

Génie électrique

Cours complet illustré

IUT – BTS – CPGE (TSI et ATS)
Écoles d'ingénieurs

 **Fomesoutra.com**
ça soutra !

***Les grandes fonctions
de la chaîne d'information***

Christophe FRANÇOIS

 ellipses

GÉNIE ÉLECTRIQUE

Les grandes fonctions de la chaîne d'information

GÉNIE ÉLECTRIQUE

Les grandes fonctions de la chaîne d'information

Cours complet illustré

IUT, BTS, CPGE (TSI et ATS), écoles d'ingénieurs

Christophe FRANÇOIS

Professeur de chaire supérieure en sciences industrielles de l'ingénieur
en CPGE TSI 1 et TSI 2 au lycée Louis Rascol d'Albi
Ancien élève l'École supérieure d'électricité et de l'École centrale de Nantes



Du même auteur, chez le même éditeur

Génie électrique - Cours complet illustré - Les grandes fonctions de la chaîne d'énergie, 368 pages, 2016

Automatique - Comportement des systèmes asservis - Cours complet illustré - 25 problèmes corrigés, François Christophe, 320 pages, 2014

Mémento de génie électrique - 50 fiches de synthèse - Électronique analogique et numérique, électronique de puissance et électrotechnique, automatique, François Christophe, 160 pages, 2008

Génie électrique - Exercices et problèmes corrigés - Électronique de puissance et Électrotechnique, François Christophe (dir.), Dardevet Romain, Soleilhac Patrick, 384 pages, 2006

Génie électrique - Exercices et problèmes corrigés - Électronique analogique et numérique François Christophe (dir.), Dardevet Romain, Soleilhac Patrick, 384 pages, 2006

ISBN 9782340050235

© Ellipses Édition Marketing S.A., 2016
32, rue Bargue 75740 Paris cedex 15



Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5.2° et 3°a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective », et d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

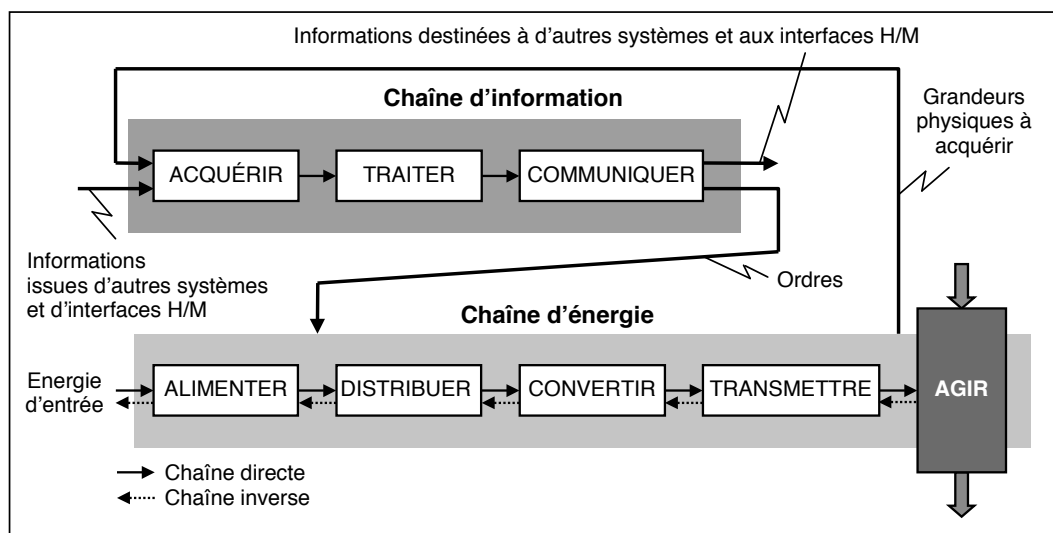
Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

www.editions-ellipses.fr

Avant propos

L'avènement de l'électricité est sans doute le facteur fondamental de l'évolution technologique du XX^{ème} siècle. Les progrès qui n'ont jamais cessé d'en découler ont modelé le rôle des ingénieurs spécialisés en « Génie Electrique et Automatique ». Ils constituent avec la forte demande du « plus électrique » des acteurs majeurs dans des secteurs aussi variés que les systèmes mécatroniques embarqués, le contrôle commande des systèmes, la production et la distribution de l'énergie, ...

Comme il s'avérait difficile de présenter en un seul ouvrage les connaissances nécessaires à l'exploration de l'ensemble des champs du génie électrique, deux recueils ont été écrits. Celui-ci concerne principalement « **les grandes fonctions de la chaîne d'information** » que l'on retrouve dans l'architecture fonctionnelle générique d'un produit pluritechnique.



Cet ouvrage est le fruit de nombreuses années de travail en classes préparatoires de première et seconde année de Technologie et Sciences Industrielles (TSI) au lycée Louis RASCOL d'ALBI. Il s'adresse aux étudiants de classes préparatoires TSI 1^{ère} et 2^{ème} année bien évidemment, mais d'une façon générale, à tous les étudiants des cursus bac + 1 à bac + 3, classe préparatoire ATS, BTS, IUT, licence EEA et 1^{ère} année d'écoles d'ingénieurs, ainsi que les auditeurs de la formation continue, souhaitant acquérir des bases solides en génie électrique.

C'est un cours complet, illustré de nombreux schémas clairs et précis, destiné à accompagner le travail personnel et la progression de l'étudiant, et à l'aider dans la préparation des concours d'entrée aux écoles d'ingénieurs. Il fait le lien entre les savoirs de l'enseignement secondaire et de l'enseignement supérieur. De nombreuses formulations sont compréhensibles dès la fin d'une terminale ou le début d'un premier cycle ; d'autres dévoileront leur intérêt par la suite.

Un ouvrage d'exercices et de problèmes corrigés en « **Electronique analogique et numérique** » vient compléter ce livre de cours et permettra aux étudiants de se familiariser avec les bases du génie électrique. Enfin, un « **mémento de génie électrique** » synthétise en 50 fiches l'ensemble des connaissances balayées dans ces deux recueils : « **les grandes fonctions de la chaîne d'information** » et « **les grandes fonctions de la chaîne d'énergie** ».

Malgré les efforts de relecture, le long travail de synthèse que représente cet ouvrage laissera inéluctablement apparaître des erreurs. Je m'en excuse d'avance auprès de mes lecteurs et les invite à m'en faire part.

À mon père, qui nous a quittés bien trop tôt.

Christophe FRANÇOIS

Table des matières

1. Outils mathématiques et physiques

| | | |
|---------------------|---|----|
| Chapitre 1 : | Lois et théorèmes généraux en régime continu | 9 |
| Chapitre 2 : | Circuits électriques en régime variable | 16 |
| Chapitre 3 : | Circuits électriques en régime sinusoïdal | 24 |
| Chapitre 4 : | Caractérisation et mesure des signaux électriques périodiques | 31 |

2. Composants de l'électronique

| | | |
|---------------------|--|----|
| Chapitre 5 : | Technologie des composants passifs | 47 |
| Chapitre 6 : | Diodes à jonction | 56 |
| Chapitre 7 : | Transistors bipolaires et MOS en régime de commutation | 64 |

3. Acquisition de l'information

| | | |
|----------------------|--|-----|
| Chapitre 8 : | Généralités sur les capteurs | 77 |
| Chapitre 9 : | Détecteurs de position | 90 |
| Chapitre 10 : | Codeurs | 100 |
| Chapitre 11 : | Capteurs électriques industriels | 115 |

4. Traitement analogique de l'information

| | | |
|----------------------|---|-----|
| Chapitre 12 : | Filtrage analogique | 139 |
| Chapitre 13 : | Amplificateurs linéaires intégrés | 159 |
| Chapitre 14 : | Amplificateurs d'instrumentation | 168 |
| Chapitre 15 : | Fonctions analogiques avancées | 178 |
| Chapitre 16 : | Mise en forme à seuils | 185 |

5. Traitement numérique de l'information

| | | |
|----------------------|---|-----|
| Chapitre 17 : | Représentation numérique de l'information | 199 |
| Chapitre 18 : | Numérisation du signal analogique | 209 |
| Chapitre 19 : | CAN / CNA | 219 |
| Chapitre 20 : | Filtrage numérique | 235 |
| Chapitre 21 : | Systèmes de traitement micro programmés | 242 |

6. Traitement logique de l'information

| | | |
|----------------------|--|------------|
| Chapitre 22 : | Systèmes logiques combinatoires | 259 |
| Chapitre 23 : | Fonctions combinatoires avancées | 271 |
| Chapitre 24 : | Systèmes logiques séquentiels | 283 |
| Chapitre 25 : | Description d'un système séquentiel par graphe d'états | 300 |

7. Transmission de l'information

| | | |
|----------------------|---|------------|
| Chapitre 26 : | Concepts de base | 311 |
| Chapitre 27 : | Transmissions sur les réseaux | 322 |
| Chapitre 28 : | Transmissions numériques | 335 |
| Chapitre 29 : | Supports de transmission | 342 |
| Chapitre 30 : | Modulation / démodulation d'amplitude | 351 |
| Bibliographie | | 360 |
| Index | | 361 |



N'hésitez pas à faire vos remarques et suggestions sur ce livre à l'adresse E-MAIL suivante :

christophe.francois@rascal.net

Je vous en remercie d'avance.

1. OUTILS MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES

Chapitre 1

Lois et théorèmes généraux en régime continu

1. Généralités

1.1. Les circuits électriques

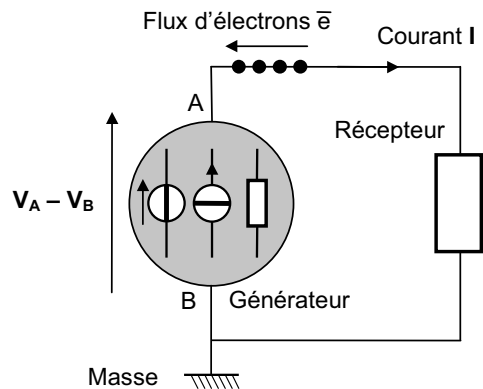
D'une manière générale, tout circuit électrique peut se représenter sous la forme d'un **générateur** ou source d'énergie alimentant un **récepteur**, chargé de transformer l'énergie électrique en une autre forme exploitable. Ces deux éléments sont reliés par des conducteurs métalliques.


Le transfert de charges électriques (électrons) entre ces éléments crée un courant électrique, que l'on oriente en sens contraire du flux d' \bar{e} .

Ce courant, exprimé en ampères (A), représente la quantité de charges q (en coulombs) traversant une section donnée du conducteur par unité de temps :

$$i = \frac{dq}{dt}$$


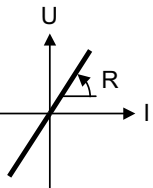
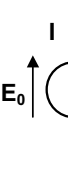
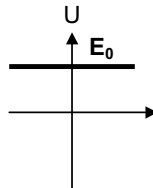
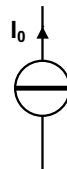
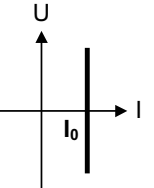
En **régime continu**, il est indépendant de t .
On le note avec une lettre majuscule I .



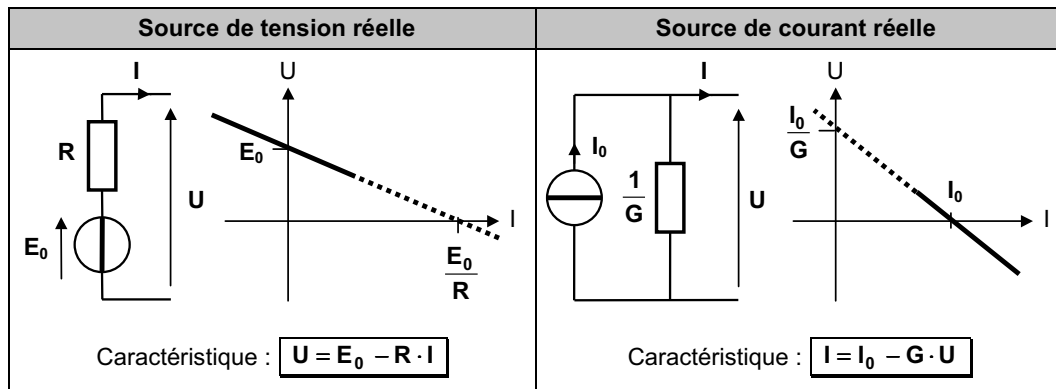
Pour établir ce régime, il faut employer des générateurs, qui maintiennent entre leurs bornes A et B une **différence de potentiel** $V_A - V_B$ ou **tension** constante. Elle s'exprime en volts (V). On considère, en général, que la borne B constitue la référence de tension pour l'ensemble du circuit et se trouve au potentiel 0 V (on dit aussi à la **masse**). On la repèrera par  sur les schémas.

1.2. Les dipôles électriques

Un dipôle électrique est une portion de circuit comportant deux bornes. Leur association constitue les **réseaux électriques**. Les dipôles générateurs sont dits **actifs**, ceux qui ne font que consommer de l'énergie sont dits **passifs**.

| Résistance | Source de tension idéale | Source de courant idéale |
|---|---|---|
|   <p>Dipôle passif Caractéristique (loi d'Ohm) :</p> <p>$U = R \cdot I$ ou $I = G \cdot U$</p> <p>R : résistance en ohms (Ω) G : conductance en siemens (S)</p> |   <p>Dipôle actif Caractéristique :</p> <p>$U = E_0$</p> <p>E_0 : force électromotrice (fém)</p> |   <p>Dipôle actif Caractéristique :</p> <p>$I = I_0$</p> <p>I_0 : courant de court-circuit</p> |

Dans la réalité, les sources de tension et de courant ne sont pas idéales et on considère qu'un modèle plus proche de la réalité, consiste à associer une résistance en série avec une source de tension idéale ou une résistance en parallèle avec une source de courant idéale.



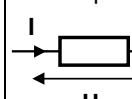
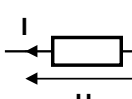
1.3. Conventions

On dirige systématiquement les flèches des courants et des tensions dans le même sens pour le générateur (convention générateur) et en sens contraire pour tout récepteur (convention récepteur).

Il ne faut pas, néanmoins, confondre conventions et modes de fonctionnement. Le tableau ci-contre donne les **modes de fonctionnement** du dipôle, compte tenu de la convention adoptée et du signe de $P = U \cdot I$.

Ainsi, on peut dire que :

- le dipôle **reçoit** de la puissance lorsqu'il fonctionne en récepteur ;
- il en **fournit** lorsqu'il fonctionne en générateur.

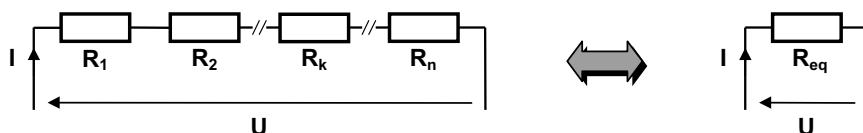
| Choix de la convention | | |
|------------------------|--|--|
| | Récepteur | Générateur |
| Signe de P |  |  |
| $P > 0$ | Récepteur | Générateur |
| $P < 0$ | Générateur | Récepteur |

2. Lois d'association de résistances

En associant des résistances, on forme un dipôle qui se comporte comme une résistance, dont la valeur est appelée **résistance équivalente** notée R_{eq} ou **conductance équivalente** notée G_{eq} .

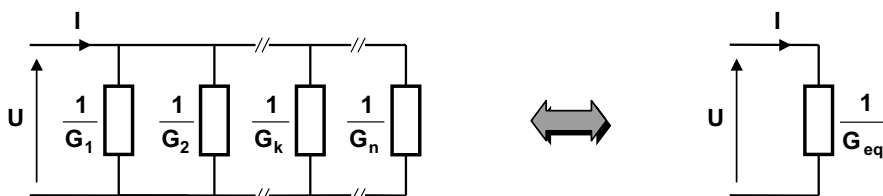
□ Association en série :

$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$



□ Association en parallèle :

$G_{eq} = G_1 + G_2 + \dots + G_n$



3. Lois de KIRCHHOFF

3.1. Définitions topologiques

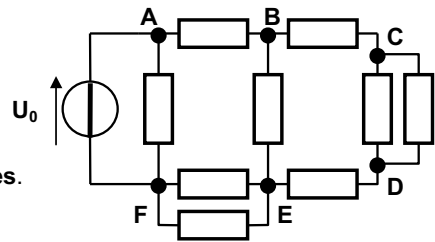
| | |
|----------------|--|
| Branche | Ensemble de dipôles connectés en série ou en parallèle et limités par deux points entre lesquels aucune dérivation de courant ne se produit. |
| Nœud | Point où arrivent plusieurs branches (= extrémités des branches). |
| Maille | Ensemble de branches formant un circuit fermé, chacun des nœuds n'appartenant qu'à deux branches de ce circuit fermé. |

• **Exemple :**

A, B, C, D, E et F sont les **nœuds**.

AB, AF, BC, EF ... sont des **branches**.

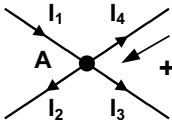
Les trajets **ABEFA**, **BCDEB** et **ACDFA** sont des **mailles**.



3.2. Loi des nœuds

La somme algébrique des courants qui arrivent à un nœud (ou qui en partent) est nulle.

• **Exemple :**



Nœud et son orientation

Elle traduit la conservation de l'électricité : il ne peut y avoir accumulation de charges électriques en un point du circuit.

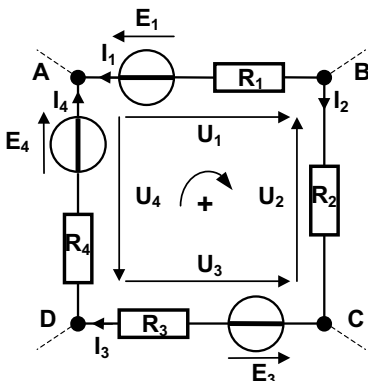
Ainsi, en comptant positivement les courants dirigés vers le nœud et négativement ceux qui en sortent, on obtient :

$$I_1 - I_2 - I_3 - I_4 = 0$$

3.3. Loi des mailles

La somme algébrique des tensions le long d'une maille est nulle.

• **Exemple :**



Ainsi, le long de la maille **ABCD**A, après avoir choisi un sens de parcours, on obtient la relation :

$$U_1 - U_2 - U_3 - U_4 = 0$$

C'est à dire :

$$-E_1 + R_1 \cdot I_1 - R_2 \cdot I_2 - E_3 - R_3 \cdot I_3 + E_4 - R_4 \cdot I_4 = 0$$

Nota : $R_k \cdot I_k$ est précédé du signe (+) si le sens d'orientation de la branche (courant) est opposé au sens de parcours de la maille. E_k est précédé du signe (+) si son sens est identique à celui de la maille.

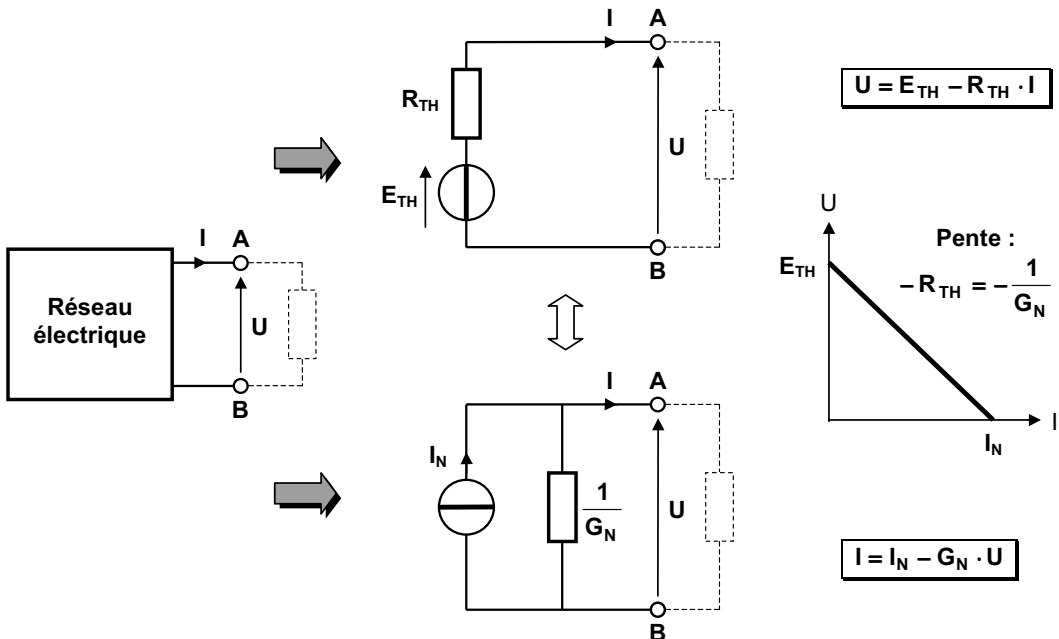
Les lois de KIRCHHOFF ont l'avantage d'être universelles et de permettre la résolution de toutes les configurations de réseaux électriques. Il suffit d'écrire autant de lois des nœuds et de lois des mailles qu'il y a de variables électriques présentes dans le réseau étudié et de résoudre ensuite le système linéaire ainsi formé.

Mais dans certains cas, plusieurs théorèmes complémentaires, corollaires de ces lois, permettent d'aboutir plus rapidement au résultat. C'est l'objet de cette partie : **mettre en place des outils pratiques et rapides de résolution des circuits.**

4. Théorèmes de THÉVENIN et de NORTON

On peut montrer qu'un réseau électrique (constitué de sources de tension, de courant et de résistances) vu de ses bornes **A** et **B** peut être modélisé par :

- une source de tension E_{TH} en série avec une résistance R_{TH} : c'est le modèle de **THÉVENIN** ;
- une source de courant I_N en parallèle avec une résistance $1/G_N$: c'est le modèle de **NORTON**.



On peut passer immédiatement d'un modèle à l'autre à l'aide des relations :

$$\begin{aligned} R_{TH} &= \frac{1}{G_N} \\ E_{TH} &= R_{TH} \cdot I_N \end{aligned}$$

On obtient les éléments des modèles de **THÉVENIN** et de **NORTON** par la méthode suivante :

- ➔ E_{TH} est la tension qui apparaît aux bornes du réseau à **vide** : $I = 0$ (charge déconnectée)
- ➔ I_N est le courant mesuré entre les bornes A et B lorsqu'elles sont **court - circuitées** : $U = 0$
- ➔ R_{TH} (ou $1/G_N$) est la résistance interne du réseau vue des bornes A et B, après avoir rendu passives toutes les sources indépendantes du réseau :
 - les **sources de tension idéales** sont remplacées par des **court - circuits (fils)**.
 - les **sources de courant idéales** sont remplacées par des **circuits ouverts (enlevées)**.

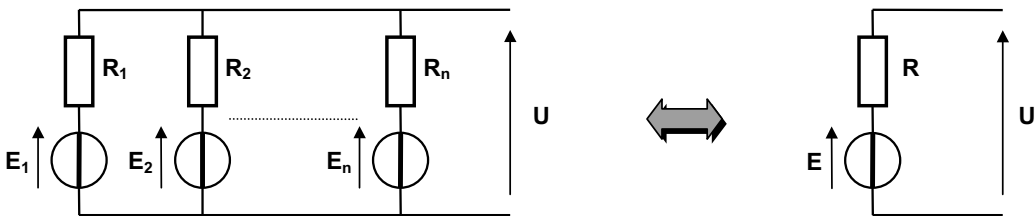
5. Théorème de MILLMAN

5.1. Théorème relatif aux générateurs de tension

On considère n générateurs de tension en parallèle, de résistance interne R_k et de fém E_k .

Cet ensemble peut être remplacé par un générateur de tension unique :

→ de résistance interne :
$$R = \frac{1}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}}$$
 et de fém :
$$E = R \cdot \sum_{k=1}^n \frac{E_k}{R_k}$$



- **Remarque** : Une branche constituée d'une source de tension en série avec une résistance peut résulter de la transformation préalable d'une source de courant en parallèle avec cette même résistance (cf. théorèmes de THÉVENIN et de NORTON).

5.2. Théorème relatif au potentiel d'un point

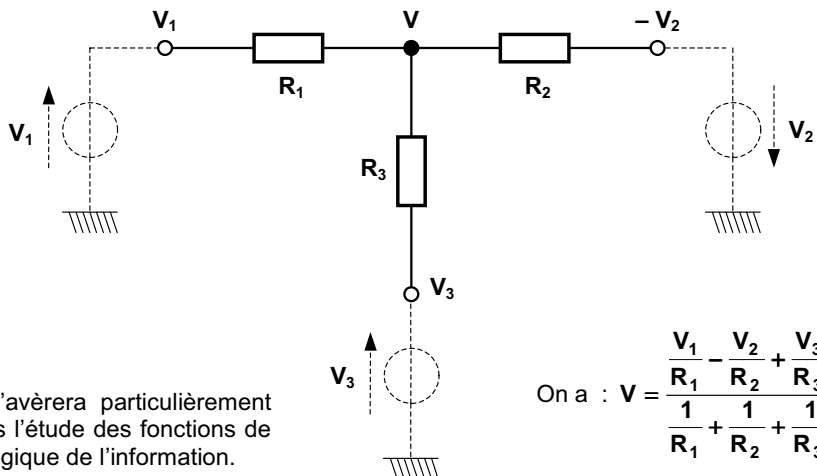
On considère un nœud de courant de potentiel* V dans un réseau. Ce nœud est le point de jonction de n résistances R_k , soumises aux potentiels V_k de l'autre côté du nœud.

* Le potentiel d'un point de circuit est la tension entre ce point et la masse.

→ Le potentiel V du nœud a pour expression :

$$V = \frac{\sum_{k=1}^n \frac{V_k}{R_k}}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}}$$

- **Exemple** :



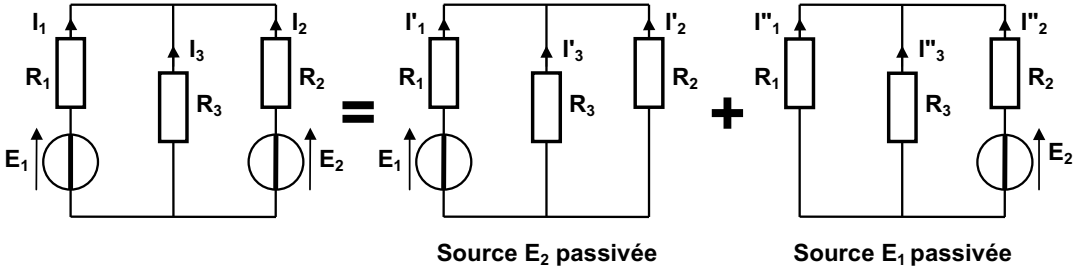
Ce théorème s'avèrera particulièrement intéressant dans l'étude des fonctions de traitement analogique de l'information.

On a :
$$V = \frac{\frac{V_1}{R_1} - \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

6. Théorème de superposition

La réponse (en courant ou en tension) d'un réseau, contenant plusieurs sources indépendantes agissant simultanément, est égale à la somme des réponses (en courant ou en tension) dues à chaque source agissant isolément.

- **Illustration** : Calcul des courants I_1 , I_2 et I_3 dans les différentes branches.

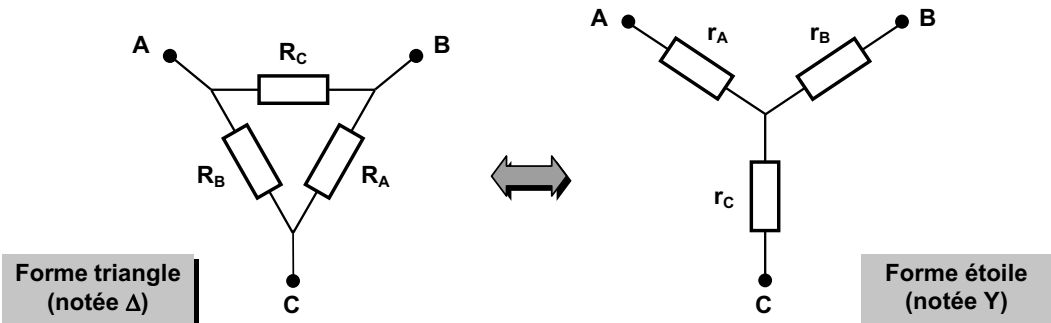


En vertu du théorème de superposition, on a : $I_1 = I'_1 + I''_1$ $I_2 = I'_2 + I''_2$ $I_3 = I'_3 + I''_3$

7. Théorème de KENNELY : transformation TRIANGLE ↔ ÉTOILE

Le théorème de KENNELY donne les relations de transformation :

- d'un réseau en **forme d'étoile** en réseau équivalent en **forme de triangle** ;
- d'un réseau en **forme de triangle** en réseau équivalent en **forme d'étoile**.



Pour la **transformation TRIANGLE → ÉTOILE**, on montre que les expressions des résistances r_k se déduisent l'une de l'autre par permutation circulaire :

$$r_A = \frac{R_B \cdot R_C}{R_A + R_B + R_C}$$

$$r_B = \frac{R_A \cdot R_C}{R_A + R_B + R_C}$$

$$r_C = \frac{R_A \cdot R_B}{R_A + R_B + R_C}$$

La **transformation inverse** (ÉTOILE → TRIANGLE) ne présente pas d'intérêt pour le calcul des réseaux parce qu'elle rajoute une maille. Elle est toutefois utilisée dans d'autres domaines (*réseaux triphasés par exemple*). Avec les conductances $G_k = 1 / R_k$ et $g_k = 1 / r_k$, on montre que :

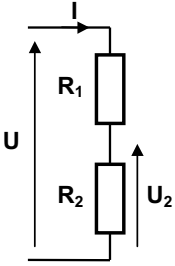
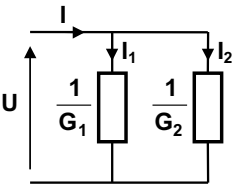
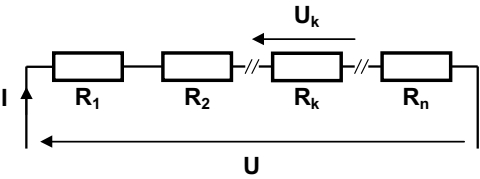
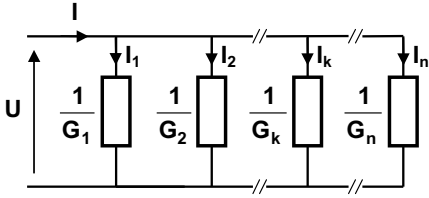
$$G_A = \frac{g_B \cdot g_C}{g_A + g_B + g_C}$$

$$G_B = \frac{g_A \cdot g_C}{g_A + g_B + g_C}$$

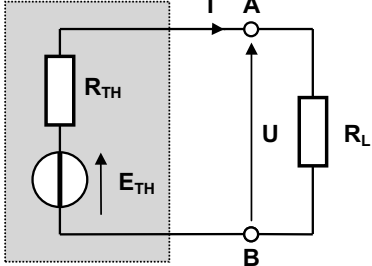
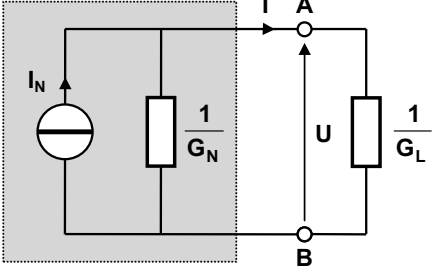
$$G_C = \frac{g_A \cdot g_B}{g_A + g_B + g_C}$$

8. Diviseurs de tension et de courant

8.1. Relations classiques

| Diviseur de tension | Diviseur de courant |
|---|--|
|  <p data-bbox="422 384 636 439">Le même courant I traverse R_1 et R_2.</p> <div data-bbox="422 486 636 564" style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: auto;"> $U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U$ </div> |  <p data-bbox="909 378 1176 458">La même tension U est appliquée aux bornes de $1/G_1$ et $1/G_2$.</p> <div data-bbox="948 486 1150 564" style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: auto;"> $I_2 = \frac{G_2}{G_1 + G_2} \cdot I$ </div> |
| <p>Ces résultats se généralisent à n branches ($n > 2$).</p> | |
|  <div data-bbox="234 1015 557 1093" style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: auto;"> $U_k = \frac{R_k}{R_1 + R_2 + \dots + R_n} \cdot U$ </div> |  <div data-bbox="768 1015 1076 1093" style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: auto;"> $I_k = \frac{G_k}{G_1 + G_2 + \dots + G_n} \cdot I$ </div> |

8.2. Relations source - charge

| Source de tension réelle + Charge | Source de courant réelle + Charge |
|--|---|
|  <p data-bbox="244 1599 580 1654">Modèle de THÉVENIN du réseau vu des bornes A et B</p> <div data-bbox="273 1701 518 1779" style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: auto;"> $U = \frac{R_L}{R_L + R_{TH}} \cdot E_{TH}$ </div> |  <p data-bbox="760 1599 1096 1654">Modèle de NORTON du réseau vu des bornes A et B</p> <div data-bbox="818 1701 1023 1779" style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: auto;"> $I = \frac{G_L}{G_L + G_N} \cdot I_N$ </div> |

Chapitre 2

Circuits électriques en régime variable

1. Principes généraux

1.1. Régime variable

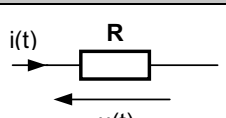
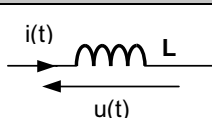
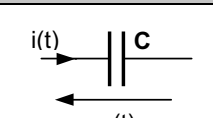
Un circuit électrique fonctionne en **régime variable** lorsqu'il est alimenté par des sources de courant ou de tension fonctions du temps ou lorsque sa configuration est modifiée, à un instant donné, par l'ouverture ou la fermeture d'un interrupteur par exemple.

Les **signaux** (courants et tensions) sont alors **variables**, fonctions du temps. Néanmoins, des signaux continus peuvent coexister avec ces signaux variables. On appelle **valeur instantanée**, l'expression temporelle d'un signal, que l'on note par une lettre minuscule : par exemple $u(t)$, $i(t)$, etc. Ce chapitre a pour but de déterminer les **expressions mathématiques** des valeurs instantanées.

1.2. Dipôles élémentaires

Les circuits électriques en régime variable sont constitués de divers éléments. On retrouve les sources de tension et de courant (cf. chapitre 1) dont les valeurs seront tantôt constantes, tantôt fonctions du temps, et les résistances. D'autres dipôles passifs linéaires sont utilisés : bobine et condensateur, ainsi que des dipôles non linéaires comme les interrupteurs, les diodes, etc.

1.2.1. Dipôles passifs : Equations de fonctionnement

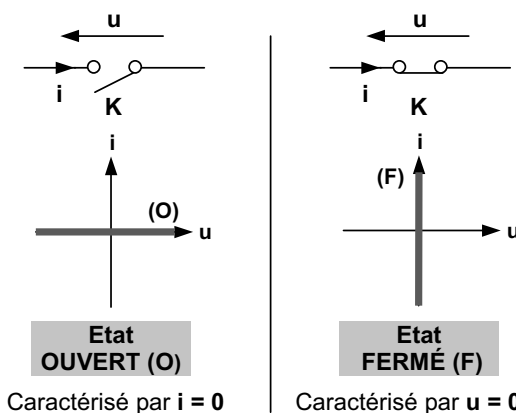
| Résistance | Bobine parfaite | Condensateur parfait |
|---|---|---|
|  |  |  |
| R : résistance en Ω (ohms) | L : inductance en H (henrys) | C : capacité en F (farads) |
| <u>Relation tension - courant :</u> | <u>Relation tension - courant :</u> | <u>Relation tension - courant :</u> |
| <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">$u(t) = R \cdot i(t)$</div> | <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$</div> | <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">$i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$</div> |

1.2.2. Interrupteurs : Caractéristiques

Ils peuvent être de type mécanique, mais on utilise surtout des **composants de l'électronique** : diodes, transistors, ... fonctionnant en régime de commutation.

Ces commutateurs sont généralement unidirectionnels en courant ou en tension : une partie seulement des caractéristiques données ci-contre est atteinte.

De plus, ils ne sont parfaits qu'en première approximation (en négligeant tensions de seuil, courants résiduels, etc.).



2. Mise en équations et résolution du problème posé

On se place dans le cas simple, mais classique, où le circuit étudié n'est constitué que d'une maille, celle-ci comportant, entre autres, des bobines et / ou des condensateurs. Pour résoudre le problème, il faut suivre la démarche proposée :

- On commence par **analyser le fonctionnement des interrupteurs** du montage. A chaque état des interrupteurs correspond une configuration du circuit, donc un problème différent à traiter.
- On écrit les lois de Kirchhoff pour le circuit, en faisant intervenir les équations des dipôles élémentaires. On obtient ainsi une équation différentielle **linéaire** du **1^{er} ordre** ou du **2nd ordre** (on n'ira pas au-delà !) ayant comme inconnue le signal **s(t)** cherché :

$$\boxed{f(s(t), ds(t)/dt) = e(t)} \quad \text{ou} \quad \boxed{f(s(t), ds(t)/dt, d^2s(t)/dt^2) = e(t)}$$

Le second membre **e(t)** traduit généralement l'action des dipôles actifs du montage.

- On recherche la solution générale **s₁(t)** de l'équation sans second membre (SGESSM) :

$$f(s_1(t), ds_1(t)/dt) = 0 \quad \text{ou} \quad f(s_1(t), ds_1(t)/dt, d^2s_1(t)/dt^2) = 0$$

- On recherche la solution particulière **s₂(t)** de l'équation avec second membre (SPEASM).
- **Remarque** : La recherche de la SPEASM peut être facilitée en remarquant que si le second membre est une **constante**, une **fonction circulaire en t** ($\cos \omega t$, $\sin \omega t$, ...) ou un polynôme en t, la solution particulière est de même nature mathématique. En génie électrique, on rencontre essentiellement les deux premiers types cités.

- La solution de l'équation différentielle est :

$$\boxed{s(t) = s_1(t) + s_2(t)}$$

Elle fait intervenir un nombre de constantes d'intégration égal à l'ordre de l'équation différentielle. Leur valeur est déterminée par les **conditions initiales** du problème.

- La SGESSM **s₁(t)** correspond au **régime libre** ou au **régime transitoire**. C'est toujours, en pratique, une fonction décroissante du temps à cause de l'amortissement dû aux résistances.

Ainsi : $\text{Si } t \rightarrow +\infty, s_1(t) \rightarrow 0$

- La SPEASM **s₂(t)** correspond au **régime forcé** ou au **régime permanent**, c'est à dire celui que tend à imposer au circuit le signal **e(t)**. On l'obtient d'ailleurs par identification. Si ce régime avait le temps de s'établir, la seconde solution **s₂(t)** subsisterait seule : $s(t) \rightarrow s_2(t)$.

3. Réponses de circuits du 1^{er} ordre

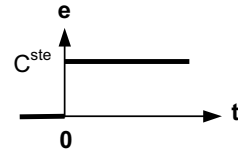
Un circuit du 1^{er} ordre est généralement régi par une équation différentielle de la forme suivante :

$$\boxed{\tau \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = e(t)}$$

avec τ : constante de temps du circuit (homogène à un temps)

3.1. Réponses à un échelon

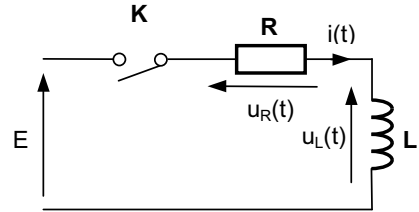
On appelle échelon de tension (de courant) le signal $e(t)$ tel que $e(t) = 0$ pour $t < 0$ et $e(t) = \text{Constante}$ pour $t \geq 0$.



La réponse $s(t)$ associée est appelée **réponse indicielle**.

3.1.1. Etablissement du courant dans une bobine

On s'intéresse à la réponse en courant $i(t)$ du circuit RL. La tension E est continue. A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K . Le courant est nul à cet instant : $i(0) = 0$.



Lorsque K est fermé ($t > 0$), la loi des mailles s'écrit :

$$E = u_R(t) + u_L(t) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} u_R(t) = R \cdot i(t) \\ u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} \end{cases} \quad \text{d'où l'équation :} \quad \boxed{\frac{L}{R} \frac{di(t)}{dt} + i(t) = \frac{E}{R}}$$

- La SGESSM $i_1(t)$ s'écrit en posant $\tau = \frac{L}{R}$: $i_1(t) = A \cdot e^{-t/\tau}$
- La SPEASM $i_2(t)$ est **constante** et vaut : $i_2(t) = \frac{E}{R}$
- La solution $i(t)$ complète de l'équation s'écrit : $i(t) = i_1(t) + i_2(t) = A \cdot e^{-t/\tau} + \frac{E}{R}$

Pour déterminer la constante d'intégration, il faut connaître une condition initiale. Ainsi, on traduit dans l'expression précédente qu'à l'instant $t = 0$, $i = 0$ donc :

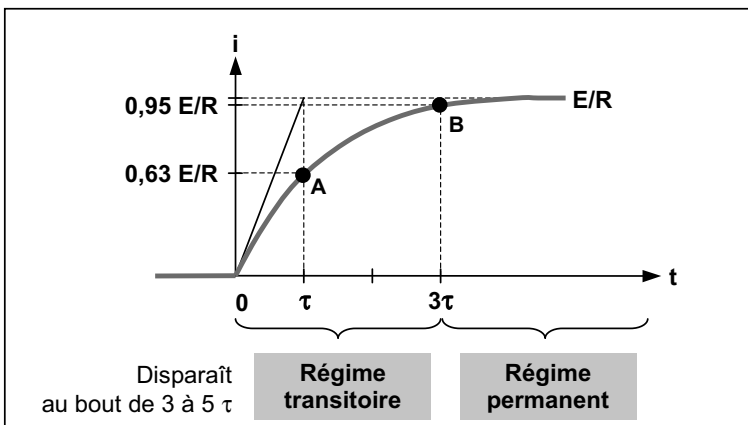
$$i(0) = 0 \Rightarrow A + \frac{E}{R} = 0 \Rightarrow A = -\frac{E}{R} \quad \text{soit} \quad \boxed{i(t) = \frac{E}{R} \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

Le courant $i(t)$ dans la bobine s'établit donc selon une loi exponentielle. Sa valeur finale (en régime permanent) est E/R .

La réponse indicielle peut facilement se construire en remarquant que :

- La tangente à l'origine coupe l'asymptote E/R à la courbe en $t = \tau$.
- Le courant a atteint **63 %** de sa valeur finale en $t = \tau$ (point A) et **95 %** en $t = 3\tau$ (point B).

□ Représentation temporelle :

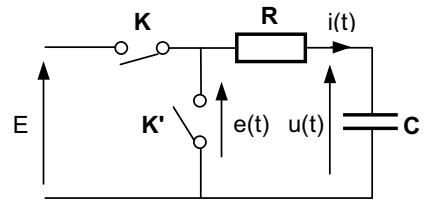


3.1.2. Charge et décharge d'un condensateur à travers une résistance

On s'intéresse à la réponse en tension $u(t)$ du circuit RC. La tension E est continue. A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K , l'interrupteur K' restant ouvert.

Le condensateur est initialement déchargé : $u(0) = 0$.

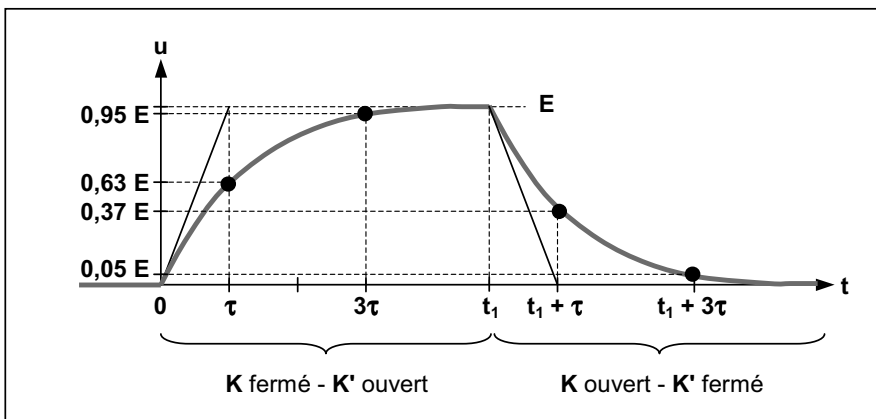
A $t = t_1 \gg RC$, on ouvre K et on ferme K' simultanément alors que le condensateur est chargé sous $u(t_1)$.



On étudie donc successivement les deux phases de fonctionnement :

| K fermé - K' ouvert | K ouvert - K' fermé |
|---|---|
| | |
| <p><u>Loi des mailles</u> : $e(t) = E = u(t) + R \cdot i(t)$</p> <p>$i(t) = C \frac{du(t)}{dt} \Rightarrow$ $RC \frac{du(t)}{dt} + u(t) = E$</p> <p>La solution générale $u(t)$ de l'équation différentielle est de la forme :</p> <p>$u(t) = \underbrace{A \cdot e^{-t/\tau}}_{\text{SGESSM}} + \underbrace{E}_{\text{SPEASM}}$ avec $\tau = RC$</p> <p><u>Condition initiale</u> : $u(0) = 0 \Rightarrow A = -E$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $u(t) = E \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ </div> | <p><u>Loi des mailles</u> : $e(t) = 0 = u(t) + R \cdot i(t)$</p> <p>$i(t) = C \frac{du(t)}{dt} \Rightarrow$ $RC \frac{du(t)}{dt} + u(t) = 0$</p> <p>La solution générale $u(t)$ de l'équation différentielle est de la forme :</p> <p>$u(t) = \underbrace{A \cdot e^{-t/\tau}}_{\text{SGESSM}}$ avec $\tau = RC$</p> <p><u>Condition initiale</u> : $u(t_1) = E \Rightarrow A = E \cdot e^{t_1/\tau}$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $u(t) = E \cdot e^{-(t-t_1)/\tau}$ </div> |

□ Représentation temporelle :



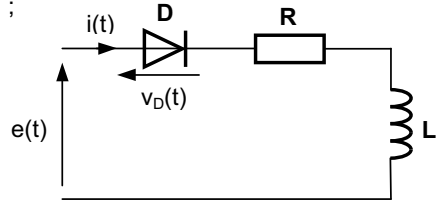
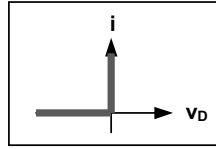
3.2. Réponse à un signal sinusoïdal

3.2.1. Alimentation par une tension sinusoïdale d'une bobine à travers une diode

On cherche la réponse en courant $i(t)$ du circuit RL (bobine réelle) avec les hypothèses suivantes :

- la tension d'entrée est sinusoïdale : $e(t) = E\sqrt{2} \cdot \sin \omega t$;
- la diode **D** est idéale :

- **D passante** : $v_D = 0$
- **D bloquée** : $i = 0$
 $\Rightarrow v_D(t) = e(t)$



Elle reste bloquée tant que $v_D(t) = E\sqrt{2} \cdot \sin \omega t < 0$. Pour $t > 0$, **D** devient passante ($v_D = 0$).

A partir de cet instant, la loi des mailles conduit à :

$$\frac{L}{R} \frac{di(t)}{dt} + i(t) = \frac{E\sqrt{2}}{R} \sin \omega t$$

- La SGESSM $i_1(t)$ s'écrit en posant $\tau = \frac{L}{R}$:

$$i_1(t) = A \cdot e^{-t/\tau}$$

- La SPEASM $i_2(t)$ est **sinusoïdale** d'expression :

$$i_2(t) = I\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - \varphi)$$

en posant $I = \frac{E}{Z} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}$ (Z : impédance du dipôle RL) et $\tan \varphi = \frac{L\omega}{R}$.

C'est le courant qui circulerait en **régime forcé**, c'est à dire si la diode **D** restait indéfiniment passante et dont l'expression s'obtient aisément en passant par les amplitudes complexes. (cf. chapitre 3 : Circuits électriques en régime sinusoïdal)

- La solution $i(t)$ complète de l'équation s'écrit :

$$i(t) = A \cdot e^{-t/\tau} + I\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - \varphi)$$

La constante d'intégration A est déduite des conditions initiales : $i(0) = 0$.

En remplaçant dans l'équation précédente, il vient :

$$A - I\sqrt{2} \cdot \sin \varphi = 0 \Rightarrow A = I\sqrt{2} \cdot \sin \varphi \quad \text{soit}$$

$$i(t) = I\sqrt{2} \cdot \left[\sin \varphi \cdot e^{-t/\tau} + \sin(\omega t - \varphi) \right]$$

□ Représentation temporelle :

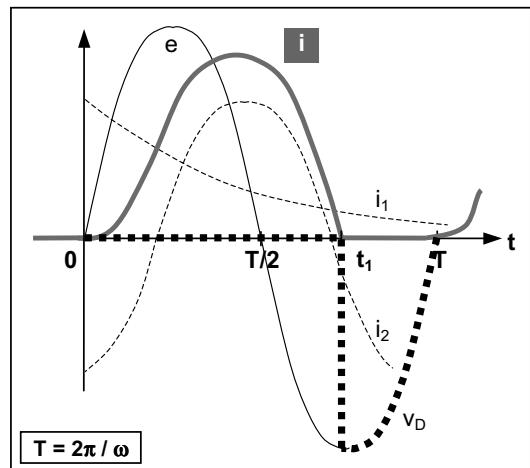
La conduction cesse à l'instant $t = t_1$ où $i(t)$ s'annule. La valeur de t_1 est donnée par :

$$\sin(\omega t_1 - \varphi) = -\sin \varphi \cdot e^{-t_1/\tau}$$

- Cas limites :

Si $\frac{L\omega}{R} \rightarrow 0$ alors $\begin{cases} t_1 \rightarrow T/2 \\ i(t) \rightarrow \frac{E\sqrt{2}}{R} \cdot \sin \omega t \end{cases}$
 purement résistif

Si $\frac{L\omega}{R} \rightarrow +\infty$ alors $\begin{cases} t_1 \rightarrow T \\ i(t) \rightarrow \frac{E\sqrt{2}}{L\omega} \cdot (1 - \cos \omega t) \end{cases}$
 purement inductif



$$T = 2\pi / \omega$$

4. Réponses de circuits du 2nd ordre

Un circuit linéaire du 2nd ordre répond à l'équation différentielle suivante :

$$\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2s(t)}{dt^2} + \frac{2m}{\omega_0} \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = e(t)$$

avec ω_0 : pulsation propre du circuit (en rad/s)
 m : coefficient d'amortissement du circuit noté aussi ξ (sans unité et ≥ 0)

La résolution de cette équation suit un cheminement légèrement plus élaboré que dans le cas d'un circuit du 1^{er} ordre car une discussion sur la valeur de certaines grandeurs s'impose.

4.1. Etude du régime libre

On commence par poser l'équation caractéristique (EC) : $\frac{1}{\omega_0^2} r^2 + \frac{2m}{\omega_0} r + 1 = 0$
 r : racine de l'équation caractéristique

On en déduit l'expression du discriminant Δ : $\Delta = \left(\frac{2m}{\omega_0}\right)^2 - \frac{4}{\omega_0^2} = \frac{4}{\omega_0^2} \cdot (m^2 - 1)$

La discussion peut alors s'engager sur les valeurs de m . On distingue 3 cas :

| | Racines de l'EC | SGESSM |
|----------------|--|--|
| $m > 1$ | $\Delta > 0$: 2 racines réelles de même signe $r_{1,2} = -m\omega_0 \pm \omega_0 \cdot \sqrt{m^2 - 1}$ | $s_1(t) = A e^{r_1 t} + B e^{r_2 t}$ Régime libre apériodique amorti |
| $m = 1$ | $\Delta = 0$: il y a 1 racine double réelle $r = -\omega_0$ | $s_1(t) = e^{-\omega_0 t} \cdot (A t + B)$ Régime libre critique |
| $0 \leq m < 1$ | $\Delta < 0$: 2 racines complexes conjuguées $r_{1,2} = -m\omega_0 \pm j\omega_0 \cdot \underbrace{\sqrt{1 - m^2}}_{\omega_p}$ On pose $\omega_p = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - m^2}$ la pseudo - pulsation des oscillations | $s_1(t) = e^{-m\omega_0 t} \cdot (A \cos \omega_p t + B \sin \omega_p t)$ \Downarrow $s_1(t) = S_{\max} \cdot e^{-m\omega_0 t} \cdot \sin(\omega_p t + \varphi)$ où $S_{\max} = \sqrt{A^2 + B^2}$ et $\tan \varphi = \frac{A}{B}$ Régime libre oscillant amorti |

4.2. Etude du régime forcé

Ce régime correspond à la SPEASM $s_2(t)$. Les solutions particulières les plus courantes en génie électrique sont la **constante** ou la somme de **fonctions circulaires**.

La solution complète est la somme des deux solutions précédemment définies. La résolution se termine par la recherche des constantes **A** et **B** (ou S_{\max} et φ) grâce aux conditions initiales (CI).

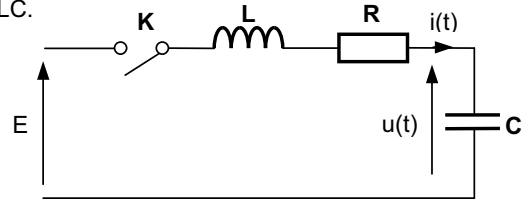
4.3. Exemple : Circuit RLC série à la mise sous tension

On cherche la réponse en tension $u(t)$ du circuit RLC. La tension E est continue. K est ouvert pour $t < 0$.

A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K .

Le condensateur est initialement déchargé.

Lorsque K est fermé, la loi des mailles s'écrit :



$$E = L \frac{di(t)}{dt} + R \cdot i(t) + u(t) \quad \text{or} \quad i(t) = C \frac{du(t)}{dt} \quad \text{d'où} \quad \boxed{LC \frac{d^2u(t)}{dt^2} + RC \frac{du(t)}{dt} + u(t) = E}$$

On pose $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $m = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$ pour avoir $\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2u(t)}{dt^2} + \frac{2m}{\omega_0} \frac{du(t)}{dt} + u(t) = E$

On introduit $R_C = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ la résistance critique d'où $m = \frac{R}{R_C}$. On distingue les 3 cas suivants :

| | Solution complète | Représentation |
|------------------|--|---|
| $R > R_C$ | $u(t) = \underbrace{Ae^{r_1 t} + Be^{r_2 t}}_{\text{SGESSM}} + \underbrace{E}_{\text{SPEASM}}$ <p>En tenant compte des CI : $u(0) = 0, \frac{du(0)}{dt} = \frac{i(0)}{C} = 0$</p> $\boxed{u(t) = E \cdot \left[1 - \frac{1}{\tau_1 - \tau_2} \cdot \left(\tau_1 \cdot e^{-t/\tau_1} - \tau_2 \cdot e^{-t/\tau_2} \right) \right]}$ <p>avec $\tau_1 = -1/r_1$ et $\tau_2 = -1/r_2$</p> | <p style="text-align: center;"><i>Apériodique amorti</i></p> <p style="text-align: center;">$R \nearrow$</p> <p style="text-align: center;">0 Tangente horizontale à l'origine</p> |
| $R = R_C$ | $u(t) = \underbrace{e^{-\omega_0 t} \cdot (At + B)}_{\text{SGESSM}} + \underbrace{E}_{\text{SPEASM}}$ <p>En tenant compte des CI : $u(0) = 0, \frac{du(0)}{dt} = 0$</p> $\boxed{u(t) = E \cdot \left[1 - (1 + \omega_0 t) \cdot e^{-\omega_0 t} \right]}$ | <p style="text-align: center;"><i>Critique</i></p> |
| $0 \leq R < R_C$ | $u(t) = \underbrace{U_{\max} \cdot e^{-m\omega_0 t} \cdot \sin(\omega_p t + \varphi)}_{\text{SGESSM}} + \underbrace{E}_{\text{SPEASM}}$ <p>En tenant compte des CI : $u(0) = 0, \frac{du(0)}{dt} = 0$</p> $\boxed{u(t) = E \cdot \left[1 - \sin(\omega_p t + \varphi) \cdot \frac{e^{-m\omega_0 t}}{\sqrt{1 - m^2}} \right]}$ <p>avec $\cos \varphi = m$ et $\omega_p = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - m^2}$</p> | <p style="text-align: center;"><i>Oscillant amorti</i></p> <p style="text-align: center;">pseudo - période $T_p = \frac{2\pi}{\omega_p}$</p> <p style="text-align: center;">Enveloppe de la courbe (exponentielle)</p> |

□ Cas particulier : $R = 0$

Si aucun élément dissipatif n'est présent dans le circuit, l'équation différentielle devient :

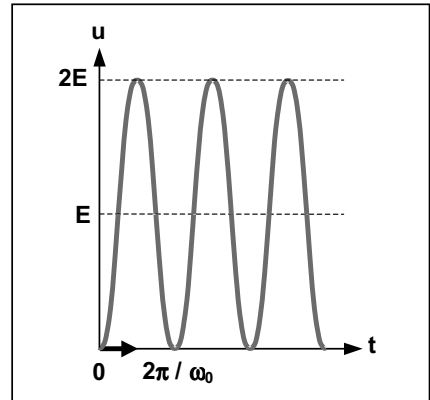
$$LC \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + u(t) = E$$

Le coefficient d'amortissement m est nul : $\omega_p = \omega_0$.

Il conduit à une solution $u(t)$ de la forme :

$$u(t) = E \cdot \left[1 - \sin \left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2} \right) \right]$$

Le régime est **purement oscillatoire**.



C'est dans ce cas de figure que l'on se place pour réaliser un **oscillateur sinusoïdal**. Le problème technologique consiste alors à annuler la résistance équivalente du circuit.

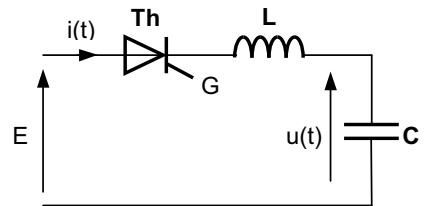
En associant au circuit LC série un thyristor, on peut réaliser un **doubleur de tension**.

Le condensateur est initialement déchargé : $u(0) = 0$.
Pour $t < 0$, le thyristor est bloqué donc $i(0) = 0$.

A $t = 0$, on envoie une impulsion de courant dans la gâchette (G), le thyristor devient passant.

Après amorçage, on a :

$$u(t) = E \cdot \left[1 - \sin \left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2} \right) \right] = E \cdot [1 - \cos \omega_0 t]$$



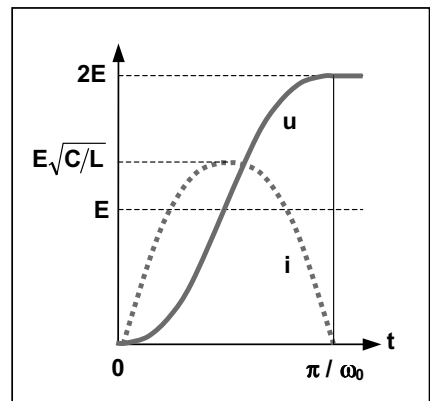
Le courant $i(t)$ se déduit de la tension par dérivation :

$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt} = EC\omega_0 \cdot \sin \omega_0 t$$

Soit :
$$i(t) = E \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot \sin \omega_0 t \quad \text{où} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Le thyristor (comme une diode) se bloque au moment où le courant s'annule, c'est à dire pour $t = \pi / \omega_0$.

A cet instant, la tension $u(t)$ vaut $2E$ d'où le nom attribué à ce montage : **doubleur de tension**.



Puisque aucun courant ne circule plus, la tension $u(t)$ conserve ensuite cette valeur.

On retrouve également ce montage dans les circuits d'extinction forcée des thyristors.

Chapitre 3

Circuits électriques en régime sinusoïdal

1. Régime sinusoïdal

Pour plusieurs raisons, les régimes sinusoïdaux ont une très grande importance en électricité :

- La majeure partie de l'énergie électrique consommée dans le monde est produite et distribuée sous forme de tensions sinusoïdales ;
- Le régime sinusoïdal sert de base à l'étude des signaux périodiques par l'intermédiaire de la transformation de Fourier (cf. chapitre 4 - page 39) ;

L'étude des circuits électriques en régime sinusoïdal correspond à l'étude des réseaux électriques composés uniquement de **dipôles passifs linéaires** (résistances, condensateurs et bobines), alimentés par des **sources de tension ou de courant sinusoïdales**. En tout point de ce circuit, les signaux sont des **grandeurs sinusoïdales** du temps, de même fréquence f mais déphasées les unes par rapport aux autres.

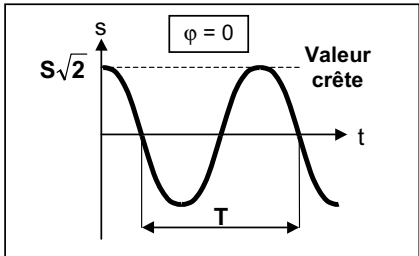
2. Grandeurs sinusoïdales

2.1. Définitions

Elle est définie par : $s(t) = S\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

- {

 - S : valeur efficace (cf. chapitre 4 - page 33)
 - ω : pulsation en rad / s
 - $\omega = 2\pi f = 2\pi / T$ où T est la période en s
 - φ : phase à l'origine (à $t = 0$)



2.2. Représentations

| Représentation complexe | Représentation vectorielle (de Fresnel) |
|---|---|
| <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 10px;">Grandeur complexe $\underline{s}(t)$</div> <div style="margin-bottom: 10px;"> $\begin{cases} \underline{s}(t) = S\sqrt{2} \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} \\ s(t) = \Re(\underline{s}(t)) \end{cases}$ </div> <p>Si le signal d'excitation est la fonction sinus, on prendra $s(t) = \Im(\underline{s}(t))$.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 10px;">Amplitude complexe \underline{S}</div> <p>On écrit que : $\underline{s}(t) = \underline{S}\sqrt{2} \cdot e^{j\omega t}$</p> <p>où $\underline{S} = S \cdot e^{j\varphi} = [S; \varphi]$ Module</p> <p style="margin-left: 10px;">Argument</p> <p><u>Rappel</u> : $S \cdot e^{j\varphi} = S \cdot \cos \varphi + jS \cdot \sin \varphi$</p> | <p>On associe à $s(t)$ un vecteur \vec{S} dit vecteur de Fresnel, de norme S (valeur efficace) tournant autour d'un point O à une vitesse angulaire ω.</p> <p>Puisque tous les signaux sont de même pulsation ω, les vecteurs tournent à la même vitesse. On les représente donc à $t = 0$.</p> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> </div> <p>L'extrémité de ce vecteur est l'image dans le plan complexe de l'amplitude complexe \underline{S}.</p> |

2.3. Dérivation et intégration

On note $\underline{s}_d(t)$ et $\underline{s}_i(t)$ les grandeurs complexes associées aux signaux $\frac{ds(t)}{dt}$ et $\int s(t) \cdot dt$.

On rappelle que $\frac{de^{j\omega t}}{dt} = j\omega \cdot e^{j\omega t}$ et $\int e^{j\omega t} \cdot dt = \frac{1}{j\omega} \cdot e^{j\omega t}$.

Par conséquent, il vient :

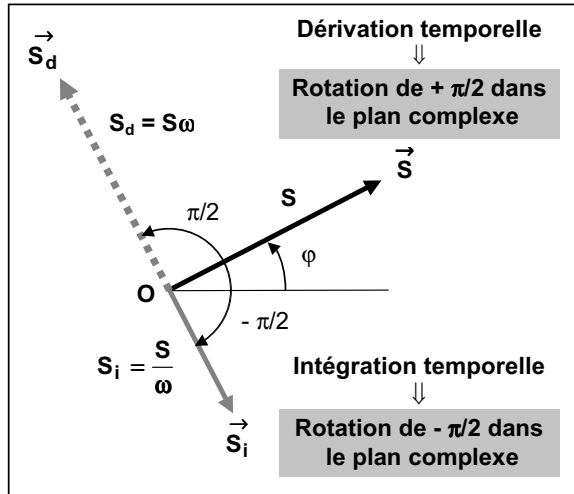
$$\underline{s}_d(t) = \frac{ds(t)}{dt} = j\omega \cdot \underline{s}(t)$$

$$\underline{s}_i(t) = \int \underline{s}(t) \cdot dt = \frac{1}{j\omega} \cdot \underline{s}(t)$$

Soit en passant aux amplitudes complexes :

$$\underline{S}_d = j\omega \cdot \underline{S} = \left[S\omega ; \varphi + \frac{\pi}{2} \right]$$

$$\underline{S}_i = \frac{1}{j\omega} \cdot \underline{S} = \left[\frac{S}{\omega} ; \varphi - \frac{\pi}{2} \right]$$

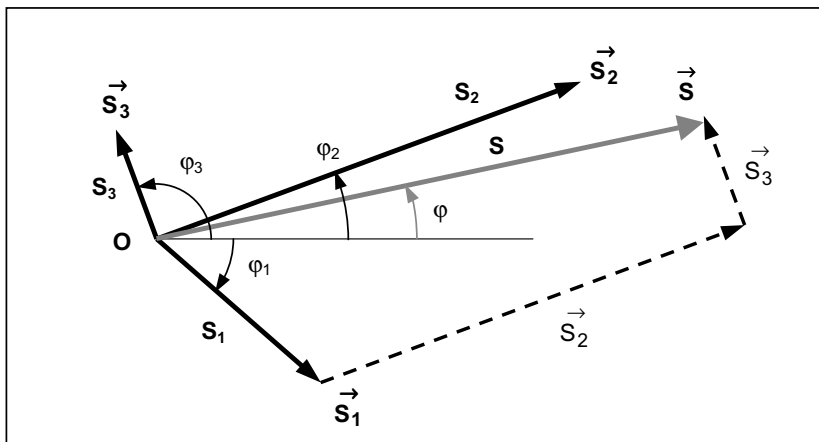


2.4. Somme

Il n'est pas très simple d'effectuer des sommes de fonctions sinusoïdales. On l'effectue plutôt sur les vecteurs de Fresnel associés.

$$s(t) = s_1(t) + s_2(t) + s_3(t) = S_1\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \varphi_1) + S_2\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \varphi_2) + S_3\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \varphi_3)$$

$$\Rightarrow \underline{S} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3 \Rightarrow \boxed{\underline{S} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3}$$



Graphiquement ou par des calculs géométriques, on détermine \underline{S} et φ . On en déduit que :

$$\boxed{s(t) = S\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \varphi)}$$

Cette méthode est très utilisée en électrotechnique pour l'étude des machines. Le diagramme de Fresnel porte alors généralement un nom particulier : diagramme de KAPP du transformateur,

2.5. Solutions particulières d'équations différentielles

L'utilisation des amplitudes complexes permet de transformer les équations différentielles sous forme algébrique.

- **Exemple** : on cherche la solution particulière en **régime permanent** de l'équation différentielle :

$$v(t) + RC \frac{dv(t)}{dt} = e(t) = E\sqrt{2} \cdot \cos \omega t$$

La solution particulière (cf. chapitre 2), correspondant au régime permanent, est de même nature que le second membre, donc sinusoïdale. En appliquant les règles de substitution rappelées ci-contre, on obtient :

$$\underline{V} + jRC\omega \cdot \underline{V} = \underline{E} \Rightarrow \boxed{\underline{V} = \frac{1}{1 + jRC\omega} \cdot \underline{E}} \quad (1)$$

où $\underline{E} = [E ; 0]$ (origine des phases) et $\underline{V} = [V ; \varphi]$.

| Amplitude complexe | | Grandeur instantanée |
|---|--------------------|------------------------|
| $\frac{\underline{V}}{j\omega}$ | \rightleftarrows | $\int v(t) \cdot dt$ |
| \underline{V} | \rightleftarrows | $v(t)$ |
| $j\omega \underline{V}$ | \rightleftarrows | $\frac{dv(t)}{dt}$ |
| $-\omega^2 \underline{V} = (j\omega)^2 \underline{V}$ | \rightleftarrows | $\frac{d^2v(t)}{dt^2}$ |

Par identification des modules et des arguments des deux membres de l'expression (1), on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{V} = \frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} \cdot \underline{E} \\ \varphi = -\text{Arc tan } RC\omega \end{array} \right. \quad \text{car} \quad \frac{1}{1 + jRC\omega} = \left[\frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} ; -\text{Arc tan } RC\omega \right]$$

L'expression de la réponse temporelle $v(t)$ s'en déduit immédiatement :

$$\boxed{v(t) = \frac{E\sqrt{2}}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} \cdot \cos(\omega t - \text{Arc tan } RC\omega)}$$

- **Remarque** :

Lorsqu'on étudie un circuit électrique en régime sinusoïdal, on suppose généralement qu'il est sous tension depuis un temps assez long. Le régime transitoire a alors disparu, ce qui revient à dire qu'on ne s'intéresse qu'au régime permanent, comme dans l'exemple qui précède.

3. Impédance et admittance complexes

3.1. Définitions

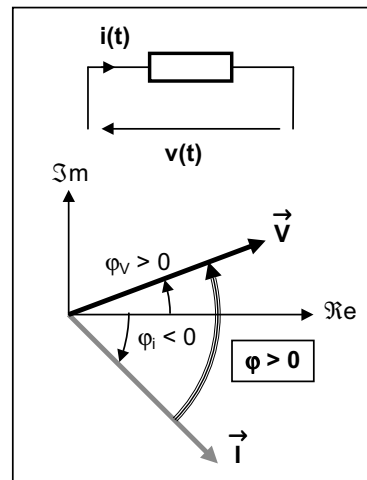
On considère un dipôle passif linéaire, en convention récepteur, soumis à une tension sinusoïdale $v(t)$ et parcouru par un courant d'intensité sinusoïdale $i(t)$. On note :

$$\left\{ \begin{array}{l} v(t) = V\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \varphi_v) \\ i(t) = I\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \varphi_i) \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \underline{V} = V \cdot e^{j\varphi_v} = [V ; \varphi_v] \\ \underline{I} = I \cdot e^{j\varphi_i} = [I ; \varphi_i] \end{array} \right.$$

On définit :

- son **impédance** complexe : $\boxed{\underline{Z} = \frac{\underline{V}}{\underline{I}} = R + j \cdot X = Z \cdot e^{j\varphi}}$

où $\left\{ \begin{array}{l} Z = |\underline{Z}| = \frac{V}{I} \\ \varphi = \text{Arg } \underline{Z} = \varphi_v - \varphi_i \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} \text{Impédance du dipôle} \\ \text{Déphasage de la tension} \\ \text{par rapport au courant} \end{array} \right.$



R et **X** sont respectivement la **résistance** et la **réactance** du dipôle :
Elles s'expriment en **Ohms** (Ω).

$$\begin{aligned} R &= \Re(Z) = Z \cdot \cos \varphi \\ X &= \Im(Z) = Z \cdot \sin \varphi \end{aligned}$$

- L'inverse de l'impédance complexe est l'**admittance complexe** :
L'admittance **Y** s'exprime en **Siemens** (**S**).

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = Y \cdot e^{-j\varphi}$$

- Remarques** : Le déphasage est indépendant de l'origine des phases choisie.

Si $\varphi > 0$: la tension est en **avance** sur le courant.
Si $\varphi < 0$: la tension est en **retard** sur le courant.

Un choix judicieux de l'origine des phases facilite la résolution des problèmes.

3.2. Dipôles linéaires élémentaires

On choisit de prendre le courant $i(t)$ comme origine des phases ($\varphi_i = 0$) : $\underline{i} = [I; 0]$

En appliquant les règles du calcul complexe, on obtient :

| Dipôle linéaire | Régime variable | Régime sinusoïdal |
|-----------------|---|--|
| | $v_R(t) = R \cdot i(t)$ | $\underline{V}_R = R \cdot \underline{i} \Rightarrow \underline{Z} = R = [R; 0]$ |
| | $v_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$ | $\underline{V}_L = jL\omega \cdot \underline{i} \Rightarrow \underline{Z} = jL\omega = \left[L\omega; \frac{\pi}{2} \right]$ |
| | $v_C(t) = \frac{1}{C} \cdot \int i(t) \cdot dt$ | $\underline{V}_C = \frac{1}{jC\omega} \cdot \underline{i} \Rightarrow \underline{Z} = \frac{1}{jC\omega} = \left[\frac{1}{C\omega}; -\frac{\pi}{2} \right]$ |

Les impédances de la bobine et du condensateur dépendent de la pulsation ω de la source de tension ou courant sinusoïdale. En **régime continu** ($\omega = 0$), une bobine et un condensateur parfaits se comportent respectivement comme un **court-circuit** ($Z = 0$) et un **circuit ouvert** ($Z \rightarrow +\infty$).

- Représentations de Fresnel** :

$$\underline{V}_R = [RI; 0]$$

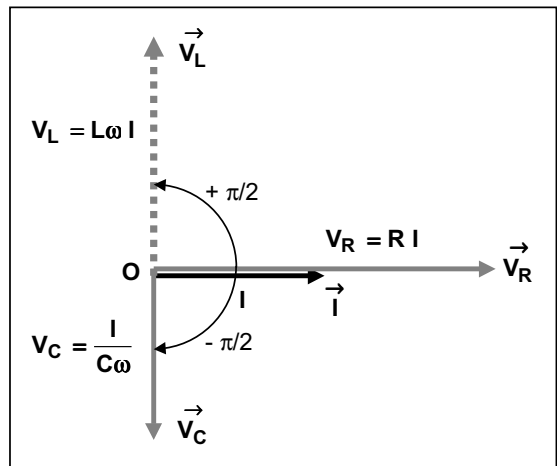
v_R et i sont en phase.

$$\underline{V}_L = \left[L\omega I; \frac{\pi}{2} \right]$$

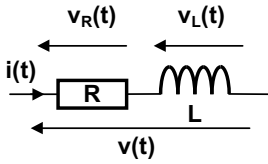
v_L est en quadrature avance sur i .

$$\underline{V}_C = \left[\frac{I}{C\omega}; -\frac{\pi}{2} \right]$$

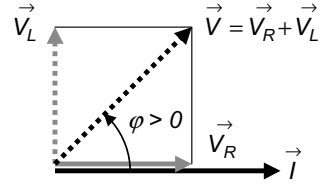
v_C est en quadrature retard sur i .



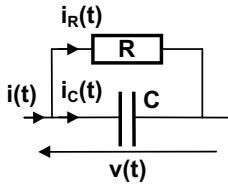
□ **Exercice n°1** : Diagrammes de Fresnel



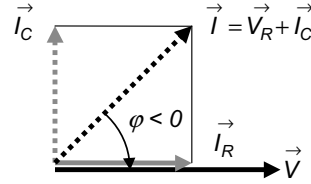
➤ Construire les vecteurs \vec{V}_R , \vec{V}_L et \vec{V} .
On prendra $i(t)$ comme origine des phases.



$$\varphi = \text{Arc tan} \frac{V_L}{V_R} = \text{Arc tan} \frac{L\omega I}{RI} = \text{Arc tan} \left(\frac{L\omega}{R} \right)$$



➤ Construire les vecteurs \vec{I}_R , \vec{I}_C et \vec{I} .
On prendra $v(t)$ comme origine des phases.

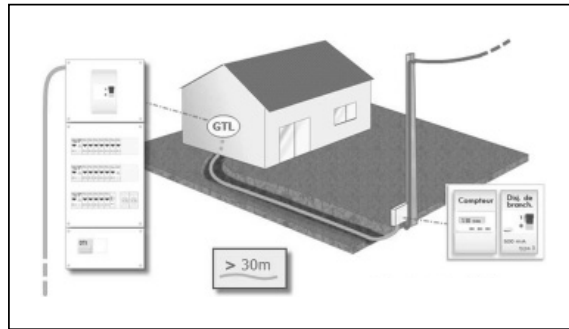


$$\varphi = -\text{Arc tan} \frac{I_C}{I_R} = \text{Arc tan} \frac{VC\omega}{V/R} = -\text{Arc tan}(RC\omega)$$

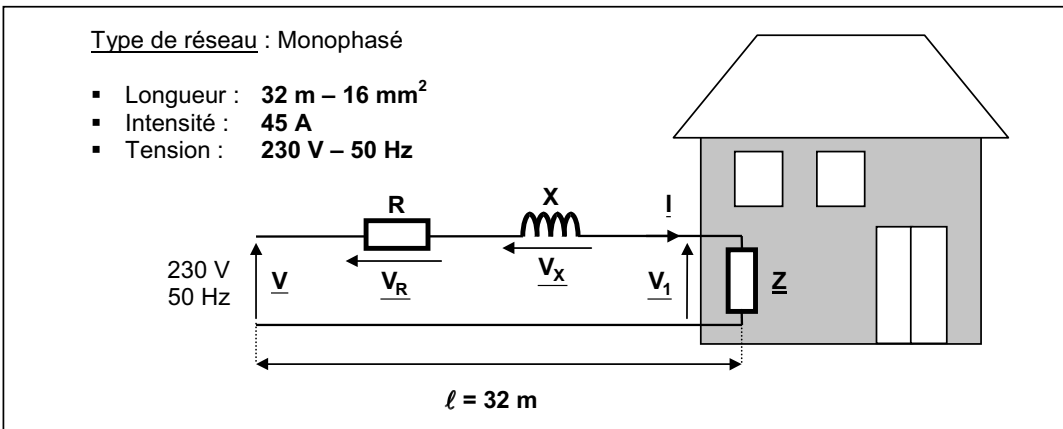
□ **Exercice n°2** : Expression de la chute de tension en ligne en monophasé

On s'intéresse à une installation électrique domestique, avec une distribution basse tension **230 V** (monophasé). La norme **NFC 15 - 100** limite les chutes de tension du tenant à l'aboutissant à **3%** pour de l'éclairage et à **5%** pour d'autres usages.

Le coffret de distribution ERDF est situé en limite de propriété, à **32 m** du tableau principal. L'abonnement souscrit est de **6 kVA**, soit un disjoncteur de branchement **15/45 A** réglé à **30 A**.



Le choix du câble doit tenir compte du calibre maximum de disjoncteur, dans le cas où l'abonnement passerait ultérieurement à **9 kVA**, soit **45 A**. La ligne d'alimentation n'est pas parfaite. Le modèle équivalent de la ligne est représenté ci-dessous avec **R** sa résistance en Ω et **X** sa réactance en Ω . On se place donc dans les conditions suivantes avec $\underline{Z} = [Z ; \varphi]$.



Pour un domaine d'application domestique, on a $\cos\varphi_{\text{théorique}} = 1$. Ceci est de moins en moins vrai avec l'arrivée des ordinateurs, lampes à économie d'énergie, plaques à induction, etc.

On prendra ici $\cos\varphi = 0,95$ et $\varphi > 0$ (charge de nature inductive).

On prend pour la résistivité du cuivre $\rho_{\text{Cu}} = 23 \cdot 10^{-9} \Omega\text{m}$ (selon la norme **NFC 15 – 100**). et pour l'inductance linéique de la ligne $L_{\text{lin}} = 1,1 \text{ mH/km}$.

- **Calculer R et X** puis les valeurs efficaces V_R et V_X des tensions $v_R(t)$ et $v_X(t)$.
- **Ecrire** la loi des mailles avec les amplitudes complexes.
Tracer le diagramme de Fresnel représentant les grandeurs $v_1(t)$, $i(t)$, $v_R(t)$, $v_X(t)$ et $v(t)$.
On prendra la tension $v_1(t)$ comme origine des phases.
- En confondant \vec{V} et sa projection sur \vec{V}_1 , **exprimer** la chute de tension en ligne $\Delta V = V - V_1$ en fonction de V_R , V_X et φ puis en fonction de R , X , I et φ .
- **Calculer** alors la chute de tension ΔV . **Vérifier** que la norme **NFC 15 – 100** est satisfaite.

Pour de plus amples informations : <http://entraidelec.com/calcul-chute-de-tension.html>

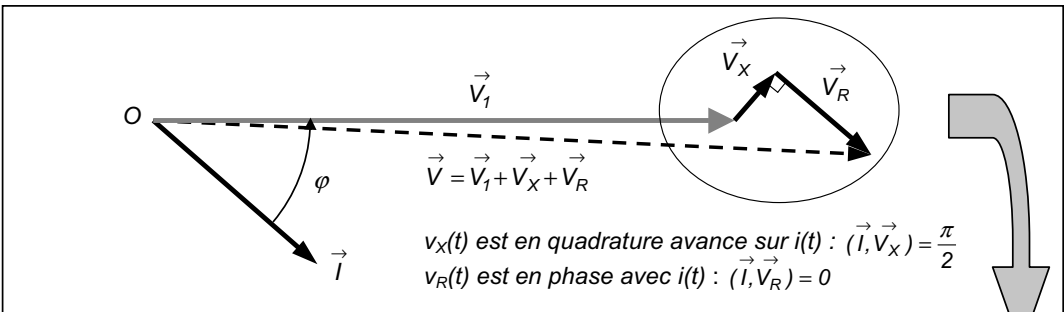
Réponses :

➤ $R = \rho \frac{2\ell}{S} = 23 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{2 \cdot 32}{16 \cdot 10^{-6}} = \boxed{92 \text{ m}\Omega}$ (longueur 64 m) $\Rightarrow V_R = RI = 0,092 \cdot 45 \approx \boxed{4,1 \text{ V}}$

$X = L\omega = 2\ell \cdot L_{\text{lin}} \cdot 2\pi f = 2 \cdot 32 \cdot \frac{1,1 \cdot 10^{-3}}{1000} \cdot 2\pi \cdot 50 = \boxed{22 \text{ m}\Omega} \Rightarrow V_X = XI = 0,022 \cdot 45 \approx \boxed{1 \text{ V}}$

➤ La loi des mailles s'écrit : $\boxed{V = V_R + V_X + V_1 = RI + jXI + ZI}$

Elle conduit au diagramme de Fresnel suivant :



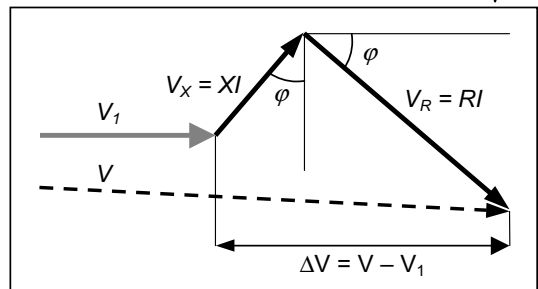
➤ On a $\Delta V = V - V_1 = V_R \cos\varphi + V_X \sin\varphi$

avec $V_R = RI$ et $V_X = XI$

soit $\boxed{\Delta V = RI \cos\varphi + XI \sin\varphi}$

➤ AN : $\cos\varphi = 0,95 \Rightarrow \varphi \approx 18,2^\circ$

$\Delta V = 4,1 \cdot \cos(18,2^\circ) + 1 \cdot \sin(18,2^\circ) = \boxed{4,2 \text{ V}}$



Par conséquent, il vient : $\frac{\Delta V}{V} = \frac{4,2}{230} = 1,8\% < 3\% \Rightarrow$ **La norme est satisfaite.**

3.3. Lois d'associations des dipôles élémentaires

Elles sont identiques aux lois d'associations des résistances. En série, les impédances complexes s'ajoutent. En parallèle, on additionne les admittances complexes.

- **Exemples :**

| Association en série | Association en parallèle |
|--|--|
| $\underline{Z} = \frac{\underline{V}}{\underline{I}} = R + jL\omega$ | $\underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{V}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{jL\omega}$ |
| $\underline{Z} = \frac{\underline{V}}{\underline{I}} = R + \frac{1}{jC\omega}$ | $\underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{V}} = \frac{1}{R} + jC\omega$ |

4. Lois et théorèmes généraux en régime sinusoïdal

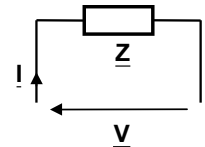
4.1. Loi d'OHM

Elle se généralise à un dipôle passif quelconque et s'écrit :

- \underline{V} et \underline{I} sont les **amplitudes complexes** de $v(t)$ et $i(t)$.
- \underline{Z} représente l'**impédance complexe** du dipôle.

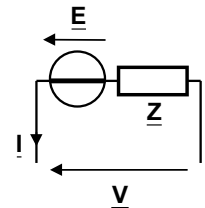
$$\underline{V} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$$

$$\underline{I} = \underline{Y} \cdot \underline{V}$$



Pour un dipôle actif, on tient compte de la fém sinusoïdale : représentée par son **amplitude complexe** \underline{E} .

$$\underline{V} = \underline{E} - \underline{Z} \cdot \underline{I}$$



4.2. Lois de KIRCHHOFF

- **Exemples :**

| Loi des nœuds | Loi des mailles |
|---|---|
| $\underline{I}_1 - \underline{I}_2 - \underline{I}_3 - \underline{I}_4 = 0$ | $\underline{V}_1 + \underline{V}_2 - \underline{V}_3 - \underline{V}_4 = 0$ |

4.3. Les autres théorèmes

Le théorème de MILLMAN, les théorèmes de THÉVENIN et de NORTON, le théorème de superposition, etc ... peuvent s'utiliser sans restriction avec les **amplitudes complexes** et les **impédances** ou **admittances complexes**.

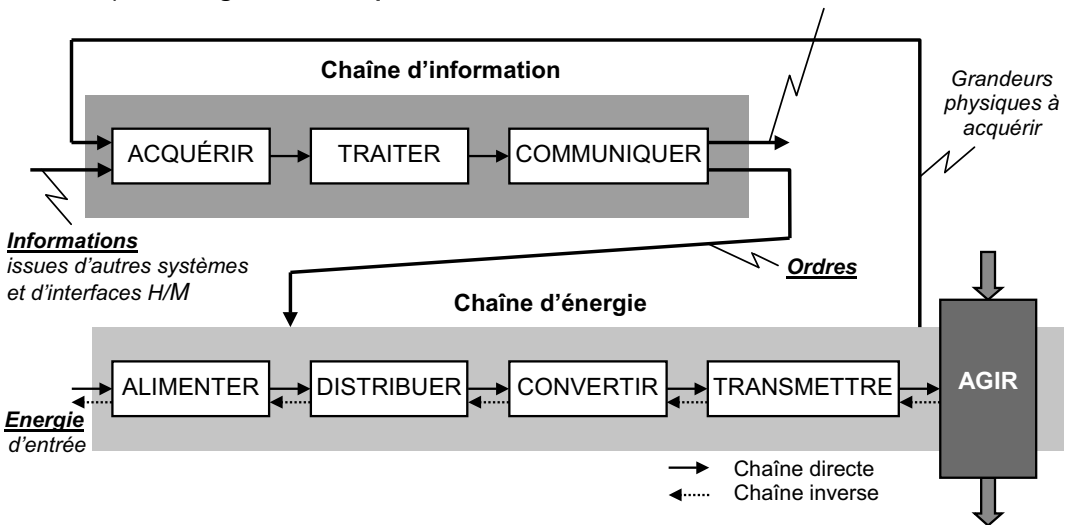
Chapitre 4

Outils de l'ingénierie électrique : Caractérisation et mesure des signaux électriques périodiques

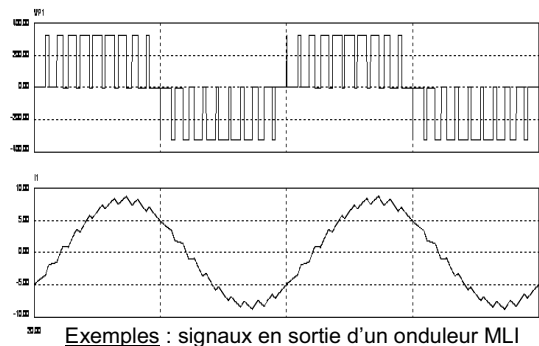
1. Généralités

Les **informations**, les **ordres** et les **énergies** qui circulent entre les différents composants d'un système pluritechnologique sont véhiculés par des **signaux électriques**.

Informations destinées à d'autres systèmes et aux interfaces H/M



- Au niveau de la chaîne d'information, ces signaux sont de **faible amplitude** (quelques Volts, quelques milliAmpères). C'est le domaine de l'**électronique**.
- Au niveau de la chaîne d'énergie, les amplitudes mises en jeu sont beaucoup plus importantes (quelques dizaines ou centaines de Volts, Ampères). C'est le domaine de l'**électrotechnique**. Les frontières entre ces deux domaines sont parfois assez floues ...



Pour comprendre le fonctionnement des différents organes d'un système, il faut avant tout identifier, caractériser et mesurer correctement les signaux d'entrée et de sortie de ces composants.

2. Caractérisation des signaux électriques périodiques

Les signaux électriques dépendent du temps : $u = f(t)$ par exemple.

La valeur du signal à l'instant t est appelée **valeur instantanée** : on la note en **lettres minuscules**. Si la valeur instantanée est constante, le signal est dit **continu** : il est noté en **lettres majuscules**.

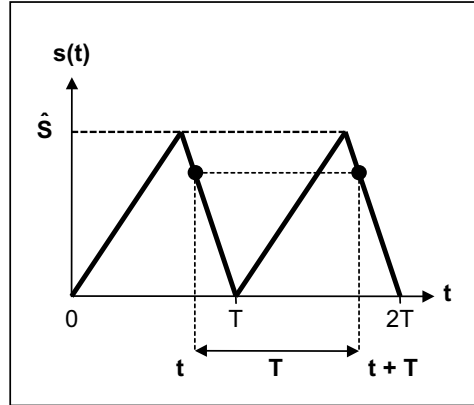
2.1. Signal périodique

Un signal $s(t)$ est dit **périodique** si on peut trouver la plus petite valeur T appelée **période** telle que :

$$s(t) = s(t + T)$$

On définit :

- la **fréquence** f en Hz : $f = \frac{1}{T}$
- la **valeur maximale** ou de crête \hat{S}
- la **pulsation** ω en rad/s : $\omega = 2\pi f$
si le signal est **alternatif sinusoïdal**.

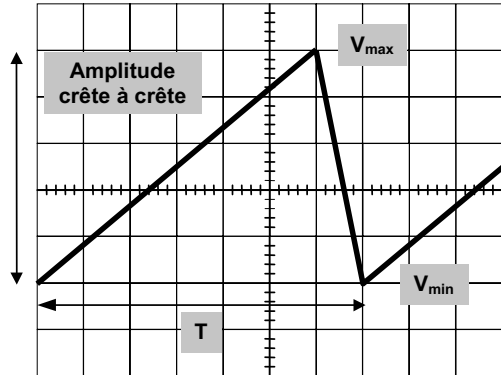


□ **Exemple :**

On observe à l'oscilloscope le signal ci-contre.

$$\begin{matrix} \text{Base de temps : } 0,2 \text{ ms / div} \\ \text{Sensibilité verticale : } 2 \text{ V / div} \end{matrix}$$

- Période : $T = 7 \times 0,2 \text{ ms} = 1,4 \text{ ms}$
- Fréquence : $f = 1/T = 714 \text{ Hz}$
- Valeur maximale : 6 V minimale : -4 V
- Amplitude crête à crête : $6 - (-4) = 10 \text{ V}$



2.2. Valeur moyenne

La valeur moyenne d'un signal $s(t)$ est notée indifféremment par : $\langle s \rangle$, S_{moy} ou \bar{S} .

La valeur moyenne d'un signal T-périodique $s(t)$ est définie par :

L'intervalle d'intégration doit avoir une largeur égale à T.
La valeur de $\langle s \rangle$ n'est pas modifiée si l'intervalle est un multiple de T.

$$\langle s \rangle = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} s(t) \cdot dt$$

- **Signification physique** : La valeur moyenne d'un courant périodique est égale à la valeur d'un courant continu qui transporterait **la même quantité d'électricité** durant une période.

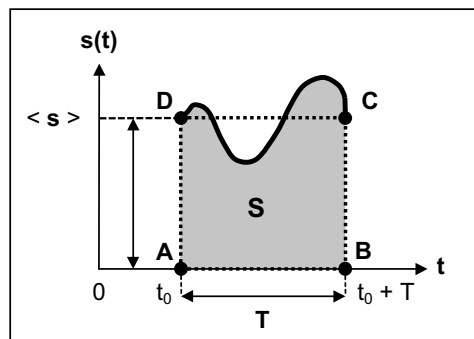
- **Propriété** : Si on a $s(t) = s_1(t) + s_2(t)$ alors on peut écrire que : $\langle s \rangle = \langle s_1 \rangle + \langle s_2 \rangle$

- **Interprétation géométrique** :

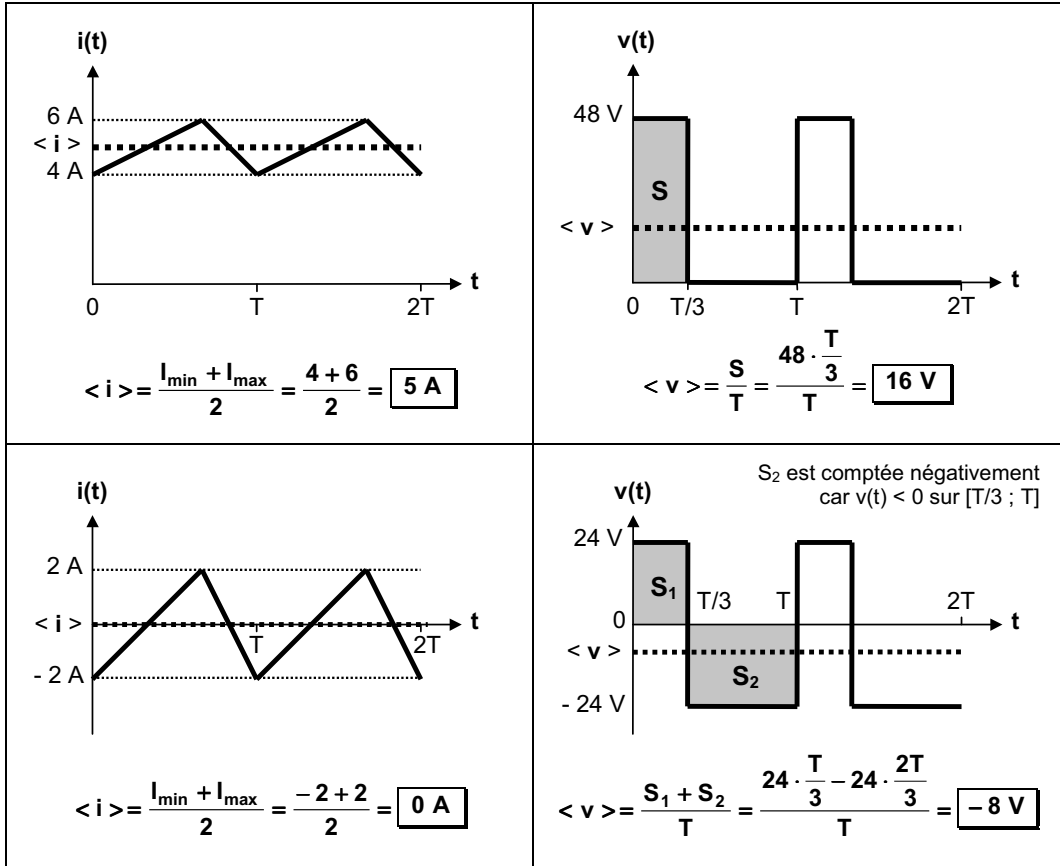
$\int_{t_0}^{t_0+T} s(t) \cdot dt$ représente la surface grisée (S).

Elle est égale à la surface du rectangle ABCD dont les côtés ont pour dimensions T et $\langle s \rangle$.

La valeur moyenne est **algébrique**.
Elle est comprise entre ses extrema.



□ **Exemples** : Détermination des valeurs moyennes $\langle s \rangle$ dans le cas de signaux simples



2.3. Valeur efficace

La valeur efficace d'un signal s(t) est souvent notée **S_{eff}** ou en lettre majuscule **S**.

On définit la valeur efficace d'un signal périodique **s(t)** par :
 (« moyenne quadratique »)

$$S_{\text{eff}} = \sqrt{\langle s^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} s^2(t) \cdot dt}$$

- **Signification physique** : La valeur efficace d'un courant périodique est égale à la valeur d'un courant continu qui produirait le **même échauffement** dans une résistance durant une période.

C'est la valeur efficace qui conditionne les **pertes Joules** d'un système électrique :

$$\begin{array}{ccc}
 p(t) = R \cdot i^2(t) & \Rightarrow & P = \langle p \rangle = R \cdot \langle i^2 \rangle = R I_{\text{eff}}^2 \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 \text{Puissance instantanée} & & \text{Puissance moyenne ou active}
 \end{array}$$

- **Propriétés** : Si on a $s(t) = s_1(t) + s_2(t)$ il est évident que :
 sauf **cas particulier** (cf. & 3.3 - page 36)

$$S_{\text{eff}}^2 \neq S_{1\text{eff}}^2 + S_{2\text{eff}}^2$$

Les carrés des valeurs efficaces ne s'ajoutent pas.

La valeur efficace est **toujours positive**.

Si elle est nulle, la fonction est identiquement nulle (*propriété des fonctions positives*).

2.4. Facteurs de crête et de forme

Pour donner une idée de la forme d'un signal, on définit :

- **Le facteur de forme :**

$$F_f = \frac{S_{\text{eff}}}{|\langle s \rangle|}$$

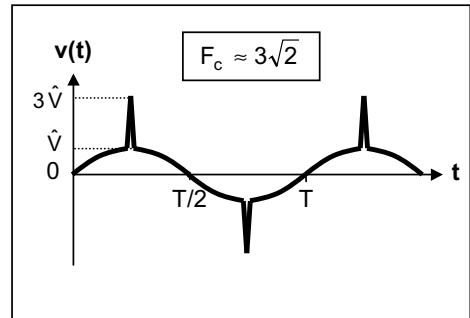
Il mesure la proportion d'alternatif dans un signal quelconque relativement à sa valeur moyenne. Il permet d'apprécier la qualité d'un signal alternatif : $F_f \rightarrow +\infty$ pour un signal à $\langle s \rangle = 0$

- **Le facteur de crête :**

$$F_c = \frac{\hat{S}}{S_{\text{eff}}}$$

Il repère les signaux impulsionnels et permet d'apprécier la difficulté qu'auront ces signaux à "passer" à travers des amplificateurs, filtres, etc.

Dans l'exemple proposé : $F_c \approx \frac{3\hat{V}}{\hat{V}/\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$



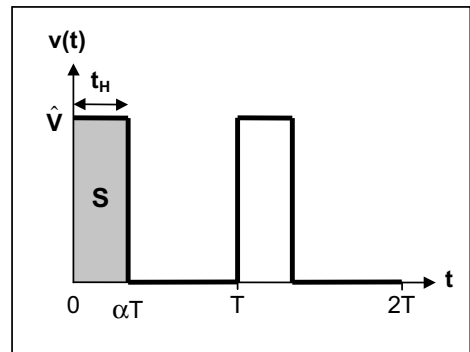
2.5. Rapport cyclique

Le rapport cyclique α d'un signal rectangulaire est le rapport entre la durée de sa présence au niveau haut t_H et sa période T .

$$\alpha = \frac{t_H}{T}$$

Le calcul de la valeur moyenne $\langle v \rangle$ conduit à :

$$\langle v \rangle = \frac{S}{T} = \frac{\hat{V} \cdot t_H}{T} = \alpha \cdot \hat{V}$$



Lorsqu'on élève $v(t)$ au carré, on obtient un signal rectangulaire de valeur crête \hat{V}^2 et de rapport cyclique α . Par conséquent :

$$V_{\text{eff}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\alpha \cdot \hat{V}^2} = \sqrt{\alpha} \cdot \hat{V}$$

3. Signaux d'usage courant

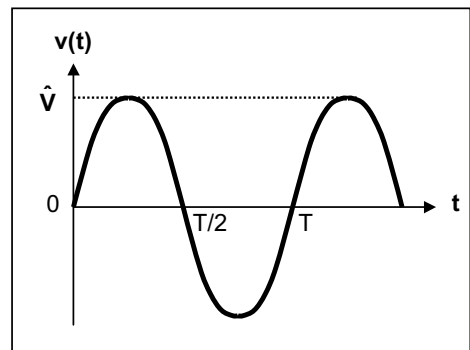
3.1. Signal alternatif sinusoïdal

Par définition, un signal alternatif est un signal de **valeur moyenne nulle**. Par conséquent :

$$\langle v \rangle = 0$$

Enfin, on démontrerait que pour $v(t) = \hat{V} \cdot \sin \omega t$:

$$V_{\text{eff}} = \frac{\hat{V}}{\sqrt{2}}$$



3.2. Signaux sinusoïdaux redressés simple et double alternance

Dans le cas de signaux s'exprimant en fonction de $\sin \omega t$ ou $\cos \omega t$, on effectue généralement le changement de variable suivant :

$$\theta = \omega t \Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow dt = \frac{T}{2\pi} d\theta \Rightarrow$$

$$\langle s \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{\theta_0}^{\theta_0+2\pi} s(\theta) \cdot d\theta$$

$$S_{\text{eff}} = \sqrt{\langle s^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\theta_0}^{\theta_0+2\pi} s^2(\theta) \cdot d\theta}$$

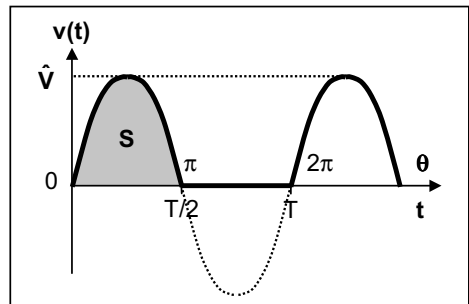
- **Exemple** : Tension sinusoïdale redressée simple alternance

Le calcul de la valeur moyenne $\langle v \rangle$ conduit à :

$$\langle v \rangle = \frac{S}{T} = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} \hat{V} \sin \omega t \cdot dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \hat{V} \sin \theta \cdot d\theta$$

Il ne faut pas intégrer entre π et 2π puisque le signal $v(\theta)$ est nul sur cet intervalle.

$$\langle v \rangle = \frac{\hat{V}}{2\pi} [-\cos \theta]_0^{\pi} = \frac{\hat{V}}{2\pi} [1 + 1] = \boxed{\frac{\hat{V}}{\pi}}$$



Le calcul de la valeur efficace V_{eff} donne :

$$V_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} \hat{V}^2 \sin^2 \omega t \cdot dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \hat{V}^2 \sin^2 \theta \cdot d\theta = \frac{\hat{V}^2}{2\pi} \int_0^{\pi} \left(\frac{1 - \cos 2\theta}{2} \right) \cdot d\theta$$

Il faut penser à linéariser $\sin^2 \theta$ (donc connaître les formules trigonométriques). Ne pas intégrer entre π et 2π puisque $v(\theta) = 0$ sur cet intervalle.

$$V_{\text{eff}}^2 = \frac{\hat{V}^2}{4\pi} \left[\int_0^{\pi} 1 \cdot d\theta - \int_0^{\pi} \cos 2\theta \cdot d\theta \right] = \frac{\hat{V}^2}{4\pi} \left[[\theta]_0^{\pi} - \left[\frac{\sin 2\theta}{2} \right]_0^{\pi} \right] = \frac{\hat{V}^2}{4\pi} [\pi - 0 - 0 + 0]$$

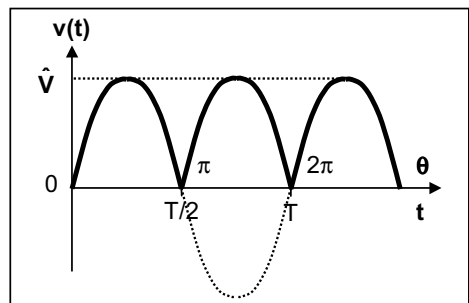
$$V_{\text{eff}} = \frac{\hat{V}}{2}$$

On obtiendrait les résultats suivants avec une tension sinusoïdale redressée **double alternance** :

$$\langle v \rangle = \frac{2\hat{V}}{\pi}$$

$$V_{\text{eff}} = \frac{\hat{V}}{\sqrt{2}}$$

On notera que la valeur efficace est la même que celle du signal alternatif sinusoïdal. Ce résultat était prévisible dans la mesure où $|\sin \theta|^2 = \sin^2 \theta$.



3.3. Composante alternative ou ondulation

Un signal périodique $s(t)$ peut à tout instant être décomposé en la somme d'un signal alternatif $s_a(t)$ appelé **composante alternative** ou **ondulation**, et d'un signal constant appelé **composante continue** égale à sa valeur moyenne $\langle s \rangle$:

$$s(t) = \langle s \rangle + s_a(t)$$

avec

$$\langle s_a \rangle = 0$$

Les **oscilloscopes** exploitent cette particularité grâce au **commutateur AC / DC**.

- En couplage **AC**, la composante continue est éliminée par un filtre passe-haut (PH) dont la fréquence de coupure est d'une dizaine d'Hz. **Il reste donc la composante $s_a(t)$ à l'écran.**
- En couplage **DC**, on a le signal complet $s(t)$ sur toute la bande de fréquences.

- **Propriété** : On note S_{eff} la valeur efficace de $s(t)$ et S_{aeff} celle de $s_a(t)$.

$$S_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T s^2(t) \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T [\langle s \rangle + s_a(t)]^2 \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T [\langle s \rangle^2 + 2\langle s \rangle \cdot s_a(t) + s_a^2(t)] \cdot dt$$

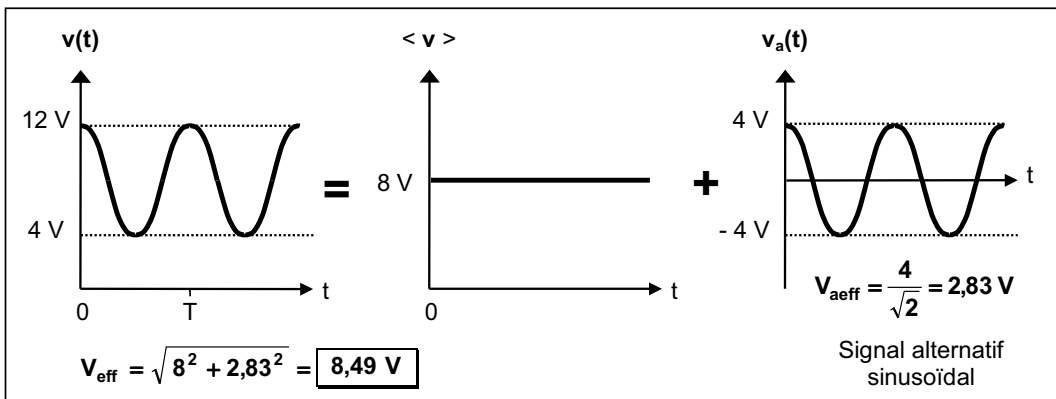
L'intégrale d'une somme étant égale à la somme des intégrales et $\langle s \rangle$ étant constant, il vient :

$$S_{\text{eff}}^2 = \underbrace{\langle s \rangle^2 \cdot \frac{1}{T} \int_0^T 1 \cdot dt}_{= \langle s \rangle^2} + 2\langle s \rangle \cdot \underbrace{\frac{1}{T} \int_0^T s_a(t) \cdot dt}_{= 0 \text{ car } \langle s_a \rangle = 0} + \underbrace{\frac{1}{T} \int_0^T s_a^2(t) \cdot dt}_{= S_{\text{aeff}}^2}$$

Finalement :

$$S_{\text{eff}}^2 = \langle s \rangle^2 + S_{\text{aeff}}^2$$

- **Application de la formule** :



3.4. Taux d'ondulation

On définit le **taux d'ondulation** τ par :

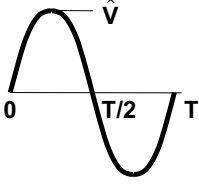
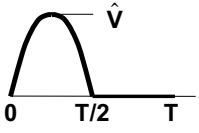
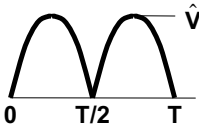
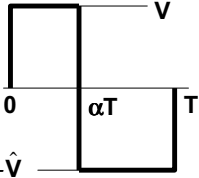
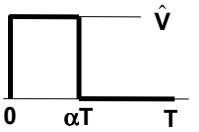
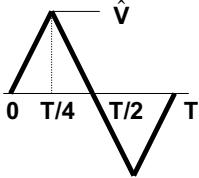
$$\tau = \frac{S_{\text{aeff}}}{\langle s \rangle}$$

C'est une quantité d'autant plus petite (voisine de 0) que le signal $s(t)$ se rapproche de sa valeur moyenne $\langle s \rangle$ (c'est à dire d'un signal continu).





Il existe une relation simple entre le facteur de forme F_f et le taux d'ondulation τ :

$$F_f^2 = 1 + \tau^2$$

3.5. Tableau récapitulatif

| Principales formes d'ondes en électronique / électrotechnique | | Valeur moyenne | Valeur efficace | Facteur de forme | Facteur de crête |
|---|--|-------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| | | $\langle v \rangle$ | V_{eff} | F_f | F_c |
|  | Sinusoidal | 0 | $\frac{\hat{V}}{\sqrt{2}}$ | Non défini | $\sqrt{2}$ |
|  | Sinusoidal redressé Simple alternance | $\frac{\hat{V}}{\pi}$ | $\frac{\hat{V}}{2}$ | $\frac{\pi}{2}$ | 2 |
|  | Sinusoidal redressé Double alternance (Pleine Onde) | $\frac{2\hat{V}}{\pi}$ | $\frac{\hat{V}}{\sqrt{2}}$ | $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$ | $\sqrt{2}$ |
|  | Rectangulaire Rapport cyclique variable α | $(2\alpha - 1) \cdot \hat{V}$ | \hat{V} | $\frac{1}{2\alpha - 1}$ | 1 |
|  | Rectangulaire positive Rapport cyclique variable α | $\alpha \cdot \hat{V}$ | $\sqrt{\alpha} \cdot \hat{V}$ | $\frac{\sqrt{\alpha}}{\alpha}$ | $\frac{\sqrt{\alpha}}{\alpha}$ |
|  | "Dents de scie" | 0 | $\frac{\hat{V}}{\sqrt{3}}$ | Non défini | $\sqrt{3}$ |

4. Appareils numériques de mesure

| Modèle | Grandeurs mesurées | | |
|---|--|---|--|
| "bas de gamme" | <ul style="list-style-type: none"> < s > en position DC ou <ul style="list-style-type: none"> S_{eff} si signal purement sinusoïdal en position AC ou ~ | | |
| RMS (Root Mean Square) | <ul style="list-style-type: none"> < s > en position DC ou <ul style="list-style-type: none"> S_{aeff} quelle que soit la forme du signal en position AC ou ~ | | |
| TRMS (True RMS) | Mêmes mesures que le RMS : < s > (DC) et S_{aeff} (AC) ⊕ S_{eff} quelle que soit la forme du signal en position AC + DC ou ~ | | |
| Multimètre graphique | Multimètre de poche | Pince multimètre | Multimètre de table |
|  FLUKE 123 TRMS |  ISO-TECH IDM 17 (bas de gamme) |  ISO-TECH 2000 TRMS |  METRIX MTX 3250 TRMS |

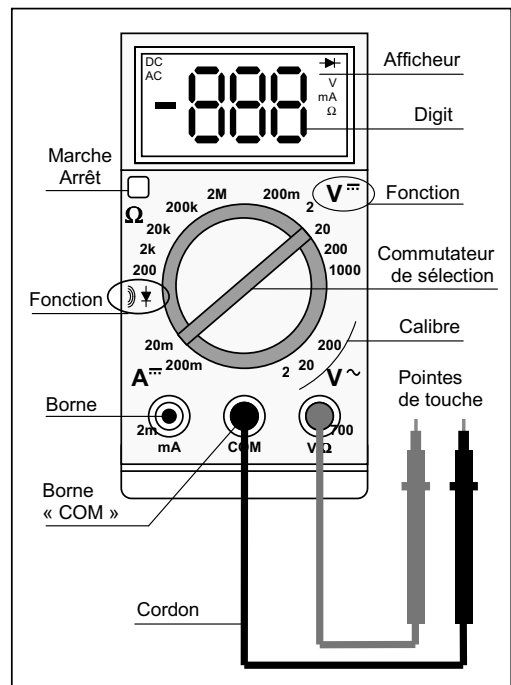
Calibre

Le calibre d'un appareil désigne la **plus grande valeur qu'il peut mesurer**. Les appareils peuvent généralement mesurer les valeurs comprises entre ± calibre.

