EXERCICE CORRIGÉS DE PHYSIQUE TERMINALE S

Cinématique

Exercice 1 :

Un mobile est en mouvement dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$; son vecteur espace est :

$\overrightarrow{OM}$ = (3t – 4) $\vec{i}$ + (2t^2 + 4t) $\vec{j}$.

On demande de déterminer :

L'expression du vecteur vitesse du mobile.

Les caractéristiques du vecteur vitesse du mobile à l'origine des temps.

Exercice 2 :

Dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ le vecteur vitesse d'un mobile est $\vec{V}$= 5 $\vec{i}$ - (3t – 5) $\vec{j}$. On demande de déterminer :

1. Les caractéristiques du vecteur vitesse du mobile à l'origine des temps.
2. Les lois horaires du mouvement si à l'origine des temps :

a) Le mobile passe par l'origine O.

b) Le mobile passe par le point A(2,3).

Quelle est l'équation de la trajectoire du mobile (dans le cas 2-a-).

Exercice 3 :

A l'origine des temps, un mobile de vecteur vitesse $\vec{v}$ = 2$\vec{i}$ - (6t - 12) $\vec{j}$ relativement à un repère $(O,\vec{i}, \vec{j})$ passe par l'origine du repère.

1. Déterminer les expressions des vecteurs espaces $\overrightarrow{OM}$ et accélération$\vec{a}$.
2. A quels instants le vecteur vitesse aura une direction faisant un angle de 45° avec le vecteur unitaire $\vec{i}$?
3. Par quel point passe le mobile à l' instant de date t = 2s ? Déterminer en ce point les composants normaux a_n et tangentielle a_t de l'accélération, ainsi que le rayon de courbure de la trajectoire.

Exercice 4 :

Un mobile M est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal d'équation

x(t) = 3.10^{-2}sin [(200πt+π/3)] en m avec t en s

Préciser l'amplitude, la période, la fréquence, la pulsation et la phase initiale du mouvement.

Calculer la phase, l'élongation, la vitesse et l'accélération du mobile à l'instant

t = 0,012s.

Exercice 5 :

Un mouvement rectiligne sinusoïdal de période 0,04s a une amplitude de 4cm. Donner son équation horaire x(t)

a. Si à t= 0, sa vitesse est nulle et x_0>0.

b. Si à t= 0, sa vitesse est minimale.

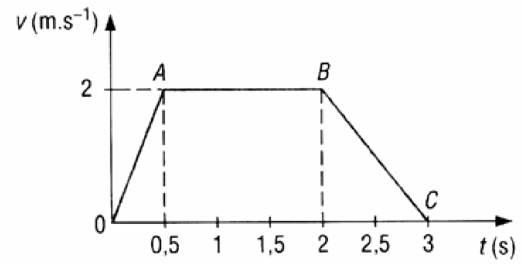
Exercice 6 :

Le graphe des vitesses ci-dessous donne les trois phases du mouvement rectiligne d'un chariot de machine.

a) Indiquer la nature du mouvement pour chacune des phases.

b) Calculer l'accélération pour chacune des phases.

c) Déterminer les équations horaires pour chacune des phases en prenant pour origine des espaces le point de départ et tracer les graphes.



Exercice N°7 :

Deux points matériels (A) et (B) sont en mouvements simultanés par rapport au référentiel terrestre. Les deux mobiles partent à l'origine des dates t=0.

1. Dans le repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ du référentiel terrestre les lois horaires du mobiles (A) s'écrivent : $x=2t$ et $y=4t(t-1)$ avec t en s ; x et y en m

a. Montrer que la trajectoire est une branche de parabole. La représenter pour t compris entre 0 et 2s.

b. Exprimer la vitesse $\vec{V}$ et l'accélération $\vec{a}$ du mobile (A).

c. A l'instant t_1=1s le mobile (A) passe par une position M_1 avec une vitesse $\vec{V}_1$. déterminer la position M_1 et la vitesse $\vec{V}_1$.

d. Déterminer l'angle que fait la vitesse $\vec{V}_1$ avec l'accélération $\vec{a}$.

e. On oriente la trajectoire dans le sens du mouvement. Déterminer les valeurs de l'accélération tangentielle $\vec{a}_T$ et de l'accélération normale $\vec{a}_N$ au point M_1.

2. Dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, l'accélération du mobile (B) s'écrit : $\vec{a}'= 8\vec{i}+8\vec{j}$. Le mouvement de ce mobile, débute sans vitesse à partir de la position M_0 (0m,-2m).

a. A l'aide de l'accélération $\vec{a}'$ et de la vitesse $\vec{V}'$ du mobile (B), montrer que son mouvement est rectiligne.

b. Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire du mobile (B). représenter cette trajectoire.

c. Montrer que (A) et (B) se rencontrent à l'instant tr que l'on déterminera. Préciser le lieu de cette rencontre.

Exercice 8 :

Sur une autoroute 2 voitures roulent sur la même file avec une vitesse de 40m/s. Le pare chocs avant A de la seconde voiture est à 40m derrière le pare chocs arrière B de la première voiture. Le véhicule B freine avec une décélération de 5 m/s^2. Le véhicule A distrait freine 2s après avec la même décélération.

1. Quelle distance parcourt le deuxième véhicule avant de commencer à freiner ?
2. Quelle distance parcourt le premier véhicule pendant ce même temps ?
3. Quelle est la distance séparant A et B lorsque le second véhicule commence à freiner ?
4. Quelle est la vitesse du premier véhicule à ce moment ?
5. En prenant comme origine des dates l'instant où débute le freinage du second véhicule et comme origine des espaces la position où il se trouve alors, établir les équations horaires des mouvements de A et B.
6. Un choc aura t il lieu? Si oui à quelle date?

Application des bases de la dynamique

Exercice 1 :

Une automobile de masse M_1 = 1t tracte une caravane de masse M_2 = 2t. Les frottements valent respectivement

f_1 = 100N et f_2 = 200N.

1. En considérant que la route est horizontale et que :
   1.1 le convoi roulant à vitesse constante de 72km.h^{-1}, déterminer la force propulsive créée par le moteur. Dépend-t-elle de la vitesse ? En déduire la puissance du moteur.
   1.2 Le convoi demeurant d'un mouvement accéléré, sa vitesse atteignant 72km.h^{-1}, déterminer la nouvelle force propulsive développée par le moteur et en déduire sa puissance instantanée.

Déterminer dans les deux cas la force de traction exercée par l'automobile sur la caravane.

2. Quelle devrait être la valeur de cette traction pour que le convoi monte à vitesse constante de 72km.h^{-1} une piste rectiligne de 3%.
3. Même question si l'on désire que le convoi gravite la pente dans les conditions de la question 2
   On donne g = 10m.s^{-2}

Exercice 2 :

On considère un pendule formé d'une petite boule B ponctuel de masse m = 20g attaché à l'extrémité inférieure d'un fil de masse négligeable de longueur 0,5m. Mais ce pendule est en rotation autour d'un axe vertical fixe.

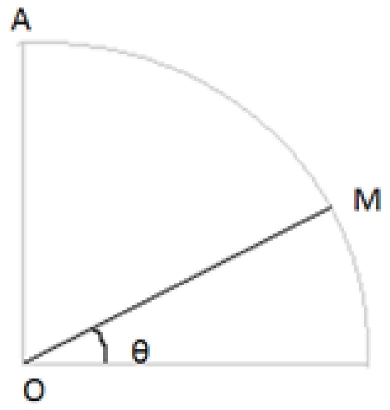
Par application du théorème du centre d'inertie, déterminer l'angle α en fonction de ω, l et g. Le calculer pour

ω_1 = 7,33rad.s^{-1} puis pour ω_2 = 4,43rad.s^{-1}.

Montrer qu'un tel mouvement n'est possible que si la vitesse angulaire ω est supérieure à une valeur ω_0 que l'on calculera.

Exercice 3 :

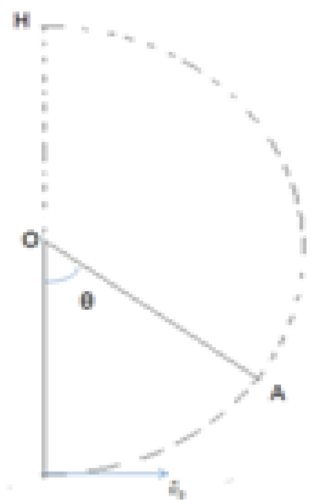
Une petite masse ponctuelle est lancée avec une vitesse $\vec{v}_0$ à partir d'un point A sur une piste en forme de quart de cercle.



1. Déterminer sa vitesse au point M d'abscisse angulaire θ.
2. Par application du théorème du centre d'inertie, trouver l'expression de la réaction au point M et en déduire l'expression donnant θ lorsque le solide quitte la piste. AN : v_0 = 0 m.s^{-1}

Exercice 4 :

Une fronde est constituée d'un objet ponctuel S de masse m accroché à l'extrémité supérieure est fixée en O. On lui communique une vitesse $\vec{v}_0$ horizontale qui fait tourner la fronde.



1. Exprimer en fonction de v_0, θ, l et g la vitesse v_1 de S dans sa position OA_1. En déduire la vitesse v_H du solide au point H situé au dessus de O porté à la même verticale.
2. Exprimer en fonction de m, l, v_0, g et θ la tension du fil en A_1. En déduire la tension T_H

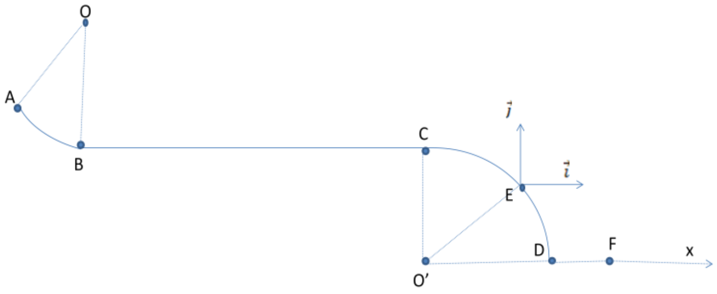
3. Quelle doit être la valeur minimale de v_0 pour que le solide reste tendu en H.

On donne : l = 80cm, g = 10SI ; on néglige les frottements.

Exercice 5 :

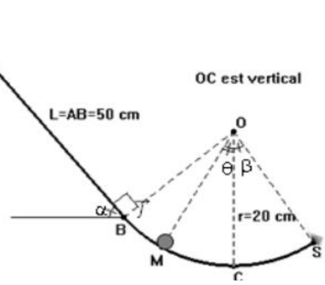
Un solide de masse m=60kg glisse sur une portion de piste formée de quatre parties AB, BC, CD et Dx.

- AB représente une portion de circonférence de rayon r et de centre O et telle que : $(\overrightarrow{OA}\ ;\overrightarrow{OB})= \frac{\pi}{4}$ rad
- BC est une partie rectiligne horizontale de longueur l=2r.
- CD est un quart de cercle de centre O' et de rayon r.
- Dx est une partie horizontale.



1) Toute la trajectoire est située dans le plan vertical, g = 10m.s^{-2}. Le solide est lâché en A avec une vitesse nulle. On admettra que le long du trajet ABC, les forces de frottement exercées par la piste se réduisent à une force unique $\vec{f}$ de même direction que $\vec{V}$ mais de sens contraire et de norme constante.
   a) Exprimer la vitesse du solide (S) en B et en C en fonction de f, r, m, θ et g.
   b) Le solide (S) arrive en C avec une vitesse nulle ; déterminer l'expression littérale de f et sa valeur numérique.
2) Le solide aborde la partie CD. La piste est maintenant verglacée (les frottements négligés). Il perd le contact avec la piste en un point E tel que $(\overrightarrow{O'D}\ ;\overrightarrow{O'E}) = \beta$
   a) Exprimer la vitesse en E en fonction de β, r et g.
   b) Exprimer la réaction R_E exercée par la piste sur le solide.
   c) Calculer numériquement β.
3) a) Dans le repère (E,$\vec{i}$, $\vec{j}$), établir les équations horaires x(t) et y(t), ainsi que l'équation de la trajectoire du solide.
   c) Déterminer les coordonnées du point d'impact P du solide sur la partie horizontale Dx . Pour l'application numérique de cette question, on prendra r=1m.

<u>Exercice 6 :</u>



Une bille de masse m = 30 g se déplace sans frottement sur un trajet ABS représenté ci-contre.

AB est plan incliné de longueur L = AB = 50 cm faisant un angle α = 30° avec l'horizontal.

BC est un arc de cercle de centre O et de rayon r = 20 cm.

À t = 0 la bille est lâchée sans vitesse initiale au point A.

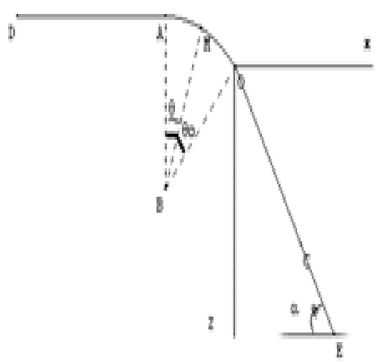
1) Déterminer l'expression de l'accélération de la bille sur le plan incliné. En déduire la nature du mouvement.
2) Déterminer l'équation horaire du mouvement sur le plan incliné (le point A étant choisi comme l'origine des espaces).
3) Déterminer la date et la vitesse de la bille lors de son passage au point B.

La bille aborde la partie circulaire BS avec une vitesse V_B = 2,20m/s. La bille est repéré au point M par son abscisse angulaire $\theta = \widehat{MOC}$.

4) Exprimer la vitesse de la bille en M en fonction de g, r, θ, α et V_B sachant que α = $\widehat{BOC}$.
5) Exprimer l'intensité de la réaction de la bille en fonction de g, r, θ, V_B et α.
6) En quel point cette réaction est-elle maximale ?
7) Déterminer la vitesse (Direction et norme) $\vec{V}_S$ de la bille au point S sachant que $\beta = \widehat{COS}$ = 20°

Exercice 7 :

Un skieur glisse sur une piste horizontale DA à vitesse constante. En A il aborde une portion de piste circulaire de rayon r = BA (B est sur la verticale de A) voir figure. Les frottements sont négligeables et le skieur est assimilable à un point matériel M dont la trajectoire suit forme de la piste.



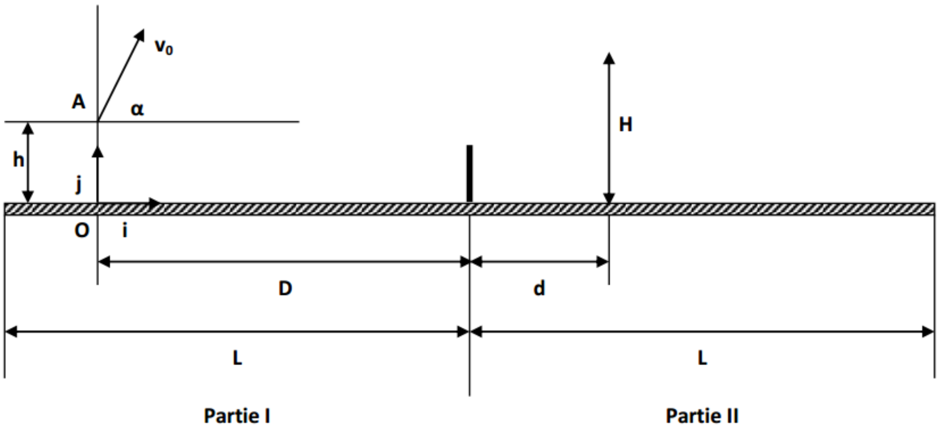
1. Evaluer l'expression littérale de la vitesse du skieur en fonction de l'angle $\theta = (\widehat{ABM})$ et de la vitesse V_A
2. Le skieur quitte la piste en un point tel que $\theta_0 = (\widehat{ABO})$. Calculer l'angle θ_0; V_A = 10m.s^{-1}. BA = r = 20m et g = 10m.s^{-2}.
3. Au même point O commence une troisième piste rectiligne faisant un angle α = 45° avec la verticale.
   3.1 Donner l'équation de la trajectoire de M dans le repère xoz.
   3.2 Le skieur arrive sur la piste de réception au point C. Calculer la distance OC.

Exercice 8 :

Dans tout l'exercice la balle de tennis sera assimilée à un point matériel. On négligera la résistance de l'air sur la balle et l'on supposera la surface de jeu parfaitement horizontale. Roger Federer, situé dans la partie I du court, tente de lober Raphael Nadal (faire passer la balle au dessus de ce dernier). Celui-ci est situé à une distance d = 2,00m derrière le filet, dans la partie II du court, juste en face du joueur.

Roger Federer frappe la balle alors que celle-ci est en O, à la distance D = 9,00m du filet et à la hauteur

h = 0,500m au dessus du sol. La balle part avec une vitesse $\vec{v}_0$ (v_0 = 15m.s^{-1}) incliné d'un angle α = 57°par rapport au sol, dans le plan perpendiculaire au filet (plan de la figure ci-dessous).



1) a) Etablir, dans le repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$), l'expression littérale de l'équation cartésienne de la trajectoire de la balle, après le choc avec la raquette.
 b) En utilisant les valeurs numériques du texte écrire l'équation y(x). Elle sera utilisée pour résoudre la suite de l'exercice.

2) Raphael Nadal tient sa raquette à bout de bras et en sautant, elle atteint au maximum la hauteur

H = 3,5m par rapport au sol. Peut-il intercepter la balle ?

Quelle distance sépare alors la la balle et l'extrémité supérieure de la raquette ?

2) La ligne de fond étant à la distance L = 12,0m du filet, la balle peut-elle retomber dans la surface de jeu ? (Autrement dit, le lob est-il réussi ?).

Exercice 9 :

Une bulle d'air produite par un plongeur au fond d'un lac d'eau calme remonte verticalement à la surface. Cette petite bulle s'est formée sans vitesse initiale à l'origine du temps. Elle possède un volume noté V et un rayon noté R tous deux supposés constants durant la remontée. La bulle d'air est soumise, entre autre, à une force de frottement fluide $\vec{f}$ d'intensité f = k v avec v la vitesse de la bulle. La masse volumique de l'air sera noté ρ' et celle de l'eau ρ.

1. Préciser la direction, le sens, et l'expression de toutes les forces s'exerçant sur la bulle durant sa remontée en fonction de g, V, v, k, ρ' et ρ.
2. Etablir l'équation différentielle régissant la vitesse de la bulle d'air et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme : $\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau}v = B$.
   Exprimer τ et B en fonction de g, V, k, ρ et ρ'.
3. Rechercher à l'aide de cette équation différentielle l'expression de vitesse limite v_L de la bulle en fonction de τ et B. Détailler les explications et les calculs.
4. Déterminer l'expression donnant le rayon R de la bulle d'air en fonction de η, v_L, g, ρ' et ρ et calculer ce rayon sachant que la vitesse limite atteinte par la bulle lors de la remontée est de $15 m.min^{-1}$.
5. La solution de cette équation différentielle peut se mettre sous la forme :
   $v(t) = \alpha.\exp(-\frac{t}{\tau}) + \beta$
   Montrer que cette solution peut s'écrire : $v(t) = v_L\left(1 - \exp(-\frac{t}{\tau})\right)$.
6. A l'aide de cette expression de la vitesse en fonction du temps, retrouver, en détaillant le calcul, la valeur initiale de la vitesse de la bulle d'air.
7. Montrer que l'expression de υ(t) conduit à la vitesse limite après une durée importante.
8. A l'aide des observations précédentes tracer l'allure de la courbe représentative de $v(t) = f(t)$.
9. Montrer que pour une durée t = 5τ on peut considérer que la bulle a atteint sa vitesse limite v_L.
   Données :

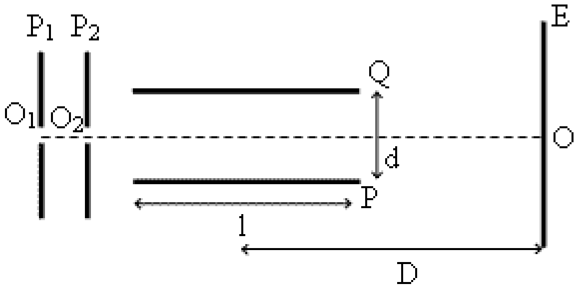
   k = 6πηR.

   Viscosité de l'eau $\eta = 1{,}0.10^{-3}$S.I
   Intensité du champ de pesanteur $g = 9{,}8 N.kg^{-1}$
   Masse volumique de l'air $\rho' = 1{,}3 kg.m^{-3}$
   Masse volumique de l'eau $\rho = 1000 kg.m^{-3}$
   Volume d'une sphère : $V = 4/3\pi R^3$.

Exercice 10 : extrait BAC S_2 2006

Dans toute la suite on supposera que le mouvement des ions a lieu dans le vide et que leur poids est négligeable

1. Des ions Mg^{2+}, sortant d'une chambre d'ionisation, pénètrent, avec une vitesse négligeable, par un trou O_1, dans l'espace compris entre deux plaques verticales P_1 et P_2. Lorsqu'on applique entre ces deux plaques une tension positive U_0, les ions atteignent le trou O_2 avec la vitesse $\vec{v}_0$.



1.1. Quelle plaque (P_1 ou P_2) doit-on porter au potentiel le plus élevé ? Pourquoi ? **(0,25 point)**

1.2 Donner la valeur de v_0 en fonction de la charge q et de la masse m d'un ion, ainsi que U_0. **(0,25 point)**

1.3 Calculer la valeur de v_0 pour les ions ${}^{24}_{12}M_g{}^{2+}$dans le cas où U_0 = 4000 V. **(0,25 point)**

On prendra : m(${}^{24}_{12}M_g{}^{2+}$) = 24 u ; u = $1,67.10^{-27}$ kg ; e = $1,60.10^{-19}$ C.

2. A la sortie de O_2, les ions ayant cette vitesse $\vec{v}_0$ horizontale pénètrent entre les armatures P et Q d'un condensateur. On applique entre ces armatures une différence de potentiel positive U_{PQ} que l'on notera U, créant entre elles un champ électrique uniforme vertical orienté vers le haut.

2.1 Préciser les caractéristiques de la force électrique à laquelle chaque ion est soumis ; on exprimera son intensité en fonction de q, U et de la distance d entre les plaques P et Q. **(0,75 point)**

2.2 Déterminer la nature de la trajectoire d'un ion à l'intérieur de ce condensateur lorsque U garde une valeur constante. **(0,5 point)**

2.3 On dispose d'un écran vertical E à la distance D du centre des plaques de longueur l, trouver en fonction de q, m, U, v_0, l, D et d, l'expression de la distance z = OM, M étant le point d'impact d'un ion sur l'écran. La distance OM dépendra t-elle des caractéristiques des ions positifs utilisés ? (On admet que la tangente à la trajectoire au point de sortie S du condensateur passe par le milieu de celui-ci). **(0,75 point)**

2.4 Calculer la durée de la traversée du condensateur dans le cas où l =10 cm. **(0,5 point)**

2.5 On applique entre P et Q une tension sinusoïdale u = $U_{max}.\sin\omega t$, de fréquence f = 50 Hz.

Montrer qu'avec un pinceau d'ions ${}^{24}_{12}M_g{}^{2+}$, on obtient sur l'écran E un segment de droite verticale, dont on calculera la longueur dans le cas où U_{max} = 230 V, D = 40 cm, d = 4 cm.

(On peut considérer que, durant toute la traversée du condensateur, chaque ion est soumis à une tension pratiquement constante).**(0,75 point)**

Exercice 11 :

1. Soit une portion de plan, incliné d'un angle β par rapport à l'horizontale, le déplacement du chariot se fait sans frottement. On lance en A le chariot (figure 1) vers le haut avec une vitesse $\vec{v}_0$ parallèle à la ligne de la plus grande pente. Pour quelle valeur de v_0, la vitesse du chariot s'annule-t-elle au point B tel que AB = l ?
   Application numérique : m = 2kg, l = 1 m, $\sin\beta$ = 0,05, g = 10 $m.s^{-2}$
2. On place au sommet du plan incliné, une poulie de masse m_1 et de rayon r sur laquelle, est enroulée un fil inextensible sans masse dont une partie parallèle au plan incliné, à son extrémité est accroché un chariot et dont l'autre supporte une masse m_2 (voir figure 2). A l'origine des dates le chariot se trouve en A et est immobile.
   2.1. On néglige le moment d'inertie de la poulie, quelle est la condition d'équilibre du chariot ? En déduire la condition que doit vérifier m_2 pour que le chariot monte vers B ? A quelle date le chariot se trouve-t-il vers B ?
   On donne m_2 = 0,5 kg
   2.2. La poulie est assimilable à un disque homogène de rayon r. Calculer son moment d'inertie. Quelle est la nouvelle date d'arrivée en B ? AN :

   r = 5 cm, m_1 = 1 kg
3. La poulie et la masse m_2 sont maintenant supprimées.

3.1. On fixe sur un support situé en A, un ressort de masse négligeable et de raideur k auquel, est accroché le ressort. Quelle est la variation de longueur du ressort à l'équilibre ?

3.2. On écarte le système de sa position d'équilibre, écrire l'équation différentielle du mouvement et trouver la période des oscillations du système. AN : k = 20 $N.m^{-1}$.

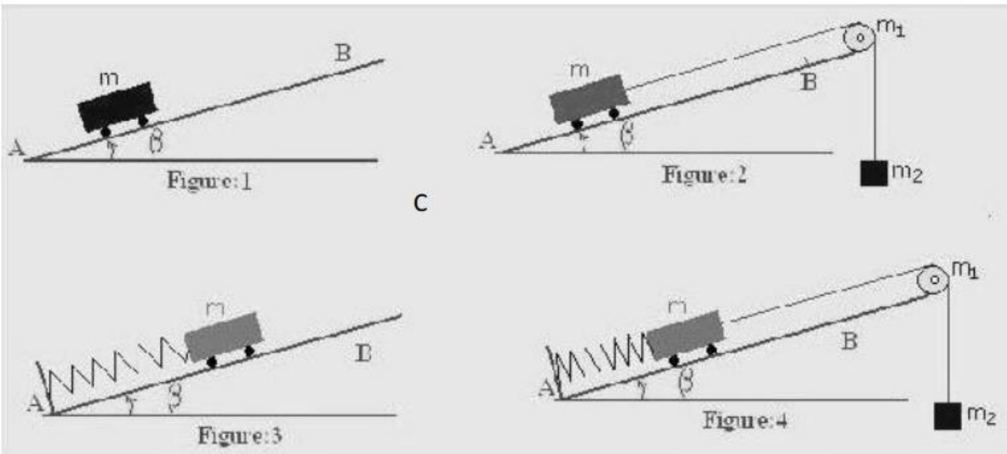
3.3. Une cible est montée sur le côté C du chariot (figure 3), le système au repos dans sa position d'équilibre subit l'impact d'une balle m' animée d'une vitesse v qui reste figée dans la cible. Le vecteur vitesse a même direction et même sens que le vecteur $\overrightarrow{BA}$, trouver l'amplitude du mouvement du système après l'impact. AN : m' = 5.10^{-3}kg, v = 200$m.s^{-1}$.

4. A l'aide du système précédent, du fil de la poulie de masse m_2 utilisés à la question 2), on réalise un nouveau système indiqué par la figure 4. Pour cette partie on tiendra compte de la masse de la poulie.

4.1. Quelle est la variation de la longueur du ressort à l'équilibre ?

4.2. On écarte le système de sa position d'équilibre, écrire l'équation différentielle du mouvement.

4.3. Etablir l'expression de la période des oscillations du système. Faire l'application numérique.



Exercice 12 :

Une particule α ($^4_2H_e$) pénètre dans le champ électrostatique uniforme créé par deux armature parallèles et horizontales de longueurs de longueur l = 10 cm et distantes de d = 6 cm. La particule pénètre au milieu des deux armatures avec une vitesse $\vec{v}_0$ faisant un angle de α = 30° (vers le haut) avec l'horizontale.

1.1 Faites une figure soignée et précisez la polarité des armatures pour que la particule soit dirigée vers le bas.

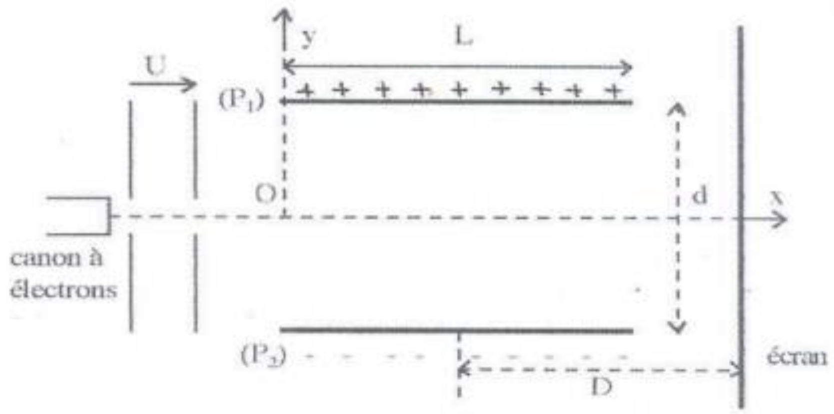
1.2 On néglige les frottements et le poids de la particule.

1.2.1 Déterminer son accélération et déduisez-en les équations paramétriques.
1.2.2 Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire (formule). Préciser la nature du mouvement et de la trajectoire.
1.3 Quelle est la condition d'émergence du champ de la particule ?
1.4 Déterminer la tension U qu'il faut appliquer aux armatures pour que la particule sorte du champ électrostatique à la même hauteur qu'elle y est entrée.
1.5 Calculer la tension accélératrice U_{acc} qui a été nécessaire pour amener la particule en question à la vitesse de 3.10^5 $m.s^{-1}$ à partir du repos.

Exercice 13 :

On donne : $e = 1,6.10^{-19}$ C ; $m = 9,1.10^{-31}$ kg

1. On considère un faisceau d'électrons émis à partir d'un canon à électrons d'un oscilloscope. Ces électrons sont émis avec une vitesse initiale nulle et sont accélérés par une tenson U réglable entre le filament et l'anode A du canon d'électrons.
   On règle la tension U pour que les électrons atteignent la vitesse
   v = 16.000 $km.s^{-1}$.
   Calculer la valeur correspondante de U.
2. Le faisceau d'électrons obtenus pénètre entre les plaques horizontales P_1 et P_2 d'un condensateur à la vitesse v = 16.000 $km.s^{-1}$. La largeur de la plaque est L = 8 cm. La tension entre les armatures U_1. La distance entre les armatures est d.
   2.1. Etablir l'équation différentielle du mouvement d'un électron entre les armatures du condensateur.
   2.2. Quelle est la condition d'émergence du faisceau d'électrons ? (relation entre v, U_1, m, L et d pour que le faisceau ne rencontre pas l'une des armatures du condensateur).
   2.3. Un écran est disposé à une distance D du milieu du condensateur. Montrer que la déviation verticale du faisceau est proportionnelle à la tension U_1.
   2.4. La sensibilité verticale $s = U_1/Y$ vaut 10 $V.cm^{-1}$. Quelle doit être la distance D sachant que d = 2cm.


y
L
U
(P1)
+ + + + + + + + +
O
d
x
canon à
électrons
(P2)
écran
D

<u>Gravitation universelle</u>

<u>Exercice 1 :</u>

Le tableau suivant rassemble les valeurs numériques des périodes de révolution T et des altitudes z des orbites de quelques satellites artificiels de la Terre.

Base de lancement	Kourou	Baïkonour	Chine	Etats-Unis
Satellite	Intelsat-V	Cosmos-197	Feng-Yun	USA-35
T	23 h 56 min	11 h 14 min	102,8 min	12 h
z(10^4km)	3,58	1,91	0,09	2,02

1) Vérifier, à partir des valeurs numériques du tableau, que le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ est constant.
2) A partir de la troisième loi de Kepler que l'on établira et de la valeur du rapport $\frac{T^2}{r^3}$, calculer la masse M_T de la terre.

<u>Exercice 2</u> :

Dans le référentiel géocentrique un satellite évolue sur une orbite circulaire de rayon r_1 = 20 000 km dans le plan équatorial de la Terre. Il se déplace d'Ouest en Est. La période du mouvement de rotation de la Terre dans ce référentiel est

T_0 = 86 164 s.

1) Montrer que le mouvement de rotation du satellite est uniforme.
2) Etablir l'expression de la vitesse du satellite dans le référentiel géocentrique puis calculer sa valeur.
3) En déduire l'expression de la période T, du mouvement du satellite puis calculer sa valeur.
4) Déterminer la valeur r de l'orbite du satellite pour qu'il soit géostationnaire.
5) Un autre satellite, de période T_2 évoluant dans le plan équatorial de la Terre sur une orbite circulaire de rayon r_2 = 18 000 km dans le même sens que le premier.
   A l'aide d'un schéma clair indiquer les positions des deux satellites quand leur distance est minimale.
   Ce rapprochement entre les deux satellites se répète périodiquement.
   Calculer la période θ de ces rapprochements.
   S_2

Exercice 3 :

En Août 1976, la sonde VIKING 1 s'est posée sur la planète Mars ; elle a transmis de nombreuses observations du sol martien. On admet que cette planète est à répartition de masse de symétrie sphérique.

M_M = 6,42.10^{23} kg ; rayon moyen R_M = 3397 km.

1) Donner l'expression littérale du champ de gravitation $\vec{G}$(P) créé par Mars en un point P situé à la distance r de son centre ($r \geq R_M$).
2) La sonde VIKING avait un poids de 35 000 N sur Terre.
   Quelle était la valeur de la force exercée par Mars sur la sonde satellisée autour de Mars, à une altitude h = 1520 km.
3) a) Calculer la valeur g_{OM} du champ de gravitation à la surface de Mars.
   b) Comparer cette valeur à celle du champ de gravitation de la Terre, à la surface de la Terre. Conclure.

Exercice 4 :

Données : $G = 6,67 \times 10^{-11}$S.I ; Masse de la Terre : $M_T = 5,97 \times 10^{24}$ kg ; vitesse de la lumière dans le vide $C = 3.10^8$ m.s^{-1} ; Rayon de la Terre : R_T = 6380 km ; Rayon de Lune : R_L = 1740 km.

On suppose que la terre de centre O et la Lune de centre L ont une distribution de masse à symétrie sphérique. Dans le référentiel géocentrique, la Lune n'est soumise, en première approximation, qu'à la force d'attraction gravitationnelle exercée par la Terre et son centre décrit une trajectoire circulaire de centre O. Soit r = OL la distance du centre de la Terre au centre de la Lune.

1. Montrer que le mouvement circulaire du centre de la Lune est uniforme.
2. Déterminer l'expression de la vitesse v_L du centre de la Lune en fonction de la constante de gravitationnelle G, de la distance r de la masse M_T de la Terre.
3. En déduire l'expression de la période révolution de la Lune en fonction de G, r et M_T.
4. Montrer que la troisième loi de Kepler est bien vérifiée dans le cas de la Lune.
5. Calculer la valeur de cette constante en précisant les unités.
6. Sachant que la période de révolution de Lune est 27 jours 7 heures et 30 minutes, en déduire une valeur approchée de la distance du centre de la Lune au centre de la Terre.
7. On émet depuis la surface de la terre un signal laser qui est alors réfléchi par un miroir posé sur le sol lunaire vers la station émettrice

terrestre. La durée entre l'émission et la réception du signal est égal à Δt = 2,563s. En déduire une nouvelle valeur approchée de OL.

8. On désire placer en orbite autour de la terre un satellite dont la période révolution soit égale 41 heures exactement. A quelle altitude h faut-il le placer.

Exercice 5:

Données : $G = 6{,}67.10^{-11}$SI ; rayon de Titan : $R_T = 1{,}22.10^{6}$ km ; rayon de la planète Saturne : $R_S = 6{,}0.10^{4}$ km ; période de révolution de Saturne sur elle-même : $M_S = 5{,}69.10^{26}$ kg.

T_S = 10 h 39 min. Masse de Saturne :

En Juillet 2004, la sonde européenne Cassini-Huygens nous a livré ses premiers clichés des anneaux de Saturne. Elle a également photographié Titan, le plus gros satellite de Saturne, situé à une distance R T de Saturne. L'excentricité orbitale des satellites étant très faible, on supposera leurs trajectoires circulaires. Dans tout l'exercice, on se place dans le référentiel saturno-centrique, centré sur Saturne et dont les trois axes sont orientés vers trois étoiles lointaines supposées fixes. On considère que la planète Saturne et ses planètes sont des corps dont la répartition des masses est sphériques. Les rayons des orbites des satellites sont supposés grands devant leur taille.

1. Quelques caractéristiques de Titan :

1.1. On considère que la seule force gravitationnelle exercée sur Titan provient de Saturne.

1.1.1. Nommer la (les) force (s) extérieures appliquée (s) au satellite Titan de masse M T

1.1.2. Représenter qualitativement sur un schéma, Saturne, Titan, et la (les) force (s) extérieure (s) appliquée (s) sur Titan.

1.1.3. Donner l'expression vectorielle de cette (ces) force (s).

1.2. On étudié le mouvement du centre d'inertie de Titan. S est le centre d'inertie de Saturne. Soit le vecteur unitaire porté par (ST) dirigé de S vers T.

1.2.1. Exprimer son accélération en précisant la loi utilisée.

1.2.2. Montrer que le mouvement est uniforme.

1.2.3. Retrouver l'expression de la vitesse de Titan sur une orbite autour de Saturne en fonction de G, M_S et R_T.

2. D'autres satellites de Saturne : Après le survol de Titan la sonde Cassini a survolé Encelade en Février 2005. On peut remarquer que dans le référentiel saturno-centrique, Encelade a un mouvement de révolution uniforme, dont la période en jour terrestre, est T_E = 1,37 et le rayon R_E.

2.1. Retrouver la troisième loi de Kepler.

2.2. Utiliser la troisième loi de Kepler pour déterminer la valeur du rayon R_E de l'orbite d'Encelade.

3. Sonde Saturno-stationnaire : On cherche dans cette partie l'altitude h à laquelle devrait se trouver la sonde Cassin pour être Saturno-stationnaire (immobile au dessus d'un point de l'équateur de Saturne).

3.1. Quelles conditions doit-on avoir sur les périodes T S (rotation de Saturne sur elle-même) et T C (révolution de Cassini autour de Saturne) pour que la sonde soit géostationnaire ?

3.2. En utilisant la troisième loi de Kepler, calculer l'altitude h de la sonde.

Exercice 6 : extrait Bac S_2 2001

Données : la Terre et la Lune sont considérées comme des corps sphériques homogènes.

$K = 6{,}67.10^{-11}$S.I ; Masse de la Terre : $M_T = 5{,}98.10^{24}$ kg ; Rayon de la Terre :

R_T = 6370 km ; Masse de la Lune : $M_L = 7{,}34.1O^{22}$ kg ; Rayon de la Lune :

R_L = 1740 km ; Distance des surfaces de la Lune et de la Terre : D = 384000 km
Durée du jour solaire : T_1 = 86400 s , Durée du jour sidéral T_2 = 86164 s

N.B : On ne travaillera qu'avec les données de l'exercice.

1. Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.

2. Donner l'expression g du champ de gravitation de la terre en un point A à l'altitude h en fonction de sa valeur g_0 au sol, de R et de h

3. 1. Déterminer pour le satellite l'expression de sa période et de son énergie cinétique en fonction de g_0, R, h et m éventuellement.

3. 2. Application numérique : g_0 = 9,81 N/kg ; R = 6400 km ; h = 400 km ;

m = 1020kg. Calculer son énergie cinétique.

3. 3 .Donner la définition d'un satellite géostationnaire en précisant son lieu d'évolution. Déterminer la valeur de h pour un tel satellite.

4. La Lune est un satellite « naturel » de la Terre qui gravite autour de cette dernière à une orbite de rayon R_L = 385000 km.

4.1. Déterminer sa période de révolution et vérifier que ce résultat est conforme à vos connaissances.

4.2. Sachant que le point d'équigravitation du système Terre-Lune (point où le champ gravitationnel terrestre est égal au champ gravitationnel lunaire) est à la distance x = 38287 km de la Lune, déterminer la masse de la Lune.

<u>Exercice 7</u> : extrait bac S_1 2001

1. Calculer le champ de gravitation qu'exerce la lune sur la terre

2. En quel point du segment joignant les centres de la Lune et de la Terre la force de gravitation est-elle nulle ?

3. Démontrer que l'énergie potentielle de gravitation d'un corps de masse m situé à la distance r du centre d'une planète M, vaut :

Prendre $E_p = 0$ à l'infini.

$E_p = - K\frac{Mm}{r}$

4. exprimer la première vitesse de libération v_l, d'un objet par rapport à une planète de masse M et rayon R en fonction de K, M et R. Faire l'application numérique pour la Lune et pour la Terre

5.. déterminer l'altitude à laquelle doit évoluer un satellite terrestre géostationnaire.

6. Un satellite passe tous les 26 jours au dessus de la verticale d'un lieu terrestre aprés 370 révolutions ; son altitude est alors de 830 km. Ces données

sont-elles compatibles avec le fait que le satellite a une trajectoire circulaire autour de la terre ?

Justifier la réponse. On admet que la période et mesurée à 1%prés.

Données : la Terre et le Lune sont considérées comme des corps sphériques homogènes.

$K = 6,67.10^{-11}$ SI

Masse de la Terre : $M_T = 5,98.10^{24}$kg

Rayon de la Terre : $R_T = 6370$ km

Masse de Lune : $M_L = 7,34.10^{22}$ kg

Rayon de Lune : $R_L = 1740$ km

Distance des surfaces de la Lune et de la Terre : D = 384000 km

Durée du jour solaire $T_1 = 86400$ s

Durée du jour sidéral $T_2 = 86164$ s

Exercice 8 : extrait bac S_1-S_3 2003

On admet que la terre a une répartition de masse à symétrie sphérique. Elle est considérée comme une sphère de centre O, de rayon R = 6370 km et de masse

$M = 5,97.10^{24}$ kg. Le constante de gravitation universelle est $G = 6,67.10^{-11}N.kg^{-2}.m^2$.

Un satellite, assimilé à un point matériel, décrit une orbite circulaire de rayon r dans le plan équatorial, autour de la Terre. .

1. Montrer que le mouvement du satellite est uniforme. **(0,75 point)**
2. Etablir l'expression de sa vitesse en fonction de r, M et G.

En déduire l'expression de la période du mouvement du satellite en fonction de r, M et G. **(01 point)**

3. Les données suivantes constituent un extrait de la fiche technique de la mission de la navette spatiale américaine DISCOVERY pour l'étude environnementale sur l'atmosphère moyenne de la Terre :

Masse de la navette en orbite : m = $69,68.10^3$ kg.

Altitude moyenne h = 296 km.

Nombre d'orbites n = 189 (nombre de tours effectué par DISCOVERY de sa date de lancement jusqu'à la date d'atterrissage).

3.1. Déterminer à partir des données techniques, les valeurs numériques de la vitesse et de la période du mouvement de la navette spatiale DISCOVERY. **(0,5 point)**

3.2. La navette a atterri le 18 Août 1997 à Kennedy Space Center.

Déterminer la date de lancement de la navette ; on négligera les durées de la mise sur orbite et de l'atterrissage. **(0,75 point)**

4. DISCOVERY a atterri le 18 août 1997, à la date t = 7 h 07 min. Dans la phase d'approche à l'atterrissage, moteurs à l'arrêt, la navette est soumise à son poids et aux forces de frottement de l'air.

On trouvera ci-dessous la valeur de sa vitesse à différentes dates.

Date	Altitude (en km)	Vitesse (en m/s)
t_1 = 6 h 59 min	54,86	1475
t_2 = 7 h 04 min	11,58	223,5

On prendra g = 9,7 $m.s^2$ pendant toute la phase d'approche.

4.1. Calculer le travail du poids du DISCOVERY entre les dates t_1 et t_2. **(0,5 point)**

4.2. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, calculer le travail des forces de frottement de l'air sur DISCOVERY entre les instants t et t_2 de la phase d'approche à l'atterrissage.**(01 point)**

Oscillation mécanique :

Exercice 1 :

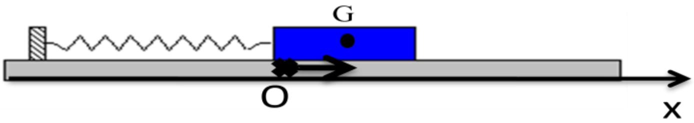
Un ressort élastique de masse négligeable est fixé par une de ses extrémités. On suspend à l'autre extrémité une masse M de 500g. La constante de raideur k du ressort est égale à $200 N.m^{-1}$.

1. Calculer l'allongement du ressort.
2. On tire la masse verticalement vers le bas de 5cm à partir de sa position d'équilibre précédente et on l'abandonne à l'instant t = 0 sans vitesse initiale. La masse se met à osciller verticalement. Montrer que le mouvement de M est rectiligne sinusoïdal. Ecrire l'équation de ce mouvement.
3. Calculer la période T des oscillations de M.

Exercice 2:

Un solide (S) de masse m = 150g est suspendu à un ressort élastique à spires non jointives. Ce dernier subit un allongement a_0 =4,9cm.

1. Calculer la constante k du ressort. g= $9,8 m.s^{-2}$.
2. Le ressort est maintenant disposé suivant l'horizontale ; le solide est écarté de sa position d'équilibre de a_0 =4,9cm puis lâché sans vitesse initiale à l'instant t =0. La position du centre d'inertie G est repéré à t par son abscisse x dont la valeur est nul lorsque le solide est en équilibre au



repos.) s

2.1. En appliquant la seconde loi de Newton au solide (S), montrer l'équation différentielle du mouvement de G est : $m\ddot{x}$ +kx = 0.

2.2. Sachant que la solution de l'équation différentielle est de la forme : $x(t) = X_m \cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$

Avec $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. Déterminer les valeurs de X_m et de φ.

2.3. Que représente T_0 ? Comment l'appelle-t-on ? Calculer sa valeur.

3. Donner l'expression de l'énergie mécanique de ce pendule en fonction de sa position x et de sa vitesse $\dot{x}$.
4. Montrer que l'énergie mécanique du solide (S) est constante. L'exprimer en fonction de k et a_0. Calculer sa valeur.
5. En utilisant la conservation de l'énergie mécanique retrouvée à nouveaux l'équation différentielle.

Exercice 3 :

Soit un ressort élastique, de constante de raideur k, de masse négligeable. Une de ses extrémités est fixée en O, l'autre est attachée à un solide S, de masse m, qui peut se déplacer sans frottement sur une table à coussin d'air horizontale. On réalise ainsi un pendule élastique horizontal.

On écarte le solide S d'une distance X_0 par rapport à sa position d'équilibre et on le lâche sans vitesse initiale.

1. Exprimer à chaque instant, sous forme littérale, l'énergie cinétique, l'énergie potentielle et l'énergie mécanique du système S, en précisant l'état de référence choisi. Que peut-on dire de l'énergie mécanique du système ? Pourquoi ?
2. A partir de l'étude énergétique, établir l'équation différentielle du mouvement. En déduire la nature du mouvement de S.
3. L'étude expérimentale du mouvement montre que 25 oscillations du solide dure 8,1 s. Sachant que la masse du solide vaut m = 200g, en déduire la valeur numérique de la constante de raideur k du ressort.

Exercice 4 :

Dans cet exercice les frottements sont supposés négligeables et on prendre $g=10m/s^2$.

On utilise un ressort à spires non jointives et on supposera sa masse négligeable.

1. On accroche verticalement une de ses extrémités à un point fixe et on accroche à son autre extrémité une masse m = 250 g. Son allongement est alors l_0 = 10 cm. Calculer la raideur k de ce ressort.
2. Le ressort est maintenant utilisé comme indiqué sur le schéma ci-dessous

Son extrémité fixe est solidaire d'un point P tandis qu'un mobile (s) de centre d'inertie G et de masse m = 250 g est lié à son autre extrémité. A l'équilibre, G coïncide avec l'origine O de l'axe Ox, donné par la direction du ressort dont l'allongement est nul.

a. Le mobile (s) étant en mouvement suivant l'axe Ox, faire l'inventaire des forces qui agissent sur (s) à un instant t quelconque et les représenter sur la figure.
b. Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement du centre d'inertie.
c. Déduire l'expression de la pulsation propre ω_0 et de la période propre T_0 de cet oscillateur.

3. On tire le mobile parallèlement à l'axe OX, dans le sens positif, d'une longueur de 15cm puis on le lâche sans vitesse initiale.
   a. Déterminer l'équation horaire du mouvement de (s) et la vitesse v(t) du solide à un instant t quelconque.
   b. Déduire la valeur de la vitesse maximale et préciser le lieu où elle est atteinte.
   c. Exprimer l'énergie mécanique de cet oscillateur et donner sa valeur à t = 0. On prendra l'énergie potentielle du ressort nul lorsque son allongement est nul. Retrouver la valeur maximale de la vitesse du mobile en utilisant la conservation de l'énergie mécanique.

Exercice 5 :

Un solide S accroché à un ressort est astreint à un mouvement de translation sur la ligne de plus grande pente d'un plan, incliné de l'angle α sur l'horizontale. A sa position d'équilibre, on déplace le solide vers le bas de 7cm et on le lâche sans vitesse initiale. Le solide est assimilé à une masse ponctuelle m. Le ressort a une longueur à vide l_0 et une constante de raideur k. Les frottements sont négligeables et on donne :

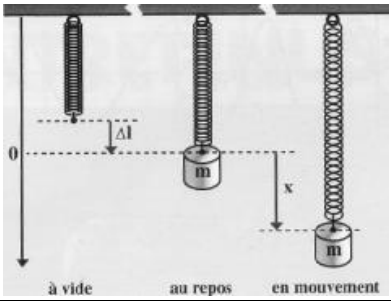
$g = 10 m.s^{-2}$, M = 570 g, $l_0 = 16cm$, α = 25°.

1. A l'équilibre le ressort s'est allongé de 29,6cm. Calculer la constante de raideur du ressort.
2. Déterminer l'équation différentielle du mouvement. Calculer la période propre de l'oscillateur.
3. Retrouver l'équation différentielle en appliquant la conservation de l'énergie mécanique.

Exercice 6 :

Dans tout l'exercice on prendra comme valeur de l'accélération de la pesanteur g = $10 m.s^{-2}$ Un oscillateur harmonique est constitué d'un ressort R de masse négligeable suspendu en un point fixe A et auquel est accroché un solide S de masse m = 200g et d'inertie G.

1) La longueur du ressort à vide est l_0 = 20cm. On accroche le solide S, le ressort s'allonge de 8cm. Calculer la constante de raideur k du ressort.
2) On tire le solide S verticalement, vers le bas, en donnant un allongement supplémentaire de X_0 = 1cm du ressort, puis on lâche le solide sans vitesse initiale. Il effectue alors des oscillations que l'on supposera non amorties de période T_0.
   2. a Etablir l'équation différentielle du mouvement.
   2. b Déterminer l'équation horaire x = f(t) en prenant comme origine des déplacements la position d'équilibre du ressort avec le solide accroché. On choisira un axe Ox vertical orienté positivement vers le bas.
   2.c Calculer la période T_0 des oscillations.



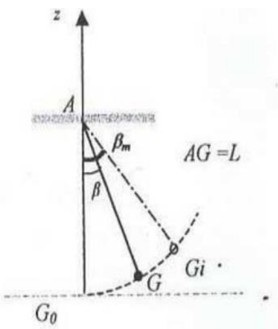
Exercice 7 :

Les parties A et B sont indépendantes. Dans tout ce qui suit, les frottements sont négligés.

A. Pendule simple

On étudie un pendule simple constitué d'une masse ponctuelle m, attachée à l'une des extrémités d'un fil inextensible, de masse négligeable et de longueur L.

Ce pendule est placé dans le champ de pesanteur dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen.



L'autre extrémité du fil est attachée en un point fixe A.

Ecarter de sa position d'équilibre G_0, le pendule oscille sans frottements avec une amplitude β_m .

G_i est la position initiale à partir de laquelle le pendule est abandonné sans vitesse.

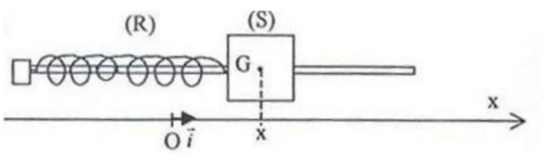
Une position quelconque G est repérée par β, élongation angulaire mesuré à partir de la position d'équilibre.

1. Donner l'expression de l'énergie cinétique en G.
2. On prendra l'origine des énergies potentielles en G_0, origine de l'axe des z. Exprimer, dans ce cas, l'énergie potentielle en G en fonction de m, g, L et β.
3. Donner l'expression de l'énergie mécanique.
4. Exprimer la vitesse au passage par la position d'équilibre en fonction de g, L et β_m. Calculer sa valeur.

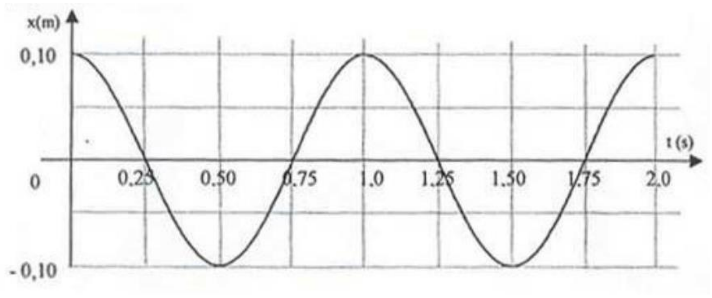
   Données $g = 10\ ms.^{-2}$; L=1,0 m ; cos β_m =0,95.
5. Le système étant conservatif, établir l'équation différentielle du mouvement du solide (S) dans le cas des petites oscillations.
6. Déterminer l'équation horaire de l'élongation β(t).

   B. <u>Oscillateur élastique</u>

Le solide (S) de masse m, de centre d'inertie G, peut maintenant glisser sans frottement sur une tige horizontale. Il est accroché à un ressort à spires non jointives, de raideur k = 4,0 n/m . Lorsque le solide (S) est à l'équilibre, son centre d'inertie G se situe à la verticale du point O, origine de l'axe des abscisses. Le solide est écarté de 10 cm de sa position d'équilibre et abandonné sans vitesse initiale à la date t = 0s.



On procède à l'enregistrement des positions successives de G au cours du temps par un dispositif.



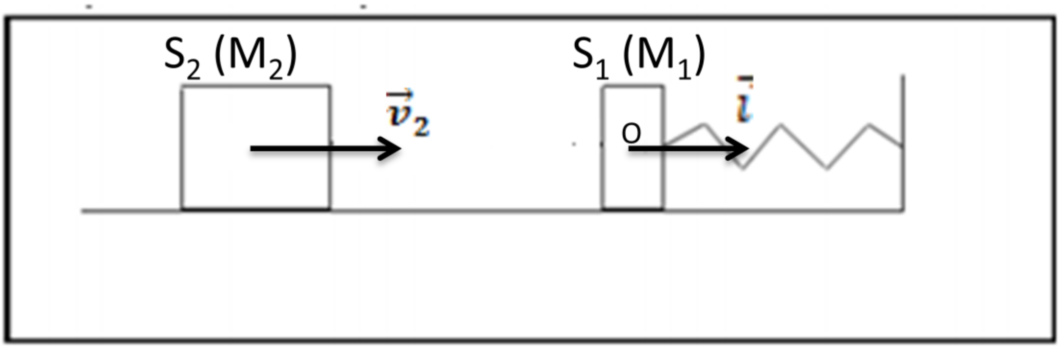
1. Reproduire sur la copie le schéma du dispositif expérimental ci-dessus. Représenter et nommer les forces en G, sans soucis d'échelle, s'exerçant sur le solide (S)
2. En appliquant la deuxième loi de Newton au solide (S), établir l'équation différentielle régissant le mouvement de son centre d'inertie G.
3. Une solution de l'équation différentielle peut s'écrire sous la forme :
   $x(t) = X_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$
   a. Retrouver l'expression de l'équation de la période T_0 en fonction de m et de k.
   b. Déterminer X_m, T_0 et φ.
   c. Calculer la valeur de la masse m du solide (S).

Exercice 8 :

Un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur k = 10N.m^{-1}, a une longueur à vide l_0 = 0,2 m.

Ce ressort est enfilé sur une tige horizontale. L'une de ses extrémités est fixe, l'autre est attachée à un solide S_1 de masse M_1 = 75 g. Un dispositif convenable, non représenté, assure un guidage de l'ensemble. Le solide de masse S_1 n'effectue que des mouvements de translation le long de l'axe (O, $\vec{i}$), axe du ressort.

Au repos, le centre d'inertie G de S_1 est en O.



Un solide S_2 de masse M_2 = 25 g, heurte le solide S_1 avec une vitesse $\vec{v}_2$ dirigée suivant l'axe du ressort.

Après le choc, S_2 reste accroché à S_1.

a) Déterminer la vitesse $\vec{v}$, immédiatement après le choc, de l'ensemble S des deux solides S_1 et S_2 accrochés, sachant que v_2 = 1 m.s^{-1}.
   Indication : On admet que, pendant le choc, le ressort n'exerce aucune force sur le solide S_1.
b) Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement de S.
   On prend comme origine des espaces le point O.
c) Calculer :
   - la pulsation propre de l'oscillateur ;
   - sa période propre ;
   - sa fréquence.
d) On prend comme origine des temps l'instant du choc. Etablir l'équation horaire du mouvement de S.

Exercice 9 :

Un solide A, de masse M = 99 g glissant sans frottement sur une tige horizontale T est relié à une extrémité d'un ressort à spires non jointives de raideur k = 400 N.m^{-1}, d'axe T, l'autre extrémité du ressort étant fixe.

Un solide B, de masse m = 1 g, arrive sur A qui est au repos, avec une vitesse

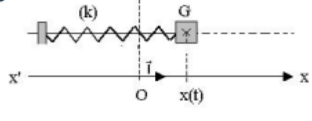
v_B = 120 m.s^{-1}, horizontale, dans l'axe du ressort ; il s'incruste instantanément dans le solide A.

a) Pour un tel choc, l'énergie cinétique ne conserve pas. Déterminer la vitesse du système S constitué par A et B immédiatement après le choc.
b) Déterminer la période et l'amplitude des oscillations de S.

Exercice 10 : extrait session de remplacement BAC S2 2012

Pour améliorer le confort des automobilistes on utilise des ressorts comme éléments de suspension. Un de ces ressorts, de masse négligeable, est fixé sur une tige horizontale et peut se déplacer sans frottement. Il est solidaire à un solide S de masse

Figure 1



A la date $t_0 = 0$, on déplace de sa position d'équilibre, le centre d'inertie G du solide S, jusqu'à la position $+x_{max}$puis on le lâche sans vitesse initiale. Par un dispositif approprié, on enregistre les courbes représentant les variations de l'énergie potentielle, E_P, et de l'énergie cinétique, E_C, du système (ressort-solide S) d'une part et de l'accélération du solide S d'autre part (figures 2 et 3). Sur la figure 2, chacune des courbes C_1et C_2 est une sinusoïde de période T (Il n'estpas demandé de rendre ces courbes avec la copie).

