

JOKERS BORDAS

Physique

Terminale S

Jean-Claude PAUL

Professeur au lycée Evariste Galois
Sartrouville

Jean BOGAERS

Professeur au lycée Léonard de Vinci
Levallois-Perret

GIBERT JEUNE

Place et Quai Saint-Michel - 75003 PARIS
18 Bte. Bd Saint-Denis - 75002 PARIS

BORDAS

© LAROUSSE BORDAS, Paris, 1996
© BORDAS, Paris, 1995
ISBN 2-04-028471-0

Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur, ou de ses ayants droit, ou ayants cause, est illicite (article L.122-4 du Code de la Propriété Intellectuelle). Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait une contrefaçon sanctionnée par l'article L.335-2 du Code de la Propriété Intellectuelle. Le Code de la Propriété Intellectuelle n'autorise, aux termes de l'article L.122-5, que les copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective d'une part et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration.

Avant-propos

Cet ouvrage est conforme au programme défini par le B.O. du 16 février 1995, pour la classe de Terminale S.

La rédaction de l'ouvrage a été guidée par l'objectif suivant : donner un outil de travail aux élèves voulant préparer le Baccalauréat.

Pour cela, chaque chapitre comporte :

- une révision des points essentiels du cours dans la rubrique **Ce qu'il faut savoir** ;

- dans la rubrique **Énoncés**, des exercices de difficulté progressive, un ou deux protocoles expérimentaux, un test en dix questions pour vérifier si les connaissances sont bien acquises et applicables sur des situations proches d'un contrôle ;

- dans la rubrique **Corrigés**, des solutions détaillées de la majorité des exercices. Certains d'entre eux, dont la solution constitue une répétition des précédentes, ont une solution sous forme de réponses.

Chaque énoncé d'exercice comporte :

- un titre qui permet de le mémoriser ;
- une ou des étoiles correspondant à la difficulté de l'exercice (* peu difficile, ** moyennement difficile, *** difficile) ;
- des questions clairement posées et structurées ;
- des niveaux de capacité pour chaque question.

Toute remarque critique visant à l'amélioration de la rédaction de l'ouvrage sera reçue avec le plus grand intérêt.

Les auteurs

Quelques conseils pour résoudre les exercices :

- revoir les résultats essentiels du cours,
 - bien lire l'énoncé de l'exercice,
 - traduire cet énoncé sous forme de schémas annotés en y portant toutes les hypothèses, valeurs littérales et numériques,
 - mettre en évidence la conclusion ou la question demandées,
 - raisonner en utilisant le calcul littéral (mécanisme de raisonnement difficile pour les débuts, mais qui « porte ses fruits » par la suite),
 - essayer de résoudre l'exercice sans « regarder » la solution,
 - lire la solution avec parcimonie si l'on « sèche » devant une question,
 - vérifier la solution trouvée avec la correction,
 - comparer sa solution avec celle du livre.
- Peut-être votre solution est-elle plus simple !

Sommaire

	<i>Cours et Énoncés</i>	<i>Corrigés</i>
✓1 Interaction gravitationnelle.....	5	19
✓2 Interaction électromagnétique	27	40
✓3 Lois de la dynamique	51	61
✓4 Théorème de l'énergie cinétique	72	83
✓5 Mouvements de chute. Satellites et planètes.....	91	104
✓6 Particules chargées dans un champ électrique	116	131
✓7 Particules chargées dans un champ magnétique	138	154
✓8 Systèmes oscillants. Oscillateurs mécaniques	165	181
✓9 Le condensateur.....	190	200
10 Induction et auto-induction	206	219
11 Oscillations électriques libres et forcées.....	228	241
12 Modèle de l'oscillateur linéaire.....	248	261
13 Lumière, modèle ondulatoire	271	282
14 Lumière, modèle corpusculaire	288	299
15 Le laser	304	315

1

Interaction gravitationnelle

Ce qu'il faut savoir

I – HISTORIQUE

1. Dans l'Antiquité

a) Les philosophes grecs

Les pythagoriciens (v^e siècle av. J.-C.) plaçaient la Terre au centre de la sphère céleste sur laquelle étaient disposées les étoiles. Les planètes se déplaçaient sur des sphères intermédiaires, transparentes et concentriques à la Terre. Ces sphères tournaient autour d'axes plus ou moins inclinés entre eux, passant par le centre de la Terre, laquelle était sphérique.

Ce **système géocentrique** va être remanié par l'école de Platon (iv^e siècle av. J.-C.).

Par opposition à ce point de vue, **Aristarque** (iii^e siècle av. J.-C.) plaçait le Soleil au centre et faisait tourner toutes les planètes autour du Soleil. Sa théorie, difficile à admettre et à soutenir, fut rejetée par ses contemporains.

b) Le système de Ptolémée

Astronome et mathématicien, Ptolémée (ii^e siècle apr. J.-C.) rassemble toutes les connaissances dans un livre, l'*Almageste*, qui va dominer la pensée pendant quatorze siècles ! Il s'appuie sur les principes pythagoriciens et platoniciens et introduit d'autres concepts pour améliorer les observations.

2. À la Renaissance

a) Copernic

Copernic (1473-1543), influencé par les écrits de l'Antiquité, reprend le **modèle héliocentrique** du système solaire d'Aristarque : la Terre tourne autour du Soleil comme les autres planètes, la Lune tourne autour de la Terre et la Terre tourne autour d'elle-même.

Son livre, *Révolutions des sphères célestes* (1543), fut le point de départ de la révolution scientifique du xvii^e siècle.

b) Tycho Brahe

Astronome danois, Tycho Brahe (1546-1601) dresse un catalogue, extrêmement précis pour l'époque, des étoiles et de la position des planètes. Pour lui, les planètes tournent autour du Soleil et celui-ci tourne autour de la Terre ! Le système héliocentrique n'est pas encore imposé.

c) Galilée

Galilée (1564-1642) est considéré comme le fondateur de la physique moderne. Il perfectionne la lunette et découvre, entre autres, les quatre plus gros satellites de Saturne. Il défend avec conviction le système héliocentrique. Le 16 juin 1633, il est condamné à l'abjuration.

II – LOI DE GRAVITATION UNIVERSELLE

1. Les lois empiriques de Kepler

a) Une rencontre fortuite

En raison d'un édit contre les protestants, Kepler (1571-1630), astronome allemand, se réfugie à Prague chez son ami Tycho Brahe (1600). Après la mort de celui-ci en 1601, Kepler étudie avec minutie les relevés remarquables et précis qu'il a laissés. À l'issue d'un long travail d'analyse et de réflexion, il énonce trois lois qui décrivent le mouvement des planètes. Ces lois ne sont pas basées sur une étude théorique mais sur des observations, d'où leur qualification de « lois empiriques ».

b) Les trois lois de Kepler

1. L'orbite de chaque planète est une ellipse dont l'un des foyers S est occupé par le Soleil.
2. Le mouvement de chaque planète P est tel que, pendant des durées égales, les aires balayées par le rayon vecteur \overline{SP} soient égales (fig. 1).

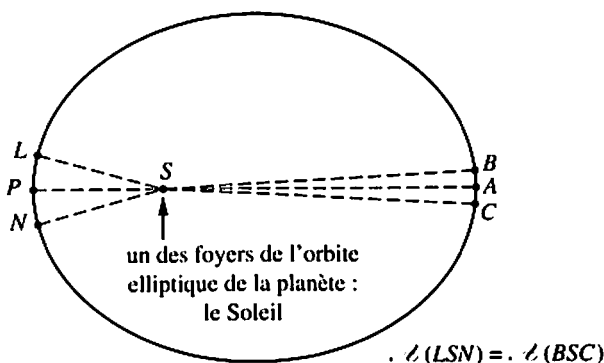


Fig. 1

3. Les carrés des périodes de révolution T des planètes autour du Soleil sont proportionnels aux cubes de leurs distances moyennes R au Soleil :

$$T^2 = kR^3.$$

2. La loi de la gravitation

a) L'interaction gravitationnelle

▣ Soit deux objets quasi ponctuels (A) et (B), de masses m_A et m_B , placés respectivement en des endroits quelconques A et B, situés à la distance r (fig. 2).

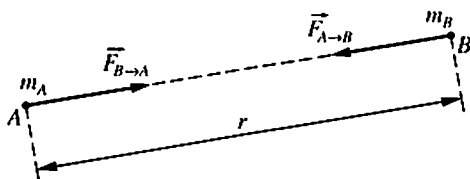


Fig. 2

L'objet (A) attire (B) avec une force $\vec{F}_{A \to B}$ et l'objet (B) attire (A) avec une force $\vec{F}_{B \to A}$. D'après le principe des interactions, on a :

$$\vec{F}_{A \to B} = -\vec{F}_{B \to A} \quad \text{et} \quad \vec{F}_{A \to B}, \vec{F}_{B \to A} \text{ et } \vec{AB} \text{ sont colinéaires.}$$

▣ La valeur commune de ces deux forces est donnée par la loi de gravitation de Newton :

$F_{A \to B} = -F_{B \to A} = \mathcal{G} \frac{m_A m_B}{r^2}$ <p style="text-align: center;">avec</p> $\mathcal{G} = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$	$F_{A \to B}$ et $F_{B \to A}$, valeurs des forces d'interaction gravitationnelle (N); m_A et m_B , masses de (A) et (B) (kg); r distance entre A et B (m); \mathcal{G} constante de gravitation.
---	---

b) Expression vectorielle de la loi de gravitation

Désignons par \vec{u}_{AB} un vecteur unitaire de la droite AB, orienté de A vers B (fig. 3a). On a donc :

$$\vec{F}_{A \to B} = -\mathcal{G} \frac{m_A m_B}{r^2} \vec{u}_{AB}.$$

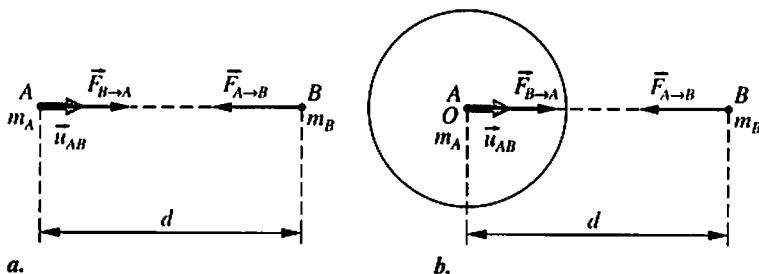


Fig. 3

III – CHAMP DE GRAVITATION

1. Définition

Le vecteur champ de gravitation \vec{G} en un point A de l'espace est défini par la relation (fig. 4) :

$$\vec{G} = \frac{\vec{F}}{m}, \quad \text{ou encore,} \quad \vec{F} = m\vec{G}.$$

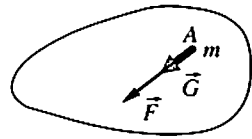


Fig. 4

La valeur, du champ de gravitation s'exprime par l'intermédiaire de la relation de définition :

$G = \frac{F}{m}$	m , masse de l'objet test (kg); F , valeur de la force exercée sur l'objet placé en A (N); G , valeur du champ de gravitation en A ($\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$).
-------------------	---

2. Expression d'un champ gravitationnel

a) Champ créé par un objet à symétrie sphérique

Soit un objet à symétrie sphérique de centre O et de masse M . Le vecteur champ de gravitation \vec{G} en un point A de l'espace possède les caractéristiques suivantes (fig. 5) :

$\vec{G} = -\gamma \frac{M}{r^2} \vec{u}_{OA}$ en un point A de l'espace	<ul style="list-style-type: none"> - direction : celle de la droite (OA); - sens : de A vers O; - valeur : G.
--	--

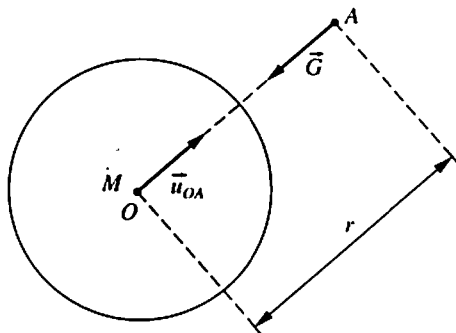


Fig. 5

La valeur de ce champ de gravitation en A est donc :

$G = \mathcal{G} \frac{M}{r^2}$ en A	M , masse de l'objet créateur du champ (kg); r , distance de l'objet au point A , $OA = r$ (m); \mathcal{G} , constante de gravitation ($\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$); G , valeur du champ de gravitation en A ($\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$).
---	--

La Terre, la Lune, les astres peuvent être en première approximation considérés comme des objets à symétrie sphérique de centre O et de rayon R . Le champ de gravitation en un point situé à l'extérieur d'un astre à l'altitude z s'écrit donc :

$$\vec{G}(z) = -\mathcal{G} \frac{M}{(R+z)^2} \vec{n}_{OA}. \quad \text{Sa valeur est : } G(z) = \mathcal{G} \frac{M}{(R+z)^2}.$$

Le champ de gravitation en un point de l'espace est indépendant de l'objet qui pourrait être situé en ce point.

b) Lignes de champ

On appelle ligne de champ une courbe en chaque point de laquelle la direction de \vec{G} fournit la direction de la tangente à la courbe au point considéré.

Les lignes d'un champ de gravitation créé par un objet à symétrie sphérique sont des droites passant par O .

3. Champ de pesanteur

a) Champ de gravitation et champ de pesanteur

Le poids d'un objet s'exprime en fonction de sa masse par la relation :

$$\vec{P} = m\vec{g}.$$

$P = mg$	P , valeur du poids de l'objet considéré (N); m , masse de l'objet (kg); g , valeur de la pesanteur ($\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$).
----------	--

En première approximation, le poids d'un objet au voisinage d'un astre en rotation est égal à la force gravitationnelle exercée par cet astre sur l'objet : $\vec{P} = \vec{F}$. D'où : $\vec{g} \approx \vec{G}$.

Le champ de pesanteur et le champ gravitationnel au voisinage d'un astre en rotation sont pratiquement égaux.

b) Champ de pesanteur uniforme

Pour un espace donné, un champ de pesanteur est dit uniforme lorsque le vecteur champ de pesanteur est le même dans tout cet espace :

$$\vec{g} = \overline{\text{cte}}.$$

ÉNONCÉS

Pour résoudre les exercices, on utilisera, si cela est nécessaire, les valeurs suivantes :

- constante de gravitation : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$;
- masse de la Terre : $5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$;
- masse de la Lune : $7,4 \times 10^{22} \text{ kg}$;
- masse du Soleil : $1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$;
- distance moyenne Terre-Lune : $3,84 \times 10^8 \text{ m}$;
- distance moyenne Terre-Soleil : $1,50 \times 10^{11} \text{ m}$;
- rayon moyen terrestre : $6,38 \times 10^6 \text{ m}$;
- rayon moyen lunaire : $1,74 \times 10^6 \text{ m}$.

1

Ptolémée et Aristarque ★

1° B1 À l'aide de documents divers (dictionnaire, encyclopédie, ...) chercher où et quand vécurent Ptolémée et Aristarque de Samos.

2° A1 De quels travaux s'inspira Ptolémée pour rédiger son œuvre et que contient-elle ?

3° A2 Décrire sommairement le système de Ptolémée.

4° B2 Quel était le système défendu par Aristarque ? Ses idées firent-elle école ?

2

Copernic et Galilée ★

1° B1 À l'aide de documents divers (dictionnaire, encyclopédie, ...) chercher où et quand vécurent Copernic et Galilée.

2° A1 Par qui fut influencé Copernic lorsqu'il réintroduisit le système héliocentrique ?

3° A2 Décrire le système héliocentrique de Copernic.

4° B2 De leur vivant, Copernic et Galilée firent paraître des livres qui marquèrent leur époque. Ces deux savants ne furent pas soumis aux mêmes attaques et aux mêmes foudres de l'Église. Pourquoi ?

3

Tycho Brahe et Kepler ★

1° A1 Quels furent les travaux de Tycho Brahe ? En quoi sont-ils remarquables ?

2° B2 Quels furent les relations et les liens entre Tycho Brahe et Kepler ?

3° A1 a) Citer les trois lois de Kepler : la loi des orbites elliptiques (1605), la loi des aires (1604) et la loi harmonique (1618).

b) Pourquoi dit-on que ces lois sont empiriques ?

4 La loi d'attraction ★

1° A2 Qu'appelle-t-on « interaction gravitationnelle » ?

2° A1 a) Donner l'expression de la valeur commune des deux forces gravitationnelles agissant sur deux objets supposés isolés.

b) Cette relation s'applique-t-elle aux astres ?

c) Donner la forme vectorielle de la loi de gravitation.

3° B3 Calculer les valeurs de la force gravitationnelle exercée par le Soleil sur la Terre et de celle exercée par la Lune sur la Terre.

5 La chute d'une bille ★

On lâche une bille d'acier de masse $m = 22,5 \text{ g}$ à un mètre du sol.

1° C1 Calculer la valeur de la force de gravitation s'exerçant sur la bille au cours de sa chute. On recherchera les données manquantes dans la « banque de données » placée au début des énoncés.

2° B3 Calculer la valeur du poids de la bille. On donne la valeur de la pesanteur au lieu de la chute : $g = 9,80 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

3° A2 Que dire de ces deux forces ?

6 La comète de Halley ★

La comète de Halley passe tous les 76 ans près du Soleil entre les orbites de Mercure et de Vénus et file au-delà de l'orbite de Neptune.

1° A1 Rappeler la définition du référentiel héliocentrique.

2° A2 Que dire de l'allure de la trajectoire de la comète dans ce référentiel ?

3° C1 En justifiant la réponse, au besoin avec un schéma, dire dans quelle région de sa trajectoire se situe la comète lorsque sa vitesse est la plus grande et la plus faible.

7 Les plus gros satellites de Saturne ★★

Les sept plus gros satellites de Saturne ont des diamètres compris entre 5 150 km pour Titan et 392 km pour Mimas. Deux de leurs caractéristiques sont données dans le tableau suivant :

	Mimas	Encelade	Téthys	Dioné	Rhée	Titan	Japet
R rayon orbital moyen (10^3 km)	186	238	295	377	527	1 222	3 561
T période de révolution (j)	0,942	1,370	1,888	2,737	4,518	15,945	79,331

1° A1 Pour étudier le mouvement des satellites de Saturne, quel est le référentiel qu'il est préférable d'utiliser ?

2° B3 Calculer le quotient $k = \frac{T^2}{R^3}$.

3° C1 La troisième loi de Kepler est-elle vérifiée ?

8

Champ de gravitation ★

1° A1 En utilisant la loi de gravitation de Newton, établir l'expression vectorielle du champ de gravitation en un point situé à la surface de la Terre, noté \vec{G}_0 .

2° A2 Établir l'expression du champ de gravitation $G(z)$ d'un point situé à l'altitude z en fonction de G_0 .

3° B3 Calculer la valeur du champ de gravitation à l'altitude :

a) où vole un avion de ligne (10,0 km);

b) où tourne un satellite d'observation (230 km);

c) où tourne un satellite de télécommunication (36,0 Mm).

9

Influence de la Lune et du Soleil ★

A2 On recherchera les données manquantes dans la « banque de données » placée au début des énoncés. En un point A situé à la surface de la Terre, calculer la valeur des champs de gravitation exercés par : a) la Terre; b) la Lune; c) le Soleil.

10

Le trou noir ★★

1° B1 À l'aide d'un dictionnaire, d'une encyclopédie ou de livres d'astronomie, chercher la définition d'un trou noir.

2° B3 Le rayon r d'un trou noir de masse M est donné par la relation suivante : $r = \frac{2GM}{c^2}$, où c est la vitesse de la lumière

($c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$). Calculer le rayon d'un trou noir hypothétique qui aurait pour masse 10 fois la masse du Soleil.

3° A2 a) Calculer le champ de gravitation à sa surface.

b) Quel serait le poids d'un objet de masse 1,0 mg en supposant qu'il puisse résister à l'action gravitationnelle du trou noir.

11

Champ uniforme ou pas? . ★★

1° A1 Qu'appelle-t-on champ de gravitation uniforme ?

2° A2 Deux points A et B situés à la surface de la Terre sont éloignés d'une distance $d = 5,0 \text{ km}$.

- a) Les deux vecteurs champ de gravitation en ces deux points ont-ils des directions parallèles ? Pourquoi ?
- b) Calculer la valeur de l'angle α que font ces deux directions. Que conclure à la vue de ces calculs ?
- 3° C1 a) Qualifier les vecteurs champ de gravitation à la surface de la Terre sur plusieurs kilomètres carrés.
- b) Que peut-on dire du champ de pesanteur et du champ de gravitation en un point situé au voisinage de la Terre ?

12 Newton et la chute de la Lune! ★★★

« La Lune ou une pomme privée d'attache tombent vers la Terre. » Comme Newton, on recherchera les longueurs de chute de la Lune et d'une pomme pendant la durée unité, c'est-à-dire la seconde. On donne : la période de rotation de la Lune par rapport au référentiel géocentrique $T = 27,32$ j ; la distance moyenne Terre-Lune, $3,844 \times 10^5$ km.

1° B3 Calculer la vitesse de la Lune. On suppose que le mouvement de la Lune dans ce référentiel est circulaire uniforme.

2° C1 Calculer la valeur θ de l'angle de rotation de la Lune pendant une durée d'une seconde.

3° A1 D'après Newton, « si la Lune ne tombait pas vers la Terre, elle continuerait son chemin en ligne droite ». Sur quel principe se repose Newton pour affirmer cette proposition ?

4° A2 Sur la figure 6, quel est le segment de droite qui représente la hauteur de chute de la Lune ?

5° B3 Calculer la hauteur h de chute de la Lune pendant une seconde. Compte tenu que la valeur θ est petite, on utilisera la formule d'approximation

suivante : $\cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$.

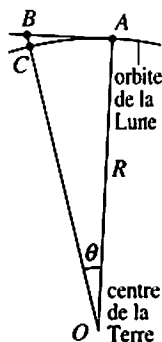


Fig. 6

13 Newton et la chute d'une pomme ★★★

On utilisera les résultats de l'exercice précédent.

La relation donnant la hauteur h de chute d'un objet placé au voisinage immédiat du sol est :

$$h = \frac{1}{2} g \tau^2$$

$g = 9,80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, valeur de la pesanteur ;
 τ , durée de la chute considérée (s) ;
 h , hauteur de la chute pendant la durée τ (m).

1° A1 Calculer la hauteur h' de chute d'une pomme pendant une durée d'une seconde.

2° A2 Newton émet l'hypothèse que les hauteurs de chute sont proportionnelles aux attractions exercées par la Terre sur les objets considérés. Traduire cette hypothèse par une relation en introduisant une grandeur physique représentant l'attraction exercée par la Terre.

3° C1 Newton émet une deuxième hypothèse : ces attractions sont inversement proportionnelles à une certaine puissance n des distances entre le centre de la Terre et les différents objets considérés. Traduire cette hypothèse par une relation.

4° C1 En utilisant les relations trouvées précédemment, rechercher la relation liant d'une part les hauteurs de chute, pendant une seconde, de la Lune et d'une pomme, et d'autre part les distances au centre de la Terre de ces deux objets.

5° C2 a) Calculer la valeur de n .

b) Comme Newton, énoncer une loi à la vue du résultat de ce calcul.

14 Expérience de Cavendish ★★★

La première détermination de la valeur de \mathcal{G} a été effectuée par Lord Cavendish en 1798. Il utilise le dispositif suivant (fig. 7) :

- deux petites boules, de masse m chacune, sont fixées à une tige horizontale ; leurs centres sont distants d'une longueur D ;
- la tige horizontale est suspendue par l'intermédiaire d'un fin fil en quartz dont la constante de torsion est C ;
- deux grosses boules, de masse M chacune, sont disposées à proximité des deux premières ;
- une méthode optique permet de mesurer, avec précision, la rotation α de l'équipage mobile due aux interactions entre les boules ;
- la distance entre les centres d'une petite boule et d'une grosse boule est alors de d lorsque le fil de quartz est tordu d'un angle de mesure θ .

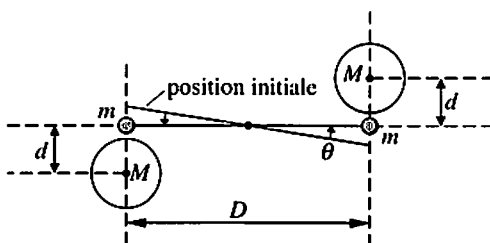


Fig. 7

vue de dessus

On donne : $M = 10,00 \text{ kg}$; $m = 10,00 \text{ g}$; $D = 1,000 \text{ m}$;
 $d = 10,0 \text{ cm}$; $C = 8,34 \times 10^{-8} \text{ u.S.I.}$; $\theta = 7,88 \times 10^{-3} \text{ rad}$.

1° A1 Donner l'expression de la valeur de la force de gravitation s'exerçant sur une petite boule et due à la grosse boule placée à sa proximité.

2° B3 Donner l'expression du moment des forces de gravitation s'exerçant sur les deux petites boules.

3° A2 Donner l'expression du moment du couple de torsion du fil de suspension lorsque la tige AB a subi une rotation de valeur α .

4° C1 a) Calculer la valeur \mathcal{G} de la constante de gravitation donnée par cette expérience.

b) Déterminer la précision obtenue lors de cette mesure de \mathcal{G} .

Protocole expérimental

15

L'astéroïde Hidalgo ★★★

La figure 8 représente la trajectoire de l'astéroïde Hidalgo. On suppose coplanaires les trajectoires des différents astres.

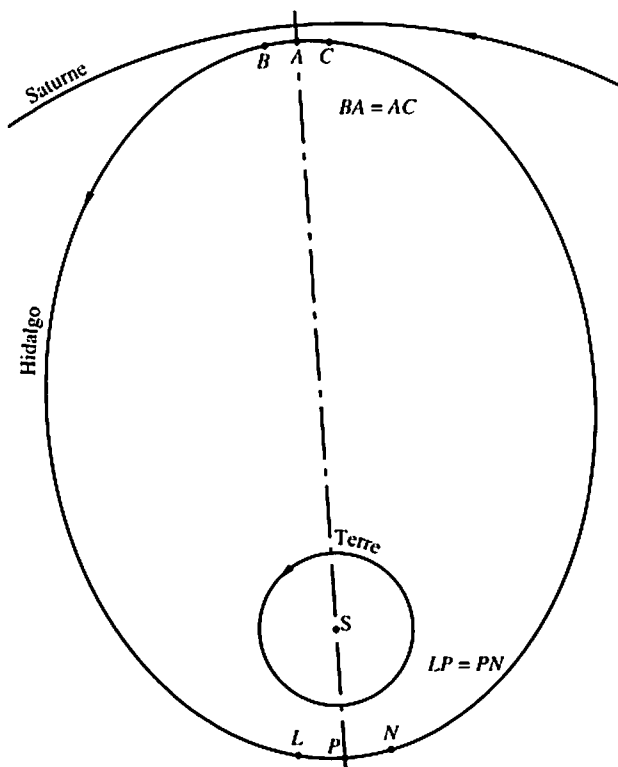


Fig. 8

- 1° A2 Reproduire la figure sur du papier calque.
- 2° B1 À l'aide de documents divers, rechercher la définition des mots suivants : astéroïde, périhélie et aphélie.
- 3° C1 En s'aidant de la trajectoire de Saturne, calculer les distances réelles PS et AS . On donne la distance moyenne entre le Soleil et Saturne : $1,424 \times 10^9$ km.
- 4° C1 a) Énoncer la deuxième loi de Kepler.
 b) Soit L et N deux points de la trajectoire tels que : $LP = NP$ et soit B et C deux points de la trajectoire tels que (fig. 8) : $BA = AC$ et $\mathcal{A}(LSN) = \mathcal{A}(BSC)$.
 En déduire le rapport des vitesses de l'astéroïde Hidalgo lorsque celui-ci passe au périhélie et à l'aphélie de sa trajectoire.

16

Testez-vous!

Quatre points à chaque exercice juste. Bon courage!

- 1° Décrire succinctement :
 a) le système de Ptolémée; b) le système de Copernic.
- 2° a) Citer les lois de Kepler.
 b) Énoncer la loi de gravitation de Newton et donner son expression vectorielle.
- 3° On utilisera les valeurs de la « banque de données ». Calculer le champ de gravitation créé :
 a) par la Terre à la surface de celle-ci,
 b) par la Lune à la surface de celle-ci.
- 4° En 1989, la sonde *Voyager-2* arrivant dans la région de Neptune découvre six nouveaux satellites de Neptune dont quelques caractéristiques orbitales sont données dans le tableau suivant.
 Par une méthode de calcul quelconque, compléter le tableau.

	Naiad	Thalassa	Despira	Galatea	Larissa	Proteus
Période de révolution (j)	0,296	0,312	B	0,429	C	1,121
Rayon moyen de l'orbite (10^3 km)	48,0	A	52,5	62,0	73,6	D

- 5° On considère un point A de la surface de la Lune. On désigne par O le centre de la Terre et par O' le centre du Soleil. On donne : $AO = 3,90 \times 10^8$ m et $AO' = 1,50 \times 10^{11}$ m. Calculer les valeurs des champs de gravitation en A créés par :
 a) la Lune; b) la Terre; c) le Soleil.
 d) Donner une conclusion à la vue des résultats obtenus.

17

Auto-évaluation

Dans la (les) case(s) correspondant à la (aux) réponse(s) jugée(s) exacte(s), inscrire «V»; dans la (les) case(s) jugée(s) fausse(s), inscrire «F». Inscrire un tiret (-) à chaque fois que l'on s'abstient.

Toute case correctement remplie entraîne + 1 point. Il est préférable de s'abstenir (0 point) plutôt que de mal remplir la case (- 1 point). La somme algébrique des points donne une note sur 20.

- 1° a) Dans le système de Ptolémée, le Soleil tourne autour de la Terre
- b) Dans le système de Copernic, la Terre tourne autour du Soleil
- c) C'est Kepler qui, pour la première fois, cita les lois d'interaction gravitationnelle entre deux astres
- d) La loi harmonique $T^2 = kR^3$ fut pour la première fois démontrée par Tycho Brahe
- e) Newton expliqua que la chute d'une pomme et le mouvement de la Lune autour de la terre avaient un point commun : la loi de la gravitation. Il démontra que la force de gravitation s'exerçant entre deux objets était inversement proportionnelle au carré de leur distance
- 2° a) L'expression $F_{A \rightarrow B} = \mathcal{G} \frac{m_A m_B}{r^2}$ traduit l'expression vectorielle de la loi de la gravitation
- b) La loi de gravitation n'est plus valable dans le vide
- c) Entre la Terre et la Lune, il existe une interaction gravitationnelle, mais la force qui s'exerce sur la Terre est plus importante que celle qui s'exerce sur la Lune car la masse de la Terre est nettement plus grande que celle de la Lune
- d) Le poids d'un objet sur la surface terrestre peut être confondu avec la force de gravitation exercée par la Terre
- e) Sur la Lune, la masse d'un objet est plus faible que sa masse sur Terre
- 3° On donne la masse de la planète Mars, $6,4 \times 10^{23}$ kg, et son rayon équatorial, 3393 km. Le champ de gravitation à la surface de Mars est :
- a) $4,708 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$
- b) $3,7 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$

- c) Le poids d'un objet de masse 6,5 kg est de 24 N
- À l'altitude de 3 393 km, la valeur du champ de pesanteur est :
- d) deux fois plus petite
- e) quatre fois plus petite
- 4° Mars possède deux satellites : Phobos et Deimos. Deimos a une période de révolution de 30 h 18 min et gravite à 23 460 km du centre de Mars. Phobos gravite à 9 380 km du centre de Mars. Sa période de révolution est donc :
- a) plus grande que 30 h 18 min
- b) plus petite que 30 h 18 min
- c) égale à 7 h 39 min
- d) égale à 45 h 48 min
- e) Envoyé de la Terre, un satellite artificiel habité gravite autour de Mars à la même altitude que celle de Deimos, sa période de révolution serait de 30 h 18 min.....

CORRIGÉS

1

1° Ptolémée (90?-168 apr. J.-C.), savant grec de l'École d'Alexandrie en Égypte.

Aristarque (310-230 av. J.-C.), né à Samos en Grèce. On perd sa trace à la fin de sa vie : on ne sait même pas où il est mort.

2° Ptolémée s'inspira des idées des disciples de Platon et de Pythagore. Il fit la synthèse de toutes les connaissances astronomiques, mathématiques et géographiques de l'Antiquité dans une œuvre monumentale, *Almageste*.

3° La Terre est au centre du Monde. La Lune tourne autour de la Terre, le Soleil tourne autour de la Terre. Les planètes tournent autour d'un cercle dont le centre tourne autour de la Terre !

4° Aristarque de Samos défend des idées trop révolutionnaires pour l'époque. La terre tourne autour d'elle-même et tourne autour du Soleil comme les autres planètes. Sa vision du Monde ne fit pas école et resta ignorée dans l'Antiquité.

2

1° Copernic (1473-1543), astronome et homme d'Église polonais. Galilée, illustre physicien, mathématicien et astronome italien. Il est le fondateur de la science expérimentale.

2° Copernic fut influencé par les écrits des Anciens et en particulier par les idées d'Aristarque. Copernic le cite dans son manuscrit mais il n'apparaît plus dans son traité *De Revolutionibus orbium caelestium libri* publié à Nuremberg en 1543.

3° Copernic défend le système héliocentrique ; les phénomènes observés sont plus simples à expliquer. Le Soleil est au centre du système solaire, les planètes tournent autour du Soleil et la Terre tourne autour d'elle-même.

4° Copernic édite son traité pratiquement à la veille de sa mort et ses idées ne seront connues que d'une élite intellectuelle de l'époque. Au début, elles apparaissent comme une curiosité plutôt que comme une révolution. Quelques années plus tard, Galilée défend avec ferveur et vulgarise les idées de l'héliocentrisme dans un ouvrage polémique *Dialogue sur les deux grands systèmes du Monde* (1632). Les remous et le succès de cet ouvrage gênent l'Église car les idées qu'il défend sont contraires aux conceptions de celle-ci. Galilée passe en jugement, est condamné à l'abjuration et à la prison à vie ; sa peine est transformée par le Pape en assignation à domicile.

3

1° Tycho Brahe découvre en 1577 une nouvelle étoile ou nova qui « vient de naître » ; elle bouleverse la conception immuable de la voûte céleste. Il dresse le premier catalogue des positions de 777 étoiles et

effectuée des mesures extrêmement précises pour l'époque des différentes positions des planètes dans le ciel.

2° Kepler, persécuté dans son pays, se réfugie chez son vieil ami Tycho Brahe. Il lui sert d'assistant jusqu'à sa mort.

3° Voir *Ce qu'il faut savoir*, II-1.

4

1° Voir *Ce qu'il faut savoir*, II-2. a).

2° Voir *Ce qu'il faut savoir*, II-2. a) et b).

3° • La valeur de la force gravitationnelle exercée par le Soleil sur la Terre est donnée par l'expression :

$$F_{S \rightarrow T} = \mathcal{G} \frac{m_S m_T}{r^2}, \text{ avec } r = 1,50 \times 10^{11} \text{ m}; F_{S \rightarrow T} = 3,53 \times 10^{22} \text{ N.}$$

Remarque. D'après le principe des interactions : $\vec{F}_{S \rightarrow T} = -\vec{F}_{T \rightarrow S}$.

• La valeur de la force gravitationnelle exercée par la Lune sur la Terre est donnée par l'expression :

$$F_{L \rightarrow T} = \mathcal{G} \frac{m_L m_T}{r^2}, \text{ avec } r = 3,84 \times 10^8 \text{ m}; F_{L \rightarrow T} = 2,00 \times 10^{20} \text{ N.}$$

L'attraction lunaire est près de 100 fois plus faible que l'attraction solaire sur la Terre.

5

1° La valeur de la force de gravitation s'exerçant sur la bille est :

$$F = \mathcal{G} \frac{mM}{R^2}, F = 0,2105 \text{ N.}$$

2° La valeur du poids de la bille est donnée par la relation :

$$P = mg; P = 0,2105 \text{ N.}$$

3° Le poids d'un objet et la force gravitationnelle exercée par la Terre sur cet objet sont pratiquement les mêmes. Par la suite, on confondra ces deux forces, c'est-à-dire que l'on négligera l'effet de rotation de la Terre sur elle-même.

6

1° Le référentiel héliocentrique est constitué par le centre du Soleil (en réalité, le centre d'inertie du système solaire) et trois étoiles très éloignées fixes sur la voûte céleste.

2° D'après la première loi de Kepler, la trajectoire de la comète est une ellipse dont le Soleil est un des foyers S de l'ellipse.

3° D'après la deuxième loi de Kepler, le mouvement de la comète de Halley H dans le système solaire est tel que, pendant des durées égales, les aires balayées par le rayon vecteur \overline{SH} sont égales.

Comme l'aphélie (position la plus éloignée du Soleil) est plus grande que le périhélie (position la plus près du Soleil), la vitesse de la comète au périhélie est plus grande que celle de la comète à l'aphélie.

7

1° Pour étudier le mouvement des satellites de Saturne, il est préférable d'utiliser le référentiel suivant : centre de Jupiter et trois étoiles très éloignées fixes sur la voûte céleste.

2° Calcul de k :

	Mimas	Encelade	Téthys	Dioné	Rhéa	Titan	Japet
R (10^3 km)	186	238	295	377	527	1222	3561
T (j)	0,942	1,370	1,888	2,737	4,518	15,945	79,331
R^3 (10^{15} km ³)	6,43	13,5	25,7	53,6	146,4	1824	45 156
T^2 (j ²)	0,887	1,877	3,565	7,491	20,41	254,2	6293
$k = \frac{T^2}{R^3}$ (10^{-16} j ² · km ⁻³)	1,38	1,39	1,39	1,40	1,39	1,39	1,39

3° Les valeurs de k sont pratiquement les mêmes aux incertitudes de mesure et de calcul près. La troisième loi de Kepler est donc vérifiée :

$$T^2 = kR^3.$$

8

1° Par définition, la force \vec{F} de gravitation s'exerçant sur un objet test de masse m est égale au produit du champ de gravitation \vec{G}_0 existant à la surface de la Terre par la masse m de l'objet : $\vec{F} = m\vec{G}_0$.

La force de gravitation a pour expression : $\vec{F} = -\mathcal{G} \frac{mM}{R^2} \vec{u}_{OA}$; O étant le centre de la Terre et A la position de l'objet test à la surface de la Terre.

On en déduit donc : $m\vec{G}_0 = \mathcal{G} \frac{mM}{R^2} \vec{u}_{OA}$. D'où : $\vec{G}_0 = -\mathcal{G} \frac{M}{R^2} \vec{u}_{OA}$.

La valeur du champ de gravitation est : $G_0 = 9,80 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

2° À l'altitude 0, la valeur du champ de gravitation est : $G_0 = \mathcal{G} \frac{M}{R^2}$.

À l'altitude z , la valeur du champ de gravitation est : $G_z = \mathcal{G} \frac{M}{(R+z)^2}$.

En faisant le rapport membre à membre, on obtient après simplification : $G_z = \frac{R^2}{(R+z)^2} G_0$.

3° La valeur du champ de gravitation (ou la valeur de la pesanteur), à l'altitude :

a) où vole un avion de ligne, est : $G_{10,0} = 9,77 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$;

b) où tourne un satellite d'observation, est : $G_{230} = 9,13 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$;

c) où tourne un satellite de télécommunication, est :

$$G_{36000} = 0,222 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

9

a) Le champ de gravitation exercé par la Terre en A est :

$$G_T = \mathcal{G} \frac{M_T}{R^2}; \quad G_T = 9,80 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

b) Le champ de gravitation exercé par la Lune en A est :

$$G_L = \mathcal{G} \frac{M_L}{d^2}; \quad G_L = 3,35 \times 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

c) Le champ de gravitation exercé par le Soleil en A est :

$$G_S = \mathcal{G} \frac{M_S}{D^2}; \quad G_S = 5,90 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

10

1° Certaines très grosses étoiles, après avoir brûlé pratiquement tout leur combustible nucléaire, s'effondrent. Leur densité devient gigantesque, tellement importante que le champ gravitationnel retient la lumière pouvant être émise : d'où le nom de trou noir, puisque ces objets très denses n'émettent aucun rayonnement.

2° Le rayon du trou noir serait : $r = 14,7 \text{ km}$.

3° a) On a montré dans l'exercice précédent que la valeur du champ de gravitation est donnée par la relation : $G_0 = \mathcal{G} \frac{M}{r^2}$.

Comme $r = \frac{\mathcal{G}M}{c^2}$, on obtient : $G_0 = \frac{c^4}{\mathcal{G}M}$; $G_0 = 6,1 \times 10^{12} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

b) $P = mG_0$; $P = 6 \text{ MN}$! Plus de 6 millions de newtons!

11

1° Voir *Ce qu'il faut savoir*, III-3. b).

2° a) Par définition, les lignes de champ passant par les points A et B passent par ce centre O de la Terre. Ce sont des droites sécantes en O; les vecteurs champ de gravitation en A et B n'ont donc pas des directions parallèles.

b) La valeur α de l'angle des deux droites verticales passant par A et B est donnée par la relation (fig. 9) :

$$\alpha \approx \frac{AB}{R}, \quad \text{avec } R \text{ le rayon terrestre;}$$

$$\alpha \approx \frac{5,0}{6380}; \quad \alpha \approx 7,8 \times 10^{-4} \text{ rad.}$$

3° a) Pratiquement, on peut considérer que la valeur de cet angle est très faible et que les directions des différents vecteurs gravitation sont parallèles. En admettant que les différentes valeurs de ces champs de gravitation sont les

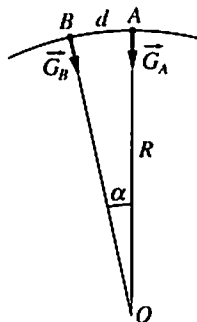


Fig. 9

mêmes, on dira que le champ de gravitation à la surface de la Terre, sur plusieurs kilomètres carrés, est le même.

b) Si l'on néglige l'effet de rotation de la Terre, le champ de gravitation \vec{G} est pratiquement le même que le champ de pesanteur \vec{g} :
 $\vec{G} \approx \vec{g}$.

12

1° La vitesse de la Lune dans le référentiel géocentrique est :

$$v = \frac{C}{T}; \quad v = \frac{2\pi R}{T}; \quad v = 1,023 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}.$$

2° La valeur θ de l'angle de rotation de la Lune pendant une durée $\tau = 1,000 \text{ s}$ est :

$$\theta = \frac{\text{mes}(\widehat{AC})}{R}; \quad \theta = \frac{v\tau}{R}; \quad \theta = \frac{1,023}{384\,400}; \quad \theta = 2,66 \times 10^{-6} \text{ rad}.$$

3° Newton se base sur le principe de l'inertie pour justifier que la Lune ne continuerait pas son chemin en ligne droite.

4° Sur la figure 6, la hauteur de chute de la Lune est représentée par le segment de droite $[BC]$.

5° La hauteur de chute de la Lune est la longueur du segment $[BC]$:

$$h = BC = BO - CO = \frac{R_L}{\cos \theta} - R_L.$$

Comme la valeur θ de l'angle \widehat{AOB} est très petite devant 1, on a, d'après les formules d'approximation :

$$\frac{1}{\cos \theta} \approx \frac{1}{1 - \frac{\theta^2}{2}} \approx \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right)^{-1} \approx 1 + \frac{\theta^2}{2}.$$

$$\text{D'où : } h \approx R_L \left(1 + \frac{\theta^2}{2}\right) - R_L; \quad h \approx R_L \frac{\theta^2}{2}; \quad h = 1,36 \text{ mm!}$$

13

1° La hauteur de chute d'une pomme pendant une seconde au voisinage du sol terrestre est : $h' = \frac{1}{2} g \tau^2$; $h' = 4,90 \text{ m}$.

2° Soit F_L et F_T les forces attractives exercées par la Terre sur la Lune et sur la pomme. On a donc : $\frac{h}{h'} = \frac{F_L}{F_T}$ (1).

3° D'après la deuxième hypothèse de Newton, on a :

$$\frac{F_L}{F_T} = \left(\frac{OP}{OL}\right)^n = \left(\frac{R_T}{R_L}\right)^n \quad (2),$$

avec OP : distance «centre de la Terre-pomme» ;

OL : distance «centre de la Terre-centre de la Lune».

4° D'après (1) et (2), on a :

$$\frac{h}{h'} = \left(\frac{R_T}{R_L} \right)^n.$$

5° a) L'expression logarithmique de cette dernière expression s'écrit :

$$\log \frac{h}{h'} = n \log \frac{R_T}{R_L}.$$

$$\text{D'où : } n = \frac{\log \frac{h}{h'}}{\log \frac{R_T}{R_L}}; \quad n = 1,998; \quad n \approx 2.$$

b) L'attraction exercée par la Terre sur les objets qui l'entourent est inversement proportionnelle au carré de leur distance qui les sépare du centre de la Terre :

$$F = k \frac{1}{d^2}.$$

14

1° $F = \mathcal{G} \frac{mM}{d^2}.$

2° $M = FD.$

3° $M_T = C\alpha.$

4° a) À l'équilibre : $M_T = M.$

D'où : $\mathcal{G} \frac{mM}{d^2} D = C\alpha; \quad \mathcal{G} = \frac{C\alpha d^2}{mMD}; \quad \mathcal{G} = 6,57 \times 10^{-11} \text{ u.S.I.}$

b) La précision de cette détermination expérimentale est :

$$\frac{\Delta \mathcal{G}}{\mathcal{G}} = \frac{6,67 - 6,57}{6,67}; \quad \frac{\Delta \mathcal{G}}{\mathcal{G}} = 1,5 \%$$

15

Protocole expérimental

1° Voir la figure 8.

2° **Astéroïde.** Petite planète invisible à l'œil nu, et parfois même, invisible avec les instruments d'optique. Leur nombre est supérieur à 30000 et leur masse totale est inférieure au millième de la masse de la Terre.

Périhélie. Point de l'orbite d'une planète ou d'une comète qui est le plus proche du Soleil.

Aphélie. Point de l'orbite d'une planète ou d'une comète le plus éloigné du Soleil.

3° Sur le document, l'aphélie correspond à une longueur $a = 87 \text{ mm}$, le périhélie correspond à une longueur $p = 18 \text{ mm}$, le rayon moyen de Saturne correspond à une longueur $r_S : 89 \text{ mm}$.

Il existe, entre les distances mesurées sur le document et les distances réelles, les proportions suivantes :

$$\frac{R_S}{r_S} = \frac{SA}{a} = \frac{SP}{p}.$$

$$\text{D'où : } SA = \frac{a}{r_S} R_S; \quad SP = \frac{p}{r_S} R_S.$$

$$SA = 1,39 \times 10^9 \text{ km}; \quad SP = 2,88 \times 10^8 \text{ km}.$$

4° a) Deuxième loi de Kepler (loi des aires, 1604) : le mouvement de chaque planète P est tel que, pendant des durées égales, les aires balayées par le rayon vecteur \overline{SP} soient égales.

b) Par hypothèse : $\mathcal{A}(LSN) = \mathcal{A}(BSC)$.

D'après la deuxième loi de Kepler, les portions de trajectoire (LPN) et (BAC) sont parcourues pendant des durées égales de valeur τ .

Comme ces points sont relativement rapprochés, on peut admettre que l'astéroïde parcourt les portions de trajectoire (LPN) et (BAC) avec des vitesses constantes. Ces vitesses sont respectivement : v_P et v_A .

$$\text{D'où : } d(LP_N) \approx v_P \tau \text{ et } d(BAC) \approx v_A \tau.$$

$$\text{Comme : } \mathcal{A}(LSN) = \mathcal{A}(BAC),$$

$$\frac{1}{2} SP \times LN = \frac{1}{2} SA \times BC,$$

$$SP v_P \tau = SA v_A \tau.$$

$$\text{D'où : } \frac{v_P}{v_A} = \frac{SA}{SP}; \quad \frac{v_P}{v_A} \approx 4,8; \quad \text{ou } v_P \approx 4,8 v_A.$$

16

Les réponses au test

1° a) Voir *Ce qu'il faut savoir*, I-1.

b) Voir *Ce qu'il faut savoir*, I-2. a).

2° a) Voir *Ce qu'il faut savoir*, II-1. b).

b) Voir *Ce qu'il faut savoir*, II-2.

$$3^\circ \text{ a) } G_T = \mathcal{G} \frac{M_T}{R_T^2}; \quad G_T = 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

$$\text{b) } G_L = \mathcal{G} \frac{M_L}{R_L^2}; \quad G_L = 1,63 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

$$4^\circ \quad T^2 = kR^3; \quad k_{\text{moy}} = 7,82 \times 10^{-16} \text{ j}^2 \cdot \text{km}^{-3}.$$

$$A = 49,9 \times 10^3 \text{ km}; \quad B = 0,336 \text{ j}; \quad C = 0,558 \text{ j};$$

$$D = 117 \times 10^3 \text{ km}.$$

Les réponses au test (suite)

5° a) Champ gravitationnel créé par la Lune :

$$G_L = \mathcal{G} \frac{M_L}{R_L^2}; \quad G_L = 1,63 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

b) Champ gravitationnel créé par la Terre :

$$G = \mathcal{G} \frac{M_T}{AO^2}; \quad G = 2,6 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

c) Champ gravitationnel créé par le Soleil :

$$G' = \mathcal{G} \frac{M_S}{AO'^2}; \quad G' = 5,9 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

d) Les champs gravitationnels créés par la Terre ou le Soleil à la surface de la Lune sont négligeables par rapport à celui créé par la Lune.

17

1° a) F; b) V; c) F; d) F; e) V.

2° a) F; b) F; c) F; d) V; e) F.

3° a) F; b) V; c) V; d) F; e) V.

4° a) F; b) V; c) V; d) F; e) V.

2

Interaction électromagnétique

Ce qu'il faut savoir

I – LOI DE COULOMB

1. L'interaction électrostatique

Soit deux objets quasi ponctuels, (A) et (B), portant des charges électriques, q_A et q_B , placés respectivement en A et B, à la distance r l'un de l'autre. L'objet A exerce sur (B) une force $\vec{F}_{A \rightarrow B}$ et l'objet (B) exerce sur (A) une force $\vec{F}_{B \rightarrow A}$.

Ces deux forces sont appelées forces électriques ou forces électrostatiques. Elles sont répulsives si les deux charges électriques sont de même signe (fig. 1a); attractives si les deux charges électriques sont de signes contraires (fig. 1b).

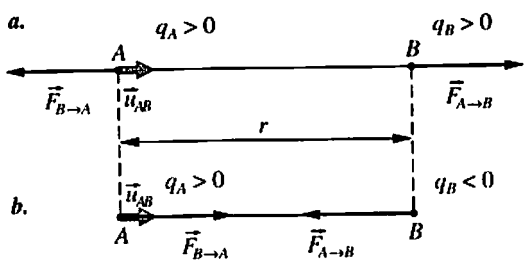


Fig. 1

D'après le principe des interactions :

$$\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A}, \text{ avec } \vec{F}_{A \rightarrow B}, \vec{F}_{B \rightarrow A} \text{ et } \overline{AB} \text{ colinéaires.}$$

2. Expression de la loi de Coulomb

a) Valeur des forces électriques

$F_{A \rightarrow B} = F_{B \rightarrow A} = F$ $F = k \frac{ q_A q_B }{r^2}$	<p>F, valeur des forces électriques (N); q_A, q_B, valeurs absolues des charges (C); r, distance entre A et B (m); k, constante de proportionnalité.</p>
---	--

■ On pose $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$,

ϵ_0 étant appelé la permittivité électrique du vide.

■ Si les objets (A) et (B) sont placés dans l'air, on admettra que la relation reste valable.

b) Forme vectorielle de la loi de Coulomb

On désigne par \vec{u}_{AB} un vecteur unitaire de la droite (AB) orienté de A vers B. La force $\vec{F}_{A \rightarrow B}$ s'écrit sous la forme vectorielle suivante :

$$\vec{F}_{A \rightarrow B} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_A q_B}{r^2} \vec{u}_{AB}$$

II – NOTION DE CHAMP ÉLECTRIQUE

1. Notion de champ électrique

■ On place en un point A un « objet-test » de charge positive. Si celui-ci est soumis à une force électrique \vec{F} (fig. 2a), on dira qu'il existe en A un champ électrique \vec{E} ayant même sens que le vecteur \vec{F} .

Si q est négatif, les vecteurs \vec{F} et \vec{E} ont des sens contraires (fig. 2b).

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}, \quad \text{ou encore, } \vec{F} = q\vec{E}.$$

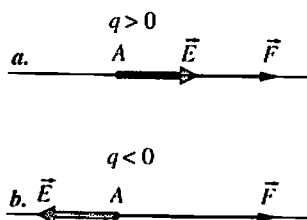


Fig. 2

$F = qE$	<p>F, valeur de la force électrique (N); q, charge électrique de « l'objet-test » (C); E, valeur du champ électrique en A ($\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$).</p>
----------	---

■ Une ligne de champ électrique est une courbe en chaque point de laquelle la direction du vecteur champ électrique fournit la direction de la tangente à la courbe au point considéré. On oriente ces lignes de champ électrique dans le sens du champ électrique.

2. Champ électrique uniforme

■ Par définition, deux plaques métalliques (A) et (B), disposées parallèlement l'une en face de l'autre et séparées par un isolant, constituent un condensateur plan. Soit d la distance séparant ces deux plaques et U_{AB} la tension électrique existant entre ces plaques (fig. 3).

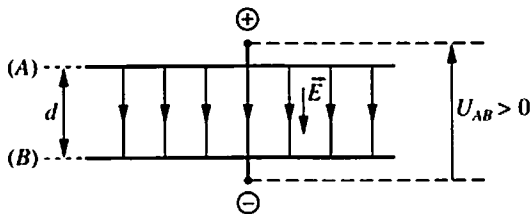


Fig. 3

Les caractéristiques du champ électrique \vec{E} entre les armatures sont :

$\vec{E} = \text{cte}$	- direction : perpendiculaire aux plaques ;
	- sens : de la plaque positive à la plaque négative ;
	- valeur : $E = \frac{U_{AB}}{d}$, avec U_{AB} (V), d (m) et E ($\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$).

■ Les lignes de champ à l'intérieur d'un condensateur plan sont parallèles entre elles, à l'exclusion des bords.

III – NOTION DE CHAMP MAGNÉTIQUE

1. Mise en évidence

■ Une petite aiguille aimantée, orientable en toute direction, donne le sens et la direction du champ magnétique \vec{B} à l'endroit où elle est placée (fig. 4) :

\vec{B}_M en un point M	- direction : l'axe de symétrie de la petite aiguille aimantée ;
	- sens : du pôle sud vers le pôle nord ;
	- valeur : B , en teslas (T).

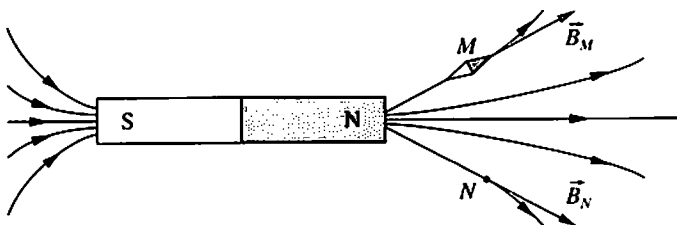


Fig. 4

▣ Une ligne de champ magnétique est une courbe en chaque point de laquelle la direction du vecteur champ magnétique fournit la direction de la tangente à la courbe au point considéré. On oriente ces lignes de champ magnétique dans le sens du champ magnétique.

▣ Comme le champ magnétique est une grandeur vectorielle, l'addition de plusieurs champs magnétiques s'effectue suivant la somme vectorielle des champs magnétiques : $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$.

2. Sources de champ magnétique

a) Les aimants

Les aimants sont des sources permanentes de champ magnétique.

b) Les courants électriques

▣ Tout courant électrique passant dans un conducteur crée un champ magnétique en son voisinage.

▣ Sens du champ magnétique : il est donné par la règle historique du « bonhomme d'Ampère ». Un petit bonhomme allongé sur le conducteur, le courant électrique passant des pieds vers la tête, regardant le point M , voit le sens de \vec{BM} vers sa gauche (fig. 5).

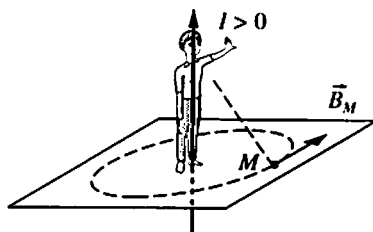


Fig. 5

▣ Un moyen mnémotechnique permet de trouver instantanément le nom de la face d'une bobine : le sens des flèches du N (pour nord) et du S (pour sud) est identique au sens du courant électrique lorsque l'on regarde ses différentes faces (fig. 6).

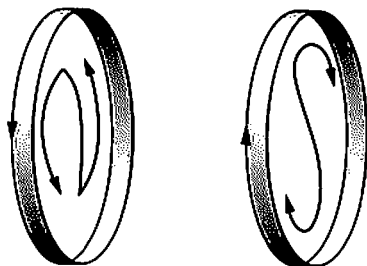


Fig. 6

IV – SOLÉNOÏDE ET BOBINE DE HELMHOLTZ

1. Champ magnétique à l'intérieur du solénoïde

À l'intérieur d'un solénoïde long, à l'exclusion de ses extrémités et de ses bords, le champ magnétique \vec{B} est uniforme et ses caractéristiques sont (fig. 7) :

\vec{B}	<ul style="list-style-type: none"> - direction : l'axe de symétrie du solénoïde ; - sens : donné par la règle du bonhomme d'Ampère ; - valeur : $B = cte.$
-----------	--

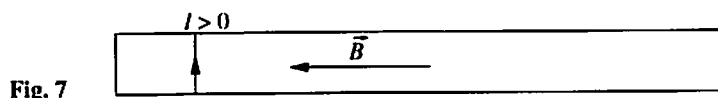


Fig. 7

$B = \mu_0 \frac{NI}{l}$	<p>B, valeur du champ magnétique (T) ; $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2}$, perméabilité magnétique du vide ; N, nombre de spires du solénoïde (sans unité) ; l, longueur du solénoïde (m) ; I, intensité du courant électrique (A).</p>
--------------------------	---

2. Les bobines de Helmholtz

Au laboratoire, on réalise des champs magnétiques \vec{B} uniformes dans des volumes relativement importants à l'intérieur des bobines de Helmholtz (fig. 8). Les caractéristiques de \vec{B} sont :

\vec{B}	<ul style="list-style-type: none"> - direction : l'axe de symétrie des deux bobines ; - sens : donné par la règle du bonhomme d'Ampère ; - valeur : $B = cte.$
-----------	--

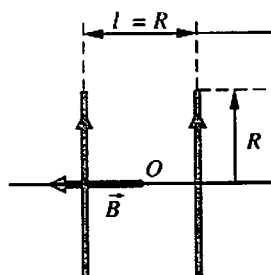


Fig. 8

$B = 0,72 \mu_0 \frac{NI}{l}$	<p>B, valeur du champ magnétique (T) ; $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2}$, perméabilité magnétique du vide ; N, nombre de spires du solénoïde (sans unité) ; l, distance des deux bobines égale au rayon des bobines (m) ; I, intensité du courant électrique (A).</p>
-------------------------------	--

ÉNONCÉS

Valeurs utilisables dans les exercices :

- $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$, ϵ_0 permittivité électrique du vide ;
- $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2}$, perméabilité magnétique du vide.

1 Deux poussières ★

1° A1 Rappeler la loi de Coulomb.

2° B3 Deux poussières, distantes de 3,0 mm, portent chacune une charge égale à + 10 pC (1 pC = 10^{-12} C). Calculer la valeur des forces qui agissent sur chaque poussière.

3° A2 Les deux poussières toujours distantes de 3,0 mm portent maintenant des charges qui ont respectivement pour valeur - 5 pC et + 15 pC.

La valeur des forces agissant sur chaque poussière change-t-elle ?

4° A2 a) Faire un schéma des situations étudiées en 2° et 3°.

b) Quelle relation vérifient ces différentes forces ?

2 Charge négative ★

Dans un espace où il ne règne aucun champ électrique, on introduit en un point O un objet quasi ponctuel de charge $q = -5,0 \text{ nC}$.

1° A2 a) Décrire le champ produit par cet objet et tracer les lignes de champ électrique à proximité de cet objet.

b) Calculer la valeur du champ électrique situé en un point A situé à 1,00 m de O .

c) En déduire la valeur du champ électrique situé en des points B et C situés respectivement à 0,50 m et à 2,00 m de O .

2° Répondre aux mêmes questions que précédemment, avec un objet quasi ponctuel de charge $q = +540 \text{ pC}$.

3 Penser à la dérivée ★★

Une certaine charge électrique Q peut être répartie sur deux petits objets en deux parties : q et $Q - q$.

1° A1 Les forces s'exerçant sur ces objets sont-elles répulsives ou attractives ?

2° A2 Ces deux objets étant placés à une distance donnée, quelle relation doit-il y avoir entre Q et q pour que les forces possèdent des valeurs maximales ?

4 Histoire de protons ★★

On admet que deux protons dans un noyau d'hélium sont séparés par une distance $d = 2,0 \times 10^{-15}$ m. On donne la masse d'un proton, $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ kg et sa charge, $e = 1,60 \times 10^{-19}$ C.

1° A1 Les forces électriques agissant sur ces deux protons sont-elles attractives ou répulsives ?

2° B3 a) Calculer la valeur F de ces forces.

b) Comparer F avec le poids d'un proton ; $g = 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

3° C2 Pour quelle raison les protons contenus dans un noyau restent-ils ensemble ?

5 Forces électriques et forces de gravitation ★★

1° A2 À l'échelle atomique. Comparer les forces électriques et les forces de gravitation s'exerçant entre le proton et l'électron dans un atome isolé d'hydrogène en admettant que leur distance soit d .

On donne :

$m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ kg ; $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg ; $e = 1,60 \times 10^{-19}$ C ;
 $d = 5,3 \times 10^{-11}$ m et $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$.

2° A2 À l'échelle macroscopique. Comparer les forces électriques et les forces de gravitation s'exerçant entre deux petites boules (A) et (B) de masse 8,0 g, ayant une charge de 10 nC (nanocoulomb) et séparées par une distance de 6,0 cm.

3° B2 Donner une conclusion.

6 Le condensateur plan ★★★

Deux plaques métalliques identiques A et B, de forme carrée, sont placées parallèlement entre elles à une distance $d = 12,0$ cm l'une de l'autre. On établit entre ces deux plaques une tension $U_{AB} = 1,50$ kV.

1° A1 a) Caractériser le champ électrique entre ces deux plaques.

b) Faire un schéma en représentant quelques lignes de champ dans cet espace.

2° A2 a) Calculer la valeur du champ électrique entre ces plaques.

b) Donner les caractéristiques de ce champ électrique.

c) Représenter le vecteur champ électrique en précisant bien l'échelle.

3° B3 On rapproche les deux plaques à une distance $d' = 9,5$ cm, en maintenant la tension $U_{AB} = 1,50$ kV. Que dire du champ électrique situé entre les deux plaques ?

4° C1 On suspend une petite boule électrisée fixée à l'extrémité d'un fil que l'on place entre les deux plaques verticales; le fil est attaché en O . Lorsque la tension entre les deux plaques est $U_{AB} = 1,50$ kV et que $d = 12,5$ cm, on constate que le fil s'écarte de la verticale d'un angle de mesure $\alpha = 5,0^\circ$ vers la plaque A . Calculer la charge q de la boule électrisée.

On donne la masse de la petite boule : $m = 2,0$ g ; $g = 9,80$ N · kg⁻¹.

7

Le champ magnétique ★

1° A1 a) Comment détecter un champ magnétique ?

b) Comment déterminer la direction et le sens d'un champ magnétique ?

c) Comment déterminer la valeur d'un champ magnétique ?

2° A2 Citer quatre sources différentes de champ magnétique et donner approximativement un ordre de grandeur de leurs valeurs.

3° A1 a) Décrire l'expérience d'Ersted.

b) Citer la règle du « bonhomme d'Ampère ».

c) Donner le sens et la direction du champ magnétique créé en un point situé à proximité du conducteur.

8

Champ magnétique terrestre ★★

A2 a) Peut-on trouver un modèle du champ magnétique terrestre ?

b) La région du pôle nord est-elle le pôle magnétique nord ?

9

Le haut-parleur ★★

1° A2 a) Tracer le schéma d'un haut-parleur en coupe.

b) Quelles sont les caractéristiques du champ magnétique créé par l'aimant d'un haut-parleur ?

2° C1 a) Tracer la force électromagnétique agissant sur la bobine mobile et celle agissant sur l'aimant à un instant donné. Les points d'application de ces deux forces sont placés sur l'axe de symétrie.

b) Quelle relation relie ces deux forces ?

3° B3 Lorsque l'intensité du courant électrique passant dans la bobine est 0,77 A, la force exercée sur la bobine est 83 mN. Calculer la force s'exerçant sur la bobine lorsque l'intensité est de 1,86 A.

10 Bobines et aimants ★★

1° A2 On place un aimant de telle façon que son axe de symétrie soit confondu avec l'axe de symétrie d'une bobine plate, celle-ci étant suspendue à ses deux fils d'alimentation (fig. 9a). Le pôle nord de l'aimant est disposé face à la bobine.

a) On fait passer un courant électrique dans le sens 1. Quel est le nom de la face de la bobine qui est en regard avec le pôle nord de l'aimant ? Que se passe-t-il ?

b) Répondre aux mêmes questions, lorsque le courant électrique circule dans le sens 2.

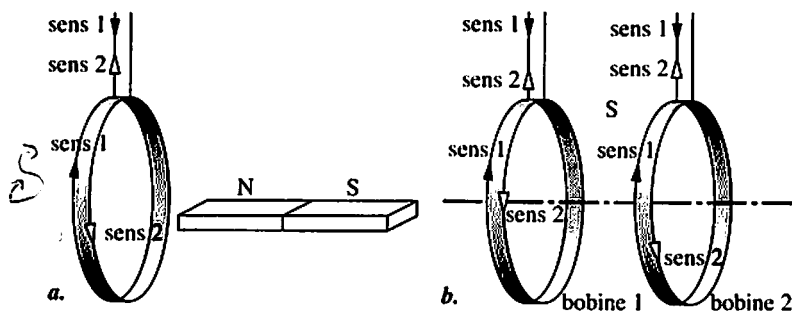


Fig. 9

2° C1 Deux bobines plates identiques sont disposées face-à-face et sont suspendues à leurs fils d'alimentation (fig. 9b).

On fait passer un courant électrique dans les bobines, tel que son sens conventionnel soit indiqué comme suit :

a) dans la bobine 1 (sens 1) et dans la bobine 2 (sens 1);

b) dans la bobine 1 (sens 2) et dans la bobine 2 (sens 2);

c) dans la bobine 1 (sens 1) et dans la bobine 2 (sens 2).

Que se passe-t-il ?

11 Deux grandeurs dépendantes ★★

1° A1 Avec quel appareil mesure-t-on la valeur B_0 du champ magnétique au centre d'un solénoïde long ?

2° A2 On note les valeurs de B_0 en fonction de l'intensité I du courant électrique passant dans le solénoïde. On obtient le tableau :

I (A)	0	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00
B (mT)	0	3,5	5,5	7,2	9,0	10,9	12,7	14,5

a) Tracer la représentation graphique de la fonction $B_0 = f(I)$.

b) Le champ magnétique est-il uniforme dans tout l'espace situé à l'intérieur du solénoïde ?

3° B La longueur du solénoïde est $l = 38,0$ cm; avec l'aide du tracé déterminer le nombre de spires du solénoïde.

4° A2 Sur le tracé effectué à la question 2° a), représenter un petit schéma du solénoïde, le sens du courant électrique dans les spires et le vecteur \vec{B}_O .

12

Analogies et différences ★★★

A1 C2 Après avoir rappelé les relations régissant la loi de gravitation et la loi de Coulomb, consigner dans un tableau les analogies et les différences existant entre ces deux lois.

Protocole expérimental

13

Association de bobines ★★★

On considère une bobine plate circulaire parcourue par un courant électrique continu d'intensité I . Elle a pour centre O_1 et pour rayon moyen $R = 100$ mm. Les valeurs du champ magnétique B_1 , en des points situés sur son axe à la distance x du centre O_1 , sont consignées dans le tableau suivant :

x (mm)	0	10	20	30	40	50	75	100	150	200
B_1 (mT)	2,52	2,48	2,36	2,20	2,00	1,79	1,28	0,88	0,46	0,22

1° A2 Représenter graphiquement la fonction $B_1 = f(x)$, avec x variant de -200 mm à $+200$ mm.

2° C1 On adjoint à la première bobine une autre bobine identique, placée parallèlement, dont le centre est situé en O_2 , tel que $O_1O_2 = 100$ mm. Les deux bobines sont coaxiales et montées en série de telle façon que le courant électrique d'intensité I s'enroule dans le même sens.

a) L'origine des abscisses est prise au centre de symétrie O du dispositif. En déduire la courbe donnant, en fonction de x , la valeur du champ magnétique $B(x)$ sur l'axe des deux bobines, avec x variant de -150 mm à $+150$ mm.

b) Les deux bobines sont parcourues par un courant électrique continu. Indiquer la particularité du champ magnétique ainsi créé. Comment appelle-t-on ce dispositif?

c) Donner les caractéristiques du champ magnétique existant au centre O .

3° B L'intensité circulant dans les spires des bobines est $I = 3,7$ A. Calculer le nombre de spires N dans chaque bobine.

14 Testez-vous!

Quatre points à chaque exercice juste, noté 1, 2, 3, 4, 5. Vous obtenez votre note sur 20. Bon courage!

1° a) Énoncer la loi de Coulomb et donner son expression vectorielle.

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad \vec{F}_{a \rightarrow b} = q \frac{q_1}{r^2} \vec{u}_{ra}$$

b) Deux objets possèdent la même charge électrique négative q . Ils sont distants de 86 mm et ils sont soumis à des forces électrostatiques de valeur 1,23 mN. Calculer q .

2° a) Comment définir un champ électrique en un point?

b) Quatre objets quasi ponctuels sont placés aux sommets d'un carré $ABCD$ dont la longueur d'un côté est $a = 10$ cm. Les charges de ces objets sont respectivement $q_A = q$, $q_B = 2q$, $q_C = 3q$, $q_D = 4q$, avec $q = +1,00$ nC. Donner les caractéristiques du champ électrique au centre O du carré.

3° a) Décrire un dispositif permettant d'obtenir un champ électrique uniforme.

b) Donner alors les caractéristiques du champ électrique à l'intérieur de ce dispositif. On donne la distance entre les plaques $D = 12,5$ cm et la tension existant entre les plaques $U_{AB} = -4,6$ kV.

c) Que dire des lignes de champ électrique situées entre les plaques A et B ?

4° Une sonde à effet Hall est placée au centre O d'un solénoïde. On note la valeur du champ magnétique en O en fonction de l'intensité I du courant électrique qui circule dans le solénoïde. On obtient les mesures suivantes :

I (A)	0	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00
B (mT)	0	3,2	6,7	9,8	13,3	16,4

a) Tracer la représentation graphique de la fonction $B = f(I)$.

b) Donner une conclusion à la vue du tracé.

c) On donne la longueur du solénoïde $l = 40$ cm. En utilisant le tracé obtenu, calculer le nombre de spires N du solénoïde.

5° Deux paires de bobines de Helmholtz sont disposées comme l'indique la figure 10. Leurs axes de symétrie sont perpendiculaires en O et les quatre diamètres AB , BC , CD , DA forment un carré de 115 mm de côté. L'intensité circulant dans les quatre bobines est de 3,7 A et le sens conventionnel du courant électrique est indiqué sur la figure.

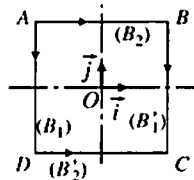


Fig. 10

Testez-vous (suite)

Le nombre de spires de chaque bobine est 80.

a) Calculer la valeur de B du champ magnétique créé en O par une paire de bobines de Helmholtz.

b) Donner les caractéristiques du champ magnétique \vec{B} créé en O par les deux paires de bobines de Helmholtz.

15 Auto-évaluation

Dans la (les) case(s) correspondant à la (aux) réponse(s) jugée(s) exacte(s), inscrire «V»; dans la (les) case(s) jugée(s) fautive(s), inscrire «F». Inscrire un tiret (-) à chaque fois que l'on s'abstient. Toute case correctement remplie entraîne + 1 point. Il est préférable de s'abstenir (0 point) plutôt que de mal remplir la case (- 1 point). La somme algébrique des points donne une note sur 20.

1° a) L'expression vectorielle de la loi de Coulomb s'écrit :

$$\vec{F}_{A \rightarrow B} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_A q_B}{r^2} \vec{u}_{AB} \dots\dots\dots \boxed{V}$$

b) Deux petites boules, dont les centres A et B sont distants de 10 cm, possèdent respectivement des charges égales à + 10 nC; il existe sur ces boules des forces électriques répulsives dont la valeur est 63 μ N

Un objet quasi ponctuel, chargé négativement, est placé en un point O :

c) le champ électrique créé par cet objet est divergent et toutes les lignes de champ électrique passent par O

d) deux points quelconques situés au voisinage de O ont alors des vecteurs champ électrique différents

e) tous les points situés sur une sphère de centre O possèdent un champ électrique de même valeur

2° On établit une tension $U_{AB} = + 50$ V entre deux plaques métalliques planes et parallèles, séparées par une distance $d = 100$ mm. Le champ électrique créé dans l'espace situé entre les deux plaques, à l'exclusion des bords :

a) est uniforme

b) a pour valeur $5,0 \times 10^2$ V \cdot m⁻¹

c) a une direction perpendiculaire aux plaques

d) a pour sens celui de la plaque « $-$ » vers la plaque « $+$ »

e) Situé à l'intérieur des deux plaques, un objet de charge $q = -40 \text{ nC}$ est attiré vers la plaque notée « $+$ » avec une force de valeur $15 \mu\text{N}$

3° Deux fils parallèles s'attirent lorsqu'ils sont parcourus par des courants électriques :

a) de même sens

b) de sens contraires

Deux bobines plates identiques, placées l'une en face de l'autre, se repoussent mutuellement lorsque les courants électriques dans les deux bobines ont :

c) le même sens

d) des sens contraires

e) Dans tous les cas, une bobine plate constituée d'un fil de cuivre, parcourue par un courant électrique, est repoussée par le pôle nord d'un aimant droit.

4° a) Le champ magnétique est une grandeur algébrique

b) Une ligne de champ magnétique donne, en un point M de celle-ci, la direction, le sens et la valeur du vecteur champ magnétique en ce point.....

c) En un point M se superposent deux champs magnétiques orthogonaux dont les valeurs sont respectivement 30 mT et 60 mT . Celle du champ magnétique résultant est 90 mT

Un solénoïde de longueur 50 cm comportant 400 spires est parcouru par un courant électrique continu d'intensité $4,0 \text{ A}$.

d) la valeur du champ magnétique créé au centre du solénoïde est plus grande que celle existant sur les deux extrémités du solénoïde.....

e) la valeur du champ magnétique au centre du solénoïde est $24 \mu\text{T}$

CORRIGÉS

1

1° Voir *Ce qu'il faut savoir*, I-2.

2° $F = k \frac{|q_1| |q_2|}{d^2}$; $F = k \left(\frac{q}{d}\right)^2$; $F = 1,0 \times 10^{-7} \text{ N}$.

3° $F' = k \frac{|q_1| |q_2|}{d^2}$; $F' = 7,5 \times 10^{-8} \text{ N}$, la valeur est différente.

4° a)

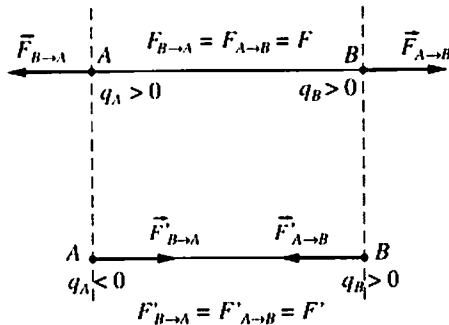


Fig. 11

b) Les différentes forces représentées sur la figure 11 vérifient le principe de l'interaction :

$\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A}$ où $\vec{F}_{A \rightarrow B}$, $\vec{F}_{B \rightarrow A}$ et \vec{AB} sont colinéaires.

2

1° a) Le champ électrique créé par un objet quasi ponctuel chargé négativement est un champ à symétrie centrale convergent.

Quelques lignes de champ, ainsi que quelques vecteurs champ électrique en différents points sont tracés sur la figure 12.

b) Par définition, le champ électrique en un point M est donné par l'expression :

$\vec{E}_M = k \frac{q}{r^2} \vec{u}_{OM}$ (1).

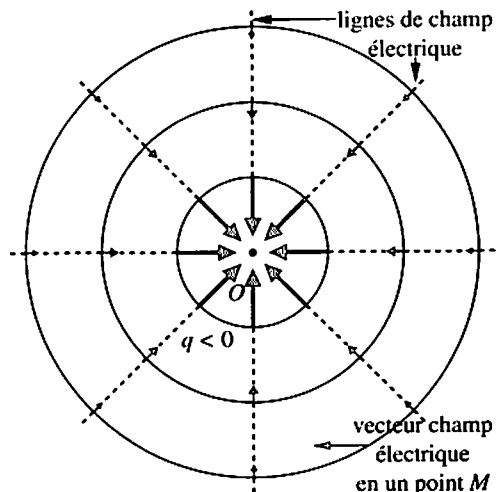


Fig. 12

$$\text{D'où : } E_M = k \frac{|q|}{r^2}; \quad E_M = 45 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}.$$

c) Comme l'expression d'un champ (1) est une fonction en $\frac{1}{r^2}$:

- à une distance 2 fois plus grande, le champ possède une valeur 4 fois plus faible;
- à une distance 2 fois plus petite, le champ possède une valeur 4 fois plus grande.

$$\text{Si } r' = 2r, \text{ alors } E' = \frac{E}{4}; \quad E' = 11 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}.$$

$$\text{Si } r'' = \frac{r}{2}, \text{ alors } E'' = 4E; \quad E = 180 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}.$$

2° a) Le champ électrique est toujours à symétrie centrale, mais il est maintenant divergent. Les vecteurs champ électrique sont maintenant inversés par rapport à la figure 12.

$$\text{b) } E = k \frac{q}{r^2}; \quad E = 4,9 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}.$$

$$\text{c) Si } r' = 2r, \text{ alors } E' = \frac{E}{4}; \quad E' = 1,2 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}.$$

$$\text{Si } r'' = \frac{r}{2}, \text{ alors } E'' = 4E; \quad E'' = 19 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}.$$

3 1° La charge électrique Q se répartissant en deux parties, les deux objets chargés ont des charges de même signe q et $Q - q$. Les interactions entre les deux objets sont répulsives.

2° D'après le principe des interactions, ces forces possèdent la même valeur ayant pour expression :

$$F = k \frac{|q| |Q - q|}{d^2}.$$

Que Q soit positif ou négatif, on a toujours :

$$F = \frac{k}{d^2} (Qq - q^2).$$

Pour que F soit maximale, il faut que $F'_q = 0$. D'où :

$$\frac{d^2}{k} F'_q = Q - 2q = 0; \quad q = \frac{Q}{2}.$$

4

1° Les forces agissant sur les deux protons sont répulsives.

2° a) D'après le principe de l'interaction, leurs valeurs sont identiques et égales à :

$$F = k \frac{q_p^2}{d^2}; \quad F = k \left(\frac{e}{d}\right)^2; \quad F = 58 \text{ N} !$$

$$b) \frac{F}{P} = \frac{F}{mg} = 3,5 \times 10^{27} !$$

Le poids d'un proton est négligeable devant les forces de répulsion d'origine électrostatique.

3° Si les protons restent confinés dans le noyau d'hélium, c'est qu'il existe des interactions encore plus fortes que les interactions d'origine électrostatique : ce sont des « interactions fortes » qui donnent la cohésion des noyaux atomiques.

5

1° Les forces de gravitation s'exerçant entre le proton et l'électron sont :

$$F_{p \rightarrow e^-} = F_{e^- \rightarrow p} = \mathcal{G} \frac{m_p m_{e^-}}{d^2}; \quad F_{p \rightarrow e^-} = F_{e^- \rightarrow p} = 3,6 \times 10^{-47} \text{ N.}$$

Les forces électriques s'exerçant entre le proton et l'électron sont :

$$F'_{p \rightarrow e^-} = F'_{e^- \rightarrow p} = k \frac{|q_p| |q_{e^-}|}{d^2}; \quad F'_{p \rightarrow e^-} = F'_{e^- \rightarrow p} = 8,2 \times 10^{-8} \text{ N.}$$

2° Les forces de gravitation s'exerçant sur chacune des deux boules sont :

$$F_{A \rightarrow B} = F_{B \rightarrow A} = \mathcal{G} \frac{m_A m_B}{d^2}; \quad F_{A \rightarrow B} = F_{B \rightarrow A} = 1,19 \times 10^{-12} \text{ N.}$$

Les forces électriques s'exerçant sur chacune des deux boules sont :

$$F'_{A \rightarrow B} = F'_{B \rightarrow A} = k \frac{|q_A| |q_B|}{d^2}; \quad F'_{A \rightarrow B} = F'_{B \rightarrow A} = 2,5 \times 10^{-4} \text{ N.}$$

3° Dans l'atome d'hydrogène, les forces de gravitation sont « archi » négligeables par rapport aux forces électriques.

