positive puisqu'elle provient de la charge de la boule de verre en rotation frottée par les mains. Cette boule de verre acquiert une charge positive et attire les électrons provenant de la tige de fer et de l'eau.

La tige (suspendue par des fils de soie, isolants) et l'eau prennent ainsi également une charge positive.

c. On dit qu'on électrise par influence un conducteur lorsque celui-ci, étant relié à la terre, est approché d'un autre corps chargé. Si, par exemple, ce dernier est chargé positivement, il attire à travers le conducteur les électrons du sol, qui s'accumulent dans la partie du conducteur la plus proche. Si on sépare ensuite le conducteur du sol, puis de l'isolant, on constate qu'il a pris une charge négative.

d. Dans l'expérience décrite, l'eau chargée positivement polarise la paroi du flacon et attire les charges négatives sur la main de l'expérimentateur placée en regard, l'expérimentateur relié au sol se chargeant négativement. Les charges positives et négatives s'attirant mutuellement, elles se concentrent de part et d'autre de la paroi du flacon. Les charges ainsi acquises peuvent être très importantes.

On a, de part et d'autre du verre – isolant – de la bouteille, deux conducteurs :

- d'une part, l'eau chargée positivement,
- d'autre part, la main de l'expérimentateur chargée négativement.

L'ensemble constitue bien un condensateur chargé. Lorsque l'expérimentateur touche de son autre main la tige de fer reliée à l'eau, il ferme le circuit : le condensateur se décharge. La secousse ressentie dans « le bras et tout le corps » s'explique par le courant électrique sans doute assez intense qui y circule pendant une durée assez brève.

EXERCICES

Appliquer ses connaissances

● **10. a.** Charge initiale du premier condensateur :

$$Q_1 = C_1 U = 6 \mu\text{C}$$

Énergie initialement emmagasinée dans le premier

condensateur : $E = \frac{1}{2} C_1 U^2 = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ J}$

b. En régime stationnaire, la tension est la même aux bornes de chacun des condensateurs. Ils doivent être tous deux chargés sous la même tension.

Celui qui était initialement déchargé n'a pu se charger que par transfert de charges à partir de l'autre. Ce transfert s'arrête lorsque les tensions s'égalisent.

c. Conservation de la charge : $Q'_1 + Q'_2 = Q_1$

D'autre part : $Q'_1 = C_1 U'$ et $Q'_2 = C_2 U'$

D'où : $Q'_1 = Q'_2 \frac{C_1}{C_2}$

Donc : $Q_1 = Q'_2 \left(1 + \frac{C_1}{C_2}\right) = Q'_2 \left(\frac{C_1 + C_2}{C_2}\right)$

$$Q'_2 = Q_1 \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2}\right) = 2 \mu\text{C}$$

et $Q'_1 = Q_1 - Q'_2 = 4 \mu\text{C}$

d. $U' = \frac{Q'_1}{C_1} = 4 \text{ V}$

e. Énergie finalement emmagasinée dans l'ensemble des deux condensateurs :

$$E' = \frac{1}{2} (C_1 + C_2) U'^2 = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

L'énergie dissipée est donc : $E - E' = 6 \cdot 10^{-6} \text{ J}$

● **11. a.** $u_R = Ri$

b. $i = C \frac{du_C}{dt}$

c. La relation du a. conduit à $[\Omega] = [V][A]^{-1}$ et celle du b. à $[F] = [A][V]^{-1}[s]$

D'où : $[\Omega][F] = [V][A]^{-1}[A][V]^{-1}[s] = [s]$

● **12. a.** La courbe montre que la valeur de la constante de temps est $RC = 1 \text{ s}$.

La capacité du condensateur étant $1,0 \mu\text{F}$ les réponses $1,0 \text{ M}\Omega$ et $1,0 \cdot 10^6 \Omega$ sont exactes.

b. À $t = 6 \text{ s}$ on a $u_C = 10 \text{ V}$

$$E = \frac{1}{2} C u_C^2 = 50 \mu\text{J}$$

c. À $t = 6 \text{ s}$ le régime permanent est atteint et $u_C = U$.

$q = CU$ est donc exacte. Comme $i = \frac{dq}{dt}$, $\tau = 1 \text{ s}$ et que la charge du condensateur était nulle à $t = 0$ la

relation $q = \int_0^{6\tau} i dt$ est également exacte.

d. À $t = \tau$ la tension atteint 63 % de sa valeur finale de 10 V, soit 6,3 V.

● **13. 1. a.** Le condensateur se charge lorsque l'interrupteur est en position 1 et se décharge lorsqu'il est en position 2.

b. Le graphe 1 correspond à la charge sous intensité constante, le graphe 2 à la décharge à travers la résistance R .

2. a. L'intensité du courant étant constante on a :

$$q = It = 40 \times 10^{-6} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

b. On lit sur le graphe 1 : $u_C = 4 \text{ V}$ pour $t = 40 \text{ s}$

Alors : $E = \frac{1}{2} q u_C = \frac{1}{2} \times 4 \cdot 10^{-4} \times 4 = 8 \cdot 10^{-4} \text{ J}$

c. $C = \frac{q}{u_C} = 10^{-4} \mu\text{F} = 100 \mu\text{F}$

3. a. La tangente à la courbe en $t = 0$ coupe l'axe des abscisses en $t = \tau = 10 \text{ s}$.

La valeur de la tension n'est plus que de 37 % de sa valeur initiale, soit environ 1,5 V.

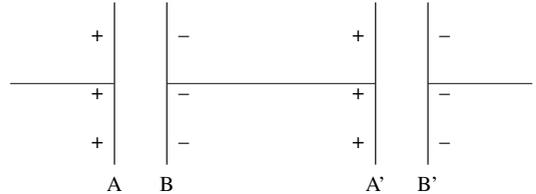
b. $R = \frac{\tau}{C} = 10^5 \Omega$

c. L'énergie emmagasinée, de valeur $8 \cdot 10^{-4} \text{ J}$, dans le condensateur chargé est dissipée par effet Joule dans la résistance pendant la décharge.

■ Aller plus loin

● **16. 1. a.** La partie centrale, isolée, est restée électriquement neutre. Les charges des armatures B et A' des deux condensateurs sont donc nécessairement de même valeur et de signes opposés, les deux condensateurs ont même charge Q .

On peut aussi considérer qu'au cours de la charge, il arrive autant d'électrons sur l'armature B' qu'il en part de l'armature A.



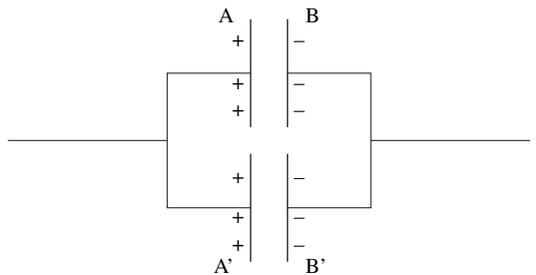
b. Les deux condensateurs étant identiques on a :

$$u_1 = u_2 \quad \text{et} \quad U = 2u_1 = 2 \frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_{\text{série}}}$$

D'où : $C_{\text{série}} = \frac{C}{2}$

2. Les armatures reliées portent une charge de même signe. Les condensateurs étant identiques et chargés sous la même tension U portent chacun la même charge Q . L'ensemble des armatures A et A' porte une charge $2Q = 2CU = C_{\text{parallèle}} U$

D'où : $C_{\text{parallèle}} = 2C$



3. L'association ayant la plus forte capacité est l'association en parallèle.

ENTRAÎNEMENT AU BAC

● **17. 1.** Cette « charge » exprimée en ohm ne peut désigner celle du condensateur. Il s'agit de la résistance électrique du thorax du patient.

2. Le condensateur doit pouvoir emmagasiner une énergie au moins égale à 360 J lorsqu'il est chargé sous 1 800 V.

La valeur minimale de sa capacité est donc :

$$C_{\min} = 2 \frac{E}{U^2} = 0,22 \text{ mF}$$

3. A est la valeur de la tension à $t = 0$, c'est-à-dire $U = 1\,800 \text{ V}$.

4. $t = 5\tau = 5RC_{\min} = 5 \times 50 \times 0,22 \cdot 10^{-3} = 55 \text{ ms}$

$$5. i = C \frac{du_C}{dt} = -\frac{U}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

La valeur maximale est : $I_{\max} = -\frac{U}{R} \approx 36 \text{ A}$

indépendamment de la capacité du condensateur.

6. On a $\tau = 11 \text{ ms}$ donc la valeur de l'intensité à cette date est 37 % de sa valeur initiale de 36 A soit 13 A.

7. On peut augmenter la capacité du condensateur pour augmenter la constante de temps.

8. **a.** L'énergie délivrée est égale à la différence entre l'énergie initiale emmagasinée dans le condensateur chargé sous une tension U , et l'énergie emmagasinée dans le condensateur chargé sous une tension U_f quand le contacteur ouvre le circuit.

$$\Delta E = 360 \text{ J} = \frac{1}{2} C(U^2 - U_f^2)$$

$$\text{D'où : } U_f = \sqrt{U^2 - \frac{2\Delta E}{C}} \approx 1,6 \text{ kV}$$

La tension aux bornes du condensateur est égale à la tension aux bornes de la résistance modélisant le thorax du patient. On a donc $i = \frac{u_C}{R}$ soit juste avant

l'ouverture du circuit $I_f = \frac{U_f}{R} = 32 \text{ A}$.

b. Le circuit s'ouvre à la date t telle que :

$$U_f = U e^{-\frac{t}{RC}} \quad \text{soit} \quad t = -RC \ln\left(\frac{U_f}{U}\right) = 6,2 \text{ ms}$$

Le choix d'une capacité plus importante permet de délivrer la même énergie en un laps de temps plus court et avec une intensité moyenne plus élevée (une forte intensité semble plus efficace pour la défibrillation).

c. « Exponentiel » : les grandeurs électriques évoluent de manière exponentielle au cours du temps, « Tronqué » : la décharge est interrompue dès que l'énergie nécessaire a été dispensée.

● **18. 1.** On doit basculer l'interrupteur sur la position 1 et l'y laisser pendant une durée suffisante pour que la tension aux bornes du condensateur atteigne la valeur U , puis le basculer en position 2.

$$2. \mathbf{a.} \quad u_R + u_C = 0 = Ri + u_C = RC \frac{du_C}{dt} + u_C$$

L'intensité du courant est négative car le courant circule en sens inverse de celui indiqué par la flèche.

b. L'équation a bien la forme proposée avec :

$$\frac{1}{\alpha} = RC$$

c. De $u_R = Ri$ et $i = C \frac{du_C}{dt}$ on déduit que $\frac{1}{\alpha}$ s'exprime en $[\Omega][F] = [V][A]^{-1}[A][V]^{-1}[s] = [s]$. Cette grandeur a bien la dimension d'une durée ce qui justifie son appellation.

3. **a.** $\ln u_C = \ln U + \ln(e^{-\alpha t}) = \ln U - \alpha t$

b. La courbe sera une droite, de coefficient directeur $-\alpha$ et d'ordonnée à l'origine $\ln U$.

c. On doit avoir $30,3 = \alpha = \frac{1}{\tau}$
La valeur 33 ms convient.

● **19. I. 1.** Le condensateur doit se charger et sa charge est lente.

2. Avec un chronomètre, on mesure la durée entre le flash et le moment où la lampe-témoin s'allume à nouveau.

II. 1. a. u_R car $u_R = Ri$

b. La courbe **a** correspond à u_C car elle est croissante or u_C , comme la charge q , augmente au cours de la charge du condensateur.

2. **a.** $u = Ri$ donc $[\Omega] = [V][A]^{-1}$

$$u = \frac{q}{C} \quad \text{et} \quad i = \frac{dq}{dt}$$

Donc : $[F] = [C][V]^{-1} = [A][s][V]^{-1}$

Enfinement : $[\Omega][F] = [V][A]^{-1}[A][s][V]^{-1}$

RC a la dimension d'un temps.

b. En utilisant les mêmes relations entre unités, on montre que seule l'équation différentielle (3) est homogène et donc correcte.

3. **a.** $\ln u_R = \ln U + \ln\left(e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \ln U - \frac{t}{\tau}$

$$b = \ln U \quad \text{et} \quad a = -\frac{1}{\tau}$$

b. Ordonnée à l'origine : 5,7 et pente : $-0,5$

$$\ln(u_R) = 5,7 - 0,5t$$

$$\mathbf{c.} \quad \frac{1}{\tau} = 0,5 = \frac{1}{RC}$$

$$C = \frac{\tau}{R} = 160 \text{ } \mu\text{F}$$

D'après le constructeur : $144 \text{ } \mu\text{F} < C < 176 \text{ } \mu\text{F}$

Il y a concordance.

d. τ serait divisée par 2 donc la pente $a = -\frac{1}{\tau}$ serait doublée, en valeur absolue. L'ordonnée à l'origine serait inchangée car elle ne dépend que de U .

On aurait donc une droite de pente -1 et de même ordonnée à l'origine.

CHAPITRE 7.

BOBINES – DIPÔLES RL

ASPECTS PÉDAGOGIQUES ET SCIENTIFIQUES

En rupture avec les programmes précédents, l'étude de la bobine d'auto-induction dans l'actuel programme de Terminale se limite à celle des caractéristiques électriques qui permettront de comprendre l'évolution des grandeurs électriques dans les circuits RL et RLC .

L'induction ou l'auto-induction étant exclues du nouveau programme, la bobine est étudiée en convention récepteur et l'expression de la tension induite :

$$u = L \frac{di}{dt}$$

valable en l'absence de noyau de fer doux, est admise.

Ce nouveau point de vue nécessite une modification des habitudes, notamment pour l'interprétation qualitative des expériences d'établissement ou de rupture du courant (retard à l'allumage, étincelle de rupture), puisqu'on ne peut plus parler de courant induit ni de f.e.m. d'auto-induction.

À leur place, on peut évoquer la continuité de l'intensité du courant $i(t)$ dans une branche de circuit comportant une bobine.

Cette continuité est présentée comme une conséquence du fait que l'énergie ne peut être stockée ou libérée instantanément par un dipôle.

L'expression de l'énergie emmagasinée n'étant pas exigible des élèves, elle n'est pas présentée dans le cours.

On peut l'établir en écrivant que la puissance reçue par la bobine :

$$p = ui = Li \frac{di}{dt} = \frac{L}{2} \frac{d(i)^2}{dt}$$

est la dérivée de l'énergie par rapport au temps.

ACTIVITÉ DE DÉCOUVERTE

1. Étude de la tension aux bornes d'une bobine (p. 152)



Matériel

- Générateur basse fréquence
- Bobine sans noyau de fer doux
- Conducteur ohmique de 10 kΩ
- Oscilloscope bicourbe

Correction

1. a. Voie A : u et voie B : u_L

b. Avec une bobine de 60 mH environ, on trouve $u_L = \pm 100$ mV avec les réglages indiqués alors que u varie entre +2 V et -2 V.

L'approximation est acceptable.

c. On a :

$$i = \frac{u_R}{R} \approx \frac{u}{R}$$

Donc on suit i , à un facteur multiplicatif et à l'approximation ci-dessus près, sur la voie A.

d. u_L est une tension alternative en créneaux avec $U_{L\min} = -U_{L\max}$, positive quand u (donc i) croît et négative quand u (donc i) décroît.

2. Valeurs mesurées pour $L = 60$ mH environ :

| Valeur de u crête à crête (V) | $U_{L\min}$ (mV) | $U_{L\max}$ (mV) |
|------------------------------------|------------------|------------------|
| 4 | -100 | 100 |
| 6 | -150 | 150 |
| 8 | -200 | 200 |
| 10 | -250 | 250 |

a. On a proportionnalité entre $U_{L\min}$ (ou $U_{L\max}$) et la valeur crête à crête de u .

b. On observe que décaler u ne change rien aux valeurs de u_L (mais u_L varie pendant qu'on fait varier le décalage !).

$U_{L \min}$ (ou $U_{L \max}$) ne dépendent que de Δi .

c. On a mis en évidence une relation de proportionnalité entre les valeurs algébriques $U_{L \min}$ (ou $U_{L \max}$) et Δi .

3. a. On a choisi une fréquence de 2 500 Hz pour cette expérience afin qu'une période couvre 4 divisions sur la durée de balayage $100 \mu\text{s} \cdot \text{div}^{-1}$ et soit ainsi facile à repérer et à diviser en 4. Il peut être nécessaire de rectifier la fréquence après modification du réglage de rapport cyclique pour retrouver la valeur de 2 500 Hz. On observe que le créneau devient dissymétrique en hauteur comme en largeur : $U_{L \min}$ n'est plus égale à $-U_{L \max}$.

Par exemple, avec $L = 60 \text{ mH}$ pour une valeur crête à crête de 8 V et une fréquence de 2 500 Hz, on a 150 mV et -450 mV , (resp. $+450 \text{ mV}$ et -150 mV) pour un temps de montée trois fois plus long (resp. trois fois moins long) que le temps de descente. u_L est inversement proportionnelle à la durée de variation de i , pour Δi donné.

b. Mesures pour différentes fréquences avec $L = 60 \text{ mH}$ et une tension crête à crête de 8 V :

| f (kHz) | 2 | 2,5 | 3 | 3,5 | 4 | 4,5 | 5 |
|-------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $U_{L \max}$ (mV) | 200 | 250 | 300 | 350 | 400 | 450 | 500 |

(Le carré se déforme un peu en haute fréquence et l'approximation du **1. b.** est de moins en moins légitime !) On observe, avec une dent de scie symétrique, que $U_{L \max}$ (ou $U_{L \min}$) est proportionnel à la fréquence, donc inversement proportionnel à la période. Des résultats de cette expérience et de la précédente, on déduit que $U_{L \max}$ est inversement proportionnelle au temps de montée, et $U_{L \min}$ au temps de descente.

4. a. On a donc, pour une tension en dents de scie, la relation algébrique $u_L = \alpha \frac{\Delta i}{\Delta t}$ où α est une constante. Or pour une dent de scie, sur une montée ou

une descente : $\frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{di}{dt}$. Les observations sont donc

tout à fait compatible avec l'expression $u_L = L \frac{di}{dt}$.

b. Pour une dent de scie symétrique :

$$\frac{\Delta i}{\Delta t} = \pm \frac{2U_{cc}}{RT} = \frac{2fU_{cc}}{R}$$

où U_{cc} est la valeur crête à crête de u .

Si on trace $U_{L \max} = f \left(\frac{2U_{cc}}{R} \right)$ avec les mesures du

2. et du **3.** on obtient une droite.

On détermine ainsi $L = 63 \text{ mH}$.

On retrouve la même valeur avec les mesures effectuées avec la dent de scie dissymétrique.

ACTIVITÉS D'EXPLOITATION

2. Détermination expérimentale d'une inductance (p. 158)



Matériel

- Bobine sans noyau de fer doux
- Conducteur ohmique $R = 2,5 \text{ k}\Omega$
- Générateur basse fréquence
- Amplificateur opérationnel
- Alimentation symétrique 0, $\pm 15 \text{ V}$
- Oscilloscope bicourbe

Correction

1. a. On visualise u_L sur la voie A.

b. Sur la voie B on visualise normalement $-u_R$, on doit utiliser la fonction « $-B'$ » pour visualiser u_R .

c. Le montage permet indirectement de connaître les variations de i au cours du temps puisqu'on visualise u_R qui est proportionnelle à i à chaque instant.

2. a. u_R est une fonction triangulaire, elle est croissante quand u_L est positive et décroissante sinon :

u_L est proportionnelle à $\frac{di}{dt}$ donc à $\frac{du_R}{dt}$

(De plus, on observe que u_R peut avoir une composante continue, ce qui vient de ce qu'elle n'est définie qu'à une constante près.)

b. Sur une demi-période (u_L constante, positive par exemple) :

$$u_L = \frac{U_{Lcc}}{2}$$

avec U_{Lcc} sa valeur crête à crête.

$$\text{On a : } u_L = L \frac{di}{dt} = \frac{L}{R} \frac{du_R}{dt} = \frac{L}{R} \frac{U_{Rcc}}{T} = 2f \frac{L}{R} U_{Rcc}$$

$$\text{Donc finalement : } U_{Lcc} = 4f \frac{L}{R} U_{Rcc}$$

3. a. On peut, par exemple, tracer le graphe de U_{Lcc} en fonction de U_{Rcc} : si la relation est vérifiée, on obtiendra une droite passant par l'origine.

b. On détermine alors la pente de cette droite qui est égale à $4f \frac{L}{R}$ et on en déduit L .

4. Avec $U_{Lcc} = 1 \text{ V}$:

| | | | | | |
|-------------------------|---|-----|-----|-----|-----|
| f (kHz) | 5 | 4 | 3 | 2 | 1,5 |
| u_R crête à crête (V) | 2 | 2,4 | 3,3 | 4,8 | 6,3 |

Avec $U_{Lcc} = 200 \text{ mV}$:

| | | | | | | |
|-------------------------|------|------|------|---|------|------|
| f (kHz) | 5 | 4 | 3 | 2 | 1,5 | 1 |
| u_R crête à crête (V) | 0,45 | 0,53 | 0,68 | 1 | 1,25 | 1,85 |

a. On peut tracer, par exemple, U_{Rcc} en fonction, cette fois, de $\frac{1}{f}$

On doit trouver une droite passant par l'origine.

c. On trouve une valeur voisine.

3. Faraday et le choc magnéto-électrique (p. 159)

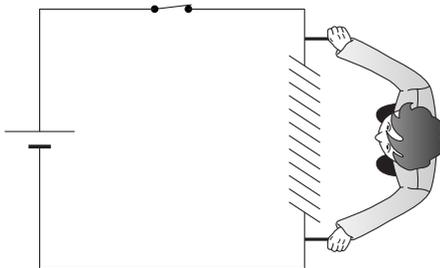


a. L'électromoteur utilisé est une pile. Faraday insiste sur le fait qu'une seule pile est utilisée, et non plusieurs montées en série (en batterie), parce que cela implique que la tension délivrée est assez faible. Cela fait ressentir la nouveauté du phénomène observé, qui ne peut absolument pas être attribué à la pile.

b. L'eau salée améliore le contact électrique entre les mains et les poignées de cuivre : l'eau est meilleur conducteur que l'air, et l'eau salée meilleure que l'eau « pure » du fait de sa plus forte concentration en ions.

c. Le courant dans le corps de l'expérimentateur quand le circuit est fermé est quasiment nul, d'une part parce que la force électromotrice de la pile est faible, mais surtout parce que l'expérimentateur est en parallèle avec un fil de cuivre bien meilleur conducteur.

d.



Lorsque le circuit est fermé, le courant tend à passer dans le même sens dans le corps de l'expérimentateur que dans la bobine (même si, comme on l'a dit précédemment, ce courant est négligeable), par exemple de la main droite vers la main gauche dans le cas représenté. Lorsqu'on ouvre le circuit, le courant dans la bobine ne s'annule que progressivement. L'expérimentateur qui ferme le circuit, est donc traversé par un courant en sens inverse du précédent, de la main gauche vers la droite dans le cas représenté.

e. Le choc électrique est lié à la restitution, au moment de l'ouverture du circuit, de l'énergie emmagasinée dans la bobine parcourue par un courant. Aucune énergie n'étant emmagasinée dans la bobine quand le circuit est ouvert, sa fermeture ne provoque pas de choc électrique.

f. La présence d'un noyau de fer doux augmente fortement la valeur de l'inductance, et donc de l'énergie emmagasinée dans la bobine, pour une même intensité du courant.

C'est ce qui explique que le choc électrique ne soit ressenti que si le fer doux est placé à l'intérieur de l'enroulement.

g. On a observé l'apparition d'un courant induit dans un circuit que l'on déplace par rapport à un aimant. Faraday fait remarquer qu'à l'ouverture du circuit, l'électroaimant constitué par la bobine et son noyau « perd son pouvoir ». La situation est donc analogue à ce qu'on observerait en éloignant un aimant de la bobine : l'apparition d'un courant induit.

EXERCICES

Appliquer ses connaissances

● 5. Sur une demi-période : $u_L = \text{constante} = -U$

$$\text{Donc : } i = \frac{1}{L} \int u \, dt = -\frac{U}{L} t + \text{cte} = -30t + \text{cte}$$

À $t=0$, on a $i=0$ et l'intensité dans une bobine varie sans discontinuité, on a donc une dent de scie variant entre 0 et $30 \mu\text{A}$: croissante de $t=0$ à $t=1 \mu\text{s}$, décroissante entre $1 \mu\text{s}$ et $2 \mu\text{s}$, etc.

● 7. a. Régime permanent : la bobine se comporte comme un conducteur ohmique de résistance r .

$$\text{On a : } i = \frac{U}{R+r} = 1 \text{ A}$$

b. $E = \frac{1}{2} Li^2 = 0,05 \text{ J}$

c. Annulation du courant dans une association RL : au bout d'une durée égale à 5 fois la constante de temps on peut considérer que l'intensité est nulle.

Ici : $t = 5\tau = 5 \frac{L}{R+r} = 0,02 \text{ s}$

L'énergie emmagasinée est dissipée pendant ce laps de temps, ce qui correspond à une puissance moyenne :

$$p = \frac{E}{t} = 2,5 \text{ W}$$

d. L'intensité s'annule sans doute plus rapidement car l'étincelle dissipe très rapidement l'énergie emmagasinée dans la bobine.

● **9.** $u = L \frac{di}{dt} + ri$ donc $\frac{u}{ri} = \frac{L}{r} \frac{1}{i} \frac{di}{dt} + 1$

$\frac{L}{r}$ divisé par un temps est donc sans dimension, $\frac{L}{r}$ a donc la dimension d'un temps.

● **10. a.** $p = Ri^2$

b. $E = \frac{1}{2} Li^2$

c. $[W] = [\Omega][A]^2$ et $[J] = [H][A]^2$

Donc : $[J] \cdot [W]^{-1} = [s] = [H][\Omega]^{-1}$

● **11. a.** D'après l'équation décrivant l'évolution de i , on a : $\tau = \frac{1}{312} = 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

b. $U = L \frac{di}{dt} + (R+r)i$

$$\frac{di}{dt} = 150e^{-312t}$$

et : $L \frac{di}{dt} + (R+r)i = L \times 150e^{-312t} + 25 \times 0,48(1 - e^{-312t})$

Donc : $U = 12 + e^{-312t}(L \times 150 - 12)$

c. En identifiant les termes constants et variables, on obtient : $U = 12 \text{ V}$ et $150L - 12 = 0$

D'où : $L = 8,0 \cdot 10^{-2} \text{ H}$

d. À $t = 0$ on a $\frac{di}{dt} = 150 \text{ A} \cdot \text{s}^{-1}$ et $i = 0$

L'équation de la tangente à la courbe est donc :

$$y = 150t \text{ (SI)}$$

e. L'asymptote horizontale a pour équation :

$$y = 4,8 \cdot 10^{-1} \text{ A}$$

La tangente la coupe en t tel que $150t = 4,8 \cdot 10^{-1}$

Donc : $t = \frac{0,48}{150} = 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ s} = \tau$ constante de temps de l'association RL .

● **12. a.** On visualise u sur la voie A et u_R sur la voie B.

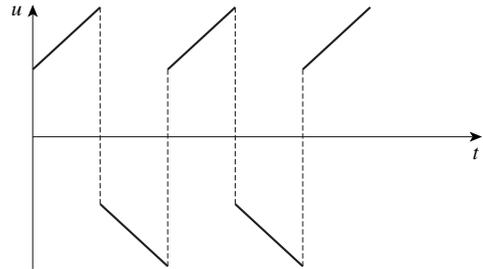
b. $u_R = Ri$ donc l'allure de $i(t)$ est analogue à celle de $u_R(t)$.

c. En négligeant la résistance de la bobine :

$$u_L = L \frac{di}{dt}$$

u_L est proportionnelle à la dérivée de $i(t)$ et donc à celle de $u_R(t)$.

u_L est ici une tension crête positive quand u_R est croissante et négative quand u_R est décroissante. Sur la voie A, on observe $u = u_R + u_L$, son allure serait celle représentée sur la figure suivante :



d. La masse de l'oscilloscope devrait être placée en Q, la voie A en P et la voie 2 en M. On observerait alors u_L sur la voie A et $-u_R$ sur la voie B.

La masse du générateur de fonction ne devrait alors pas être reliée à la terre (double isolation) sous peine de court-circuiter l'un des dipôles.

■ Aller plus loin

● **13. 1.** Dans les deux cas, on a un flux d'électrons.

La force de Laplace est la force subie par un conducteur parcouru par un courant électrique et placé dans un champ magnétique.

Le faisceau d'électrons, analogue à un courant électrique, subit une force de même nature lorsqu'il est placé dans un champ magnétique.

La valeur et le sens de la force de Laplace dépendent respectivement de la valeur et du sens du champ magnétique.

2. La valeur du champ magnétique est proportionnelle à l'intensité du courant qui le génère. De plus, quand l'intensité change de signe, le champ magnétique change de sens. Sa valeur algébrique sur un axe horizontal orienté, varie donc en dents de scie, en phase avec la variation de l'intensité. Il en est de même pour la force subie par le faisceau : celui-ci est donc dévié alternativement vers le haut ou vers le bas.

3. La durée d'un aller-retour est 20 ms, le faisceau en effectue 50 en une seconde. « 50 Hz » désigne donc la fréquence du balayage vertical.

4. a. $u = L \frac{di}{dt} + ri$

b. Pour chaque phase de la dent de scie :

$$L \frac{di}{dt} = L \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

Lorsque i est croissant :

$$L \frac{di}{dt} = 0,03 \times \frac{0,4}{0,019} = 0,63 \text{ V} = U_m$$

Lorsque i est décroissant :

$$L \frac{di}{dt} = 0,03 \times \frac{-0,4}{0,001} = -12 \text{ V} = U_d$$

c. Valeur minimale de ri :

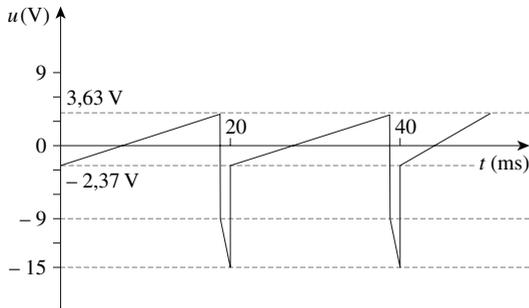
$$ri_{\min} = 15 \times (-0,2) = -3 \text{ V}$$

Valeur maximale de ri :

$$ri_{\max} = +3 \text{ V}$$

d. Sur chaque demi-période de la dent de scie, u varie linéairement (terme en ri).

On a une discontinuité à chaque changement de pente de la dent de scie car $L \frac{di}{dt}$ passe d'une valeur constante à une autre valeur constante.



