Collection NAMO

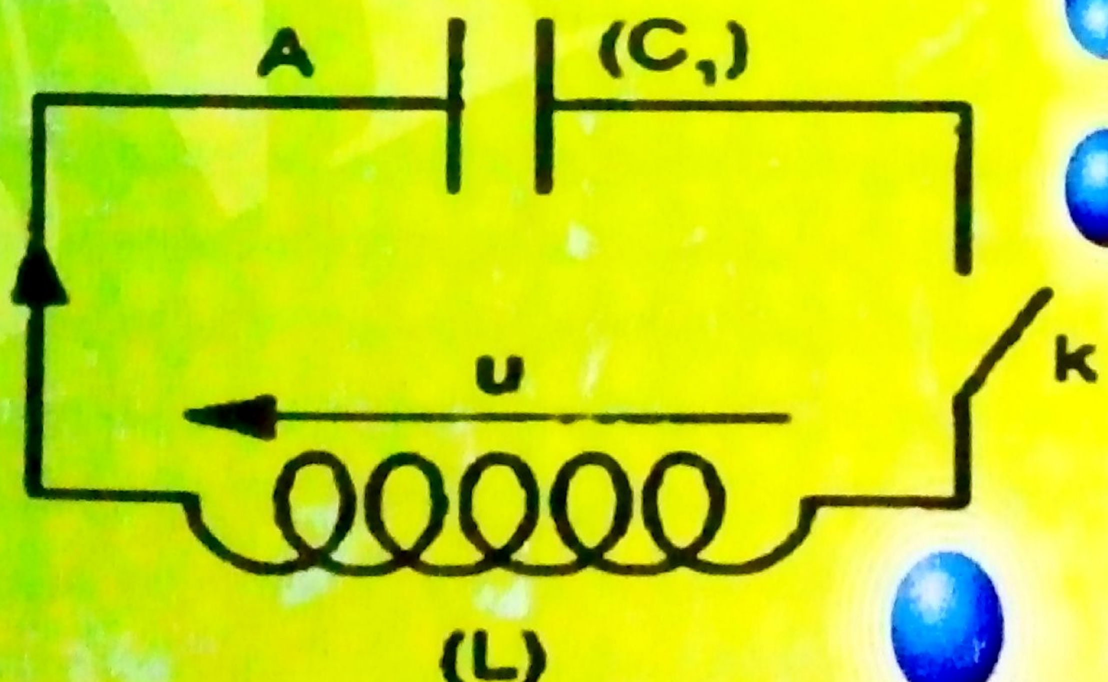
REPUBLIQUE DU NIGER

Fraternité - Travail - Progrès

Pysiques

T^{le} C et D

1ère Edition Janvier 2021



M. Yazi Alidou Nasser

&

M. Himadou Moussa

Avant-propos

La collection NAMO est un ouvrage conforme au nouveau programme officiel au Niger. Cet ouvrage est traité avec une démarche très progressive d'apprentissage de la physique dans la continuité du cycle.

Nous espérons que cet ouvrage sera un outil qui servira à :

- ✓ L'enseignant de traiter des exercices d'applications du cours des différents chapitres.
- ✓ L'amélioration du niveau des élèves et l'obtention des meilleurs résultats en fin d'année.

Nous sommes disposés à recevoir toutes les bonnes volontés pour leurs remarques, critiques et suggestions qui permettront d'améliorer ce document.

Enfin nous remercions tous ceux qui ont contribué, de près ou de loin, à la rédaction de ce document.

Contact :

Cel : 96 69 52 81

Email : yazinass@gmail.com

1ère Edition : Septembre 2020

SOMMAIRE

MECANIQUE

CINEMATIQUE

Résumé du cours

I) Notion de cinématique

1) Définition

La cinématique est une partie de la mécanique qui étudie le mouvement d'un mobile indépendamment des actions mécaniques s'exerçant sur ce mobile.

2) Notion des repères

Un repère d'espace permet de positionner le mobile au cours de son mouvement. On distingue :

- Le référentiel terrestre ;
- Le référentiel géocentrique ;
- Le référentiel héliocentrique.

II) Cinématique à une dimension : mouvement sur un seul axe

1) Définition

C'est l'étude du mouvement d'un mobile sur une trajectoire rectiligne. Le mobile est repéré par une cordonnée cartésienne sur un même axe que sa trajectoire.

2) Vitesse moyenne

Soit deux points M_1 et M_2 les positions respectives du mobile ; t_1 et t_2 les dates respectives et x_1 et x_2 ses coordonnées respectives. On a : $v_m(t_1, t_2) = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

3) Vitesse instantanée

La vitesse instantanée est la dérivée de x par rapport au temps et on note : $v = \frac{dx}{dt}$.

4) Accélération instantanée

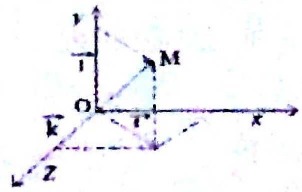
L'accélération instantanée est la dérivée de la vitesse v par rapport au temps : $a = \frac{dv}{dt}$.

III) Cinématique à plusieurs dimensions

1) Coordonnées cartésiennes : R $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

a) Vecteur position

$\overrightarrow{OM} = x_M\vec{i} + y_M\vec{j} + z_M\vec{k} \Rightarrow \overrightarrow{OM}(x_M\ ;\ y_M\ ;\ z_M) \Rightarrow OM = \sqrt{X_M^2 + Y_M^2 + Z_M^2}$



b) Vecteur vitesse

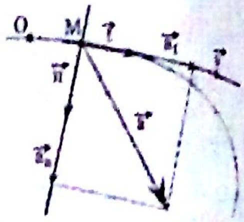
$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \Rightarrow \vec{v}\begin{pmatrix} v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \\ v_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y} \\ v_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z} \end{pmatrix} \Rightarrow v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$$

1ère Edition : Septembre 2020

c) Vecteur accélération

$$\vec{a} = \frac{\overrightarrow{dv}}{dt} \Rightarrow \vec{a}\begin{pmatrix} a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y} \\ a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2} = \ddot{z} \end{pmatrix} \Rightarrow a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

2) Coordonnées dans la base de Frenet (O, $\vec{t}$, $\vec{n}$)



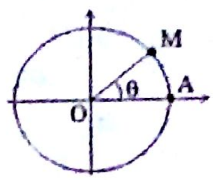
a) Vecteur vitesse

Dans la base de Frenet, le vecteur – vitesse, étant porté par la tangente à la trajectoire, s'écrit : $\vec{v} = v_t\vec{t} \Rightarrow v_n = 0$ et $v_t = v = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$

b) Vecteur accélération

Le vecteur - accélération : $\vec{a} = a_n\vec{n} + a_t\vec{t}$ avec $a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt}$: accélération tangentielle et $a_n = \frac{V^2}{R}$: accélération normale.

3) Abscisse curviligne – Abscisse angulaire



La position à l'instant t d'un point mobile M peut aussi être définit par :

- Son abscisse curviligne : $s = \widehat{OM}$
- Son abscisse angulaire : $\theta = (\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OM})$

IV) Etude de quelques mouvements

1) Mouvement rectiligne uniforme

a) Définition

Un mouvement rectiligne uniforme est un mouvement dont sa trajectoire est une droite et sa vitesse est constante. V = cste $\Rightarrow a = \frac{dv}{dt} = 0$.

b) Equation horaire

$v = \frac{x-x_0}{t-t_0} \Rightarrow x - x_0 = v(t - t_0) \Rightarrow x = v(t - t_0) + x_0$. Si $t_0 = 0$ alors $x = vt + x_0$.

2) Mouvement rectiligne uniformément varié

a) Définition

Un mouvement rectiligne uniformément varié est un mouvement dont sa trajectoire est une droite et son accélération est constante (la vitesse varie).

- Si $\vec{a}.\vec{v} > 0 \Rightarrow$ mouvement rectiligne accéléré.
- Si $\vec{a}.\vec{v} < 0 \Rightarrow$ mouvement rectiligne retardé.
- Si $\vec{a}.\vec{v} = 0 \Rightarrow$ mouvement rectiligne uniforme.

b) <u>Equation horaire</u>

$a = \frac{v-v_0}{t-t_0}$. A $t_0 = 0 \Rightarrow a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow v - v_0 = at \Rightarrow v = at + v_0$.

$V = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = Vdt \Rightarrow dx = (at + v_0)dt \Rightarrow x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$.

c) <u>Relation indépendante de temps</u>

$v = at + v_0 \Rightarrow t = \frac{v-v_0}{a}$.

$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = \frac{1}{2}a\left(\frac{v-v_0}{a}\right)^2 + v_0\left(\frac{v-v_0}{a}\right) + x_0 \Rightarrow x - x_0 = \frac{1}{2}a\left(\frac{v-v_0}{a}\right)^2 + v_0\left(\frac{v-v_0}{a}\right)$

$\Rightarrow x - x_0 = \frac{v^2-{v_0}^2}{2a} \Rightarrow v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$

1) <u>Mouvement circulaire uniforme</u>

a) <u>Définition</u>

Un mouvement circulaire uniforme est un mouvement dont sa trajectoire est un cercle et sa vitesse est constante.

b) <u>Vecteur position</u>

La position du point M dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ est : $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} = (Rcos\theta)\vec{i} + (Rsin\theta)\vec{j}$ avec $x = Rcos\theta$ et $y = Rsin\theta$

c) <u>Caractéristiques</u>

$v = \frac{x-x_0}{t-t_0} \Rightarrow x = vt + x_0$ $(t_0 = 0)$ alors $s = vt + s_0$: équation horaire curviligne.

De plus $s = R\theta \Rightarrow v = \frac{ds}{dt} = \frac{d(R\theta)}{dt} = R\frac{d\theta}{dt} = R\omega$ avec $\omega = \frac{d\theta}{dt}$.

$\Rightarrow x = vt + x_0 = (R\omega)t + x_0 \Rightarrow R\theta = (R\omega)t + R\theta_0$

$\Rightarrow \theta = \omega t + \theta_0$: équation horaire angulaire.

d) <u>Coordonnées cartésiennes</u>

- Vecteur vitesse

$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ avec $\overrightarrow{OM} = (Rcos\theta)\vec{i} + (Rsin\theta)\vec{j} = Rcos(\omega t + \theta_0)\vec{i} + Rsin(\omega t + \theta_0)\vec{j}$

$\Rightarrow \vec{v}\begin{pmatrix} \dot{x} = -R\omega sin(\omega t + \theta_0) \\ \dot{y} = R\omega cos(\omega t + \theta_0) \end{pmatrix} \Rightarrow v = \sqrt{[-R\omega sin(\omega t + \theta_0)]^2 + [R\omega cos(\omega t + \theta_0)]^2} = R\omega$

- Vecteur accélération

On sait que : $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{a}\begin{pmatrix} \ddot{x} = -R\omega^2 cos(\omega t + \theta_0) \\ \ddot{y} = R\omega^2 sin(\omega t + \theta_0) \end{pmatrix}$

$\Rightarrow a = \sqrt{[-R\omega^2 cos(\omega t + \theta_0)]^2 + [R\omega^2 sin(\omega t + \theta_0)]^2} = R\omega^2$

Or $\omega = \frac{v}{R} \Rightarrow a = \frac{v^2}{R}$

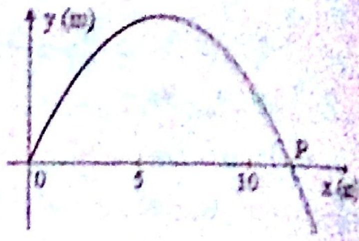
Dans la base de FRENET, on a : $a_n = \frac{v^2}{R}$; $a_t = \frac{dv}{dt} = 0$ et $a = a_n = \frac{v^2}{R}$ où ω est la vitesse angulaire (rad/s).

$\vec{a} = -\omega^2\overrightarrow{OM}$ alors $\vec{a}$ et $\overrightarrow{OM}$ sont colinéaires mais de sens contraire.

Exercice d'application 1

Dans un repère d'espace R (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$), un mobile A est en mouvement. Son vecteur vitesse est : $\overrightarrow{V_A}(3 ; -2t + 4)$.

1) Ecrire les lois horaires du mouvement sachant qu'à l'origine des temps, le mobile A passe par l'origine O.



2) Ecrire l'équation cartésienne de la trajectoire.

3) Etablir l'expression du vecteur accélération $\overrightarrow{a_A}$ puis le représenter sur la trajectoire de la figure.

4) A quelle date la direction du vecteur vitesse est horizontale ?

5) a) En déduire les coordonnées du point S, sommet de la trajectoire ainsi que la valeur de la vitesse en ce point.

b) Représenter ce vecteur vitesse.

6) Déterminer :

a) Le rayon de courbure de la trajectoire à la date t = 2s.

b) L'abscisse x_P du mobile lorsque celui – ci repasse par l'ordonnée y = 0.

c) La valeur de la vitesse $\overrightarrow{V_P}$ du mobile en ce point.

7) Un deuxième mobile B en mouvement rectiligne uniformément varié sur l'axe (Ox) du repère R (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$), passe par le point d'abscisse $x = 20$ m à l'instant t = 0 avec une vitesse $\overrightarrow{V_{0B}}(2 ; 0)$. Déterminer la valeur algébrique de l'accélération de B pour qu'il rencontre A au point $x = 12$.

Correction

1) Ecrivons les lois horaires du mouvement du mobile A.

$\overrightarrow{V_A}(3 ; -2t + 4) \Rightarrow \overrightarrow{V_A}\begin{cases}\dot{x} = 3 \\ \dot{y} = -2t + 4\end{cases}$

$\overrightarrow{V_A} = \frac{d\overrightarrow{OA}}{dt} \Rightarrow \overrightarrow{OA}\begin{cases}x = 3t + cte_1 \\ y = -t^2 + 4t + cte_2\end{cases}$. A t = 0, $\overrightarrow{OA}\begin{cases}x = 0 = 3t + cte_1 \\ y = 0 = -t^2 + 4t + cte_2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}cte_1 = 0 \\ cte_2 = 0\end{cases}$

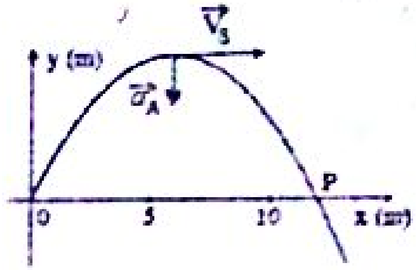
Alors $\overrightarrow{OA}\begin{cases}x = 3t \\ y = -t^2 + 4t\end{cases}$

2) Ecrivons l'équation cartésienne de la trajectoire.

$$\vec{OA}\begin{cases} x = 3t & (1) \\ y = -t^2 + 4t & (2) \end{cases}$$

(1) : $x = 3t \Rightarrow t = \frac{x}{3}$. En remplaçant t dans (2) on aura : $y = -\left(\frac{x}{3}\right)^2 + 4\left(\frac{x}{3}\right)$

$\Rightarrow y = -\frac{x^2}{9} + \frac{4x}{3}$.



3) L'expression du vecteur accélération $\vec{a_A}$

$\vec{a_A} = \frac{d\vec{V_A}}{dt} = \frac{d[3\vec{i}+(-2t+4)\vec{j}]}{dt} = -2\vec{j}$. Alors $\vec{a_A} = -2\vec{j}$.

Representation de l'accélération sur la trajectoire de la figure.

4) La date à laquelle la direction du vecteur vitesse est horizontale.

Au sommet de la trajectoire, le vecteur vitesse se réduit à sa composante horizontale ; donc $\dot{y} = 0 \Rightarrow -2t + 4 = 0 \Rightarrow t = 2s$.

5) a) Déduisons les coordonnées du point S, sommet de la trajectoire.

$$S\begin{cases} x_S = 3 \times 2 = 6 \\ y_S = -2^2 + 4 \times 2 = 4 \end{cases} \Rightarrow S(6\ ;\ 4).$$

La valeur de la vitesse en ce point.

$V_S = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{3^2 + 0^2} = \sqrt{9} = 3 \Rightarrow V_S = 3$ m/s.

b) Représenter ce vecteur vitesse (voir figure ci – dessus).

6) a) Déterminons le rayon de courbure de la trajectoire à la date t = 2s.

$OA = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(3 \times 2)^2 + (-2^2 + 4 \times 2)^2} = 7{,}2 \Rightarrow OA = 7{,}2$ m.

b) Déterminons l'abscisse x_P du mobile A lorsque y = 0.

$y = 0 \Rightarrow -t^2 + 4t = 0 \Rightarrow t(-t + 4) = 0 \Rightarrow t = 0$ ou $t = 4$.

- A t = 0 s, $x_P = 3 \times 0 = 0$ m alors le mobile A se trouve à l'origine du repère.
- A t = 4 s ; $x_P = 3 \times 4 = 12$ alors $x_P = 12$ m.

c) Déterminons la valeur de la vitesse $\vec{V_P}$ du mobile en ce point.

$V_P = \sqrt{3^2 + (-2 \times 4 + 4)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 \Rightarrow V_P = 5$ m/s.

7) Déterminons la valeur algébrique de l'accélération de B pour qu'il rencontre A au point $x = 12$.

Les abscisses des mobiles A et B sont :

$x_A = 3t$ et $x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 + V_{0_B} t + x_{0_B} = \frac{1}{2}a_B t^2 + 2t + 20$.

Il y a rencontre entre les mobiles A et B si $x_A = x_B = 12$.

$\Rightarrow 3t = 12 \Rightarrow t = \frac{12}{3} = 4$ alors $x_B = \frac{1}{2}a_B(4)^2 + 2(4) + 20 = 8a_B + 28$.

$x_B = 12 \Rightarrow 8a_B + 28 = 12 \Rightarrow 8a_B = -16 \Rightarrow a_B - \frac{16}{8} = -2 \Rightarrow a_B = -2\ m/s^2$.

Exercice d'application 2

Un mobile M_1 décrit une trajectoire rectiligne dans un repère $(O ; \vec{i})$. Son vecteur accélération est constant pendant toute la durée de son mouvement dans l'intervalle de temps [0 ; 5s].

A l'origine du temps, le mobile M_1 part de la position d'abscisse $x_0 = 0,5$ m avec une vitesse $v_0 = -1$ m/s, puis il passe par le point d'abscisse $x_1 = 5$ m avec une vitesse $v_1 = 4,7$ m.s.

Après deux secondes du départ du mobile M_1, un deuxième mobile M_2 part du point d'abscisse $x = 5$m, en mouvement rectiligne uniforme de vitesse $v_2 = 4$m/s.

1) a) Déterminer l'accélération a du mouvement du mobile M_1.

b) Etablir l'expression de la vitesse instantanée v(t) du mobile M_1.

c) Déduire l'instant pour lequel le mobile M_1 passe par le point d'abscisse x_1.

d) Etablir l'équation horaire du mouvement du mobile M_1.

2) a) Déterminer l'équation horaire du mouvement du mobile M_2.

b) Déterminer la date t de rencontre des mobiles M_1 et M_2.

c) Déterminer l'abscisse x correspondant à cette rencontre.

Correction

1) a) Déterminons l'accélération a du mouvement du mobile M_1.

$2a(x_1 - x_0) = V_1^2 - V_0^2 \Rightarrow a = \frac{V_1^2 - V_0^2}{2(x_1 - x_0)} = \frac{(4,7)^2 - (-1)^2}{2(5-0,5)} = 2,34 \Rightarrow a = 2,34$ m.s².

b) L'expression de la vitesse instantanée v(t) du mobile M_1.

$V(t) = at + x_0 \Rightarrow V(t) = 2,34t - 1$.

c) Déduisons l'instant pour lequel le mobile M_1 passe par le point d'abscisse x_1.

$V(t_1) = 2,34t_1 - 1 = 4,7 \Rightarrow t_1 \frac{4,7+1}{2,34} = 2,44\ s \Rightarrow t_1 = 2,44$ s.

d) L'équation horaire du mouvement du mobile M_1.

$x = \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 + V_0(t - t_0) + cte.$

A $t = t_0 = 0$ s $\Rightarrow x = cte = x_0 = 0,5$ m $\Rightarrow x = \frac{1}{2} \times 2,34(t-0)^2 - 1(t-0) + 0,5$

Alors $x = 1,17t^2 - t + 0,5$.

2) a) Déterminons l'équation horaire du mouvement du mobile M_2.

$x_2 = V_2(t-2) + x_{0_2} = 4(t-2) + 5$. Alors $x_2 = 4t - 3$.

b) Déterminons la date t de rencontre des mobiles M_1 et M_2.

Les deux mobiles se rencontrent si : $x = x_2 \Rightarrow 1,17t^2 - t + 0,5 = 4t - 3$

$\Rightarrow 1,17t^2 - 5t + 3,5 = 0 \Rightarrow \Delta = \sqrt{5^2 - 4 \times 1,17 \times 3,5} = \sqrt{8,62} \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2,93$

$t_1 = \frac{5-2,92}{2\times1,17} = 0,88$ s et $t_1 = \frac{5+2,92}{2\times1,17} = 3,38$ s.

Les deux mobiles se rencontrent à t = 3,38s car le second mobile décolle 2s après.

c) Déterminons l'abscisse x correspondant à cette rencontre.

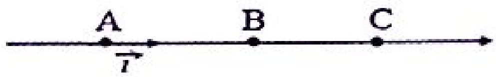
$x_r = 4t_2 - 3 = 4 \times 3{,}38 - 3 = 10{,}52\text{m}.$

Exercice d'application 3

Un mobile M parcourt une distance AC = 300 m en deux phases.

- Phase 1 : M effectue un mouvement rectiligne uniformément accéléré avec une accélération $a_1 = 2\ \text{m.s}^2$.
- Phase 2 : M effectue un mouvement rectiligne uniformément retardé avec une accélération $a_2 = -1\ \text{m.s}^2$.

A t = 0 s le mobile M part du point A, pris comme origine des espaces, sans vitesse initiale et arrive au point C avec une vitesse nulle.



1) Soit B le point où le mouvement devient retardé :

a) Etablir l'expression de x_B en fonction de V_B et a_1 (phase 1).

b) Etablir l'expression de V_B en fonction de a_2, x_B et x_C (phase 2).

c) Déduire de a) et b) l'expression de V_B en fonction de a_1, a_2 et x_C puis calculer sa valeur.

2) a) Déterminer la distance parcourue AB pendant la phase 1.

b) Déterminer la durée de parcours AB.

3) a) Déduire la distance parcourue BC pendant la phase 2.

b) Déterminer la durée du trajet AC.

Correction

1) a) L'expression de x_B en fonction de V_B et a_1 (phase 1).

$$2a_1(x_B - x_A) = V_B^2 - V_A^2 \Rightarrow x_B - x_A = \frac{V_B^2 - V_A^2}{2a_1} \Rightarrow x_B - 0 = \frac{V_B^2 - 0}{2a_1} \Rightarrow x_B = \frac{V_B^2}{2a_1}.$$

b) L'expression de V_B en fonction de a_2, x_B et x_C (phase 2).

$$2a_2(x_C - x_B) = V_C^2 - V_B^2 \Rightarrow 2a_2(x_C - x_B) = 0 - V_B^2 \Rightarrow V_B^2 = -2a_2(x_C - x_B).$$

Alors $V_B = \sqrt{-2a_2(x_C - x_B)}$

c) Déduisons de a) et b) l'expression de V_B en fonction de a_1, a_2 et x_C.

$$V_B^2 = -2a_2(x_C - x_B) \Rightarrow x_B = \frac{V_B^2}{2a_2} + x_C$$

Or $x_B = \frac{V_B^2}{2a_1} = \frac{V_B^2}{2a_2} + x_C \Rightarrow \frac{V_B^2}{2a_1} - \frac{V_B^2}{2a_2} = x_C \Rightarrow V_B^2\left(\frac{1}{2a_1} - \frac{1}{2a_2}\right) = x_C \Rightarrow V_B = \sqrt{\frac{x_C}{\frac{1}{2a_1} - \frac{1}{2a_2}}}$

Calculons la valeur de V_B.

$$V_B = \sqrt{\frac{x_C}{\frac{1}{2a_1} - \frac{1}{2a_2}}} = \sqrt{\frac{300}{\frac{1}{2\times 2} - \frac{1}{2\times -1}}} = \sqrt{400} = 20\ \text{m/s}.$$

2) a) Déterminons la distance parcourue AB pendant la phase 1.

$x_B = \frac{V_B^2}{2a_1} = \frac{400}{2\times2} = 100 \text{ m} \Rightarrow x_B = 100 \text{ m}.$

b) Déterminons la durée de parcours AB.

$V_B = a_1 t_B \Rightarrow t_B = \frac{V_B}{a_1} = \frac{20}{2} = 10 \text{ s} \Rightarrow t_B = 10 \text{ s}.$

3) a) Déduisons la distance parcourue BC pendant la phase 2.

BC = AB – AC = 300 – 100 = 200 m ⇒ BC = 200 m.

b) Déterminons la durée du trajet AC.

$V_C = a_2 t_C + V_B = 0 \Rightarrow t_C = -\frac{V_B}{a_2} = -\frac{20}{-1} = 20 \text{ s} \Rightarrow t_C = 20 \text{ s}.$

Exercice d'application 4

Un mobile est animé d'un mouvement circulaire d'accélération angulaire $\ddot{\theta} = -\frac{\pi}{5}$ rad/s² entre les instants $t_0 = 0$ s et $t_1 = 20$ s. Le rayon de sa trajectoire est R = 0,25 m.

A l'origine des dates, le mobile part de la position d'abscisse angulaire $\frac{\pi}{3}$ avec une vitesse angulaire initiale $\dot{\theta}_0 = 2\pi$ rad/s.

1) Préciser la nature du mouvement du mobile.

2) Exprimer en fonction du temps, la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ et l'élongation angulaire θ du mobile.

3) a) Justifier que ce mouvement comporte deux phases.

b) Déterminer le nombre de tours effectué par le mobile pendant la première phase du mouvement.

4) Déterminer à la date t_1 :

a) la vitesse angulaire $\dot{\theta}_1$ ainsi que la vitesse linéaire du mobile.

b) l'accélération normale et l' accélération tangentielle du mobile puis déduire la valeur de son accélération linéaire.

5) A partir de la date t_1, le mouvement du mobile est circulaire uniforme à la vitesse angulaire $\dot{\theta}_1$. Déterminer la période T de ce mouvement puis déduire sa fréquence N.

6) Justifier que l'accélération linéaire d'un mouvement circulaire uniforme est égale à l'accélération normale.

Correction

1) La nature du mouvement du mobile.

L'accélération angulaire est constante et la trajectoire est un cercle, le mouvement est circulaire uniformément varié.

2) Exprimons en fonction du temps, la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ et l'élongation angulaire θ du mobile.

$\ddot{\theta} = \ddot{\theta}(t - t_0) + cte$

$t = t_0 = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} = cte = \dot{\theta}_0 = 2\pi \text{rad/s} \Rightarrow \dot{\theta} = -\frac{\pi}{5}t + 2\pi$

$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = -\frac{\pi}{5}t + 2\pi \Rightarrow \theta = -\frac{1}{2} \times \frac{\pi}{5}t^2 + 2\pi t + cte$

$\theta(t) = -\frac{1}{2} \times \frac{\pi}{5}(0)^2 + 2\pi(0) + cte = \frac{\pi}{3} \Rightarrow cte = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \theta = -\frac{\pi}{10}t^2 + 2\pi t + \frac{\pi}{3}$

3) a) Justifions que ce mouvement comporte deux phases.

$\ddot{\theta}\dot{\theta} > 0 \Rightarrow \frac{\pi}{5}\left(\frac{\pi}{5}t - 2\pi\right) > 0 \Rightarrow \frac{\pi}{5}t - 2\pi > 0 \Rightarrow t > 10$ s alors le mouvement du mobile est accéléré.

$\ddot{\theta}\dot{\theta} < 0 \Rightarrow \frac{\pi}{5}\left(\frac{\pi}{5}t - 2\pi\right) < 0 \Rightarrow t - 2\pi < 0 \Rightarrow t < 10$ s alors le mouvement du mobile est retardé.

b) Déterminons le nombre de tours effectué par le mobile pendant la première phase du mouvement.

A la phase 1 : t = 10 s.

$n = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{-\frac{\pi}{10}t^2 + 2\pi t + \frac{\pi}{3}}{2\pi} = \frac{-\frac{\pi}{10}(10)^2 + 2\pi(10) + \frac{\pi}{3}}{2\pi} \approx 5 \Rightarrow n = 5$ tours.

4) a) Déterminons à la date t_1, la vitesse angulaire $\dot{\theta}_1$ ainsi que la vitesse linéaire du mobile.

$\dot{\theta} = -\frac{\pi}{5}t + 2\pi \Rightarrow \dot{\theta}_1 = -\frac{\pi}{5}t_1 + 2\pi = -\frac{\pi}{5} \times 20 + 2\pi = -2\pi \text{rad/s}.$

$V = R|\dot{\theta}_1| = 0{,}25 \times 2\pi = 1{,}57$ m/s.

b) Déterminons à la date t_1 l'accélération normale et l'accélération tangentielle du mobile puis déduire la valeur de son accélération linéaire.

L'accélération normale : $a_n = R\dot{\theta}^2 = 0{,}25 \times (-2\pi)^2 = 9{,}87$ m.s² $\Rightarrow a_n = 9{,}87$ m.s².

L'accélération tangentielle : $a_t = R\ddot{\theta} = 0{,}25 \times \left(\frac{\pi}{5}\right) = -0{,}157$ m.s² $\Rightarrow a_t = = -0{,}157$ m.s².

Valeur de son accélération linéaire : $a = \sqrt{(a_n)^2 + (a_t)^2} = \sqrt{(9{,}87)^2 + (-0{,}157)^2}$

$\Rightarrow a = 9{,}87$ m.s².

5) Déterminons la période de ce mouvement puis déduisons sa fréquence.

Période : $T = \frac{2\pi}{|\dot{\theta}_1|} = \frac{2\pi}{|-2\pi|} = 1 \text{ s} \Rightarrow T = 1$ s.

Fréquence : $N = \frac{1}{T} = \frac{1}{1} = 1 \text{ Hz} \Rightarrow N = 1$ Hz.

6) Justifier que l'accélération linéaire d'un mouvement circulaire uniforme est égale à l'accélération normale.

$\vec{a} = \overrightarrow{a_n} + \overrightarrow{a_t}$

$\dot{\theta} = cte \Rightarrow \ddot{\theta} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{a_t} = R\ddot{\theta}\overrightarrow{u_n} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = \overrightarrow{a_n}$

Série d'exercices

Exercice 1

1) Définir : référentiel, repère, trajectoire d'un point mobile.

2) Citez les différents référentiels.

3) Lequel des référentiels est le mieux adapté à tout mouvement se produisant à la surface de la terre ?

4) Le mouvement d'un point matériel a pour équation horaire $x(t) = -3t^2 + 4$.

a) Donner la valeur algébrique de son accélération.

b) Donner la valeur de sa vitesse initiale.

c) Donner sa position initiale.

Exercice 2

Choisir la bonne réponse.

1) On donne deux points mobiles A et B tels que le mobile B démarre 3s après le mobile A, alors :

a) $t_B = t_A - 3$; b) $t_B = t_A + 3$

2) Lorsqu'un mouvement est circulaire uniforme, son vecteur accélération est :

a) centrifuge ; b) centripète ; c) constant

3) Le mouvement d'un point matériel d'équation $x(t) = -2t^2 + 5$ est :

a) uniformement accéléré ; b) constant ; c) uniformement décéléré.

Exercice 3

Les équations paramétriques d'un mobile M sont : $\begin{cases} x(t) = 4t \\ y(t) = \frac{3}{4}t^2 \\ z(t) = 0 \end{cases}$

1) Montrer que le mouvement du mobile M est plan.

2) Déterminer le module des vecteurs vitesse et accélération à l'instant $t = 0$.

3) Déterminer l'équation de la trajectoire.

Exercice 4

Soit un mouvement d'équation : $x(t) = 3t - 1$.

1) Quelle est la nature du mouvement ?

2) Déterminer le module du vecteur vitesse de ce mobile.

3) Calculer la vitesse moyenne (V_m) du mobile entre les instants $t_1 = 2$ s et $t_2 = 3$s.

4) Déduire la valeur de l'accélération moyenne.

Exercice 5

Les équations paramétriques (en unités S.I.) de deux mobiles A et B se déplaçant dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ sont respectivement :

$\begin{cases} x = 3t \\ y = -t^2 + 2t \end{cases}$ et $\begin{cases} x = 3t \\ y = t^2 - 1 \end{cases}$

1) a) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire du mobile A. En la nature de sa trajectoire.

b) Calculer la vitesse du mobile A au sommet de sa trajectoire.

c) Calculer la vitesse du mobile A au point d'ordonnée y = 1 m.

d) Calculer l'accélération du mobile A. Pour quelle (s) valeur (s) de t le mouvement est – il accéléré ? retardé ?

2) a) Calculer la vitesse du mobile B à l'instants t = 4 s.

b) Les composantes tangentielle a_T et normale a_N de l'accélération a du mobile dans la base de Frenet $(B, \vec{T}, \vec{N})$ à l'instants t = 4 s.

Exercice 6

Les équations paramétriques du mouvement d'un solide se déplaçant dans un plan muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ sont : $\begin{cases} x = 2t \\ y = -4t^2 + 8t \end{cases}$

1) Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire.

2) a) Calculer l'abscisse du mobile lorsque celui-ci repasse par l'ordonnée $y = 0$.

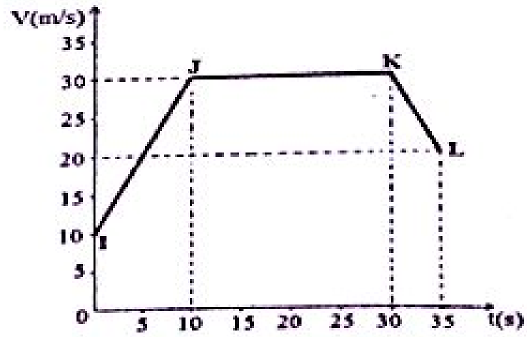
b) Calculer la vitesse en ce point.

3) Déterminer les coordonnées du mobile à $t = 3s$. Quelle est alors sa vitesse ?

4) Déterminer l'accélération du mobile aux points d'abscisses suivant :

$x_0 = 0$; $x_A = 1$ cm ; $x_B = 3$ cm.

Exercice 7



Les variations de la vitesse d'un mobile en mouvement rectiligne sont représentées sur le graphe ci-contre :

1) Quelle est la vitesse atteinte par le mobile à la fin de chaque phase ?

2) Déterminer l'accélération aucours de chaque phase.

3) Ecrire l'équation horaire du mouvement aucours de chaque phase en considérant I comme origine des temps et des espaces.

4) Ecrire les équations horaires des trois phases prises isolement (les trois phases sont indépendantes les unes des autres.

5) En déduire la distance parcourue par le mobile aucours de chaque phase puis la distance totale parcourue.

Exercice 8

A la date t = 0 s, un mobile A est en un point de coordonnées $x_0 = 4$ m et $y_0 = -1$ m. Il est animé d'un mouvement rectiligne uniforme dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Les coordonnées du vecteur vitesse sont : $\vec{v}$ (v_x = 2m/s ; v_y = − 3m/s).

1) Déterminer la vitesse du mobile A.

2) Etablir les équations horaires du mouvement.

3) Etablir l'équation de la trajectoire. Quelle est sa nature ?

4) Déterminer la distance parcourue au bout d'un temps t = 10 s.

Exercice 9

On lance verticalement vers le haut à partir d'un point O, un solide S_1 avec une vitesse initiale d'intensité V_0 = 20 m/s ; son vecteur accélération a = − 10 m/s².

1) Quelle est la nature du mouvement ?

2) Ecrire l'équation horaire du mouvement de S_1 en prenant comme origine des abscisses le point A et comme origine des temps l'instant du lancement.

3) Quelle est l'altitude maximale atteinte ? Quelle est la durée de l'ascension ?

4) Un solide S_2 est lancé deux secondes après le départ de S_1 avec la même accélération et la même vitesse initiale.

a) A quelle altitude et à quel instant S_1 et S_2 se rencontrent – ils ?

b) Déterminer les vitesses de S_1 et S_2 lors de la rencontre.

Exercice 10

Deux mobiles A et B sont animés de mouvement rectilignes. Les équations horaires des mouvements sont respectivement : $x_A = -t^2 + 10t + 3$ et $x_B = 5t - 3$.

Les abscisses sont en mètres, le temps en secondes.

1) Préciser la date à laquelle les mobiles passent par la même abscisse.

2) Préciser l'abscisse.

Exercice 11

1) Un cycliste décrit une trajectoire dans un repère $(O, \vec{i})$, son accélération est constante. A l'instant t = 0 s, le cycliste part d'un point M_0.

A l'instant t_1 = 2 s l'automobile part d'un point M_1 d'abscisse x_1 = 15 m à la vitesse V_1 = 4 m/s. Elle arrive ensuite au point M_2 d'abscisse x_2 = 20 m à la vitesse V_2 = 6 m/s.

a) Etablir l'équation horaire du mouvement de l'automobile.

b) A quel instant t_2 l'automobile passe– t – elle par le point M_2 ?

2) Au même instant t_2 un deuxième cycliste se déplace sur la même trajectoire avec une vitesse constante V' = 5 m et passe par le point M' d'abscisse $x' = 7$ m.

Y aura – t –il rattrapage entre ces deux cyclistes ? Justifier.

Exercice 12

Une automobile M_1 démarre d'une ville A avec une accélération a = 2 m/s² pendant un temps t = 8 s puis maintient sa vitesse constante, pour se rendre à une ville B.

Au même instant une automobile M_2 roulant à une vitesse $V_2 = 54$ km/h est situé à une distance d = 14 m du mobile M_1.

Choisir comme origine des dates, l'instant où l' automobile M_1 démarre, comme origine des espaces, la position de M_1.

1) Déterminer les équations horaires des automobiles M_1 et M_2.

2) Déterminer les dates des dépassements.

3) Déterminer les abscisses des dépassements.

4) Déterminer les vitesses de l'automobile M_1 à ces instants.

5) Montrer qu'à la fin de son mouvement uniformément accéléré, l'automobile M_1 est en retard sur l'automobile M_2.

Exercice 13

Un point M d'un cercle de rayon R = 10cm effectue 10 trs en 2s.

1) Déterminer l'angle balayé par le point M.

2) Déterminer la vitesse de rotation du mobile M.

3) Déterminer la vitesse angulaire du point M.

4) Déterminer l'accélération tangentielle sachant que θ = 4rad/s².

5) Déterminer l'accélération normale.

6) Déterminer la période et la fréquence du mouvement.

Exercice 14

Un solide est animé en un point M d'un mouvement circulaire uniforme et décrit une trajectoire circulaire de rayon R = 20 cm à raison de N = 2400 tr/mn.

1) Exprimer en fonction de N, en unités S.I. :

a) La fréquence du mouvement.

b) La période du mouvement.

c) La vitesse angulaire du point M.

2) Exprimer en fonction de N et de R :

a) La vitesse linéaire du point M.

b) L'accélération du point M.

3) Déterminer la valeur numérique de :

a) La fréquence et la période.

b) La vitesse angulaire.

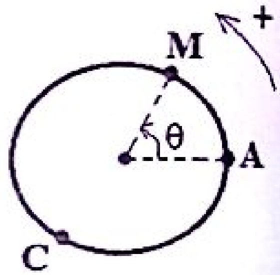
c) La vitesse linéaire.

d) L'accélération du point M.

4) Représenter sur un schéma clair, la trajectoire à un instant t, le vecteur vitesse $\vec{v}$ et le vecteur accélération $\vec{a}$ du point M.

Exercice 15

Un mobile M supposé ponctuel, se déplace avec une vitesse constante V = 5m/s, sur un cercle de O et de rayon R = 2m.



1) a) Quelle est la nature du mouvement du mobile ? Justifier.

b) Déterminer la vitesse angulaire ω du mouvement du mobile.

c) Déduire la période T et la fréquence N du mouvement.

2) L'abscisse angulaire du mobile lorsqu'il passe par le point C pour la première fois est $\theta = 4$ rad. (A étant l'origine des abscisses curvilignes).

a) Calculer l'abscisse curviligne du point C.

b) Quel est le temps mis par le mobile pour parcourir la longueur de l'arc $\widehat{AC}$?

3) Représenter le vecteur vitesse du mobile aux points A et C sans se soucier d'une échelle.

Exercice 16

Les équations horaires du mouvement d'un mobile M sont données par :

$x(t) = 1 + \sin(2\pi t)$ et $y(t) = 2 + \cos(2\pi t)$. x et y sont en m et t en s.

1) Déterminer les coordonnées des vecteurs vitesse et accélération au cours du temps.

2) Etablir l'équation de la trajectoire de M.

3) Déterminer les positions des points M_0 ; M_1 ; M_2 et M_3 aux instants $t_0 = 0$ s ; $t_1 = 0,25$ s ; $t_2 = 0,5$ s et $t_3 = 0,75$ s.

4) Déterminer les valeurs des vitesses du mobile M aux points M_0 ; M_1 ; M_2 et M_3.

Exercice 17

Les équations paramétriques du mouvement d'un mobile par rapport au repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ sont :

$\begin{cases} x(t) = A\cos\omega t \\ y(t) = A\sin\omega t \end{cases}$ avec A = 10cm et ω = 10rad/s.

1) Que repréente A ?

2) Montrer que la valeur de la vitesse du mobile est constante et la calculer.

3) Montrer que la valeur de son accélération est constante et la calculer.

4) Quelle est la trajectoire du mobile ?

5) Quels sont la direction et le sens du vecteur accélération ?

Exercice 18

On considère les équations paramétriques (en unités S.I.) du mouvement d'un mobile se déplaçant dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$: $\begin{cases} x(t) = 3 + 2\cos(\omega t) \\ y(t) = 1 - 2\sin(\omega t) \end{cases}$.

1) Montrer que la valeur de la vitesse du mobile est constante.

2) Montrer que le mouvement est circulaire. En déduire les caractéristiques de la trajectoire.

3) Montrer que l'accélération du mobile est constante.

Exercice 19 : BAC 2005 ($2^{ème}$ groupe)

Un écolier résidant loin de son établissement prend régulièrement le bus pour s'y rendre. En sortant de son domicile, il aperçoit sur une ligne droite le bus à l'arrêt et qui s'apprête à partir. Il court alors vers le bus avec une vitesse constante $V_0 = 6$ m/s. quand il est à 25 m du bus, celui – ci démarre avec une accélération constante $a_b = 1$ m/s².

1) Etablir les équations horaires des mouvements de l'écolier et du bus. Tracer dans un même repère orthonormé les courbes représentant les deux mouvements.

2) L'écolier rattrape – t – il le bus ? Justifier graphiquement.

3) A quelle vitesse constante minimale devrait courir l'écolier s'il veut rattraper le bus ?

4) Après un déplacement de 100 m, le bus s'arrête. Déterminer :

a) la durée de son déplacement ;

b) la durée de l'arrêt du bus pour que l'écolier rattrape.

N.B : Dans tout le problème on assimilera l'écolier et le bus à des points matériels.

MOUVEMENT DU CENTRE D'INERTIE D'UN SOLIDE

Résumé du cours

1) Le repère galiléen

Le repère est un repère fixe, dans lequel tout solide pseudo-isolé est animé d'un mouvement rectiligne uniforme.

Tout repère en translation à vitesse constante par rapport à ce repère est aussi galiléen. C'est ainsi que les repères géocentrique et terrestre seront assimilés à des repères galiléens.

2) Le théorème du centre d'inertie ou deuxième loi de Newton

Dans un repère galiléen, la somme vectorielle des forces appliquées à un solide est égale au produit de sa masse par le vecteur – accélération $\vec{a}$ de son centre d'inertie : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$.

3) Le théorème de l'énergie cinétique

Dans un repère galiléen, la variation d'énergie cinétique d'un solide, est égale à la somme algébrique des travaux effectués par les forces extérieures s'exerçant sur le solide, pendant la durée de la variation : $\Delta E_C = \sum W\vec{F}_{ext}$

4) Résolution de problème de la dynamique

Résoudre un problème de dynamique revient à :

- Préciser le système d'étude ;
- choisir un repère galiléen ;
- Faire l'inventaire des forces extérieures appliquées au système et les représenter ;
- Appliquer le TCI ou le TEC pour déterminer l'inconnue du sujet.

NB : Pour un mouvement de translation rectiligne, on choit deux axes orthogonaux dont l'un a le sens du mouvement et on projette la relation vectorielle $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ sur les axes.

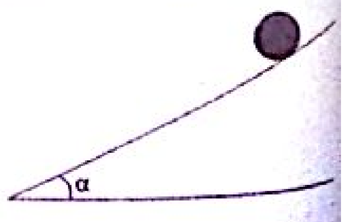
Pour un mouvement circulaire, la projection du TCI se fait sur les axes du repère de Fresnel $(M, \vec{n}, \vec{t})$.

Exercice d'application 1

Un solide homogène de masse m = 0,1 kg est abandonné sans vitesse initiale au sommet d'un plan incliné d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale. (Voir figure).

A la fin de la descente, son énergie cinétique E_C vaut 12,8 J. Les forces de frottements sur le plan sont équivalentes à une force unique f tel que $f = \frac{1}{10}P$.

On prendra $g = 10\ m.s^{-2}$.



1) Exprimer puis calculer le module a_G du vecteur accélération du centre d'inertie G du solide.

2) Ecrire l'équation horaire du mouvement du centre d'inertie. On prendra pour origine des dates la date de départ et pour origine des espaces le point de départ.

3) Déterminer la durée du mouvement.

4) Déterminer la distance d parcourue.

Correction

1) Exprimons puis calculons le module a_G du vecteur accélération.

Repère d'étude : $(O, \vec{i}, \vec{j})$;

Système étudié : solide

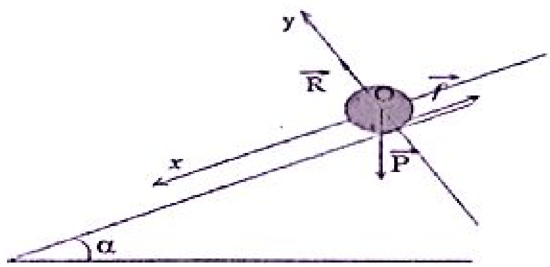
Bilan des forces appliquées : le poids $\vec{P}$ du solide, la force de frottement $\vec{f}$ et la réaction normale au plan $\overrightarrow{R_n}$.

En appliquant le T.C.I : $\vec{P} + \vec{f} + \overrightarrow{R_n} = m\overrightarrow{a_G}$ et par projection suivant $(O, \vec{i})$ on a :

$$Psin\alpha - f + 0 = \mathrm{m}a_G \Rightarrow mgsin\alpha - f = \mathrm{m}a_G \Rightarrow a_G = \mathrm{g}sin\alpha - \frac{f}{m} = \mathrm{g}sin\alpha - \frac{\frac{1}{10}mg}{m}$$

$$\Rightarrow a_G = \mathrm{g}sin\alpha - \frac{1}{10}\mathrm{g} = \mathrm{g}\left(sin\alpha - \frac{1}{10}\right) = 10\left(sin30° - \frac{1}{10}\right) = 4\ \mathrm{ms}^{-2} \Rightarrow a_G = 4\ \mathrm{ms}^{-2}$$

2) Equation horaire du mouvement du centre d'inertie



$a_G = \text{cte}$

$V = a_G t + V_i$ avec $V_i = 0 \Rightarrow \mathrm{V} = 4\mathrm{t}$

$x = \frac{1}{2}a_G t^2 + x_i$ avec $x_i = 0$

On a donc $x = \frac{1}{2}a_G t^2 = 2t^2$

3) Déterminons la durée du mouvement

On sait qu'à la fin du mouvement l'énergie cinétique su solide est $E_C = \frac{1}{2}mv^2$

Or $\mathrm{V} = \frac{dx}{dt} = at = 4t \Rightarrow E_C = 8\ \mathrm{m}t^2 \Rightarrow \mathrm{t} = \sqrt{\frac{E_c}{8m}} = \sqrt{\frac{12{,}8}{8\times 0{,}1}} = 4\ \mathrm{s}$

Alors la durée du mouvement est $t = 4$ s.

4) Déterminons la distance d parcourue.

On sait que $x = 2t^2 \Rightarrow x = 2(4)^2 = 32\ \mathrm{m} \Rightarrow x = 32$ m.

Exercice d'application 2

Un solide ponctuel S de forme sphérique, de masse m, initialement au repos en A est lancé sur la piste ACD composé d'une partie AC horizontale et d'une partie CD décrivant un demi – cercle de centre O et de rayon r. Un point B est situé sur la partie AC et on fait agir sur le solide, le long de la partie AB une force $\vec{F}$ horizontale et d'intensité F constante.

Le point M situé sur la piste CD est défini par l'angle $(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OM}) = 0$.

On suppose que la piste ACD est parfaitement lisse et on néglige les frottements.

1) Faire le schéma et représenter les forces appliquées au solide S entre A et B.

2) Déterminer l'accélération a du solide.

3) Exprimer en fonction F, l, et m, la vitesse du solide S en B.

4) Calculer la vitesse du solide en C.

5) Etablir en fonction de F, l, m, r, θ et g au point M l'expression de :

a) la vitesse.

b) l'intensité R de la réaction $\vec{R}$ de la piste.

6) En déduire en fonction de m, g, r et l, la valeur minimale F_0 de F pour que le solide S atteigne D puis calculer sa valeur.

7) Les frottements sur la piste AM sont équivalent à une force unique constante f.

a) Déterminer l'expression de la vitesse V_M au point M en fonction de F, L (distance AC), l, m, f, θ et g.

b) Sachant que V = 0,5 m/s, en déduire l'intensité de la force de frottement f ainsi que l'accélération du solide entre A et B.

c) Déterminer la nature de son mouvement et l'équation horaire correspondante.

On donne : m = 500 g ; r = 1m ; AB = l = 1,5m ; g = 10 m/s² ; F = 1 N ; L = 3m ; θ = 30°.

Correction

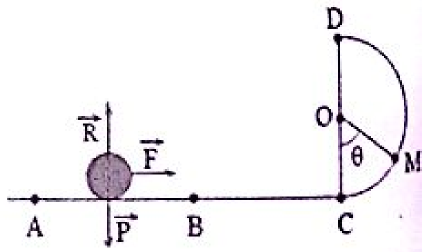
1) Faisons le schéma et représentons les forces appliquées au solide S. (voir ci – dessous)

2) Déterminons l'accélération a du solide.

Entre A et B le solide est soumis à son poids $\vec{P}$, à la réaction $\vec{R}$ et à la force de poussée $\vec{F}$.

En appliquant le T.C.I : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\vec{a}$.

Suivant AB : F = $ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{1}{0,5} = 2$ m/s².



3) Exprimons en fonction F, l, et m, la vitesse du solide S en B.

En appliquant le T.E.C entre A et B :

$$\Delta E_C = \sum W \Rightarrow E_C(B) - E_C(A) = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{F})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{F}) \Rightarrow \frac{1}{2}mV_B^2 - 0 = 0 + 0 + F.l \Rightarrow V_B = \sqrt{\frac{2Fl}{m}}$$

4) Calculons la vitesse du solide en C.

En appliquant le T.E.C entre B et C :

$\Delta E_C = \sum W \Rightarrow E_C(C) - E_C(B) = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$ car entre B et C la force $\vec{F}$ ne s'exerce pas.

$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = 0 + 0 \Rightarrow V_C = V_B = \sqrt{\frac{2Fl}{m}} = \sqrt{\frac{2\times1\times1,5}{0,5}} = 2,45$ m/s alors $V_C = 2,45$ m/s.

5) a) Expression en fonction de F, l, m, r, θ et g, au point M de la vitesse.

En appliquant le T.E.C entre C et M : $\Delta E_C = \sum W \Rightarrow E_C(M) - E_C(C) = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_M^2 - \frac{1}{2}mV_C^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) \Rightarrow \frac{1}{2}mV_M^2 - \frac{1}{2}mV_C^2 = -mgh + 0$ avec $h = r(1-\cos\theta)$

$V_M = \sqrt{V_C^2 - 2gr(1-\cos\theta)} = \sqrt{\frac{2Fl}{m} - 2gr(1-\cos\theta)}$

b) Expression en fonction de F, l, m, r, θ et g, au point M de l'intensité R de la réaction $\vec{R}$ de la piste.

En appliquant le T.C.I : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Suivant $\vec{N}$: $-mg\cos\theta + R = ma_n$ avec $a_n = \frac{V_M{}^2}{r} \Rightarrow R = m\left(g\cos\theta + \frac{V_M{}^2}{r}\right)$

$\Rightarrow R = m\left[g\cos\theta + \frac{2Fl}{mr} - 2g(1-\cos\theta)\right] = m\left[g(3\cos\theta - 2) + \frac{2Fl}{mr}\right]$

6) Déduire en fonction de m, g, r et l, la valeur minimale F_0 de F pour que le solide S atteigne D puis calculons sa valeur.

Pour S atteint le point D , il faut que $R \geq 0$ et $\theta = \pi$.

$R \geq 0 \Leftrightarrow m\left[g(3\cos\pi - 2) + \frac{2Fl}{mr}\right] \geq 0 \Rightarrow \frac{2Fl}{mr} \geq 5g \Rightarrow F_0 = \frac{5mgr}{2l}$.

La valeur de F_0 : $F_0 = \frac{5\times0,5\times10\times1}{2\times1,5} = 8,33$ N

7) a) Déterminer l'expression de la vitesse V_M au point M en fonction de F, L (distance AC), l, m, f, θ et g.

En appliquant le T.E.C entre A et M :

$\Delta E_C = \sum W \Rightarrow E_C(M) - E_C(A) = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{f})$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_M^2 - 0 = -mgh + Fl - f(L + CM)$ avec $CM = r\theta$

$\Rightarrow V_M = \sqrt{\frac{2Fl}{mr} - \frac{2f(L+r\theta)}{m} - 2gr(1-\cos\theta)}$

b) Déduisons l'intensité de la force de frottement f ainsi que l'accélération du solide entre A et B.

$V_M^2 = \frac{2Fl}{mr} - \frac{2f(L+r\theta)}{m} - 2gr(1-\cos\theta) \Rightarrow f = \frac{Fl}{L+r\theta} - m\left(\frac{V_M^2 + 2gr(1-\cos\theta)}{2(L+r\theta)}\right)$

$f = \frac{1\times1,5}{3+\frac{\pi}{6}} - 0,5\left(\frac{(0,5)^2 + 2\times10\times1(1-\cos30°)}{2\left(3+\frac{\pi}{6}\right)}\right) = 0,22$ N alors $f = 0,22$ N

c) Déterminons la nature de son mouvement et l'équation horaire correspondante.

En appliquant le T.C.I : $\vec{P} + \overrightarrow{P_N} + \vec{F} + \vec{f} = m\vec{a}$

Suivant AB : $-f + F = ma \Rightarrow a = \frac{F-f}{m} = \frac{1-0,22}{0,5} = 1,56$ m/s²

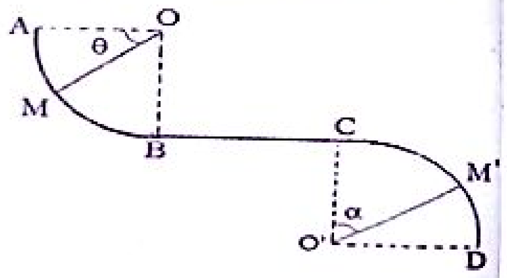
L'accélération a > 0 alors le mouvement du solide S sur la portion AB est rectiligne uniformément accéléré.

Son équation est $x(t) = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 1,56t^2 = 0,78t^2$

Série d'exercices

Exercice 1

Un solide S ponctuel de masse m peut se déplacer suivant la piste ABCD (voir figure 1). Les portions AB et CD représentent chacune un quart de cercle de rayon R. B et C sont représentés sur une même droite.



On néglige les frottements sur les parties AB et CD.

Le solide quitte A sans vitesse initiale.

1) Donner l'expression de la vitesse du solide S au point M en fonction de g, R et θ.

2) Calculer la vitesse du solide au point B.

3) Le solide arrive au point C avec une vitesse nulle et continue son mouvement sur CD. Donner l'expression de la réaction de la piste au point M' en fonction de m, g et α.

4) En réalité il existe des forces de frottements sur la partie BC assimilables à une force unique, constante $\vec{f}$. Calculer son intensité.

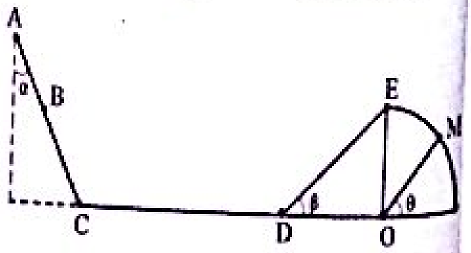
5) Le solide quitte la piste pour une certaine valeur de α. Montrer que α = 48°.

6) En déduire l'expression de la vitesse V' au point où le solide quitte la piste puis calculer sa valeur.

On donne m = 100 g ; R = 1,5 m ; BC = 2 m ; g = 10 m/s².

Exercice 2

Un solide de masse m = 0,5 kg se déplace sur une piste comme l'indique la figure ci-dessous. Le solide est abandonné sans vitesse initiale au point A de la partie rectiligne AC qui fait un angle α = 60° avec la verticale et arrive au point B avec la vitesse $V_B = 10$ m/s.



1) Sur la portion BC, il existe des forces de frottement assimilables à une force unique $\vec{f}$ qui ralentit le mouvement.

Déterminer l'intensité de cette force $\vec{f}$ pour que $V_C = 2V_B$.

2) Montrer que $V_D = 10$ m/s sachant que la force de frottement s'exerçant sur la partie horizontale CD est $f = \frac{1}{6}P$.

3) Le solide aborde la partie DE qui fait un angle $\beta = 10°$ avec l'horizontale. Déterminer la distance L = DE pour que le solide arrive en E avec une vitesse nulle.

4) Arrivé au point E le solide glisse sans frottement sur le quart du cercle EF de rayon r et de centre O situé sur la même horizontale CDF.

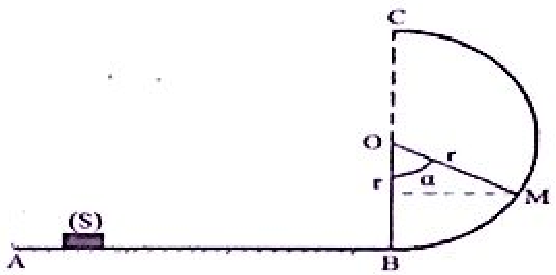
a) Exprimer la vitesse V_M en fonction de θ, L, β et g sachant que $\theta = (\overrightarrow{OF}\,;\,\overrightarrow{OM})$.

b) Exprimer en fonction de θ, m et g la valeur de la réaction de la piste sur le solide au point M.

Données : AC = 60 m ; CD = 90 m.

Exercice 3

On étudie le mouvement d'un solide S sur une piste, constituée d'une partie rectiligne AB = L et d'une partie BC représentant la moitié d'un cercle de centre O et de rayon r (voir figure ci – contre). On exerce entre A et B sur le solide S, qui était au repos en A, une force $\vec{F}$ horizontale d'intensité constante.



1) Quelle est la nature du mouvement entre A et B ?

2) Exprimer en fonction de F, L et m la vitesse V_B du solide au point B.

3) Déterminer en fonction de F, L, m, r, g et α, la vitesse au point M défini par l'angle $\alpha = (\overrightarrow{OB}\,;\,\overrightarrow{OM})$.

4) Déterminer en fonction de F, m, r, g et α, l'expression de la réaction R au point M.

5) Calculer la valeur minimale F_m de F qui permet que S atteigne le point C.

6) Le solide S perd contact avec la piste au point D dont la position est définie par l'angle $\alpha' = (\overrightarrow{OB}\,;\,\overrightarrow{OD})$. Déterminer l'angle α' et calculer la vitesse V_D en ce point D.

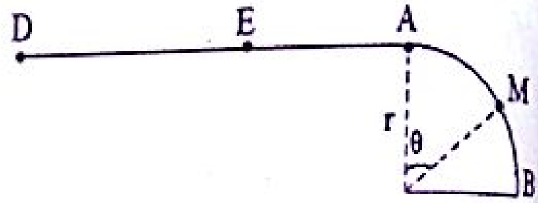
N.B : Sur toute la piste les forces de frottement sont négligeables.

Données : m = 200 g ; r = 1 m ; $g = 10\ m.s^{-2}$; L = 1,5 m.

Exercice 4

Un cycliste de masse m = 90 kg démarre sans vitesse, en un point D, sur une route rectiligne et horizontale comme l'indique la figure ci - dessous.

1) Après le démarrage du cycliste au point D, son mouvement est considéré comme une translation rectiligne sur un parcours DE de longueur de 50 m. La vitesse du cycliste au point E est de 18 km/h.



a) Déterminer l'accélération du mouvement puis en déduire la nature du mouvement sur le parcours DE.

b) Etablir l'équation horaire du mouvement sur ce parcours.

c) Calculer la durée du trajet parcouru.

d) En réalité le mouvement du cycliste résulte de deux forces : une force motrice constante parallèle au mouvement et une force de frottement constante, d'intensité $f = \frac{1}{4}F$.

Calculer l'intensité de la force de frottement.

2) A partir du point E, le cycliste supprime le force motrice, les frottements ont une valeur constante et égale à 1,25 N sur le parcours EA = x.

Il arrive au point A avec une vitesse nulle. Déterminer x.

3) Le cycliste aborde en A, une piste circulaire AB parfaitement lisse.

Au point M le cycliste forme un angle $\theta = (\overrightarrow{OA}\ ;\ \overrightarrow{OM})$.

a) Exprimer en fonction de θ, r et g la vitesse du véhicule en M.

b) Exprimer l'intensité de la réaction du plan en ce point en fonction de m, g et θ.

c) Déterminer la valeur de l'angle $\theta' = (\overrightarrow{OA}\ ;\ \overrightarrow{OM})$ quand le véhicule quitte la piste.

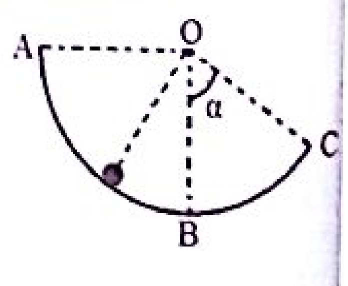
Exercice 5

Une bille assimilable à un point matériel, de masse m = 200 kg est attaché à un fil inextensible de masse négligeable et de longueur l = 40 cm.

L'ensemble est fixé en un point O. Les forces de frottements sont négligeables.

1) La bille, initialement au repos en A, sur l'horizontale, est lâchée sans vitesse initiale.

Déterminer les vitesses de la bille en B et C.



2) On reprend le mouvement de la bille. On lance la bille avec une vitesse $\overrightarrow{v_A}$ verticale dirigée vers le bas.

a) Déterminer la valeur de la vitesse au point A pour que la bille arrive en C avec une vitesse $v_C = 4\ m.s^{-1}$.

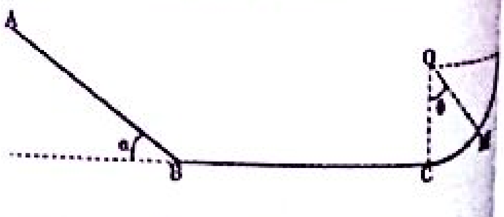
b) Déterminer en fonction de m, g, l, α et v_C, l'expression de la tension du fil en C.

Exercice 6

1) On lâche un corps de masse m = 1,5 kg à partir d'un point A, sans vitesse initiale sur une piste comme l'indique la figure. Les parties AB et BC sont rectilignes et CD représente un quart de cercle. On néglige les forces de frottement.

a) Calculer la vitesse du corps au point B.

b) Montrer que la vitesse du corps B est la même au point C.



c) Exprimer la vitesse du corps au point M en fonction de g, l, R, α et θ.

d) Exprimer l'accélération du corps au point M en fonction de g, R, θ et v_c.

e) Exprimer la réaction du corps au point M en fonction de m, g, R, θ et v_c.

f) Quelle est la valeur maximale de θ ? En déduire la vitesse du corps au point D.

2) On applique entre A et B une force constante $\overrightarrow{F}$, de même direction que le plan incliné, dirigée vers le point B. Calculer la valeur minimale de cette force pour que le corps arrive au point D.

Données : m = 1,5 kg ; AB = BC = l = 2 m ; R = 0,5 m ; g = 10 N/kg ; α = 10°.

Exercice 7

Pour étudier le mouvement d'un solide de masse m = 50 g, on dispose de deux pendules : un pendule simple constitué d'un fil inextensible de masse négligeable et longueur l = 0,5 m (figure 1 : pendule simple) et d'un pendule conique en rotation autour d'un axe vertical, de vitesse angulaire w = 5 rad/s (figure 2 : pendule conique).

1) On écarte le fil de sa position d'équilibre d'un angle α_0 et on le lance avec une vitesse v_0. Au point M, le fil forme un angle α avec la verticale. (Figure 1).

a) Exprimer la vitesse v_M du solide en fonction de v_0, g, l, α et α_0.

b) Exprimer la tension T du fil en fonction de v_0, m, g, l, α et α_0. Calculer sa valeur sachant que α = 30°.

c) Calculer la vitesse de la bille et la tension T du fil au point A.

2) En utilisant le théorème du centre d'inertie, déterminer l'angle β dont le fil s'écarte de l'axe vertical et la tension T du fil (cas du pendule conique).

On donne : $\alpha_0 = 60°$; $g = 10\ m.s^{-2}$; $v_0 = 10\ m.s^{-1}$.

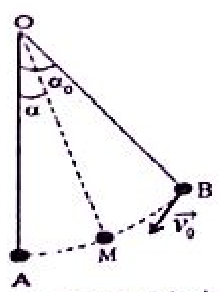


Figure 1 : pendule simple

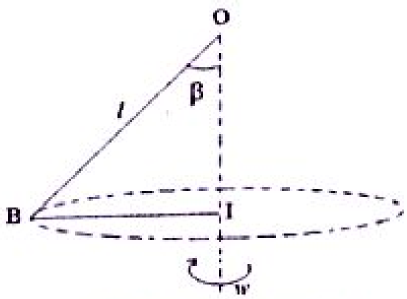


Figure 2 : pendule conique

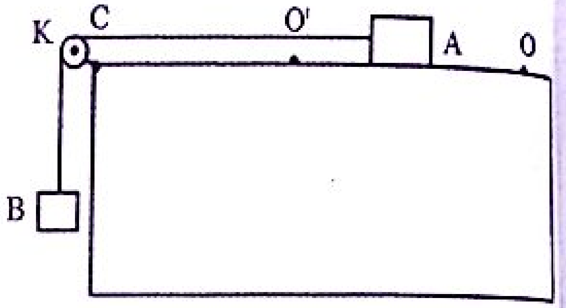
Exercice 8

On considère :

- un solide A de masse m_A = 400 g pouvant glisser le long d'un plan horizontal OC parfaitement lisse.

- un solide B de masse $m_B = 300$ g relié à A par un fil inextensible de masse négligeable passant sur la gorge d'une poulie K de masse négligeable.

A la date t = 0, le système est libéré sans vitesse, le solide A partant du point O.



1) Calculer l'accélération du système.

2) Calculer le temps mis par A pour atteindre le point O' tel que OO' = 8,4 m.

3) Calculer la vitesse de A au passage en O'.

4) Calculer la tension du fil. On donne : $g = 9{,}8\ m/s^2$.

Exercice 9 : BAC 2000

On prendra l'intensité de la pesanteur $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$.

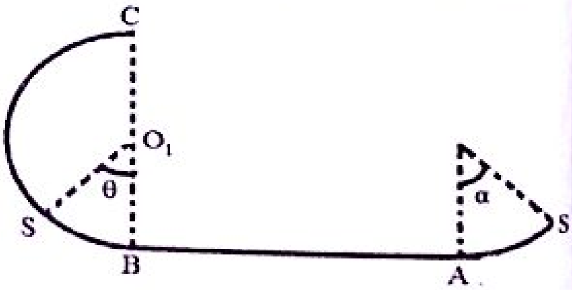
1) Une petite sphère S de masse m = 200g, assimilable à un point matériel, est attachée à l'extrémité d'un fil de masse négligeable, inextensible et de longueur L = 1m. L'autre extrémité du fil est attachée à un point fixe O. on écarte S de sa position d'équilibre, le fil tendu faisant un angle $\alpha_m = 60°C$ avec la verticale de O, puis on la tâche sans vitesse.

a) Quelle sera la trajectoire de S ?

b) Déterminer la vitesse de la sphère S en fonction de l'angle α que fait le fil avec la verticale à un instant t quelconque après qu'elle soit lâchée.

c) Calculer cette vitesse au passage à la position d'équilibre. Préciser sa direction.

2) La première fois où la sphère S passe par sa position d'équilibre le fil se détache d'elle. S continue alors son mouvement, sans frottement, sur une piste constituée d'une partie horizontale AB et d'une partie circulaire BC de rayon r = 1m et de centre O_1 situé au dessus de B sur la verticale.



a) Déterminer la vitesse v_B de S au point B.

b) En repérant la position de S sur la partie circulaire BC, par l'angle θ que fait le rayon O_1S avec O_1B, déterminer la position où la vitesse sera nulle.

Que se passera-t-il après ?

Exercice 10 : BAC 2003

Dans tout le problème on prendra $g = 10\ m.s^{-2}$. Des miniers utilisent un monte-charge dont la cabine soutenue par un câble, a une masse m = 5000 kg. Ils opèrent dans un puits de 900 m de profondeur. La cabine étant initialement immobile au fond du puits, on se propose d'étudier son mouvement pendant la montée. Ce mouvement se décompose en trois phases :

- 1ère phase : une force motrice de 6.10^4 N agit sur la cabine et l'entraîne avec un mouvement uniformément accéléré suivant la direction verticale.

- $2^{ème}$ phase : à 150 m du profond du puits, la force motrice change de telle sorte que le mouvement de la cabine devienne uniforme sur les 600 m suivants.

- $3^{ème}$ phase : à 750 m du fond du puits, la force motrice change encore une fois de façon que la cabine s'arrête juste à la sortie du puits.

Durant tout son déplacement, la cabine est soumise à une force de frottement de 5.10^3N.

1) Déterminer la vitesse maximale atteinte par la cabine.

2) Calculer la durée totale de la montée $t = t_1 + t_2 + t_3$ où t_1, t_2 et t_3 sont les durées respectives des trois phases.

3) Calculer la tension du câble pendant la phase uniforme et pendant le mouvement uniformément retardé.

4) une personne de masse 80 kg se trouve dans la cabine durant toute la montée. En utilisant un référentiel lié à la cabine, calculer la réaction $\vec{R}$ du sol de la cabine sur la personne pendant les trois phases.

En déduire le poids apparent de la personne dans chacune des trois phases du mouvement de la cabine.

Exercice 11 : BAC 2004

On dispose d'un ressort R à spires non jointives, de masse négligeable, de raideur K et de longueur à vide $l_0 = 18$ cm.

1) A une extrémité du ressort R, vertical dont l'autre extrémité est fixée en un point, on accroche un solide S_1 de masse $m_1 = 320$ g. La longueur du ressort à l'équilibre est $l_1 = 23$ cm. Calculer K.

2) Le solide S_1 reste suspendu à l'extrémité inférieure du ressort. On réalise un pendule conique en fixant l'autre extrémité à un axe vertical animé d'un animé d'un mouvement de rotation uniforme. L'axe du ressort décrit un cône dont le demi-angle au sommet est $\alpha = 60°$ (Figure 1).

a) Déterminer la longueur l_2 du ressort.

b) Calculer la fréquence de rotation du système.

3) Le solide S_1 (Figure 2) peut glisser sans frottement sur un plan incliné faisant un angle $\beta = 30°$ avec le plan horizontal. Le solide S_2 de masse $m_2 = 400$ g est relié à S_1 par un fil inextensible. Le fil passe par la gorge d'une poulie tournant sans frottement autour d'un axe horizontal Δ. On abandonne le système sans vitesse initiale.

a) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, donner l'expression de l'accélération du mouvement des solides.

b) Vérifier la réponse en utilisant le théorème du centre d'inertie.

c) Calculer la vitesse acquise au bout du temps t = 0,1 s.

On prendra l'accélération de la pesanteur $g = 10\ m/s^2$.

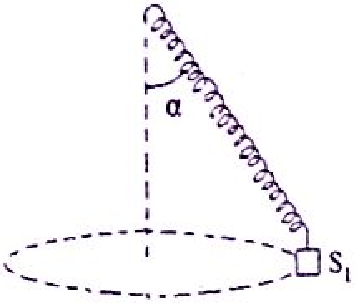


Figure 1

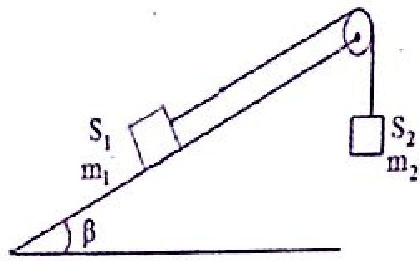


Figure 2

Exercice 12 : Bac 2008

On dispose d'une poulie fixe, de masse négligeable au sommet d'un plan incliné d'angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale. A la gorge de cette poulie passe un fil inextensible supportant deux solides en équilibre (S_1) à gauche et (S_2) à droite, de masses respectives M_1 et M_2.

Le système est mis en mouvement par une masse m posée sur le solide (S_2).

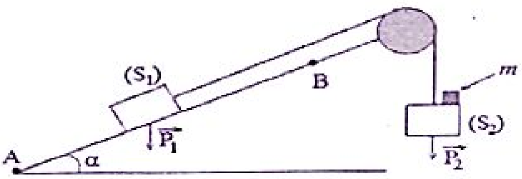


Figure : Solide se déplaçant sur un plan incliné.

1) Faites un schéma soigné du dispositif avec les différentes forces appliquées.

2) En appliquant le théorème du centre d'inertie, donner l'expression de l'accélération a du système. Les forces de frottements sont nulles. Faire l'application numérique avec $g = 10\ m.s^{-1}$; $M_1 = 160$ Kg ; $M_2 = 80$ Kg et m = 60 Kg.

3) Le solide (S_1) part sans vitesse initiale du point A, considéré comme origine, à la base du plan incliné, vers le sommet de ce plan. Quel temps mettra – t – il pour parcourir la distance AB = 9 m sur ce plan ? Quelle est alors sa vitesse au point B ?

4) Calculer la tension du fil et la réaction du plan incliné.

5) On suppose maintenant que les forces de frottements sur le plan incliné ne sont pas nulles, mais équivalentes à une force unique $f = 300$ N, de même direction que le déplacement mais de sens contraire. Donner la nouvelle expression de l'accélération a du système en utilisant le théorème de l'énergie cinétique et faire l'application numérique.

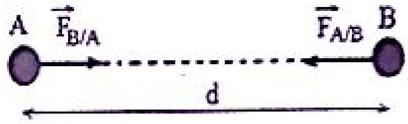
MOUVEMENT DANS LE CHAMP DE PESANTEUR

Résumé du cours

I) Champ gravitationnel

1) Loi de la gravitation ou loi de Newton

Deux corps ponctuels de masses respectives m_A et m_B exercent l'un sur l'autre des forces d'attractions $\vec{F}_{A/B}$ et $\vec{F}_{B/A}$ directement opposés, proportionnelles à leurs masses et inversement proportionnelles au carré de leur distance d, de valeur $F = G.\frac{m_A m_B}{d^2}$ avec $G = 6{,}67.10^{-11} N.m^2.kg^{-2}$ (constante de gravitation universelle).



La direction de $\vec{F}$ est celle de la droite passant par les deux centres d'inertie.

2) Le champ de gravitation en un point de l'espace

En appliquant le T.C.I : $\vec{F} = m\vec{g} \Rightarrow G.\frac{mM_T}{r^2} = mg \Rightarrow g = \frac{GM_T}{r^2}$; or $r = R_T + h \Rightarrow g = \frac{GM_T}{(R_T+h)^2}$

Au sol l'altitude $h = 0 \Rightarrow g_0 = \frac{GM_T}{R_T^2} \Rightarrow GM_T = g_0 R_T^2 \Rightarrow g = g_0\frac{R_T^2}{(R+h)^2}$

Alors le champ de gravitation créé par la Terre à l'altitude h est donné par :

$g = g_0\frac{R_T^2}{(R+h)^2}$ avec M_T : masse de le Terre ; R_T : rayon de la Terre et h : altitude.

3) Le mouvement des satellites

a) Nature du mouvement

En appliquant le T.C.I : $\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$. Le vecteur accélération $\vec{a}$ est centripète donc $a_T = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cste$. Alors le mouvement des satellites est uniforme. Comme le mouvement du satellite est déjà circulaire, alors le mouvement du satellite est circulaire uniforme.

b) Expression de la vitesse

Le mouvement du satellite est circulaire uniforme donc $a_N = \frac{v^2}{r}$ or $a_N = g \Rightarrow \frac{v^2}{r} = \frac{GM_T}{(R_T+h)^2}$

$$\Rightarrow \frac{v^2}{R_T+h} = \frac{GM_T}{(R_T+h)^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T+h}} \text{ or } GM_T = g_0 R_T^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{R_T+h}} = R_T\sqrt{\frac{g_0}{R_T+h}}$$

c) Expression de la période

On sait que la période T du satellite est le temps nécessaire mis par ce satellite pour effectuer un tour complet autour de la terre.