Dans l'étude effectuée sur les objets macroscopiques tels que des petites boules chargées, les forces de gravitation sont négligeables par rapport aux forces électriques.

6

1° a) Le champ électrique existant entre deux plaques métalliques parallèles peut être considéré comme uniforme dans la région centrale située entre ces plaques. Les lignes de champ électrique sont alors parallèles entre elles et perpendiculaires aux plaques.

b) La figure 13 représente les lignes de champ de champ à l'intérieur de ce condensateur plan.

2° a) La valeur du champ électrique est donnée par la relation :

$$E = \frac{U_{AB}}{d}; \quad E = 12,5 \text{ kV} \cdot \text{m}^{-1}.$$

b) Les caractéristiques du champ électrique \vec{E} sont :

\vec{E}	<ul style="list-style-type: none"> - direction : perpendiculaire aux plaques A et B; - sens : de la plaque notée + vers la plaque notée -; - valeur : $E = 12,5 \text{ kV} \cdot \text{m}^{-1}$.
-----------	--

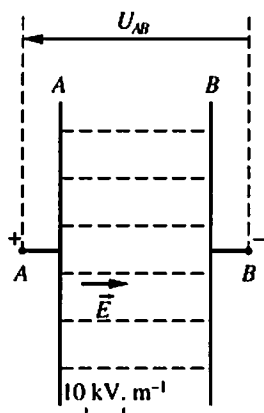


Fig. 13

c) Un représentant du vecteur champ électrique est tracé sur la figure 13; l'échelle est donnée sur la figure.

3° Le champ électrique uniforme existe toujours dans la région centrale située entre les deux plaques métalliques. Seule sa valeur a changé. Elle est maintenant :

$$E' = \frac{U_{AB}}{d'}; \quad E' = 15,8 \text{ kV} \cdot \text{m}^{-1}.$$

4° **Système étudié :** la boule électrisée.

Forces agissant sur la boule dans le repère terrestre (O, \vec{i}, \vec{j}) supposé galiléen (fig. 14a) :

- le poids de la boule \vec{P} ;
- la force électrique \vec{F} ;
- la tension du fil (action du fil sur la boule) \vec{T} .

Le système étant immobile par rapport au repère, on a :

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0}; \quad \vec{P} + \vec{F} + \vec{T} = \vec{0}.$$

La somme vectorielle de ces trois vecteurs forme un triangle QMN rectangle en M (fig. 14b).

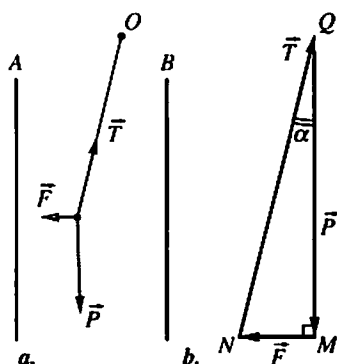


Fig. 14

$$\text{D'où : } \tan \alpha = \frac{F}{P} = \frac{|q|E}{mg}; \quad |q| = \frac{mg \tan \alpha}{E'}; \quad |q| = 1,4 \times 10^{-7} \text{ C.}$$

Comme la boule se rapproche de la plaque positive, elle est donc chargée négativement ; d'où : $q = -1,4 \times 10^{-7} \text{ C}$.

7

1° a) On détecte un champ magnétique avec une aiguille aimantée, mobile dans toutes les directions de l'espace.

b) La direction du champ magnétique est donnée par l'axe de symétrie de l'aiguille. Le sens du champ magnétique est le sens sud-nord de l'aiguille.

c) La valeur du champ magnétique est donnée par un teslamètre muni d'une sonde à effet Hall.

2° • Un aimant droit ; de 40 à 80 mT.

• La Terre ; valeur du champ magnétique de surface : de 40 à 70 μT .

• Électroaimants utilisés dans la recherche : de 1 à 35 T.

• Une étoile à neutrons : environ 10^8 T !

3° a) L'expérience d'Ørsted est décrite sous forme d'un schéma.

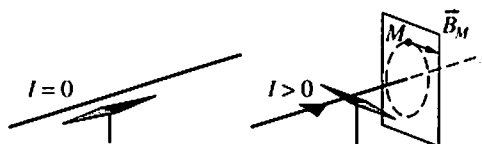


Fig. 15

b) Voir *Ce qu'il faut savoir*, III-2.b.

c) Voir la figure 5.

8

a) En 1839, un modèle du champ magnétique terrestre a été proposé par Carl Friedrich Gauss : tout se passe comme si le champ magnétique terrestre provenait d'un immense aimant situé sur un diamètre de la Terre et incliné de quelques degrés par rapport à l'axe des pôles géographiques.

b) La région du pôle nord est un pôle magnétique sud, le nord d'une aiguille aimantée s'y dirigeant !

9

1° a)

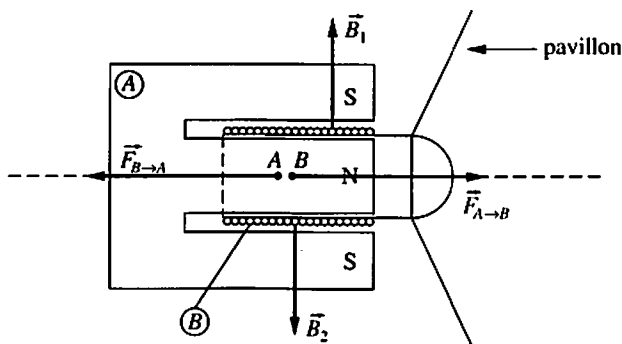


Fig. 16

b) Le champ magnétique créé par l'aimant d'un haut-parleur est « radial ». Toutes les directions des champs magnétiques des points situés entre l'entrefer de l'aimant passent par l'axe de symétrie de l'aimant.

2° a) Voir la figure 16.

b) Ces deux forces vérifient le principe des interactions :

$$\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A}, \quad \text{avec } \vec{F}_{A \rightarrow B}, \vec{F}_{B \rightarrow A} \text{ et } \overline{AB} \text{ colinéaires.}$$

3° On pose : $F = F_{A \rightarrow B} = F_{B \rightarrow A}$. Soit I l'intensité passant dans la bobine à un instant donné.

On a vérifié, en classe de seconde, que F et I sont toujours proportionnelles pour une bobine donnée. D'où : $F = kI$.

- La première mesure donne : $F_1 = kI_1$.
- La deuxième mesure donne : $F_2 = kI_2$.
- On a donc :

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{I_1}{I_2}; \quad F_2 = F_1 \frac{I_2}{I_1}; \quad F_2 = 200 \text{ mN.}$$

10

1° a) C'est une face sud. La bobine et l'aimant s'attirent mutuellement.

b) C'est une face nord. La bobine et l'aimant se repoussent mutuellement.

2° a) La bobine 1 produit une face sud qui est en regard avec la face nord produite par la bobine 2. Les deux bobines s'attirent mutuellement.

b) La bobine 1 produit une face nord qui est en regard avec la face sud produite par la bobine 2. De nouveau, les deux bobines s'attirent mutuellement.

c) La bobine 1 produit une face sud qui est en regard avec la face sud produite par la bobine 2. Les deux bobines se repoussent mutuellement.

11

1° On mesure la valeur d'un champ magnétique avec un teslamètre muni d'une sonde à effet Hall.

2° a)

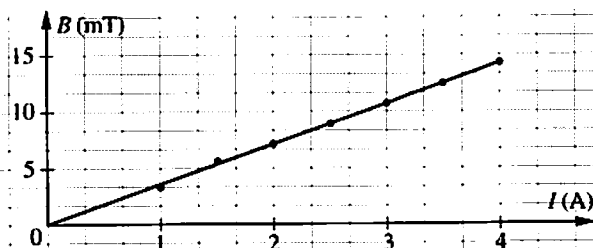


Fig. 17

b) Dans une région voisine du centre du solénoïde, on peut considérer que le champ magnétique est uniforme.

3° D'après la construction graphique, la fonction $B = f(I)$ est une fonction linéaire de la forme $B = AI$.

$$\text{Comme } B = \mu_0 \frac{N}{l} I,$$

$$\text{on a : } A = \mu_0 \frac{N}{l} \quad \text{et} \quad N = \frac{Al}{\mu_0}.$$

Le point de coordonnées (4,0 A, 14,5 mT) étant situé sur cette droite, le coefficient directeur A est :

$$A = \frac{14,5 \times 10^{-3}}{4,0}.$$

D'où : $N = 1096$ spires.

12

Il existe les analogies et les différences suivantes entre la loi de gravitation et la loi de Coulomb. On les résume par un tableau (page suivante).

13

Protocole expérimental

1°

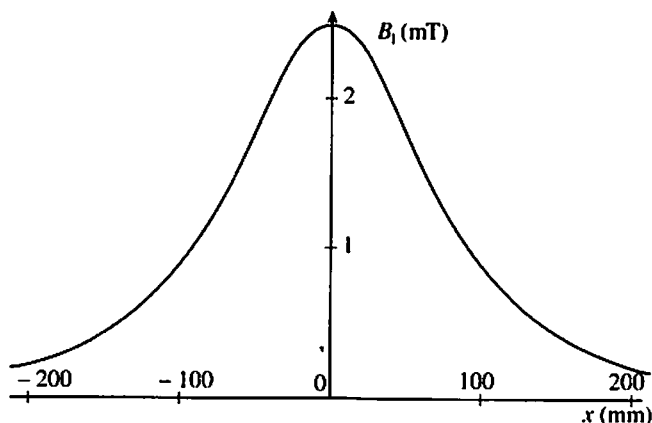


Fig. 18

	<p>Loi de gravitation</p> $\vec{F}_{A \rightarrow B} = \mathcal{G} \frac{m_A m_B}{r^2} \vec{u}_{AB}$ $\mathcal{G} = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$	<p>Loi de Coulomb</p> $\vec{F}_{A \rightarrow B} = k \frac{q_A q_B}{r^2} \vec{u}_{AB}$ $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ $= 8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$
<p>Analogies</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Définition du champ de gravitation : $G = \frac{F}{m}$. • Expression en $\frac{1}{r^2}$. • La valeur de la force de gravitation est proportionnelle aux masses m_A et M_B de (A) et de (B). 	<ul style="list-style-type: none"> • Définition du champ électrique : $E = \frac{F}{ q }$. • Expression en $\frac{1}{r^2}$. • La valeur de la force électrique est proportionnelle aux charges électriques q_A et q_B portées par (A) et par (B).
<p>Différences</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Grandeur considérée des objets en présence : la masse. • La masse est une grandeur toujours positive. • Forces de gravitation toujours attractives. • Faible valeur des forces de gravitation. • Malgré leur faible valeur, les forces gravitationnelles sont toutes cumulatives. Elles peuvent jouer sur de très grandes distances et contribuer, seules, à l'architecture générale de l'Univers. <p><i>Exemples</i> : cohésion du système solaire, cohésion des galaxies.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Grandeur considérée des objets en présence : la charge électrique. • La charge électrique est une grandeur positive ou négative. • Forces électriques : <ul style="list-style-type: none"> – attractives si q_A et q_B sont de signes contraires; – répulsives si q_A et q_B sont de même signe. • Grande valeur des forces électriques par rapport à celle des forces de gravitation. • Pour un échantillon de matière, électriquement neutre globalement, les forces électrostatiques et leurs effets, même si ceux-ci sont parfois spectaculaires, n'apparaissent que par excès et déficits locaux de charges. <p><i>Exemple</i> : la foudre.</p>

2° a) $B = B_1 + B_2$.

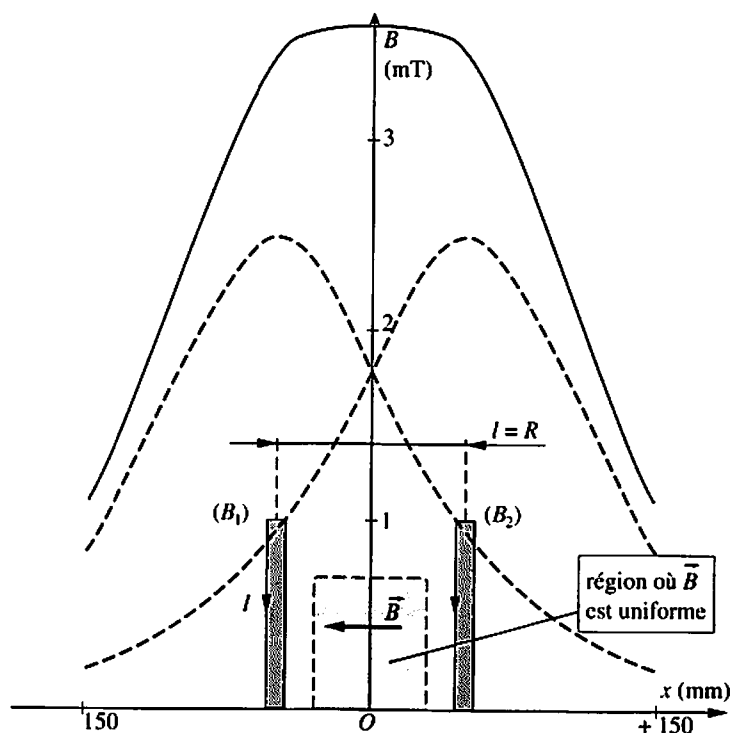


Fig. 19

b) • Le champ magnétique \vec{B} à l'intérieur des deux bobines est uniforme dans une région voisinant le centre de symétrie du dispositif (fig. 19).

• Comme la distance l entre les deux bobines (B_1) et (B_2) est égale au rayon de chacune d'entre elles, le dispositif ainsi réalisé est appelé « bobines de Helmholtz ».

c) Les caractéristiques du champ magnétique \vec{B} sont (fig. 19) :

\vec{B}	<ul style="list-style-type: none"> - direction : parallèle à l'axe de symétrie du dispositif ; - sens : donné par la règle du « bonhomme d'Ampère » ; - valeur : $B = 3,62$ mT.
-----------	---

3° Comme $B = 0,72\mu_0 \frac{N}{l} I$, on a :

$$N = \frac{Bl}{0,72\mu_0 I} ; \quad N = 108 \text{ spires.}$$

14

Les réponses au test

1° a) Voir *Ce qu'il faut savoir*, I-2.

$$b) F = k \frac{q^2}{d^2}; \quad |q| = d \sqrt{\frac{F}{k}}; \quad q = -31 \text{ nC.}$$

2° a) Voir *Ce qu'il faut savoir*, II-1.

$$b) \vec{E}_O = \vec{E}_{(A)} + \vec{E}_{(B)} + \vec{E}_{(C)} + \vec{E}_{(D)}.$$

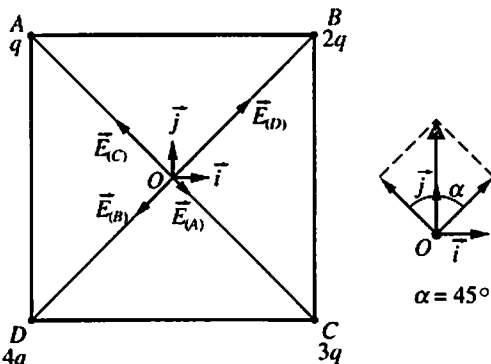


Fig. 20

On remarque (fig. 20) :

- $\vec{E}_{(D)} + \vec{E}_{(B)} = -\vec{E}_{(B)}$,
- $\vec{E}_{(A)} + \vec{E}_{(C)} = -2\vec{E}_{(A)}$,
- $2E_A = E_B$.

$$\text{D'où : } E_O = 2E_B \cos \alpha = 2k \frac{2q}{d^2}, \quad \text{avec } d = a \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$E_O = 8k \frac{q}{a^2}; \quad E_O = 7,2 \text{ kV} \cdot \text{m}^{-1}.$$

\vec{E}_O	<ul style="list-style-type: none"> - direction : celle de \vec{j}; - sens : celui de \vec{j}; - valeur : $E_O = 7,2 \text{ kV} \cdot \text{m}^{-1}$.
-------------	--

3° a) Voir *Ce qu'il faut savoir*, II-3.

\vec{E}	<ul style="list-style-type: none"> - direction : perpendiculaire aux plaques; - sens : de la plaque B vers la plaque A; - valeur : $E = \frac{ U_{AB} }{D}$; $E = 37 \text{ kV} \cdot \text{m}^{-1}$.
-----------	--

Les réponses au test (suite)

c) Les lignes de champ électrique sont parallèles entre elles.

4° a) Le tracé de la fonction $B = f(I)$ avec $I \in [0; 5]$ en ampères est un segment de droite passant par l'origine.

b) La fonction $B = f(I)$ est une fonction linéaire de la forme :

$$B = KI \quad \text{avec} \quad K = \mu_0 \frac{N}{l}.$$

$$c) N = \frac{KI}{\mu_0}; \quad N = 1044 \text{ spires.}$$

$$5^\circ \quad a) \quad B = 0,72\mu_0 \frac{N}{l} I; \quad B = 2,3 \text{ mT.}$$

b)

\vec{B}	<ul style="list-style-type: none"> - direction : celle de la somme $(\vec{i} + \vec{j})$; - sens : celui de $(\vec{i} + \vec{j})$; - valeur : $B = \sqrt{2} B$; $B = 3,3\text{mT}$.
-----------	--

15

1° a) V; b) F; c) V; d) V; e) V.

2° a) V; b) V; c) V; d) F; e) F.

3° a) V; b) F; c) F; d) V; e) F.

4° a) F; b) F; c) F; d) V; e) F.

3

Lois de la dynamique

Ce qu'il faut savoir

I – LA PREMIÈRE LOI DE NEWTON

1. Centre d'inertie d'un solide composite

De façon rigide, on associe deux solides de masse m_1 et m_2 ayant respectivement comme centre d'inertie G_1 et G_2 . Le centre d'inertie G du solide composite est tel que :

$$m_1 \overrightarrow{OG_1} + m_2 \overrightarrow{OG_2} = (m_1 + m_2) \overrightarrow{OG}, \quad \text{soit} \quad \Sigma m_i \overrightarrow{OG_i} = \overrightarrow{OG} \Sigma m_i.$$

Le centre d'inertie G d'un système est le barycentre des points G_i affectés de coefficients égaux aux masses m_i des solides composites.

2. Énoncé du principe

a) Système isolé et pseudo-isolé

Un système est dit isolé, ou pseudo-isolé, lorsque la somme vectorielle des forces qui lui sont appliquées est nulle : $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$.

b) Première loi de Newton : le principe de l'inertie

Le centre d'inertie d'un système isolé ou pseudo-isolé est animé d'un mouvement rectiligne et uniforme ou reste immobile, par rapport à certains référentiels appelés **référentiels galiléens**.

c) Référentiels galiléens

Un référentiel est le solide de référence par rapport auquel on décrit le mouvement d'un mobile. Le caractère galiléen d'un référentiel est donné par le fait que le principe de l'inertie est vérifié.

Deux référentiels galiléens sont en mouvement de translation rectiligne uniforme l'un par rapport à l'autre.

Le référentiel terrestre peut être considéré comme galiléen.

II – VECTEURS VITESSE ET ACCÉLÉRATION

1. Repérage d'un point mobile

a) Repère de temps

On fixe l'origine des temps ($t = 0$) pour un événement donné (par exemple, le départ du mobile).

b) Repère d'espace

■ Repérage cartésien

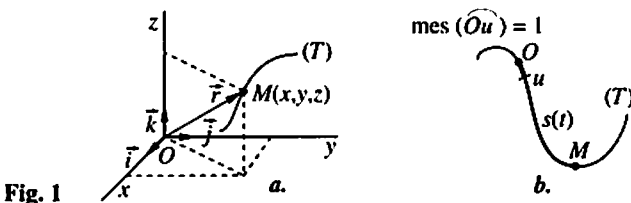
Le mobile M est repéré par rapport à un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ lié au référentiel d'étude (fig. 1a) :

$$\overrightarrow{OM} = \vec{r} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}.$$

$x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ sont les équations horaires du mouvement de M .

■ Repérage curviligne

Si la trajectoire du mobile est connue (fig. 1b), on repère le mobile par son abscisse curviligne $s(t)$.



2. Vecteur vitesse

Par définition, à un instant t quelconque, on a :

$$\vec{v}(t) = \frac{d(\vec{r}(t))}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}.$$

En repérage curviligne, on a : $\vec{v} = \frac{ds}{dt}$.

3. Vecteur accélération

a) En coordonnées cartésiennes

Par définition, à un instant t quelconque, on a :

$$\vec{a}(t) = \frac{d(\vec{v}(t))}{dt} = \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \vec{k};$$

$$\vec{a}(t) = \frac{d^2x}{dt^2} \vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \vec{k} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}.$$

b) Cas d'un mouvement circulaire

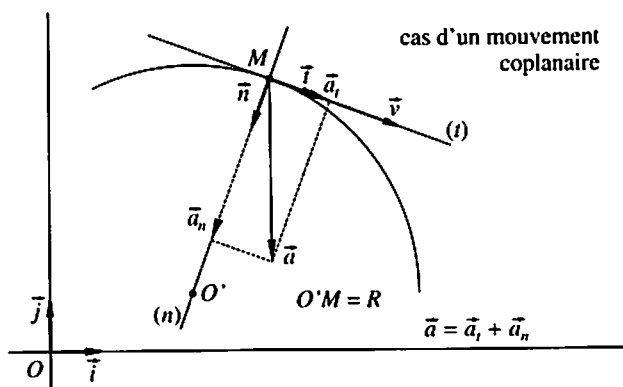


Fig. 2

La trajectoire du point mobile M est un cercle de rayon R ; à l'instant t , sa vitesse est v . Dans la base de Frénet (\vec{i}, \vec{n}) , le vecteur accélération s'écrit (fig. 2) : $\vec{a} = \frac{v^2}{R} \vec{n} + \frac{dv}{dt} \vec{i}$.

c) Tracé d'un vecteur accélération

Soit G_i les positions du centre d'inertie d'un solide par rapport à un repère galiléen.

$\vec{a}_6 \approx \frac{\vec{v}_7 - \vec{v}_5}{2\tau}$ <p style="text-align: center;">ou</p> $\vec{a}_6 \approx \frac{\Delta \vec{v}_6}{2\tau}$	\vec{a}_6 , vecteur accélération en G_6 ($m \cdot s^{-2}$); \vec{v}_7 et \vec{v}_5 , vecteurs vitesse en G_7 et G_5 ($m \cdot s^{-1}$); $\Delta \vec{v}_6$, variation du vecteur vitesse en G_6 pendant la durée 2τ ($m \cdot s^{-1}$); τ , période des prises de positions de G (s).
--	---

Remarques importantes

- Si $\vec{v}_7 - \vec{v}_5 = \Delta \vec{v}_6$, on remarquera que : $\vec{v}_7 - \vec{v}_5 \neq v_7 - v_5$!
- La direction et le sens du vecteur accélération \vec{a}_6 sont identiques à ceux du vecteur $\Delta \vec{v}_6$. La valeur de a_6 est : $a_6 \approx \frac{\Delta v_6}{2\tau}$, en $m \cdot s^{-2}$.

III – 2^e ET 3^e LOIS DE NEWTON

1. Deuxième loi de Newton : une relation fondamentale

a) Énoncé

Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un solide de masse m est égale au produit de m par le vecteur accélération du centre d'inertie G de ce solide :

$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}_G$	$\Sigma \vec{F}$, somme vectorielle des forces extérieures (N); m , masse du solide considéré (kg); \vec{a}_G , vecteur accélération du centre d'inertie ($m \cdot s^{-2}$).
-------------------------------	---

b) Application pratique du théorème du centre d'inertie

Pour obtenir le vecteur accélération \vec{a}_G du centre d'inertie G d'un solide, on concentre en ce point toute la masse de ce solide et on applique en G , toutes les forces agissant sur le solide.

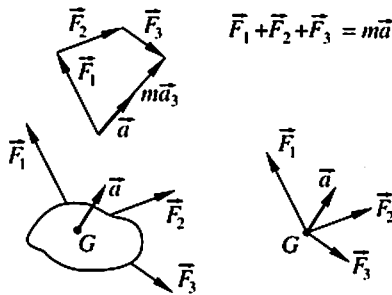


Fig. 3

2. Troisième loi de Newton : loi des actions réciproques

La troisième loi de Newton est également connue sous le nom de la « loi d'interaction ».

Lorsqu'un système (S) exerce une force $\vec{F}_{S \rightarrow S'}$ sur un système (S'), le système (S') exerce simultanément une force $\vec{F}_{S' \rightarrow S}$ sur un système (S). Ces deux forces ont la même droite d'action et vérifient la relation (fig. 4) :

$$\vec{F}_{S \rightarrow S'} = -\vec{F}_{S' \rightarrow S}.$$

Remarque

Cette loi est vérifiée en toute circonstance, que les systèmes soient en mouvement ou immobiles par rapport au référentiel galiléen considéré.

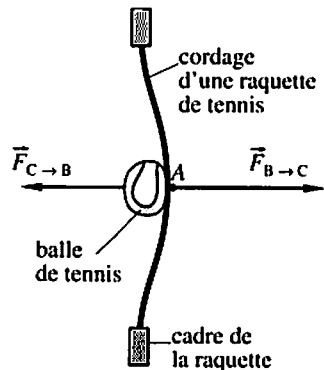


Fig. 4

ÉNONCÉS

On prendra pour la valeur de la pesanteur au niveau du sol terrestre :
 $g = 9,80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1 La molécule d'eau ★

A2 Déterminer la position du centre d'inertie d'une molécule d'eau par rapport au noyau de l'atome d'oxygène. On donne les caractéristiques de la molécule d'eau :

$$d(\text{O—H}) = a = 96 \text{ pm} \quad \text{et} \quad \widehat{(\text{HOH})} = \alpha = 105^\circ.$$

2 Terre-Lune ★

B3 La masse de la Lune est 81 fois plus faible que la masse de la Terre et la Lune est située à une distance $D = 3,84 \times 10^8 \text{ m}$ de la Terre. Déterminer la position du centre d'inertie du système «Terre-Lune» par rapport au centre O de la Terre.

3 Mouvement de rotation ★★

On réalise l'enregistrement d'un mobile autoporteur en mouvement de rotation (fig. 5). La période des étincelles est $\tau = 20 \text{ ms}$. La distance entre deux points d'enregistrement successifs est 43 mm et le rayon du cercle trajectoire est $R = 240 \text{ mm}$.

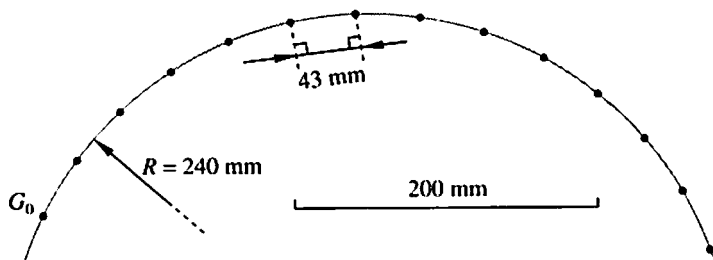


Fig. 5

1° A2 a) Reproduire la figure à l'échelle 2.

b) En réalité, lors de l'enregistrement, le centre O du cercle trajectoire n'est pas tracé; comment le déterminer pour exploiter le document ?

c) Qualifier le mouvement du mobile.

- 2° A2 a) Déterminer la vitesse du mobile par deux méthodes :
 – en utilisant comme instrument de mesure, une règle graduée ;
 – en utilisant comme instrument de mesure, un rapporteur d'angle.
- b) Tracer les vecteurs vitesse du mobile en G_3 , G_5 , G_9 et G_{11} .
- 3° A2 Tracer les vecteurs accélération en G_4 et G_{10} .
- 4° C1 a) Vérifier que l'accélération du mobile est bien centripète.
 b) Vérifier que sa valeur est bien en accord avec la relation donnée dans le cours.

4

Le lanceur Ariane 5 ★

Opérationnel à partir de 1996, Ariane 5 ouvrira une nouvelle génération de lanceurs « gros porteurs ».

Les caractéristiques de ce lanceur seront :

- la masse au décollage, $M = 730$ tonnes (t) ;
- l'effet d'éjection des gaz, traduit par une force de poussée F ,

$$F = 11,9 \text{ MN.}$$

- 1° A2 a) Calculer l'accélération du lanceur au décollage.
 b) En supposant que cette accélération reste constante, calculer la distance parcourue par le lanceur pendant une durée $t = 2,0$ s.
- 2° B3 a) En réalité, le débit massique des gaz est $d = 3,88 \text{ t} \cdot \text{s}^{-1}$. Calculer les accélérations du lanceur, dix et vingt secondes après le décollage. On suppose que g reste constant.
- B2 b) L'accélération du lanceur est-elle constante ? Quelle en est la raison ?

5

L'accéléromètre ★

Une grosse bille de plomb de masse 140 g est fixée à l'extrémité d'un fil fin et inextensible, l'autre extrémité est fixée au plafond d'une automobile. Les différents essais sont effectués sur une route horizontale et rectiligne.

- 1° A1 Le fil est vertical. L'automobile est-elle à l'arrêt ou se déplace-t-elle à la vitesse constante de $90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$? Justifier la réponse.
- 2° C1 Le fil est incliné de $16,0^\circ$ vers l'avant du véhicule, puis quelque temps après de $9,5^\circ$ vers l'arrière du véhicule. Quelles sont les accélérations du véhicule ?
- 3° B3 Pour ces trois cas, calculer la tension du fil.

6

Le plan incliné ★★

On réalise l'enregistrement d'un mobile autoporteur en mouvement de translation le long d'un plan incliné dont l'angle de plus grande pente

a pour mesure α . La période des étincelles est $\tau = 40$ ms. L'enregistrement étant effectué (fig. 6 a), on mesure la distance entre deux points successifs à partir de G_0 . On obtient les distances suivantes, en mm :

10; 12,5; 15; 17,5; 20; 22,5; 25; 27,5; 30; 32,5; 35.

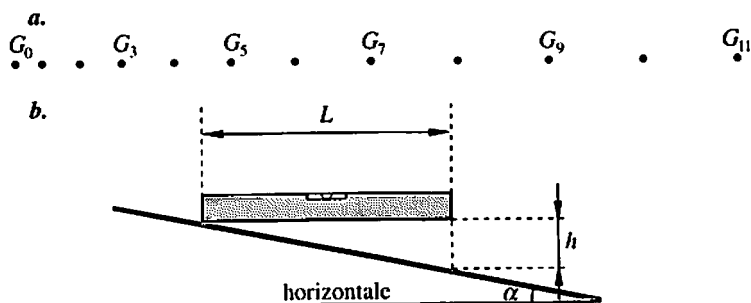


Fig. 6

1° A1 a) Reproduire l'enregistrement grandeur nature.

b) Qualifier la translation. Le mouvement est-il uniforme ?

c) Déterminer la vitesse du mobile en G_3 , G_5 , G_7 , G_8 et G_{10} .

2° A2 a) Calculer l'accélération du mobile en G_4 , G_6 et G_9 . Que dire des vecteurs accélération du mobile ?

b) Tracer les vecteurs accélération en G_4 et G_9 .

3° C1 a) On néglige tout frottement. Calculer α .

b) On vérifie la mesure de l'angle de plus grande pente avec un niveau de longueur $l = 42,0$ cm (fig. 6 b). La dénivellation du bord du niveau au plan incliné est $h = 69$ mm. Que trouve-t-on comme valeur pour α ? Conclusion à la vue des deux résultats obtenus.

7

Le motard dans un virage ★★

On prend une photographie de face d'un motard dans un virage dont le rayon de courbure est $R = 28$ m. Après développement, on mesure sur la photographie l'angle d'inclinaison de la moto et de son conducteur; on trouve $\alpha = 49^\circ$.

1° B2 Pourquoi doit-il s'incliner avec sa machine pour négocier un virage ?

2° C1 Calculer la vitesse du motard dans le virage.

Protocole expérimental

8

L'élastique et le mobile autoporteur ★★

On réalise l'enregistrement du mouvement d'un mobile autoporteur «à coussin d'air» sur une table horizontale. Ce mobile, de masse $M = 736$ g, est accroché à un ressort horizontal dont l'autre extrémité est accrochée à un point fixe F . La constante de raideur du ressort est $k = 50 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$. On obtient l'enregistrement de la figure 7.

1° B2 a) Décrire brièvement le phénomène permettant l'inscription des points sur l'enregistrement.

b) Un des réglages du boîtier d'alimentation indique 40 ms. Quelle est sa signification ?

c) Quelle hypothèse peut-on formuler concernant les frottements ? Par quel dispositif réalise-t-on cet effet ?

2° A2 a) Reproduire la figure 7 sur du papier calque.

b) Tracer les vecteurs vitesse instantanée \vec{v}_5 et \vec{v}_7 du centre du mobile lors de l'inscription des points A_5 et A_7 .

c) Tracer le vecteur accélération \vec{a}_6 au point A_6 .

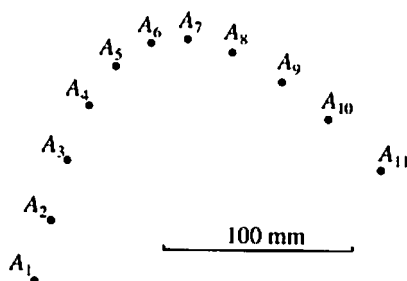


Fig. 7

3° C1 a) Faire le bilan des forces agissant sur le mobile.

b) Calculer la valeur T_6 de la tension du ressort pour la position A_6 .

c) Situer sur la feuille de papier calque, le point fixe F sachant que, lorsque le ressort est au repos, F est à une distance $l_0 = 150$ mm de l'électrode du mobile.

(D'après Bac)

9

Testez-vous !

Quatre points à chaque exercice juste. Bon courage !

1° Sur un document, on lit les caractéristiques techniques des deux types de 306 Peugeot suivants :

	Durée pour passer de 0 à $100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$	Durée pour franchir 1 km
306 XN	18,4 s	38,6 s
306 S16	8,4 s	29,5 s

Testez-vous (suite)

Pour chacun des véhicules, calculer :

- a) l'accélération, supposée constante, pour passer de 0 à $100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$;
 b) la distance parcourue pour atteindre la vitesse $100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$;
 c) l'accélération, supposée constante, pour franchir 1 km.
- 2° Sur la piste d'un vélodrome, un cycliste possède un mouvement uniforme et une trajectoire circulaire de rayon $R = 30,0 \text{ m}$. Le tour de piste est effectué en une durée $\tau = 14,0 \text{ s}$. À un instant t_1 :
- a) donner les caractéristiques du vecteur vitesse \vec{v}_1 ;
 b) donner les caractéristiques du vecteur accélération \vec{a}_1 .
- 3° Une automobile de masse $m = 1,50 \text{ tonne}$ gravit une côte rectiligne, dont l'angle de plus grande pente a pour valeur $\alpha = 10^\circ$, à la vitesse $v_0 = 90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. L'ensemble des forces de frottement est équivalent à une force dont la valeur est $f = 400 \text{ N}$.
- a) Le moteur n'étant plus couplé aux roues motrices, quelle est la durée τ nécessaire pour que l'automobile s'arrête ?
 b) Quelle est alors la distance D parcourue ?
- 4° Une chronophotographie donne les différentes positions du centre d'inertie G d'un solide de masse $m = 58,0 \text{ g}$, en mouvement circulaire de rayon $R = 280 \text{ mm}$. La période des éclairs du stroboscope est $\tau = 0,020 \text{ s}$ et la distance entre deux positions successives de G est de 50 mm .
- a) Caractériser le mouvement et déterminer la valeur de la vitesse de G .
 b) Reproduire les différentes positions de G à l'échelle $\frac{1}{2}$. Déterminer la valeur de l'accélération de G .
 c) Calculer la valeur T de la tension du fil.
 d) Cette valeur vérifie-t-elle également la relation $T = \frac{mv^2}{R}$?
- 5° Une masselotte, suspendue à un fil inextensible de longueur $l = 30 \text{ cm}$, tourne à la vitesse angulaire ω autour d'un axe vertical (D). Le fil et l'axe forment constamment un angle aigu de mesure $\alpha = 15^\circ$. Calculer ω .

10

Auto-évaluation

Dans la (les) case(s) correspondant à la (aux) réponse(s) jugée(s) exacte(s), inscrire «V» ; dans la (les) case(s) jugée(s) fausse(s), inscrire «F». Inscrire un tiret (-) à chaque fois que l'on s'abstient.

Toute case correctement remplie entraîne + 1 point. Il est préférable de s'abstenir (0 point) plutôt que de mal remplir la case (- 1 point). La somme algébrique des points donne une note sur 20.

- 1° a) Le caractère galiléen d'un référentiel est donné par le fait que le principe de l'inertie est vérifié
- b) Le référentiel héliocentrique est plus galiléen que le référentiel terrestre
- c) On ne vérifie le principe de l'inertie que de façon plus ou moins approchée
- d) Un repère dont les axes restent constamment parallèles aux axes d'un repère galiléen est nécessairement galiléen
- e) Deux référentiels galiléens sont en mouvement de translation rectiligne uniforme l'un par rapport à l'autre
- 2° Lors d'un mouvement, où l'accélération du mobile est \vec{a} et sa vitesse est \vec{v} , il est possible d'avoir simultanément :
- a) \vec{a} constant et non nul et v constante
- b) \vec{a} constant et non nul et v qui décroît
- c) $\vec{a} = \vec{0}$ et \vec{v} constant
- d) a qui décroît et v qui augmente
- e) la direction de \vec{a} qui varie et v constante
- 3° Pour un mouvement circulaire uniforme :
- a) l'accélération est nulle
- b) le vecteur vitesse est constant
- c) le vecteur accélération est centripète
- d) le vecteur accélération est tangentiel
- e) pour des valeurs identiques v du vecteur vitesse, la valeur du vecteur accélération augmente quand le rayon de la trajectoire diminue
- 4° Une petite bille de masse 100 g est suspendue par un fil inextensible et de masse négligeable au plafond d'un ascenseur. La bille reste immobile par rapport à l'ascenseur même quand celui-ci est en mouvement. On prendra $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
- a) Par rapport au référentiel terrestre, l'accélération de la bille est toujours nulle
- b) Quand l'ascenseur ralentit en montée, la tension du fil est inférieure à 1,00 N
- c) Quand l'ascenseur démarre en descente, la tension du fil est inférieure à 1,00 N
- d) Quand la tension du fil vaut 1,00 N, l'ascenseur est soit en mouvement rectiligne et uniforme, soit à l'arrêt
- e) Quand l'ascenseur ralentit à la descente, l'accélération est orientée vers le bas

CORRIGÉS

1 Le barycentre des atomes d'hydrogène est le point H affecté du coefficient massique $2m_H$, m_H étant la masse d'un atome d'hydrogène. Le barycentre de la molécule d'eau est en G , tel que :

$$(m_O + 2m_H)\overrightarrow{OG} = m_O\overrightarrow{OO} + 2m_H\overrightarrow{OH}; \quad \overrightarrow{OG} = \frac{2m_H}{m_O + 2m_H}\overrightarrow{OH};$$

$$OG = \frac{2m_H}{m_O + 2m_H} a \cos \frac{\alpha}{2}.$$

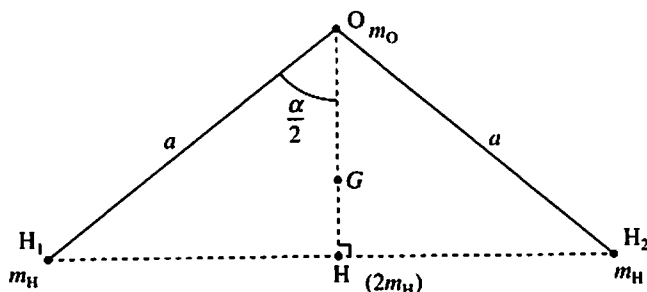


Fig. 8

La masse d'un atome est : $m_O = \frac{M_O}{N_A}$ et $m_H = \frac{M_H}{N_A}$.

D'où : $OG = \frac{2M_H}{2M_H + M_O} a \cos \frac{\alpha}{2}$; $OG = 6,5 \text{ pm}$.

2 Le barycentre G du système « Terre-Lune » est :

$$(M_T + M_L)\overrightarrow{OG} = M_T\overrightarrow{OG_T} + M_L\overrightarrow{OG_L}.$$

On pose $O = G_T$, d'où :

$$(M_T + M_L)\overrightarrow{OG} = M_L\overrightarrow{OG_L}.$$

Par hypothèse : $M_T = 81 M_L$.

$$x = \frac{M_L}{M_T + M_L} D; \quad x = \frac{D}{82}; \quad x = 4,68 \times 10^3 \text{ km}.$$

3 1° a) et b) Le centre O du cercle trajectoire est situé à l'intersection des médiatrices des cordes du cercle.

c) La distance entre deux points successifs de l'enregistrement est constante, la vitesse est donc constante : $v = \text{cte}$.

Le mouvement est circulaire uniforme.

2° a) Première méthode

$$v = \frac{M_{i+1} M_{i-1}}{2\tau}; \quad v = \frac{43 \times 10^{-3} \times 2}{40 \times 10^{-3}}; \quad v = \frac{86 \times 10^{-3}}{40 \times 10^{-3}}; \quad v = 2,15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Deuxième méthode

• Calcul de ω

Pour $\tau' = 12\tau$, on a : $\alpha = 124^\circ$.

180° correspondent à π radians,

124° correspondent à α radians.

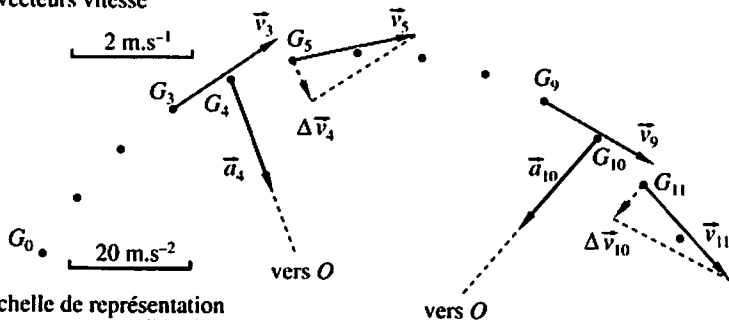
$$\alpha = 2,16 \text{ rad}; \quad \omega = \frac{2,16}{12 \times 20 \times 10^{-3}}; \quad \omega = 9,02 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}.$$

• Calcul de v

$$v = \omega R; \quad v = 2,16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

b)

échelle de représentation des
vecteurs vitesse



échelle de représentation
des vecteurs accélération

Fig. 9

3° Tracé des vecteurs accélération en G_4 et G_{10} :

$$\vec{a}_4 = \frac{\vec{v}_5 - \vec{v}_3}{2\tau} = \frac{\Delta \vec{v}_4}{2\tau}; \quad a_4 = \frac{\Delta v_4}{2\tau}.$$

D'après l'échelle de représentation $\Delta v_4 = 0,80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. D'où :

$$a_4 = \frac{0,80}{0,040}; \quad a_4 = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

On obtient de même pour \vec{a}_{10} : $a_{10} = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Le tracé des vecteurs \vec{a}_4 et \vec{a}_{10} est représenté sur la figure 9.

4° a) On remarque que les directions des vecteurs \vec{a}_4 et \vec{a}_{10} passent, aux incertitudes de construction près, par le centre O du cercle trajectoire : l'accélération du mobile est bien centripète.

b) D'après le cours : $a = a_N = \frac{v^2}{R}$.

$$a = \frac{2,16^2}{0,240}; \quad a = 19,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

Ce résultat est en accord avec les constructions effectuées et l'étude faite précédemment.

4

1° a) Système étudié par rapport au repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ lié au référentiel terrestre supposé galiléen : la fusée.

Forces agissant sur le système : \vec{P} et \vec{F} (fig. 10).

Loi appliquée au système :

$$\Sigma \vec{F} = M \vec{a}_G; \quad \vec{P} + \vec{F} = M \vec{a}_G.$$

En projetant cette relation sur l'axe (O, \vec{k}) , on obtient : $-P + F = M a_G$.

$$\text{D'où : } a_G = \frac{F}{M} - g; \quad a_G = 6,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$



Fig. 10

b) Comme $F = \text{cte}$, $m = \text{cte}$ et $g = \text{cte}$, a_G est constant ; le mouvement est donc uniformément accéléré :

$$x = \frac{1}{2} a_G t^2.$$

Soit d la distance franchie par le lanceur pendant la durée $\tau = 2,0 \text{ s}$;

$$\text{On a donc : } d = \frac{1}{2} a_G \tau^2; \quad d = 13,0 \text{ m}.$$

2° a) Dix secondes après le décollage ($\tau' = 10 \text{ s}$), l'accélération a'_G d'Ariane 5 est :

$$a'_G = \frac{F}{m'} - g.$$

Or $m' = M - d\tau'$, d'où :

$$a'_G = \frac{F}{M - d\tau'} - g; \quad a'_G = 7,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

Vingt secondes après le décollage ($\tau'' = 20 \text{ s}$), on a :

$$a''_G = \frac{F}{M - d\tau''} - g; \quad a''_G = 8,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

b) La masse du lanceur diminuant constamment, son accélération augmente donc constamment pendant la première phase du lancement. On a supposé que g reste constant, ce qui n'est pas tout à fait vrai.

5

1° Système étudié par rapport au repère (O, \vec{i}, \vec{j}) lié au référentiel terrestre supposé galiléen : la grosse bille de plomb.

Forces agissant sur le système :

- le poids de la bille \vec{P} ;
- la tension du fil \vec{T} .

Loi appliquée au système : $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}_G$; $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}_G$ (1).

• Si l'automobile est à l'arrêt, par rapport au repère terrestre, $\vec{v}_G = \vec{0}$ et $\vec{a}_G = \vec{0}$: $\vec{P} + \vec{T}_1 = \vec{0}$ et $P = T_1$.

Le fil de suspension est vertical.

• Si l'automobile se déplace d'un mouvement rectiligne horizontal à vitesse constante, on a : $\vec{v} = \text{cte}$ et $\vec{a}_G = \vec{0}$.

On a toujours : $\vec{P} + \vec{T}_1 = \vec{0}$ et $P = T_1$.

Le fil de suspension est toujours vertical.

• **Conclusion** : si le fil de suspension est vertical, on ne peut pas déterminer si l'automobile est à l'arrêt ou se déplace d'un mouvement rectiligne uniforme (regardez alors par la fenêtre !).

2° En projetant la relation (1) suivant l'axe (O, \vec{i}) , on obtient (fig. 11 a) : $0 - T_2 \sin \alpha_2 = ma_2$ (2).

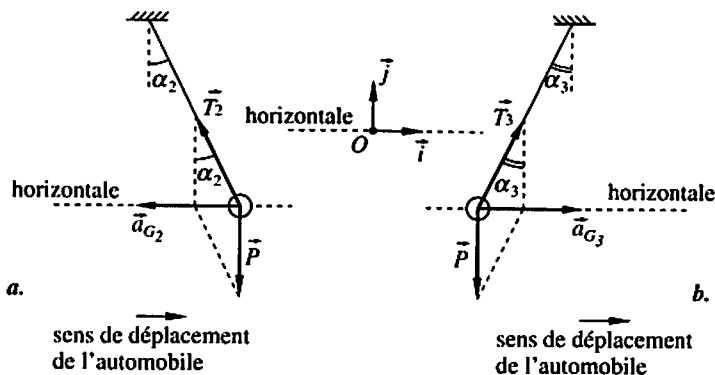


Fig. 11

En projetant la relation (1) suivant l'axe (O, \vec{j}) , on obtient :

$$-P + T_2 \cos \alpha_2 = 0; \quad T_2 \cos \alpha_2 = mg \quad (3).$$

En divisant membre à membre les relations (2) et (3), on a :

$$\frac{\sin \alpha_2}{\cos \alpha_2} = -\frac{ma_2}{mg}.$$

D'où : $a_2 = -g \tan \alpha_2$; $a_2 = -2,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

L'accélération est négative : l'automobile freine.

De même, on obtient (fig. 11 b) :

$$a_3 = +g \tan \alpha_3; \quad a_3 = +1,64 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

L'accélération est positive : l'automobile accélère.

3° Les valeurs des tensions du fil de suspension pour les trois phases du mouvement sont :

$$T_1 = mg; \quad T_1 = 1,37 \text{ N.}$$

$$T_2 = \frac{ma_2}{\sin \alpha_2}; \quad T_2 = 1,43 \text{ N.}$$

$$T_3 = \frac{ma_3}{\sin \alpha_3}; \quad T_3 = 1,39 \text{ N.}$$

6

1° b) La translation est rectiligne. La distance franchie par le mobile pendant des durées égales est de plus en plus grande : le mouvement est accéléré et donc non uniforme.

c) Vitesse du mobile en G_3 :

$$v_3 = \frac{G_4 G_2}{2\tau}; \quad v_3 = \frac{32,5 \times 10^{-3}}{80 \times 10^{-3}}; \quad v_3 = 0,406 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Les autres valeurs recherchées sont :

$$v_5 = 0,531 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; \quad v_7 = 0,656 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1},$$

$$v_8 = 0,719 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; \quad v_{10} = 0,844 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

$$2^\circ \quad a) \quad \vec{a}_4 = \frac{\vec{v}_5 - \vec{v}_3}{2\tau}.$$

\vec{v}_5 et \vec{v}_3 ont même sens et même direction ; il en est de même de \vec{a}_4 . On a donc :

$$a_4 = \frac{v_5 - v_3}{2\tau}; \quad a_4 = 1,56 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

On a de même :

$$a_6 = 1,56 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}; \quad a_9 = 1,56 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

La valeur de l'accélération est constante ; le vecteur accélération du mobile est donc constant (mouvement rectiligne).

b)

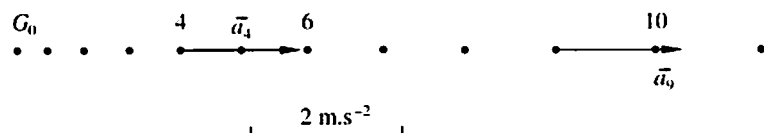


Fig. 12

3° a) Système étudié par rapport au repère (O, \vec{i}, \vec{j}) lié au référentiel terrestre supposé galiléen : le mobile autoporteur.

Forces agissant sur le système (fig. 13) :

- le poids du mobile, \vec{P} ;
- l'action de l'air pulsé sur le mobile, \vec{R} .

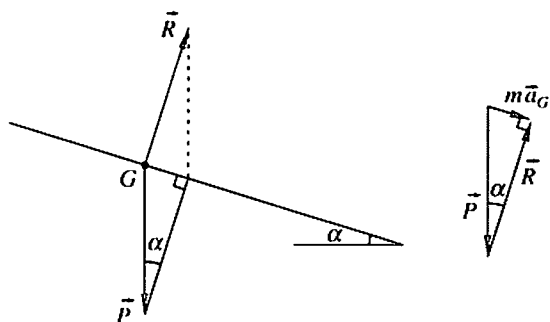


Fig. 13

Loi appliquée au système : $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}_G$.

$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_G.$$

En projetant cette relation sur l'axe (O, \vec{i}) ; on obtient :

$$P_x + R_x = ma_G; \quad mg \sin \alpha + 0 = ma_G; \quad a_G = g \sin \alpha.$$

$$\text{D'où : } \alpha = \arcsin\left(\frac{a_G}{g}\right); \quad \alpha = 9,2^\circ.$$

b) D'après la figure 6, on a :

$$\tan \alpha = \frac{h}{L}.$$

$$\text{D'où : } \alpha = \arctan\left(\frac{h}{L}\right); \quad \alpha = 9,3^\circ.$$

Valeurs en accord avec le résultat théorique de l'expérience.

7

1° Pour effectuer son virage, le système « le motard et sa machine » doit être soumis à une force résultante dirigée vers O , centre de courbure du virage. La seule manière de réaliser cette force pour le système étudié est qu'il se penche vers O (fig. 14).

2° Système étudié par rapport au repère (O, \vec{i}, \vec{j}) lié au référentiel terrestre supposé galiléen : « le motard et sa machine ».

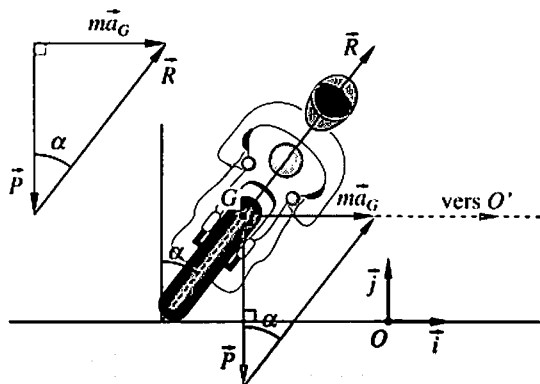


Fig. 14

Forces agissant sur le système :

- le poids du système, \vec{P} ;
- l'action de la route sur les pneus, \vec{R} .

Loi appliquée au système :

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}_G; \quad \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_G = m\vec{a}_N.$$

Les trois vecteurs \vec{P} , \vec{R} et $m\vec{a}_G$ forment un triangle rectangle, d'où :

$$\tan \alpha = \frac{mv^2}{Rmg}; \quad v = \sqrt{Rg \tan \alpha}; \quad v = 17,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; \quad v = 64 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

8

Protocole expérimental

1° a) Un générateur H.T. envoie des signaux électriques périodiques. Ceux-ci passent : par un fil de liaison reliant le générateur au premier mobile ; du mobile à la couche conductrice du papier spécial, en créant une étincelle qui laisse une trace noire ; dans la couche conductrice ; de la couche conductrice dans le deuxième mobile (2° étincelle) ; par un fil de liaison reliant le deuxième mobile au générateur.

b) L'indication « 40 ms » est la période des signaux électriques du générateur ; c'est donc également la période des prises de positions successives du mobile sur la feuille d'enregistrement.

c) Le mobile est sustenté par l'air pulsé par une petite turbine interne au mobile. Il se déplace donc sur « coussin d'air » : les frottements sont alors négligeables, en première approximation.

2° a)

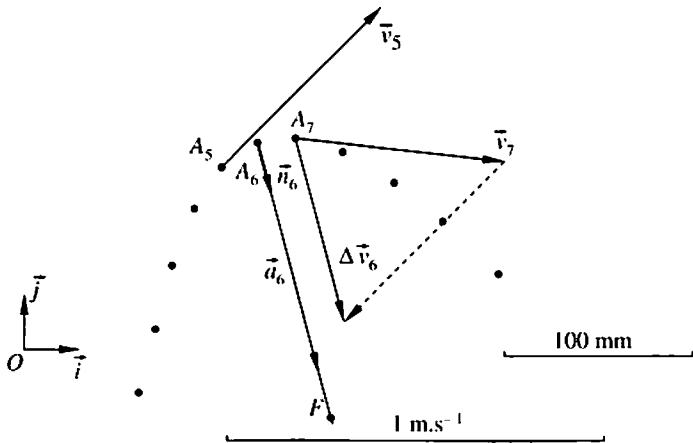


Fig. 15

$$b) v_5 = \frac{48 \times 10^{-3}}{80 \times 10^{-3}}; \quad v_5 = 0,600 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1};$$

$$v_7 = \frac{45,6 \times 10^{-3}}{80 \times 10^{-3}}; \quad v_7 = 0,570 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

$$c) \Delta v_6 = 0,510 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

$$a_6 = \frac{\Delta v_6}{2\tau}; \quad a_6 = \frac{0,510}{0,080}; \quad a_6 = 6,38 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}. \quad \vec{a}_6 \text{ a même sens et}$$

même direction que $\Delta \vec{v}_6$. D'où le tracé de la figure 15.

3° a) Système étudié par rapport au repère (O, \vec{i}, \vec{j}) lié au référentiel terrestre supposé galiléen : le mobile autoporteur.

Forces agissant sur le système en A_6 :

- le poids, direction normale à la table, \vec{P} ;
- l'action de l'air pulsé, direction normale à la table, \vec{R} ;
- la tension du fil, \vec{T}_6 .

$$b) \text{ Loi appliquée au système : } \Sigma \vec{f} = m\vec{a}_G; \quad \vec{P} + \vec{R} + \vec{T}_6 = m\vec{a}_6.$$

En projetant cette relation suivant l'axe (A_6, \vec{n}_6) , on obtient :

$$0 + 0 + T_6 = ma_6; \quad T_6 = ma_6; \quad T_6 = 4,67 \text{ N}.$$

c) Entre la tension T_6 du ressort et son allongement x_6 , il existe la relation suivante : $T_6 = kx_6$.

$$\text{D'où : } x_6 = \frac{T_6}{k}; \quad x_6 = 93 \text{ mm}.$$

Le point fixe F se trouve donc à une distance :

$$A_6 F = l_0 + x; \quad A_6 F = 150 \text{ mm}.$$

9

Les réponses au test

$$1^{\circ} \quad a) \quad v = a\tau; \quad a = \frac{v}{\tau}.$$

$$306 \text{ XN} : a_1 = 1,51 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

$$306 \text{ S16} : a_2 = 3,31 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

$$b) \quad d = \frac{1}{2} a\tau^2; \quad d = \frac{1}{2} \frac{v}{\tau} \tau^2; \quad d = \frac{v\tau}{2}.$$

$$306 \text{ XN} : d_1 = 256 \text{ m}.$$

$$306 \text{ S16} : d_2 = 117 \text{ m}.$$

$$c) \quad D = \frac{1}{2} a'\tau'^2; \quad a' = \frac{2D}{\tau'^2}.$$

$$306 \text{ XN} : a'_1 = 1,49 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

$$306 \text{ S16} : a'_2 = 2,30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

2° a)

\vec{v}_1 en M_1	- direction : tangente en M_1 au cercle trajectoire ;
	- sens : celui du mouvement ;
	- valeur : $v_1 = \frac{2\pi R}{\tau}$; $v_1 = 13,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

b)

\vec{a}_1 en M_1	- direction : le rayon ($M_1 O$), O centre du cercle ;
	- sens : de M_1 vers O ;
	- valeur : $a_1 = \frac{v_1^2}{R}$; $a_1 = 6,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

$$3^{\circ} \quad a) \quad \vec{R} + \vec{f} + \vec{P} = m\vec{a}_G.$$

$$a_x = -\left(\frac{f}{m} + g \sin \alpha\right); \quad a_x < 0 \quad \text{et} \quad a_x = \text{cte.}$$

$$\begin{cases} v = a_x t + v_0 \\ \text{si } v = 0, \text{ alors } t = \tau; \quad \text{d'où : } \tau = -\frac{v_0}{a_x} \end{cases}$$

$$\tau = \frac{v_0}{\frac{f}{m} + g \sin \alpha}; \quad \tau \approx 12,7 \text{ s}.$$

$$b) \quad \begin{cases} v^2 - v_0^2 = 2a_x x \\ \text{si } x = D, \text{ alors } v = 0; \end{cases}$$

$$-v_0^2 = 2a_x D; \quad D = -\frac{v_0^2}{2a_x}; \quad D = 159 \text{ m}.$$

Les réponses au test (suite)

4° a) Le mouvement est circulaire uniforme.

$$v = \frac{100 \times 10^{-3}}{2 \times 20 \times 10^{-3}}; \quad v = 2,50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

b) $\Delta v = 0,91 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$

$$a = \frac{\Delta v}{2\tau}; \quad a = \frac{0,91}{0,040}; \quad a = 22,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

c) $T = ma; \quad T = 1,32 \text{ N}.$

d) $T = m \frac{v^2}{R}; \quad T = 1,29 \text{ N}. \quad \frac{\Delta T}{T} \approx 2 \%.$

5° $\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a}_G; \quad \vec{a}_G = \vec{a}_N.$

$$\tan \alpha = \frac{ma_N}{mg}; \quad \tan \alpha = \frac{\omega^2 r}{g} \quad \text{et} \quad r = l \sin \alpha.$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\omega^2 l \sin \alpha}{g}; \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{l \cos \alpha}}; \quad \omega = 5,8 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}.$$

10

1° a) V; b) V; c) V; d) F; e) V.

2° a) F; b) V; c) V; d) V; e) V.

3° a) F; b) F; c) V; d) F; e) V.

4° a) F; b) V; c) V; d) V; e) F.

Complément de correction pour le 4°

Calcul de la valeur T de la tension du fil de suspension.

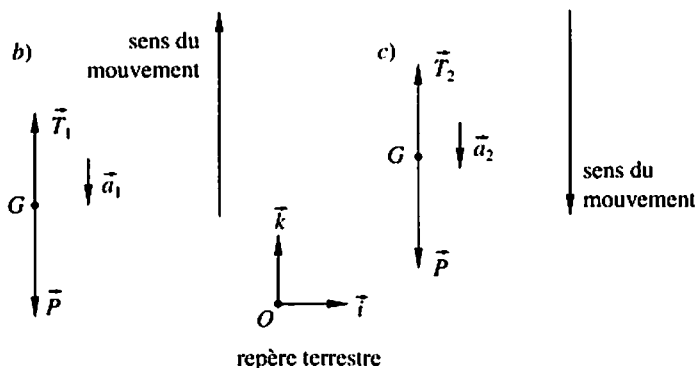


Fig. 16

La relation de la dynamique donne les études suivantes :

$$b) \vec{P} + \vec{T}_1 = m\vec{a}_1.$$

En projetant sur l'axe (O, \vec{k}) , on obtient :

$$-mg + T_1 = -ma_1; \quad T_1 = m(g - a_1) \quad \text{et} \quad T_1 < P.$$

$$c) \vec{P} + \vec{T}_2 = m\vec{a}_2.$$

$$(O, \vec{k}) : -mg + T_2 = -ma_2.$$

$$T_2 = m(g - a_2) \quad \text{et} \quad T_2 < P.$$

$$d) \text{ Si } v = 0, \quad a = 0 \quad \text{et} \quad P = T_3;$$

$$\text{si } v = \text{cte}, \quad a = 0 \quad \text{et} \quad P = T_3.$$

4

Théorème de l'énergie cinétique

Ce qu'il faut savoir

I – TRAVAIL D'UNE FORCE

1. Les différentes expressions

a) Expression du travail d'une force constante

En classe de première, on a établi l'expression d'une force constante (fig. 1a) :

$W = F_z(z_2 - z_1)$ $W = F_z \Delta z$	W , travail de la force \vec{F} (J); F_z , coordonnée de \vec{F} sur l'axe (O, \vec{k}) (N); $z_2 - z_1 = \Delta z$, variation de cote (m).
---	--

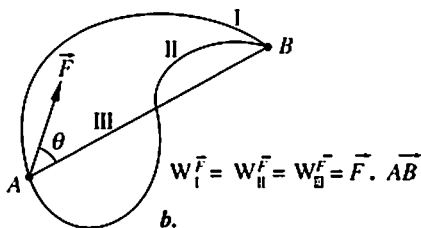
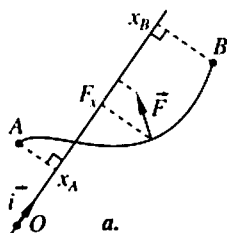


Fig. 1

b) Autres expressions

Le travail d'une force \vec{F} constante dont le point d'application se déplace de A à B est défini par les relations suivantes (fig. 1b) :

$W_{AB}^{\vec{F}} = \vec{F} \cdot \vec{AB}$ $W_{AB}^{\vec{F}} = FL \cos \theta$	$W_{AB}^{\vec{F}}$, travail de la force \vec{F} (J); F , valeur du vecteur force (N); $AB = L$, déplacement du point d'application (m); $\theta = (\vec{F}, \vec{AB})$.
---	---

Si $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$, le travail de la force est moteur.

Si $\theta = 90^\circ$, le travail de la force est nul.

Si $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$, le travail de la force est résistant.

2. Le travail du poids

a) Expression

Soit $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère terrestre et soit un objet dont le centre d'inertie G se déplace sur des distances petites par rapport au rayon terrestre.

Le travail de son poids \vec{P} , lorsque G passe de A à B , est donné par l'expression (fig. 2) :

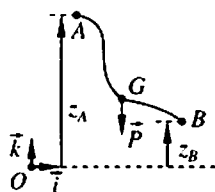


Fig. 2

$W_{AB}^{\vec{P}} = mg(z_A - z_B)$	$W_{AB}^{\vec{P}}$, travail du poids de l'objet (J); m , masse de l'objet déplacé (kg); g , valeur de la pesanteur en AB (m); $z_A - z_B$, variation de cote de G (m).
------------------------------------	---

b) Propriétés

☒ Dans un référentiel terrestre, le travail du poids d'un objet, dont le centre d'inertie G est déplacé entre deux positions G_1 à G_2 , ne dépend pas du chemin suivi pour passer de G_1 à G_2 . Ce travail ne dépend que des positions initiale et finale de G .

☒ Si le centre d'inertie G de l'objet se déplace mais revient à la même cote que celle du point de départ, le travail de son poids est nul.

II – ÉNERGIE CINÉTIQUE

1. Énergie cinétique

a) Définition

On rappelle qu'un solide est en mouvement de translation si, à un instant donné, tous ses points possèdent le même vecteur vitesse \vec{v} .

On admettra qu'il est en quasi-translation si les vecteurs vitesse de ses différents points sont pratiquement les mêmes; par exemple, une automobile roulant sur une route courbe.

b) Énergie cinétique de translation

Par rapport à un référentiel donné, l'énergie cinétique de translation d'un objet est donnée par la relation suivante :

$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2}mv^2$	\mathcal{E}_c , énergie cinétique de translation (J); m , masse de l'objet (kg); v , vitesse de l'objet ($m \cdot s^{-1}$).
-----------------------------------	---

2. Théorème de l'énergie cinétique

La variation d'énergie cinétique du solide par rapport à un référentiel (R), entre deux instants t_1 et t_2 , est égale à la somme algébrique des travaux des forces qui lui sont appliquées entre ces deux instants :

$$\Delta \mathcal{E}_c = \mathcal{E}_{c_2} - \mathcal{E}_{c_1} = \Sigma W_{A_1 A_2}^{\vec{F}}$$

Pour utiliser correctement le théorème de l'énergie cinétique, voici quelques conseils pratiques :

- 1) bien choisir le repère dans lequel il sera appliqué;
 - 2) définir le solide sur lequel porte l'étude;
 - 3) faire le bilan de toutes les forces extérieures agissant sur le solide considéré;
 - 4) considérer deux instants quelconques, t_1 et t_2 , ou particuliers, t_{initial} et t_{final} , auxquels correspondent dans ce repère deux positions A et B du solide;
 - 5) écrire correctement l'expression des travaux des forces, en tenant bien compte de l'orientation des vecteurs force et des vecteurs déplacement de ces forces.
- Attention**, les travaux des forces extérieures peuvent être positifs ou négatifs !
- 6) Enfin, tirer de l'expression écrite la valeur recherchée.

Remarques

C'est le choix judicieux des deux instants t_1 et t_2 qui permet l'utilisation du théorème.

On remarque que l'énergie cinétique ne dépend pas du signe de la vitesse, mais de sa grandeur seulement.

III – ÉNERGIE MÉCANIQUE ET ÉNERGIE POTENTIELLE

1. À propos de l'énergie mécanique

a) Système mécanique

Un système est qualifié de mécanique si l'on peut définir l'énergie mécanique du système par rapport à un référentiel donné.

Par rapport à un référentiel (R), l'énergie mécanique d'un système est la somme de son énergie cinétique et de son énergie potentielle :

$$\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_c + \mathcal{E}_p$$

b) Système mécanique conservatif

Un système mécanique est dit conservatif si seules son énergie cinétique et son énergie potentielle subissent des variations au cours de son évolution.

c) Système mécanique conservatif isolé

L'énergie mécanique d'un système mécanique conservatif isolé est constante :

$$\mathcal{E}_m = \text{cte.}$$

2. Énergie potentielle de pesanteur

Soit un objet de masse m situé à une altitude z par rapport à la surface du sol terrestre. L'énergie potentielle étant une énergie de position réciproque entre l'objet et la Terre, le système étudié est donc « le solide et la Terre ». Comme la Terre est quasi immobile lors de toute évolution du solide, on définira l'énergie potentielle de l'objet par rapport au sol situé à l'altitude 0. Dans ce cas, l'énergie potentielle de pesanteur du système s'exprime par la relation :

$$\mathcal{E}_p(z) = mgz + \mathcal{E}_p(0).$$

Si le niveau de référence est tel que $\mathcal{E}_p(0) = 0$, alors l'énergie potentielle de pesanteur s'écrit :

$$\mathcal{E}_p(z) = mgz.$$

3. Notion de puissance d'une force

■ La puissance moyenne d'une force est donnée par l'expression :

$P_m = \frac{W_{A_1 A_2}^{\vec{F}}}{\tau}$	P_m , puissance moyenne de la force \vec{F} (J); $W_{A_1 A_2}^{\vec{F}}$, travail de la force \vec{F} dans le déplacement $A_1 A_2$ (m); $\tau = t_1 - t_2$, durée du travail (s).
--	--

■ Puissance instantanée d'un travail élémentaire : $P = \frac{dW}{dt}$.

■ Puissance instantanée d'une force \vec{F} : $P = \vec{F} \cdot \vec{v}_G$.

ÉNONCÉS

Dans tous les exercices qui suivent, on prendra : $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1

Le remorqueur portuaire ★

Un remorqueur portuaire tire un navire sur une distance $L = 1,20 \text{ km}$ avec une force de traction dont la valeur est $F = 40 \text{ kN}$ (fig. 3). La valeur de l'angle aigu que fait l'horizontale avec le câble de traction est $\alpha = 25^\circ$.

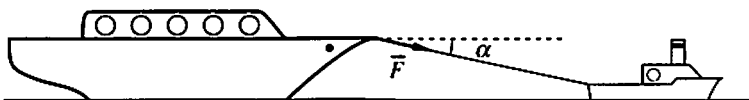


Fig. 3

- 1° A1 Calculer le travail de cette force au cours du déplacement.
- 2° B3 Calculer la puissance moyenne de ce travail si la durée du déplacement a été de $\tau = 22 \text{ min}$.
- 3° A2 La masse du navire est $m = 50000 \text{ tonnes}$. En supposant la vitesse du navire constante pendant tout le déplacement, calculer l'énergie cinétique du navire :
 - a) par rapport au remorqueur ;
 - b) par rapport au quai du port.

2

En retard au cours de physique ★

Jean, élève de TS, en retard au cours de physique, monte « quatre à quatre » les marches des trois étages du bâtiment en une durée $\tau = 11,8 \text{ s}$. La masse de l'élève est $m = 66 \text{ kg}$ et la hauteur d'un étage est $h = 3,2 \text{ m}$. Il arrive essoufflé !

- 1° A2 Calculer la puissance qu'il a développée au cours de cette montée pour déplacer son poids. On admettra que le travail fourni par l'élève pour déplacer son poids est égal, en valeur absolue, au travail du poids au cours de la montée.
- 2° B3 a) Refaire le calcul en considérant que Jean portait un sac de masse $m' = 5,0 \text{ kg}$.
b) Calculer la variation d'énergie potentielle au cours de cette montée du système « Terre-Jean et son sac ».

3 Agitation moléculaire d'un gaz ★★

Les molécules constituant un gaz sont animées de très grandes vitesses : on appelle ce phénomène « l'agitation moléculaire du gaz ».

1° C2 Une masse d'hélium $m = 10 \text{ g}$ est contenue dans un récipient dans les conditions normales de température et de pression. On suppose que toutes les molécules de ce gaz monoatomique se déplacent avec une vitesse moyenne $v_m = 1,3 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Calculer l'énergie cinétique des molécules constituant ce gaz, dans les conditions énoncées précédemment.

2° A2 On lâche un bloc d'acier de masse $m' = 400 \text{ kg}$ d'une hauteur $h' = 2,0 \text{ m}$ au-dessus du sol.

- Calculer l'énergie cinétique de ce bloc lorsqu'il arrive au sol.
- Conclusion de ces calculs.

4 Le Concorde à l'atterrissage ★★

Un supersonique Concorde de masse $m = 120 \text{ tonnes}$ se pose sur une piste d'atterrissage à la vitesse $v = 275 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Il s'arrête sur une distance $d = 2,20 \text{ km}$.

1° A1 a) Énoncer le théorème de l'énergie cinétique.

b) En utilisant ce théorème, calculer le travail de l'ensemble des forces de freinage.

2° C1 En supposant que toutes les forces de freinage soient assimilables à une force constante au cours du mouvement, déterminer la valeur de cette force.

Remarque. En réalité, les forces de freinage, exercées par la résistance de l'air, par inversion de la poussée des réacteurs, par les freins à disques très performants, ne sont pas constantes.

5 Essai de freinage ★★

On réalise un essai de freinage sur une piste horizontale rectiligne d'un véhicule de masse $m = 1300 \text{ kg}$. Lors d'un parcours AB , de longueur $l = 68,75 \text{ m}$, on enregistre en A une vitesse $v_A = 108 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ et en B une vitesse $v_B = 90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

L'ensemble des forces résistantes est équivalent à une force de freinage unique \vec{f} de valeur f que l'on supposera constante, de sens opposé au vecteur vitesse.

1° A1 a) Définir le travail d'une force \vec{F} constante dans le déplacement AB . On précisera bien les unités utilisées.

b) Énoncer le théorème de l'énergie cinétique.

2° B3 a) Calculer la valeur f de la force de freinage.

b) Calculer la distance L de freinage à partir de A , nécessaire pour obtenir l'arrêt du véhicule en C .

3° C1 La force de freinage est toujours constante et a pour valeur deux fois celle calculée dans le 2°. La masse du véhicule et de ses passagers est maintenant $m' = 1550 \text{ kg}$. La vitesse au début du freinage est toujours $v_A = 108 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ et l'on freine jusqu'à l'arrêt du véhicule. Calculer la nouvelle distance L' de freinage lors de ce nouvel essai.

(D'après Bac)

6

Le lance-pierres ★★★

On néglige tout frottement dû à la résistance de l'air.

On lance verticalement vers le ciel une bille d'acier avec un lance-pierres.

La bille part du point A situé à la hauteur $h_A = 2,0 \text{ m}$ du sol avec une vitesse initiale verticale de valeur $v_A = 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (fig. 4). La masse de la bille est $m = 30 \text{ g}$.

1° A2 En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, calculer à quelle hauteur H la bille va monter.

2° C1 En utilisant toujours le théorème de l'énergie cinétique, dire quelle est la valeur de la vitesse de la bille lorsqu'elle tombe sur le sol. On suppose que le lanceur s'esquive !

3° B3 Maintenant, on admet que l'air exerce sur la bille une force de valeur constante $f = 100 \text{ mN}$, force qui s'oppose constamment au mouvement de la bille. Répondre aux questions 1° et 2° précédentes.

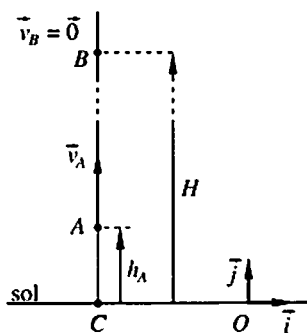


Fig. 4

7

Renversant ! ★★★

Dans tout l'exercice et pour simplifier l'étude, on néglige les frottements. Un wagonnet de « montagnes russes » se déplace sur une piste notée (OABCDEF).

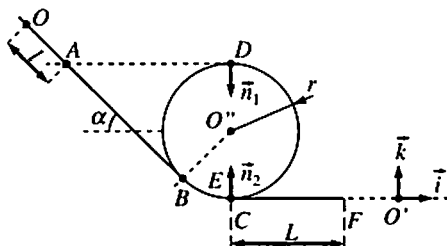


Fig. 5

Le point O est le point de départ ; la partie (OAB) est rectiligne et inclinée d'un angle de mesure $\alpha = 47^\circ$ par rapport au plan horizontal. La partie (BCDE) est considérée comme circulaire, de rayon $r = 11,0 \text{ m}$; en

réalité les points C et E sont décalés l'un par rapport à l'autre pour laisser passer le wagonnet après son looping. La partie (EF), rectiligne et horizontale, est constituée d'une piste de freinage.

1° A2 Quelle doit être la vitesse minimale v_1 du wagonnet arrivant en D , pour que l'action des rails sur celui-ci soit nulle ($R_1 = 0$) ?

2° C1 Calculer la longueur l de la partie (OA) pour que le wagonnet puisse arriver en D dans les conditions décrites au 1°.

3° C2 Déterminer la vitesse du wagonnet en E en fonction de r et de g . Calculer sa valeur.

4° C1 Quelle est alors la valeur R_2 de l'action des rails sur le wagonnet à son passage en E ? La masse du wagonnet est $m = 540$ kg.

5° B3 La partie (EF) a pour longueur $L = 12,5$ m. Calculer la valeur de la force de freinage qui doit agir sur le wagonnet.

Protocole expérimental

8

Mobile sur plan incliné ★★★

On lâche un mobile sur un plan incliné à coussin d'air dont l'angle de plus grande pente a pour valeur $\alpha = 22,5^\circ$. On effectue une chronophotographie avec un téléobjectif et l'on éclaire l'expérience avec une lumière stroboscopique de fréquence $N = 50$ Hz.

1° A2 B2 a) Rappeler brièvement le principe de l'obtention d'une chronophotographie.

b) Qu'est-ce qu'une lumière stroboscopique ?

c) Pourquoi utilise-t-on un téléobjectif lors de la prise de vue ?

2° On effectue un tirage grand format du négatif obtenu et l'on note M_i les différentes positions du mobile à partir d'une position notée M_0 . On relève les différentes positions du mobile sur une table à digitaliser. On traite les informations reçues à l'aide d'un tableur approprié et l'on obtient en grandeurs réelles les grandeurs suivantes :

M_i les différentes positions du mobile à partir d'une position notée M_0 ;

x_i les abscisses des points à partir de M_0 ($x_i = M_0 M_i$);

v_i les valeurs des vitesses instantanées du mobile aux points M_i .

M_i	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6
x_i (mm)	0	12,0	25,5	40,5	57,0	75,0	94,5
v_i (m · s ⁻¹)	—	0,638	0,713	0,788	0,863	0,938	1,013
M_i	M_7	M_8	M_9	M_{10}	M_{11}	M_{12}	
x_i (mm)	115,5	138,0	162,0	187,5	214,5	243,0	
v_i (m · s ⁻¹)	1,088	1,163	1,238	1,313	1,388	—	

A1 a) Énoncer le théorème de l'énergie cinétique.

C1 b) À l'aide du tableau précédent, vérifier le théorème de l'énergie cinétique entre les positions du mobile notées M_2 et M_{10} .

3° A2 Refaire cette vérification pour deux autres positions quelconques du mobile.

9

Testez-vous!

Quatre points à chaque exercice juste. Bon courage!

- 1° a) Donner les différentes expressions du travail d'une force constante.
b) Un touriste, de masse 70 kg, monte à pied les 300 m qui séparent le parvis de la tour Eiffel de son sommet. Calculer le travail de son poids.
c) La montée a été effectuée en 12 min. Calculer la puissance de ce travail.
- 2° Un avion de tourisme, de masse 1,50 tonnes, vole à l'altitude de 350 m à la vitesse de 200 km · h⁻¹.
a) Définir un système pour étudier l'énergie potentielle de l'avion par rapport à la Terre.
b) Quelle est l'énergie potentielle du système?
c) Quelle est son énergie mécanique?
- 3° a) Énoncer le théorème de l'énergie cinétique.
b) D'une hauteur $h = 4,0$ m, on lance verticalement et vers le bas une bille d'acier avec une vitesse initiale de 10,0 m · s⁻¹. Calculer la valeur de la vitesse de la bille à son arrivée sur le sol. On néglige les frottements dans l'air.
- 4° On néglige les frottements dans l'air.
a) D'une hauteur $h = 4,0$ m, on lance verticalement et vers le haut une bille d'acier avec une vitesse initiale de 10,0 m · s⁻¹. Calculer la valeur de la vitesse de la bille à son arrivée sur le sol.
b) D'une hauteur $h = 4,0$ m, on lance horizontalement une bille d'acier avec une vitesse initiale de 10,0 m · s⁻¹. Calculer la valeur de la vitesse de la bille à son arrivée sur le sol.
c) La valeur de la vitesse de la bille à son arrivée sur le sol dépend-elle de l'angle de tir?
- 5° Une automobile de masse $m = 1,00$ tonne gravit une côte rectiligne, dont l'angle de plus grande pente a pour valeur $\alpha = 10^\circ$, à la vitesse de $v = 90$ km · h⁻¹. L'ensemble des forces de frottement est équivalent à une force de valeur $f = 500$ N.
a) On coupe le moteur. Quelle est la durée τ nécessaire pour que l'automobile s'arrête?
b) Calculer la valeur F de la force de freinage développée par les freins pour que l'arrêt s'effectue en une distance $l = 50$ m dans les mêmes conditions de montée qu'au a).