Précision

La précision sur la mesure fournie par un appareil dépend :

- de son **exactitude** (erreur de mesure) : un appareil est d'autant plus exact que les résultats de mesure qu'il indique coïncident avec la **valeur vraie** (ou théorique). Les fabricants l'expriment en unité de grandeur (erreur absolue) ou en % (erreur relative).
- de sa **résolution** : il s'agit de la plus petite variation de la grandeur mesurée qui produit une variation perceptible de l'indication délivrée par l'appareil. Elle peut être exprimée en **points**. Ainsi, un multimètre de **2000 points** pour un calibre de **2 V** peut afficher toutes les valeurs comprises entre **0,000 V** et **1,999 V**. Sa résolution est **1 mV**.



□ **Résumé**

Utilisation des appareils numériques de mesure

| | Valeur moyenne | Valeur efficace d'une grandeur | | | Valeur crête |
|--|--------------------------------|--------------------------------|----------------------------------|----------------|--------------|
| | | Sinusoïdale alternative | Non sinusoïdale mais alternative | Quelconque | |
| | | | | | |
| | DC | X | | | |
| | AC | | X | | |
| | RMS | X (en DC) | X (en AC) | | |
| | TRMS | X (en DC) | X (en AC) | X (en AC + DC) | |
| | TRMS + visualisation du signal | X (en DC) | X (en AC) | X (en AC + DC) | X |

5. Décomposition en série de Fourier

5.1. Enoncé du théorème

Un signal $s(t)$ T-périodique (fréquence f) peut être décomposé sous certaines conditions* en une somme comprenant :

- un terme constant,
- un terme sinusoïdal de fréquence f (appelé le **fondamental** ou premier harmonique),
- une suite, limitée ou non, de termes sinusoïdaux de fréquence multiple entier de f (appelés les **harmoniques**).

$$s(t) = S_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (A_k \cos k\omega t + B_k \sin k\omega t)$$

Composante continue

Composante alternative

avec

ou bien :

$$s(t) = S_0 + \sum_{k=1}^{\infty} S_k \sqrt{2} \sin(k\omega t + \varphi_k)$$

$\omega = 2\pi f$ est la pulsation du fondamental. k désigne le rang de l'harmonique, S_k sa valeur efficace et φ_k son déphasage lu à l'échelle de sa pulsation propre $k\omega$.

$$S_0 = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) \cdot dt \ll s \gg$$

$$A_k = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \cdot \cos k\omega t \cdot dt$$

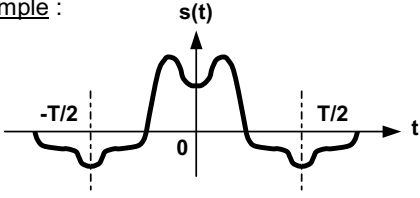
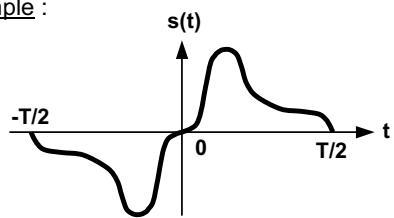
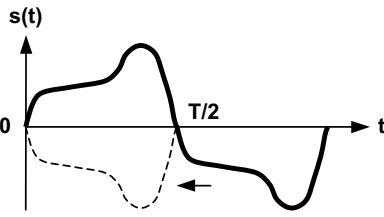
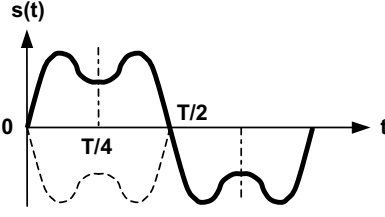
$$B_k = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \cdot \sin k\omega t \cdot dt$$

$$S_k = \sqrt{\frac{A_k^2 + B_k^2}{2}}$$

$$\varphi_k = \text{Arc tan} \frac{A_k}{B_k}$$

* Les mathématiciens imposent des conditions de continuité sur $s(t)$ pour que la décomposition en série de Fourier soit possible. On admettra que ces conditions sont toujours satisfaites avec les tensions et les courants rencontrés en électricité.

5.2. Simplifications dues à certaines symétries

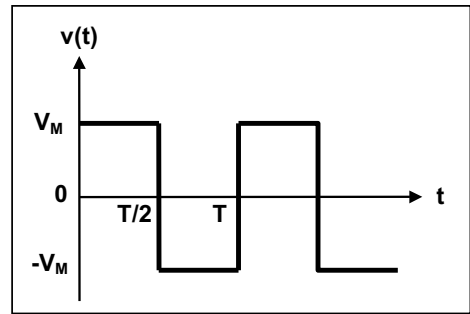
| Fonction paire | Fonction impaire |
|--|--|
| <p>Si on prend pour origine des temps un des deux axes de symétrie :</p> $s(t) = s(-t)$ <p>Exemple :</p>  <p>⇒ il faut calculer S_0</p> <p>⇒ $B_k = 0$ (pas de termes en <i>sinus</i>)</p> <p>⇒ Calcul des termes en cosinus sur la moitié d'une période :</p> $A_k = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} s(t) \cdot \cos k\omega t \cdot dt$ | <p>Si on prend pour origine des temps un passage par zéro :</p> $s(t) = -s(-t)$ <p>Exemple :</p>  <p>⇒ $S_0 = 0$</p> <p>⇒ $A_k = 0$ (pas de termes en <i>cosinus</i>)</p> <p>⇒ Calcul des termes en sinus sur la moitié d'une période :</p> $B_k = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} s(t) \cdot \sin k\omega t \cdot dt$ |
| Symétrie de glissement | Exemple |
| <p>Si on fait glisser l'alternance négative sous l'alternance positive, on obtient une symétrie par rapport à l'axe des temps :</p> $s(t + T/2) = -s(t)$ <p>Exemple :</p>  <p>⇒ $S_0 = 0$, $A_{2p} = B_{2p} = 0$ ($p \in \mathbb{N}^*$)</p> <p>⇒ Calcul des harmoniques impairs sur la moitié d'une période : A_{2p+1} et B_{2p+1}</p> $A_{2p+1} = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} s(t) \cdot \cos(2p+1)\omega t \cdot dt$ $B_{2p+1} = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} s(t) \cdot \sin(2p+1)\omega t \cdot dt$ | <p>La fonction étudiée est impaire (si on prend pour origine des temps un passage par zéro) ou paire (si l'origine des temps est un milieu d'alternance) et présente une symétrie de glissement.</p> <p>Exemple : on considère la fonction $s(t)$ impaire.</p>  <p>⇒ $S_0 = 0$, $A_p = 0$ et $B_{2p} = 0$</p> <p>⇒ Calcul des harmoniques impairs sur un quart de période : B_{2p+1}</p> $B_{2p+1} = \frac{8}{T} \int_0^{T/4} s(t) \cdot \sin(2p+1)\omega t \cdot dt$ <p>Le rang de l'harmonique est $k = 2p+1$ ($p \in \mathbb{N}$)</p> |

5.3. Exemple

On décompose en série de Fourier le créneau de tension $v(t)$ symétrique d'amplitude V_M :

On reconnaît une fonction **impaire** (si l'origine des temps est un passage par zéro) présentant une **symétrie de glissement**. On en déduit que :

$$V_0 = \langle v \rangle = 0 \quad A_p = B_{2p} = 0 \quad (p \in \mathbb{N}^*)$$



On ne calcule que les coefficients **impairs** ($p \in \mathbb{N}$) :

$$B_{2p+1} = \frac{8}{T} \int_0^{T/4} v(t) \cdot \sin(2p+1)\omega t \cdot dt$$

On effectue le changement de variable $\theta = \omega t$:

$$B_{2p+1} = \frac{8}{2\pi} \int_0^{\pi/2} V_M \cdot \sin(2p+1)\theta \cdot d\theta$$

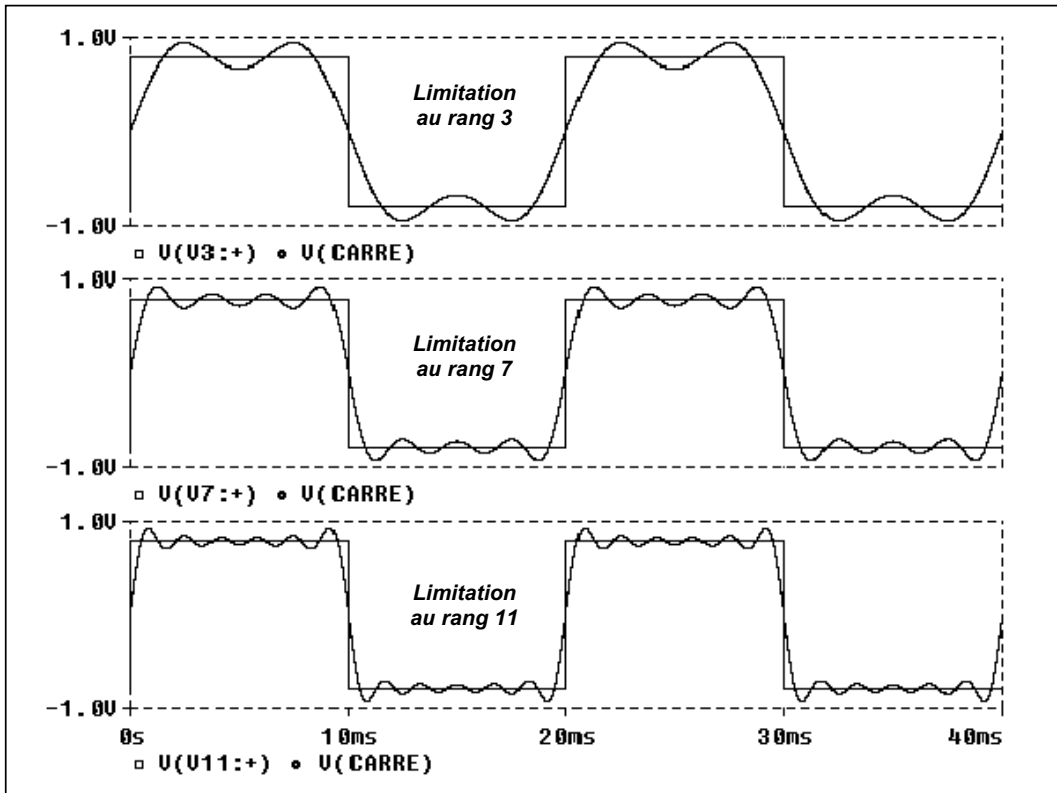
$$B_{2p+1} = \frac{4V_M}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sin(2p+1)\theta \cdot d\theta = \frac{4V_M}{\pi} \left[-\frac{\cos(2p+1)\theta}{2p+1} \right]_0^{\pi/2} = \frac{4V_M}{(2p+1)\pi}$$

D'où :

$$v(t) = \frac{4V_M}{\pi} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{\sin(2p+1)\omega t}{2p+1}$$

Rappel :
 $\cos(k\pi/2) = 0$
 si k impair

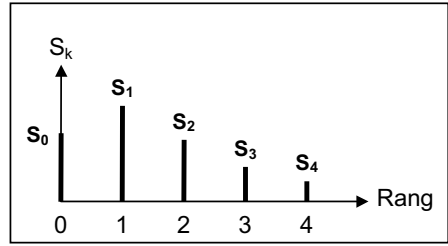
- **Représentations temporelles** : on prendra $V_M = \pi / 4$ d'où $v(t) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{\sin(2p+1)\omega t}{2p+1}$



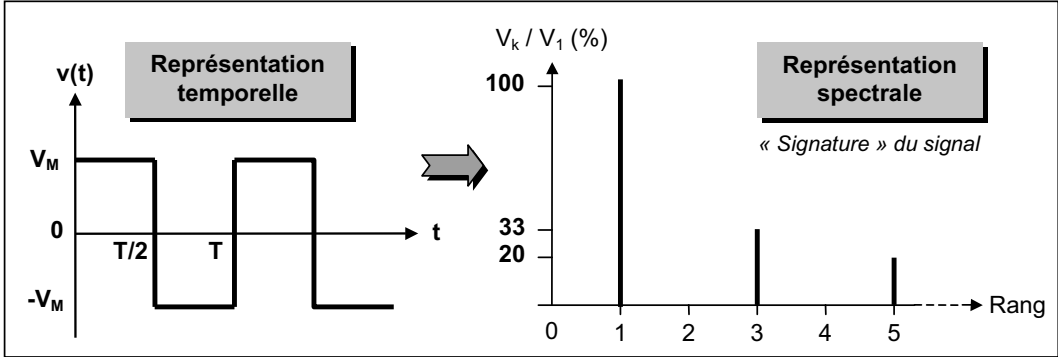
5.4. Spectre d'un signal

Il s'agit d'un diagramme pour lequel on porte en abscisse le rang k des harmoniques et en ordonnée la valeur efficace S_k (ou la valeur crête \hat{S}_k). On trace un segment vertical correspondant à chaque harmonique.

Souvent, on porte en ordonnée le rapport S_k / S_1 ce qui revient à prendre 100 % pour le fondamental.



- **Exemple** : Créneau de tension $v(t)$ symétrique



C'est un spectre formé de **raies** d'amplitudes décroissantes avec le rang. On peut aussi représenter les valeurs des amplitude \hat{S}_k des harmoniques en fonction de la fréquence (voir & 5.6). Pour observer le spectre d'un signal périodique, on utilise un **analyseur de spectre**.

| | | |
|---|--|--|
|  |  |  |
| <p align="center">Analyseur de spectre</p> | <p align="center">Analyseur TRMS d'harmoniques</p> | <p align="center">Analyseur d'énergie</p> |

5.5. Relation entre valeur efficace et développement en série


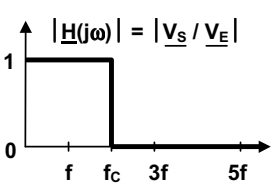
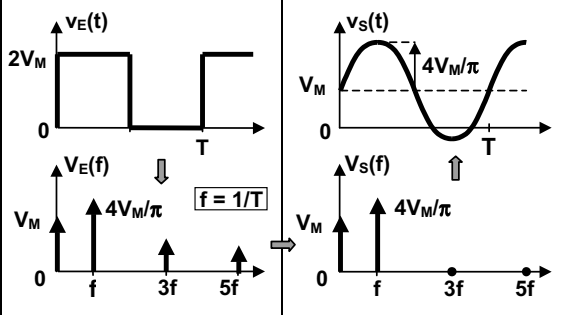

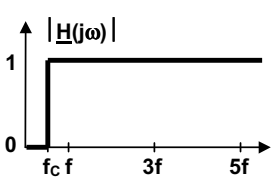
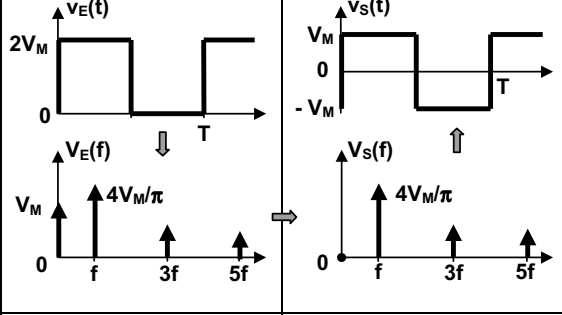
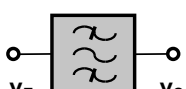
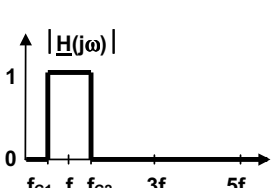
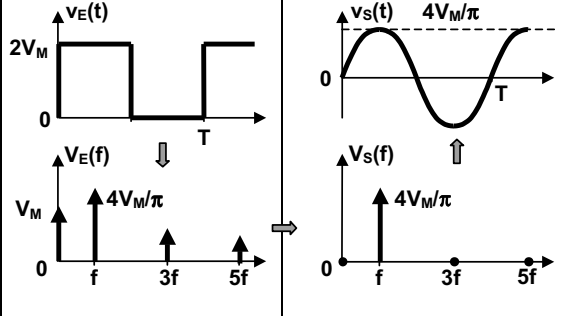
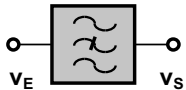
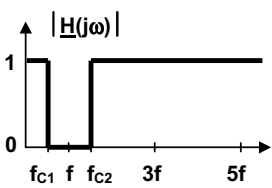
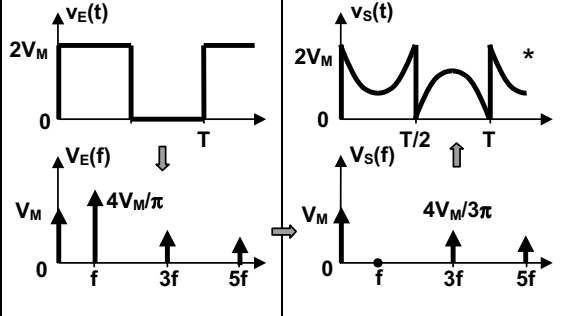
On démontre que la valeur efficace S_{eff} d'un signal périodique $s(t)$ développé en série de Fourier est donnée par la **relation de Parseval** :

$$S_{eff} = \sqrt{S_0^2 + S_1^2 + S_2^2 + \dots + S_p^2 + \dots}$$

5.6. Applications au filtrage d'un signal analogique

Grâce à la décomposition en série de Fourier, il suffit de connaître le **comportement d'un système vis à vis de signaux sinusoïdaux** (fonction de transfert du système) pour en déduire son comportement vis à vis de signaux quelconques. Pour cela, on étudie comment le système transforme chaque composante du signal d'entrée (spectre du signal en entrée) puis on fait la somme de toutes les composantes transformées (spectre du signal en sortie), ce qui fournit la représentation temporelle du signal de sortie.

La fonction « **filtrage de fréquences** » (voir chapitre 12) assure la **suppression des signaux de fréquences** non désirées. Les filtres se présentent sous différentes formes :

| Symbole | Fonction de transfert | Signal d'entrée v_E | Signal de sortie v_S |
|--|---|--|------------------------|
| <p>Passe - bas</p>  <p>$\underline{H}(j\omega)$</p> |  <p>Fonction de transfert idéalisée</p> |  | |
| <p>Passe - haut</p>  <p>$\underline{H}(j\omega)$</p> |  |  | |
| <p>Passe - bande</p>  <p>$\underline{H}(j\omega)$</p> |  |  | |
| <p>Coupe - bande</p>  <p>$\underline{H}(j\omega)$</p> |  |  | |

* Le signal en sortie du coupe - bande est $v_S(t) = v_E(t) - \frac{4V_M}{\pi} \cdot \sin \omega t$

2. COMPOSANTS DE L'ÉLECTRONIQUE

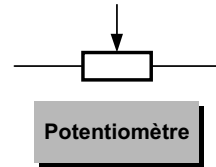
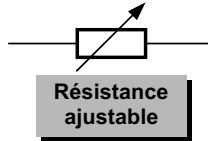
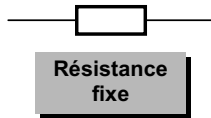
Chapitre 5

Technologie des composants passifs

1. Résistances

1.1. Principales caractéristiques

■ **Symboles :**

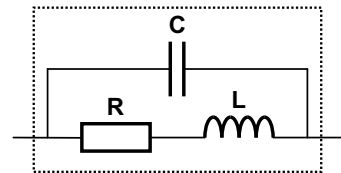


■ **Relations remarquables :**

| Résistance d'un conducteur | Dérive en température | Puissance dissipée |
|---|--|---|
| $R = \rho \frac{\ell}{S}$ <p> R : résistance en Ω ρ : résistivité en $\Omega \cdot m$ ($1,72 \cdot 10^{-8}$ pour Cu) ℓ : longueur en m S : section en m^2 </p> | $R = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta)$ <p> α : coefficient de température souvent exprimé en ppm (partie par million) : $\alpha = \alpha_{ppm} \cdot 10^{-6}$ R_0 : résistance à $\theta = 0^\circ C$ </p> | $P = \frac{U_{eff}^2}{R} = R \cdot I_{eff}^2$ <p>$u(t) = R \cdot i(t)$</p> |

■ **Modèle électrique équivalent en hautes fréquences (HF) :**

Ce schéma équivalent tient compte du condensateur **C** et de la bobine **L** parasites. La valeur de ces éléments dépend de la technologie de fabrication de la résistance. Les résistances bobinées et vitrifiées ont une valeur de L importante et gênante pour certaines applications.



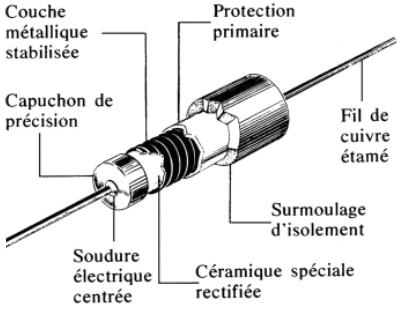
Modèle équivalent en HF

- **Critères de choix :**
- sa **valeur** et la **tolérance** sur celle-ci ;
 - la **puissance** qu'elle peut dissiper ;
 - sa **technologie** (carbone, métallique, bobinée).





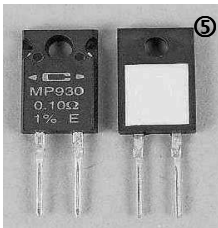
1.2. Résistances fixes

| Résistances à couche de carbone | |
|---|--|
| <p>□ Fabrication</p> <p>Mince couche de carbone (10 nm) déposée par pyrolyse sur un bâtonnet en céramique isolant.</p> | <p>0,25 W</p> <p>0,5 W</p> <p>1 W</p> <p>2 W</p> <p>Proportions respectées</p> |
| <p>□ Caractéristiques principales (valeurs courantes)</p> <ul style="list-style-type: none"> - Gamme de valeurs $1 \Omega \leq R \leq 10 M\Omega$ - Puissance dissipée $0,25 W \leq P \leq 2 W$ - Dérive en température $- 1000 \leq \alpha_{ppm} \leq 200$ - Tolérances $\pm 10 \%, 5 \%, 2 \%, 1 \%$ | |
| <p>□ Utilisation : Matériel grand public</p> | |


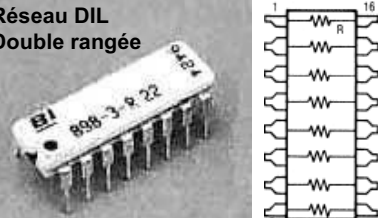
Résistances à couche métallique

| | |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> ❑ Fabrication Pellicule métallique (or, platine, rhodium, palladium) déposée sur un bâtonnet en céramique isolant. ❑ Caractéristiques principales (<i>valeurs courantes</i>) <ul style="list-style-type: none"> - Gamme de valeurs $1 \Omega \leq R \leq 10 \text{ M}\Omega$ - Puissance dissipée $0,125 \text{ W} \leq P \leq 3 \text{ W}$ - Dérive en température $-200 \leq \alpha_{\text{ppm}} \leq 200$ - Tolérances $\pm 5 \%, 1 \%$ ❑ Utilisation : Matériel professionnel |  |
|---|--|

Résistances bobinées de puissance

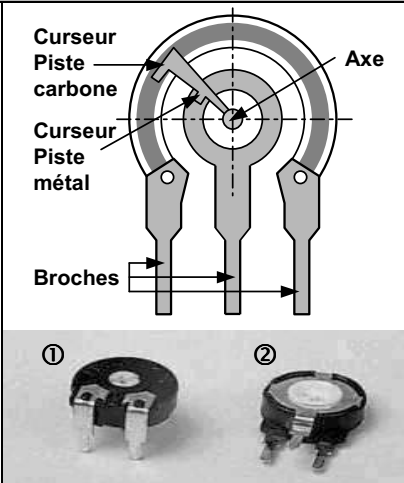
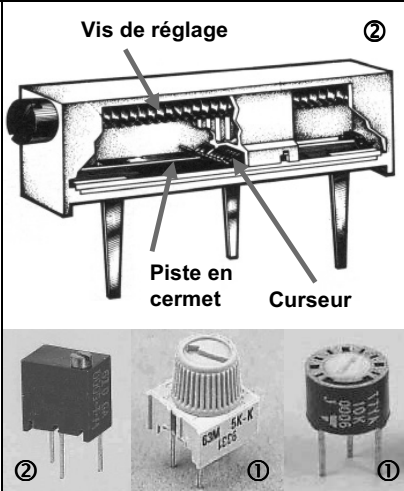
| | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> ❑ Fabrication Fil métallique résistif (Ni-Cr) enroulé sur un bâtonnet réfractaire. Elles sont moulées, laquées ①, vitrifiées ②, à radiateur ③ ou à mandrin creux ④ suivant la puissance dissipée. ❑ Caractéristiques principales (<i>valeurs courantes</i>) <ul style="list-style-type: none"> - Gamme de valeurs $0,1 \Omega \leq R \leq 100 \text{ k}\Omega$ - Puissance dissipée $1 \text{ W} \leq P \leq 1 \text{ kW}$ - Dérive en température $-50 \leq \alpha_{\text{ppm}} \leq 200$ - Tolérances $\pm 10 \%, 5 \%, 1 \%$ ❑ Utilisation : Electronique de puissance Inutilisable en HF (effet inductif) | <div style="text-align: center;"> <p>①  1 à 10 W</p> <p>②  3 à 14 W</p> <p>③  5 à 300 W</p> <p>④  25 W à 1 kW</p> </div> |
| <ul style="list-style-type: none"> ❑ Remède : Résistance film ⑤ - Utilisable jusqu'à 500 MHz - Montées sur un radiateur : <p style="text-align: center;">$15 \text{ W} \leq P \leq 100 \text{ W}$</p> |  |

1.3. Réseau de résistances

| | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> ❑ Fabrication Assemblage sur un même substrat céramique isolant de plusieurs résistances. Celles-ci peuvent être indépendantes ou disposer d'un point commun. ❑ Caractéristiques principales (<i>valeurs courantes</i>) <ul style="list-style-type: none"> - Gamme de valeurs $22 \Omega \leq R \leq 1 \text{ M}\Omega$ - Puissance dissipée $1/8 \text{ W} \text{ à } 1/4 \text{ W}$ - Dérive en température $-100 \leq \alpha_{\text{ppm}} \leq 100$ - Tolérances $\pm 5 \%, 2 \%$ ❑ Utilisation : Matériel informatique | <div style="text-align: center;"> <p>Réseau SIL - Simple rangée</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>Réseau DIL Double rangée</p>  </div> |
|--|---|

1.4. Résistances ajustables

Certaines résistances doivent être ajustées par tournevis lors de la procédure de réglage final de l'appareil dont elles font partie. L'utilisateur n'y a pas accès. Elles seront donc manœuvrées très rarement dans la vie de l'appareil.

| Résistances à piste de carbone | |
|--|---|
| <p>❑ Fabrication</p> <p>Piste de carbone conducteur de forme circulaire déposée sur un support en bakélite ou céramique.</p> <p>On trouve principalement des résistances ajustables monotours à axe vertical ① ou à axe horizontal ②.</p> <p>❑ Caractéristiques principales (valeurs courantes)</p> <ul style="list-style-type: none"> - Gamme de valeurs $100 \Omega \leq R \leq 10 M\Omega$ - Puissance dissipée $1/4 W$ - Dérive en température $- 300 \leq \alpha_{ppm} \leq 300$ - Tolérances $\pm 20 \%, 10 \%$ <p>❑ Utilisation : Matériel grand public</p> |  |
| Résistances à piste en cermet | |
| <p>❑ Fabrication</p> <p>Email chargé d'éléments conducteurs déposés par sérigraphie sur une plaquette de céramique.</p> <p>On trouve des résistances ajustables monotours ① ou multitours ② (12 à 25 tours).</p> <p>❑ Caractéristiques principales (valeurs courantes)</p> <ul style="list-style-type: none"> - Gamme de valeurs $10 \Omega \leq R \leq 2 M\Omega$ - Puissance dissipée $1/4 W \leq P \leq 1 W$ - Dérive en température $- 100 \leq \alpha_{ppm} \leq 100$ - Tolérances $\pm 20 \%, 10 \%$ <p>❑ Utilisation : Matériels professionnels, militaires, civils Piste très solide et faible encombrement</p> |  |

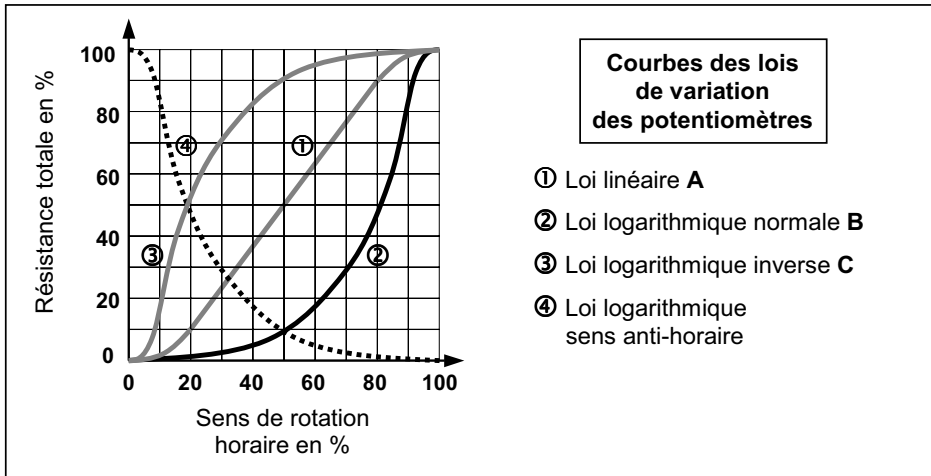
© Copyright RADIO SPARES

1.5. Potentiomètres de réglage

Il est souvent nécessaire de permettre à l'utilisateur d'un appareil de contrôler extérieurement et manuellement la valeur d'une résistance (exemple : réglage du volume d'un radiorécepteur).

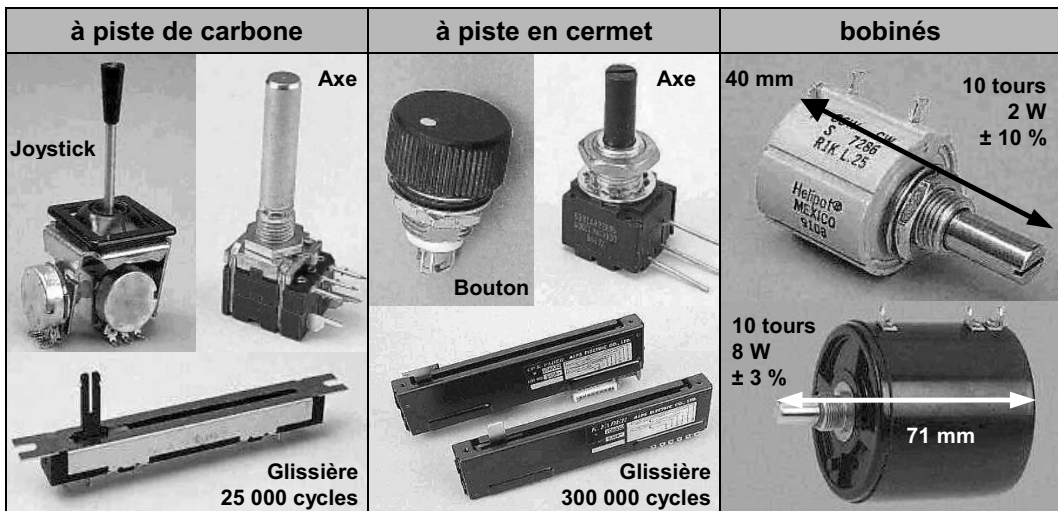
On fait appel alors à un élément résistif variable, enfermé dans une enveloppe protectrice d'où sort une tige robuste, reliée intérieurement au curseur.

- **Critères de choix** :
 - sa **résistance** totale ;
 - la **puissance** qu'il peut dissiper ;
 - sa **technologie** (à piste de carbone, cermet ou bobiné) ;
 - sa **loi de variation** (linéaire ou logarithmique).



Les potentiomètres de volume sonore des équipements électroacoustiques ont des lois de variation logarithmiques adaptées à la physiologie de l'oreille humaine.

■ **Quelques exemples de potentiomètres :**

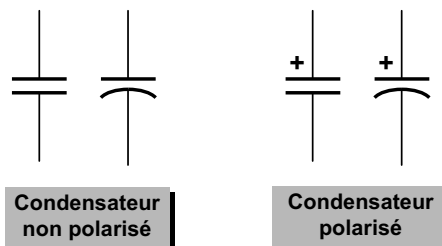


© Copyright RADIOSPARES

2. Condensateurs

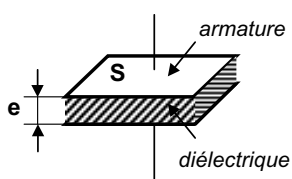
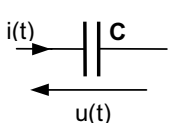
2.1. Principales caractéristiques

■ **Symboles :**



Pour un condensateur polarisé, le + indique la patte à connecter au potentiel le plus élevé.

■ **Relations remarquables :**

| Capacité | Relations charge / courant / tension |
|--|--|
|  <p>Condensateur plan :</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{e}$ </div> <p> C : capacité en F (farads) ϵ_0 : permittivité du vide = $1 / (36\pi \cdot 10^9)$ (SI) ϵ_r : permittivité relative du diélectrique S : surface des armatures en m^2 e : épaisseur du diélectrique en m </p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> Dérive en température </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $C = C_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta)$ </div> <p> α : coefficient de température exprimé en ppm (partie par million) : <div style="background-color: #cccccc; padding: 2px; display: inline-block;"> $\alpha = \alpha_{ppm} \cdot 10^{-6}$ </div> C_0 : résistance à $\theta = 0^\circ C$ </p> |  <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $q(t) = C \cdot u(t)$ </div> <p>q en C (coulombs)</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C \frac{du(t)}{dt}$ </div> <p>Conséquences :</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. La tension aux bornes d'un condensateur ne peut pas présenter de discontinuité. 2. Le courant moyen dans un condensateur soumis à $u(t)$ périodique est nul ($\langle i \rangle = 0$). 3. Si on ouvre le circuit d'un condensateur ($i = 0$), celui-ci conserve sa tension. <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> Energie électrostatique emmagasinée </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $W = \frac{1}{2} C U^2$ </div> <p>W s'exprime en J (joules).</p> |

■ **Modèle électrique équivalent en basses et hautes fréquences :**

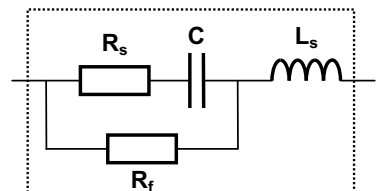
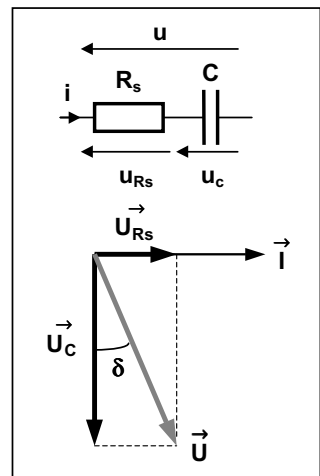
En continu, le condensateur présente une résistance de fuites R_f (ou d'isolement) très élevée.

En alternatif, il existe des pertes d'énergie thermique dans le diélectrique (hystérésis et courants de fuite). On les matérialise à fréquence industrielle par une résistance série fictive R_s sur le modèle équivalent.

On évalue sa valeur à partir de l'angle de pertes δ donné dans les abaques constructeurs :

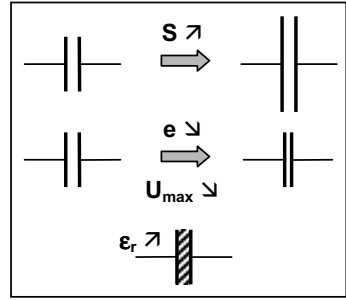
$$\tan \delta = \frac{U_{R_s}}{U_C} = \frac{R_s \cdot I}{\frac{1}{C\omega} \cdot I} \Rightarrow \boxed{\tan \delta = R_s C \omega}$$

Aux fréquences élevées, on doit tenir compte en plus de L_s , l'inductance parasite due à l'enroulement sur elles-mêmes des électrodes métalliques, d'où le modèle équivalent en hautes fréquences proposé ci-contre.



■ **Conditions d'obtention de condensateurs plans de fortes capacités**

- Il faut augmenter la surface **S** des armatures en regard ;
- On doit diminuer l'épaisseur **e** du diélectrique mais le condensateur est alors **moins résistant en tension** ;
- Il faut prendre un matériau diélectrique de permittivité relative ϵ_r élevée (jusqu'à quelques milliers).



- **Critères de choix** :
- sa **capacité nominale** et la **tolérance** sur celle-ci ;
 - la **tension maximale de service** (inscrite sur le corps du composant) ;
 - le **type de diélectrique utilisé** (plastique, mica, céramique, tantale...).

2.2. Condensateurs fixes non polarisés

| Condensateurs à diélectrique plastique métallisé | |
|---|--|
| <p>□ Fabrication</p> <p>On empile de fines couches de plastique métallisé (sandwich) ou on enroule 2 feuilles de plastique métallisé ensemble puis on aplatit le rouleau. On trouve 4 diélectriques :</p> <p>MKT : Polyester MKC : Polycarbonate MKP : Polypropylène MKS : Polystyrène</p> <p>□ Caractéristiques principales (valeurs courantes)</p> <p>- Gamme de valeurs 10 pF ≤ C ≤ 10 (22) μF - Tension maxi. de service 25 à 3000 Vcc</p> <p>cc : courant continu – ca : courant alternatif</p> <p>□ Utilisation : Condensateurs d'usage courant Diélectrique le plus employé : MKT</p> | <p>MKC MKT</p> <p>MKT</p> <p>MKP 3000 Vcc 750 Vca</p> <p>MKS</p> |
| Condensateurs à diélectrique céramique | |
| <p>□ Fabrication</p> <p>Pastille de céramique recouverte de deux électrodes ou empilage de minces lames de diélectrique, métallisées. Il existe 2 groupes de céramique.</p> <p><u>Groupe I</u> (ou II) : titanate de calcium (ou baryum)</p> <p>Diélectriques standard : X7R, Z5U, COG, P100, ...</p> <p>□ Caractéristiques principales (valeurs courantes)</p> <p>- Gamme de valeurs 1 pF ≤ C ≤ 1 (2,2) μF - Tension maxi. de service 25 V à 15 kVcc</p> <p>cc : courant continu – ca : courant alternatif</p> <p>□ Utilisation : En hautes fréquences si la stabilité en température n'est pas déterminante.</p> | <p>Disque</p> <p>Sorties axiales</p> <p>Sorties radiales Plat 1 kVcc</p> |

2.3. Condensateurs fixes polarisés



Ils doivent toujours être polarisés dans le même sens sous peine de destruction explosive.

| Condensateurs électrolytiques à l'aluminium et au tantale | |
|--|---|
| <p>❑ Fabrication</p> <p>L'anode est constituée par une bande d'aluminium gravée (pour augmenter la surface) recouverte d'une couche d'alumine.</p> <p>La cathode est constituée par une bande d'aluminium non traitée. L'alumine et du papier poreux, imprégné d'une solution électrolyte, forment le diélectrique.</p> <p>On enroule ces éléments que l'on monte dans le tube alu, corps du composant.</p> <p>Pour les tantales, l'anode est une pastille de poudre de tantale fritté, qui permet d'obtenir une très grande surface active. La cathode est le boîtier en argent. Le bioxyde de manganèse forme l'électrolyte solide.</p> <p>Plus petits et plus fiables que ceux à l'aluminium.</p> <p>❑ Caractéristiques principales (valeurs courantes)</p> <ul style="list-style-type: none"> - Gamme de valeurs 0,1 µF ≤ C ≤ 1 F (Alu) jusqu'à 220 µF (tantale) - Tension maxi. de service 6,3 V à 500 Vcc jusqu'à 50 V (tantale) <p>❑ Utilisation : Fortes capacités Filtrage, découplage en BF</p> | <p>Alu</p> <p>Alu CMS</p> <p>1 F - 20 V 220 mm</p> <p>Tantale</p> <p>Tantale goutte</p> |

© Copyright RADIOSPARES

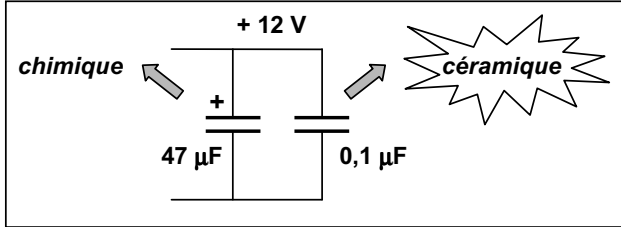
2.4. Conclusion

■ **Qualités comparées des diélectriques usuels**

| Type de diélectrique | Permittivité relative ε _r | Pertes : tanδ à 20°C et 50 Hz | Coefficient α _{ppm} | Limite en fréquence |
|--------------------------|--------------------------------------|-------------------------------|------------------------------|---------------------|
| Polystyrène MKS | 2,5 | 8 à 10.10 ⁻⁴ | -120 | 0 à 10 GHz |
| Polyester MKT | 3 | 20.10 ⁻⁴ | + 300 | 0 à 10 GHz |
| Polycarbonate MKC | 3 | 10.10 ⁻⁴ | ± 75 | 0 à 10 GHz |
| Polypropylène MKP | 2 | 10 à 20.10 ⁻⁴ | - 250 | 0 à 10 GHz |
| Céramique I | 5 à 20 | 10.10 ⁻⁴ | - 2200 à 130 | 10 Hz à 10 GHz |
| Céramique II | 500 à 15000 | 100.10 ⁻⁴ | irrégulier | 1 kHz à 200 MHz |
| Electrolytique aluminium | | 0,13 à 1,25 | | 1 kHz |
| Electrolytique tantale | | 0,6 | | 100 kHz |

- Les capacités atteintes par les condensateurs céramiques ne dépassent guère le **µF**, à comparer à la **dizaine de µF** que l'on atteint avec les condensateurs à film plastique et les **mF** voire le **F** des condensateurs de type électrochimique. Notons que l'on sait faire des condensateurs de 0,1 à 33 F pour les applications de sauvegarde de mémoire.

- Les condensateurs céramiques ont les meilleures performances en fréquence, mais sont à éviter si une grande stabilité en température est nécessaire. On ne peut pas compter sur un chimique même de très bonne qualité pour supprimer les composantes HF de l'alimentation. C'est la raison pour laquelle on rencontre souvent le montage ci-dessous, à première vue, paradoxal :



Découplage d'un condensateur chimique par un condensateur de capacité plus faible mais possédant une impédance négligeable en HF !

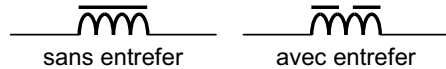
3. Bobines

3.1. Principales caractéristiques

- Symboles :**

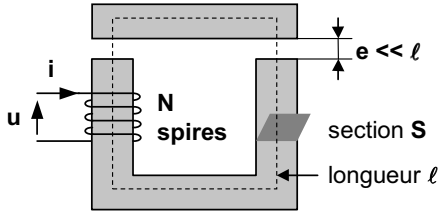
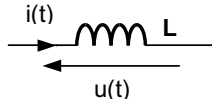


bobine sans noyau



bobine à noyau ferromagnétique avec ou sans entrefer

- Relations remarquables :**

| Inductance | Relations flux / courant / tension |
|---|--|
|  <p>Bobine à noyau de fer :</p> $L = \mu_0 \mu_r \frac{N^2}{\ell + 2e\mu_r} S$ <p>Bobine à noyau ferrite :</p> $L = A_L N^2 10^{-9}$ <p>A_L : facteur d'inductance en nH donné par le constructeur</p> <p> L : inductance en H (henrys) N : nombre de spires μ_0 : perméabilité absolue = $4\pi \cdot 10^{-7}$ (SI) μ_r : perméabilité relative du noyau S : section du noyau en m^2 e : épaisseur de l'entrefer en m ℓ : longueur de la ligne de champ moyenne </p> |  <p>$\varphi(t) = L \cdot i(t)$ vraie si noyau non saturé ! φ en Wb (weber)</p> $u(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} = L \frac{di(t)}{dt}$ <p>Conséquences :</p> <ol style="list-style-type: none"> Le courant dans une bobine ne peut pas présenter de discontinuité. Une bobine traversée par $i(t)$ périodique aura une tension moyenne $\langle u \rangle$ nulle. Il faut éviter l'arrêt <u>instantané</u> de $i(t)$ dans un circuit inductif \Rightarrow pic de tension ! <p>Energie électromagnétique emmagasinée</p> $W = \frac{1}{2} L I^2$ <p>W s'exprime en J (joules).</p> |

■ **Modèles électriques équivalents d'une bobine :**

Ils tiennent compte de la résistance R_{fil} du fil conducteur constituant le bobinage.

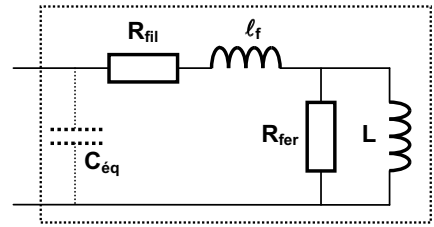
Pour une bobine à noyau ferromagnétique, on ajoute une résistance fictive R_{fer} modélisant les pertes fer et une inductance ℓ_f représentative du flux de fuites.

L est l'inductance **magnétisante** ou principale de la bobine. $C_{\text{éq}}$ modélise la capacité entre spires qui devient prépondérante aux hautes fréquences.

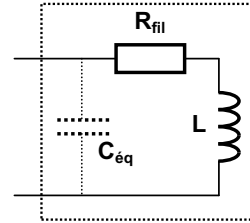
On définit le **facteur de qualité** :

$$Q = \frac{L\omega}{R_{fil}}$$

Il est d'autant plus grand que la bobine est de bonne qualité.



Noyau de fer ou noyau ferrite



Noyau air

- **Critères de choix :**
- son **inductance** et la **tolérance** sur celle-ci ;
 - le **courant** supporté ;
 - la **fréquence d'utilisation** et le **coefficient de qualité**.

3.2. Exemples de bobines

| Noyau ferrite | | Divers | |
|---|---|--|--|
| <p>$A_L = 1800 \text{ nH}$ CMS</p> | <p>Inductances radiales faible courant</p> | <p>14 mm $L = 100 \text{ mH}$</p> | <p>20 mm Self torique 4 mH (240 V)</p> |
| <p>$L = 1,8 \mu\text{H}$ Pot ferrite</p> | <p>Inductance blindée 11 mm</p> | <p>11 mm</p> | <p>$f < 30 \text{ MHz}$</p> |
| | <p>16 mm $L = 0,1 \mu\text{H} \text{ à } 100 \text{ mH}$</p> | | |

© Copyright RADIOSPARES

3.3. Conclusion

La valeur de l'inductance d'une bobine dépend du nombre de spires et de son noyau (matériau, forme). Son utilisation dépend du matériau constituant le noyau.

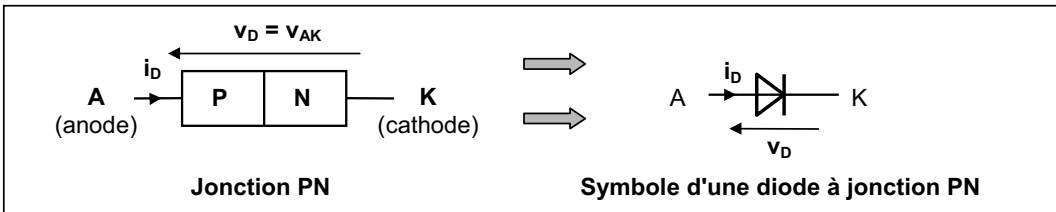
| Noyau de fer | Noyau ferrite | Noyau air |
|---|--|--|
| Basses et moyennes fréquences dans les filtres d'alimentation | Matériau céramique (K1, T42, N27, N67 ...) Basses à hautes fréquences | Bobinage sur un matériau sans propriété magnétique (téflon, nylon, bakélite, ...) Hautes et hyperfréquences |

Chapitre 6

Diodes à jonction

1. Constitution

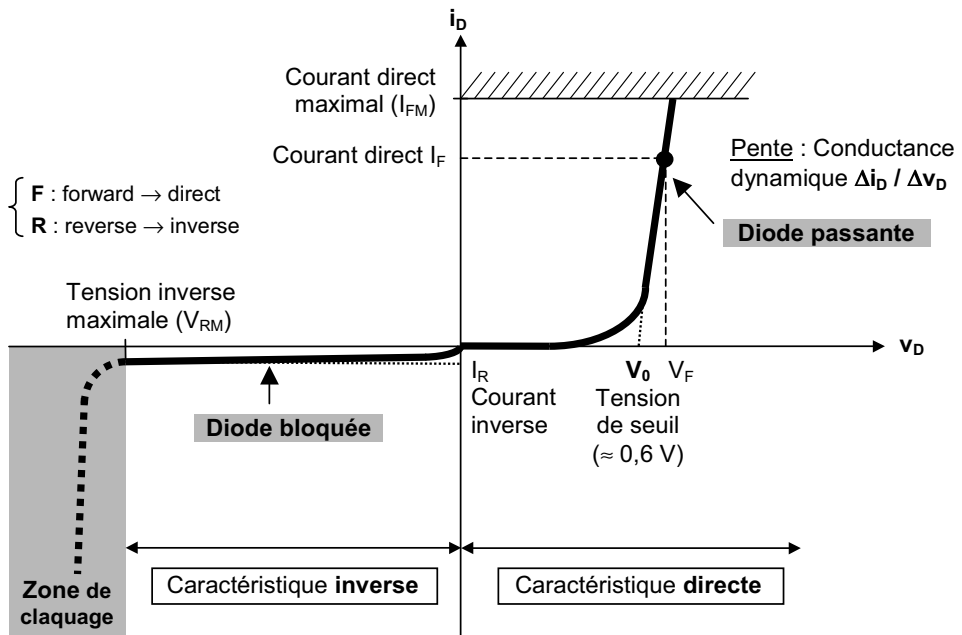
Les diodes à jonction sont constituées d'une **jonction PN encapsulée dans un boîtier**.



La jonction est constituée par la juxtaposition de deux barreaux semi-conducteurs de silicium (Si), l'un dopé avec des atomes **accepteurs** d'électrons (dopage **P** : B, Al), l'autre avec des atomes **donneurs** d'électrons (dopage **N** : As, P). En introduisant ces impuretés (dopage), la conductivité du semi-conducteur (Si) augmente et dépend moins de la température.

2. La diode à jonction

2.1. Caractéristique statique courant - tension



- Ordres de grandeur des courants :
- I_R en (nA - μ A - mA)
 - I_F en (mA - A - kA) selon la puissance

On distingue deux régimes de fonctionnement : **bloqué** et **passant**. Ils ne sont pas contrôlables directement, mais dépendent de la tension v_D aux bornes de la diode et du courant i_D la traversant :

Une diode devient passante dès que $v_D > V_0$. Elle se bloque dès que i_D s'annule.

Si la tension inverse dépasse V_{RM} , la diode atteint le coude de Zener où le courant inverse augmente très vite : c'est le **phénomène de claquage de la jonction par effet Zener ou effet d'avalanche**. Deux types de diodes sont alors à considérer :

- **Claquage irréversible** (destructif) : Diodes de redressement, diodes de commutation, ...
- **Claquage réversible** (non destructif) : Diodes Zener (cf. p 61) si la puissance dissipée n'est pas trop élevée (claquage thermique).

2.2. Influence de la température

L'évolution du courant dans la diode est donnée par la **loi de Shockley** :

$$i_D = I_S \cdot \left(e^{v_D/V_T} - 1 \right) \quad \text{avec} \quad V_T = \frac{kT}{q}$$

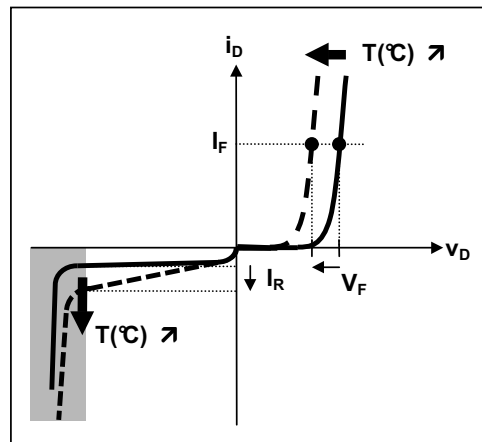
- où :
- I_S courant de saturation inverse (proportionnel à T^3) de l'ordre de 10^{-8} à 10^{-14} A
 - T température en kelvins (K)
 - k constante de Boltzmann = $1,38 \cdot 10^{-24}$ J.K⁻¹
 - q charge de l'électron = $1,6 \cdot 10^{-19}$ C
 - V_T tension thermique ≈ 26 mV à 25°C

□ Conséquences :

Pour le même courant direct I_F , la tension directe V_F diminue lorsque la température augmente :

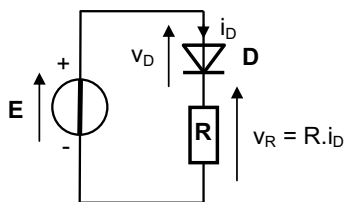
$$\left(\frac{dV_F}{dT} \right)_{i_D=I_F} \approx -2\text{mV} / ^\circ\text{C}$$

Le courant inverse I_R double environ tous les **10°C** pour les diodes au silicium (Si).



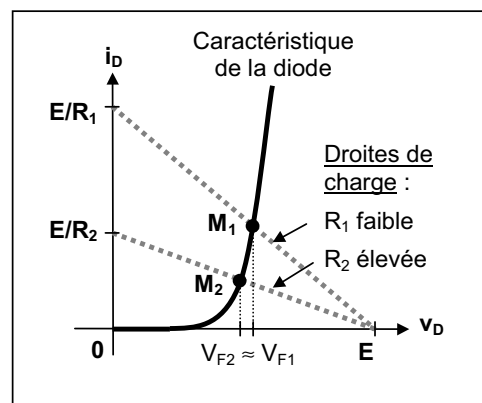
2.3. Polarisation de la diode

On polarise une diode en direct en l'insérant dans un circuit, de sorte qu'elle soit parcourue par un courant $i_D > 0$.



On tire de ce montage les relations suivantes :

$$\begin{cases} i_D = I_S \cdot \left(e^{v_D/V_T} - 1 \right) & \longrightarrow \text{Caractéristique de la diode} \\ i_D = \frac{E - v_D}{R} & \longrightarrow \text{Droite de charge} \end{cases}$$



Le point de fonctionnement M du circuit est à l'intersection de ces deux courbes. On constate que, pour diverses valeurs de R, la tension directe V_F varie peu et reste proche de la tension de seuil V_0 .

2.4. Modèles électriques équivalents

La caractéristique réelle d'une diode se prête assez mal aux calculs. Il est nécessaire de la remplacer par une caractéristique idéale, à laquelle on peut ajouter graduellement les imperfections du composant (tension de seuil V_0 , résistance dynamique $R_D = \Delta v_D / \Delta i_D$).

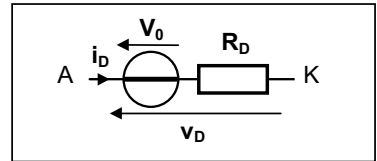
| Caractéristique idéale | Caractéristique idéalisée | Caractéristique réelle simplifiée |
|--|--|--|
| | | |
| <p>Diode passante : $i_D > 0$</p> <p>Diode bloquée : $v_D < 0$</p> | <p>Diode passante : $i_D > 0$</p> <p>Diode bloquée : $v_D < V_0$</p> | <p>Diode passante : $i_D > 0$</p> <p>Diode bloquée : $v_D < V_0$</p> |

□ **Remarques** : Ces modèles ne sont valables qu'en régime statique ou basses fréquences.

▪ L'emploi de la **caractéristique idéale** s'avère intéressant dans les montages où la tension de seuil est négligeable devant les autres tensions (exemple : redressement monophasé).

▪ La **caractéristique réelle simplifiée** est surtout utilisée pour évaluer la puissance dissipée dans une diode.

R_D Résistance dynamique (de qq. mΩ à qq. Ω)
 V_0 Tension de seuil (≅ 0,6 V pour le Si)



La relation tension - courant s'écrit : $v_{D(t)} = V_0 + R_D \cdot i_{D(t)}$

Soit une puissance instantanée : $p_{(t)} = v_{D(t)} \cdot i_{D(t)} = V_0 \cdot i_{D(t)} + R_D \cdot i_{D(t)}^2$

On en déduit la puissance moyenne dissipée dans la diode :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p_{(t)} \cdot dt$$

C'est à dire : $P = \frac{V_0}{T} \int_0^T i_{D(t)} \cdot dt + \frac{R_D}{T} \int_0^T i_{D(t)}^2 \cdot dt \Rightarrow \boxed{P = V_0 \cdot \langle i_D \rangle + R_D \cdot I_{Deff}^2}$

Cette puissance conduit souvent à un dépassement de la température limite de jonction T_j . Ceci nécessite l'**adjonction d'un radiateur**, solidaire du composant, et qui a pour rôle d'augmenter la surface d'échange thermique avec le milieu ambiant (voir 2nd tome : « Chaîne d'énergie »).

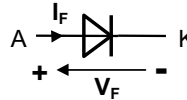
2.5. Caractéristiques techniques

2.5.1. Limites de fonctionnement

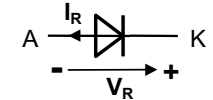
Le choix d'une diode s'effectue à partir des caractéristiques technologiques données par le fabricant. Elles sont très nombreuses mais nous ne retiendrons que les **plus indispensables**. Les notations adoptées font référence aux conventions suivantes :

- F : direct (Forward)
- R : inverse (Reverse)
- x RM : Répétitive Maximale
- x M : Maximale
- x S : Surcharge accidentelle (Surge)
- x AV : valeur moyenne (Average)

Caractéristique directe



Caractéristique inverse



□ Limites en tensions :

V_{RRM} Tension inverse répétitive maximale

V_{RSM} Tension inverse maximale (non répétitive) de surcharge accidentelle

□ Limites en courants :

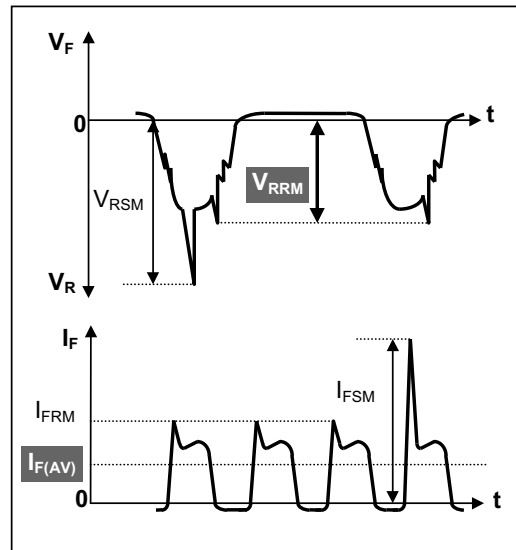
$I_{F(AV)}$ Courant direct moyen (maximal)

I_{FRM} Courant direct répétitif maximal

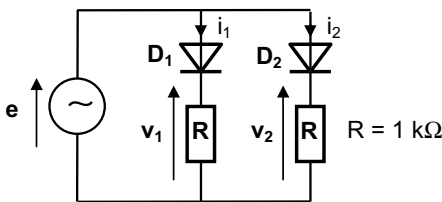
I_{FSM} Courant direct maximal (non répétitif) de surcharge accidentelle

Les principaux critères de choix des diodes utilisées en **redressement** (cf. 2nd tome) sont :

$I_{F(AV)}$ et V_{RRM}

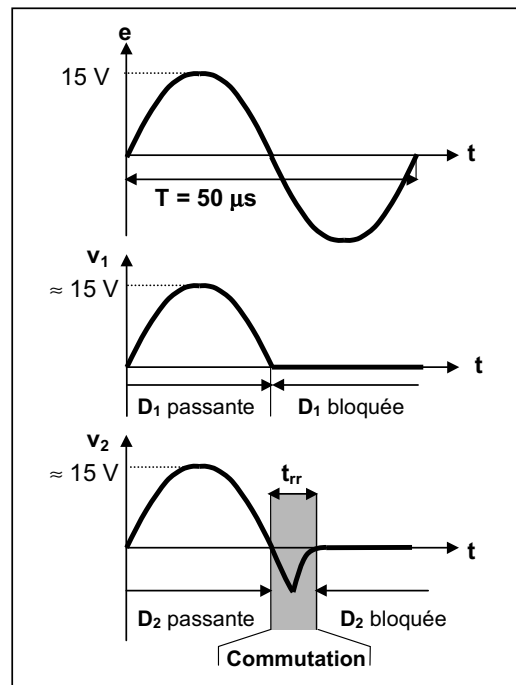


2.5.2. Comportement dynamique



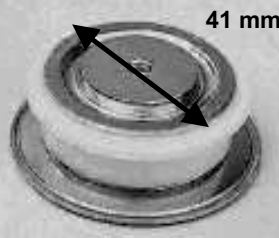
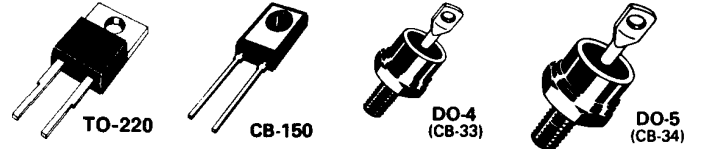
Ce montage met en évidence la différence de comportement entre une **diode de commutation** D_1 (1N4148) et une **diode de redressement** ordinaire D_2 (1N4007) lorsque le générateur fournit une tension alternative sinusoïdale de fréquence 20 kHz.

D_1 se bloque instantanément ($t_{rr} \approx$ quelques ns). Ce n'est pas le cas de la diode D_2 qui est parcourue par un courant inverse. Elle ne retrouve son pouvoir bloquant qu'après un temps t_{rr} , appelé temps de **recouvrement inverse**, de l'ordre de quelques μs .



2.5.3. Exemples : Caractéristiques de quelques diodes de redressement

La première fonction de la diode est le redressement, pour rendre une tension unidirectionnelle en électronique "petits signaux" ou en électronique de puissance dans les convertisseurs d'énergie.

| Diode de redressement à capsule | Diodes de redressement rapides et ultra rapides | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|---|-----------------|---------------|-----------------|---------------|--------------------------|---------------|--------------------------|------------|-----|----|------|-----|-----|-----|---------|-------|----|------|------|-----|-----|------------|-----|----|-----|------|-----|-----|------------|-------|----|-----|-----|-----|----|-----------|-------|----|-----|-----|-----|----|--|--|--|--|--|--|
|  <p>41 mm</p> |  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>Spécifications techniques</p> <p>$V_{RRM} = 1200\text{ V}$ $I_{F(AV)} = 500\text{ A}$ $I_{FSM} = 7000\text{ A}$ $V_F : 1,65\text{ V à }1500\text{ A}$</p> | <table border="1"> <thead> <tr> <th>Référence</th> <th>Boîtier</th> <th>$I_{F(AV)}$ (A)</th> <th>V_{RRM} (V)</th> <th>V_F (V)</th> <th>I_{FSM} (A)</th> <th>$t_{rr\text{ max}}$ (ns)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>12FL100S05</td> <td>D04</td> <td>12</td> <td>1000</td> <td>1,4</td> <td>145</td> <td>500</td> </tr> <tr> <td>20ETF12</td> <td>TO220</td> <td>20</td> <td>1200</td> <td>1,31</td> <td>355</td> <td>400</td> </tr> <tr> <td>40HFL60S02</td> <td>DO5</td> <td>40</td> <td>600</td> <td>1,95</td> <td>400</td> <td>200</td> </tr> <tr> <td>BYV79E-200</td> <td>TO220</td> <td>12</td> <td>200</td> <td>1,3</td> <td>100</td> <td>30</td> </tr> <tr> <td>BYV32-200</td> <td>TO220</td> <td>20</td> <td>200</td> <td>1,2</td> <td>125</td> <td>25</td> </tr> </tbody> </table> | Référence | Boîtier | $I_{F(AV)}$ (A) | V_{RRM} (V) | V_F (V) | I_{FSM} (A) | $t_{rr\text{ max}}$ (ns) | 12FL100S05 | D04 | 12 | 1000 | 1,4 | 145 | 500 | 20ETF12 | TO220 | 20 | 1200 | 1,31 | 355 | 400 | 40HFL60S02 | DO5 | 40 | 600 | 1,95 | 400 | 200 | BYV79E-200 | TO220 | 12 | 200 | 1,3 | 100 | 30 | BYV32-200 | TO220 | 20 | 200 | 1,2 | 125 | 25 | | | | | | |
| Référence | Boîtier | $I_{F(AV)}$ (A) | V_{RRM} (V) | V_F (V) | I_{FSM} (A) | $t_{rr\text{ max}}$ (ns) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 12FL100S05 | D04 | 12 | 1000 | 1,4 | 145 | 500 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 20ETF12 | TO220 | 20 | 1200 | 1,31 | 355 | 400 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 40HFL60S02 | DO5 | 40 | 600 | 1,95 | 400 | 200 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| BYV79E-200 | TO220 | 12 | 200 | 1,3 | 100 | 30 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| BYV32-200 | TO220 | 20 | 200 | 1,2 | 125 | 25 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p><u>Rapides</u> : $t_{rr} \approx \text{qq. } 100\text{ ns}$ <u>Ultra rapides</u> : $t_{rr} \approx \text{qq. } 10\text{ ns}$</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

© Copyright RADIOSPARES

3. La diode Schottky

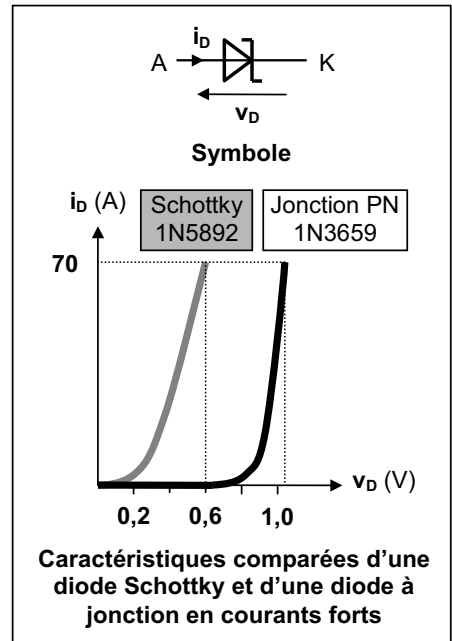
Contrairement aux diodes que l'on vient d'étudier, la diode Schottky est constituée par la jonction d'un semi-conducteur de type N surtout, avec un métal.

□ Conséquences :

La caractéristique courant - tension de la diode obtenue est similaire à celle d'une diode de redressement, mais avec une **tension de seuil beaucoup plus faible**.

Ceci les rend particulièrement intéressantes pour les redressements des signaux en basses tensions et pour les redressements en courants forts (puissance dissipée plus faible).

L'autre avantage est de **pouvoir commuter rapidement** de l'état passant à l'état bloqué, leur temps de recouvrement inverse t_{rr} étant quasiment nul. On les utilise en commutation à fréquence élevée et en composant intégré, pour améliorer les temps de commutation des circuits logiques.

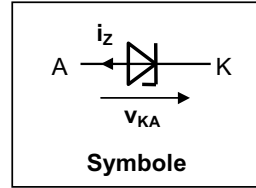


Par ailleurs, il est possible de donner à la jonction semi-conducteur métal, une surface beaucoup plus grande que dans les diodes classiques. On peut ainsi réaliser plus aisément avec cette technique des diodes de redressement pour courants très élevés.

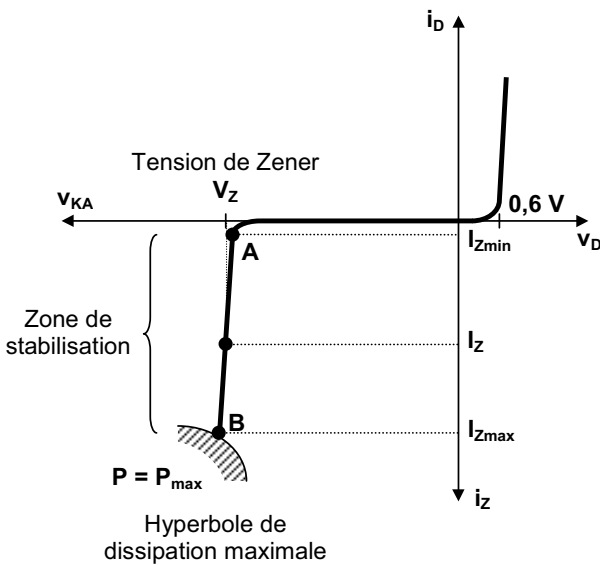
4. La diode Zener

4.1. Définition

Dans le sens direct, elle présente la même caractéristique qu'une autre diode. Elle n'a d'intérêt qu'en utilisation dans le sens inverse. En effet, on constate que la tension inverse v_{KA} aux bornes de la diode fonctionnant dans la **zone de claquage** varie peu.



4.2. Caractéristique courant - tension



- Zone de claquage AB :
 - Sensiblement rectiligne ;
 - v_{KA} varie peu ($v_{KA} \approx V_Z$) ;
 - Résistance dynamique **très faible** :

$$R_Z = \frac{\Delta v_{KA}}{\Delta i_Z}$$

- Influence de la température T :

$$\frac{dV_Z}{dT} > 0 \text{ pour les diodes dont } V_Z > 6 \text{ V}$$

$$\frac{dV_Z}{dT} < 0 \text{ pour les diodes dont } V_Z < 6 \text{ V}$$

Les diodes dont la tension de Zener V_Z est voisine de 6 V sont les moins sensibles à la température.

On définit la tension de Zener V_Z pour un courant I_Z fixé. La zone de stabilisation est limitée par deux valeurs de courant. Le courant maximum I_{Zmax} est imposé par la puissance P_{max} que peut dissiper le composant : $I_{Zmax} \approx P_{max} / V_Z$. Le courant minimal I_{Zmin} (quelques mA) est choisi de façon à éviter le coude de la caractéristique où la tension commence à varier sensiblement.

4.3. Modèles électriques équivalents

| Caractéristique idéale | Caractéristique réelle simplifiée |
|------------------------|-----------------------------------|
| | |

- Remarque : Ces modèles ne sont valables qu'en **régime statique** ou **basses fréquences**.

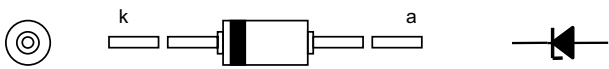
4.4. Caractéristiques techniques

4.4.1. Critères de choix

Le choix d'une diode Zener se fera principalement en fonction de :

- V_Z Tension de Zener, c'est à dire la tension à stabiliser ;
Elle est marquée sur le composant (exemple : 3V6 pour $V_Z = 3,6\text{ V}$)
- P_{tot} Puissance maximale dissipée (P_{max}) : elle fixe le courant maximal $I_{Z\text{max}}$ traversant la diode ;
- r_{diff} Résistance différentielle dans la zone de claquage (similaire à R_D) ;
- S_Z Coefficient de température $S_Z = \frac{dV_Z}{dT}$ exprimé en mV/°C.

□ Exemple de fiche de spécification : Diodes de régulation (PHILIPS) – $P_{\text{tot}} = 1\text{ W}$



The diodes are type branded.

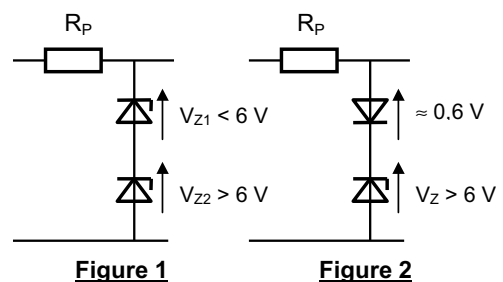
Fig. 1 Simplified outline (SOD66 ; DO-41) and symbol

| REFERENCE BZV85- CXX | WORKING VOLTAGE V_Z (V) at $I_{Z\text{test}}$ | | DIFFERENTIAL RESISTANCE r_{diff} (Ω) at $I_{Z\text{test}}$ | TEMP. COEFF. S_Z (mV/°C) | | TEST CURRENT $I_{Z\text{test}}$ (mA) |
|----------------------------|---|------|--|-------------------------------|-------|---|
| | MIN. | MAX. | MAX. | MIN. | MAX. | |
| 3V6 | 3,4 | 3,8 | 15 | - 3,5 | - 1,0 | 60 |
| 5V1 | 4,8 | 5,4 | 10 | - 0,5 | + 2,2 | 45 |
| 6V8 | 6,4 | 7,2 | 3,5 | 1,3 | 4,3 | 35 |
| 9V1 | 8,5 | 9,6 | 5 | 3,8 | 7,2 | 25 |

4.4.2. Compensation du coefficient de température

Pour diminuer l'effet de la température sur la tension V_Z , on peut :

- Mettre en série deux diodes Zener dont les coefficients de température sont de signes différents (cf. figure 1).
- Mettre en série une diode ordinaire de coefficient de température $\approx -2\text{ mV/°C}$ avec une diode Zener (cf. figure 2).



Il faut évidemment que la somme des tensions soit égale à la tension désirée. Les constructeurs proposent sous le nom de **diodes de référence de tension**, des montages du même type que ceux évoqués, où les éléments, dûment appariés, sont enfermés dans le même boîtier. On obtient ainsi des coefficients de température extrêmement faibles.

4.4.3. Applications

En conclusion, on peut dire que les diodes Zener sont appréciées pour leur tension V_Z stable. Un large choix est proposé de 2 à 300 V. On les trouve souvent associées à des fonctions de :

- **Référence de tension - écrêtage d'une tension ;**
- **Alimentation continue de petite puissance.**

5. Autres diodes

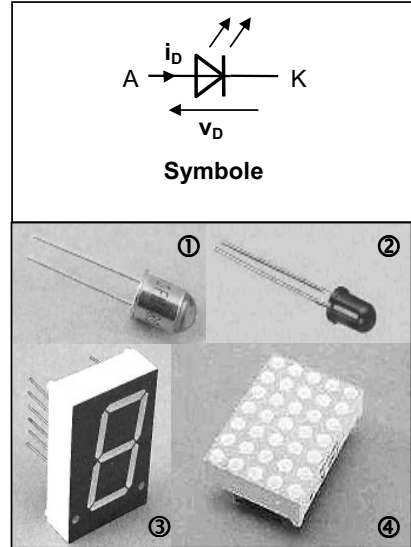
5.1. Les diodes électroluminescentes (DEL)

Une DEL (en anglais LED pour Light Emitting Diode) est une jonction PN, qui, polarisée en direct, émet une radiation électromagnétique visible ou non.

Les DEL émettant dans le proche infrarouge ① sont utilisées dans les émetteurs de télécommande et les systèmes de transmissions de données. Le rayonnement lumineux émis est capté par une photodiode ou un phototransistor et reconverti en signal électrique.

Les DEL émettant dans le visible ② (couleurs : rouge, orange, jaune, verte et bleue) trouvent leurs applications dans l'affichage numérique 7 segments ③ ou l'affichage alphanumérique ④ (afficheur matriciel).

Leur caractéristique est analogue à celle d'une diode au silicium avec des tensions de seuil allant de 1,1 V (diode infrarouge) à 3,6 V et plus pour les diodes bleues. Elles ne supportent pas les tensions inverses élevées (< 5V) et les courants directs dépassant quelques dizaines de mA.



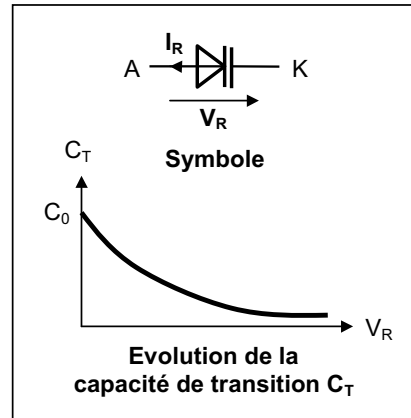
5.2. La diode Varicap

Il s'agit de diodes à **capacité variable**. Une jonction polarisée en inverse présente une zone neutre isolante, ayant un effet de capacité. Celle-ci dépend de la tension inverse V_R appliquée et est donnée par la relation :

$$C_T(V_R) = \frac{C_0}{(1 + V_R/V_0)^\gamma}$$

où : C_0 Capacité de la jonction non polarisée
 V_0 tension de seuil
 γ facteur de forme ($0,33 \leq \gamma \leq 0,75$)

Elle n'excède pas quelques dizaines de pF et est mise à profit pour modifier l'accord des circuits sélectifs ou des oscillateurs en radioélectricité.

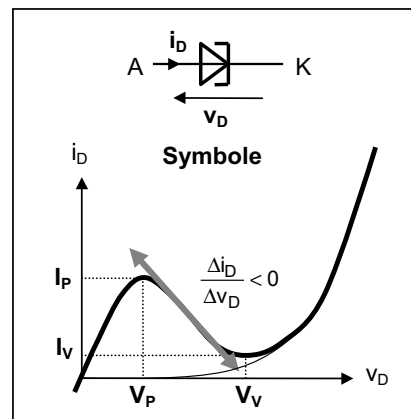


5.3. La diode tunnel

Une jonction PN à dopages très élevés se comporte comme une résistance de faible valeur à tension négative ou légèrement positive.

Mais, à partir de la **tension de pic** V_P , sa caractéristique rejoint celle d'une diode classique, en passant par une région de conductance dynamique "négative" entre V_P et la **tension de vallée** V_V . En général, la tension V_P est comprise entre 60 et 120 mV tandis que la tension V_V est de l'ordre de 350 mV.

Cette résistance (ou conductance dynamique) "négative" est utilisée dans les oscillateurs hautes fréquences pour compenser la résistance d'un circuit LC, due aux imperfections des éléments.



Chapitre 7

Transistors bipolaires et MOS en régime de commutation

1. Le transistor bipolaire

1.1. Généralités

Composant semi-conducteur fondamental de l'électronique, ses applications en tant que composant **discret** touchent principalement au domaine de la commutation (en petite ou forte puissance). Comme composant **intégré**, il entre dans la constitution de tous les circuits intégrés.

1.2. Structure simplifiée et symboles

Le transistor bipolaire est obtenu en insérant un barreau semi-conducteur de faible épaisseur entre deux du type opposé. On obtient ainsi deux possibilités : transistor **NPN** ou **PNP**. Les trois barreaux sont munis d'électrodes métalliques nommées **B** (Base), **E** (Emetteur) et **C** (collecteur).

| | Transistor type NPN | Transistor type PNP |
|--------------------------|---|---|
| Constitution | <p style="font-size: small;">C (Collecteur) N P N E (Emetteur) B (Base)</p> | <p style="font-size: small;">C (Collecteur) P N P E (Emetteur) B (Base)</p> |
| Symboles | | |
| Courants Tensions | <p style="font-size: small;">$V_{CE} = V_{CB} + V_{BE}$ $I_E = I_B + I_C$</p> | <p style="font-size: small;">$V_{BE} < 0$</p> |

La flèche correspond au sens du courant de l'émetteur. Tous les courants sont orientés dans le sens réel.

Ce transistor comporte donc 2 jonctions PN, l'une entre B et E, l'autre entre B et C. **Celles-ci interagissent l'une sur l'autre** en raison de la faible épaisseur de la base. Chacune des jonctions peut être polarisée en direct ou en inverse. On distingue ainsi 3 régimes de fonctionnement :

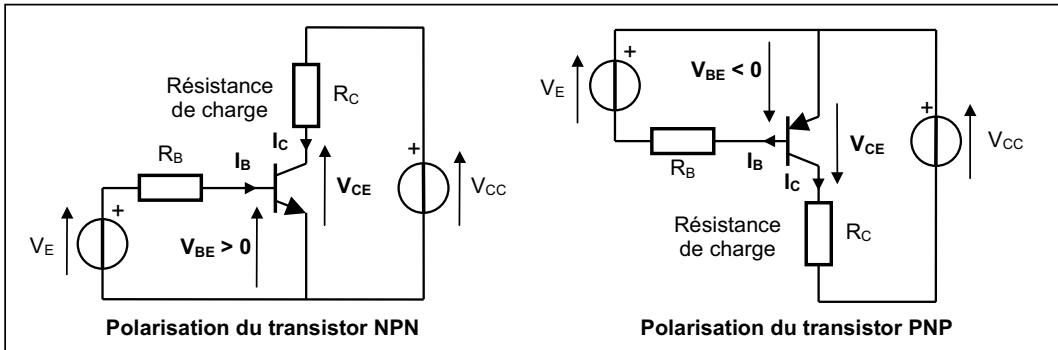
| Saturation | Blocage | Régime linéaire |
|---|--|---|
| <p style="font-size: small;">Jonctions BE et BC polarisées en direct</p> | <p style="font-size: small;">Jonctions BE et BC polarisées en inverse</p> | <p style="font-size: small;">Jonction BE en direct Jonction BC en inverse</p> |

L'intérêt du transistor provient du fait qu'en **régime linéaire**, un faible courant I_B peut commander le passage entre **C** et **E** d'un courant I_C important (fourni par l'alimentation). Ce courant de collecteur traverse la jonction BC dans le sens inverse. **C'est l'effet transistor !** Le constructeur fournit un encadrement de β , le coefficient d'amplification du transistor.

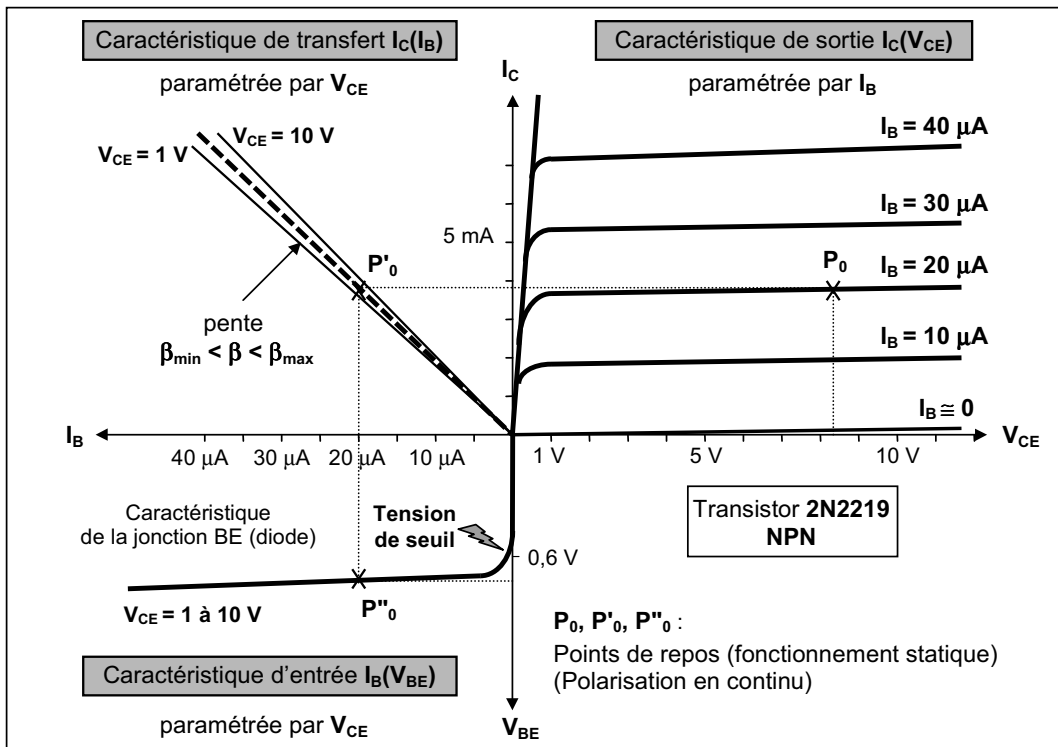
Si le transistor devient alternativement bloqué et saturé, il fonctionne en **commutation**. C'est alors un interrupteur électronique **commandé par le courant de base I_B** .

1.3. Réseau de caractéristiques statiques

Ce sont des courbes par lesquelles le constructeur décrit à l'utilisateur le comportement du transistor qu'il met sur le marché. On les relève en polarisant les transistors selon les schémas :



Le fonctionnement d'un transistor dépend de 6 grandeurs : I_C , I_B , I_E , V_{CE} , V_{BE} et V_{CB} . Compte tenu des lois de Kirchhoff, l'étude peut être ramenée à 4 grandeurs : I_B , V_{BE} (grandeurs d'entrée), I_C et V_{CE} (grandeurs de sortie). Dans le cas du transistor **NPN**, on relève le réseau de caractéristiques ci-dessous. Pour le transistor **PNP**, les résultats sont similaires au signe près.



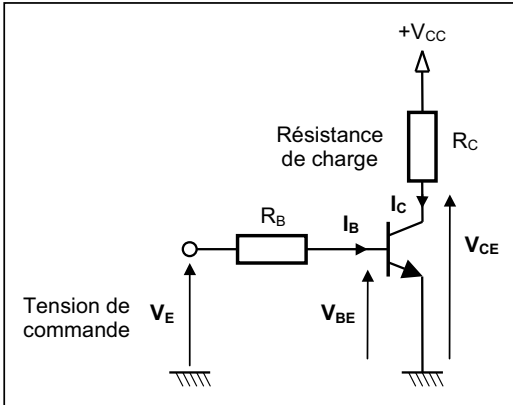
Les courbes $I_C(V_{CE})$ à $I_B = C^{ste}$ sont sensiblement parallèles (car $I_C = \beta \cdot I_B \approx C^{ste}$) et équidistantes avec toutefois, une légère tendance à s'écartier de plus en plus quand V_{CE} croît.

1.4. Mise en évidence des régimes de fonctionnement

1.4.1. Point de fonctionnement statique

Pour déterminer le **point de fonctionnement** du montage, il suffit de tracer la **droite d'attaque** et la **droite de charge** dans le réseau de caractéristiques associé au transistor.

□ **Exemple** : Transistor NPN sur charge résistive



▪ **Droite d'attaque**

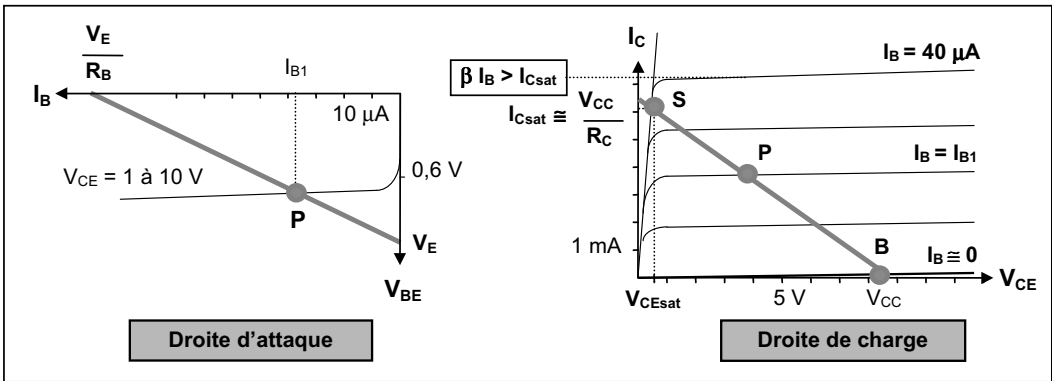
Loi des mailles appliquée au circuit d'entrée :

$$V_{BE} = f(I_B) = V_E - R_B \cdot I_B$$

▪ **Droite de charge**

Loi des mailles appliquée au circuit de sortie :

$$V_{CE} = g(I_C) = V_{CC} - R_C \cdot I_C$$



1.4.2. Modèles électriques équivalents du circuit de sortie

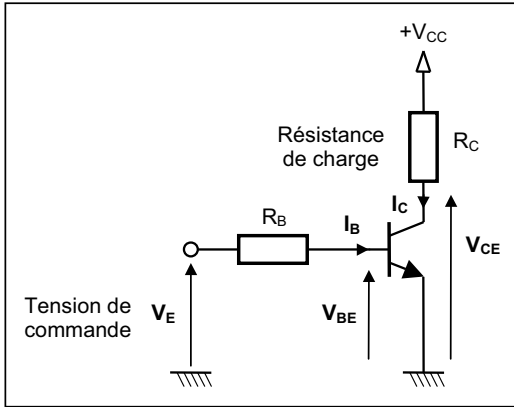
| | Tensions | Courants | Modèles |
|------------------------------------|---|---|-----------------------------------|
| Transistor BLOQUÉ (Point B) | $V_{CE} = V_{CC}$ $V_{BE} < 0,6 \text{ V}$ | $I_C = 0$ $I_B = 0$ | <p>Interrupteur OUVERT</p> |
| Transistor SATURÉ (Point S) | $V_{CE} = V_{CEsat} (\cong 0 \text{ V})$ $V_{BE} \cong 0,6 \text{ V}$ $V_{CE} < V_{BE}$ | $I_C = I_{Csat} \cong V_{CC} / R_C$ $I_B > \frac{I_{Csat}}{\beta}$ | <p>Interrupteur FERMÉ</p> |

Au point **P**, le transistor est dit passant. C'est le **régime linéaire** caractérisé par $I_C = \beta \cdot I_B$. On citera seulement quelques applications de ce régime au paragraphe 4 (page 72).

1.5. Transistor bipolaire en commutation

1.5.1. Coefficient de sursaturation

Un transistor fonctionne en **commutation** lorsqu'il est soit à l'état **saturé**, soit à l'état **bloqué**. Ce mode de fonctionnement est très utilisé, entre autre, dans les composants logiques.



- Le blocage est atteint si le courant de base I_B tend vers 0 ou si la jonction BE est polarisée en inverse ($V_{BE} < 0$). Dans ce dernier cas, il ne faut **pas dépasser** V_{EBO} donné par le fabricant.
- La saturation a lieu si l'on injecte (on extrait pour le PNP) un courant de base I_B tel que :

$$I_B > \frac{I_{Csat}}{\beta_{min}} = I_{Bjsat} \quad \leftarrow \text{courant de Base de juste saturation}$$

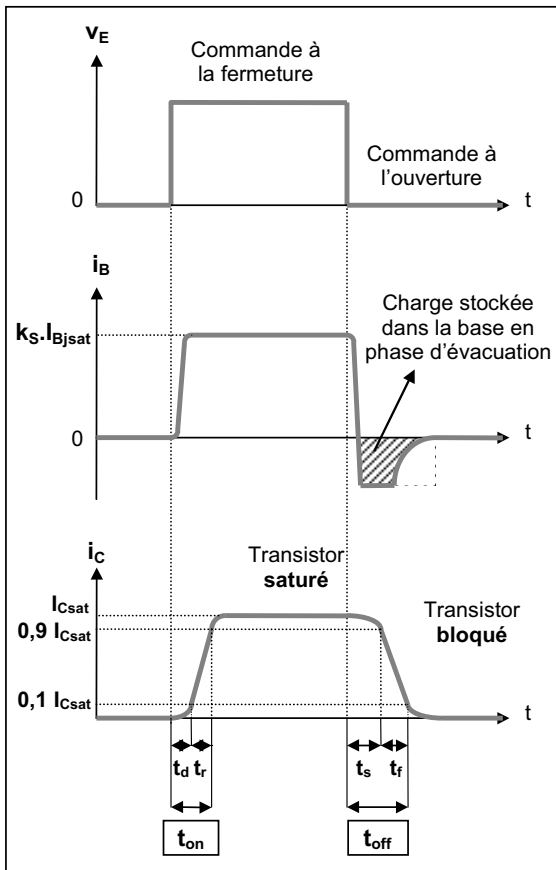
Le constructeur donne $\beta_{min} < \beta < \beta_{max}$.

On définit le **coefficient de sursaturation** :

$$k_s = \frac{I_B}{I_{Bjsat}} \quad (\text{généralement, } k_s \approx 2 \text{ à } 3)$$

1.5.2. Temps de commutation

Un transistor peut être modélisé par 2 diodes (deux jonctions PN). Il est facile d'admettre que le passage de l'état bloqué à l'état saturé (et réciproquement) ne se fera pas instantanément.



Etablissement du courant i_C

On note t_{on} le temps de "fermeture" :

$$t_{on} = t_d + t_r$$

t_d **temps de délai** (delay time) nécessaire au courant i_C pour passer de 0 à 0,1 I_{Csat} .

t_r **temps de montée** (rise time) que met i_C pour passer de 0,1 à 0,9 I_{Csat} .

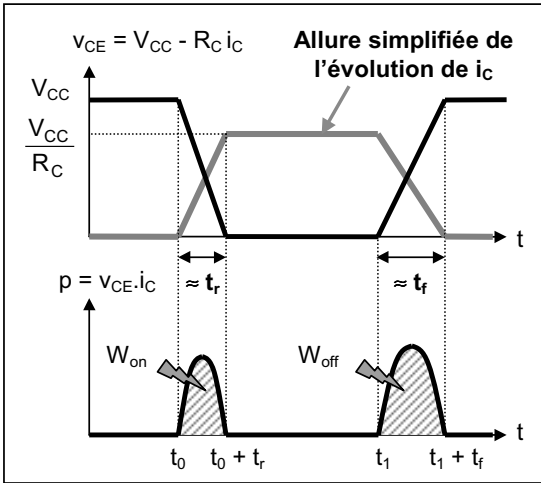
Suppression du courant i_C

On note t_{off} le temps d'"ouverture" :

$$t_{off} = t_s + t_f$$

t_s **temps de stockage** (storage time) ou temps d'évacuation des charges stockées dans la jonction BE passante. Le courant i_B s'inverse si la structure de commande le permet. Ce temps croît avec le degré de saturation (donc si k_s augmente).

t_f **temps de descente** (fall time) que met i_C pour passer de 0,9 à 0,1 I_{Csat} .



Ces temps varient assez suivant le transistor et le montage de polarisation de base.

Les constructeurs n'indiquent souvent que les temps de fermeture t_{on} et d'ouverture t_{off} .

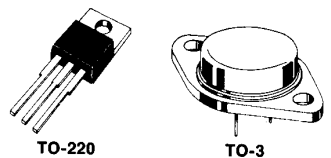
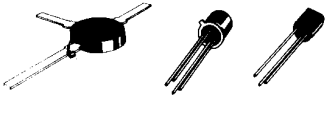
Ils entraînent une dissipation d'énergie à l'ouverture W_{on} et à la fermeture W_{off} . On montrerait que pour une charge résistive R_C :

$$W_{on} = \int_{t_0}^{t_0+t_r} V_{CE} \cdot i_C \cdot dt = \frac{V_{CC}^2}{6 R_C} t_r$$

$$W_{off} = \int_{t_1}^{t_1+t_f} V_{CE} \cdot i_C \cdot dt = \frac{V_{CC}^2}{6 R_C} t_f$$

1.6. Diverses catégories de transistors

On peut distinguer plusieurs catégories de transistors suivant la puissance qu'ils sont capables de dissiper et les temps de commutation :

| Types | Temps de commutation | Exemples de boîtiers |
|--|--|---|
| Transistors de puissance | t_{on} et t_{off} de l'ordre de quelques centaines de ns à quelques μs |  TO-220 TO-3 |
| Transistors petits signaux (jusqu'à 1 W environ) | t_{on} et t_{off} de l'ordre de quelques dizaines à centaines de ns |  CB-146 TO-72 X-55 |

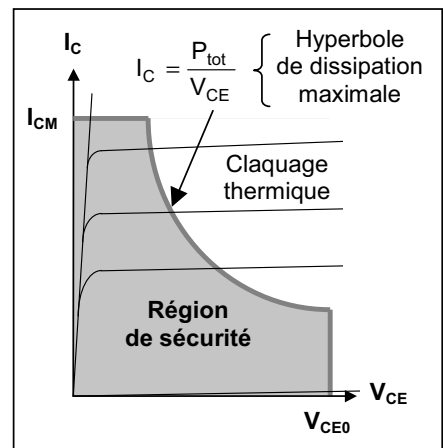
□ **Caractéristiques limites :**

Pour utiliser un transistor, les limites de fonctionnement suivantes doivent être respectées :

- $I_C < I_{CM}$ Courant collecteur maximal
- $V_{CE} < V_{CE0}$ Tension collecteur-émetteur maximale
- $P < P_{tot}$ Puissance maximale dissipée, donnée pour 25°C

L'hyperbole divise le réseau en deux régions : la **région de sécurité** et celle de **claquage thermique**. Un transistor peut fort bien fonctionner dans cette dernière s'il n'y séjourne que très peu de temps.

Une quatrième limite de claquage (non représentée) apparaît lorsque le transistor travaille sous une tension V_{CE} élevée : celle du **claquage secondaire**.



2. Le transistor MOS

2.1. Généralités

La technologie **MOS** ou **MOSFET** (**Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor**) tire son nom de la constitution des éléments : une électrode métallique (la grille) placée sur un oxyde de silicium (la silice) l'isolant du substrat semi-conducteur (ou plaquette de semi-conducteur).

Le principe de base est de faire varier dans de grandes proportions la **résistance du canal** d'un semi-conducteur, par application d'un **champ électrique** de commande, d'où son appartenance à la famille des **transistors à effet de champ**.

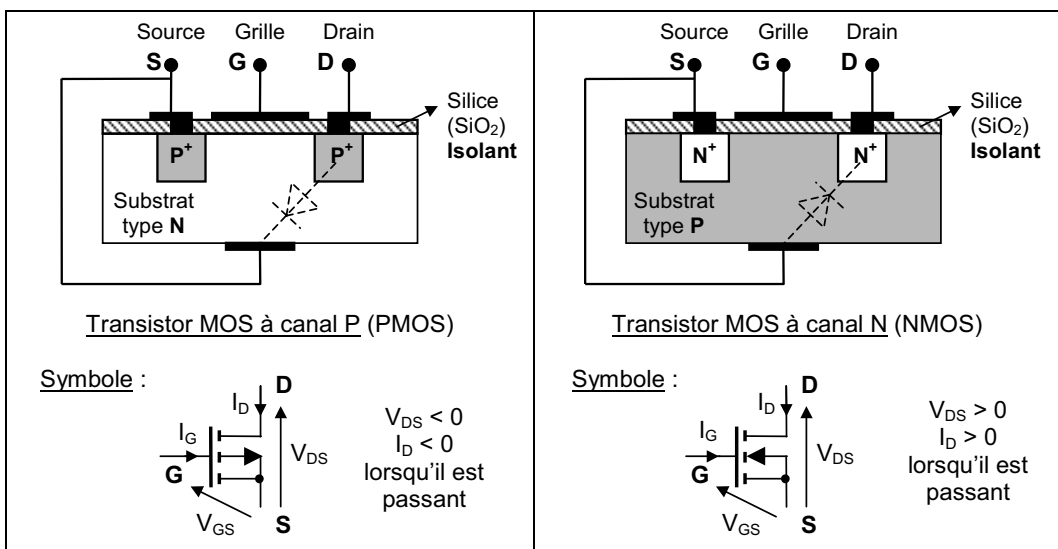
Ce canal peut être diffusé ou induit. Les transistors fonctionnent alors en régime d'appauvrissement ou en **régime d'enrichissement**. C'est ce dernier cas que l'on étudiera. Comme pour les transistors bipolaires, on distingue trois modes de fonctionnement : **bloqué**, **saturé** ou **passant**.

2.2. Structure simplifiée et symboles

On distingue 2 types de transistors **MOS**, selon que l'on se base sur un substrat de type **P** ou **N**. Chaque transistor comporte 3 électrodes :

- la **source** (S) et le **drain** (D) séparés du substrat par une région fortement dopée* (P^+ ou N^+)
- la **grille** (G) **isolée** du substrat par une couche de silice (SiO_2) de forte résistance ($>10^{11}\Omega$)

* Dopage N : Impuretés Sb, As ou P donneuse d'électrons, introduites dans le semi-conducteur intrinsèque
Dopage P : Impuretés Al, B ou In acceptrices d'électrons, introduites dans le semi-conducteur intrinsèque



De par sa constitution, un MOSFET possède une **diode parasite** montée en inverse entre Drain et Source. Le trait interrompu vertical sur le symbole (- - -) rappelle que le canal n'est pas diffusé lors de la fabrication.

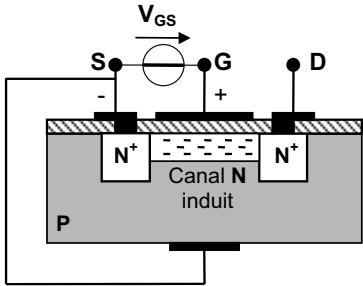
□ Remarques :

- La flèche dirigée vers la grille caractérise le canal N (elle rappelle la diode substrat P - canal N).
- Le point (•) sur la source S signifie que celle-ci est directement en contact avec le substrat.
- Comme le courant I_G est faible en **statique** (grille isolée), on a d'après la loi des nœuds : $I_S \approx I_D$. Ainsi, 3 grandeurs suffisent à caractériser l'état électrique d'un MOSFET : I_D , V_{DS} et V_{GS} .

La commande de ces transistors se fait non plus par un courant, mais par la tension V_{GS} .

2.3. Principe de fonctionnement


Les 2 transistors ont des fonctionnements totalement symétriques. Les explications seront développées pour le canal N. Le fonctionnement du MOS est basé sur les **variations de la résistance du canal semi-conducteur** ; la résistance apparente R_{DS} entre le drain et la source dépend des tensions V_{GS} et V_{DS} .



On augmente $V_{GS} (> 0)$:

On crée un champ électrique repoussant les charges \oplus . On crée donc un canal de type N qui interconnecte le drain **D** et la source **S**.

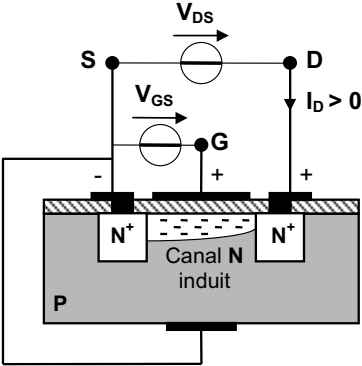
Transistor bloqué



0 $V_{GS(th)}$ V_{GS}

tension de seuil

Existence du canal (Transistor passant)

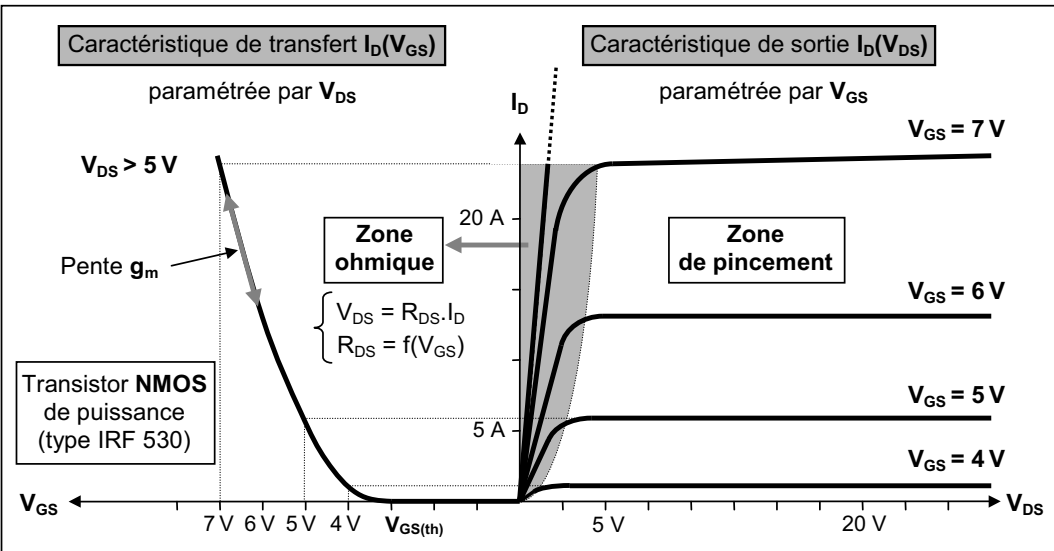


On augmente $V_{DS} (> 0)$ à $V_{GS} > V_{GS(th)}$:

Un courant d'électrons va parcourir le canal (**N**) dans le sens source (**S**) vers drain (**D**).

Au fur et à mesure que V_{DS} augmente, le potentiel V_D se rapproche alors de V_G . Le champ électrique diminue dans la zone du drain et le canal se déforme (il se "pince"). Le courant I_D atteint alors un maximum et s'y maintient, d'où le fléchissement des caractéristiques $I_D(V_{DS})$.

2.4. Réseau de caractéristiques

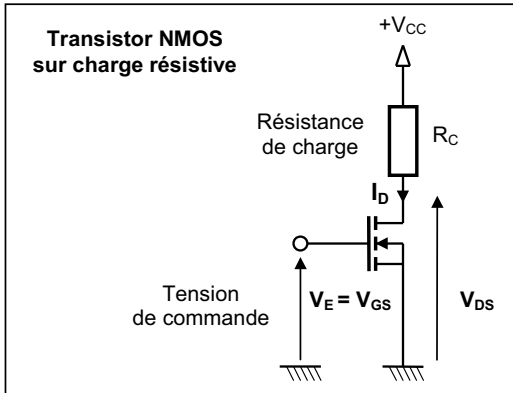


Dans la **zone de pincement**, le transistor se comporte en régime petits signaux (faible amplitude autour du point de repos), comme une source de courant (i_D) commandée par une tension (V_{GS}) :

$i_D = g_m \cdot V_{GS}$ où g_m est la **transconductance statique** du transistor exprimée en Siemens

2.5. Mise en évidence des régimes de fonctionnement

2.5.1. Point de fonctionnement statique



▪ **Droite de charge**

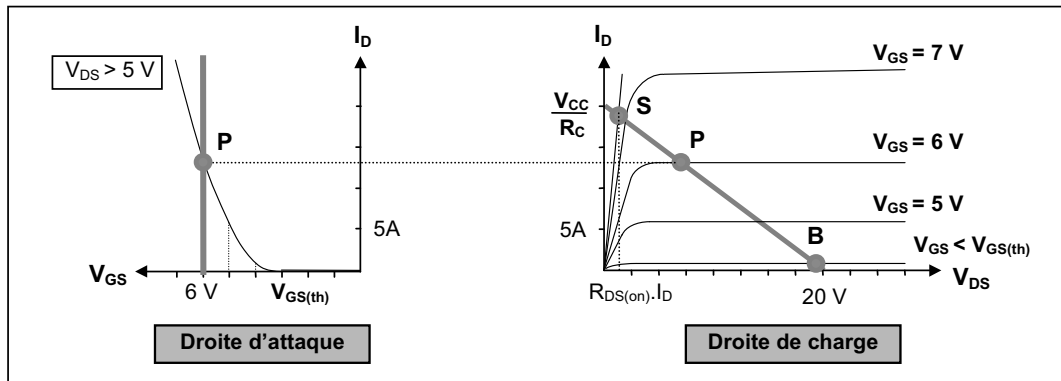
Loi des mailles appliquée au circuit d'entrée :

$$V_{GS} = V_E$$

▪ **Droite de charge**

Loi des mailles appliquée au circuit de sortie :

$$V_{DS} = g(I_D) = V_{CC} - R_C \cdot I_D$$



$R_{DS(on)}$ est la valeur **minimale** pouvant être prise par R_{DS} quand le transistor est **saturé**. Elle est de l'ordre de quelques mΩ pour les transistors de puissance jusqu'à **quelques dizaines** ou **centaines d'Ω** pour les transistors petits signaux.

2.5.2. Modèles électriques équivalents du circuit de sortie

| | Conditions | Modèles |
|------------------------------------|--|-----------------------------------|
| Transistor BLOQUÉ (Point B) | $V_{GS} < V_{GS(th)}$ $R_{DS(off)}$: résistance drain-source à l'état bloqué $R_{DS(off)} > 10^8 \Omega$ | <p>Interruption OUVERT</p> |
| Transistor SATURÉ (Point S) | $V_{GS} \geq V_{GS(th)} + \frac{I_D}{g_m}$ $R_{DS(on)}$: résistance drain-source à l'état saturé (faible) | <p>Interruption FERMÉ</p> |

Au point **P**, le transistor est dit passant (régime linéaire). Comme pour un transistor bipolaire, le passage de l'état bloqué à l'état saturé (et réciproquement) ne se fera pas instantanément.

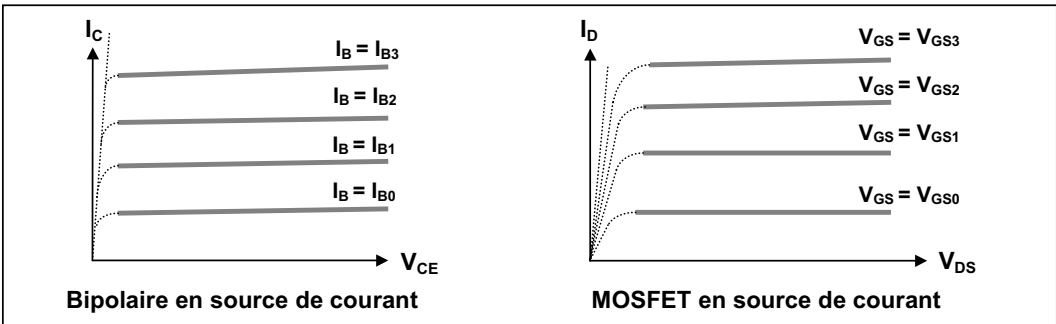
3. Comparaison des transistors bipolaire et MOS

| Avantages des MOS / bipolaires | Inconvénients des MOS / bipolaires |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> La grandeur de commande est V_{GS} au lieu de I_B pour le bipolaire. La commande ne consomme pratiquement pas de puissance en statique car I_G très faible (grille isolée). Plus simples à réaliser, les MOS prennent moins de place sur une pastille de silicium que les bipolaires. Ils permettent ainsi la réalisation de circuits intégrés numériques complexes et denses. | <ul style="list-style-type: none"> Composant plus lent que le transistor bipolaire ce qui limite les fréquences de commutation (électronique numérique). Ceci n'est plus vrai avec les transistors de puissance (voir 2nd tome). Ils sont très sensibles à l'électricité statique, c'est pourquoi ils sont livrés avec une mousse conductrice empêchant les décharges électrostatiques. |

4. Autres utilisations des transistors

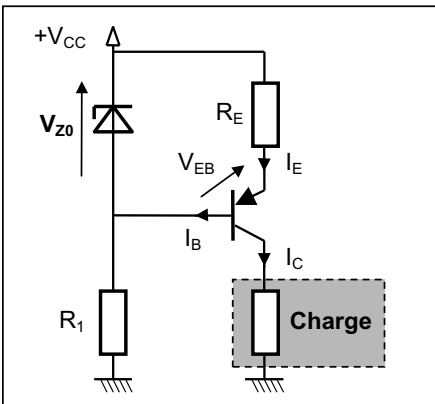
4.1. Source de courant

En régime linéaire, les caractéristiques de sortie $I_C(V_{CE})$ à I_B constant pour le transistor bipolaire et $I_D(V_{DS})$ à V_{GS} constante pour le MOSFET s'apparentent à celles d'une source de courant. Le courant I_C (respectivement I_D) ne dépend pas ou peu de la tension V_{CE} (respectivement V_{DS}).