En début de montée : $u = U_m + ri_{\min} = -2,37 \text{ V}$

En fin de montée : $u = U_m + ri_{\max} = 3,63 \text{ V}$

En début de descente : $u = U_d + ri_{\max} = -9 \text{ V}$

En fin de descente : $u = U_d + ri_{\min} = -15 \text{ V}$

● **14. 1.** u est une fonction sinusoïdale dont les valeurs varient entre U_m et $-U_m$.

De plus :

$$u(t + nT) = U_m \cos(2\pi t + 2\pi n) = U_m \cos(2\pi t) = u(t)$$

où n est entier et T est la période de u .

Si on choisit la date $t=0$ à un instant où $u=U$, l'expression proposée convient.

$$2. i_C = C \frac{du}{dt} = -CU_m \frac{2\pi}{T} \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

$$3. u = L \frac{di_L}{dt}$$

$$\text{Donc : } i_L = \frac{1}{L} \int u dt = \frac{T}{2\pi L} U_m \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + \text{cte}$$

La constante est nulle si la valeur moyenne de i_L est nulle.

$$4. \mathbf{a.} i(t) = i_C(t) + i_L(t)$$

$$= \left(-\frac{2\pi C}{T} + \frac{T}{2\pi L}\right) U_m \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

$$\mathbf{b.} i(t) = 0 \text{ quel que soit } t \text{ si } \frac{2\pi C}{T} = \frac{T}{2\pi L}$$

(donc si $T = 2\pi\sqrt{LC}$).

c. Les deux fonctions $i_L(t)$ et $i_C(t)$ ont alors la même amplitude $\frac{2\pi C}{T} = \frac{T}{2\pi L}$ et sont en opposition de phase : leur somme est bien nulle.

5. À une fréquence $\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ le dipôle LC parallèle ne laisse pas passer le courant, d'où l'appellation de circuit-bouchon.

ENTRAÎNEMENT AU BAC

● **15. a.** En convention récepteur :

$$u_L = L \frac{di}{dt} + ri, \quad u_R = Ri$$

$$\text{Et : } u = u_R + u_L = L \frac{di}{dt} + (r+R)i = U$$

$$\mathbf{b.} L \frac{di}{dt} + (r+R)i$$

$$= -LA \frac{r+R}{L} e^{-\frac{r+R}{L}t} + (r+R)Ae^{-\frac{r+R}{L}t} + U = U$$

$$\mathbf{c.} \text{ À } t=0 \text{ on a } i=0 = A + \frac{U}{r+R} \text{ donc } A = -\frac{U}{r+R}$$

d. En régime permanent on a :

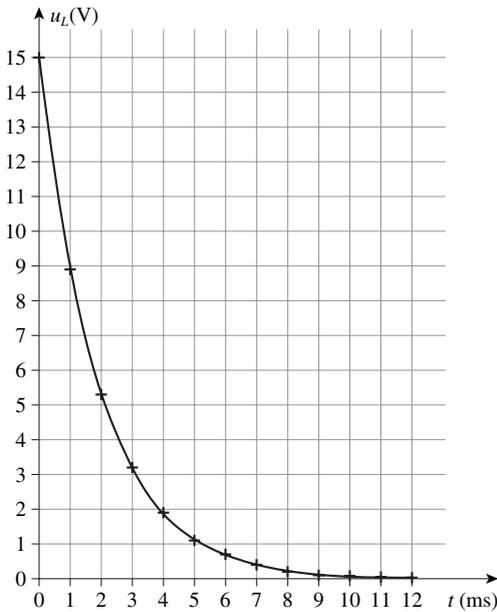
$$i = i_{\max} = 73 \text{ mA} = \frac{U}{r+R}$$

$$\text{Donc : } r = \frac{U}{i_{\max}} - R = 8 \Omega$$

e. On trouve $\tau = 1,9 \text{ ms}$ graphiquement comme par le calcul.

$$\mathbf{f.} E = \frac{1}{2} Li_{\max}^2 = 1,0 \text{ mJ}$$

g. Graphe de $u_L = Ue^{-\frac{r+R}{L}t}$



● **16. a.** Il est indispensable d'utiliser un générateur de type « double isolation » sinon le dipôle se trouvant entre les masses des deux appareils serait court-circuité via la terre.

b. On visualise u_{AM} sur la voie reliée à A et u_{BM} sur la voie reliée à B.

c. $u_{BM} = -Ri$ et $u_{AM} = L \frac{di}{dt} = -\frac{L}{R} \frac{du_{BM}}{dt}$

d. La courbe correspondant à u_{AM} doit être proportionnelle à l'opposé de la dérivée de l'autre courbe : c'est donc la courbe en créneaux voie 2, la voie 1 correspondant à u_{BM} .

e. $u_{AM} = \pm 0,24 \text{ V}$

$$\frac{du_{BM}}{dt} = \frac{\Delta u_{BM}}{\Delta t} = \pm \frac{4}{0,002} = \pm 2,0 \cdot 10^3 \text{ V} \cdot \text{s}^{-1}$$

f. $\tau = \frac{L}{R} = \frac{0,24}{2\,000} = 12 \cdot 10^{-5} \text{ s}$

g. On a obtenu cette grandeur en divisant une tension par une tension divisée par un temps, on trouve donc bien un temps.

h. $L = R\tau = 0,12 \text{ H}$

● **17. a.** $u_{PM} = L \frac{di}{dt} + (R+r)i$

et $u_{QM} = -(R_0+r)i$

b. $u_{ADD} = u_{PM} + u_{QM}$ donc si $r = R_0$ on a :

$$u_{ADD} = L \frac{di}{dt}$$

c. u_{ADD} est proportionnelle à la dérivée de i et u_{QM} à $-i$.

Quand u_{QM} est une droite croissante u_{ADD} est une constante négative et quand u_{QM} est une droite décroissante u_{ADD} est une constante positive.

d. $u_{ADD} = L \frac{di}{dt} = L \frac{d}{dt} \left(-\frac{u_{QM}}{R+R_0} \right)$

$$= -\frac{L}{R+R_0} \frac{du_{QM}}{dt}$$

e. u_{QM} croît de 6 V en 0,8 ms ou décroît de 6 V en 0,4 ms, les valeurs extrêmes de sa dérivée sont donc $7,5 \cdot 10^3 \text{ V} \cdot \text{s}^{-1}$ et $-15 \cdot 10^3 \text{ V} \cdot \text{s}^{-1}$.

$u_{ADD} = +3 \text{ V}$ (quand u_{QM} décroît) ou $-1,5 \text{ V}$ (quand u_{QM} croît).

f. On a donc :

$$\frac{L}{R+R_0} = \frac{3}{15 \cdot 10^3} = \frac{1,5}{7,5 \cdot 10^3} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ H} \cdot \Omega^{-1}$$

avec $R+R_0 = 109 \Omega$ donc $L = 21,8 \text{ mH}$

● **18. 1.** $u_R = Ri$ et $u_L = L \frac{di}{dt}$

2. $U = u'_R = Ri$ et $i = I_1 = \frac{U}{R}$

3. La tension aux bornes de la bobine est alors négligeable, on a $U = 2Ri$ donc $i = I_2 = \frac{U}{2R}$

4. $E = \frac{1}{2} LI_2^2 = \frac{LU^2}{8R^2}$

5. a. $u_R + u_L = 0 = Ri + L \frac{di}{dt}$

b. $u_R + u_L = RAe^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{I}{\tau} Ae^{-\frac{t}{\tau}} = 0$ si $\tau = \frac{L}{R}$

c. À $t = 0$, on a $i = I_2 = A = \frac{U}{2R}$

d. $i = \frac{U}{2R} e^{-\frac{t}{\tau}}$ donne :

$$u_L = L \frac{di}{dt} = -L \frac{1}{\tau} \frac{U}{2R} e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{U}{2} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

u_L est négative.

6. a. $u_R + u'_R + u_L = U = 2Ri + L \frac{di}{dt}$

b. Pour $t \rightarrow \infty$, on a $i = B' = I_2 = \frac{U}{2R}$

Pour $t = 0$, $i = 0 = A' + B'$ donc $A' = -B' = -\frac{U}{2R}$

c. $i = \frac{U}{2R} \left(1 - e^{-\frac{2t}{\tau}} \right)$ donne :

$$u_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{2}{\tau} \frac{U}{2R} e^{-\frac{2t}{\tau}} = Ue^{-\frac{2t}{\tau}}$$

u_L est positive.

CHAPITRE 8. CIRCUIT RLC SÉRIE

ASPECTS PÉDAGOGIQUES ET SCIENTIFIQUES

Dans ce chapitre, on commence par étudier expérimentalement la décharge d'un condensateur chargé dans une bobine. Pour simplifier la compréhension du phénomène par les élèves, il est indispensable :

- de ne pas employer de générateur débitant une tension en créneaux,
- d'utiliser, pour la saisie de ce phénomène transitoire unique, soit un oscilloscope à mémoire, soit une carte d'acquisition associée à un logiciel capable de traiter les données.

Après une étude soignée des divers paramètres du phénomène, on arrive à une première modélisation physique du circuit : le circuit LC .

Ce modèle est détaillé et on résout analytiquement l'équation différentielle résultante : l'élève doit savoir vérifier qu'une solution donnée satisfait l'équation, puis déterminer toutes les constantes à partir des paramètres du circuit et des conditions initiales.

On en vient ensuite naturellement à chercher comment on peut entretenir des oscillations réelles amorties. Le dispositif utilisé est classique : c'est le montage à amplificateur opérationnel simulant une résistance négative.

Attention ! ce montage ne doit pas être étudié, seule sa fonction doit être connue des élèves.

On ne parle alors d'oscillations entretenues que si l'on obtient des oscillations sinusoïdales.

Ce sont, en fait, des oscillations auto-entretenues, la fréquence étant la fréquence propre du circuit.

L'outil fondamental de cette étude est donc l'oscilloscope, déjà employé dans les deux chapitres précédents et que l'élève doit savoir maintenant utiliser en mode balayage :

- avec réglage du zéro de tension, choix de sensibilité verticale et d'une base de temps, sélection des voies,
- pour effectuer des mesures de tension, d'intensité et de temps.

Toutefois, la synchronisation, le décalibrage et l'utilisation du mode mémoire restent non exigibles.

L'étude **formelle** des oscillations libres amorties est hors programme.

Le professeur doit cependant en connaître quelques points pour régler les expériences au mieux.

L'équation différentielle $\ddot{q} + \frac{R}{L} \dot{q} + \frac{1}{LC} q = 0$ peut s'écrire :

$$\ddot{q} + 2\alpha\omega_0\dot{q} + \omega_0^2q = 0$$

Où : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $\alpha = \frac{R}{2L\omega_0}$

que l'on peut écrire : $\frac{R}{R_c}$ avec $R_c = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$

Elle possède différentes solutions suivant la valeur du coefficient positif α :

- si $\alpha > 1$, l'équation caractéristique possède deux solutions réelles négatives ($-r_1$) et ($-r_2$) et le régime obtenu est apériodique :

$$q(t) = Ae^{-r_1t} + Be^{-r_2t}$$

($q(t)$ est monotone, décroissante)

- si $\alpha = 1$, l'équation caractéristique possède une solution double ($-r$) et le régime est dit critique (décroissance plus rapide que dans le régime précédent) :

$$q(t) = (Bt + C)e^{-rt}$$

- si $\alpha < 1$, l'équation caractéristique possède deux solutions complexes ($-\alpha\omega_0 \pm j\omega$) et le régime est dit pseudo-périodique :

$$q(t) = Ae^{-\alpha\omega_0t} \sin(\omega t + \varphi)$$

La pseudo-période $T = \frac{2\pi}{\omega}$ est définie comme la

durée entre deux annulations de $q(t)$ dans le même sens et non comme la durée entre deux maxima consécutifs (il y a une petite différence entre les deux).

Puisque $\omega^2 = \omega_0^2(1 - \alpha^2)$, la pseudo-période dépend de la résistance R du circuit.

Cependant, si $\alpha \ll 1$, $\omega \approx \omega_0$ et $T \approx T_0$ avec

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

En régime très peu amorti, la pseudo-période est égale à la période propre du circuit.

Le terme $\frac{1}{2\alpha}$ est le facteur de qualité du circuit, il fixe le nombre d'oscillations du circuit.

L'énergie moyenne du circuit variant en $e^{-2\alpha\omega_0t}$, elle s'épuise avec la constante de temps $\tau' = \frac{1}{2\alpha\omega_0}$

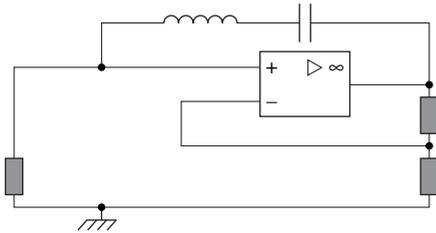
Le temps de relaxation du circuit $\tau = 2\tau'$ est la constante de temps relative à l'amortissement des oscillations.

On observe que le facteur de qualité s'exprime par :

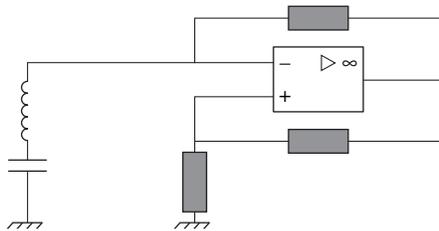
$$Q = \frac{\pi\tau}{T_0}$$

Concernant l'entretien des oscillations, il y a deux possibilités de montages :

1^{er} cas : avec dipôle RLC dans la boucle de rétroaction



2^e cas : avec dipôle RLC accroché à la masse



Ne pas oublier dans les montages, que la résistance effective de la bobine est supérieure à sa résistance en courant continu : la bobine est le siège d'un effet de peau qui limite le passage du courant dans une couche à la périphérie du conducteur.

Cette couche est d'autant plus mince (et la résistance d'autant plus grande) que la fréquence devient grande.

ACTIVITÉS DE DÉCOUVERTE

1. Décharge d'un condensateur dans une bobine inductive (p. 168)

Matériel

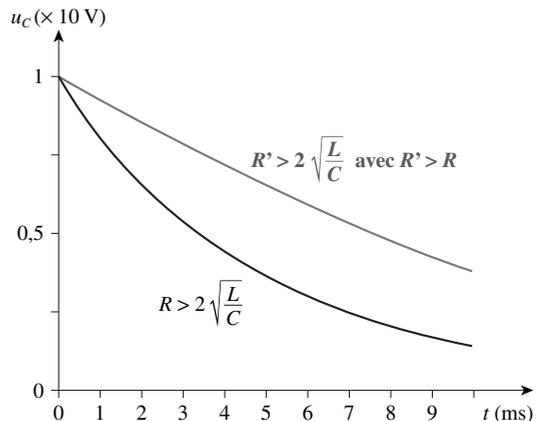
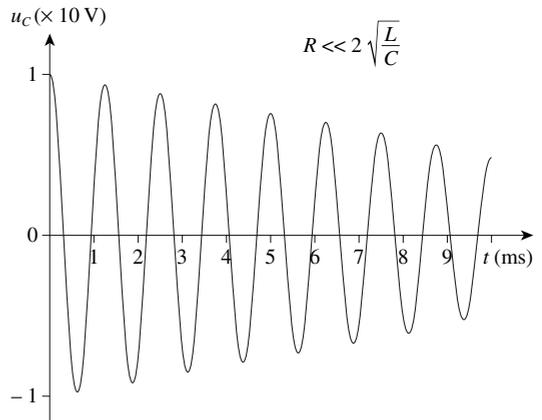
- Pile, accumulateur ou générateur de tension constante réglable Matelco
- Condensateur (de boîte de capacités) 0,5 μF
- Bobine 1 000 spires de transformateur démontable, de résistance faible (9 Ω), d'inductance 0,06 H
- Boîte de résistances $\times 1$, $\times 10$, $\times 100$, $\times 1\ 000$

- Interrupteur à trois bornes sans rebond aux niveaux des contacts (on peut utiliser un relais reed)
- Interface de type Candibus et logiciel associé de type Regressi ou oscilloscope à mémoire pouvant transférer ses données à un ordinateur.

Correction

1. a. Le démarrage de l'acquisition doit s'effectuer grâce à une variation de tension égale à plusieurs pas de mesure de l'interface et non grâce au « bruit » inévitables associé au signal acquis.

Dans le cas de Candibus, le pas étant de $\frac{10,24}{2^8} = 0,040\text{ V}$, on atteint 0,100 V avec 2 à 3 pas de mesure.



b. et c. « Pseudo-périodique » : la tension u_C oscille autour de la valeur 0 mais les oscillations ne gardent pas une amplitude constante au cours du temps.

La durée de chaque oscillation restant la même, on parle de pseudo-période au lieu de période et le régime associé sera dit pseudo-périodique.

« Apériodique » : la tension u_C décroît jusqu'à la valeur 0 sans osciller.

d. On a : $(R + r) = R_c = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$

pour le passage d'un régime à l'autre.

On peut faire l'analyse dimensionnelle du second membre pour justifier la comparaison.

2. La décharge est plus rapide pour une valeur de résistance proche de R_c . Quand R augmente, la durée de la décharge augmente.

3. a. La durée mesurée entre différents passages par 0 dans le même sens de variation est constante, ce n'est pas la durée d'un motif identique et répété.

b. Les mesures donnent une pseudo-période quasi constante pour R variant de 0 à 100 Ω , cette durée devient de plus en plus élevée quand R varie de 200 Ω à 600 Ω .

La pseudo-période croît avec la résistance du circuit.

4. a. La forme prévisible de tension est sinusoïdale, avec une période très proche de la pseudo-période obtenue à $R = 0$.

b. Voir l'établissement de l'équation différentielle et la résolution analytique donnés dans le cours.

La grandeur $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ n'est pas à définir, c'est un intermédiaire de calcul :

$$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{1}{LC}$$

c. $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

d. La valeur obtenue correspond à la précédente.

e. On vérifie ici que la pseudo-période est égale à la période propre quand l'amortissement est négligeable.

2. Étude énergétique de la décharge oscillante (p. 169)



Matériel

Le même que pour l'activité précédente.

Correction

1. a. L'intensité du courant peut se calculer en utilisant les multiples fonctions du tableur :

- soit à partir de u_R avec : $i = -\frac{u_R}{R}$
- soit à partir de u_C avec : $i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$

2. a. Les expressions des énergies sont :

$$E_e = \frac{1}{2} C u_C^2 \quad \text{et} \quad E_m = \frac{1}{2} L i^2$$

Celle de la puissance dissipée par effet Joule :

$$P_j = (R + r)i^2$$

b. et c. On peut afficher les graphes d'évolution avec le temps des grandeurs E_e , E_m , $E_e + E_m$. (voir le **Doc. 10** p. 173 du livre de l'élève).

On peut aussi tracer E_m en fonction de E_e .

Dans tous les cas, on constate que $E_e(t)$ et $E_m(t)$ varient de façon pseudo-périodique, et que l'une est maximale (ou pratiquement maximale) quand l'autre est nulle.

Il y a donc un transfert d'énergie de la bobine au condensateur et vice-versa mais l'énergie totale stockée diminue au cours du temps.

Les éléments responsables de la diminution d'énergie sont les résistances du circuit qui dissipent vers l'extérieur l'énergie électrique reçue par effet Joule.

d. Sur une durée très courte Δt entre les instants t et $t + \Delta t$, l'énergie dissipée s'écrit :

$$\Delta E_j = P_j \Delta t = (R + r)i^2 \Delta t$$

e. L'énergie perdue depuis le début de la décharge se décompose en faisant la somme des énergies de type ΔE_j obtenues sur chacun des courts intervalles Δt avec lesquels on a morcelé la durée $[0, t]$.

$$E_j = \sum \Delta E_j$$

Lorsque la durée Δt tend vers 0, cette somme correspond à l'intégrale :

$$\int_0^t (R + r)i^2 dt$$

f. On trace $E_m(t) + E_e(t)$ et $E_j(t)$, si on effectue leur somme, on obtient une constante.

3. a. et b. L'énergie initiale du condensateur est :

$$E_e(0) = \frac{1}{2} C U^2 \quad \text{et} \quad T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

E_e et E_m sont des fonctions sinusoïdales du temps

de période $\frac{T_0}{2}$ et de valeur maximale $\frac{1}{2} C U^2$

(voir le **Doc. 9** p. 173 du livre de l'élève).

3. Durées caractéristiques d'un circuit RLC (p. 176)



Matériel

- Pile, accumulateur ou générateur de tension constante réglable Matelco
- Condensateur (de boîte de capacités) 1,0 μF
- Bobine $L = 18 \text{ mH}$, de résistance faible (2,8 Ω)
- Boîte de résistances $\times 10$
- Interrupteur à trois bornes sans rebond aux niveaux des contacts (on peut utiliser un relais reed)
- Interface type Candibus et logiciel associé type Regressi ou oscilloscope à mémoire pouvant transférer ses données à un ordinateur.
- A.O.TL081 avec alimentation symétrique, monté avec deux résistances $R_1 = 2,2 \text{ k}\Omega$ et une boîte de résistances R_0 identique à la première.

Correction

1. Au moyen d'un oscilloscope à mémoire ou d'une interface reliée à un ordinateur afin de visualiser l'évolution de la tension u_C avec le temps.

2. a. $T_0 = 2\pi \sqrt{LC}$

b. La mesure se fait suivant deux méthodes :

- réalisation d'un oscillateur RLC amorti mais l'amortissement devra être faible afin d'obtenir la quasi-égalité entre période propre et pseudo-période. On capture la tension aux bornes du condensateur, on mesure sa pseudo-période, on déduit la période propre.
- réalisation d'un oscillateur RLC entretenu par « résistance négative ». Le dipôle d'entretien est fourni intégralement monté. On capture toujours la tension aux bornes du condensateur et aussi la tension de sortie de l'amplificateur opérationnel pour affiner les réglages. Les oscillations sont quasi-sinu-soidales, de période égale à la période propre. On mesure cette période d'oscillation.

3. a. Pour bien comprendre que la nouvelle durée est associée à l'amortissement, il est bien préférable de travailler sur les maxima et de modéliser la courbe sur laquelle ils se placent plutôt que de modéliser directement la tension acquise par une sinusoïde amortie (comme peut le faire Regressi, par exemple).

On modélise donc les couples $(t, \ln(u))$ par une droite décroissante.

Son coefficient directeur identifié à $\left(-\frac{1}{\tau}\right)$ permet alors d'évaluer la constante de temps τ .

b. En comparant les deux valeurs et les dimensions des deux grandeurs, on déduit : $\tau = 2 \frac{L}{R}$

Cette durée est donc caractéristique de l'amortissement de « l'amplitude » des oscillations.

Le professeur peut alors, s'il veut prolonger l'activité, travailler sur l'équation différentielle de l'oscillateur amorti et en dégager aussi l'expression des temps caractéristiques.

En comparant ces durées, on met en évidence le fait suivant :

- si $\pi\tau > \frac{T_0}{2}$, le régime est pseudo-périodique.
- si $\pi\tau < \frac{T_0}{2}$, le régime est apériodique.

4. Un outil pour l'analyse des oscillateurs (p. 177)



Matériel

- Pile, accumulateur ou générateur de tension constante réglable Matelco
- Condensateur (de boîte de capacités) 10 μF ,
- Bobine d'inductance de l'ordre de 10 mH, de résistance connue.
- A.O.TL081 avec alimentation symétrique, monté avec deux résistances $R_1 = 2,2 \text{ k}\Omega$ et une boîte de résistances R_0 ($\times 10 \Omega$)
- Interrupteur à trois bornes sans rebond aux niveaux des contacts (on peut utiliser un relais reed),
- Interface type Candibus et logiciel associé type Regressi ou oscilloscope à mémoire pouvant transférer ses données à un ordinateur.

Correction

1. a. On utilise ici la convention récepteur pour les deux dipôles (voir le **Doc. 6** p. 171 du livre de l'élève).

La loi d'additivité des tensions donne :

$$u_C + u_L = 0. \text{ Or } u_C = \frac{q}{C} \text{ avec } i = \frac{dq}{dt} \text{ et}$$

$$u_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{d^2q}{dt^2} \text{ d'où } \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0$$

Cette équation différentielle admet pour solutions les fonctions $q(t)$ de la forme :

$$q(t) = Q_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \Phi_0\right)$$

à condition de satisfaire la relation : $\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{1}{LC}$

L'amplitude Q_m et la phase Φ_0 dépendent des conditions initiales.

À la date $t = 0$:

- la charge s'écrit : $q(0) = Q_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \times 0 + \Phi_0\right)$

- l'intensité du courant s'écrit :

$$i(0) = Q_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \times 0 + \Phi_0 + \frac{\pi}{2}\right)$$

D'où : $\Phi_0 = 0$ et $Q_m = q(0)$

Et $q(t) = q(0) \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right) = q(0) \cos(\omega_0 t)$

$$= 10 \cos(3,16 \cdot 10^3 t) \text{ en } \mu\text{C}$$

b. L'intensité est la dérivée de la charge par rapport au temps :

$$i = \frac{dq}{dt} = -\omega_0 q(0) \sin(\omega_0 t) = \omega_0 q(0) \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right)$$

D'où : $I_m = \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)q(0)$ et $\Phi_1 = \frac{\pi}{2}$

c. L'énergie stockée dans le condensateur à la date t s'écrit :

$$E_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2C} q(0)^2 \cos^2(\omega_0 t)$$

Celle stockée dans la bobine au même instant :

$$E_m = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} Lq(0)^2 \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t)$$

La somme s'exprime par :

$$E_{em} = \frac{1}{2} \frac{q(0)^2}{C} \text{ car } LI_m^2 = \frac{q(0)^2}{C}$$

L'énergie totale stockée dans le circuit reste donc constante (voir le **Doc. 9** p. 173 du livre de l'élève).

d. On a :

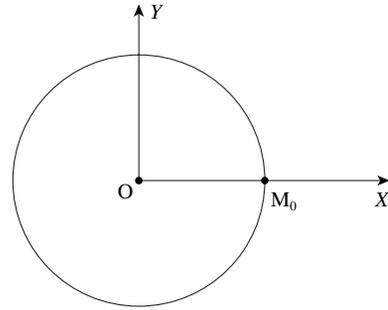
$$X = q(0) \cos(\omega_0 t)$$

$$Y = q(0) \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right) = -q(0) \sin(\omega_0 t)$$

Le grapheur donne, pour la représentation graphique de Y en fonction de X , un cercle centré sur l'origine et de rayon $q(0)$.

Les équations précédentes sont donc les équations paramétriques d'un cercle de centre l'origine et de rayon $q(0)$.

Ce cercle est décrit dans le sens horaire, à partir de M_0 (point où se trouve M à la date $t = 0$).



e. L'énergie stockée dans le circuit LC s'écrit :

$$E = E_e + E_m$$

Or : $E_e = \frac{X^2}{2C}$ et $E_m = \frac{1}{2} L\omega_0^2 Y^2$

D'où : $E = \frac{X^2 + Y^2}{2C} = \frac{OM^2}{2C}$

Pour l'oscillateur LC , E est constante donc OM est constante et M décrit un cercle de centre O .

La valeur de la constante fixe le rayon $q(0)$ du cercle.

2. La courbe obtenue comporte deux parties :

- une spirale *démarrant* en O et décrivant la naissance des oscillations,
- un cercle limite, décrivant les oscillations permanentes obtenues en final.

On déduit ainsi que l'énergie totale stockée croît et se stabilise à la valeur $\frac{1}{2} \frac{q(0)^2}{C}$

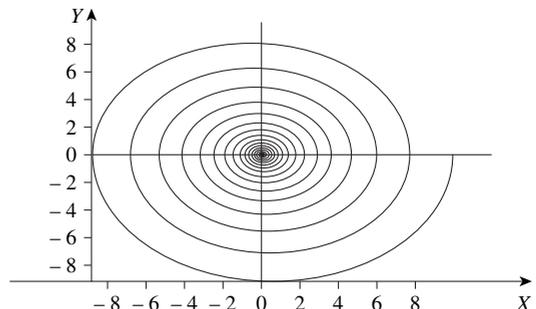
3. La courbe obtenue est une spirale qui s'enroule dans le sens horaire et *se termine* en O .

a. L'énergie s'écrit toujours sous la forme $\frac{X^2 + Y^2}{2C}$

b. À la date $t = 0$, M se trouve sur l'axe des X en $M_0(q(0), 0)$.

L'origine est un point d'aboutissement.

L'énergie totale diminue donc jusqu'à l'annulation complète.



c. Après avoir refait un enregistrement pour diverses valeurs croissantes de résistance R , on observe que la spirale comporte de moins en moins de tours : un tour correspond visiblement à une oscillation et le nombre de tours donne le nombre d'oscillations effectuées par l'oscillateur.

(Si on passe au régime aperiodique, il n'y a plus de spirale mais un arc \widehat{OM}_0 de concavité tournée vers le haut.)

d. L'oscillateur décrit ici est de type RLC , la charge initiale du condensateur est de $50 \mu\text{C}$, il est en oscillations libres amorties puisqu'on observe seulement 4 oscillations effectuées.

EXERCICES

Appliquer ses connaissances

● **10. a.** L'énergie initiale du condensateur s'écrit : $E_e(0) = \frac{1}{2} CU^2$

b. Ce circuit correspond au modèle LC : il y a échange périodique entre les formes électrique (dans le condensateur) et magnétique (dans la bobine).

Ces formes sont périodiques de période $\frac{T_0}{2}$

À $t = n \frac{T_0}{2}$, on a : $E = E_e$ et $E_m = 0$

À $t = (2n + 1) \frac{T_0}{4}$, on a : $E = E_m$ et $E_e = 0$

c. Seule $2\pi\sqrt{LC}$ est homogène à une durée.

● **12. a.** En **Doc. 1**, $u(0) = 5 \text{ V}$

Donc : $q(0) = Cu(0) = 1,1 \mu\text{C}$

L'affirmation est vraie.

b. La pseudo-période mesurée est de $0,4 \text{ ms}$. L'affirmation est fautive.

c. Pour la première expérience, on peut prévoir une pseudo-période proche de la période propre :

$$T \approx T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

Pour la deuxième expérience, on prévoit :

$$T' \approx 2\pi\sqrt{LC'} = \sqrt{2} \times 2\pi\sqrt{LC} = \sqrt{2} T$$

Or, on mesure : $T' = 0,2 \text{ ms}$

L'affirmation est vraie.

d. En régime aperiodique, les grandeurs électriques n'oscillent pas.

L'affirmation est fautive.

● **13. a.** L'énergie totale est la somme de l'énergie électrique du condensateur et de l'énergie magnétique de la bobine : $E = E_e + E_m = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} Li^2$

b. La dérivée $\frac{dE}{dt}$ est nulle.

$$\text{Donc : } \frac{1}{C} q \frac{dq}{dt} + L \frac{dq}{dt} \frac{dq}{dt} = 0$$

car, avec un condensateur orienté en récepteur et possédant la charge q sur la première armature rencontrée par le courant, $i = \frac{dq}{dt}$.