10

Auto-évaluation

Dans la (les) case(s) correspondant à la (aux) réponse(s) jugée(s) exacte(s), inscrire «V»; dans la (les) case(s) jugée(s) fausse(s), inscrire «F». Inscrire un tiret (-) à chaque fois que l'on s'abstient.

Toute case correctement remplie entraîne + 1 point. Il est préférable de s'abstenir (0 point) plutôt que de mal remplir la case (- 1 point). La somme algébrique des points donne une note sur 20.

1° Soit une force constante \vec{F} se déplaçant de A à B , telle que $AB = L$; on note $(\vec{F}, \overline{AB}) = \alpha$. Le travail de la force se déplaçant de A à B est donné par l'expression :

a) $W_{AB}^{\vec{F}} = FL \cos \alpha$

b) $W_{AB}^{\vec{F}} = \vec{F} \cdot L \sin \alpha$

c) $W_{AB}^{\vec{F}} = FL \sin \alpha$

d) $W_{AB}^{\vec{F}} = \vec{F} \cdot \overline{AB}$

e) $W_{AB}^{\vec{F}} = F_z(z_B - z_A)$; (zz') étant un axe quelconque de l'espace, F_z la projection de \vec{F} sur (zz'), z_A et z_B les cotes de A et B par rapport à l'axe (zz')

2° Donner les associations qui conviennent entre les deux colonnes suivantes :

a) Première loi de Newton	1. $\Sigma \vec{F} = m \vec{a}_G$
b) Deuxième loi de Newton	2. $\mathcal{E}_{c_2} - \mathcal{E}_{c_1} = \Sigma W_{A_1 A_2}^{\vec{F}}$
c) Troisième loi de Newton	3. Loi des actions réciproques
d) Théorème du centre d'inertie	4. Principe de l'inertie
e) Théorème de l'énergie cinétique	5. $\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} m v_G^2$

a) b) c)

d) e)

3° Lors des essais de freinage effectués avec une automobile de masse 1,00 tonne, on constate que, lorsque sa vitesse initiale est v , la distance de freinage est D . On suppose que la valeur F

de la force de freinage reste constante pendant toute la durée de l'essai et que la piste est horizontale. On double la vitesse initiale de l'automobile :

- a) la distance de freinage est doublée
- b) la distance de freinage est triplée
- c) la distance de freinage est quadruplée
- d) si $F = 12,1 \text{ kN}$ et $v = 108 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, alors $D = 37,2 \text{ m}$
- e) si $v = 90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ et $D = 30 \text{ m}$, alors $F = 7,3 \text{ kN}$

4° Deux mobiles M_1 et M_2 quasi ponctuels ont même masse. Ils glissent sans frottement, respectivement sur des guides rectilignes ou chemins de glissement (C_1) et (C_2) , de telle manière qu'ils aient la même dénivellation h .

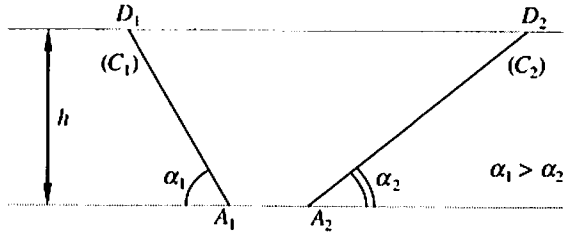


Fig. 6

On les lâche sans vitesse initiale, à un même instant, de leur point de départ respectif D_1 et D_2 . Dire si les propositions suivantes sont vraies ou fausses :

- a) M_1 et M_2 ont à leur arrivée même vitesse v_A
- b) M_1 et M_2 arrivent au même instant en A_1 et A_2
- c) la vitesse de M_1 en A_1 est inférieure à celle qu'aurait un mobile tombant en chute libre, sans vitesse initiale, de la même dénivellation h
- d) dans ces expériences, l'action des chemins de glissement (C_1) et (C_2) sur les mobiles travaille
- e) à leur arrivée, l'énergie mécanique totale de M_2 est inférieure à celle de M_1

CORRIGÉS

1

1° Le travail de la force de traction est donné par la relation :

$$W_{AB}^{\vec{F}} = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F AB \cos(\vec{F}, \vec{AB}).$$

En posant $AB = L$, on a :

$$W_{AB}^{\vec{F}} = FL \cos \alpha; \quad W_{AB}^{\vec{F}} = 43,5 \text{ MJ.}$$

2° La puissance moyenne de ce travail est :

$$P = \frac{W_{AB}^{\vec{F}}}{\tau}; \quad P = 33 \text{ kW.}$$

3° a) Par rapport au remorqueur, la vitesse du navire est nulle; son énergie cinétique également.

b) Par rapport au quai du port, la vitesse du navire est v , telle que :

$$v = \frac{L}{\tau}.$$

L'énergie cinétique du navire par rapport au quai est donc :

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} m \left(\frac{L}{\tau} \right)^2; \quad \mathcal{E}_c = 21 \text{ MJ.}$$

2

1° Puissance P_1 développée par Jean

Par définition, $P_1 = \frac{W}{\tau}$, avec W le travail du poids de Jean au cours de la montée.

Par hypothèse : $W = |W_{AB}^{\vec{P}}|$ (fig. 7).

$$W_{AB}^{\vec{P}} = \vec{P} \cdot \vec{AB} = 3 mg (z_A - z_B);$$

$$W_{AB}^{\vec{P}} = -3mgh.$$

La puissance P_1 recherchée est donc :

$$P_1 = \frac{3mgh}{\tau}; \quad P_1 = 0,53 \text{ kW.}$$

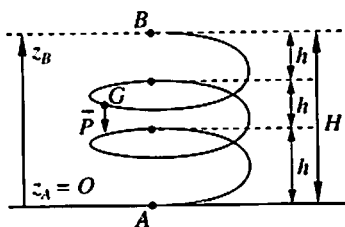


Fig. 7

2° a) Puissance P_2 développée par Jean montant avec son sac

On a de même :

$$P_2 = \frac{3(m + m')gh}{\tau}; \quad P_2 = 0,57 \text{ kW.}$$

b) La variation d'énergie potentielle du système « Terre-Jean et son sac » est :

$$\Delta \mathcal{E}_p = (m + m')g (z_B - z_A); \quad \Delta \mathcal{E}_p = 3h(m + m')g; \quad \Delta \mathcal{E}_p = 6,7 \text{ kJ.}$$

3

1° L'énergie cinétique de translation e_c d'une molécule monoatomique d'hélium de masse m_{He} est :

$$e_c = \frac{1}{2} m_{\text{He}} v_m^2.$$

Soit N le nombre de molécules monoatomiques contenues dans une masse m d'hélium. L'énergie cinétique de ces molécules est donc :

$$\mathcal{E}_c = \frac{N}{2} m_{\text{He}} v_m^2 \quad (1).$$

Recherche de N

Le nombre de molécules N est égal à la masse du gaz m divisée par la masse d'une molécule d'hélium :

$$N = \frac{m}{m_{\text{He}}}.$$

En portant dans (1), on a :

$$\mathcal{E}_c = \frac{mm_{\text{He}}}{2m_{\text{He}}} v_m^2; \quad \mathcal{E}_c = \frac{1}{2} m v_m^2; \quad \mathcal{E}_c = 8,45 \text{ kJ}.$$

2° a) Énergie cinétique \mathcal{E}'_c du bloc d'acier arrivant au sol

Système étudié : le bloc d'acier.

On applique le théorème de l'énergie cinétique entre les deux instants t_A et t_B : t_A , instant où le bloc est lâché sans vitesse initiale, $v_A = 0$; t_B , instant où le bloc arrive au sol.

Entre ces deux instants, s'exerce sur le bloc d'acier son poids \vec{P} en G . On a donc :

$$\mathcal{E}_{c_B} - \mathcal{E}_{c_A} = W_{AB}^{\vec{P}}; \quad \mathcal{E}'_c - 0 = m'gh.$$

$$\text{D'où : } \mathcal{E}'_c = m'gh; \quad \mathcal{E}'_c = 7,84 \text{ kJ}.$$

b) Conclusion

L'énergie cinétique, due à l'agitation moléculaire du gaz hélium de masse 10 g, est supérieure à l'énergie cinétique d'un bloc d'acier de masse 400 g, lâché de 2 mètres, arrivant au sol !

4

1° a) Voir *Ce qu'il faut savoir*, II-2.

b) Système étudié : le « Concorde ».

On applique le théorème de l'énergie cinétique entre deux instants t_A et t_B : t_A , l'instant où le supersonique se pose à la vitesse $v_A = 275 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$; t_B , l'instant où il s'immobilise en bout de piste, $v_B = 0$.

Entre ces deux instants, il s'exerce sur le supersonique les actions mécaniques suivantes :

- le poids \vec{P} du supersonique ;
- l'action verticale du sol sur les roues \vec{R} ;
- l'ensemble des forces de frottement, équivalent à une force \vec{f} .

$$\mathcal{E}_{c_B} - \mathcal{E}_{c_A} = W_{A \rightarrow B}^{\vec{P}} + W_{A \rightarrow B}^{\vec{R}} + W_{A \rightarrow B}^{\vec{f}};$$

$$0 - \frac{1}{2} m v^2 = 0 + 0 + W_{A \rightarrow B}^{\vec{f}}.$$

$$\text{D'où : } W_{A \rightarrow B}^{\vec{f}} = -\frac{1}{2} m v^2; \quad W_{A \rightarrow B}^{\vec{f}} = -350 \text{ MJ.}$$

2° Valeur de la force de freinage agissant sur le supersonique :

$$W_{A \rightarrow B}^{\vec{f}} = \vec{f} \cdot \overrightarrow{AB} = f d \cos(\vec{f}, \overrightarrow{AB}).$$

$$\text{Or, } \cos(\vec{f}, \overrightarrow{AB}) = \cos(\pi) = -1.$$

$$\text{D'où : } f = \frac{-W_{A \rightarrow B}^{\vec{f}}}{d}; \quad f = 159 \text{ kN.}$$

5

1° a) Le travail d'une force \vec{F} constante, dans un déplacement de A vers B , est donné par l'expression :

$$W_{AB}^{\vec{F}} = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} \quad \text{ou encore} \quad W_{AB}^{\vec{F}} = FL \cos(\vec{F}, \overrightarrow{AB}), \quad \text{en posant } AB = L.$$

$W_{AB}^{\vec{F}}$ s'exprime en joules (J), F en newtons (N) et L en mètres (m).

b) **Énoncé du théorème de l'énergie cinétique**

Par rapport à un repère galiléen, la variation de l'énergie cinétique d'un système de masse m , entre deux instants donnés, est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les forces s'exerçant sur le système pendant ces deux instants.

2° a) Système étudié par rapport au référentiel terrestre supposé galiléen : le véhicule.

On applique le théorème de l'énergie cinétique entre deux instants t_A et t_B : t_A , l'instant du début du freinage (v_A); t_B , l'instant où le véhicule s'immobilise ($v_B = 0$).

Entre ces deux instants, s'exercent sur le véhicule :

- le poids \vec{P} du véhicule, perpendiculaire au déplacement ;
- l'action de la route sur le véhicule \vec{R} , perpendiculaire au déplacement ;
- la force de freinage \vec{f} opposée au déplacement.

On a donc :

$$\mathcal{E}_{c_B} - \mathcal{E}_{c_A} = W_{AB}^{\vec{P}} + W_{AB}^{\vec{R}} + W_{AB}^{\vec{f}};$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = 0 + 0 + f AB \cos(\vec{f}, \overrightarrow{AB});$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = -f l \quad (1).$$

$$f = \frac{m}{2l} (v_A^2 - v_B^2); \quad f = 2,6 \text{ kN.}$$

b) À l'arrêt du véhicule, la vitesse finale est nulle. La relation (1) s'écrit donc :

$$-\frac{1}{2}mv_A^2 = -fL \quad (2).$$

$$L = \frac{mv_A^2}{2f}; \quad L = \frac{v_A^2}{v_A^2 - v_B^2} l; \quad L = 225 \text{ m.}$$

3° Par un raisonnement identique à celui de la réponse précédente, on arrive à la relation (2). D'où :

$$\frac{1}{2}m'v_A'^2 = 2fL' \quad (\text{ici } f' = 2f). \quad L' = \frac{m'v_A'^2}{4f}; \quad L' = 134 \text{ m.}$$

6

1° Hauteur maximale atteinte par la bille

Système étudié : la bille.

On applique le théorème de l'énergie cinétique entre deux instants t_A et t_B : t_A , départ de la bille à la vitesse v_A ; t_B , arrivée de la bille en B au maximum de la hauteur atteinte (à ce moment-là, $v_B = 0$).

Entre ces deux instants s'exercent sur la bille :

- le poids de celle-ci, \vec{P} , en G ,
- la force de frottement de la bille dans l'air qui est supposée négligeable, par hypothèse.

$$\mathcal{E}_{c_B} - \mathcal{E}_{c_A} = W_{A \rightarrow B}^{\vec{P}}; \quad 0 - \frac{1}{2}mv_A^2 = \vec{P} \cdot \overline{AB};$$

$$-\frac{1}{2}mv_A^2 = -mg(H - h_A). \quad \text{D'où : } H = \frac{v_A^2}{2g} + h_A; \quad H = 33,9 \text{ m.}$$

2° Vitesse de la bille arrivant au sol

Le théorème de l'énergie cinétique est maintenant appliqué entre les deux instants t_A et t_C : t_A , départ de la bille du point A ; t_C , arrivée de la bille sur le sol au point C , à la vitesse v_C .

Seul le travail du poids de la bille \vec{P} est effectif, on a donc :

$$\mathcal{E}_{c_C} - \mathcal{E}_{c_A} = W_{A \rightarrow C}^{\vec{P}}; \quad \frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = \vec{P} \cdot \overline{AC};$$

$$\frac{m}{2}(v_C^2 - v_A^2) = -mg(h_C - h_A).$$

$$\text{Or : } h_C = 0, \quad \text{d'où : } v_C^2 - v_A^2 = 2gh_A.$$

$$v_C = \sqrt{2gh_A + v_A^2}; \quad v_C = 25,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

3° Étude, compte tenu de la résistance de l'air

Il agit sur la bille une force de frottement de valeur constante qui s'oppose au mouvement de la bille. Le travail de \vec{f} est donc constamment négatif.

• Hauteur maximale réelle : H'

$$\mathcal{E}_{c_B} - \mathcal{E}_{c_A} = W_{A \rightarrow B}^{\vec{P}} + W_{A \rightarrow B}^{\vec{f}},$$

$$\frac{1}{2} m v_B'^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = \vec{P} \cdot \vec{AB} + \vec{f} \cdot \vec{AB};$$

$$0 - \frac{1}{2} m v_A^2 = -m g (H' - h_A) - f (H' - h_A),$$

$$\frac{1}{2} m v_A^2 = (H' - h_A) (m g + f).$$

$$\text{D'où : } H' = \frac{m v_A^2}{2(m g + f)} + h_A; \quad H' = 25,8 \text{ m.}$$

• Vitesse réelle de la bille arrivant au sol : v'_C

$$\mathcal{E}_{c_C} - \mathcal{E}_{c_A} = W_{A \rightarrow C}^{\vec{P}} + W_{A \rightarrow C}^{\vec{f}}. \quad (1)$$

Le travail de \vec{P} dans le déplacement de A à C est :

$$W_{A \rightarrow C}^{\vec{P}} = \vec{P} \cdot \vec{AC}.$$

Le travail de la force de frottement est :

$$W_{A \rightarrow C}^{\vec{f}} = W_{A \rightarrow B'}^{\vec{f}} + W_{B' \rightarrow C}^{\vec{f}}; \quad W_{A \rightarrow C}^{\vec{f}} = -f A B' - f B' C;$$

$$W_{A \rightarrow C}^{\vec{f}} = -f (A B' + B' C); \quad W_{A \rightarrow C}^{\vec{f}} = -f (2 H' - h_A).$$

L'expression (1) devient :

$$\frac{1}{2} m v_C'^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = -m g (0 - h_A) - f (2 H' - h_A);$$

$$v_C'^2 - v_A^2 = 2 g h_A - \frac{2 f}{m} (2 H' - h_A).$$

$$v_C' = \sqrt{v_A^2 + 2 g h_A - \frac{2 f}{m} (2 H' - h_A)}; \quad v_C' = 18,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

7

$$1^\circ \quad \Sigma \vec{f} = m \vec{a}_G, \quad \text{d'où : } \vec{P} + \vec{R}_1 = m \vec{a}_1.$$

En projetant sur l'axe (D, \vec{n}_1) , on a :

$$m g + 0 = m a_1 \quad (R_1 = 0); \quad m g = m \frac{v_1^2}{r};$$

$$\text{D'où : } v_1 = \sqrt{r g}; \quad v_1 = 10,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

$$2^\circ \quad \text{Par hypothèse : } v_A = v_D = v_1.$$

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au wagonnet de O

$$\text{à A, on a : } \mathcal{E}_{c_A} - \mathcal{E}_{c_O} = W_{OA}^{\vec{R}} + W_{OA}^{\vec{P}},$$

$$\frac{1}{2} m v_A^2 - 0 = 0 + m g (z_O - z_A); \quad v_1^2 = 2 g l \sin \alpha.$$

$$l = \frac{v_1^2}{2g \sin \alpha}; \quad l = \frac{r}{2 \sin \alpha}; \quad l = 7,52 \text{ m} \quad \left(l \sin \alpha = \frac{r}{2} \right).$$

$$3^\circ \quad \frac{1}{2} m v_E^2 - \frac{1}{2} m v_O^2 = W_{OE}^{\vec{R}} + W_{OE}^{\vec{P}};$$

$$\frac{1}{2} m v_E^2 - 0 = 0 + mg(z_O - z_E); \quad v_E^2 = 2g(2r + l \sin \alpha);$$

$$v_E^2 = 2g \left(2r + \frac{r}{2} \right); \quad v_E = \sqrt{5rg}; \quad v_E = 23,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

$$4^\circ \quad \Sigma \vec{f} = m \vec{a}_G; \quad \vec{P} + \vec{R}_2 = m \vec{a}_2.$$

En projetant sur l'axe (E, \vec{n}_2) , on a : $-mg + R_2 = ma_2$.

$$R_2 = m \left(\frac{v_E^2}{r} + g \right); \quad R_2 = 6mg; \quad R_2 = 31,6 \text{ kN}.$$

$$5^\circ \quad \frac{1}{2} m v_F^2 - \frac{1}{2} m v_E^2 = W_{EF}^{\vec{P}} + W_{EF}^{\vec{R}} + W_{EF}^{\vec{F}};$$

$$0 - \frac{1}{2} m 5rg = 0 + 0 - FL; \quad F = \frac{5rmg}{2L}; \quad F = 11,6 \text{ kN}.$$

8

Protocole expérimental

1° a) On effectue une prise de vue avec un appareil photographique en pose, dans le noir. Lorsque l'expérience débute, on éclaire le dispositif en lumière stroboscopique.

b) Une lumière stroboscopique est constituée de très brefs éclairs de lumière, de durée $\frac{1}{20000}$ ième à $\frac{1}{50000}$ ième de seconde et de fréquence N .

Dans l'expérience effectuée, $N = 50 \text{ Hz}$.

c) Au cours de la prise de vue, on utilise un téléobjectif pour diminuer les effets de perspective et les erreurs de parallaxe lors de la mesure des distances sur le document photographique.

2° a) Voir *Ce qu'il faut savoir*, II-2.

b) Système étudié par rapport au référentiel terrestre supposé galiléen : le mobile.

Forces agissant sur le mobile :

- son poids \vec{P} ;

- l'action de l'air pulsé par le banc sur le mobile \vec{R} ; \vec{R} est normal au banc.

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au mobile, entre les positions notées M_2 et M_{10} , on obtient :

$$\mathcal{E}_{c_{10}} - \mathcal{E}_{c_2} = W_{2 \rightarrow 10}^{\vec{P}} + W_{2 \rightarrow 10}^{\vec{R}}; \quad \frac{1}{2} m v_{10}^2 - \frac{1}{2} m v_2^2 = m g h_{2 \rightarrow 10} + 0.$$

Or : $h_{2 \rightarrow 10} = (x_{10} - x_2) \sin \alpha$ (fig. 8).

$$\text{D'où : } v_{10}^2 - v_2^2 = 2g(x_{10} - x_2) \sin \alpha \quad (1).$$

$$1,313^2 - 0,713^2 = 2 \times 9,8 \times (0,1875 - 0,0255) \sin 22,5^\circ.$$

On trouve : $1,216 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \approx 1,215 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$.

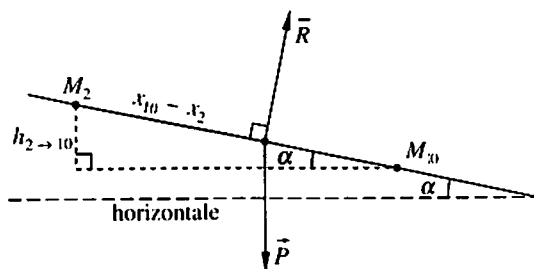


Fig. 8

3° En vérifiant le théorème de l'énergie cinétique entre les points M_1 et M_{11} , on obtient, d'après la relation (1) :

$$v_{11}^2 - v_1^2 = 2g(x_{11} - x_1) \sin \alpha.$$

En faisant les calculs, on trouve bien :

$$1,520 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \approx 1,519 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}.$$



Les réponses au test

1° a) Voir *Ce qu'il faut savoir*, I-1.

$$b) W_{AB}^{\vec{P}} = \vec{P} \cdot \vec{AB} = mgh; \quad W_{AB}^{\vec{P}} = 206 \text{ kJ.}$$

$$c) P = \frac{W_{AB}^{\vec{P}}}{\tau}; \quad P = 266 \text{ W.}$$

2° a) Le système étudié est le système « Terre-avion ».

$$b) \mathcal{E}_p = mgz + \mathcal{E}_p(0).$$

En posant $\mathcal{E}_p(0) = 0$, on a : $\mathcal{E}_p = mgz$; $\mathcal{E}_p = 5,15 \text{ MJ}$.

c) Par rapport au référentiel « Terre », l'énergie mécanique du système « Terre-avion » est :

$$\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_p + \mathcal{E}_c; \quad \mathcal{E}_m = mgz + \frac{1}{2} m v^2; \quad \mathcal{E}_m = 7,46 \text{ MJ.}$$

3° a) Voir *Ce qu'il faut savoir*, II-2.

Les réponses au test (suite)

$$b) \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = m g (z_0 - z_1) = m g h \quad (1).$$

$$v_1 = \sqrt{2gh + v_0^2}; \quad v_1 = 13,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

$$4^\circ \quad a) \text{ On a toujours : } \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = 2g(z_0 - z_1) = m g h;$$

$$v_1 = \sqrt{2gh + v_0^2}; \quad v_1 = 13,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

b) On a toujours l'expression (1) et $v_1 = 13,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

c) L'expression donnant la valeur de la vitesse est indépendante de la valeur de l'angle de tir α . La vitesse de la bille est donc toujours la même, quel que soit l'angle de tir.

5° a) Système étudié par rapport au référentiel terrestre supposé galiléen : l'automobile.

Sur l'automobile agissent : son poids \vec{P} ; l'action du sol sur l'automobile \vec{R} ; la force \vec{f} .

$$\Sigma \vec{f} = m \vec{a}_G; \quad \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m \vec{a}_G; \quad -mg \sin \alpha + 0 - f = m \vec{a}_G.$$

$$a_G = -g \sin \alpha - \frac{f}{m}; \quad a_G = \text{cte.}$$

Le mouvement est donc uniformément décéléré.

L'équation horaire de la vitesse est alors :

$$\begin{cases} v = a_G t + v_0 \\ v_0 = 90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \\ \text{si } t = \tau, \text{ alors } v = 0. \end{cases}$$

$$0 = -\left(g \sin \alpha + \frac{f}{m}\right) \tau + v_0; \quad \tau = \frac{v_0}{g \sin \alpha + \frac{f}{m}}; \quad \tau = 11,4 \text{ s.}$$

$$b) \mathcal{E}_{c_f} - \mathcal{E}_{c_i} = W_{AB}^{\vec{P}} + W_{AB}^{\vec{R}} + W_{AB}^{\vec{f}} + W_{AB}^{\vec{F}}.$$

$$0 - \frac{1}{2} m v_0^2 = -m g l \sin \alpha + 0 - f l - F l.$$

$$\text{D'où : } F = \frac{m v_0^2}{2l} - m g \sin \alpha - f; \quad F = 4,05 \text{ kN.}$$

10 1° a) V; b) F; c) F; d) V; e) V.

2° a) 4; b) 1; c) 3; d) 1; e) 2.

3° a) F; b) F; c) V; d) V; e) F.

4° a) V; b) F; c) F; d) F; e) F.

5

Mouvements de chute. Satellites et planètes

Ce qu'il faut savoir

I - CHUTE LIBRE

Un solide est dit en chute libre s'il n'est soumis qu'à son poids. Dans ce cas :

$$\vec{P} = m\vec{a}, \text{ ou encore, } m\vec{a} = m\vec{g}. \text{ D'où : } \vec{a} = \vec{g}.$$

Remarque. Pour des hauteurs de chute supérieures à quelques mètres, la résistance de l'air n'est plus négligeable, elle peut même être égale au poids de l'objet; par exemple, un parachutiste en descente.

1. Chute libre rectiligne

a) Chute sans vitesse initiale

Par rapport au repère (O, \vec{k}) lié au référentiel terrestre (\vec{k} étant vertical et dirigé vers le haut), soit A un point situé à l'altitude z_0 (fig. 1 a). Les équations régissant le mouvement du solide sont (origine temporelle : l'instant du lâcher) :

$$a_z = -g; \quad v_z = -gt; \quad z = -\frac{1}{2}gt^2 + z_0.$$

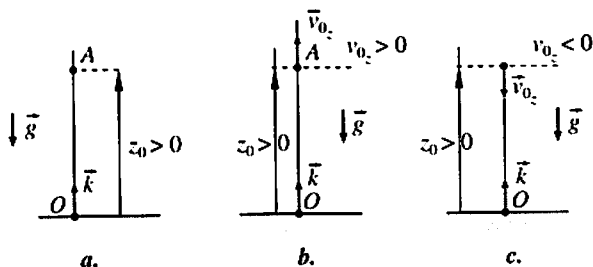


Fig. 1

b) Chute avec vitesse initiale

En plus des conditions précédentes, si on communique au solide une vitesse initiale, soit vers le haut ($v_0 > 0$, fig. 1b) soit vers le bas ($v_0 < 0$, fig. 1c), les équations régissant le mouvement du solide sont :

$$a_z = -g.$$

$$v_z = -gt + v_0.$$

$$z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + z_0.$$

Remarque. En éliminant le paramètre t entre les deux dernières équations, on obtient :

$$v^2 - v_0^2 = 2a_z(z - z_0) \quad \text{ou} \quad v^2 - v_0^2 = -2g(z - z_0).$$

2. Chute libre parabolique

a) Les équations

Repère d'espace lié au référentiel terrestre : (O, \vec{i}, \vec{k}) .

Repère de temps ($t_0 = 0$) : l'instant du lancer.

Soit un mobile lancé du point O avec un vecteur vitesse initiale \vec{v}_0 dont la direction fait, avec le plan horizontal, un angle aigu de mesure α (fig. 2). En posant $\overline{OM} = \vec{r}$, on obtient les équations paramétriques suivantes :

$$\begin{array}{l} \vec{a} \\ \vec{v} \\ \vec{r} \end{array} \left| \begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_z = -g. \\ v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_z = -gt + v_0 \sin \alpha. \\ x = v_0 (\cos \alpha) t \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 (\sin \alpha) t. \end{array} \right.$$

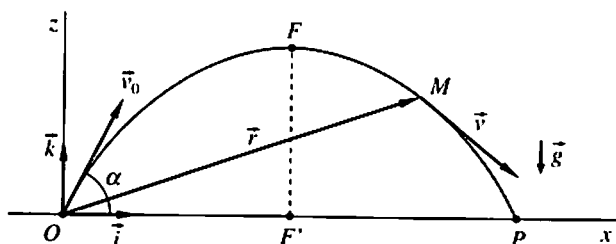


Fig. 2

b) Équation cartésienne de la trajectoire

En éliminant le paramètre temps dans les deux dernières équations, on

obtient : $z = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + v_0 (\tan \alpha) x$, avec $x \in [0; x_p]$.

C'est l'équation d'une branche de parabole située dans un plan vertical passant par O . On rappelle « flèche » du tir la longueur FF' et « portée » du tir la longueur OP (fig. 2).

II – MOUVEMENT DES PLANÈTES ET DES SATELLITES

1. Étude du mouvement

a) Les référentiels utilisés

■ **Le référentiel héliocentrique.** Pour étudier le mouvement des planètes, on utilise le référentiel héliocentrique.

■ **Le référentiel « planétocentrique ».** Pour étudier le mouvement des satellites naturels ou artificiels d'une planète, on utilise un référentiel constitué par le centre de la planète considérée et trois directions d'étoiles très éloignées.

b) Les trajectoires

Dans ce qui suit, on étudiera le mouvement des planètes et des satellites dans l'approximation du mouvement circulaire : leurs trajectoires sont donc des cercles de rayon r .

En première approximation, le centre du cercle trajectoire des planètes est le centre du Soleil. Pour les satellites planétaires, c'est le centre de la planète considérée.

Toutes les planètes du système solaire tournent dans le même sens, plus ou moins incliné par rapport au plan de l'écliptique (plan de l'orbite terrestre).

c) Le mouvement

Dans le cas de l'approximation du mouvement circulaire des planètes (ou des satellites), on montre que la valeur de la vitesse des planètes (ou des satellites) est constante par rapport au référentiel considéré.

2. Les relations régissant le mouvement

a) Le vecteur accélération

La planète (ou le satellite considéré) est soumise au vecteur accélération \vec{a}_G égal au champ gravitationnel créé par l'astre central (fig. 3) :

$\vec{a}_G = -\mathcal{G} \frac{M}{r^2} \vec{u}$	\mathcal{G} , constante de gravitation ($\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$); M , masse de l'astre central; r , rayon de l'orbite de la planète (ou du satellite).
--	---

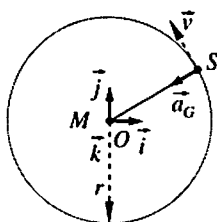


Fig. 3

b) La vitesse orbitale

$v = \sqrt{g \frac{M}{r}}$	v , vitesse orbitale ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$); g , constante de gravitation ($\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$); M , masse de l'astre central (kg); r , rayon de l'orbite (m).
----------------------------	--

c) La période de révolution

$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{Mg}$	T , période de révolution (s); M , masse de l'astre central (kg); r , rayon de l'orbite (m); g , constante de gravitation ($\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$).
---------------------------------------	---

3. Différents types de satellites

a) Les satellites géostationnaires

Les satellites géostationnaires restent fixes par rapport au référentiel terrestre. Leur trajectoire passe nécessairement par un plan équatorial. La période de leur révolution dans le référentiel géocentrique est égale à la période de rotation de la Terre, soit 23 h 56 min 4,09 s (jour sidéral). Leur altitude est aux environs de 36 mille kilomètres. Les satellites de télécommunication sont des satellites géostationnaires.

b) Les satellites héliosynchrones

Le plan orbital de ce type de satellites est incliné par rapport au plan équatorial, leur altitude se situe aux environs de 830 km. La rotation du plan orbital autour de l'axe polaire s'effectue avec une vitesse angulaire égale à celle du mouvement de la Terre autour du Soleil. Conséquence, ces satellites survolent une latitude donnée à heure locale fixe. Les satellites SPOT sont de ce type.

ÉNONCÉS

Pour tous les exercices qui suivent, on utilisera, si cela est nécessaire les valeurs suivantes :

- la constante de gravitation, $\mathcal{G} = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$;
- la valeur de la pesanteur à la surface de la Terre, $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1 Chute d'une bille ★

1° A1 On lâche une bille d'une hauteur $h = 2,00 \text{ m}$ au-dessus du sol. Calculer la durée de la chute de cette bille :

- a) à la surface de la Terre;
- b) à la surface de la Lune ($g_L = 1,67 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$).

2° A2 On lâche maintenant un petit objet d'une hauteur $H = 25 \text{ m}$.

- a) Calculer la durée τ de la chute.
- b) On mesure la durée de cette chute et l'on trouve $\tau' = 2,7 \text{ s}$. Pourquoi cette différence ?

2 Lancer d'une bille ★

On néglige dans tout l'exercice les frottements de l'air sur la bille.

1° A2 On lance une bille verticalement vers le haut avec une vitesse initiale $v_0 = 16,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Elle revient à son point de départ.

- a) Calculer la durée τ_1 du mouvement.
- b) À quelle hauteur h_1 la bille est-elle montée ?

2° B3 On lance une bille verticalement vers le bas avec une vitesse initiale $v_0 = 13,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Le sol est situé à une distance $D = 19,0 \text{ m}$ plus bas.

- a) Calculer la durée τ_2 du mouvement.
- b) En utilisant les équations de chute des corps, calculer la valeur v_2 de la vitesse d'arrivée au sol de la bille.

3° A2 En réalité, il existe des frottements dus à l'air. Que dire des valeurs réelles de τ_1 , h_1 , τ_2 et v_2 ?

3 Il bruine ★

Par une journée sans vent, une petite pluie tombe verticalement. Le diamètre des petites gouttes de pluie est en moyenne $D = 0,25 \text{ mm}$. On admet que la valeur f de la force de frottement s'exerçant sur une de ces gouttes de pluie est donnée par l'expression : $f = KRv$, avec $K = 4,0 \times 10^{-4} \text{ u.S.I.}$; R , le rayon de la goutte et v , la vitesse de la goutte.

1° C1 Après quelques mètres de chute, une goutte de pluie tombe vers le sol avec une vitesse constante. Calculer cette vitesse.

2° A1 Le nuage où se forme la pluie est à une altitude $h = 350$ m. Calculer la durée de chute d'une goutte d'eau.

4

Le lac souterrain ★★★

Cyril visite des grottes situées dans un plateau calcaire. Près d'un gouffre, le guide indique la présence d'un lac souterrain situé à une profondeur de plus de 200 m que l'on ne peut pas voir. Pour se rendre compte de la profondeur, le guide prend une pierre, demande le silence et la laisse tomber, sans vitesse initiale, du bord du gouffre. Cyril portant un chronomètre à son poignet, le déclenche à l'instant du lâcher de la pierre et l'arrête lorsqu'il entend le bruit de la pierre entrant dans l'eau. Il trouve 4,8 s et se propose de vérifier les dires du guide.

1° A1 Dans un premier temps, Cyril néglige la résistance de l'air et la durée de remontée du son. Quelle profondeur p_1 trouve-t-il ?

2° C1 Dans un deuxième temps, il néglige la résistance de l'air mais tient compte de la durée de remontée du son : $c = 340$ m · s⁻¹. Quelle profondeur p_2 trouve-t-il ?

3° A2 Que dire de la profondeur réelle du lac souterrain ?

5

Lancer d'un ballon de basket ★★

On étudie la trajectoire du centre d'inertie G d'un ballon de basket lancé vers le cercle du panier de l'équipe adverse par un joueur attaquant. On ne tiendra compte ni de la résistance de l'air ni de la rotation éventuelle du ballon.

Le lancer est effectué vers le haut; on lâche le ballon lorsque son centre d'inertie est en A (fig. 4, la figure n'est pas à l'échelle). Sa vitesse initiale est représentée par le vecteur vitesse \vec{v}_0 situé dans un plan vertical (O, \vec{i}, \vec{k}) et faisant un angle aigu avec l'axe horizontal de mesure $\alpha = 40^\circ$.

On utilisera les valeurs numériques des différentes grandeurs fournies sur la figure.

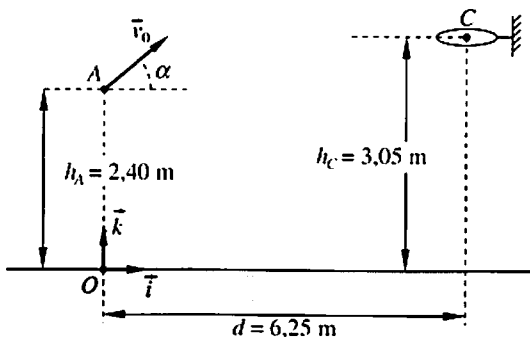


Fig. 4

1° C1 a) Établir les équations paramétriques (équations horaires) du mouvement du centre d'inertie G du ballon.

b) En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire de G .

2° B3 Calculer la vitesse initiale v_0 du ballon pour que G passe exactement au centre C du cercle « panier ».

(D'après Bac)

6

Golf sur la Lune ! ★★★

Dans certaines conditions, on admet qu'un astronaute puisse frapper une balle de golf comme sur Terre, malgré son équipement !

À partir du sol de la Lune, une balle de golf est lancée dans un plan vertical avec une vitesse initiale de $250 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. La valeur de l'angle aigu que fait la direction du vecteur vitesse avec le plan horizontal est $\alpha = 35^\circ$. On donne la valeur de la pesanteur sur la Lune : $g_L = 1,67 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. On suppose le sol lunaire horizontal.

1° C1 Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire de la balle. On précisera bien le repère temporel et le repère spatial utilisés.

2° A2 a) Quelle est la portée de ce lancer ?

b) À quelle hauteur maximale la balle monte-t-elle (flèche du lancer) ?

3° C1 On effectue le même lancer sur la surface terrestre, dans les mêmes conditions initiales.

a) En supposant négligeable la résistance de l'air, donner la valeur de la portée et de la flèche du lancer.

b) En réalité, la balle tombe en un point P' situé à une distance 315 m du point de lancement. Est-ce compréhensible ? Pourquoi ?

c) Un autre jour, on effectue un deuxième lancer de balle, laquelle part dans les mêmes conditions que précédemment. On constate qu'elle tombe alors en un point P situé à une distance 475 m du point de lancement. Quelle nouvelle hypothèse formuler pour justifier cette distance ?

7

Interdiction de jeter des objets par la fenêtre ★★

Données pour tout l'exercice : $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $v = 108 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$; $m = 500 \text{ g}$; $F = 4,0 \text{ N}$; $h = 2,00 \text{ m}$.

1° C1 Un train roule à la vitesse constante \vec{v} sur une voie horizontale et rectiligne. Un voyageur lâche par la fenêtre, d'un point situé à la hauteur h au-dessus du sol, un objet quasi ponctuel de masse m . donner les caractéristiques du vecteur vitesse de l'objet par rapport au référentiel terrestre à l'instant du lâcher.

2° A2 On veut étudier le mouvement de l'objet lors de sa chute. Celui-ci a été lâché à la date $t = 0$, au point D , d'altitude h au-dessus du sol. On représente, en première approximation, l'action de l'air sur l'objet, par une force \vec{F} constante, colinéaire à la vitesse du train et de sens contraire à celui-ci. On étudie le mouvement dans le repère (O, \vec{i}, \vec{k}) de la figure.

- Établir les équations horaires $x(t)$ et $z(t)$ du mouvement de l'objet.
 - Faire une application numérique.
- 3° B3 L'objet touche le sol en I ; on pose $D = OI$. Calculer D .

(Bac)

8

Satellites artificiels terrestres ★★

Données numériques :

- rayon terrestre moyen, $R_T = 6,38 \times 10^6$ m;
- valeur du champ de gravitation au niveau du sol, $G(0) = 9,8$ N · kg⁻¹.

1° A2 On suppose que la Terre a une distribution de masse à symétrie sphérique de centre O .

- Établir l'expression du champ gravitationnel $G(z)$ créé par la Terre à une altitude z à partir de la loi de la gravitation.
- En déduire l'expression littérale de la masse de la Terre M_T en fonction de $G(0)$, R_T et \mathcal{G} constante de gravitation.
- Calculer numériquement M_T (historiquement, c'est ainsi que l'on a déterminé la masse de la Terre).

2° C1 On admet qu'un satellite de la Terre, assimilé à un point matériel de masse m , est soumis uniquement à la force gravitationnelle \vec{F} exercée par la Terre et décrit, dans le référentiel géocentrique, une trajectoire circulaire de centre O .

- Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.
- Exprimer la vitesse v et la période T du satellite en fonction de M_T , \mathcal{G} , R_T et z .
- On pose $r = R_T + z$. Montrer que le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ est égal à une constante que l'on exprimera en fonction de M_T et de \mathcal{G} .

3° Le tableau ci-dessous rassemble les valeurs des périodes de révolution T et des altitudes z des orbites de quelques satellites artificiels de la Terre.

Base de lancement	Kourou	Baïkonour	Chine	États-Unis
Satellite	Intelsat-V	Cosmos-1970	Feng-Yun I	USA-35
T	23 h 56 min	11 h 14 min	102,8 min	12,0 h
z (km)	$3,58 \times 10^4$	$1,91 \times 10^4$	$9,00 \times 10^2$	$2,02 \times 10^4$

A2 a) Vérifier que le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ est constant.

B3 b) En déduire la masse M_T de la Terre.

B2 c) Quelle est la caractéristique du satellite Intelsat-V ?

9

Les planètes internes ★★

On appelle planètes internes, les planètes gravitant entre le Soleil et la ceinture d'astéroïdes. On consigne dans le tableau suivant les caractéristiques orbitales de ces planètes :

- la période de révolution sidérale, T ;
- la distance moyenne au Soleil, r .

Planète	Mercure	Vénus	Terre	Mars
T (j)	87,97	224,7	365,3	687,0
r (10^9 m)	57,9	108,2	149,6	227,9

1° C1 Vérifier que le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ est constant.

2° B3 En déduire la masse M_S du Soleil.

10

Les plus gros satellites d'Uranus ★★★

On connaît actuellement quinze satellites gravitant autour de la planète Uranus.

On désigne par T la période de révolution sidérale des satellites et par r la distance moyenne au centre de la planète.

Les cinq plus gros ont les caractéristiques orbitales suivantes :

Satellite	Obéron	Titania	Umbriel	Ariel	Miranda
T (j)	13,46	8,706	4,144	2,520	1,414
r (10^3 km)	582,6	435,8	266,0	191,2	129,8

1° A2 a) Pour chaque satellite, calculer T^2 et r^3 .

b) On pose $T^2 = Y$ et $r^3 = X$. Tracer la représentation graphique de $Y = f(X)$. Que conclure sur la disposition des points tracés ?

2° C1 a) Calculer le coefficient directeur du segment de droite passant au plus près des points tracés.

b) En déduire la masse d'Uranus.

Protocole expérimental

11

Quelle est la fréquence du stroboscope ? ★★

On a réalisé la chronophotographie d'un lancer d'une balle de golf (fig. 5). Le diamètre d'une balle de golf est de 42,7 mm. L'exploitation du document doit être faite avec un maximum de soin et de précision dans les différents tracés.

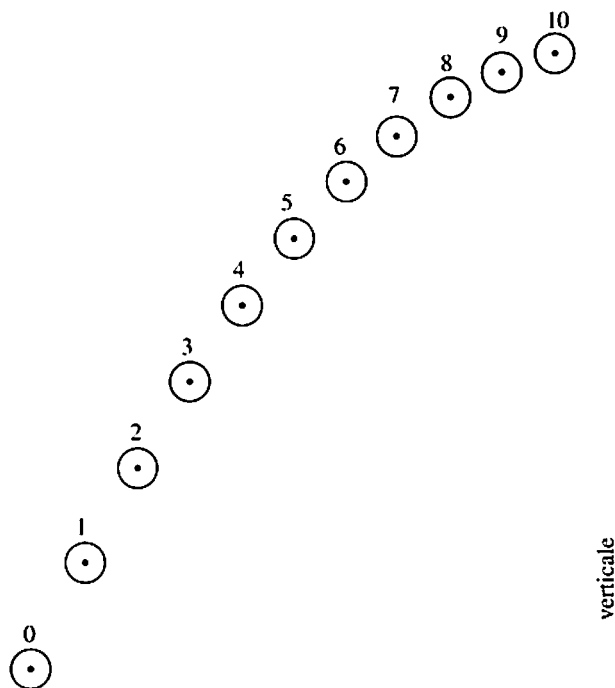


Fig. 5

1° A2 a) Comment peut-on réaliser un tel document ?

b) Pour exploiter ce document, on ne considère qu'un point sur deux. À l'aide d'un papier calque, pointer les différentes positions du centre de la balle que l'on note alors M_0, M_1, \dots

2° C1 On pose θ la durée entre deux éclairs du flash du stroboscope.

a) Déterminer les distances réelles entre les points M_5 et M_7 , puis M_7 et M_9 .

b) Exprimer la valeur des vitesses v_6 et v_8 en fonction de θ .

c) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{M_5M_7}$ et $\overrightarrow{M_7M_9}$ peuvent représenter les vecteurs vitesse \vec{v}_6 et \vec{v}_8 .

3° B3 a) Calculer la valeur de l'accélération que subit la balle au point M_7 .

b) Tracer le vecteur accélération \vec{a}_7 avec une échelle que l'on précisera.

4° C1 L'expérience a été faite sur la surface terrestre où la valeur de la pesanteur est $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Déterminer la fréquence N des éclairs du flash du stroboscope qui éclaire la balle au cours de son mouvement.

12

Testez-vous !

Quatre points à chaque exercice juste. Bon courage !

1° On néglige la résistance de l'air. On effectuera les calculs numériques après avoir donné l'expression littérale.

a) Par rapport au repère terrestre (O, \vec{i}, \vec{k}) , déterminer les équations paramétriques par rapport au temps d'une boule de pétanque, lancée d'un point O avec une vitesse initiale de valeur $v_0 = 15,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. La direction du vecteur vitesse avec le plan horizontal fait un angle aigu de valeur $\alpha = 15^\circ$.

Le point O est situé à une hauteur $h = 1,00 \text{ m}$ du sol. Le vecteur unitaire \vec{i} est horizontal et le vecteur unitaire \vec{k} est vertical.

b) Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire du mobile.

c) La boule tombe sur le sol en P . Quelle est l'abscisse du point P ?

2° On néglige la résistance de l'air.

a) En utilisant le calcul précédent, retrouver l'expression de la portée et de la flèche d'un tir effectué à partir d'une surface horizontale.

b) On donne la vitesse initiale du projectile $v_0 = 10,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, la valeur de l'angle du tir par rapport au plan horizontal $\alpha = 35^\circ$. Calculer la portée et la flèche de ce tir.

3° Un skieur descend une portion rectiligne AB de piste dont la longueur est $l = 58 \text{ m}$. On suppose que le skieur part sans vitesse initiale et que l'angle de plus grande pente de AB a pour valeur $\alpha = 40^\circ$. On néglige tout frottement.

a) Calculer la durée τ mise par le skieur pour parcourir AB .

b) En réalité, le chronométrage de cette portion de descente donne $\tau' = 5,2 \text{ s}$. Calculer la valeur F de la force équivalente à l'ensemble de tous les frottements s'exerçant sur le système étudié. La masse du skieur et de son équipement est $m = 80 \text{ kg}$.

Testez-vous (suite)

- 4° La planète Mars possède deux satellites : Deimos et Phobos. On admet que leur trajectoire est circulaire. Deimos a une période de révolution de 30 h 18 min et gravite à 23 460 km du centre de Mars. Phobos a une période de révolution de 7 h 39 min. Avec ces données, calculer :
- le rayon de l'orbite de Phobos ;
 - la masse de Mars.
- 5° Télécom 2B est un satellite de télécommunication lancé par Ariane le 11 avril 1992.
- Quelle est la principale caractéristique d'un satellite de télécommunication ?
 - Calculer l'altitude de positionnement d'un tel satellite. On donne le rayon terrestre $R = 6\,380$ km, la période de révolution de la Terre dans le référentiel géocentrique $T = 23$ h 56 min 4 s et la masse de la Terre $M_T = 5,974 \times 10^{24}$ kg.

13**Auto-évaluation**

Dans la (les) case(s) correspondant à la (aux) réponse(s) jugée(s) exacte(s), inscrire « V » ; dans la (les) case(s) jugée(s) fausse(s), inscrire « F ». Inscrire un tiret (-) à chaque fois que l'on s'abstient.

Toute case correctement remplie entraîne + 1 point. Il est préférable de s'abstenir (0 point) plutôt que de mal remplir la case (- 1 point). La somme algébrique des points donne une note sur 20.

1° Sur un terrain dont le sol est horizontal, on lance une balle de golf avec une vitesse initiale de $40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. L'angle de tir a pour valeur 35° . On néglige la résistance de l'air.

- La balle retombe avec une vitesse de $40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
- La balle monte à 42 m au-dessus du sol
- La balle tombe à 78 m de son point de lancement
- La balle tombe à 98 m de son point de lancement
- Si la vitesse de la balle avait été de $40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, mais l'angle de tir de 55° , la balle serait retombée au même endroit

2° Une boule de masse $m = 100 \text{ g}$ est lancée vers le haut avec une vitesse \vec{v}_0 faisant un angle de mesure $40,0^\circ$ avec la verticale; on donne $v_0 = 10,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. On néglige la résistance de l'air et l'on prend pour valeur de la pesanteur: $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

a) L'altitude maximale atteinte par la boule au-dessus de son point de lancement est de $2,11 \text{ m}$

Au sommet de sa trajectoire :

b) la vitesse de la boule est nulle

c) la vitesse de la boule est $6,43 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

d) Si on double v_0 , le temps mis par la boule pour atteindre le sommet de sa trajectoire est réduit

e) Pour qu'une boule de masse $\frac{m}{2}$ atteigne la même altitude maximale dans un temps identique, il faut réduire v_0 de moitié ...

3° Dans un référentiel géocentrique supposé galiléen, un satellite de la Terre décrit une orbite circulaire de rayon r .

a) La valeur de sa vitesse est nécessairement constante

b) Son accélération est nulle

c) Sa période de révolution est proportionnelle au rayon r

d) Si le satellite est géostationnaire, sa vitesse est nulle

e) On pourrait placer un satellite de masse différente avec une vitesse différente sur la même trajectoire

4° Un satellite tournant autour de la Terre, de rayon R , à une altitude z , subit un champ gravitationnel $G(z)$. La période de révolution de ce satellite est T .

a) Le champ gravitationnel est égal à $G(z) = 4\pi^2 \frac{R+z}{T^2}$

b) Le champ gravitationnel varie proportionnellement à $R+z$.
Un satellite géostationnaire a une période de rotation :

c) $T = 1$ jour sidéral

d) $T \approx 13 \times 10^3 \text{ s}$

e) indépendante de la masse du satellite

CORRIGÉS

1 1° La bille est soumise à une accélération $\vec{a} = \vec{g}$. L'origine spatiale étant la position du lâcher, l'équation horaire de son mouvement est :

$$x = \frac{1}{2} g t^2; \text{ si } x = h, \text{ alors } t = \tau.$$

$$\text{D'où : } h = \frac{1}{2} g \tau^2 \text{ et } \tau = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (1).$$

a) À la surface de la Terre : $\tau_T = \sqrt{\frac{2h}{g_T}}$; $\tau_T = 0,64 \text{ s.}$

b) À la surface de la Lune : $\tau_L = \sqrt{\frac{2h}{g_L}}$; $\tau_L = 1,55 \text{ s.}$

2° a) D'après la relation (1), on a :

$$\tau = \sqrt{\frac{2H}{g_T}}; \quad \tau = 2,3 \text{ s.}$$

b) La durée réelle de chute τ' est supérieure à τ :

$$\tau' > \tau (2,7 > 1,7).$$

L'objet en tombant subit de la part de l'air une force de frottement qui réduit sa vitesse de chute.

2 1° Origine des espaces : O , le point de lancement.
 Origine des temps : l'instant du départ en O de la bille.
 Repère terrestre utilisé : (O, \vec{k}) supposé galiléen.
 Les équations horaires du mouvement de la bille le long de la trajectoire verticale de la bille sont :

$$a_z = -g; \quad v_z = -gt + v_0; \quad z = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 t.$$

a) Lorsque la bille retombe sur le sol : $z = 0$.

$$\text{D'où : } 0 = -\frac{1}{2} g \tau^2 + v_0 \tau; \quad \tau \left(-\frac{g}{2} \tau + v_0 \right) = 0.$$

$$\tau_1 = \frac{2v_0}{g} \text{ et } \tau_0 = 0 \text{ (instant du lancer).}$$

La durée du mouvement est alors :

$$\tau_1 = \frac{2v_0}{g}; \quad \tau_1 = 3,4 \text{ s.}$$

b) La montée s'effectue pendant une durée égale à $\frac{\tau_1}{2}$. D'où :

$$z = h_1 \quad \text{et} \quad t = \frac{\tau_1}{2}.$$

L'équation horaire des abscisses s'écrit donc :

$$h_1 = -\frac{1}{2}g\left(\frac{v_0}{g}\right)^2 + v_0\frac{v_0}{g}; \quad h_1 = \frac{v_0^2}{2g}; \quad h_1 = 13,9 \text{ m.}$$

2° On lance maintenant une bille vers le bas à partir du point A, tel que : $OA = D$.

a) Les équations horaires s'écrivent maintenant :

$$a_z = -g; \quad v_z = -gt - v_0; \quad z = -\frac{1}{2}gt^2 - v_0t + D.$$

On a : $z = 0$ et $t = \tau$.

$$\text{D'où : } \frac{1}{2}g\tau^2 + v_0\tau - D = 0; \quad \tau = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2Dg}}{g}.$$

$\tau_2 = 1,03 \text{ s}$ et $\tau_3 < 0$ (non solution).

b) $v(0) = -g\tau_2 - v_0$; $v(0) = -23,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Soit $v_2 = 23,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

3° En réalité et compte tenu de la résistance de l'air, les valeurs réelles de τ_1 , h_1 , τ_2 et v_2 sont inférieures aux valeurs théoriques calculées.

3 1° Le système étudié, par rapport au référentiel terrestre, est une goutte de pluie.

Par hypothèse, la goutte tombe à vitesse constante : $\vec{v} = \overline{\text{cte}}$.

D'après le principe de l'inertie : $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$.

Sur le système, s'appliquent deux forces :

- le poids \vec{P} de la goutte de pluie ;
- la force de frottement \vec{f} .

On a donc : $\vec{P} + \vec{f} = \vec{0}$ ou encore $P = f$.

$$\text{D'où : } mg = K \frac{D}{2} v; \quad v = \frac{2mg}{KD} \quad (1).$$

La masse d'une goutte de pluie supposée sphérique est :

$$m = \rho_0 V, \quad \text{avec } \rho_0 \text{ masse volumique de l'eau; } m = \rho_0 \frac{1}{6} \pi D^3.$$

En portant dans la relation (1), on obtient :

$$v = \frac{\pi \rho_0 g D^2}{3K}; \quad v = 1,60 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

2° La durée τ de la chute d'une goutte de pluie envisagée est :

$$\tau = \frac{h}{v}; \quad \tau = 3,6 \text{ min.}$$

4**1° Première estimation de la profondeur du lac**

La pierre étant supposée être en chute libre, on a :

$$x = \frac{1}{2} g t^2, \text{ avec } p_1 = x \text{ et } t = 4,8 \text{ s.}$$

$$p_1 = \frac{1}{2} g t^2; \quad p_1 = 112,9 \text{ m, arrondi à } p_1 = 113 \text{ m.}$$

2° Deuxième estimation de la profondeur du lacSoit τ_1 la durée de chute de la pierre et τ_2 la durée de remontée du son.

On a donc :

$$\tau = \tau_1 + \tau_2.$$

$$\text{D'où : } p = \frac{1}{2} g \tau_1^2 = \frac{1}{2} g (\tau - \tau_2)^2 = \frac{1}{2} g \left(\tau - \frac{p}{c} \right)^2.$$

$$\text{Soit : } \frac{g}{2c^2} p^2 - \left(\frac{g\tau}{c} + 1 \right) p + \frac{g\tau^2}{2} = 0.$$

$$\text{Le discriminant est : } \Delta = \frac{2g\tau}{c} + 1.$$

Comme p doit être inférieure à p_1 , on ne retient qu'une seule solution :

$$p_2 = \left(\frac{g\tau}{c} + 1 - \sqrt{\frac{2g\tau}{c} + 1} \right) \frac{c^2}{g}; \quad p_2 = 99,5 \text{ m, arrondi à } p_2 = 100 \text{ m.}$$

3° Compte tenu de la force s'exerçant sur la pierre, due à la résistance de l'air et opposée au vecteur vitesse, la chute est moins rapide que prévue : la profondeur du lac souterrain est donc inférieure à 100 m. La profondeur annoncée par le guide est donc exagérée !

5

1° Système étudié par rapport au repère terrestre supposé galiléen : le ballon.

La seule force agissant sur le ballon est son poids \vec{P} .

D'après la relation de la dynamique appliquée au système, on a :

$$\Sigma \vec{f} = m \vec{a}_G; \quad \vec{P} = m \vec{a}_G;$$

$$m \vec{g} = m \vec{a}_G; \quad \vec{a}_G = \vec{g}.$$

D'après l'étude faite en cours, la trajectoire est contenue dans un plan vertical.

a) Soit (O, \vec{i}, \vec{k}) le repère d'espace utilisé; le repère temporel est choisi tel que $t = 0$ à l'instant du lancer. Les vecteurs accélération, vitesse et position ont pour coordonnées :

$$\vec{a}(t) \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g. \end{cases}$$

$$\vec{v}(t) \begin{cases} v_x = A \\ v_y = -gt + B; \end{cases} \quad \text{or, } \vec{v}(0) \begin{cases} v_x(0) = v_0 \cos \alpha \\ v_y(0) = 0 + v_0 \sin \alpha. \end{cases}$$

D'où : $A = v_0 \cos \alpha$ et $B = v_0 \sin \alpha$.

$$\vec{v}(t) \begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_y = -gt + v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

$$\vec{r}(t) \begin{cases} x = v_0 (\cos \alpha)t + C; \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 (\sin \alpha)t + D; \end{cases} \quad \text{or, } \vec{r}(0) \begin{cases} x(0) = 0 \\ z(0) = h_A. \end{cases}$$

D'où : $C = 0$ et $D = h_A$.

$$\vec{r}(t) \begin{cases} x = v_0 (\cos \alpha)t \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 (\sin \alpha)t + h_A. \end{cases}$$

b) En éliminant le paramètre temps t , on a :

$$t = \frac{x}{v_0 (\cos \alpha)} \quad \text{et} \quad z = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + (\tan \alpha)x + h_A \quad (1).$$

avec $x \in [0; x_C]$.

L'équation est celle d'une parabole; la trajectoire de G est donc une portion de parabole située entre A et C .

2° Par hypothèse, G passe par C , de coordonnées $(x_C = d$ et $z_C = h_C)$. En portant ces conditions dans (1), on a :

$$h_C = \frac{-gd^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} + d \tan \alpha + h_A;$$

$$2v_0^2 \cos^2 \alpha = \frac{gd^2}{d \tan \alpha + h_A - h_C};$$

$$v_0 = \frac{d}{\cos \alpha} \sqrt{\frac{g}{2(d \tan \alpha + h_A - h_C)}}; \quad v_0 = 8,43 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

6

1° Pour la solution complète, voir l'exercice 5-1° précédent.

Origine spatiale : le point O , endroit où la balle est frappée et s'élance avec la vitesse initiale \vec{v}_0 définie dans le texte.

Origine temporelle : l'instant de départ de la balle.

Le repère utilisé est le repère (O, \vec{i}, \vec{k}) situé dans le plan vertical de la trajectoire et lié au référentiel « Lune » supposé galiléen. On obtient :

$$z = -\frac{g_L}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + (\tan \alpha)x + 0 \quad (1), \quad \text{avec } x \in [0; x_p]; \quad \text{ici } z_0 = 0.$$

2° a) La portée du lancer est telle que $z = 0$.

D'après (1), on a :

$$0 = x \left(-\frac{g_L}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x + \tan \alpha \right) \quad (2).$$

L'équation (2) admet deux solutions :

- $x = 0$ correspond au point de lancer :

- la portée x_p est donnée par l'équation $\frac{-g_L}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x_p + \tan \alpha = 0$.

$$\text{D'où : } x_p = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g_L};$$

$$\text{ou encore, } x_p = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g_L}; \quad x_p = 2,71 \text{ km.}$$

b) La hauteur maximale est atteinte au point F , point le plus élevé de la trajectoire. En F , la fonction $z = f(x)$ change de sens de variation, donc sa dérivée s'annule :

$$z'_x = v_z = -gt_S + v_0 \sin \alpha = 0.$$

$$\text{D'où : } t_S = \frac{v_0 \sin \alpha}{g_L}.$$

En portant t_S dans l'équation (1), on obtient :

$$z_F = -\frac{1}{2} \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g_L} + \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g_L}; \quad z_F = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g_L}; \quad z_F = 475 \text{ m.}$$

3° a) Le lancer étant effectué sur la Terre, on a :

$$x_p = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}; \quad x_p = 462 \text{ m.}$$

$$z_F = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}; \quad z_F = 81 \text{ m.}$$

b) La résistance de l'air agissant sur la balle est loin d'être négligeable et réduit la portée du tir.

c) La seule explication est qu'au moment du lancer, un fort vent soufflait dans le sens du lancer de la balle, annulant par là-même la résistance du vent.

À la fin de sa trajectoire la balle est « poussée » par le vent : la force de frottement de l'air est alors « motrice » pour la balle.

7

1° À l'instant du lâcher, l'objet est immobile par rapport au référentiel « train ». En revanche, la vitesse de l'objet par rapport au référentiel terrestre est égale à celle du train.

Soit \vec{v} cette vitesse ; sa valeur est :

$$v = 108 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \quad \text{ou} \quad v = 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

2° a) Système étudié par rapport au référentiel « Terre » supposé galiléen : l'objet de masse m .

Les forces agissant sur l'objet :

– le poids de l'objet $\vec{P} = m\vec{g}$;

– la force \vec{F} exercée par l'air sur l'objet (\vec{F} est colinéaire à \vec{v} mais de sens opposé). Par hypothèse, cette force a une valeur constante pendant toute la durée de la chute.

On utilise le repère d'espace (O, \vec{i}, \vec{k}) , avec \vec{i} horizontal et \vec{k} vertical ; le repère de temps : $t = 0$ à l'instant du lâcher.

D'après la relation de la dynamique, on a :

$$\Sigma \vec{f} = m\vec{a}_G; \quad \vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}_G.$$

En projetant cette relation sur les axes (O, \vec{i}) et (O, \vec{k}) , on obtient successivement :

$$\begin{cases} 0 - F = ma_x \\ -mg + 0 = ma_z. \end{cases} \quad \text{D'où : } \vec{a}(t) \begin{cases} a_x = -\frac{F}{m} \\ a_z = -g. \end{cases}$$

Par intégration, on obtient les coordonnées du vecteur vitesse \vec{v} :

$$\vec{v}(t) \begin{cases} v_x = -\frac{F}{m}t + A \\ v_z = -gt + B \end{cases}; \quad \text{or, } \vec{v}(0) \begin{cases} v_x(0) = V \\ v_z(0) = 0. \end{cases}$$

D'où : $A = v$ et $B = 0$.

$$\vec{v}(t) \begin{cases} v_x = -\frac{F}{m}t + v \\ v_z = -gt. \end{cases}$$

Par intégration, on obtient les coordonnées du vecteur position \vec{r} :

$$\vec{r}(t) \begin{cases} x = -\frac{F}{2m}t^2 + vt + C \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + D \end{cases}; \quad \text{or, } \vec{r}(0) \begin{cases} x(0) = 0 \\ z(0) = h. \end{cases}$$

$$\vec{r}(t) \begin{cases} x = -\frac{F}{2m}t^2 + vt \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + h \end{cases} \quad (1).$$

$$b) \vec{r}(t) \begin{cases} x = -4t^2 + 30t \\ z = -4,9t^2 + 2. \end{cases}$$

3° L'objet touche le sol au point I à la date $t = \tau$, telle que :

$$\vec{r}_I \begin{cases} x_I = D \\ z_I = z(\tau) = 0. \end{cases}$$

D'où les équations suivantes, compte tenu de (1) :

$$\begin{cases} -\frac{F}{2m}\tau^2 + v\tau = D & (2) \\ -\frac{1}{2}g\tau^2 + h = 0 & (3). \end{cases}$$

De (3), on obtient : $\tau = \sqrt{\frac{2h}{g}}$.

En portant dans (2), on a : $x_I = D = -\frac{F}{mg} h + v \sqrt{\frac{2h}{g}}$; $D = 18,3 \text{ m}$.

8

1° a) D'après la loi de la gravitation, la force gravitationnelle qu'exerce la Terre sur un objet de masse m , situé en un point P , à l'altitude z , a pour valeur :

$$F(z) = \mathcal{G} \frac{M_T m}{(R_T + z)^2}.$$

Par définition du champ de gravitation en un point, on a également :

$$F(z) = G(z)m.$$

$$\text{D'où : } G(z) = \mathcal{G} \frac{M_T}{(R_T + z)^2}.$$

b) À l'altitude 0, on a :

$$G(0) = \mathcal{G} \frac{M_T}{R_T^2}; \quad M_T = \frac{G(0)R_T^2}{\mathcal{G}}; \quad M_T = 6,0 \times 10^{24} \text{ kg}.$$

c) $M_T = 6,0 \times 10^{24} \text{ kg}$.

2° a) Système étudié par rapport au référentiel géocentrique supposé galiléen : le satellite de masse m .

Force agissant sur le système : le poids $\vec{P}(z)$ du satellite à l'altitude z .

La direction de $\vec{P}(z)$ passant par le centre de la Terre est donc radiale.

En appliquant au système, le théorème de l'énergie cinétique entre deux points P_1 et P_2 de l'orbite, on a :

$$\mathcal{E}_{c_2} - \mathcal{E}_{c_1} = W_{P_1 \rightarrow P_2}^{\vec{P}}.$$

Or la vitesse du satellite \vec{v} est constamment perpendiculaire à la force $\vec{P}(z)$ agissant sur le satellite. La puissance de $\vec{P}(z)$ est donc nulle. Le travail de $\vec{P}(z)$ dans le déplacement de P_1 à P_2 l'est également. D'où :

$$\mathcal{E}_{c_2} - \mathcal{E}_{c_1} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m v_2^2; \quad v_1 = v_2.$$

La vitesse du satellite est donc constante. Le mouvement est circulaire uniforme.

b) D'après la relation de la dynamique appliquée au satellite, on a :

$$\vec{P}(z) = m\vec{a}_G; \quad m\vec{G}(z) = m\vec{a}_G = m(\vec{a}_T + \vec{a}_N).$$

Or $a_T = 0$ car $v = \text{cte}$; d'où :

$$G(z) = a_N; \quad \mathcal{G} \frac{M_T}{(R_T + z)^2} = \frac{v^2}{R_T + z}; \quad v = \sqrt{\mathcal{G} \frac{M_T}{R_T + z}}.$$

Comme le mouvement est circulaire uniforme, on a :

$$\mathcal{G} = vT, \text{ ou encore, } 2\pi(R_T + z) = \sqrt{\mathcal{G} \frac{M_T}{R_T + z}} T.$$

On obtient donc :

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2(R_T + z)^3}{\mathcal{G}M_T}} \quad (1).$$

c) D'après la relation (1) et en posant $(R_T + z) = r$, on a :

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{\mathcal{G}M_T} = \text{cte} \quad (2).$$

3° a)

Satellite	Intelsat-V	Cosmos-1970	Feng-Yun I	USA-35
$\frac{T^2}{r^3} (10^{-14} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-3})$	9,88	9,86	9,78	9,91

Les valeurs obtenues sont très voisines, la valeur moyenne est :

$$\left(\frac{T^2}{r^3}\right)_{\text{moy}} = 9,86 \times 10^{-14} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-3} = K.$$

b) La masse de la Terre est donnée par l'expression (2) :

$$M_T = \frac{4\pi^2}{K\mathcal{G}}; \quad M_T = 6,0 \times 10^{24} \text{ kg}.$$

c) Dans le référentiel géocentrique, le satellite Intelsat-V possède la même vitesse angulaire de rotation que la Terre. Il est donc fixe par rapport au référentiel terrestre : un tel satellite est appelé géostationnaire ; il est utilisé en télécommunication.

9

1°

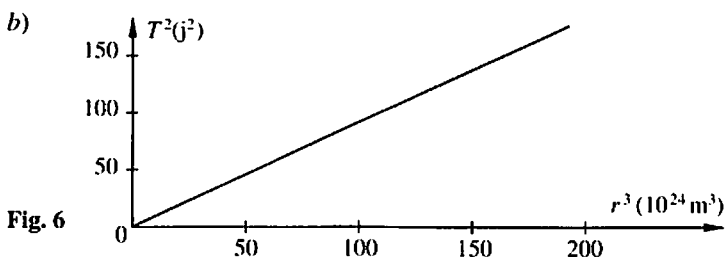
Planète	Mercure	Vénus	Terre	Mars
$\frac{T^2}{r^3} (10^{-27} \text{ j}^2 \cdot \text{m}^{-3})$	$3,987 \times 10^{-2}$	$3,986 \times 10^{-2}$	$3,986 \times 10^{-2}$	$3,987 \times 10^{-2}$

$$\left(\frac{T^2}{r^3}\right)_{\text{moy}} = K = 3,9865 \times 10^{-29} \text{ j}^2 \cdot \text{m}^{-3} = 2,976 \times 10^{-19} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-3}.$$

$$2^\circ \quad M_S = \frac{4\pi^2}{\mathcal{G}K}; \quad M_S = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}.$$

10 1° a)

Satellite	Obéron	Titania	Umbriel	Ariel	Miranda
T^2 (j ²)	181,2	75,79	17,17	6,35	2,00
r^3 (10 ²⁴ m ³)	198	82,8	18,8	7,0	2,2



Conclusion. Les points sont pratiquement alignés et passent par l'origine O . La fonction $T^2 = f(r^3)$ est une fonction linéaire de la forme :

$$T^2 = Ar^3 \quad (1).$$

2° a) Détermination du coefficient directeur de la droite représentant la fonction linéaire $T^2 = Ar^3$:

$$A = \frac{181,2 \times 24^2 \times 3600^2}{198 \times 10^{24}}, \text{ en } \text{s}^2 \cdot \text{m}^{-3}; \quad A = 6,83 \times 10^{-15} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-3}.$$

b) On montre (voir exercice 8) que :

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_U}.$$

D'après (1), on peut donc écrire :

$$A = \frac{4\pi^2}{GM_U}.$$

$$\text{D'où : } M_U = \frac{4\pi^2}{GA}; \quad M_U = 8,67 \times 10^{25} \text{ kg}.$$

Remarque. La masse actuellement connue d'Uranus est de $8,6625 \times 10^{25}$ kg.

La précision de la détermination de la masse d'Uranus dans cet exercice est donc de :

$$\frac{\Delta M_U}{M_U} = \frac{0,01 \times 10^{25}}{8,6625 \times 10^{25}}; \quad \frac{\Delta M_U}{M_U} = 0,12 \text{ \%}.$$

11

Protocole expérimental

1° a) La balle de golf est lancée dans le noir. Un appareil photographique est fixé sur un pied, l'obturateur de l'objectif ouvert (« en pose »). Au moment où on lance la balle, une autre personne déclenche l'éclairage de la lumière stroboscopique. Une fois la balle tombée, on ferme l'obturateur.

b) La qualité et la précision du pointage du centre des différentes positions de la balle (une sur deux) sont directement liées aux résultats obtenus.

2° a) Soit $D_{i+1, i-1}$ la distance réelle entre deux points M_{i+1} et M_{i-1} . Pour la balle de golf, on désigne respectivement par d_r et d le diamètre réel et le diamètre mesuré sur le document. On a donc :

$$\frac{D_{i+1, i-1}}{M_{i+1}M_{i-1}} = \frac{d_r}{d}; \quad D_{i+1, i-1} = M_{i+1}M_{i-1} \frac{d_r}{d}.$$

Pour les points M_5 et M_7 , on a : $D_{5,7} = 145,2$ mm.

Pour les points M_7 et M_9 , on a : $D_{7,9} = 122,4$ mm.

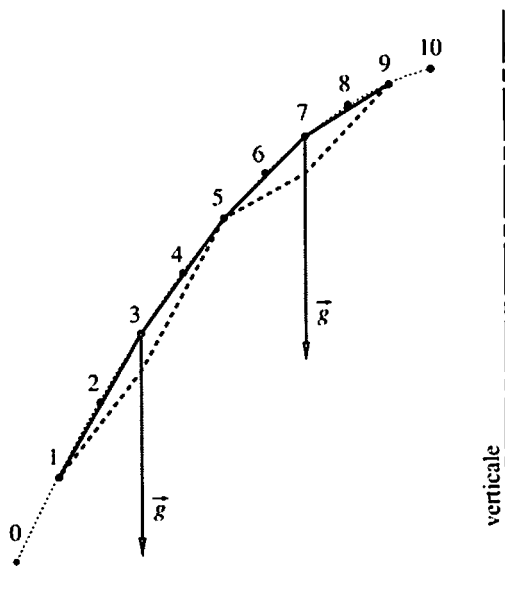


Fig. 7

b) Les valeurs des vitesses en M_6 et M_8 sont :

$$v_6 = \frac{D_{5,7}}{4\theta}; \quad v_8 = \frac{D_{7,9}}{4\theta}.$$

On peut choisir l'échelle de représentation des vitesses ainsi :

$$v_6 \triangleq D_{5,7} \quad \text{et} \quad v_8 \triangleq D_{7,9}.$$

3° a) Par définition, le vecteur accélération au point M_6 est :

$$\vec{a}_6 = \frac{\vec{v}_7 - \vec{v}_5}{4\theta} = \frac{\Delta \vec{v}_{7,5}}{4\theta}, \quad \text{avec} \quad \Delta v_{7,5} = \frac{\Delta x_{7,5}}{4\theta} \quad (\text{fig. 7}).$$

La valeur a_6 de l'accélération au point M_6 est : $a_6 = \frac{\Delta x_{7,5}}{16\theta^2} = g.$

Comme $\frac{1}{\theta} = N$, avec N fréquence des éclairs, on obtient :

$$\frac{\Delta x_{7,5} N^2}{16} = g; \quad N = 4 \sqrt{\frac{g}{\Delta x_{7,5}}}.$$

$$\Delta x_{7,5} = \frac{d_r}{d} (\Delta x_{7,5})_{\text{mesuré sur le tracé}}; \quad \Delta x_{7,5} = 39,9 \text{ mm}.$$

$$N = 4 \sqrt{\frac{9,8}{39,9 \times 10^{-3}}}; \quad N = 63 \text{ Hz}.$$

12**Les réponses au test**

$$1^\circ \quad a) \quad \begin{cases} x = v_0(\cos \alpha) t \\ z = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0(\sin \alpha) t + h. \end{cases}$$

$$b) \quad z = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + (\tan \alpha) x + h.$$

c) Si $z = 0$, alors $x = x_1$.

$$\text{D'où : } -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x_1^2 + (\tan \alpha) x_1 + h = 0.$$

$$x_1 > 0; \quad -0,02334 x_1^2 + 0,26795 x_1 + 1,00 = 0; \quad x_1 = 14,5 \text{ m}.$$

2° a) Soit x_p la portée du tir et f sa flèche :

$$x_p = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \quad \text{et} \quad f = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

b) $x_p = 9,6 \text{ m}$ et $f = 1,68 \text{ m}.$

3° a) Soit (A, \vec{u}) un repère terrestre porté par (AB) :

$$\begin{cases} a = g \sin \alpha \\ v = g (\sin \alpha) t \\ x = \frac{g (\sin \alpha)}{2} t^2. \end{cases}$$

Les réponses au test (suite)

$$\tau = \sqrt{\frac{2l}{g \sin \alpha}}; \quad \tau = 4,3 \text{ s.}$$

$$b) \vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = m\vec{a}'.$$

$$mg \sin \alpha - F + 0 = ma'; \quad a' = g \sin \alpha - \frac{F}{m};$$

$$l = \frac{1}{2} \left(g \sin \alpha - \frac{F}{m} \right) \tau'^2.$$

$$F = m \left(g \sin \alpha - \frac{2l}{\tau'^2} \right); \quad F = 161 \text{ N.}$$

$$4^\circ \quad a) \frac{T_P^2}{r_P^3} = \frac{T_D^2}{r_D^3}; \quad r_P = r_D \sqrt[3]{\left(\frac{T_P}{T_D}\right)^2}.$$

$$30 \text{ h } 18 \text{ min} = 30,30 \text{ h}$$

$$7 \text{ h } 39 \text{ min} = 7,65 \text{ h.}$$

$$r_P = 9,37 \times 10^3 \text{ km}$$

$$(\text{rayon connu } 9380 \text{ km; soit } \frac{\Delta r_P}{r_P} \approx 0,11 \%).$$

$$b) \frac{T_D^2}{r_D^3} = \frac{4\pi^2}{GM_M}; \quad M_M = \frac{4\pi^2 r_D^3}{GM_D^2}; \quad M_M = 6,423 \times 10^{23} \text{ kg.}$$

$$(\text{Valeur connue : } 6,419 \times 10^{23} \text{ kg; soit } \frac{\Delta M_M}{M_M} \approx 0,06 \%).$$

5° a) Un satellite de télécommunication est fixe par rapport au référentiel terrestre.

$$b) \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T} \quad \text{ou} \quad \frac{T^2}{(R_T + z)^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}.$$

$$\text{D'où : } z = \left(\frac{T^2 GM_T}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R_T; \quad z = 35,78 \times 10^3 \text{ km.}$$

13

1° a) V; b) F; c) F; d) F; e) V.

2° a) V; b) F; c) F; d) F; e) F.

3° a) V; b) F; c) F; d) F; e) F.

4° a) V; b) F; c) V; d) F; e) V.

6 Particules chargées dans un champ électrique

Ce qu'il faut savoir

I – FORCE ÉLECTRIQUE

1. Expression de la force électrique

Une particule, portant une charge électrique q , placée dans un champ électrique \vec{E} est soumise à la force électrique \vec{F} telle que : $\vec{F} = q\vec{E}$.

$F = qE$	F , intensité de la force électrique (N); q , charge de la particule (C); E , valeur du champ électrique ($V \cdot m^{-1}$).
----------	--

Quand le champ électrique est uniforme et constant, la force électrique est constante.

2. Champ et énergie cinétique

Dans tous les cas, le champ électrique \vec{E} modifie la vitesse de la particule chargée, donc son énergie cinétique.

3. Comparaison avec l'interaction gravitationnelle

■ L'intensité du poids (ou valeur du poids) des particules élémentaires (proton, électron) est négligeable devant celle de la force électrique. On vérifiera qu'il en est de même pour les ions et les noyaux des atomes.

■ **Attention** : cette approximation n'est plus vérifiée pour des systèmes macroscopiques comme les gouttes d'huile par exemple.

II – TRAVAIL REÇU PAR UNE PARTICULE

1. Expression du travail

Soit une particule de charge q qui subit la d.d.p. : $U_{AB} = V_A - V_B$.

Le travail reçu par la particule chargée lorsqu'elle passe de A en B a pour expression :

$W_{A \rightarrow B} = qU_{AB}$	$W_{A \rightarrow B}$, travail reçu par la particule (J); q , charge de la particule (C); U_{AB} , tension entre A et B (V).
---------------------------------	---

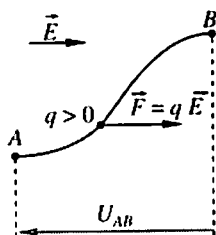


Fig. 1

Remarque. On suppose $q > 0$.

Si $U_{AB} > 0$, alors $W_{A \rightarrow B} > 0$.

Si $U_{AB} < 0$, alors $W_{A \rightarrow B} < 0$.

2. À propos des unités

Le travail reçu par la particule, $W_{A \rightarrow B}$, est exprimé en électrons-volts (eV), si q est égale à la charge élémentaire e :

1 eV = $1,60 \times 10^{-19}$ J ; 1 MeV = $1,60 \times 10^{-13}$ J.

III – MOUVEMENT D'UNE PARTICULE

1. Conditions expérimentales

- La particule considérée, de masse m , portant la charge électrique q , se déplace dans le vide.
- L'action gravitationnelle est négligeable devant l'action du champ électrique.
- La particule pénètre avec une vitesse \vec{v}_0 dans une région de l'espace où l'on crée un champ électrique \vec{E} uniforme et constant, agissant sur une longueur l .
- La durée du mouvement de la particule et les distances parcourues sont suffisamment petites pour que l'on puisse considérer le dispositif expérimental comme référentiel galiléen.
- Les vitesses sont suffisamment petites devant celle de la lumière pour que l'on puisse appliquer les lois de la mécanique classique.

2. Position du problème

Il s'agit de déterminer les caractéristiques du mouvement de la particule dans le champ électrique uniforme. On traitera ici le cas le plus fréquent, celui où \vec{v}_0 est orthogonal à \vec{E} .