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi((R_T+h)}{v} = \frac{2\pi((R_T+h)}{R_T} \times \sqrt{\frac{R_T+h}{g_0}} = \frac{2\pi}{R_T}\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{g_0}}$$

d) Expression de la vitesse angulaire

On sait que $T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = R_T\sqrt{\frac{g_0}{(R_T+h)^3}}$

4) La 3ème loi de Kepler

Enoncé de la loi : Le rapport du carré de la période de révolution d'un satellite par le cube de rayon de son orbite est égale à une constante.

$$T = \frac{2\pi}{R}\sqrt{\frac{(R+h)^3}{g_0}} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{R^2} \times \frac{(R+h)^3}{g_0} \Rightarrow \frac{T^2}{(R+h)^3} = \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{g_0 R^2} = \text{cste.}$$

5) Les satellites géostationnaires

Un satellite est dit géostationnaire :

- s'il décrit un mouvement circulaire uniforme dans un plan perpendiculaire à l'axe des pôles terrestres.
- s'il tourne dans le même sens que la terre autour de l'axe de ses pôles.
- si sa période de révolution est exactement égale à la période de rotation de la terre autour de l'axe de ses pôles (24h environ).

Ce satellite est placé à une altitude environ 36000 km.

II) Mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur uniforme

Le champ de pesanteur sera considéré comme uniforme car les variations d'altitude restent faibles. Dans un référentiel galiléen, un projectile soumis seulement à son poids, subit une accélération $\vec{a} = \vec{g}$.

1) Cas où $\vec{v_0}$ parallèle à $\vec{g}$

a) Lois horaires du mouvement

Condition initiale : $\vec{v_0}\begin{cases} v_{0x} = 0 \\ v_{0y} = v_0 \end{cases}$ et $\overrightarrow{OM_0}\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$

En application le T.C.I : $\vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{a} = m\vec{g}$

$$\Rightarrow \vec{a} = \vec{g}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{v}\begin{cases} v_x = 0 \\ v_y = -gt + v_0 \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \end{cases}$$

Alors les lois horaires du mouvements sont : $v = -gt + v_0$ et $y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t$.

N.B : Si v_0 est initialement dirigé vers le haut, le mouvement est d'abord uniformément décéléré. Au point maximal $v = 0$, ensuite le mouvement est rectiligne uniformément accéléré vers le bas.

b) Hauteur maximale atteinte par le projectile

Au point maximal, $v = 0 \Rightarrow v(t) = -gt + v_0 = 0 \Rightarrow t_{max} = \frac{v_0}{g}$

Alors $y_{max} = -\frac{1}{2}g\left(\frac{v_0}{g}\right)^2 + v_0\left(\frac{v_0}{g}\right) = \frac{{v_0}^2}{2g}$

2) Cas où $\overrightarrow{v_0}$ non parallèle à $\vec{g}$

a) Mouvement plan

Le vecteur $\overrightarrow{v_0}$ fait un angle α avec l'horizontale, appelé angle de tir.

Conditions initiales : $\overrightarrow{v_0}\begin{cases} v_{0_x} = v_0 cos\alpha \\ v_{0_y} = v_0 sin\alpha \\ v_{0_z} = 0 \end{cases}$ et $\overrightarrow{OM_0}\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases}$

En appliquant le T.C.I : $\vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{a} = m\vec{g}$

$\Rightarrow \vec{a} = \vec{g}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \\ a_z = 0 \end{cases}$; $\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0 cos\alpha \\ v_y = -gt + v_0 sin\alpha \\ v_z = 0 \end{cases}$ et $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = (v_0 cos\alpha)t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 sin\alpha)t \\ z = 0 \end{cases}$

Comme z = 0, alors le mouvement est plan et a lieu dans le plan (Ox, Oy).

b) Equation de la trajectoire

$x = (v_0 cos\alpha)t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 cos\alpha}$ alors $y = -\frac{g}{2v_0^2 cos^2\alpha}x^2 + x tan\alpha$

c) La portée horizontale

La portée est l'abscisse du point d'impact d'ordonnée $y = 0$.

$y = -\frac{g}{2v_0^2 cos^2\alpha}x^2 + x tan\alpha \Rightarrow x = \frac{2v_0^2 cos^2\alpha}{g} \times tan\alpha = \frac{2v_0^2 cos^2\alpha}{g} \times \frac{sin\alpha}{cos\alpha} = \frac{2v_0^2 cos\alpha sin\alpha}{g}$

Alors $x = \frac{v_0^2 sin2\alpha}{g}$

d) La flèche

La flèche est la hauteur maximale atteinte par le projectile. Au sommet de la trajectoire : $v_y = 0$.

$v_y = 0 \Leftrightarrow -gt + v_0 sin\alpha = 0 \Rightarrow t_{max} = \frac{v_0 sin\alpha}{g}$

Alors $y_{max} = -\frac{1}{2}g\left(\frac{v_0 sin\alpha}{g}\right)^2 + (v_0 sin\alpha)\left(\frac{v_0 sin\alpha}{g}\right) = \frac{v_0^2 sin^2\alpha}{2g} \Rightarrow y_{max}\ \frac{v_0^2 sin^2\alpha}{2g}$.

Exercice d'application 1

On assimile la Terre à une sphère de rayon R_T = 6370 Km et de masse M_T. Elle possède une répartition de masse à symétrie sphérique.

Le repère géocentrique est galiléen, dont l'origine coïncide avec le centre de la Terre et dont les axes ont une direction fixe par rapport aux étoiles.

1) Deux solides de formes sphériques, de masse m_1 et m_2, dont les centres sont distants de r exercent l'un sur l'autre des forces d'attraction ayant pour intensité : $F = \frac{m_1 m_2 G}{r^2}$ (G étant la constante de gravitation universelle).

1) Etablir l'expression de l'intensité F_0 de la force qu'exerce la Terre sur un corps ponctuel de masse m = 1 Kg placé à sa surface.

2) En déduire en fonction de g_0, R_T et G, l'expression de la masse M_T de la Terre.

3) Déterminer la valeur de la masse M_T de la Terre.

4) Montrer qu'à l'altitude h au – dessus de la Terre, l'intensité du champ de gravitation est donnée par la relation : $g = g_0 \frac{R_T^2}{(R_T+h)^2}$ (g_0 est l'intensité du champ de gravitation terrestre au niveau du sol).

II) Un satellite assimilé à un point matériel décrit une orbite circulaire dont son centre est confondu avec celui de la Terre. Il est à l'altitude h.

1) Préciser le référentiel d'étude et faire le bilan des forces appliquées.

2) Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.

3) Quelles conditions doit remplir un satellite pour être géostationnaire ?

4) Etablir en fonction g_0, R_T et h l'expression de :

a) la vitesse v du satellite.

b) la période T du satellite.

5) Calculer la valeur de la vitesse v du satellite puis celle de la période T.

6) On pose $r = R_T + h$

a) Montrer que le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ est une constante (3ème loi de Kepler).

b) Exprimer en fonction de M_T et G, le rapport $\frac{T^2}{r^3}$.

c) Déterminer la masse M_T de la Terre.

d) Ce résultat est – il compatible avec celui de la question I) 3).

On donne h = 300Km ; $G = 6,67.10^{-11}$ S.I ; $g_0 = 9,8 m/s^2$.

Correction

I) 1) L'expression de l'intensité F_0 de la force qu'exerce la Terre sur un corps ponctuel de masse m = 1 Kg placé à sa surface.

$F_0 = \frac{mM_T}{R_T^2}G$

2) Déduisons en fonction de g_0, R_T et G, l'expression de la masse M_T de la Terre.

$F_0 = mg_0 \Rightarrow = \frac{mM_T}{R_T^2}G = mg_0 \Rightarrow M_T = \frac{g_0 R_T^2}{G}$.

3) Déterminons la valeur de la masse M_T de la Terre.

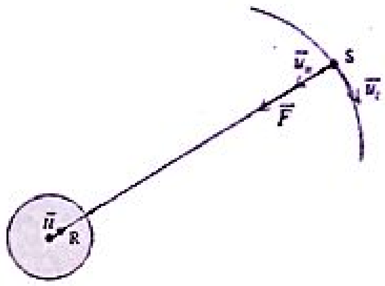
$M_T = \frac{g_0 R_T^2}{G} = \frac{9,8(6370000)^2}{6,67.10^{-11}} = 5,96.10^{24}$ Kg $\Rightarrow M_T = 5,96.10^{24}$ Kg.

4) Montrons qu'à l'altitude h au – dessus de la Terre, l'intensité du champ de gravitation est donnée par la relation : $g = g_0 \frac{R_T^2}{(R_T+h)^2}$.

A la distance r : $g = G\frac{M_T}{r^2}$;

A la surface Terre : $g_0 = G\frac{M_T}{R_T^2} \Rightarrow GM_T = g_0 R_T^2$

A l'altitude h : $g = G\frac{M_T}{(R_T+h)^2} \Rightarrow g = g_0 \frac{R_T^2}{(R_T+h)^2}$.



II) 1) Précisons le référentiel d'étude et faisons le bilan des forces appliquées.

Référentiel d'étude : terrestre

Bilan des forces appliquées : la force gravitationnelle $\vec{F}$

2) Montrons que le mouvement du satellite est uniforme.

En appliquant la deuxième loi de Newton : $\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow -G\frac{Mm}{r^2}\vec{u} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -G\frac{M}{r^2}\vec{u}$

En projetant la relation dans le repère $(S, \overrightarrow{u_t}, \overrightarrow{u_n})$ on aura : $a = a_n \Rightarrow a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cte$.

Alors le mouvement du satellite est uniforme.

3) Les conditions à remplir pour qu'un satellite soit géostationnaire.

Pour qu'un satellite soit géostationnaire il faut :

- qu'il décrit un mouvement circulaire uniforme dans un plan perpendiculaire à l'axe des pôles terrestres.
- qu'il tourne dans le même sens que la terre autour de l'axe de ses pôles.
- que sa période de révolution soit exactement égale à la période de rotation de la terre autour de l'axe de ses pôles (24h environ).

4) a) L'expression de la vitesse v du satellite en fonction g_0, R_T et h.

$$a = a_n \Rightarrow G\frac{M}{r^2} = \frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = \frac{MG}{r} = \frac{g_0 R_T^2}{R_T+h} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{R_T+h}}$$

b) L'expression de la période T du satellite en fonction g_0, R_T et h.

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi(R_T+h)\sqrt{\frac{R_T+h}{g_0 R_T^2}} = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{g_0 R_T^2}}$$

5) Calculons la valeur de la vitesse v du satellite puis celle de la période T.

$$v = \sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{R_T+h}} = v = \sqrt{\frac{9{,}8\times(6370.10^3)^2}{6370.10^3+300.10^3}} = 7{,}7.10^2 \text{ m/s} \Rightarrow v = 7{,}7.10^2 \text{ m/s}.$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{g_0 R_T^2}} = 2\pi\sqrt{\frac{(6370.10^3+300.10^3)^3}{9{,}8\times(6370.10^3)^2}} = 54.10^3\ s \Rightarrow T = 54.10^3$$

6) a) Montrons que le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ est une constante (3ème loi de Kepler).

$T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{g_0 R_T^2}}$ or $r = R_T + h \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{g_0 R_T^2}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{r^3}{g_0 R_T^2} \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{g_0 R_T^2} = cte$

$\Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = cte$ (3ème loi de Kepler).

b) Exprimons en fonction de M_T et G, le rapport $\frac{T^2}{r^3}$.

$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{g_0 R_T^2}$ or $g_0 R_T^2 = GM_T \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$.

c) Déterminons la masse M_T de la Terre.

$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T} \Rightarrow M_T = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = \frac{4\pi^2(R_T+h)^3}{GT^2} = \frac{4\pi^2(6370.10^3+300.10^3)^3}{6{,}67.10^{-11}\times(54.10^3)^2} = 6{,}02.10^{22}\ Kg$

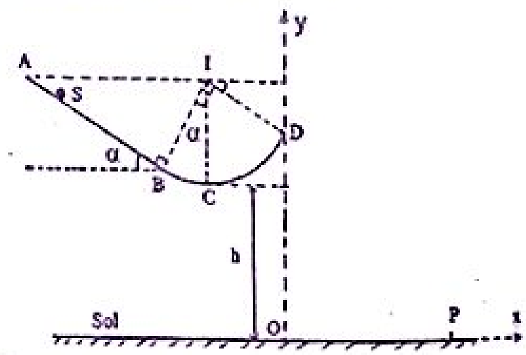
$\Rightarrow M_T = 6{,}02.10^{22}$ Kg.

d) La compatibilité du résultat avec celui de la question I) 3).

Cette valeur de la masse n'est pas compatible avec celle de la question I) 3).

Exercice d'application 2

Un solide S ponctuel de masse m peut se déplacer suivant la piste ABCD située dans un plan vertical (voir figure). La portion AB est la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle α = 30° par rapport à l'horizontale. BCD représente un quart de cercle I de rayon r. Le point C est situé sur la verticale passant par I.



1ère partie : On néglige les frottements sur la piste ABCD. Le solide S quitte le point A avec une vitesse nulle.

1) Déterminer la vitesse du solide aux points B, C et D.

2) Déterminer l'intensité de la force $\vec{R}$ exercée par la piste sur le solide S aux points C et D.

3) Donner les caractéristiques du vecteur vitesse $\vec{V_D}$ du solide au point D.

4) On néglige la résistance de l'air. Le solide S quitte la piste au point D avec la vitesse V_D. Le point C est situé à la hauteur h du sol horizontal.

a) Donner l'équation cartésienne de la trajectoire du mouvement du solide S à partir du point D, dans le repère (O, x, y).

b) Jusqu'à quelle hauteur H au-dessus du sol horizontal monte le solide S ?

c) Déterminer la distance OP où P est le point d'impact du solide S sur le sol horizontal.

2ème partie : Sur la piste ABCD le solide S est soumis à une force de frottements $\vec{f}$ parallèle et de sens contraire à sa vitesse à chaque instant, et d'intensité constante.

Le solide S quitte toujours le point A avec une vitesse nulle mais s'arrête au point D.

1) Etablir l'expression algébrique du travail $W(\vec{f})$ de la force de frottements entre les points A et D en fonction de m, g, R et α.

2) Déterminer sa valeur.

3) En déduire l'intensité de la force $\vec{f}$.

On donne : g = 10 m.s² ; m = 50 g ; AB = 1,6 m ; r = 0,9 m, h = 1,55 m.

Correction

1ère partie :

Système étudié : le solide S

Référentiel d'étude : terrestre supposé galiléen

Bilan des forces appliquées : le poids $\vec{P}$ et la réaction du plan $\vec{R}$

1) Déterminons la vitesse du solide aux points B, C et D.

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique :

- entre les points A et B on aura : $\Delta E_C = \sum W \Rightarrow E_{C_B} - E_{C_A} = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{R})$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = mgAB\sin\alpha + 0 \Rightarrow \frac{1}{2}mV_B^2 - 0 = mgAB\sin\alpha + 0 \Rightarrow V_B = \sqrt{2gAB\sin\alpha}$

$\Rightarrow V_B = \sqrt{2 \times 10 \times 1{,}6 \times \sin30°} = \sqrt{16} = 4$ m/s $\Rightarrow V_B = 4$ m/s.

- entre les points B et C on aura : $\Delta E_C = \sum W \Rightarrow E_{C_C} - E_{C_B} = W_{BC}(\vec{P}) + W_{BC}(\vec{R})$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = mgr(1-\cos\alpha) + 0 \Rightarrow V_C = \sqrt{2gr(1-\cos\alpha) + V_B^2}$

$V_C = \sqrt{2 \times 10 \times 0{,}9(1-\cos30°) + 4^2} = \sqrt{18{,}52} = 4{,}3$ m/s $\Rightarrow V_C = 4{,}3$ m/s.

- entre les points C et D on aura : $\Delta E_C = \sum W \Rightarrow E_{C_D} - E_{C_C} = W_{CD}(\vec{P}) + W_{CD}(\vec{R})$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_D^2 - \frac{1}{2}mV_C^2 = -mgr(1-\cos\beta) + 0 \Rightarrow V_D = \sqrt{V_C^2 - 2gr(1-\cos\beta)}$ avec $\beta = 2\alpha$

$\Rightarrow V_D = \sqrt{(4{,}3)^2 - 2 \times 10 \times 0{,}9(1-\cos60°)} = \sqrt{9{,}49} = 3{,}08$ m/s $\Rightarrow V_D = 3{,}08$ m/s.

2) Déterminons l'intensité de la force $\vec{R}$ exercée par la piste sur le solide S aux points C et D.

En appliquant le théorème du centre d'inertie on aura : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$.

Dans le repère de Frenet $(M, \vec{u_t}, \vec{u_n})$ et suivant $\vec{u_n}$ on aura :

$-P + R = ma_n \Rightarrow -mg + R_C = m\frac{V_C^2}{r} \Rightarrow R_C = m\left(g + \frac{V_C^2}{r}\right) = 0{,}05\left(10 + \frac{(4{,}3)^2}{0{,}9}\right) = 1{,}52$ N

$\Rightarrow R_C = 1{,}52$ N.

$-P\cos\theta + R = ma_n \Rightarrow -mg\cos\theta + R_D = m\frac{V_D^2}{r} \Rightarrow R_D = m\left(g\cos\theta + \frac{V_D^2}{r}\right)$

$\Rightarrow R_D = 0{,}05\left(10\cos60° + \frac{(3{,}08)^2}{0{,}9}\right) = 0{,}77$ N $\Rightarrow R_D = 0{,}77$ N.

3) Donnons les caractéristiques du vecteur vitesse $\vec{V_D}$ du solide au point D.

- Point d'application : le point D
- Direction : tangente à la trajectoire faisant un angle $\beta = 2\alpha$ avec l'horizontal.
- Sens : dirigé vers le haut
- Intensité : $V_D = 3{,}08$ m/s

4) a) Donnons l'équation cartésienne de la trajectoire du mouvement du solide S à partir du point D, dans le repère (O, x, y).

Au point D on a : $\vec{V_D}\begin{cases} V_{Dx} = V_D cos2\alpha \\ V_{Dy} = V_D sin2\alpha \end{cases}$; $\overrightarrow{OM_0}\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = h + r(1 - cos2\alpha) = 2m \end{cases}$

Le solide est soumis à son poids $\vec{P}$, dans le référentiel terrestre supposé galiléen. En appliquant le théorème du centre d'inertie au solide S on aura : $\vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a}$

$\Rightarrow \vec{a} = \vec{g} \Rightarrow \vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases}$; $\vec{V}\begin{cases} V_x = V_D cos2\alpha \\ V_y = -gt + V_D sin2\alpha \end{cases}$ et $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = (V_D cos2\alpha)t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (V_D sin2\alpha)t + y_0 \end{cases}$

$x = (V_D cos2\alpha)t \Rightarrow t = \frac{x}{V_D cos2\alpha}$. D'où $y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{V_D cos2\alpha}\right)^2 + (V_D sin2\alpha)\left(\frac{x}{V_D cos2\alpha}\right) + y_0$

$\Rightarrow y = -\frac{g}{2V_D^2 cos^2 2\alpha}x^2 + xtan2\alpha + y_0 = -\frac{10}{2\times(3{,}08)^2 cos^2 60°}x^2 + xtan60° + 2$

Alors $y = -2{,}1x^2 + 1{,}73x + 2$

b) Déterminons la hauteur H au-dessus du sol.

Au point maximale : $\frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow -4{,}2x_m + 1{,}73 = 0 \Rightarrow x_m = \frac{1{,}73}{4{,}2} = 0{,}4$ m.

$\Rightarrow y_m = -2{,}1(0{,}4)^2 + 1{,}73(0{,}4) + 2 = 2{,}35$ m $\Rightarrow H_m = y_m = 2{,}35$ m.

c) Déterminons la distance OP où P est le point d'impact du solide S sur le sol horizontal.

Au point P on a : $x_P = OP$ et $y_P = 0 \Rightarrow -2{,}1x^2 + 1{,}73x + 2 = 0$

$\Delta = (1{,}73)^2 - 4 \times (-2{,}1) \times 2 = 19{,}7929 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 4{,}44$

$x_1 = \frac{-1{,}73 - 4{,}44}{2\times(-2{,}1)} = 1{,}46$ m et $x_2 = \frac{-1{,}73 + 4{,}44}{2\times(-2{,}1)} = -0{,}64$ m

Alors OP = 1,46 m.

2ème partie :

1) L'expression algébrique du travail $W(\vec{f})$ de la force de frottements entre les points A et D en fonction de m, g, R et α.

En appliquant e théorème de l'énergie cinétique entre A et D on aura :

$\Delta E_C = \sum W \Rightarrow E_{C_D} - E_{C_A} = W_{AD}(\vec{P}) + W_{AD}(\vec{R}) + W_{AD}(\vec{f})$

$\Rightarrow 0 - 0 = mgrcos\beta + 0 + W_{AD}(\vec{f}) \Rightarrow W_{AD}(\vec{f}) = -mgrcos\beta = -mgrcos2\alpha$

2) Déterminons sa valeur.

$W_{AD}(\vec{f}) = -0{,}05 \times 10 \times 0{,}9\cos 60° = -0{,}225 \text{ J} \Rightarrow W_{AD}(\vec{f}) = -\,0{,}225 \text{ J}$

3) Déduisons l'intensité de la force $\vec{f}$.

$W_{AD}(\vec{f}) = W_{AB}(\vec{f}) + W_{BC}(\vec{f}) = -f.AB - fr\frac{\pi}{2} = -f\left(AB + r\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow f = -\frac{W_{AD}(\vec{f})}{AB+r\frac{\pi}{2}}$

$\Rightarrow f = -\frac{-0{,}225}{1{,}6+0{,}9\times\frac{\pi}{2}} = 0{,}075 \text{ N} \Rightarrow f = 0{,}075 \text{ N}.$

Série d'exercices

Exercice 1

1) Définir : un repère géocentrique ; un satellite géostationnaire.

2 Enoncer la loi de Newton pour la gravitation.

3) Donner, en fonction de K, M_T et r l'expression du champ de gravitation G créé par une masse ponctuelle m en un point A situé à la distance r de la position O de cette masse.

4) Donner l'expression du champ de gravitation terrestre G_0 à la surface de la Terre et celle du champ de gravitation terrestre G en un point A situé à l'altitude z de la Terre.

En déduire la relation entre G et G_0.

5) Montrer que la vitesse V d'un satellite en orbite circulaire autour de la Terre à l'altitude z est constante. Donner l'expression de la vitesse V en fonction de la constante gravitationnelle G, du rayon R de la Terre et de l'altitude z du satellite.

6) Un satellite de masse m décrit une orbite circulaire autour d'une planète de masse M.
La période du satellite est T, le rayon de son orbite est r. Donner l'expression de la masse M de la planète en fonction de T, r et de la constante gravitationnelle G.

Exercice 2

1) Un satellite artificiel de masse m = 200kg tourne autour de la terre sur une orbite circulaire de rayon r.

a) Faire le schéma.

b) Exprimer la vitesse V de ce satellite en fonction de r, M et G puis calculer sa valeur.

c) L'énergie potentielle du système {satellite-terre} étant $E_P = \frac{GmM}{R} - \frac{GmM}{r}$ où R est le rayon de la terre ; donner l'expression de l'énergie mécanique de ce système en fonction de G, m, M, r et R puis calculer sa valeur.

d) Calculer l'énergie à fournir à ce satellite pour qu'il passe de l'orbite de rayon r à une autre de rayon r' = 7100 km.

2) On considère que la terre est un point matériel qui tourne autour du soleil de masse $M' = 2.10^{30}$ kg sur une orbite circulaire de rayon $r = 1{,}5.10^{8}$ km.

a) Exprimer la vitesse angulaire du mouvement de la terre en fonction de G, M'et r.

b) Exprimer la période T du mouvement de la terre en fonction de G, M'et r.

c) Exprimer le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ en fonction de G et M'.

d) Calculer T. Cette valeur est – elle vraisemblable ?

On donne: R = 6400km ; r = 7000 km ; G = $6,67.10^{-11}$ N.m²/kg² et M (terre) = 6.10^{24} kg.

Exercice 3

On considère un satellite S de la terre de masse m ayant une orbite circulaire de rayon r dont le centre O est confondu avec le centre de la terre.

1) Donner les caractéristiques de la force de gravitation exercée sur ce satellite.

2) Montrer que le mouvement du satellite est circulaire uniforme.

3) Déterminer l'expression de la vitesse du satellite en fonction de l'accélération de la pesanteur g_0 au sol, R et r puis en fonction de G, M et r.

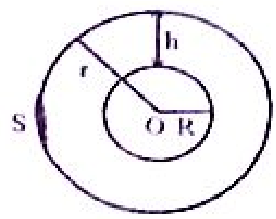
4) Ce satellite est géostationnaire :

a) Préciser le plan de l'orbite.

b) A quelle altitude est placé ce satellite ?

c) Calculer sa vitesse angulaire et en déduire sa vitesse linéaire.

d) Calculer la masse M de la terre.

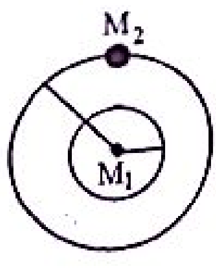


On donne : R (rayon de la terre) = 6400 km ; G (constante de gravitation) = $6,67.10^{-11}$ S.I ; g_0 = 9,8m/s² ; r = rayon de l'orbite ; M = masse de la terre.

Exercice 4

On étudie les mouvements de deux mobiles M_1 et M_2 présentant une répartition à symétrie sphérique, dans un repère supposé galiléen. On note M la masse du mobile M_1 et m la masse du mobile M_2 ($M > m$).

Le mobile M_2 tourne autour de M_1 considéré comme étant fixe (voir figure).



1) Montrer que le mouvement de M_2 autour de M_1 est un mouvement circulaire uniforme.

2) Exprimer la vitesse V du centre d'inertie de M_2 en fonction du rayon r de l'orbite, de la masse M de M_1 et de la constante de gravitation universelle G.

3) Soit T la période de M_2 autour de M_1 ; Exprimer la vitesse V en fonction de T et r puis en déduire la relation $\frac{r^3}{T^2} = k.M$ où k est une constante dont on déterminera l'expression.

Exercice 5

1) On étudie le mouvement d'un satellite dans le repère géocentrique. Le satellite, assimilé à une masse ponctuelle $m = 300kg$ décrit une orbite circulaire dans le plan équatorial de la terre à l'altitude $h = 36000km$.

a) Montrer que la vitesse V du satellite est constante.

b) Calculer la valeur de la vitesse du satellite et sa période de révolution.

c) L'énergie potentielle de gravitation du système « satellite-terre » a pour expression

$Ep = -\frac{mG_0R_0^2}{R_0+h}$.

Evaluer l'énergie mécanique du satellite dans le champ de gravitation.

On donne : R_0 (rayon de la terre) = $6,37.10^3$ km ; $G_0 = 9,8$ N/Kg.

2) Un satellite artificiel tourne autour de la terre, dont la masse $M_T = 5,98.10^{24}$ kg, dans une orbite de rayon $r = 42,3.10^3$ km.

a) Calculer la période de ce satellite artificiel. Comment appelle – t – on ce type de satellites artificiels, s'il tourne dans le plan de l'équateur et dans le même sens de rotation de la terre ?

b) Tous les satellites se trouvant sur cette orbite ont – ils la même vitesse ? La même masse ? Justifier.

On prendra $G = 6,67.10^{-11}$ S.I.

Exercice 6

On note M la masse du Jupiter, m la masse d'un satellite, r le rayon de la trajectoire circulaire décrite par un satellite autour de Jupiter. r représente la distance entre le centre de Jupiter et le centre du satellite étudié. G représente la constante universelle de gravitation.

1) Donner l'expression vectorielle de la force de gravitation exercée par Jupiter sur un satellite. Représenter cette force sur un schéma.

2) Montrer qu'un satellite est animé d'un mouvement uniforme et exprimer sa vitesse.

3) A partir de l'expression de la vitesse, établir l'expression de la période de révolution T d'un satellite autour de Jupiter en fonction de r, G et M.

4) Etablir la troisième loi de Kepler : $\frac{T^2}{r^3} = cte$.

5) En supposant que $T^2 = 3.10^{-16}\ r^3$, en déduire la masse M de Jupiter.

On prend $\pi^2 = 10$ et $G = 10^{-10}$ SI.

Exercice 7

Le mouvement d'un satellite S de masse m, assimilable à un point matériel d'une planète P de masse M, est étudié dans un référentiel considéré comme galiléen.

L'origine du repère utilisé coïncide avec le centre O de la planète P et les trois axes dirigés vers trois étoiles fixes. On admet que la planète a une distribution de masse à symétrie sphérique et que l'orbite de son satellite est un cercle de centre O et de rayon r.

1) Faire un schéma.

2) Donner les caractéristiques de la force de gravitation exercée par la planète P sur le satellite S.

3) Donner l'expression du vecteur champ de gravitation créé par la planète P sur le satellite S.

4) Déterminer la nature du mouvement du satellite S.

5) Exprimer le module de la vitesse linéaire V et la période de révolution T du satellite S en fonction de la constante de gravitation G, r et M.

6) En déduire que le rapport $\frac{r^3}{T^2}$ est une constante.

7) Sachant que l'orbite du satellite S a un rayon r = 185500 km et que la période de révolution T = 22,6 heures, déterminer la masse M de la planète P.

8) Un autre satellite S' de la planète P a une période de révolution T' = 108,4 heures. Déterminer le rayon r' de son orbite. On donne : $G = 6{,}67.10^{-11}$ (S.I)

Exercice 8

Un satellite, assimilé à un point matériel, décrit une orbite circulaire de rayon r dans le plan équatorial, autour de la Terre.

On admet que la Terre a une répartition de masse à symétrie sphérique. Elle est considérée comme une sphère de centre O, de rayon R = 6370 km et de masse $M = 5{,}97.10^{24}$ kg.

La constante de gravitation universelle est $G = 6{,}67.10^{-11}\ N.kg^{-2}.m^{2}$.

1) Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.

2) Etablir l'expression de sa vitesse V en fonction de r, M et G.

3) En déduire l'expression de la période T du mouvement du satellite en fonction de r, M et G.

4) Les valeurs numériques des périodes de révolution T et des altitudes z des orbites de quelques satellites artificiels de la Terre sont consignés dans le tableau suivant.

Satellite	Satellite A	Satellite B	Satellite C
Période T	102,8 min	12 h	23 h 56 min
Altitude h (10^3 km)	0,9	20,2	35,8

a) En vous servant du tableau ci – dessus, montrer que le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ est constant.

b) Comment appelle – t – on le rapport $\frac{T^2}{r^3}$?

c) Utiliser ce rapport pour retrouver la masse M_T de la terre. On donne : $G_0 = 9{,}8$ m/s².

Exercice 9 : 2ème groupe BAC 2002

Dans cet exercice, le mouvement est rapporté à un référentiel géocentrique, considéré comme galiléen. La terre est supposée sphérique, de rayon R, de masse M. L'intensité du champ gravitationnel terrestre à l'altitude h a pour expression : $g(h) = G\frac{M}{(R+h)^2}$ où G est la constante de gravitation universelle.

1) Soit g_0 l'intensité du champ gravitationnel à la surface terrestre. Etablir l'expression de l'intensité du champ gravitationnel à l'altitude h en fonction de h, R et g_0.

2) On définit la variation relative de g par : $\frac{\Delta g}{g_0} = \frac{g_0 - g(h)}{g_0}$.

Déterminer l'altitude h pour laquelle cette variation relative est égale à 0,01. On donne R = 6400 km.

3) Un satellite assimilé à un point matériel décrit une orbite circulaire à l'altitude h = 400 km dans le plan équatorial. Déterminer la vitesse V_S, la période T_S et la vitesse angulaire ω_S du mouvement du satellite dans le repère géocentrique. On donne $g_0 = 9{,}8\ m.s^{-2}$.

4) Le satellite change d'orbite et devient géostationnaire.

a) Que signifie le terme ''géostationnaire'' ?

b) Exprimer l'altitude h du satellite en fonction de la période du mouvement et calculer h. On donne la période de rotation de la terre autour de son axe : T = 8616 s.

Exercice 10 : Bac 2006

1) La terre tourne autour du soleil sur une orbite pratiquement circulaire de rayon $r = 150.10^6$ Km. Calculer la force d'attraction universelle entre la Terre et le Soleil et faire un schéma représentant le vecteur force correspondant.

Données :

- Masse de la Terre : $M_T = 6.10^{24}$ Kg ;
- Masse du Soleil : $M_S = 2.10^{30}$ Kg ;
- Constante de gravitation universelle $G = 6{,}67.10^{-11}\ N.m^2.Kg^{-2}$.

2) a) Déterminer l'expression du champ de gravitation $\overrightarrow{G_0}$ crée par la Terre à la surface de cette planète.

b) Calculer G_0.

On donne le rayon de la Terre : $R_T = 6385$ Km.

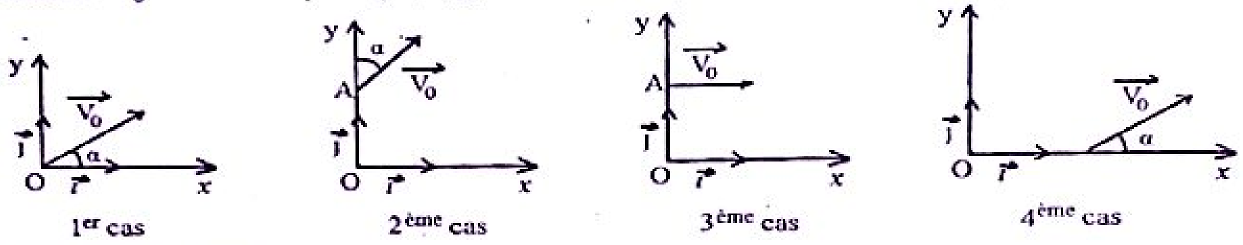
3) La lune de rayon $R_L = 1740$ Km est un satellite de la Terre qui tourne autour de celle – ci sur une trajectoire circulaire de rayon $z = 3{,}85.10^5$ Km.

a) Déterminer le champ de gravitation $\vec{g}$ crée par la Terre sur la Lune, en supposant le rayon du satellite négligeable par rapport au rayon de son orbite. Faites l'application numérique.

b) Faire un schéma représentant le vecteur – champ de gravitation $\vec{g}$ crée par la Terre sur la Lune.

Exercice 11

On étudie le mouvement d'un solide assimilable à un point matériel animé d'une vitesse initiale v_0 dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. La vitesse v_0 est représentée dans les cas suivants :



Dans chaque cas :

1) Etablir les équations horaires puis en déduire l'équation de la trajectoire.

2) Déterminer l'expression de la portée.

3) Déterminer l'expression de la flèche.

Exercice 12

Un projectile de masse m est lancé d'une hauteur h au dessus du sol avec une vitesse horizontale de valeur V_0. Les frottements dus à l'air sont ngligeables.

1) Faire le schéma.

2) Etablir les demi – équations puis en déduire l'équation de la trajectoire.

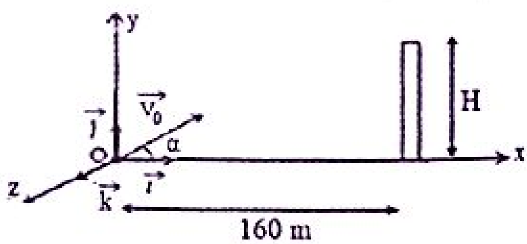
3) Déterminer l'expression de l'abscisse x_P du point d'impact P sur le sol, en fonction de h, V_0 et l'intensité de la pesanteur g.

Exercice 13

Un projectile ponctuel de masse m est lancé par un canon dans le champ de pesanteur uniforme d'intensité $g = 10.m\ s^{-2}$.

A un instant $t_0 = 0$, le projectile sort du canon en un point O avec une vitesse initiale v_0 faisant un angle $\alpha = 45°$ avec l'horizontale comme l'indique la figure ci - contre.

L'effet de l'air est négligeable.



1) Déterminer les caractéristiques (direction, sens et norme) du vecteur – accélération du projectile.

2) Montrer que le mouvement du projectile est plan.

3) Etablir l'équation cartésienne de sa trajectoire dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

4) La vitesse de sortie du projectile, du canon, est de $100\ m.s^{-1}$. Le projectile peut-il atteindre une cible perchée au sommet d'un édifice se trouvant à 200 m du point O, sur l'axe OX ? Justifier la réponse par le calcul. La hauteur de l'édifice est de H = 160 m.

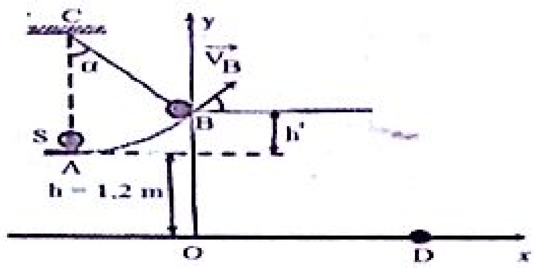
Exercice 14

Un solide de masse m est suspendu à une extrémité d'un fil vertical de longueur $l = 50$ cm.

L'autre extrémité du fil est fixé en un point C toujours sur la verticale contenant le point A.

On lance ce solide en A avec une vitesse $v_A = 4$ m/s.

Lorsque le solide arrive au point B avec une vitesse v_B tel que $\alpha = (\overrightarrow{CA} ; \overrightarrow{CB}) = 45°$, le fil reste tendu et se casse.



1) Exprimer la vitesse du solide au point B en fonction g, v_A, α et l puis calculer sa valeur.

2) Etablir les équations horaires du solide dans le repère (O, x, y).

3) Déterminer l'équation de la trajectoire du solide.

4) Déterminer la distance d = OD où D est le point d'impact du solide au sol.

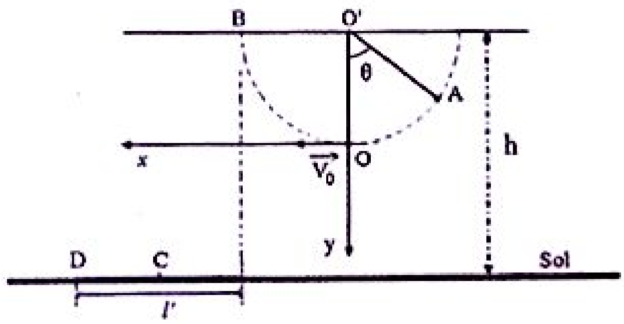
N.B : Les frottements sont négligeables et on prendra $g = 10 m/s^2$.

Exercice 15

Dans tout l'exercice, on néglige l'action de l'air sur la bille.

On dispose d'un pendule constitué d'une bille ponctuelle, de masse m, suspendue à un fil de longueur l et de masse négligeable. L'autre extrémité est attachée en O', situé à une distance h au-dessus du sol.

On écarte le pendule d'un angle θ = 60° par rapport à sa position d'équilibre stable comme l'indique la figure ci – contre.



1) La bille est en lancée A avec une vitesse v_A.

a) Exprimer la vitesse au point B en fonction de g, l, θ et v_A.

b) Calculer la valeur minimale de la vitesse v_A pour que le pendule puisse atteindre le point B.

2) On abandonne la bille au point A sans vitesse. Lorsque la bille passe par sa position d'équilibre, le fil se détache et la bille poursuit son mouvement sur une trajectoire parabolique, dans un repère (Ox,Oy) de plan vertical, d'origine O.

a) Déterminer la vitesse v_0 de la bille lorsque la bille passe par sa position d'équilibre.

b) Etablir les équations horaires du mouvement de la bille dans le repère (Ox,Oy) puis l'équation de la trajectoire.

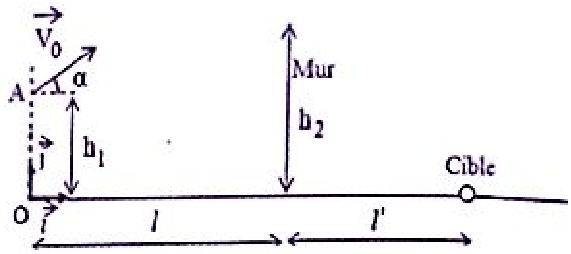
c) La bille tombe en un point C . Donner l'expression de l'abscisse x_C de la bille au point C en fonction de v_0, h et g puis la calculer.

4) La bille se détache maintenant du fil au point O avec une vitesse v_0', et tombe en point D situé au – delà du point C. Calculer la valeur de v_0'.

On donne : $g = 10\ m/s^2$; $l = 25cm$; $l' = 1{,}7\ m$; $h = 3\ m$; $v_0 = 2\ m/s$.

Exercice 16

Un solide assimilable à un point matériel, de masse négligeable, est lancé à partir d'un A situé à une hauteur $h_1 = 0{,}8$ m du sol, à la vitesse initiale v_0 à la recherche d'une cible située derrière un mur constituant un obstacle.



La hauteur du mur est $h_2 = 1{,}6$ m. La verticale du point O est située à $l = 1{,}2$ m et la cible à placée à $l' = 14{,}01$ m derrière le mur.

Le mouvement du solide est étudié dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On néglige les frottements et on prendra $g = 10\ m.s^{-2}$.

Le solide est lancé du point A, à la date $t = 0$, avec une vitesse $v_0 = 12$ m/s faisant un agngle $\alpha = 45°$ avec l'horizontale.

1) Etablir les équations paramétriques du mouvement du solide.

2) En déduire l'équation cartésienne de sa trajectoire. Quelle est sa nature ?

3) Le solide passe-t-il au dessus du mur ? Justifier la réponse.

4) Au cas où le solide passe au-dessus du mur :

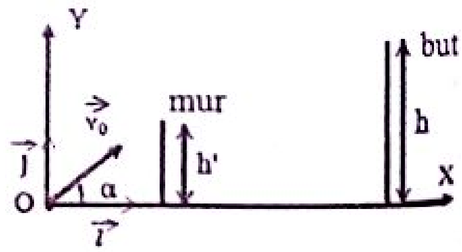
a) Calculer la distance à laquelle le solide touche le sol.

b) Montrer que l'équation de la trajectoire est : $y = -0{,}069x^2 + x + 0{,}8$.

c) Le solide atteindra – t – il la cible ?

Exercice 17

Lors d'un match de football, pour marquer un but, il faut que le ballon passe dans un cadran rectangulaire constitué par deux barres verticales réunies au sommet par une barre transversale qui est à une hauteur $h = 2{,}5$ m du sol.



Le ballon est assimilé à un point matériel et son mouvement s'effectue dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Le ballon est posé au point O sur le sol horizontal face au cadran, à une distance $d = 25$ m.

(voir figure). Un joueur du camp adverse tire le ballon vers le cadan, à une vitesse $V_0 = 18$ m/s faisant un angle $\alpha = 30°$ avec l'horizontale.

1) Etablir l'équation de la trajectoire du mouvement du ballon.

2) Trois joueurs adverses se placent à une distance $d' = 5$ m pour constituer un mur d'une hauteur $h' = 1{,}8$ m, empechant le passage du ballon.

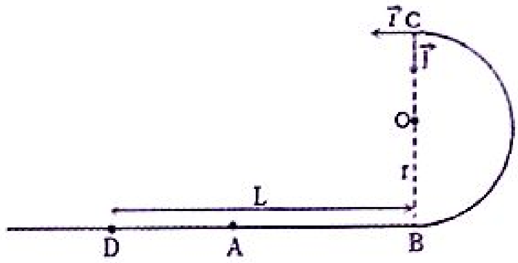
a) Montrer que le ballon passe au dessus du mur.

b) A quelle hauteur le but – il marqué sachant le ballon échappe au gardien ?

N.B : On négligera l'action de l'air sur le mouvement du ballon et on prendra $g = 10\ m.s^2$.

Exercice 18

Un jeu consiste à tirer un ballon à partir d'un point A avec une vitesse initiale $\vec{v_A}$ horizontale. Le ballon parcourt un trajet sur une piste ABC où la partie AB est rectiligne et BC est un demi cercle de centre O et de rayon r comme l'indique la figure ci contre. Sur tout le trajet on négligera les frottements et le ballon est assimilé à un point matériel de masse m. Pour que le jeu soit gagné il faut que le ballon retombe en un point D.



1) Déterminer les expressions littérales des vitesses v_B et v_C aux points B et C.

2) Déterminer la direction et le sens de la vitesse $\vec{v_C}$ au point C.

3) Donner l'équation de la trajectoire du ballon dans le repère $(C, \vec{i}, \vec{j})$ après le passage du ballon en C avec la vitesse initiale v_C.

4) Déterminer la vitesse v_C pour que la balle retombe en D.

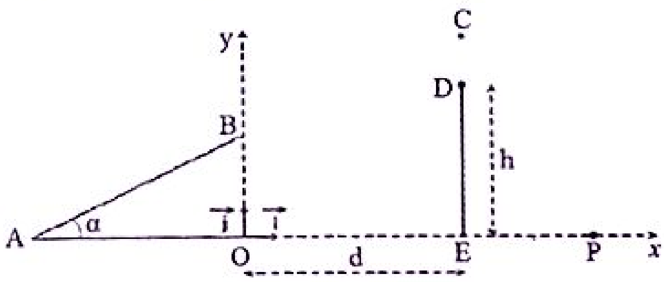
5) Calculer la vitesse initiale v_A nécessaire pour réussir ce jeu.

On donne : $m = 50$ g ; $g = 10\ m/s^2$; $r = 0,3$ m ; $L = 1$ m.

Exercice 19

Un solide assimilable à un point matériel de masse $m = 0,5$ kg, est lancé à la vitesse initiale v_A à partir d'un point A le long de la ligne de plus grande pente de longueur $\ell = AB = 15$ m d'un plan incliné comme l'indique la figure ci- contre.

Les frottements ont une valeur constante et égale à 10 N le long de la plus grande pente.



1) Calculer la vitesse initiale v_A au point A, nécessaire pour que le solide arrive en B avec une vitesse $v_B = 10$ m/s.

2) Etablir les équations horaires du mouvement du solide dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On prendra comme origine des temps l'instant où le solide passe en B avec la vitesse v_B.

3) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire du solide.

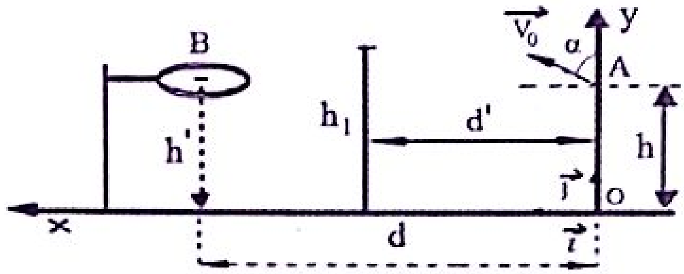
4) Un mur de hauteur h est placé au point E. Le point C est le point de passage du solide au dessus du mur. Calculer la distance CD séparant le sommet D du mur au point C.

5) Calculer l'abscisse du point d'impact P du solide sur le sol.

On prendra : $g = 10\ m/s^2$; $\alpha = 30°$; $d = 3,5$ m ; $h = 5$ m.

Exercice 20

Le jeu de basket – ball consiste à lancer le ballon dans le panier de l'équipe adverse. On néglige la rotation du ballon et les forces de frottements. On étudie la trajectoire d'un ballon lancé vers le haut à partir A situé à une hauteur h = 2 m du sol, avec une vitesse V_0 faisant un angle de α = 45° par rapport à la verticale, vers le centre B du panier situé à une hauteur h' = 3 m du sol.



1) Etablir les équations horaires du mouvement puis en déduire l'équation de la trajectoire.

2) Calculer V_0 pour que le ballon passe exactement au centre du panier.

3) Calculer la durée du trajet effectué par le ballon du point A au point B.

4) Un adversaire situé à 1,2 m, saute verticalement en levant les bras pour arrêter le ballon. La hauteur atteinte par ses mains est de h_1 = 2,8 m au – dessus du sol.

a) Le panier sera – t – il marqué ?

b) Sinon à quelle distance maximale d' l'adversaire doit- il se situé pour arrêter le ballon du doigt ?

On donne : d = 7 m.

Exercice 21 : BAC 1997

On se propose d'étudier un tir du ballon dans un match de football. On admet les hypothèses suivantes :

- le ballon est assimilé à un point matériel ;
- l'influence de l'air est négligeable ;
- le champ de la pesanteur est considéré comme uniforme et son intensité g = 10N / Kg.

Le ballon et le gardien impliqué dans la suite sont situés sur la médiatrice de la ligne des buts. Le joueur en possession du ballon, constatant que le gardien adverse s'est avancé de cinq mètres devant son but AB, tente un lob. Le ballon considéré immobile sur le sol horizontal, part du point O avec une vitesse initiale $\vec{V_0}$ contenue dans le plan (O, $\vec{i}, \vec{j}$) et inclinée par rapport à l'horizontale d'un angle α = 30°. OA = d = 30 m. (figure N°1).

1) Montrer que le ballon se déplace dans le plan (O, $\vec{i}, \vec{j}$).

2) Etablir l'équation de la trajectoire suivie par le ballon dans le repère (O, $\vec{i}, \vec{j}$ en fonction de g, α, et V_0.

3) La barre transversale du but est située à une hauteur h = 2,44 m du sol. Calculer la vitesse initiale V_0 qui, communiquée au ballon, lui permettre de pénétrer dans les buts juste au ras de la barre transversale, le gardien n'ayant rien fait pour l'arrêter.

4) gardant sa position indiquée au début de l'énoncé, le gardien saute verticalement en levant les bras. Ses mains atteignent l'altitude de 2,80 m au – dessus du sol.

a) Le gardien arrêtera-t-il le ballon si V_0 = 20 m/s, sachant que pour arrêter le ballon, il lui suffit de le toucher ?

b) Le but est – il marqué ?

N.B :

Lob : faire passer le ballon au-dessus du gardien.

Ligne des buts : lorsque le ballon traverse cette ligne en restant dans le cadre des buts, le but est marquée.

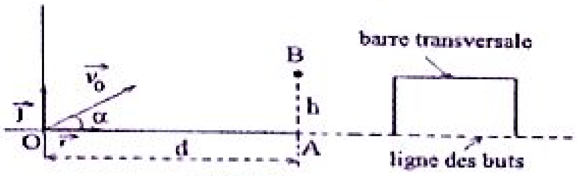


Figure 1

<u>Exercice 22</u> : BAC 2002

A) Un fusil de masse M = 4 kg tire suivant une horizontale OX, axe de son canon, des balles de masse m. la vitesse d'une balle à la sortie du canon est $V_0 = 600 m.s^{-1}$. Chaque balle est assimilée à un point matériel et située, avant la mise à feu, à la distance d_0 = 50 cm du bout du canon qui coïncide avec le point O.

1) On considère que le mouvement d'une balle à l'intérieur du canon est rectiligne et uniformément varié suivant l'axe du canon. Calculer :

a) L'accélération de ce mouvement.

b) Le temps t_0 écoulé entre la mise à feu et la sortie de la balle du canon.

2) A l'instant où la balle sort du canon, le fusil effectue un mouvement de recul avec une vitesse $V_1 = 2,25 m.s^{-1}$.

L'épaule du tireur s'oppose toujours au recul du fusil en développant une force constante de module f. Sachant qu'en l'absence de l'épaule du tireur le fusil s'immobilise après un parcours de 2 cm, calculer f.

B) On s'intéresse maintenant au mouvement de la balle après sa sortie du canon. On néglige la résistance de l'air, on désigne par g l'accélération de la pesanteur (supposant constante) et par OY l'axe vertical passant par O et orienté vers le haut. Le tireur effectue un tir en orientant le canon dans une direction qui fait un angle α avec l'axe OX ; le bout du canon coïncide toujours avec le point O.

1) Etablir l'équation de la trajectoire de la balle en fonction de l'angle α. Quelle est la nature de cette trajectoire ?

2) Le tireur souhaite atteindre une cible I située sur l'axe OX, à la distance D de O. Déterminer la relation entre D, V_0 et l'angle d'inclinaison α_0 permettant d'atteindre cette cible. Montrer que α_0 peut prendre deux valeurs (On ne demande pas de calculer ces deux valeurs).

3) Sur sa trajectoire, la balle passe par une altitude maximale H.

a) Déterminer le module et la direction de la vitesse de la balle à cette altitude maximale.

b) En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, établir l'expression de H en fonction de V_0 et α_0.

Exercice 23 : Bac 2009

Au cours d'une compétition, un athlète lance un poids P à partir d'une hauteur h = 2 m au-dessus du sol, avec une vitesse initiale $\vec{v_0}$ faisant un angle α avec l'horizontale. On étudie le mouvement de ce poids dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, l'origine O étant le point au sol situé à la verticale du centre d'inertie du poids à la date t = 0.

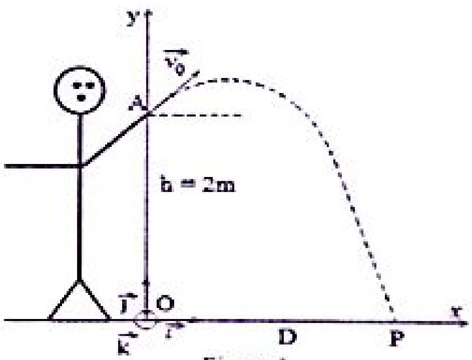


Figure 1

1) Donner, sous forme littérale et à t = 0, les composantes du vecteur position $\overrightarrow{OA}$ et du vecteur vitesse $\vec{v_0}$ en fonction de h, v_0 et α, dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

2) Etablir les équations horaires du centre d'inertie M du mouvement de ce poids dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

3) En déduire l'équation de la trajectoire et préciser sa nature.

4) Pour $\alpha = 45°$, montrer que le carré de la vitesse v_0 peut se mettre sous la forme littérale $v_0^2 = \frac{gD^2}{(D+h)}$; D étant la distance mesurée du point O au point de chute du projectile au sol de ce lancer. Donnée g = 10 N.Kg^{-1}.

5) Calculer l'énergie cinétique initiale de ce poids de masse m = 5 Kg pour un lancer de distance D = 18 m avec $\alpha = 45°$.

Scanned by CamScanner

MOUVEMENT DE PARTICULES CHARGEES DANS UN CHAMP ELECTRIQUE UNIFORME

Résumé du cours

I) Champ électrostatique

Une charge q en mouvement dans un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$ est soumise à une force électrostatique constante telle que $\vec{F} = q\vec{E}$.

- Si $q > 0$, $\vec{F}$ et $\vec{E}$ ont même la direction et le même sens ;
- Si $q < 0$, $\vec{F}$ et $\vec{E}$ ont même la direction mais sont de sens contraire.

$F = |q|E$ avec F (en Newton) ; q (en Coulomb) et E (en Volt/mètre).

Les Caractéristiques du vecteur champ électrique $\vec{E}$ sont :

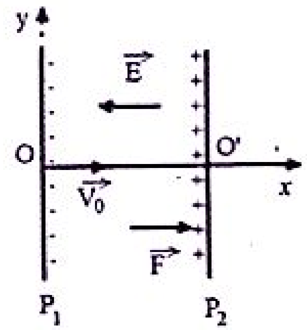
- Direction : Perpendiculaire aux deux plaques
- Sens : Orienté de la plaque positive vers la plaque négative
- Intensité : $E = \frac{U}{d}$ avec U : la tension entre les plaques et d : la distance qui sépare les plaques.

II) Cas où le vecteur vitesse $\vec{v_0}$ est perpendiculaire aux plaques

1) Nature du mouvement sur les paques P_1 et P_2

Le poids d'une particule chargée est négligeable devant la force électrostatique.

En appliquant le TCI : $\vec{F} = q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$



- Si $q > 0$, $\vec{a}$ et $\vec{E}$ ont même le sens ;
- si $q < 0$, $\vec{a}$ et $\vec{E}$ sont de sens contraire.
- le mouvement est rectiligne uniformément accéléré si $\Delta E_C = qU_{AB} > 0$
- le mouvement est rectiligne uniformément décéléré si $\Delta E_C = qU_{AB} < 0$

2) Nature de la trajectoire

A t = 0 : $\vec{v_0}\begin{cases} v_{0_x} = v_0 \\ v_{0_y} = 0 \end{cases}$ et $\overrightarrow{OM_0}\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{cases} x = \frac{qE}{2m}t^2 + v_0 t \\ y = 0 \end{cases}$

La trajectoire est une droite car $y = 0$ mais son mouvement est uniformément décéléré suivant (Ox).

3) Vitesse des particules en P_2

En appliquant le T.E.C : $\Delta E_C = \sum W \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}m{v_0}^2 = W(\vec{F}) \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}m{v_0}^2 = |q|U$

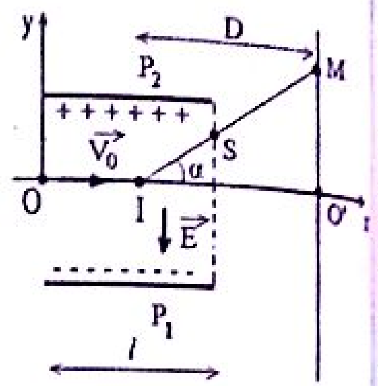
$\Rightarrow v = \sqrt{{v_0}^2 + \frac{2|q|U}{m}}$ avec v_0 la vitesse initiale.

4) Le temps mis par les particules pour atteindre la plaque P_2

Le mouvement des particules étant rectiligne uniformément varié donc $a = \frac{\Delta v}{t} \Rightarrow t = \frac{\Delta v}{a}$

Alors $t = \frac{v - v_0}{a}$

III) Cas où le vecteur vitesse $\vec{v_0}$ parallèle aux plaques



1) Equation de la trajectoire

A t = 0 : $\vec{v_0}\begin{cases} v_{0_x} = v_0 \\ v_{0_y} = 0 \end{cases}$ et $\overrightarrow{OM_0}\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$

Les particules sont soumises à la force $\vec{F}$ alors en appliquant le T.C.I on a : $\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$

$\vec{E}\begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = -E \end{cases}$; $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{qE}{m} \end{cases}$; $\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = -\frac{qE}{m}t \end{cases}$ et $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0 t \\ y = -\frac{qE}{2m}t^2 \end{cases}$

$x = v_0 t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0} \Rightarrow y = -\frac{qE}{2mv_0^2}x^2 = -\frac{qU}{2mdv_0{}^2}x^2.$

Alors la trajectoire des particules entre les plaques est un arc de parabole.

2) Coordonnée du point de sorti S

Au point S on a : $x = l \Rightarrow \begin{cases} x_S = l \\ y_S = -\frac{qE}{2mv_0^2}l^2 = \frac{qU}{2mdv_0{}^2}l^2 \end{cases}$

3) Vitesse au point de sortie S

$\vec{v_S}\begin{cases} v_{S_x} = v_0 \\ v_{S_y} = -\frac{qE}{m}t_S \end{cases}$ où $x_S = v_0 t_S = l \Rightarrow t_S = \frac{l}{v_0}$ alors $\vec{v_S}\begin{cases} v_{S_x} = v_0 \\ v_{S_y} = -\frac{qEl}{mv_0} \end{cases} \Rightarrow v_S = \sqrt{v_0{}^2 + \left(\frac{qEl}{mv_0}\right)^2}$

4) Condition sur tension U pour que la particule sorte du champ sans toucher les plaques

La particule sort du champ électrique sans toucher les plaques si pour $x_S = l$ et $y_S < \frac{d}{2}$

$\Rightarrow \frac{qU}{2mdv_0{}^2}l^2 < \frac{d}{2} \Rightarrow U < \frac{md^2v_0{}^2}{ql^2}$

5) Valeur de l'angle α

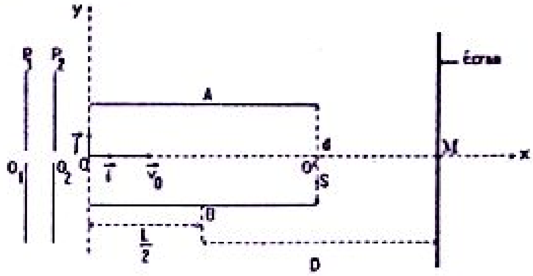
$\tan\alpha = \frac{y_S}{\frac{l}{2}} = \frac{2y_S}{l} = \frac{2}{l} \times \frac{-qE}{2mv_0{}^2}l^2 = -\frac{qE}{mv_0{}^2}l \Rightarrow \alpha = tan^{-}\left(-\frac{qE}{mv_0{}^2}l\right)$

6) Valeur de la déviation verticale

$\tan\alpha = \frac{y_M}{IO'} \Rightarrow y_M = IO'\tan\alpha = -\frac{qE}{mv_0{}^2}D$ car $IO' = D$ et $\tan\alpha = -\frac{qE}{mv_0{}^2}l$

Exercice d'application

Des ions de masse m_α (particules α He^{2+}) produit à partir d'une chambre d'ionisation pénètrent par O_1, avec une vitesse négligeable dans un champ électrique uniforme où ils sont accélérés par une tension positive $U_0 = V_{P_1} - V_{P_2}$ et atteignent le trou O_2 avec une vitesse $\overrightarrow{V_0}$.



1) Représenter la tension U_0 et préciser en justifiant votre réponse la plaque qui a le potentiel le plus élevé.

2) Les particules α sortant du trou O_2 avec une vitesse horizontale $\overrightarrow{V_0}$ pénètrent en O entre deux plaques A et B parallèles et horizontales d'un condensateur plan. La longueur des plaques est L et la distance qui les sépare est d. Une tension $U = V_A - V_B$ est appliquée entre les plaques. Un écran est placé à une distance D du milieu du condensateur.

Donner les caractéristiques du vecteur champ électrostatique $\vec{E}$ supposé uniforme qui règne entre les plaques.

3) Préciser la nature du mouvement des particules dans le champ lorsque U = 0 V.

4) En déduire le point d'impact des particules sur l'écran.

5) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire des particules α dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ dans le cas où on applique la tension U entre les plaques.

6) Etablir l'équation de la tangente à la trajectoire au point S (point de sortie du champ).

7) Montrer que cette tangente coupe l'axe (ox) par le point I d'abscisse $x_i = \frac{L}{2}$.

8) Montrer que la déviation verticale du faisceau de particules α est proportionnelle à la tension U.

9) Etablir la relation liant V_0 ; U ; m_α ; L et d pour que le faisceau ne rencontre pas l'une des plaques.

10) Sachant que les particules α sortent du champ électrostatique en un point S d'ordonnée $Y_S = -2{,}15$ mm :

a) Déterminer la valeur V_0 de la vitesse initiale.

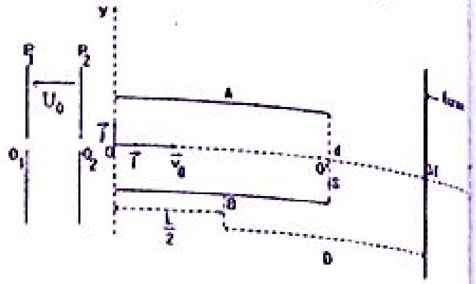
b) En déduire la durée de la traversée du faisceau entre les plaques et la valeur de U_0.

On donne : $e = 1{,}6.10^{-19}$ C ; $m_\alpha = 4\mu$; $1\mu = 1{,}67.10^{-27}$ Kg ; L = 50 cm ; d = 5 cm ; $U = 4{,}5.10^{4}$ V/m

N.B : le mouvement des ions de poids est négligeable, a lieu dans le vide.

Correction

1) Représentons la tension U_0 et précisons en justifiant votre réponse la plaque qui a le potentiel le plus élevé.



La flèche indiquant la tension U_0 est perpendiculaire aux plaques et orientée P_2 vers P_1.

La plaque au potentiel le plus élevé est P_1.

2) Donnons les caractéristiques du vecteur champ électrostatique $\vec{E}$ supposé uniforme qui règne entre les plaques.

$\vec{E}$ est vertical descendant et d'intensité $E = \frac{U}{d} = \frac{4{,}5.10^4}{5.10^{-2}} = 9.10^5$ V/m.

3) Précisons la nature du mouvement des particules dans le champ lorsque U = 0 V.

Pour une tension U = 0 V le mouvement des particules dans le champ est rectiligne uniforme.

4) Déduisons le point d'impact des particules sur l'écran.

Comme le mouvement des particules est rectiligne uniforme alors le point d'impact est M.

5) L'équation cartésienne de la trajectoire.

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à la particule q dans le référentiel terrestre supposé galiléen : $\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}\begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = \frac{-qE}{m} \end{cases} \Rightarrow \vec{v}\begin{cases} \dot{x} = v_0 \\ \dot{y} = \frac{-qE}{m}t \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{-qE}{2m}t^2 \end{cases}$

$\Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{-qU}{2dm}t^2 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{-qU}{2mdv_0^2}x^2$

6) L'équation de la tangente à la trajectoire au point S.

(T) : $y = \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=x_S}(x - x_S) + y_S$ avec $x_S = L \Rightarrow$ (T) : $y = \frac{-qUL}{mdv_0^2}x + \frac{qU}{2mdv_0^2}L^2$

7) Montrons que cette tangente coupe l'axe (ox) par le point I d'abscisse $x_i = \frac{L}{2}$ (y = 0)

Au point I on a : $y = \frac{-qUL}{mdv_0^2}x_i + \frac{qU}{2mdv_0^2}L^2 = \frac{-qUL}{mdv_0^2} \times \frac{L}{2} + \frac{qU}{2mdv_0^2}L^2 = \frac{-qU}{2mdv_0^2}L^2 + \frac{qU}{2mdv_0^2}L^2 = 0.$

8) Montrons que la déviation verticale du faisceau de particules α est proportionnelle à la tension U.

$\frac{y_S}{\frac{L}{2}} = \frac{Y}{D} \Rightarrow Y = -\frac{2DL}{mdv_0^2}U \Rightarrow$ alors Y est proportionnelle à la tension U.

9) La relation liant V_0 ; U ; m_α ; L et d pour que le faisceau ne rencontre pas l'une des plaques.

Pour que le faisceau ne rencontre pas l'une des plaques il faut que : $-\frac{d}{2} < y_S < 0$

$\Rightarrow \frac{d}{2} > -y_S > 0 \Rightarrow \frac{d}{2} > \frac{qU}{2mdv_0^2}L^2 > 0$

10) a) Déterminons la valeur V_0 de la vitesse initiale.

$y_S = -\frac{qU}{2mdv_0^2}L^2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{-\frac{qUL^2}{2mdy_S}} = \sqrt{-\frac{2eUL^2}{2\times4\mu dy_S}} = \sqrt{-\frac{eUL^2}{4\mu dy_S}}$

$\Rightarrow \sqrt{-\frac{1{,}6.10^{-19}\times4{,}5.10^4\times(5.10^{-1})^2}{4\times1{,}67.10^{-27}\times5.10^{-2}\times-2{,}15.10^{-3}}} = 5.10^7 \Rightarrow v_0 = 5.10^7$ m/s.

b) Déduisons la durée de la traversée du faisceau entre les plaques et la valeur de U_0.

La durée : $x_S = L = v_0 t_S \Rightarrow t_S = \frac{L}{v_0} = \frac{5.10^{-1}}{5.10^7} = 10^{-8}$ s $\Rightarrow t_S = 10^{-8}$ s

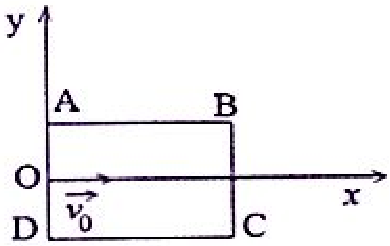
La valeur de U_0 : En appliquant le théorème de l'énergie cinétique on a $\frac{1}{2}mv_0^2 = qU_0$

$\Rightarrow U_0 = \frac{mv_0^2}{2q} = \frac{4\mu v_0^2}{4e} = \frac{\mu v_0^2}{e} = \frac{1{,}67.10^{-27}\times5.10^7}{1{,}6.10^{-19}} = 26{,}1.10^6$ V/m. $\Rightarrow U_0 = 26{,}1.10^6$ V/m.

Série d'exercices

Exercice 1

Dans un plan de l'espace ABCD vertical de forme carré, de 0,1 m de côté, pénètrent des ions $^{27}Al^{3+}$ pénètrent en O avec une vitesse horizontale de valeur V_0 = 400 Km/s. Dans cet espace règne un champ électrique uniforme $\vec{E}$, vertical dirigé vers le haut, d'intensité E = 200 KV/m. On négligera le poids des ions devant les forces électriques.



1) Montrer que la trajectoire des ions reste dans le plan ABCD.

2) Ecrire l'équation de cette trajectoire.

3) Trouver les coordonnées du point de sortie S_1 des ions du champ électrique.

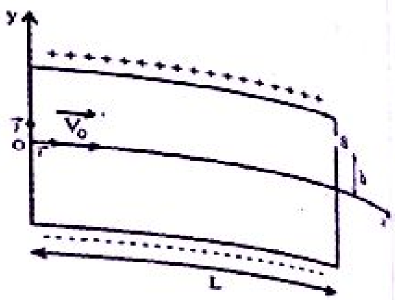
4) Dans la région ABCD règne un champ électrique uniforme $\vec{E}'$de même direction et de même sens que $\vec{V_0}$ de valeur E' = 200 KV/m. Déterminer les coordonnées du point de sortie S_2 des ions de ce champ et leur vitesse V_1 en ce point.

Exercice 2

Un faisceau d'électrons pénètre au point O avec une vitesse $\vec{V_0}$ puis dévié entre deux plaques chargées. On mesure la déviation verticale h du faisceau lors de la traversée des plaques sur une longueur L (voir figure).

Le poids des électrons est négligeable devant la force électrostatique.

1) Représenter le vecteur champ électrostatique $\vec{E}$ ainsi que la force $\vec{F}$ que subi un électron entre les plaques.



2) Donner les composantes du vecteur accélération $\vec{a}$.

3) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire d'un électron entre les plaques puis donner sa nature.

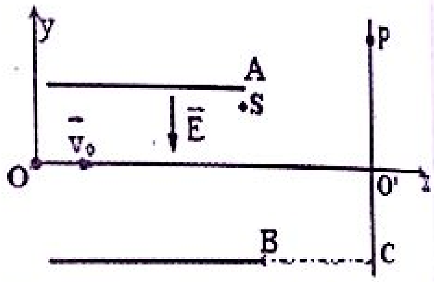
4) A la sortie des plaques, au point S, la déviation verticale des électrons est h.

a) Etablir l'expression du rapport $\frac{e}{m}$ (charge massique) en fonction de E, L, h et V_0 puis calculer sa valeur.

b) Déterminer la charge q d'un électron.

Données : $\|\vec{E}\| = 15.10^3$ V.m^{-1} ; L = 8,5 cm ; h = 1,85 cm ; $\|\vec{V_0}\| = 2{,}27.10^7$ m.s^{-1} ; e = 1,6.10^{-19} C ; masse d'un électron m = 9,1.10^{-31} kg.

Exercice 3



Un électron pénètre avec une direction perpendiculaire au champ, entre les plaques A et B de d.d.p U = 100V.
La vitesse initiale V_0 de l'électron est horizontale, au point O milieu des plaques. La longueur de ces plaques est ℓ = 4 cm et sont séparées de d = 2 cm.

1) Calculer l'intensité du champ électrique $\vec{E}$ (supposé uniforme) entre les deux plaques.

2) Etablir les équations horaires et déduire l'équation de la trajectoire de l'électron entre les plaques A et B.

3) L'électron sort de la région où règne le champ électrique en un point S. Calculer les coordonnées de S et celles du vecteur-vitesse à ce point. On donne : $V_0 = 10^7$ m/s ; e = 1,6. 10^{-19} C et m électron = 9,1. 10^{-31}kg.

4) On place un écran à la distance BC = 50cm de l'extrémité des plaques.

a) Calculer la déviation angulaire α.

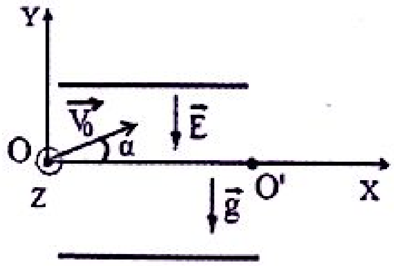
b) Calculer la déflexion électrostatique H = O'P.

Exercice 4

Une particule de charge q = + 10^{-6} C a une masse m = 1 g. Elle est lancée dans un espace où règne un champ électrique uniforme $\vec{E}$ et un champ de pesanteur uniforme $\vec{g}$ (voir figure). Elle passe en O, à la date t = 0, avec le vecteur-vitesse $\vec{v_0}$ de module v_0 = 2 m/s, faisant un angle α = 30° par rapport à l'horizontale.

1) Ecrire l'équation de la trajectoire de la boule.

2) Déterminer la valeur de E lorsque la boule coupe l'axe des abscisses au point O'.



3) On suppose, maintenant, que la boule est abandonnée sans vitesse initiale dans l'espace où règne les champs précédents.

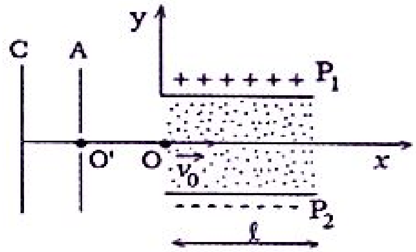
a) La boule peut-elle être en équilibre ?

b) Si oui donner l'intensité de $\vec{E}$ correspondant ? Si non donner les caractéristiques de $\vec{E}$ pour que la boule soit en équilibre.

On donne : $g = 10\ m.s^{-2}$; $OO' = \ell = 20\ cm$.

Exercice 5

1) Une particule de charge $q = -e$ et de masse m est émise sans vitesse par une cathode C et accélérée par une anode A à l'aide d'une différence de potentiel $U_0 = V_A - V_C = 300V$.
Calculer la vitesse V_0 de la particule lorsqu'elle arrive en A.



2) La particule décrit un mouvement rectiligne uniforme entre les points O' et O.

En O, la particule pénètre avec la vitesse $\vec{V_0}$ dans une zone où règne un champ électrique dû à une tension U existant entre des plaques P_1 et P_2 de longueur l et distantes de d.

a) Déterminer l'équation de la trajectoire de la particule entre les plaques et préciser sa nature.

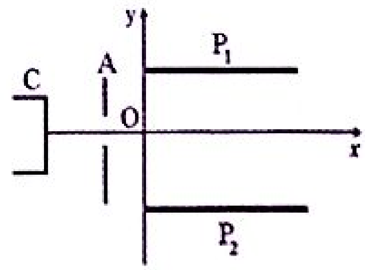
b) Déterminer la valeur de la déviation angulaire électrique.

N.B : Dans tout l'exercice on négligera le poids devant les autres forces.

On donne : $e = 1,6.10^{-19}\ C$; $m = 9,1.10^{-31}\ kg$; $U = 50\ V$; $d = 4\ cm$; $\ell = 10\ cm$.

Exercice 6

La cathode C d'un oscillographe électronique émet des électrons avec une vitesse considérée comme nulle. Les électrons arrivent ensuite sur l'anode A située à la distance $d_1 = 2\ cm$ de C. Les électrons pénètrent en O entre les armatures planes, parallèles, de longueur $\ell = 2\ cm$ distantes de $d_2 = 2\ cm$. Ces armatures servent à provoquer la déviation des électrons ayant franchi la petite ouverture située au centre de A.



1) Déterminer la valeur de la tension U_1 appliquée entre A et C pour que les électrons arrivent en A avec une vitesse $v_A = 8.10^6\ m/s$.

2) Déterminer l'intensité de la force électrique agissant sur un électron au cours de son mouvement entre C et A.

3) Comparer le poids de l'électron et la force électrique puis conclure.

4) Les électrons se présentent à l'entrée des plaques avec la vitesse $\vec{v_1}$ portée par $\overrightarrow{Ox}$. Une

tension $U_2 = 144$ V est appliquée entre P_1 et P_2 de sorte que la déviation s'effectue de P_2 vers P_1.

a) Montrer que $v_1 = v_A$.

b) Donner les caractéristiques du champ électrique régnant entre les armatures.

c) Quelle est la nature du mouvement d'un électron à l'intérieur de ce champ ?

d) Ecrire l'équation de la trajectoire d'un électron dans le repère $(\overrightarrow{Ox}\ ;\ \overrightarrow{Oy})$.

e) Calculer l'ordonnée y_S d'un électron au point de sortie de l'espace compris entre les armatures.

f) Calculer la norme $\overrightarrow{v_s}$ de la vitesse d'un électron au point S et déterminer l'angle α que fait cette vitesse avec $(\overrightarrow{Ox})$.

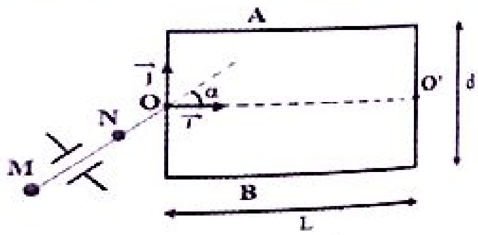
On donne : $e = 1{,}6.10^{-19}$ C ; $m = 9{,}1.10^{-31}$ kg ; $g = 10$ m.s^{-2}.

Exercice 7

Les deux plaques A et B horizontales de longueur L, séparées par une distance d constituent un condensateur plan.

Toute l'expérience a lieu dans le vide et on néglige les forces de pesanteur. Le plan est muni d'un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ où le point O est équidistant des deux plaques (voir figure ci – dessous).