1. Rappeler l'expression de l'énergie potentielle élastique du système "ressort-solide S" en fonction de la constante de raideur k du ressort et de la position x du centre d'inertie G du solide S. (0,25 pt).
2. Rappeler l'expression de l'énergie mécanique Em du système "ressort-solide S"(on ne tient pas compte de l'énergie potentielle de pesanteur). Cette énergie mécanique Em est elle constante ? (réponse à justifier).(0,75 pt).
3. A partir de l'expression de l'énergie mécanique Em, établir l'équation différentielle régissant le mouvement du centre d'inertie G du solide S. (0,5 pt).
4. Retrouver l'équation différentielle régissant le mouvement du centre d'inertie G du solide S à partir d'une étude dynamique de ce mouvement. (0,5 pt).
5. L'équation horaire du mouvement du centre d'inertie G du solide S est : $x = 5.10^{-2}\cos(\omega t)$ $(x\ en\ m)$.
   5.1. Sur la figure 2, identifier la courbe représentant les variations de l'énergie potentielle E_P et celle représentant les variations de l'énergie cinétique E_C. (0,5 pt).
   5.2. En utilisant l'équation horaire et l'une des courbes de la figure 2, déterminer la valeur de la constante de raideur k du ressort utilisé. (0,75 pt).
   5.3. Retrouver la valeur de la constante de raideur k du ressort utilisé par exploitation de la courbe de la figure 3. (0,75 pt).

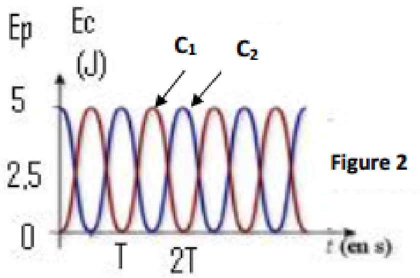


Figure 2

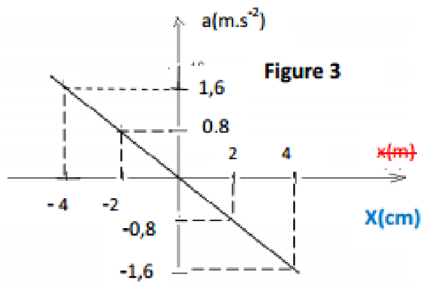


Figure 3

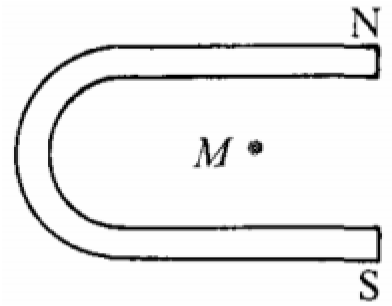
Champ magnétique

Exercice 1 : **Questions de cours**

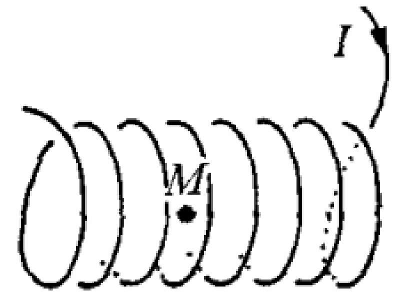
a) Quelle est l'unité internationale de champ magnétique ? Avec quel appareil mesure-t-on l'intensité du champ magnétique ?
b) Quelles sont les différents types de sources de champ magnétique ?

Exercice 2 : **champ et spectre d'un aimant en U**

a) Représenter le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ au point M.
b) Représenter le spectre du champ magnétique créé par l'aimant.



Exercice 3 : **champ magnétique créé par un solénoïde**

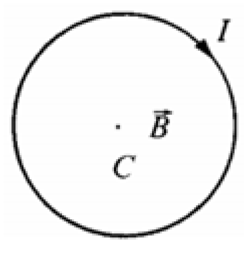


a) Donner les caractéristiques du champ magnétique $\vec{B}$ qui règne au centre M du solénoïde de longueur L = 50 cm comportant N = 1000 spires et parcouru par un courant d'intensité I = 2,0 A.
b) Représenter le vecteur champ magnétique

Exercice 4 : **champ magnétique créé par une bobine plate**

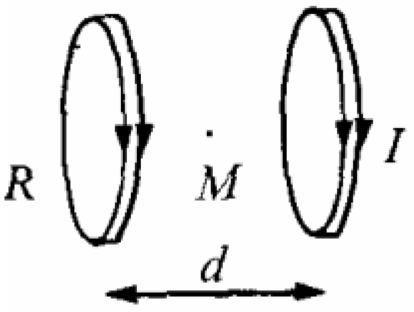
Données : I = 3,0 A et R = 20 cm.

a) La bobine est dans le plan méridien magnétique. Indiquer la face de la bobine.
b) Déterminer l'intensité du champ magnétique B_c créé au centre C de la bobine



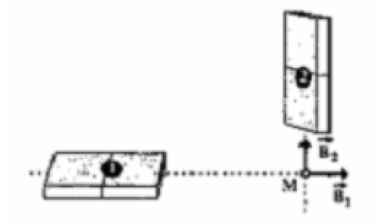
Exercice 5 :

Un courant d'intensité I = 2 A parcourt les N = 100 spires des bobines de rayon moyen R = 10 cm



1) Représenter le vecteur champ magnétique au centre des deux bobines de Helmholtz.
   (On néglige le champ magnétique terrestre)
2) Quelle distance d correspond à l'utilisation optimale des bobines de Helmotz

En un point M de l'espace se superposent deux champs magnétiques $\vec{B}_1$ et $\vec{B}_2$créés par deux aimants dont les directions sont orthogonales (figure ci-contre).

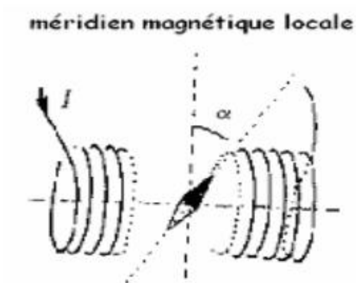


Leurs valeurs sont respectivement : $B_1 = 3.10^{-3}T$ et $B_2 = 4.10^{-3}T$.

1) Déterminer les noms des pôles des deux aimants.
2) Construire graphiquement le champ résultant $\vec{B}$ et donner sa valeur

Exercice 7 :**Mesure de la composante horizontale du champ magnétique terrestre**

A l'intérieur d'un solénoïde comportant n = 1000 spires par mètre et parcouru par un courant d'intensité I = 120 mA.



De quel angle α tourne l'aiguille aimantée quand on établit le courant dans le solénoïde ?

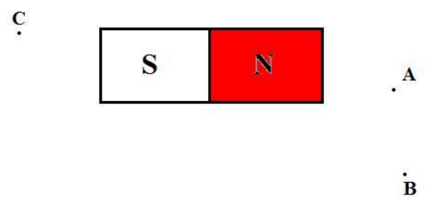
Exercice 8 :

1. On dispose d'un solénoïde de 50 cm de long comportant 250 spires. Il est traversé par un courant d'intensité électrique I= 2.5 A. Déterminer l'intensité du champ magnétique généré au centre de ce solénoïde.
2. Un autre solénoïde génère un champ magnétique B = 5.0 mT, il est traversé par un courant d'intensité I = 2.5 A. Combien comporte t'il de spires par mètre ?
3. Un solénoïde de 80 cm de long comporte 1500 spires par mètre. Il est traversé par un courant d'intensité électrique
I= 1.2 A. Déterminer l'intensité du champ magnétique généré au centre de ce solénoïde.
4. Déterminer la longueur d'un solénoïde comportant 1500 spires qui génère un champ B = 7.5 mT lorsqu'il est parcouru par un courant électrique d'intensité I = 3.0 A.

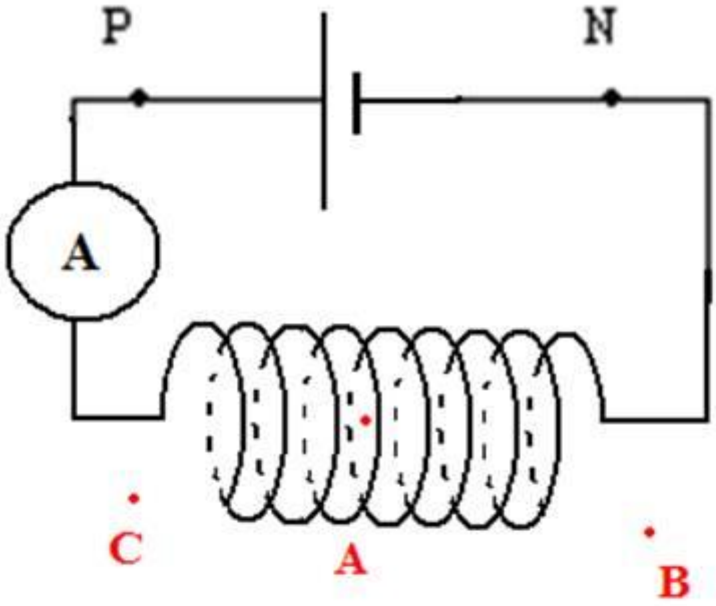
Exercice 9 :

On dispose d'un aimant droit et d'un solénoïde de 80 cm de long qui comporte 200 spires.

1. Représenter le spectre magnétique de l'aimant ainsi que des vecteurs champs magnétiques et des boussoles aux points A, B et C du schéma. Le champ magnétique généré par cet aimant est-il uniforme ?



2. Le solénoïde est inséré dans un circuit électrique. Il est parcouru par un courant d'intensité I = 2.0 A. Représenter le spectre magnétique de ce solénoïde ainsi que des vecteurs champs magnétiques et des boussoles aux points A, B et C du schéma. Le champ magnétique généré par ce solénoïde est-il uniforme ?



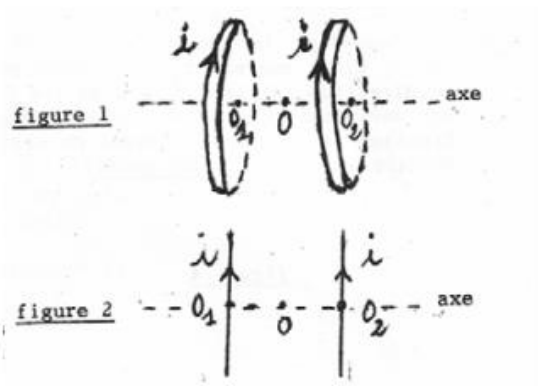
3. Déterminer l'intensité du champ magnétique généré en A.

Exercice 10 : Extrait Bac S2 1998

On étudie le champ magnétique crée par les bobines de Helmholtz. Ce sont deux bobines plates circulaires, identiques, de même axe, de centre O_1 et O_2, de rayon R, distantes l'une de l'autre de d = R, comportant chacune N spires.

On désigne par O le milieu de O_1O_2 (Voir figure). On donne R = 6,5 cm ; N = 100 spires.

1. Les deux bobines sont parcourues par des cou même intensité



1.1. Recopier la figure 2 et représenter le vecteur champ magnétique résultant $\vec{B}$, crée par les bobines au point O. Justifier cette représentation.

1.2. On fait varier l'intensité du courant i et on mesure à chaque fois, la valeur du champ magnétique B au point O. On obtient le tableau de mesures suivantes :

i(A)	0	0,2	0,5	0,8	1,0	1,5	2,0	2,5	2,8
B(mT)	0	0,28	0,69	1,10	1,40	2,10	2,70	3,50	3,90

Tracer la courbe B = f(i) avec les échelles suivantes : $\begin{cases} 1cm\,pour\,0{,}25A \\ 1cm\,pour\,0{,}4mT \end{cases}$

Déduire de l'allure de la courbe, la relation entre B et i

2. Dans le vide, la valeur du champ magnétique résultant créé par les bobines, en O, est donnée par :

$$B = 0{,}72\mu_0\frac{N}{R}i$$

Dans cette relation, μ_0 représente la perméabilité magnétique du vide. En utilisant la relation établie à la question 1.2, déterminer la valeur de μ_0.

3. Au point O, une aiguille aimantée, mobile autour d'un pivot vertical. En l'absence de courant dans les bobines, l'aiguille s'oriente comme l'indique la figure 3.

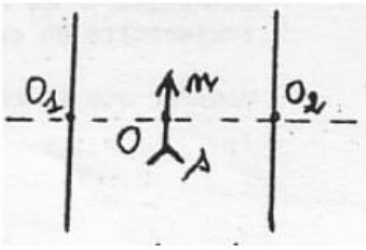


Figure 3 :

L'axe de l'aiguille est alors parallèle au plan des bobines. La valeur de la composante horizontale du champ magnétique terrestre vaut $B_H = 2.10^{-5}T$. On fait passer dans les bobines un courant d'intensité I = 50 mA,

3.1. faire un schéma indiquant clairement le sens du courant dans les bobines, les vecteurs champs magnétiques au point O et l'angle de rotation α de l'aiguille aimantée.

3.2. Déterminer la valeur de l'angle de rotation α de l'aiguille aimantée.

4. Sans modifier le courant traversant les bobines (I = 50 mA) on place un aimant droit suivant une direction perpendiculaire à O_1O_2 et confondue avec la direction initiale de l'aiguille (voir figure 4). L'aiguille accuse alors une déviation $\alpha' = 45°$ par rapport à sa position en l'absence de courant.

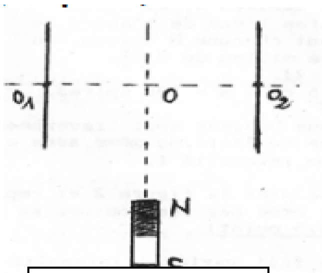


Figure 4

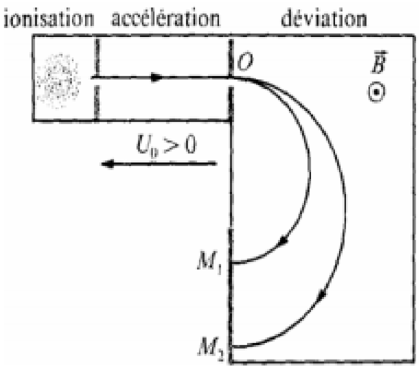
Préciser les caractéristiques du vecteur champ magnétique créé par l'aimant droit au point O

Particules chargées dans un champ magnétique uniforme

Exercice 1 :

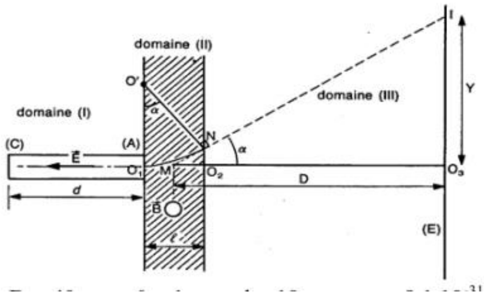
Des ions ${}^{A_1}_{Z}X^+$ et ${}^{A_2}_{Z}X^+$ ions d'atomes isotopes, créés dans une chambre d'ionisation avec une vitesse négligeable, sont accélérés par une ddp U_0. Ils sont ensuite envoyés dans une chambre de déviation où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$. L'impact des deux types d'ions sur une plaque photographique se fait respectivement aux points M_1 et M_2 (voir figure ci-dessous).

Montrer que la relation entre les distances OM_1 et OM_2 peut se mettre sous forme : $\frac{OM_1}{OM_2} = \sqrt{\frac{A_1}{A_2}}$



Exercice 2 :

Données : $D = 40\ cm$, $l = 1cm$, $d = 10\ cm$, $m = 9{,}1.10^{-31}\ kg$, $E = 5.10^4 V/m$.



Dans tout l'exercice, on négligera le poids de l'électron devant les autres forces qui agissent sur lui.

1. Des électrons de masse m et de charge q sont émis sans vitesse initiale par la cathode (C). Ils subissent sur la longueur d, l'action du champ électrique $\vec{E}$.

a) Quelle est la nature du mouvement entre la cathode (C) e l'anode (A) ?

b) Que vaut la vitesse v_O d'un électron au point O_1 ?

2) Arrivés en O_1, les électrons subissent sur la distance l l'action d'un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de la figure (le domaine où règne

ce champ $\vec{B}$ est hachuré). Quel doit être le sens du vecteur $\vec{B}$ pour que les électrons décrivent l'arc de cercle O_1N ? Justifier la réponse.

Etablir l'expression du rayon $R = O'O_1$ de cet arc de cercle.

A.N : Calculer R pour $B = 2.10^{-3}T$.

3) Quelle est la nature du mouvement de l'électron dans le domaine III où n'existe aucun champ ?

4) Le domaine III est limité par un écran (E) sur lequel arrivent les électrons. Exprimer en fonction de m, e, B, D, l et v_0 la déflexion magnétique $O_3I = Y$ subie par un électron à la traversée du système II + III.

La droite IN coupe l'axe O_1O_2 au point M. l'écran E est à la distance D de ce point.

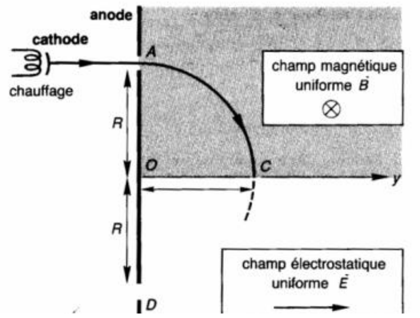
On fera les hypothèses simplificatrices suivantes :

- Dans le domaine II de l'espace, on peut confondre la longueur de l'arc avec la longueur $O_1O_2 = l$ où règne un champ $\vec{B}$
- On supposera que la déviation angulaire est faible.
  Sachant que $Y = 3{,}35\ cm$, retrouver la valeur v_0 de la vitesse de l'électron au point O_1.

Exercice 3 :

Données : Charge de l'électron : q = -e = $-1{,}6.10^{-19}$C ; masse de l'électron : m = $9{,}1.10^{-31}$ Kg

Un faisceau d'électrons, émis d'une cathode par effet thermoélectrique est accéléré au moyen d'une anode OA. La différence de potentiel entre anode et cathode vaut $U_O = 285\ V$ (fig. ci-contre).



1) En admettant que les électrons sont émis par la cathode avec une vitesse négligeable, exprimer littéralement puis numériquement la vitesse v_0 des électrons lorsqu'ils traversent le trou A.
2) Le faisceau d'électrons pénètre ensuite dans une région où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, dans laquelle il décrit un quart de cercle de rayon R = 20 cm.

a) Calculer littéralement (en fonction de U_0 et de R), puis numériquement, la norme B du champ magnétique.

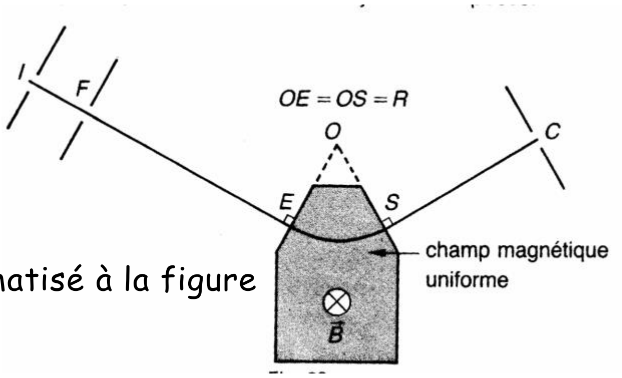
b) Caractériser le vecteur vitesse $\vec{v}$ des électrons (direction et norme) à la traversée du trou C.

3) Le faisceau d'électrons est enfin dévié par un champ électrostatique $\vec{E}$ parallèle à l'axe $\overrightarrow{Oy}$, régnant dans le dièdre x0y (voir la figure).

a) Etablir les équations horaires du mouvement projeté sur les axes $\overrightarrow{Ox}$ et $\overrightarrow{Oy}$.
b) En déduire l'équation et la nature de la trajectoire.
c) Calculer la valeur à donner à la norme E du champ électrique pour que le faisceau d'électrons traverse le trou D à une distance R du point O ; on exprimera E en fonction de U_0 et de R.

Exercice 4 :

Données : R = 0,70 m ; B = 0,16 T ; masse d'un atome de strontium 88 : 87,6 u ; unité de masse atomique : 1 u = $1{,}66.10^{-27}$ kg



On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Les particules étudiées ne sont pas relativistes.

Dans le spectrographe de masse schématisé à la figure ci-contre, des ions positifs de masse m, de charge q, sortent en I d'une chambre d'ionisation avec une vitesse négligeable. Ils sont accélérés entre I et F par une tension

$U = V_I - V_F$ continue et réglable. Ils sont ensuite déviés entre E et S par un champ magnétique uniforme de Vecteur B perpendiculaire au plan de figure, l'intensité B du champ magnétique restant constante pendant toute la durée d'utilisation. Ils sont enfin recueillis à l'entrée fixe C d'un collecteur.

Dans cet appareil tous les ions que l'on veut recueillir en C doivent suivre la même trajectoire IFESC. D'autre part, le vide est réalisé dans l'appareil, et l'effet de la pesanteur sur les ions est négligeable. La portion ES est un arc de cercle de centre O et de rayon R.

1) Etablir en fonction de q, m et U l'expression de la valeur v de la vitesse avec laquelle un ion quelconque du faisceau parvient en E.

2) Etablir la relation qui doit exister entre q, v, B, m et R pour que cet ion suive la trajectoire imposée.

3) Déduire des deux questions précédentes la relation entre q, B, R, m et U.

4) On utilise ce spectrographe de masse pour identifier les isotopes du strontium ; les atomes de strontium s'ionisent sous forme d'ions Sr^{2+}.

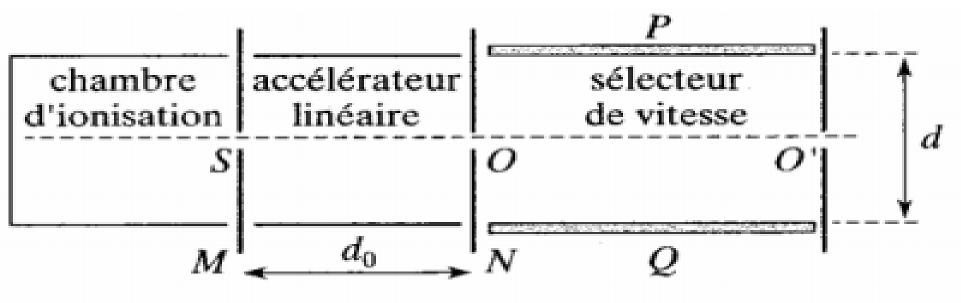
4.a- On place d'abord dans la chambre d'ionisation du strontium 88.

Calculer la valeur à donner à la tension U pour que les ions du strontium 88 soient collectés en C.

4.b- On place maintenant dans la chambre d'ionisation un mélange d'isotopes du strontium. Pour les recueillir successivement en C, il faut donner à U différentes valeurs comprises entre 13 930 V et 14 440 V. Entre quelles valeurs se situent les nombres de masse de ces isotopes ?

Exercice 5 :

Une chambre d'ionisation produit des ions monoionisés d'hélium $^{3}_{2}He^{+}$, $^{4}_{2}He^{+}$, $^{6}_{2}He^{+}$ de masses respectives m_1, m_2, m_3. Leur poids est négligeable devant les forces électromagnétiques qu'ils subissent. Ils pénètrent en S, sans vitesse initiale, dans un accélérateur linéaire où ils sont soumis à l'action d'un champ électrique uniforme $\vec{E}_O$ créé par une ddp U_O = $V_M - V_N$ (voir figure).
On désignera par $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, $\vec{v}_3$ les vecteurs vitesses en O des ions $^{3}_{2}He^{+}$, $^{4}_{2}He^{+}$, $^{6}_{2}He^{+}$.
On notera e la charge électrique élémentaire.



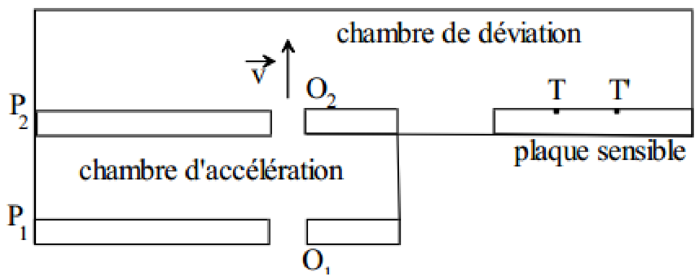
1.

a) Déterminer le signe de $U_O$et représenter le champ électrique $\vec{E}_O$ dans l'accélérateur.
b) Exprimer l'accélération d'un ion ${}_{2}^{4}He^{+}$ en fonction de U_O, d_0, e et m_2 ;préciser la nature de son mouvement.
2. En O, à la sortie de l'accélérateur, montrer que $m_1v_1^2 = m_2v_2^2 = m_3v_3^2$.
3. Les ions pénètrent ensuite dans un sélecteur de vitesse limité par les plaques P et Q. Ils sont alors à l'action simultanée de deux champs : un champ électrique uniforme $\vec{E}$ créé par une ddp positive U = $V_Q - V_P$ et un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire à $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, $\vec{v}_3$et $\vec{E}$.
a) Représenter le champ magnétique $\vec{B}$ pour que la force électrique et la force magnétique aient même direction mais des sens contraires. On règle la valeur de U de façon que le mouvement des ions ${}_{2}^{4}He^{+}$ soit rectiligne uniforme de trajectoire 00'.
b) Exprimer U en fonction de B, v_2 et d.
4. Comment seront déviés les ions ${}_{2}^{3}He^{+}$ et ${}_{2}^{6}He^{+}$?

Exercice 6 :

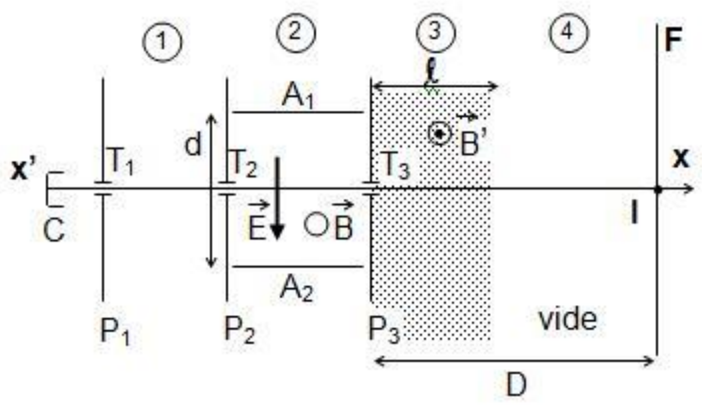
On introduit dans un champ spectrographe de masse des ions potassium ${}_{19}^{A}K^{+}$ et ${}_{19}^{A'}K^{+}$ (A et A' désignent les nombres de masse) de même charge q et de masses respectives m et m'. En O_1 la vitesse des ions est pratiquement nulle ; ils sont accélérés par la tension U établie entre les plaques P_1 et P_2.

1. Représenter sur le schéma le champ électrique $\vec{E}$ régnant entre les plaques P_1 et P_2. Préciser le signe de U= $V_{P1} - V_{P2}$.
Exprimer les vitesses v et v' en fonction de q, U et des masses respectives m et m'.
2. Les ions pénètrent ensuite dans une chambre de déviation où règne un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme orthogonal au plan de la figure. Quel doit être le sens de $\vec{B}$ pour les ions soient déviés vers la plaque sensible ? Montrer que le mouvement des ions est circulaire uniforme et exprimer littéralement les rayons R et R' de leur trajectoire en fonction de U, q, B et de leurs masses respectives m et m'.
3. Deux taches T et T' se forment sur la plaque sensible. En admettant que le rapport des masses soit égal au rapport des nombres de masse, calculer la valeur de A' sachant que A = 39 ; O_2T = 102,9 cm et O_2T' = 106,8 cm.



Exercice 7 : extrait BAC S2 2009

On considère le dispositif expérimental schématisé ci-contre, comportant 4 zones notées 1, 2, 3, 4.



zone 1 : chambre d'accélération entre P_1 et P_2. O

zone 2 : sélecteur de vitesse entre P_2 et P_3.

zone 3 : chambre de déviation de largeur l.

zone 4 : région où il ne règne ni un champ électrique, ni un champ magnétique.

F est un écran placé à une distance D de la plaque P_3, perpendiculairement à l'axe horizontal x'x.

C est une chambre d'ionisation qui émet des ions sodium Na^+ de masse m et de charge q.

P_1, P_2, P_3 sont des plaques métalliques verticales percées de trous T_1, T_2, T_3 alignés sur l'axe horizontal x'x.

A_1 et A_2 sont des plaques métalliques horizontales séparées par une distance d ; elles n'ont aucun contact électrique avec P_2 et P_3.

Le dispositif est placé dans le vide. On néglige le poids des ions devant les autres forces.

1. Les ions Na+ sortent du trou T_1, avec une vitesse supposée nulle. Accélérés par une différence de potentiel U = $V_{P1} - V_{P2}$ entre les plaques P_1 et P_2, ils franchissent le trou T_2 avec une vitesse $\vec{v}_0$..
   Par application du théorème de l'énergie cinétique, montrer que le rapport $\frac{q}{m}$ (charge massique) pour un ion Na^+ est donné par l'expression : $\frac{q}{m} = \frac{v_0^2}{2U}$ **(0,5 pt)**

2. Dans la zone 2, règnent simultanément un champ électrique uniforme de vecteur $\vec{E}$ vertical et un champ magnétique uniforme dont le vecteur $\vec{B}$ est perpendiculaire au plan de la figure.

2.1 Sur votre feuille de copie, faire un schéma où sera représentée la force électrique $\vec{F_e}$ qui s'exerce sur un ion se trouvant dans la zone 2. **(0,5 pt)**

2.2 Sur le même schéma, représenter, justification à l'appui, la force magnétique $\vec{F_m}$ qui doit s'appliquer sur le même ion pour qu'il suive une trajectoire rectiligne jusqu'au trou T_3. **(0,5 pt)**

2.3 En déduire le sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ dans la zone 2. Compléter le schéma en mettant le sens de $\vec{B}$.**(0,5 pt)**

2.4 : Exprimer le rapport $\frac{q}{m}$ en fonction de U, E et B. Faire l'application numérique. **(0,75 pt)**

U = 3,9 kV ;

E = 9.10^3 V.m^{-1} ;

B = 5.10^{-2} T.

3. Après le trou T_3, les ions arrivent dans la zone 3 où règne le champ magnétique uniforme de vecteur $\vec{B}$ représenté sur la figure. A la sortie de la zone 3, le vecteur vitesse d'un ion Na^+ fait un angle θ faible avec l'axe x'x.

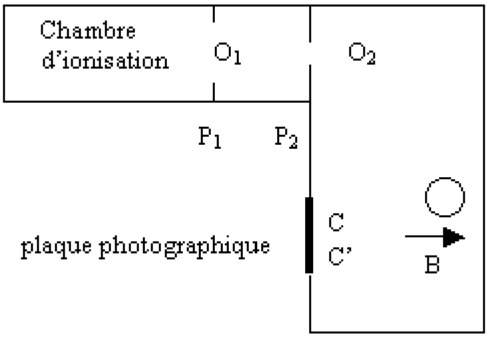
3.1 Représenter, justification à l'appui, la trajectoire d'un ion de T_3 à l'écran. **(0,5 pt)**

3.2 Le point M est le point d'impact des ions Na+ sur l'écran, I est le point d'intersection de l'axe (x'x) avec l'écran.

Etablir l'expression de la déflexion magnétique Y = IM en fonction de q, m, V_0, B', l et D puis en fonction de q, m, U, B', l et D.

Peut-on en déduire une détermination expérimentale de $\frac{q}{m}$? Expliquer. **(0,75 pt)**

Exercice 8 : extrait BAC S2 2001



On donne 1u = $1,66.10^{-27}$ kg ; e = $1,6.10^{-19}$C

On envisage la séparation des isotopes de l'uranium à l'aide d'un spectrographe de masse. On négligera le poids des ions devant les autres forces. Une chambre d'ionisation produit des ions $^{238}U^{+}$et $^{A}U^{+}$ de masses respectives m_1 = 238u et m_2 = Au. Ces ions sont ensuite accélérés dans le vide entre deux plaques métalliques P_1 et P_2. La tension accélératrice a pour valeur U = 4 KV. On suppose que les ions sortent de la chambre d'ionisation en avec une vitesse nulle.

1.1. Quelle est la plaque qui doit être portée au potentiel le plus élevé ? Justifier.

1.2. Montrer que l'énergie cinétique est la même pour les deux types d'ions arrivant en 0_2. En est-il de même pour les vitesses ? Justifier.

1.3. Calculer la vitesse des ions 238U^+ lorsqu'ils arrivent en O_2. Les ions pénètrent dans une région où règne un champ magnétique d'intensité B = 0,1T.

2.1. Indiquer sur un schéma le sens du vecteur $\vec{B}$ pour que les ions parviennent en C', et les ions en C. Justifier la construction.

2.2. Montrer que les trajectoires des ions sont planes ; établir la nature du mouvement ainsi que la forme de ces trajectoires.

2.3. Calculer le rayon de courbure R1 de la trajectoire des ions Exprimer le rayon de courbure R2 de la trajectoire des ions en fonction de et de A.

On donne CC' = 1,77 cm. Calculer A. En déduire v'_0 Le courant d'ions issu de la source correspondante à une intensité de 10 μA, sachant que l'uranium naturel contient en nombre d'atomes 0,7% d'isotope léger, calculer la masse de cet isotope recueilli en 24 heures.

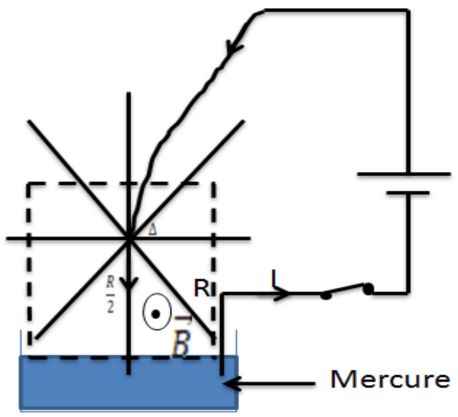
Loi de Laplace

Exercice 1 :

On considère une roue de Barlow créée en 1822 et considérée comme l'ancêtre des moteurs. Son diamètre est de 10 cm et il est parcouru par un courant

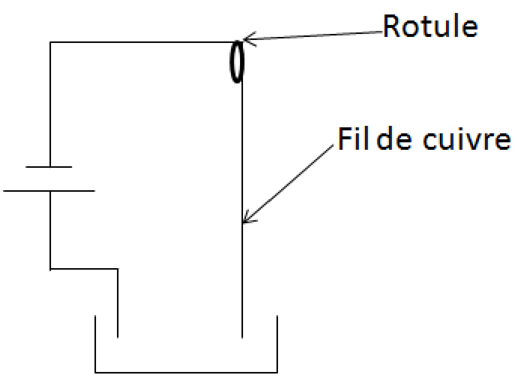
I = 20 A (voir figure).

1. Expliquer pourquoi la roue tourne.
2. La roue tourne en raison de 20tr/min, calculer la puissance du moteur ainsi constitué. On considère que la roue baigne dans un champ magnétique B = 0,1 T.



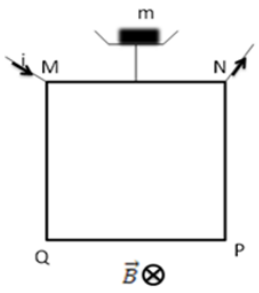
Exercice 2 :

Soit le circuit ci-dessous. Le fil de cuivre qui a pour masse linéique $\lambda = 5.10^2$kg/m et a pour longueur l = 20cm est plongé dans une cuve. Si l'on met du mercure dans la cuve le fil dévie d'un angle α par rapport à la verticale. Le champ magnétique $\vec{B}$ est horizontal et dirigé vers l'avant. Sachant que I = 6A et B = 0,1T calculer α à l'équilibre.



Exercice 3 :

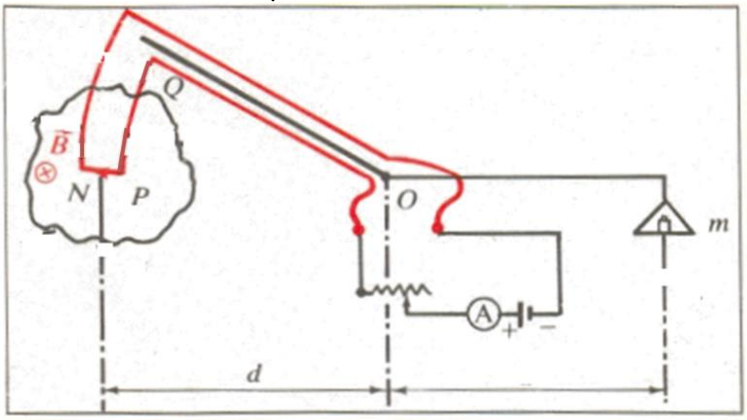
Une bobine plate rectangulaire MNPQ qui comporte n = 20spires de fil de cuivre parcourues par un courant i = 1A est suspendue à l'un des plateaux d'une balance que l'on équilibre. Les côtés MN = PQ = a = 5cm sont horizontaux. On soumet le côté PQ qui est le plus bas, à une induction magnétique $\vec{B}$ uniforme, horizontale et normale au plan de la bobine (B = 0.1T). Pour rétablir l'équilibre, on ajoute sur l'un des plateaux une masse m. Calculer m.



Exercice 4 :

L'intensité d'un champ magnétique peut être mesurée à l'aide d'une balance de Cotton. Le fléau d'une telle balance, de forme particulière, supporte un secteur isolant S en matière plastique limité par deux arcs de cercle centrés sur l'axe de rotation Δ du fléau. Ce secteur comporte une partie rectiligne NP de longueur ℓ, horizontale lorsque la balance est en équilibre. Un fil conducteur relie les bornes positives et négatives d'un générateur. L'autre bras du fléau supporte un plateau. On règle la balance de façon que l'équilibre soit réalisé lorsqu'aucun courant, ne passe dans le fil conducteur.

Si l'on plonge le secteur S dans un champ magnétique uniforme B orthogonal au plan de la figure et dirigé vers l'avant, l'équilibre de la balance est rompu lorsqu'un courant circule dans le fil. Pour rétablir l'équilibre, il suffit de placer une masse m sur le plateau.



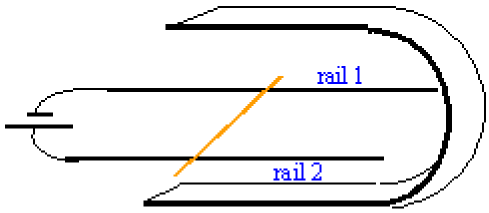
1) Préciser sur la figure les forces agissant sur la balance, ainsi que le sens du courant circulant dans le fil conducteur.
2) Etablir la condition d'équilibre de la balance.
3) Afin de déterminer la valeur du champ $\vec{B}$, on fait les mesures suivantes pour les différentes valeurs de l'intensité :

I (A)	0	1	2	3	4	5
m (g)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0

Tracer la représentation graphique de la fonction m = f(I) en choisissant une échelle convenable. En déduire la valeur de B. On donne: g = 9,8 SI; d = d' et ℓ = 2 cm.

Exercice 5 :

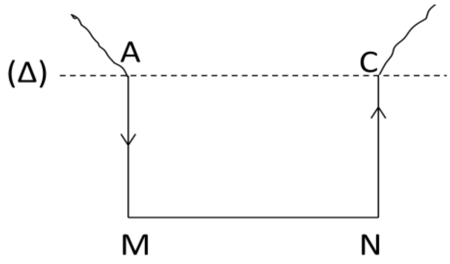
Deux rails conducteurs rectilignes sont disposés horizontalement comme indiqué sur la figure. Ils sont distants de L=10 cm. Une tige de cuivre de masse m=20 g est libre de se déplacer sur ces deux rails et assure le contact électrique. L'ensemble est placé à l'intérieur d'un aimant en U qui crée un champ magnétique uniforme B vertical et de valeur B=100 mT.



1. Si la tige est parcourue par un courant I, elle se déplace de la gauche vers la droite. Représenter et nommer la force responsable de ce déplacement.
2. Indiquer le sens du courant sur le schéma puis en déduire le sens du champ magnétique dans l'aimant.
3. Calculer la valeur de la force F lorsque I=2,00 A.
4. A l'instant t=0, la tige est placée à l'extrémité gauche des rails et le circuit est fermé. Faire l'inventaire des forces agissant sur la tige et les représenter sur un schéma. Les forces de frottements seront notées f.
5. On s'intéresse à la phase d'accélération pendant laquelle la tige parcourt 2,0 cm de rail. La force F = 0,02 N et on peut négliger les frottements. Calculer le travail de chacune des forces pendant cette phase.
6. Quelle est la variation d'énergie cinétique pendant cette phase ?
7. En déduire la vitesse de la tige à la fin de cette phase d'accélération.
8. que vaut la variation d'énergie potentielle de pesanteur lors de cette accélération ?
9. Après avoir accéléré, on ne peut plus négliger les forces de frottements et la tige possède alors une vitesse constante. En déduire la valeur de la force f de frottements.

Exercice 6 :

Un conducteur indéformable AMNC composé de 3 parties rectilignes de mêmes sections formant 3 côtés d'un rectangle est mobile sans frottement autour d'un axe horizontal (Δ) passant par A et C. Des fils très souples réunissent A et C à un générateur qui fait circuler un courant I de A vers C.



1. Quelle est la position d'équilibre stable du cadre ?
2. En étudiant les forces les forces de Laplace qui s'exercent sur le cadre placé dans un champ $\vec{B}$ uniforme, indiquer en justifiant dans lequel des 3 cas suivants le cadre quitte sa position d'équilibre stable.
   2.1 $\vec{B}$ parrallèle à MN et même sens que I
   2.2 $\vec{B}$ orthogonal au plan vertical contenant (Δ) et dirigé vers l'avant.
   2.3 $\vec{B}$ est vertical ascendant.

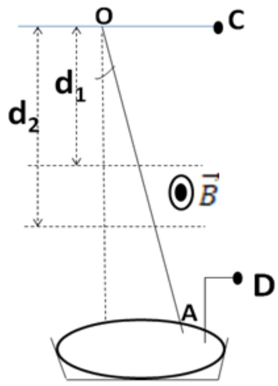
3. Dans le cas où le cadre prend une nouvelle position d'équilibre écarté de α du plan vertical, représenter les forces qui s'appliquent au cadre et en déduire α.
   AM = CN = a; MN = ℓ = 2a; $\lambda = 5.10^{-2}$kg /m(masse linéique); I = 1 A; B = 0,2T; g = 10 S.I.

Exercice 7:

Un conducteur rectiligne et homogène OA, de masse m = 12g et de longueur l = OA = 36cm, est suspendu par son extrémité supérieure O à un point fixe. Le conducteur peut tourner librement autour de O. Les bornes C et D sont reliés à un générateur qui maintient dans le conducteur un courant d'intensité I = 7,5A.

1. Un champ magnétique uniforme est créé comme l'indique la figure ci-contre, la direction de $\vec{B}$ est horizontale et le sens de l'arrière vers l'avant. Le conducteur OA s'écarte de sa position d'équilibre d'un angle α = 5°30min. On suppose que A est situé au voisinage de la surface du mercure. Donner la polarité des bornes C et D.

2. Calculer la valeur du champ magnétique $\vec{B}$. On donne d_1 = 20 cm et d_2 = 25 cm.
3. Déterminer les caractéristiques de la réaction $\vec{R}$ qui s'exercent sur la tige.



Exercice 8 : extrait BAC S1-S3 2013

Pour créer un champ magnétique uniforme on utilise les bobines de Helmholtz. Ce sont deux bobines plates identiques, coaxiales, séparées par une distance égale à leur rayon R et parcourues par des courants de même intensité I et de même sens. Dans l'espace entre les bobines règne un champ magnétique uniforme horizontal (figures a et b).

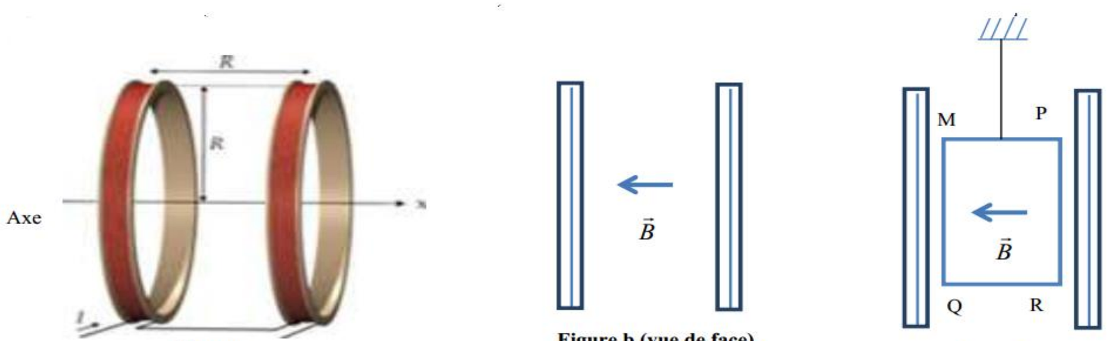


Figure a Figure b (vue de face) Figure c

1. Sur la figure b est représenté le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ créé par les bobines. Recopier cette figure, indiquer le sens des courants dans les bobines et représenter trois lignes de champ.
2. Pour étudier le mouvement d'une particule chargée dans $\vec{B}$, on place entre les deux bobines une ampoule contenant un canon à électrons. En faisant pivoter l'ampoule on peut donner une orientation au vecteur vitesse $\vec{v}_0$ des électrons sortant du canon. On négligera dans la suite le poids de l'électron.
   2.1. Donner l'expression vectorielle de la force subie par un électron animé d'une vitesse $\vec{v}_0$ dans le champ magnétique.
   2.2. L'ampoule est orientée de sorte que la vitesse $\vec{v}_0$ des électrons soit parallèle à Déterminer la nature du mouvement de ces électrons. Justifier.
   2.3. L'ampoule est maintenant orientée de sorte que $\vec{v}_0$ soit orthogonale à $\vec{B}$. Déterminer dans ce cas la nature du mouvement des électrons.

3. On place maintenant entre les deux bobines de Helmholtz une bobine plate rectangulaire de cotés MP = QR = a = 4 cm et MQ = PR = b = 6 cm comportant N = 40 tours de fil conducteur. Elle est suspendue par un fil de constante de torsion C, vertical, passant par le milieu de MP (figure c).

   La bobine plate est en équilibre de telle sorte que B soit parallèle aux cotés horizontaux. On fait passer dans la bobine plate un courant d'intensité constante I' = 0,5 A.

   3.1. Préciser la nature et le nom des forces exercées par le champ magnétique sur les côtés de la bobine. Donner les caractéristiques de la force agissant sur chaque côté en faisant un schéma clair où figureront les sens du courant I', de B et de la force éventuellement. On prendra B = 4.10^{-2}T.

   3.2. La bobine plate quittera-t-elle sa position d'équilibre initiale ? Justifier.

   3.3. Sachant que la bobine plate tourne d'un angle de $\frac{\pi}{6}$rad et s'immobilise à nouveau, exprimer la somme des moments des forces par rapport à l'axe du fil de suspension. En déduire la constante de torsion C du fil.

4. La bobine plate est en équilibre et placée de telle sorte son plan soit orthogonal au vecteur champ magnétique $\vec{B}$; on y fait passer un courant d'intensité I' = 0,5A.

   4.1. Donner les caractéristiques de la force agissant sur chaque côté en faisant un schéma clair où figureront les sens du courant I', de B et de la force.

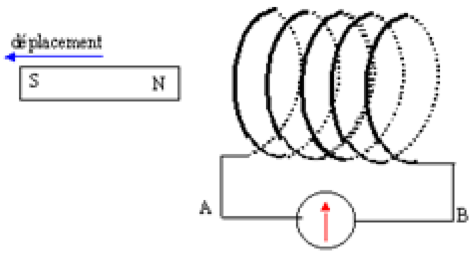
   4.2. La bobine quittera–t-elle sa position d'équilibre? Justifier la réponse.

<u>Induction électromagnétique</u>

<u>Exercice 1</u> :

En position initiale, à proximité de la bobine, l'aimant crée un flux de valeur absolue $|\phi_1|$= 75 mWb. On éloigne l'aimant en 0,5 s de telle sorte qu'en position finale, le flux à travers les spires de la bobine devient négligeable. Calculer :

1. La valeur absolue de la fem induite moyenne.
2. L'intensité moyenne du courant induit sachant que la résistance totale du circuit est R= 75Ω.
3. Donner le sens du courant induit dans la bobine. Justifier.



<u>Exercice 2</u> :

On dispose d'une bobine de 10 cm de diamètre, elle est constituée d'un enroulement de 50 spires. Elle est initialement placée dans un champ magnétique, produit par un aimant, parallèle à l'axe de la bobine. B = 15 mT.

1. Déterminer la surface de cette bobine en m².
2. Calculer le flux ϕ_1 qui traverse la bobine dans ces conditions.
3. On fait faire à la bobine un demi-tour, calculer le flux ϕ_2 qui traverse maintenant la bobine.
4. La durée du demi-tour a été t = 5 ms, en déduire la valeur absolue de la force électromotrice d'induction, e, qui est apparue dans la bobine.
5. Quelle est le nom de l'application principale de l'induction électromagnétique, et à quoi sert-elle ?
6. Dans le cas de l'expérience décrite dans cet exercice, qui est le rotor et qui est le stator ?

<u>Exercice 3</u> :

Une bobine est constituée de N = 10 spires planes de surface S = 100 cm^2. Sa résistance est R = 1Ω. Elle est soumise à l'action d'un champ magnétique uniforme orthogonal au plan des spires et dont la valeur varie linéairement de 0 à 1T en 10^{-2}s.

1. En utilisant la loi de Lenz, indiquer les sens (signes)

du courant induit et de la f.é.m induite.

2. Quelle est la f.é.m induite dans la bobine au cours du temps ?
3. Quelle est l'intensité du courant induit ? On négligera le phénomène d'auto-induction.

Exercice 4 :

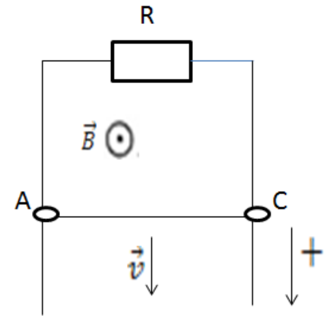
On dispose d'un solénoïde de 1000 spires et dont la surface d'une spire est 10 cm². Les deux bornes du solénoïde sont reliées par un fil de connexion et un conducteur ohmique afin qu'une intensité puisse parcourir le circuit.
Un aimant est disposé à 50 cm du solénoïde, le pôle sud de l'aimant est orienté vers le solénoïde. On admettra que le champ généré par l'aimant, au centre du solénoïde est parallèle à l'axe du solénoïde. $B_1 = 5.0\ 10^{-5}$ T.
Le champ terrestre est négligé dans cet exercice.

1. Faire un schéma du montage et représenter $\overrightarrow{B}_1$.
2. Déterminer le flux φ_1 qui traverse le solénoïde.

On approche brutalement l'aimant jusqu'à ce qu'il soit tout prés du solénoïde. Le champ magnétique généré par l'aimant, au centre du solénoïde, a les mêmes caractéristiques qu'en début d'expérience sauf pour ce qui est de son intensité qui a augmentée : $B_2 = 1.0\ 10^{-1}$ T. L'aimant a été approché en 10 ms.

3. Déterminer le flux φ_2 qui traverse maintenant le solénoïde.
4. Déterminer la valeur de la force électromotrice d'induction qui apparaît aux bornes de la bobine.
5. Déterminer le sens du champ magnétique induit qui est généré par la bobine et en déduire le sens de l'intensité induite qui parcourt la bobine.
6. Déterminer la valeur de cette intensité sachant que le conducteur ohmique a une résistance R= 5 Ω et que la bobine a une résistance r = 2 Ω.

Exercice 5 :



Une barre conductrice AC horizontale de masse m et de longueur de résistance négligeable est lâchée sans vitesse initiale à l'instan t = 0. Elle tombe en restant parallèle à elle-même dans une région de l'espace où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ horizontale et perpendiculaire à la barre. La chute de la barre est guidée par deux fils verticaux conducteurs, de résistance négligeable (voir figure).

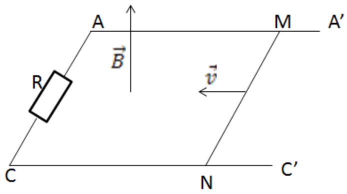
instant en contact ave les fils. Les extrémités supérieures des fils sont reliées à un résistor de résistance R = 25 Ω.

On donne : B = 0,5 T.

1) Les rails sont métalliques.
   a) Donner l'expression de la f.é.m induite e qui apparait dans la tige en fonction de B, l et v.
   b) En déduire l'expression du courant induit.
   c) Appliquer le théorème du centre d'inertie puis montrer que la tige atteint une vitesse limite v_L que l'on exprimera en fonction de m, B, l, g et R.
2) Les rails sont isolants.
   a) Calculer la différence de potentiel $u_{AC} = V_A - V_C$ entre les points A et C.
   b) Appliquer le théorème du centre à la tige. Quelle est la nature du mouvement de cette dernière ?

Exercice 6 :

Deux rails conducteurs horizontaux AA' et CC' sont distants de l = 10 cm. Leur résistance est nulle. Les rails situés dans le plan horizontal sont placés dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et vertical (B = 40 mT). Les points A et C sont reliés par une résistance R = 10 Ω. Une tige de cuivre de résistance nulle est placée perpendiculairement aux rails avec une vitesse constante $\vec{v}$ de valeur ϑ = 50 cm.s^{-1}.



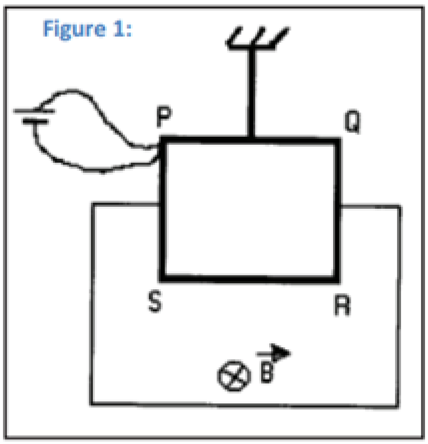
1. Déterminer la f.e.m d'induction qui prend naissance dans le circuit.
   1.1 A partir du flux à travers le circuit.
   1.2 A partir du champ électromoteur de MN.
2. En déduire l'intensité et le sens du courant induit.
   Retrouver le sens du courant induit en appliquant la loi de Lenz.

Exercice 7 :

On prendra $g = 10\, m.s^{-2}$.

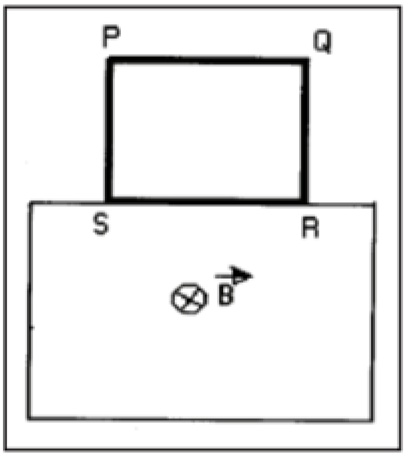
Une spire ayant la forme d'un cadre vertical carré PQRS de côté $a = 10\, cm$, de masse $m = 100\, g$ est parcouru par un courant d'intensité $I = 4\, A$. Cette spire est plongée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ de valeur $B = 0{,}2\, T$ (Voir figure 1).

La spire est spire est suspendue par un fil vertical de masse négligeable.



1. Déterminer les caractéristiques des forces électromagnétiques qui s'exercent sur les côtés du cadre.
2. Quelle est la valeur de la tension du fil à l'équilibre ?
3. On supprime le courant dans le cadre et on coupe le fil à la date $t = 0$. La spire tombe alors en chute libre. Le schéma ci-dessous représente la corde à l'origine des temps. Dans la suite, on néglige les forces électromagnétiques.
   a) Représenter la spire lorsqu'elle est partiellement plongée dans le champ magnétique et exprimer à la date t correspondante la surface

de la partie plongée dans le champ magnétique et exprimer à la date t correspondante la surface de la partie plongée dans le champ magnétique.



b) Exprimer le flux magnétique à travers la corde à la date t.

c) En déduire l'expression de la f.é.m induite et préciser le sens du courant traversant la spire.

d) Calculer l'intensité de ce courant à $t = 0{,}5\ s$, si la résistance totale du cadre est$r = 3\Omega$.

Auto-induction électromagnétique

Exercice 1 :

Un solénoïde d'inductance L est formé de 10 couches superposées de spires jointives de fil conducteur de diamètre d = 0,5 mm (y compris l'isolant). Les spires occupent une longueur l = 50 cm et le rayon moyen des spires est R = 2,5 cm. On donne : $\mu_0 = 4.\pi.10^{-7}$ SI.

Calculer l'inductance du solénoïde et l'énergie électromagnétique mise en jeu quand l'intensité qui le parcourt est i = 20 A.

Exercice 2 :

Une bobine de longueur l = 1 m, comportant N = 1600 spires de rayon R = 20 cm, assimilable à un solénoïde est parcourue par un courant d'intensité I = 1 A.

1. Donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ à l'intérieur de la bobine.
2. Montrer que l'inductance de la bobine a pour expression : $L = \mu_0 \frac{N^2}{L} \pi R^2$.
3. La norme de $\vec{B}$ décroit de 2.10^{-2} T à 10^{-2} T en 6 ms. Calculer la valeur moyenne <e> de la f.é.m. induite qui apparait dans la bobine.

Exercice 3 :

Une bobine a pour résistance R = 10 Ω et pour inductance L = 1 H. On établit à ses bornes, à la date t = 0, une tension U = 6 V, délivrée par un générateur de tension continue G.

1. Vérifier que l'intensité du courant électrique, dans le circuit est donnée par la relation :
$$i = \frac{U}{R}(1 - \exp(-\frac{R}{L})t) \quad \textbf{(1)}$$
On vérifiera que **(1)** est bien solution de l'équation différentielle régissant l'établissement du courant i dans le circuit.
2. Quelle est l'intensité du courant en régime permanent ?
3. On mesure l'intensité du courant en fonction du temps. On obtient le tableau suivant :

t (s)	0	0,05	0,10	0,15	0,30
i (A)	0	0,24	0,38	0,47	0,57

Tracer la courbe représentative de la fonction i = f(t).

4. Quelle est la signification physique du rapport $\tau = \frac{L}{R}$, appelé constante de temps? Que vaut i pour t = τ ?

Exercice 4 :

Une bobine d'inductance L et de résistance R = 6,3 Ω est parcourue par un courant dont l'intensité i est représentée sur la figure ci-contre. Déterminer la valeur de L pour la tension aux bornes de la bobine soit nulle à t = 50 ms.

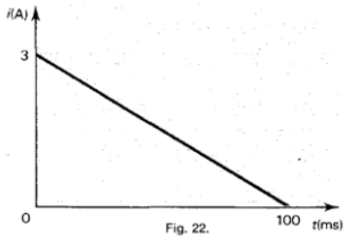


Fig. 22.

Exercice 5 :

Le montage de la figure 1 représente un circuit qui comporte, montés en série :

— entre les points A et B, un conducteur ohmique de résistance R = 1000 Ω ;
— entre les points B et C, une bobine de résistance négligeable et d'auto-inductance L.