3. Étude dynamique

- Système étudié : « la particule ».
- Référentiel : le dispositif expérimental.
- Bilan des forces appliquées à la particule :

$$\begin{aligned}\vec{P} &= m\vec{g}, & \text{poids de la particule;} \\ \vec{F} &= q\vec{E}, & \text{force électrique.}\end{aligned}$$

- Appliquons la relation fondamentale de la dynamique à la particule :

$$\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}.$$

Le poids P est négligeable devant F ; on a :

$$\vec{F} = m\vec{a}; \quad q\vec{E} = m\vec{a}, \quad \text{et donc} \quad \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}.$$

Conclusion. Le champ étant uniforme le vecteur accélération est constant.

Remarque

Le champ électrique est en général créé entre les armatures d'un condensateur plan, distantes de d , auxquelles on impose une tension

U_{AB} (fig. 2). Dans ce cas : $E = \frac{U_{AB}}{d}$ et $a = \frac{q}{m} \frac{U_{AB}}{d}$.

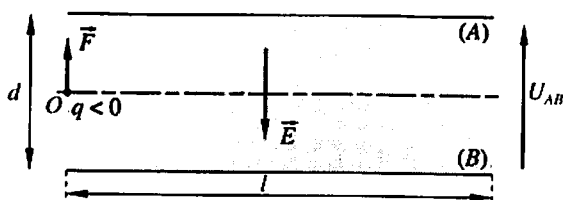


Fig. 2

4. Étude cinématique

a) Choix du repère R

▣ Origine : O , position de la particule quand elle pénètre dans le champ électrique.

▣ L'espace est rapporté à une base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

▣ Les coordonnées de la particule dans ce repère seront notées (x, y, z) .

b) Choix de l'origine des dates

On affecte la date $t = 0$ à l'instant auquel la particule pénètre dans le champ électrique.

À cet instant, la position de la particule est $O(x_0, y_0, z_0)$ avec $x_0 = y_0 = z_0 = 0$; le vecteur \vec{v}_0 a pour coordonnées $v_{0x} = v_{0y} = v_{0z} = 0$.

c) Équations horaires du mouvement

On établit ces équations dans le cas de l'électron : $q = -e$.

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{e}{m} E \\ a_z = 0. \end{cases}$$

On en déduit les coordonnées du vecteur vitesse instantanée :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = a_y t + v_0 \\ v_z = v_0 \end{cases} ; \quad \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = \frac{e}{m} Et \\ v_z = 0. \end{cases}$$

D'où les lois horaires :

$$\begin{cases} x = v_x t + x_0 \\ y = v_y t + y_0 \\ z = v_z t + z_0 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2} \frac{e}{m} Et^2 \\ z = 0. \end{cases}$$

Ces lois horaires sont définies dans l'intervalle $0 \leq t \leq \frac{l}{v_0}$.

d) Trajectoire

Quel que soit t appartenant à l'intervalle précédent, $z = 0$.

La trajectoire est dans le plan (O, \vec{i}, \vec{j}) .

En éliminant la date t entre les expressions $x(t)$ et $y(t)$:

$$y = \frac{1}{2} \frac{e}{mv_0^2} Ex^2, \quad \text{avec } 0 \leq x \leq l.$$

La trajectoire est un arc de parabole tournant sa concavité vers les ordonnées positives.

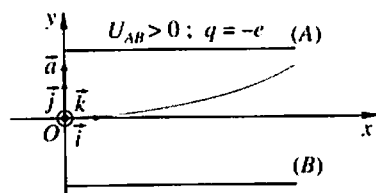


Fig. 3

Remarque

Si \vec{v}_0 est colinéaire à \vec{E} , la trajectoire est rectiligne et le mouvement est uniformément varié.

ÉNONCÉS

Sauf indications contraires, dans tous les exercices proposés, le mouvement des particules s'effectue dans le vide.

Pour résoudre ces exercices on utilisera, si nécessaire, les données numériques suivantes :

charge élémentaire, $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$;

masse de l'électron, $9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$;

masse du proton, $1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$;

intensité de la pesanteur, $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

La solution de chacune des questions devra être présentée sous forme littérale avant l'application numérique éventuelle.

1

Trajectoires ★

Un champ électrique uniforme est créé en maintenant une tension positive constante U_{AB} entre les armatures (A) et (B) d'un condensateur plan.

Un proton, animé d'un mouvement rectiligne uniforme, pénètre dans cet espace avec une vitesse \vec{v}_0 .

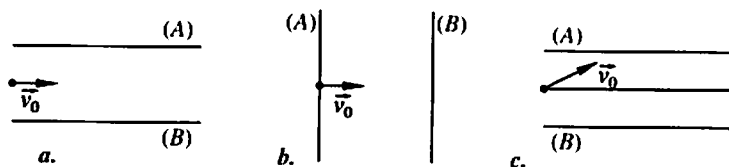


Fig. 4

1° A2 Reproduire les figures et représenter sur chacune :

a) le vecteur champ électrique \vec{E} ;

b) le vecteur force électrique \vec{F} appliquée à la particule.

2° A1 Dans chacune des situations décrites, indiquer les modifications du mouvement de la particule. Compléter chaque figure en dessinant une allure de trajectoire possible entre les armatures du condensateur.

3° A1 Répondre aux questions 1° et 2°, la particule considérée étant un électron.

2 Trajectoires et énergie cinétique ★

En chargeant un condensateur plan, on crée un champ électrique uniforme entre ses armatures. Un faisceau homocinétique de particules chargées positivement pénètre en O , avec une vitesse \vec{v}_0 , dans le champ électrique et en ressort au point S . Le poids des particules a un effet négligeable sur leur mouvement. La trajectoire des particules est représentée sur la figure 5, ainsi que le sens de leur mouvement.

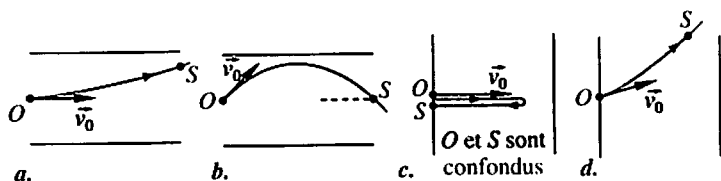


Fig. 5

1° A1 Dans chacun des cas, représenter le sens des vecteurs champ électrique \vec{E} et accélération \vec{a} .

2° A2 Dans quel(s) cas l'énergie cinétique d'une particule est-elle la même en O et en S ? Justifier la réponse par un raisonnement ne faisant intervenir aucun calcul.

3 Accélération ★

A1 Quelles sont les caractéristiques du vecteur champ électrique uniforme créé entre A et B pour qu'un électron émis sans vitesse initiale du point A atteigne le point B avec une vitesse $v = 20000 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$? On donne : $AB = 10 \text{ cm}$.

4 Ordres de grandeur et unités ★

Un électron initialement au repos, soumis à une tension accélératrice U , acquiert une vitesse v .

1° A2 Montrer que la valeur numérique de la vitesse v peut être calculée à l'aide de la relation :

$v = K \sqrt{U}$, où K est un coefficient dont on déterminera l'expression littérale.

2° C1 Avec quelle unité doit-on exprimer le coefficient K dans le système international (S.I.) ?

3° A1 Quelle doit être la valeur numérique du coefficient K pour que la valeur de la vitesse soit exprimée en $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$?

4° A1 On admet que les lois de la mécanique classique s'appliquent aux particules dont la vitesse n'excède pas $\frac{1}{10}$ de la vitesse de

la lumière (dans le vide, $c = 300\,000 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$). Quelle est la valeur maximale de la tension accélératrice que l'on peut appliquer à un électron initialement au repos et permettant de rester dans le cadre de la mécanique classique ?

5 Canon à électrons ★

A2 Une cathode C au tungstène, portée à une température de l'ordre de $1000 \text{ }^\circ\text{C}$, émet des électrons avec une vitesse $v_c = 260 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$: c'est l'effet thermoélectronique. Les électrons ainsi émis sont accélérés par un champ électrique intense créé par une haute-tension $U_{AC} = 2000 \text{ V}$ appliquée entre l'anode A et la cathode C .

Quelle est la vitesse des électrons quand ils arrivent à l'anode ? Est-il justifié de négliger la vitesse avec laquelle les électrons sont émis ?

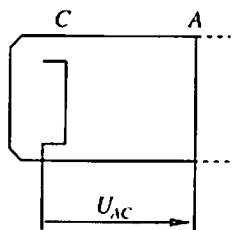


Fig. 6

6 Énergie cinétique initiale d'une particule α ★★

Le polonium ${}^{210}_{84}\text{Po}$ est radioactif. Sa désintégration spontanée entraîne la formation d'un noyau de plomb et d'une particule α (noyau de l'atome d'hélium ${}^4_2\text{He}$).

1° A2 Écrire le bilan de la réaction nucléaire.

2° Pour déterminer l'énergie cinétique des particules α émises, on dévie un faisceau de ces particules par un champ électrostatique uniforme créé entre deux plaques parallèles (P) et (P') (fig. 7). Les particules α pénètrent perpendiculairement au champ électrostatique \vec{E} avec une vitesse \vec{v}_0 . Un film photographique est placé exactement à la sortie du champ électrostatique à une distance $l = 0,10 \text{ m}$ du point O . Un impact est observé sur le film au point A situé à la distance d du point O' .

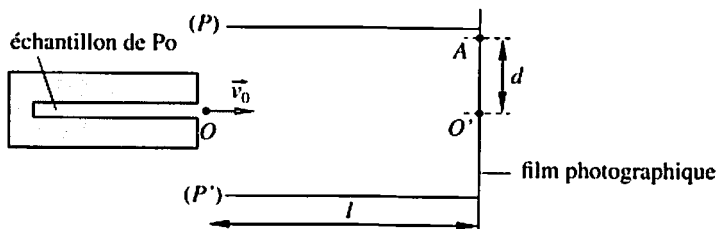


Fig. 7

A2 a) Reproduire la figure et représenter le vecteur champ \vec{E} en justifiant son sens.

C1 b) Établir, dans un repère que l'on précisera, l'équation de la trajectoire d'une particule α .

C1 c) Montrer que l'on peut déduire de cette expérience l'énergie cinétique initiale des particules α . Exprimer littéralement cette énergie cinétique.

Calculer en MeV cette énergie sachant que :

$$E = 5,0 \times 10^6 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}; \quad d = 4,7 \text{ mm};$$

la charge élémentaire $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

7

Accélération et déviation de particules α ★★

Des noyaux d'hélium ${}^4_2\text{He}^{2+}$ (particules α), de masse m , sont émis avec une vitesse négligeable à travers l'ouverture O_1 d'une plaque métallique (P) (fig. 8). Ils traversent successivement trois régions (I), (II), (III) d'une enceinte dans laquelle on a fait le vide. On négligera l'action gravitationnelle sur leur mouvement.

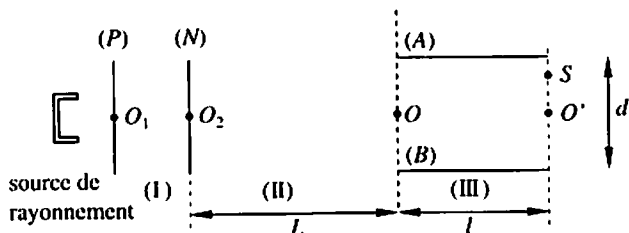


Fig. 8

1° La région (I) est limitée par les plaques (P) et (N), planes, parallèles, perpendiculaires au plan de la figure, auxquelles on applique une tension $U_0 = U_{PN}$. On veut que les particules α , en passant par le point O_2 , aient une vitesse \vec{v}_0 ayant la direction de la droite O_1O_2 .

A1 a) Préciser et justifier le signe de U_0 .

A1 b) Déterminer l'expression littérale de v_0 en fonction de e (charge élémentaire), m , U_0 . Calculer sa valeur numérique.

On donne : $m = 6,68 \times 10^{-27} \text{ kg}$; $|U_0| = 2000 \text{ V}$.

2° Les particules α pénètrent dans la région (II), de longueur $L = 50 \text{ cm}$, où n'existe aucun champ électrique, avec la vitesse \vec{v}_0 .

A2 a) Quelle est la nature du mouvement des particules dans cette région ? Justifier la réponse.

A2 b) Quelle est la durée du trajet d'une particule dans cette région ?

3° Après avoir franchi la région (II), les particules α pénètrent en O dans la région (III). Entre les armatures (A) et (B), parallèles, perpendiculaires au plan de figure, distantes de d et de longueur l , existe un champ électrique uniforme \vec{E} créé par une tension U_{AB} . On veut que les particules α sortent de cette région au point S.

A2 a) Déterminer le sens du champ \vec{E} pour que le point S soit au-dessus du point O' .

A1 b) En déduire le signe de U_{AB} .

4° C1 Établir l'équation de la trajectoire des particules α dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ que l'on précisera. On fera apparaître, dans l'expression de cette trajectoire, les tensions U_{AB} et U_0 . En déduire :

B3 a) la valeur de U_{AB} pour que $O'S = 5$ mm. On donne : $l = 20$ cm et $d = 5$ cm ;

A2 b) la durée du trajet des particules entre O_2 et S .

5° C2 La source de rayonnement produit maintenant des particules de même charge mais de masses différentes (isotopes d'un même élément chimique par exemple). Ce dispositif permet-il la séparation de ces particules ?

8

Modèle d'un oscilloscope ★★

La cathode C d'un oscilloscope émet des électrons dont la vitesse à la sortie du métal, est négligeable. Ces électrons traversent ensuite une anode P , en un point O_1 .

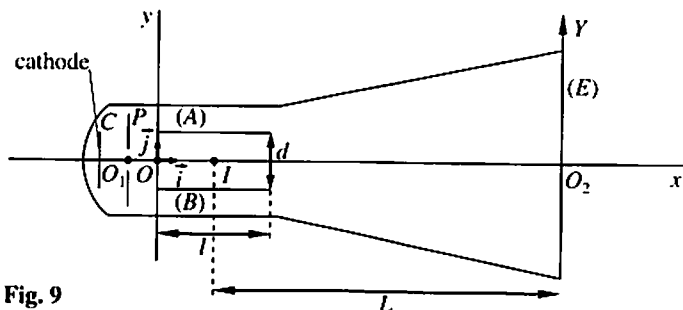


Fig. 9

1° On établit une tension $U_0 = V_P - V_C$.

A1 a) Déterminer l'expression littérale de la vitesse v_0 des électrons à leur passage en O_1 .

A1 b) Faire l'application numérique quand on applique une tension $U_0 = 1000$ V.

A2 c) Quelle est la nature du mouvement des électrons au-delà de P ?

2° Les électrons, constituant un faisceau homocinétique, pénètrent en O entre les armatures horizontales (A) et (B) d'un condensateur plan. Les armatures distantes de d ont une longueur l . On établit entre ces armatures une tension continue positive U_{AB} . On veut étudier le mouvement des électrons entre les deux plaques (A) et (B) .

A1 a) Montrer que leur mouvement s'effectue dans le plan vertical passant par O .

A1 b) Déterminer l'équation de la trajectoire d'un électron dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

C1 c) Exprimer sous forme littérale la condition que doit remplir U_{AB} pour que les électrons sortent du condensateur.

A1 d) On donne : $d = 2,0$ cm ; $l = 10$ cm. Exprimer cette condition numériquement.

A2 e) Quelle est la nature du mouvement des électrons après leur sortie du condensateur ?

3° Le faisceau d'électrons arrive ensuite sur un écran fluorescent rectangulaire (E), situé à la distance $L = 20$ cm du centre de symétrie I du condensateur.

A1 a) Montrer que le faisceau forme un point lumineux (spot) O_2 au centre de l'écran quand $U_{AB} = 0$.

C2 b) Déterminer le déplacement $Y = O_2M$ du spot sur l'écran quand $U_{AB} \neq 0$.

B3 c) Montrer que ce déplacement peut s'écrire sous la forme $Y = KU_{AB}$.

A2 d) En déduire l'expression littérale du coefficient K ainsi que son unité S.I.

C1 e) La déviation verticale du spot sur l'écran est maximale quand on applique une tension $U_{AB} = 80$ V. La hauteur de l'écran est égale à $H = 8,0$ cm. Quelle est la valeur maximale du coefficient de déviation verticale k de l'appareil ? Ce coefficient sera exprimé en $V \cdot \text{cm}^{-1}$.

4° On applique maintenant une tension alternative aux armatures du condensateur : $u_{AB} = 12\sqrt{2} \cos(100\pi t)$.

B2 a) Comment peut-on expliquer l'observation sur l'écran d'un segment de droite verticale ?

A2 b) Quelle est la hauteur de ce segment quand le coefficient de déviation verticale choisi $k = 5 V \cdot \text{cm}^{-1}$?

C1 c) Qu'observe-t-on sur l'écran quand on choisit $k = 2 V \cdot \text{cm}^{-1}$?

Protocole expérimental

9

Faisceau d'électrons : utilisation d'un diviseur de tension ★★★

Le dispositif d'étude des faisceaux d'électrons considéré est constitué :

- d'un canon à électrons produisant un faisceau homocinétique. Les électrons sont soumis à une tension accélératrice U_0 que l'on peut faire varier à l'aide d'un potentiomètre de 0 à 5,0 kV ;
- d'un dispositif de déviation électrostatique constitué d'un ensemble de deux plaques (A) et (B) de longueur l , distantes de d , entre lesquelles on peut appliquer une tension $U_{AB} = U$;
- d'un écran quadrillé, vertical, luminescent, placé entre les deux plaques (A) et (B), permettant de visualiser le faisceau d'électrons.

Les tensions U_0 et U sont égales car délivrées par la même alimentation ; de plus, leurs variations respectives sont commandées par le même potentiomètre.

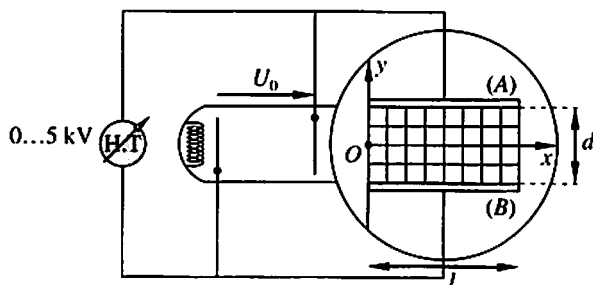


Fig. 10

1° Les électrons pénètrent au milieu des plaques au point O perpendiculairement au champ électrique qui sera considéré comme uniforme dans tout l'espace situé entre les plaques.

C1 a) Établir l'équation de la trajectoire d'un électron dans le repère défini sur l'écran luminescent, en fonction de d .

A2 b) Sachant que $l = 2d$, montrer que le faisceau ne peut sortir de l'espace limité par les plaques.

A2 c) Quelles sont les coordonnées, en fonction de d , du point d'impact de l'électron sur la plaque ?

2° Pour remédier à cet inconvénient, on utilise un diviseur de tension T.H.T. qui permet d'appliquer aux plaques une tension :

$$U = n \frac{U_0}{5}, \text{ avec } 1 \leq n \leq 5.$$

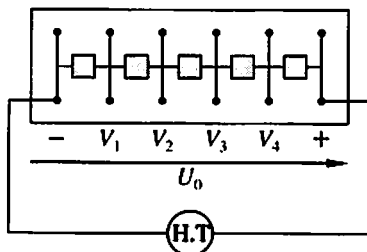


Fig. 11

C2 a) Pour quelles valeurs de n le faisceau d'électrons pourrait-il sortir du champ électrique ?

A2 b) Dans ces conditions, faire le schéma du montage du circuit plaques, en faisant apparaître l'alimentation H.T., le diviseur de tension et les deux plaques.

A2 c) Déterminer l'ordonnée du point de sortie correspondant à la plus grande des déviations possibles.

A1 d) Quel est alors le mouvement ultérieur des électrons ?

10

Accélérateur linéaire ★★★

Des ions Kr^{8+} , de masse m , de charge q , pénètrent en O avec une vitesse presque nulle et sont accélérés par une tension $U_{PN} = 10^5 \text{ V}$ (fig. 12). On donne $m = 14 \times 10^{-26} \text{ kg}$.

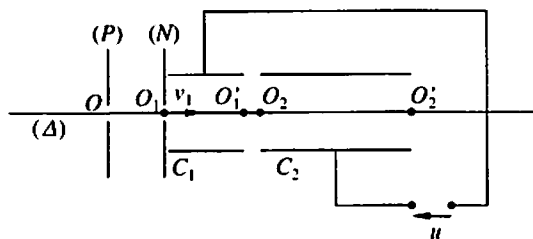


Fig. 12

1° A1 Calculer la vitesse v_1 d'un ion au point O_1 .
Derrière la plaque (N), on place un cylindre creux C_1 d'axe (Δ) percé de deux trous dont l'un peut être confondu avec O_1 . L'autre trou, (O_1') , est aussi sur (Δ) .

2° Un second cylindre C_2 , coaxial avec C_1 percé de deux trous O_2 et O_2' est placé derrière C_1 (fig. 12). On établit entre les deux cylindres une tension alternative sinusoïdale $u = U_{\max} \cos \omega t$, de telle sorte que cette tension soit maximale quand les ions pénètrent en O_1 à l'instant de date $t = 0$.

La période de la tension est $T = 10^{-7} \text{ s}$. On admet que le champ électrique est nul à l'intérieur des cylindres.

A2 a) Quel est le mouvement des ions à l'intérieur de C_1 ?

A1 b) On veut que les ions soient accélérés dès qu'ils ont traversé O_1' . Quelle doit être la polarité des cylindres C_1 et C_2 à cet instant ?

C1 c) Quelle doit être la longueur minimale de C_1 pour que $u = -U_{\max}$ quand les ions arrivent en O_1' ?

3° La durée de parcours du segment $O_1'O_2$ est assez courte pour que l'on puisse admettre que la tension u reste constante et égale à $-U_{\max}$ pendant que les ions franchissent l'intervalle $O_1'O_2$.

A2 a) Quel est l'accroissement de l'énergie cinétique d'un ion entre O_1' et O_2 ? On donne $U_{\max} = 10^5 \text{ V}$.

B2 b) Quelle est alors la vitesse v_2 de cet ion ?

C2 c) La distance $O_1'O_2$ a été parcourue pendant une durée égale à $\frac{T}{20}$. Quelle est cette distance ?

11 Testez-vous !

Quatre points à chaque exercice juste. Bon courage !

1° Compléter la figure 13 avec les légendes extraites de la liste.

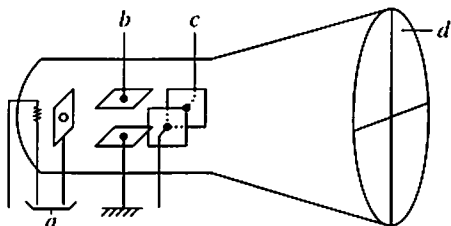


Fig. 13

Écran fluorescent; canon à électrons; plaques de déviation verticale du faisceau d'électrons; plaques de déviation horizontale du faisceau d'électrons.

 2° Une particule chargée positivement pénètre avec une vitesse \vec{v}_0 dans un champ électrique uniforme \vec{E} . Le plan de la trajectoire sera défini dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$; \vec{k} est orthogonal au plan de la feuille. Compléter le tableau ci-dessous :

Nature de la trajectoire				
Plan de la trajectoire				

 3° Des particules pénètrent dans un champ électrique uniforme avec une vitesse \vec{v}_0 colinéaire au vecteur champ \vec{E} . Compléter le tableau ci-dessous en indiquant dans chaque case la nature du mouvement (accélééré, retardé, uniforme) :

Particules	\vec{v}_0 et \vec{E} sont de même sens	\vec{v}_0 et \vec{E} sont de sens contraires
Particule α		
Proton		
Électron		
Neutron		

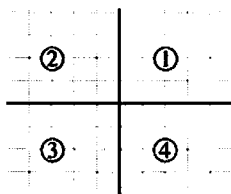
Testez-vous ! (suite)

4° Donner les ordres de grandeur de :

- a) la vitesse d'impact des électrons sur l'écran d'un oscilloscope ;
 b) la vitesse de balayage du spot lumineux (sensibilité $1 \text{ ms} \cdot \text{div}^{-1}$) ;
 c) la vitesse de balayage du spot lumineux (sensibilité $1 \mu\text{s} \cdot \text{div}^{-1}$) ;
 d) la vitesse moyenne d'un électron dans un conducteur traversé par un courant continu.

5° Compléter le tableau ci-dessous, en indiquant dans chaque case, la partie de l'écran de l'oscilloscope dans laquelle le spot lumineux se trouve quand on applique simultanément aux entrées X et Y les tensions U_X et U_Y , le balayage étant supprimé.

$U_X \backslash U_Y$	> 0	< 0
> 0		
< 0		



12 Auto-évaluation

Dans la (les) case(s) correspondant à la (aux) réponse(s) jugée(s) exacte(s), inscrire «V» ; dans la (les) case(s) jugée(s) fausse(s), inscrire «F». Inscrire un tiret (-) à chaque fois que l'on s'abstient. Toute case correctement remplie entraîne + 1 point. Il est préférable de s'abstenir (0 point) plutôt que de mal remplir la case (- 1 point). La somme algébrique des points donne une note sur 20.

1° On considère une particule de charge q , de masse m , animée d'une vitesse \vec{v}_0 , en mouvement dans un champ électrique uniforme \vec{E} . La trajectoire de la particule est plane :

- a) dans tous les cas
- b) quand \vec{v}_0 est perpendiculaire à \vec{E}
- c) quand \vec{v}_0 et \vec{E} forment un angle α ($\alpha \neq 0$)
- d) jamais

2° Une particule de charge négative, de masse m , pénètre avec une vitesse \vec{v}_0 dans un champ électrique \vec{E} uniforme. Son mouvement sera accéléré si :

- a) \vec{v}_0 est parallèle à \vec{E} et de même sens
- b) \vec{v}_0 est nulle
- c) \vec{v}_0 est orthogonale à \vec{E}
- d) \vec{v}_0 a même direction et est de sens contraire à \vec{E}

3° Dans un champ électrique uniforme, la trajectoire d'une particule chargée peut être :

- a) rectiligne
- b) circulaire
- c) parabolique
- d) hélicoïdale

4° Dans un canon à électrons, le rôle du champ électrique est :

- a) de produire l'extraction des électrons d'un métal
- b) d'accélérer les électrons produits
- c) d'empêcher les électrons produits de retourner sur la cathode qui les a émis
- d) de dévier un faisceau d'électrons

5° Dans un oscilloscope, la déviation du faisceau d'électrons peut être produite par :

- a) la cathode
- b) les armatures verticales d'un condensateur
- c) les armatures horizontales d'un condensateur
- d) l'écran luminescent

CORRIGÉS

- 1** 1° et 2° Le vecteur champ \vec{E} est orienté de (A) vers (B) car $U_{AB} > 0$.
Le vecteur force électrique \vec{F} est de même sens que \vec{E} car $q > 0$.
Situations 1 et 3 : mouvement parabolique (fig. 14a et 14c).
Situation 2 : mouvement rectiligne uniformément accéléré (fig. 14b).
- 3° \vec{F} est de sens contraire à \vec{E} car $q < 0$.
Situations 1 et 3 : mouvement parabolique (fig. 14d et 14f).
Situation 2 : mouvement rectiligne uniformément retardé (fig. 14e).

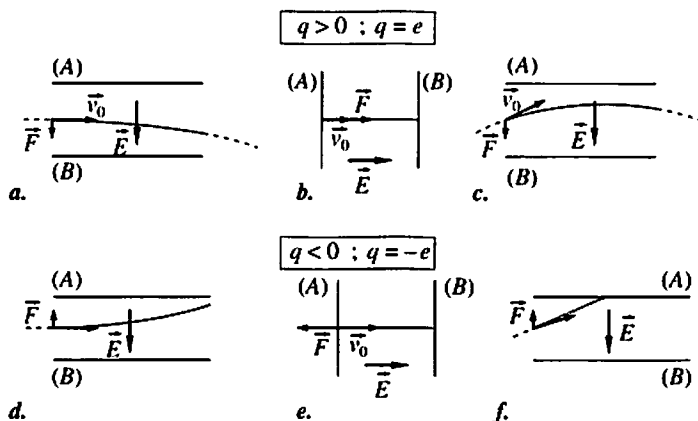


Fig. 14

- 2** 1° Dans le référentiel « condensateur », on applique la relation fondamentale de la dynamique à une des particules de masse m et de charge q du faisceau. Le poids étant négligeable devant la force électrique :

$$\vec{F} = m\vec{a}; \quad q\vec{E} = m\vec{a}; \quad \text{d'où } \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}.$$

Comme le champ électrique est uniforme, il s'agit de mouvements à accélération constante. Comme $q > 0$, les vecteurs \vec{a} et \vec{E} sont colinéaires et de même sens.

La direction de \vec{E} est orthogonale aux plans des armatures.

Dans les cas a, b, d, le sens de \vec{a} est dans la concavité de la trajectoire.

Dans les cas c, \vec{a} est de sens contraire à \vec{v}_0 , le mouvement rectiligne est d'abord uniformément retardé puis uniformément accéléré (fig. 15c).

2° On applique le théorème de l'énergie cinétique à une particule entre les positions O et S :

$$\mathcal{E}_{cs} - \mathcal{E}_{co} = qU_{OS}.$$

Fig. 15a : $U_{OS} > 0$, $\mathcal{E}_{cs} > \mathcal{E}_{co}$;

Fig. 15b : $U_{OS} = 0$, $\mathcal{E}_{cs} = \mathcal{E}_{co}$;

Fig. 15c : $U_{OS} = 0$, $\mathcal{E}_{cs} = \mathcal{E}_{co}$;

Fig. 15d : $U_{OS} < 0$, $\mathcal{E}_{cs} < \mathcal{E}_{co}$.

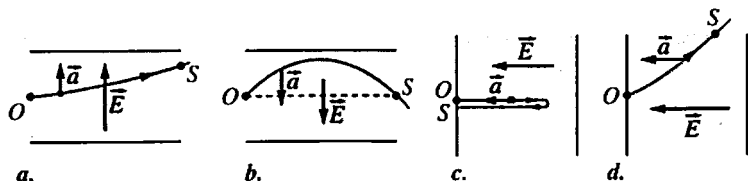


Fig. 15

3 $\vec{F} = m\vec{a}$; $\vec{F} = q\vec{E}$; donc $\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E}$ (1).

Le champ est uniforme, donc l'accélération est constante : l'électron est animé d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré.

Comme la vitesse en A est nulle :

$$a = \frac{v^2}{2AB} \quad (2).$$

Le mouvement de l'électron étant accéléré, le vecteur \vec{a} et le vecteur vitesse \vec{v} sont de même sens.

$q = -e$, donc $q < 0$: les vecteurs \vec{a} et \vec{E} sont de sens contraires (fig. 16).

Des expressions (1) et (2), on déduit celle de E .

$$E = \frac{mv^2}{2eAB}; \quad E = 11375 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}.$$

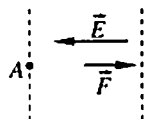


Fig. 16

4 1° $\frac{1}{2} mv^2 = eU$; $v = \sqrt{\frac{2e}{m}} \sqrt{U}$; $K = \sqrt{\frac{2e}{m}}$.

2° En $\text{m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-\frac{1}{2}}$.

3° $K \approx 600 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-\frac{1}{2}}$.

4° $U \leq 2500 \text{ V}$.

5 On applique le théorème de l'énergie cinétique à un électron, dans le référentiel « canon à électrons », entre C et A :

$$\frac{1}{2} m v_A^2 - \frac{1}{2} m v_C^2 = q U_{CA}.$$

Comme $q = -e$ et $U_{AC} = -U_{CA}$:

$$v_A^2 - v_C^2 = \frac{2e}{m} U_{AC}; \quad v_A = \sqrt{\frac{2e}{m} U_{AC} + v_C^2}; \quad v_A = 2,6 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

$\left(\frac{v_C}{v_A}\right)^2 = 10^{-4}$: on peut négliger la vitesse d'émission v_C pour calculer l'énergie cinétique de l'électron en A.

6 1° ${}_{84}^{210}\text{Po} \rightarrow {}_{82}^{206}\text{Pb} + {}_2^4\text{He}$.

2° a) $\vec{F} = q\vec{E}$; $q = 2e$; $q > 0$.

Le vecteur champ \vec{E} est orienté de O' vers A orthogonalement aux plaques (P) et (P').

b) Voir Ce qu'il faut savoir, III-4. d).

$$y = \frac{eE}{m v_0^2} x^2, \quad 0 \leq x \leq l \quad (1).$$

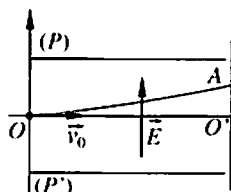


Fig. 17

c) $\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} m v_0^2$. De la relation (1), on déduit :

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} \frac{eE}{OA'} l^2; \quad \mathcal{E}_c = 5,31 \text{ MeV}.$$

7 1° a) Les particules α sont soumises à un champ électrique \vec{E} orienté de (P) vers (N). Chaque particule reçoit un travail : $W_{P \rightarrow N} = q U_{PN}$. Comme $q = 2e$ est positif : $U_{PN} > 0$.

b) D'après les exercices précédents, on a :

$$v_0 = \sqrt{\frac{4e}{m} U_0}; \quad v_0 = 4,4 \times 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

2° a) L'action du poids étant négligeable, les particules α sont animées d'un mouvement rectiligne uniforme dans la région (II).

b) La durée du trajet est : $\Delta t = \frac{L}{v_0}$; $\Delta t = 10^{-6} \text{ s}$.

3° a) \vec{E} est orienté de (B) vers (A).

b) $U_{AB} < 0$.

$$4^\circ \quad y = \frac{1}{4} \frac{U_{BA}}{U_0} \frac{x^2}{d}, \quad 0 \leq x \leq l.$$

a) Quand $x = l$, alors $y = O'S$.

On en déduit l'expression de U_{BA} .

$$U_{BA} = 50 \text{ V}; \quad U_{AB} = -50 \text{ V}.$$

b) $x = v_0 t$. La durée du trajet O_2S est :

$$\Delta t = \frac{l}{v_0}; \quad \Delta t = 4,5 \times 10^{-7} \text{ s}.$$

5° Non, car l'expression littérale de $y = O'S$ est indépendante de la masse m .

8

$$1^\circ \quad a) \quad v_0 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}.$$

$$b) \quad v_0 = 1,87 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

c) Mouvement rectiligne uniforme; la trajectoire est l'horizontale passant par O_1 .

$$2^\circ \quad a) \quad \vec{a} = -\frac{e}{m} \vec{E}.$$

Le mouvement se fait dans le plan (Ox, Oy) .

Voir *Ce qu'il faut savoir*, III-4. d).

$$b) \quad y = \frac{1}{2} \frac{eU_{AB}}{mdv_0^2} x^2; \quad \text{avec } 0 \leq x \leq l; \quad y = \frac{1}{4} \frac{U_{AB}}{U_0} \frac{x^2}{d}.$$

$$c) \quad \text{Quand } x = l, \quad \text{il faut que } -\frac{d}{2} \leq y \leq \frac{d}{2}:$$

$$-2U_0 \frac{d^2}{l^2} \leq U_{AB} \leq 2U_0 \frac{d^2}{l^2}.$$

$$d) \quad -80 \leq U_{AB} \leq 80 \text{ (V)}.$$

e) Mouvement rectiligne uniforme.

3° a) $U_{AB} = 0$, $a = 0$: mouvement rectiligne uniforme. La trajectoire est la droite OO_2 . Il se forme un spot lumineux en O_2 .

$$b) \quad \tan \alpha = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=l}, \quad \text{d'où } \tan \alpha = \frac{1}{2} \frac{U_{AB}}{U_0} \frac{l}{d}.$$

$$\text{D'autre part : } \tan \alpha = \frac{Y}{L}.$$

$$\text{D'où } Y = \frac{1}{2} \frac{U_{AB}}{U_0} \frac{lL}{d}.$$

c) Y est proportionnel à U_{AB} , on peut donc écrire :

$$Y = KU_{AB}.$$

$$d) K = \frac{1}{2} \frac{lL}{U_0 d}; \quad K = 5 \times 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{V}^{-1}.$$

$$e) k = 20 \text{ V} \cdot \text{cm}^{-1}.$$

$$4^\circ \text{ a) } -12\sqrt{2} \leq U_{AB} \leq 12\sqrt{2} \text{ (V)}.$$

On observe sur l'écran l'ensemble de toutes les positions occupées par le spot, cette trajectoire est un segment de droite vertical.

$$b) h = 6,8 \text{ cm}.$$

c) La hauteur du segment de droite serait égale à 16,9 cm, donc supérieure à la hauteur de l'écran. Le calibre choisi n'est pas adapté.



Protocole expérimental

$$1^\circ \text{ a) } y = \frac{1}{2} \frac{e}{mv_0^2} \frac{U}{d} x^2.$$

$$\frac{1}{2} mv_0^2 = eU_0; \quad mv_0^2 = 2eU_0.$$

$$y = \frac{1}{4} \frac{e}{eU_0} \frac{U}{d} x^2; \quad y = \frac{1}{4} \frac{U}{U_0} \frac{x^2}{d}.$$

$$\text{Si } U = U_0, \text{ alors } y = \frac{1}{4} \frac{x^2}{d}.$$

$$b) \text{ Si } x = l = 2d, \text{ alors } y = \frac{1}{4} \frac{4d^2}{d} = d > \frac{d}{2}.$$

La particule ne peut sortir.

$$c) \text{ Si } y = \frac{d}{2}, \text{ alors } x^2 = 4 \frac{d^2}{2} = 2d^2.$$

$$\text{D'où : } x = d\sqrt{2} = \frac{l}{2}\sqrt{2}.$$

$$2^\circ \quad U = n \frac{U_0}{5}; \quad \frac{U}{U_0} = \frac{n}{5}.$$

$$a) \text{ Pour sortir du champ il faut que, quand } x = l = 2d : y \leq \frac{d}{2}.$$

$$\text{Or } y = \frac{1}{4} \frac{U}{U_0} \frac{x^2}{d}, \text{ avec } x = l = 2d.$$

$$\text{D'où } y = \frac{1}{4} \frac{U}{U_0} \frac{4d^2}{d}; \quad y = \frac{U}{U_0} d; \quad y = \frac{n}{5} d.$$

Donc $y \leq \frac{d}{2}$; $\frac{n}{5} d \leq \frac{d}{2}$; $\frac{n}{5} \leq \frac{1}{2}$. Soit $n \leq \frac{5}{2}$; $n \leq 2$.

b) D'où $U = \frac{2}{5} U_0$.

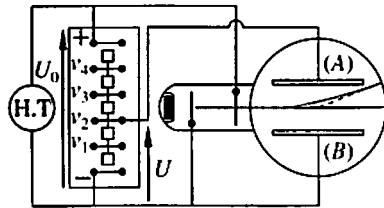


Fig. 18

c) $y = \frac{2}{5} \frac{x^2}{4d}$; $y = \frac{2}{5} \frac{4d^2}{4d}$; $y = 0,4 d$.

d) Mouvement rectiligne uniforme.

10

1° Chaque ion porte une charge positive $q = 8e$. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à un ion entre O et O_1 :

$$\mathcal{E}_{c_1} - \mathcal{E}_{c_0} = 8e U_{PN}; \quad \frac{1}{2} m v_1^2 = 8e U_{PN}; \quad v_1 = \sqrt{\frac{16e}{m} U_{PN}}.$$

D'où $\mathcal{E}_{c_1} = 0,8 \text{ MeV}$ et $v_1 = 1,35 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

2° a) Mouvement rectiligne uniforme.

b) Chaque ion doit subir une force électrique $\vec{F} = q\vec{E}$ orientée de C_1 vers C_2 . La tension $U_{C_1 C_2}$ doit être positive.

c) $l_1 = v_1 \frac{T}{2}$; $l_1 = 6,75 \text{ cm}$.

3° a) $\Delta \mathcal{E}_c = 8eU$; $\Delta \mathcal{E}_c = 0,8 \text{ MeV}$; $\Delta \mathcal{E}_c = 1,28 \times 10^{-13} \text{ J}$.

b) $\frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = \Delta \mathcal{E}_c$; $\frac{1}{2} m v_2^2 = \mathcal{E}_{c_1} + \Delta \mathcal{E}_c$, donc $\mathcal{E}_{c_2} = 2\mathcal{E}_{c_1}$.

D'où : $v_2 = v_1 \sqrt{2}$; $v_2 = 1,91 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

c) Le mouvement d'un ion est rectiligne, uniformément accéléré entre C_1 et C_2 . L'accélération a est constante.

$$\text{Donc } a = \frac{\Delta v}{\Delta t}; \quad a = \frac{20(v_2 - v_1)}{T}.$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2ad, \quad \text{d'où } d = \frac{(v_2 + v_1) T}{40}; \quad d = 8,15 \text{ mm}.$$

11

Les réponses au test

1° a. Canon à électrons; b. plaques de déviation verticale; c. plaques de déviation horizontale; d. écran fluorescent.

2°

Nature de la trajectoire	parabolique	parabolique	parabolique	rectiligne
Plan de la trajectoire	(O, \vec{i}, \vec{k})	(O, \vec{i}, \vec{j})	(O, \vec{i}, \vec{j})	(O, \vec{i})

3°

Particules	Signe de la charge	\vec{v}_0 et \vec{E} sont de même sens	\vec{v}_0 et \vec{E} sont de sens contraires
Particule α	$q > 0$	accélééré	retardé
Proton	$q > 0$	accélééré	retardé
Électron	$q < 0$	retardé	accélééré
Neutron	$q = 0$	uniforme	uniforme

4° a) $20000 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$; b) $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; c) $10 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$;
d) $1 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$.

5°

$U_x \backslash U_y$	> 0	< 0
> 0	1	2
< 0	4	3

12

- 1° a) V; b) V; c) V; d) F.
 2° a) F; b) V; c) V; d) V.
 3° a) V; b) F; c) V; d) F.
 4° a) F; b) V; c) V; d) F.
 5° a) F; b) V; c) V; d) F.

7

Particules chargées dans un champ magnétique

Ce qu'il faut savoir

I – PRODUIT VECTORIEL DE DEUX VECTEURS

1. Définition

Le produit vectoriel de deux vecteurs \vec{V}_1 et \vec{V}_2 est un vecteur \vec{V} noté :

$$\vec{V} = \vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2.$$

Le vecteur \vec{V} a pour caractéristiques (fig. 1) :

\vec{V}	<ul style="list-style-type: none"> - direction : perpendiculaire au plan défini par (\vec{V}_1, \vec{V}_2); - sens : tel que le trièdre $(\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V})$ soit direct ; - norme (ou valeur) : <p>V telle que $V = V_1 V_2 \sin(\vec{V}_1, \vec{V}_2)$.</p>
-----------	---

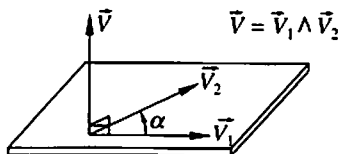


Fig. 1

Remarques

- En mathématiques, on note $\|\vec{V}\|$ la norme d'un vecteur \vec{V} ; pour simplifier l'écriture, on la note V en physique.

- Quand on note α la valeur de l'angle (\vec{V}_1, \vec{V}_2) , alors $V = V_1 V_2 |\sin \alpha|$.

Si $\alpha = 0$, alors $\vec{V} = \vec{0}$. Si $\alpha = \pi$, alors $\vec{V} = \vec{0}$.

- On peut aisément matérialiser un trièdre direct avec le pouce, l'index et le majeur de la main droite (fig. 2).

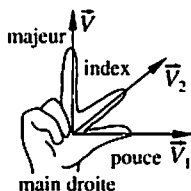


Fig. 2

2. Propriété

Le vecteur $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$ est opposé au vecteur $\vec{V}_2 \wedge \vec{V}_1$:
 $\vec{V}_2 \wedge \vec{V}_1 = -\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$.

Attention

Ne pas confondre le produit vectoriel $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$ qui est un vecteur avec le produit scalaire $V_1 \cdot V_2 = V_1 V_2 \cos(\vec{V}_1, \vec{V}_2)$ qui, lui, est un nombre réel.

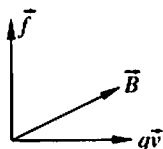
II – FORCE MAGNÉTIQUE

1. Définition

Une particule de masse m , portant une charge électrique q , en mouvement dans un champ magnétique indépendant du temps \vec{B} (champ constant), est soumise à une force magnétique :

$$\vec{f} = q \vec{v} \wedge \vec{B}$$

Fig. 3



Remarque : on se limite au seul cas du champ magnétique uniforme.

2. Caractéristiques de la force magnétique

Les caractéristiques de \vec{f} sont :

\vec{f}	<ul style="list-style-type: none"> - direction : perpendiculaire au plan défini par (\vec{v}, \vec{B}) ; - sens : tel que le trièdre $(q\vec{v}, \vec{B}, \vec{f})$ soit direct ; - valeur (ou intensité) : $f = q v B \sin(\vec{v}, \vec{B})$.
-----------	---

La valeur (ou intensité) de f est donnée par :

$f = q v B \sin(\vec{v}, \vec{B}) $	<ul style="list-style-type: none"> f, force magnétique (N) ; q, charge de la particule (C) ; v, vitesse de la particule ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$) ; B, valeur du champ magnétique (T).
--	--

Conséquences

- Les trièdres $(\vec{B}, \vec{f}, q\vec{v})$ et $(\vec{f}, q\vec{v}, \vec{B})$ sont directs.
 - Quand on note α la valeur de l'angle (\vec{v}, \vec{B}) , alors $f = |q| v B |\sin \alpha|$.
- Si $\alpha = 0$, ou $\alpha = \pi$, alors $\vec{f} = \vec{0}$. Si $\alpha = \frac{\pi}{2}$, alors $f = |q| v B$.

III – ÉNERGIE CINÉTIQUE

La puissance instantanée de la force magnétique a pour expression $\mathcal{P} = \vec{f} \cdot \vec{v}$.

Comme à chaque instant la force magnétique est orthogonale au vecteur vitesse (propriété du produit vectoriel) : $\mathcal{P} = 0$.

Le travail reçu par la particule est nul et son énergie cinétique reste constante.

Dans un champ magnétique, le mouvement d'une particule chargée est uniforme.

Conséquences

- Une particule chargée, immobile dans un référentiel donné, ne peut être mise en mouvement par un champ magnétique.
- La force magnétique ne modifie que la direction du vecteur vitesse de la particule.

IV – MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGÉE DANS UN CHAMP MAGNÉTIQUE

Hypothèses : on considère le cas où la particule chargée pénètre au point O dans un champ magnétique uniforme et constant \vec{B} avec une vitesse \vec{v}_0 orthogonale à \vec{B} .

La particule se déplace dans le vide.

Le poids de la particule est négligeable devant la force magnétique.

1. Étude dynamique

a) Système étudié par rapport à un référentiel supposé galiléen : « la particule ».

b) Bilan des forces appliquées à la particule :

\vec{P} , poids de la particule,

\vec{f} , force magnétique.

On applique la relation fondamentale de la dynamique à la particule :

$$\vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}.$$

Le poids étant négligeable, on a :

$$m\vec{a} = q\vec{v} \wedge \vec{B}; \quad \vec{a} = \frac{q}{m} (\vec{v} \wedge \vec{B}).$$

2. Étude cinématique

a) Choix du repère

On étudie le mouvement de la particule (par exemple, « un électron ») dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Dans ce repère :

$$\vec{v}_0 = v_0 \vec{i} \quad \text{et} \quad \vec{B} = B \vec{k}; \quad q = -e.$$

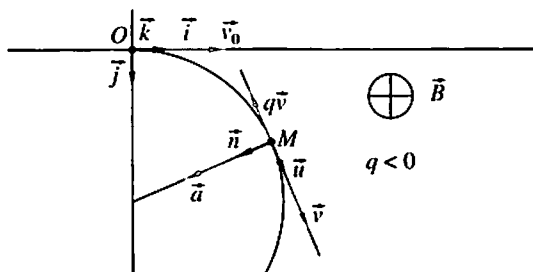


Fig. 4

b) La trajectoire est plane

À chaque instant, le vecteur accélération \vec{a} est orthogonal à \vec{B} (propriété du produit vectoriel); donc $a_z = 0$ et v_z est constant.

$v_z = v_{0z} = 0$, donc z est constant; $z = z_0 = 0$.

Le mouvement se fait dans le plan (O, \vec{i}, \vec{j}) .

c) Le mouvement est uniforme

Dans le repère local (M, \vec{u}, \vec{n}) : $\vec{a} = a_t \vec{u} + a_n \vec{n}$.

À chaque instant, le vecteur \vec{a} est perpendiculaire au vecteur vitesse \vec{v} , donc :

$$a_t = 0; \quad \frac{dv}{dt} = 0 \quad \text{donc } v \text{ est constant : } v = v_0.$$

Le mouvement de la particule est uniforme.

d) Nature de la trajectoire

$a = a_n$, donc $a = \frac{v^2}{\rho}$ avec ρ rayon de courbure de la trajectoire au point M considéré.

$$\text{D'autre part, } a = \frac{e}{m} v_0 B |\sin(\vec{v}, \vec{B})|.$$

Comme le mouvement de la particule se fait dans le plan orthogonal à \vec{B} , à chaque instant $\sin(\vec{v}, \vec{B}) = 1$, et on peut écrire :

$$a = \frac{e}{m} v_0 B, \quad \text{d'où } \rho = \frac{mv_0}{eB}.$$

Le rayon de courbure de la trajectoire est constant : $\rho = R$.

Conclusions

Une particule de charge q et de masse m pénétrant dans un champ magnétique uniforme et constant, d'intensité B avec une vitesse \vec{v}_0 orthogonale au champ est animée d'un mouvement circulaire uniforme. La trajectoire est un cercle situé dans un plan orthogonal au vecteur champ \vec{B} et dont le rayon vaut :

$$R = \frac{mv_0}{qB}.$$

ÉNONCÉS

Sauf indications contraires, dans tous les exercices proposés, le mouvement des particules s'effectue dans le vide. Pour résoudre ces exercices on utilisera, si nécessaire, les données numériques suivantes :

charge élémentaire, $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$;

masse de l'électron, $9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$;

masse du proton, $1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$;

intensité de la pesanteur, $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

La solution de chacune des questions devra être présentée sous forme littérale avant l'application numérique éventuelle.

1

Force magnétique ★

A1 Compléter, si possible, chacun des schémas suivants avec l'un des trois vecteurs \vec{v} , \vec{B} ou \vec{f} manquant.

Proton	Électron	Neutron

2

Force magnétique et poids ★

Un électron pénètre dans un champ magnétique uniforme \vec{B} orthogonal à son vecteur vitesse \vec{v}_0 .

1° A1 Représenter sur un schéma \vec{v}_0 , \vec{B} et le vecteur \vec{f} , vecteur force magnétique à laquelle l'électron est soumis.

2° A1 B3 Calculer f pour $v_0 = 2,0 \times 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $B = 0,10 \text{ T}$.

3° A1 Comparer l'intensité de cette force au poids de l'électron. Qu'en concluez-vous ?

4° B3 Répondre aux mêmes questions pour une particule α (noyau d'hélium) de masse $m = 6,7 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

3 Chambre à bulles ★

La chambre à bulles est un dispositif qui permet de matérialiser les trajectoires de particules. Dans une chambre à bulles, on a observé trois trajectoires de particules chargées.

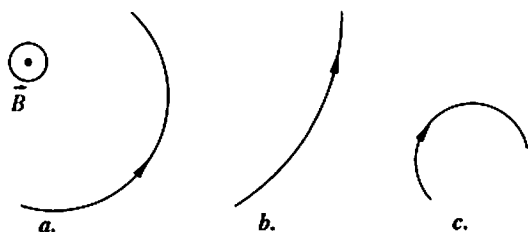


Fig. 5

- 1° A2 Déterminer le signe de la charge de chaque particule.
- 2° A2 Les particules ont la même vitesse et des charges de même valeur absolue. Déterminer la particule qui a la plus grande masse.

4 Expression « littéraire » ★

- 1° B2 Exprimer par une phrase la relation : $\vec{f} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$.
- 2° A2 B2 Quelles sont les situations pour lesquelles le champ magnétique est sans action sur le mouvement d'une particule chargée ?

5 Mouvement circulaire ★★

- 1° A1 Calculer le rayon de la trajectoire d'un électron animé d'une vitesse $v = 1,0 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ dans un champ magnétique uniforme de direction orthogonale au vecteur vitesse et de valeur $B = 1,0 \times 10^{-3} \text{ T}$.
- 2° A2 Calculer la période de révolution et la fréquence correspondante.
- 3° A2 Cette période dépend-elle de la vitesse ? Justifier la réponse.

6 Identification d'une particule ★★

Une particule de charge q , de masse m , traverse successivement deux zones dans lesquelles règne un même champ magnétique \vec{B} uniforme, perpendiculaire au plan de la figure et orienté vers l'avant de ce plan. La particule *ralentit* en franchissant la surface de séparation AC entre ces deux zones notées (I) et (II).

Le cliché matérialisant la trajectoire permet de dire que la particule décrit des arcs de cercle de rayons R_1 et R_2 respectivement dans les zones (I) et (II). On négligera le poids de la particule.

1° A2 Le mouvement de la particule chargée, dans chacune des zones, est circulaire.
Établir qu'il est aussi uniforme.

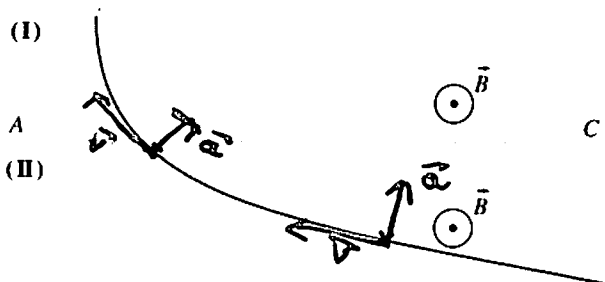


Fig. 6

2° A2 Établir les expressions des rayons R_1 et R_2 en fonction de q , m , B et des vitesses respectives v_1 et v_2 de la particule dans les zones (I) et (II).

Dans quel sens se déplace la particule, de (I) vers (II) ou de (II) vers (I)?

On donne : $R_1 = \frac{R_2}{3}$.

3° C1 Représenter les vecteurs vitesse et accélération à un instant quelconque du mouvement de la particule.
En déduire le signe de la charge de la particule.

4° B3 Calculer la charge massique $\frac{q}{m}$ de la particule et identifier celle-ci.

On donne : $R_1 = 14 \text{ cm}$; $|q| = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $B = 0,50 \text{ T}$.

Vitesse d'entrée dans le dispositif : $v = 2,0 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Masse de l'électron : $m_e = 9,14 \times 10^{-31} \text{ kg}$.

Masse du proton : $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

Masse de l'ion Li^+ : $m = 1,17 \times 10^{-26} \text{ kg}$.

D'après Bac



7 Filtre de vitesse. Spectrographe de masse ★★

L'action de la pesanteur sera négligée.

A. Une source d'ions émet les deux isotopes ${}^6\text{Li}^+$ et ${}^7\text{Li}^+$. Ces ions pénètrent en O_1 dans une zone où règnent simultanément un champ électrique uniforme vertical \vec{E} et un champ magnétique uniforme horizontal \vec{B} .

\vec{B} est perpendiculaire au plan de figure et dirigé vers l'avant.

Les vitesses d'entrée des ions en O_1 ont des valeurs différentes mais les vecteurs vitesse ont tous la même direction O_1x (fig. 7a).

1° A1 Donner les direction, sens et expression littérale de la force électrique \vec{F} s'exerçant sur un ion lithium pénétrant dans cette zone. Représenter cette force sur la figure 7a.

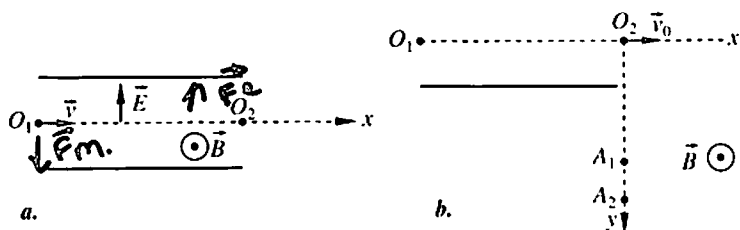


Fig. 7

2° A2 Donner les direction, sens et expression littérale de la force magnétique \vec{f} s'exerçant en O_1 sur un ion lithium animé de la vitesse \vec{v} .

Représenter cette force sur la figure 7a.

3° C1 Ce dispositif constitue un filtre de vitesse. Des ions pénétrant en O_1 avec la vitesse \vec{v}_0 sortiront en O_2 en n'ayant subi aucune déviation.

Déterminer la relation existant entre les valeurs E , B et v_0 pour ces ions particuliers.

B. Les ions ${}^6\text{Li}^+$ et ${}^7\text{Li}^+$ sortant en O_2 avec la vitesse \vec{v}_0 parallèle à O_2x pénètrent dans une chambre de déviation où règne seulement le champ magnétique uniforme \vec{B} (fig. 7b).

1° A1 Indiquer, sans démonstration, la nature du mouvement des ions et préciser en particulier le plan et la nature de la trajectoire.

2° C1 Une plaque photographique, perpendiculaire au plan (O_2x, O_2y) , est située sur O_2y . Les ions viennent frapper cette plaque en A_1 et A_2 .

Déterminer la distance A_1A_2 sur l'axe O_2y sachant que :
 $B = 1,0 \times 10^{-1} \text{ T}$; $v_0 = 6,0 \times 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

Masse de l'ion ${}^6\text{Li}^+$: $1,0 \times 10^{-26} \text{ kg}$.

Masse de l'ion ${}^7\text{Li}^+$: $1,17 \times 10^{-26} \text{ kg}$.

D'après Bac

8 Cyclotron ★★

Un cyclotron est formé de deux enceintes demi-cylindriques D_1 et D_2 (appelées « dees ») placées horizontalement dans un champ magnétique uniforme \vec{B} perpendiculaire au plan de figure (fig. 8).

Dans l'espace compris entre D_1 et D_2 , les particules sont soumises à un champ électrique alternatif de façon à être accélérées à chaque passage.

Les particules considérées sont des protons émis en O et se déplaçant dans le vide.

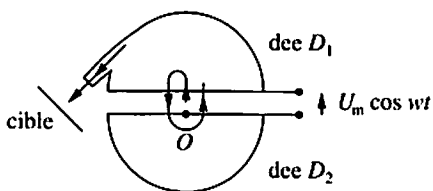


Fig. 8

1° A2 a) Montrer que ces protons décrivent, à vitesse v constante, des demi-cercles à l'intérieur des dees.

A2 b) Établir l'expression du rayon R d'un demi-cercle en fonction de m , B , v , q .

C1 c) Exprimer littéralement le temps Δt mis par un proton pour décrire un demi-cercle. Cette durée dépend-elle de v ?

2° A2 Comment doit-on orienter \vec{B} pour obtenir le mouvement dans le sens indiqué sur la figure 8?

Représenter le vecteur \vec{B} .

3° C1 Quelle est la fréquence de la tension accélératrice créant le champ électrique alternatif?

4° C1 Quelle est l'énergie maximale acquise par un proton, le rayon des dees étant $R' = 0,80$ m?

5° A2 Par quelle tension continue U aurait-il fallu accélérer le proton pour lui donner la même énergie?

Données numériques : $B = 1,5$ T;

masse du proton : $m = 1,67 \times 10^{-27}$ kg ; $q = 1,60 \times 10^{-19}$ C.

D'après Bac



Spectrographe de masse ★★★

Dans tout le problème, on néglige les effets de la pesanteur sur les ions.

Le spectrographe de masse est un appareil qui permet la séparation des isotopes d'un même élément chimique.

Des ions potassium ${}_{19}^{41}\text{K}^+$ et ${}_{19}^{43}\text{K}^+$ de masses respectives m_1 et m_2 sont produits dans une chambre d'ionisation (I) (fig. 9).

En O , la vitesse des ions est pratiquement nulle, ils sont accélérés par une tension $U = V_{P_1} - V_{P_2}$ établie entre les plaques (P_1) et (P_2).

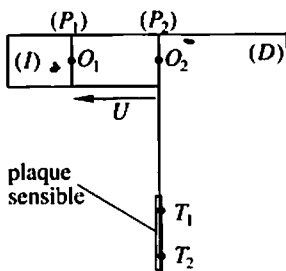


Fig. 9

1° A1 Quel est le signe de la tension U ?

2° A2 Exprimer les vitesses respectives v_1 et v_2 des deux sortes d'ions au point O_2 , en fonction de e (charge élémentaire), U et des masses m_1 et m_2 .

3° Les ions pénètrent ensuite dans une chambre de déviation (D) où règne un champ magnétique uniforme \vec{B} orthogonal au plan de figure.

A1 a) Quel doit être le sens de \vec{B} pour que les ions soient déviés vers la plaque sensible?

A2 b) Quelle est la nature du mouvement des ions dans cette partie du dispositif? (Aucune démonstration n'est demandée.)

C1 c) Montrer que les deux sortes d'ions ont des trajectoires différentes et exprimer le rapport des rayons R_1 et R_2 de leurs trajectoires respectives.

4° C2 Deux taches T_1 et T_2 se forment sur la plaque sensible. La tache T_1 correspond aux ions de masse m_1 .

$l_1 = O_2T_1 = 102,9$ cm et $l_2 = O_2T_2 = 106,8$ cm.

Calculer la valeur de A_2 sachant que $A_1 = 39$.

Protocole expérimental

10

Bobines de Helmholtz. Charge massique de l'électron ★★★

Au cours d'une séance de travaux pratiques, on se propose de vérifier l'ordre de grandeur de la charge massique de l'électron.

Pour cela, on dispose de plusieurs multimètres, d'un teslamètre et d'un appareil d'étude de la trajectoire des électrons. Cet appareil est constitué :

- d'un ensemble de deux bobines de même axe horizontal (bobines de Helmholtz) parcourues par un courant électrique continu d'intensité I . Le champ magnétique \vec{B} créé dans l'espace séparant les deux bobines est dirigé suivant l'axe des bobines;
- d'une ampoule sphérique en verre contenant un gaz sous faible pression, placée entre les deux bobines.

Un pinceau d'électrons est créé par un canon C dans lequel ces électrons, émis avec une vitesse négligeable, sont accélérés par une tension électrique U . Les électrons sortent du canon avec une vitesse représentée par le vecteur \vec{v}_0 vertical orienté vers le haut. On néglige le poids des électrons.

Le champ magnétique \vec{B} créé par les bobines est uniforme dans toute la région où se déplacent les électrons.

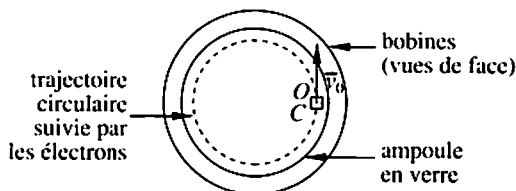


Fig. 10

A. Expression littérale de la charge massique $\frac{e}{m}$ de l'électron

1° A1 Donner l'expression de la force magnétique \vec{f} qui s'exerce sur un électron.

2° A2 Les vecteurs \vec{v}_0 et \vec{B} étant orthogonaux, montrer que la trajectoire est dans un plan que l'on définira.

3° A2 Montrer que le mouvement des électrons est uniforme et circulaire.

4° A2 Établir l'expression $R = \frac{mv_0}{eB}$ du rayon de la trajectoire

où e est la charge élémentaire et m la masse de l'électron.

5° A2 Indiquer en reproduisant la figure 10, la direction et le sens de la force magnétique \vec{f} à la sortie O du canon, ainsi que le sens de \vec{B} .

Préciser le sens de circulation du courant dans les bobines. On justifiera les réponses.

6° C1 Montrer que v_0 s'exprime en fonction de la charge massique de l'électron et de la tension accélératrice U .

En déduire que la charge massique peut s'exprimer par la relation

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{B^2 R^2}.$$

B. Étude expérimentale

On observe une trajectoire circulaire dont le diamètre :

- augmente avec la tension accélératrice ;
- diminue quand on augmente l'intensité du courant électrique dans les bobines.

1° B2 Montrer que ces observations sont en accord avec le résultat du A.6°.

- 2° A2 Quel est le rôle du gaz contenu dans l'ampoule ?
- 3° C2 Pour quelle raison l'intensité du pinceau lumineux observé, diminue-t-elle à partir de la sortie du canon ?
- 4° B4 Pour quelle raison ne peut-on pas mesurer le diamètre de la trajectoire en même temps que la valeur du champ B au centre des bobines ?
- 5° Une étude expérimentale complémentaire permet d'établir une relation de proportionnalité entre la valeur du champ magnétique au centre des bobines et l'intensité du courant qui les traverse : $B = KI$.
- A2 a) Quels appareils de mesure a-t-on utilisés pour réaliser cette étude ?
- A2 b) Les résultats expérimentaux donnent $K = 6,2 \times 10^{-4}$ (S.I.). Quel est le nom de cette unité (S.I.) ?
- 6° A2 Comment peut-on mesurer pratiquement le diamètre D de la trajectoire circulaire des électrons ?
- 7° B3 Calculer numériquement la charge massique $\frac{e}{m}$ à l'aide des mesures suivantes :
- $I = 2,0$ A ; $D = 6,0$ cm ; $U = 125$ V.
- 8° C2 Évaluer l'écart absolu et l'écart relatif par rapport à la valeur théorique sachant que :
- $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C ; $m = 9,1 \times 10^{-31}$ kg.
- Que pensez de la précision des résultats ?

11

Déflexion magnétique. Modèle d'un téléviseur ★★★

Un faisceau homocinétique d'électrons est émis, dans le vide, par le canon à électrons d'un téléviseur avec une vitesse horizontale \vec{v}_0 parallèle à l'axe $z'z$ de l'appareil (fig. 11a). On donne :

$$v_0 = 2,0 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Ce faisceau est soumis à l'action de deux champs magnétiques uniformes \vec{B}_1 et \vec{B}_2 , orthogonaux entre eux, tous deux perpendiculaires à $z'z$ et agissant dans un domaine limité par deux plans (P_1) et (P_2) , distants de $O_1O_2 = l = 2,0 \times 10^{-2}$ m.

Si $\vec{B}_1 = \vec{B}_2 = \vec{0}$, le faisceau produit un spot quasi ponctuel au centre O d'un écran (E) , parallèle aux plans (P_1) et (P_2) . Cet écran se trouve à une distance $D = 40$ cm de (P_2) .

Dans la suite de l'exercice la position du spot sur l'écran sera repérée par ses coordonnées $(x, y, 0)$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ (fig. 11a).

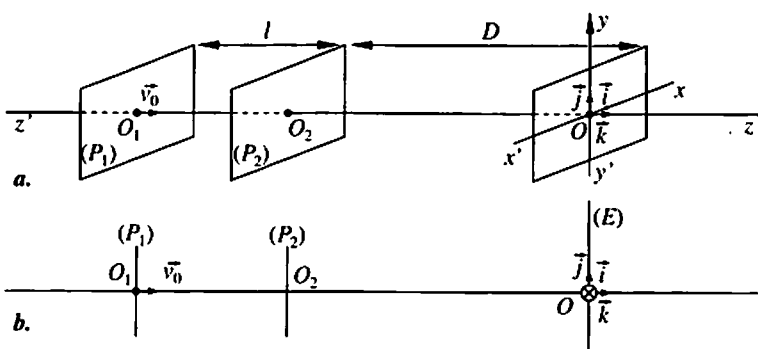


Fig. 11

A. $\vec{B}_2 = \vec{0}$

1° A2 Déterminer dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ les coordonnées du vecteur champ magnétique \vec{B}_1 de valeur constante B_1 , telles que le point M ait pour coordonnées $(0, y, 0)$ avec $y < 0$. Représenter \vec{B}_1 sur la figure 11 b.

2° A1 a) Montrer que le mouvement des électrons est uniforme et circulaire entre (P_1) et (P_2) .

A2 b) Établir l'expression littérale du rayon R_1 de la trajectoire et calculer sa valeur numérique lorsque $B_1 = 7,0 \times 10^{-4}$ T.

3° A1 a) Déterminer la nature du mouvement des électrons entre (P_1) et (E) .

C1 b) Déterminer littéralement en fonction de R_1 puis numériquement, l'ordonnée y du point M . On rappelle que pour tout angle α petit, $\alpha \approx \sin \alpha \approx \tan \alpha$ si α est exprimé en radians.

B. $\vec{B}_1 = \vec{0}$

1° A2 Déterminer dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ les coordonnées du vecteur champ magnétique \vec{B}_2 de valeur constante B_2 , telles que le point M ait pour coordonnées $(x, 0, 0)$ avec $x < 0$. Représenter le vecteur B_2 sur la figure 11 b.

2° C2 L'écran a une largeur de 48 cm. Déterminer les caractéristiques de \vec{B}_2 pour que le spot se trouve :

a) sur le bord droit de l'écran ($x > 0$);

b) sur le bord gauche de l'écran ($x < 0$).

C. $\vec{B}_1 \neq \vec{B}_2 \neq \vec{0}$

1° C2 Les deux champs magnétiques \vec{B}_1 et \vec{B}_2 agissent simultanément.

$B_1 = 7,0 \times 10^{-4}$ T et $B_2 = 14,0 \times 10^{-4}$ T.

Montrer que la trajectoire des électrons entre (P_1) et (P_2) est située dans un plan que l'on déterminera.

2° C2 Représenter la trace π' de ce plan sur l'écran. Déterminer l'angle β de π' avec $x'x$.

D'après Bac

12 Testez-vous !

Quatre points à chaque exercice juste. Bon courage !

1° Une particule chargée pénètre avec une vitesse \vec{v}_0 dans un champ magnétique uniforme \vec{B} . Relier par une flèche l'hypothèse et la conclusion correspondante. On note : $\alpha = (\vec{v}_0, \vec{B})$.

- | | |
|-------------------------------|--------------------------|
| a) $\alpha = 0$. | 1) Mouvement hélicoïdal. |
| b) $\alpha = \frac{\pi}{4}$. | 2) Mouvement circulaire. |
| c) $\alpha = \frac{\pi}{2}$. | 3) Mouvement rectiligne. |
| d) $\alpha = \pi$. | 4) Pas de mouvement. |

2° Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère un champ magnétique $\vec{B} = B \cdot \vec{k}$.

La particule est un électron; au point O , il est animé d'une vitesse \vec{v}_0 . Préciser les caractéristiques de la force magnétique \vec{f} dans les cas suivants :

- $\vec{v}_0 = -v_0 \vec{i}$;
- $\vec{v}_0 = v_0 \vec{j}$;
- $\vec{v}_0 = v_0 \vec{k}$;
- $(\vec{i}, \vec{v}_0) = 30^\circ$, \vec{v}_0 dans le plan (\vec{i}, \vec{j}) .

On note $\|\vec{v}_0\| = v_0$.

3° Un proton pénètre avec une vitesse \vec{v}_0 dans une région de l'espace où agissent ensemble un champ électrique \vec{E} et un champ magnétique \vec{B} (fig. 12).

Exprimer dans chacun des cas le vecteur accélération \vec{a}_0 du proton. Dans quel(s) cas l'accélération peut-elle être nulle ?

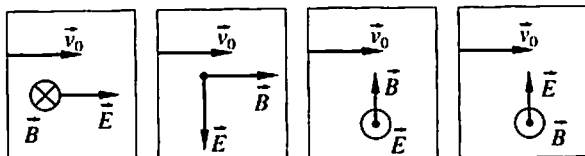


Fig. 12

Testez-vous ! (suite)

- 4° Un proton de charge e et de masse $m = 1,6 \times 10^{-27}$ kg pénètre dans une région où le champ magnétique uniforme a une valeur $B = 1,0 \times 10^{-3}$ T. Il décrit une trajectoire circulaire de rayon $R = 10$ cm. Sans calculatrice :
- Calculer sa vitesse.
 - Calculer son énergie cinétique.
 - Quelle doit être sa vitesse pour que le rayon de la trajectoire soit multiplié par deux ?
 - Quelle serait son énergie cinétique si le rayon de la trajectoire était divisé par deux ?
- 5° Compléter le schéma suivant avec des légendes extraites de la liste :
bobines de Helmholtz; cyclotron; canon à électrons; \vec{B} ; \vec{v}_0 ; I .

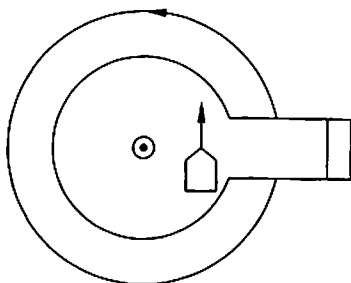


Fig. 13

13

Auto-évaluation

Dans la (les) case(s) correspondant à la (aux) réponse(s) jugée(s) exacte(s), inscrire «V»; dans la (les) case(s) jugée(s) fausse(s), inscrire «F». Inscrire un tiret (-) à chaque fois que l'on s'abstient.

Toute case correctement remplie entraîne + 1 point. Il est préférable de s'abstenir (0 point) plutôt que de mal remplir la case (- 1 point). La somme algébrique des points donne une note sur 20.

- 1° On considère une particule chargée en mouvement dans un champ magnétique \vec{B} indépendant du temps.

- a) La force magnétique est orthogonale au champ \vec{B}
- b) La force magnétique est orthogonale au vecteur vitesse
- c) La force magnétique est orthogonale au vecteur accélération .
- d) La puissance de la force magnétique est nulle
- e) Le champ magnétique ne modifie jamais le vecteur vitesse

2° Une particule chargée pénètre dans un champ magnétique \vec{B} uniforme avec un vecteur vitesse \vec{v}_0 perpendiculaire à \vec{B}

- a) Le rayon de la trajectoire augmente quand v_0 augmente
- b) Le rayon de la trajectoire augmente quand B augmente
- c) Le rayon de la trajectoire diminue quand la charge de la particule augmente.....
- d) Le rayon de la trajectoire diminue quand la masse de la particule augmente
- e) Le rayon de la trajectoire est indépendant de la charge massique de la particule

3° Une particule chargée est en mouvement dans un champ magnétique uniforme

- a) La trajectoire est toujours circulaire
- b) L'énergie cinétique de la particule reste constante
- c) Le mouvement est toujours uniforme
- d) Le mouvement est toujours dans un plan
- e) Le mouvement n'est jamais rectiligne

4° À propos des appareils

- a) La fréquence de rotation d'une particule dans un cyclotron ne dépend pas de sa vitesse
- b) Dans un filtre de vitesse, les champs magnétiques et électriques sont orthogonaux
- c) Dans un spectrographe de masse, le rayon de la trajectoire de l'isotope lourd d'un élément est plus petit que le rayon de la trajectoire de l'isotope léger
- d) Les bobines de Helmholtz créent un faisceau d'électrons homocinétiques
- e) Dans un tube de télévision, les électrons sont accélérés par un champ magnétique

CORRIGÉS

1

Suivant le cas, on considère le trièdre dont les deux premiers vecteurs sont connus.

Exemple

La particule en mouvement est un électron.

$q < 0$, donc le vecteur $q\vec{v}$ est de sens contraire à \vec{v} . La main droite permet de matérialiser le trièdre direct $(q\vec{v}, \vec{B}, \vec{f})$ et d'en déduire la direction et le sens de \vec{f} .

Le pouce indique la direction et le sens de $q\vec{v}$.

L'index indique la direction et le sens de \vec{B} .

Le majeur indique la direction et le sens de \vec{f} .

Proton : $q > 0$	Électron : $q < 0$	Neutron : $q = 0$
		$\vec{f} = \vec{0}$
		$\vec{f} = \vec{0}$
		$\vec{f} = \vec{0}$

2° 1° Le trièdre $(q\vec{v}_0, \vec{B}, \vec{f})$ est direct. Comme q est négatif, le trièdre $(\vec{B}, \vec{v}_0, \vec{f})$ est direct (fig. 14 a).

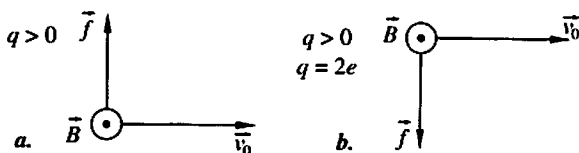


Fig. 14

2° $f = |q| v_0 B$ et $q = -e$; $f = e v_0 B$; $f = 3,2 \times 10^{-15}$ N.

3° $P = mg$; $P = 9,1 \times 10^{-30}$ N.

$$\frac{P}{f} = \frac{9,1 \times 10^{-30}}{3,2 \times 10^{-15}}; \quad \frac{P}{f} \approx 3 \times 10^{-15}.$$

Le poids est négligeable devant la force magnétique.

4° Voir la figure 14 b.

$$P = mg; \quad P = 6,7 \times 10^{-26} \text{ N.}$$

$$f = 2ev_0B; \quad f = 6,4 \times 10^{-15} \text{ N.}$$

$$\frac{P}{f} = \frac{6,7 \times 10^{-26}}{6,4 \times 10^{-15}}; \quad \frac{P}{f} \approx 10^{-11}.$$

Même conclusion.

3

1° La trajectoire et le sens du mouvement permettent de déterminer la direction et le sens du vecteur vitesse \vec{v} que l'on construit. Le vecteur force magnétique \vec{f} est perpendiculaire à \vec{v} et orienté vers la concavité de la trajectoire.

Le trièdre $(q\vec{v}, \vec{B}, \vec{f})$ devant être direct, on en déduit le sens du vecteur $q\vec{v}$ et le signe de la charge électrique q (fig. 15).

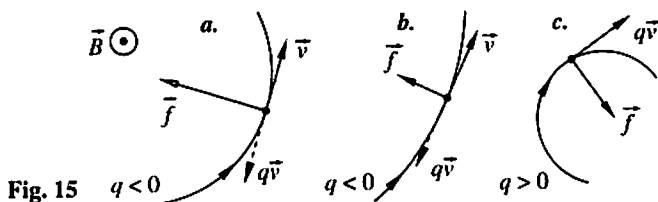


Fig. 15

2° Le rayon de la trajectoire circulaire a pour expression :

$$R = \frac{mv}{|q|B}.$$

Les grandeurs v , $|q|$, B étant les mêmes dans les trois cas, le rayon R est proportionnel à la masse m des particules. C'est donc la particule de trajectoire de la figure 15 b qui a la plus grande masse.

4

1° Conseils de rédaction

a) Faire une liste des mots-clés.

- le système dont on parle : une particule.
- les mots qui définissent les grandeurs physiques de l'expression :

\vec{f} , force magnétique ;

q , charge de la particule ;

\vec{v} , vitesse de la particule ;

\vec{B} , champ magnétique.

• Les mots qui définissent les relations entre ces grandeurs : produit vectoriel.

b) Rédiger une ou plusieurs phrases courtes en utilisant tous les mots-clés.

c) relire en vérifiant qu'aucun mot-clé n'a été oublié.

2° Le champ magnétique est sans action quand la force magnétique appliquée à la particule chargée est nulle :

$$\vec{f} = q\vec{v} \wedge \vec{B}.$$

Par hypothèse : $q \neq 0$ et $\vec{B} \neq \vec{0}$.

• Si $\vec{v} = \vec{0}$, $\vec{f} = \vec{0}$.

Si la particule chargée est au repos dans le référentiel considéré, elle y reste.

• Si $\vec{v} \neq \vec{0}$, $\vec{f} = |q|vB |\sin(\vec{v}, \vec{B})|$.

$f = 0$, si $|\sin(\vec{v}, \vec{B})| = 0$.

Cette condition est réalisée dans deux cas :

$(\vec{v}, \vec{B}) = 0$, la particule se déplace parallèlement aux lignes de champ magnétique dans le même sens qu'elles.

$(\vec{v}, \vec{B}) = \pi$, la particule se déplace parallèlement aux lignes de champ magnétique mais dans le sens opposé.

Une particule chargée se déplaçant suivant la direction du vecteur champ magnétique est animée d'un mouvement rectiligne uniforme.

5

1° L'expression du rayon de la trajectoire est :

$$R = \frac{mv}{|q|B} \quad \text{et} \quad |q| = e; \quad R = 5,7 \text{ cm.}$$

$$2^\circ \text{ Durée d'un tour : } T = \frac{2\pi R}{v}.$$

$$\text{Période de révolution : } T = \frac{2\pi m}{eB}.$$

$$\text{Fréquence correspondante : } N = \frac{eB}{2\pi m}.$$

$$\text{D'où : } T = 3,6 \times 10^{-8} \text{ s; } N = 2,8 \times 10^7 \text{ Hz.}$$

3° L'expression de la période est indépendante de la vitesse.

6

1° Exemple de rédaction

• Étude dynamique

On étudie le mouvement de la particule (*choix du système*) par rapport au dispositif expérimental (*référentiel*) considéré comme référentiel galiléen.

Bilan des forces. Son poids étant négligeable, la particule n'est soumise qu'à la force magnétique $\vec{f} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$.

Application des principes. On applique la relation fondamentale de la dynamique à cette particule de masse m :

$$m\vec{a} = q\vec{v} \wedge \vec{B}, \quad \text{d'où} \quad \vec{a} = \frac{q}{m} \vec{v} \wedge \vec{B}.$$

• Étude cinématique

Par hypothèse, le mouvement de la particule est circulaire. Il s'effectue donc dans le plan de figure orthogonal à \vec{B} .