□ **Exemple** : Source de courant à transistor bipolaire

La figure ci-dessous représente une source de courant constant ayant une borne commune avec la masse. C'est, dans bien des cas, indispensable. Elle nécessite un transistor **PNP**.



On a d'après la loi des mailles : $V_{Z0} = V_{EB} + R_E I_E$

Or $\begin{cases} I_E = I_B + I_C \\ I_C = \beta I_B \end{cases} \Rightarrow I_E = \frac{I_C}{\beta} + I_C \approx I_C \text{ car } \beta \gg 1$

Donc

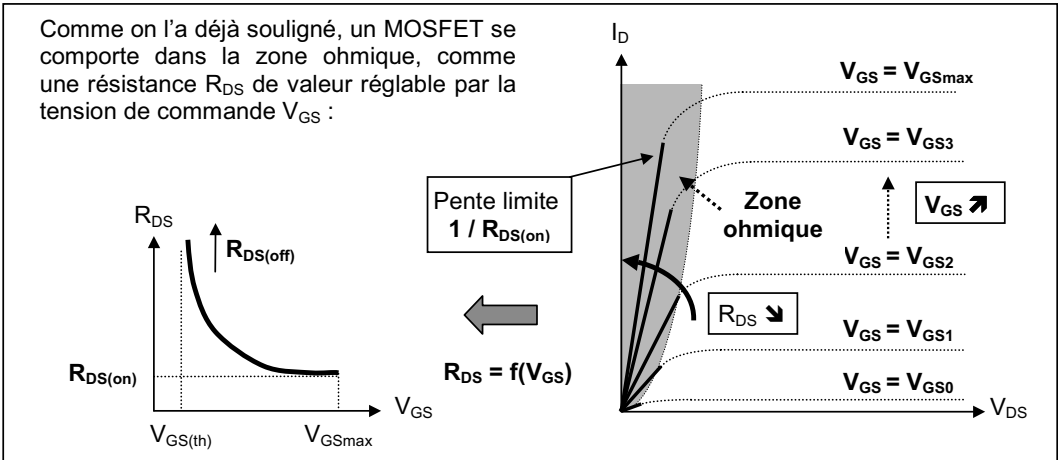
$$I_C = \frac{V_{Z0} - V_{EB}}{R_E} = C^{ste}$$

$\begin{cases} V_{Z0} & \text{tension de Zener} \\ V_{EB} & \text{tension aux bornes de la jonction BE } (\approx 0,6 \text{ V}) \end{cases}$

Le courant I_C dans la charge est constant.

Si R_E est très stable et si on choisit une diode Zener telle que $dV_{Z0} / dT = dV_{EB} / dT \approx -2 \text{ mV/}^\circ\text{C}$, le courant I_C ne dépend alors plus de la température T .

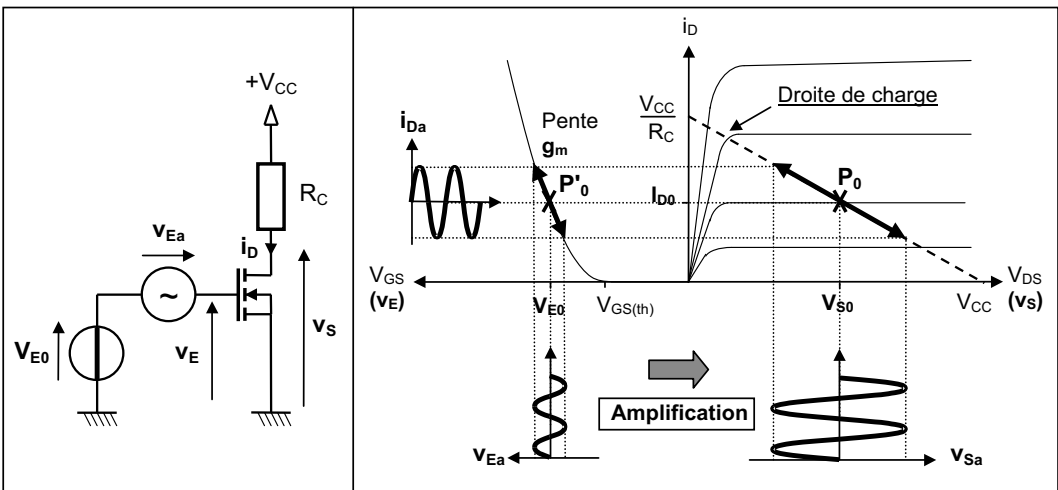
4.2. Résistance variable



Cette propriété est exploitée dans les amplificateurs à gain commandé, les filtres à fréquence de coupure variable ou tout autre système nécessitant le réglage d'un paramètre résistif par une tension de commande.

4.3. Amplificateur

L'amplification consiste à faire correspondre à une variation sinusoïdale d'un signal d'entrée, une variation sinusoïdale en sortie de même fréquence, mais d'amplitude plus grande.



On superpose à la composante continue V_{E0} de la tension d'entrée v_E , une tension alternative sinusoïdale v_{Ea} d'amplitude suffisamment faible pour que le fonctionnement soit linéaire.

La tension V_{E0} permet de fixer le point de repos souhaité P_0 . Ce dernier est choisi au milieu du réseau de sortie du transistor, afin de s'éloigner le plus possible de la saturation et du blocage.

Dans ces conditions, le courant drain s'écrit :

$$i_D = I_{D0} + i_{Da} = I_{D0} + g_m \cdot v_{Ea}$$

On déduit de l'équation de la droite de charge :

$$v_S = V_{S0} + v_{Sa} = \underbrace{V_{S0}}_{V_{CC} - R_C \cdot I_{D0}} - R_C g_m \cdot v_{Ea}$$

On peut éliminer la composante continue V_{S0} à l'aide d'un filtre (non représenté) constitué par un condensateur de capacité élevée. Ainsi, à une tension sinusoïdale d'entrée v_{Ea} correspond en sortie une tension sinusoïdale v_{Sa} de même fréquence mais amplifiée ($R_C \cdot g_m > 1$).

3. ACQUISITION DE L'INFORMATION

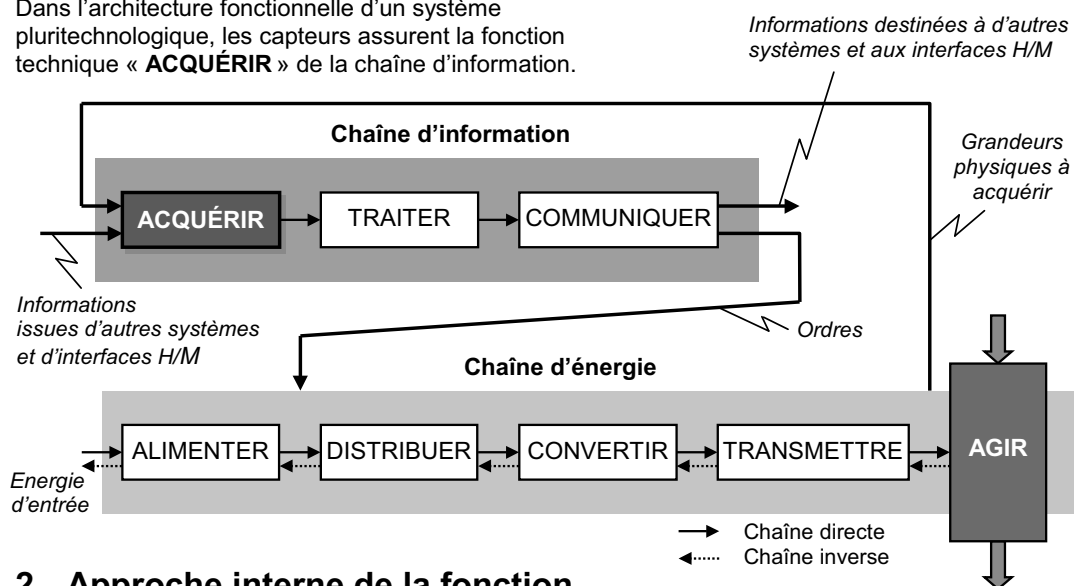
Chapitre 8

Généralités sur les capteurs

1. Situation et point de vue fonctionnel des capteurs

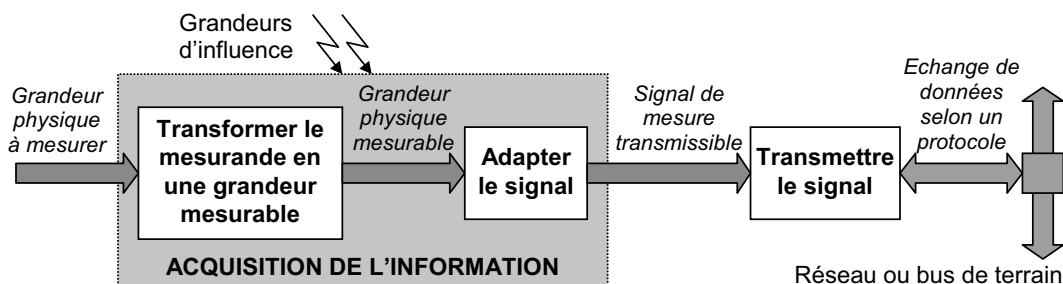
Le domaine industriel a besoin de **contrôler de très nombreux paramètres physiques** (longueur, force, pression, position, vitesse, ...). A chacune de ces grandeurs à mesurer peuvent correspondre un ou plusieurs types de capteurs fonctionnant selon un phénomène physique spécifique.

Dans l'architecture fonctionnelle d'un système pluritechnologique, les capteurs assurent la fonction technique « **ACQUÉRIR** » de la chaîne d'information.



2. Approche interne de la fonction

Effectuer une mesure, c'est déterminer quantitativement, par un moyen adéquat, la valeur d'une grandeur physique de nature quelconque appelée **mesurande** et l'exprimer dans une unité appropriée. Le plus souvent, le mesurande est transformé en une grandeur de nature électrique, pouvant être adaptée puis transmise par un réseau à un système de traitement de l'information.



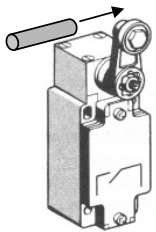
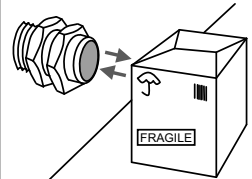
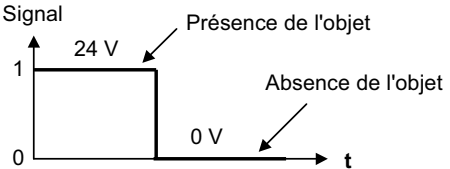

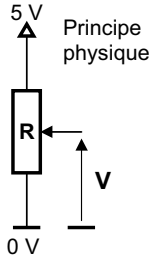
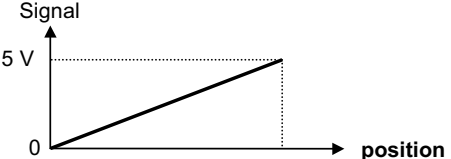
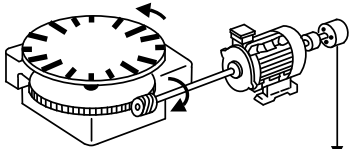

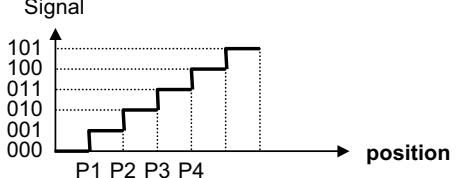
Certaines grandeurs physiques, propres à l'environnement du système, peuvent provoquer des perturbations sur le capteur et donc fausser le résultat de la mesure. On parle alors de **grandeurs d'influence**. Parmi celles-ci, on peut répertorier la température, l'humidité, la pression environnante, les champs électromagnétiques, l'alimentation électrique du capteur, etc. Une ou plusieurs fonctions peuvent être intégrées dans le même boîtier que le capteur. Elles vont de la simple mise en forme et adaptation du signal, jusqu'aux traitements élaborés de correction des grandeurs d'influence, formant ce qu'on appelle les **capteurs intelligents** à microprocesseurs.

3. Caractérisation des capteurs

On peut caractériser les capteurs selon deux critères :

- En fonction de la **grandeur physique à mesurer** : on parle alors de capteurs de position, de température, de vitesse, de force, de pression, etc.
- En fonction de la **nature des signaux transmis** : on parle alors de capteurs **logiques** appelés aussi **détecteurs**, de capteurs **analogiques** ou **numériques**.





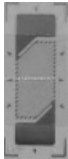




3.1. Nature des signaux transmis

| | |
|--|---|
| Signal TOUT ou RIEN (TOR) | |
| <p>Pièce à détecter → Interrupteur de position (avec contact)</p>  <p>Détecteur de proximité (sans contact)</p>  |  <p>Ils sont en général appelés détecteurs car ils servent surtout à prélever l'information "présence" ou "proximité" d'un objet. Le signal de sortie ne prend que deux valeurs ou états possibles codés par un signal binaire « 0 » ou « 1 ».</p> |
| Signal analogique | |
|  <p>Capteur de déplacement rotatif (Débattement angulaire : 0 à 270°)</p> <p>Principe physique</p>  |  <p>Ils délivrent un signal de sortie sous la forme d'une tension ou d'un courant variant continûment. Les plages de variation courantes sont :</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ pour les tensions : <u>0/5 V</u>, <u>0/10 V</u>, <u>± 5 V</u>, <u>± 10 V</u> ▪ pour les courants : <u>0 – 20 mA</u>, <u>4 – 20 mA</u> |
| <p>De tels signaux nécessitent un traitement particulier (Conversion Analogique / Numérique) pour être exploitables par un automate programmable industriel (API), un microcontrôleur, etc.</p> | |
| Signal numérique | |
| <p>Mouvement circulaire</p>  <p>Codeur absolu</p>  |  <p>Ils délivrent un signal de sortie sous la forme, soit d'un train d'impulsions dont le nombre ou la fréquence est l'image de la grandeur d'entrée, soit d'un code numérique binaire (codeur absolu).</p> |
| <p>On trouve parmi les principaux capteurs numériques industriels, les capteurs de positions angulaires incrémentaux, les codeurs absolus et les lecteurs de codes à barres.</p> | |

3.2. Typologie des informations d'entrée et de sortie des principaux capteurs

| Signal | Grandeur physique | Nature du signal | Technologie | Principe physique | Nom usuel |
|----------------------|-------------------------|------------------|--------------|---|------------------------------------|
| Logique (TOR) | Position | Pneumatique | À contact | Ouverture ou fermeture d'un circuit pneumatique | Capteur pneumatique à contact |
| | Position | Electrique | À contact | Ouverture ou fermeture d'un circuit électrique | Capteur électromécanique à contact |
| | Position | Electrique | Sans contact | Rupture d'un champ magnétique | Détecteur de proximité inductif |
| | Position | Electrique | Sans contact | Variation de capacité | Détecteur de proximité capacitif |
| | Position | Electrique | Sans contact | Rupture d'un flux lumineux | Détecteur photoélectrique |
| Numérique | Position | Electrique | Sans contact | Comptage d'impulsions | Codeur Incrémental |
| | Position | Electrique | Sans contact | Indique un nombre en fonction de l'angle | Codeur absolu |
| Analogique | Position Déplacement | Electrique | Avec contact | Variation d'une résistance | Capteur de position linéaire |
| | Vitesse angulaire | Electrique | Avec contact | Variation d'une tension | Dynamo tachymétrique |
| | Température | Electrique | Avec contact | Variation d'une tension (fém.) | Thermocouple |
| | Température | Electrique | Avec contact | Variation d'une résistance | Thermistances CTN, CTP |
| | Déformation | Electrique | Avec contact | Variation d'une résistance | Jauge d'extensométrie |
| | Champ magnétique | Electrique | Sans contact | Variation d'une tension (fém.) | Sonde à effet Hall |
| | Humidité | Electrique | Avec contact | Variation d'une capacité | Capteur d'humidité |
| | Gaz | Electrique | Avec contact | Variation d'une résistance | Capteur de gaz |

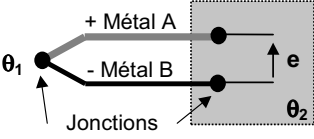
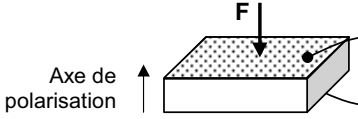
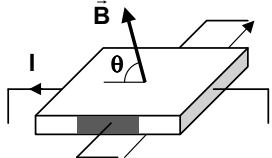
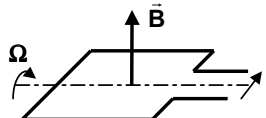
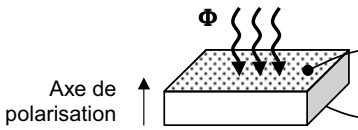
Exemples

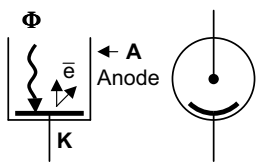
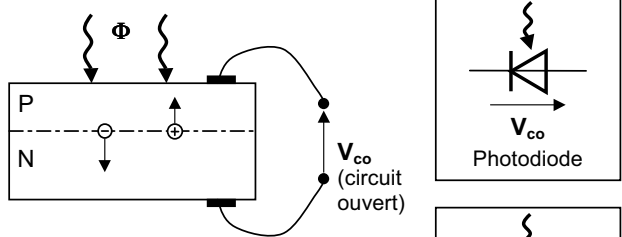
| | | | | |
|---|---|---|--|---|
|  |  |  |  |  |
| Détecteur électromécanique à contact | Détecteur de proximité inductif | Détecteur de proximité capacitif | Détecteur de proximité photoélectrique | Jauge d'extensométrie |
|  |  |  |  | |
| Sonde à effet HALL | Thermocouple | Sonde de température PT100 | Thermistance | |

3.3. Modes de fonctionnement des capteurs

Les capteurs fonctionnent selon deux principes de base :

- Les capteurs **actifs** transforment le mesurande en grandeur électrique (courant, tension, charge). Ils utilisent un principe physique convertissant directement l'énergie fournie par le mesurande en énergie électrique. On peut citer notamment :

| Mesurande | Effet utilisé | Principe et caractérisation de l'effet |
|-----------------------------------|--|--|
| Température | Thermoélectricité (thermocouples) | <p>Un circuit formé de deux métaux de natures différentes dont les jonctions (souvent aussi appelées « soudures ») sont à des températures θ_1 et θ_2 est le siège d'une fém. e.</p>  <p>$e = S_{AB} \cdot (\theta_1 - \theta_2)$ S_{AB} : coeff^t de Seebeck</p> |
| Force Pression Accélération | Piézoélectricité | <p>Certains matériaux, dits piézoélectriques (quartz, céramiques en titanate de baryum, ...) possèdent la propriété de se polariser électriquement lorsqu'ils sont soumis à des contraintes mécaniques.</p>  <p>Charge $q = k \cdot F$ k : C^{ste} de Curie</p> |
| Position | Effet Hall | <p>Un matériau en forme de plaquette (généralement semi-conducteur), parcouru par un courant I et soumis à un champ d'induction B, faisant un angle θ avec le courant, engendre une tension v_H dans la direction perpendiculaire à B et I :</p>  <p>$v_H = K_H B I \sin \theta$ K_H : dépend du matériau et des dimensions de la plaquette</p> |
| Vitesse | Induction (génératrices tachymétriques) | <p>Un conducteur se déplaçant dans un champ d'induction B fixe est le siège d'une fém. e proportionnelle au flux ϕ coupé par unité de temps, donc à sa vitesse de déplacement Ω.</p>  <p>$e = -\frac{d\phi}{dt}$</p> |
| Flux de rayonnement optique | Pyroélectricité | <p>Certains matériaux, dits pyroélectriques (céramiques P.Z.T, titanate de baryum, ...) ont une polarisation naturelle fonction de leur température, qui se manifeste par des charges de signes contraires sur des faces opposées.</p>  <p>Charge q</p> <p>Un flux de rayonnement lumineux absorbé par ces matériaux élève leur température et modifie donc leur polarisation.</p> |

| | | |
|-----------------------------|------------------|---|
| Flux de rayonnement optique | Photoélectricité | Tous ces effets, qui diffèrent par leur manifestation, ont une origine commune : la libération de charges électriques dans un matériau sous l'influence d'un rayonnement lumineux ou plus généralement électromagnétique. |
| | Photoémission |  <p>Les électrons libérés sont émis hors de la cible éclairée et forment un courant collecté par application d'un champ électrique. C'est le principe de base des photomultiplicateurs.</p> <p style="text-align: center;">Cathode émissive</p> |
| | Photovoltaïque | <p>Des électrons et des trous sont libérés au voisinage d'une jonction de semi-conducteurs P et N illuminée. Leur déplacement dans le champ électrique de la jonction modifie la tension à ses bornes.</p>  <p>Le mode photovoltaïque (pour lequel le composant fonctionne en générateur) ne doit pas être confondu avec le mode photoconducteur à polarisation externe (capteur passif).</p> |

- Les capteurs **passifs** correspondent à une impédance dont l'un des paramètres déterminants est sensible au mesurande. La variation d'impédance peut être due à l'action du mesurande :
 - soit sur les **caractéristiques géométriques** ou **dimensionnelles** (à partir d'un élément mobile ou d'un élément déformable sous l'action de forces, de pression ou d'accélération) ;
 - soit sur les **propriétés électriques des matériaux** (résistivité ρ , perméabilité magnétique μ , constante diélectrique ϵ). Le tableau suivant en donne un aperçu.

| Mesurande | Caractéristique électrique sensible | Matériaux |
|-----------------------------|--|---|
| Température | Résistivité | Platine, nickel, cuivre, semi-conducteurs |
| Très basse température | Constante diélectrique | Verres |
| Flux de rayonnement optique | Résistivité | Semi-conducteurs |
| Déformation | Résistivité Perméabilité magnétique | Alliages de nickel Alliages ferromagnétiques |
| Position | Résistivité | Magnétorésistances : bismuth, antimoine d'indium |
| Humidité | Résistivité Constante diélectrique | Chlorure de lithium Alumine, polymères |

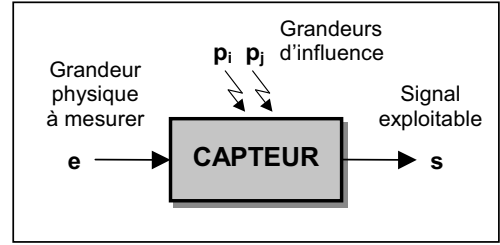
Ce qui caractérise également les capteurs passifs est la nécessité de les alimenter par une source d'énergie auxiliaire. Cette source peut être une tension alternative auquel cas la tension de sortie pourra être modulée en amplitude ou en fréquence.

4. Caractéristiques métrologiques

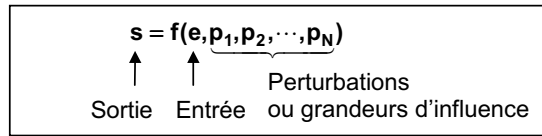
4.1. Courbe d'étalonnage

Le **mesurande** est la grandeur physique qui fait l'objet de la mesure (grandeur d'entrée **e**). Elle est en général une grandeur essentielle du système à contrôler. La grandeur de sortie **s** est l'image plus ou moins fidèle du **mesurande**.

Un capteur est généralement défini par une relation (fonction **f**) qui relie le **mesurande e** à la grandeur de sortie **s** soit **s = f(e)**.



La fonction **f** est la **courbe d'étalonnage** du capteur. Il s'agit du cas idéal : le modèle de mesures n'est pas perturbé. Dans le cas général, le modèle est plus complexe :

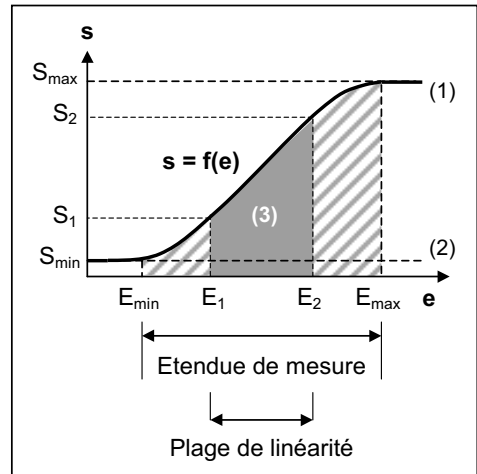


□ **Nota** : Cette courbe ne donne pas d'informations sur les caractéristiques transitoires du capteur : chaque point correspond en effet à une position d'équilibre.

4.2. Etendue de mesure (EM) et plage de linéarité

L'étendue de mesure est définie sur la courbe d'étalonnage du capteur. Elle correspond à la différence entre les valeurs extrêmes pouvant être prises par le **mesurande** et traduisible par le capteur considéré en un signal de sortie dont les fluctuations (ou erreurs) restent inférieures à un seuil donné. Ceci se traduit par le graphe suivant :

- (1) Le capteur a atteint son **niveau de saturation**. Même si la valeur du mesurande **e** continue d'augmenter, la sortie **s** demeure constante. On a **s = S_{max}**. L'origine peut être mécanique (butées, ...) ou électrique (limitation en courant ou tension ...).
- (2) Il s'agit du **niveau de bruit**. La valeur du mesurande **e** est trop faible pour être détectée par le capteur. Le signal délivré par le capteur correspond au bruit propre de celui-ci.



En résumé, on ne peut mesurer que des mesurandes compris entre **E_{min}** et **E_{max}** :

$$EM = E_{max} - E_{min}$$

- (3) **Plage de linéarité** : Sur la plage [**E₁** , **E₂**], la caractéristique **s = f(e)** est une portion de droite. La sensibilité du capteur définie par **K = (Δs / Δe)** (voir § 4.3) ne change pas sur cette plage :

$$K = \frac{\Delta s}{\Delta e} = \frac{S_2 - S_1}{E_2 - E_1} = C^{ste}$$

□ **Nota** : Il ne faut pas confondre l'**EM** telle qu'elle est définie par le constructeur du capteur et la **plage de mesure** (souvent abusivement appelée **EM**) qui sera celle d'une application donnée et qui sera donc en règle générale sensiblement réduite par rapport à l'**EM**.

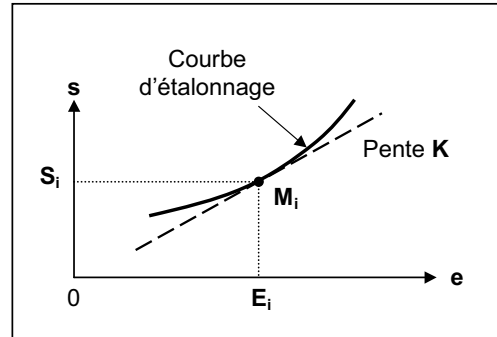
4.3. Sensibilité et linéarité

On définit la **sensibilité** au point M_i de la courbe d'étalonnage $s = f(e)$ par la pente :

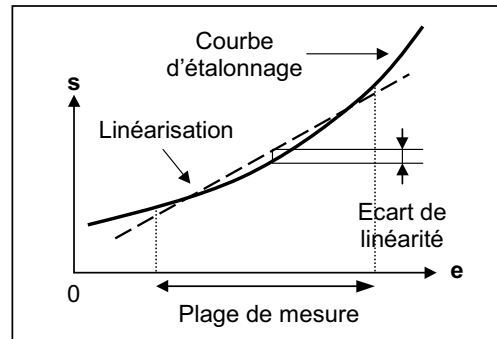
$$K = \left(\frac{ds}{de} \right)_{E_i}$$

On trouve aussi l'expression suivante :

$$\alpha_s = \frac{1}{S_i} \cdot \left(\frac{ds}{de} \right)_{E_i} = \frac{K}{S_i}$$



Dans le cas où la courbe d'étalonnage n'est pas linéaire, ce qui est fréquent, cette notion sera donc elle même variable selon l'endroit de la courbe d'étalonnage où l'on se place, puisqu'elle représente très précisément la **tangente** en un point de la courbe d'étalonnage.



Dans le cas où cette courbe est sensiblement linéaire, on définira l'**écart de linéarité** comme étant le plus grand écart entre la courbe d'étalonnage réelle et la « meilleure » droite obtenue par la méthode des moindres carrés ou bien en considérant la sensibilité moyenne.

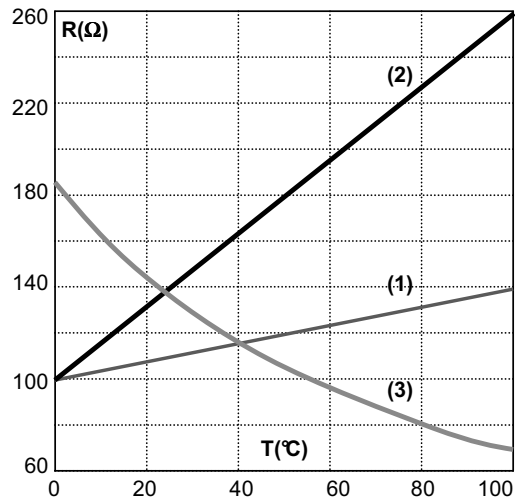
□ **Exemples** : Capteurs de température résistifs

Le tableau donne les valeurs de la sensibilité :

$$K = \left(\frac{\Delta R_i}{\Delta T} \right)_{T_i}$$

sur une plage de température donnée.

| | 20°C ≤ T ≤ 40°C | 60°C ≤ T ≤ 80°C |
|--------------------------|-----------------|-----------------|
| Capteur linéaire (1) | 0,392 Ω/°C | |
| Capteur linéaire (2) | 1,562 Ω/°C | |
| Capteur non linéaire (3) | - 1,395 Ω/°C | - 0,747 Ω/°C |



Sur les mêmes plages d'utilisation, on a $K_2 > K_1$. Le capteur (2) est donc plus « sensible » : une même variation en entrée donnera une plus grande variation ΔR en sortie.

La sensibilité du capteur (3) est **négative**. En valeur absolue, on a $|K_3|_{(20-40^\circ\text{C})} > |K_3|_{(60-80^\circ\text{C})}$.

□ **Nota** : La notion de sensibilité n'est vraiment intéressante que pour le fonctionnement linéaire du capteur. Dans la plage de linéarité considérée, on peut alors représenter le fonctionnement du capteur par une seule valeur. Cette qualité est appréciée car elle se traduira dans une chaîne de mesure par une **fonction de transfert** simple : $\Delta s / \Delta e = K$.

4.4. Résolution

C'est la **plus petite valeur de variation du mesurande** que le capteur peut détecter.

On l'exprime très souvent en % de l'étendue de mesure (**EM**) (ou en % de la pleine échelle **PE**, soit en anglais % **FSO** pour Full Scale Output). Il en est de même de beaucoup de caractéristiques fournies dans les documents techniques.

La notion de plus petite valeur détectable fait référence implicitement au bruit* intrinsèque au capteur (bruit d'origine thermique) qui limite la détection. Le capteur ne pourra pas détecter une variation de mesurande plus petite que son bruit propre (cf. § 4.2).

* On appelle bruit « tout phénomène » qui se superpose à un signal et limite la transmission de l'information.

4.5. Rapidité et temps de réponse

Jusqu'à présent, on ne s'est intéressé qu'au régime permanent. Or, il y a toujours un régime transitoire avant l'apparition de ce régime permanent. Il faut donc évaluer le temps au bout duquel ce régime transitoire devient négligeable. On caractérise la **rapidité** d'un capteur par le **temps de réponse** à **n%** à un échelon du mesurande.

Le **temps de réponse** à **n%** est le temps mis par le signal de sortie **s** pour atteindre la valeur finale sans s'en écarter de plus de **n%**. En pratique, on considèrera le temps de réponse à **5%**.

C'est un élément essentiel car il permet de déterminer au bout de combien de temps (pour une précision donnée) après un échelon de mesurande, la grandeur fournie par le capteur est effectivement représentative du mesurande.

4.5.1. Système du 1^{er} ordre : constante de temps

D'une façon générale, pour une variation **e(t)** du mesurande, il y a une variation correspondante de la sortie **s(t)** qui suit une équation différentielle linéaire à coefficients constants. Le plus souvent, cette équation est d'ordre **un** ou **deux**, ce dernier cas étant très souvent rencontré lorsque le mesurande est une grandeur mécanique. Un **système du 1^{er} ordre** obéit à l'équation différentielle :

$$\tau \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = K_0 e(t)$$

avec τ la constante de temps (en secondes) et K_0 la sensibilité statique.

La solution de cette équation différentielle peut être aisément obtenue en cherchant la solution générale de l'équation sans second membre (équation homogène) puis une solution particulière.

On suppose qu'à $t > 0$: **e(t) = E₀** (échelon d'amplitude E₀)

Dans ces conditions, l'équation différentielle s'écrit :

$$\tau \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = K_0 E_0 \quad (t > 0)$$

- La solution de l'équation homogène s'écrit : $s_1(t) = \lambda \cdot e^{-t/\tau}$
- La solution particulière est **constante** et vaut : $s_2(t) = K_0 E_0$
- La solution **s(t)** complète de l'équation s'écrit : $s(t) = s_1(t) + s_2(t) = \lambda \cdot e^{-t/\tau} + K_0 E_0$

Pour déterminer la constante d'intégration, il faut connaître une condition initiale.

Ainsi, on traduit dans l'expression précédente qu'à l'instant **t = 0**, **s(0) = 0** donc :

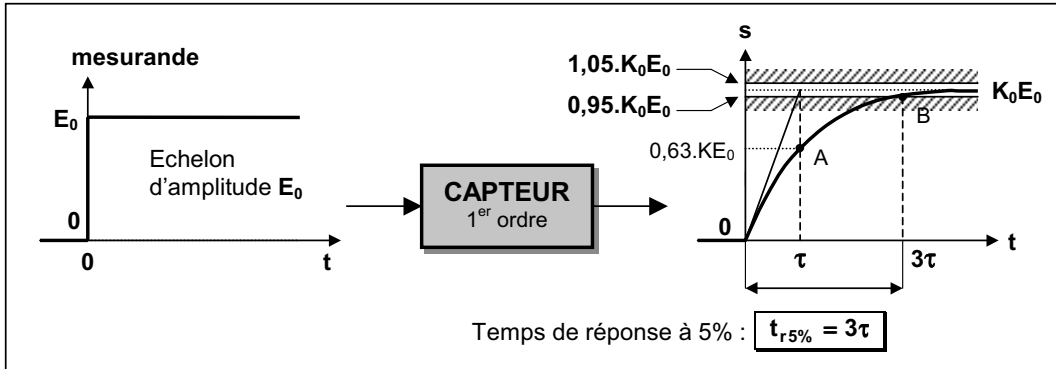
$$s(0) = 0 \Rightarrow \lambda + K_0 E_0 = 0 \Rightarrow \lambda = -K_0 E_0 \quad \text{soit}$$

$$s(t) = K_0 E_0 \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

La grandeur de sortie $s(t)$ s'établit donc selon une loi exponentielle.
 Sa valeur finale (en régime permanent) est $K_0 E_0$.

La réponse indicielle $s(t)$ peut facilement se construire en remarquant que :

- La tangente à l'origine coupe l'asymptote $K_0 E_0$ à la courbe en $t = \tau$.
- La sortie $s(t)$ a atteint **63%** de sa valeur finale en $t = \tau$ (point A) et **95%** en $t = 3\tau$ (point B).



La notion de **constante de temps** est très importante pour le choix des capteurs. Elle figure en général sur une documentation constructeur à la rubrique temps de réponse (à « 63 % »).

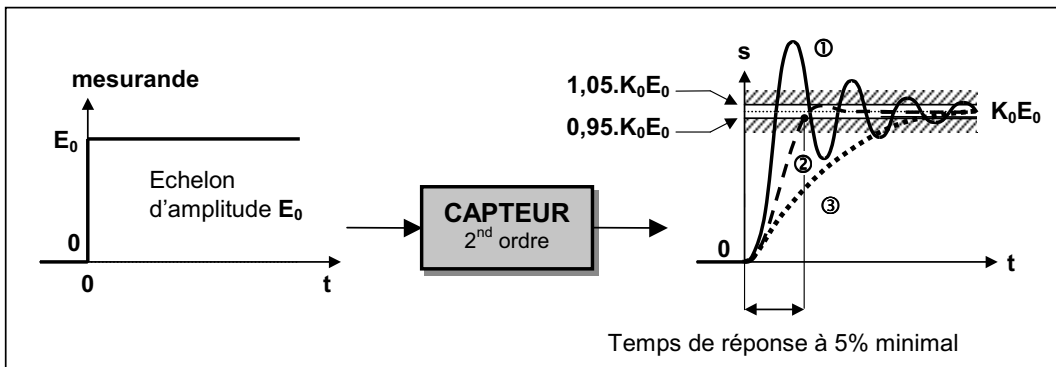
4.5.2. Système du 2nd ordre : pulsation propre et facteur d'amortissement

Les systèmes du 2nd ordre obéissent quand à eux à l'équation différentielle :

$$\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2s(t)}{dt^2} + \frac{2\xi}{\omega_0} \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = K_0 e(t)$$

avec ω_0 la **pulsation propre** (en rad/s), ξ le **facteur d'amortissement** (noté aussi m ou $z > 0$).
 La résolution d'une telle équation a déjà été effectuée au chapitre 2 page 21.

Le temps de réponse à 5% dépend de ω_0 et ξ . Il est rendu minimal pour $\xi = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,7$.

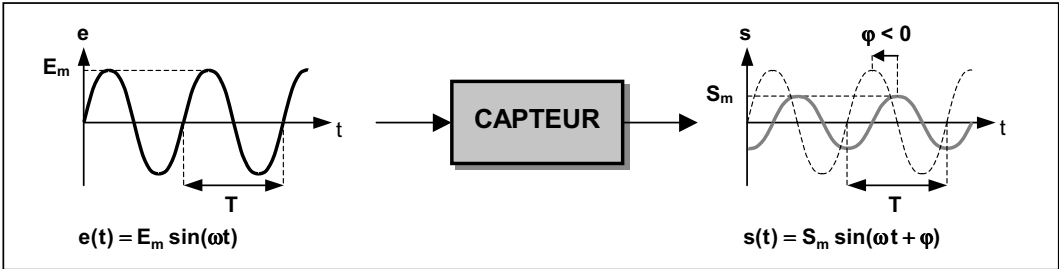


Si l'amortissement est important (courbe ③), cela conduit à une perte significative de rapidité pour le capteur de même que s'il est trop faible (courbe ①) car le régime transitoire dévient oscillant amorti et la réponse indicielle présente un ou plusieurs dépassements observables.

Le temps de réponse est minimal pour $\xi \approx 0,7$ (courbe ②) et est alors donné par : $t_{r5\%} \approx \frac{3}{\omega_0}$
 Le dépassement indiciel n'est alors que de **4,3%** : $S_{max} = 1,043 \cdot K_0 E_0$.

4.6. Bande passante et temps de réponse

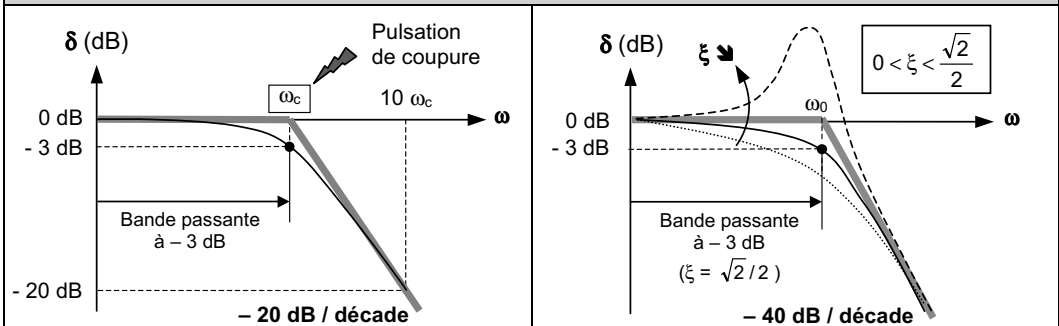
La réponse d'un capteur à un mesurande variant sinusoidalement dans le temps revêt une importance particulière car elle permet, grâce à la décomposition en série de Fourier, d'en déduire la réponse à tout mesurande variable dans le temps, c'est à dire sa réponse transitoire.



La **sensibilité dynamique** $K(\omega) = \frac{S_m}{E_m}$ dépend de la pulsation ω (ou fréquence f) du mesurande.

| CAPTEUR 1 ^{er} ordre | CAPTEUR 2 nd ordre |
|---|---|
| $\tau \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = K_0 e(t)$ | $\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2s(t)}{dt^2} + \frac{2\xi}{\omega_0} \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = K_0 e(t)$ |
| On remplace $e(t) \rightarrow E_m e^{j\omega t}$ et $s(t) \rightarrow S_m e^{j(\omega t + \varphi)}$ dans les équations différentielles. | |
| $\frac{S_m}{E_m} e^{j\varphi} = \frac{K_0}{1 + j\tau\omega} = \frac{K_0}{1 + \frac{j\omega}{\omega_c}}$ <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px; margin-left: 100px;">$\omega_c = \frac{1}{\tau}$</div> $K(\omega) = \frac{S_m}{E_m} = \frac{K_0}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_c)^2}}$ | $\frac{S_m}{E_m} e^{j\varphi} = \frac{K_0}{1 + 2\xi \frac{j\omega}{\omega_0} + \left(\frac{j\omega}{\omega_0}\right)^2}$ $K(\omega) = \frac{S_m}{E_m} = \frac{K_0}{\sqrt{\left(1 - (\omega/\omega_0)^2\right)^2 + (2\xi\omega/\omega_0)^2}}$ |

La réponse est souvent donnée sous forme de l'atténuation en dB : $\delta = 20 \log_{10} (K(\omega)/K_0)$.



Dans la bande passante $[0 ; \omega_c]$, on peut admettre que le capteur présente une sensibilité dynamique pratiquement constante $K(\omega) \approx K_0$.

En réalité, si $0 \leq \omega \leq \omega_c$: $\frac{K_0}{\sqrt{2}} \leq K(\omega) \leq K_0$

Le temps de réponse et la bande passante sont étroitement liées. Pour un système du 1^{er} ordre :

$t_{r5\%} = 3\tau \Rightarrow \boxed{t_{r5\%} = \frac{3}{\omega_c}}$

La sensibilité dynamique peut présenter une résonance pour les amortissements faibles.

Le temps de réponse dépend de ω_0 et ξ et est donné par des abaques (cf. 2nd tome).

Si $\xi = \frac{\sqrt{2}}{2}$, le temps de réponse est minimal :

Abaque : $\omega_0 \cdot t_{r5\%} \approx 3 \Rightarrow \boxed{t_{r5\%} \approx \frac{3}{\omega_0}}$

4.7. Précision

4.7.1. Erreurs systématiques et aléatoires

Lorsqu'on effectue une mesure, on s'interroge toujours sur la **précision** de cette mesure, c'est à dire sur l'écart maximal entre la **valeur vraie** du mesurande et la mesure effectuée par le capteur. Cet écart résulte des **erreurs systématiques** dues à une mauvaise connaissance ou à une mauvaise utilisation du capteur (étalonnage incorrect, ...) et des **erreurs aléatoires** ou incertitudes.

La cause principale de ces **incertitudes** est la présence de signaux ou d'influences « parasites » dont l'amplitude est aléatoire et que l'on qualifie par le terme assez vague de « bruit ». On peut citer à titre d'exemples la fluctuation des grandeurs d'influence et des sources d'alimentation de la chaîne de mesure ainsi que les signaux électromagnétiques produits dans l'environnement.

Contrairement aux **erreurs systématiques**, les **erreurs aléatoires** ne peuvent être annulées. On doit cependant les réduire, soit en utilisant des dispositifs de protection (blindage électromagnétique par exemple), soit en mettant en œuvre des procédures adaptées (filtrage, traitement du signal, ...).

4.7.2. Traitement statistique des incertitudes : valeur moyenne et écart type

Les incertitudes de mesure entraînent une dispersion des résultats lors de mesures répétées. Leur traitement statistique permet de déterminer l'**intervalle de confiance Δm** que l'on accorde à la valeur numérique exprimant le résultat de la mesure **m** d'un mesurande :

$$m_0 - \Delta m \leq m \leq m_0 + \Delta m$$

❑ **Exemple** : Sur une série de **n = 46** mesures de température effectuées par le même opérateur et dans les mêmes conditions expérimentales, on relève le tableau suivant :

| | | | | | | | | | | | | |
|--|----|----|------|----|------|----|------|----|------|----|------|----|
| Température (°C) (mesurande m_k) | 82 | 83 | 83,4 | 84 | 84,5 | 85 | 85,5 | 86 | 86,5 | 87 | 87,5 | 88 |
| Fréquence des résultats | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 6 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

Ceci peut être regroupé dans l'histogramme ci-contre où l'on porte en ordonnée la fréquence des résultats.

On peut alors définir :

➤ La valeur moyenne : m_0 ou $\langle m \rangle = \frac{\sum_{k=1}^n m_k}{n}$

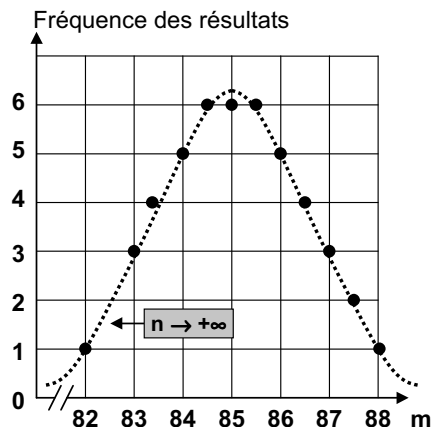
➤ L'écart - type : $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (m_k - \langle m \rangle)^2}{n - 1}}$

On divise par $n - 1$ et non n pour avoir un estimateur non biaisé de la variance : $V = \sigma^2$

Pour cet exemple, on a :

$$\langle m \rangle = 85,1^\circ\text{C}$$

$$\sigma = 1,38^\circ\text{C}$$



Lorsque l'on fait un grand nombre de mesures ($n \rightarrow +\infty$) du même mesurande et si l'incertitude est vraiment aléatoire, on montre que la répartition des résultats suit une loi dite **normale** (loi de Gauss). Dans ces conditions, on obtient l'intervalle de confiance à plus de **99%** suivant :

$$m_0 - 3\sigma \leq m \leq m_0 + 3\sigma \quad (\Delta m = 3\sigma)$$

La probabilité d'obtenir une **valeur vraie** comprise entre $m_0 - 3\sigma$ et $m_0 + 3\sigma$ est supérieure à **99%**.

4.7.3. Justesse – Fidélité – Précision

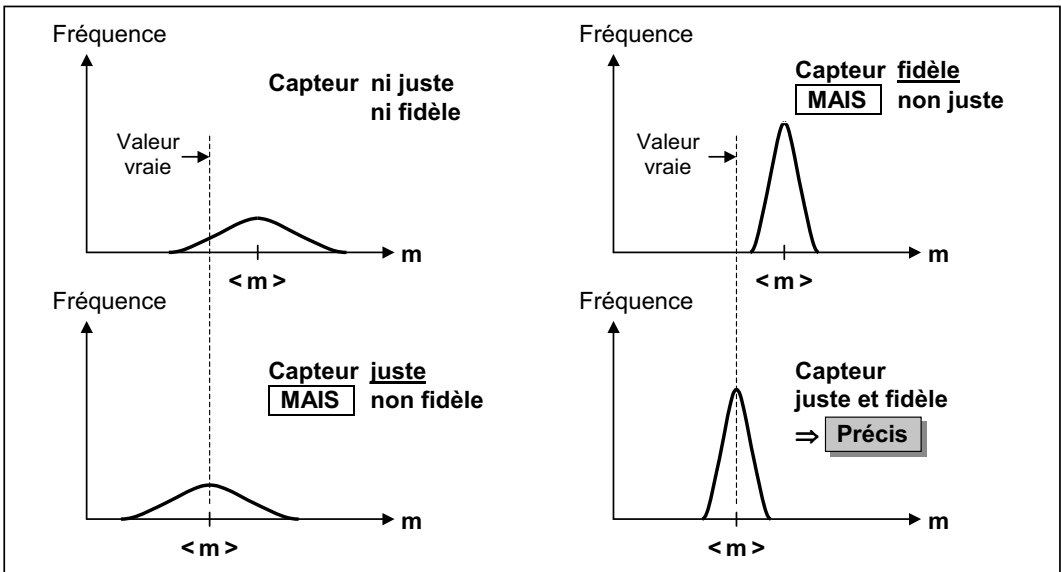
La **précision** est la qualité qui caractérise l'aptitude d'un capteur à donner des indications proches de la valeur vraie de la grandeur mesurée. L'**erreur de précision** est la somme de l'erreur de **justesse**, liée à la valeur moyenne, et de l'erreur de **fidélité**, caractérisée par l'écart type. La justesse caractérise un capteur dépourvu d'erreurs systématiques.

Un capteur est **juste** si l'ensemble des mesures est groupé autour de la valeur vraie (si elle est connue), autrement dit si $\langle m \rangle$ est confondue avec la valeur vraie.

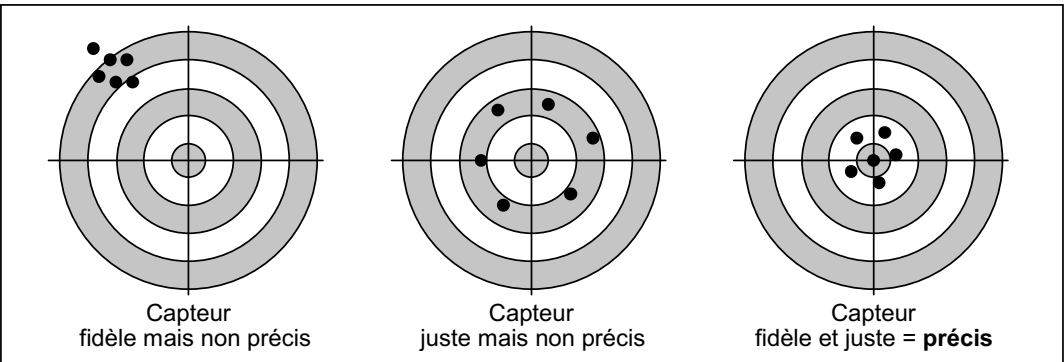
Un capteur est **fidèle** si l'ensemble des mesures est dans un intervalle entourant $\langle m \rangle$ de « faible ampleur », autrement dit si l'écart - type σ qu'il fournit est faible.



Les figures suivantes montrent les allures de quatre histogrammes possibles :



On peut également interpréter ces notions par l'image de la « cible ». L'ensemble des mesures est assimilé à un certain nombre de « tirs » effectués par le même capteur et le même opérateur :



Comme pour la résolution, on exprime la précision en % de l'étendue de mesure (**EM**) (ou en % de la pleine échelle **PE**, soit en anglais **% FSO** pour Full Scale Output).

□ **Exemple** : Erreur de précision de $\pm 1\%$ sur l'étendue de mesure **0 – 100 kPa** d'un manomètre
L'intervalle de confiance est donc $\Delta m = 0,01 \cdot EM = 1 \text{ kPa}$.

Ainsi, si on mesure $m_0 = 30 \text{ kPa}$, on a en réalité : **29 kPa $\leq m \leq$ 31 kPa**

5. Critères de choix d'un capteur

On est conduit à se documenter sur les caractéristiques d'un capteur quand il faut faire un choix. Il est évident que la nature de la grandeur à mesurer limite l'éventail des capteurs utilisables. Une autre évidence est le prix du capteur qui sera un élément souvent déterminant.

Les critères déterminants vont être les **contraintes de fonctionnement** imposées par le système sur lequel on fera la mesure et les **caractéristiques métrologiques** imposées par le cahier des charges de la mesure.

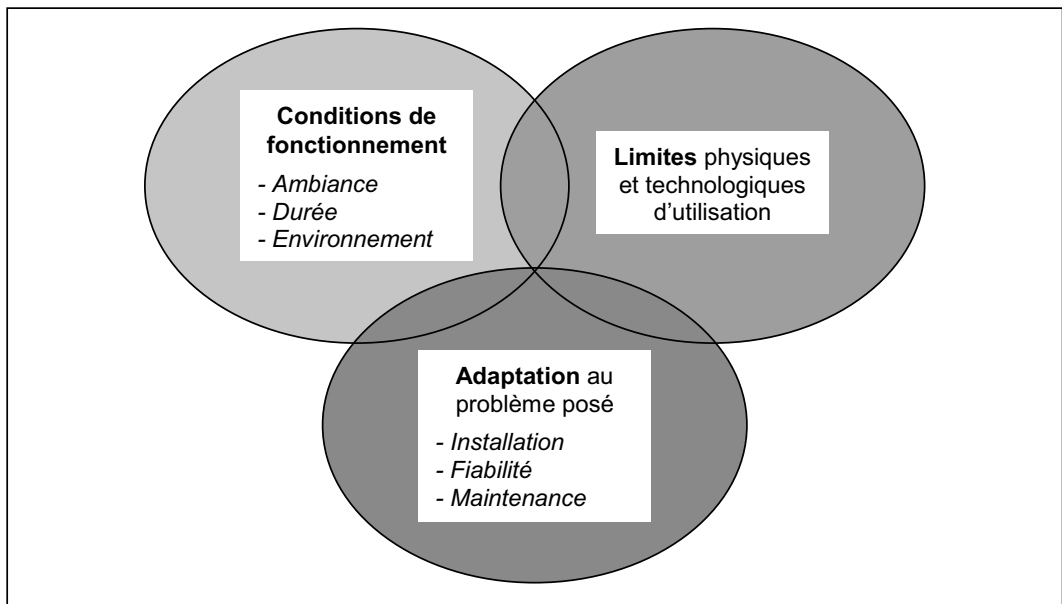
➤ Les contraintes de fonctionnement

Le capteur choisi doit fonctionner en permanence et pendant une longue période sans nécessiter une maintenance importante, dans l'environnement du système à contrôler. Il peut être mis au contact de fluide corrosif. Il sera peut-être soumis à des pressions, à des températures extrêmes, à des vibrations. Il pourra subir une ambiance peu favorable : forte humidité, risque d'explosion.....

L'utilisateur qui doit faire une mesure sur un système, doit non seulement choisir un capteur adapté au problème posé, mais il doit se préoccuper de tous les problèmes liés à l'installation de cet appareil, de sa fiabilité dans le temps, de la maintenance. Il n'est pas possible d'approfondir ces questions ici, chaque type de capteur est un cas particulier, chaque système a ses propres contraintes. Le constructeur donne les différentes limites d'utilisation de son appareil.

➤ Les caractéristiques métrologiques : étendue de mesure, sensibilité, résolution, précision, etc.

On peut résumer ce qui vient d'être dit par le diagramme suivant :



Chapitre 9

Détecteurs de position

1. Nécessité

Détecter est une fonction essentielle dans les automatismes. Dans tous les process, il faut en effet être informé à un moment donné de la présence ou non d'un objet, d'une personne, d'un élément de machine. Dans leur rôle d'acquisition dédiée au traitement de l'information, les **détecteurs** contrôlent justement la présence, l'absence, le positionnement, le passage, le comptage d'objets divers, etc. Contrairement aux capteurs qui délivrent une information variant proportionnellement avec la grandeur physique, les détecteurs délivrent une **information binaire**.

2. Solutions industrielles

Il existe différentes familles de détecteurs. Les plus répandus sont :

- Les **détecteurs mécaniques à contacts**, appelés aussi **interrupteurs de position**, actionnés par contact direct avec des objets ;
- Les **détecteurs de proximité inductifs** pour détecter des objets en matériaux conducteurs, sans contact physique et à faible distance ;
- Les **détecteurs de proximité capacitifs** pour détecter des objets en matériaux conducteurs ou isolants, sans contact physique et à faible distance ;
- Les **détecteurs photoélectriques** pour détecter des objets situés de 1/10 mm jusqu'à plusieurs dizaines de mètres.

D'autres familles s'adaptent à des applications plus spécifiques. On peut citer notamment :

- Les **détecteurs magnétiques de type ILS** (Interrupteur à Lame Souple) ;
- Les **détecteurs à ultrasons** pour détecter tout objet en s'affranchissant de sa couleur, de son opacité, de sa nature (poudre, verre, liquide, etc.), sans contact physique, etc.

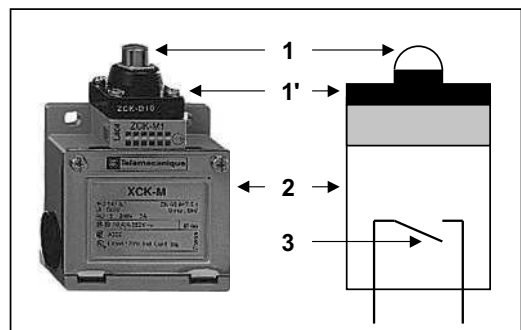
3. Les détecteurs mécaniques à contacts

3.1. Constitution et principe

Ils sont constitués des éléments suivants :

- Une **tête de commande** (1) munie de son **dispositif d'attaque** (1') ;
- Un **corps** de protection (2) ;
- Un **contact électrique** (3).

La détection de présence est réalisée lorsque l'objet à détecter entre en contact avec la tête de commande au niveau de son dispositif d'attaque.



Le mouvement engendré sur le dispositif d'attaque provoque l'ouverture ou la fermeture d'un contact électrique situé dans le corps du capteur.

3.2. Critères de choix

De nombreux modèles peuvent être associés au corps : tête à mouvement rectiligne, angulaire ou multidirectionnel associée à différents dispositifs d'attaque (à poussoir, à levier, à tige, etc.).

| Tête à mouvement rectiligne | | Tête à mouvement angulaire | | Tête à mouvement multidirectionnel |
|-----------------------------|--|----------------------------|--|------------------------------------|
| Poussoir | | Lever à galet | | Tige |
| | | | | |

La tête de commande et le dispositif d'attaque sont déterminés à partir de :

- **La forme de l'objet à détecter** : came 30°, face plane, forme quelconque, etc.
- **La trajectoire de l'objet** : frontale, latérale, multidirectionnelle, etc.
- **La précision de guidage.**

Le corps de protection, à encombrement réduit, fixe ou embrochable, métallique ou plastique est choisi en fonction de son adaptation aux contraintes du montage, à l'environnement de travail (température, humidité, poussière, ...) et aux types de contacts recherchés (Normalement Ouvert, Normalement Fermé, continu, alternatif, à rupture brusque ou à action dépendante).

4. Les détecteurs de proximité

4.1. Différents types

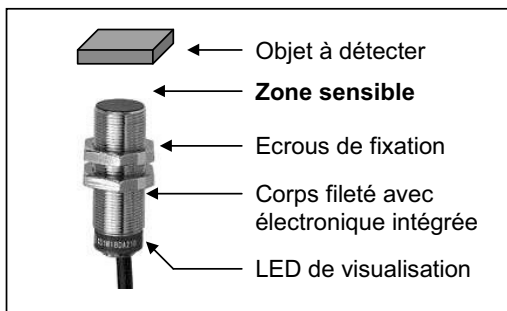
Ces détecteurs sont très répandus de part leurs nombreuses applications. On les rencontre chaque fois qu'il est nécessaire de **détecter sans contact** physique la présence d'un objet à faible distance. La portée utile varie du **mm** à **quelques cm**, au-delà, on fait appel aux détecteurs photoélectriques.

| Détecteur de proximité inductif | | Détecteur de proximité capacitif | |
|---|--|--|--|
| Détection d'objets en matériaux conducteurs (métal) | | Détection d'objets en matériaux conducteurs ou isolants (papier, carton, verre, ...) | |

4.2. Constitution

Dans tous ces détecteurs, la présence de l'objet à contrôler dans la **zone sensible** modifie une grandeur physique :

- Un **champ électromagnétique** à haute fréquence dans les détecteurs inductifs ;
- La **capacité d'un circuit oscillant** dans les détecteurs capacitifs.



4.3. Principe

4.3.1. Les détecteurs de proximité inductifs

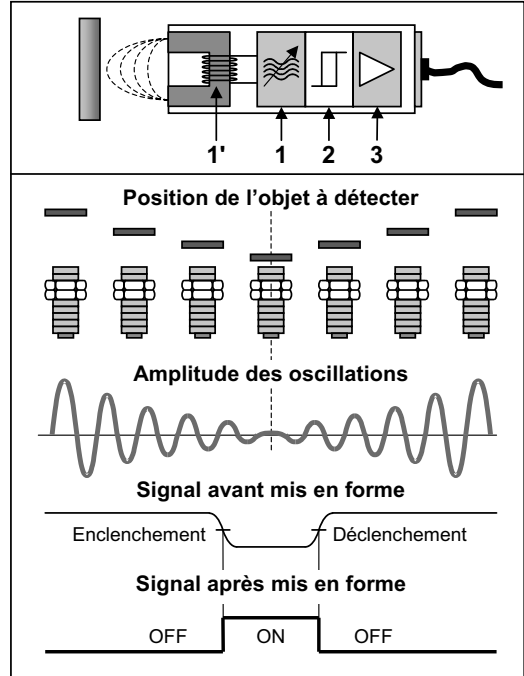
Ils sont essentiellement composés d' :

- Un **oscillateur** (1) dont les **bobinages** (1') constituent la face sensible ;
- Un **étage de mise en forme** (2) ;
- Un **étage de sortie** (3).

L'oscillateur produit en avant de la face sensible un champ électromagnétique alternatif à haute fréquence (100 à 600 kHz). Lorsqu'un objet en matériau conducteur pénètre dans ce champ, il est le siège de courants induits circulaires qui se développent à sa périphérie.

Le champ magnétique ainsi créé s'oppose au champ principal (loi de Lenz). Le circuit oscillant s'amortit et l'amplitude des oscillations diminue, d'autant plus que l'objet est proche de la bobine.

La détection de l'objet est effective lorsque la réduction de l'amplitude des oscillations est suffisante pour provoquer la commutation de l'étage de sortie du détecteur.



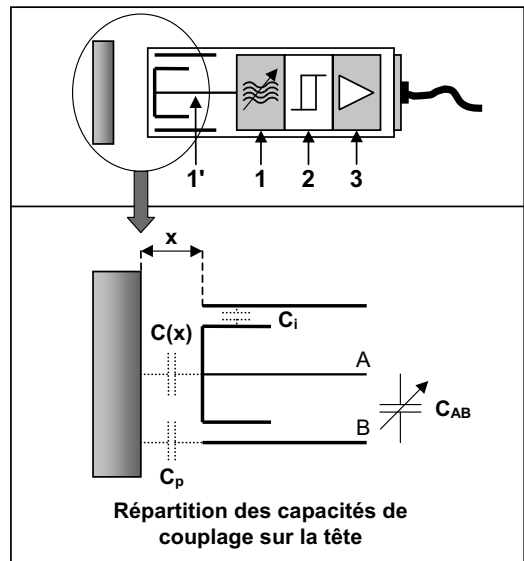
4.3.2. Les détecteurs de proximité capacitifs

Ils sont essentiellement composés d' :

- Un **oscillateur** (1) dont la **sonde capacitive** (1') constitue la face sensible ;
- Un **étage de mise en forme** (2) ;
- Un **étage de sortie** (3).

La proximité d'un objet permet l'augmentation de la capacité C_{AB} constituant le circuit oscillant. Quand elle atteint un seuil donné, l'oscillateur est activé et provoque la commutation de l'étage de sortie du détecteur.

La capacité du système sonde est déterminée par la taille de l'objet, sa constante diélectrique et sa distance par rapport à la sonde. Elle est d'autant plus élevée que la taille et la constante diélectrique de l'objet sont importantes, et que la distance entre l'objet et la sonde est réduite.



4.4. Critères de choix

Le choix d'un détecteur de proximité dépend :

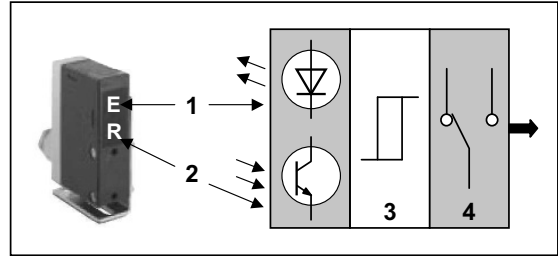
- De la **nature du matériau** constituant l'objet à détecter ;
- De la **distance de l'objet à détecter** (ou portée) ;
- Des **dimensions de l'emplacement** disponible pour implanter le détecteur.

5. Les détecteurs photoélectriques

5.1. Constitution

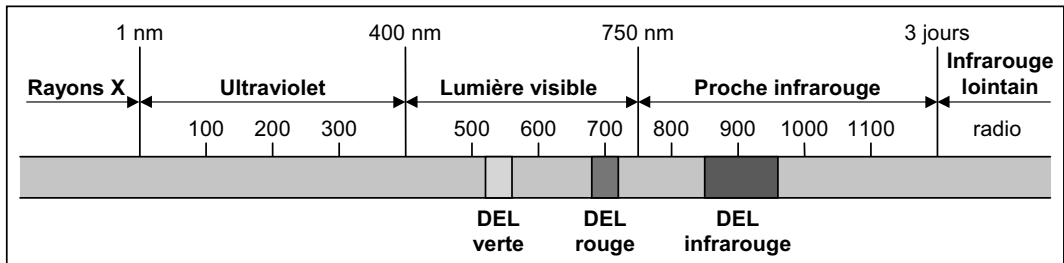
Ils réalisent au moyen d'un faisceau lumineux la détection de tous types d'objets, qu'ils soient opaques, réfléchissants ou même transparents. Aussi exploités pour la détection de personnes, ils sont essentiellement composés d' :

- Un **émetteur de lumière à DEL** (Diode **E**lectroluminescente) (1) ;
- Un **récepteur de lumière à phototransistor** (2) (ou à photodiode) ;
- Un **étage de mise en forme** (3) ;
- Un **étage de sortie** (4).



Pour insensibiliser les systèmes à la lumière ambiante, le courant qui traverse la **DEL** émettrice est modulé pour obtenir une émission de lumière pulsée. Selon les modèles de détecteurs et les impératifs applicatifs, l'émission se fait :

- En **lumière non visible infrarouge** (cas le plus courant) ;
- En **ultraviolet** (détection de matériaux luminescents) ;
- En **lumière visible rouge** ou **verte** (lecteurs de repères) ;
- En **laser rouge** (grande portée et petite focale).



5.2. Principe

La détection est effective quand l'objet pénètre dans le faisceau lumineux et modifie suffisamment la quantité de lumière reçue par le récepteur pour provoquer un changement d'état de la sortie. Elle s'effectue selon deux procédés :

| Blocage du faisceau | Renvoi du faisceau |
|--|--|
| | |
| <p>En l'absence d'objet, le faisceau arrive sur le récepteur. Quand l'objet pénètre dans le faisceau, il bloque ce dernier.</p> <p>Pas de lumière sur le récepteur = Détection</p> <p>Trois systèmes : Barrage, Reflex et reflex polarisé</p> | <p>En l'absence d'objet, le faisceau n'arrive pas sur le récepteur. Quand l'objet pénètre dans le faisceau, il renvoie ce dernier sur le récepteur.</p> <p>Lumière sur le récepteur = Détection</p> <p>Deux systèmes : Proximité et proximité avec effacement de l'arrière-plan</p> |

5.3. Différents systèmes et critères différenciateurs

| Système barrage | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> ▪ Emetteur et récepteur sont placés dans deux boîtiers séparés ▪ Grande portée : < 50 m (100 m laser) ▪ Adapté aux ambiances difficiles (fumée, poussières, intempéries, ...) ▪ Pas d'objets transparents | |
| Système reflex | |
| <ul style="list-style-type: none"> ▪ Emetteur et récepteur sont regroupés dans un même boîtier ▪ Portée moyenne : < 15 m ▪ Adapté aux ambiances propres ▪ Pas d'objets transparents et réfléchissants | |
| Système reflex polarisé | |
| <p>Les objets réfléchissants doivent être détectés par un système reflex polarisé. Ce détecteur émet en lumière rouge visible et est équipé de deux filtres polarisants opposés :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Un filtre sur l'émetteur laissant uniquement passer les rayons émis dans un plan vertical \updownarrow - Un filtre sur le récepteur laissant passer seulement les rayons reçus dans un plan horizontal \leftrightarrow | |
| Absence d'objet | Présence d'objet |
| | |
| <p>Le faisceau émis, polarisé verticalement, est renvoyé et dépolarisé par le réflecteur. Le filtre du récepteur laisse alors passer la composante horizontale du faisceau réfléchi.</p> | <p>Le faisceau émis est renvoyé par l'objet sans subir de modification. Le faisceau réfléchi reste polarisé verticalement et est alors bloqué par le filtre du récepteur \Rightarrow Détection.</p> |
| Système proximité | |
| <ul style="list-style-type: none"> ▪ Emetteur et récepteur sont regroupés dans un même boîtier ▪ Portée : < 2 m (la couleur de l'objet influe) ▪ Adapté aux ambiances propres ▪ Objets suffisamment réfléchissants | |
| Système proximité avec effacement de l'arrière plan | |
| <p>Ces détecteurs sont munis d'un potentiomètre de réglage de portée. Ce dernier permet de se « focaliser » sur une zone de détection en évitant toute réflexion parasite sur l'arrière plan. Pour un réglage donné, la distance de détection est plus grande pour un objet blanc que pour un objet gris ou noir.</p> | |

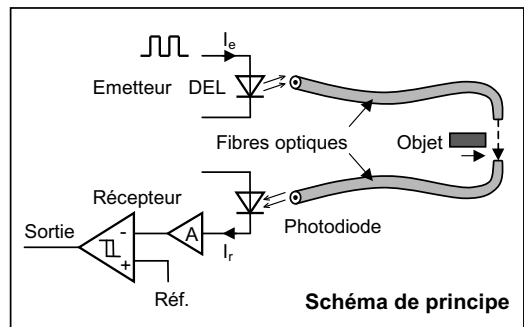
5.4. Modes de fonctionnement : commutation claire et commutation sombre

| COMMUTATION | Systèmes de détection | | |
|---|-----------------------|--------|-----------|
| | Barrage | Reflex | Proximité |
| <p>CLAIRE</p> <p>La sortie est active lorsque le faisceau est établi.</p> | | | |
| <p>SOMBRE</p> <p>La sortie est active lorsque le faisceau est occulté.</p> | | | |

5.5. Système à fibres optiques

Les fibres optiques sont placées devant la **DEL** d'émission et devant la photodiode ou le phototransistor de réception. Ce principe permet d' :

- éloigner l'électronique du point de contrôle ;
- atteindre des endroits exigus ou de température élevée ;
- détecter de très petits objets de l'ordre du mm ;
- fonctionner en mode barrage ou proximité suivant la disposition de l'extrémité des fibres.



Les jonctions entre la **DEL** d'émission ou le phototransistor de réception et la fibre optique doivent être réalisées avec beaucoup de soin afin de minimiser les pertes de signal lumineux.

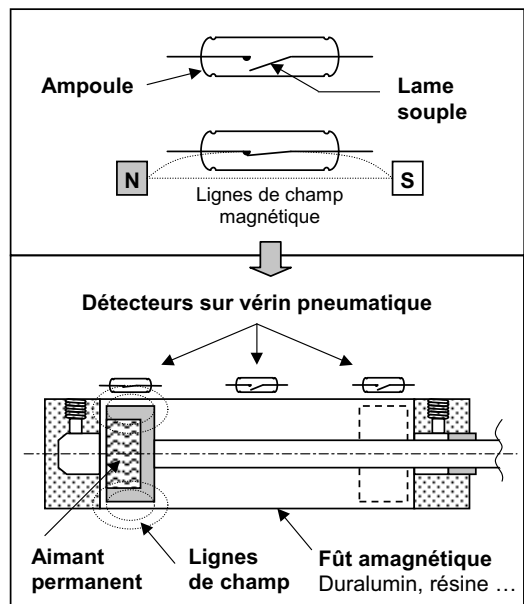
6. Les autres détecteurs

6.1. Les détecteurs de type ILS

Un Interrupteur à **Lame Souple**, appelé **ILS**, est constitué d'une ampoule à l'intérieur de laquelle est placé un contact électrique métallique souple sensible aux champs magnétiques. Lorsqu'un aimant passe à proximité de l'**ILS**, il provoque la fermeture du contact. Le contact s'ouvre dès lors que l'aimant s'éloigne.

L'application la plus courante concerne la détection des fins de course des vérins. Les **ILS** sont alors montés sur le corps d'un vérin spécial à piston magnétique. On peut aussi détecter des positions autres que les positions extrêmes. Ses **avantages** sont :

- Pas de contact physique avec l'objet détecté donc pas d'usure ;
- Durée de vie indépendante du nombre de manœuvres ;
- Capteur étanche et encombrement réduit.

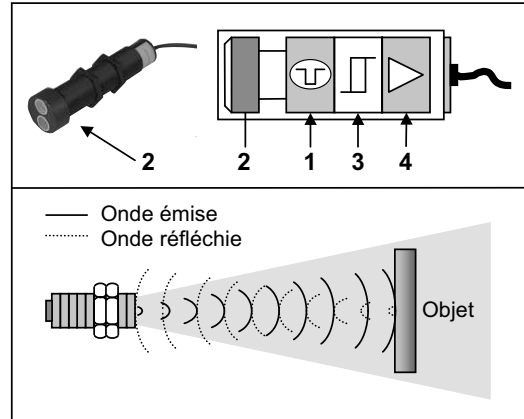


6.2. Les détecteurs à ultrasons

Le principe de la détection à ultrasons est basé sur la mesure du temps écoulé entre l'émission d'une onde ultrasonique (onde de pression) et la réception de son écho (retour de l'onde émise).

De forme cylindrique, les détecteurs à ultrasons sont essentiellement composés d' :

- Un **générateur haute tension** (1) ;
- Un **transducteur piezoélectrique** (2) ;
(Double fonction : émetteur et récepteur)
- Un **étage de traitement du signal** (3) ;
- Un **étage de sortie** (4).



Excité par le générateur haute tension, le transducteur génère une onde ultrasonique pulsée (de 200 à 500 kHz suivant le produit) qui se déplace dans l'air ambiant à la vitesse du son.

Dès que l'onde rencontre un objet, une onde réfléchie (écho) revient vers le transducteur. Un microcontrôleur (traitement du signal) analyse le signal reçu et mesure l'intervalle de temps entre le signal émis et l'écho. Par comparaison avec les temps prédéfinis ou appris, le microcontrôleur détermine et contrôle l'état des commutateurs statiques de sortie (transistors PNP ou NPN).

□ Avantages

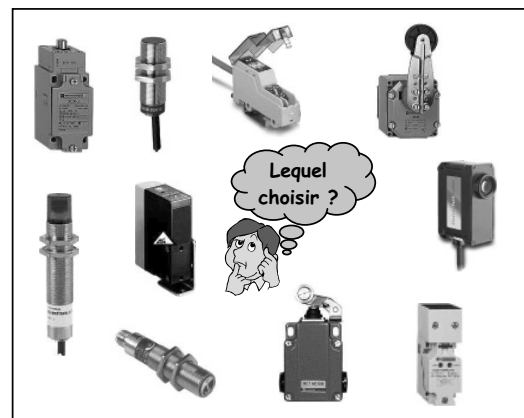
- Pas de contact physique avec l'objet, pas d'usure et possibilité de détecter des objets fragiles ;
- Détection de tout matériau, quelle que soit la couleur, à la même portée (sans réglage) ;
- Bonne tenue aux environnements industriels (produits robustes encapsulés dans une résine) ;
- Commutateurs statiques : pas de pièces en mouvement au sein du détecteur, donc durée de vie indépendante du nombre de cycles de manœuvres.

7. Choix des détecteurs

7.1. Critères généraux

Parmi les principaux et nombreux facteurs qui interviennent dans le choix d'un détecteur, on peut citer :

- les **conditions d'exploitation**, caractérisées par la fréquence de manœuvres, la nature, la masse et la vitesse de l'objet à contrôler, la précision et la fidélité exigées ou encore l'effort nécessaire pour actionner le contact ;
- la **nature de l'ambiance** (humide, corrosive, poussiéreuse) ainsi que la température ;
- le **niveau de protection** recherché contre les chocs, les projections de liquides ;
- le **nombre de cycles de manœuvres** ;
- la **nature du circuit électrique**, le nombre et la nature des contacts ;
- l'**encombrement**, la place disponible pour loger, fixer et régler l'appareil ...



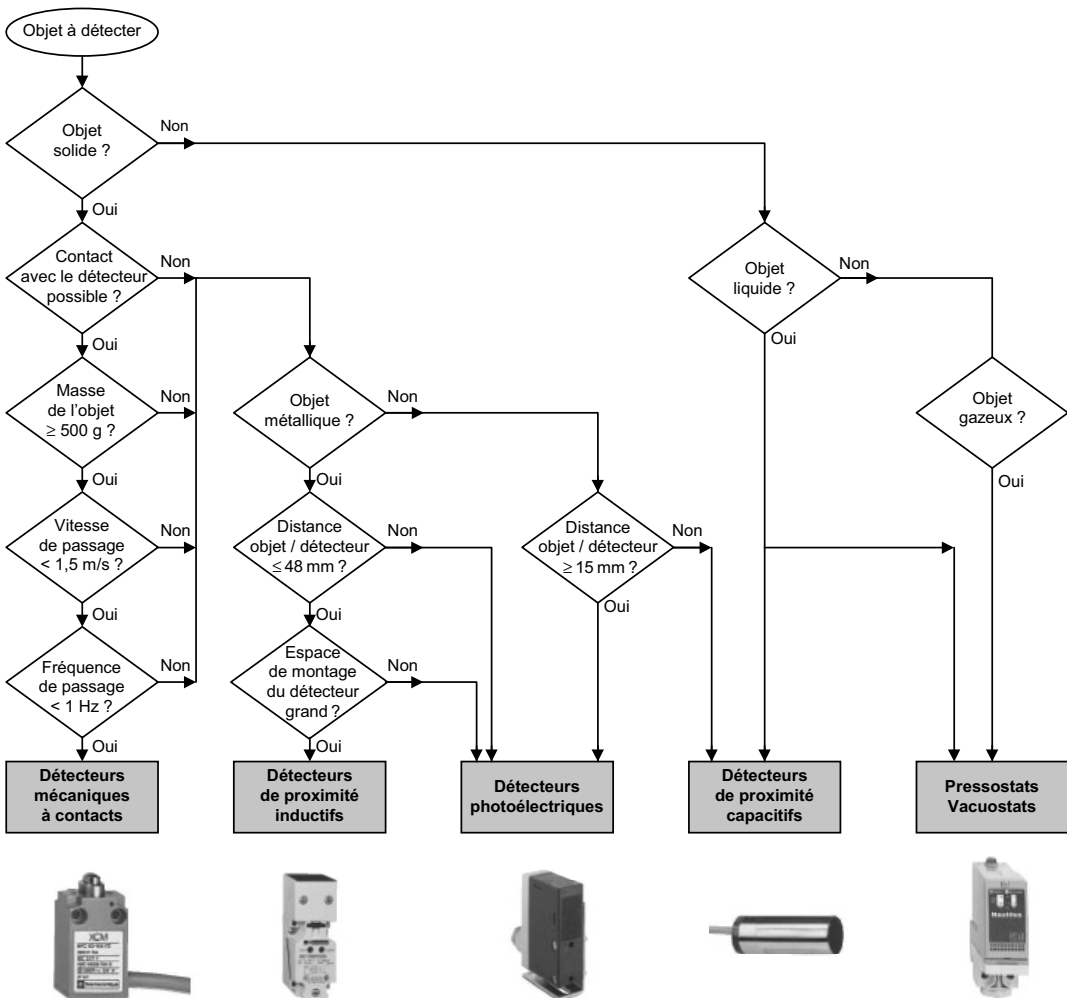
7.2. Démarche d'aide au choix

Phase 1 : Détermination de la famille de détecteurs adaptée à l'application

Elle s'effectue par un jeu de questions / réponses chronologiquement posées, portant sur des critères généraux et fondamentaux s'énonçant en amont de tout choix.

- Nature de l'objet à détecter : solide, liquide, pulvérulent, métallique ou non,
- Contact possible avec l'objet,
- Distance objet / détecteur, masse de l'objet,
- Vitesse de défilement, cadences de manœuvres,
- Espace d'intégration du détecteur dans la machine.

L'organigramme suivant illustre cette démarche qui conduit à faire la sélection d'une famille de détecteurs sur la base de critères simples.

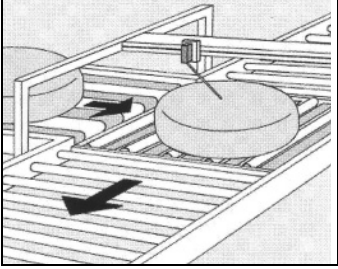
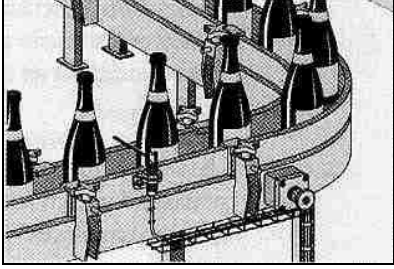
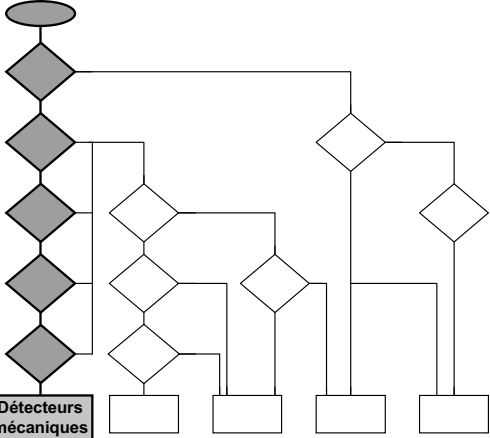
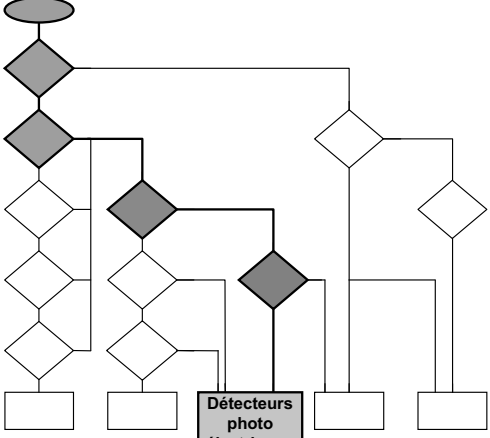




Phase 2 : Détermination du type et de la référence du détecteur recherché

Cette deuxième phase tient compte de paramètres liés, selon les familles, à :

- **L'environnement** : température, humidité, poussières, projections diverses, ...
- **La source d'alimentation** : alternative ou continue,
- **Le signal de sortie** : électromécanique, statique,
- **Le type de raccordement** : câble, bornier, connecteur

7.3. Exemples

| Conditionnement de meules de gruyère | Convoyage de bouteilles en verre |
|--|---|
|  <p data-bbox="189 560 597 589">Contrôle de passage sur convoyeur</p> |  <p data-bbox="790 560 1044 589">Fonction de comptage</p> |
| Cahier des charges | |
| <ul style="list-style-type: none"> ▪ Contact physique possible avec le produit ▪ Masse du produit détecté : 60 kg ▪ Vitesse linéaire du convoyeur : 0,2 m/s ▪ Passage d'un produit toutes les 10 s ▪ Guidage peu précis avec chang^t de direction ▪ Environnement humide sans ruissellement. ▪ Une entrée pour câble (presse - étoupe de 11) ▪ Pilotage d'une entrée automate (contact "F") | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Bouteilles en verre blanc ou verre foncé ▪ Cadence mini. : 3 600 bouteilles à l'heure ▪ Durée du "top présence bouteille" : 3,5 ms ▪ Distance de détection en "proximité" : 2 cm ▪ Détecteur soumis au passage fréquent des opérateurs : montage en saillie prohibé. ▪ Ambiance saine ▪ Raccordement sur un API |
| Organigramme de choix | |
|  <p data-bbox="142 1436 243 1495">Détecteurs mécaniques à contacts</p> |  <p data-bbox="879 1436 980 1495">Détecteurs photo électriques</p> |
| Solutions industrielles retenues | |
| <p>Interrupteur de position équipé :</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ d'un corps plastique à une entrée de câble (PE de 11) muni d'un contact bipolaire "O + F" à action brusque ▪ D'une tête de commande à mouvement multidirectionnel ▪ D'un dispositif d'attaque à tige souple à ressort  | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Détecteur photoélectrique, visée à 90° ▪ Boîtier métallique Ø 18 mm ▪ Système de proximité, portée 10 cm ▪ Raccordement par connecteur M12, 4 broches ▪ Sortie statique ▪ IP 67 (Indice de Protection)  |

8. Branchement des détecteurs

| Technologie 2 fils | |
|---|---|
| <p>Il comporte généralement 2 contacts électriques (NO et NF) pouvant être utilisés sous différentes tensions et non polarisés.</p> <p>Souple d'utilisation et relativement fiable, il subit néanmoins l'usure des contacts électriques.</p> <p>Il se branche comme un interrupteur, en série avec la charge * à commander.</p> | <p style="text-align: center;">Détecteur à contacts « secs »</p> |
| <p>Il comporte un circuit électronique qui commande une ou plusieurs sorties statiques (transistor, thyristor) ce qui le rend pratiquement inusable (plus de contacts électriques mobiles).</p> <p>Il se branche également comme un interrupteur, en série avec la charge * à commander.</p> <p>Il existe des détecteurs pour tension continue (+/-), d'autres pour tension alternative (-/-) mais on trouve aussi des détecteurs qui se branchent indifféremment sur une tension alternative ou continue et non polarisés.</p> | <p style="text-align: center;">Détecteur électronique</p> |
| <p style="text-align: center;">Fonctionnement</p> <p>En cas de détection, le transistor (ou le thyristor) est passant et commande la charge *.</p> | |
| Technologie 3 fils | |
| <p style="text-align: center;">Fonctionnement</p> <p>En cas de détection, le transistor PNP est passant (contact fermé). Il va donc imposer le potentiel (+) sur la sortie S, la charge * étant branchée entre la sortie S et le potentiel (-).</p> <p style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Il est adapté aux unités de traitement (API, UC,...) fonctionnant en logique positive.</p> | <p style="text-align: center;">Détecteur PNP</p> |
| <p style="text-align: center;">Fonctionnement</p> <p>En cas de détection, le transistor NPN est passant (contact fermé). Il va donc imposer le potentiel (-) sur la sortie S, la charge * étant branchée entre la sortie S et le potentiel (+).</p> <p style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Il est adapté aux unités de traitement (API, UC,...) fonctionnant en logique négative.</p> | <p style="text-align: center;">Détecteur NPN</p> |

* Entrée d'un API ou bobine d'un relais auxiliaire

◇ Détecteur de proximité ou photoélectrique

Chapitre 10

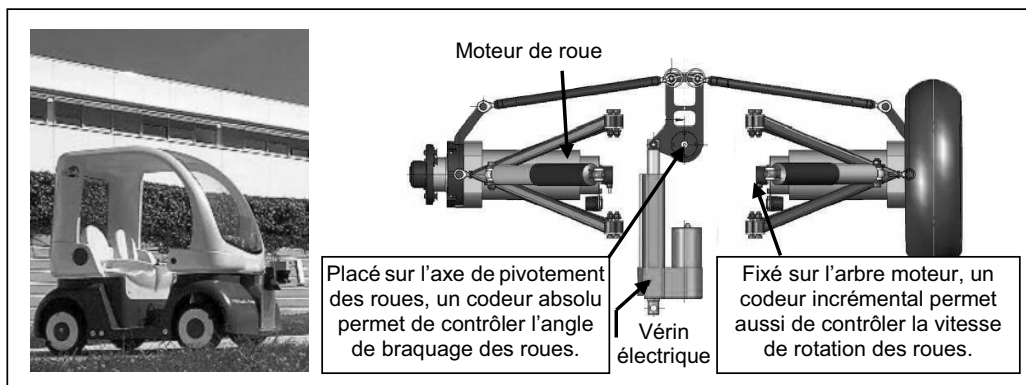
Codeurs

1. Généralités

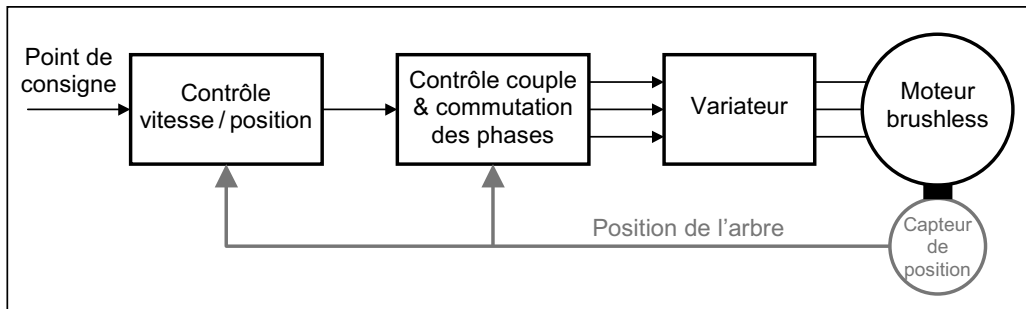
Les codeurs sont des **capteurs numériques de position** qui délivrent, sous forme d'un signal numérique, un signal de mesure de déplacement linéaire ou angulaire. On se limitera dans ce chapitre aux capteurs angulaires. Selon les besoins, les codeurs montés sur les systèmes d'entraînement ont des tâches différentes :

- Une des tâches principales d'un codeur est de **permettre le positionnement** d'un système d'entraînement. Ce positionnement peut se faire soit en mode incrémental, soit en mode absolu ; le codeur pouvant être monté sur le moteur ou sur la ligne.

Exemple : Contrôle de l'angle de braquage des roues avant du ROBUCAR



- Les codeurs jouent aussi un rôle très important dans les **boucles d'asservissement de vitesse / position** utilisant notamment des moteurs brushless (moteur synchrone à aimants permanents) car ses indications sont exploitées pour réaliser la commande de vitesse / position mais aussi pour assurer l'autopilotage (cf. 2nd tome) du moteur. En effet, avec ce type de moteur, le retour d'information sur la position du rotor est nécessaire pour asservir la position du champ tournant statorique à la position du champ rotorique, sous les conditions de charge les plus variables.



Les asservissements basés sur les moteurs brushless comportent deux boucles, une pour le **contrôle du couple** (ou boucle d'autopilotage), l'autre pour le **contrôle de la vitesse et de la position**. Pour que ces boucles aient la plus large bande passante possible, pour permettre une rotation sans à-coups à très basse vitesse, les mesures de vitesse et de position du moteur doivent être faites avec le maximum de résolution et de précision.

□ **Conclusion :**

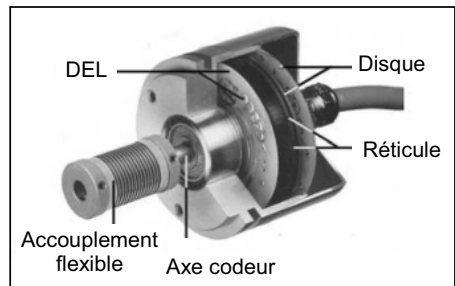
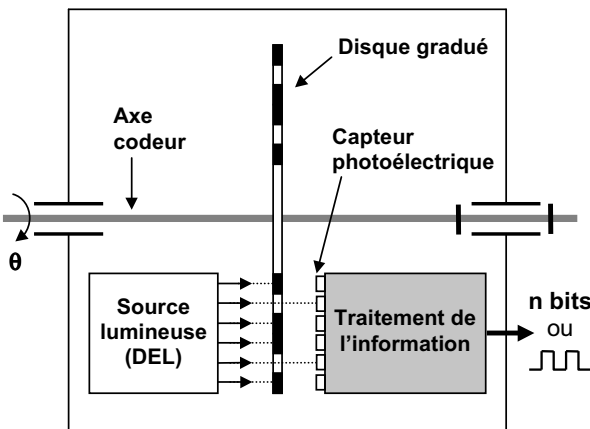
Le choix du bon codeur et la combinaison optimale des signaux pour les processus d'asservissement et le positionnement permettent de réaliser un système d'entraînement parfaitement ajusté. Les modèles les plus rencontrés sont **les codeurs incrémentaux et absolus**, les **codeurs sinusoïdaux** et les **résolveurs**. Chacun a trouvé un champ d'application privilégié. Les informations délivrées par ces codeurs sont répertoriées dans le tableau suivant :

| Type de codeur | Codeur incrémental et sinusoïdal | Codeur absolu | Résolveur |
|----------------|----------------------------------|---------------|-----------|
| Angle rotor | (x) | x | x |
| Position | (x) | x | (x) |
| Vitesse | (x) | (x) | x |

x : exploitable directement (x) : exploitable après traitement complémentaire

2. Les codeurs optiques incrémentaux et absolus

2.1. Structure



C'est un capteur de **position angulaire** dont le principe s'appuie sur la détection d'un faisceau optique. Il est constitué de trois parties :

Axe codeur MÉCANIQUE

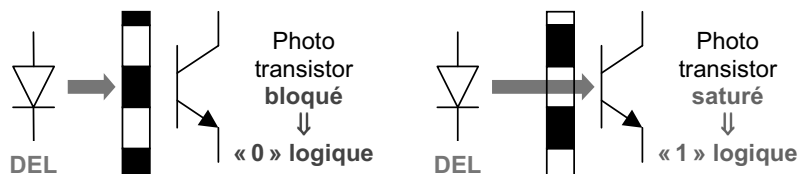
Lié **mécaniquement** à un arbre qui l'entraîne, son axe fait tourner un **disque** qui lui est solidaire. Le disque comporte une succession de parties opaques et transparentes. Elles déterminent les deux niveaux logiques.

Disque gradué OPTIQUE

Des **diodes électroluminescentes (DEL ou LED)** ou des diodes Laser émettent un **faisceau lumineux** qui traverse les zones transparentes du disque et atteint des détecteurs optiques (**phototransistor**).

Lecture et signaux de sortie ÉLECTRONIQUE

L'**interface électronique**, incluse dans le codeur, traite le signal reçu par le phototransistor et le convertit en un signal carré (□) qui est alors transmis à un système de traitement.



Un codeur optique est un dispositif électromécanique dont la sortie électrique représente sous forme numérique une fonction mathématique de la position angulaire θ de l'axe .

2.2. Les différents types

2.2.1. Le codeur incrémental (ou générateur d'impulsions)

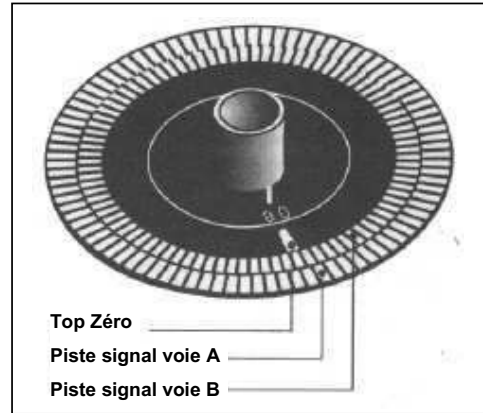
Le **disque** comporte **3 pistes** au maximum :

- **Une ou deux pistes extérieures** divisées en $(2n)$ intervalles d'angles égaux alternativement opaques et transparents.

Résolution du codeur :

n points (ou impulsions) / tour

Pour un tour complet du codeur, le faisceau lumineux est interrompu n fois et délivre deux signaux carrés **A** et **B** en **quadrature** (décalés l'un par rapport à l'autre de 90° électrique).

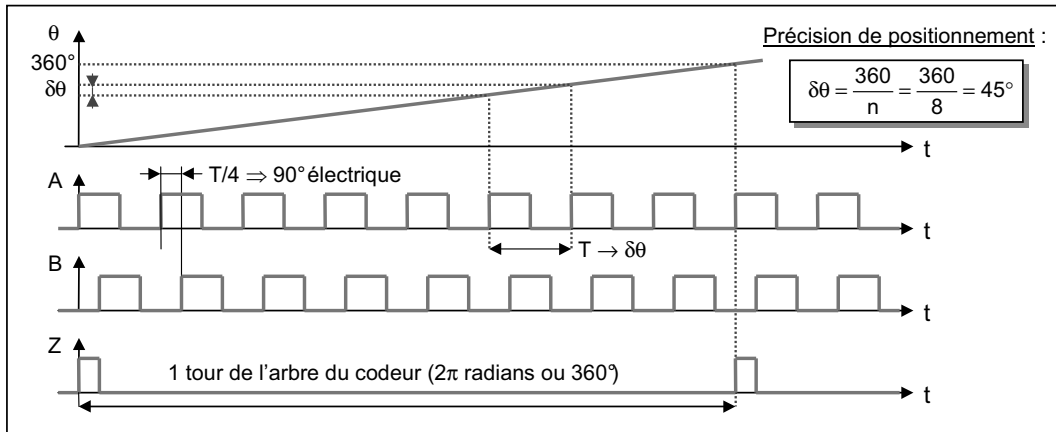


- **Une piste intérieure (Z : top Zéro) :**

Elle comporte une seule fenêtre transparente et délivre un seul signal par tour de durée 90° ou 180° électrique (suivant le codeur). Ce « top Zéro » détermine une **position de référence** et permet une réinitialisation à chaque tour. Il permet également de connaître le nombre de tours.

Ce codeur nécessite un traitement particulier effectué par la partie commande : le comptage ou le décomptage des impulsions délivrées, qui donne le déplacement relatif. La fréquence des signaux délivrés donne en plus l'image de la vitesse de rotation.

- **Signaux délivrés par un codeur incrémental de résolution 8 points / tour :**

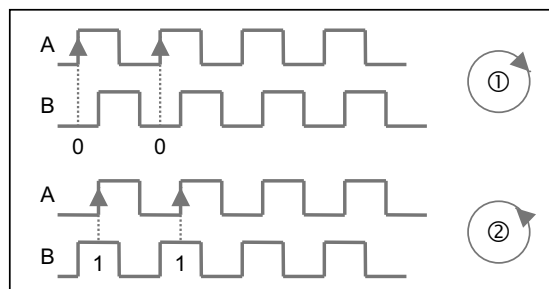


L'information position est discrétisée. Elle augmente d'un incrément angulaire $\delta\theta = 360^\circ / n$ à chaque impulsion (ou période T) sur la voie **A** par exemple. L'information position est dite **relative**.

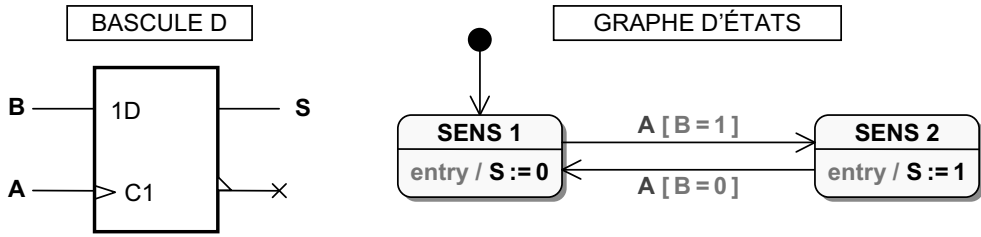
- **Détermination du sens de rotation :**

Le décalage électrique des signaux **A** et **B** permet de discriminer le sens de rotation :

- Dans le sens ⓐ, lors d'un **front montant** (↑) du signal **A**, le signal **B** est à « **0** ».
- Dans le sens ⓑ, lors d'un **front montant** (↑) du signal **A**, le signal **B** est à « **1** ».



Cette détection du sens de rotation peut être effectuée à l'aide d'une **bascule D** (voir page 286). Si **B = 0**, lors d'un front montant (↑) de **A**, **S = 0**, c'est le sens ⓪. Si **B = 1**, lors d'un front montant (↑) de **A**, **S = 1**, qui distingue le sens inverse ⊙. On peut remplacer avantageusement cette solution matérielle par une solution logicielle basée sur un **graphe d'états** par exemple.



La sortie S prend l'état de la donnée B à chaque front ↑ sur l'entrée A.

On note **A** l'événement déclenché par un front montant sur la voie **A** : **A** ⇔ ↑A.

□ Amélioration de la précision :

Le comptage / décomptage des impulsions par l'unité de traitement permet de définir la position de l'axe. L'exploitation appropriée des fronts d'impulsion sur les voies **A** et **B** permet de doubler voire de quadrupler la résolution du codeur.

→ Détection des fronts ↑ et ↓ de A (ou B) :

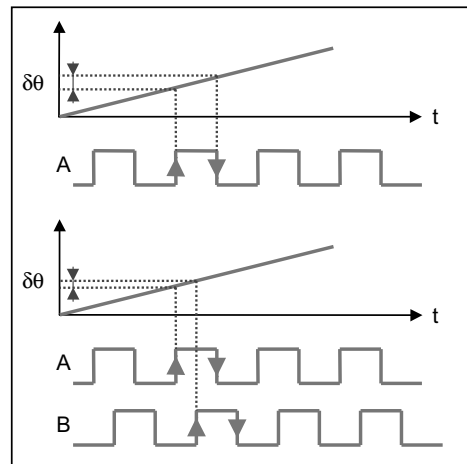
Résolution du codeur : **2n points / tour**

Précision de positionnement : $\delta\theta(^{\circ}) = \frac{360}{2n}$

→ Détection des fronts ↑ et ↓ de A et B :

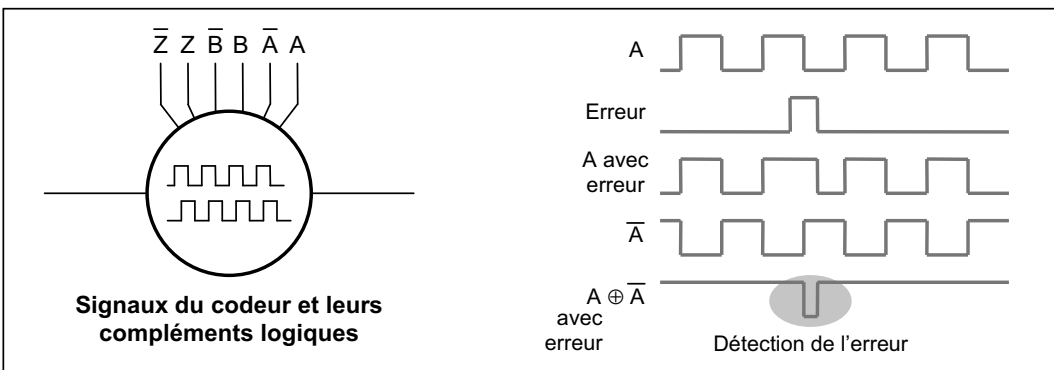
Résolution du codeur : **4n points / tour**

Précision de positionnement : $\delta\theta(^{\circ}) = \frac{360}{4n}$



□ Détection d'erreur :

Sur certaines versions industrielles, chaque piste fournit un signal et son complément logique. En associant les deux signaux à l'aide d'une fonction **OU-EXCLUSIF A ⊕ A̅**, on retrouve « 1 » logique tant que les signaux sont bien complémentaires. Si une des voies est affectée par une perturbation (parasite, connectique, ...), le signal résultant de l'équation logique **A ⊕ A̅** comportera un passage à zéro indiquant une erreur.



2.2.2. Le codeur absolu

Ce concept a été développé pour pallier les inconvénients du codeur incrémental :

- **Sensibilité aux coupures du réseau** :

Chaque coupure du courant fait perdre la position réelle du mobile. Il faut alors procéder à la réinitialisation. Ce temps de réinitialisation peut être pénalisant pour certaines applications.

- **Sensibilité aux parasites en ligne** (même si leur présence peut être détectée)

Un parasite reçu sur la ligne peut être comptabilisé par le système de traitement comme un signal d'incrément sauf en cas de traitement du signal complémentaire (voir page précédente).

- Principe de fonctionnement

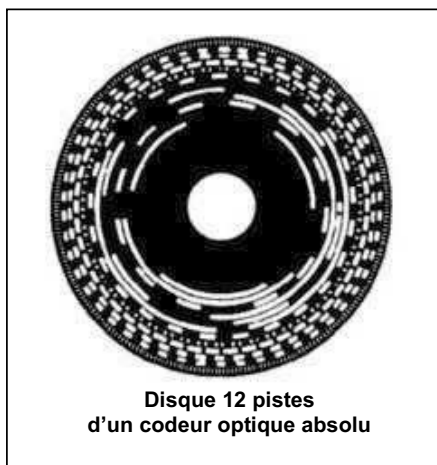
Le disque comporte **n pistes** concentriques divisées en segments égaux alternativement opaques et transparents. A chaque piste est associé un couple **émetteur / récepteur optique**. Chaque piste a donc son propre système de lecture.

Pour chaque position angulaire, le traitement électronique fournit un « **code binaire** » sur **n bits** correspondant à $(1/2^n)$ ^{ème} tour.

Le nombre de sorties parallèle du codeur est le même que le nombre de bits ou de pistes du codeur.

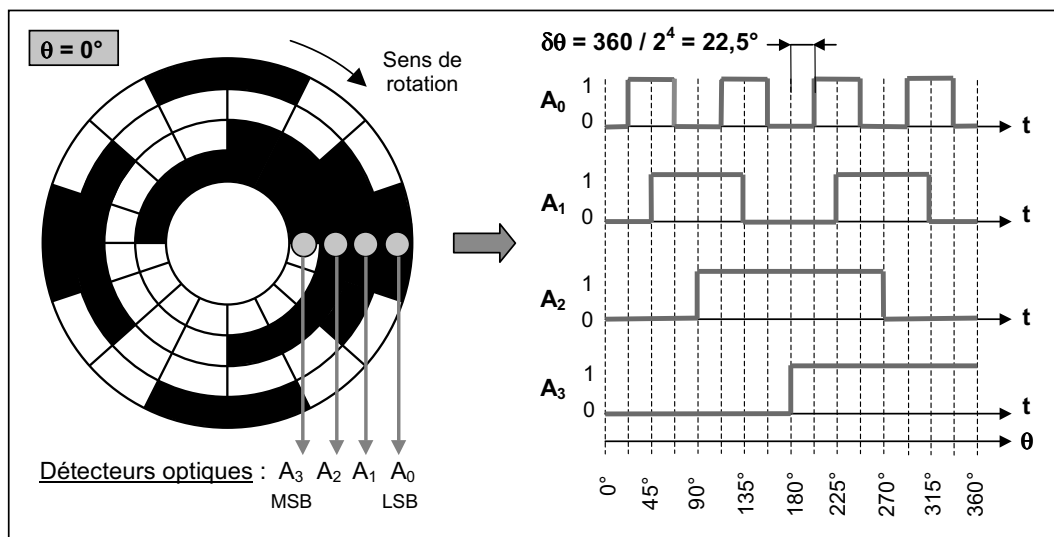
Résolution du codeur :

2^n points (ou positions codables) / tour



- Signaux délivrés par un codeur absolu :

On a représenté ci-dessous le disque d'un codeur angulaire absolu sur 4 bits et les chronogrammes des informations issues des détecteurs optiques, en fonction de la position θ du disque. Lorsque le détecteur optique est en face d'une zone claire, le circuit électronique de mise en forme produit un « 1 » et « 0 » sur une zone sombre. La résolution de ce codeur est $2^4 = 16$ points / tour.



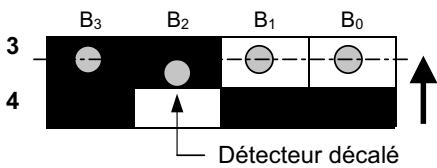
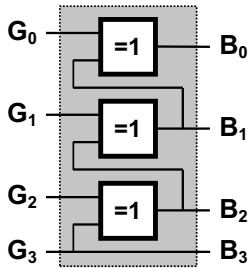
La lecture simultanée de toutes les pistes donne un code binaire représentatif de la **position angulaire absolue** du codeur dans le tour. **Le résultat numérique est directement exploitable.**

□ Modes de codage :

Suivant le mode de traitement (automates, commandes numériques, ordinateurs, cartes, ...), le choix se portera soit sur un **code binaire pur**, soit sur un **code de Gray** :

| Valeur décimale N | Code binaire naturel | | | | Dessin code N° pistes | | | | Code binaire réfléchi (GRAY) | | | | Dessin code N° pistes | | | |
|-------------------|----------------------|----------------|----------------|----------------|-----------------------|---|---|---|------------------------------|----------------|----------------|----------------|-----------------------|---|---|---|
| | B ₃ | B ₂ | B ₁ | B ₀ | | | | | G ₃ | G ₂ | G ₁ | G ₀ | | | | |
| | 2 ³ | 2 ² | 2 ¹ | 2 ⁰ | 4 | 3 | 2 | 1 | | | | | 4 | 3 | 2 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | | | | | 0 | 0 | 0 | 1 | | | | |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | | | | | 0 | 0 | 1 | 1 | | | | |
| 3 | 0 | 0 | 1 | 1 | | | | | 0 | 0 | 1 | 0 | | | | |
| 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | | | | | 0 | 1 | 1 | 0 | | | | |
| 5 | 0 | 1 | 0 | 1 | | | | | 0 | 1 | 1 | 1 | | | | |
| 6 | 0 | 1 | 1 | 0 | | | | | 0 | 1 | 0 | 1 | | | | |
| 7 | 0 | 1 | 1 | 1 | | | | | 0 | 1 | 0 | 0 | | | | |
| 8 | 1 | 0 | 0 | 0 | | | | | 1 | 1 | 0 | 0 | | | | |
| 9 | 1 | 0 | 0 | 1 | | | | | 1 | 1 | 0 | 1 | | | | |
| 10 | 1 | 0 | 1 | 0 | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | |
| 11 | 1 | 0 | 1 | 1 | | | | | 1 | 1 | 1 | 0 | | | | |
| 12 | 1 | 1 | 0 | 0 | | | | | 1 | 0 | 1 | 0 | | | | |
| 13 | 1 | 1 | 0 | 1 | | | | | 1 | 0 | 1 | 1 | | | | |
| 14 | 1 | 1 | 1 | 0 | | | | | 1 | 0 | 0 | 1 | | | | |
| 15 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | 1 | 0 | 0 | 0 | | | | |

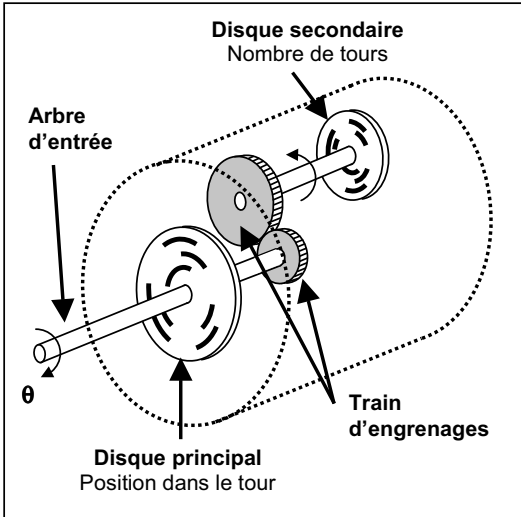
| | | |
|-----------|--|--|
| Avantages | <p>Code pondéré :</p> <p>Directement utilisable par l'unité de traitement</p> $N = B_3 \cdot 2^3 + B_2 \cdot 2^2 + B_1 \cdot 2^1 + B_0 \cdot 2^0$ | <p>- Les grandeurs binaires successives ne diffèrent que d'un seul bit</p> <p style="text-align: center;">↓</p> <p>Elimine le problème de l'équivoque de mesure lié au code binaire naturel !</p> |
|-----------|--|--|

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------------|--|----------------|----------------|----------------------|----------------|--|---|---|---|---|--------------|---|---|---|---|----------------------|---|---|---|---|--------------|--|
| Inconvénients | <p>Problème de l'équivoque de mesure :</p> <p>Si les détecteurs ne sont pas bien alignés, on obtient des transitions d'état non simultanées générant des codes erronés.</p>  <p>Au moment du passage de 3 à 4 :</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>B₃</td><td>B₂</td><td>B₁</td><td>B₀</td><td></td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>→ Position 3</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>→ Code erroné</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>→ Position 4</td></tr> </table> <p>B₂ change d'état avant les autres.</p> | B ₃ | B ₂ | B ₁ | B ₀ | | 0 | 0 | 1 | 1 | → Position 3 | 0 | 1 | 1 | 1 | → Code erroné | 0 | 1 | 0 | 0 | → Position 4 | <p>Code non pondéré :</p> <p>On ne peut plus calculer la valeur décimale en tenant compte des poids binaires.</p> <p style="text-align: center;">↓</p> <p>Il est nécessaire de prévoir un transcodage Gray / Binaire avant utilisation par calculateur :</p>  <p>Pour un mot de n bits :</p> $B_{n-1} = G_{n-1} \quad \text{et} \quad B_k = G_k \oplus B_{k+1}$ <p style="text-align: center;">pour $0 \leq k \leq n - 2$ ($k \in \mathbb{N}$)</p> |
| B ₃ | B ₂ | B ₁ | B ₀ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 1 | 1 | → Position 3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 1 | 1 | → Code erroné | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 0 | 0 | → Position 4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

2.2.3. Les codeurs absolus simple tour et multi-tours

On distingue deux gammes différentes de codeurs absolus qui coexistent :

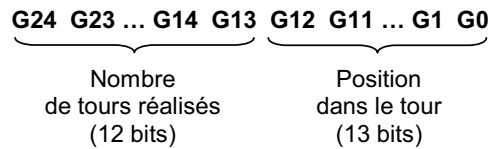
- Le **codeur absolu simple tour**, décrit précédemment, donne la position absolue au tour près.
- Le **codeur absolu multi-tours** (cf. schéma ci-dessous) permet grâce à un réducteur incorporé (train d'engrenages) et à un disque supplémentaire, d'indiquer le nombre de tours.



