Situations complexes

Vallesse

I Comment transformer une situation d'évaluation en une situation complexe ?

● Une situation d'évaluation est constituée d'un contexte, d'une (ou des) circonstance(s) et d'une (ou des) consigne(s). On dit qu'une situation d'évaluation a trois constituants.
● Une situation complexe est constituée d'un contexte, d'un (ou des) support (s) ; d'une (ou des) fonction (s), et d'une (ou des) consigne(s) (indépendantes). On dit qu'une situation complexe a quatre constituants.

Situation complexe

Situation d'évaluation	Situation complexe
un contexte : il décrit l'environnement (lieu, moment, …) dans lequel on se situe	● Un contexte : il décrit l'environnement (lieu, moment, …) dans lequel on se situe. ● Des supports : c'est l'ensemble des éléments matériels, virtuels ou réels, qui sont présentés à l'apprenant : texte écrit, illustration, photo…, et dont il doit effectuer un traitement pour résoudre la situation.
Des circonstances : Elles précisent dans quel(s) but(s) la production est réalisée. La plupart du temps, cette fonction est une fonction sociale.	Des fonctions : Elles précisent dans quel(s) but(s) la production est réalisée. La plupart du temps, cette fonction est une fonction sociale.
Une ou des consigne(s) : Ce sont des instructions de travail qui sont données à l'apprenant de façon explicite. La situation d'évaluation doit comporter une à trois consignes. Les consignes ne sont forcément indépendantes.	Une ou des consigne(s) : Ce sont des instructions de travail qui sont données à l'apprenant de façon explicite. La situation complexe doit comporter **1 à 3 consignes indépendantes.**

Une situation complexe est une situation d'évaluation. Une situation d'évaluation est par nature complexe. La Commission Nationale Pédagogique de Mathématiques de Côte d'Ivoire a décidé en 2020 d'utiliser le terme de situation d'évaluation au premier cycle et celui de situation complexe au second cycle. Pour cette dernière une condition supplémentaire a été ajoutée pour s'aligner aux exigences du BAC UEMOA.

La situation complexe doit comporter **1 à 3 consignes indépendantes.**

Pour passer de la situation d'évaluation à la situation complexe, il suffit de rendre les consignes indépendantes ou de poser une consigne.

Résolution d'une situation complexe

La rédaction d'une situation doit faire apparaitre :
- une introduction
L'élève doit citer l'outil qu'il va utiliser et donner les étapes de sa production
- un développement
L'élève fait montre de ses connaissances mathématiques. Il utilise avec précision les outils mathématiques.
Il doit annoncer chaque étape de son raisonnement pour que le correcteur puisse le suivre.
- une conclusion
C'est le retour au problème pour donner un avis ou répondre à une préoccupation

Nous donnons ici des exemples :

II Exemple de situations complexes

Leçon 1 ÉTUDE DE FONCTIONS POLYNÔMES ET DE FONCTIONS RATIONNELLES

Situation complexe 1

Lors d'une visite dans une entreprise qui fabrique entre 9 et 18 machines à coudre par jour, le directeur affirme que toute la production est vendue au prix de 122 000 F l'unité.
Le coût de production de x machines à coudre exprimé en milliers de francs est modélisé par la fonction f définie par : $f(x) = 2x^3 - 54x^2 + 458x$.
L'entreprise souhaite déterminer le nombre de machine à coudre à fabriquer pour réaliser un bénéfice maximal. Il te sollicite.
Utilise tes connaissances sur les fonctions pour déterminer le nombre de machines à coudre à produire pour que le bénéfice soit maximal.

Situation complexe 2

L'entreprise du père d'un élève produit et commercialise entre 4 et 16 tonnes d'engrais par jour. On admet que toute sa production est vendue.
Le bénéfice total (exprimé en millions de francs CFA) réalisé pour une production de x tonnes d'engrais, est modélisé à l'aide de la fonction B définie par :
$B(x) = -x^2 + 20x - 64$.
Le bénéfice unitaire b(x) pour une production de x tonnes d'engrais est donné par :
$b(x) = \dfrac{B(x)}{x}$.
Le père veut savoir si le bénéfice total et le bénéfice unitaire sont maximaux pour la même production d'engrais.
Réponds à la préoccupation du père de l'élève
à l'aide d'une production argumentée.