$i = \frac{dq}{dt}$ étant non nul, on simplifie et on retrouve l'équation différentielle d'évolution de la charge q du condensateur.

● **16. a.** On observe une décharge oscillante amortie.

b. Le circuit est peu amorti : la pseudo-période T est voisine de la période propre $2\pi\sqrt{LC}$

On mesure : $T = 4,0 \text{ ms}$

D'où : $C = 1,2 \mu\text{F}$

c. On branche la voie 2 de sorte qu'on ait le résistor « pris » entre la masse et cette voie.

Alors : $u_R = -Ri$ et $i = -\frac{u_R}{R}$

d. À l'instant de basculement, le condensateur est complètement chargé, la tension à ses bornes est maximale.

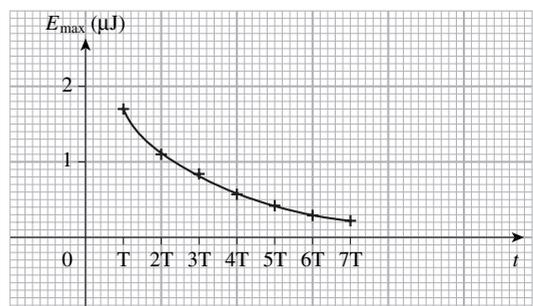
Or, à la date $t = 0$, la tension à ses bornes est nulle : les deux dates ne coïncident donc pas.

● **17. a.** $E_{\max} = \frac{1}{2} CU_{\max}^2$

| Numéro du maximum | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|------------------------------|-----|-----|------|------|------|------|------|
| E_{\max} (μJ) | 1,7 | 1,1 | 0,84 | 0,57 | 0,42 | 0,29 | 0,22 |

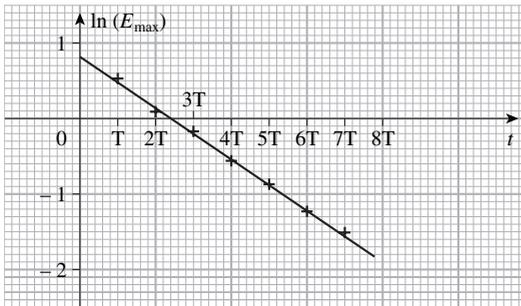
b. Aux mêmes instants (calculables par l'expression $(n - 1)T$), l'énergie magnétique est nulle, l'énergie totale est égale à E_{\max} .

c. $E_{\max}(t)$ n'est pas affine.



d.

| Numéro du maximum | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|------------------------------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| E_{\max} (μJ) | 1,7 | 1,1 | 0,84 | 0,57 | 0,42 | 0,29 | 0,22 |
| $\ln(E_{\max})$ | 0,53 | 0,09 | -0,17 | -0,56 | -0,87 | -1,23 | -1,51 |



Le graphe correspond à une droite, la grandeur $(-k)$ correspond au coefficient directeur.

D'où : $-k = -85 \text{ s}^{-1}$ et $k = 85 \text{ s}^{-1}$

On calcule $\frac{R}{L} = 85,7 \text{ S.I.}$

Comme l'unité de $\frac{R}{L}$ est aussi le s^{-1} ,

on en déduit : $k = \frac{R}{L}$

■ Aller plus loin

● **18. 1. a.** La constante de temps du circuit inductif s'exprime par $\tau = \frac{L}{R}$ et vaut 0,50 s.

b. Le régime est continu permanent : la bobine fonctionne comme un conducteur ohmique $U = RI$

Donc : $I = \frac{U}{R} = 1,00 \text{ A}$

2. a. On calcule $C = 3,5 \cdot 10^{-13} \text{ F}$

Cette valeur très faible est compatible avec la modélisation de l'interrupteur.

b. On oriente chaque dipôle en récepteur. L'application de la loi des mailles et la relation intensité-tension du condensateur permettent d'obtenir :

$$U = u_C + RC \frac{du_C}{dt} + LC \frac{d^2u_C}{dt^2}$$

c. Si on écrit la relation sous la forme :

$$\frac{U - u_C}{LC} = \frac{R}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{d^2u_C}{dt^2}, \text{ et sachant que :}$$

$$\left[\frac{du_C}{dt} \right] = [\text{V} \cdot \text{s}^{-1}] \text{ et } \left[\frac{d^2u_C}{dt^2} \right] = [\text{V} \cdot \text{s}^{-2}]$$

On voit que :

$$\left[\frac{U - u_C}{LC} \right] = [\text{V} \cdot \text{s}^{-2}] \text{ donc } [LC] = [\text{s}^{-2}] \text{ et,}$$

$$\text{de même } \left[\frac{R}{L} \right] = [\text{s}^{-1}]$$

On trouve deux temps caractéristiques :

$$\sqrt{LC} \text{ associé à la période propre } T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$\text{et } \beta = \frac{L}{R}$$

Les valeurs respectives sont $8,3 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ et 0,50 s.

Comme $\beta \gg \frac{T_0}{2\pi}$, le système peut osciller, le régime

est pseudo-périodique.

d. À $t = 1 \text{ ns}$, on a : $u_C = 2,8 \cdot 10^3 \text{ V}$

À $t = 10 \text{ ns}$, on a : $u_C = 2,8 \cdot 10^4 \text{ V}$

e. L'étincelle apparaît puisque la tension atteint la valeur critique d'ionisation.

3. a. $I = \frac{U}{R} = 1,00 \text{ A}$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{L'C} = 3,7 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

$$\beta = \frac{L'}{R} = 1,0 \cdot 10^{-7} \text{ s}$$

Le régime est encore pseudo-périodique.

b. $U_m = 1700 \text{ V}$, la tension n'atteint jamais la valeur critique, il n'y a pas d'étincelles.

● **19. 1. b.** $U = L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C}$ (1)

c. On a : $0 = L \frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{Q}{C}$ car $\frac{d^2Q}{dt^2} = \frac{d^2q}{dt^2}$

d. La fonction proposée est solution si :

$$\omega^2 = \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \text{ (voir le cours)}$$

e. On obtient alors :

$$q = CU + Q_m \cos(\omega_0 t + \Phi_0)$$

pour la solution de (1).

2. a. $q_0 = 0$ et $i_0 = 0$

b. q_0 s'exprime aussi par :

$$CU + Q_m \cos(\Phi_0)$$

et i_0 par : $-\omega_0 Q_m \sin(\Phi_0)$

D'où : $Q_m = -CU$ et $\Phi_0 = 0$

c. La charge $q(t)$ s'écrit : $CU(1 - \cos(\omega_0 t))$

C'est une fonction sinusoïdale variant entre les valeurs 0 et $2CU$ et de période T_0 .

La droite d'équation $q = CU$ est axe de symétrie pour la courbe correspondante.

Il y a des oscillations électriques non pas autour de l'état de charge nulle mais autour de l'état de charge moyenne CU .

ENTRAÎNEMENT AU BAC

● **20. a.** C'est un oscillateur électrique en régime pseudo-périodique. En régime très amorti, il n'y a plus d'oscillations mais une décroissance régulière de la tension de la valeur initiale jusqu'à la valeur 0.

b. Pour 7 pseudo-motifs, on mesure la durée 7,0 ms d'où $T = 1,0$ ms.

Il intervient aussi le temps caractéristique de l'amortissement des oscillations.

c. On oriente chaque dipôle en récepteur. L'application de la loi des mailles et la relation intensité-tension du condensateur permettent d'obtenir :

$$0 = u_C + rC \frac{du_C}{dt} + LC \frac{d^2u_C}{dt^2}$$

d. L'équation ne comporte plus de terme en $rC \frac{du_C}{dt}$.

On retrouve, comme dans le cours, $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

e. La pseudo-période est quasi-égale à la période propre car le circuit est peu amorti.

D'où : $L = 0,10$ H

● **21. a.** $R_0 = R$

b. $U = 4$ V et $T = 6$ ms

c. On repère, dans le tableau, deux demi-tableaux : l'un où C reste constant, de valeur $0,40$ μF , l'autre où L reste constant de valeur 68 mH.

On peut donc tracer l'évolution de la grandeur T^2 avec la variable L (avec $C = 0,40$ μF), puis l'évolution de T^2 avec la variable C (avec $L = 68$ mH). Les représentations obtenues sont des droites passant par l'origine : T est proportionnelle à \sqrt{L} et à \sqrt{C} .

Ces deux grandeurs étant indépendantes, T est proportionnelle à \sqrt{LC} .

Le coefficient de proportionnalité se calcule à partir d'un des deux graphes, il vaut 2π .

On vérifie donc que T est égale à la période propre.

d. L'équation (1) représente, dans le système de coordonnées choisi, une droite passant par l'origine, décroissante et de pente $(-k^2)$: le graphe est en accord avec l'équation (1).

La pente mesurée est : $-1,1 \cdot 10^6 \text{ s}^{-2}$

Comme :
$$\frac{d^2u_C}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 u_C$$

On a :
$$T = \frac{2\pi}{k} = 6,0 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

e. L'énergie totale stockée dans le circuit :

$$E = E_e + E_m = \frac{1}{2} C u_C^2 + \frac{1}{2} L i^2 \text{ reste constante.}$$

On écrit :
$$E = E_e + E_m = \frac{1}{2} C u_C^2 + \frac{1}{2} L C^2 \left(\frac{du_C}{dt}\right)^2$$

Soit :
$$K = 2 \frac{E}{C}$$

f. Le graphe est une droite décroissante, coupant les axes de coordonnées en $\left(2 \frac{E}{C} ; 0\right)$ et $\left(0 ; 2 \frac{E}{C}\right)$

PARTIE C. ÉVOLUTION DES SYSTÈMES ÉLECTRIQUES

PROBLÈMES DE BAC

● **1. 1. a.** Oui. Utiliser un conducteur ohmique de résistance plus élevée permettra d'augmenter la valeur de la constante de temps du circuit, et donc la durée du régime transitoire.

b. Non.

c. et d. Non car la valeur de la force électromotrice n'a pas d'influence sur la durée du régime transitoire.

e. Non.

f. Oui. La durée actuelle de l'acquisition est trop grande devant celle du régime transitoire, on peut envisager de la raccourcir pour mieux visualiser le régime transitoire.

2. a. On visualise u_{PM} sur la voie 1 et u_{SM} sur la voie 2.

Avec la convention d'orientation indiquée pour

$$i(t), \text{ on a : } i(t) = \frac{u_{PS}}{R} = \frac{u_{PM} - u_{SM}}{R}$$

b. Avec la convention d'orientation indiquée pour

$$i(t), \text{ on a : } i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu_{SM})}{dt} = C \frac{du_{SM}}{dt}$$

c. Par analogie avec le résultat de la modélisation, on en déduit : $C = 1,0 \cdot 10^{-9} \text{ F} = 1,0 \text{ nF}$

● **2. 1. a.** Avec la convention d'orientation indiquée pour i , on a : $u_{PS} = L \frac{di}{dt} + ri$

b. $i(t) = \frac{u_{SM}}{R'}$ donc $u_{PS} = \frac{L}{R'} \frac{du_{SM}}{dt} + \frac{r}{R'} u_{SM}$

c. Dans l'égalité précédente, chacun des termes doit avoir la dimension d'une tension.

Pour le premier terme de la somme on a donc :

$$\left[\frac{L}{R'} \right] \cdot [\text{V}] \cdot [\text{s}]^{-1} = [\text{V}]$$

$\frac{L}{R'}$ est donc bien homogène à un temps.

2. a. On visualise u_{PM} sur la voie 1 et u_{SM} sur la voie 2, on a $u_{PM} = u_{SM}$. On a donc $u_{PS} = 0$.

u_{SM} étant constante l'expression de u_{PS} devient :

$$u_{PS} = \frac{r}{R'} u_{SM}$$

On en déduit que $r \ll R'$ puisque u_{SM} n'est pas nulle.

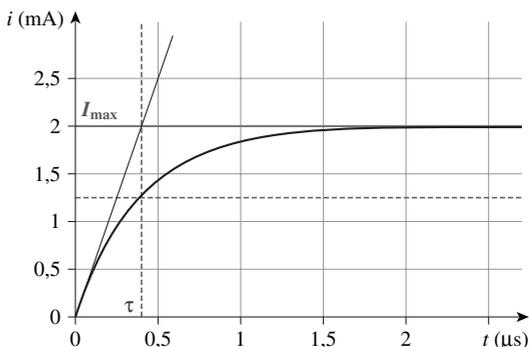
b. On a alors :

$$\tau = \frac{L}{R'}$$

3. a. Le graphe montre qu'en régime permanent :

$$u_{SM} = u_{PM} = U = 2 \text{ V} \quad \text{et} \quad i = I_{\max} = 2 \text{ mA}$$

De $u_{SM} = R' i$ on déduit $R' = \frac{U}{I_{\max}} = 1\,000 \, \Omega$



b. La tangente à la courbe en $t=0$ coupe son asymptote horizontale d'équation $i = I_{\max} = \frac{U}{R'}$ au

point d'abscisse τ . Le point de la courbe d'abscisse τ a pour ordonnée $I_{\max}(1 - e^{-1}) = 1,26 \text{ mA}$.

Par les deux méthodes, on obtient : $\tau = 0,4 \, \mu\text{s}$

c. $\tau = \frac{L}{R'}$ donc $L = R'\tau = 0,4 \text{ mH}$

● **3. 1.** Quand $t \leq 0$ et quand $t \rightarrow \infty$ l'association est en courant continu et régime permanent. L'intensité i est nulle si D est un condensateur, et u_D est nulle si D est une bobine de résistance négligeable :

a. Pour un condensateur : $i = f(t)$

b. Pour une bobine de résistance négligeable :

$$u_D = f(t)$$

2. a. Pour un condensateur :

$$E(t) = \frac{1}{2} C u_D^2 \text{ donc } a = C \text{ et } u_D = g(t)$$

b. Pour une bobine de résistance négligeable :

$$E(t) = \frac{1}{2} L i^2 \text{ donc } a = L \text{ et } i = g(t)$$

3. $f(t) = a \frac{dg(t)}{dt}$ équivaut :

a. pour le condensateur à : $i = C \frac{du_D}{dt}$

b. pour la bobine à : $u_D = L \frac{di}{dt}$

Ces deux égalités sont vraies, la relation est vérifiée pour le condensateur et pour la bobine.

4. Tension aux bornes du conducteur ohmique en convention récepteur : $u_R = Ri$

Additivité des tensions : $u = u_R + u_D = Ri + u_D$

À $t \geq 0$ on a $u = 0 = Ri + u_D$

En introduisant $f(t)$ et $g(t)$ on obtient :

a. pour le condensateur : $Rf(t) + g(t) = 0$

D'où d'après l'équation (1) : $Ra \frac{dg(t)}{dt} + g(t) = 0$

Ou encore : $\frac{dg(t)}{dt} + \frac{1}{Ra} g(t) = 0$ avec $\frac{1}{Ra} = \frac{1}{RC}$

b. pour la bobine : $Rg(t) + f(t) = 0$

D'où d'après l'équation (1) : $Rg(t) + a \frac{dg(t)}{dt} = 0$

Ou encore : $\frac{dg(t)}{dt} + \frac{R}{a} g(t) = 0$ avec $\frac{R}{a} = \frac{R}{L}$

5. $g(t) = Ae^{-\lambda t}$ donne $\frac{dg(t)}{dt} = -A\lambda e^{-\lambda t}$

Et dans l'équation (2) : $-A\lambda e^{-\lambda t} + A\lambda e^{-\lambda t} = 0$
vrai quel que soit A .

$Ae^{-\lambda t}$ est bien solution de (2) quelle que soit la valeur de A .

6. À $t = 0$, il y a continuité de la tension u_D pour le condensateur, et de l'intensité i pour la bobine, donc de $g(t)$ quelle que soit la nature de D (condensateur ou bobine).

Ses valeurs à $t = 0$ sont les mêmes qu'à $t < 0$, en régime permanent avec $u = U_{\max}$

a. Pour le condensateur : $g(t) = u_D$

À $t = 0$, on a : $g(t) = U_{\max}$

Or : $g(0) = A$ donc $A = U_{\max}$

b. Pour la bobine de résistance négligeable :

$$g(t) = i$$

À $t = 0$, on a : $g(t) = \frac{U_{\max}}{R}$

Or : $g(0) = A$ donc $A = \frac{U_{\max}}{R}$

7. a. Pour le condensateur :

$$g(t) = u_D(t) = U_{\max} e^{-\frac{t}{RC}}$$

b. Pour la bobine :

$$g(t) = i(t) = \frac{U_{\max}}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$$

● 4. 1. Courbe ① : $R = 70,0 \Omega$

Courbe ② : $R = 12,0 \Omega$

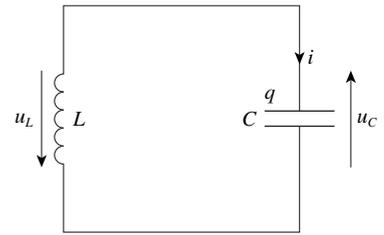
Courbe ③ : $R = 2,0 \Omega$

C'est la résistance qui est responsable de l'amortissement des oscillations.

Régime pseudo-périodique (courbes ② et ③).

Régime apériodique (courbe ①).

2. a.



$$i = \frac{dq}{dt} \quad u_C = \frac{q}{C} \quad u_L = L \frac{di}{dt}$$

b. $u_C + u_L = 0$ donc $\frac{q}{C} + L \frac{d^2q}{dt^2} = 0$

(ou $u_C + LC \frac{d^2u_C}{dt^2} = 0$)

C'est la même équation pour la charge q ou pour la tension u_C .

$$c. \frac{2\pi}{T_0} = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

et $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC} = 2,7 \text{ ms}$

d. À $t = 0$, on a :

$$i(0) = 0$$

$$q(0) = Cu_C(0)$$

Donc : $i(0) = -\omega_0 Q_m \sin(\omega_0 \times 0 + \Phi) = 0$

$$q(0) = Q_m \cos \Phi$$

$$\begin{cases} \Phi = 0 \\ Q_m = q(0) = Cu_C(0) = 100 \mu\text{C} \end{cases}$$

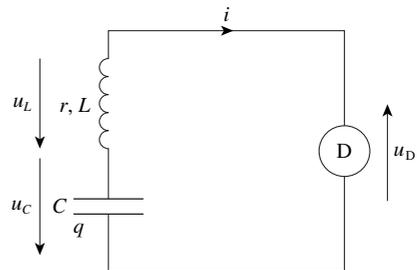
e. $T_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 2,7 \text{ ms}$

$$T = \frac{10}{4} \text{ ms} = 2,5 \text{ ms}$$

On trouve $T \approx T_0$ aux erreurs expérimentales près.

3. a. Amplificateur opérationnel.

b. Pour D fonctionnant dans la partie 2 : $u_D = -R_3 i$



$$u_D + u_L + u_C = 0$$

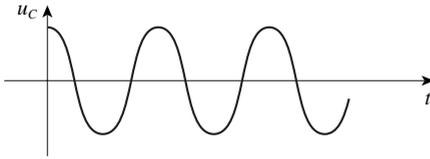
$$-R_3 i + ri + L \frac{di}{dt} + u_C = 0$$

Et : $i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$

D'où : $LC \frac{d^2u_C}{dt^2} + (r - R_3)C \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$

c. Si $r > R_3$, le terme en $(r - R_3)C$ est positif, il correspond à un amortissement des oscillations.

Si $r = R_3$, le terme $(r - R_3)C \frac{du_C}{dt}$ s'annule et on retrouve l'équation différentielle du circuit LC : les oscillations sont sinusoïdales.



● **5. 1. a.** De 0 à 15 ms, la tension aux bornes du condensateur augmente puis se stabilise : c'est la charge. De 15 ms à ∞ , on a une décharge oscillante dans la bobine.

b. $u_L = L \frac{di}{dt}$ et $i = C \frac{du_C}{dt}$
 donnent : $\begin{cases} [V] = [inductance L][A][s]^{-1} \\ [A] = [capacité C][V][s]^{-1} \end{cases}$

Soit : $[LC] = [s]^2$ donc $[\sqrt{LC}] = [s]$

c. $3T = (88 - 15)$ ms donc $T = 24$ ms

La période propre se calcule par :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 24 \text{ ms}$$

On vérifie donc que $T \approx T_0$ (circuit peu amorti).

d. Le système oscille effectivement pour les valeurs de résistance faibles.

L'enregistrement (1. b) correspond à R_2 .

L'enregistrement (1. c) correspond à R_3 .

La résistance est responsable de l'amortissement des oscillations.

2. a. La courbe de charge en (2. a) est identique à celle de (1. b) donc la constante de temps $R_C C$ est identique, donc C est identique.

La pseudo-période se mesure :

$$3T = (65 - 15) \text{ ms} \text{ donc } T = 17 \text{ ms}$$

$$T \approx T_0 \text{ donne } L_2 = \frac{T^2}{4\pi^2 C} = 0,49 \text{ H}$$

b. La courbe de charge en (2. b) est différente de celle en (1. b), la valeur de C a été modifiée.

Par mesure, on a : $2T = (83 - 15)$ ms

Soit : $T = 34$ ms

$$C_2 = \frac{T^2}{4\pi^2 L_1} = 29 \text{ } \mu\text{F}$$

3. a. On peut écrire $C(\tau) = a\tau + b$ avec $a > 0$ (C augmente avec τ)

a est le coefficient directeur de la droite, il vaut 0,40 pF par %

$b = C_1 - a\tau_1 = 105 \text{ pF}$ et $C(\tau) = 105 - 0,40\tau$ (en pF)

b. La période est liée à la fréquence par : $T = \frac{1}{f}$

et $C = \frac{T^2}{4\pi^2 L} = \frac{1}{4\pi^2 L f^2}$ donne :

$$C = 130 \text{ pF} \text{ et } \tau = 62,5 \%$$

● **6. I. 1.** D'après la courbe ①, $u_C = 2,0$ V au bout d'un temps suffisamment long.

Le circuit considéré permet la charge du condensateur : $U = u_C + Ri$
 i étant l'intensité instantanée.

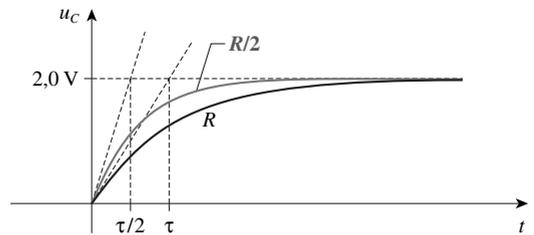
Au bout d'un temps suffisamment long, i est nulle et $U = u_C$

$$\text{Donc : } U = 2,0 \text{ V}$$

2. Méthode de la tangente à l'origine : $\tau = 6,6$ ms

3. $\tau = RC$ donne $C = 66 \text{ } \mu\text{F}$

4. Si on remplace R par $R' = \frac{R}{2}$, la constante de temps passe de τ à $\frac{\tau}{2}$. La courbe tracée rejoint donc plus vite l'asymptote horizontale $u_C = 2,0$ V.



II. 1. Le régime permanent est obtenu lorsque i ne varie plus : $I = 18$ mA

2. La loi d'additivité des tensions donne :

$$U = Ri + ri + L \frac{di}{dt}$$

En régime permanent : $i = I$ et $\frac{di}{dt} = 0$

$$\text{Donc : } U = (R + r)I \text{ et } (R + r) = \frac{U}{I}$$

Soit : $r = 11 \text{ } \Omega$

III. 1. a. Oscillations libres puisque le circuit ne comporte aucun générateur.

b. Oscillations amorties à cause de la résistance r de la bobine.

2. $3T = 0,077$ s donc $T = 26$ ms

3. En supposant le circuit peu amorti (résistance r de la bobine faible devant la résistance critique), on a égalité entre période propre et pseudo-période.

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \text{ donc } L = \frac{T^2}{4\pi^2 C} = 0,29 \text{ H}$$

CHAPITRE 9. LOIS DE NEWTON

ASPECTS PÉDAGOGIQUES ET SCIENTIFIQUES

Les lois de Newton ont été abordées en classe de Seconde puis en classe de Première.

En Terminale, l'utilisation de la dérivée permet une nouvelle formulation du vecteur vitesse et la définition du vecteur accélération.

La deuxième loi de Newton est complétée et permet de relier forces, masse et accélération.

ACTIVITÉS DE DÉCOUVERTE

1. Du vecteur vitesse au vecteur accélération (p. 194)



Correction

1. a.

| t (s) | x (cm) | v ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) | a ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$) |
|---------|----------|--|--|
| 0,00 | 0,0 | 0,30 | |
| 0,04 | 1,3 | 0,36 | 1,7 |
| 0,08 | 2,9 | 0,44 | 1,9 |
| 0,12 | 4,8 | 0,51 | 1,7 |
| 0,16 | 7,0 | 0,58 | 1,6 |
| 0,20 | 9,4 | 0,64 | 1,6 |
| 0,24 | 12,1 | 0,71 | 1,6 |
| 0,28 | 15,1 | 0,77 | 1,6 |
| 0,32 | 18,3 | 0,84 | 1,7 |
| 0,36 | 21,8 | 0,91 | 1,7 |
| 0,40 | 25,6 | 0,98 | |

La vitesse semble augmenter régulièrement.

b. Voir le tableau ci-dessus.

Le taux de variation de la vitesse semble constant.

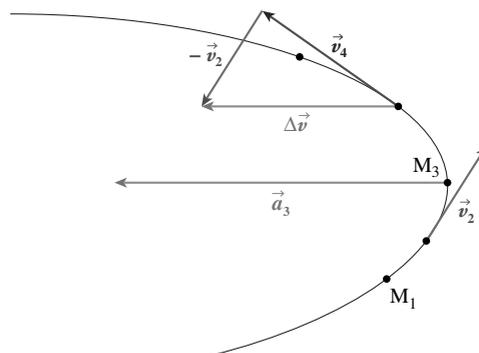
c. Le taux de variation de la vitesse est l'accélération. Elle s'exprime en $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

$$2. a. \vec{a}_3 = \frac{\vec{v}_4 - \vec{v}_2}{2\Delta t}$$

Non, car la valeur d'une différence de vecteurs n'est pas égale à la différence des valeurs.

b. Non pour la même raison que précédemment (le vecteur accélération est nul si les deux vecteurs ont la même direction, le même sens et la même valeur).

c.



Le représentant de $\Delta\vec{v}$ a pour longueur 2,6 cm.

Une mesure de la distance parcourue pour aller de M_1 à M_3 , permet de déterminer l'échelle de représentation des vecteurs vitesses, soit $0,75 \text{ cm pour } 0,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $\Delta\vec{v}$ a donc pour valeur $0,35 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. L'accélération a pour valeur $4,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, on peut utiliser l'échelle 1 cm pour $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

d. Les vecteurs vitesses appartiennent au plan du mouvement qui contient la trajectoire.

Il en est de même de la différence de ces deux vecteurs vitesses et donc du vecteur accélération.

2. Des forces à l'accélération (p. 195)



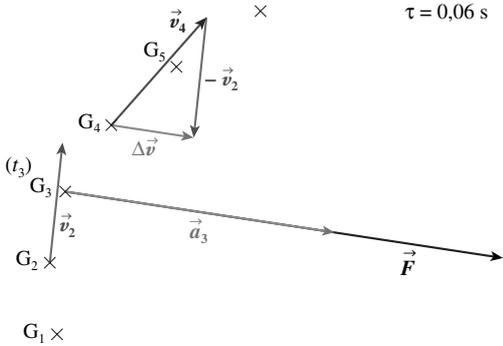
Correction

a. La résultante des forces est égale à la force exercée par le ressort sur le mobile. Lorsque le centre d'inertie du mobile est en G_3 , elle a pour direction OG_3 et est dirigée vers O. L'allongement du ressort a pour valeur 7,8 cm. Sa valeur est 1,17 N.

On représente cette force à l'échelle 5 cm pour 1 N.

$$b. \vec{a}_3 = \frac{\vec{v}_4 - \vec{v}_2}{2\Delta t}$$

c. Construire \vec{v}_2 , \vec{v}_4 , leur différence $\Delta\vec{v} = \vec{v}_4 - \vec{v}_2$, puis \vec{a}_3 .
 Avec $v_2 = 0,32 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $v_4 = 0,38 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ on a $\Delta v = 0,22 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (échelle : 1 cm pour $0,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$) d'où $a_3 = 1,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ que l'on représente avec l'échelle 1 cm pour $0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.



d. La résultante des forces appliquées au mobile et le vecteur accélération de son centre d'inertie ont bien la même direction et le même sens.

e. $\frac{F}{a_3} = \frac{1,17}{1,8} = 0,65 \text{ kg}$

La valeur trouvée correspond à la masse du mobile.

f. $\vec{F} = m\vec{a}_3$

Dans un référentiel galiléen, la résultante des forces appliquées à un solide est égale au produit de sa masse par l'accélération de son centre d'inertie.

3. Les acquisitions de données ont été faites en utilisant un banc à coussin d'air, deux ressorts de raideur $5 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ et un solide de masse 278 g. Une cuve potentiométrique permet l'acquisition de $x(t)$.

On peut aussi utiliser un mobile autoporteur et une table à numériser (table Digdedoc p. 262 du livre de l'élève).

La vitesse puis l'accélération sont obtenus par dérivation numérique.

4. a. Le tableau suivant regroupe les résultats obtenus avec le solide de masse 278 g (x et a) et avec le solide surchargé de 64 g (x' et a').

| t (s) | x (cm) | a ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$) | x' (cm) | a' ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$) |
|---------|----------|--|-----------|---|
| 0,00 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| 0,05 | 1,4 | -0,5 | 1,4 | -0,4 |
| 0,10 | 2,6 | -0,9 | 2,7 | -0,8 |
| 0,15 | 3,6 | -1,3 | 3,8 | -1,1 |
| 0,20 | 4,3 | -1,5 | 4,6 | -1,3 |
| 0,25 | 4,6 | -1,7 | 5,1 | -1,5 |
| 0,30 | 4,5 | -1,6 | 5,2 | -1,5 |
| 0,35 | 4,0 | -1,4 | 4,9 | -1,4 |
| 0,40 | 3,1 | -1,1 | 4,3 | -1,3 |
| 0,45 | 2,0 | -0,7 | 3,4 | -1,0 |
| 0,50 | 0,6 | -0,2 | 2,2 | -0,6 |
| 0,55 | -0,7 | 0,3 | 0,9 | -0,3 |

Pour la valeur commune de l'abscisse égale à 4,6 cm, la valeur commune de la résultante des forces est : $F = 10 \times 0,046 = 0,46 \text{ N}$

Elle est commune aux deux acquisitions car les allongements des ressorts sont identiques.

b. Pour une masse de 278 g, l'accélération a pour valeur $1,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Pour une masse de 344 g, l'accélération a pour valeur $1,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

c. Les produits « masse \times accélération » ont pour valeurs :

- pour le solide sans surcharge : 0,47 N

- pour le solide avec surcharge : 0,45 N

Ces résultats sont donc conformes à la deuxième loi de Newton et mettent en évidence le rôle de la masse du solide.

d. Cette expérience montre que, pour une même valeur de la résultante des forces appliquées à un solide, l'accélération est d'autant plus grande que la valeur de la masse est faible.