D'après la définition du produit vectoriel, on peut affirmer qu'à chaque instant le vecteur accélération \vec{a} est perpendiculaire au vecteur vitesse \vec{v} . Dans le repère local (de Frenet), \vec{a} n'a pas de projection tangentielle : $a_T = 0$.

$\frac{dv}{dt} = 0$, donc la vitesse v est constante.

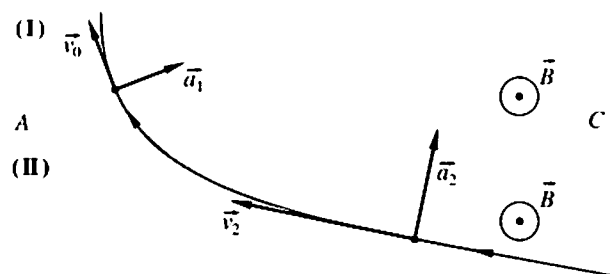


Fig. 16

• Réponse à la question

Dans chacune des zones, le mouvement de la particule est circulaire uniforme.

2° Rayon de la trajectoire

$$a = \frac{|q|}{m} vB \quad \text{et} \quad a = a_N = \frac{v^2}{R}, \quad \text{car} \quad a_T = 0.$$

$$\text{D'où} \quad R_i = \frac{mv_i}{|q|B}, \quad \text{avec} \quad i = 1 \quad \text{ou} \quad i = 2.$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{v_1}{v_2} \quad \text{et} \quad R_1 < R_2, \quad \text{donc} \quad v_1 < v_2.$$

La particule ralentit en franchissant la surface de séparation AC, on en déduit donc qu'elle se déplace de (II) vers (I).

3° Le trièdre $(\vec{v}, \vec{B}, \vec{a})$ est direct (fig. 16). Le trièdre $(q\vec{v}, \vec{B}, \vec{a})$ est lui aussi direct (définition du produit vectoriel), donc les vecteurs \vec{v} et $q\vec{v}$ sont de même sens, la charge q de la particule est positive.

4° $R_2 = \frac{mv_2}{qB}$ et $v_2 = v$ vitesse de pénétration dans le dispositif.

D'où : $\frac{q}{m} = \frac{v}{3R_1B}$; $\frac{q}{m} = 9,52 \times 10^7 \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$; $m = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

La particule étudiée est un proton.

7

A. 1° L'expression de la force électrique \vec{F} s'exerçant sur un ion lithium est : $\vec{F} = e\vec{E}$.

Direction : verticale ; sens : celui de \vec{E} car $e > 0$; intensité : $F = eE$.

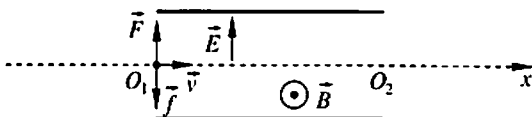


Fig. 17

2° L'expression de la force magnétique \vec{f} s'exerçant sur un ion lithium est : $\vec{f} = e\vec{v} \wedge \vec{B}$.

Direction : orthogonale au plan (\vec{v}, \vec{B}) ; sens : tel que le trièdre $(\vec{v}, \vec{B}, \vec{f})$ soit direct ; intensité : $f = evB$, car $\sin(\vec{v}, \vec{B}) = 1$.

3° On applique la relation fondamentale de la dynamique à un ion lithium :

$$\vec{f} + \vec{F} = m\vec{a} ; \quad e[(\vec{v} \wedge \vec{B}) + \vec{E}] = m\vec{a}.$$

Les ions doivent sortir en O_2 , sans subir de déviation, leur mouvement doit donc être rectiligne. Cela impose à l'accélération d'être colinéaire à \vec{v}_0 ou nulle au point O_1 . En ce point :

$$\vec{a}_0 = \frac{e}{m} [(\vec{v}_0 \wedge \vec{B}) + \vec{E}].$$

La direction du vecteur \vec{a}_0 est perpendiculaire à l'axe O_1x , elle ne peut être colinéaire à \vec{v}_0 , l'accélération est donc nulle.

$$\vec{a}_0 = \vec{0} \quad \text{implique} \quad \vec{v}_0 \wedge \vec{B} + \vec{E} = \vec{0}.$$

$$\text{D'où : } \vec{E} = \vec{B} \wedge \vec{v}_0.$$

Le trièdre $(\vec{B}, \vec{v}_0, \vec{E})$ est direct et $v_0 = \frac{E}{B}$.

Le mouvement des particules est rectiligne uniforme entre O_1 et O_2 . Cette relation est indépendante de la masse et de la charge des particules.

Conclusion

Toute particule pénétrant dans le dispositif avec une vitesse \vec{v}_0 en sortira avec le même vecteur vitesse. Toutes les autres particules chargées seront déviées, d'où le nom de « filtre de vitesse ».

B. 1° Les particules sont animées d'un mouvement circulaire uniforme de vitesse \vec{v}_0 . La trajectoire d'un ion de masse m , est un cercle de rayon $R = \frac{mv_0}{eB}$ dont le plan passant par O est orthogonal à \vec{B} .

$$2^\circ R_1 = \frac{m_1 v_0}{eB} \quad \text{et} \quad R_2 = \frac{m_2 v_0}{eB}.$$

$$A_1 A_2 = D_2 - D_1 = 2(R_2 - R_1); \quad A_1 A_2 = \frac{2v_0}{eB} (m_2 - m_1); \quad A_1 A_2 = 1,27 \text{ cm.}$$

8

1° a) Voir *Ce qu'il faut savoir*, IV.

$$b) R = \frac{mv}{qB}.$$

$$c) \Delta t = \frac{\pi R}{v}; \quad \Delta t = \pi \frac{m}{qB}.$$

L'expression est indépendante de la vitesse.

2° Le trièdre $(q\vec{v}, \vec{B}, \vec{f})$ est direct.

$q > 0$, donc le trièdre $(\vec{f}, \vec{v}, \vec{B})$ doit lui aussi être direct. Comme \vec{f} est centripète, on en déduit que \vec{B} , orthogonal au plan de figure, rentre dans ce plan : $\oplus \vec{B}$.

3° Le proton doit être accéléré tous les Δt , donc le champ électrique doit changer de sens tous les Δt .

Si T est la période de la tension accélératrice :

$$\frac{T}{2} = \Delta t; \quad T = 2\pi \frac{m}{qB}.$$

Soit une fréquence : $N = \frac{qB}{2\pi m}$; $N = 22,8 \text{ MHz}$.

4° La vitesse maximale des protons est :

$$v' = \frac{qBR'}{m}.$$

$$\text{D'où : } \mathcal{E}_{c_{\max}} = \frac{1}{2} \frac{(qBR')^2}{m}; \quad \mathcal{E}_{c_{\max}} = 1,1 \times 10^{-11} \text{ J.}$$

$\mathcal{E}_{c_{\max}} = 69 \text{ MeV}$, unité plus adaptée.

5° Si on applique le théorème de l'énergie cinétique au proton :

$$U = \frac{\mathcal{E}_{c_{\max}}}{q}; \quad U = 69 \text{ MV, tension irréalisable.}$$

9

$$1^\circ U > 0.$$

$$2^\circ v_1 = \sqrt{\frac{2eU}{m_1}} \quad \text{et} \quad v_2 = \sqrt{\frac{2eU}{m_2}}.$$

$$3^\circ a) \vec{B} \text{ sortant : } \odot \vec{B}.$$

b) Mouvements circulaires uniformes.

$$c) \frac{R_1}{R_2} = \frac{m_1 v_1}{m_2 v_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}.$$

$$4^\circ \frac{R_1}{R_2} = \frac{O_2 T_1}{O_2 T_2} = ; \quad \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \frac{O_2 T_1}{O_2 T_2} ;$$

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{m_2}{m_1}, \quad \text{d'où} \quad A_2 = A_1 \left(\frac{O_2 T_2}{O_2 T_1} \right)^2 ; \quad A_2 = 42.$$

10

Protocole expérimental

$$A. \quad 1^\circ \vec{f} = -e\vec{v} \wedge \vec{B}.$$

2° 3° 4° Voir *Ce qu'il faut savoir*, IV.
5°

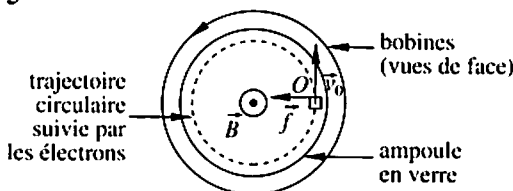


Fig. 18

\vec{f} est centripète, le trièdre $(-e\vec{v}_0, \vec{B}, \vec{f})$ est direct; il en est de même du trièdre $(\vec{v}_0, \vec{f}, \vec{B})$.

• Le vecteur \vec{B} étant sortant, on en déduit le sens du courant dans les bobines.

6° On applique le théorème de l'énergie cinétique à un électron émis sans vitesse initiale :

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = eU.$$

$$\text{D'où : } v_0^2 = 2 \frac{e}{m} U.$$

$$\text{Et comme } v_0 = \frac{eB}{m} R, \quad \text{on en déduit : } \frac{e}{m} = \frac{2U}{B^2 R^2}.$$

B. 1° $\frac{e}{m}$ est fonction croissante de U et fonction décroissante de B , donc de I .

2° Visualiser la trajectoire des électrons.

3° Le nombre d'électrons du faisceau, ainsi que leur énergie, diminuent au cours des interactions avec les atomes du gaz résiduel (chocs).

4° Il faut enlever l'ampoule pour mesurer B .

5° a) Un teslamètre pour mesurer B et un ampèremètre pour mesurer I .

b) $K = 0,62 \times 10^{-3} \text{ T} \cdot \text{A}^{-1}$.

6° À l'aide d'un double décimètre.

7° $B = 1,24 \times 10^{-3} \text{ T}$; $R = 3,0 \times 10^{-2} \text{ m}$;

$$\left(\frac{e}{m}\right) = 18,1 \times 10^{10} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

8° Les constantes physiques permettent de calculer la valeur théorique $\frac{e}{m} = 17,6 \times 10^{10} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$.

$$\text{Écart absolu : } \Delta\left(\frac{e}{m}\right) = 5 \times 10^9 \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

$$\text{Écart relatif : } \frac{5 \times 10^9}{17,6 \times 10^{10}} \approx \frac{3}{100}.$$

La méthode expérimentale est bonne.



A. 1° Le poids des électrons étant négligeable, la déviation du faisceau d'électrons est due à la seule force magnétique :

$$\vec{f}_1 = -e \vec{v} \wedge \vec{B}_1.$$

Pour que y soit négatif, il faut que $\vec{f}_1 = -\|\vec{f}_1\| \vec{j}$.

\vec{B}_1 est tel que le trièdre $(\vec{v}, \vec{B}_1, \vec{j})$ soit direct, donc $\vec{B}_1 = B_1 \vec{i}$.

Les coordonnées de \vec{B}_1 sont dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$:

$$\vec{B}_1 (B_1, 0, 0).$$

2° a) Voir *Ce qu'il faut savoir*, IV.

$$b) R_1 = \frac{mv_0}{eB_1}; \quad R_1 = 16,25 \text{ cm}.$$

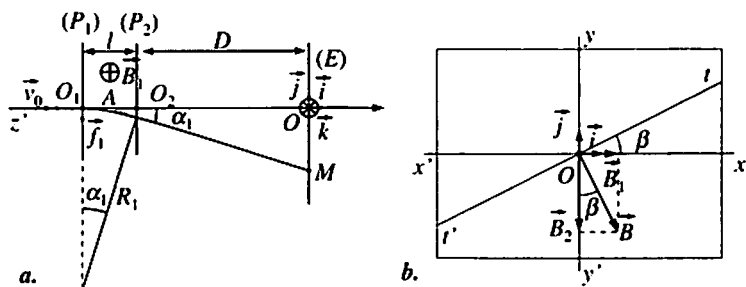


Fig. 19

3° a) D'après le principe de l'inertie, le mouvement des électrons soumis à aucune force est rectiligne uniforme entre (P_2) et (E) .

b) Soit α_1 l'angle de déviation du faisceau d'électrons (fig. 19a) :

$$\sin \alpha_1 = \frac{l}{R_1}; \quad \tan \alpha_1 = \frac{OM}{AO}; \quad \tan \alpha_1 \approx \frac{|y|}{O_1O}; \quad \alpha_1 \approx 7^\circ.$$

α_1 est assez petit pour faire l'approximation $\sin \alpha_1 \approx \tan \alpha_1$.

$$\text{D'où : } |y| = \frac{l}{R_1} O_1O; \quad |y| \approx \frac{l}{R_1} (D+l); \quad y = -5,2 \text{ cm.}$$

B. 1° $\vec{f}_2 = -e\vec{v} \wedge \vec{B}_2$.

Pour que x soit négatif, il faut que : $\vec{f}_2 = -\|\vec{f}_2\| \vec{i}$.

Le trièdre $(\vec{v}, \vec{B}_2, \vec{i})$ est direct, d'où : $\vec{B}_2(0, -B_2, 0)$.

2° En utilisant les résultats de A.3° :

$$|x| = \frac{l}{R_2} (D+l); \quad R_2 = \frac{mv_0}{eB_2}; \quad B_2 = \frac{mv_0}{l(D+l)e} |x|.$$

Si $x = 24 \text{ cm}$, $\vec{B}_2(0, B_2, 0)$;

Si $x = -24 \text{ cm}$, $\vec{B}_2(0, -B_2, 0)$, avec $B_2 = 3,25 \times 10^{-3} \text{ T}$.

C. 1° On considère les cas étudiés précédemment (fig. 19b) :

$$\vec{B}_1(B_1, 0, 0) \quad \text{et} \quad \vec{B}_2(0, -B_2, 0).$$

La particule est soumise au champ magnétique uniforme $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$ et à la force magnétique $\vec{f} = -e\vec{v} \wedge \vec{B}$.

Le mouvement se fait dans le plan orthogonal à \vec{B} passant par O .

2° $\tan \beta = \frac{B_1}{B_2}; \quad \beta \approx 26,5^\circ.$

12

Les réponses au test

1° a) -3; b) -1; c) -2; d) -3.

2° $\vec{f} = -e\vec{v}_0 \wedge \vec{B}$.

a) $\vec{f} = e v_0 \vec{i} \wedge B \vec{k}$; $\vec{f} = e v_0 B (\vec{i} \wedge \vec{k})$; le trièdre $(\vec{i}, \vec{k}, \vec{f})$ est direct et $f = e v_0 B$.

b) $\vec{f} = -e v_0 \vec{j} \wedge B \vec{k}$; $\vec{f} = e v_0 B (\vec{k} \wedge \vec{j})$; le trièdre $(\vec{k}, \vec{j}, \vec{f})$ est direct et $f = e v_0 B$.

c) $\vec{f} = -e v_0 \vec{k} \wedge B \vec{k}$; $\vec{f} = \vec{0}$.

d) $\vec{f} = -e \vec{v}_0 \wedge B \vec{k}$; $\vec{f} = e B (\vec{k} \wedge \vec{v}_0)$; le trièdre $(\vec{k}, \vec{v}_0, \vec{f})$ est direct et $f = e B v_0$.

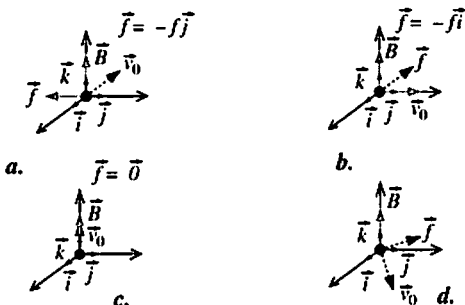


Fig. 20

3° $\vec{f} = e(\vec{E} + \vec{v}_0 \wedge \vec{B})$ et $\vec{f} = m\vec{a}$.

$$\vec{a}_0 = \frac{e}{m} (\vec{E} + \vec{v}_0 \wedge \vec{B}).$$

Le vecteur \vec{a}_0 est colinéaire à la somme des vecteurs force électrique $\vec{F} = q\vec{E}$ et force magnétique $\vec{f} = q\vec{v}_0 \wedge \vec{B}$.

Il n'y a que dans le cas de la figure 21 d que le vecteur \vec{a}_0 peut être nul.

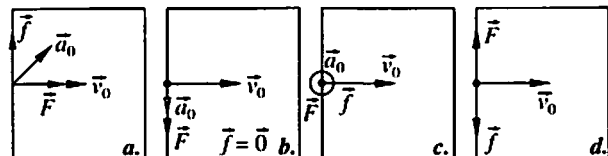


Fig. 21

4° a) $v_0 = \frac{eBR}{m}$; $v_0 = 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Les réponses au test (suite)

b) $\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} m v_0^2$; $\mathcal{E}_c = 8 \times 10^{-20} \text{ J}$.

c) $v_0 = 2 \times 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

d) $\mathcal{E}_c = 2 \times 10^{-20} \text{ J}$.

5°

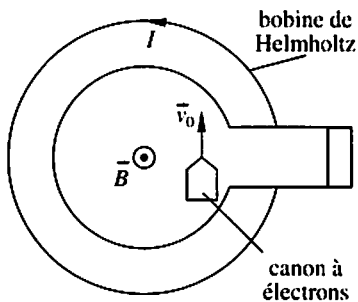


Fig. 22

13

- 1° a) V; b) V; c) F; d) V; e) F.
 2° a) V; b) F; c) V; d) F; e) F.
 3° a) F; b) V; c) V; d) F; e) F.
 4° a) V; b) V; c) F; d) F; e) F.

8

Systemes oscillants. Oscillateurs mécaniques

Ce qu'il faut savoir

I – LES SYSTEMES OSCILLANTS

1. Phénomènes périodiques

a) Définition

Un phénomène périodique est un phénomène variable qui se reproduit, identique à lui-même, à intervalles de temps égaux successifs.

Exemple : le son émis par une flûte, reçu par un microphone et visualisé sur l'écran d'un oscilloscope, constitue des phénomènes périodiques.

b) Période et fréquence

▣ La période T d'un phénomène périodique est la plus courte durée au bout de laquelle ce phénomène se reproduit identique à lui-même.

▣ La fréquence N d'un phénomène périodique est le nombre de fois que se répète le phénomène pendant l'unité de temps, c'est-à-dire pendant une seconde.

$$N = \frac{1}{T} \quad \text{ou} \quad T = \frac{1}{N}$$

N , fréquence du phénomène (Hz);
 T , période du phénomène (s).

2. Exemples de systèmes oscillants

a) Définition

Un système oscillant, encore appelé oscillateur, est un système pouvant évoluer de façon **alternative** et **périodique**, du fait de ses caractéristiques qui lui sont propres.

Exemple : le pendule pesant du « professeur Tournesol » est un système oscillant ou oscillateur.

Contre-exemple : la rotation de la Terre est un phénomène périodique de rotation, ce n'est pas un oscillateur.

b) Autres exemples

▣ Oscillateurs physiques

– Mécaniques : un pendule vertical; une masselotte suspendue à un ressort.

– Acoustiques : la corde d'un violon.

– Hydrodynamiques : les marées; les phénomènes de tourbillons.

– Électriques : charges et décharges d'un condensateur dans un circuit « L-C ».

▣ Oscillateurs chimiques

L'expérience de Belousov-Zhabotinsky qui vire périodiquement au violet avant de reprendre sa couleur bleu; une variante plus spectaculaire vire au bleu avant de reprendre sa couleur rouge-brun.

▣ Oscillateurs biologiques

Les battements cardiaques; les évolutions de deux populations « prédateurs-proies ».

3. L'énergie d'oscillation

On se limite aux oscillateurs mécaniques et électriques.

a) Mise en oscillation

Il est nécessaire d'apporter de l'énergie aux systèmes oscillants afin qu'ils puissent osciller.

Exemples

1. En écartant de sa position d'équilibre un pendule pesant, on lui communique de l'énergie sous forme d'énergie potentielle de pesanteur.

2. En chargeant un condensateur, on stocke dans celui-ci de l'énergie électrique qui constitue l'énergie d'oscillation de l'oscillateur électrique « L-C ».

b) Conversions périodiques d'énergie

Au cours des oscillations, il y a conversions périodiques entre deux formes d'énergie.

Exemples

1. Pour le pendule pesant, il y a conversion périodique de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle de pesanteur du système « pendule-Terre ».

2. Pour l'oscillateur électrique « L-C », il y a conversion périodique de l'énergie électrique et de l'énergie magnétique.

c) Entretien des oscillations

▣ Si on laisse osciller un oscillateur, on dit qu'il est en **oscillations libres**. Après un certain nombre d'oscillations, il y a dispersion d'énergie dans l'environnement et l'énergie oscillatoire diminue constamment jusqu'à devenir nulle : les oscillations s'arrêtent.

▣ Si on veut que l'oscillateur oscille constamment, il faut donc l'entretenir en lui apportant périodiquement l'énergie qu'il dissipe dans l'environnement.

Exemples

1. À chaque oscillation d'une balançoire, on communique de l'énergie à celle-ci en la poussant.
2. Un montage dit « à résistance négative » permet d'injecter à l'oscillateur « L-C » la puissance électrique que celui-ci dissipe dans l'environnement par effet Joule.

II – OSCILLATIONS MÉCANIQUES LIBRES

1. Le pendule simple

Une masselotte, suspendue à un fil inextensible et placée dans un champ de pesanteur est écartée de sa position d'équilibre. Elle constitue un pendule simple si ses dimensions sont petites par rapport à la longueur du fil (fig. 1). On considère que la masselotte est en quasi-translation. On repère la position du mobile par son élongation angulaire θ .

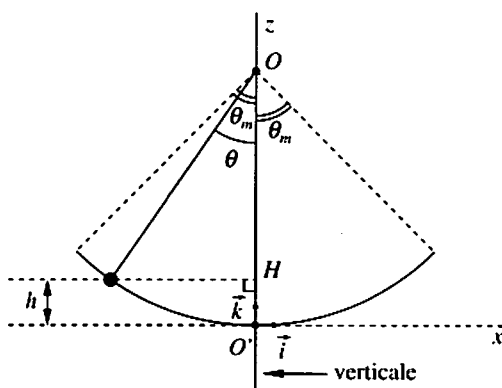


Fig. 1

a) Les formes d'énergie

▣ Le système étudié par rapport au référentiel terrestre est le système « pendule-Terre ». À un instant t :

– son énergie mécanique est $\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_c + \mathcal{E}_p$;

– son énergie cinétique est $\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} mv^2$;

– son énergie potentielle est $\mathcal{E}_p = mgh = mgl(1 - \cos \theta)$, avec $\mathcal{E}_p(0) = 0$ à l'altitude 0 du point O' (fig. 1).

▣ Sur quelques oscillations, les pertes énergétiques sont négligeables. On peut alors considérer le pendule pesant comme un système isolé et conservatif. On dit que le pendule est en régime d'oscillations libres très faiblement amorties.

b) Diagramme des énergies du pendule

Le système oscille entre les deux positions extrêmes dans une cuvette d'énergie potentielle.

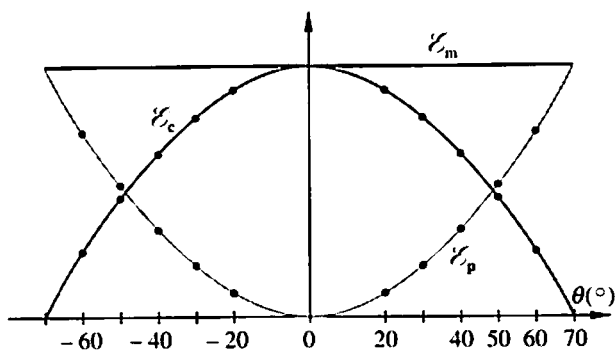


Fig. 2

2. Le pendule élastique horizontal

a) Les différentes énergies

Un mobile est posé sur un banc à coussin d'air. À chaque extrémité du mobile est attaché un ressort, lui-même accroché à l'extrémité fixe du banc (fig. 3). On repère la position du mobile par son élongation x .

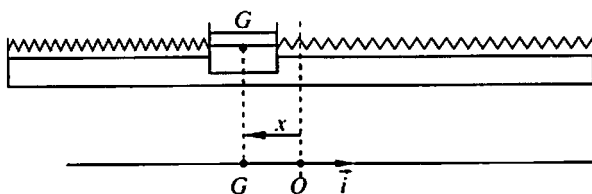


Fig. 3

Le système étudié par rapport au référentiel terrestre est le pendule élastique.

À un instant t :

– son énergie mécanique est $\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_c + \mathcal{E}_p$;

– son énergie cinétique est $\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} mv^2$;

– son énergie potentielle élastique de vibration est $\mathcal{E}_{pe} = \frac{1}{2} kx^2$

pour le premier ressort et $\mathcal{E}_{pe} = \frac{1}{2} kx^2$ pour le deuxième ;

– son énergie potentielle de pesanteur ne varie pas.

Sur quelques oscillations, les pertes énergétiques sont négligeables. On peut alors considérer le pendule pesant comme un système isolé et conservatif. Son énergie mécanique reste constante.

b) Énergie potentielle élastique

L'énergie potentielle élastique d'un ressort est donnée par l'expression :

$\mathcal{E}_{pe} = \frac{1}{2} kx^2$	\mathcal{E}_{pe} , énergie potentielle élastique (J); k , constante de raideur du ressort ($\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$); x , allongement du ressort (m).
---------------------------------------	---

c) Diagramme des énergies du pendule

Le système oscille entre les deux positions extrêmes P_1 et P_2 dans une cuvette d'énergie potentielle de forme parabolique.

3. Période des oscillations**a) Le pendule simple**

Une analyse dimensionnelle (*exercice 8*) montre que la période des oscillations d'un pendule est donnée par la relation : $T = \lambda \sqrt{\frac{l}{g}}$.

Une étude précise du phénomène d'oscillation d'un pendule simple montre que, pour des oscillations inférieures à 20° , l'expression suivante est valable à moins de 1 %.

$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$	T , période des petites oscillations (s); l , longueur du point de suspension O au centre d'inertie G du pendule (m); g , valeur de la pesanteur au lieu de l'expérience ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$).
-------------------------------	--

b) Le pendule élastique

La période des oscillations est donnée par la relation suivante :

$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$	T , période des petites oscillations (s); m , masse de l'oscillateur (kg); k , constante de raideur du ressort ou du ressort équivalent à une association de ressorts ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$).
-------------------------------	---

III – OSCILLATIONS MÉCANIQUES FORCÉES**1. Oscillations forcées**

Un oscillateur est en oscillations forcées lorsque ses oscillations et sa fréquence d'oscillation sont imposées par un dispositif exciteur extérieur.

Exemple : un haut-parleur alimenté par la tension alternative d'un générateur basse fréquence. L'oscillateur (encore appelé résonateur) est la bobine du haut-parleur et son pavillon mobile, l'excitateur est le générateur basse fréquence.

2. Le phénomène de la résonance

a) Définition

L'amplitude des oscillations forcées d'un oscillateur mécanique dépend de la fréquence imposée par l'excitateur. Pour certaines valeurs de cette fréquence, l'amplitude des oscillations forcées de l'oscillateur est maximale. Ce phénomène s'appelle la **résonance**.

Exemple : l'amplitude des oscillations d'un pont suspendu (dans la forêt vierge, au-dessus d'un fleuve rempli de crocodiles) dépend de la fréquence des pas de celui qui le traverse. Conseil : ne pas faire entrer le pont suspendu en résonance !

b) Courbe de résonance

L'oscillateur décrit à la *figure 3* est relié à un excitateur par l'intermédiaire d'un fil attaché à l'extrémité d'un des deux ressorts. L'autre extrémité du fil est fixée à la périphérie d'un disque entraîné par un moteur dont la vitesse de rotation peut varier à la demande.

On note N_0 la fréquence propre des oscillations libres de l'oscillateur.

En faisant varier la fréquence N de l'excitateur, on relève la valeur des amplitudes des oscillations du mobile. La courbe obtenue $a = f(N)$ est appelée courbe de résonance (*fig. 4*).

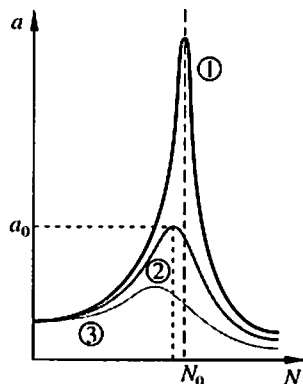


Fig. 4

c) L'effet de l'amortissement

En reliant le mobile oscillant à une petite palette plongeant dans un récipient contenant un liquide, on augmente les frottements de l'oscillateur. Les courbes de résonance enregistrées sont de plus en plus aplaties si l'amortissement est de plus en plus important. D'une résonance aiguë (*fig. 4*, courbe ①), on obtient des résonances de plus en plus floues (courbes ② et ③).

ÉNONCÉS

1 Systèmes oscillants ou pas ? ★

A1 Dire si les systèmes suivants sont des systèmes oscillants ou pas :

- les ailes d'une abeille ;
- la rotation de la Lune autour de la Terre ;
- les marées ;
- les geysers ;
- l'aiguille d'une machine à coudre ;
- le balancier d'une horloge ;
- les pulsations cardiaques ;
- le rythme des saisons ;
- la bobine et le pavillon d'un haut-parleur ;
- les cordes d'un piano.

2 Oscillateurs insolites ! ★

1° A1 B2 Décrire ce que l'on observe au cours de la réalisation de l'expérience de Belousov-Zhabotinsky. Est-ce un système oscillant ?

2° A1 B2 a) Qu'est-ce que le « Botafumeiro » de Saint-Jacques de Compostelle ?

b) Comment les oscillations sont-elles entretenues ?

3° A2 a) Les tourbillons d'eau qui apparaissent derrière les piliers d'un pont peuvent-ils être considérés comme un système oscillant ?

b) Citer d'autres exemples du même type.

3 La flûte ★

A2 On enregistre une note donnée par une flûte à l'aide d'un oscilloscope à mémoire et l'on obtient l'oscillogramme de la *figure 5*. Déterminer la période et la fréquence du son enregistré.

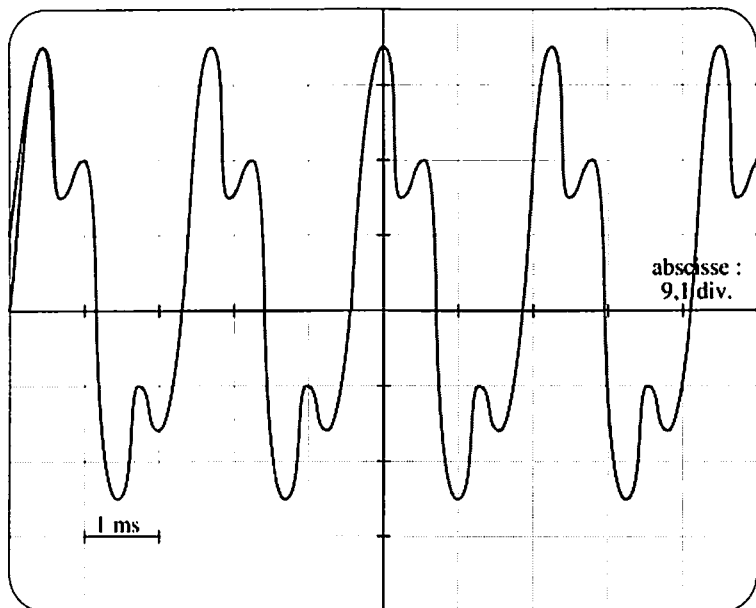


Fig. 5

4

Valeur de la pesanteur ★

Véronique se propose de déterminer chez elle la valeur de la pesanteur. Elle a comme seuls instruments de mesure un « mètre » métallique à ruban de « 2 m » et une montre chronomètre. Elle possède en outre, une petite bille de plomb percée d'un petit trou passant par le centre d'inertie G de la bille et une bobine de fil.

1° A2 Décrire le mode opératoire qu'elle doit mettre en œuvre pour réaliser son projet.

2° B3 Elle mesure la durée de 50 périodes des oscillations du pendule et elle trouve $\tau = 122,9$ s. La longueur de G au point de suspension O est $l = 1,500$ m. Quelle est la valeur de la pesanteur dans l'appartement de Véronique ?

3° A1 Véronique rêve qu'elle effectue son expérience sur la Lune où la valeur de la pesanteur est $g_L = 1,67 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Quelle serait la période T_L des oscillations de son pendule ?

5

Dans le hall du lycée ★★

Dans le hall du lycée, des élèves ont installé un pendule simple. Il est constitué d'une boule de masse $m = 2,857$ kg et de rayon

$r = 51$ mm. La boule étant suspendue, le fil de pêche très solide qui la soutient a pour longueur $l = 23,32$ m.

La valeur de la pesanteur dans le hall est :

$$g = 9,808 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

1° A2 a) Calculer la période des oscillations de ce pendule.

b) Calculer la période des oscillations si l'on ne tient pas compte du rayon de la boule. Conclusion de ce calcul.

2° C1 Par rapport à la verticale passant par son point de suspension O , on écarte le pendule d'une distance $d = 2,00$ m (fig. 6) et on le lâche sans vitesse initiale. Calculer l'énergie mécanique du pendule.

3° B3 Calculer la vitesse de la boule à son passage par la verticale de O .

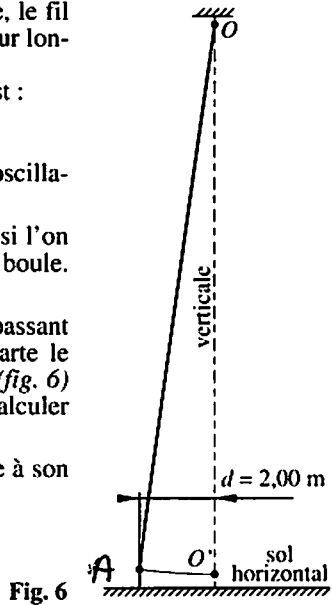


Fig. 6

6

Pendule élastique ★★★

Un petit cylindre de masse $m = 248$ g est assujéti à se déplacer sur une tige horizontale. Il est accroché à une extrémité d'un ressort à spires non jointives dont l'autre extrémité est fixe. On néglige tout frottement. La position du centre d'inertie G du cylindre est repérée par son abscisse x , par rapport au repère (O, \vec{i}) d'origine O , prise à la position d'équilibre.

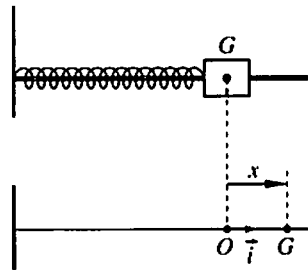


Fig. 7

1° A2 On a représenté les variations de l'énergie potentielle élastique $\mathcal{E}_{pe}(x)$ du pendule en fonction de x (fig. 8, page suivante). Calculer le coefficient de raideur du ressort.

2° C1 Calculer la valeur v_0 de la vitesse du cylindre à son passage par sa position d'équilibre en O .

3° A1 Calculer la période des oscillations de ce pendule élastique.

4° B3 Tracer sur le même système d'axes l'énergie mécanique et l'énergie cinétique du pendule en fonction de x .

5° C1 a) En utilisant la construction effectuée, donner les valeurs de l'énergie potentielle et de l'énergie cinétique du pendule pour $x_1 = 40$ mm.

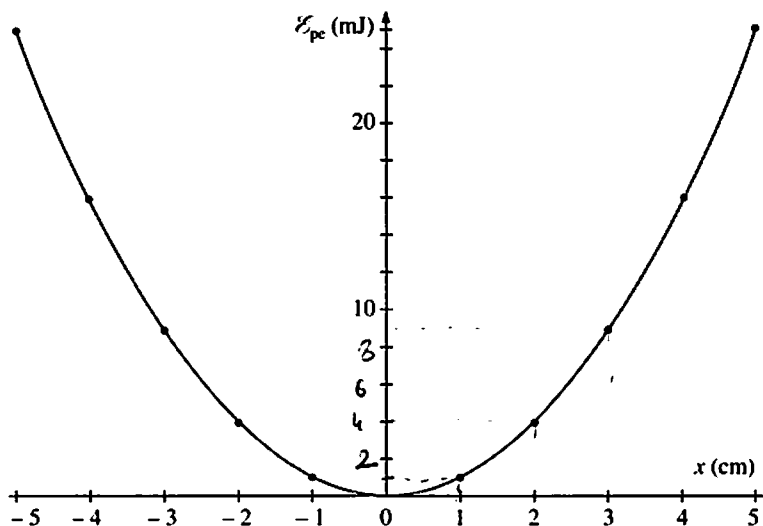


Fig. 8

b) Quelle est alors la vitesse v_1 du pendule ?

7

Pendule pesant ★★★

Un pendule pesant est constitué d'une bille de plomb, de masse $m = 56,0 \text{ g}$ et de centre d'inertie G . Cette bille est suspendue à un fil attaché en O à un support fixe; on pose $OG = l$. Lorsque le pendule est immobile, on note G_0 la position du centre d'inertie de la bille. On repère les oscillations du pendule par l'élongation angulaire mes $(\widehat{GOG_0}) = \alpha$.

On écarte le pendule de sa position d'équilibre d'un angle de mesure $\alpha_m = 35^\circ$ et on le lâche sans vitesse initiale. Au cours des premières oscillations, on néglige tout amortissement du pendule. La valeur de la pesanteur est $g = 9,80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ et $l = 1,24 \text{ m}$.

1° C1 a) Donner l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur $\mathcal{E}_p(\alpha)$ du système «pendule-Terre», en prenant comme origine des altitudes la position G_0 du centre d'inertie de la bille. On pose $\mathcal{E}_p(0) = 0$ en ce point.

b) Calculer les valeurs de l'énergie potentielle de pesanteur pour $\alpha_1 = 15^\circ$, $\alpha_2 = 25^\circ$ et $\alpha_m = 35^\circ$.

2° B3 a) Calculer l'énergie mécanique du pendule quand il oscille.

b) Donner l'expression de l'énergie mécanique du pendule $\mathcal{E}_m(\alpha)$ en fonction de α .

3° A2 Donner l'expression de l'énergie cinétique du pendule \mathcal{E}_c par rapport au référentiel terrestre et l'exprimer en fonction de α .

4° C1 En utilisant les résultats numériques trouvés, tracer les courbes représentatives des fonctions $\mathcal{E}_m(\alpha)$, $\mathcal{E}_p(\alpha)$ et $\mathcal{E}_c(\alpha)$.

8

Étude dimensionnelle ★★

1° A2 Après avoir observé les oscillations d'un pendule simple, Sébastien émet l'hypothèse que la période du pendule peut être fonction de sa masse m , de la longueur l et de la valeur g de la pesanteur au lieu de l'expérience. Il suppose que la période T des oscillations du pendule s'exprime sous la forme : $T = \lambda m^\alpha l^\beta g^\gamma$. Comme Sébastien, on suit le raisonnement suivant.

a) Compte tenu que les unités des deux membres de la relation précédente doivent être construites de la même manière à partir des unités de base, rechercher les valeurs des coefficients α , β et γ .

☐ Au point de vue dimension, une pesanteur est une accélération et une accélération est le quotient d'une longueur par le carré d'un temps.

b) Ce type d'analyse ne permet pas de déterminer la constante λ . En se remémorant le cours vu en classe, dire quelle est la valeur de cette constante. Donner alors l'expression de la période d'un pendule simple.

2° C1 Encouragé par ce raisonnement, Sébastien envisage d'effectuer l'étude dimensionnelle de la période d'un pendule élastique. Sébastien émet l'hypothèse que la période du pendule élastique peut être fonction de sa masse m , du coefficient de raideur k du ressort et de la valeur g de la pesanteur au lieu de l'expérience. Donner alors l'expression de la période d'un pendule simple.

☐ k est le quotient d'une force par une longueur et une force est le produit d'une masse par une accélération.

9

En camping ★

1° A1 En camping, Fabrice va chercher de l'eau dans une baignoire. Que se passe-t-il au bout d'un moment s'il ne prend pas garde à la fréquence de ses pas ?

2° C1 En conséquence, comment doit-on prévoir le chargement de liquide, le stockage des carburants dans un navire devant affronter les vagues de la mer ?

10

Applications et nuisances de la résonance ★

1° A1 Donner une application pratique de la résonance dans laquelle on recherche :

a) une résonance floue ; b) une résonance aiguë.

2° B2 Citer un ou plusieurs exemples où le phénomène de résonance est une nuisance à éviter et non une application pratique.

11

La tôle ondulée du désert ★★★

En soufflant, le vent crée sur le sable du désert une succession de creux et de bosses : la surface du sable prend alors l'aspect de la « tôle ondulée ».

Une automobile roule sur cette « tôle ondulée ». Elle est assimilée à un pendule élastique de masse $m = 1\,200$ kg, associé à un ressort dont la constante de raideur est $K = 80$ kN · m⁻¹.

1° C1 Dans un premier temps, on suppose que l'amortissement de l'automobile est très faible. Dans ce cas, la fréquence de résonance est considérée comme égale à la fréquence propre N_0 de l'oscillateur non amorti que constitue l'automobile. La distance $d = 1,65$ m entre deux bosses sur le sable est supposée constante. Calculer la vitesse v_1 à laquelle il faut éviter de rouler si l'on ne veut pas disloquer l'automobile après quelques kilomètres.

2° A2 En réalité, l'automobile possède des amortisseurs qui amortissent les oscillations verticales. La fréquence de résonance N est

alors inférieure à N_0 telle que $\frac{N_0 - N}{N_0} = 0,23$. Calculer la vitesse

réelle v_2 à laquelle il faut éviter de rouler.

Protocoles expérimentaux

12

Oscillations mécaniques forcées ★★

Un pendule élastique vertical est constitué par un ressort de constante de raideur $k = 13,2$ N · m⁻¹, auquel est suspendu un cylindre de masse $m = 456$ g. Le cylindre se déplace dans une longue éprouvette pouvant recevoir des liquides de viscosités différentes.

Sur l'axe d'un moteur électrique est fixé un disque possédant un excentrique. En tournant, l'excentrique communique à un fil un mouvement de va et vient, qui oblige le ressort et sa masselotte à osciller. Une aiguille se déplace le long d'une règle graduée, permettant ainsi de lire les amplitudes des vibrations de l'oscillateur. Un tachymètre monté sur le moteur permet de mesurer la fréquence de rotation de l'excentrique.

1° A1 Compléter les phrases suivantes.

Dans le dispositif décrit, le résonateur est constitué par A et l'excitateur par B. Le régime permanent des oscillations C est obtenu après quelques instants de régime D. La fréquence de rotation du moteur et celle de l'oscillateur sont alors E.

A : B :
 C : D :
 E :

2° A2 On mesure la période propre du pendule élastique libre : 20 périodes durent 23,3 s. Est-ce bien en accord avec les valeurs de m et de k données précédemment ?

3° En faisant varier la fréquence de l'excitateur pour différents amortissements, on obtient les courbes de réponses du résonateur.

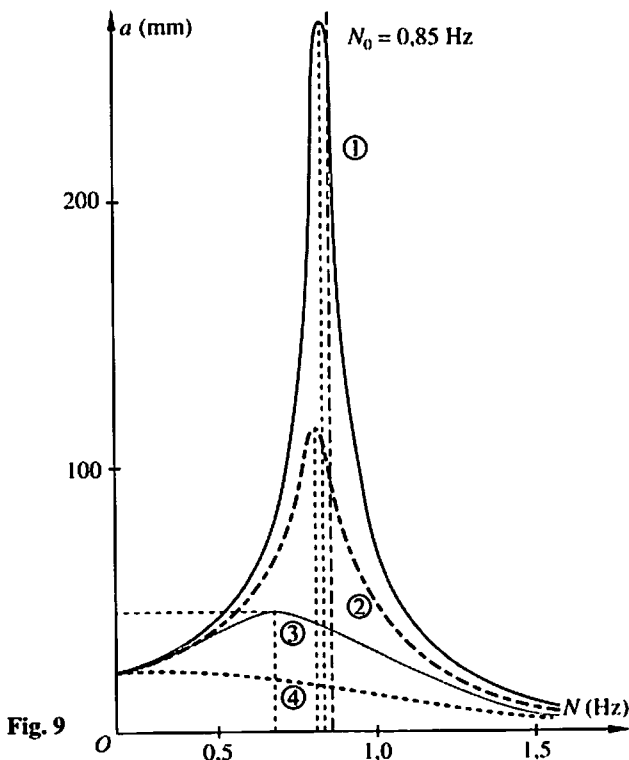


Fig. 9

Ces différents amortissements ont été obtenus :

- le cylindre se déplaçant dans l'air de l'éprouvette avec une palette (de masse négligeable) fixée au cylindre ;
 - le cylindre dans l'eau sans palette ;
 - le cylindre dans l'eau avec une palette ;
 - le cylindre dans du sirop de sucre très épais avec une palette.
- Donner la correspondance avec les courbes de la figure 9.

4° A1 Toutes les courbes présentent-elles une résonance ? Indiquer celle qui présente une résonance aiguë, une résonance floue.

13**Facteur de qualité d'une résonance ★★**

On appelle « bande passante à 3 décibels » (3 dB) l'intervalle ΔN de fréquences sur lequel l'amplitude a des oscillations forcées est supérieure à $\frac{a_0}{\sqrt{2}}$, a_0 désignant la valeur maximale de l'amplitude

à la résonance.

On appelle « facteur de qualité » d'une résonance le quotient

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N}, \quad N_0 \text{ désignant la fréquence propre de l'oscillateur libre.}$$

1° C1 En utilisant les courbes de la *figure 9*, déterminer la bande passante de chaque résonance.

2° B3 Calculer le facteur de qualité de chaque résonance.

14**Testez-vous !**

Quatre points à chaque exercice juste. Bon courage !

- 1° a) Définir la période et la fréquence d'un phénomène périodique.
b) Un phénomène périodique est-il toujours constitué d'un système oscillant ?
- 2° a) Un pendule pesant simple a pour longueur $l = 563$ mm. Calculer la période des petites oscillations de ce pendule sur Terre; $g = 9,80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
b) La pesanteur sur la Lune est $1,67 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, calculer la fréquence du pendule situé sur la Lune.
- 3° a) Un pendule élastique sur Terre a pour caractéristiques : $m = 125 \text{ g}$ et $k = 5,6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$. Calculer la période des oscillations du pendule élastique.
b) On transporte ce pendule sur la Lune (prendre les données nécessaires dans la question précédente), calculer la fréquence du pendule situé sur la Lune.
- 4° a) On écarte de sa position d'équilibre le pendule élastique précédent, d'une distance $a = 80$ mm, et on le lâche sans vitesse initiale. Calculer l'énergie mécanique de cet oscillateur.
b) Quelle est la valeur v_0 de la vitesse de la masselotte du pendule lorsque celle-ci passe par sa position d'équilibre ?
- 5° On donne les deux courbes de résonance d'un oscillateur mécanique pour deux amortissements différents (*fig. 10*). Déterminer pour les courbes ① et ② :
a) les bandes passantes; b) les facteurs de qualité.
c) Quelles courbes ne présentent pas de résonance ?

Testez-vous! (suite)

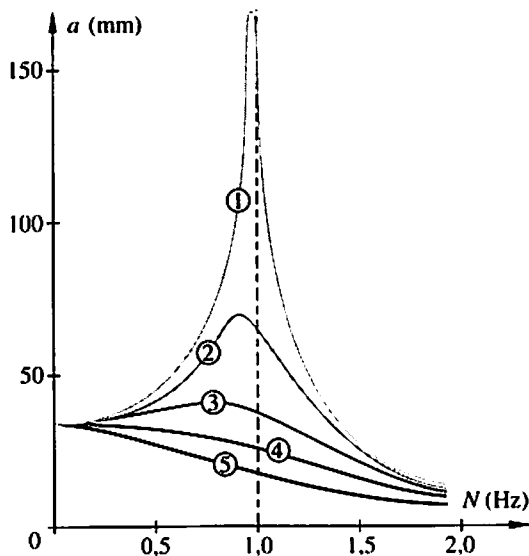


Fig. 10

15 Auto-évaluation

Dans la (les) case(s) correspondant à la (aux) réponse(s) jugée(s) exacte(s), inscrire «V»; dans la (les) case(s) jugée(s) fausse(s), inscrire «F». Inscrire un tiret (-) à chaque fois que l'on s'abstient. Toute case correctement remplie entraîne + 1 point. Il est préférable de s'abstenir (0 point) plutôt que de mal remplir la case (- 1 point). La somme algébrique des points donne une note sur 20.

1° Les systèmes suivants sont des oscillateurs :

- a) un disque dont l'axe de rotation passe par son centre d'inertie
- b) un disque dont l'axe de rotation ne passe pas par son centre d'inertie
- c) une lampe allumée déplacée alternativement de droite à gauche
- d) les haubans d'un voilier dans le vent
- e) les battements du cœur

2° Un pendule simple a pour longueur l . On multiplie sa longueur par 4 :

- a) sa période est multipliée par 4
- b) sa période est divisée par 4
- c) sa période est divisée par 2

Sur la Lune, la pesanteur est environ 6 fois plus faible que sur la Terre ; la période du pendule simple, de longueur l , est donc :

- d) plus petite que sur la Terre
- e) 6 fois plus grande que sur la Terre

3° Un pendule élastique horizontal (P_1) est constitué d'une masselotte de 200 g guidée sur une tige horizontale. La constante de raideur du ressort est $4,0 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$. La période de ce pendule élastique est :

- a) 0,62 s
- b) 1,40 s

On divise par 2 la masse de la masselotte et l'on double la constante de raideur du ressort :

- c) la période est inchangée
- d) la période est divisée par 2
- e) On transporte ce pendule sur la Lune où la pesanteur est environ 6 fois plus faible que sur la Terre, la période de (P_1) est donc plus petite que sur la Terre

4° Un solide oscille sur un banc à coussin d'air horizontal sous l'effet de deux ressorts. On met cet oscillateur en oscillations forcées par un excitateur extérieur.

- a) La fréquence de l'oscillateur mécanique en régime d'oscillations forcées est imposée par l'excitateur
- b) Pour un amortissement faible, l'amplitude des oscillations forcées est maximale lorsque la fréquence imposée est voisine de la fréquence propre de l'oscillateur
- c) Lorsque l'amortissement augmente, la fréquence de résonance augmente notablement
- d) Lorsque l'amortissement augmente, l'amplitude des oscillations à la résonance diminue
- e) On dit alors que la résonance est de plus en plus floue

CORRIGÉS

1

a) Oui; b) non, car le mouvement n'est pas alternatif autour d'une position d'équilibre; c) oui; d) oui; e) oui; f) oui; g) oui; h) non, car ce n'est pas un système pouvant évoluer du fait de ses caractéristiques propres; i) oui; j) oui.

2

1° L'expérience de Belousov-Zhabotinsky est un mélange de solutions de produits chimiques qui est le siège de réactions chimiques complexes d'oxydoréduction. On peut utiliser le changement de couleur dû à la présence de l'orthophénañtrole ferreuse, indicateur coloré d'oxydoréduction :

- rouge en milieu réducteur;
- bleu en milieu oxydant.

La solution obtenue constitue un oscillateur chimique dont la période est une vingtaine de secondes et peut fonctionner pendant plus de 10 minutes.

2° a) On appelle « Botafumeiro » l'encensoir de la cathédrale Saint-Jacques de Compostelle (Espagne). En première approximation, c'est un pendule simple (masse 50 kg et longueur environ 20 m).

b) Un système ingénieux de poulies permet de diminuer la longueur de la corde d'environ 3 m à chaque passage de l'encensoir par la verticale et de l'augmenter à son élongation maximale.

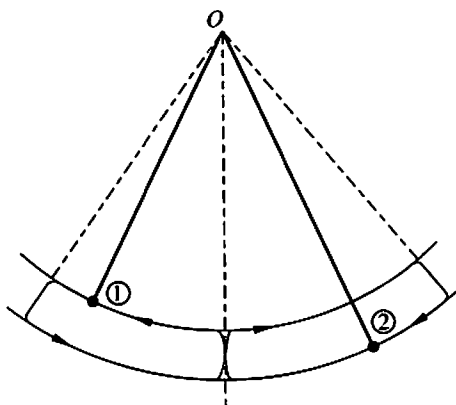


Fig. 11

Avec ce procédé, de grands écarts angulaires de l'oscillateur sont obtenus (environ 80°) après quelques oscillations. De plus, l'entretien du pendule est facile à réaliser.

3° a) Lors d'un fort courant d'eau, des tourbillons apparaissent derrière les piliers d'un pont. Une fois formés, ils se « décrochent » périodiquement de l'obstacle, tournant alternativement dans un sens puis dans l'autre. Ils constituent des systèmes oscillants.

b) Les oscillations de sillage dans les nuages à l'arrière des dépressions ; les tourbillons créés, dans certains cas, derrière les bateaux ; les oscillations de sillage dans l'atmosphère de Jupiter auprès de la « Grande Tache Rouge ».

3

D'après l'oscillogramme, 4 périodes correspondent à 9,1 div, ou encore :

$4T$ correspondent à $9,1 \times 10^{-3}$ s ; $T = 2,3$ ms.

La fréquence du son enregistré est donc :

$$N = \frac{1}{T} ; N = 440 \text{ Hz.}$$

La note jouée est un la_3 .

4

1° Véronique passe le fil dans le trou de la bille de plomb et fait un gros nœud pour la bloquer sur le fil. Elle suspend au plafond de sa chambre l'autre extrémité du fil : elle a donc constitué un pendule simple.

2° La période d'un pendule simple est donnée par l'expression :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \text{ avec } T = \frac{\tau}{n}$$

$$\text{D'où : } \left(\frac{\tau}{n}\right)^2 = 4\pi^2 \frac{l}{g}$$

$$\text{Et : } g = 4\pi^2 l \left(\frac{n}{\tau}\right)^2 ; g = 9,801 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$3^\circ T_L = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_L}} ; T_L = 5,95 \text{ s.}$$

5

1° a) La longueur du pendule simple est la distance du point de suspension du fil au centre d'inertie G de la boule ; la longueur du pendule simple est donc : $l + r$.

La période du pendule est :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l+r}{g}} ; T = 9,699 \text{ s.}$$

$$b) T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} ; T' = 9,688 \text{ s.}$$

Conclusion. Pour des valeurs données avec quatre chiffres significatifs, les valeurs des périodes sont légèrement différentes. Il faut donc tenir compte du rayon de la boule pour calculer la période du pendule simple.

2° On considère le système « pendule-Terre ». L'énergie mécanique du système est égale à son énergie potentielle à l'instant du lâcher lorsque l'amplitude du pendule est maximale.

On choisit comme origine les altitudes ($z = 0$) le point O' , position de la boule à l'équilibre et l'on pose $\mathcal{E}_p(0) = 0$ en ce point. On a donc :

$$\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_p + \mathcal{E}_c = \mathcal{E}_p(\alpha_m) + \mathcal{E}_c(\alpha_m).$$

Au moment du lâcher, la vitesse de la boule est nulle : D'où :

$$\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_p(\alpha_m) + 0; \quad \mathcal{E}_m = mgh, \text{ avec } h = OH = l(1 - \cos \alpha_m).$$

Comme $\sin \alpha_m = \frac{d}{l}$, on obtient :

$$\cos \alpha_m = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_m}, \text{ ou encore, } \cos \alpha_m = \sqrt{1 - \left(\frac{d}{l}\right)^2}.$$

L'énergie mécanique du pendule s'écrit donc :

$$\mathcal{E}_m = mgl \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{d}{l}\right)^2}\right); \quad \mathcal{E}_m = 2,408 \text{ J.}$$

3° Lorsque le pendule passe à la verticale de O en O' , l'énergie potentielle du système est nulle. On a donc :

$$\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_p(0) + \mathcal{E}_c(0); \quad \mathcal{E}_m = 0 + \frac{1}{2} mv_m^2.$$

$$v_m = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_m}{m}}; \quad v_m = 1,298 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

6

1° À l'élongation maximale du pendule $a_m = 5,0 \text{ cm}$, on a $\mathcal{E}_{pe}(a_m) = 25 \text{ mJ}$. Par définition :

$$\mathcal{E}_{pe}(a_m) = \frac{1}{2} ka_m^2.$$

$$\text{D'où : } k = \frac{2\mathcal{E}_{pe}(a_m)}{a_m^2}; \quad k = 20,0 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}.$$

2° On peut considérer, au début des oscillations du pendule élastique, que celui-ci est un système isolé : son énergie mécanique se conserve.

$$\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_c + \mathcal{E}_{pe} \quad (1).$$

À l'élongation maximale, la vitesse de la masselotte est nulle : $\mathcal{E}_c(a_m) = 0$. La relation (1) s'écrit :

$$\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_c(a_m) + \mathcal{E}_{pe}(a_m); \quad \mathcal{E}_m = 0 + \mathcal{E}_{pe}(a_m) \quad (2).$$

Au passage de l'oscillateur par sa position d'équilibre, $\mathcal{E}_{pe}(0) = 0$. La relation (1) s'écrit :

$$\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_c(0) + \mathcal{E}_{pe}(0); \quad \mathcal{E}_m = \frac{1}{2} m v_0^2 + 0 \quad (3).$$

D'après (2) et (3), on obtient :

$$\mathcal{E}_{pe}(a_m) = \frac{1}{2} m v_0^2; \quad v_0 = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_{pe}(a_m)}{m}}; \quad v_0 = 0,449 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

3° La période des oscillations du pendule élastique est donnée par la relation :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}; \quad T = 0,700 \text{ s}.$$

4° On remarque que $\mathcal{E}_m = \text{cte} = \mathcal{E}_{pe}(a_m)$.

D'autre part, $\mathcal{E}_c = \mathcal{E}_m - \mathcal{E}_{pe}(a)$, quelles que soient les valeurs de a . D'où les représentations graphiques des fonctions :

$\mathcal{E}_m(a)$ et $\mathcal{E}_c(a)$.

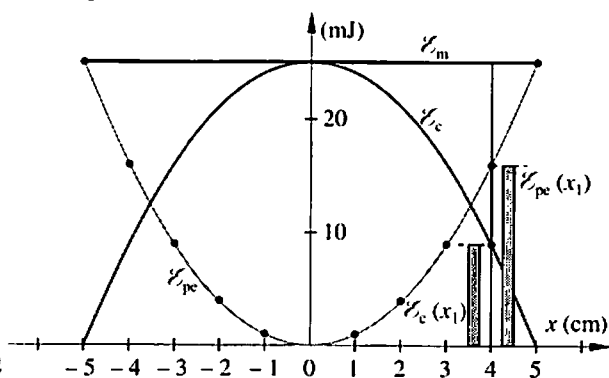


Fig. 12

5° a) D'après la construction graphique :

$$\mathcal{E}_c(x_1) = 9,0 \text{ mJ} \quad \text{et} \quad \mathcal{E}_{pe}(x_1) = 16,0 \text{ mJ}.$$

$$b) \quad \mathcal{E}_c(x_1) = \frac{1}{2} m v_1^2; \quad v_1 = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_c(x_1)}{m}}; \quad v_1 = 0,269 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

7

1° a) L'énergie potentielle du système s'écrit, compte tenu des hypothèses :

$$\mathcal{E}_p(\alpha) = \mathcal{E}_p(z) = mgz = mgh = mgG_0H.$$

Or, $G_0H = G_0O - G_0H = l - l \cos \alpha = l(1 - \cos \alpha)$.

D'où : $\mathcal{E}_p(\alpha) = mgl(1 - \cos \alpha)$.

b) $\mathcal{E}_p(\alpha_1) = 23 \text{ mJ}$ et $\mathcal{E}_p(\alpha_2) = 64 \text{ mJ}$; $\mathcal{E}_p(\alpha_m) = 123 \text{ mJ}$.

2° a) On peut considérer, au début des oscillations du pendule, que celui-ci est un système isolé énergétiquement et conservatif : son énergie mécanique se conserve.

$$\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_p + \mathcal{E}_c \quad (1).$$

À son élongation maximale, la vitesse du pendule est nulle, son énergie cinétique est donc nulle. La relation précédente s'écrit :

$$\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_p(\alpha_m) + 0; \quad \mathcal{E}_m = \mathcal{E}_p(\alpha_m) = \text{cte}; \quad \mathcal{E}_m = 123 \text{ mJ}.$$

b) $\mathcal{E}_m(\alpha) = \text{cte}; \quad \mathcal{E}_m(\alpha) = 123 \text{ mJ}$.

3° D'après la relation (1), on a :

$$\mathcal{E}_c(\alpha) = \mathcal{E}_m - \mathcal{E}_p(\alpha), \quad \text{ou encore,} \quad \mathcal{E}_c(\alpha) = mgl(\cos \alpha - \cos \alpha_m).$$

4° Représentation graphique des fonctions $\mathcal{E}_m(\alpha)$, $\mathcal{E}_p(\alpha)$ et $\mathcal{E}_c(\alpha)$, avec $\alpha \in [-35^\circ; +35^\circ]$.

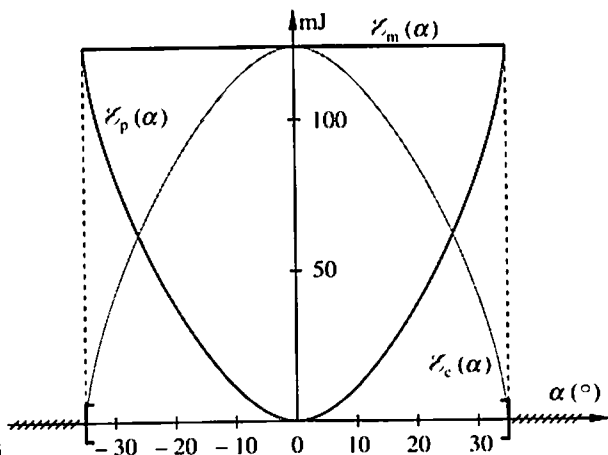


Fig. 13

8

1° a) On peut écrire symboliquement la relation «aux dimensions» suivante :

$$[T] = [m]^\alpha [l]^\beta [g]^\gamma \quad (1); \quad \lambda \text{ étant une constante, donc sans unité, elle n'apparaît pas dans cette relation.}$$

L'unité de champ de pesanteur est le mètre par seconde carrée ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$), donc au point de vue dimension, on peut écrire :

$$[g] = [l][T]^{-2}.$$

En portant cette dernière expression dans (1), on a :

$$[T] = [m]^\alpha [l]^\beta ([l][T]^{-2})^\gamma; \quad [T] = [m]^\alpha [l]^{\beta+\gamma} [T]^{-2\gamma}.$$

En identifiant les exposants des différentes dimensions dans les deux membres de l'égalité, on obtient :

$$\alpha = 0; \quad \gamma = -\frac{1}{2}; \quad \beta = \frac{1}{2}.$$

La période du pendule simple est donc de la forme : $T = \lambda \sqrt{\frac{l}{g}}$.

b) Des études précises montrent que $\lambda = 2\pi$. D'où : $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$.

2° On obtient de même : $[T] = [m]^\alpha [k]^\beta [g]^\gamma$ (1).

$$\text{Or : } [k] = \frac{[m][l][T]^{-2}}{[l]} = [m][T]^{-2} \quad \text{et} \quad [g] = [l][T]^{-2}.$$

La relation (1) s'écrit :

$$[T] = [m]^\alpha [m]^\beta [T]^{-2\beta} [l]^\gamma [T]^{-2\gamma};$$

$$[T] = [m]^{\alpha+\beta} [T]^{-2(\beta+\gamma)} [l]^\gamma.$$

Par identification des exposants, on a :

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 0 \\ \gamma = 0 \\ -2(\beta + \gamma) = 1 \end{cases}; \quad \begin{cases} \gamma = 0 \\ \beta = -\frac{1}{2} \\ \alpha = -\beta = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

$$\text{D'où : } T = \lambda \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

$$\text{On montre que } \lambda = 2\pi, \quad \text{d'où : } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

9

1° Au bout de quelques pas, l'eau de la bassine bascule d'un côté puis de l'autre, si la fréquence des oscillations de l'eau de la bassine est voisine de celle des pas. Il faut donc rompre le pas afin de stabiliser l'eau et éviter qu'elle bascule.

2° Les navires transportant des liquides ont des cuves entièrement remplies pour éviter ce phénomène de balancement.

Les réservoirs de carburants (fioul, gasoil) sont fractionnés en plusieurs parties. Lors de la marche du navire, on utilise entièrement une partie avant de s'approvisionner sur une autre afin d'éviter tout mouvement de liquide.

10

1° a) Le système « amortisseurs-ressort » d'une automobile.

b) Les lames vibrantes d'un fréquencesmètre à lames.

2° Résonances d'amplitude d'oscillation ou résonance d'amplitude de torsion d'un pont suspendu (rupture du pont d'Angers, le 16 avril 1850 : près de 200 morts).

Résonance sur les chemins de roulement (« tôle ondulée du désert », rails, ...).

Le moteur d'un véhicule ou d'un bateau joue le rôle de l'excitateur (tringlerie ou infrastructure entrant en résonance avec les vibrations du moteur).

11

1° L'automobile reçoit des impulsions à chaque passage d'une « bosse » de sable. Si la période propre T_0 des oscillations de l'automobile correspond à la durée pour effectuer la distance d , on a :

$$v_1 = \frac{d}{\tau} = \frac{d}{T_0}.$$

Comme $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$, on obtient :

$$v_1 = \frac{d}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad v_1 = 2,14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \quad \text{ou} \quad v_1 = 7,7 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

2° En réalité, la fréquence N de résonance de l'oscillateur que constitue l'automobile est donnée par la relation :

$$\frac{N_0 - N}{N_0} = 0,23; \quad N_0 - N = 0,23N_0; \quad N = N_0(1 - 0,23); \quad N = 0,77N_0.$$

La vitesse réelle de l'automobile est donc :

$$v_2 = \frac{d}{T} = dN = d \times 0,77N_0; \quad v_2 = \frac{0,77 d}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad v_2 = 0,77 v_1;$$

$$v_2 = 1,65 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad \text{ou} \quad v_2 = 5,9 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

12

Protocole expérimental

1° A : le ressort et le cylindre.

B : le moteur, le disque, l'excentrique et le fil.

C : forcées.

D : transitoire.

E : identiques.

2° $T = \frac{\tau}{n}; \quad T = 1,165 \text{ s}.$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, \quad T_0 = 1,168 \text{ s.}$$

T est très légèrement inférieure à T_0 , ce qui correspond bien à la réalité.

3° Dans les expériences notées a), b), c) et d), les frottements fluides agissant sur l'oscillateur sont de plus en plus importants. Les correspondances avec les courbes sont les suivantes :

- a) ①;
- b) ②;
- c) ③;
- d) ④.

4° La courbe ④ ne présente pas de pic, même très aplati : les frottements fluides étant trop importants, il y a absence de résonance.

La courbe ① traduit une résonance aiguë.

La courbe ③ traduit une résonance floue.

13**Protocole expérimental**

1° La bande passante ΔN de chaque résonance est :

Courbe	a_0	$\frac{a_0}{\sqrt{2}}$	ΔN (Hz)
①	274 mm	194 mm	0,101
②	119 mm	84 mm	0,159
③	45 mm	32 mm	0,551

2° Le facteur de qualité de chaque résonance, $\frac{\Delta N}{N_0}$ est donc :

courbe ①, $Q_1 = 8,4$;

courbe ②, $Q_2 = 5,3$;

courbe ③, $Q_3 = 1,5$.

14**Les réponses au test**

1° a) Voir *Ce qu'il faut savoir*, I-1.

b) Non, il faut que le phénomène évolue de façon alternative.

2° a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$; $T = 1,51 \text{ s.}$

Les réponses au test (suite)

$$b) T_L = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_L}}; \quad T_L = 3,65 \text{ s.}$$

$$3^\circ a) T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}; \quad T = 0,94 \text{ s.}$$

$$b) T_L = T = 0,94 \text{ s}; \quad T \text{ est indépendant de } g.$$

$$4^\circ a) \mathcal{E}_m = \mathcal{E}_p(x_m) + \mathcal{E}_c(x_m); \quad \mathcal{E}_m = \mathcal{E}_p(x_m) + 0;$$

$$\mathcal{E}_m = \frac{1}{2} kx_m^2; \quad \mathcal{E}_m = 17,9 \text{ mJ} \approx 18 \text{ mJ.}$$

$$b) \mathcal{E}_m = \mathcal{E}_p(0) + \mathcal{E}_c(0); \quad \mathcal{E}_m = 0 + \frac{1}{2} mv_0^2 = \frac{1}{2} kx_m^2.$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} x_m; \quad v_0 = 0,535 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; \quad v_0 \approx 0,54 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

5° a) et b)

Courbe	a_0	$\frac{a_0}{\sqrt{2}}$	ΔN	$Q = \frac{N_0}{\Delta N}$
①	169 mm	120 mm	0,094 Hz	10,6
②	69 mm	49 mm	0,493 Hz	2,0

c) Les courbes ④ et ⑤ ne présentent pas le phénomène de résonance.

15

1° a) F; b) V; c) F; d) V; e) V.

2° a) F; b) F; c) F; d) F; e) F.

3° a) F; b) V; c) F; d) V; e) F.

4° a) V; b) V; c) F; d) V; e) V.

9 Le condensateur

Ce qu'il faut savoir

I – LE DIPÔLE « CONDENSATEUR »

1. Charge et décharge d'un condensateur

a) Définition

Un condensateur est un dipôle constitué de deux conducteurs (encore appelés « armatures ») séparés par un isolant (encore appelé « diélectrique »).

b) Mise en évidence

On réalise le montage de la *figure 1*. L'interrupteur étant mis sur la position 1, on constate qu'il passe dans le circuit un courant électrique i pendant un court instant et que la tension se stabilise aux bornes du condensateur à la valeur de celle délivrée par le générateur : **le condensateur s'est chargé.**

L'interrupteur étant mis sur la position 2, on constate qu'il passe dans le circuit un courant électrique i' pendant un court instant et que la

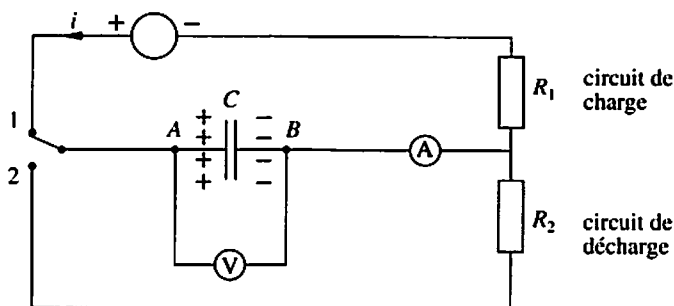


Fig. 1

tension aux bornes du condensateur redevient nulle; le condensateur s'est déchargé.

2. Relation entre la charge et l'intensité

À chaque instant t , on désigne par q la charge prise par une armature, on a :

$$q_A(t) = -q_B(t).$$

Par définition d'une intensité :
$$i(t) = \frac{q_A(t') - q_A(t)}{t' - t}.$$

D'où :
$$i(t) = q'(t), \text{ ou encore, } i(t) = \dot{q}(t).$$

II – CAPACITÉ D'UN CONDENSATEUR

1. Relation entre charge et tension

Des études expérimentales montrent que la relation existant entre la charge q_A prise par l'armature A d'un condensateur et la tension u_{AB} existant à ses bornes A et B est une relation linéaire :

$$q_A = k u_{AB}.$$

La constante k ne dépend que du condensateur utilisé; les physiciens appellent cette constante la **capacité C** du condensateur. La capacité s'exprime en farads (F).

$q_A = C u_{AB}$	q_A , charge du condensateur (C); C , capacité du condensateur (F); u_{AB} , tension entre les armatures du condensateur (V).
------------------	---

2. Capacité d'un condensateur plan

Un condensateur constitué de deux armatures planes parallèles entre elles s'appelle condensateur plan. Sa capacité s'exprime par la relation :

$C = \frac{\epsilon A}{e}$	C , capacité du condensateur (F); ϵ , permittivité du diélectrique ($F \cdot m^{-1}$); A , aire des armatures se faisant face (m^2); e , épaisseur du diélectrique (m).
----------------------------	---

Si les armatures sont séparées par le vide, la permittivité est désignée par ϵ_0 (permittivité du vide) : $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} F \cdot m^{-1}$.

III – ÉTUDE DE LA CHARGE ET DE LA DÉCHARGE

1. Visualisation de la tension u_{AB}

a) Les oscillogrammes

On réalise le montage de la *figure 2*.

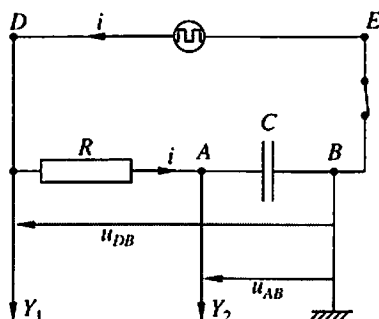


Fig. 2

La tension aux bornes du condensateur est fonction de C et également de R , résistance du conducteur ohmique du circuit «RC». La tension u_{AB} est fonction du produit RC : $R_a C_a < R_b C_b$.

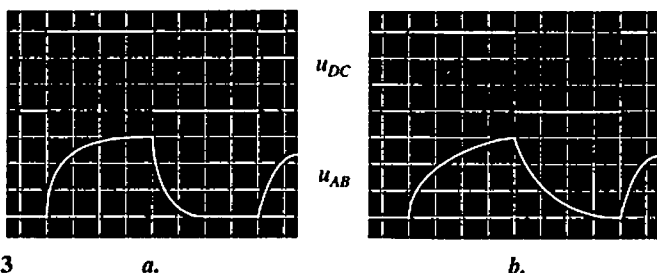


Fig. 3

a.

b.

b) Constante de temps

La durée de la charge ne dépend que du produit RC . Ce produit est encore appelé constante de temps.

2. Relation liée au phénomène

a) L'équation différentielle

▣ L'additivité des tensions appliquées au circuit de la *figure 3* donne :

$$u_{DA} + u_{AB} + u_{BE} = u_{DE}, \quad \text{et} \quad u_{DA} = Ri, \quad i = q'_A = Cu'_{AB} \quad \text{et} \quad u_{BE} = 0.$$

$$\text{On obtient donc : } \dot{u}_{AB} + \frac{u_{AB}}{RC} = \frac{u_{DE}}{RC}.$$

$$\text{Si } u_{DE} = U = \text{cte.}, \quad \text{on a : } \dot{u}_{AB} + \frac{u_{AB}}{RC} = \frac{U}{RC}.$$

À la décharge, $U = 0$; d'où : $\dot{u}_{AB} + \frac{u_{AB}}{RC} = 0$.

▣ Le produit RC a la dimension d'un temps :

$\tau = RC$	τ , constante de temps du circuit (s); R , résistance du circuit (Ω); C , capacité du condensateur (F).
-------------	---

b) Solution de l'équation différentielle

▣ L'équation différentielle précédente admet comme solution, avec U tension délivrée par le générateur :

- à la charge, $u_{AB}(t) = U \left(1 - \exp \left(-\frac{t}{\tau} \right) \right)$;

- à la décharge, $u_{AB}(t) = U \exp \left(-\frac{t}{\tau} \right)$;

▣ *Remarque.* La tension aux bornes du condensateur passe par la valeur $\frac{U}{2}$ à l'instant t^* tel que : $t^* = \tau \log 2$.

IV – ÉNERGIE EMMAGASINÉE

1. Puissance instantanée reçue

Par définition, $p(t) = u_{AB}(t)i(t)$.

Comme $u_{AB}(t) = \frac{q_A(t)}{C}$ et $i(t) = q'_A(t)$, on a donc :

$$p(t) = \frac{q_A(t)}{C} q'_A(t).$$

2. Énergie emmagasinée

Par définition, le travail électrique reçu par le condensateur s'écrit :

$$W_e = \int_0^t p(t) dt = \int \frac{q_A}{C} dq_A; \quad W_e = \frac{1}{2} \frac{q_A^2}{C}.$$

En fin de charge, le travail électrique reçu est égal à l'énergie électrostatique \mathcal{E}_{el} emmagasinée dans le condensateur. En posant $U_{AB} = U$ et $Q_A = Q$, on a $Q = CU$. Et :

$\mathcal{E}_{el} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{QU}{2}$	\mathcal{E}_{el} , énergie électrostatique (J); Q , charge du condensateur (C); C , capacité du condensateur (F); U , tension de charge du condensateur (V).
---	---

ÉNONCÉS

1 Charge d'un condensateur à courant constant ★★

On charge un condensateur de capacité C , initialement déchargé, avec un générateur de courant. L'intensité du courant électrique est alors $I = 175 \mu\text{A}$. Au début de la charge, la tension aux bornes du condensateur est nulle. Après une charge de 17 s, la tension aux bornes est de 0,86 V.

- 1° A2 a) Quelle est la particularité d'un générateur de courant ?
 - b) Donner l'expression de la fonction $u_{AB}(t) = f(t)$.
 - c) Tracer cette fonction.
- 2° B3 Calculer la capacité C du condensateur utilisé.

2 Condensateur à feuilles enroulées ★

Un condensateur est constitué de deux bandes de papier d'aluminium de largeur 20 mm et de longueur 80 mm, séparées par une bande d'un diélectrique d'épaisseur 0,18 mm, dont la permittivité est $\epsilon = 2,0 \times 10^{-10} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$. Les trois bandes sont ensuite enroulées et entourées dans un isolant; chaque bande d'aluminium est reliée à un fil conducteur.

- 1° A1 Quelle est alors la capacité C du condensateur ainsi réalisé, en supposant que la relation donnant la capacité d'un condensateur plan lui soit applicable ?
- 2° B3 a) Ce condensateur est chargé sous une tension de 6,0 V. Calculer la charge Q emmagasinée dans ce condensateur.
- b) Calculer l'énergie électrostatique stockée dans ce condensateur.

3 Perte d'énergie ? ★★

On charge un condensateur de capacité $C_1 = 47 \mu\text{F}$ sous une tension $U = 48 \text{ V}$. Ce condensateur est déconnecté du circuit de charge puis relié à un deuxième condensateur non chargé, de capacité $C_2 = 10 \mu\text{F}$. Chaque condensateur se trouve ainsi chargé sous une nouvelle tension notée U' .

- 1° B3 a) Calculer la nouvelle tension U' .
 - b) Déterminer alors les charges Q'_1 et Q'_2 prises par les deux condensateurs.
- 2° C1 a) Calculer la variation de l'énergie électrostatique stockée dans les deux condensateurs au cours de cette manipulation.
- b) Qu'est devenue cette énergie ?

4**Charge et décharge d'un condensateur ★★**

On se propose d'étudier le phénomène de charge et de décharge d'un condensateur de capacité C . Pour cela, on réalise le montage de la figure 2. Le générateur délivre une tension crêteaux (0; $U = 6,0$ V). On obtient alors l'oscillogramme de la figure 3a (voir *Ce qu'il faut savoir*, III-1. a).

1° A1 a) Expliquer la forme des deux courbes obtenues.
b) On répète l'expérience avec un conducteur ohmique de résistance $R' = 2R$. On obtient la courbe de la figure 3b. Justifier la forme de la deuxième courbe obtenue.

2° A2 a) On observe le même phénomène (fig. 3b) en utilisant le conducteur ohmique de résistance R et un condensateur de capacité $C' = 2C$. Justifier cette observation.

b) En répétant l'expérience avec $R'' = 2R$ et $C'' = \frac{C}{2}$, on obtient la figure 3a. Justifier cette observation.

5**Équations différentielles et solutions ★★★**

On se propose de rechercher un modèle mathématique aux courbes observées précédemment.

1° B3 En utilisant la figure 2, établir l'équation différentielle qui régit la charge du condensateur.

2° A2 L'équation différentielle précédente admet une solution de la forme :

$$u_{AB}(t) = \lambda(1 - \exp(-\alpha t)).$$

Déterminer les constantes λ et α .

3° B3 En utilisant la figure 2, établir l'équation différentielle qui régit la décharge du condensateur.

4° A2 L'équation différentielle précédente admet une solution de la forme :

$$u_{AB}(t) = \lambda' \exp(-\alpha' t).$$

Déterminer les constantes λ' et α' .

5° B2 Les modèles trouvés correspondent-ils bien aux courbes observées?

6**Constante de temps d'un circuit «RC» ★★★**

C1 On effectue un grossissement des oscillogrammes de la figure 3, étudiés précédemment (fig. 4).

On donne les coordonnées des points M et N ; la résistance du circuit est $R = 10$ k Ω .

En utilisant les tracés, déterminer les valeurs de C et de C' .

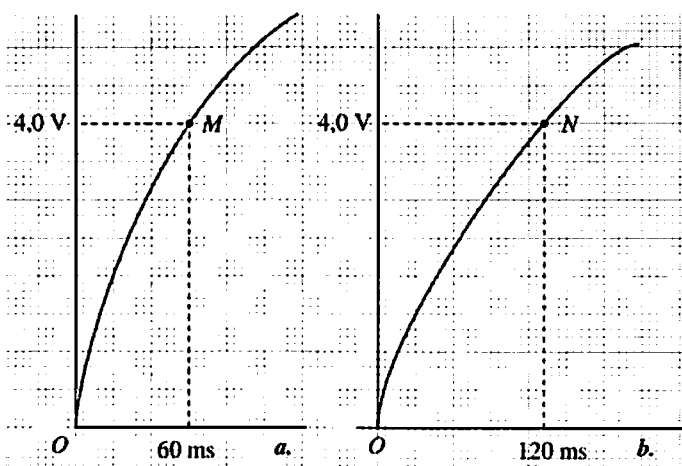


Fig. 4

7

Le condensateur : récepteur ou générateur? ★★★

On charge un gros condensateur de capacité $C = 0,50 \text{ F}$ sous une tension $U = 6,0 \text{ V}$.