Leçon 2 PROBABILITÉ

Situation complexe

À la fête de la promotion Terminale, un jeu consiste à tirer deux enveloppes parmi dix dont une contient un billet de 2 000 F, deux contiennent chacune un billet de 1 000 F et les autres sont vides. Le chef d'une classe de Terminale A dit à ses camarades de classe que tout participant à ce jeu a 60% de chance de gagner. Son voisin affirme que les chances de gagner à ce jeu sont inférieures à 55%.
Départage-les.

Leçon 3 FONCTION LOGARITHME NÉPÉRIEN

Situation complexe 1

Un homme place un capital dans une banque avec un intérêt composé au taux de 5%. Le capital après n année est donnée par la formule $Cn = C_0 \times 1{,}05^n$, où C_0 est le capital placé.
Il souhaite doubler son capital pour s'acheter une machine, mais ne sait pas quand cela arrivera.
Détermine le nombre d'années qu'il faudra à cet homme pour acheter cette machine.

Situation complexe 2

Pendant une visite de votre classe dans un centre d'étude du son à Abidjan, vous avez les informations suivantes :
- Le son se manifeste par des variations de pression de l'air. L'unité de mesure de la pression de l'air est le Pascal. La pression de l'air s'exerce sur le tympan de l'oreille humaine. Pour une pression supérieure ou égale à 20×10^{-6} Pascals s'exerçant sur son tympan, l'oreille humaine

perçoit un son dont le niveau se mesure en décibels.
- On note : $p_0 = 20 \times 10^{-6}$.
Pour une pression de p Pascals s'exerçant sur le tympan, avec $p \geq p_0$, le niveau sonore perçu est égale à :

$$f(p) = \frac{20}{\ln(10)} \ln(50\,000p).$$

On a constaté que le niveau sonore augmente de 20 décibels quand la pression s'exerçant sur le tympan est multipliée par 10. L'on sait aussi qu'à partir d'un niveau sonore de 120 décibels, on ressent une douleur. Vous décidez d'en savoir plus.

Vous voulez comprendre.
1. Justifie que le niveau sonore augmente de 20 décibels quand la pression s'exerçant sur le tympan est multipliée par 10.

2. Détermine la pression p correspondant au niveau sonore qui provoque des douleurs à l'oreille.

Leçon 4 FONCTION EXPONENTIELLE NÉPÉRIENNE

Situation complexe

Monsieur Yavo est un comptable dans une entreprise qui fabrique un matériau éphémère par mois. On admet que toute la production est vendue.
Il s'est rendu compte que lorsque la production dépasse une certaine quantité, les dirigeants affirment que les bénéfices diminuent. Il n'arrive pas à comprendre cette situation.
Selon le comptable, une étude a prouvé que lorsque l'entreprise fabrique x matériaux en millier de ce type, avec $x \geq 0{,}5$; le bénéfice
qu'elle réalise est modélisé par la fonction f définie par : $f(x) = (4 - 2x)e^x$.

À l'aide de tes connaissances sur les fonctions explique les variations du bénéfice en fonction du nombre de matériels fabriqués.

Leçon 5 STATISTIQUE

Situation complexe

Le Club santé du lycée Mami Faitai de Bingerville s'est spécialisé dans la fabrication de cache-nez et accessoires de protection pour les élèves dudit établissement contre la COVID-19. La production est vendue au-delà du lycée et à travers toute la ville de Bingerville. Le tableau ci-dessous donne les chiffres d'affaires trimestriels, en milliers de francs, pour les années 2020 et 2021 du club de santé. (on admet que la prévision du club de 238 000 F sera réalisée pour le dernier trimestre de 2021).

	2020				2021			
Rang du trimestre : xi	1	2	3	4	5	6	7	8
Chiffre d'affaires trimestriel (yi)	330	325	305	290	282	285	260	238

Le Club veut prévoir son chiffre d'affaires pour le premier trimestre de l'année 2022 si la tendance reste la même ».
Par une production mathématique argumentée, détermine le chiffre d'affaire du club au premier trimestre 2022.