1) Un faisceau de protons homocinétique, émis en M à la vitesse nulle, est accéléré entre les points M et N. Il pénètre en O avec une vitesse $\overrightarrow{V_0}$ formant un angle α avec l'horizontale, dans un champ $\vec{E}$ supposé uniforme.



a) Indiquer, en le justifiant, le signe de $V_N - V_M$.

b) Exprimer en fonction de $U_0 = |V_N - V_M|$, la vitesse V_0 de pénétration dans le champ $\vec{E}$ puis la calculer.

2) Indiquer, en le justifiant, le signe de $V_A - V_B$ pour que le faisceau de proton puissent sortir par le point O' de coordonnées (L,0).

3) Etablir l'équation de la trajectoire des protons dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ en fonction de U_0, $U = |V_A - V_B|$, α et d.

4) Quelle est la nature de la trajectoire des protons ?

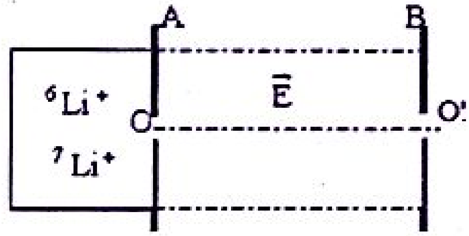
5) Déterminer les conditions pour que le faisceau de proton sorte au point O' puis calculer la valeur numérique de U permettant de réaliser la sortie.

6) Dans le cas où la tension U a la valeur précédemment calculée, déterminer à quelle distance minimale de la plaque supérieure passele faisceau de protons.

On donne : $U_0 = 1000$ V, $m_p = 1{,}6.10^{-27}$ kg ; $e = 1{,}6.10^{-19}$ C ; $\alpha = 30°$; L = 20 cm et d = 7cm.

Exercice 8

Des ions isotopes de $^6Li^+$ et $^7Li^+$ de masses respectives m_1 et m_2, sont produits dans une chambre d'ionisation. Ils pénètrent, avec une vitesse négligeable, en O dans la région où règne un champ électrique uniforme (voir figure).



1) Donner le sens du champ électrique.

2) Déterminer le signe de la tension U_{AB}.

3) Comparer les énergies cinétiques de deux ions en O'.

4) En déduire une relation entre V_1 et V_2 (avec V_1 la vitesse des ions $^6Li^+$ et V_2 celle des ions $^7Li^+$).

5) Calculer en O' l'énergie cinétique des ions (en Joules et en eV) et leur vitesse.

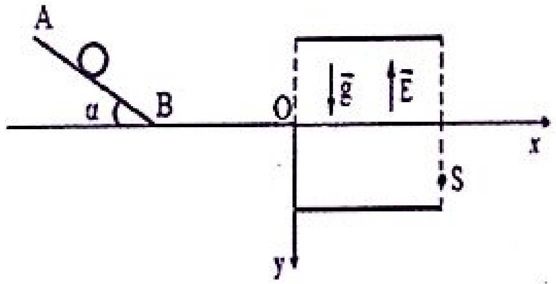
On donne : $|U| = 10^4$ V ; $e = 1{,}6.\ 10^{-19}$ C ; $m_{proton} = 1{,}67.\ 10^{-27}$ kg.

Exercice 9

Une sphère de masse m = 10 g et de charge $q = -10^{-3}$ C considérée comme ponctuelle, est lâchée en A sans vitesse initiale. Elle glisse le long d'une piste ABO (voir figure ci-dessous).

Les forces de frottement sont assimilables à une force unique $\vec{f}$ d'intensité f = 0,01 N, le long du trajet ABO.

La sphère conserve sa vitesse lors de son passage au point B.



1) Déterminer :

a) L'accélération a_1 de la sphère entre A et B.

b) L'accélération a_2 de la sphère entre B et O.

2) Déterminer :

a) La valeur V_B de la vitesse de la sphère au point B.

b) La valeur V_O de la vitesse de la sphère au point O.

3) Déterminer la durée du parcourt ABO.

4) Au-delà du point O, la sphère quitte la piste avec une vitesse $V_O = 7$ m/s et évolue dans un espace où règnent deux champs uniformes. Le champ de pesanteur $\vec{g}$ et le champ électrostatique $\vec{E}$.

a) Etablir les équations horaires du mouvement de la sphère dans le repère orthonormé (Ox ; Oy).

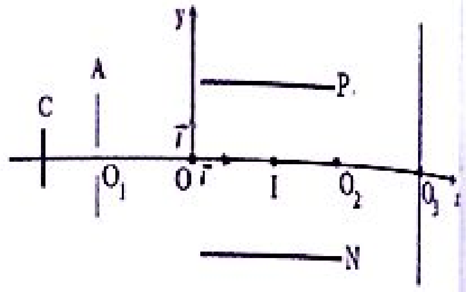
b) Déterminer l'expression littérale de l'équation de la trajectoire.

c) Déterminer la valeur de $\vec{E}$ pour que la sphère sorte de l'espace champ $\vec{E}$ au point S d'ordonnée 1 cm.

Données : $\alpha = 30°$; AB = BO = L = 50 cm ; g = 10 N/Kg.

Exercice 10

Un oscillographe électronique émet à la cathode C des électrons avec une vitesse initialement nulle. Les électrons arrivent ensuite sur l'anode A et la traversent par l'ouverture O_1 avec une tension $U_0 = V_A - V_C$.



1) Déterminer le signe de U_0.

2) Calculer l'énergie cinétique et la vitesse V_0 des électrons au point O_1.

3) Déterminer la nature du mouvement entre O_1 et O.

4) Les électrons pénètrent en O entre les armatures horizontales d'un condensateur. Ces armatures de longueur ℓ, sont distantes de d.

On établit entre ces armatures une d.d.p positive $U = V_P - V_N = 100$ V.

a) Déterminer le mouvement des électrons entre les deux plaques P et N.

b) Déterminer l'équation de leur trajectoire.

c) Déterminer les coordonnées du point de sortie S et de la vitesse de sortie $\vec{v_S}$.

7) Déterminer la durée de passage des électrons entre les plaques.

8) Quelle condition doit remplir U pour que les électrons puissent sortir du condensateur PN ?

9) Le faisceau d'électrons arrive ensuite sur un écran fluorescent E situé à la distance L du centre de symétrie I des plaques. Calculer :

a) la déviation angulaire.

b) le déplacement Y du spot sur l'écran.

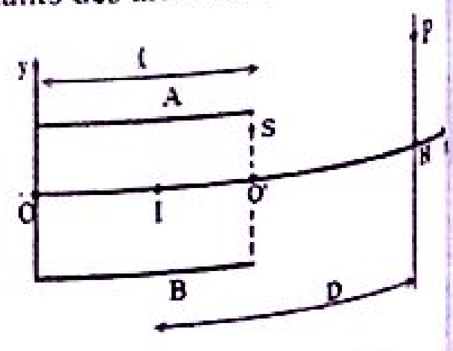
c) la sensibilité s = Y/ U de l'appareil en mm / V.

On donne : $|U_0| = 1000$ V ; d = 2 cm ; ℓ = 6 cm ; L = 12 cm ; charge de l'électron $q = -e = -1{,}6.10^{-19}$ C ; masse de l'électron $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg

N.B : On négligera le poids des électrons devant les forces appliquées.

Exercice 11

Un faisceau de protons d'hélium ($^4_2He^{2+}$) pénètre en O équidistants des armatures A et B d'un condensateur plan avec une vitesse $\vec{v_0}$ parallèlement à l'axe (ox) et de valeur v_0 = 290 km/s. Le poids de ces particules n'a aucun effet sur leur mouvement.



Ces armatures sont disposées dans le vide parallèlement à l'axe (ox). Leur longueur est ℓ = 10 cm et la distance qui les sépare est d = 4 cm.

1) a) Donner la direction et le sens du vecteur champ électrique $\vec{E}$, pour que ces ions soient

déviés vers le haut au point S.

b) Déterminer le signe de la tension $U_{AB} = V_A - V_B$.

2) La trajectoire des ions à l'intérieur du condensateur se trouve dans le plan contenant le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

a) Etablir l'équation de cette trajectoire.

b) Quelle est la nature de cette trajectoire ?

3) Quelles sont les valeurs de la tension $U_0 = |U_{AB}|$ qui permettent la sortie des ions du condensateur ?

4) Un écran fluorescent placé à la distance D = 0,25 m du point I milieu du segment [OO'], perpendiculaire à l'axe (ox) reçoit les ions au point P tel que $HP = 7.10^{-2}$ m.

a) Quelle est la nature du mouvement des ions entre S et P ?

b) Déterminer la tension U_0 en fonction de HP.

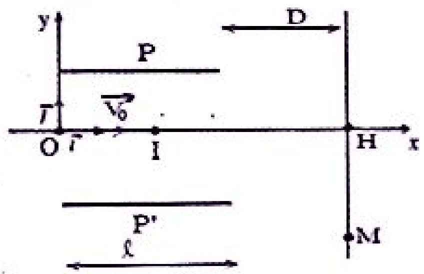
c) Déterminer k en V/m puis en V/cm sachant que $U_0 = k.HP$.

On donne : masse d'un ion ${}^4_2He^{2+}$: m = 4u ; $u = 1{,}66.10^{-27}$ kg ; $e = 1{,}6.10^{-19}$ C.

Exercice 12

Un électron de masse m émis sans vitesse initial est accéléré par une tension $U_0 = 500$ V.

1) Déterminer la vitesse v_0 atteinte par l'électron.



2) Cet électron arrive en O, à la vitesse $\vec{v_0}$, entre les armatures P et P' d'un condensateur plan. Le point O est à mi-distance des armatures et le vecteur $\vec{v_0}$ est parallèle à celles-ci.

Ces armatures ont pour longueur ℓ et la distance qui les sépare est d. On leur applique une tension U positive. Le champ électrique est supposé uniforme entre les deux armatures. Un écran fluorescent est placé perpendiculairement aux armatures à une distance D des armatures.

a) Déterminer l'expression de la hauteur HM en fonction de U_0, U, ℓ, d et D.

b) Déterminer la tension U pour que l'électron sorte du condensateur sans être intercepté par les armatures.

3) Sachant que le vecteur-vitesse $\vec{v_0}$ est incliné sur l'horizontale d'un angle α et dirigé vers le haut, déterminer la valeur de l'inclinaison α pour que l'électron émerge du condensateur parallèlement à OH. On prendra la tension U = 50 V.

Données : $m = 9{,}1.10^{-31}$ kg ; $e = 1{,}6.10^{-19}$ C ; $U_0 = 500$ V ; ℓ = 4cm ; d = 2 cm ; D = 50 cm.

N.B : Dans tout le problème, on négligera l'action de la pesanteur.

Exercice 13

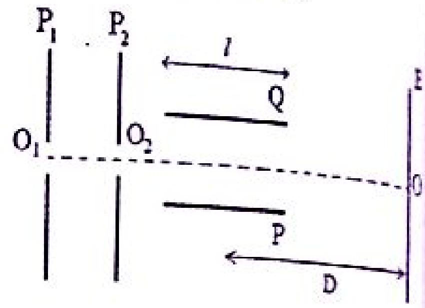
Dans tout l'exercice, on supposera que le mouvement des ions a lieu dans le vide et que leur poids est négligeable.

1) Des ions magnésium $^{24}_{12}Mg^{2+}$, sortant d'une chambre d'ionisation, pénètrent, sans vitesse initiale, par un trou O_1, dans l'espace compris entre deux plaques verticales P_1 et P_2. Losrq'on applique entre ces deux plaques une tension U_0, les ions atteignent le trou O_2 avec la vitesse V_0.

a) Laquelle des plaques P_1 ou P_2 doit – on porter au potentiel le plus élevé ? Justifier.

b) Exprimer la vitesse V_0 en fonction de la charge q, de la masse m d'un ion et de U_0.

c) On donne $U_0 = 4000$ V, calculer la valeur de V_0.



2) A la sortie de O_2, les ions ayant cette vitesse V_0 horizontale, pénètrent entre les armatures P et Q d'un condensateur. On applique entre ces armatures une différence de potentiel positive $U_{PQ} = U$, créant entre elles un champ électrique uniforme vertical.

a) Préciser les caractéristiques de la force électrique à laquelle chaque ion est soumis, on exprimera son intensité en fonction de q, U et de la distance d entre les plaques P et Q.

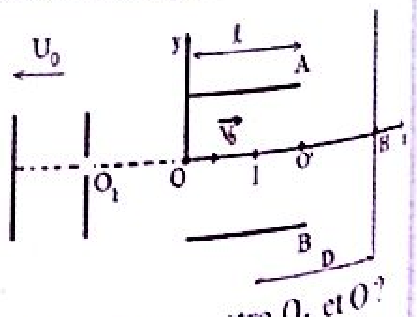
b) Déterminer la nature de la trajectoire d'un ion à l'intérieur de ce condensateur lorsque U garde une valeur constante.

c) On dispose d'un écran vertical E à la distance D du centre des plaques de longueur ℓ.
Exprimer en fonction de q, m, U, V_0, ℓ, D et d, la distance z = OM, M étant le point d'impact d'un ion sur l'écran. La distance OM dépendra t-elle des caractéristiques des ions positifs utilisés ? (On admet que la tangente à la trajectoire au point de sortie S du condensateur passe par le milieu de celui-ci).

On donne : $m = 24\ \mu$; $\mu = 1{,}67.10^{-27}$ kg ; $e = 1{,}6.10^{-19}$ C.

Exercice 14

Une particule chargée positivement (proton) est libérée sans vitesse initiale puis accélérée par une tension U_0. Elle arrive dans un condensateur suivant son axe avec un vecteur-vitesse $\vec{v_0}$ parallèlement à l'axe (OX). La distance qui sépare les plaques du condensateur est d. On négligera le poids de la particule.



1) Déterminer le signe de la tension U_0.

2) Pourquoi dit – on que le mouvement de la particule est rectiligne uniforme entre O_1 et O ? Déterminer la valeur de U_0 pour que la particule arrive en O avec la vitesse v_0.

3) Le proton est – il dévié vers le haut ou vers le bas entre les armatures A et B ? Justifiez.

4) Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire du proton. On prendra comme date $t = 0$, l'instant où le proton pénètre dans le condensateur.

5) Déterminer la déviation angulaire subit par le proton.

6) Déterminer la déflexion électrique.

On donne : $U_{AB} = 100V$; $d = 8$ cm ; $\ell = 8$ cm ; $D = 0,4$ cm ; $e = 1,6.10^{-19}$ C ;
$m = 1,67.10^{-27}$ kg ; $v_0 = 5000$ km/s.

Exercice 15 : BAC 1995

Dans tout l'exercice on considère que les particules se déplacent dans le vide et que leurs poids est négligeable devant les autres forces.

Un spectrographe de masse (schématisé ci-dessous) permet de séparer les atomes de lithium isotopes ^6Li et ^7Li de masses respectives m_1 et m_2. La chambre d'ionisation (C) produit des ions lithium. $^6Li^+$ et $^7Li^+$ qui pénètrent en O', avec une vitesse négligeable dans le champ électrique $\overrightarrow{E_0}$ créé par la différence de potentiel existant entre les deux plaques verticales P et Q. les ions Li^+ seront ainsi accélérées dans le vide jusqu'en O.

1) Quel est le signe de la tension électrique $U_0 = V_P - V_Q$ que l'on établit entre P et Q ?

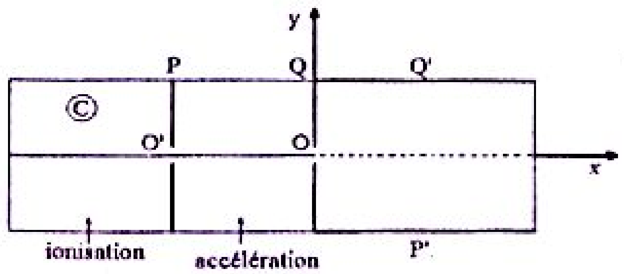
2) Calculer les vitesses v_1 et v_2 des ions $^6Li^+$ et $^7Li^+$ lorsqu'ils atteignent O.

3) En O, les ions Li+ pénètrent dans un champ électrique uniforme $\vec{E}$ créé par la différence de potentiel entre deux plaques horizontales P' et Q', $U_1 = V_{P'} - V_{Q'}$.

a) Quel doit être le signe de la tension électrique U_1 pour que les ions Li^+ soient déviés vers le haut ?

b) Quelle est la sortie des plaques P' et Q' la dérivation des ions $^7Li^+$ et $^6Li^+$ par rapport à la trajectoire d'entrée en O ?

A.N : $|U_0| = 5,00.10^3$ V ; $|U_1| = 3,00.10^3$ V ; $e = 1,6.10^{-19}$ C ; masse d'un nucléon $u = 1,66.10^{-27}$ kg ; distance entre les plaques P' et Q' : $d = 5$ cm ; longueur des plaques P' et Q' : $\ell = 10$ cm.



OSCILLATEURS MECANIQUES DE TRANSLATION

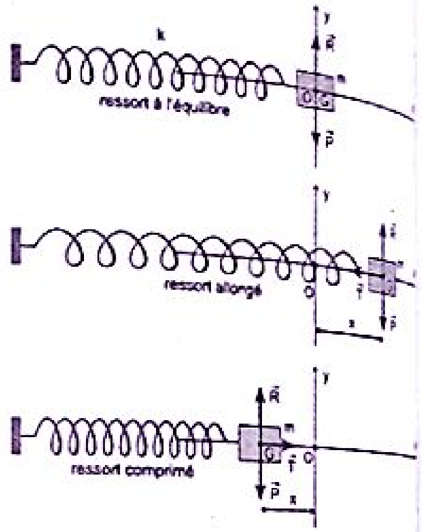
Résumé du cours

I) Définition

Un oscillateur mécanique est un système mécanique animé d'un mouvement périodique. Il est dit harmonique si son abscisse par rapport à sa position d'équilibre est une fonction sinusoïdale de temps.

II) Le pendule élastique horizontale

1) Equation différentielle



Lorsqu'un solide relié à un ressort horizontal effectue des oscillations non amortis autour de sa position d'équilibre, il est soumis à son poids $\vec{P}$, à la tension $\vec{T}$ du ressort et à la réaction $\vec{R}$ du support. En appliquant le T.C.I au système on a : $\vec{P}+\vec{T}+\vec{R}=m\vec{a}$.

Sur x'x : $-T=ma \Rightarrow -kx=m\frac{dx^2}{dt^2} \Rightarrow \frac{dx^2}{dt^2}+\frac{k}{m}x=0$ ou

$\ddot{x}+{\omega_0}^2x=0$ avec $\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}$ = pulsation propre de l'oscillateur (rad/s).

L'équation caractérise un mouvement rectiligne sinusoïdal ou oscillation harmonique.

2) Equation horaire du mouvement

La solution de l'équation différentielle $\frac{dx^2}{dt^2}+\frac{k}{m}x=0$ est de la forme :

$x(t)=X_m\cos(\omega_0 t+\varphi)$ ou $x(t)=X_m\sin(\omega_0 t+\varphi)$ avec X_m : amplitude maximale (m) ; φ : phase à l'origine (rad) et x : élongation du mouvement.

Lorsque t = 0, la vitesse $v_0=0 \Rightarrow x_0=x_m=x_m cos\varphi \Rightarrow cos\varphi=1 \Rightarrow \varphi=0$ alors $x(t)=X_m\cos(\omega_0 t)$.

3) Equation de la vitesse et de l'accélération

La vitesse : $v=\frac{dx}{dt}=-X_m\omega_0\sin(\omega_0 t)$; l'accélération : $a=\frac{dv}{dt}=-X_m{\omega_0}^2\cos(\omega_0 t)$

4) Période propre et fréquence propre

La période propre est $T_0=\frac{2\pi}{\omega_0}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ et la fréquence propre est $N_0=\frac{1}{T_0}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

T_0, N_0 et ω_0 sont les caractéristiques de l'oscillateur.

5) Energie mécanique totale

a) Expression

$E = E_C + E_{PE} + E_{PP} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ (car $E_{PP} = mgz = 0$ avec $z = 0$)

b) Conservation de l'énergie au cours du temps

$\Rightarrow E = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2$; or $x = X_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$ et $v = \dot{x} = -X_m\omega_0\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\Rightarrow E = \frac{1}{2}m[-X_m\omega_0\sin(\omega_0 t + \varphi)]^2 + \frac{1}{2}k[X_m\cos(\omega_0 t + \varphi)]^2$

$\Rightarrow E = \frac{1}{2}mX_m{}^2\omega_0{}^2\sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2}kX_m\cos^2(\omega_0 t + \varphi)$; or $\omega_0{}^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow k = m\omega_0{}^2$

$\Rightarrow E = \frac{1}{2}kX_m{}^2[\sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \cos^2(\omega_0 t + \varphi)]$

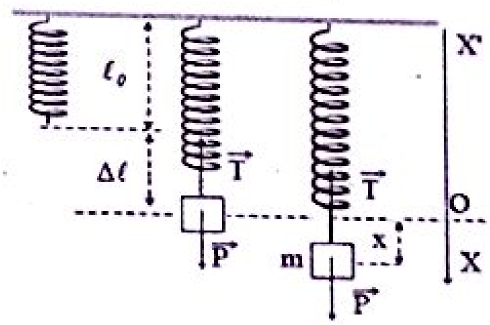
Or $\sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \cos^2(\omega_0 t + \varphi) = 1 \Rightarrow E = \frac{1}{2}kX_m{}^2 = \frac{1}{2}m\omega_0{}^2 =$ constante

Alors il y a conservation de l'énergie mécanique à chaque instant.

III) Le pendule élastique vertical

1) Equation différentielle

Lorsqu'un solide est suspendu à un ressort vertical effectue des oscillations non amortis autour de sa position d'équilibre, il est soumis à son poids $\vec{P}$, et à la tension $\vec{T}$ du fil.



En appliquant le T.C.I au système

on a : $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$.

Sur Ox : $mg - T = ma_x$ or $T = k\Delta l \Rightarrow mg - k\Delta l = m\ddot{x}$

$\Rightarrow mg - k(x + \Delta l) = m\ddot{x} \Rightarrow mg - kx - k\Delta l = m\ddot{x}$

Or $mg - k\Delta l = 0 \Rightarrow -kx = m\ddot{x} \Rightarrow m\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$

ou $\ddot{x} + \omega_0{}^2x = 0$ avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ = pulsation propre de l'oscillateur (rad/s).

$\ddot{x} + \omega_0{}^2x = 0$ avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ = pulsation propre de l'oscillateur (rad/s).

Le mouvement du solide est donc rectiligne sinusoïdal.

2) Equation horaire du mouvement

La solution de l'équation différentielle $m\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ est de la forme :

$x(t) = X_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$ ou $x(t) = X_m\sin(\omega_0 t + \varphi)$ avec X_m : amplitude maximale (m) ; φ : phase à l'origine (rad) et x : élongation du mouvement.

Lorsque t = 0, la vitesse $v_0 = 0 \Rightarrow x_0 = x_m = x_m cos\varphi \Rightarrow cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$ alors $x(t) = X_m\cos(\omega_0 t)$.

3) Equation de la vitesse et de l'accélération

La vitesse : $v = \frac{dx}{dt} = -X_m\omega_0\sin(\omega_0 t)$; l'accélération : $a = \frac{dv}{dt} = -X_m{\omega_0}^2\cos(\omega_0 t)$

4) Période propre et fréquence propre

La période propre est $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ et la fréquence propre est $N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

T_0. N_0 et ω_0 sont les caractéristiques de l'oscillateur.

5) Energie mécanique totale

a) Expression

$E = E_C + E_{PE} + E_{PP} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k(x+\Delta l)^2 - mgx$

$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 + kx\Delta l + \frac{1}{2}k\Delta l^2 - mgx = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}k\Delta l^2 + (k\Delta l - mg)x$

Or à l'équilibre : $k\Delta l - mg\sin\alpha = 0 \Rightarrow E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}k\Delta l^2$

$\Rightarrow E = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}k\Delta l^2$

b) Conservation de l'énergie au cours du temps

$E = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}k\Delta l^2 = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}k\Delta l^2$

$\Rightarrow E = \frac{1}{2}m[-X_m\omega_0\sin(\omega_0 t+\varphi)]^2 + \frac{1}{2}k[X_m\cos(\omega_0 t+\varphi)]^2 + \frac{1}{2}k\Delta l^2$

$\Rightarrow E = \frac{1}{2}m{X_m}^2{\omega_0}^2\sin^2(\omega_0 t+\varphi) + \frac{1}{2}kX_m\cos^2(\omega_0 t+\varphi) + \frac{1}{2}k\Delta l^2$

Or ${\omega_0}^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow k = m{\omega_0}^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2}k{X_m}^2[\sin^2(\omega_0 t+\varphi) + \cos^2(\omega_0 t+\varphi)] + \frac{1}{2}k\Delta l^2$

On sait que $\sin^2(\omega_0 t+\varphi) + \cos^2(\omega_0 t+\varphi) = 1 \Rightarrow E = \frac{1}{2}k{X_m}^2 + \frac{1}{2}k\Delta l^2 =$ constante

Alors il y a conservation de l'énergie mécanique à chaque instant.

IV) Le pendule simple

1) Equation différentielle

Lorsqu'un solide est suspendu à un fil vertical effectue des oscillations non amortis autour de sa position d'équilibre, il est soumis à son poids $\vec{P}$, et à la tension $\vec{T}$ du fil.

Alors : $\sum M(\vec{F}_{ext}) = J\ddot{\theta} \Rightarrow \mathcal{M}(\vec{P}) + \mathcal{M}(\vec{T}) = J\ddot{\theta}$ or $\mathcal{M}(\vec{T}) = 0$ et $\mathcal{M}(\vec{P}) = -mgl\sin\theta$

$\Rightarrow -mgl\sin\theta = J\ddot{\theta} \Rightarrow -mgl\sin\theta = ml^2\ddot{\theta} \Rightarrow -mgl\sin\theta = ml^2\frac{d^2\theta}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0.$

Pour les oscillateurs de faible amplitude $\sin\theta \approx \theta$

$\Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0$ ou $\ddot{\theta} + {\omega_0}^2\theta = 0$ avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$

Cette équation caractérise un mouvement rotation sinusoïdal.

2) Equation horaire du mouvement

La solution de l'équation différentielle $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0$ est de la forme :

$\theta(t) = \theta_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$ ou $\theta(t) = \theta_m\sin(\omega_0 t + \varphi)$ avec θ_m : amplitude maximale (m) ; φ : phase à l'origine (rad) et θ : élongation du mouvement.

Lorsque t = 0, la vitesse $\dot{\theta}_0 = 0 \Rightarrow \theta_0 = \theta_m = \theta_m cos\varphi \Rightarrow cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$ alors $\theta(t) = \theta_m\cos(\omega_0 t)$.

3) Equation de la vitesse et de l'accélération

La vitesse : $\omega = \frac{d\theta}{dt} = -\theta_m\omega_0\sin(\omega_0 t)$; l'accélération : $\ddot{\theta} = \frac{d\omega}{dt} = -\theta_m{\omega_0}^2\cos(\omega_0 t)$

4) Période propre et fréquence propre

La période propre est $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ et la fréquence propre est $N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$

5) Energie mécanique totale

E = $E_C + E_{PP} = \frac{1}{2}ml\omega^2 - mglcos\theta$

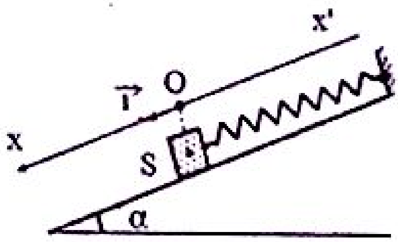
Exercice d'application

Un solide S de masse m = 0,2 Kg peut glisser sans frottement sur un banc à coussin d'air incliné d'un angle α = 30° avec l'horizontale. Le solide S est relié à un ressort qui s'allonge de 6 cm à l'équilibre. L'autre extrémité du ressort est fixée.

1) Faire le bilan des forces appliquées au solide et les représenter.

2) Calculer la raideur k du ressort à l'équilibre.

3) On tire le solide vers le bas de 5cm à partir de sa position d'équilibre, puis on abandonne sans vitesse initiale.



a) Etablir l'équation différentielle du mouvement.

b) En déduire la période des oscillations.

c) Déterminer les lois horaires x(t) et v(t), respectivement de l'abscisse et de la vitesse de S.

d) Calculer l'énergie mécanique de l'oscillateur. On prendra l'énergie potentielle de pesanteur nulle à la position d'équilibre et l'énergie potentielle élastique nulle lorsque le ressort n'est ni allongé ni comprimé.

4) Le solide se détache du ressort à son premier passage par sa position d'équilibre.

a) Décrire le mouvement du solide S en calculant sa nouvelle accélération.

b) Déterminer la nouvelle loi horaire x'(t).

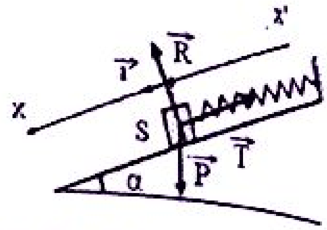
c) En déduire à la date t = 2s, la vitesse atteinte par S et son énergie mécanique.

On donne : On prendra : g = 9,8$m.s^2$

Correction

1) Bilan des forces appliquées au solide et représentation.

Le solide S de masse m est soumis à son poids $\vec{P}$; à la tension $\vec{T}$ du ressort et à la réaction $\vec{R}$.



2) Calculons la raideur k du ressort à l'équilibre.

A l'équilibre : $\vec{P}+\vec{T}+\vec{R}=\vec{0} \Rightarrow$ Suivant l'axe Ox' : mgsinα − T = 0 ⇒ T = $k\Delta l$ = mgsinα

$\Rightarrow k = \frac{mg\sin\alpha}{\Delta l} = \frac{0,2\times 9,8\times 0,5}{0,06} = 16,33$ N/m.

3) a) Equation différentielle du mouvement.

En appliquant le théorème du centre d'inertie : $\vec{P}+\vec{T}+\vec{R}=m\vec{a}$

Suivant Ox' : mgsinα − T $= ma = m\frac{dx^2}{dt^2} \Rightarrow$ mgsinα $- k(x+\Delta l) = m\frac{dx^2}{dt^2} \Rightarrow -kx = m\frac{dx^2}{dt^2}$

car mgsinα $- k\Delta l = 0 \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2}+\frac{k}{m}x = 0$, en posant ${\omega_0}^2 = \frac{k}{m}$ on a : $\ddot{x}+{\omega_0}^2x = 0$

b) Déduisons la période des oscillations.

La période propre : $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,2}{16,33}} = 0,7$ s.

c) Déterminons les lois horaires x(t) et v(t), respectivement de l'abscisse et de la vitesse de S.

$x(t) = x_m\cos(\omega_0 t+\varphi)$.

A t = 0, $v_0 = 0 \Rightarrow x_m = x_m cos\varphi \Rightarrow cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$.

$x(t) = x_m\cos(\omega_0 t) \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{16,33}{0,2}} = 90,36$ rad/s.

$x(t) = 5.10^{-2}\cos(90,36t)$ et $v = -x_m\,\omega_0\sin(\omega_0 t)$

$v(t) = 5.10^{-2}\times 90,36\sin(90,36t) = -4,518\sin(90,36t)$

d) Calculons l'énergie mécanique de l'oscillateur.

$E = \frac{1}{2}kx_m^2+\frac{1}{2}k\Delta l^2 = \frac{1}{2}k(x_m^2+\Delta l^2)$

$E = \frac{1}{2}\times 16,33[(0,05)^2+(0,06)^2] = 4,98.10^{-2}$ J

4) a) Décrivons le mouvement du solide S en calculant sa nouvelle accélération.

Lorsque le solide se détache du ressort, il sera soumis à son poids $\vec{P}$ et à la réaction $\vec{R}$ de la piste. En appliquant le T.C.I on aura : $\vec{P}+\vec{R}=m\vec{a}$ et suivant xx' : mgsinα $= ma$ $\Rightarrow a =$ gsinα > 0 alors le mouvement du solide après le détachement du ressort est uniformément accéléré.

b) Déterminons la nouvelle loi horaire x'(t).

$x'(t) = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 4{,}9t^2 = 2{,}45t^2$ alors $x'(t) = 2{,}45t^2$

c) Déduisons à la date t = 2s, la vitesse atteinte par S et son énergie mécanique.

$E = E_C + E_{PP} = \frac{1}{2}mv^2 - mgxsin\alpha$ avec $v = at = 4{,}9t$ et $x = 2{,}45t^2$

A t = 0, $v = 4{,}9 \times 2 = 9{,}8$ m/s et $x = 2{,}45 \times (2)^2 = 9{,}8$ m

Alors $E = \frac{1}{2} \times 0{,}2 \times (9{,}8)^2 - 0{,}2 \times 9{,}8 \times 9{,}8 \times sin30° = 9{,}604 - 9{,}604 = 0 \Rightarrow E = 0$

Série d'exercices

Exercice 1

L'équation horaire du mouvement d'un oscillateur mécanique sinusoïdal est donnée par la relation $x(t) = 3\cos\left(20t - \frac{\pi}{4}\right)$ avec x en cm et t en s.

1) Quelle est la valeur de :

a) l'amplitude X_0 ?

b) la pulsation propre w_0 ?

c) la fréquence propre N_0 ?

d) la période propre T_0 ?

2) Exprimer la vitesse et l'accélération de l'oscillateur à chaque instant.

3) Calculer l'amplitude de la vitesse (vitesse maximale) et l'amplitude de l'accélération.

4) Calculer la vitesse et l'élongation aux instants t = 0s et t = 2s.

5) Calculer l'énergie mécanique de l'oscillateur sachant que sa masse est 100 g.

Exercice 2

Deux mobiles ponctuels M_1 et M_2 se déplacent sur un axe $(x'x)$ d'origine O. Ils sont repérés sur cet axe par $\overline{OM_1} = x_1$ et $\overline{OM_2} = x_2$ tels que : $x_1 = 2.\cos\left(40\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ et

$x_2 = 3.\cos\left(20t + \frac{\pi}{4}\right)$; (x en cm, t en s, angle en rad).

1) Préciser l'amplitude, la pulsation, la période, la fréquence et la phase initiale du mouvement de chaque mobile.

2) Quelles sont les longueurs décrites par M_1 et M_2 ?

3) a) Quelles sont les vitesses de M_1 et M_2 à la date t ?

b) En déduire les vitesses maximales de M_1 et M_2 et la vitesse de M_1 à la date t = 1 s.

4) a) Déterminer l'équation différentielle du mouvement de chaque mobile.

b) En déduire l'accélération algébrique de M_1 lorsque le mobile passe par le point d'abscisse $x = -1$ cm.

Exercice 3

Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal d'amplitude $X_m = 15$ cm et de période T = 2s.

A l'instant t = 0, le mobile est à sa position d'élongation maximale.

1) Ecrire l'équation horaire du mouvement.

2) Calculer l'élongation, la vitesse et l'accélération du mobile à l'instant t = 0,5 s.

3) A quel instant le mobile passe – t – il pour la première fois au point d'abscisse $x = -7{,}5$ cm ? Calculer la vitesse du mobile et son accélération à cet instant.

Exercice 4

A) Un mobile M, animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal, met 200 ms pour faire un aller et retour. A la date t = 0 s, il est à l'élongation maximale 0,24 m et sa vitesse est nulle.

1) Déterminer la période des oscillations.

2) Ecrire l'équation horaire du mouvement de M.

B) Un mobile, assimilé à un point matériel M, est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal dont l'amplitude est 4 cm et de fréquence N = 10 Hz.

L'origine des abscisses est prise au milieu O du segment [AB] décrit par le mobile. L'origine des temps est prise à l'instant où le mobile passe en O, de A vers B, dans le sens positif.

1) Définir mouvement rectiligne sinusoïdal et écrire l'équation horaire de l'abscisse du mobile x = f(t).

2) Donner les expressions algébriques de la vitesse et de l'accélération a du mobile à l'instant t.

3) Calculer leurs valeurs aux points O et B.

Exercice 5

Un solide S de masse m = 100 g est fixé à l'extrémité libre d'un ressort horizontal à spires non jointives de raideur K = 10 N/m. Le solide, écarté de sa position d'équilibre puis relâché, oscille horizontalement, sans frottement.

1) Déterminer l'équation différentielle du mouvement du solide.

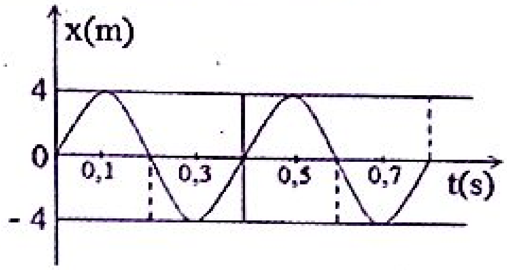
2) Calculer les valeurs de la pulsation propre ω_0 et la période T_0 de l'oscillateur.

3) A l'instant t = 0, choisi comme origine des dates, l'abscisse du solide étant $x_0 = +2$ cm, avec une vitesse $|v_0| = 0{,}2$ m/s dirigée vers la position d'équilibre. Déterminer l'équation horaire du mouvement.

4) Calculer l'élongation du mouvement à la date t = 0,6 s.

Exercice 6

L'équation horaire du mouvement sinusoïdal d'un point mobile est représenté selon la Figure ci - contre :



1) Déterminer la pulsation et l'amplitude du mouvement.

2) Etablir l'équation horaire du mouvement sinusoïdal du mobile sachant que la solution de cette équation est sous la forme : $x(t) = Xm.\cos(\omega_0 t + \varphi)$.

3) a) Déterminer par le calcul, la position, la vitesse et l'accélération à l'instant $t = T/4$.

b) Retrouver graphiquement la valeur de la position et indiquer le sens du mouvement ($t = T/4$).

4) Déterminer la deuxième date de passage à $x = 0$ après le départ en allant dans le sens négatif.

Exercice 7

On dispose d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur K. A l'une des extrémités du ressort, on raccroche un solide S de masse m = 0,2 kg. L'ensemble (ressort + solide) peut glisser sans frottement sur une tige horizontale. On étudie le mouvement du centre d'inertie G de S dans le repère (O ; i) ; O étant la position à l'équilibre. On écarte S de sa position d'équilibre et on le libère sans vitesse initiale. A l'instant t_0, choisi comme abscisse est $x_0 = +3$ cm, sa vitesse $v_0 = 0{,}1$ m/s est dirigée vers la position d'équilibre.

1) Calculer l'énergie mécanique de l'oscillateur à l'instant t_0 sachant que l'énergie potentielle est nulle pour la position d'équilibre.

2) En appliquant le principe de conservation de l'énergie mécanique, déterminez :

a) La vitesse de S au passage par la position d'équilibre.

b) Les positions de G pour lesquelles la vitesse s'annule.

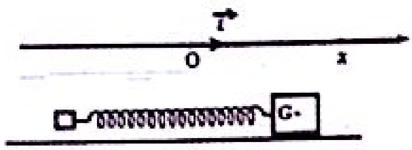
3) Etablir l'équation différentielle du mouvement.

On donne : K = 5 N/m.

Exercice 8

Un solide S de masse m, de centre d'inertie G, accroché à un ressort R à spires non jointives, peut glisser sans frottements le long d'un plan horizontal.

L'ensemble constitue un oscillateur élastique horizontal, non amorti. La masse du ressort est négligeable devant la masse m du solide.



On étudie le mouvement de translation du solide S dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Lorsque le solide S est en équilibre, son centre d'inertie G se situe à la verticale du point O. On donne : K = 4 N/m.

A la date t = 0 s, le solide est écarté de 0,1 m de sa position d'équilibre puis abandonné sans vitesse initiale.

1) Représenter et nommer les forces appliquées au solide S.

2) Etablir l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie du solide en appliquant le théorème du centre d'inertie.

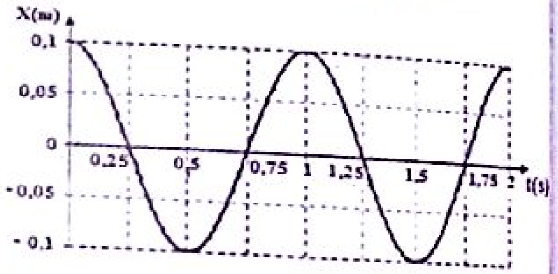
3) Une solution de l'équation différentielle peut s'écrire sous la forme :

$x(t) = X_m \cos\left(\frac{2\pi t}{T_0} + \varphi\right)$ avec X_m est l'amplitude et φ la phase initiale.

Déterminer l'expression de la période T_0 en fonction de m et de k.

4) Etablir l'expression de l'énergie mécanique du système en fonction de k, m, x et $\dot{x}$ (avec $\dot{x}$ la dérivée première de x) sachant que l'énergie potentielle de pesanteur est choisie nulle dans le plan horizontal passant par G.

5) On procède à l'enregistrement des positions successives de G au cours du temps par un dispositif approprié. On obtient la courbe ci - contre :



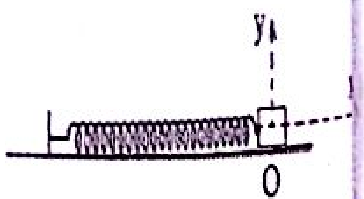
a) Pour quelles dates l'énergie potentielle élastique du système {ressort + solide} est maximale ?

b) Calculer l'énergie cinétique du système.

c) Calculer la valeur de l'énergie mécanique du système.

Exercice 9

On dispose d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur K = 10 N/m. On accroche à l'extrémité libre du ressort, un solide de masse m = 0,1 kg qui peut glisser sans frottement sur un plan horizontal. Le centre de gravité G du ressort est alors confondu avec O, origine du repère. On tire sur le solide jusqu'à ce que l'abscisse de G soit égale à X_m = 0,04 m et on le lâche sans vitesse initiale à la date t = 0.



1) Déterminer la valeur de la tension T du ressort pour laquelle un allongement est égal à l'amplitude maximale.

2) Etablir l'expression de l'équation différentielle de ce mouvement.

3) Ecrire l'expression de ω_0 en fonction de k et m.

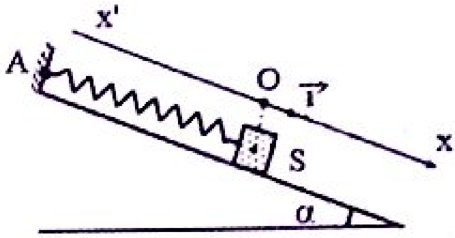
4) Déduire la période T_0 et la fréquence N_0. Donner sa valeur numérique.

5) Sachant que la solution de l'équation différentielle est de la forme : $x(t) = Xm.\cos(\omega_0 t + \varphi)$, déterminer cette équation.

Exercice 10

Un ressort est accroché à l'une de ses extrémités en un point A. A l'autre extrémité du ressort est accroché un solide S de masse m = 600 g.

L'ensemble est posé sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à horizontale. Le ressort s'allonge de 10cm.



1) Calculer la raideur k du ressort.

2) On tire le solide de 7cm vers le bas et on le lâche sans vitesse à l'instant t = 0. On prend comme origine spatiale la position G_0 du centre d'inertie G du solide S à l'équilibre.

L'abscisse x de G à l'instant t sera déterminée sur l'axe $(O, \vec{i})$.

a) Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement du solide.

b) Calculer la pulsation propre ω_0.

c) Etablir l'équation horaire du mouvement du solide S.

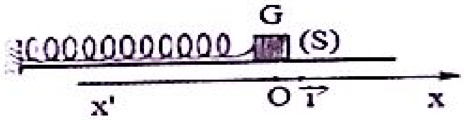
3) Sachant que l'énergie potentielle de pesanteur est nulle pour le solide S dans sa position d'équilibre, calculer l'énergie mécanique de l'oscillateur.

On donne : g = 10N/kg.

Exercice 11

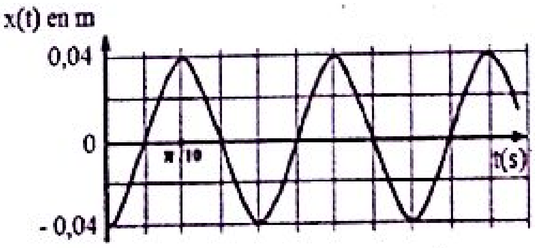
Un solide S de masse m est accroché à un ressort à spires non jointives de raideur k.

L'ensemble est posé sur un banc à coussin d'air horizontal comme indique la figure ci – contre.



A l'équilibre le ressort n'est ni allongé ni comprimé.

Lorsque le solide S est à l'équilibre, la position du centre d'inertie G coïncide avec l'origine O du repère $(O, \vec{i})$. En écartant le solide S de sa position d'équilibre et en l'abandonnant à lui-même à t = 0, le solide S effectue des oscillations dont l'enregistrement est schématisé sur la figure ci - contre.



1) Le solide S est écarté vers la droite ou vers la gauche ? Justifier votre réponse.

2) Déterminer la valeur de la période T_0 de ces oscillations, puis en déduire la valeur de la pulsation correspondante.

3) Déterminer l'amplitude des oscillations et la phase initiale φ à t = 0.

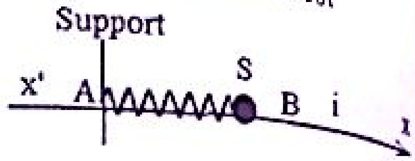
4) Ecrire l'équation horaire x = f(t).

5) En déduire que l'énergie mécanique E_m du système S, reste constante au cours du temps, sachant qu'au niveau de la position d'équilibre du solide l'énergie potentielle de pesanteur est supposée nulle et que ${\omega_0}^2 = \frac{k}{m}$.

Exercice 12

Le solide S de masse m = 50 g glisse sans frottements sur une tige horizontale AB.

Il est fixé à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives de masse négligeable, de longueur vide du ressort est $\ell_0 = 20$ cm et de raideur K = 5N/m. L'autre extrémité du ressort est accroché en A.



La tige AB est fixée en A à un support.

1) On repère la position du centre d'inertie du solide S par son abscisse sur un axe xx' parallèle à la tige AB. Quand l'ensemble est en équilibre, le ressort n'étant déformé, le centre d'inertie du solide S occupe la position initiale G_0 d'abscisse x = 0. On écarte le solide dans le sens positif et lâche le système sans vitesse initiale. Le ressort s'allonge de 5cm.

a) Etablir l'équation différentielle du mouvement du solide S.

b) En déduire la nature du mouvement du solide S.

c) Etablir l'équation horaire du mouvement du solide S en prenant comme origine des dates l'instant de passage du solide S par sa position d'équilibre avec une vitesse positive.

d) Calculer sa vitesse lors du premier passage par sa position d'équilibre.

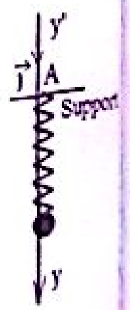
2) L'ensemble tourne maintenant à la vitesse angulaire ω autour de l'axe verticale passant par A.

a) Exprimer l'allongement Δl que prend ce ressort en fonction de m, ℓ_0, K et ω.

b) Calculer sa valeur lorsque ω = 6rad/s.

Exercice 13

Un oscillateur harmonique est constitué d'un ressort de masse négligeable suspendu à un point fixe A. On accroche à ce ressort de longueur à vide du ressort est $\ell_0 = 20$ cm, un solide ponctuel S de masse m = 0,2 kg et de centre d'inertie G. Le ressort s'allonge de 8 cm.



1) a) Ecrire les conditions d'équilibre de la masse dans le champ de pesanteur.

b) Calculer la constante de raideur k du ressort.

2) On tire le solide S verticalement vers le bas, il s'allonge de 2 cm de plus. On lâche ensuite le solide sans vitesse initiale. On prendra comme origine des déplacements la position d'équilibre du ressort avec le solide accroché. L'axe vertical (O, $\vec{j}$) est orienté vers le bas.

a) Représenter et nommer les forces qui s'exercent sur le solide S.

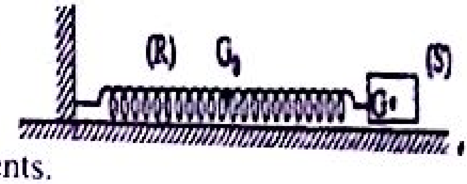
b) Etablir l'équation différentielle du mouvement.

c) Déterminer l'équation horaire du movement.

On donne : g = 10 m/s².

Exercice 14

Un oscillateur mécanique est constitué d'un ressort à spires non jointives de raideur k = 40 N/m dont l'une des extrémités est fixée à un solide S de masse m = 0,1 kg et l'autre à extrémité à un ressort est fixe (voir figure ci – contre). On néglige tous les frottements.



Le solide S se déplace sur un plan horizontal et la position du centre d'inertie G est donnée par le vecteur position $\overrightarrow{OG}$. L'origine du repère est choisie de telle sorte que lorsque l'oscillateur passe par sa position d'équilibre, le solide se retrouve au point G.

1) Sur un schéma clair représenter les forces appliquées au solide S lorsque $\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{x_1}$ avec $x \neq 0$

2) Etablir l'équation différentielle du mouvement du solide S.

3) Calculer la pulsation propre ω_0 et la période propre T_0 de l'oscillateur.

4) On écarte le solide S de sa position d'équilibre d'une distance $X_0 = +3$ cm et on le lâche sans vitesse initiale à une date prise comme origine des temps.

Etablir l'équation horaire du mouvement du solide S.

5) Exprimer en fonction du temps :

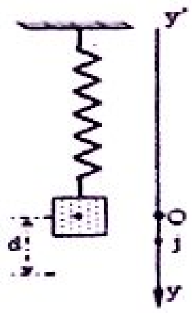
a) l'énergie cinétique de l'oscillateur.

b) l'énergie potentielle élastique de l'oscillateur.

6) Montrer que l'énergie mécanique de l'oscillateur est constante.

Exercice 15

I) On réalise le montage de la figure ci – contre avec un solide de masse m = 0,45 g est suspendu à l'extrémité d'un ressort vertical dont l'autre extrémité est fixe. La constante de raideur du ressort vaut k = 28N/m.



1) a) Etablir l'équation différentielle régissant le mouvement du solide.

b) Calculer la pulsation propre ω_0 de l'oscillateur.

c) Calculer la période T_0.

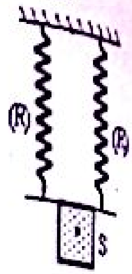
2) A partir de la position d'équilibre, on le tire verticalement vers le bas d'une longueur d = 8cm et on le lâche sans vitesse initiale.

a) Etablir l'équation horaire du mouvement du solide, en prenant comme origine des espaces le point O et origine des temps $x_0 = 0$.

b) Déterminer la vitesse du solide lorsque celui-ci s'est déplacé de 4 cm par rapport à sa position d'équilibre.

c) Calculer l'énergie mécanique de l'oscillateur.

II) On réalise montage le montage de la figure ci – contre avec le même solide et deux ressorts identiques.



1) Etablir l'équation différentielle du mouvement du solide.

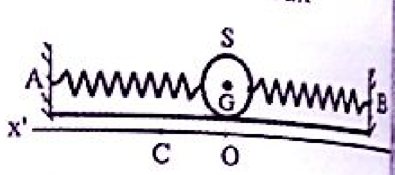
2) Calculer la pulsation propre ω_0'.

3) Calculer la période propre T_0'.

4) Etablir une relation qui lie T_0 et T_0'.

Exercice 16

Un solide S de masse m = 700 g, mobile sur une table horizontale, est accroché à deux ressorts identiques, de masse négligeable, tendus entre A et B comme l'indique la figure ci- contre.



Ces ressorts, de constante de raideur $k_1 = k_2 = k = 20N/m$ et de longueur à vide $\ell_{0_1} = \ell_{0_2} = 15cm$. Lorsque le solide est en équilibre $l_1 = l_2 = 22cm$.

Les frottements sont supposés négligeables.

On écarte le solide de sa position d'équilibre de telle sorte que son centre d'inertie G se déplace dans la direction AB vers A de $\overline{OG} = -2cm$, puis on l'abandonne sans vitesse initiale, à un instant qui sera choisi comme origine des dates.

1) Etablir l'équation différentielle du mouvement de ce solide.

2) Calculer :

a) la pulsation ω_0.

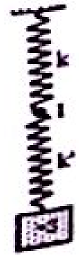
b) la période T_0.

c) la vitesse maximale de l'oscillateur.

d) l'énergie mécanique de l'oscillateur.

Exercice 17

Un pendule élastique vertical est constitué en associant deux ressorts de raideurs k_1 et k_2, fixés l'un à la suite de l'autre. Un solide S de masse m est accroché à l'extrémité libre du 2[ème] ressort.



1) Ecrire la condition d'équilibre du solide S.

2) Etablir l'équation différentielle de cet oscillateur.

3) Montrer que sa période est : $T = 2\pi\sqrt{m\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right)}$

4) Calculer cette période puis la pulsation propre ω_0, sachant que l'ensemble de deux ressorts s'allonge de 5cm si l'on dispose verticalement l'axe du système. On donne : $g = 9,8N/kg$.

Exercice 18

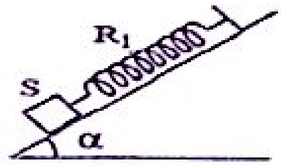
On dispose d'un ressort R_1, de masse négligeable et de raideur k_1. L'une des extrémités est fixée à un support rigide et à l'autre extrémité est suspendu un solide S de masse m = 100 g.

On déplace le solide S verticalement vers le bas d'une distance x.

1) On réalise une expérience qui consiste à étudier le mouvement d'un solide lorsqu'on le lâche sans vitesse intiale.

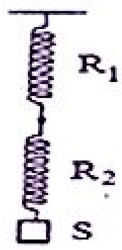
a) Etudier le mouvement du solide S.

b) Pour une durée de 2,98 s, le solide S effectue dix oscillations. Calculer la constante de raideur k_1.



2) L'ensemble (ressort R_1 + solide S) est posé sur un plan incliné comme l'indique la figure ci – contre. Calculer la période des oscillations du solide S sachant qu'on néglige tous les frottements.

3) Au ressort R_1 précédent est accroché un ressort R_2 de masse négligeable et de constante de raideur k_2. On accroche à l'ensemble le même solide S comme l'indique la figure ci – contre. Le système est en équilibre.



a) Donner l'expression des allongements x_1 et x_2 des 2 ressorts.

b) Déterminer en fonction de k_1 et k_2 la raideur k du ressort équivalent.

4) On déplace le solide S verticalement vers le bas et on le lâche.

a) Calculer la période T' des oscillations du solide S.

b) Déterminer la valeur numérique de la période T' pour k_2 = 20 N/m.

Exercice 19 : BAC 1996

1) On se propose de déterminer expérimentalement la raideur d'un ressort à spires non jointives de masse négligeable. Pour cela, on dispose d'un ressort suspendu verticalement à un ressort, d'un chronomètre et d'une série de masses marquées. Pour chaque masse suspendue à l'extrémité libre du ressort on mesure la durée t de 10 oscillations. On a préalablement vérifié que la période T est indépendante de l'amplitude des oscillations. Les résultats obtenus sont donnés dans le tableau suivant :

Masse M(g)	50	75	100	125	150	200
t = 10T(s)	5,2	6,7	7,5	8,3	9,2	10,7
T_2 (S2)						
T_2/M (S.I)						

a) Compléter le tableau et faire la représentation graphique de la fonction $T_2 = f(M)$.

b) La masse étant déplacée de sa position d'équilibre, appliquer la relation fondamentale de la dynamique au système et établir l'expression de la période T en fonction de M et de la raideur K du ressort. Le graphe obtenu au a) est-il en accord avec cette expression ?

c) Déterminer graphiquement la raideur k du ressort.

2) on accroche à l'une des extrémités de ce ressort étalonné, un solide (S), de masse M= 175g, qui peut glisser sans frottement sur une table horizontale ABC. L'autre extrémité du ressort est fixée comme l'indique la figure 2. On déplace (S) de sa position d'équilibre d'une longueur $G_OG_1 = a = 0,5$ cm et on le lâche sans vitesse initiale, G_O et G_1 étant les positions respectives du centre de gravité.

a) Montrer que le mouvement de (S) sera rectiligne sinusoïdal. En déterminant la pulsation ω et la période T.

b) Donner l'équation horaire du mouvement en choisissant pour instant initial l'instant où le solide (S) a été lâché.

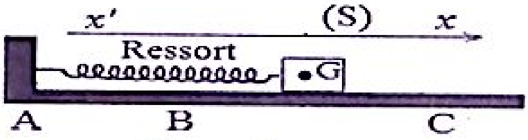


Figure 2

<u>Exercice 20</u> : BAC 1998

A) Un solide S qui repose sur une table plane et horizontale est maintenu entre deux ressorts identiques R_1 et R_2 de masses négligeables. Les deux ressorts sont fixés en A et B (figure N°2).

On donne :

- masse du solide S : M = 600g
- Longueur à vide des ressorts : $\ell_0 = 0,15$ m
- Longueur des ressorts lorsqu'ils sont accrochés à S : $\ell = 0,18$ m.
- Raideur d'un ressort : k = 13 N/m.

1) Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le solide S à l'équilibre.

2) Le centre d'inertie I du solide S est écarté de sa position d'équilibre O suivant la direction X'X. On amène I en un point C tel que $\overrightarrow{OC} = 2$ cm puis on abandonne le solide S sans vitesse initiale. La position de I est donc repérée par son abscisse $x = \overline{OI}$. En choisissant comme origine des temps l'instant où le solide S est abandonné sans vitesse initiale, établir l'équation différentielle du mouvement, puis la loi horaire de I. En déduire la pulsation ω_0 ainsi que période de T_0.

3) Calculer l'énergie cinétique maximale du solide S. pour quelle abscisse x du cette valeur maximale de l'énergie cinétique est – elle atteinte ?

B) On considère maintenant que les deux ressorts ne sont pas identiques, mais toujours de masses négligeables (Figure N°3)

Le solide S est une sphère de rayon r = 5 cm. La distance AB est égale à 70 cm (AB = 70 cm). Les raideurs respectives sont $k_1 = 15N/m$ et $k_2 = 10N/m$ et les longueurs à vide $\ell_{0_1} = \ell_{0_2} = 25$ cm.

1) Lorsque le solide S est à l'équilibre le ressort R_1 est allongé de $X_{0_1} = 4$ cm. Quel est l'allongement X_{0_2} du ressort R_2 ?

2) Le solide S est écarté de sa position d'équilibre de $X_0 = 5$ cm vers A suivant la direction AB, et on l'abandonne sans vitesse initiale. Montrer que l'ensemble constitue un oscillateur harmonique dont on précisera la pulsation ω et la période T.

3) Donner l'expression de l'énergie cinétique du solide S en translation à une date t.

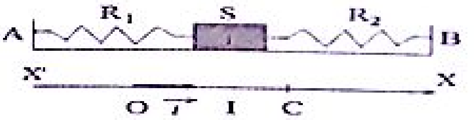


Figure 2

Figure 3

Exercice 21 : BAC 2001

Un ressort de longueur $\ell_0 = 25$ cm s'allonge de 10 cm lorsqu'on lui suspend une masse de 500 g. ce ressort, supportant un corps A de masse M = 500 g, est attaché à son extrémité à un fil inextensible, de masse négligeable, passant sur la gorge d'une poulie de masse négligeable. L'autre extrémité du fil supporte un corps B de même masse M que le corps A.

1) On met sur A une petite charge m = 80 g ; le système est abandonné à lui-même, le ressort et le brin de fil supportant B étant verticaux. Calculer l'accélération a_1 du système et la longueur L_1 du ressort.

2) Le ressort est maintenant parallèle à la ligne de plus grande pente d'un plan incliné formant un angle $\alpha = 30°$ avec l'horizontale. Le corps A glisse sans frottement sur ce plan incliné, le brin de fil supportant B étant vertical. Calculer l'accélération a_2 du système et la longueur L_2 du ressort.

Exercice 22 : Bac 2005

1) Un ressort hélicoïdal à spires non jointives, de constante de raideur K, suspendu par une de ses extrémités à un point fixe, a pour longueur à vide $\ell_0 = 15$ cm.

On suspend à l'autre extrémité un solide de masse M = 300 g.

La longueur du ressort devient alors $\ell_1 = 21$ cm.

Déterminer la constante de raideur du ressort.

2) Le ressort est à présent fixé par l'une de ses extrémités à un point E du sommet d'un plan incliné d'angle α et a pour longueur à vide $\ell_0 = 15$ cm. Le solide S accroché à l'autre extrémité du ressort peut glisser sans frottement sur le plan incliné.

a) Faire le schéma et représenter les forces appliquées au solide S à l'équilibre.

b) Déterminer l'allongement $\Delta\ell$ du ressort en fonction de k, M, g et α.

c) Calculer $\Delta\ell$ pour $\alpha = 30°$.

3) On écarte le solide de sa position d'équilibre de $x_0 = 6$ cm en le tirant vers le bas et on l'abandonne sans vitesse initiale à un instant t = 0 que l'on prendra comme origine des dates.

a) Déterminer l'équation différentielle du mouvement de S.

En déduire la pulsation ω_0 et la période des oscillations harmoniques.

b) En prenant comme origine des abscisses la position de S à l'équilibre, donner l'équation horaire du mouvement en précisant les valeurs de l'amplitude et de la phase.

c) Calculer le temps au bout duquel le solide S passe pour la première fois par sa position la plus haute.

4) Calculer l'énergie mécanique de S et montrer qu'elle se conserve au cours du temps.

Dans tout l'exercice on prendra $g = 10\ m.s^{-2}$.

VIBRATION ET PROPAGATION

GENERALITE

Résumé du cours

I) Définitions

❖ Un **phénomène périodique** est un phénomène qui se reproduit, identique à lui – même pendant des intervalles de temps successifs et égaux appelée période T.

Exemples : les battements du cœur ; affichage des différentes couleurs d'un feu tricolore ; mouvements des aiguilles d'une montre ; pendule simple ; rotation de la Lune autour du Terre ; rotation de la Terre autour du Soleil ; les ondes….

❖ Un **phénomène vibratoire** est un mouvement qui s'effectue de part et d'autre d'une position d'équilibre. Il est caractérisé par sa fréquence $N = \frac{1}{T}$ avec N (en Hz) et T (en s).

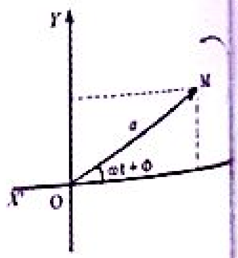
Exemples : mouvement d'une lame vibrante ; les oscillations des branches d'un diapason ; mouvement des oscillateurs mécaniques ; mouvement d'une balançoire ; courant alternatif....

II) Vibrations sinusoïdales

1) Définition

Un mouvement vibratoire est dit sinusoïdal lorsque l'élongation du solide en mouvement ou d'un point vibrant est une fonction sinusoïdale de temps de la forme : $x = a.cos(\omega t + \varphi)$ ou $y = a.sin(\omega t + \varphi)$ avec a : amplitude ou élongation maximale (m) ; ω : la pulsation du mouvement (rad/s) ; $\omega t + \varphi$: la phase du mouvement ; φ : la phase initiale (rad).

2) Représentation de Fresnel



Toute fonction sinusoïdale : $y = a.cos(\omega t + \varphi)$ ou $y = a.sin(\omega t + \varphi)$ peut – être représenté au moyen d'un vecteur $\overrightarrow{OM}$ tournant dans le sens trigonométrique avec une vitesse angulaire ω. Ce vecteur est appelé vecteur de Fresnel.

3) Déphasage entre deux fonctions

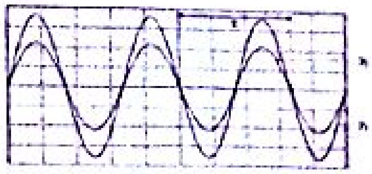
On appelle déphasage ou déphasage angulaire entre deux fonctions sinusoïdales $y_1 = a.sin(\omega t + \varphi_1)$ et $y_2 = a.sin(\omega t + \varphi_2)$, la grandeur notée $\Delta\varphi$ tel que : $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$

❖ Si $\Delta\varphi > 0$ alors y_2 est en avance par rapport à y_1.

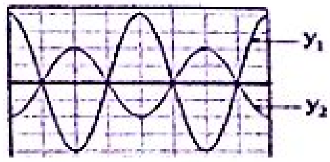
❖ Si $\Delta\varphi < 0$ alors y_2 est en retard de phase sur y_1.

4) Décalage horaire

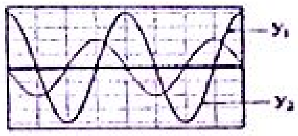
Le déphasage est équivaut au décalage horaire c'est-à-dire le temps mis par l'onde pour repasser au même point, il est noté $\theta = \frac{\Delta\varphi}{\omega}$



❖ Si $\Delta\varphi = 2k\pi \Rightarrow \theta = kT$ alors les deux fonctions y_1 et y_2 sont dites en phase. Elles s'annulent en même et sont maximales et minimales en même temps.



❖ Si $\Delta\varphi = (2k+1)\pi \Rightarrow \theta = (2k+1)\frac{T}{2}$ alors les deux fonctions y_1 et y_2 sont dites en opposition de phase. Elles s'annulent en même mais quand l'une est maximale l'autre est minimale et inversement.



❖ Si $\Delta\varphi = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta = (2k+1)\frac{T}{4}$ alors les deux fonctions sont dites en quadrature de phase. Quand l'une s'annule, l'autre est maximale ou minimale et inversement.

5) **Etude expérimentale d'un mouvement vibratoire : La stroboscopie**

Un stroboscope est une source lumineuse qui émet périodiquement des éclairs très brefs, dont on peut faire varier la période T_e donc la fréquence N_e.

La stroboscopie est le procédé original pour l'étude des mouvements vibratoires. Elle consiste à ralentir voire immobiliser de façon apparente le phénomène.

a) **Principe**

Pour observer un phénomène périodique de période T, on éclaire le dispositif (disque en rotation, lame vibrante ; diapason …) par une suite d'illuminations très claire de période T_e ou T' (période des éclairs). On substitue ainsi aux phénomènes réels un mouvement apparent dont les caractéristiques dépendent de T_e et T'.

Cette source d'illumination peut être obtenue soit en perforant une plaque à l'aide des trous régulièrement espace ou encore en utilisant une source de lumière intermittente.

b) **Etude du mouvement d'un disque tournant**

Soit un disque tournant à la fréquence N et portant un rayon peint. On l'éclaire à l'aide d'un stroboscope de fréquence N_e variable. $T = \frac{1}{N}$ est la période de rotation du disque tournant à la vitesse angulaire ω constante.

Si N_e est la fréquence des éclairs alors la période des éclairs (intervalle de temps entre deux éclairs consécutifs) est : $T_e = \frac{1}{N_e}$.

b) 1) **Immobilité apparente**

❖ **Aspect unique d'un système : $N_e = \frac{N}{k}$ ou Te = k.T avec k ∈ IN***

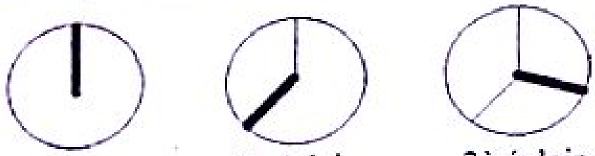
Entre deux éclairs consécutifs le disque effectue k tours complets ; le rayon peint est toujours éclairé à la même position. Le disque semble immobile et muni d'un seul rayon.

Remarque : la plus grande fréquence des éclairs pour laquelle on observe l'immobilité apparente est égale à la fréquence N du phénomène observé.

❖ **Immobilité apparente avec k motif : Ne = k.N ou Te = $\frac{T}{k}$**

Entre deux éclairs consécutifs le disque effectue k tours et une fraction $\frac{1}{n}$ de tours ; il est donc surpris n fois pendant un tour complet, toujours aux mêmes endroits. Le disque semble immobile avec k rayons identiques régulièrement espacés.

Exemple d'aspect observé pour n = 3 $\left(T_e = \frac{T}{k}\right)$

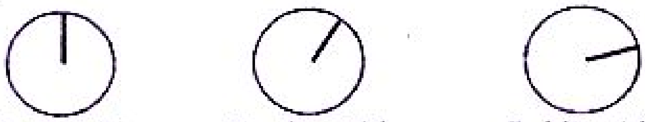


1er éclair 2è éclair 3è éclair

b) 2) <u>Mouvement de ralenti apparent</u>

❖ **Ne légèrement inférieure à $\frac{N}{k}$ (ou Te légèrement supérieure à T)**

Entre deux éclairs consécutifs, le disque effectue k tours plus une fraction de tour : on observe alors un mouvement apparent ralenti de même sens que le sens réel de rotation. On parle de mouvement apparent ralenti direct.

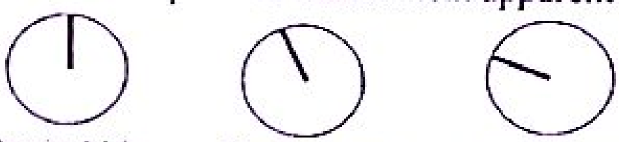


Premier éclair Deuxième éclair Troisième éclair

La fréquence apparente est : $N_a = N - kN_e$

❖ **Ne légèrement supérieure à $\frac{N}{k}$ (ou Te légèrement inférieure à T)**

Entre deux éclairs consécutifs, le disque effectue un peu moins de k tours (à une fraction de tour) : on observe alors un mouvement apparent ralenti dans le sens inverse au sens réel de rotation. On parle de mouvement apparent ralenti rétrograde.



Premier éclair Deuxième éclair Troisième éclair

La fréquence apparente est : $N_a = kN_e - N$

<u>Exercice d'application</u>

Un ventilateur comporte 4 pales identiques telles que deux pales consécutives forment un angle droit. Le ventilateur tournant à la vitesse constante est éclairé à l'aide d'un stroboscope. La plus grande fréquence des éclairs pour laquelle le ventilateur paraît immobile est 60 Hz. On recommence l'expérience après avoir peint une des pales. La grande fréquence pour obtenir une immobilité est 15 Hz.

1) Expliquez ces observations.

2) Calculer la vitesse de rotation en tours par minute.

Correction

1) 1ère expérience : entre deux éclairs, chaque pale remplacera la suivante ainsi au 2ème éclair on observe les pales dans la même configuration et chaque pale aura fait un quart de tour.

$T_e = \frac{1}{4}T \Rightarrow T_e = \frac{k}{4}T \Rightarrow f_e = \frac{4}{k}f$. Dans ces conditions on observe l'immobilité apparente du ventilateur. La plus grande fréquence pour observer l'immobilité est pour k = 1.

$60\ Hz = 4f \Rightarrow f = \frac{60\ Hz}{4} = 15\ Hz$. Donc le ventilateur tourne à la fréquence f = 15 Hz.

2ème expérience (après peinture d'une pale)

Pour observer l'immobilité apparente la pale doit effectuer un tour complet entre 2 éclairs.

$T_e = T \Rightarrow T_e = kT \Rightarrow f_e = \frac{f}{k}$. La plus grande fréquence pour observer l'immobilité est k = 1.

$f_e = f = 15\ Hz$.

2) Calculons la vitesse de rotation en tours par minute.

$f = 15\ Hz \Rightarrow \omega = 15\ tours/s = 15\ tours \times 60\ s = 900\ tours/mn$.

Série d'exercices

Exercice 1

On considère les fonctions sinusoïdales y_1, y_2 et y_3 définies par :

$y_1(t) = 0,12.\sin(100\pi t + \pi)$; $y_2(t) = 0,18.\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ et $y_3(t) = 0,06.\sin(100\pi t)$ avec y en m et t en s.

1) Comparer la fonction y_1 par rapport aux fonctions y_2 et y_3.

2) En déduire leurs décalages horaires.

3) En justifiant votre réponse, dites des fonctions y_2 et y_3 celle qui est en en retard ou en avance par rapport à l'autre.

4) Représenter le vecteur de Fresnel correspondant à chacune des fonctions y_1, y_2 et y_3.

Exercice 2

Un diapason vibrant à la fréquence de 500 Hz est observé sous éclairage stroboscopique.

1) Pour quelles valeurs du stroboscope le diapason paraît-il immobile ?

2) Préciser la fréquence la plus élevée.

3) Qu'observe-t-on si la fréquence du stroboscope est 495 Hz ?

Exercice 3

1) Pour chacune des figures suivantes, dites si les signaux sont en opposition de phase, en quadrature de phase ou en phase.

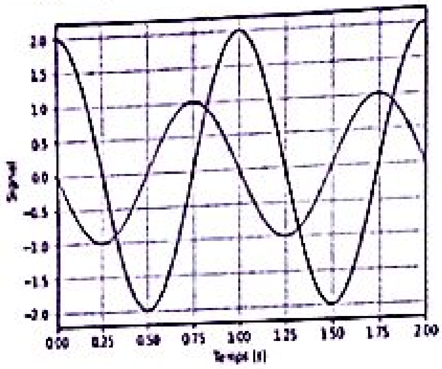


Figure 1

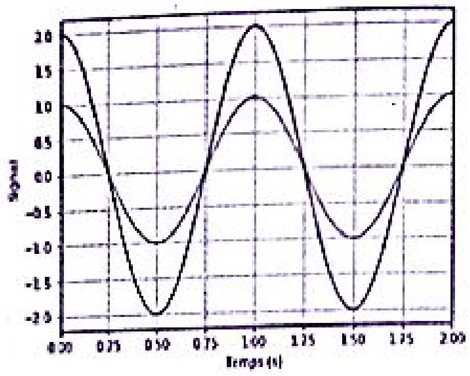


Figure 2

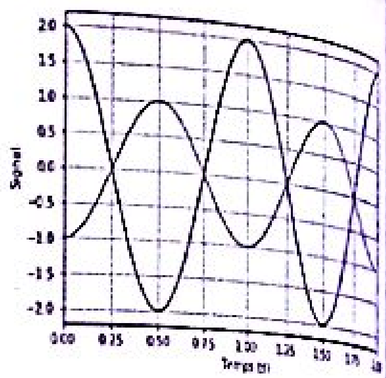


Figure 3

2) Comparer les fonctions représentées ci-dessous et préciser celle qui est en avance par rapport à l'autre (Figure 1 et Figure 3).

Exercice 4

Un disque noir comportant un secteur rouge tourne d'un mouvement périodique de fréquence N. En lumière stroboscopique, la fréquence maximale des éclairs pour laquelle le rayon du disque paraît immobile est Ne = 50 Hz.

1) Qu'est – ce qu'un stroboscope ?

2) Déterminer la fréquence de rotation.

3) Déterminer la vitesse de rotation du disque en tours par minute.

4) Déterminer les fréquences des éclairs pour lesquelles le secteur rouge paraît immobile sachant que la fréquence des éclairs étant supérieure à 15Hz.

5) Déterminer la vitesse angulaire de rotation du disque sachant qu'en augmentant progressivement la fréquence des éclairs, on observe une nouvelle immobilité apparente qui disparait après, pour Ne = 100 Hz.

6) En justifiant votre réponse, décrire les phénomènes observés pour les fréquences stroboscopiques Ne suivantes : 95 Hz ; 105 Hz ; 200 Hz ; 300 Hz ; 400 Hz.

Exercice 5

Une lame vibrante reliée à un disque troué produit des éclairs en lumière stroboscopique. Le disque comporte 10 trous et fait n tours / seconde.

1) Ecrire la relation qui existe entre fréquence Ne des éclairs et la fréquence N du vibreur.

2) Calculer la fréquence N sachant que lorsque la lame paraît unique et immobile, la plus grande valeur de n est 10.

3) Décrire l'aspect de la lame pour :

a) $n = 5$ b) $n = 20$ c) $n = 8{,}8$ d) $n = 12$

Exercice 6

Animées d'un mouvement rectiligne uniforme, dqgouttes d'eau tombentd'un robi net à intervalles de temps réguliers. En lumière stroboscopique, la plus grande fréquence pour laquelle ces gouttes paraissent immobiles est $N_e = 200$ Hz.

Ces gouttes sont distantes de $d = 3$ cm.

1) Quelle est la fréquence N de ces gouttes d'eau.

2) Déterminer la vitesse de ces gouttes dans l'air.

3) Décrire le mouvement apparent de ces goutes si la fréquence des éclairs est :

a) $N_e = 180$Hz

b) $N_e = 220$Hz.

PROPAGATION D'UN PHENOMENE VIBRATOIRE

Résumé du cours

I) Définitions

1) Ebranlement

Un ébranlement (ou signal) est une déformation de courte durée qui se propage dans un milieu matériel élastique (milieu élastique est un milieu qui a la propriété de reprendre sa forme initiale après avoir subi une déformation).

Exemples : la déformation d'une corde, les tuyaux sonores, le son….

2) Propagation d'un ébranlement

On dit qu'il y a propagation d'un ébranlement lorsqu'un point quelconque du milieu subit un ébranlement et que celui – ci reproduit exactement le même mouvement en d'autres points du milieu. Ce point reprend ensuite sa position initiale : l'ébranlement modifie temporairement les propriétés du milieu alors il y a transport d'énergie et non de matière.

3) Ebranlement transversal

Un ébranlement est transversal lorsque la déformation est perpendiculaire à la direction de propagation.

Exemples : signal se propageant le long d'une corde ; signal se propageant à la surface libre d'un liquide.

4) Ebranlement longitudinal

Un ébranlement est dit longitudinal lorsque la déformation est parallèle à la direction de propagation.

Exemples : vibration sonore ; compression ou une dilatation qui se propage le long d'un ressort à spires non jointives.

II) La célérité

La célérité C d'un ébranlement est sa vitesse de propagation dans le milieu. Elle est indépendante de l'amplitude de l'ébranlement ; elle ne dépend que de la nature du milieu de propagation.