Ce circuit est alimenté par un générateur de tension délivrant des signaux triangulaires. On applique :

— d'une part, sur la voie 1, la tension u_{CB} aux bornes de la bobine ;

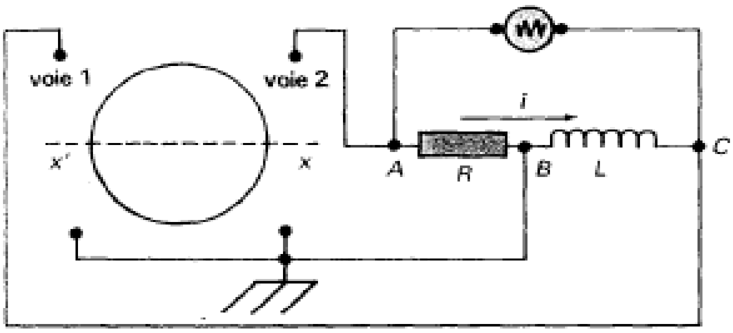


fig.1

— d'autre part, sur la voie 2, la tension u_{AB} aux bornes du résistor. La figure 2 représente l'image obtenue sur l'écran.

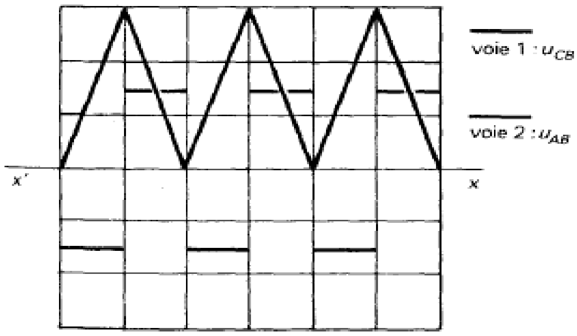


fig. 2

On a réglé la base de temps sur la sensibilité de 10^{-3} seconde par division et la sensibilité verticale :

— sur 20 millivolts par division pour la voie 1 ;
— sur 2 volts par division pour la voie 2.

1. On observe que la tension u_{AB} forme une trace pratiquement triangulaire. Justifier la trace en créneaux observée pour la tension u_{CB} et représentée sur la figure 2.
2. Calculer l'auto-inductance L de la bobine.
3. Calculer l'énergie maximale W_{max} emmagasinée dans la bobine.

Exercice 6 :

On considère une bobine assimilable à un solénoïde théorique ayant les caractéristiques suivantes :

- Rayon moyen des spires : R = 10 cm.
- Nombre total de spires : N = 500.
- Longueur de la bobine l = 1 m.

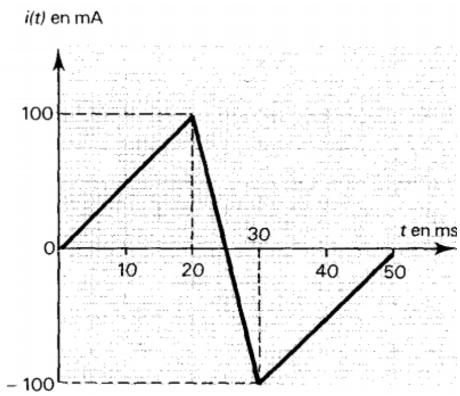
1. Calculer l'inductance L de la bobine.

2. Le courant qui circule dans la bobine est caractérisé, successivement par les valeurs suivantes exprimées en ampères :

$i_1 = 2A$, $i_2 = 5t + 2$ et $i_3 = 2\sqrt{2}\sin(100\pi t)$ (t en s).

Calculer la force électromotrice d'auto-induction dans la bobine dans chacun des trois cas.

3. Un courant i(t) traverse la bobine (représentation de la figure ci-contre).



Tracer la représentation graphique de la tension u = $V_M - V_N$ aux bornes de la bobine sachant que le sens positif sur le conducteur va de M vers N et que la résistance interne est négligeable.

Exercice 7 : extrait BAC S_1-S_3 1999

On néglige le champ magnétique terrestre ; $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$S.I.

On considère une bobine de longueur L = 50 cm comportant n = 1000 spires de rayon moyen r = 2 cm.

1. La bobine est traversée par un courant d'intensité I. L'intensité B_b du vecteur champ magnétique au centre de cette bobine est 10^{-2}T.
   1.1. Peut-t-on utiliser la relation $B_b = \mu_0 NI$? Justifier. Calculer I.
   1.2. Indiquer par un schéma clair comment se placerait une aiguille aimantée au centre de la bobine en choisissant un sens de parcours du courant ?
2. Un aimant droit situé dans le plan horizontal est placé perpendiculairement à l'axe de la bobine horizontale, toujours traversée par le même courant.
   2.1. Représenter au centre de la bobine les vecteurs champs $\vec{B}_0$ créé par l'aimant droit et $\vec{B}_b$ créé par la bobine en précisant les pôles de l'aimant et le sens du courant. $B_0 = 10^{-2}$T.
   2.2. Préciser la nouvelle orientation de l'aiguille. Quelle est l'intensité B_r du champ résultant ?
3. La bobine est maintenant en circuit ouvert. Dans le champ magnétique uniforme horizontal $\vec{B}_0$, un dispositif approprié permet de faire tourner librement la bobine autour d'un axe vertical passant par son centre avec une vitesse angulaire constante ω= 4πrad/s.
   3.1. A l'instant t = 0, l'axe de la bobine et $\vec{B}_0$, sont parallèles. La normale aux spires étant orientée dans le sens de $\vec{B}_0$, calculer le flux , φ_0 de la bobine.
   3.2. A une date quelconque, la bobine a tourné de l'angle θ= ωt. Exprimer, en fonction des données, le flux magnétique φ(t) à travers la bobine. Le calculer à la date t = 0,25 s.
   3.3. Montrer que la bobine est le siège d'une force électromotrice d'induction e(t). Calculer sa valeur maximale.

Exercice 8 : extrait BAC S_1-S_3 2002

On réalise le circuit comprenant une bobine d'inductance L et de résistance

$r = 11\ \Omega$, un résistor de résistance $R_1 = 100\ \Omega$, un interrupteur, un ampèremètre et un générateur de tension continue dont la f.é.m est E_0 et sa résistance interne est négligeable. (figure 4)

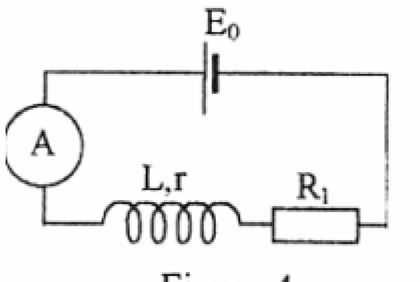


Figure 4

1. L'interrupteur est fermé, le régime permanent étant établi, l'ampèremètre indique I = 0,50 A. Avec un teslamètre, on mesure l'intensité du champ magnétique à au centre de la bobine. On trouve B = 0,31 mT.

La longueur de la bobine est l = 40 cm et son diamètre est d = 5 cm. Ces dimensions permettent de considérer la bobine comme un solénoïde.

1.1. Représenter sur une figure claire le champ magnétique à au centre du solénoïde et préciser la nature de ses faces.

1.2. Calculer le nombre de spires N du solénoïde.

2. Le circuit précédent étant maintenu, on remplace le générateur de tension continue par un générateur basse fréquence délivrant une tension en créneaux (figure 5). Cette tension périodique varie entre 0 et $E_1 = 6$ V.

(voir figure 6)

On désire suivre l'évolution de la tension aux bornes du résistor par un oscilloscope à mémoire bicourbe.

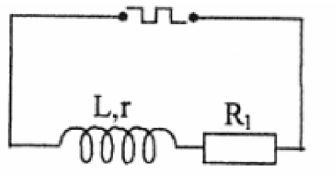


Figure 5

2.1. Reproduire la figure 5 et indiquer les branchements à réaliser pour visualiser sur l'écran de l'oscilloscope la tension aux bornes du générateur à la voie A et la tension aux bornes du résistor à la voie B.

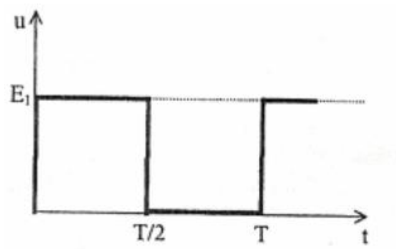


Figure 6

2.2. Établir l'équation différentielle régissant la variation de l'intensité du Courant lorsque $t \in \left[0; \frac{T}{2}\right]$, T étant la période de la tension délivrée

2.3. Vérifier que $\frac{E_1}{R_1+r}(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ est une solution de cette équation où τ est une constante que l'on exprimera en fonction de R_1, r et L.

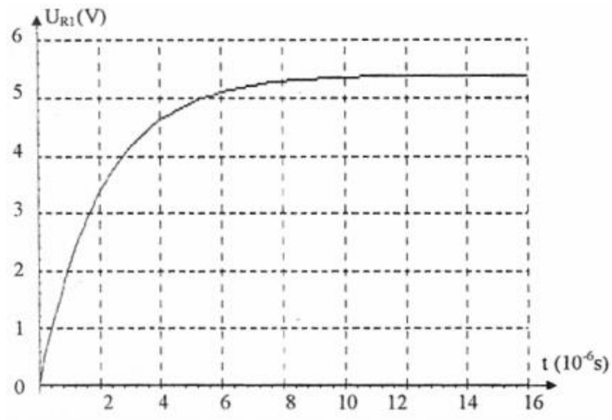


figure 7

2.4.

a) Que représente r pour le circuit ? Déterminer à partir du graphe de la figure 7 sa valeur en explicitant la méthode utilisée.

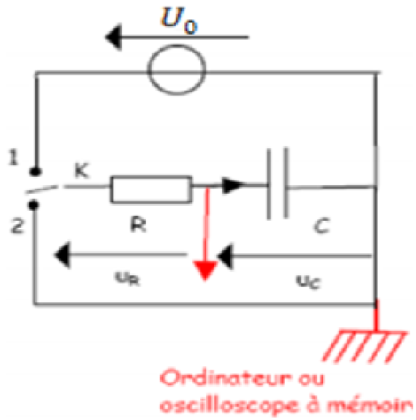
c) A partir de cette valeur, vérifier la valeur du nombre de spires N trouvée à la question 1.2

Donnée: perméabilité magnétique du vide: $\mu_o = 4\pi.10^{-7}$S.I

Condensateur :

Exercice 1 :

Dans le but de déterminer la capacité d'un condensateur, on utilise le montage ci-contre.



1. Charge du condensateur

   On bascule l'interrupteur en position (1)

   - Etablir l'équation différentielle liant q et $\dot{q}$.
   - Vérifier que $q(t)$ est de la forme $q(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ où A et τ sont des constantes que l'on exprimera en fonction des données

2. Décharge du condensateur

Le condensateur chargé, on bascule l'interrupteur en position (2). Un dispositif approprié permet d'enregistrer les valeurs de la tension u_c aux bornes du condensateur en fonction du temps et donne les résultats suivants:

$t(s)$	2	4	6	8	9
$u_c(V)$	3,90	2,56	1,72	1,10	0,90

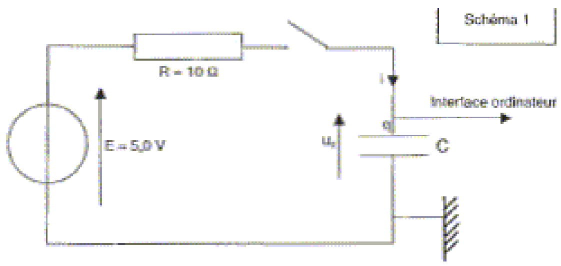
2.1. Tracer la courbe représentant lnu_c en fonction du temps.

2.2. Etablir l'équation qui donne u_c en fonction de R, C, u_0 et t R, C, U. En déduire l'expression du coefficient directeur de la droite obtenue. On pose $\tau = RC$. Calculer la valeur de τ et en déduire la valeur de C sachant que $R = 10^6 \Omega$.

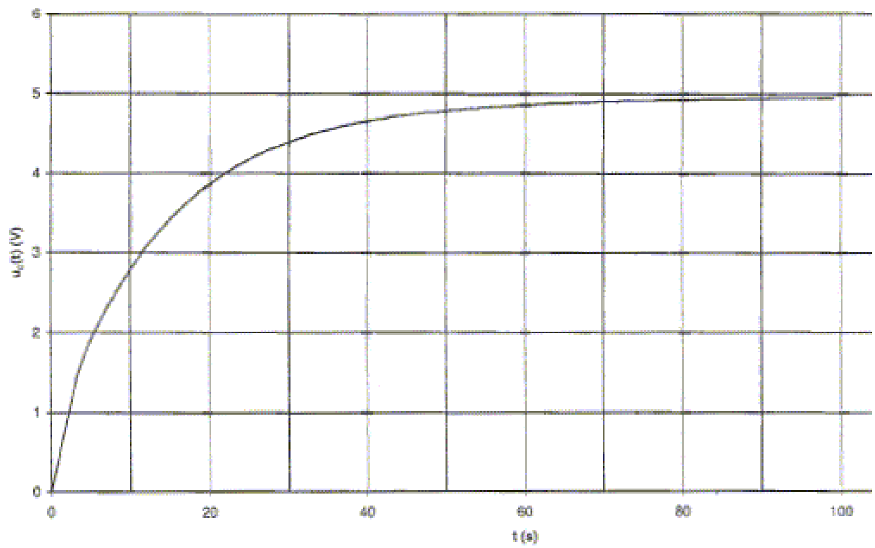
Exercice 2 :

I. Charge d'un condensateur à l'aide d'une source de tension constante :

on dispose d'un condensateur sur lequel le fabriquant a indiqué "1 F". Pour vérifier la valeur de la capacité, on réalise le circuit suivant :



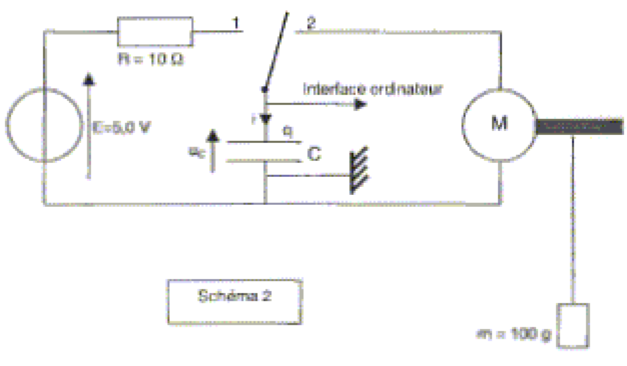
A l'instant$t = 0$, on ferme l'interrupteur et on relève la tension aux bornes du condensateur. On obtient la courbe suivante :



1. En utilisant la loi d'additivité des tensions, établir la relation qui existe entre $u_c(t)$ et sa dérivée par rapport au temps (équation différentielle vérifiée par u_c).
2. Vérifier que $u_c(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ est solution de l'équation différentielle et vérifie la condition initiale $u_c(0) = 0$. Déterminer l'expression de τ en fonction des caractéristiques du circuit.
3. A partir de l'enregistrement et par une méthode de votre choix déterminer la capacité C du condensateur. Comparer avec la valeur donnée par le fabriquant.

II. Restitution de l'énergie et décharge à courant constant : On prendra $C = 1{,}0\ F$

Le condensateur est incorporé au montage suivant :



M est un moteur sur lequel est enroulé une ficelle soutenant à son extrémité une masse $m = 100\ g$.

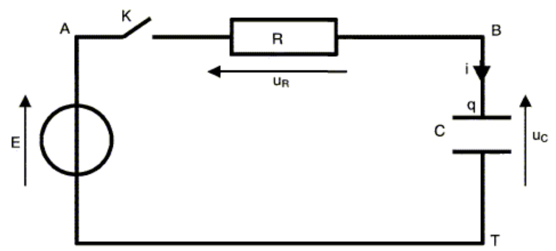
1. A l'instant $t = 0$, pris comme nouvelle origine des temps, on bascule l'interrupteur en voie 2. Le condensateur se décharge et le moteur se met en mouvement entraînant la charge m =100 g. Celle-ci monte d'une hauteur h= 3,10 m en 18 s. Les valeurs enregistrées par le logiciel sont les suivantes : $t = 0$ (démarrage du moteur) ; $u_c(0) = 4{,}9\ V$; $t = 18\ s$ (arrêt du moteur), $u_c(18) = 1{,}5\ V$.
   L'enregistrement de $u_c(t)$ par le logiciel donne une courbe qui peut être assimilée à une droite représentée par $u_c(t) = at + b$ avec $a < 0$ et $b > 0$.
   - Calculer les valeurs numériques des constantes a et b.
2. Déterminer l'expression de la charge instantanée $q(t)$ du condensateur en fonction du temps. En déduire la valeur de l'intensité du courant i. Que pensez-vous du signe de i ?
3. Calculer successivement :
   - l'énergie stockée dans le condensateur à $t = 0$.
   - l'énergie restant à $t = 18\ s$.
   - l'énergie cédée par le condensateur.
   - l'énergie mécanique (potentielle) reçue par la masse ($g = 9{,}8 m.s^{-2}$)
   - le rendement du dispositif.

Exercice 3 :

On dispose de deux composants : un conducteur ohmique de résistance $150\ \Omega$ et un condensateur de capacité C inconnue.

L'objectif de la séance est de déterminer la valeur de C. Pour cela, on choisit d'étudier la charge du condensateur à travers le conducteur ohmique à l'aide d'un générateur de tension de f.e.m. $E = 5{,}1\ V$.

On réalise donc le montage schématisé ci-dessous et on utilise par exemple un système d'acquisition informatique

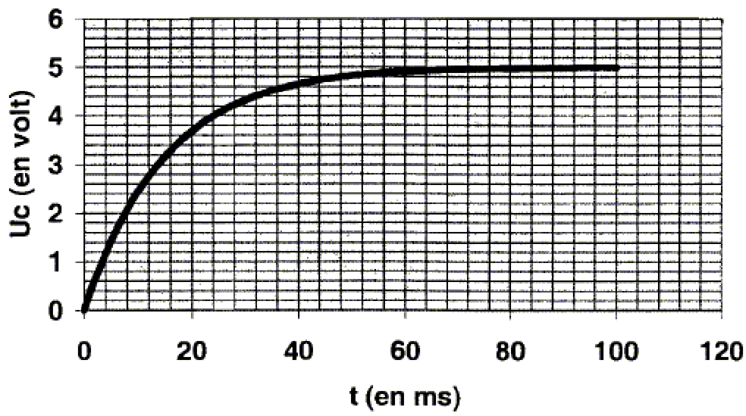


1°) Refaire sur la copie le schéma du montage n°1 en indiquant les branchements nécessaires pour suivre

l'évolution de la tension $u_C(t)$ aux armatures du condensateur en fonction du temps.

Constante de temps : On suppose le condensateur déchargé.

A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K. On obtient la courbe ci-dessous.



Le phénomène observé est caractérisé par une grandeur appelée constante de temps notée τ.

2°) Que signifie l'expression " phénomène caractérisé par τ " ?

3°) A l'aide de la courbe, estimer l'ordre de grandeur de τ sans aucun calcul.

4°) Quelle est l'expression de τ en fonction des caractéristiques des composants du circuit ?

5°) Vérifier que l'expression précédente est homogène à un temps.

Equation différentielle vérifiée par $u_C(t)$:

Les conventions de sens et d'orientation pour le courant et les tensions sont indiquées sur le schéma du montage.

6°) Ecrire la relation qui existe entre E, u_R et u_C.

7°) Exprimer u_R en fonction de l'intensité i du courant.

8°) Rappeler l'expression de i en fonction de q, charge portée par l'armature reliée au point B du circuit.

9°) Rappeler l'expression de q en fonction de u_C. En déduire celle de i en fonction de u_C.

10°) En utilisant les résultats précédents montrer que la tension aux armatures du condensateur $u_C(t)$ vérifie l'équation différentielle.

<u>Propriétés de la fonction $u_c(t)$</u>

11°) Vérifier que $u_c(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ est solution de l'équation différentielle précédente et satisfait à la condition initiale :

12°) Déterminer la valeur du rapport $\frac{u_c}{E}$ à la date $t = \tau$.

13°) En utilisant ce résultat et en exploitant la courbe n°1, déterminer la valeur de τ puis celle de C.

<u>Exercice 4 :</u>

On associe en série un générateur basse fréquence (GBF), un résistor ($R = 10k\Omega$), un condensateur de capacité $C = 10\mu F$ et un interrupteur. Le GBF délivre une tension u, rectangulaire telle que : $u(t) = U_0 = 10\ V$ sur l'intervalle $\left[0;\frac{T}{2}\right]$ et $u(t) = 0$ sur l'intervalle $\left[\frac{T}{2};T\right]$

1. Représenter u(t) sur l'intervalle$[0; 2T]$.
2. A l'instant $t = 0$ on ferme l'interrupteur et la tension u(t) prend la valeur U_0. Etablir l'équation différentielle caractérisant la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur pendant la première demi-période de $u(t)$.
   - Faire un schéma en indiquant le sens du courant et les différentes tensions.
   -On donne comme solution de l'équation différentielle : $u_c = A(1 - e^{-\alpha t})$. Déterminer littéralement et numériquement A et α.
   - Que représentent physiquement A et α.
   - En déduire l'expression de $u_c(t)$.
   - Vérifier que la solution trouvée satisfait aux conditions initiales
   - Donner l'allure de la courbe $u_c(t)$ dans le cas où $\frac{T}{2}$ est très supérieur au produit RC.
   - En déduire l'énergie stockée à chaque instant par le condensateur.
   - Que vaut cette énergie en fin de charge ($\frac{T}{2} \gg RC$)
   - A quel instant t_1 la charge maximale est-elle atteinte au millième près ?

3. A l'instant $t = \frac{T}{2}$, la tension $u(t)$ passe de U_0 à 0. On réalise un changement de repère temporel : on appelle t' la nouvelle variable pour laquelle l'instant initial $t^{'} = 0$ correspond à $t = \frac{T}{2}$.
   - Etablir l'équation différentielle caractérisant la tension $u(t')$ aux bornes du condensateur pendant la seconde demi-période de $u(t)$.
   - Faire le schéma du montage en faisant apparaître l'intensité et les différentes tensions.
   - On donne comme solution de l'équation différentielle : $u_c = Be^{-\beta t}$. Déterminer littéralement et numériquement B et β.
   - Que représentent physiquement β. Quel rapport avec α ?
   - En déduire la valeur de B puis l'expression de $u_c(t')$.
   - Vérifier que la solution trouvée satisfait aux conditions initiales
   - Donner l'allure de la courbe $u_c(t')$ dans le cas où $\frac{T}{2}$ est très supérieur au produit RC.
   - En déduire l'énergie stockée à chaque instant par le condensateur.
   - Que vaut cette énergie en fin de décharge ($\frac{T}{2} \gg RC$)
   - A quel instant t'_2 la charge vaut-elle 37% de la charge maximale ?

   Données : $ln10 = 2,3$; e^1 = 100/37

Exercice 5 : extrait BAC S_1-S_3 1999

On se propose de déterminer la capacité un condensateur non polarisé. On charge le condensateur de capacité C inconnue à travers un conducteur ohmique de résistance $R = 330\ k\Omega$ à l'aide d'un générateur délivrant une tension continue constante égale à $U_0 = 12\ V$. On relève la valeur de la tension U aux bornes du condensateur pour différentes dates données et on trace la courbe $U_c = f(t)$: courbe n° 2.

1. Quelle est la valeur de la tension U_c lorsque l'intensité du courant dans le circuit s'annule ? Justification par un calcul, à l'appui.
2. On cherche à déterminer la capacité C du condensateur en calculant la constante de temps $\tau = RC$ du dipôle (R, C).
   a. Établir l'équation différentielle d'évolution de la tension U_c lorsque le dipôle (R, C) est soumis à une tension constante U_O.
   b. Montrer que $U_0 = U_C(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$ est solution de l'équation différentielle.
   c. Une méthode de détermination de τ fait appel au tracé de la tangente à la courbe $U_c = f(t)$ à l'instant$t = 0$. Montrer que cettetangente coupe la droite $U_C = U_0$en un point d'abscisse $t = \tau$. En déduire la valeur numérique de cette constante de temps.

d. Calculer la capacité du condensateur.

Exercice 6 : extrait BAC S_2 2013

Le condensateur est un composant qui peut emmagasiner de l'énergie électrique. Cette énergie peut être restituée, à tout moment, sous diverses formes.

Dans la suite on étudie la charge puis la décharge d'un condensateur. Pour ce faire, on réalise le montage schématisé ci-après (figure1).

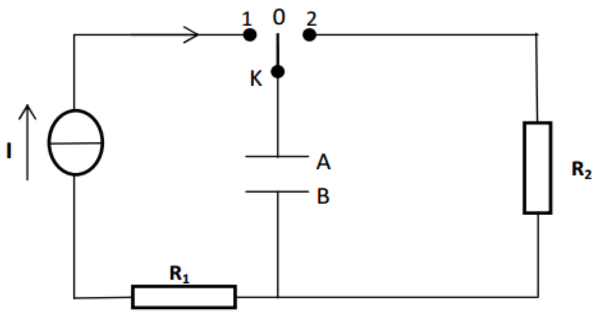


Figure 1

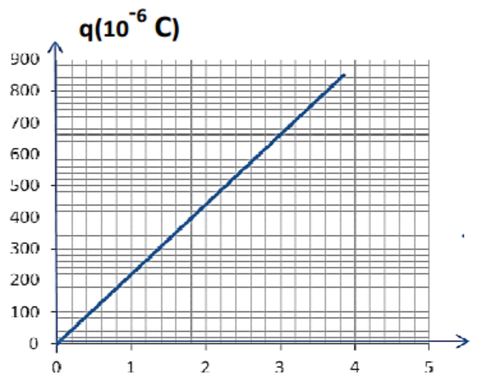


Figure 2

1. Etude de la charge du condensateur

Le condensateur étant initialement déchargé, on ferme l'interrupteur K en position 1 (figure 1) à la date $t = 0$. On considère, dans cette étape, qu'un courant d'intensité constante $I = 17\ \mu A$ traverse le circuit.

On enregistre, par un dispositif approprié, les valeurs de la tension u_{AB} entre les armatures du condensateur au cours du temps t. L'enregistrement étant terminé, on calcule, pour chaque valeur de t la charge $q(t)$ de l'armature A du condensateur.

1.1. Tenant compte de l'orientation du circuit, donner l'expression qui permet de calculer la charge q en fonction de la date t.

1.2. Le graphe de la charge q en fonction de la tension u_{AB} est représenté à la figure 2. Déduire, par exploitation du graphe :

a. la capacité C du condensateur.
b. la date à laquelle la tension u_{AB} prend la valeur 1,80 V.

2. Etude de la décharge du condensateur Lorsque la tension entre les armatures vaut $U_0 = 3,85\ V$, on bascule l'interrupteur en position 2,à une date prise comme origine des temps $t = 0$.

2.1. Montrer que l'équation différentielle vérifiée parla tension instantanée u_{AB} est de la forme : $\frac{1}{\beta}\frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = 0$ où β est une constante dont on donnera l'expression en fonction des caractéristiques des dipôles du circuit.

2.2. Donner le nom de la constante $\frac{1}{\beta}$; préciser sa signification physique.

2.3. L'équation différentielle a une solution de la forme $u_{AB} = \alpha e^{-\beta t}$où α est une constante.

2.3.1. Préciser la valeur de α. Ebaucher la courbe traduisant la variation de la tension $u_{AB}(t)$ aux bornes du condensateur en fonction du temps.

2.3.2. Exprimer, puis calculer l'énergie, E_0, emmagasinée par le condensateur, à la date $t = 0$.

2.3.3. En supposant que cette énergie a pu être restituée, totalement, par le flash d'un appareil photo, en une durée égale à $0,1\ ms$, calculer la puissance moyenne de ce « flash ».

Oscillations électriques

Exercice 1 :

1. Un condensateur de capacité C_1 est chargé sous une tension U_1 (fig.1). Calculer la charge Q_1 portée par l'armature A ainsi que l'énergie emmagasinée E_1. A.N : $C_1 = 1\mu F$; $U_1 = 40\ V$.
2. Le condensateur C_1, chargé dans les conditions précédentes, est isolé, puis relié à une bobine d'auto-inductance L. La résistance du circuit est négligeable (fig.2). A la date $t = 0$ on ferme l'interrupteur K. Un oscillographe permet de visualiser la tension $u(t)$ aux bornes de la bobine. On obtient la courbe représentée (fig.3).

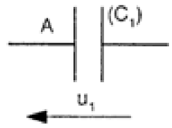


FIG.1

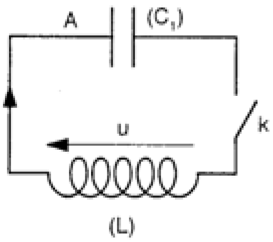


FIG.2

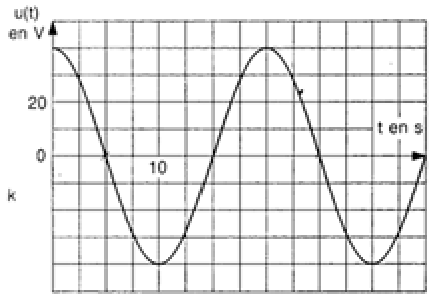


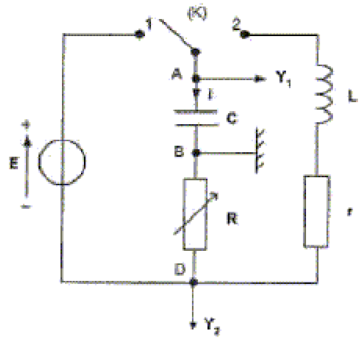
FIG.3

2.1. Soit $q(t)$ la charge portée par l'armature A à la date t. L'intensité $i(t)$ est comptée positivement quand le courant circule dans le sens indiqué sur le schéma. Etablir l'équation différentielle vérifiée par le charge $q(t)$. En déduire l'expression littérale de la tension $u(t)$.

2.2. Déterminer les valeurs de la tension maximale et de la pulsation.

2.3. Quelles sont les expressions littérales en fonction du temps de l'énergie emmagasinée dans le condensateur, dans la bobine et de l'énergie totale emmagasinée dans le circuit. Comparer à la valeur E_1. Conclure.

Exercice 2 :



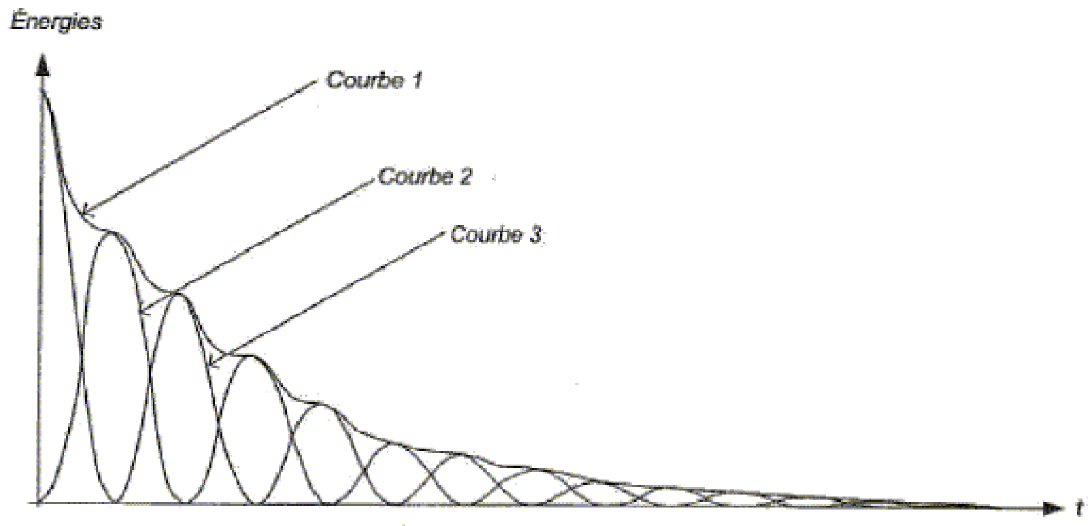
Ce circuit est constitué des éléments suivants : - un générateur délivrant une tension continue constante de valeur $E = 4{,}0\ V$; - une résistance R réglable ;- un condensateur de capacité

$C = 2{,}0\mu F$;- une bobine d'inductance L et de résistance r. Un commutateur (K) permet de relier le dipôle (RC) soit au générateur, soit à la bobine.

L'entrée Y_1 d'une interface, reliée à un ordinateur, est connectée à la borne A ; l'autre entrée Y_2 est connectée à la borne D. La masse de l'interface est connectée à la borne B. Les entrées Y_1 , Y_2 et la masse de l'interface sont équivalentes respectivement aux entrées Y_1 , Y_2 et à la masse d'un oscilloscope.

1. <u>Étude énergétique du condensateur</u> :
   Au cours de cette question, on étudie la charge du condensateur. À l'instant de date $t = 0\ s$, le condensateur est déchargé et on bascule le commutateur en position.
   -Représenter, sur la figure, par des flèches : - la tension $u_{DB}(t)$ aux bornes de la résistance ;- la tension $u_{AB}(t)$ aux bornes du condensateur.
   - Charge du condensateur : Donner, en le justifiant, le signe de la charge q portée par l'armature A du condensateur au cours de sa charge et la relation existant entre la charge q et la tension u_{AB}.
   En tenant compte de l'orientation du circuit, donner la relation vérifiée à chaque instant par l'intensité $i(t)$) du courant et la charge $q(t)$.
   A partir des expressions des tensions aux bornes des trois dipôles, établir l'équation différentielle vérifiée par $u_{AB}(t)$.
   Vérifier que l'expression suivante de $u_{AB}(t)$ est solution de cette équation différentielle : $u_{AB}(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$
   - Énergie électrique E_e emmagasinée par le condensateur : donner en fonction de $u_{AB}(t)$ l'expression littérale de l'énergie électrique E_e emmagasinée par le condensateur. En déduire l'expression littérale $E_{e\,max}$ E de sa valeur maximale et calculer sa valeur.

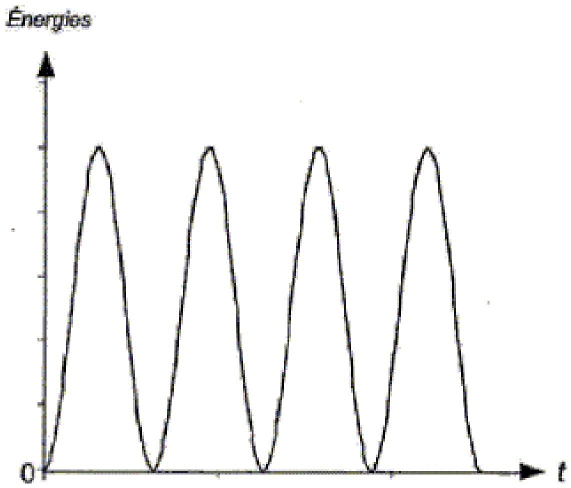
2. <u>Étude énergétique du circuit RLC</u> :
   Une fois le condensateur chargé, l'élève bascule rapidement le commutateur (K) de la position 1 à la position 2 : il prend l'instant du basculement comme nouvelle origine des dates. Le condensateur se décharge alors dans la bobine. L'acquisition informatisée des tensions permet de visualiser l'évolution des tensions $u_{AB}(t)$ et $u_{DB}(t)$ en fonction du temps. Après transfert des données vers un tableur-grapheur, l'élève souhaite étudier l'évolution des différentes énergies au cours du temps.
   - Exprimer littéralement, en fonction de $i(t)$ i(t), l'énergie magnétique E_m emmagasinée dans la bobine.
   - À partir de l'une des tensions enregistrées $u_{AB}(t)$ et $u_{DB}(t)$, donner l'expression de l'intensité instantanée $i(t)$. En déduire l'expression de l'énergie magnétique emmagasinée dans la bobine en fonction de l'une des tensions enregistrées.
   - En déduire l'expression de l'énergie totale E_T du circuit en fonction des tensions $u_{AB}(t)$ et $u_{DB}(t)$.
   -À partir du tableur-grapheur, l'élève obtient le graphe ci-dessous (figure 2) qui montre l'évolution, en fonction du temps, des trois énergies : E_e énergie électrique, E_m, énergie magnétique et E_T énergie totale.



   Identifier chaque courbe en justifiant. Quel phénomène explique la décroissance de la courbe 1 ?

3. <u>Entretien des oscillations</u> :
   Pour entretenir les oscillations, on ajoute en série dans le circuit précédent un dispositif assurant cette fonction. On refait alors une acquisition informatisée.
   - Tracer sur la figure ci-dessous, les deux courbes manquantes. Préciser

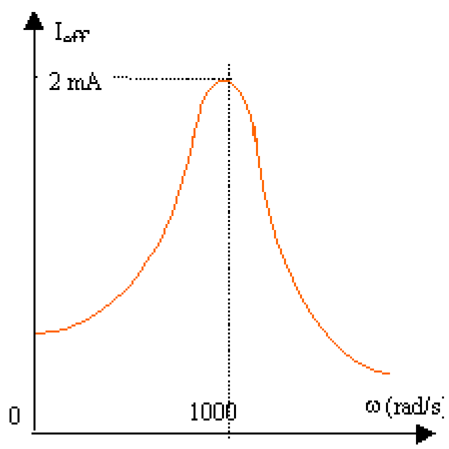
ce que chacune des trois courbes représente.
- Pourquoi un tel régime est-il qualifié d'entretenu ?



Exercice 3 :

A l'aide d'un générateur basse fréquence et d'un ampèremètre, on trace la courbe de résonance d'un circuit série comprenant une bobine d'inductance $L = 1\ H$ et de résistance négligeable, un condensateur de capacité C et une résistance R.

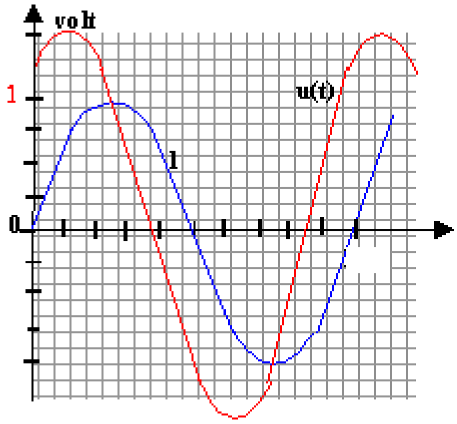
En ordonnée, on a représenté la valeur efficace I_{eff} du courant et en abscisse sa pulsation ω. Le générateur délivre une tension sinusoïdale de valeur efficace $1\ V$. On obtient la courbe suivante :



1. Représenter le montage expérimental en incorporant tous les éléments.
   - Donner les valeurs de la capacité C et de la résistance .
2. On remplace dans le montage précédent l'ampèremètre par un oscilloscope à deux voies et à masse unique.

- Indiquer le branchement des entrées Y_1, Y_2 pour visualiser le déphasage φ de $u(t)$ par rapport à $i(t)$.
- Que vaut φ à la résonance ?

3. On fixe la pulsation à $\omega = 1000\ rad/s$. On double la capacité du condensateur $(C_1 = 2C)$. Grâce à l'oscilloscope, on visualise les courbes représentant la tension u(t) aux bornes du générateur et la tension aux bornes de la résistance R.



- Déterminer la sensibilité horizontale de l'oscilloscope en seconde par division sachant que l'on observe trois périodes sur l'écran de l'oscilloscope.
- Déterminer la sensibilité verticale de l'oscilloscope en Volt par division, sachant qu'elle est identique pour les deux entrées de l'oscilloscope et sachant que l'amplitude de la tension $u(t)$ est de 3 divisions.
- Donner la valeur du déphasage φ de $u(t)$ par rapport à $i(t)$. (N'oubliez pas le signe de φ).
- Donner l'intensité efficace du courant.

Exercice 4 :

Un dipôle (RLC) série constitué :

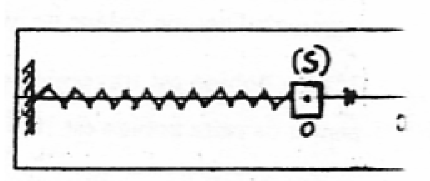
- d'un conducteur ohmique de résistance : $R = 50\Omega$;
- d'une bobine d'inductance $L = 45\ mH$ et de résistance négligeable;
- d'un condensateur de capacité : $C = 10\mu F$.

On alimente ce dipôle par une tension sinusoïdale de tension efficace $U = 6\ V$ et de fréquence $N = 100\ Hz$

a) Faire la représentation de Fresnel relative à ce circuit.
b) Calculer l'impédance du circuit.
c) Calculer l'intensité efficace du courant.
d) Calculer la tension efficace aux bornes de chaque composant.
e) Calculer la phase de la tension par rapport à l'intensité.

Exercice 5 : extrait BAC S_1-S_3 1999

Un solide (S) de masse m est fixé à l'extrémité d'un ressort de raideur K conformément au schéma ci-contre. Un dispositif approprié crée une force excitatrice $\vec{F} = (F_m \cos(\omega t))\vec{\imath}$ assurant le mouvement de (S) sur l'axe x'ox.



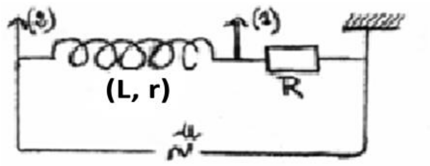
Soit $\overrightarrow{F'} = -\lambda \vec{v}$ la résultante des forces de frottements que subit (S) lors de son mouvement de translation. λ est une constante positive, $\vec{v} = v_x \vec{\imath}$ est le vecteur vitesse de (S) avec $v_x = V_m \cos(\omega t + \varphi)$.

1) En appliquant le principe fondamental de la dynamique au solide (S) établir l'équation différentielle qui régit son mouvement en fonction de m, $\frac{dv}{dt}$, $\int v dt$, λ et k.
2) Après avoir établi l'équation différentielle d'un circuit (R, L, C) aux bornes duquel on a appliqué une tension $u = U_m \cos(\omega t)$, faire l'étude analogique entre les grandeurs mécaniques de l'oscillateur et les grandeurs électriques.
3) A l'aide de ces analogies, faire la construction de Fresnel de l'oscillateur.
4) A l'aide de la construction de Fresnel, déterminer F_m et φ en fonction de λ, k, ω et m.
5) Etablir les expressions de l'impédance mécanique $Z_{méc}$ et de l'amplitude X_m des oscillations mécaniques
6) Pour quelle valeur ω_0 de ω a-t-on la résonance mécanique ?

Exercice 6 : extrait BAC S_2 2000

1. Un dipôle D, comprend, en série, une bobine d'inductance L et de résistance r, un résistor de résistance $R = 20$. On applique aux bornes de cette association une tension sinusoïdale $u = U_m \cos(\omega t)$.

Grâce à un oscilloscope on observe les courbes de la figure (1). Le balayage est réglé à 2,5.10^{-3} s/cm et la sensibilité des voies (1) et (2) est 1 V/cm.



1.1. A partir des courbes, déterminer la période (T), la pulsation (ω) et la fréquence (N) de la tension sinusoïdale.
1.2. Déterminer l'amplitude (U_{max}) de la tension aux bornes du dipôle D et l'intensité maximale (I_{max}) du courant traversant l'association.

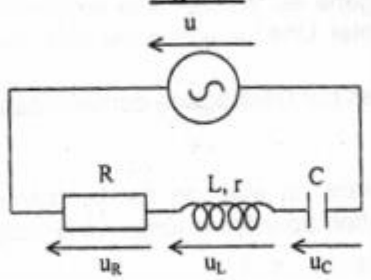
1.3. Déterminer la différence de phase entre la tension aux bornes du dipôle D et le courant qui le traverse.
1.4. Déterminer les valeurs de l'impédance Z, du dipôle D, de r et de L de la bobine inductive.
2. On insère dans le circuit précédent, et en série, un condensateur de capacité $C = 112\ \mu F$. On observe sur l'écran de l'oscillographe les courbes de la figure(2). Les réglages du balayage et des sensibilités verticales ne sont pas modifiés.
2.1. Préciser l'état de fonctionnement du nouveau circuit. Quel est le nouveau déphasage entre le courant et la tension aux bornes de ce circuit ?
2.2. L'état de fonctionnement de ce circuit est-il compatible avec la valeur de l'impédance Z trouvée à la question 1.4 ?
2.3. A partir des grandeurs visualisées, dans la figure 2, retrouver la valeur de la résistance (r) de la bobine.

<u>Exercice 7 :</u> extrait BAC S_2 2002

Soit un dipôle R, L, C série formé d'un résistor de résistance R, d'une bobine d'inductance L et de résistance $r = 17{,}65\ \Omega$ et d'un condensateur de capacité C.

Il est relié aux bornes d'un générateur qui délivre une tension sinusoïdale de valeur efficace constante $U = 1\ V$. La fréquence f de cette tension est réglable. Le dipôle est parcouru par un courant d'intensité efficace I. (Figure 2)

Figure 2



1. Établir l'équation différentielle qui fournit la valeur instantanée u(t) aux bornes du dipôle en fonction de R, r, L, C et de la fréquence. En déduire l'expression de l'intensité efficace I en fonction de f.

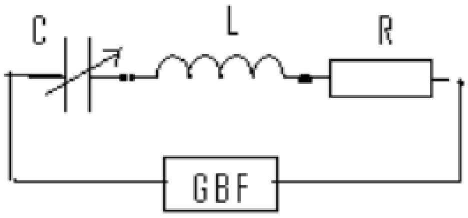
2. L'expérience donne le tableau de mesure de l'intensité efficace en fonction de la fréquence, soit :

i (mA)	1	1,8	4,3	7,2	8,5	7,2	4,7	3,2	2,4	1,5	1	0,7
f (Hz)	160	180	200	210	215	220	230	240	250	270	300	350

3. Tracer la courbe $I = g(f)$. Échelles: 2 cm ↔1mA ; 1 cm ↔20 Hz Indiquer la fréquence de résonance f_0 et l'intensité I_0 correspondante. En déduire R.
4. A la résonance d'intensité la tension efficace U_c aux bornes du condensateur est donnée par $U_c = Q.U$ où Q est le facteur de qualité du circuit et U la tension efficace aux bornes du circuit. En déduire les deux expressions de Q, l'une en fonction de L, l'autre en fonction de C. Pourquoi l'appelle-t-on facteur de surtension ?
   Déduire de la courbe les valeurs f_1 et f_2 des fréquences qui limitent la bande passante usuelle.
5. En admettant que $|f_2 - f_1| = \frac{f_0}{Q}$ calculer L et C pour ce circuit.

<u>Exercice 8</u> : extrait session de remplacement BAC S2 2013

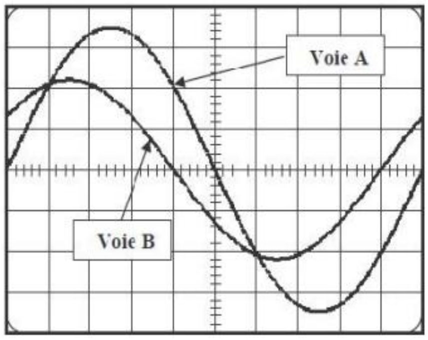
Un groupe d'élèves de terminale S étudie un dipôle (R,L, C) série. Ce dipôle est constitué d'une bobine d'inductance $L = 0{,}4\,H$ et de résistance négligeable, d'un conducteur ohmique de résistance $R = 60\,\Omega$ et d'un condensateur de capacité C réglable. Il est alimenté par un GBF (schéma ci-contre).



Les élèves veulent observer l'évolution de l'intensité du courant traversant le circuit, sur la voie A, et la tension délivrée par le GBF, sur la voie B, d'un oscillographe bicourbe.

1. Recopier le schéma du circuit en y indiquant les branchements que le groupe doit effectuer pour faire ces observations.
2. Pour une valeur C_1 de la capacité du condensateur et pour les réglages : (2 ms/division), (1 V/ division sur la voie A), (2 V/ division sur la voie B), les élèves observent sur l'écran de l'oscillographe les courbes suivantes :
   2.1. Déterminer les valeurs efficaces de la tension aux bornes du GBF et de l'intensité du courant.

2.2. Déterminer la fréquence N de la tension délivrée par le GBF puis l'impédance du dipôle étudié.



2.3. Préciser le comportement capacitif ou inductif du dipôle étudié, puis déterminer la différence de phase, φ, entre la tension délivrée par le GBF et le courant traversant le circuit.

2.4. Ecrire les expressions de l'intensité et de la tension délivrée par le GBF sous les formes

$i(t) = I_{max}\cos(\omega t)$ et $u(t) = U_{max}\cos(\omega t + \varphi)$. On donnera les valeurs numériques des constantes qui figurent dans les deux expressions.

2.5. Calculer la valeur C_1 de la capacité du condensateur.

3. On fait varier la capacité du condensateur. Pour une valeur C_2 de cette capacité l'intensité efficace du courant est maximale.

3.1. Préciser, pour cette valeur C_2de la capacité du condensateur, le phénomène physique qui se produit dans le circuit.

3.2. Calculer alors la valeur C_2de la capacité du condensateur pour $N = 50\ Hz$

Interférences lumineuses-Effets photoélectriques :

Exercice 1 : Questions de cours

- Enoncer la loi de l'optique géométrie pour le rayon lumineux.
- Quelle est la relation liant la célérité de l'onde à la fréquence ?
- Comparer la vitesse v par rapport à la célérité c. justifié
- Quelles sont les deux périodicités de l'onde. Donner la relation qui lie les deux en précisant les unités.
- Donner la définition d'une lumière monochromatique.
- Quand parle-t-on d'interférences constructives ? destructives ?
- Qu'elle est l'expression de la différence de marche en fonction de la longueur d'onde pour une interférence constructive et pour une interférence destructives ?
- Donner la définition de l'interfrange.
- Quelles sont les conditions d'interférences ?

Exercice 2 :

Soit un système de fentes de Young dans lequel a = 1 mm et D = 1 m. On constate que la $10^{ème}$ frange claire (compter à partir de la frange centrale) se trouve à 7 mm au milieu de cette frange centrale.

En déduire :

1. La valeur de l'interfrange
2. La longueur d'onde de la lumière incidente.
3. La distance séparant les milieux de la $6^{ème}$ et $8^{ème}$ franges sombres situées de part et d'autre de la frange centrale.

Exercice 3 :

La lumière issue d'une fente source horizontale S éclaire un plan vertical P portant deux fentes très fines S_1 et S_2 horizontales et distantes de 3mm. S_1 et S_2 sont équidistantes de S. Sur un écran E placé à 3m du plan des fentes S_1 et S_2, on observe des franges d'interférences.

1. Faire un schéma du dispositif.
2. Quelle est la direction des franges observées ?
3. Entre la $10^{ième}$ frange brillante située au dessus de la frange centrale et la $10^{ième}$ frange brillante située en dessous de la frange centrale, on mesure 11,8mm. Quelle est la longueur d'onde de la lumière monochromatique ? Quelle est sa fréquence ?

Exercice 4 :

On considère le dispositif de fentes de Young. Une source S monochromatique de longueur d'onde λ éclaire deux fentes F_1 et F_2 cohérentes et synchrones distants de a = mm. Le plan P de l'écran parallèle aux fentes est situé à la distance D = 1m du milieu des fentes. Les faisceaux de lumières diffractés par F_1 et F_2 créent sur l'écran un champ d'interférence.

1.

   a. Faire le schéma des fentes de Young et mettre en évidence la zone d'interférence.
   b. Qu'observe-t-on dans la zone d'interférence sur l'écran ?
   c. Nommer le phénomène physique observé. Quel caractère de la lumière permet d'interpréter ce phénomène physique ? Expliquer brièvement.
   d. Calculer la longueur d'onde λ en nm sachant que l'interférence i = 0,525nm.

2. La source S émet simultanément deux radiations de longueurs d'onde λ = 525nm et λ' = 450nm.

   a. Donner la nature de la frange centrale. Justifier.
   b. A quelle distance x du point O se produit la première coïncidence entre les deux systèmes de franges brillantes.

Exercice 5: extrait BAC s2 2002

Deux fentes fines parallèles, rectangulaires F_1 et F_2 sont percées dans un écran opaque, E_0 ; à une distance a = 0,5 mm l'une de l'autre. On les éclaire grâce à une troisième fente F percée dans un écran E_1 derrière lequel est placée une lampe à valeur de sodium E_0 est parallèle à E_1 et F est située égale distance de F_1 et F_2.

On place un écran parallèle à un distance D = 1,00 m de celui-ci. (Voir figure) La longueur d'onde de la lumière émise par la lampe est λ_0 = 589 nm, les deux fentes F_1et F_2 se comportent comme deux sources cohérentes de lumière monochromatique. Les faisceaux de la lumière diffractée par F_1 et F_2 interférent et l'on observe sur l'écran E_2 des franges d'interférences.

Soit Y l'ordonnée d'un point M de l'écran appartenant à la zone d'interférence, Y étant comptée a partir d'un point O du centre.

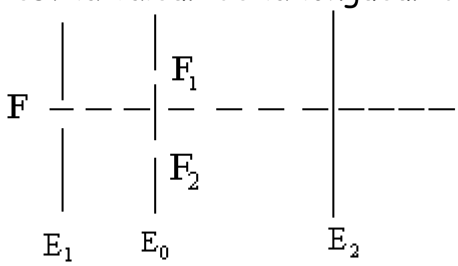
1. Quel est le caractère de la lumière ainsi mis en évidence par le phénomène observé ? (01pt)
2. Représenter qualitativement la figure observée sur l'écran E_2 (0,5pt)
3. Expliciter le sens des termes ou expressions suivants : écran opaque, source monochromatique, sources cohérentes et interfrange. (0,5pt)
4. Sachant que la différence de marche entre 2 rayons provenant respectivement de F_1 et F_2, interférant en M_1est donnée par la relation :

$$\delta = F_2M - F_1M = \frac{ay}{D}$$

Etablir l'expression de l'interfrange i en fonction de λ_0 et D a puis calculer i. (01 pt)

5. On remplace la source précédente par une source monochromatique dont la longueur d'onde est λ_1.On observe sur l'écran E_2 que la distance entre la quatrième frange brillante et la septième frange sombre de part et d'autre de la frange centrale brillante est d = 10,29 mm.

Quelle est la valeur de la longueur d'onde λ_1 de la lumière émise par la source ?



(01pt)

Exercice 6 :

1. Décrire une cellule photoélectrique dite cellule photoémissive à vide.

   Dessiner un schéma de montage à réaliser pour mettre en évidence l'effet photoélectrique en utilisant cette cellule.

2. La longueur d'onde correspondante au seuil photoélectrique d'une photocathode émissive au césium est $\lambda_0 = 0{,}66.10^{-6}$m.
   a. Quelle est en joules et en eV l'énergie d'extraction W_0 d'un électron ?
   b. La couche de césium reçoit une radiation monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0{,}44.10^{-6}$ m.

   Déterminer l'énergie cinétique maximale Ec d'un électron émis au niveau de la cathode. L'exprimer en joules puis en Ev.

Exercice 7 :

L'ensemble de deux radiations, l'une orange de longueur d'onde λ_1 = 0,60 μm, l'autre rouge de longueur d'onde λ_2 = 0,75 μm éclaire une cellule photoélectrique à vide à cathode de césium dont le seuil photoélectrique est λ_0 = 0,66 μm.

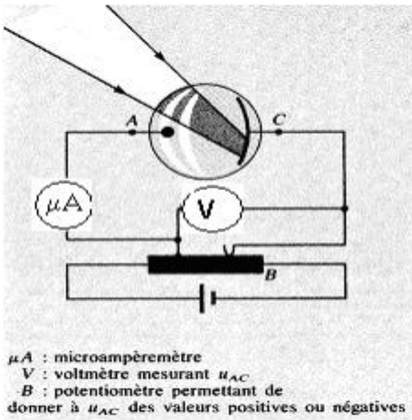
1. Faire un schéma du montage à réaliser pour mettre en évidence le courant photoélectique. Expliquer.
2. Calculer en joules et en eV l'énergie nécessaire à l'extraction d'un électron de la cathode.
3. L'effet photoélectrique va-t-il avoir lieu ? Les deux radiations sont-elles utiles ?
4. Calculer l'énergie cinétique maximale d'un électron expulsé par la cathode. En déduire sa vitesse maximale.

Exercice 8 :

On éclaire une cellule photoélectrique avec des radiations de longueur d'inde λ et on détermine l'énergie cinétique maximale des électrons émis pour chaque valeur de λ. On obtient les résultats

Suivants :

Ec (10^{-19}J)	0,45	1,00	1,77	2,43	3,06
λ (10^{-6}m)	0,500	0,430	0,375	0,330	0,300



1. En choisissant une échelle convenable, tracer le graphe Ec = f(ν) où ν est la fréquence de la radiation monochromatique.
2. A partir du graphe, déterminer la fréquence seuil ν_0 (que l'on définira) et la constante de Planck h.

Exercice 9 :

On dispose d'une cellule photoélectrique dont le seuil d'extraction est de 2.4 eV. Elle est éclairée par un faisceau polychromatique composé de deux radiations de longueurs d'ondes λ_1 = 430 nm et λ_2 = 580 nm.

1. définir l'effet photoélectrique.
2. On éclaire la cellule à l'aide des deux radiations.

a- Les deux radiations permettent-elles l'effet photoélectrique ?
b- Quelle est la vitesse maximale des électrons qui sont arrachés à la photocathode ?

Exercice 10 : extrait BAC S2 2011

Un dispositif d'interférence est constitué d'une source lumineuse ponctuelle S éclairant deux fentes minces parallèles F1 et F2 et un écran d'observation E.
La distance entre les fentes est notée a ; des fentes à l'écran d'observation la distance est D = 1,0 m.
La source S est à égale distance des fentes F1 et F2; elle émet une lumière monochromatique de longueur d'onde λ = 589 nm (figure 3).

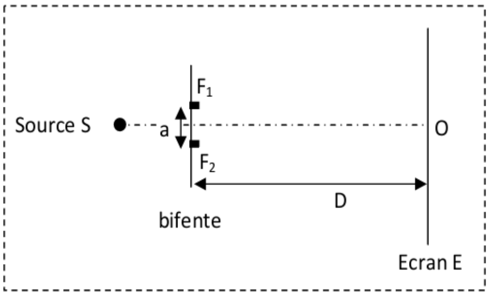


Figure 3

5-1 Représenter, sur un schéma, les faisceaux lumineux issus de la source S et des fentes F1 et F2 et indiquer clairement sur ce schéma la zone d'interférence. (0,5 point)

5-2 Représenter puis expliquer, sommairement, ce que l'on observe sur l'écran, au voisinage de O, point de l'écran situé sur la médiatrice de F1F2. (0,75 point)

5-3 Sur l'écran d'observation, 20 interfranges consécutifs couvrent une bande de largeur L = 4,21 mm.

5-3-1 Rappeler l'expression de l'interfrange en fonction de la distance a entre les fentes, de la longueur d'onde λ de la lumière et de la distance D entre les fentes et l'écran d'observation. (0,25 point)

5-3-2 Calculer la distance a entre les fentes. (0,75 point)

5-4 La source S est remplacée par une source S' émettant deux radiations lumineuses monochromatiques de longueur d'onde respective $\lambda 1$ = 610 nm et $\lambda 2$ inconnue. On observe, sur l'écran, la superposition des systèmes d'interférences correspondant aux deux radiations.

5-4-1 Rappeler l'expression de la position, sur l'écran et par rapport au point O, d'une frange brillante. (0,25 point).

5-4-2 Montrer que les franges centrales des systèmes d'interférence coïncidente. (0,25 point).

5-4-2 La frange brillante d'ordre 10 du système d'interférence correspondant à $\lambda 1$ = 610 nm coïncide avec la frange brillante d'ordre 11 du système d'interférence correspondant à $\lambda 2$.