Il est d'autant plus difficile de modifier la vitesse que la masse est grande.

ACTIVITÉS D'EXPLOITATION

3. Masse et inertie (p. 202)



Correction

2. a. Le ressort de gauche a pour longueur $\ell + x$, celui de droite a pour longueur $\ell - x$.

b. Si \vec{F}_1 est la force exercée par le ressort de droite sur le solide : $\vec{F}_1 = -k(\ell + x - \ell_0)\vec{i}$

\vec{i} étant le vecteur unitaire de l'axe.

On a, de même, pour le ressort de droite :

$$\vec{F}_2 = -k(\ell - x - \ell_0)\vec{i}$$

c. La réaction du banc compensant le poids, la résultante des forces appliquées au solide est :

$$\vec{F} = -2kx\vec{i}$$

4. Choix d'un système



Correction

1. a. Le T.E.R. est animé d'un mouvement de translation rectiligne : tout ses points ont, à chaque instant, la même vitesse et, par suite, la même accélération.

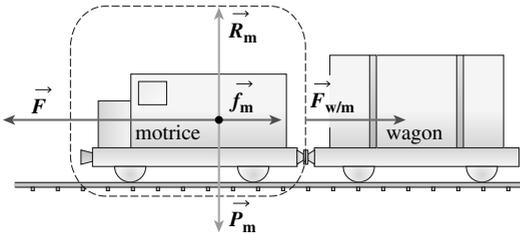
b. Le vecteur accélération a a pour valeur $0,45 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, il a pour direction celle des rails et pour sens celui du mouvement du train.

2. a. On peut choisir pour système la motrice, le wagon ou l'ensemble {motrice + wagon}.

b. 1^{er} cas : on choisit comme système, la motrice. Elle est soumise à :

- son poids \vec{P}_m
- la force motrice \vec{F}
- la réaction des rails \vec{R}_m
- la résistance à l'avancement \vec{f}_m
- une force $\vec{F}_{w/m}$ parallèle aux rails exercée par le wagon sur la motrice.

Ce sont des forces extérieures.

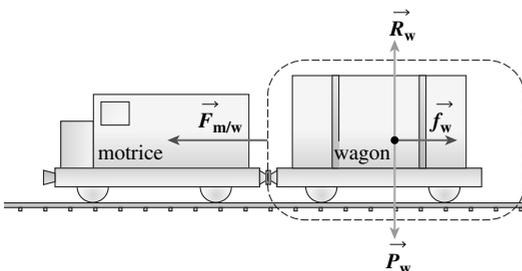


2^e cas : on choisit comme système, le wagon.

Il est soumis à :

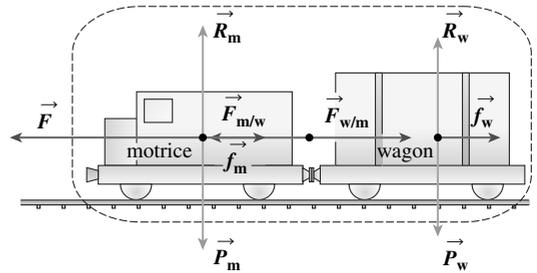
- son poids \vec{P}_w
- la réaction des rails \vec{R}_w
- la force $\vec{F}_{m/w}$ parallèle aux rails exercée par la motrice sur le wagon
- la résistance à l'avancement \vec{f}_w

Ce sont des forces extérieures.



3^e cas : on choisit comme système l'ensemble {motrice + wagon}

On retrouve toutes les forces déjà citées mais, parmi elles, il y a deux forces intérieures : $\vec{F}_{m/w}$ et $\vec{F}_{w/m}$.



c. Le système {wagon} permet de déterminer $\vec{F}_{m/w}$.

Le système {motrice + wagon} permet de déterminer \vec{F} .

Le système {motrice} permet ensuite de déterminer $\vec{F}_{w/m}$.

d. La deuxième loi de Newton permet, par projection sur un axe parallèle aux rails, d'établir des relations pour lesquelles dans lesquelles apparaissent les trois forces de valeurs inconnues citées à la question précédente.

Ces relations ne permettant de trouver que la valeur d'une seule force, cela impose un ordre d'utilisation. La deuxième loi de Newton appliquée au wagon conduit à :

$$\begin{aligned} F_{m/w} &= m_w a_G + f_w \\ &= 20 \cdot 10^3 \times 0,45 + 20 \cdot 10^3 \times \frac{9,8}{20} \\ &= 18,8 \cdot 10^3 \text{ N} \end{aligned}$$

La deuxième loi appliquée au système {wagon + motrice} conduit à :

$$\begin{aligned} F &= (m_w + m_m) a_G + f_m + f_w \\ &= 50 \cdot 10^3 \times 0,45 + 30 \cdot 10^3 \times \frac{9,8}{10} + 20 \cdot 10^3 \times \frac{9,8}{20} \\ &= 61,7 \cdot 10^3 \text{ N} \end{aligned}$$

La deuxième loi de Newton appliquée à la locomotive conduit à :

$$F_{w/m} = F - f_m - m_m a_G = 18,8 \cdot 10^3 \text{ N}$$

Les résultats obtenus sont conformes à la troisième loi de Newton.

e. Pour trouver une coordonnée d'une force inconnue le système choisit doit permettre d'écrire une relation pour laquelle cette coordonnée est la seule inconnue.

Cette consigne s'applique aussi au vecteur accélération.

EXERCICES

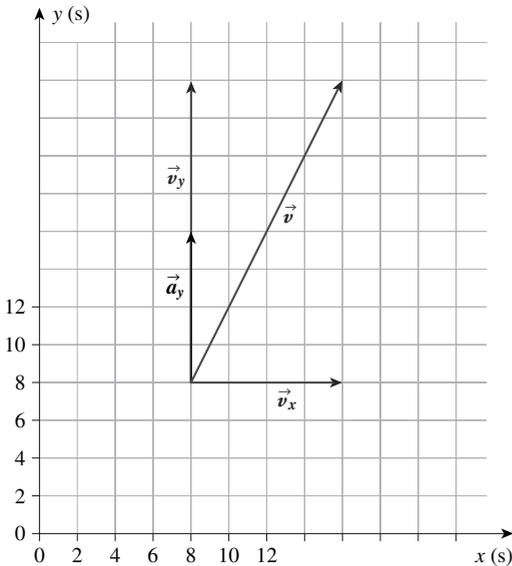
Appliquer ses connaissances

● **13. a.** $\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} = 4\vec{i} + 4t\vec{j}$

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 4\vec{j}$.

b. À $t = 2$ s, on a :

$$\begin{aligned} x &= 8 \text{ m} & y &= 8 \text{ m} \\ v_x &= 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} & v_y &= 8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \\ a_x &= 0 & a_y &= 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \end{aligned}$$



Échelles de représentation :

1 cm pour $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et 1 cm pour $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

c. $v^2 = v_x^2 + v_y^2$ d'où $v = 8,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

d. $t = \frac{x}{4}$ d'où $y = \frac{x^2}{8}$

● **18. a.** Le centre d'inertie G du mobile est animé d'un mouvement circulaire uniforme.

En tenant compte de l'échelle, le diamètre du cercle a pour valeur 0,59 m et un demi-cercle est parcouru en $9,5 \times 40 \text{ ms}$ soit 0,38 s.

La vitesse du mobile a pour valeur $2,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

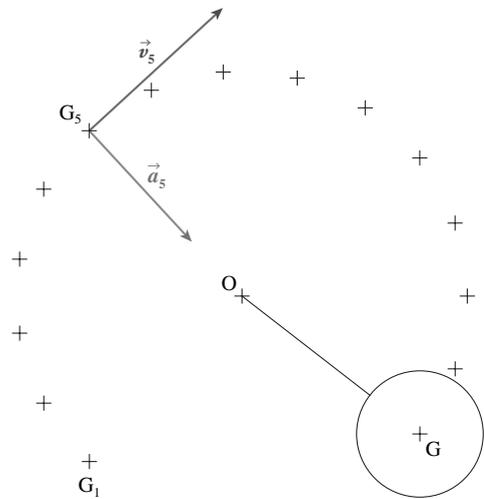
b. Le vecteur vitesse \vec{v}_5 est tangent à la trajectoire en G_5 , a le sens du mouvement et pour valeur $2,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. On le représente avec l'échelle 1 cm pour $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Le vecteur accélération \vec{a}_5 a la direction du rayon OG_5 .

Il est centripète et a pour valeur :

$$a_5 = \frac{v_5^2}{r} = \frac{(2,4)^2}{0,295} = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

On le représente à l'échelle 1 cm pour $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.



c. Le mobile est soumis à son poids \vec{P} , à la réaction \vec{R} de la table qui est verticale et à la force \vec{F} exercée par le fil.

d. La deuxième loi de Newton conduit à :

$$\vec{F} + \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_G \text{ ce qui par projection conduit à :}$$

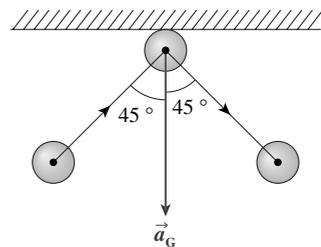
$$\vec{F} = m\vec{a}_G \quad \text{d'où} \quad F = 0,683 \times 20 = 14 \text{ N}$$

$$\vec{R} + \vec{P} = \vec{0} \quad \text{d'où} \quad R = 0,683 \times 9,81 = 6,70 \text{ N}$$

● **20. a.** L'angle des vecteurs vitesses avec la normale est de 45° , leur valeur en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ est 15.

La valeur du vecteur $\Delta\vec{v}$ est de $21 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ donc celle de l'accélération est $1,1 \cdot 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

b.



c. La force \vec{F} exercée par le mur sur le palet a la direction et le sens de l'accélération et pour valeur :

$$F = ma_G = 0,093 \times 1,1 \cdot 10^4 = 1,0 \cdot 10^3 \text{ N}$$

● **21. a.** Avec t en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ et t en s.

• Jusqu'à $t = 20$ s, on a :

$$v = 1,5t \quad \text{et} \quad a = 1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Le mouvement est accéléré.

• De $t = 20$ s à $t = 70$ s, on a :

$$v = 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad \text{et} \quad a = 0$$

Le mouvement est uniforme.

• De $t = 70$ s à $t = 80$ s, on a :

$$v = -3t + 240 \text{ et } a = -3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Le mouvement est ralenti.

b. L'aire sous la courbe a pour valeur 1 950 m.

Cette aire est celle de $\int_0^{80} v \, dt$ donc celle de la distance parcourue entre les instants de dates 0 et 80 s.

● **22. a.** Pendant les deux premières secondes, la vitesse est une fonction linéaire du temps : $v = 10 t$ avec v en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ et t en s. L'accélération du mouvement est constante et de valeur $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

b. À $t = 6$ s, la détermination graphique de la valeur de l'accélération (tracé de la tangente et détermination de sa pente) conduit à $a = -12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

c. L'aire sous la courbe peut être estimée à 145 m, c'est la distance parcourue par la voiture.

ENTRAÎNEMENT AU BAC

● **23. a.**

| t (ms) | x (mm) | y (mm) | v_y ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) |
|----------|----------|----------|--|
| -300 | -148 | 222 | |
| -240 | -120 | 142 | -1,18 |
| -180 | -92 | 80 | -0,89 |
| -120 | -60 | 35 | -0,59 |
| -60 | -31 | 9 | -0,29 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 60 | 30 | 10 | 0,3 |
| 120 | -61 | 36 | 0,58 |
| 180 | 92 | 80 | 0,88 |
| 240 | 120 | 142 | 1,18 |
| 300 | 148 | 222 | |

b. x semble augmenter d'environ 3 cm toutes les 60 ms, le mouvement projeté sur (Ox) semble uniforme (si x est une fonction affine du temps la coordonnée v_x de la vitesse est constante).

Une régression linéaire confirme cette impression, elle conduit à $v_x = 0,50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

c. Voir le tableau ci-dessus.

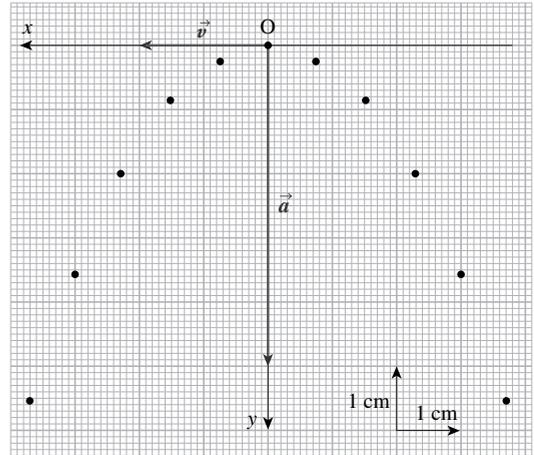
d. Une régression linéaire montre que :

v_y peut être modélisée par une droite de pente $4,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Le mouvement projeté selon (Oy) est un mouvement dont l'accélération est constante et égale à $4,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

e. En O, on a :

$$\vec{v} = v_x \vec{i} = 0,5 \vec{i} \quad \text{et} \quad \vec{a} = a_y \vec{j} = 4,9 \vec{j}$$



● **24. 1. a.** Bilan des forces :

• le poids \vec{P} de la navette vertical, vers le bas, de valeur au décollage :

$$P = Mg = 2,041 \cdot 10^6 \times 9,8 = 20 \cdot 10^6 \text{ N}$$

• la poussée \vec{F} , verticale, vers le haut, de valeur au décollage : $F = 32,4 \cdot 10^6 \text{ N}$

b. Dans un référentiel terrestre :

$$\vec{P} + \vec{F} = m \vec{a}_G$$

Sur un axe (Ox) vertical et ascendant, on a :

$$\begin{aligned} P_x + F_x &= m a_{Gx} \\ a_G &= a_{Gx} = \frac{P_x + F_x}{m} = \frac{F - P}{m} \\ &= \frac{(32,4 \cdot 10^6 - 20 \cdot 10^6)}{2,041 \cdot 10^6} = 6,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \end{aligned}$$

c. En prenant pour origine des dates, le début de la phase de décollage :

$$v_x = 6,1t$$

$$x = \frac{1}{2} \times 6,1t^2$$

Pour les deux premières secondes du mouvement, la distance parcourue a pour valeur 12,2 m.

2. a. Le vecteur accélération a pour direction le rayon navette – Terre et est centripète.

b. Il a pour valeur :

$$a_G = \frac{v^2}{R_T + h} = \frac{(7\,711)^2}{6,38 \cdot 10^6 + 296 \cdot 10^3} = 8,90 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

c. La force exercée sur la navette a la même direction et le même sens que l'accélération.

Sa valeur est : $621 \cdot 10^3 \text{ N}$

● **25. 1. a.** La position x de la voiture est repérée à intervalles de temps réguliers $\Delta t = 1 \text{ s}$.

La vitesse instantanée $v(t_i)$ de la voiture à une date t_i peut être assimilée à sa vitesse moyenne entre les dates $t_i - \Delta t$ et $t_i + \Delta t$, soit :

$$v(t_i) = \frac{x(t_i + \Delta t) - x(t_i - \Delta t)}{2\Delta t}$$

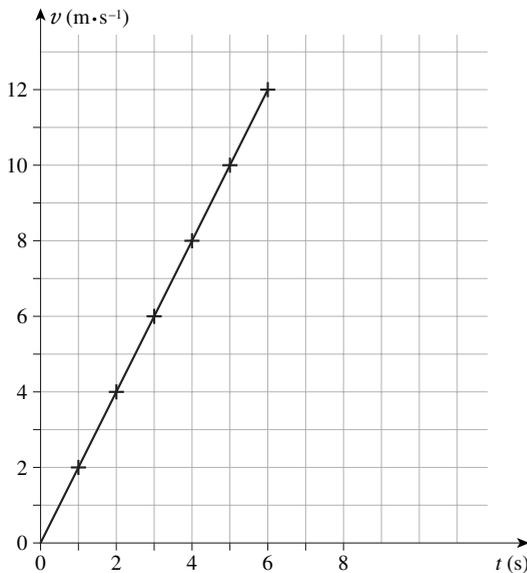
b. Sur le document de l'énoncé, on mesure l'abscisse x de la voiture aux différentes dates.

La valeur de la vitesse instantanée s'obtient alors en appliquant l'approximation du 1.

On obtient ainsi le tableau suivant :

| | | | | | | | | |
|--|---|---|---|---|----|----|----|----|
| $t \text{ (s)}$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| $x \text{ (m)}$ | 0 | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 |
| $v \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}$ | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | - |

c. Avec des échelles différentes de celle de l'énoncé, nous obtenons le graphe suivant :



d. La courbe est une droite d'équation $v = at$.

Le mouvement rectiligne de la voiture pendant cette phase est donc un mouvement d'accélération constante.

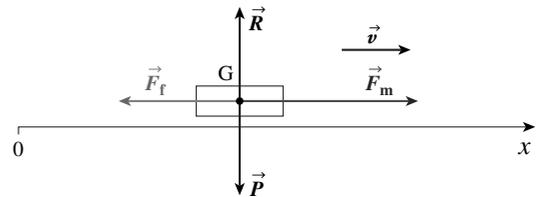
e. L'accélération a pour valeur $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

f. Système : la voiture de masse M .

Référentiel galiléen : la Terre.

Inventaire des forces agissant sur la voiture :

- son poids $\vec{P} = M\vec{g}$, vertical,
- la force de contact \vec{R} orthogonale à la route (les actions résistantes sont comptées par ailleurs),
- les actions résistantes modélisées par le vecteur \vec{F}_f ,
- les actions motrices représentées par le vecteur \vec{F}_m .



La deuxième loi de Newton permet d'écrire :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F}_f + \vec{F}_m = M\vec{a}$$

En projection sur l'axe (Ox) défini sur la figure précédente, on a :

$$P_x + R_x + F_{fx} + F_{mx} = Ma_x$$

Et, compte tenu des directions et sens des différents vecteurs :

$$F_m - F_f = Ma \quad \text{soit} \quad F_f = F_m - Ma$$

Avec $a = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, on a : $F_f = 600 \text{ N}$

2. a. Pour $t \in [0 ; 5 \text{ s}]$, le graphe de l'énoncé est quasiment rectiligne et de pente voisine de $2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Ce résultat est voisin de celui trouvé précédemment.

b. Au fur et à mesure que la vitesse augmente, l'accélération diminue donc la valeur de la force \vec{F}_f augmente.

c. Le coefficient directeur de la tangente au graphe de $v(t)$ au point d'ordonnée $v = 40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, vaut $0,62 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$: c'est la valeur de l'accélération.

d. La relation $F_f = F_m - Ma$ conduit alors à :

$$F_f = 2,3 \cdot 10^3 \text{ N}$$

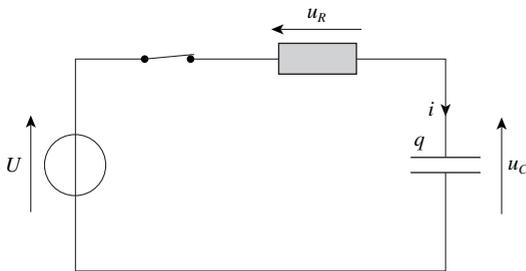
● **26. a.** Les deuxième et troisième affirmations sont vraies.

b. La première et la dernière affirmation sont fausses.

CHAPITRE 10. CHUTE VERTICALE

ASPECTS PÉDAGOGIQUES ET SCIENTIFIQUES

L'une des nouveautés du programme de Terminale S est la résolution d'une équation différentielle par une méthode numérique itérative. La plus simple est la méthode d'Euler et c'est celle que nous allons utiliser. Le programme suggère une discussion sur la pertinence des courbes obtenues par rapport aux résultats expérimentaux en fonction, notamment, du pas d'itération (ou de résolution). Dans un souci de faciliter les apprentissages des élèves et pour ne pas introduire en même temps la méthode d'Euler et les chutes verticales avec frottement, on peut envisager de commencer l'apprentissage de cette méthode dans la partie « Évolution des systèmes électriques ». Les équations différentielles ont des solutions analytiques accessibles aux élèves. La comparaison des solutions analytiques, des résultats expérimentaux et des résultats obtenus par la méthode d'Euler pourra être riche d'enseignements. Ces comparaisons sont bien plus faciles que dans le cas de chutes libres avec frottement pour lesquelles les solutions analytiques ne sont pas accessibles aux élèves. Il est, en plus, difficile de réaliser, avec le matériel disponible dans un lycée, des expériences permettant l'acquisition d'une chute pour laquelle on a, à la fois, un régime temporaire exploitable et le régime permanent. L'étude de la réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension peut servir de support à une introduction de la méthode d'Euler.



Les équations qui régissent le circuit sont :

$$U = u_R + u_C \quad u_R = Ri$$

$$u_C = \frac{q}{C} \quad \text{et} \quad i = \frac{dq}{dt}$$

Elles conduisent à l'équation différentielle :

$$U = u_C + RC \frac{du_C}{dt}$$

de solution analytique :

$$u_C = U \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

Pour le tableau qui permet de mettre en œuvre la méthode d'Euler, il est plus simple de faire apparaître i que $C \frac{du_C}{dt}$

On prend pour U la valeur 6 V.

$R = 1 \text{ M}\Omega$ et $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$ ($RC = 1 \text{ s}$)

À la date $t = 0$ (fermeture du circuit), on a :

$u_C = 0$, on en déduit $u_R = U - u_C = 6 \text{ V}$, puis :

$$i = \frac{u_R}{R} = 6 \text{ }\mu\text{A}$$

La charge q du condensateur est nulle.

La première ligne de valeurs du tableau de résolution est :

| t (s) | u_C (V) | u_R (V) | i (A) | q (C) |
|---------|-----------|-----------|-------------------|---------|
| 0 | 0 | 6 | $6 \cdot 10^{-6}$ | 0 |

Si on prend pour pas de résolution $\Delta t = 0,1 \text{ s}$, on peut écrire pour la deuxième ligne du tableau :

$$q(0,1 \text{ s}) = i(0) \times \Delta t = 6 \cdot 10^{-6} \times 0,1 = 6 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

$$\text{Puis : } u_C(0,1 \text{ s}) = \frac{q(0,1 \text{ s})}{C} = \frac{6 \cdot 10^{-7}}{10^{-6}} = 0,6 \text{ V}$$

On en déduit : $u_R(0,1 \text{ s}) = U - u_C(0,1 \text{ s}) = 5,4 \text{ V}$

Puis : $i(0,1 \text{ s}) = 5,4 \text{ }\mu\text{A}$

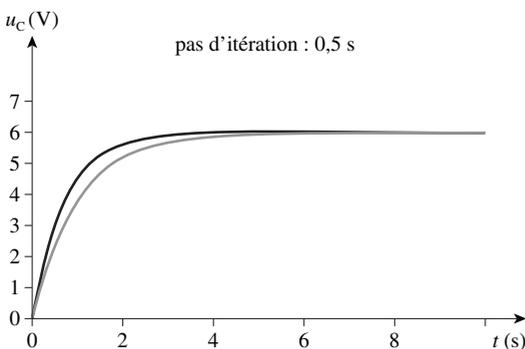
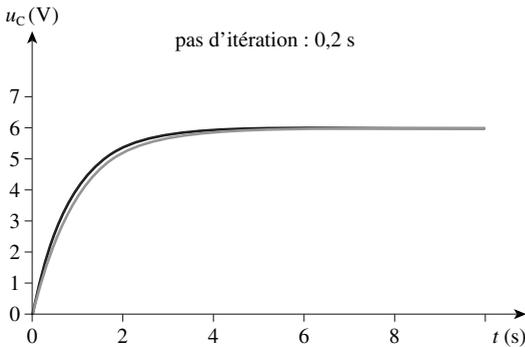
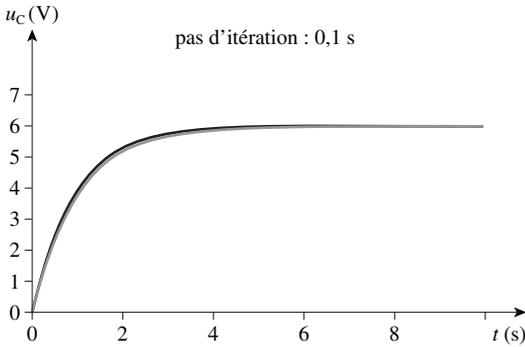
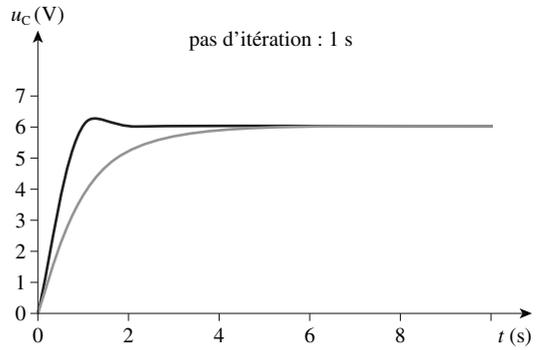
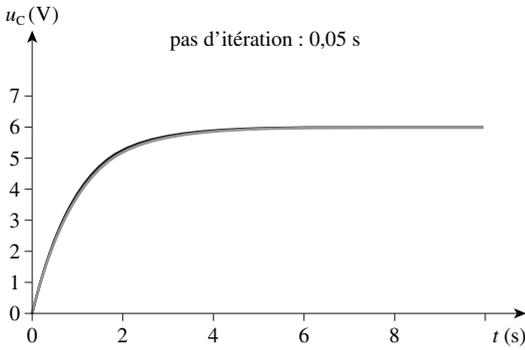
| t (s) | u_C (V) | u_R (V) | i (A) | q (C) |
|---------|-----------|-----------|---------------------|-------------------|
| 0 | 0 | 6 | $6 \cdot 10^{-6}$ | 0 |
| 0,1 | 0,6 | 5,4 | $5,4 \cdot 10^{-6}$ | $6 \cdot 10^{-7}$ |

Il suffit alors de continuer pour construire pas à pas la solution de l'équation différentielle et pouvoir tracer $u_C(t)$.

L'emploi d'un tableur facilite la tâche, mais une première résolution « à la main » est riche de sens physique.

Les graphes qui suivent visualisent en gris la solution analytique de l'équation différentielle, en noir la solution obtenue par la méthode d'Euler.

Ils permettent de constater, qu'avec un pas de résolution égal au dixième de la constante de temps, on obtient un résultat tout à fait satisfaisant.



ACTIVITÉS DE DÉCOUVERTE

1. Chute libre verticale (p. 212)



Correction

2. a. Une acquisition a été réalisée en utilisant le système CHRONOPC vendu par l'UDP. Le mobile utilisé est une règle de plexiglas® sur laquelle on a collé, tous les 4,0 cm, une étiquette de hauteur 3,9 cm. Le logiciel mesure les dates correspondant, lors de la chute verticale du mobile, à des translations successives de 4,0 cm. Le fichier de mesures peut être enregistré selon un format compatible avec la plupart des tableurs. Le traitement est fait ici avec Excel, mais on aurait pu aussi bien utiliser celui de Lotus, de Star Office ou encore Regressi.

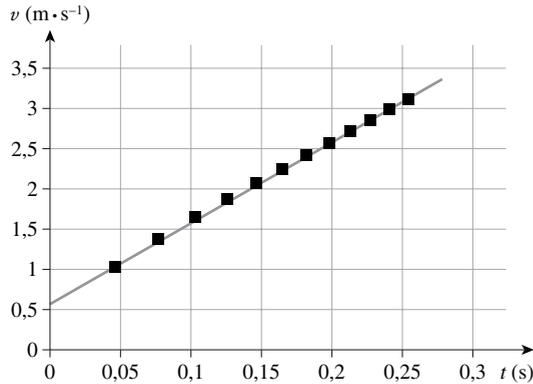
| t (s) | z (m) | v ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) |
|---------|---------|--|
| 0,000 | 0,000 | |
| 0,046 | 0,040 | 1,03 |
| 0,077 | 0,080 | 1,38 |
| 0,103 | 0,120 | 1,65 |
| 0,126 | 0,160 | 1,87 |
| 0,146 | 0,200 | 2,07 |
| 0,165 | 0,240 | 2,25 |
| 0,182 | 0,280 | 2,42 |
| 0,198 | 0,320 | 2,57 |
| 0,213 | 0,360 | 2,72 |
| 0,227 | 0,400 | 2,86 |
| 0,241 | 0,440 | 2,99 |
| 0,254 | 0,480 | 3,12 |
| 0,266 | 0,520 | |

La date $t = 0$ est celle du premier enregistrement, la position de la règle est, à cet instant, repérée par la coordonnée spatiale $z = 0$.

Les valeurs de la vitesse ont été calculées en utilisant la relation $v_n = \frac{z_{n+1} - z_n}{t_{n+1} - t_n}$ et la modélisation

des résultats de ce calcul en utilisant la fonction DROITEREG d'Excel.

Sur le graphe on peut voir les points expérimentaux et leur modélisation par une droite.



- Le résultat de cette modélisation est :
 $v = 9,94t + 0,6$ (avec t en s et v en $m \cdot s^{-1}$)
- À $t = 0$, la valeur de la vitesse du centre d'inertie du mobile est $0,6 m \cdot s^{-1}$.
- Le mouvement est rectiligne et uniformément accéléré.
- b.** On appelle « chute libre » le mouvement d'un solide soumis seulement à son poids.
- c.** L'accélération du centre d'inertie du mobile est celle de la pesanteur soit $9,8 m \cdot s^{-2}$.
- d.** Le mouvement du solide peut être assimilé à un mouvement de chute libre.
- e.** Les forces dues à la présence de l'air (force d'Archimède et force de frottement fluide) peuvent donc être négligées.

2. Chute verticale avec frottement (p. 213)



Correction

1. a. Les chutes dans des liquides visqueux (glycérol, huile...) de sphères plus denses que les liquides (bille à jouer, bille de roulement, ...), dans des éprouvettes graduées (500 mL, 1 L et 2 L) permettent d'observer des mouvements dont la plus grande partie est uniforme. Le régime transitoire est souvent si court qu'il échappe à l'observation.

• Lorsqu'on fait l'inventaire des forces, il ne faut pas oublier la poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$ qui, bien que de valeur plus faible que le poids \vec{P} , ne peut être négligée.