- La célérité du son dans l'air est de l'ordre de 340m/s.
- Dans le vide, la célérité de la lumière est 3.10^8 m/s.
- Pour une corde élastique, la célérité est donnée par la relation : $C = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ où F est la tension de la corde et μ la masse linéique de la corde (kg/m).

III) Ondes progressives

1) Définition

On appelle onde progressive la propagation d'un mouvement vibratoire dans un milieu élastique homogène supposé infini.

2) Equation de propagation en point M situé à une distance x de la source

a) Expression

On considère $y_O = a.\sin(\omega t) = a.\sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$ l'équation horaire du mouvement de la source O.

Un point M placé a une distance x de O reproduit le même mouvement que la source mais avec un retard de temps $\theta = \frac{x}{C}$.

L'élongation du point M serait celle de la source à l' instant $t - \theta$. Alors $y_M = y_O(t - \theta)$.

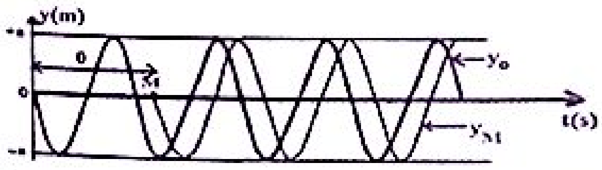
$\Rightarrow y_M = a.\sin\omega(t - \theta) = a.\sin\omega\left(t - \frac{x}{C}\right) = a.\sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{C}\right) = a.\sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{CT}\right)$

$\Rightarrow y_M = a.\sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$ avec T : la période ; C : la célérité et λ : la longueur d'onde.

b) Représentation de y_O et y_M à l'instant t

Considérons y_O, l'élongation du mouvement de la source et y_M, l'élongation du point M situé à une distance x. Supposons $y_O = a.\sin(\omega t - \pi)$.

La fonction y_O est en avance sur la fonction y_M car y_O s'annule la première, atteint son minimum et son maximum la première.



3) Ondes progressives le long d'une corde

a) Expérience et observation

L'une des extrémités d'une longue corde élastique est reliée à une lame d'un vibreur animé de mouvement rectiligne sinusoïdal de fréquence N. En éclairage stroboscopique de fréquence Ne, on constate que pour :

- Ne ≈ N (avec Ne < N) cette onde s'éloigne de la source à la célérité C et progresse le long de la corde : elle est dite **progressive**.
- Ne = N, la corde a la forme d'une sinusoïde appelée sinusoïde d'espace .

b) La longueur d'onde

La longueur d'onde notée λ est la distance parcourue par l'onde pendant une période T.

$\lambda = C.T = \frac{C}{N}$ avec C : la célérité, T : la période et N : la fréquence.

c) **Etat vibratoire des points**

Considérons deux points M et N de la corde d'abscisses respectifs d_1 et d_2, d'élongations : $y_M = a.\sin\left(\frac{2\pi t}{T} t - \frac{2\pi x_M}{\lambda}\right)$ avec la phase $\varphi_M = -\frac{2\pi x_M}{\lambda}$ et $y_N = a.\sin\left(\frac{2\pi t}{T} t - \frac{2\pi x_N}{\lambda}\right)$ avec la phase $\varphi_N = -\frac{2\pi x_N}{\lambda}$.

Le déphasage $\Delta\varphi = \varphi_M - \varphi_N = -\frac{2\pi x_M}{\lambda} + \frac{2\pi x_N}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda}(x_N - x_M) = \frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)$.

- Si $\Delta\varphi = 2k\pi \Rightarrow (d_2 - d_1) = k\lambda$ ($k \in \mathbb{Z}$) alors les deux points M et N vibrent en phase.
- Si $\Delta\varphi = (2k+1)\pi \Rightarrow (d_2 - d_1) = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$) alors les deux points M et N vibrent en opposition de phase.
- Si $\Delta\varphi = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow (d_2 - d_1) = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$ ($k \in \mathbb{Z}$) alors les points M et N vibrent en quadrature de phase.

4) **Ondes progressives à la surface libre d'un liquide**

Lorsque la pointe de la lame d'un vibreur, animé de mouvement rectiligne sinusoïdal frappe la surface libre d'une eau au repos dans un récipient, des rides circulaires et périodiques se forment et se propagent de la surface vers le bord du récipient.

En éclairage stroboscopique (Ne = N), les rides sont immobiles, circulaires et équidistantes telles que la distance entre les crêtes de deux rides consécutives est égale à la longueur d'onde λ.

Série d'exercices

Exercice 1

L'une des extrémités d'une corde est accroché aux branches d'un diapason, l'autre extrémité est fixée à un poids 9 N, un dispositif empêchant toute réflexion à cette extrémité (par amortissement). On observe le phénomène par stroboscopie et on constate que pour une certaine fréquence du stroboscope la corde paraît immobile, la distance entre deux crêtes valant 0,3m. La corde a une masse linéique μ = 10g/m.

1) Calculer la célérité C de la corde. On rappelle que $C^2 = F/\mu$ avec F la tension de la corde.
2) En déduire la fréquence N du diapason.
3) Déterminer le nombre des fréquences possibles sur le stroboscope.

Exercice 2

A l'extrémité d'un vibreur de fréquence 40 Hz, est fixée une corde élastique. La célérité de vibration est 8 $m.s^{-1}$.

1) Calculer la longueur d'onde.
2) Comparer le mouvement de deux points A et B de la corde d'abscisses respectives :

a) $x_A = 15$ cm et $x_B = 45$ cm.

b) $x_A = 10$ cm et $x_B = 50$ cm.

3) Comparer le mouvement de deux points de la corde distants de 25 cm.

Exercice 3

La surface d'une eau est frappée par une pointe d'un vibreur de fréquence 30 Hz et est éclairée à l'aide d'un stroboscope réglé sur 30 Hz.

1) Qu'observe – t – on à la surface de l'eau ?

2) La distance entre la première et la cinquième ride est d = 12 cm.

a) Ecrire la relation entre la distance d entre les rides et la longueur d'onde λ.

b) Calculer la célérité des ondes à la surface de l'eau.

Exercice 4

Un mouvement vibratoire sinusoïdal, transversal de fréquence N et d'amplitude a est observé à l'extrémité S d'un fil inextensible de longueur ℓ et de masse m. A t = 0s, le point S passe par sa position d'équilibre d'élongation nulle en se déplaçant dans le sens négatif des élongations. La tension du fil est de 2N.

On donne : la longueur ℓ = 2m, la masse m = 40g ; N = 200Hz

1) Calculer la période T.

2) Déterminer la célérité C de l'onde sachant que $C = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ avec F la tension du fil.

3) Calculer la longueur d'onde λ.

4) Ecrire l'équation horaire du mouvement du point S.

5) Déduire l'élongation d'un point M de la corde situé à la distance SM = x de la source S.

6) On considère 2 points A et B du fil tels que SA = 0,025 m et SB = 0,1 m.

a) Calculer les phases initiales φ_A et φ_B des points A et B.

b) Comparer les mouvements des points A et B.

Exercice 5

Une onde se propage avec une même vitesse dans toutes les directions sans amortissement ni réflexion sur les bords d'une cuve à onde.

Une pointe verticale excite la surface libre du liquide au repos en un point S et produit des vibrations verticales sinusoïdales. L'équation du mouvement est :

$y_S(t) = 2.10^{-3}\sin(200\pi t + \pi)$ pour $t \geq 0$, (y en m et t en s). La longueur d'onde est λ = 8 mm.

1) Décrire l'aspect de la surface du liquide observé en lumière ordinaire.

2) a) Soit M un point appartenant à la surface du liquide et situé à une distance x de S.

Etablir l'équation horaire du mouvement de M lorsqu'il est atteint par l'onde issue de S.

b) Représenter l'aspect d'une coupe fictive de la nappe du liquide par un plan vertical contenant S à l'instant $t_1 = 3.10^{-2}$ s.

Echelle : en abscisse 1 cm représente 2 mm et en ordonnée 3 cm représente 1 mm.

3) La surface du liquide est éclairée par une lumière stroboscopique de fréquence N_e variable. En justifiant votre réponse, précisez l'aspect qu'on observe de la corde lorsque N_e vaut :

a) Ne = 100 Hz.

b) Ne = 49 Hz.

Exercice 6

Une lame vibrante munie d'une pointe P détermine, à partir d'un point O de la surface libre de l'eau au repos, des ondes transversales d'équation horaire :

$y_O(t) = 12.10^{-2}.\sin(100\pi t + \pi)$ (y_O en mm ; t en s). La célérité des ondes à la surface de l'eau est C = 10 m/s.

1) Déterminer la fréquence N du mouvement.

2) Calculer la longueur d'onde.

3) Soit M un point de la surface de l'eau situé à 10 cm de O. Comparer les mouvements de 0 et M.

4) En éclairage stroboscopique à la fréquence Ne = 40 Hz. Calculer la célérité apparente.

Exercice 7

A l'extrémité S d'une lame vibrante, animée d'un mouvement vibratoire, sinusoïdal, transversal est attachée une corde tendue horizontalement de longueur $\ell = 1,2$ m. On suppose qu'il n'y a ni réflexion ni amortissement de ondes. L'équation horaire du mouvement est : $y_s(t) = 2.10^{-3}\sin(200\pi t)$ avec y_s en m et t en s.

Les vibrations se propagent le long de la corde avec une célérité $v = 30 \text{ m.s}^{-1}$.

1) Quelle est la vitesse angulaire du mouvement ?

2) Déterminer :

a) la fréquence du mouvement de S.

b) la période T.

c) la longueur d'onde λ.

3) Déterminer le nombre des points de la corde qui vibrent en phase avec S.

4) Soit M un point de la corde tel que SM = 80 cm. Déterminer le nombre des points de la corde entre S et M, qui vibrent en phase avec S.

Exercice 8

On dispose d'une lame vibrante qui impose à l'extrémité S d'une corde horizontale un mouvement transversal rectiligne et sinusoïdal. On néglige l'amortissement.

La célérité de propagation des ébranlements le long de la corde est $c = 10\ m.s^{-1}$.

L'équation du mouvement est sous la forme : $y = a.\sin(100\pi t)$ avec t en secondes.

1) Calculer la fréquence N de vibration de l'extrémité S et la longueur d'onde λ de l'onde progressive se propageant le long de la corde.

2) a) Représenter l'aspect de la corde aux instants $t_1 = 20$ ms et $t_2 = 50$ ms sachant que le mouvement de l'extrémité S de cette corde commence à l'instant $t = 0$.

b) Quel est par rapport à la source l'état vibratoire de chacun des points M_1 et M_2 distants de S respectivement de $d_1 = 10$ cm et de $d_2 = 40$ cm ?

3) On éclaire la corde précédente avec un stroboscope de fréquence N_e variable.

Qu'observe – t – on lorsqu'on éclaire la corde avec une fréquence :

a) 25 Hz ?

b) 49 Hz ?

c) 51 Hz ?

Exercice 9

I) Une corde élastique tendue horizontalement par un solide de masse M, est attachée en A au bout d'une lame vibrante qui lui communique à partir de l'instant t = 0 s un ébranlement sinusoïdal transversal de fréquence N. Les figures 1 et 2 représentent respectivement les élongations des points P et S de la corde distants de PS = 5 cm l'un de l'autre.

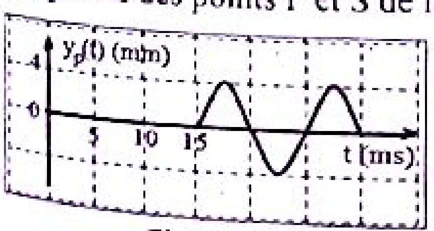


Figure 1

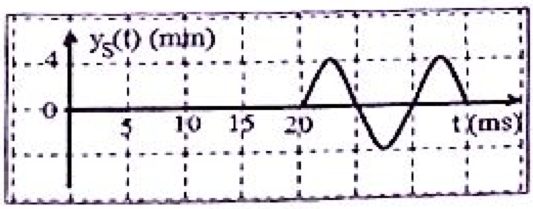


Figure 2

1) Soit AB la partie tendue horizontalement de la corde.

a) Quel dispositif expérimental permet de réaliser cette expérience ?

b) A l'extrémité B on place du coton. Quel est le rôle de ce coton ?

2) A partir des figures ci – dessus, déterminer :

a) l'expression de l'élongation $y_A(t)$ de la source A.

b) la célérité C de l'ébranlement ainsi que les distances AS et AP.

3) On éclaire la corde par un stroboscope de fréquence N_e variable.

Décrire l'aspect qu'on observe de la corde lorsque N_e vaut :

a) $N_e = 25$ Hz.

b) $N_e = 98$ Hz.

4) a) Représenter l'aspect de la corde a un instant $t_0 = 22,5$ ms.

b) En réalité, la lame s'est arrêtée brusquement, après avoir effectué deux oscillations et demie.

Représenter l'aspect de la corde a la date $t_1 = 40$ ms.

II) L'extrémité A de la lame vibrant à la fréquence N = 100 Hz est reliée à une nouvelle corde élastique, tendue horizontalement. Un dispositif permet d'éviter la réflexion des ondes.

L'équation horaire de vibration de A est $y_A(t) = 2.10^{-3}\sin(200\pi t)$, y_A en m et t en s.

1) L'étude du mouvement au ralenti montre que le point le plus proche qui vibre en phase avec A est M_1 avec $AM_1 = 5$ cm. En déduire la célérité des ondes le long de cette corde.

2) Ecrire l'équation du mouvement d'un point M se trouvant au repos à la distance x par rapport à A.

3) Représenter graphiquement $y = f(x)$ aux instants $t_1 = 0,015$ ms et $t_2 = 0,02$ ms.

Exercice 10

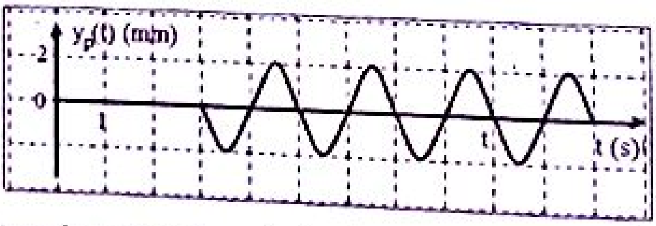
On dispose d'une lame vibrante munie d'une pointe qui produit en un point S de la surface libre d'un liquide au repos, des vibrations sinusoïdales d'équation :

$y_S(t) = 2.10^{-3}.\sin(40\pi t + \pi)$ où $y_S(t)$ en m, est l'élongation de la source S par rapport à l'axe (Oy) orienté positivement vers le haut.

La source S commence à vibrer à l'instant t = 0 s.

On néglige toute atténuation de l'amplitude et toute réflexion de l'onde issue de S, d'autre part on suppose que la profondeur de l'eau est suffisamment grande devant l'amplitude des vibrations.

1) L'analyse du mouvement d'un point P de la surface du liquide, situe à la distance $x_1 = 1,5$ cm de la source S, donne le diagramme de la figure ci - dessous.



a) Déterminer la valeur de la célérité c de propagation de l'onde issue de S.

b) Montrer que la longueur d'onde $\lambda = 0,01$ m.

c) Montrer l'équation horaire du mouvement du point matériel P est $y_P(t)=2.\ 10^{-3}.\sin(40\pi$

(y en m et t en s).

2) a) Tracer une coupe de la surface du liquide par un plan vertical passant par S a la date $t_1 = 17{,}5.10^{-2}$ s.

Echelle : en abscisse 1 cm pour $2{,}5.10^{-3}$ m et en ordonnée 1cm pour 10^{-3} m.

b) En déduire l'ensemble des points de la surface du liquide qui, à la date $t_1 = 17{,}5.10^{-2}$ s, ont la même élongation que le point matériel P et une vitesse négative.

Exercice 11

A une corde élastique supposée infinie, tendue horizontalement on attache une lame vibrant sinusoïdalement à la fréquence N. Elle est le siège d'une onde progressive transversale non amortie de célérité c.

Les figures 1 et 2 représentent respectivement les aspects de la corde aux instants t_1 et t_2 tels que $t_2 - t_1 = 0{,}05$ s.

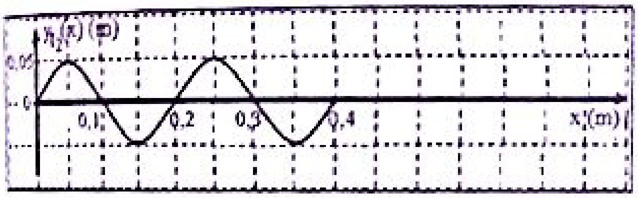


Figure 1

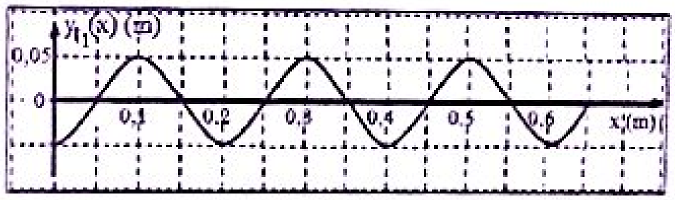


Figure 2

1) Déterminer graphiquement :

a) la longueur d'onde λ.

b) la célérité c.

c) la fréquence N des ondes le long de la corde.

2) En déduire les instants t_1 et t_2 correspondant aux deux aspects de la corde représentés sur les figures.

3) Etablir les équations horaires de la source S et d'un point P de la corde situe au repos à une distance SP = x de S sachant que le mouvement de S débute à l' origine des dates t = 0 s.

4) Pour x = 25 cm, représenter le digramme du mouvement du point P pour $t \in [0 ; t_2]$.

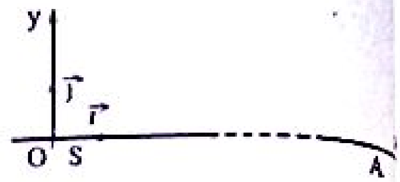
5) Déterminer le nombre et les abscisses des points de la corde qui ont à l'instant t_2 une élongation $y = -2{,}5.\ 10^{-2}$ m et se déplaçant dans le sens descendant.

Exercice 12

L'une des extrémités S d'une corde élastique SA, de longueur L, tendue horizontalement selon l'axe Ox d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, est reliée à un vibreur qui lui impose un mouvement vibratoire transversal, sinusoïdal de fréquence N et d'amplitude a.

Chaque point de la corde est repéré par son abscisse x et son ordonnée y dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ de la figure ci – dessous.

Le mouvement vibratoire issu de S se propage le long de la corde avec un amortissement négligeable.



On place en A, de la pelote de coton pour empêcher toute réflexion des ondes. Le mouvement de S débute à l'instant t = 0.

1) L'étude du mouvement en fonction du temps d'un point M_1 de la corde situé à une distance d_1 de S et de l'aspect de la corde à un instant t_1, a permis d'obtenir les figures 1 et 2. En justifiant votre réponse, identifier ces deux figures.

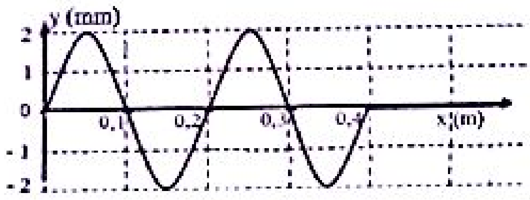


Figure 1

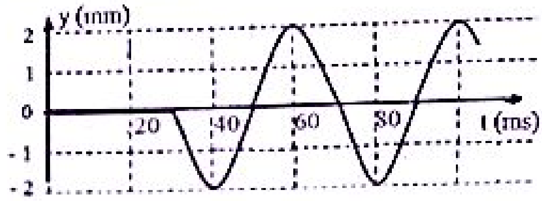


Figure 2

2) A partir des courbes de la figure ci-dessous, déterminer :

a) La longueur d'onde λ.

b) la période T.

c) la célérité c de l'onde.

d) l'instant t_1.

e) la distance d_1.

3) Etablir l'équation $y_S(t)$ du mouvement de S au cours du temps.

Exercice 13

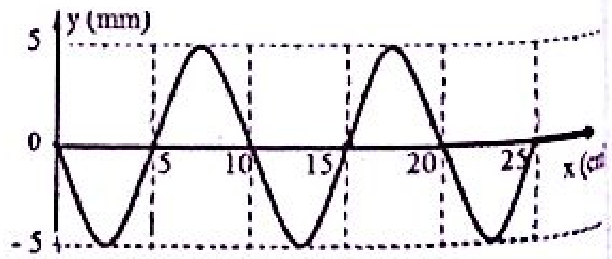
Un vibreur provoque à l'extrémité S d'une corde élastique un mouvement vibratoire sinusoïdal d'élongation : $y_S(t) = a.\sin(2\pi Nt + \varphi)$. Le mouvement de S débute à l'instant $t_0 = 0$ s.

On néglige tout amortissement de l'onde le long de la corde et toute réflexion de l'onde issue de S.

1) Après avoir défini une onde, dites en justifiant votre réponse si l'onde se propageant le long de la corde est transversale ou longitudinale.

2) A l'instant t_1 = 20 ms, le point M_1 de la corde d'abscisse x_1 = 0,1 m entre en vibration. Calculer la célérité de l'onde le long de la corde.

3) La figure ci – contre donne l'allure de la courbe représentant l'aspect de la corde à un instant t_2.



Déterminer graphiquement :

a) l'amplitude a.

b) la longueur d'onde λ.

c) l'instant t_2.

4) Déterminer la valeur de la fréquence N puis montrer que la phase $\varphi_S = \pi$ rad.

Exercice 14

A l'instant t = 0, une surface ponctuelle S impose en un point O de la surface libre d'une cuve à ondes, des oscillations sinusoïdales verticales d'amplitude a et de fréquence N.

L'équation horaire du mouvement du point O est : $y_O(t) = a\sin(2\pi Nt + \varphi_O)$ pour $t \geq 0$ s.

On suppose qu'il n'y a ni réflexion ni amortissement des ondes.

1) Décrire l'aspect de la surface libre de l'eau éclairée en lumière ordinaire.

2) La figure 1 décrit le mouvement d'un point M_1 de la surface libre de l'eau situé à la distance $OM_1 = 12.5.10^{-3}$ m.

A partir de la figure 1 :

a) Déterminer l'équation horaire du mouvement du point M_1 puis en déduire celle de O.

b) Calculer la valeur de la célérité v de l'onde créée à la surface de l'eau.

c) Déduire la valeur de la longueur d'onde λ.

3) La figure 2 représente l'aspect de la surface libre de l'eau à l'instant t_1, où les cercles tracés en lignes continues représentent les crêtes et ceux tracés en lignes discontinues représentent les creux.

a) Déterminer l'instant t_1.

b) Comparer les états vibratoires des points M_2 et M_3 de la surface de l'eau en justifiant votre réponse.

c) Déterminer les lieux géométriques des points M de la surface de l'eau qui vibrent à l'instant t_1 en quadrature avance de phase par rapport au point M_2.

Données : $a = 2.10^{-3}$ m et N = 20 Hz

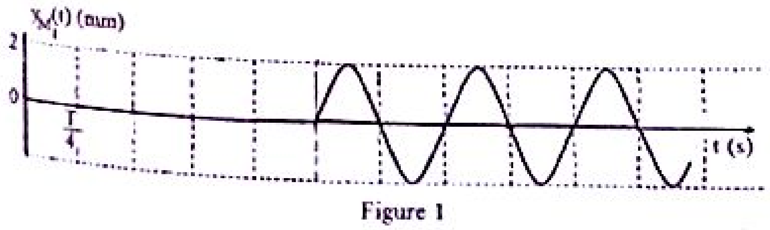


Figure 1

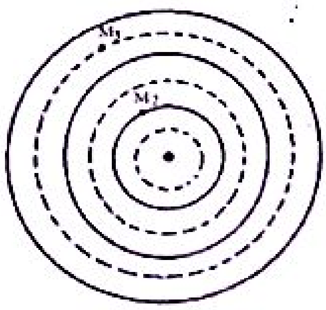


Figure 2

Exercice 15

Le bord inferieur d'une réglette verticale affleure au repos la surface libre d'une nappe d'eau d'une cuve à ondes. La réglette est animée d'un mouvement rectiligne sinusoïdal perpendiculaire à la surface de l'eau.

Des rides rectilignes parallèles à la réglette se forment et se propagent perpendiculairement à la réglette à la célérité $v = 0,4\ m.s^{-1}$. On néglige tout amortissement. La réglette étant placée à l'extrémité de la cuve à ondes, le mouvement de la réglette débute à l'instant $t = 0$.

La figure 1 représente des crêtes et des creux pour une fréquence N_2.

1) a) L'onde est – elle transversale ou longitudinale ? Justifier.

b) La distance entre les points A et B qui appartiennent à deux crêtes successives, représente l'une des caractéristiques de l'onde. Nommer cette caractéristique et donner sa définition.

c) La distance entre 5 crêtes consécutives est $d = 0,16$ m. Déterminer la longueur d'onde λ.

2) La figure 2 représente la coupe transversale de la surface de l'eau par un plan vertical perpendiculaire à la réglette et passant par O à l'instant t_1.

a) Retrouver la valeur de la longueur d'onde λ.

b) Déterminer la fréquence N_2.

c) Déterminer l'instant t_1.

d) Etablir l'expression de l'élongation yO(t) du mouvement du point O.

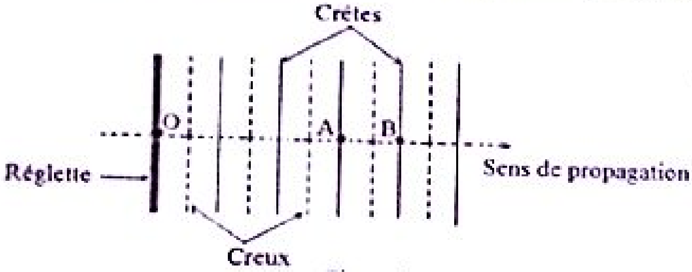


Figure 1

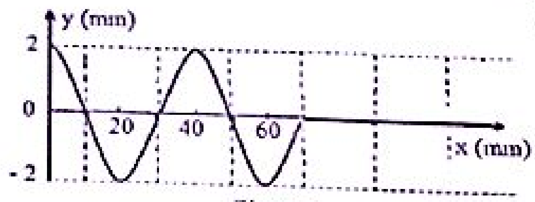
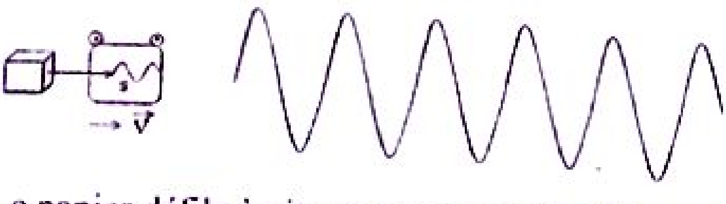


Figure 2

Exercice 16 : Bac 1994

1) On veut vérifier expérimentalement la fréquence N d'un vibreur. La valeur donnée par le constructeur est N = 25 Hz. On enregistre les vibrations de l'extrémité S grâce au procédé représenté ci – dessous.



Le papier défile à vitesse constante $V = 20\ cm.s^{-1}$, on obtient le tracé ci – dessus (en grandeur réelle).

a) Montrer que l'expérience confirme la valeur N = 25 Hz.

b) Quelle est l'amplitude de S ?

2) On fixe une corde élastique à l'extrémité S, l'autre extrémité de la corde horizontale étant reliée à un dispositif amortisseur empêchant toute réflexion, on tend légèrement la corde.

Quand la corde vibre, on l'éclaire à l'aide d'un stroboscope de fréquence Ne de telle façon qu'elle paraisse immobile.

2.1) Expliquer cette immobilité apparente et déterminer la relation reliant N et Ne dans ce cas.

2.2) Avec cet éclairage, la corde a la forme d'une sinusoïde dont les sommets sont équidistants de 10 cm.

a) Représenter la forme de la corde en vraie grandeur.

b) En déduire la célérité des ondes de cette corde.

2.3) L'équation horaire du mouvementde S peut s'écrire $Y_s(t) = a.\sin\omega t$, en faisant un choix judicieux de l'instant t = 0s.

a) Quel est ce choix ?

b) En déduire l'équation horaire d'un point M situé à la distance SM = 62,5 cm de S (on négligera l'amortissement de l'amplitude des ondes).

c) Représenter graphiquement $Y_s(t)$ et Y_M dans un même repère d'échelles : 1 cm → 0,02 s et 1 cm → 0,5 cm.

Exercice 17 : BAC 1996

Dans tout l'exercice on prendra $g = 9,8\ m/s^2$.

On se propose de réaliser l'expérience de Melde dans un ascenseur (voir figure 1). Pour cela, un vibreur de fréquence f = 100 Hz est fixé au plafond de la cabine. A l'extrémité O du vibreur est attaché un fil tendu verticalement par un corps de masse m = 100g, accroché à l'autre extrémité B du fil. O est animée d'un mouvement d'amplitude 3 mm. Le fil passe par un petit trou C d'une plaque métallique mobile, ce qui permet de faire varier la longueur OC. L'ordre C est suffisamment petit pour que le milieu de propagation soit limité à la partie OC.

1) la cabine étant au repos, il se forme entre O et C quatre fuseaux.

a) montrer que l'équation du mouvement d'un point A situé entre O et C, à la distance x de C, est de la forme : $y = a.\sin(2\pi x/\lambda).\cos 2\pi ft$ avec : λ : la longueur d'onde ; t : le temps.

On donne : $y = 6.10^{-3}.\sin(5\pi x).\cos 200\pi t$. avec y et x en m et t en s.

b) Calculer la longueur OC qui correspond à l'observation des quatre fuseaux.

c) Quelle est la célérité des ondes le long du fil ?

d) Déterminer la masse linéique μ du fil sachant que la célérité des ondes le long du fil est de la forme $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ avec T, la tension du fil.

2) la cabine est maintenant animée d'un mouvement vertical ascendant, uniformément accéléré, d'accélération γ tel que $\gamma = 1,2\ m/s^2$.

a) Par quelle masse M faut-il remplacer la masse m = 100g pour que le fil vibre en formant le même nombre de fuseaux ?

b) En conservant la masse m accroché en B, on veut modifier la longueur OC afin d'obtenir la formation du même nombre de fuseaux. De quelle hauteur h et dans quel sens faut-il déplacer la plaque métallique pour observer les quatre fuseaux, le mouvement de la cabine étant vertical ascendant, uniformément accéléré, d'accélération γ = 1,2 m/s².

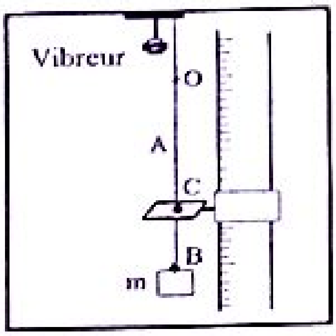


Figure 1

Exercice 18 : BAC 2002

A la lame vibrante horizontale d'un vibreur de fréquence f = 100 Hz, on fixe l'extrémité A d'une corde élastique tendue horizontalement. L'autre extrémité B de la corde est placée de façon à éliminer toute réflexion d'ondes. Le point A vibre verticalement.

1) a) Ecrire l'élongation du point A en fonction du temps, en admettant qu'elle est nulle à l'instant t = 0 et qu'elle croît à partir de cet instant ; le point A dérivant un segment de 10 mm de longueur.

b) Déterminer la vitesse maximale du point A.

2) a) La vitesse de propagation des ondes le long de la corde est de 60 m/s. Déterminer l'élongation d'un point M de la corde situé à la distance d de A.

b) Déterminer la différence de phase des mouvements des points C et D situés respectivement aux distances d_1 et d_2 du point A.

c) Calculer cette différence de phase pour d_1 = 15 cm et d_2 = 45 cm. Que peut – on en déduire ?

3) Admettons à présent que chaque onde émise en A subit une réflexion en B et que le système est réglé de façon à observer des ondes stationnaires.

a) Exprimer l'élongation d'un point N de la corde situé à la distance x de l'extrémité B.

b) On désigne par N_1, N_2 et N_3 les points les plus proches de B, pour lesquels l'amplitude est maximale. Déterminer, en fonction de la longueur d'onde, les positions de ces points.

Exercice 19 : Bac 2006

Un haut – parleur émet à l'origine O d'un axe OX, une onde sonore progressive de fréquence $f = 680$ Hz.

Le son émis capté par deux microphones identiques M_1 et M_2, initialement contigus et respectivement reliés aux voies 1 et 2 d'un oscilloscope bicourbe. Les microphones M_1 et M_2 considérés comme ponctuels sont ensuite progressivement écartés l'un de l'autre jusqu'à ce que l'on observe deux courbes en opposition de phase sur l'écran de l'oscilloscope. La distance M_1M_2 séparant les deux microphones est alors égale à d = 25 cm (voir figure 1.

1) Etablir les équations horaires des vibrations enregistrées par les microphones M_1 et M_2.

2) a) Etablir une relation liant la distance d et la longueur d'onde λ du son émis par le haut–parleur.

b) En déduire la longueur d'onde λ.

3) On considère un point M, d'abscisse x situé sur l'axe OX.

a) Déterminer l'équation horaire de la vibration sonore au point M.

b) Donner dans un même repère, une représentation graphique des vibrations sonores en O et M lorsque $\overline{OM} = 0,875$ m.

c) En déduire une conclusion.

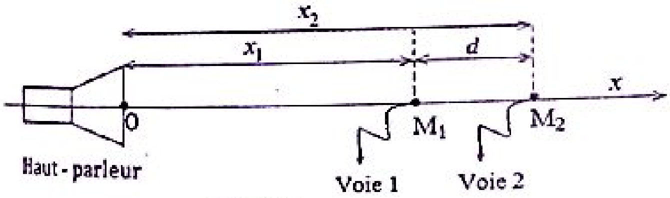


Figure 1

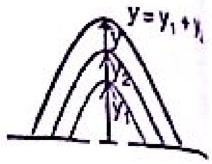
SUPERPOSITION DE DEUX PHENOMENES VIBRATOIRES

Résumé

I) Principe de la superposition des petits mouvements

1) Enoncé du principe

Lorsque deux vibrations de même direction, de faible amplitude, caractérisées par les élongations y_1 et y_2 ; se superposent en un point, l'élongation y de la vibration résultante en ce point est : $y = y_1 + y_2$.



2) Définition d'interférence d'onde mécanique

L'interférence d'onde est le phénomène résultant de la superposition d'au moins deux ondes progressives de même nature et de même direction, de même fréquence et de sens contraires.

Exemple : interférence d'ondes à la surface d'eau

3) Définition de sources synchrones

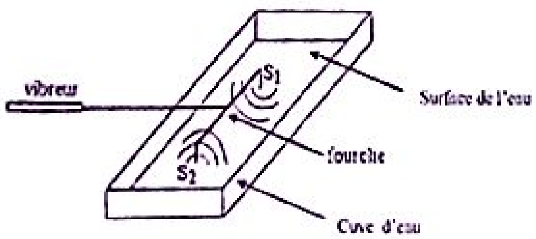
Deux sources de mouvements sinusoïdaux de même période sont appelées des sources synchrones.

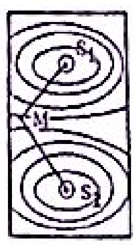
Deux sources synchrones sont dites cohérentes lorsqu'elles conservent un déphasage constant pendant un temps t.

II) Interférences d'ondes mécaniques à la surface d'un liquide

1) Dispositif expérimental et observations

Une fourche métallique munie de deux pointes S_1 et S_2 (trempant légèrement dans l'eau) est fixée à l'extrémité d'un vibreur entretenu électriquement. Quand la fourche vibre, les deux pointes frappent périodiquement la surface de l'eau.





- En éclairage normal on observe à la surface de l'eau, des rides circulaires qui s'agrandissent en s'éloignant de S_1 et S_2 ; entre les sources S_1 et S_2 (appelée champ d'interférences) des lignes de crête en forme d'hyperbole équidistantes alternativement claire et sombre : ce sont des franges ou lignes d'interférences.
- En éclairage stroboscopique, on observe dans le champ d'interférence, des franges alternativement sombres et brillantes.

2) Interprétation

❖ Les franges sombres correspondent à la superposition d'une crête et d'un creux. Ce sont les lieux des points de la surface de l'eau qui vibrent avec une amplitude nulle : on a une interférence destructive.

❖ Les franges brillantes correspondent à l'intersection de deux crêtes ou de deux creux. Ce sont les lieux des points de la surface de l'eau qui vibrent avec une amplitude maximale: on a une interférence constructive.

3) Equation du mouvement d'un point M du champ d'interférence

Les deux sources S_1 et S_2 synchrones et cohérentes alors les équations horaires des mouvements de S_1 et S_2 sont : $y_{S_1} = y_{S_2} = a.\sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi\right)$. Si à t = 0, S_1 et S_2 passent par leur position d'équilibre (φ) alors $y_{S_1} = y_{S_2} = a.\sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$. L'élongation résultante en point M, du champ d'interférence, situé à $d_1 = S_1M$ de S_1 et $d_2 = S_2M$ de S_2 s'écrit :

$$y_M = y_{S_1} + y_{S_2} = a.\sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right) + a.\sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right)$$

$$y_M = 2a\cos\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\sin\left[\frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2)\right] = A\sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \Phi\right) \text{ avec}$$

$$A = 2a\cos\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) \text{ et } \Phi = \frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2)$$

4) Etat vibratoire des points

La grandeur $\delta = |d_2 - d_1|$ est appelé différence de marche des ondes qui interfèrent au point M.

❖ Si $\delta = 0$ c'est – à – dire $d_2 = d_1$, le point M est situé sur la médiatrice de $[S_1S_2]$: c'est la frange centrale brillante.

❖ Le point M appartient à une frange d'agitation maximale (frange claire) si et seulement si $\cos\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = \pm 1$; $A = \pm 1$ c'est –à – dire $\cos\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = k\pi$ c'est – à – dire $|d_2 - d_1| = k\lambda$ avec $k \in Z$.

❖ Le point M appartient à une frange nulle (frange sombre) si A = 0 c'est – à – dire $\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$ c'est – à – dire $d_2 - d_1 = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$

Remarque : On appelle ordre d'interférence, le réel $p = \frac{d_2 - d_1}{\lambda}$ qui traduit l'état vibratoire d'un point M dans le milieu de propagation.

Les franges à amplitude maximale ont pour ordre : …. $-2, -1, 0, +1, +2, \ldots$

Les franges à amplitude nulles ont pour ordre : …. $-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, 0, +\frac{1}{2}, +\frac{3}{2}, \ldots$

4) Nombre de points et leurs positions

a) Nombre de points d'amplitude nulle et leurs positions

Les franges sombres (d'amplitude nulle) sont les lieux des minima telles que :

$\delta = |d_2 - d_1| = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ or $-S_1S_2 \leq \delta \leq S_1S_2 \Rightarrow -S_1S_2 \leq (2k+1)\frac{\lambda}{2} \leq S_1S_2$

$\Rightarrow -2S_1S_2 \leq (2k+1)\lambda \leq 2S_1S_2 \Rightarrow -\frac{2S_1S_2}{\lambda} \leq (2k+1) \leq \frac{2S_1S_2}{\lambda}$

$\Rightarrow -\frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{2} \leq k \leq \frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{2}$

A chaque valeur de k correspond à un point d'amplitude nulle.

L'ensemble de ces points constitue une famille d'hyperboles de foyers S_1 et S_2.

b) Nombre de points d'amplitude maximale et leurs positions

Les franges brillantes (d'amplitude maximale) sont les lieux des maxima telles que :

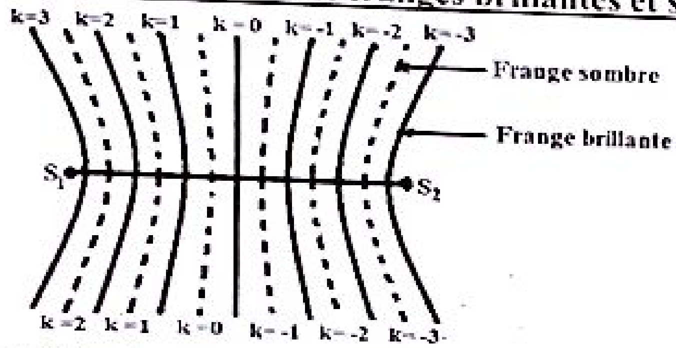
$\delta = |d_2 - d_1| = k\lambda$ or $-S_1S_2 \leq \delta \leq S_1S_2 \Rightarrow -S_1S_2 \leq k\lambda \leq S_1S_2$

$\Rightarrow -\frac{S_1S_2}{\lambda} \leq k \leq \frac{S_1S_2}{\lambda}$.

A chaque valeur de k correspond à un point d'amplitude maximale.

L'ensemble de ces points constitue une famille d'hyperboles de foyers S_1 et S_2.

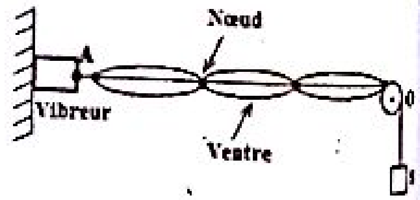
c) Représentation des franges brillantes et sombres



III) Ondes stationnaires : Expérience de Melde

1) Dispositif expérimental

On relie l'une des extrémités A de la corde à la lame d'un vibreur animée d'un mouvement sinusoïdal de fréquence N. L'autre extrémité O passe par la gorge d'une poulie et est tendue par un solide S.



2) Observation

En éclairage normale la corde vibre très rapidement en présentant l'aspect de fuseaux. Les points de la corde où le renflement des fuseaux est le plus marqué vibrent avec une amplitude maximale. Ces points sont appelés ventres. Les points extrémités des fuseaux, sont appelés nœuds. Ils sont constamment immobiles.

On constate de plus que les ventres et les nœuds sont équidistants.

En éclairage stroboscopique, réglé de façon à observer le mouvement ralenti de la corde, on constate que la corde présente l'aspect d'une sinusoïde qui se déforme sur place d'où le nom d'ondes stationnaires (contrairement à l'onde progressive constituée par une sinusoïde qui avance).

3) Interprétation

Une onde incidente est émise par la source (vibreur) et se propage vers la poulie où elle se réfléchit et rebrousse chemin. Il y a donc naissance d'une onde réfléchie qui se propage en sens contraire. Lorsque les deux ondes se rencontrent, ils se superposent et donnent naissance au phénomène d'ondes stationnaires.

Lorsque l'extrémité (lieu de la réflexion) est fixe, onde réfléchie et onde incidente sont en opposition de phase.

4) Elongation résultante d'un phénomène d'onde stationnaire en un point M

L'élongation de l'onde incidente au point O (O est un nœud) est $y_{i_O} = a.sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi\right)$ et celle de l'onde réfléchie est $y_{r_O} = -a.sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi\right) = a.sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \pi + \varphi\right)$

Au point M situé à la distance x de O on a : $y_{i_M}(t) = y_{i_O}\left(t + \frac{x}{c}\right) = a.sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi\right)$ en avance et $y_{r_M}(t) = y_{i_M}\left(t - \frac{x}{c}\right) = a.sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} + \pi + \varphi\right)$ en retard.

La résultante $y_M = y_{i_M} + y_{r_M} = a.sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi\right) + a.sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} + \pi + \varphi\right)$

$\Rightarrow y_M = a.sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{2\pi x}{\lambda}\right) + a.sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} + \pi\right)$

$\Rightarrow y_M = a\left[sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{2\pi x}{\lambda}\right) + sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} + \pi\right)\right] = a(sin\alpha + sin\beta)$ avec $\alpha = \frac{2\pi t}{T} + \frac{2\pi x}{\lambda}$ et $\beta = \frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} + \pi$ or $sin\alpha + sin\beta = 2cos\frac{\alpha-\beta}{2}sin\frac{\alpha+\beta}{2}$

$\Rightarrow y_M = 2acos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{\pi}{2}\right)sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{\pi}{2}\right)$

Or $cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = sin\alpha \Rightarrow y_M = 2asin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{\pi}{2}\right)$

5) Etat vibratoire

Donner l'état vibratoire d'un point M c'est dire si le point est un ventre ou un nœud de vibration.

- Points vibrant à amplitude nulle : nœuds de vibrations

Les points d'amplitude nulle ont pour abscisse x telle que : $sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) = 0 \Rightarrow \frac{2\pi x}{\lambda} = k\pi$

$\Rightarrow x = k\frac{\lambda}{2}$ (k ∈ IN)

❖ Points vibrant à amplitude maximale : ventres de vibrations

Les points d'amplitude maximale ont pour abscisse x telle que : $sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) = \pm 1$

$\Rightarrow \frac{2\pi x}{\lambda} = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow x = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$ (k ∈ IN)

Remarque

La distance séparant deux nœuds consécutifs ou deux ventres consécutifs vaut une demi – longueur d'onde : $d = \frac{\lambda}{2}$.

6) Relation entre la longueur l et la tension F de la corde vibrante

A la résonance de la vibration, la longueur utile l de la corde est égale à un nombre entier de demi – longueurs d'ondes, soit la longueur d'un nombre entier n de fuseaux stables. Ainsi : $l = n\frac{\lambda}{2}$. Or on sait que $C = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ avec $C = \lambda N = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \frac{\lambda}{T} = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \lambda = T\sqrt{\frac{F}{\mu}}$

D'où $l = \frac{nT}{2}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$

Exercice d'application

Les deux points d'une fourche fixée à l'extrémité d'une lame vibrante, frappent simultanément en O_1 et O_2 la surface de l'eau contenue dans une cuve à ondes.

La lame vibre à la fréquence f = 50Hz. La célérité des ondes dans l'eau est $c = 0{,}3\ m.s^{-1}$.

1) Quelles conditions doivent remplir deux sources vibratoires S_1 et S_2, pour qu'on observe le phénomène d'interférences dans le milieu de propagation ?

2) O_1 et O_2 remplissent – elles ces conditions ?

3) Calculer la longueur d'onde λ.

4) Quel est l'état vibratoire des points :

$M_1\begin{cases} d_1 = 15\ cm \\ d_2 = 3\ cm \end{cases}$; $M_2\begin{cases} d_1 = 8{,}4\ cm \\ d_2 = 27\ cm \end{cases}$ $M_3\begin{cases} d_1 = 16{,}5\ cm \\ d_2 = 15\ cm \end{cases}$?

Correction

1) Pour qu'on observe le phénomène d'interférences dans le milieu de propagation il faut que les sources S_1 et S_2 soient synchrones et cohérentes.

2) O_1 et O_2 remplissent les conditions.

3) Calculons de la longueur d'onde λ

$\lambda = CT = \frac{c}{f} = \frac{30\times10^{-2}}{50} = 6\times10^{-3}$ m = 6 mm

4) Etat vibratoire des points suivants :

$M_1\begin{cases} d_1 = 15\text{ cm} \\ d_2 = 3\text{ cm}\end{cases}$ $\frac{d_2-d_1}{\lambda} = \frac{15\times10^{-2}-3\times10^{-2}}{6\times10^{-3}} = 15 \rightarrow d_2 - d_1 = k\lambda$ avec k = 15

Alors le point M_1 vibre à amplitude maximale

$M_2\begin{cases} d_1 = 8{,}4\text{ cm} \\ d_2 = 27\text{ cm}\end{cases}$ $\frac{d_2-d_1}{\lambda} = \frac{27\times10^{-2}-2{,}8\times10^{-2}}{6\times10^{-3}} = 31 \rightarrow d_2 - d_1 = k\lambda$ avec k = 31

Alors le point M_2 vibre à amplitude maximale

$M_3\begin{cases} d_1 = 16{,}5\text{ cm} \\ d_2 = 15\text{ cm}\end{cases}$ $\frac{d_2-d_1}{\lambda} = \frac{15\times10^{-2}-16{,}5\times10^{-2}}{6\times10^{-3}} = \frac{5}{2} \rightarrow d_2 - d_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ avec k = 2

Alors le point M_3 vibre à amplitude nulle

Série d'exercices

Exercice 1

On dispose d'un vibreur de fréquence N = 10 Hz frappant la surface d'eau avec une célérité C = 0,24 m.s^{-1}. Les extrémités S_1 et S_2 du vibreur sont distantes de d = 0,06 m.

1) Calculer la longueur d'onde λ.

2) Sachant que les sources S_1 et S_2 vibrent en phase, combien de franges d'amplitude maximale observe – t – on sur S_1S_2 ?

3) Quel est l'état vibratoire des points :

a) M tel que S_1M = 2 cm et S_2M = 4,4 cm ?

b) N tel que S_1N = 3,5 cm et S_2N = 7,1 cm ?

Exercice 2

Une fourche est constituée de deux pointes d'extrémités S_1 et S_2. Elle est reliée à un vibreur puis plongée dans une cuve à ondes. Les deux pointes sont animées du même mouvement vibratoire de longueur d'onde λ = 0,04 m. Les deux pointes S_1 et S_2, séparées d'une distance de 0,1 m, vibrent en phase.

1) Qu'observe – t – on à la surface de l'eau ?

2) Etablir une expression permettant de déterminer le nombre d'amplitude :

a) maximale.

b) nulle.

3) En déduire le nombre de franges d'amplitude :

a) maximale et la position par rapport à S_2 de ces franges sur le segment S_1S_2.

b) nulle et la position par rapport S_2 des points d'intersection de ces franges avec le segment S_1S_2.

4) Quelle est la nature de la frange centrale ?

5) Faire une représentation grossière des franges d'amplitude maximale et des franges d'amplitude nulle en utilisant deux couleurs différentes.

Exercice 3

On considère les interférences des vibrations transversales sinusoïdales produites à la surface d'une nappe d'eau initialement au repos, par un vibreur muni d'un double stylet dont les pointes S_1 et S_2 sont distantes de 3,8 cm. La fréquence du mouvement est N = 40 Hz.

Les pointes S_1 et S_2 vibrent en phase avec une amplitude a.

1) Sachant que a célérité des ondes est $C = 0{,}48\ m.s^{-1}$, calculer la longueur d'onde λ.

2) Préciser l'état vibratoire des points M_1 ; M_2 et M_3 :

$M_1 \begin{cases} d_1 = 2{,}8\ cm \\ d_2 = 5{,}8\ cm \end{cases}$; M_2 milieu du segment S_1S_2 et $M_3 \begin{cases} d_1 = 6\ cm \\ d_2 = 7{,}4\ cm \end{cases}$

3) La position d'un point M quelconque sur le segment S_1S_2 est définie par son abscisse x, la droite S_1S_2 étant orientée de S_2 vers S_1, l'origine O étant le milieu de S_1S_2.

a) Etablir la relation entre la longueur d'onde λ et les abscisses des points du segment S_1S_2 pour lesquels l'amplitude de la vibration est maximale.

b) Montrer que ces points équidistants.

c) Préciser leur nombre.

d) Après avoir établi la relation entre la longueur d'onde λ et les abscisses des points du segment S_1S_2 pour lesquels l'amplitude de la vibration est nulle, montrer que ces points équidistants puis préciser leur nombre.

Exercice 4

Deux sources S_1 et S_2 situées à 6 cm l'une de l'autre, de même fréquence N = 20 Hz, de même amplitude $a = 2.10^{-3}$ m, vibrant en phase, produisent des interférences à la surface d'un liquide. Les ondes se propagent avec une célérité $C = 36\ cm.s^{-1}$.

1) Déterminer le nombre de points vibrant en phase avec une amplitude maximale sur la droite (S_1S_2) puis calculer leur position par rapport au point O milieu du segment S_1S_2.

2) Déterminer l'état vibratoire des points :

M_1 (d_1 = 11 cm ; d_2 = 13,7 cm) ; M_2 (d_1 = 9,1 cm ; d_2 = 5,5 cm) ;
M_3 (d_1 = 9,9 cm ; d_2 = 13 cm) ; M_4 (d_1 = 14 cm ; d_2 = 16,7 cm).

3) Parmi les ponts M_1; M_2 ; M_3 et M_4, précisez ceux appartiennent à la même frange d'interférence.

Exercice 5

Deux sources ponctuelles produisent des oscillations sinusoïdales verticales en 2 points S_1 et S_2 de la surface de l'eau, distants de $d = S_1S_2 = 3{,}4$cm. Les ondes se propagent avec une célérité $C = 0{,}8$ m/s telle que : $y_{S_1}(t) = y_{S_2}(t) = a.\sin(200\pi t)$. (y en m et t en s).

1) Etablir l'équation du mouvement d'un point M de la surface du liquide tel que $S_1M = d_1$ et $S_2M = d_2$.

2) En déduire l'expression de la différence de marche $\delta = d_2 - d_1$ en fonction de λ pour les points :

a) qui vibrent avec une amplitude maximale.

b) pour les points immobiles.

3) Calculer la longueur d'onde.

4) Déterminer les états vibratoires des points M_1 et M_2 sachant que :

M_1 ($d_1 = 5{,}6$ cm ; $d_2 = 2{,}8$ cm) ; M_2 ($d_1 = 6{,}4$ cm ; $d_2 = 8$ cm).

5) a) Déterminer le nombre des franges d'amplitude maximale sur le segment S_1S_2.

b) Préciser leurs positions.

c) Représenter ces franges.

6) a) Déterminer le nombre de points immobiles sur le segment S_1S_2.

b) En déduire leur distance par rapport à S_1.

Exercice 6

Deux haut-parleurs identiques, émettant des sons à la même fréquence N et à la même amplitude a, sont placés face à face. La longueur d'onde du son est $\lambda = 0{,}2$ m.

1) Calculer la fréquence du son émis sachant que la célérité du son émis dans l'air $C = 300\ m.s^{-1}$.

2) On place un microphone sur le segment S_1S_2 joignant les centres S_1 et S_2 des haut-parleurs. L'intensité du son capté est minimale au milieu O de S_1S_2 et varie en fonction de la position du microphone. On place un point M situé à d_1 de S_1 et d_2 de S_2.

a) Déterminer l'équation de la vibration au point M atteint par le signal issu de S_1.

b) Déterminer l'équation de la vibration au point M atteint par le signal issu de S_2.

c) En déduire l'équation résultante des signaux issus de S_1 et S_2.

3) Déduire les positions pour lesquelles l'amplitude est :

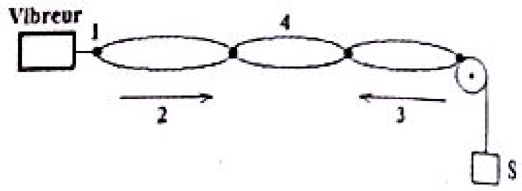
a) minimale

b) maximale.

4) Quelle est la nature (maximale ou minimale) du son capté par le microphone sachant qu'il est placé à $d_1 = 42$ cm de S_1 et $d_2 = 92$ cm de S_2 ?

Exercice 7

On attache une corde élastique à l'extrémité d'un vibreur pour réaliser l'expérience de Melde. La longueur de la partie vibrante est égale à 0,6 m et la fréquence des vibrations est N = 80 Hz.



1) Qu'indiquent les numéros 1, 2, 3 et 4 ?

2) Déterminer la longueur d'onde.

3) Calculer la célérité de l'onde.

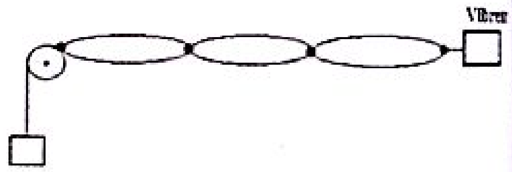
3) On observe la corde en lumière stroboscopique. Qu'observe– t – on si la fréquence des éclairs est :

a) Ne = 80 Hz ?

b) Ne = 160 Hz ?

Exercice 8

L'extrémité d'une corde de longueur L = 1 m est reliée à un vibreur. Après passage sur une poulie, cette corde supporte un solide de masse M. La fréquence des vibrations est N = 50Hz. On donne g = 10N/kg.



1) Expliquez le phénomène observé le long de la corde.

2) Sachant que la masse linéique de la corde $\mu = 0,4$ g/m :

a) Déterminer la masse de la corde m.

a) Déterminer l'expression du poids du solide pour que la corde se partage en k fuseaux en fonction de N, L, μ et k.

b) Calculer la valeur du poids pour k = 1 et k = 2.

3) a) Déterminer la longueur d'onde λ des ondes progressives se propageant le long de la corde sachant que la corde vibre en un seul fuseau.

b) Déterminer la célérité C des ondes sur la corde.

4) Le nombre de fuseaux produits est impair.

a) Quel est l'état vibratoire du point situé au milieu de la corde ?

b) Ce point est – il situé sur un ventre ou un nœud ?

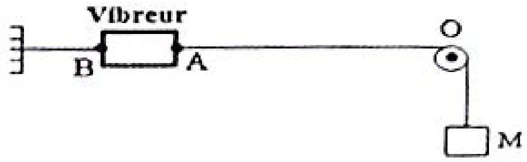
N.B : La célérité de propagation d'une onde se propageant sur la corde tendue est $C = \sqrt{\frac{P}{\mu}}$, où P est la valeur du poids du solide et μ, sa masse linéique.

Exercice 9

Une corde de longueur $\ell = 80$ cm et de masse m = 4 g est reliée à l'extrémité A d'un vibreur constitué d'une lame métallique. L'autre extrémité B est fixée à un support rigide. La corde est tendue par l'action d'un solide de masse M suspendu après passage sur une poulie.
La lame vibre à la fréquence de N = 100 Hz. On prendra g = 10 m/s².

1) La célérité des ondes dans la corde est $C = 40\ m.s^{-1}$. Calculer la valeur de M.

2) On réalise « l'expérience de Melde » en mettant en vibration la partie OA, de longueur utile 60 cm. Le point A sera considéré comme un nœud. Sachant qu'on obtient 5 nœuds :



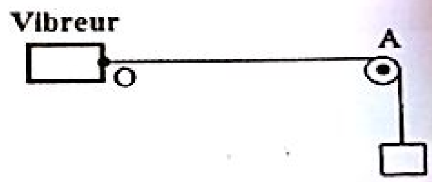
a) Déterminer la célérité de l'onde.

b) Calculer la tension de la corde.

Exercice 10

A une lame vibrant à la fréquence de N est fixée en O, une corde de longueur L et de masse linéique μ =. Pour une tension de T, cette corde est tendue en A grâce à une poulie.
L'équation de la vibration au point O est $y_O = a.\sin.(2\pi t/T)$.
La célérité des ondes dans la corde est C.

1) Donner en fonction de a, ω, t, C et x avec x la distance qui sépare les points A et M, l'expression de l'onde progressive :



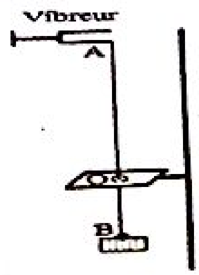
a) incidente en un point M.

b) réfléchie en un point M.

2) Déterminer l'expression de l'onde résultante au point M.

Exercice 11

A un fil tendu verticalement par un corps de masse m, accroché à son extrémité inférieure B, est relié un vibreur fixé à un support rigide. Le vibreur a une fréquence de 80 Hz et l'amplitude du mouvement de A est $a = 2.10^{-3}$ m ; le fil traverse en O une mince plaque horizontale qui peut être placée verticalement, ce qui permet de faire varier la longueur AO de la partie du fil située au-dessus de la plaque ; l'orifice O est suffisamment petit pour que les déplacements transversaux du fil soient impossibles.



Lorsque le système est au repos, il se forme six fuseaux bien visibles entre A et O.

1) Etablir l'équation y_{M_i} de l'onde incidente au point M.

2) Etablir l'équation y_{M_r} de l'onde réfléchie au point M.

3) En déduire la résultante y_M de l'onde au point M.

4) Montrer que la longueur AO = 3 m sachant que $y_M = 4.10^{-3}\sin(4\pi x)\cos 160\pi t$.

5) Monter que la célérité des ondes le long du fil est $C = 240\ m.s^{-1}$.

Exercice 12 : BAC 1995

1) La pointe S d'un vibreur animé d'un mouvement sinusoïdal d'amplitude faible, de fréquence N = 40,0 Hz frappe la surface de l'eau d'une cuve à ondes. La célérité des ondes est c = 64,0 cm.s^{-1}.

a) On éclaire la surface de l'eau avec une lampe stroboscopique à la fréquence N'=40,0 Hz. Qu'observe-t-on à la surface de l'eau ?

b) La fréquence des éclairs est réduite à 39,0 Hz. Qu'observe-t-on ? Quelle est la célérité apparente des ondes ?

c) Comparer l'état vibratoire des points M_1 et M_2 de la surface de l'eau à celui de la source S pour SM_1 = 5,60 cm et SM_2 = 9,60 cm.

2) On remplace la pointe S par du vibreur par une fourche à deux pointes S_1 et S_2 qui frappent simultanément la surface de l'eau toutes les 24 millisecondes, d (S_1, S_2) = 500 cm. La célérité des ondes est c = 64,0 cm.s^{-1}.

a) La surface de l'eau est éclairée à la lumière continue. Qu'observe -t-on ? Faire un schéma simple et approximatif.

b) Combien de points sur le segment S_1S_2 vibrent avec une amplitude maximale ?
Donner leurs positions par rapport au milieu O du segment S_1S_2.

Exercice 13 : BAC 1998

L'émission d'un son par un haut-parleur est due à la vibration de sa membrane qui communique son mouvement aux molécules d'air situées à son voisinage. Le mouvement de vibration des molécules d'air se transmet ainsi de proche en proche. Cela se traduit par des variations périodiques de la pression qui se propagent pour atteindre l'oreille. On dispose d'un haut-parleur émettant des vibrations sonores longitudinales de fréquence N = 1000 Hz. On place au point O sur l'axe AX de ce haut-parleur et perpendiculairement à cet axe, une surface plane capable de réfléchir parfaitement des ondes sonores (figure N°1). On admettra qu'on peut négliger tout phénomène de réflexion multiple ainsi que tout phénomène d'amortissement.

1) Déterminer la longueur d'ordre λ du son émis par haut-parleur. La célérité du son dans l'air est c = 340 m/s.

2) Quelle est l'amplitude de vibration (déplacement moyen des molécules d'air causé par les vibrations sonores) au point O ?

3) Un microphone sensible aux variations de pression est installé au point O. Décèlera-t-il un maximum ou un minimum d'intensité sonore ?

4) Analyser les variations de la pression p en un point situé sur l'axe AX à la distance x de O. préciser l'expression analytique de p en fonction de x et du temps t.

A quelle distance de O sur l'axe AX faut-il placer le microphone pour retrouver la même intensité sonore qu'au point O ?

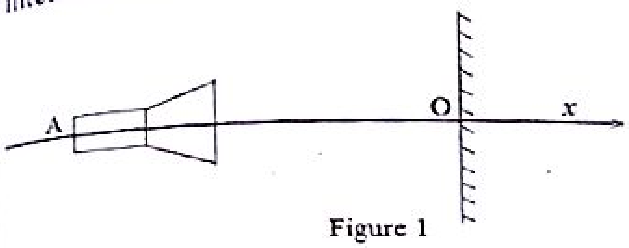


Figure 1

Exercice 14 : BAC 1999

A) On se propose d'étudier la propagation des vibrations le sang d'une corde. On réalise les expériences suivantes dans le but de déterminer la célérité de propagation.

Expérience 1 : la corde est maintenue tendue entre deux points fixes distants de $\ell = 1$ m et sa tension F = 0,025 N. un ébranlement transversal, provoqué à l'une des extrémités de la corde, se propage le long de la corde et effectue trois allers et retours en un temps $t_1 = 1,8$ s.

Expérience 2 : le dispositif de l'expérience précédente est conservé. On écarte transversalement le milieu de la corde de sa position d'équilibre et on abandonne la corde à elle-même. Elle effectue quatre oscillations au bout d'un temps $t_2 = 2,5$ s.

Expérience 3 : la corde utilisée , de longueur totale L = 2 m, est pesée. La détermination exacte a donné une masse m = 4,970 g. F étant la tension de la corde, $\mu = m/L$, sa linéique, la célérité de propagation le long de cette corde est $v = \sqrt{F/\mu}$

1) Déterminer dans chaque expérience la célérité de propagation.

2) parmi les réponses trouvées, quelle est la valeur la plus précise ? pourquoi ?

B) Avec la même corde on réalise l'expérience de Melde avec un vibreur entretenu de fréquence f.

1) La tension de la corde est maintenue à F = 0,025 N. A quelles valeurs faudrait – il fixer la longueur ℓ de la corde pour qu'elle forme 2, 3, 4 fuseaux, si f = 50 Hz ?

2) On considère la longueur ℓ de la corde lorsqu'elle forme 4 fuseaux. On modifie la tension F de façon à obtenir 3 puits 2 fuseaux. Calculer les tensions correspondantes.

3) on ramène maintenant la longueur de la corde à $\ell = 1$ m et sa tension à F = 0,025 N. Déterminer la fréquence du vibreur pour que la corde forme 1, 2 fuseaux.

INTERFERENCES D'ONDES LUMINEUSES

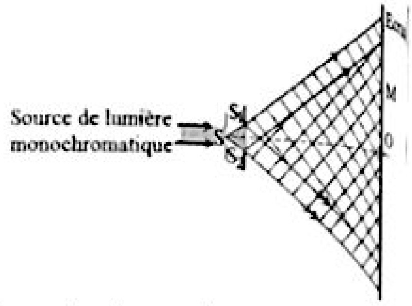
Résumé du cours

I) Expérience des fentes de Young

1) Dispositif expérimental

Il est constitué :

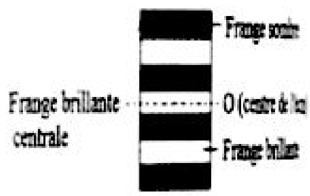
- D'une source de lumière monochromatique (une couleur) ;
- De deux plaques dont l'une, percée d'une fente fine S (fente source), placée devant la source qui diffracte la lumière qui tombe sur l'autre qui elle, est percée de deux fentes secondaires S_1 et S_2 très rapprochés et symétriques par rapport à l'axe horizontal passant par S.



- D'un écran d'observation situé en arrière des deux fentes, à une distance D d'environ un mètre.

2) Observation

Lorsque la source émet de la lumière, on observe dans la zone éclairée simultanément par les sources secondaires S_1 et S_2 (synchrones et cohérentes) des bandes ou franges brillantes, rectilignes et parallèles alternant avec des bandes sombres. Ces bandes sont équidistantes les unes des autres et les franges de même nature sont symétriques par rapport à la bande centrale qui est brillante.



3) Interprétation

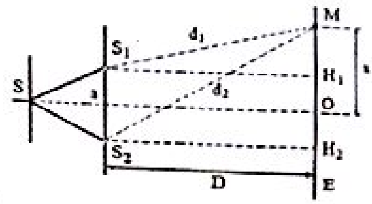
Pour les franges brillantes, la lumière issue de S_1 s'ajoute à la lumière issue de S_2 pour donner de la lumière. Par contre, pour les franges obscures, la lumière issue de S_1 s'ajoute à la lumière issue de S_2 pour donner de l'obscurité. Le phénomène observé est semblable au phénomène d'interférences à la surface libre d'un liquide étudié précédemment. Les franges brillantes sont les lieux des points d'amplitude maximale et les franges obscures les lieux des points d'amplitude nulle.

La lumière monochromatique est considérée comme une vibration sinusoïdale (onde lumineuse) qui se propage dans le vide avec une célérité $C = 3.10^8$ m/s.

Les longueurs d'ondes lumineuses visibles sont telles que : $0,4\ \mu m < \lambda < 0,75\ \mu m$.

II) Différence de marche

1) Définition



On appelle différence de marche, la différence de longueur entre les deux trajets SS_1M et SS_2M empruntés par la lumière pour aller de la fente source S au point M de l'écran.

2) Expression

Dans le triangle S_1H_1M rectangle en H_1 on a : $S_1M^2 = S_1{H_1}^2 + H_1M^2 \Rightarrow d_1^2 = D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2$

Dans le triangle S_2H_2M rectangle en H_2 on a : $S_2M^2 = S_2{H_2}^2 + H_2M^2 \Rightarrow d_2^2 = D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2$

$\Rightarrow d_2^2 - d_1^2 = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 \Rightarrow d_2^2 - d_1^2 = 2ax$

$\Rightarrow (d_2 - d_1)(d_2 + d_1) = 2ax \Rightarrow d_2 - d_1 = \frac{2ax}{d_2+d_1} = \frac{2ax}{2D} = \frac{ax}{D}$ (car $d_1 \approx d_2 = D$)

Alors la différence de marche a pour expression : $\delta = d_2 - d_1 = \frac{ax}{D}$

a) Position des franges brillantes

Si M appartient à une frange brillante alors $\delta = k\lambda$ or $\delta = \frac{ax}{D} \Rightarrow x = \frac{k\lambda D}{a}$ $(k \in Z)$.

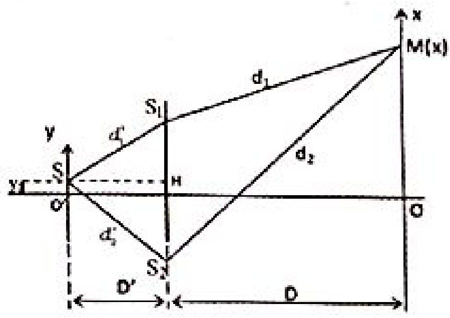
Si k = 0 alors $x = 0$ donc le centre O de l'écran appartient à une frange brillante.

b) Position des franges sombres

Si M appartient à une frange sombre alors $\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ or $\delta = \frac{ax}{D} \Rightarrow x = \frac{(2k+1)\lambda D}{2a}$ $(k \in Z)$.

c) Cas où la frange centrale lorsque S n'est pas sur la médiatrice de (S_1S_2)

$\delta' = (d'_2 + d_2) - (d'_1 - d_1) = (d'_2 - d'_1) + (d_2 - d_1)$.



Soit y la position de S sur l'axe (O, y) :

${d'_1}^2 = SH^2 + {HF_1}^2 = D'^2 + \left(\frac{a}{2} - y^2\right)$

${d'_2}^2 = SH^2 + {HF_2}^2 = D'^2 + \left(\frac{a}{2} + y^2\right)$

$\Rightarrow {d'_2}^2 - {d'_1}^2 = \left[D'^2 + \left(\frac{a}{2} + y^2\right)\right] - \left[D'^2 + \left(\frac{a}{2} - y^2\right)\right]$

$\Rightarrow d'_2 - d'_1 = 2ay \Rightarrow (d'_2 - d'_1)(d'_2 + d'_1) = 2ay \Rightarrow d'_2 - d'_1 = \frac{2ay}{d'_2+d'_1} = \frac{2ay}{2D'} = \frac{ay}{D'}$

Or $d_2 - d_1 = \frac{ax}{D} \Rightarrow \delta' = \frac{ax}{D} + \frac{ay}{D'}$

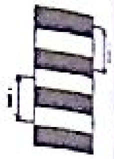
Alors en déplaçant verticalement la source S de y, la différence de marche devient :
$\delta' = \frac{ax}{D} + \frac{ay}{D'}$

Sachant que la position de la frange centrale correspond à une différence de marche nulle, on a : $\delta' = 0 \Rightarrow \frac{ax}{D} + \frac{ay}{D'} = 0 \Rightarrow x_0 = -\frac{D.y}{D'}$.

III) L'interfrange

1) Définition

On appelle interfrange la distance qui sépare les milieux de deux franges consécutives même nature.

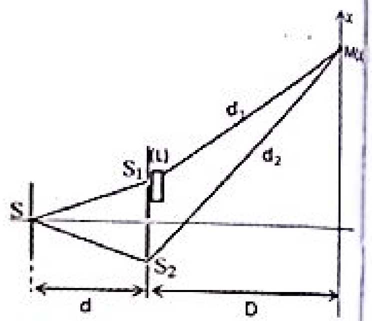


2) Expression

- Pour les franges brillantes : $i = x_{k+1} - x_k = \frac{(k+1)\lambda D}{a} - \frac{k\lambda D}{a} \Rightarrow i = \frac{\lambda D}{a}$
- Pour les franges sombres : $i = x_{k+1} - x_k = \frac{[2(k+1)+1]\lambda D}{2a} - \frac{(2k+1)\lambda D}{2a} \Rightarrow i = \frac{\lambda D}{a}$

IV) Interposition d'une lame à faces parallèles sur une fente

1) Dispositif



Le dispositif initial étant celui des fentes de Young pour lequel les fentes secondaires (F_1 et F_2) sont distantes de a, la distante écran – fente (F_1 et F_2) étant D, le système est éclairé par une lumière monochromatique de longueur d'onde λ. On interpose sur le fuseau lumineux issu de F_1 une lame à faces parallèles de très petite épaisseur « e » et d'indice n.

2) Différence de marche

Le fait d'interposer la lame à faces parallèles (L) sur le faisceau issu de F_1, a pour conséquence de le ralentir. Le trajet F_1M croît (s'allonge) de $e\,(n-1)$.

Sa nouvelle valeur est alors $(F_1M)' = d_1' = d_1 + e(n-1)$

La différence de marche devient $\delta' = d_2 - d_1' = d_2 - d_1 - e(n-1)$. Or $\delta = \frac{ax}{D}$

$\Rightarrow \delta' = \delta - e(n-1) \Rightarrow \delta' = \frac{ax}{D} - e(n-1)$

3) Position de la frange centrale

La frange brillante centrale correspond au point de l'écran où la différence de marche δ' est nulle. $\delta' = 0 \Rightarrow \frac{ax}{D} - e(n-1) = 0 \Rightarrow x_0 = \frac{D.e(n-1)}{a}$

Exercice d'application 1

Soit un système de fente de Young dans lequel a = 1mm, D = 1m. On constate que la dixième frange brillante (compté à partir de la frange brillante centrale se trouve à 7 mm du milieu de cette frange centrale.

1) Déterminer la longueur d'onde de la lumière incidente.
2) Déterminer la valeur de l'interfrange.
3) Déterminer la distance séparant les milieux des sixième et huitième franges sombres situées de part et d'autre de la frange centrale.

Correction

1) Déterminons la longueur d'onde de la lumière incidente.

Soit $p = 10$, l'ordre de la dixième frange : $p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{ax}{\lambda D} \Rightarrow \lambda = \frac{ax}{pD} = \frac{10^{-3}\times 7.10^{-3}}{10\times 1} = 7.10^{-7}$ m

$\Rightarrow \lambda = 7.10^{-7}$ m.

2) Déterminons la valeur de l'interfrange.

$i = \frac{\lambda D}{a} = \frac{7.10^{-7}\times 1}{10^{-3}\text{ m}} = 7.10^{-4}$ m $= 0{,}7$ mm $\Rightarrow i = 0{,}7$ mm.

3) Déterminons la distance séparant les milieux des sixième et huitième franges sombres situées de part et d'autre de la frange centrale.

Ordre de la 6ème frange sombre : $p_{(6)'} = \frac{\delta_{(6)'}}{\lambda} = \frac{ax_{(6)'}}{\lambda D} = 5 + \frac{1}{2}$

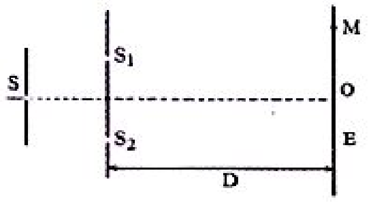
Ordre de la 8ème frange sombre située de l'autre côté de la frange centrale :

$p_{(-8)'} = \frac{\delta_{(-8)'}}{\lambda} = \frac{ax_{(-8)'}}{\lambda D} = -\left(7 + \frac{1}{2}\right)$

En faisant $p_{(6)'} - p_{(-8)'}$ on a : $\Rightarrow \frac{a}{\lambda D}\left[x_{(6)} - x_{(-8)}\right] = \left(5 + \frac{1}{2}\right) + \left(7 + \frac{1}{2}\right)$

$\Rightarrow x_{(6)} - x_{(-8)} = 13\frac{\lambda D}{a} = 13i = 13 \times 0{,}7 = 9{,}1$ mm $\Rightarrow x_{(6)} - x_{(-8)} = 9{,}1$ mm.

Exercice d'application 2



Une source ponctuelle monochromatique S, éclaire deux fentes fines S_1 et S_2, parallèles, distances l'une à l'autre de a = 3 mm. La source S est perpendiculaire au plan de S_1 et S_2 à égale distance de S_1 et S_2. Un écran E parallèle au plan S_1S_2 est situé à D 2 m de ce plan. La célérité est $C = 3.10^8$ m/s.

1) Qu'observe – t – on sur l'écran ?

2) On mesure la largeur de N interfranges consécutifs sur E et on trouve $\ell = 4$ mm.

a) Etablir l'expression de λ en fonction de a, D, N et ℓ.

b) Déterminer la longueur d'onde λ pour N = 10.

c) Déterminer la fréquence des vibrations lumineuses.

d) Déterminer la distance entre la 5ème frange brillante en haut de la frange centre et la 5ème frange sombre en bas de la frange centrale.

Correction

1) Le phénomène observé sur l'écran.

On observe sur l'écran des raies parallèles alternativement claires et sombres.

2) a) L'expression de λ en fonction de a, D, N et ℓ.