Leçon 6 PRIMITIVES ET CALCUL INTÉGRAL

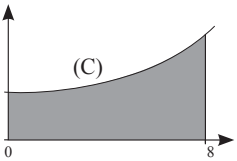
Situation complexe

La coopérative d'un lycée a reçu le terrain représenté ci-dessous par la zone hachurée pour cultiver de la tomate.
Le géomètre qui a travaillé sur le lot du lycée affirme que la courbe (C) représentée ci-dessous est celle de la fonction *f* définie par :

$f'(x) = \frac{x^2}{3} - \frac{x}{4} + 12$, x est exprimé en mètres.

Les élèves de la promotion terminale souhaitent connaître l'aire de leur terrain pour acheter les semences de tomate nécessaires. Il te sollicite pour cela.

En utilisant tes connaissances sur les outils mathématiques au programmes, détermine l'aire du terrain.



Leçon 7 SUITES NUMÉRIQUES

Situation complexe

Pendant les vacances scolaires, un élève en classe de Tle A a trouvé un emploi. Son patron lui a promis une rémunération de 10 000 F par semaine. Constatant que l'élève a bien travaillé la 1ère semaine, le patron lui a donné 10 000 F et lui a proposé une augmentation de sa rémunération. Il lui a demandé de choisir entre deux options.
Option A : une augmentation fixe de la rémunération de 2 000 F chaque semaine.
Option B : une augmentation de 3 % de la rémunération hebdomadaire.
Il a choisi l'option A et a travaillé pendant les 3 mois de vacances.
Pendant l'année scolaire suivante, il explique cela à ses camarades de classe. Sa voisine dit alors que l'option B lui aurait permis de gagner plus.
Une discussion s'engage et les élèves décident tous de vérifier l'affirmation de la voisine par des calculs.
Départage les élèves.

Leçon 8 SYSTÈMES D'ÉQUATIONS LINÉAIRES DANS $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

Situation complexe 1

Pour la Kermesse du lycée, les élèves de terminale veulent fabriquer 2 types de yaourts à la banane A et B à partir de banane, de lait et de sucre.
Chaque yaourt doit respecter les proportions suivantes de matières premières.

	A	B
Banane	2	1
Lait	1	2
Sucre	0	1

On dispose de 8 kg de banane, 7 kg de lait et 3 kg de sucre.
La vente de 1 kg de yaourt A et B rapporte respectivement 4 000 F et 5 000 F.
Les fabricants cherchent à maximiser leur profit. Ne sachant pas comment le faire, ils te sollicitent. Détermine le nombre de yaourts du type A et le nombre de yaourts du type B qu'ils doivent fabriquer.

Situation complexe 2

Le conseil de la promotion terminale A d'un lycée a décidé d'organiser une sortie détente sur Assinie pour les élèves, les professeurs et le personnel administratif. Le président du conseil contacte donc deux sociétés de transports : CT Confiance et ST Sud-Est. Il obtient de ces compagnies les conditions de transports suivantes pour le même type de car :

	Prix Adultes	Prix élèves	Prix total
CT Confiance	2800 F	2000 F	67200 F
ST Sud-est	3200 F	1600 F	57600 F

Malheureusement, au cours des négociations, il a oublié de noter le nombre de places disponibles pour les élèves et celles disponibles pour les adultes (Professeurs et personnel administratif), ce qui entrave l'organisation du convoi.
Tu es élèves en terminale A, très intéressé par ce voyage, tu aimerais que les inscriptions pour la sortie commencent sans délai.
Aide le président en déterminant le nombre de places disponibles pour chaque catégorie de voyageurs.

III Corrigés et barème critérié

Leçon 1 ÉTUDE DE FONCTIONS POLYNÔMES ET DE FONCTIONS RATIONNELLES

Situation complexe 1

Pour résoudre le problème.
Il faut déterminer le bénéfice puis calculer la dérivée de la fonction liée au bénéfice et enfin rechercher la valeur qui rend maximal le bénéfice.

Déterminons le bénéfice
Soit B(x) le bénéfice
$B(x) = 122x - (2x^3 - 54x^2 + 458x)$
$= -2x^3 + 54x^2 - 336x$

Calculons la dérivée de B
$B'(x) = -6x^2 + 108x - 336$
$B'(x) = 6(-x^2 + 18x - 56)$

Recherchons les extremums
$B'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 4$ ou $x = 14$ or $x \in [9 ; 18]$, donc $x = 14$.