• La deuxième loi de Newton conduit à :

$$P - \Pi - kv_z = ma_z$$

(l'axe (Oz) est dirigé vers le bas et la force de frottement fluide est de la forme $\vec{f} = -k\vec{v}$).

b. Les paramètres que l'on peut lister sont :

le rayon et la masse volumique de la bille, la viscosité et la masse volumique du liquide.

S'il est assez simple de constater que la vitesse limite augmente avec le rayon et la masse volumique de la bille, il est difficile d'isoler les paramètres viscosité et masse volumique du liquide.

On peut néanmoins négliger l'influence de la masse volumique du liquide devant celle de sa viscosité et en déduire que la vitesse limite varie de façon inversement proportionnelle à la viscosité du liquide utilisé.

2. L'acquisition d'un mouvement en utilisant une webcam, le traitement du fichier « avi » obtenu et la modélisation du fichier obtenu par Regressi ont fait l'objet de longs développements dans le livre de l'élève et le livre du professeur de 1^{re} S.

Deux fiches techniques du manuel de l'élève de Terminale S sont aussi utilisables.

On a ainsi obtenu, en utilisant comme liquide le glycérol de viscosité élevée mais variant énormément avec la température, les résultats suivants pour des billes à jouer de masse volumique $3\,000 kg \cdot m^{-3}$ et pour des billes de roulement en acier de masse volumique $7\,800 kg \cdot m^{-3}$:

| Billes à jouer | |
|-------------------------------|--|
| diamètre (mesuré) d (mm) | vitesse limite v_ℓ ($mm \cdot s^{-1}$) |
| 14,4 | 72 |
| 9,9 | 31 |
| 6,3 | 13 |

| Billes de roulement | |
|------------------------------------|--|
| diamètre (fournisseur) d (mm) | vitesse limite v_ℓ ($mm \cdot s^{-1}$) |
| 12 | 160 |
| 8 | 81 |
| 4 | 19 |

a. La deuxième loi de Newton conduit à la relation :

$$v_\ell = \frac{2(\rho_B - \rho_L)r^2}{9\eta} g$$

ρ_B est la masse volumique de la bille,
 ρ_L est la masse volumique du liquide,
 r est le rayon de la bille
 et η est la viscosité du liquide.
 La vitesse limite est donc proportionnelle au carré
 du rayon de la bille et augmente donc bien avec son
 rayon.

| Billes à jouer | | |
|-------------------|--|----------------------|
| diamètre d (mm) | vitesse limite v_ℓ (mm · s ⁻¹) | $\frac{v_\ell}{d^2}$ |
| 14,4 | 72 | 0,35 |
| 9,9 | 31 | 0,32 |
| 6,3 | 13 | 0,30 |

| Billes de roulement | | |
|---------------------|--|----------------------|
| diamètre d (mm) | vitesse limite v_ℓ (mm · s ⁻¹) | $\frac{v_\ell}{d^2}$ |
| 12 | 160 | 1,1 |
| 8 | 81 | 1,3 |
| 4 | 19 | 1,2 |

b. et **c.** On a, pour expression de la force de frottement, lorsque la vitesse limite est atteinte :

$$f = P - \Pi = \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho_B - \rho_L) g$$

ρ_B est la masse volumique de la bille,
 r est le rayon de la bille,
 ρ_L est la masse volumique du liquide.
 Pour les billes de roulement en acier, avec des masses volumiques de $\rho_B = 7\,800 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et $\rho_L = 1\,260 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ on a donc :

$$f = 27 \cdot 10^4 r^3$$

| Billes de roulement | | | |
|----------------------------------|---------|-------|-------|
| r (mm) | 2 | 4 | 6 |
| v_ℓ (cm · s ⁻¹) | 1,9 | 8,1 | 16 |
| f (N) | 0,002 2 | 0,018 | 0,058 |

d.

| Billes de roulement | | | |
|---------------------------------|---------------------|---------------------|--------------------|
| r (m) | $2 \cdot 10^{-3}$ | $4 \cdot 10^{-3}$ | $6 \cdot 10^{-3}$ |
| v_ℓ (m · s ⁻¹) | $1,9 \cdot 10^{-2}$ | $8,1 \cdot 10^{-2}$ | $16 \cdot 10^{-2}$ |
| f (N) | 0,002 2 | 0,018 | 0,058 |
| $\frac{f}{v_\ell r}$ | 58 | 56 | 60 |

On a donc : $f = kr v_\ell$

On peut remarquer que $6\pi\eta = 6 \times 3,14 \times 2,8 = 53$
 (avec $\eta = 2,8 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}$)

3. Méthode d'Euler (p. 222)



Correction

1. a. L'équation différentielle s'écrit :

$$\left(\rho_{\text{mét}} \times \frac{4}{3} \pi R^3 \right) g - \left(\rho_{\text{visq}} \times \frac{4}{3} \pi R^3 \right) g - 6\pi R \eta v_z$$

$$= \left(\rho_{\text{mét}} \times \frac{4}{3} \pi R^3 \right) \dot{v}_z$$

Soit :

$$(7\,800 - 1\,260) \times \frac{4}{3} \pi \times 10^{-6} \times 9,81$$

$$- 6\pi \times 10^{-2} \times 1,5 v_z$$

$$= \left(7\,800 \times \frac{4}{3} \pi \times 10^{-6} \right) \dot{v}_z$$

D'où : $0,269 - 0,283 v_z = 3,27 \cdot 10^{-2} \dot{v}_z$

Soit : $8,2 - 8,7 v_z = \dot{v}_z$

Remarque : ne pas oublier la force d'Archimède.

b. Dans la case B2, on inscrit la valeur de l'accélération à $t = 0$ soit $8,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Le pas d'itération a pour valeur $0,01 \text{ s}$.

Pour la ligne 3, la date est déduite de la précédente par ajout de $0,01 \text{ s}$, l'expression de la vitesse est obtenue en utilisant la formule $v(t + \Delta t) = v(t) + a(t)$, celle de l'accélération est déduite de l'équation différentielle.

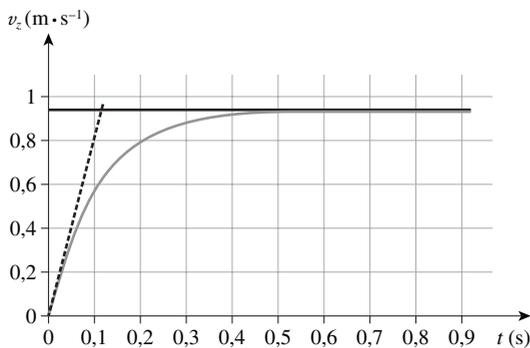
Les lignes suivantes sont obtenues par une recopie de la ligne 3 vers le bas.

| Temps t (s) | Accélération \dot{v}_z (m · s ⁻²) | Vitesse v_z (m · s ⁻¹) |
|---------------|--|---|
| 0,00 | 8,20 | 0,00 |
| 0,01 | 7,49 | 0,08 |
| 0,02 | 6,84 | 0,16 |
| 0,03 | 6,24 | 0,23 |
| 0,04 | 5,70 | 0,29 |
| 0,05 | 5,20 | 0,34 |
| 0,06 | 4,75 | 0,40 |
| 0,07 | 4,34 | 0,44 |
| 0,08 | 3,96 | 0,49 |
| ... | ... | ... |
| 0,53 | 0,07 | 0,93 |

| Temps t (s) | Accélération \dot{v}_z ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$) | Vitesse v_z ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) |
|---------------|---|--|
| 0,54 | 0,06 | 0,94 |
| 0,55 | 0,05 | 0,94 |
| 0,56 | 0,05 | 0,94 |
| 0,57 | 0,05 | 0,94 |
| 0,58 | 0,04 | 0,94 |
| 0,59 | 0,04 | 0,94 |
| 0,60 | 0,03 | 0,94 |
| 0,61 | 0,03 | 0,94 |
| 0,62 | 0,03 | 0,94 |
| 0,63 | 0,03 | 0,94 |
| 0,64 | 0,02 | 0,94 |
| 0,65 | 0,02 | 0,94 |
| ... | ... | ... |

c. Le tableau obtenu met en évidence la valeur de la vitesse limite : $0,94 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

d.



Le temps caractéristique a pour valeur 0,12 s.

e. On peut augmenter la valeur du pas d'itération pour réduire la taille du tableau. Avec 0,1 s, on obtient toujours la même valeur de la vitesse limite mais la qualité du début de la courbe est moindre et le temps caractéristique obtenu est très approximatif.

On peut choisir sans problème 0,02 s.

2. a. On peut négliger la force d'Archimède ($\rho_{\text{air}} \ll \rho_{\text{mét}}$). La deuxième loi de Newton conduit à :

$$\left(\rho_{\text{mét}} \times \frac{4}{3} \pi R^3 \right) g - C_x \frac{\rho_{\text{air}} v_z^2}{2} \pi R^2 = \left(\rho_{\text{mét}} \times \frac{4}{3} \pi R^3 \right) \dot{v}_z$$

$$\text{Soit : } 7\,800 \times \frac{4}{3} \pi \times 10^{-6} g - C_x \frac{1,3 v_z^2}{2} \pi \times 10^{-4} = \left(7\,800 \times \frac{4}{3} \pi \times 10^{-6} \right) \dot{v}_z$$

$$D'où : 0,032 \, 6g - 8,98 \cdot 10^{-5} v_z^2 = 0,032 \, 6 \dot{v}_z$$

$$\text{Et : } g - 2,7 \cdot 10^{-3} v_z^2 = \dot{v}_z$$

b.

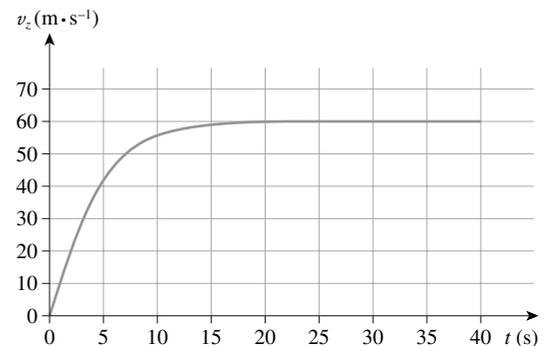
| Temps t (s) | Accélération \dot{v}_z ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$) | Vitesse v_z ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) | Vitesse au carré v_z^2 ($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) |
|---------------|---|--|---|
| 0,0 | 9,8 | 0,0 | 0,0 |
| 0,5 | 9,7 | 4,9 | 24,1 |
| 1,0 | 9,6 | 9,8 | 95,6 |
| 1,5 | 9,2 | 14,6 | 211,8 |
| 2,0 | 8,8 | 19,2 | 367,6 |
| 2,5 | 8,3 | 23,6 | 556,1 |
| 3,0 | 7,7 | 27,7 | 769,3 |
| ... | ... | ... | ... |

c. Le tableau conduit à une vitesse limite de $60,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ atteinte au bout de 25 s.

d. L'équation différentielle avec une valeur nulle de l'accélération conduit à la vitesse limite de valeur :

$$v_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{g}{2,7 \cdot 10^{-3}}} = \sqrt{\frac{9,81}{2,7 \cdot 10^{-3}}} = 60,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

e.



Dès le début de la chute, on utilise l'expression d'une force de frottement fluide valable pour les vitesses élevées.

Le début de la courbe ne correspond donc pas à la réalité.

f. Il faudrait adapter l'expression de la force de frottement à la vitesse.

3. La vitesse limite peut être déduite des équations différentielles si on donne à l'accélération la valeur 0. Pour une bille métallique chutant dans un fluide visqueux, elle est proportionnelle au carré du rayon et est donc quadruplée lorsque le rayon double.

Pour une bille métallique chutant dans l'air, elle est proportionnelle à la racine carrée du rayon et est donc multipliée $\sqrt{2}$ lorsque le rayon double.

4. Accélération de la pesanteur (p. 223)



Correction

1. a. Si la date correspondant au point le plus haut est prise comme origine des dates, l'évolution avec le temps de la coordonnées z est donnée par :

$$z = \frac{1}{2} g t^2$$

(au sommet de la trajectoire, la coordonnée z et la vitesse du corps sont nulles).

$$\text{On a donc : } z_1 = \frac{1}{2} g \frac{t_1^2}{4} \quad \text{et} \quad z_2 = \frac{1}{2} g \frac{t_2^2}{4}$$

$$\text{D'où : } h = \frac{1}{8} g (t_1^2 - t_2^2) \quad \text{et} \quad g = \frac{8h}{t_1^2 - t_2^2}$$

b. Lorsque la nappe phréatique monte, la densité du sous-sol augmente, l'accélération de la pesanteur augmente au voisinage de la verticale de la nappe car la force de gravitation augmente localement.

2. a.

| ϵ | 0,5 | 0,2 | 0,1 | 0,05 | 0,01 | 0,001 |
|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $(1 + \epsilon)^{-2}$ | 0,444 | 0,694 | 0,826 | 0,907 | 0,980 | 0,998 |
| $1 - 2\epsilon$ | 0 | 0,600 | 0,800 | 0,900 | 0,980 | 0,998 |

b. La première expression est déduite de :

$$g(z) = g_0 \frac{R_T^2}{(R_T + z)^2} = g_0 \frac{1}{\left(1 + \frac{z}{R_T}\right)^2}$$

z étant très petit devant R_T (6 400 km), on peut ensuite faire l'approximation justifiée en **a**.

c. Lorsqu'on permute les ballons :

- la force qui s'exerce sur le plateau A de la balance augmente de $M\Delta g$,
- la force qui s'exerce sur le plateau B diminue de $M\Delta g$,

Pour rétablir l'équilibre, il faut placer sur le plateau B une masse m de poids mg tel que :

$$mg = 2M\Delta g$$

$$\text{D'où : } \Delta g = g \frac{m}{2M}$$

d. Dans cette expérience, les forces d'Archimède ne sont pas modifiées lorsqu'on permute les ballons qui ont tous le même volume.

La surcharge m ne dépend donc pas des forces d'Archimède.

EXERCICES

Appliquer ses connaissances

10. a. $P = mg = 123,4 \cdot 10^3 \times 9,809$
 $= 1,210 \cdot 10^6 \text{ N}$

$$F = \rho_{\text{air}} Vg = 1,3 \times 1,132 \cdot 10^3 \times 9,809$$

$$= 1,4 \cdot 10^4 \text{ N}$$

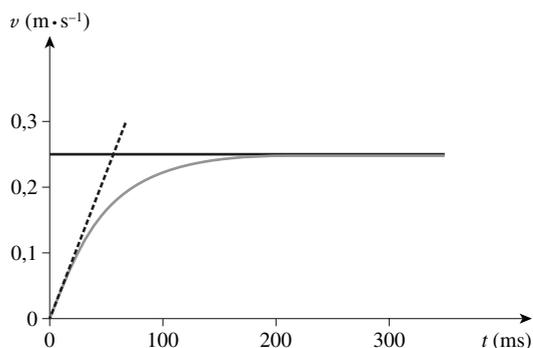
b. $P = mg \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2} = 1,206 \cdot 10^6 \text{ N}$

$$F = \frac{1}{3} \rho_{\text{air}} Vg \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2} = 4,8 \cdot 10^3 \text{ N}$$

11. a. À partir de $t = 200 \text{ ms}$, le mouvement est rectiligne et uniforme, la vitesse ne dépasse pas la valeur $0,25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Cette valeur est celle de la vitesse limite et, pour cette valeur, la force de frottement et la poussée d'Archimède compensent le poids de la bille.

b. Le tracé de la tangente à la courbe $v(t)$ permet de déterminer le temps caractéristique (intersection de la tangente avec l'asymptote horizontale de $v(t)$). Il a pour valeur $0,06 \text{ s}$.



12. a. Un régime permanent succède à un régime transitoire d'une durée que l'on peut évaluer à $0,4 \text{ s}$.

b. Le mouvement du centre d'inertie est rectiligne et uniforme. Il est caractérisé par la valeur de sa vitesse (vitesse limite) : $0,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

c. La tangente à l'origine permet de déterminer la valeur du temps caractéristique du mouvement : $0,1 \text{ s}$.

● **13. a.** Une gouttelette est soumise à son poids, à une force de frottement dont la valeur augmente avec la vitesse, et à la poussée d'Archimède.

La poussée d'Archimède peut être négligée car la masse volumique de l'air est très inférieure à celle de l'eau.

b. Lorsque la vitesse limite est atteinte, la valeur de la force de frottement est égale à celle du poids.

On a donc :

$$6\pi r\eta v_\ell = mg \quad \text{soit} \quad v_\ell = \frac{mg}{6\pi r\eta} = \frac{2r^2\rho_{\text{eau}}g}{9\eta}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } v_\ell &= \frac{2 \times 10^{-12} \times 1\,000 \times 9,81}{9 \times 18 \cdot 10^{-6}} \\ &= 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \\ &= 0,12 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned}$$

d. L'expression proposée est justifiée par la faible valeur de la vitesse.

e. Si le rayon de la goutte est multiplié par 250, la valeur de la vitesse limite est multipliée par 250^2 et a pour valeur $7,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

● **14. a.** La bille est soumise à son poids, à une force de frottement, dont la valeur augmente avec la vitesse, et à la poussée d'Archimède.

La poussée d'Archimède peut être négligée car la masse volumique de l'air est très inférieure à celle du métal.

b. Lorsque la vitesse limite est atteinte, la valeur de la force de frottement est égale à celle du poids.

On a donc :

$$C_x \frac{\rho_m v_\ell^2}{2} S = mg \quad \text{soit} \quad v_\ell^2 = \frac{2mg}{C_x \rho S} = \frac{8r\rho_m g}{3C_x \rho}$$

$$\text{D'où :} \quad v_\ell = \sqrt{\frac{8r\rho_m g}{3C_x \rho}}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } v_\ell &= \sqrt{\frac{8r\rho_m g}{3C_x \rho}} = \sqrt{\frac{8 \times 0,02 \times 7,8 \cdot 10^3 \times 9,81}{3 \times 0,44 \times 1,3}} \\ &= 84,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned}$$

● **15.** L'équation différentielle est :

$$\left(\rho_{\text{eau}} \times \frac{4}{3} \pi r^3\right)g - 6\pi r\eta v_z = \left(\rho_{\text{eau}} \times \frac{4}{3} \pi r^3\right)\dot{v}_z$$

Soit :

$$\begin{aligned} &1\,000 \times \frac{4}{3} \pi \times (0,25)^3 \times 10^{-9} \times 9,81 \\ &- 6\pi \times 0,25 \cdot 10^{-3} \cdot 18 \cdot 10^{-6} v_z \\ &= 1\,000 \times \frac{4}{3} \pi \times (0,25)^3 \times 10^{-9} \dot{v}_z \end{aligned}$$

$$\text{D'où : } 6,42 \cdot 10^{-7} - 8,48 \cdot 10^{-8} v_z = 6,54 \cdot 10^{-8} \dot{v}_z$$

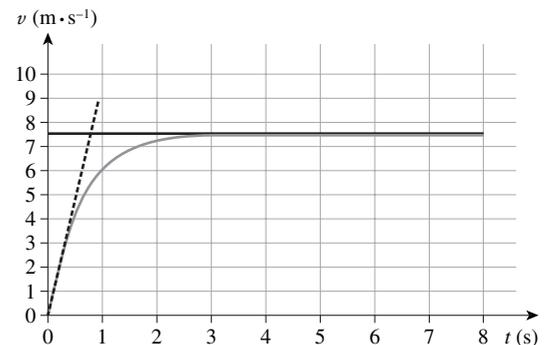
$$\text{Et :} \quad 9,8 - 1,30 v_z = \dot{v}_z$$

a.

| Temps (s) | Accélération ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$) | Vitesse ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) |
|-----------|---|--|
| 0,00 | 9,81 | 0,00 |
| 0,30 | 5,98 | 2,94 |
| 0,60 | 3,65 | 4,74 |
| 0,90 | 2,23 | 5,83 |
| 1,20 | 1,36 | 6,50 |
| 1,50 | 0,83 | 6,91 |
| 1,80 | 0,51 | 7,16 |
| 2,10 | 0,31 | 7,31 |
| 2,40 | 0,19 | 7,40 |
| 2,70 | 0,11 | 7,46 |
| 3,00 | 0,07 | 7,49 |
| 3,30 | 0,04 | 7,51 |
| 3,60 | 0,03 | 7,53 |
| 3,90 | 0,02 | 7,53 |
| 4,20 | 0,01 | 7,54 |
| 4,50 | 0,01 | 7,54 |
| 4,80 | 0,00 | 7,54 |
| 5,10 | 0,00 | 7,54 |
| 5,40 | 0,00 | 7,55 |
| 5,70 | 0,00 | 7,55 |
| 6,00 | 0,00 | 7,55 |
| 6,30 | 0,00 | 7,55 |
| 6,60 | 0,00 | 7,55 |

La vitesse limite a pour valeur $7,55 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

b.



c. Le temps caractéristique est voisin de 0,75 s et le mouvement devient uniforme au bout de 3 s.

● **16. a.** La bille est soumise à son poids, à une force de frottement dont la valeur augmente avec la vitesse et à la poussée d'Archimède \vec{F} .

b. L'équation différentielle du mouvement de la bille s'écrit :

$$mg - \alpha v - \rho Vg = m \frac{dv}{dt}$$

c. Lorsque la vitesse limite est atteinte, on a :

$$\alpha = \frac{mg - \rho Vg}{v_\ell}$$

Avec $v_\ell = 1,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, on a :

$$\alpha = 0,034 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

d. $\eta = 0,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ (ou $\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}$)

● **17. a.** $z = \frac{1}{2}gt^2$ et $v_z = gt$

(axe orienté vers le bas).

b. La bille touche le sol à $t = 0,64 \text{ s}$ avec une vitesse de valeur $6,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

● **18. 1.** $z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + z_0$ et $v_z = -gt + v_0$

avec $v_0 = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $z_0 = 2 \text{ m}$.

2. a. Le point le plus haut est celui pour lequel la valeur de la vitesse de la bille s'annule, il correspond donc à $t = 1,0 \text{ s}$.

Ce point est à $7,1 \text{ m}$ du sol.

b. La bille atteint le sol à $t = 2,2 \text{ s}$.

c. Sa vitesse a pour valeur $12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

● **19. a.** $4,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

b. $0,43 \text{ s}$

● **20. a.** $1,2 \text{ m}$

b. $4,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

c. $4,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

● **21. a.** Une chute de 11 m correspond à une durée de $1,5 \text{ s}$. Les sièges arrière de la voiture doivent donc se trouver à 30 m du pont.

b. La chute dure un dixième de seconde de moins et l'objet atteint la voiture 2 m avant les sièges arrière.

● **22. a.** Si t est la durée de chute, elle parcourt au début de sa chute la distance : $\frac{1}{2}h$ en $(t-1)$.

$$\text{De : } h = \frac{1}{2}gt^2 \text{ et } \frac{1}{2}h = \frac{1}{2}g(t-1)^2,$$

$$\text{on déduit : } t^2 = 2(t-1)^2$$

D'où : $t = 3,41 \text{ s}$

b. $h = 57,2 \text{ m}$

c. $v = 33,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

■ Aller plus loin

● **23.** Pour chacun des cas, on peut calculer la vitesse limite dans l'hypothèse d'une force de frottement proportionnelle à la vitesse et dans celle où elle est proportionnelle à son carré. Les valeurs obtenues permettront une évaluation du nombre de Reynolds, puis le choix de la formule à utiliser.

• Si la force de frottement est proportionnelle à la vitesse :

$$v_\ell = \frac{2r^2(\rho_{\text{bille}} - \rho)g}{9\eta}$$

| | ① | ② | ③ | ④ |
|--|----------------------|------------------|------|------------------|
| $\frac{2\rho r}{\eta}$ ($\text{m}^{-1} \cdot \text{s}$) | 0,14 | $1,4 \cdot 10^3$ | 25,2 | $18 \cdot 10^3$ |
| $\frac{v_\ell}{(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})}$ | $0,94 \cdot 10^{-3}$ | $9,4 \cdot 10^2$ | 2,14 | $1,4 \cdot 10^3$ |
| Re | $1,3 \cdot 10^{-4}$ | $1,3 \cdot 10^6$ | 54 | $2,5 \cdot 10^7$ |

• Si la force de frottement est proportionnelle au carré de la vitesse :

$$v_\ell = \sqrt{\frac{8r \left(\frac{\rho_{\text{bille}}}{\rho} - 1 \right) g}{3C_x}}$$

| | ① | ② | ③ | ④ |
|--|---------------------|------------------|------|------------------|
| $\frac{2\rho r}{\eta}$ ($\text{m}^{-1} \cdot \text{s}$) | 0,14 | $1,4 \cdot 10^3$ | 25,2 | $18 \cdot 10^3$ |
| $\frac{v_\ell}{(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})}$ | 0,6 | 19 | 2,2 | 2 |
| Re | $8,4 \cdot 10^{-2}$ | $2,7 \cdot 10^4$ | 55 | $3,6 \cdot 10^4$ |

On peut donc utiliser la formule de Stokes dans les cas ① et ③, l'autre dans les cas ② et ④.

ENTRAÎNEMENT AU BAC

● **24. 1.** Des équations horaires $z = \frac{1}{2}gt^2$ et $v_z = gt$, on déduit $z = 62,5 \text{ m}$.

2. a. La deuxième loi de Newton conduit à :

$$m \frac{dv}{dt} = mg - kv^2 \quad \text{soit} \quad \frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v^2 = g$$

On en déduit : $\frac{dv}{dt} = g - \frac{k}{m} v^2 = g(1 - \alpha^2 v^2)$

avec $\alpha^2 = \frac{k}{mg}$

$\alpha^2 v^2$ étant sans dimension, $\frac{1}{\alpha}$ s'exprime en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

b. Le calcul de $\frac{dv}{dt}$ conduit à $\frac{dv}{dt} = \frac{4\alpha g t e^{2\alpha g t}}{\alpha(e^{2\alpha g t} + 1)^2}$

En remplaçant v et $\frac{dv}{dt}$ par leurs expressions dans (2) on constate que l'expression proposée est bien solution de cette équation.

D'autre part, pour $t=0$, les solutions proposées pour $z(t)$ et $v(t)$ conduisent à $z=0$ et $v=0$ ce qui correspond bien aux conditions initiales.

3. a. Lorsque t tend vers l'infini, $v(t)$ tend vers $\frac{1}{\alpha}$.

La vitesse limite a donc pour expression $v_\ell = \sqrt{\frac{mg}{k}}$.

Dans le cas d'un mouvement rectiligne uniforme :

$$\frac{dv}{dt} = 0$$

Si $v = \frac{1}{\alpha}$, l'équation (2) est vérifiée.

$\frac{1}{\alpha}$ est la valeur de la vitesse limite du mouvement de chute.

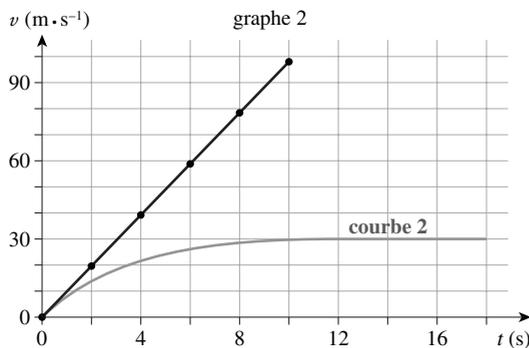
$$\begin{aligned} \text{b. } k &= \frac{mg}{v_\ell^2} = \frac{45,9 \cdot 10^{-3} \times 9,80}{35^2} \\ &= 3,7 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \end{aligned}$$

c. À $t = 10$ s, avec $\frac{1}{\alpha} = 35 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $z = 264 \text{ m}$.

On peut faire l'expérience dans un puits de mine. La distance nécessaire pour atteindre une vitesse de valeur $35 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ est plus grande car la vitesse augmente plus lentement à cause des forces de frottement.

● **25. 1. a.** $v(t) = 9,8t$ et $x(t) = 4,9t^2$

b.



2. Le volume d'air déplacé est égal au volume de la goutte, il a pour masse $6,76 \cdot 10^{-10} \text{ kg}$ et pour poids $6,6 \cdot 10^{-9} \text{ N}$ ce qui est négligeable devant le poids de la goutte d'eau ($5,1 \cdot 10^{-6} \text{ N}$).

3. La force de frottement a pour valeur $F = 1,7 \cdot 10^{-6} \text{ N}$, valeur qui est du même ordre de grandeur que le poids de la goutte d'eau et qui ne peut donc pas être négligée.

4. a.



b. La deuxième loi de Newton conduit à cette équation différentielle.

$\frac{dv}{dt}$ est l'accélération de la goutte,

g est l'accélération de la pesanteur,

$-\frac{f}{m} v$ correspond aux frottements.

5. a. Les courbes 0 et 1 se séparent pour une distance parcourue voisine de 50 cm, c'est donc à partir de cette distance que les frottements se font sentir de façon sensible.

b. Au bout d'une dizaine de secondes, le mouvement devient rectiligne et uniforme (la vitesse devient constante et l'abscisse devient une fonction affine du temps).

6. a. $v_\ell = 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

b. L'équation différentielle conduit à :

$$v_\ell = \frac{mg}{f} = \frac{5,2 \cdot 10^{-7} \times 9,8}{1,7 \cdot 10^{-7}} = 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

7. Si le rayon de la goutte d'eau est deux fois plus grand, le volume est 8 fois plus grand. Il en est de même de la masse. Le coefficient de frottement fluide, proportionnel au rayon, sera 2 fois plus grand. La vitesse limite est donc multipliée par 4. La vitesse limite augmente avec la taille de la goutte car son poids augmente davantage que la force de frottement fluide.

CHAPITRE 11. DIFFÉRENTS MOUVEMENTS PLANS

ASPECTS HISTORIQUES ET SCIENTIFIQUES

1. D'Aristote à Newton

Ce chapitre consacré à l'étude des mouvements de projectiles sur Terre puis dans l'espace solaire, procède à leur interprétation à l'aide de la théorie newtonienne.

Depuis Aristote (384-322 av. J.-C.), on explique la chute des corps sur la Terre par une tendance à chercher « leur place naturelle au centre de l'Univers » qui est, bien sûr, le centre de la Terre.

De même, les planètes décrivent des trajectoires ovales obtenues par une combinaison de mouvements circulaires : sur un grand cercle centré sur la Terre et appelé « le déférent » se déplace le centre d'un petit cercle appelé « l'épicycle » et chaque planète tourne sur un épicycle.

Copernic (1473-1543) modifie cette perception en 1543 en affirmant la Terre en orbite autour du Soleil, lui-même au centre de l'Univers.

Galilée (1564-1642) définit les bases de la cinématique (vitesse, accélération), il montre que la trajectoire parabolique d'un boulet de canon est la composition de deux mouvements : un mouvement horizontal rectiligne uniforme et un mouvement vertical uniformément accéléré mais il ne peut distinguer la description effectuée de la cause du mouvement.