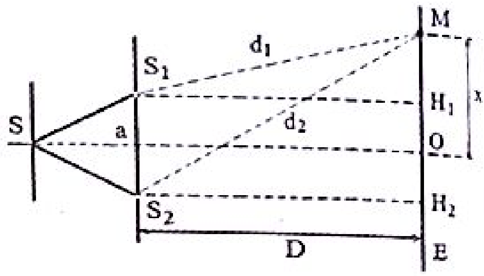
Dans le triangle S_1H_1M rectangle en H_1 on a : $d_1^2 = D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2$

Dans le triangle S_2H_2M rectangle en H_2 on a : $d_2^2 = D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2$

$d_1^2 - d_2^2 = 2ax \Rightarrow (d_1 - d_2)(d_1 + d_2) = 2ax \Rightarrow d_1 - d_2 = \frac{2ax}{d_1+d_2} = \frac{ax}{D}$ (car $d_1 \approx d_2 = D$)

Pour une frange brillante : $d_1 - d_2 = k\lambda$

$x = k\frac{\lambda D}{a} \Rightarrow i = \frac{\lambda D}{a}$ or $\ell = Ni \Rightarrow \ell = \frac{N\lambda D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{a}{ND}\ell$



b) Déterminons la longueur d'onde λ pour N = 10.

$\lambda = \frac{a}{ND}\ell = \frac{3.10^{-3} \times 4.10^{-3}}{10 \times 2} = 6.10^{-7}$ m = 0,6 μm $\Rightarrow \lambda = 0,6$ μm.

c) Déterminons la fréquence des vibrations lumineuses.

$\lambda = CT = \frac{C}{f} \Rightarrow f = \frac{C}{\lambda} = \frac{3.10^8}{6.10^{-7}} = 5.10^{14}$ Hz $\Rightarrow$ f = 5.10^{14} Hz.

d) Déterminons la distance entre la 5ème frange brillante en haut de la frange centre et la 5ème frange sombre en bas de la frange centrale.

$x = k'i = k'\frac{\lambda D}{a}$ avec $k' = k + \frac{1}{2} = 9 + \frac{1}{2} = 9,5$

$x = k'\frac{\lambda D}{a} = 9,5 \times \frac{10^{-7} \times 2}{3.10^{-3}} = 3,8.10^{-3}$ m = 3,8 mm $\Rightarrow$ x = 3,8 mm

Série d'exercices

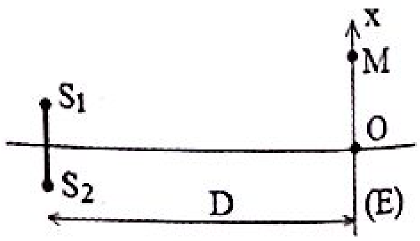
Exercice 1

On dispose du dispositif de Young ci – dessous où la distance entre les sources sécondaires S_1 et S_2 est a = 8.10^{-4} m. Les sources sont distantes de l'écran de D = 2 m. Une source de lumière chromatique de longueur d'onde $\lambda = 2.10^{-6}$ m éclaire les deux fentes S_1 et S_2

1) Qu'observe – t – on sur l'écran ?

2) Etablir l'expression donnant la différence de marche δ en un point M de l'écran d'abscisse x.

3) Calculer l'interfrange i.

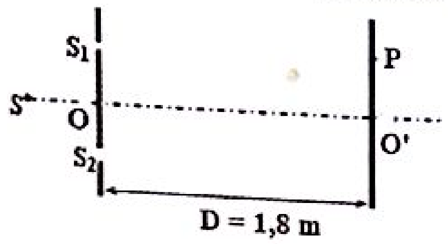


Exercice 2

Un écran percé de deux trous S_1 et S_2 est éclairé par une source lumineuse monochromatique S de longueur d'onde $\lambda = 6.10^{-7}$ m. S_1, S_2 et S sont situés dans un même plan vertical ; le point O est situé à égale distance de S_1 et S_2 ; S_1S_2 = a = 1,5 mm comme l'indique la figure ci – dessous.

1) Qu'observe – t – on sur un écran vertical parallèle à S_1S_2 situé à une distance D ?

2) Etablir l'équation de la différence de marche pour un point P de l'écran à une distance x de la frange centrale.



3) Soit l'interfrange i.

a) Donner sa définition.

b) Etablir son expression.

c) Calculer sa valeur.

4) Calculer la valeur de x sachant que le point P appartient à la septième frange brillante comptée à partir de la frange centrale.

Exercice 3

On considère un système de fentes de Young dans lequel $a = 10^{-3}$ m et D = 1m. On constate que la $10^{ème}$ frange brillante (compter à partir de la frange brillante centrale) se trouve à 7 mm du milieu de cette frange centrale.

1) Déterminer la valeur de l'interfrange

2) Déterminer la longueur d'onde de la lumière incidente

3) Déterminer la distance séparant les milieux de la 6ème et 8ème franges sombres situées de part et d'autre de la frange brillante centrale.

Exercice 4

On utilise le dispositif de Young pour produire des franges d'interférences. Une fente source F horizontale de longueur d'onde λ éclaire deux fentes très fines F_1 et F_2 distantes de $a = 2.10^{-4}$ m et situées à égale distance de la source F. On place un écran parallèle aux fentes F_1 et F_2 à la distance D = 1 m.

On considère sur l'écran un axe OX vertical, le point O se trouvant dans le plan médiateur des fentes F_1 et F_2.

1) Faire la figure.

2) Décrire et expliquer qualitativement l'aspect de l'écran.

3) Etablir pour un point M de l'axe OX d'abscisse X, la différence de marche δ entre les rayons provenant de F_1 et F_2.

4) a) Exprimons en fonction de λ, D, a et de entier k, l'abscisse d'un point de l'écran appartenant à une frange sombre.

b) En déduire l'expression de l'interfrange i.

5) Sachant que i = 2,74 mm, calculer la longueur d'onde de la lumière utilisée.

Exercice 5

On dispose d'un système de fentes de Young dans lequel on a : $a = 12.10^{-4}$ m et D = 1,5 m.

On constate que la huitième frange brillante (comptée à partir de la frange brillante centrale) se trouve à 5.10^{-3} m du milieu de cette frange centrale.

1) Calculer la longueur d'onde.

2) Déterminer la valeur de l'interfrange. Que peut conclure lorsqu'on augmente la valeur de a ?

3) Déterminer la distance séparant les milieux des quatrième et sixième franges sombres situées de part et d'autre de la frange centrale.

<u>Exercice 6</u>

Soit un système de fentes de Young dans lequel une lumière monochromatique émis par un laser éclaire 2 fentes parallèles distantes de a = 1 mm. Un écran E est placé à une distance D = 1 m du plan des fentes.

1) Qu'est une lumière monochromatique ?

2) Faire le dispositif expérimental.

3) a) Exprimer la différence de marche aux deux fentes d'un point M de l'écran.

b) Quelle est la nature de la frange centrale appartenant au plan médiateur des 2 fentes ?

4) a) Etablir l'expression de l'interfrange i.

b) Comment peut – on procéder pour obtenir des franges de plus en espacées ?

5) Calculer la longueur d'onde λ de la lumière émise par le laser, sachant que 8 franges consécutives sombres sont espacées de 0,014 m.

<u>Exercice 7</u>

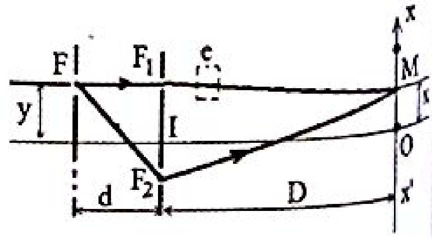
Une lumière monochromatique de longueur d'onde λ = 0,5 μm issue de F est utilisée pour éclairer un écran E_1 percé de deux fente F_1 et F_2 parallèle à F, distantes de a = 5.10^{-4} m. Un autre écran E_2 est placé à D = 1,8 m de E_1. L'écran E_1 est situé à une distance d = 80 cm de F. Soit I le milieu de F_1F_2 et O le projeté orthogonal de I sur E_2.

1) Qu'observe – t – on sur l'écran E_2 ?

2) Etablir la différence de marche Δ.

3) Calculer la valeur de l'interfrange.

4) La source de lumière issue de F est déplacée vers le haut d'une distance de y = 1 mm comme l'indique la figure ci – contre.



a) Dans quel sens se déplace la frange centrale ?

b) Calculer cette distance du déplacement de la frange centrale.

5) On interpose sur le faisceau lumineux issu de F_1 une lame à faces parallèles de très petite épaisseur e et d'indice n = 1,5.

a) Etablir la nouvelle différence de marche Δ'.

b) En déduire l'épaisseur de la lame.

Exercice 8

Une source (S) émet une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0{,}6$ µm. (P) est un plan opaque comportant deux fentes fines S_1 et S_2 distantes de a et assimilables à deux sources ponctuelles monochromatiques symétriques par rapport à un point I milieu de S_1S_2. Un écran (E) est disposé parallèlement à (P) et à une distance D de celui – ci. On observe des interférences lumineuses dans la zone représentée hachurée sur le schéma où les deux faisceaux issus de S_1 et S_2 couvrent une partie commune. L'intersection de cette zone hachurée avec l'écran (E) est un ensemble de franges brillantes équidistantes ayant la couleur de lumière monochromatique. Deux franges brillantes successives sont séparées par une frange sombre, et la frange centrale en O est brillante. Un point M du champ d'interférence est repéré par son abscisse x = OM (voir figure ci – dessous).

Lorsque M appartient à une frange brillante, il vérifie la relation $M_{S_2} - M_{S_1} = \delta = k\lambda$ (avec k entier).

Par contre s'il appartient à une frange sombre il vérifie la relation $M_{S_2} - M_{S_1} = \delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ (avec k entier).

1) Justifier que la différence de marche a pour expression $\delta = \frac{ax}{D}$.

2) En déduire l'expression de l'abscisse x d'un point M de l'écran en fonction de λ, D et a lorsqu'il appartient à une :

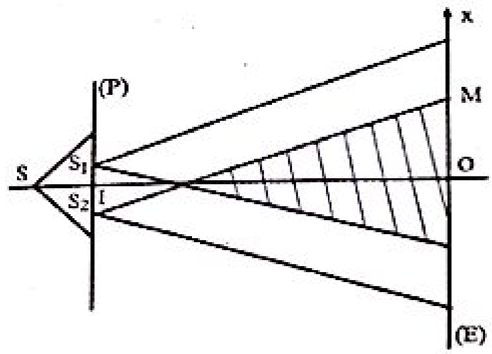
a) frange brillante.

b) frange sombre.

3) Exprimer l'interfrange i en fonction de λ, D et a puis calculer sa valeur.

4) Quelle est la nature (brillante ou sombre) de la frange d'abscisse x = – 4,2mm ? Justifier votre réponse.

On donne : a = 1 mm ; D = 2 m



Exercice 9

On réalise l'expérience des fentes de Young. La distance séparant les fentes fines parallèles S_1 et S_2 est 4.10^{-4} m et la longueur d'onde de la lumière monochromatique est 0,4 μm. L'écran d'observation est perpendiculaire en O' à la droite (SO), avec O le milieu de S_1S_2.

La distance OO' = D = 1 m.

1) Calculer l'interfrange.

2) Sachant que la frange centrale est numérotée zéro, calculer la distance O'P à laquelle on observe la $6^{ème}$ frange brillante.

3) On place devant la fente S_1 une lame de verre d'épaisseur e = 8 μm et d'indice 1,5.

a) Quel rôle joue la lame de verre sur le phénomène d'interférences ?

b) De quel côté de O' se trouve maintenant la frange brillante d'ordre 0 ?

c) Déterminer la nouvelle position de la frange centrale.

Exercice 10

On utilise le dispositif de Young pour produire des franges d'interférences. Les deux ouvertures F_1 et F_2 distantes de $a = 2.10^{-3}$ m, sont éclairées par une source monochromatique F de longueur d'onde λ, équidistante de F_1 et F_2. On observe des franges d'interférence sur un écran E situé à une distance D = 1 m des fentes.

1) Pourquoi utilise – t – on une fente source avant les fentes F_1 et F_2 ?

2) On mesure dans le plan E, l'intervalle L séparant N franges brillantes consécutives.

a) Exprimer la longueur d'onde λ en fonction de a, D, L et N.

b) Sachant que L = 4mm et N = 12, calculer λ.

3) Le système est placé dans l'air. On recouvre la fente du côté de l'écran par un verre à faces parallèles d'épaisseur e et d'indice n = 1,5.

a) Qu'observe – t – on sur l'écran E ?

b) Calculer l'épaisseur e si le déplacement de la frange centrale est $x_o = 0{,}0044$ m.

Exercice 11

On utilise le dispositif de Young pour produire des franges d'interférences.

Une source de lumière chromatique de longueur d'onde λ éclaire deux fentes horizontales très fines S_1 et S_2 distantes de a = 0,2 mm et situées à égale distance de la source. On place un écran parallèle aux fentes S_1 et S_2 et situé à une distance D = 1 m.

On considère sur l'écran un axe Ox vertical, le point O se trouvant dans le plan médiateur des fentes S_1 et S_2.

1) Faire la figure.

2) Qu'observe – t – on sur l'écran ?

3) Etablir la différence de marche Δ pour un point M d'abscisse x, situé sur l'axe Ox.

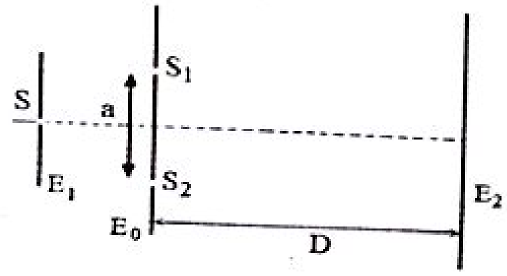
4) Etablir l'xpression de l'abscisse d'un point de l'écran appartenant à une frange sombre.

5) En déduire l'expression de l'interfrange i.

6) Sachant que la valeur de l'interfrange est 274.10^{-5} m, déterminer la longueur d'onde.

Exercice 12

Un écran opaque E_0 percé de deux fentes S_1 et S_2 parallèles, est éclairé grâce à une troisième fente S percée dans un écran E_1 par une source de lumière chromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 589.10^{-9}$ m. S_1, S_2 et S sont situés dans un même plan vertical ; S est situé à égale distance de S_1 et S_2 ; $S_1S_2 = a = 0,5$ mm. S est située à égale distance de S_1 et S_2. On place un écran E_2 parallèlement à E_0 à unee distance D = 1 m de celui – ci. (figure ci-contre)



On observe sur l'écran E_2 des franges d'interférence.

Soit y l'ordonnée d'un point M de l'écran E_2 appartenant à la zone d'interférence, y étant comptée à partir d'un point O du centre de E_2.

1) Représenter qualitativement la figure observée sur l'écran E_2.

2) Etablir l'expression de la différence de marche entre 2 rayons provenant respectivement de S_2 et S_1, interférant en M.

3) a) Etablir l'expression de l'interfrange i en fonction de λ_0, D et a.

b) Calculer i.

3) On remplace la source précédente par une source monochromatique dont la longueur d'onde est λ_1. On observe sur l'écran E_2 que la distance entre la quatrième frange brillante et la septième frange sombre situées de part et d'autre de la frange centrale brillante est d = 10,29 mm.

Calculer la valeur de la longueur d'onde λ_1 de la lumière émise par la source.

Exercice 13 : BAC 2001

On réalise l'expérience de Young à l'aide d'une fente, S, équidistante de deux autres fentes très fines, S_1 et S_2 ? Parallèle à S, percée dans un écran E' .La distance des deux fentes S_1 et S_2 est a = 0,80 mm. Un écran E est placé à la distance D = HO = 2,40 m de E', H étant le milieu du segment S_1S_2 et O la projection orthogonale de S sur l'écran E.

I) La fente S est éclairée par une lumière monochromatique de longueur d'onde λ.

1) Qu'observe – t – on sur l'écran E ?

2) a) Etablir l'expression de la différence de marche δ entre les vibrations lumineuses interférant au point M de l'écran E tel que OM = X.

b) Sachant que le point M, défini par OM = 12,60 mm, est situé au milieu de la septième frange brillante (la frange centrale étant numérotée zéro), calculer la longueur d'onde λ.

3) On applique sur la fente S_1, une lame de verre L, à faces parallèles, d'indice de réfraction $n = 1{,}52$ et d'épaisseur $e = 10\mu.m$

a) Qu'observe-t-on sur l'écran E ?

b) Calculer le déplacement OO' de la frange centrale.

II) La fente S est maintenant éclairée en lumière blanche ; la lame de verre L est enlevée.

1) Qu'observe-t-on sur l'écran E ?

2) Quelles sont les radiations appartenant au spectre visible pour lesquelles une frange obscure se forme sur l'écran E à la distance ON = 9 mm de la frange centrale ?

On donne les limites du spectre visible : $0{,}4\mu \leq \lambda \leq 0{,}8\mu$.

Exercice 14 : Bac 2003 (2nd groupe)

Une lumière monochromatique de longueur d'onde λ issue d'une fente F, tombe sur un écran K percé de deux fentes F_1 et F_2 parallèles à F. un dispositif spécial permet de faire varier la distance a entre les fentes F_1 et F_2 ($F_1F_2 = a$) qui restent toutefois situés à égale distance de F.

1) On dispose un E, parallèle à K et à une distance D de celui – ci.

a) Qu'observe – t – on sur l'écran ?

b) Déterminer la différence de marche $\Delta = F_2M - F_1M$, pour un point M de l'écran à une distance x de la frange centrale. En déduire l'expression de i (interfrange).

2) On mesure dans le plan E, l'intervalle L séparant N franges brillantes consécutifs.

- Etablir la formule donnant a en fonction de λ, N, D et L.

3) On augmente l'intervalle a = FF. Qu'en résultat – t – il le phénomène observé ? D'autre part on remarque que pour un interfrange inférieur à 0,2 mm, l'observation du phénomène devient très difficile à l'œil nu.

Quelle est alors la valeur limite a de la distance F_1F_2 séparant les deux fentes ?

4) Combien observe – t – on de franges brillantes sur l'intervalle L = 7, 2 mm de l'écran E quand a = a' ? La mesure de l'intervalle est faite à partir d'une frange brillante.

Exercice 15 : Bac 2007

Dans le dispositif de fentes de Young, deux fentes F_1 et F_2 pour produire des franges d'interférences. Les deux ouvertures F_1 et F_2 sont percées dans un écran opaque E_0, à une distante $a = 0{,}5$ mm l'une de l'autre. A partir d'une troisième fente F, source lumineuse percée dans un écran E, les deux fentes F_1 et F_2 sont éclairées par une lampe à vapeur de sodium. E est parallèle à E_0 et F est situé à égale distance de F_1 et F_2 qui se comportent comme des sources cohérentes de lumière monochromatique.

On place un écran E_2 à une distance D = 1 m des fentes de E_0 et parallèlement à celui – ci.

La longueur d'onde de la lumière émise par la lampe à vapeur de sodium est $\lambda_0 = 589$ nm.
On désigne par y l'ordonnée d'un point M situé sur l'écran E_2 et appartenant à la zone d'interférence. y est mesuré à partir du point O correspondant au centre de l'écran E_2.

1) Représenter qualitativement la figure observée sur l'écran E_2.

2) Etablir l'expression de l'interfrange i en fonction λ_0, D et a, sachant que la différence de marche entre deux rayons provenant de F_1 et F_2 est de la forme $\delta = \frac{ay}{D}$.

3) Que devient l'interfrange i lorsqu'on augmente la distance a ?

4) Quel est l'état lumineux observé aux points M_1 et M_2 situés sur l'écran E_2 lorsque $OM_1 = 4{,}712$ mm et $OM_2 = 3{,}534$ mm ?

5) La lampe à vapeur de sodium est remplacée par une source monochromatique de longueur d'onde λ_1.

Sur l'écran E_2, on mesure la distance d entre la quatrième frange brillante et la septième frange sombre de part et d'autre de la frange centrale brillante : d = 10,29 mm.

Calculer la longueur d'onde λ_1 de la nouvelle source.

ELECTROMAGNETISME

CHAMP MAGNETIQUE

Résumé du cours

I) Les dispositifs produisant un champ magnétique

1) Les aimants

Les aimants possèdent deux pôles : un pôle nord (N) et un pôle sud (S).

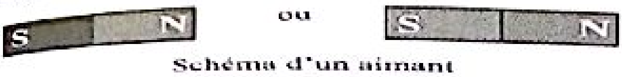
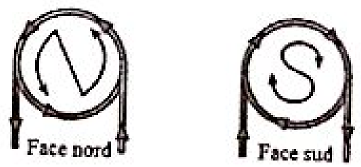


Schéma d'un aimant

2) Le courant électrique



Les deux faces d'une bobine parcourue par le courant électrique ne sont pas identiques ; l'une est face nord (N) et l'autre face sud (S). Une bobine parcourue par le courant électrique se comporte comme un aimant droit.

3) La terre

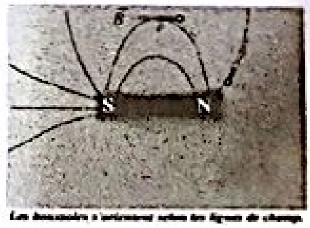
La terre se comporte comme un aimant et engendre un champ magnétique équivalent à celui créé par un aimant droit placé en son centre et dont l'axe est légèrement incliné par rapport à l'axe des pôles.

d) Les interactions magnétiques

- Deux pôles ou deux faces de même noms se repoussent alors que des pôles ou deux faces de noms contraires s'attirent.
- Une face d'un circuit est repoussée par un pôle de même nom et attirée par un pôle de nom contraire.

II) Le vecteur champ magnétique

1) Le champ magnétique créé par un aimant

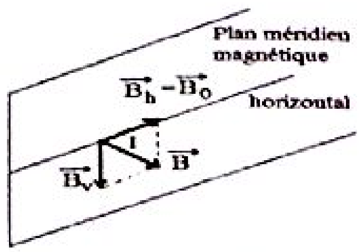


L'état magnétique d'un point M est déterminé par un vecteur $\vec{B}$ appelé vecteur champ magnétique ou vecteur induction magnétique.

Les caractéristiques du vecteur champ magnétique sont :

- Direction : celle de l'axe d'une aiguille aimantée placée en ce point ;
- Sens : $\vec{B}$ est orienté du pôle sud vers le pôle nord de l'aiguille aimantée détectrice ;
- Intensité : elle est noté B et s'exprime en Tesla (T).

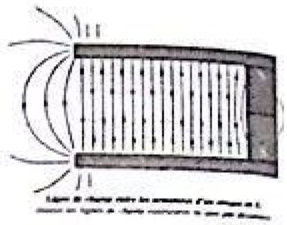
2) Le champ magnétique terrestre



Le champ magnétique terrestre ou champ géomagnétique n'est ni vertical ni horizontal. L'angle qu'il forme avec l'horizontal s'appelle inclinaison I du lieu. $\vec{B} = \vec{B_v} + \vec{B_0}$

Une aiguille aimantée placée sur un pivot s'oriente suivant la direction et le sens de $\overrightarrow{B_0}$. Dans la pratique on prend $B_h = B_0 = 2.10^{-5}$ T.

3) Le champ magnétique uniforme



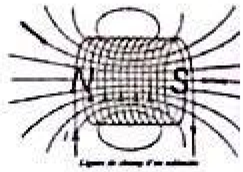
Le champ magnétique est uniforme dans une région de l'espace s'il garde la même direction, le même sens et la même intensité.

Le champ magnétique entre les branches d'un aimant en U est uniforme.

Les caractéristiques du champ magnétique $\vec{B}$ entre les deux branches sont :

- Direction : Perpendiculaire au deux branches ;
- Sens : pôle nord vers le pôle sud.

4) Le champ magnétique créé par un solénoïde



Un solénoïde est une bobine dont la longueur est au moins supérieur à 10 fois son rayon (L > 10r). Le champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde est uniforme.

Les caractéristique du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ au centre du solénoïde sont :

- Direction : celle de l'axe du solénoïde ;
- Sens : de la face sud vers la face nord ; il est donné par la règle de la main droite (en plaçant les doigts joints de la main droite dans le sens du courant, le pouce donne le sens du champ).
- Intensité : elle est donnée par l'expression : $B = \mu_0 nI = \mu_0 \frac{N}{L} I$ avec $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ SI ;

I : Intensité du courant qui traverse le solénoïde ; N : Nombre de spires du solénoïde ;

L: Longueur du solénoïde ; $n = \frac{N}{L}$: Nombre de spires par mètre

N.B : Le champ magnétique, à l'intérieur d'un solénoïde, est proportionnel à l'intensité du courant électrique qui le traverse et au nombre de spires par unité de longueur de ce solénoïde.

- Les lignes de champ magnétique sortent des régions Nord et pénètrent dans les régions Sud. L'ensemble des lignes de champ constitue le spectre magnétique de l'aimant.
- Les règles du «bonhomme d'Ampère» ou du «tire-bouchon» permettent de relier le sens du courant I au sens de $\vec{B}$. Ainsi : pour une face Nord le courant circule dans le sens trigonométrique et pour une face Sud, il circule en sens inverse.

Exercice d'application

L'aiguille aimantée d'une boussole est mobile autour d'un axe vertical passant par son milieu O.

1) On place dans le même plan horizontal que l'aiguille, à une distance d de celle-ci, un aimant droit dont l'axe est perpendiculaire au méridien magnétique. L'aiguille tourne alors d'un angle $\alpha = 60°$ (voir figure 3). La composante horizontale du champ magnétique terrestre est $B_H = 2.10^{-5}$ T.

a) Représenter sur un schéma les différents champs magnétiques qui agissent sur l'aiguille et indiquer les pôles de l'aimant droit.

b) Déterminer graphiquement les intensités du champ magnétique créé en O par l'aimant et du champ magnétique horizontal résultant. Echelle : 2cm → 10^{-5} T.

c) Retrouver ces résultats par le calcul.

2) Le champ magnétique de l'aimant droit est remplacé par celui d'un solénoïde dont l'axe XY est perpendiculaire au méridien magnétique. L'aiguille aimantée est située au centre du solénoïde et suffisamment éloignée des extrémités. On règle l'intensité I du courant qui traverse le solénoïde de telle sorte que l'aiguille tourne d'un angle $\beta = 30°$ (voir figure 4).

a) Représenter sur un schéma les différents champs magnétiques qui agissent sur l'aiguille et indiquer le sens de circulation du courant électrique dans le solénoïde.

b) Quelle est l'intensité I du courant ?

Données : perméabilité du vide $\mu_o = 4\pi.10^{-7}$ SI, longueur du solénoïde L = 40cm, nombre de spires du solénoïde N = 1600.

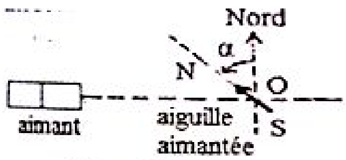
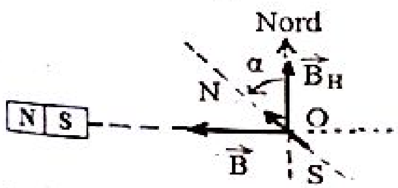


Figure 3

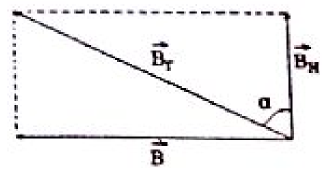
Figure 4

Correction

1) a) Représentons sur un schéma les différents champs magnétiques qui agissent sur l'aiguille et indiquons les pôles de l'aimant droit.



b) Déterminons graphiquement les intensités du champ magnétique créé en O par l'aimant et du champ magnétique horizontal résultant.



$\left.\begin{array}{l} 2\text{cm} \rightarrow 10^{-5}\text{ T} \\ \ell(\overrightarrow{B_H}) \rightarrow 2.10^{-5} \end{array}\right\} \Rightarrow \ell(\overrightarrow{B_H}) = 4$ cm. Graphiquement $\ell(\vec{B}) = 7$ cm et $\ell(\overrightarrow{B_r}) = 8$ cm.

$\left.\begin{array}{l}2\text{cm} \rightarrow 10^{-5}\text{ T}\\ 7\text{cm} \rightarrow B\end{array}\right\} \Rightarrow B = 3{,}5.10^{-5}\text{ T}$; $\left.\begin{array}{l}2\text{cm} \rightarrow 10^{-5}\text{ T}\\ 7\text{cm} \rightarrow B_H\end{array}\right\} \Rightarrow B_r = 4.10^{-5}\text{ T}$

c) Retrouvons ces résultats par le calcul.

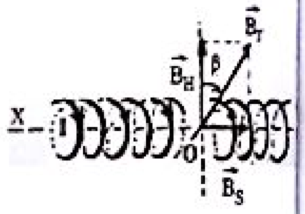
Dans le triangle formé par les vecteurs $\overrightarrow{B_H}$ et $\overrightarrow{B_r}$ on a :

$\tan\alpha = \frac{B}{B_H} \Rightarrow B = B_H.\tan\alpha = 2.10^{-5} \times \tan 60° = 3{,}46.10^{-5} \approx 3{,}5.10^{-5}$ T.

$\cos\alpha = \frac{B_H}{B_r} \Rightarrow B_r = \frac{B_H}{\cos\alpha} = \frac{2.10^{-5}}{\cos 60°} = 4.10^{-5}$ T.

2) a) Représentons sur un schéma les différents champs magnétiques qui agissent sur l'aiguille et indiquons le sens de circulation du courant électrique dans le solénoïde.

Pour indiquer le sens du courant on utilise la règle de la main droite (voir figure).



3) Déterminons l'intensité I du courant.

Graphiquement : $\tan\beta = \frac{B_S}{B_H} \Rightarrow B_S = B_H.\tan\beta$. Or $B_S = \mu_0\frac{NI}{L} \Rightarrow \mu_0\frac{NI}{L} = B_H.\tan\beta$

$\Rightarrow \text{I} = \frac{B_H.\tan\beta.L}{\mu_0.N} = \frac{2.10^{-5}\times\tan 30°\times 0{,}4}{4\pi.10^{-7}\times 1600} = 2{,}3.10^{-3}\text{ A} = 2{,}3\text{ mA}.$

Série d'exercices

Exercice 1

Répondre par Vrai ou Faux puis justifier

1) Dans la règle du bonhomme d'ampère, le courant électrique traverse l'observateur de la tête vers les pieds.

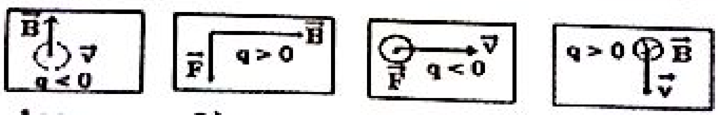
2) Les lignes de champ sont des courbes qui en chacun de leurs points sont tangentes au vecteur champ magnétique.

3) Un tire-bouchon placé dans l'axe d'un solénoïde avance dans le sens du champ magnétique $\vec{B}$ lorsqu'il tourne dans le sens du courant électrique.

4) Le champ magnétique créé par une bobine parcourue par un courant électrique est un champ naturel.

Exercice 2

Indiquer la direction et le sens d'un des vecteurs $\vec{v}$, $\vec{B}$ ou $\vec{F}$ manquants dans chacun des cas suivants :



1er cas 2ème cas 3ème cas 4ème cas

Exercice 3

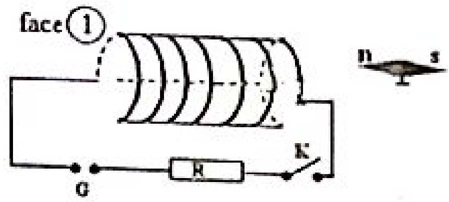
Un générateur de courant continu est en série avec un solénoïde et un conducteur ohmique.

A la fermeture de l'interrupteur K l'aiguille aimantée sur pivot vertical, placée en face du solénoïde, est en équilibre (voir figure). Le champ magnétique terrestre est négligeable.

Sur le schéma :

1) Indiquer le nom de la face (1) du solénoïde.

2) Représenter la borne positive P et la borne négative N du générateur .



Exercice 4

On considère deux bobines B_1 (fixe) et B_2 (mobile) voir figure ci – dessous.

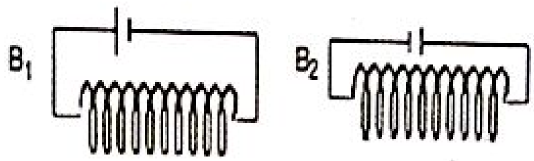
1) Quels sont les noms des faces des deux bobines ? Justifier votre réponse.

2) Quel est le mouvement de la bobine B_2 ?

3) Que se passe – t – il si l'on inverse le sens du courant :

a) dans les deux bobines ?

b) dans une seule bobine ?



4) Comment augmenter l'interaction entre les deux bobines ?

Exercice 5

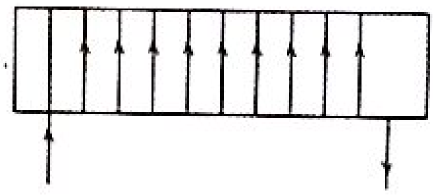
Un solénoïde parcouru par un courant d'intensité I = 4 A comporte 500 spires par mètre.

1) Donner les caractéristiques du champ magnétique crée par le solénoïde.

2) Représenter le champ magnétique $\vec{B}$ à l'intérieur de la bobine.

3) Donner l'expression de l'intensité du champ magnétique.

4) Calculer la valeur de B. On donne : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ SI.



Exercice 6

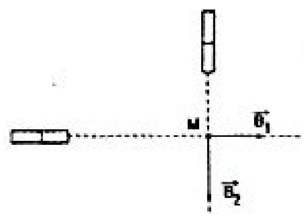
En un point de l'espace se superposent deux champs magnétiques $\overrightarrow{B_1}$ et $\overrightarrow{B_2}$ créés par deux aimants dont les directions sont orthogonales comme l'indique la figure ci – contre.

Leurs intensités sont respectivement B_1 = 0,003 T et B_2 = 0,004 T.

1) Déterminer les pôles des deux aimants.

2) Représenter graphiquement le champ résultant $\vec{B}$.

3) Calculer B et $\alpha = (\overrightarrow{B_1}, \vec{B})$.



Exercice 7

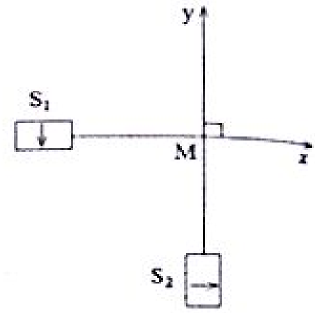
Deux solénoïdes S_1 et S_2 parcourus par un courant de même intensité I, créent en tout point M des champs de même valeur B comme l'indique le schéma ci - dessous. Le solénoïde S_1 est parcouru par un courant d'intensité $i_1(t)$ = I.cos(ωt) et le solénoïde S_2 par un courant d'intensité $i_2(t)$ = I.sin(ωt). Les variations du courant et celles du champ magnétique sont simultanées.

1) Donner l'expression du champ magnétique créé par :

a) le solénoïde S_1.

b) le solénoïde S_2.

2) En déduire l'expression du champ magnétique créé par les deux solénoïdes S_1 et S_2 agissant ensemble.



Exercice 8

Un solénoïde comporte 2000 spires par mètre et renferme dans sa région centrale une aiguille aimantée, placée sur pivot. Son axe horizontal est placé perpendiculairement au plan du méridien magnétique terrestre. On donne la valeur de la composante horizontale du champ magnétique terrestre $B_H = 2.10^{-5}$ T.

1) Sur un schéma indiquer la direction et le sens de $\overrightarrow{B_H}$ puis représenter la position initiale de l'aiguille lorsque l'intensité du courant qui traverse le solénoïde est nulle.

2) Le solénoïde est maintenant traversé par un courant d'intensité I = 5 mA. L'aiguille dévie d'un angle α.

a) Calculer la valeur du champ magnétique $\overrightarrow{B_S}$ créé par la bobine.

b) Représenter les vecteur $\overrightarrow{B_H}$, $\overrightarrow{B_S}$ et le vecteur somme $\overrightarrow{B_T} = \overrightarrow{B_H} + \overrightarrow{B_S}$.

c) Calculer la valeur de l'angle α.

3) a) Faire un schéma indiquant la position à donner au solénoïde et le sens du courant qui le traverse lorsque le champ horizontal total à l'intérieur du solénoïde est nul.

b) Déterminer l'intensité I_0 de ce courant.

c) L'aiguille change – t – elle de position ? Justifier.

Exercice 9

Une boussole de déclinaison s'aligne sur la composante horizontale du champ magnétique auquel elle est soumise. On repère la direction nord-sud magnétique en déterminant la position d'équilibre d'une boussole placée dans le champ magnétique terrestre. On approche un aimant en U entre les branches duquel règne un champ magnétique $\vec{B}$ de sorte que ce champ soit orthogonal à $\overrightarrow{B_H}$.

1) Faire un schéma indiquant la position de l'aimant.

2) Donner les caractéristiques du champ magnétique auquel est soumise la boussole.

3) Calculer la valeur de $\vec{B}$ sachant que la boussole dévie d'un angle θ = 57°.

On donne : $B_H = 2.10^{-5}$ T.

Exercice 10

Un solénoïde est parcouru par un courant d'intensité I.

1) Donner les caractéristiques (direction et sens) du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ à l'intérieur du solénoïde.

2) Préciser les faces du solénoïde.

3) Calculer le nombre n des spires par unité de longueur du solénoïde sachant que la valeur du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde est de $B = 314.10^{-6}$ T pour une intensité de 2 A.

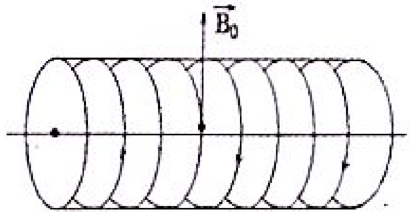
Exercice 11

Une bobine de longueur ℓ, comporte N spires de rayon R.

1) Peut – on considérer la bobine comme un solénoïde ? Justifiez votre réponse.

2) Calculer l'intensité du courant dans la bobine sachant que le champ magnétique au centre de la bobine vaut $B = 2.10^{-3}$ T.

3) La bobine est maintenant parcourue par un courant d'intensité I' = 5 A et placée dans un champ magnétique uniforme de valeur $B_0 = 3.10^{-3}$ T. L'axe de la bobine et le champ magnétique $\overrightarrow{B_0}$ sont perpendiculaires.



a) Représenter sur un schéma $\overrightarrow{B'}$ (champ crée par la bobine) et $\overrightarrow{B_0}$.

b) Quelle direction prendrait une aiguille aimantée placée en O ?

c) Calculer la valeur du champ magnétique résultant en O.

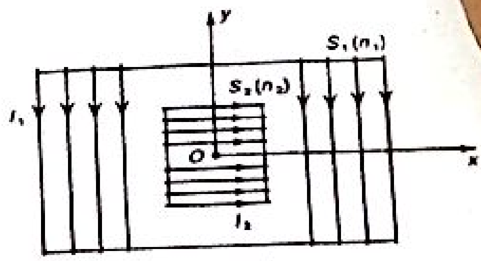
N.B : on néglige le champ magnétique terrestre.

On donne : $\ell = 20$ cm ; N = 150 ; R = 2 cm ; $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ SI.

Exercice 12

Un solénoïde S_1 comporte $n_1 = 1000$ spires par mètres et parcouru par un courant d'intensité $I_1 = 2$ A. A l'intérieur de S_1, on place un solénoïde S_2 d'axe perpendiculaire à celui de la figure. Le solénoïde S_2 est formé de $n_2 = 200$ spires régulièrement enroulées sur une longueur de 5 cm, et l'intensité du courant qui circule vaut $I_2 = 1$ A.

Les deux courants sont indiqués sur la figure ci – contre.



1) Déterminer le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ au point O.

2) Que devient ce champ magnétique si on inverse le sens de chacun des deux courants ?

Exercice 13

On dispose de deux solénoïdes S_1 et S_2.

$$S_1 : \begin{cases} \text{longueur } l_1 = 0{,}25 \text{ m} \\ N_1 = 100 \text{ spires} \end{cases} \text{ et } S_2 : \begin{cases} \text{longueur } l_2 = 0{,}2 \text{ m} \\ N_2 = 50 \text{ spires} \\ R_2 > R_1 \end{cases}$$

1) Donner les caractéristiques du champ magnétique $\overrightarrow{B_1}$ crée à l'intérieur de S_1 lorsqu'il est parcouru par un courant d'intensité $I_1 = 1$ A.

2) On place à l'intérieur de S_1 une aiguille aimantée mobile autour d'un axe méridien magnétique terrestre.

a) Qu'indique l'aiguille aimantée en absence de courant dans la bobine ?

b) Que fait l'aiguille aimantée, quand on établit un courant dans la bobine ? Calculer l'intensité du courant dans la bobine pour que l'aiguille dévie d'un angle $\alpha_1 = 60°$.

La composante horizontale du champ terrestre est $B_H = 0{,}02.$ mT.

3) On place maintenant S_1 à l'intérieur de S_2 de sorte que les deux axes coïncident et sont perpendiculaires au plan méridien magnétique.

a) Déterminer l'angle de déviation α_2 de l'aiguille aimantée si les deux bobines sont parcourues par la même intensité I du courant dans le sens.

b) Calculer l'intensité du courant qui traversant, les deux bobines en sens contraire, provoquerait une déviation de 45° par rapport à l'aiguille aimantée mobile.

Exercice 14

Un solénoïde de longueur L = 50 cm comportant 500 spires est parcouru par un courant d'intensité I.

1) Représenter sur la figure 1, le vecteur champ magnétique à l'intérieur du solénoïde et indiquer le nom de chacune des faces du solénoïde en justifiant votre réponse.

2) Sur la figure 2, schématiser et orienter une aiguille aimantée placée en chaque point A, B et C et représenter le spectre magnétique en traçant les lignes de champ magnétique orientées à l'intérieur du solénoïde.

3) Quelle est la particularité du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde ?

4) Quelle sera l'intensité du courant I_1 qui traverse le solénoïde pour que la valeur du vecteur champ magnétique à l'intérieur du solénoïde vaut $B_1 = 251.10^{-5}$ T ?

5) Le solénoïde est parcouru maintenant par un courant d'intensité $I_2 = 4$ A.

Calculer la valeur B_2 du vecteur champ magnétique $\overrightarrow{B_2}$ créé à l'intérieur du solénoïde.

6) Comparer B_1 et B_2. Que peut – on conclure ?

7) En déduire alors une relation entre le champ B créé à l'intérieur du solénoïde et l'intensité de courant I qui le parcourt.

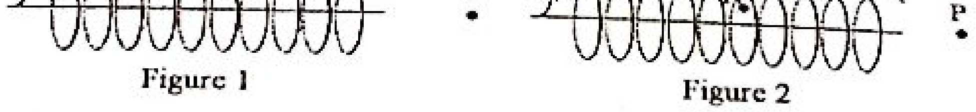


Figure 1 Figure 2

Exercice 15

On considère une bobine de longueur ℓ ; comportant N spires de rayon r = 2 cm.

1) La bobine est traversée par un courant d'intensité I. L'intensité B_b du vecteur champ magnétique au centre de cette bobine est 10^{-2} T.

a) Peut-on utiliser la relation $B_b = \mu_0 nI$? Justifier ?

b) Indiquer par un schéma clair comment se placerait une aiguille aimantée au centre de la bobine en choisissant un sens de parcours du courant et les polarités de la bobine.

c) Calculer la valeur de l'intensité I du courant.

2) Un aimant droit situé dans le plan horizontal est placé perpendiculairement à l'axe de la bobine horizontale, toujours traversé par le même courant.

a) Représenter au centre de la bobine les vecteurs champs magnétiques $\overrightarrow{B_0}$ crée par l'aimant droit et $\overrightarrow{B_b}$ crée par la bobine en précisant les pôles de l'aimant et le sens du courant.

b) Préciser la nouvelle orientation de l'aiguille. Quelle est l'intensité B_R du champ résultant ? On néglige le champ magnétique terrestre.

On donne : longueur ℓ = 50 cm ; N = 1 000 spires ; $B_0 = 10^{-2}$ T ; $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ S.I.

Exercice 16

Un solénoïde S_1 de longueur ℓ = 0,5 m est alimenté par un courant continu d'intensité I = 3A.

1) Représenter le solénoïde puis indiquer le sens du courant dans le solénoïde et l'orientation des lignes de champ.

2) Donner la relation entre la valeur B du champ magnétique, l'intensité I du courant à l'intérieur du solénoïde supposé être suffisamment long, N le nombre de spires et ℓ sa longueur.

3) Calculer le nombre de spires comportant le solénoïde sachant que la valeur du champ à l'intérieur de ce solénoïde est $B = 45.10^{-4}$ mT.

4) On place le solénoïde S_1 à l'intérieur d'un second solénoïde S_2, de même longueur, de même axe et alimenté par un courant de même intensité. Le champ à l'intérieur de S_1 garde le même sens que précédemment, mais sa nouvelle valeur est 15.10^{-4} mT.

a) Quelles sont les caractéristiques du champ créé par le solénoïde S_2 ?

b) Calculer le nombre de spires que S_2.

c) Quelle sera la valeur du champ à l'intérieur de S_1 si l'on inverse le sens du courant dans S_2 ?

Exercice 17

Un champ magnétique B = 45.10^{-4} T est produit au centre d'un solénoïde de longueur ℓ = 65 cm. L'intensité du courant qui le parcours est I = 1,55 A.

1) Déterminer le nombre N de spires nécessaires.

2) L'enroulement est réalisé sur un cylindre creux en plastique à l'aide d'un fil gainé de rayon r = 13.10^{-4} m. Les spires étant jointives. Déterminer le nombre de couches qu'il faudra disposer sur le cylindrique.

3) On place une boussole au centre de ce solénoïde dont l'axe est perpendiculaire au méridien magnétique. Déterminer l'angle de déviation de l'aiguille de la boussole quand le solénoïde est parcouru par le courant I.

On donne : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ S.I ; $B_H = 2.10^{-5}$ T.

FORCE DE LORENTZ

Résumé du cours

I) Action d'un champ magnétique sur une particule chargée

1) La force magnétique de Lorentz

Une particule de masse m, portant une charge q, animée d'une vitesse $\vec{v}$ dans une région de l'espace où règne un champ magnétique $\vec{B}$ est soumise à une force magnétique $\vec{F} = q.\vec{v}\wedge\vec{B}$ appelée force magnétique ou force de Lorenz. Elle a pour caractéristiques :

- Point d'application : la particule supposée ponctuelle ;
- Direction : perpendiculaire au plan défini par les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{B}$;
- Sens : donné par la règle des trois doigts de la main droite ou la règle de la main droite (en plaçant les doigts joints dans le sens de $q.\vec{v}$, la paume sens de $\vec{B}$, le sens de $\vec{F}$ est donné par le pouce) ;
- Intensité : F = $|q|$.v.B.sinα avec α est l'angle formé par les vecteur $\vec{v}$ et $\vec{B}$.

Remarque :

- Si $\vec{v} = \vec{0}$ et $\vec{v} // \vec{B}$ alors $\vec{F} = \vec{0}$
- Si $\vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow$ sinα = $\pm$ 1 alors F = $|q|$.v.B.

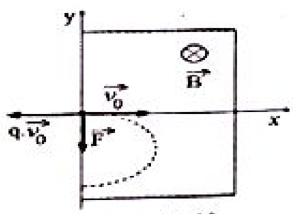
2) La puissance de la force de Lorentz

$\mathcal{P} = \vec{F}.\vec{v} = q(\vec{v} \wedge \vec{B}).\vec{v} = 0 \Rightarrow$ v = constante.

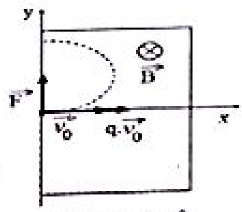
Dans un champ magnétique, le mouvement d'une particule chargée est uniforme. La force magnétique de Lorentz ne modifie que la direction du vecteur vitesse de la particule.

II) Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme

Considérons une particule de masse m et de charge q, pénétrant en O dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de la figure, avec une vitesse initiale $\vec{v_0}$.



1er cas : q < 0



2ème cas : q > 0

1) Expression de l'accélération

* Système d'étude : particule de charge q ;
* Repère : terrestre supposé galiléen ;
* Forces appliquées : $\vec{F}$ et $\vec{P}$.

En appliquant le théorème du centre d'inertie à la particule on a : $\vec{F} + \vec{P} = m\vec{a}$

Comme le poids est négligeable devant la force $\vec{F}$ et $\vec{F} = q.\vec{v} \wedge \vec{B} \Rightarrow \vec{F} = q.\vec{v} \wedge \vec{B} = m.\vec{a}$

$\Rightarrow \ \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{v} \wedge \vec{B}$ alors $a = \frac{|q|}{m}.v.B$

N.B : Le vecteur accélération est constamment perpendiculaire à $\vec{v}$ et à $\vec{B}$.

2) Caractéristique du mouvement de la particule

a) Montrons que le mouvement de la particule est plan

On sait que $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{v} \wedge \vec{B}$ et $\vec{a} \perp \vec{B}$, donc $a_z = 0 \Rightarrow v_z = \text{cste} = v_{0_z} = 0 \Rightarrow z = 0$.

Alors le mouvement est plan et s'effectue dans le plan z = 0 c'est-à-dire le plan $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

b) Montrons que le mouvement de la particule est circulaire

On sait que le vecteur accélération $\vec{a}$ est constamment perpendiculaire à $\vec{v}$ et que $\vec{v}$ est toujours porté par la tangente à la trajectoire alors le vecteur – accélération est porté par la normale ($\vec{a}$ est centripète) : le mouvement de la particule est circulaire.

c) Montrons que le mouvement de la particule est uniforme

$\vec{a}$ est centripète donc $\vec{a} = \vec{a}_n \Rightarrow \vec{a}_t = \vec{O} \Rightarrow a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = \text{constante}$: le mouvement de la particule est uniforme.

d) Le rayon de la trajectoire

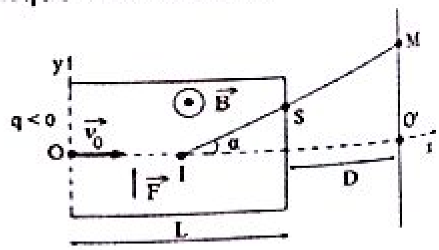
Le mouvement de la particule étant circulaire et uniforme on a : $a = a_n$.

De plus : $a = \frac{|q|}{m}.v.B$ et $a_n = \frac{v^2}{R} \Rightarrow \frac{|q|}{m}.v.B = \frac{v^2}{R}$ alors $R = \frac{m.v}{|q|.B}$

III) Applications

1) La déflexion magnétique

La particule est déviée d'un angle α à la sortie du champ magnétique uniforme $\vec{B}$.



a) Equation de la trajectoire

A t = 0 : $\overrightarrow{v_0}\begin{cases} v_{0_x} = v_0 \\ v_{0_y} = 0 \end{cases}$ et $\overrightarrow{OM_0}\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$

En appliquant le T.C.I on a : $\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\overrightarrow{v_0} \wedge \vec{B}$

$\vec{F}\begin{cases} F_x = 0 \\ F_y = F \end{cases}$; $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{|q|Bv_0}{m} \end{cases}$; $\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = \frac{|q|Bv_0}{m}t \end{cases}$ et $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{|q|Bv_0}{2m}t^2 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{|q|B}{2mv_0}x^2$

b) Coordonnée du point de sortie

Au point de sortie S : $x_S = L \Rightarrow S\begin{cases} x_S = L \\ y_S = \frac{|q|B}{2mv_0} \end{cases}$

c) Vitesse au point de sortie

$\overrightarrow{v_S}\begin{cases} v_{S_x} = v_0 \\ v_{S_y} = -\frac{|q|Bv_0}{m}t_S \end{cases}$ où $x_S = v_0 t_S = L \Rightarrow t_S = \frac{L}{v_0} \Rightarrow \overrightarrow{v_S}\begin{cases} v_{S_x} = v_0 \\ v_{S_y} = -\frac{|q|BL}{m} \end{cases}$

$$\Rightarrow v_S = \sqrt{{v_0}^2 + \left(\frac{|q|BL}{m}\right)^2}$$

d) **Valeur de l'angle α**

$$\tan\alpha = \frac{y_S}{\frac{L}{2}} = \frac{2y_S}{L} = \frac{2}{L} \times \frac{|q|BL^2}{2mv_0} = \frac{|q|BL}{mv_0}$$

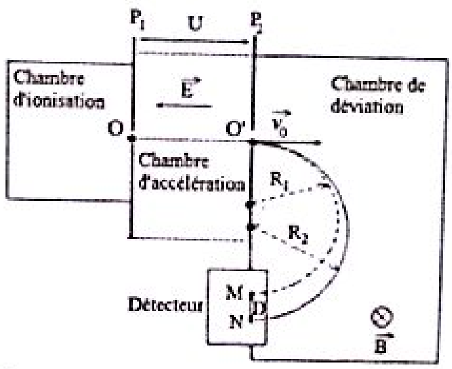
e) **Valeur de la déflexion magnétique y_M**

$$\tan\alpha = \frac{y_M}{IO'} \Rightarrow y_M = IO'\tan\alpha = IO' \times \frac{|q|BL}{mv_0} \text{ avec } IO' = \frac{L}{2} + D \Rightarrow y_M = \left(\frac{L}{2} + D\right) \times \frac{|q|BL}{mv_0}$$

$$\text{Or } R = \frac{mv_0}{|q|B} \Rightarrow y_M = \frac{L}{R}\left(\frac{L}{2} + D\right)$$

2) **Le spectromètre de masse**

a) **Description**



Un spectrographe de masse est un appareil constitué de quatre parties :

- une chambre d'ionisation où sont produits les ions ;
- une chambre d'accélération où les ions y pénètrent avec une vitesse quasiment nulle et sont accélérés par un champ électrique $\vec{E}$, sous une tension U ; ils en sortent au point O avec une vitesse $\vec{v_0}$;
- une chambre de déviation où les particules y sont soumises à l'action d'un champ magnétique uniforme $\vec{B}$; elles décrivent un demi-cercle dont le rayon R.
- un détecteur (plaque photographique, compteur, collecteur…) où sont recueillies les particules.

N.B : il y a conservation de l'énergie cinétique des ions à la sortie de la chambre d'accélération.

b) **Expressions des vitesses des particules à l'entrée de la chambre de déviation**

En appliquant le T.E.C entre O et O' : $\frac{1}{2}m_1v_{O'}^2 - \frac{1}{2}m_1v_O^2 = |q|U$ or $v_0 = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}m_1v_{O'}^2 = qU$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2|q|U}{m}} \text{ alors } v_1 = \sqrt{\frac{2|q|U}{m_1}} \text{ et } v_2 = \sqrt{\frac{2|q|U}{m_2}}$$

b) **Expressions des rayons des particules dans chambre de déviation**

On sait que : $R = \frac{mv_0}{|q|B} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{|q|}}$ alors $R_1 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_1U}{|q|}}$ et $R_2 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_2U}{|q|}}$

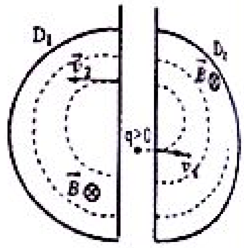
En faisant le rapport $\frac{R_1}{R_2}$ on a : $\frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_1U}{|q|}} \times \frac{1}{B}\sqrt{\frac{|q|}{2m_2U}} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$ comme $m_1 \neq m_2$ alors $R_1 \neq R_2$. Donc dans le champ magnétique uniforme $\vec{B}$, les particules chargées de masses différentes ne sont pas déviées de la même manière.

c) Calcul de la distance séparant les points d'impact

$$D = 2(R_2 - R_1) = 2\left(\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_2U}{|q|}} - \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_1U}{|q|}}\right) = \sqrt{\frac{8U(m_2-m_1)}{|q|B^2}}$$

3) Le cyclotron

a) Description



Un cyclotron est un accélérateur de particules chargées. Il est formé de deux demi-cylindres creux D_1 et D_2, appelés « dees » séparés par un intervalle dans lequel règne un champ électrostatique $\vec{E}$ variable. Ce champ permet d'accélérer les particules à chaque fois qu'elles arrivent dans cet intervalle. Il règne aussi un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ dans les deux demi-cylindres.

b) Nature de mouvement des particules entre les Dee

Dans l'intervalle étroite, il existe une un champ électrique uniforme $\vec{E}$ constant pendant la durée courte de la traversée. La particule est soumise à la force électrique $\vec{F} = q\vec{E} = cste$

En appliquant le T.C.I : $\vec{F} = q\vec{E} = m\vec{a} \Longrightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m} = cste$

La vitesse initiale étant nulle, alors la particule est animée d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré.

c) Caractéristique du mouvement de la particule dans un D

La particule est soumis à la force $\overrightarrow{F_m} = q\vec{v}\wedge\vec{B}$

La force $\overrightarrow{F_m}$ est centrale donc $\overrightarrow{F_m} = |q|vB\vec{N}$

En appliquant le T.C.I : $\overrightarrow{F_m} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\overrightarrow{F_m}}{m} = \frac{|q|vB\vec{N}}{m}$

Alors l'accélération de la particule est donc centrale : $\vec{a} = \frac{v^2}{R}\vec{N} + \frac{dv}{dt}\vec{T} = \frac{|q|vB}{m}\vec{N} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0$

$\Rightarrow v = cste$ donc **le mouvement est uniforme.**

On sait que $a = \frac{v^2}{R} = \frac{|q|vB}{m} \Rightarrow R = \frac{mv}{|q|B} =$ cste alors **le mouvement est donc circulaire uniforme.**

d) Temps mis par la particule pour effectuer un demi – tour

La durée d'un demi-tour est $t = \frac{T}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{2\pi R}{v}\right) = \frac{\pi R}{v}$ (où T est durée d'un tour ou période)

Or $R = R = \frac{mv_0}{|q|B}$ alors $t = \frac{\pi.m}{|q|B} \Rightarrow T = 2t = \frac{2\pi.m}{|q|B}$

La durée d'un demi-tour ne dépend pas du rayon de la trajectoire.

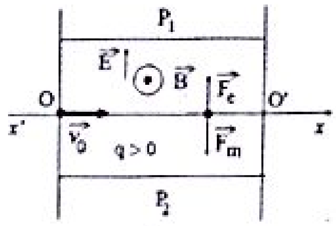
e) Variation de l'énergie cinétique

Une tension alternative $u = U_m.\cos(\omega t)$ est appliquée entre les dees.

L'énergie cinétique de la particule s'accroit après chaque tour de ΔE_C telle que :

$\Delta E_C = 2|q|U_m$. Après n tours, on a donc : $\Delta E_C = 2n|q|U_m$

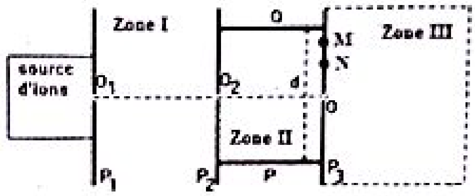
4) Filtre de vitesse



Le filtre de vitesse est un dispositif dans lequel règnent simultanément un champ uniforme $\vec{E}$ et un champ uniforme $\vec{B}$ superposés de façon qu'ils soient orthogonaux. Il permet de filtrer les particules en fonction de leur vitesse d'entrée.

Exercice d'application

Des ions isotopes du nickel $^{60}Ni^{2+}$ et $^{x}Ni^{2+}$ de même charge, de masse respective m et m', émis à partir du point O_1 avec une vitesse initiale négligeable, sont accélérés (zone I) entre O_1 et O_2 par la tension $|U_0| = |U_{P_1P_2}|$ existant entre les plaques P_1 et P_2. Ces ions se déplacent dans le vide suivant la direction horizontale de O_1 vers O_2.



On néglige le poids devant les autres forces.

1) Préciser le signe de la tension U_0.

2) Déterminer la vitesse v de l'isotope $^{60}Ni^{2+}$ en O_2.

3) Etablir la relation entre v, v', m et m' (v' est la vitesse de l'isotope $^{x}Ni^{2+}$).

4) En déduire la valeur entière x du nombre de masse de l'ion $^{x}Ni^{2+}$ sachant que v' = 1,017v.

5) Les ions pénètrent en O_2 entre deux plaques horizontales P et Q (zone II) distantes de d où on établit une différence de potentiel $U = V_P - V_Q$. Il règne entre ces plaques un champ magnétique $\vec{B}$ perpendiculaire aux vitesses v et v' et un champ électrique $\vec{E}$.

a) On désire qu'en arrivant au point O_2 avec une vitesse v les ions $^{60}Ni^{2+}$ traversent le dispositif en ligne droite. Quel doit être le sens du champ magnétique $\vec{B}$?

b) Etablir l'expression de B en fonction de v, U, d puis calculer sa valeur.

c) Préciser la valeur B' du champ magnétique pour que les ions $^{x}Ni^{2+}$ traversent le dispositif sans subir de déviation.

6) En faisant varier la valeur du champ magnétique dans la zone II, on peut faire passer par le point O l'un ou l'autre des isotopes. Les ions pénètrent alors dans un champ magnétique $\overrightarrow{B_0}$.

a) Quel doit être le sens de ce champ $\overrightarrow{B_0}$ pour que les ions soient déviés vers les points M et N ?

b) Donner l'expression du rayon R de la trajectoire de l'ion $^{60}Ni^{2+}$ puis calculer sa valeur.

c) La distance entre les points d'impact M et N sur la plaque P_3 est MN = a = 2 mm.

Exprimer le nombre de masse x de l'ion $^{x}Ni^{2+}$ en fonction de a et R et calculer sa valeur.

On donne : $e = 1{,}6.10^{-19}$ C ; m = 60u ; m' = xu ; $1u = 1{,}67.10^{-27}$ kg ; $|U_0| = 5.10^3$ V ; d = 20 cm ; $U = 1{,}68.10^3$ V ; $B_0 = 0{,}5$ T.

Correction

1) Précisons le signe de la tension U_0.

Les ions accélérés entre O_1 et O_2 sont soumis à la seule force électrique : le travail de celle-ci est donc positif ; $2e(V_{P_1} - V_{P_2}) = 2eU_{P_1P_2} > 0$. La charge étant positive alors la tension $U_{P_1P_2}$ est positive.

2) Déterminons la vitesse v de l'isotope ${}^{60}Ni^{2+}$ en O_2.

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à la particule entre O_1 et O_2 on aura :

$$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = 2eU_0 \Rightarrow v^2 = \frac{4eU_0}{m} = \frac{4eU_0}{60u} = \frac{eU_0}{15u} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{eU_0}{15u}} = \sqrt{\frac{1{,}6.10^{-19}\times 5.10^3}{15\times 1{,}67.10^{-27}}} = 1{,}78.10^5$$

$\Rightarrow v = 1{,}78.10^5$ m/s.

3) La relation entre v, v', m et m'.

$$\frac{1}{2}mv^2 = 2eU_0 \text{ et } \frac{1}{2}m'v'^2 = 2eU_0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m'v'^2 \Rightarrow mv^2 = m'v'^2 \Rightarrow \frac{v'^2}{v^2} = \frac{m}{m'}$$

4) Déduire la valeur entière x du nombre de masse de l'ion ${}^{x}Ni^{2+}$ sachant que v' = 1,017v.

On sait que v' = 1,017v $\Rightarrow \frac{v'}{v} = 1{,}017$

$$\frac{v'^2}{v^2} = \frac{m}{m'} \Rightarrow \left(\frac{v'}{v}\right)^2 = \frac{m}{m'} \Rightarrow \frac{m}{m'} = (1{,}017)^2 = 1{,}034 \Rightarrow \frac{60u}{xu} = 1{,}034 \Rightarrow \frac{60}{x} = 1{,}034$$

$$\Rightarrow x = \frac{60}{1{,}034} = 58{,}027 \approx 58 \Rightarrow x = 58$$

5) a) Le sens du champ magnétique $\vec{B}$.

Le champ magnétique $\vec{B}$ est sortant (perpendiculaire au plan de la figure et orienté de l'arrière vers l'avant).

b) L'expression de B en fonction de v, U, d puis calculons sa valeur.

Le champ électrique pointe vers la plaque au plus petit potentiel donc vers Q.

Le mouvement étant rectiligne uniforme, les deux forces électrique et magnétique se compensent (principe de l'inertie) : $F_e = F_m \Rightarrow 2eE = 2evB \Rightarrow B = \frac{E}{v} = \frac{U}{vd}$ car $E = \frac{U}{d}$

$$B = \frac{1680}{1{,}787.10^5\times 0{,}2} = 0{,}047 \text{ T} = 47 \text{ mT}.$$

c) Préciser la valeur B' du champ magnétique.

Par analogie à B on a : $B' = \frac{U}{v'd} = \frac{U}{1{,}017vd} = \frac{B}{1{,}017} = \frac{0{,}047}{1{,}017} = 0{,}046 \text{ T} \Rightarrow B' = 46$ mT.

6) a) Le sens de ce champ $\vec{B_0}$ pour que les ions soient déviés vers les points M et N.

$\vec{B_0}$ est perpendiculaire au plan de la figure et orienté de l'avant vers l'arrière.

b) Donnons l'expression du rayon R de la trajectoire de l'ion ${}^{60}Ni^{2+}$ puis calculons sa valeur.

En appliquant le théorème du centre d'inertie on aura : $R = \frac{mv}{2eB}$ et $R' = \frac{m'v'}{2eB}$

$R = \frac{mv}{2eB} = \frac{60\times1,67.10^{-27}\times1,787.10^{5}}{2\times1,6.10^{-19}\times0,5} = 0,112\ m = 112\ mm \Rightarrow R = 112\ mm.$

c) Exprimons le nombre de masse x de l'ion ${}^{x}Ni^{2+}$ en fonction de a et R et calculons sa valeur.

$R - R' = \frac{mv}{2eB} - \frac{m'v'}{2eB} = \frac{1}{2eB}(mv - m'v') = \frac{mv}{2eB}\left(1 - \frac{m'v'}{mv}\right) = R\left(1 - \frac{m'v'}{mv}\right)$

Or $\frac{v'}{v} = 1,017$; $\frac{m'}{m} = \frac{x}{60}$ et $a = 2(R - R') \Rightarrow R - R' = \frac{1}{2}a = R\left(1 - \frac{1,017x}{60}\right) \Rightarrow x = \frac{60}{1,017}\left(1 - \frac{a}{2R}\right)$

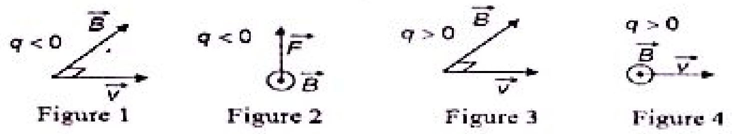
$x = \frac{60}{1,017}\left(1 - \frac{a}{2R}\right) = \frac{60}{1,017}\left(1 - \frac{0,002}{2\times0,112}\right) = 58$

Série d'exercices

Exercice 1

1) Définir : force de Lorentz

2) Après avoir donné l'expression de la force de Lorentz agissant sur une charge q se déplaçant dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ à la vitesse constante $\vec{V}$, représenter le vecteur inconnu de façon que la force de Lorentz soit correcte.



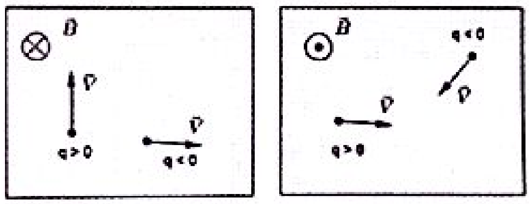
Exercice 2

1) Dans chacun des cas suivants tracer :

a) le vecteur $q\vec{V}$.

b) le vecteur force.

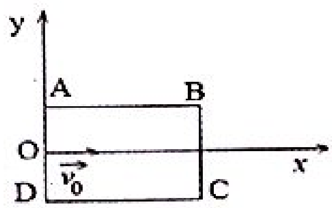
2) Indiquer l'allure de la trajectoire.



1er cas 2ème cas

Exercice 3

Des ions ${}^{27}Al^{3+}$ pénètrent en O avec une vitesse horizontale de valeur $V_0 = 400$ Km/s dans un plan de l'espace ABCD vertical de forme carré, de côté 10 cm. On négligera le poids des ions devant les forces magnétiques.



1) Dans la région ABCD règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ horizontal, perpendiculaire à $\vec{V_0}$ et entrant de valeur B = 0,4 T.

a) Montrer que la trajectoire des ions est dans le plan ABCD.

b) Calculer le rayon de cette trajectoire.

c) Déterminer les coordonnées du point de sortie S des ions de la région ABCD sachant que les ions décrivent une trajectoire circulaire.

2) Dans la région ABCD règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ de même direction et de même sens que $\vec{V_0}$ de valeur B = 0,4T.

Donner les coordonnées du point de sortie S' des ions dans la région ABCD et la vitesse V' des ions en ce point.

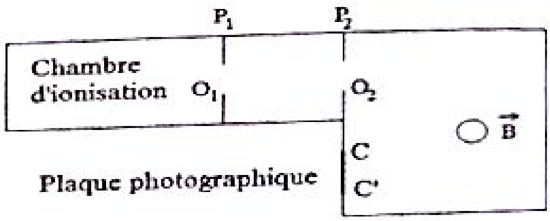
On donne : AO = OC ; masse du proton = masse neutron = $1,67.10^{-27}$ Kg ;

charge élémentaire : e = $1,6.10^{-19}$ C

Exercice 4

On considère deux isotopes $^{238}X^+$ et $^{A}X^+$ avec A un entier naturel. Pour déterminer le nombre de nucléons A du deuxième isotope, on utilise un spectrographe de masse (voir figure).

Une chambre d'ionisation produit des ions positifs. Ces ions sont émis en O_1 avec une vitesse négligeable et sont accélérés dans le vide par une tension $U_0 = 4000$ V appliquée entre deux plaques métalliques parallèles P_1 et P_2.



On négligera le poids des ions devant les autres forces.

On suppose que les ions sortent de la chambre d'ionisation en O_1 avec une vitesse nulle.

1) En justifiant votre réponse, dites laquelle des plaques on doit porter au potentiel le plus élevé.

2) Montrer que l'énergie cinétique est la même pour les deux types d'ions arrivant en O_2.

3) Calculer la vitesse V_0 des ions $^{238}X^+$ lorsqu'ils arrivent en O_2.

4) Exprimer en fonction de A et de V_0, la vitesse V_0' des ions $^{A}X^+$ en O_2.

5) Les ions pénètrent ensuite dans une région où règne un champ magnétique uniforme perpendiculaire au plan de la figure, d'intensité B = 0,1 T.

a) Indiquer sur un schéma le sens du vecteur $\vec{B}$ pour que les ions $^{238}X^+$ parviennent en C', et les ions $^{A}X^+$en C. Justifier.

b) Montrer que les trajectoires des ions sont planes et circulaires.

c) Calculer le rayon de courbure R_1 de la trajectoire des ions $^{238}X^+$

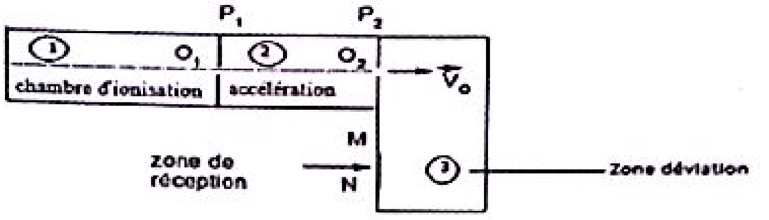
d) Exprimer le rayon de courbure R_2 de la trajectoire des ions $^{A}X^+$ en fonction de R_1 et de A.

e) Sachant que CC' = 17,7 mm, calculer A puis en déduire la valeur de V_0'.

On donne : 1 u = 1,66. 10^{-27} kg ; e = $1,6.10^{-19}$ C $1,67.10^{-27}$ Kg ; les masses de ses ions sont m_1 = 238u et m_2 = Au où u est l'unité de masse atomique.

Exercice 5

On considère deux isotopes ^{29}X et ^{A}X avec A un entier naturel. Pour déterminer le nombre de nucléons A du deuxième isotope, on utilise un spectrographe de masse (voir figure).



Une chambre d'ionisation produit des ions positifs. Ces ions sont émis en O_1 avec une vitesse négligeable et sont accélérés dans le vide par une tension U appliquée entre deux plaques P_1 et P_2, soumis à l'action d'un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et perpendiculaire au plan de la figure.

1) Représenter la force électrique $\vec{F_e}$ exercée sur un ion se trouvant entre les plaques P_1 et P_2 puis en déduire le sens du champ $\vec{B}$.

2) Donner le signe de la tension $U = V_{P_1} - V_{P_2}$ établie entre P_1 et P_2. Justifier.

3) Etablir en fonction de e ; u et U, l'expression de la vitesse V_1 de l'ion $^{29}X^+$ en O_2 puis calculer sa valeur.

4) Etablir en fonction de A ; e ; U et u, l'expression de la vitesse V_2 de l'ion $^{A}X^+$ en O_2.

5) Les ions issus de O_2 pénètrent dans la zone 3 avec des vitesses perpendiculaires à la plaque P_2. Leur mouvement s'effectue sur des trajectoires circulaires.

a) Indiquer le sens de $\vec{B}$ pour que les ions parviennent en M et N.

b) Montrer que le mouvement d'un ion est uniforme.

c) Montrer que le rayon de la trajectoire de l'ion $^{29}X^+$ a pour expression $R_1 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{258uU}{e}}$.

Calculer la valeur de R_1.

d) En déduire l'expression du rayon R_2 de la trajectoire de l'ion $^{A}X^+$ en fonction de A ; B ; u ; e et U puis en fonction de R_1 et A.

e) Sachant que la distance MN est de 1,2 cm, déterminer la valeur de A

Données : B = 0,2 T ; U = 4000V ; $1{,}6.10^{-19}$ C ; 1u = $1{,}67.10^{-27}$ kg

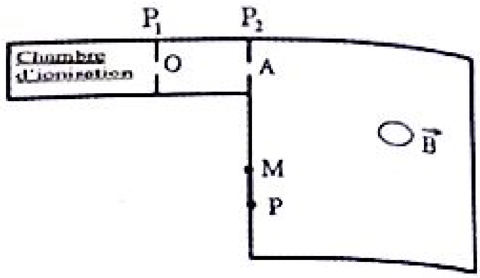
Les masses de ses ions sont $m_1 = 129u$ et $m_2 = Au$ où u est l'unité de masse atomique.

Exercice 6

On veut séparer des ions $^{79}Br^-$ et $^{81}Br^-$ de masses respectives m_1 et m_2. Ces ions pénètrent en O dans un champ électrique uniforme, créé par une tension $U = U_1 - U_2 = -4000$ V appliquée entre les 2 plaques verticales P_1 et P_2.

1) Calculer les masses m_1 et m_2 des 2 ions.

2) Déterminer leur vitesse en A. On néglige les vitesses en O.



3) Les ions bromures pénètrent alors dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, perpendiculaire à la figure, de valeur 0,1 T.

a) Déterminer le sens de $\vec{B}$.

b) Montrer que, dans la région où existe $\vec{B}$, le mouvement des ions est circulaire uniforme.

c) Calculer le rayon des arcs de cercles décrits par les deux types d'ions.

d) Calculer la distance MP séparant les points d'impact.

Données : Nombre d'Avogadro : $\mathcal{N} = 6{,}02\ 10^{23}$ / mole ; charge élémentaire $e = 1{,}6.10^{-19}$ C.

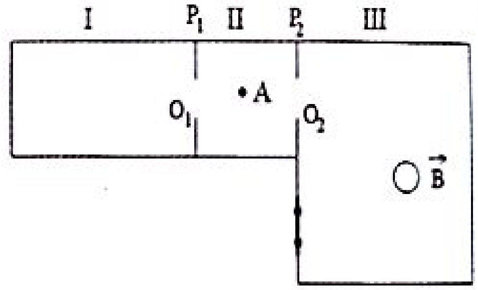
Exercice 7

On utilise un spectrographe pour déterminer le nombre de masse de l'un des isotopes du potassium, élément chimique, mélange de deux isotopes : ^{39}K et ^{x}K.

L'isotope ^{39}K est plus abondant. Le spectographe est constitué de 3 compartiments I, II et III (voir figure).

1) Entre les plaques P_1 et P_2, les ions sont accélérés par un champ électrique uniforme. Leur vitesse au point O_1 de la plaque P_1 est nulle..

a) Reproduire la figure et représenter la force électrique s'exerçant sur un ion potassium se trouvant en un point A situé entre les deux plaques P_1 et P_2.



b) Montrer qu'au point O_2, tous les ions potassium ont la même énergie cinétique.

c) Montrer qu'au point O_2, la vitesse de chaque ion $^{39}K^+$ a pour expression : $V_1 = \sqrt{\frac{2eU}{39m_0}}$

d) En déduire l'expression de la vitesse V_2 des isotopes $^{x}K^+$ en O_2.

2) A partir de O_2, les ions pénètrent dans le compartiment III avec des vitesses perpendiculaires à la plaque P_2.

a) Montrer que dans le compartiment III, le mouvement des ions est circulaire uniforme.

b) En un point M de l'une des trajectoires des ions, représenter sur la figure, la vitesse d'un ion potassium et la force magnétique qui s'exercice sur cet ion.

c) Représenter le sens du champ magnétique qui règne dans le compartiment III.

3) Etablir l'expression du rayon R_1 de la trajectoire des ions $^{39}K^+$ en fonction de m_0, U, B et e. En déduire l'expression du rayon R_2 de la trajectoire des isotopes $^{x}K^+$.

4) Déterminer la valeur du rayon R_1 de la trajectoire des ions $^{39}K^+$.