Tableau de variation

x	9		14		18
B'(x)		+	0	−	
B(x)		↗	392	↘	

B admet un maximum en 14.
Il faut produire 14 machines par jour pour avoir un bénéfice maximal.

• Barème critérié

Critères	Indicateurs	Barème de notation
CM1 : **Pertinence**	• Recherche du bénéfice • Calcul de la dérivée • Recherche d'extremum	**0,75 points** 1 ind sur 3→0,5 2 ind sur 3→0,75 **Règle des 2/3**
CM2 : **Utilisation correcte des outils mathématiques en situation**	**Déterminons le Bénéfice** Soit B(x) le bénéfice $B(x) = 122x - (2x^3 - 54x^2 + 458x)$ $= -2x^3 + 54x^2 - 336x$ **Calculons la dérivée de B** $B'(x) = -6x^2 + 108x - 336$ $B'(x) = 6(-x^2 + 18x - 56)$	**2,5 points** 1 ind sur 3 → 1 2 ind sur 3 → 1,5 **Règle des 2/3**

	Recherchons les extremums $B'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 4$ ou $x = 14$ or $x \in [9 ; 18]$ Tableau de variation x | 9 | 14 | 18 $f(x)$ | + | 0 | − $f'(x)$ | ↗ | 392 | ↘ B admet un maximum en 14.	
CM3 : **Cohérence de la réponse**	Il faut produire 14 machines par jour pour avoir un bénéfice maximal. • Le résultat produit est conforme au résultat attendu (on trouve un nombre entier naturel compris entre 9 et 18) • Le résultat produit est en adéquation avec la démarche (formules sont juste même si le modèle est faux) • La qualité des enchainements de la démarche	**1,25 points** 1 ind sur 3→0,75 2 ind sur 3→1,25
CP : **Critère de perfectionnement** (Concision, originalité, bonne présentation)	• Présentation : Propreté de la production (Présence des titres des étapes, pas de rature et de surcharge)	**0,5 points** 1 ind sur 3→0,25 2 ind sur 3→0,5 **Règle des 2/3**

Situation complexe 2

Il faut déterminer la valeur qui rend maximal le bénéfice total et le bénéfice unitaire.
Pour étudier les variations de la fonction B sur l'intervalle [4 ; 16] , il suffit d'étudier le signe de B'(x) sur ce même intervalle.
Or, $B'(x) = -2x + 20$ (qui s'annule pour $x = 10$) .
On en déduit le tableau de variation suivant :

x	4		10		16
$B(x)$		+	0	−	0
$B'(x)$	0	↗	36	↘	0

Un bénéfice total maximal est obtenu pour une production de 10 tonnes d'engrais .

Le bénéfice total correspondant est 36 millions, c'est-à-dire 36 000 000

1. Par définition, on a, pour tout $x \in [4 ; 16]$,
$b(x) = \dfrac{B(x)}{x} = \dfrac{-x^2 + 20x - 64}{x}$.

On étudie les variations de la fonction.

$$b'(x) = \frac{(-2x + 20)x - (-x^2 + 20x - 64)}{x^2}$$

$$b'(x) = \frac{-x^2 + 64}{x^2}$$

x	4		8		16
$b'(x)$		+	0	−	0
$b(x)$	0	↗	4	↘	0

Le bénéfice total et le bénéfice unitaire ne sont donc pas maximaux pour la même production d'engrais puisque le bénéfice total est maximal pour 10 tonnes d'engrais produites tandis que le bénéfice unitaire est maximal pour 8 tonnes d'engrais produites.

Leçon 2 PROBABILITÉ

Situation complexe

Il faut calculer la probabilité de gagner une somme quelconque à ce jeu.
Les gains possibles sont : 1 000 F, 2 000 F et 3 000 F.

La probabilité de ne rien gagner est : $\frac{C_7^2}{C_{10}^2}$

La probabilité de gagner est : $P(G) = 1 - \frac{C_7^2}{C_{10}^2} = \frac{8}{15} \simeq 53\%$.

C'est bien le voisin qui a raison.

Leçon 3 FONCTION LOGARITHME NÉPÉRIEN

Situation complexe 1

Il faut déterminer le temps de doublement du capital c'est-à-dire $C_n = 2C_0$

Nous allons alors résoudre une équation comportant la fonction ln.

$C_n = C_0 \times 1{,}05^n$.

$2C_0 = C_0 \times 1{,}05^n$.