Le disque principal indique la position dans le tour. **Il fixe la résolution r du codeur.**

Le disque secondaire permet de connaître le nombre de tours effectués. Si ce disque comporte N pistes, on pourra coder 2^N tours.

On peut ainsi atteindre des formats de 25 bits pour le mot binaire de sortie avec un codeur **8192 points par tour** (soit 13 pistes pour le disque principal) sur **4096 tours** (soit 12 pistes pour le disque secondaire) :



2.3. Comparaison des deux types de codeurs

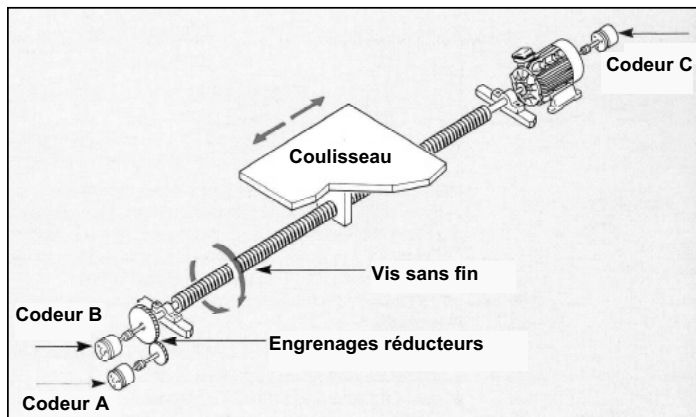
| | Codeur incrémental | Codeur absolu |
|----------------------|---|---|
| Avantages | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Conception simple ▪ Plus fiable ▪ Moins onéreux qu'un codeur absolu ▪ 5 fils maximum pour un codeur basique : (+, -, A, B, Z) | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Insensible aux coupures du réseau : L'information de position est disponible dès la (re)mise sous tension. ▪ Le système de traitement n'a pas besoin d'être très rapide : Si une information de position est sautée, la position réelle n'est pas perdue car elle restera valide à la lecture suivante. |
| Inconvénients | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Sensible aux coupures de courant : La position réelle est perdue à la coupure. Il faut réinitialiser le système (avec Z). ▪ Sensible aux parasites en ligne : Un parasite peut être comptabilisé comme une impulsion. ▪ Les signaux A et B peuvent avoir des fréquences élevées : Le système de traitement doit être assez rapide sinon il y a erreur. | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Conceptions électrique et mécanique plus complexes ▪ Coût plus élevé qu'un codeur incrémental ▪ Informations de position délivrées en parallèle : Il peut monopoliser un nombre important d'entrées du système de traitement. <u>Solution</u> : Transmission de l'information via une liaison série. |

2.4. Choix et implantation du codeur

2.4.1. Implantation

Plus le besoin de précision est grand, plus il faut que l'axe d'entraînement du codeur soit près du mobile pour **éviter les jeux et les imperfections mécaniques**.

L'emplacement optimum est un compromis entre les nécessités de robustesse, de place disponible et du besoin de précision. Dans l'exemple proposé, le **codeur B** est le mieux placé.

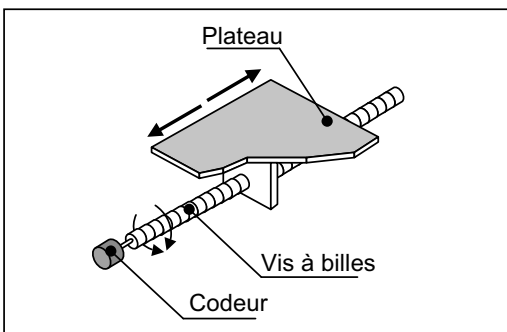


2.4.2. Calcul de la résolution

Sans tenir compte des jeux et imprécisions mécaniques ainsi que du type de codeur, la résolution ou le nombre de **points par tour** est calculé à l'aide des formules :

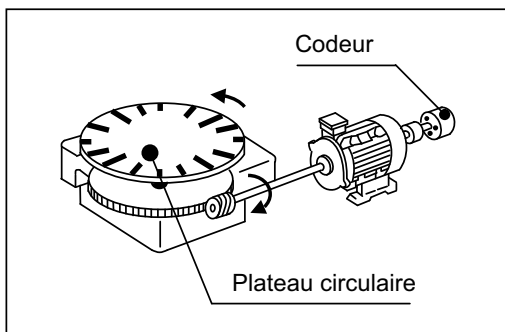
| Mouvement de translation | Mouvement de rotation |
|--|---|
| $n = \frac{1}{\text{précision (mm)}} \cdot K \cdot P$ | $n = \frac{360^\circ}{\text{précision (degrés)}} \cdot K$ |
| <p>K : Rapport de réduction ($K < 1$) entre l'engrenage du mouvement entraînant le codeur et le dernier engrenage entraînant le mobile. Si le codeur est monté sur l'axe du mobile : K = 1.</p> <p>P : Conversion du mouvement de rotation en mouvement de translation en mm / tour. Si D est le diamètre de la poulie : P = π · D (périmètre de la poulie) ou P = pas (pas de la vis).</p> | |

□ **Exercice n°1** : Détermination de la résolution du codeur dans des applications simples



On désire une précision d'un **1/100^{ème} de mm**, mouvement sans réducteur, avec une vis à billes de pas 20 mm et de longueur 1m.

$$n = \frac{1}{0,01} \cdot 1 \cdot 20 = \underline{\underline{2000 \text{ points / tour}}}$$



On désire une précision d'un **1/100^{ème} de degré** sachant que le plateau fait un tour lorsque le codeur monté directement sur l'axe du moteur en fait cent ($K = 1 / 100$).

$$n = \frac{360^\circ}{0,01^\circ} \cdot \frac{1}{100} = \underline{\underline{360 \text{ points / tour}}}$$

□ **Exercice n°2** : Amélioration de la précision d'un codeur

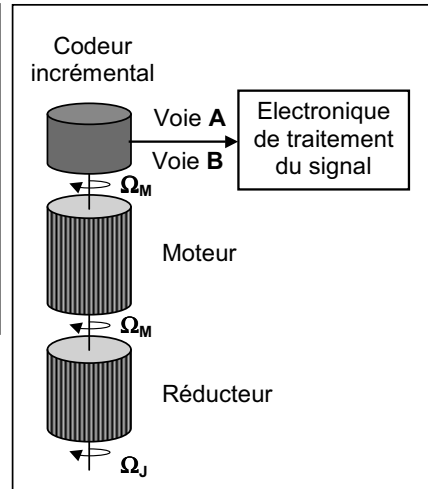
(Extrait concours CSMP TSI)

Une entreprise souhaite réaliser un robot qui ne doit être constitué que de deux jambes et d'un début de tronc. La fonction globale du produit est de valider les algorithmes de déplacement élaborés par des laboratoires de recherche spécialisés en micro robotique.



Le robot doit pouvoir tourner sur lui-même. C'est le moteur de rotation de la hanche qui, par l'intermédiaire d'un réducteur, assure ce mouvement.

Le capteur de position nécessaire à l'asservissement de position est un codeur incrémental dont l'implantation est donnée ci-contre. Le moteur de rotation de la hanche est un moteur à courant continu et le rapport de réduction du réducteur associé est $k = 1 / 180,8$.



La précision souhaitée pour θ (avec $\Omega_J = \frac{d\theta}{dt}$) est $0,2^\circ$.

➤ A l'aide de la documentation, **déterminer** le codeur à utiliser afin d'obtenir la précision souhaitée.

escap Type D / Type F
Portescap
Encoder

Integrated Magnetic Encoders

Encoder Type D and F connections

| | |
|-------------|-----------|
| 1 Motor + | 6 Motor - |
| 2 Vcc | 7 NC |
| 3 Channel A | 8 NC |
| 4 Channel B | 9 NC |
| 5 GND | 10 NC |

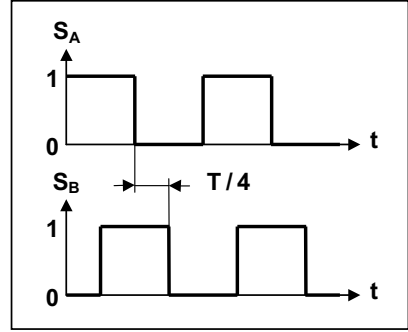
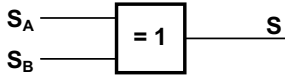
| Characteristics at 22 °C (pulse per rev : points par tour) | | | D | F |
|--|--|--------|---|----------|
| Number of pulses per rev | | | 12 | 16 |
| Supply voltage | Vcc | V | 5 | 3.5...15 |
| Supply current | typical at 5 V | mA | 4 | 6 |
| Rise time | t4 | µs | 0.125 | 5 |
| Fall time | t5 | µs | 0.05 | 0.2 |
| Output signal ²⁾ | Two channels / square wave in quadrature | | | |
| Electrical phase shift between U1 and U2 | t3/t1 x 360 | degree | 90 ± 40 | |
| Signal ratio ³⁾ | t2/t1 | % | 50 ± 25 | |
| Max. count frequency | | | 10 | 15 |
| Operating temperature range | | | °C -20...+85 | |
| Inertia | | | 10 ⁻⁷ x kgm ² 0.1 | |
| Measuring conditions | Temperature | °C | 22 | |
| | Supply voltage | V | 5 | |
| | Load resistance | Mohm | 1 | |
| | Load capacity | pF | 25 | |

➤ **Calculer** alors la précision réelle P_r obtenue.

❑ **Amélioration de la précision du codeur**

Après quelques essais, la précision est jugée insuffisante. Pour l'améliorer sans changer le codeur, on utilise les deux voies **A** et **B** du codeur.

L'électronique de traitement du signal élabore à partir des signaux **S_A** et **S_B** issus des voies **A** et **B** le signal **S** de résolution supérieure à celle du codeur seul.



- **Rappeler** le rôle des voies **A** et **B** sur un codeur incrémental.
- **Donner** l'expression logique de **S** en fonction de **S_A** et **S_B**.
Tracer le chronogramme du signal **S**.
- Soit **P_r'** la nouvelle précision réelle obtenue.
Déterminer le rapport **P_r / P_r'** correspondant au gain sur la précision. **Justifier**.

Réponses :

- On cherche la résolution minimale *n* (en pts/ tour) satisfaisant le cahier des charges :

$$n = k \cdot \frac{360}{\text{précision}} = \frac{1}{180,8} \cdot \frac{360}{0,2} \approx \boxed{10 \text{ pts / tour}}$$

Les deux codeurs proposés conviennent mais on retiendra celui dont la résolution est juste supérieure à savoir le codeur D : *n* = 12 pts/ tour

- La précision réelle obtenue avec le codeur D est :

$$P_r = k \frac{360}{12} \approx \boxed{0,166^\circ} (< 0,2) \quad (0,124^\circ \text{ si codeur F})$$

Amélioration de la précision du codeur

- La voie A permet de connaître par comptage des impulsions la position angulaire de la hanche.

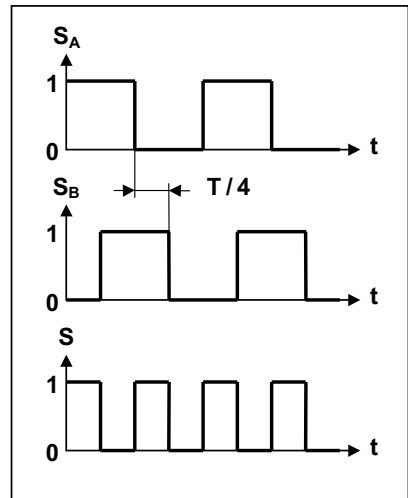
La voie B permet de connaître le sens de rotation du moteur de hanche.

- D'après le symbole logique : $\boxed{S = S_A \oplus S_B}$

On rappelle que : $S = \overline{S_A} \cdot S_B + S_A \cdot \overline{S_B}$

- Le nouveau signal S, de fréquence 2 fois supérieure à celle du signal de comptage **S_A**, permet un pas d'incrémentaion 2 fois plus petit, soit un rapport :

$$\boxed{\frac{P_r}{P_r'} = 2} \Rightarrow P_r' = 0,083^\circ$$



2.4.3. Choix du type de sortie

Il faut s'assurer de la compatibilité des caractéristiques électriques avec les entrées du système de traitement. Les différents types de sorties (collecteur ouvert, émetteur de ligne, etc.) imposent des limites technologiques dont notamment les fréquences admissibles (en Hz = nombre de points / s).

Pour un codeur incrémental, il faut calculer la fréquence maximale d'utilisation.

Elle est liée à la résolution du codeur (**n points / tour**) et à la vitesse de rotation (**N tours / s**) de l'axe l'entraînant par la relation suivante :

$$f_{(Hz)} = N_{(tours/s)} \cdot n_{(points/tour)}$$

Il faut vérifier si la fréquence ainsi calculée est compatible avec la fréquence maximale admissible du système de traitement choisi.

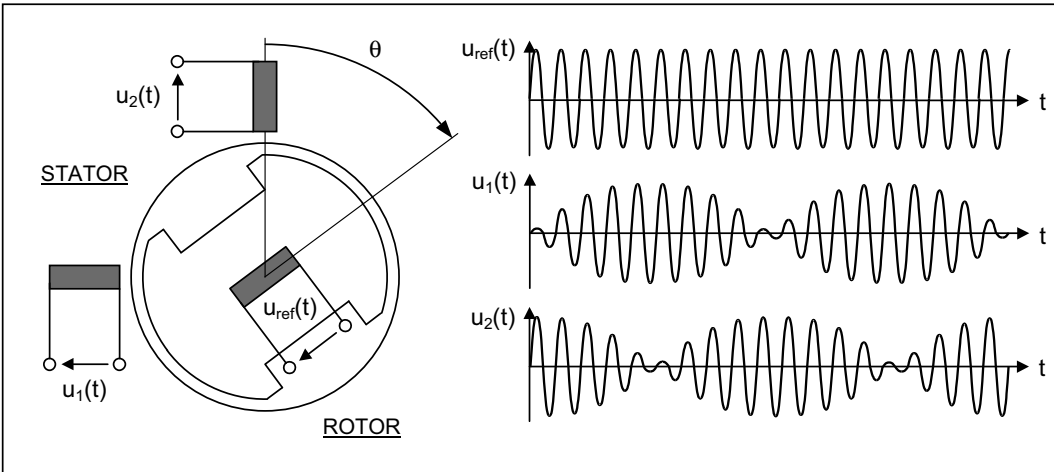
2.4.4. Exemples industriels

| Codeur incrémental | Codeur absolu | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|-----------------------|------------|----------|---|----------------------|----------|---|----------------------|----------|---|-----------------------|----------|---|-----------------------|----------|---------|----------------------|----------|---------|----------------------|--|---------------|-------------------|----------|---------------|----------|------------------|
|  |  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Codeurs incrémentaux série G305 | Codeur absolu multitours GXM1W | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <ul style="list-style-type: none"> • Gamme de codeurs de faible encombrement dont les sorties sont compatibles NPN et PNP. • Permettent d'enregistrer et de mesurer des déplacements, longueurs, angles, vitesses de rotation, etc. • Particulièrement intéressants en association avec un tachymètre pour la mesure de vitesse. • Signaux de sortie sur transistor Darlington FET. • Fixation par vis. • Câbles équipés d'un connecteur DIN 5 pts en différentes longueurs à commander séparément. | <ul style="list-style-type: none"> • Résolution jusqu'à 4096 points / tour sur 4096 tours. • Sorties parallèles collecteur ouvert PNP protégées contre les courts-circuits. • Code Gray ou binaire. • Positionnement électrique du zéro. • Bride standard avec axe 10 mm. • Fixation frontale par support équerre (option). • Sortie par câble de 1 mètre avec Sub-D 37 contacts mâles, connecteur Sub-D femelle fourni avec le codeur. | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Spécifications techniques | Spécifications techniques | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Alimentation : 10-30 V cc, 5% ondulation résiduelle | Alimentation : 10-30 V cc | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Consommation : 30 mA | Consommation : 60 mA | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Rapport cyclique : 0,5 ±30% | Fréquence de commutation : 800 kHz max. | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Fréquence : 10 kHz max. | Charge : 50 N axial, 60 N radial | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Vitesse de rotation : 6000 tr/min max. | Vitesse de rotation : mécanique 10000 tr/min max électrique 6000 tr/min max | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Temps de montée : 1 µs | Moment d'inertie : 2.10 ⁻⁶ kg.m ² | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Temps de descente : 1 µs | Sorties : PNP logique positive | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Charge : 40 mA max. | Dimensions sans axe (mm) : Ø 58 mm x L 75 mm | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Diamètre axe : 7 mm | Poids : 600 g | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Poids : 130 g | Température d'utilisation : -20°C à +70°C | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Température d'utilisation : -20°C à +60°C | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>Code commande</th> <th>Nombre de voies</th> <th>Résolution</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>181-1508</td> <td>1</td> <td>20 impulsions / tour</td> </tr> <tr> <td>181-1514</td> <td>1</td> <td>50 impulsions / tour</td> </tr> <tr> <td>407-1129</td> <td>1</td> <td>100 impulsions / tour</td> </tr> <tr> <td>407-1135</td> <td>1</td> <td>125 impulsions / tour</td> </tr> <tr> <td>181-1520</td> <td>2 (90°)</td> <td>50 impulsions / tour</td> </tr> <tr> <td>407-1157</td> <td>2 (90°)</td> <td>60 impulsions / tour</td> </tr> </tbody> </table> | Code commande | Nombre de voies | Résolution | 181-1508 | 1 | 20 impulsions / tour | 181-1514 | 1 | 50 impulsions / tour | 407-1129 | 1 | 100 impulsions / tour | 407-1135 | 1 | 125 impulsions / tour | 181-1520 | 2 (90°) | 50 impulsions / tour | 407-1157 | 2 (90°) | 60 impulsions / tour | <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>Code commande</th> <th>Description GXM1W</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>481-7616</td> <td>A20W0ABB Gray</td> </tr> <tr> <td>481-7622</td> <td>A20W0BBB Binaire</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Références de commande (non détaillées)</p> | Code commande | Description GXM1W | 481-7616 | A20W0ABB Gray | 481-7622 | A20W0BBB Binaire |
| Code commande | Nombre de voies | Résolution | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 181-1508 | 1 | 20 impulsions / tour | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 181-1514 | 1 | 50 impulsions / tour | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 407-1129 | 1 | 100 impulsions / tour | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 407-1135 | 1 | 125 impulsions / tour | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 181-1520 | 2 (90°) | 50 impulsions / tour | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 407-1157 | 2 (90°) | 60 impulsions / tour | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Code commande | Description GXM1W | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 481-7616 | A20W0ABB Gray | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 481-7622 | A20W0BBB Binaire | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

3. Le résolveur

3.1. Structure

Le résolveur est le capteur de position le plus utilisé avec les servomoteurs brushless. Il s'agit pour simplifier d'un transformateur tournant constitué d'un rotor bobiné et d'un stator comprenant deux enroulements disposés en quadrature (90°).



Le rotor est alimenté par une tension alternative sinusoïdale, appelée **porteuse**, de fréquence f_{ref} comprise entre 4 et plus de 10 kHz. Elle constitue le signal de référence $u_{ref}(t)$:

$$u_{ref}(t) = U_{ref} \cdot \sin(2\pi f_{ref}t)$$

Le champ tournant, ainsi généré, induit dans les enroulements placés au stator et décalés de 90°, deux tensions alternatives sinusoïdales modulées en amplitude selon la position θ du rotor :

$$\begin{aligned} u_1(t) &= k U_{ref} \cdot \sin(2\pi f_{ref}t) \cdot \sin\theta \\ u_2(t) &= k U_{ref} \cdot \sin(2\pi f_{ref}t) \cdot \cos\theta \end{aligned}$$

où k est le rapport de transformation du résolveur.

Ces tensions contiennent implicitement l'information sur la position angulaire θ du rotor, qui peut être extraite de la relation suivante :

$$\theta(t) = \text{Arc tan} \left(\frac{u_1(t)}{u_2(t)} \right)$$

□ Conclusion

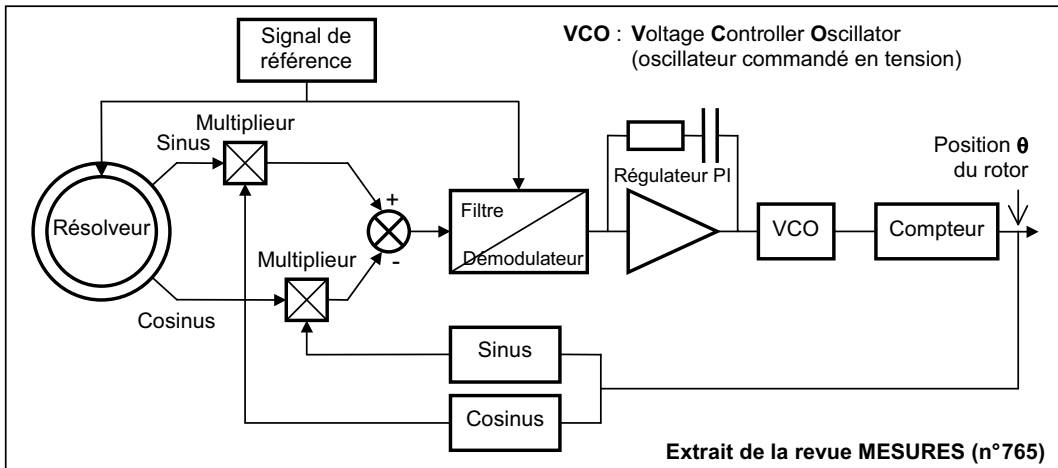
Le résolveur est un composant électromécanique, capable de fonctionner sur une large plage de température. C'est aussi un capteur de position fiable et robuste pour les environnements difficiles (ambiances humides et poussiéreuses, milieux explosifs, ...). De plus, il donne une information de position absolue sur un tour, condition indispensable pour l'autopilotage d'un moteur synchrone.

3.2. Traitement des signaux

L'unité de traitement pilotant le moteur, exigeant des signaux numériques, les informations issues du résolveur devront donc être converties. Pour obtenir la valeur numérique de la position angulaire θ du rotor, il existe deux approches possibles.

3.2.1. Numérisation avec un convertisseur RDC

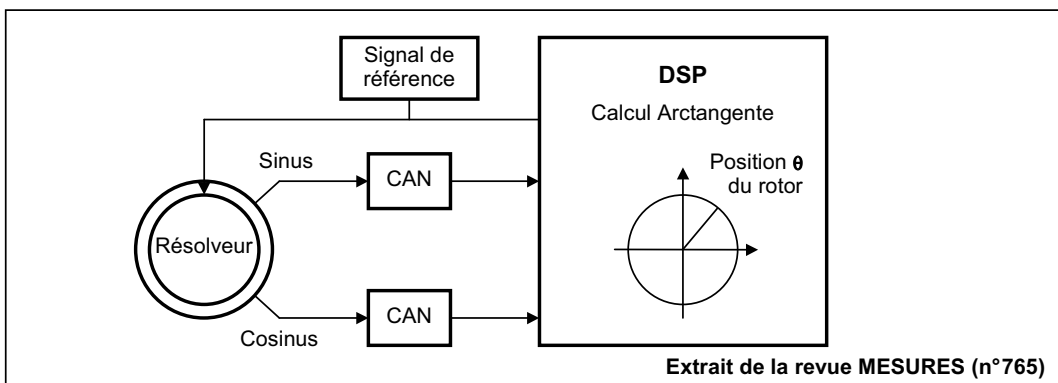
La première consiste à utiliser un convertisseur **RDC** (Resolver to Digital Conversion) monolithique.



Le signal de référence est en fait la tension alternative sinusoïdale $u_{ref}(t)$ appliquée au rotor du résolveur. Grâce aux deux fonctions intégrales du **VCO** et du régulateur **PI** (Actions **Proportionnelle** et **Intégrale**), la boucle de numérisation a un gain unitaire et ne présente pas d'écart de poursuite (système suiveur) quand le résolveur fonctionne à vitesse constante. La sortie numérique donne en permanence la position angulaire θ du rotor, et ce avec une bonne immunité au bruit grâce à l'effet de filtre (fonction de transfert du 2nd ordre). Cependant, il faudra tenir compte du retard introduit par celui-ci. Une démodulation sensible à la phase est alors utilisée pour éliminer la fréquence de la porteuse.

3.2.2. Numérisation avec un processeur DSP

La seconde fait appel à un circuit intégré dédié type **DSP** (Digital Signal Processor – cf. page 250).



Les tensions en sinus et cosinus des deux enroulements placés au stator, sont appliquées à deux convertisseurs analogique / numérique (**CAN** de résolution 12 ou 16 bits). Pour être sûr de ne pas perdre d'information, ces signaux sont échantillonnés à $2.f_{ref}$ (cf. théorème de Shannon page 215). Le **DSP** applique alors la fonction « **Arctan** » sur les échantillons de sinus et cosinus du résolveur et en déduit la position angulaire θ du rotor.

La précision de la mesure de la position dépend principalement de la qualité de la fabrication du résolveur (assemblage de l'enroulement de la bobine et excentration lors du montage du rotor et du stator) mais aussi de l'erreur de conversion.

L'erreur globale commise sur la valeur de la mesure de la position pour un asservissement basé sur un résolveur, est généralement de ± 15 minutes d'arc (1 minute d'arc = 1/60 degré).

4. Les codeurs sinusoïdaux

La recherche d'asservissements performants (précision, temps de réponse, bande passante, stabilité, robustesse) exige l'augmentation de la résolution (points / tour) du codeur incrémental. Mais, aux vitesses de rotation élevées, la fréquence des signaux de sortie du codeur devient trop importante (cf. & 2.4.3 page 110) et est limitée par l'électronique de l'asservissement.

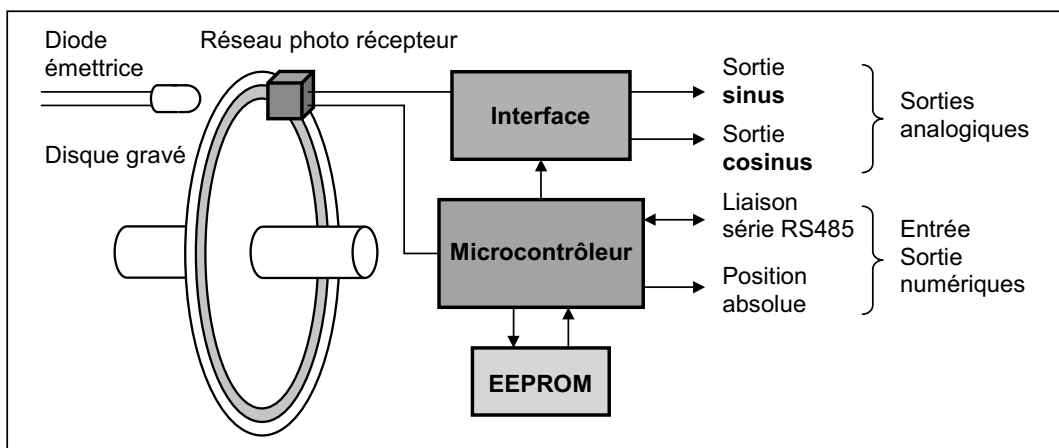
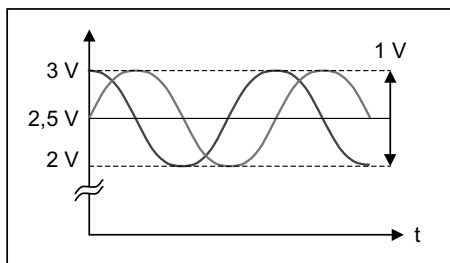
C'est la raison pour laquelle les codeurs incrémentaux avec sorties sinus / cosinus, appelés **codeurs sinus**, sont souvent préférés aux codeurs incrémentaux classiques. Ils fournissent un signal de retour absolu pour le contrôle de position mais aussi, dans certaines versions, un signal de retour incrémental haute résolution pour la régulation de vitesse.



4.1. Structure

Les codeurs sinus offrent l'avantage de combiner les techniques analogiques et numériques afin d'obtenir un signal haute résolution très bien immunisé au bruit.

Deux signaux sinus et cosinus, issus des pistes A et B, sont générés par le codeur à raison de **16 à 1024 périodes** par tour. En règle générale, ces signaux, d'amplitude crête à crête égale à **1 V**, sont superposés à une tension continue de **2,5 V** et sont disponibles sur les **sorties analogiques**.



La **position absolue** peut être stockée dans une mémoire non volatile (EEPROM) de même que des informations sur les caractéristiques du moteur auquel le codeur est associé. Celles-ci seront utilisées par le variateur pour réaliser son auto-ajustement.

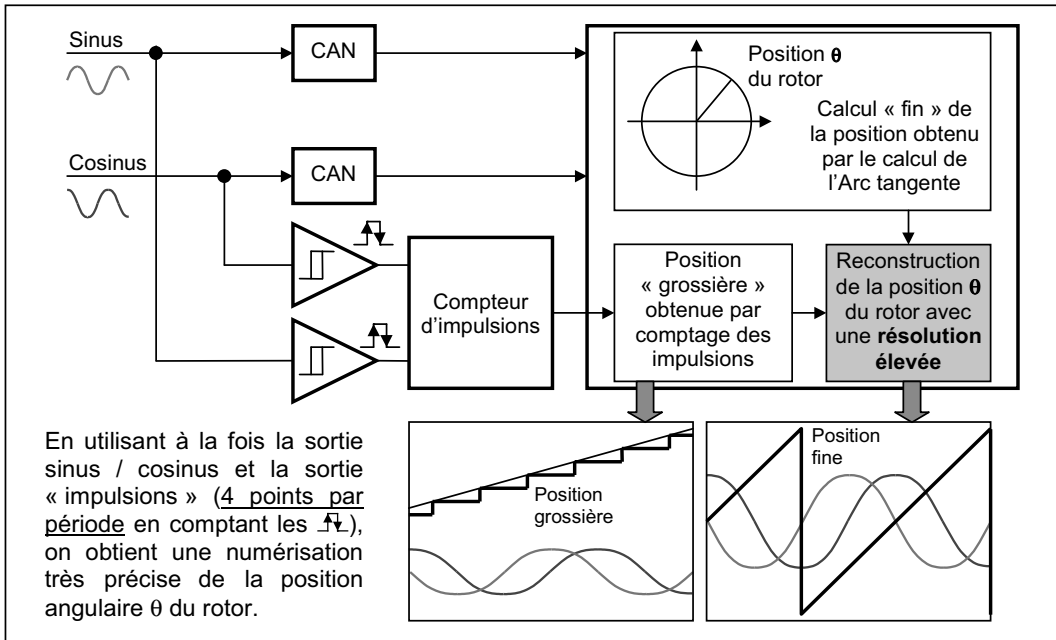
4.2. Traitement des signaux : interpolation fine

La valeur de la position est obtenue par le calcul de l'arc tangente, après numérisation des signaux sinus / cosinus (comme pour les résolveurs). Cette information est alors combinée avec l'indication délivrée sur la sortie « impulsions » du codeur de l'électronique de traitement de façon à obtenir une information plus précise sur la position (voir principe page suivante).

Cette technique est appelée **interpolation fine** de la position. Elle permet d'obtenir une mesure de position avec une résolution très élevée. Ainsi, un codeur sinus avec **1024 périodes** du signal par tour et une interpolation de **256** (8 bits) fournit :

$$\underbrace{1024 \times 4 \times 2^8}_{\text{Position grossière}} = \underbrace{1024 \times 4 \times 256}_{\text{Position fine}} = 1\,048\,576 \approx \boxed{\text{1 million de points / tour}}$$

□ **Numérisation des signaux de sortie d'un codeur incrémental sin/cos**



En fonction de l'électronique de traitement utilisée, cette interpolation peut atteindre **16 bits** grâce à la qualité des signaux issus du codeur et la résolution atteint alors :

$$1024 \times 4 \times 2^{16} = 1024 \times 4 \times 65536 = 268\ 435\ 456 \approx \boxed{270 \text{ millions de points / tour}}$$

Les essais montrent sans ambiguïté que les codeurs incrémentaux avec sorties sinus / cosinus permettent de réaliser des asservissements beaucoup plus performants que ceux réalisés avec des résolveurs ou des codeurs incrémentaux classiques.

5. Critères de choix

Pour évaluer l'aptitude des différents capteurs de position à remplir les exigences d'une application, il faut examiner un à un ses besoins en termes de :

- Σ **Précision**
- Σ **Résolution**
- Σ **Position absolue ou relative**
- Σ **Temps de réponse** (retard de la mesure)
- Σ Linéarité
- Σ Sensibilité aux bruits électriques
- Σ Gamme de température
- Σ Sensibilité aux chocs et vibrations
- Σ Nombre de connexions nécessaires

| Type | Avantages | Inconvénients |
|--------------------|---|--|
| Résolveur | Position absolue Robuste (environnement difficile) Large plage de température | Précision relative (5 à 20 minutes d'arc) |
| Codeur incrémental | Précision (2,16 minutes d'arc pour 10^4 pts/tour) Coût | Position relative, nécessite Top Zéro, limité en fréquence |
| Codeur absolu | Position absolue | Onéreux Nombre de connexions élevé Risque de défaillance |
| Codeur sinus | Résolution très élevée (< 1 minute d'arc) Précision, temps de réponse | |

Chapitre 11

Capteurs électriques industriels

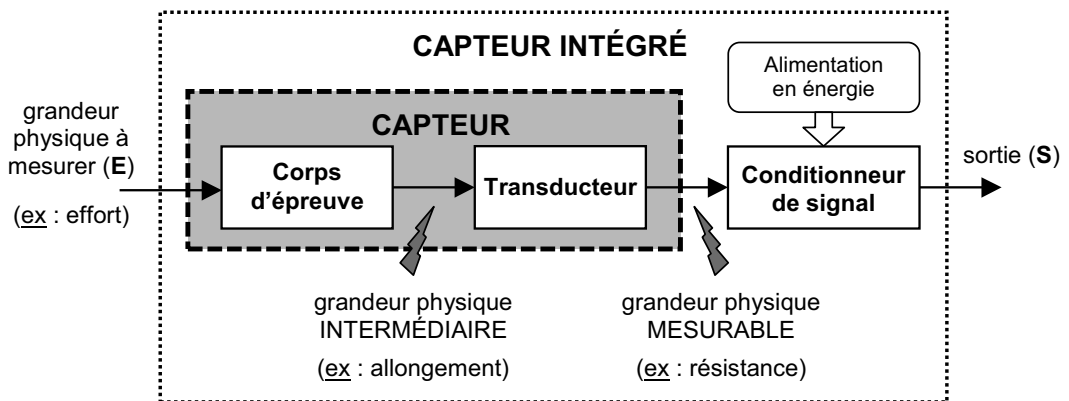
1. Généralités

On se limitera dans ce chapitre aux grandeurs physiques les plus courantes, avec un classement des différents capteurs selon le procédé physique mis en œuvre.

1.1. Structure et fonctions principales d'un capteur

De façon simple, un capteur peut être défini comme un transducteur convertissant une grandeur physique en un signal électrique. Cette transformation peut être directe dans quelques cas simples (exemple : thermocouple). Mais en réalité, la technologie des capteurs fait souvent appel à plusieurs conversions de phénomène physique avant d'arriver au signal de sortie.

Ainsi, la structure d'un capteur répond de manière générale au schéma ci-dessous :



Le capteur proprement dit est formé du corps d'épreuve et du transducteur :

- **Corps d'épreuve** : C'est l'élément mécanique réagissant à la grandeur physique à mesurer.
Exemple : Support phénolique pour une jauge de déformation.
- **Transducteur** : C'est l'élément lié au corps d'épreuve traduisant la réaction reçue en un signal électrique, une variation de résistance, de capacité, d'inductance.
Exemple : Fil résistant disposé en zigzag pour une jauge.
- **Conditionneur** : Circuit électronique traitant la grandeur mesurable pour délivrer un signal de sortie ayant des caractéristiques spécifiées (V, I, f, ...).
Exemple : Pont de Wheatstone suivi d'un amplificateur d'instrumentation.

La loi obtenue $S = f(E)$ n'est pas toujours linéaire.

On intègre de plus en plus le conditionneur dans le même boîtier que le capteur : l'ensemble forme alors un **capteur intégré**. Les fonctions assurées par ce conditionneur vont de la simple mise en forme et adaptation du signal, jusqu'aux traitements élaborés de correction de grandeurs d'influence, formant ce qu'on appelle aujourd'hui les **capteurs intelligents** à microprocesseurs.

1.2. Principales caractéristiques d'un capteur

(Rappels du chapitre 8)

- **Etendue de mesures** : Valeurs extrêmes pouvant être prises par la grandeur à mesurer.
- **Résolution** : Plus petite variation de la grandeur d'entrée que le capteur peut détecter.
- **Sensibilité** : Variation du signal de sortie pour une variation de la grandeur d'entrée. C'est donc la dérivée de la fonction de transfert $S = f(E)$.
- **Précision** : Caractérise l'aptitude d'un capteur à donner des indications proches de la valeur vraie de la grandeur mesurée. Elle comprend l'erreur de justesse (indication valable) et de fidélité (répétitivité).
- **Rapidité** : Caractérisée par le temps de réponse de la grandeur de sortie suite à une variation de la grandeur d'entrée. Liée à la bande passante du capteur.

2. Capteurs à résistance variable

La résistance d'un conducteur est donnée par la relation :

$$R = \rho \frac{\ell}{S} = \rho_0 (1 + \alpha \theta) \frac{\ell}{S}$$

Si le coefficient de température α est constant, on peut faire varier R en agissant sur :

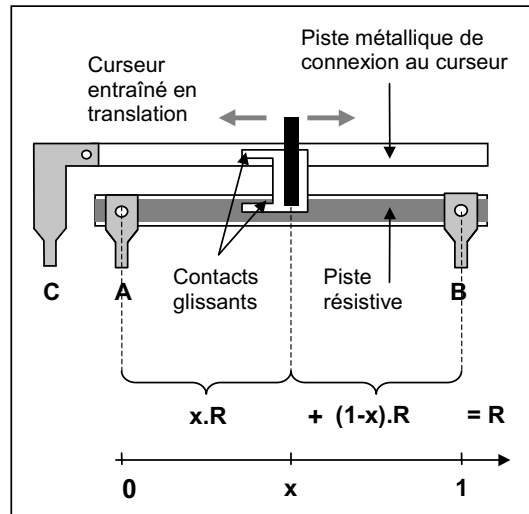
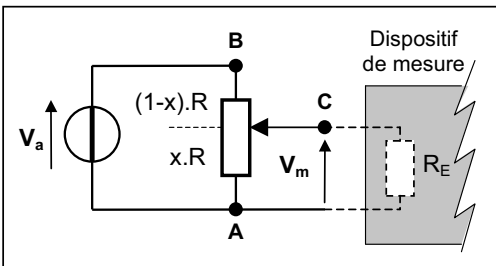
- la longueur ℓ du conducteur ;
- la température θ du conducteur.

2.1. Capteur potentiométrique

2.1.1. Principe

L'objet dont on désire mesurer la position ou le déplacement, est rendu solidaire mécaniquement du curseur du potentiomètre.

Si on applique une tension continue V_a entre ses extrémités **A** et **B**, la tension V_m mesurée entre **A** et **C** est proportionnelle au déplacement x de cet objet.



On appelle R_E la résistance d'entrée du dispositif de mesure, supposée très grande : $R_E \gg R$.

Dans ces conditions :
$$V_m = \frac{R_{equ}}{(1-x)R + R_{equ}} \cdot V_a \quad \text{avec} \quad R_{equ} = \frac{xR \cdot R_E}{xR + R_E} \approx xR.$$

D'où :

$$V_m \approx x \cdot V_a$$

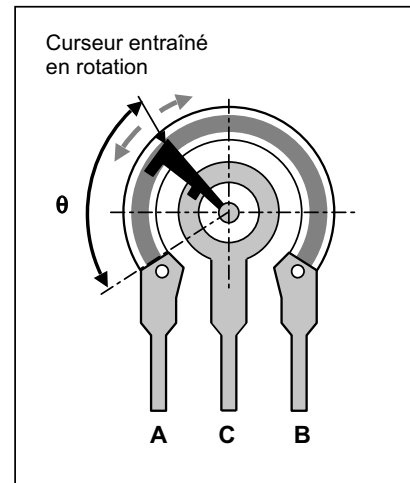
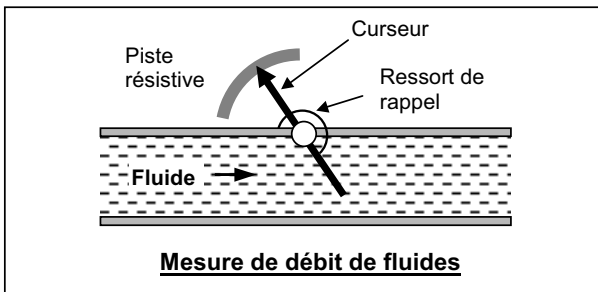
2.1.2. Avantages et inconvénients

- L'inconvénient majeur de ce type de capteur est l'**usure mécanique** de la piste résistive (en carbone ou plastique). En effet, un potentiomètre à usage audio n'est manœuvré que quelques fois dans une journée, aussi une durée de vie garantie de 25 000 manœuvres est suffisante pour assurer la longévité de l'appareil. Un tel potentiomètre utilisé dans un asservissement exécutant 5000 manœuvres par jour (ex : table traçante) aurait une espérance de vie de 5 jours. Ils sont actuellement remplacés par les capteurs **magnétostrictifs**, plus précis et résistants.
- Son avantage est la **simplicité de la mise en œuvre**, la forte amplitude de la tension V_m ne nécessitant pas d'amplification.

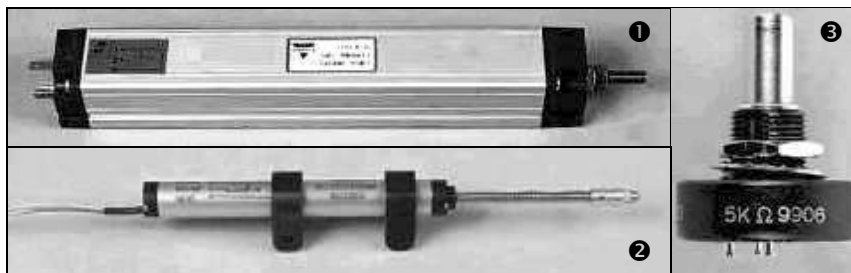
2.1.3. Utilisation

On trouve également des **capteurs à déplacement rotatif** dont le débattement angulaire θ va d'une fraction de tour (270°) à plusieurs tours (piste hélicoïdale).

On peut les utiliser pour mesurer des grandeurs physiques, autres que le déplacement proprement dit.



- ❶ : **Capteur de déplacement rectiligne pour l'asservissement en position des vérins**
Course de 0,1 à 0,75 m - R = 5 k Ω - Précision $\pm 0,05\%$ - Durée de vie : $40 \cdot 10^6$ manœuvres
- ❷ : **Capteur de déplacement rectiligne de type palpeur**
Course de 25 mm - R = 5 k Ω - Précision $\pm 0,1\%$ - Durée de vie : $50 \cdot 10^6$ manœuvres
- ❸ : **Capteur de déplacement rotatif monotour (340°)**
R = 1 à 10 k Ω - Précision $\pm 1\%$ - Durée de vie : $10 \cdot 10^6$ manœuvres (piste à plastique résistif)



2.2. Capteur à jauges d'extensométrie

2.2.1. Principe

Les jauges sont de simples résistances, dont la valeur varie sous l'effet d'une déformation mécanique produite par un effort (extension, compression, flexion, torsion) ou par une pression. Collées sur la structure à étudier, elles en suivent fidèlement les moindres déformations, même à des fréquences élevées (jusqu'à 50 kHz).

Elles sont réalisées par une technique analogue à celle de la fabrication des circuits imprimés. Le support en résine époxy maintient le **conducteur métallique** d'épaisseur 2 µm environ, décrivant un certain nombre d'allers et retours dans la direction de l'effort à mesurer.

Dans les limites d'emploi des jauges, on a :

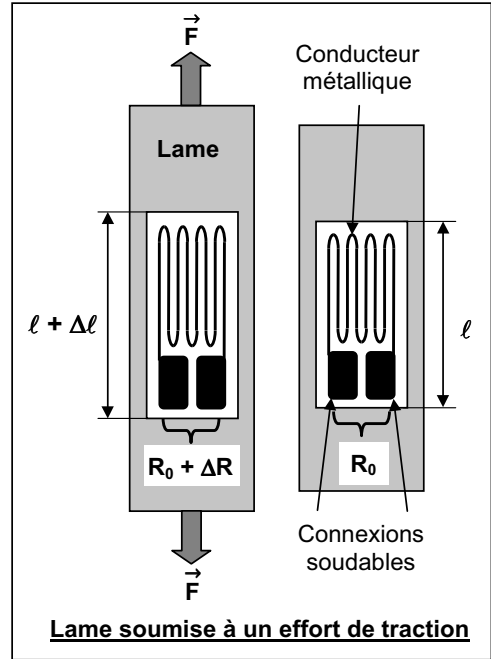
$$\frac{\Delta R}{R_0} = K \cdot \frac{\Delta \ell}{\ell}$$

K est le **facteur de jauge**. Il vaut :

- 0,5 à 4 pour les jauges métalliques ;
- 2 pour le Constantan ;
- > 100 pour les jauges à semi-conducteurs mais elles sont trop sensibles à la température, ce qui limite leur domaine d'utilisation.

R₀ est la **résistance nominale** de la jauge (F = 0).

Les allongements relatifs $\Delta \ell / \ell$ vont de 10^{-1} à 10^{-7} suivant les réalisations. Leur exploitation est donc délicate. Pour réduire l'influence de la température sur la mesure, on a intérêt à utiliser des matériaux conducteurs à coefficient de température α faible.



On peut citer notamment les alliages de Cu-Ni comme le **Constantan** ($\alpha = \pm 20 \cdot 10^{-6} / ^\circ\text{C}$) ou ceux de Ni-Cr comme le **Nichrome** ($\alpha = 100 \cdot 10^{-6} / ^\circ\text{C}$).

2.2.2. Différents types

Ces jauges sont parfois appelées abusivement "jauges de contraintes" car à partir de la mesure de ΔR , on peut en déduire la contrainte σ ayant occasionné la déformation. C'est le cas en particulier pour la lame précédente soumise à un effort de traction F :

$$\frac{\Delta R}{R_0} = K \frac{\Delta \ell}{\ell} \quad \text{or} \quad \sigma = \frac{F}{S} = E \cdot \varepsilon \quad \text{où}$$

- E : module d'Young du matériau de la lame (MPa)
- S : section transversale de la lame
- σ : contrainte en MPa
- ε : allongement relatif (= $\Delta \ell / \ell$)

donc

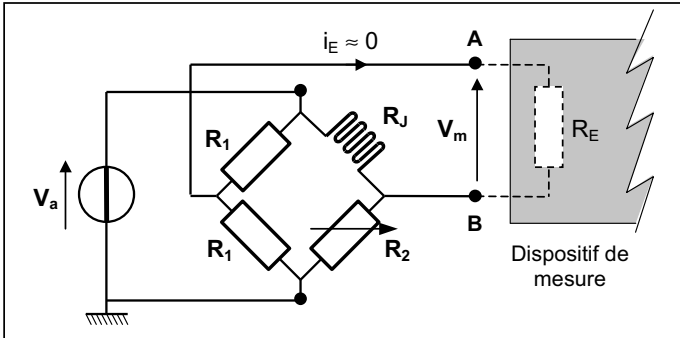
$$\sigma = E \cdot \frac{\Delta \ell}{\ell} = \frac{E}{K} \cdot \frac{\Delta R}{R_0}$$

En fonction du type d'efforts à mesurer, une multitude de formes existe. Plusieurs jauges peuvent également être disposées sur un même support.

| | | | | |
|--------------|-----------------------------------|--------------|----------------|---------------------|
| | | | | |
| Jauge simple | Jauges de torsion et cisaillement | Jauge double | Jauges en pont | Capteur de pression |

2.2.3. Conditionneur de signal : Pont de Wheatstone

Qu'elle soit métallique ou en matériau semi-conducteur, la jauge reste un **composant résistif** que l'on place dans un **pont de Wheatstone**, afin de connaître sa résistance électrique.



Ce pont est constitué de deux résistances fixes égales R_1 , d'une résistance ajustable R_2 et de la jauge J de résistance :

$$R_J = R_0 + \Delta R$$

On suppose que la résistance d'entrée R_E du dispositif de mesure est très grande devant les autres résistances ($i_E \approx 0$).

Dans ces conditions, on peut écrire que :

$$V_m = V_A - V_B = \left[\frac{1}{2} \frac{R_2}{R_2 + R_J} \right] \cdot V_a = \frac{R_J - R_2}{2 \cdot (R_2 + R_J)} \cdot V_a = \frac{\Delta R + R_0 - R_2}{2 \cdot (R_2 + \Delta R + R_0)} \cdot V_a$$

2 Diviseurs de tension

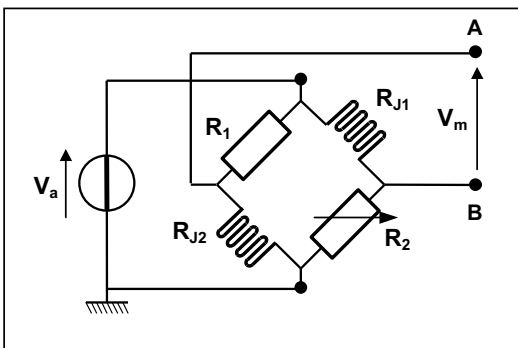
On agit alors sur R_2 pour que $R_2 = R_0$. Ainsi, lorsque la jauge est au repos ($\Delta R = 0$), on a $V_m = 0 \text{ V}$. Par conséquent :

$$V_m = \frac{\Delta R}{2 \cdot (2R_0 + \Delta R)} \cdot V_a = \frac{\Delta R}{4R_0} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\Delta R}{2R_0}} \cdot V_a \Rightarrow \boxed{V_m \cong \frac{\Delta R}{4R_0} \cdot V_a}$$

<<1

La tension mesurée aux bornes du pont V_m est donc directement proportionnelle à la variation relative de longueur de la jauge $\Delta \ell / \ell$: **ce montage de mesure est quasiment linéaire !**

Attention, l'hypothèse $\Delta R/R_0 \ll 1$ n'est plus vraie avec des jauges à semi-conducteurs ($K > 100$).



L'utilisation de 2 jauges actives J_1 et J_2 (jauge double) augmente la sensibilité du capteur. On démontrerait en prenant :

$$\boxed{R_0 = R_1 = R_2}$$

$$\boxed{R_{J1} = R_{J2} = R_0 + \Delta R}$$

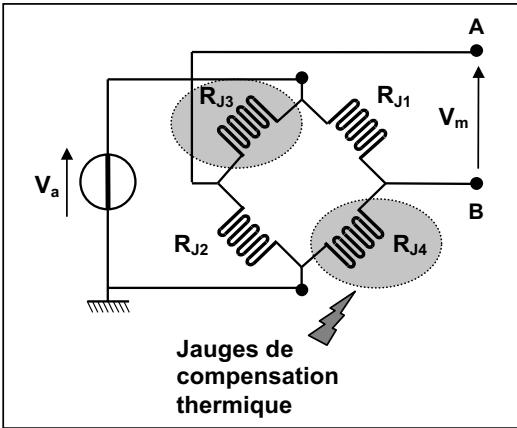
avec : $\Delta R/R_0 \ll 1$

que :

$$\boxed{V_m \cong \frac{\Delta R}{2R_0} \cdot V_a}$$

Ces capteurs sont très sensibles à la température : $\Delta R = \Delta R_C + \Delta R_\theta$ où ΔR_C est la variation de résistance due à la contrainte seule et ΔR_θ , celle liée à la variation de température seule.

Si on veut conserver la sensibilité précédente en annulant l'influence de la température sur le résultat de la mesure, il faut utiliser 2 jauges supplémentaires J_3 et J_4 . Ces jauges **non actives** sont collées sur la même structure que J_1 et J_2 , mais dans une zone ne subissant pas de contraintes (voir schéma page suivante).



Par contre, leurs résistances varient avec la température tout comme J1 et J2 :

$$\begin{aligned} R_{J1} &= R_{J2} = R_0 + \Delta R_C + \Delta R_\theta \\ R_{J3} &= R_{J4} = R_0 + \Delta R_\theta \end{aligned}$$

Ainsi, l'application de la formule du diviseur de tension conduit à :

$$\begin{aligned} V_m &= V_A - V_B = \left[\frac{R_{J2}}{R_{J2} + R_{J3}} - \frac{R_{J4}}{R_{J1} + R_{J4}} \right] \cdot V_a \\ &= \frac{R_{J2} - R_{J4}}{R_{J2} + R_{J4}} \cdot V_a \end{aligned}$$

Par conséquent, on obtient :

$$V_m = \frac{\Delta R_C}{2 \cdot (R_0 + \Delta R_\theta) + \Delta R_C} \cdot V_a = \frac{\Delta R_C}{2R_0} \cdot \frac{1}{1 + \underbrace{\frac{\Delta R_\theta}{R_0} + \frac{\Delta R_C}{2R_0}}_{\ll 1}} \cdot V_a \Rightarrow \boxed{V_m \approx \frac{\Delta R_C}{2R_0} \cdot V_a}$$

La dérive en température n'a donc aucune influence sur le résultat de la mesure. Les jauges **J3** et **J4** sont appelées jauges de **compensation thermique**. Il existe des **jauges autocompensées** enregistrant les déformations liées aux contraintes et non les dilatations thermiques libres. La tension V_m en sortie du pont est faible comparée au capteur potentiométrique. Il sera nécessaire de l'amplifier avec un gain ajustable, précis et stable (cf. chapitre 14).

2.2.4. Utilisation

On utilise ces capteurs dans des mesures permettant, par exemple, de :

- **vérifier** si un matériau travaille dans la zone de fatigue élastique ;
- **connaître** la répartition des contraintes sur une pièce de forme complexe où le calcul est délicat.

2.3. Capteurs de température

2.3.1. Résistances

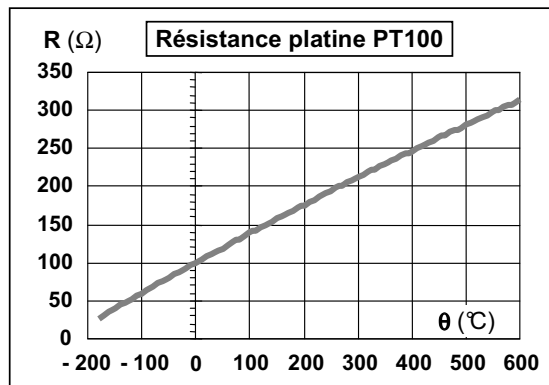
La résistance d'un conducteur métallique varie avec la température. Basés sur des matériaux comme le cuivre, le nickel ou le platine, ces capteurs sont plus précis que les thermocouples, mais s'adressent à des gammes de températures plus faibles : quelques centaines de degrés.

La sonde **PT100** est un standard dans la mesure de températures. Constituée d'un film ou d'un fil de platine, sa résistance vaut :

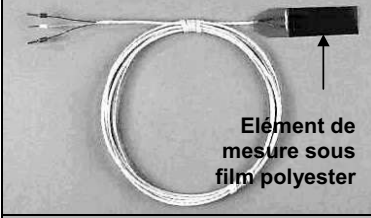
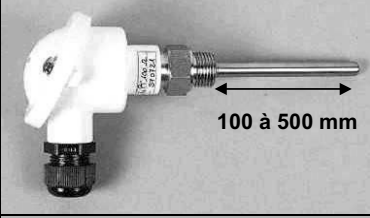
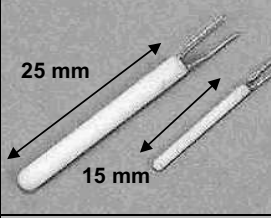
- **100 Ω** à **0°C**
- **138,5 Ω** à **100°C**

La loi $R = f(\theta)$ n'est pas tout à fait linéaire.

Cependant, si la plage de température à mesurer est restreinte, on peut assimiler cette loi à une fonction linéaire.

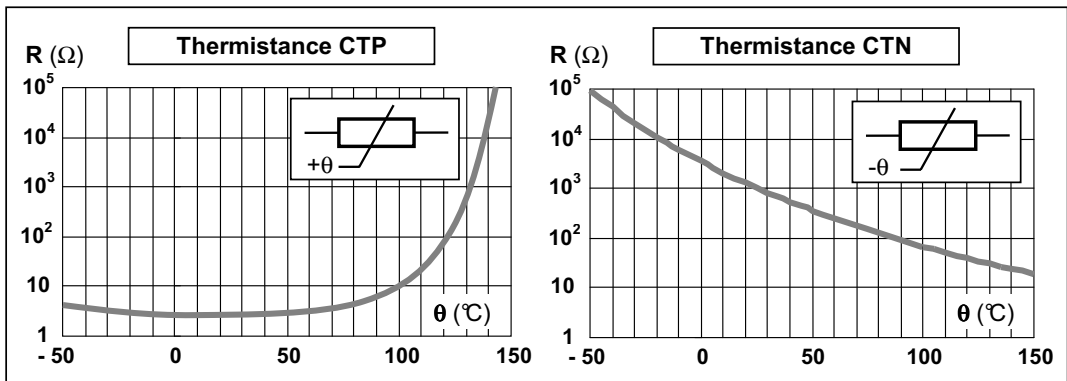


▪ Exemples :

| | | |
|--|---|--|
|  |  |  |
| <p>Elément de mesure sous film polyester</p> <p>Sonde PT100 à coller - 80 °C < θ < 160 °C</p> | <p>100 à 500 mm</p> <p>Sonde PT100 à visser - 50 °C < θ < 300 °C</p> | <p>25 mm 15 mm</p> <p>Sonde miniature - 200 °C < θ < 600 °C</p> |

2.3.2. Thermistances CTP et CTN

Les thermistances utilisent des **matériaux semi-conducteurs** dont le coefficient de température est positif (CTP) ou négatif (CTN), c'est à dire que leur résistance augmente ou diminue à dissipation nulle (sans passage de courant) lorsque la température augmente.



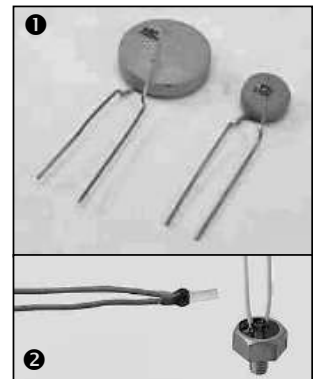
- Pour la **thermistance CTP**, la caractéristique $R = f(\theta)$ est fortement non linéaire et présente un seuil très marqué. Cette zone est très abrupte et difficile à exploiter de manière analogique. De plus, en dessous et au-dessus de certaines valeurs, elle montre un comportement CTN.
- Pour la **thermistance CTN**, la loi $R = f(\theta)$ est exponentielle (θ en Kelvins) :

$$R_{(\theta)} = R_0 \cdot e^{\beta \cdot \left(\frac{1}{\theta} - \frac{1}{\theta_0} \right)}$$

$\left\{ \begin{array}{l} R_0 : \text{résistance à } \theta_0 = 298 \text{ K (25°C)} \\ \beta : \text{dépend du matériau (} 3 \cdot 10^3 \text{ K} < \beta < 5 \cdot 10^3 \text{ K)} \end{array} \right.$

▪ Exemples :

- ❶ : **Thermistance CTP disque :**
R = 0,9 à 1900 Ω à 25°C - Tension maxi de 30 à 265 V
- ❷ : **Thermistances CTP miniature CTP disque avec tige filetée**
R = 1000 Ω à 80°C - Température de - 55 °C à + 220 °C

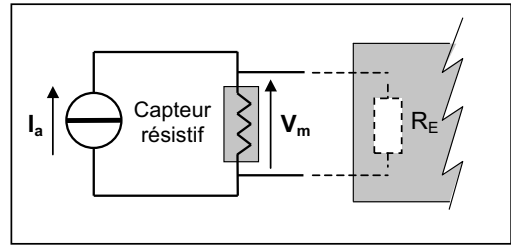


Les **thermistances CTP** sont essentiellement utilisées pour :

- la **détection d'un seuil de température** ;
- la **protection thermique** (moteurs) ;
- la **protection contre les surintensités**.

Les **thermistances CTN** ou les **sondes PT100** peuvent être utilisées en tant que capteurs de température.

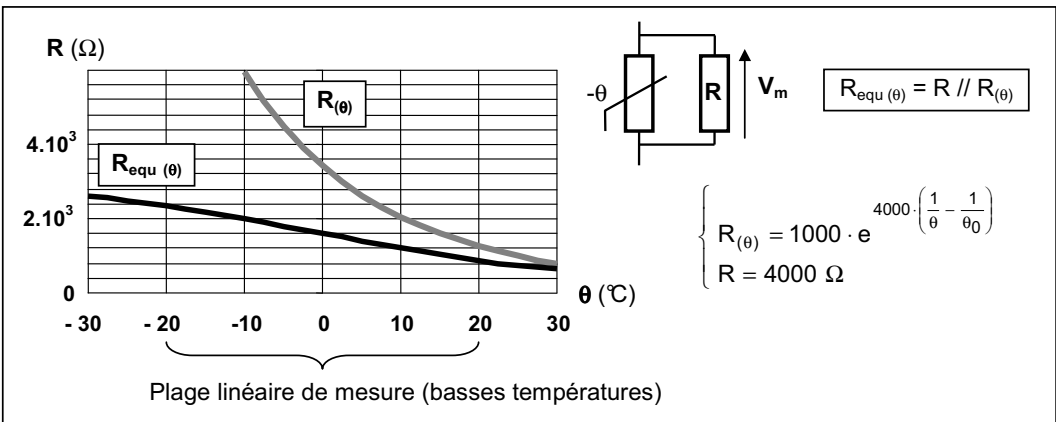
Le montage consiste essentiellement en une alimentation "source de courant" (alimentation d'impédance très élevée) et d'un dispositif de mesure pour prélever la variation de tension due à la variation de résistance.



Pour la thermistance CTN, étant donné la forte non-linéarité (par rapport à la sonde PT100), il faudra procéder à une linéarisation des mesures, cette correction pouvant s'effectuer, soit au niveau de la source du signal V_m , soit en aval du conditionneur.

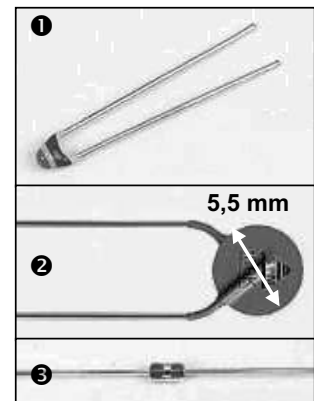
Une solution simple consiste à placer une résistance R fixe en parallèle sur $R_{(\theta)}$. La caractéristique $R_{\text{equ}}(\theta)$ du dipôle équivalent est alors assimilable à une droite sur une plage réduite de température.

▪ Illustration



▪ Exemples :

- ❶ : **Thermistance CTN miniature**
 $R_0 = 2$ à 100Ω - Température de -40 °C à $+150 \text{ °C}$
- ❷ : **Thermistance CTN disque**
 $R_0 = 100 \Omega$ à $470 \text{ k}\Omega$ - Température de -55 °C à $+125 \text{ °C}$
- ❸ : **Thermistance CTN haute température avec enveloppe de verre**
 $R_0 = 10$ à $100 \text{ k}\Omega$ - Température de -40 °C à $+200 \text{ °C}$

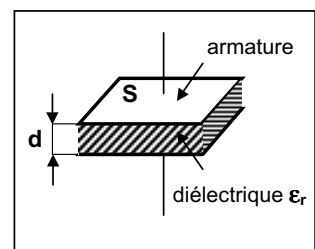


3. Capteurs à capacité variable

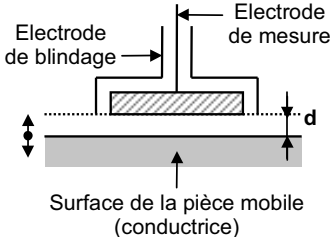
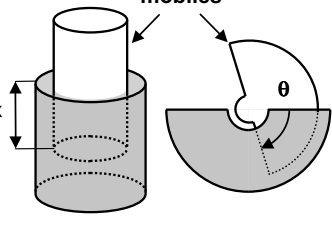
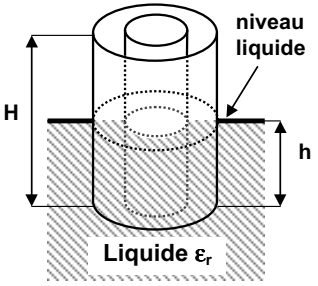
3.1. Différents principes

La valeur de la capacité d'un condensateur s'écrit : $C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d}$

- d est la distance séparant les armatures du condensateur ;
- S est la surface active (en regard) des armatures ;
- ϵ_r est la permittivité relative du milieu diélectrique séparant les armatures du condensateur.



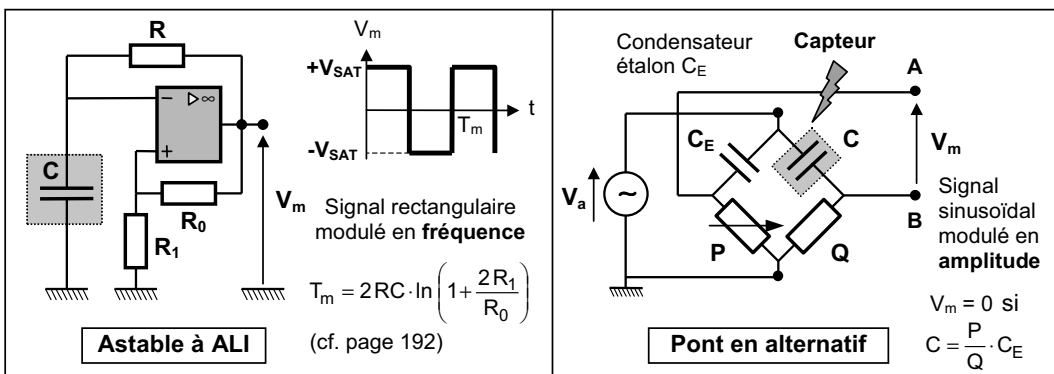
La variation de l'un de ces trois paramètres conduit donc à une variation de la capacité. Elle est essentiellement obtenue par déplacement des éléments constitutifs du condensateur. On utilise principalement des condensateurs plans et cylindriques.

| Variation de d | Variation de S | Variation de ε |
|---|--|---|
|  <p>Electrode de blindage Electrode de mesure Surface de la pièce mobile (conductrice) d</p> <p>Capteurs de proximité (page 92), de déplacement</p> |  <p>Parties mobiles θ</p> <p>$C = k \cdot x$ $C = k' \cdot \theta$</p> <p>Capteurs de déplacement linéaire (x) ou angulaire (θ)</p> |  <p>niveau liquide H h Liquide ε_r</p> <p>$C = k'' \cdot [H + h \cdot (\epsilon_r - 1)]$</p> <p>Capteurs de niveau de liquide ou d'humidité</p> |

- **Avantages** : Résolution excellente, déplacements pouvant aller du 1/100^{ème} de μm au m
- **Inconvénients** : Sensible à la température (⇒ dilatations), à l'hygrométrie (ε_r) et aux vibrations

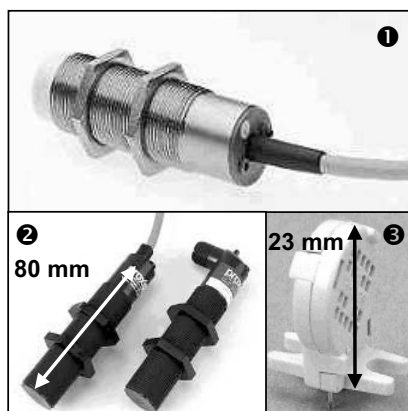
3.2. Electronique de mesure associée

Cette variation de capacité peut être décelée électriquement de différentes manières : mesure de la tension aux bornes d'un pont alimenté en alternatif (pont P/Q), modification de la fréquence d'un oscillateur lié à un condensateur (astable à ALI, oscillateur LC) ...



3.3. Exemples

- 1 : **Détecteur capacitif cylindrique (capteur TOR)**
Portée nominale : acier (8 mm) - Cu/Al (10 mm)
carton - bois (4 mm) - PVC (6 mm)
- 2 : **Détecteur capacitif à sensibilité ajustable pour matériaux non métalliques**
Portée nominale réglable de 1 à 10 mm
- 3 : **Humidistance (capteur d'humidité)**
Gamme de mesures : 10 à 90 % Humidité Relative
Capacité à HR = 43 % : 122 pF ± 15 %



4. Capteurs à variation d'inductance propre ou mutuelle

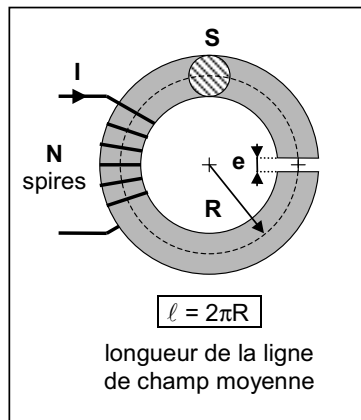
4.1. Différents principes

La valeur de l'inductance propre d'une bobine à noyau de fer (cf. 2nd tome) de perméabilité magnétique relative $\mu_r \gg 1$ est donnée par :

$$L = \frac{N^2 \mu_0 S}{e} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\ell}{e \mu_r}} \quad \frac{\ell}{e \mu_r} \ll 1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{L \cong \frac{N^2 \mu_0 S}{e}}$$

On peut donc faire varier la valeur de l'inductance propre en agissant sur e (ou éventuellement sur S).

Une autre solution consiste à faire varier le couplage entre des enroulements primaire et secondaire, par introduction ou modification du noyau magnétique de couplage (variation d'inductance mutuelle).



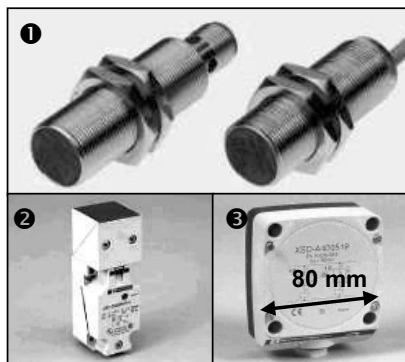
| Variation de l'inductance propre | Variation de l'inductance mutuelle |
|--|--|
| <p style="text-align: center;">Ce principe est linéaire pour de petites variations de x autour d'une position initiale x_0.</p> <p><u>Application</u> : Capteur de déplacement</p> | <p>Le déplacement du noyau, solidaire de la pièce dont on veut mesurer le mouvement, modifie le couplage entre le primaire et les deux secondaires. La différence des fém e_1 et e_2 induites dans les secondaires est fonction du déplacement du noyau. C'est un capteur de déplacement très utilisé (LVDT) *.</p> |

* *Linear Voltage Differential Transformer : Transformateur différentiel*

Une autre application intéressante est le détecteur de proximité (cf. chapitre 9 - page 92), la condition étant que la cible à détecter modifie le champ magnétique produit par le capteur.

4.2. Exemples

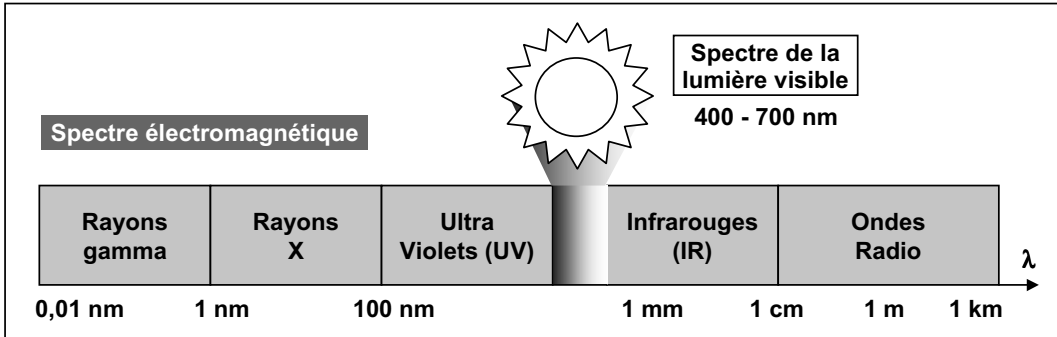
- ❶ : **Détecteur inductif cylindrique**
Distance de détection de 0,8 à 10 mm
- ❷ : **Détecteur inductif rectangulaire**
Portée nominale 15 mm
- ❸ : **Détecteur inductif rectangulaire**
Portée nominale de 30 à 60 mm



5. Capteurs photoélectriques

5.1. Généralités

On sait que les radiations électromagnétiques sont caractérisées par leur longueur d'ondes λ et que seule une petite partie du spectre correspond à des variations visibles.



Pour apprécier les effets d'un rayonnement sur l'œil, on a dû définir une grandeur mesurable que l'on appelle l'**intensité lumineuse** de la source (unité : candela, cd en abrégé).

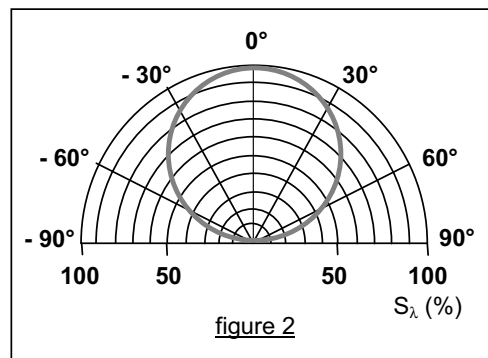
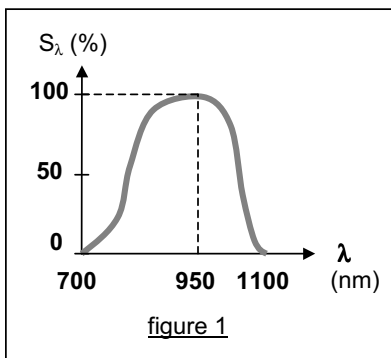
Cette source émet un **flux lumineux Φ** qui se mesure en **lumen** (= W pour le système énergétique). On appelle **éclairage E** le flux lumineux Φ que reçoit une surface éclairée S : $E = \Phi/S$. L'unité d'éclairage est le **lux** ou **lumen / m²** (= W/m² pour le système énergétique).

- 0,25 lux** → la nuit en pleine lune et ciel clair
- 200 à 500 lux** → dans un bureau
- 100 000 lux** → en plein soleil, à midi, dans le Sud de la France (TOULOUSE par exemple)

5.2. Définitions

Tous les capteurs photoélectriques ne répondent pas de façon identique aux différentes longueurs d'ondes. Le constructeur caractérise ces composants (photodiode, phototransistor) par :

- **sa sensibilité S_λ en A/W** : c'est le courant généré par ce composant en fonction du flux lumineux reçu. **Elle est donnée pour une longueur d'onde λ particulière.** On peut aussi l'exprimer soit en mA par (mW/cm²), soit en mA par lux.
- **son spectre de sensibilité** : c'est la courbe faisant apparaître la variation de sensibilité exprimée en %, en fonction de la longueur d'onde de la lumière incidente (cf. figure 1).
- **son diagramme de directivité** : c'est la variation de sensibilité exprimée en %, en fonction de l'angle de réception de la lumière incidente (cf. figure 2).



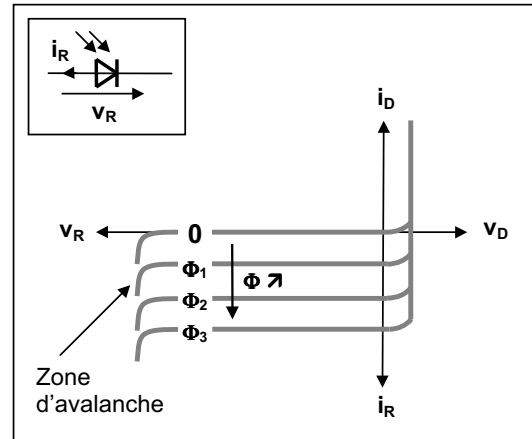
5.3. Photodiode

5.3.1. Principe

C'est une diode au silicium qui fonctionne en **polarisation inverse**, mais la tension de claquage ne doit pas être atteinte.

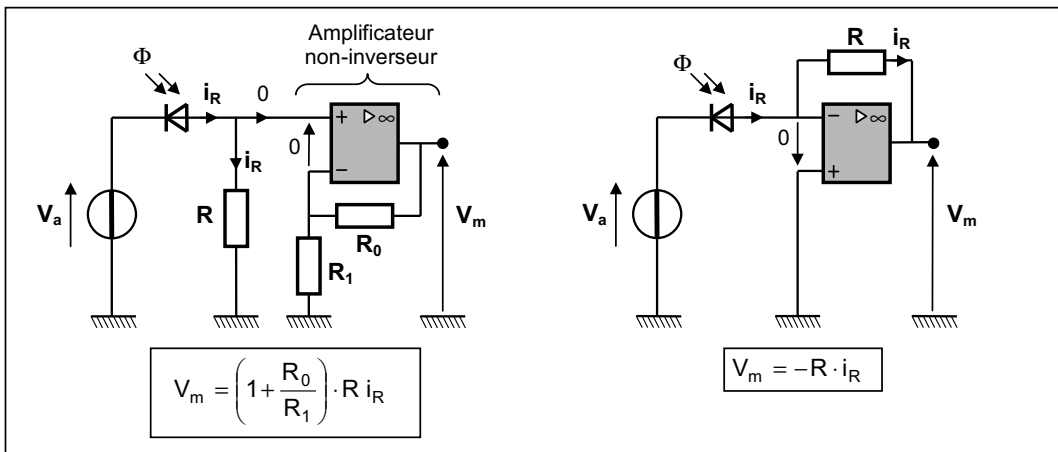
Dans l'obscurité ($\Phi = 0$), sa caractéristique est celle d'une diode classique. Lorsqu'elle est éclairée, son courant inverse i_R augmente proportionnellement au flux lumineux Φ reçu.

Ce courant est de l'ordre de quelques μA pour les valeurs courantes du flux Φ (qq. μW) et est pratiquement indépendant de la tension inverse v_R au-delà d'1 ou 2 V.



5.3.2. Electronique de mesure associée

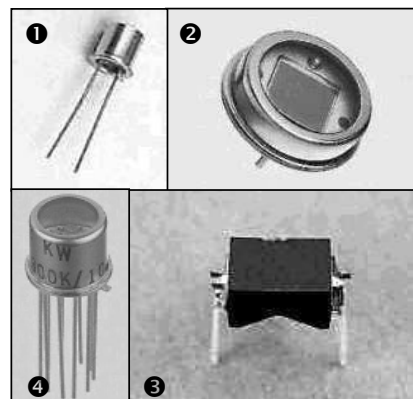
Les conditionneurs utilisés sont souvent des montages transimpédances réalisés à partir d'ALI. Ils convertissent le courant issu de la photodiode en une tension. Il est souvent nécessaire d'utiliser des valeurs élevées de résistance (10^5 à $10^6 \Omega$) compte tenu des valeurs de i_R .



Le choix d'un montage est dicté soit par les performances de la bande passante (dans certaines applications optoélectroniques comme le comptage d'impulsions, les photodiodes travaillent à des fréquences relativement élevées), soit par l'amplitude du niveau de sortie.

5.3.3. Exemples

- ❶ : **Photodiode d'usage général**
 $S_\lambda = 0,55 \text{ A/W}$ pour $\lambda = 750 \text{ nm}$ - $t_R = 250 \text{ ns}$
 t_R : temps de réponse
- ❷ : **Photodiode d'une surface moyenne $41,3 \text{ mm}^2$**
 $S_\lambda = 0,25 \text{ A/W}$ pour $\lambda = 800 \text{ nm}$ - $t_R = 25 \text{ ns}$ (rapide)
- ❸ : **Photodiode avec filtre lumière du jour**
 $S_\lambda = 0,70 \text{ A/W}$ pour $\lambda = 950 \text{ nm}$ - $t_R = 20 \text{ ns}$
 Télécommande IR d'appareils HI-FI
- ❹ : **Photodiode avec amplificateur intégré**
 Sensibilité du capteur à 900 nm : $150 \text{ mV}/\mu\text{W}/\text{cm}^2$

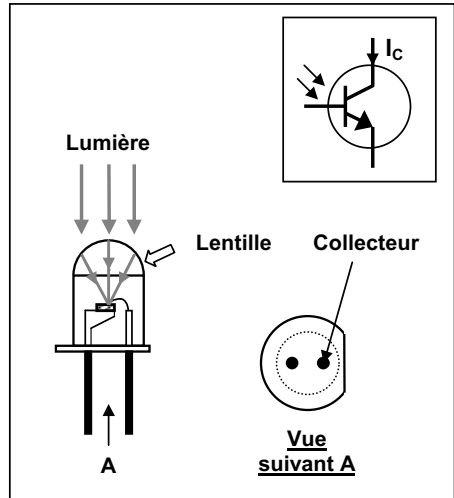


5.4. Phototransistor

Ce sont des transistors dont le boîtier comporte une extrémité transparente munie d'une lentille, qui concentre la lumière sur la jonction collecteur - base. Cette jonction polarisée en inverse se comporte comme une photodiode.

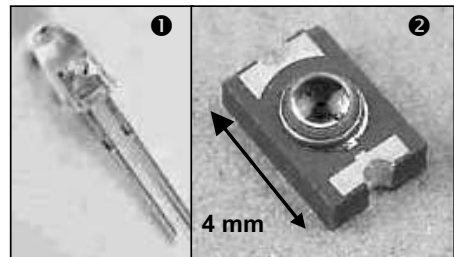
Le courant qui en résulte subit l'effet multiplicatif du transistor, d'où un courant I_C collecteur - émetteur β fois plus élevé que celui d'une photodiode (quelques mA contre quelques μ A).

Par contre, le comportement dynamique est moins bon que celui d'une photodiode (temps de réponse de l'ordre de quelques μ s contre quelques dizaines de ns). Ils sont utilisés comme détecteurs photoélectriques dans les systèmes de commande et de régulation.



▪ Exemples :

- ❶ : Phototransistor de 5 mm
Large bande spectrale - $t_R = 5 \mu s$
 $I_C = 5 \text{ mA}$ pour $E = 1 \text{ mW/cm}^2$
- ❷ : Phototransistor discret à montage en surface
Pointe de réponse spectrale à 880 nm
 $t_R = 15 \mu s$ - $I_C = 1,5 \text{ à } 4 \text{ mA}$ pour $E = 1 \text{ mW/cm}^2$



5.5. Photorésistance (LDR)

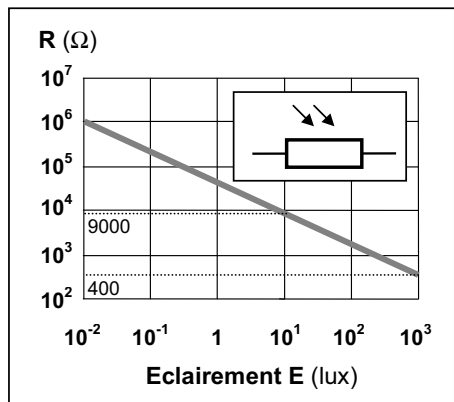
5.5.1. Généralités

C'est un composant à semi-conducteur dont la résistance diminue avec l'éclairement reçu. La loi de variation $R(\Phi)$ n'est pas linéaire. Elle s'écrit :

$$R = a \cdot \Phi^{-\gamma} = (aS^{-\gamma}) \cdot E^{-\gamma} = k \cdot E^{-\gamma} \quad (\Phi = ES)$$

$\log_{10} R = -\gamma \cdot \log_{10} E + \log_{10} k$
 ⇒ C'est une droite avec une échelle logarithmique !

Le paramètre a dépend du semi-conducteur et γ est compris entre 0,5 et 1. Le terme k est donc constant.



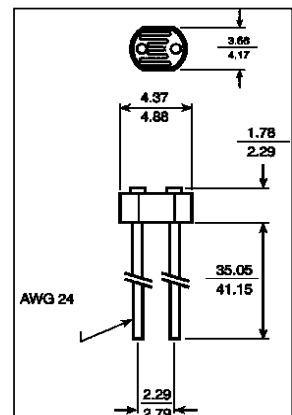
Ce composant est sensible à une très grande dynamique d'éclairement : de 10^{-2} à 10^3 lux. Par contre, son temps de réponse est très médiocre : de 0,1 μ s à 100 ms en fonction du semi-conducteur.

Il n'est donc pas conseillé d'employer une LDR dans des montages à impulsions lumineuses très brèves, leur réponse en fréquence ne dépassant pas quelques kHz. On leur préférera des photodiodes.

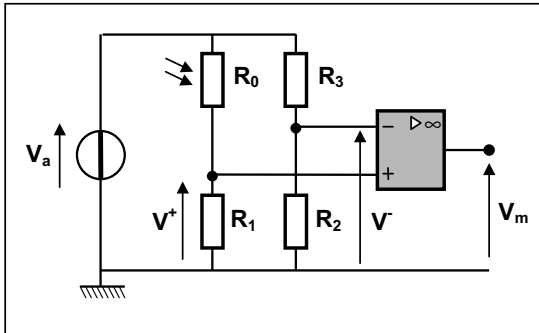
▪ Exemple :

Photorésistance au sulfure de cadmium (CdS)

S_λ max. pour 530 nm - $t_R = \text{qq. } 10 \text{ ms}$
 $R = 9 \text{ k}\Omega$ (400 Ω) pour $E = 10$ (1000) lux



5.5.2. Exemples de montage électronique utilisant des photorésistances



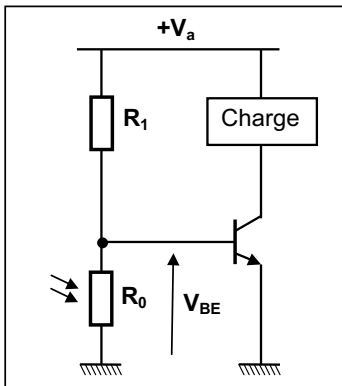
Le montage proposé est un **détecteur de seuil de lumière**. Il utilise deux structures :

- un **pont de Wheatstone** R_0, R_1, R_2 et R_3 incorporant une photorésistance (R_0) ;
- un **comparateur** simple à ALL.

La tension V^+ est égale à :
$$\frac{R_1}{R_0 + R_1} \cdot V_a$$

La tension V^- est égale à :
$$\frac{R_2}{R_2 + R_3} \cdot V_a$$

- Lorsque $V^+ > V^-$ (seuil de lumière dépassé), la sortie V_m prend la valeur $+V_{SAT}$.
- Lorsque $V^+ < V^-$, la sortie V_m prend la valeur $-V_{SAT}$ ou 0 suivant la polarisation de l'ALL.



Commande d'éclairage avec une LDR :

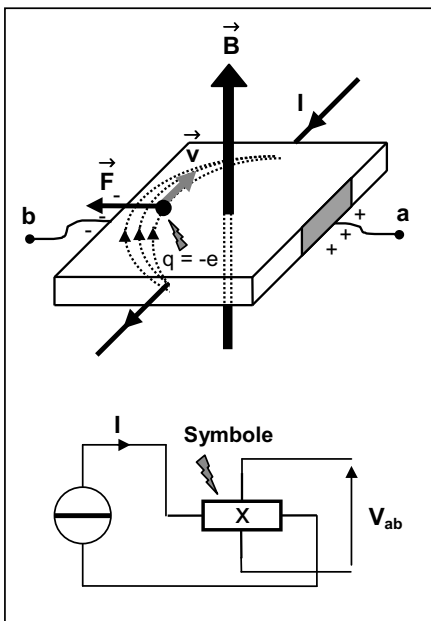
Le montage proposé maintenant, utilise la grande dynamique du capteur. La variation de résistance modifie l'état de saturation ou de blocage d'un transistor (cf. page 66).

La charge peut être un relais ou une lampe. Pour ce dernier cas, lorsque l'éclairage diminue, la résistance R_0 de la LDR et donc la tension V_{BE} augmentent.

Lorsque celle-ci atteint 0,6 V, le transistor est saturé et donc la lampe alimentée s'éclaire.

6. Capteurs magnétiques

6.1. Principe de l'effet HALL



Une charge électrique se déplaçant à une vitesse \vec{v} dans un champ magnétique est soumise à une **force de Lorentz** :

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$$

La cellule à effet Hall, disposée perpendiculairement au champ magnétique, est parcourue par un courant I . La trajectoire des électrons constituant ce courant est modifiée, polarisant négativement la plaque "b" de la cellule et positivement la plaque "a".

Ainsi, une différence de potentiel ou **tension de HALL** V_{ab} apparaît entre ces deux plaques :

$$V_{ab} = k \cdot B \cdot I$$

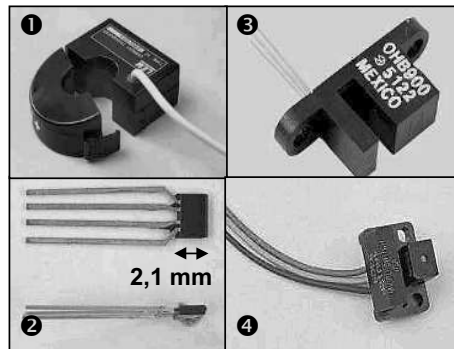
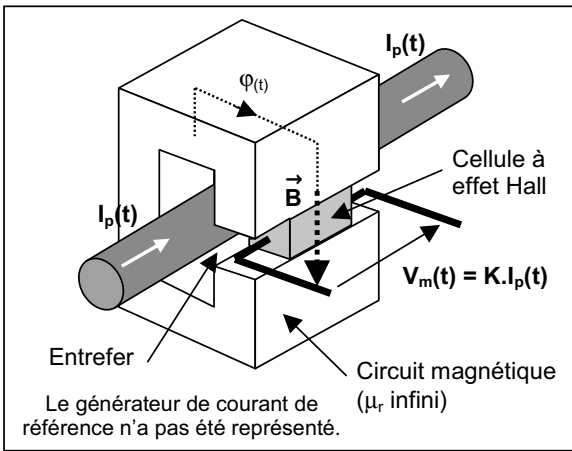
k est une constante dépendant du matériau et des dimensions de la cellule.

La mise en œuvre d'un capteur à effet Hall nécessite donc un générateur de courant I de référence.

6.2. Utilisation dans les capteurs

L'effet Hall est utilisé pour mesurer une induction magnétique, mais celle-ci est souvent une grandeur intermédiaire dépendant soit d'une position, soit d'un courant. Les applications sont de plus en plus nombreuses. Les principales sont :

- réalisation de sondes de gaussmètres ;
- capteurs de position angulaire (repérage de la position d'un aimant permanent) utilisés par exemple dans les moteurs à courant continu sans balais (brushless) ;
- capteurs de proximité (exemple : clavier à touches à effet Hall) ;
- capteurs de courant à effet Hall (mesure du champ produit par le courant) permettant de mesurer des courants rapidement variables (cf. principe donné ci-dessous).



- ❶ : **Capteur de courant ouvrant pour la mesure de courants alternatifs ou continus**
 $I_p = 200 \text{ A (c.a)}$ pointe - Précision $\pm 1\%$ - $t_R = 1 \text{ à } 7 \mu\text{s}$ - Plage de fréquence de 0 à 25 kHz
- ❷ : **Capteurs à effet Hall extra plats (0,7 mm)**
Applications : mesure de puissance, courant ou champ magnétique ; capteur de position
- ❸ : **Fourche à effet Hall permettant de détecter le passage d'une cible métallique**
 Plage de fréquence de 0 à 200 kHz - Tension de sortie : 25 V (Alimentation sous 25 V)
- ❹ : **Capteur de position à effet Hall**
 Fréquence de travail de 0 à 100 kHz - Courant d'alimentation : 5 à 18,5 mA

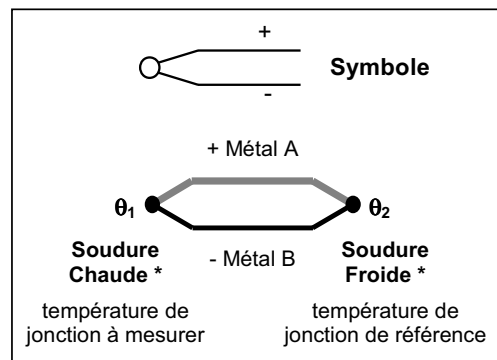
7. Les thermocouples

7.1. L'effet SEEBECK

Le thermocouple est basé sur le phénomène de thermoélectricité suivant :

- Lorsque deux métaux de natures différentes sont reliés à leurs extrémités et que ces jonctions ou soudures sont portées à des températures différentes θ_1 et θ_2 , un courant circule dans ce circuit : c'est l'effet **Seebeck**.

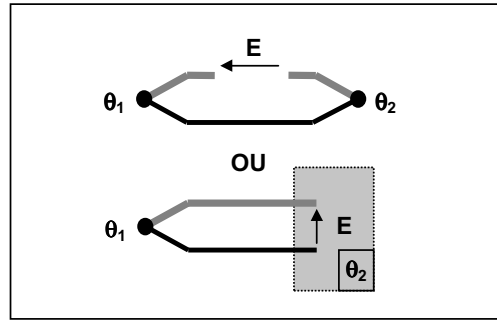
* Par convention, on appelle **soudure chaude** la jonction de mesure et **soudure froide** la jonction de référence.



- En ouvrant le circuit en un point quelconque, généralement à l'une des soudures, il apparaît une fém **E** qui dépend de la nature des deux métaux et de la différence de température entre les deux jonctions :

$$E = S_{AB} \cdot (\theta_1 - \theta_2)$$

θ_1 : température de la soudure chaude (°C)
 θ_2 : température de la soudure froide (°C)
 S_{AB} : coefficient de Seebeck (V/°C)



7.2. Différents modèles

La fém ainsi obtenue est toujours de l'ordre de **quelques dizaines de mV**. Différents métaux sont ainsi associés pour couvrir diverses gammes et sensibilités de températures.

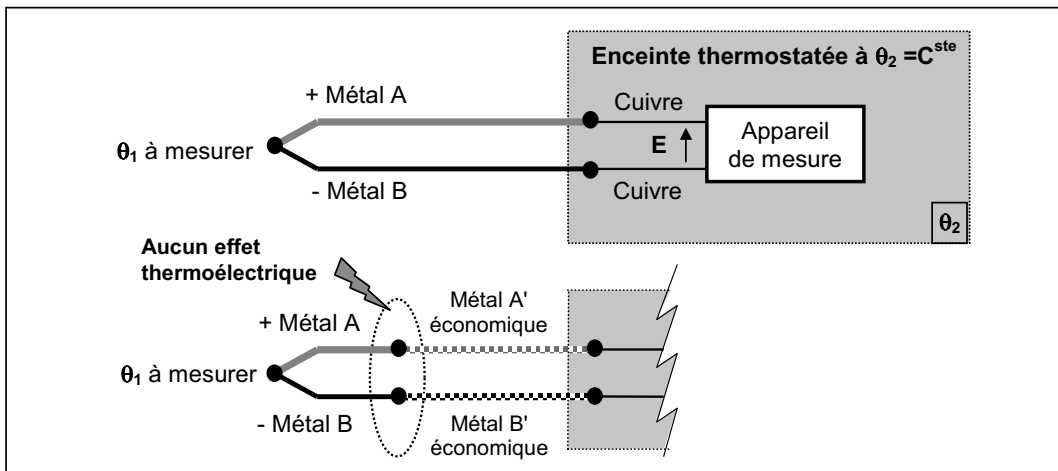
Les principaux types de thermocouples utilisés industriellement ont reçu un nom de code sous forme d'une lettre (E, J, K, T, S ...) et sont normalisés.

Leurs caractéristiques sont répertoriées dans le tableau ci-dessous :

| Type | Matériaux utilisés | | Température (°C) | fém E (mV) |
|------|------------------------|------------------------|--------------------|-------------|
| | Conducteur positif (+) | Conducteur négatif (-) | | |
| E | Chromel ** | Constantan * | - 270 °C à 1000 °C | - 9 à 76 mV |
| J | Fer | Constantan * | - 270 °C à 1200 °C | - 8 à 69 mV |
| K | Chromel ** | Alumel *** | - 270 °C à 1370 °C | - 6 à 55 mV |
| T | Cuivre | Constantan * | - 270 °C à 400 °C | - 6 à 21 mV |
| S | Platine -10 % Rhodium | Platine | - 50 °C à 1770 °C | 0 à 19 mV |

Principaux alliages : * : Cuivre - Nickel ; ** : Nickel - Chrome ; *** : Nickel - Aluminium

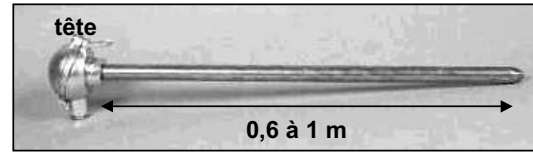
7.3. Configuration d'une mesure de température



Le câblage doit être réalisé avec des matériaux A et B jusqu'à l'enceinte thermostatée. Lorsqu'il s'agit de métaux précieux tels que le platine (thermocouple S), cette solution est hors de prix. Pour économiser sur le câblage, on utilise des câbles dits de **compensation**, constitués de deux matériaux **A'** et **B'** qui ont exactement les mêmes caractéristiques thermoélectriques que ceux A et B du thermocouple, mais sur une plus petite plage de température.

7.4. Exemples

Les thermocouples peuvent se présenter sous la forme d'un montage en "**canne pyrométrique**", c'est à dire enfermés dans un tube métallique ou céramique de protection. La **tête** comporte des bornes pour la connexion aux câbles de compensation.



Ils sont adaptés à des mesures de **température très lentement variables** car leur constante de temps est grande (jusqu'à quelques minutes) étant donné les différents éléments à mettre en température. Par contre, du fait de leur protection, l'environnement de mesures peut être **sévère** : corrosif, particules en suspension, ...

On trouve aussi des thermocouples **nus** dont les brins métalliques sont protégés par un isolant résistant à haute température (téflon, fibre de verre).

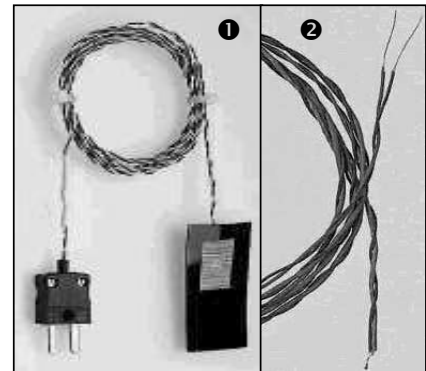
Ils sont plus économiques et répondent plus rapidement que ceux protégés par canne pyrométrique. En effet, la jonction très petite du thermocouple peut être directement en contact avec la source de chaleur, dont on désire mesurer la température.

❶ : **Thermocouple type K à fixation magnétique**

Plage de température de - 50°C à + 100°C
Cordon 2 m - isolation PTFE (Téflon)

❷ : **Thermocouples types K, T et J**

Paire tressée à isolation PTFE ou fibre de verre
Longueur 1 à 2 m



8. Capteurs de position

8.1. Introduction

Les capteurs de déplacement sont présents dans de nombreuses applications industrielles. La diversité des mouvements à mesurer, de quelques microns à plusieurs mètres pour les déplacements rectilignes et de quelques centièmes de degrés à plusieurs centaines de degrés pour les déplacements angulaires, a nécessité le développement de technologies adaptées à chaque domaine d'application (péri-informatique, aéronautique, automobile, robotique, ...).

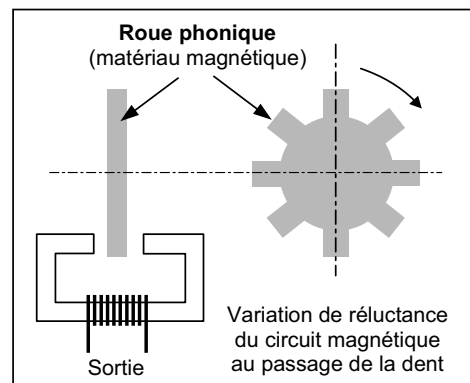
Parmi ces technologies, on a déjà cité le capteur potentiométrique (cf. page 116) qui réalise une transformation du déplacement en grandeur électrique proportionnelle (capteur analogique).

Il existe aussi des capteurs numériques de position qui réalisent la transformation du déplacement par comptage ou par codage en grandeur numérique : ce sont les **codeurs**.

On peut citer :

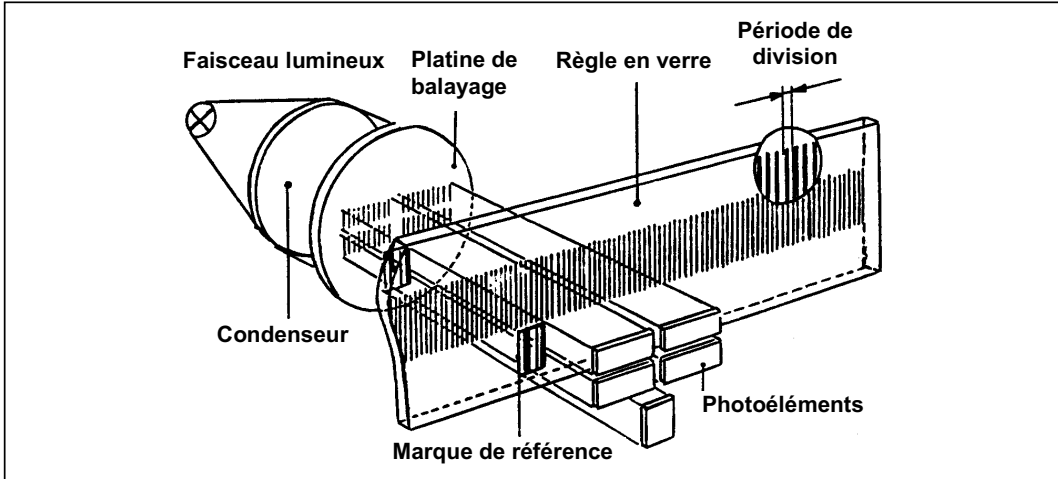
- les codeurs à contacts mécaniques (technologie des potentiomètres) ;
- les codeurs magnétiques (des pôles magnétiques défilent devant des cellules à effet Hall) ;
- les codeurs inductifs (roue phonique), ...

Leur résolution est faible.

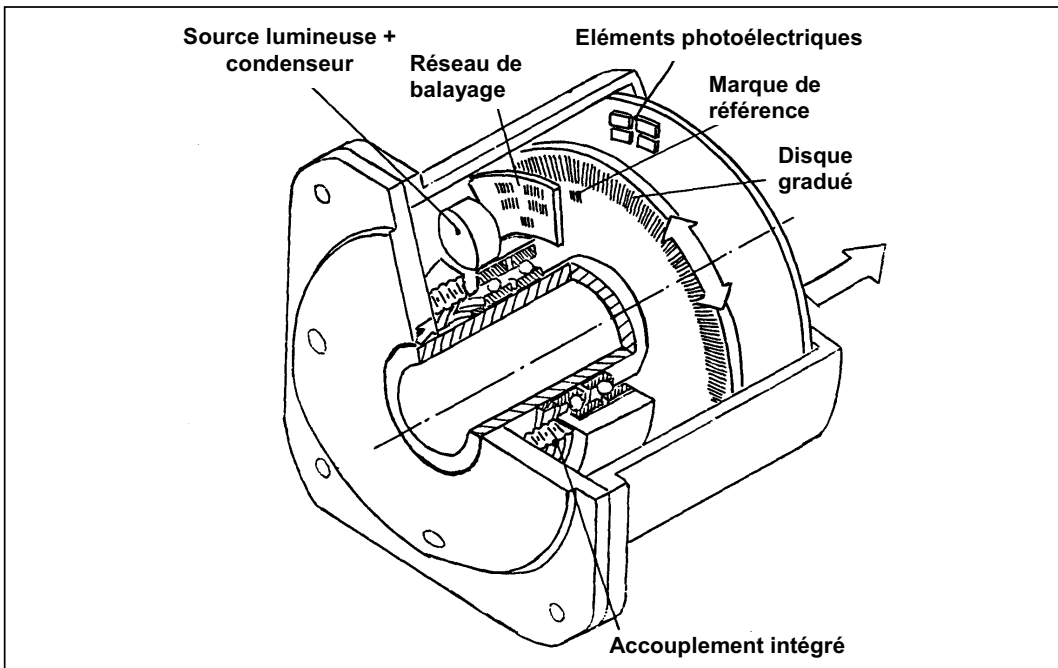


Les plus répandus industriellement sont les **codeurs optoélectroniques** (cf. chapitre 10).

- **Exemple n°1** : Codeur linéaire (incrémental)



- **Exemple n°2** : Codeur angulaire (incrémental)



Un codeur optoélectronique est constitué principalement des organes suivants :

- une **source lumineuse**, réalisée à partir de diodes électroluminescentes (DEL) ;
- un **condenseur** qui oriente parallèlement les rayons du faisceau lumineux ;
- un **support codé**, disque ou règle généralement en verre, qui présente une succession de zones opaques et transparentes disposées sur un nombre réduit de pistes (codeurs incrémentaux) ou sur plusieurs pistes selon le code désiré (codeurs absolus). Ces pistes sont parallèles pour une règle et concentriques pour un disque.
- une **platine de balayage** comportant plusieurs champs de balayage (fentes optiques), et un champ supplémentaire pour la marque de référence afin de restituer les points d'origine ;
- des **récepteurs photoélectriques**, photodiodes ou phototransistors.

9. Capteurs de vitesse

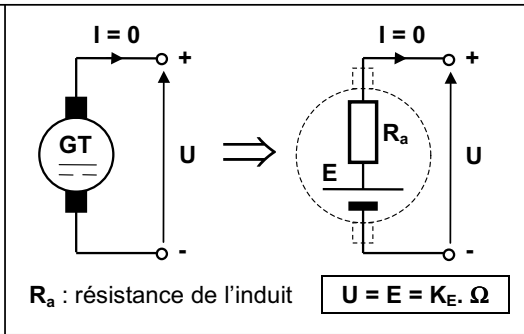
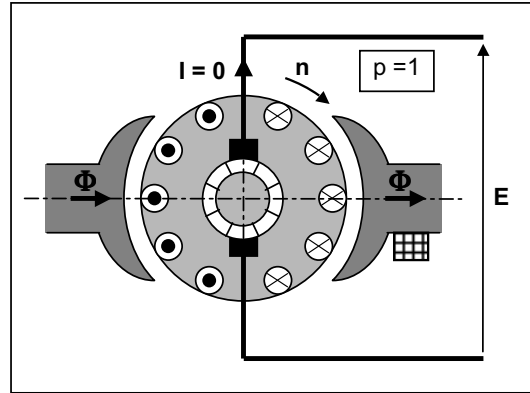
9.1. Génératrice tachymétrique

C'est l'utilisation de la loi de Faraday qui permet de mettre en œuvre les capteurs de vitesse les plus simples. En effet, une génératrice à courant continu à vide ($I = 0$) dont l'inducteur est constitué d'aimants permanents fournit une fém. E dont l'expression est donnée par :

$$E = \frac{p}{a} \cdot N \cdot n \cdot \Phi = K_E \cdot \Omega$$

- $2p$ le nombre de pôles
- $2a$ le nombre de voies d'enroulement
- Φ le flux moyen sous un pôle
- N le nombre de conducteurs de l'induit
- n la fréquence de rotation en **tours / s**
- Ω la vitesse angulaire en **rad / s**

La tension délivrée est donc proportionnelle à la fréquence de rotation de son arbre. On note K_E la constante de fém. en **V.s / rad**.



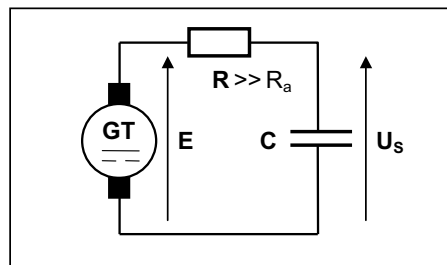
Dans la pratique, on préfère utiliser la fréquence de rotation N' en **tours / min** donc : $E = K \cdot N'$.
 La sensibilité K varie suivant les différents types de 2.10^{-3} à **6 V / tours / min**.

Ces capteurs sont d'une bonne fiabilité, d'une bonne stabilité et d'une grande robustesse. Néanmoins, ils présentent une ondulation de la tension de sortie que l'on peut attribuer notamment au nombre de lames au collecteur, mais aussi aux bruits dus à l'environnement électromagnétique.

Pour pallier l'inconvénient de cette ondulation, on peut utiliser un filtre passif **passé - bas** du 1^{er} ordre (d'une grande simplicité) si celui-ci ne dégrade pas trop les performances dynamiques du système.

D'après la formule du pont diviseur de tension :

$$\frac{U_s(p)}{E(p)} = \frac{1}{1+RCp} \Rightarrow \frac{U_s(p)}{\Omega(p)} = \frac{K_E}{1+RCp}$$



Il faut alors prendre garde à la fonction de transfert de l'ensemble { génératrice + filtre } : elle n'est plus un simple gain mais une fonction de transfert du 1^{er} ordre qui ajoute une constante de temps supplémentaire dans la boucle de vitesse de l'asservissement où la génératrice est insérée.