1° A1 a) Quel est le rôle joué par le condensateur?

b) Quelle est l'énergie électrostatique stockée dans ce condensateur?

2° C1 Les deux bornes du condensateur ainsi chargé sont reliées aux bornes d'un petit moteur électrique qui monte un corps de masse $m = 150 \text{ g}$.

L'intensité du courant électrique passant dans le moteur devenant trop faible, le moteur s'arrête. Le corps s'est alors soulevé d'une hauteur $h = 1,687 \text{ m}$ et la tension aux bornes du condensateur est alors $U' = 2,5 \text{ V}$.

a) Quel est le rôle joué par le condensateur?

b) Calculer le travail mécanique nécessaire pour faire monter l'objet.

3° B3 a) Calculer l'énergie électrostatique \mathcal{E}'_{el} restant dans le condensateur.

b) Calculer le rendement de l'opération. On donne : $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

On entend par rendement de l'opération le rapport de l'énergie mécanique reçue par l'objet, par l'énergie électrostatique utilisée.

Protocole expérimental

8

Visualisation de la fonction $q_A = f(u_{AB})$ ★★★

On veut visualiser sur l'écran du moniteur d'un ordinateur la fonction $q_A(t) = f(u_{AB}(t))$, avec $q_A(t)$ la charge prise par l'armature

cible A et $u_{AB}(t)$ la tension aux bornes du condensateur (AB). Pour cela, on capte la tension $u_{AB}(t)$ et l'intensité passant dans le circuit.

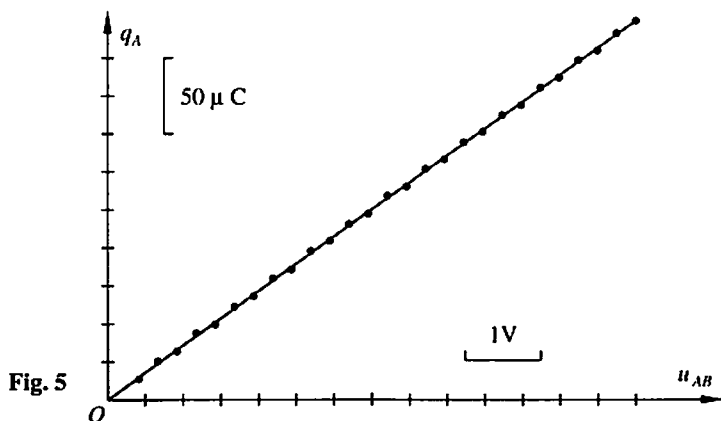
1° A2 a) Faire le schéma du circuit en indiquant le sens du courant électrique.

b) Sur ce même schéma, indiquer les branchements à réaliser avec les capteurs de l'interface de l'ordinateur afin de visualiser la courbe.

2° A2 a) Pour calculer $q_A(t)$, quelle opération faut-il que le logiciel effectue à partir des grandeurs captées ?

b) Décrire le protocole expérimental pour effectuer une acquisition, pour que la charge soit faite sous une tension de 7,0 V.

3° B3 On obtient sur l'écran la courbe de la *figure 5*. Calculer la capacité C du condensateur. On donne $R = 56 \text{ k}\Omega$.



4° C1 Calculer la constante de temps du circuit «RC».

9

Testez-vous!

Quatre points à chaque exercice juste. Bon courage !

1° a) Un condensateur de capacité $C = 56 \mu\text{F}$ est chargé sous une tension $U_{AB} = 12 \text{ V}$. Calculer les charges prises par ses armatures.

b) On le charge maintenant sous une tension $U_{BA} = 24 \text{ V}$. Calculer les nouvelles charges prises par ses armatures.

2° a) Un condensateur de capacité $2,2 \text{ mF}$ est chargé sous une tension de $U_{AB} = 48 \text{ V}$. Calculer l'énergie électrostatique stockée dans le condensateur.

b) On le charge maintenant sous une tension $U_{BA} = 24 \text{ V}$. Calculer la nouvelle énergie électrostatique stockée.

Testez-vous! (suite)

- 3° a) Un circuit « RC » possède les caractéristiques suivantes : $R = 5,0 \text{ kW}$ et $C = 1,0 \text{ mF}$. Calculer sa constante de temps.
 b) On triple la valeur de R et l'on double la valeur de C . Calculer la nouvelle constante de temps de ce circuit.
- 4° La base d'un nuage et la terre située en-dessous, séparées par de l'air, peuvent être considérées comme un condensateur plan. On donne :
 – tension entre la base du nuage et la terre, $U = 1,0 \times 10^8 \text{ V}$;
 – aire de base du nuage, $S = 1,0 \text{ km}^2$;
 – altitude de la base du nuage, $h = 500 \text{ m}$;
 – permittivité de l'air, $\epsilon = \epsilon_0 = 8,9 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$.
 Calculer la charge de ce condensateur géant. Calculer l'énergie électrostatique stockée dans ce condensateur.
- 5° On reprend les données précédentes. La vitesse de l'éclair se propage à la vitesse de $1,0 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
 a) Calculer l'intensité moyenne du courant électrique véhiculé par l'éclair.
 b) Calculer la puissance électrique transférée au cours de la décharge.

10**Auto-évaluation**

Dans la (les) case(s) correspondant à la (aux) réponse(s) jugée(s) exacte(s), inscrire « V » ; dans la (les) case(s) jugée(s) fautive(s), inscrire « F ». Inscrive un tiret (–) à chaque fois que l'on s'abstient. Toute case correctement remplie entraîne + 1 point. Il est préférable de s'abstenir (0 point) plutôt que de mal remplir la case (– 1 point). La somme algébrique des points donne une note sur 20.

1° La charge prise par l'armature A d'un condensateur est $-1,0 \text{ mC}$ et la capacité du condensateur étudié est $2,2 \times 10^2 \mu\text{F}$.

a) La charge prise par l'armature B est donc la même

La tension existant entre ses bornes A et B est :

b) $U_{AB} = -240 \text{ V}$

c) $U_{AB} = +455 \text{ V}$

On donne : $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$. Si ce condensateur était un condensateur plan, d'épaisseur $1,0 \text{ mm}$ et ayant pour diélectrique du vide, l'aire de ses armatures serait :

d) $12,3 \text{ km}^2$

e) 226 m^2

2° Un condensateur de capacité $C = 2,2 \text{ mF}$ est chargé sous la tension de 48 V ; la charge de l'armature cible est :

a) $21 \text{ } \mu\text{C}$

b) 106 mC

L'énergie électrostatique stockée dans ce condensateur chargé est donc :

c) $1,3 \text{ J}$

d) $2,5 \text{ mJ}$

e) Après avoir été «récepteur électrique» lors de sa charge, le condensateur peut jouer le rôle de «générateur électrique» lors de sa décharge

3° On considère le circuit «RC», ayant les caractéristiques suivantes : $R = 560 \text{ } \Omega$; $C = 1,0 \text{ mF}$ et la tension continue délivrée par le générateur est $U = 9,0 \text{ V}$. La constante de temps du circuit :

a) est la durée nécessaire pour charger le condensateur

b) est la durée nécessaire pour porter à $\frac{U}{2}$ la tension aux bornes du condensateur

c) est donnée par la relation $\frac{1}{RC}$

d) vaut $0,56 \text{ s}$

e) Si l'on prenait comme nouvelles valeurs $R' = \frac{R}{2}$ et $C' = 2C$,

la constante de temps de ce nouveau circuit serait identique à celle du circuit précédent

4° On considère le circuit «RC», ayant les caractéristiques suivantes $R = 8,3 \text{ k}\Omega$; $C = 5,6 \text{ } \mu\text{F}$ et la tension continue délivrée par le générateur est U . L'équation différentielle régissant :

a) la charge du condensateur est $\dot{u}_{AB} + \frac{u_{AB}}{RC} = \frac{U}{RC}$

b) la décharge du condensateur est $\dot{u}_{AB} + \frac{u_{AB}}{RC} = 0$

La tension aux bornes du condensateur (AB) est donc :

c) à la charge, $u_{AB}(t) = U \left(1 - \exp \left(-\frac{t}{\tau} \right) \right)$

d) à la décharge, $u_{AB}(t) = U \exp \left(-\frac{t}{\tau} \right)$

e) La constante de temps est alors 46 ms

CORRIGÉS

1

1° a) La particularité d'un générateur de courant est de délivrer une intensité de courant électrique constante.

b) On pose : $i(t) = I$. Lors de la charge, on a :

$$q'_A(t) = i(t) ; \quad q_A(t) = It + q_A(0).$$

Or, par hypothèse, à l'instant $t = 0$, $q_A(0) = 0$.

$$\text{D'où : } q_A(t) = It.$$

Comme $q_A(t) = Cu_{AB}(t)$, on a :

$$u_{AB}(t) = \frac{I}{C} t.$$

c) Tracé de la fonction $u_{AB}(t) = f(t)$

$$\text{Si } t = 0, \quad u_{AB}(0) = 0.$$

$$\text{Si } t = 17 \text{ s, } u_{AB}(17) = 0,86 \text{ V.}$$

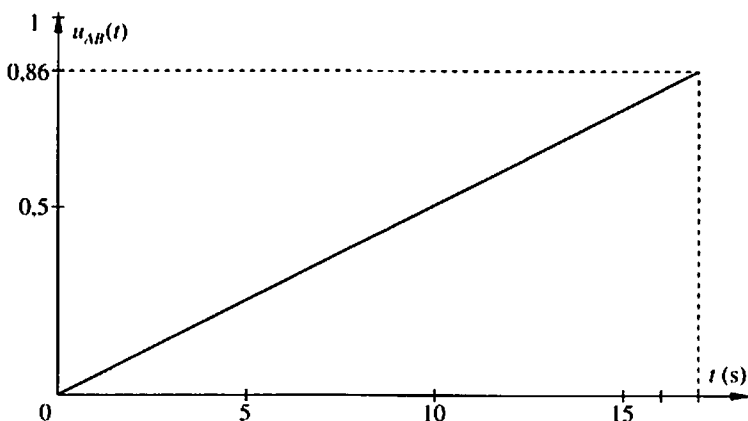


Fig. 6

2° Le coefficient directeur de la droite $u_{AB} = f(t)$ est égal, d'après (1),

à $\frac{I}{C}$. Sa valeur est :

$$a = \frac{0,86}{17} \text{ V} \cdot \text{s}^{-1}. \quad \text{D'où : } C = \frac{I}{a}; \quad C = 3,5 \text{ mF.}$$

21° La capacité C du condensateur est :

$$C = \frac{\epsilon S}{e}; \quad C = \frac{\epsilon L l}{e};$$

$$C = \frac{2,0 \times 10^{-10} \times 20 \times 10^{-3} \times 80 \times 10^{-3}}{0,18 \times 10^{-3}}; \quad C = 1,8 \text{ nF.}$$

2° a) $Q = CU$; $Q = 1,1 \times 10^{-8} \text{ C.}$ b) $\mathcal{E}_{\text{el}} = \frac{1}{2} CU^2$; $\mathcal{E}_{\text{el}} = 3,2 \times 10^{-8} \text{ J.}$ **3**1° a) Soit Q_1 la charge du condensateur (C_1) avant la connection et soit Q'_1 et Q'_2 les charges prises par les condensateurs (C_1) et (C_2) après la connection entre eux.

La charge se conserve, on a donc :

$$Q_1 = Q'_1 + Q'_2 \quad (1).$$

Or, $Q_1 = C_1 U$, $Q'_1 = C_1 U'$ et $Q'_2 = C_2 U'$.

En portant dans (1), on obtient :

$$C_1 U = C_1 U'_1 + C_2 U'_2; \quad U' = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U; \quad U' = 40 \text{ V.}$$

b) $Q'_1 = C_1 U'$; $Q'_1 = 1,9 \text{ mC.}$

$$Q'_2 = C_2 U'; \quad Q'_2 = 0,40 \text{ mC.}$$

2° a) $\Delta \mathcal{E}_{\text{el}} = \mathcal{E}_{\text{el final}} - \mathcal{E}_{\text{el initial}}$;

$$\Delta \mathcal{E}_{\text{el}} = \frac{1}{2} C_1 U'^2 + \frac{1}{2} C_2 U'^2 - \frac{1}{2} C_1 U^2;$$

$$2\Delta \mathcal{E}_{\text{el}} = C_1 \left(\frac{C_1}{C_1 + C_2} \right)^2 U^2 + C_2 \left(\frac{C_1}{C_1 + C_2} \right)^2 U^2 - C_1 U^2;$$

$$\frac{2\Delta \mathcal{E}_{\text{el}}}{U^2} = \frac{C_1^2}{C_1 + C_2} - C_1 = \frac{-C_1 C_2}{C_1 + C_2};$$

$$\Delta \mathcal{E}_{\text{el}} = - \frac{C_1 C_2}{2(C_1 + C_2)} U^2; \quad \Delta \mathcal{E}_{\text{el}} = -9,5 \text{ mJ.}$$

b) Il y a eu perte d'énergie électrostatique au cours de la connection. Cette énergie s'est dissipée dans l'environnement sous forme d'énergie d'agitation microscopique.

41° a) La première courbe de l'oscillogramme correspond à la tension délivrée par le générateur à « tension créneaux » [0 ; 6,0 V]. On constate que la déviation verticale de la voie Y_1 a pour coefficient de déviation verticale de la voie 1 : 2 V · div⁻¹.La deuxième courbe correspond à la tension $u_{AB}(t)$ existant aux bornes du condensateur.

Pendant les phases où le générateur délivre une tension $U = 6,0 \text{ V}$, la tension u_{AB} croît puis se stabilise, au bout d'une certaine durée, à la tension $U_{AB} = U$.

Pendant les phases où le générateur délivre une tension nulle, la tension u_{AB} décroît puis s'annule après une certaine durée.

b) La résistance ayant une valeur plus élevée ($R' = 2R$), la constante de temps τ' est plus élevée et le condensateur se charge plus lentement. La tension u_{AB} atteint sa valeur maximale U après une durée plus grande. Même constatation pour la décharge du condensateur. La courbe apparaît plus écrasée.

2° a) Le condensateur utilisé dans le circuit a maintenant une capacité $C' = 2C$.

La constante de temps du circuit «RC» est donc la même que celle du circuit «RC» correspondant à l'oscillogramme de la figure 3b ($R' = 2R$).

Si $R' = 2R$ et $C' = C$, on a : $\tau' = 2RC$.

Si $R' = R$ et $C' = 2C$, on a : $\tau' = 2RC$.

Les constantes de temps étant les mêmes, les formes des courbes de charges et décharges sont donc les mêmes.

b) Si $R'' = 2R$ et $C'' = \frac{C}{2}$, la constante de temps est donc :

$\tau'' = 2R \frac{C}{2} = RC = \tau$. On retrouve les courbes de la figure 3a.

5

1° L'additivité des tensions appliquée au circuit donne :

$$u_{DA} + u_{AB} = u_{DB}.$$

On a : $u_{DA} = Ri$ et $i = \dot{q}_A = C\dot{u}_{AB}$, donc : $u_{DA} = RC\dot{u}_{AB}$.

Comme $u_{DB} = U$ à la charge, on obtient :

$$RC\dot{u}_{AB} + u_{AB} = U, \quad \text{ou encore,} \quad \dot{u}_{AB} + \frac{1}{RC}u_{AB} = \frac{U}{RC} \quad (1).$$

2° Par hypothèse, $u_{AB} = \lambda(1 - \exp(-\alpha t))$.

Pour t très grand : $\exp(-\alpha t) \approx 0$ et $u_{AB}(t) = U$.

D'où : $U = \lambda(1 - 0^+)$; $\lambda = U$.

En remplaçant u_{AB} et \dot{u}_{AB} par leurs expressions dans (1), on a :

$$U\alpha \exp(-\alpha t) + \frac{U}{RC} [1 - \exp(-\alpha t)] = \frac{U}{RC};$$

$$U\alpha \exp(-\alpha t) - \frac{U}{RC} \exp(-\alpha t) = 0; \quad \alpha = \frac{1}{RC} = \tau.$$

La solution de l'équation différentielle est donc :

$$u_{AB}(t) = U \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \right].$$

3° Pendant la décharge, la tension $u_{DE} = 0$; l'équation (1) s'écrit :

$$\dot{u}_{AB} + \frac{1}{RC} u_{AB} = 0 \quad (2).$$

4° Par hypothèse, $u_{AB} = \lambda' \exp(-\alpha' t)$. En calculant u_{AB} et en portant ces valeurs dans (2), on obtient :

$$-\lambda' \alpha' \exp(-\alpha' t) + \frac{\lambda'}{RC} \exp(-\alpha' t) = 0.$$

Après simplification, on a : $\alpha' = \frac{1}{RC} = \tau$.

À l'instant origine ($t = 0$), la tension aux bornes du condensateur est $u_{AB}(0) = U$. D'où : $u_{AB}(0) = \lambda'$ et $\lambda' = U$.

5° Les courbes représentatives des fonctions :

$$u_{AB} = U \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \right] \quad \text{et} \quad u_{AB} = U \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

correspondent bien aux courbes observées sur les oscillogrammes (courbes du bas).

6

Les points M et N sont situés sur une courbe de charge de condensateur; l'équation de ces courbes est :

$$u_{AB} = U \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right].$$

D'après la figure 4, les coordonnées correspondantes du point M sont :

$$u_{AB} = 4,0 \text{ V} \quad \text{et} \quad t = 0,060 \text{ s}.$$

$$\text{D'où : } 4,0 = 6,0 \left[1 - \exp\left(-\frac{0,060}{\tau}\right) \right];$$

$$\frac{2}{3} = 1 - \exp\left(-\frac{0,060}{\tau}\right); \quad \exp\left(-\frac{0,060}{\tau}\right) = \frac{1}{3}; \quad \frac{0,060}{\tau} = \ln 3;$$

$$\tau = \frac{0,060}{\ln 3}; \quad \tau = 55 \text{ ms}.$$

Par définition, on a : $\tau = RC$. D'où : $C = \frac{\tau}{R}$; $C = 5,5 \mu\text{F}$.

D'après la figure 4, les coordonnées de N sont :

$$u_{AB} = 4,0 \text{ V} \quad \text{et} \quad t = 0,120 \text{ s}.$$

$$\text{On a de même : } \tau' = \frac{0,120}{\ln 3}; \quad \tau' = 0,11 \text{ s}.$$

$$\text{Et } C' = \frac{\tau'}{R}; \quad C' = 11 \mu\text{F}.$$

7

1° a) Le condensateur joue le rôle d'un récepteur d'énergie électrique : il stocke de l'énergie électrostatique.

b) $\mathcal{E}_{el} = \frac{1}{2} CU^2$; $\mathcal{E}_{el} = 9,0 \text{ J}$.

2° a) Le condensateur joue le rôle d'un générateur d'énergie électrique : il libère son énergie électrostatique stockée.

b) Le travail mécanique nécessaire pour soulever l'objet est :

$$W = mgh; \quad W = 2,48 \text{ J}.$$

3° a) L'énergie électrostatique restant dans le condensateur est :

$$\mathcal{E}'_{el} = \frac{1}{2} CU_2^2; \quad \mathcal{E}'_{el} = 1,56 \text{ J}.$$

b) Le rendement η de l'opération est : $\eta = \frac{W}{\mathcal{E}_{el} - \mathcal{E}'_{el}}$; $\eta = 0,33$.

8

Protocole expérimental

1° a) et b).

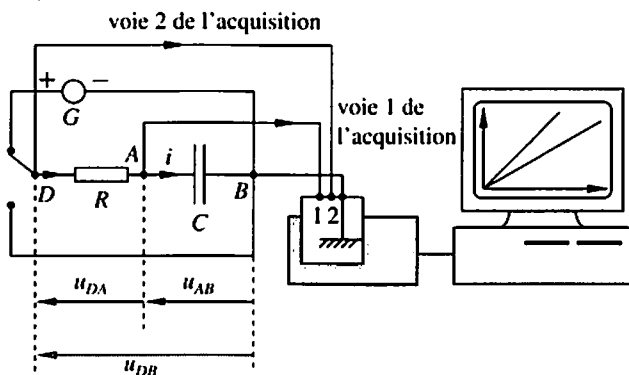


Fig. 7

2° a) Il faut programmer les calculs suivants, le logiciel effectuant automatiquement les calculs.

1. Faire calculer : $u_{DA} = u_{DB} - u_{AB}$.

2. Faire calculer : $i = \frac{u_{DA}}{R}$.

3. Comme $i(t) = \dot{q}_A(t)$, le logiciel calcule la charge électrique $q_A(t)$ comme étant l'intégrale de l'intensité $i(t)$ du courant.

b) Le condensateur étant déchargé, on règle la tension délivrée par le générateur à 6,0 V et l'on ferme l'interrupteur.

Le condensateur se charge, les acquisitions et les calculs étant effectués quasi-instantanément, la courbe s'affiche sur l'écran du moniteur.

3° La fonction tracée est : $q_A = CU_{AB}$.

La valeur de C est donc :

$$C = \frac{q_A}{U_{AB}}; \quad C = \frac{5 \times 50 \times 10^{-6}}{7,0}; \quad C = 36 \mu\text{F}.$$

4° La constante de temps est donnée par la relation :

$$\tau = RC; \quad \tau = 2,0 \text{ s}.$$

9

Les réponses au test

1° a) $Q = CU$; $Q = 6,7 \times 10^{-4} \text{ C}$.

La charge prise par l'armature cible A est $Q_A = 6,7 \times 10^{-4} \text{ C}$;
celle prise par l'armature B est $Q_B = -6,7 \times 10^{-4} \text{ C}$.

b) $Q' = C \times 2U = 2CU = 2Q$; $Q' = 1,34 \text{ mC}$.

$Q'_A = -1,34 \text{ mC}$ et $Q'_B = 1,34 \text{ mC}$.

2° a) $\mathcal{E}_{\text{el}} = \frac{1}{2} CU^2$; $\mathcal{E}_{\text{el}} = 2,5 \text{ J}$.

b) $\mathcal{E}'_{\text{el}} = \frac{1}{2} CU'^2 = \frac{1}{2} C \frac{U^2}{4} = \frac{1}{4} \mathcal{E}_{\text{el}}$; $\mathcal{E}'_{\text{el}} = 0,63 \text{ J}$.

3° a) $\tau = RC$; $\tau = 5,0 \text{ s}$.

b) $\tau' = 3R2C = 6RC = 6\tau$; $\tau' = 30 \text{ s}$.

4° $Q = CU$; $Q = \frac{\epsilon_0 S}{e} U$; $Q = 1,8 \text{ C}$.

$\mathcal{E}_{\text{el}} = \frac{1}{2} QU$; $\mathcal{E}_{\text{el}} = 1,8 \times 10^8 \text{ J}$.

5° a) $I = \frac{Q}{\tau}$; or, $l = v\tau$. D'où : $\tau = \frac{l}{v}$.

$I = \frac{Qv}{l}$; $I = 3,6 \times 10^2 \text{ A}$.

b) $P_{\text{el}} = UI$; $P_{\text{el}} = 36 \text{ GW}$!

10

1° a) F; b) F; c) F; d) F; e) F.

2° a) F; b) V; c) F; d) F; e) V.

3° a) F; b) F; c) F; d) V; e) V.

4° a) V; b) V; c) V; d) V; e) V.

10 Induction et auto-induction

Ce qu'il faut savoir

I – INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE

1. Mise en évidence du phénomène

■ Expérience 1

On approche d'une bobine, le long de son axe de symétrie, le pôle nord d'un aimant (*fig. 1*). On constate :

- qu'il existe une tension aux bornes de la bobine ;
- que cette tension est d'autant plus forte que l'approche est rapide ;
- que cette tension est polarisée, l'approche d'un pôle sud (ou le retrait du pôle nord) inverse le signe de la tension.

Si le circuit est fermé, un ampèremètre détecte un courant électrique.

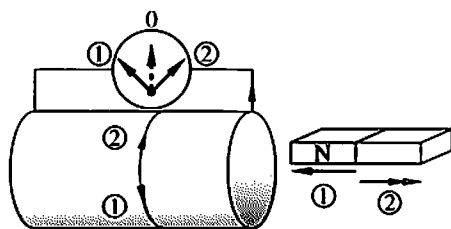


Fig. 1

■ Expérience 2

À l'intérieur de la bobine précédente, on introduit un solénoïde alimenté par un circuit comportant un générateur (*fig. 2*). Lorsque l'on établit le courant électrique dans le circuit, on constate qu'il existe aux bornes de la bobine une tension. Le signe de cette tension est inversé lorsque l'on coupe le courant électrique.

Si le circuit est fermé, un ampèremètre détecte un courant électrique.

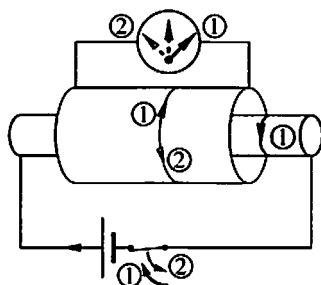


Fig. 2

2. La loi de Lenz

■ Toute variation de champ magnétique à l'intérieur d'une bobine crée un courant électrique induit dans celle-ci. La bobine, soumise à des variations de champs magnétiques, est le siège d'une « **f.é.m. induite** ».

■ On dit encore que cette bobine est soumise à un champ magnétique appelé « **champ inducteur** » et la bobine est le « **circuit induit** ».

Le circuit de l'expérience 2 est appelé « **circuit inducteur** ».

■ La loi qualitative de Lenz donne le sens du courant électrique induit.

Le sens du courant induit est tel qu'il s'oppose, par ses effets, à la cause qui lui a donné naissance.

II – AUTO-INDUCTION

1. Mise en évidence expérimentale

a) Expérience

On réalise le circuit de la *figure 3*. En fermant l'interrupteur, on constate que la lampe (L_1) s'allume avec un retard par rapport à la lampe (L_2). La bobine dans la dérivation I retarde l'établissement du courant électrique.

La bobine s'induit elle-même un champ magnétique inducteur. On dit qu'elle est le siège d'une « **f.é.m. d'auto-induction** » et que le champ magnétique est le « **champ magnétique propre** ».

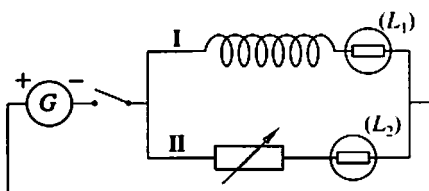


Fig. 3

Ce phénomène est transitoire si la tension appliquée au circuit est une tension continue.

b) Définition

Des études expérimentales montrent, qu'en régime variable, une bobine est le siège d'une f.é.m. d'auto-induction e . Celle-ci tend à s'opposer aux variations de l'intensité du courant électrique $\frac{di}{dt}$ dans

le circuit où elle est incorporée.

La bobine est donc équivalente à l'association série d'un électromoteur de f.é.m. e et d'un conducteur ohmique de résistance r (fig. 4) :

$$u_{AB} = ri - e.$$

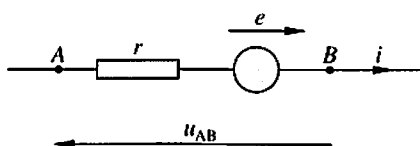


Fig. 4

2. La f.é.m. auto-induite

$e = -L \frac{di}{dt}$	e , f.é.m. auto-induite (V);
	i , intensité du courant électrique (A);
	t , temps (s);
	L , auto-inductance de la bobine (H).

Le coefficient de proportionnalité L est appelé « coefficient d'auto-inductance » ou « coefficient d'inductance propre ». Ce coefficient s'exprime dans les unités S.I. en henry (H).

III – LES RÉGIMES TRANSITOIRES

1. Étude expérimentale

On réalise le montage de la figure 5. On obtient l'oscillogramme de la figure 6.

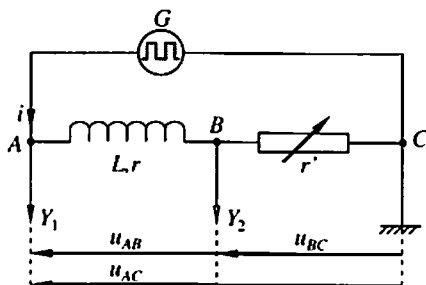


Fig. 5

Lorsque la tension u_{AC} passe de 0 à 6,0 V, on constate que l'intensité i n'atteint sa valeur définitive que progressivement (partie I). Lorsque la tension u_{AC} passe de 6,0 V à 0, on constate que l'intensité i ne s'annule que progressivement (partie II).

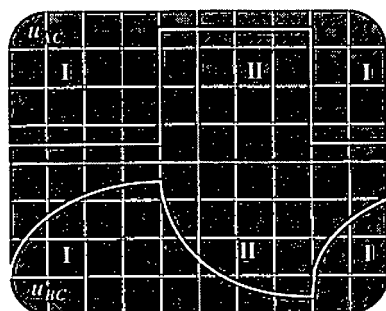


Fig. 6

Ces constatations confirment bien les phénomènes d'auto-induction observés avec les autres expériences.

2. Étude du circuit «RL»

a) Équation différentielle

Aux bornes de la bobine, on a : $u_{AB} = ri - e = ri + L \frac{di}{dt}$.

Aux bornes du dipôle «RC», on a : $u_{AC} = u_{AB} + u_{BC}$.

D'où : $u_{AC} = ri + L \frac{di}{dt} + r'i = (r + r') + L \frac{di}{dt} = Ri + L \frac{di}{dt}$.

En définitive, on obtient : $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{u_{AC}}{L}$.

1. À l'établissement du courant électrique, $u_{AC} = U = \text{cte}$; on a donc :

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{U}{L} \quad (1).$$

2. À la coupure du courant électrique, $u_{AC} = 0$; on a donc :

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = 0 \quad (2).$$

b) Solutions des équations différentielles

On note U la tension haute de la tension «en forme de créneaux» délivrée par le générateur.

L'équation différentielle (1) admet comme solution :

$$i(t) = \frac{U}{R} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right), \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{L}{R}$$

constante de temps du circuit «RL».

L'équation différentielle (2) admet comme solution :

$$i(t) = \frac{U}{R} \left(\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right), \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{L}{R}$$

constante de temps du circuit « RL ».

IV – ÉNERGIE MAGNÉTIQUE

1. Puissance transférée, dissipée et utile

Lors de l'établissement du courant électrique, la puissance transférée à une bobine (AB) est :

$$p(t) = u_{AB}(t) i(t) = \left(ri + L \frac{di}{dt} \right) i = ri^2 + Li \frac{di}{dt} = p_1 + p_2.$$

Le terme $p_1 = ri^2$ est la puissance dissipée par effet Joule dans l'environnement.

Lors de l'établissement du courant, on a : $i > 0$ et $\frac{di}{dt} > 0$.

Le terme $p_2 = Li \frac{di}{dt}$ est la puissance positive reçue par le dipôle, non dissipée par effet Joule, représentant la puissance utile à la bobine et associée au phénomène d'auto-induction.

2. Énergie magnétique

On montre que le travail électrique utile reçu par la bobine est égal à l'énergie magnétique stockée dans celle-ci ; elle a pour valeur : $\frac{1}{2} LI^2$,

avec I l'intensité du courant électrique passant dans la bobine.

L'énergie magnétique \mathcal{E}_{mag} emmagasinée dans la bobine par le phénomène d'auto-induction est donc :

$\mathcal{E}_{\text{mag}} = \frac{1}{2} LI^2$	\mathcal{E}_{mag} , énergie magnétique stockée dans la bobine (J) ; L , auto-inductance de la bobine (H) ; I , intensité du courant électrique (A).
---	--

ÉNONCÉS

1 La loi de Lenz ★

1° A1 a) Qu'est-ce que le phénomène d'induction électromagnétique ?

b) Énoncer la loi de Lenz.

2° A2 B2 Justifier le sens du courant induit au cours des expériences décrites (*Ce qu'il faut savoir*, I-1.) :

a) à la figure 1 ;

b) à la figure 2.

2 La petite bobine ★

On place une petite bobine à l'intérieur d'un long solénoïde. Pour faciliter la compréhension de la figure, on n'a représenté qu'une seule spire de la bobine.

On alimente le solénoïde par une tension en « dents de scie » de période T . L'intensité $i(t)$ du courant électrique passant dans ce solénoïde est représentée à la figure 7.

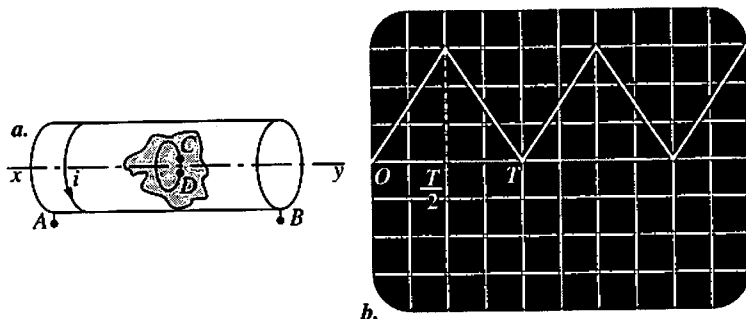


Fig. 7

1° A1 a) Comment visualiser l'intensité du courant électrique $i(t)$?
 b) Indiquer la direction et le sens du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde.

2° A2 B2 a) Comment visualiser la tension induite dans la petite bobine ?

b) En justifiant la réponse, donner le signe de la tension u_{CD} visualisée sur l'écran de l'oscilloscope.

3 Le four à induction ★★

Pour simplifier, le four à induction est composé d'un bobinage encerclant un creuset réfractaire dans lequel est placé un métal en grenaille. Le creuset est hermétiquement clos.

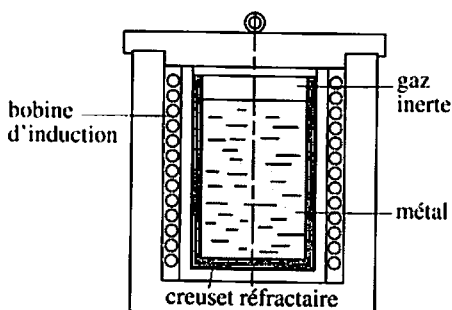


Fig. 8

1° A1 On fait circuler un courant électrique alternatif dans le bobinage. Le champ magnétique créé par ce bobinage est-il constant ?

2° C1 a) Montrer que dans le métal solide en grenaille circulent des courants électriques très intenses. On n'étudiera le phénomène que sur une période de variation du courant inducteur.

b) Au bout d'un moment que se passe-t-il dans le creuset ?

3° B1 B2 a) Quels sont les avantages d'un tel système de chauffe ?

b) Ce principe n'est-il pas utilisé pour l'usage domestique ?

4 Induction avec deux bobines immobiles ★★

Un générateur de tension continue est branché en série avec un interrupteur (I), un rhéostat (R) et une bobine allongée (B) (fig. 9).

À l'intérieur de la bobine (B) est placée une petite bobine plate (b) dont les bornes sont reliées à un milliampèremètre à zéro central.

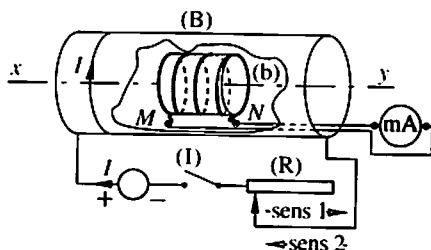


Fig. 9

1° On ferme l'interrupteur (I).

a) Quels sont la direction et le sens du champ magnétique dans la bobine (B) ?

b) Existe-t-il un phénomène d'induction dans cette expérience ? Dans l'affirmative, déterminer le sens du courant dans (b).

2° a) Le curseur du rhéostat (R) est poussé dans le sens 1. Qu'observe-t-on ? Justifier cette observation.

b) Même question, mais maintenant le curseur de (R) est poussé dans le sens 2.

3° a) Le curseur du rhéostat (R) est poussé dans le sens 1 très rapidement. Qu'observe-t-on ?

b) Même question lorsque le curseur de (R) est poussé dans le sens 2 très rapidement.

4° On ouvre l'interrupteur (I). Qu'observe-t-on ?

5

Auto-induction ★★★

1° A1 Établir l'expression de la tension u_{AB} aux bornes d'une bobine (AB) d'auto-inductance L et de résistance interne r , et alimentée en courant variable i .

2° C1 On se propose de vérifier l'expression précédente dans le cas d'une bobine de résistance quasi nulle. Pour cela, on réalise le montage de la figure 10 : la bobine d'inductance $L = 0,50$ H est montée en série avec un conducteur ohmique de résistance $R = 10,0$ k Ω . L'ensemble de ces appareils est alimenté par un générateur débitant un signal triangulaire.

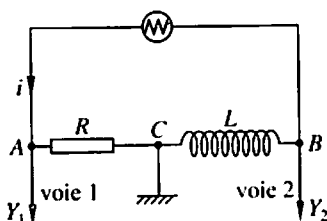


Fig. 10

On visualise à l'aide d'un oscilloscope à deux voies :

– la tension aux bornes du conducteur ohmique (voie 1 ; coefficient de déviation verticale, $k_1 = 2$ V \cdot div $^{-1}$);

– la tension aux bornes de la bobine (voie 2 ; coefficient de déviation verticale, $k_2 = 0,1$ V \cdot div $^{-1}$).

Le coefficient de balayage est réglé sur la valeur $k = 1$ ms \cdot div $^{-1}$. L'oscillogramme est représenté à la figure 11.

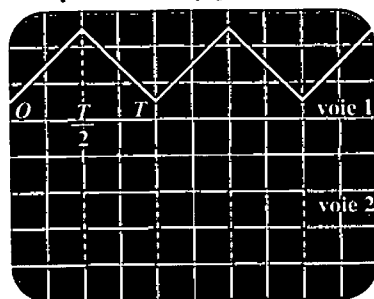


Fig. 11

- a) Exprimer en fonction de R , L et i les tensions u_{BC} et u_{AC} .
- b) En déduire l'expression de u_{BC} en fonction de u_{AC} , R et L .
- 3° A2 a) Compte tenu de l'expression précédente et de la courbe obtenue en voie 1, déterminer les expressions numériques de u_{BC} , sur une période du phénomène.
- b) Comparer les valeurs obtenues à celles déduites de l'oscillogramme observé en voie 2.
- 4° C1 On règle la fréquence du générateur sur 500 Hz sans modifier l'amplitude du signal délivré.
- a) Quelle est l'influence de la fréquence sur u_{BC} ?
- b) Représenter les courbes observées en voie 1 et 2 sur l'oscilloscope; les coefficients de déviation verticale et de balayage restent inchangés.

6

Énergie magnétique dans une bobine ★★

Une bobine (BC) d'auto-inductance $L = 1,20$ H et de résistance quasi négligeable est parcourue par un courant électrique variable de période T . On place un conducteur ohmique de résistance $R = 1,00$ k Ω en série avec cette bobine. La tension aux bornes de ce conducteur ohmique (AB) est visualisée sur l'écran d'un oscilloscope (fig. 12). Le montage et les branchements à l'oscilloscope sont identiques à ceux de la figure 10 de l'exercice précédent.

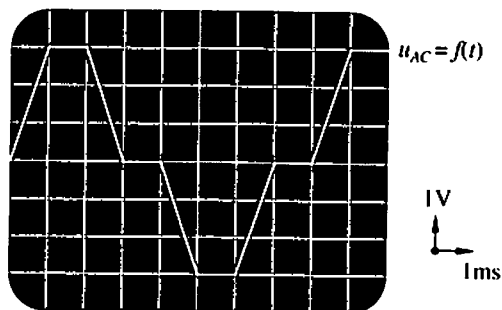


Fig. 12

- 1° A1 Quelle est la valeur de la période T ?
- 2° B3 a) Donner l'expression de $i(t)$ en fonction de $u_{AB}(t)$.
- b) Donner l'expression de l'énergie magnétique \mathcal{E}_{mag} en fonction de i .
- c) Calculer l'énergie magnétique stockée dans la bobine lorsque l'intensité du courant a pour valeur 0; a pour valeur sa valeur maximale.
- 3° A2 Sans autre calcul, représenter la fonction $\mathcal{E}_{\text{mag}}(t)$ sur une période T .

Protocole expérimental

7

Conducteur ohmique et solénoïde ★★★

Soit le circuit orienté de A vers B , comprenant en série : un générateur de tension délivrant un signal triangulaire, un conducteur ohmique (AB) de résistance $R = 100 \Omega$ et une bobine (BC) de résistance quasi négligeable dont le coefficient d'auto-inductance est $L = 50 \text{ mH}$.

Un oscilloscope permet de visualiser l'intensité i du courant électrique sur la voie 1 et la tension u_{CB} aux bornes de la bobine sur la voie 2. Les réglages de l'oscilloscope sont :

- coefficient de déviation verticale, voie 1, $k_1 = 5 \text{ V} \cdot \text{div}^{-1}$;
- coefficient de déviation verticale, voie 2, $k_2 = 2 \text{ V} \cdot \text{div}^{-1}$;
- coefficient de balayage, $k = 1 \text{ ms} \cdot \text{div}^{-1}$.

1° Décrire les branchements nécessaires entre le circuit électrique et l'oscilloscope ; faire un schéma en indiquant les grandeurs intensité et tension.

2° On règle le générateur de façon à obtenir l'oscillogramme suivant sur la voie 1.

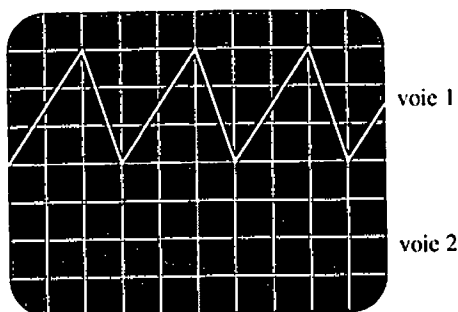


Fig. 13

Calculer :

- a) la fréquence du signal fourni par le générateur ;
- b) l'intensité maximale I_m du courant électrique passant dans le solénoïde.

3° Déterminer, sans aucun calcul numérique, l'expression de l'intensité i du courant électrique pendant une période, en prenant comme origine des temps l'instant où $u_{AB} = 0$.

- a) Le sens du champ magnétique dans la bobine change-t-il ?
- b) Quel est le phénomène dont le solénoïde est le siège ? Expliquer brièvement.

5° a) Donner l'expression générale de u_{BC} en fonction du temps et calculer les valeurs prises par u_{BC} sur une période.

- b) Représenter sur la même représentation graphique la courbe obtenue sur la voie 2.

8

Testez-vous !

Deux points à chaque exercice juste. Bon courage !

- 1° a) Définir, sur des exemples de montages expérimentaux judicieusement choisis, ce que l'on entend par :
- champ magnétique inducteur ;
 - circuit induit ;
 - circuit inducteur ;
 - f.é.m. induite.
- b) Citer la loi de Lenz.
- 2° Quel est le sens du courant électrique dans la bobine lorsque l'aimant est déplacé (fig. 14a) :
- a) dans le sens 1 ?
- b) dans le sens 2 ?

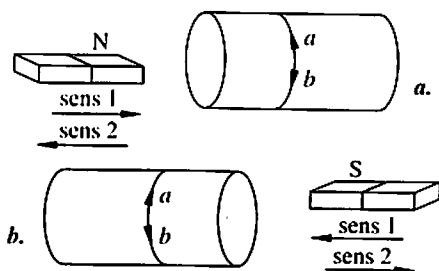


Fig. 14

- 3° Quel est le sens du courant électrique dans la bobine lorsque l'aimant est déplacé (fig. 14b) :
- a) dans le sens 1 ?
- b) dans le sens 2 ?
- 4° Établir l'équation différentielle régissant :
- a) l'établissement du courant électrique dans un circuit «RL» ;
- b) la coupure du courant électrique dans ce circuit «RL».
- 5° a) Vérifier que l'équation différentielle régissant l'établissement du courant électrique dans un circuit «RL» admet comme solution :

$$i(t) = \frac{L}{R} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right), \quad \text{avec } \tau = \frac{L}{R}$$

constante de temps du circuit «RL».

b) Vérifier que l'équation différentielle à la coupure du courant électrique dans un circuit «RL» admet comme solution :

$$i(t) = \frac{L}{R} \left(\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right), \quad \text{avec } \tau = \frac{L}{R}$$

constante de temps du circuit «RL».



Auto-évaluation

Dans la (les) case(s) correspondant à la (aux) réponse(s) jugée(s) exacte(s), inscrire «V»; dans la (les) case(s) jugée(s) fausse(s), inscrire «F». Inscrire un tiret (-) à chaque fois que l'on s'abstient.

Toute case correctement remplie entraîne + 1 point. Il est préférable de s'abstenir (0 point) plutôt que de mal remplir la case (- 1 point). La somme algébrique des points donne une note sur 20.

Dans tout ce qui suit, on utilisera les conventions données sur la figure suivante.

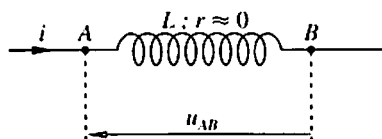


Fig. 15

1° a) Lorsque l'on introduit rapidement un aimant droit dans une bobine, il apparaît une tension aux bornes de celle-ci : ce phénomène s'appelle l'auto-induction

D'après la loi de Lenz, l'approche rapide du pôle nord d'un aimant droit sur la face d'une bobine fait apparaître dans celle-ci un courant électrique tel que la face considérée précédemment est :

b) une face sud

c) une face nord

d) Si l'on établit un courant électrique dans une bobine, celle-ci est le siège d'une auto-induction pendant la durée de la variation du courant électrique

e) Si une bobine est parcourue par un courant électrique d'intensité constante I , l'énergie magnétique emmagasinée dans la bobine est $\frac{1}{2} LI^2$

2° Soit une bobine (AB) de résistance quasi nulle et de coefficient d'auto-inductance 0,50 H. Pendant une durée $\tau = 1,00$ s, l'intensité du courant électrique passant dans une bobine est donnée par l'expression : $i = 5,0 t$.

La f.é.m. auto-induite a pour expression :

a) $-L \frac{di}{dt}$

b) $-Li^2$

c) $\frac{1}{2}Li^2$

d) Pendant la durée τ , cette f.é.m. auto-induite a pour valeur absolue 12,5 V

e) Si l'expression de l'intensité du courant électrique passant dans une bobine était $i = 5,0 t^2$, alors la f.é.m. auto-induite n'aurait plus la même valeur : elle serait toujours constante

3° À un instant t , la puissance transférée à la bobine (AB) lors de l'établissement du courant électrique est :

a) $p(t) = u_{AB}(t) i(t)$

b) $p(t) = \left(ri + L \frac{di}{dt} \right) i$

c) $p(t) = ri^2 + Li \frac{di}{dt}$

d) Dans l'expression c), le terme ri^2 est la puissance dissipée par effet Joule dans l'environnement

e) Lors de l'établissement du courant, on a : $i > 0$ et $\frac{di}{dt} > 0$.

Le terme de l'expression c) est la puissance positive reçue par le dipôle, non dissipée par effet Joule, représentant la puissance utile à la bobine et associée au phénomène d'auto-induction

4° a) Le travail électrique utile reçu par une bobine de résistance quasi négligeable est égal à l'énergie magnétique stockée dans celle-ci

On note i l'intensité instantanée du courant électrique parcourant la bobine. À un instant t donné, cette énergie magnétique a pour valeur :

b) $-L \frac{di}{dt}$

c) $\frac{1}{2}Li^2$

d) $Li \frac{di}{dt}$

e) Cette énergie magnétique ne peut plus être récupérée par le circuit ; elle est définitivement transférée sous forme de chaleur dans le circuit

CORRIGÉS

1

1° a) Voir *Ce qu'il faut savoir*, I-1.

b) Voir *Ce qu'il faut savoir*, I-2.

2° a) **Interprétation des expériences de la figure 1**

Lorsqu'on approche le pôle nord d'un aimant droit de la face d'une bobine, le courant induit dans la bobine est tel qu'il crée une face nord tendant à repousser l'approche du pôle nord de l'aimant (loi de Lenz). Le nom de la face de la bobine donne le sens du courant induit (fig. 16a).

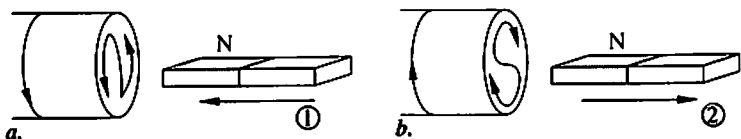


Fig. 16

Lorsqu'on retire le pôle nord d'un aimant, le courant induit est tel qu'il crée une face sud qui tend à s'opposer au retrait du pôle nord de l'aimant. Le nom de la face de la bobine donne le sens du courant induit (fig. 16b).

b) **Interprétation des expériences de la figure 2**

Lorsqu'on établit le courant électrique dans la bobine, il se crée dans celle-ci un champ magnétique inducteur \vec{B} . Le sens du courant induit dans la deuxième bobine, reliée à un milliampèremètre, est tel qu'il crée un champ magnétique induit \vec{B}' qui s'oppose à l'établissement de \vec{B} (fig. 17a). D'où le sens du courant induit trouvé à l'aide de la règle de la « main droite ».

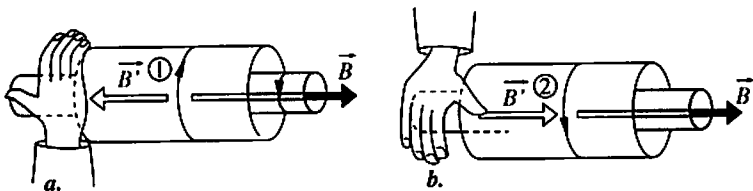


Fig. 17

Lorsqu'on coupe le courant électrique dans la bobine, le champ magnétique \vec{B} va diminuer, pour enfin s'annuler. Le sens du courant induit dans la deuxième bobine est tel qu'il s'oppose à cette diminution de \vec{B} . D'où le sens du champ magnétique induit \vec{B}' (fig. 17b). La règle de la « main droite » donne le sens du courant induit dans la deuxième bobine.

2

1° a) On place en série, entre le générateur et le solénoïde, un conducteur ohmique de résistance R . D'après la loi d'Ohm, la tension $u(t)$ aux bornes du conducteur ohmique est donc : $u(t) = Ri(t)$. L'intensité passant dans le solénoïde est donc :

$$i(t) = \frac{1}{R} u(t),$$

$u(t)$ étant la tension visualisée sur l'écran de l'oscilloscope.

b) La direction du champ magnétique \vec{B} dans le solénoïde est la direction de l'axe de symétrie (xy) dudit solénoïde.

Le sens de \vec{B} est de x vers y .

2° a) On visualise la tension aux bornes de la petite bobine en la reliant aux entrées de la deuxième voie de l'oscilloscope (voie 2). Pour cela, on relie le point C à l'entrée Y_2 et le point D à la masse.

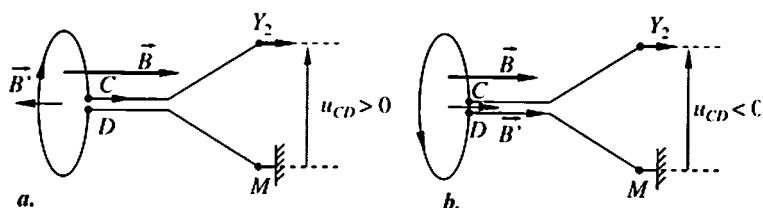


Fig. 18

b) • Étude avec $t \in \left[0; \frac{T}{2}\right]$

Le champ magnétique inducteur \vec{B} créé par le solénoïde augmente car $B = ki$.

D'après la loi de Lenz, le champ magnétique induit \vec{B}' , induit par la petite bobine, tend à s'opposer à l'augmentation de \vec{B} (fig. 18a). Le sens du courant induit donné par la règle de la « main droite », ou celle du « bonhomme d'Ampère », est tel qu'il tend à sortir par la borne C . La tension u_{CD} est donc positive.

• Étude avec $t \in \left[\frac{T}{2}; T\right]$

Le champ magnétique inducteur \vec{B} diminue. D'après la loi de Lenz, le champ magnétique induit \vec{B}' tend à s'opposer à cette diminution ; il a donc le même sens que \vec{B} . Le sens du courant induit est inversé par rapport à l'étude précédente. La tension u_{CD} est donc négative (fig. 18b).

3

1° Le bobinage étant parcouru par un courant électrique alternatif, le champ magnétique inducteur $\vec{B}(t)$ change de sens deux fois par période.

2° a) Par induction, il prend naissance une f.é.m. induite dans le métal du creuset. Comme la résistance électrique de ce métal est faible, les courants induits dans cette masse métallique sont intenses (courants de Foucault).

b) L'effet Joule étant très important, au bout de quelques instants, le métal fond.

3° a) L'énergie d'agitation microscopique prend naissance dans la masse même du métal, réduisant les pertes d'énergie pour chauffer les autres parties de l'installation, comme c'est le cas dans une installation classique de chauffe.

Deuxième avantage, on peut travailler en atmosphère inerte lorsque l'on traite des métaux oxydables dans l'air.

b) On utilise ce principe pour chauffer les récipients sur des appareils de chauffe à usage domestique : plaques chauffantes à induction. Les récipients utilisés doivent nécessairement être en métal afin d'y développer des courants électriques intenses (courants de Foucault). La chauffe est très rapide.

4

1° a) La direction du champ magnétique est l'axe (xy) . Le sens est celui de y vers x .

b) Bien que les bobines restent immobiles, on observe un phénomène d'induction. En effet, le champ magnétique inducteur dans la bobine (B) passe de la valeur O à la valeur B . Il existe donc, à la fermeture de l'interrupteur du circuit principal, un champ magnétique induit \vec{B}' , qui s'oppose à \vec{B} (loi de Lenz). Le sens du courant induit est donné par la règle du « bonhomme d'Ampère » ou par celle de « la main droite ». Le courant induit circule :

- dans la bobine, de N vers M ;
- à l'extérieur de la bobine, de M vers N .

2° a) Lorsque le curseur du rhéostat est poussé dans le sens 1, la résistance du circuit augmente, donc l'intensité du courant électrique diminue.

La valeur du champ magnétique inducteur diminue, car $B = ki$.

Le champ magnétique induit \vec{B}' s'oppose à cette diminution, sa direction est celle de (xy) et son sens de y vers x .

Le courant induit circule :

- dans la bobine, de M vers N ;
- à l'extérieur de la bobine, de N vers M .

b) Le raisonnement est semblable.

Lorsque le curseur est poussé dans le sens 2 :

- la résistance du circuit diminue ;
- l'intensité augmente, donc la valeur de B ;
- le sens du champ magnétique induit est de x vers y ;
- le sens du courant induit va de M vers N à l'extérieur de (b).

3° a) Même observation et même explication qu'au 2° a), mais ici, l'intensité du courant induit dans la bobine (b) est plus élevée.

b) Même observation et même explication qu'au 2° b), avec une intensité de courant induit plus élevée.

4° Lorsqu'on ouvre l'interrupteur, on observe un courant induit dans la bobine (b) qui circule de M vers N ; à l'extérieur de la bobine, ce courant circule de N vers M . Les explications se calquent sur celles exposées au 1°.

5

1° Les conventions de signes et d'orientation sont définies à la figure 19.

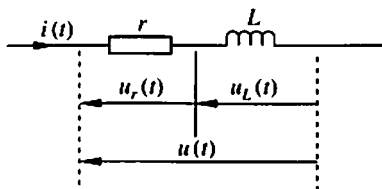


Fig. 19

La bobine est équivalente à l'association série d'un conducteur ohmique et d'une bobine d'inductance pure (résistance nulle).

$$u_r = ri \quad \text{et} \quad u_L = -e = +L \frac{di}{dt}.$$

$$\text{D'où : } u = ri + L \frac{di}{dt}.$$

2° a) La tension u_{AC} est la tension aux bornes du conducteur ohmique :

$$u_{AC} = Ri.$$

La tension u_{BC} est donnée par la relation :

$$u_{BC} = -u_{CB}, \quad \text{ou encore, } u_{BC} = -\left(ri + L \frac{di}{dt}\right).$$

b) Comme $r \approx 0$, on a : $u_{BC} = -L \frac{di}{dt}$.

$$\text{Comme } i = \frac{u_{AC}}{R}, \quad u_{BC} = -\frac{L}{R} \frac{du_{AC}}{dt};$$

$$\text{ou encore : } u_{BC} = -\frac{L}{R} \dot{u}_{AC} \quad (1).$$

3° a) Si $t \in \left[0; \frac{T}{2}\right]$, on a : $u_{AC} = at$.

D'après (1), on obtient :

$$u_{BC} = -\frac{L}{R} \frac{d(at)}{dt}; \quad u_{BC} = -\frac{L}{R} a.$$

Calcul du coefficient directeur a : $a = \frac{u_{BC(\max)} - 0}{\frac{T}{2} - 0}$.

D'après l'oscillogramme de la *figure 11*, on a :

• $u_{BC(\max)} = n_v \cdot k_v$; $u_{BC} = 2,0 \text{ div} \times 2 \text{ V} \cdot \text{div}^{-1}$; $u_{BC} = 4,0 \text{ V}$.

• $\frac{T}{2} = nk$; $\frac{T}{2} = 2,0 \text{ div} \times 1 \text{ ms} \cdot \text{div}^{-1}$; $\frac{T}{2} = 2,0 \text{ ms}$.

• $a = \frac{4,0}{2,0 \times 10^{-3}}$; $a = 2,0 \times 10^3 \text{ V} \cdot \text{s}^{-1}$.

La tension u_{BC} est donc :

$$u_{BC} = -\frac{0,50}{10,0 \times 10^3} \times 2,0 \times 10^3; \quad u_{BC} = -0,10 \text{ V}, \quad \text{pour } t \in \left[0; \frac{T}{2}\right].$$

Si $t \in \left[\frac{T}{2}; T\right]$, on a : $u_{AC} = -at + b$.

$$u_{BC} = -\frac{L}{R} \frac{d(-at + b)}{dt} = +\frac{L}{R} a.$$

Comme a est toujours égal à $2,0 \times 10^3 \text{ V} \cdot \text{s}^{-1}$, on obtient :

$$u_{BC} = +0,10 \text{ V}, \quad \text{pour } t \in \left[\frac{T}{2}; T\right].$$

b) On a : $u_{BC} = -0,10 \text{ V}$ lorsque $t \in \left[0; \frac{T}{2}\right]$ et $u_{BC} = +0,10 \text{ V}$

lorsque $t \in \left[\frac{T}{2}; T\right]$. La différence de ces deux tensions est donc :

$$\Delta u_{BC} = 0,20 \text{ V}.$$

C'est ce que l'on observe sur l'oscillogramme de la *figure 11*. La ligne horizontale médiane de ces deux tensions est la ligne $u_{BC} = 0$. L'oscillogramme est bien en accord avec les calculs effectués.

4° a) Les relations trouvées au 3° restent valables :

$$u_{BC} = -\frac{L}{R} a', \quad \text{pour } t \in \left[0; \frac{T}{2}\right];$$

$$u_{BC} = +\frac{L}{R} a', \quad \text{pour } t \in \left[\frac{T}{2}; T\right].$$

Seul le coefficient directeur a changé et devient a' .

Par hypothèse, $N' = 500 \text{ Hz}$ d'où :

$$T' = \frac{1}{500} \text{ s}; \quad T' = 2,0 \text{ ms}.$$

La période utilisée maintenant a été divisée par 2. La valeur du coefficient a' est donc :

$$a' = 2a; \quad a' = 4,0 \times 10^3 \text{ V} \cdot \text{s}^{-1}.$$

On obtient donc :

$$u_{BC} = -0,20 \text{ V}, \quad \text{pour } t \in \left[0; \frac{T'}{2}\right];$$

$$u_{BC} = +0,20 \text{ V}, \quad \text{pour } t \in \left[\frac{T'}{2}; T'\right].$$

b)

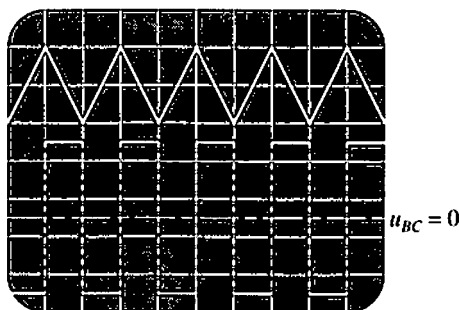


Fig. 20

6

1° $T = nk$; $T = 8,0 \text{ div} \times 1 \text{ ms} \cdot \text{div}^{-1}$; $T = 8,0 \text{ ms}$.

2° a) D'après la loi d'Ohm : $i(t) = \frac{u_{AB}(t)}{R}$.

b) $\mathcal{E}_{\text{mag}}(t) = \frac{1}{2} Li^2$. En fonction de i , \mathcal{E}_{mag} est une fonction « parabolique ».

c) Si $i(t) = 0$, $\mathcal{E}_{\text{mag}} = 0$.

Si $i(t) = i_{\text{max}}$, $\mathcal{E}_{\text{mag}(\text{max})} = \frac{1}{2} Li_{\text{max}}^2$.

$$\mathcal{E}_{\text{mag}(\text{max})} = \frac{1}{2} L \frac{u_{AB(\text{max})}}{R}; \quad \mathcal{E}_{\text{mag}(\text{max})} = \frac{1}{2} \times 1,20 \times \left(\frac{3,0}{1000}\right)^2;$$

$$\mathcal{E}_{\text{mag}(\text{max})} = 5,4 \mu\text{J}.$$

3° Lorsque i varie, i est proportionnel à t ; donc, l'énergie magnétique de la bobine étant une fonction parabolique de i , elle est également une fonction parabolique de t . D'où la représentation de $\mathcal{E}_{\text{mag}}(t)$ donnée à la figure 21.

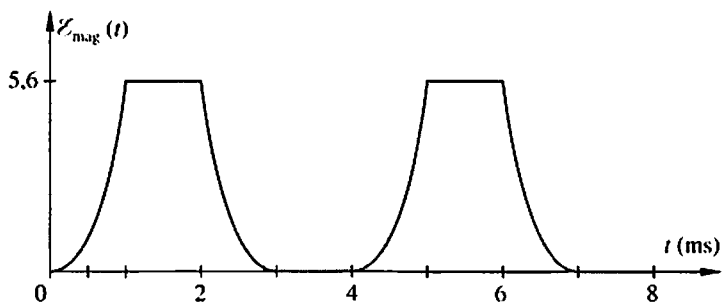


Fig. 21

7

Protocole expérimental

1° Pour visualiser l'intensité, il suffit de prendre la tension aux bornes du conducteur ohmique de résistance R . D'après la loi d'Ohm, on a :

$$u_{AB} = Ri.$$

La masse de l'oscilloscope sera donc reliée au point B du circuit. D'où les branchements :

- le point A est relié à la voie 1 (Y_1);
- le point B est relié à la masse (M ou ---);
- le point C est relié à la voie 2 (Y_2).

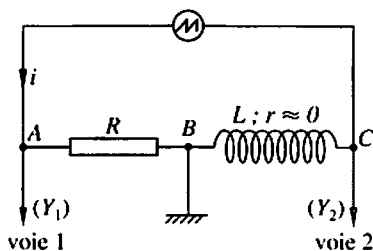


Fig. 22

$$2^\circ \text{ a) } N = \frac{1}{T} = \frac{1}{nk}; \quad N = \frac{1}{3,0 \text{ div} \times 1 \text{ ms} \cdot \text{div}^{-1}} = \frac{1000}{3,0} \text{ Hz};$$

$$N = 333 \text{ Hz.}$$

$$\text{b) } I_m = \frac{u_{AB(\max)}}{R} = \frac{U_{(\max)}}{R}; \quad I_m = \frac{k_v n_1}{R};$$

$$I_m = \frac{3,0 \text{ div} \times 5,0 \text{ V} \cdot \text{div}^{-1}}{100}; \quad I_m = 0,150 \text{ A} \quad \text{ou} \quad I_m = 150 \text{ mA.}$$

3° Pour $t \in [0; 2 \text{ ms}]$

$$u_{AB}(t) = at = Ri(t).$$

D'où : $i(t) = \frac{a}{R}t$, avec, $t \in [0; 2 \text{ ms}]$.

Pour $t \in [2 \text{ ms}; 3 \text{ ms}]$

$$u_{AB}(t) = -a't + b = Ri(t); \text{ on remarquera que } a' \text{ est positif.}$$

D'où : $i(t) = \frac{-a't + b}{R}$, avec $t \in [2 \text{ ms}; 3 \text{ ms}]$.

4° a) L'intensité i du courant électrique étant toujours positive, le sens du champ magnétique à l'intérieur de la bobine est donc toujours le même. Seule sa valeur B va augmenter et diminuer à chaque période.

b) La bobine subit les variations de son champ magnétique : elle est donc le siège d'une auto-induction.

$$5° \text{ a) } u_{BC} = -u_{CB}; \quad u_{BC} = -\left(ri + L \frac{di}{dt}\right).$$

Comme $r \approx 0$, on a :

$$u_{BC} = -L \frac{di}{dt}.$$

Pour $t \in [0; 2 \text{ ms}]$ on a :

$$u_{BC} = -L \frac{d}{dt} \left(\frac{a}{R}t \right); \quad u_{BC} = -\frac{La}{R}; \quad u_{BC} = -\frac{0,050 \times 15,0}{100 \times 2 \times 10^{-3}};$$

$$u_{BC} = -3,8 \text{ V.}$$

Pour $t \in [2 \text{ ms}; 3 \text{ ms}]$, on a :

$$u_{BC} = -L \frac{d}{dt} \left(\frac{-a't + b}{R} \right); \quad u_{BC} = +\frac{La'}{R}, \quad b \text{ étant une constante.}$$

$$u_{BC} = \frac{0,050 \times 15,0}{100 \times 10^{-3}}; \quad u_{BC} = +7,5 \text{ V.}$$

b)

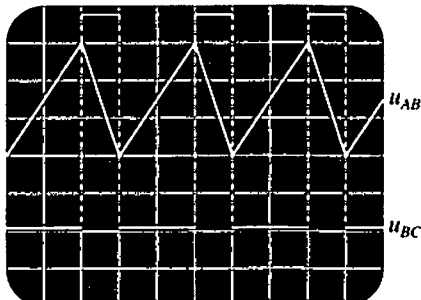


Fig. 23

8

Les réponses au test

- 1° a) Voir *Ce qu'il faut savoir*, I-1.
 b) Voir *Ce qu'il faut savoir*, I-2.
- 2° a) sens a;
 b) sens b.
- 3° a) sens a;
 b) sens b.
- 4° a) Voir *Ce qu'il faut savoir*, III-2. a).1.
 b) Voir *Ce qu'il faut savoir*, III-2. a).2.
- 5° a) $i = \frac{U}{R} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right]$ et $i' = \frac{U}{R\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$.

$$\text{D'où : } \frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{u_{AC}}{R};$$

$$\frac{U}{R\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \frac{RU}{LR} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] = \frac{u_{AC}}{L};$$

$$Ri + L \frac{di}{dt} = u_{AC}.$$

On obtient : $u_{AC} = u_{AC}$.

$$b) i = \frac{U}{R} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \text{ et } i' = -\frac{U}{R\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right);$$

$$-\frac{U}{R\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \frac{RU}{LR} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = 0;$$

$$-\frac{U}{L} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \frac{U}{L} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = 0; \quad 0 = 0.$$

9

- 1° a) V; b) F; c) V; d) V; e) V.
 2° a) V; b) F; c) F; d) F; e) F.
 3° a) V; b) V; c) V; d) V; e) V.
 4° a) V; b) F; c) V; d) F; e) F.

11

Oscillations électriques libres et forcées

Ce qu'il faut savoir

I – OSCILLATIONS AMORTIES

1. Étude expérimentale

a) Montage

On réalise le montage de la *figure 1* ; la résistance de dipôle «RLC» est donc $R = R' + r$. On observe sur l'écran de l'oscilloscope la visualisation de la tension $u_{BA}(t)$ aux bornes du condensateur.

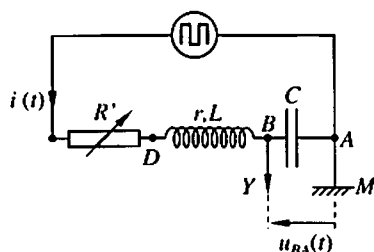


Fig. 1

b) Les différents régimes de l'oscillateur

■ Régime pseudo-périodique

Si $R = 10 \Omega$ ($R' = 0$), on a des oscillations amorties de la tension aux bornes du condensateur (*fig. 2a*).

Si $R = 100 \Omega$, les oscillations sont de plus en plus amorties (*fig. 2b*).

On appelle pseudo-période, la durée séparant deux passages consécutifs de la tension par la valeur 0. Cette pseudo-période est une fonction croissante de C et de L .

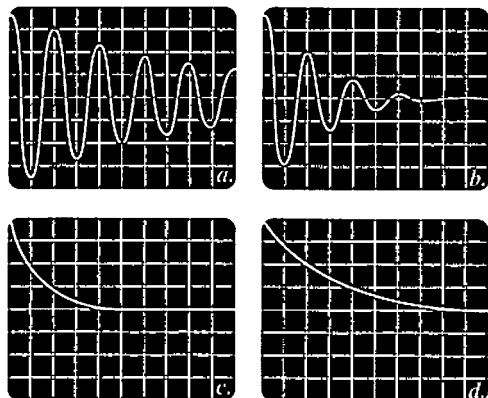


Fig. 2

▣ Régime apériodique critique

Si $R = R_c = 0,75 \text{ k}\Omega$, les oscillations tendent juste à disparaître (fig. 2c). La résistance R est alors appelée résistance critique R_c ; on dit encore que l'oscillateur est en régime « critique ».

▣ Régime apériodique

Si $R > R_c$, on n'observe plus d'oscillation, la charge ou la décharge du condensateur s'effectue de plus en plus lentement (fig. 2d). On dit encore que l'oscillateur est en régime « sous-critique ».

2. L'énergie de l'oscillateur

▣ À un instant t , le passage du courant électrique, d'intensité instantanée i dans le dipôle « RLC », fait qu'une énergie de puissance instantanée $p = Ri^2$ est transférée du dipôle à l'environnement. L'énergie du dipôle diminue donc constamment.

▣ À un instant t , l'énergie électrique \mathcal{E}_{el} du condensateur est :

$$\mathcal{E}_{el} = \frac{1}{2} C u_{AB}^2 = \frac{1}{2C} q^2.$$

L'énergie magnétique \mathcal{E}_{mag} de la bobine est :

$$\mathcal{E}_{mag} = \frac{1}{2} Li^2.$$

L'énergie électromagnétique \mathcal{E}_{el-mag} du dipôle « RLC » est :

$$\mathcal{E}_{el-mag} = \mathcal{E}_{el} + \mathcal{E}_{mag}.$$

II – ENTRETIEN DES OSCILLATIONS

1. Entretien par un dipôle «à résistance négative»

a) Puissance d'entretien d'un dipôle «RLC»

On a vu que le dipôle «RLC» dissipe dans l'environnement une puissance instantanée $p = Ri^2$. Pour que les oscillations soient entretenues, il faut qu'un générateur électrique fournisse cette puissance.

Ce générateur reçoit donc une puissance : $p = u_{DA}i = -Ri^2$.

D'où : $u_{DA} = -Ri$.

b) Réalisation du montage

Dans le montage de la figure 1, le conducteur ohmique de résistance R' est remplacé par un amplificateur opérationnel (A.O.) fonctionnant en régime linéaire (fig. 3). On montre que celui-ci maintient entre les points A et D une tension $u_{DA} = -Ri$ (montage à «résistance négative»).

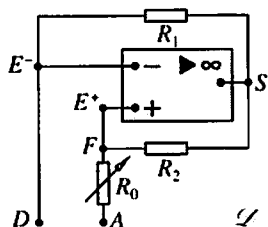


Fig. 3

c) Oscillation à amortissement réduit

Si R_0 (voir fig. 3) est égale à 0, alors on observe des oscillations amorties. Si on augmente R_0 , l'amortissement est réduit.

Pour une valeur $R_0 = R_0^*$, légèrement supérieure à R , on observe des oscillations quasi sinusoïdales. On dit alors que ces oscillations sont entretenues.

2. Auto-oscillation

a) Visualisation du phénomène

On remplace maintenant le générateur G par un fil de jonction (fig. 4) et l'on fait varier R_0 .

■ Pour $R_0 < R_0^*$, on n'observe aucune oscillation.

■ Pour R_0 légèrement supérieure à R_0^* , on observe des oscillations quasi sinusoïdales,

après un laps de temps plus ou moins grand pouvant atteindre la seconde.

On dit que c'est «l'accrochage des oscillations». L'oscillateur électrique est alors entretenu; on dit encore que le dipôle «RLC» est en «auto-oscillation».

■ Pour R_0 légèrement supérieure à R_0^* , on observe des oscillations pratiquement inchangées.

■ Pour R_0 très supérieure à R_0^* , on observe des oscillations alternatives voisines d'oscillations sinusoïdales.

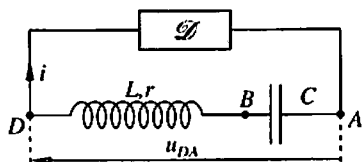


Fig. 4

b) Période des auto-oscillations

La période des oscillations électriques entretenues est indépendante de la résistance R du dipôle «RLC». Elle est :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{LC}$$

T_0 , période (s);
 L , coefficient d'auto-inductance (H);
 C , capacité du condensateur (F).

III – OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES FORCÉES

1. L'oscillateur électrique en régime forcé

■ On réalise le montage de la figure 5. On visualise sur l'écran de l'oscilloscope les tensions instantanées u et Ri .

■ Quelle que soit la fréquence N du G.B.F. utilisée, la fréquence de u et celle de Ri sont identiques à N : intensité et tension instantanées ont même fréquence (fig. 6).

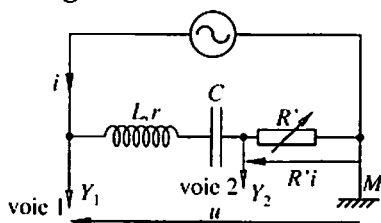


Fig. 5

■ La fréquence propre du dipôle est notée N_0 . On constate également que :

- si $N > N_0$, Ri passe par le 0 avant u , on dit alors que l'intensité est en avance par rapport à la tension (fig. 6a);
- si $N < N_0$, Ri passe par le 0 après u , on dit alors que l'intensité est en retard par rapport à la tension (fig. 6b);
- si $N = N_0$, Ri passe par le 0 au même instant que u , on dit alors que l'intensité et la tension sont en phase (fig. 6c).

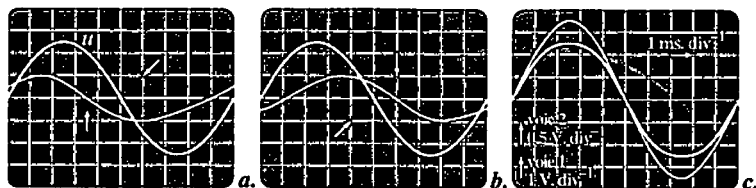


Fig. 6

2. Résonance d'intensité

a) Acuité de la résonance

On peut effectuer différentes courbes de résonance pour différentes valeurs de R d'un dipôle «RLC». Sur ces courbes de résonance, on

constate (fig. 7) que la fréquence de résonance est indépendante de la résistance du dipôle «RLC»; l'intensité efficace I_0 du courant à la résonance diminue lorsque la résistance du dipôle «RLC» augmente.

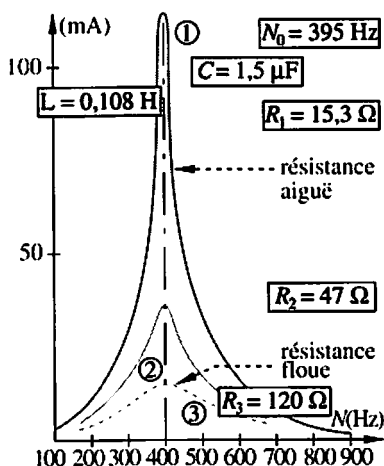


Fig. 7

b) Bande passante et facteur de qualité

On appelle bande passante à 3 dB (décibels), l'intervalle de fréquence β sur lequel l'intensité efficace I du courant électrique est supérieure à $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$

(fig. 8). On constate que la largeur de la bande passante β augmente lorsque la résistance du dipôle «RLC» augmente. La bande passante β est indépendante de la valeur efficace U de la tension appliquée au dipôle «RLC».

Par définition, le facteur de qualité Q d'une résonance est :

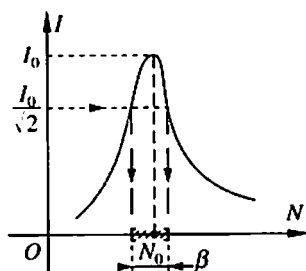


Fig. 8

$Q = \frac{N_0}{\beta}$	Q , facteur de qualité Q de la résonance (sans unité); N_0 , fréquence de résonance (Hz); β , bande passante de la résonance (Hz).
-------------------------	--

IV – IMPÉDANCE D'UN DIPÔLE

1. Définition

Soit un dipôle «RLC» alimenté par une tension sinusoïdale. Par définition, on appelle impédance Z du dipôle le quotient :

$Z = \frac{U}{I}$ ou $Z = \frac{U_m}{I_m}$	Z , impédance du dipôle «RLC» (Ω); U , tension efficace alimentant le dipôle (V); I , intensité efficace passant dans le dipôle (A).
--	---

2. Variation de l'impédance d'un dipôle «RLC»

L'impédance du dipôle «RLC» prend une valeur minimale pour la fréquence de la résonance N_0 .

À la résonance, l'impédance Z_0 du dipôle «RLC» prend la valeur de la résistance totale R du dipôle «RLC» :

$$Z_0 = R.$$

Pour toutes les fréquences autres que celle de la résonance, l'impédance Z du dipôle «RLC» est supérieure à la valeur de R :

$$Z > R.$$

ÉNONCÉS

1 Amortissement d'un dipôle «RLC» ★

On considère un dipôle «RLC» en oscillations libres dont l'amortissement est faible. Dans ce cas, la pseudo-période des oscillations a pratiquement la même valeur que celle de la période propre du dipôle «RLC».

1° A2 Calculer la pseudo-période d'un dipôle «RLC» dont la capacité du condensateur est $4,8 \mu\text{F}$ et le coefficient d'auto-inductance de la bobine est 85 mH .

2° B3 On remplace le condensateur par un autre de capacité $4,8 \text{ mF}$. Calculer la nouvelle valeur de la pseudo-période.

3° C1 On place dans le circuit un conducteur ohmique afin que la résistance du dipôle «RLC» soit égale à la résistance critique.

a) Que dire des oscillations électriques du dipôle ainsi constitué ?

b) Calculer la résistance critique R_c du dipôle, sachant qu'elle est donnée par la relation :

$$R_c = 2 \sqrt{L(C)^{-1}}.$$

2 Auto-oscillations avec un dipôle «RLC» ★

On branche aux bornes d'un dipôle «RLC» un amplificateur opérationnel (A.O.) fonctionnant en régime linéaire.

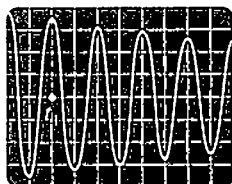
1° A1 Quelle est la particularité d'un tel montage, au point de vue énergétique ?

2° A2 Faire un schéma du montage.

3° A1 B2 On augmente progressivement la valeur de la résistance variable R_0 utilisée avec l'amplificateur opérationnel (A.O.). Qu'observe-t-on ?

3 Quelle est la capacité ? ★★

On considère un dipôle «RLC» série dont le condensateur a été chargé. On joint les deux extrémités du dipôle par un fil de jonction et l'on visualise sur l'écran d'un oscilloscope à mémoire la tension aux bornes du condensateur (fig. 9). Le coefficient d'auto-inductance de la bobine est $L = 53 \text{ mH}$.



1 V. div⁻¹ ↓
1 ms. div⁻¹

Fig. 9

1° A2 Comme les oscillations sont faiblement amorties, on considère que la pseudo-période est pratiquement égale à la période propre de l'oscillateur libre idéal. Déterminer la pseudo-période des oscillations libres.

2° B3 En déduire la capacité du condensateur.

3° C1 Calculer l'énergie électrique du condensateur à l'instant t_1 .

4 Quel est le coefficient d'auto-inductance ? ★★

On branche en série un conducteur ohmique, une bobine et un condensateur chargé. On joint les deux extrémités du dipôle ainsi constitué par un fil de jonction et l'on visualise, sur l'écran d'un oscilloscope à mémoire, l'intensité instantanée du courant électrique passant dans le dipôle. On obtient un oscillogramme identique à celui de la figure 9.

1° A2 Faire un schéma du circuit et des branchements à l'oscilloscope.