Calculer la valeur de la longueur d'onde $\lambda 2$. L'ordre d'interférence de la frange centrale est 0. (0,75 point)

Exercice 11 : extrait BAC S2 2013

Des interférences lumineuses sont réalisées avec un laser He-Ne de longueur d'onde : $\lambda_1 = 633\,nm$. Le dispositif comprend une plaque percée de deux fentes très fines distantes de a. Cette plaque est placée à une distance d de la source laser S (figure 3). On observe les interférences sur un écran P parallèle à la plaque situé à une distance D = 3 m de celle-ci. Les deux fentes sont à égale distance de la source.

La droite (SO) est l'axe de symétrie du dispositif.

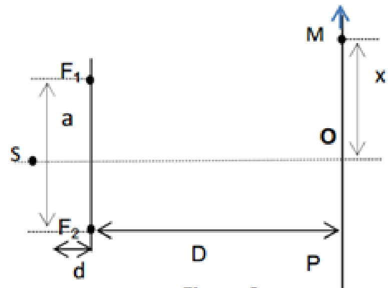


Figure 3

1. Expliquer brièvement la formation des franges brillantes et des franges obscures sur l'écran. **(0,5 point)**
2. On montre que la différence de marche δ entre les rayons issus des fentes sources F_1 et F_2 s'exprime par $\delta = \frac{\mathrm{ax}}{\mathrm{D}}$ en un point M d'abscisse x compté à partir du milieu O de la frange centrale.

2.1. Quelle condition doit vérifier δ pour qu'en un point P de l'écran, on observe une frange brillante. **(0,25 point)**

2.2. Montrer que l'interfrange ou distance entre deux franges consécutives de même nature s'exprime par la formule $i = \frac{\lambda \mathrm{D}}{a}$ **(0,25 point)**

3. Sur l'écran on mesure la fistance entre cinq franges brillantes successives et on trouve $\Delta x = 25\,mm$. On remplace le laser He-Ne par une diode laser de longueur d'onde λ_d, sans rien modifier d'autre ; on mesure maintenant une distance $\Delta x' = 27\,mm$ entre cinq franges brillantes successives.

3.1. Trouver la relation donnant l'écart a entre les fentes F_1 et F_2 en fonction de λ_1, D et Δx . Faire l'application numérique. **(0,5 point)**

3.2. Trouver la relation donnant l'écart a entre les fentes F_1 et F_2 en fonction λ_1, Δx et $\Delta x'$. Faire l'application numérique. **(0,5 point)**

4. Les deux radiations sont successivement utilisées pour éclairer une cellule photo émissive de fréquence $\upsilon_0 = 4{,}5.10^{14} Hz$.
   4.1 Dans le cas où il y a émission d'électrons, calculer, en joule puis en électron-volt, l'énergie cinétique Ec_{max} des électrons émis. **(0,75 point)**
   4.2 Dire quel caractère de la lumière cette expérience. Citer une application courante de cet aspect de la lumière.
   Données :célérité de la lumière c = $3{,}00.10^{8}$ $m.s^{-1}$; constante de Planck : h = $6{,}62.10^{-34}$J.s

Niveaux d'énergie de l'atome :

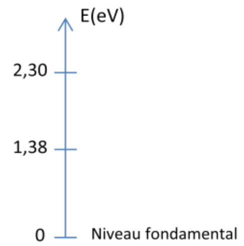
Exercice 1 :

On observe dans un spectre une radiation de longueur d'onde λ = 656nm.
Calculer :

- Sa fréquence ;
- Son nombre d'onde ;
- L'énergie du photon correspondant en joules et en eV.
  $C = 3.10^8 m.s^{-1}$; $h = 6.62.10^{-34} J.s$.

Exercice 2 :

Des électrons accélérés par une tension de 3V pénètrent dans une enceinte contenant de la vapeur de césium. On observe une émission de radiations. Expliquer ce phénomène et déterminer la longueur d'onde des trois radiations associées au niveau d'énergie de l'atome de césium que l'on a représenté sur la figure ci-dessous. Y a-t-il une radiation visible ?



Exercice 3 :

Les niveaux énergétiques de l'atome d'hydrogène sont donnés par la formule :

$E_n = -\frac{13,6}{n^2}$ (en eV)

a) Quelle est l'énergie d'ionisation de l'hydrogène ?
b) On fournit successivement à l'atome d'hydrogène pris dans son état fondamental, les quanta d'énergie suivants : 6 eV ; 12,75 eV et 18 eV grâce à des radiations électromagnétiques.
   Dans quels cas l'atome pourra-t-il absorber cette énergie ?
   Dans quel état se trouvera-t-il dans chacun des trois cas ?

Exercice 4 :

Données : célérité de la lumière dans le vide :3 10^8 m/s; constante de Plank : h=6,62 10^{-34} Js ; charge élémentaire : e = 1,6 10^{-19} C.

On rappelle que l'énergie d'un atome d'hydrogène est quantifiée et ne peut prendre que les valeurs suivantes : $E_n = -E_0/n^2$ avec $E_0 = 13,6$ eV et n = 1, 2, 3....

1. Représenter sur un diagramme les niveaux d'énergie en électron-volts de l'atome d'hydrogène pour n compris entre 1 et 5. Préciser ce qu'on appelle état fondamental et état excité. S'aider de ce diagramme pour justifier le caractère discontinu du spectre d'émission de l'atome d'hydrogène.
2. Qu'appelle-t-on énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène ? Quelle est sa valeur ?
3. L'atome d'hydrogène passe du niveau d'énergie correspondant à n=5 au niveau n=3.
   - Calculer la longueur d'onde de la radiation émise.
   - A quelle domaine de radiation cette longueur d'onde appartient-elle ?
   - Les quatre premières raies de la série de Balmer correspondant au au niveau n=2 ont pour longueur d'onde : 410 nm , 434 nm, 486 nm, 656 nm. Les longueurs d'ondes de la série de paschen sont supérieures à 820 nm. Les séries de Balmer et de Paschen ont été découvertes respectivement en 1885 et 1909. Justifier cette chronologie.
4. L'atome d'hydrogène étant dans un état correspondant au niveau n=3, il reçoit un photon d'énergie 0,5 eV. Le photon est-il absorbé ?
   - L'atome d'hydrogène étant dans un état correspondant au niveau n=3, il reçoit un photon d'énergie 2 eV. Montrer que l'électron est arraché. Calculer son énergie cinétique en eV.

Exercice 5 :

Données : $h = 6,634.10^{-34}$J.s et $c = 3.10^8$m.s-1 ; $e = 1,6.10^{-19}$C ; $m_e = 9,1.10^{-31}$ kg .

Les niveaux d'énergie quantifiées de l'atome d'hydrogène sont données par la relation

$E_n = -\frac{E0}{n^2}$ avec $E_0 = 13,6$ eV et n un entier naturel.

1) considère le spectre de la série de raie de Balmer : retour de l'atome d'hydrogéne excité au niveau 2. Emission de n > 2 → 2.
   a) A quelle transtions électroniques correspondent les longueurs d'ondes maximales et minimales de Balmer ?
   b) Calculer ces longueurs d'ondes maximales et minimales émises de Balmer.
2) On envoie sur l'atome d'hydrogéne se trouvant au niveau n = 2, différents photons d'énergies respectives ; E = 1,5 eV ; E'= 1,83 eV et E'' = 3,8 eV.

a) Calculer l'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène à partir du niveau n = 2.

Quel est le photon qui permet de créer l'ionisation ?

Calculer l'énergie cinétique maximale de sortie de l'électron.

b) Quel photon permet d'exciter l'atome sans l'ioniser ? Justifier

c) Que se passe-t-il avec le photon restant ?

Exercice 6 :

Constante de Planck :$h = 6{,}63.10^{-34}\,J.s$. Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation : $E_n = -\frac{E0}{n^2}$ avec E_0 = 13,6 eV et n un entier naturel. L'atome d'hydrogène est dans son état fondemental.

1. Déterminer l'énergie minimale nécessaire pour ioniser l'atome d'hydrogène. En déduire la longueur d'onde du seuil (λ_0) correspondante.
2. Dire dans quel(s) cas la lumière de longueur d'onde λ_i est capable :

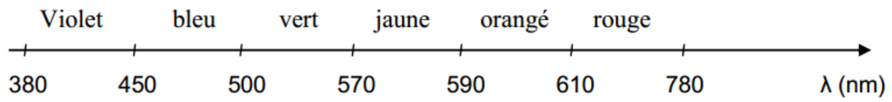
   - d'ioniser l'atome d'hydrogène
   - d'exciter l'atome d'hydrogène sans l'ioniser

3. Parmi les longueurs d'onde λ_i suivantes lesquelles sont susceptibles d'ioniser l'atome ? En déduire l'énergie cinétique de l'électron éjeté :

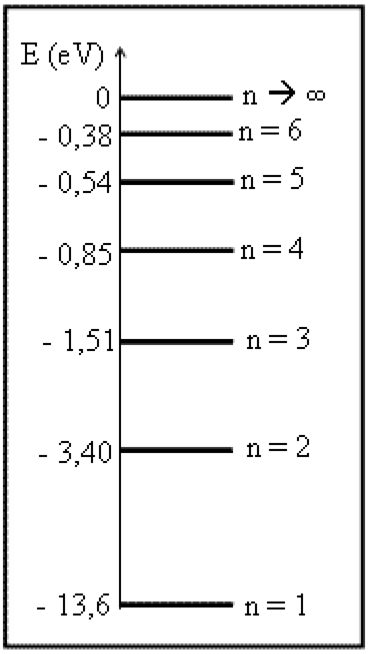
   $\lambda_1 = 88\,nm$; $\lambda_2 = 121\,nm$; $\lambda_3 = 146\,nm$.

4. Quelles sont les longueurs d'onde absorbables par l'atome parmi les longueurs d'onde : λ_1, λ_2 ; λ_3 ?
5. La lumière émise par certaines nébuleuses contenant beaucoup d'hydrogène gazeux chauffé mais à basse pression, est due à la transition électronique entre les niveaux 2 et 3. Déterminer la couleur d'une telle nébuleuse.

   On donne:



Exercice 7: extrait BAC S2 2006



4.1 Dans la théorie de Bohr de l'atome d'hydrogène, les énergies des différents niveaux sont données par la formule $E_n = -\frac{13,6}{n^2}$ (en eV) ; n est un nombre entier positif

Le spectre d'émission de l'atome d'hydrogène contient les raies visibles :

(Orangée) : λ_1= 656,3 nm ;

(Bleue) λ_2 = 486,1 nm ;

(Indigo): λ_3= 434,1 nm.

On donne les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène dans le diagramme énergétique simplifié ci-contre :

4.1.1 Quel est le niveau correspondant à l'état fondamental ? **(0,25 point)**

4.1.2 Calculer, en eV, l'énergie d'un photon des radiations lumineuses de longueur d'onde λ_1, λ_2, λ_3 . **(0,5 point)**

4.1.3 Montrer que chacune de ces trois raies correspond à une transition d'un niveau excité, que l'on précisera, au niveau n = 2. **(0,75 point)**

4.1.4 Quelle est l'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène ? **(0,5 point)**

Quelle est la longueur d'onde correspondant à l'ionisation de l'atome d'hydrogène (pris à l'état fondamental) ? **(0,25 point)**

4.2 Une source de lumière composée de ces trois radiations λ , λ_2, λ_3 est utilisée pour éclairer une cellule photoélectrique au potassium. L'énergie d'extraction d'un électron du métal potassium est W_0 = 2,2 eV. A l'aide de filtres appropriés on peut isoler chacune des radiations précédentes pour étudier leur effet.

4.2.1 Quelles sont parmi ces trois radiations celles qui provoquent une émission d'électrons ?

Justifier la réponse.**(0,75 point)**

4,2.2 Calculer la vitesse maximale d'émission des électrons pour chacun des cas où l'émission est possible. **(01 point)**

Données numériques : 1 eV = $1.6.10^{-19}$ J ; constante de Planck : h = $6.62.10^{-34}$ J.s célérité de la lumière dans le vide : c = 3.10^{8}m.s^{-1} ; masse de l'électron : m = $9.1.10^{-31}$ kg.

<u>Exercice 8</u>: extrait bac s2 1999

Le niveau d'énergie de l'atome d'hydrogène est donné par la relation : $E_n = -\frac{13,6}{n^2}$ avec E_1 = 13,6 eV et avec n ∈ N. L'atome d'hydrogène est dans son état fondamental.

1/ Déterminer l'énergie minimale pour ioniser l'atome d'hydrogène. En déduire la longueur d'onde du seuil λ_0 correspondante.

2.

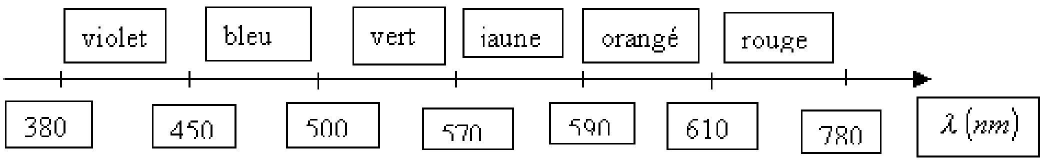
2-1 Dire dans quel(s) cas la lumière de longueur d'onde λ_i est capable

- d'ioniser l'atome d'hydrogène
- d'exciter l'atome d'hydrogène sans l'ioniser.

2-2 Parmi les longueurs d'onde λ_i suivantes lesquelles sont susceptibles d'ioniser l'atome, en déduire l'énergie cinétique de l'électron éjecté : λ_1 = 88 nm, λ_2 = 121 nm, λ_3 = 146 nm

2-3 Quelles sont les longueurs d'onde absorbables par l'atome parmi les longueurs d'onde λ_1, λ_2 et λ_3 ?

3/ La lumière émise par certaines nébuleuses contenant beaucoup d'hydrogène gazeux chauffé mais à basse pression, est due à la transition électronique entre les niveaux 2 et 3. Déterminer la couleur d'une telle nébuleuse.

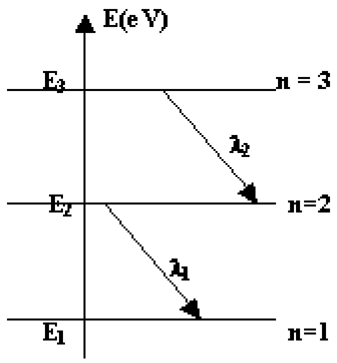


Exercice 9 : extrait BAC S2 1997

On s'intéresse dans ce qui suit aux niveaux d'énergie des atomes d'hydrogène et de sodium, tous deux éléments de la première colonne du tableau de classification périodique.

1/ Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation : $E_n=-13,6/n^2$ où E_n en eV et n un entier naturel non nul.

1-1 Déterminer l'énergie minimale en eV, qu'il faut fournir à l'atome d'hydrogène pour l'ioniser dans les cas suivants :



1-1.1 L'atome d'hydrogène est initialement à son état fondamental (n = 1)

1-1.2 L'atome d'hydrogène est à l'état excité correspondant au niveau d'énergie (n = 2).

1-2 Faire le schéma du diagramme des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène en utilisant l'échelle :

1 cm pour 1 eV. On ne représentera que les six premiers niveaux.

2/ On donne ci-après le diagramme simplifié des niveaux d'énergie de l'atome de sodium (l'échelle n'est pas respectée).

L'état fondamental correspond au niveau d'énergie E_1. Les niveaux d'énergie E_2 et E_3 correspondant à des états excités.

2-1 Lorsque l'atome passe de E_2 à E_1 il émet une radiation de longueur d'onde λ_1 = 589,0nm ; lorsqu'il passe de E_3 à E_2, il émet une radiation de longueur d'onde λ_2 = 568,8 nm.

En expliquant le raisonnement, calculer la différence d'énergie ($E_3 - E_1$) en eV.

2-2 Lorsque l'atome, initialement dans son état fondamental, est éclairé par un faisceau monochromatique de longueur d'onde λ convenable, il peut directement passer du niveau d'énergie E_1 au niveau d'énergie E_3.

Exprimer la longueur d'onde λ de ce faisceau en fonction des longueurs d'onde λ_1 et λ1. Faire l'application numérique.

<u>Exercice 10</u> : extrait BAC S_1-S_3 2001

Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène H sont donnés par :

$E_n = -\frac{13,6}{n^2}$ (en eV), avec n entier non nul.

1. Représenter les cinq premiers niveaux sur un diagramme (échelle : 1cm pour 1 eV)

Quelle est l'énergie minimale de l'atome d'hydrogène ? Aquoi correspond-elle ?

2. Donner l'expression littérale de la longueur d'onde λ_{pm} de la radiation émise

lors de la transition électronique du niveau n= p au niveau n = m en expliquant pourquoi on a p > m

3. L'analyse du spectre de l'atome d'hydrogène montre la présence des radiations de longueur d'onde : H_α = 656,28 nm, H_β = 486,13 nm, H_γ = 434,05 nm. Ces radiations sont émises lorsque cet atome passe d'un état excité p > 2 à l'état n = 2

4.1. Déterminer les valeurs correspondantes de P

4.2. Balmer, en 1885, écrivant la loi de détermination de ces raies sous la forme :

$\lambda = \lambda_0 \frac{P^2}{P^2-4}$ .Retrouver cette loi et déterminer la valeur de λ_0.

Réaction nucléaire

Exercice 1 :

1. Quelle est la composition du noyau de $^{212}_{83}Bi$
2. Donner la définition de l'énergie de liaison d'un noyau.
3. Le noyau de bismuth 212 est instable et donne naissance spontanément à un noyau de Tallium$^{208}_{81}Tl$. Ecrire l'équation de désintégration du bismuth 212. Justifier. Calculer l'énergie W libérée par cette réaction nucléaire.
   - En déduire la masse du noyau de bismuth 212 exprimée en u.
4. Lors de cette réaction nucléaire, le noyau fils est émis avec une énergie cinétique de recul de 0,117 MeV et un rayonnement électromagnétique d'énergie 0,327 MeV est détecté. Comment interpréter la présence de ce rayonnement ?
   - Calculer l'énergie cinétique de la particule α.

Masse du noyau de $^{208}_{81}Tl$. : m(^{208} Tl)= 207,937 592 u ; masse du noyau d'hélium : m(^{4}He)= 4,001 54 u ;

Energie de liaison par nucléon : E(^{212} Bi) = 7,800 MeV/nucléons ; E(^{208} Tl) = 7,847 MeV/nucléons ; E(^{4} He) = 7,066 MeV/nucléons ;

1 u= 1,661 10^{-27} kg = 931,5 MeV.c^{-2}.

Exercice 2 :

Le curie est défini comme l'activité d'un gramme de radium (1 Ci = 3,7 10^{10} Bq). Le radium fut découvert en 1898. $^{226}_{88}Ra$ est émetteur α, sa période radioactive est de 1620 ans.

1. Quelle serait en 2002, exprimée en Bq, l'activité d'un gramme de radium dont l'activité en 1898 était de 1 Ci ? Faire apparaître la résolution littérale.
2. Pourquoi le becquerel a-t-il été préféré au curie dans le système S.I.
3. Que signifie "$^{226}_{88}Ra$ est émetteur α " ?
4. Ecrire l'équation de cette désintégration.
5. Calculer en u la masse théorique du noyau de $^{226}_{88}Ra$.
6. La masse réelle du noyau de $^{226}_{88}Ra$ est 225,9771 u. Pourquoi la masse réelle est-elle différente de la masse théorique ?
7. La masse réelle du noyau de $^{222}_{86}Ra$ est de 221,9703 u, la masse du noyau d'hélium est de 4,0015 u. Calculer en J et en MeV l'énergie libérée lors de

la désintégration α d'un noyau de radium 226.
masse : m_p = 1,672 6231 10^{-27} kg ; m_n =1,674 9286 10^{-27} kg ;

1 u = 1,660 5402 10^{-27} kg ; 1 eV= 1,602 10^{-19} J ; c = 3 10^5 km/s.

Exercice 3 :

Dans une centrale nucléaire, une des réactions possibles est représentée par :

$${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \longrightarrow {}^{94}_{38}Sr + {}^{139}_{x}Xe + y\,{}^{1}_{0}n$$

1. Calculer les valeurs de x et y en justifiant.
2. Calculer en eV l'énergie libérée au cours de cette réaction.
3. L'uranium 235 est radioactif de type α. Le noyau fils obtenu est le Thorium. Ecrire l'équation de cette désintégration.
4. La demi-vie de l'uranium 235 vaut $t_{1/2}$ = 4,5 10^9 ans. Quelle est l'activité de 1,0 g d'uranium 235 ? Préciser l'unité SI.
   masse en u : m(${}^{235}_{92}U$) = 235,0134 ; m(${}^{94}_{38}Sr$) =93,8946 ; m(${}^{139}_{x}Xe$) = 138,8882 ; m(neutron) = 1,0087
   1 u =1,67 10^{-27} kg ; N_A= 6,02 10^{23} mol^{-1} .

Exercice 4 :

L'isotope radon 211 (${}^{211}_{86}Rn$) se désintègre par radioactivité en émettant une particule α et en donnant un noyau de Polonium

1. Ecrire les lois de conservation vérifiées au cours de cette désintégration. En déduire l'équation bilan de cette désintégration.
2. Exprimer en MeV puis en joules l'énergie libérée par la désintégration d'un atome de radon.
   On effectue une analyse cinétique des particules émises. L'expérience montre que l'énergie cinétique totale peut prendre trois valeurs différentes : 5,96 MeV ; 5,89 MeV ; 5,72 MeV
3. Comment interpréter ces résultats ?
   En déduire le nombre d'états excités du polonium et le nombre de raies d'émission que l'on peut observe, ainsi que les énergies des photons émis.
   masse en u : m(radon) = 210,9906 ; m(polonium) =206,9816 ; m(hélium) = 4,0026.
   1 u correspond à 931,5 MeV/c².

Exercice 5 :

On utilise en curiethérapie le césium 137 dans le traitement in situ du cancer de l'utérus. Le traitement consiste à soumettre une patiente à un échantillon de césium 137 ($^{137}_{55}Cs$) pendant quelques jours. La constante de radioactivité de ces noyaux est 7,3 10^{-10} s^{-1}. L'activité A_0 d'un échantillon de cet isotope est 3,0 10^5 Bq.

Le césium 137 est un émetteur β^- et γ. (Numéro atomique 54 pour Xe et 56 pour Ba.

1. Expliquer la phrase " Le césium 137 est un émetteur β^- et α".
2. Ecrire l'équation de désintégration du césium 137 en précisant les règles de conservation utilisées.
3. Donner la définition du temps de demi-vie $t_{1/2}$.
4. Donner l'expression de l'activité A(t) à un instant t, en fonction de A_0, du temps t et de la constante radioactive λ.
5. Etablir l'expression entre la constante radioactive et le temps de demi-vie. Calculer$t_{1/2}$.
6. Construire la courbe donnant l'activité A(t) en fonction du temps, en précisant quelques points particuliers.
7. Comment évolue l'activité durant le traitement ?

Exercice 6 :

Unité de masse atomique : 1u = 1,660 54 10^{-27} kg ; énergie de masse de l'unité de masse atomique 1u= 931,5 MeV ;

électronvolt 1eV= 1,6 10^{-19} J ; vitesse de la lumière dans le vide : c = 3 10^8 m/s.

Nom	Radon	radium	Hélium	neutron	proton	électron
Symbol	$^{222}_{86}Rn$	$^{226}_{88}Ra$	$^{4}_{2}He$	$^{1}_{0}n$	$^{1}_{1}p$	$^{0}_{-1}e$
masse (en u)	221,970	225,977	4,001	1,009	1,007	5,49 10^{-4}

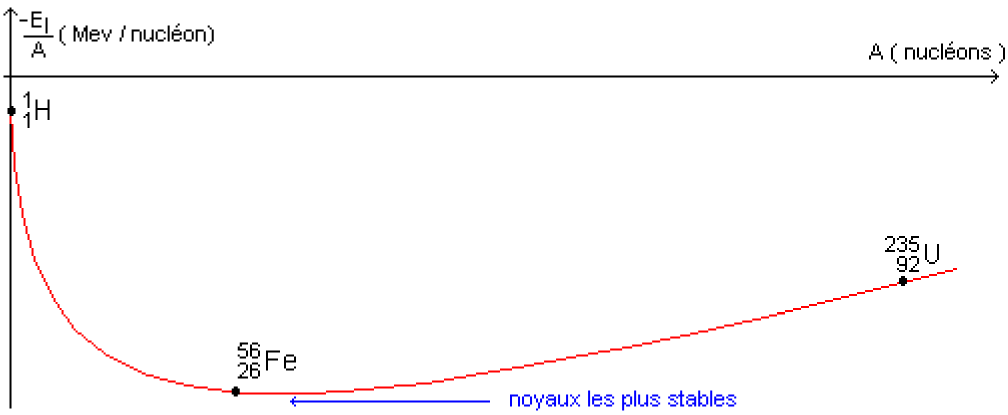
A-désintégration du radium : l'air contient du radon 222 en quantité plus ou moins grande. Ce gaz radioactif naturel est issu des roches contenant de l'uranium et du radium. le radon se forme par désintégration du radium (lui même issu de la famille radioactive de l'uranium 238) selon :

$^{226}_{88}Ra$ ---> $^{222}_{86}Rn$ + $^{4}_{2}He$ (1)

1. Quel est le type de radioactivité correspondant à cette réaction ? Justifier.
2. Donner l'expression littérale du défaut de masse Δm du noyau de symbole $^{A}_{Z}X$ et de masse m_X.
   - Calculer le défaut de masse du noyau de radium Ra (en u)
   - Ecrire la relation équivalence masse énergie.
3. Le défaut de masse du noyau de radon vaut 3,04 10^{-27} kg. Définir l'énergie de liaison E_l d'un noyau.
   - Calculer en joule cette énergie de liaison et vérifier que cette énergie vaut 1,71 10^3 MeV.
   - En déduire l'énergie de liaison par nucléon du radon (en MeV/nucléon)
4. Etablir littéralement la variation d'énergie ΔE de la réaction (1) en fonction de m_{Ra}, m_{Rn} et m_{He}, masses respectives des noyaux de radium, de radon et d'hélium
   - Exprimer ΔE en joules.

B- Fission de l'uranium 235. A l'état naturel l'élément uranium comporte principalement les isotopes $^{238}_{92}U$ et $^{235}_{92}U$. Dans une centrale nucléaire le combustible est de l'uranium enrichi. Lors de la fission d'un noyau d'uranium voici l'une des réactions donne les noyaux de zirconium $^{90}_{40}Zr$ et de tellure $^{134}_{52}Te$.

1. Définir le terme isotope.
2. Donner la définition de la fission
3. Ecrire la réaction de la fission d'un noyau d'uranium 235 bombardé par un neutron en zirconium et tellure.
4. A partir de la courbe d'Aston dégagé l'intérêt énergétique de cette réaction de fission.



C Désintégration du noyau Zr

Le noyau de zirconium est instable. Il se désintègre au cours d'une réaction β^- donnant le noyau de nobium Nb

1. Donner la définition de la radioactivité β^-.
2. Ecrire l'équation de la désintégration du noyau Zr.

Exercice 7 :

Données : iode I (Z=53) ; xénon Xe (Z=54) ; césium Cs (Z= 55) ; baryum Ba (Z= 56) ; lanthane La (Z=57)

La masse du noyau d'un élément X sera notée m_X. m_p = masse du proton ; m_n = masse du neutron

Un réacteur de centrale nucléaire fonctionne à l'uranium enrichi (3% d'uranium 235 fissile et 97% d'uranium 238 non fissile).

1. Le noyau d'uranium 235
   - Donner la composition du noyau d'uranium $^{235}_{92}U$.
   - Donner l'expression du défaut de masse Δm de ce noyau en utilisant les notations définies précédemment.
   - Donner l'expression de l'énergie de liaison du noyau d'uranium $^{235}_{92}U$. Préciser les unités.
2. Fission de l'uranium 235
   Par capture d'un neutron lent, un noyau d'uranium 235 subit une réaction de fission d'équation :
   $^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{x}_{54}Xe + ^{94}_{y}Sr + 3^{1}_{0}n$
   - Calculer les valeurs de x et de y en précisant les lois de conservation utilisées.
   - Donner l'expression de l'énergie libérée par la fission d'un noyau d'uranium $^{235}_{92}U$ en utilisant les notations définies précédemment.
3. Désintégration du noyau de césium 137
   Les produits de fission sont radioactifs et se transmutent en d'autres produits, eux-mêmes radioactifs. Parmi ces déchets, on trouve le césium 137, radioactif β^-, dont la demi-vie $t_{1/2}$ = 30 ans.
   - Écrire l'équation de la désintégration d'un noyau de césium 137, le noyau fils étant formé dans un état excité.
   - Quelle est la nature du rayonnement émis lors de la désexcitation du noyau fils ?
   - Définir la demi-vie d'un noyau radioactif.
   - À un instant choisi comme origine des dates, on dispose d'un échantillon de césium 137 de masse m_0. Donner l'expression littérale de la masse m de

césium 137 restant à l'instant de date t en fonction de m_0 et de $t_{1/2}$.
- Montrer qu'à la date t = n $t_{1/2}$, la fraction de la masse initiale restante vaut : $m/m_0 = 1/ 2^n$.
- En déduire la durée approximative au bout de laquelle la masse restante de césium 137 est égale à 0,1% de sa masse initiale.

Exercice 8 :

L'iode 131 ${}^{131}_{53}I$ est un radionucléide ayant la propriété de se fixer sur la glande thyroïde. Il présente une radioactivité de type β^-.

1. Donner la composition du noyau d'iode 131.
2. Lors de la désintégration β^-, quelle transformation se produit dans le noyau d'iode 131 ? Ecrire l'équation de cette transformation.
3. Ecrire l'équation de la réaction de désintégration β^- de l'iode 131 et préciser les lois de conservation utilisées.
   Antimoine Sb: Z= 51 ; tellure Te Z=52 ; Xénon Xe Z=53 ; Césium Cs Z=55.
4. Une personne a été contaminée par de l'iode 131 dont le temps de demi-vie ou période est T=8 jours.
   - Définir en une phrase le mot demi-vie.
   - Le nombre N(t) de noyaux non désintégrés au bout d'un temps t est donné par $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ où N_0 est le nombre de noyau d'iode 131 à l'instant t=0 et λ une constante radioactive. Déterminer l'expression de la constante radioactive λ en fonction de la période T et calculer sa valeur numérique.
5. Pour la personne contaminée à l'instant t=0, calculer le temps au bout duquel il ne restera plus que 1/126 ième du nombre de noyaux d'iode 131 initial fixés sur la glande thyroïde.

Exercice 9 : extrait BAC S_1-S_3 1998

1. L'uranium 238 est le précurseur d'une famille radioactive aboutissant au plomb 206 par une série de désintégrations α et de désintégrations β^-.
   1.1. Écrire l'équation-bilan générale de la désintégration α. (0,25 point)
   1.2. Écrire l'équation-bilan générale de la désintégration β^- (0,25 point).
   1.3. Déterminer le nombre de désintégrations α et le nombre de désintégrations β^- pour passer de ${}^{238}_{92}U$ à ${}^{206}_{82}Pb$ (1 pont)
2. La dernière désintégration est de type α et provient d'un noyau père de polonium (Po).
   2.1. Calculer, en MeV l'énergie libérée par cette désintégration. (01 point).

2.2. En admettant que cette énergie se retrouve intégralement en énergie cinétique pour la particule α, calculer sa vitesse. (0,5 point).

2.3. L'atome de polonium étant initialement immobile, en déduire la vitesse de recul du noyau fils. Justifier l'approximation faite à la question 2.2. (01 point).

3. En considérant qu'au moment de la formation du minerai d'uranium 238, il n'y avait aucune trace de plomb 206 et que les durées de vie des noyaux intermédiaires sont suffisamment courtes pour être négligées durant la période radioactive la plus longue(T = 4,5.10 ans), déterminer l'âge d'un échantillon contenant à présent 15,00 g d'uranium et 150 mg de plomb. (01,5 point)

   Données : * Les masses atomiques sont les suivantes : ${}^{206}_{82}Pb$: 205,9745 u ; Po : 209,9829 u ; α: 4,0015 u

   NB : En dehors du calcul du défaut de masse, pour les autres questions où l'on aura des masses molaires, on prendra pour chaque élément la valeur entière la plus proche.

   * Les constantes ou valeurs de conversion sont:

   1 u =931,5 MeV/c^2

   ; célérité de la lumière dans le vide c = $3{,}00.10^8 m.s^{-1}$

   1 MeV = $1{,}6.10^{-13}$J ; N = $6{,}02.10^{23}$ mol^{-1} ;M(U) = 238 g. mol

   * ln 2 ≈0,693 et si ε<<1, ln (1 + ε) ≈ ε

<u>Exercice 13 :</u> extrait BAC S_2 2001

On donne :

Nucléide X	$_{80}$Hg	$_{82}$Pb	$_{83}$Bi	$_{84}$Po
Masse du nucléide : mx	203,9735 u	205,9745 u	208,9804 u	209,9829

M_α = 4,0026 u ; 1 u = 1,66. 10^{-27}kg = 931,5 MeV/c^2; 1 Ci = 3,7. 10^{10}Bq ;

nombre d'Avogadro N_A = $6{,}1.10^{23}mol^{-1}$

1. L'uranium ${}^{238}_{92}U$ se désintègre avec ses «descendants» en émettant des particules α ou β^- Calculer le nombre de désintégrations α et β^- sachant qu'on aboutit au ^{206}Pb. Comment appelle-t-on l'ensemble des noyaux issus de l'uranium ^{238}U (lui même compris) ? (01 point)
2. Le plomb ^{206}Pb peut être obtenu par une désintégration α d'un noyau X avec une période T = 138 jours.

   2.1. Ecrire l'équation-bilan de cette désintégration et identifier le noyau X. (0,5 point)

2.2. Calculer en MeV puis en Joule l'énergie libérée par la désintégration d'un noyau X. (0,5 point)

3. On part d'un échantillon de 4,2 g de X.
    3.1. Calculer l'activité A_0 de cet échantillon. L'exprimer en Becquerel puis en Curie. (0,5 point)
    3.2. Quelle est l'activité de cet échantillon au bout de 69 jours ? (0,5 point)
    3.3. Quelle masse de cet échantillon se désintègre-t-il au bout de 552 jours ? (0,5 point)

CORRIGÉS DES EXERCICES

Correction des exercices de cinématique

Corrigé exercice 1 :

Expression du vecteur vitesse : $\overrightarrow{v(t)}$ = **$3\vec{\imath}$ + (4t + 4)$\vec{\jmath}$.**

Caractéristiques du vecteur vitesse :

-Point d'application : le point M du mobile considéré

-direction : fait un angle α = avec l'axe (Ox)

-sens : dirigé vers le haut

-norme : v_0 = $\sqrt{{vo_x}^2 + {vo_y}^2}$ = **5m.s^{-1}**

Corrigé exercice 2 :

1. Caractéristiques du vecteur vitesse à $t = 0$
   $\vec{v}_0 = 5\vec{\imath} + 5\vec{\jmath}$
   -point d'application : le point M de l'espace considéré
   -direction : fait un angle **α = 45°** avec l'axe (Ox)
   -sens : dirigé vers le haut
   -norme : v_0 = $\sqrt{{vo_x}^2 + {vo_y}^2}$ = **7,07m.s^{-1}**

2. Les lois horaires du mouvement :

$\overrightarrow{OM}$ = x$\vec{\imath}$ + y$\vec{\jmath}$ avec x = 5t + x_0 et y = -1,5t^2 + 5t + y_0

a) Le mobile passe par l'origine O
   Donc x = 5t, y = -1,5t^2 + 5t
b) Le mobile passe par le point A(2,3).
   x = 5t + 2, y = -1,5t^2 + 5t + 3
   Equation de la trajectoire du mobile (dans le cas 2-a-).
   y = -0,06x^2 + x

Corrigé exercice 3 :

1. Vecteurs position et accélération
   $\overrightarrow{OM}$ = 2t$\vec{\imath}$ - (3t^2- 12t)$\vec{\jmath}$ et $\vec{a}$ = -6$\vec{\jmath}$
2. $\vec{v}$ = 2$\vec{\imath}$ - (6t – 12)$\vec{\jmath}$
   $\vec{v}.\vec{\imath}$ = $\|\vec{v}\| \times \|\vec{i}\| \times \cos\alpha$ =v_x = 2

   Or $\|\vec{v}\|$ = $\sqrt{4 + (6t-12)^2}$ et $cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sqrt{4 + (6t-12)^2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$ = 2$\Rightarrow \sqrt{4 + (6t-12)^2} = 2\sqrt{2}$

$\Rightarrow 4+(6t-12)^2 = 8 \Rightarrow (6t-12)^2 = 4$

$\Rightarrow \boldsymbol{t = 2,33s}$ **ou** $\boldsymbol{t = 1,66s}$

3. à t = 2s, x = 4 et y = 0
   $a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{12(3t-6)}{\sqrt{4+(6t-12)^2}}$; à $t = 2s$ $\boldsymbol{a_t = 0}$ et $a_n^2 = a^2 - a_t^2$ $\Rightarrow \boldsymbol{a_n = a = 6m.s^{-1}}$
   Donc $\vec{a}$ est centripète
   $v(t = 2s) = \boldsymbol{2m.s^{-1}}$

$a_n = \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v^2}{a}$; AN : **R = 0,66 m**

Corrigé exercice 4 :

x(t) = 3.10^{-2}sin [(200πt+π/3)]

X_m = 3cm, **ω_0 = 200π rad.s^{-1}**, **T = 0,01s**, **f = 100Hz** et **φ = π/3**

La phase, l'élongation, la vitesse et l'accélération du mobile à l'instant

t = 0,012s.

la phase est : (200π*0,012)+π/3 =**8,58 rad**

l'élongation : x (t=0,012) = **0,04 m**

la vitesse : $v(t = 0{,}012) = \ \dot{x} = 3.10^{-2} \times 200\pi\cos(200\pi \times 0{,}012 + \frac{\pi}{3})$

$\Rightarrow v(t = 0{,}012) = \boldsymbol{18,63m.s^{-1}}$

L'accélération : $a = \ddot{x} = -3.10^{-2} \times (200\pi)^2\sin(200\pi \times 0{,}012 + \frac{\pi}{3})$

$\Rightarrow a(t = 0{,}012) = \boldsymbol{-1768,37m.s^{-2}}$

Corrigé exercice 5 :

Equation horaire x(t) = X_m cos(ω_0t + φ)

a. x_0 = x(t = 0) = X_m cosφ = X_m d'où cosφ = 1, v(t) = - X_m $\omega_0$sin(ω_0t + φ) et
   v_0 = -- X_m $\omega_0$sin φ = 0.
   Finalement **φ = 0 et x(t) = 4.10^{-2}cos(50πt)**
b. v_0 est minimale donc sinφ = 1, d'où $\varphi = \frac{\pi}{2}$ .Alors x(t) = 4.10^{-2}cos(50πt + $\frac{\pi}{2}$)

Corrigé de l'exercice 6 :

a) Nature du mouvement pour chacune des phases
   Pour t ∈ [0 ; 0,5] : le mouvement est rectiligne uniformément accéléré
   Pour t ∈ [0,5 ; 2] : le mouvement est uniforme

Pour $t \in [2\ ;\ 3]$: le mouvement est rectiligne uniformément décéléré

b) Calcul de l'accélération pour chacune des phases

Pour $t \in [0\ ;\ 0,5]$: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 4\ m.s^{-2}$

Pour $t \in [0,5\ ;\ 2]$: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0$

Pour $t \in [2\ ;\ 3]$: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = -2\ m.s^{-2}$

c) Equations horaires

Pour $t \in [0\ ;\ 0,5]$: $x = 2t^2$

Pour $t \in [0,5\ ;\ 2]$: $x=2t$

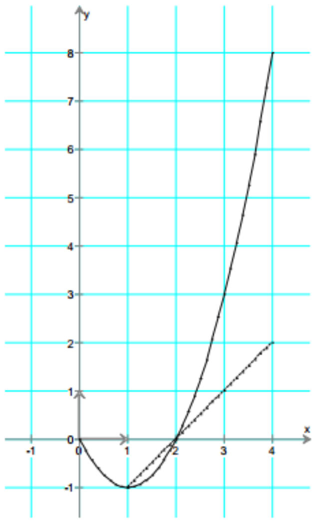
Pour $t \in [2\ ;\ 3]$: $x= -t^2$

<u>Corrigé exercice 7</u> :

1)

a) Equations horaires de A $\begin{cases} x=2t \\ y=4t(t-1) \end{cases}$

$t = \frac{x}{2} \Rightarrow y = 4\left(\frac{x}{2}\right)\left(\frac{x}{2} - 1\right) \Rightarrow y = x^2 - 2x$; c'est l'équation d'une parabole : le mouvement est parabolique



b) Expression de $\vec{v}$ et $\vec{a}$

$\overrightarrow{OM} \begin{cases} 2t \\ 4t(t-1) \end{cases} \Rightarrow \vec{v} \begin{cases} 2 \\ 8t-4 \end{cases} \Rightarrow \vec{a} \begin{cases} 0 \\ 8 \end{cases}$

$\vec{v} = 2t\,\vec{\imath} + (8t - 4)\vec{\jmath}$ et $\vec{a} = 8\vec{\jmath}$

c) à $t = 1\ s$ A est à la position $\overrightarrow{OM_1}$ (2 ; 0)

et $\vec{v}_1(2\ ;\ 4) \Rightarrow \left\|\vec{V_1}\right\| = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5} = 4{,}47 m.s^{-1}$

d) soit α l'angle formé par $\vec{a}$ et $\vec{v}_1$

$\vec{a}.\vec{v}_1 = a \times v_1 \times \cos\alpha = a_x \times v_{1x} + a_y \times v_{1y}$

$\Rightarrow 2\sqrt{5} \times 8 \times \cos\alpha = 0 \times 2 + 8 \times 4 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{32}{16\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \alpha = 26{,}5°$

e) détermination de a_τ et a_n au point M1

on a : v = $\sqrt{4 + (8t-4)^2}$

a_τ = $\frac{dv}{dt}$ = $\frac{8(8t-4)}{\sqrt{4+(8t-4)^2}}$ et a_n = $\sqrt{a^2 - a_\tau^2}$

Au point M1 ; à t = t_1 = 1s a_τ = 7,15m.s^{-1} et a_n = 3,58m.s^{-1}

2)

a) Montrons que le mouvement est rectiligne

$\vec{a}' \begin{cases} 8 \\ 8 \end{cases} \Rightarrow \vec{v}' \begin{cases} 8t \\ 8t \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OM} \begin{cases} x = 4t^2 \\ y = 4t^2 - 2 \end{cases}$

Si le mouvement est rectiligne alors $\vec{a}'$ et $\vec{v}'$ sont colinéaires c'est-à-dire det($\vec{a}'$; $\vec{v}'$). Vérifions si tel est le cas :

det($\vec{a}'$; $\vec{v}'$) = $\begin{pmatrix} 8 & 8t \\ 8 & 8t \end{pmatrix}$ = 8×8t - 8×8t = 0 donc le movement est rectiligne

b)Equation cartésienne du mouvement de B

t^2 = $\frac{x}{4}$ $\Rightarrow y$ = 4($\frac{x}{4}$) – 2 = $x - 2 \Rightarrow y = x - 2$. C'est l'équation d'une droite (Voir figure)

c)date de rencontre : x_A = x_B et y_A = y_B

soit 2$t = 4t^2$ et $4t^2$ - $4t$ = $4t^2$ - 2 $\Rightarrow t = 0{,}5s$ et la position $\overrightarrow{OM_1}$ (1 ; -1)

On peut retrouver ces résultats graphiquement

<u>Corrigé exercice 8 :</u>

1. distance parcourue par le 2ème véhicule d'un mouvement uniforme : 40*2 = 80 m.
2. distance parcourue par le 1er véhicule d'un mouvement uniformément retardé

   d= ½ a t² + 40 t = -2,5 *4 + 40*2 = 70 m .

3. distance entre les véhicules : 40 - différence des deux résultats précédents : 40-10 = 30 m.
4. vitesse du premier véhicule à t=2 s : v = at + 40 avec a négatif : -5*2+40 = 30 m/s

5. à $t=0$ 1er véhicule situé 30 m devant l'autre; vitesse initiale 30 m/s ; $a =-5$ m/s²

$x_1 = -2,5\ t^2 +30\ t +30$

second véhicule : à $t=0$; vitesse initiale 40 m/s; accélération = -5 m/s²

$x_2 = -2,5\ t^2 + 40t$

6. choc si $x_1= x_2$

$-2,5\ t^2 +30\ t +30 = -2,5\ t^2 +40t$

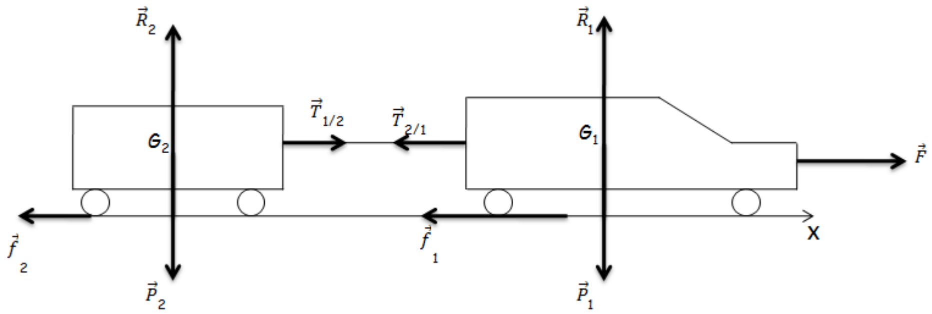
$30t +30 = 40\ t$ d'où $t = 3s$. Finalement le choc aura lieu à $t = 3s$

Correction des exercices de dynamique

Corrigé exercice 1 :

1)

1.1



système {automobile + caravane}

Référentiel terrestre supposé galiléen

BF : la force motrice $\vec{F}$ qui s'exerce sur l'automobile, le poids $\vec{P}_1$ de l'automobile, la réaction $\vec{R}_1$ qu'exerce la route sur l'automobile, le poids $\vec{P}_2$ de la caravane, la réaction $\vec{R}_2$ qu'exerce la route sur la caravane, la tension $\vec{T}_{2/1}$ exercée par la caravane sur l'automobile, la tension $\vec{T}_{1/2}$ exercée par l'automobile sur la caravane, la force de frottement $\vec{f}_1$ qui s'exerce sur l'automobile et la force de frottement $\vec{f}_2$ qui s'exerce sur la caravane.

- La vitesse étant constante donc on a un mouvement rectiligne uniforme

  $\Rightarrow \sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P}_1 + \vec{R}_1 + \vec{P}_2 + \vec{R}_2 + \vec{F} + \vec{f}_1 + \vec{f}_2 + \vec{T}_{1/2} + \vec{T}_{2/1} = \vec{0}$

  Or $\vec{T}_{1/2} + \vec{T}_{2/1} = \vec{0}$ (forces intérieures obéissant à la $3^{ième}$ loi de Newton ou principe des actions réciproques).

  Suivant l'axe (x'x), on a :

  $F - f_1 - f_2 = 0 \Rightarrow F = f_1 + f_2$, AN : F = 300N

  F est indépendante de la vitesse. Elle ne dépend que de f_1 et f_2

- Puissance du moteur :

  $P = \vec{F}.\vec{v} = F \times v$, AN : P = 6000W

1.2 Mouvement accéléré :

On applique la seconde loi de Newton :

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\Rightarrow F - f_1 - f_2 = ma \Rightarrow F = f_1 + f_2 + ma$ avec $m = M_1 + M_2$

Déterminons a :

On a $v^2 - 0 = 2ad \Rightarrow a = \frac{v^2}{2d} = 0{,}1 m.s^{-2}$

$F = (M_1 + M_2)\frac{v^2}{2d} + f_1 + f_2$, AN : F = 600N

Puissance instantanée:

$P = \vec{F}.\vec{v} = F \times v$; or $v = at + v_0$ avec $v_0 = 0$

$\Rightarrow P = 600 \times 0,1t \Rightarrow P = 60t$ (en W)

La valeur de la force de traction exercée par l'automobile $T_{1/2}$ sur la caravane :

- dans le cas du mouvement rectiligne uniforme

système : {caravane de masse M_2}

BF : $\vec{P}_2$, $\vec{R}_2$, $\vec{f}_2$ et $\vec{T}_{1/2}$

Principe d'inertie : $\vec{P}_2 + \vec{R}_2 + \vec{f}_2 + \vec{T}_{1/2} = \vec{0}$

Suivant (x'x) : $T_{1/2} - f_2 = 0 \Rightarrow T_{1/2} = f_2 = 200N$

- dans le cas du mouvement accéléré

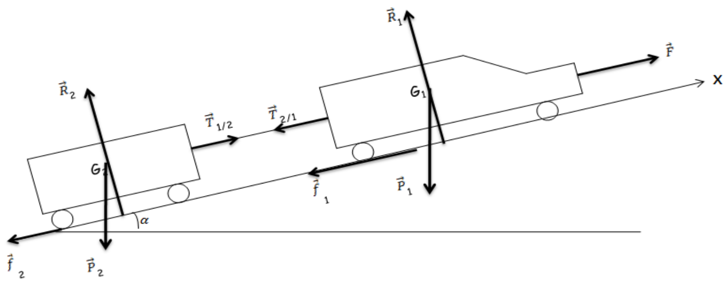
  on applique la seconde loi de Newton :

  $\vec{P}_2 + \vec{R}_2 + \vec{f}_2 + \vec{T}_{1/2} = m\vec{a}$

  Suivant (x'x) : $T_{1/2} - f_2 = M_2a \Rightarrow T_{1/2} = f_2 + M_2a$

  AN : $T_{1/2} = 400N$

2) Calcul de la traction sur le plan incliné



NB : la valeur de la force motrice change lorsqu'on est sur le plan inicliné

Système : {caravane}

BF : cf 1.2

Suivant (x'x) :

AN : F = 1182 N

Système : {caravane de masse M_2}

$T_{1/2} = f_2 + M_2g \sin\alpha$; AN : $T_{1/2} = 788N$

3. Calcul de $T_{1/2}$ dans le cas du MRUV

Système : {caravane}

BF : cf 1.2

D'après TCI suivant (x'x), on obtient :

$T_{1/2} - f_2 - M_2g \sin\alpha = M_2a \Rightarrow T_{1/2} = f_2 + (g \sin\alpha + a) \times M_2$

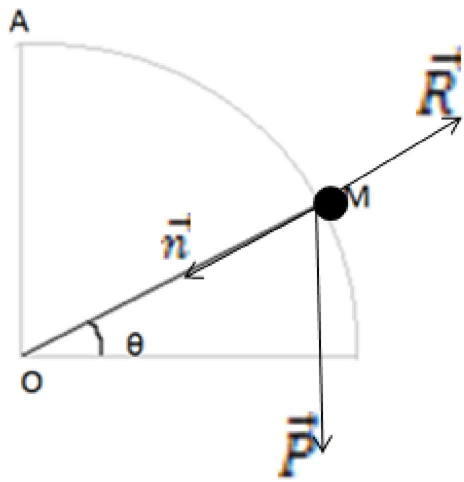
AN : $T_{1/2}$ = 988N

Corrigé exercice 2 :

Système : {boule de masse m}
Référentiel : terrestre supposé galiléen
BF : le poids $\vec{P}$, la tension du fil $\vec{T}$

1) Expression de α en fonction de ω, l et g
On applique la deuxième loi de Newton
$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$
Le mouvement étant circulaire donc on peut travailler avec la base de Frenet.
Projetons suivant $(\vec{n}, \vec{k})$, on obtient :
Suivant $\vec{n}$: T $\sin\alpha = ma_n$
Suivant $\vec{k}$: $T\cos\alpha - P = 0$
Or $a_n = r\omega^2 = l\omega^2\sin\alpha$
$\Rightarrow$ T $\sin\alpha = m\, l\omega^2\sin\alpha$ (1) et $T\cos\alpha = mg$ (2)
$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{g}{l\omega^2}$
- Pour ω = 7,33 rad.s^{-1} $\cos\alpha$ = 0,36 $\Rightarrow \alpha$ = 68,6°
- Pour ω = 4,43 rad.s^{-1} $\cos\alpha$ = 1 $\Rightarrow \alpha$ = 0 (pas de mouvement)

1) Montrons que le mouvement est possible que si $\omega > \omega_0$
$\cos\alpha = \frac{g}{l\omega^2} > 0$ mais $\cos\alpha < 1$
donc $0 < \cos\alpha < 1 \Rightarrow \frac{g}{l\omega^2} < 1 \Rightarrow \omega > \sqrt{\frac{g}{l}}$
en posant $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$; on a $\omega > \omega_0$
AN : ω_0 = 4,43rad.s^{-1}



Système : {boule de masse m}

Référentiel : terrestre supposé galiléen

BF : le poids $\vec{P}$ et la réaction $\vec{R}$

1) Expression de θ
Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre les points A et M

$\frac{1}{2}mv_M^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$

Or $W(\vec{R}) = 0$ et $W(\vec{P}) = mgh$ avec $h = r(1 - \sin\theta)$

D'ou v_M = $\sqrt{v_0^2 + 2gr(1 - sin\theta)}$

2) Expression de R
   D'après la seconde loi de Newton:
   $\vec{P}$ + $\vec{R}$ = m$\vec{a}$
   Suivant la normale $\vec{n}$: Psinθ - R = ma$_n$ = m $\frac{v_M^2}{r}$
   ⇒mgsinθ - R = $\frac{m}{r}$ $[v_0^2 + 2gr(1 - sin\theta)]$
   ⇒R =3mgsinθ - 2mg - $\frac{m}{r}v_0^2$
   R = mg(3sinθ - 2) - $\frac{m}{r}v_0^2$
   - Le solide quitte la piste ⇒R = 0
     ⇒ mg(3sinθ - 2) - $\frac{m}{r}v_0^2$ = 0
     ⇒3sinθ – 2 = $\frac{v_0^2}{rg}$ ⇒sinθ = $\frac{v_0^2}{3rg}$ + $\frac{2}{3}$

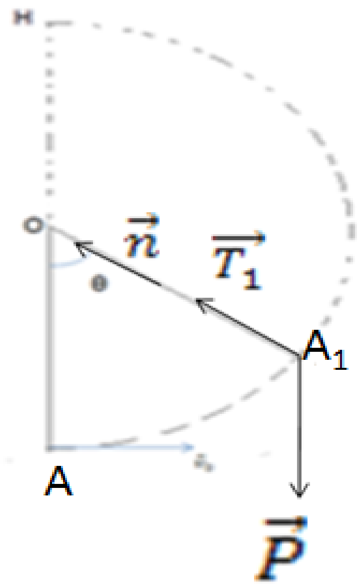
Pour v_0 = 0 ; on a sinθ = $\frac{2}{3}$ ⇒θ = 41,8°

<u>Corrigé exercice 4</u> :

Système : {solide de masse m}

Référentiel : terrestre supposé galiléen

BF : le poids $\vec{P}$ et la tension $\vec{T}$ du fil



1) Expression de $\vec{v}_1$
   Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre A et A$_1$:

$\frac{1}{2}$ mv_1^2 - $\frac{1}{2}$ mv_0^2 = W($\vec{P}$) + W($\vec{T}$)

Or W($\vec{T}$) = 0 et W($\vec{P}$) = - mgh avec h = l(1 – cosθ)

D'où v_1 = $\sqrt{v_0^2 - 2gl(1 - \cos\theta)}$

Déduisons-en v_H

Au point H on a θ = π ⇒v_H= $\sqrt{v_0^2 - 4gl}$

2) Expression de T$_1$
   D'après le théorème du centre d'inertie :
   $\vec{P}$ + $\vec{T_1}$ = m$\vec{a}$

Suivant $\vec{n} = \overrightarrow{A_1O}$: $T_1 - mg\cos\theta = ma_n = m\frac{v_1^2}{l}$

$T_1 = mg\cos\theta + m\frac{v_1^2}{l}$; or $v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gl(1-\cos\theta)}$

$$\Rightarrow T_1 = mg\cos\theta + \frac{m}{l}[v_0^2 - 2gl(1-\cos\theta)]$$

D'où $T_1 = mg(3\cos_{\theta} - 2) + m\frac{v_0^2}{l}$

Déduction de T_H

Au point H on a $\theta = \pi \Rightarrow T_H = m\left(\frac{v_0^2}{l} - 5g\right)$

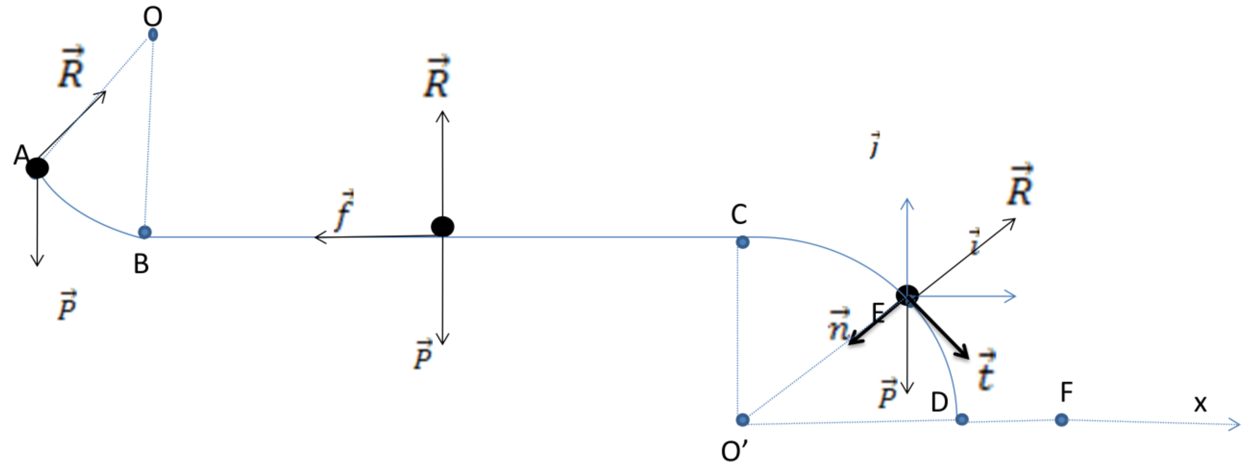
3) Valeur minimale de v_0

Fil tendu $\Rightarrow T_H > 0 \Rightarrow v_0 > v_{omin} = \sqrt{5gl}$

AN: $v_{omin} = \sqrt{5 \times 10 \times 0{,}8}$

$\Rightarrow v_{omin} = 6{,}32 m.s^{-1}$

Corrigé exercice 5:



1)

a) La vitesse de solide en B et en C en fonction de f, R, m, θ et g

Système : {solide de masse m}

Référentiel : terrestre supposé galiléen

BF : le poids $\vec{P}$, la réaction $\vec{R}$ et les frottements $\vec{f}$

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre A et B

$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{f})$

Or $W(\vec{P}) = mgh$ avec $h = r(1-\cos\theta)$; $W(\vec{R}) = 0$ (car la réaction est perpendiculaire au déplacement) et $W(\vec{f}) = -f \times \widehat{AB} = -f \times r\theta$

De plus v_A = 0 $\Rightarrow v_B$ = $\sqrt{2gr(1-cos\theta)-2\frac{fr\theta}{m}}$

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre B et C

$\frac{1}{2}$ mv_C^2 - $\frac{1}{2}$ mv_B^2 = W($\vec{P}$) + W($\vec{R}$) + W($\vec{f}$)

Or W($\vec{P}$) = W($\vec{R}$) = 0 car $\vec{P}$ et $\vec{R}$ sont perpendiculaires au déplacement

W($\vec{f}$) = $-f \times BC$ avec $BC = 2r$ et v_B^2 = $2gr(1-cos\theta)-2\frac{fr\theta}{m}$

$\Rightarrow v_C$ = $\sqrt{\left(2gr(1-cos\theta)-2\frac{fr\theta}{m}-4\frac{fr}{m}\right)}$

b) Expression littérale de f sachant que v_C = 0
   v_C = 0 $\Rightarrow 2gr(1-cos\theta)-2\frac{fr\theta}{m}-4\frac{fr}{m}$ = 0
   $\Rightarrow f$ = $\frac{mg(1-cos\theta)}{2+\theta}$; AN : f = 63,09N

2)

a) Expression de v_E en fonction de β, r et g
   BF : le poids $\vec{P}$ et la réaction $\vec{R}$ (les frottements sont nulles car la partie CD est verglacée)
   Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre C et E
   $\frac{1}{2}$ mv_E^2 - $\frac{1}{2}$ mv_C^2 = W($\vec{P}$) + W($\vec{R}$)

Or W($\vec{P}$) = mgh' avec h' = r(1- sinθ), v_C = 0 et W($\vec{R}$) = 0 car $\vec{R}$ est perpendiculaire au déplacement

$\Rightarrow v_E$ = $\sqrt{2gr(1-sin\beta)}$; AN : v_E = $\sqrt{2\times 10\times 1(1-\frac{2}{3})}$ $\Rightarrow v_E$ = 2,58m.s^{-1}

b) Expression de R_E
   Appliquons le théorème du centre d'inertie
   $\vec{P}$ + $\vec{R}_E$ = m$\vec{a}$
   Suivant la normale $\vec{n}$: Psinβ - R_E = m$\frac{v_E^2}{r}$
   $\Rightarrow R_E$ = mgsinβ - m$\frac{v_E^2}{r}$; or v_E^2 = $2gr(1-sin\beta)$
   D'où R_E = mg(3sinβ - 2)

c) La valeur de β
   Au point E le solide quitte la piste donc R_E = O
   $\Rightarrow$ mg(3sinβ - 2) = 0
   Or mg $\neq$ 0 $\Rightarrow$3sinβ – 2 = 0 $\Rightarrow$ sinβ = $\frac{2}{3}$
   D'où β = 41,8°

3)

a) les équations horaires du mouvement

BF : le poids $\vec{P}$

Appliquons le théorème du centre d'inertie

$\vec{P}$ = m$\vec{a}$ $\Rightarrow$m$\vec{g}$ = m$\vec{a}$ $\Rightarrow$$\vec{a}$ = $\vec{g}$

à $t = 0$

$\vec{a}\left| \begin{matrix} 0 \\ -g \end{matrix} \right.$ $\quad \overrightarrow{v_{E_0}}\left| \begin{matrix} v_E sin\beta \\ -v_E cos\beta \end{matrix} \right.$ $\quad \overrightarrow{OE}\left| \begin{matrix} x_E = 0 \\ y_E = 0 \end{matrix} \right.$

à t $\neq$ 0

$\vec{a}\left| \begin{matrix} 0 \\ -g \end{matrix} \right. \Rightarrow \vec{v}_E\left| \begin{matrix} v_E sin\beta \\ -gt - v_E cos\beta \end{matrix} \right. \Rightarrow \overrightarrow{OE}\left| \begin{matrix} v_E t sin\beta & (1) \\ -\frac{1}{2}gt^2 - v_E t cos\beta & (2) \end{matrix} \right.$

Equation de la trajectoire

(1) $\Rightarrow t = \frac{x}{v_E sin\beta}$

En remplaçant t dans (2) on obtient :

$y = -\frac{g}{2v_E^2 sin^2\beta}x^2 - xcotan\beta$ qui est l'équation d'une parabole

b) Les coordonnées du point d'impact P

Graphiquement, on montre que $y_P = -rsin\beta$

$\Rightarrow -\frac{g}{2v_E^2 sin^2\beta}{x_P}^2 - x_P cotan\beta = -rsin\beta$ = -0,66

$\Rightarrow -1{,}70{x_P}^2 - 1{,}11x_P + 0{,}66 = 0$

On résout l'équation du second degré et on obtient

$x_{P1} = 0{,}37$ et $x_{P2} = -1{,}03$

Or d'après le schéma on voit que l'abscisse de x_P doit être positive

D'où $P\ (0{,}37; -0{,}66)$

Corrigé exercice 6:

1) On applique la deuxième loi de Newton à la bille

BF: $\vec{P}$, $\vec{R}$

$\sum\vec{F}$ = m$\vec{a}$ $\Rightarrow$ $\vec{P}$ + $\vec{R}$ = m$\vec{a}$

Suivant le plan incliné AB on a : mgsinα = ma $\Leftrightarrow$ a = gsinα = cste

L'accélération est constante et le mouvement est rectiligne. D'où le mouvement est rectiligne uniformément varié.