De même, Kepler (1571-1630) « se contente » de décrire le mouvement des planètes par ses trois lois. Seul Newton (1642-1727) propose, en 1687, une même interprétation pour tous les mouvements de projectiles en présence d'un corps de grande masse : une force d'attraction gravitationnelle proportionnelle au produit des masses et inversement proportionnelle à la distance entre les centres des corps. Dans cette définition apparaît une constante G qui sera appelée plus tard constante de la gravitation universelle.

2. Formulation de la loi de la gravitation

C'est Kepler qui, en 1609, introduit l'idée d'une interaction entre deux masses proportionnelle au produit des masses mais, pour lui, elle est de nature magnétique.

En 1645, un astronome (Ismael Bullialdus) propose, pour la force d'interaction entre le Soleil et une planète, une direction (la ligne joignant les centres des deux corps) et une proportionnalité à l'inverse du carré de la distance.

En 1666, Newton réunit et confirme ces hypothèses en comparant l'accélération de la Lune sur son orbite et l'accélération d'un objet lancé à la surface de la Terre.

Il suppose donc que la Lune tombe vers la Terre, mais que, grâce à sa vitesse initiale, elle décrit une trajectoire curviligne.

Pour lui, en considérant un mouvement circulaire uniforme, l'accélération de la Lune est centripète et vaut :

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r} = \frac{\left(\frac{2\pi \times 3,84 \cdot 10^8}{2,360 \cdot 10^6}\right)^2}{3,84 \cdot 10^8} = 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Comparant cette valeur à celle de l'accélération à la surface terrestre $g_0 = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, Newton observe

que $g_0 = \frac{1}{3 \cdot 600}$. Or, le centre de la Lune est à une distance du centre de la Terre de 60,33 fois le rayon terrestre.

Tout objet subit une accélération vers le centre de la Terre inversement proportionnelle au carré de sa distance.

Notons que ce raisonnement devient éminemment probant dès lors que les distances sont correctement mesurées (la mesure du rayon terrestre est faite par Jean Picard en 1671 et le résultat connu de Newton, en 1682, qui refait alors ses calculs).

3. L'accélération d'une chute Terrestre

Un objet tombant en chute libre à la surface de la Terre est soumis à l'accélération a telle que :

$$ma = mg_0$$

Si on néglige l'effet de la rotation de la Terre, le poids se confond avec la force de gravitation :

$$ma = m \frac{GM_T}{R_T^2}$$

Donc :
$$g_0 = a = \frac{GM_T}{R_T^2}$$

L'accélération à la surface de la Terre ne dépend pas de la masse du corps considéré, sa valeur donne accès à la masse de la Terre dès lors que l'on connaît la constante G avec précision.

Cette mesure de la constante G et de la densité de la Terre fut effectuée par Cavendish (1731-1810), en 1798, au moyen d'un pendule de torsion. Elle vient d'être reprise (le 10 septembre 2001) par l'équipe du Bureau International des Poids et Mesures, à Sèvres, pour améliorer la précision : $G = 6,675\,59 \cdot 10^{-11}$ SI avec une erreur de $4 \cdot 10^{-5}$ alors qu'on se contentait de 0,15 %.

Ce n'est pas dans les laboratoires d'astronomie (les astronomes accèdent directement à la valeur du produit GM_T par la mesure, à 2 cm près, des perturbations d'orbite des satellites) mais dans ceux de physique fondamentale que la nouvelle a recueilli le plus d'intérêt. On se pose, en effet, la question de savoir si la force mesurée entre deux masses est uniquement due à la gravitation.

La mesure précise de G devient cruciale pour la théorie d'unification des quatre interactions fondamentales.

4. Les lois de Kepler en 1604 et en 1618

C'est pour interpréter la première des lois de Kepler que Newton formule une expression en $\frac{1}{r^2}$ de l'attraction gravitationnelle exercée sur une planète par le Soleil immobile.

Pour interpréter la deuxième loi, il montre qu'il suffit que cette force soit centrale, dirigée de la planète vers le Soleil.

Quant à la troisième loi, elle demande une expression de la force gravitationnelle proportionnelle au produit des masses du Soleil et de la planète.

Newton montre également la réciproque : soumis à l'action attractive d'une masse immobile, un corps suit une trajectoire elliptique, circulaire, parabolique ou hyperbolique, il retrouve alors les trois lois de Kepler comme résultant de la loi de gravitation universelle.

Cependant, Newton voit très vite que ces lois de Kepler sont approximatives : elles supposent le Soleil immobile ; il devrait donc posséder une masse infinie. En réalité, Soleil et planète décrivent chacun une ellipse de foyer le centre de masse commun.

On peut interpréter ces lois de façon plus générale :

- la première loi vient du fait que la force de gravitation en $\frac{1}{r^2}$ est un cas dégénéré et que l'orbite se referme sur elle-même,

- la deuxième loi est une conséquence directe de la conservation du moment cinétique,
- la troisième loi découle du caractère central de la force de gravitation.

5. La mécanique céleste ou la vérification de la loi universelle

À l'aide de sa loi, Newton a éclairci de nombreux phénomènes tels que le mouvement de la Lune, les marées terrestres...

Ce dernier phénomène, associé à une déformation des satellites, est très fréquent dans le système solaire : il permet d'expliquer que les satellites présentent toujours la même face à la planète autour de laquelle ils évoluent, il entraîne aussi une circularisation des orbites, il a également pour effet de ralentir certains satellites comme Mercure autour du Soleil ou Phobos autour de Mars qui se rapprochent alors de leur centre attracteur, il en accélère d'autres comme la Lune qui s'éloigne ainsi de la Terre de 3,7 cm par an ! De ce phénomène découle l'existence autour d'une planète d'un rayon limite, appelé limite de Roche, en deçà duquel un corps massif est brisé : il ne peut exister alors que des anneaux.

Attention ! À l'intérieur de la limite, un corps solide comme un homme ou un satellite artificiel peut cependant exister grâce aux forces de cohésion du solide.

Mais Newton a aussi posé les bases du calcul des perturbations à partir de la mise en évidence de légères déviations par rapport aux lois de Kepler.

Les planètes, qui s'approchent peu les unes des autres, ont des masses faibles devant celle du Soleil. En première approximation, la seule action notable agissant sur une planète est l'attraction du Soleil, et la planète décrit une ellipse fixe dans un mouvement dit képlérien, solution d'équations différentielles à coefficients constants. Si on veut tenir compte des autres planètes, il faut introduire dans les équations des termes correcteurs. Comment procéder ?

On considère à l'instant t l'orbite d'une planète comme non perturbée ; tous ses paramètres (grand axe, excentricité, ...) semblent constants mais, à l'instant $t + dt$, ces paramètres apparaissent comme des constantes augmentées de fonctions du temps faisant intervenir les masses perturbatrices.

Ces fonctions ont été cherchées sous forme de développement en série de puissances des masses.

En 1846, Le Verrier et Adams proposent ainsi l'existence de la planète Neptune, en étudiant l'effet des perturbations que subit la planète Uranus, découverte en 1781 par Herschel.

Après l'aplatissement de la Terre aux pôles, l'orbite elliptique de la comète de Halley, c'est une troisième prédiction de la théorie newtonienne qui est ainsi vérifiée !

Ainsi, Newton, dans la ligne de Galilée (1564-1642), met en avant la méthode scientifique basée sur l'observation, la théorie mathématique de modélisation et les expériences quantitatives de vérification. Une faiblesse subsiste cependant dans la théorie de Newton : elle ne dit rien sur l'origine de la force de gravitation.

6. Mouvement des projectiles ou satellites Terrestres

Galilée a montré que la trajectoire d'un objet lancé horizontalement à la surface de la Terre, est une parabole. Mais ceci suppose un champ de pesanteur uniforme et donc une région d'espace restreinte. D'après Newton, quelle que soit la région considérée, la trajectoire est, en fait, suivant la valeur de la vitesse initiale :

- une ellipse ou une portion d'ellipse dont l'un des foyers est le centre de la Terre,
- un cercle,
- une parabole ou une hyperbole.

Un corps, placé à l'altitude z , peut donc échapper à l'influence gravitationnelle Terrestre s'il possède une vitesse suffisante égale à la vitesse d'évasion :

$$v = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T + z}}$$

Cette vitesse ne dépend pas du corps mobile.

Quelques ordres de grandeur de vitesse d'évasion peuvent être retenus :

- de la Terre à partir de la surface : $10 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$
- du Soleil à partir de la surface : $600 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$
- du Soleil à la distance où se trouve la Terre : $60 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$
- de la Galaxie à la distance où est le Soleil : $330 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$

7. Les théories du champ gravitationnel et de la Relativité Générale

Pour interpréter l'interaction à distance, au XX^e siècle, on a associé à chaque masse une grandeur physique appelée champ gravitationnel, créé dans tout l'espace alentour et stockant de l'énergie (comme on l'avait fait pour interpréter l'interaction électromagnétique au XIX^e siècle).

Un autre objet, placé dans ce champ, interagit avec lui et subit une force : la force est transmise par le champ.

Einstein (1879-1955), allant plus loin, interprète l'espace-temps comme déformé et entièrement déterminé par la distribution de matière (de masse importante).

Toute masse se déplace librement en suivant une ligne courbe (équivalente à la droite euclidienne) de l'espace non euclidien et non sous l'action d'une force.

Si la matière déformant l'espace-temps subit une modification à une date donnée, ce sont les gravitons, particules de masse nulle, de vitesse celle de la lumière, émises en permanence, qui porteront l'information vers un autre objet massif.

ACTIVITÉS DE DÉCOUVERTE

1. Chute libre avec vitesse initiale non verticale (p. 232)



Matériel

- Un ordinateur Pentium III 450 MHz au moins avec 128 Mo de mémoire vive
 - Une webcam Philips ToUcam Pro sur pied à environ 1,50 m du sol
 - Une balle de golf
 - Un fond sombre placé à environ 3 m de la webcam et éclairé par une lampe (projecteur) pour la prise de vues
 - Deux règles graduées d'un mètre disposées perpendiculairement sur le fond sombre, dans un plan proche de celui de la trajectoire, au centre de la prise de vues, qui permettront l'étalement des distances sur le film en limitant les erreurs dues à la courte focale de la webcam (6,0 mm)
 - Un logiciel de capture et de traitement (vidéo et tableur) comme Cineris commercialisé par Jeulin.
- Les paramètres utilisés pour l'acquisition du fichier vidéo sont :
- format d'images 320×240 en noir et blanc
 - 20 images par seconde avec vitesse d'obturation de $1/100^{\text{e}}$ s ou $1/250^{\text{e}}$ s
 - capture automatique sur une durée de l'ordre de quelques secondes.
- On pourra limiter la séquence vidéo à une portion comprise entre deux images (menu portion d'« avi »).

L'atelier « calculs » permet un traitement calculatoire des données et de visualiser une courbe.

L'atelier « modélisation » détermine les paramètres d'une fonction afin d'ajuster sa représentation à l'ensemble des points expérimentaux obtenus.

Correction

2. a. Le vecteur vitesse du centre d'inertie de la

balle est défini par : $\vec{v}_G = \frac{d\vec{OG}}{dt}$

Donc ses coordonnées sont :

$$v_x = \frac{dx}{dt} \quad \text{et} \quad v_y = \frac{dy}{dt}$$

b. On utilise le tableur pour calculer la colonne de variable v_y .

Les axes choisis sont :

- (Ox) horizontal,
- (Oy) vertical descendant.

Le graphe de $x(t)$ est une droite ne passant pas par l'origine, sa pente correspond à une vitesse v_x constante.

Le graphe de $v_y(t)$ est une droite croissante, dont la pente a une valeur très proche de celle du champ de pesanteur. Par analyse dimensionnelle, on confirme que la pente s'écrit $+g$.

c. Les conditions initiales correspondent aux valeurs des coordonnées des vecteurs position et vitesse à l'instant choisi sur la vidéo comme instant $t = 0$.

Cet instant n'est pas celui de lancement de la balle. On lit donc les valeurs dans le tableur.

On calcule v_0 par $\oplus(v_x^2 + v_y^2(0))$ et l'angle α avec

l'horizontale par $\tan^{-1}\left(\frac{v_y(0)}{v_x}\right)$

d. On utilise le tableur pour modéliser les fonctions $x(t)$ et $y(t)$, on trouve :

- pour x : une fonction affine de t , très proche de $v_x t + x(0)$,
- pour y : une fonction quadratique du temps très proche de $\frac{1}{2} g t^2 + v_0(\sin \alpha)t + y(0)$.

e. On déduit pour la projection du centre d'inertie :

- sur l'axe (Ox) : un mouvement uniforme,
- sur l'axe (Oy) : un mouvement uniformément varié.

f. On modélise la trajectoire par une équation du type :

$$y = ax^2 + bx + c$$

La trajectoire est donc une portion de parabole de concavité tournée vers le bas et d'axe vertical.

Le vecteur vitesse initial lui est tangent.

g. On retrouve la même équation, l'intérêt est d'effectuer la recherche de l'équation à partir d'équations $x(t)$ et $y(t)$ données.

On peut aussi montrer que c'est l'hypothèse physique de chute libre qui conditionne la forme de la trajectoire : à partir des coordonnées v_x et v_y , on déduit $a_x = 0$ et $a_y = g$ ainsi que $m\vec{a} = m\vec{g}$.

2. Les planètes du système solaire (p. 233)



Correction

a. L'écliptique est le plan dans lequel s'inscrit la trajectoire de la Terre autour du Soleil.

Sur Terre, il est visualisé par le plan dans lequel s'inscrit la trajectoire du Soleil. D'ailleurs, le terme « écliptique », datant de l'Antiquité, désigne le lieu des éclipses obtenues lorsque l'orbite lunaire intercepte visuellement celle du Soleil.

D'après le tableau, l'inclinaison de l'orbite des planètes par rapport à l'écliptique reste faible, excepté dans le cas de Pluton. On peut donc considérer que tous les mouvements des planètes du système solaire (excepté Pluton) se font dans ce plan.

b. Si $0 < e < 1$, l'ellipse est un ovale.

Si $e = 0$, l'ellipse est un cercle de rayon a .

Si $e = 1$, l'ellipse se réduit à un segment de droite de longueur $2a$.

c. La deuxième loi de Kepler donne pour le périhélie P et l'apogée A : $r_P v_P = r_A v_A$

Donc : $v_P > v_A$, puisque $r_P < r_A$

Les planètes accélèrent à l'approche du Soleil.

Remarque : pour démontrer la relation utilisée ici, on peut considérer deux aires parcourues pendant des durées identiques très courtes, l'une au voisinage de l'apogée, l'autre au voisinage du périhélie.

Dans ces régions, les aires peuvent être assimilées à celles de secteurs circulaires de rayon r_P ou r_A .

Au périhélie P où l'angle décrit est α_P en degré,

on a :

$$A_1 = \frac{\alpha_P \pi r_P^2}{360}$$

À l'apogée A où l'angle décrit est α_A en degré,

on a :

$$A_2 = \frac{\alpha_A \pi r_A^2}{360}$$

$A_1 = A_2$ donne $\alpha_P r_P^2 = \alpha_A r_A^2$ soit $r_P v_P = r_A v_A$

d. On représente les évolutions demandées : seule, la deuxième peut être modélisée par une droite qui ne passe pas par l'origine.

$T = ka^\alpha$ est équivalent à $\ln(T) = \ln(k) + \alpha \ln(a)$

Le graphe de $\ln(T)$ en fonction de $\ln(a)$ est une droite de pente α et d'ordonnée à l'origine $\ln(k)$.

En identifiant au deuxième graphe tracé, on trouve :

$$\alpha = 1,5 \text{ (sans unité) et } k = \sqrt{3,0 \cdot 10^{-19}}$$

On peut aussi écrire : $T^2 = k^2 a^3$

c'est l'expression de la troisième loi de Kepler.

Remarques :

- Si on utilise comme unité de temps l'année et comme unité de longueur l'U.A., k vaut 1.

Cela peut permettre de simplifier certains calculs.

- Pourquoi a-t-on éliminé Pluton de cette étude ?

Pluton, très éloignée du Soleil, est soumise aux forces gravitationnelles exercées par les planètes géantes Jupiter, Saturne, Neptune. Ces forces ne sont pas négligeables vis-à-vis de celle exercée par le Soleil. Le Soleil ne peut donc pas, dans ce cas, être considéré comme attracteur unique : les lois de Kepler ne sont pas applicables.

e. On retrouve bien $M_S = 2,0 \cdot 10^{30}$ kg

f. Pour déterminer la masse d'un astre qui possède des satellites, on mesure les périodes T de révolution de ces satellites autour de l'astre ainsi que les demi-grands axes a des trajectoires. On utilise ensuite la relation $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$ à condition que les masses des satellites soient négligeables devant celle de l'astre.

a. L'orbite tracée se trouve bien dans le plan équatorial terrestre mais la vitesse angulaire du satellite n'est pas celle de la Terre, en rotation autour de l'axe des pôles :

$$\omega_1 = \frac{v_1}{r_1} = 5,70 \cdot 10^{-4} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\omega_{\text{Terre}} = \frac{2\pi}{T} = 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Le satellite n'est donc pas immobile par rapport au sol terrestre.

b. Le vecteur accélération est radial, centripète (dirigé vers le centre de la Terre), et de valeur constante sur la trajectoire considérée.

La deuxième loi de Newton appliquée au satellite dans le référentiel géocentrique donne l'expression du vecteur accélération.

En utilisant la base de Frenet, on obtient :

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}} \quad \text{et} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_T}}$$

Pour $r = r_1$, on retrouve $v = v_1$ et $T = T_1$.

c. C'est le plan équatorial terrestre.

Il est intéressant de lancer dans ce plan car c'est là que le satellite possède la plus grande vitesse d'entraînement (avec la rotation de la Terre) :

$$v_{\text{équateur}} = R_T \omega_{\text{Terre}}$$

À condition, bien sûr, de lancer dans le sens de rotation de la Terre soit de l'Ouest vers l'Est.

En diminuant la vitesse orthoradiale $v_0 < v_1$, les trajectoires sont elliptiques, le centre de la Terre est l'un des foyers de l'ellipse parcourue.

Pour $v_0 > v_1$, les trajectoires restent elliptiques, de même foyer. Le satellite rejoint l'orbite GEO pour $v_0 = 7,4 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$

L'orbite de transfert se caractérise, par exemple, par :

$$v_A = 1,98 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \quad r_A = 42\,100 \text{ km}$$

$$v_P = 7,44 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \quad r_P = 11\,009 \text{ km}$$

et une période de parcours : $T = 42\,890$ s

d. Les produits sont égaux conformément à la deuxième loi de Kepler.

e. Si on augmente encore v_0 , le satellite échappe à l'attraction terrestre si $v_0 \geq 8,6 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ soit :

$$\frac{v_0}{v_1} \geq 1,41$$

On remarque que la vitesse limite d'échappement $v_{0\ell}$ du **1.** et la vitesse circulaire v_1 sont liées par :

$$\frac{v_{0\ell}}{v_1} = \sqrt{2}$$

Les différentes trajectoires sont encore des ellipses ayant toutes la même valeur de grand axe.

ACTIVITÉS D'EXPLOITATION

3. Simuler le lancement d'un satellite (p. 242)



Correction

1. a. On trouve, par essais successifs, $v_{0\ell}$ voisin de $11 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ ce qui correspond à la valeur de

$\sqrt{\frac{2GM_T}{R_T + z}}$ pour une altitude nulle ou de quelques centaines de km.

b. Le référentiel utilisé est géocentrique.

2. Pour une orbite circulaire basse telle que $R_T + z_1 = 10\,700 \text{ km}$, par exemple, on a ainsi : $v_1 = 6,10 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ et $T_1 = 10\,975 \text{ s}$. On obtient toujours la même orbite si on lance le satellite tangentiellement et avec la même valeur de vitesse. Le sens du lancer ne permet pas de changer d'orbite.

4. Recherche exoplanètes désespérément (p. 243)



Correction

a. Les unités de distance employées sont :

- l'unité astronomique (U.A.) qui correspond à la distance moyenne Terre-Soleil de valeur :

$$1,496 \cdot 10^8 \text{ km}$$

- le parsec (pc) qui est la distance à laquelle le rayon moyen de l'orbite terrestre serait vu sous un angle d'une seconde d'arc :

$$1 \text{ pc} = 3,09 \cdot 10^{13} \text{ km}$$

- l'année lumière (a.l.) qui est la distance parcourue par la lumière en un an (de valeur $9,46 \cdot 10^{12} \text{ km}$). On a ainsi : $1 \text{ pc} = 3,26 \text{ a.l.}$

b. La troisième loi de Kepler est appliquée au couple Pegasi-planète en supposant l'orbite de la planète circulaire de rayon R :

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \text{ donne } M = 1,9 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

Il faut vérifier que la masse ainsi calculée est négligeable devant celle de Pegasi.

On calcule donc le rapport $\frac{m}{M} = \frac{M_J}{2M}$ qui vaut $4,7 \cdot 10^{-4}$: la loi est valide.

c. En utilisant toujours le modèle d'orbite circulaire dans le référentiel de l'étoile, on a :

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = 1,3 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Cette vitesse ne dépend pas de la masse de la planète, elle n'est donc pas modifiée si la masse de la planète est différente.

d. La résolution d'un instrument d'optique est la capacité à montrer de petits détails, c'est-à-dire à séparer les images de deux objets ponctuels éloignés, vus au travers du télescope.

Elle définit donc la finesse des images.

On exprime cette capacité au moyen de l'angle minimum qui sépare les directions de deux points dont on distingue encore les deux images. Plus l'angle est petit, meilleure est la résolution. Il s'exprime en degré, en minute d'arc ou en seconde d'arc.

Cette résolution dépend de la présence d'atmosphère, de la qualité de l'instrument, et du phénomène de diffraction. Même si on s'affranchit de la présence d'atmosphère et des défauts éventuels de l'optique utilisée, il subsiste toujours le phénomène de diffraction lié au diamètre de l'objectif. Pour un télescope, cet objectif est le miroir primaire.

L'angle minimum d'observation vaut alors $1,22 \frac{\lambda}{\Phi}$, Φ étant le diamètre du miroir objectif.

C'est pour réduire cet angle que l'on fabrique des télescopes de diamètres de miroirs de plus en plus grands (ou fonctionnant comme tels) ou que l'on travaille dans les domaines de l'ultraviolet ou des rayons X pour l'observation.

e. L'effet Doppler-Fizeau correspond à la modification de la fréquence perçue d'une onde par suite du mouvement de la source ou du récepteur.

Ainsi, pour une source sonore s'éloignant d'un récepteur, le son perçu est plus grave que lorsque la source est immobile ; pour une source se rapprochant, le son perçu est plus aigu.

Le phénomène est analogue avec la lumière : si une étoile source s'éloigne avec la vitesse radiale v de l'observateur terrestre, sa vitesse radiale est comptabilisée positivement et l'observateur obtient un spectre décalé vers les plus grandes longueurs

$$\text{d'onde } \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c} > 0 \right).$$

En se référant aux longueurs d'onde du visible, les grandes longueurs d'onde sont dans le rouge. C'est pour cela qu'on parle de décalage vers le rouge.

Ses applications sont multiples et variées aussi bien dans l'infiniment petit que dans l'infiniment grand :

- mesure de la vitesse radiale d'éloignement des galaxies, en 1925, et mise en évidence par Hubble du fait que plus une galaxie est éloignée, plus elle s'éloigne rapidement,
- vélocimétrie sanguine dans les gros vaisseaux (mesure de la vitesse des globules rouges) au moyen d'ultrasons,
- vélocimétrie sanguine dans les petits vaisseaux sanguins de la rétine au moyen de lumière laser,
- radar permettant la mesure de la vitesse des automobiles.

EXERCICES

Appliquer ses connaissances

● 9. a. En appliquant la méthode du cours, on obtient à partir de $\vec{a} = \vec{g}$:

$$x_A = 0 \text{ et } y_A = \frac{1}{2} g t^2 \text{ puis } x_B = v_0 t \text{ et } y_B = \frac{1}{2} g t^2$$

Les trajectoires ont pour équations :

$$x_A = 0 \quad \text{et} \quad y_B = \frac{g x_B^2}{2v_0^2}$$

b. Les hauteurs de chute obtenues sont identiques :

$$y_A(1s) = y_B(1s) = 4,9 \text{ m}$$

c. Trajectoire verticale pour A et parabolique pour B, les billes sont, au même instant, sur la même horizontale car $y_A(t) = y_B(t)$, pour tout t .

d. Le sol correspond à l'équation $y = 10 \text{ m}$ et les deux billes ont la même loi horaire suivant y .

e. Le sol est atteint à la date $t_S = 1,43 \text{ s}$ alors l'abscisse $x_B = 14,3 \text{ m}$. Les deux billes sont séparées d'une distance de $14,3 \text{ m}$.

f. À la date t , les vitesses ne sont pas égales :

$$v_A = gt \quad \text{et} \quad v_B = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}$$

C'est donc vrai pour la date $t_S = 1,43 \text{ s}$.

● **12. a.** On choisit l'origine au point de lancement, (Ox) sur l'horizontale orientée par le vecteur vitesse initiale, (Oz) sur la verticale ascendante de sorte que le mouvement se fait dans le plan (Oxz) .

b. On a : $v_x = v_0$ et $v_z = -gt$

Donc : $x = v_0 t$ et $z = -\frac{1}{2} g t^2$

c. Une pierre atteint l'eau lorsque $z = z_E$ donc pour :

$$z_E = -\frac{1}{2} g t^2$$

La solution de cette équation est unique, toutes les pierres atteignent l'eau au même instant.

d. La portée horizontale du tir est donnée par :

$$x_E = v_0 t_E = v_0 \sqrt{-\frac{2z_E}{g}}$$

x_E croît avec v_0 .

● **13. a.** $\left[\frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \right] = [\text{m}]$

$$\left[\frac{v_0 \sin \alpha}{mg} \right] = [\text{kg}^{-1} \cdot \text{s}]$$

$$\left[\frac{2g}{v_0^2} \right] = [\text{m}^{-1}]$$

C'est la 1^{re} expression qui convient.

b. Il faut diviser la vitesse initiale par $\sqrt{2}$.

● **14. a.** Pour chacun des projectiles, on a :

$$x = v_{0x} t = vt$$

b. Les projectiles ont même abscisse au même instant, ils se trouvent sur la même verticale quand le premier atteint l'axe horizontal.

c. On a $y = -\frac{1}{2} g t^2 + wt$ pour chacun.

d. Le sommet S est atteint lorsque $v_y = 0 = -gt + w$

Soit : $t = t_S = \frac{w}{g}$

Tous les sommets sont atteints au même instant. La trajectoire parabolique est symétrique par rapport à l'axe vertical passant par le sommet S, l'axe horizontal est donc atteint au bout de $t' = 2t_S = 2 \frac{w}{g}$. L'axe horizontal est atteint en même temps par tous les projectiles.

● **16. a.** Les dimensions d'un satellite (de l'ordre de la dizaine de mètres) sont négligeables vis-à-vis du rayon de son orbite.

b. Le mouvement est circulaire uniforme donc son accélération radiale, centripète s'écrit :

$$\vec{a} = v^2 \frac{\vec{n}}{R_T + z} \text{ dans la base de Frenet.}$$

En appliquant la deuxième loi de Newton au satellite, il vient :

$$m\vec{a} = \Sigma \vec{F} \quad \text{donc} \quad \Sigma \vec{F} \neq \vec{0}$$

c. $\vec{F}_T = -GM_T m \frac{\vec{u}}{(R_T + z)^2}$ avec \vec{u} vecteur unitaire dirigé du centre de la Terre vers le satellite.

La force est radiale et centripète.

d. et e. $m\vec{a} = \Sigma \vec{F}$ donne :

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_T}{m} = -GM_T \frac{\vec{u}}{(R_T + z)^2}$$

● **17. a.** Référentiel géocentrique.

b. $T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_T}}$ et $\dot{\theta} = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{GM_T}{r^3}}$

On calcule $\dot{\theta} = 1,08 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

c. Dans le repère terrestre, la vitesse angulaire relative du satellite est $\dot{\theta} - \dot{\theta}_T$, entre deux passages successifs au-dessus du même point, il s'écoule :

$$\Delta t = \frac{2\pi}{\dot{\theta} - \dot{\theta}_T} = 6,24 \cdot 10^3 \text{ s} \text{ soit } 1,73 \text{ h}$$

● **18. a.** Voir le cours.

b. 35 800 km.

c. Latitude de couverture : si S est la surface de Terre couverte, S_T étant la surface totale de la Terre, la fraction couverte correspond à :

$$x = \frac{S}{S_T} = \frac{2\pi R^2(1 - \cos \theta)}{4\pi R^2}$$

car S correspond à la surface de sphère « enfermée » dans le cône d'angle au sommet $\frac{\pi}{2} - \theta$

Donc : $\frac{1 - \cos \theta}{2} = 0,42$ et $\theta = 81^\circ$

Aller plus loin

● **19. a.** Dans le référentiel terrestre ($Oxyz$), appliquons la 2^e loi de Newton :

• à l'avion de masse m_0 , de centre d'inertie G , en vol parabolique :

$$m_0 \vec{a}_G = m_0 \vec{g}$$

• à l'objet M de masse m :

$$m \vec{a} = m \vec{g}$$

D'où :

$$\vec{a} = \vec{a}_G$$

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{dv_{x_G}}{dt}$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{dv_{y_G}}{dt}$$

$$\frac{dv_z}{dt} = \frac{dv_{z_G}}{dt}$$

La résolution de ces équations différentielles donne, puisque la vitesse initiale dans le référentiel terrestre est la même pour G et l'objet M :

$$\begin{cases} v_x = v_{x_G} \\ v_y = v_{y_G} \\ v_z = v_{z_G} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} x \approx x_G, \\ y \approx y_G, \\ z \approx z_G \text{ puisque } OG \approx OM. \end{cases}$$

Chaque objet de l'avion possède même vitesse et même trajectoire que l'ensemble si les conditions initiales sont identiques.

Dans l'avion, l'objet « flotte » et peut rester immobile par rapport aux parois sans y être fixé.