5) Les deux isotopes rencontrent l'écran luminescent en deux points d'impact R et S ; le point d'impact S étant plus lumineux.

a) Préciser le point d'impact de chaque type d'isotopes. Justifier.

b) Montrer que le rapport des rayons des trajectoires des isotopes du potassium dans le compartiment III est $\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{39}{x}}$.

c) Sachant que la distance RS = 0,025 m, déterminer la valeur de x.

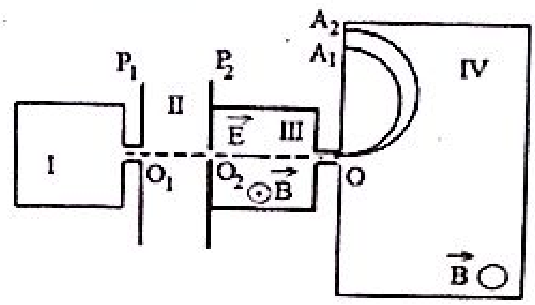
On donne : la charge élémentaire est $e = 1{,}6.10^{-19}$ C ; $U = V_{P_1} - V_{P_2} = 1000$ V ; B = 0,1 T ; la masse d'un nucléon est $m_0 = 1{,}67.\ 10^{-27}$ kg ; la masse de l'ion $^{39}K^+$ est $m_1 = 39m_0$; la masse de l'ion $^xK^+$ est $m_2 = x.m_0$.

On néglige le poids d'un ion devant la force électrique et la force magnétique.

Exercice 8

Des molécules X, ionisés dans la chambre I par un bombardement électronique, donnent des ions X^+ de charge q= + e = $1{,}6.10^{-19}$ C. Ces ions sont accélérés à une vitesse V entre les plaques P_1 et P_2 planes et parallèles avec une tension $|U_{P_1P_2}| = U = 8.10^3$ V (chambre II).

On utilise le spectrographe de masse de la figure ci - contre pour séparer les isotopes ^{79}Br et ^{81}Br.



1) Les atomes, ionisés dans la chambre d'ionisation I, donnent des ions portant la même charge $q = -e = -1{,}6.10^{-19}$ C et sortent de cette chambre en un point O_1 avec une vitesse nulle. Ces ions sont accélérés à une vitesse V entre les plaques P_1 et P_2 planes et parallèles avec une tension $|U_{P_1P_2}| = U = 8.10^3$ V (chambre II).

Puis ils sont accélérés dans la chambre d'accélération II par la tension $U = V_{P_1} - V_{P_2}$ appliquée entre les deux plaques P_1 et P_2 et arrivent en O_2 avec des vitesses de même direction et de même sens mais ayant des valeurs différentes.

Afin d'obtenir une seule vitesse $\vec{V_0}$ en O, on fait pénétrer ces ions dans la chambre III où règnent un champ magnétique $\vec{B}$ et un champ électrique $\vec{E}$.

1) Justifier que l'énergie cinétique est la même pour tous les ions en O_2.

2) Déterminer le sens de $\vec{E}$ pour que la force électrique $\vec{F_e}$, soit opposée à la force magnétique $\vec{F_m}$.

3) Montrer que la vitesse V_0 au point O est indépendante de la charge électrique q puis cette vitesse si E = 2000 V/m et B = 5.10^{-2} T.

4) Les ions ainsi sélectionnés arrivent avec la vitesse V_0 dans la chambre IV de déviation où ils sont soumis uniquement au champ magnétique précédent.

a) Préciser le sens du vecteur $\vec{B}$ pour que les ions parviennent en A_1 et A_2.

b) Montrer que le mouvement des ions dans cette chambre est circulaire et uniforme.

c) En déduire l'expression des rayons R_1 et R_2 des trajectoires en fonction de e, V_0, B et m_1 ou m_2.

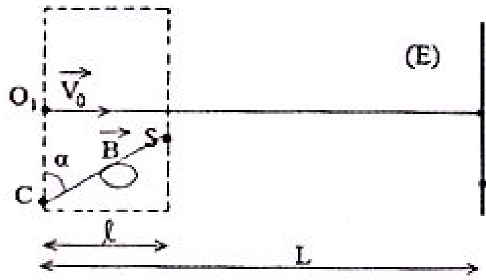
d) Calculer la distance entre les points A_1 et A_2. On précisera à quel ion correspond chaque point.

On donne : e= $1{,}6.10^{-19}$ C ; $m_P = m_n = 1{,}6.10^{-27}$ kg.

N.B : on néglige le poids des ions devant celui des autres forces.

Exercice 9

Un faisceau d'électrons pénètre dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ avec une vitesse initiale $\vec{V_0}$ orthogonale à $\vec{B}$.



1) Montrer que la trajectoire est plane et circulaire puis donner l'expression du rayon R en fonction de m, V_0 et B.

2) Représenter sur le schéma $\vec{V_0}$, $\vec{B}$ et la force $\vec{F}$.

3) Calculer l'intensité de la force $\vec{F}$ sachant que $V = 2.10^6\ m.s^{-1}$ et $B = 2.10^{-1}$T.

4) Les électrons quittent la région où règne le champ magnétique en un point S.

a) Montrer que : $\ell = R.sin\alpha$.

b) Préciser la nature du mouvement des électrons une fois sortis du champ magnétique.

5) Les électrons heurtent un écran (E) en un point P situé à la distance L du point O_1.

Donner une valeur approchée de $tan\alpha$ en fonction de la déviation D = O_2P et de L sachant que $\ell \ll L$.

6) Exprimer la déviation D en fonction du rapport $\frac{q}{m}$ et de la vitesse V_0 sachant que l'angle α est d'une petite valeur.

On donne : $e = 1{,}6.10^{-19}C$; $m_e = 9{,}1.10^{-31}kg$.

Exercice 10

Des électrons de masse m et de charge q sont émis sans vitesse initiale par la cathode (C). Ils subissent sur la longueur d, l'action du champ électrique uniforme E.

1) Préciser la nature du mouvement de l'électron entre la cathode (C) et l'anode (A).

2) Déterminer la vitesse v_0 d'un électron au point O_1.

3) Les électrons subissent à partir de O_1 sur la distance ℓ, l'action d'un champ magnétique uniforme B perpendiculaire au plan de la figure. Déterminer le sens du vecteur $\vec{B}$ pour que les électrons décrivent l'arc de cercle O_1N.

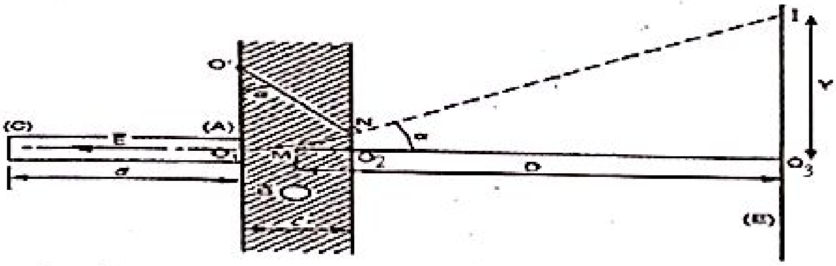
4) Etablir l'expression du rayon R = O'O_1 de cet arc de cercle puis calculer sa valeur pour $B = 2.10^{-3}$ T.

5) Une fois sortis de la zone où règne le champ magnétique, ces électrons arrivent sur un écran (E).

a) Quelle est la nature du mouvement de l'électron dans cette partie où il n'existe aucun champ ?

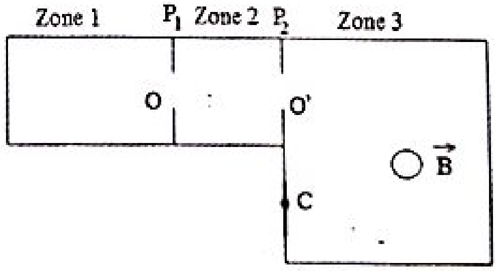
b) Exprimer en fonction de m, e, B, D, ℓ et V_0, la déflexion magnétique O_3I = Y. On supposera que M se trouve au milieu de la zone où se trouve le champ magnétique et que l'angle α est faible puis calculer sa valeur.

On donne : D = 0,4 m ; ℓ = 0,01 m ; d = 0,1 m ; $m = 9{,}1.10^{-31}$ kg ; $E = 5.10^4$ V/m.
N.B : le poids des électrons sont négligeables devant les autres forces.



Exercice 11

Des ions X^{n+} de masse m, d'un élément X sont produits dans une chambre d'ionisation (zone 1). Ils pénètrent en O avec une vitesse nulle entre deux plaques P_1 et P_2 où ils sont accélérés (zone 2) (voir figure).



1) Déterminer l'expression de la vitesse V des ions en O'.

2) En O' les ions pénètrent avec une vitesse horizontale dans une région où règne un champ magnétique perpendiculaire au plan de la figure (zone 3). Les particules sont détectées au collecteur C.

a) Reprendre le schéma et indiquer le sens du champ magnétique $\vec{B}$.

b) Déterminer la puissance instantanée de la force électromagnétique.

c) Déterminer la vitesse des ions en C.

3) Déterminer l'expression de la distance OC en fonction de m, n, e, B et U.

4) Calculer OC correspondant à chacun des quatre ions : Al^{3+} ; Ni^{2+} ; Ag^{+} ; Cu^{2+}.

5) Sachant que OC = 4,95 cm, préciser l'élément X.

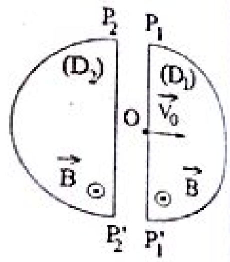
On donne : B = 1 T ; U = $U_{P_1P_2} = 10^3$ V ; e = $1{,}6.10^{-19}$ C ; m = $\frac{M}{N_A}$ avec $N_A = 6{,}02.10^{23}\ mol^{-1}$. On négligera le poids des ions devant les autres forces.

Exercice 12

A l'intérieur d'un cyclotron règne un champ magnétique uniforme comme l'indique la figure ci - dessous.

Une tension U est maintenue entre les parois $P_1P'_1$ et $P_2P'_2$.

Cette tension U change de signe périodiquement.



1) Des protons sont lancés à partir d'un point O dans la région D_1 avec un vecteur vitesse $\vec{V}_0$.

a) Donner l'expression du rayon R_1 de la trajectoire des protons dans la région D_1.

b) Déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}_1$ des protons lorsqu'ils sortent de la région D_1 .

c) Quel doit être le signe de la tension U pour accélérer les protons ?

d) Avec quelle vitesse V_2 pénètrent – ils dans la région D_2 ?

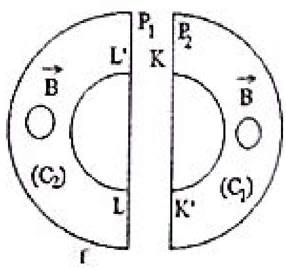
2) a) Donner l'expression du rayon R_2 de la trajectoire des protons dans la région D_2.

b) Préciser le signe de la tension U lorsque les protons quittent la région D_2 en traversant la paroi $P_2P'_2$.

On donne : $m_p = 1{,}67.10^{-27}kg$

Exercice 13 : BAC 1999

Entre deux parois planes parallèles P_1 et P_2 soumises à une différence de potentiel (d.d.p.) $U_{P_1} - U_{P_2}$ positive règne un champ Electrique uniforme E. De part et d'autre des parois règne un champ magnétique uniforme constant $\vec{B}$, perpendiculaire au plan de la figure ci – contre.



Une particule de masse m et de charge électrique q pénètre en O dans le champ électrique avec une vitesse négligeable, puis, par K dans le champ magnétique où elle décrit la trajectoire (C_1). Soient $\vec{v_k}$ la vitesse de la particule en K, et U la valeur absolue de la d.d.p.

1) a) En déduire le sens de $\vec{E}$, le signe de q et la nature du mouvement de la particule entre O et K.

b) Donner le sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}$.

c) Quelle est l'énergie cinétique de la particule aux points K et K' ? Quelle est l'influence de $\vec{B}$ sur le mouvement de la particule ?

d) Exprimer la distance KK' en fonction de m, q, B et v_k.

2) Dès que la particule sort du champ magnétique, la d.d.p. devient négative.

a) Quelle est alors la nature du mouvement de la particule en allant de P_2 à P_1 ?

b) Donner l'énergie cinétique de la particule en L en fonction de m, q, v_k et U.

c) Quel est l'intérêt du passage de la particule dans le champ électrique ?

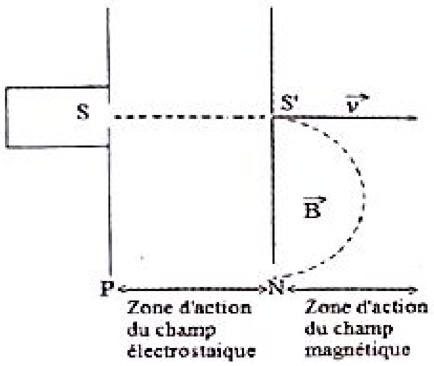
3) A partir de L la particule décrit la trajectoire (C_2) et sort du champ magnétique par L'.

a) Exprimer LL' en fonction de m, q, B, U et v_k. Comparer LL' et KK'.

b) Calculer les temps t_1 et t_2 mis pour parcourir respectivement (C_1) et (C_2).

Exercice 14 : Bac 2007

Un proton de masse $m = 1{,}67.10^{-27}$ kg et de charge $q = e = 1{,}6.10^{-19}$ C est émis en S avec une vitesse négligeable. Puis il est accéléré de S à S' par une tension $U = V_P - V_N$ appliquée entre deux électrodes planes et parallèles P et N.



On néglige le poids du proton devant les autres forces. En S', le proton acquière une vitesse $v = 8{,}755.10^5$ m.s^{-1}.

1) Déterminer :

a) Le signe de la tension U pour qu'il soit ainsi.

b) La valeur de cette tension.

2) Au – delà de S', le proton de masse m pénètre dans la zone d'action d'un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et perpendiculaire à $\vec{v}$. Il décrit une trajectoire circulaire de rayon R = 26 cm dans le plan de la figure.

a) Préciser sur le schéma et justifier le sens du champ $\vec{B}$.

b) Etablir la relation entre m, v, R, e et B.

c) En déduire l'intensité du champ $\vec{B}$.

3) Ce champ $\vec{B}$ est crée par un solénoïde de longueur = 54 cm et parcouru par un courant I d'intensité 5 A.

Calculer le nombre de spires N de ce solénoïde.

On donne $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ S.I.

Exercice 15 : Bac 2008

Des ions $^{235}U^+$ et $^{238}U^+$ sont produits dans une chambre d'ionisation (figure 1). A leur sortie en O, les ions pénètrent dans vitesse dans l'espace compris entre les plaques planes parallèles P_1 et P_2 entre lesquelles on applique une tension U = 3800 V.

1) Etudier la nature du mouvement des ions entre les plaques P_1 et P_2 et déterminer les valeurs v_1 et v_2 de leurs vitesses respectives lorsqu'ils arrivent sur la plaque P_2.

On négligera le poids des ions par rapport aux autres forces.

2) Les ions pénètrent par une ouverture A pratiquée dans la plaque P_2, dans un champ magnétique uniforme perpendiculaire au plan de la figure, dirigé de l'avant vers l'arrière d'intensité 0,1 tesla. Montrer que la trajectoire est circulaire. Déterminer les rayons R_1 et R_2 en fonction du champ, de la charge, de la masse et de la vitesse de l'ion correspondant.

3) Une plaque photographique P_3, se trouve sous la plaque P_2. Calculer en cm, la distance séparant les traces laissées par les particules sur la plaque photographique.

Données :

Charge électrique élémentaire : $e = 1{,}6.10^{-19}$ C ;

Masse des ions : $m_1 = 235\ uma$; $m_2 = 238\ uma$;

Unité de masse atomique : 1 $uma = 1{,}66.10^{-27}$ kg.

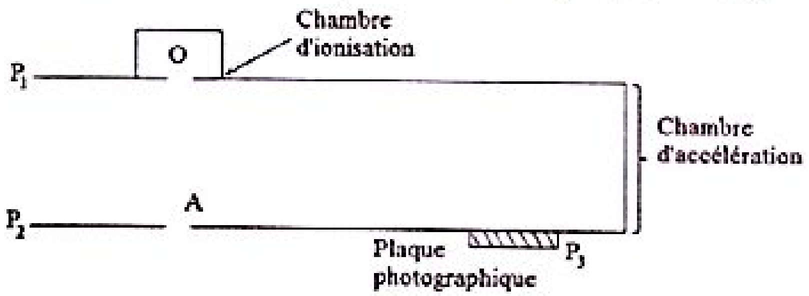


Figure 1 : Spectrographe de masse

FORCE DE LAPLACE

Résumé du cours

1) Enoncé de la loi

Un conducteur rectiligne de longueur l parcouru par un courant d'intensité I placé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ est soumis à l'action d'une **force électromagnétique** dite **force de Laplace** : $\vec{F} = I.\vec{l}\wedge\vec{B}$ qui dépend du sens du courant et de celui du champ **magnétique** $\vec{B}$. Le sens de $\vec{l}$ est celui du courant du courant. La longueur l est la partie du conducteur plongé dans le champ magnétique $\vec{B}$.

2) Caractéristique de la force de Laplace

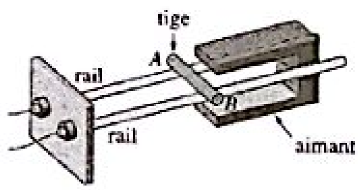
Les caractéristiques de la force de Laplace sont :

- Direction : $\vec{F}$ est perpendiculaire au plan formé par les vecteurs $\vec{l}$ et $\vec{B}$;
- Sens : il est donné par la règle de la main droite (doigts joints : sens du courant ; paume ; sens du champ $\vec{B}$; pouce : sens de $\vec{F}$) ;
- Intensité : F = I.l.B.sinα avec $\alpha = (\vec{l}, \vec{B})$.

3) Applications

a) Rails de Laplace

Une tige cylindrique et conductrice AB, de masse m est placée perpendiculairement à deux rails, entre les pôles d'un aimant en U. Lorsqu'on :

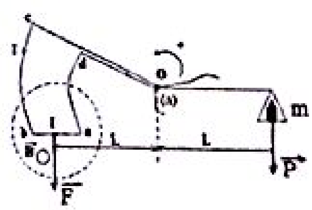


- fait passer un courant dans la tige, on constate qu'elle se déplace.
- inverse le sens du courant, on constate qu'elle se déplace en sens inverse.
- permute les pôles de l'aimant, on constate qu'elle se déplace en sens inverse.

Une portion de circuit électrique parcourue par un courant électrique, placé au voisinage d'un aimant convenablement orienté, est soumise à une force électromagnétique dont le sens dépend du sens du courant.

b) Balance de Cotton

La balance de Cotton est un dispositif qui permet de mesurer l'intensité d'un champ magnétique qui règne dans la partie circulaire. Un fil conducteur permet de faire circuler un courant électrique d'intensité I.

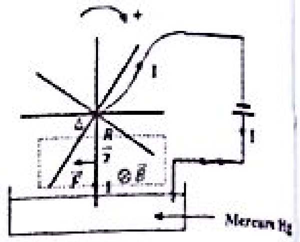


A l'équilibre : $\mathcal{M}(\vec{F}) + \mathcal{M}(\vec{P}) = 0 \Rightarrow$ F.L − P.L = 0 ⇒ F = P

Or F = I.L.B et P = m.g ⇒ I.L.B = m.g.

c) Roue de Barlow

❖ **Description**



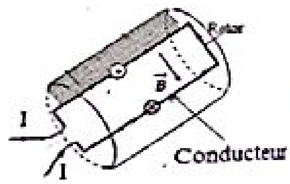
La roue de Barlow est un dispositif constitué d'un disque de cuivre autour d'un axe horizontal (Δ) relié à l'une des bornes d'un générateur de tension continue. L'autre borne est reliée à une cuve contenant une solution conductrice, lui – même en contact avec le disque. Un aimant en U crée, autour de la portion basse du disque, un champ magnétique.

❖ **Fonctionnement**

Lorsqu'on ferme le circuit, le rayon qui plonge dans la solution conductrice est traversé par le courant I et subit la force de Laplace. Si l'intensité de $\vec{F}$ est grande, ce rayon sort de la solution et un autre y pénètre. Les rayons se suivent ainsi les uns après les autres dans la solution et l'ensemble tourne dans le sens de $\vec{F}$.

d) Moteur électrique

❖ **Description**

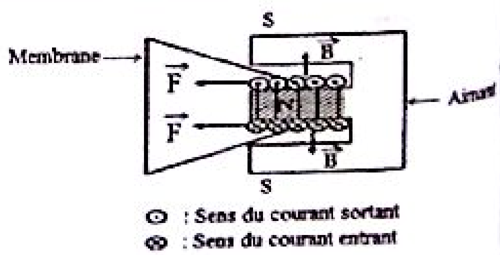


Un moteur à courant continu est constitué de deux parties principales :
- le stator composé d'aimants ou électroaimants. Il crée un champ magnétique ;
- le rotor qui est un ensemble de spires conductrices mobiles autour d'un axe.

❖ **Fonctionnement**

Le courant circule dans la spire mais dans deux sens opposés de chaque côté de la spire.
Les deux forces de Laplace appliquées aux conducteurs parallèles à l'axe de rotation tendent toutes deux à faire tourner la spire dans le même sens.
Quand la spire a fait $\frac{1}{4}$ de tour, les deux forces s'opposent, elles n'ont plus d'effet sur la rotation. Mais, sous l'effet de l'inertie, la spire continue à tourner.
Les forces électromagnétiques changent alors de sens et tendraient à faire tourner le moteur en sens inverse.
Pour que le moteur puisse tourner toujours dans le même sens, le courant dans une spire doit être inverse à chaque demi-tour.
Dans un moteur électrique, les forces électromagnétiques convertissent l'énergie électrique en énergie mécanique.

e) Haut – parleur



Un haut-parleur est un appareil qui transforme des courants électriques en ondes sonores. Il est constitué d'un aimant, d'une bobine et d'une membrane. La membrane est solidaire de la bobine. Les variations du courant électrique dans la bobine créent une force (force de Laplace) qui fait vibrer la membrane. En effet, en se déplaçant sous l'action du mouvement de la bobine, la membrane crée une variation de pression acoustique qui est le son produit.

Exercice d'application : BAC 1997

Dans tout l'exercice, on prendra g = 10 N/kg.

1) Le dispositif expérimental comporte (figure N°2) :

- Deux rails conducteurs XX' et YY' horizontaux et parallèles, distants de ℓ = 5 cm, branchés aux bornes d'un générateur de courant continu.
- Un conducteur cylindrique AA' de masse m = 20 g qui ferme le circuit. Il est disposé perpendiculairement aux rails et peux glisser sans frottement sur les rails.

L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme vertical, de module B1 = 1 tesla. Au milieu de la tige AA' est attaché un fil inextensible, de masse négligeable, parallèle aux rails et relié par l'intermédiaire d'une poulie simple à un solide S de masse 50g. Quand on fait passer le courant dans les rails, on constate que la tige AA' est en équilibre.

a) Reproduire la figure N°2 en vue de face et indiquer les forces qui s'exercent sur la tige AA'.

b) Déterminer le sens et l'intensité du courant dans la tige AA'.

2) le conducteur AA' est maintenant susceptible de se mouvoir dans un plan vertical autour de son extrémité A. l'autre extrémité A' plonge dans un bac de mercure (Hg) qui permet de maintenir le contact électrique avec un générateur de tension continue (figure N°3). L'intensité du courant dans le circuit est I. le dispositif est plongé dans un champ magnétique uniforme de module B, horizontal et orthogonal au plan de la figure N°3.

a) Que se passe-t-il dans chacun des trois cas suivant ?

- $I = 0$ et $B \neq 0$
- $I \neq 0$ et $B = 0$
- $I \neq 0$ et $B \neq 0$

Les résultants sont-ils conserves lorsqu'on permute les bornes du générateur ?

b) On néglige la longueur de la partie de la tige plongée dans le mercure. On admet d'autre part que la tige d'action de la force électromagnétique passe par le milieu de la tige. Calculer la déviation angulaire de la tige quand elle atteint sa position d'équilibre dans le cas où I = 10A et B = 0,1 Tesla.

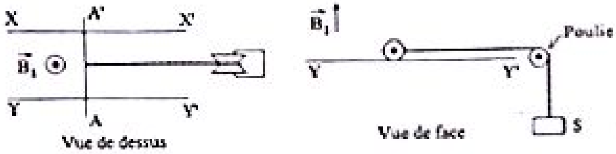


Figure 2

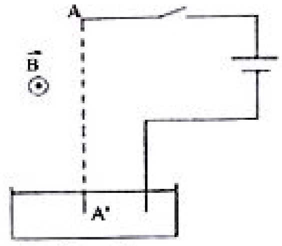
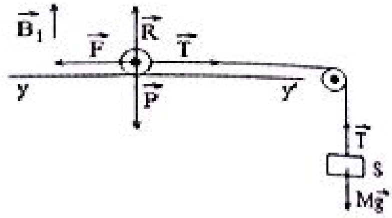


Figure 3

Correction



1) a) Reproduisons la figure N°2 en vue de face et indiquer les forces qui s'exercent sur la tige AA'.

Les forces appliquées à la tige AA' sont : son poids $\vec{P}$; la tension $\vec{T}$ du fil ; la réaction $\vec{R}$ des rails et la force $\vec{F}$ de Laplace.

b) Déterminons le sens et l'intensité du courant dans la tige AA'.

En utilisant la règle des trois doigts de la main droite on constate que I circule de A' vers A.

A l'équilibre $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ d'où F = T.

Or $F = IB\ell$ et $T = M.g \Rightarrow IB\ell = M.g \Rightarrow I = \frac{M.g}{B\ell} = \frac{0{,}05\times10}{1\times0{,}05} = 10$ A.

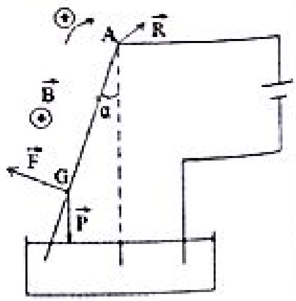
2) a) Ce qui passe dans chacun des trois cas.

On sait que : $F = IB\ell$

- $I = 0$ et $B \neq 0 \Rightarrow F = 0$: le pendule ne bouge pas.
- $I \neq 0$ et $B = 0 \Rightarrow F = 0$: le pendule ne bouge pas.
- $I \neq 0$ et $B \neq 0 \Rightarrow F = IB\ell$: le pendule se déplace vers la gauche.

Si on permute les bornes du générateur, les résultats sont conservés pour les deux premiers cas mais le sens du déplacement change dans le 3ème cas ($I \neq 0$ et $B \neq 0$).

b) Calculons la déviation angulaire de la tige quand elle atteint sa position d'équilibre.



A l'équilibre $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \mathcal{M}(\vec{F}) + \mathcal{M}(\vec{P}) + \mathcal{M}(\vec{R}) = 0$ avec $\mathcal{M}(\vec{R}) = 0$.

$\Rightarrow F \times \frac{\ell}{2} - P \times \frac{\ell}{2} sin\alpha = 0$ avec $F = IB\ell \Rightarrow IB\frac{\ell^2}{2} - P \times \frac{\ell}{2} sin\alpha = 0$

$\Rightarrow sin\alpha = \frac{IB\ell}{mg} \Rightarrow sin\alpha = \frac{10\times0{,}1\times0{,}05}{0{,}02\times10} = 0{,}25 \Rightarrow \alpha = sin^{-1}(0{,}25) = 14{,}47°$

Série d'exercices

Exercice 1

Soit les figures ci – dessous.

Figure 1

Figure 2

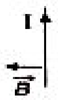
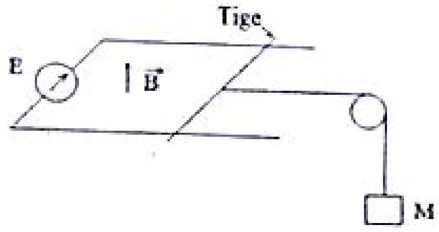


Figure 3

Compléter ces figures en représentant le vecteur qui manque, de façon que la force de Laplace soit correcte.

Exercice 2

Soumise à un champ magnétique B vertical vers le haut, une tige de masse m glisse sans frottement sur deux rails horizontaux distants d.



1) Préciser le sens du courant I qui parcourt la tige pour qu'elle subisse une force de Laplace dirigée vers la gauche.

2) Calculer la masse M à accrocher à la tige pour la maintenir immobile.

3) Quel est le mouvement de la tige sachant qu'à la date t = 0 le fil casse ?

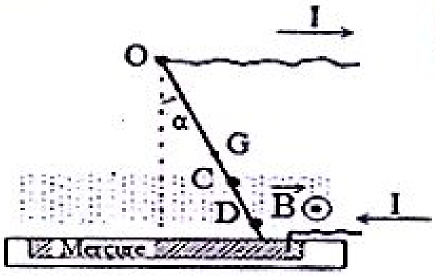
N.B : Les phénomènes d'induction sont négligeables.

On donne : $m = 0{,}02$ kg ; $d = 0{,}15$ m ; $B = 0{,}1$ T ; $I = 5$ A.

Exercice 3

Suspendu par son extrémité supérieure à un point O, un fil rectiligne homogène, de masse m et de longueur ℓ, tourne librement. Son extrémité inférieure plonge dans un liquide (mercure). Une portion de ce fil est placée dans un champ magnétique $\vec{B}$ horizontal uniforme. Parcouru par un courant d'intensité I, ce fil s'écarte de la verticale d'un angle α.

Le champ agit alors sur une portion CD = d du fil.



1) Déterminer l'expression de B à l'équilibre.

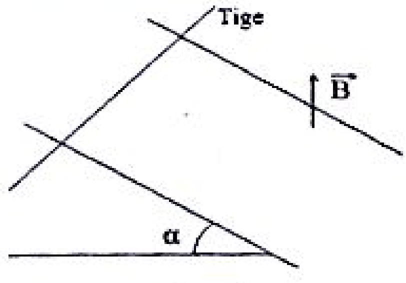
2) Calculer sa valeur.

On donne : $m = 12$ g ; $\ell = 0{,}3$ m ; $I = 12$ A ; $\alpha = 8°$;

$d = 0{,}04$ m ; $OC = 0{,}22$ m ; $OD = 0{,}26$ m ; $g = 9{,}8$ m.s^{-2}.

Exercice 4

Une tige de masse m, placée dans une région de champ magnétique B uniforme vertical de valeur est parcourue par un courant d'intensité I. Elle glisse sur deux rails distants d et inclinés d'un angle α par rapport à l'horizontale.



1) Sur un schéma clair, indiquer le sens du courant pour que la force de Laplace soit dirigée vers le haut.

2) Préciser les caractéristiques de la force de frottement qui s'exerce sur la tige sans qu'elle est immobile.

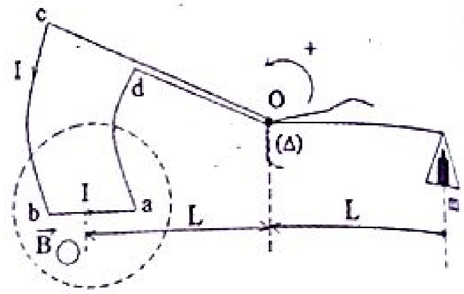
3) A la date t = 0, on coupe le courant. Quel est le mouvement ultérieur de la tige ?

On donne : $m = 0{,}05$ kg ; $d = 0{,}2$ m ; $B = 0{,}1$ T ; $I = 3$ A ; $\alpha = 30°$.

Exercice 5

Une balance de Cotton de la figure ci-contre est utilisée afin de déterminer la valeur du champ magnétique crée par un aimant en « U ».

Pour cela on place différentes masses marquées dans le plateau et on mesure l'intensité I du courant nécessaire pour rétablir l'équilibre de la balance. Le tableau ci-dessous nous donne les résultats des mesures anis effectuées.



m(g)	5	10	15	20	25	30
I(A)	0,74	1,5	2,35	3,2	3,9	4,8

1) Faire le bilan des forces appliquées à la balance et les représenter.

2) Indiquer le sens du vecteur champ $\vec{B}$.

3) Donner l'expression de l'intensité I du courant en fonction de B, g, ℓ et m sachant qu'on maintient les conditions d'équilibre.

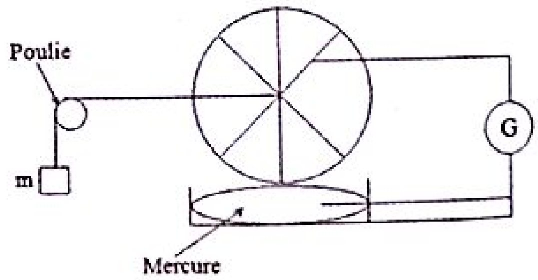
4) Tracer le graphe de la fonction I = f(m).

5) En déduire de cette courbe la valeur B du champ magnétique.

On donne : g = 9,78 m/s2 ; ℓ = ab = 2,9 cm

Exercice 6

Une roue est constituée de rayons de longueur R. Le rayon inférieur trempe dans du mercure pour assurer le contact électrique et est entièrement soumis à l'action d'un champ magnétique horizontal uniforme B. Elle tourne à la vitesse angulaire constante ω quand elle est parcourue par un courant d'intensité I et que la différence de potentiel entre son centre et le mercure est U.



1) Déterminer :

a) la puissance électrique reçue.

b) la puissance de la force de Laplace

c) les pertes électriques.

2) Sachant que la roue conserve les mêmes conditions, elle peut élever une masse m à la vitesse V.

a) Calculer la puissance du poids.

b) En déduire la puissance des frottements mécaniques.

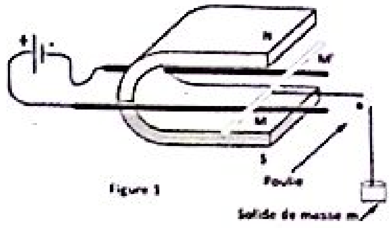
3) Calculer le rendement de ce moteur.

On donne : R = 0,1 m ; B = 0,1 T ; ω = 314 rad/s ; I = 10 A ; U 0,2 V ; m = 30 g ; v = 2 m/s.

Exercice 7

Un conducteur mobile situé dans le champ magnétique uniforme de l'aimant en U est parcouru par un courant d'intensité I. Il est soumis à l'action du champ magnétique sur la longueur MM' = ℓ (voir figure 1).

1) Déterminer les caractéristiques (direction et sens) de la force électromagnétique qui s'exerce sur le conducteur mobile.

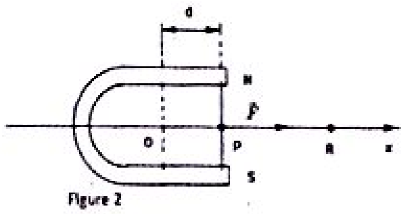


2) Déterminer la masse m qu'il faut suspendre à l'extrémité du fil pour que le conducteur reste en équilibre.

3) On supprime le fil, la poulie, la masse m et on inverse le sens du courant.

Le conducteur MM' initialement immobile en O (figure 2), est soumis à l'action du champ magnétique sur une distance d = 4 cm.

a) Que peut – on dire de son mouvement entre O et P ?



b) Déterminer la valeur v de sa vitesse en P.

c) Déterminer le temps mis pour aller de O à R tel que PR = 0,2 m.

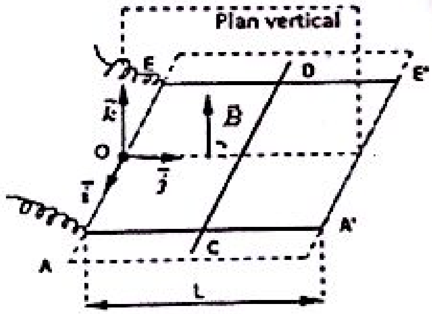
On néglige tout frottement du condensateur sur les rails.

On donne : B = 0,1 T ; I = 5A ; g = 9,8 $m.s^{-1}$; m = 5 kg.

Exercice 8

On considère deux rails de cuivre AA' et EE' parallèles placées horizontalement. Une tige CD en cuivre de masse m se déplace sans frottement le long de ces deux rails (voir figure).

L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme vertical B.



1) Quelle est la polarité des bornes A et E pour que la tige CD, partant de la position AE arrive à la position A'E' lorsqu'un courant passe dans le circuit ?

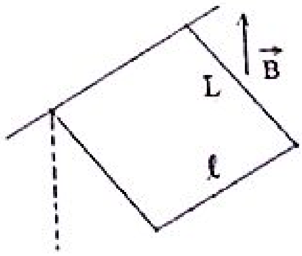
2) Déterminer le temps t mis par la tige CD pour franchir la distance L comprise entre les position AE et A'E' sachant que l'intensité du courant vaut I = 4 A.

On donne : AA' = L = 0,55 m ; CD = ℓ = 0,18 m ; m = 10 g ; B = 0,02 T.

Exercice 9

Suspendue aux extrémités de deux fils de masse négligeable et de longueur L, une tige de masse m et de longueur ℓ est parcourue par un courant d'intensité I et est soumise à l'action d'un champ magnétique uniforme vertical B sur toute sa longueur.

1) Préciser la position d'équilibre de la tige.

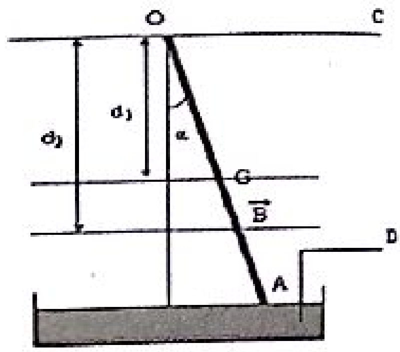


2) Décrire le mouvement de la tige sachant qu'on coupe le courant et qu'on assimile la tige à un pendule simple.

On donne : L = 0,5 m ; m = 0,03 kg ; ℓ = 0,1 m ; I = 5 A ; B = 0,1 T.

Exercice 10

Un conducteur rectiligne et homogène OA de masse m = 0,012 kg et de longueur ℓ = OA = 0,36 m kg est suspendu par son extrémité supérieure O à un point fixe.



Le conducteur peut tourner librement autour de O. Les bornes C et D sont reliées à un générateur qui maintient dans le conducteur un courant d'intensité I = 7,5 A. Un champ magnétique uniforme est créé comme l'indique la figure ci – contre.

La direction de B est horizontal et le sens de l'arrière vers l'avant.

Le conducteur OA s'écarte de sa position d'équilibre d'un angle $\alpha = 5°$.

On suppose que A est situé au voisinage de la surface du mercure.

1) Donner la polarité des bornes C et D.

2) Déterminer l'intensité du champ magnétique B.

On donne : $d_1 = 0{,}2$ m et $d_2 = 0{,}25$ m.

INDUCTION ELECTROMAGNETIQUE

Résumé du cours

I) Notion de flux magnétique

1) Définition

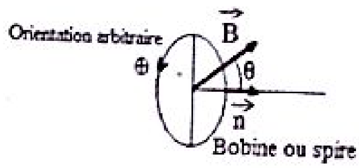
Le flux du champ magnétique uniforme $\vec{B}$ à travers un circuit fermé de surface S est la grandeur algébrique définie par : $\Phi = \vec{B}.\vec{S} = \vec{B}.\vec{n}S$ (pour une spire) alors $\Phi = B.S.\cos\theta$ avec $\theta = (\vec{n},\vec{B})$. $\vec{S} = \vec{n}S$: est le vecteur surface, perpendiculaire à la surface S et n est le vecteur unitaire.

Pour une bobine comportant N spires : $\Phi = N.B.S.\cos\theta$.

Le flux magnétique est exprimé en Weber (Wb).

2) Orientation de $\vec{n}$

Le sens du vecteur $\vec{n}$ est déterminé à partir d'une orientation arbitraire choisie sur la spire, comme on détermine le sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ créé par un solénoïde à partir du sens du courant I.



3) Règle du flux maximal

Tout conducteur délimitant une surface, parcouru par un courant et placé dans un champ magnétique tend à s'orienter de façon à ce que le flux au travers de la surface soit maximum (en valeur absolue et positif).

II) Phénomène d'induction électromagnétique

1) Force électromotrice d'induction

Une force électromotrice (f.é.m) appelée f.é.m d'induction apparaît aux bornes d'un circuit (ou bobine) au cours de la variation du flux d'un champ magnétique B à travers ce circuit.

Cette f.é.m crée un courant appelé courant induit dans un circuit fermé.

$e_{moy} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ (f.é.m induite moyenne) et $e = -\frac{d\Phi}{dt}$ (f.é.m induite instantanée)

2) Les lois de l'induction électromagnétique

a) Sens du courant induit : loi de LENZ

Le sens du courant induit est tel que les effets qu'il produit s'opposent à la cause qui lui donne naissance.

Cette loi permet de trouver le sens du courant induit dans un circuit fermé qui subit l'induction électromagnétique.

- Si Φ augmente $\frac{d\Phi}{dt} > 0 \Longrightarrow e < 0$ alors le courant circule dans le sens négatif et s'oppose à l'augmentation du flux.

- Si Φ diminue $\frac{d\Phi}{dt} < 0 \Rightarrow e > 0$, le courant circule dans le sens positif et s'oppose à la diminution du flux.

b) <u>La loi de Faraday</u>

- **Expression de la f.é.m induite**

Toute variation de flux d'un champ magnétique à travers un circuit (fermé ou non) donne naissance à une force électromotrice induite e : $e = -\frac{d\Phi}{dt}$

<u>Remarque</u> : La f.é.m e et $\Delta\Phi$ sont opposés alors la f.é.m induite et le courant induit ont toujours le même signe.

- **Intensité du courant induit**

Dans un circuit fermé il y a apparition d'un courant induit dont l'intensité est :

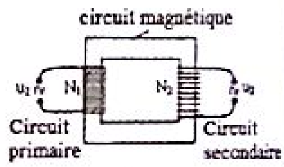
$i = \frac{e}{R} = -\frac{1}{R}.\frac{d\Phi}{dt}$ avec R : la résistance du circuit.

3) <u>Applications</u> :

a) <u>Fonctionnement d'un transformateur</u>

- **<u>Description</u>**

Un transformateur est constitué d'une bobine composée de N_1 spires appelée circuit primaire ; d'une bobine composée de N_2 spires appelée circuit secondaire et d'un circuit magnétique fermé constitué de feuillets métalliques isolés les uns des autres qui canalise les lignes de champ.



- **<u>Fonctionnement</u>**

Le courant alternatif qui circule dans le circuit primaire génère un flux magnétique variable dans le noyau. Cette variation de flux induit dans le secondaire un autre courant ou, si le circuit secondaire n'est pas raccordé à un récepteur, y induit une tension.

Le transformateur est à vide lorsque le circuit secondaire est ouvert. Il ne débite alors aucun courant.

Le transformateur fonctionne en charge quand est récepteur est accordé à sa sortie. Le courant débité par le secondaire crée alors un champ magnétique opposé au champ produit par le primaire.

$\frac{U_1}{U_2} \approx \frac{N_1}{N_2}$ alors les tensions sont proportionnelles aux nombres de spires.

- Si $N_2 > N_1$: le transformateur est dit élévateur de tension.
- Si $N_2 < N_1$: le transformateur est dit abaisseur de tension.

b) <u>Fonctionnement d'un alternateur</u>

Le mouvement du rotor (inducteur) provoque la variation des flux des bobines du stator qui engendre des f.é.m. qui s'ajoutent et qui sont alternatives : d'où l'apparition d'une tension alternative sinusoïdale à la sortie.

Exercice d'application : Bac 2004

1) Un solénoïde (S) de longueur $\ell = 40$ cm, de rayon r = 2 cm comprenant N = 500 spires est parcouru par un courant d'intensité I = 2 A. On néglige le champ magnétique terrestre et on donne $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ S.I.

Déterminer la direction, le sens et l'intensité du champ magnétique $\overrightarrow{B_S}$ au centre du solénoïde. Son diamètre est suffisamment petit devant sa longueur pour qu'on puisse le considéré comme infiniment long.

2) Le solénoïde (S) parcouru par le courant d'intensité I = 2 A et d'axe horizontal (Δ) est placé dans un domaine où règne un champ magnétique uniforme $B_0 = 2.10^{-3}$ T.

Déterminer les caractéristiques du champ magnétique résultant $\vec{B}$ au centre C du solénoïde (S).

3) Le solénoïde (S) en circuit ouvert tourne dans le champ $\overrightarrow{B_0}$ et (Δ) avec une vitesse de rotation constante de 10 tours par seconde. A l'instant t = 0 l'axe du solénoïde est perpendiculaire à $\overrightarrow{B_0}$

a) Après avoir choisi une orientation pour S exprimer le flux Φ du champ $\overrightarrow{B_0}$ à travers le solénoïde :

- à l'instant initial t = 0 ;
- à un instant t.

b) Déterminer l'expression de la force électromotrice induite e à l'instant t.

Correction

1) Déterminons la direction, le sens et l'intensité du champ magnétique $\overrightarrow{B_S}$ au centre du solénoïde.

- Direction : suivant l'axe du solénoïde ;
- Sens : De la face sud vers la face nord du solénoïde ;
- Intensité : $B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} = \frac{4\pi.10^{-7}\times 500\times 2}{0,2} = 6,28.10^{-3}$ T.

2) Déterminons les caractéristiques du champ magnétique résultant $\vec{B}$ au centre C du solénoïde (S).

- Direction : $\tan\alpha = \frac{B_0}{B_S} \Longrightarrow \alpha = tan^1\left(\frac{B_0}{B_S}\right) = tan^1\left(\frac{2.10^{-3}}{6,28.10^{-3}}\right) = 17,66°$

Le champ magnétique fait un angle α = 17,66° avec l'axe du solénoïde.

- Sens : Vers le bas
- Intensité : $B^2 = {B_S}^2 + {B_0}^2 \Longrightarrow B = \sqrt{{B_S}^2 + {B_0}^2} = \sqrt{(6,28.10^{-3})^2 + (2.10^{-3})^2}$

$\Longrightarrow B = 6,6.10^{-3}$ T.

3) a) Exprimons le flux Φ du champ $\overrightarrow{B_0}$ à travers le solénoïde :

- à l'instant initial t = 0

Le vecteur surface $\vec{S}$ est orienté suivant $\overrightarrow{B_S}$ qui est orthogonal à $\overrightarrow{B_0}$, alors $\Phi_0 = 0$.

- à un instant t.

$\Phi = N.\overrightarrow{B_0}.\vec{S} = B.S.\cos\left(\widehat{\overrightarrow{B_0}.\vec{S}}\right) = N.B_0.S.\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ car $\left(\widehat{\overrightarrow{B_0}.\vec{S}}\right) = (\omega t + \frac{\pi}{2})$

$f = 10$ tours/s $\Rightarrow \omega = 2\pi \times 10 = 20\pi$ rad/s. Or $S = \pi.r^2$.

D'où $\Phi = N.B_0.\pi.r^2.\cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$.

b) Déterminons l'expression de la force électromotrice induite e à l'instant t.

$e = -\frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow e = -\left[-20N.B_0.\pi^2.r^2.\sin\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right)\right] = 20N.B_0.\pi^2.r^2.\sin\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

Série d'exercices

Exercice 1

Soumise à l'action d'un champ magnétique uniforme vertical vers le bas, une tige de cuivre glisse sans frottement sur deux rails horizontaux reliés par un générateur de f.é.m. E et distants de d. L'ensemble du circuit a une résistance R.

1) La tige est immobile si B = 1 T. Préciser l'expression de la force de Laplace.

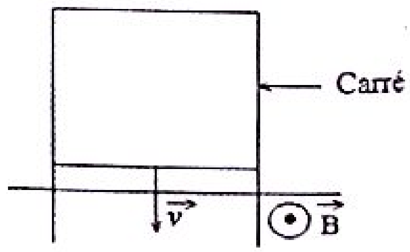
2) L'intensité du courant s'annule. Calculer la vitesse de la tige.

3) Ce dispositif permet – il à la tige d'atteindre cette vitesse ?

On donne : d = 0,15 m ; E = 4,5 V ; R = 5 Ω.

Exercice 2

Un carré de côté c se déplaçant entre deux guides verticaux pénètre dans une région où règne un champ magnétique uniforme normal au carré à la vitesse V.



1) Déterminer la f.é.m. induite dans le carré.

2) Déterminer l'intensité du courant induit sachant que le carré a une résistance R.

3) En déduire la valeur de la force de Laplace induite.

On donne : c = 0,2 m ; V = 1 m/s ; B = 1 T ; R = 0,1 Ω.

Exercice 3

Parcouru par un courant d'intensité I, un solénoïde comporte 1000 spires par mètre.

1) Calculer le champ magnétique à l'intérieur de ce solénoïde.

2) Une bobine comportant 100 spires de rayon R et tournant à la vitesse angulaire ω est placée à l'intérieur de ce solénoïde. A la date t = 0 s, le plan de la bobine est parallèle au champ magnétique.

Déterminer l'expression de la tension à ses bornes.

On donne R = 0,03 m ; $\omega = 10\pi$ rad/s ; I = 8 A.

Exercice 4

Un champ magnétique uniforme B orthogonal au plan des rails vers le bas est exercé sur une tige de cuivre de masse m qui glisse sans frottement sur les deux rails faisant un angle α avec l'horizontale et distants de d. Les deux rails sont reliés et l'ensemble du circuit a une résistance R.

1) Sur un schéma indiquer le sens des effets induits lorsque la tige glisse.

2) Quelle force de Laplace subit la tige lorsque la vitesse de glissement est V ?

3) Ecrire l'équation différentielle de son mouvement.

4) En déduire la vitesse limite atteinte par la tige.

5) A la date t = 0 s, la tige est lâchée en x = 0 et sa vitesse s'écrit sous la forme :

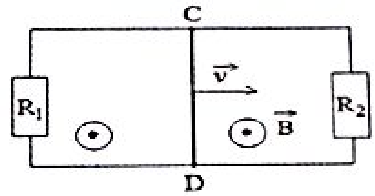
$V(t) = V_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$. Déterminer la valeur de V_0.

6) En déduire l'équation du mouvement de la tige sur les rails.

On donne : B = 1 T ; m = 0,01 g ; $\alpha = 30°$; d = 0,15 m ; R = 3 Ω ; (g = 10 m/s²)

Exercice 5

Soit le dispositif schématisé ci – contre :



1) Déterminer les courants induits dans chaque résistance.

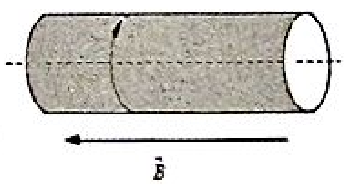
2) Déterminer l'intensité du courant qui traverse la tige CD.

3) Déterminer la force qu'il faut exercer pour maintenir la tige en mouvement uniforme.

On donne : B = 0,1 T ; V = 3 m/s ; $R_1 = 5\ \Omega$; $R_2 = 10\ \Omega$ et CD = ℓ = 0,05 m.

Exercice 6

Un solénoïde comportant N spires enroulées sur un cylindre de rayon R est placé dans un espace champ magnétique uniforme $\vec{B}$. On choisit un sens positif comme l'indique la figure ci – contre. Le solénoïde reste fixe dans toute l'étude.



1) La direction de $\vec{B}$ est parallèle à l'axe du solénoïde et son sens est donné sur la figure.

Déterminer le flux magnétique Φ_1 qui traverse le solénoïde.

2) Le vecteur champ magnétique change de sens, sa direction étant toujours celle de l'axe du solénoïde et la valeur de B reste la même.

Déterminer la nouvelle valeur Φ_2 du flux magnétique à travers le solénoïde.

3) Déterminer la variation du flux magnétique.

On donne : N = 1500 ; R = 0,05 m ; B = 105 mT.

Exercice 7

Un solénoïde S de longueur $\ell = 1$ m, de rayon 0,05 m est parcouru par un courant d'intensité $I = 5A$ puis orienté de A vers C (voir figure 1). Il comporte $N = 1000$ spires et sa résistance électrique est négligeable.

1) Représenter sur le solénoïde, le sens du courant et caractériser le champ magnétique créé à l'intérieur de la bobine.

2) Déterminer l'inductance L.

3) Un phénomène d'induction prend naissance dans le solénoïde lorsqu'il est parcouru par un courant variable. On visualise la tension U_{AC} à ces bornes (C relié à la masse de l'oscilloscope). Donner l'expression de la tension U_{AC} au cours des deux phases, le temps variant de 0 à 50ms.

4) Représenter la tension U_{AC}. Les sensibilités de l'oscilloscope sont : 10ms/div et 0,5V/div.

Figure 1

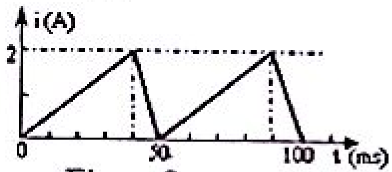


Figure 2

Exercice 8

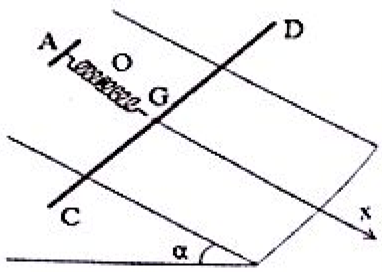
Une barre homogène en cuivre CD de longueur ℓ et de masse M glisse sans frottement sur un plan incliné isolant faisant un angle α avec l'horizontale.

Elle est fixée en son milieu G à l'une des extrémités d'un ressort à spires non jointives de masse négligeable, dont la constante de raideur est K. L'autre extrémité A du ressort reste fixe. On repérera G sur l'axe OX représentant la ligne de la plus grande pente, passant par A, du plan incliné, où coïncide avec la position d'équilibre du centre d'inertie G.

1) On écarte la barre CD de sa position d'équilibre, vers le bas, de x_0 et on l'abandonne sans vitesse initiale, à l'instant pris comme origine des dates.

a) Etablir l'équation différentielle du mouvement de G.

b) Donner l'équation horaire de son mouvement et l'expression de sa vitesse.

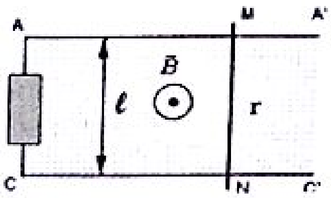


2) Dans l'espace où oscille la barre CD, règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, vertical, dirigé vers le haut et de valeur $B = 0,1$ T. Expliquer pourquoi il existe une tension entre C et D lorsque la barre oscille dans les conditions précédentes.

On donne : $\ell = 0,15$ m ; $M = 0,1$ kg ; $\alpha = 30°$; $g = 10$ m.s^{-2} ; $x_0 = 0,05$ m ; $K = 10$ N/m.

Exercice 9

On considère une tige métallique rigide de masse négligeable, perpendiculaire aux deux rails conducteurs AA' et CC', parallèles, de résistance négligeable, séparés par une distance $\ell = 25$ cm et placés dans un plan horizontal. Elle peut glisser sans frottement dans une direction parallèle aux rails comme l'indique la figure ci – contre.



- La résistance de la longueur de cette tige est $r = 0{,}25\Omega$.
- Les deux rails sont reliés par un conducteur ohmique d résistance $R = 0{,}5\Omega$.

L'ensemble est placé dans un champ uniforme et constant $\vec{B}$, perpendiculaire aux plan des rails et d'intensité B = 1T .On déplace la tige à vitesse constante $V = 10\text{m.s}^{-1}$, de gauche à droite.

1) Choisir sur le circuit un sens de parcours arbitraire et déterminer le vecteur surface $\vec{S}$.

2) Calculer le flux du champ magnétique à travers ce circuit pour une position quelconque de la tige MN ; poser AM = x.

3) En utilisant la loi de Faraday :

a) Calculer la force électromotrice induite ;

b) Calculer l'intensité du courant induit ;

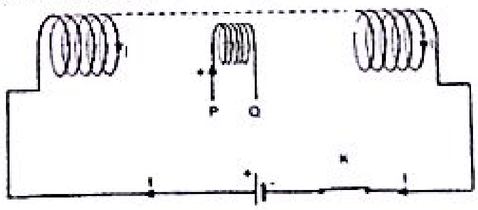
c) Déterminer le sens du courant induit.

4) Retrouver le sens du courant induit en utilisant la loi de Lenz.

5) Montrer qu'une force électromagnétique est créée au cours du déplacement du barreau. Préciser son sens.

Exercice 10

Une bobine est placée à l'intérieur d'un solénoïde de longueur ℓ_1, comportant N_1 spires circulaire PQ de résistance R_2 comportant N_2 spires de diamètre d, comme l'indique la figure ci – contre. L'axe de la bobine est parallèle à celui du solénoïde.



1) Un générateur de courant continu débite un courant d'intensité I à travers le solénoïde.

a) Déterminer alors les caractéristiques du champ magnétique B créé à l'intérieur du solénoïde.

b) Représenter ce vecteur sur un schéma.

2) On conserve le même circuit puis on réunit les extrémités P et Q de la bobine et on ouvre l'interrupteur K.

a) Justifier le passage d'un courant induit dans la bobine PQ pendant l'ouverture du circuit et préciser son sens sur un schéma (le sens positif d'orientation de PQ est indiqué sur le schéma du montage).

b) Calculer la quantité d'électricité induite qui traverse la bobine PQ.

3) Le générateur linéaire est remplacé par un générateur basse fréquence qui délire une intensité variable $i = 5.\sin(100\pi t)$, expression où i est exprimée en ampère et t en seconde. On sépare les bornes P et Q de la bobine puis on relie la borne Q à la masse d'un oscilloscope, la borne P à la voie de déviation verticale YY' afin de visualiser la tension U_{PQ}.

Représenter la courbe observée sur l'écran en tenant compte des données ci-après :

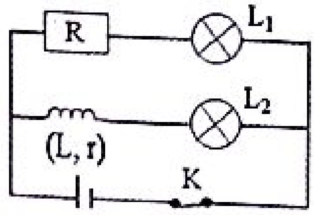
- largeur de l'écran : 10 cm balayage horizontal : 5 ms/cm.
- hauteur de l'écran : 08 cm sensibilité verticale : 0,2 V/cm.

On donne : $\ell_1 = 0{,}5$ m ; $N_1 = 1000$; $R_2 = 8\ \Omega$; $N_2 = 50$; $d_2 = 0{,}05$ m ; $I = 4$ A ;
$\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ SI.

AUTO – INDUCTION

Résumé du cours

1) Mise en évidence du phénomène d'auto-induction



Lorsqu'on ferme l'interrupteur K, la lampe L_1 s'allume instantanément alo s'allume progressivement en accusant un léger retard sur la lampe L_1.

A l'ouverture de l'interrupteur, la lampe L_2 s'éteint progressivement en ac retard sur la lampe L_1.

La bobine s'oppose donc à l'établissement du courant ou à sa rupture dans la branche contenant la lampe L_2.

Une bobine placée dans un circuit s'oppose à l'établissement du courant et à sa rupture. Ce phénomène porte le nom d'auto-induction.

2) Inductance d'un solénoïde

a) Notion du flux propre

Le flux propre φ ou flux d'auto-induction est le flux créé par un champ magnétique à travers un circuit qui est lui-même la source de ce champ. Pour un solénoïde d'inductance L parcouru par le courant i il est donné par : $\Phi = L.i$

b) Expression de l'inductance du solénoïde

Le solénoïde comporte N spires, de rayon R chacune sa longueur est ℓ. Il est considéré infiniment long et placé dans l'air ou le vide.

On sait que le champ pour un courant i est : $B = \mu_0 ni = \mu_0 \frac{N}{\ell} i \Rightarrow \Phi = NBS = \mu_0 S \frac{N^2}{\ell}.i$

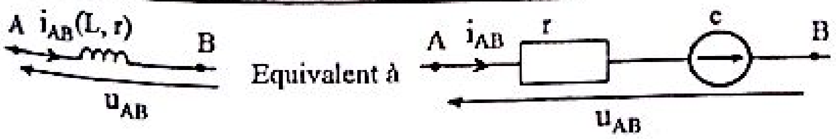
Or $\Phi = L.i \Rightarrow L.i = \mu_0 S \frac{N^2}{\ell}.i \Rightarrow L = \mu_0.S.\frac{N^2}{\ell}$ or $S = \pi r^2 \Rightarrow L = \mu_0.\frac{N^2 \pi r^2}{\ell}$

3) Force électromotrice d'auto-induction

La force électromotrice e de la bobine est défini par l'opposé de la dérivée par rapport au temps du flux propre Φ qui la traverse : $e = -\frac{d\Phi}{dt}$ or $\Phi = L.i \Rightarrow e = -L.\frac{di}{dt}$

Remarque : La f.é.m d'auto-induction s'oppose à la variation du courant. Si le courant est continu donc la f.é.m d'auto-induction est nulle : le phénomène d'auto-induction ne se produit pas en régime permanent.

4) Tension aux bornes d'une bobine



Aux bornes (A ; B) d'une bobine d'inductance L et de résistance r, orientée de A vers B et traversée par un courant d'intensité i, la tension est donnée par : $u = r.i - e = r.i + L.\frac{di}{dt}$

Pour une bobine idéale (dont la résistance est nulle), la tension à ses bornes est :

$u = -e = L.\frac{di}{dt}$

5) <u>Energie emmagasinée dans une bobine</u> :

La bobine parfaite ne produit pas de chaleur, pas d'effet Joule. En régime variable elle absorbe de l'énergie qu'elle stocke sous forme magnétique et qu'elle peut ensuite restituer.

La puissance d'une bobine parcourue par un courant est $\mathcal{P} = u.i = \left(ri + L\frac{di}{dt}\right)i = ri^2 + Li\frac{di}{dt}$

Or $Li\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2\right) = \frac{dE}{dt}$. Par analogie : $E = \frac{1}{2}Li^2$

Remarque :

- Lorsque le courant s'établi, la bobine emmagasine de l'énergie $E = \frac{1}{2}Li^2$: ceci crée un retard à l'établissement du courant.
- Lorsqu'il y a rupture du courant, la bobine restitue l'énergie emmagasinée : ceci entraine un retard à l'annulation du courant.

<u>Exercice d'application</u>

1) Considérée comme un solénoïde, une bobine de longueur ℓ, de rayon r et d'inductance L, comportant 250 spires est parcourue par un courant d'intensité I.

a) Quelles sont les caractéristiques du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ créé au centre du solénoïde par le passage du courant I ?

b) Déterminer l'inductance L du solénoïde.

c) Calculer le flux propre du champ $\vec{B}$ à travers ce bobine.

2) On fait alors tourner la bobine autour d'un axe perpendiculaire à (Δ) avec une fréquence N.

a) Donner l'expression du flux $\Phi(t)$ sachant que à l'instant t = 0, $\Phi(t = 0) = \Phi_{max}$.

b) Justifier que la bobine est le siège d'une f.é.m. d'auto – induction.

c) Donner l'expression de la f.é.m. d'auto – induction e(t).

d) En déduire la valeur efficace cette f.é.m. et en déduire la période T de ce mouvement.

On donne : ℓ = 40cm ; r = 2cm ; I = 5A ; N = 50 Hz.

<u>Correction</u>

1) a) Les caractéristiques du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ créé au centre du solénoïde.

- Direction : parallèle à l'axe du solénoïde
- Sens : de la face sud vers la face nord
- Intensité : $B = \mu_0 \frac{N}{l} i = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{2500 \times 5}{0,4} = 3,93.10^{-3}$ T = 3,93 mT

b) Déterminons l'inductance L du solénoïde.

Φ_P = NBS avec $B = \mu_0 \frac{N}{l} i \Rightarrow \Phi_P = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} i$ or $\Phi_P = Li \Rightarrow Li = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} i \Rightarrow L = \mu_0 \frac{N^2 S}{l}$

De plus $S = \pi r^2 \Rightarrow L = \mu_0 \frac{N^2 \pi r^2}{l} = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{(250)^2 \times \pi \times (0,02)^2}{0,4} = 2,46.10^{-4}$ H

c) Calculons le flux propre du champ $\vec{B}$ à travers ce bobine.

$\Phi_P = Li = 2,46.10^{-4} \times 5 = 1,23.10^{-3}$ Wb

2) a) Donnons l'expression du flux $\Phi(t)$

$\Phi = N.\vec{B}.\vec{S} = NBS\cos\theta$ avec $\theta = mes(\vec{B}\,;\vec{S}) = \omega t = 2\pi N t \Rightarrow \Phi = NBS\cos\omega t$

A t = 0, $\Phi(t=0) = \Phi_0 = \Phi_{max} \Rightarrow \Phi(t) = \Phi_{max}\cos\omega t = 1,23.10^{-3}\cos(100\omega t)$.

b) Justifions que la bobine est le siège d'une f.é.m. d'auto – induction.

Comme le flux varie en fonction du temps, alors la bobine est le siège d'une f.é.m. d'auto – induction.

c) L'expression de la f.é.m. d'auto – induction e(t).

$e = -\frac{d\Phi}{dt} = 1,23.10^{-3} \times 100\pi \times \sin(100\pi t) = 0,39\sin(100\pi t)$

d) Déduisons la valeur efficace cette f.é.m. et la période T de ce mouvement.

$e(t) = e_{max}\sin(100\pi t) = 0,39\sin(100\pi t) \Rightarrow e_{max} = 0,39$ V et $e_{eff} = \frac{e_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{0,39}{\sqrt{2}} = 0,28$ V

$T = \frac{1}{N} = \frac{1}{50} = 0,02$ s.

Série d'exercices

Exercice 1

On considère un solénoïde comportant N = 1000 spires uniformément enroulées sur un manchon de longueur $\ell = 0,4$ m et de section S = 20 cm^2.

1) Donner les caractéristiques du champ $\vec{B}$ crée à l'intérieur de la bobine par un courant d'intensité i traversant cette bobine.

2) Exprimer B en fonction de la constante μ_0, ℓ, N et i.

3) Déterminer le flux Φ à travers cette bobine et préciser le sens choisi pour orienter les spires.

4) En déduire l'expression de l'inductance L en fonction des caractéristiques de la bobine.

On donne : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ S.I.

Exercice 2

On dispose d'une bobine d'auto-inductance L = 0,1 H est parcourue par un courant d'intensité $i(t) = 5\cos(100\pi t)$.

1) Déterminer le flux propre de cette bobine.

2) Quelle est la f.é.m. d'induction aux bornes de la bobine ?

3) Quelle est la tension aux bornes de la bobine sachant qu'elle a une résistance de 100Ω?

Exercice 3

On dispose d'une bobine de longueur ℓ qui comporte N spires de rayon r.

1) Déterminer l'inductance de cette bobine.

2) L'intensité du courant varie linéairement de 0 à 6 A en 0,5 s lorsqu'on ferme le circuit.

a) Déterminer l'expression de l'intensité du courant en fonction du temps.

b) Déterminer la force électromotrice auto-induction qui apparaît dans la bobine.

On donne : $\ell = 0{,}5$ m ; N = 1000 ; r = 2,5 cm.

Exercice 4

Soit le montage ci - contre (figure 1) comportant un conducteur ohmique de résistance R et une bobine de résistance négligeable et d'inductance L montés en série. Ce circuit est alimenté par un générateur de tension délivrant des signaux triangulaires. On applique :

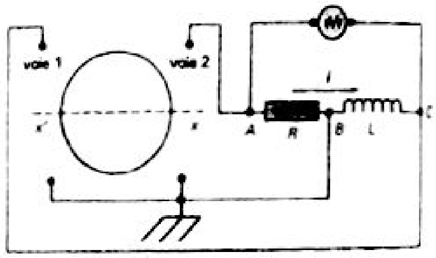


Figure 1

- d'une part, sur la voie 1, la tension U_{CB} aux bornes de la bobine ;
- d'autre part, sur la voie 2, la tension U_{AB} aux bornes de la résistance. La figure 2 représente l'image obtenue sur l'écran. On a réglé
- la base de temps sur la sensibilité 0,001 s par division ;
- la sensibilité verticale
  - sur 20 mV par division pour la voie 1 ;
  - sur 2 V par division pour la voie 2.

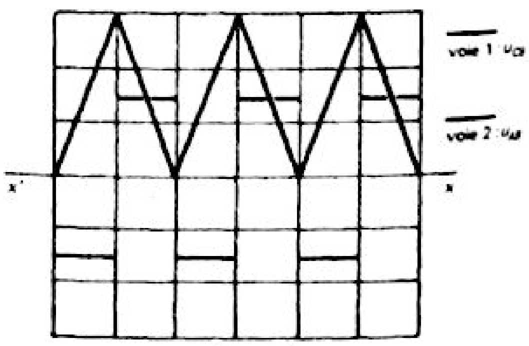


Figure 2

1) On observe que la tension forme une trace pratiquement triangulaire. Justifier la trace en créneaux observée pour la tension U_{CB} sur la figure 2.

2) Déterminer l'inductance L de la bobine.

3) Déterminer l'énergie maximale E_M emmagasinée dans la bobine.

On donne : R = 10^3 Ω

Exercice 5

On dispose d'une bobine longue de diamètre D confectionnée à l'aide d'un fil de longueur L, de section s de diamètre d.

1) Déterminer le nombre de spires N (supposés jointives) et de longueur ℓ de la bobine. (On prendra $\pi = 3$).

2) Déterminer l'inductance L de la bobine. (On prendra $\pi^2 = 10$)

3) Le circuit suivant de la figure 1 est réalisé avec une bobine d'inductance L' et de résistance r et un conducteur ohmique de résistance R.

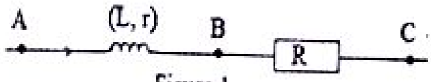


Figure 1

Un courant d'intensité variable i parcourt tout le circuit. La tension U_{CB} aux bornes du conducteur ohmique est donnée par le diagramme de la figure 2.

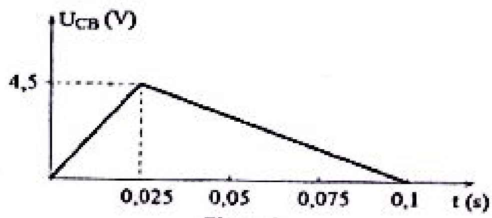


Figure 2

a) Donner les expressions i(t) du courant dans le circuit.

b) Déterminer la f.e.m d'auto induction dans la bobine ?

c) Représenter graphiquement la f.e.m en fonction du temps sans vous souciez d'une échelle.

d) Déterminer l'expression de la tension aux bornes de la bobine.

e) Déterminer l'énergie emmagasinée dans la bobine.

On donne : D = 0,05 m ; L = 0,6 m ; d = 10^{-3} m ; r = 1 Ω ; R = 9 Ω ; L' = 10^{-3} H.

Exercice 6

A la date t = 0, on établit une tension U = 6 V, délivrée par un générateur de tension continue G à une bobine de résistance R = 10 Ω et d'inductance L = 1 H.

1) Montrer que l'intensité du courant électrique, dans le circuit est donnée par la relation :

$i = \frac{U}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$ (1)

On vérifiera que (1) est bien solution de l'équation différentielle régissant l'établissement du courant i dans le circuit.

2) Déterminer l'intensité du courant en régime permanent.

3) On obtient le tableau suivant en mesurant l'intensité du courant en fonction du temps :

t(s)	0	0,05	0,1	0,15	0,3
i(A)	0	0,24	0,38	0,47	0,57

Tracer la courbe représentative de la fonction i = f(t).

4) Quelle est l'influence du rapport $\tau = \frac{L}{R}$, appelé constante de temps du circuit, sur le comportement du circuit ? Que vaut i pour t = τ ?

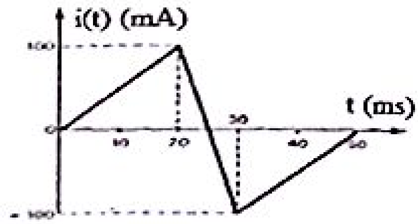
Exercice 7

Un solénoïde de longueur L = 1 m et de rayon r = 0,1 m comporte N = 500 spires

1) Déterminer l'inductance de la bobine.

2) Le courant qui circule dans la bobine est caractérisé, successivement, par les valeurs suivantesexprimées en ampères : $i_1 = 2$ A ; $i_2 = 5t + 2$ (t en s).

Déterminer la force électromotrice d'auto-induction dans la bobine dans chacun des trois cas.

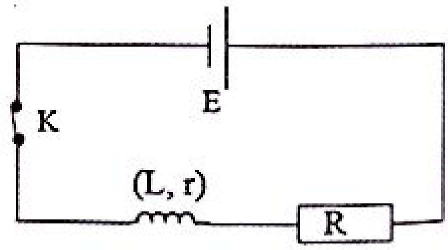


3) Un courant i(t) traverse la bobine (représentation de la figure ci-contre).

Tracer la représentation graphique de la tension $u = V_M - V_N$ aux bornes du solénoïde sachant que le sens positif sur le conducteur va de M vers N et que la résistance de la bobine est négligeable.

Exercice 8

Un circuit série comporte une bobine de résistance r et d'inductance L, un conducteur ohmique de résistance R, un générateur de résistance négligeable et de force électromotrice E et un interrupteur. A la date t = 0, on ferme l'interrupteur. Un dispositif approprié a permis d'enregistrer l'évolution de l'intensité i du courant qui parcourt le circuit au cours du temps t.



Le tableau suivant indique des valeurs de i à différentes dates t.

i(ms)	0	6,25	8,3	9,2	9,8	10	10	10
t(ms)	0	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,6	1,75

1) Tracer la courbe de variation de l'intensité du courant en fonction du temps : i = f(t).

Echelles : 2 cm pour $0{,}25.10^{-3}$ s ; 1 cm pour 10^{-3} A.

2) a) Quel est le phénomène physique responsable du retard de l'établissement du courant dans le circuit ?

b) Expliquer brièvement ce phénomène.

3) Déterminer graphiquement l'intensité I_0 du courant traversant le circuit lorsque le régime permanent est atteint.

4) Etablir l'équation différentielle suivante régissant la variation dans le temps de l'intensité du courant : $L\frac{di}{dt} + (R + r)i = E$.

5) a) Déduire de cette équation l'expression de I_0 en fonction de E, R et r.

b) En déduire la valeur de la résistance r de la bobine.

6) a) Justifier que $i = \frac{E}{R+r}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ est solution de l'équation différentielle où τ sera exprimé en fonction de L, R et r .

b) Définir τ et donner sa signification physique. Déterminer graphiquemnt la valeur de τ.

c) En déduire la valeur de l'inductance L de la bobine.

On donne : R = 390 Ω ; E = 4 V.

Exercice 9

Le long de deux rails métalliques AC et A'C' contenu dans un plan incliné d'un angle α = 20° par rapport au plan horizontal, glisse sans frottement une tige de cuivre MN homogène de masse m = 20 g et de longueur ℓ = 10 cm comme l'indique la figure 1. Pendant tout le mouvement, la barre MN reste perpendiculaire aux rails AC et A'C' et maintient avec eux le contact électrique en M et en N.

On donne : $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$.

1) La barre MN est lâchée sans vitesse initiale sur le plan incliné. Après un parcours de longueur L, la mesure de sa vitesse v = 2,8 m/s. Déterminer L.

2) Les points A et A' sont maintenant reliés par un fil de résistance R = 0,2 Ω, les résistances électriques des rails et de la barre étant négligeables. Lorsque la barre a parcourue la distance L, elle pénètre, à l'instant t = 0, avec la vitesse v = 2,8 m/s dans une région de l'espace où règne un champ magnétique uniforme, vertical, ascendant, d'intensité B = 1 T (figure 2).

a) Quelle est l'intensité I_0 du courant qui apparaît dans le circuit A'AMN à l'instant t = 0 ?

b) Indiquer sur un schéma très clair le sens de ce courant.

c) Quelles sont les caractéristiques de la force électromagnétique $\overrightarrow{F_0}$ qui s'exerce sur la barre à l'intant t = 0 ?

d) Faire le bilan des forces qui s'exerce sur la barre à l'instant t = 0.

e) Montrer que l'accélération a est de sens opposé à v.

f) Expliquer qualitativement comment varie l'intensité du courant lorsque la barre continue à se déplacer dansle champ magnétique et comment évolue le mouvement, les rails étant supposé suffisamment longs.

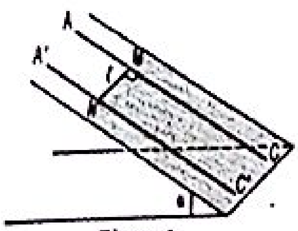


Figure 1

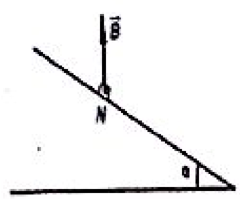


Figure 2

3) La barre, toujours sur ses rails inclinés de α = 20°, acquiert maintenant dans le champ B un mouvement rectiligne uniforme de vitesse $\overrightarrow{v_1}$.

a) Déterminer l'intensité de la force électromagnétique F_1 qui agit sur la barre.

b) Déterminer l'intensité I_1 du courant induit et la valeur v_1 de la vitesse.

Exercice 10

Une bobine assimilée à un solénoïde de longueur $\ell = 0{,}5$ m, comportant N spires de rayon R = 5 cm. On dispose la bobine horizontalement, son axe (Δ) étant orthogonal au plan méridien magnétique et on place au centre de la bobine une petite aiguille aimantée horizontale mobile autour d'un axe vertical (Δ'). On introduit un courant électrique d'intensité I dans le solénoïde et constate que l'aiguille dévie d'un angle α.

1) Faire un schéma de la bobine puis indiquer le sens du courant, le vecteur champ magnétique $\overrightarrow{B_C}$ créé par le courant, le vecteur $\overrightarrow{B_H}$ composante horizontale du champ magnétique terrestre, la position finale de l'aiguille et l'angle α.