2° A1 a) Que dire du régime des oscillations électriques ?

b) Que faut-il faire pour obtenir :

– un régime aperiodique critique ?

– un régime aperiodique sous-critique ?

3° B3 On considère que la pseudo-période est pratiquement égale à la période propre de l'oscillateur libre idéal. Calculer la valeur du coefficient d'auto-inductance de la bobine. La capacité du condensateur est de $5,6 \mu\text{F}$.

4° C1 Calculer l'énergie magnétique de la bobine à l'instant t_1 . On donne la valeur de la résistance du conducteur ohmique $R = 10,0 \Omega$.

5 Énergie transférée ? ★★

À l'aide du montage de la figure 1, on visualise sur l'écran d'un oscilloscope la tension aux bornes du condensateur d'un circuit «RLC». On obtient l'oscillogramme de la figure 10.

1° A2 Déterminer la tension aux bornes du condensateur à l'instant t_1 et à l'instant t_2 .

2° B3 Quelle est l'énergie électrique \mathcal{E}_{el} stockée dans le condensateur à ces deux instants ?

On donne la capacité du condensateur : $C = 1,00 \text{ mF}$.

3° C1 Calculer l'énergie électromagnétique du dipôle «RLC» transférée à l'environnement, entre l'instant t_1 et l'instant t_2 .

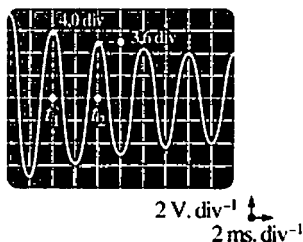


Fig. 10

6 Énergie électromagnétique d'un dipôle «RLC»

★★★

On considère un dipôle «RLC» en oscillations libres.

1° A1 Donner les expressions de :

- l'énergie électrique \mathcal{E}_{el} du condensateur à un instant t ;
- l'énergie magnétique \mathcal{E}_{mag} de la bobine à un instant t ;
- l'énergie électromagnétique \mathcal{E}_{el-mag} du dipôle «RLC» à un instant t .

2° A2 On voudrait visualiser les oscillations électriques libres sur l'écran d'un ordinateur. Quel montage faut-il faire ?

3° C1 Quelles opérations doit-on faire effectuer par l'ordinateur pour visualiser :

- l'énergie électrique \mathcal{E}_{el} en fonction du temps ?
- l'énergie magnétique \mathcal{E}_{mag} en fonction du temps ?
- l'énergie électromagnétique \mathcal{E}_{el-mag} en fonction du temps ?

7 En retard ou en avance ?

★★

On branche en série une bobine de résistance interne $r = 15 \Omega$ et de coefficient d'auto-inductance L ; un condensateur de capacité C ; un conducteur ohmique de résistance $R' = 220 \Omega$.

On visualise sur l'écran d'un oscilloscope la tension instantanée aux bornes du dipôle «RLC» et l'intensité du courant passant dans ce dipôle (fig. 11).

Le dipôle «RLC» ainsi constitué est alimenté par une tension sinusoïdale de valeur efficace constante.

1° A2 Faire un schéma du montage et des liaisons avec l'oscilloscope.

2° A1 a) Déterminer la fréquence de la tension d'alimentation.

b) Quel est le régime des oscillations électriques du dipôle «RLC» ?

3° A2 À l'aide de l'oscillogramme, déterminer si l'intensité est en avance ou en retard par rapport à la tension.

4° B3 Calculer l'impédance du dipôle «RLC».

5° C1 a) Quelle est la résistance du circuit «RLC» ?

b) Quelle serait l'intensité efficace I_0 de la résonance de ce dipôle «RLC» ?

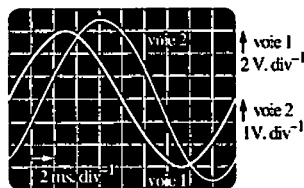


Fig. 11

8

Caractéristiques d'une bobine

★★★

On alimente par une tension sinusoïdale, de valeur efficace constante, le montage en série d'une bobine, d'un condensateur et d'un conducteur ohmique de résistance $R' = 100 \Omega$. On visualise sur l'écran d'un oscilloscope la tension instantanée aux bornes du dipôle «RLC» (voie 1) et la tension instantanée existant aux bornes du conducteur ohmique (voie 2). On obtient l'oscillogramme de la figure 12.

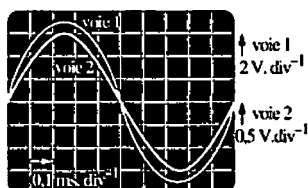


Fig. 12

1° A1 a) Que peut-on dire du déphasage de l'intensité par rapport à la tension ?

b) Quel est le régime des oscillations électriques du dipôle «RLC» ?

2° A2 Déterminer en utilisant l'oscillogramme :

a) l'intensité maximale du courant électrique passant dans le dipôle ;

b) la tension maximale aux bornes du dipôle.

3° B3 Calculer la résistance r de la bobine.

4° C1 a) Quelle est la période de la tension d'alimentation ?

b) Calculer le coefficient d'auto-inductance de la bobine si la capacité du condensateur est $C = 56 \mu\text{F}$.

Protocole expérimental

9

Résonance

★★

Une bobine de coefficient d'auto-inductance L et de résistance r est mise en série, entre P et M , avec un condensateur de capacité C et un conducteur ohmique de résistance R . Le dipôle ainsi constitué est alimenté par un générateur de tension sinusoïdale dont la valeur efficace U , maintenue constante, est contrôlée avec un voltmètre. L'intensité efficace I du courant électrique dans le circuit est mesurée par un ampèremètre.

On fixe $U = 3,0 \text{ V}$ et on fait varier la fréquence N du générateur de 100 Hz à 1,00 kHz alors que $R = 90 \Omega$. On obtient les intensités efficaces suivantes :

N (Hz)	100	300	500	600	700	800	820	840	850
I (mA)	0,13	0,44	1,00	1,50	2,60	7,10	10,1	16,8	23,1
N (Hz)	860	863	870	880	890	900	920	940	1000
I (mA)	29,4	30,0	27,5	20,7	15,4	12,1	8,30	6,60	3,70

- 1° A1 a) Tracer la représentation graphique de la fonction $I = f(N)$ en se limitant au seul intervalle de fréquences de 500 Hz à 1,00 kHz.
- b) Quel phénomène traduit cette représentation graphique ?
- c) Donner la fréquence de résonance N_0 .
- d) Déterminer l'intensité de résonance I_0 .
- 2° A2 a) Déterminer graphiquement la bande passante β de la résonance.
- b) Calculer le facteur de qualité Q de la résonance.
- 3° B3 a) On démontre que $\beta = \frac{R+r}{2\pi L}$. Calculer le coefficient d'auto-inductance de la bobine.
- b) Calculer la résistance de la bobine.
- 4° C1 Donner l'expression théorique de la fréquence de résonance du dipôle «RLC» et en déduire la capacité du condensateur.
- 5° A2 Calculer les impédances du circuit pour les fréquences : 500 Hz; 700 Hz; 863 Hz; 900 Hz; 1 000 Hz. Que conclure de ces calculs ?

10

Testez-vous !

Quatre points par réponse juste aux exercices 1, 2, 3, 4 ou 5. Bon courage !

- 1° a) Comment obtient-on des oscillations électriques entretenues dans un dipôle «RLC» ?
- b) Que se passe-t-il alors au point de vue de l'énergie ?
- 2° a) Définir la résistance critique d'un dipôle «RLC».
- b) Pour un dipôle «RLC» donné, on a $L = 150$ mH et $C = 220$ μ F. Calculer la période propre de ce dipôle.
- c) Calculer la résistance critique R_c du dipôle sachant qu'elle est donnée par la relation : $R_c = 2\sqrt{L(C)^{-1}}$.
- 3° a) Définir la bande passante d'une résonance d'intensité.
- b) Définir le facteur de qualité d'une résonance.
- 4° À l'aide de la *figure 7*, calculer les facteurs de qualité des résonances d'intensité traduites sur les courbes 1, 2 et 3.
- 5° a) Calculer l'impédance du dipôle «RLC» en oscillation forcée dont les fonctions u et $R'i$ sont représentées sur la *figure 6c*. La tension aux bornes du dipôle «RLC» est visualisée en voie 1; celle prise aux bornes du conducteur ohmique de résistance $R' = 100$ Ω est visualisée en voie 2.
- b) Calculer la résistance r de la bobine.
- c) Le coefficient d'auto-inductance de la bobine est 230 mH. Calculer la capacité du condensateur du dipôle «RLC».

11

Auto-évaluation

Dans la (les) case(s) correspondant à la (aux) réponse(s) jugée(s) exacte(s), inscrire «V»; dans la (les) case(s) jugée(s) fausse(s), inscrire «F». Inscrire un tiret (-) à chaque fois que l'on s'abstient.

Toute case correctement remplie entraîne + 1 point. Il est préférable de s'abstenir (0 point) plutôt que de mal remplir la case (- 1 point). La somme algébrique des points donne une note sur 20.

- 1° a) Si un condensateur chargé, de forte capacité, est branché aux bornes d'une bobine de faible résistance, on observe des oscillations électriques libres amorties
- b) La pseudo-période est alors voisine de la période propre du dipôle «RLC»
- c) Si on augmente la résistance du dipôle «RLC», il existe une valeur de la résistance telle que les oscillations tendent juste à disparaître : cette valeur est appelée résistance de résonance
- d) Le phénomène observé est qualifié de résonance du dipôle «RLC»
- e) Au cours des oscillations du dipôle «RLC», l'énergie non transférée par effet Joule dans l'environnement, subit des conversions successives de la forme électrique en forme magnétique et réciproquement
- 2° Un dipôle «RLC» est en résonance d'intensité sous l'effet d'un générateur basse fréquence délivrant une tension sinusoïdale.
- a) Tension et intensité instantanées sont alors en phase
- b) L'impédance du dipôle «RLC» est alors maximum
- c) L'impédance du dipôle «RLC» est égale à la résistance totale du dipôle «RLC»
- d) La fréquence imposée au dipôle «RLC» est égale à la fréquence propre du dipôle «RLC»
- e) L'intensité efficace du courant électrique à la résonance diminue lorsque la résistance du dipôle «RLC» augmente
- 3° a) On appelle bande passante à 3 dB, l'intervalle de fréquences sur lequel l'intensité efficace I du courant est supérieure à $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$, I_0 désignant sa valeur maximale
- b) La largeur de la bande passante diminue lorsque la résistance du circuit diminue

- c) La bande passante β est indépendante de la valeur efficace de la tension appliquée au dipôle «RLC»
- d) Le facteur de qualité Q d'une résonance est $Q = \frac{N_0}{\beta}$, avec N_0 fréquence de résonance
- e) Si la valeur de Q est élevée, la résonance est qualifiée d'aiguë; elle est qualifiée de floue dans le cas contraire
- 4° On considère le dipôle «RLC» série alimenté par un générateur basse fréquence, tel que : $R = 100 \Omega$; $L = 0,12 \text{ H}$; $C = 60 \mu\text{F}$. La tension efficace aux bornes du dipôle «RLC» est 12,2 V. L'intensité efficace passant dans ce dipôle est 84 mA.
- a) L'impédance du dipôle est 145Ω
- b) On observe donc le phénomène de résonance d'intensité
- c) L'intensité instantanée maximale est de 0,072 A
- d) La fréquence de l'intensité instantanée et de la tension instantanée est imposée par le générateur
- e) La fréquence de résonance du dipôle «RLC» est égale à 188 Hz

CORRIGÉS

1

1° La pseudo-période T_1 est pratiquement égale à la période propre T_{0_1} (résistance faible) :

$$T_1 \approx T_{0_1} \quad \text{et} \quad T_{0_1} = 2\pi \sqrt{LC_1}.$$

$$T_{0_1} = 2\pi \sqrt{85 \times 10^{-3} \times 4,8 \times 10^{-6}}; \quad T_1 = 4,0 \text{ ms.}$$

2° $T_2 \approx T_{0_2}$ et $T_{0_2} = 2\pi \sqrt{LC_2}$; $T_2 = 127 \text{ ms.}$

3° a) Les oscillations électriques des dipôles «RLC» sont apériodiques. Le régime des dipôles est dit **apériodique critique**.

b) Par définition, la résistance critique des dipôles «RLC» est donnée par la relation :

$$R_c = 2\sqrt{L(C)^{-1}}; \quad R_{c_1} = 266 \Omega; \quad R_{c_2} = 8,4 \Omega.$$

2

1° Lorsque l'on branche aux bornes d'un dipôle «RLC» un amplificateur opérationnel (A.O.) fonctionnant en régime linéaire, ce dernier peut fournir exactement la même puissance que celle que le dipôle «RLC» transfère par effet Joule dans l'environnement.

2° Voir les figures 3 et 4.

3° Voir *Ce qu'il faut savoir*, II-2. a).

3

1° D'après l'oscillogramme, la pseudo-période des oscillations électriques est :

$$T = nk; \quad T = 2,0 \text{ div} \times 1 \text{ ms} \cdot \text{div}^{-1}; \quad T = 2,0 \text{ ms.}$$

2° Par hypothèse, la pseudo-période est égale à la période propre des oscillations électriques du dipôle «RLC» :

$$T = T_0 = 2\pi \sqrt{LC}.$$

D'où : $T^2 = 4\pi^2 LC$. On en déduit :

$$C = \frac{T^2}{4\pi^2 L}; \quad C = 1,9 \mu\text{F}.$$

3° À l'instant t_1 , la tension aux bornes du condensateur est $u_1 = n_1 k_v$.

$$u_1 = 3,5 \text{ div} \times 1 \text{ V} \cdot \text{div}^{-1}; \quad u_1 = 3,5 \text{ V.}$$

L'énergie électrique stockée à cet instant dans le condensateur est :

$$\mathcal{E}_{el} = \frac{1}{2} C u_1^2; \quad \mathcal{E}_{el} = 12 \mu\text{J}.$$

4

1°

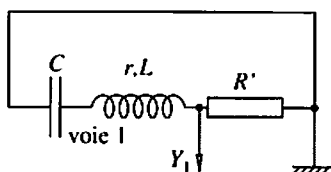


Fig. 13

2° a) Les oscillations électriques sont faiblement amorties. Le régime est dit pseudo-périodique.

b) Il faut introduire dans le circuit «RLC» un conducteur ohmique à résistance variable.

- Pour obtenir un régime aperiodique critique, il faut régler la résistance variable telle que la résistance totale du circuit «RLC» soit égale à la résistance critique dudit circuit.

- Pour obtenir un régime aperiodique sous-critique, il faut régler la résistance variable telle que la résistance totale du circuit «RLC» soit supérieure à la résistance critique dudit circuit.

3° Comme dans l'exercice précédent :

$$T = 2,0 \text{ ms} \quad \text{et} \quad T = T_0 = 2\pi \sqrt{LC}.$$

$$\text{D'où : } L = \frac{T^2}{4\pi^2 C}; \quad L = 18 \text{ mH}.$$

4° À l'instant t_1 , la tension aux bornes du conducteur ohmique de résistance R est :

$$u_1 = Ri_1.$$

$$\text{D'où : } i_1 = \frac{u_1}{R}.$$

D'après l'oscillogramme, on a : $u_1 = n_1 k_v$; $u_1 = 3,5 \text{ V}$.

L'énergie magnétique stockée à cet instant dans le condensateur est :

$$\mathcal{E}_{\text{mag}} = \frac{1}{2} Li_1^2; \quad \mathcal{E}_{\text{mag}} = \frac{1}{2} L \left(\frac{u_1}{R} \right)^2; \quad \mathcal{E}_{\text{mag}} = \frac{L}{2R^2} u_1^2; \quad \mathcal{E}_{\text{mag}} = 1,1 \text{ mJ}.$$

5

1° Les tensions aux bornes du condensateur aux instants t_1 et t_2 sont :

$$u_1 = n_1 k_v \quad \text{et} \quad u_2 = n_2 k_v; \quad u_1 = 8,0 \text{ V} \quad \text{et} \quad u_2 = 7,2 \text{ V}.$$

$$2° \quad \mathcal{E}_{\text{el}}(t_1) = \frac{1}{2} Cu_1^2 \quad \text{et} \quad \mathcal{E}_{\text{el}}(t_2) = \frac{1}{2} Cu_2^2.$$

$$\mathcal{E}_{\text{el}}(t_1) = 32 \text{ mJ} \quad \text{et} \quad \mathcal{E}_{\text{el}}(t_2) = 26 \text{ mJ}.$$

3° L'énergie électromagnétique du dipôle «RLC» s'écrit :

$$\mathcal{E}_{\text{el-mag}} = \mathcal{E}_{\text{el}} + \mathcal{E}_{\text{mag}}.$$

À l'instant t_1 , on a :

$$\mathcal{E}_{\text{el-mag}}(t_1) = \mathcal{E}_{\text{el}}(t_1) + \mathcal{E}_{\text{mag}}(t_1).$$

Or à l'instant t_1 , la tension est maximale et l'intensité circulant dans le dipôle «RLC» est nulle; on a donc :

$$\mathcal{E}_{\text{mag}}(t_1) = 0.$$

$$\text{D'où : } \mathcal{E}_{\text{el-mag}}(t_1) = \mathcal{E}_{\text{el}}(t_1).$$

Il en est de même à l'instant t_2 .

$$\text{D'où : } \mathcal{E}_{\text{el-mag}}(t_2) = \mathcal{E}_{\text{el}}(t_2).$$

L'énergie électromagnétique transférée \mathcal{E}_{tr} du dipôle «RLC» à l'environnement est donc égale à sa variation entre les instants t_1 et t_2 :

$$\mathcal{E}_{\text{tr}} = -\Delta\mathcal{E}_{\text{el-mag}} = -[\mathcal{E}_{\text{el}}(t_2) - \mathcal{E}_{\text{el}}(t_1)];$$

$$\mathcal{E}_{\text{tr}} = \mathcal{E}_{\text{el}}(t_1) - \mathcal{E}_{\text{el}}(t_2); \quad \mathcal{E}_{\text{tr}} = 6 \text{ mJ}.$$

6

1° a) $\mathcal{E}_{\text{el}} = \frac{1}{2} Cu^2$, avec u la tension aux bornes du condensateur à l'instant t .

b) $\mathcal{E}_{\text{mag}} = \frac{1}{2} Li^2$, avec i l'intensité du courant électrique dans le dipôle «RLC» à l'instant t .

$$\text{c) } \mathcal{E}_{\text{el-mag}} = \mathcal{E}_{\text{el}} + \mathcal{E}_{\text{mag}}.$$

2° Il faut relier les bornes du conducteur ohmique du circuit «RLC» aux entrées du capteur de tension de l'interface de l'ordinateur. On capte alors u .

3° a) Pour visualiser l'énergie électrique du condensateur, il faut, à l'aide du logiciel :

1. élever u au carré : u^2 ;

2. multiplier ce terme par $\frac{C}{2}$, on obtient : $\frac{1}{2} Cu^2 = \mathcal{E}_{\text{el}}$.

b) Pour visualiser l'énergie magnétique de la bobine, il faut, à l'aide du logiciel :

1. dériver u par rapport au temps, on obtient : \dot{u} ;

2. multiplier ce terme par C , on obtient $C\dot{u}$.

On remarque alors que : $C\dot{u} = \dot{q}_A = i$;

3. élever i au carré, c'est-à-dire : $(C\dot{u})^2$;

4. multiplier i^2 par $\frac{L}{2}$; on obtient $\frac{1}{2} Li^2$:

$$\frac{L}{2} (C\dot{u})^2 = \mathcal{E}_{\text{mag}} = \frac{1}{2} Li^2.$$

c) Pour obtenir $\mathcal{E}_{\text{el-mag}}$, il suffit d'additionner, avec l'aide du logiciel \mathcal{E}_{el} et \mathcal{E}_{mag} .

7

1° Schéma semblable à celui de la figure 5.

2° a) D'après l'oscillogramme, $n = 10,0$ div.

La période de la tension d'alimentation est : $T = nk$.

La fréquence est donc : $N = \frac{1}{nk}$.

$$N = \frac{1}{10,0 \times 0,2 \times 10^{-3}} \text{ Hz}; \quad N = 500 \text{ Hz.}$$

b) Le régime des oscillations électriques est un régime forcé; c'est le générateur qui impose sa fréquence au dipôle «RLC».

3° La fonction tension aux bornes du conducteur ohmique est visualisée en voie 2 :

$$u_2 = Ri.$$

À une constante près, on visualise la fonction intensité :

$$i = \frac{1}{R} u_2.$$

La fonction tension u_1 passe, par valeur positive, la première par la valeur 0; la fonction $i = \frac{1}{R} u_2$ passe par le 0 après.

Conclusion : l'intensité est en retard par rapport à la tension.

4° L'impédance Z du dipôle «RLC» est :

$$Z = \frac{U_{m1}}{I_m}. \quad \text{Or } I_m = \frac{U_{m2}}{R}, \quad \text{avec } R = R' + r.$$

$$\text{D'où : } Z = \frac{U_{m1}R}{U_{m2}}; \quad Z = \frac{n_1 k_1 R}{n_2 k_2};$$

$$Z = \frac{3,0 \times 2 \times 220}{3,5 \times 1}; \quad Z = 377 \Omega.$$

5° a) À la résonance, l'impédance du dipôle «RLC» est égale à la résistance du dipôle :

$$Z_0 = R' + r; \quad Z_0 = 235 \Omega.$$

b) L'intensité maximale est donc : $I_{m0} = \frac{U_m}{Z_0} = \frac{U_m}{R' + r}$.

L'intensité efficace est :

$$I_0 = \frac{I_{m0}}{\sqrt{2}}, \quad \text{ou encore, } I_0 = \frac{U_m}{\sqrt{2}(R' + r)}; \quad I_0 = 18,1 \text{ mA.}$$

On rappelle que la tension efficace délivrée par le générateur est constante.

8

1° a) Les fonctions « intensité instantanée » et « tension instantanée » sont en phase.

b) Le régime des oscillations auquel le dipôle « RLC » est soumis est un régime d'oscillations électriques forcées. Dans l'étude effectuée, il y a résonance d'intensité.

2° a) $U_m = n_1 k_1$; $U_m = 6,0 \text{ V}$.

b) $I_m = \frac{U_m}{R'} = \frac{n_2 k_2}{R'}$; $I_m = 17,5 \text{ mA}$.

3° À la résonance : $Z = R = R' + r$ et $Z = \frac{U_m}{I_m}$.

$r = \frac{U_m}{I_m} - R'$; $r = 243 \Omega$.

4° a) $T = kn$; $T = 10,0 \text{ ms}$.

b) À la résonance : $T = T_0 = 2\pi \sqrt{LC}$.

D'où : $L = \frac{T_0}{4\pi^2 C}$; $L = 45,2 \text{ mH}$.

9

Protocole expérimental

1° a)

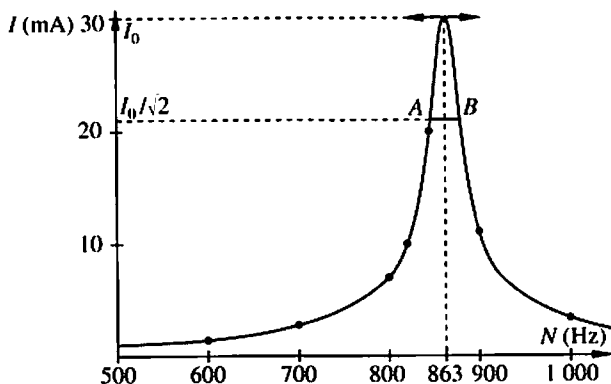


Fig. 14

b) Le phénomène traduit par la représentation graphique de la figure est une résonance d'intensité.

c) $N_0 = 863 \text{ Hz}$ est la fréquence de résonance.

d) L'intensité efficace de résonance du dipôle « RLC » est : $I_0 = 30 \text{ mA}$.

2° a) L'intensité efficace correspondant à la bande passante est :

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}; \quad I = 21,2 \text{ mA.}$$

D'après la représentation graphique et le tracé de la droite d'équation $I = 21,2 \text{ mA}$, on peut lire la valeur de la bande passante β :
 $\beta = 31 \text{ Hz}$.

b) Le facteur de qualité Q de la résonance est :

$$Q = \frac{N_0}{\beta}; \quad Q = 28.$$

3° a) À la résonance, l'impédance z du circuit «RLC» est égale à sa résistance, d'où :

$$Z_0 = R + r = \frac{U}{I_0}.$$

D'où la valeur du coefficient d'auto-inductance de la bobine :

$$L = \frac{R + r}{2\pi\beta}; \quad L = \frac{U}{2\pi\beta I_0}; \quad L = 513 \text{ mH.}$$

b) La résistance de la bobine est donc :

$$r = Z - R; \quad Z = \frac{U}{I_0} - R; \quad r = 10,0 \Omega.$$

4° La fréquence de résonance du dipôle «RLC» est :

$$N_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}.$$

La capacité du condensateur utilisé est :

$$C = \frac{1}{4\pi^2 N_0^2 L}; \quad C = 66 \text{ nF.}$$

5° Calcul de quelques impédances du circuit

Par définition, $Z = \frac{U}{I}$.

$$\text{D'où : } Z_{(500)} = \frac{U}{I_{(500)}}; \quad Z_{(500)} = \frac{3,0}{1,00 \times 10^{-3}}; \quad Z_{(500)} = 3,00 \text{ k}\Omega.$$

On obtient de même les autres impédances :

$$Z_{(700)} = 1,15 \text{ k}\Omega; \quad Z_{(863)} = 100 \Omega; \quad Z_{(900)} = 248 \Omega; \quad Z_{(1000)} = 811 \Omega.$$

Conclusion. L'impédance du dipôle «RLC» à la résonance est la plus faible. Cette impédance est égale à la résistance du circuit.

$$Z_0 = R + r = 100 \Omega.$$

10 Les réponses au test

- 1° a) Voir *Ce qu'il faut savoir*, II-1. et 2.
 b) Lors des oscillations entretenues, la puissance perdue par effet Joule est compensée par la puissance fournie au dipôle «RLC» par le «générateur à relation caractéristique linéaire», encore appelé «dipôle à résistance négative».
- 2° a) Voir *Ce qu'il faut savoir*, I-1.
 b) $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$; $T_0 = 36$ ms.
 c) $R_c = 2\sqrt{L(C)^{-1}}$; $R_c = 52 \Omega$.
- 3° a) et b) Voir *Ce qu'il faut savoir*, III-2. c).
- 4° Courbe 1 : $\beta_1 = 40$ Hz; $Q_1 = 10$.
 Courbe 2 : $\beta_2 = 92$ Hz; $Q_2 = 4,3$.
 Courbe 3 : $\beta_3 = 200$ Hz; $Q_3 = 2$.
- 5° a) $Z = \frac{U_m}{I_m}$; $Z = \frac{3,0}{0,0175}$; $Z = 171 \Omega$.
 b) Les fonctions intensité et tension étant en phase, le dipôle est en résonance d'intensité; on a donc :

$$Z = Z_0 = R' + r = \frac{U_m}{I_m}$$
 La résistance r de la bobine est donc :

$$r = \frac{U_m}{I_m} - R'; \quad r' = 71 \Omega$$
 c) À la résonance, la période des oscillations est égale à la période propre de l'oscillateur «LC». D'où :

$$T = T_0 = 2\pi\sqrt{LC}, \quad \text{avec } T_0 = 10,0 \text{ ms.}$$

$$C = \frac{T_0^2}{4\pi^2 L}; \quad C = 11 \mu\text{F.}$$

- ## 11
- 1° a) V; b) V; c) F; d) F; e) V.
 2° a) V; b) F; c) V; d) V; e) V.
 3° a) V; b) V; c) V; d) V; e) V.
 4° a) V; b) F; c) F; d) V; e) F.

12 Modèle de l'oscillateur linéaire

Ce qu'il faut savoir

I – OSCILLATIONS LIBRES SINUSOÏDALES

1. Les équations différentielles

a) Oscillateur mécanique linéaire

Le mouvement de l'oscillateur élastique libre non amorti (fig. 1) vérifie l'équation différentielle suivante :

$$\ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0 \quad (1).$$

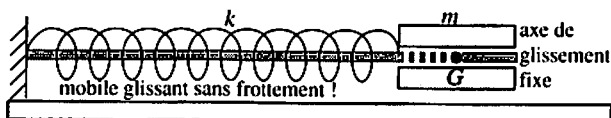


Fig. 1

b) Oscillateur électrique linéaire

La charge prise par la plaque A du condensateur est notée q_A ; on pose $q_A = q$. Les oscillations des charges électriques, dans un oscillateur électrique idéal ($R = 0$) libre, non amorti (fig. 2), vérifient l'équation différentielle suivante :

$$\ddot{q} + \frac{1}{LC} q = 0 \quad (2).$$

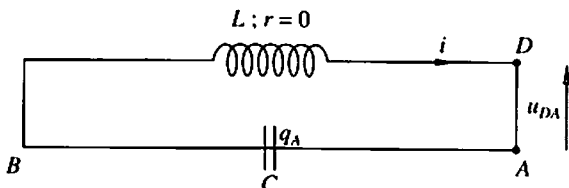


Fig. 2

Remarque

Ces équations différentielles (1) et (2) sont de la forme $\ddot{u} + \omega_0^2 u = 0$, avec ω_0 la pulsation propre et T_0 la période propre des oscillations libres. La pulsation ω_0 et la période T_0 sont liées par la relation :

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}.$$

2. Les solutions des équations différentielles**a) Oscillateur mécanique linéaire**

Une solution générale de l'équation différentielle (1) est une fonction de la forme : $x = x_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$, avec x_m amplitude du mouvement de l'oscillateur et φ la phase à l'origine des temps. La pulsation propre ω_0 et la période propre T_0 s'expriment par les relations :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{et} \quad T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

b) Oscillateur électrique linéaire

Une solution générale de l'équation différentielle (2) est une fonction de la forme : $q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$, avec q_m charge maximale prise par la plaque A du condensateur et φ la phase à l'origine des temps. La pulsation ω_0 et la période T_0 s'expriment par les relations :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad \text{et} \quad T_0 = 2\pi \sqrt{LC}.$$

II – OSCILLATIONS LIBRES AMORTIES**1. Les oscillations mécaniques**

L'équation différentielle des oscillations d'un oscillateur mécanique élastique amorti est, avec f coefficient de frottement :

$$\ddot{x} + \frac{f}{m} \dot{x} + \frac{k}{m} x = 0.$$

Cette équation différentielle est linéaire mais comporte un terme supplémentaire par rapport à l'équation (2). Ce terme $\frac{f}{m} \dot{x}$ est appelé terme du « premier ordre », il rend compte mathématiquement de l'amortissement des oscillations, par perte d'énergie du système par frottement.

2. Les oscillations électriques

L'équation différentielle des oscillations d'un oscillateur électrique amorti « RLC » est, avec R résistance du circuit :

$$\ddot{q} + \frac{R}{L} \dot{q} + \frac{1}{LC} q = 0.$$

Cette équation différentielle est linéaire mais comporte un terme supplémentaire par rapport à l'équation (2). Ce terme $\frac{R}{L} \dot{q}$ est appelé terme du « premier ordre » ; il rend compte mathématiquement de l'amortissement des oscillations, par perte d'énergie du système par effet Joule.

3. Visualisation des oscillations amorties

On peut visualiser le phénomène d'amortissement par différentes méthodes, les résultats sont tous semblables.

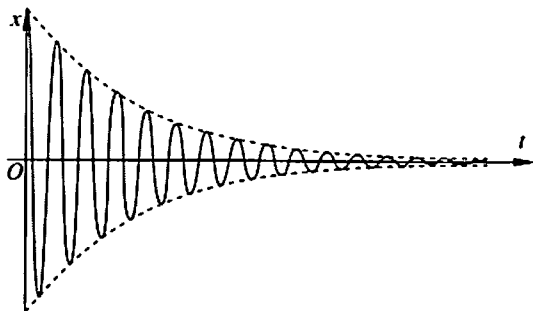


Fig. 3

- a) À l'aide d'un oscilloscope à mémoire, on visualise les amortissements des oscillations électriques, en injectant la tension aux bornes du condensateur sur la voie 1.
- b) À l'aide d'un ordinateur, on visualise les amortissements des oscillations mécaniques en suivant les élongations d'un oscillateur mécanique.
- c) À l'aide d'un ordinateur, on peut simuler, en utilisant un logiciel approprié, l'amortissement des oscillations d'un oscillateur quelconque.

III – OSCILLATIONS ENTRETENUES

1. Amorçage des oscillations

On considère le montage des oscillations électriques d'un dipôle «RLC», entretenu par un dipôle à «résistance négative» (fig. 4). Si la résistance variable du dipôle à résistance négative est supérieure à r , l'équation différentielle (2) s'écrit alors :

$$\ddot{q} - \frac{R}{L} \dot{q} + \frac{1}{LC} q = 0.$$

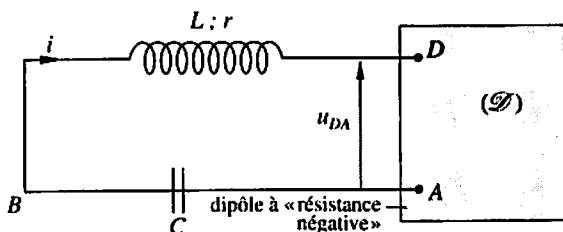


Fig. 4

L'apport d'énergie au système oscillant est supérieur à la perte par effet Joule dudit système. L'amplitude des oscillations croît rapidement et de façon illimitée.

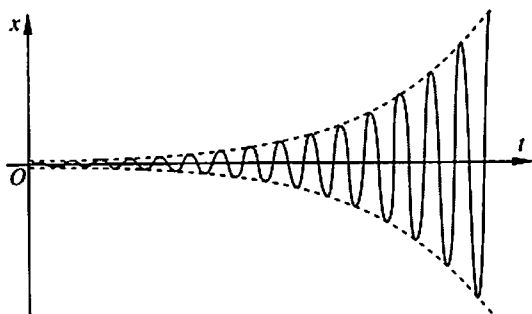


Fig. 5

2. Limitation d'amplitude

a) Caractéristique du dipôle à «résistance négative»

La caractéristique $u_{DA} = f(i)$ du dipôle (\mathcal{D}) à «résistance négative» est représentée à la figure 6.

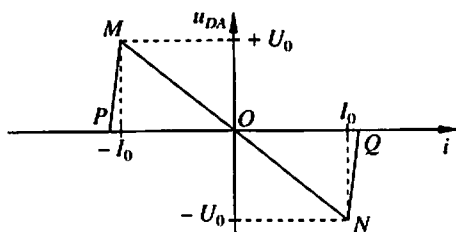


Fig. 6

1. Le dipôle (\mathcal{D}) possède une caractéristique linéaire pour $i < |I_0|$:

$$u_{DA} = -R'i \text{ pour } (MN).$$

2. L'amplitude de la tension u_{DA} est limitée par le comportement non linéaire de l'amplificateur opérationnel pour $i > |I_0|$:

$$u_{DA} = R_1 (i - I_0) - U_0 \text{ pour (PM) et } u_{DA} = R_1 (i + I_0) + U_0 \text{ pour (NQ).}$$

Lorsque la valeur absolue de l'intensité i atteint la valeur I_0 , la valeur absolue de la tension u_{DA} diminue ; cela a pour effet de limiter l'amplitude des oscillations.

b) Équations différentielles des oscillations électriques entretenues

Pour $i < |I_0|$: $\ddot{q} - \frac{R}{L} \dot{q} + \frac{1}{LC} q = 0$, amorçage et croissance des oscillations.

Pour $i > |I_0|$: $\ddot{q} + \frac{R}{L} \dot{q} + \frac{1}{LC} q = 0$, amortissement des oscillations.

Les équations différentielles précédentes peuvent donc s'écrire :

$\ddot{q} + f(i) \dot{q} + \frac{1}{LC} q = 0$, avec $f(i)$ une fonction représentée sur la figure suivante.

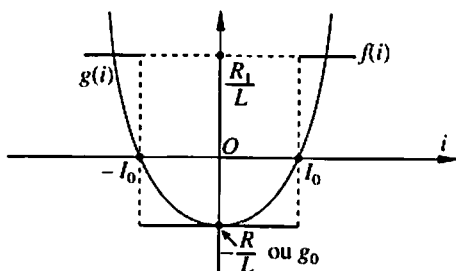


Fig. 7

3. Le modèle de Van der Pol

Van der Pol proposa, en 1922, une fonction $g(i)$ en forme de puits, ressemblant à la fonction $f(i)$ (fig. 7) :

$$g(i) = g_0 \left(-1 + \left(\frac{i}{I_0} \right)^2 \right), \text{ où } g_0 \text{ est une grandeur positive caractérisant}$$

l'importance de l'amplification réalisée dans la phase croissante des oscillations.

Les tracés à l'ordinateur de ces fonctions confirment, dans une certaine mesure, les observations expérimentales.

ÉNONCÉS

1 Oscillateur électrique ★★

On réalise le montage de la *figure 8* dans lequel la bobine est supposée de résistance nulle.

On donne : $L = 10,0$ mH ; $C = 100$ nF ; $R = 100 \Omega$; $E = 10,0$ V.

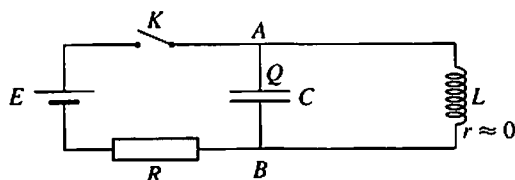


Fig. 8

1° Étude en régime permanent continu (les grandeurs électriques sont indépendantes du temps)

L'interrupteur étant fermé :

A1 a) Exprimer la tension u_{AB} aux bornes de la bobine.

A1 b) En déduire la charge Q du condensateur.

A2 c) Déterminer les intensités des courants électriques passant dans chaque branche du circuit.

2° Étude en régime oscillatoire

a) Quelle est l'énergie électromagnétique de l'oscillateur électrique ?

C1 b) À l'instant $t = 0$, on ouvre l'interrupteur. Établir l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$ de l'armature A du condensateur.

B3 c) Sachant qu'à l'instant $t = 0$, le condensateur est déchargé et que $i = I_0 = -100$ mA, déterminer les fonctions $q(t)$ et $i(t)$. On précisera les valeurs numériques de l'amplitude, de la pulsation et de la phase dans les deux cas.

A2 d) Donner l'allure de la courbe représentant $i(t)$, dans le cas où la résistance de la bobine n'est plus négligeable, mais faible.

B2 e) Expliquer alors ce qui se passe dans le circuit du point de vue de l'énergie.

2 Circuit « LC » dans l'hélium liquide ★★

On réalise le circuit « LC » (*fig. 9*) que l'on plonge dans de l'hélium liquide ; dans ce cas, la résistance du circuit est nulle. La capacité du condensateur est alors $C = 2,4 \mu\text{F}$ et le coefficient d'auto-inductance de la bobine est $L = 12,7$ mH.

On désigne par q la charge prise par l'armature (A) du condensateur à l'instant t et par i l'intensité du courant électrique circulant dans le circuit à l'instant t .

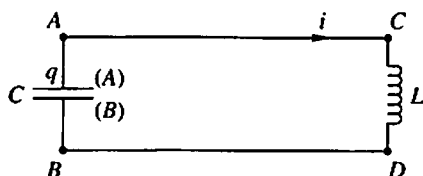


Fig. 9

1° A2 Déterminer l'équation différentielle qui régit l'évolution de la charge q en fonction du temps.

2° B3 a) Vérifier qu'à chaque instant la charge q est une fonction sinusoïdale de la forme :

$$q = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi).$$

b) Calculer la fréquence N_0 propre du circuit oscillant.

3° C1 a) En supposant qu'à l'instant $t = 0$, la charge du condensateur était $Q_m = 37 \mu\text{C}$, exprimer les fonctions $q = f(t)$ et $i = g(t)$.

b) Que dire du déphasage de ces deux fonctions ?

c) Quelle est l'intensité maximale I_m qui circule dans le circuit «LC» ?

3

Analogie ★★

C1 On se propose d'effectuer une étude analogique entre deux oscillateurs non amortis représentés sur les figures 10a et 10b.

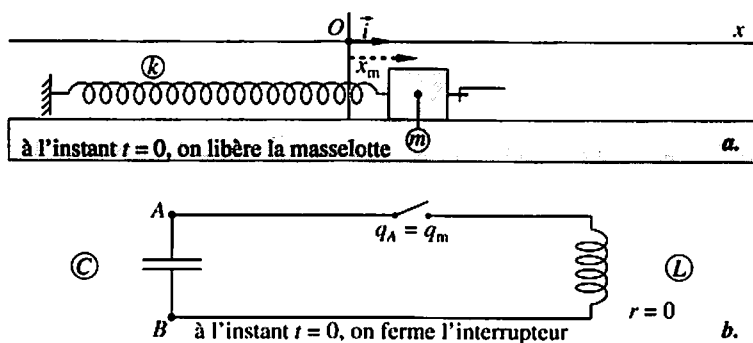


Fig. 10

Schéma	Fig. 10a	Fig. 10b
Condition initiale	À l'instant $t = 0$, on lâche la masse-lotte	À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur
Équation différentielle	$m\ddot{x} + A = 0$	B
Pulsation propre	C	D
Période propre	E	F
Équation des oscillations	G	H
Analogie entre différentes grandeurs utilisées par les oscillateurs mécanique et électrique	m	I
	k	J
	K	q
	L	i
	M	une tension u
Nom de la grandeur dérivée	$\dot{x} : N$	$\dot{q} : O$
Expression temporelle de la grandeur dérivée	P	Q
Nom de l'énergie « d'évolution »	R	S
Expression de l'énergie « d'évolution »	T	U
Nom de l'énergie potentielle	V	W
Expression de l'énergie potentielle	X	Y

Rechercher les expressions des lettres en gras. On pourra refaire un nouveau tableau pour plus de commodité.

4

Oscillateur électrique non amorti et amorti ★★★

1° C1 Établir l'équation différentielle qui régit les oscillations d'un oscillateur électrique non amorti :

- en utilisant l'additivité des tensions;
- en utilisant la conservation de l'énergie de l'oscillateur.

L'oscillateur est constitué par un condensateur de capacité C et par une bobine de coefficient d'auto-inductance L et de résistance nulle.

2° B3 On donne : $C = 560 \mu\text{F}$ et $L = 98 \text{ mH}$.

a) Calculer la pulsation propre de l'oscillateur.

b) Calculer sa période propre.

3° A2 À l'instant où l'on ferme l'interrupteur, le condensateur est sous une tension $U_{AB} = 24,0 \text{ V}$. Déterminer la charge $q(t)$ prise par l'armature (A) du condensateur.

4° C1 On considère maintenant que le circuit possède un conducteur ohmique de résistance R . Établir l'équation différentielle qui régit les oscillations de cet oscillateur électrique amorti en utilisant l'additivité des tensions.

5

Oscillateur horizontal élastique libre et non amorti

★★★

1° C1 Établir l'équation différentielle qui régit les oscillations d'un oscillateur horizontal élastique libre et non amorti :

a) en utilisant la relation de la dynamique ;

b) en utilisant la conservation de l'énergie de l'oscillateur.

L'oscillateur est constitué d'une masselotte de masse m et d'un ressort dont le coefficient de raideur est k .

2° B3 On donne : $m = 253 \text{ g}$ et $k = 12,8 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$.

a) Calculer la pulsation propre de l'oscillateur.

b) Calculer sa période propre.

3° A2 À l'instant du lâcher de la masselotte, l'élongation de celle-ci est $x_m = 6,0 \text{ cm}$. Déterminer l'élongation $x(t)$ de la masselotte.

4° C1 On considère maintenant que le circuit possède une force de frottement visqueux agissant sur l'oscillateur élastique au cours de son mouvement, de la forme $\vec{F} = -f\vec{v}$, où f est un coefficient constant. Établir l'équation différentielle qui régit les oscillations de cet oscillateur mécanique amorti, en utilisant la relation de la dynamique.

6

Étude énergétique du circuit «LC»

★★★

Un circuit «LC» est constitué d'un condensateur de capacité $C = 200 \text{ nF}$ et d'une bobine dont le coefficient d'auto-inductance est $L = 3,7 \text{ mH}$ (fig. 11). Le tout est maintenu à la température de l'ébullition de l'hélium ; dans ces conditions, on considère que la résistance du circuit est nulle.

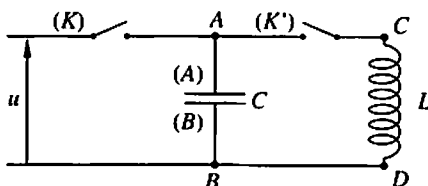


Fig. 11

- 1° L'interrupteur (K') étant ouvert, on charge le condensateur sous une tension $U_m = 12,4$ V, puis on ouvre l'interrupteur (K). Calculer la charge Q_m prise par l'armature (A) du condensateur.
- 2° À un instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur (K'). On appelle $i(t)$ l'intensité du courant électrique dans le circuit à l'instant t et $q(t)$ la charge de l'armature (A) du condensateur à ce même instant t . Établir l'équation différentielle du circuit oscillant.
- 3° Donner les expressions des fonctions temporelles :
- de l'énergie électrique stockée dans le condensateur $\mathcal{E}_{el}(t)$;
 - de l'énergie magnétique stockée dans la bobine $\mathcal{E}_{mag}(t)$.
- c) Représenter ces deux fonctions sur deux périodes.
- 4° a) Calculer l'énergie électromagnétique totale \mathcal{E} du circuit.
b) Vérifier cette conclusion à l'aide de la représentation graphique tracée au 3°.

Protocole expérimental

7

Montage à résistance négative ★★

1° A1 Une bobine dont le coefficient d'auto-inductance est $L = 80$ mH est alimentée par une tension continue $U_1 = 24,0$ V ; l'intensité du courant électrique qui la traverse est alors $I_1 = 0,95$ A.

Quelle grandeur peut-on déterminer à l'issue de cette expérience ? Calculer cette grandeur.

2° C1 On monte en série, avec la bobine, un condensateur de capacité $C = 2,5$ μ F et un dipôle (\mathcal{D}) dit « à résistance négative ».

a) Donner le schéma électrique de ce dipôle.

b) On suppose que l'amplificateur opérationnel (A.O.) fonctionne en régime linéaire. Montrer que la tension existant aux bornes de ce dipôle (AD) est proportionnelle à i circulant dans le circuit oscillant.

c) Quelle doit être la valeur de cette constante de proportionnalité, pour que l'énergie dissipée par effet Joule dans le circuit oscillant soit compensée par l'apport d'énergie électrique fournie par (\mathcal{D}) ?

3° a) En pratique, quelle doit être la valeur de la constante de proportionnalité pour que s'établissent des oscillations électriques dans le circuit oscillant ?

b) Quel est le phénomène qui limite l'amplitude des oscillations électriques dans l'oscillateur ?

4° B3 Calculer la fréquence propre des oscillations électriques existant dans le circuit ainsi constitué.

8

Testez-vous !

Quatre points pour chaque exercice juste noté 1, 2, 3, 4 ou 5. Bon courage !

- 1° a) Établir l'équation différentielle qui régit le mouvement d'un oscillateur mécanique élastique non amorti.
 b) Si la masse de l'oscillateur est 154 g et le coefficient de raideur du ressort utilisé est $4,5 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$, calculer la période des oscillations.
- 2° a) Établir l'équation différentielle qui régit les oscillations d'un oscillateur électrique non amorti.
 b) Si la capacité du condensateur utilisé est 68 μF et le coefficient d'auto-inductance de la bobine du circuit oscillant est 86 mH, calculer la fréquence des oscillations.
- 3° a) Établir l'équation différentielle qui régit le mouvement d'un oscillateur mécanique élastique amorti.
 b) Établir l'équation différentielle qui régit les oscillations d'un oscillateur électrique amorti.
- 4° a) Donner la caractéristique $u_{DA} = f(i)$ du dipôle (D) à résistance négative qui permet de réaliser l'amorçage des oscillations électriques d'un circuit «RLC». La tension u_{DA} est la tension aux bornes du dipôle (D).
 b) À quoi correspondent les trois parties de cette caractéristique $u_{DA} = f(i)$?
- 5° Qu'est-ce que le modèle de Van der Pol ?

9

Auto-évaluation

Dans la (les) case(s) correspondant à la (aux) réponse(s) jugée(s) exacte(s), inscrire «V»; dans la (les) case(s) jugée(s) fausse(s), inscrire «F». Inscrire un tiret (-) à chaque fois que l'on s'abstient.

Toute case correctement remplie entraîne + 1 point. Il est préférable de s'abstenir (0 point) plutôt que de mal remplir la case (- 1 point). La somme algébrique des points donne une note sur 20.

1° On considère un oscillateur mécanique élastique non amorti.

a) Cela veut dire que toute force de frottement agissant sur l'oscillateur est considérée comme nulle



b) L'équation différentielle régissant le mouvement de l'oscillateur s'écrit : $m\ddot{x} + kx = 0$

c) La pulsation propre du mouvement est $\omega_0^2 = \frac{m}{k}$

d) L'équation horaire du mouvement de l'oscillateur est une fonction sinusoïdale du temps

e) L'énergie mécanique de l'oscillateur est constante

2° On considère un oscillateur électrique non amorti.

a) Cela veut dire que la résistance du circuit oscillant est nulle ..

b) L'équation différentielle régissant les oscillations électriques s'écrit : $\ddot{q} + LCq = 0$

c) La période propre des oscillations est : $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

d) L'équation horaire de la charge prise par l'une des armatures du condensateur n'est plus une fonction sinusoïdale du temps

e) L'énergie électromagnétique de l'oscillateur est constante

3° a) L'équation différentielle d'un oscillateur mécanique élastique amorti est : $\ddot{x} + \frac{f}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$, avec f un coefficient de frottement

b) Cette équation différentielle est linéaire mais comporte un terme supplémentaire par rapport à celle qui régit le mouvement d'un oscillateur non amorti; ce terme est dit « terme du premier ordre »

c) Le terme $\frac{f}{m}\dot{x}$ rend compte mathématiquement de l'amortissement des oscillations

d) L'équation différentielle d'un oscillateur électrique amorti est : $\ddot{q} + \frac{R}{L}\dot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$

e) Les oscillations électriques, vérifiant l'équation précédente, décroissent d'une façon exponentielle

4° a) On peut amorcer les oscillations d'un circuit électrique amorti par un dipôle (\mathcal{D}), dit « à résistance négative », placé en série dans le circuit

b) Dans ce cas, il faut donner au conducteur ohmique de (\mathcal{D}) une résistance inférieure à celle du circuit oscillant

- c) Lorsque le régime stationnaire est atteint, l'énergie donnée au circuit oscillant est égale à celle dissipée par effet Joule dans ledit circuit oscillant
- d) L'amplitude des oscillations électriques est limitée par le comportement non linéaire de l'amplificateur opérationnel du dipôle (D)
- e) Le modèle de Van der Pol est un dipôle électrique qui amorce ou amortit les oscillations électriques et que l'on place toujours en dérivation dans le circuit oscillant

CORRIGÉS

1

1° a) En régime permanent continu, l'intensité passant dans la bobine est constante : $i_B = \text{cte}$.

La tension aux bornes de la bobine U_{AB} s'écrit :

$$U_{AB} = ri_B - e = ri_B + L \frac{di_B}{dt}.$$

Comme $i_B = \text{cte}$, $\frac{di_B}{dt} = 0$, et, par hypothèse, $r = 0$.

On a donc : $U_{AB} = 0$.

b) Par définition, $U_{AB} = \frac{Q}{C}$, donc $Q = 0$.

c) L'intensité du courant électrique dans le condensateur est nulle : $I_c = 0$.

L'intensité passant dans la bobine et dans le conducteur ohmique de résistance R est donc :

$$I = I_B = I_R = \frac{E}{R}; \quad I = I_B = I_R = 100 \text{ mA}.$$

2° a) À l'instant initial $t = 0$, l'énergie magnétique stockée dans la bobine est :

$$\mathcal{E}_{\text{mag}} = \frac{1}{2} LI^2.$$

Cette énergie est l'énergie électromagnétique de l'oscillateur électrique :

$$\mathcal{E}_{\text{él-mag}} = \frac{1}{2} LI^2; \quad \mathcal{E}_{\text{él-mag}} = 50 \text{ } \mu\text{J}.$$

b) À un instant t quelconque, la tension aux bornes de la bobine est :

$$u_{AB} = ri - L \frac{di}{dt} = -L \frac{di}{dt}.$$

La tension aux bornes du condensateur est alors :

$$u_{AB} = \frac{q}{C}.$$

Comme $i = \frac{dq}{dt} = \dot{q}$, on a :

$$L\ddot{q} + \frac{1}{C}q = 0, \quad \text{ou encore} \quad \ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0.$$

c) Cette équation différentielle est de la forme $\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0$ avec

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}.$$

Une solution de cette équation différentielle est :

$$\begin{cases} q(t) = q_m \sin(\omega_0 t + \varphi) & (1). \\ i(t) = \dot{q} = q_m \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi) & (2). \end{cases}$$

Lorsque $t = 0$, $q = 0$ et $i = I_0 = -q_m \omega_0$.

En portant dans (1) et (2), on obtient :

$$0 = -\frac{I_0}{\omega_0} \sin \varphi \quad \text{et} \quad I_0 = -I_0 \cos \varphi.$$

On trouve donc : $\varphi = \pi$.

Les équations (1) et (2) s'écrivent :

$$\begin{cases} q(t) = -\frac{I_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t + \pi) \\ i(t) = -I_0 \cos(\omega_0 t + \pi). \end{cases}$$

En simplifiant, on obtient :

$$\begin{cases} q(t) = \frac{I_0}{\omega_0} \sin \omega_0 t & ; & \begin{cases} q(t) = -3,16 \times 10^6 \sin 31,6 \times 10^3 t \\ i(t) = -0,100 \sin 31,6 \times 10^3 t. \end{cases} \\ i(t) = I_0 \cos \omega_0 t \end{cases}$$

$q_m = 3,16 \mu\text{C}$; $I_m = 100 \text{ mA}$ et $\omega_0 = 31,6 \times 10^3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

d) Si R est faible, la fonction intensité $i(t)$ possède une forme semblable à celle de la figure 3.

e) Si la résistance de la bobine est faible, il y a échange d'énergie entre la bobine et le condensateur, avec une perte d'énergie électromagnétique de l'oscillateur par effet Joule.

Il y a donc un amortissement des oscillations électriques dans le circuit.

2

1° Équation différentielle régissant la charge q

À l'instant t , la tension u_{AB} aux bornes du condensateur est :

$$u_{AB} = \frac{q}{C}.$$

À ce même instant, la tension u_{CD} aux bornes de la bobine est :

$$u_{CD} = ri - e, \quad \text{avec} \quad e = -L \frac{di}{dt}.$$

Par hypothèse $r \approx 0$, d'où $u_{CD} = L \frac{di}{dt}$.

L'additivité des tensions s'écrit :

$$u_{AB} + u_{CD} = 0, \text{ ou encore } \frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} = 0 \quad (1).$$

Par définition, $i = \frac{dq}{dt}$, d'où $\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2} = \ddot{q}$.

L'équation (1) s'écrit : $\ddot{q} + \frac{1}{LC} q = 0 \quad (2)$.

2° Solution de l'équation différentielle

a) $q = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$ doit vérifier l'équation (2).

Les dérivées première et seconde s'écrivent :

$$\dot{q} = \omega_0 Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi),$$

$$\ddot{q} = -\omega_0^2 Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi), \text{ ou encore } \ddot{q} = -\omega_0^2 q.$$

$$\text{D'où : } \ddot{q} + \omega_0^2 q = 0 \quad (3).$$

Cette équation différentielle est bien de la même forme que l'équation (2) :

$q = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$ est bien solution de l'équation (2).

b) Par identification des équations (2) et (3), on obtient :

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}, \text{ avec } \omega_0 = 2\pi N_0.$$

$$\text{D'où : } N_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}; \quad N_0 = 912 \text{ Hz.}$$

3° Étude des fonctions $q = f(t)$ et $i = g(t)$

a) Par hypothèse : $\begin{cases} t = 0 \text{ quand } q = Q_m \\ q = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi). \end{cases}$

$$\text{D'où : } Q_m = Q_m \sin \varphi; \quad \sin \varphi = 1 \text{ et } \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$$

La charge q s'écrit alors :

$$q = Q_m \cos \omega_0 t, \text{ ou encore } q = Q_m \cos \sqrt{\frac{1}{LC}} t,$$

avec $t \in D$ où D est la durée pendant laquelle le circuit LC est en régime oscillant.

$$q = 37 \times 10^{-6} \cos(5,73 \times 10^3 t), \text{ en C.}$$

Par définition, $i = \dot{q}$:

$$i = -\omega_0 Q_m \sin \omega_0 t.$$

Ou encore : $i = -\frac{1}{\sqrt{LC}} Q_m \sin \sqrt{\frac{1}{LC}} t$, avec $t \in D$ (4);

$i = -0,212 \sin(5,73 \times 10^3 t)$, en A.

b) Les deux fonctions $q = f(t)$ et $i = g(t)$ sont en quadrature l'une par rapport à l'autre : déphasage de $\frac{\pi}{2}$ rad des fonctions sinus et cosinus.

c) L'intensité maximale circulant dans le circuit est, d'après (4) :

$$I_m = \frac{1}{\sqrt{LC}} Q_m; \quad I_m = 0,212 \text{ A.}$$

3

Fig. 10a	Fig. 10b
$A = kx$	$B = L\ddot{q} + \frac{1}{C} q = 0$
$C = \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$	$D = \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$
$E = T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$	$F = T_0 = 2\pi \sqrt{LC}$
$G = x = x_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$	$H = q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$
$K = x$	$I = L$
$L = v = \dot{x}$	$J = \frac{1}{C}$
$M = \text{une force } \vec{F}$	$O = \text{intensité du courant}$
$N = \text{vitesse de la masselotte}$	$Q = \dot{q} = \omega_0 q_m \cos\left(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$
$P = \dot{x} = \omega_0 x_m \cos\left(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$	$\dot{q} = i = I_m \cos\left(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$
$\dot{x} = v = v_m \cos\left(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$	
$R = \text{énergie cinétique}$	$S = \text{énergie magnétique}$
$T = \mathcal{E}_c = \frac{1}{2} mv^2$	$U = \mathcal{E}_{\text{mag}} = \frac{1}{2} Li^2$
$V = \text{énergie potentielle élastique}$	$W = \text{énergie électrique}$
$X = \mathcal{E}_p = \frac{1}{2} kx^2$	$Y = \mathcal{E}_{\text{el}} = \frac{1}{2C} q^2$

4

1° a) Voir le corrigé de l'exercice 2-1°. On obtient :

$$L\ddot{q} + \frac{1}{C}q = 0, \quad \text{ou} \quad \ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0.$$

b) L'énergie électromagnétique de l'oscillateur s'écrit :

$$\mathcal{E}_{\text{el-mag}} = \frac{1}{2C}q^2 + \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2C}q^2 + \frac{1}{2}L\dot{q}^2.$$

En l'absence de résistance électrique du circuit oscillant, l'énergie reste constante, d'où :

$$\frac{d\mathcal{E}_{\text{el-mag}}}{dt} = \frac{2}{2C}q\dot{q} + \frac{2}{2}L\dot{q}\ddot{q} = 0.$$

Comme $\dot{q} = 0$ n'est pas solution, on a :

$$L\ddot{q} + \frac{1}{C}q = 0, \quad \text{ou} \quad \ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0.$$

2° a) Les équations différentielles obtenues sont de la forme :

$$\ddot{u} = \omega_0^2 u = 0.$$

$$\text{D'où : } \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}; \quad \omega_0 = 135 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}.$$

$$\text{b) Par définition, } T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}.$$

$$\text{D'où : } T_0 = 2\pi\sqrt{LC}; \quad T_0 = 46,5 \text{ ms}.$$

3° Une solution de l'équation différentielle est :

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi).$$

Or, lorsque $t = 0$, $q = q_m = CU$.

$$\text{D'où : } q_m = q_m \cos \varphi, \quad \cos \varphi = 1; \quad \varphi = 0 \pmod{2\pi}.$$

On obtient donc :

$$q(t) = CU \cos \omega_0 t; \quad q(t) = 13,4 \times 10^{-3} \cos(135t), \quad \text{en C}.$$

4° L'additivité des tensions appliquées au circuit oscillant «RLC» donne :

$$u_C + u_R + u_L = 0;$$

$$\frac{q}{C} + Ri + L \frac{di}{dt} = 0, \quad \text{avec } i = \dot{q}.$$

$$\text{D'où : } L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{1}{C}q = 0.$$

5

1° a) Le théorème du centre d'inertie appliqué à la masselotte s'écrit (fig. 12) :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}_G, \quad \text{avec} \quad \vec{T} = -k\vec{OG}.$$

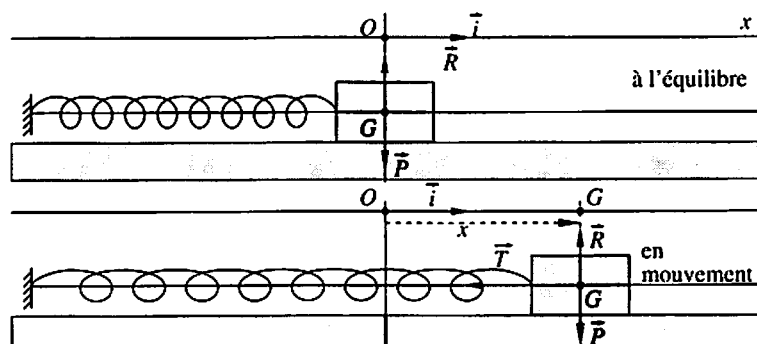


Fig. 12

En projetant sur l'axe (O, \vec{i}) , on a :

$$0 + 0 - kx = ma_G = m\ddot{x}.$$

$$\text{D'où : } m\ddot{x} + kx = 0 \quad \text{ou} \quad \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0.$$

b) L'énergie mécanique \mathcal{E}_m de l'oscillateur élastique est :

$$\mathcal{E}_m = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \text{cte.}$$

$$\frac{d\mathcal{E}_m}{dt} = \frac{1}{2} \times 2 \times kx\dot{x} + \frac{1}{2} \times 2 \times mv\dot{v} = 0.$$

Comme $\dot{x} = 0$ n'est pas solution, on a donc :

$$kx + m\ddot{x} = 0 \quad \text{ou} \quad \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0.$$

2° a) Les équations différentielles obtenues sont de la forme :

$$\ddot{u} + \omega_0^2 u = 0.$$

$$\text{D'où : } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad \omega_0 = 7,11 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}.$$

$$b) T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}; \quad T_0 = 0,88 \text{ s.}$$

3° Une solution de l'équation différentielle est :

$$x = x_m \cos(\omega_0 t + \varphi).$$

Or, lorsque $t = 0$, $x = x_m$.

D'où : $x_m = x_m \cos \varphi$, $\cos \varphi = 1$; $\varphi = 0 \pmod{2\pi}$.

On obtient donc :

$$x(t) = x_m \cos \omega_0 t; \quad x(t) = 6,0 \times 10^{-2} \cos(1,80t), \quad \text{en m.}$$

4° Le théorème du centre d'inertie donne alors :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} + \vec{F} = m\vec{a}_G.$$

En projetant sur l'axe (O, \vec{i}) , on obtient : $0 + 0 - kx - fv = ma_G$.

Comme $v = \dot{x}$, on a : $m\ddot{x} + f\dot{x} + kx = 0$.

6

1° $Q_m = CU_m$; $Q_m = 2,48 \mu\text{C}$.

2° Voir l'exercice 2 : $\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$ (1).

L'équation différentielle (1) est de la forme : $\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0$.

D'où : $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$; $\omega_0 = 3,7 \times 10^4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

3° a) À un instant donné t , la charge prise par le condensateur est une solution de l'équation différentielle (1). Soit :

$$q = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi).$$

D'autre part : $\begin{cases} \text{quand } t = 0 : q = Q_m \\ \text{et } q = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi). \end{cases}$

D'où : $Q_m = Q_m \sin \varphi$, $\sin \varphi = 1$ et $\varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$.

D'où : $q = Q_m \cos(\omega_0 t)$.

L'énergie électrique stockée par le condensateur en fonction du temps est :

$$\mathcal{E}_{\text{el}}(t) = \frac{Q_m^2}{2C} \cos^2(\omega_0 t), \quad \text{avec } t \in [0; 2T].$$

$$\mathcal{E}_{\text{el}}(t) = 15,4 \cos^2(3,7 \times 10^4 t), \quad \text{en } \mu\text{J}.$$

b) L'intensité passant dans le circuit « LC » est telle que :

$$i = \dot{q}, \quad \text{soit : } i = -\omega_0 Q_m \sin(\omega_0 t).$$

L'énergie magnétique stockée par la bobine en fonction du temps est donc :

$$\mathcal{E}_{\text{mag}}(t) = \frac{L\omega_0^2 Q_m^2}{2} \sin^2(\omega_0 t), \quad \text{avec } t \in [0; 2T].$$

$$\mathcal{E}_{\text{mag}}(t) = 15,4 \sin^2(3,7 \times 10^4 t), \quad \text{en } \mu\text{J}.$$

c) La représentation graphique des fonctions $\mathcal{E}_{\text{el}}(t)$ et $\mathcal{E}_{\text{mag}}(t)$ est donnée par la figure suivante.

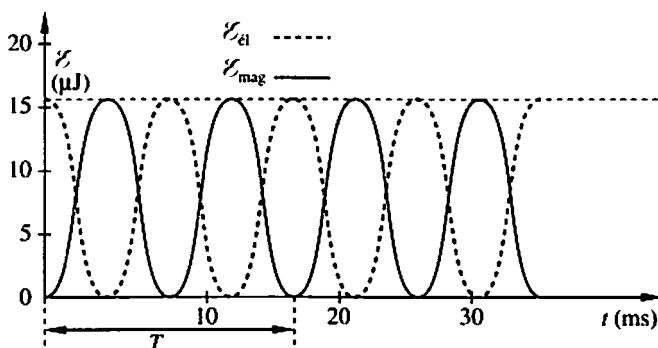


Fig. 13

4° a) À chaque instant, on a : $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\text{el}}(t) + \mathcal{E}_{\text{mag}}(t)$.

$$\mathcal{E} = \frac{Q_m^2}{2C} \cos^2(\omega_0 t) + \frac{L\omega_0^2 Q_m^2}{2} \sin^2(\omega_0 t).$$

$$\text{Or } \omega_0^2 = \frac{1}{LC}, \text{ d'où : } \mathcal{E} = \frac{Q_m^2}{2C} (\cos^2 \omega_0 t + \sin^2 \omega_0 t).$$

$$\text{Ou encore : } \mathcal{E} = \frac{Q_m^2}{2C} \quad (2).$$

L'énergie totale du circuit est constante.

Remarque. Comme $I_m = \omega_0 Q_m$, l'expression (2) s'écrit encore :

$$\mathcal{E} = \frac{I_m^2}{2C\omega_0^2}; \quad \mathcal{E} = \frac{LI_m^2}{2}.$$

b) Sur la représentation graphique de la figure 13, on vérifie bien qu'à chaque instant :

$$\mathcal{E}_{\text{el}}(t) + \mathcal{E}_{\text{mag}}(t) = \mathcal{E}, \text{ avec } \mathcal{E} = 1,54 \times 10^{-5} \text{ J.}$$



Protocole expérimental

1° On peut déterminer la résistance de la bobine. La tension aux bornes d'une bobine est donnée par l'expression :

$$u = ri + L \frac{di}{dt}. \text{ Comme } i = \text{cte}, \frac{di}{dt} = 0 \text{ et } u = ri.$$

Dans l'expérience, $u = U_1$ et $i = I_1$.

$$\text{D'où : } r = \frac{U_1}{I_1}; \quad r = 25,3 \, \Omega.$$

2° a)

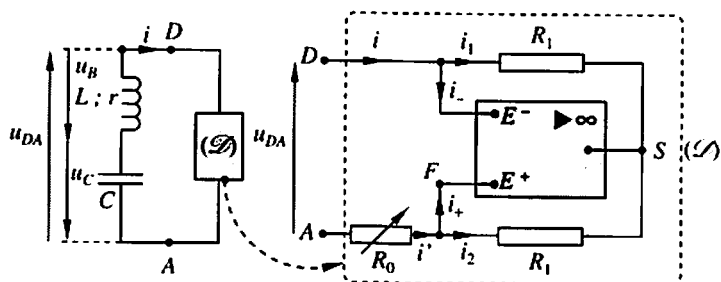


Fig. 14

b) L'A.O. fonctionnant en régime linéaire, on a :

$$i_- = i_+ = 0 \quad \text{et} \quad U_{E^+E^-} = 0.$$

Cela implique dans le dipôle (D), les égalités suivantes :

$$i_1 = i; \quad i_2 = i'; \quad u_{DA} = u_{FA}; \quad u_{DS} = u_{FS}.$$

Dans les deux conducteurs ohmiques de résistance R_1 , la loi d'Ohm s'écrit :

$$u_{FS} = R_1 i' \quad \text{et} \quad u_{DS} = R_1 i.$$

On en conclut que : $i = i'$.

La loi d'Ohm appliquée entre les points E et A donne :

$$u_{DA} = u_{FA} = -R_0 i = Ki.$$

L'A.O. fonctionne bien en régime linéaire.

c) L'additivité des tensions appliquées au circuit donne :

$$u_B + u_C + U_{DA} = 0; \quad ri + L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} + (-R_0 i) = 0;$$

$$L\ddot{q} + (r - R_0)\dot{q} + \frac{1}{C}q = 0.$$

Si l'on veut que l'énergie électromagnétique de l'oscillateur reste constante, il faut que : $r = R_0 = |K|$.

Dans ce cas, la puissance perdue par effet Joule dans le circuit oscillant «RLC» est compensée par une puissance électrique donnée par le dipôle (D) au circuit oscillant.

3° a) En pratique, la valeur de la résistance R_0 doit être supérieure à r pour que les oscillations électriques s'amorcent : la puissance électrique apportée par le dipôle (D) est supérieure à la puissance perdue par effet Joule dans l'oscillateur.

b) L'amplitude de la tension u_{DA} est limitée par le comportement non linéaire de l'amplificateur opérationnel.

- Si $|i| < I_0$, l'équation différentielle vérifiée par q est, avec R résistance du circuit :

$$L\ddot{q} - R\dot{q} + \frac{1}{C}q = 0, \quad \text{ou encore} \quad L\ddot{i} - R\dot{i} + \frac{1}{C}i = 0.$$

Cette équation différentielle rend compte de la phase d'amorçage des oscillations.

- Si $|i| > I_0$, le comportement non linéaire de l'A.O. fait que les oscillations électriques se stabilisent.

4° La fréquence des oscillations est alors :

$$N_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}; \quad N_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}; \quad N_0 = 356 \text{ Hz.}$$

8

Les réponses au test

1° a) Voir *Ce qu'il faut savoir*, I-1.a).

b) $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$; $T_0 = 1,16 \text{ s.}$

2° a) Voir *Ce qu'il faut savoir*, I-1.b).

b) $N_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}$; $N_0 = 65,8 \text{ Hz.}$

3° a) Voir l'exercice 5-4°.

b) Voir l'exercice 4-4°.

4° a) Voir la figure 6.

b) Voir *Ce qu'il faut savoir*, III-2.

5° a) Voir *Ce qu'il faut savoir*, III-3.

9

1° a) V; b) V; c) F; d) V; e) V.

2° a) V; b) F; c) V; d) F; e) V.

3° a) V; b) V; c) V; d) V; e) V.

4° a) V; b) F; c) V; d) V; e) F.

13

Lumière, modèle ondulatoire

Ce qu'il faut savoir

I – LES LIMITES DU MODÈLE DU « RAYON LUMINEUX »

- La lumière issue d'une source se propage dans un milieu homogène, suivant des demi-droites appelées **rayons lumineux**.
- Il est impossible d'isoler un rayon lumineux à cause du phénomène de **diffraction** : modification de la direction de propagation de la lumière à son passage à travers une petite ouverture.

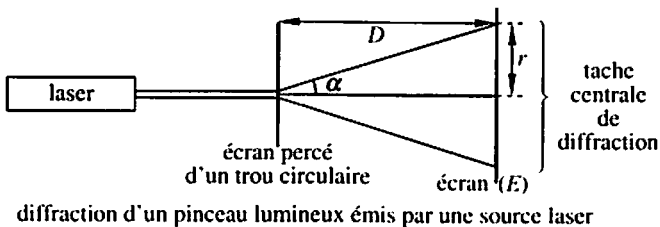


Fig. 1

II – MODÈLE ONDULATOIRE

1. Présentation du modèle

La lumière est constituée de vibrations qui se propagent sous forme d'ondes. Chaque radiation lumineuse est caractérisée par une fréquence ν indépendante du milieu de propagation. Chaque fréquence est caractéristique d'une couleur, on parle alors de radiation monochromatique.

2. Vitesse de propagation (ou célérité)

Dans le vide, la lumière se propage à la vitesse c dont on utilise le plus souvent la valeur approchée :

$$c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Dans l'air, la vitesse de la lumière est pratiquement égale à c . Dans les autres milieux transparents, la valeur de la vitesse de propagation de la lumière est plus petite que dans le vide.

On appelle indice de réfraction n_i d'un milieu transparent, le quotient de la vitesse c de la lumière dans le vide par sa vitesse c_i dans le milieu considéré :

$$n_i = \frac{c}{c_i}.$$

3. Longueur d'onde

La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde lumineuse pendant une durée égale à sa période.

$\lambda = cT = \frac{c}{\nu}$	λ , longueur d'onde (m); ν , fréquence (Hz); T , période (s); c , vitesse de la lumière ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$).
--------------------------------	--

Remarques

La longueur d'onde d'une radiation monochromatique dépend du milieu dans lequel elle se propage. On notera λ_0 la longueur d'onde dans le vide (ou dans l'air).

Les longueurs d'onde dans l'air des radiations lumineuses visibles sont comprises entre environ $0,40 \mu\text{m}$ (violet) et $0,75 \mu\text{m}$ (rouge).

III – DIFFRACTION

☒ La diffraction est un phénomène propre à toutes les ondes et constitue une preuve incontestable du caractère ondulatoire de la lumière. Elle se produit quand la lumière traverse une ouverture ou rencontre un obstacle, dont les dimensions sont du même ordre de grandeur que la longueur d'onde.

☒ La diffraction ne modifie ni la fréquence ni la vitesse de propagation, elle modifie la direction de propagation.

☒ Plus l'ouverture est petite, plus le faisceau diffracté est large (*fig. 1*).

$$\alpha = \frac{r}{D}.$$

IV – INTERFÉRENCES LUMINEUSES

1. Le phénomène d'interférence

La superposition de deux ondes de même longueur d'onde issues de deux sources S_1 et S_2 est :

- constructive si les ondes sont en phase ;
- destructive si les ondes sont en opposition de phase.

Il existe alors un phénomène d'interférences qui peut se traduire, dans certaines circonstances, par l'observation de **franges d'interférence**.

2. Interférences en lumière monochromatique

■ Conditions d'interférence : il n'est pas possible d'obtenir des franges d'interférence avec deux sources indépendantes. Il faut donc réaliser deux images S_1 et S_2 d'une même source de lumière monochromatique ponctuelle S . On obtient ainsi deux sources **cohérentes** entre elles, condition nécessaire à la réalisation d'interférences d'ondes lumineuses de même fréquence.

■ On appelle différence de marche δ la différence des distances d_1 et d_2 parcourues dans l'air (assimilé au vide) par la lumière issue de S_1 et S_2 . La superposition des ondes lumineuses en un point M de l'écran est :

- constructive si $\delta = d_2 - d_1 = k\lambda$; la luminosité est maximale ;
- destructive si $\delta = d_2 - d_1 = k\lambda + \frac{\lambda}{2}$; la luminosité est nulle.

■ Les franges d'interférence alternativement brillantes et obscures, observées sur l'écran E , sont rectilignes, parallèles, de direction perpendiculaire à celle du segment S_1S_2 . Les franges brillantes sont équidistantes (il en est de même pour les franges obscures). L'équidistance des franges est appelée **interfrange** i .

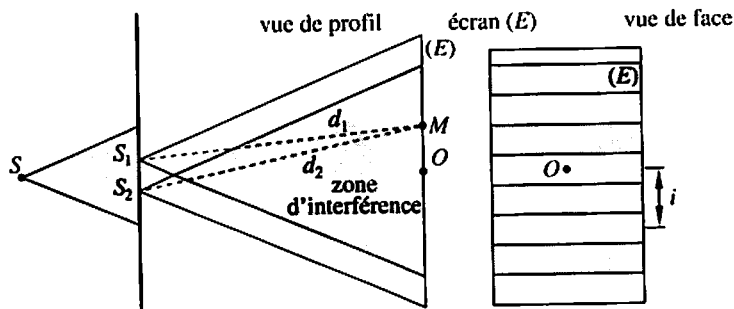


Fig. 2

■ L'interfrange est proportionnel à la longueur d'onde λ de la lumière monochromatique issue de S .

Le phénomène d'interférence est une autre manifestation de la nature ondulatoire de la lumière.

V – LES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

- Une onde électromagnétique est constituée d'un champ électrique \vec{E} et d'un champ magnétique \vec{B} ne pouvant exister l'un sans l'autre, se propageant simultanément, à la même vitesse, dans la même direction. La lumière est un exemple d'onde électromagnétique.
- Toutes les ondes électromagnétiques se propagent dans le vide avec la même vitesse c .
- Selon l'ordre de grandeur de leurs longueurs d'onde, les ondes électromagnétiques sont classées de la manière suivante :

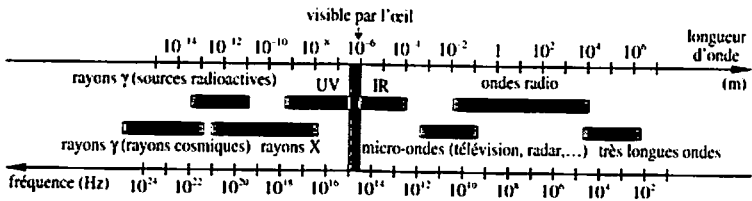


Fig. 3

ÉNONCÉS

Sauf indications contraires, dans tous les exercices proposés, la lumière se propage dans l'air.

La vitesse de propagation de la lumière dans le vide et dans l'air :

$$c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

1 France-Info et RMC ★

- 1° A1 Quel est le domaine de fréquence de la lumière visible ?
- 2° B3 À Paris, *France-Info* émet sur une fréquence égale à 105,5 MHz. Quelle est la longueur d'onde de l'onde porteuse ?
- 3° B3 Quelle est la fréquence de l'onde porteuse émise par *Radio Monte-Carlo* dont la longueur d'onde est égale à 1 400 m ?

2 Différence de marche ★

Deux sources ponctuelles S_1 et S_2 émettent des ondes lumineuses monochromatiques de même longueur d'onde λ .

- 1° A1 Quelle condition doivent vérifier nécessairement les deux sources pour que l'on puisse observer un phénomène d'interférence ?
- 2° A1 Comment réalise-t-on pratiquement cette condition ?
- 3° B4 Soit un point M distinct de S_1 et S_2 . Faire un schéma montrant la différence de marche δ des deux ondes au point M .
- 4° A1 Exprimer les conditions d'interférences constructives puis destructives.

3 Diffraction par une fente fine ★

On réalise une expérience de diffraction à travers une fente fine de largeur $b = 0,20 \text{ mm}$ éclairée par une source laser de longueur d'onde $\lambda = 0,633 \mu\text{m}$. On observe la figure de diffraction formée sur un écran situé à une distance $D = 1,0 \text{ m}$ du plan de la fente.

- 1° A2 Quelle est la largeur de la tache centrale de diffraction ?
- 2° A2 On réduit progressivement la largeur de la fente à l'aide d'une vis de réglage micrométrique. Qu'observe-t-on sur l'écran ?

4 Détermination d'une longueur d'onde par comparaison ★

On éclaire, sous incidence normale, deux fentes fines très proches l'une de l'autre. Elles sont percées dans un écran opaque par de la lumière monochromatique émise par une source laser de longueur

d'onde $\lambda = 0,633 \mu\text{m}$. On observe, sur un écran parallèle au plan des fentes, des franges d'interférence dont on mesure à l'aide d'un micromètre l'interfrange $i = 0,95 \text{ mm}$. On remplace la source laser par une source de lumière monochromatique. Avec le même dispositif expérimental, on mesure la distance d séparant le centre d'une première frange sombre du centre de la dixième frange sombre suivante : $d = 7,4 \text{ mm}$.

- 1° C1 À combien d'interfranges cette distance est-elle égale ?
- 2° B3 Quelle est la valeur de l'interfrange ?
- 3° A2 Quelle est la longueur d'onde de la lumière émise par la source ?

5

Rayons X ★★

Les rayons X sont des ondes électromagnétiques de très courte longueur d'onde, de l'ordre de 10^{-10} m . L'absorption des rayons X par la matière augmente avec l'épaisseur de la substance traversée ainsi qu'avec le numéro atomique Z des éléments chimiques qui la constituent.