Son poids apparent est quasi nul puisque :

$$\vec{a} - \vec{a}_G \approx \vec{0}$$

Tout se passe comme si l'intensité de la pesanteur était nulle.

b. • En S , on a parcouru la moitié de la trajectoire :

$$t_S = 13,5 \text{ s}$$

(On peut noter que $v_{z_S} = 0 = -gt_S + v_0 \sin \alpha$)

• On a :

$$v_x = v_0 \cos \alpha \quad \text{et} \quad v_z = -gt + v_0 \sin \alpha$$

Donc les variations demandées s'écrivent :

$$\Delta v_x = 0 \quad \text{et} \quad \Delta v_z = -gt_B = -2gt_S = -2v_0 \sin \alpha$$

La variation d'altitude $z_S - z_A$ s'obtient en remplaçant t_S par $\frac{v_0 \sin \alpha}{g}$ dans la relation qui exprime l'appartenance de S à la trajectoire :

$$z_S = z_A + v_0 (\sin \alpha) t_S - \frac{1}{2} g t_S^2 = z_A + \frac{(v_0 \sin \alpha)^2}{2g}$$

$$\text{c. On a } v_0 = \frac{gt_B}{2 \sin \alpha} = 206 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$z_S - z_A = 894 \text{ m} \text{ soit } z_A = 8 \text{ 860 m}$$

● **20. b.** La 2^e loi de Newton appliquée au satellite dans le référentiel géocentrique donne :

$$m \vec{a} = \Sigma \vec{F} \quad \text{soit} \quad \vec{a} = \frac{\vec{F}_T}{m} = -GM_T \frac{\vec{u}}{(R_T + z)^2}$$

avec $\vec{u} = -\vec{n}$

\vec{n} étant le vecteur normal de la base de Frenet associée au satellite tournant, l'accélération est donc radiale, centripète de valeur :

$$GM_T \frac{1}{(R_T + z)^2}$$

À partir de cette expression, on retrouve les lois de Kepler, en particulier le fait que le mouvement est plan (1^{re} loi de Kepler), le plan de l'orbite contenant le centre de la Terre.

En identifiant cette expression de l'accélération avec celle générale, donnée dans la base de Frenet, on conclut :

• $\frac{dv}{dt} = 0$, le mouvement est uniforme.

$$\bullet v^2 \frac{1}{R_T + z} = GM_T \frac{1}{(R_T + z)^2} \text{ donc } v = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + z}}$$

c. La période du satellite s'écrit :

$$T = \frac{2\pi(R_T + z)}{v} = 2\pi \frac{(R_T + z)^{\frac{3}{2}}}{(GM_T)^{\frac{1}{2}}} = 6 \text{ 091 s}$$

La période de rotation de la Terre est d'un jour sidéral soit 86 164 s.

Quand le satellite a accompli un tour, la Terre a tourné d'un certain angle et le satellite survole alors une autre bande Terrestre.

d. Au bout d'une période de révolution du satellite, la Terre a tourné de l'angle :

$$\frac{6 \text{ 091} \times 360}{86 \text{ 164}} = 25,4^\circ$$

Pour retrouver la même bande, il faudra :

$$\frac{360}{25,4} = 14,1 \text{ révolutions par jour sidéral.}$$

e. Pour un observateur terrestre observant à heure fixe, le Soleil semble tourner de 1° par jour dans le plan de l'écliptique : il fait un tour complet en une année. Le satellite a même mouvement apparent que le Soleil, il tourne de 365° en un an, il est donc quasiment synchrone.

ENTRAÎNEMENT AU BAC

● **21. a.** Soit :

\vec{v}_0 : la vitesse du référentiel R du sol,

\vec{v}_1 : la vitesse du référentiel R_1 ,

\vec{v}_2 : la vitesse du référentiel R_1 par rapport au référentiel R.

La vitesse dépend du référentiel, il y a composition des vitesses, donc :

$$\vec{v}_0 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$

b. La sonde est en mouvement rectiligne uniforme :

$$z_S = -v_1 t + z_0$$

Le mouvement de la balise obéit à l'équation vectorielle $\vec{a} = \vec{g}$ avec les conditions initiales :

$z(0) = z_0$ et $\vec{v}(0)$ de coordonnées $(v_2 ; 0 ; -v_1)$

D'où :

$$x_B = v_2 t$$

$$y_B = 0$$

$$z_B = -\frac{1}{2} g t^2 - v_1 t + z_0$$

c. Le sol est atteint lorsque :

• $z_S = 0$ ce qui se résout par $t_S = 300$ s

• $z_B = 0$ ce qui se résout par $t_B = 55,3$ s

La balise atteint le sol en premier.

● **22. a.** Référentiel terrestre.

b. La trajectoire est plane.

c. C'est le graphe ③ dont l'équation relie les coordonnées d'espace.

d. Mouvement uniforme puisque le graphe ① se modélise par une droite d'équation $x = kt$ avec :

$$k = v_x = 2,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

e. $v_z(0)$ correspond à la pente de la tangente à l'origine tracée sur le graphe ② : elle vaut $6,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

f. Si on appelle α l'angle de tir, on a :

$$\tan \alpha = \frac{v_z(0)}{v_x(0)} \quad \text{d'où} \quad \alpha = 69^\circ$$

● **23. a.** C'est un référentiel pour lequel le centre de Jupiter est immobile, le repère associé comportant des axes dirigés vers des étoiles lointaines et fixes.

b. L'excentricité est très voisine de 0 pour une orbite circulaire, elle s'en éloigne pour une orbite elliptique.

La grandeur a correspond alors au rayon de l'orbite circulaire.

c. d. et e. Le graphe de la fonction $T^2 = f(a^3)$ est modélisé par une droite passant par l'origine : la loi est vérifiée. Le coefficient directeur de la droite tracée vaut $3,096 \cdot 10^{-16} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$.

Son expression est :

$$\frac{4\pi^2}{GM_J} \quad \text{d'où} \quad M_J = 1,91 \cdot 10^{27} \text{ kg}$$

● **24. 1. a.** Sa dimension est négligeable vis-à-vis du rayon de son orbite.

b. $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ est la même pour tous les objets.

2. Pour un objet, la vitesse angulaire est :

$$\omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$$

Comme $r_1 < r_2$, on a $\omega_1 > \omega_2$

Quand l'objet 1 a fait un tour ($\omega_1 t = 2\pi$), l'objet 2 est en retard ($\omega_2 t < 2\pi$) et a fait moins d'un tour.

3. D'après la 3^e loi de Kepler, le bord intérieur d'un anneau tourne angulairement plus vite que le bord extérieur, ce qui est impossible si l'anneau est un disque ($\omega = \text{cte}$).

● **25. 1. b.** Il faut exprimer le vecteur accélération d'après la deuxième loi de Newton puis identifier le résultat avec l'expression dans la base de Frenet.

c. La vitesse sur l'orbite basse s'exprime par :

$$v_0 = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h_0}}$$

Elle ne dépend pas de la masse du système.

d. $v_0 = 7,79 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ et $v_T = 0,47 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$

On a donc : $\frac{v_0}{v_T} = 16,7$

e. La trajectoire devient elliptique de foyer le Soleil.

2. a. En utilisant la troisième loi de Kepler on trouve pour demi grand axe : $a_H = 183 \text{ U.A.}$

b. $[K] = [\text{s}^2 \cdot \text{m}^{-3}]$ seule la deuxième expression convient.

c. En calculant la valeur de K au moyen des caractéristiques T et a_H de la comète, on déduit :

$$M_S = \frac{4\pi^2}{GK} = 2,0 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

CHAPITRE 12.

SYSTÈMES OSCILLANTS

ACTIVITÉS DE DÉCOUVERTE

1. Pendule élastique vertical (p. 252)



Correction

1. a. L'incertitude absolue sur la durée mesurée est la même que l'on mesure la durée d'une période ou celle de vingt périodes.

b. C'est à ce moment là que la vitesse est la plus grande, la perception du passage par cette position est donc plus précise.

c. Pour ne pas se tromper d'une demi-période.

d. En montrant que les durées mesurées pour des nombres variés d'oscillations sont toutes multiples d'une même valeur (le quotient de la durée mesurée par le nombre d'oscillations).

e. Il ne faut pas dépasser la limite d'élasticité quand le solide est dans sa position basse.

f. La durée d'une oscillation est constante (elle dépend du ressort et de la masse utilisée).

g. « Pendule » fait allusion au mouvement oscillatoire, « vertical » à la direction du ressort et « élastique » à une propriété du ressort.

2. a. Les deux équilibres permettent d'écrire si ℓ_0 est la longueur à vide du ressort :

$$mg = k(\ell - \ell_0) \quad \text{et} \quad m'g = k(\ell' - \ell_0)$$

D'où : $(m' - m)g = k(\ell' - \ell)$ soit $k = \frac{m' - m}{\ell' - \ell} g$

3. a. On appelle « amplitude des oscillations » la valeur maximale de l'écart à la position d'équilibre.

b. La période de l'oscillateur est indépendante de l'amplitude des oscillations.

c. Le carré de la période est proportionnel à la masse du solide.

d. Le carré de la période est inversement proportionnel à la raideur du ressort.

e. On peut vérifier, pour un couple (m, k) , que le facteur de proportionnalité est bien 2π .

2. Les pendules de Galilée (p. 253)



Correction

a. Le terme « oscillation » est préférable au terme « vibration », bien que celui-ci ne soit pas synonyme du terme oscillation, le terme « période » pourrait aussi être employé. L'expression « allée et venue » peut être remplacée par « oscillation ».

b. Galilée emploie l'expression « position perpendiculaire » qui fait sans doute allusion à la direction du fil à l'équilibre. Il dit aussi, plus loin, « dépassaient la perpendiculaire ».

c. On pourrait écrire : « Même si les arcs décrits par le liège ne correspondent qu'à des angles de cinq ou six degrés, contre cinquante à soixante pour le plomb, ils sont, en effet, parcourus en des temps égaux. »

d. Il parle d'une diminution de l'amplitude (la fréquence n'est pas modifiée).

e. Pour Galilée, la période est indépendante de la matière dont est fait le solide accroché au fil, de la masse du solide et de l'amplitude des oscillations.

f. La période est proportionnelle à la racine carrée de la longueur.

g. L'utilisation de pendules de longueurs variées et pour lesquels la bille utilisée peut être de matières et de masses variées permet de retrouver les résultats de Galilée si on se limite au cas des oscillations de faibles amplitudes (inférieures à 15°).

h. La période d'un pendule élastique vertical est indépendante de l'amplitude des oscillations.

3. Pendule élastique (p. 262)



Correction

2. a. La masse du mobile est $m = 0,218 \text{ kg}$.
Les deux ressorts ont la même constante de raideur
 $k' = 7,5 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$. On a donc : $k = 15 \text{ N}$
La période propre de l'oscillateur est donc :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,218}{15}} = 0,76 \text{ s}$$

b. L'équation différentielle qui régit le mouvement du mobile et qui a pour solution une évolution sinusoïdale de l'abscisse de période T_0 , est déduite de la deuxième loi de Newton avec une force de rappel d'expression $-kx$.

Si les deux ressorts ne sont pas constamment étirés, l'expression de la force est modifiée, il en est de même de l'équation différentielle.

La solution n'est plus sinusoïdale et la période n'est plus la même.

c. On peut afficher la courbe, noter les valeurs extrêmes de l'abscisse et en déduire le décalage de l'origine nécessaire au recentrage de la courbe.

d. En affichant le graphe $y(t)$, on constate que l'ordonnée du centre d'inertie du mobile est quasiment constante.

3. a. La courbe est quasiment sinusoïdale (on constate un léger amortissement).

b. Le coussin d'air qui sépare le mobile de la table rend négligeables les forces de frottement entre le mobile et la table. Il subsiste néanmoins un léger frottement fluide car le mobile se déplace dans l'air.

c. On peut déduire la valeur de la période propre de la modélisation effectuée (0,75 s).

On peut aussi la mesurer sur le graphe $x(t)$ en utilisant les curseurs de Regressi.

d. Les valeurs les plus faibles de la vitesse sont obtenues pour les valeurs extrêmes de l'abscisse. On ne trouve pas une valeur égale à zéro car on acquiert jamais le point pour lequel le solide a une abscisse de valeur absolue égale à l'amplitude. D'autre part, la dérivation numérique qui conduit à la valeur de la vitesse nécessite pour conduire à une valeur nulle, des conditions qui ne sont jamais remplies (acquérir un extremum et des points symétriquement répartis avant et après).

Les valeurs maximales (en valeur absolue) correspondent aux points d'abscisse voisine de zéro.

4. Lorsque l'abscisse du centre d'inertie du mobile a pour valeur x , les ressorts ont pour longueurs :

$$\ell_2 = (\ell_{\text{eq}} - x) \quad \text{et} \quad \ell_1 = (\ell_{\text{eq}} + x)$$

Si ℓ_0 est leur longueur à vide, leurs allongements sont :

$$[(\ell_{\text{eq}} - \ell_0) - x] \quad \text{et} \quad [(\ell_{\text{eq}} - \ell_0) + x]$$

La force \vec{F} a pour expression :

$$\begin{aligned} \vec{F} &= k[(\ell_{\text{eq}} - \ell_0) - x]\vec{i} - k[(\ell_{\text{eq}} - \ell_0) + x]\vec{i} \\ &= -2kx\vec{i} \end{aligned}$$

4. Période d'un pendule simple (p. 263)



Correction

a. Cette phrase évoque la loi d'isochronisme des petites oscillations.

Il aurait fallu préciser que les oscillations étaient d'amplitudes différentes mais restaient faibles.

b. Galilée a déjà montré que les durées de chute selon AB et AA' sont égales.

En disant que selon BA' et AA' elles sont aussi égales, il montre que selon AB et BA', les durées de chute sont aussi égales.

Dans les deux cas, l'équation du mouvement est de la forme :

$$x = \frac{1}{2} at^2$$

Pour la corde AB : $a = g \cos \alpha$

La longueur de la corde est : $\ell = 2R \cos \alpha$

Pour la corde BA' : $a' = g \sin \alpha$

La longueur de la corde est : $\ell' = 2R \sin \alpha$

Ces expressions conduisent à la même durée de chute :

$$t_c = \sqrt{\frac{4R}{g}}$$

c. Pour Galilée, la durée d'une oscillation pour un pendule de longueur $\ell = R$ est égale à 4 fois la

durée t_c soit $T = 4 \sqrt{\frac{4R}{g}} = 8 \sqrt{\frac{R}{g}} = 8 \sqrt{\frac{\ell}{g}}$

d. L'écart constaté dans le cas d'un pendule constitué d'un solide dense de faibles dimensions oscillant avec une faible vitesse (fil long et amplitude faible) est trop important pour être attribué à l'influence de la résistance de l'air et ce, d'autant plus que l'on constate aussi que l'amplitude diminue très lentement.

EXERCICES

Appliquer ses connaissances

● **16. a.** On peut évaluer la durée nécessaire au passage d'une corniche à l'autre en l'assimilant à la moitié d'une période d'un pendule simple de longueur 25 m, soit 5 secondes.

b. Une impulsion est nécessaire si l'on veut atteindre sans problème la seconde corniche car le mouvement est amorti, notamment par les contacts incontournables entre l'alpiniste et la paroi.

● **19. a.** La masse est soumise à son poids et à la force de rappel exercée par le ressort.

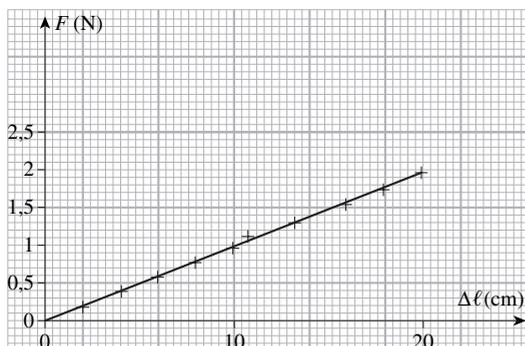
Ces forces se compensent.

La force de rappel est donc de direction verticale, orientée vers le haut et a pour valeur mg .

b.

| m (g) | ℓ (cm) | $\Delta\ell$ (cm) | F (N) |
|---------|-------------|-------------------|---------|
| 20 | 22,3 | 2,0 | 0,198 |
| 40 | 24,3 | 4,0 | 0,396 |
| 60 | 26,2 | 5,9 | 0,589 |
| 80 | 28,2 | 7,9 | 0,785 |
| 100 | 30,1 | 9,8 | 0,981 |
| 120 | 32,0 | 11,7 | 1,18 |
| 140 | 34,1 | 13,8 | 1,37 |
| 160 | 36,1 | 15,8 | 1,57 |
| 180 | 38,2 | 17,9 | 1,77 |
| 200 | 40,2 | 19,9 | 1,96 |

c.



d. La réponse du ressort est linéaire car les points sont alignés selon une droite passant par l'origine.

e. La modélisation conduit à $k = 10,0 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ avec une précision de 5 %.

Aller plus loin

● **23. a.** Situation ① : $mg = k(\ell_{\text{eq}} - \ell_0)$

Situation ② : $ma = mg - k(\ell_{\text{eq}} + x - \ell_0)$

De ces équations on déduit :

$$ma = -kx$$

b. L'identité des équations différentielles permet de dire que les périodes ont la même expression.

ENTRAÎNEMENT AU BAC

● **24. a.** $T_0 = 0,74 \text{ s}$, $f_0 = 1,35 \text{ Hz}$,

$$y_m = 40 \text{ mm}.$$

b. Le graphe représentant la fonction $\ddot{y} = -\frac{k}{m}y$ est une droite de pente négative passant par l'origine. Il y a donc accord entre le graphe proposé et l'équation différentielle.

Le coefficient directeur de la droite est égal à $-\frac{k}{m}$

Il a pour valeur $-\frac{2}{0,03} \text{ s}^{-2}$

On en déduit : $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{0,03}{2}} = 0,77 \text{ s}$

c. La valeur théorique de T_0 est :

$$2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,220}{15,4}} = 0,751 \text{ s}$$

Cette valeur est en accord avec les résultats expérimentaux précédemment obtenus.

● **25. a.** L'amplitude angulaire maximale peut être déduite de la longueur du fil et du rayon du cercle de bois :

$$\alpha_m \approx \tan \alpha_m = \frac{R}{\ell} = \frac{3}{67} = 0,045 \text{ rad} = 2,6^\circ$$

b. Une oscillation est décrite en une période.

Foucault aurait du parler de battement ou de demi-oscillation.

c. ℓ est en m et g en $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, la racine de leur rapport est donc en seconde.

La formule proposée est donc homogène.

d. $T = 16,4 \text{ s}$, l'écart est de 2,5 %.

On peut assimiler le pendule de Foucault à un pendule simple.

e. La période n'est pas modifiée car la masse n'intervient pas dans la formule du pendule simple.

La taille de la boule n'étant pas modifiée, les forces de frottement ne le sont pas.

Le poids, force motrice du mouvement, étant augmenté, l'amortissement est moindre.

● **26. a.** L'incertitude absolue sur la durée mesurée est la même que l'on mesure la durée d'une période ou celle de vingt périodes.

b. C'est à ce moment là que la vitesse est la plus grande, la perception du passage par cette position est donc plus précise.

c. $mg_0 = kx_0$

d. La relation $T_0^2 = \frac{4\pi^2}{k} m$ permet de déduire la valeur de la constante de raideur du ressort à partir du graphe $T_0^2 = f(m)$

La droite obtenue a pour coefficient directeur :

$$\frac{4\pi^2}{k}$$

e. $k = \frac{mg_0}{x_0}$ d'où $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{x_0}{g_0}}$

f. On obtient une droite passant par l'origine de coefficient directeur $0,25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

g. On a donc $\frac{g_0}{4\pi^2} = 0,25$ d'où $g_0 = 9,87 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

● **27. 1.** La première proposition est la seule pour laquelle on ne peut pas parler d'isochronisme des oscillations.

2. La réponse « 3 s » convient.

3. La réponse « 0,40 kg » convient.

CHAPITRE 13. ASPECTS ÉNERGÉTIQUES

ASPECTS PÉDAGOGIQUES ET SCIENTIFIQUES

Dans les programmes précédents, l'étude des spectres atomiques permettait d'introduire la quantification des échanges d'énergie possibles pour un atome, la relation $\Delta E = h\nu$ et la notion de photon. Le groupe d'experts a souhaité dissocier l'interprétation des spectres de l'introduction de la quantification des échanges d'énergie. Cette démarche a pour objectif une approche plus progressive dans laquelle les connaissances nouvelles sont abordées une à une. Une première étape permet d'introduire la quantification de l'énergie échangée par un atome avec des électrons. Elle permet, sans parler des spectres, d'introduire la notion de quantification puis les niveaux d'énergie de l'atome. On peut alors interpréter les spectres et introduire la relation Planck-Einstein. Le photon peut ensuite être présenté.

ACTIVITÉS DE DÉCOUVERTE

1. Étude énergétique d'une chute (p. 272)

Correction

1. On utilise les résultats du **Doc. 1** du livre de l'élève.

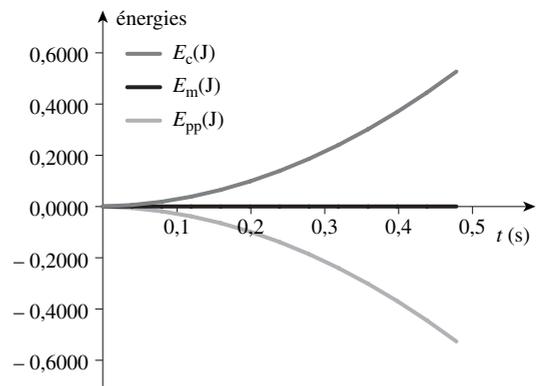
$$\begin{aligned} \text{a. } E_c &= \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 45,1 \cdot 10^{-3} \times (9,8t + 0,13)^2 \\ &= 22,55 \cdot 10^{-3} \times (9,8t + 0,13)^2 \end{aligned}$$

b. L'axe vertical étant orienté vers le bas :

$$E_{pp} = -mgz = 45,1 \cdot 10^{-3} \times 9,8 \times z = -0,44z$$

| t (s) | z (m) | v (m · s ⁻¹) | E _c (J) | E _{pp} (J) | E _m (J) |
|-------|-------|--------------------------|--------------------|---------------------|--------------------|
| 0 | 0,000 | 0,13 | 0,000 4 | 0,000 0 | 0,000 4 |
| 0,04 | 0,013 | 0,52 | 0,006 1 | -0,005 8 | 0,000 4 |
| 0,08 | 0,042 | 0,91 | 0,018 8 | -0,018 5 | 0,000 4 |
| 0,12 | 0,086 | 1,31 | 0,038 5 | -0,038 1 | 0,000 4 |

| t (s) | z (m) | v (m · s ⁻¹) | E _c (J) | E _{pp} (J) | E _m (J) |
|-------|-------|--------------------------|--------------------|---------------------|--------------------|
| 0,16 | 0,146 | 1,70 | 0,065 0 | -0,064 6 | 0,000 4 |
| 0,20 | 0,222 | 2,09 | 0,098 5 | -0,098 1 | 0,000 4 |
| 0,24 | 0,313 | 2,48 | 0,138 9 | -0,138 5 | 0,000 4 |
| 0,28 | 0,421 | 2,87 | 0,186 3 | -0,185 9 | 0,000 4 |
| 0,32 | 0,543 | 3,27 | 0,240 5 | -0,240 2 | 0,000 4 |
| 0,36 | 0,682 | 3,66 | 0,301 7 | -0,301 4 | 0,000 4 |
| 0,40 | 0,836 | 4,05 | 0,369 9 | -0,369 5 | 0,000 4 |
| 0,44 | 1,006 | 4,44 | 0,444 9 | -0,444 6 | 0,000 4 |
| 0,48 | 1,191 | 4,83 | 0,526 9 | -0,526 6 | 0,000 4 |



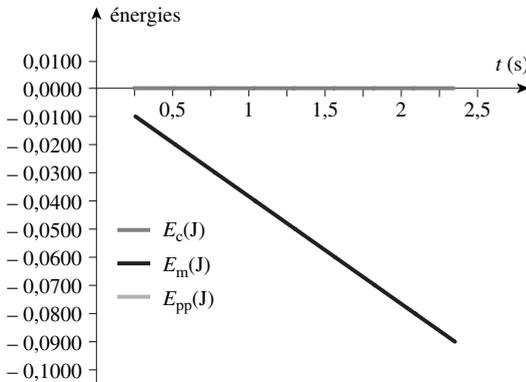
c. La diminution de l'énergie potentielle de pesanteur s'accompagne d'une augmentation de l'énergie cinétique. Il y a transfert d'énergie de la forme potentielle de pesanteur vers la forme cinétique. Leur somme (énergie mécanique) se conserve.

2. a. La vitesse peut être déduite de la coordonnée z par dérivation numérique. Pour calculer la valeur de la vitesse sur la ligne n on utilise les valeurs de z des lignes n - 1 et n + 1. On ne peut donc pas calculer la vitesse pour la première et la dernière ligne.

b. En prenant $E_{pp} = 0$ pour $z = 0$, $E_{pp} = -0,040z$

| t (s) | z (m) | v (m · s ⁻¹) | E _c (J) | E _{pp} (J) | E _m (J) |
|-------|-------|--------------------------|--------------------|---------------------|--------------------|
| 0 | 0,000 | | | | |
| 0,25 | 0,036 | 0,13 | 0,000 035 | -0,010 0 | -0,009 97 |
| 0,5 | 0,065 | 0,11 | 0,000 023 | -0,020 0 | -0,019 98 |
| 0,75 | 0,089 | 0,10 | 0,000 021 | -0,030 0 | -0,029 98 |
| 1 | 0,115 | 0,10 | 0,000 021 | -0,040 0 | -0,039 98 |
| 1,25 | 0,140 | 0,10 | 0,000 021 | -0,050 0 | -0,049 98 |
| 1,5 | 0,165 | 0,10 | 0,000 021 | -0,060 0 | -0,059 98 |
| 1,75 | 0,191 | 0,10 | 0,000 021 | -0,070 0 | -0,069 98 |
| 2 | 0,215 | 0,10 | 0,000 020 | -0,080 0 | -0,079 98 |

| t (s) | z (m) | v ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) | E_c (J) | E_{pp} (J) | E_m (J) |
|---------|---------|--|-----------|--------------|-----------|
| 2,25 | 0,240 | 0,10 | 0,000 021 | -0,090 0 | -0,089 98 |
| 2,5 | 0,266 | | | | |



Les courbes correspondant à l'énergie potentielle et à l'énergie mécanique sont confondues.

L'anomalie apparente d'une diminution de la vitesse de la bille en début de chute est due au fait qu'elle est entrée dans le glycérol avec une vitesse supérieure à sa vitesse limite.

c. La valeur de l'énergie cinétique est constante à partir du moment où la vitesse s'est stabilisée. L'énergie potentielle diminue régulièrement, il en est de même de l'énergie mécanique.

La non conservation de l'énergie mécanique est liée à la présence de forces de frottement.

d. Entre les instants de dates 1,5 s et 2 s, l'énergie cinétique ne varie pas. La variation de l'énergie mécanique est égale à la variation de l'énergie potentielle. Le travail de la force de frottement (qui est directement opposée au poids) est égal à la variation de l'énergie mécanique.

2. L'échec des modèles classiques (p. 273)



Correction

a. Ces deux forces ont même direction (celle qui passe par les objets – ou leur centres – qui interagissent), sont attractives et inversement proportionnelles à la distance des objets en interaction.

b. Les atomes obéissent aux lois de la physique quantique.

Si le mouvement de l'électron autour du noyau obéissait aux lois de la physique classique, l'électron tomberait rapidement sur le noyau et il n'y aurait plus d'atomes.

Ceci est contradictoire avec la stabilité observée.

On ne peut pas attribuer une orbite aux électrons qui ne peuvent plus être localisés.

c. La courbe du **Doc. 2** du livre de l'élève montre que l'électron peut se trouver à n'importe quelle distance du noyau. À chaque distance correspond simplement une probabilité de présence.

On peut simplement dire qu'on a plus de chance de le trouver à 0,5 nm du noyau qu'à 0,1 nm ou 2 nm. On ne peut pas définir sa position à un instant précis et, par suite, son orbite.

d. À la mécanique relativiste, on associe le nom d'Albert Einstein et le domaine des vitesses voisines de celle de la lumière. À la physique quantique celui de Niels Bohr et le domaine de l'infiniment petit.

ACTIVITÉS D'EXPLOITATION

3. Étude énergétique d'un oscillateur mécanique (p. 282)



Correction

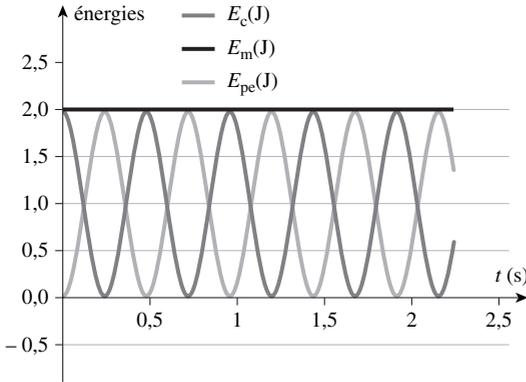
1. a. $E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 0,47 v^2$ avec v obtenu par dérivation numérique.

b. $E_{pe} = \frac{1}{2} k x^2 = x^2$ avec $k = 2 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$

Si x n'est pas repéré par rapport à la position d'équilibre, l'expression $\frac{1}{2} k x^2$ n'est pas celle de l'énergie potentielle. On a seulement reproduit le début du tableau de valeurs obtenues.

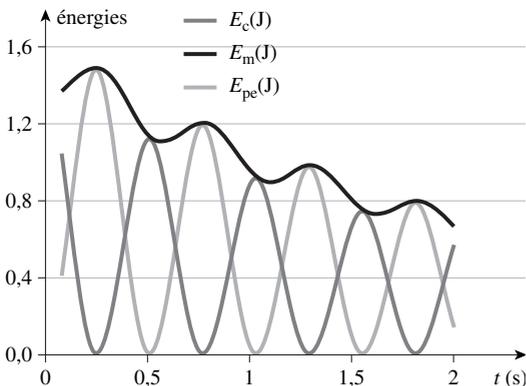
| t (s) | z (m) | v ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) | E_c (J) | E_{pe} (J) | E_m (J) |
|---------|---------|--|-----------|--------------|-----------|
| 0 | 0,0 | | | 0,0 | |
| 0,05 | -1,4 | -0,27 | 1,8 | 0,2 | 2,0 |
| 0,1 | -2,7 | -0,23 | 1,2 | 0,7 | 2,0 |
| 0,15 | -3,7 | -0,16 | 0,6 | 1,4 | 2,0 |
| 0,2 | -4,3 | -0,08 | 0,1 | 1,9 | 2,0 |
| 0,25 | -4,5 | 0,02 | 0,0 | 2,0 | 2,0 |
| 0,3 | -4,2 | 0,11 | 0,3 | 1,7 | 2,0 |
| 0,35 | -3,4 | 0,19 | 0,8 | 1,2 | 2,0 |
| 0,4 | -2,3 | 0,25 | 1,5 | 0,5 | 2,0 |
| 0,45 | -0,9 | 0,28 | 1,9 | 0,1 | 2,0 |
| 0,5 | 0,5 | 0,29 | 1,9 | 0,0 | 2,0 |
| 0,55 | 1,9 | 0,26 | 1,6 | 0,4 | 2,0 |

| t (s) | z (m) | v ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) | E_c (J) | E_{pe} (J) | E_m (J) |
|---------|---------|--|-----------|--------------|-----------|
| 0,6 | 3,1 | 0,21 | 1,0 | 1,0 | 2,0 |
| 0,65 | 4,0 | 0,13 | 0,4 | 1,6 | 2,0 |
| 0,7 | 4,5 | 0,04 | 0,0 | 2,0 | 2,0 |
| 0,75 | 4,4 | -0,05 | 0,1 | 2,0 | 2,0 |
| 0,8 | 3,9 | -0,14 | 0,5 | 1,5 | 2,0 |
| 0,85 | 3,0 | -0,21 | 1,1 | 0,9 | 2,0 |
| 0,9 | 1,8 | -0,26 | 1,6 | 0,3 | 2,0 |
| 0,95 | 0,4 | -0,29 | 1,9 | 0,0 | 2,0 |
| 1 | -1,1 | -0,28 | 1,8 | 0,1 | 2,0 |
| 1,05 | -2,4 | -0,24 | 1,4 | 0,6 | 2,0 |



c. Les graphes de $E_c(t)$ et de $E_{pe}(t)$ ont une période égale à la moitié de celle de $x(t)$. Les variations de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle élastique sont opposées. Il y a transfert d'une forme d'énergie dans l'autre. Leur somme est constante, la conservation de l'énergie mécanique montre que l'on peut négliger les frottements. Il n'y a pas de dissipation perceptible d'énergie pour une durée correspondant à quelques périodes.