Parmi les inconvénients, on notera aussi que ce capteur comporte de nombreux éléments mobiles qui limitent sa durée de vie dans les utilisations en atmosphères sévères.

9.2. Autres capteurs de vitesse

- Pour réaliser un capteur de vitesse analogique, on peut aussi utiliser un **capteur de position** et traiter le signal délivré de manière à obtenir une image de la vitesse. Cette solution utilise un dérivateur qui a pour inconvénient d'amplifier le bruit du capteur. Un filtrage de très bonne qualité est alors nécessaire.
- A cet ensemble s'ajoutent des capteurs initialement dévolus à la position que sont **les codeurs incrémentaux** et qui, par un traitement complémentaire (comptage du nombre d'impulsions pendant une durée déterminée ou conversion fréquence - tension), fournissent aussi la vitesse. Dans cette dernière optique, on peut ajouter les **résolveurs** (cf. page 111).

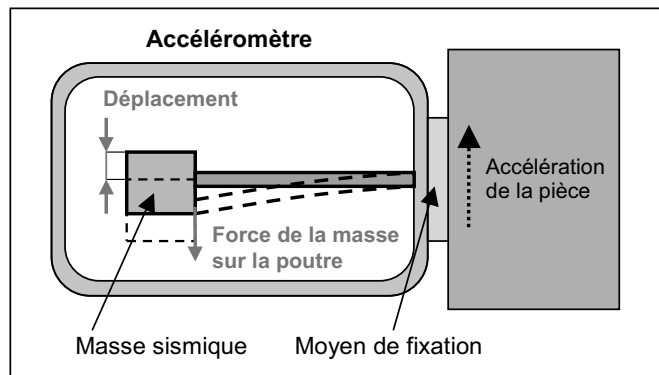
10. Capteurs d'accélération

10.1. Principe

Dans le monde industriel, le modèle le plus communément utilisé pour les accéléromètres est basé sur la combinaison accélération - masse.

Cette accélération est mesurée de manière indirecte en mesurant :

- soit le déplacement de la masse sismique du capteur (qq. μm) ;
- soit la force inertielle $F_a = m \cdot a$ induite par l'accélération a de la masse m sismique du capteur.



Il existe trois grandes familles détaillées dans le tableau suivant.

| Capteur piézoélectrique | Capteur piézorésistif | Capteur capacitif |
|--|--|---|
| <p>Compression Cristal Base Structure</p> <p>Cisaillement Cristal Base Structure</p> <p>Flexion Cristal Base Structure</p> <p>La masse exerce des efforts de compression, de cisaillement ou de flexion sur un cristal (élément piézoélectrique*) qui génère une charge électrique proportionnelle à la force appliquée.</p> | <p>Lame de flexion Base Structure Jauges</p> <p>On mesure le déplacement de la masse, solidaire d'une lame de flexion, à l'aide de jauges piézorésistives*. La résistance électrique de ces jauges varie en fonction de la déformation de la lame, donc en fonction de l'accélération de la masse.</p> | <p>X_1 X_2 $C_1(x_1)$ $C_2(x_2)$</p> <p>On mesure le déplacement de la masse en mesurant la variation de capacité entre 2 électrodes. La capacité d'un condensateur est inversement proportionnelle à la distance séparant ses 2 armatures.</p> |

* La piézoélectricité est la propriété que certains corps ont en se polarisant électriquement (générer un champ ou un potentiel électrique) sous l'action d'une contrainte mécanique. La piézorésistance est définie comme un changement de résistance électrique sous une contrainte mécanique appliquée.

10.2. Caractéristiques principales

Le choix d'un accéléromètre piézoélectrique, piézorésistif ou capacitif est entièrement dicté par l'application. La différence se fait essentiellement au niveau des caractéristiques suivantes :

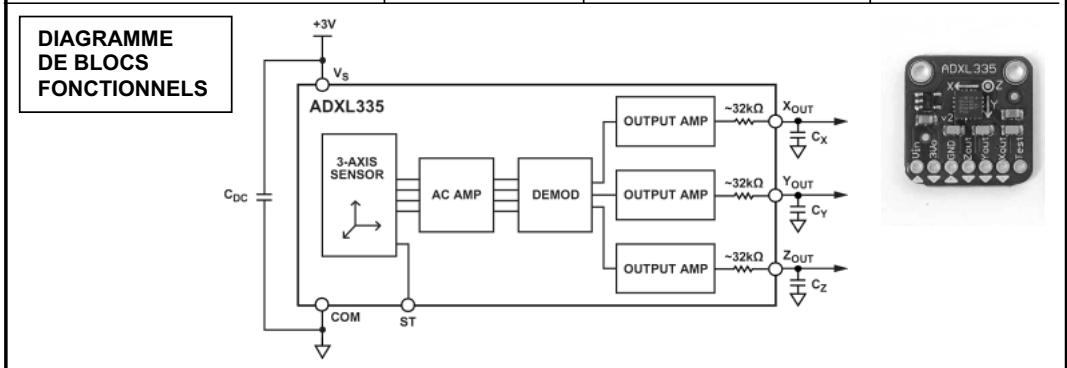
- **Pleine échelle** : niveaux mini et maxi d'accélération que le capteur est capable de mesurer ;
- **Bande passante** : plage de fréquences pour laquelle le capteur est utilisable ;
- **Sensibilité** : le capteur « amplifie » t-il beaucoup l'accélération ?
- **Masse** : elle doit être faible par rapport à la pièce sur laquelle se fait la mesure ;
- **Nombre d'axes de mesure** : généralement 1 ou 3 axes (plus rarement 2 axes) ;
- **Résistance à l'environnement** : température, humidité, pollution, radiations, etc.

| Technologies | Piézoélectrique | Piézorésistif | Capacitif |
|--------------------------|---|---|---|
| Avantages | Grande gamme de mesures et de températures possibles d'utilisation [- 50°C ; 700°C] Sensibilité élevée | Composante continue Adapté aux chocs de grande valeur (> 10 ⁵ g) | Composante continue Sensibilité élevée Robuste |
| Inconvénients | Pas de composantes continues Non adapté aux chocs de grande valeur (> 10 ⁵ g) | Sensibilité inférieure au piézoélectrique pour de faibles niveaux Température < 130°C | Gamme de mesure < 10 ³ g Température < 130°C |
| Bande passante | BP [0,3 Hz ; 40 kHz] | | BP [0 ; 500 Hz] |
| Domaines d'emploi | Vibrations BF et HF, sismicité, chocs ... | Mesures vibrations BF (0 à qq 10 ² Hz), chocs, surveillances de structures, comportement de véhicules en essai | Vibrations de faible amplitude et BF, mesure d'accélération statiques |

10.3. Exemple : Etude d'un accéléromètre (extrait concours ATS 2013)

On étudie un accéléromètre capacitif 3 axes **ADXL335** dont les caractéristiques sont :

| Parameter | Conditions | Min | Typ | Max | Unit |
|---|----------------------|------|-------|------|---------|
| SENSOR INPUT | Each axis | | | | |
| Measurement Range | | ±3 | ±3.6 | | g |
| Nonlinearity | % of full scale | | ±0.3 | | % |
| Package Alignment Error | | | ±1 | | Degrees |
| Interaxis Alignment Error | | | ±0.1 | | Degrees |
| Cross-Axis Sensitivity ¹ | | | ±1 | | % |
| SENSITIVITY (RATIOMETRIC)² | Each axis | | | | |
| Sensitivity at X _{OUT} , Y _{OUT} , Z _{OUT} | V _S = 3 V | 270 | 300 | 330 | mV/g |
| Sensitivity Change Due to Temperature ³ | V _S = 3 V | | ±0.01 | | %/°C |
| ZERO g BIAS LEVEL (RATIOMETRIC) | | | | | |
| 0 g Voltage at X _{OUT} , Y _{OUT} | V _S = 3 V | 1.35 | 1.5 | 1.65 | V |
| 0 g Voltage at Z _{OUT} | V _S = 3 V | 1.2 | 1.5 | 1.8 | V |
| 0 g Offset vs. Temperature | | | ±1 | | mg/°C |



On s'intéresse uniquement par la suite aux accélérations selon l'axe X.
On ne raisonnera qu'avec les **valeurs typiques** (Typ).

- En vous aidant du tableau, **définir** la nature du capteur (analogique, numérique, TOR), l'étendue de mesure, sa sensibilité et la valeur de la tension de sortie pour une accélération nulle.

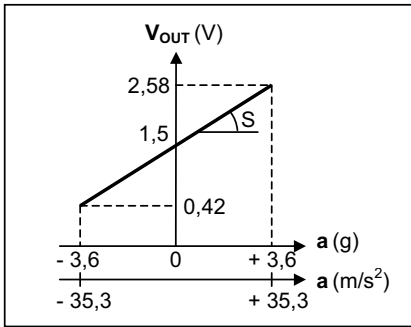
Il s'agit d'un capteur **analogique**.

Il convient pour mesurer des accélérations comprises entre **- 3,6 g et + 3,6 g** ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$).

Sa sensibilité **S** est égale à **300 mV/g**.

A **0 g**, la tension de sortie est égale **1,5 V**.

- Quelle est la plage de tension de sortie correspondant au domaine de linéarité ?



La tension de sortie V_{OUT} s'exprime en fonction de a :

$$V_{OUT(V)} = S \cdot a_{(g)} + 1,5 = 0,3 \cdot a_{(g)} + 1,5$$

S est la sensibilité en **V/g** : $S = 0,3 \text{ V/g}$.

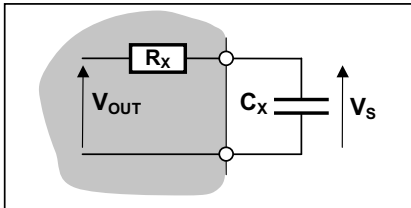
On en déduit :

Pour $a = + 3,6 \text{ g}$: $V_{OUT} = 0,3 \cdot 3,6 + 1,5 = \boxed{2,58 \text{ V}}$

Pour $a = - 3,6 \text{ g}$: $V_{OUT} = 0,3 \cdot (-3,6) + 1,5 = \boxed{0,42 \text{ V}}$

Lorsque l'accélération varie de $- 3,6 \text{ g}$ à $+ 3,6 \text{ g}$, la tension de sortie varie de $0,42 \text{ V}$ à $2,58 \text{ V}$.

- Quelle est la valeur de la capacité du condensateur C_x de filtrage à ajouter en sortie X_{OUT} afin de ne conserver que les fréquences sous les **1 Hz** (fréquence de coupure) et limiter ainsi les bruits parasites ?



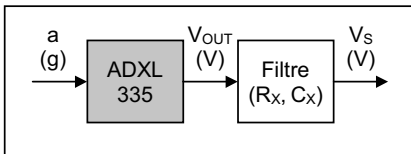
La fréquence de coupure f_c du filtre passe - bas du 1^{er} ordre (R_x, C_x) est donnée (voir page 146) par :

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_x C_x} \Rightarrow C_x = \frac{1}{2\pi R_x f_c} \approx \boxed{5 \mu\text{F}}$$

On lit sur le diagramme fonctionnel : $R_x \approx 32 \text{ k}\Omega$.

On cherche à modéliser ce capteur **ADXL335** en vue de l'asservissement du système.

- Quelle est la fonction de transfert **H(p)** du capteur ?



$$H(p) = \frac{V_s(p)}{a(p)} = \frac{V_{OUT}(p)}{a(p)} \cdot \frac{V_s(p)}{V_{OUT}(p)} = S \cdot \frac{1}{1 + R_x C_x p}$$

Numériquement : $H(p) = \frac{0,3}{1 + 0,16p}$

Si on raisonne avec l'accélération en m/s^2 , on trouve : $H(p) = \frac{0,3/9,81}{1 + 0,16p} = \frac{0,0306}{1 + 0,16p}$

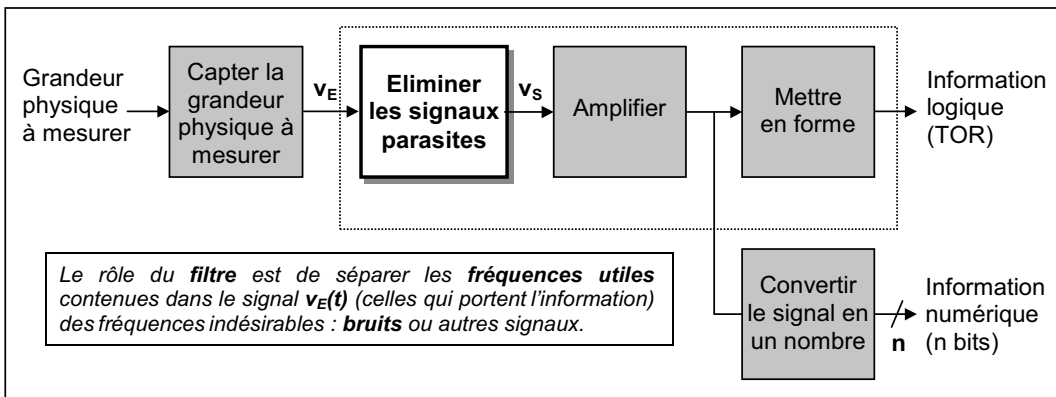
4. TRAITEMENT ANALOGIQUE DE L'INFORMATION

Chapitre 12

Filtrage analogique

1. Chaîne d'acquisition d'une grandeur physique

La plupart des traitements analogiques du signal issu d'un capteur comportent des fonctions de **filtrage** et d'amplification. Celles-ci permettent d'extraire du signal $v_E(t)$ l'information pertinente et l'amènent à un niveau électrique compatible et suffisant pour qu'elle puisse être exploitée par le système ou l'appareillage assurant l'interface avec l'utilisateur (afficheurs, micro-ordinateur, ...).



Les sources de bruit extérieures sont principalement :

- des perturbations électriques transmises par conduction :
 - Influence du réseau de distribution de l'énergie électrique 240 V - 50 Hz ;
 - Ondulations de l'alimentation (par exemple redressement double alternance 100 Hz) ;
 - Signaux de puissance fonctionnant à des fréquences de commutation de l'ordre de 100 Hz à 100 kHz (alimentations à découpage ...).
- des perturbations électriques rayonnées :
 - Emetteurs de radiofréquences ;
 - Champ électromagnétique créé par de fortes variations de tension ou de courant qui peuvent être émis par des machines électriques (transformateurs, moteurs, ...) ou le plus souvent par des convertisseurs statiques (onduleurs, hacheurs, ...).

2. Caractéristiques des filtres

2.1. Fonction de transfert

Les filtres sont caractérisés par leur **fonction de transfert**. Elle s'écrit avec les notations complexes ($j\omega$) ou de Laplace ($p = j\omega$) comme le rapport de deux polynômes avec $m \leq n$:


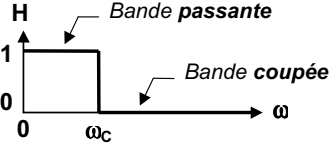

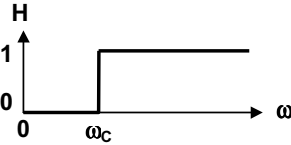

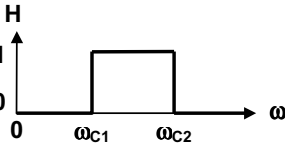

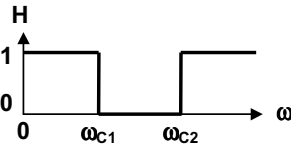
$$\underline{H}(j\omega) = \frac{V_s}{V_E} = \frac{a_0 + a_1 j\omega + a_2 (j\omega)^2 + \dots + a_m (j\omega)^m}{b_0 + b_1 j\omega + b_2 (j\omega)^2 + \dots + b_n (j\omega)^n}$$

L'**ordre du filtre** est donné par le degré du polynôme du dénominateur : **n**.

Toutes les fonctions de transfert peuvent être décomposées comme le produit de fonctions de transfert du **premier** ($n = 1$) et du **second ordre** ($n = 2$).

2.2. Différents types

Selon l'allure du module $H(\omega)$ de la fonction de transfert, on classe les filtres en quatre catégories :

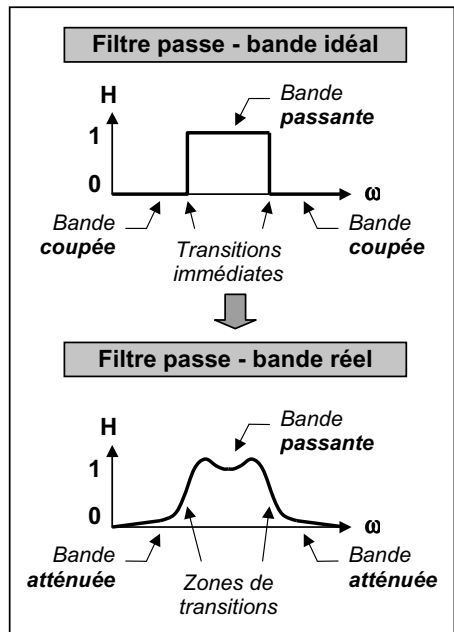
| Désignation du filtre | Symbole | Fonction de transfert du filtre idéal | Bande Passante |
|---------------------------------|--|--|--|
| Passe - Bas |  |  | $[0 ; \omega_c]$ |
| Passe - Haut |  |  | $[\omega_c ; +\infty [$ |
| Passe - Bande |  |  | $[\omega_{c1} ; \omega_{c2}]$ |
| Coupe - Bande (ou réjecteur) |  |  | $[0 ; \omega_{c1}]$ \cup $[\omega_{c2} ; +\infty [$ |

□ **Remarques importantes :**

Le filtre **idéal** avec une **discontinuité** dans sa fonction de transfert n'est pas physiquement réalisable. Les filtres analogiques réels présentent des imperfections avec lesquelles il faut trouver des compromis en fonction de l'application :

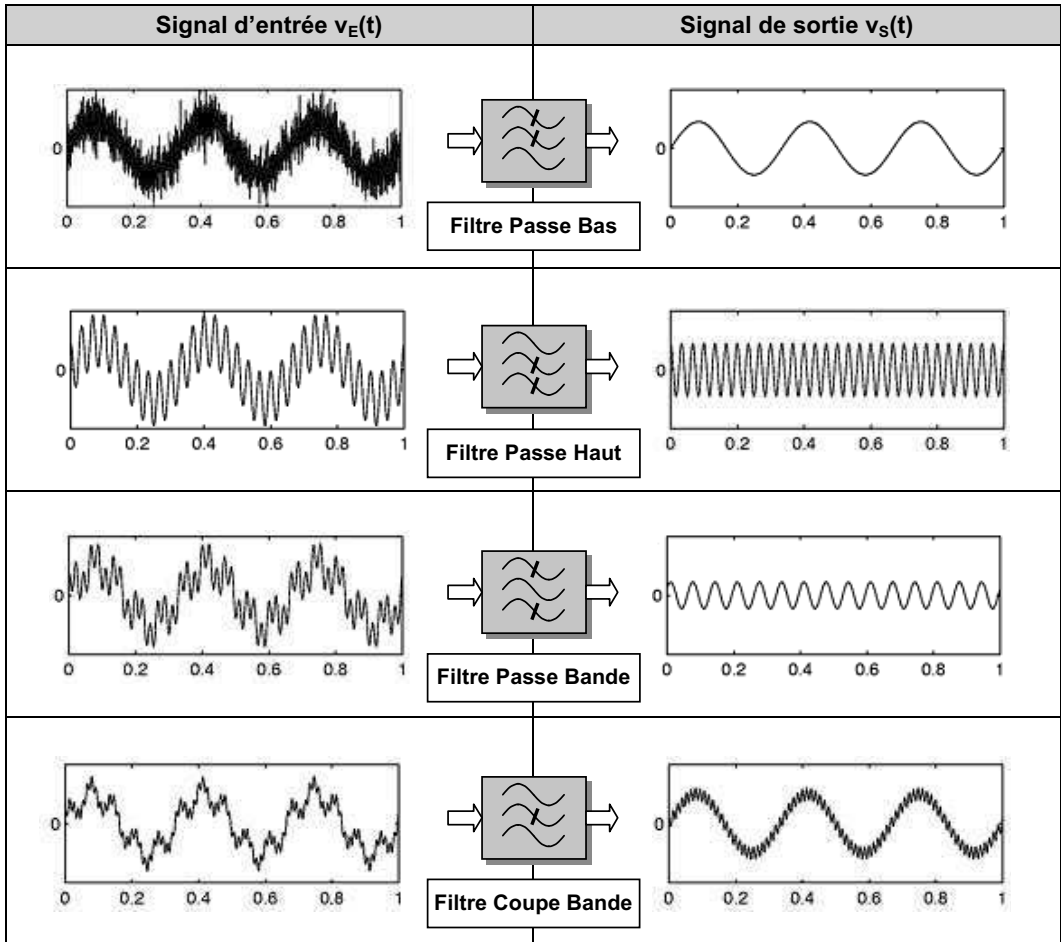
- Transition progressive entre la bande coupée et la bande passante ;
- Ondulations dans la bande coupée et la bande passante ;
- Affaiblissement dans la bande coupée (⇒ bande atténuée).

L'ensemble des contraintes concernant la fonction de transfert $H(j\omega)$ conduit à définir un **gabarit** du filtre (voir & 2.5 page 143). Il définit les écarts maximaux tolérables par rapport au module $H(\omega)$ du filtre idéal. Le gabarit étant défini pour chaque application, il en existe une infinité.



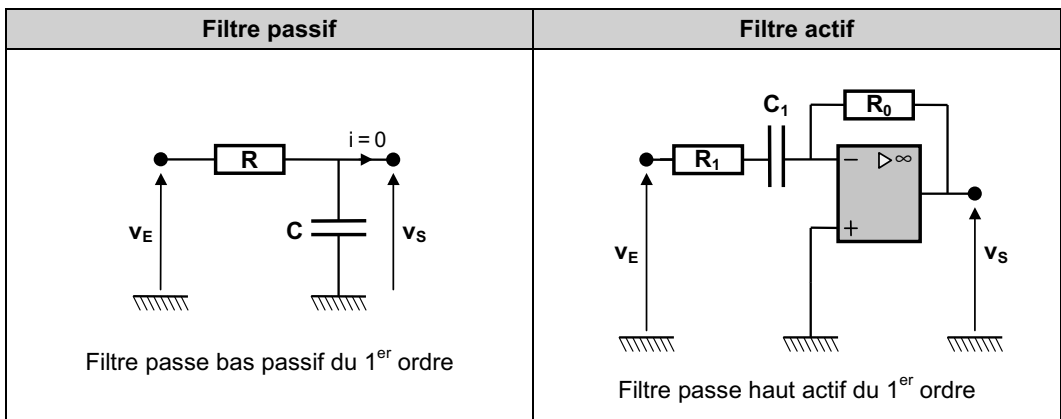
La fonction de transfert d'un filtre réel s'écrit sous la forme d'un polynôme de nombre complexes. Il existe de nombreuses fonctions, appelées **fonctions d'approximations**, pouvant répondre à l'exigence du gabarit normalisé. Les principales fonctions d'approximation sont les fonctions de **Bessel**, de **Butterworth**, de **Chebyshev** et de **Cauer** (voir & 5 page 154).

□ **Exemples :**



2.3. Filtrage passifs et actifs

La réalisation des filtres peut être faite à base de résistances, condensateurs et inductances. On parle alors de **filtres passifs**, par opposition avec les **filtres actifs** qui comportent en plus des composants actifs (ALI) nécessitant une **source d'énergie externe** (alimentation).

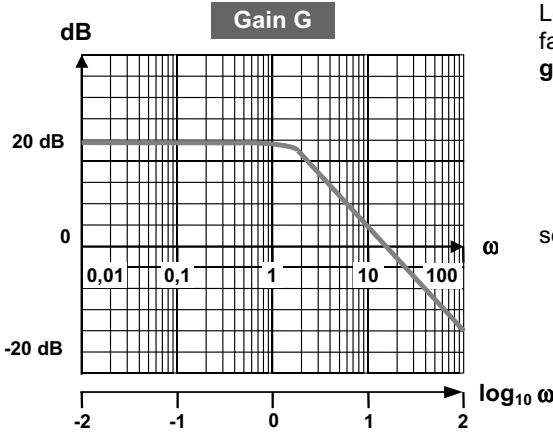


La détermination de la fonction de transfert $H(j\omega)$ se fait à partir des impédances Z (admittances Y) complexes des dipôles passifs constituant le filtre et des propriétés de l'ALI parfait (régime linéaire).

2.4. Diagramme de Bode

C'est une façon de représenter graphiquement la fonction de transfert complexe $\underline{H}(j\omega)$ à l'aide de deux courbes. Ces deux courbes sont construites en portant la pulsation ω en abscisse sur une **échelle logarithmique**, ce qui revient à porter $\log_{10} \omega$ sur une échelle **linéaire**. Une progression logarithmique permet de représenter les variations de la pulsation ω sur une plage étendue.

2.4.1. Courbe de gain



Le module $H(\omega) = V_S / V_E$ peut avoir une valeur faible ou élevée ; il est plus pratique d'exprimer le **gain G en décibels (dB)** par :

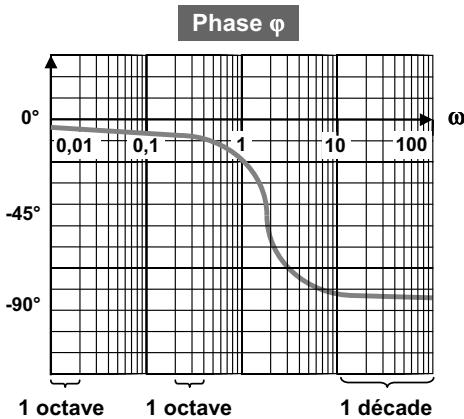
$$G(\omega) = 20 \log_{10} H(\omega)$$

soit :

$$H(\omega) = 10^{\frac{G(\omega)}{20}}$$

| G < 0 | G = 0 | G > 0 |
|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| H < 1 | H = 1 | H > 1 |
| V _S < V _E | V _S = V _E | V _S > V _E |
| atténuation | conservation | amplification |

2.4.2. Courbe de phase



La phase est définie par :

$$\varphi(\omega) = \text{Arg } \underline{H}(j\omega)$$

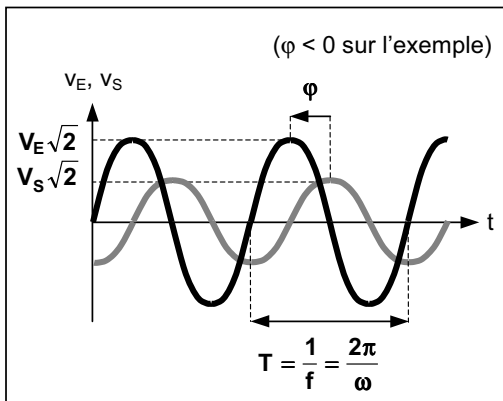
La **décade** caractérise un rapport de pulsation (ou de fréquence) égal à **10**.

L'**octave** caractérise un rapport de pulsation (ou de fréquence) égal à **2**.

Il est utile de connaître les valeurs suivantes :

$$\log_{10} 10^n = n \text{ et } \log_{10} 2 \approx 0,3$$

2.4.3. Relevé expérimental



Les expressions de **H** et **phi** peuvent être obtenues par calcul si le schéma interne du filtre est connu, mais aussi **expérimentalement** en appliquant à l'entrée du filtre une tension alternative sinusoïdale de pulsation variable. On relève sur l'oscilloscope pour une pulsation donnée :

- les valeurs **crêtes** ou **efficaces** de v_E et de v_S ce qui permet de calculer le module :

$$H(\omega) = \frac{V_S \sqrt{2}}{V_E \sqrt{2}} = \frac{V_S}{V_E} \rightarrow \text{Quotient de valeurs efficaces}$$

- la différence de phase $\varphi(\omega) = \varphi_S - \varphi_E$.

2.5. Gabarits

Un filtre analogique doit répondre à des spécifications fixant son comportement dans le domaine fréquentiel. L'utilisateur définit le plus souvent ses besoins en terme de gain **G**. Une infinité de fonctions de transfert **H(jω)** peuvent satisfaire aux conditions imposées. Il suffit que la courbe de gain **G** du filtre passe par des tracés limites que l'on appelle le **gabarit** du filtre. On considère souvent la fonction d'**atténuation** ou d'affaiblissement **A** (en dB) à la place de **G** :

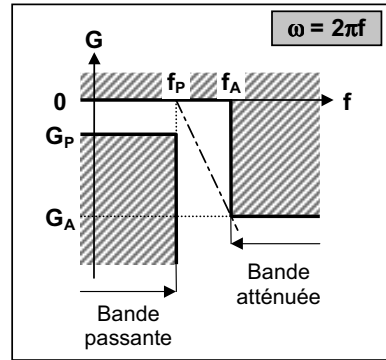
$$A = 20 \log_{10} \frac{1}{H} = -G$$

□ **Exemple** : Gabarit d'un filtre passe - bas

Les indices **P** et **A** sont associés respectivement aux grandeurs définissant les limites de la bande **passante** et de la bande **atténuée**.

- Si $f < f_P$: Atténuation comprise entre 0 et $-G_P$ (en général, $G_P = -1 \text{ dB}$ ou -3 dB)
- Si $f > f_A$: Atténuation ou réjection supérieure à $-G_A$

Ces conditions sont satisfaites si la courbe de gain du filtre passe dans la région non hachurée du plan.



On peut calculer une valeur approchée de l'ordre **n** du filtre grâce aux données du gabarit et à l'asymptote ----- qui passe par $G_A \text{ dB}$ en $f = f_A$ et qui a pour équation $G = -20 \cdot n \cdot \log_{10}(f/f_P)$.

$$G_A = -20n \cdot \log_{10} \frac{f_A}{f_P} \Rightarrow n \approx \frac{G_A}{20 \cdot \log_{10}(f_P / f_A)}$$

L'ordre du filtre étant nécessairement entier, il faut arrondir ce résultat par valeur supérieure.

Le tableau suivant récapitule les gabarits des autres filtres :

| Filtre passe – haut | Filtre passe – bande | Filtre coupe – bande |
|---------------------|----------------------|----------------------|
| | | |

□ **Nota** : Dans le cas des filtres passe – bande et coupe bande, on a $f_0 = \sqrt{f_A^- \cdot f_A^+} = \sqrt{f_P^- \cdot f_P^+}$ si le gabarit est symétrique par rapport à la **fréquence centrale** f_0 .

Le filtre est d'autant meilleur que :

- les **pentés des transitions** sont **fortes** (\Rightarrow ordre **n** du filtre élevé) car les fréquences à éliminer sont alors fortement et rapidement atténuées.
- l'**ondulation de la bande passante** est **faible** ($\Rightarrow G_P$ faible) car les fréquences à conserver sont alors peu altérées.

3. Les filtres du 1^{er} ordre

3.1. Filtre passe - bas

3.1.1. Fonction de transfert

La fonction de transfert s'écrit :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}} = \frac{1}{1 + j\tau\omega}$$

avec

$$\tau = \frac{1}{\omega_0}$$

ω_0 est la **pulsation de coupure** à **-3 dB** et τ la **constante de temps** (en secondes) du filtre.

3.1.2. Diagramme de Bode asymptotique

- Si $\omega \gg \omega_0$ ou $\frac{\omega}{\omega_0} \gg 1$ alors $\underline{H}(j\omega) \approx \frac{1}{j \frac{\omega}{\omega_0}} = -j \frac{\omega_0}{\omega}$ (imaginaire pur) ce qui conduit à :

$$G \cong 20 \cdot \log_{10} \frac{\omega_0}{\omega} = -20 \cdot \log_{10} \omega + 20 \cdot \log_{10} \omega_0 \quad \text{et} \quad \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

Sur cet intervalle, la courbe de phase est une droite horizontale d'ordonnée à l'origine $-\pi/2$.

Avec l'échelle logarithmique des pulsations, la courbe de gain est une droite de pente négative égale à **-20 dB par décade** ou **-6 dB par octave**.

- Si $\omega \ll \omega_0$ ou $\frac{\omega}{\omega_0} \ll 1$ alors $\underline{H}(j\omega) \approx 1$ (réel pur) ce qui conduit à :

$$G \cong 0 \text{ dB} \quad \text{et} \quad \varphi = 0$$

Sur cet intervalle, les courbes de gain et de phase sont des droites horizontales.

Les deux asymptotes du gain se coupent pour la pulsation de cassure ω_0 . Pour cette valeur, la fonction de transfert devient :

$$\underline{H}(j\omega_0) = \frac{1}{1+j}$$

$$\text{Soit : } H(\omega_0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{et} \quad \varphi(\omega_0) = \text{Arg}\left(\frac{1}{1+j}\right)$$

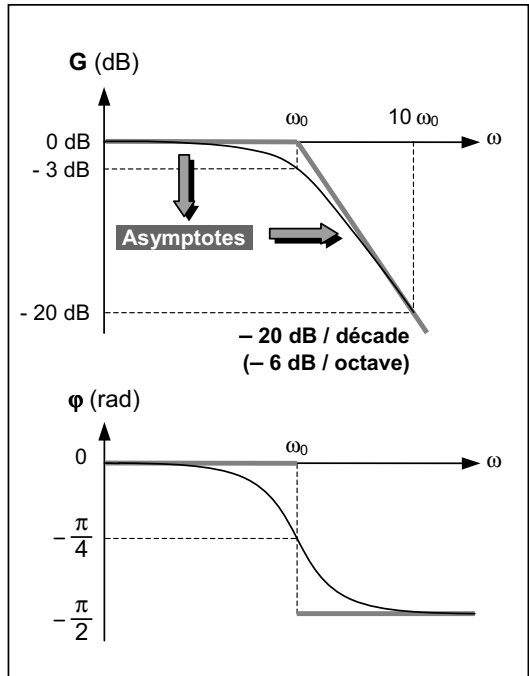
D'où :

$$G = -3 \text{ dB} \quad \text{et} \quad \varphi = -\frac{\pi}{4}$$

La pulsation de cassure est aussi égale à la **pulsation de coupure** à **-3 dB** de ce filtre passe - bas du 1^{er} ordre, qui atténue les signaux de pulsation supérieure à ω_0 .

La fréquence de coupure correspondante est :

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\tau}$$



3.2. Filtre passe - haut

3.2.1. Fonction de transfert

La fonction de transfert s'écrit :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} = \frac{j\tau\omega}{1 + j\tau\omega} \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{1}{\omega_0}$$

ω_0 est la **pulsation de coupure** à **- 3 dB** et τ la **constante de temps** (en secondes) du filtre.

3.2.2. Diagramme de Bode asymptotique

- Si $\omega \ll \omega_0$ ou $\frac{\omega}{\omega_0} \ll 1$ alors $\underline{H}(j\omega) \approx j\frac{\omega}{\omega_0}$ (imaginaire pur) ce qui conduit à :

$$G \cong 20 \cdot \log_{10} \frac{\omega}{\omega_0} = 20 \cdot \log_{10} \omega - 20 \cdot \log_{10} \omega_0 \quad \text{et} \quad \varphi = \frac{\pi}{2}$$

Sur cet intervalle, la courbe de phase est une droite horizontale d'ordonnée à l'origine $+\pi/2$. Avec l'échelle logarithmique des pulsations, la courbe de gain est une droite de pente positive égale à **+ 20 dB par décade** ou **+ 6 dB par octave**.

- Si $\omega \gg \omega_0$ ou $\frac{\omega}{\omega_0} \gg 1$ alors $\underline{H}(j\omega) \approx 1$ (réel pur) ce qui conduit à :

$$G \cong 0 \text{ dB} \quad \text{et} \quad \varphi = 0$$

Sur cet intervalle, les courbes de gain et de phase sont des droites horizontales.

Les deux asymptotes du gain se coupent pour la pulsation de cassure ω_0 . Pour cette valeur, la fonction de transfert devient :

$$\underline{H}(j\omega_0) = \frac{j}{1+j}$$

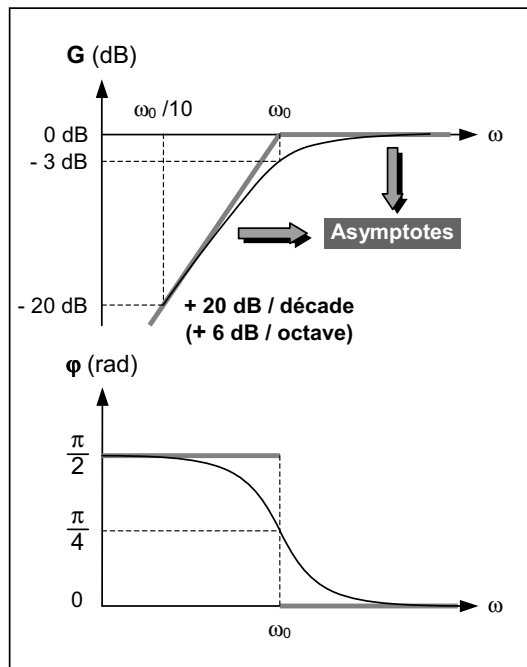
Soit : $H(\omega_0) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ et $\varphi(\omega_0) = \text{Arg}\left(\frac{j}{1+j}\right)$

D'où : $G = -3 \text{ dB} \quad \text{et} \quad \varphi = \frac{\pi}{4}$

La pulsation de cassure est aussi égale à la **pulsation de coupure** à **- 3 dB** de ce filtre passe - haut du 1^{er} ordre, qui atténue les signaux de pulsation inférieure à ω_0 .

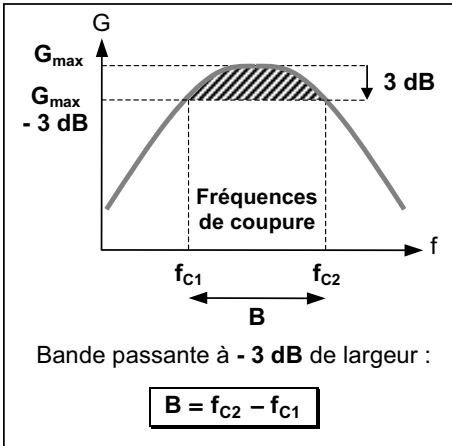
La fréquence de coupure correspondante est :

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\tau}$$



➤ **Rappels de mathématiques** : $|a + jb| = \sqrt{a^2 + b^2}$ et $\text{Arg}(a + jb) = \text{Arc tan} \frac{b}{a}$ si a et $b > 0$

3.2.3. Rappels : bande passante et fréquence de coupure



• Bande passante

Soit G_{max} la valeur maximale prise par le gain G . On appelle **bande passante à - 3 dB** l'intervalle de fréquences (ou pulsations) de largeur B pour lequel

$$G \geq G_{max} - 3 \text{ dB} \Leftrightarrow H \geq \frac{H_{max}}{\sqrt{2}}$$

• Fréquences de coupure

Les fréquences pour lesquelles $G = G_{max} - 3 \text{ dB}$ sont appelées **fréquences de coupure à - 3 dB**.

3.3. Structures

3.3.1. Filtres passifs

| Filtre passe – bas | Filtre passe – haut |
|---|--|
| | |
| $\tau = RC$ | $\tau = \frac{L}{R}$ |
| | |
| <p>En appliquant le <u>diviseur de tension</u> :</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\tau\omega} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$ </div> | <p>En appliquant le <u>diviseur de tension</u> :</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $H(j\omega) = \frac{j\tau\omega}{1 + j\tau\omega} = \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$ </div> |

□ Remarque :

La charge des filtres doit être **infinie** ou **très grande** ($\Rightarrow i = 0$) pour pouvoir appliquer la formule du diviseur de tension. On pourra "**charger**" un filtre par un **adaptateur d'impédance**, par exemple un **suiveur** (cf. page 163), suivi de la charge qui lui est destinée.

En général, la présence de circuits intégrés linéaires (ALI) permet d'obtenir une **grande impédance d'entrée** et une **faible impédance de sortie**. Ces deux propriétés facilitent la mise en cascade des filtres. Ils n'utilisent jamais d'inductance, cela les rend moins volumineux que les **filtres passifs** à résistances, inductances et condensateurs.

3.3.2. Filtres actifs

| Filtre passe – bas | Filtre passe – haut |
|---|---|
| Structure | |
| | |
| <p>Soit : $\underline{Y}_0 = \frac{1}{\underline{Z}_0} = \frac{1}{R_0} + jC_0\omega = \frac{1 + jR_0C_0\omega}{R_0}$</p> | <p>Soit : $\underline{Z}_1 = R_1 + \frac{1}{jC_1\omega} = \frac{1 + jR_1C_1\omega}{jC_1\omega}$</p> |
| Fonction de transfert | |
| <p>On reconnaît une structure amplificatrice inverseuse dont la fonction de transfert s'écrit :</p> | |
| $\frac{V_S}{V_E} = -\frac{Z_0}{R_1} \Rightarrow \boxed{\frac{V_S}{V_E} = -\frac{R_0/R_1}{1 + jR_0C_0\omega}}$ | $\frac{V_S}{V_E} = -\frac{R_0}{Z_1} \Rightarrow \boxed{\frac{V_S}{V_E} = \frac{-jR_0C_1\omega}{1 + jR_1C_1\omega}}$ |
| <p>ou encore :</p> $\boxed{\frac{V_S}{V_E} = -\frac{K}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}}$ | <p>ou encore :</p> $\boxed{\frac{V_S}{V_E} = -K \cdot \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}}$ |
| <p>avec : $\boxed{K = \frac{R_0}{R_1}}$ et $\boxed{\omega_0 = \frac{1}{R_0C_0}}$</p> | <p>avec : $\boxed{K = \frac{R_0}{R_1}}$ et $\boxed{\omega_0 = \frac{1}{R_1C_1}}$</p> |
| <p>K est l'amplification dans la bande passante.</p> | |
| Diagramme de Bode | |
| <p>Signe ⊖ dans la fonction de transfert ⇒ Déphasage de -180°</p> | |

3.4. Application : Détermination du spectre du signal de sortie

3.4.1. Méthode

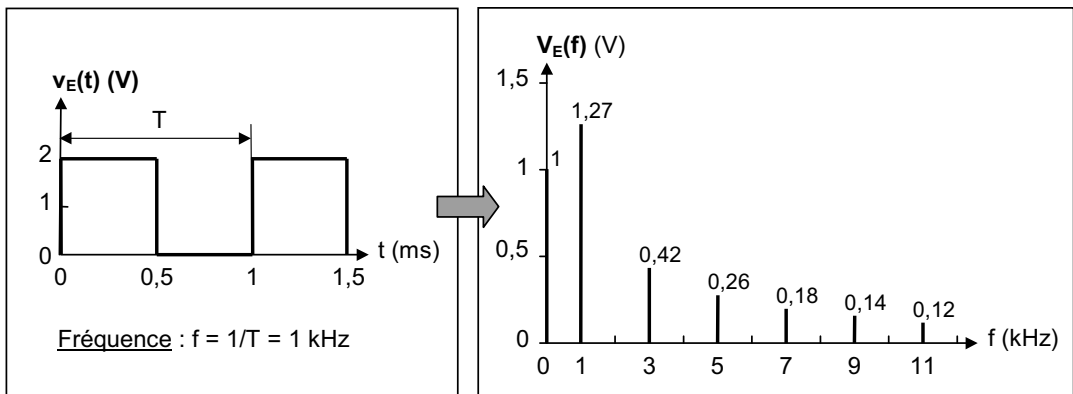
On peut déterminer le spectre du signal de sortie du filtre $V_S(f)$ connaissant le spectre du signal d'entrée $V_E(f)$ et la fonction de transfert $H(jf)$ du filtre. On rappelle que le spectre en fréquence est un diagramme donnant les valeurs des amplitudes des composantes **alternatives sinusoïdales** (ou harmoniques) du signal en fonction de la fréquence (ou pulsation). La méthode est la suivante :

- ① On calcule le module $H(f)$ de la fonction de transfert $H(jf)$ pour chaque valeur de fréquences (harmoniques) du signal d'entrée $v_E(t)$.
- ② On multiplie l'amplitude de chaque harmonique du signal d'entrée par le module $H(f)$ correspondant à cette fréquence. Le résultat donne l'amplitude de l'harmonique du signal de sortie pour cette même fréquence.

3.4.2. Exemple

On cherche à déterminer une partie du spectre du signal de sortie $v_S(t)$ d'un filtre passe - bas pour un signal d'entrée $v_E(t)$ de type "carré" avec une composante continue. La décomposition en série de Fourier d'un tel signal a déjà été effectuée dans le chapitre 4 page 41 ($V_M = 1$ Volt).

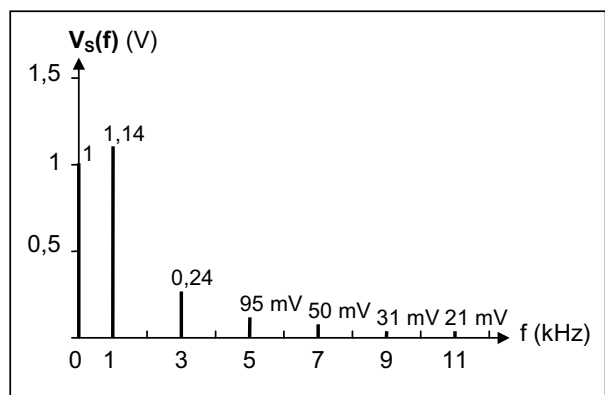
- Le signal d'entrée $v_E(t)$ est représenté ci-dessous (chronogramme et spectre) :



- La fonction de transfert du filtre considéré est : $H(jf) = \frac{1}{1 + j\frac{f}{f_0}} \Rightarrow H(f) = |H(jf)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}}$
(filtre passe - bas 1^{er} ordre avec $f_0 = 2$ kHz)

- Le tableau et le spectre suivants résument la méthode pour calculer l'amplitude des 12 premières raies de la tension de sortie $v_S(t)$:

| f (kHz) | $V_E(f)$ | $H(f)$ | $V_S(f) = H(f) \cdot V_E(f)$ |
|---------|----------|--------|------------------------------|
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1,273 | 0,894 | 1,138 |
| 2 | 0 | 0,707 | 0 |
| 3 | 0,424 | 0,555 | 0,235 |
| 4 | 0 | 0,447 | 0 |
| 5 | 0,255 | 0,371 | 0,095 |
| 6 | 0 | 0,316 | 0 |
| 7 | 0,182 | 0,275 | 0,050 |
| 8 | 0 | 0,243 | 0 |
| 9 | 0,141 | 0,217 | 0,031 |
| 10 | 0 | 0,196 | 0 |
| 11 | 0,116 | 0,179 | 0,021 |



4. Les filtres du 2nd ordre

4.1. Filtre passe - bas

4.1.1. Fonction de transfert

La fonction de transfert s'écrit :

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + 2jm \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

Le coefficient **m** est le **facteur d'amortissement**. On le note également **z** ou ξ . Il influe sur la courbe de gain au voisinage de la **pulsation propre** ω_0 .

4.1.2. Diagramme de Bode asymptotique

- Si $\omega \gg \omega_0$ ou $\frac{\omega}{\omega_0} \gg 1$ alors $H(j\omega) \approx \frac{1}{\left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} = -\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2$ ce qui conduit à :

$$G \cong 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 = -40 \cdot \log_{10} \omega + 40 \cdot \log_{10} \omega_0 \quad \text{et} \quad \varphi = -\pi$$

Sur cet intervalle, la courbe de phase est une droite horizontale d'ordonnée à l'origine $-\pi$. Avec l'échelle logarithmique des pulsations, la courbe de gain est une droite de pente négative égale à **-40 dB par décade** ou **-12 dB par octave**.

Généralisation : A un terme en $(j\omega/\omega_0)^n$, avec $n > 0$ ou $n < 0$ correspond une asymptote de pente **20n dB par décade** ou **6n dB par octave**, ainsi qu'un déphasage de $n \cdot (\pi/2)$.

- Si $\omega \ll \omega_0$ ou $\frac{\omega}{\omega_0} \ll 1$ alors $H(j\omega) \approx 1$:

$$G \cong 0 \text{ dB} \quad \text{et} \quad \varphi = 0$$

Sur cet intervalle, les courbes de gain et de phase sont des droites horizontales.

La courbe de gain réelle dépend du facteur **m**. Plusieurs cas sont possibles :

$$0 < m < \frac{\sqrt{2}}{2} :$$

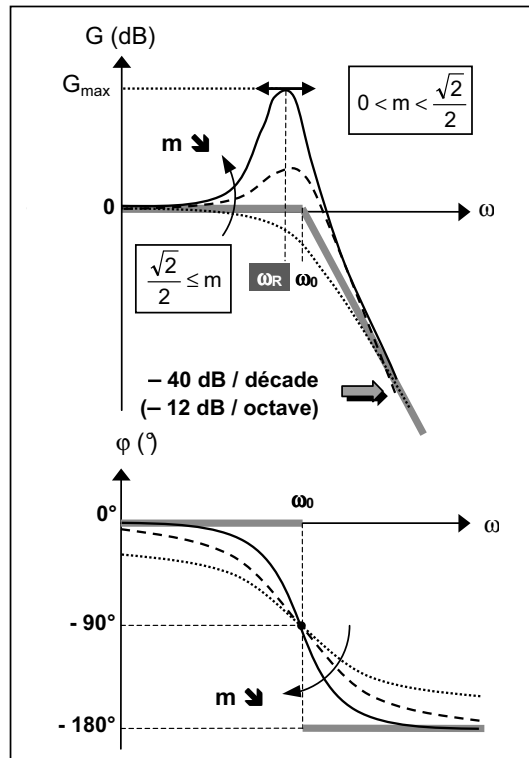
La courbe de gain présente un maximum G_{\max} pour la pulsation de résonance $\omega = \omega_R$:

$$\omega_R = \omega_0 \sqrt{1 - 2m^2}$$

$$H(\omega_R) = \frac{1}{2m\sqrt{1 - m^2}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \leq m :$$

La courbe de gain reste en permanence au-dessous des asymptotes.



☛ Contrairement aux filtres du 1^{er} ordre, la **pulsation de coupure** définie à **- 3 dB** est différente de la **pulsation propre** ω_0 sauf pour $m = \sqrt{2} / 2$.

Pour $m = \sqrt{2} / 2$, la courbe de gain est la **plus plate possible** dans la bande passante.

Plus m est grand et plus l'amortissement est important. Ceci se traduit par un passage très progressif de la bande passante à la bande atténuée.

Lorsque $m \geq 1$, la fonction de transfert est décomposable en deux fonctions du 1^{er} ordre :

$$H(j\omega) = \frac{1}{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_1}\right) \cdot \left(1 + j\frac{\omega}{\omega_2}\right)}$$

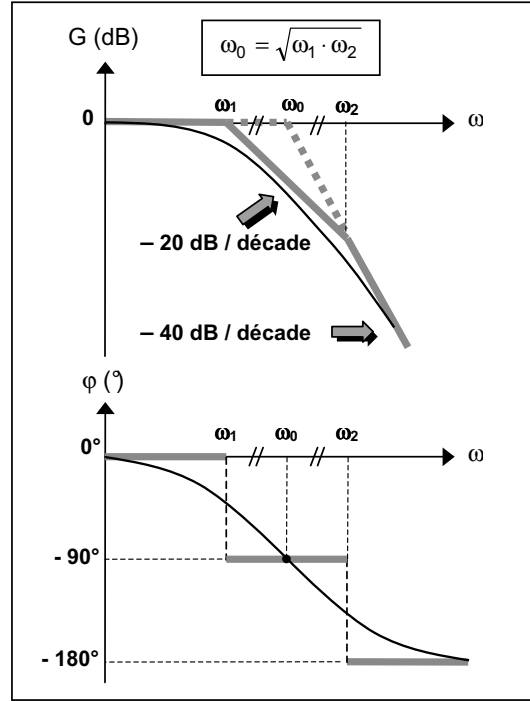
Les pulsations ω_1 et ω_2 (avec $\omega_1 < \omega_2$) sont les solutions de l'équation du 2nd degré :

$$X^2 - SX + P = 0$$

avec :

$$\begin{cases} S = \omega_1 + \omega_2 = 2m\omega_0 \\ P = \omega_1 \cdot \omega_2 = \omega_0^2 \end{cases}$$

Si $m = 1$, la fonction de transfert $H(j\omega)$ est un **carré parfait** car $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$.



4.2. Autres filtres

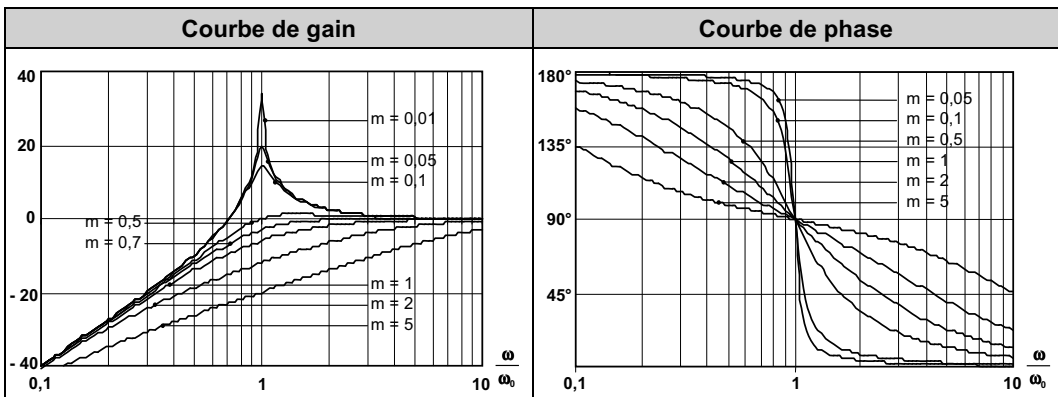
4.2.1. Filtre passe - haut

$$H(j\omega) = \frac{\left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 + 2jm\frac{\omega}{\omega_0} + \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

La fonction de transfert s'écrit :

Le diagramme de Bode se déduit de celui du filtre passe - bas du 2nd ordre :

- pour le gain G , en effectuant une symétrie par rapport à la droite d'équation $\omega = \omega_0$;
- pour la phase ϕ , en effectuant une translation verticale de π ou 180° .



4.2.2. Filtre passe - bande

La fonction de transfert s'écrit :

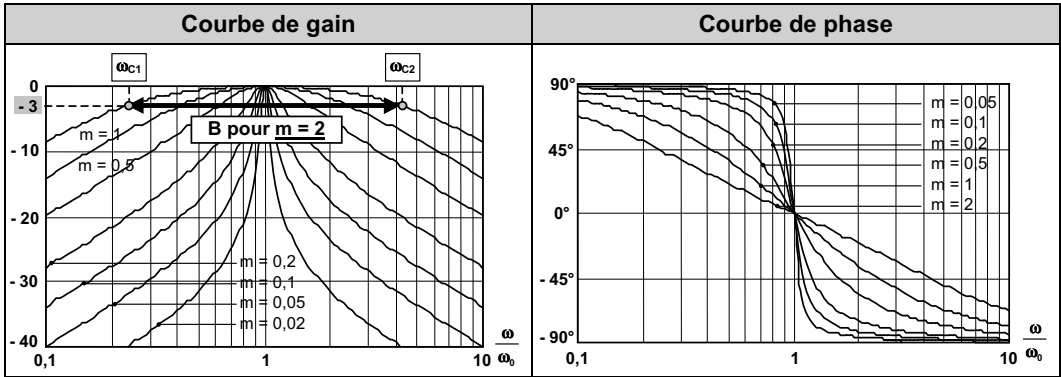
$$\underline{H}(j\omega) = \frac{2jm \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + 2jm \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \Rightarrow \underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

La sélectivité est représentée par le coefficient $Q = 1/2m$ appelé aussi **facteur de qualité**.

La largeur $B = \omega_{c2} - \omega_{c1}$ (en rad/s) de la bande passante à -3dB a pour expression :

$$\omega_{C1,2} = \mp m\omega_0 + \omega_0 \sqrt{1+m^2} \Rightarrow \boxed{B = 2m\omega_0 = \omega_0 / Q}$$

Plus m est faible, plus la bande passante B est étroite, plus le filtre est "sélectif".



4.2.3. Filtre coupe - bande

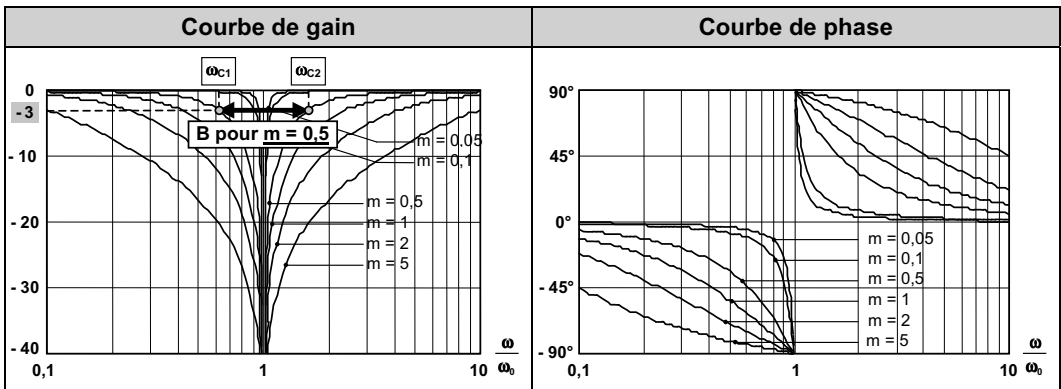
La fonction de transfert s'écrit :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1 + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 + 2jm \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

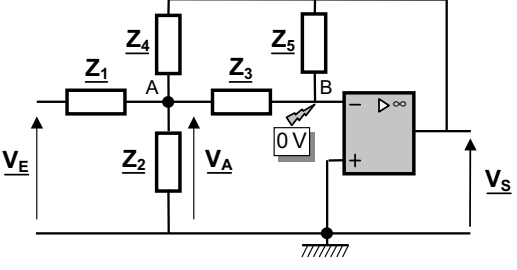
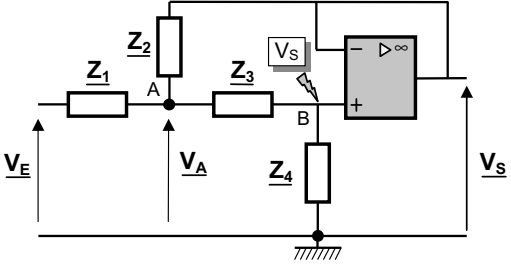
□ **Remarque** : C'est la somme de la fonction de transfert d'un filtre passe - bas du 2nd ordre et de celle d'un filtre passe - haut du 2nd ordre. Pour $\omega = \omega_0$, on a $\underline{H}(j\omega_0) = 0$.

La largeur $B = \omega_{c2} - \omega_{c1}$ (en rad/s) de la bande "rejetée" à -3dB a pour expression :

$$\omega_{C1,2} = \mp m\omega_0 + \omega_0 \sqrt{1+m^2} \Rightarrow \boxed{B = 2m\omega_0 = \omega_0 / Q} \quad (\text{idem passe - bande})$$



4.3. Structures

| Structure de RAUCH | Structure de SALLEN & KEY simplifiée |
|--|--|
| <p>Elle est basée sur un amplificateur de tension inverseur :</p>  | <p>Elle est basée sur un amplificateur de tension non - inverseur :</p>  |
| <p>Il est plus facile de faire le calcul de la fonction de transfert à partir des admittances $\underline{Y}_i = 1/\underline{Z}_i$.</p> | |
| Fonction de transfert | |
| <p>On applique le théorème de MILLMAN :</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ au point A : $\underline{V}_A = \frac{Y_1 V_E + Y_4 V_S}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4}$ ▪ au point B : $\underline{V}_B = 0 = \frac{Y_3 V_A + Y_5 V_S}{Y_3 + Y_5}$ <p>Soit : $\frac{Y_1 V_E + Y_4 V_S}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4} = -\frac{Y_5}{Y_3} \cdot V_S$</p> <p>Tous calculs faits (faire un produit en "croix") :</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\frac{V_S}{V_E} = \frac{-Y_1 Y_3}{Y_3 Y_4 + Y_5 \cdot (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)}$ </div> | <p>On applique le théorème de MILLMAN :</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ au point A : $\underline{V}_A = \frac{Y_1 V_E + Y_2 V_S + Y_3 V_S}{Y_1 + Y_2 + Y_3}$ ▪ au point B : $\underline{V}_B = \underline{V}_S = \frac{Y_3 V_A}{Y_3 + Y_4}$ <p>Soit : $\frac{Y_1 V_E + Y_2 V_S + Y_3 V_S}{Y_1 + Y_2 + Y_3} = \frac{Y_3 + Y_4}{Y_3} \cdot V_S$</p> <p>Tous calculs faits (faire un produit en "croix") :</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\frac{V_S}{V_E} = \frac{Y_1 Y_3}{(Y_1 + Y_2) \cdot (Y_3 + Y_4) + Y_3 \cdot (Y_4 - Y_2)}$ </div> |
| <p>On peut remplacer en réalité chaque impédance Z_i par une résistance ou un condensateur selon le type de filtre à synthétiser (passe - bas, passe - haut, ...) : $\underline{Y}_i = 1/R_i$ ou $\underline{Y}_i = jC_i\omega$.</p> | |

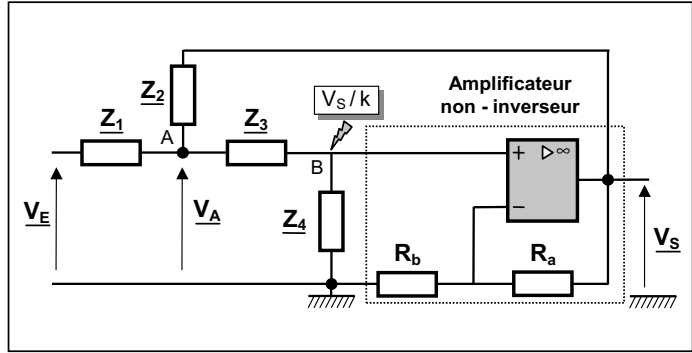
Le dénominateur ayant toujours la forme indiquée au & 4.2, il suffit d'examiner le numérateur $\underline{Y}_1 \cdot \underline{Y}_3$ pour savoir quelle est la fonction du filtre :

- c'est un **passe - bas** si ce sont des résistances : $\underline{Y}_1 \underline{Y}_3 = \frac{1}{R_1 R_3} = \text{constante}$;
 - c'est un **passe - haut** si ce sont des capacités : $\underline{Y}_1 \underline{Y}_3 = C_1 C_3 (j\omega)^2$ polynôme en $(j\omega)^2$;
 - c'est un **passe - bande** si ce sont deux éléments différents : $\underline{Y}_1 \underline{Y}_3 = \frac{C}{R} \cdot j\omega$ polynôme en $j\omega$.
- **Nota** : A cause de la limite fréquentielle des ALI (un ALI se comporte comme un passe - bas), ces filtres sont limités aux fréquences basses, le plus souvent en dessous du **MHz**.

La structure de **SALLEN & KEY** simplifiée donne quelquefois des valeurs de condensateur difficiles d'approvisionnement.

On lui préfère la structure suivante. Le "gain" noté **k** de l'amplificateur est fixé par les résistances **R_a** et **R_b** :

$$k = \frac{R_a + R_b}{R_b} = 1 + \frac{R_a}{R_b}$$



□ **Nota** : La structure simplifiée correspond à **k = 1** (**R_a = 0 Ω** et **R_b non câblée**).

On applique le **théorème de MILLMAN** aux points **A** et **B** :

$$\underline{V_A} = \frac{Y_1 \underline{V_E} + Y_2 \underline{V_S} + Y_3 \cdot \frac{V_S}{k}}{Y_1 + Y_2 + Y_3} \quad \text{et} \quad \underline{V_B} = \frac{V_S}{k} = \frac{Y_3 \underline{V_A}}{Y_3 + Y_4} \Rightarrow \underline{V_A} = \left(1 + \frac{Y_4}{Y_3}\right) \cdot \frac{V_S}{k}$$

Ce qui conduit à :
$$\underline{Y_1 \underline{V_E} + Y_2 \underline{V_S} + Y_3 \cdot \frac{V_S}{k}} = (Y_1 + Y_2 + Y_3) \cdot \left(1 + \frac{Y_4}{Y_3}\right) \cdot \frac{V_S}{k}$$

Tous calculs faits :

$$\frac{\underline{V_S}}{\underline{V_E}} = \frac{k Y_1 Y_3}{(Y_1 + Y_2 + Y_3) \cdot (Y_3 + Y_4) - k Y_2 Y_3 - Y_3^2}$$

Stabilité : Lorsque le facteur d'amortissement **m** s'annule, les **filtres de SALLEN & KEY** deviennent instables et se transforment en **oscillateurs**.

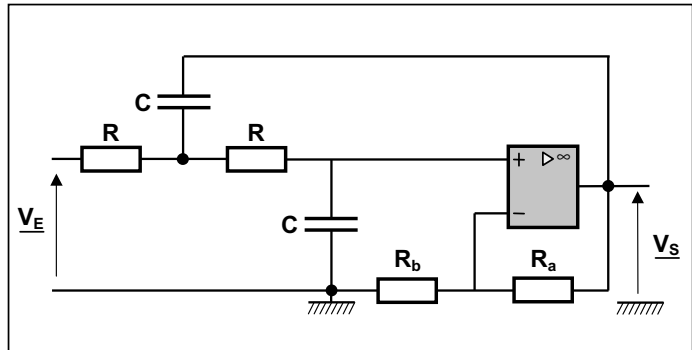
➤ **Application**

La structure proposée est celle d'un **filtre passe - bas** avec :

$$\underline{Y_1} = \underline{Y_3} = \frac{1}{R} \quad \text{et} \quad \underline{Y_2} = \underline{Y_4} = j\omega C$$

En introduisant ces relations dans l'expression de la fonction de transfert établie ci-dessus :

$$\frac{\underline{V_S}}{\underline{V_E}} = \frac{k}{1 + (3 - k)jRC\omega + (jRC\omega)^2}$$



Par identification avec la forme :

$$\frac{\underline{V_S}}{\underline{V_E}} = \frac{k}{1 + 2jm \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \quad \text{(forme canonique d'un filtre passe - bas du 2nd ordre)}$$

On obtient :

$$\omega_0 = \frac{1}{RC} \quad \text{et} \quad m = \frac{3 - k}{2}$$

On peut donc régler indépendamment la **pulsation propre** ω_0 et le **facteur d'amortissement** **m**. Si **k > 3**, **m** est négatif et le système est **instable** (oscillations).

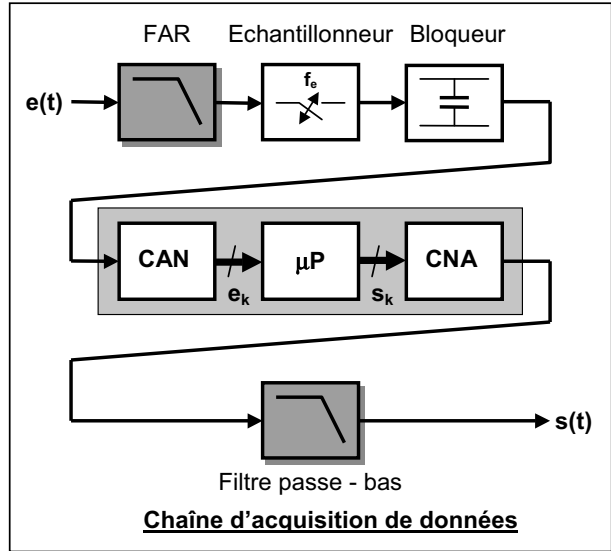
5. Les filtres polynomiaux

5.1. Généralités

Dans les systèmes d'acquisition de données, ce sont les **filtres passe - bas** les plus répandus (filtre anti-repliement FAR, amélioration du rapport signal / bruit ou reconstruction). Mais on trouve également des filtres passe - bande ou des réjecteurs de bande lorsqu'il faut éliminer un parasite d'amplitude élevée avant d'effectuer la conversion en signal numérique (CAN).

Pour répondre aux deux caractéristiques de base (pente et ondulation) qui font souvent l'objet d'un compromis, on peut proposer différentes fonctions de transfert.

En pratique, on se restreint à deux types de filtres aux propriétés connues que l'on sait calculer relativement facilement.



Pour ces deux types, l'inverse de la fonction de transfert est un **polynôme de la variable ω** . Ils sont connus sous le nom de **filtres polynomiaux** et donnent lieu à des réalisations simples.

5.2. Filtres de Butterworth

Ils sont basés sur une fonction de transfert $H(j\omega)$ dont le module s'écrit :

$$|H(jx)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon^2 x^{2n}}}$$

Dans cette relation, n est l'ordre du filtre et $x = \omega / \omega_0$ (variable réduite).

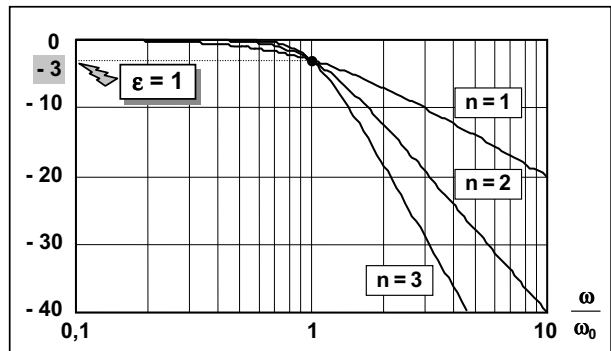
Le paramètre ϵ définit l'amplitude de l'ondulation dans la bande passante ($x = 1$) :

$$G_p = -10 \log_{10}(1 + \epsilon^2) \quad \Rightarrow \quad \epsilon = \sqrt{10^{\frac{-G_p}{10}} - 1} \quad (G_p = -3 \text{ dB} \Rightarrow \epsilon = 1)$$

La caractéristique essentielle de la courbe de gain est d'être **la plus plate possible** (*maximally flat* en anglais) dans la bande passante.

Elle se rapproche d'autant plus de la courbe idéale (gabarit rectangulaire) que l'ordre n du filtre est élevé.

Pour $\epsilon = 1$, la pulsation ω_0 est toujours la **pulsation de coupure à -3 dB** quelle que soit la valeur de n .



□ **Cas particuliers :**

$n = 1$: On retrouve le filtre passe - bas classique du 1^{er} ordre détaillé page 144.

$n = 2$: On retrouve le filtre passe - bas du 2nd ordre avec $m = \sqrt{2} / 2$.

5.3. Filtres de Chebychev

Ils sont basés sur une fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$ dont le module s'écrit :

$$|\underline{H}(jx)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 P_n^2(x)}}$$

Dans cette relation, n est l'ordre du filtre et $x = \omega / \omega_0$.

Le paramètre ε définit toujours l'amplitude de l'ondulation dans la bande passante ($x = 1$).

Les polynômes $P_n(x)$, appelés **polynômes de Chebychev**, se calculent par récurrence à partir de l'équation suivante :

$$P_n(x) = 2x \cdot P_{n-1}(x) - P_{n-2}(x) \quad \text{avec} \quad P_0(x) = 1 \quad \text{et} \quad P_1(x) = x$$

Ainsi :

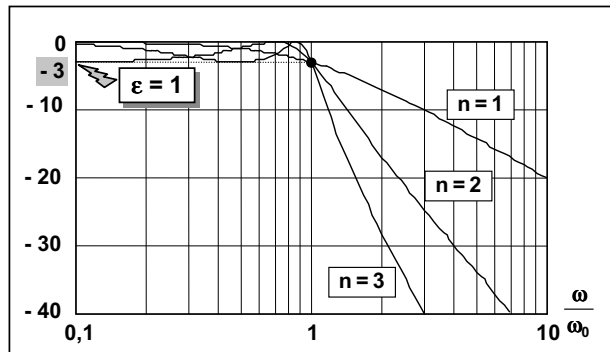
$$P_2(x) = 2x \cdot P_1(x) - P_0(x) = 2x^2 - 1$$

$$P_3(x) = 2x \cdot P_2(x) - P_1(x) = 4x^3 - 3x$$

Contrairement aux filtres de Butterworth, les filtres de Chebychev présentent une **ondulation d'amplitude constante** (*equal ripple* en anglais) dans la bande passante.

La courbe de gain oscille entre les valeurs 0 et G_p dans la bande passante.

Pour satisfaire les exigences d'un gabarit donné, l'ordre n du filtre nécessaire est **beaucoup plus grand** dans le cas d'un filtre de Butterworth.



En effet, la pente au voisinage de la pulsation de coupure est **nettement plus franche** dans le cas d'un filtre de Chebychev que dans le cas d'un filtre de Butterworth.

□ Cas particuliers :

n = 1 : On retrouve le filtre passe - bas classique du 1^{er} ordre détaillé page 144.

n = 2 : On obtient la fonction de transfert d'un filtre passe - bas du 2nd ordre avec $m < \sqrt{2} / 2$.
Pour $\varepsilon = 1$, soit $G_p = -3\text{dB}$, on trouve $m \approx 0,38$.

6. Les filtres universels

6.1. Constat

La fonction de transfert des filtres du 2nd ordre s'écrit :
$$\underline{H}(j\omega) = \frac{N(j\omega)}{D(j\omega)} = \frac{N(j\omega)}{1 + 2jm \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

Le dénominateur est commun à tous les types de filtres.
Le numérateur est au "gain" près :

- $\underline{N}(j\omega) = 1$ pour un filtre **passe - bas** ;
- $\underline{N}(j\omega) = \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2$ pour un filtre **passe - haut** ;
- $\underline{N}(j\omega) = 2jm \frac{\omega}{\omega_0}$ pour un filtre **passe - bande**.

6.2. Principe

Les filtres universels sont basés sur l'utilisation d'intégrateurs et de sommateurs. Ils présentent la particularité de fournir en même temps des sorties **passé - bas**, **passé - haut** et **passé - bande**. Cette qualité est précieuse car elle permet de standardiser la production.

Soit, à titre d'exemple, la fonction passé - haut du 2nd ordre dont la fonction de transfert s'écrit :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V}_S}{\underline{V}_E} = \frac{\left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 + 2jm\frac{\omega}{\omega_0} + \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \Rightarrow \underline{V}_S \cdot \left[1 + 2jm\frac{\omega}{\omega_0} + \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right] = \underline{V}_E \cdot \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2$$

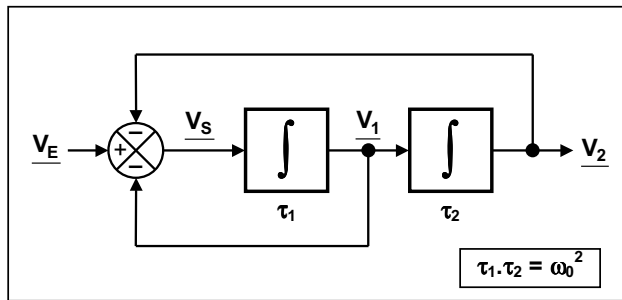
Cette équation peut se mettre sous la forme :

$$\underline{V}_S = \underline{V}_E - 2m\omega_0 \cdot \frac{\underline{V}_S}{j\omega} - \omega_0^2 \cdot \frac{\underline{V}_S}{(j\omega)^2}$$

En posant $\tau_1 = \frac{1}{2m\omega_0}$ et $\tau_2 = \frac{2m}{\omega_0}$:

$$\underline{V}_S = \underline{V}_E - \frac{\underline{V}_S}{j\tau_1\omega} - \frac{\underline{V}_S}{(j\tau_1\omega)(j\tau_2\omega)}$$

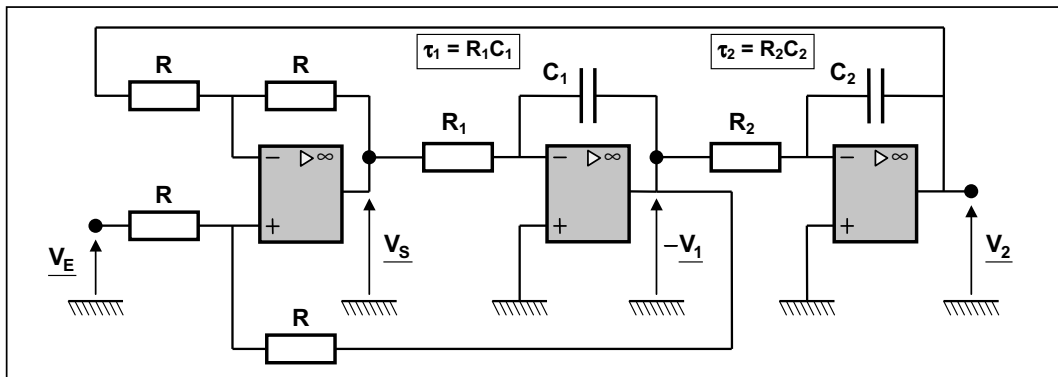
Ceci peut être matérialisé par le circuit analogique ci-contre comportant un **additionneur - soustracteur** et **deux intégrateurs** (constantes de temps τ_1).



| Sortie en \underline{V}_1 | Sortie en \underline{V}_2 |
|--|---|
| $\frac{\underline{V}_1}{\underline{V}_E} = \frac{\underline{V}_1}{\underline{V}_S} \cdot \frac{\underline{V}_S}{\underline{V}_E} = \frac{2jm\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + 2jm\frac{\omega}{\omega_0} + \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$ <p style="text-align: center;">Filtre passé - bande</p> | $\frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_E} = \frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_S} \cdot \frac{\underline{V}_S}{\underline{V}_E} = \frac{1}{1 + 2jm\frac{\omega}{\omega_0} + \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$ <p style="text-align: center;">Filtre passé - bas</p> |

6.3. Structure

C'est la première structure à avoir été proposée. Elle sert de base aux réalisations ultérieures. Elle est obtenue en réarrangeant les signes des tensions \underline{V}_i de façon à n'utiliser que trois ALIs.



Le premier ALI constitue l'**additionneur - soustracteur** : $\underline{V}_S = \underline{V}_E + (-\underline{V}_1) - \underline{V}_2$

7. Les filtres à capacités commutées (notions)

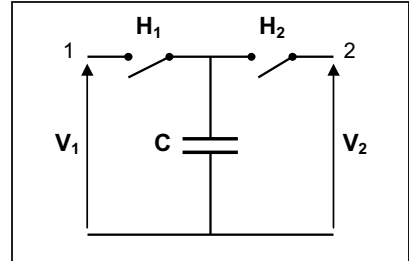
Les filtres à capacités commutées ne comprennent que des interrupteurs, des condensateurs et des amplificateurs. Complètement intégrables, ils jouissent d'excellentes qualités de stabilité et de précision, sans nécessiter de réglage.

7.1. Principe

Le montage de base consiste à remplacer les résistances d'un filtre actif par un montage ne comprenant que des condensateurs et des interrupteurs alternativement ouverts ou fermés au rythme d'une horloge de période $T = 1 / f_h$.

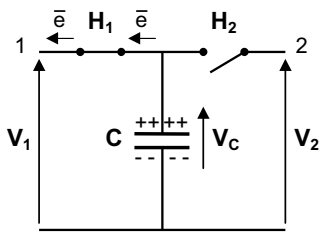
On commute le condensateur C d'un point à un autre d'un circuit à des potentiels différents V_1 et V_2 .

H_1 et H_2 sont deux interrupteurs commandés par un signal carré de période T .



La commutation rapide du condensateur C du point 1 au point 2 et du point 2 au point 1 entraîne la circulation de charges (\bar{e}) de 2 vers 1 si $V_1 > V_2$ comme l'expliquent les schémas suivants :

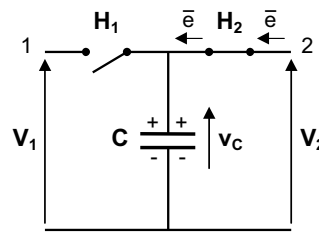
[0 ; T/2] : H_1 fermé, H_2 ouvert



C se charge immédiatement : $V_C = V_1$
Les charges circulent de C vers le point 1.

$$Q_1 = C V_1$$

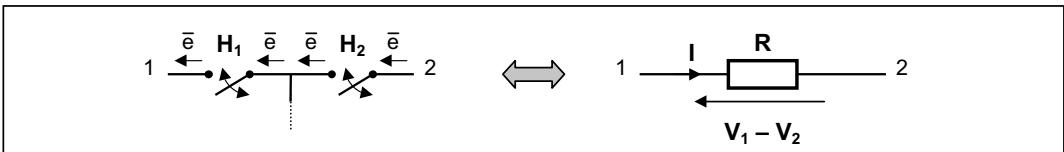
[T/2 ; T] : H_1 ouvert, H_2 fermé



Il y a pertes de charges car $V_C = V_1 > V_2$.
Les charges circulent du point 2 vers C .

$$Q_2 = C V_2$$

Les potentiels des points 1 et 2 ne sont pas fixes dans les utilisations, mais ils peuvent être considérés comme tels étant donné la rapidité des commutations. Vu des points 1 et 2, le circuit est équivalent à une résistance R du fait de la circulation des charges.



La variation ΔQ de charge aux bornes du condensateur est égale à : $\Delta Q = C(V_1 - V_2)$.

Le courant I correspondant à ce transfert de charge sur une période T est égal à :

$$I = \frac{\Delta Q}{T} = \frac{C \cdot (V_1 - V_2)}{T} = \frac{V_1 - V_2}{R} \Rightarrow R = \frac{T}{C} = \frac{1}{C f_h}$$

La résistance simulée dépend de la fréquence d'horloge.

Elle peut être ajustée en changeant cette fréquence, la valeur de C étant imposée.

7.2. Utilisation de la capacité commutée

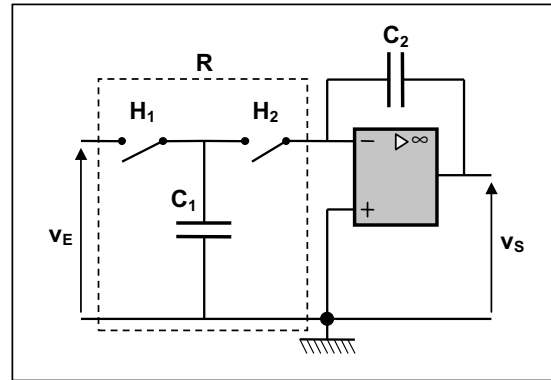
La résistance R de valeur $1/C \cdot f_h$ est intégrable sans difficultés car les **transistors MOS** peuvent être d'excellents interrupteurs analogiques H_1 et H_2 .

Ce dispositif prend tout son intérêt lorsqu'on l'utilise comme résistance d'un **intégrateur analogique**. En effet, la fonction de transfert correspondante s'écrit :

$$\frac{V_s}{V_E} = - \frac{1}{j\tau\omega}$$

avec τ constante de temps :

$$\tau = RC_2 = \frac{C_2}{C_1 f_h}$$



Elle ne dépend que des rapports des capacités C_1 et C_2 et non de leur valeur individuelle.

Si ces éléments sont réalisés sur un même substrat, ce rapport ne dépendra que du rapport de leurs surfaces physiques, qui peut être déterminé par construction avec une excellente précision (de l'ordre de **0,1 %**). Comme il est possible de réaliser des filtres actifs qui n'utilisent que des **intégrateurs** (voir filtres universels), on pourra fabriquer des **filtres intégrés très précis** sans qu'il ne soit nécessaire d'effectuer des réglages.

□ Avantage supplémentaire :

La constante de temps dépendant de la fréquence f_h de l'horloge, on peut modifier les fréquences de coupure de ces filtres de la forme $f_c = 1/(2\pi\tau)$ par **programmation numérique** de cette horloge. Il s'agit là d'une propriété tout à fait intéressante en pratique.

□ Inconvénient :

On se trouve en présence d'un **système échantillonné**, il faut donc satisfaire le **critère de Nyquist** (ou théorème de Shannon) à savoir $f_h \geq 2f_{max}$ où f_{max} est la plus haute des fréquences des harmoniques du signal d'entrée $v_E(t)$.

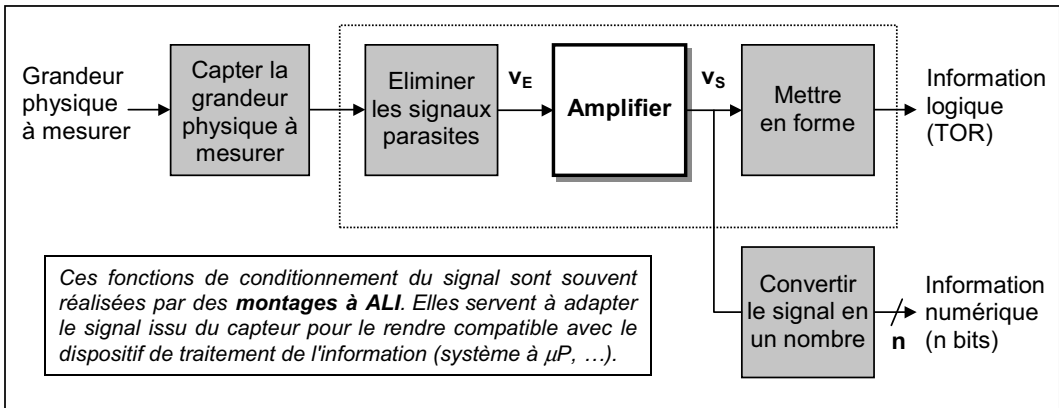
Chapitre 13

Amplificateurs linéaires intégrés

1. Chaîne d'acquisition d'une grandeur physique

Effectuer une mesure "correcte" constitue l'enjeu de l'instrumentation. Quel que soit le capteur, de nombreux paramètres influents ou "parasites" contribuent à l'erreur de mesure. On peut citer la température, la pression, les contraintes mécaniques, l'environnement électromagnétique ...

Au-delà de ce problème, intrinsèque au capteur, la chaîne d'acquisition s'efforce donc quant à elle d'associer au capteur un dispositif électronique performant, capable de fournir un signal électrique le plus représentatif possible du phénomène physique observé :

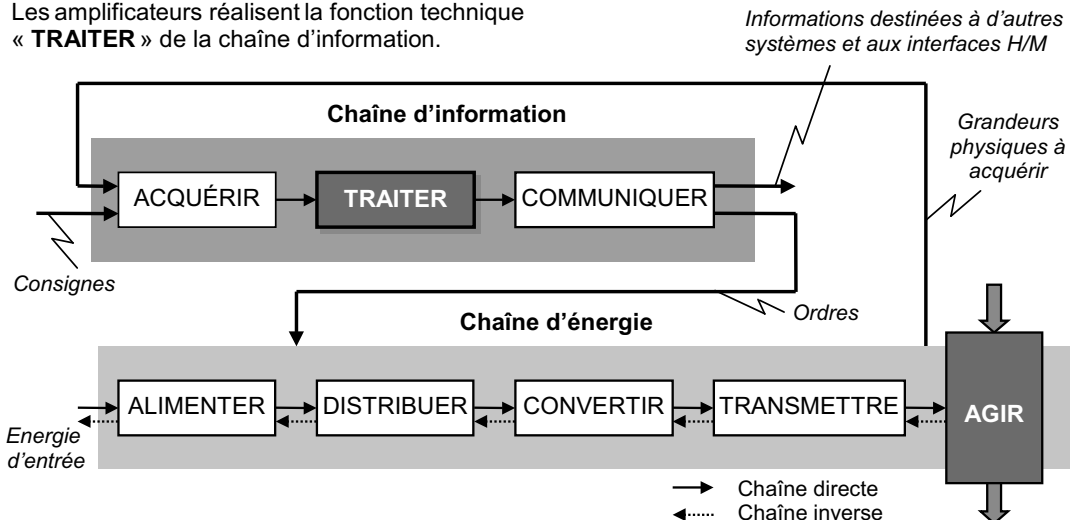


On se limite aux **amplificateurs de tension** : $v_S = k.v_E$ où $A = |k|$ est l'amplification en tension. On parle aussi par abus de langage de "gain" de l'amplificateur.

Selon le signe de k , on distingue les **montages inverseurs** ($k < 0$) de ceux **non - inverseurs** ($k > 0$).

2. Identification de la fonction technique réalisée

Les amplificateurs réalisent la fonction technique « **TRAITER** » de la chaîne d'information.



3. Les amplificateurs linéaires intégrés (ALI)

3.1. Symbole et brochage

Un ALI est un **amplificateur linéaire** réalisé dans un **circuit intégré**, alimenté par une alimentation :

- symétrique $\pm V_{CC}$ (de 3 à 50 V) par rapport à la masse ;
- ou en mono tension ($0/V_{CC}$).

D'un point de vue physique, l'énergie disponible en sortie de l'amplificateur est supérieure à celle disponible en entrée. Par conséquent, l'apport d'énergie nécessaire est fourni par l'alimentation électrique (de type continu) de l'amplificateur.

Les broches d'alimentation apparaissent rarement sur le symbole. Un ALI présente :

- **Deux bornes d'entrée** : E^+ Entrée non inverseuse +
 E^- Entrée inverseuse -

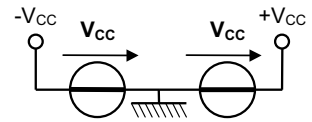
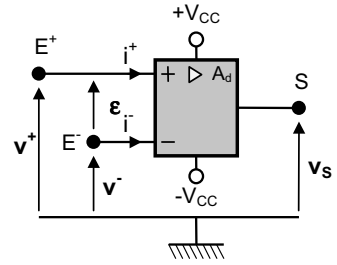
On note v^+ et v^- les potentiels de ces 2 entrées par rapport à la masse et i^+ , i^- les courants d'entrée.

$\epsilon = v^+ - v^-$ est la **tension d'entrées différentielles**.

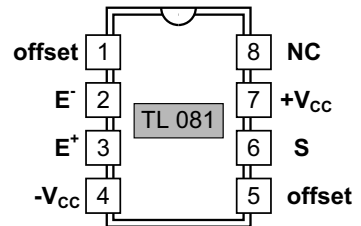
- **Une borne de sortie** : S

La tension de sortie est notée v_s .

On pourra aussi trouver des entrées de réglage sur certains ALI comme celles de la tension de décalage (offset).



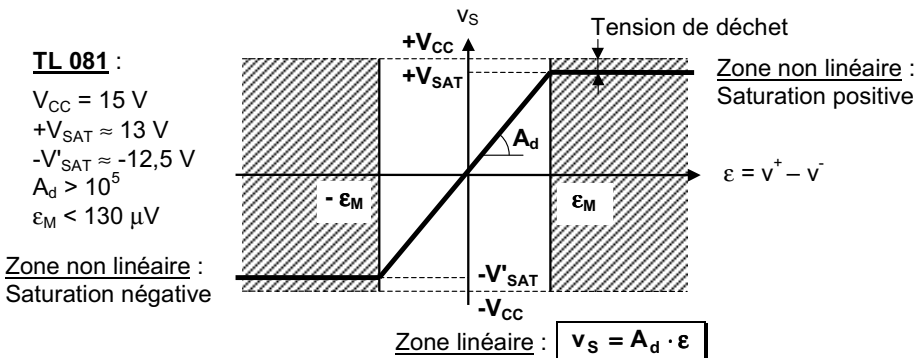
Alimentation symétrique



Exemple de brochage

3.2. Caractéristique de transfert

En négligeant la tension de décalage (offset), la tension v_s en sortie ouverte varie avec la **tension d'entrées différentielles** $\epsilon = v^+ - v^-$ selon la caractéristique de transfert $v_s(\epsilon)$:



Le coefficient positif A_d est l'**amplification différentielle en tension**. Il est en pratique très grand. Ces **amplificateurs** ne peuvent fonctionner seuls (en boucle ouverte) puisqu'il faudrait alors des tensions d'entrées différentielles inférieures à **quelques centaines de μV** pour ne pas les "saturer".

Dans les ALI à sortie dite **rail à rail**, les tensions de saturation V_{SAT} et $-V'_{SAT}$ sont à moins de **1%** des tensions d'alimentation $\pm V_{CC}$, ce qui permet de balayer en sortie une plage de tension plus grande (ex : LMC6061 - Alimentation simple de 0 à 15 V - Tension de déchet inférieure à 10 mV).

3.3. Régimes de fonctionnement

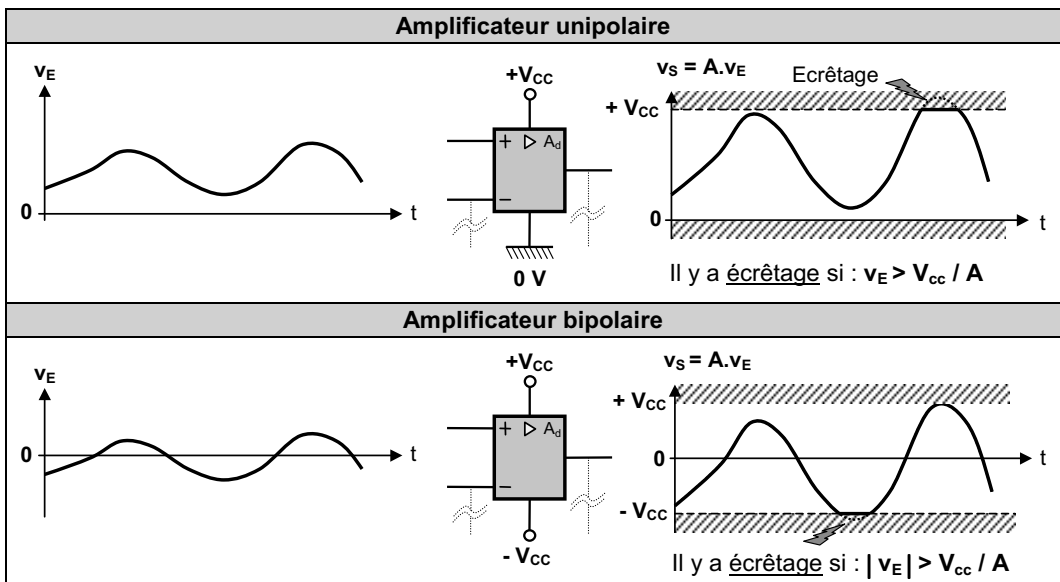
Le bouclage direct ou par un composant de la sortie **S** sur l'une des deux entrées **E⁺** ou **E⁻** est appelé **réaction**. Le régime de fonctionnement est différent selon que la réaction s'effectue sur l'entrée **E⁺** (réaction **positive**) ou **E⁻** (réaction **négative** ou **contre-réaction**).

| Fonctionnement en boucle ouverte | Fonctionnement en boucle fermée | |
|--|--|-------------------|
| | Réaction positive | Réaction négative |
| | | |
| <p>Régime non - linéaire : $\epsilon \neq 0$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $\begin{cases} \epsilon > 0 \Rightarrow v_s = +V_{SAT} \approx +V_{CC} \\ \epsilon < 0 \Rightarrow v_s = -V'_{SAT} \approx -V_{CC} \end{cases}$ </div> <p>Fonctionnement en comparateurs analogiques, ...</p> | <p>Régime linéaire : $\epsilon \approx 0$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $-V'_{SAT} \leq v_s \leq +V_{SAT}$ </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; margin-top: 10px;"> <p>Fonctionnement en amplificateurs</p> </div> | |

- Le fonctionnement en **amplificateurs** exige une réaction **négative** pour maintenir $\epsilon \approx 0$ car dans la zone linéaire $-130 \mu V \leq \epsilon \leq 130 \mu V$.
- Les ALI peuvent aussi être utilisés en régime non - linéaire **avec** ou **sans** réaction **positive**. Pour ces applications (redresseur sans seuil, comparateur, trigger, astable, ...), la tension de sortie v_s ne peut prendre que deux valeurs : $\pm V_{CC}$ (si on néglige les tensions de déchet).
- Un **amplificateur de tension** amplifie aussi en courant. Mais, bien que le courant de sortie soit supérieur au courant d'entrée, il n'y a pas de relation de proportionnalité entre eux : seule la tension de sortie est proportionnelle à la tension d'entrée.

3.4. Types d'amplifications de tension

Selon la nature de l'alimentation des ALI (symétrique ou mono - tension), on distingue :



3.5. Montages amplificateurs de base

3.5.1. Hypothèses d'études : ALI parfait ou idéal

Un ALI parfait possède :

- une **résistance d'entrées différentielles infinie**, donc des courants d'entrée nuls :

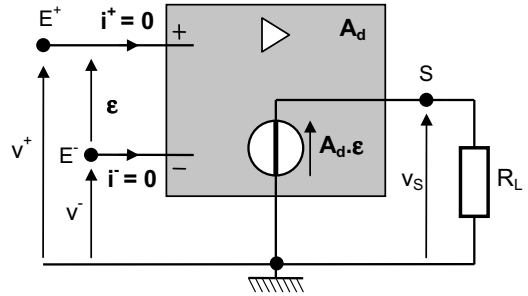
$$i^+ = i^- = 0$$

- une **résistance de sortie nulle** ;
- une **amplification différentielle A_d infinie** quelle que soit la fréquence ;

Donc, en **régime linéaire**, c'est à dire $|v_S| \leq V_{SAT}$, on a :

$$\epsilon = 0 \Rightarrow v^+ = v^-$$

- une tension v_S nulle en l'absence de signal d'entrée : pas de **tension de décalage** (offset).



3.5.2. Amplificateur non - inverseur

D'après la formule du **diviseur de tension** :

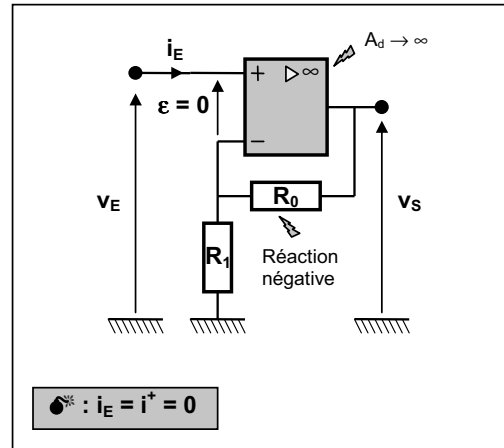
$$v^- = \frac{R_1}{R_0 + R_1} \cdot v_S$$

Comme l'ALI est supposé **parfait** et fonctionne en **régime linéaire** :

$$v^- = v^+ = v_E \Rightarrow \frac{v_S}{v_E} = 1 + \frac{R_0}{R_1}$$

Les résistances d'entrée et de sortie valent :

$$R_E = v_E / i_E \rightarrow +\infty \quad \text{et} \quad R_S = 0$$



3.5.3. Amplificateur inverseur

D'après le **théorème de MILLMAN** en E^- :

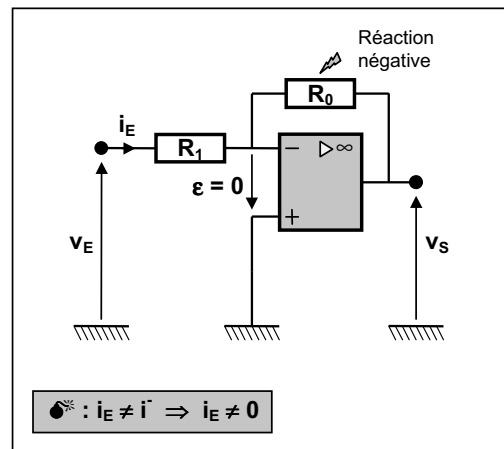
$$v^- = \frac{\frac{v_E}{R_1} + \frac{v_S}{R_0}}{\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1}} = \frac{v_E R_0 + v_S R_1}{R_0 + R_1}$$

Comme l'ALI est supposé **parfait** et fonctionne en **régime linéaire** :

$$v^- = v^+ = 0 \Rightarrow \frac{v_S}{v_E} = -\frac{R_0}{R_1}$$

Les résistances d'entrée et de sortie valent :

$$R_E = v_E / i_E = R_1 \quad \text{et} \quad R_S = 0$$

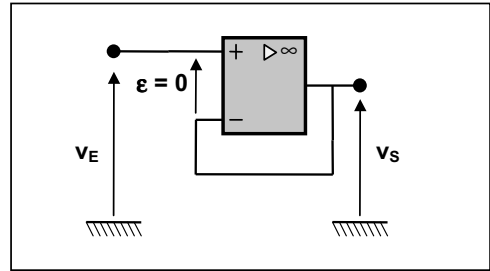


3.5.4. Cas particulier : Suiveur

On reconnaît un amplificateur non - inverseur avec $R_0 = 0$ et $R_1 = +\infty$ (ou appliquer la loi des mailles).

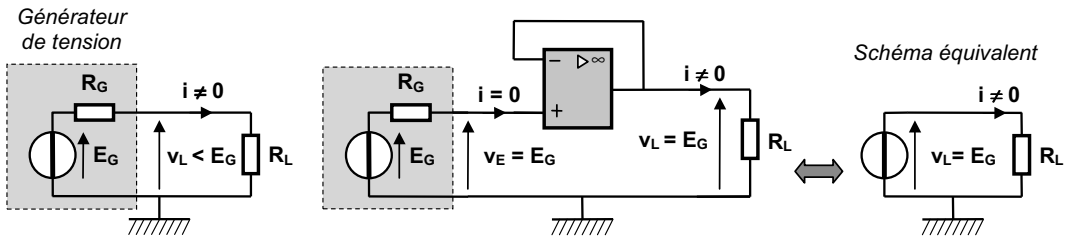
Par conséquent :
$$\frac{v_s}{v_E} = 1$$

L'intérêt du montage provient de sa résistance d'entrée infinie et de sa résistance de sortie nulle.



□ **Applications :**

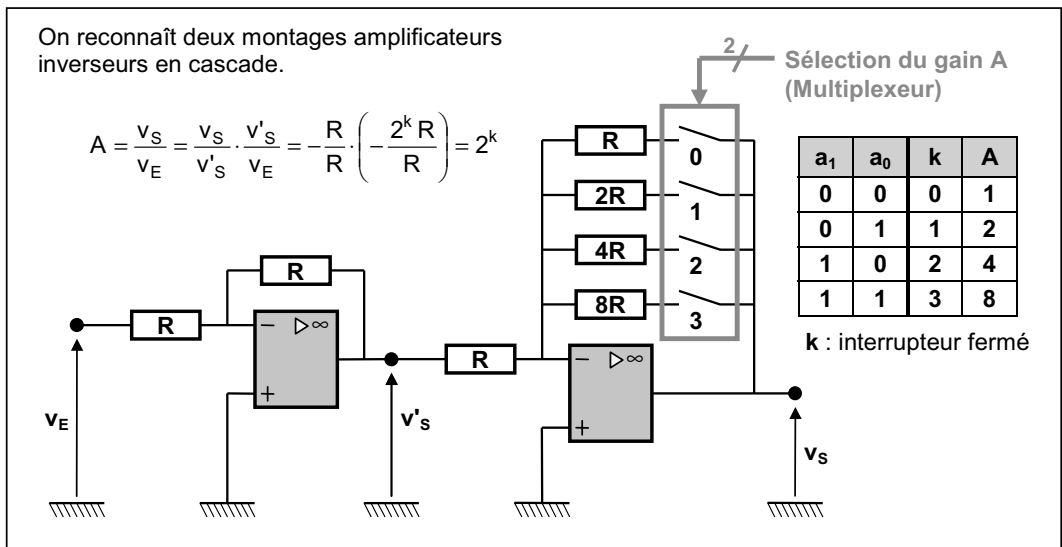
Ce montage permet de connecter une résistance de charge R_L à un générateur de résistance interne $R_G \gg R_L$ tout en maintenant la tension E_G aux bornes de R_L ou, en général, de rendre le **fonctionnement d'un générateur indépendant de sa charge**. On parle alors d'étage **adaptateur d'impédance** entre le générateur et la charge.



3.6. Amplificateurs programmables

On rencontre principalement ces composants sur les **cartes d'acquisition de données**. On parle d'amplification programmable dans le sens où l'utilisateur de la carte peut choisir pour une voie d'acquisition considérée l'amplification associée. On peut ainsi adapter la plage de variation de la tension issue de l'ensemble "capteur & conditionneur" à celle du **CAN (Convertisseur Analogique Numérique)**, ceci dans le but de réduire l'erreur relative commise sur la conversion **A/N**.

L'architecture interne d'un tel composant est très simple puisqu'elle fait simplement appel à un ALI dont la **résistance de contre - réaction** peut être choisie ou sélectionnée par programme en activant un **multiplexeur analogique**. Le montage suivant correspond à un **amplificateur programmable à 4 gains** (1, 2, 4, 8). Sa commande est réalisée par 2 signaux numériques $a_1 a_0$.



4. Limites et imperfections des ALI

Un ALI est **idéal** si l'amplification différentielle A_d est infinie, si la tension de sortie v_s est nulle lorsque la tension d'entrées différentielles e est nulle, et s'il possède une impédance d'entrée infinie ainsi qu'une impédance de sortie nulle, ceci dans toute la plage de fréquences d'utilisation. Un tel ALI idéal n'existant pas, on va passer en revue leurs principales caractéristiques.

4.1. Bande passante

BO : boucle ouverte
BF : boucle fermée

4.1.1. Régime de petits signaux : bandes passantes en BO et BF

La bande passante est **bornée** et $A_d(f)$ est finie et fonction de la fréquence.

Elle caractérise le domaine des fréquences pour lesquelles l'amplification A_d ne varie pas de plus de **30 %** (soit une atténuation maximale de **- 3 dB** pour le gain $20 \log_{10} A_d$).

Il existe toujours une capacité **C** en parallèle sur la sortie d'un des étages à transistors constituant l'ALI pour obtenir la stabilité : on dit alors que l'ALI est "**compensé en fréquence**".

■ Courbes de réponse en fréquence en BO et en BF d'un ALI "compensé" :

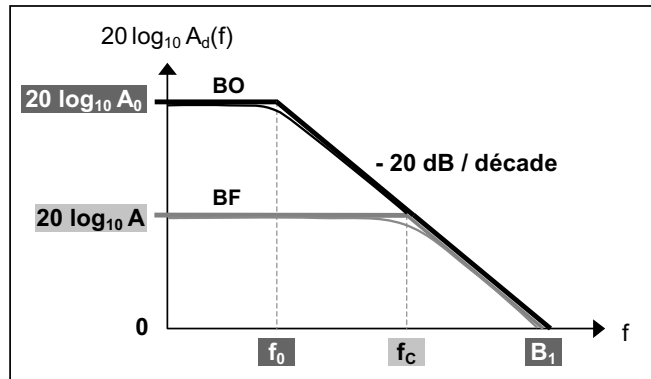
La courbe de gain correspond en BO à une amplification différentielle complexe de la forme :

$$A_d(f) = \frac{A_0}{1 + j \frac{f}{f_0}}$$

(Circuit passe - bas du 1^{er} ordre)

Pour le $\mu A741$, par exemple :

$$\begin{aligned} A_0 &\cong 2 \cdot 10^5 \\ f_0 &\cong 10 \text{ Hz} \\ B_1 &\cong 2 \text{ MHz} \end{aligned}$$



En dehors de la bande passante, l'atténuation est constante et égale à **- 20 dB / décade**.

Pour un amplificateur conçu avec un ALI "bouclé" avec une réaction **négative**, le produit **amplification x bande passante** (appelé aussi "**facteur de mérite**") est constant :

| | | | |
|---|-------|--|---|
| { | A_0 | amplification dans la bande passante en BO | $A \cdot f_C = A_0 \cdot f_0 = B_1 = C^{ste}$ |
| | A | amplification dans la bande passante en BF | |
| | f_0 | fréquence de coupure à - 3 dB en BO | |
| | f_C | fréquence de coupure à - 3 dB en BF | |
| | B_1 | fréquence pour laquelle $A_d = 1$ (Unity-gain Bandwidth) | |

Si on augmente le gain d'un montage amplificateur, on diminue sa bande passante.

■ **Exemple** : On désire $A = 1000$ avec un ALI $\mu A741 \Rightarrow f_C = \frac{B_1}{A} = \frac{2 \cdot 10^6}{1000} = \mathbf{2 \text{ kHz}}$

On ne peut donc pas réaliser un amplificateur par 1000 pour des signaux de fréquence **20 kHz**. On peut néanmoins résoudre le problème en montant en cascade 2 amplificateurs avec $A \approx 30$ possédant chacun une bande passante d'environ **66 kHz** (> 20 kHz souhaités).

4.1.2. Régime de grands signaux : le "Slew Rate"

Lorsque les signaux d'entrée sont rapides et de grandes amplitudes, le fonctionnement linéaire de l'ALI est limité par sa **vitesse de variation maximale** en $V/\mu s$ (appelée aussi **Slew Rate**).

Elle correspond à la pente maximale du signal de sortie v_s :
 (**SR** : *Slew Rate* en anglais ou *taux de croissance* en français)

$$\left| \frac{dv_s}{dt} \right|_{\max} \leq SR$$

Elle se traduit, lorsque le signal de sortie dépasse cette valeur, par une réduction de son amplitude et par une distorsion importante. On parle alors de bande passante pour "grands signaux".

□ **Exemples** : On excite un **montage suiveur** (cf. page 163) par les tensions d'entrée suivantes :

| Tension d'entrée en échelon | Tension d'entrée sinusoïdale | |
|-----------------------------|------------------------------|--|
| | | |
| | | |

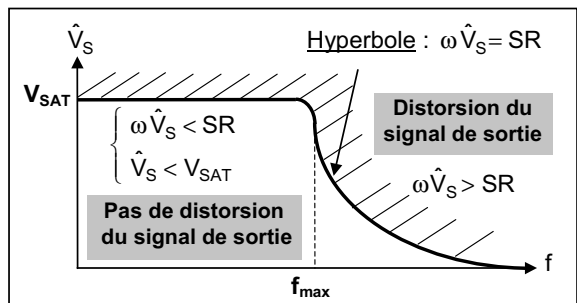
■ **Condition de non - triangularisation pour une tension d'entrée sinusoïdale :**

On a en sortie : $v_s(t) = \hat{V}_S \cdot \sin \omega t$ si $\left| \frac{dv_s}{dt} \right|_{\max} = \omega \hat{V}_S < SR \Rightarrow \boxed{f < f_{\max} = \frac{SR}{2\pi \cdot \hat{V}_S}}$

f_{\max} est la fréquence maximale du signal d'entrée transmis sans distorsion.

On en déduit l'amplitude maximale de $v_s(t)$ en fonction de f pour un fonctionnement en **régime linéaire** du montage suiveur :

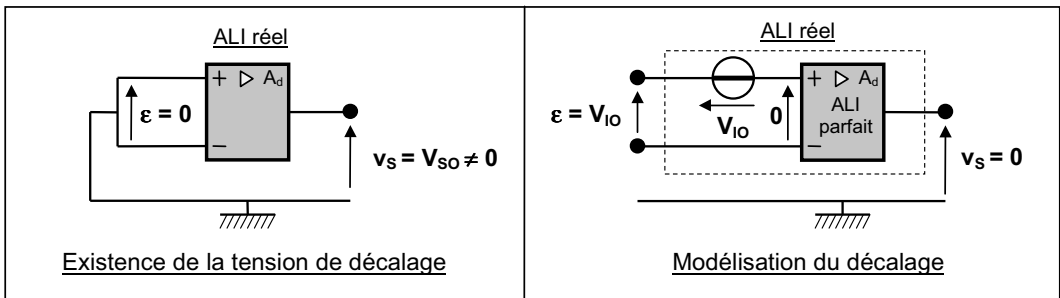
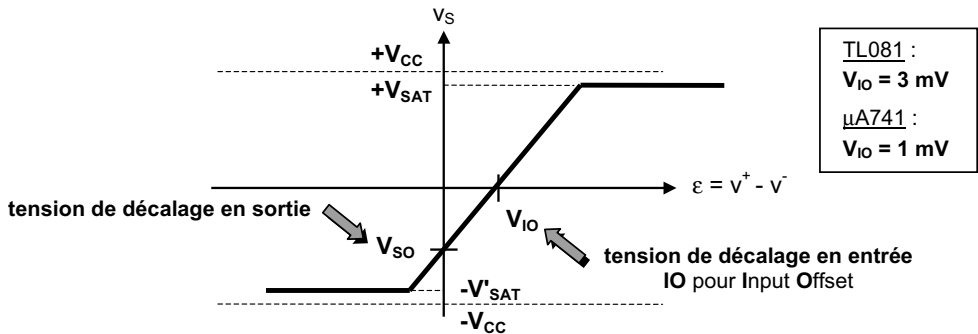
- A basse fréquence ($f < f_{\max}$), V_{SAT} limite l'évolution en régime linéaire.
- A haute fréquence ($f > f_{\max}$), en revanche c'est le "slew rate". Pour retrouver un signal non déformé, il faut alors réduire l'amplitude du signal d'entrée.