2) Exprimer $\tan\alpha$ en fonction de B_H, N, I, ℓ et μ_0 (perméabilité magnétique du vide).

3) On fait varier l'intensité I du courant dans le circuit et mesure la valeur de l'angle α pour chaque valeur de I. Les résultats obtenus permettent de tracer la courbe $\tan\alpha = f(I)$. (figure 1)

a) Déterminer à partir de cette courbe la relation entre $\tan\alpha$ et I.

b) En déduire la valeur de N que l'on notera N_0.

c) Déterminer l'inductance L du solénoïde (on prendra N = 1195 spires).

4) Afin d'étudier le comportement de la bobine dans un circuit, on réalise avec ce solénoïde le montage de la figure 2 où la bobine est branchée en série avec un résistor de résistance $R_0 = 10\ \Omega$ et un générateur de courant continu G (E = 12 V ; r = 5 Ω). La résistance interne du solénoïde est r' = 5 Ω. Le nombre de spires est N = 1195 spires. L'interrupteur est dans la position 1.

a) Déterminer l'intensité I_0 du courant dans le circuit en régime permanent.

b) A t = 0, on bascule l'interrupteur de la position (1) à la position (2).

- Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit l'intensité i du courant dans le circuit.
- Montrer que $i = A\,e^{-\frac{t}{\tau}}$ est solution de cette équation différentielle, A et τ étant des constantes à exprimer en fonction des caractéristiques des composants du circuit.
- Donner l'allure de la courbe i = f(t).

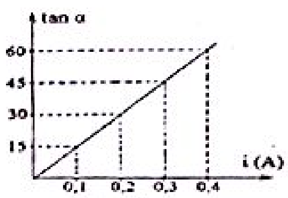


Figure 1

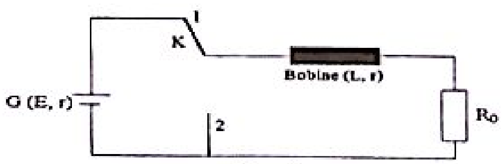


Figure 2

On donne : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ SI ; BH = 2.10^{-5} T.

Exercice 11

Dans un circuit, un générateur G (E, r) alimente une bobine de résistance R et d'inductance L.

A l'instant t = 0 s on ferme l'interrupteur K.

1) Etablir l'équation différentielle reliant i et $\frac{di}{dt}$.

2) Quelle sera l'intensité I_0 du courant en régime permanent ?

3) Résoudre l'équation différentielle obtenue à la question 1.

4) Exprimer i en fonction du temps et I_0 l'intensité en régime permanent.

5) Au bout de combien de temps l'intensité devient égale à 99% de I_0 ?

6) Déterminer la durée correspondante successivement pour L = 1 H et L = 0,1 H.

Quelle remarque peut – on faire ?

On donne : R= 10 Ω ; r = 2 Ω.

OSCILLATIONS ELECTRIQUES

Collection NAMO

1ère Edition : Septembre 2020

CIRCUIT OSCILLANT

Résumé du cours

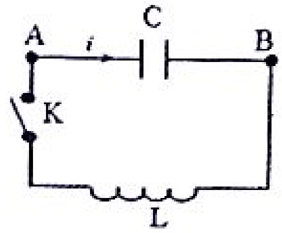
I) Définition d'un oscillateur électrique

Un oscillateur électrique libre est constitué d'un d'une bobine d'inductance L et de résistance r et un condensateur de capacité C initialement chargé.

II) Oscillations électriques non amorties

1) Décharge d'un condensateur dans la bobine idéale (LC)

a) Equation différentielle



Au cours de sa décharge, la tension $U_{AB} = 0 \Rightarrow U_L + U_C = 0$

Or $U_L = L\frac{di}{dt}$ et $U_C = \frac{q}{C} \Rightarrow L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0$

De plus $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow L\frac{d}{dt}\left(\frac{dq}{dt}\right) + \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow L\frac{d^2q}{dt} + \frac{q}{C} = 0$

$\Rightarrow L\ddot{q} + \frac{1}{C}q = 0 \Rightarrow \ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0 \Rightarrow \ddot{q} + \omega_0{}^2q = 0$ avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ la pulsation propre du circuit oscillant (L, C).

L'équation différentielle liant la tension u du condensateur est : $\ddot{u_C} + \omega_0{}^2u_C = 0$ avec $q = Cu_C$ où C est la capacité du condensateur.

b) Solution de l'équation différentielle

La solution de l'équation différentielle $\ddot{q} + \omega_0{}^2q = 0$ est de la forme sinusoïdale :

q(t) = $Q_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$ ou q(t) = $Q_m\sin(\omega_0 t + \varphi)$ avec Q_m : la charge maximale du condensateur (en coulomb C) ; $\omega_0 t + \varphi$: la phase à la date (en rad) ; φ : la phase initiale à la date t = 0 (en rad).

2) Période propre et fréquence propre

- La période propre est $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ or $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

Remarque : L et C sont les seuls facteurs influençant la période.

- La fréquence propre est l'inverse de la période. Son expression est $N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

3) Expressions de la tension $u_C(t)$ et de l'intensité i(t) du courant

La solution de l'équation différentielle $\ddot{q} + \omega_0{}^2q = 0$ est de la forme sinusoïdale :

q(t) = $Q_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$. Elle peut s'écrire sous la forme $u_C = U_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$ car $u_C = \frac{q}{C}$.

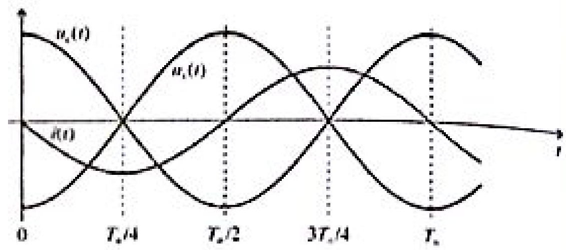
$i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow i(t) = -\omega_0 Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi) = \omega_0 Q_m \cos\left(\omega_0 t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$

$i(t) = I_m \cos\left(\omega_0 t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$ avec $I_m = \omega_0 Q_m$.

Alors i est en quadrature retard par rapport à u.

4) Courbes de variations de l'intensité et des tensions u_C et u_L en fonction du temps

La décharge d'un condensateur dans une bobine de résistance négligeable produit un courant sinusoïdal de même période propre T_0 et de même fréquence propre f_0 que la tension aux bornes du condensateur.



5) Etude énergétique

a) Expression de l'énergie électromagnétique

L'énergie électromagnétique d'un circuit effectuant des oscillations non amorties est la somme de l'énergie électrique du condensateur et de l'énergie magnétique de la bobine :

$E = E_e + E_m = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2$ avec $E_e = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$: l'énergie électrique fournie par le condensateur et $E_m = \frac{1}{2}Li^2$: l'énergie magnétique consommée par la bobine

b) Conservation de l'énergie totale E à l'instant t

$$E_e = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{[Q_m\cos(\omega_0 t+\varphi)]^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{Q_m{}^2\cos^2(\omega_0 t+\varphi)}{C}$$

$$E_m = \frac{1}{2}Li^2 \text{ or } i = \frac{dq}{dt} = -\omega_0 Q_m \sin(\omega_0 t+\varphi) \Rightarrow E_m = \frac{1}{2}L[-\omega_0 Q_m\sin(\omega_0 t+\varphi)]^2$$

$$\Rightarrow E_m = \frac{1}{2}L\omega_0{}^2 Q_m{}^2\sin^2(\omega_0 t+\varphi) \text{ or } \omega_0{}^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow E_m = \frac{1}{2}\frac{Q_m{}^2\sin^2(\omega_0 t+\varphi)}{C}$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2}\frac{Q_m{}^2\cos^2(\omega_0 t+\varphi)}{C} + \frac{1}{2}\frac{Q_m{}^2\sin^2(\omega_0 t+\varphi)}{C} = \frac{Q_m{}^2}{2C}[\cos^2(\omega_0 t+\varphi) + \sin^2(\omega_0 t+\varphi)] = \frac{Q_m{}^2}{2C}$$

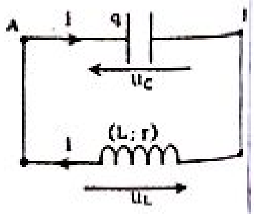
$\Rightarrow E = \text{cste}$

L'énergie de l'oscillateur (LC) est constante. C'est l'énergie initiale du condensateur chargé. Lorsque la résistance du circuit est négligeable, l'énergie électromagnétique du circuit (LC) se conserve. Il y a échange d'énergie entre le condensateur et la bobine.

III) Oscillations électriques amorties

1) Décharge d'un condensateur

En branchant un condensateur aux bornes d'une bobine inductive de résistance r, il naît dans le circuit des oscillations électriques amorties.



$u_C + u_L = 0$. Or $u_C = \frac{q}{C}$ et $u_L = L\frac{di}{dt} + ri$ avec $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow u_L = L\frac{d^2q}{dt^2} + r\frac{dq}{dt}$

Ainsi $L\frac{d^2q}{dt^2} + r\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = 0 \Rightarrow \ddot{q} + \frac{r}{L}\dot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$

$\Rightarrow \ddot{q} + \frac{r}{L}\dot{q} + \omega_0{}^2 q = 0$ avec $\omega_0{}^2 = \frac{1}{LC}$

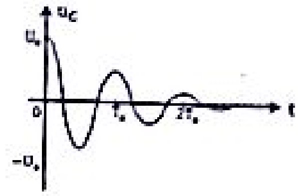
L'équation différentielle d'un oscillateur amorti est $\ddot{q} + \frac{r}{L}\dot{q} + \omega_0{}^2 q = 0$ ou

$\ddot{u}_C + \frac{r}{L}\dot{u}_C + {\omega_0}^2 u_C = 0$ avec $q = Cu_C$

$\lambda = \frac{r}{L}$: est appelé coefficient d'amortissement.

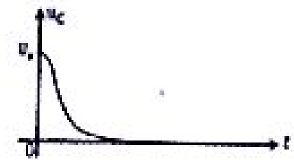
2) Les régimes

a) Régime pseudopériodique



Lorsque la résistance r du circuit est faible, les amplitudes des oscillations diminuent progressivement et finies par s'annuler. On dit que le régime est pseudopériodique.

b) Régime apériodique



Lorsque la résistance R du circuit est grande le système n'oscille pas ; il revient dans sa position d'équilibre sans osciller : on dit que le régime est apériodique.

3) Etude énergétique

Lorsque la bobine a une résistance r non négligeable, il y a toujours échange d'énergie entre le condensateur et la bobine. Mais contrairement au cas précédent, l'énergie totale du circuit diminue progressivement du fait de l'effet joule car la bobine consomme en permanence et par effet joule une énergie : $E = ri^2$

IV) Analogie

Système		Oscillateur mécanique	Circuit oscillant
Non amorti	Equation différentielle	$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$	$\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$
	Pulsation propre	$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$	$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$
	Equation de l'oscillation	$x = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$	$q = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$
	Energie mécanique à l'instant t	$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = cste$	$E = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = cste$
	Autres expressions de l'énergie d'oscillation	Energie cinétique maximale : $E_{C_{max}} = \frac{1}{2}m{v_m}^2$	Energie magnétique maximale de la bobine : $E_{L_{max}} = \frac{1}{2}L{I_m}^2$
		Energie potentielle élastique maximale : $E_{P_{max}} = \frac{1}{2}k{X_m}^2$	Energie électrique maximale du condensateur : $E_{C_{max}} = \frac{1}{2}\frac{{Q_m}^2}{C}$
Analogies entre grandeurs		m : masse	L : inductance

mécaniques et électriques	k : constante de raideur	$\frac{1}{C}$; C : capacité
	x : élongation	q : charge électrique
	$v = \dot{x}$: vitesse	$\dot{q} = i$: intensité
	$F = kx$: Force	$u = \frac{q}{C}$: tension
	$a = \ddot{x}$: accélération	$\ddot{q} = \frac{di}{dt}$: dérivée de i

Exercice d'application

Un condensateur de capacité C = 12 μF, chargé sous une tension $U_0 = 12$ V est branché à l'instant t = 0 aux bornes d'une bobine d'inductance L = 9 mH.

1) Faire le schéma du circuit, l'orienter et désigner l'armature qui porte la charge positive.

2) Exprimer en fonction de la charge q, les tensions aux bornes du condensateur et de la bobine.

3) Etablir l'équation différentielle liant la charge q et sa dérivée par rapport au temps t.

4) a) Donner l'expression générale des solutions de l'équation différentielle décrivant l'évolution de la charge q en fonction du temps.

b) Donner la signification des différents termes de cette solution.

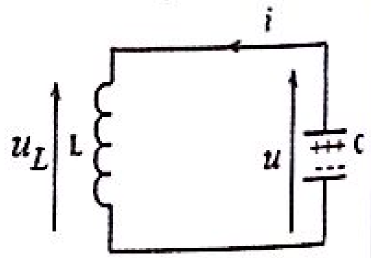
5) Exprimer la période T_0 du circuit oscillant en fonction de L et C.

6) Déterminer q(t) en tenant compte de condition initiale.

7) Donner avec des valeurs numériques les équations décrivant l'évolution en fonction du temps de la tension aux bornes du condensateur et de l'intensité du courant.

Correction

1) Le schéma du circuit, l'orientation et désignation l'armature qui porte la charge positive.



2) Exprimons en fonction de la charge q, les tensions aux bornes du condensateur et de la bobine.

Aux bornes du condensateur : $u_C = \frac{q}{C}$

Aux bornes de la bobine : $u_L = L\frac{di}{dt}$ or $i = -\frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{d^2q}{dt^2}$ alors $u_L = -L\frac{d^2q}{dt^2}$

3) L'équation différentielle liant la charge q et sa dérivée par rapport au temps t.

$u_C = u_L \Rightarrow \frac{q}{C} == -L\frac{d^2q}{dt^2}$ alors $L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0$

4) a) Donnons l'expression générale des solutions de l'équation différentielle décrivant l'évolution de la charge q en fonction du temps.

L'équation admet une solution de la forme $q(t) = Q_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

b) Donnons la signification des différents termes de cette solution.

Q_{max} : amplitude ; $\omega_0 t + \varphi$: phase de la charge q(t) à l'instant t ; φ : phase initiale de la charge q(t) à l'instant t à 0.

5) Exprimons la période T_0 du circuit oscillant en fonction de L et C.

$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$; or $\omega_0{}^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ alors $T = 2\pi\sqrt{LC}$

6) Déterminons q(t) en tenant compte de condition initiale.

A l'instant t = 0, on enregistre les variations de q dès qu'on branche le condensateur en série aux bornes de la bobine : $q(0) = Q_{max}$

$q(0) = Q_{max}\cos(\varphi) \Rightarrow Q_{max}\cos(\varphi) = Q_{max} \Rightarrow \cos(\varphi) = 1 \Rightarrow \varphi = 0$

Alors $q(t) = Q_{max}\cos(\omega_0 t)$

7) Donnons avec des valeurs numériques les équations décrivant l'évolution en fonction du temps de la tension aux bornes du condensateur et de l'intensité du courant.

$u(t) = U_{max}\cos(\omega_0 t)$; or $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{9.10^{-3} \times 12.10^{-6}}} = 3.10^3$ rad/s.

Alors $u(t) = 12\cos(3.10^3 t)$

$i(t) = -\frac{dq}{dt}$ avec $q(t) = Q_{max}\cos(\omega_0 t)$ et $Q_{max} = CU_0 = 12.10^{-6} \times 12 = 144.10^{-6}$ C

$\Rightarrow q(t) = 144.10^{-6}\cos(3.10^3 t)$

Alors $i(t) = -\frac{dq}{dt} = 144.10^{-6} \times 3.10^3 \sin(3.10^3 t) = 0{,}432\sin(3.10^3 t)$

Série d'exercices

Exercice 1

Aux bornes d'une bobine d'inductance L est branché un condensateur de capacité C, initialement chargé sous une tension U_{AB}.

1) Déterminer la fréquence des oscillations libres.

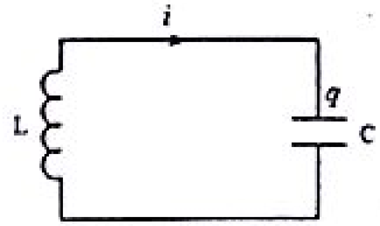
2) Déterminer l'amplitude I_m de l'intensité du courant.

3) Déterminer la capacité du condensateur à monter en série avec la bobine d'induction 10 mH pour obtenir un circuit LC de fréquence propre 1560 Hz.

On donne : C = 1 µF ; UAB = 20 V ; L = 40 mH

Exercice 2

On réalise un circuit constitué d'une bobine pure d'auto-inductance L et d'un condensateur de capacité C. A la date t = 0, le condensateur porte une charge Q_0 et l'intensité du courant est I_0.



1) Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge.

2) Donner l'expression de la charge q(t).

3) Donner l'expression de l'intensité du courant i(t).

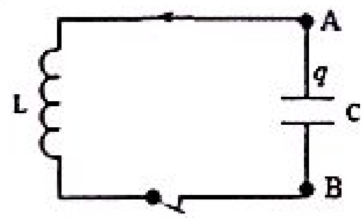
On donne : L = 0,1 H ; C = 1 μF

Exercice 3

Chargé sous la tension U_{AB}, un condensateur de capacité C est déconnecté de la source. A la date t = 0, il commence à se décharger dans une bobine d'inductance L.

1) Déterminer la pulsation, la fréquence et la période propres des oscillations électriques.

2) Déterminer la charge maximale du condensateur.



3) Quelles sont les expressions indiquant en fonction du temps l'évolution de la charge q_B de l'armature B du condensateur et de l'intensité dans le circuit oscillant ?

4) Représenter les graphes de $q_B(t)$ et i(t).

On donne : C = 0,1μF ; L = 50mH ; U_{AB} = 50V

Exercice 4

On considère un circuit où règne des oscillations électriques non amortis. Il comporte une bobine d'inductance L et un condensateur de capacité C, initialement chargé sous une tension U_0.

1) Quelle charge initiale Q_0 porte le condensateur ?

2) Etablir l'équation différentielle du circuit (on prendra i positif dans le sens du courant de décharge du condensateur) sachant que la variable considérée est la charge q.

3) Déterminer la valeur de l'inductance L de la bobine sachant que la période des oscillations est $T_0 = 45.10^{-4}$ s.

4) a) Exprimer la charge q du condensateur en fonction du temps en prenant l'instant de fermeture du circuit comme origine des temps.

b) En déduire l'expression de l'intensité du courant.

c) Que dire des grandeurs $i(t)$ et $q(t)$?

5) La bobine a une résistance r de grandeur moyenne.

a) Que peut – on dire des oscillations observées ?

b) Donner l'allure de la tension aux bornes du condensateur.

On donne : C = 10 μF ; U_0 = 100 V

Exercice 5

On dispose d'un circuit oscillant constitué d'une bobine d'inductance L, de résistance supposée nulle et d'un condensateur de capacité C. Le condensateur initialement chargé sous une tension U_0 porte la charge Q_0.

1) Déterminer la relation (équation différentielle) entre q_A (charge de l'armature A du condensateur à l'instant t), $\frac{d^2q_A}{dt^2}$, L et C.

2) Exprimer $q_A = f(t)$ et $i = g(t)$ puis faire l'application numérique.

3) Déterminer la fréquence propre de ce circuit.

4) Montrer qu'à ce système s'applique le principe de conservation d'énergie.

5) On insère une résistance R dans le circuit.

a) Que peut – on conclure du graphe de $q_A = f(t)$ lorsque R varie ?

b) Quel est le devenir de l'énergie initialement emmagasinée dans le condensateur ?

On donne : C = 50 µF ; L = 2 H ; U_0 = 20 V.

Exercice 6

Un circuit oscillant, de fréquence des oscillations électriques N_0, est réalisé en associant un condensateur de capacité C et une bobine d'inductance L et de résistance négligeable.

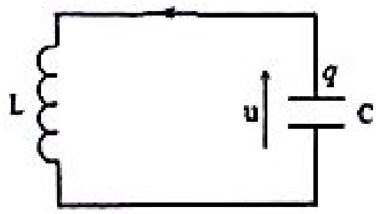
1) Déterminer la pulsation propre ω_0 du circuit.

2) Déterminer la valeur de la capacité C du condensateur.

3) Exprimer en fonction du temps, l'intensité i sachant que l'intensité i à l'instant $t = 0$ est maximale de i = I max = 2 A.

4) Exprimer en fonction du temps (unité S.I), la tension u aux bornes du condensateur.

5) A quelles dates la charge q est – elle, la première fois :



a) positive et maximale ?

b) négative et maximale ?

6) a) Déterminer l'énergie présente dans le circuit à ces deux dates.

b) Sous quelle (s) forme (s) existe – t – elle (s) ?

7) Déterminer l'énergie électrostatique ε_e et l'énergie magnétique ε_m à :

a) t = 0,625 ms.

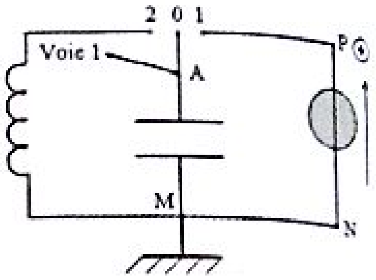
b) t = 0,2 ms.

On donne : L = 40 mH ; N_0 = 800 Hz

Exercice 7

On considère le circuit ci – contre (figure 1) où un condensateur de capacité C = 0,8 µF est chargée à l'aide d'un générateur de f.é.m. e_0 lorsque l'interrupteur est basculé dans la position 1. Le condensateur est ensuite déchargé dans une bobine d'inductance L et de résistance négligeable en basculant l'interrupteur en position 2.

La tension aux bornes du condensateur est observée sur la figure ci – dessous.



1) Quelle est la charge maximale du condensateur ?

2) Déterminer l'énergie maximale du condensateur.

3) Etablir une relation entre la charge q du condensateur, $\ddot{q}$, L, et C.

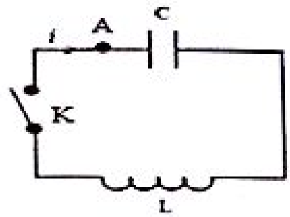
4) Déterminer la valeur de l'inductance L de la bobine.

5) Quelle est la valeur de l'intensité maximale du courant ?

Exercice 8

On considère le circuit de la figure ci – contre où règne des oscillations électriques non amortis. Il comporte une bobine d'inductance L = 10 mH et un condensateur de capacité C = 1 μF initialement chargé sous une tension U_0 = 6V.

A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K, l'intensité du courant est positive lorsque le courant circule dans le sens indiqué sur la figure.



1) Etablir l'équation différentielle de la charge q_A du condensateur.

2) Quelle est la charge initiale Q_0 du condensateur ?

3) Déterminer la pulsation propre $\omega_0$de l'oscillateur.

4) Déterminer la fréquence propre f_0 de l'oscillateur.

5) La solution générale de l'équation différentielle du circuit est sous la forme :

$q_A = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$.

a) Déterminer Q_m et φ.

b) En déduire les expressions de q_A et i en fonction du temps.

Exercice 9

On dispose d'un condensateur de capacité C = 100 μF, chargé initialement sous une tension constante U = 40 V comme l'indique la figure 1.

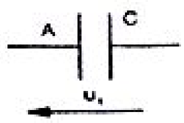


Figure 1

1) Déterminer la charge Q portée par l'armature A.

2) Déterminer l'énergie E emmagasinée.

3) Le condensateur C est isolé puis relié à une bobine d'auto-inductance L négligeable (figure 2).

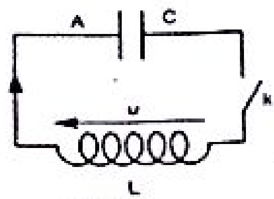


Figure 2

A la date t = 0 on ferme l'interrupteur K. Un oscillographe permet de visualiser la tension u(t) aux bornes de la bobine. On obtient la courbe représentée à la figure 3.

Soit q(t) la charge portée par l'armature A à la date t et i(t) l'intensité positive quand le courant circule dans le sens indiqué sur le schéma.

a) Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge q(t).

b) En déduire l'expression littérale de la tension u(t).

c) Déterminer les valeurs de la tension maximale et de la pulsation.

d) Déterminer la valeur de l'auto-inductance L de la bobine.

4) Ecrire l'expression littérale en fonction du temps de :

a) l'énergie emmagasinée dans le condensateur.

b) l'énergie emmagasinée dans la bobine.

c) l'énergie totale emmagasinée dans le circuit.

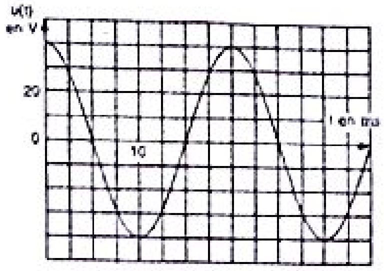
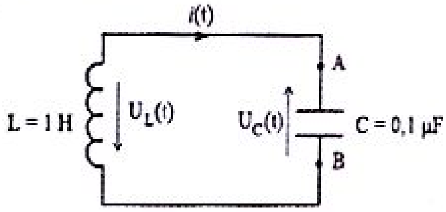


Figure 3

Exercice 10

On considère la figure ci – contre. La résistance de la bobine est négligeable.

A la date $t = 0$, le condensateur est initialement chargé sous une tension $U_0 = 12$ V et branché à la bobine. On note $i(t)$ l'intensité algébrique du courant à l'instant t et $q(t)$ la charge portée par l'armature du condensateur reliée au point A.



1) Déterminer l'énergie emmagasinée dans le condensateur en fin de charge.

2) Etablir l'équation différentielle du circuit avec q est la charge portée par l'armature A.

3) Montrer que la solution de cette équation différentielle est de la forme :

$$q(t) = Q_m cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \varphi\right)$$

4) Déterminer Q_m et φ.

5) Déterminer la pulsation propre ω_0 et la période propre T_0 du circuit.

6) On étudie l'évolution des énergies emmagasinées dans le condensateur et dans la bobine au cours du temps. Déterminer l'expression en fonction du temps de :

a) l'intensité $i(t)$ du courant électrique ;

b) l'énergie $E_C(t)$ emmagasinée dans le condensateur ;

c) l'énergie $E_L(t)$ emmagasinée dans la bobine.

7) Montrer qu'il y a conservation de l'énergie totale E à chaque instant.

CIRCUIT EN REGIME SINUSOÏDAL FORCE

Résumé du cours

Un dipôle (R, L, C) série alimenté par un générateur délivrant une tension sinusoïdale de fréquence f est parcouru par un courant sinusoïdal de même fréquence : il est le siège d'oscillations électriques forcées.

I) Généralités

1) Courant alternatif et tension alternative

a) Courant alternatif

Un courant alternatif sinusoïdal est un courant dont l'intensité est une fonction sinusoïdale du temps. Il est produit par un générateur de basse fréquence (GBF). Son expression est :
$i(t) = I_m cos\omega t$ avec I_m : intensité maximale (A) ; ω : pulsation du générateur (rad.s^{-1}).

b) Tension alternative

Un courant alternatif sinusoïdal est donné par une tension alternative sinusoïdale u qui a pour expression $u(t) = U_m\cos(\omega t + \varphi)$ avec U_m : tension maximale ; ω : pulsation de la source (GBF) et φ : différence de phase entre la tension u par rapport au courant i.

c) Déphasage entre la tension et l'intensité du courant

Nous savons $i = I_m cos\omega t$ et $u(t) = U_m\cos(\omega t + \varphi)$.

- Si $\varphi > 0$ alors u est en avance sur i ;
- Si $\varphi < 0$ alors u est en retard sur i ;
- Si $\varphi = 0$ alors u et i sont en phase.

2) Intensité efficace et tension efficace

a) Intensité efficace

L'intensité efficace d'un courant alternatif sinusoïdal, notée I ou I_{eff}, se mesure à l'aide d'un ampèremètre utilisée en mode alternatif. Son expression est : $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ avec I_m : intensité maximale.

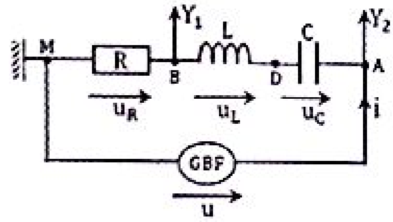
b) Tension efficace

La valeur efficace d'une tension alternative sinusoïdale, notée U ou U_{eff}, se mesure à l'aide d'un voltmètre utilisée en mode alternatif. Son expression est : $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ avec U_m : tension maximale.

II) Etude d'un circuit RLC série en régime sinusoïdal forcé

1) Equation différentielle

Considérons un dipôle formé d'un conducteur ohmique de résistance R, d'une bobine d'inductance L et de résistance r (négligeable) et d'un condensateur de capacité C, monté en série.

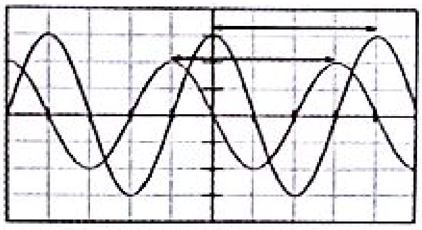


En appliquant la loi d'additivité des tensions on a :

$$u = u_{AD} + u_{DB} + u_{BM} = u_C + u_L + u_R = \frac{q}{c} + L\frac{di}{dt} + Ri = \frac{1}{c}\int_0^t idt + L\frac{di}{dt} + Ri$$

L'équation différentielle du circuit (R, L, C) est $u = L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{c}\int_0^t idt$

2) Oscillogrammes



- ❖ Les deux sinusoïdes ont la même période et déphasés ; l'une représente la tension imposée par le GBF et l'autre représente les variations de l'intensité du courant.
- ❖ Le circuit oscille avec une pulsation imposée par le générateur souvent différente de la pulsation propre ω_0.

3) Construction de Fresnel

On sait que $u = L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{c}\int_0^t idt$

Or $u_R = Ri = RI_m\cos(\omega t)$;

$i = I_m\cos(\omega t) \Rightarrow \frac{di}{dt} = -\omega I_m \sin(\omega t) = \omega I_m\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

$\Rightarrow u_L = L\frac{di}{dt} = L\omega I_m\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$;

$u_C = \frac{q}{c} = \frac{1}{c}\int_0^t idt = -\frac{I_m}{C\omega}\sin(\omega t) = \frac{I_m}{C\omega}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

$u = RI_m\cos(\omega t) + L\omega I_m\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{I_m}{C\omega}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

Or $u = U_m\cos(\omega t + \varphi)$ alors :

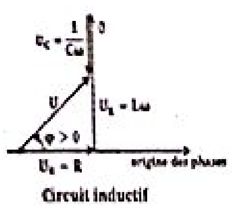
$U_m\cos(\omega t + \varphi) = RI_m\cos(\omega t) + L\omega I_m\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{I_m}{C\omega}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

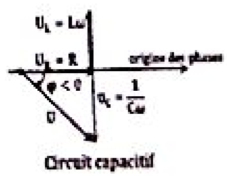
Cette équation se résout en utilisant le vecteur de Fresnel.

$U_m\cos(\omega t + \varphi) \to \vec{V}\left|\begin{matrix}U\\ \varphi\end{matrix}\right.$; $RI_m\cos(\omega t) \to \vec{V_1}\left|\begin{matrix}RI_m\\ 0\end{matrix}\right.$;

$L\omega I_m\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \to \vec{V_2}\left|\begin{matrix}L\omega I_m\\ \frac{\pi}{2}\end{matrix}\right.$; $\frac{I_m}{C\omega}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \to \vec{V_3}\left|\begin{matrix}\frac{I_m}{C\omega}\\ -\frac{\pi}{2}\end{matrix}\right.$

Alors $\vec{V} = \vec{V_1} + \vec{V_2} + \vec{V_3}$ d'où la représentation suivante :





Remarque :

- ❖ Si $L\omega > \frac{1}{C\omega} \Rightarrow tan\varphi > 0 \Rightarrow \varphi > 0$ alors u est en avance sur i : le circuit est inductif.

- Si $L\omega < \frac{1}{C\omega} \Rightarrow tan\varphi < 0 \Rightarrow \varphi < 0$ alors u est en retard par rapport à i : le circuit est capacitif.

4) Impédance et déphasage

On définit l'impédance Z d'un dipôle par le rapport $Z = \frac{U}{I} = \frac{U_m}{I_m}$

a) Circuit (R, C)

- Impédance : $Z = \frac{U_m}{I_m} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}$
- Déphasage : $tan\varphi = \frac{1}{RC\omega}$

b) Circuit (R, L)

- Impédance : $Z = \frac{U_m}{I_m} = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$
- Déphasage : $tan\varphi = \frac{L\omega}{R}$

c) Circuit (R, L, C)

- Impédance : $Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$
- Déphasage : $tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{RC\omega}$

5) Résonance d'intensité

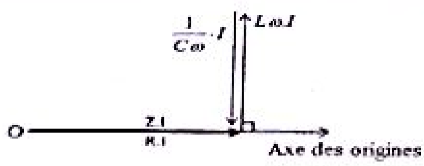
a) Définition

On dit qu'un dipôle (R, L, C) série est en résonance si et seulement si l'intensité du courant qui le traverse et la tension imposée à ses bornes par le générateur sont en phase.

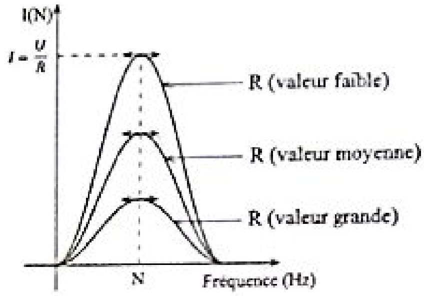
b) Caractéristiques

- Pulsation : A la résonance la tension U est constante et l'intensité I est maximale donc Z est minimale $\Rightarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0 \Rightarrow LC\omega^2 = 1 \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ or $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ d'où $\omega = \omega_0$.
- Impédance du circuit : A la résonance $L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0$ donc Z = R. A la résonance, l'impédance du circuit est minimale et égale à la résistance du circuit.
- Phase φ : $tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{RC\omega}$; or à la résonance $L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0 \Rightarrow tan\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0$: i et u sont en phase.

c) Construction de Fresnel à la résonance

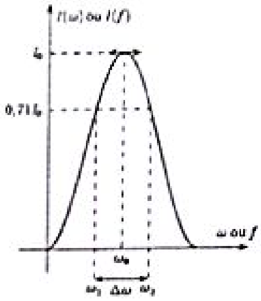


d) Courbe de résonance d'intensité



- Quelle que soit la valeur de R, la pulsation de résonance est égale à la pulsation propre du circuit.
- Pour une faible valeur de R, la courbe de résonnance est "pointue". On dit que la résonance est aiguë.
- Pour les grandes valeurs de R, la courbe de résonance est floue.

6) Bande passante



La bande passante d'un circuit (RLC) désigne l'ensemble des fréquence pour lesquelles la réponse en intensité est supérieur à 71% de la réponse à la résonance. $I(\omega) \geq \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 0,71. I_0$ avec I_0 : l'intensité efficace à la résonance.

Les pulsations ω_1 et ω_2, limites de la bande passante telles que :

$I(\omega_1) = I(\omega_2) = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$.

On appelle largeur de la bande passante, la différence $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L}$.

La largeur de la bande passante ne dépend que des caractéristiques de dipôle RLC.

Remarque

- Lorsque la résistance R est petite, la résonance est aiguë ; la largeur de la bande passante est petite. Un tel circuit est dit sélectif (car il ne "répond" qu'aux alentours de la pulsation de résonance ω_0)
- Pour une résistance R élevée, la résonance est floue ; la largeur de la bande est grande. Un tel circuit est peu sélectif.

7) Facteur qualité

Le facteur qualité Q caractérise l'acuité de la résonance et la sélectivité du circuit. Il est défini par la relation : $Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{L\omega_0}{R}$. Q est sans unité.

Un circuit est d'autant plus sélectif que son facteur de qualité Q est plus grand.

8) Phénomène de surtension

Lors d'une résonance très aiguë, l'amplitude de la tension aux bornes du condensateur peut être très grande : on dit qu'il y a surtension.

Cette surtension peut provoquer le claquage du condensateur.

La tension maximale du condensateur à la résonance est :

$U_C = \frac{I_0}{C\omega_0}$ or $I_0 = \frac{U}{R} \Rightarrow U_C = \frac{U}{RC\omega_0} = QU$ avec Q : le facteur qualité.

De même, aux bornes d'une bobine de faible résistance, le phénomène de surtension peut se produire en provoquant des décharges entre les spires de la bobine.

La tension maximum aux bornes de la bobine à la résonance est :

$$U_L = L\omega_0 I_0 = L\frac{U}{R}\omega_0\frac{\omega_0}{\omega_0} = \frac{LU\omega_0^2}{R\omega_0} = \frac{U}{CR\omega_0} = QU$$

9) Puissance en courant alternatif

a) Puissance instantanée

La puissance instantanée reçue par le dipôle RLC est : $p = u.i$

Or $u = U_m\cos(\omega t+\varphi) = U\sqrt{2}\cos(\omega t+\varphi) = U\sqrt{2}$ et $i = I_m\cos(\omega t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t)$

$\Rightarrow p = 2U.I.\cos(\omega t+\varphi)\cos(\omega t)$.

En appliquant la relation trigonométrique : $cosa.cosb = \frac{1}{2}[\cos(a+b)+\cos(a-b)]$ on aura : $p = U.I.[\cos(2\omega t+\varphi)+\cos(\varphi)]$

b) Puissance instantanée

La puissance instantanée p oscille autour de la valeur P dont l'expression est :

P = $U.I.\cos(\varphi)$. Cette valeur P représente la valeur moyenne de la puissance reçue p par période. A la résonance $\varphi = 0 \Rightarrow \cos\varphi = 1 \Rightarrow$ P = UI_0

On mesure la puissance moyenne à l'aide d'un wattmètre.

$U.I$ est la puissance apparente et $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$ est le facteur de puissance du dipôle.

Exercice d'application

Pour mesurer la résistance interne R et l'inductance L d'une bobine réelle on procède de deux manières différentes.

I) 1[er] cas : la bobine alimentée en régime continu, est parcouru un courant d'intensité $I_1 = 0,2$ A lorsque la tension à ses bornes vaut $U_1 = 10$ V.

2[ème] cas : la bobine est alimentée par un GBF délivrant une tension alternative sinusoïdale de fréquence f = 200 Hz, de valeur efficace U = 5 V ; l'intensité efficace est alors I = 10 mA.

1) Déterminer la valeur de R.

2) Déterminer l'impédance Z_L de la bobine réelle.

3) En déduire la valeur de l'inductance L.

II) On réalise un dipôle AB constitué par l'association série de la bobine réelle et d'un condensateur de capacité C = 1 μF.

La bobine sera assimilée à un résistor R en série avec une bobine parfaite d'inductance L.

Le voltmètre indique la tension efficace U = 5 V et l'ampèremètre de résistance interne nulle indique l'intensité efficace correspondante.

1) Donner l'expression littérale de l'impédance totale du circuit AB.

2) L'intensité efficace passe par une valeur maximale $I_0 = 0{,}1$ A pour $f = f_0 = 252$ Hz.

a) Comment appelle – t – on ce phénomène ?

b) Que vaut l'impédance totale du circuit à f_0 ?

c) Déterminer R et L

d) Quelle est dans ces conditions la valeur de la tension efficace U_C aux bornes du condensateur ?

e) Comparer les valeurs efficaces de la tension d'alimentation U et de la tension U_C puis commenter.

3) La fréquence est maintenant $f_1 = 200$ Hz.

a) Déterminer la valeur de l'impédance totale du circuit.

b) En déduire la valeur de l'intensité efficace I.

c) Déterminer le déphasage φ de la tension instantanée u(t) par rapport à l'intensité i(t).

d) Conclure quant au caractère inductif ou capacitif du dipôle AB à la fréquence f_1.

e) Donner les expressions de u(t) et de i(t). On prendra $i(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega t)$.

Correction

I) 1) Déterminons la valeur de R.

$R = \frac{U_1}{I_1} = \frac{10}{0,2} = 50\ \Omega \Rightarrow R = 50\ \Omega.$

2) Déterminons l'impédance Z_L de la bobine réelle.

$Z_L = \frac{U}{I} = \frac{5}{0,01} = 500\ \Omega \Rightarrow Z_L = 500\ \Omega.$

3) Déduisons la valeur de l'inductance L.

$Z_L = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} \Rightarrow L = \frac{Z_L^2 - R^2}{\omega^2} = \frac{Z_L^2 - R^2}{(2\pi f)^2} = \frac{(500)^2 - (50)^2}{(2\pi \times 200)} = 0{,}16\text{ H} \Rightarrow L = 0{,}16\text{ H}$

II) 1) Donnons l'expression littérale de l'impédance totale du circuit AB.

$Z_L = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$

2) a) Le phénomène est appelé résonance d'intensité.

b) L'impédance totale du circuit à f_0 vaut Z = R.

c) Déterminons R et L

$R = \frac{U}{I_0} = \frac{5}{0,1} = 50$ alors $R = 50\ \Omega.$

$\frac{1}{LC} = \omega^2 = (2\pi f_0)^2 \Rightarrow L = \frac{1}{4\pi^2 f_0{}^2 C} = \frac{1}{4\pi \times (252)^2 \times 10^{-6}} = 0{,}4$ H alors L = 0,4 H.

d) La valeur de la tension efficace U_C aux bornes du condensateur.

$U_C = \frac{I_0}{C\omega} = \frac{I_0}{2\pi f_0 C} = \frac{0,1}{2\times\pi\times252\times10^{-6}} = 6,3.\,10^2$ V alors $U_C = 6,3.\,10^2$ V.

e) Comparons les valeurs efficaces de la tension d'alimentation U et de la tension U_C.

U = 5 V et $U_C = 6,3.\,10^2$ V alors $U < U_C$.

La valeur efficace de la tension d'alimentation U est inférieure à la tension U_C aux bornes du condensateur. Aux bornes du condensateur, il se produit un phénomène de surtension, et le condensateur peut claquer.

3) a) Déterminons la valeur de l'impédance totale du circuit.

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = \sqrt{(50)^2 + \left(0,16 \times 2\pi \times 200 - \frac{1}{10^{-6}\times2\pi\times200}\right)^2} = 5,97.\,10^2\ \Omega.$$

b) Déduisons la valeur de l'intensité efficace I.

$I = \frac{U}{Z} = \frac{5}{5,97.10^2} = 8,4.\,10^{-3}$ A = 8,4 mm.

c) Déterminons le déphasage φ de la tension instantanée u(t) par rapport à l'intensité i(t).

$\tan\varphi = L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0,16 \times 2\pi \times 200 - \frac{1}{10^{-6}\times2\pi\times200} \Rightarrow \tan\varphi = -594,7 \Rightarrow \varphi = -\,89,9°$

d) La Conclusion quant au caractère inductif ou capacitif du dipôle AB à la fréquence f_1.

$\varphi < 0$ alors la tension est en retard par rapport à l'intensité, le circuit est capacitif.

e) Donnons les expressions de u(t) et de i(t).

$u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi) = 5\sqrt{2}\cos(400\pi t - 89,9°)$

$i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t) = 8,3.\,10^{-3}\sqrt{2}\cos(400\pi t)$

Série d'exercices

Exercice 1

Une source de courant qui débite un courant d'intensité constante I, pendant 2,5 s est utilisée pour charger un condensateur de capacité C.

1) Déterminer la charge acquise par le condensateur.

2) Déterminer la tension entre les armatures du condensateur.

On donne : I = 22 µA ; C = 0,8 µF.

Exercice 2

Une tension constante U_0 est utilisée pour charger un condensateur de capacité C.

1) Déterminer sa charge Q_0.

2) Déterminer l'énergie W_0 emmagasinée initialement.

3) Le condensateur précédent, chargé est isolé puis branché aux bornes d'un second condensateur initialement déchargé, de capacité C'. A l'équilibre, déterminer :

a) la tension U aux bornes de chaque condensateur.

b) les charges Q et Q' des deux condensateurs.

c) l'énergie W' totale emmagasiné dans l'association des condensateurs.

On donne : $U_0 = 10^3$ V ; C = 2 µF ; C' = 0,5 µF.

Exercice 3

La relation $i_C = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{1}{RC}t}$ est celle de l'intensité de courant de charge lorsqu'un condensateur de capacité C est relié à une source de tension constante U_0 (R : la résistance ohmique du circuit et t : le temps en secondes).

1) Déterminer l'intensité du courant de charge (i_{C_0}) à l'instant t = 0.

2) Déterminer la date à laquelle l'intensité du courant de charge est nulle.

3) a) Déterminer la durée de charge t_C sachant que l'opération de charge se termine lorsque $i_C = \frac{i_{C_0}}{100}$.

b) Déterminer à cette date l'énergie E du condensateur.

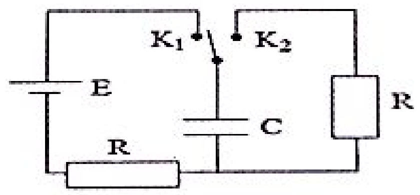
c) Comparer E et E_0 (énergie totale qu'il peut emmagasiner).

d) Ces deux résultats justifient-ils la fin de l'opération de charge lorsque $i_C = \frac{i_{C_0}}{100}$?

On donne : U_0 = 50 V ; C = 4700 µF ; R = 1000 Ω.

Exercice 4

Soit le montage de la figure ci – contre :



On bascule l'interrupteur en position (1)

1) Etablir l'équation différentielle liant q et $\frac{dq}{dt}$.

2) Justifier que q(t) est de la forme $q(t) = A\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ avec A et τ sont des constantes que l'on déterminera les expressions.

3) Le condensateur chargé, on bascule l'interrupteur en position (2). Un dispositif approprié permet d'enregistrer les valeurs de la tension U_C aux bornes du condensateur en fonction du temps et donne les résultats suivants :

t(s)	2	4	6	8	9
U(V)	3,9	2,56	1,72	1,1	0,9

a) Tracer la courbe représentant $\ln U_C$ en fonction du temps.

b) Exprimer U_C en fonction de R, C, E et t.

c) En déduire l'expression du coefficient directeur de la droite obtenue. On pose τ = RC.

d) Déterminer la valeur de τ.

e) En déduire la valeur de C.

On donne : R = 106 Ω.

Exercice 5

La tension aux bornes d'un appareil est $u_{AB} = 311\cos(100\pi t)$. L'intensité du courant qui traverse est (en A) : $i = 2{,}4\cos(100\pi t + 0{,}3)$.

1) Déterminer l'intensité et la tension efficace.

2) Déterminer la phase de l'intensité par rapport à la tension (en rad).

3) Déterminer le facteur de puissance.

4) Déterminer la puissance apparente.

5) Déterminer la puissance moyenne consommée.

6) Déterminer l'énergie consommée (en J et en KW/h) pendant 10 h de fonctionnement.

Exercice 6

1) Déterminer l'expression de l'intensité instantanée d'un dipôle de résistance R = 10Ω et d'auto-inductance L = 0,1H qui est placé en série avec un condensateur de capacité C = 0,1μF sachant que l'ensemble est alimenté sous tension u = 10cos(500t).

2) La tension appliquée est maintenant : u = 10cos(ωt).

a) Quelle pulsation ω conduit à la résonance d'intensité ?

b) Quelles seraient les tensions maximales aux bornes de la bobine et du condensateur ?

c) Interpréter les résultats sur une construction de Fresnel.

Exercice 7

On considère un générateur basse fréquence qui maintient entre ses bornes une tension sinusoïdale de valeur efficace U et de fréquence N. On branche entre les bornes du générateur, en série : un conducteur ohmique de résistance R, une bobine non résistive, d'inductance L et un condensateur de capacité C.

1) Faire la construction de Fresnel relative à ce circuit.

2) Déterminer l'impédance Z du circuit et déterminer la phae φ de la tension par rapport à l'intensité.

3) Déterminer l'intensité efficace du courant.

On donne :U = 4,3V ; N = 50 Hz ; R = 11 Ω ; L = 270 mH ; C = 45 μF.

Exercice 8

On considère le montage de la figure 1 où un générateur basse fréquence (GBF) délivre une tension sinusoïdale de fréquence f aux bornes d'un dipôle comprenant en série : une inductance pure L ; un condensateur C et un conducteur ohmique de résistance totale R.

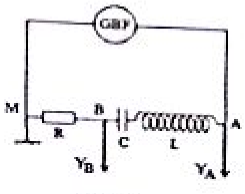


Figure 1

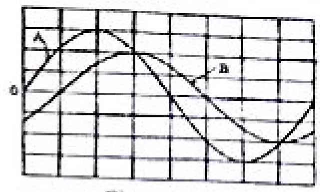


Figure 2

On observe sur l'écran de l'oscilloscope la figure 2 avec les réglages suivants :

- sensibilités verticales sur les deux voies : 5 V/division ;
- balayage horizontal : 2,5 ms/division.

1) Déterminer la période T de la tension sinusoïdale u(t) délivrée par le G.B.F. En déduire la fréquence f et la pulsation w correspondantes.

2) A t = 0, le spot de la voie A est en O. Quelle est l'expression de u(t) ?

3) Déterminer les valeurs numériques de la tension efficace U aux bornes du dipôle et de l'intensité efficace I du courant.

4) Déterminer le déphasage φ entre u(t) et i(t). En déduire l'expression de i(t).

5) A l'aide de la construction de Fresnel, déterminer la relation donnant tan φ en fonction des paramètres du circuit. En déduire la valeur de la capacité C du condensateur.

On donne : L = 1 H ; R = 10 Ω

Exercice 9

On considère une portion de circuit AB constituée d'un résistor de résistance R = 10 Ω en série avec une bobine d'inductance L et de résistance r. On branche entre A et B une source de tension sinusoïdale qui délivre entre A et B une tension sous forme $u = U_m cos\ \omega t$.

U_m sera supposée constante dans tout le problème.

L'intensité du circuit est : $i = I_m \cos(\omega t - \varphi)$.

Un oscillographe bicourbe est branché dans le circuit (figure 1). On observe alors sur l'écran deux courbes 1 et 2 (figure 2). Les sensibilités verticales sont, voie 1 : 2 V/div et la voie 2 : 1 V/div. La sensibilité horizontale est 1ms/div.

1) Montrer que la courbe 1 représente la tension u_{AB} et que la courbe 2 représente la tension u_{NB}.

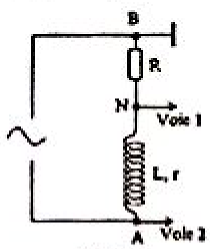


Figure 1

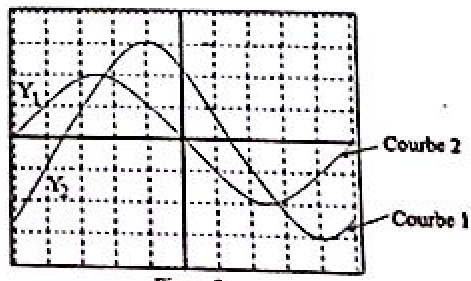


Figure 2

2) Déduire à partir des courbes 1 et 2 :

a) La pulsation ω.

b) Les valeurs Um ; Im et la phase φ.

3) En déduire l'impédance Z de la portion AB.

4) Déterminer r et L.

5) On insère maintenant entre A et N un condensateur de capacité C placé en série avec la bobine.

a) Déterminer la valeur de C pour qu'il y ait résonance.

b) Déterminer l'impédance Z_0 de la portion AB.

c) En déduire l'intensité maximale à la résonance I_0.

e) Comparer I_0 et I_m.

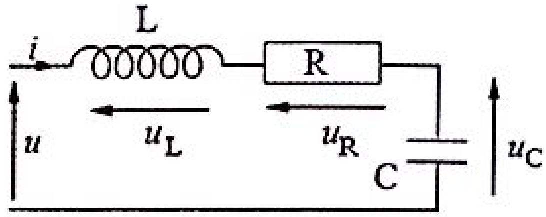
d) En prenant maintenant 2V/div comme sensibilité pour la voie 1 (on ne change pas la sensibilité de la voie 2), représenter sur une feuille de papier millimètre ce que l'on voit sur l'écran de l'oscillographe.

e) Déterminer le facteur de qualité Q du circuit.

Exercice 10

On associe en série : un conducteur ohmique de résistance R, une bobine d'inductance variable fixée à L et un condensateur de capacité C.

Le courant sinusoïdal de fréquence N et de valeur efficace 10 mA est donné par $i(t) = I_{max}\cos(\omega t)$.



1) Donner l'expression de la tension instantanée :

a) $u_R(t)$ aux bornes du conducteur ohmique.

b) $u_L(t)$ aux bornes de la bobine.

c) $u_C(t)$ aux bornes du condensateur.

2) Exprimer à l'aide de la loi des mailles l'expression de la tension instantan ée $u(t)$ aux bornes du dipôle RLC en fonction des tensions $u_R(t)$, $u_L(t)$ et $u_C(t)$.

3) Représenter la construction de Fresnel associée au montage. Echelle : 5 cm pour 1 V.

4) Déduire de cette construction :

a) La valeur efficace de la tension $u(t)$ aux bornes du dipôle RLC.

b) La phase de la tension $u(t)$ par rapport à l'intensité $i(t)$.

5) Le dipôle est – il globalement inductif ou capacitif ?

6) Le facteur de puissance est égal à 1.

a) Déterminer la valeur de l'inductance L de la bobine.

b) Déterminer l'impédance du dipôle RLC.

On donne : R = 100 Ω ; L = 0,3 H ; C = 10 μF ; N =100 Hz.

Exercice 11

Pour étudier la résonance d'un dipôle R, L, C, un groupe d'élèves de la terminale D dispose : d'un générateur BF délivrant une tension $u(t)$ réglable en amplitude et en fréquence, d'une bobine de résistance r et d'inductance L ; d'un condensateur de capacité C ; d'une boite de résistance R variable ; d'un ampèremètre ; d'un voltmètre et d'un oscillographe.

Ils règlent la valeur efficace de la tension délivrée par le générateur à U, fixent la valeur de la résistance R et mesurent l'intensité efficace I du courant pour différentes valeurs de la fréquence.

Le tableau ci – dessous donne les résultats obtenus :

f(Hz)	100	200	300	400	460	480	500	520	560	600	700	800
I(mA)	0,7	1,6	3,1	6,1	8,1	8,3	8	7,7	6,5	5,5	3,8	2,9

1) Tracer la caractéristique représentant l'intensité efficace I en fonction de la fréquence f. Echelle : 2 cm pour 1 mA et 2 cm pour 100 Hz.

2) En déduire la valeur f_0 de f pour laquelle l'intensité efficace est maximale.

3) Déterminer à partir des résultats expérimentaux, la valeur de la résistance R obtenue par ces élèves.

4) Déterminer à la fréquence f_0 la valeur efficace :

a) U_C aux bornes du condensateur.

b) U_L aux bornes de la bobine.

5) Déterminer graphiquement la bande passante.

6) En déduire le facteur de qualité Q.

7) a) Déterminer la valeur de Q en utilisant U_C et U.

b) Comparer ces deux valeurs de Q.

8) On double la valeur de la résistance totale du circuit. Quelle est son influence sur :

a) la fréquence de résonance ?

b) la largeur de la bande passante ?

9) Donner l'allure de la nouvelle courbe, dans le même repère.

On donne : r = 50 Ω ; L = 0,1 H ; C = 1,1 μF ; U = 1 V ;

Exercice 12

Un générateur de basse fréquence (GBF) délivrant une tension sinusoïdale de valeur efficace U = 3 V et de fréquence N variable, est branché aux bornes d'une association en série composée d'une bobine d'inductance L et de résistance r, d'un condensateur de capacité C, d'un conducteur ohmique de résistance R = 80 Ω et d'un ampèremètre de résistance négligeable.

1) Faites le schéma annoté du circuit électrique réalisé.

2) On fait varier la fréquence N de la tension et on note la valeur de l'intensité efficace I du courant traversant le circuit. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

N(Hz)	800	820	840	850	860	863	870	880	890	900	920	940	1000
I(mA)	7,1	10,1	16,8	23,1	29,4	30	27,5	20,7	15,4	12,1	8,3	6,3	3,7

a) Tracer la courbe I = f(N). Echelle: 1 cm → 100 Hz ; 1 cm → 2 mA.

b) Déterminer graphiquement la valeur N_0 de la fréquence de la tension pour laquelle l'intensité efficace du courant atteint sa valeur maximale I_0 que l'on précisera.

c) Déduire de l'expression de l'intensité efficace maximale I_0, la valeur de la résistance r de la bobine.

3) La bande passante du circuit est délimitée par les fréquences, notées N_1 et N_2, de la tension

délivrée par le GBF et correspondant aux intensités efficaces I_1 et I_2 du courant telles que $I_1 = I_2 = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$.

a) Déterminer graphiquement la largeur de la bande passante de ce circuit.

b) En déduire l'inductance L de la bobine.

c) Déterminer la valeur de la capacité C du condensateur.

4) Pour vérifier que le mode de fonctionnement du circuit correspond à l'intensité efficace maximale du courant, on branche aux bornes du conducteur ohmique d'une part, aux bornes du GBF d'autre part, un oscillographe bicourbe. On observe effectivement, sur l'écran de l'oscillographe deux courbes.

a) Représenter le schéma du circuit en indiquant les branchements de l'oscillographe.

b) Représenter qualitativement les courbes observées sur l'écran de l'oscillographe.

Exercice 13

On réalise un montage d'un circuit en série constitué d'une bobine de résistance r et d'inductance L, d'un condensateur de capacité C et d'un résistor de résistance R = 100 Ω. L'ensemble est alimenté par un générateur de basses fréquences délivrant une tension sinusoïdale de fréquence N réglable et de valeur efficace U = 1 V (voir figure ci – dessous).

1) Exprimer en fonction de R, r, ω, L et C, l'impédance Z du circuit.

2) Exprimer en fonction de U et I, l'impédance Z du circuit.

3) On fait varier la fréquence de la tension entre 300 Hz et 1000 Hz. Dans le tableau suivant sont consignés les résultats des différentes valeurs de l'intensité efficace du courant.

N(Hz)	300	500	600	650	677	700	735	780	796	850	900	1000
I(mA)	0,74	1,9	3,47	5,2	6,61	8,05	9,35	7,48	6,61	4,5	3,44	2,4

a) Tracer la courbe I = f(N). On prendra comme échelle en abscisse : 1 cm représente 50Hz et en ordonnée : 1 cm représente 1 mA. Graduer l'axe des abscisses à partir de 300Hz.

b) Déterminer graphiquement la fréquence N_0 et I_0 à la résonance d'intensité.

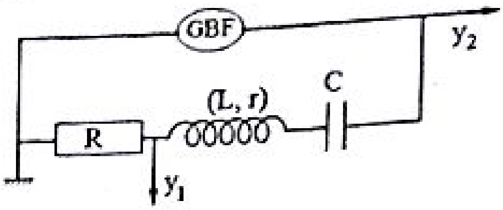
c) Déterminer l'impédance Z du circuit pour N = N_0.

d) En déduire la valeur de la résistance r de la bobine.

4) Déterminer graphiquement la largeur de la bande passante.

5) En déduire le facteur de qualité du circuit.

6) Déduire également des résultats des questions précédentes les valeurs de L et C.



Exercice 14

Les élèves d'une classe de terminale D associent en série : un résistor de résistance R, une bobine d'inductance L et de résistance négligeable et un condensateur de capacité C. Ce circuit est alimenté par un générateur délivrant une tension sinusoïdale

$u(t) = U\sqrt{2}\,cos(\omega t + \varphi)$ de fréquence variable et de valeur efficace constante U.

Ils font varier la fréquence du générateur et constatent que l'intensité du courant est maximale pour une fréquence N_0.

1) Quel est le phénomène mis en évidence ?

2) Déterminer l'impédance totale du circuit.

3) Déterminer la valeur efficace I_0 de l'intensité du courant qui traverse le circuit.

4) Déterminer la capacité C du condensateur.

5) Sachant que C = 0,53 μF et que la fréquence à la valeur N_1, déterminer :

a) l'impédance totale Z du circuit.

b) l'intensité efficace I du courant qui traverse le circuit.

c) les valeurs efficaces des tensions $u_R(t)$, $u_L(t)$ et $u_C(t)$ respectivement aux bornes du résistor, de la bobine et du condensateur.

6) Déterminer la phase φ de la tension par rapport à l'intensité.

7) Ces élèves observent la tension instantanée et l'intensité instantanée à l'aide d'un oscilloscope.

a) Faire un schéma du circuit électrique.

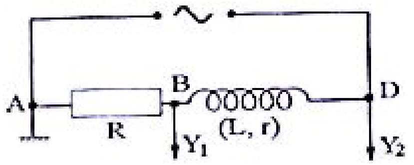
b) Faire apparaître sur ce schéma les branchements de l'oscilloscope permettant de visualiser sur la voie A, la tension aux bornes du circuit et, sur la voie B, une tension proportionnelle à l'intensité du courant qui traverse le circuit.

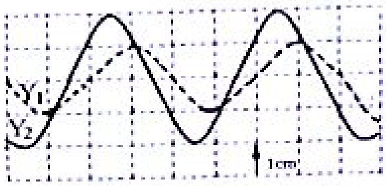
On donne : R = 40 Ω ; L = 0,13 H ; U = 1V ; N_0 = 600 Hz ; N_1 = 630 Hz

Exercice 15 : BAC 2000

On alimente à l'aide d'un générateur basse fréquence (G.B.F) un circuit comprenant en série, un résistor R = 100 Ω et une bobine BD d'inductance L et de résistance r.

Le G.B.F. délivre une tension sinusoïdale de la forme $u = U_m \cos(\omega t + \varphi)$. Les tensions u_{BA} et u_{DA} sont recueillies aux entrées y_1 et y_2 d'un oscilloscope bicourbe. On observe l'oscillogramme représenté ci – dessous pour les réglages suivants : base de temps : 1 ms/cm ; tension : 5V/cm.





a) A quoi peut-on reconnaitre que la courbe Y_2 représente u_{DA} et la courbe Y_1 représente u_{BA} ?

b) Déterminer la période du courant.

c) Quelles sont les tensions maximales aux bornes du résistor et du générateur ?

d) Calculer le déphasage (en rad) entre ces deux tensions en précisant laquelle est en avance.

Exercice 16 : BAC 2003

Soit un condensateur de capacité $C_1 = 6{,}28\ \mu F$.

1) Donner l'expression de la charge q prise par ses armatures quand on établit entre elles une tension constante U_0. Calculer q pour $U_0 = 50$ V.

2) Le condensateur étant chargé, on isole ses armatures et on le décharge dans une bobine d'inductance $L_1 = 0{,}318$ H et de résistance négligeable. Etablir l'équation différentielle des oscillations électriques qui apparaissent dans le circuit et calculer leur fréquence.

3) Entre deux bornes M et N on monte en série une résistance pure $R_1 = 300\ \Omega$, le condensateur C_1 et la bobine L_1. On maintient entre M et N une différence de potentiel sinusoïdale de valeur efficace U = 220 V et de fréquence N = 50 Hz.

a) Construire le diagramme de Fresnel représentant les valeurs instantanées des tensions aux bornes de chaque dipôle.

b) Calculer l'impédance Z_1 du circuit et l'intensité efficace I_1 du courant qui traverse le circuit.

c) Déterminer le déphasage φ_1 existant entre l'intensité I_1 et la tension u aux bornes du circuit.

4) On remplace le circuit précédent par un circuit analogue avec $R_2 = 50\ \Omega$, $L_2 = 0{,}314$ H et $C_2 = 63{,}7\ \mu F$. On fait varier la fréquence tout en gardant la différence de potentiel inchangée.

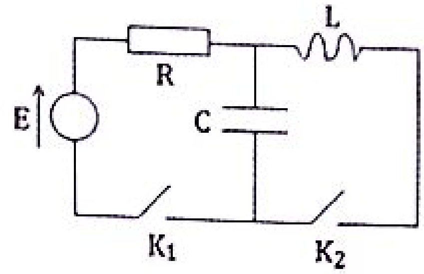
a) Donner l'expression de la pulsation ω_2 pour laquelle l'intensité efficace est maximale. Calculer cette intensité.

b) On appelle coefficient de surtension Q_2 du circuit le rapport entre la tension efficace U_C aux bornes du condensateur et la tension U à la résonnance.

- Exprimer Q_2 en fonction de R_2, C_2 et ω_2 d'une part, en fonction de R_2, L_2 et ω_2 d'autre part.
- Calculer Q_2.

Exercice 17 : Bac 2005

Dans le circuit ci – contre le condensateur a une capacité $C = 10\ \mu F$, le conducteur ohmique a une résistance $R = 1 K\Omega$, la bobine d'auto-inductance $L = 0,15$ H a une résistance nulle et le générateur est une alimentation stabilisée délivrant une tension $E = 12$ V.



A l'instant $t = 0$, le condensateur étant complètement déchargée, on ferme l'interrupteur K_1. L'interrupteur K_2 reste ouvert.

1) a) Quelle est la relation entre la charge q du condensateur et l'intensité i du courant dans le circuit ?

b) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension $u(t)$ aux bornes du condensateur.

2) La tension $u(t)$ est donnée par $u(t) = A\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$.

a) Déterminer les expressions littérales de A et τ et calculer leurs valeurs.

b) Déterminer la date $t_{1/2}$ pour laquelle la tension $u(t) = \frac{E}{2}$.

c) Donner l'expression de l'intensité $i(t)$ du courant de charge.

En déduire les valeurs de l'intensité au début et à la fin de la charge.

3) Le condensateur étant chargé, à un instant $t = 0$ que l'on prend comme nouvelle origine des dates on ouvre l'interrupteur K_1 et on ferme K_2.

a) Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$ du condensateur.

b) Calculer la fréquence des oscillations électriques dans le circuit.

c) Quelles sont les conditions initiales vérifiées par q et i ?

d) Déterminer la solution $q(t)$.

e) Donner les expressions de la tension $u(t)$ et de l'intensité $i(t)$.

Calculer l'intensité maximale du courant.

4) a) Calculer l'énergie électromagnétique du système.

b) Quelle est l'énergie magnétique maximale emmagasinée dans la bobine ?

Exercice 18 : Bac 2009

Entre les bornes d'un générateur de tension alternative, on branche une bobine de résistance r et d'inductance L, en série avec un conducteur de capacité C et d'un résistor de résistance R. Un oscilloscope permet de visualiser simultanément sur l'écran la tension aux bornes du résistor $u_1 = u_{DE}$ et aux bornes du générateur $u_2 = u_{AE}$. Le montage de l'oscilloscope est indiqué sur la figure 2. L'oscilloscope est réglé de façon qu'une déviation du spot de 1 cm corresponde :

- verticalement, à une tension de 1 volt ;
- horizontalement (balayage horizontal) à 1 ms.

La figure 3 représente la reproduction de la photographie de l'écran de l'oscilloscope.

1) En vous servant de la figure 3 et des données du réglage de l'oscilloscope, déterminer la fréquence du courant.

2) En utilisant la figure 3, dire le phénomène qui se produit dans le circuit.

3) Déterminer graphiquement les valeurs maximales des tensions $u_{1\,max}$ et $u_{2\,max}$. Justifier votre choix. En déduire la valeur r de la résistance de la bobine. On donne R = 10 Ω.

4) Calculer l'inductance L de la bobine.

On donne : C = 8μF = 8.10^{-6} F.

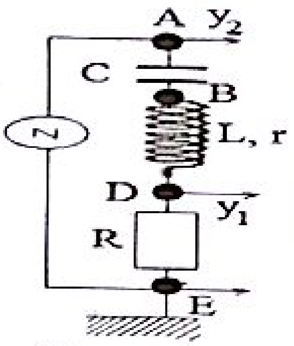


Figure 2

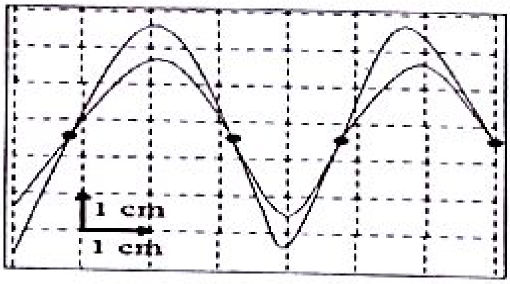


Figure 3

RADIOACTIVITE

RADIOACTIVITE

Résumé du cours

I) Le noyau atomique

1) Nucléide

Un nucléide est l'ensemble des noyaux de même composition c'est-à-dire de même nombre de masse A et de même numéro atomique Z. Il est représenté par le symbole ${}^{A}_{Z}X$ avec X le symbole de l'élément.

2) Relation d'Einstein

Postulat d'Einstein : Un système de masse m possède lorsqu'il est au repos, une énergie : $E = mc^2$ avec E : énergie du système (J) ; m : masse du système (Kg) et c : vitesse de la lumière dans le vide.

Conséquence : Si le système (au repos) échange de l'énergie avec le milieu extérieur, (par rayonnement ou par transfert thermique par exemple), sa variation d'énergie ΔE et sa variation de masse Δm sont liées par la relation : $\Delta E = \Delta mc^2$.

Remarque :

- Si $\Delta m < 0$, alors $\Delta E < 0$: le système fournit de l'énergie au milieu extérieur.
- Si $\Delta m > 0$, alors $\Delta E > 0$: le système reçoit de l'énergie du milieu extérieur.

3) Défaut de masse

Le défaut de masse est la différence entre la masse des nucléons pris isolement et la masse du noyau. $\delta_m = (Zm_P + Nm_N) - m(noyau)$ avec m_P : la masse du proton et m_N : la masse du neutron.

4) Énergie de liaison du noyau

On appelle énergie de liaison d'un noyau (notée E_l) l'énergie que doit fournir le milieu extérieur pour séparer ce noyau au repos en ses nucléons libres au repos. Lorsqu'on brise le noyau, sa masse augmente de δm et son énergie. On en déduit que l'énergie de liaison d'un noyau à pour expression : $E_l = \delta_m c^2$ avec E_l (MeV) ; δ_m : défaut de masse (Kg) et c : célérité de la lumière dans le vide (m/s).

Remarque : Inversement, lorsque le noyau se forme à partir de ses nucléons libres, le milieu extérieur reçoit l'énergie $E=|\delta_m|c^2$ (la masse du système diminue et $\delta_m < 0$).

5) Énergie de liaison par nucléon

L'énergie de liaison par nucléon d'un noyau est le quotient de son énergie de liaison par le nombre de ses nucléons. On la note EA. $E_A = \frac{E_l}{A}$ (en MeV/nucléon) avec A : nombre de nucléon.

II) Réactions nucléaires

1) Définition

On appelle réaction nucléaire, toute réaction faisant intervenir des noyaux d'atomes.
Il existe deux types de réactions nucléaires : les réactions nucléaires spontanées et les réactions nucléaires provoquées.

2) Réactions spontanées

a) Définition

Les réactions nucléaires spontanées sont celles qui se produisent naturellement, sans aucune influence extérieure. Les réactions nucléaires spontanées sont du domaine de la radioactivité. La radioactivité est la décomposition (désintégration) spontanée de certains noyaux atomiques instables, suivie d'émissions de particules et d'un rayonnement γ.

b) Lois de conservations

Au cours d'une réaction nucléaire il y a conservation : de charge (Z), de masse (A), de l'énergie et de quantité de mouvement.

c) Différents types de radioactivité

- **Radioactivité α**

Au cours de cette désintégration, le noyau expulse une particule α (α est un noyau d'hélium).
${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{A-4}_{Z-2}Y$ avec, X : noyau père et Y : noyau fils.
Cette réaction affecte les noyaux lourds : $Z \geq 80$ et $A \geq 200$. Dans la classification périodique, l'élément fils "Y" est donc placé deux cases avant l'élément père X.

- **Radioactivité β^-**

C'est l'émission d'un électron ${}^{0}_{-1}e$ par un noyau père et s'écrit : ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{A}_{Z+1}Y$.
Elle affecte les noyaux où le nombre de neutrons est très élevé par rapport à celui des protons. Dans la classification périodique, le noyau fils Y est placé dans la case suivante de celle du noyau père X.

- **Radioactivité β^+**

C'est l'émission d'un proton (positron : ${}^{0}_{+1}e$) par un noyau père et s'écrit : ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{0}_{+1}e + {}^{A}_{Z-1}Y$.
Elle affecte en générale les noyaux artificiels riches en protons. Dans la classification périodique, le noyau fils Y est dans la case précédant celle du noyau père.

- **Désexcitation γ**

La plupart des noyaux fils formés se trouvent dans un état instable (excité) ; ils reviennent à l'état fondamental par émission de rayonnement (photons très énergiques, très pénétrants et dangereux pour l'homme).

La radioactivité γ accompagne généralement les radioactivités α et β, car elle résulte de la désexcitation (retour à l'état fondamental) progressive du noyau fis. Si nous notons Y* le noyau excité, l'équation-bilan de la radioactivité γ s'écrit : ${}^{A}_{Z}Y^{*} \rightarrow {}^{A}_{Z}Y + \gamma$

d) <u>Décroissance radioactive</u>

❖ **<u>Activité</u>**

L'activité d'une source radioactive est le nombre de désintégrations émises par la source par unité de temps. Elle s'exprime en Becquerel (Bq). On écrit A $= -\frac{dN}{dt} = \lambda N$ où λ est la constante radioactive (exprimée en s^{-1}) et N : nombre de noyaux à l'instant t.

❖ **<u>Loi de décroissance</u>**

Le nombre N de noyaux désintégrés décroît exponentiellement avec le temps. Si N_0 est le nombre de noyaux non désintégrés à un instant pris comme instant initial $t = 0$.

On sait que $-\frac{dN}{dt} = \lambda N \Rightarrow \frac{dN}{N} = -\lambda dt \Rightarrow \int \frac{dN}{N} = -\lambda \int dt \Rightarrow ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\lambda t \Rightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$

D'où N $= N_0 e^{-\lambda t}$. C'est la loi de décroissance radioactive.

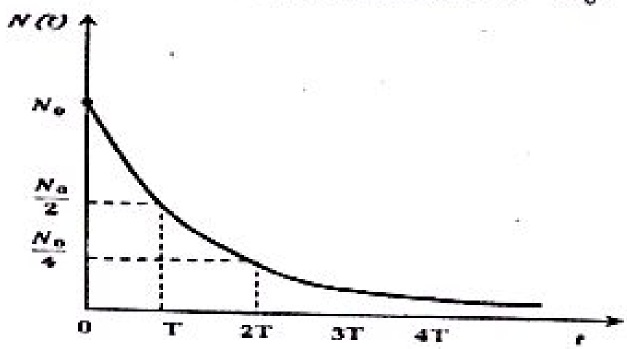
❖ **<u>Période radioactive</u>**

La période radioactive ou demi – vie d'un radio nucléide est la durée T, nécessaire pour que la moitié des noyaux initialement présents dans l'échantillon, se désintègre.

$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} = \frac{N_0}{2} \Rightarrow \ln\left(N_0 e^{-\lambda T}\right) = ln\left(\frac{N_0}{2}\right) \Rightarrow -\lambda T = -ln2 \Rightarrow T = \frac{ln2}{\lambda}$.

❖ **<u>Courbe de décroissance radioactive</u>**

Elle correspond à la représentation de la fonction : N $= N_0 e^{-\lambda t}$.



3) <u>Réactions provoquées</u>

Une réaction nucléaire est dite provoquée lorsqu'un noyau cible est frappé par un noyau projectile et donne naissance à de nouveaux noyaux.

a) <u>Fission</u>

La fission est une réaction nucléaire provoquée au cours de laquelle un noyau lourd ''fissible'' donne naissance à deux noyaux plus légers sous l'impact d'un neutron lent.

${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{94}_{38}Sr + {}^{140}_{54}Xe + 2.{}^{1}_{0}n$

b) Fusion

Elle consiste à la fusion de deux noyaux plus petits pour obtenir un noyau plus lourd. La fusion est thermonucléaire (c'est-à-dire catalysée par élévation de température) et son énergie non contrôlée.

Remarque : La fusion dégage plus d'énergie que la fission.

Exemple : ${}_{1}^{2}H + {}_{1}^{3}H \rightarrow {}_{2}^{4}He + {}_{0}^{1}n$

4) Applications

Les réactions nucléaires interviennent :

- en biologie (Radioactivité) ;
- en médecine : permet de soigner ;
- en archéologie (datation au carbone 14) ;
- pour la production d'énergie électrique dans les centrales nucléaires (Radioactivité provoquée).

Exercice d'application 1

1) Compléter le tableau suivant :

Noyau père	Noyau fils	Particule	Type de radioactivité
${}_{82}^{209}Pb$	${}_{83}^{209}Bi$		
${}_{88}^{217}Ra$		Noyau d'hélium ${}_{2}^{4}He$	
	${}_{46}^{107}Pd$		β^{+}

2) De quel type de radioactivité s'agit – il pour tous ces noyaux.

Correction

1) Complétons le tableau suivant :

Noyau père	Noyau fils	Particule	Type de radioactivité
${}_{82}^{209}Pb$	${}_{83}^{209}Bi$	Electron (${}_{-1}^{0}e$)	β^{-}
${}_{88}^{217}Ra$	${}_{86}^{213}Rn$	Noyau d'hélium ${}_{2}^{4}He$	α
${}_{47}^{107}Ag$	${}_{46}^{107}Pd$	Positon (${}_{1}^{0}e$)	β^{+}

2) Ces noyaux subissent des réactions spontanées.

Exercice d'application 2

Le fluor 18 est émetteur β^{-}.