$2 = 1{,}05^n$

$n\ln(1{,}05) = \ln 2$

$n = 14{,}2$

Il faut donc 15 ans pour que le capital double.

Situation complexe 2

1. Il faut calculer $f(10p)$ et démontrer que $f(10p) = f(p) + 20$

$$f(10p) = \frac{20}{\ln(10)} \ln(50000(10p))$$

$$= \frac{20}{\ln(10)} \ln(50000p \times 10)$$

$$= \frac{20}{\ln(10)} [\ln(50000p) + \ln 10].$$

$$= \frac{20}{\ln(10)} \ln(50000p) + \frac{20}{\ln(10)} \times \ln 10$$

$$= \frac{20}{\ln(10)} \ln(50000p) + 20$$

$= f(p) + 20$

2. Il faut trouver la valeur de p pour laquelle $f(p) = 120$

$$f(p) = \frac{20}{\ln(10)} \ln(50000p) = 120$$

$\ln(50\,000\,p) = 6\ln(10) = \ln(10^6)$.

$50\,000\,p = 10^6$. On a $5\,p = 10^2$.

Donc p = 20 Pascals

Leçon 4 FONCTION EXPONENTIELLE NÉPÉRIENNE

Situation complexe

Pour expliquer les variations du bénéfice en fonction du nombre de matériel fabriqués, nous allons étudier la fonction f sur $[0{,}5 ; +\infty[$.

$f(x) = (4 - 2x)e^x$.

$f'(x) = -2xe^x + (4 - 2x)e^x$.

$f'(x) = 4(1 - x)e^x$.

La fonction est croissante sur $[0{,}5 ; 1[$ et décroissante de $]1 ; +\infty[$.

Le maximum est atteint pour $x = 1$.

Le bénéfice augmente pour des productions comprises entre 500 et 1 000 matériaux éphémères.

Le bénéfice est maximal pour 1000 matériaux.

Le bénéfice diminue lorsque la production dépasse 1000 matériaux.

Leçon 5 STATISTIQUE

Situation complexe

- série A2

Nous allons déterminer par la méthode de Mayer la droite d'ajustement relative à cette série puis nous allons utiliser cette droite pour déterminer le chiffre d'affaire du club au premier trimestre 2022.

$$\overline{X} = \frac{1 + 2 + 3 + 4}{4} = 2 ;$$

$$\overline{Y} = \frac{330 + 325 + 305 + 290}{4} = 312{,}5$$

$G_1(2 ; 312{,}5)$.

$$\overline{X} = \frac{5 + 6 + 7 + 8}{4} = 6{,}5 ;$$

$$\overline{Y} = \frac{282 + 285 + 260 + 238}{4} = 266{,}25$$

$G_1(6{,}5 ; 266{,}25)$.

Droite de Mayer

$$\frac{y-312,5}{x-2}=\frac{266,25-312,5}{6,5-2}=\frac{-46,25}{4,5}$$
$$=-10,28$$

$y=-10,28x+312,5+20,55$

$y=-10,28x+333,05$

Le premier trimestre 2022 correspond au 9e trimestre. Et pour $x=9$ on a :

$y=-10,28x\times 9+333,05=240,53$

Au premier trimestre 2022 le chiffre d'affaire serait de 234,34.

- série A1

Nous allons déterminer par la méthode des moindres carrés la droite d'ajustement relative à cette série puis nous allons utiliser cette droite pour déterminer le chiffre d'affaire du club au premier trimestre 2022.

$$\overline{X}=\frac{1+2+3+4+5+6+7+8}{8}=4,5$$

$$\overline{Y}=\frac{330+325+305+290+282+285+260+238}{8}$$

G(4,5 ; 289,375)

	2020				2021				Total
x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	36
y_i	330	325	305	290	282	285	260	238	2315
x_i^2	1	4	9	16	25	36	49	64	204
y_i^2	108900	105625	93025	84100	79524	81225	67600	56644	676643
x_iy_i	330	650	915	1160	1410	1710	1820	1904	9899

$$\text{Cov(X ; Y)}=\frac{9899}{8}-4,5\times 289,375$$
$$=-64,81$$

$$\text{V(X)}=\frac{204}{8}-(4,5)^2=5,25$$

$$\text{V(Y)}=\frac{676643}{8}-(289,375)^2=842,48$$

$$\text{r}=\frac{-64,81}{\sqrt{5,25\times 842,48}}=-0,97$$

[r] > 0,87 Donc il y a une forte corrélation linéaire entre X et Y.
Nous pouvons bien déterminer la droite des moindres carrés.