2) Equation horaire

x = $\frac{1}{2}$gt²sinα

3) D'après 2) on obtient L = $\frac{1}{2}$gt²sinα $\Rightarrow$ $t_B = \sqrt{\frac{2L}{g\sin\alpha}}$ $\Rightarrow$ $t_B = \sqrt{\frac{2\times 0{,}5}{9{,}8\times\sin 30°}}$ $\Rightarrow$ t_B = 0,45s

v_B = gt_Bsinα $\Rightarrow$ v_B = 9,8×0,45×sin30° $\Rightarrow$ v_B = 2,21m.s^{-1}

4) Expression de la vitesse au point M

TEC : $\frac{1}{2}$ m${v_M}^2$ - $\frac{1}{2}$ m${v_B}^2$ = mgh $\Rightarrow$ ${v_M}^2$ - ${v_B}^2$ = 2gr(cosθ – cosα)

$\Rightarrow v_M = \sqrt{v_B^2 + 2gr(\cos\theta - \cos\alpha)}$

5) Intensité de la réaction R
TCI dans la base de Frenet :

$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

Suivant la normale : - mgcosθ + R = m $\frac{v_B^2}{r}$ $\Rightarrow$

R = m $\left[\frac{v_B^2}{r} + gr(3\cos\theta - 2\cos\alpha)\right]$

6) R = R_{max} lorsque cosθ = 1 soit θ = 0° Donc la réaction est maximale au point C

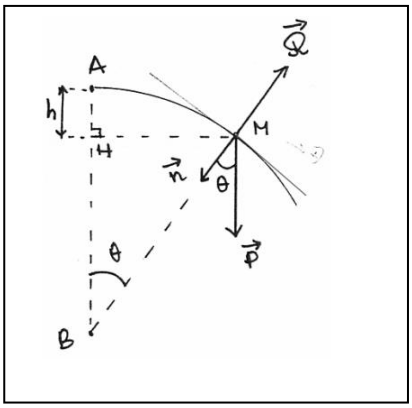
7) R_{max} = $\left[\frac{v_B^2}{r} + gr(3 - 2\cos\alpha)\right]$ AN : R_{max} = 0,446N

8) Vitesse de la bille au point S
v_S = $\sqrt{v_B^2 + 2gr(\cos\alpha - \cos\beta)}$ AN : v_S = 2,265m.s^{-1}
v_S fait un angle β avec l'horizontale.

Corrigé exercice 7:

1. Expression littérale de la vitesse du skieur

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au skieur entre les points A et M.



$$\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ext})$$

Ici la seule force qui travaille est le poids du skieur.

Donc $\Delta E_C = W(\vec{P}) = mgh = mgr(1 - cos\theta)$

$\frac{1}{2} m{v_M}^2$ - $\frac{1}{2}$ m${v_A}^2$ $= \; mgr(1 - cos\theta)$

2. l'angle θ_0
Le skieur quitte la piste lorsque la réaction $\vec{R}$ de la celle-ci sur lui est s'annule.
D'après le théorème du centre d'inertie : $\vec{P}$ + $\vec{R}$ = m$\vec{a}$
Suivant la normale :mgcosθ - R = m $\frac{v_M^2}{r}$ avec $v_M^2 = v_A^2 + 2gr(1 - cos\theta)$
Or lorsque $R = 0$;$\theta = \theta_0$
Soit $mgcos\theta_0 - 0 = m\left[\frac{v_A^2}{r} + 2g(1 - cos\theta)\right]$
$cos\theta_0 = \frac{v_A^2}{3gr} + \frac{2}{3}$; A.N : $cos\theta_0 = 0{,}83 \Rightarrow \theta_0 = 33{,}6°$

3.1. Équation de la trajectoire de M dans le repère Oxz

Dans le repère Oxz, le skieur n'est soumis qu'à son poids.

$\vec{P}$ = m$\vec{a}$ $\Rightarrow \vec{a} = \vec{g} \Leftrightarrow \vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_z = g \end{vmatrix} \Leftrightarrow \vec{v}\begin{vmatrix} v_x = v_0 cos\theta_0 \\ v_z = gt + v_0 sin\theta_0 \end{vmatrix} \Leftrightarrow$

$\overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = v_0 tcos\theta_0 \\ z = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 tsin\theta_0 \end{vmatrix}$

éliminons t entre x et z :

$t = \frac{x}{v_0 tcos\theta_0} \Rightarrow z = \frac{g}{2v_0^2 cos^2\theta_0}x^2 + xtan\theta_0$. Donc la trajectoire est un arc de parabole.

3.2. valeur de la distance OC

Le point C est tel que $x_C = z_C$ puisque $\alpha = 45°$

$x_C = z_C \Rightarrow x_C = \frac{g}{2v_0^2 cos^2\theta_0}{x_C}^2 + x_C tan\theta_0$

$\Leftrightarrow 1 = \frac{g}{2v_0^2 cos^2\theta_0}x_C + tan\theta_0$

$\Leftrightarrow x_C = 2(1 - tan\theta_0)cos^2\theta_0\left[\frac{v_A^2}{g} + 2r(1 - cos\theta_0)\right]$

Or $OC = \sqrt{x_C^Z + z_C^2} = x\sqrt{2}$ car $x_C = z_C$

$$OC = 2\sqrt{2}cos^2\theta_0(1 - tan\theta_0)\left[\frac{v_A^2}{g} + 2r(1 - cos\theta_0)\right]$$

A.N: $OC \approx 11\ m$

<u>Corrigé exercice 8</u> :

1) Equation de la trajectoire

   a) y(x) = - $\frac{1}{2}$g $\left(\frac{x}{V_0 \cos\alpha}\right)^2$ + xtana + h

   b) y(x) = -0,0734x^2 + 1,54x + 0,5

2) Nadal est à 2m derrière le filet donc à l'abscisse : x = D + d = 9 + 2 = 11m

y(x = 11) = 8,5m > H = 3,5m donc très largement au dessus de Raphael Nadal. Celui-ci est lobé

3) Lorsque la balle tombe au sol y = 0 donc -0,0734x^2 + 1,54x + 0,5 = 0

   Les deux solutions de cette équation sont x_1 = - 0,32 et x_2 = 21,30

   La première solution n'a pas de sens puisque l'abscisse de la balle est positive.

   La balle retombe donc à l'abscisse x_2 = 21,30m. Or le fond du court est à l'abscisse

   x_f = D + L = 9 + 12 = 21m.

   La balle retombe ainsi à 30cm derrière la ligne de fond. Le lob n'est pas réussi…Point pour Nadal…

Corrigé exercice 9 :

1. Il y a trois forces qui s'exercent sur la bulle d'air lors de sa remontée :
   - Son poids $\vec{P}$ dû la masse d'air qu'elle renferme.
   - La poussée d'Archimède $\vec{P}_A$ due au volume d'eau que la bulle déplace de par son existence.
   - La force de frottement $\vec{f}$ due aux molécules d'eau que la bulle d'air déplace lorsqu'elle remonte vers la surface. Cette force est donc dirigée vers le bas vu qu'elle s'oppose au mouvement ascendant de la bulle.

Les caractéristiques de ces trois forces sont :

Le poids :	Poussée d'Archimède :	Force de frottement :
direction : verticale	direction : verticale	direction : verticale
sens : vers le bas	sens : vers le haut	sens : vers le bas
norme : $P = \rho'.V.g$	norme : $P_A = \rho.V.g$	norme : $f = k\,v$

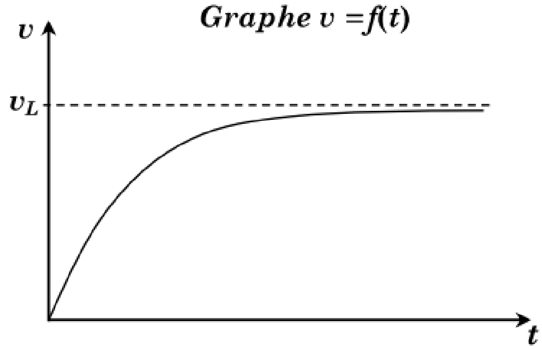
2. On applique le TCI à la bulle d'air
   $\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{f} + \vec{P}_A = m\vec{a}$ avec m la masse d'air contenue dans la bulle.
   En projetant cette équation sur l'axe vertical défini par l'énoncé on obtient :
   $-P - f + P_A = ma \Leftrightarrow -\rho'Vg - k\,v + \rho Vg = \rho'V\frac{dv}{dt}$
   $\Leftrightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{k}{\rho'V}v = g\left(\frac{\rho}{\rho'} - 1\right)$

Par identification avec l'expression donnée par l'énoncé, on obtient :

$\tau = \frac{\rho'V}{k}$ et $B = g\left(\frac{\rho}{\rho'} - 1\right)$

3. Lorsque la bulle d'air remonte avec une vitesse égale à la vitesse limite v_L elle ne subit plus aucune accélération car la vitesse limite est par définition constante. En remplaçant v par la vitesse limite dans l'équation différentielle, on obtient :
   $v_L = B\,\tau$
4. En remplaçant B et τ dans la relation précédente ($v_L = B\,\tau$) par leur expression complète, on obtient :
   $R = \sqrt{\frac{9\,v_L\,\eta}{2g(\rho - \rho')}}$. AN : R = 0,34mm

5. A l'origine du temps la vitesse de la bulle est bulle est nulle d'après l'énoncé. Donc :
   v(t = 0) = α + β = 0 $\Rightarrow$ β = - α
   donc υ(t) peut s'écrire : υ(t) = α.exp(- $\frac{t}{\tau}$) - α
   De plus, pour une date t importante, la vitesse υ de la bulle d'air sera égale à la vitesse limite v_L. Donc :
   $\lim_{t\to+\infty} v(t) = \lim_{t\to+\infty} \left(\alpha.\exp(-\frac{t}{\tau}) - \alpha\right) = v_L \Leftrightarrow \alpha \times 0 - \alpha = v_L$. Donc α = - v_L.
   Finalement on obtient : v(t) = $v_L\left(1 - \exp(-\frac{t}{\tau})\right)$.
6. Pour retrouver la vitesse initiale de la bulle à l'aide de l'expression de υ(t) il suffit de remplacer la date t par 0, ce qui donne :
   $v(t = 0) = v_L(1 - e^0) = v_L(1 - 1) = 0$
   Ce résultat est bien en accord avec l'hypothèse d'une vitesse nulle à l'origine du temps.
7. Pour une durée importante, on considère que le temps tend vers l'infini. Ce qui équivaut à :
   $\lim_{t\to+\infty} v(t) = \lim_{t\to+\infty} v_L(1 - \exp(-\frac{t}{\tau})) = v_L(1 - 0) = v_L$
8. En utilisant les deux résultats précédents on peut tracer l'allure de la vitesse de la bulle d'air dans l'eau en fonction du temps :



9. Remplaçons t par 5τ dans l'expression de υ(t) :
   $\upsilon(5\tau) = v_L(1 - \exp(-\frac{5\tau}{\tau})) = v_L(1 - \exp(-5)) = 0{,}993 v_L$
   On remarque donc qu'à la date t = 5τ la vitesse de la bulle d'air est égale 99% de la valeur limite v_L. On peut donc considérer que la bulle d'air a atteint cette vitesse limite.

Corrigé exercice 10 :

1.1. Plaque ayant le potentiel le plus élevé :

Les ions Mg^{2+} étant chargés positivement, la plaque P_2 doit être chargée négativement, pour attirer les ions et la plaque P_1 positivement pour repousser ces mêmes ions.

Conclusion : P_1 doit être portée au potentiel le plus élevé

5.1.2. Valeur V_0 de la vitesse des ions en P_2

En application du théorème de l'énergie cinétique à un ion sur lequel agit la seule force électrique on peut écrire :

$\frac{1}{2}mv_0^2 = W(\vec{F_e}) = qU_0 \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2qU_0}{m}}$

5.1.3.Calcul de la valeur de v_0

$v_0 = \sqrt{\frac{2\times2\times1{,}6.10^{-19}\times400}{24\times1{,}67.10^{-27}}} \Rightarrow v_0 = 2{,}5.10^5 m/s.$

5.2.1. Caractéristiques de la force électrique agissant sur un ion dans le condensateur.

Vectoriellement la force électrique a pour expression en foction du champ électrique régnant dans le condensateur :

$\vec{F_e} = q\vec{E}$ or q > 0 $\Rightarrow \vec{F_e}$ et $\vec{E}$ ont la même direction et le même sens : la verticale ascendante car U_{PQ} >0, le champ est dirigé de la plaque P vers la plaque Q.

L'intensité de la force électriques s'écrit : F = qE or E = $\frac{U}{d} \Rightarrow$

F = q$\frac{U}{d}$

2.2. Nature de la trajectoire d'un ion Mg^{2+} à l'intérieur du condensateur.

En appliquant le théorème du centre d'inertie à un ion isolé dans le repère de laboratoire (O', $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$), O' étant le point d'entrée de l'ion dans le condensateur, $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ étant respectivement parallèle et perpendiculaire aux plaques, on a :

$\sum\vec{F}$ = m$\vec{a}$, m est la masse de l'ion et puisqu'on néglige le poids de l'ion devant la force électrique $\Rightarrow \sum\vec{F} = \vec{F_e}$

Ainsi, $\vec{F_e} = m\vec{a}$ or $\vec{F_e} = q\vec{E} \Rightarrow q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$

Les cordonnées de $\vec{a}$ dans le repère (O', $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$), sont : $\vec{a}\left|\begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = \frac{qE}{m} \end{array}\right.$

Les coordonnées du vecteur vitesse dans le condensateur sont à l'instant t :

$\vec{v}$ $\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = \frac{qE}{m}t \end{cases}$

Les coordonnées du centre d'inertie de l'ion dans le condensateur à l'instant t sont : $\overrightarrow{OG} \left| \begin{array}{l} x = v_0 t \\ y = \frac{qE}{2m}t^2 \end{array} \right.$

Par élimination du temps t dans les coordonnées da G on a : $y = \frac{qE}{2mv_0^2}x^2$

Cette équation est celle d'une parabole. La trajectoire de l'ion est une *branche de parabole* dans le condensateur

2.3. Distance verticale OM sur l'écran.

Les triangles COM et CAS sont en position de Thalès.

C est le centre du condensateur, S est le point de sortie de l'ion du condensateur et A le projeté de S sur l'axe O'O :

$\frac{OM}{D} = \frac{AS}{\frac{l}{2}} \Rightarrow \frac{Z}{D} = \frac{2Y_S}{l} \Rightarrow Z = \frac{2\times D\times Y_S}{l}$ avec $Y_S = Y(x = l) = \frac{qE}{2mv_0^2}l^2$

$\Rightarrow Z = \frac{D\times q\times E\times l}{m\times v_0^2} = \frac{D\times q\times U\times l}{m\times d\times v_0^2}$

Avec $v_0^2 = \sqrt{\frac{2qU_0}{m}} \Rightarrow Z = \frac{D\times U\times l}{2U_0 d}$; Z est indépendant des caractéristiques de l'ion Mg^{2+}

2.4. Durée de traversée du condensateur

De l'équation horaire $x = v_0 t$ si $x = l$ on a :

$t = t_s \Rightarrow t_s = \frac{l}{v_0} \Rightarrow t_s = 0,4.10^{-6}s$

5.2.5. Longueur du segment dans le cas d'une tension sinusoïdale :

$u(t) = U_{max} sin\omega t$

Si $u(t) = +U_{max} \Rightarrow Z_{max} = \frac{DU_{max}l}{2U_0 d}$

Si $u(t) = -U_{max} \Rightarrow Z_{min} = -\frac{DU_{max}l}{2U_0 d}$

Si $-U_{max} < u(t) < +U_{max}$ on a un point d'impact sur l'écran dont l'ordonnée est comprise entre $-\frac{DU_{max}l}{2U_0d}$ et $\frac{DU_{max}l}{2U_0d}$

La longueur du segment est alors : $L = Z_{max} - Z_{min} = \frac{DU_{max}l}{U_0d}$ soit $L = 5{,}75\ cm$

<u>Corrigé exercice 11</u> :

1.Appliquons le théorème de l'énergie cinétique

$\frac{1}{2}mv_B^2$ - $\frac{1}{2}mv_0^2$ = -mglsinβ or v_B=0

D'où $v_0 = \sqrt{2glsin\beta}$

AN: $v_0 = 1m.s^{-1}$

2.1.

$\overrightarrow{P_1}$ + $\overrightarrow{T_1}$ + $\vec{R}$ = $\vec{0}$; suivant le plan incliné on a : $-P_1sin\beta + T_1 = 0$

Or $T_1 = P_2 = m_2g \Rightarrow m_2$=m $sin\beta$

AN : m_2 = 0,1kg

- Si m_2=0,5kg $>$ 0,1kg alors le chariot monte en B
  En B
  Système : {chariot}

$\overrightarrow{P_1}$ + $\overrightarrow{T_1}$ + $\vec{R}$ = m$\vec{a}$

-mg $sin\beta$ + T_1 = ma $\Rightarrow T_1$ = m(a + g $sin\beta$)

Système : {m2}

$\overrightarrow{P_2}$ + $\overrightarrow{T_2}$ = $m_2\vec{a}$

m_2g - T_2 =m_2a $\Rightarrow T_2$ = m_2(a + g)

Le fil étant inextensible $\Rightarrow T_1$ = T_2 $\Leftrightarrow$ m(a + g $sin\beta$) = m_2(a + g)

$\Rightarrow$a = $\frac{m_2 - msin\beta}{m - m_2}$; AN : a = 0,27 m.s^{-2}

x = $\frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$

or $v_0 = 0$ et $x_0 = 0$

$\Rightarrow l = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2l}{a}}$; AN : $t = 2{,}74s$

2.2. $J_\Delta = \frac{1}{2}m_1r^2$; AN: $J_\Delta = 1,25.10^{-3}kg.m^2$

Système : {Poulie}

$M(T_1') + M(T_2') = J_\Delta\ddot{\theta}$

$-T'_1r + T'_2r = J_\Delta\ddot{\theta}$

Or $v = r\omega = r\dot{\theta}$ et $a = \frac{dv}{dt} = r\ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} = \frac{a}{r}$

$\Rightarrow -T'_1r + T'_2r = J_\Delta\frac{a}{r} \Rightarrow -T'_1 + T'_2 = J_\Delta\frac{a}{r^2}$ $\quad (a)$

Or $T_1 = T_1'$ et $T_2 = T_2'$ donc $(a) \Rightarrow -m(a + gsin\beta) + m_2(a + g) = J_\Delta\frac{a}{r^2}$

$\Rightarrow a\left(\frac{J_\Delta}{r^2} + m - m_2\right) = -mgsin\beta + m_2g$

$\Rightarrow a = \frac{g(m_2 - msin\beta)}{\frac{J_\Delta}{r^2} + m - m_2}$

Or $\frac{J_\Delta}{r^2} = \frac{m_1}{2} \Rightarrow a = \frac{g(m_2 - msin\beta)}{\frac{m_1}{2} + m - m_2}$

AN: $a = 2m.s^{-2}$

$l = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2l}{a}}$; $t = 1s$

i.

3.1. Variation de la longueur du ressort

$$Psin\beta = k\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{mgsin\beta}{k}$$

AN : $\Delta x = 0,05m$

3.2. Equation différentielle : $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$;AN :$T = 2s$

3.3. masse de la balle $m' = 5.10^{-3}kg$ et la vitesse est $v = 200m.s^{-1}$

Appliquons la conservation de la quantité de mouvement :

$m'v = (m + m')v' \Rightarrow v' = \frac{m'v}{(m+m')}$

Après le choc $m + m'$ a un mouvement sinusoïdal de période $T = 2\pi\sqrt{\frac{m'+m}{k}}$ et de pulsation $\omega = \sqrt{\frac{k}{m'+m}}$

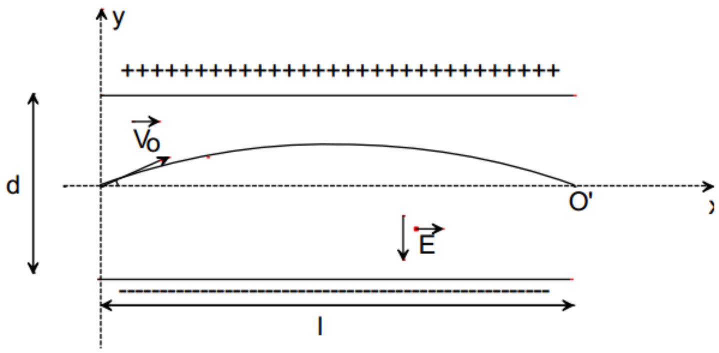
$x(t) = X_m\cos(\omega t + \varphi)$; $v = \dot{x} = -X_m\omega\sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow v_{max} = X_m\omega = v'$

$\Rightarrow X_m = \frac{v'}{\omega} = \frac{m'v}{(m+m')} \times \sqrt{\frac{m'+m}{k}} = \frac{m'v}{\sqrt{k(m'+m)}}$

AN : $X_m = 0,16m$

Corrigé exercice 12 :

1. $Q = +2e = 3,2.10^{-19}C$; $m = Am_n = 4 \times 1,67.10^{-27} = 6,68.10^{-27}kg$



2.

2.1. TCI : $\vec{F} = q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$

$$\vec{a}\left|\begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{qE}{m} \end{array}\right. \Rightarrow \vec{v}\left|\begin{array}{l} v_x = v_0 cos\alpha \\ v_y = -\frac{qE}{m}t + v_0 sin\alpha \end{array}\right. \Rightarrow \overrightarrow{OM}\left|\begin{array}{l} x = v_0 tcos\alpha \\ y = -\frac{qE}{2m}t^2 + v_0 tsin\alpha \end{array}\right.$$

2.2. Equation cartésienne : $y = -\frac{qE}{2mv_0^2 cos^2\alpha}x^2 + xtan\alpha$

Or $E = \frac{U}{d} \Rightarrow y = -\frac{qU}{2mdv_0^2 cos^2\alpha}x^2 + xtan\alpha$

3. Condition pour $y_F < \frac{d}{2}$ (y_F ordonnée de la flèche). A la flèche $v_y = 0$ $\Rightarrow v_y = -\frac{qE}{m}t_F + v_0 sin\alpha = 0$; on tire t_F et on le remplace dans l'équation horaire de $y(t)$ on obtient : $y_F = \frac{mdv_0^2}{2qU}sin^2\alpha < \frac{d}{2} \Rightarrow U > \frac{mv_0^2}{q}sin^2\alpha \Rightarrow U >$ $470V$

4. A la sortie $y = 0$ et $x = l \Rightarrow 0 = -\frac{qU}{2mdv_0^2 cos^2\alpha}l^2 + ltan\alpha \Rightarrow U =$ $\frac{2dmv_0^2 \times cos^2\alpha \times tan\alpha}{ql}$

AN : $U = 976\ V$

5. Tension accélératrice : $\frac{1}{2}mv_0^2 = qU_{acc} \Rightarrow U_{acc} = \frac{mv_0^2}{2q} = 791\ V$

Corrigé exercice 13 :

1) la valeur de la tension U :

Système : {électron}

Référentiel : terrestre supposé galiléen

BF : la force électrique : $\vec{F_e}$

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique :

$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W(\vec{F_e}) = \|q\|U$ avec $v_0 = 0$

$\Rightarrow U = \frac{mv^2}{2\|q\|} = 728$ V

2)

a) Equation du mouvement d'un électron

D'après la deuxième loi de Newton on a : $\vec{F_e} = m\vec{a} \Rightarrow q\vec{E} = m\vec{a}$

$\Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$

à $t = 0$

$\vec{v_0} \left| \begin{array}{l} v_{0x} = v \\ v_{0y} = 0 \end{array} \right. \qquad \overrightarrow{OM_0} \left| \begin{array}{l} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{array} \right.$

à t ≠ 0

$$\vec{a} \left| \begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{qE}{m} \end{array} \right. \Rightarrow \vec{v}_E \left| \begin{array}{l} v_{0x} = v \\ v_{0y} = -\frac{qE}{m}t \end{array} \right. \Rightarrow \overrightarrow{OM} \left| \begin{array}{ll} x = vt & (1) \\ y = -\frac{qE}{2m}t^2 & (2) \end{array} \right.$$

$(1) \Rightarrow t = \frac{x}{v}$ et si nous remplaçons t dans (2), on obtient : $y = -\frac{qE}{2mv^2}x^2$

Or q = - e et $E = \frac{U_1}{d} \Rightarrow y = \frac{eU_1}{2mdv^2}x^2$

b) Condition d'émergence

Il faut que $x = L$ et $y < \frac{d}{2}$ soit $\frac{eU_1}{2mdv^2}L^2 < \frac{d}{2} \Rightarrow U_1 < \frac{md^2v^2}{eL^2}$

c) Montrons que la déviation verticale Y est proportionnelle à U_1

On a : $tan\alpha = \frac{Y}{D} \Rightarrow Y = Dtan\alpha$

Or si on considère x_S et y_S comme étant respectivement les abscisse et ordonnées du point de sortie du faisceau d'électrons du champ on obtient : $tan\alpha = \frac{y_S}{x_S} = \frac{y_S}{\frac{L}{2}} = \frac{2y_S}{L} = \frac{eU_1L}{dmv^2} \Rightarrow Y = \frac{eDL}{dmv^2}U_1 = kU_1$

Avec $k = \frac{eDL}{dmv^2}$ le coefficient de proportionnalité

d) La distance D

On a $s = \frac{U_1}{Y} = \frac{dmv^2}{eDL} \Rightarrow D = \frac{dmv^2}{seL}$; $D = 36{,}4\ m$

Correction des exercices de gravitation

Corrigé exercice 1 :

1.

- Pour Intelsat-V : $\frac{T^2}{r^3}$ = 9,8.10^{-14} $s^2.m^{-3}$
- Pour Cosmos-197 : $\frac{T^2}{r^3}$ =9,8.10^{-14} $s^2.m^{-3}$
- Pour Feng-Yun : $\frac{T^2}{r^3}$ = 9,7.10^{-14} $s^2.m^{-3}$
- Pour USA-35 : $\frac{T^2}{r^3}$ = 9,9.10^{-14} $s^2.m^{-3}$

  Ainsi $\frac{T^2}{r^3} \approx$9,9.10^{-14} $s^2.m^{-3}$ =cte

2. On sait que : T = $\frac{2\pi r}{v}$ or $v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}} \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_T}} \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{\frac{4\pi^2 r}{GM_T}}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$ = cte =

   $\Rightarrow M_T = \frac{4\pi^2}{G\times cte}$; AN : M_T = 6,57.10^{24}

Corrigé exercice 2:

1) Mouvement uniforme

   Système matériel : satellite

   Référentiel : géocentrique

   Bilan des forces : $\vec{F}$ = m$\vec{g}$

   Théorème du centre d'inertie : $\vec{F} = m\vec{a} = m\vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g} = \overrightarrow{a_n} \Rightarrow \overrightarrow{a_\tau} = \vec{0} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow$ v = cte

   Donc le mouvement est uniforme

2) Expression de la vitesse du satellite

   on sait que : a = $a_n \Rightarrow \frac{GM_T}{r^2} = \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$

3) La période T du satellite

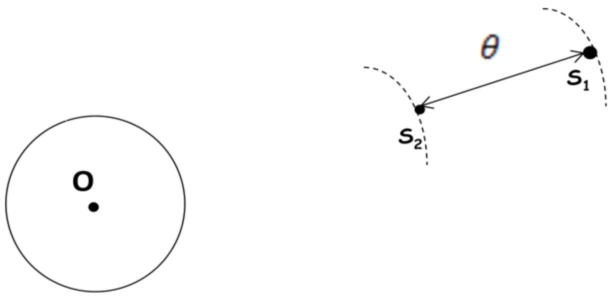
   $$T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_T}}$$

4) Valeur de r de l'orbite du satellite pour qu'il soit géostationnaire

On sait que : T = $\mathbf{2\pi}\sqrt{\frac{r^3}{GM_T}}$ $\Rightarrow r$ = $\sqrt[3]{\frac{T^2\,GM_T}{4\pi^2}}$ et pour que le satellite soit géostationnaire il faut que la période du satellite soit égale à la période de rotation de la terre. Soit T = T_O

$\Rightarrow r$ = $\sqrt[3]{\frac{T_0{}^2\,GM_T}{4\pi^2}} =$

5) Période de rapprochement θ des deux satellites



Corrigé exercice 3 :

1) En considérant Mars comme un objet à répartition de masse de symétrie sphérique et de centre O, le champ de gravitation en un point P, situé à la distance r ≥ R_M , s'écrit :
$\vec{G}$(P) = - K. $\frac{M_M}{r^2}\vec{u}_{OP}$
$\vec{u}_{OP}$ est un vecteur dirigé du centre 0 de Mars vers le point P considéré.
2) La sonde a des dimensions petites par rapport à sa distance au centre O de Mars ; elle peut être considérée comme un objet ponctuel de masse m. Elle est donc soumise à la force de gravitation de valeur :
F = m.G(P) = m.G.$\frac{M_M}{r^2}$

Avec m = $\frac{P}{g_{0T}}$ = $\frac{35\,000}{9,8}$ = 3570,

r = R_M + h ; r = 1520 + 3397 = 4917 km, soit r = $4,92.10^6$ m

F = $\frac{3570 \times 6,67.10^{-11} \times 6,42.10^{23}}{(4,92.10^6)^2}$ = 6315,4 N

3) a) g_{0M} = G.$\frac{M_M}{R_M^2}$; AN : g_{0M} = $\frac{6,67.10^{-11} \times 6,42.10^{23}}{(3,397.10^6)^2}$ = 3,7108 m.s^{-2}
b) g_{0T} = 9,8 m.s^{-2} ; $\frac{g_{0T}}{g_{0M}}$ = 2,64
Le poids d'un objet à la surface de la Terre est donc environ 2,6 fois plus important que le poids du même objet à la surface de Mars.

Corrigé exercice 4 :

1. La seule force qui s'exerce sur la Lune est la force d'interaction gravitationnelle $\vec{F}$ engendrée par la Terre. Comme la trajectoire de la Lune est supposée circulaire (énoncé), la force d'interaction $\vec{F}$ est portée par le rayon du cercle de l'orbite de la Lune, car la droite d'action de cette force passe par le centre de la Terre et le centre de la Lune.
   Donc, d'après la deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F} = m\vec{a}$
   Or $\vec{F} = F.\vec{N}$ avec $\vec{N}$ le vecteur unitaire normal dans la base de Frenet.
   Comme $\vec{a} = a_T\vec{T} + a_N\vec{N} \Rightarrow F.\vec{N} = ma_T\vec{T} + ma_N\vec{N}$
   Par identification on remarque donc que $ma_T\vec{T} = \vec{0}$ soit $a_T = 0 = \frac{dv}{dt} \Rightarrow$
   v = cste. Donc le movement uniforme.
2. ~~2.~~ On sait que $a_N = \frac{v_L^2}{R}$, donc $F.\vec{N} = ma_N\vec{N}$ soit en norme $F = ma_N \Leftrightarrow \frac{GmM_T}{R^2} = m\frac{v_L^2}{R}$
   D'où $v_L = \sqrt{\frac{GM_T}{R}}$
3. $T = \frac{2\pi R}{v_L} = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM_T}}$
4. Calculons $\frac{T^2}{R^3}$
   $\frac{T^2}{R^3} = \frac{\frac{4\pi^2R^3}{GM_T}}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$ or G est une constante et la masse de la terre aussi.
   Donc le rapport $\frac{T^2}{R^3}$ est bien une constante. La troisième loi de Kepler est donc vérifier.
5. Calculons la valeur du rapport :
   $\frac{4\pi^2}{GM_T} = \frac{4\times\pi^2}{6,67.10^{-14}\times 5,97.10^{24}} = 9,9.10^{-14}s^2.m^{-3}$
6. Comme $\frac{T^2}{R^3}$ =cste donc $R = \sqrt[3]{\frac{T^2}{cste}} = \sqrt{\frac{(27\times24\times3600+30\times60)^2}{9,9.10^{-14}}} = 3,83.10^8 m$
7. La durée Δt est celle d'un aller-retour. Pendant cette durée, la lumière parcourt deux fois la distance séparant la surface de la Terre de la surface de la Lune, soit soit 2×d.
   Donc $2d = v \times \Delta t \Leftrightarrow 2d = c \times \Delta t$ avec c la célérité (ou vitesse de lumière dans le vide).
   On trouve d = 384 450 km.
   D'où $OL = d + R_T + R_L$ = 392 600 km.

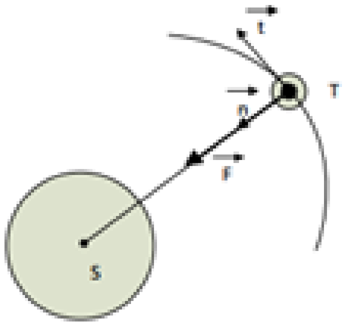
Corrigé exercice 5 :

1. Quelques caractéristiques de Titan :

1.1.

1.1.1. Titan subit la force d'interaction gravitationnelle exercée par Saturne.

1.1.2. Représentation (Voir figure)



1.1.3. $\vec{F} = -\frac{GM_T M_S}{R_T^2}\vec{u}$ où $\vec{u}$ est le vecteur unitaire de la droite (ST) dirigé de S vers T.

1.2. Accélération et vitesse

1.2.1. On applique TCI : $\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -\frac{GM_S}{R_T^2}\vec{u}$

1.2.2. Pour Titan, en orbite circulaire de rayon R_T autour de Titan, on a : $\vec{a} = \frac{GM_S}{R_T^2}\vec{n}$

Le vecteur accélération de Titan étant normal on a donc $a_\tau = \frac{dv}{dt} = 0$,

La valeur de la vitesse v de Titan est donc constante. Le mouvement de Titan autour de Saturne est alors uniforme.

1.2.3. D'après la deuxième loi de Newton on a : $a = a_n \Rightarrow \frac{GM_S}{R_T^2} = \frac{v^2}{R_T} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_S}{R_T}}$

2. <u>D'autres satellites de Saturne</u> :

2.1. Loi de Kepler

$v = \frac{2\pi R}{T} = \sqrt{\frac{GM_S}{R_T}} \Rightarrow \frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM_S} = cste$

2.2. $\frac{T^2}{R_E^3} = \frac{4\pi^2}{GM_S}$ soit $R_E = \sqrt[3]{\frac{T^2\, GM_S}{4\pi^2}}$ AN : $R_E = 2{,}38.10^8$m

3. <u>Satellite saturno-stationnaire</u> :

3.1. Un satellite saturno-stationnaire reste à la verticale du même point. Sa période de révolution est égale à la durée d'un jour sur saturne. $T_C = T_S$

3.2. Altitude de la sonde

D'après la question 2.2 : $R_C = \sqrt[3]{\frac{T_C^2\, GM_S}{4\pi^2}}$ où R_C est le rayon de l'orbite de la sonde Cassini.

Or $R_C = R_S + h$ avec $T_C = T_S$ donc $h = 5{,}2.10^7$m

Corrigé exercice 6 :

1. Théorème du centre d'inertie

$\vec{F}$ = m$\vec{a}$ = m$\vec{g}$ $\Rightarrow \vec{a} = \vec{g} = \overrightarrow{a_n} \Rightarrow \overrightarrow{a_\tau} = \vec{0} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow$ v = cte

Donc le mouvement est uniforme

2. Expression de g en A

$g = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}$

3. Période et énergie cinétique du satellite

$T = \frac{2\pi}{R\sqrt{g_0}} r^{3/2} = \frac{2\pi}{R\sqrt{g_0}} (R+h)^{3/2}$

$v_0 = R\sqrt{\frac{g_0}{R+h}}$; $E_C = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{m g_0 R^2}{2(R+h)} = 1{,}97.10^{10}$ J

4. géostationnaire = fixe par rapport à un observateur terrestre

lieu d'évolution = plan équatorial.

Altitude h = 36000 km

5. Période de révolution

$T_L = \frac{2\pi}{R\sqrt{g_0}} {r_L}^{3/2}$ = 236786 s = 27,4 jours. Cette valeur est conforme au mois lunaire.

6. Masse de la Lune

Au point d'équi -gravitation $F_1 = F_2$

$\Leftrightarrow \frac{KmM_T}{d_1^2} = \frac{KmM_L}{d_2^2} \Rightarrow \frac{M_T}{d_1^2} = \frac{M_L}{d_2^2}$

Soit x la distance Lune-Objet

$d_2 = R_L + x$

$d_1 = D - (R_L + x)$

Donc on obtient : $\frac{M_T}{[D-(R_L+x)]^2} = \frac{M_L}{(R_L+x)^2} \Rightarrow M_L = M_T \times \left(\frac{R_L+x}{D-(R_L+x)}\right)^2 = 7{,}34.10^{22}$ kg

Corrigé exercice 7 :

1. Champ à la surface de la Lune

$g_{0L} = \frac{KM_L}{R_L^2} = 1{,}62$ m.s^{-2}

2. Force de gravitation exercée par la Lune sur la Terre

$F_{T/L} = \frac{KM_TM_L}{(R_1+R_2+D)^2} = 1{,}9.10^{20}$ N

3. Point M où la force de gravitation est nulle :

En ce point $F_1 = F_2$

$F_1 = F_2 \Rightarrow g_1 = g_2$ d'où

$\frac{g_T R_T^2}{r_1^2} = \frac{g_L R_L^2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{g_T R_T^2}{g_L R_L^2}} = 9$

Or $r_1 = R_T + x_1$ et $r_2 = R_T + x_2 \Rightarrow R_T + x_1 = 9(R_L + x_2)$

On sait qu'aussi : $x_1 + x_2 = D$

AN : $x_1 = 37472$ km et $x_2 = 34529$ km

3.4. Energie potentielle de gravitation.

Considérons que le satellite s'élève d'une distance élémentaire

$M_1M_2 = dr$

$dw = -Fdr$ or $dw = -dE_p \Rightarrow dE_p = Fdr$

Par integration on obtient: $E_P = KMm\int \frac{1}{r^2}dr \Rightarrow E_p = -\frac{KMm}{r} + C$

Or $C = 0$ car à l'infini $E_p = 0$

Finalement on trouve : $E_p = -\frac{KMm}{r}$

4. Première vitesse de libération v_l

$E = E_c + E_p$

Avec $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mR^2\,\frac{g_0}{r}$ avec $v = R\sqrt{\frac{g_0}{r}}$

$g_0R^2 = KM \Rightarrow E_c = \frac{KmM}{2r}$ et $E_p = -\,\frac{KmM}{r}$

$\Rightarrow E = -\,\frac{KmM}{2r}$

à l'inifni $E_\infty = 0 \Rightarrow E_{sol} = 0$ car E = cte (pas de frottement)

$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_l^2 - \frac{KmM}{R} = 0$. D'où $v_l = \sqrt{\frac{2KM}{R}}$

Au sol $R = R_T \Rightarrow v_l = 12{,}2\ km.s^{-1}$

Sur la Lune $R = R_L \Rightarrow v_l = 2{,}37\ km.s^{-1}$

5. Altitude d'un satellite géostationnaire

$$h = \sqrt[3]{\frac{g_0R^2T^2}{4\pi^2}} - R \approx 36000km$$

6.

$T = \frac{26}{370} = 7{,}027.10^{-2}$ jours $= 6{,}071.10^3 \pm 60{,}71s$

$h = \sqrt[3]{\frac{KM_TT^2}{4\pi^2}} - R = 824$ km

la trajectoire est circulaire.

Corrigé exercice 8 :

1.

Système matériel : satellite

Référentiel : géocentrique

Bilan des forces : $\vec{F} = m\vec{G}$ (1)

Théorème du centre d'inertie : $\vec{F} = m\vec{a}$ (2)

Repère de Frenet

(1) et (2) → $m\overrightarrow{G_1} = m\vec{a}$ → $mG_1\overrightarrow{u_n} = m(a_n\overrightarrow{u_n} + a_\tau\overrightarrow{u_\tau})$

Donc $a_\tau = \frac{dv}{dt} = 0$ → v est constante.

Le mouvement du satellite est uniforme.

2. Expression de la vitesse :

$mG_1\overrightarrow{u_n} = ma_n\overrightarrow{u_n} \rightarrow G_1 = a_n \rightarrow G\frac{M}{r^2} = \frac{v^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$

Expression de la période T

On sait que $T = \frac{2\pi r}{v} \rightarrow T = 2\pi r\sqrt{\frac{r}{GM}}$

Soit $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$

3.

3.1. Valeurs de v et de T

D'après les données techniques, on trouve :

$v = 7,73.10^3 m.s^{-1}$ et $T = 5,42.10^3 s$

3.2. Date de lancement

La durée du mouvement de DISCOVERY est :

$\Delta t = nT = 180 \times 5,42.10^3 = 1,02.10^6 s \approx 12$ jours

La date de lancement de la navette est la date d'atterrissage moins la durée du mouvement soit :

$t_i = t_f - \Delta t$ = 18 Août 1997 – 12 jours = 6 Août 1997

4.

4.1. Le travail du poids de DISCOVERY

$W(\vec{P}) = mg(z_1 - z_2) = 69,68.10^3 \times 9,7 \times (54,86.10^3 - 11,58.10^3) = 2,93.10^{10}$ J

4.2. Travail des forces de frottement

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique sur la navette entre les instants t_1 et t_2. $\frac{1}{2}$ mv_2^2 - $\frac{1}{2}$ mv_1^2 = W($\vec{P}$) + W($\vec{f}$) → W($\vec{f}$) = $\frac{1}{2}$ mv_2^2 - $\frac{1}{2}$ mv_1^2 - W($\vec{P}$)

AN: W($\vec{f}$) = - $1{,}03.10^{11}$

Correction des exercices d'oscillations mécaniques

Corrigé exercice 1 :

1. L'allongement du ressort :
   On a P = mg = kx_0, alors x_0 = $\frac{mg}{k}$ AN : **x_0 = 0,025m**
2. Nature du mouvement :
   Appliquons TCI : $\vec{P}$ + $\vec{T}$ = m$\vec{a}$
   Suivant (x'x) : mg-k(x_0 + x) = m$\ddot{x}$. Or mg = kx_0. D'où m$\ddot{x}$ + kx = 0. On obtient ainsi l'équation horaire d'un mouvement rectiligne sinusoidal.
   x(t) = $X_m$cos(ω_0t + φ) avec X_m = 5cm et ω_0 = $\sqrt{\frac{k}{m}}$ = 20rad.s^{-1}
   à t = 0 x_0 = $X_m$cos(φ) = X_m d'où cos(φ) = 1 et φ = 0
   L'équation horaire du mouvement est **x(t) = 5.10^{-2}cos(20t)**
3. Période T des oscillations:
   T = $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ AN: **T = 0,314s**

Corrigé exercice 2 :

1. $\vec{P}$ + $\vec{T}$ = $\vec{0}$ ⇒P = T donc k = $\frac{mg}{a_0}$ = **30 N.m^{-1}**
2.
   2.1. $\vec{P}$ + $\vec{T}$ + $\vec{R}$ = m$\vec{a}$ ⇒ -T + 0 + 0 = m$\ddot{x}$ ⇒- kx = m$\ddot{x}$ ⇒ **m$\ddot{x}$ + kx = 0**
   2.2.x_m = a_0 = 4,9 cm
   à t = 0 on a : x = $x_m$cosφ ⇒ cosφ = 1 d'où φ = 0
   2.3. T_0 est la durée d'une oscillation complète. Elle est appelée période.
   Sa valeur est : T_0 = $2\pi\sqrt{\frac{0{,}15}{30}}$ = 0,44s
3. A un instant t donné : E_m = E_c + E_{pe} = $\frac{1}{2}$ **m$\dot{x}^2$ + $\frac{1}{2}$kx^2**
4. Si on remplace les expressions x = $x_m$cos(ω_0t + φ) et $\dot{x}$ = - $x_m$sin(ω_0t + φ) dans celle de E_m, on obtient :
   E_m = $\frac{1}{2}$ m$[-x_m\sin(\omega_0 t + \varphi)]^2$ + $\frac{1}{2}$k$[x_m\cos(\omega_0 t + \varphi)]^2$ = **$\frac{1}{2}$kx_m^2** = cte
   Calcul de E_m.
   On sait que x_m = a_0 ⇒E_m = $\frac{1}{2}$ × 30 × $4{,}9.10^{-2}$ = **0,36 J**

5. $E_m = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2 = cte \Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = 0 = m\ddot{x}\dot{x} + k\dot{x}x = \dot{x}(m\ddot{x} + kx) = 0$
   Or $\dot{x} \neq 0$ donc $\mathbf{m\ddot{x} + kx = 0}$

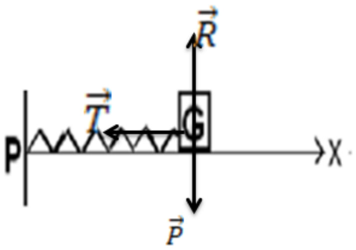
<u>Corrigé exercice 3</u> :

1. Energie cinétique, énergie potentielle et énergie mécanique :
   $E_c = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$, $E_p = \frac{1}{2}kx^2$ et $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2$
   L'énergie mécanique est constante car le système se déplace sans frottement.
2. Equation différentielle à partir de l'étude énergétique :
   On sait que $E_m = cte \Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = 0 \Rightarrow m\ddot{x}\dot{x} + k\dot{x}x = \dot{x}(m\ddot{x} + kx) = 0$
   Or $\dot{x} \neq 0$ donc $m\ddot{x} + kx = 0$. C'est l'équation différentielle d'un mouvement rectiligne sinusoïdal.
3. Valeur numérique de la constante de raideur :
   On a : $25\,T = 8{,}1 \Rightarrow T = \frac{8{,}1}{25} = 0{,}324s$
   Or $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 m}{k} \Rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$; AN : $k = 75{,}13N.m^{-1}$

<u>Corrigé exercice 4</u> :

1. la raideur k du ressort

1. $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0} \Rightarrow P = T$ donc $k = \frac{mg}{l_0} = 25\ N.m^{-1}$
2.
   a. BF : $\vec{P}, \vec{R}, \vec{T}$



   b. Equation différentielle

   $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a} \Rightarrow -T + 0 + 0 = m\ddot{x} \Rightarrow - kx = m\ddot{x} \Rightarrow m\ddot{x} + kx = 0$

   c.

   $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10\ rad.s^{-1}$ et $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 0{,}2\pi = 0{,}628s$
3.
   a. $x(t) = X_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$
      avec $X_m = 15.10^{-2}m$
      à t = 0 on a : $x = x_m\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = 1$ d'où $\varphi = 0$
      D'où $x(t) = 15.10^{-2}\cos(10t) \Rightarrow v(t) = - 1{,}5\sin(10t)$

b. vitesse maximale

v_{max}= 1,5m.s^{-1} $\Rightarrow$ - sin(10t) = 1 $\Rightarrow$sin(10t) = sin($\frac{3\pi}{2}$)

$\Rightarrow$ x = 15.10^{-2}cos($\frac{3\pi}{2}$) = 0. Donc la vitesse est maximale lorsque le mobile repasse par l'origine.

c.Energie mécanique

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

Retrouvons v_{max} en appliquant la conservation de l'énergie mécanique

Si $E_P = 0$ alors $E_m = E_{cmax}$ = $\frac{1}{2}mv_{max}^2$

Si $E_c = 0$ alors $E_m = E_{Pmax}$ = $\frac{1}{2}kX_{max}^2$

D'après la conservation de l'énergie mécanique on :

$\frac{1}{2}mv_{max}^2$= $\frac{1}{2}kX_{max}^2$ $\Rightarrow v_{max} = X_{max}\sqrt{\frac{k}{m}}$ = 1,5m.s^{-1}

Corrigé exercice 5 :

1. Mgsinα = T or T = k(l – l$_0$) $\Rightarrow$ k = $\frac{\mathrm{Mgsin}\alpha}{\mathrm{l - l0}}$ = 17,4N.m^{-1}
2. Mgsinα – k (l – l$_0$ + x) = M$\ddot{x}$; or à l'équilibre Mgsinα = k(l – l$_0$)
   D'où M$\ddot{x}$ + kx = 0
   T$_0$ = 2π$\sqrt{\frac{M}{k}}$ AN : T$_0$ = 1,14s
3. E$_m$ = $\frac{1}{2}$M$\dot{x}^2$ + $\frac{1}{2}$k(x + l – l$_0$)^2 – Mgxsinα

   $\frac{dE_m}{dt}$ = M$\ddot{x}\dot{x}$ + $\frac{1}{2}$k×2$\dot{x}$(x + l – l$_0$) - Mg$\dot{x}$sinα = $\dot{x}$[M$\ddot{x}$ + kx + k($l - l_0$) - mgsinα] = 0

   Puisque à l'équilibre mgsinα – k(l – l$_0$) = 0 donc : M$\ddot{x}$ + kx = 0

Corrigé exercice 6 :

1) La constante de raideur k du ressort :
   $\vec{P}$ + $\vec{T}$ = $\vec{0}$ $\Rightarrow$P = T donc k = $\frac{mg}{x_0}$ = 25 N.m^{-1}
2)
   2.a. Equation différentielle du mouvement :
   Appliquons TCI : $\vec{P}$ + $\vec{T}$ = m$\vec{a}$
   Suivant (x'x) : mg-k(x$_0$ + x) = m$\ddot{x}$. Or à l'équilibre mg = kx$_0$. D'où m$\ddot{x}$ + kx = 0
   2.b. Equation horaire du mouvement :
   x(t) = X$_m$cos(ω_0t + φ)

   avec X$_m$ = X$_0$ = 10^{-2}m et ω_0 = $\sqrt{\frac{k}{m}}$ = 11,18 rad.s^{-1}

à t = 0 on a : x = $x_m cos\varphi \Rightarrow cos\varphi = 1$ d'où $\varphi = 0$

$\Rightarrow$ x(t) = $10^{-2}cos(11,18t)$

2.c. Période T_0 des oscillations :

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 0,56s$

Corrigé exercice 7 :

Partie A :

1. $E_c = \frac{1}{2}mv^2$
2. $E_P = mgl(1 - cos\beta)$
3. $E_m = E_c + E_p \Rightarrow E_m = \frac{1}{2}mv^2 + mgl(1 - cos\beta)$
4. La vitesse au passage par la position d'équilibre :
   Le pendule oscille sans frottement donc on pourra appliquer la conservation de l'énergie mécanique entre la position initiale G_i et la position d'équilibre G_0 :

   $\Rightarrow E_{m0} = E_{mi} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv^2 = mgl(1 - cos\beta_{max}) \Rightarrow v = \sqrt{2gl(1 - cos\beta_{max})}$

   AN : $v = 1,0\ m.s^{-1}$
5. Equation différentielle :
   On sait que : $E_m = \frac{1}{2}mv^2 + mgl(1 - cos\beta)$ or $v = l\dot{\beta}$

   $\Rightarrow E_m = \frac{1}{2}m(l\dot{\beta})^2 + mgl(1 - cos\beta)$

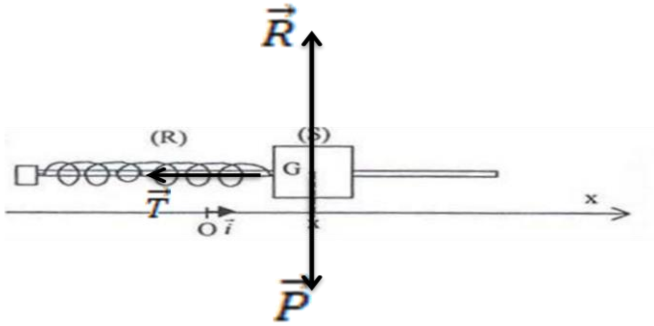
   Le système étant conservatif $\Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = 0 \Rightarrow ml^2\ddot{\beta}\dot{\beta} + mgl\dot{\beta}sin\beta = 0$

   $\Rightarrow ml\dot{\beta}\left(\ddot{\beta} + \frac{g}{l}sin\beta\right) = 0$ or $ml\dot{\beta} \neq 0$ et sin$\beta \approx \beta$ dans le cas des petites oscillations $\Rightarrow \ddot{\beta} + \frac{g}{l}\beta = 0$ est l'équation différentielle.
6. $\beta(t) = \beta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$
   Avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} = 3,16\ rad.s^{-1}$

   à t = 0 $\beta_0 = \beta_{max}cos\varphi = \beta_{max} \Rightarrow cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$
7. D'où $\beta(t) = 18,19\cos(3,16t)$

Partie B :

1.



BF : le poids$\vec{P}$, la réaction $\vec{R}$ et la tension $\vec{T}$

2. $\vec{P}$ + $\vec{T}$ + $\vec{R}$ = m$\vec{a}$ $\Rightarrow$ -T + 0 + 0 = m$\ddot{x}$ $\Rightarrow$- kx = m$\ddot{x}$ $\Rightarrow$ m$\ddot{x}$ + kx = 0

$\Rightarrow$ $\ddot{x}$ + $\frac{k}{m}x$ = 0

3.

a. Expression de la période T_0

On a : $x(t) = X_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$

$\Rightarrow\frac{d^2}{dt^2}\left[X_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)\right] + \frac{k}{m}X_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right) = 0$

$\Rightarrow -X_m\frac{4\pi^2}{T_0^2}\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right) + \frac{k}{m}X_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right) = 0$

$\Rightarrow\left[-\frac{4\pi^2}{T_0^2}+\frac{k}{m}\right]X_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right) = 0$ quelque soit $t \geq 0\ s$

Cette équation est vérifiée quelque soit $t \geq 0\ s$ si : $-\frac{4\pi^2}{T_0^2}+\frac{k}{m} = 0$

C'est-à-dire $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

b. DéterminonsX_m, T_0 et φ

$X_m = 0{,}1\ m$; graphiquement on trouve $T_0 = 1\ s$

à t = 0 on a : x = $x_m$cosφ $\Rightarrow$ cosφ = 1 d'où φ = 0

c. La valeur de la masse m :

On sait que : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ $\Rightarrow T_0^2 = \frac{4\pi^2m}{k}$ $\Rightarrow m = \frac{kT_0^2}{4\pi^2}$

AN : $m = 0{,}1\ kg$

Corrigé exercice 8 :

a) Il y a conservation de la quantité de mouvement de l'ensemble S_1+S_2 lors du choc :

$M_2\vec{v}_2 + \vec{0}$ = $(M_1 + M_2)\ \vec{v}$ $\Rightarrow$ $\vec{v} = \frac{M_2}{M_1+M_2}\vec{v}_2$

$v = 0{,}25\ m.s^{-1}$

b) (M1 + M2)$\frac{d^2x}{dt^2}$ + $\frac{k}{m}x = 0$

c) $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M_1+M_2}}$ = 10 rad.s^{-1} ; $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ = 0,63 s ; N_0 = $\frac{1}{T_0}$ = 1,59 Hz

d) $x(t) = X_m\sin(\omega_0 t)$; $\frac{dx}{dt}$ = $X_m\omega_0\cos(\omega_0 t)$; $\left(\frac{dx}{dt}\right)_{t=0}$ = $v = X_m\omega_0$

D'où $X_m = \frac{v}{\omega_0}$ = 2,5.10^{-2} m et l'équation horaire du mouvement est :

$x(t) = 2{,}5.10^{-2}\sin(10t)$

Corrigé exercice 9 :

a) La quantité de mouvement de l'ensemble A+B se conserve au cours du choc :

mv_B + 0 = (m + M)v ; v = $\frac{m}{m+M}v_B$; $v = 1{,}2 m.s^{-1}$

b) (m + M)$\frac{d^2x}{dt^2}$ + $\frac{k}{m}x = 0$;$T = 2\pi\sqrt{\frac{m+M}{k}}$; T = 0,1 s

c) $\frac{1}{2}kX_m^2$ = $\frac{1}{2}(m+M)v^2$ $X_m = v\sqrt{\frac{m+M}{k}}$ = 1,9.10^{-2}m

Corrigé exercice 10:

1. Rappel de l'expression de l'énergie potentielle élastique: $E_P = \frac{1}{2}kx^2$
2. Rappel de l'expression de l'énergie mécanique :

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

L'énergie mécanique est constante.