□ **Valeurs du Slew Rate** : ALI $\mu A741$: $SR = 0,5 V/\mu s$ - ALI $TL081$: $SR = 13 V/\mu s$

4.2. Tensions de décalage (tensions d'offset)

Du fait de la dissymétrie des caractéristiques des transistors constituant l'ALI, la tension de sortie v_s n'est pas nulle quand ϵ l'est. La caractéristique de transfert en boucle ouverte se déduit par un simple glissement de celle tracée au paragraphe 3.2 page 160 :



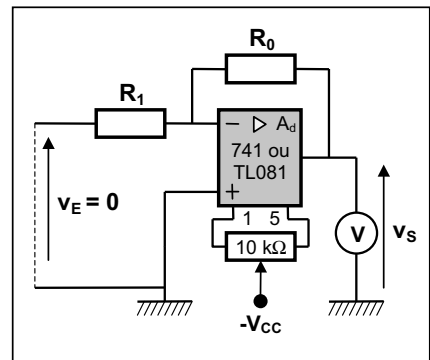
L'évolution des microtechnologies a permis de diminuer considérablement la tension V_{IO} qui pouvait atteindre de quelques **mV** à **100 mV** pour les premières générations d'ALI. De nos jours, grâce à des techniques d'ajustement de résistances par laser, elle se situe autour de **25 μV** pour des ALI avec des transistors bipolaires appariés et aux environs de **0,1 mV** pour les ALI à transistors FET.

La tension de décalage dépend de la température, de la tension d'alimentation et du vieillissement. Si la tension d'alimentation est bien régulée, filtrée et découplée, son influence est minime par rapport à celle de la température.

La dérive thermique est de l'ordre de **quelques $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$** .

□ **Compensation de la tension de décalage en entrée**

Dans la plupart des circuits, une compensation d'offset par **réglage extérieur** est toutefois prévue. Il suffit d'agir sur le potentiomètre placé entre les broches 1 et 5 pour que le voltmètre indique "0" lorsque v_E est nul.



4.3. Courants de polarisation

Pour un ALI réel, même si la tension de sortie v_s est nulle, les courants d'entrée i_p^+ et i_p^- ne sont pas nuls : ce sont les **courants de polarisation** (bias current en anglais). Ces courants ne sont pas identiques et les constructeurs définissent plutôt :

- le courant de polarisation I_B (Input Bias) lorsque $v_s = 0$:

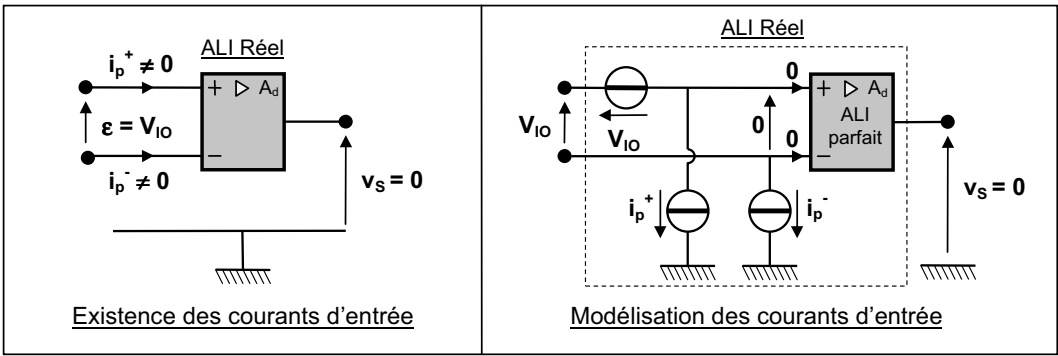
TL081 : $I_B = 30 \text{ pA}$ $\mu\text{A}741$: $I_B = 80 \text{ nA}$

$$I_B = \frac{1}{2} |i_p^+ + i_p^-|_{v_s=0}$$

- le courant de décalage à l'entrée I_{IO} (Input Offset) lorsque $v_s = 0$:

TL081 : $I_{IO} = 5 \text{ pA}$ $\mu\text{A}741$: $I_{IO} = 20 \text{ nA}$

$$I_{IO} = |i_p^+ - i_p^-|_{v_s=0}$$

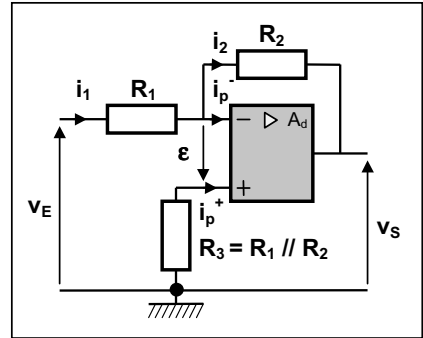


■ **Compensation des courants de polarisation**

Il est important de limiter ces courants car en pratique, ils provoquent l'apparition d'une tension de décalage en sortie dont la valeur dépend du montage réalisé.

On montre que l'influence de ces courants d'entrée est minimisée si les deux entrées E⁺ et E⁻ "voient" la même impédance (sources éteintes).

Avec les ALI actuels (type FET en particulier), ces courants sont si faibles qu'on supprime R₃.



■ **Remarques**

La tension de décalage en entrée, les courants de polarisation et de décalage à l'entrée ne sont pas stables. Ils dépendent de la température, des tensions d'alimentation et même du temps. Leurs dépendances et dérives sont données dans les catalogues constructeurs.

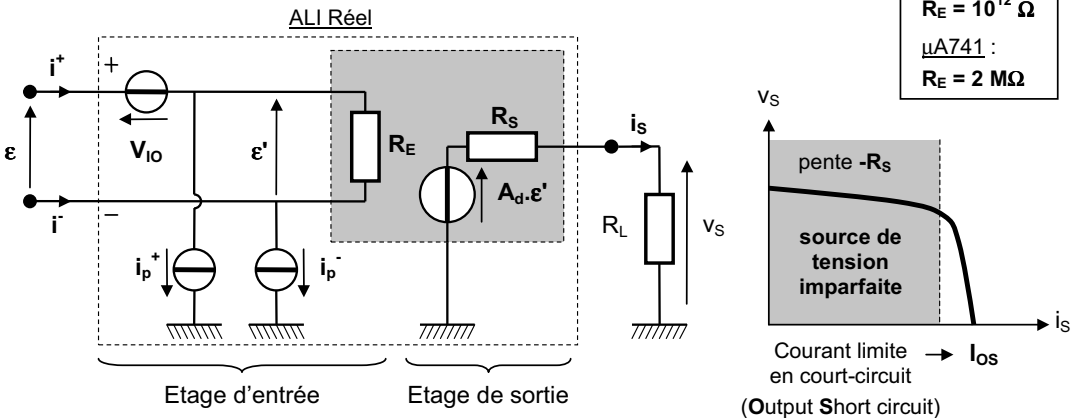
4.4. Résistance d'entrées différentielles finie et résistance de sortie non nulle

Pour compléter le modèle établi, on peut adjoindre :

- Une **résistance d'entrées différentielles** R_E de très grande valeur (plusieurs MΩ) ;
- Une **résistance de sortie** R_S très faible (quelques dizaines ou centaines d'Ohms).

Dans les documentations constructeurs, les résistances d'entrée et de sortie sont notées respectivement r_i (input resistance) et r_o (output resistance).

TL081 :
R_E = 10¹² Ω
μA741 :
R_E = 2 MΩ



L'étage de sortie d'un ALI est équivalent à une source de tension. Au-delà d'une certaine valeur du courant de sortie *i_s* extrait (une vingtaine de mA), la protection en courant entre en action. La sortie est alors assimilable à un générateur de courant.

Chapitre 14

Amplificateurs d'instrumentation

1. Généralités

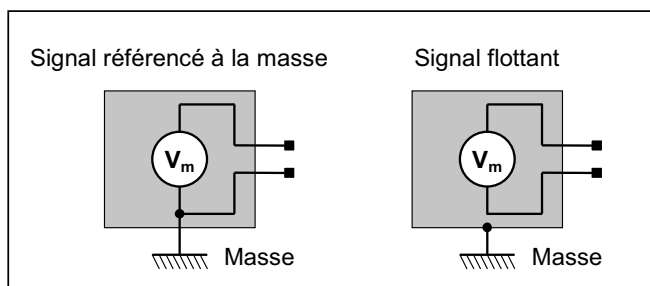
1.1. Mesures simple et différentielle

On distingue deux classes de signaux de tension V_m à mesurer : ceux référencés à la masse et ceux qui ne le sont pas (signaux flottants). Ces derniers correspondent soit à des capteurs spécifiques (thermocouple, etc.), soit à des sorties isolées de conditionneurs, soit à des dispositifs particuliers.

On parle alors de **mesure simple** dans le premier cas et de **mesure différentielle** dans le second cas.

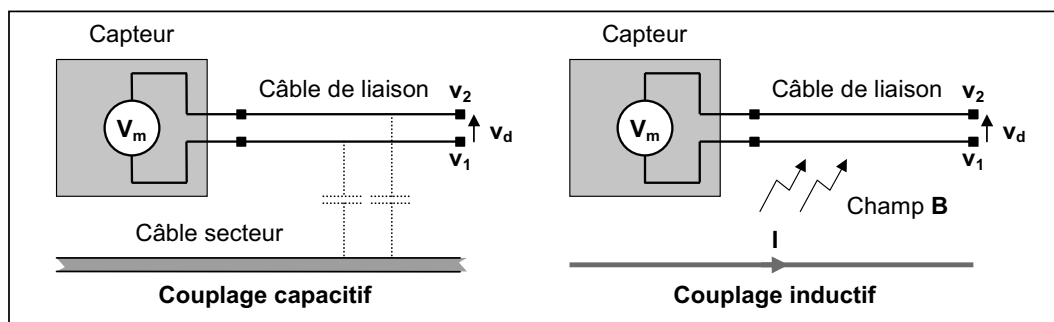
□ **Nota** : La masse

C'est une équipotentielle du montage qui sert de référence de tension à ce montage et dont le potentiel absolu est fixé arbitrairement à $0V$.



1.2. Tensions de mode commun et de mode différentiel

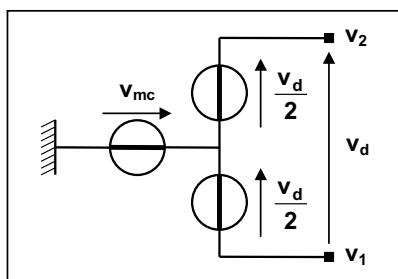
En théorie, une **mesure différentielle** devrait être réalisée avec un amplificateur non référencé à la masse (alimentation par batterie). Or, en pratique, les amplificateurs sont, par leur alimentation, raccordés à la masse du dispositif de mesure. La qualité de ces amplificateurs est exprimée par la possibilité d'éliminer ou "rejeter" la différence de potentiel qui existe entre la masse et ses entrées, appelée **tension de mode commun** et notée v_{mc} . En milieu industriel, donc parasité par des bruits électromagnétiques, cette tension vient se superposer par **couplage capacitif** ou **couplage inductif** à la tension délivrée par le capteur.



La **tension de mode différentiel** notée v_d est la différence de potentiel des deux signaux de sortie du capteur. D'après le schéma électrique équivalent reproduisant ces tensions :

$$\begin{cases} v_2 = v_{mc} + \frac{v_d}{2} \\ v_1 = v_{mc} - \frac{v_d}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_d = v_2 - v_1 \\ v_{mc} = \frac{v_1 + v_2}{2} \end{cases}$$

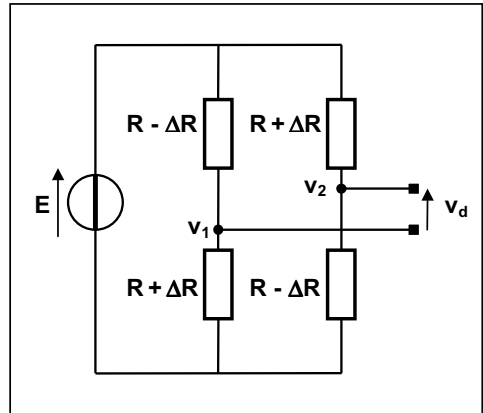
v_{mc} est donc la moyenne arithmétique des signaux v_1 et v_2 .



□ **Exemple** : le pont de jauges (ou de Wheatstone)

Une catégorie très répandue de **mesures différentielles** est celle du déséquilibre d'un pont de jauges. Celui-ci est composé de quatre résistances identiques qui vont légèrement varier sous l'effet d'un paramètre physique à mesurer (pression, contrainte, ...). Il apparaît alors une **tension différentielle** v_d entre les bornes du pont qu'il va falloir amplifier.

Une des caractéristiques importantes de ce montage est la **tension de mode commun** égale à la moitié de la tension d'alimentation, soit **quelques V**. Elle est beaucoup plus grande que le signal utile v_d (quelques **mV** et parfois moins) et va perturber notablement la mesure.



1.3. Schéma de principe d'un amplificateur d'instrumentation

Un amplificateur d'instrumentation est avant tout un **amplificateur différentiel**.

Il a pour fonction d'amplifier uniquement $v_d = v_2 - v_1$ et de supprimer au mieux l'incidence de la tension v_{mc} .

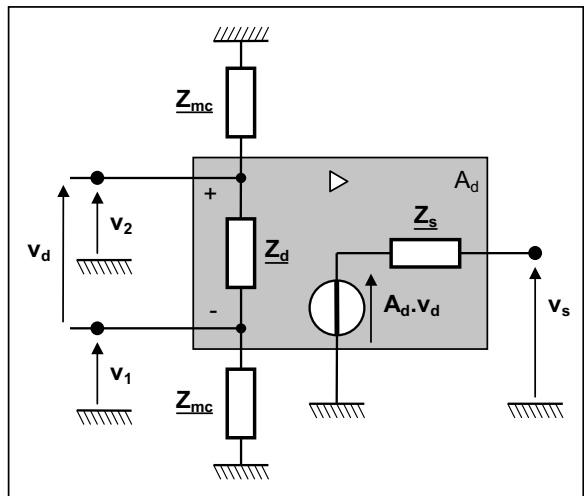
On le modélise par le schéma suivant où :

Z_d impédance d'entrées différentielles

Z_{mc} impédances d'isolation des deux entrées vis à vis de la masse, ou **impédances de mode commun**

Z_s impédance de sortie

A_d amplification de **mode différentiel**
(si tout est parfait : $v_s = A_d \cdot v_d$)



Comme l'amplificateur présente inévitablement des défauts, l'amplification ne peut être strictement différentielle. On note alors souvent :

$$v_s = A_d v_d + A_{mc} v_{mc}$$

A_{mc} est l'amplification de **mode commun** que l'on espère la plus faible possible.

1.4. Taux de réjection de mode commun

On définit le **Taux de Réjection de Mode Commun (TRMC, CMRR** en anglais pour *Common Mode Rejection Ratio*) en **dB** par :

$$TRMC = 20 \log_{10} \frac{A_d}{A_{mc}}$$

□ **Remarques** :

Le **TRMC** peut être plus ou moins grand selon la structure de l'amplificateur. Il est limité par la dissymétrie des composants.

Un **amplificateur différentiel** réalisé à base d'un ALI peut avoir un **TRMC** de **60 dB**. Pour les amplificateurs d'instrumentation intégrés, on atteint des **TRMC** supérieurs à **110 dB**.

2. L'amplificateur différentiel simple

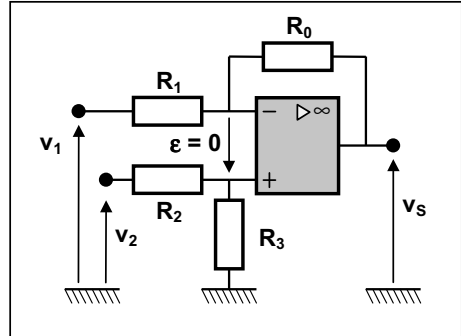
2.1. Structure

On peut réaliser soi même la fonction amplificateur d'instrumentation en utilisant un **amplificateur de différence à ALI** (voir schéma ci-contre).

L'**ALI** sera supposé **parfait** : $i^+ = i^- = 0$.
Il fonctionne en **régime linéaire** : $\epsilon = 0$.

D'après le **théorème de MILLMAN** en E^- :

$$v^- = \frac{\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_S}{R_0}}{\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1}} = \frac{R_0 \cdot v_1 + R_1 \cdot v_S}{R_0 + R_1}$$

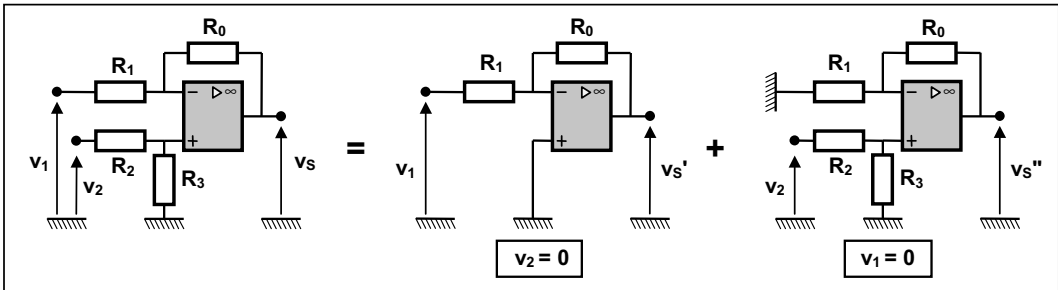


L'application du **diviseur de tension** en E^+ conduit à : $v^+ = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \cdot v_2$

Comme $v^+ = v^-$, il vient :

$$v_S = \left(1 + \frac{R_0}{R_1}\right) \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} \cdot v_2 - \frac{R_0}{R_1} \cdot v_1$$

On peut retrouver ce résultat en appliquant le théorème de superposition. Ceci suppose de connaître les fonctions de transfert des montages **amplificateurs inverseur** et **non-inverseur**.



On en déduit :

$$v_S = v_S' + v_S'' = \underbrace{-\frac{R_0}{R_1} \cdot v_1}_{\text{amplificateur inverseur}} + \underbrace{\left(1 + \frac{R_0}{R_1}\right) \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} \cdot v_2}_{\substack{\text{amplificateur non-inverseur} \\ \text{diviseur de tension}}}$$

En remplaçant v_2 et v_1 par $v_{mc} + \frac{v_d}{2}$ et $v_{mc} - \frac{v_d}{2}$, on montrerait que $v_S = A_d v_d + A_{mc} v_{mc}$ avec :

$$A_{mc} = \frac{R_1 R_3 - R_0 R_2}{R_1 (R_2 + R_3)} \quad \text{et} \quad A_d = \frac{R_0 (R_2 + R_3) + R_3 (R_0 + R_1)}{2 R_1 (R_2 + R_3)}$$

La condition pour que l'amplification de mode commun soit nulle est donc que : $R_1 R_3 = R_0 R_2$
Si cette égalité est satisfaite, on obtient :

$$v_S = \frac{R_0}{R_1} (v_2 - v_1)$$

□ **Nota** : C'est le résultat classique d'un **ALI** monté en différentiel. Il est obtenu en considérant que l'ALI est parfait, et que les résistances sont rigoureusement appariées.

2.2. Prise en compte de la précision des résistances

On va voir maintenant quel est l'impact de résistances mal appariées sur le résultat. On supposera que toutes les résistances R_0 à R_3 sont définies à une tolérance près. On a :

$$R_i = R_{in} (1 + p)$$

où R_{in} est **valeur nominale** de la résistance et p la précision des résistances (exemple : $p = 5\%$). On admet que l'erreur maximale a lieu pour :

$$R_0 = R_{0n} (1 - p) \quad R_1 = R_{1n} (1 + p) \quad R_2 = R_{2n} (1 - p) \quad R_3 = R_{3n} (1 + p)$$

On suppose que $R_{1n} R_{3n} = R_{0n} R_{2n}$ et on pose $A_{d0} = R_{0n} / R_{1n} = R_{3n} / R_{2n}$.

Dans ces conditions, le rapport A_d / A_{mc} s'écrit :

$$\frac{A_d}{A_{mc}} = \frac{R_0 (R_2 + R_3) + R_3 (R_0 + R_1)}{2R_1 R_3 - 2R_0 R_2}$$

$$\text{Soit : } \frac{A_d}{A_{mc}} = \frac{R_{0n} (1 - p) \cdot [R_{2n} (1 - p) + R_{3n} (1 + p)] + R_{3n} (1 + p) \cdot [R_{0n} (1 - p) + R_{1n} (1 + p)]}{2R_{1n} R_{3n} (1 + p)^2 - 2R_{0n} R_{2n} (1 - p)^2}$$

En divisant le numérateur et le dénominateur par $R_{1n} R_{3n} = R_{0n} R_{2n}$, on obtient :

$$\frac{A_d}{A_{mc}} = \frac{A_{d0} (1 - p) \cdot \left[\frac{(1 - p)}{A_{d0}} + (1 + p) \right] + (1 + p) \cdot [A_{d0} (1 - p) + (1 + p)]}{2 (1 + p)^2 - 2 (1 - p)^2}$$

En négligeant les termes en p^2 ($p \ll 1$), il vient :

$$\frac{A_d}{A_{mc}} \approx \frac{1 - 2p + A_{d0} + A_{d0} + 1 + 2p}{2 (1 + 2p) - 2 (1 - 2p)} = \frac{1 + A_{d0}}{4p}$$

Ce qui conduit à :

$$\boxed{\text{TRMC} \approx 20 \log_{10} \frac{1 + A_{d0}}{4p}}$$

On note que le **TRMC** augmente quand la tolérance sur les résistances se resserre mais aussi quand l'amplification de mode différentiel croît. Ce résultat est important car il montre que le plus mauvais résultat sera celui pour lequel $A_{d0} = 1$.

□ **Applications numériques** : on fixe $A_{d0} = 100$

- Résistances R_0 à R_3 à 1% : $\boxed{\text{TRMC} \approx 68 \text{ dB}}$ $\Rightarrow A_d / A_{mc} \approx 2500$

- Résistances R_0 à R_3 à 0,1% : $\boxed{\text{TRMC} \approx 88 \text{ dB}}$ $\Rightarrow A_d / A_{mc} \approx 25000$

2.3. Conclusion

Le **montage différentiel simple** est à éviter pour plusieurs raisons :

- Les **impédances des entrées + et -** sont **dissymétriques**, ce qui va nuire à une bonne précision et risque de perturber le capteur, en particulier si celui-ci est un pont de jauges.
- Le **réglage de l'amplification** n'est pas assez souple : il faut changer deux résistances à la fois et les appairer. Il serait préférable de n'avoir qu'un composant à changer.
- Enfin, ce montage est pénalisé par la **qualité de l'ALI** utilisé (son propre **TRMC**) et la **dispersion inévitable** des résistances qui l'entourent.

3. Les amplificateurs d'instrumentation

3.1. Réalisations pratiques

On les appelle ainsi parce qu'ils sont destinés à l'amplification de très faibles signaux de mesure (de l'ordre du μV ou du mV) issus de capteurs, de transducteurs (jauges de contraintes, ...), ponts de mesure (pont de Wheatstone, ...). Ce sont des **circuits complets associant plusieurs ALI** et les composants nécessaires à leur bon fonctionnement (résistances, ...).

Ils peuvent être fabriqués à l'aide d'éléments discrets, mais la plupart du temps, on leur préférera des **amplificateurs d'instrumentation intégrés**, se présentant sous la même forme que des ALI.

La plupart des circuits intégrés existants sont disponibles avec une **amplification réglable par l'ajout d'une résistance extérieure unique**. Ils sont donc très simples d'utilisation. L'ajustage par laser des résistances sur la puce de silicium permet d'apparier les composants de bien meilleure façon qu'avec des composants discrets et autorise des **TRMC beaucoup plus élevés**.

3.1.1. A l'aide de deux ALI

■ Montage n°1 :

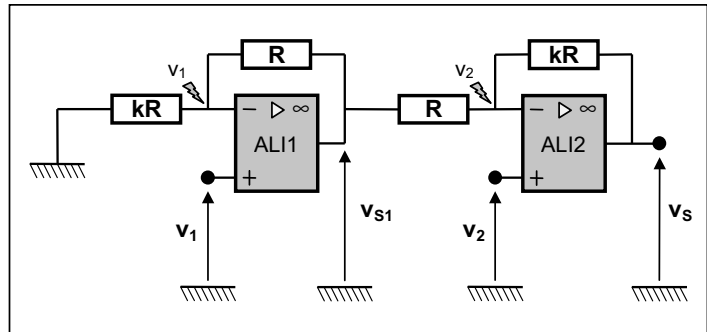
Il s'agit d'un montage simple qui a été développé en circuit intégré monolithique pour mettre sur le marché des amplificateurs d'instrumentation aux performances honorables et peu chers.

Si on applique le **théorème de MILLMAN en E'** pour l'**ALI1** :

$$v^- = \frac{kR v_{S1}}{(1+k)R} = \frac{k}{1+k} v_{S1}$$

L'**ALI1** étant supposé **parfait** et en **régime linéaire** :

$$v^- = \frac{k}{1+k} v_{S1} = v^+ = v_1 \quad (1)$$



Si on applique le **théorème de MILLMAN en E'** pour l'**ALI2** :

$$v^- = \frac{kR v_{S1} + R v_S}{(1+k)R} = \frac{k v_{S1} + v_S}{1+k}$$

L'**ALI2** étant supposé **parfait** et en **régime linéaire** :

$$v^- = \frac{k v_{S1} + v_S}{1+k} = v^+ = v_2$$

En remplaçant v_{S1} par $\frac{1+k}{k} v_1$ d'après (1), on aboutit à :

$$v_S = (1+k) \cdot (v_2 - v_1)$$

L'amplification de mode différentiel A_d de ce montage est donc :

$$A_d = 1+k$$

En tenant compte de la précision p des résistances, on montre que :
(Démonstration analogue à celle faite pour l'amplificateur différentiel)

$$\text{TRMC} \approx 20 \log_{10} \frac{A_d}{4p}$$

□ Conclusion

Par rapport à l'amplificateur différentiel simple, ce montage est très amélioré du point de vue des impédances d'entrée : elles sont égales et de **forte valeur** (impédances d'entrées des ALI supérieures à $10^6 \Omega$). En revanche, il n'apporte rien de plus pour ce qui est du **TRMC** (même ordre de grandeur) et de la faculté d'ajustage : il faut apparier les composants de la même manière pour obtenir un bon **TRMC** et il faut changer deux composants pour ajuster le gain.

■ **Montage n°2 :**

L'amplification est maintenant ajustable à partir d'une seule résistance **P**. Il subsiste néanmoins des inconvénients. Le traitement de l'amplification des entrées (1) et (2) n'est pas symétrique. Ceci entraîne pour des tensions de mode commun importantes, un risque de saturation des ALI.

Tous les ALI de la structure sont supposés **parfaits** et fonctionnent en **régime linéaire**.

Si on applique le **théorème de MILLMAN** en **E⁻** pour l'**ALI1** :

$$v^- = \frac{\frac{v_{s1}}{R} + \frac{v_2}{P}}{\frac{2}{R} + \frac{1}{P}} = v^+ = v_1$$

On en déduit que :

$$v_{s1} = \left(2 + \frac{R}{P}\right) v_1 - \frac{R}{P} v_2 \quad (1)$$

Si on applique le **théorème de MILLMAN** en **E⁺** pour l'**ALI2** :

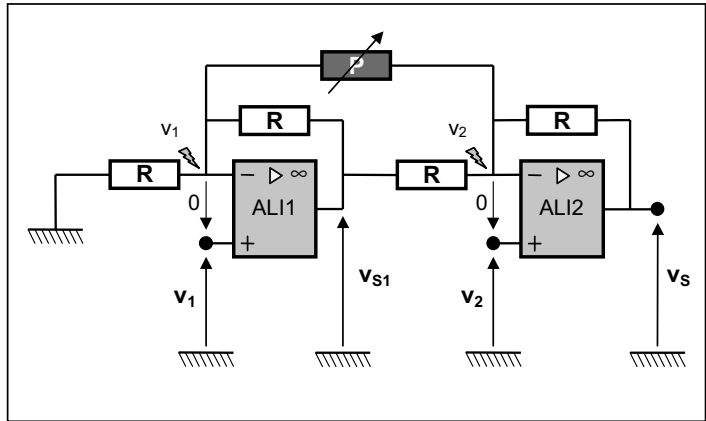
$$v^- = \frac{\frac{v_{s1}}{R} + \frac{v_1}{P} + \frac{v_s}{R}}{\frac{2}{R} + \frac{1}{P}} = v^+ = v_2 \quad \Rightarrow \quad v_s = \left(2 + \frac{R}{P}\right) v_2 - v_{s1} - \frac{R}{P} v_1$$

En tenant compte de la relation (1) :

$$v_s = \left(2 + \frac{R}{P}\right) v_2 - \left(2 + \frac{R}{P}\right) v_1 + \frac{R}{P} v_2 - \frac{R}{P} v_1$$

Finalement, on aboutit à l'expression :

$$v_s = 2 \left(1 + \frac{R}{P}\right) \cdot (v_2 - v_1) \quad \Rightarrow \quad A_d = 2 \left(1 + \frac{R}{P}\right)$$



3.1.2. A l'aide de trois ALI

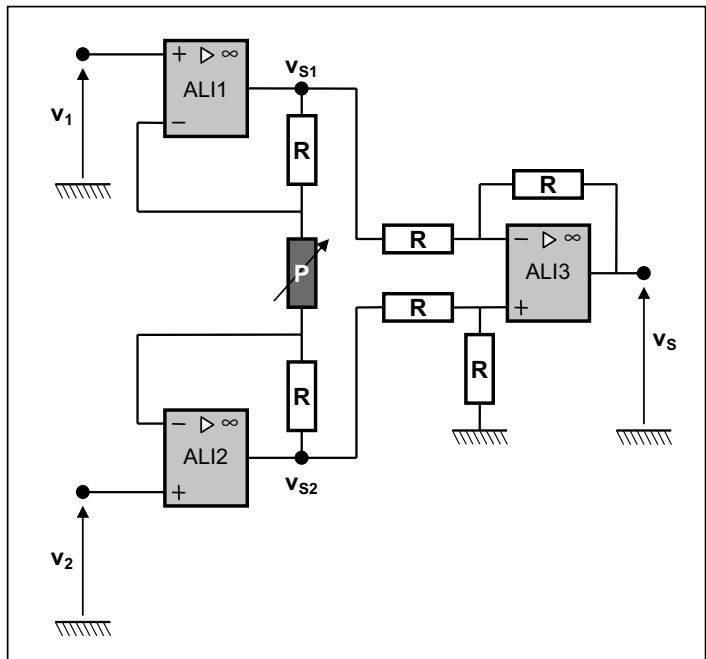
La structure étudiée ci-contre est complètement **symétrique**.

Les deux **ALI1** et **2** en entrée assurent des impédances d'entrées différentielles très grandes. L'**ALI3** constitue un **montage différentiel**.

L'amplification est ajustable par la seule résistance **P**. Les performances obtenues sont meilleures que celles des montages à deux ALI étudiés, notamment pour le **TRMC**. Mais, la structure étant plus complexe, les circuits intégrés monolithiques utilisant cette structure sont plus coûteux.

□ **Exemples :**

- INA 114 de Burr-Brown
- AD 620 de Analog Devices



■ **Etude du premier étage**

La tension de mode commun v_{mc} est la même à l'entrée et à la sortie de l'étage. Pour mieux le constater, on raisonne sur une "échelle des potentiels".

Comme $v_{mc} = (v_1 + v_2)/2$, elle va arriver au niveau de la "moitié" de la résistance P . Les deux sorties v_{S1} et v_{S2} des ALI1 et ALI2 voient leur potentiel augmenter et diminuer symétriquement par rapport à v_{mc} car le courant circulant dans les trois résistances est le même.

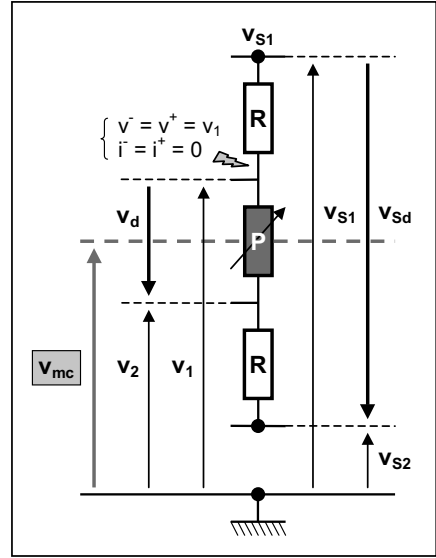
Ainsi :
$$v_{mc} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{v_{S1} + v_{S2}}{2} \quad (1)$$

Par contre, la tension différentielle $v_2 - v_1$ (signal utile) a été amplifiée du facteur $1 + 2R/P$ qui peut être très élevé.

En effet, d'après la formule du diviseur de tension :

$$\underbrace{v_2 - v_1}_{v_d} = \frac{P}{2R + P} \cdot \underbrace{(v_{S2} - v_{S1})}_{v_{Sd}}$$

Soit :
$$v_{Sd} = \left(1 + \frac{2R}{P}\right) \cdot v_d \quad (2)$$



Il faut éliminer la tension de mode commun et référencer le signal de sortie v_{Sd} à la masse. On y parvient simplement en ajoutant un montage différentiel classique en sortie du premier étage.

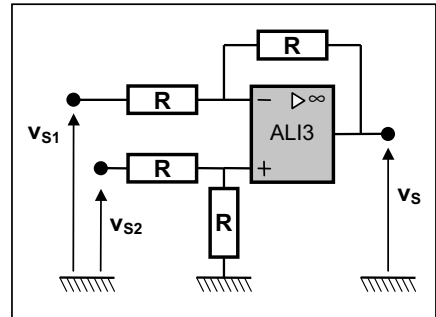
■ **Etude du second étage**

Comme toutes les résistances sont identiques et d'après les résultats obtenus au paragraphe 2.1 (page 170) :

$$v_S = v_{S2} - v_{S1} = v_{Sd}$$

Soit :
$$v_S = \left(1 + \frac{2R}{P}\right) \cdot (v_2 - v_1) \quad \text{d'après (2)}$$

C'est à dire :
$$A_d = 1 + \frac{2R}{P} \quad \text{globalement}$$



■ **Réjection de mode commun**

Pour le second étage :
$$v_S = A_{d2} \cdot (v_{S2} - v_{S1}) + A_{mc2} \cdot \frac{v_{S1} + v_{S2}}{2} \quad (\text{TRMC}_2 = 20 \log_{10} \frac{A_{d2}}{A_{mc2}})$$

D'après (1) et (2) :
$$v_S = A_{d2} \cdot \left(1 + \frac{2R}{P}\right) \cdot (v_2 - v_1) + A_{mc2} \cdot \frac{v_1 + v_2}{2} \quad \text{où } \boxed{A_{d2} = 1}$$

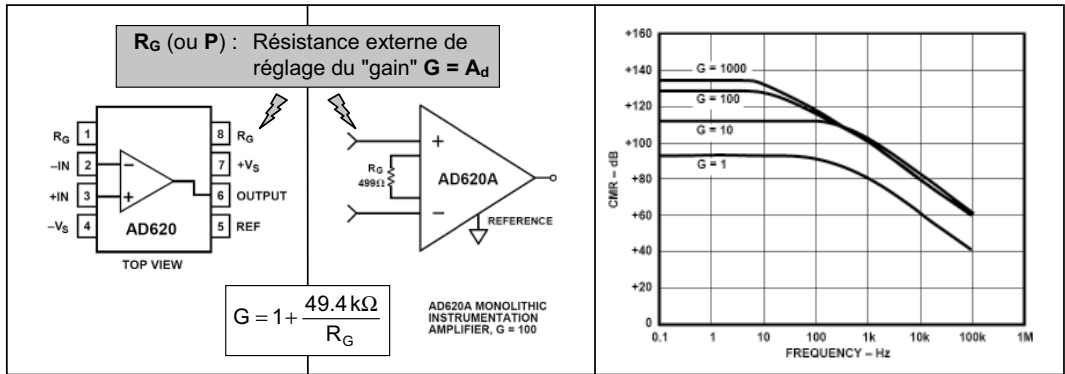
On en déduit :
$$\boxed{\text{TRMC} = 20 \log_{10} \left(1 + \frac{2R}{P}\right) + \text{TRMC}_2}$$

Où $\text{TRMC}_2 \approx 20 \log_{10} \frac{1}{2p}$ en tenant compte de la précision p des résistances du 2nd étage et de son amplification de mode différentiel unitaire $A_{d2} = 1$ (voir page 171).

Le taux de réjection peut être très important puisqu'il est composé du TRMC du 1^{er} étage ajouté au TRMC du montage différentiel simple.

■ **Exemple** : Extrait de la documentation **AD 620** Analog Devices

Les constructeurs de circuits intégrés donnent la valeur typique du **TRMC** pour les différentes valeurs de l'amplification de mode différentiel **A_d** (appelée abusivement "gain" **G**). Ils fournissent aussi une courbe de Bode qui représente l'évolution du **TRMC** en fonction de la fréquence **f**.

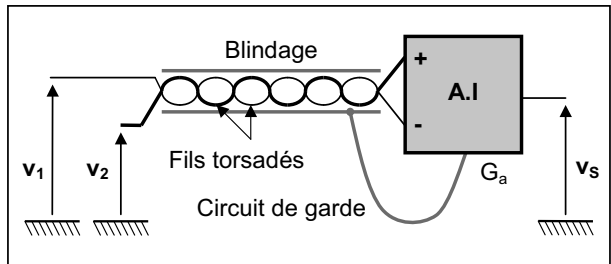


Ainsi, le **TRMC** est d'environ **130 dB** pour **G = 100** ou **G = 1000**. Il varie en fonction de la fréquence puisque le produit "gain x bande passante" (cf. p 164) limite la valeur du gain en hautes fréquences.

3.2. Elimination des parasites et circuit de garde

Lors de la transmission d'un signal différentiel, il convient :

- de **torsader** les deux fils, chaque fém. induite dans une boucle est ainsi contrariée par la fém. induite dans la boucle voisine qui reçoit les mêmes champs électromagnétiques.
- de **blinder** l'ensemble des deux fils.

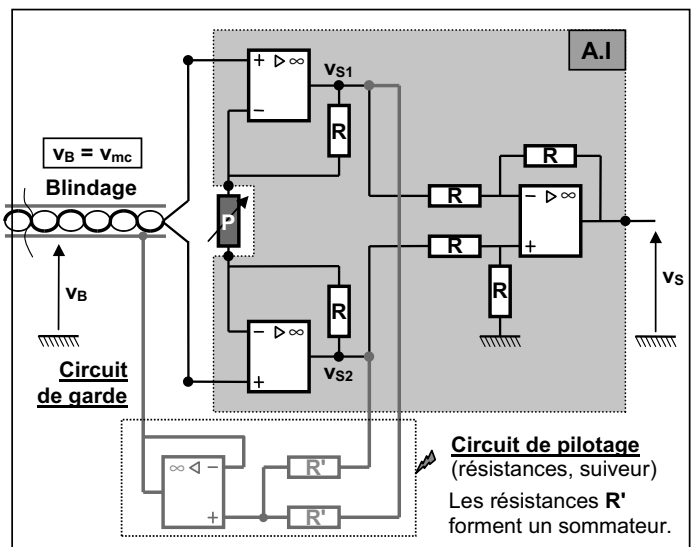


Le **blindage** sert à protéger le signal **v_d = v₂ - v₁** des parasites **électromagnétiques**.

Lorsque la tension différentielle à amplifier a une fréquence moyenne ou élevée, des capacités parasites dans les câbles et dans l'amplificateur d'instrumentation (A.I) viennent dégrader la réjection de mode commun.

On peut toutefois l'améliorer en **"portant le blindage à la tension de mode commun des tensions dont on veut mesurer la différence"** : c'est le principe de la **"Garde"**.

Le **blindage** et son circuit de pilotage constituent un **circuit de garde** dont le rôle est d'augmenter le **TRMC**.



Il existe sur certains A.I une broche **G_a** appelée **borne de garde** qui correspond à un circuit de garde. Le constructeur spécifie dans la documentation le branchement nécessaire.

4. Les amplificateurs d'isolement

4.1. Nécessité

Les amplificateurs d'instrumentation disponibles sur le marché sont souvent limités à des tensions d'alimentation faibles, typiquement $\pm 15 \text{ V}$. Or, dans certaines applications de puissance, la tension de mode commun peut être très nettement supérieure et atteindre quelques centaines voire milliers de V . Il faut alors **isoler** la tension mesurée en sortie du capteur de celle envoyée vers l'étage d'acquisition grâce à un **amplificateur d'isolement**. On distingue deux techniques :

- **Isolation par transformateur ;**
- **Isolation par liaison optique.**

4.2. Propriétés

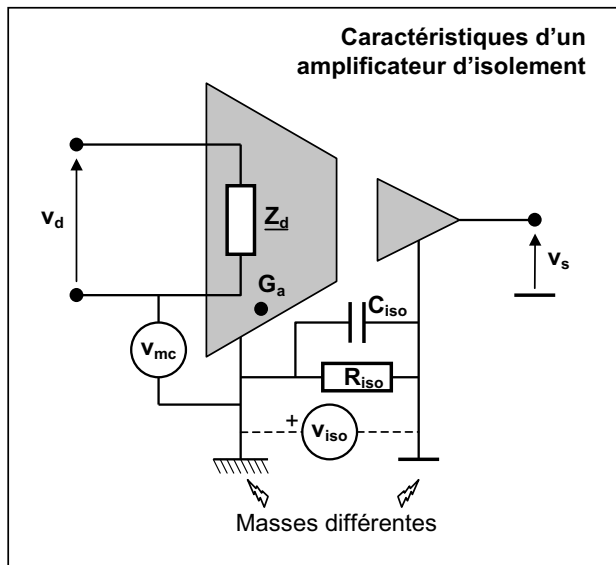
Comme un amplificateur d'isolement est également un amplificateur d'instrumentation, on y retrouve toutes les caractéristiques propres à ce type d'amplificateur (impédances d'entrées différentielles, de mode commun, de sortie, TRMC, ...).

On peut introduire une propriété supplémentaire que l'on appelle la **tension d'isolement v_{iso}** . Il s'agit de la différence de potentiel entre la masse du côté entrée et celle du côté sortie. Le maximum admissible est souvent de l'ordre de plusieurs **kV**.

On a très souvent : $v_{iso} \gg v_{mc}$

On distingue les deux masses par deux symboles de masse différents. Il existe souvent une broche **G_a** qui correspond au **circuit de garde**.

Un courant de fuite peut apparaître entre les deux masses. On introduit alors dans le modèle de l'amplificateur d'isolement une **résistance de fuite R_{iso}** et une **capacité de fuite C_{iso}** entre l'entrée et la sortie.



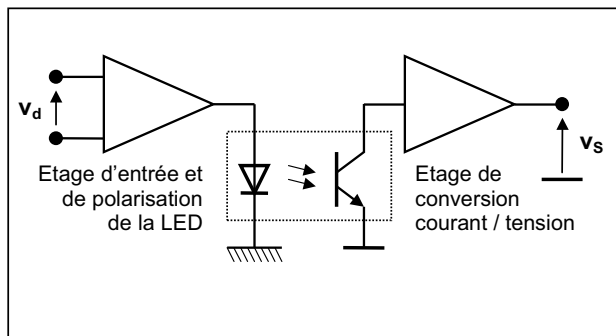
4.3. Isolation par liaison optique

Le schéma de principe est donné ci-dessous. L'étage d'entrée assure la polarisation de l'élément émetteur, typiquement une **LED**. L'étage de sortie assure la reconversion de la lumière par un **photo détecteur** (phototransistor, ...) suivi d'un circuit de **conversion courant / tension**.

On peut voir ce principe comme une **transmission par modulation** avec pour porteuse une onde lumineuse.

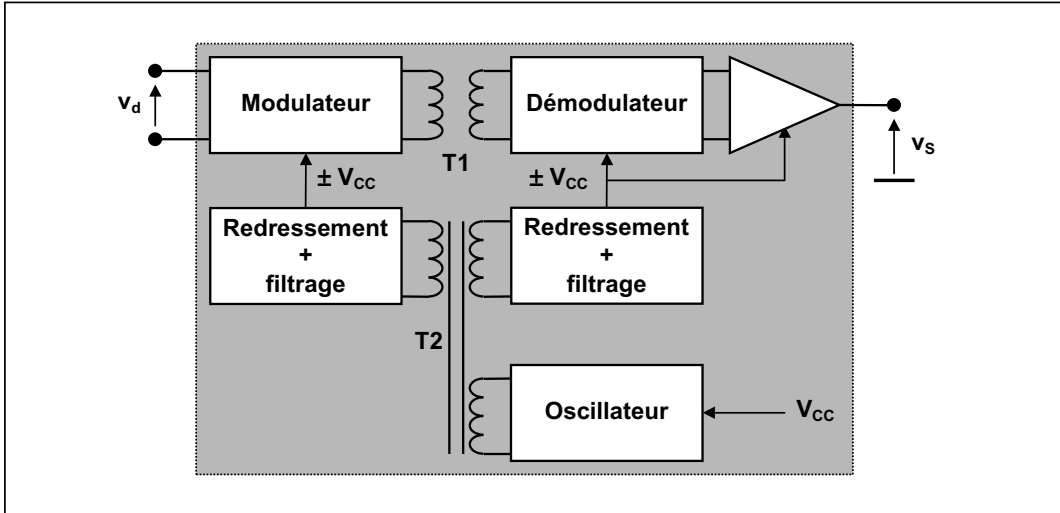
Les composants émetteur / récepteur sont souvent appairés dans des composants monolithiques appelés **coupleurs optiques**.

Intégrés dans le circuit, ils permettent de parfaitement aligner les deux éléments et d'optimiser ainsi la transmission.

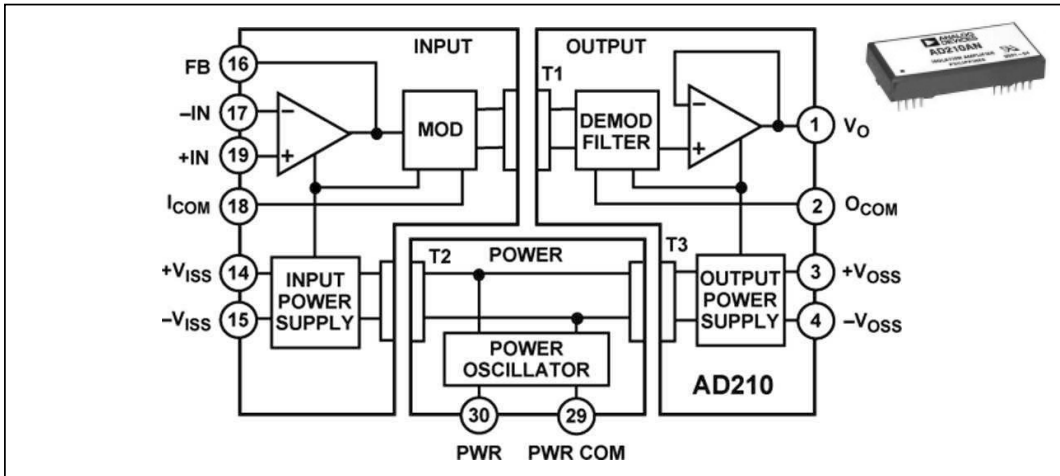


4.4. Isolation par transformateur

Le schéma de principe est donné ci-dessous. Le transformateur **T1** assure l'**isolation galvanique** complète. Toutefois, il ne peut pas transmettre de courants ou tensions continus. Cette contrainte peut être détournée par translation en fréquence du spectre mesuré grâce à un système de **modulation – démodulation**. Une porteuse haute fréquence (de l'ordre de quelques dizaines de kHz) est modulée en fréquence ou en largeur d'impulsions par le signal utile qui doit être isolé. Un **démodulateur** se charge ensuite de retransformer le signal pour ne garder que le signal utile.



□ **Exemple** : Circuit **AD 210** de Analog Devices



Pour assurer leur fonctionnement, le **modulateur** et le **démodulateur** doivent être alimentés par deux tensions continues indépendantes, sinon l'isolation serait perdue. Pour cela, une **alimentation unique**, généralement fournie par l'étage de sortie, alimente un **oscillateur**. Celui-ci est couplé par un transformateur **T2** à deux étages chargés de **redresser** puis **filtrer** le signal alternatif afin d'obtenir deux tensions continues indépendantes alimentant l'ensemble modulateur / démodulateur. Le signal issu de l'oscillateur peut aussi servir pour générer la porteuse du système de modulation.

□ **Nota** : Ces amplificateurs sont plus répandus que ceux à isolement par liaison optique dont la réalisation est plus délicate.

Chapitre 15

Fonctions analogiques avancées

1. Généralités

Les ALI sont les circuits intégrés analogiques les plus utilisés car ils permettent d'exécuter une large gamme de fonctions linéaires depuis la simple amplification jusqu'au **calcul analogique complexe** (intégration, dérivation, multiplication, puissance, ...). L'amplificateur linéaire intégré (ALI) bénéficie aujourd'hui de performances telles que le composant réel est très proche de ses caractéristiques idéalisées. C'est la raison pour laquelle on ignorera les "défauts" du composant dans les montages présentés.

2. Les montages sommateurs

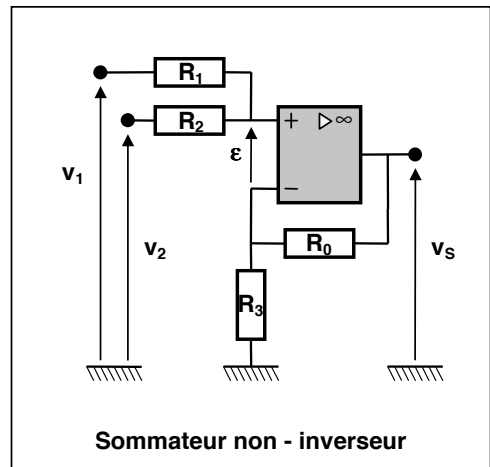
D'après le théorème de MILLMAN en E^+ :

$$v^+ = \frac{\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_2 \cdot v_1 + R_1 \cdot v_2}{R_1 + R_2}$$

L'ALI est supposé **parfait** et fonctionne en **régime linéaire** : $\varepsilon = 0$. D'après le **diviseur de tension** :

$$\varepsilon = 0 \Rightarrow v^+ = v^- = \frac{R_3}{R_0 + R_3} \cdot v_S$$

$$v_S = \left(1 + \frac{R_0}{R_3}\right) \cdot \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot v_1 + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot v_2\right)$$



On obtient : $v_S = v_1 + v_2$ si $R_1 = R_2$ et $R_0 = R_3$ (montage sommateur simple)

On pourrait augmenter le nombre d'entrées en ajoutant des ensembles v_k et R_k , mais les calculs deviennent plus lourds. On préfère dans ce cas faire appel au montage suivant.

D'après le théorème de MILLMAN en E^- :

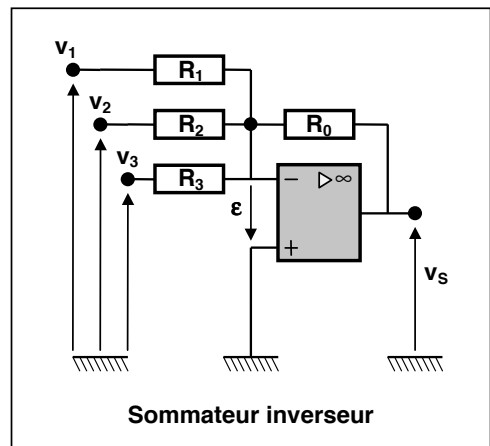
$$v^- = \frac{\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_3}{R_3} + \frac{v_S}{R_0}}{\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

L'ALI est supposé **parfait** et fonctionne en **régime linéaire** : $\varepsilon = 0 \Rightarrow v^- = v^+ = 0$.

Ainsi :

$$v_S = -R_0 \cdot \left(\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_3}{R_3}\right)$$

Si le signe (-) est gênant, il suffit d'ajouter un **étage inverseur** à la sortie de l'amplificateur.



3. Les montages dérivateur et intégrateur

Ces montages ont un effet sur la forme des signaux qui leur sont appliqués, car leur action dépend de la fréquence. On dit dans ce cas que les montages agissent sur le **spectre des signaux**.

3.1. Montage dérivateur théorique (et inverseur)

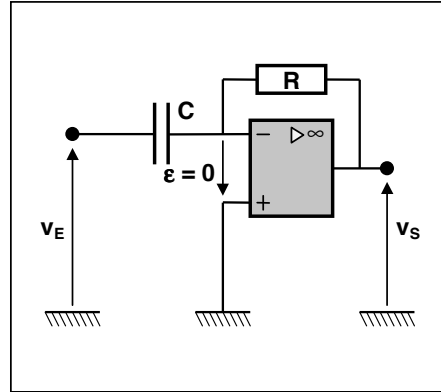
■ **En régime sinusoïdal** (amplitudes complexes)

On reconnaît la structure amplificatrice inverseuse (cf. page 162). La fonction de transfert s'écrit alors :

$$\frac{V_S}{V_E} = -\frac{R}{Z_C} \Rightarrow \boxed{\frac{V_S}{V_E} = -jRC\omega} \quad (1)$$

■ **En régime variable** (correspondance $v(t) \leftrightarrow \underline{V}$)

$$(1) \Rightarrow \boxed{v_S(t) = -RC \frac{dv_E(t)}{dt}}$$



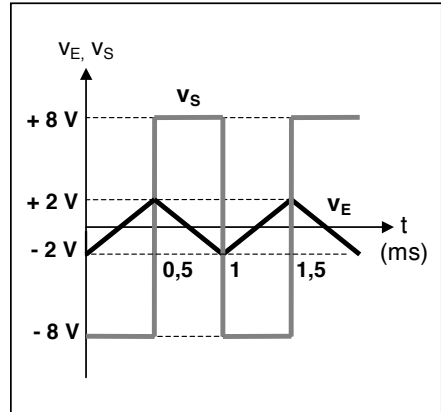
■ **Exemple** : Soit une tension d'entrée v_E triangulaire d'amplitude **2 V** de fréquence **1 kHz**

On donne $R = 10 \text{ k}\Omega$, $C = 100 \text{ nF}$.

$$0 \leq t \leq 0,5 \text{ ms} : \begin{cases} v_E(t) = 8000 t - 2 \\ v_S(t) = -8000 \cdot RC = \boxed{-8 \text{ V}} \end{cases}$$

$$0,5 \leq t \leq 1 \text{ ms} : \begin{cases} v_E(t) = -8000 t + 6 \\ v_S(t) = 8000 \cdot RC = \boxed{8 \text{ V}} \end{cases}$$

La tension v_S est un signal **carré** d'amplitude **8 V**. Sa fréquence est identique à celle de v_E .



3.2. Problème posé par le dérivateur

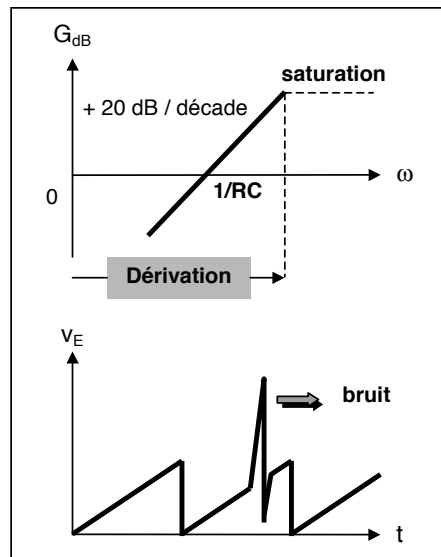
L'amplification devient très vite grande pour les hautes fréquences et l'ALI sature.

S'il existe un bruit en entrée, par exemple, sur une tension en rampes que l'on désire dériver, et si ce bruit se décompose en harmoniques de hautes fréquences (cf. décomposition en série de Fourier au chapitre 4 - page 39), c'est ce dernier qui saturera l'ALI.

Cela se répercute alors sur les signaux issus des étages qui suivent le dérivateur.

■ **Solution**

On limite le gain en hautes fréquences en insérant une résistance en série avec le condensateur (voir paragraphe 3.3.2 - chapitre 12 - page 147).



3.3. Montage intégrateur théorique (et inverseur)

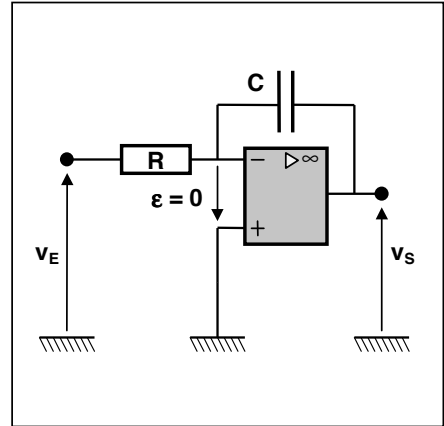
■ **En régime sinusoïdal** (amplitudes complexes)

On reconnaît la structure amplificatrice inverseuse (cf. page 162). La fonction de transfert s'écrit alors :

$$\frac{V_S}{V_E} = -\frac{Z_C}{R} \Rightarrow \boxed{\frac{V_S}{V_E} = -\frac{1}{jRC\omega}} \quad (1)$$

■ **En régime variable** (correspondance $v(t) \leftrightarrow \underline{V}$)

$$(1) \Rightarrow \boxed{v_S(t) = -\frac{1}{RC} \int_0^t v_E(\tau) \cdot d\tau + v_S(0)}$$



■ **Exemple** : Soit une tension d'entrée v_E carrée d'amplitude **2 V** de fréquence **1 kHz**

On donne **R = 10 kΩ**, **C = 10 nF**.

On admet que $v_S(0) = -5 \text{ V}^*$

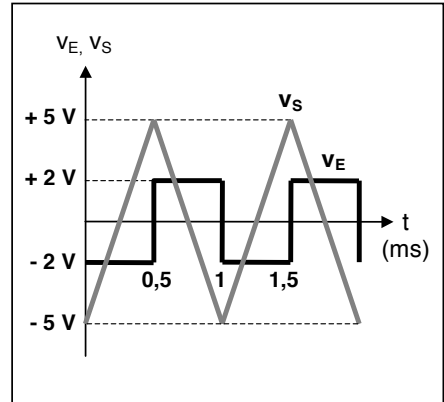
* $\langle v_E \rangle = 0 \Rightarrow \langle v_S \rangle = 0$ si l'ALI est parfait dans ce montage.

$$0 \leq t \leq 0,5 \text{ ms} : \begin{cases} v_E(t) = -2 \text{ V} \\ v_S(t) = -\frac{1}{RC} \int_0^t (-2) \cdot d\tau - 5 \end{cases}$$

On en déduit que : $v_S(t) = \boxed{20000 \cdot t - 5}$

On laisse le soin au lecteur de montrer que si :

$$0,5 \leq t \leq 1 \text{ ms} : v_S(t) = \boxed{-20000 \cdot t + 15}$$



La tension v_S est un signal **triangulaire**. Sa fréquence est identique à celle de v_E .

3.4. Problème posé par l'intégrateur

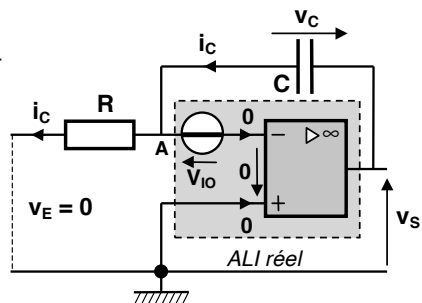
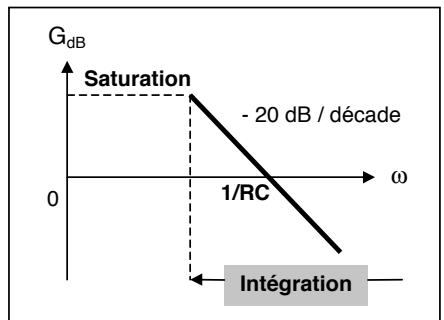
L'amplification devient très vite grande pour les basses fréquences et l'amplificateur sature. Ainsi, si le signal d'entrée présente une composante continue, celle-ci saturera l'ALI. De toute façon, même en l'absence de composante continue, v_S se sature à $\pm V_{SAT}$ peu après la mise sous tension, du fait des imperfections de l'ALI (V_{IO} , i^+ et i^-).

■ **Exemple** : Prise en compte de V_{IO} ($= C^{ste}$)

$$\begin{cases} i_C = C \frac{dv_C}{dt} = \frac{V_{IO}}{R} \Rightarrow v_S(t) = \frac{V_{IO}}{RC} t + v_S(0) \rightarrow +V_{SAT} \\ v_S = v_C + V_{IO} \end{cases}$$

■ **Solution**

On limite le gain en basses fréquences en insérant une résistance en parallèle avec le condensateur (voir & 3.3.2 - chapitre 12 - p 147).



4. Les montages amplificateurs logarithmiques et exponentiels

4.1. Intérêts

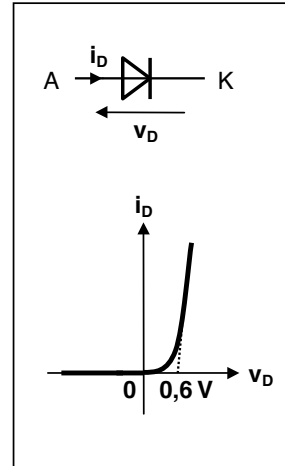
- Lorsque la dynamique de sortie d'un capteur est de grande amplitude (10 mV à 10 V par exemple), il est intéressant de **compresser** le signal à l'aide d'un **amplificateur logarithmique**. Après amplification et numérisation, le signal peut être facilement transmis. A la réception, il suffit de réaliser l'opération inverse pour restituer le signal de mesure.
- Les **amplificateurs logarithmiques** permettent également de linéariser des capteurs, effectuer des multiplications, des divisions, des élévations au carré et des extractions de racine carrée.

4.2. Principe

Pour la réalisation matérielle, on utilise la caractéristique d'une **diode à jonction** dont l'équation est approchée par la **loi de Shockley** :

$$i_D = I_S \cdot \left(e^{v_D/V_T} - 1 \right) \quad \text{où} \quad V_T = \frac{kT}{q}$$

- avec :
- I_S courant de saturation inverse (proportionnel à T^3) de l'ordre de 10^{-8} à 10^{-14} A pour le silicium
 - T température en kelvins (K)
 - k constante de Boltzmann = $1,38 \cdot 10^{-24}$ J.K⁻¹
 - q charge de l'électron = $1,6 \cdot 10^{-19}$ C
 - V_T tension thermique ≈ 26 mV à 25°C

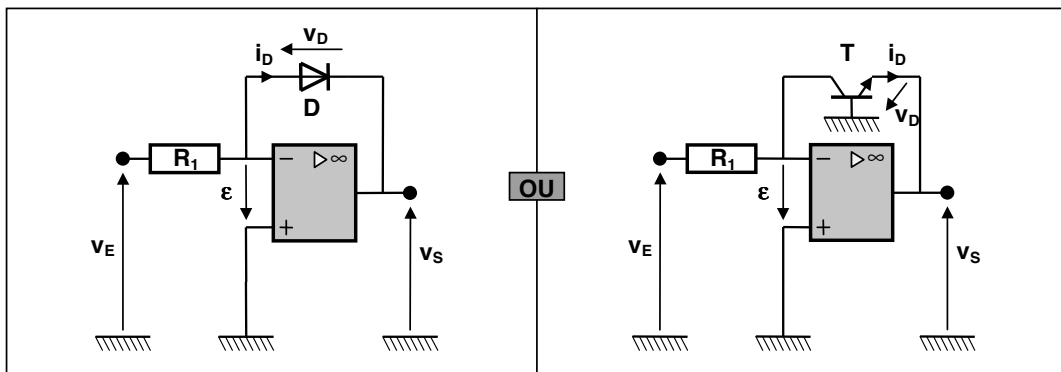


Si $v_D \gg V_T$:

$$i_D(v_D) \approx I_S \cdot e^{v_D/V_T}$$

Seuls les schémas de principe de ces amplificateurs sont exposés. En pratique, les schémas sont plus compliqués car il faut réduire les effets des variations de I_S et V_T avec la température T .

4.3. Amplificateur logarithmique inverseur



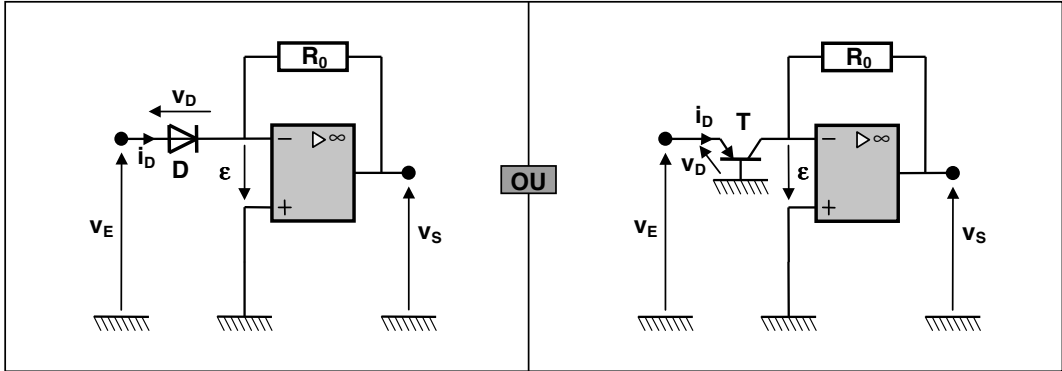
On suppose que **D** est passante : $i_D > 0$.
L'ALI supposé parfait fonctionne donc en régime linéaire : $\epsilon = 0$.

Par conséquent : $v_E = R_1 \cdot i_D = R_1 I_S \cdot e^{v_D/V_T}$ or $v_S = -v_D \Rightarrow$

$$v_S = -V_T \cdot \ln \frac{v_E}{R_1 I_S}$$

Cette relation n'est vraie que si $v_E > 0$ sinon il faut changer le sens de la diode.

4.4. Amplificateur exponentiel inverseur (ou anti-logarithmique)



En adoptant un raisonnement identique au précédent, on montre que :

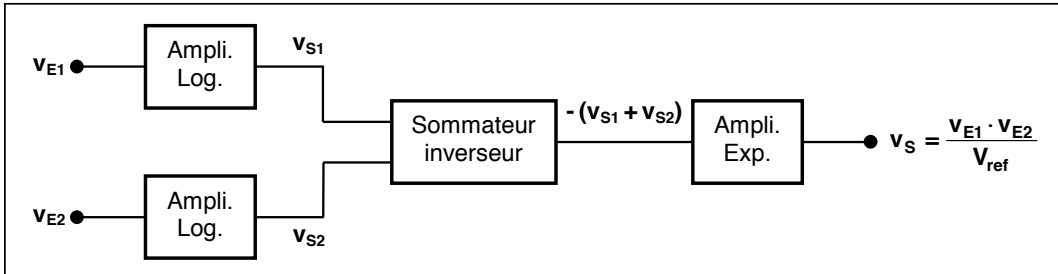
$$v_S = -R_0 I_S \cdot e^{\frac{v_E}{V_T}}$$

Cette relation n'est vraie que si $v_E > 0$ sinon il faut changer le sens de la diode.

- **Nota** : Les diodes ne sont plus utilisées dans la réalisation modulaire actuelle. On leur préfère les transistors bipolaires (cf. p 64) dont la caractéristique de la jonction base - émetteur correspond à la loi de variation logarithmique parfaite.

4.5. Application : le multiplieur

Grâce aux amplificateurs logarithmiques et exponentiels, il est possible de réaliser un montage multiplieur entre deux entrées comme le montre le schéma fonctionnel suivant :



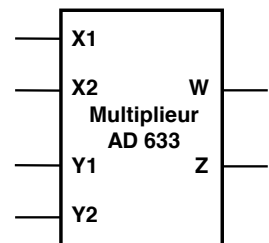
Toutes les résistances des différents montages sont identiques et notées **R**.

On a : $v_{S1} = -V_T \cdot \ln \frac{v_{E1}}{R I_S}$ et $v_{S2} = -V_T \cdot \ln \frac{v_{E2}}{R I_S}$ d'où $-(v_{S1} + v_{S2}) = V_T \cdot \ln \frac{v_{E1} \cdot v_{E2}}{(R I_S)^2}$

Or : $v_S = -R I_S \cdot e^{\frac{-(v_{S1} + v_{S2})}{V_T}} \Rightarrow \boxed{v_S = -\frac{v_{E1} \cdot v_{E2}}{R I_S}}$ d'où $\boxed{V_{ref} = -R I_S}$

Si l'on remplace le bloc fonctionnel sommateur par un soustracteur (cf. p 174), on obtient un diviseur. Les multiplieurs se trouvent sous forme intégrée et leur prix dépend de leurs performances.

- **Exemple** : Circuit AD 633
$$W = \frac{(X_1 - X_2) \cdot (Y_1 - Y_2)}{10 \text{ Volts}} + Z$$



Ils sont très utilisés en modulation d'amplitude (cf. chapitre 30) ainsi qu'en instrumentation pour réaliser des détecteurs synchrones.

5. Les redresseurs sans seuil

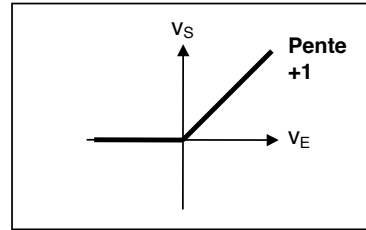
5.1. Redressement simple alternance sans seuil

5.1.1. Définition

Un redresseur simple alternance sans seuil est un quadripôle pour lequel :

$$v_S = \begin{cases} v_E & \text{si } v_E > 0 \\ 0 & \text{si } v_E < 0 \end{cases}$$

Sa caractéristique de transfert $v_S = f(v_E)$ est la suivante.

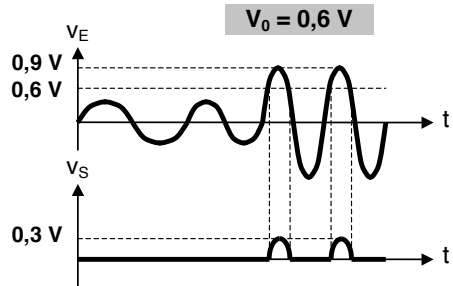
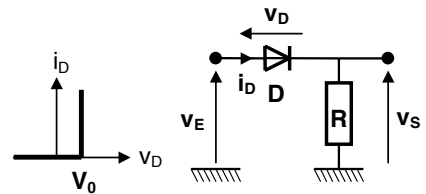


5.1.2. Inconvénient d'un redresseur élémentaire

L'inconvénient dans le redressement des signaux de faibles niveaux est lié à la tension de seuil de la diode, qui vaut **0,6 V** pour le silicium.

Ainsi, tout signal n'ayant pas une amplitude au moins égale à cette tension ne peut être redressé.

La gêne se manifeste aussi pour les signaux dont l'amplitude est très légèrement supérieure à la tension de seuil de la diode utilisée, puisqu'il y a écrêtage du signal redressé donc déformation.



Pour remédier à ce problème, on abaisse artificiellement la tension de seuil de la diode en l'insérant dans un montage à base d'ALI.

5.1.3. Structure

On suppose que **D** conduit : $v_D = V_0$
Compte tenu du modèle adopté pour l'ALI :

$$v_S = R \cdot i_D = v'_S - V_0$$

or : $v'_S = A_d \cdot \varepsilon = A_d \cdot (v_E - v_S)$

donc : $R \cdot i_D = A_d \cdot (v_E - R \cdot i_D) - V_0$

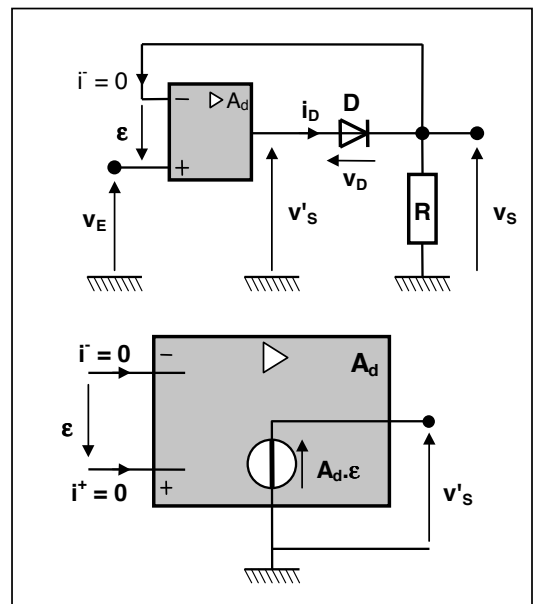
soit :
$$i_D = \frac{A_d \cdot v_E - V_0}{R \cdot (1 + A_d)}$$

Pour que **D** conduise, il faut que : $i_D > 0$

c'est à dire : $v_E > \frac{V_0}{A_d}$

au lieu de V_0 dans le cas précédent.

■ **Application numérique** : $A_d = 10^5$



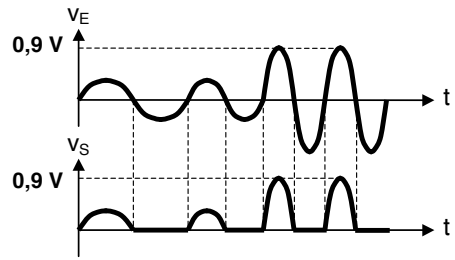
Si $V_0 = 0,6 \text{ V}$, le seuil de conduction est abaissé à **6 μV** . On peut donc le considérer comme nul.

- Lorsque la diode est **passante** ($v_E > 0$), on a :

$$v_S = R \cdot i_D = \frac{A_d}{1+A_d} v_E - \frac{V_0}{1+A_d} \underset{A_d \gg 1}{\approx} v_E$$

- Lorsque la diode est **bloquée** ($v_E < 0$), on a :

$$i_D = 0 \Rightarrow v_S = R \cdot i_D = 0$$

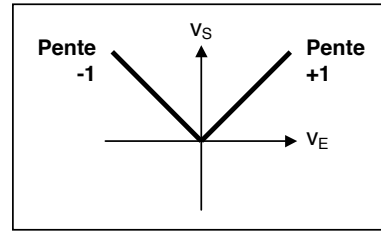


5.2. Redressement double alternance sans seuil (valeur absolue)

5.2.1. Définition

Un redresseur double alternance sans seuil est un quadripôle pour lequel :

$$v_S = |v_E| = \begin{cases} v_E & \text{si } v_E > 0 \\ -v_E & \text{si } v_E < 0 \end{cases}$$



Sa caractéristique de transfert $v_S = f(v_E)$ est tracée ci-contre.

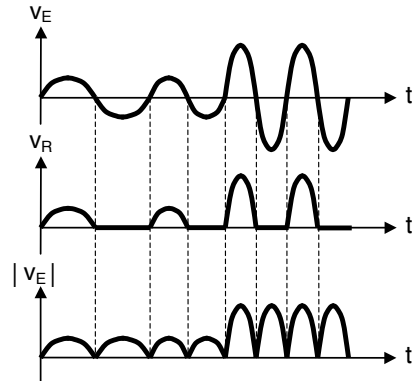
5.2.2. Principe et structure

On note :

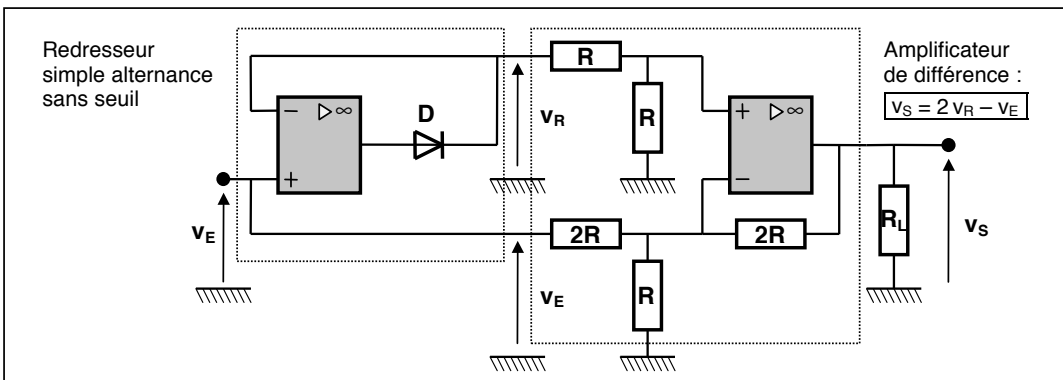
- v_E : le signal à redresser
- $|v_E|$: le signal redressé double alternance
- v_R : le signal redressé simple alternance

On a :
$$v_R = \frac{1}{2} \cdot [v_E + |v_E|]$$

Soit :
$$|v_E| = 2 v_R - v_E$$



Un redresseur double alternance sans seuil peut être réalisé à partir de la structure suivante :



On vérifie que $v_S = 2 v_R - v_E$ en appliquant le théorème de MILLMAN en E' pour le second ALI :

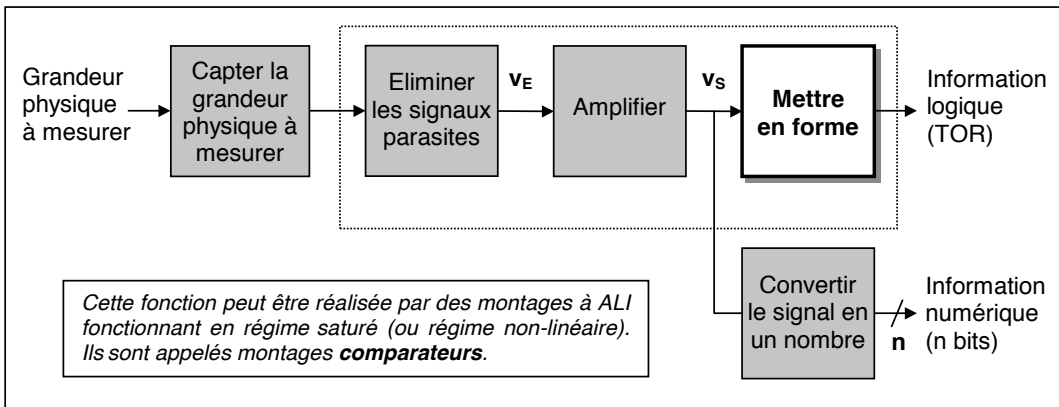
$$v^- = \frac{\frac{v_E}{2R} + \frac{v_S}{2R} + \frac{0}{R}}{\frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{R}} = \frac{v_E + v_S}{4} = v^+ = \frac{v_R}{2} \text{ (diviseur de tension)} \Rightarrow v_S = 2 v_R - v_E$$

Chapitre 16

Mise en forme à seuils

1. Chaîne d'acquisition d'une grandeur physique

La fonction « **mise en forme à seuils** » permet de transformer un signal analogique variable en un signal numérique à deux niveaux pour permettre son traitement logique.



Il existe aussi des circuits spécialisés dont le comportement et les caractéristiques sont optimisés et adaptés aux besoins de la comparaison analogique. On peut citer en particulier : les temps de réponse, la précision, l'absence d'instabilité en sortie et les configurations de sorties variées.

2. Caractéristiques de l'ALI parfait en régime saturé

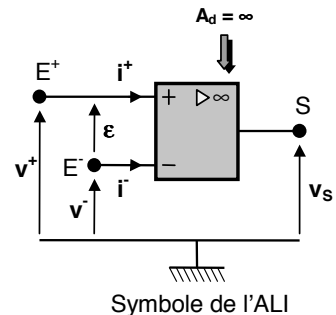
Les relations fondamentales en **régime saturé** découlant de l'ALI supposé **parfait** sont :

- une impédance d'entrée infinie, donc des courants d'entrée nuls :

$$i^+ = i^- = 0$$

- une amplification différentielle A_d infinie, mais la tension différentielle ϵ n'est pas nulle en **régime saturé** :

$$\epsilon = v^+ - v^- \neq 0$$



Si $\epsilon < 0$ ou $v^+ < v^-$, l'ALI est en **saturation basse** (ou négative) :

$$v_S = -V_{SAT}$$

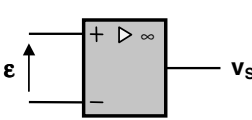
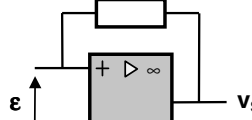
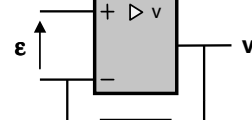
Si $\epsilon > 0$ ou $v^+ > v^-$, l'ALI est en **saturation haute** (ou positive) :

$$v_S = +V_{SAT}$$

On suppose de plus que $R_S = 0$ et $V_{IO} = 0$ (cf. chapitre 13 - page 167).

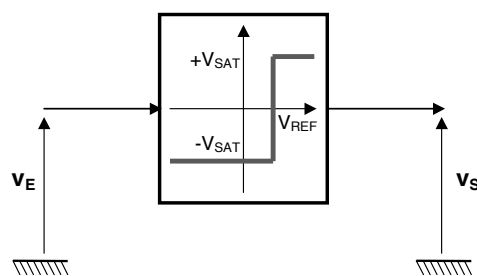
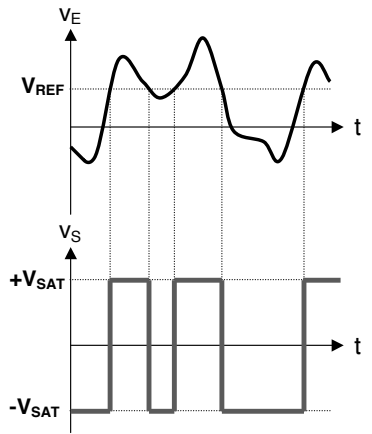
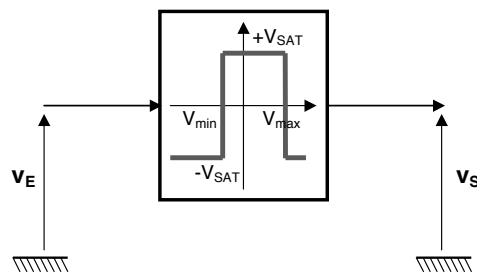
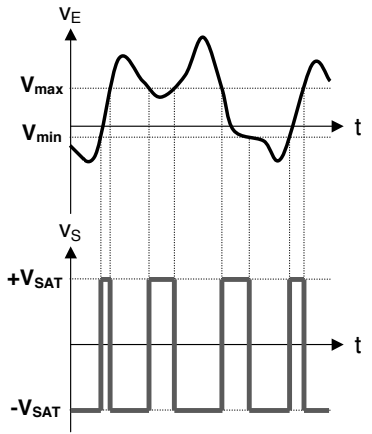
Dans les trois cas cités, la tension de sortie se verrouille à l'un des deux niveaux : $\pm V_{SAT}$

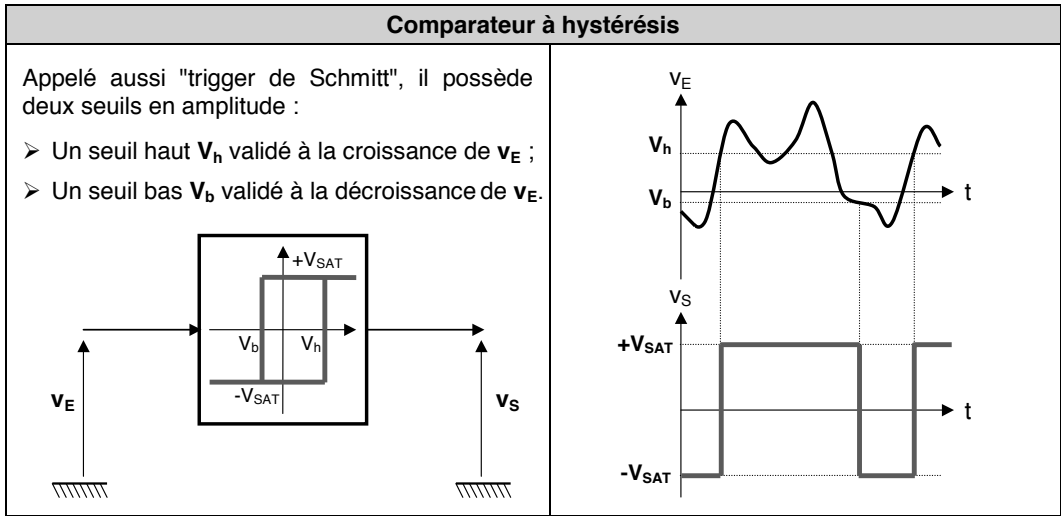
2.1. Régimes de fonctionnement (rappels)

| Fonctionnement en boucle ouverte | Fonctionnement en boucle fermée | |
|---|---|--|
| | Réaction positive | Réaction négative |
|  |  |  |
| <p>Régime non - linéaire : $\epsilon \neq 0$</p> <p>$\epsilon > 0 \Rightarrow v_S = +V_{SAT}$ et $\epsilon < 0 \Rightarrow v_S = -V_{SAT}$</p> <p>Fonction METTRE EN FORME (comparateurs)</p> | <p>Régime linéaire : $\epsilon = 0$</p> <p>$-V_{CC} \leq v_S \leq +V_{CC}$</p> <p>Fonction AMPLIFIER</p> | |

□ **Remarque** : Un ALI présentant une **contre-réaction** (régime linéaire) mais dont l'**amplitude** du signal d'entrée est **trop grande** (non traité) peut travailler en **régime saturé**.

2.2. Différents types de comparateurs

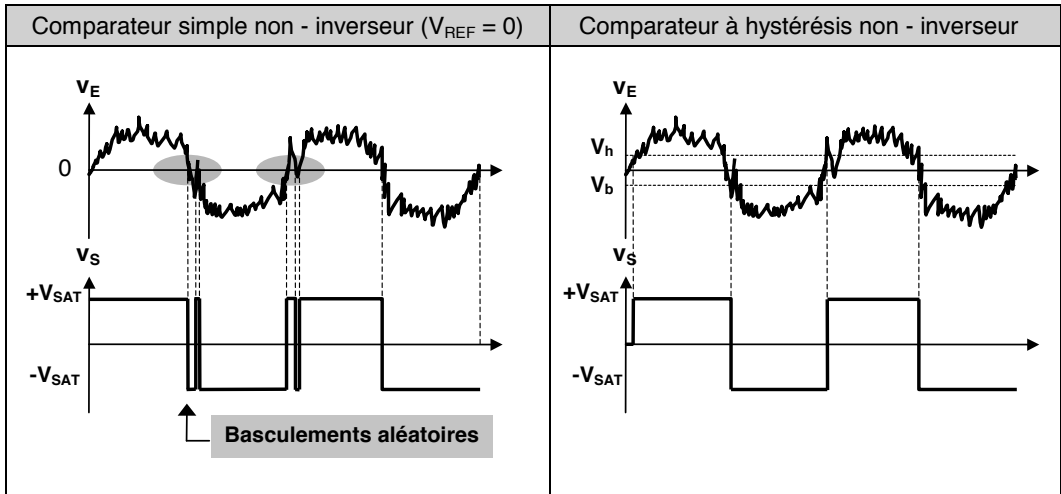
| Comparateur simple | |
|---|--|
| <p>Il permet d'indiquer si l'amplitude d'un signal v_E est supérieure ou inférieure à l'amplitude d'un signal V_{REF} (signal de référence). Le signal d'entrée est analogique et le signal de sortie est du type TOR (Tout Ou Rien).</p>  |  |
| Comparateur à fenêtre | |
| <p>Il permet d'indiquer si l'amplitude d'un signal v_E est comprise, ou non comprise, entre une amplitude minimale V_{min} et une amplitude maximale V_{max}. Ces deux valeurs constituent la "fenêtre" de comparaison.</p>  |  |



❑ **Avantages du comparateur à hystérésis**

Dans la pratique, les comparateurs à un seul seuil sont rarement utilisés car ces montages présentent certains inconvénients qui peuvent provoquer des dysfonctionnements :

- L'ALI peut fonctionner en régime linéaire si la tension d'entrée est très proche de la tension de seuil. Dans ce cas de figure, la tension de sortie pourra ne pas être égale à la tension $\pm V_{SAT}$ et être incompatible avec un niveau logique.
- Des **changements d'états intempestifs en sortie** sont possibles lorsqu'une tension d'entrée parasitée varie autour de la tension de seuil ;
- **Exemple** : Transformation d'un signal bruité issu d'un capteur en un signal à deux niveaux

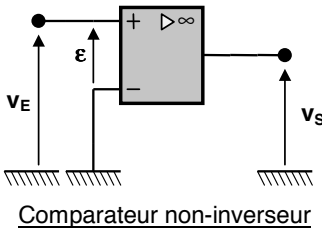


Pour s'affranchir de ces problèmes, on utilisera de préférence des montages comparateurs dotés de deux seuils de basculement : les **comparateurs à hystérésis** * (voir structures à ALI page 190).

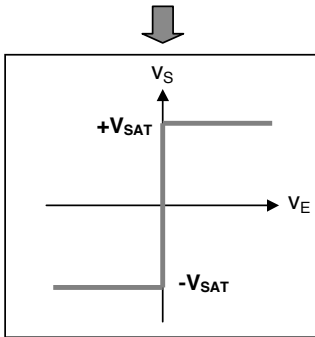
* *L'hystérésis est le phénomène qui caractérise les systèmes qui possèdent deux caractéristiques distinctes en fonction du sens de variation du signal d'entrée : lorsque le signal croît, le point de fonctionnement du système se déplace sur une des courbes. Lorsqu'il décroît, il se déplace sur l'autre. Ces courbes sont repérées, sur la caractéristique par l'adjonction du sens de variation.*

3. Structures matérielles

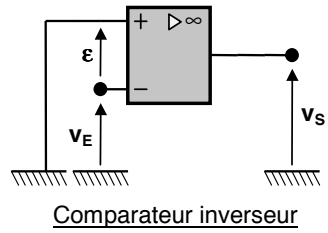
3.1. Comparateurs simples



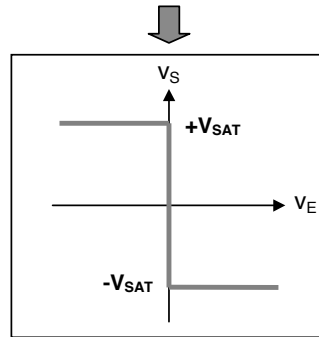
$$\begin{cases} v_E > 0 \Rightarrow \epsilon > 0 \Rightarrow v_S = +V_{SAT} \\ v_E < 0 \Rightarrow \epsilon < 0 \Rightarrow v_S = -V_{SAT} \end{cases}$$



Caractéristique de transfert

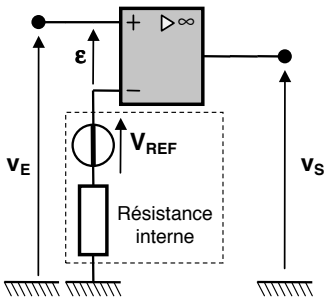


$$\begin{cases} v_E > 0 \Rightarrow \epsilon < 0 \Rightarrow v_S = -V_{SAT} \\ v_E < 0 \Rightarrow \epsilon > 0 \Rightarrow v_S = +V_{SAT} \end{cases}$$

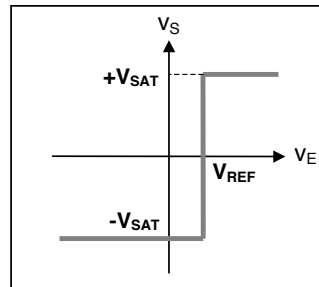


Caractéristique de transfert

En utilisant une source de référence V_{REF} , on peut modifier le seuil de comparaison :



$$\begin{cases} v_E > V_{REF} \Rightarrow \epsilon > 0 \Rightarrow v_S = +V_{SAT} \\ v_E < V_{REF} \Rightarrow \epsilon < 0 \Rightarrow v_S = -V_{SAT} \end{cases}$$



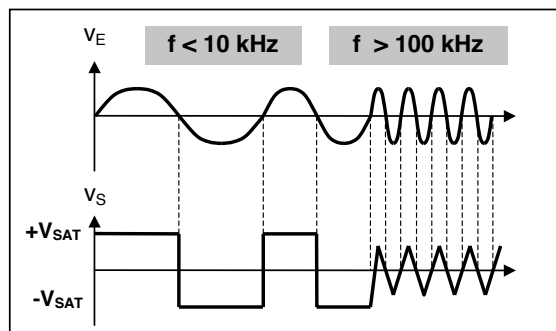
Caractéristique de transfert

3.1.1. Limitations des performances

Les performances de ces comparateurs réalisés avec des ALI sont inférieures à celles des circuits intégrés conçus spécialement pour cette application. Ceci est dû au **Slew Rate** (cf. page 165) qui limite la fréquence maximale de travail.

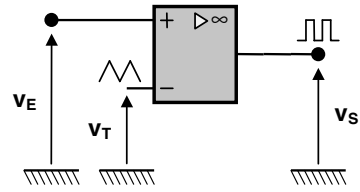
Ce type de comparateurs doit être réservé pour les traitements de signaux en basse fréquence ($f < 10$ kHz).

Exemple : comparateur non-inverseur

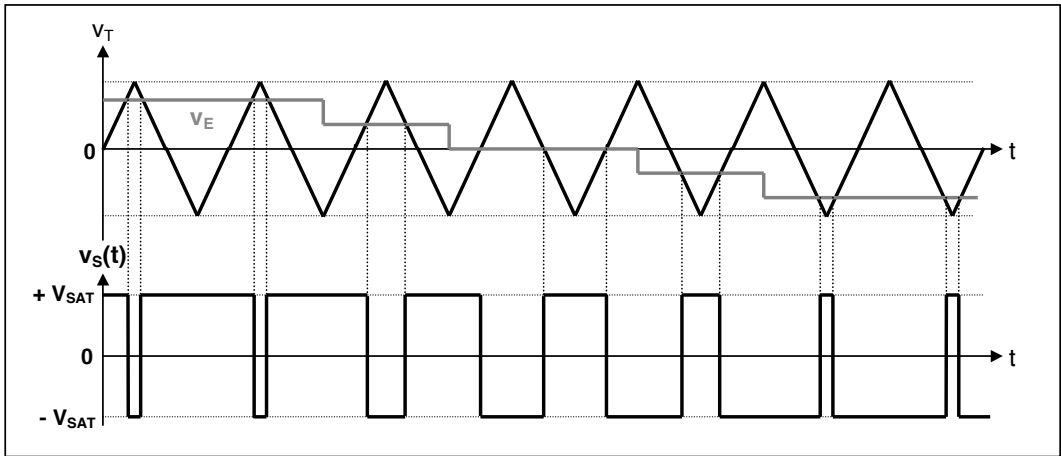


3.1.2. Application : Génération d'un signal MLI ou PWM

Le principe de la **MLI** (Modulation de Largeur d'Impulsions) ou **PWM** (Pulse Width Modulation) consiste en une comparaison du signal d'entrée v_E avec un signal triangulaire v_T .



Le diagramme temporel suivant est donné pour différentes valeurs de v_E , le signal v_E doit être lentement variable par rapport au signal v_T :



3.2. Comparateur à fenêtre

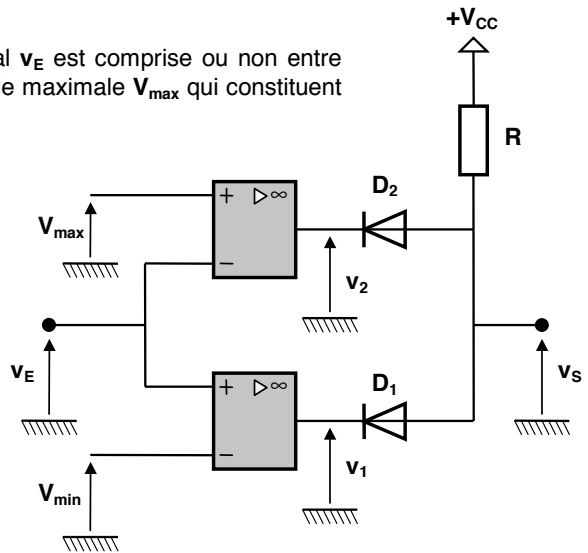
Il permet d'indiquer si l'amplitude d'un signal v_E est comprise ou non entre une amplitude minimale V_{min} et une amplitude maximale V_{max} qui constituent la "fenêtre" de comparaison. On définit :

- Sa largeur : $V_{max} - V_{min}$
- La position de son centre : $\frac{V_{max} + V_{min}}{2}$

Les deux ALI sont supposés parfaits et alimentés en $\pm V_{CC}$ avec $\pm V_{SAT} \approx \pm V_{CC}$.

Les deux diodes D_1 et D_2 sont supposées parfaites. La tension à leurs bornes est nulle lorsqu'elles conduisent.

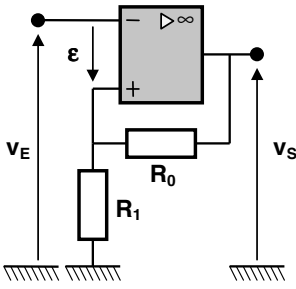
On peut résumer le fonctionnement du montage en fonction des valeurs de la tension d'entrée v_E par le tableau suivant :



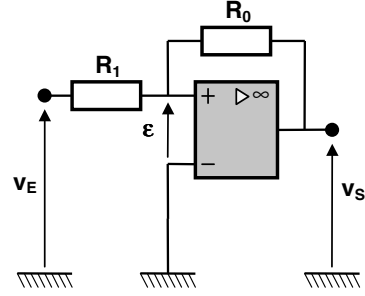
| v_E | V_{min} | V_{max} |
|------------|--------------------------------|-------------------------|
| v_1 | $-V_{CC}$ | $+V_{CC}$ |
| v_2 | $+V_{CC}$ | $-V_{CC}$ |
| D_1, D_2 | D_1 passante - D_2 bloquée | D_1 et D_2 bloquées |
| v_s | $(= v_1) = -V_{CC}$ | $(= v_2) = -V_{CC}$ |

Les diodes D_1 , D_2 et la résistance R réalisent la fonction logique **ET** : il faut que v_1 et v_2 soient au niveau haut ($v_1 = v_2 = \ll 1 \gg$) pour que v_s soit au niveau haut ($v_s = \ll 1 \gg$).

3.3. Comparateurs à hystérésis ou montages "trigger"



Trigger inverseur



Trigger non-inverseur

Appliquons le théorème de MILLMAN en E^+ :

$$v^+ = \varepsilon + v_E = \frac{v_S}{R_0} + \frac{0}{R_1} = \frac{R_1 \cdot v_S}{R_0 + R_1}$$

$$v^+ = \varepsilon = \frac{v_S + v_E}{\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1}} = \frac{R_1 \cdot v_S + R_0 \cdot v_E}{R_0 + R_1}$$

On a $v_S = +V_{SAT}$ tant que $\varepsilon > 0$ c'est à dire si :

$$\frac{R_1 \cdot V_{SAT}}{R_0 + R_1} - v_E > 0$$

↓

$$v_E < \frac{R_1}{R_0 + R_1} V_{SAT} = V_h$$

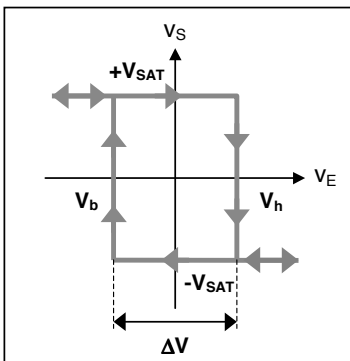
$$\frac{R_1 \cdot V_{SAT} + R_0 \cdot v_E}{R_0 + R_1} > 0$$

↓

$$v_E > -\frac{R_1}{R_0} V_{SAT} = V_b$$

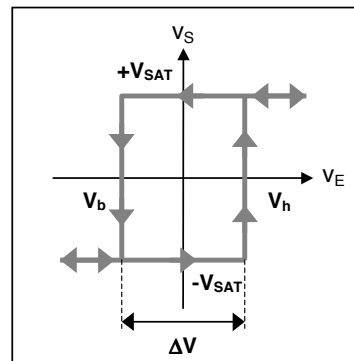
De même, on démontrerait que $v_S = -V_{SAT}$ si :

$$v_E > -\frac{R_1}{R_0 + R_1} V_{SAT} = V_b$$



Caractéristique de transfert

$$v_E < \frac{R_1}{R_0} V_{SAT} = V_h$$



Caractéristique de transfert

V_b et V_h sont les **seuils de basculement** (b : bas et h : haut).

Règle pour le sens de parcours : "Le 1^{er} seuil rencontré est ignoré, on bascule au 2nd."

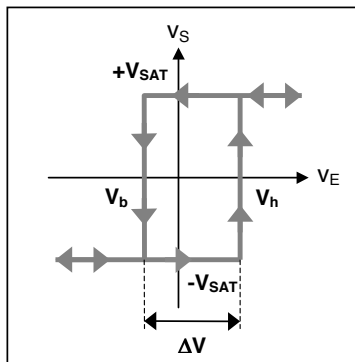
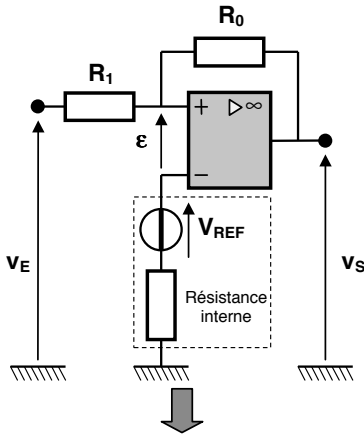
La largeur du cycle d'hystérésis est :

$$\Delta V = \frac{2R_1}{R_0 + R_1} V_{SAT}$$

$$\Delta V = \frac{2R_1}{R_0} V_{SAT}$$

□ **Modification des seuils de basculement**

Si l'on souhaite obtenir des seuils **non symétriques**, il suffit par exemple, pour le comparateur non-inverseur à hystérésis, de relier l'entrée inverseuse de l'ALI à une source de référence (V_{REF}) au lieu de la connecter à la masse.



Caractéristique de transfert

Appliquons le théorème de MILLMAN en E^+ :

$$v^+ = \varepsilon + V_{REF} = \frac{R_1 \cdot v_S + R_0 \cdot v_E}{R_0 + R_1}$$

On a $v_S = +V_{SAT}$ tant que $\varepsilon > 0$, c'est à dire si :

$$\frac{R_1 \cdot V_{SAT} + R_0 \cdot v_E}{R_0 + R_1} - V_{REF} > 0$$

$$v_E > \underbrace{\left(1 + \frac{R_1}{R_0}\right) V_{REF} - \frac{R_1}{R_0} V_{SAT}}_{V_b}$$

De même, on démontre que $v_S = -V_{SAT}$ si :

$$v_E < \underbrace{\left(1 + \frac{R_1}{R_0}\right) V_{REF} + \frac{R_1}{R_0} V_{SAT}}_{V_h}$$

La largeur du cycle d'hystérésis est :

$$\Delta V = \frac{2R_1}{R_0} V_{SAT}$$

3.4. Génération d'une tension de référence

Les montages électroniques suivants permettent de générer une tension de référence $V_{REF} (> 0)$. Il pourra s'avérer nécessaire d'intercaler un suiveur de tension pour s'assurer que $i = 0$.

| Montage potentiométrique | Référence de tension par diode Zener |
|--|---|
| <p>$+V_{CC}$ Tension d'alimentation</p> <p>On peut remplacer les résistances par un potentiomètre.</p> <p>$i = 0$</p> <p>D'après la formule du diviseur de tension :</p> $V_{REF} = \frac{R_1}{R_0 + R_1} \cdot (+V_{CC})$ | <p>$+V_{CC}$ Tension d'alimentation</p> <p>La diode Zener D_Z doit être polarisée en inverse : $i_D < 0$.</p> <p>$i = 0$</p> <p>i_D</p> <p>v_D</p> <p>$-V_Z$</p> <p>$0,6V$</p> $V_{REF} = -v_D = V_Z$ <p>V_Z : tension de Zener</p> |

4. Fonctionnement en multivibrateurs

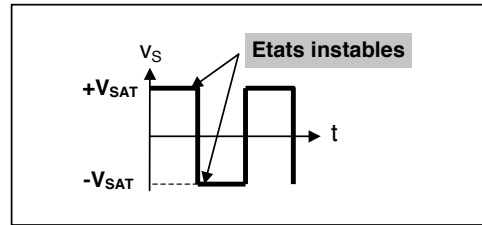
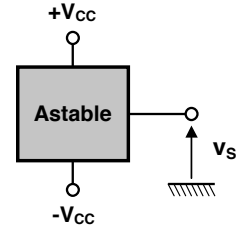
4.1. Présentation

Un multivibrateur (ou bascule) est un circuit qui possède deux états de fonctionnement. Selon la stabilité de ces états, on distingue :

■ Les multivibrateurs astables

C'est un **générateur autonome**, délivrant une tension de sortie rectangulaire, périodique, évoluant entre deux états instables.

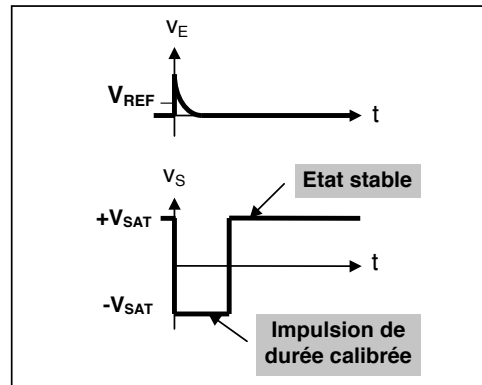
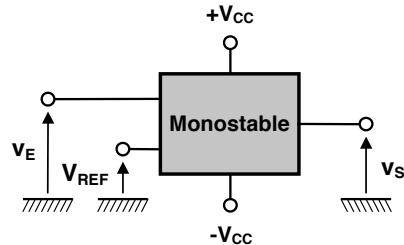
Il est aussi appelé **oscillateur à relaxation**. La durée des deux états de sortie est définie par un circuit RC. Il peut être réalisé avec un ALI ou un circuit intégré spécifique.



■ Les multivibrateurs monostables

Un multivibrateur monostable délivre en sortie une **impulsion de durée calibrée** par un circuit RC qui lui est associé.

Cette impulsion est déclenchée à partir d'un signal approprié sur l'entrée (généralement la détection d'un front montant ou descendant).

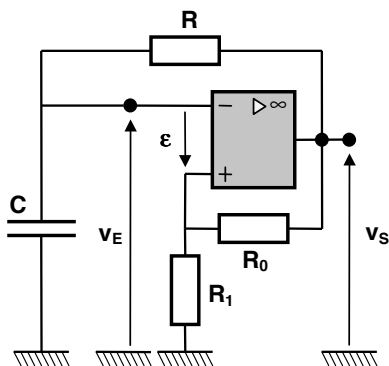


■ Applications

- Temporisation, impulsions retardées
- Convertisseur fréquence - tension (tachymètre)

Les montages actuels semblent bouter cette fonction car des circuits intégrés comme le **4528** (non étudié) offrent des possibilités supérieures à celles auxquelles les ALI conduisent.

4.2. Multivibrateur astable



Le montage est constitué de deux éléments :

- un **trigger inverseur** (cf. & 3.3 - page 190) ;
- un **intégrateur** (circuit RC).

L'ALI fonctionne en **comparateur**, c'est à dire de manière non-linéaire. Sa tension de sortie v_S ne peut prendre que deux valeurs : $-V_{SAT}$ OU $+V_{SAT}$.

En fait, la tension de sortie v_S du circuit bascule indéfiniment entre $+V_{SAT}$ et $-V_{SAT}$: il s'agit donc d'un **multivibrateur astable**.

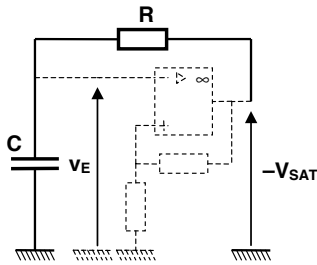
4.2.1. Calcul de la période T

On suppose que le condensateur est déchargé au départ. Or, il ne revient jamais à une décharge complète dans ce montage. Il en résulte une zone de démarrage qui ne se reproduit pas au cours du fonctionnement : c'est le **régime transitoire**.

En **régime permanent**, la période **T** de l'oscillateur est égale à la somme des durées **t₁** et **t₂**, respectivement d'un état bas et d'un état haut de la tension **v_S** (cf. chronogrammes ci-dessous).

On prend comme nouvelle origine des temps **t = 0** la date d'un basculement, par exemple, de **+V_{SAT}** vers **-V_{SAT}**. Ce basculement s'est produit parce que **v_E(0) = V_h**.

A partir de cet instant, le condensateur se charge à travers **R** sous **-V_{SAT}**. En posant **τ = RC**, on montre que l'équation différentielle satisfaite par **v_E(t)** est :



$$\tau \frac{dv_E}{dt} + v_E = -V_{SAT}$$

Dont la solution est, en tenant compte de **v_E(0) = V_h** :

$$v_E(t) = (V_h + V_{SAT}) \cdot e^{-t/\tau} - V_{SAT}$$

La tension **v_E(t)** décroît exponentiellement à partir de **V_h** pour tendre vers **-V_{SAT}** qu'elle n'atteindra pas. En effet, à **t = t₁**, la tension **v_E(t)** aura la valeur **v_E(t₁) = V_b** et un nouveau basculement se produira amenant la tension de sortie **v_S** de **-V_{SAT}** à **+V_{SAT}**.