$$y=\frac{-64,81}{5,25}x+b$$

$y=-12,34x+b$

$b=289,375+12,34\times 4,5$

$b=344,90$

$y=-12,34x+344,90$

Le premier trimestre 2022 correspond au 9e trimestre. Et pour $x=9$ on a :
$y=-12,23\times 9+344,41=233,84$
Au premier trimestre 2022 le chiffre d'affaire serait de 233,84.

Leçon 6 PRIMITIVES ET CALCUL INTÉGRAL

Situation complexe

Il s'agit de calculer l'aire en m² de la partie hachurée.

$$A = \int_0^8 \left(\frac{x^2}{3} - \frac{x}{4} + 12\right)dx$$

$$= \left[\frac{x^3}{9} - \frac{x^2}{8} + 12x\right]_0^8 = 144,88 \text{ m}^2$$

Le terrain a une aire de 144,88 m².

Leçon 7 SUITES NUMÉRIQUES

Situation complexe

Pour les départager :

Il faut déterminer le salaire sur 3 mois avec l'option A et il faut déterminer le salaire sur 3 mois avec l'option B.

Puis comparer les deux résultats.

Pour l'option A

Le salaire hebdomadaire est une suite arithmétique de raison 2000.

$u_n = 10000 + 2000n$

$S_1 = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7 + u_8 + u_9 + u_{10} + u_{11}$

$= \frac{12}{2}(u_0 + u_{11})$

$S_1 = 6(10\,000 + 32\,000)$

$S_1 = 254\,000$ F

Pour l'option B

$v_n = 10000(1,03)^n$

Le salaire hebdomadaire est une suite géométrique de raison 1,03.

$S_2 = v_0 + v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 + v_6 + v_7 + v_8 + v_9 + v_{10} + v_{11}$

$$S_2 = 10000\left(\frac{1-(1,03)^{12}}{1-1,03}\right) = 141,920$$

$S_1 > S_2$; l'option A est donc la meilleure.

La voisine n'a pas raison.

Leçon 8 SYSTÈMES D'ÉQUATIONS LINÉAIRES DANS $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

Situation complexe 1

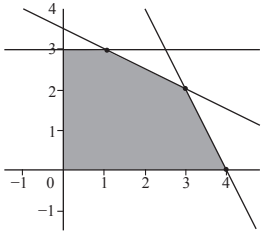
Nous allons mettre en équation les contraintes et les représenter pour déterminer la zone qui respecte toutes les contraintes.

Dans cette zone nous allons rechercher les solutions qui permettent de maximiser le profit.

Notons x le nombre de yaourt de type A et y le nombre de yaourt de type B.

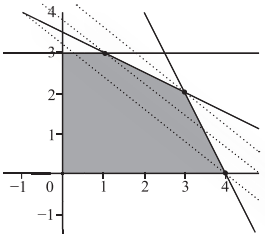
On a : $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 8 \\ x + 2y \leq 7 \\ y \leq 3 \end{cases}$

ces contraintes donnent la figure suivante :



La partie en gris représente les couples de solutions possibles.

L'équation du profit est $4x + 5y = b$.



$4x + 5y = 22$
$4x + 5y = 22$
$4x + 5y = 16$

Le profit est maximal lorsque $4x + 5y$ est maximal.
En faisant passer les droites de coefficient directeur $-\frac{4}{5}$ passant par les sommets du polygone en jaune on obtient que le maximum est obtenu pour $x = 3$ et $y = 2$.

Situation complexe 2

Nous allons utiliser un système pour résoudre ce problème.
Notons x le nombre d'équation et y le nomre d'élèves qui doivent prendre part à cette sortie détente.

On a les équations suivantes :
$2800x + 2000y = 67200$
$3200x + 1600y = 57600$

On résout le système suivant :

$$\begin{cases} 28x + 20y = 672 \\ 32x + 16y = 576 \end{cases}$$

On trouve $x = 4$ et $y = 28$
Il y a donc 4 adultes et 28 élèves.

Dans la même collection