On crée un faisceau de rayons X de longueur d'onde

$$\lambda = 0,709 \times 10^{-10} \text{ m}$$

en bombardant du molybdène par un faisceau d'électrons très énergétiques.

- 1° A1 Calculer la fréquence de ces rayons X.

2° Radiographie

On doit radiographier à l'aide de ces rayons X, un os de largeur $l = 1,5 \text{ cm}$. On place la source quasi ponctuelle de rayons X à $D = 1 \text{ m}$ du plan moyen de l'os et on forme son image sur une plaque photographique située parallèlement, à $d = 20 \text{ cm}$ derrière ce plan.

- A2 a) Montrer que l'on peut négliger le phénomène de diffraction.
- C1 b) Quelle est la largeur l' de l'image de l'os observée sur la plaque photographique ?
- C2 c) On radiographie une jambe. Pour quelle raison n'observe-t-on que l'image des os ?

3° Cristallographie

A2 a) Pour quelle raison peut-on utiliser la diffraction des rayons X à travers un cristal pour étudier sa structure ?

A2 b) Dans un cristal de sel gemme, la distance entre deux atomes les plus proches est égale à $2,81 \times 10^{-10} \text{ m}$. Quelle est la largeur de la tache de diffraction produite sur une plaque photographique placée à une distance de $1,0 \text{ m}$?

6

Étude d'un texte ★★★

Les fentes d'Young

Deux fentes fines rectangulaires S_1 et S_2 , d'ouverture très petite, sont percées dans un écran opaque E_0 , à une distance $a = 0,50$ mm l'une de l'autre. On les éclaire grâce à une troisième fente S percée dans un écran E_1 parallèle à E_0 et derrière lequel a été placée une lampe à vapeur de sodium. La longueur d'onde de la lumière dans le vide est : $\lambda_0 = 589$ nm. S est située à égale distance de S_1 et de S_2 . On place un écran E_2 parallèlement au plan E_0 à une distance $D = 1,00$ m de celui-ci.

Les deux fentes fines S_1 et S_2 se comportent comme deux sources cohérentes de lumière monochromatique. Les faisceaux de lumière diffractée par S_1 et S_2 interfèrent et l'on observe sur l'écran E_2 des franges d'interférence horizontales alternativement brillantes et obscures. La différence des distances de S_1 et S_2 à un point M de E_2 , repéré par son ordonnée y , comptée à partir du centre O de E_2 , est donnée dans la zone d'interférence, avec une bonne approximation, par :

$$S_2M - S_1M = \delta = \frac{ay}{D}.$$

On repère la position des franges par leur ordonnée y .

Les franges brillantes observées sont des lignes d'équations $y = cte$, telles que $\delta = k\lambda_0$. Ce sont des droites perpendiculaires à la direction (S_1S_2).

L'interfrange i est égal à la variation d'ordonnée y correspondant à la variation d'une unité du nombre entier k . On en déduit l'expression de l'interfrange :

$$i = \frac{\lambda_0 D}{a}.$$

- 1° A1 Donner la définition des mots suivants : opaque, monochromatique, interfrange.
- 2° A2 Quels sont les renseignements, donnés dans le texte, qui justifient l'existence des phénomènes de diffraction et d'interférence dont on parle ?
- 3° A2 Quelle condition doit vérifier δ pour que l'on observe au point M une frange brillante ?
- 4° C1 Quel renseignement, donné dans le texte, permet de déterminer la direction des fentes S d'une part, S_1 et S_2 d'autre part ? Quelle est cette direction ?
- 5° C2 Justifier à partir de l'expression de δ l'expression de l'interfrange i , par un calcul littéral.
- 6° B3 Calculer l'interfrange dans les conditions décrites dans le texte. Justifier le nombre de chiffres significatifs.

7° A2 Donner un exemple d'application pratique d'un tel dispositif.

7

Diffraction de Fraunhofer ★★★

La figure de diffraction produite par une ouverture circulaire, observée sur un écran (E), consiste en un disque central brillant (disque d'Airy) entouré d'anneaux successivement brillants et sombres (fig. 4).

Si ρ est le diamètre d'ouverture, la mesure de l'angle de diffraction α , correspondant à la tache centrale, a pour expression :

$$\alpha = 1,22 \frac{\lambda}{\rho}$$

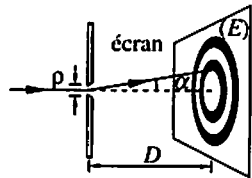


Fig. 4

1° A2 Exprimer le diamètre d de la tache centrale en fonction de α et de la distance D de l'écran à l'ouverture.

2° A2 Comment varie ce diamètre d quand on diminue le diamètre d'ouverture ?

3° B3 On éclaire l'ouverture avec une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0,578 \mu\text{m}$. Calculer le diamètre de l'ouverture sachant que l'on observe une tache centrale de diamètre $d = 3,50 \text{ mm}$ sur l'écran situé à $0,50 \text{ m}$ de l'ouverture.

4° C1 On change de source lumineuse. On éclaire maintenant l'ouverture avec une source de lumière monochromatique de longueur d'onde λ inconnue. Montrer que l'on peut utiliser le dispositif précédent pour déterminer expérimentalement la valeur de λ .

5° B3 Donner un encadrement de la valeur numérique de λ connaissant le résultat de la mesure de d : $3,70 < d < 3,80 \text{ mm}$.

6° C2 Évaluer la précision de cette méthode de détermination d'une longueur d'onde. La comparer avec celle d'une autre méthode que vous connaissez.

Protocole expérimental

8

Bimiroir de Fresnel ★★★

On se propose d'observer des franges d'interférence lumineuses et de mesurer la distance séparant les centres de deux franges brillantes (ou sombres) consécutives. Pour cela, on dispose d'un banc optique et des accessoires suivants :

- une source de lumière blanche,
- une fente source très étroite ($5/100 \text{ mm}$),
- un bimiroir en plexiglas noir teinté dans la masse,

- un écran blanc mat,
 - un oculaire micrométrique,
 - un jeu de filtres permettant de sélectionner chacun une longueur d'onde particulière.
- Tous ces accessoires sont mobiles sur le banc optique.

A. Dispositif expérimental

- 1° A2 Quelle doit être la direction de la fente source par rapport à celle de l'arête commune des deux miroirs ?
- 2° B4 Faire le schéma simplifié du montage permettant l'observation sur l'écran de franges d'interférence, sans tracer la marche des rayons lumineux. On précisera sur le schéma la direction de la fente source.
- 3° A2 Pourquoi utilise-t-on des miroirs teintés en noir ?
- 4° A2 Qu'est-ce qu'un oculaire micrométrique ? À quoi sert-il ?

B. Mesure de l'interfrange

- 1° A2 Tracer la marche des rayons lumineux couvrant la totalité des miroirs et issus de la fente source S représentée ponctuelle sur le schéma.
- 2° A2 Montrer qu'avec ce dispositif, on se trouve bien dans les conditions nécessaires à l'obtention d'interférences lumineuses. Hachurer, sur le schéma précédent, la zone d'interférence, c'est-à-dire le faisceau interférentiel.
- 3° C1 On supprime l'écran d'observation et on place sur le trajet du faisceau interférentiel, l'oculaire muni d'un filtre laissant passer une lumière de longueur d'onde $\lambda_1 = 0,490 \mu\text{m}$. On compte alors cinq interfranges sur 1,0 mm. Sans déplacer l'oculaire, on remplace le filtre utilisé par un autre laissant passer la radiation lumineuse de longueur d'onde λ_2 . On mesure alors cinq interfranges sur 1,2 mm. Quelle est la valeur de λ_2 ?
- 4° C2 On replace l'écran à la place de l'oculaire. Quelle est la couleur de la frange centrale, en l'absence de tout filtre ? Décrire, en le justifiant, l'aspect des franges situées de part et d'autre de la frange centrale.



Testez-vous !

Quatre points à chaque exercice juste. Bon courage !

- 1° Donner un ordre de grandeur de la longueur d'onde des ondes électromagnétiques suivantes :
 - a) rayons X ;
 - b) rayons γ ;
 - c) lumière visible ;
 - d) grandes ondes.

- 2° On veut réaliser une expérience de diffraction d'une lumière monochromatique de longueur d'onde λ , à travers une petite ouverture circulaire de diamètre ρ .
- Quelle condition doit vérifier ρ pour que le phénomène se produise ?
 - Comment varient les dimensions de la tache centrale de diffraction si, les autres paramètres restant constants, on éloigne l'écran d'observation ? on diminue le diamètre ρ ? on diminue la valeur de λ ?
- 3° On réalise l'expérience d'interférences lumineuses à l'aide du dispositif des fentes d'Young, en lumière monochromatique.
- Quelle est la différence de marche des rayons lumineux en un point O équidistant des fentes source S_1 et S_2 ?
 - La frange centrale est-elle brillante ou noire ?
 - Dans quel sens se déplace la frange centrale quand la source S se déplace verticalement vers le bas ?
 - Dans quel sens se déplace la frange centrale quand on intercale sur le chemin de la lumière issue de S_1 un film transparent de faible épaisseur ?
- 4° Compléter la phrase suivante : « Il y a interférences lumineuses lorsqu'il y a de deux lumineuses de même et provenant de deux sources ».
- Choisir les mots dans la liste suivante : diffraction, cohérentes, ondes, superposition, longueur d'onde, construction.
- 5° Rappeler les conditions nécessaires à la réalisation :
- d'interférences lumineuses,
 - de diffraction de la lumière,
 - d'interférence constructive,
 - d'interférence destructive.

10**Auto-évaluation**

Dans la (les) case(s) correspondant à la (aux) réponse(s) jugée(s) exacte(s), inscrire « V » ; dans la (les) case(s) jugée(s) fautive(s), inscrire « F ». Inscrire un tiret (-) à chaque fois que l'on s'abstient.

Toute case correctement remplie entraîne + 1 point. Il est préférable de s'abstenir (0 point) plutôt que de mal remplir la case (- 1 point). La somme algébrique des points donne une note sur 20.

1° La nature ondulatoire de la lumière est mise indiscutablement en évidence par les phénomènes suivants :

- a) réfraction
- b) diffraction
- c) réflexion
- d) interférences

2° Une onde lumineuse monochromatique passe de l'air dans l'eau ; les grandeurs suivantes sont modifiées :

- a) vitesse de propagation
- b) fréquence
- c) longueur d'onde
- d) direction de propagation

3° La diffraction d'une onde lumineuse modifie :

- a) sa vitesse de propagation
- b) sa fréquence
- c) sa direction de propagation
- d) sa longueur d'onde

4° On place un filtre jaune sur l'un des deux miroirs de Fresnel éclairé en lumière blanche, et un filtre bleu sur l'autre. On observe des franges d'interférence :

- a) jaunes
- b) bleues
- c) vertes
- d) pas de frange

5° On produit à l'aide des fentes d'Young un système de franges d'interférence en lumière monochromatique, que l'on observe sur un écran. La valeur de l'interfrange augmente :

- a) avec la longueur d'onde
- b) avec la fréquence
- c) quand on éloigne l'écran
- d) quand on remplace l'air par un autre milieu transparent

CORRIGÉS

1 1° Les longueurs d'onde λ_0 associées aux radiations lumineuses visibles sont telles que :

$$0,40 < \lambda_0 < 0,75 \mu\text{m}.$$

Et comme $v = \frac{c}{\lambda_0}$, on en déduit :

$$4,0 \times 10^{14} < v < 7,5 \times 10^{14} \text{ Hz}.$$

2° La longueur d'onde λ , de l'onde porteuse des émissions de *France-Info* est :

$$\lambda = \frac{c}{v}, \text{ d'où : } \lambda = 2,84 \text{ m}.$$

3° De même, la fréquence de l'onde porteuse de *RMC* est :

$$v = 214,2 \text{ kHz}.$$

2 1° Les sources S_1 et S_2 doivent être cohérentes.

2° On crée deux images S_1 et S_2 de la même source S . Cela est réalisé avec différents dispositifs : le bimiroir de Fresnel, les fentes d'Young, par exemple.

3°

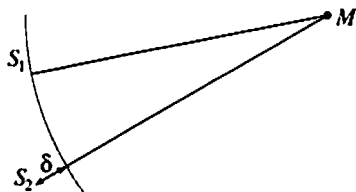


Fig. 5

4° Voir *Ce qu'il faut savoir*, IV-2.

3 1° La mesure de l'angle de diffraction θ d'une fente fine de largeur b

est de l'ordre de : $\theta = \frac{\lambda}{b}$.

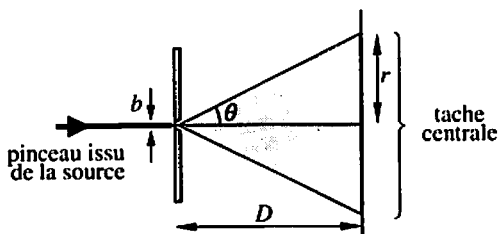


Fig. 6

Soit r la demi-largeur de la tache centrale de diffraction. θ est assez petit pour que l'on puisse écrire :

$$\tan \theta \approx \theta = \frac{r}{D};$$

$$\text{d'où la largeur } l : l = 2r = 2D \frac{\lambda}{b}; \quad l = 6,3 \text{ mm.}$$

2° l est inversement proportionnel à b . Si b diminue, la tache centrale de diffraction s'agrandit.

4

1° Entre n franges sombres consécutives, il y a $(n - 1)$ intervalles.

Donc $d = 9i_2$ (fig. 2).

2° $i_2 = 0,82 \text{ mm}$.

3° L'interfrange est proportionnel à la longueur d'onde :

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{i_2}{i_1}; \quad \lambda_2 = \lambda_1 \frac{i_2}{i_1}; \quad \lambda_2 = 0,548 \mu\text{m} \quad (\text{raie verte de mercure}).$$

5

1° $v = \frac{c}{\lambda}; \quad v = 4,23 \times 10^{18} \text{ Hz}$.

2° a) La taille de l'os n'est pas du même ordre de grandeur que la longueur d'onde. On peut donc négliger le phénomène de diffraction.

b)

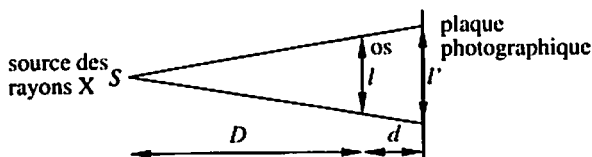


Fig. 7

Comme les rayons X se propagent en ligne droite, la largeur l' de l'image de l'os est telle que :

$$\frac{l'}{l} = \frac{(D+d)}{D}. \quad \text{D'où } l' = l \frac{D+d}{D}; \quad l' = 1,8 \text{ cm.}$$

c) Les os contiennent du phosphore ($Z = 15$) et du calcium ($Z = 20$), éléments chimiques plus absorbants que le carbone ($Z = 6$), l'oxygène ($Z = 8$), l'hydrogène ($Z = 1$) et l'azote ($Z = 14$) qui sont les principaux éléments constituant la peau, les muqueuses et les muscles.

3° a) Les dimensions des mailles d'un cristal sont du même ordre de grandeur que les longueurs d'onde, des rayons X.

b) Même raisonnement que dans l'exercice 3. La largeur l de la tache de diffraction est : $l = 2D \frac{\lambda}{b}$.

On a : $D = 1,0 \text{ m}$; $b = 2,81 \times 10^{-10} \text{ m}$; $\lambda = 0,709 \times 10^{-10} \text{ m}$.

D'où : $l = 50 \text{ cm}$.

6

1° **Opaque** : ne laisse pas passer la lumière.

Monochromatique : voir *Ce qu'il faut savoir*, II-1.

Interfrange : voir *Ce qu'il faut savoir*, IV-2.

2° **Diffraction** : ouverture très petite des fentes fines, de l'ordre de la longueur d'onde.

Interférence : S_1 et S_2 sont des sources cohérentes.

3° $\delta = k\lambda_0$, k entier.

4° Les franges rectilignes sont parallèles aux fentes S , S_1 , S_2 ; ces dernières sont donc horizontales.

5° L'interfrange est la distance qui sépare deux franges brillantes consécutives repérées respectivement par leurs ordonnées y_1 et y_2 . Les différences de marche sont :

$$\delta_1 = a \frac{y_1}{D} = k\lambda_0; \quad y_1 = k \frac{D}{a} \lambda_0;$$

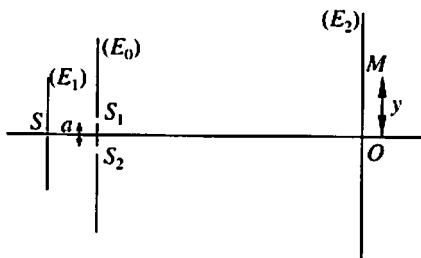


Fig. 8

$$\delta_2 = a \frac{y_2}{D} = (k+1)\lambda_0; \quad y_2 = (k+1) \frac{D}{a} \lambda_0;$$

$$i = y_2 - y_1; \quad i = \lambda_0 \frac{D}{a}.$$

$$6^\circ \quad i = 1,18 \text{ mm.}$$

Toutes les données sont exprimées avec trois chiffres significatifs.

7° On peut déterminer la longueur d'onde inconnue d'une radiation lumineuse monochromatique à partir d'une mesure d'interfrange.

$$7 \quad 1^\circ \quad d = 2,44 \lambda \frac{D}{\rho}.$$

2° d croît quand ρ décroît.

$$3^\circ \quad \rho = 2,44 \lambda \frac{D}{d}; \quad \rho = 0,20 \text{ mm.}$$

4° En gardant le même dispositif (ρ et D constants), on utilise la relation de proportionnalité entre le diamètre d de la tache centrale et la longueur d'onde :

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}, \quad \text{d'où : } \lambda_2 = \lambda_1 \frac{d_2}{d_1}.$$

Il suffit donc de mesurer le diamètre de la tache centrale pour déterminer λ .

$$5^\circ \quad 0,611 \leq \lambda \leq 0,627 \mu\text{m.}$$

La troisième décimale n'est pas significative, il vaut mieux écrire :
 $0,61 < \lambda < 0,63 \mu\text{m}.$

$$6^\circ \quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx \frac{1}{60} < \frac{2}{100}.$$

La précision des résultats dépend essentiellement de la précision de la mesure de d .

La détermination d'une longueur d'onde à partir d'une mesure d'interfranges à l'aide d'un oculaire micrométrique semble plus judicieuse.

8 Protocole expérimental

A. Dispositif expérimental

1° Fente source (F) parallèle à l'arête (Δ) commune aux deux miroirs M_1 et M_2 .

2° Vue de haut.

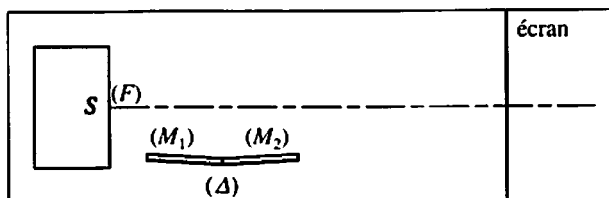


Fig. 9

3° Pour éviter les doubles réflexions sur chacune des faces de chaque miroir.

4° Système optique permettant les mesures au $1/10^{\circ}$ de mm par déplacement de l'oculaire perpendiculairement aux franges.

B. Mesure de l'interfrange

1°

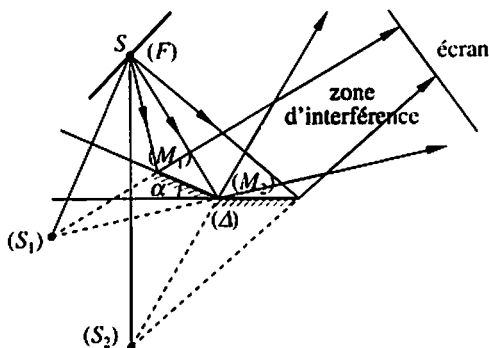


Fig. 10

2° Les faisceaux réfléchis par le bimiros semblent provenir de S_1 et S_2 images de S , données par chacun des miroirs. S_1 et S_2 se comportent comme deux sources cohérentes de lumière blanche.

3° $i_1 = 0,20$ mm; $i_2 = 0,24$ mm.

$$\lambda_2 = \lambda_1 \frac{i_2}{i_1}; \quad \lambda_2 = 0,588 \text{ } \mu\text{m}.$$

4° On appelle frange centrale la frange brillante telle que la différence de marche des rayons lumineux semblant provenir de S_1 et de S_2 , soit nulle. Sa position sur l'écran est telle que $S_2M = S_1M$, et cela quelle que soit la valeur de la longueur d'onde.

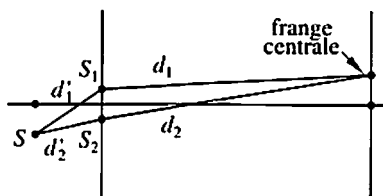
Il y a donc superposition en ce point des franges brillantes de toute la radiation composant la lumière blanche et reconstitution de cette lumière blanche en ce point.

L'interfrange est proportionnel à la longueur d'onde. Quand on s'éloigne de la frange centrale, les systèmes de franges correspondant à chaque couleur se décalent. On observe une irisation des premières franges brillantes blanches de part et d'autre de la frange centrale.

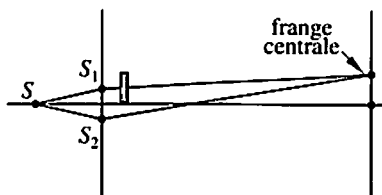
9

Les réponses au test

- 1° a) 10^{-10} m. b) 10^{-15} m. c) $0,5 \mu\text{m}$. d) 10^3 m.
 2° a) ρ du même ordre de grandeur que λ .
 b) Elles augmentent ; elles augmentent ; elles diminuent.
 3° a) $\delta = 0$. b) Brillante.
 c) Vers le haut, car $\delta = 0$ implique que :
 $d'_1 + d_1 = d'_2 + d_2$.



- d) Vers le haut du côté de S_1 car le film transparent augmente le «chemin optique».



- 4° Superposition, ondes, longueur d'onde, cohérentes.
 5° a) Sources cohérentes.
 b) Petite ouverture ou obstacle de dimension de même ordre de grandeur que la longueur d'onde.
 c) Les ondes doivent être en phase : $\delta = k\lambda$.
 d) En opposition de phase : $\delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$.

10

- 1° a) F ; b) V ; c) F ; d) V.
 2° a) V ; b) F ; c) V ; d) V.
 3° a) F ; b) F ; c) V ; d) F.
 4° a) F ; b) F ; c) F ; d) V.
 5° a) V ; b) F ; c) V ; d) F.

14

Lumière, modèle corpusculaire

Ce qu'il faut savoir

I – MODÈLE CORPUSCULAIRE

■ Le modèle ondulatoire de la lumière ne permet pas d'expliquer certains phénomènes physiques comme l'effet photoélectrique ou le rayonnement du corps noir.

■ Les résultats expérimentaux ont conduit **Max Planck** (1900) et **Albert Einstein** (1905) à supposer qu'une radiation monochromatique de fréquence ν est constituée de « grains d'énergie » ou quanta (pluriel de quantum) appelés **photons**, dont l'énergie commune \mathcal{E} a pour expression :

$$\mathcal{E} = h\nu.$$

La constante de proportionnalité h est appelée constante de Planck :

$$h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}.$$

■ Les photons de charge électrique nulle et de masse nulle se déplacent à la vitesse de la lumière c .

$\mathcal{E} = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$	\mathcal{E} , quantum d'énergie (J); h , constante de Planck (J · s); ν , fréquence (Hz); λ , longueur d'onde (m); c , vitesse de la lumière (m · s ⁻¹).
---	--

II – SPECTRES ATOMIQUES

1. Rappel

La décomposition de la lumière blanche par un spectroscope permet l'observation d'un spectre continu du rouge au violet (spectre visible).

2. Spectre d'émission

La décomposition de la lumière produite par une lampe à vapeur de mercure, par exemple, conduit à la formation d'un spectre d'émission discontinu ou **spectre de raies**.

Les longueurs d'onde des radiations lumineuses composant le rayonnement émis par des sources qui contiennent un même type d'atomes sont caractéristiques de ce type d'atomes.

3. Spectre d'absorption

On constate l'existence de raies noires (absence de certaines longueurs d'onde) dans le spectre d'une lumière blanche qui a traversé une flamme contenant une certaine sorte d'atomes. Les longueurs d'onde des raies absentes dans le spectre d'absorption d'une sorte d'atomes sont rigoureusement égales aux longueurs d'onde des raies de son spectre d'émission.

4. Conclusion

Un spectre de raies (d'émission ou d'absorption) est une sorte de « carte d'identité » de l'atome.

III – NIVEAUX D'ÉNERGIE DANS UN ATOME

1. Postulat de Bohr

L'énergie d'un atome ne peut prendre qu'un nombre de valeurs \mathcal{E}_i discontinues, bien déterminées : **l'énergie d'un atome est quantifiée**.

2. Niveaux d'énergie

L'atome ne peut exister que dans certains états associés aux valeurs possibles \mathcal{E}_i de son énergie. À chacun de ces états, on associe un « **niveau d'énergie** ».

À l'état le plus stable correspond la valeur minimale de l'énergie de l'atome. Cet état est appelé **état fondamental**.

Les autres états possibles, appelés **états excités**, correspondent à des niveaux d'énergie supérieurs à celui de l'état fondamental.

Les différents niveaux d'énergie sont représentés sur un **diagramme énergétique** (par exemple, le diagramme énergétique de l'atome de lithium de la *figure 1*).

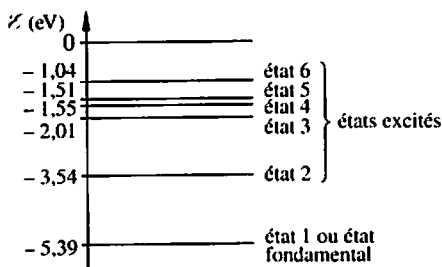


Fig. 1

3. Transition atomique

Le passage de l'atome d'un état à un autre est appelé transition atomique.

Le passage d'un niveau d'énergie \mathcal{E}_n à un niveau d'énergie \mathcal{E}_p est accompagné de :

l'émission d'un photon d'énergie, $\mathcal{E}_n - \mathcal{E}_p = h\nu$, si $\mathcal{E}_n > \mathcal{E}_p$;

l'absorption d'un photon d'énergie, $\mathcal{E}_p - \mathcal{E}_n = h\nu$, si $\mathcal{E}_n < \mathcal{E}_p$.

4. Conclusion

On interprète les échanges d'énergie entre la lumière et la matière en considérant que la lumière est constituée de photons.

IV – L'ATOME D'HYDROGÈNE

1. Niveaux d'énergie

L'atome d'hydrogène est l'atome le plus simple. Il est constitué d'un proton et d'un électron, en interactions.

On choisit comme état de référence pour l'énergie \mathcal{E} de l'atome, l'état dans lequel se trouve l'atome quand l'électron est au repos par rapport au noyau et infiniment éloigné de celui-ci (l'infini correspond, à l'échelle atomique, à quelques micromètres).

L'expérience montre, et l'étude théorique confirme, que les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène vérifient la relation :

$\mathcal{E}_n = -\frac{\mathcal{E}_0}{n^2}$	\mathcal{E}_n , énergie du niveau n (eV); n , entier et $n \geq 1$; $\mathcal{E}_0 = 13,6$ eV.
--	---

Le niveau fondamental correspond à $n = 1$ et son énergie

$$\mathcal{E}_1 = -\mathcal{E}_0 = -13,6 \text{ eV.}$$

2. Spectres d'émission ou d'absorption

La transition d'un niveau n à un niveau p , avec $p < n$, s'accompagne de l'émission d'un photon d'énergie :

$$\mathcal{E}_{n \rightarrow p} = h\nu_{n \rightarrow p} = \frac{hc}{\lambda_{n \rightarrow p}}; \quad \mathcal{E}_{n \rightarrow p} = \mathcal{E}_0 \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

On classe par «séries» les transitions correspondant au retour à un même niveau p . Le spectre d'absorption de l'hydrogène fait intervenir les transitions inverses.

3. Énergie d'ionisation

L'énergie d'ionisation est l'énergie qu'il faut fournir à l'atome d'hydrogène pour arracher son électron sans lui communiquer d'énergie cinétique :

$$\mathcal{E}_{\text{ionisation}} = \mathcal{E}_{\infty} - \mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_0 = 13,6 \text{ eV.}$$

L'atome d'hydrogène peut absorber un photon d'énergie $\mathcal{E} > \mathcal{E}_0$. Il y a dans ce cas ionisation et l'excès d'énergie communiqué à l'atome est emporté par l'électron sous forme d'énergie cinétique.

ÉNONCÉS

Pour résoudre ces exercices, on utilisera si nécessaire les données numériques suivantes :

vitesse de la lumière dans le vide (ou dans l'air), $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$;

constante de Planck, $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$;

charge élémentaire, $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$;

masse de l'électron, $9,10 \times 10^{-31} \text{ kg}$.

La solution de chacune des questions devra être présentée sous forme littérale avant l'application numérique éventuelle.

1

Photons ★

Un photon émis par un atome d'hydrogène a une énergie égale à 2,55 eV.

1° A2 Exprimer son énergie en joules.

2° B3 Quelles sont la fréquence et la longueur d'onde de l'onde qui lui est associée ?

2

Longueur d'onde ★

L'onde associée à un photon a pour longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 656 \text{ nm}$.

1° B3 Calculer sa fréquence.

2° A2 Calculer son énergie en joules, puis en électronvolts.

3

Niveaux d'énergie ★

Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation suivante :

$$\mathcal{E}_n = -\frac{13,6}{n^2}, \quad \text{avec } \mathcal{E}_n \text{ exprimé en eV.}$$

1° A1 Quelles sont les conditions vérifiées par le nombre n ?

2° A1 Pourquoi dit-on que l'énergie de l'atome est quantifiée ?

3° A2 Écrire la relation permettant de calculer \mathcal{E}_n en joules.

4° B3 Calculer en joules l'énergie des deux premiers états excités de l'atome d'hydrogène.

4 Nébuleuses roses ★

Les nébuleuses dites «à émission» sont constituées essentiellement de gaz hydrogène. Leur couleur rose est due à la transition du niveau $n = 3$ au niveau $n = 2$ lorsque les atomes d'hydrogène se désexcitent.

1° A2 Déterminer la longueur d'onde de cette radiation.

2° A1 En quoi ce résultat justifie-t-il la couleur des nébuleuses à émission ?

5 Absorption ★

L'énergie de première ionisation d'un atome de mercure est égale à 10,40 eV. Le premier niveau d'énergie, correspondant à un état excité de l'atome de mercure, est situé à 4,89 eV au-dessus du niveau fondamental.

Dans une enceinte, on introduit de la vapeur de mercure.

1° A2 Calculer la longueur d'onde λ de la radiation électromagnétique absorbée par l'atome de mercure quand il passe de son état fondamental à son premier état excité.

2° A1 À quel domaine d'ondes électromagnétiques appartient cette radiation ?

3° C1 Des photons d'énergie 12,00 eV traversent la vapeur de mercure. Quel phénomène peut-il se produire ?

6 Ionisation d'un atome de tungstène ★★

La plus courte longueur d'onde de la radiation capable d'ioniser un atome de tungstène est $\lambda_1 = 0,270 \mu\text{m}$.

1° C1 Calculer l'énergie cinétique maximum des électrons éjectés par des radiations de longueur d'onde $\lambda_2 = 0,170 \mu\text{m}$.

2° A1 Dans quel domaine d'ondes électromagnétiques peut-on classer ces deux radiations ?

7 Constante de Planck ★★

L'énergie d'un photon a pour expression $\mathcal{E} = h\nu$.

1° B2 Énoncer cette relation sous forme d'une phrase en explicitant, dans cette phrase, chacun des termes \mathcal{E} , h , ν .

2° A1 Le coefficient h s'exprime dans le système d'unités international (S.I.) en J . s. Justifier le choix de cette unité.

3° C1 Exprimer cette unité en fonction des seules unités fondamentales : mètre, seconde, kilogramme.

4° A2 Établir la relation qui permet d'exprimer, en eV, l'énergie d'un photon en fonction de la longueur d'onde λ , exprimée en nm, de l'onde électromagnétique qui lui est associée.

8

Four à micro-ondes ★★

Dans un four à micro-ondes, on utilise un émetteur d'ondes électromagnétiques, le klystron, dont la fréquence est égale à 2,45 GHz. Le rayonnement électromagnétique excite, par absorption, les molécules d'eau contenues dans les aliments, ce qui a pour effet d'élever leur température.

1° A2 Quelle est la longueur d'onde des photons émis par le klystron ?

2° A2 Quelle est l'énergie de ces photons ?

3° C1 Dans les aliments, les transitions dues à l'absorption des photons sont-elles des transitions atomiques ?

4° B2 Quel est l'avantage d'un tel système de chauffe ?

9

L'atome d'hydrogène ★★★

Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont déterminés par la relation suivante : $\mathcal{E}_n = -\frac{13,6}{n^2}$, avec \mathcal{E}_n exprimé en eV.

1° A2 Construire le diagramme énergétique de l'atome d'hydrogène, en faisant figurer les niveaux correspondant à $1 \leq n \leq 6$.

2° A1 Illustrer à l'aide du diagramme les notions d'état fondamental, d'états excités, d'énergie d'ionisation.

3° C1 Établir l'expression littérale de la longueur d'onde des radiations émises lorsque l'atome passe d'un état excité tel que $n > 2$ à l'état $n = 2$. Ces radiations constituent la série de Balmer.

4° A2 B3 On relève dans le spectre d'émission de l'atome d'hydrogène la présence de raies correspondant aux longueurs d'onde suivantes : 656 nm (raie H_α), 486 nm (raie H_β), 434 nm (raie H_γ), 410 nm (raie H_δ). Quelles sont les transitions qui correspondent à ces radiations de la série de Balmer ?

5° A1 Représenter sur le diagramme d'énergie les transitions correspondant à ces quatre raies.

6° C2 Entre quelles valeurs limites la longueur d'onde des radiations de la série de Balmer est-elle comprise ?

Protocole expérimental

10

Spectre d'une étoile ★★★

On se propose de déterminer les longueurs d'onde de certaines raies d'absorption présentes dans le spectre de l'étoile Rigel, afin d'identifier certains des éléments chimiques présents dans la photosphère de cette étoile. Pour cela on dispose :

- du spectre d'absorption de Rigel (fig. 2 (I));
- du spectre d'émission de l'argon (fig. 2 (II));
- d'une liste des longueurs d'onde, exprimées en nm, des radiations émises par certains atomes ionisés ou non.

Espèce	Longueurs d'onde (nm)
H	656; 486; 434; 410; 397
He	728; 706; 668; 588; 505; 502; 493; 471; 447; 414; 405; 389
He ⁺	469; 164; 30
Mg	518; 517; 516; 383
Mg ⁺	448; 280; 279

A. Spectre de référence

1° A2 Les deux spectres ont été photographiés dans les mêmes conditions. Montrer que, dans ces conditions, le spectre d'émission de l'argon peut être utilisé comme spectre de référence pour déterminer les longueurs d'onde des raies d'absorption du spectre de Rigel.

2° A2 En considérant deux raies très éloignées du spectre de l'argon, déterminer en nm/cm l'échelle commune aux deux spectres.

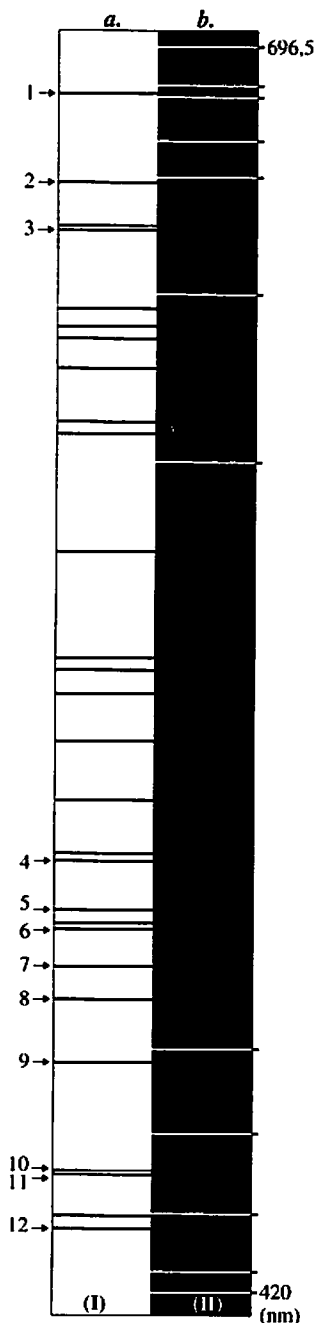


Fig. 2

3° B2 C2 Expliquer comment on peut déterminer, à partir d'une raie du spectre de l'argon prise comme référence, la longueur d'onde d'une raie d'absorption quelconque du spectre de Rigel.

B. Recherche d'éléments chimiques

1° A2 Pour quelle raison l'existence de certaines raies d'absorption dans le spectre de Rigel implique-t-elle la présence de certains atomes ou ions dans la photosphère de cette étoile ?

2° C1 Déterminer les longueurs d'onde des raies d'absorption numérotées de 1 à 12 dans le spectre de Rigel.

3° A2 À l'aide du tableau des longueurs d'onde, déduire des calculs précédents certains des éléments chimiques présents dans la photosphère de l'étoile.

4° C2 Les raies caractéristiques de certains éléments chimiques, pourtant présents dans la photosphère de Rigel, n'apparaissent pas dans le spectre d'absorption. Quelles peuvent être les raisons de cette absence ?

11

Testez-vous !

Quatre points pour chaque exercice juste. Bon courage !

1° On a représenté différents niveaux d'énergie d'un atome :

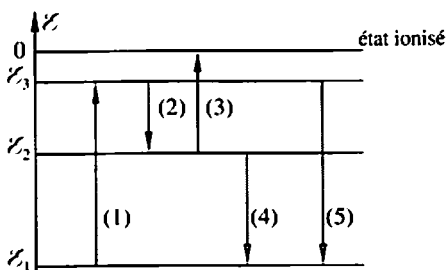


Fig. 3

- Quelle est l'énergie du niveau fondamental ?
- Quel est le signe de cette énergie ?
- Quelles sont les énergies des états excités ?
- Les énergies des états excités sont-elles supérieures ou inférieures à celle de l'état fondamental ?

2° On considère le même diagramme d'énergie sur lequel on a représenté par des flèches certaines transitions atomiques.

Testez-vous! (suite)

- a) Quelles sont les transitions causées par l'émission d'un photon ?
- b) Expliquer le mécanisme de la transition (2).
- c) Exprimer en fonction des énergies \mathcal{E}_i la fréquence des photons mis en jeu dans les transitions (1) et (4).
- d) Quelle est la vitesse de l'électron éjecté lors de la transition (3)?
- 3° Préciser quel est, du modèle ondulatoire ou du modèle corpusculaire, celui qui permet d'expliquer le mieux les phénomènes suivants :
- a) les spectres de raies,
- b) la diffraction,
- c) l'effet photoélectrique,
- d) les interférences.
- 4° a) Citer deux méthodes susceptibles d'exciter les atomes.
b) Citer deux applications de l'analyse spectrale en astronomie.
- 5° a) Pourquoi l'énergie de l'atome d'hydrogène dans son état fondamental est-elle négative ?
b) Lequel d'un photon X ou d'un photon γ est-il le plus énergétique ?
c) Quelle(s) forme(s) d'énergies intervient(nent) dans l'énergie d'un atome ?
d) Pourquoi, à température ordinaire, le spectre d'absorption de l'hydrogène présente-t-il uniquement des raies dans l'ultra-violet ?

12**Auto-évaluation**

Dans la (les) case(s) correspondant à la (aux) réponse(s) jugée(s) exacte(s), inscrire «V»; dans la (les) case(s) jugée(s) fausse(s), inscrire «F». Inscrire un tiret (-) à chaque fois que l'on s'abstient. Toute case correctement remplie entraîne + 1 point. Il est préférable de s'abstenir (0 point) plutôt que de mal remplir la case (- 1 point). La somme algébrique des points donne une note sur 20.

1° Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont déterminés par la relation suivante :

$$\mathcal{E}_n = -\frac{13,6}{n^2}, \text{ avec } \mathcal{E}_n \text{ exprimé en eV. On peut utiliser la calculette.}$$

a) L'atome d'hydrogène peut avoir une énergie égale à -2,8 eV



b) Le spectre d'émission de l'hydrogène est continu

c) Le niveau d'énergie 0 correspond à l'état fondamental

d) Quand $n = 1$, l'atome est dans un état excité

2° Une transition atomique peut être causée :

a) Par l'absorption d'un photon

b) Par l'émission d'un photon

c) Par un choc avec un électron

d) Par interaction gravitationnelle

3° L'atome dont voici le diagramme d'énergie est dans son état fondamental.

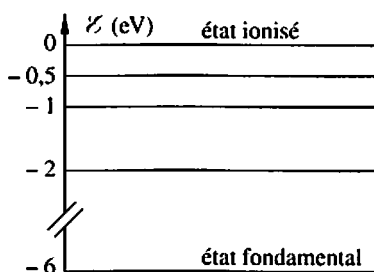


Fig. 4

Il peut absorber des photons dont l'énergie est égale à :

a) 3 eV

b) 4 eV

c) 5 eV

d) 8 eV

4° On considère un atome d'hydrogène.

a) L'atome excité émet un spectre d'absorption

b) Le spectre d'émission est caractéristique de l'atome excité

c) Toutes les transitions de l'atome sont dans le domaine visible ..

d) L'énergie de l'électron est quantifiée

5° On considère un photon associé à une onde électromagnétique de longueur d'onde λ .

a) L'énergie du photon a pour expression : $E = \frac{hc}{\lambda}$

b) L'énergie du photon dépend du milieu de propagation

c) La constante de Planck dépend du domaine d'onde considéré ..

d) L'énergie du photon est quantifiée

CORRIGÉS

1

$$1^\circ \mathcal{E} = h\nu = h \frac{c}{\lambda}.$$

$$\mathcal{E} = 2,55 \times 1,60 \times 10^{-19} \text{ V}; \quad \mathcal{E} = 4,08 \times 10^{-19} \text{ J}.$$

$$2^\circ \nu = 6,16 \times 10^{14} \text{ Hz}.$$

$$\lambda = 0,487 \mu\text{m}.$$

2

$$1^\circ \nu = 4,57 \times 10^{14} \text{ Hz}.$$

$$2^\circ \mathcal{E} = 3,02 \times 10^{-19} \text{ J}; \quad \mathcal{E} = 1,89 \text{ eV}.$$

3

$$1^\circ n \text{ entier et } n \geq 1.$$

2° Les valeurs de \mathcal{E}_n sont discrètes.

$$3^\circ \mathcal{E}_n = - \frac{21,76 \times 10^{-19}}{n^2}.$$

$$4^\circ \text{Premier état excité : } n = 2, \quad \mathcal{E}_2 = -5,44 \times 10^{-19} \text{ J}.$$

$$\text{Second état excité : } n = 3, \quad \mathcal{E}_3 = -2,41 \times 10^{-19} \text{ J}.$$

4

$$1^\circ h\nu = h \frac{c}{\lambda} = \mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_2.$$

$$\lambda = \frac{hc}{\mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_2}; \quad \lambda = 0,656 \mu\text{m}.$$

2° La longueur d'onde correspond à un rouge pâle, d'où la couleur rose.

5

$$1^\circ \mathcal{E} = h \frac{c}{\lambda}, \quad \text{avec } \mathcal{E} = 4,89 \text{ eV}.$$

$$\text{D'où : } \lambda = \frac{hc}{\mathcal{E}}.$$

Ne pas oublier de convertir les eV en J avant de faire les calculs dans le système international :

$$\lambda = 254 \text{ nm}.$$

2° $\lambda < 400 \text{ nm}$. Cela correspond à une radiation dans l'ultra-violet.

3° Il peut se produire une ionisation de l'atome de mercure si le photon est absorbé.

L'électron ainsi émis possède en sortant de l'atome une énergie cinétique \mathcal{E}_c . Sa valeur maximale est :

$$\mathcal{E}_{c_{\text{max}}} = 12,00 - 10,40; \quad \mathcal{E}_{c_{\text{max}}} = 1,60 \text{ eV}.$$

6

1° $\mathcal{E}_{c_{\max}} = hv_2 - \mathcal{E}_0$, avec \mathcal{E}_0 énergie d'ionisation :

$$\mathcal{E}_0 = h \frac{c}{\lambda_1}.$$

D'où : $\mathcal{E}_{c_{\max}} = hc \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right)$; $\mathcal{E}_{c_{\max}} = 4,32 \times 10^{-19} \text{ J}$; $\mathcal{E}_{c_{\max}} = 2,70 \text{ eV}$.

2° Ces deux radiations sont dans le domaine de l'ultra-violet.

7

1° L'énergie \mathcal{E} d'un photon, associée à une onde électromagnétique de fréquence ν , est proportionnelle à cette fréquence. Le coefficient h de proportionnalité est appelé constante de Planck.

2° $h = \frac{\mathcal{E}}{\nu}$, avec \mathcal{E} en J et ν en s^{-1} ; d'où h en $\text{J} \cdot \text{s}$.

3° $1 \text{ J} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$.

$h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

4° $\mathcal{E} = \frac{1241}{\lambda}$.

8

1° $\lambda = 0,122 \text{ m}$.

2° $\mathcal{E} = 1,62 \times 10^{-24} \text{ J}$; $\mathcal{E} \approx 10^{-5} \text{ eV}$.

3° Cette énergie ne correspond pas à l'ordre de grandeur des énergies mises en jeu lors d'une transition atomique (plusieurs eV).

4° Cuisson uniforme de l'aliment.

9

1°

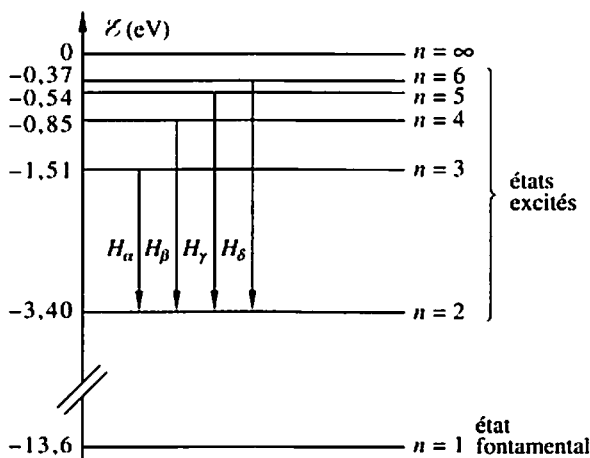


Fig. 5

2° Énergie d'ionisation : $\mathcal{E}_0 = 13,6 \text{ eV}$.

$$3^\circ \quad h\nu_{n \rightarrow 2} = \mathcal{E}_n - \mathcal{E}_2; \quad h \frac{c}{\lambda_{n \rightarrow 2}} = -2,18 \times 10^{-18} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{4} \right).$$

$$\lambda_{n \rightarrow 2} = \frac{9,11 \times 10^{-8}}{\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right)}, \text{ exprimé en m.}$$

4° Les applications numériques montrent que la raie :

H_α correspond à la transition $3 \rightarrow 2$;

H_β correspond à la transition $4 \rightarrow 2$;

H_γ correspond à la transition $5 \rightarrow 2$;

H_δ correspond à la transition $6 \rightarrow 2$.

5° Voir la *figure 5*.

6° Quand $n \rightarrow \infty$, $\lambda_{n \rightarrow 2} \rightarrow 365 \text{ nm}$.

$365 \leq \lambda \leq 656 \text{ nm}$.

10

Protocole expérimental

A. Spectre de référence

1° Les distances séparant deux raies, brillantes ou noires selon le spectre considéré, sont proportionnelles aux écarts de longueur d'onde correspondants.

Si les deux spectres sont réalisés dans les mêmes conditions expérimentales, ces proportions sont identiques pour les deux spectres. On peut donc se servir du spectre d'émission de l'argon comme spectre étalon.

2° L'échelle se détermine en calculant le rapport $r = \frac{\Delta\lambda}{d}$ entre la variation de longueur d'onde (en nm) et la distance (en cm) séparant les deux raies correspondantes.

3° On choisit une raie de longueur d'onde λ_0 , du spectre de l'argon et on mesure l'écart d_1 , la séparant d'une raie d'absorption de longueur d'onde λ_1 :

$$\lambda_0 - \lambda_1 = rd_1, \quad \text{d'où : } \lambda_1 = \lambda_0 - rd_1.$$

Avec $\lambda_0 = 696,5 \text{ nm}$, par exemple.

B. Recherche d'éléments chimiques

1° Les atomes ou ions présents dans la photosphère de l'étoile peuvent absorber les photons émis par l'étoile, dont l'énergie correspond exactement aux transitions atomiques possibles pour ces atomes ou ces ions. Les spectres d'absorption correspondants sont caractéristiques d'une sorte d'atome ou d'ion, ce qui permet de les reconnaître.

- 2° $\lambda_1 = 686 \text{ nm}, \quad \lambda_7 = 493 \text{ nm},$
 $\lambda_2 = 667 \text{ nm}, \quad \lambda_8 = 486 \text{ nm},$
 $\lambda_3 = 656 \text{ nm}, \quad \lambda_9 = 472 \text{ nm},$
 $\lambda_4 = 517 \text{ nm}, \quad \lambda_{10} = 448 \text{ nm},$
 $\lambda_5 = 506 \text{ nm}, \quad \lambda_{11} = 447 \text{ nm},$
 $\lambda_6 = 502 \text{ nm}, \quad \lambda_{12} = 434 \text{ nm}.$
- 3° H : $\lambda_3, \lambda_8, \lambda_{12}.$
 He : $\lambda_2, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7, \lambda_9, \lambda_{11}.$
 Mg : $\lambda_4.$
 Mg⁺ : $\lambda_{10}.$

La photosphère de l'étoile Rigel contient les éléments hydrogène, hélium, magnésium.

4° Les conditions physiques du milieu d'absorption peuvent empêcher certaines transitions. Si la température est très élevée, certains atomes ne peuvent exister dans les états les plus stables. Toute transition d'absorption à partir de ces états est donc impossible.

Ainsi, dans les spectres des étoiles les plus chaudes il y a quasi-absence des raies visibles de l'hydrogène.

11

Les réponses au test

- 1° a) $\mathcal{E}_1.$
 b) $\mathcal{E}_1 < 0.$
 c) $\mathcal{E}_2, \mathcal{E}_3.$
 d) supérieures.
- 2° a) Transitions 2, 4 et 5.
 b) Passage d'un état excité d'énergie \mathcal{E}_3 à un autre état excité d'énergie \mathcal{E}_2 inférieure.
 Émission d'un photon d'énergie $\mathcal{E} = \mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_2.$
 c) **Transition (1)**
 Absorption d'un photon de fréquence ν_1 telle que :

$$h\nu_1 = \mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_1; \quad \nu_1 = \frac{\mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_1}{h}.$$
- Transition (4)**
 Émission d'un photon de fréquence ν_2 telle que :

$$\nu_2 = \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{h}.$$
- d) Nulle.
- 3° a) Modèle corpusculaire.
 b) Modèle ondulatoire.

Les réponses au test (suite)

- c) Modèle corpusculaire.
d) Modèle ondulatoire.
- 4° a) Absorption du photon, chocs avec d'autres particules.
b) Détermination de la température de surface ; recherche de la présence d'éléments chimiques.
- 5° a) À cause du choix de l'état de référence, $\mathcal{E} = 0$ quand l'atome est ionisé.
b) Le photon γ .
c) Énergie potentielle d'interaction entre le proton et l'électron, plus l'énergie cinétique de l'électron dans le référentiel du proton.
d) À température ordinaire, l'atome d'hydrogène est dans son état fondamental. Les transitions des différents états excités vers l'état fondamental correspondent à des photons de faible longueur d'onde. Ces derniers correspondent à des radiations dans l'ultra-violet.

12

- 1° a) F; b) F; c) F; d) F.
2° a) V; b) V; c) V; d) F.
3° a) F; b) V; c) V; d) V.
4° a) F; b) V; c) F; d) F.
5° a) V; b) F; c) F; d) V.

15 Le laser*

Ce qu'il faut savoir

I – LES PROPRIÉTÉS SPÉCIFIQUES AU RAYONNEMENT LASER

1. Directivité

- ▣ Une lampe à incandescence émet de la lumière dans toutes les directions : elle ne possède aucune directivité.
- ▣ L'angle de divergence d'un faisceau laser est très faible (de l'ordre de la minute d'angle) : le faisceau laser est très directif.

2. Puissance

- ▣ La puissance lumineuse émise par une lampe à incandescence est répartie dans tout l'espace.
- ▣ La puissance lumineuse émise par le laser, même si elle peut paraître faible, est répartie sur une surface très petite : la surface interceptée par le faisceau laser qui est très directif.
- ▣ On définit la « puissance par unité de surface » \mathcal{P} comme le quotient de la puissance lumineuse P_L reçue par une surface orthogonale aux rayons lumineux par l'aire S de cette surface :

$$\mathcal{P} = \frac{P_L}{S}, \quad \text{avec } \mathcal{P} \text{ en } \text{W} \cdot \text{m}^{-2}.$$

La puissance par unité de surface émise par un laser est beaucoup plus élevée que celle d'une source classique de lumière.

* Laser : *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*, amplification de lumière par émission stimulée.

3. Monochromaticité

Le spectre d'émission d'une lumière laser ne comporte qu'une seule raie.

La lumière émise par le laser est monochromatique.

4. Cohérence

■ Dans une lampe spectrale, la désexcitation des atomes est totalement aléatoire. Les ondes associées aux photons émis présentent un déphasage qui, lui aussi, est totalement aléatoire : on dit que la lumière émise est incohérente.

■ Dans une source laser, les ondes associées aux photons émis sont en phase : le laser est une source de lumière cohérente.

II – APPLICATIONS

Les principales applications du laser sont liées à ses propriétés spécifiques.

1. Directivité et puissance

a) *Applications industrielles* : découpes et soudures de grande précision.

b) *Applications médicales* : aide au diagnostic, microchirurgie, traitement photochimique de certaines tumeurs.

c) *Mesures précises de distances moyennes ou grandes.*

d) *Disque optique numérique (CD)* : le faisceau laser est utilisé pour inscrire puis pour lire des informations sous forme numérique sur la surface d'un disque.

2. Monochromaticité et cohérence

a) Mesure de très courtes distances par interférométrie. Contrôle précis d'usinage.

b) Les sources laser sont utilisées pour les télécommunications optiques.

c) Mesures de la pollution atmosphérique par diffractométrie.

d) Holographie.

3. Utilisation en physique nucléaire et atomique

a) Fusion nucléaire contrôlée.

b) Refroidissement laser : diminution de l'agitation thermique des atomes par interaction avec un rayonnement laser.

III – FONCTIONNEMENT DU LASER

1. Schéma d'un laser à hélium-néon

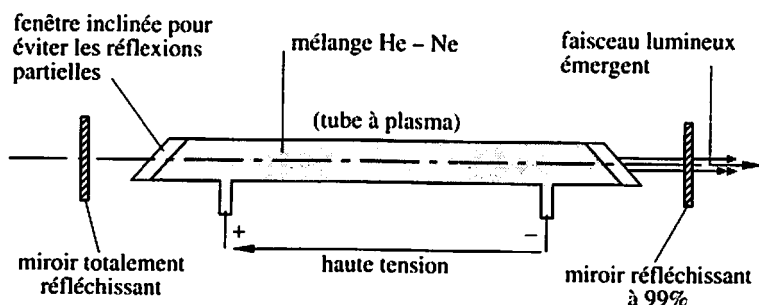


Fig. 1

2. Émission stimulée

Dans le tube à plasma, des atomes d'hélium sont excités par une puissante décharge électrique. Par chocs avec ces atomes d'hélium, les atomes de néon se retrouvent majoritairement dans un état excité d'énergie \mathcal{E}_2 . La désexcitation des atomes de néon n'est pas spontanée, elle est stimulée. Et tous les atomes de néon se désexcitent simultanément en émettant des photons de longueur d'onde λ_0 telle que :

$$\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 = h\nu = \frac{hc}{\lambda_0}$$

3. Amplification

Deux miroirs dont l'un est semi-transparent sont placés aux extrémités du tube. Une faible partie des photons sortent du tube, mais la majorité est réfléchi et provoque d'autres émissions stimulées. Il se produit un phénomène d'amplification.

4. Cavité résonante

On appelle cavité résonante l'espace séparant les deux miroirs.

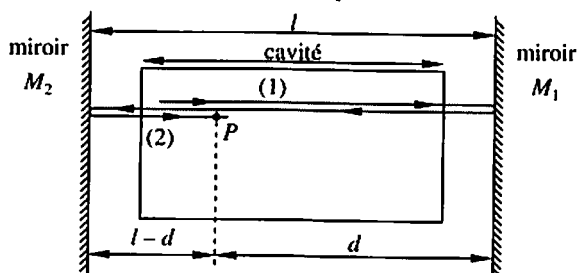


Fig. 2

Les ondes monochromatiques associées aux photons se réfléchissent sur les miroirs. En un point P de la cavité résonante, l'onde (1) se dirigeant vers le miroir M_1 et l'onde (2) issue de la précédente après réflexion sur M_1 puis sur M_2 , interfèrent.

L'onde (2) a parcouru par rapport à l'onde (1) une distance supplémentaire :

$$d + l + (l - d) = 2l.$$

L'interférence est constructive si :

$$2l = k\lambda, \quad \text{soit : } 2l = \frac{k\lambda_0}{n}, \quad \text{ou } 2l = \frac{kc}{n\nu},$$

avec k entier et n indice de réfraction du mélange hélium-néon.

Quand cette condition est vérifiée, l'énergie s'accumule dans la cavité résonante sous forme électromagnétique. Cette situation ne se produisant que pour certaines fréquences, par analogie avec les fréquences propres des oscillateurs mécaniques et électriques, on peut dire que le laser est un oscillateur optique.

5. Bilan énergétique

Le système «cavité résonante» perd de l'énergie du fait de la puissance transmise par le faisceau lumineux sortant de l'appareil. Il y a «amortissement» de l'oscillateur optique. Le rôle du milieu actif amplificateur «hélium-néon» est de compenser la puissance sortante. Le laser se comporte comme un oscillateur optique entretenu.

6. Les modes laser

Le facteur d'amplification G du tube à plasma dépend de la fréquence ν . Il est maximum pour une valeur ν_0 . Pour pouvoir compenser les pertes d'énergie de la cavité, il faut que $G > G_m$. Le laser fonctionne pour toute fréquence permettant de vérifier cette relation. Chacune de ces fréquences définit un mode du laser.

ÉNONCÉS

Sauf indications contraires, dans tous les exercices proposés, la lumière se propage dans l'air.

Pour résoudre ces exercices on utilisera, si nécessaire, les données numériques suivantes :

constante de Planck, $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$;

vitesse de propagation de la lumière dans le vide et dans l'air,
 $c = 3,000 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

1

Laser à rubis ★

Dans un laser à rubis, la longueur d'onde laser $\lambda = 694,3 \text{ nm}$, correspond à une transition de l'ion chrome (III) Cr^{3+} , d'un état excité à l'état fondamental.

1° A1 À quel domaine d'ondes électromagnétiques, cette longueur d'onde correspond-elle ?

2° B3 Quelle est l'énergie, exprimée en eV, du photon émis lors de cette transition ?

3° A2 Représenter sur un diagramme d'énergie, exprimée en eV, l'état fondamental et l'état excité de l'ion Cr^{3+} . On précisera l'état de référence choisi ainsi que l'échelle utilisée pour construire le diagramme.

2

Directivité ★

Un faisceau laser de puissance $P = 2 \text{ mW}$, a une ouverture angulaire α égale à 1,2 mrad.

1° A2 Quel est le diamètre d de la tache lumineuse circulaire obtenue sur un écran placé à une distance $D = 10 \text{ m}$ de la source laser ?

2° C1 Quelle est la puissance lumineuse par unité de surface reçue par l'écran ?

3

Laser à impulsions ★

Les lasers à impulsions peuvent émettre pendant des durées très brèves des signaux de très grande puissance.

Un laser au dioxyde de carbone émet une radiation de longueur d'onde $\lambda = 10,6 \mu\text{m}$ au cours d'une impulsion de durée $\Delta t = 0,10 \text{ ns}$, avec une puissance $P = 10^{12} \text{ W}$.

1° A2 B3 Calculer l'énergie d'un photon associé à cette radiation.

2° C1 Quel est le nombre N de photons émis au cours d'une seule impulsion ?

4 Télémétrie laser ★★

Pour mesurer la distance d à laquelle se trouve une cible, un télémètre émet un bref signal vers cette cible. Le signal réfléchi par la cible est reçu par un détecteur placé près de la source laser, sur l'appareil de mesure. Une horloge mesure avec précision la durée T séparant l'émission de la réception du signal.

1° B3 Déterminer un ordre de grandeur de la durée T , quand la cible se trouve à une distance $d = 2$ km du télémètre.

2° A2 On attend de l'appareil qu'il mesure les distances à 1 m près. Exprimer la durée T avec un nombre de chiffres significatifs cohérent avec la précision attendue.

3° C1 La valeur approchée de la vitesse de la lumière, $c = 3,000 \times 10^8$ m · s⁻¹, convient-elle aux calculs précédents ?

Donnée : $c = 299\,792\,458$ m · s⁻¹, par définition du mètre.

5 Découpe au laser ★★

Un laser au dioxyde de carbone de puissance $P = 850$ W est utilisé pour découper une plaque de titane d'épaisseur $e = 5,00$ mm et de longueur $L = 1,00$ m. Pour cela, on focalise le faisceau laser sur une toute petite surface pour vaporiser le titane. Du dioxygène sous pression est envoyé simultanément sur le matériau autour de la région de focalisation afin de faciliter la découpe et rendre les bords de coupe beaucoup plus nets. La vitesse de coupe d'un tel laser est $v = 3,30$ m · min⁻¹.

1° A2 B3 Quelle est l'énergie nécessaire pour découper une plaque de titane ?

2° C1 La largeur du trait de découpe ne doit pas excéder 0,04 mm. Quelle est la valeur maximale de la masse de titane vaporisée pendant la découpe ?

La masse volumique du titane est : $\rho = 4,50 \times 10^3$ kg · m⁻³.

3° C2 Le rendement du faisceau laser au niveau de la découpe étant de 80 %, calculer l'énergie nécessaire à la vaporisation de 1 kg de titane.

4° A2 Sous quelle(s) forme(s) d'énergie les 20 % « perdus » se sont-ils transformés ?

6

Cavité résonante ★★★

La distance entre les deux miroirs d'une cavité résonante d'un laser hélium-néon est $L = 271,8$ mm. La longueur d'onde du rayonnement laser émis est $\lambda = 0,6328$ μm .

1° A2 Quelle relation doivent vérifier λ , L et p , nombre entier que l'on introduira, pour qu'il existe une situation d'interférences constructives? Cette relation est appelée condition de résonance.

2° B3 Déterminer la valeur de p pour que cette condition de résonance soit vérifiée.

3° C1 Chaque valeur de p définit un **mode du laser**. On appelle distance modale l'écart de fréquence $\Delta\nu$ entre deux modes consécutifs. Établir la relation entre $\Delta\nu$, c et L , en considérant que l'indice de réfraction du mélange hélium-néon est $n = 1$.

4° B3 Calculer la distance modale du laser considéré.

5° Les oscillations optiques ne sont entretenues que pour des modes dont la fréquence est contenue dans un intervalle égal à la largeur de la raie atomique du néon, soit 1 400 MHz.

C2 a) Quel est le nombre de modes réellement émis par la source laser?

A1 b) La radiation émise par le laser est-elle, en toute rigueur, monochromatique?

7

Cinémomètre ★★★

Un cinémomètre est constitué d'une source laser émettant une radiation de longueur d'onde $\lambda = 0,411$ μm , et d'un détecteur placé très près de cette source. La source émet périodiquement des impulsions de très courte durée, tous les $T = 10^{-7}$ s. Ces impulsions se propagent, à la vitesse c , vers une surface réfléchissante liée à un mobile s'éloignant de la source à la vitesse v .

On considère deux impulsions successives émises aux instants de dates $t = 0$ et $t = T$. À la date $t = 0$, le mobile se trouve à une distance d de la source laser.

1° C2 Déterminer la date t_1 de l'instant auquel la première impulsion atteint le mobile, en fonction de d , c et v . En déduire la date de détection du signal réfléchi.

2° A2 Répondre aux mêmes questions pour la deuxième impulsion.

3° C1 Montrer que la détection des impulsions réfléchies est périodique de période T' . Exprimer littéralement T' .

4° A2 Montrer que l'écart de fréquence $\Delta\nu$ entre le signal reçu et le signal émis permet de déterminer la vitesse du mobile.

5° B3 Quelle est la valeur de cet écart quand $v = 10$ m \cdot s $^{-1}$?

Protocole expérimental

8

Diffraction d'un faisceau laser ★★★

Objectif : vérifier la relation entre l'angle de diffraction et la largeur de la fente diffractante.

A. Dispositif expérimental

Un faisceau issu d'une source laser de longueur d'onde $\lambda = 0,6328 \mu\text{m}$ éclaire une fente fine d'épaisseur $a = 0,05 \text{ mm}$ percée dans un film opaque, orthogonal au faisceau.

À une distance $D = 2 \text{ m}$ du plan de cette fente, on place un banc d'optique gradué de longueur $l = 1,0 \text{ m}$ sur lequel on peut déplacer une photodiode qui reçoit le faisceau diffracté par la fente.

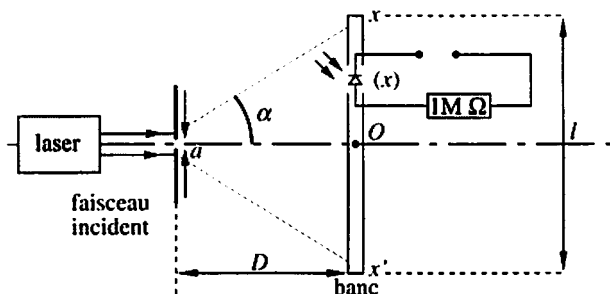


Fig. 3

Quand la photodiode est polarisée en inverse, le courant de fuite augmente proportionnellement à l'énergie lumineuse reçue. On mesure la tension aux bornes d'un résistor de résistance $R = 1 \text{ M}\Omega$ monté en série avec la photodiode.

1° A2 On dispose des appareils suivants : alimentation continue 6 V, G.B.F., millivoltmètre numérique.

Quel type de générateur doit-on utiliser ?

2° A2 Compléter le schéma du circuit électrique en utilisant les symboles conventionnels.

3° A2 Pour quelle raison n'utilise-t-on pas un ampèremètre pour mesurer directement le courant de fuite de la photodiode ?

B. Protocole expérimental

On déplace la photodiode sur le banc et l'on mesure la tension indiquée par le voltmètre pour chacune des positions de la photodiode. Cette position est repérée par une abscisse

comptée à partir du centre O du banc optique. On obtient les résultats suivants :

x (en cm)	U (en mV)	x (en cm)	U (en mV)	x (en cm)	U (en mV)
-20	0	-3	0,2	4	1,2
-15	0	-2,5	0	5	2
-12,5	0	-2	0,5	6	1,3
-12	0,2	-1,5	3	7	0,2
-11	0,7	-1	7,5	7,5	0
-10	1	-0,5	11	8	0,3
-9	0,8	0	12	9	0,8
-8	0,3	0,5	11	10	1
-7,5	0	1	7,5	11	0,7
-7	0,2	1,5	3	12	0,2
-6	1,3	2	0,5	12,5	0
-5	2	2,5	0	15	0
-4	1,2	3	0,2	20	0

1° A2 Pourquoi la mesure de la tension permet-elle de connaître l'intensité lumineuse suivant l'axe $x'x$?

2° A2 Représenter sur une feuille de papier millimétré les variations de U en fonction de x .

C. Exploitation des résultats

1° C1 quelle est la partie de la courbe qui correspond à la région de l'espace vers laquelle la lumière est principalement diffractée ?

2° A2 L'étude théorique du phénomène de diffraction à travers une fente fine établit que la mesure de l'angle α , exprimée en radians, sous lequel est principalement diffractée la lumière, de part et d'autre de la direction incidente, est donnée par la relation :

$$\alpha = \frac{\lambda}{a}$$

Cette relation est-elle vérifiée ?

3° C2 Mesurer les largeurs des premières taches lumineuses secondaires et les comparer à la largeur de la tache lumineuse principale.

4° A2 B2 Un observateur prétend que la figure observée est une figure d'interférence. Que doit-on lui répondre ?

9

Testez-vous !*Quatre points pour chaque exercice juste. Bon courage !*

- 1° Citer quatre propriétés spécifiques au rayonnement laser.
- 2° Citer une application pratique du laser dans chacun des domaines suivants :
- industrie ;
 - médecine ;
 - métrologie ;
 - physique nucléaire.
- 3° On considère un laser à gaz hélium-néon. Choisir, parmi les valeurs proposées, l'ordre de grandeur qui vous semble le mieux convenir :
- ouverture angulaire du faisceau laser :
 10^{-3} rad, 10^{-1} rad, 1 rad.
 - diamètre du faisceau : 0,01 mm, 1 mm, 10 mm.
 - puissance : 2 mW, 2 W, 20 W.
 - longueur d'onde : 0,327 μm , 0,633 μm , 0,932 μm .
- 4° On considère la cavité résonante de ce même laser.
- Par quoi est-elle limitée ?
 - Que contient-elle ?
 - Quelle condition doit vérifier sa longueur L pour assurer la résonance optique ?
 - Comment la lumière sort-elle de la cavité résonante ?
- 5° Compléter la phrase :
- « La cavité résonante est un optique, dont le rôle est d' l'intensité lumineuse. Elle contient un milieu qui apporte, nécessaire à l'entretien des oscillations », avec des mots choisis dans la liste suivante :
- générateur, amplificateur, résonateur, engendrer, annuler, amplifier, actif, matériel, vide, courant, énergie, tension.

10

Auto-évaluation

Dans la (les) case(s) correspondant à la (aux) réponse(s) jugée(s) exacte(s), inscrire « V » ; dans la (les) case(s) jugée(s) fausse(s), inscrire « F ». Inscrire un tiret (-) à chaque fois que l'on s'abstient.

Toute case correctement remplie entraîne + 1 point. Il est préférable de s'abstenir (0 point) plutôt que de mal remplir la case (- 1 point). La somme algébrique des points donne une note sur 20.

1° Dans un laser la lumière est :

- a) toujours rouge
- b) cohérente
- c) sans danger pour les yeux
- d) monochromatique

2° On peut utiliser le laser :

- a) pour lire les codes-barres
- b) dans les fours à micro-ondes
- c) pour percer les tétines de biberon
- d) pour réduire les fractures des os des membres accidentés

3° L'écart entre deux modes laser :

- a) est la distance entre les deux miroirs
- b) est un écart entre deux longueurs d'onde
- c) est un écart entre deux fréquences
- d) mesure la divergence du faisceau laser

4° Dans un laser, le tube à plasma :

- a) est rempli de liquide
- b) contient du gaz sous faible pression
- c) permet la formation de l'onde laser
- d) permet l'amplification du faisceau laser

5° Le principe du laser a été découvert :

- a) par Albert Einstein
- b) par Max Laser
- c) en 1913
- d) en 1958

CORRIGÉS

1 1° Cette longueur d'onde est comprise entre $0,400 \mu\text{m}$ et $0,750 \mu\text{m}$, il s'agit donc d'une radiation lumineuse visible de couleur rouge.

2° L'expression de l'énergie du photon associé :

$$\mathcal{E} = h \frac{c}{\lambda}; \quad \mathcal{E} = 1,78 \text{ eV.}$$

3° Si on choisit comme état de référence l'état fondamental, on a le diagramme d'énergie suivant :

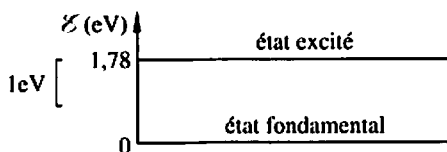


Fig. 4

2 1° $d = D\alpha$; $d = 1,2 \text{ cm}$.

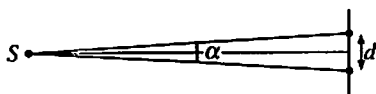


Fig. 5

2° Aire de la surface éclairée : $S = \pi \frac{d^2}{4}$.

Puissance lumineuse par unité de surface : $\mathcal{P} = \frac{P}{S}$.

$$\mathcal{P} = \frac{4P}{\pi d^2}; \quad \mathcal{P} = 17,7 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}.$$

3 1° L'énergie d'un photon associé à la radiation émise par le laser a pour expression :

$$\mathcal{E} = h \frac{c}{\lambda}; \quad \mathcal{E} = 1,87 \times 10^{-20} \text{ J.}$$

2° L'énergie émise pendant la durée Δt a pour expression :

$$W = P \Delta t.$$

D'où le nombre de photons émis pendant cette durée :

$$N = \frac{W}{\mathcal{E}}; \quad N = \frac{P \Delta t}{\mathcal{E}}; \quad N = 5,35 \times 10^{21}.$$

4

1° Le signal parcourt une distance égale à $2d$, d'où :

$$T = \frac{2d}{C}; \quad T \approx 13 \mu\text{s}.$$

2° L'incertitude ε_T tolérable sur la durée T est :

$$\varepsilon_T = \frac{2\varepsilon_l}{C}, \quad \text{où } \varepsilon_l = 1 \text{ m, tolérance sur la mesure de la distance } d.$$

$$\varepsilon_T \approx 7 \times 10^{-9} \text{ s}; \quad \varepsilon_T \approx 7 \text{ ns}.$$

La durée T dont la valeur approximative est $T = 13000 \text{ ns}$ doit donc comporter cinq chiffres significatifs au maximum :

$$T = 13333 \pm 7 \text{ ns}.$$

3° l'incertitude relative sur les mesures de T est de l'ordre de :

$$\frac{\varepsilon_T}{T} = 5 \times 10^{-4}.$$

L'erreur commise en utilisant la valeur approchée de c est :

$$\varepsilon_c = (3,000 - 2,998) \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; \quad \varepsilon_c = 2 \times 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Soit une erreur relative :

$$\frac{\varepsilon_c}{c} \approx 7 \times 10^{-4}.$$

La valeur approximative de la vitesse de la lumière convient ; l'erreur relative introduite par l'utilisation de cette valeur est du même ordre de grandeur que la précision de la mesure effectuée.

5

1° Durée de la coupe : $\Delta t = \frac{L}{v}$.

Énergie nécessaire à la découpe d'une plaque :

$$\mathcal{E} = P \frac{L}{v}; \quad \mathcal{E} \approx 15,5 \text{ kJ}.$$

2° Volume de titane vaporisé :

$$V = Lea, \quad \text{avec } a = 4,0 \times 10^{-4} \text{ m}.$$

Masse de titane vaporisé :

$$m = \rho V; \quad m = \rho L e a; \quad m = 0,90 \text{ g au maximum.}$$

3° L'énergie effectivement nécessaire à la vaporisation de cette masse de titane est égale à 0,8%.

Soit, pour une masse de $M = 1 \text{ kg}$, une énergie $\mathcal{E}_{\text{nécessaire}}$:

$$\mathcal{E}_{\text{nécessaire}} = \frac{0,8\%}{m} M; \quad \mathcal{E}_{\text{nécessaire}} = 13,7 \text{ MJ.}$$

4° Le faisceau laser fournit de l'énergie sous forme de chaleur au reste de la plaque de titane dont la température augmente. Il y a augmentation de l'énergie cinétique microscopique de toutes les particules mises en jeu.

6

1° Pour que l'interférence entre différentes ondes réfléchies par les miroirs soit constructive, il faut que :

$$2L = p\lambda.$$

$$2^\circ \quad p = \frac{2L}{\lambda}; \quad p = 859\,039.$$

$$3^\circ \quad \text{Si le milieu actif a un indice } n = 1 \text{ alors } \lambda = \frac{c}{\nu}.$$

$$\text{Pour le mode } p : \quad \nu_p = p \frac{c}{2L}.$$

$$\text{Pour le mode } p + 1 : \quad \nu_{p+1} = (p + 1) \frac{c}{2L}.$$

$$\nu_{p+1} - \nu_p = \frac{c}{2L} \text{ est appelé distance modale.}$$

$$4^\circ \quad \nu_{p+1} - \nu_p = 0,55 \text{ GHz.}$$

5° La largeur de la raie atomique du néon est :

$$\Delta\nu = 1,4 \text{ MHz.}$$

a) Le nombre de modes possibles est :

$$N = \frac{\Delta\nu}{\nu_{p+1} - \nu_p}; \quad N \text{ entier.}$$

$$\text{D'où : } N = 2.$$

b) La radiation n'est pas rigoureusement monochromatique mais la résolution des spectromètres couramment utilisés ne permet pas la séparation des deux raies.

7

1° Quand la première impulsion atteint le miroir à l'instant de date t_1 , le mobile est à une distance d_1 de la source :

$$d_1 = ct_1 = d + vt_1; \quad \text{d'où} \quad t_1 = \frac{d}{c-v}.$$

Le signal atteint le détecteur à l'instant de date :

$$t'_1 = 2t_1 = \frac{2d}{c-v}.$$

2° Quand la seconde impulsion atteint le mobile à l'instant de date t_2 , elle parcourt une distance :

$$d_2 = c(t_2 - T) = d + vt_2; \quad \text{d'où} \quad t_2 = \frac{d + cT}{c-v}.$$

La date t'_2 de réception de la deuxième impulsion est :

$$t'_2 = T + 2(t_2 - T); \quad t'_2 = 2t_2 - T.$$

$$\text{Soit : } t'_2 = 2 \frac{d + cT}{c-v} - T.$$

3° La durée T' séparant la réception des deux premières impulsions est : $T' = t'_2 - t'_1$:

$$T' = T \frac{c+v}{c-v}.$$

Cette durée est indépendante des deux impulsions successives considérées. La réception des impulsions est donc périodique de période T' (effet Doppler).

$$4^\circ \quad \Delta N = N - N', \quad \text{d'où} \quad \Delta N = \frac{2v}{c+v} N.$$

On peut en déduire l'expression de v en négligeant $\frac{\Delta N}{N}$ devant 1 :

$$v = \frac{1}{2} \frac{\Delta N}{N} c.$$

5° Quand $v = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $\Delta N = 0,67 \text{ Hz}$.

8

Protocole expérimental

A. 1° Il faut une alimentation continue pour polariser la photodiode.

2°

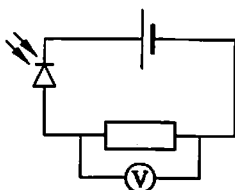


Fig. 6

3° Les intensités des courants de fuite sont trop faibles.

B. 1° La tension mesurée est proportionnelle à l'énergie lumineuse reçue.

2°

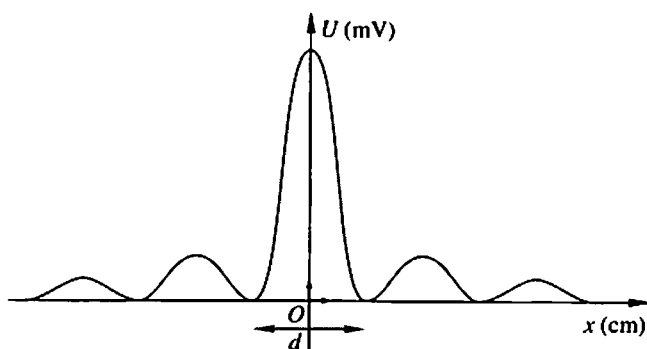


Fig. 7

C. 1° La partie qui correspond à la région de l'espace vers laquelle la lumière est principalement diffractée constitue une «tache centrale» définie par :

$$-2,5 \leq x \leq +2,5 \text{ cm.}$$

$$2^\circ \quad \alpha_c = \frac{d}{D}; \quad \alpha_c = 1,25 \times 10^{-2} \text{ rad.}$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{a}; \quad \alpha = 1,26 \times 10^{-2} \text{ rad.}$$

La relation est vérifiée au $\frac{1}{100}$ près.

3° La largeur des taches secondaires est égale à celle de la tache principale : $d = 5 \text{ cm.}$

4° Il ne s'agit pas de franges d'interférence car il n'y a qu'une seule source de lumière.

9

Les réponses au test

- 1° *Ce qu'il faut savoir, I.*
2° *Ce qu'il faut savoir, II.*
3° a) 10^{-3} rad.
b) 1 mm.
c) 2 mW.
d) $\lambda = 0,633 \mu\text{m}$.
4° a) Par deux miroirs.
b) Un milieu actif : gaz hélium et gaz néon.
c) $2L = p\lambda$, p entier.
d) Par l'un des miroirs qui est semi-transparent.
5° Résonateur, amplifier, actif, l'énergie.

10

- 1° a) F; b) V; c) F; d) V.
2° a) V; b) F; c) V; d) F.
3° a) F; b) F; c) V; d) F.
4° a) F; b) V; c) V; d) V.
5° a) F; b) F; c) F; d) V.