La durée **t = t₁** se calcule en écrivant que :

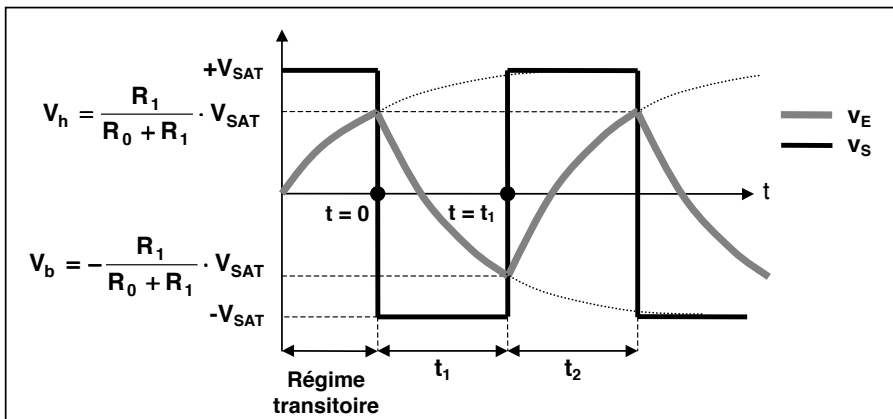
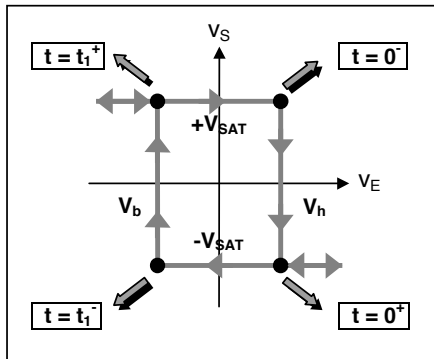
$$v_E(t_1) = (V_h + V_{SAT}) \cdot e^{-t_1/\tau} - V_{SAT} = V_b$$

$$\text{D'où : } t_1 = \tau \cdot \ln \left(\frac{V_h + V_{SAT}}{V_b + V_{SAT}} \right) = \tau \cdot \ln \left(1 + \frac{2R_1}{R_0} \right)$$

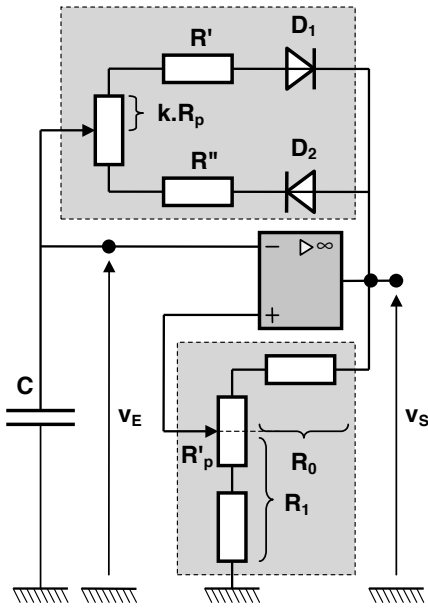
Les créneaux étant symétriques, la durée **t₂** est égale à **t₁**. On en déduit l'expression de la période **T** :

$$T = t_1 + t_2 = 2RC \cdot \ln \left(1 + \frac{2R_1}{R_0} \right)$$

■ **Chronogrammes :**



4.2.2. Astable à fréquence variable et à rapport cyclique réglable



Le rapport cyclique est défini par : $\alpha = \frac{t_2}{T} = \frac{t_2}{t_1 + t_2}$.

La durée t_2 du niveau haut est déterminée par la charge du condensateur à travers une résistance sous $v_S = +V_{SAT}$. Elle sera différente de t_1 si la charge du condensateur sous $v_S = -V_{SAT}$ ne se fait pas avec la même constante de temps.

On y parvient avec l'aiguillage à diodes (D_1, D_2) :

D_1 passante : $t_1 = [R' + k \cdot R_p] \cdot C \cdot \ln\left(1 + \frac{2R_1}{R_0}\right)$

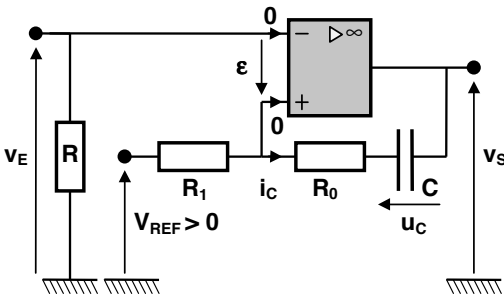
D_2 passante : $t_2 = [R'' + (1 - k) \cdot R_p] \cdot C \cdot \ln\left(1 + \frac{2R_1}{R_0}\right)$

$$\alpha = \frac{R'' + (1 - k) \cdot R_p}{R' + R'' + R_p}$$

Le rapport cyclique α est fonction de la position du curseur du potentiomètre R_p ($0 \leq k \leq 1$).

On modifie la période T de l'oscillateur, donc sa fréquence f , en agissant sur le rapport R_1/R_0 grâce au potentiomètre R'_p , c'est à dire en changeant les seuils de basculement du trigger inverseur.

4.3. Multivibrateur monostable



■ **Etat stable :** $u_C = C^{ste} \Rightarrow i_C = C \cdot du_C/dt = 0$

En l'absence d'impulsion de commande :

E^- est au potentiel de la masse par R : $v^- = 0$

Le condensateur se comporte comme un circuit ouvert pendant cette phase ($i_C = 0$) : $v^+ = v_{REF}$

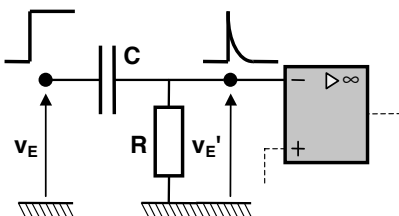
Donc : $\epsilon = v^+ - v^- = v_{REF} \Rightarrow v_S = +V_{SAT}$

On en déduit que : $u_C = v_{REF} - V_{SAT}$

□ **Calcul de la durée de l'impulsion T (ou durée de l'état instable)**

A $t = 0$, une impulsion positive v_E d'amplitude supérieure à v_{REF} impose momentanément $\epsilon < 0$.

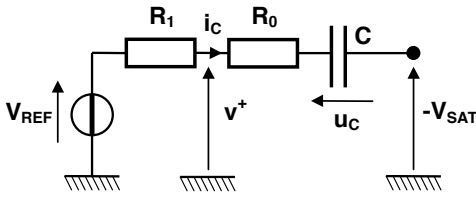
La tension de sortie bascule de $v_S = +V_{SAT}$ (état stable) vers : $v_S = -V_{SAT}$



Si le signal v_E se présente sous forme d'un niveau constant ou d'une impulsion qui risque de durer plus longtemps que T , il suffit d'interposer un circuit dérivateur $C-R$ entre celui-ci et l'entrée E^- de l'ALI.

Un régime transitoire ❶ prend naissance dans le circuit R_0 , R_1 et C .

En posant $\tau = (R_0 + R_1) \cdot C$, on montre que l'équation différentielle satisfaite par $u_C(t)$ est :



$$\tau \frac{du_C}{dt} + u_C = V_{REF} + V_{SAT}$$

Dont la solution est, en tenant compte de la condition initiale (état stable) $u_C(0) = V_{REF} - V_{SAT}$:

$$u_C(t) = V_{REF} + V_{SAT} \cdot \left(1 - 2e^{-t/\tau} \right)$$

On en déduit : $v^+ = V_{REF} - R_1 C \frac{du_C}{dt} \Rightarrow v^+(t) = V_{REF} - \frac{2R_1}{R_0 + R_1} V_{SAT} \cdot e^{-t/\tau}$

Immédiatement après la suppression de l'impulsion ($v_E = v^- = 0$), à un instant noté $t = 0^+$, on doit toujours avoir $v_S = -V_{SAT}$, ce qui impose que :

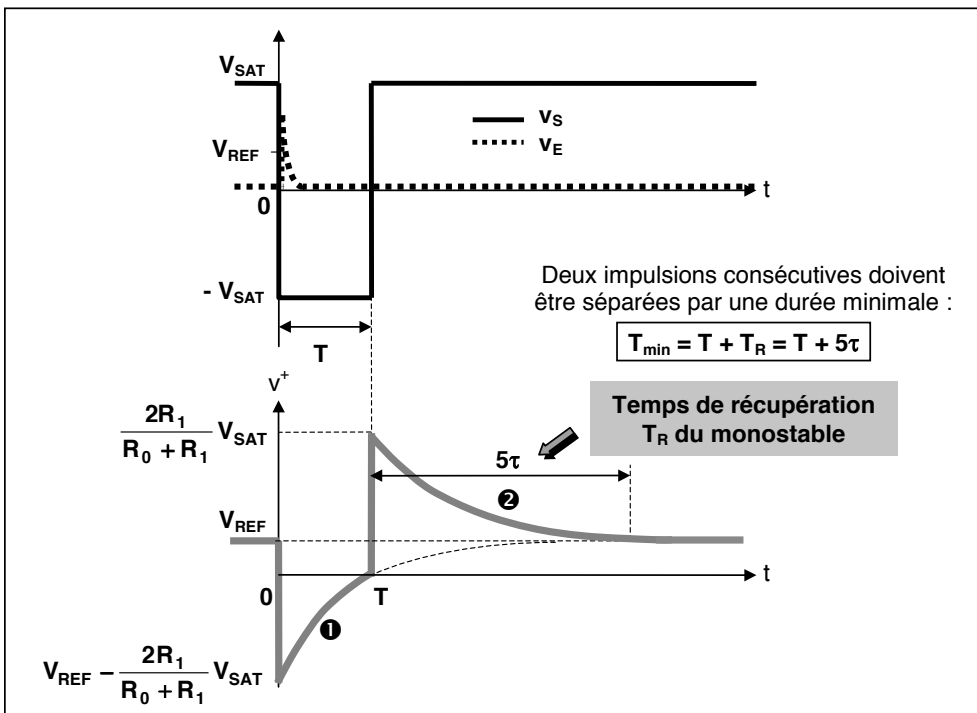
$$\varepsilon(0^+) = v^+(0^+) = V_{REF} - \frac{2R_1}{R_0 + R_1} V_{SAT} < 0 \Rightarrow \boxed{V_{REF} < \frac{2R_1}{R_0 + R_1} V_{SAT}}$$

A l'instant $t = T$, la tension v^+ s'annule (cf. chronogrammes ci-dessous). En portant ces valeurs dans l'équation donnant $v^+(t)$, on obtient :

$$\boxed{T = (R_0 + R_1) \cdot C \cdot \ln \left(\frac{2R_1}{R_0 + R_1} \cdot \frac{V_{SAT}}{V_{REF}} \right)}$$

A cet instant, $\varepsilon = 0$, la tension de sortie v_S reprend la valeur stable $v_S = +V_{SAT}$. Un nouveau régime transitoire ❷ succède à ce second basculement. L'analyse est identique à la précédente. On invite le lecteur à la reprendre.

■ **Chronogrammes :**



5. TRAITEMENT NUMÉRIQUE DE L'INFORMATION

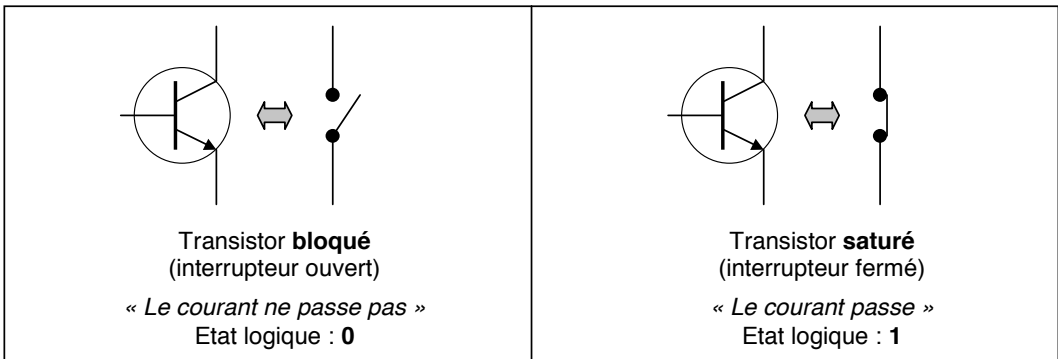
Chapitre 17

Représentation numérique de l'information

1. Généralités

1.1. Logique binaire

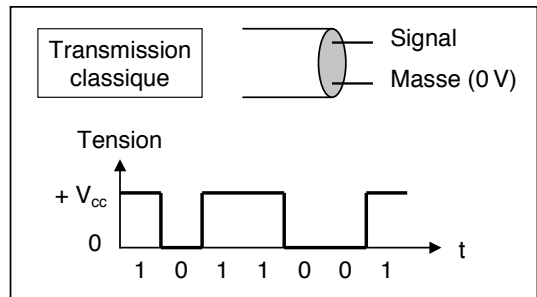
Les systèmes informatiques actuels sont construits à l'aide de **circuits intégrés** rassemblant pour certains des dizaines voire des centaines de millions de **transistors**. Ces transistors ne fonctionnent que selon **une logique à deux états** décrite de façon schématique ci-dessous.



Ces deux états logiques, conventionnellement notés **0** et **1**, déterminent cette **logique binaire** correspondant (de manière un peu « réductrice ») à deux niveaux électriques.

Les informations traitées par les ordinateurs sont de différents types (nombres, instructions, textes, images, sons) mais elles sont toujours représentées en **binaire** aussi bien en interne, comme on vient de le voir, que sur les « fils » permettant de faire circuler l'information entre les composants de l'ordinateur.

Une information élémentaire **0** ou **1** s'appelle un **bit** (contraction de l'anglais binary digit).

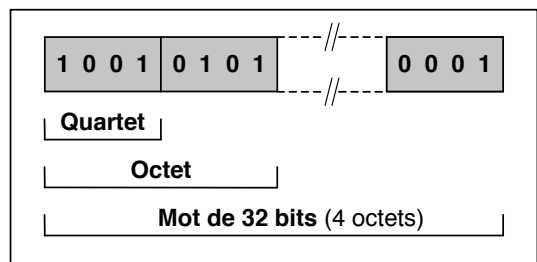


On se limite ici au **codage des valeurs numériques** (des entiers naturels aux nombres à virgule).

1.2. Notion de mot

Les systèmes informatiques manipulent des informations binaires et travaillent en général sur une longueur fixe de bits que l'on appelle **mot** (word en Anglais).

Suivant le microprocesseur, la taille du mot pourra être différente, les tailles classiques étant désormais de **32 bits** ou **64 bits** avec une évolution en cours vers les **128 bits**.



□ **Nota** : En Anglais, « octet » se traduit par **byte** (à ne pas confondre avec bit).

1.3. Notion de pondération

Dans un système de numération en base **B**, un nombre noté $N_{(B)}$ égal à :

$$N_{(B)} = \sum_{k=0}^{n-1} a_k \cdot B^k$$

s'écrit symboliquement :
$$N_{(B)} = \underbrace{a_{n-1} a_{n-2} \dots a_2 a_1 a_0}_{n \text{ chiffres}} (B)$$

- B** base ou nombre de chiffres différents qu'utilise le système de numération
- a_k** chiffre de rang **k**
- B^k** **pondération** associée à **a_k**

▪ Exemple :

$$247_{(10)} = 2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$$

Digit de **poinds fort** (2) (Most Significant Digit) Digit de **poinds faible** (7) (Least Significant Digit)

2. Représentation des entiers naturels - N

La représentation des entiers naturels semble évidente, il suffit de **convertir l'entier en base 2** pour avoir une représentation que peut comprendre l'ordinateur.

▪ Exemple :

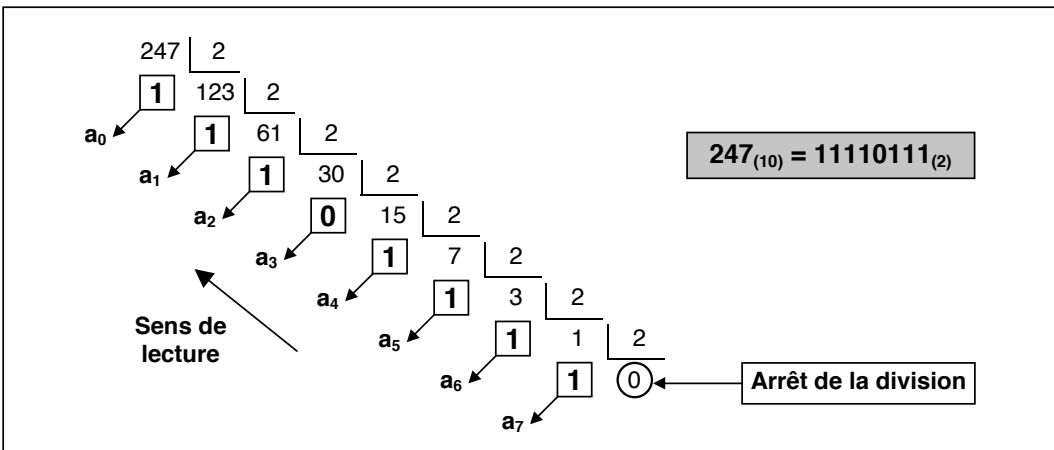
$$\begin{aligned} 11110111_{(2)} &= 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \\ &= 128 + 64 + 32 + 16 + 0 + 4 + 2 + 1 \\ &= 247_{(10)} \end{aligned}$$

MSB (Most Significant Bit) LSB (Least Significant Bit)

2.1. Méthode de conversion par divisions successives

On divise l'entier $N_{(10)}$ que l'on désire convertir par **2**, puis on réitère l'opération avec le dividende obtenu jusqu'à son annulation. Le nombre cherché s'écrit en plaçant les restes des divisions successives dans l'ordre inverse de leur obtention.

▪ Exemple : Conversion en binaire sur un octet du nombre $247_{(10)}$




2.2. Autre méthode de conversion

Elle consiste à retrancher du nombre initial la plus grande puissance de 2 possible et ainsi de suite dans l'ordre décroissant des puissances. Si on peut retirer la puissance de 2 concernée, on note **1** sinon on note **0** et on continue de la sorte jusqu'à la plus petite puissance de 2 possible soit 2^0 pour des entiers naturels.

- Exemple : Conversion en binaire sur un octet du nombre $247_{(10)}$

| | | | | | | | |
|----|------------|----------------|------------|---------|------------|------------|------------|
| De | 247 | on peut | (1) | retirer | 128 | . Il reste | 119 |
| De | 119 | on peut | (1) | retirer | 64 | . Il reste | 55 |
| De | 55 | on peut | (1) | retirer | 32 | . Il reste | 23 |
| De | 23 | on peut | (1) | retirer | 16 | . Il reste | 7 |
| De | 7 | on ne peut pas | (0) | retirer | 8 | . Il reste | 7 |
| De | 7 | on peut | (1) | retirer | 4 | . Il reste | 3 |
| De | 3 | on peut | (1) | retirer | 2 | . Il reste | 1 |
| De | 1 | on peut | (1) | retirer | 1 | . Il reste | 0 |

 : on lit les valeurs binaires, de haut en bas ! Mais le résultat est encore (bien entendu !).

$$247_{(10)} = 11110111_{(2)}$$

Cette technique impose de connaître les valeurs décimales associées aux puissances de 2 ! Mais qui ne s'est pas amusé à ce petit « jeu » ... **1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048 ...**

2.3. Capacités de la représentation

Les limites du codage des nombres entiers naturels sont dues à la longueur du mot binaire nécessaire pour les coder. Par exemple, sur un octet, on ne peut pas compter au delà de 255.

En binaire, avec **n** bits, on peut représenter un entier naturel compris entre **0** et $2^n - 1$ soit 2^n valeurs possibles.

| Bits | Nombre de valeurs | 0 à ... |
|------|----------------------|----------------------|
| 4 | 16 | 15 |
| 8 | 256 | 255 |
| 16 | 65536 | 65535 |
| 32 | 4,29 ... milliards | 4,29 ... milliards |
| 64 | $1,84 \dots 10^{19}$ | $1,84 \dots 10^{19}$ |

Cela peut induire des problèmes au niveau des opérations arithmétiques : une addition, par exemple, peut donner un résultat dépassant la valeur maximale possible.

- Exemple : Addition binaire de $247_{(10)}$ et $53_{(10)}$ représentés sur un octet

L'addition binaire se fait exactement comme en décimal sauf que la retenue se produit dès qu'on arrive à 2 au lieu de 10.

La valeur obtenue ne pouvant être représentée que sur 8 bits, la conversion en décimal donne $44_{(10)}$ au lieu de $300_{(10)}$.

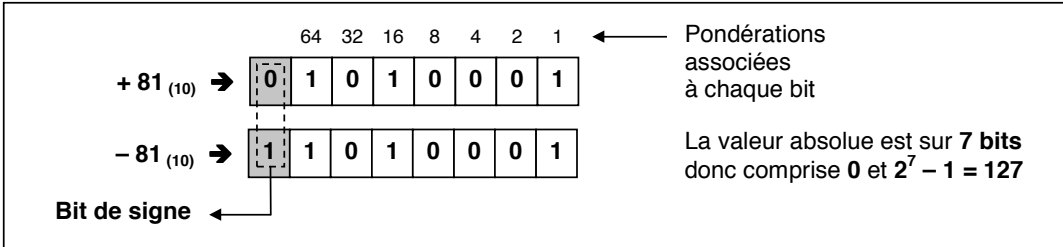
On parle alors de **dépassement de capacité** (*overflow* en anglais). Sur certains ordinateurs, les calculs continuent. Sur d'autres, une erreur est signalée.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $247_{(10)} \rightarrow$ | <table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr> <td style="padding: 0 5px;">1</td><td style="padding: 0 5px;">1</td><td style="padding: 0 5px;">1</td><td style="padding: 0 5px;">1</td><td style="padding: 0 5px;">0</td><td style="padding: 0 5px;">1</td><td style="padding: 0 5px;">1</td><td style="padding: 0 5px;">1</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td> </tr> </table> | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | |
| $53_{(10)} \rightarrow +$ | <table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr> <td style="padding: 0 5px;">0</td><td style="padding: 0 5px;">0</td><td style="padding: 0 5px;">1</td><td style="padding: 0 5px;">1</td><td style="padding: 0 5px;">0</td><td style="padding: 0 5px;">1</td><td style="padding: 0 5px;">0</td><td style="padding: 0 5px;">1</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td> </tr> </table> | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | | | | | | | | | | |
| Le bit 1 extérieur à la taille du codage est ignoré | <table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td> </tr> </table> | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | | | | | | | |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | | | | | | | | | |
| | $44_{(10)} \neq 300_{(10)}$ ☹️ | | | | | | | | | | | | | | | | |

3. Représentation des entiers relatifs - Z

La première solution envisageable pour représenter un entier relatif est de dédier un bit pour le codage du signe puis de représenter sur les autres bits la valeur absolue. La convention retenue impose de mettre le bit de **poinds fort** à **0** pour repérer un nombre positif et à **1** pour un nombre négatif. On parle de **nombre signés** quand on utilise cette convention.

- Exemple : Conversion en binaire sur un octet des nombres $+81_{(10)}$ et $-81_{(10)}$

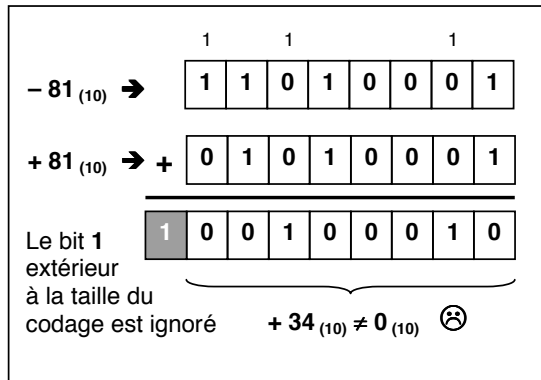


- Inconvénients : Addition binaire de $+81_{(10)}$ et $-81_{(10)}$

Cette représentation des nombres signés, si elle est facile à mettre en œuvre, ne permet pas d'utiliser les règles de l'addition binaire pour obtenir un résultat correct. De plus, il y a deux zéros, l'un positif, l'autre négatif.

Du fait des problèmes d'arithmétique qu'il pose, ce codage est rarement utilisé.

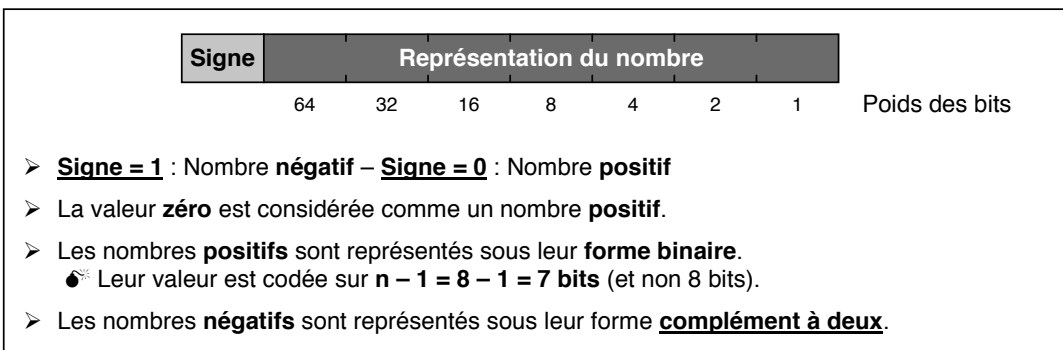
Cet inconvénient est résolu par l'usage d'une autre forme de représentation des nombres négatifs dit **représentation en complément** ou représentation sous forme complémentée.



3.1. Représentation en complément

Les règles suivantes sont donc adoptées par la majeure partie des constructeurs.

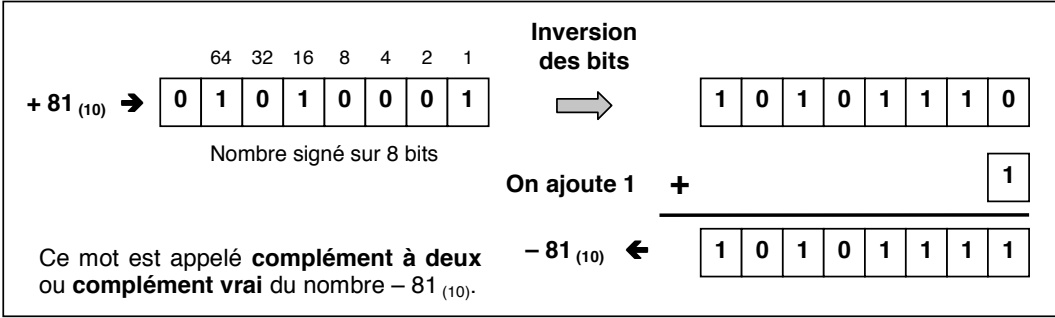
- Exemple : Nombre entier relatif sur un octet (n = 8 bits)



3.1.1. 1^{ère} méthode pour l'obtention du complément à deux d'un nombre négatif

Pour représenter l'opposé d'un nombre positif par son complément à deux, on inverse les bits 0 ↔ 1 et on ajoute 1 au mot binaire obtenu.

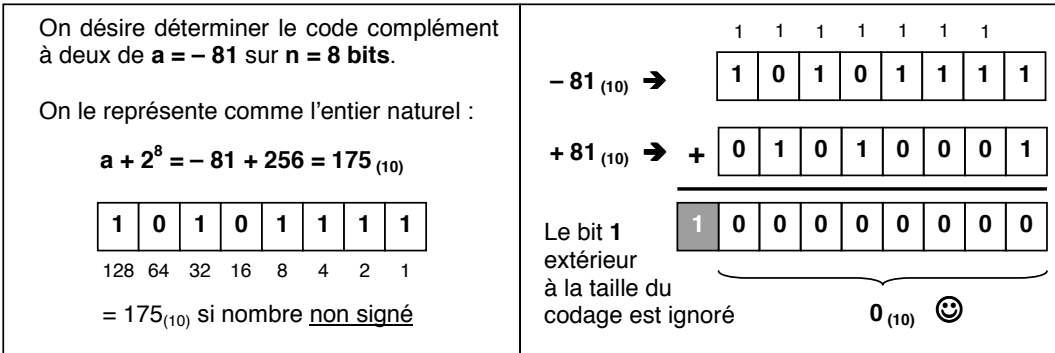
- **Exemple** : Complément à deux du nombre $-81_{(10)}$ sur un octet



3.1.2. 2^{nde} méthode pour l'obtention du complément à deux d'un nombre négatif

On représente un entier relatif $a \geq 0$ comme l'entier naturel a .
 On représente un entier relatif $a < 0$ comme l'entier naturel $a + 2^n$.

- **Exemple** : Complément à deux du nombre $-81_{(10)}$ sur un octet
 Vérification de $-81_{(10)} + 81_{(10)} = 0_{(10)}$



3.2. Capacités de la représentation

| Taille du mot | Nombre de bits | Valeurs décimales |
|----------------|-------------------------------|-----------------------------------|
| n bits | 1 bit de signe | 0 à $2^{n-1} - 1$ |
| | (n - 1) bits de valeur | -1 à -2^{n-1} |
| 8 bits | 1 bit de signe | 0 à +127 |
| | 7 bits de valeur | -1 à -128 |
| 16 bits | 1 bit de signe | 0 à +32767 |
| | 15 bits de valeur | -1 à -32768 |
| 32 bits | 1 bit de signe | 0 à +2 147 483 647 |
| | 31 bits de valeur | -1 à -2 147 483 648 |

Les limites du codage des entiers relatifs sont principalement dus au dépassement de capacité (*overflow*) lors d'un calcul. Une addition de deux nombres positifs ou négatifs peut entraîner un dépassement de capacité, celui-ci peut être détecté en regardant le signe du résultat par rapport au signe des deux opérandes (deux nombres positifs donnent un résultat négatif et réciproquement).

❑ **Nota** : En **Python 3.x**, la seule limite pour la représentation des entiers est la mémoire disponible sur la machine. **Le dépassement de capacité ne se produit donc pas.**

3.3. Notation hexadécimale

Pour un nombre donné, il faut beaucoup de chiffres en binaire. Dès lors qu'on manipule de grandes séries binaires, on a besoin d'une notation plus concise que le binaire telle que le passage entre elle et le binaire soit très facile. La solution est de faire appel à une base qui soit une puissance de 2. Aujourd'hui, on emploie universellement l'**hexadécimal** (base $16 = 2^4$).

En notation hexadécimale, on utilise un alphabet comportant **16 symboles** (10 chiffres et 6 lettres) :

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

Pour convertir de binaire à hexadécimal, on regroupe les bits par quartet (en ajoutant des 0 à gauche si nécessaire) et on remplace chaque quartet par le symbole hexadécimal correspondant. D'hexadécimal à binaire, on effectue l'opération inverse.

□ **Table de correspondance entre nombres hexadécimaux, décimaux et binaires :**

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $N_{(10)}$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| $N_{(16)}$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F |
| $N_{(2)}$ | 0000 | 0001 | 0010 | 0011 | 0100 | 0101 | 0110 | 0111 | 1000 | 1001 | 1010 | 1011 | 1100 | 1101 | 1110 | 1111 |

▪ Exemple :

$$3863_{(10)} = \underbrace{1111}_{F} \underbrace{0001}_{1} \underbrace{0111}_{7}_{(2)} = 0xF17$$

□ **Nota** : La représentation des valeurs sous format hexadécimal ne se traduit pas visuellement par la présence de l'indice $_{(16)}$ derrière la valeur. On utilise parfois la lettre **H** mais on notera le plus souvent la base 16 par la présence d'un **0x** (comme **hexadécimal**) devant le nombre. **F17₍₁₆₎**, **F17H** ou **0xF17** sont ainsi des représentations valides d'une même valeur hexadécimale.

4. Représentation des réels - R

En notation décimale, les chiffres à gauche de la virgule représentent des entiers, des dizaines, des centaines, etc. et ceux à droite de la virgule, des dixièmes, des centièmes, des millièmes, etc.

▪ Exemple :

$$3,3125_{(10)} = 3 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-1} + 1 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-4}$$

On pourrait par analogie écrire un nombre à virgule en notation binaire en utilisant les puissances négatives de 2.

▪ Exemple :

$$\begin{aligned} 11,0101_{(2)} &= 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 0 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4} \\ &= 2 + 1 + 0 + 0,25 + 0 + 0,0625 \\ &= 3,3125_{(10)} \end{aligned}$$

Le codage de la **partie entière** (3 dans l'exemple précédent) ne pose pas de problèmes particuliers. Pour la **partie fractionnaire** (0,3125), il est nécessaire d'adapter la procédure.

On multiplie la partie fractionnaire par 2. La partie entière obtenue représente le poids binaire (limité aux seules valeurs 0 ou 1). La partie fractionnaire restante est à nouveau multipliée par 2 et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de partie fractionnaire ou que le nombre de bits obtenus correspond à la taille du mot mémoire dans lequel on stocke cette partie.

- **Exemple** : Conversion de la partie fractionnaire 0,3125

| | | | | | | | | | |
|--------|---|---|---|-------|---|---|---|-------|---------------|
| 0,3125 | x | 2 | = | 0,625 | = | 0 | + | 0,625 | |
| 0,625 | x | 2 | = | 1,250 | = | 1 | + | 0,250 | |
| 0,250 | x | 2 | = | 0,500 | = | 0 | + | 0,500 | |
| 0,500 | x | 2 | = | 1,000 | = | 1 | + | 0,000 | → On s'arrête |

On considère les parties entières de haut en bas : $0,3125_{(10)} = 0,0101_{(2)}$

□ **Inconvénients**

Savoir coder la partie fractionnaire d'un nombre à virgule ne suffit pas pour coder tous les nombres à virgule en binaire. En effet, la gestion d'une virgule virtuelle par programme n'est pas aisée. De plus, cette méthode ne permet pas de représenter des nombres très grands ou très petits comme le nombre d'Avogadro ($6,02214129... \times 10^{23}$) ou la constante de Planck ($6,62606957 \times 10^{-34}$).

4.1. Représentation en virgule flottante

Pour représenter des réels, nombres pouvant être positifs, nuls, négatifs et non entiers, on préfère la représentation en **virgule flottante** (*float*) qui fait correspondre au nombre 3 informations :

▪ **Exemple** :

$$-243,25_{(10)} = \boxed{-} 0, \boxed{24325} \times 10^{\boxed{-3}}$$

Signe

(positif ou négatif)

Mantisse

Chiffres significatifs du nombre

Exposant

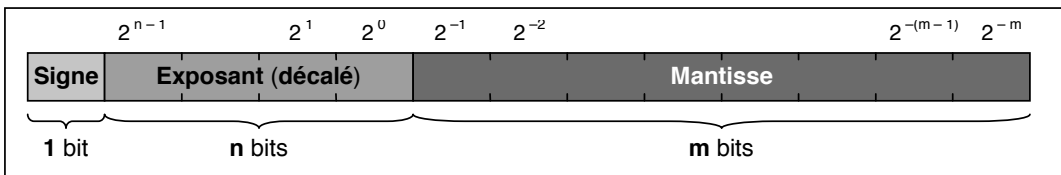
Puissance à laquelle la base est élevée

Sous cette forme normalisée, il suffit de mémoriser le signe, l'exposant et la mantisse pour avoir une représentation du nombre en base 10. Il n'est pas utile de mémoriser le 0 avant la virgule car tous les nombres commencent par 0. En faisant varier l'exposant, on fait « flotter » la virgule.

C'est cette méthode que l'on va adapter pour coder les réels en binaire naturel. Il faut au préalable les écrire sous la forme (norme **IEEE 754** – Institute of Electrical and Electronics Engineers) :

signe 1, mantisse x 2^{exposant}

Le mot binaire obtenu sera la juxtaposition de 3 parties :



Le tableau décrit la répartition des bits selon le type de précision. La taille de la mantisse (m bits) donne la précision mais suivant la valeur de l'exposant, la précision sera totalement différente.

Erreur relative = 2^{-m} (= poids du dernier bit)

Erreur absolue = Erreur relative x 2^{exposant}

- Simple précision : $2^{-23} = 1,192 \dots \times 10^{-7}$
- Double précision : $2^{-52} = 2,220 \dots \times 10^{-16}$

| | Signe | Exposant | Mantisse |
|-----------------------------|-------|----------|----------|
| Simple précision (32 bits) | 1 | 8 | 23 |
| Double précision (64 bits) | 1 | 11 | 52 |
| Précision étendue (80 bits) | 1 | 15 | 64 |

③ Codage du nombre réel avec les conventions suivantes :

- **Signe = 0** : Nombre positif
- **Exposant décalé** : $-2 + 127 = 125_{(10)} = 0111\ 1101_{(2)}$

« 1 » pour avoir la valeur représentable la plus proche



| S | Exposant | | | | | | | | Mantisse | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|----------|---|---|---|---|---|---|---|----------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| | 3 | | | E | | | | | C | | C | | C | | | C | | | C | | | D | | | | | | | | | | | | | | |

La représentation en virgule flottante sera donc forcément une valeur approchée de ce nombre. D'après ce codage, la valeur approchée choisie pour 0,4 est :

0,4000000059604644775390625

Pour vérifier vos calculs, on peut se reporter aux sites :

<http://babbage.cs.qc.cuny.edu/IEEE-754/>
http://www.binaryconvert.com/result_float.html

5. Conclusion

Il faut toujours se rappeler qu'un calcul sur système informatique n'est toujours précis qu'avec une certaine précision et qu'un mauvais codage des nombres peut poser de graves problèmes.

L'explosion du Vol Ariane 501

Le 4 juin 1996, lors de son premier vol, la fusée européenne Ariane 5 explose 40 secondes après son décollage causant la perte de la fusée et de son chargement estimé à 500 Millions de \$. Le système de guidage de la fusée s'est arrêté à la suite de l'arrêt des deux unités flottantes qui contrôlaient son programme.

Après deux semaines d'enquête, un problème est trouvé dans le système de référence inertiel : la vitesse horizontale de la fusée par rapport au sol était calculée sur des flottants 64 bits et dans le programme du calculateur de bord, il y avait une conversion de cette valeur flottante 64 bits vers un entier signé de 16 bits.

Malheureusement, le nombre en question était plus grand que 32767 (overflow), le plus grand entier que l'on peut coder sur 16 bits, et la conversion a été incorrecte.

Rien n'était fait pour tester que cette conversion était bien possible mathématiquement (sans dépassement de capacité). Les tests ont été effectués pour Ariane 4 qui, étant moins puissante qu'Ariane 5, avait une vitesse horizontale suffisamment faible pour tenir sur un entier 16 bits ce qui n'était pas le cas d'Ariane 5.



□ **Remarque**

Un float, comme on peut les utiliser sur les calculatrices TI (Nspire), est compris entre 1.10^{-999} et $9,999\ 999\ 999\ 999\ 9.10^{999}$ en valeur absolue avec une précision de 14 chiffres significatifs.

Pour les curieux, le format d'encodage de flottants sur TI n'est pas celui généralement utilisé sur PC, qui demande trop de calculs pour l'encodage et le décodage, mais SMAP II BCD.



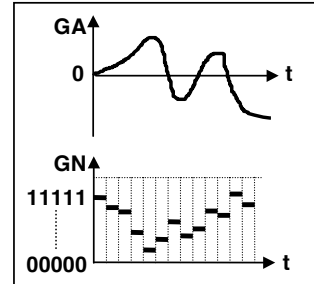
Chapitre 18

Numérisation du signal analogique

1. Introduction

L'électronique est divisée en deux domaines distincts :

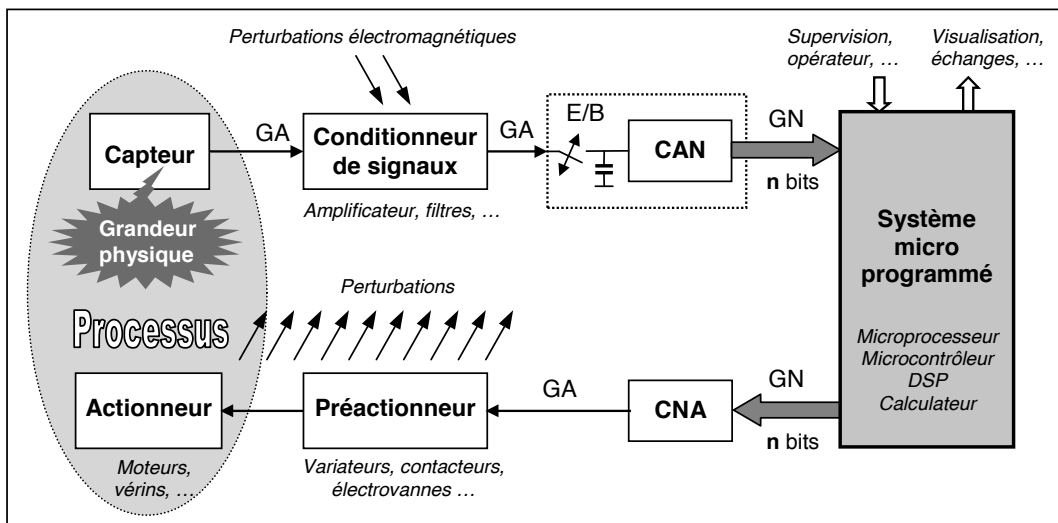
- le **domaine analogique** où les grandeurs (GA) peuvent prendre une infinité de valeurs différentes. La plupart des grandeurs issues des capteurs, par exemple, sont analogiques et traduisent des phénomènes physiques variant continûment dans le temps.
- le **domaine numérique** où les grandeurs (GN) prennent un nombre fini d'états. On associe à chaque état un nombre binaire codé sur n bits. Son équivalent décimal évolue entre 0 et $2^n - 1$.



Le développement de l'électronique numérique a permis peu à peu de remplacer des fonctions de traitement analogique par des systèmes numériques. D'abord réalisés par des fonctions logiques câblées, les systèmes ont évolué vers des ensembles micro-programmés à microprocesseur, microcontrôleur, processeur numérique de signal DSP (Digital Signal Processor) et ordinateur.

□ **Exemple** : Chaîne de mesure numérique

La mesure a de nos jours envahi le domaine industriel et joue un rôle actif dans la production en assurant la surveillance, l'optimisation de processus, le contrôle de la qualité ... Sa mise en œuvre est facilitée par les **systèmes d'acquisition de données industrielles**.



- Les informations (position, vitesse, température, etc.) sont prélevées sur le **processus** à contrôler par les **capteurs**. Les signaux recueillis sont alors mis en forme, amplifiés et filtrés par le **conditionneur de signaux**. Un convertisseur analogique - numérique (**CAN** ou **ADC**, *Analog Digital Converter* en anglais) effectue la **numérisation** du signal fourni par le conditionneur, après un **échantillonnage** (E/B) éventuel.
- La sortie du **CAN** est alors traitée par un **système micro-programmé** (cf. chapitre 21). Ce dernier élabore aussi le signal de commande du **préactionneur**, qui est ensuite reconverti en signal analogique. Cette opération est réalisée par un convertisseur numérique - analogique (**CNA** ou **DAC**, *Digital Analog Converter* en anglais).

2. Les étapes de la numérisation

La **numérisation** du signal fait passer de grandeurs réelles variant continûment à une suite de valeurs numériques évoluant de manière discrète dans le temps. Plusieurs phases se succèdent :

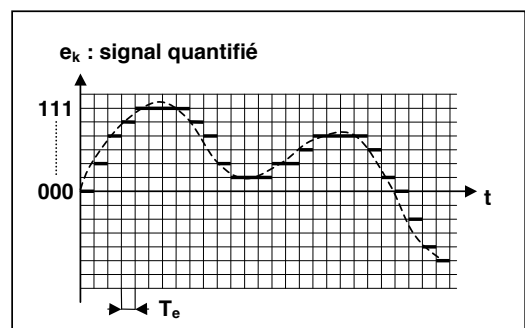
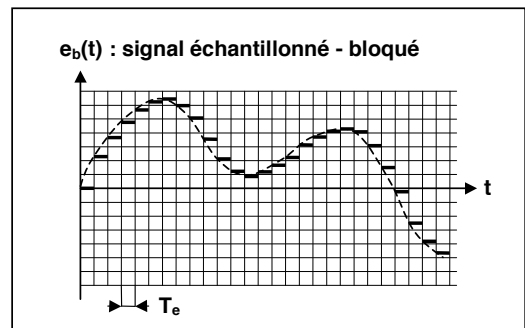
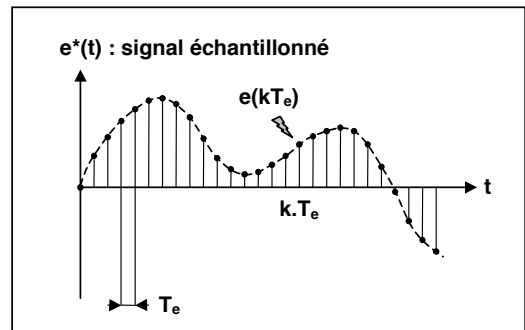
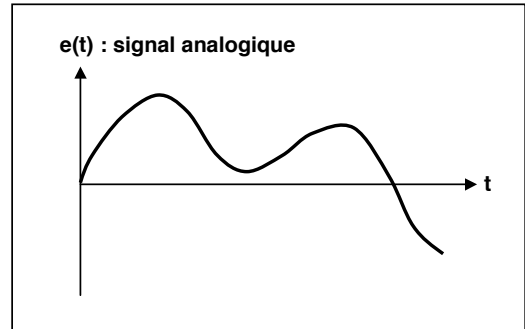
1. L'échantillonnage

La première opération consiste à prélever à intervalles de temps réguliers T_e (période d'échantillonnage) les valeurs successives prises par le signal d'entrée $e(t)$.

Le signal obtenu n'est plus continu mais **discrétisé temporellement** $e(kT_e)$. On notera $e^*(t)$ par la suite le **signal échantillonné**.

L'entier positif k repère le n° de l'échantillon.

Le bloc - fonctionnel réalisant cette opération est appelé **échantillonneur** et est souvent symbolisé par un **interrupteur**.



2. Le blocage

L'opération de blocage permet de maintenir la tension $e(kT_e)$ **constante** pendant toute la durée de conversion de l'échantillon k sinon le résultat pourrait être complètement faussé.

Le bloc - fonctionnel réalisant cette opération est appelé **bloqueur** et est souvent symbolisé par un **condensateur**.

□ Remarque :

Les opérations d'**échantillonnage** et de **blocage** sont associées dans un même bloc technologique : l'**échantillonneur - bloqueur** (*sample and hold* en anglais).

3. La quantification

L'opération de quantification consiste à **coder** la valeur réelle quelconque $e(kT_e)$ dans un ensemble fini de valeurs suivant une certaine loi : arrondi au plus proche voisin, arrondi par défaut, etc. Cette opération est assurée par le convertisseur analogique - numérique (**CAN**) proprement dit.

Après cette quantification, les différentes valeurs sont mémorisées dans le système de traitement numérique, formant ainsi une suite de valeurs numériques e_k (codées en binaire par exemple).

Diverses opérations mathématiques sont alors appliquées à ces valeurs par le système de traitement numérique (filtrage numérique par exemple - cf. chapitre 20).

3. L'échantillonneur / bloqueur (E/B)

3.1. Nécessité

Dans un **CAN**, le résultat de la conversion peut-être complètement faussé si la tension analogique **e(t)** change pendant la durée de la conversion.

Si on prend l'exemple d'un signal sinusoïdal de fréquence **f = 2 kHz** : **e(t) = E_{max} · sin 2πft**

La vitesse maximale de variation de la tension **e(t)** est : $\left(\frac{\Delta e(t)}{\Delta t}\right)_{\max} = E_{\max} \cdot 2\pi f$ à **t = 0**.

Etant donné la précision des **CAN** (< 1%), les fluctuations de la tension d'entrée ne doivent pas excéder également **1 %** pendant la durée de conversion du **CAN**. Par conséquent :

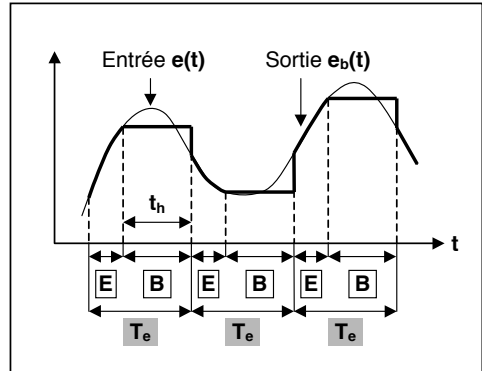
$$\frac{\Delta e}{E_{\max}} < 1\% \Rightarrow \Delta t < \frac{1\%}{2\pi f} \Rightarrow \boxed{\Delta t < 0,8 \mu s}$$

Ce calcul très simple montre qu'il est nécessaire d'utiliser un **CAN** très rapide pour réaliser le maintien de la tension constante lors de la conversion d'un signal de fréquence relativement basse.

Aussi utilise-t-on un composant spécifique pour s'affranchir de ce problème : l'**échantillonneur - bloqueur**. Il fonctionne suivant deux états :

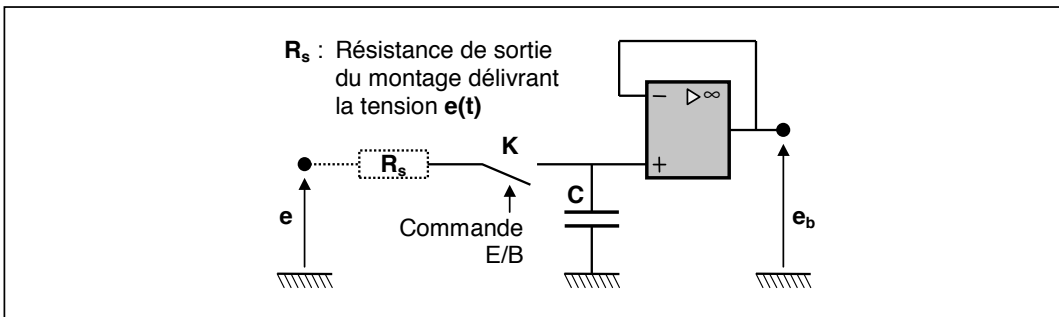
- **Echantillonneur** ou encore **suiveur** pendant lequel l'**E/B** suit les variations instantanées du signal d'entrée **e(t)** ;
- **Bloqueur** pendant lequel l'**E/B** conserve en mémoire la dernière valeur du signal **e(t)** existant avant le passage en mode blocage.

Les durées d'échantillonnage sont très réduites vis à vis des durées de blocage : **t_h ≈ T_e**.



3.2. Schéma de principe

L'**échantillon e(kT_e)** est prélevé grâce à un commutateur analogique **K** (transistor **MOS** par exemple) qui s'ouvre et se ferme à intervalles de temps réguliers **T_e**. Le condensateur **C** **bloque** cette valeur pendant la durée de la conversion.



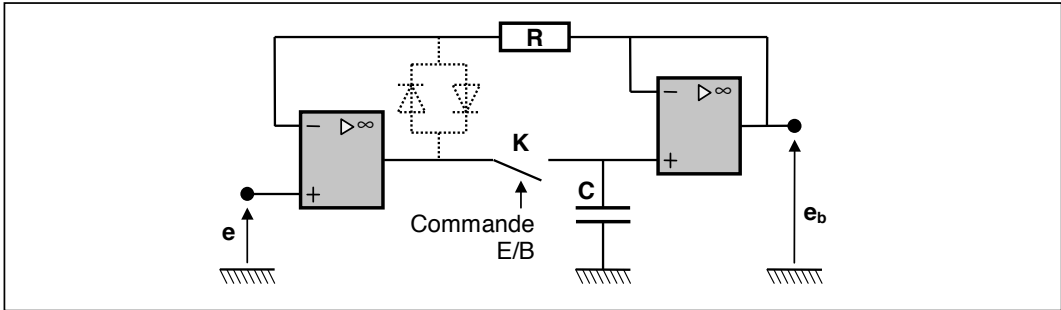
La valeur de **C** ne doit pas être trop grande pour réaliser correctement la fonction **échantillonneur** ou **suiveur** (⇒ constante de temps **R_sC** faible), mais suffisamment élevée pour maintenir la tension **e(kT_e)** à ses bornes constante pendant la conversion.

Pour améliorer ce dernier point, on utilise un **ALI** en sortie pour augmenter la résistance de fuite **R_f** du condensateur (⇒ constante de temps **R_fC** élevée).

3.3. Structure interne d'un E/B

Le schéma complet d'un **E/B** est souvent réalisé à partir de deux **ALI**. Le premier **ALI**, placé en entrée, permet ainsi de disposer d'une grande impédance d'entrée et évite de perturber la prise d'information. Le condensateur **C**, **composant externe** au circuit, est fermé sur l'impédance d'entrée du second **ALI** pendant la phase de mémorisation.

Un schéma répandu (circuits intégrés **LF198**, **LF298** et **LF398**) consiste à réaliser une contre-réaction entre l'entrée et la sortie pour diminuer le temps d'acquisition et éviter d'ajouter les erreurs de décalage mises en cascade.



L'inconvénient est que, pendant la phase de blocage, lorsque **K** est ouvert, le premier **ALI** se sature car il n'est pas bouclé. À la prise de l'échantillon suivant, cet **ALI** doit revenir en régime linéaire, ce qui augmente le temps d'acquisition et donc diminue la rapidité de la réponse. Pour améliorer cette transition, deux diodes montées tête-bêche permettent d'éviter la saturation de l'**ALI**.

- Durant la phase d'**échantillonnage**, les deux diodes sont bloquées, **K** est fermé et $e_b = e$.
- Durant la phase de **blocage**, le premier **ALI** est bouclé par une des diodes, ce qui permet à sa sortie de suivre e pendant que e_b est bloquée. La résistance **R** supporte alors la tension $|e - e_b|$.

3.4. Caractéristiques dynamiques d'un E/B

Les caractéristiques sont fonction des constituants internes. Les **ALI** conduisent à des erreurs de gain et de décalage de zéro (tension d'offset) qui sont supprimées par des réglages externes.

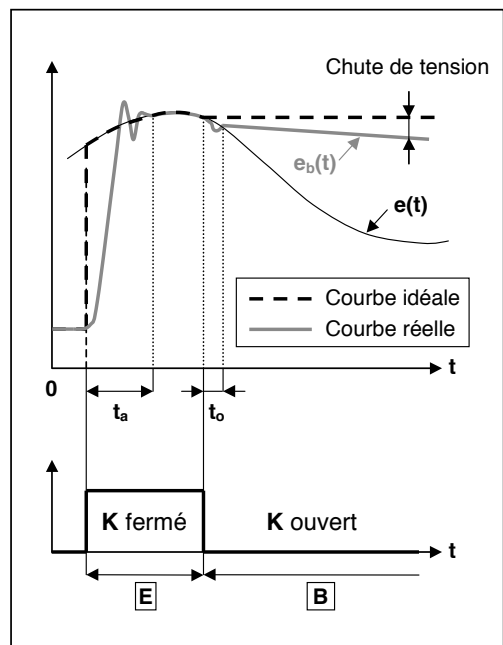
L'impédance d'entrée est souvent très grande ($> 100 \text{ M}\Omega$) permettant ainsi de prélever la tension à convertir sans perturber le signal. Les caractéristiques les plus importantes sont les **caractéristiques dynamiques** :

- **Vitesse de décroissance (Droop Rate)** : lors de la phase de blocage, le condensateur se décharge très lentement : **qq. $10 \mu\text{V/ms}$** .

Les constructeurs donnent aussi le courant de décharge (**Droop Current**) : **qq. nA**.

- **Temps d'acquisition t_a** : temps séparant l'instant du début de l'ordre d'échantillonnage de celui où la sortie atteint la valeur d'entrée : **qq. μs à $10 \mu\text{s}$** . Il fixe la durée minimale de fermeture de **K**, ainsi que la valeur de **C**.

- **Temps d'ouverture t_o (Aperture Time)** : temps séparant l'instant de l'ordre de blocage de l'instant où celui-ci est effectif. Il correspond au temps de commutation de **K** : **qq. 10 ns** .

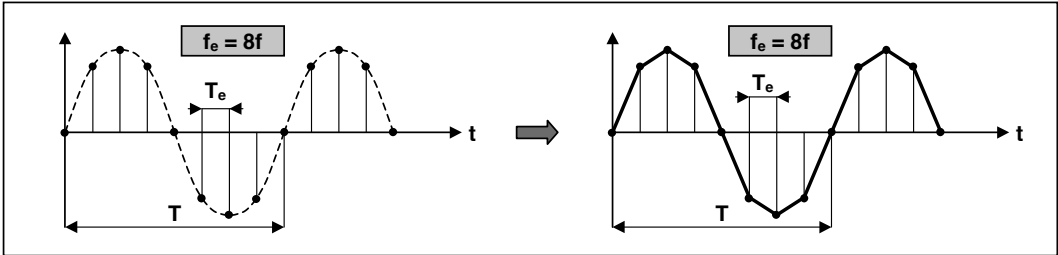


3.5. Comment bien échantillonner ?

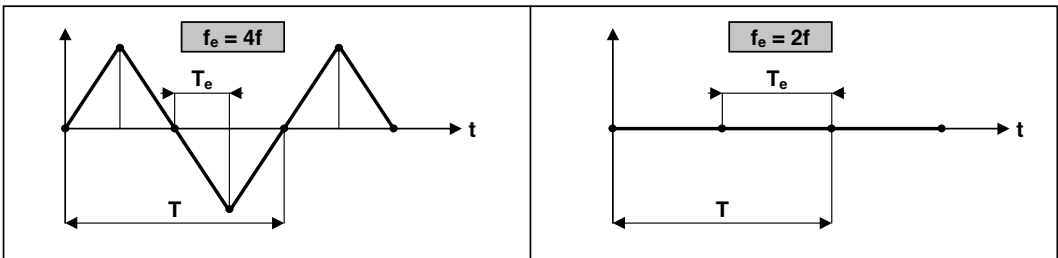
3.5.1. Position du problème

On considère un signal d'entrée sinusoïdal $e(t)$ de période $T = 1/f$:

- Si on échantillonne, par exemple, ce signal à $f_e = 1/T_e = 8f$, l'image de la tension échantillonnée est fidèle et l'on peut considérer qu'il n'y a pas de perte importante d'information.



- Si l'on réduit f_e , on constate que tant que $f_e > 2f$, on peut encore considérer que l'on voit une sinusoïde, mais que pour $f_e = 2f$, on ne voit plus rien.



□ Conclusion

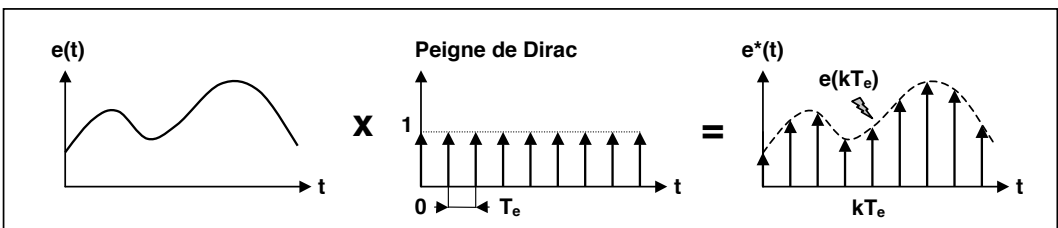
Il est clair que l'augmentation de la fréquence d'échantillonnage $f_e = 1/T_e$ ne peut qu'améliorer la chaîne de traitement numérique. Mais, cette augmentation se fait au prix du traitement (acquisition, mémorisation et restitution) d'un plus grand nombre d'échantillons.

Existe-t-il, pour un signal donné, une fréquence d'échantillonnage f_e qui soit un "bon compromis" entre la qualité du traitement numérique et la minimisation du nombre de mesures ou d'échantillons ?

Une manière de répondre à cette question est d'étudier le spectre du signal échantillonné.

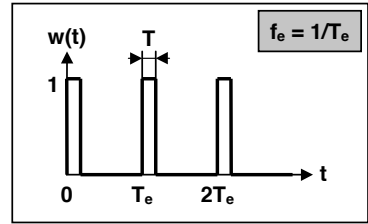
3.5.2. Spectre du signal échantillonné (notions de traitement du signal)

Dans le domaine temporel, l'échantillonnage idéal revient à multiplier le signal analogique d'entrée $e(t)$ par une série d'impulsions unité, appelée "peigne de Dirac". Un "peigne" est une suite de pics de Dirac régulièrement espacés de la période d'échantillonnage T_e .



Le "signal" échantillonné idéal obtenu, noté $e^*(t)$, est alors constitué d'une succession d'impulsions dont l'amplitude (ou la hauteur) est modulée par le signal analogique d'entrée $e(t)$.

Pour comprendre dans quelles conditions le signal analogique d'entrée $e(t)$ est échantillonnable sans perte d'information, on va introduire la fonction périodique $w(t)$ représentée ci-contre.



Dans le cas où la largeur T des impulsions est infiniment petite, la fonction $w(t)$ se rapproche d'un "peigne de Dirac" et le signal échantillonné $e^*(t) = e(t) \times w(t)$ ne contient que les informations $e(0), e(T_e), e(2T_e), \dots$

La fonction périodique $w(t)$ est décomposable en série de Fourier. En prenant l'origine des temps en $T_e/2$, il vient :

$$w(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(2\pi k f_e t) \quad \text{où} \quad \begin{cases} a_0 = 2 f_e T \\ a_k = 2 f_e T \frac{\sin(k\pi T)}{k\pi T} \end{cases}$$

On suppose T suffisamment petit pour que $\frac{\sin(k\pi T)}{k\pi T} \approx 1$. On a alors :

$$e^*(t) = e(t) \times w(t) = \frac{a_0}{2} e(t) + a_0 [e(t) \cos(2\pi f_e t) + \dots + e(t) \cos(2\pi k f_e t) + \dots]$$

On peut analyser l'effet de la multiplication d'un signal par $\cos(2\pi k f_e t)$ dans le cas simplifié où le signal $e(t)$ à échantillonner est un signal alternatif sinusoïdal de fréquence f_{\max} , par exemple :

$$e(t) = \cos(2\pi f_{\max} t)$$

Le produit de $e(t)$ par l'harmonique de rang k du signal $w(t)$ peut s'écrire :

$$\cos(2\pi f_{\max} t) \cdot \cos(2\pi k f_e t) = \frac{\cos[2\pi(k f_e + f_{\max}) t] + \cos[2\pi(k f_e - f_{\max}) t]}{2}$$

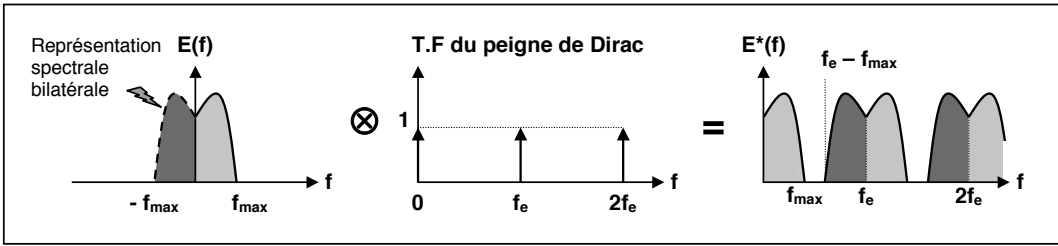
On peut donc constater que le fait de multiplier $e(t) = \cos(2\pi f_{\max} t)$ par $\cos(2\pi k f_e t)$ revient à décaler et doubler sa fréquence autour de $k f_e$.

| Représentation temporelle | Représentation fréquentielle |
|--|------------------------------|
| <p>$e(t)$</p> | <p>$E(f)$</p> |
| <p>$e^*_k(t) = e(t) \times \cos(2\pi k f_e t)$</p> | <p>$E^*_k(f)$</p> |
| <p>Multiplier $e(t)$ par $\cos(2\pi k f_e t)$ revient à décaler son spectre en fréquence autour de $k f_e$</p> | |

Ce résultat se généralise quelle que soit la forme de $e(t)$. L'échantillonnage a pour effet de périodiser et de doubler le motif fréquentiel autour des multiples $k f_e$ de la fréquence d'échantillonnage f_e .

□ **Nota** : On retrouve ce résultat lorsqu'on effectue une modulation d'amplitude (cf. chapitre 30).

En d'autres termes, le spectre $E^*(f)$ du signal échantillonné s'obtient en périodisant avec une période égale à f_e , sur l'axe des fréquences, le spectre $E(f)$ du signal initial.



On démontrerait en mathématiques (d'après le théorème de PLANCHEREL) que le spectre $E^*(f)$ du signal échantillonné est donné par le **produit de convolution** \otimes (non étudié) du spectre du signal initial avec la transformée de Fourier (T.F) du "**peigne de Dirac**".

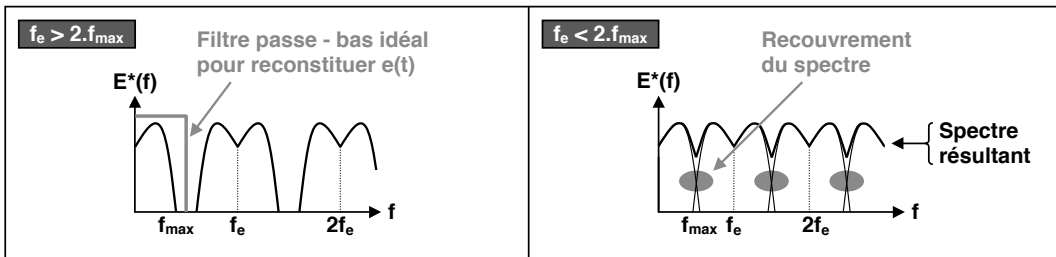
Pour savoir si le signal échantillonné $e^*(t)$ contient la même information que le signal initial $e(t)$, on compare le spectre $E^*(f)$ du signal échantillonné avec le spectre $E(f)$ du signal initial.

□ **Remarque** : Représentation spectrale bilatérale

Cette représentation abstraite (fréquences négatives) présente l'avantage de simplifier les calculs au niveau du traitement des signaux. Seule la représentation unilatérale (spectre composé de fréquences positives uniquement), calculée par un développement en série de Fourier, est une représentation réelle pouvant être obtenue à partir d'analyseurs de spectres (cf. page 42).

3.5.3. Théorème de Shannon

Il établit un critère sur la conservation ou l'altération de la quantité d'information contenue dans le signal échantillonné et exprime des conditions de bonne restitution du signal original.



Pour que la répétition périodique du spectre du signal échantillonné n'engendre pas de recouvrement (on parle aussi de repliement de spectre), il faut et il suffit de respecter le **théorème de Shannon** :

$$f_e > 2f_{max}$$

On pourra alors, à partir du signal échantillonné, reconstituer le signal analogique d'origine $e(t)$ en utilisant un **filtre passe-bas idéal** de fréquence de coupure $f_e/2$.

□ **Exemple** : Fréquences d'échantillonnage du son

| Fréquence d'échantillonnage f_e en kHz | Qualité |
|--|-----------|
| 44,1 | CD audio |
| 22 | Radio FM |
| 8 | Téléphone |

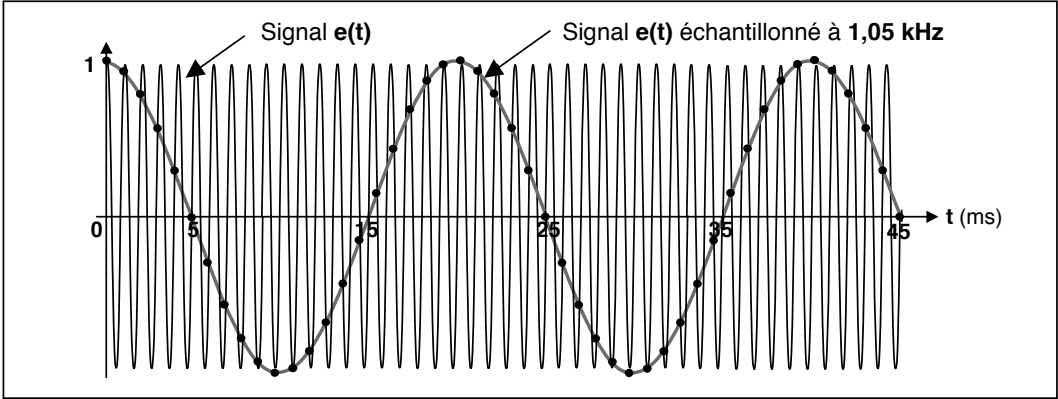
Notre oreille perçoit les sons environ jusqu'à **20 kHz**. Il faut donc une fréquence d'échantillonnage au moins de l'ordre de **40 kHz** pour obtenir une **qualité satisfaisante**.

3.5.4. Effet de repliement de spectre

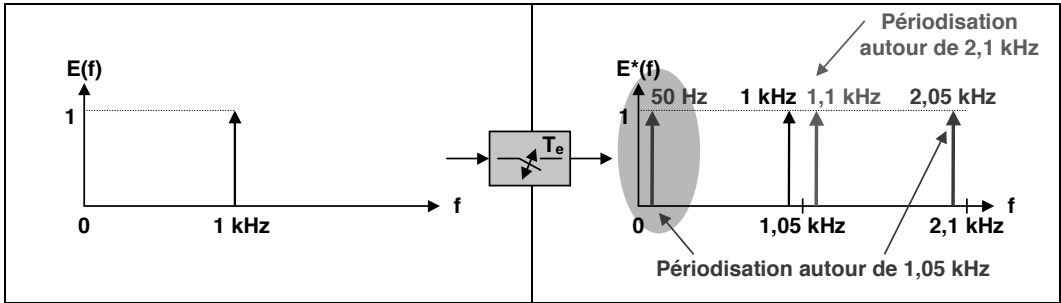
On reprend l'exemple de l'échantillonnage d'un signal alternatif sinusoïdal :

$$e(t) = \cos(2\pi f_{\max} t) \quad \text{avec } f_{\max} = 1 \text{ kHz}$$

Si l'on choisit une fréquence d'échantillonnage de **10 kHz**, on respecte le théorème de Shannon et l'on décrit correctement la courbe continue $e(t)$. Par contre, si l'on choisit $f_e = 1,05 \text{ kHz}$, on obtient les points • et l'on voit apparaître une fréquence plus basse que la fréquence réelle du signal initial.



Pour comprendre la valeur de cette fréquence "fantôme" à **50 Hz** qui apparaît, on peut analyser la représentation fréquentielle du signal échantillonné à $f_e = 1,05 \text{ kHz}$.



Ainsi, comme on peut le voir, une fréquence supplémentaire apparaît aux basses fréquences (1050 – 1000 = 50 Hz). En effet, on ne peut pas voir de différence entre un "cosinus" à **1 kHz** et un "cosinus" à **50 Hz** échantillonnés tous les deux à $f_e = 1,05 \text{ kHz}$:

$$\begin{cases} e_1(t) = \cos(2\pi \cdot 1000 t) \\ e_2(t) = \cos(2\pi \cdot 50 t) \end{cases}$$

Echantillonnage : $t = kT_e = \frac{k}{1050}$

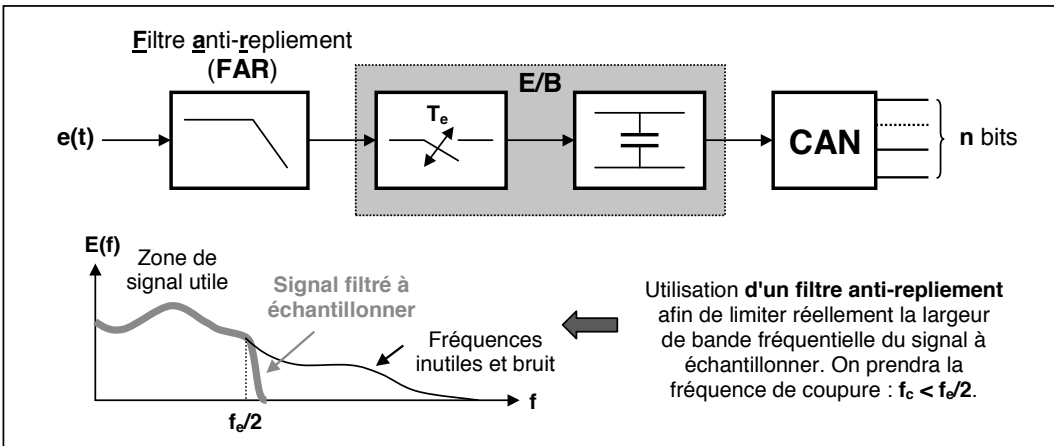
$$\begin{cases} e_1(kT_e) = \cos\left(2\pi \cdot 1000 \frac{k}{1050}\right) = \cos\left(-2\pi \cdot 1000 \frac{k}{1050} + 2\pi\right) = \cos\left(2\pi \left(1 - \frac{1000}{1050}\right)k\right) = e_2(kT_e) \\ e_2(kT_e) = \cos\left(2\pi \cdot 50 \frac{k}{1050}\right) \end{cases} \quad \star \cos \theta = \cos(-\theta) = \cos(-\theta + 2\pi)$$

On appelle cet effet le **repliement de spectre** ou parfois l'effet de Moiré. On emploie également le terme anglais, effet d'**aliasing**. C'est ce phénomène que l'on peut constater lorsqu'on regarde une roue de charrette qui tourne lorsqu'elle est filmée. On voit souvent apparaître une vitesse de rotation qui n'est pas en rapport avec la vitesse d'avancement réelle. Parfois même, la roue semble aller en sens inverse. Le phénomène de repliement peut également être exploité à bon escient pour analyser de façon fine un phénomène rapide. C'est le rôle de la **stroboscopie**.

3.5.5. Filtre anti-repliement

Pour une fréquence d'échantillonnage fixée et égale à f_e , la fréquence limite $f_e/2$, appelée **fréquence de Shannon** ou **fréquence de Nyquist** ou encore **fréquence de repliement** (*folding frequency* en anglais), correspond à la fréquence maximale admissible dans le spectre du signal $e(t)$ afin d'éviter les distorsions du spectre du signal échantillonné $e^*(t)$.

Si le signal $e(t)$ possède des fréquences supérieures, il faut faire précéder l'E/B d'un filtre **passé-bas anti-repliement**, dont la fréquence de coupure est $f_e/2$ de manière à supprimer toute fausse fréquence. Dans la plupart des cas, ce filtrage est **indispensable**. En effet, le signal peut soit intégrer des hautes fréquences inutiles pour son exploitation, soit être superposé à un bruit qui augmente fortement la fréquence maximale du spectre.



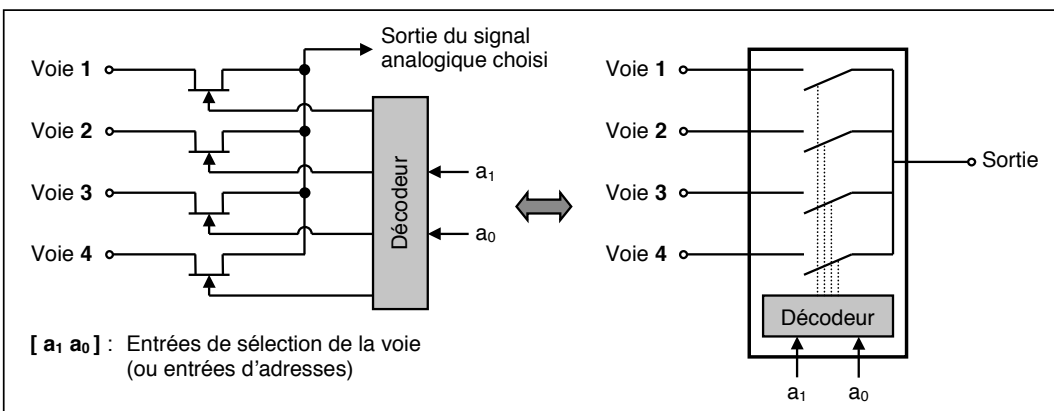
Ce filtre analogique doit avoir en théorie une pente de réjection infinie à $f_e/2$, ce qui est impossible physiquement. Le filtre réel sera un compromis performances / coût. De nombreux types de filtres sont utilisés en fonction du cahier des charges et du choix du concepteur, on peut citer les **filtres polynomiaux** (cf. p 154) comme les **filtres de Butterworth** et ceux de **Chebbychev** par exemple.

4. Le multiplexeur analogique

4.1. Schéma de principe

Si on désire acquérir plusieurs signaux analogiques différents, il serait très coûteux d'avoir autant de voies d'acquisition (FAR, E/B, CAN) que de signaux à acquérir.

Aussi peut-on utiliser des circuits appelés "**multiplexeurs analogiques**" permettant d'aiguiller une entrée parmi toutes les entrées vers le système de conversion. Ils sont constitués d'une batterie d'interrupteurs (transistors MOS) commandés par un système de logique de commande (décodeur).



4.2. Précision

La précision est donnée par l'écart relatif ϵ entre la tension d'entrée e_i et celle de sortie s :

$$\epsilon = \frac{e_i - s}{e_i} = 1 - \frac{s}{e_i}$$

Le schéma équivalent d'un multiplexeur lorsqu'il transmet la voie 1 est le suivant :

Les voies d'entrées sont considérées comme des sources de tension **non idéales** (e_i et R_i).

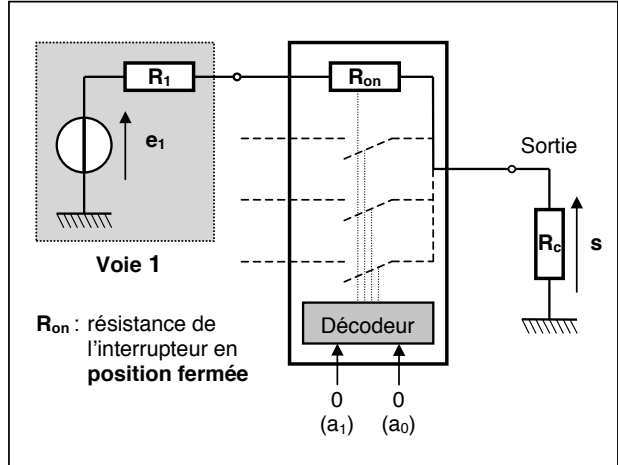
On note R_c la **résistance de charge** du circuit suivant le multiplexeur.

D'après le **pont diviseur de tension** :

$$s = \frac{R_c}{R_1 + R_{on} + R_c} \cdot e_i$$

On en déduit l'expression de ϵ :

$$\epsilon = \frac{R_1 + R_{on}}{R_1 + R_{on} + R_c}$$

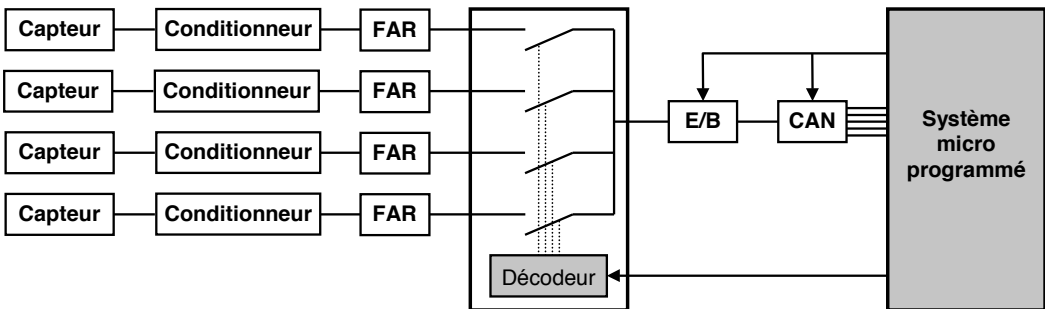


Pour que $\epsilon \rightarrow 0$, il faut une résistance de charge R_c **importante**. Or, le circuit suivant le multiplexeur est en général l'**E/B** qui, comme on l'a vu, possède une très **grande impédance d'entrée**. Cette condition étant remplie, les valeurs de R_{on} et R_1 doivent être les plus **faibles** possibles : transistors **MOS** (cf. page 69) de très grande qualité et capteurs proches de la source de tension idéale.

- **Nota** : Les commandes des voies (4 à 16 voies) se font en général par un **décodeur logique** du type **1 parmi N** (cf. page 280). Ainsi, pour un multiplexeur 4 voies, 2 entrées de sélection de voies a_1 et a_0 , correspondant aux combinaisons **00, 01, 10 et 11** suffisent.

4.3. Multiplexage des entrées analogiques

Un exemple de schéma de chaîne d'acquisition multivoies est donné ci-dessous. Le principal avantage réside dans le fait que cette architecture matérielle est **la plus économique** et **la plus répandue**. L'inconvénient est qu'elle ne permet pas de réaliser des acquisitions très rapides.



Le multiplexeur peut être commandé en **séquentiel** (les voies sont sélectionnées les unes après les autres) ou en **programmé** (l'acquisition de certaines voies à variations rapides se fait plus souvent).

Selon les performances temporelles désirées et le coût minimum souhaité, d'autres architectures matérielles sont possibles. En effet, la voie d'acquisition de données analogiques peut être multiplexée à différents niveaux : avant le **CAN**, après le **CAN** (\Rightarrow multiplexeur numérique).

Chapitre 19

CAN / CNA

1. Généralités

1.1. Relations entre grandeurs analogiques (GA) et numériques (GN)

Le but de la conversion A/N ou N/A est de faire correspondre un nombre binaire $N_{(2)}$ de n bits à une tension analogique V le plus souvent ou inversement. Le nombre binaire est défini par :

$$N_{(2)} = [a_{n-1} \ a_{n-2} \ \dots \ a_1 \ a_0]$$

Il est écrit généralement en **binaire naturel**. a_0 est le bit de poids faible ou **LSB** (Least Significant Bit) et a_{n-1} le bit de poids fort ou **MSB** (Most Significant Bit). Son équivalent décimal est :

$$N_{(10)} = a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + a_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0$$

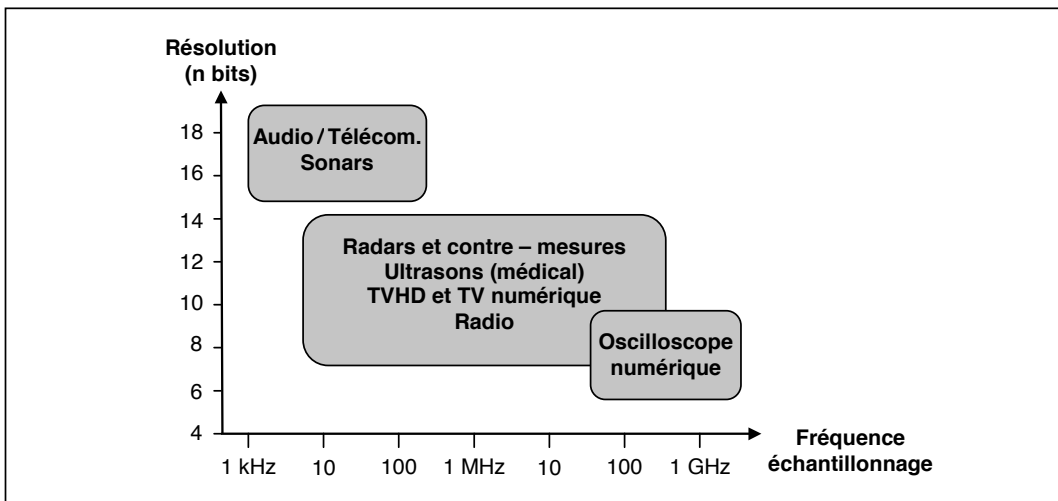
La valeur de la tension V à traduire (CAN) ou traduite (CNA) est discrète et multiple d'une valeur de base, appelée le **quantum de conversion q** (ou pas de progression) :

$$V = q \cdot N_{(10)} = q \cdot (a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + a_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0)$$

La valeur maximale de V est donc :

$$V_{\max} = q \cdot (2^n - 1)$$

1.2. Domaines d'application des CAN / CNA



Les besoins s'étalent pratiquement sur tout le spectre des fréquences utilisées dans l'industrie (hormis les hyper fréquences au delà du GHz). En ce qui concerne la résolution (nombre de bits), les besoins recouvrent également une large gamme allant actuellement de 6 à 20 bits. Les possibilités techniques évoluant sans cesse, la limite de faisabilité pratique (fréquence x résolution) a été jusqu'ici multipliée d'un facteur 2 tous les 4 ans environ.

2. Caractéristiques de transfert des CAN et des CNA

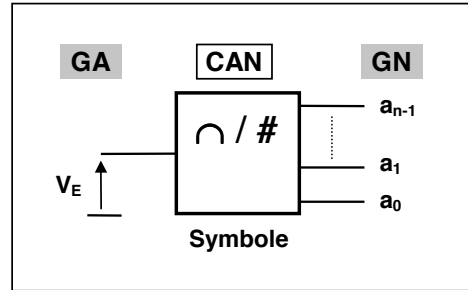
2.1. Le CAN

Il délivre en sortie un nombre fini de codes numériques, correspondant à une gamme de tension analogique d'entrée bornée : c'est la plage de conversion (ou tension de pleine échelle **PE**).

Elle est souvent de 0 - 5 V, 0 - 10 V pour un CAN unipolaire et ± 5 V, ± 10 V pour un CAN bipolaire.

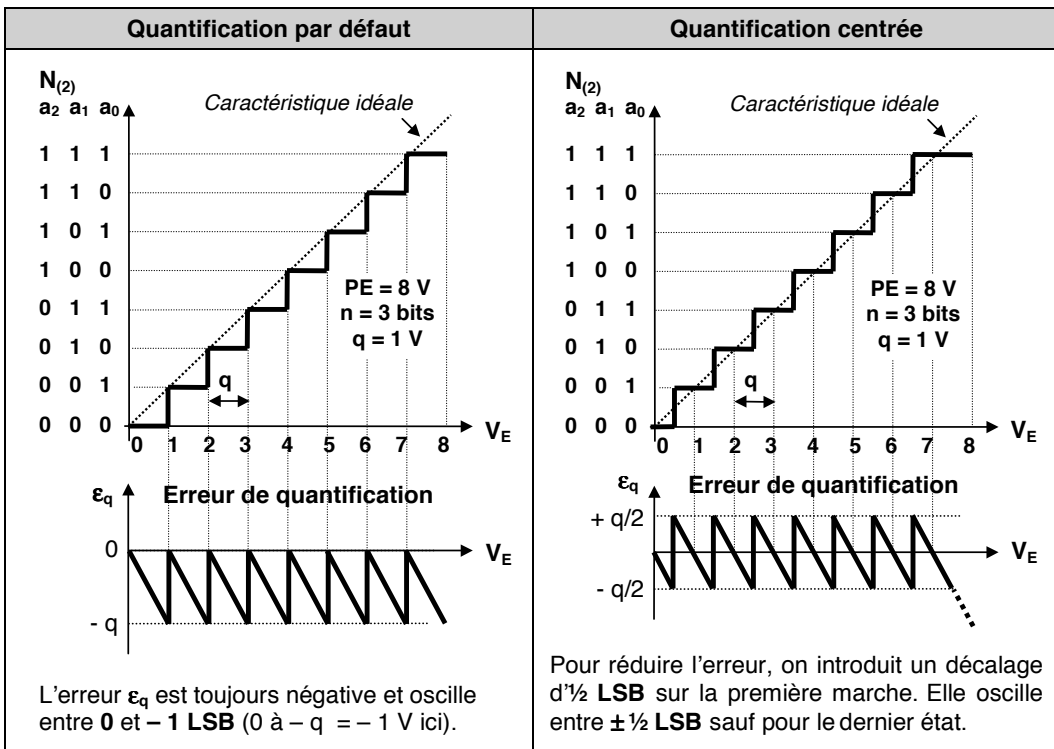
Le quantum se déduit de la relation :
 n est le nombre de bits du CAN.

$$q = \frac{PE}{2^n}$$



Le quantum q représente la plus petite variation de tension V_E en entrée qui provoque une incrémentation de la grandeur numérique GN en sortie (passage de $N_{(10)}$ à $N_{(10)} + 1$).

La courbe de transfert théorique donnant le mot binaire de sortie $N_{(2)}$ en fonction de la tension d'entrée V_E , est une **courbe en escalier**. La sortie numérique GN ne peut prendre qu'une valeur parmi les 2^n possibles. On dit que le signal de sortie est **quantifié**. On distingue :



Le mot binaire de sortie $N_{(2)}$ correspond à une tension d'entrée V_E telle que : $V_E = q \cdot N_{(10)} - \epsilon_q$
 où ϵ_q est l'**erreur de quantification**.

La courbe de transfert doit renvoyer la valeur décimale $N_{(10)}$ approchant le plus possible la **caractéristique idéale**. Si on néglige l'erreur de quantification ϵ_q , on peut écrire que :

$$V_E \approx q \cdot N_{(10)} \Rightarrow \boxed{N_{(10)} \approx V_E / q}$$

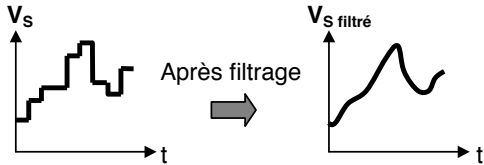
Exemples :

Si $n = 8$ et $PE = 10 \text{ V}$ alors $q = 39 \text{ mV}$

Si $V_E = 3 \text{ V}$ alors $N_{(10)} \approx 77$
 $= 01001101_{(2)} = 4D_{(16)}$

2.2. Le CNA

Il génère une tension V_S proportionnelle au mot binaire $N_{(2)}$ fourni en entrée. A chaque mot correspond une valeur analogique et une seule. La tension de sortie V_S varie par "bonds" et non plus continûment.



$$V_{Smax} = q \cdot (2^n - 1) = \frac{PE}{2^n} \cdot (2^n - 1)$$

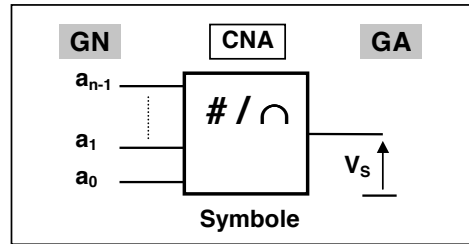
On notera que pour $n \geq 8$, $V_{Smax} \approx PE$.

Le quantum q représente la plus petite variation de la tension de sortie V_S à la suite d'une variation d'un LSB de $N_{(2)}$.

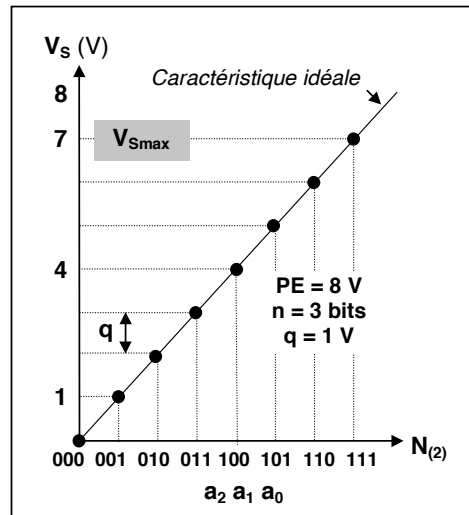
Toutes ces caractéristiques sont traduites par la figure ci-contre qui montre la caractéristique de transfert théorique d'un CNA unipolaire de 3 bits.

▪ **Exemple :**

Si $n = 8$ et $PE = 10\text{ V}$ alors $V_{Smax} = 9,96\text{ V}$.



V_S peut prendre 2^n valeurs différentes de 0 à V_{Smax} , où n est le nombre de bits.



3. Spécifications des CAN et des CNA

3.1. Caractéristiques principales

Les principales caractéristiques des CAN et CNA sont :

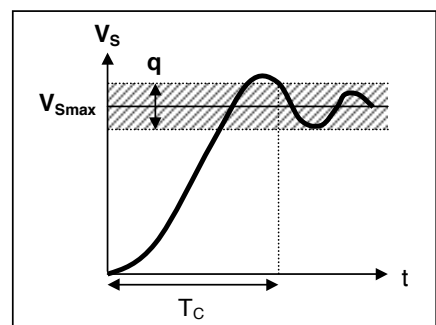
- le quantum q ;
- le nombre de bits n ;
- la plage de conversion (ou tension de pleine échelle **PE**) ;

À ces trois paramètres de base s'ajoutent deux autres éléments importants :

- la résolution \mathfrak{R} : elle est définie par le pourcentage de la pleine échelle soit $\mathfrak{R} = \frac{1}{2^n}$ (elle peut aussi être définie par le nombre de bits n).
- le temps de conversion T_C :

Pour un **CNA**, c'est le temps qui s'écoule entre l'instant où l'ordre de conversion est envoyé, et l'instant où la tension de sortie V_S atteint sa valeur finale et ne s'écarte pas de celle-ci de plus de $q/2$. Il est donné dans le **cas plus défavorable**, c'est à dire lors du passage de $V_S = 0$ à V_{Smax} (cf. figure).

Pour un **CAN**, c'est le temps minimum nécessaire pour stabiliser le mot binaire en sortie après qu'une tension V_E stable ait été appliquée à l'entrée.



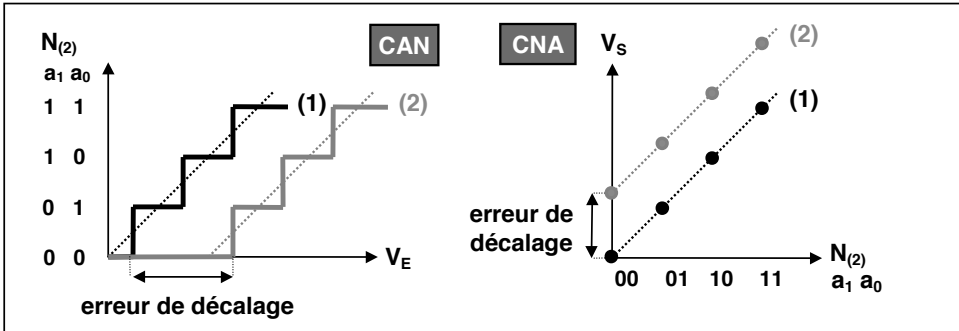
3.2. Erreurs de conversion

La réalisation électronique des convertisseurs utilise des amplificateurs linéaires intégrés, des interrupteurs analogiques, des résistances, etc. Leurs imperfections (dérive en température, tension de décalage, ...) provoquent une distorsion de la caractéristique de transfert théorique.

Les erreurs sont généralement données soit en % de la pleine échelle (% FS pour Full Scale en anglais), soit en **fraction de quantum** ($\pm \frac{1}{2}$ LSB par exemple). Pour obtenir la précision du convertisseur, on cumulera toutes les erreurs possibles avec sa résolution.

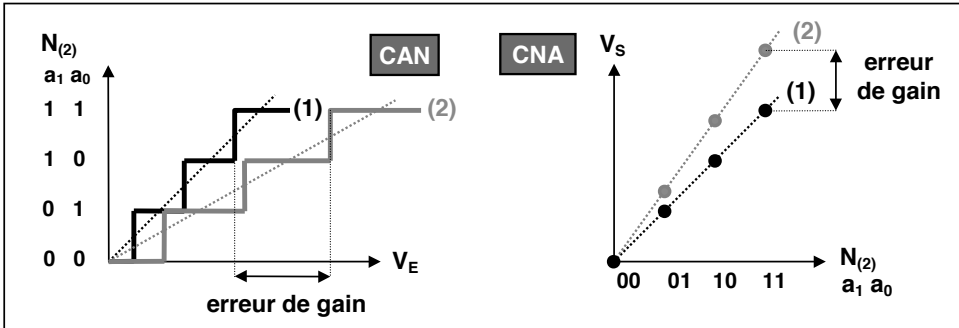
3.2.1. Erreur de décalage (offset)

C'est l'écart entre les caractéristiques de transfert théorique (1) et réelle (2).



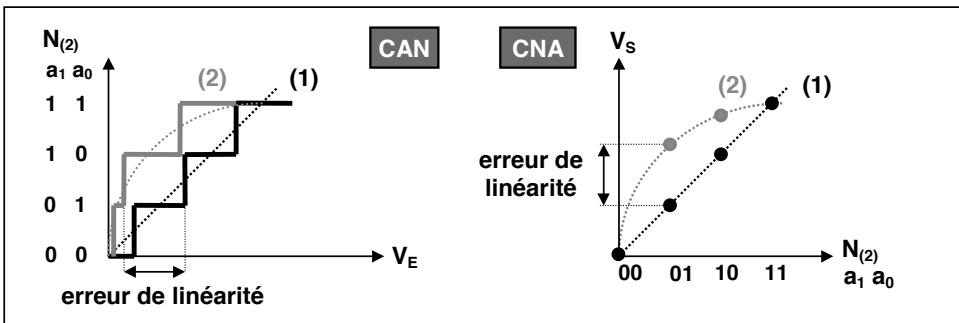
3.2.2. Erreur de gain

C'est la différence de pente de conversion, après correction de l'erreur de décalage, entre les caractéristiques de transfert théorique (1) et réelle (2). Le fabricant l'exprime sur la dernière transition du convertisseur.



3.2.3. Erreur de linéarité

C'est l'écart maximal entre la courbe réelle (2) et la courbe idéale (1) de la caractéristique de transfert, après annulation des erreurs de décalage et de gain.



4. La Conversion Analogique - Numérique (CAN ou ADC en anglais)

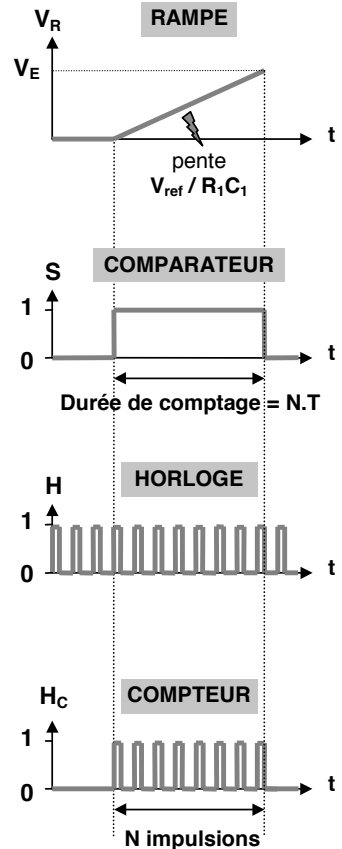
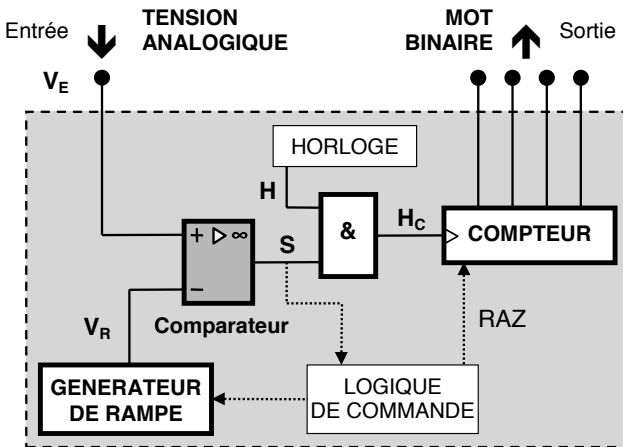
4.1. Les CAN à intégration ou à comptage

Ils sont basés sur une opération de chronométrage (comptage d'impulsions) pendant un temps proportionnel à la tension à mesurer. Bien qu'ils soient relativement lents, on les utilise très souvent dans les systèmes d'affichage, comme ceux équipant de nombreux multimètres "de poche".

On trouve quatre types de **convertisseurs à intégration** (de simple à quadruple rampe : le principe reste globalement le même, les rampes supplémentaires venant compenser diverses erreurs).

4.1.1. Simple rampe

Schéma de principe



On compare en temps contrôlé la tension V_E à numériser à une tension V_R , qui est une **rampe analogique** générée par un **ALI intégrateur** (R_1, C_1) (cf. p 180) le plus souvent.

Lorsque V_R atteint la valeur V_E , le comparateur bloque le compteur dont le contenu est à cet instant **l'expression numérique** de la tension d'entrée V_E .

On a :

$$N = \frac{V_E}{V_{ref} T} \cdot R_1 C_1$$

- V_E : Tension analogique à convertir
- V_{ref} : Tension de référence (pour la rampe)
- $R_1 C_1$: Constante de temps de l'intégrateur
- T : Période du signal d'horloge
- N : Contenu du compteur (en décimal)

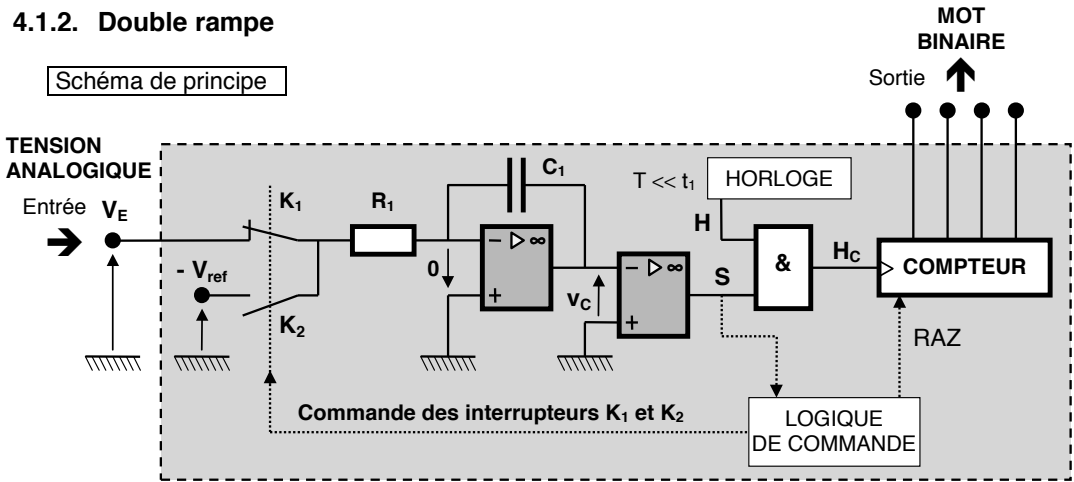
Pour un convertisseur 8 bits, la conversion de la tension maximale nécessitera de compter 255 impulsions. Par conséquent, avec une horloge de fréquence $f = 1/T = 1 \text{ MHz}$, le temps de conversion sera de $255 \mu\text{s}$. Ces convertisseurs sont donc lents : T_C varie de 0,1 à 100 ms.

Le résultat est lié aux incertitudes sur T , V_{ref} , R_1 et C_1 . Si on sait faire des horloges à quartz stables et des références de tension de précision, il en est tout autrement avec les composants R_1 et C_1 dont les dérives (vieillessement, température ...) sont difficiles à maîtriser.

Ce type de convertisseurs, **économiques** mais **peu précis** et **lents**, est de plus en plus délaissé au profit du convertisseur à double rampe.

4.1.2. Double rampe

Schéma de principe



Fonctionnement

A $t = 0$, le condensateur est déchargé, le contenu du compteur est à zéro et l'interrupteur K_1 est dans la position du schéma (K_1 fermé). On applique la tension $V_E > 0$ à convertir durant un **temps prédéterminé** t_1 et simultanément le compteur est déclenché.

On a :
$$v_{C(t)} = -\frac{1}{R_1 C_1} \int_0^t V_E \cdot dt + v_{C(0)}$$

Soit :
$$v_{C(t)} = -\frac{V_E}{R_1 C_1} t$$
 cf. p 180

Soit N_1 le contenu décimal du compteur à $t = t_1$. La tension de sortie de l'intégrateur est alors :

$$v_{C(t_1)} = -\frac{V_E}{R_1 C_1} t_1 = -\frac{V_E}{R_1 C_1} N_1 T$$

A $t = t_1$, la logique de commande bascule l'entrée de l'intégrateur sur une tension de référence négative $-V_{ref}$ (polarité opposée à V_E).

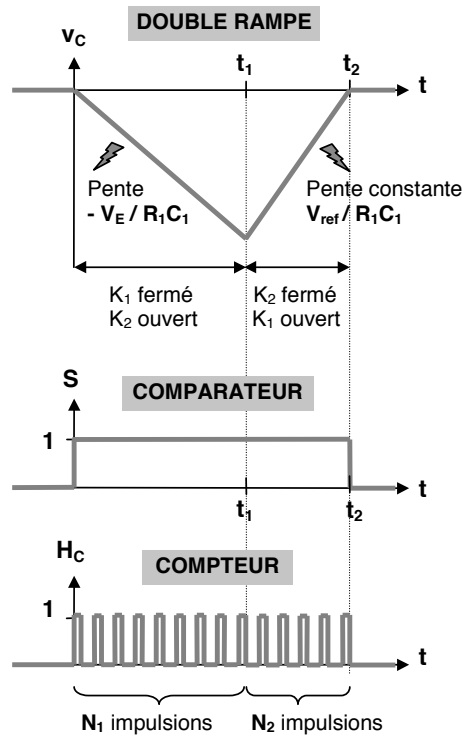
Le compteur est alors **remis à zéro** (RAZ).

On a :
$$v_{C(t)} = -\frac{1}{R_1 C_1} \int_{t_1}^t (-V_{ref}) \cdot dt + v_{C(t_1)}$$

Soit :
$$v_{C(t)} = \frac{V_{ref}}{R_1 C_1} (t - t_1) + v_{C(t_1)}$$

La tension v_C croît linéairement jusqu'à s'annuler au bout de $t = t_2$. Le comparateur ($S = 0$) bloque alors le compteur dont le contenu N_2 est à cet instant **l'expression numérique** de V_E .

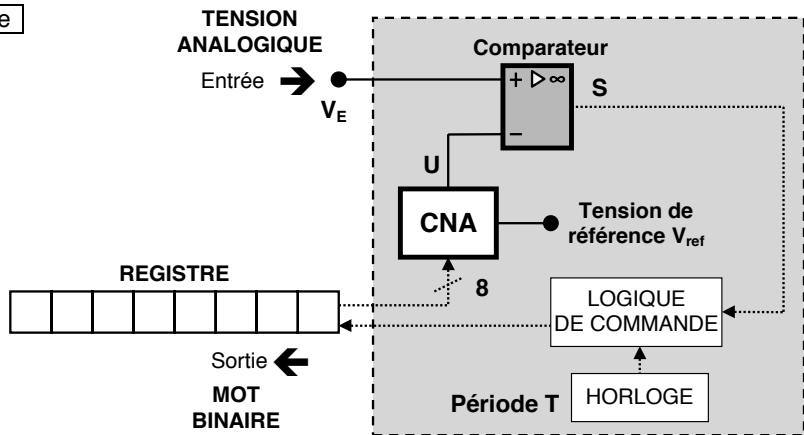
$$v_{C(t_2)} = \frac{V_{ref}}{R_1 C_1} \underbrace{(t_2 - t_1)}_{N_2 T} + v_{C(t_1)} = 0 \Rightarrow \frac{V_{ref}}{R_1 C_1} N_2 T = -v_{C(t_1)} = \frac{V_E}{R_1 C_1} N_1 T \Rightarrow \boxed{N_2 = \frac{V_E}{V_{ref}} N_1}$$



La **précision** d'un tel convertisseur a été **augmentée**, puisque les sources d'erreurs, dues aux dérives des composants R_1 , C_1 et de la période T , ont été éliminées. Par contre, le temps de conversion a été doublé. Un gros avantage est son immunité au bruit : le signal étant intégré, seule la valeur moyenne du bruit sera prise en compte, soit une valeur nulle dans la plupart des cas.

4.2. Les CAN à approximations successives

Schéma de principe



Fonctionnement

La tension V_E à convertir est appliquée à l'entrée d'un comparateur. Elle est comparée à des **tensions successives de référence**, un peu comme s'effectue la **pesée** d'une marchandise sur une balance, par le **choix de poids successifs** dont on fait la somme.

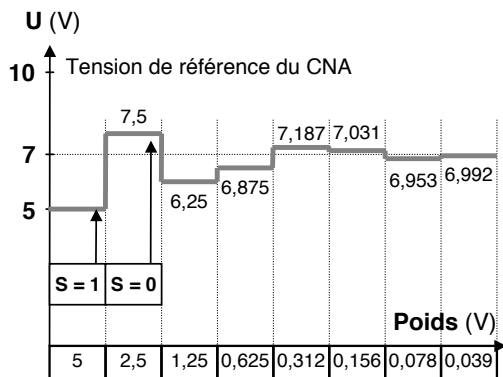
Le convertisseur utilise une logique de commande lui permettant de faire une **recherche dichotomique** dans l'ensemble des poids.

Chaque bit, affecté à un poids retenu, est considéré à l'état logique 1. Tous les bits avec leurs états 0 ou 1 sont regroupés dans un **mot binaire** qui est l'**expression numérique** de la valeur analogique d'entrée. Le fonctionnement du convertisseur est illustré ci-dessous.

Exemple : $V_E = 7 \text{ V}$, $V_{ref} = 10 \text{ V}$, $q = \frac{V_{ref}}{2^8} = 39 \text{ mV}$

| Poids | Somme - Comparaison | Résultats |
|-------|-----------------------------|-------------|
| 5 | $5 < 7$ | C $b_7 = 1$ |
| 2,5 | $5 + 2,5 = 7,5 > 7$ | R $b_6 = 0$ |
| 1,25 | $5 + 1,25 = 6,25 < 7$ | C $b_5 = 1$ |
| 0,625 | $6,25 + 0,625 = 6,875 < 7$ | C $b_4 = 1$ |
| 0,312 | $6,875 + 0,312 = 7,187 > 7$ | R $b_3 = 0$ |
| 0,156 | $6,875 + 0,156 = 7,031 > 7$ | R $b_2 = 0$ |
| 0,078 | $6,875 + 0,078 = 6,953 < 7$ | C $b_1 = 1$ |
| 0,039 | $6,953 + 0,039 = 6,992 < 7$ | C $b_0 = 1$ |

R : rejeté C : conservé



La conversion se fait par comparaison en débutant par le MSB b_7 (poids $2^7 \cdot q = 5 \text{ V}$). Une fois b_7 fixé, on passe à b_6 (poids $2^6 \cdot q = 2,5 \text{ V}$) et ainsi de suite jusqu'au LSB b_0 (poids $2^0 \cdot q = 0,039 \text{ V}$).

| b_7 | b_6 | b_5 | b_4 | b_3 | b_2 | b_1 | b_0 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |

Le temps de conversion est constant quelle que soit la tension d'entrée V_E :
où n est le nombre de bits du CAN.

$$T_C = n \cdot T$$

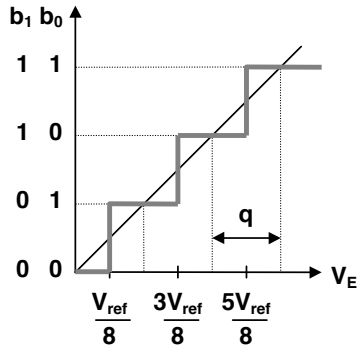
Sa vitesse de conversion (T_C de l'ordre de quelques μs), sa précision (liée à celle du CNA) et sa simplicité de réalisation en font un CAN très **répandu industriellement**.

On le retrouve un peu partout, de l'audio numérique aux cartes d'acquisition de données, en passant par l'intégration dans les microcontrôleurs.

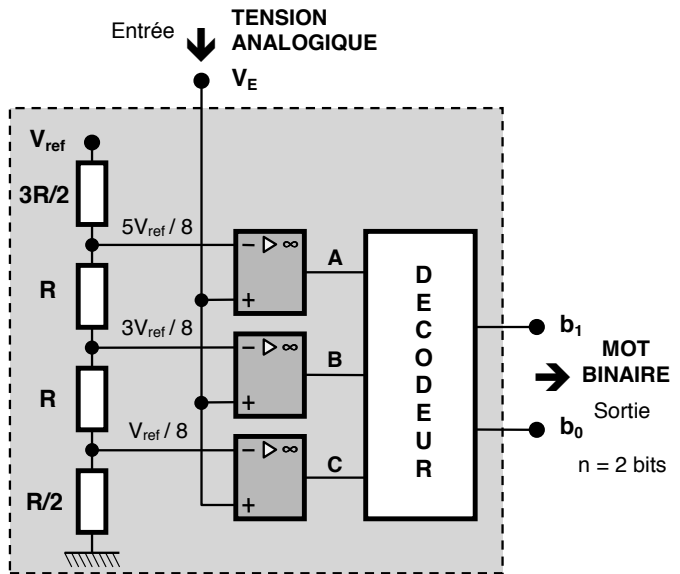
4.3. Les CAN parallèles ou "flash" en anglais

Schéma de principe

Sortie GN



Fonctionnement



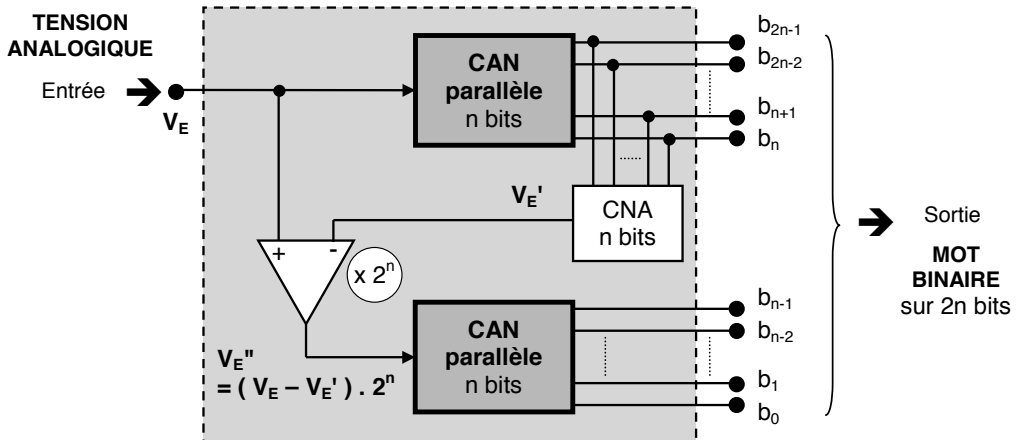
A partir d'une source de tension continue de référence V_{ref} , on génère tous les niveaux de quantification à l'aide d'un réseau de résistances. La tension à mesurer V_E est comparée **simultanément** à tous ces niveaux. Les résultats de ces comparaisons sont traités par un décodeur logique, pour donner le code binaire de sortie.