1) Ecrire l'équation de désintégration d'un noyau de fluor 18.

On donne les symboles des éléments et leurs numéros atomiques :

Oxygène (O ; 8) ; Fluor (F ; 9) ; Néon (Ne ; 10) ; Sodium (Na ; 11)

2) Un échantillon de fluor 18 contient initialement N0 = $9{,}5.10^{10}$ noyaux radioactifs. Combien de noyaux radioactifs reste-t-il dans l'échantillon après 1h 5min ?

3) Quelle est à cette date, l'activité de l'échantillon ?

On donne la demi-vie du fluor 18 : T = 109,4s.

Correction

1) Equation de désintégration : ${}^{18}_{9}F \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{18}_{10}Ne$

2) Nombre de noyaux de fluor restant dans l'échantillon après 1 h 05 min

t = 1h 5min = 3 600s + (5× 60) s = 3 900 s

$N = N_0 e^{-\lambda t}$ avec $\lambda = \frac{ln2}{T} \rightarrow N = N_0 e^{-\frac{t.ln2}{T}}$

AN : $N = 9{,}5 \times 10^{10} e^{-\frac{3900 \times ln2}{109{,}4\times}} = 1{,}76 \approx 2$

3) Activité de l'échantillon à cette date :

$A(t) = \lambda N(t)$ avec $\lambda = \frac{ln2}{T} \rightarrow A(t) = \frac{ln2}{T} N(t)$

AN : $A(t) = \frac{ln2}{109{,}4} \times 1{,}76 = 1{,}11 \times 10^{-2}$ Bq

Série d'exercices

Exercice 1

I) Définir : une réaction nucléaire spontanée ; la demi-vie d'un radioélément.

II) Choisir la bonne réponse :

1) La réaction nucléaire d'équation : ${}^{32}_{15}P \rightarrow {}^{32}_{16}Si + ...$ est une désintégration de :

a) type α ; b) type β^+ c) type β^-

2) Le plomb ${}^{204}_{82}Pb$ est u, radioactif α. Le noyau issu de désintégration a pour numéro atomique : a) Z = 82 ; b) Z = 80 c) Z = 81.

Exercice 2

1) Recopier puis compléter les phrases suivantes.

a) La radioactivité β^- peut être considérée comme la transformation d'un neutron en ... et en...

b) Le deutérium et le tritium subissent une réaction de ..... nucléaire pour donner un noyau d'hélium et ....

2) Le plomb ${}^{185}_{82}Pb$ est radioactif, il se désintègre pour donner du mercure 181 et un noyau d'hélium.

a) Préciser le numéro atomique du mercure.

b) Ecrire l'équation de la réaction nucléaire.

Exercice 3

I) On donne les équations suivantes :

a) ${}^{30}_{15}P \rightarrow {}^{\dots}_{\dots}e + {}^{30}_{14}Si$; b) ${}^{238}_{92}U \rightarrow {}^{234}_{90}Th + \cdots$; c) ${}^{210}_{84}Po \rightarrow Pb + {}^{4}_{2}He$

d) ${}_{1}H + {}^{\dots}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}H + {}^{1}_{0}n$; e) $Bi \rightarrow {}^{208}_{82}Pb + {}^{0}_{1}e$; f) ${}^{14}_{\dots}C \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{\dots}_{7}Si$

g) ${}^{107}_{46}Pd \rightarrow Ag + {}^{0}_{-1}e^{-}$; h) ${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{\dots}_{38}Sr + {}^{140}_{\dots}Xe + 2({}^{1}_{0}n)$.

1) Compléter les réactions ci – dessous.

2) Préciser s'il s'agit d'une réaction nucléaire spontanée ou provoquée.

II) Ecrire les équations de désintégration :

1) α du polonium 210 ; 2) β^{+} du phosphore 137 ; 3) α du radon 222 ;

4) β^{-} du carbone 14 ; 5) β^{+} cobalt 53 ; 6) β^{-} du potassium 40.

Exercice 4

Un échantillon de polonium 212 a une activité de 45.10^{7} particules à la seconde et se désintègre avec une période égale à 3,3 h.

1) Déterminer la constante de désintégration.

2) Déterminer le nombre moyen de noyaux radioactifs dans cet échantillon à l'instant où l'on mesure son activité.

3) Déterminer la masse de polonium 212 correspondante.

4) Déterminer le nombre de noyaux radioactifs restants après 10 h.

5) Quelle sera alors l'activité de l'échantillon ?

Exercice 5

Les isotopes ${}^{210}_{83}Bi$ et ${}^{214}_{83}Bi$ sont radioactifs. L'isotope ${}^{210}_{83}Bi$ émet un rayonnement β^{-} et a une période de 5 jours et l'isotope ${}^{214}_{83}Bi$ émet un rayonnement α.

1) Ecrire l'équation de la réaction nucléaire pour chaque isotope.

2) On dispose d'une masse m_0 = 1 g de ${}^{210}_{83}Bi$ à un instant donné. Déterminer la masse de bismuth :

a) 2 jours après cet instant.

b) 5 jours après cet instant.

c) 1 an après cet instant.

On donne : masse de l'atome≈ 210 μ avec 1 μ = $1,6.10^{-27}$ kg.

Extrait du tableau de classification périodique : ${}_{80}Hg$; ${}_{81}Ti$; ${}_{82}Pb$; ${}_{83}Bi$; ${}_{84}Po$; ${}_{85}At$; ${}_{86}Rn$.

Exercice 6

Un élément radioactif obéit à la loi de décroissance : $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$.

1) Que signifient les termes : $N(t)$, N_0 et λ ?

2) Le bismuth 210 subit une désintégration β^- de constante radioactive $\lambda = 5{,}77.10^{-1}\ s^{-1}$.

a) Déterminer la période T ou demi-vie du bismuth 210.

b) Définir l'activité (c'est-à-dire le nombre moyen de désintégrations par seconde) de l'échantillon à la date t en fonction de N(t) et de λ.

3) Déterminer l'activité d'un échantillon contenant à l'instant $t = 0$ une masse $m = 106$ kg de bismuth 210 à :

a) l'instant $t = 0$.

b) l'instant $t = T$.

Exercice 7

Le nucléide ${}^{210}_{84}Po$est un émetteur α.

1) Ecrire l'équation de désintégration d'un noyau de Polonium.

a) Calculer en eV l'énergie libérée par la désintégration d'un noyau de Polonium.

b) En déduire l'énergie libérée 1g d'un échantillon de Polonium.

2) Un échantillon polonium contient à $t = 0$, N_0 noyaux radioactifs et à une date t, N noyaux non désintégrés. Le tableau suivant résume les résultats obtenus.

t(jours)	0	40	80	100	120	150
N/N_0	1	0,82	0,67	0,61	0,55	0,47

a) Après avoir défini la période radioactive T d'un radionucléide, préciser quel encadrement du Polonium 210 ce tableau ci – dessus permet d'obtenir.

b) Tracer la courbe $\ln(N/N_0) = f(t)$.

Echelles : en abscisses 1 cm représente 20 jours et en ordonnées 1 cm représente 0,1.

c) En déduire la valeur de la période T du polonium 210.

d) Etablir l'expression de la constante radioactive λ puis la calculer.

On donne l'extrait de la classification : ${}_{82}Pb$; ${}_{83}Bi$; ${}_{84}Po$; ${}_{85}At$; ${}_{86}Rn$;

$1\ \mu = 1{,}6.10^{-27}$ kg = 931,5 MeV/C^2 ; $c = 3.10^8$ m/s ; $m(\alpha) = 4{,}00150$ u ;

$m({}^{210}_{84}Po) = 209{,}9368$ u ; m(noyau fils) = 205,9295 u.

Exercice 8

On dispose deux isotopes : ${}^{131}_{53}I$ et ${}^{123}_{53}I$ de l'iode. Un échantillon de l'isotope ${}^{131}_{53}I$ contient 1 μg.

1) Préciser la composition du noyau de l'isotope ${}^{131}_{53}I$.

2) Déterminer le nombre d'atomes radioactifs N_0 initialement présents dans la dose ingérée. L'instant de l'ingestion est pris pour origine des dates ($t = 0$ s).

3) L'isotope ${}^{131}_{53}I$ est radioactif β^-.

a) Préciser les lois de conservation utilisées.

b) Ecrire l'équation de sa désintégration.

On admettra que le noyau fils n'est pas produit dans un état excité.

4) La demi-vie de l'isotope $^{131}_{53}I$ vaut 8 jours.

a) Après avoir rappelé la loi de décroissance radioactive en faisant intervenir N_0 et la constante radioactive, définir la demi-vie ($t_{1/2}$) d'un échantillon radioactif.

b) Tracer l'allure de la courbe correspondant à l'évolution au cours du temps du nombre de noyaux radioactifs dans l'échantillon, en justifiant le raisonnement utilisé.

On placera correctement les points correspondant aux instants de $t_{1/2}$; 2 $t_{1/2}$ et 3 $t_{1/2}$.

Echelle : en abscisse 4 cm représente $t_{1/2}$ et en ordonnée 8 cm représente N_0.

On donne : M($^{131}_{53}I$) = 131 g/mol ; $\mathcal{N}$ = $6,02.10^{23}$ mol^{-1}.

Quelques symboles d'éléments chimiques : $_{51}Sb$ (antimoine) ; $_{52}Te$ (Tellure) ; $_{53}I$ (Iode) ; $_{54}Xe$ (Xénon) ; $_{55}Cs$ (Césium).

Exercice 9

1) Le bombardement des noyaux d'atomes d'azote par les neutrons aboutit à la réaction nucléaire dont l'équation est la suivante : $^{14}_{7}N + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{A}_{Z}Y_1 + ^{1}_{1}H$ (1)

a) Enoncer les deux lois de conservation qui ont permis d'écrire l'équation (1).

b) L'application des lois de conservation précédentes permet de déterminer la nature du noyau. Préciser l'élément associé à Y_1.

2) La désintégration du noyau de carbone 14 conduit à l'émission d'un électron de symbole $^{0}_{-1}e$ et d'un noyau $^{A}_{Z}Y_2$.

a) Ecrire l'équation de la réaction nucléaire correspondante.

b) La radioactivité d'une réaction nucléaire peut être du type α, β^+ ou β^-.

Préciser celle qui correspond à la désintégration du noyau de carbone 14.

c) Quel est le nom de l'élément Y_2 ?

3) La loi de décroissance radioactive en fonction du temps est du type : $N(t) = N_0e^{-\lambda t}$.

a) Que représentent les grandeurs physiques $N(t)$, N_0 et λ ?

b) Déterminer l'unité de λ par une analyse dimensionnelle sachant que $\lambda = \ln 2 / t_{1/2}$.

c) Déterminer λ.

Exercice 10

Confirmer ou infirmer le raisonnement suivant : l'énergie de liaison du noyau d'uranium $^{235}_{92}U$ est ε_{l_1} = 1802 MeV, celle du noyau de fer est ε_{l_2} = 492 MeV.

En justifiant votre réponse, préciser l'état de stabilité du noyau d'uranium par rapport à celui du fer.

Exercice 11

On dispose d'un noyau d'hélium de masse m.

1) Déterminer le défaut de masse.

2) Déterminer l'énergie de liaison du noyau.

3) Déterminer l'énergie de liaison par nucléon.

4) Préciser l'état (léger, stable ou instable) du noyau de l'hélium.

On donne : $m = 4{,}0015\ \mu$; $m_p = 1{,}00728\ \mu$; $m_p = 1{,}00866\ \mu$; $1\ \mu = 931\ \text{MeV.C}^{-2}$.

Exercice 12

Un noyau de polonium instable se transforme en un noyau de plomb et un noyau d'hélium ou particuleα.

1) Quelle est la variation de masse du système ?

2) Quelle est la variation d'énergie de masse ou de repos du système ?

3) Cette énergie est – elle dégagée ou absorbée ?

4) Déterminer la vitesse V de lancement de la particule α sachant que le système est isolé (c'est-à-dire que le système n'échange aucune énergie avec l'extérieur) et que le noyau Po est au repos, le noyau Pb formé est pratiquement au repos, la particule α est lancée à la vitesse V.

Données : $m_{\text{Po}} = 209{,}9369\ \mu$; $m_{\text{Pb}} = 205{,}929\ \mu$; $m_{\text{He}} = 4{,}0016\ \mu$; $1\ \mu = 1{,}66.10^{-27}$ kg.

Exercice 13

Soit la réaction de fission produite dans un réacteur nucléaire et traduite par l'équation nucléaire : ${}^{235}_{92}\text{U} + {}^{1}_{0}\text{n} \rightarrow {}^{94}_{38}\text{Sr} + {}^{140}_{54}\text{Xe} + {}^{1}_{0}\text{n}$.

1) Déterminer l'énergie libérée lorsqu'un noyau d'uranium est consommé.

2) Déterminer la puissance moyenne fournit par le réacteur sachant que chaque jour le réacteur consomme 0,03 kg d'uranium.

On donne : $1\ \mu = 1{,}66.10^{-27}$ kg et les énergies moyennes de liaison par nucléons, en valeur absolue sont : 7,4 MeV/nucléon pour ${}^{235}_{92}\text{U}$; 8,4 MeV/nucléon pour ${}^{94}_{38}\text{Sr}$; 8,1 MeV/nucléon pour ${}^{140}_{54}\text{Xe}$.

Exercice 14

La fission suivante : ${}^{235}_{92}\text{U} + {}^{1}_{0}\text{n} \rightarrow {}^{91}_{Z_1}\text{Sr} + {}^{A_2}_{58}\text{Xe} + 3\ {}^{1}_{0}\text{n} + 6\ {}^{\ 0}_{-1}\text{e}$ est celle d'un atome ${}^{235}\text{U}$ qui subit l'action d'un neutron.

1) Définir une réaction de fission nucléaire.

2) Exprimer les lois de conservation.

3) Déterminer les valeurs Z_1 et A_2.

4) Déterminer en MeV, l'énergie de liaison par nucléon de ${}^{235}_{92}\text{U}$.

5) Il existe un autre isotope de l'uranium : ^{239}U, émetteur β^-.

a) Par deux désintégrations spontanées successives, il donne $^{A_3}_{Z_3}Pu$. Déterminer A_3 et Z_3.

b) La 1[ère] désintégration a pour période T = 25 min. Déterminer le rapport N/N_0 de noyaux ^{239}U restant après 125 min.

Exercice 15

Sous l'action d'un neutron un noyau d'azote $^{14}_{7}N$ est momentanément absorbé.

1) Dans un premier cas, le noyau obtenu émet une particule α.

a) Compléter cette réaction nucléaire : $^{14}_{7}N + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{A}_{Z}X$.

b) Identifier le nucléide $^{A}_{Z}X$.

2) Dans un deuxième cas le noyau obtenu émet un proton.

a) Compléter cette réaction nucléaire : $^{14}_{7}N + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{1}_{1}H + ^{A'}_{Z'}X'$.

b) Identifier le nucléide $^{A'}_{Z'}X'$.

3) Ce nucléide est radioactif β^- ; formuler l'équation de sa désintégration radioactive.

4) Un neutron lent frappe un noyau de bore $^{10}_{5}B$; le noyau obtenu émet une particule α et se transforme en un noyau du nucléide $^{A}_{Z}Y$.

a) Formuler la réaction : $^{10}_{5}B + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{A}_{Z}Y$.

b) Identifier le nucléide $^{A}_{Z}Y$.

Exercice 16

Le radon se forme par désintégration du radium, selon la réaction nucléaire suivante :

$^{226}_{88}Ra \rightarrow ^{222}_{86}Ra + ^{4}_{2}He.$ (1)

1) A quel type de radioactivité correspondant à cette réaction de désintégration ? Justifier votre réponse.

2) a) Exprimer littéralement le défaut de masse Δ_m du noyau de symbole $^{A}_{Z}X$ et de masse m_X.

b) Déterminer le défaut de masse du noyau de radium Ra et l'exprimer en unité de masse atomique u.

3) Ecrire la relation d'équivalence masse – énergie.

4) Le défaut de masse Δ_m du noyau de radon vaut $3{,}04.10^{-27}$ kg.

a) Définir l'énergie de liaison E_l d'un noyau.

b) Déterminer en joule, l'énergie de liaison E_l (Rn) du noyau de radon.

c) Justifier que cette énergie de liaison vaut $1{,}71.10^{3}$ MeV.

d) En déduire l'énergie de liaison par nucléon E_l/A du noyau de radon puis exprimer ce résultat en MeV/nucléon.

5) a) Etablir littéralement la variation d'énergie ΔE de la réaction (1) en fonction de m_{Ra}, m_{Rn} et m_{He}, masses respectives des noyaux de radium, de radon et d'hélium.

b) Déterminer ΔE en joule puis Conclure.

Données : Unité de masse atomique : u = $1{,}666054.10^{-27}$ kg ; 1 MeV = $1{,}6.10^{-16}$ J ;

Célérité de la lumière dans le vide : c = 3.10^{8} m/s.

Exercice 17

1) Le rayonnement α est constitué de noyaux d'hélium $^{4}_{2}He$

a) Préciser les autres rayonnements radioactifs et dites à chaque fois le type de particules émises.

b) Déterminer en MeV l'énergie de liaison par nucléon dans le noyau d'hélium.

2) Le polonium $^{218}_{84}P_{o}$ subit la désintégration α en donnant un noyau $^{A}_{Z}X$.

Ecrire l'équation de désintégration. Identifier le noyau $^{A}_{Z}X$.

3) La période radioactive du $^{218}_{84}P_{o}$ est de 183 s. Un échantillon de $^{218}_{84}P_{o}$ contient 1 mg.

a) Définir la période radioactive d'un radioélément.

b) Déterminer la masse de polonium 218 qui reste au bout de 732 s.

Extrait du tableau de classification périodique : $_{80}Hg$; $_{81}Ti$; $_{82}Pb$; $_{83}Bi$; $_{84}Po$; $_{85}At$; $_{86}Rn$.

Exercice18

1) L'uranium $^{238}_{92}U$ se désintègre avec ses « descendsants » en émettant des particules α et β^{-}. Déterminer le nombre de désintégration α et β^{-} sachant qu'on aboutit au ^{206}Pb.

2) Le plomb ^{206}Pb peut être obtenu par une désintégration α d'un noyau X avec une période T = 138jours.

a) Ecrire l'équation bilan de cette désintégration et identifier X.

b) Déterminer en Mev puis en joule l'énergie libérée par la désintégration d'un noyau X.

c) En déduire l'énergie libérée par la désintégration de 2 g d'un noyau X.

3) On part d'un échantillon de 4,2g de X.

a) Déterminer l'activité A_0 de cet échantillon. L'exprimer en Becquerel puis en curie.

b) Quel est l'activité de cet échantillon au bout de 69 jours ?

c) Déterminer la masse de cet échantillon qui se désintègre au bout de 552 jours.

On donne :

Nucléide X	$_{80}Hg$	$_{82}Pb$	$_{83}Bi$	$_{84}Po$
Masse du nucléide : m_x(en u)	203,9745	205,9745	208,9804	209,9829

m(α) = 4,0026 u ; 1 u= $1{,}66.10^{-27}$kg = 931,5 Mev/C² ; 1 Ci = $3{,}7.10^{10}$ Bq.

Exercice 19

On éclaire une cellule photoélectrique dont la cathode est en césium avec une radiation de longueur d'onde $\lambda = 495$ nm, puis avec une radiation de longueur d'onde $\lambda = 720$ nm.

Le travail d'extraction d'un électron de césium est $W_0 = 3.10^{-19}$ J.

1) Déterminerer la longueur d'onde λ_0 qui correspond au seuil photoélectrique.

2) Montrer que l'émission photoélectrique n'existe qu'avec une seule des deux radiations précédentes.

Exercice 20

On éclaire une cellule photoélectrique à vide avec une lumière monochromatique. L'énergie d'extraction d'un électron du métal cathodique est 3.10^{-19} J. La longueur d'onde de la radiation est 0,6 μm.

1) Déterminer l'énergie cinétique maximale $E_{C_{max}}$ d'un électron émis.

2) Déterminer la vitesse maximale V_{max} d'un électron émis.

Exercice 21

La longueur d'onde correspondante au seuil photoélectrique d'une photocathode émissive au césium est $\lambda_0 = 0{,}66.\ \mu$m.

1) Déterminer en joules et en eV l'énergie d'extraction W_0 d'un électron.

2) La couche de césium reçoit une radiation monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0{,}44\ \mu$m.

a) Déterminer l'énergie cinétique maximale E_C d'un électron émis au niveau de la cathode.

b) L'exprimer en joules puis en eV.

Exercice 22

L'ensemble de deux radiations, l'une orange de longueur d'onde $\lambda_1 = 0{,}6\ \mu$m et l'autre rouge de longueur d'onde $\lambda_2 = 0{,}75\ \mu$m éclaire une cellule photoélectrique à vide à cathode de césium dont le seuil photoélectrique est $\lambda_0 = 0{,}66\ \mu$m.

1) Faire un schéma du montage à réaliser pour mettre en évidence le courant photoélectrique.

2) Déterminer en joule et en électronvolt l'énergie nécessaire à extraction d'un électron de la cathode.

3) L'effet photoélectrique va – t – il avoir lieu ? Les deux radiations sont – elles utiles ?

4) Déterminerer l'énergie cinétique maximale d'un électron expulsé par la cathode.

5) En déduire sa vitesse maximale.

SUJETS BAC :

2010 A 2020

Collection NAMO

216

1ère Edition : Septembre 2020

SUJETS BAC DE 2010 A 2020

BAC 2010

1^er^ Groupe

Exercice 1

Un solide C, de dimensions négligeables, de masse m = 50 kg, pouvant glisser sans frottements sur une tige horizontale AB, est fixé à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur k = 5 N.m^{-1}. L'autre extrémité du ressort est accrochée en A. la tige AB est fixé en A à un support vertical ZZ'.

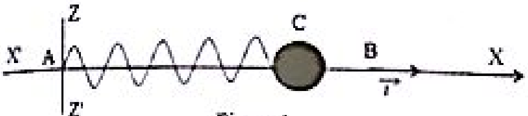


Figure 1

1) On repère la position du centre d'inertie du solide C par son abscisse sur un axe XX' parallèle à la tige AB. Quand l'ensemble est en équilibre, le ressort n'étant pas déformé, le centre d'inertie de C occupe la position G_0 d'abscisse $x = 0$.

On allonge le ressort en déplaçant le solide C de 5 cm dans le sens positif et on lâche le système sans vitesse initiale.

a) Etablir l'équation différentielle du mouvement de C. En déduire la nature de ce mouvement.

b) On prend comme origine des dates, l'instant d passage de C par sa position d'équilibre avec une vitesse positive. Etablir l'équation horaire du mouvement de C. Calculer sa vitesse lors du premier passage par sa position d'équilibre.

2) L'ensemble tourne maintenant à la vitesse angulaire ω autour de l'axe vertical ZZ'. Sachant que la longueur à vide du ressort est l_0 :

a) Exprimer l'allongement Δl que prend ce ressort en fonction de m, l_0, k et ω.

b) Calculer cet allongement lorsque ω = 6 rad/s et l_0 = 20 cm.

Exercice 2

Deux rails de cuivre, parallèles, horizontaux sont reliés à un circuit électrique, d'intensité I. Une tige AB en cuivre, de masse m = 20 g, peut se déplacer le long de ces deux rails. Elle est entraînée par un solide de masse M. La liaison s'effectue aumoyen d'une corde inextensible et sans masse qui peut glisser sans frottement dans la gorge d'une poulie (voir figure 2).

1) Le contact entre la tige AB et les rails étant sans frottement, donner la direction et le sens du champ $\vec{B}$ pour maintenir la tige immobile.

2) Déterminer l'intensité B du champ $\vec{B}$. On donne M = 10 g ; ℓ = AB = 10 cm ; I = 5 A ; g = 10 N.kg^{-1}.

3) En réalité, le contact entre la tige AB et les rails se fait avec frottement et l'intensité du champ $\vec{B}$ qui permet de réaliser l'équilibre est B = 0,16 T. Déduire l'intensité commune à chacune des deux forces de frottement entre la tige et les rails. (Voir figure ci – dessous)

4) On néglige à nouveau les frottements et on remplace la masse M par une autre M' = M / 2. La tige est alors animée d'un mouvement rectiligne uniformément varié.

Déterminer l'expression de l'accélération du centre d'inertie de la tige en fonction de I, B, ℓ, M, g et m. Faire l'application numérique.

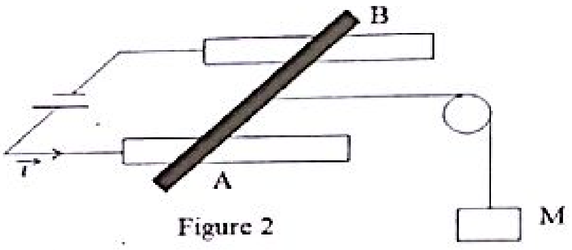


Figure 2

2è groupe

Exercice 1

Une automobile d'une masse de 850 kg roule à 110 km/h sur une autoroute à l'altitude de 420 m. elle franchit un col de montagne situé à 1215 m, à la vitesse de 60 km/h. Le niveau de référence pour l'énergie potentielle est z = 420 m.

1) Calculer les énergies cinétique, potentielle et mécanique de l'automobile à 420 m.

2) Calculer ses énergies lorsque l'automobile franchit le col.

3) Déterminer la variation de l'énergie mécanique.

Exercice 2

La lame métallique d'un vibreur est aimée d'un mouvement vibratoire sinusoïdal de fréquence N. Elle est munie d'une fourche dont les deux extrémités S_1 et S_2 plongent dans une cuve contenant de l'eau. La distance entre les deux pointes de la fourche est de 10 cm. Ces deux pointes vibrent en phase à la fréquence N = 60 Hz. Les perturbations créées se propagent dans toutes les directions à la vitesse de 180 cm.s^{-1}.

1) Qu'observe – t – on à la surface libre de l'eau ?

2) Déterminer le nombre de franges d'amplitude maximale.

3) Déterminer le nombre de franges d'amplitude nulle.

4) Tracer les lieux des points d'amplitude maximale et ceux d'amplitude nulle dans le plan contenant S_1 et S_2. On représentera en traits pleins les franges d'amplitude maximale et en traits pointillés les franges d'amplitude nulle.

BAC 2011

1^er^ Groupe

Exercice 1

Sur une autoroute d'axe (x', O, x) et de repère $(O, \vec{\imath})$, une automobile en déplacement décrit une trajectoire rectiligne. A l'instant $t_0 = 0$ s, l'automobile démarre d'un point P_0 d'abscisse x_0 différent de zéro. A l'instant $t_1 = 4$ s, elle passe par le point P_1 d'abscisse $x_1 = 70$ m à la vitesse $v_1 = 10$ m.s^{-1}. L'automobile arrive ensuite au point P_2 d'abscisse $x_2 = 114{,}8$ m à la vitesse $v_2 = 18$ m.s^{-1}.

1) Sachant que le mouvement de l'automobile est rectiligne uniformément varié, calculer son accélération.

2) Déterminer la valeur de l'abscisse x_0 du point P_0 de départ.

3) Ecrire l'équation horaire du mouvement de l'automobile.

4) A l'instant t_2 l'automobile passe– t – elle par le point P_2 ?

5) A la date t = 1 s, une motocyclette se déplaçant sur la même autoroute à la vitesse constante $v = 20$ m.s^{-1}, passe par le point P' d'abscisse $x' = 10$ m. pendant toute la durée du mouvement fixée à 20 s, la motocyclette va d'abord dépasser l'automobile puis celle ci va la rattraper.

a) Montrer qu'à l'instant t = 0, la motocyclette se trouvait au point P d'abscisse $x = -10$ m. Déduire l'équation horaire de son mouvement dans le repère $(O, \vec{\imath})$.

b) Déterminer les dates de dépassements.

c) Déterminer l'abscisse du deuxième dépassement.

Exercice 2

On utilise le dispositif des fentes de Young pour produire des franges d'interférences. Les deux ouvertures S_1 et S_2 distantes de a, sont placées à une distance D = 1,5 m d'un écran d'observation parallèle au plan de S_1 et S_2.

1) Les sources S_1 et S_2 sont éclairées par une onde lumineuse bleue de longueur d'onde $\lambda_1 = 480$ nm (avec 1 nm = 10^{-9} m).

a) Expliquer pourquoi en certains points de l'écran on a : lumière + lumière = obscurité.

b) La distance entre les milieux de deux franges brillantes est 0,9 mm. Déterminer, en mm, la valeur de la distance a entre S_1 et S_2.

2) La lumière émise est constituée par la lumière bleue précédente et la lumière rouge – orangé de longueur d'onde $\lambda_2 = 640$ nm.

A quelle distance (en mm) de la frange centrale se produit sur l'écran la première coïncidence entre le milieu des deux franges brillantes ?

3) On éclaire les deux sources par la lumière blanche. Au point M situé à une distance $x = 6$ mm du centre O de la frange centrale, on place la fente d'un spectroscope. On constate qu'il manque certaines radiations. Montrer que la lumière jaune de longueur d'onde 581 nm fait partie des radiations manquantes.

2[e] groupe

Exercice 1

Un élève candidat à un examen, en retard pour son centre, voit son car démarrer alors qu'il se trouve à 15 m de la porte d'entrée. Le car est animé d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré, d'accélération 2 $m.s^{-2}$. L'élève candidat s'élance quand il voit démarrer et il court à la vitesse $v = 8$ $m.s^{-1}$, espérant rattraper le véhicule.

Déterminer :

1) L'équation horaire du mouvement du car.
2) L'équation horaire du mouvement de l'élève candidat.
3) L'instant auquel l'élève candidat rattrapera le car.
4) La distance parcourue par l'élève avant de rattraper le car.
5) La distance parcourue par le car avant qu'il ne soit rattrapé par l'élève candidat.

Exercice 2

Un solénoïde de 40 cm de long, de 8 cm de diamètre et comportant 1000 spires est parcouru par une intensité de courant de 0,5 A.

1) Déterminer la valeur du champ magnétique B à l'intérieur du solénoïde.
2) Etablir l'expression de l'inductance propre L du solénoïde et faire l'application numérique.
3) En déduire l'énergie électromagnétique w stockée dans le solénoïde.

On donne $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ SI.

BAC 2012

1[er] Groupe

Exercice 1

On considère un plan incliné d'angle α par rapport à l'horizontale.

Soit un solide S, de masse m et de centre d'inertie G. Ce solide est lancé avec une vitesse initiale $\vec{v_0}$ vers la partie supérieure du plan incliné suivant l'axe $(O, \vec{i})$ comme schématisé sur la figure 1 ci – dessous. Les frottements sont considérés comme négligeables. A la date $t_0 = 0$, le centre d'inertie G se trouve en On son vecteur vitesse est alors égale à $\vec{v_0} = v_0\vec{i}$.

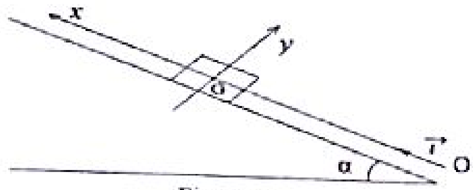


Figure 1

On étudie le mouvement de G pour t ≥ 0 dans un référentiel galiléen.

1) a) Faire l'inventaire des forces appliquées à ce solide, puis, représenter sur un schéma bien soigné les forces appliquées à ce solide.

b) En appliquant le théorème du centre d'inertie, déterminer l'expression de l'accélération a de G suivant (O ; x) en fonction de l'intensité de la pesanteur g et l'angle α.

c) Quelle est la nature du mouvement de G ?

d) Calculer la valeur de l'accélération a pour $\alpha = 30°$ et g = 10 m.s^{-2}.

2) a) Donner l'expression de la vitesse v en fonction du temps t.

b) Donner de même l'expression de la coordonnée x de G en fonction du temps t.

3) a) Quelle est, en fonction de v_0, g et α, l'expression de la date T_M à laquelle G atteint son point le plus haut ?

b) En déduire l'expression de x_M de ce point en fonction v_0, g et α.

4) Toujours avec l'angle $\alpha = 30°$, on souhaite atteindre un point distant de 1,6 m de O.

Quelle valeur minimale faut – il donner à v_0 ?

Exercice 2

Un circuit comporte, un générateur basse fréquence, un conducteur ohmique de résistance R = 220 Ω et une bobine d'inductance L et de résistance r associés en série (figure 2).

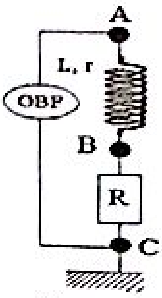


Figure 2

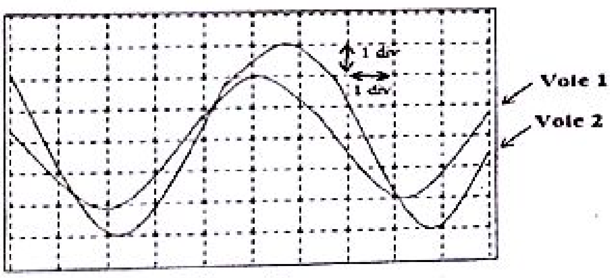


Figure 3

La figure 3 représente la reproduction d'un écran d'oscilloscope utilisé pour visualiser la tension u_G aux bornes du générateur (GBT) sur la voie 1 et la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique sur la voie 2. Les réglages de l'oscilloscope sont les suivants :

- balayage : 0,2 ms / division ;
- déviation verticale : voie 1 : 5V / division ; voie 2 : 2V / division.

1) Reproduire et compléter le schéma du circuit de la figure 2 en indiquant les branchements de l'oscilloscope.

2) Quelle est, sur la figure 3, la courbe qui permet de déterminer l'intensité du courant dans le circuit en fonction du temps ?

3) A partir de l'oscillogramme de la figure 3, déterminer :

a) la fréquence de la tension délivrée par le générateur ;

b) la valeur efficace de la tension aux bornes du générateur ;

c) la valeur efficace de l'intensité du courant circulant dans le circuit ;

d) le déphasage entre les tensions observées (τ = 0,7 division), en précisant quelle tension est en avance sur l'autre.

4) Déterminer la valeur de l'impédance Z du dipôle AC constitué de la bobine et du conducteur ohmique.

2è groupe

Exercice 1

Une tige AB de longueur ℓ = 80 cm, lâchée verticalement sans vitesse initiale, tombe dans le vide. Elle passe au cours de sa chute par un trou ménagé dans une plaque horizontale de faible épaisseur. Quand son extrémité inférieure A atteint le trou, sa vitesse est $v = 5\ m.s^{-1}$. On néglige la résistance de l'air. On donne : g = 10 $m.s^{-2}$.

1) Quelle est la nature du mouvement de la tige ?

2) A quelle distance h de la plaque se trouvait initialement le point A ?

3) Déterminer le temps mis par l'extrémité inférieure A pour atteindre le trou.

4) Quelle est la vitesse v' de la tige lorsque son extrémité B arrive au trou ?

5) Déterminer le temps de passage de l'extrémité B au trou.

6) Quelle est la durée t du passage de la tige à travers le trou ?

Exercice 2

Une particule de masse m, de charge q négative, pénètre dans un champ électrique créé par deux plaques parallèles d'un condensateur, distantes de d et de longueur ℓ, dont la différence de potentiel est U = $V_A - V_B$ (figure ci – dessous). Elle rentre avec une vitesse $\overrightarrow{v_0}$, parallèle à Ox. La particule sort du condensateur en un point S. L'expérience a lieu dans le vide et on considère les effets du poids comme négligeables devant ceux de la force électrostatique.

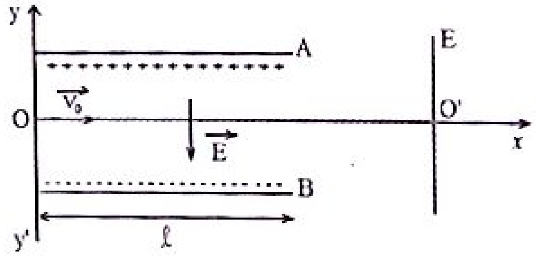
1) Quel est le sens de déviation de la particule (vers la plaque A ou vers la plaque B) ?

2) Etablir les équations horaires de la position de la particule dans le repère (O, x, y). En déduire l'expression littérale de la trajectoire.

3) Donner l'expression littérale des coordonnées du point S ainsi que celle des coordonnées du vecteur vitesse $\overrightarrow{v_S}$ en ce point.

4) Calculer la déviation électrique α du faisceau de particules.

On donne : q = – 1,6× 10^{-19} C ; m = 9,1× 10^{-31} kg ; U = 400 V ; d = 4 cm ; ℓ = 10 cm ; $v_0 = 2{,}5 \times 10^7\ m.s^{-1}$.



BAC 2013

1^er^ Groupe

Exercice 1

On accroche, au plafond d'une voiture se déplaçant sur une route rectiligne et horizontale, une bille assimilable à un point matériel de masse m = 20 g, par l'intermédiaire d'un fil inextensible de longueur ℓ = 40 cm et de masse négligeable. Le mouvement s'effectue dans un référentiel terrestre supposé galiléen où l'accélération de la pesanteur g = 10 $m.s^{-2}$.

1) Au moment où la vitesse de la voiture passe de $V_1 = 72\ km/h$ à $V_2 = 90\ km/h$, le pendule fait un angle $\theta_1 = 30°$ avec la verticale.

a) Représenter sur un schéma soigné, les forces appliquées au pendule et indiquer le sens du mouvement de la voiture.

b) Déterminer en fonction de g et θ_1, l'expression de la composante a_x du vecteur accélération du pendule.

c) Calculer la durée Δt de la variation de la vitesse.

2) Quelle est la position du pendule quand la voiture est à l'arrêt ?

3) A partir de cette position, on communique au pendule une énergie W_0 = 0,06 J.
Il passe à une position M_2 faisant un angle θ_2 avec la verticale.
L'intensité de la vitesse en ce point M_2 vaut V_{M_2} = 2 m/s. Calculer l'angle θ_2.

4) Au passage par la position M_2, le fil se casse.

a) Etablir alors l'équation de la trajectoire de la bille.

b) Calculer l'abscisse du point d'impact I de la bille au sol, sachant que le point M_2 est à 30 cm au – dessus du sol.

Exercice 2

Deux hauts parleurs identiques sont placés face à face. Ils sont reliés à un même oscillateur électrique et émettent des ondes sonores de fréquence 1700 Hz, vibrant en phase. La vitesse du son dans l'air est de 340 m/s.

1) Calculer la longueur d'onde du son émis par ces Haut– parleurs.

2) On place un petit microphone en un point M situé entre S_1 et S_2. Le son détecté est visualisé sur l'écran d'un oscilloscope. On notera $S_1M = d_1$ et $S_2M = d_2$.

a) Etablir l'équation de la vibration au point M.

b) Donner la relation permettant d'obtenir les positions du microphone pour lesquelles l'amplitude est maximale, puis celle permettant d'obtenir les positions d'amplitude nulle.

c) On place le microphone en un point situé à 52 cm de S_1 et à 102 cm de S_2. Déterminer l'état vibratoire de ce point.

2è groupe

Exercice 1

La terre est supposé sphérique de rayon R de masse M. La répartition des masses est à symétrie sphérique.

On donne $G_0 = 9{,}8\ m.s^{-2}$; $K = 6{,}67.10^{-11} N.m^2.kg^{-2}$; h = 400 km et R = 6370 km.

1) a) Montrer que le champ de gravitation terrestre à l'altitude h a pour expression :

$G = K\frac{M}{(R+h)^2}$, avec K la constante de gravitation universelle.

b) Etablir l'expression de G à l'altitude de h en fonction de h, R et G_0.

2) Soit un satellite de masse m, assimilable à un point matériel ayant une orbite circulaire dont le centre est confondu avec le centre de la terre. Il évolue à une altitude h.

a) Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.

b) Exprimer la vitesse puis la période du satellite en fonction de h, R et G_0.

c) Calculer T en heures, minutes et secondes.

3) Météosat est un satellite météorologique géostationnaire.

a) Préciser le plan de l'orbite.

b) A quelle altitude est placé Météosat ? On donne la période de la terre : T = 24 heures.

Exercice 2

L'aiguille aimantée d'une boussole est mobile autour d'un axe vertical passant par son origine O.

1) On place dans le même plan horizontal que l'aiguille, à une distance d de celle – ci, un aimant droit dont l'axe est perpendiculaire au méridien magnétique. L'aiguille tourne alors d'un angle $\alpha = 60°$. La composante horizontale du champ magnétique terrestre est $B_H = 2.10^{-5}$ T. On donne $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ SI.

a) Représenter sur un schéma les différents champs magnétiques qui agissent sur l'aiguille et indiquer les pôles de l'aimant droit.

b) Déterminer l'intensité du champ magnétique créé en O par l'aimant et celle du champ magnétique résultant.

2) Le champ magnétique de l'aimant droit est remplacé par celui d'un solénoïde (de longueur L = 40 cm et formé de N = 1600 spires) dont X'X est perpendiculaire au méridien magnétique. L'aiguille aimantée est située au centre du solénoïde et suffisamment éloignée des extrémités. On règle l'intensité I du courant qui traverse le solénoïde de sorte que l'aiguille tourne d'un angle $\beta = 30°$.

a) Représenter sur un schéma les différents champs magnétiques qui agissent sur l'aiguille. Indiquer le sens de circulation du courant électrique dans le solénoïde.

b) Quelle est l'intensité du courant ?

BAC 2014

1er Groupe

Exercice 1

Une piste de lancement d'un solide ponctuel S est constituée d'une partie rectiligne horizontale ABC et une portion CD qui est un demi – cercle de centre O et de rayon r. Cette piste est dans un plan vertical et on négligera les forces de frottement devant les autres forces. Le mouvement du solide S est étudié dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen. On pose AB = ℓ.

Le solide S, de masse m, est initialement au repos au point A. Il est lancé sur la piste ACD en appliquant sur lui, une force $\overrightarrow{F}$ d'intensité constante, sur la distance AB de sa trajectoire (voir figure 1).

1) Déterminer, en fonction de F, ℓ et m, la vitesse V_B du solide au point B.

2) Justifier le fait que cette vitesse reste constante entre les points B et C.

3) Au point M défini par l'angle $(\widehat{\overrightarrow{OC}\ ;\ \overrightarrow{OM}}) = \theta$, établir, en fonction de F, l, m, r, θ et g, l'expression de :

a) la vitesse V_M du solide.

b) l'intensité R_M de la réaction de la piste.

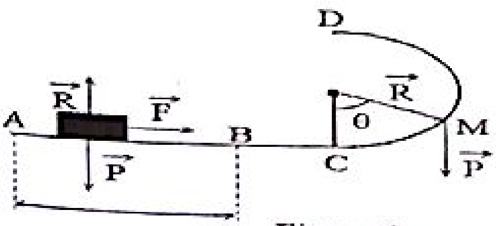


Figure 1

4) a) Déterminer, en fonction de m, g, r et ℓ, l'expression de la valeur minimale F_m de l'intensité F de la force qu'il faut appliquer au solide pour que celui – ci atteigne le point D.

b) Calculer F_m en utilisant les données suivantes : m = 1 kg ; r = 1 m ; ℓ = 1,75 m ; g = 9,8 $N.kg^{-1}$.

Exercice 2

Une sonde d'un tesla – mètre est placée au centre O d'un solénoïde. On mesure l'intensité du champ en fonction de l'intensité du courant électrique qui circule dans le solénoïde. Les résultats des mesures sont donnés par le tableau suivant :

I (A)	0	1	2	3	4	5
B (mT)	0	2,51	5,03	7,54	10,05	12,60

1) Représenter la fonction B(I). Quel type de courbe obtient – on ? On donne comme échelle : 2 cm pour 1 A ; 2 cm pour 5 mT.

2) Le solénoïde comporte N = 800 spires. Il est considéré comme infiniment long. En utilisant le tracé obtenu, déterminer sa longueur l. On donne $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ SI.

3) On place une aiguille aimantée à l'intérieur de ce solénoïde, au centre. En l'absence du courant dans le solénoïde, l'aiguille prend la direction du champ magnétique terrestre $\overrightarrow{B_H}$, perpendiculaire à l'axe du solénoïde. En présence du courant, l'aiguille tourne d'un angle α par rapport à sa position initiale. On règle l'intensité du courant à I = 4,6 mA ; l'angle prend alors la valeur $\alpha = 30°$.

a) Préciser sur un schéma le sens de circulation du courant dans le solénoïde et représenter sur le même schéma les champs magnétiques qui agissent sur l'aiguille.

b) Exprimer l'intensité du champ magnétique créé par le solénoïde en fonction de N, l et I.

c) Déterminer la valeur de l'intensité de la composante horizontale du champ magnétique terrestre $\overrightarrow{B_H}$.

2è groupe

Exercice

Dans une compétition de lancer de poids, un athlète lance une boule métallique (ou boulet) avec une vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ faisant un angle α avec l'horizontale, d'un point I situé à une altitude H du point O au sol (voir figure 1). Le mouvement de la boule est étudié dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen. On définit le repère d'espace (O, x, y) où Ox est un axe horizontal au niveau du sol et Oy un axe vertical ascendant. L'origine du temps correspond à l'instant du lancer de la boule au point I. On néglige la résistance de l'air.

1) Etablir les expressions des composantes v_x et v_y du vecteur vitesse instantanée $\vec{v}$ (t).

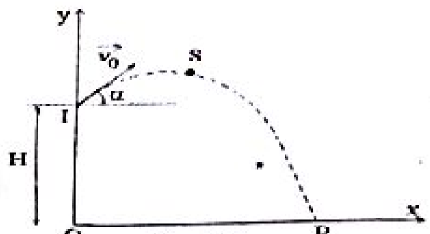


Figure 1

2) Déduire les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ du mouvement de la boule.

3) a) Exprimer l'équation de la trajectoire du mouvement.

b) Quelle est sa nature ?

4) La boule est lancée avec une vitesse initiale $v_0 = 12\ m.s^{-1}$ d'un altitude H = 2,5 m et l'angle α vaut 40°. On donne g = 9,8 $m.s^{-2}$. Déterminer :

a) l'altitude maximale à laquelle se trouvera la boule.

b) la distance à laquelle se trouve le point d'impact au sol P par rapport à l'origine O.

5) L'athlète peut monter sur le podium des cérémonies s'il est parmi les meilleurs lanceurs. Pour cela, il faut que son jet à une distance supérieure ou égale à 20 m. Quelle vitesse minimale doit – il communiquer à la boule, en conservant le même angle α et la même altitude H pour être sur le podium ?

BAC 2015

1^er^ Groupe

Exercice 1

Un solide S, de masse m = 0,5 kg, assimilé à un point matériel, glisse le long d'un plan incliné faisant $\alpha = 20°$ par rapport à l'horizontale.

1) Le solide est abandonné depuis le point A (voir figure), sans vitesse initiale. En considérant les frottements négligeables :

a) Exprimer l'accélération a du solide en fonction de α et de g et calculer a.

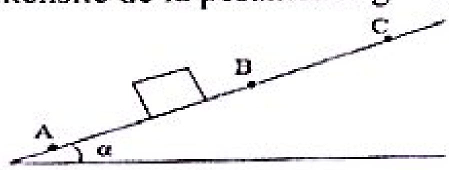
b) Déterminer la nature du mouvement de S. Justifier la réponse.

c) Calculer le temps mis par le solide pour arriver au point B si la distance AB est égale à 2 m.

2) En réalité, cette durée est de 1,5 secondes, en admettant l'existence de frottement dont la résultante a une direction parallèle à celle du mouvement du solide et de sens opposé, déterminer l'intensité de la résultante des forces de frottement.

3) Le solide est maintenant lancé du point B vers le point A avec une vitesse de 3 $m.s^{-1}$ en considérant les frottements négligeables, déterminer la position du point C où sa vitesse s'annule.

On donne : l'intensité de la pesanteur : g = 9,8 $m.s^{-2}$.



Exercice 2

Une corde, raideur, est fixée à l'extrémité A d'une lame vibrante d'un vibreur de fréquence N = 100 Hz. L'autre extrémité B est placée de manière que la corde soit horizontale et tendue. On suppose qu'il n'y a pas de réflexion en B et que tous les amortissements sont négligeables. Le point A vibre verticalement. L'amplitude de ses mouvements est de 1 cm et la célérité des ondes le long de la corde est de 15 m.s^{-1}.

1) Ecrire l'élongation du point A en fonction du temps. On prendra comme origine du temps, l'instant où débute le mouvement du point A. Celui- ci quitte alors sa position alors sa position d'équilibre dans le sens des élongations positives.

2) Déterminer la vitesse maximale du point A.

3) Déterminer l'élongation d'un point M situé à une distance de 30 cm du point A. Comparer le mouvement de M à celui de A.

4) Nous admettons maintenant que l'onde issue de A subit une réflexion en B et que le système est réglé de façon à observer des ondes stationnaires.

a) Exprimer l'élongation d'un point N de la corde situé à la distance x de B.

b) On désigne par N_1 et N_2 les points les plus proches de B pour lesquels l'amplitude est maximale. Déterminer, en fonction de la longueur d'onde, les positions de ces points.

2è groupe

Exercice

1) Un solide A de masse m_A est placé sur un plan incliné OC faisant un angle α par rapport à l'horizontale. Il est relié à un solide B de masse m_B par l'intermédiaire d'un fil inextensible de masse négligeable. Ce fil passe sur la gorge d'une poulie K de masse négligeable (voir figure). Le plan incliné est parfaitement lisse (pas de frottements). Le solide B est abandonné sans vitesse initiale d'une hauteur h au-dessus du sol, el solide A étant au point O.

a) Etablir l'expression littérale de l'accélération a du système en fonction de m_A, m_B, α et g.

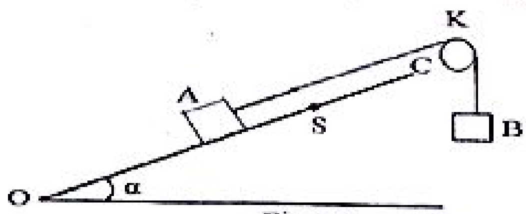
b) Calculer a.

2) Calculer la tension du fil.

3) Calculer la vitesse du solide B au moment où il touche le sol.

4) En réalité, il existe des forces de frottement sur le plan incliné dont la résultante est une force de même direction que le mouvement de A mais de sens contraire. Le corps B arrive au sol à la vitesse de 3 m.s^{-1}. Calculer l'intensité de la force de frottement.

On donne : m_A = 2 kg ; m_B = 1,8 kg ; h = 5 m ; α = 30° ; g = 9,8 N.kg^{-1}.



Figure

BAC 2016

1^er^ groupe

Exercice 1

1) Une petite sphère solide S, de rayon négligeable et de masse m = 150 g est accroché à un ressort à spires non jointives, de masse négligeable, de constante de raideur k = 35 $N.m^{-1}$ et de longueur à vide ℓ_0 = 20 cm. L'autre extrémité du ressort est attachée à la vitesse en un point fixe O (figure 1). On prendra g = 9,8 $m.s^{-2}$. On fait tourner maintenant l'ensemble à la vitesse angulaire uniforme ω autour d'un axe vertical Δ. L'axe du ressort fait alors un angle $\alpha = 30°$ avec la verticale.

a) Calculer la ressort du ressort.

b) Calculer la vitesse angulaire de rotation de l'ensemble et la vitesse linéaire du solide S.

2) Le solide S se décroche brusquement quand il passe par un point S situé à une altitude h = 3 m du sol que la verticale du point C (figure 2) avec une vitesse initiale V_s = 0,84 $m.s^{-1}$.

a) Etablir les équations horaires du mouvement de la sphère dans le repère (C, X, Y).

b) En déduire l'équation cartésienne de sa trajectoire.

c) A quelle distance du point C, le solide S tombe – t – il ?

d) Déterminer au point de chute D, les composantes du vecteur vitesse.

e) Calculer la valeur de cette vitesse.

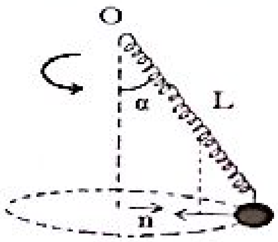


Figure 1

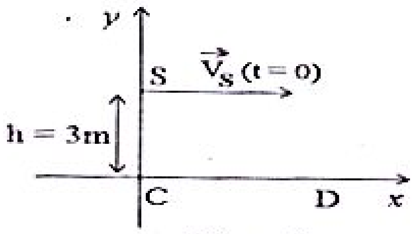
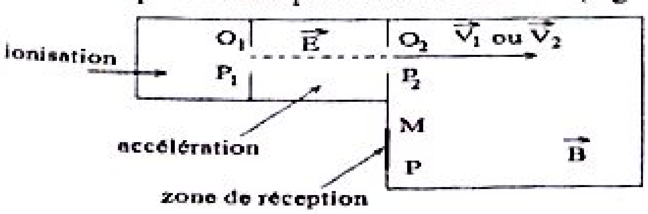


Figure 2

Exercice 2

On envisage de séparer les deux isotopes $^6Li^+$ et $^7Li^+$ du lithium de masses respectives m_1 et m_2, à l'aide d'un spectrographe de masse.

Ces isotopes sont d'abord ionisés dans la chambre d'ionisation, chacun portant la charge q = e et pénètre en O_1 avec une vitesse négligeable. Ils sont ensuite accélérés dans le vide entre deux plaques métalliques parallèles P_1 et P_2. A la sortie de P_2 en O_2, ils pénètrent dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan du schéma et parviennent dans la zone de réception indiquée sur le schéma (figure 3).



1) Donner, en justifiant, le signe de la tension $U = V_{P_1} - V_{P_2}$ que l'on établit entre P_1 et P_2.

2) Les ions Li^+ sortent en O_2 du champ électrique avec des vitesses v_1 et v_2. Montrer que l'énergie cinétique est la même pour les deux types d'ions. Déduire la relation : $\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$.

3) a) Préciser, en le justifiant le sens du vecteur $\vec{B}$.

b) Montrer que le mouvement d'un ion Li^+ est circulaire uniforme.

c) Déterminer en fonction de q, v, B et m le rayon R de la trajectoire. Les trajectoires des ions $^6Li^+$ et $^7Li^+$ ayant pour rayons respectifs R_1 et R_2, établir la relation : $\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$.

4) Exprimer la distance MP entre deux types d'ions à leur arrivée dans la zone de réception, en fonction de B, m_1, m_2, U et de la charge élémentaire e. Faire l'application numérique.

Données : $U = 10^4$ V ; B = 0,2 T ; $m_1 = 6$ u ; $m_2 = 7$ u ; 1 u = $1{,}67.10^{-27}$ kg ;
e = $1{,}6.10^{-19}$ C.

2è groupe

Exercice

Lors des championnats du monde d'athlétisme d'août 2003, à Paris, le vainqueur de l'épreuve du lancer de poids, Andrey MIKHEVICH, a lancé le boulet (nom donné au poids) à une distance d = 21,69 m. L'origine du temps est prise au moment du lancer du boulet où son centre d'inertie se trouve à une hauteur h de 2,62 m au– dessus du sol. Le boulet, assimilé à un objet ponctuel, part avec une vitesse initiale V_0 faisant un angle α de 42° avec l'axe horizontal. On prendra $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$.

1) Etablir les équations horaires et l'équation cartésienne de la trajectoire du boulet en fonction de h, α, g, V_0 et de la distance x.

2) Déterminer la valeur de la vitesse initiale en fonction de h, α, g et d. La calculer numériquement.

3) Quel temps le boulet met –il avant de toucher le sol ?

4) Déterminer la valeur maximale atteinte par le boulet au cours de sa trajectoire.

5) A quelle distance se trouverait le point d'impact si l'angle de lancement est égal à 45° ?

BAC 2017

1er groupe

Exercice 1

Un ressort R à spires non jointives, de masse négligeable, est enfilé sur une tige horizontale OX.

Cette tige est fixée en O à un support vertical Δ solidaire d'un moteur, comme l'indique la figure 1. L'une des extrémités du ressort est fixée en O, l'autre à un solide S de masse $m = 50$ g qui peut coulisser sans frottement sur la tige. La longueur à vide du ressort est $\ell_0 = 20$ cm. Le coefficient de raideur est égal à $k = 50\ N.m^{-1}$. Quand l'ensemble tourne autour de (Δ) avec la vitesse angulaire ω, la longueur du ressort devient ℓ.

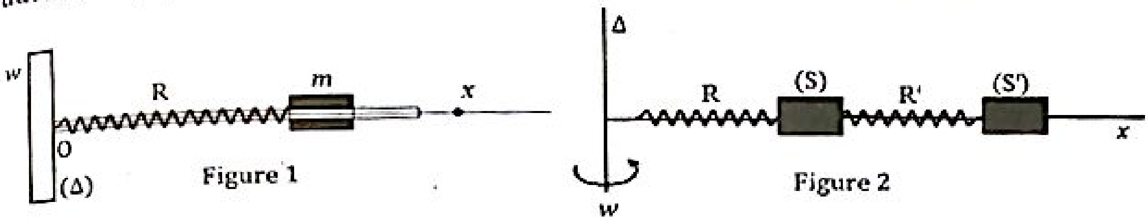


Figure 1 Figure 2

1) Exprimer la vitesse angulaire de rotation ω supposée constante du système en fonction de ℓ_0, ℓ, k et m.

2) Déterminer la valeur de ω pour laquelle la longueur du ressort prend la valeur $\ell = 25$ cm.

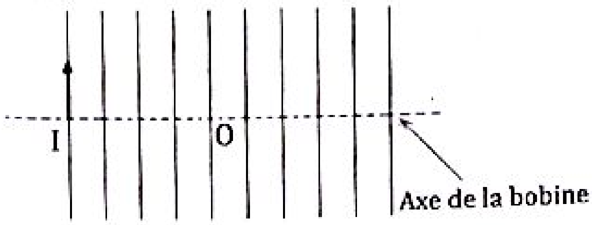
3) On fixe au solide S un ressort R' identique au précédent. Son extrémité libre est liée à un solide S' de masse $m' = 50$ g qui peut coulisser sans frottement sur la tige (figure 2). Le système est entraîné avec une vitesse angulaire $\omega = 12$ rad/s. Calculer les longueurs respectives L et L' des ressorts R et R' ainsi que les tensions T et T'.

Exercice 2

Un solénoïde, de longueur $\ell = 40$ cm, comporte $N = 800$ spires. Son diamètre est suffisamment petit devant sa longueur pour qu'on puisse le considéré comme infiniment long.

1) Le solénoïde est parcouru par un courant continu d'intensité $I = 0,5$ A. Calculer la valeur du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde.

2) On place une aiguille aimantée à l'intérieur de ce solénoïde, au centre. En l'absence du courant dans le solénoïde, l'aiguille prend la direction de la composante horizontale du champ magnétique terrestre $\overrightarrow{B_H}$, perpendiculaire à l'axe du solénoïde (figure 1, vue du dessus). En présence du courant, l'aiguille tourne d'un angle α par rapport à sa position initiale sous l'influence conjointe du champ magnétique terrestre et champ créé par la bobine $\overrightarrow{B_S}$.



a) Représenter le vecteur champ $\overrightarrow{B_S}$ créé par la bobine en O (compte tenu du sens du courant), le vecteur champ $\overrightarrow{B_H}$, la position finale de l'aiguille aimantée et l'angle α.

b) Exprimer tan α en fonction de B_H et B_S.

c) On fait varier I dans la bobine de manière à ce que α soit égal à 30°. En déduire la valeur de l'intensité du courant.

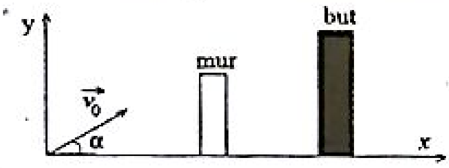
d) Déterminer l'inductance L du solénoïde.

On donne : $B_H = 2.10^{-5}$ T ; la perméabilité magnétique du vide $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ USI ; rayon de la spire : 5 cm.

2è groupe

Exercice

On étudie un coup franc direct au football. Le ballon (B), de masse m = 430 g, assimilé à un point matériel M est posé sur le sol horizontal, à une distance D = 20 m du but (figure). Le but a une hauteur de 2,44 m. Le mur, formé par les joueurs de même camp, a une hauteur de 1,90 m. Il est situé à 9,15 m du ballon. On néglige les frottements de l'air.



1) Etablir les équations horaires du mouvement du ballon ainsi que l'équation de la trajectoire.

2) Etudier la condition que doit satisfaire la vitesse v_0 pour que le ballon passe au-dessus du mur.

3) Le ballon passe – t – il au – dessus du mur, dans le cas présent ?

4) Le tir est – il cadré ?

On prendra $g = 9,8\ m.s^{-2}$.

BAC 2018

1er groupe

Exercice 1

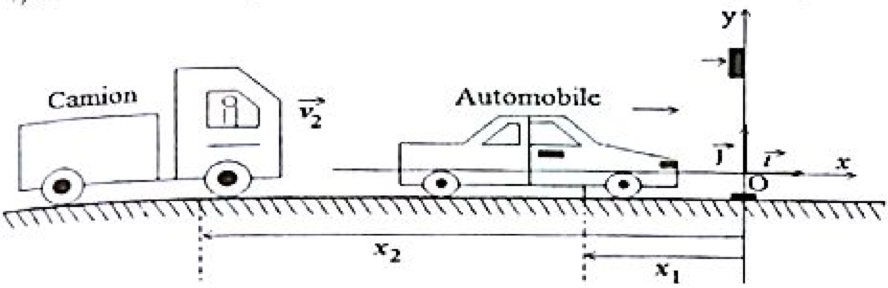
Une automobile est arrêtée sur une route horizontale rectiligne. Elle se trouve à une distance de 3 m d'un feu rouge. (voir figure ci- dessous). Quand le feu passe au vert à l'instant t = 0, elle démarre avec une accélération constante de 3 $m.s^{-2}$. Au même moment, un camion roulant à une vitesse constante de 54 Km/h, se trouve à une distance de 24 m de cette automobile. L'automobile et le camion sont assimilés à des points matériels. On choisira comme origine des abscisses la position du feu tricolore.

1) Etablir les équations horaires respectives $x_1(t)$ et $x_2(t)$ de l'automobile et du camion.

2) Déterminer les instants des dépassements ainsi que les positions de l'automobile et du camion à ces instants.

3) Montrer que si le camion roulait à la vitesse de 36 Km/h, il ne pourrait pas rattraper l'automobile.

4) Calculer, dans ce cas, la plus petite distance qui sépare le camion et l'automobile.



Exercice 2

La pointe S d'un stylet solidaire d'une lame vibrante est animée d'un mouvement vibratoire sinusoïdal, de fréquence N = 60 Hz et d'amplitude 2 mm, perpendiculaire à la surface d'une nappe d'eau. Elle frappe cette surface en un point S.

La perturbation créée se propage dans toutes les directions à la vitesse V = 30 cm.s^{-1}.

On ne tiendra pas compte de l'amortissement et de la réflexion des ondes.

1) Calculer la longueur d'onde λ des ondes créées à la surface de l'eau.

2) Sachant qu'à l'instant t = 0 s, S est dans sa position maximale :

a) Etablir l'équation horaire du mouvement de S.

b) Ecrire l'équation horaire du mouvement d'un point M situé à la distance x = 1,5 cm de S.

c) Comparer le mouvement de S à celui de M.

3) La même lame vibrante est munie d'une fourche dont les deux branches verticales sont distantes de S_1S_2 = 14 cm et produisant en deux points S_1 et S_2, de la surface libre du liquide deux perturbations analogues à celle de S.

a) Expliquer le phénomène observable à la surface de l'eau.

b) Un point M quelconque est à la distance d_1 de S_1 et à la distance d_2 de S_2. Déterminer l'état vibratoire des points suivants M_1(d_1 = 3,75 cm ; d_2 = 4,5 cm) ; M_2(d_1 = 4 cm ; d_2 = 5,5 cm).

c) La position d'un point M quelconque sur le segment S_1S_2 est définie par rapport au point S_2. Déterminer le nombre de franges d'amplitude maximale et leurs positions.

Pour cela, reproduire et compléter le tableau ci – après.

k					
d_2 en mm					

BAC 2019

1^er groupe

Exercice 1

Une piste ABC est formée de deux parties AB et BC situés dans un même plan vertical (figure 1). La position AB est un plan incliné d'un angle de 40° par rapport à l'horizontale et la portion BC est un plan horizontal.

Un solide (S) de masse 200 g assimilable à un point matériel se déplace le long de la piste ABC. Sa vitesse initiale en A est 0,5 $m.s^{-1}$. Il n'existe pas de frottements sur la portion AB.

On prend : AB = 2 m ; BC = 3 m ; h = 1,8 m ; g = 9,8 $N.Kg^{-1}$.

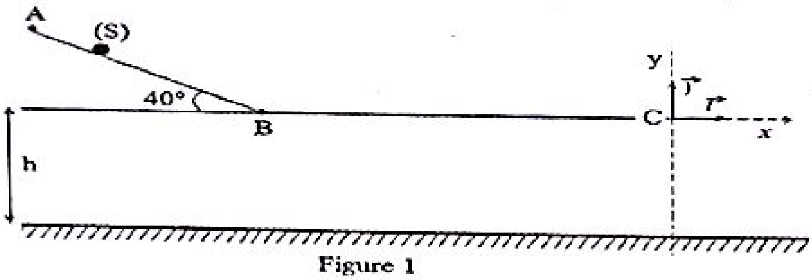


Figure 1

1) Montrer que le mouvement du solide sur le plan est uniformément accéléré.

2) Déterminer la vitesse avec laquelle le solide arrive en B.

3) Le solide arrive en C avec une vitesse de 3 $m.s^{-1}$. Calculer la valeur de la résultante horizontale des forces de frottements appliquées sur ce solide.

4) Le solide arrive en C avec une vitesse de 3 $m.s^{-1}$ et tombe sur le sol.

a) Ecrire les équations horaires du mouvement du solide dans le repère (C, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$), en prenant comme origine des dates, l'instant où le solide quitte le point C.

b) Calculer le temps mis par le solide pour arriver au sol.

c) A quelle distance du plan vertical passant par C, le solide tombe – t – il ?

Exercice 2

Une expérience d'interférences lumineuses est réalisée avec deux fentes très fines, parallèles, S_1 et S_2, distantes de a = 2 mm et éclairées par une lumière monochromatique de longueur d'onde λ = 630 nm (figure 2). L'écran d'observation est situé à la distance D = 1,4 m des fentes. Les deux fentes sont placées à la distance d = 20 cm de la source. On appelle x l'abscisse d'un point M sur l'écran, la frange étant comptée zéro.

1) Décrire le phénomène observé sur l'écran et calculer l'interfrange.

2) Quelle est l'abscisse d'un point A situé au centre de la quatrième frange brillante ? A quelle distance de la frange centrale se trouve le point situé au centre de la sixième frange sombre ?

3) Quelle serait la longueur d'onde λ' de la radiation monochromatique, pour que le point A soit au centre de la quatrième frange obscure ?

4) On utilise la lumière précédente de la longueur d'onde λ. On déplace la source S

parallèlement à S_1 et S_2 vers le haut, du côté de S_1 d'une distance de 2 mm.

De combien et dans quel sens se déplace la frange centrale ?

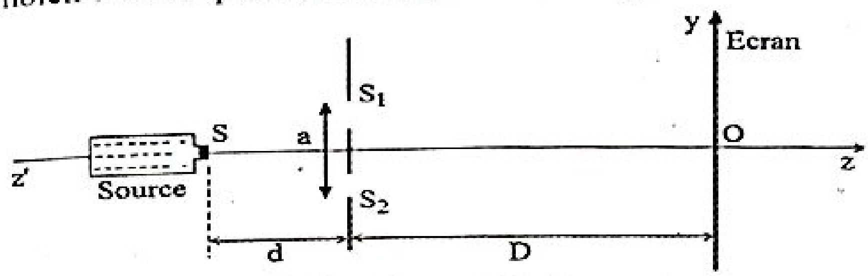


Figure 2 : Expérience d'interférences lumineuses

BAC 2020

1[er] groupe

Exercice 1

La force de freinage d'une voiture est la force qui ralentit la voiture lorsque le conducteur actionne la pédale des freins. Pour effectuer un test de freinage d'un véhicule de masse $m = 1200$ kg, on le fait circuler sur une piste horizontale rectiligne. Lors d'un parcours $AB = 60$ m, on enregistre en A une vitesse $v_A = 108\ km.h^{-1}$ et en B une vitesse $v_B = 90\ km.h^{-1}$. L'ensemble des forces résistances est équivalent à une force de freinage unique f de valeur constante et de norme opposée à la vitesse.

1) En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, calculer l'intensité f de la force de freinage.

2) Calculer la distance AC nécessaire pour obtenir l'arrêt de la voiture.

3) Montrer que l'accélération du véhicule a pour valeur $a \approx -2{,}3\ m.s^{-2}$.

4) Donner la nature du mouvement du véhicule.

5) On choisit comme origine des espaces le point A et comme origine des dates l'instant de passage en A. Déterminer :

a) l'équation horaire $x = f(t)$ du mouvement du véhicule.

b) le temps mis pour obtenir l'arrêt du véhicule.

6) On réalise maintenant l'essai de freinage avec la même voiture lancée à la même vitesse ($108\ km.h^{-1}$) sur une piste rectiligne inclinée de $\theta = 15°$ par rapport au plan. En considérant que la valeur constante f de la force de freinage est la même que précédemment, calculer la distance parcourue par la voiture avant de s'arrêter.

Exercice 2

L'extrémité O d'une longue corde élastique est animée d'un mouvement sinusoïdal vertical de fréquence 50 Hz et d'amplitude 5 mm. La célérité des ondes le long de la corde est $10\ m.s^{-1}$ et il n'y a pas de réflexion des ondes sur l'extrémité de la corde. A l'instant t = 0s, O passe par sa position d'équilibre avec une vitesse positive.

1) Calculer la longueur d'onde de la vibration.

2) Ecrire l'équation horaire du mouvement de O.

3) Déterminer la vitesse du mouvement de O à l'instant t = 0,01 s.

4) Etablir l'équation horaire $y_M(t)$ du mouvement du point M de la corde tel que OM = x.

5) Comparer les mouvements de deux points M_1 et M_2 situés à des distances respectives 5 cm et 15 cm de O.

6) Représenter graphiquement l'aspect de la corde à l'instant t = 0,04 s.

2nd groupe

Exercice 1

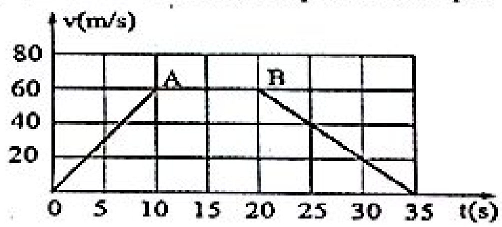
Un automobile (S) part d'un point O sur une route rectiligne et horizontale. La figure ci-contre représente les évolutions de la vitesse en fonction du temps.

1) Déterminer les accélérations du mobile pendant les trois phases du mouvement.

2) Donner la nature du mouvement dans chaque phase.

3) A quel instant le mobile s'arrête– t – il ?

4) Calculer la distance parcourue par le mobile jusqu'à son arrêt.



Exercice 2

Un fil est tendu horizontalement sur une longueur OO' = 2 m, entre une poulie en O et une branche O' d'un diapason entretenu. Celui – ci est animé d'un mouvement vibratoire de fréquence N = 60 Hz. Il communique la vibration au fil. Un plateau pouvant supporter des masses marquées est suspendu à l'extrémité libre du fil. En faisant varier la valeur des masses marquées sur le plateau, le fil vibre en formant un ou plusieurs fuseaux pour certaines valeurs. La célérité des vibrations le long du fil tendu est fonction de la tension T et de la masse linéique μ du fil. Elle s'exprime : $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$; on donne g = 9,8 $N.kg^{-1}$. On observe trois fuseaux sur le fil si $\mu = 0,2\ m.m^{-1}$. Calculer :

1) la longueur d'onde de la vibration.

2) la célérité de la vibration.

3) la masse à mettre sur le plateau.

Quelques formules

1) Quantité de mouvement

a) Vecteur quantité de mouvement d'un solide

$\vec{P} = m\vec{V_G}$ (Kg.m/s)

b) Loi de conservation

$\vec{P}_{avant} = \vec{P}_{après}$

2) Travail - Puissance

a) Travail d'une force

$W(\vec{F}) = F.AB.\cos(\vec{F};\vec{AB})$

$W(\vec{F}) = \mathcal{M}.\alpha = F.AB.\cos\alpha$

b) Travail du poids

$W(\vec{P}) = mgh = mg(z_B - z_A)$

Sur un plan incline de grande pente AB:

- si le solide monte : $W(\vec{P}) = -mgh = -mg.AB.\sin\alpha$
- si le solide monte : $W(\vec{P}) = mgh = mg.AB.\sin\alpha$

c) Puissance d'une force

- Puissance instantanée: $\mathcal{P} = \frac{W(\vec{F})}{t} = F.V.\cos(\vec{F};\vec{V})$
- Puissance d'une orthogonale à l'axe : $\mathcal{P} = \mathcal{M}(\vec{F}).w$

3) Energie cinétique et théorème de l'énergie cinétique

a) Energie cinétique en translation : $E_c = \frac{1}{2}mV^2$

b) Energie cinétique en rotation : $E_c = \frac{1}{2}J_\Delta w^2$ (kg/m²)

c) Energie cinétique d'un système en mouvement complexe (totale)

$E_c = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}J_\Delta w^2$

d) Le théorème de l'énergie cinétique

$\Delta E_C = E_{C_2} - E_{C_1} = \sum W(\vec{F})$

e) Les moments d'inertie de quelques solides

- Disque homogène de masse m et de rayon R : $J_\Delta = \frac{1}{2}mR^2$
- Cylindre homogène de masse m et de rayon R : $J_\Delta = \frac{1}{2}mR^2$
- Sphère homogène de masse m et de rayon R : $J_\Delta = \frac{2}{5}mR^2$

- Cylindre creux ou anneau circulaire de masse m et de rayon R : $J_\Delta = mR^2$
- Tige ou barre homogène de masse m et de longueur L : $J_\Delta = \frac{1}{12}mL^2$

4) Energie potentielle de pesanteur – Energie mécanique

a) **Energie potentielle de pesanteur** : $E_P = mgz = mg(z_B - z_A)$

b) **Energie potentielle élastique** : $E_P = \frac{1}{2}kx^2$

c) **Energie mécanique** : $E_m = E_C + E_P$

d) **Travail du poids et variation de l'énergie potentielle élastique**

$E_{P_B} - E_{P_A} = -W(\vec{P})$

e) **Conservation de l'énergie mécanique (forces de frottement négligeables)**

$E_{m_1} = E_{m_2} = E_m$ = constante. $\Delta E_m = 0$.

f) **Conservation de l'énergie mécanique (forces de frottement non négligeables)**

$\Delta E_m = E_{m_2} - E_{m_1} = W(\vec{f})$. $\Delta E_m < 0$.

5) Puissance et énergie électrique

a) **Loi d'Ohm pour d'un conducteur** : U = R.I

b) **Loi d'Ohm pour d'un générateur** : $U_{PN} = E - r.I$

c) **Puissance électrique** : $\mathcal{P} = U.I = R.I^2 = \frac{U^2}{R}$

d) **Energie électrique** : $E = W = \mathcal{P}.t = R.I^2.t = U.I.t$

N.B : $1kWh = 10^3$ Wh $= 36.10^5 J$

e) **Bilan énergétique pour un générateur**

- Puissance dissipée par effet joule : $P_i = rI^2$
- Puissance disponible (reçue) : $P_r = U_{PN}I$
- Puissance engendrée par un générateur : $P_e = E.I$

$P_e = P_i + P_r$ alors $E.I = rI^2 + U_{PN}I$

f) **Rendement d'un générateur**

$$r_G = \frac{\text{Puissance reçue}}{\text{puissance engendrée}} = \frac{P_r}{P_e} = \frac{U_{PN}I}{EI} = \frac{EI - rI^2}{EI} = \frac{E - rI}{E}$$

Dans la même collection

- Pour la classe de 6ème : livrets d'exercices de Maths ; Physique - Chimie ; Français et Anglais
- Pour la classe de 5ème : livrets d'exercices de Maths ; Physique - Chimie ; Français et Anglais
- Pour la classe de 4ème : livrets d'exercices de Maths ; Physique - Chimie ; Français et Anglais
- Pour la classe de 3ème : livrets d'exercices de Maths ; Physique - Chimie ; SVT ; Français et Anglais
- Pour la classe de 3ème : livret résumé du cours Maths et Physique - Chimie
- Pour la classe de 2nde A : livrets d'exercices de Mathématiques
- Pour la classe de 2nde C : livrets d'exercices de Maths et Physique - Chimie
- Pour la classe de 1ère A : livrets d'exercices de Mathématiques
- Pour la classe de 1ère C/D: livrets d'exercices de Maths et Physique - Chimie
- Pour la classe de Tle A : livrets d'exercices de Mathématiques et Anglais
- Pour la classe de Tle C/D: livrets d'exercices de Maths ; Physique - Chimie ; SVT et Anglais
- Pour la classe de Tle C/D: livrets résumés du cours Maths et Physique - Chimie

Pour vous en procurer contacter le :

96 53 83 51

90 86 54 49

94 06 62 40

N.B: "Pour être sûr de soi aux examens et concours en Physiques traiter le maximum des exercices"

N° d'adhésion 21266 BNDA Niamey - niger

ISBN

9782355100055