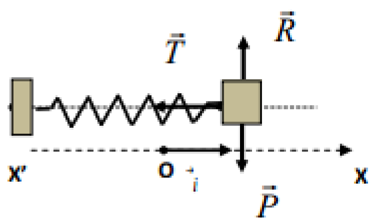
Justification : Le déplacement se fait sans frottement. La somme des travaux des forces non conservatives est nulle ; le système est conservatif : $E_m = Cte$

3. Equation différentielle à partir de l'énergie :

On sait que $E_m = cte \Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = 0 \Rightarrow m\ddot{x}\dot{x}$ + k$\dot{x}$x $= m\dot{x}(\ddot{x}$ + $\frac{k}{m}x) = 0$

or $m\dot{x} \neq 0$ donc $(\ddot{x}$ + $\frac{k}{m}x) = 0$

4. Equation différentielle à partir de l'étude dynamique



D'après T.C.I : $\vec{P}$ + $\vec{T}$ + $\vec{R}$ = m$\vec{a}$ ⇒ -T + 0 + 0 = m$\ddot{x}$ ⇒- kx = m$\ddot{x}$ ⇒ m$\ddot{x}$ + kx = 0

$$\Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

5.

5.1. Idenfication des courbes :

Courbe C_2 → Ep et courbe C_1→ E_C car à $t = 0$ $x = x_{max}$ → E_P est maximale et $v = 0 \rightarrow E_C = 0$.

5.2. L'équation donne à $t = 0$ $x = x_{max} = 5.10^{-2}\ m \Rightarrow E_P = \frac{1}{2}kx_{max}^2$

$\Rightarrow k = \frac{2E_P}{x_{max}^2}$; or graphiquement on lit sur la figure C_2 $E_P = 5\,J$ à $t = 0$; d'où $k = 4000\ N/m$.

5.3. Retrouvons la valeur de K à partir de la courbe de la figure 3 :

La courbe $a = f(x)$ est une fonction linéaire : $a = C.x$ avec C le coefficient directeur de la droite $C = -40 \Rightarrow a = -40x$ relation où les grandeurs sont en unités SI (x est en m et a en $m.s^{-2}$) ;

Or $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \Rightarrow \ddot{x} = a = -\frac{k}{m}$

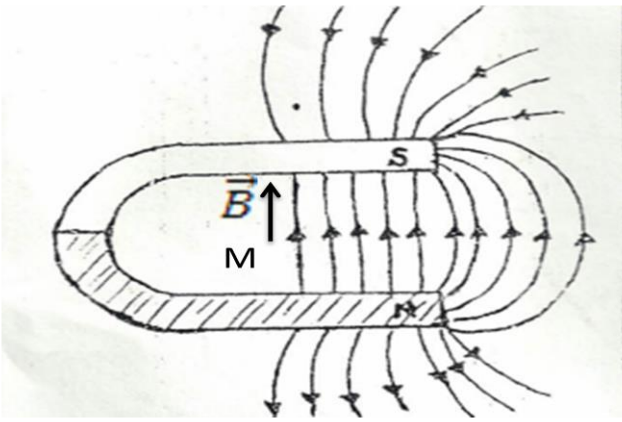
Par identification : $-\frac{k}{m} = -40 \Rightarrow k = 40m$; A.N : $k = 4000\ N/m$.

Correction des exercices de champ magnétique :

Corrigé exercice 1 :

a) L'unité internationale du champ magnétique est le **testla (T).** On mesure l'intensité du champ magnétique avec le **testlamètre**.
b) Les différents types de sources de champ magnétiques sont : l'aimant, la bobine parcourue par un courant, un fil parcouru par un courant

Corrigé exercice 2 :

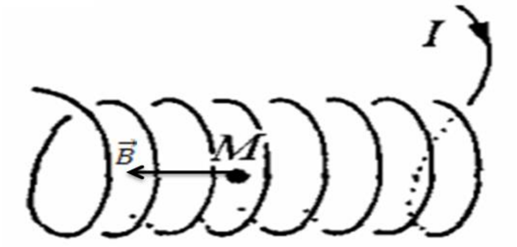


Corrigé exercice 3 :

a) Caractéristiques de $\vec{B}$
- Point d'application : le point M
- Direction : axe du solénoïde
- Sens : du pôle sud vers le pôle nord du solénoïde

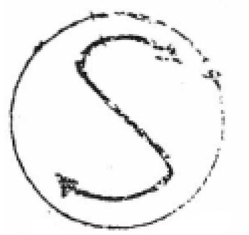
- Norme : $B = \mu_O \frac{N}{L} I$; A.N : $\boldsymbol{B = 5.10^{-3}T}$

b)



Corrigé exercice 4 :

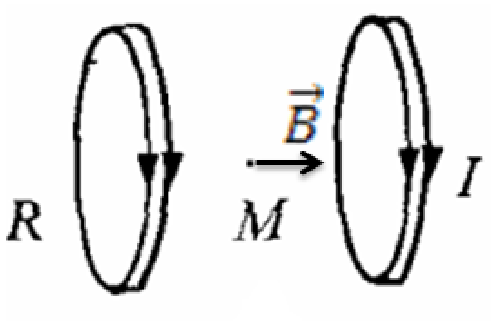
a) La bobine a une face sud (c'est-à-dire face sud sortant et face nord rentrant)



b) Intensité du champ magnétique
$B_c = \mu_0 \frac{I}{2R}$; A.N : $\boldsymbol{B_c = 9,42.10^{-6}T}$

Corrigé exercice 5 :

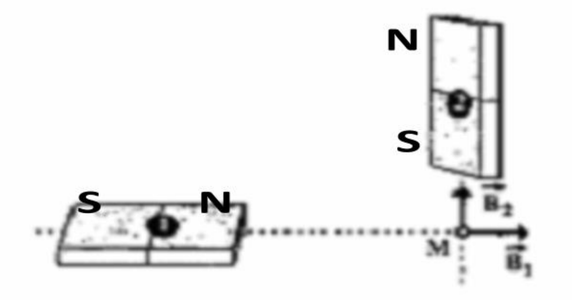
1.



2. $d = R$
3. $B = 0,72\mu_0 \frac{N}{R} I$; A.N : $\boldsymbol{B = 1,8.10^{-3}T}$
4. Comme les deux sont identiques $\boldsymbol{B = 0}$ si les deux bobines sont parcourues par des courants de sens contraires.

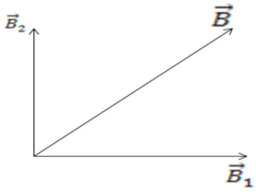
Corrigé exercice 6 :

1)



2)

$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$; A.N : $\boldsymbol{B = 5\ mT}$



Corrigé exercice 7 :

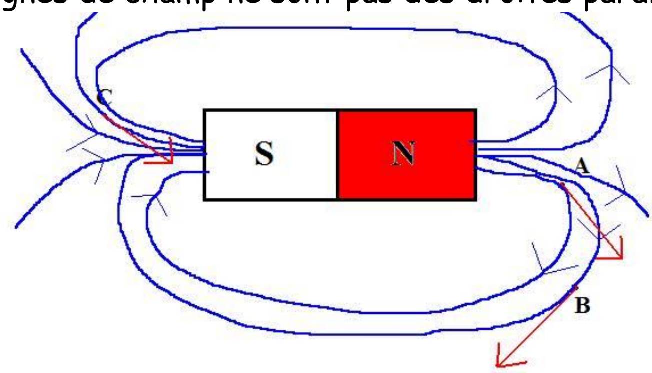
On a : $tan\alpha = \frac{B}{B_h} = \frac{\mu_0 nI}{B_h} = 7{,}53 \Rightarrow \boldsymbol{\alpha = 82{,}44°}$

Corrigé exercice 8 :

1) on a : $B = \mu_O \frac{N}{L} I$; AN : $\boldsymbol{B = 1{,}6.10^{-3}}$ **T**
2) On a B = μ_0nI donc n = $\frac{B}{\mu_0 I}$ = **1.6 10^3 spires par mètre**.
3) On a B = μ_0nI = 1.256 10^{-6}x1500x1.2 = **2.3 10^{-3} T**. La longueur est inutile pour cette question !
4) On a : $B = \mu_O \frac{N}{L} I \Rightarrow L = \frac{\mu_0 NI}{B} = \boldsymbol{0{,}75\ m}$

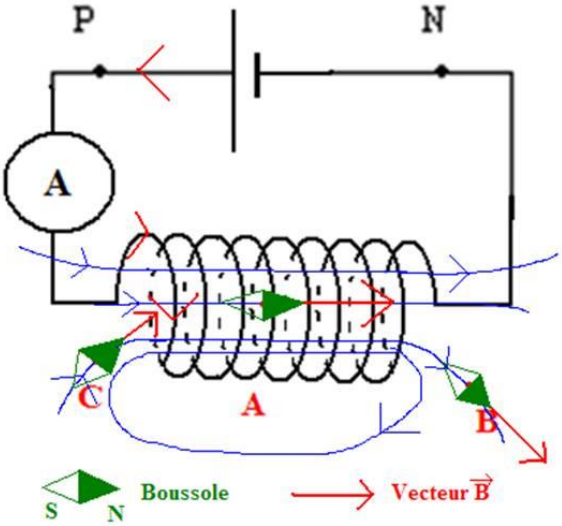
Corrigé exercice 9 :

1. Le champ magnétique généré à l'extérieur d'un aimant droit n'est pas uniforme : les vecteurs champs magnétiques n'ont pas tous même direction, même sens et même intensité. On peut également le justifier en disant que les lignes de champ ne sont pas des droites parallèles.



Les vecteurs champs magnétiques, représentés en rouge, sont tangents aux lignes de champ.

2. Le champ magnétique généré par ce solénoïde n'est pas uniforme à l'extérieur du solénoïde mais il l'est à l'intérieur : les lignes de champ sont des droites parallèles. On trouve le sens du champ magnétique au centre du solénoïde grâce à la règle du tire-bouchon. On en déduit ensuite le sens des lignes de champ et des vecteurs champs magnétiques qui leur sont tangents.



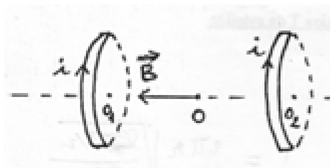
3. B = $\mu_O \frac{N}{L} I$ = **6.3 10⁻⁴ T**.

Corrigé exercice 10:

1.

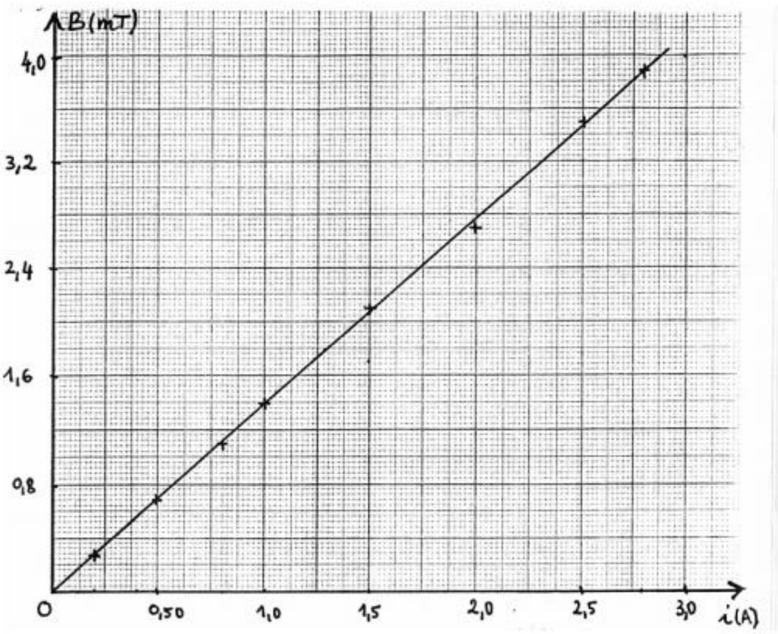
a) Représentation du champ magnétique résultant $\vec{B}$

Les champs magnétiques $\vec{B}_1$ et $\vec{B}_2$ respectivement créés au point O par les bobines b₁ et b₂ ont le même module et le même sens.



$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 2\vec{B}_1 = 2\vec{B}_2$$

b)Tracé de la courbe B = f(i)



-<u>Relation entre B et i</u>

B = f(i) est une fonction linéaire. B peut se mettre donc sous la forme B = ki avec k = $\frac{\Delta B}{\Delta i}$ = $1{,}39.10^{-3}$ S.I

$\Rightarrow$**B = $\mathbf{1{,}39.10^{-3}}$ i**

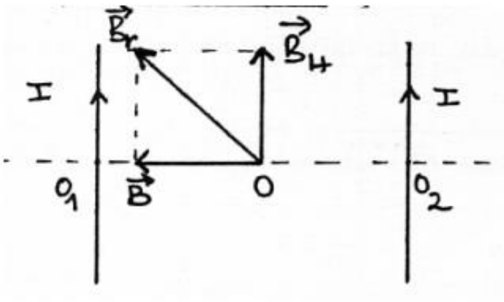
2)-Valeur de la perméabilté du vide μ_O

On a : B = $1{,}39.10^{-3}$ i = $0{,}72\mu_0\frac{N}{R}i$

Par identification, on trouve $\boldsymbol{\mu_O}$ = **$\mathbf{1{,}25.10^{-6}}$ S.I**

1)

a) Schéma indiquant les vecteurs champs magnétiques en O, l'angle α et le sens de i.



b) Valeur de l'angle de rotation α de l'aiguille aimantée

$tan\alpha = \frac{B}{B_H}$; A.N : $tan\alpha = 3{,}48$ d'où $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{74}°$

2) Caracréristiques de $\vec{B}_a$

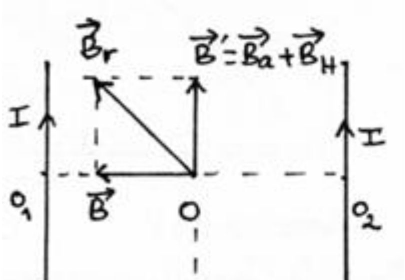
$\vec{B'} = \vec{B}_a + \vec{B}_H$

B'= B_a + B_H car B_a et B_H ont même sens

$\Rightarrow$ B_a = B' - B_H

Or $tan\alpha'$ = $\frac{B}{B'}$ = 1 donc B = B'

Ce qui donne B_a = B - B_H



Correction des exercices de particules chargées dans un champ magnétique :

Exercice 1 :

Montrons que : $\frac{OM_1}{OM_2} = \sqrt{\frac{A_1}{A_2}}$

Système : {particule}

Référentiel : terrestre supposé galiléen

Bilan des forces : la force de Lorentz $\vec{F}_m$

D'après la deuxième loi de Newton : $\vec{F}_m = q\vec{v}\otimes\vec{B} = m\vec{a}$

Avec $\vec{a} = a_n\vec{n} + a_t\vec{\tau}$; or $\vec{a}\perp\ \vec{v} \Rightarrow \vec{a} = a_n\vec{n}$

$\Rightarrow \frac{q}{m}v_0B = \frac{v_0^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv_0}{qB}$ (1)

Appliquons TEC entre la cathode et l'anode

La seule force qui agit sur la particule entre cathode et l'anode est la force électrique $\vec{F}_e$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = W(\vec{F}_e) = qU_0$$

Or $v_f = v_0$ et $v_i = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = qU_0 \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2qU_0}{m}}$ (2)

Les équations (1) et (2) $\Rightarrow R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2U_0m}{q}}$

Or m = Au $\Rightarrow R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2U_0Au}{q}}$

On sait que : $2R_1 = OM_1$ et $2R_2 = OM_2$

$\Rightarrow OM_1 = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2U_0A_1u}{q}}$ et $OM_2 = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2U_0A_2u}{q}}$

D'où le rapport $\frac{OM_1}{OM_2} = \sqrt{\frac{A_1}{A_2}}$

<u>Exercice 2 :</u>

1.
   a) Nature du mouvement

      Système : {électron}

      Référentiel : terrestre supposé galiléen

      Bilan des forces : la force électrostatique $\vec{F_e}$
      D'après la deuxième loi de Newton : $\vec{F_e} = q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$
      L'accélération est constante donc le mouvement est uniformément varié.
   b) La vitesse v_O d'un électron au point O_1
      Appliquons TEC entre la cathode et l'anode

$$\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = W(\vec{F_e}) = qU_0$$

Or $v_f = v_0$ et $v_i = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = qU \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$ avec $U = Ed$

$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2qEd}{m}}$;A.N : $v_0 = 4{,}19.10^8 m/s$

2. sens de $\vec{B}$
   On applique la règle de la main droite et on trouve que $\vec{B}$ est sortant.
   l'expression du rayon $R = O'O_1$

D'après la deuxième loi de Newton : $\vec{F_m} = q\vec{v} \otimes \vec{B} = m\vec{a}$

Avec $\vec{a} = a_n\vec{n} + a_t\vec{\tau}$; or $\vec{a} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{a} = a_n\vec{n}$

$\Rightarrow \frac{q}{m} v_0 B = \frac{v_0^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv_0}{qB}$;A.N : $R = 1{,}19\, m$

3.

a. Dans le domaine III où n'existe aucun chacun le mouvement est rectiligne uniforme.

b. Déflexion magnétique

Or $tan\alpha = \frac{IO_3}{D}$ et $sin\alpha = \frac{l}{R}$ avec $R = \frac{mv_0}{eB} \Rightarrow sin\alpha = \frac{leB}{mv_0}$

Le déviation angulaire est faible donc $tan\alpha \approx sin\alpha$

$\Leftrightarrow \frac{IO_3}{D} = \frac{leB}{mv_0} \Rightarrow IO_3 = Y = \frac{leBD}{mv_0}$

c. Retrouvons la valeur de v_0

On a : $Y = \frac{leBD}{mv_0} \Rightarrow v_0 = \frac{leBD}{mY}$; A.N : $v_0 = 4{,}19.10^8 m/s$

<u>Corrigé exercice 3:</u>

1) $v_0 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}$; A.N : $v_0 = 1.10^7 m/s$

2) D'après la deuxième loi de Newton : $\vec{F}_m = q\vec{v} \otimes \vec{B} = m\vec{a}$

Avec $\vec{a} = a_n\vec{n} + a_t\vec{\tau}$; or $\vec{a} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{a} = a_n\vec{n} \Rightarrow a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = Cte = v_0$

et $R = \frac{mv_0}{eB} = Cte$. Donc le mouvement est circulaire uniforme

en remplaçant v_0 par son expression on obtient : $R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2U_0 m}{e}}$

D'où $B = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{2U_0 m}{e}}$; $B = 285 mT$

$\vec{v}_c$ même sens que $(\overrightarrow{OX})$ et tel que $v_c = v_0$

3)

a) Equations horaires :

$x = v_0 t$

$$y = -\frac{eE}{2m}t^2 + R$$

b) Equations de la trajectoire

$$y = -\frac{eE}{2mv_0^2}x^2 + R$$

C'est une portion de parabole d'axe $(\overrightarrow{OY})$ et de sommet C

c) $E = \frac{4U_0}{R}$;$E = 5700 V/m$

<u>Corrigé exercice 4 :</u>

1.

a) $v_c = v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$

b) La trajectoire est une portion de cercle de rayon $R = \frac{mv}{qB}$

D'après la deuxième loi de Newton : $\vec{F}_m = q\vec{v}\otimes\vec{B} = m\vec{a}$

Or $\vec{a} = a_n\vec{n} + a_t\vec{\tau}$; or $\vec{a}\perp\vec{v} \Rightarrow \vec{a} = a_n\vec{n} \Rightarrow a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = Cte$. Donc le movement est uniforme.

c) $U = \frac{R^2B^2q}{2m}$

2.

a) $U = \frac{R^2B^2e}{2m}$; $U = 13{,}8\ kV$. $m_i = \frac{R^2B^2e}{U_i}$ avec $i \in [1;2]$

b) $m_1 = 86{,}8u$ et $m_2 = 83{,}7u$; d'où $84 \leq A \leq 86$

Corrigé exercice 5 :

1.

a) $U_O > 0$; $\vec{E}_0$ dirigé de M vers N

b) Système : { ion ${}^4_2He^+$ }

Référentiel : terrestre supposé galiléen

Bilan des forces : la force électrostatique $\vec{F}_e$

D'après la deuxième loi de Newton : $\vec{F}_e = q\vec{E}_0 = m_2\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{E}_0}{m_2}$

Or $q = e$ et $E_0 = \frac{U}{d_0} \Rightarrow a = \frac{eU_0}{m_2 d_0}$

L'accélération est constante donc le mouvement est uniformément varié.

2. Appliquons TEC

$$\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = W(\vec{F}_e) = eU_0$$

Or $v_i = 0 \Rightarrow mv_f^2 = 2eU_0$ quelque soit la particule

$$\Rightarrow m_1v_1^2 = m_2v_2^2 = m_3v_3^2 = 2eU_0$$

3.

a) $\vec{B}$ est perpendiculaire au plan de la figure et dirigé vers l'avant.

b) L'ion ion ${}^4_2He^+$ possède un mouvement rectiligne uniforme donc les forces électriques et magnétiques se compensent

$\Rightarrow \vec{F}_e + \vec{F}_m = \vec{0} \Rightarrow F_e = F_m \Rightarrow eE = ev_2B \Rightarrow E = v_2B$ or $E = \frac{U}{d}$

$\Rightarrow U = v_2Bd$

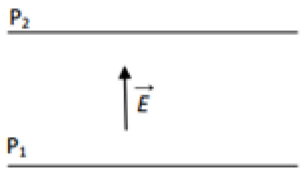
4. On a: $v_1 > v_2 > v_3$. Donc les ions ${}^3_2He^+$ les plus rapides vers le bas et les ions ${}^6_2He^+$ les moins rapides vers le haut.

Corrigé exercice 6 :

1. Représentation du vecteur champ $\vec{E}$

La force électrostatique $\vec{F}$ est vertical orienté de P1 vers P2 ; or $\vec{F} = q\vec{E}$ avec $q > 0 \Rightarrow \vec{E}$ est vertical orienté de P1 vers P2.

Signe de la tension U



$V_{P1} > V_{P2} \Rightarrow V_{P1} - V_{P2} > 0 \Rightarrow U > 0$

Expression de v et v' ;

Appliquons le TEC à un ion K^+ entre O_1 et O_2

$\frac{1}{2}mv^2 = qU \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$ et $v' = \sqrt{\frac{2qU}{m'}}$

2. $\vec{B}$ est sortant (perpendiculaire au plan de la figure et dirigé vers l'avant).
   Montrons que le mouvement des ions est circulaire et uniforme :
   Appliquons le TCI à un ion K^+ dans un référentiel terrestre supposé galiléen $\vec{F}_m = q\vec{v} \otimes \vec{B} = m\vec{a}$

   Or $\vec{a} = a_n\vec{n} + a_t\vec{\tau}$; or $\vec{a} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{a} = a_n\vec{n} \Rightarrow a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = Cte$

   et $R = \frac{mv}{qB} = Cte$. Donc le mouvement est circulaire et uniforme

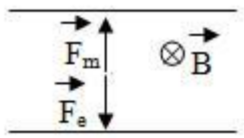
   Expression littérales des rayons R et R'

   $R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2U_0m}{q}}$ et $R' = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2U_0m'}{q}}$
3. Valeur de A'

   $\frac{O_2T'}{O_2T} = \frac{2R'}{2R} \Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{O_2T'}{O_2T} \Rightarrow \sqrt{\frac{m'}{m}} = \frac{O_2T'}{O_2T} \Rightarrow \frac{m'}{m} = \left(\frac{O_2T'}{O_2T}\right)^2 \Rightarrow \frac{A'}{A} = \left(\frac{O_2T'}{O_2T}\right)^2 \Rightarrow A' = A\left(\frac{O_2T'}{O_2T}\right)^2$;A.N : $A' = 42$

<u>Corrigé exercice 7 :</u>

1.



On applique le théorème de l'énergie cinétique sur un ion entre T_1 etT_2 :

$\frac{1}{2}m{v_0}^2 = qU \Rightarrow \frac{q}{m} = \frac{v_0^2}{2U}$

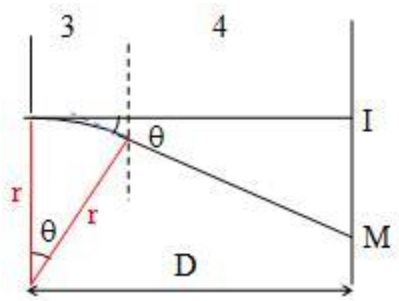
2.1. $\vec{F_e} = q\vec{E}$ avec q > 0 → $\vec{F_e}$ et $\vec{E}$ ont la même direction et le même sens.

2.2. $\vec{F_e} + \vec{F_m} = \vec{0}$. Donc $\vec{F_e}$ et $\vec{F_m}$ ont la même direction, la même intensité et des sens contraires.

2.3. $\vec{B}$ est rentrant.

2.4. $qE = qv_0B \rightarrow v_0B = E \rightarrow v^2_0B^2 = E^2 \rightarrow$
$\frac{2qU}{m}B^2 = E^2 \rightarrow \frac{q}{m} = \frac{E^2}{2UB^2} = 4{,}15.10^6 C.kg^{-1}$

3.1.



Dans la zone 3, l'ion est soumis à un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ donc sa trajectoire est circulaire.

Dans la zone 4 l'ion n'est soumis à aucune force donc sa trajectoire est rectiligne. La direction de la trajectoire dans la zone 4 est celle du vecteur vitesse de l'ion à la sortie de la zone 3

3.2. $sin\theta \approx \frac{l}{r}$ et $tan\theta \approx \frac{IM}{D}$ aussi sin θ ≈ tan θ
$\rightarrow \frac{l}{r} \approx \frac{IM}{D} \rightarrow IM = \frac{Dl}{r}$ avec $= \frac{mv_0}{qB}$. D'où $IM = \frac{IDqB}{mv_0}$

On avait à la question 1 : $\frac{q}{m} = \frac{v_0^2}{2U}$ d'où l'on tire v_0 soit :

$$IM = \frac{IDqB}{m} \times \sqrt{\frac{m}{2qU}} = IDB\sqrt{\frac{q}{2mU}} \ .$$

Finalement on trouve : $\frac{q}{m} = 2U\left(\frac{IM}{IDB}\right)^2$

<u>Corrigé exercice 8 :</u>

1.1. C'est la plaque P_1 qu'on doit porté au potentiel le plus élevé car les ions étant chargés positivement doivent être attirés par la plaque négative.

1.2. Appliquons le TEC

$\Delta Ec = eU_0 \Rightarrow Ec = eU_0 = Cte$

1.3. $\frac{1}{2}m_1 v_0^2 = eU_0 \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m_1}} = 5{,}69.\,10^4 m/s$

1.4. $v'_0 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m_2}}$

$\frac{v_0^2}{v'^2_0} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow v'_0 = v_0\sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \Rightarrow v'_0 = v_0\sqrt{\frac{238}{A}}$

2.1. $\vec{B}$ est sortant

2.2. Voir cours pour le caractère plan et la nature circulaire et uniforme.

2.3. $R_1 = \frac{m_1 v_0}{eB} = 1{,}4\,m$

$R_2 = \frac{m_2 v'_0}{eB}$ et $\frac{R_1}{R_2} = \frac{m_1 v_0}{m_2 v'_0} \Rightarrow R_2 = R_1\sqrt{\frac{A}{238}}$

$CC' = 2|R_2 - R_1| = 2R_1\left|\sqrt{\frac{A}{238}} - 1\right| \Rightarrow \frac{CC'}{2R_1} + 1 = \sqrt{\frac{A}{238}} \Rightarrow \left(\frac{CC'}{2R_1} + 1\right)^2 = \frac{A}{238}$

$A = 238\left(\frac{CC'}{2R_1} + 1\right)^2 \Rightarrow A = 239$

$\frac{v'_0}{v_0}\sqrt{\frac{A}{238}} \Rightarrow v'_0 = v_0\sqrt{\frac{A}{238}}$

A.N : $v'_0 = 5{,}68.\,10^4 m/s$

2.4. masse de l'isotope

On a : $q = It = Ne \Rightarrow N = \frac{It}{e}$

$N = N_1 + N_2$

$P_1 = \frac{N_1}{N} * 100 \Rightarrow N_1 = \frac{N * P_1}{100} = \frac{P_1}{100} * \frac{It}{e} = 3{,}78.\,10^{16} NOYAUX$

$$m = \frac{N_1}{N_{Avogadro}} * M = 1{,}49.\,10^{-5} g$$

Correction des exercices de loi de Laplace

Corrigé exercice 1 :

1. Tout rayon au contact avec le mercure subit en son milieu une force de Laplace qui l'entraine en rotation, finalement la roue se met à tourner.
2. Puissance de la force de Laplace
   $\mathcal{P} = M(\vec{F}).\omega$; or $F = I\frac{d}{2}B$; $M(\vec{F}) = F.\frac{R}{2} =$ et $\omega = \frac{2\pi N}{60}$
   $\Rightarrow \mathcal{P} = I\frac{d^2}{8}B \times \frac{2\pi N}{60} = \frac{\pi N I d^2 B}{240}$;A.N : $\mathcal{P} = 5{,}2\ mW$

Corrigé exercice 2:

Equilibre en rotation: Théorème des moments

$M_{\vec{P}/\Delta} + M_{\vec{R}/\Delta} + M_{\vec{F}/\Delta} = 0$

$\Rightarrow -P\frac{l}{2}sin\alpha\ + F\frac{l}{2} = 0 \Rightarrow sin\alpha = \frac{F}{P}$

Or $F = IlB$ et $P = mg = \lambda l g$ $\Rightarrow sin\alpha = \frac{IB}{\lambda g} = 0{,}12 \Rightarrow \alpha = 6{,}90°$

Corrigé exercice 3 :

Système {Balance}

Bilan des forces : la force de Laplace $\vec{F}$ qui s'exerce sur le côté PQ et le poids $\vec{P}$

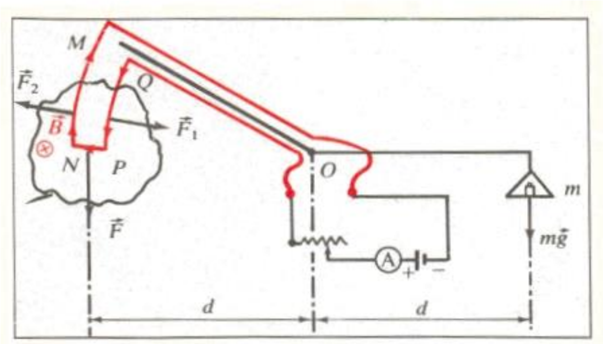
A l'équilibre : $\vec{F} + \vec{P} = \vec{0}$

Or $F = nIlB$ et $P = mg$

$\Rightarrow nIlB - mg = 0 \Rightarrow m = \frac{nIlB}{g} = 0{,}01\ kg$

Corrigé exercice 4 :

1)



2) Condition d'équilibre :

Rappel : la balance de Cotton permet de mesurer l'intensité du champ magnétique

$M_{\vec{F}_1} + M_{\vec{F}_2} + M_{\vec{F}} + M_{\vec{R}} + M_{\vec{P}_O} + M_{\vec{P}} = 0$

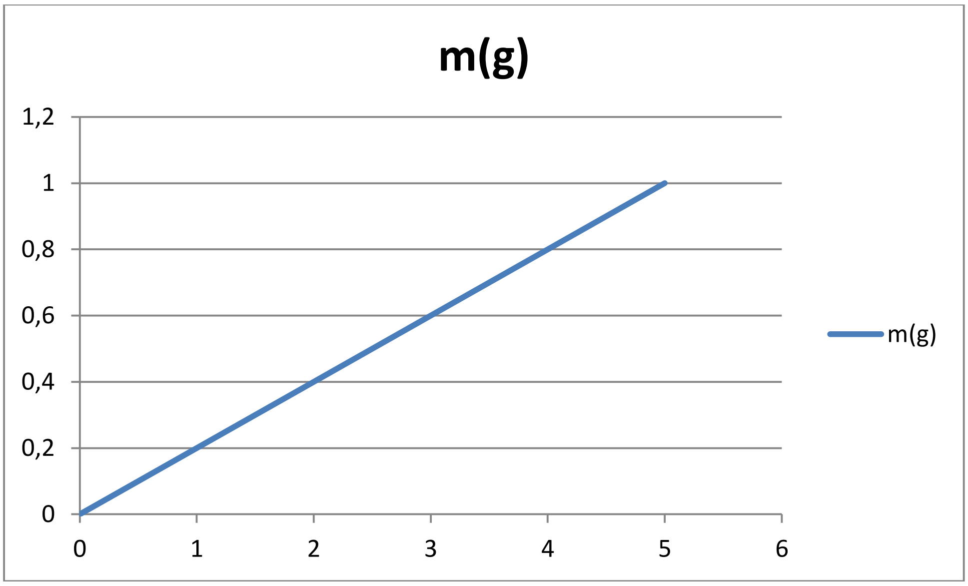
Or compte tenu de la forme des conducteurs MN et PQ (qui sont des arcs de cercle), on a $M_{\vec{F}_1} = M_{\vec{F}_2} = 0$

$M_{\vec{R}} = M_{\vec{P}_O} = 0$ car ces deux forces rencontrent l'axe de rotation O

$M_{\vec{F}} = F.d = I\ell Bd$ et $M_{\vec{P}} = -Pd' = mgd'$

$\Rightarrow B = \frac{mgd'}{I\ell d}$

3) Valeur de B



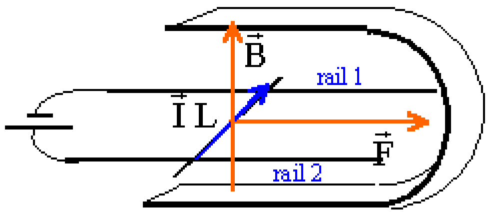
Représentation graphique de la fonction m = f(I)

La courbe obtenue est une droite linéaire. Donc son équation est de la forme : $m = aI$ avec $a = \frac{\Delta m}{\Delta I} = 2.10^{-4} kg/A$

On sait aussi que $d = d' \Rightarrow B = \frac{2.10^{-4} g}{\ell} = 0{,}098\ T$

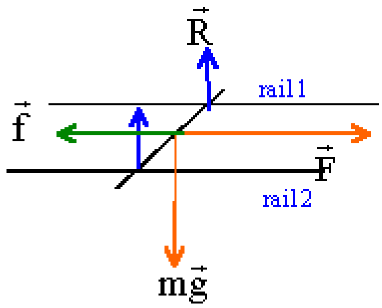
Exercice 5 :

Le conducteur mobile sur les rails, traversé par un courant I et placé dans le champ magnétique B est soumis à une force de Laplace F= I L B, perpendiculaire au plan défini par le conducteur et le champ.



F= I L B= 2 *0,1*0,1 = 0,02 N.

La tige est également soumise à son poids P, à l'action des rails R et aux frottements f.



le poids et l'action des rails, perpendiculaires à la vitesse ne travaillent pas.

travail moteur de F : W_{mot} = 0,02*0,02 = 4 10^{-4} J

les frottements sont négligés.

la variation d'énergie cinétique est égale au travail de la force de Laplace

$Ec_{fin}-Ec_{init} = 2\ 10^{-4} = \frac{1}{2}mv^2_{fin}$.

v_{fin} = racine carrée (2*2 10^{-4} / 0,02) =0,14 m/s.

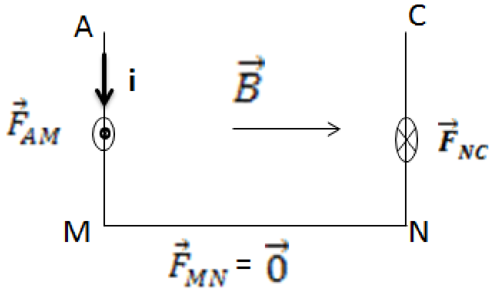
la tige se déplace dans le plan horizontal : l'énergie potentielle de pesanteur ne varie pas.

Le mouvement de la tige est rectiligne uniforme : la tige est pseudo-isolée

le poids et l'action des rails sont opposées la force de Laplace et les frottements sont opposés.

d'où f= 0,02 N.Exercice 6 :

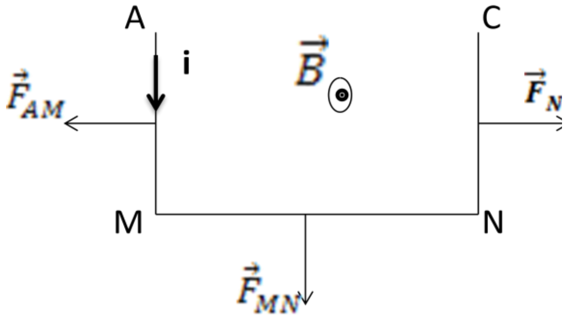
1. L'équilibre du cadre est tel que :
   $M_{\vec{P}} + M_{\vec{R}} = 0$ et $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$. Ceci est réalisable que si G est le plus bas possible c'est-à-dire AMNC en dessous de l'axe.
2. Position d'équilibre
   2.1. $\vec{B}$ parrallèle à MN et même sens que I



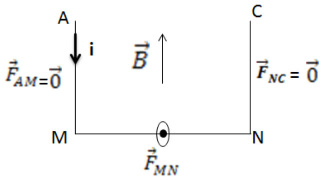
Le cadre est soumis à un couple de forces qui tend à le déformer alors qu'il est indéformable. Donc sa position d'équilibre n'est pas perturbée.

2.2. $\vec{B}$ orthogonal au plan vertical contenant (Δ) et dirigé vers l'avant

- $M_{\vec{F}_{AM}} = M_{\vec{F}_{NC}} = 0$ car $\vec{F}_{AM}$ et $\vec{F}_{NC}$ sont parallèle à l'axe

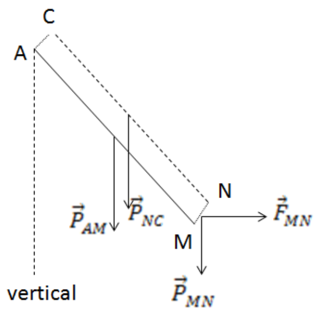


2.3. $\vec{B}$ est vertical ascendant.



$M_{\vec{F}_{MN}} \neq 0$ donc $\sum M_{\vec{F}_{ext}} \neq 0$; le cadre est soulevé d'un angle α par rapport à la verticale. Donc l'équilibre est perturbé.

3. Représentons les forces qui s'appliquent sur le cadre (en vue de profil) et calculons de l'angle α



Théorème des moments :

$M_{\vec{P}_{MN}} + M_{\vec{P}_{NC}} + M_{\vec{P}_{AM}} + M_{\vec{F}_{MN}} = 0$

$\Rightarrow -P_{MN} a sin\alpha - P_{NC}\dfrac{a}{2} sin\alpha - P_{AM}\dfrac{a}{2} sin\alpha + Facos\alpha = 0$

avec $P_{AM} = P_{NC} = mg = \lambda ag$ et $P_{MN} = 2a\lambda g$ et $F = I \times MN \times B = 2aIB$

d'où $-\lambda a^2 g sin\alpha - 2\lambda a^2 g sin\alpha + 2a^2 IB cos\alpha = 0$

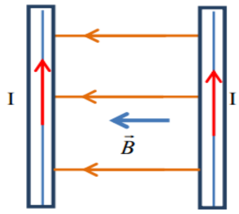
$\Rightarrow 3\lambda g sin\alpha = 2IB cos\alpha \Rightarrow tan\alpha = \frac{2IB}{3\lambda g}$; A.N : $\boldsymbol{\alpha \approx 15°}$

Corrigé exercice 7:

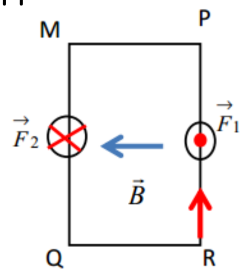
1) Polarité des bornes C et D.
   La force de Laplace est dirigée vers la droite et $\vec{B}$ est sortant. Donc d'après la règle de la main droite D est relié à la borne positive et C est relié à la borne négative.
2) Calculer la valeur du champ magnétique $\vec{B}$.
   Système : {tige}
   Référentiel :terrestre supposé galiléen
   Bilan des forces : le poids $\vec{P}$, la force de Laplace $\vec{F}$ et la réaction $\vec{R}$ de l'axe
   $M_{\vec{F}} + M_{\vec{R}} + M_{\vec{P}} = 0$
   $F.\frac{d_1+d_2}{2cos\alpha} - \frac{mglsin\alpha}{2} = 0$ or $F = IlB$
   $\Rightarrow IlB.\frac{d_1+d_2}{2cos\alpha} - \frac{mglsin\alpha}{2} = 0 \Rightarrow B = \frac{mgsin(2\alpha)}{2I(d_1+d_2)} = 3{,}27\ mT$
3) Caractéristiques de $\vec{R}$
   Principe d'inertie: $\vec{F} + \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$
   Suivant (X'X) : $Fcosa + R_x = 0 \Rightarrow R_x = -Fcos\alpha = -IlBcos\alpha = -8{,}79.10^{-3}N$
   Suivant (Y'Y) : $Fsin\alpha - P + R_y = 0 \Rightarrow R_y = -Fsin\alpha + P = -IlBsin\alpha + mg = 0{,}119\ N$
   $tan\alpha = \frac{R_y}{R_x} = -13{,}55 \Rightarrow \alpha = -85{,}78°$
   $R = \sqrt{{R_x}^2 + {R_y}^2} \approx 0{,}119\ N$

Corrigé exercice 8 :

1. Le sens des courants et les lignes de champ



2. Fff
   2.1. Expression vectorielle de $\vec{F}$:
   $\vec{F} = q\vec{v}_0 \wedge \vec{B} = -e\vec{v}_0 \wedge \vec{B}$
   2.2. Si $\vec{v}_0 // \vec{B} \Rightarrow \vec{F} = \vec{0}$ mouvement rectiligne uniforme
   2.3. Si $\vec{v}_0 \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow -e\vec{v}_0 \wedge \vec{B} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{v}_0 \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}_n$ le mouvement est circulaire.
   $\vec{a} = \vec{a}_n \Rightarrow \vec{a}_\tau = \vec{0} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = Cte$ le mouvement est uniforme.
   Le mouvement de l'électron est donc circulaire uniforme.
3.
   3.1. Nature et nom des forces :
   Forces électromagnétiques appelées forces de Laplace.



Caractéristiques de $\vec{F}_1$:	Caractéristiques de $\vec{F}_2$
point d'application : milieu de PR	point d'application milieu de MQ
direction : $\perp$ au plan du cadre	direction : $\perp$ au plan du cadre
sens : sortant (voir figure)	sens : entrant (voir figure)
intensité : $F_1 = NI'Bb = 0{,}048\ N$	$F_2 = NI'Bb = 0{,}048\ N$

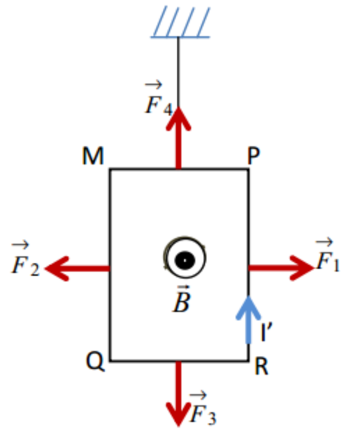
Sur les côtés QR et MP les forces magnétiques sont nulles.

   3.2. La bobine quittera sa position d'équilibre sous l'effet du couple de force ($\vec{F}_1$ $\vec{F}_2$) et va tourner d'un angle α autour de l'axe Δ (qui supporte le fil de torsion).
   3.3. Expression de la somme des moments et déduction de la constante de torsion C du fil :
   $\sum M_\Delta^{\vec{F}} = M_\Delta^{\vec{F}_1} + M_\Delta^{\vec{F}_2} + M_\Delta^{\vec{P}} + M_\Delta^{C} = 0 \Rightarrow F_1.\frac{a}{2} + F_2.\frac{a}{2} + 0 - C\alpha = 0$ avec
   $F_1 = F_2 = F \Rightarrow F.a - C\alpha = 0 \Rightarrow C = \frac{Fa}{\alpha} = \frac{NI'Bb}{\alpha}$

A.N : $C = 3{,}67.10^{-3} N.m.rad^{-1}$

4. le champ $\vec{B}$ est orthogonal au plan du cadre :

4.1. Si $\vec{B}$ et I' sont choisis comme suit :



Caractéristiques de $\vec{F}_1$:

point d'application : milieu de PR

direction : // à MP

sens : de M vers P (voir figure)

intensité : $F_1 = NI'Bb = 0{,}048\ N$

Caractéristiques de $\vec{F}_2$

point d'application milieu de MQ

direction : // à MP

sens : de P vers M (voir figure)

$F_2 = NI'Bb = 0{,}048\ N$

Caractéristiques de $\vec{F}_3$:

point d'application : milieu de QR

direction : // à MQ

sens : de M vers Q (voir figure)

intensité : $F_3 = NI'Ba = 0{,}032\ N$

Caractéristiques de $\vec{F}_4$

point d'application milieu de MP

direction : // à MQ

sens : de Q vers M (voir figure)

$F_4 = NI'Ba = 0{,}032\ N$

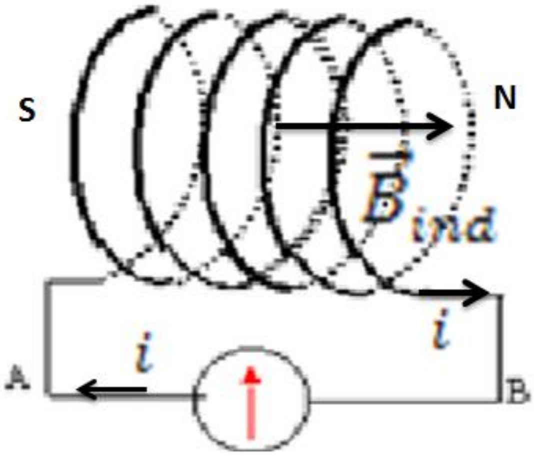
4.2. La bobine ne quittera pas cette position car $\sum \vec{F} = \vec{0}$ et $\sum M_{\Delta}^{\vec{F}} = 0$

Correction des exercices d'induction électromagnétiques :

Corrigé exercice 1 :

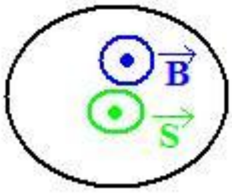
1. Valeur absolue de la f.e.m induite moyenne
   $< e >= \left|-\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}\right| = 0{,}15\ V$
2. L'intensité moyenne du courant induit
   $i = \frac{< e >}{R} = 2.10^{-3}\ A$
3. Sens du courant induit

Nous avons un éloignement de l'aimant qui présente une face Nord à la bobine. Donc d'après la loi de Lenz, la bobine créé une face Sud pour s'opposer à cet éloignement. Connaissant ainsi les faces de la bobine , on en déduit le sens du champ magnétique induit $\vec{B}_{ind}$. Donc il suffit d'appliquer la règle de la main droite pour avoir le sens du courant induit.



Corrigé exercice 2 :

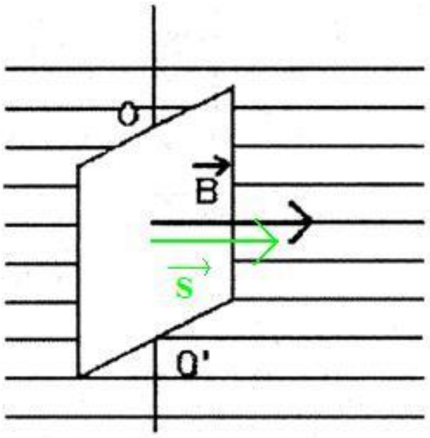
1. On a $S = \pi.R^2$ avec $R=d/2 = 5.0\ 10^{-2}$ m soit $S = 7.9\ 10^{-3}\ m^2$.
2. φ_1 = N.B.S cosα_1. Ici $\alpha_1 = 0$ car $\vec{B}$ et $\vec{S}$ sont colinéaires. Donc
$\varphi_1 = 5.9\ 10^{-3}$ Wb.



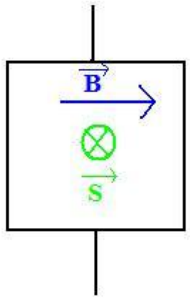
3. La bobine ayant fait un demi-tour, $\vec{S}$ est maintenant dans l'autre sens et forme un angle de $\alpha_2 = 180°$ avec $\vec{B}$
$\varphi_2 = N.B.S \cos \alpha_2 = -\ 5.9\ 10^{-3}$ Wb.
4. On a $|e| = \left|-\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}\right|$ avec $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -1.2\ 10^{-2}$ Wb et $\Delta t = 5\ 10^{-3}$ s soit
$e = 2.4$ V
5. L'application principale de l'induction électromagnétique est l'alternateur, qui sert à produire un courant alternatif à partir d'énergie mécanique. Il s'agit d'un élément essentiel des centrales électriques.
6. Le rotor est en rotation, dans le cadre de cet exercice il s'agit de la bobine, et le stator est statique, il s'agit ici de l'aimant.

Corrigé exercice 3 :

1. S = 0.1x0.1 = 0.01 m^2. On choisit d'orienter les vecteurs $\vec{B}$ et $\vec{S}$ dans le même sens, donc $\alpha = 0$.
Φ_1 = N.B.S.cosα = 20x0.12x 0.01 = 0.024 Wb.



2. La bobine a fait une rotation d'un quart de tour et $\vec{B}$ n'a pas varié (le champ magnétique $\vec{B}$ est uniforme) donc α' = 90°.
   Φ_2 = N.B.S.cos α' = 0 Wb.



3. e = - (Φ_2 - Φ_1) / Δt = - (0-0.024)/ 10.10^{-3} = 2.4 V.

Corrigé exercice 4 :

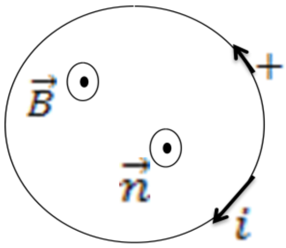
Rappel : Méthode générale pour déterminer le sens du courant induit

- Orienter le circuit de telle sorte que $\vec{B}$ et $\vec{n}$ aient le même sens
- Chercher le signe de la variation du flux inducteur $\Delta\Phi$
- Chercher le signe du flux induit φ tel que $\varphi\Delta\Phi < 0$. Connaissant le signe de φ on déduit le signe de i (car φ et i ont toujours même signe)

1. Sens du courant induit
   Choisissons arbitrairement $\vec{B}$ et $\vec{n}$ sortant et déduisons le sens du courant induit
   Signe du flux inducteur $\Delta\Phi$
   $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = NB_{final}S - NB_{inial}S = 0{,}1\ Wb > 0$

   Comme $\varphi\Delta\Phi < 0$ donc $< 0 \Rightarrow i < 0$. Donc le courant induit circule dans le

   sens contraire au sens arbitraire choisi

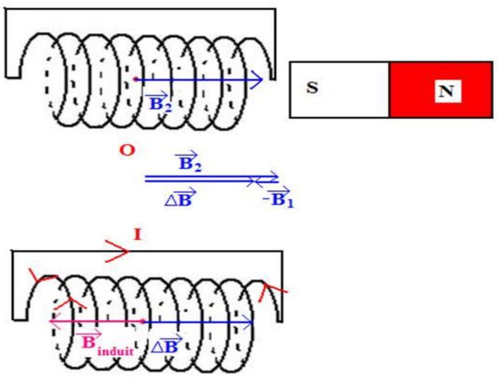


2. La f.e.m induite dans la bobine
   $e = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -10\ V$
3. L'intensité du courant induit
   $i = \dfrac{e}{R} = -10\ A$

Corrigé exercice 5 :

1. Le vecteur $\vec{B}_1$ est dirigé vers le pôle sud de l'aimant.

2. φ_1 = $NB_1S\cos\alpha$. $\vec{B}_1$ étant parallèle à l'axe de la bobine, il est colinéaire à $\vec{S}$ et α= 0.
   φ_1 = 1000x 5.0 10^{-5} x 10.10^{-4}x cos(0) = 5.10^{-5} Wb.
3. φ_2 = $NB_2S\cos\alpha$. $\vec{B}_1$ étant parallèle à l'axe de la bobine, il est colinéaire à $\vec{S}$ et α = 0.
   φ_2 = 1000x 1.0 10^{-1} x 10.10^{-4}x cos(0) = 1.0 10^{-1} Wb.
4. On a $e = -\frac{\varphi_2-\varphi_1}{\Delta t}$ = - 10 V
5. Lorsqu'on a approché l'aimant on a fait varier l'intensité du champ magnétique. Soit $\overrightarrow{\Delta B} = \vec{B}_2 - \vec{B}_1$ D'après la loi de Lenz, on sait que $\vec{B}_{induit}$ s'oppose à $\overrightarrow{\Delta B}$ et que le courant qui a donné naissance à $\vec{B}_{induit}$ suit la règle du tire-bouchon.



6. Puisque le circuit est en série, on peut appliquer la loi de Pouillet. On prendra e = 10V, le signe de e ne servant qu'à déterminer le sens de l'intensité.
   I = $\frac{e}{R+r}$ = 1.4 A.

<u>Corrigé exercice 6:</u>

1. Rails métalliques
   a) f.e.m induite
   $e = -\frac{d\varphi}{dt}$ avec $\varphi = B(S + \Delta S)$

   Avec $\Delta S = lz$ avec $z = vt$. Soit $\varphi = B(S + lvt)$ à $t > 0$

   $\Rightarrow e = -\frac{d\varphi}{dt} = -Blv$

Autre méthode:

$\varphi = BS \Rightarrow d\varphi = Bds$ avec $dS = lvdt \Rightarrow d\varphi = Blvdt$

D'où $e = -\frac{d\varphi}{dt} = -Blv$

b) Courant induit
$i = \frac{e}{R} \Rightarrow i = -\frac{Blv}{R}$

c) vitesse limite v_L en fonction de m, B, l, g et R.
système : {tige}
Bilan des forces :le poids $\vec{P}$, les réactions résumées en une force $\vec{R}$ et la force de Laplace induite $\vec{f} = i\overrightarrow{CA} \wedge \vec{B}$
Appliquons le TCI :$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$
$\Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$
Suivant la verticale $(z'z)$: $P - f = m\frac{dv}{dt}$
$\Rightarrow mg - |i|lB = m\frac{dv}{dt}$
Or lorsque la tige atteint sa vitesse limite $\frac{dv}{dt} = 0$
$\Rightarrow mg - |i|lB = 0$; or $|i| = \frac{Blv}{R} \Rightarrow mg - \frac{B^2l^2}{R}v = 0$
$\Rightarrow v_L = \frac{mgR}{B^2l^2}$

2. Rails isolants
   a) Tensions U_{AC}
   $U_{AC} = Ri - e$; or les rails sont isolants $\Rightarrow i = 0$

   $\Rightarrow U_{AC} = -e$. Soit $U_{AC} = Blv$

   b) Nature du mouvement
   NB : $\vec{f} = i\overrightarrow{CA} \wedge \vec{B} = \vec{0}$ car $i = 0$
   D'après TCI : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$
   Suivant la verticale $(z'z)$: $P = mg = ma \Rightarrow a = g$
   Donc la tige tombe en chute libre.

Corrigé exercice 7 :

1. La f.e.m induite
   1.1. Méthode du flux
   $d\Phi = -\vec{B}.dS\vec{n} = -Bds$ (le signe – traduit la diminution de surface)
   Avec $dS = lvdt \Rightarrow d\Phi = -Blvdt$

   $\Rightarrow e = -\frac{d\varphi}{dt} = -Blv$

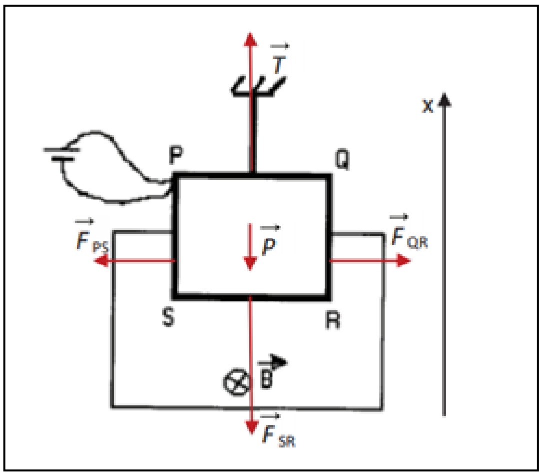
   1.2. Méthode du champ électromoteur $\vec{E}_m$
   $e = \vec{E}_m.\overrightarrow{NM} = E_m.NMcos0° \Rightarrow e = Blv$

2. Intensité du courant induit

$i = \frac{e}{R} = \frac{Blv}{R}$

D'après la loi de Lenz $\Delta\Phi < 0 \Rightarrow \varphi > 0 \Rightarrow i > 0$. Donc i circule dans le sens positif (c'est-à-dire NMACN).