2.



Il y a transfert d'énergie entre les formes cinétique et potentielle mais l'énergie mécanique ne se conserve pas.

Les forces de frottement, qui ne peuvent être négligées, ont pour conséquence une dissipation de l'énergie.

4. Spectres nucléaires et moléculaires (p. 283)



Correction

a. Les valeurs des fréquences caractéristiques de quelques molécules correspondent à des longueurs d'ondes voisines de $5 \mu\text{m}$ et des énergies voisines du dixième d'électronvolt, on a donc de l'infrarouge.

Les valeurs des fréquences caractéristiques de quelques molécules correspondent à des longueurs d'ondes voisines du picomètre et des énergies voisines du MeV, on a donc des rayons γ .

b. Les dimensions des noyaux, des atomes et des molécules sont respectivement de l'ordre du femtomètre, du dixième de nanomètre et du nanomètre. Les longueurs d'ondes émises peuvent être classées dans le même ordre.

La longueur d'onde du rayonnement émis ou absorbé est d'autant plus petite que l'entité qui échange de l'énergie est de faible dimension.

c. Ces niveaux d'énergie sont équidistants et seuls les sauts d'un niveau à ses plus proches voisins sont autorisés.

EXERCICES

Appliquer ses connaissances

● 11. a. Longueur du ressort à l'équilibre :

$\ell_{eq} = 35 \text{ cm}$

Allongement : $\ell_{eq} - \ell_0 = 10 \text{ cm}$

Longueur du ressort en position haute : $\ell_h = 30 \text{ cm}$

Allongement : $\ell_h - \ell_0 = 5 \text{ cm}$

Longueur du ressort en position basse : $\ell_b = 40 \text{ cm}$

Allongement : $\ell_b - \ell_0 = 15 \text{ cm}$

b. Travail du poids : 0,05 J

Travail de la force exercée sur le ressort : 0,05 J

Variation de l'énergie potentielle élastique : 0,05 J

Remarque :

$$E_{pe} = \frac{1}{2} k(\ell - \ell_0)^2 \text{ et non pas } E_{pe} = \frac{1}{2} k(\ell - \ell_{eq})^2$$

Variation de l'énergie potentielle de pesanteur du solide : $-0,05 \text{ J}$

Variation de l'énergie mécanique du système solide-ressort : 0 J

c. Travail du poids : 0 J

Travail de la force exercée sur le ressort : 0 J

Variation de l'énergie potentielle élastique : 0 J

Variation de l'énergie potentielle de pesanteur du solide : 0 J

Variation de l'énergie mécanique du système solide-ressort : 0 J

● **13. a.** À $t = 1 \text{ s}$, $x = 0,5 \text{ m}$, $E_{pe} = 0,5 \text{ J}$, $E_c = 0$ et $E_m = 0,5 \text{ J}$.

b. À $t = 1,75 \text{ s}$, $x = 0$, $E_{pe} = 0 \text{ J}$, $E_m = 0,5 \text{ J}$ (absence de frottement) d'où $E_c = 0,5 \text{ J}$.

● **14. a.** $E_c = \frac{1}{2} m v^2$, $E_p = m g y$ et $E_m = E_c + E_p$

b. E_c : courbe jaune, E_p : courbe violette et E_m : courbe verte.

c. À t_1 , on constate une brusque variation de E_m , lors du rebond la balle perd une partie de son énergie.

d. Au sommet de sa trajectoire, avant le rebond, l'énergie cinétique de la balle est légèrement inférieure à $0,5 \text{ J}$.

La valeur de la vitesse est voisine de $4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

On peut aussi dire que la vitesse est égale à sa composante horizontale ce qui conduit à $3,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (4 m en $1,05 \text{ s}$).

● **17. a.** La valeur $-13,6 \text{ eV}$ correspond à l'état non excité, les autres à des états excités.

b. Un atome excité ($n = 2$) peut absorber une énergie de $1,88 \text{ eV}$ et ainsi passer au niveau supérieur ($n = 3$).

Un atome excité ($n = 2$) peut absorber une énergie de $2,54 \text{ eV}$ et ainsi passer au niveau repéré par $n = 4$.

c. À cette fréquence correspond une énergie de $10,2 \text{ eV}$, cette lumière peut être absorbée par un atome repéré par $n = 1$ ou émise par un atome repéré par $n = 2$.

d. Un atome repéré par $n = 3$ peut céder $1,88 \text{ eV}$ ou $12,01 \text{ eV}$ ce qui correspond à des lumières de fréquences $4,53 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ et $2,90 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$, soit des longueurs d'onde de valeurs $0,66 \mu\text{m}$ et $0,10 \mu\text{m}$.

e. $13,6 \text{ eV}$.

● **18. a.** Les énergies cédées peuvent avoir pour valeur 450 keV , 263 keV et 187 keV .

Les longueurs d'ondes correspondantes ont pour valeur $2,76 \text{ pm}$, $4,72 \text{ pm}$ et $6,65 \text{ pm}$.

b. Rayonnement γ .

● 19.

| | atome | molécule | noyau |
|-------------------------|----------------------|----------------------|-----------------------------|
| $\Delta E \text{ (eV)}$ | 1 | 0,1 | 10^6 soit 1 MeV |
| $\Delta E \text{ (J)}$ | 10^{-19} | 10^{-20} | 10^{-13} |
| ν | 10^{13} Hz | 10^{14} | 10^{20} |
| λ | μm | 10^{-2} mm | pm |
| rayonnement | visible | IR | γ |

● **20. a.** $E_{pp} = m g \ell (1 - \cos \theta)$

b. À $t = 0$, $E_{pp}(0) = m g \ell (1 - \cos \theta_m)$

La valeur de ℓ peut être déduite de celle de la période : $\ell = 0,25 \text{ m}$ donc $E_{pp}(0) = 4,9 \text{ mJ}$

c. $E_{pp}(t) = m g \ell (1 - \cos \theta)$

d. Avec $E_c(0) = 0$, la conservation de l'énergie mécanique conduit à :

$$E_c(t) = E_{pp}(t) - E_{pp}(0) = m g \ell (\cos \theta - \cos \theta_m)$$

e. À $t = 0,25 \text{ s}$, $\theta = 0$. L'énergie potentielle de pesanteur est nulle. La conservation de l'énergie mécanique conduit à : $E_c(0,25 \text{ s}) = 4,9 \text{ mJ}$

f. La vitesse du solide est égale à $\ell \frac{d\theta}{dt}$ ce qui conduit, pour $t = 0,25 \text{ s}$, à la valeur $0,314 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

On en déduit : $E_c(0,25 \text{ s}) = 4,9 \text{ mJ}$

● **21. a.** Les courbes représentant l'énergie cinétique et l'énergie potentielle élastique ont une période moitié de celle représentant l'évolution avec le temps de l'abscisse x du centre d'inertie de la masse qui oscille. La courbe bleue représente donc $x(t)$.

La courbe rouge qui passe par un maximum en même temps que $x(t)$ décrit l'évolution de l'énergie potentielle élastique du ressort.

La courbe verte décrit celle de l'énergie cinétique.

b. L'amplitude du mouvement a pour valeur 5 cm . La vitesse est maximale pour $x = 0$ et a pour valeur (déduite de la pente de la tangente à $x(t)$ à $t = 0$) $0,54 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

c. Les énergies cinétique et potentielle de pesanteur ont pour valeur maximale $13,75 \text{ mJ}$.

Les valeurs de l'amplitude et de la vitesse maximale du mouvement étant connues, on en déduit :

$$k = 11 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \quad \text{et} \quad m = 94 \text{ g}$$

d. La période déduite de ces valeurs est $T_0 = 0,58 \text{ s}$, elle est en accord avec celle de $0,6 \text{ s}$ que l'on peut déduire directement du graphe $x(t)$.

PARTIE D. ÉVOLUTION TEMPORELLE DES SYSTÈMES

PROBLÈMES DE BAC

● **1. 1.** La trajectoire du centre d'inertie G du mobile est une portion de cercle de centre A et de rayon L .

2. a. La projection G_X de G sur l'axe horizontal est animée d'un mouvement rectiligne sinusoïdal.

b. $T = 1,17$ s

c. T^2 est en s^2 , L est en m, donc K est en $m \cdot s^{-2}$.
 $K = 10 \text{ m} \cdot s^{-2}$

La valeur trouvée suggère que K est l'intensité de la pesanteur.

d. L'amortissement étant négligeable, l'énergie mécanique du système est constante.

3. a. Des valeurs de X et Y , on déduit par dérivation numérique celles de v_X et v_Y .

On calcule alors le carré de la vitesse : $v^2 = v_X^2 + v_Y^2$

Une multiplication par $\frac{1}{2} m$ conduit à l'énergie cinétique (des vitesses exprimées en $\text{mm} \cdot s^{-1}$ conduisent à des μJ si m est exprimée en kg).

Une multiplication des valeurs de Y par mg conduit à l'énergie potentielle de pesanteur (des ordonnées exprimées en mm conduisent à des mJ si m est exprimée en kg et g en $\text{m} \cdot s^{-2}$).

Par addition des valeurs des énergies cinétique et potentielle, on obtient celle de l'énergie mécanique.

b. • Quand $X = 0$, Y est minimal.

• Quand X est minimal, Y est maximal.

• La courbe ② correspond à l'énergie potentielle car elle est maximale (et minimale) aux mêmes dates que Y .

• À $t = 1$ s : $E_c = 12$ mJ

• La valeur de l'énergie mécanique diminue avec le temps. Cette diminution est due à l'amortissement du système.

c. À $t = 1$ s, on peut déduire la valeur de la vitesse du graphique 2 (pente de la tangente).

On obtient la valeur $0,32 \text{ m} \cdot s^{-1}$.

$E_c = 0,012$ J conduit à $m = 0,23$ kg.

On peut aussi utiliser un couple de valeurs « Y -énergie potentielle ».

● **2. a.** En M_5 et M_7 , la valeur de la vitesse est $2,05 \text{ m} \cdot s^{-1}$. Les vecteurs vitesses sont représentés avec pour échelle 2 cm pour $1 \text{ m} \cdot s^{-1}$.

b. Le vecteur $\Delta\vec{v}$ est le vecteur qu'il faut ajouter à \vec{v}_5 pour obtenir \vec{v}_7 .

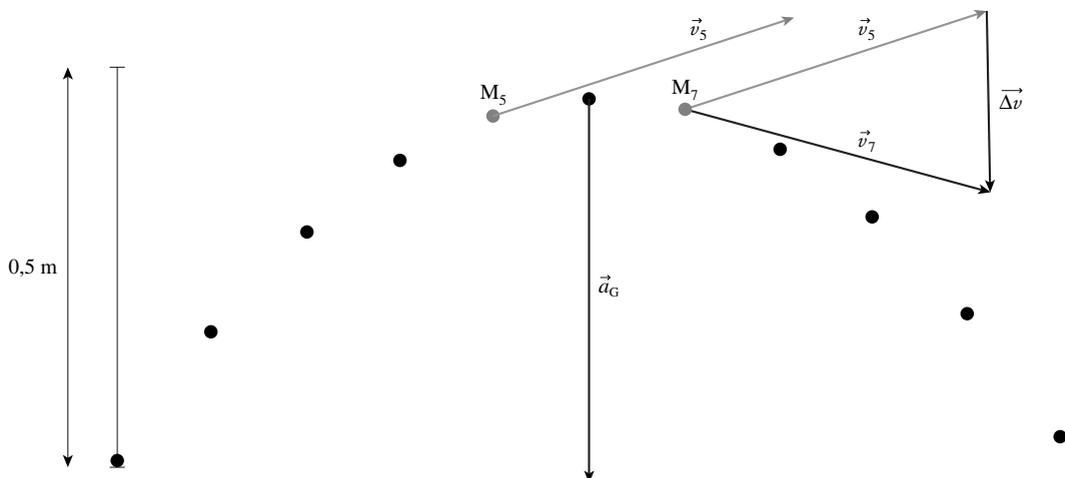
Il a pour valeur $1,2 \text{ m} \cdot s^{-1}$.

On en déduit le vecteur accélération en M_6 en divisant par $0,120$ s.

Il a pour valeur $10 \text{ m} \cdot s^{-2}$.

On le représente à l'échelle 5 cm pour $10 \text{ m} \cdot s^{-2}$.

c. Le vecteur accélération est vertical, dirigé vers le bas et a pour valeur $10 \text{ m} \cdot s^{-2}$.



d. Ce mouvement a les caractéristiques d'un mouvement de chute libre.

e. Les projections des points sur un axe horizontal sont régulièrement espacées.

La coordonnée v_x du vecteur vitesse est constante et a pour valeur absolue la valeur $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

● **3. a.** La courbe verte représente l'évolution de la vitesse v , la courbe jaune celle l'abscisse z .

On remarque, en effet, que $v(t)$ est constante quand $z(t)$ est décrit par une portion de droite.

b. Cet axe est orienté vers le bas et son origine correspond au début du mouvement (v est nulle).

c. La première phase correspond au régime transitoire, la seconde phase au régime permanent.

La première phase a une durée voisine de $0,25 \text{ s}$.

d. Pendant la seconde phase, le mouvement du centre d'inertie de la bille est rectiligne et uniforme.

La vitesse a pour valeur $0,54 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

e. L'intersection de la tangente à l'origine de la courbe $v(t)$ avec l'asymptote de cette même courbe conduit, pour le temps caractéristique, à la valeur $0,08 \text{ s}$.

f. On prend pour niveau de référence de l'énergie potentielle, $E_p = 0$ pour $z = 0$.

• À $t = 0$: $E_p = 0$, $E_c = 0$ et $E_m = 0$

• À $t = 0,3 \text{ s}$: $z = 0,12 \text{ m}$, $v = 0,54 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$E_p = -0,0025 \text{ J}$, $E_c = 3,1 \cdot 10^{-4} \text{ J}$ et

$E_m = -0,0022 \text{ J}$

• À $t = 0,4 \text{ s}$: $z = 0,17 \text{ m}$, $v = 0,54 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$E_p = -0,0035 \text{ J}$, $E_c = 3,1 \cdot 10^{-4} \text{ J}$ et

$E_m = -0,0032 \text{ J}$

L'énergie mécanique diminue car la chute est avec frottements.

● **4. I. 1. a.** En prenant pour origine des espaces le point A et pour instant de date $t = 0$ celle correspondant au début du saut, on obtient :

$$x = \frac{1}{2} g t^2 \quad \text{et} \quad v = g t$$

On en déduit : $v_1 = \sqrt{2g\ell_1}$

b. $v_1 = 22 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

2. a. De l'expression de l'énergie mécanique, on déduit : $v^2 = -\frac{k}{m} x^2 + 2 \frac{E}{m}$

Le coefficient directeur de la droite D est $-\frac{k}{m}$

b. La valeur maximale de x est :

$$x_{\max} = \sqrt{1800} = 42,4 \text{ m}$$

D'où : $\ell_2 = 42,4 + 49,5 = 91,9 \text{ m}$. Ce résultat est en accord avec la valeur donnée de 92 m .

II. 1. a. Une dérivation permet de déduire v de h .

b. Le mouvement du parachutiste n'est pas uniformément varié car la vitesse n'est pas une fonction affine du temps ($v(t)$ n'est pas une droite).

c. $h = 25 \text{ m}$ conduit à $v = 22 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

2. a. La valeur maximale de x est inférieure à 40 m . La valeur de ℓ_2 est donc inférieure à celle trouvée à la question **2. b.** qui était déjà inférieure à la hauteur du pont (103 m). Le site retenu convient donc.

b. La pseudo-période est voisine de $10,6 \text{ s}$.

Avec $m = 60 \text{ kg}$, on en déduit $k = 28 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$.

c. La donnée de 30 cm par kg est équivalente à $33 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$. Il y a donc accord.

On peut aussi remarquer que la mesure du coefficient directeur de la droite D (soit $0,4$) conduit à $k = 32 \text{ N}$.

● **5. 1.** L'énergie est émise par rayonnement.

Les raies sombres observées correspondent à une absorption par la chromosphère.

2. C'est l'énergie nécessaire pour séparer l'électron du noyau de l'atome.

Elle a pour valeur $13,6 \text{ eV}$.

À $13,6 \text{ eV}$, correspond une longueur d'onde de $91,3 \text{ nm}$. On est dans le domaine des UV.

$91,3 \text{ nm}$ est la valeur maximum de la longueur d'onde du rayonnement susceptible d'ioniser un atome pris dans son état fondamental.

3. La relation $E_n = -\frac{13,6}{n^2}$ permet de calculer les énergies des six premiers niveaux de l'atome d'hydrogène. On trouve :

• pour $n = 1$: $E_1 = -13,6 \text{ eV}$

• pour $n = 2$: $E_2 = -3,4 \text{ eV}$

• pour $n = 3$: $E_3 = -1,51 \text{ eV}$

• pour $n = 4$: $E_4 = -0,85 \text{ eV}$

• pour $n = 5$: $E_5 = -0,54 \text{ eV}$

• pour $n = 6$: $E_6 = -0,38 \text{ eV}$

Les valeurs des longueurs d'ondes des raies d'émission pour la série de Balmer sont données par la relation :

$$\lambda = \frac{hc}{(E_n - E_2)}$$

avec $n \geq 3$, l'énergie étant exprimée en joule.

$\lambda_{3,2} = 656 \text{ nm}$, $\lambda_{4,2} = 486 \text{ nm}$, $\lambda_{5,2} = 434 \text{ nm}$, $\lambda_{6,2} = 410 \text{ nm}$, les autres longueurs d'onde n'appartiennent pas au domaine du visible.

4. a. La chromosphère contient des atomes d'hydrogène.

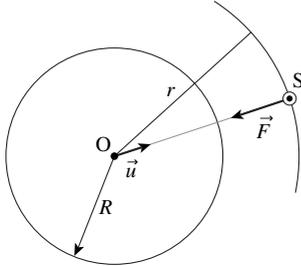
b. À une longueur d'onde de la raie H_α observée correspond une transition entre les niveaux 2 et 3. S'agissant d'une absorption, l'atome passe du niveau 2 au niveau 3.

● **6. 1. a.** La force exercée par la Terre sur le satellite a pour expression :

$$\vec{F} = -G \frac{Mm}{r^2} \vec{u}$$

Celle exercée par le satellite sur la Terre lui est directement opposée et a pour expression :

$$\vec{F}' = G \frac{Mm}{r^2} \vec{u}$$



b. La deuxième loi de Newton conduit à :

$$\vec{a} = -G \frac{M}{r^2} \vec{u}$$

c. Dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme, on a :

$$\vec{a} = -\frac{v^2}{r} \vec{u}$$

Un mouvement circulaire est solution de l'équation différentielle qui régit le mouvement du satellite si :

$$\frac{v^2}{r} = G \frac{M}{r^2} \text{ soit } v = \sqrt{G \frac{M}{r}}$$

d. Avec $G_0 = \frac{GM}{R^2}$, on a $v = \sqrt{G_0 \frac{R^2}{r}}$

e. Les valeurs de l'énoncé conduisent à :

$$v = \sqrt{9,80 \times \frac{(6,4 \cdot 10^6)^2}{(6,4 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^7)}} = 3,9 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$

Cette valeur conduit à une période :

$$T = \frac{2\pi \times (6,4 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^4)}{3,9}$$

$$= 42,5 \cdot 10^3 \text{ s} = 11,8 \text{ h}$$

Cette valeur est en accord avec la période annoncée.

2. a. et b. Les mêmes calculs, pour une altitude de 1 300 km, conduisent à : $7,2 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ et 1,86 h.

c. Le temps mis pour parcourir 2 cm est de $6,7 \cdot 10^{-11} \text{ s}$. La mesure d'une telle durée nécessite des horloges d'une grande précision.

3. Ce phénomène a pour cause les variations du champ gravitationnel.

CONCLUSION. MESURE DU TEMPS

ASPECTS PÉDAGOGIQUES ET SCIENTIFIQUES

1. Temps des dieux, temps des hommes

L'histoire du temps est d'abord celle du passage du temps des dieux, cyclique et angoissant, au temps des hommes, politique, linéaire et rassurant.

La pérennité de la vie humaine était, en effet, soumise à la lutte mythique et périodique que les dieux engageaient dans leur monde.

C'est en Grèce, à la fin du VI^e siècle avant notre ère, que ce temps mythique, dont les hommes étaient comme prisonniers, fut remplacé par un temps politique au service de la vie de la cité. Ce renversement fut opéré par Clisthène l'Athénien (570-508 av. J.-C.), le « créateur de la démocratie », qui soumit, pour la première fois, le temps à l'organisation politique de la cité.

Il modifia, en effet, le calendrier lunaire de 12 mois, alors en usage, en créant une année de 10 mois conformément au nombre des tribus qu'il avait instauré pour briser l'ordre aristocratique ancien.

2. À la recherche d'un temps uniforme

Une fois que les hommes se furent appropriés le temps, ils ne cessèrent, jusqu'à aujourd'hui, de chercher un temps uniforme et homogène, c'est-à-dire, un temps dont la course ne dépendrait ni du lieu, ni de la saison.

Ils crurent longtemps le trouver dans le mouvement apparemment régulier des astres : en particulier celui du Soleil, observé depuis la Terre. Ainsi fut défini le temps solaire vrai, basé sur la rotation de la Terre autour du Soleil, dont les hommes s'aperçurent qu'il n'était pas uniforme. L'ellipticité de la trajectoire de la Terre autour du Soleil interdit, en effet, de pouvoir reproduire à l'identique, tout au long de l'année, le mouvement apparent qu'effectue le Soleil autour de la Terre.

Vint alors l'idée de définir un temps solaire moyen, basé sur l'existence virtuelle d'un Soleil dont la rotation autour de la Terre serait uniforme.

Mais la rotation de la Terre sur elle-même n'est, elle non plus, pas uniforme.

Ce fait, révélé expérimentalement, condamna définitivement le temps solaire moyen (basé sur le jour solaire) qui fut alors remplacé par le temps des éphémérides basé, lui, sur une subdivision de l'année solaire moyenne.

Si la mesure du temps s'est d'abord appuyée sur la rotation des astres, elle est définie, depuis 1967, à partir de la transition hyperfine de l'atome de césium 133.

3. La révolution du temps atomique

La définition et l'usage du temps atomique ont constitué une révolution majeure.

L'échelle de temps est réalisée en juxtaposant les unités de temps d'un étalon de fréquence : celle de la transition hyperfine choisie.

Auparavant, l'unité de temps (la seconde) était définie comme la durée d'une subdivision de l'échelle de temps (années, jours).

Le temps atomique cesse d'être une échelle de temps « naturelle ». Il se fabrique à l'aide d'une multitude d'horloges fabriquées par l'homme et n'est pas directement observable.

Le temps devient alors un problème de physiciens et non plus d'astronomes.

Avec l'avènement des horloges atomiques, le temps est devenu la grandeur physique déterminée le plus précisément (en 1998, la stabilité aussi bien que l'exactitude du Temps atomique international étaient estimées à $2 \cdot 10^{-14}$, soit 1 seconde pour 1 500 000 ans). Le temps atomique a ainsi permis de redéfinir les unités d'autres grandeurs. La définition du mètre, par exemple, est basée, depuis 1983, sur la distance parcourue par la lumière dans

le vide pendant une durée de $\frac{1}{299\,792\,458}$ seconde.

C'est donc une mesure de durée qui conditionne la précision des mesures de longueur.

4. Principe des horloges atomiques à jet de césium

Le principe d'une horloge atomique est basé sur un aspect fondamental de la physique quantique : un atome peut exister sous différents niveaux d'énergie qui sont quantifiés, c'est-à-dire que l'énergie d'un atome ne peut prendre que des valeurs bien précises, caractéristiques de la nature de l'atome (hydrogène, césium, etc.) et il lui est « interdit » de se trouver entre ces valeurs.

Pour faire passer un atome d'un niveau d'énergie à un autre plus élevé (on parle de transition atomique), il doit recevoir un photon (un « grain élémentaire » de lumière) dont l'énergie correspond exactement à la différence d'énergie entre le niveau final et le niveau initial. À l'inverse, pour revenir au niveau d'énergie initial, il doit lui-même émettre un photon de même énergie.

Or, l'énergie transportée par un photon est directement proportionnelle à la fréquence de l'onde électromagnétique associée (la couleur de la lumière). Par exemple, un photon de lumière violette transporte deux fois plus d'énergie qu'un photon de lumière rouge, qui en transporte plus qu'un photon infrarouge, qui en transporte plus qu'un photon d'onde radio.

Puisque les différences d'énergies entre les états d'un atome ont des valeurs parfaitement définies, il en est de même de la fréquence de l'onde électromagnétique pouvant changer leur état ou pouvant être générée par leur changement d'état. Pour construire une horloge, il suffit donc d'utiliser la fréquence de cette onde électromagnétique et de compter ses périodes.

Ainsi, de la même façon qu'une horloge comtoise comptabilise les oscillations de son balancier (en faisant avancer les aiguilles de son cadran à chaque période) ou qu'une horloge à quartz comptabilise les périodes des vibrations de son oscillateur à quartz, une horloge atomique comptabilise les périodes de l'onde électromagnétique ayant provoqué le changement d'état d'atomes (étalons passifs) ou ayant été générée par ce changement d'état (étalons actifs). L'horloge atomique la plus stable et la plus exacte (elle est exacte par définition, puisque la seconde est définie par rapport à son fonctionnement) est actuellement l'horloge atomique à jet de césium.

Il s'agit, pour l'essentiel, d'un oscillateur à quartz qui sert de base à une horloge atomique, les atomes de césium n'étant là que pour contrôler et ajuster la fréquence du signal généré par le quartz.

L'horloge à jet de césium est donc un étalon passif.

ACTIVITÉS DE DÉCOUVERTE

1. Les inégalités de la rotation de la Terre (p. 298)



Correction

1. a. Un corps est en rotation lorsqu'il tourne « sur lui-même », c'est-à-dire autour d'un point lui appartenant ou d'un axe le traversant.

Un corps est en révolution, lorsqu'il tourne autour d'un point ou d'un axe qui lui est extérieur.

b. La Terre tourne sur elle-même en 24 h.

Elle parcourt donc un angle de 2π radians pendant la même durée, donc $\dot{\theta} = 7,27 \cdot 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

2. a. Il y a 400 millions d'années, la durée du jour était d'environ 22 heures.

b. La rotation de la Terre s'est donc ralentie depuis cette époque.

c. La baisse de la vitesse angulaire de rotation de la Terre est associée à une perte d'énergie cinétique de rotation.

d. La Lune et le Soleil.

3. a. La Lune en interaction gravitationnelle avec la Terre et le Soleil.

b. Parce que le système constitué de deux corps en interaction de gravité est « intégrable » c'est-à-dire que l'équation fondamentale de la dynamique de Newton permet, dans ce cas, de calculer très exactement la trajectoire suivie par les deux corps relativement au centre de gravité du système.

c. Le mot « éphéméride » fut introduit comme nom féminin pluriel au sens de « tables astronomiques, donnant pour chaque jour de l'année la position des astres ». Ce mot est composé de *épi* « pendant » et de *hêméra* « jour ».

d. Le temps de la théorie newtonienne est un paramètre théorique dont le caractère uniforme supposé peut se concevoir en imaginant un écoulement liquide exactement régulier de tout temps et pour tous les temps. Le temps qui a servi à mesurer les observations astronomiques est, quant à lui, d'origine expérimentale. Il est basé sur la répétition d'un phénomène périodique observable.

e. Ce décalage peut augmenter.

f. Parce que les irrégularités de la rotation terrestre n'étaient pas accessibles aux horloges mécaniques à balancier (XIV-XIX^e siècles).

2. De l'horloge mécanique à l'horloge atomique (p. 299)



Correction

a. 60 ms d'augmentation cumulée sur une année correspondent à une augmentation moyenne de $1,64 \cdot 10^{-4}$ s par jour.

b. Aux environs de 1940.

c. En 1400, l'écart de marche est de 830 s par jour soit 9,6 ms d'erreur par seconde.

d. On peut donc en conclure, qu'à cette époque, la seconde était mesurée par les horloges à environ 1 % près.

e. Vers 1850, la précision des horloges mécaniques était de $0,7 \cdot 10^{-6}$ %.

Un siècle plus tard, vers 1950, la précision des horloges à quartz était de moins de $0,6 \cdot 10^{-6}$ %.

f. $1 \cdot 10^{-9}$ s par jour.

ACTIVITÉ D'EXPLOITATION

3. Horloges atomiques au césium (p. 304)



Correction

a. $\lambda = 10^{-6}$ m (micro-onde)

b. $E = \frac{hc}{\lambda}$ soit environ $E = 2 \cdot 10^{-19}$ J

c. Sélectionner uniquement les atomes de type A.

d. L'asservissement physique d'un système par un autre consiste à amener l'une des variables caractérisant le système asservi (esclave) sur la valeur prise par cette même variable au sein du système asservisseur (maître).

e. Sur la fréquence d'oscillation mécanique du quartz.

f. Faire fonctionner une horloge atomique utilisant des atomes froids, c'est-à-dire lents, en microgravité, permet d'augmenter le temps d'interaction du champ micro-onde excitateur avec les atomes de plus bas niveau d'énergie.

L'ajustement de la fréquence d'oscillation mécanique du quartz à la fréquence de transition hyperfine f_0 en est d'autant améliorée.