<u>Corrigé exercice 8 :</u>



1) Caractéristiques : Voir schèma

$F_{PS} = F_{QR} = IB\frac{a}{2} = 4 \times 0{,}2 \times \frac{0{,}1}{2} = 0{,}04N$

$F_{SR} = IBa = IBa = 4 \times 0{,}2 \times 0{,}1 = 0{,}08N$

2) A l'équilibre : $\vec{F}_{PS} + \vec{F}_{QR} + \vec{F}_{SR} + \vec{T} + \vec{P} = \vec{0}$

or $\vec{F}_{PS} + \vec{F}_{QR} = \vec{0}$

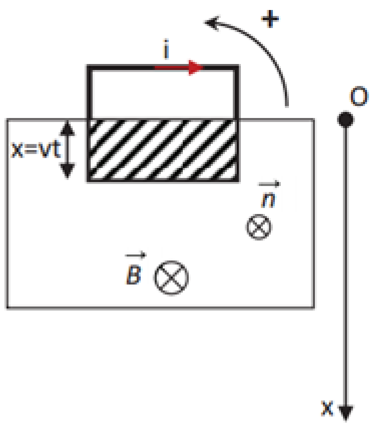
$\Rightarrow \vec{F}_{SR} + \vec{T} + \vec{P} = \vec{0}$

Suivant l'axe (OX) : $T - P - F_{SR} = 0$

$\Rightarrow T = P + F_{SR} = mg + F_{SR}$

A.N : $T = 0{,}1 \times 10 + 0{,}08 = 1{,}08\ N$

3) a) Expression de la surface



Chute libre : $a = g \Rightarrow v = gt \Rightarrow x = \frac{1}{2}gt^2$

$S = a \times x = \frac{1}{2}agt^2$

b) $\Phi = BS = \frac{1}{2}agBt^2$

c) $e = -\frac{d\Phi}{dt} = -gaBt \Rightarrow e < 0$ donc le courant circule dans le sens négatif (Voir schéma).

d) $i = \frac{e}{r} = -\frac{gaBt}{r}$

A $t = 0{,}5\ s$; $i = \frac{10\times0{,}1\times0{,}2\times0{,}5}{3} = 33{,}3\ mA$

Auto-induction électromagnétique

Corrigé exercice 1 :

- Inductance du solénoïde :

$\varphi = NBS$ or $S = \pi R^2$ et $B = \mu_0 \frac{N}{l} i \Rightarrow \varphi = \mu_0 \frac{N^2}{l} \pi R^2 i$ (1)

On sait qu'aussi $\varphi = Li$ (2)

(1) et (2) $\Rightarrow L = \mu_0 \frac{N^2}{l} \pi R^2$ avec $N = 10\frac{l}{d}$

A.N : $L = 0{,}049\ mH$

- Energie électromagnétique :

$E = \frac{1}{2} L i^2$; A.N : $E = 9{,}87$ mJ

Corrigé exercice 2 :

1. Caractéristiques vecteur champ magnétique $\vec{B}$

- Point d'application : le centre M du solénoïde
- Direction : axe du solénoïde
- Sens : du pôle Sud vers le pôle Nord de l'aiguille aimantée placée en M
- Norme : $B = \mu_0 \frac{N}{l} i = 2.10^{-3} T$

2. Montrons que : $L = \mu_0 \frac{N^2}{l} \pi R^2$ (Voir corrigé exercice 1)

3. la valeur moyenne <e> de la f.é.m. induite

$< e >= -\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = -\frac{\varphi_f - \varphi_i}{t_f - t_i}$ avec $\varphi_i = NB_iS$ et $\varphi_f = NB_fS$

$\Rightarrow < e >= -\frac{NS(B_f - B_i)}{t_f - t_i}$; A.N : $< e >= 335{,}10\ V$

Corrigé exercice 3 :

1. D'après la loi des mailles : $U = U_L$

Or $U_L = Ri - e$ et $e = -L\frac{di}{dt} \Rightarrow U_L = Ri + L\frac{di}{dt}$

$\Rightarrow U = Ri + L\frac{di}{dt}$: Equation différentielle

Vérifions que la solution de cette équation différentielle est:

$i = \frac{U}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t})$

$\frac{di}{dt} = \frac{U}{L}e^{-\frac{R}{L}t}$

$\Rightarrow U = R \times \frac{U}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) + L \times \frac{U}{L}e^{-\frac{R}{L}t} = U - Ue^{-\frac{R}{L}t} + Ue^{-\frac{R}{L}t}$

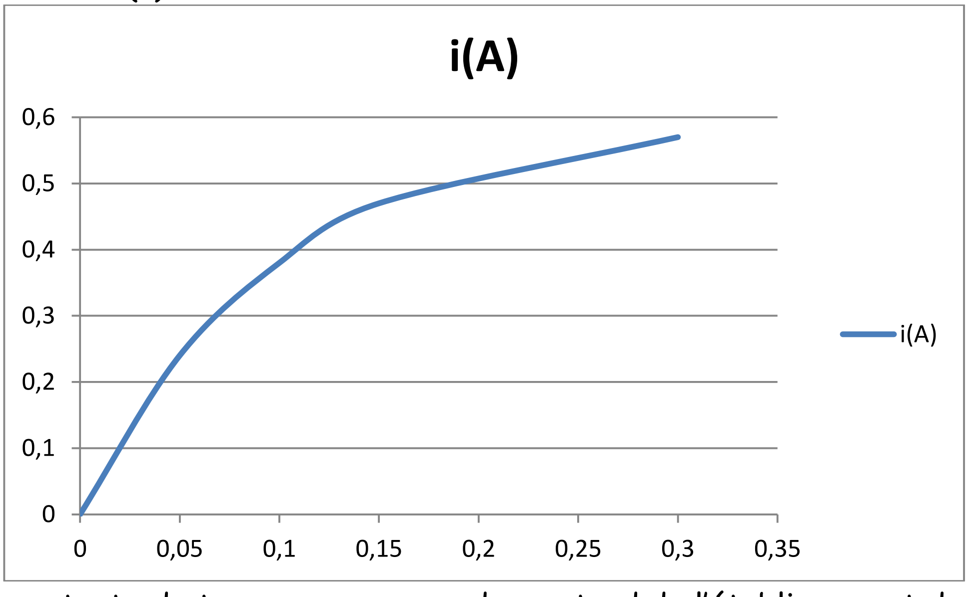
$\Rightarrow U = U$ (toujours vraie). Donc $i = \frac{U}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t})$ est bien solution de l'équation différentielle

2. Intensité du courant en régime permanent

En régime permanent : $i = Cste \Rightarrow \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow U = Ri \Rightarrow i = \frac{U}{R}$

A.N : $i = 0{,}6\ A$

3. Courbe i = f(t)



4. La constante de temps τ correspond au retard de l'établissement du courant dans le circuit.

$$i(t = \tau) = \frac{63}{100}I_{max}$$

Or $I_{max} = \frac{U}{R} = 0{,}6\ A \Rightarrow i(t = \tau) = 0{,}378\ A$

On peut retrouver cette valeur en appliquant la méthode de la tangent.

Corrigé exercice 4 :

- La valeur de l'inductance L de la bobine :
  La courbe étant une droite affine donc l'équation s'écrit sous la forme: $i = at + b$; avec $a = -30\ A.s^{-1}$ et $b = 3\ A$
  La tension aux bornes de la bobine est donnée par :

  $U_L = Ri - e = Ri + L\frac{di}{dt}$ avec $\frac{di}{dt} = a$ (c'est la pente ou le coefficient directeur de la droite).

  Or à $t = t_1 = 50\ ms$; $U_L = 0 \Rightarrow Ri_1 + La = 0 \Rightarrow L = -\frac{R}{a}i_1 = -\frac{R}{a}(at_1 + b)$

  A.N : $L = 0{,}945\ H$

Corrigé exercice 5 :

1.
- $U_{AB} = Ri \Rightarrow i = \frac{U_{AB}}{R}$
- $U_{CB} = ri - e$ avec $r = 0 \Rightarrow U_{CB} = -e = -L\frac{di}{dt} = -\frac{L}{R}\frac{dU_{AB}}{dt}$
- Pour $t \in \left[0; \frac{T}{2}\right]$; $U_{AB} = at + b \Rightarrow U_{CB} = -\frac{L}{R}a < 0$
- Pour $t \in \left[\frac{T}{2}; T\right]$; $U_{AB} = -at + b' \Rightarrow U_{CB} = \frac{L}{R}a > 0$

D'où U_{CB} est une fonction en créneaux

2. $|U_{CB}| = U_{CBmax} = \frac{L}{R}a \Rightarrow L = \frac{RU_{CBmax}}{a}$; A.N : $L = 5\ mH$
3. Energie maximale W_{max}
   $W_{max} = \frac{1}{2}LI_{max}^2 = \frac{LU_{max}^2}{2R^2}$; A.N: $W_{max} = 9.10^{-8}\ J$

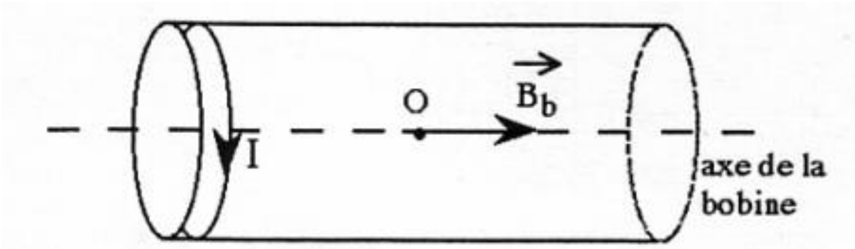
Corrigé exercice 6 :

1. Inductance L de la bobine (démonstration de la formule: cf exercice 1) :
   $L = \mu_0\frac{N^2}{l}\pi R^2$; A.N : $L = 9{,}9\ mH$
2. $e = -L\frac{di}{dt}$
- Pour $i = i_1 = 2$; $e_1 = 0$
- Pour $i = i_2 = 5t + 2$; $e_2 = -5L = -49\ mV$
- Pour $i = i_3 = 2\sqrt{2}\sin(100\pi t)$; $e_3 = -200\pi\sqrt{2}L\cos(100\pi t) = -8{,}77\cos(100\pi t)\ (en\ V)$
3. $U_{MN} = ri - e = ri + L\frac{di}{dt}$ avec $r = 0 \Rightarrow U_{MN} = L\frac{di}{dt}$
   - Pour $t \in [0; 20\ ms]$; $i = at + b$ avec $b = 0 \Rightarrow i = at$ et $U = La = 49\ mV$
   - Pour $t \in [20; 30\ ms]$; $i = -a't + b'$ et $U = -La' = 197\ mV$

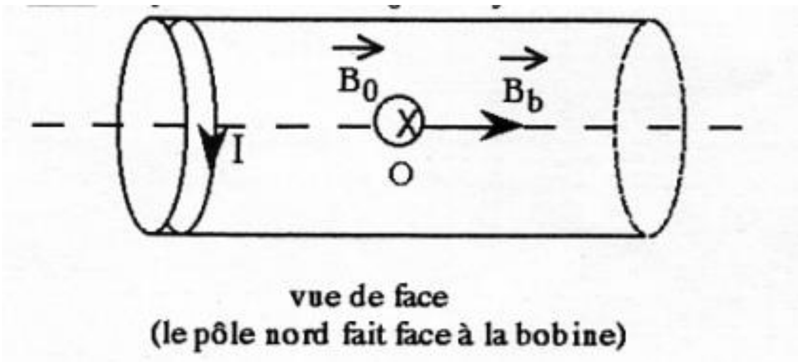
- Pour $t \in [30; 50\,ms]$; $i = -at + b''$ et $U = La = 49\,mV$

Corrigé exercice 7 :

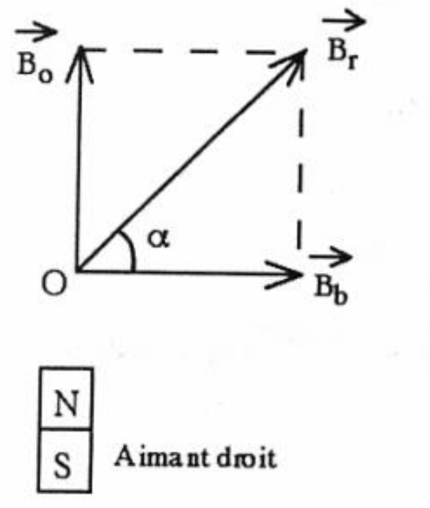
1.
   1.1. Utilisation de la relation $B_b = \mu_0 NI$
   Si N représente le nombre de spires par longueur soit N = $\frac{n}{L}$, alors la relation $B_b = \mu_0 NI$ peut être utilisée.
   $B_b = \mu_0 \frac{n}{L} I \Rightarrow I = \frac{B_b L}{\mu_0 n}$; A.N : I = 4 A
   1.2.



2.
   2.1.



   2.2. Nouvelle orientation de la bobine



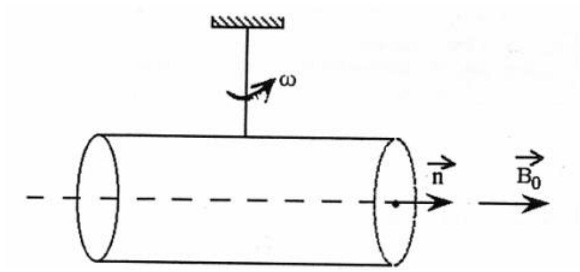
$B_r = \sqrt{B_0^2 + B_b^2}$

Or $\alpha = 45° \Rightarrow tan\alpha = \frac{B_0}{B_b} = 1$

$\Rightarrow B_0 = B_b \Rightarrow B_r = \sqrt{2}\,B_0 = \sqrt{2}\,B_b$

A.N : $B_r = 1{,}4.10^{-2} T$

3.
   3.1. Flux φ_0 de la bobine



$\varphi_0 = NB_0S$ avec $S = \pi r^2 \Rightarrow \varphi_0 = NB_0\pi r^2$

A.N : $\varphi_0 = 1,26.10^{-2}Wb$

3.3. Expression de e(t)

$e = -\frac{d\varphi}{dt} = --\ nBo\ S\omega sin(\omega t)$ avec $S = \pi r^2$

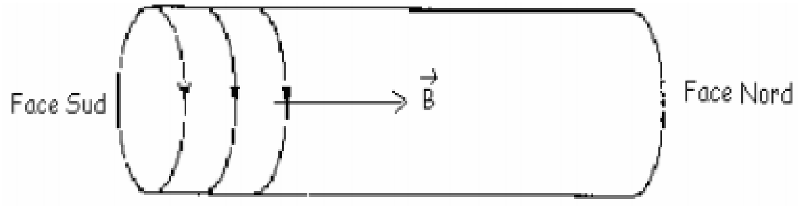
$e_{max} = nBo\omega\pi r^2$

A.N : $e_{max} = 0,16\ V$

Corrigé exercice 8 :

1.

1.1. Représentation du vecteur champ magnétique $\vec{B}$



1.2. Nombre de spires N du solénoïde

$B = \mu_0 nI$ avec $n = \frac{N}{l} \Rightarrow B = \mu_0 \frac{N}{l} I$

$\Rightarrow N = \frac{Bl}{\mu_0 I}$; A.N : $N = 195\ spires$

2.

2.1. Schéma du circuit avec branchement de l'oscilloscope

2.2. $u = E_1$ (1)

$u = R_1 i + (r_1 i - e)$ (2) avec $e = -L\frac{di}{dt}$

$\Rightarrow L\frac{di}{dt} + (R_1 + r)i = E_1$

2.3. Vérifions que $\frac{E_1}{R_1+r}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ est solution de l'équation différentielle

$i(t)$ est solution si elle vérifie l'équation différentielle du circuit.

$$\frac{di}{dt} = \frac{E_1}{R_1 + r}(0 - \frac{1}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$\Leftrightarrow \frac{LE_1}{(R_1+r)\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)E_1 = E_1$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{LE_1}{(R_1+r)\tau} - E_1\right)e^{-\frac{t}{\tau}} + E_1 = E_1$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{L}{(R_1+r)\tau} - 1\right)e^{-\frac{t}{\tau}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \tau = \frac{L}{R_1+r}$$

L'équation différentielle du circuit est vérifiée si : $\tau = \frac{L}{R_1+r}$

2.4.

a) Signification physique de τ
   τ est la constante de temps du circuit.
   τ caractérise la durée de charge et de décharge du solénoïde.
   Détermination graphique de la constante de temps τ
   Considérons l'équation $i(t) = \frac{E_1}{R_1+r}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$
   On a : $u(t) = R_1 i(t) = \frac{R_1E_1}{R_1+r}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$
   Pour $t = \tau$, $u(t = \tau) = R_1 i(t) = \frac{R_1E_1}{R_1+r}(1 - e^{-1}) = 0{,}67\frac{R_1E_1}{R_1+r}$
   A.N : $u(t = \tau) = 3{,}43\ V$
   Donc graphiquement pour $u = 3{,}43\ V$, on trouve $\tau = 2.10^{-6}s$
b) Valeur de l'inductance L de la bobine
   On a : $\tau = \frac{L}{R_1+r} \Rightarrow L = \tau(R_1 + r)$; A.N: $L = 2{,}22.10^{-4}H$
c) Valeur du nombre de spires
   $\varphi = Li = NBS$ avec $B = \mu_0\frac{N}{l}i$ et $S = \pi R^2 = S = \pi\frac{d^2}{4}$
   $\Leftrightarrow Li = N.\mu_0\frac{N}{l}i\,\pi\frac{d^2}{4}$ soit $N = \frac{d}{2}\sqrt{\frac{Ll}{\mu_0\pi}}$; A.N : $N = 190\ spires$ qui n'est pas trop loin de la valeur du nombre de spires de la question 1.2

Corrections des exercices de condensateur :

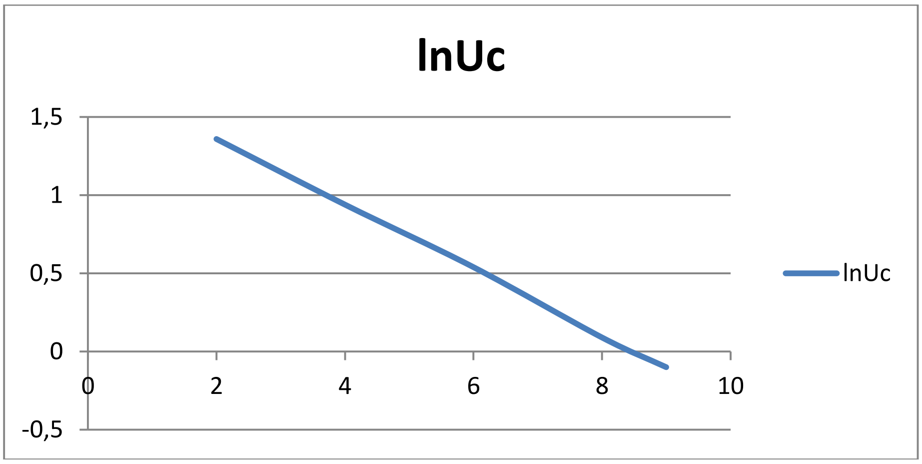
Corrigé exercice 1 :

1. Equation différentielle :
   D'après la loi des mailles : $u_c + u_R = u_0$
   or $u_c = \frac{q}{C}$ et $u_R = Ri$ avec $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow u_R = R\frac{dq}{dt} = R\dot{q}$
   $\Rightarrow \boldsymbol{R\dot{q} + \frac{q}{C} = u_0}$
   Vérifions que : $q(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$
   La fonction numérique $q(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ est solution de l'équation différentielle $\boldsymbol{R\dot{q} + \frac{q}{C} = u_0}$ si cette équation est vérifiée par la fonction numérique proposée et par sa dérivée.
   On a : $\frac{dq}{dt} = \frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$. En reportant $\frac{dq}{dt}$ et $q(t)$ dans l'équation différentielle, on obtient :
   $\frac{RA}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{A}{C}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = u_0$
   $$\Leftrightarrow \frac{RA}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{A}{C}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{A}{C} = u_0$$
   $\Leftrightarrow \left(\frac{R}{\tau} - \frac{1}{C}\right)Ae^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{A}{C} = u_0$. Cette équation devant être vérifiée quelque soit t. On doit avoir donc :
   $\frac{R}{\tau} - \frac{1}{C} = 0$ soit $\tau = RC$ et $\frac{A}{C} = u_0$ soit $A = Cu_0$. Donc pour que

$q(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ soit solution de l'équation différentielle on doit avoir : $\tau = RC$ et $A = Cu_0$.

2.

2.1. Courbe $lnu_c = f(t)$



2.2. l'équation qui donne u_c en fonction de R, C, u_0 et t

On a une décharge. Donc la tension imposée par le générateur est nulle soit $u_0 = 0$.

$\Rightarrow \boldsymbol{R\dot{q} + \frac{q}{C} = 0}$ avec $\dot{q} = \frac{dq}{dt}$

$\Rightarrow \frac{dq}{q} = -\frac{dt}{RC} \Leftrightarrow dlnq = -\frac{dt}{RC}$

$\Leftrightarrow lnq = -\frac{t}{RC} + A'$

$\Leftrightarrow q = A'e^{-\frac{t}{RC}}$

or à $t = 0$; $q = A' = Cu_0$.

$\Rightarrow u_C = \frac{q}{C} = u_0 e^{-\frac{t}{RC}}$ $\Rightarrow u_C = \boldsymbol{u_0 e^{-\frac{t}{RC}}}$ (1)

expression du coefficient directeur de la droite obtenue :

on a : $lnu_c = at + b \Rightarrow u_c = Be^{at}$ (2) avec $B = e^b = Cste$

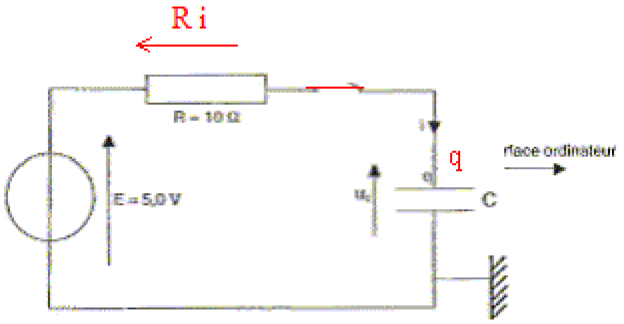
(1) et (2) $\Rightarrow B = u_0$ et $a = -\frac{1}{RC}$ (coefficient directeur)

$a = -\frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau}$ soit $\tau = -\frac{1}{a}$ or $a = \frac{\Delta lnu_c}{\Delta t} = -0{,}21 \Rightarrow \boldsymbol{\tau = -\frac{1}{a} = 4{,}7\ s}$

$\tau = RC \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = 4{,}76\ \mu F$; $\boldsymbol{C = 4{,}76\ \mu F}$

Corrigé exercice 2 :

I. Charge d'un condensateur à l'aide d'une source de tension constante



additivité des tensions : $Ri + u_C = E$ avec $i = \frac{dq}{dt}$ et $q = Cu_C$; d'où $i = \frac{Cdu_C}{dt}$

$RC\frac{du_C}{dt} + u_c = E$; $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\mathrm{RC}}u_c = \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{RC}}$ (1)

Vérifions que $u_c(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ est solution de l'équation différentielle :

$\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$; donc (1) donne : $\frac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{RC}}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{RC}}$

Cette égalité est vérifiée quel que soit t si : $\tau = RC$.

$u_c(0) = E(1 - e^{-0}) = E(1 - 1) = 0$. La condition initiale $u_c(0) = 0$ est bien vérifiée.

II. Restitution de l'énergie et décharge à courant constant :

L'enregistrement de uc(t) par le logiciel donne une courbe qui peut être assimilée à une droite représentée par $u_c(t) = at + b$ avec $a < 0$ et $b > 0$.

Valeurs numériques des constantes a et b :

$t = 0$ (démarrage du moteur) ; $u_c(0) = 4{,}9\ V$; $t = 18\ s$ (arrêt du moteur), $u_c(18) = 1{,}5\ V$

$u_c(0) = 4{,}9 = a * 0 + b \Rightarrow$ $\boldsymbol{b = 4,9\ V}$.

$u_c(18) = 1{,}5 = a * 18 + 4{,}9 \Rightarrow \boldsymbol{a = -0,19\ V.s^{-1}}$.

Expression de la charge instantanée q(t) du condensateur en fonction du temps :

$q(t) = Cu_c(t)$q(t) avec $C = 1{,}0\ F$; $q(t) = -0{,}19t + 4{,}9$.

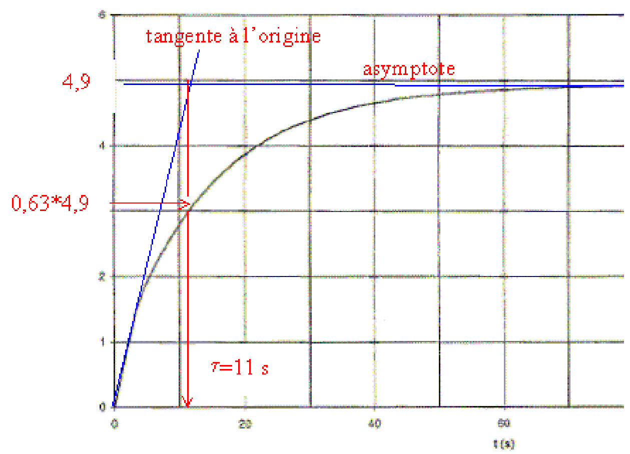
Intensité du courant i : $i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -0{,}19\ A$.

Le signe moins traduit le fait que le courant a le sens contraire au courant de charge.

Energie stockée dans le condensateur à $t = 0$: $\frac{1}{2}\mathrm{C}u_C^2(0) = 0{,}5 * 4{,}92 = \mathbf{12\ J}$.

Energie restant à $t = 18\ s$: $\frac{1}{2}\mathrm{C}u_C^2(18) = 0{,}5 * 1{,}5^2 = \mathbf{1{,}1\ J}$.
Energie cédée par le condensateur : $\frac{1}{2}\mathrm{C}u_C^2(0) - \frac{1}{2}\mathrm{C}u_C^2(18) = 10{,}87\ \mathrm{J}$ (réponse **11 J**)
Energie mécanique (potentielle) reçue par la masse m : $\mathrm{mgh} = 0{,}1 * 9{,}8 * 3{,}1 = \mathbf{3{,}0\ J}$.

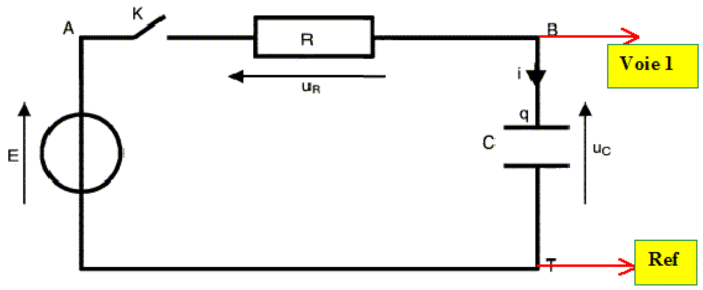
Rendement du dispositif : 3/10,87 *100 = **28 %**.



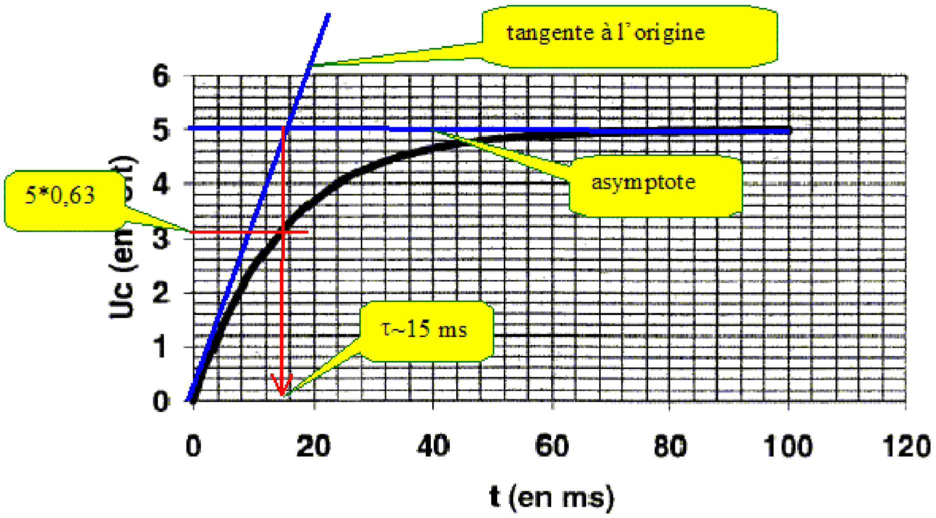
$C = \frac{\tau}{R}$ avec $R = 10\Omega$ R soit C= 11/10 = **1,1 F**, valeur du même ordre de grandeur que celle donnée par le fabriquant.

Corrigé exercice 3 :

1. Les bornes utilisées pour l'acquisition sont notées Voie 1 et Ref (qui sert de masse).



2. La constante de temps permet d'estimer la durée de la charge du condensateur : cette durée est voisine de 5 fois la constante de temps.



3. Ordre de grandeur de la constante de temps 10 ms ou 10^{-2} s.
4. $\tau = RC$.
5. Montrons que τ est homogène à un temps :

   R résistance soit tension / intensité ; C capacité soit charge / tension d'où on déduit : RC charge / intensité ; or une charge est une intensité fois un temps ; par suite RC a la dimension d'un temps.

6. Additivité des tensions : $u_R + u_C = E$.
7. $u_R = Ri$
8. $i = \frac{dq}{dt}$
9. $q = Cu_C$; $i = \frac{Cdu_C}{dt}$
10. $\tau\frac{Cdu_C}{dt} + u_C = E$ (1)
11. $u_R + u_C = E$ s'écrit : $Ri + u_C = E$; $RC\frac{du_C}{dt} + u_C = E$

$u_c(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$; $\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$. Reportons $\frac{du_C}{dt}$ dans (1)

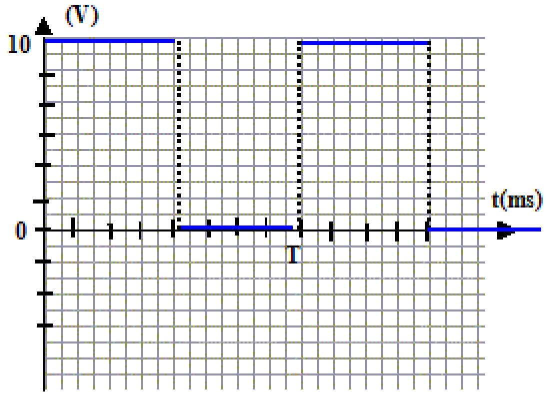
$\Rightarrow Ee^{-\frac{t}{\tau}} + E - Ee^{-\frac{t}{\tau}} = E$ est vérifié quel que soit t.

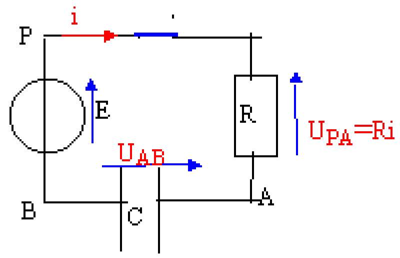
De plus à $= 0$ $u_c(0) = E(1 - e^{-0}) = E(1 - 1) = 0$, le condensateur est initialement déchargé.

12. $\frac{u_c}{E} = 1 - e^{-1} = \mathbf{0,63}$.
13. τ= 15 ms = 15 10^{-3} s(lecture graphe) ; $\tau = RC$ avec $R = 150$ d'où $C = 1{,}0.10^{-4}F$

<u>Corrigé exercice 4 :</u>

1. $u(t)$ sur l'intervalle [0, 2T]





2. équation différentielle caractérisant la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur pendant la première demi-période de u(t)

$u_{PB} = U_0$; $u_{PB} = u_{PA} + u_{AB}$ avec $i = \frac{dq_A}{dt} = C\frac{du_{AB}}{dt}$.

$U_0 = Ri + u_{AB}$ soit $u_0 = RC\frac{du_c}{dt} + u_c$ (1)

$u_c = A(1 - e^{-\alpha t})$.

dériver l'expression de u_c par rapport au temps : $\frac{du_c}{dt} = A\alpha e^{-\alpha t}$.

report dans (1) : $U_0 = RCA\alpha e^{-\alpha t} + A(1 - e^{-\alpha t})$ U₀

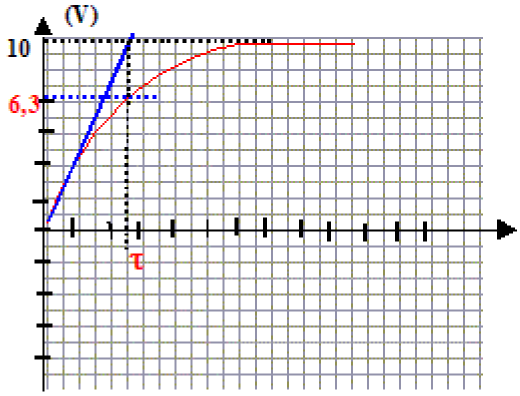
$U_0 = A(RC\alpha - 1)e^{-\alpha t} + A$ égalité vérifiée quel que soit le temps, en conséquence $A = U_0$ et $\alpha = \frac{1}{RC} = 10\ s$

A : amplitude de la tenion u_C (V) ; $\alpha = \frac{1}{RC}$ inverse de la constante de temps (seconde^{-1}) du dipôle RC.

$u_c(t) = U_0(1 - e^{-\alpha t})$; $u_c(t) = 10(1 - e^{-10t})$.

la solution trouvée satisfait aux conditions initiales en effet :

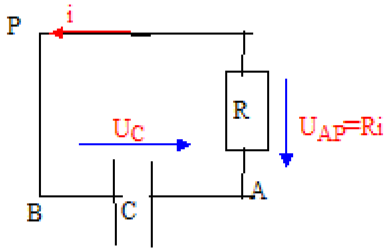
$u_c(0) = 10(1 - e^0) = 0$ (condensateur non chargé) allure de la courbe $u_c(t)$ dans le cas où $\frac{T}{2}$ est très supérieur au produit RC.



énergie stockée à chaque instant par le condensateur : $\frac{1}{2}Cu_C^2$.
cette énergie en fin de charge vaut : $\frac{1}{2}Cu_C^2 = 5.10^{-4}\,J$.
instant t_1 où la charge maximale est atteinte au millième près : $u_c(t_1) = 0{,}999u_0$;
$0{,}999 = 1 - e^{-10t_1} \Rightarrow 10^{-3} = e^{-10t_1}$

$ln10^{-3} = -10t_1 \Rightarrow t_1 = -0{,}69\,s$.

3. équation différentielle caractérisant la tension $u_C(t')$ aux bornes du condensateur pendant la seconde demi-période de u(t).



$u_c(t') = Ri$ avec $i = -\frac{dq}{dt}$ et $q = Cu_C$ soit $i = -\frac{Cdu_C}{dt}$

$\Rightarrow u_c(t') + R\frac{Cdu_C}{dt} = 0$ (1)

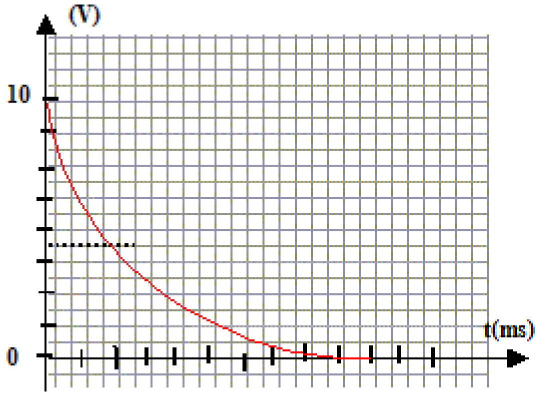
solution de l'équation différentielle : $u_c = Be^{-\beta t}$. Valeurs de B et β :

dériver l'expression de u_c par rapport au temps : $\frac{du_C}{dt} = B\beta e^{-\beta t}$.

report dans (1) : $\Rightarrow B\beta e^{-\beta t} - B\beta RCe^{-\beta t} = 0$ égalité vérifiée quel que soit le temps, en conséquence $\beta = \frac{1}{RC} = 10s$
$\beta = \alpha = \frac{1}{RC}$ inverse de la constante de temps (seconde^{-1}) du dipôle RC.
valeur de B et l'expression de $u_c(t')$:

à l'instant $t' = 0$ $u_c(0) = U_0 = 10\ V$ d'où $B = 10\ V$ et $u_c(t') = 10e^{-\beta t}$. La solution trouvée satisfait aux conditions initiales

allure de la courbe $u_c(t')$ dans le cas où $\frac{T}{2}$ est très supérieur au produit RC :



énergie stockée à chaque instant par le condensateur : $\frac{1}{2}Cu_c^2$.

cette énergie est nulle en fin de décharge ($\frac{T}{2} \gg RC$)

instant t_2' où la charge vaut 37% de la charge maximale :

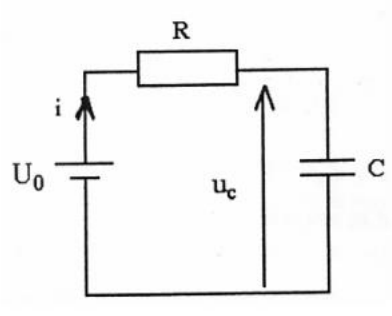
$u_c(t_2') = 10e^{-t_2'} \Rightarrow u_c(t_2') = 0{,}37 * 10 = 10e^{-t_2'} \Rightarrow -10t'_2 = ln0{,}37 = -1$ soit $t'_2 = 0{,}1\ s$.

<u>Corrigé exercice 5 :</u>

1. Valeur de u_c quand $i = 0$

   $u_c = u_0 - Ri$

   Quand $i = 0$ alors $u_c = u_0$



2.

   a. Equation différentielle d'évolution de la tension $u_c(t)$

      Elle est déterminée à partir des 3 équations suivantes

$$\begin{cases} u_C = \frac{q}{C} & (1) \\ u_C = U_0 - Ri & (2) \\ i = \frac{dq}{dt} & (3) \end{cases}$$ et de la condition initiale : A $t = 0$, $u_c = 0$.

(1) et (3) donnent : $i = \frac{Cdu_C}{dt}$ cette dernière dans (2) donne :

$u_c = u_0 - R\frac{Cdu_C}{dt} \Leftrightarrow \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_c = \frac{U_0}{RC}$

(E) est l'équation différentielle d'évolution de la tension $u_c(t)$.

b. Montrons que $u_C = u_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$ est solution de (E)

$\frac{U_0}{RC}e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{U_0}{RC}\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = \frac{U_0}{RC} \Leftrightarrow \frac{U_0}{RC} = \frac{U_0}{RC}$

Donc $u_C = u_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$ est solution de (E)

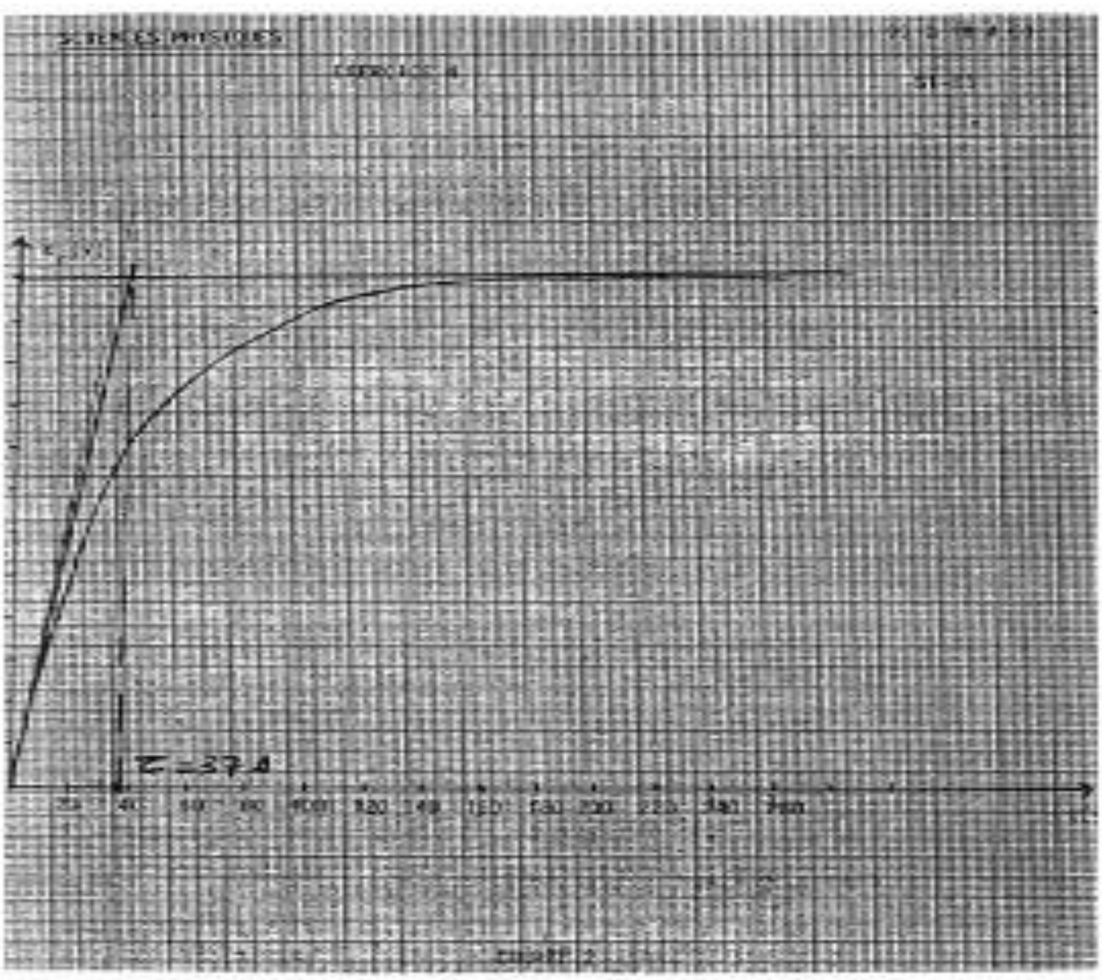
c. Montrons que la tangente (T) à $U_c = f(t)$ à $t = 0$ coupe la droite $u_C = u_0$ à la date $t = \tau$.

Equation de la tangente (T) : $u_C = u'_C(t = 0)(t - 0) + u_C(t = 0)$

avec $u'_C = \frac{du_C}{dt}$; d'où l'équation de la tangente (T) est : $u_C = \frac{U_0}{RC}t$

la droite (D) : $u_C = u_0$ et la tangente (T) : $u_C = \frac{U_0}{RC}t$ se coupent quand $t = \tau \Rightarrow \frac{U_0}{RC}\tau = U_0 \Rightarrow \tau = RC$; A.N : $\boldsymbol{\tau = 37\ s}$

Détermination graphique de τ



d. $\tau = RC \Rightarrow C = \frac{\tau}{R}$; A.N : $\boldsymbol{C = 112\ \mu F}$

Corrigé exercice 6:

1. Etude de la charge du condensateur :
   1.1. Expression de q en fonction du temps t :

   $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow dq = idt\,;\ \int dq = \int idt$ or $i = I = Cste \Rightarrow q = It + Cste$

   or à $t = 0$ $q = 0 \Rightarrow q = It$

   1.2. Déduction par exploitation graphique :

   a. La capacité C du condensateur: le graphe implique

   $q = 2{,}25.10^{-4}U_{AB}$. Or $q = CU_{AB}$. Donc par identification

$C = 2,25.10^{-4}F.$

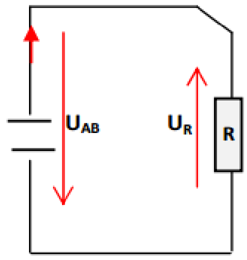
b. Date à laquelle $U_{AB} = 1,8\,V$

si $U_{AB} = 1,8$ $q = 400.10^{-6}C$ or $q = I.t \Rightarrow t = \frac{q}{I}$;

A.N : $t = \frac{400.10^{-6}}{17.10^{-6}} = 23,5\,s$

2. Etude de la décharge du condensateur :

2.1. Equation différentielle



$u_R + u_{AB} = 0 \Rightarrow Ri + u_{AB} = 0$

$i = \frac{dq}{dt}$ or $q = Cu_{AB} \Rightarrow i = C.\frac{du_{AB}}{dt} \Rightarrow R\,C.\frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = 0$

Cette équation est de la forme : $\frac{1}{\beta}\frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = 0$ avec $\beta = \frac{1}{RC}$

2.2. la constante $\frac{1}{\beta}$ est appelé constante de temps. Elle caractérise la durée de la décharge du condensateur.

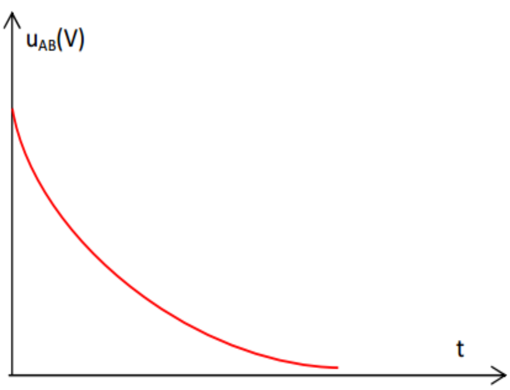
2.3.

2.3.1. La valeur de α

$u_{AB} = \alpha e^{-\beta t}$ à $t = 0$

$u_{AB} = \alpha = 3,85\,V \Rightarrow \alpha = 3,85\,V$

Courbe $u_{AB} = f(t)$ ci-contre



2.3.2. Expression et valeur de l'énergie :

$E_0 = \frac{1}{2}CU_0^2$; $E_0 = \frac{1}{2} \times 225.10^{-6} \times 3,85^2 = 1,67.10^{-3}\,J.$

2.3.2 Puissance moyenne : $P_m = \frac{E_0}{\Delta t} = 16,7\,W$

Corrections des exercices d'oscillations électriques

Corrigé exercice 1 :

1. Calculer la charge Q_1
   $Q_1 = CU_1$; A.N : $Q_1 = 40.10^{-6}$
   $E_1 = \frac{1}{2}CU_1^2$;A.N : $E_1 = 8.10^{-4}J$
2.
   2.1. Equation différentielle :
   D'après la loi des mailles on a : $u_C + u_L = 0$
   or $u_C = \frac{q}{C}$ et $u_L = -e = L\frac{di}{dt}$ avec $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow e = L\frac{d^2q}{dt^2} = L\ddot{q}$
   D'où l'équation différentielle est : $\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$

La solution de l'équation différentielle est de la forme : $q(t) = Q_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi) \Rightarrow u(t) = U_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

2.2. Graphiquement : $U_{max} = 40\ V$ et $T = 20s \Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 0{,}314\ rad/s$

2.3. Energie emmagasinée :

- dans le condensateur :

$$E_C = E_1 = \frac{1}{2}CU_1^2$$

- dans la bobine :

$$E_b = \frac{1}{2}Li^2$$

Energie totale : $E_T = E_C + E_b = \frac{1}{2}CU_1^2 + \frac{1}{2}Li^2(1)$ or $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du}{dt}$

avec $u(t) = U_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi) \Rightarrow \frac{du}{dt} = -\omega_0 U_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$

report dans (1) $\Rightarrow E_T = \frac{1}{2}CU_{max}^2 cos^2\cos(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2}LC^2{\omega_0}^2U_{max}^2 sin^2(\omega_0 t + \varphi)$

Or $LC{\omega_0}^2 = 1$ et $cos^2\cos(\omega_0 t + \varphi) + sin^2(\omega_0 t + \varphi) = 1$

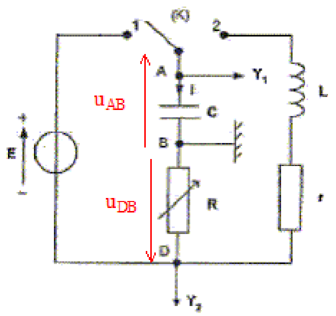
$\Rightarrow E_T = \frac{1}{2}CU_{max}^2$; or graphiquement on trouve $U_{max} = U_1 = 40\ V$

$\Rightarrow E_T = E_1$. Donc la totalité de l'énergie est emmagasinée dans le condensateur.

Corrigé exercice 2 :

Étude énergétique du condensateur :

Au cours de cette question, on étudie la charge du condensateur. À l'instant de date t = 0 s, le condensateur est déchargé et on bascule le commutateur en position.



Charge du condensateur : signe de la charge q portée par l'armature A du condensateur au cours de sa charge

L'armature B du condensateur est reliée à la borne négative du générateur ; l'armature B acquiert une charge négative; la charge de l'armature A est donc positive.

relation existant entre la charge q et la tension u_{AB} :

la charge du condensateur et la tension à ses bornes sont proportionnelles : $q = Cu_{AB}$
En tenant compte de l'orientation du circuit, la relation vérifiée à chaque instant par l'intensité $i(t)$ du courant et la charge $q(t)$ est : $i(t) = \frac{dq}{dt} = \dot{q}$

équation différentielle vérifiée par $u_{AB}(t$:

tensions aux bornes de la résistance R : $u_{DB}(t) = Ri = R\frac{dq}{dt} = RC\frac{du_{AB}}{dt}$

additivité des tensions : $E = u_{AB} + u_{BD}$; $E = u_{AB} + RC\frac{du_{AB}}{dt}$
Vérifions que l'expression suivante de u_{AB}(t) est solution de cette équation différentielle : $u_{AB}(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$

dériver $u_{AB}(t)$ par rapport au temps : $\frac{du_{AB}}{dt} = \frac{E}{RC}e^{-\frac{t}{RC}})$

report dans l'équation différentielle : $E = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) + Ee^{-\frac{t}{RC}}$

cette relation est bien vérifiée que que soit t ; donc $u_{AB}(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$ est solution de l'équation différentielle.
Énergie électrique E_e emmagasinée par le condensateur :

$$E_e = \frac{1}{2}Cu_{AB}^2(t)$$

expression littérale $E_{e\,max}$ de sa valeur maximale :

la valeur maximale de $u_{AB}(t)$ est E d'où : $E_{e\,max} = \frac{1}{2}CE^2$

$E_{e\,max} = \frac{1}{2}CE^2$ = 0,5*2 10^{-6}*4² = 1,6 10^{-5} J.

Étude énergétique du circuit RLC :

Expression littérale, en fonction de i(t), de l'énergie magnétique E_m emmagasinée dans la bobine :

$$E_m = \frac{1}{2}Li^2(t)$$

Expression de l'intensité instantanée $i(t)$:

$u_{BD}(t) = Ri$; $i(t) = \frac{u_{BD}(t)}{R}$;

Expression de l'énergie magnétique emmagasinée dans la bobine en fonction de l'une des tensions enregistrées :

$$E_m = \frac{1}{2}Li^2(t) = E_m = \frac{1}{2}\frac{L}{R^2}u_{BD}^2(t)$$

Expression de l'énergie totale E_T du circuit en fonction des tensions $u_{AB}(t)$ et $u_{BD}(t)$:

$E_T = E_m + E_e = \frac{1}{2}\frac{L}{R^2}u_{BD}^2(t) + \frac{1}{2}Cu_{AB}^2(t)$

<u>courbe 3</u> : E_e(à $t = 0$, le condensateur stocke l'énergie totale du circuit)

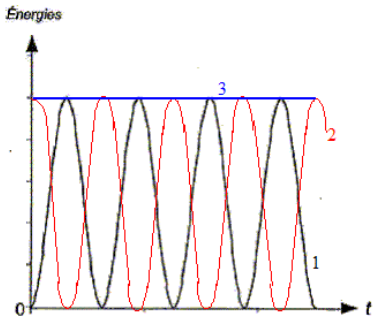
<u>courbe 2</u> : E_m (à $t = 0$ la bobine ne stocke pas d'énergie)

<u>courbe 1</u> : E_T.

L'amplitude de la courbe 1 décroît au cours du temps : au cours des échanges d'énergie entre bobine et condensateur, une partie de celle-ci est perdue par effet joule dans les parties résistives du circuit.

<u>Entretien des oscillations</u> :

Pour entretenir les oscillations, on ajoute en série dans le circuit précédent un dispositif assurant cette fonction. On refait alors une acquisition informatisée.



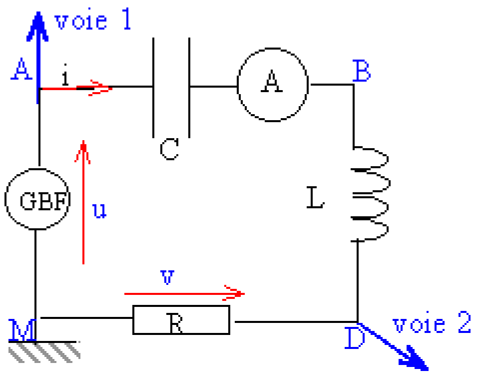
<u>courbe 1</u> : E_m (à $t = 0$, la bobine ne stocke pas d'énergie)

<u>courbe 2</u> : E_e (à $t = 0$, le condensateur stocke l'énergie totale du circuit)

<u>courbe 3</u> : $E_T =$ constante

Le système est entretenu : à chaque instant le dispositif électronique compense l'énergie perdue par effet joule.

<u>Corrigé exercice 3 :</u>



à la résonance d'intensité $LC\omega^2 = 1$ avec $\omega = 1000\, rad/s$ et $L = 1\, H$

$C = \frac{1}{L\omega^2} = 1\, \mu F$C .

à la résonance d'intensité, l'impédance Z est minimale égale à la résistance R

$I_{eff} = 0{,}002\, A$ (lecture graphe) ; $R = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = 500\Omega.$

à la résonance le déphasage φ entre la tension $u(t)$ et l'intensité est nul.

<u>sensibilité</u> :

On double la capacité du condensateur :

donc la fréquence propre du dipole RLC est divisée par racine de 2 soit $\omega_0 = \frac{1000}{\sqrt{2}} = 707\, rad/s.$

le GBF impose sa pulsation (oscillations forcées) soit 1000 rad/s

fréquence : 1000 / (2π) = 159,2 Hz et période = 1/159,2 = 6,3 ms

on observe 3 périodes soit 3*6,3 = 19 ms (environ 20ms)

l'écran compte 10 divisions, la sensibilité est donc $2ms/div.$

l'amplitude de la tension $u(t)$ est égale à la tension U_{eff}* racine carrée (2) donc environ 1,5 V

1,5 V pour 3 divisions ou $0{,}5\, V/div.$

<u>déphasage</u> :

la courbe (1) correspond à la tension aux bornes de la résistance R, soit l' image de l'intensité.

la courbe $u(t)$ est en avance sur la courbe (1) d'environ 1/ 8 période (lecture graphe)

une période est égale à 2π radians donc φ voisin de π/4 ou 45°.

intensité efficace I_{eff} :

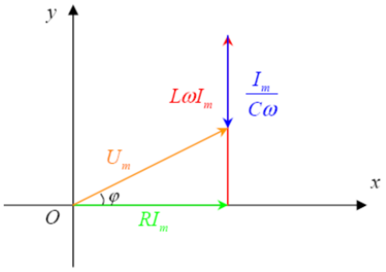
l'amplitude de la tension aux bornes de la résistance est proche de 0,9V.

0,9 = 500 I_{max} soit $I_{max} = 1{,}8\ mA$

puis diviser par racine carrée de 2 soit $I_{eff} = 1{,}27\ mA$.

Corrigé exercice 4 :

a) Représentation de Fresnel



b) L'impédance du circuit

D'après le théorème de Pythagore : $U_m^2 = (RI_m)^2 + \left(L\omega I_m - \frac{I_m}{C\omega}\right)^2$

$\Rightarrow U_m = I_m\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$ d'où l'impédance :

$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$ avec $\omega = 2\pi N = 628{,}32\ rad/s$

A.N : $Z = 140\ \Omega$

c) Intensité efficace

$I = \frac{U}{Z} = 0{,}043\ A$

d) Tension efficace aux bornes de chaque bobine :

- Aux bornes du conducteur ohmique :
  $U_R = RI = 2{,}14\ V$
- Aux bornes de la bobine
  $U_L = Z_L I = L\omega I = 1{,}21\ V$
- Aux bornes du condensateur

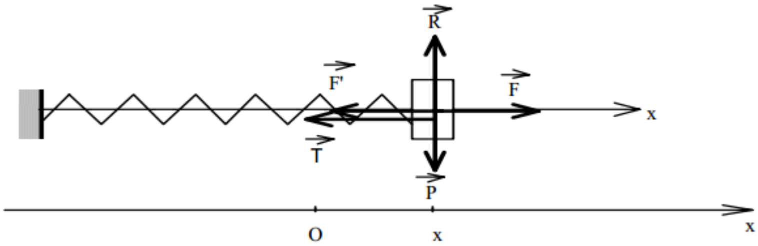
$$U_C = Z_C I = \frac{1}{C\omega} I = 6{,}84\,V$$

e) La phase de la tension par rapport à l'intensité.

$tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$;A.N : $tan\varphi = -2{,}6 \Rightarrow \varphi = -69°$

Corrigé exercice 5:

1. Equation différentielle du mouvement



D'après la deuxième loi de Newton on a: $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

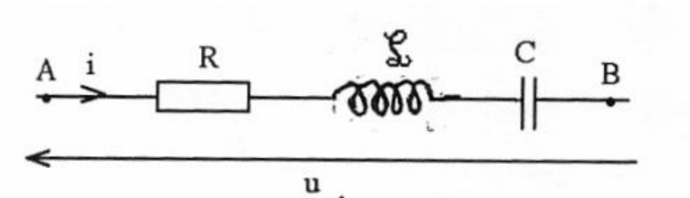
$\Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} + \vec{F'} + \vec{T} = m\vec{a}$

Suivant l'axe (Ox) : $-F' + F - T = ma$

$$\Leftrightarrow -\lambda v_x + F_m \cos(\omega t) - k \int v_x dt = m\frac{dv_x}{dt}$$

$$\Leftrightarrow m\frac{dv_x}{dt} + \lambda v_x + k \int v_x dt = F_m \cos(\omega t)$$

2. Analogique entre les grandeurs mécaniques de l'oscillateur et les grandeurs électriques.

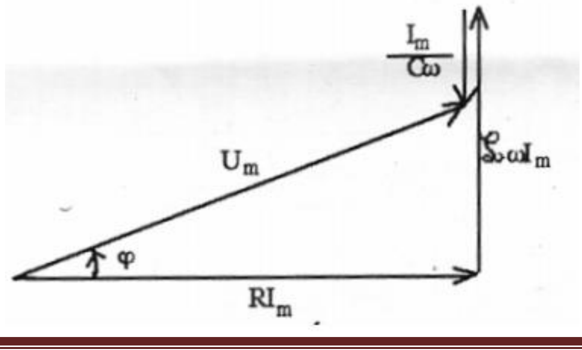


$u = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt$ avec $i = I_m \cos(\omega t + \varphi)$

$\Rightarrow u = RI_m \cos(\omega t + \varphi) + L\omega I_m \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{I_m}{C\omega}\cos\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right) = U_m \cos(\omega t)$

Pour l'oscillateur mécanique, on a :

$$F_m \cos(\omega t) = \lambda V_m \cos(\omega t + \varphi) + mV_m \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{k}{\omega} V_m \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$$



On a les analogies suivantes :

Oscillateur mécanique	ω	m	k	F_m	x	v_x ou V_m
Oscillateur électrique	R	L	$\frac{1}{C}$	U_m	q	i ou I_m

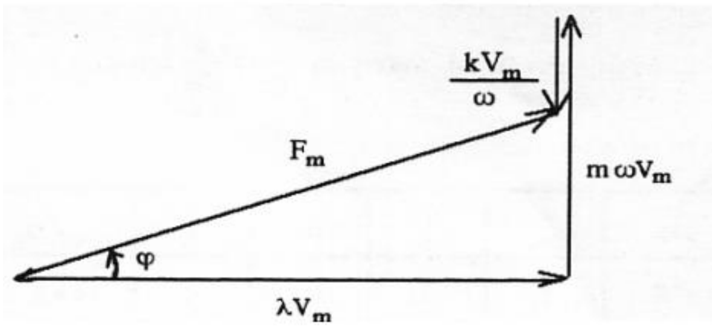
3. construction de Fresnel
   Pour l'oscillateur électrique, on a :

$$U_m\cos(\omega t) = RI_m\cos(\omega t+\varphi) + L\omega I_m\cos\left(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2}\right) + \frac{I_m}{C\omega}\cos\left(\omega t+\varphi-\frac{\pi}{2}\right)$$

Pour l'oscillateur mécanique on a :

$$F_m\cos(\omega t) = \lambda V_m\cos(\omega t+\varphi) + mV_m\cos\left(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2}\right) + \frac{k}{\omega}V_m\cos\left(\omega t+\varphi-\frac{\pi}{2}\right)$$

Par analogie, on a : $RI_m \leftrightarrow \lambda V_m$; $L\omega I_m \leftrightarrow mV_m$; $\frac{I_m}{C\omega} \leftrightarrow \frac{k}{\omega}V_m$ donc :



4. Expressions de F_m et de φ

$F_m^2 = (\lambda V_m)^2 + \left(m\omega V_m - \frac{k}{\omega}V_m\right)^2 \Rightarrow F_m = V_m\sqrt{\lambda^2 + \left(m\omega - \frac{k}{\omega}\right)^2}$

$tan\varphi = \frac{m\omega - \frac{k}{\omega}}{\lambda} \Rightarrow \varphi = \arctan\left(\frac{m\omega - \frac{k}{\omega}}{\lambda}\right) = \arctan(\frac{m\omega^2 - k}{\lambda\omega})$

5. Expression de l'impédance mécanique $Z_{méc}$

Par analogie : $Z_{élec} = \frac{U_m}{I_m} \leftrightarrow Z_{méc} = \frac{F_m}{V_m}$ avec $F_m = V_m\sqrt{\lambda^2 + \left(m\omega - \frac{k}{\omega}\right)^2}$

D'où $Z_{méc} = \sqrt{\lambda^2 + \left(m\omega - \frac{k}{\omega}\right)^2}$

$x = \int v_x dt = \frac{V_m}{\omega}\sin(\omega t+\varphi) = X_m(\omega t+\varphi)$

D'où $X_m = \frac{V_m}{\omega}$

6. Valeur ω_0 de ω pour qu'il y ait la résonance
   A la résonance v_x est minimale ou encore $Z_{méc}$ est minimale
   $Z_{méc}$ est minimale $\Rightarrow m\omega_0 - \frac{k}{\omega_0})0$

   $\Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Corrigé exercice 6:

1.
   1.1. Période T, la pulsation ω et fréquence N de la tension
   $T = 2{,}5.10^{-3} \times 8 = 20.10^{-3}s = 20\ ms$
   $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{20.10^{-3}} = 100\pi = 314\ rad/s$
   $N = \frac{1}{T} = \frac{1}{20.10^{-3}} = 50\ Hz$
   1.2. Valeur de I_{max} et U_{max}

   $U_{max} = 1 \times 4 = 4\ V$

   $I_{max} = \frac{U_{Rmax}}{R} = \frac{1\times2}{20} = 0{,}1\ A$

   1.3. Différence de phase entre $u(t)$ et $i(t)$
   $\varphi = 2\pi\frac{l}{L} = 2\pi \times \frac{1}{8} = \frac{\pi}{4}\ rad\ (\varphi > 0)$.
   $u(t)$ est en avance $i(t)$
   1.4. Valeurs de L, r et Z
   $Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{4}{0{,}1} = 40\ \Omega$
   $cos\varphi = \frac{R+r}{Z} \Rightarrow r = Zcos\varphi - R = 8{,}3\ \Omega$
   $tan\varphi = \frac{L\omega}{R+r}$ or $\varphi = \frac{\pi}{4} \Rightarrow L = \frac{R+r}{\omega} = 90\ mH.$
2.
   2.1. L'état de fonctionnement du nouveau circuit
   La phase entre l'intensité et la tension est nulle : le nouveau circuit est à la résonance d'intensité.
   2.2. Impédance Z' du nouveau circuit
   $Z' = \frac{U'_m}{I'_m} = \frac{U'_m}{U'_{Rm}}R$; A.N : $Z' = \frac{2}{2{,}8} \times 20 = 28{,}5\ \Omega$
   L'état de fonctionnement de ce circuit n'est pas compatible avec la valeur de Z, car Z est différent de Z'.
   2.3. Retrouvons la valeur de la résistance r de la bobine

   A la résonance on a : $Z' = R + r \Rightarrow r = Z' - R$

   A.N : $r = 28{,}5 - 20 = 8{,}5\ \Omega$

Corrigé exercice 7 :

$u = u_R + u_L + u_C$

$u = Ri + ri + L\frac{di}{dt} + \frac{q}{c}$ avec $i = I\sqrt{2}\cos(\omega t)$ et $\omega = 2\pi f$

Expression de I

$$u = (R + r)I\sqrt{2} - 2\pi f L I\sqrt{2} siin(2\pi f t) + \frac{I\sqrt{2}}{C}\int \cos(2\pi\, f t)dt$$

$$u = (R + r)I\sqrt{2} + 2\pi f L I\sqrt{2}\cos\left(2\pi f t\frac{\pi}{2}\right) + \frac{I\sqrt{2}}{C}\cos(2\pi f t - \frac{\pi}{2})$$

avec $u = U\sqrt{2}\cos(2\pi f t + \frac{\pi}{2})$

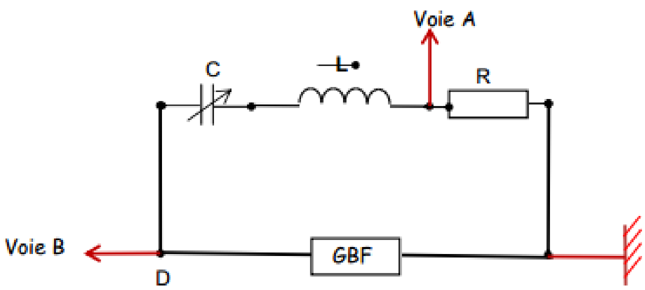
A partir de la construction de Fresnel, on a :

$$U^2 = (R + r)^2 I^2 + \left(2\pi f L - \frac{1}{2\pi f C}\right)^2$$

$$\Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{(R+r)^2 + \left(2\pi f L - \frac{1}{2\pi f C}\right)^2}}$$

Corrigé exercice 8 :

1. Schéma du circuit avec les branchements à effectuer :



2.
   2.1. Les valeurs efficaces :

$$U_{GBF(max)} = 2{,}2 \times 2 = 4{,}4\ V \Rightarrow U_{GBF(efficace)} = \frac{4{,}4}{\sqrt{2}} = 3{,}1\ V$$
$$U_{R(max)} = 3{,}6 \times 1 = 3{,}6\ V \quad \Rightarrow \quad U_{R(efficace)} = \frac{3{,}6}{\sqrt{2}} = 2{,}5\ V$$
$$I_{efficace} = \frac{U_{R(efficace)}}{R} = \frac{2{,}5}{60} = 4{,}2.10^{-2} A$$

   2.2. Détermination de la fréquence et de l'impédance du dipôle :
   $N = \frac{1}{T}$ avec $= 10 \times 2.10^{-3} = 0{,}02\ s \Rightarrow N = 50\ Hz.$
   $Z = \frac{U_{GBF(efficace)}}{I_{efficace}} = 73{,}8\ \Omega.$

   2.3. La tension aux bornes du GBF est en avance sur l'intensité : le dipôle a comportement inductif.

$|\varphi| = 2\pi.\frac{\Delta t}{T}$ or $\Delta t = 1 \times 2.10^{-3} \Rightarrow |\varphi| = 0{,}2 \times \pi$ $|\varphi| = \frac{\pi}{5} rad$

2.4. Les expressions de i et u:

$i(t) = I_{max}\cos(\omega t)$ avec $I_{max} = I_{efficace} \times \sqrt{2} = 4{,}2.10^{-2} \times \sqrt{2} = 6.10^{-2}$

$I_{max} = 6.10^{-2} A$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 100\pi\ rad.s^{-1}$

$\Rightarrow i(t) = 6.10^{-2} \times \cos(100\pi t)$ et $u(t) = 4{,}4 \times \cos(100\pi t + \frac{\pi}{5})$

2.5. Valeur de C_1 :

On a : $tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \Rightarrow \frac{1}{C\omega} = L\omega - Rtan\varphi \Rightarrow C_1 = \frac{1}{L\omega^2 - R\omega tan\varphi}$

A.N : $C_1 = \frac{1}{0{,}4\times(100\pi)^2 - 60\times 100\pi \tan\left(\frac{\pi}{5}\right)}$; $C_1 = 3{,}88.10^{-5} F$

3.

3.1. Le phénomène physique qui se produit pour $C = C_2$ est appelé résonance d'intensité car l'intensité efficace est maximale.

3.2. Valeur de C_2

A la résonance $LC_2\omega^2 = 1 \Rightarrow C_2 = \frac{1}{4\pi^2 N^2 L} = \frac{1}{4\pi^2 \times 50^2 \times 0{,}4} = 2{,}53.10^{-5}$

Correction des exercices Interférences lumineuses-Effets photoélectriques :

Corrigé exercice 1 :

- Dans un milieu transparent homogène et isotrope la lumière se propage en ligne droite
- $v = \frac{c}{\lambda}$
- $v \leq c$ car $v = \frac{c}{n}$ avec $n > 1$ l'indice de réfraction milieu
- Nous avons la périodicité temporelle T et la périodicité spatiale, de période λ appelée longueur d'onde. $\lambda = cT$
- Une lumière monochromatique est une onde progressive sinusoïdale de fréquence donnée. La couleur de cette lumière est liée à la valeur de sa fréquence.
- On parle d'interférences constructives lorsqu'en un point M d'une frange brillante se superposent les ondes issues des fentes F_1 et F_2 arrivant en phase. On parle aussi destructives lorsqu'en un point M d'une frange sombre se superposent les ondes issues des fentes F_1 et F_2 arrivant en opposition de phase.
- Expression de la différence de marche pour une interférence constructive : $\delta = k\,\lambda$. Pour une interférence destructive on a : $\delta = (k + \frac{1}{2})\,\lambda$
- L'interférence est la distance qui sépare le milieu de deux franges consécutives de même nature

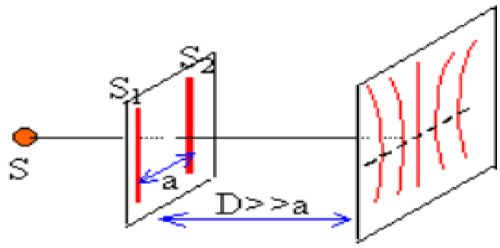
Pour obtenir des interférences lumineuses les sources doivent être mutuellement cohérentes.

Corrigé exercice 2 :

1. $L = k\mathrm{i} \Rightarrow \mathrm{i} = \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{k}} = 7.10^{-4}\mathrm{m}$
2. $i = \frac{\lambda \mathrm{D}}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{\mathrm{ia}}{D} = 7.10^{-7}m$
3. $L' = k'i$ avec $k' = 13 \Rightarrow L' = 9{,}1mm$

Corrigé exercice 3 :

1. Schéma du dispositif



2. Direction des franges observées : parallèles aux fentes sources
3. $i = \frac{\lambda \mathrm{D}}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{\mathrm{ia}}{D}$ or $L = k\mathrm{i} \Rightarrow \mathrm{i} = \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{k}}$ avec $k = 20 \Rightarrow i = 0{,}59mm$

- D'où $\lambda = 590\ \mathrm{nm}$ et $\upsilon = \frac{c}{\lambda} = 5.10^{14}Hz$

Corrigé exercice 4 :

1.

   a. Voir corrigé de l'exercice 10
   b. On observe sur l'écran des bandes parallèles, équidistantes, alternativement claires et sombres appelées franges d'interférences.
   c. C'est le phénomène d'interférences lumineuses. Il met en évidence le caractère ondulatoire de la lumière.

      - En un point d'une frange claire se superposent deux ondes issues de S_1 et S_2 arrivant en phase
      - En un point d'une frange sombre se superposent deux ondes issues de S_1 et S_2 arrivant en opposition de phase.

   d. $i = \frac{\lambda \mathrm{D}}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{\mathrm{ia}}{D}$; AN: $\lambda = 525\ \mathrm{nm}$

2.

   a. La frange centrale est toujours claire car $\delta = 0$ pour toutes radiations

b. $x = x' \Leftrightarrow \frac{k\lambda D}{a} = \frac{k'\lambda' D}{a} \Rightarrow \frac{k}{k'} = \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{4}{5}$

A la première coïncidence $k = 4$ et $k' = 5$. Donc $x = x' = \frac{k\lambda D}{a}$

AN : $x = x' = 2{,}1\ mm$

<u>Corrigé exercice 5 :</u>

1. Le caractère de la lumière mis en évidence par le phénomène observé est l'aspect ondulatoire de la lumière.

1. les franges brillantes montrent que la lumière s'ajoutant à de la lumière donne de la lumière

- les franges obscures montrent que de la lumière s'ajoutant à de la lumiére donne de l'obscurité

2. On observe successivement des franges obscures et brillantes de part et d'autre de la frange centrale brillante centrale. 

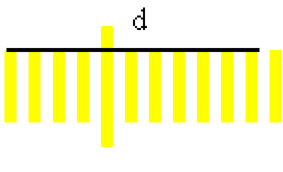
3. Ecran opaque : est un écran qui ne laisse pas passer la lumiére.

Source monochromatique : source formée d'une seule radiation c'est à dire à longueur d'onde unique.

Sources cohérentes : On appelle sources cohérentes, deux sources issues d'une même source.

Interfrange : On appelle interfrange la distance séparant deux franges consécutives de même nature.

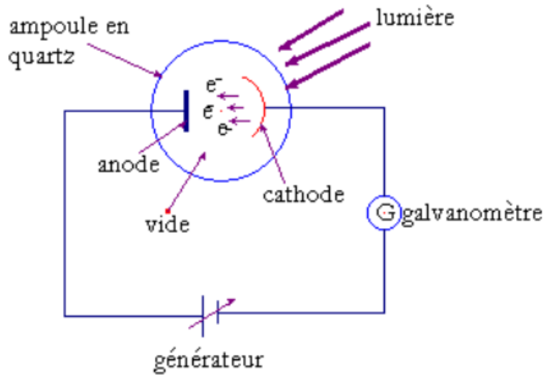
4. La frange est brillante lorsque la différence de marche est un multiple entier de la longueur d'onde.
$\delta = \frac{ay}{D} = k\lambda \Rightarrow y = \frac{k\lambda D}{a}$
$y_k = \frac{k\lambda_0 D}{a}$ et $y_{k+1} = \frac{(k+1)\lambda_0 D}{a} \Rightarrow i = y_{k+1} - y_k = \frac{\lambda_0 D}{a}$
5. Valeur de la longueur d'onde.



$d = 10{,}5i \Rightarrow \lambda_1 = \frac{da}{10{,}5D} = 4{,}9.10^{-6} m$

Corrigé exercice 6 :

1. C'est une cellule constitué d'un générateur de courant variable, d'un galvanomètre, d'une anode et d'une cathode



2.

a) $W_0 = h\upsilon_0 = \frac{hc}{\lambda 0}$; AN : $W_0 = 3.10^{-19}J = 1{,}88eV$

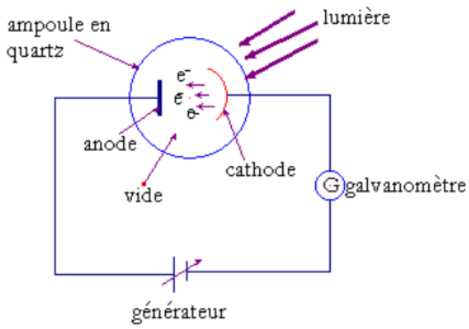
b) Energie cinétique maximale :

On a :E = Ec + $W_0 \Rightarrow$ Ec = E - W_0 ;

Or E = $\frac{hc}{\lambda}$ $\Rightarrow$Ec = $\frac{hc}{\lambda}$ - W_0 ; AN: Ec = $1{,}51.10^{-19}$J = 0,94 eV

Corrigé exercice 7 :

1. Schéma du montage



On envoie sur la cathode des rayons lumineux. Si à chaque fois que l'énergie lumineuses est suffisante ($\upsilon \geq \upsilon_0$), il y aura extraction d'électrons de la cathode qui seront captés par l'anode et ces déplacements d'électrons entraine l'existence d'un courant électrique qui circule en sens inverse.

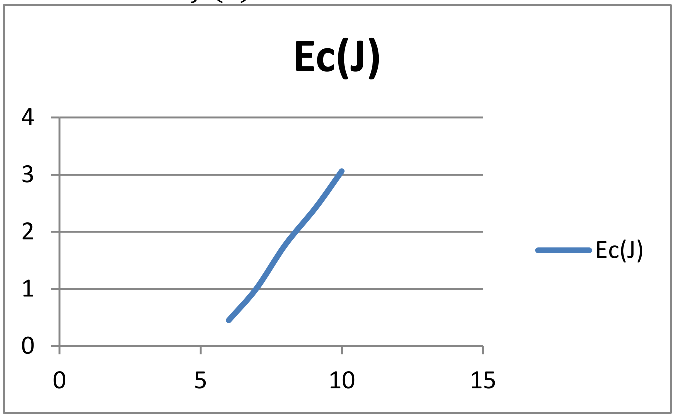
2. Energie d'extraction
$W_0 = h\upsilon_0 = \frac{hc}{\lambda 0}$; AN : $W_0 = 3.10^{-19}J$
3. L'effet photoélectrique aura lieu si $\upsilon \geq \upsilon_0$ $\Rightarrow \frac{c}{\lambda} \geq \frac{c}{\lambda_0}$ soit $\lambda \leq \lambda_0$. Donc c'est la radiation de longueur d'onde λ_1 qui peut entrainer l'effet photoélectrique. Donc les deux radiations ne sont pas utiles.
4. Energie cinétique maximale Ec_{max}

on a : $E = Ec_{max} + W_0 \Rightarrow Ec_{max} = E - W_0$ avec $E = \frac{hC}{\lambda_1}$

A N : $Ec_{max} = \frac{6{,}62.10^{-34} \times 3.10^{8}}{0{,}610^{-6}} - 3.10^{-19} = 3{,}1.10^{-20} J$

Corrigé exercice 8 :

1. Courbe $Ec = f(\upsilon)$



2. La courbe obtenue est assimilable à une droite
   $\Rightarrow Ec = a\upsilon + b$
   Avec $a = \frac{\Delta Ec}{\Delta \upsilon} = 6{,}525.10^{-34} J/Hz$
   $\Rightarrow Ec = 6{,}525.10^{-34}\upsilon + b$
   Pour $\upsilon = 6.10^{14} Hz$; $Ec = 0{,}45.10^{-19} J$
   $\Rightarrow 0{,}45.10^{-19} = 6{,}525.10^{-34} \times 6.10^{14} + b \Rightarrow b = -3{,}465.10^{-19} J$
   D'où l'équation de droite est : $Ec = 6{,}525.10^{-34}\upsilon - 3{,}465.10^{-19}$
   Or on sait que $E = Ec + W_0 \Rightarrow Ec = E - W_0 = h\upsilon - W_0$
   Par identification à l'équation de droite on obtient :
   $h \approx 6{,}525.10^{-34} J.s$ et $W_0 = 3{,}465.10^{-19} = h\upsilon_0 \Rightarrow \upsilon_0 = 5{,}28.10^{14} Hz$

Corrigé exercice 9 :

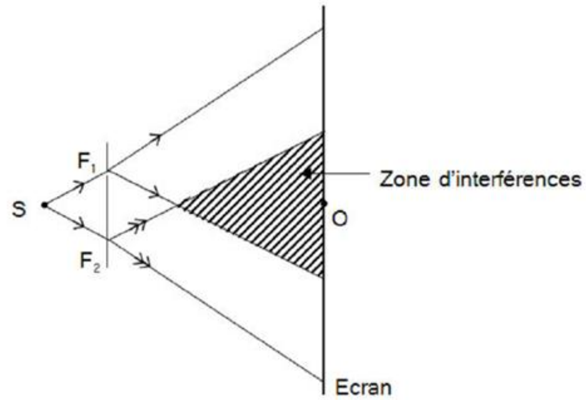
L'effet photoélectrique consiste en l'extraction d'électrons d'un métal convenablement (condition sur la fréquence) éclairé.
détermination de la longueur d'onde seuil : $W_0 = h\nu_0 = hc/\lambda_0$ donc $\lambda_0 = hc/W_0 = 517$ nm
Avec $W_0 = 2.4 \times 1.6\ 10^{-19} = 3.84\ 10^{-19}$J
Donc : λ_1 permet l'effet photoélectrique ($\lambda_1 < \lambda_0$ donc elle est plus énergétique) mais pas λ_2. Dans ces conditions, le faisceau contenant les deux longueurs d'onde permet l'effet photoélectrique.
b : Les électrons n'étant arrachés que par la radiation 1, seule la vitesse de ces électrons sera calculée (pour le faisceau total, la vitesse des électrons arrachés correspondra à celle de la radiation 2).

On a l'énergie cinétique des électrons : Ec = E_{ph} – W_0 avec Ec = $\frac{1}{2}$ m v^2 et E_{ph} = hc/ λ

donc v^2 = 2 (E_{ph} – W_0) / m_e et v = $\sqrt{(2(\mathrm{Eph} - \mathrm{W0}) / \mathrm{me})}$ = 4.14 10^5 $m.s^{-1}$.

Corrigé exercice 10:

5.1.



Le faisceau issu de S est diffracté par F_1 et F_2

5.2. Observations sur l'écran

On observe une alternance de franges brillantes et de franges obscures due à des interférences lumineuses résultant de la superposition des ondes lumineuses issues des sources synchrones et cohérentes F_1 et F_2.

Par interférence constructive on obtient des franges brillantes, par interférence destructive des franges obscures.

5.3.

5.3.1 Expression de l'interfrange $i = \frac{\lambda D}{a}$

5.3.2 Distance a

$L = 20i = 20i = 20\frac{\lambda D}{a} \rightarrow a = 20\frac{\lambda D}{L}$

A.N. $a = 2{,}8\, mm$

5.4.

5.4.1. Position d'une frange brillante par rapport à O sur l'écran $x_k = \frac{k\lambda D}{a}$ avec $k \in N$

5.4.2. Franges centrales données par $k = 0 \rightarrow x_k = 0$ quelque soit λ. Donc les franges centrales coïncident.

5.4.3. Longueur d'onde λ_2

Au point où les franges brillantes coïncident, on a :

$x = 10i_1 = 11i_2 \rightarrow 10\frac{\lambda_1 D}{a} = 11\frac{\lambda_2 D}{a}$

$\lambda_2 = \frac{10\lambda_2}{11}$; AN : $\lambda_2 = 554{,}54\ nm$

<u>Corrigé exercice 11:</u>

1. Les radiations lumineuses issues de F_1 et F_2 se superposent en tout point de la zone commune des faisceaux venant de ces sources.
   Si les deux radiations issues de F_1 et F_2 arrivent en phase en un point de l'écran, on obtient une interférence constructive et la frange sera brillante. Par contre si les deux radiations issues de F_1 et F_2 arrivent en opposition de phase en un point de l'écran, on obtient une interference destructive et la frange sera obscure.
2. Différence de marche : $\delta = \frac{ax}{D}$
   2.1 condition vérifiée par δ pour une frange brillante : il doit être un nombre entier de longueur d'onde $\delta = k\lambda$
   2.2 Montrons que $i = \frac{\lambda D}{a}$
   Raisonnons avec deux franges brillantes consécutives (ordre k et $k+1$) :
   $y_k = \frac{k\lambda D}{a}$ et $y_{k+1} = \frac{(k+1)\lambda D}{a} \Rightarrow i = y_{k+1} - y_k = \frac{\lambda D}{a}$
3.
   3.1 Relation entre Δx, D, a et λ_1 :
   $\Delta x = 5i$ or $i = \frac{\lambda_1 D}{a} \Rightarrow \Delta x = 5.\frac{\lambda_1 D}{a} \Rightarrow a = 5.\frac{\lambda_1 D}{\Delta x}$: AN : $a = 5.\frac{633.10^{-9}\times 3}{25.10^{-3}}$
   $a = 380\ \mu m$
   3.2 Relation entre λ_1, λ_d, Δx et $\Delta x'$
   On a : $\Delta x = 5.\frac{\lambda_1 D}{a}$ et $\Delta x' = 5.\frac{\lambda_d D}{a} \Rightarrow \frac{\lambda_d}{\lambda_1} = \frac{\Delta x'}{\Delta x} \Rightarrow \lambda_d = \frac{\Delta x'}{\Delta x}.\lambda_1$
   AN : $\lambda_d = \frac{27}{25} \times 633 = 683{,}54\ nm$
4. Les deux radiations sont utilisées pour éclairer une cellule photo émissive :
   4.1 $\lambda_0 = \frac{C}{\upsilon_0} = \frac{3.10^8}{4{,}5.10^{14}} = 666.10^{-9}\mathrm{m} = 666\ \mathrm{nm}$. Il y a effet photoélectrique si $\lambda \leq \lambda_0$. Donc c'est la radiation de longueur d'onde λ_1 qui peut entrainer l'effet photoélectrique.

$$Ec_{max} = E_{photon} - W_0 = \frac{hC}{\lambda_1} - h\upsilon_0 = \frac{6{,}62.10^{-34}\times 3.10^8}{633.10^{-9}} - 6{,}62.10^{-34}\times 4{,}5.10^{14}$$

$$Ec_{max} = 1{,}58.10^{-18} J = 9{,}875\ eV$$

   4.2 cette expérience met en évidence le caractère corpusculaire de la lumière.
   Une application de cet aspect : Production de courant électrique à partir du rayonnement solaire (énergie solaire).

Correction des exercices de niveaux d'énergie :

Corrigés exercices 1 :

- Calcul de la fréquence

$\upsilon = \frac{c}{\lambda}$; A.N : $\upsilon = \frac{3.10^8}{656.10^{-9}} = 4{,}57.10^{14} Hz$

$\upsilon = 4{,}57.10^{14} Hz$

- Son nombre d'onde

$\sigma = \frac{1}{\lambda}$; A.N : $\sigma = \frac{1}{656.10^{-9}} = 1{,}52.10^{6} m^{-1}$

$\sigma = 1{,}52.10^{6} m^{-1}$

- L'énergie du photon

$E = h\upsilon$; A.N : $E = 6{,}62.10^{-34} \times 4{,}57.10^{14} = 3{,}03.10^{-19} J$

$E = 3{,}03.10^{-19} J = 1{,}89\ eV$

Corrigé exercice 2 :

Explication : les électrons, accélérés par la tension de 3 V, possèdent une énergie cinétique E_C = 3 eV. Donc au cours du premier choc sur un atome de césium, ces électrons peuvent leur céder une énergie égale ou inférieure à 3 eV.

L'atome de césium ainsi excité revient à son état fondamental en libérant trois radiations associées aux niveaux d'énergie de l'atome de césium.

Longueur d'onde des 3 radiations :

$$\lambda_i = \frac{hC}{E_i}$$

Ce qui donne $\lambda_1 = 538\ nm$ (Visible) ; $\lambda_2 = 897\ nm$ (infrarouge) et $\lambda_3 = 1345\ nm$ (infrarouge).

Corrigé exercice 3 :

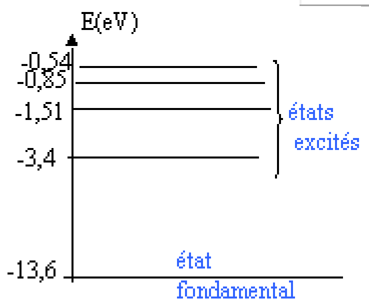
a) l'énergie d'ionisation de l'hydrogène
$E_i = 13{,}6\ eV$

b) $E_2 - E_1 = \frac{3}{4}E_0$; $E_2 - E_1 = 10{,}20\ eV$
$E_3 - E_1 = \frac{8}{9}E_0$; $E_3 - E_1 = 12{,}09\ eV$
$E_4 - E_1 = \frac{15}{16}E_0$; $E_2 - E_1 = 12{,}75\ eV$
-Avec un quantum d'énergie de 6 eV, l'atome ne peut pas être excité.
-Avec un quantum d'énergie de 12,75 eV, l'atome est excité et il y a transition de : $E(n = 1) \rightarrow E(n = 4)$.
-Avec un quantum d'énergie de 18 eV, l'atome est ionisé et l'électron émis possède une énergie cinétique maximale de 4,4 eV

Corrigé exercice 4 :

1.

énergie (eV)	-13,6	-3,4	1,51	0,85	0,54
N	1	2	3	4	5



Les échanges d'énergies entre la lumière et la matière ne se font pas de manière continue mais par quantité élémentaire.

Une transition atomique est le passage d'un état d'énergie à un autre.

La fréquence d'un photon émis ou absorbé est reliée aux énergies E_n et E_p par la relation de Bohr :

$$\Delta E = |E_p - E_n| = h\nu = h\frac{c}{\lambda} \begin{cases} E : \text{énergie (J)} \\ h : \text{Cte de Plank} \\ \nu \text{ fréquence (Hz} \\ c : 3\ 10^8 \text{m/s} \\ \lambda \quad \text{longueur d'onde (m)} \end{cases}$$

Chaque raie d'un spectre est associée à l'émission ou l'absorption d'un photon lors d'une transition atomique.

2. L'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène est l'énergie qu'il faut fournir pour arracher l'électron soit 13,6 eV.
3. transition n=5 à n=3 : l'énergie de l'atome diminue, un photon est émis

ΔE= 1,511-0,544 = 0,967 eV ou 0,967*1,6 10^{-19} = 1,547 10^{-19} J

longueur d'onde du photon émis : λ= hc / ΔE

λ = 6,62 10^{-34}*3 10^{8} / 1,547 10^{-19} = 1,28 10^{-6} m (domaine des U.V)

les raies de la série de Balmer appartiennent au domaine du visible.

Les raies de la série de Paschen au domaine I.R, plus difficile à mettre en évidence au début du XXè siècle.

4. Le photon peut être absorbé si son énergie est égal à la différence d'énergie entre deux niveaux d'énergie de l'atome.

état excité n=3 : E_3 = -1,51 eV; état excité n=4 : E_4 = -0,85 eV

différence : 1,51-0,85 = 0,66 eV, donc le photon d'énergie 0,5 eV ne peut pas être absorbé par l'atome.

à partir de l'état excité n=3 , il est possible d'ionisé l'atome en fournissant au minimum 1,51 eV.

Un photon d'énergie 2eV ionise donc cet atome initialement à l'état excité n=3.

L'énergie 2-1,51 = 0,49 eV est emportée par l'électron, sous forme d'énergie cinétique.

Corrigé exercice 5 :

1)

a) λ_{min} transition $n = \infty \rightarrow n = 2$; λ_{max} transition $n = 3 \rightarrow n = 2$
b) $\lambda_{min} = \frac{hC}{E_\infty - E_2} = 365{,}07\ nm$; $\lambda_{max} = \frac{hC}{E_3 - E_2} = 656{,}74\ nm$

2) $E_i = E_\infty - E_2 = 0 - E_2 = -E_2 = 3{,}4\ eV$

$E'' > 3{,}4 eV$. Donc c'est le photon d'énergie E'' qui peut ioniser l'atome depuis son état fondamental.

$E_c = E'' - E_2 = 0{,}4\ eV$

$E_3 - E_2 = 1{,}89\ eV = E'$ donc c'est le photon d'énergie E' qui peut exciter l'atome sans ionisation

c) Le photon d'énergie E ne peut pas être absorbé car il n'existe pas de niveaux d'énergie stationnaire E_n tel que $E_n - E_2 = E$

<u>Corrigé exercice 6 :</u>

1. Energie d'ionisation minimale : E_i

   $E_i = E_\infty - E_1 = 13{,}6\ eV$

   Longueur d'onde seuil : λ_0

   $E_i = \frac{hC}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{hC}{\mathrm{E}_i} = 91{,}4\ nm.$

2. Ionisation de l'atome d'hydrogène : $\lambda_i \leq \lambda_0$

   Excitation sans ionisation : $\lambda_i > \lambda_0$

3. Longueur(s) d'onde susceptible(s) d'ioniser l'atome d'hydrogène : seule la radiation de longueur d'onde λ_1 est capable d'ioniser l'atome d'hydrogène (car $\lambda_1 \leq \lambda_0$).

   Energie cinétique : $E_c = E_{photon} - E_i = hc\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right) = 8{,}41.10^{-20}\ J = 0{,}525\ eV$

4. Longueur(s) d'onde absorbable(s)

   $E = E_1 + E_{photon} \Rightarrow E = -E_0 + \frac{hc}{\lambda}$

- Pour λ_1 : ionisation donc absorbable
- Pour λ_2 : $E = -3{,}4\ eV = E_2$ donc absorbable (transition du niveau 1 au niveau 2)

- Pour λ_3 :$E = -5{,}085\ eV$ (valeur qui ne correspond à aucun niveau d'énergie de l'atome d'hydogène) donc non absorbable.

<u>Corrigé exercice 7:</u>

1.1 Niveau correspondant à l'état fondamental est *n = 1*

1.2. L'énergie d'un photon en eV ; s'écrit : $E = \frac{hC}{\lambda}$

Pour λ_1 = 656,3 nm $\Rightarrow$ E = 1,89 eV

Pour λ_2 = 486,1 nm $\Rightarrow$E = 2,55 eV

Pour λ_3 = 434,1 nm $\Rightarrow$E = 2,86 eV

1.3. Les raies visibles correspondent é la série de raies de Balmer c'est à dire aux transitions d'un état excité vers le niveau 2

E_n - E_2 = 1,89 $\Rightarrow E_n = 1{,}89 + E_2 = 1{,}89 - 3{,}4 = -1{,}51\ eV$ qui est l'énergie du niveau n = 3

La raie λ_1 = 656,3 nm correspond à la transition du niveau 3 au niveau 2

E_n - E_2 = 2,55 $\Rightarrow E_n = 2{,}55 + E_2 = 2{,}55 - 3{,}4 = -0{,}85\ eV$ qui est l'énergie du niveau n = 4

La raie λ_2 = 434,1 nm correspond à la transition du niveau 4 au niveau 2

E_n - E_2 = 2,86 $\Rightarrow E_n = 2{,}86 + E_2 = 2{,}86 - 3{,}4 = -0{,}54\ eV$ qui est l'énergie du niveau n = 5

La raie λ_3 = 434,1 nm correspond à la transition du niveau 5 au niveau 2.

1.4. L'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène est l'é nergie qu'il faut fournir à l'atome d'hydrogène dans son état fondamental pour l'amener à l'infini où son énergie est nulle.

A savoir $E_1 + E_i$ = 0 $\Rightarrow$ E_i = - E_1 = 13,6 eV

La longueur d'onde correspondante est donnée par la relation : $E_i = h\frac{C}{\lambda}$ $\Rightarrow$ $\lambda = h\frac{C}{E_i}$

$\Rightarrow$ λ = 91,3 nm

2.1 Emission d'un courant photoélectrique

Il y a émission d'un courant photoélectrique lorsque E > W_0

Ce qui est vrai pour λ_2 et λ_3 car 2,55 et 2,86 sont supérieure à 2,2eV

2.2. Vitesse d'émission des électrons

D'après la conservation de l'énergie E = Ec + W_0 $\Rightarrow$Ec = E – W_0 $\Rightarrow \frac{1}{2}mv_{max}^2 = E -$ W_0 $\Rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{2(E-W_0)}{m}}$

Avec λ_2 ; $v_2 = 3{,}5.10^5 m/s$

Avec λ_3 ; $v_3 = 4{,}8.10^5 m/s$

<u>Corrigé exercice 8 :</u>

1. Energie d'ionisation :

   On a : $E_i + E_1 = 0$, ainis $E_i = -E_1 = 13{,}6\ eV$

   $E_i = h\upsilon = \frac{hC}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{hC}{E_i} = 91\ nm$

2.

   2.1) ionisation

   Il y a aura ionisation si l'énergie $\frac{hC}{\lambda_i}$ du photon est telle que : $\frac{hC}{\lambda_i} \geq \frac{hC}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_i \leq \lambda_0$

   Il y aura excitation sans ionisation si l'énergie est telle que : $\frac{hC}{\lambda_i} = E_n - E_1$ $\Rightarrow \lambda_i = \frac{hC}{E_n - E_1}$

   2.2) longueur d'onde capable de produire l'ionisation

   On a : $\lambda_1 \leq \lambda_0$ est seule capable de produire l' ionisation

   Energie cinétique de l'électron l éjecté

   $E_C = \frac{hC}{\lambda_1} - \frac{hC}{\lambda_0} = hC(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_0})$ $E_C = 0{,}7.10^{-19}\,J$

- 2.3) longueurs d' ondes absorbées

$\lambda_1$pouvant produire l'ionisation sera absorbée

$\lambda_2$sera absorbée car elle correspond à $E_{12} = 10{,}2\ eV$

3- Couleur de la nébuleuse

$$E_{23} = -\frac{E_1}{3^2} + \frac{E_1}{2^2} = 1{,}88\ eV = 3.10^{-19}\ J$$

$\Rightarrow \lambda = \frac{\mathrm{hC}}{E_{23}} = 663\ \mathrm{nm}$ (couleur rouge).

<u>Corrigé exercice 9 :</u>

1.1.

a) $E_i = E_\infty - E_1 = 0 - (-13{,}6) = 13{,}6\ eV$

b) $E'_i = E_\infty - E_2 = 0 — 3{,}4 = 3{,}4\ eV$

1.2. $E_1 = -13{,}6\ eV$;$E_2 = -3{,}4\ eV$;$E_3 = -1{,}51\ eV$; $E_5 = -0{,}54\ eV$ et $E_6 = -0{,}27\ eV$

2.1. $E_2 - E_1 = \frac{hC}{\lambda_1}$ (1)

$$E_3 - E_2 = \frac{hC}{\lambda_2} \qquad (2)$$

$(1) + (2) \Rightarrow E_3 - E_1 = hC(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_1})$;

A.N : $E_3 - E_1 = 6{,}85.10^{-19}\ J = 4{,}3\ eV$

2.2. $|E_1 - E_3| = \frac{hC}{\lambda} = hC(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2})$

$\Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}$

<u>Corrigé exercice 10:</u>

4.1. Diagramme

L'énergie minimale $E_{min} = -13{,}6\ eV$: elle correspond à l'état fondamental.

4.2. Expression littérale de λ_{pm}

$$E_p - E_m = h\upsilon = \frac{hC}{\lambda_{pm}} = 13{,}6 * 1{,}6.10^{-19}(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{p^2})$$

$$\frac{hC}{\lambda_{pm}} = \frac{13{,}6 * 1{,}6.10^{-19}}{hC}(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{p^2})$$

Puisqu'il s'agit d'une émission, $E_p > E_m$ donc $p > m$

4.3.1. Valeurs correspondantes de p

$$\frac{1}{p^2} - \frac{1}{m^2} = \frac{hC}{13{,}6 * 1{,}6.10^{-19} * \lambda_{p2}}$$

$H_\alpha \to p = 3$; $H_\beta \to p = 2$ et $H_\gamma \to p = 5$

4.3.2. Loi de Balmer

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{p^2} = \frac{hC}{13{,}6{*}1{,}6.10^{-19}{*}\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{4hC}{13{,}6{*}1{,}6.10^{-19}} * \frac{p^2}{p^2-4} = \lambda_0 \frac{P^2}{P^2-4}$$

$$\Rightarrow \lambda_0 = \frac{4hC}{13{,}6{*}1{,}6.10^{-19}} = 365\ nm$$

Correction des exercices de réactions nucléaires

Corrigé exercice 1 :

composition du noyau de $^{212}_{83}Bi$: 83 protons ; 212-83 = 129 neutrons

énergie de liaison d'un noyau : c'est l'énergie libérée lors de la formation du noyau à partir des nucléons séparés au repos.

$^{212}_{83}Bi$ --> $^{208}_{81}Tl$ + $^{4}_{2}He$.

conservation de la charge : 83 = 81+2 ; conservation du nombre de nucléons : 212 = 208+4.

énergie W libérée par cette réaction nucléaire :

W = 4 E(^{4} He) + 208 E(^{208} Tl) -212 E(^{212} Bi)

W= 4*7,066 +208*7,847-212*7,8 = 6,84 MeV.

soit Δm =6,84/931,5 = 7,343 10^{-3} u

masse du noyau de bismuth 212 : Δm = m(^{212} Bi) -(m(^{208} Tl) + m(^{4}He))

$m(^{212}Bi) = \Delta m + m(^{208}Tl) + m(^{4}He) = 7,343\ 10^{-3} + 207,937\ 592 + 4,001\ 54 =$

211,946 47 u.

<u>présence de ce rayonnement</u> :

le noyau fils se trouve dans un état excité ; le retour à l'état fondamental s'accompagne de libération d'énergie sous forme de photon γ.

énergie cinétique de la particule α: 6,84 -0,117-0,327 = 6,4 MeV.

<u>Corrigé exercice 2 :</u>

activité actuelle d'un gramme de radium dont l'activité en 1898 était de 1 Ci :

$A = A_0 \exp(-\lambda t)$; $\lambda = \ln 2/t_{\frac{1}{2}} = \ln 2/(1620) = 4,28\ 10^{-4}$ an^{-1} ; t = 2002-1898=104 ans

$A = A_0 \exp(-\ln 2\ /t_{\frac{1}{2}}) = A_0\ 2^{(-t/t_{\frac{1}{2}})} = A_0\ 2^{(-104/1620)} = 0,956$; $A_0 = 0,956$ Ci ou $3,54\ 10^{10}$ Bq.

<u>le becquerel a été préféré</u> au curie car le curie est une unité bien trop grande.

<u>signification de</u> : " $^{226}_{88}Ra$ est émetteur α " : lors de sa désintégration le radium 226 donne un noyau fils et un noyau d'hélium

$^{226}_{88}Ra \dashrightarrow\ ^{A}_{Z}X + {}^{4}_{2}He$

<u>lois de conservation</u> : conservation de la charge : 88 = Z+2 soit x=86 (élément radon Rn)

conservation du nombre de nucléons : 226=A+4+y soit A=222

<u>masse théorique du noyau de</u> $^{226}_{88}Ra$: 88 protons et 226-88 = 138 neutrons.

$m = (88*1,672\ 6231 + 138*1,674\ 9286)10^{-27} = 378,533\ 8636\ 10^{-27}$ kg

puis diviser par $1,660\ 5402\ 10^{-27}$ kg pour obtenir la masse en u : 227,958 3 u

<u>masse réelle différente de la masse théorique</u> :

La différence entre masse théorique et masse réelle correspond à l'énergie de liaison du noyau : un noyau est d'autant plus stable que son énergie de liaison par nucléon est grande.

énergie libérée par la réaction d'un noyau de radium 226 :

Δm= m($^{222}_{88}Rn$) + m($^{4}{}_{2}$He) – ($^{226}_{88}Ra$) =221,9703 + 4,0015 - 225,9771 = -0,0053 u

puis -0,0053 *1,66 10^{-27} = -8,8 10^{-30} kg

E= |Δm|c² = 8,8 10^{-30} *(310^{8})² =7,9 10^{-13} J ou 7,9 10^{-13} /1,6 10^{-19} = 4,9 10^{6} eV= 4,9 MeV

Corrigé exercice 3 :

$^{235}_{92}U$ + $^{1}_{0}n$ ---> $^{94}_{38}Sr$ + $^{139}_{x}Xe$ + y $^{1}_{0}n$

lois de conservation : conservation de la charge : 92 = x+38 soit x=54

conservation du nombre de nucléons : 235+1=94+139+y soit y=3

énergie libérée par la réaction d'un atome d'uranium 235 :

Δm= m($^{94}_{38}Sr$) + m($^{139}_{x}Xe$) + 3 m(neutron) -m($^{235}_{92}U$) = 93,8946 + 138,8882 +2*1,0087- 235,0134 = -0,2132 u

puis -0,2132 *1,66 10^{-27} = -3,54 10^{-28} kg

E= |Δm|c² = 3,54 10^{-28}*(310^{8})² =3,185 10^{-11} J ou 3,185 10^{-11} /1,6 10^{-19} = 1,99 10^{8} eV= 199 MeV

activité de 1,0 g d'uranium 235 : A=λN

N= masse / masse molaire * N_A= 1/235*6,02 10^{23} =2,56 10^{21} noyaux d'uranium 235 dans 1 g.

$\lambda t_{\frac{1}{2}}$=ln2 soit λ =ln2 / $t_{\frac{1}{2}}$= ln2 / (4,5 10^{9}*365*24*3600) =4,88 10^{-18} s^{-1}.

A= λN = 4,88 10^{-18} *2,56 10^{21}=1,25 10^{4} Bq.

Corrigé exercice 4 :

$^{211}_{86}Rn$ ---> $^{A}_{Z}Po$ + $^{4}_{2}He$

lois de conservation : conservation de la charge : 86 = Z+2 soit Z=84

conservation du nombre de nucléons : 211=A+4 soit A= 207 énergie libérée par la désintégration d'un atome de radon :

Δm= m(polonium) + m(hélium) - m(radon) = 206,9816 + 4,0026 - 210,9906 = -0,0064 u

puis 0,0064*931,5 = 5,96 MeV ou 5,96 10^6*1,6 10^{-19} = 9,54 10^{-13} J.

L'énergie cinétique totale peut prendre trois valeurs différentes : le noyau fils se trouve dans différents états excités ; le retour à l'état fondamental ou à un état de moindre énergie, s'accompagne de l'émission de photons.

L'état fondamental de moindre énergie correspond à 5,72 MeV ; les deux états excités correspondent à 5,89 et 5,96 MeV

énergies des photons émis : 5,89-5,72 =0,17 MeV ; 5,96-5,89 = 0,07 MeV ; 5,96-5,72 = 0,24 MeV.

On observe 3 raies d'émissions.

Corrigé exercice 5 :

Le césium 137 est un émetteur β^- et α" :

le césium 137 instable se désintègre en émettant un électron et un noyau fils excité ; ce dernier revient à un état de moindre énergie en émettant des photonsγ.

équation de désintégration du césium 137 :

${}^{137}_{55}Cs$ ---> ${}^{A}_{Z}X^*$ + ${}^{0}_{-1}e$; ${}^{A}_{Z}X^*$ ---> ${}^{A}_{Z}X$ + ${}^{0}_{0}\gamma$

lois de conservation : conservation de la charge : 55 = Z-1 soit Z=56 (élément baryum Ba)

conservation du nombre de nucléons : 137=A+0 soit A=137

définition du temps de demi vie $t_{\frac{1}{2}}$. :

durée au bout de laquelle la moitié des noyaux initiaux se sont désintégrés.

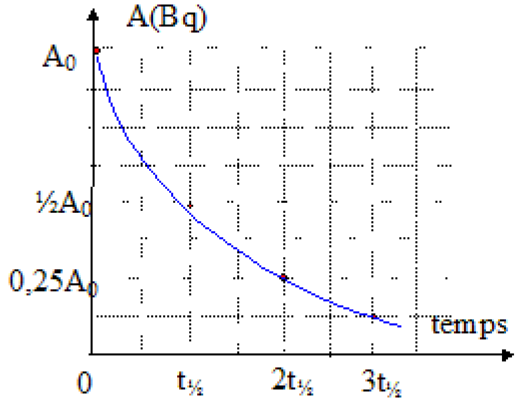
expression de l'activité A(t) =A_0 exp(-λt)

expression entre la constante radioactive et le temps de demi-vie :

$A(t_{\frac{1}{2}}) = \frac{1}{2}A_0 = A_0 \exp(-\lambda t_{\frac{1}{2}})$; $\frac{1}{2} = \exp(-\lambda t_{\frac{1}{2}})$; $\ln 2 = \lambda t_{\frac{1}{2}}$

$t_{\frac{1}{2}} = \ln 2 / \lambda = \ln 2 / 7{,}3\ 10^{-10} = 9{,}5\ 10^{8}$ s = 30 ans

courbe donnant l'activité A(t) en fonction du temps :



l'activité durant le traitement reste pratiquement constante car le traitement ne dure que quelques jours, valeur très inférieure à la demi vie (30 ans).

Corrigé exercice 6 :

Radioactivité alpha : libération d'un noyau d'hélium 4.

$|\Delta m| = |m_X$ - Z*masse proton au repos - (A-Z) * masse neutron au repos$|$

dans le cas du radium : $|\Delta m|$= 225,977-88*1,007-(226-88)*1,009 = 1,881 u.

relation équivalence masse énergie : $E= mc^2$

Énergie de liaison du noyau : on appelle énergie de liaison notée E_l d'un noyau l'énergie que doit fournir le milieu extérieur pour séparer ce noyau au repos en ses nucléons libres au repos.

$3{,}04\ 10^{-27} * (3\ 10^{8})^2 = 2{,}736\ 10^{-10}$ J

$2{,}736\ 10^{-10} / 1{,}6\ 10^{-19} = 1{,}71\ 10^{9}$ eV $= 1{,}71\ 10^{3}$ MeV.

$E_l/A = 1{,}71\ 10^{3} / 222 =$ 7,7 MeV / nucléons.

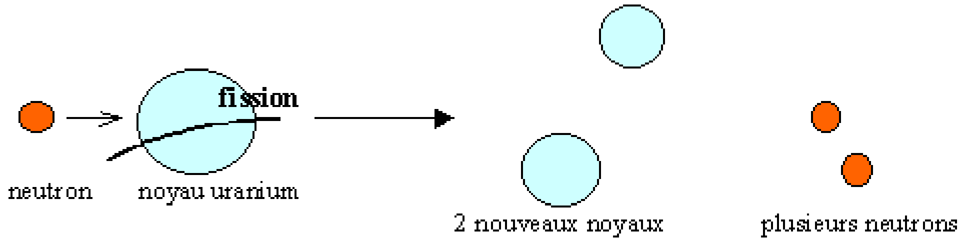
$|\Delta m| = |m_{He} + m_{Rn} - m_{Ra}| = |4{,}001+221{,}970-225{,}977| = 6\ 10^{-3}$ u.

$6\ 10^{-3} * 1{,}66054\ 10^{-27} = 9{,}963\ 10^{-30}$ kg

$\Delta E = 9{,}963\ 10^{-30} * (3\ 10^{8})^{2} = 8{,}97\ 10^{-13}\ J$.

Isotopes : des noyaux isotopes ont le même nombre de charge mais des nombres de nucléons A différents.

La fission est une réaction nucléaire provoquée au cours de laquelle un noyau lourd "fissible" donne naissance à deux noyaux plus légers



${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \text{-->} {}^{90}_{40}Zr + {}^{134}_{52}Te + x\ {}^{A}_{Z}X$

conservation de la charge : 92 = 40+52+Zx d'où Z=0

conservation du nombre de nucléons : 235 +1 = 99+134+Ax d'où x= 3 et A=1

${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \text{-->} {}^{90}_{40}Zr + {}^{134}_{52}Te + 3{}^{1}_{0}n$

La fission conduit à des noyaux fils plus stables en libérant de l'énergie.

Un noyau émet un électron noté : ${}^{0}_{-1}e$.

$\boxed{{}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e}$

un neutron du noyau se transforme en proton

Les particules β^{-} sont assez peu pénétrantes. Elles sont arrêtées par quelques millimètres d'aluminium

${}^{90}_{40}Zr \text{ -->} {}^{A}_{Z}Nb + {}^{0}_{-1}e$.

conservation de la charge : 40 = Z-1 d'où Z=41

conservation du nombre de nucléons : 99 = A+0 d'où A=99

corrigé exercice 7 :

omposition du noyau d'uranium $^{235}_{92}U$: 92 protons et 235-92 =143 neutrons.

défaut de masse $|\Delta m|$ = |masse des neutrons et protons isolés et au repos - masse du noyau|

$|\Delta m| = |92\, m_p + 143\, m_n - m_U|$

énergie de liaison du noyau d'uranium $^{235}_{92}U$, énergie qu'il faut fournir au noyau pris au repos pour le dissocier en ses nucléons : $|\Delta m|\, c^2$, exprimée en joule.

$^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{x}_{54}Xe + {}^{94}_{y}Sr + 3\,{}^{1}_{0}n$

conservation de la charge : 92 = 54 + y soit y =38.

conservation du nombre de nucléons : 235+1 = x + 94 + 3 soit x =139.

expression de l'énergie libérée par la fission d'un noyau d'uranium $^{235}_{92}U$:

$|\Delta m| = |m_{Xe} + m_{Sr} + 2m_n - m_U|$; $E = |\Delta m| c^2$.

désintégration d'un noyau de césium 137

$^{137}_{55}Cs \rightarrow {}^{137}_{56}Ba^* + {}^{0}_{-1}e$ suivi de : $^{137}_{56}Ba^* \rightarrow {}^{137}_{56}Ba + {}^{0}_{0}\gamma$

le noyau de baryum excité libère de l'énergie sous forme d'un photon γ en revenant à l'état fondamental.

la demi-vie d'un noyau radioactif est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux initiaux se sont désintégrés.

$m(t) = m_0 \exp(-\lambda t)$ avec $\lambda t_{\frac{1}{2}} = \ln 2$

$\ln(m/m_0) = -\lambda t = -t / t_{\frac{1}{2}} \ln 2$

on pose $n = t / t_{\frac{1}{2}}$ d'où $\ln(m/m_0) = -n \ln 2 = \ln 2^{-n}$; soit $m/m_0 = 2^{-n}$; $m/m_0 = 1/2^n$.

durée approximative au bout de laquelle la masse restante de césium 137 est égale à 0,1% de sa masse initiale :

$m = 10^{-3} m_0$; $m/m_0 = 10^{-3}$; $10^{-3} = 2^{-n}$ soit $\ln 10^{-3} = -n \ln 2$; $n = \ln 1000 / \ln 2$ =

6,9 / 0,69 = 10

la durée est voisine de 10 demi-vie. t = 10 $t_{\frac{1}{2}}$.

Corrigé exercice 8 :

53 protons et 131-53 = 78 neutrons

un neutron se transforme en proton : ${}_{0}^{1}n$ --> ${}_{1}^{1}p$ + ${}_{-1}^{0}e$

${}_{53}^{131}I$ --> ${}_{Z}^{A}X$ + ${}_{-1}^{0}e$

conservation de la charge : 53=Z-1 d'où Z=54 élément Xe

conservation du nombre de nucléons : 131=A+0.

Le temps de demi-vie ou période est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux initiaux se sont désintégrés.

à t=T, N(T)=½ N_0= N_0 $e^{-\lambda T}$

soit 0,5 = $e^{-\lambda T}$ ou ln2 = λT ; λ=ln2 / T = 0,693 / 8 = 0,0866 jour^{-1}.

128 est égal à 2^7 donc au bout de 7 périodes ou 56 jours le nombre de noyaux initial est divisé par 128.

Corrigé exercice 9 :

1.1. l'équation-bilan générale de la désintégration α.
${}_{Z}^{A}X$ --> ${}_{Z-2}^{A-4}Y$ + ${}_{2}^{4}He$
1.2. l'équation-bilan générale de la désintégration β^-
${}_{Z}^{A}X$ --> ${}_{Z-1}{}^{A}Y$ + ${}_{-1}^{0}e$ + $\bar{\upsilon}$
1.3. le nombre de désintégrations α et le nombre de désintégrations β^-
1.4. ${}_{92}^{238}U$ --> ${}_{82}^{206}Pb$ + x${}_{2}^{4}He$ + y${}_{-1}^{0}e$
238 = 206 + 4x , 92 = 82 +2x – y $\Rightarrow$x = 8 et y = 6
Il se produit 8 désintégrations de type α et 6 désintégrations de type β.

2.1. Valeur de l'énergie libérée par la désintégration

${}_{84}^{210}Pb$ --> ${}_{82}^{206}Pb$ + ${}_{2}^{4}He$

E =Δmc^2 avec Δm = m(Po) – m(Pb) – m(He)

Δm = 209,9829 - 205,9745 - 4,0015 = 0,0069 u

Δm = 0,0069x 931,5 = 6,43 Mev/c^2

E = 6, 43 Mev

2.2. -Vitesse de la particule α émise

La presque totalité de l'énergie libérée est emportée par les particules α

Sous forme d'énergie cinétique soit :

E = E(α) $\Rightarrow \frac{1}{2}m_\alpha V^2$= E $\Rightarrow$ V = $\sqrt{\frac{2E}{m_\alpha}}$

avec E = 6,43 Mev et m_α = 4,0015 u = 3727,39 meV/c^2

A.N : V = 1,76.10^7m.s^{-1}

2.3. vitesse de recul du noyau fils

La désintégration du noyau de polonium peut être étudiée comme l'éclatement d'un solide.

•conservation de la quantité de mouvement :

$$\vec{p}_{avant} = \vec{p}_{après}$$

d'après l'énoncé, le noyau de polonium est initialement immobile

$$\Rightarrow \vec{p}_{avant} = \vec{0} \quad \Rightarrow \vec{p}_{Pb} + \vec{p}_\alpha = \vec{0} \quad \Rightarrow m_{Pb}\vec{V}_{PB} = -m_\alpha \vec{V}_\alpha \Leftrightarrow m_{Pb}V_{PB} = m_\alpha V_\alpha \ \ (1)$$

•conservation de l'énergie :

L'énergie totale du système (E) est égale à la somme des de l'énergie cinétique de la particule α et du noyau de plomb.

E = Ec (α) + Ec (Pb) $\Leftrightarrow$ E = $\frac{1}{2}m_\alpha V_\alpha^2 + \frac{1}{2}m_{Pb}V_{Pb}^2$ (2)

(1) et (2) donnent $V_{Pb} = \sqrt{\frac{2m_\alpha}{(m_\alpha+m_{Pb})m_{Pb}}}$; A.N : V_{Pb} = 3,39.10^5m.s^{-1}

La vitesse de recul du noyau fils (Pb) est très faible par rapport à la vitesse de la particule α (Vα ≈52 Vpb).

L'énergie libérée se trouve donc presque intégralement sous la forme d'énergie cinétique pour la particule α.

L'approximation faite à la question 2.2 est justifiée.

3.- Détermination de l'âge de l'échantillon

A t = 0, on a N_0 noyaux de ^{238}U

A t, il reste N noyaux de ^{238}U

A t, le nombre de noyaux N(Pb) de plomb formés = nombre de noyaux de ^{238}U désintégrés soit :

N (Pb) = N_0 - N avec N = $N_0 e^{-\lambda t}$ et $\lambda = \frac{ln2}{T}$

Calculons le rapport des masses : $\frac{m_{Pb}}{m_U}$

$\frac{m_{Pb}}{m_U} = \frac{\frac{N_{Pb}}{N_{Avogadro}} \times M(Pb)}{\frac{N_U}{N_{Avogadro}} \times M(U)} = \frac{N_{Pb}}{N_U} \times \frac{M(Pb)}{M(U)}$ or N(Pb) = N_0 – N avec N = $N_0 e^{-\lambda t}$ et $\lambda = \frac{ln2}{T}$

On en déduit : t = $\frac{T}{ln2} ln\left[1 + \frac{m_{Pb}}{m_U} \times \frac{M(U)}{M(Pb)}\right]$

A.N : <u>t = 7,5.10^{7}ans.</u>