Ce CAN **très rapide** (seuls interviennent les temps de basculement des comparateurs et de décodage $\Rightarrow T_C$ de quelques ns) exige un **grand nombre de comparateurs** : $2^n - 1$ pour n bits.

Aussi, cette organisation n'est employée que pour un nombre de bits réduit (jusqu'à 8), ce qui est insuffisant pour de l'instrumentation, mais convient pour un oscilloscope numérique, où la fréquence de conversion doit atteindre plusieurs centaines de MHz.

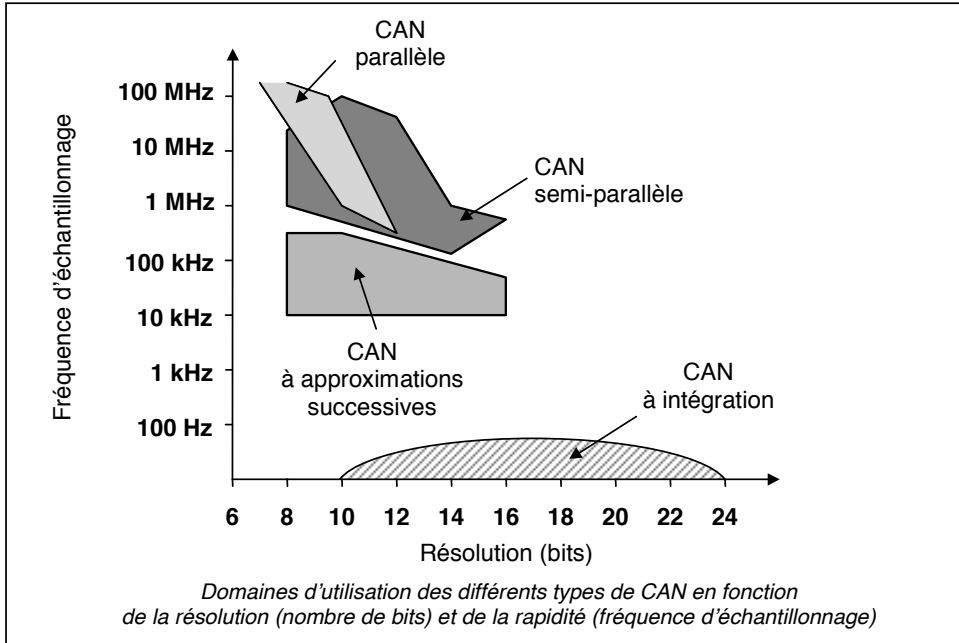
Pour un plus grand nombre de bits, on met en œuvre des structures avec plusieurs CAN parallèles de résolution plus faible, encore appelées **convertisseurs semi-parallèles**.

Ces convertisseurs semi-parallèles sont composés de deux CAN à n bits et d'un CNA à n bits pour former un CAN à 2n bits. Le principe consiste à réaliser une première conversion sur n bits (les bits de poids fort). Puis, la valeur résiduelle est amplifiée d'un facteur 2^n et convertit avec le second CAN sur n bits (les bits de poids faibles).



4.4. Domaines d'utilisation des différents types de CAN

Etant donné la réduction permanente des dimensions des composants (intégration) et de leurs coûts, les applications utilisant des CAN sont de plus en plus nombreuses. Selon les besoins des différentes applications (précision, rapidité, faible coût ...), on choisit la structure du convertisseur A/N la plus adaptée.



Les principales caractéristiques techniques des CAN, reportées dans le tableau ci-dessous, sont classées selon des valeurs minimum, typiques et maximum :

| Caractéristiques | Min. | Typ. | Max. |
|---------------------|--|------------|---------|
| Nombre de bits | 6 | 8/12 | 24 |
| Temps de conversion | 10 ns | 20 μ s | > 0,1 s |
| Entrée analogique | <ul style="list-style-type: none"> ▪ unipolaire (0 à 10 V ou 0 à 20 V) ▪ bipolaire (± 5 V ou ± 10 V) | | |
| Sorties numériques | TTL, TTL 3 états ou ECL* | | |
| Alimentation | ▪ symétrique (- 15 V, + 15 V) ou unique (0 V, 5 V) | | |
| Puissance consommée | 200 mW | 400 mW | > 1 W |

* ECL : famille à transistors bipolaires appelée logique à couplage par l'émetteur dans laquelle les transistors ne sont jamais saturés (\Rightarrow vitesse de commutation très élevée)

D'une façon générale, un CAN est utilisé chaque fois que l'information disponible sous forme analogique doit subir une opération telle que :

- **le traitement numérique** (transformée de Fourier, filtrage numérique, ...) ;
- **la transmission numérique** (de la parole par exemple) ;
- **la visualisation numérique** (affichage d'une tension dans le cas d'un voltmètre numérique) ;
- **la mémorisation numérique** des signaux (signaux transitoires, audio, vidéo, ...).

On cherche de plus en plus à transformer un certain nombre de capteurs analogiques en capteur à sortie numérique, en incorporant à l'intérieur de ce capteur un CAN, c'est à dire que la fonction de conditionnement est intégrée directement dans le capteur (cf. chapitre 11 - page 115).

4.5. Choix du nombre de bits en fonction du rapport signal / bruit

L'erreur de quantification ϵ_q dégrade le signal utile en générant un **bruit** (cf. page 358) dit **de quantification**. Si on numérise une rampe de tension, l'erreur entre les tensions d'entrée et de sortie « reconstituée » (reconvertie par passage dans un CNA) aura la forme ci-contre.

La puissance du bruit de quantification s'écrit :

$$P_B = \langle \epsilon_q^2 \rangle = \epsilon_{q\text{eff}}^2 = \left(\frac{q}{2\sqrt{3}} \right)^2 \Rightarrow \boxed{P_B = \frac{q^2}{12}}$$

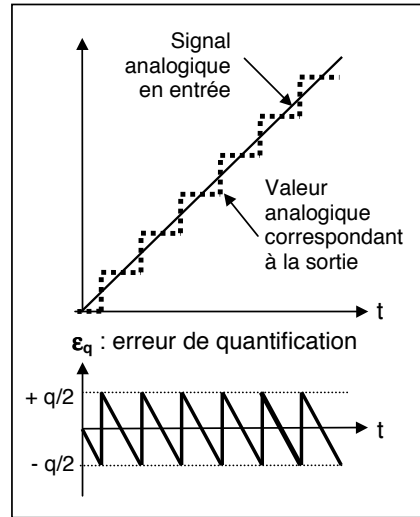
Nota : La valeur efficace d'un signal triangulaire est $\frac{\hat{V}}{\sqrt{3}}$.
 ($\hat{V} = \frac{q}{2}$ en quantification centrée).

Le rapport signal / bruit (S/B), pour un signal d'entrée $V_E(t)$ sinusoïdal d'amplitude maximale $PE/2$ (on balaie ainsi toute la plage de conversion d'un CAN bipolaire) est :

$$\frac{S}{B} = \frac{P_{\text{Signal}}}{P_B} = \frac{\langle V_E^2 \rangle}{\langle \epsilon_q^2 \rangle} = \frac{V_{E\text{eff}}^2}{\epsilon_{q\text{eff}}^2} = \frac{\left(\frac{\hat{V}_E}{\sqrt{2}} \right)^2}{\frac{q^2}{12}} = 12 \cdot \frac{\left(\frac{PE}{2\sqrt{2}} \right)^2}{\left(\frac{PE}{2^n} \right)^2} = 12 \cdot \frac{2^{2n}}{(2\sqrt{2})^2} = 1,5 \cdot 2^{2n}$$

Soit en décibels : $\left(\frac{S}{B} \right)_{\text{dB}} = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{S}{B} \right) = 10 \cdot \log_{10} (1,5) + 10 \cdot \log_{10} (2^{2n})$

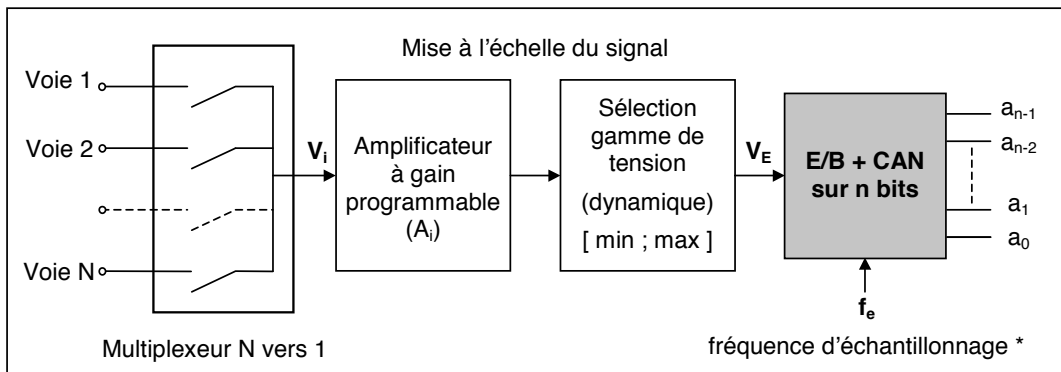
$$\left(\frac{S}{B} \right)_{\text{dB}} = 1,76 + 20n \cdot \log_{10} 2 \Rightarrow \boxed{\left(\frac{S}{B} \right)_{\text{dB}} = 6,02n + 1,76} \Rightarrow \text{En ajoutant un bit, on améliore le rapport signal / bruit de 6 dB.}$$



4.6. Critères de choix d'une carte d'acquisition de données

4.6.1. Architecture simplifiée d'une carte d'acquisition de données analogiques

Le contrôle du processus sera effectué par un système micro programmé dans lequel sera implanté une carte d'acquisition dont on peut établir le schéma synoptique très général suivant :



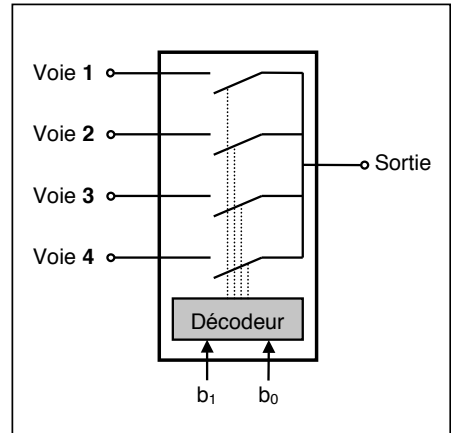
* La plupart des CAN intègrent un échantillonneur - bloqueur (E/B) en entrée.

On note $V_i(t)$ la tension en sortie de la voie i du multiplexeur, A_i l'amplification programmée sur la voie i et $V_E(t)$ la tension d'entrée correspondante du CAN.

4.6.2. Le multiplexeur analogique

Si on désire acquérir plusieurs signaux analogiques différents, il serait très coûteux d'avoir autant de voies d'acquisition (Amplificateur, E/B, CAN) que de signaux à acquérir.

Aussi est-il possible d'utiliser des circuits appelés "**multiplexeurs analogiques**" permettant d'aiguiller une entrée parmi toutes les entrées vers le système de conversion. Ils sont constitués d'une batterie d'interrupteurs commandés par un système de logique de commande (décodeur). On rencontre principalement des **multiplexeurs de 4 à 16 voies**.



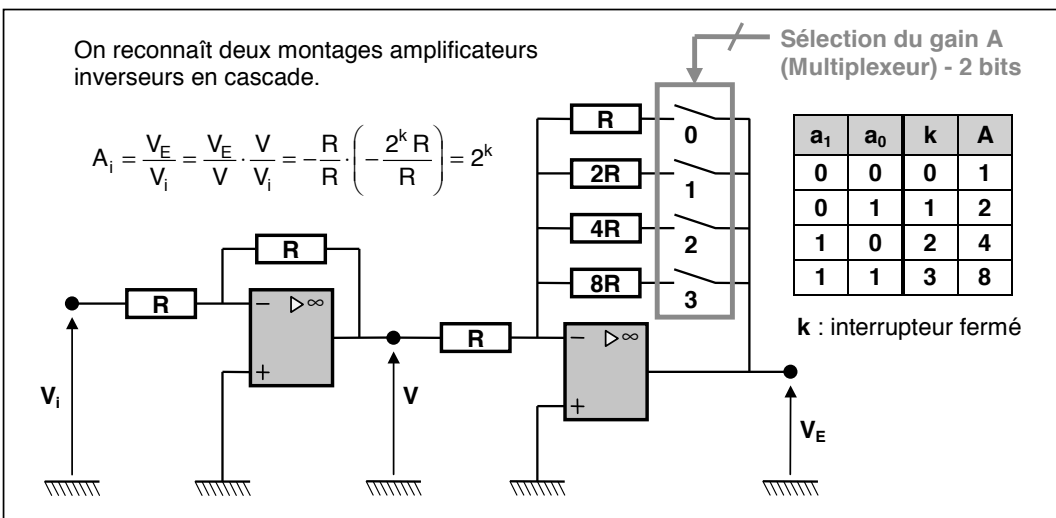
➤ **Le nombre de voies N est choisi en fonction du nombre de signaux à acquérir.**

4.6.3. L'amplificateur à gain programmable

On parle d'amplification programmable dans le sens où l'utilisateur de la carte d'acquisition de données peut choisir pour une voie considérée l'amplification associée. Les cartes offrent à l'utilisateur un ensemble de gains qui dépend beaucoup du domaine d'utilisation de la carte. Les groupes de gains les plus courants sont **1, 2, 4, 8** ; **1, 2, 5, 10, 20, 50, 100** ; **1, 10, 100, 500**.

L'architecture interne d'un tel composant est simple puisqu'elle fait simplement appel à un ALI dont la résistance de contre - réaction peut être choisie ou sélectionnée par programme en activant un multiplexeur analogique. L'exemple donné ci-dessous correspond à un amplificateur programmable à 4 gains (1,2,4,8) déjà étudié dans le chapitre 13 à la page 163.

❑ **Nota** : Il est important de noter que cette amplification programmable ne présente pas les qualités d'un amplificateur dit de mesure (amplificateurs d'instrumentation) en termes de gain, de bande passante et de réjection de mode commun (cf. page 169).



➤ **Le gain (pour chaque voie) est choisi de sorte que la dynamique du signal du capteur permette de balayer la majeure partie de la dynamique d'entrée du CAN.**

En effet, l'erreur relative commise sur la conversion va être d'autant plus faible que la tension $V_E(t)$ à convertir est grande, sans introduire pour cela de saturation (au niveau des ALI).

□ **Exemple :**

Dynamique sur $V_i(t)$: **10 mV à 300 mV**
 Dynamique à l'entrée du **CAN** : **0 à 10 V** (= plage de conversion du CAN)
 Amplifications disponibles : **1, 10, 25 et 50**

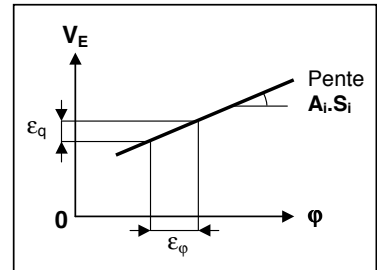
On choisit l'amplification A_i la plus grande satisfaisant : $0 \leq A_i \cdot V_i(t) \leq 10 \text{ V} \Rightarrow \boxed{A_i = 25}$

4.6.4. Choix du nombre de bits

➤ Le nombre n de bits est choisi en fonction de la précision demandée.

La précision prend en compte toutes les erreurs (quantification, décalage, gain, linéarité, etc.) et leurs dérivés dans les pires conditions. On se limitera à la principale erreur introduite par les **CAN**, à savoir l'erreur de quantification $\epsilon_q = \pm q/2$, les autres erreurs pouvant être annulées par des réglages externes. Soient :

- ϕ la grandeur physique mesurée sur la voie i
- S_i la sensibilité en sortie de la voie i ($S_i = dV_i / d\phi$)
- A_i la valeur de l'amplification programmée



La précision de la mesure sur la voie i est :

$$\epsilon_\phi = \frac{\epsilon_q}{A_i \cdot S_i} \Rightarrow \boxed{\epsilon_\phi = \pm \frac{q}{2 \cdot A_i \cdot S_i}}$$

si $S_i = C^{ste}$ (capteur linéaire)

□ **Exemple :**

Sensibilité S_i : **10 mV/kg**
 Amplification A_i : **100**
 Résolution du **CAN** : **12 bits**
 Dynamique à l'entrée du **CAN** : **0 à 10 V**

$$\epsilon_\phi = \pm \frac{\left(\frac{10}{2^{12}}\right)}{2 \cdot 100 \cdot 0,01} \Rightarrow \boxed{\epsilon_\phi = \pm 1,22 \text{ g}}$$

4.6.5. Choix de la fréquence d'échantillonnage

➤ Si le signal $V_E(t)$ est périodique : $f_e \geq 2f_{max}$ (cf. page 215)

➤ Si le signal $V_E(t)$ n'est pas périodique : $f_e \geq \frac{1}{q} \cdot \left(\frac{\Delta V_E(t)}{\Delta t}\right)_{max}$

On prendra pour q la précision juste nécessaire (et non celle réellement obtenue) pour éviter d'avoir une fréquence trop grande et donc un fichier de données trop important.

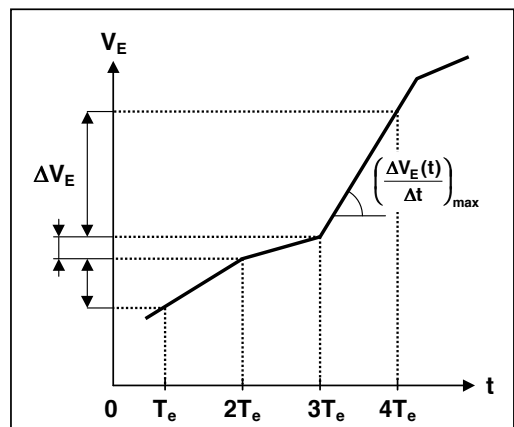
□ **Cas d'un signal non périodique :**

Pour une précision donnée, la fréquence f_e est fonction de la pente ($dV_E(t)/dt$) du signal.

En effet, la variation maximale de la tension $V_E(t)$ ne doit pas excéder la valeur du quantum q entre deux échantillons. Par conséquent :

$$\left(\frac{\Delta V_E(t)}{\Delta t}\right)_{max} \cdot T_e \leq q$$

Soit : $f_e \geq \frac{1}{q} \cdot \left(\frac{\Delta V_E(t)}{\Delta t}\right)_{max}$

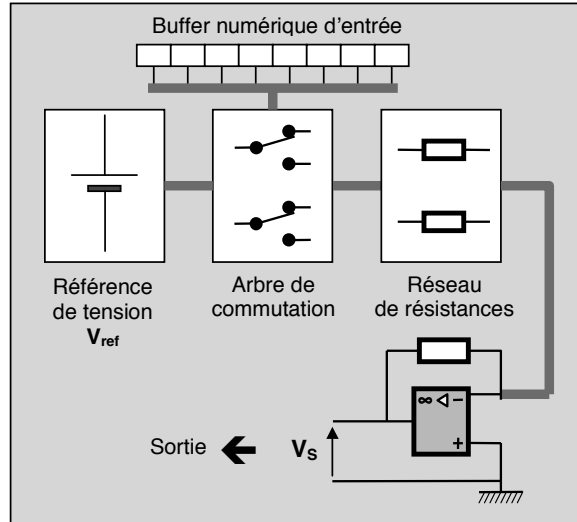


5. La Conversion Numérique - Analogique (CNA ou DAC en anglais)

5.1. Architecture générique

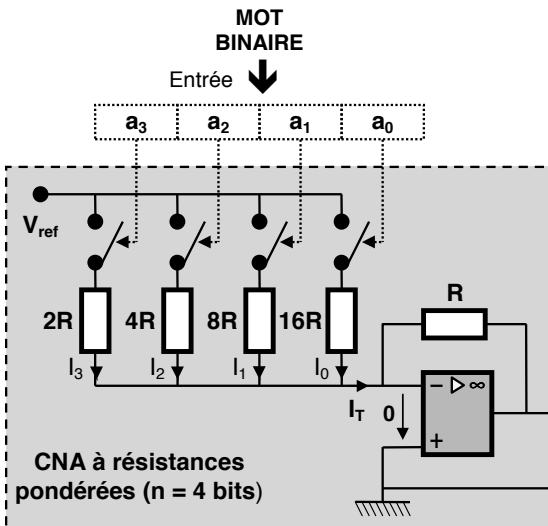
Quel que soit le type de convertisseur étudié, la structure est sensiblement la même. Seule la réalisation technologique de ses éléments de base diffère. Ainsi, on trouve :

- le **buffer** d'entrée, chargé de garder en mémoire la donnée numérique pendant la durée de la conversion ;
- une **référence de tension** V_{ref} ;
- l'**arbre de commutation** commandé par le buffer, permettant de fixer les résistances alimentées par V_{ref} ;
- le **réseau de résistances**, permettant de générer des courants très précis, fonctions du code binaire d'entrée ;
- le **convertisseur courant / tension** (optionnel) transformant les courants précédents en tension de sortie.



La distinction entre les convertisseurs se fait généralement dans le réseau de résistances.

5.2. Convertisseur à résistances pondérées



Chaque bit a_k du mot binaire à convertir commute un courant I_k à travers une résistance, dont la valeur est inversement proportionnelle au poids du bit considéré.

Si $a_k = 1$, l'interrupteur commandé est **fermé**. Il est **ouvert** si $a_k = 0 \Rightarrow I_k = 0$.

Les courants I_k sont additionnés par un ALI monté en sommateur inverseur.

En écrivant l'égalité des courants à l'entrée inverseuse de l'ALI supposé parfait, il vient :

$$I_T = -\frac{V_S}{R} = I_3 \cdot a_3 + I_2 \cdot a_2 + I_1 \cdot a_1 + I_0 \cdot a_0 = \left[\frac{V_{ref} \cdot a_3}{2R} + \frac{V_{ref} \cdot a_2}{4R} + \frac{V_{ref} \cdot a_1}{8R} + \frac{V_{ref} \cdot a_0}{16R} \right]$$

Soit :

$$V_S = -\frac{V_{ref}}{2^4} \cdot [a_3 \cdot 2^3 + a_2 \cdot 2^2 + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0] = -\frac{V_{ref}}{16} \cdot N_{(10)}$$

Où $N_{(10)}$ est l'équivalent décimal du mot binaire présent à l'entrée.

Dans le cas général d'un CNA à n bits :

$$V_S = -\frac{V_{ref}}{2^n} \cdot [a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + a_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0] = -\frac{V_{ref}}{2^n} \cdot N_{(10)}$$

Le quantum de conversion q est égal à :

$$q = \frac{V_{ref}}{2^n}$$

La valeur maximale de V_S est :

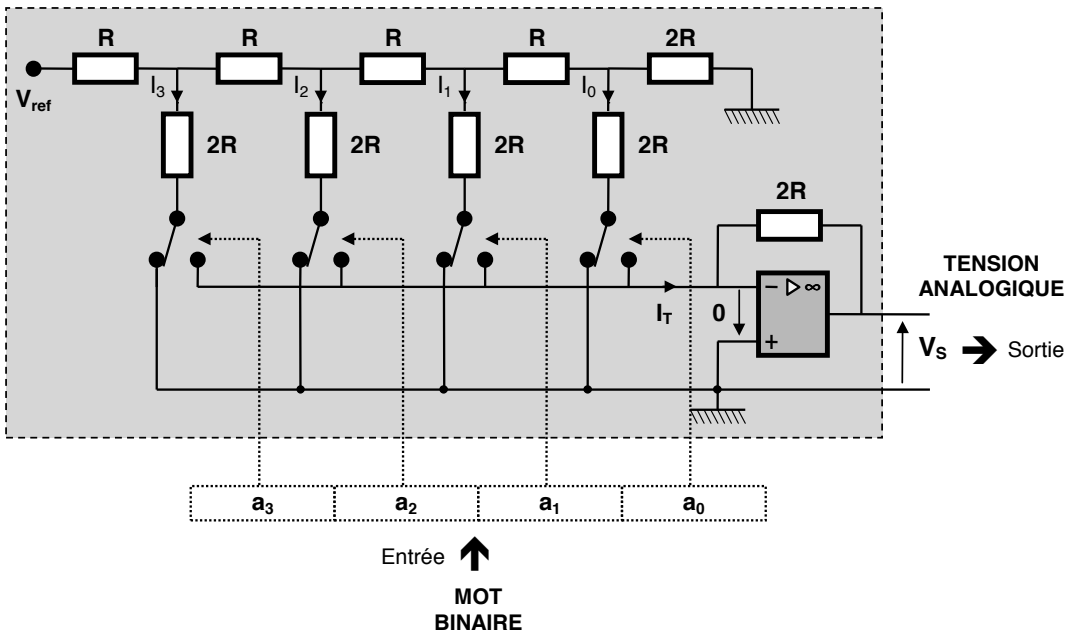
$$V_{Smax} = -\frac{V_{ref}}{2^n} \cdot (2^n - 1)$$

Le principe du convertisseur est simple mais nécessite des résistances de précision ayant une dynamique de valeurs trop élevées. Cette gamme étendue de résistances rend difficile la réalisation de ce type de CNA :

- soit en composant discrets : difficultés d'avoir des résistances de valeurs non normalisées de très grande précision et d'une grande stabilité en température ;
- soit en microélectronique : difficulté d'intégration de résistances de grandes valeurs ($> 1 \text{ M}\Omega$) et réalisation coûteuse pour obtenir une grande précision (usinage par sablage ou laser) ;

Ces défauts font que ce convertisseur n'est pas viable économiquement, surtout si on le compare au CNA à réseau en échelle $R - 2R$ plus facile à intégrer.

5.3. Convertisseur à réseau en échelle



Ce CNA n'utilise que deux valeurs de résistances, simple (R) et double ($2R$).

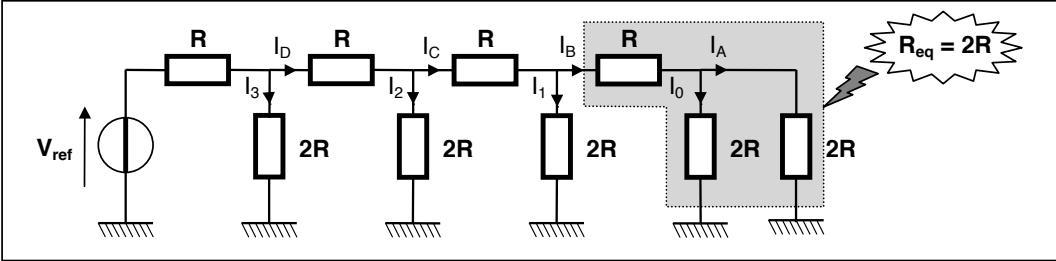
Les interrupteurs sont commandés électriquement par le code numérique. La valeur analogique est la somme des courants aboutissant à l'entrée inverseuse de l'ALI qui, comme dans le CNA précédent, traduit le courant en tension.

En fonction de la position des interrupteurs, le courant total I_T sera plus ou moins élevé.

La mise en équations est simplifiée si on fait le constat suivant :

« L'entrée + de l'ALI est à la masse. Si on considère que cet ALI est parfait, l'entrée - est au même potentiel, soit 0 (masse virtuelle). Par conséquent, la position des interrupteurs n'influe pas sur le fonctionnement du réseau : les courants I_0 à I_3 sont dirigés soit vers le convertisseur courant / tension, soit déviés à la masse, mais le potentiel à la borne commune des interrupteurs reste toujours le même, à savoir 0. »

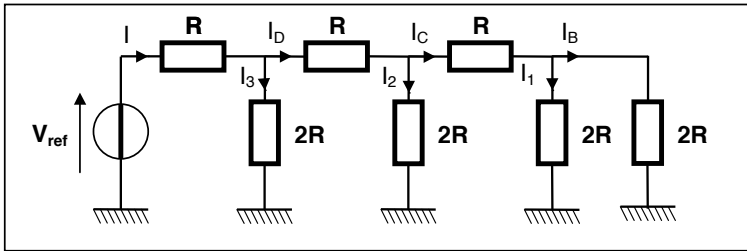
Ainsi, la détermination des courants I_0 à I_3 peut se faire à partir du réseau suivant :



Les courants I_0 et I_A sont égaux (diviseur de courant avec 2 résistances égales), on a donc :

$$I_0 = I_A = \frac{I_B}{2}$$

Le courant I_B circule dans une résistance équivalente $R_{eq} = R + (2R // 2R) = 2R$. L'étude du réseau se ramène alors à :



On retombe strictement sur le même type de réseau que celui traité auparavant.

On en déduit facilement : $I_1 = I_B = \frac{I_C}{2}$ d'où $I_0 = \frac{I_1}{2}$

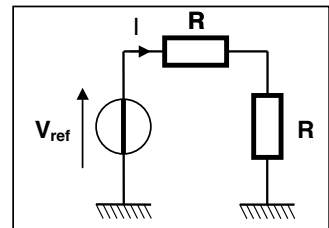
Puis, de proche en proche : $I_2 = I_C = \frac{I_D}{2}$ d'où $I_1 = \frac{I_2}{2}$ et $I_0 = \frac{I_1}{2}$

Et en poursuivant : $I_3 = I_D = \frac{I}{2}$ d'où $I_2 = \frac{I_3}{2}$ et $I_1 = \frac{I_2}{2}$ puis $I_0 = \frac{I_1}{2}$

L'étape finale du raisonnement conduit au réseau suivant :
On en déduit la valeur des courants :

$$I = \frac{V_{ref}}{2R} \Rightarrow I_3 = \frac{V_{ref}}{4R} ; I_2 = \frac{V_{ref}}{8R} ; I_1 = \frac{V_{ref}}{16R} ; I_0 = \frac{V_{ref}}{32R}$$

Finalement, le courant total I_T s'écrit :



$$I_T = -\frac{V_S}{2R} = I_3 \cdot a_3 + I_2 \cdot a_2 + I_1 \cdot a_1 + I_0 \cdot a_0 = \left[\frac{V_{ref} \cdot a_3}{4R} + \frac{V_{ref} \cdot a_2}{8R} + \frac{V_{ref} \cdot a_1}{16R} + \frac{V_{ref} \cdot a_0}{32R} \right]$$

Soit : $V_S = -\frac{V_{ref}}{2^4} \cdot [a_3 \cdot 2^3 + a_2 \cdot 2^2 + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0] = -\frac{V_{ref}}{16} \cdot N_{(10)}$

Le résultat est donc similaire à celui obtenu pour le CNA à résistances pondérées.

Dans le cas général d'un CNA à n bits :

$$V_S = -\frac{V_{ref}}{2^n} \cdot [a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + a_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0] = -\frac{V_{ref}}{2^n} \cdot N_{(10)}$$

En instrumentation, on rencontrera fréquemment des CNA à $n = 12$ bits de ce type, notamment sur des cartes d'acquisition de données pour micro-ordinateurs.

La structure du réseau et des interrupteurs autorise une vitesse de conversion assez grande, car lors du basculement des interrupteurs, les résistances restent au même potentiel : il n'y a donc pas d'influence des inévitables capacités parasites qui mettraient du temps à se charger et à se décharger à travers les résistances.

Ceci autorise l'utilisation de résistances d'assez grande valeur, ce qui limite l'erreur due aux résistances à l'état passant des interrupteurs (quelques dizaines à centaines d'ohms).

5.4. Caractéristiques et utilisation des CNA

Les principales caractéristiques techniques des CNA, reportées dans le tableau ci-dessous sont classées selon des valeurs minimum, typiques et maximum :

| Caractéristiques | Min. | Typ. | Max. |
|---------------------|--|--------|-------------|
| Nombre de bits | 8 | 8/12 | 18 |
| Temps de conversion | 10 ns | 500 ns | 250 μ s |
| Sortie analogique | <ul style="list-style-type: none"> ▪ unipolaire ou bipolaire ▪ courant (5 mA) ou tension (5 V, 10 V) | | |
| Entrées numériques | TTL ou TTL 3 états | | |
| Alimentation | <ul style="list-style-type: none"> ▪ symétrique (- 15 V, + 15 V) ou unique (0 V, 5 V) | | |
| Puissance consommée | 20 mW | 200 mW | > 1 W |

Outre la commande de divers actionneurs ou récepteurs (moteurs, électrovannes ...), les CNA peuvent être utilisés pour réaliser :

- des **amplificateurs à gain programmable** : les montages étudiés s'apparentent en fait à des amplificateurs de tension (V_{ref}) dont le gain est ajustable par une commande numérique ;
- des **filtres analogiques programmables**, dont la fréquence de coupure est modifiable par une commande numérique (on leur préfère aujourd'hui les filtres numériques – cf. chapitre 20) ;
- la **génération de fonctions analogiques** : l'utilisation d'une mémoire ROM et d'un CNA permet de générer des fonctions analogiques, comme des fonctions rampe ou sinusoïdale de grande précision ou encore spécifiques à une application (par exemple, la simulation d'un signal d'électrocardiogramme).

Toutes ces applications "spéciales" ne peuvent marcher que s'il est possible d'appliquer des tensions bipolaires sur l'entrée V_{ref} . Il faut donc pouvoir alimenter symétriquement le montage, et les interrupteurs doivent être bidirectionnels en courant, ce qui n'est pas toujours le cas.

Les fabricants de convertisseurs indiquent si leurs produits sont conçus pour fonctionner dans ces applications "dérivées". Il faudra donc se reporter à leur documentation.

Chapitre 20

Filtrage numérique

1. Introduction

1.1. Généralités

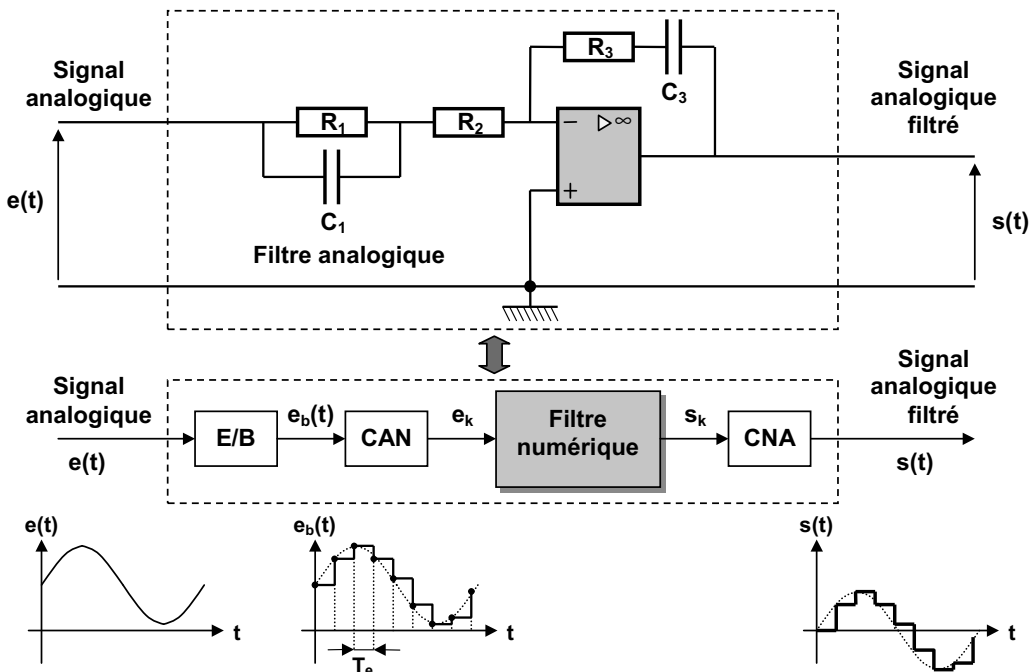
Le filtrage du signal intervient dans de nombreux secteurs scientifiques ou industriels. On peut citer :

- La **correction** en automatique, où le correcteur peut être considéré comme un **filtre agissant sur l'écart** (voir 2nd tome) ;
- Les **mesures physiques** où les grandeurs acquises sont entachées de **bruits** qu'il faut éliminer.
- Le **traitement de signaux harmoniques** (acoustiques, ondes radios, etc.) où il faut éliminer des fréquences situées en dehors d'une certaine **bande passante**.

Les signaux manipulés aujourd'hui sont de plus en plus souvent **numériques**. Leur traitement s'effectue alors par des **algorithmes** ou « **filtres numériques** », généralement accessibles comme blocs fonctionnels dans les différents logiciels industriels d'exploitation. En métrologie, ils peuvent aussi être intégrés (ROM) tout simplement dans le **conditionneur du capteur**.

1.2. Equation de récurrence

Dans le cas de signaux analogiques, même s'il existe toujours des filtres réalisés par des réseaux électriques traditionnels (voir exemple ci-dessous), on leur préfère aujourd'hui très couramment les filtres numériques après conversion, puis éventuellement recombinaison.



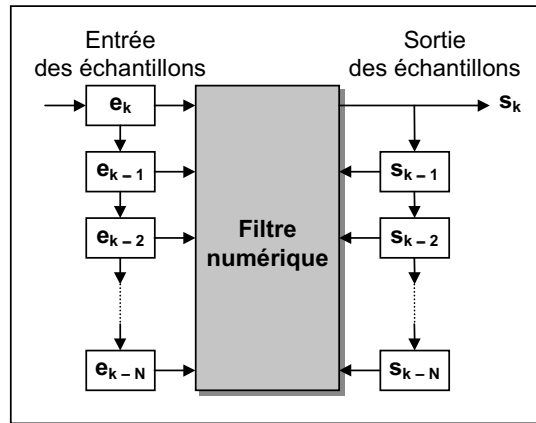
Le filtre transforme la suite d'échantillons d'entrée $e_k = e(kT_e)$ en une suite d'échantillons de sortie $s_k = s(kT_e)$ de façon à obtenir la réponse fréquentielle spécifiée. Le problème du filtrage numérique consiste donc à déterminer l'équation régissant cette transformation.

Dans le cas général de ces filtres, la valeur de la sortie numérique $s_k = s(kT_e)$ à l'instant kT_e est fonction de l'entrée $e_k = e(kT_e)$ au même instant et des N entrées et sorties numériques précédentes : $e_i = e(iT_e)$ et $s_j = s(jT_e)$ pour $i, j \in [k-1, \dots, k-N]$.

On peut écrire ainsi que :

$$s_k = \sum_{i=0}^N a_i \cdot e_{k-i} - \sum_{j=1}^N b_j \cdot s_{k-j}$$

Cette équation générale des filtres numériques est appelée **équation de récurrence**.

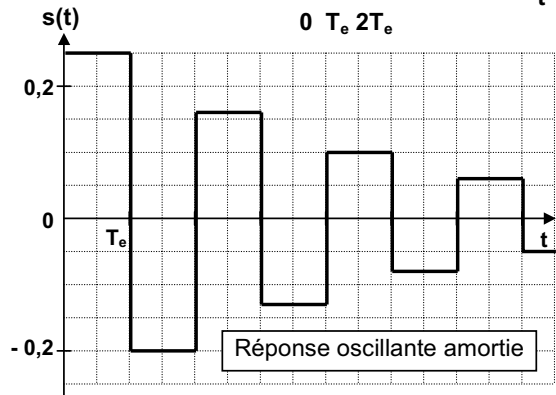
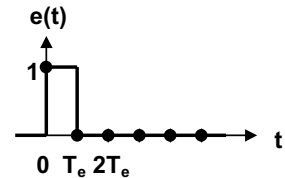


□ **Exemple** : $s_k = 0,25 e_k - 0,8 s_{k-1}$

Le système étant au repos (s_k et e_k nulles pour $n < 0$), on souhaite étudier la réponse à une impulsion unitaire en entrée à l'instant $t = 0$.

| | | | |
|-----------|------|-------|--------|
| kT_e | 0 | T_e | $2T_e$ |
| e_k | 1 | 0 | 0 |
| s_{k-1} | 0 | 0,25 | -0,2 |
| s_k | 0,25 | -0,2 | 0,16 |

| | | | |
|--------|--------|----------|----------|
| $3T_e$ | $4T_e$ | $5T_e$ | $6T_e$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,16 | -0,128 | 0,1024 | -0,08192 |
| -0,128 | 0,1024 | -0,08192 | 0,065536 |



1.3. Avantages et inconvénients

En raison du développement des circuits intégrés rapides, les filtres numériques deviennent plus intéressants que les filtres analogiques en apportant de **nombreux avantages** :


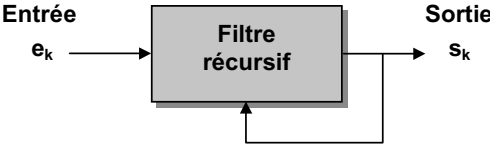
- ⊕ Pas d'utilisation de composants discrets tels que R, L et C ;
- ⊕ Pas de modification, par conséquent, des caractéristiques du filtre avec le temps, les variations de température et l'humidité ⇒ gain en précision et fiabilité ;
- ⊕ Possibilité d'obtenir des filtres d'ordre très élevé sans difficulté (100 à 200), donc des atténuations très importantes.

Néanmoins, ils présentent les **inconvénients** suivants :

- ⊖ Echantillonnage du signal d'entrée analogique ⇒ Théorème de Shannon à respecter ⇒ Nécessité d'un FAR (filtre anti-repliement) ;
- ⊖ Calcul parfois complexe pour obtenir l'équation de récurrence du filtre numérique ;
- ⊖ Nécessite un calculateur puissant (DSP = Digital Signal Processor) ;
- ⊖ S'assurer de la stabilité du filtre numérique en fonction de la valeur des coefficients a_k et b_k et de la fréquence d'échantillonnage.

2. Différents types de filtres

A partir de l'expression précédente, on distingue deux grandes familles de filtres :

| Filtres non – récursifs | Filtres récursifs |
|--|---|
|  |  |
| <p>Tous les coefficients b_j sont nuls. La sortie à un instant kT_e ne dépend que des valeurs connues des échantillons d'entrée.</p> <p>On parle de filtres à réponse impulsionnelle finie (RIF). Ils sont toujours stables.</p> <p><u>Exemple</u> : Filtre moyenneur</p> $s_k = \frac{e_k + e_{k-1}}{2}$ <p>Ce filtre qui calcule la valeur moyenne sur deux échantillons est toujours stable.</p> | <p>S'il existe au moins un terme de contre réaction b_j non nul, alors le filtre est récursif.</p> <p>On parle de filtres à réponse impulsionnelle infinie (RII). Ils sont beaucoup plus simples à calculer, mais peuvent être instables.</p> <p><u>Exemple</u> : Filtre passe - bas du 1^{er} ordre</p> $s_k = \frac{T_e}{\tau + T_e} \cdot e_k + \frac{\tau}{\tau + T_e} \cdot s_{k-1}$ <p>L'obtention de cette équation de récurrence est détaillée dans la partie 3.2.2 (page 239).</p> |

On se limitera dans ce chapitre aux filtres récursifs. La conception et la réalisation de ces filtres se feront selon la méthodologie suivante :

- **Modèle du filtre numérique** : modèle obtenu par analogie avec un filtre analogique ;
- **Synthèse du filtre numérique** basée sur l'équation de récurrence ;
- **Réalisation du filtre numérique** : algorithme ou composants électroniques numériques.

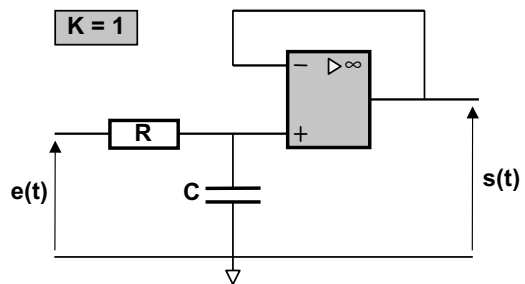
3. Synthèse d'un filtre RII passe - bas du 1^{er} ordre

3.1. Rappel

La fonction de transfert d'un filtre passe - bas du 1^{er} ordre s'écrit :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{S}}{\underline{E}} = \frac{K}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}} = \frac{K}{1 + j\tau\omega}$$

Un exemple de réalisation à partir de composants analogiques est proposé ci-contre.



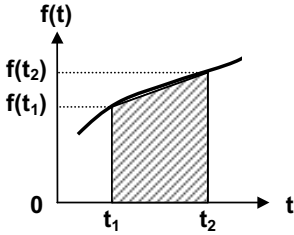
L'obtention de l'algorithme du filtre numérique correspondant (appelée équation de récurrence ou parfois équation aux différences) se fera sans passage par la transformée en z (non traitée), mais par **discretisation de l'équation différentielle en régime variable** décrivant le filtre.

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{S}}{\underline{E}} = \frac{K}{1 + j\tau\omega} \text{ en régime harmonique} \Rightarrow s(t) + \tau \frac{ds(t)}{dt} = K e(t) \text{ en régime variable}$$

en utilisant les règles de substitution vues dans le chapitre 3 page 26.

3.2. Discrétisation de l'équation différentielle

3.2.1. 1^{ère} méthode : Approximation de l'intégrale d'une fonction continue par la « méthode des trapèzes »



Si l'intervalle de temps $t_2 - t_1$ est suffisamment petit, on peut approcher le calcul de la primitive d'une fonction continue $f(t)$ entre t_1 et t_2 , par la **surface du trapèze** construit sur l'intervalle de temps $t_2 - t_1$, ce qui permet d'écrire que :

$$\int_{t_1}^{t_2} f(t) \cdot dt = \frac{t_2 - t_1}{2} \cdot [f(t_1) + f(t_2)] \quad (i)$$

Si on intègre l'équation différentielle du 3.1 entre $(k-1)T_e$ et kT_e , il vient :

$$\int_{(k-1)T_e}^{kT_e} s(t) \cdot dt + \tau \int_{(k-1)T_e}^{kT_e} \frac{ds(t)}{dt} \cdot dt = K \cdot \int_{(k-1)T_e}^{kT_e} e(t) \cdot dt$$

Avec :

$$\int_{(k-1)T_e}^{kT_e} \frac{ds(t)}{dt} \cdot dt = [s(t)]_{(k-1)T_e}^{kT_e} = s(kT_e) - s((k-1)T_e) = s_k - s_{k-1}$$

Et :

$$\int_{(k-1)T_e}^{kT_e} s(t) \cdot dt = \frac{T_e}{2} \cdot (s_k + s_{k-1}) \quad \text{et} \quad \int_{(k-1)T_e}^{kT_e} e(t) \cdot dt = \frac{T_e}{2} \cdot (e_k + e_{k-1}) \quad \text{d'après (i)}$$

On en déduit que :

$$\frac{T_e}{2} \cdot (s_k + s_{k-1}) + \tau \cdot (s_k - s_{k-1}) = \frac{KT_e}{2} \cdot (e_k + e_{k-1})$$

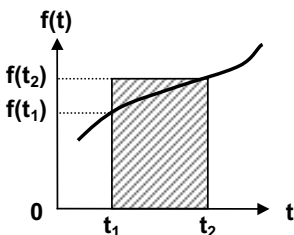
Ce qui conduit, tous calculs faits, à l'équation de récurrence finale suivante :

$$s_k = \frac{KT_e}{2\tau + T_e} \cdot e_k + \frac{KT_e}{2\tau + T_e} \cdot e_{k-1} + \frac{2\tau - T_e}{2\tau + T_e} \cdot s_{k-1}$$

Par identification avec la forme générale proposée page 236, il vient :

$$a_0 = a_1 = \frac{KT_e}{2\tau + T_e} \quad \text{et} \quad b_1 = \frac{T_e - 2\tau}{2\tau + T_e}$$

3.2.2. 2^{nde} méthode : Approximation de l'intégrale d'une fonction continue par la « méthode des rectangles à droite »



Si l'intervalle de temps $t_2 - t_1$ est suffisamment petit, on peut également approcher le calcul de la primitive d'une fonction continue $f(t)$ entre t_1 et t_2 , par la **surface du rectangle** construit sur l'intervalle de temps $t_2 - t_1$, ce qui permet d'écrire que :

$$\int_{t_1}^{t_2} f(t) \cdot dt = (t_2 - t_1) \cdot f(t_2) \quad (ii)$$

□ **Nota** : Cette méthode correspond à la **démarche classique en analyse numérique** qui consiste à donner une **approximation de la dérivée** d'une fonction continue par :

$$\frac{df(t_2)}{dt} \approx \frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1}$$

Si on intègre l'équation différentielle du 3.1 entre $(k-1)T_e$ et kT_e , il vient :

$$\int_{(k-1)T_e}^{kT_e} s(t) \cdot dt + \tau \int_{(k-1)T_e}^{kT_e} \frac{ds(t)}{dt} \cdot dt = K \cdot \int_{(k-1)T_e}^{kT_e} e(t) \cdot dt$$

Avec :

$$\int_{(k-1)T_e}^{kT_e} \frac{ds(t)}{dt} \cdot dt = [s(t)]_{(k-1)T_e}^{kT_e} = s(kT_e) - s((k-1)T_e) = s_k - s_{k-1}$$

Et cette fois :

$$\int_{(k-1)T_e}^{kT_e} s(t) \cdot dt = T_e \cdot s_k \quad \text{et} \quad \int_{(k-1)T_e}^{kT_e} e(t) \cdot dt = T_e \cdot e_k \quad \text{d'après (ii)}$$

On en déduit que :

$$T_e \cdot s_k + \tau \cdot (s_k - s_{k-1}) = K T_e \cdot e_k \quad \text{(iii)}$$

Ce qui conduit, tous calculs faits, à l'équation de récurrence finale suivante :

$$s_k = \frac{K T_e}{\tau + T_e} \cdot e_k + \frac{\tau}{\tau + T_e} \cdot s_{k-1}$$

Par identification avec la forme générale proposée page 236, il vient :

$$a_0 = \frac{K T_e}{\tau + T_e} \quad \text{et} \quad b_1 = -\frac{\tau}{\tau + T_e}$$

On peut établir plus rapidement l'équation de récurrence.

Il suffit de prendre $t = kT_e$ dans l'équation différentielle et d'utiliser l'approximation de la dérivée.

$$s(kT_e) + \tau \frac{ds(kT_e)}{dt} = K \cdot e(kT_e) \quad \Rightarrow \quad s_k + \tau \cdot \frac{s_k - s_{k-1}}{T_e} = K \cdot e_k$$

3.3. Réalisation du filtre

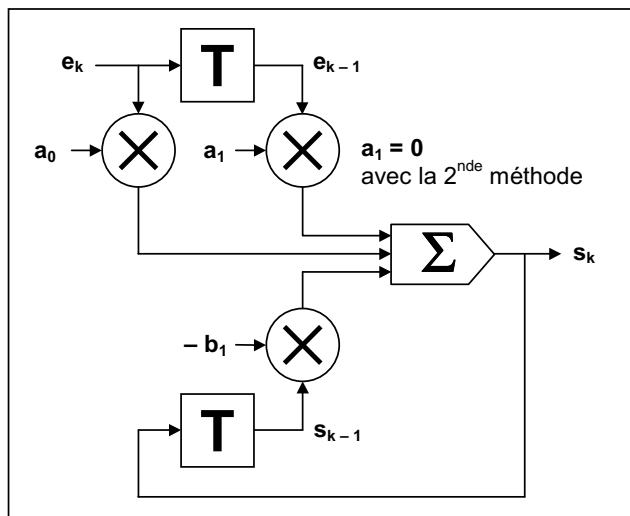
Les coefficients étant déterminés, il est alors possible de construire un **algorithme** permettant de calculer la valeur de l'échantillon de sortie à l'instant kT_e en fonction des échantillons d'entrée aux instants kT_e et $(k-1)T_e$ et de l'échantillon de sortie précédent à l'instant $(k-1)T_e$.

La réalisation de ces filtres peut être faite en utilisant les éléments de base (matériel ou logiciel) suivants :

- **Additionneur** (symbolisé par Σ)
- **Multiplieur** (symbolisé par \times) ;
- **Retard de T_e** (symbolisé par T).
(échantillon k par rapport à $k-1$)

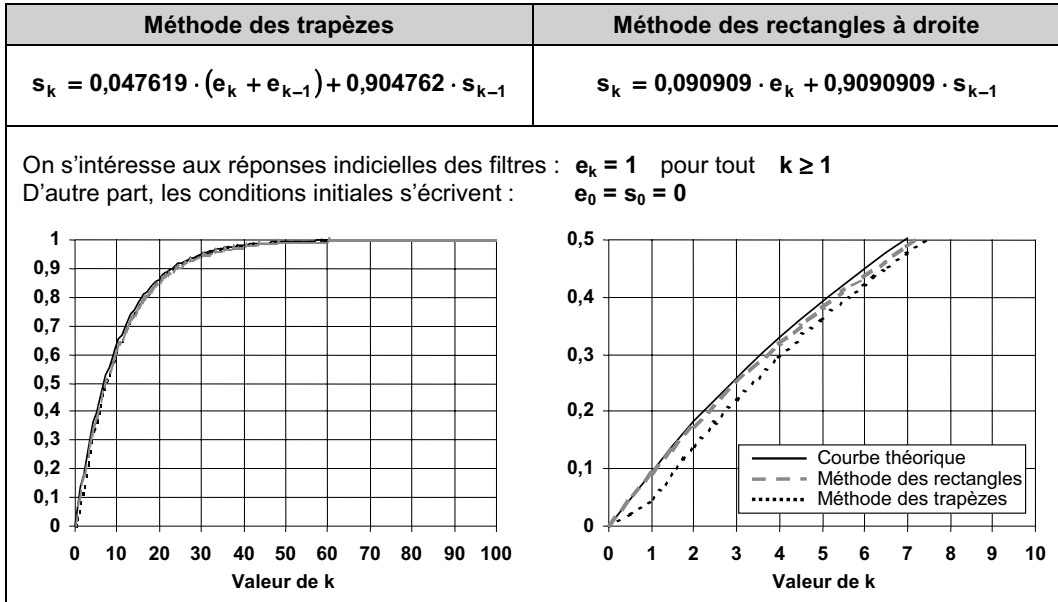
Cette opération sera réalisée matériellement par des **registres à décalage** (cf. page 287).

- **Exemple** : Réalisation d'un filtre numérique passe - bas du 1^{er} ordre avec les éléments de base.



3.4. Application numérique : $K = 1$; $R = 1 \text{ k}\Omega$; $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$; $T_e = 100 \text{ }\mu\text{s}$

Avec les valeurs numériques proposées, on a $\tau = 1 \text{ ms} = 1000 \text{ }\mu\text{s} = 10 \cdot T_e$.



➤ **Comparaison des deux synthèses des filtres numériques :**

D'une façon générale, les filtres numériques ont une réponse quasiment identique à celle du filtre analogique. D'une façon plus détaillée, on peut remarquer que la synthèse utilisant la **méthode des rectangles à droite** (ou transformation par équivalence à la dérivation) a un comportement initial meilleur mais converge moins vite ensuite vers la réponse théorique que celle utilisant la **méthode des trapèzes** (ou transformation par équivalence à l'intégration).

4. Synthèse d'un filtre RII passe - bas du 2nd ordre

4.1. Rappel

La fonction de transfert d'un filtre passe - bas du 2nd ordre s'écrit :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{S}{E} = \frac{K}{1 + 2jm \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

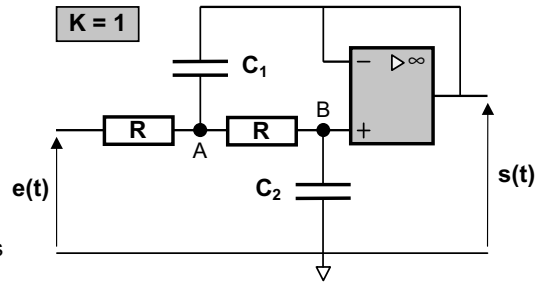
Un exemple de réalisation à partir de composants analogiques est proposé ci-contre. On a :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{S}{E} = \frac{1}{(1 + jRC_1\omega) \cdot (1 + jRC_2\omega)} = \frac{1}{1 + jR(C_1 + C_2)\omega + R^2C_1C_2(j\omega)^2}$$

On obtient cette relation en appliquant deux fois le **théorème de MILLMAN** aux points **A** et **B**.

Par identification avec la **forme canonique du 2nd ordre**, il vient :

$$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{R\sqrt{C_1C_2}}} \quad \text{et} \quad \boxed{m = \frac{C_1 + C_2}{2\sqrt{C_1C_2}}}$$



4.2. Discrétisation de l'équation différentielle

L'obtention de l'algorithme du filtre numérique correspondant (appelée équation de récurrence ou parfois équation aux différences) se fera sans passage par la transformée en **z** (non traitée dans cet ouvrage), mais par **discrétisation de l'équation différentielle** décrivant le filtre.

$$\frac{H(j\omega)}{E} = \frac{S}{E} = \frac{K}{1 + 2jm \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \Rightarrow s(t) + \frac{2m}{\omega_0} \frac{ds(t)}{dt} + \frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2s(t)}{dt^2} = K e(t)$$

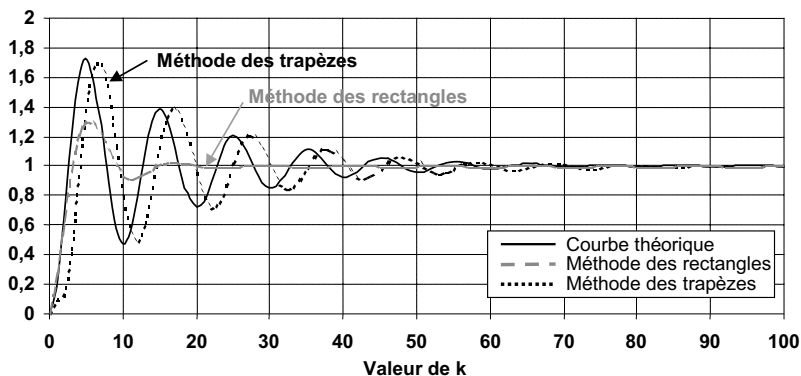
Les calculs des filtres numériques obtenus par équivalence à la dérivation (méthode des rectangles à droite) ou à l'intégration (méthode des trapèzes) sont **lourds** (il vaut mieux utiliser la transformée en **z**) et conduisent, tous calculs faits, aux résultats suivants :

| Méthode des trapèzes | Méthode des rectangles à droite |
|--|--|
| $s_k = a_0 e_k + a_1 e_{k-1} + a_2 e_{k-2} - b_1 s_{k-1} - b_2 s_{k-2}$ | $s_k = a_0 e_k - b_1 s_{k-1} - b_2 s_{k-2}$ |
| $a_0 = \frac{a_1}{2} = a_2 = \frac{\omega_0^2 T_e^2}{4 + 4m\omega_0 T_e + \omega_0^2 T_e^2}$ | $a_0 = \frac{\omega_0^2 T_e^2}{1 + 2m\omega_0 T_e + \omega_0^2 T_e^2}$ |
| $b_1 = \frac{2 \cdot (\omega_0^2 T_e^2 - 4)}{4 + 4m\omega_0 T_e + \omega_0^2 T_e^2}$ | $b_1 = -\frac{2 \cdot (1 + m\omega_0 T_e)}{1 + 2m\omega_0 T_e + \omega_0^2 T_e^2}$ |
| $b_2 = \frac{4 - 4m\omega_0 T_e + \omega_0^2 T_e^2}{4 + 4m\omega_0 T_e + \omega_0^2 T_e^2}$ | $b_2 = \frac{1}{1 + 2m\omega_0 T_e + \omega_0^2 T_e^2}$ |

4.3. Application numérique : m = 0,1 ; ω₀ = 100π rad/s ; T_e = 2 ms

| Méthode des trapèzes | Méthode des rectangles à droite |
|--|--|
| $a_0 = \frac{a_1}{2} = a_2 = 0,084971$ | $a_0 = 0,259650$ |
| $b_1 = -1,551928 \text{ et } b_2 = 0,891812$ | $b_1 = -1,398051 \text{ et } b_2 = 0,657701$ |

On s'intéresse aux réponses indicielles des filtres : **e_k = 1** pour tout **k ≥ 1**
 D'autre part, les conditions initiales s'écrivent : **e₀ = e₋₁ = s₀ = s₋₁ = 0**



➤ **Comparaison des deux synthèses des filtres numériques :**

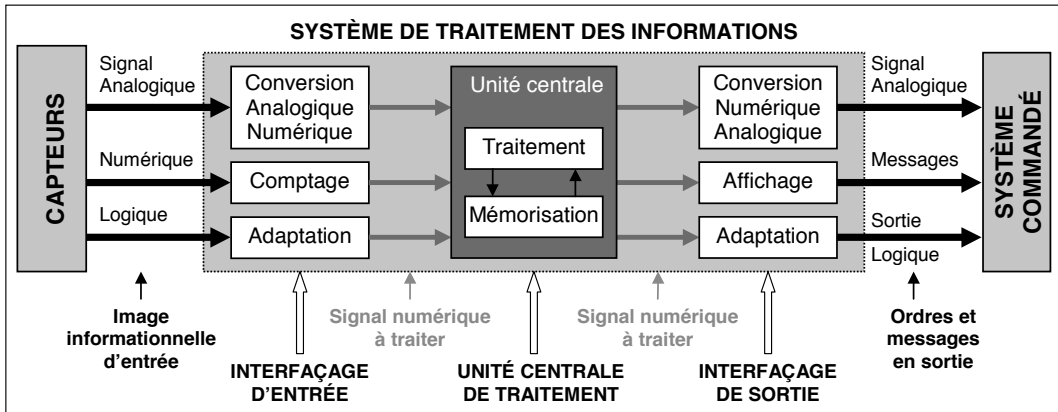
Les courbes obtenues montrent clairement la plus grande efficacité de l'équivalence à l'intégration (méthode des trapèzes) par rapport à l'équivalence à la dérivation (méthode des rectangles).

Chapitre 21

Systemes de traitement micro programmés

1. Généralités

Le contrôle d'un processus industriel fait appel à un dispositif de gestion et de **traitement des informations**. Ses fonctions principales sont détaillées ci-dessous :



Elles sont aujourd'hui fréquemment réalisées par un **système micro programmé**. Ceci s'explique par l'évolution du marché des **processeurs** qui met à la disposition des industriels une grande variété de composants extrêmement performants à des coûts dérisoires (quelques € souvent), peu gourmands en énergie, évolutifs, disposant d'entrées dédiées au traitement des grandeurs analogiques, de sorties adaptées à la commande de toutes sortes d'actionneurs.

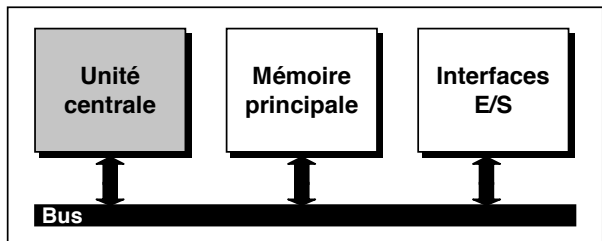
2. Structure fonctionnelle matérielle

2.1. Système minimum

Pour traiter une information, un micro processeur (μP) seul ne suffit pas. Il faut l'insérer au sein d'un système minimum de traitement programmé de l'information. En **1946, John VON NEUMANN** est à l'origine d'un modèle de machine universelle de traitement programmé de l'information. Cette architecture sert de référence à la plupart des systèmes à μP actuels.

Elle est composée des éléments suivants :

- Une **unité centrale** (CPU) constituée d'un μP chargé d'organiser les tâches précisées par le programme et d'assurer leur exécution.
- Une **mémoire principale**, qui se décompose physiquement en :



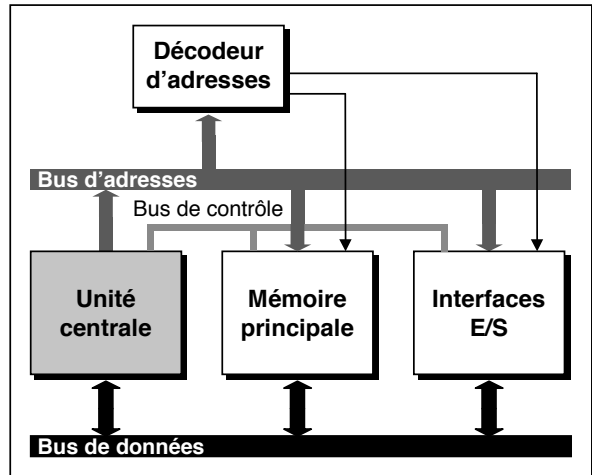
- une **mémoire de programme** accessible très souvent qu'en lecture (ROM). Son contenu est conservé en dehors de toute alimentation ;
 - une **mémoire** recevant les **données** du programme accessible en lecture et en écriture (RAM).
- Une ou plusieurs **interfaces d'entrées / sorties** (interfaces série et parallèle, ...) communiquant avec le monde extérieur (périphériques).

2.2. Les bus

Les communications entre ces différents éléments sont assurées par des **groupes de conducteurs en parallèle**, appelés **bus**. Pour éviter de dessiner tous les conducteurs, on représente généralement les bus par un trait gras. Chaque bus a une fonction spécifique :

- Le **bus de données** transporte les données échangées entre le μP et son environnement. Les données pouvant transiter dans les 2 sens entre le μP et la RAM, le bus est dit **bidirectionnel**. Son nombre de lignes est égal à la **capacité de traitement du μP** (8, 16, 32 ou 64 bits).
- Le **bus d'adresses** transporte les adresses générées par le μP . Elles précisent la source ou la destination des données qui transiteront sur le bus de données. Sur les systèmes simples, le bus d'adresses est **unidirectionnel**. Son nombre de lignes fixe le nombre d'emplacements dans l'espace mémoire (exemple : 16 lignes $\Rightarrow 2^{16} = 65536$ adresses).
- Le **bus de contrôle** transporte les différents signaux de synchronisation nécessaires au fonctionnement du système tels que les signaux **R/W** de lecture (**Read**) / écriture (**Write**) et **CS** (Chip Select) de sélection du circuit.

Les différentes mémoires et les boîtiers d'interfaces sont tous reliés sur le même bus de données. Pour éviter les conflits, un seul composant doit être sélectionné à la fois. Le **décodeur d'adresses** est chargé d'aiguiller les données présentes sur le bus de données en fournissant les signaux de sélection **CS** de chacun des composants.

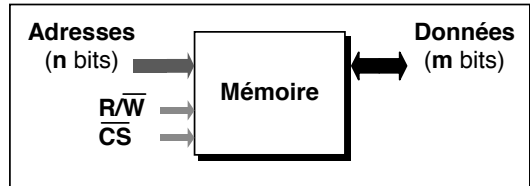


□ Nota : Etat "haute impédance (HiZ)"

Lorsqu'un élément n'est pas sélectionné, ses sorties sont mises à l'état "**haute impédance**" de façon à ne pas perturber les données circulant sur le bus. Elles présentent alors une impédance de sortie très élevée (\Leftrightarrow circuit ouvert).

2.3. Les mémoires

Une mémoire est un circuit à semi - conducteur permettant d'enregistrer, de conserver et de restituer des informations (instructions et données du programme). Ces dernières peuvent être écrites ou lues. Il y a **écriture** lorsqu'on enregistre des informations en mémoire, **lecture** lorsqu'on récupère des informations précédemment enregistrées.



Une mémoire peut être vue comme une armoire de rangement avec différents tiroirs. Chaque tiroir représente une **case mémoire** contenant une **donnée sur m bits** et est identifié par une **adresse sur n bits**.

□ Caractéristiques d'une mémoire

- **Format des données** : Largeur du mot mémorisé
- **Capacité** : Nombre total de bits mémorisés

Capacité = $2^n \times m$ bits

| Adresse | Case mémoire |
|-------------------------|---------------|
| 111 = 7 ₍₁₀₎ | |
| 110 = 6 ₍₁₀₎ | |
| 101 = 5 ₍₁₀₎ | |
| 100 = 4 ₍₁₀₎ | |
| 011 = 3 ₍₁₀₎ | |
| 010 = 2 ₍₁₀₎ | |
| 001 = 1 ₍₁₀₎ | |
| 000 = 0 ₍₁₀₎ | 0100 0101 |
| | Donnée |

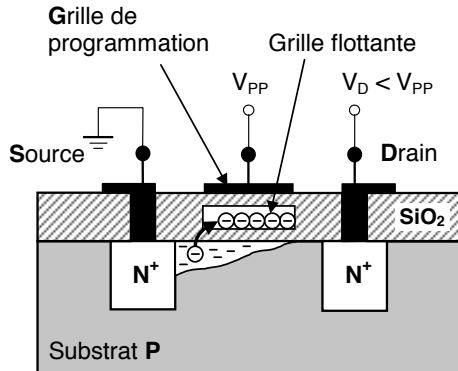
| Mémoires vives RAM (Random Access Memory) | |
|---|---|
| <p>Ce sont des mémoires volatiles, c'est à dire dont le contenu est perdu à la coupure de l'alimentation. Elles acceptent aussi bien des lectures que des écritures de données.</p> | |
| STATIQUE | DYNAMIQUE |
| Cellule mémoire pour un bit | |
| | |
| | |
| <p>L'information à mémoriser est stockée dans une bascule bistable constituée par quatre transistors MOS Q_1 à Q_4. Cette information est conservée tant que la mémoire est alimentée. Entre deux écritures, l'information mémorisée par la bascule est stable d'où l'appellation statique.</p> <p>☐ <u>Fonctionnement qualitatif</u> :</p> <p>Q_3 et Q_4 jouent le rôle de résistances et servent de charge à Q_1 et Q_2. Si en A, on impose un potentiel bas (V_{SS}) :</p> <ul style="list-style-type: none"> ⇒ Q_2 bloqué ⇒ B à l'état haut (V_{DD}) ⇒ Q_1 passant ⇒ A à l'état bas (V_{SS}) <p>On peut refaire le raisonnement avec un potentiel bas en B (⇒ A à l'état haut).</p> | <p>L'information à mémoriser est stockée sous la forme d'une charge électrique dans le condensateur drain - substrat d'un MOS.</p> <p>Le courant de fuite décharge le condensateur au cours du temps. Il faut donc restaurer périodiquement ($T =$ quelques ms) la charge pour ne pas perdre l'information.</p> <p>Un circuit électronique de rafraîchissement est indispensable : il lit le niveau de tension aux bornes du condensateur et le recharge éventuellement.</p> <p>Contrairement aux mémoires statiques, chaque bit de mémoire ne demande plus qu'un seul transistor. Cette technologie se prête donc bien à des taux d'intégration élevés puisque pour une même surface de silicium, on peut mémoriser beaucoup plus d'informations que pour une SRAM.</p> |
| <p>Q_5 et Q_6 permettent de sélectionner la cellule et de lire ou écrire l'information. Si la ligne de sélection est portée à un niveau haut, ils deviennent conducteurs. On peut alors observer l'état de la bascule sur les lignes de lecture / écriture, soit mettre la bascule dans un état déterminé en maintenant une de ces lignes au potentiel V_{SS} (surtout pas V_{DD} sinon on claque Q_1 et Q_2).</p> | |
| Avantages - inconvénients | |
| <p>⊕ Très faible temps d'accès (1 à 8 ns)</p> <p>⊖ Prix assez élevé Capacité réduite</p> | <p>⊕ Faible prix Capacité importante</p> <p>⊖ Temps d'accès moyen (15 à 30 ns) : Il faut rafraîchir périodiquement l'information.</p> |
| Applications | |
| <p>Petits systèmes alimentés de façon autonome : Télécommande, Calculatrice , ...</p> | <p>Mémoire centrale des micro ordinateurs : DRAM de base, DRAM EDO, RDRAM, ...</p> |

Mémoires mortes ROM (Read Only Memory)

Elles sont accessibles en **lecture** seulement et sont dites **non volatiles**, c'est à dire qu'elles conservent les informations stockées même après coupure de l'alimentation. L'inscription de données en mémoire reste possible mais est appelée **programmation** (EPROM, EEPROM, ...). Elle ne peut être assimilée à une opération d'écriture telle qu'elle est faite avec les RAM.

EPROM

Erasable Programmable ROM



Transistor MOS à grille flottante

L'élément mémoire est un transistor MOS comportant une grille, dite **flottante**, noyée dans la couche isolante de silice (SiO₂). Une seconde grille, la **grille de programmation**, est ajoutée au dispositif et peut être contrôlée électriquement. La programmation consiste à piéger des électrons (charge ⊖) dans la grille flottante avec une tension V_{PP} appliquée entre la grille de programmation G et la source S.

Transistor non programmé : la grille flottante ne contient aucun électron. Comme dans un MOS, un canal N interconnecte le drain et la source ⇒ le transistor est **passant** (⇔ « 1 »).

Transistor programmé : la grille flottante contient des électrons qui créent un champ électrique s'opposant à celui créé par la grille de programmation. Le canal N n'existe plus ⇒ le transistor est **bloqué** (⇔ « 0 »).

Une **EPROM** vierge contient des « 1 » partout. La programmation fait passer les bits à « 0 ». Elle nécessite d'extraire la mémoire de la carte où elle est exploitée, et prend de quelques secondes à qq. dizaines de secondes.

L'effacement se fait en exposant le boîtier à un fort rayonnement UV (10 à 20 minutes) dans un **effaceur d'EPROM**. Pour cela, ces mémoires sont munies d'une petite fenêtre transparente en quartz (à masquer ensuite).

Ces mémoires ne sont plus très utilisées.

EEPROM

Electrical Erasable Programmable ROM

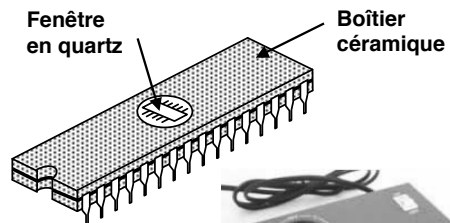
L'**EEPROM**, tout comme l'**EPROM**, exploite la structure à grille flottante mais le principe de transfert de charges est différent. Elle présente la possibilité de pouvoir être **effacée électriquement dans son ensemble ou octet par octet** (en qq. ms) si nécessaire. Enfin et surtout, elle ne fait appel à aucune tension particulière tant pour la programmation que pour l'effacement.

Cette mémoire peut donc être **programmée et effacée directement sur la carte où elle est exploitée**. Bien qu'elle s'apparente ainsi à une mémoire à lecture / écriture, on ne peut l'assimiler complètement à une RAM, car la durée de programmation d'une case mémoire (≈ 10 ms par octet) est bien plus longue qu'une écriture en RAM et son temps d'accès très nettement supérieur.

L'émergence de la technologie **FLASH** a fait perdre aux **EEPROM** une partie de leur intérêt. Certains grands fabricants de mémoires n'en proposent même plus dans leurs catalogues

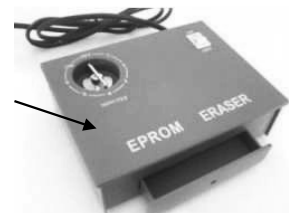
Les FLASH EPROM

Il s'agit de mémoires programmables et effaçables électriquement comme les **EEPROM**, mais beaucoup **plus rapides** en termes de programmation (≈100 μs par octet) et d'effacement (qui ne peut être que global) d'où l'appellation **FLASH, moins chères** et offrant des **capacités supérieures**. Leur temps d'accès est de l'ordre de **100 ns**.



Effaceur d'EPROM

- { tube UV
- { tiroir
- { minuterie



2.4. Plan mémoire

C'est une représentation, une carte (en anglais **memory map**), de ce que le microprocesseur est susceptible de trouver comme élément (RAM, ROM, ...) à telle ou telle adresse.

- Exemple : Système micro programmé doté d'un bus d'adresses de **16 bits** (⇒ 65536 adresses)
Capacité de traitement du µP : **8 bits** (1 octet)

| Bus d'adresses | | | | | | | | | | | | | | | | Adresse codée en hexa | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------------|------------------------------|
| A ₁₅ | A ₁₄ | A ₁₃ | A ₁₂ | A ₁₁ | A ₁₀ | A ₉ | A ₈ | A ₇ | A ₆ | A ₅ | A ₄ | A ₃ | A ₂ | A ₁ | A ₀ | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0h0000 | Espace libre |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | 0h5FFF | |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0h6000 | Espace occupé par la RAM |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | 0h7FFF | |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0h8000 | Espace occupé par l'EEPROM 1 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | 0hBFFF | |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0hC000 | Espace occupé par l'EEPROM 2 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | 0hFFFF | |

On peut voir que le système possède une **RAM de 8 Ko** (8192 adresses entre 0h6000 et 0h7FFF) qui servira au rangement temporaire des données. Il y a aussi **2 EEPROM de 16 Ko** chacune contenant le programme. Les autres adresses serviront aux interfaces d'E/S.

Le choix de l'emplacement des différents éléments dépend de contraintes particulières liées au matériel ou au logiciel. Le plan mémoire aurait pu être complètement différent sans nuire au fonctionnement du système micro programmé.

3. Le microprocesseur

3.1. Généralités

Le µP est un **circuit intégré complexe**, résultant de l'intégration sur une puce de fonctions logiques combinatoires (logiques et / ou arithmétiques) et séquentielles (registre, compteur, etc.). Il est chargé d'interpréter et d'exécuter les instructions d'un programme, de lire ou de sauvegarder les résultats dans la mémoire et de communiquer avec les interfaces d'E/S. Toutes ces tâches sont cadencées par une **horloge**. On caractérise le µP par :

- La fréquence d'horloge en **MHz** ou **GHz** ;
- Le nombre d'instructions par seconde qu'il peut exécuter en **MIPS** ;
- La taille des données qu'il est capable de traiter en **bits**.

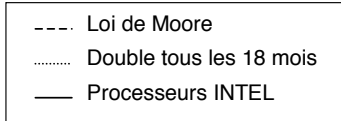
Millions d'Instructions Par Seconde

- Tableau : Evolutions des caractéristiques des µP

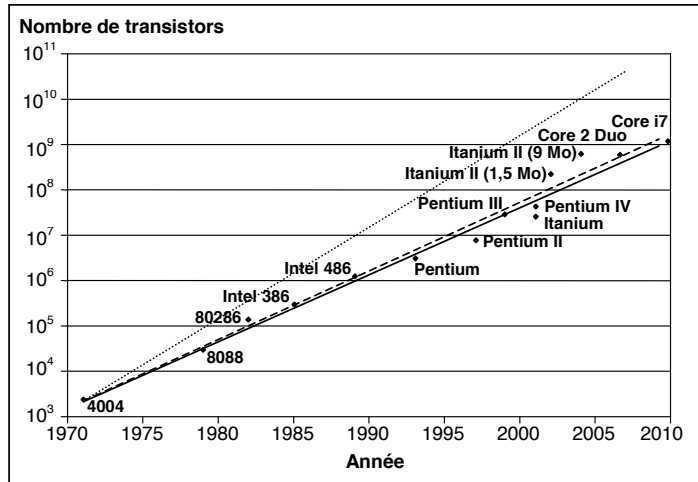
| Année | Nom | Nombre de transistors | Taille des transistors | Fréquence d'horloge | Taille des données | MIPS |
|-------|------------|-----------------------|------------------------|---------------------|--------------------|-----------|
| 1971 | 4004 | 2 300 | 10 µm | 108 kHz | 4 bits | 0,06 |
| 1979 | 8088 | 29 000 | 3 µm | 5 MHz | 8 / 16 bits | 0,33 |
| 1993 | Pentium | 3 100 000 | 0,8 µm | 60 MHz | 32 / 64 bits | 100 |
| 2000 | Pentium IV | 42 000 000 | 0,18 µm | 1,5 GHz | 32 / 64 bits | 1 700 |
| 2006 | Core 2 Duo | 291 000 000 | 65 nm | 2 GHz | 32 / 64 bits | 22 000 |
| 2010 | Core i7 | ~ 1 milliard | 32 nm | 3,5 GHz | 64 bits | ~ 150 000 |

A l'heure actuelle, il regroupe sur quelques mm² des fonctionnalités toujours plus complexes. Sa puissance continue de s'accroître et son encombrement diminue régulièrement respectant toujours, pour le moment, la fameuse **loi de Moore** (Gordon E. Moore, un des co-fondateurs de la société Intel). Cette loi empirique prédit que le nombre de transistors intégrés sur une puce doublera tous les ans.

Elle a été révisée en 1975 portant le nombre de mois à 18. La **loi de Moore** se vérifie encore aujourd'hui et devrait continuer à s'appliquer dans les dix prochaines années grâce aux nanotechnologies.



Si on se réfère à la feuille de route d'INTEL, plus d'un milliard de transistors seront intégrés dans chaque microprocesseur dans les prochaines années.

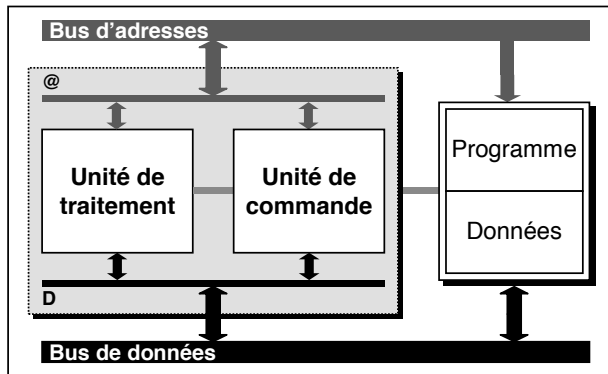


3.2. Architecture de base

Un µP est bâti autour des 2 éléments principaux suivants :

- Une **unité de commande** ;
- Une **unité de traitement**.

Celles-ci sont associées à des **registres** chargés de stocker les informations à traiter. Ces 3 éléments sont reliés entre eux par des **bus internes** permettant les échanges d'informations.



□ Nota : Il existe 2 types de registres.

- les **registres d'usage général** permettent à l'unité de traitement de manipuler des données à vitesse élevée. Ils sont connectés au bus de données interne (D) du µP.
- les **registres d'adresses** (pointeurs) connectés sur le bus d'adresses interne (@) du µP.

Ces registres ont l'avantage d'être manipulés à grande vitesse car ils sont dans le µP.

3.3. Unité de commande

Chargée de séquencer le déroulement des instructions, elle est composée des éléments suivants :

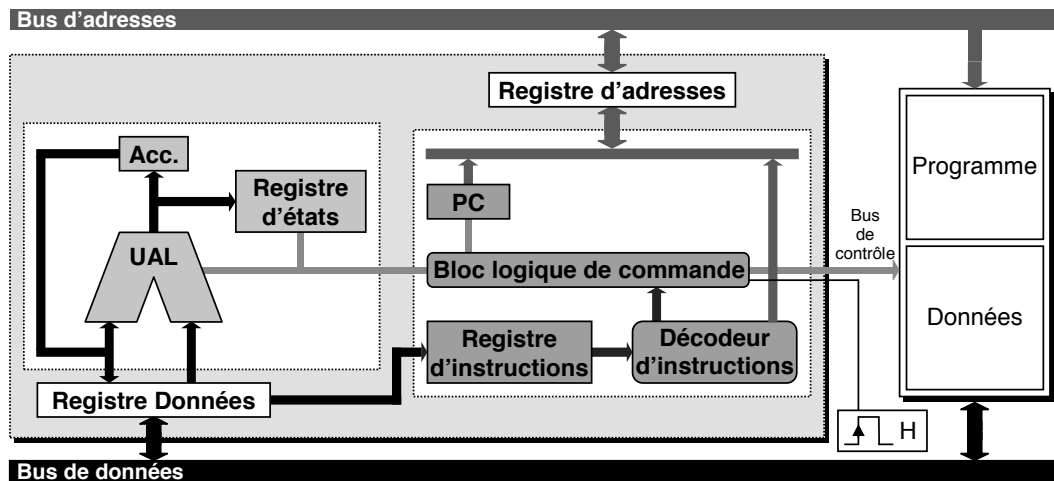
- Le **compteur de programme PC (Program Counter)** constitué par un registre qui contient l'adresse de la prochaine instruction à exécuter.
- Le **registre d'instruction** et le **décodeur d'instruction** : chacune des instructions à exécuter est rangée dans le registre d'instruction puis est décodée par le décodeur d'instructions.
- Le **bloc logique de commande** (ou séquenceur) : il organise l'exécution des instructions au rythme d'une horloge. Il élabore tous les signaux de synchronisation internes ou externes (bus de contrôle) du µP en fonction des signaux de commande issus du décodeur d'instructions ou du registre d'états par exemple (voir schéma fonctionnel page suivante).

3.4. Unité de traitement

Elle regroupe les circuits qui assurent les traitements nécessaires à l'exécution des instructions :

- Une unité arithmétique et logique (**UAL** en français) qui accomplit les opérations **arithmétiques** (addition, soustraction) et **logiques** (fonctions **ET**, **OU**, **comparaison**, **décalage**, ...).
- Un registre spécial appelé **accumulateur** (Accu) qui sert entre autre à stocker une **opérande** au début d'une opération arithmétique et le **résultat** à la fin de l'opération.
- Un **registre d'états** généralement composé de 8 bits à considérer individuellement : chacun de ces bits est un indicateur dont l'état dépend du résultat de la dernière opération effectuée par l'UAL. On les appelle **indicateurs d'états** ou **flags** ou **drapeaux**. Le résultat du test de leur état conditionne souvent le déroulement de la suite du programme. On peut citer les indicateurs de **retenue** (Carry), de **signe** (Sign), de **débordement** (Overflow), de **zéro**, de **parité** (Parity), ...

□ **Schéma fonctionnel** :



3.5. Cycle d'exécution d'une instruction

Le contenu du **PC** est déposé sur le **bus d'adresses** et transmis à la **mémoire de programme**. L'instruction présente à l'adresse spécifiée arrive par le **bus de données** au **registre d'instructions** qui va la mémoriser. Le **décodeur** va alors décoder l'instruction à partir de sa table de référence. Une fois identifiée, le **bloc logique de commande** va exécuter l'instruction en pilotant toutes les autres fonctionnalités du μP (UAL, registre d'états, etc.). Lorsque l'instruction est terminée, le **PC** est incrémenté et on recommence le cycle avec une nouvelle instruction.

3.6. Performances d'un microprocesseur

On peut caractériser la puissance d'un μP par le nombre d'instructions qu'il est capable de traiter par seconde. Pour cela, on définit :

- Le **CPI** (**C**ycle **P**ar **I**nstruction) qui représente le nombre moyen de cycles d'horloge **H** nécessaires pour l'exécution d'une instruction par un μP donné.
- Le **MIPS** (**M**illions d'**I**nstructions **P**ar **S**econde) qui représente la puissance de traitement du μP :

$$\text{MIPS} = \frac{f_H (\text{MHz})}{\text{CPI}} \quad (f_H : \text{fréquence de l'horloge } H)$$

Pour augmenter les performances d'un μP , on peut donc soit augmenter la fréquence f_H de l'horloge (limitation matérielle), soit diminuer le **CPI** par le choix d'un jeu d'instructions adapté.

□ **L'architecture RISC**

Des études statistiques menées au cours des années 70 ont révélé que 80% des traitements des langages de haut niveau (C, Pascal, Java ...) ne faisaient appel qu'à seulement 20% des instructions du µP, d'où l'idée de réduire le jeu d'instructions à celles les plus couramment utilisées pour améliorer la vitesse de traitement ⇒ **Architecture RISC** (Reduced Instructions Set Computer).

C'est une architecture dans laquelle les instructions sont en nombre réduit. Elle peut donc être réalisée à partir d'un décodeur et d'un séquenceur câblés (circuits séquentiels réalisés avec des portes logiques), ce qui libère de la surface sur la puce permettant d'augmenter le nombre de registres ou d'unités de traitement du µP par exemple. Chacune de ces instructions s'exécute ainsi en un cycle d'horloge.

- **Remarque** : Codage binaire d'une instruction

Une instruction est composée de deux champs :

- le **code instruction** qui indique au µP quelle instruction réalisée ;
- le **code opérande** qui contient la donnée ou la référence à une donnée en mémoire (son adressage).

Exemple

| Code instruction | Code opérande |
|------------------|---------------|
| 1001 0010 | 0011 1110 |

Le nombre d'instructions du jeu d'instructions est directement lié au **format du code instruction**. Ainsi, un octet permet de distinguer au maximum 256 instructions différentes.

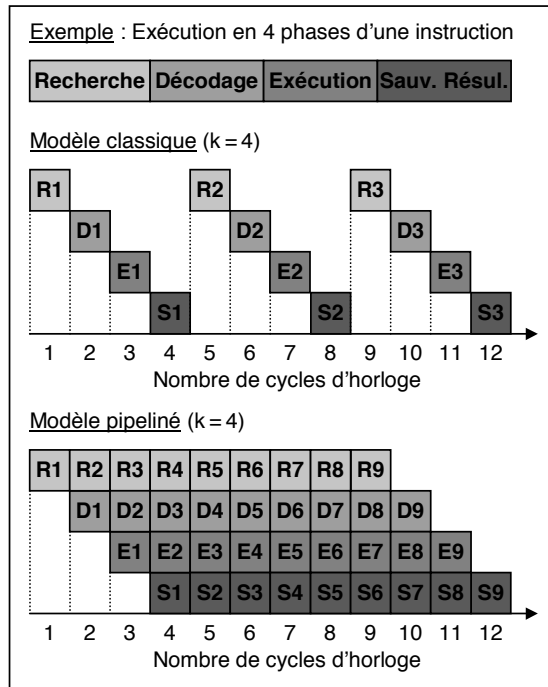
3.7. Architecture PIPELINE

L'exécution d'une instruction est décomposée en une succession d'étapes (**R, D, E, S**).

Chaque étape correspond à l'utilisation d'une des fonctions du µP. Lorsqu'une instruction se trouve dans l'une de ces étapes, les composants associés aux autres étapes ne sont pas utilisés. Le fonctionnement d'un µP simple n'est donc pas efficace.

L'**architecture PIPELINE** permet d'améliorer l'efficacité du µP. En effet, lorsque la première étape de l'exécution d'une instruction est achevée, l'instruction entre dans la seconde étape de son exécution et la première phase de l'exécution de l'instruction suivante débute. Il peut donc y avoir une instruction en cours d'exécution dans chacune des étapes et chacun des composants du µP peut être utilisé à chaque cycle d'horloge. L'efficacité est alors maximale.

Le temps d'exécution d'une instruction n'est pas réduit mais le débit d'exécution des instructions est considérablement augmenté.



Une **architecture PIPELINE** se caractérise par le **nombre d'étapes k** utilisées pour l'exécution d'une instruction. On appelle aussi ce nombre d'étapes le **nombre d'étages du PIPELINE**. Le gain de performance **G** obtenu pour **n** instructions dépend ce nombre d'étages :

$$G = \frac{n \cdot k}{k + n - 1}$$

← Temps d'exécution de n instructions (modèle classique) : n.k cycles

← Temps d'exécution de n instructions (modèle pipeliné) : k + n - 1 cycles

Si **n >> k** alors **G ≈ k**. On divise donc le temps d'exécution par **k**.

3.8. Processeur spécial : le DSP

Alors qu'un μP n'est pas conçu pour une application spécifique, le **processeur DSP** (**D**igital **S**ignal **P**rocessor) est optimisé pour effectuer du traitement numérique du signal (calcul de FFT, convolution, filtrage numérique, ...). Le processeur de signal est donc beaucoup plus spécialisé. Ses domaines d'application étaient à l'origine les télécommunications et le secteur militaire. Aujourd'hui, les applications se sont diversifiées vers le multimédia (lecteur CD, MP3, ...), l'électronique grand public (télévision numérique, téléphone portable, ...), l'électronique automobile, l'automatique, l'instrumentation industrielle, ...

4. Le microcontrôleur

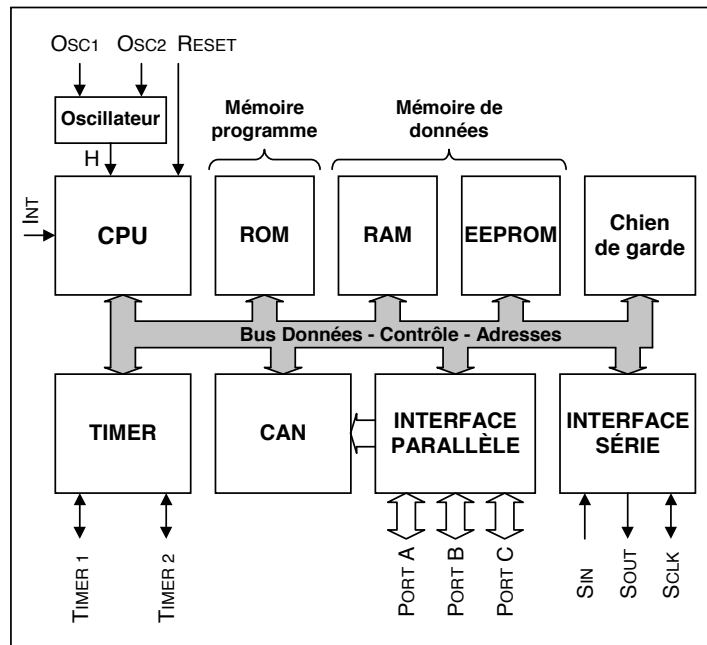
4.1. Généralités

Le microcontrôleur (μC) est adapté pour répondre au mieux aux besoins des applications embarquées (appareils électroménagers, chaîne d'acquisition, lecteur de cartes à puces, etc.). Il est par contre généralement moins puissant en termes de rapidité, de taille de données traitables ou de taille de mémoire adressable qu'un microprocesseur.

Un μC est un système micro-programmé à environnement minimal sur une seule puce. Il contient un **CPU**, de la **RAM**, de la **ROM** et des **ports d'E/S** (parallèles, séries, etc.).

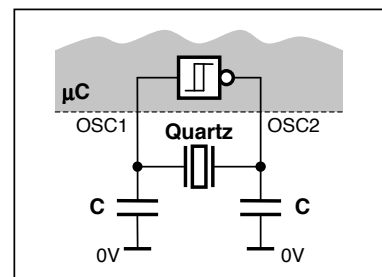
Il comporte aussi des fonctions spécifiques comme des **TIMER** pour générer ou mesurer des signaux avec une grande précision temporelle, des **CAN** voire des **CNA** pour s'insérer au sein de chaînes d'acquisition, des interfaces pour réseaux de terrain, etc.

Le μC possède une ou plusieurs entrées **INT** réservées aux interruptions. Une **interruption** est un signal, généralement asynchrone au programme en cours, pouvant être émis par tout dispositif externe au **CPU**.



Sous réserve de certaines conditions, l'entrée **INT** peut interrompre le travail courant du μC pour forcer l'exécution d'un programme traitant la cause de l'interruption.

Le signal d'horloge **H** permet de cadencer le fonctionnement du μC . Ce dernier intègre généralement une porte "Trigger de Schmitt" afin de réaliser un **Oscillateur**. Pour l'obtenir, on place un quartz entre les deux broches **OSC1** et **OSC2** comme indiqué sur le schéma ci-contre.



□ **Nota** : Chien de garde (ou Watchdog)

Il s'agit d'un dispositif matériel et logiciel destiné à se prémunir contre les "plantages" accidentels du programme, dus à l'exécution prolongée d'une même suite d'instructions ou une impulsion sur l'alimentation par exemple. Il s'agit d'un compteur interne commandé par un oscillateur indépendant qui, au débordement (passage de **FF** à **00** pour un compteur 8 bits), provoque un **RESET** du **CPU**. Pour éviter ce **RESET**, le programme doit remettre périodiquement à zéro le compteur du chien de façon qu'un débordement ne se produise jamais.

4.2. Différentes architectures

| Architecture de VON NEUMANN | Architecture HARVARD |
|---|---|
| | |
| <p>La mémoire de programme contient les instructions et les données stockées les unes à la suite des autres. C'est le bus de données seul, qui véhicule les codes des instructions et les données.</p> <p>L'exécution d'une instruction demande plusieurs opérations sur le bus de données puisqu'il faut aller chercher le code opération de l'instruction à exécuter puis la ou les données qu'elle doit manipuler.</p> <p>⇒ Vitesse d'exécution limitée.</p> <p><u>Exemple</u> : μC 68HC11</p> | <p>Les instructions et les données sont manipulées sur des buses différents. L'utilisation de ces deux bus est complètement transparente vis à vis de l'utilisateur.</p> <p>L'exécution d'une instruction ne fait plus appel qu'à un seul cycle machine puisque l'on peut simultanément grâce aux deux bus de données et d'instructions, rechercher le code opération de l'instruction et la ou les données manipulées.</p> <p>⇒ Vitesse d'exécution accrue.</p> <p><u>Exemple</u> : μC PIC</p> |

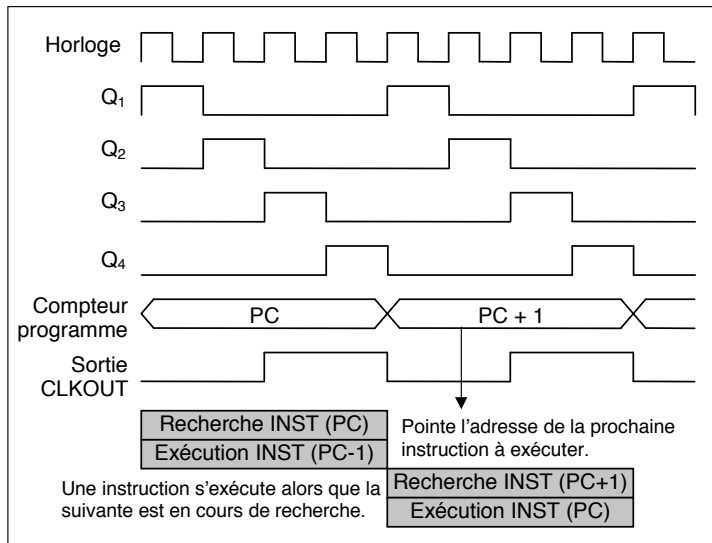
4.3. Les PIC (Programmable Integrated Circuit)

Les microcontrôleurs **PIC** de **MICROCHIP** adoptent une structure interne de type **HARVARD** mais font également appel à une architecture **RISC**. Leurs instructions sont en nombre réduit (33 ou 35) mais efficaces. Elles sont **codées sur 14 bits** dans la mémoire de programme (« x » mots de 14 bits) et un seul cycle machine est nécessaire pour assurer la lecture du code de l'instruction, d'où une vitesse de traitement accrue.

De plus, ils possèdent une structure de type **PIPELINE** permettant, pendant un cycle machine, d'exécuter une instruction (INST) tout en recherchant la suivante en mémoire.

Les chronogrammes montrent comment la fréquence **f** de l'horloge est divisée par quatre de façon à définir au cours de chaque cycle machine quatre phases **Q₁**, **Q₂**, **Q₃** et **Q₄** au cours desquelles on accomplit les différentes tâches.

On note la sortie **CLKOUT** qui délivre un signal de fréquence **f/4** (cf. oscillateur de type RC).



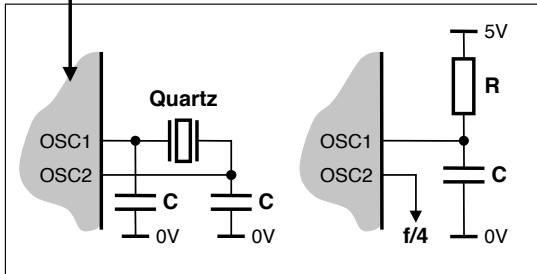
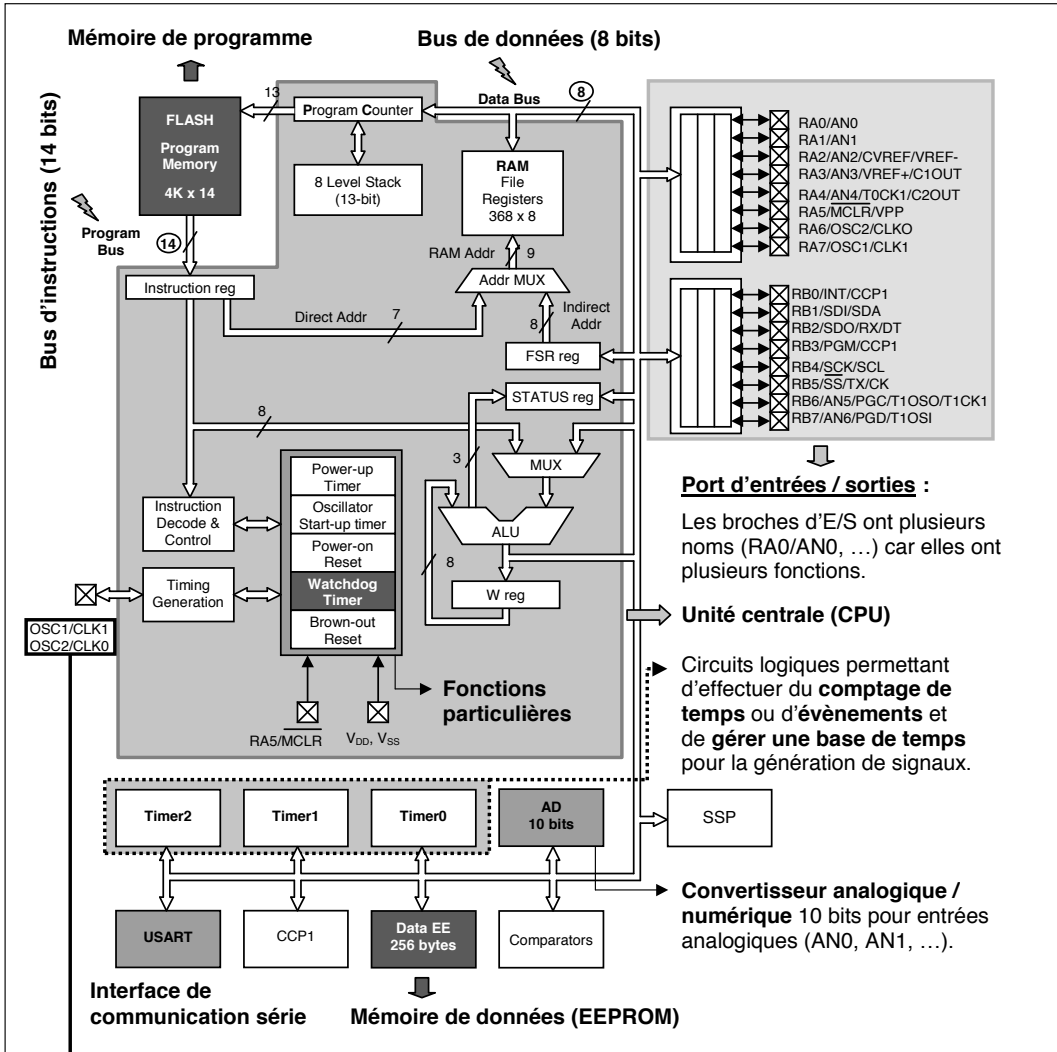
La fréquence maximale **f_{max}** de l'horloge est de **20 MHz** dans le cas d'un oscillateur à quartz, ce qui conduit à une puissance de traitement du μC :

$$\text{MIPS} = \frac{f_{\text{H(MHz)}}}{\text{CPI}} = \frac{20}{4} = 5 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\text{5 Millions d'Instructions Par Seconde}}$$

□ La famille des PIC 16Fxx

La société **MICROCHIP** commercialise de nombreux circuits de cette famille se distinguant par le nombre de leurs broches d'entrées / sorties, la taille de leur mémoire et leurs périphériques intégrés. De nouveaux circuits apparaissent sans cesse, le plus sûr est de consulter le site de **MICROCHIP**.

Exemple : Architecture matérielle du **PIC 16F88**



OSC1 et **OSC2** sont deux « pattes » d'horloge présentes sur tous les boîtiers de la famille PIC. Cette horloge **H** peut être générée à partir d'un **oscillateur à quartz** ou de **type RC** :

- Oscillateur RC : $f_{max} = 4 \text{ MHz}$
- Oscillateur à quartz : $f_{max} = 20 \text{ MHz}$

Un signal **logique TTL** extérieur peut aussi être injecté sur **OSC1**.

L'interface de communication série plus communément appelée **USART** (**U**niversal **S**ynchronous / **A**synchronous **R**eceiver / **T**ransmitters) est utilisée pour permettre la connexion de l'application avec la majorité des équipements informatiques classiques.

Le **CAN** intégré dans les microcontrôleurs est généralement du type "approximations successives".

5. Structure logicielle

5.1. Les principaux langages informatiques

Un **langage informatique** fournit au μP une série d'instructions qui va réaliser les opérations les plus diverses (traitement de textes, commande de machines-outils, ...). On distingue :

| Langages de bas niveau | | Langage de haut niveau |
|--|--|--|
| Code machine | Assembleur | Langage C |
| <pre>0000 018A 280D 3FFF 0008 284F 2864 286B 0010 1303 009F 1283 0018 118A 120A 2007 0020 1683 1303 0187 0028 00F2 200B 118A</pre> | <pre>CLRF PORTB BSF STATUS,RP0 CLRF TRISB BCF STATUS,RP0 MOVLW 55H MOVWF PORTB</pre> | <pre>// Fichier Test # include <stdio.h> void main (void) { printf("Ok"); } // Fin du programme</pre> |
| <p><u>Avantages :</u></p> <ul style="list-style-type: none"> Programme compact Exécution très rapide <p><u>Inconvénients :</u></p> <ul style="list-style-type: none"> Mise en œuvre lourde Petits programmes destinés à de petits systèmes à μP (30 à qq. milliers d'octets) | <p><u>Avantages :</u></p> <ul style="list-style-type: none"> Programme compact Exécution très rapide <p><u>Inconvénients :</u></p> <ul style="list-style-type: none"> Difficilement transportable sur des systèmes ayant le même μP et impossible si les μP sont différents | <p><u>Avantages :</u></p> <ul style="list-style-type: none"> Ecriture et lecture faciles de grands programmes <p><u>Inconvénients du logiciel :</u></p> <ul style="list-style-type: none"> Plus volumineux Moins optimisé Plus lent |

- Le **code machine** est directement utilisé par le μP . C'est un langage binaire qui n'est fait que de **0** et de **1** (traduit en hexadécimal). C'est ce qu'on appelle un **langage de bas niveau**. Il est difficilement compréhensible pour les humains et oblige son concepteur à connaître parfaitement le μP qu'il programme (emplacement mémoire, types d'E/S, ...).
- Le langage assembleur permet de générer des codes machines ayant une taille plus importante (jusqu'à **100 Ko**) en utilisant un langage "un peu plus humain". Les termes utilisés s'appellent des **mnémoniques** et ils représentent les instructions du μP .
- Pour ne pas apprendre le langage machine ou le langage assembleur, on choisira un **langage de haut niveau** plus évolué donc plus facile à comprendre pour l'être humain. Le langage C, le C++, le Java, le Pascal, etc. sont autant d'exemples permettant de s'affranchir des contraintes de la programmation de bas niveau. Chaque langage possède une syntaxe et une grammaire particulière qui lui est propre. Cependant, on leur trouve souvent des ressemblances.

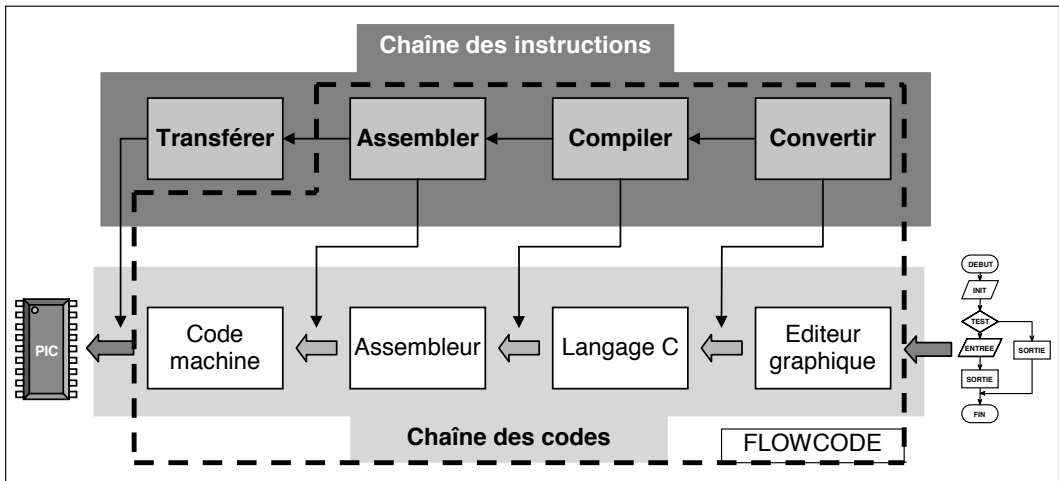
5.2. Chaîne de développement avec le logiciel FLOWCODE

Le cycle de développement d'une application informatique comprend plusieurs phases (on répète les phases **2 à 5** tant que le test final n'est pas validé) résumées dans le tableau suivant :

| Phases | Fonctions | Outils logiciels utilisés |
|---------|---------------------------------------|--|
| Phase 1 | Créer et mémoriser l'environnement | Gestionnaire de projet intégré |
| Phase 2 | Créer et / ou modifier le code source | Editeur graphique ou éditeur de texte |
| Phase 3 | Traduire en code machine | Compilateur, assembleur, éditeur de liens |
| Phase 4 | Tester le code | Débogueur, analyseur, simulateur graphique |
| Phase 5 | Programmer le microcontrôleur | Chargeur ou programmeur |

- Le **gestionnaire de projet** permet d'organiser les fichiers nécessaires et mémorise la configuration de l'environnement de travail (dossiers de travail, noms des fichiers, etc.).
- L'**éditeur graphique** gère les **organigrammes** de pilotage du système développé.
- Le **compilateur** permet de traduire le code source graphique en assembleur (via la génération d'un code source en C dans le cas du logiciel FLOWCODE).
- L'**assembleur** permet de traduire le code source **assembleur** (*.asm) en **code machine**.
- L'**éditeur de liens** permet de "lier" les différents modules de code machine entre eux ainsi qu'avec les bibliothèques afin de créer un seul fichier exécutable (*.hex).
- Un **débugueur** permet de vérifier le programme et de cibler les erreurs éventuelles.

Une fois que tout est terminé, il n'y a plus qu'à implanter le programme dans le système cible, c'est à dire un automate ou bien un microcontrôleur par le biais d'un câble.



Le logiciel FLOWCODE T.M (Trade Mark) permet de créer des applications pour des microcontrôleurs en sélectionnant et plaçant des icônes sur un **organigramme** pour créer des programmes simples. Ces programmes peuvent contrôler des périphériques externes connectés au microcontrôleur comme des **LEDs**, un afficheur **LCD**, etc.

Une fois l'organigramme élaboré, le logiciel FLOWCODE permet de simuler son comportement avant de le **compiler**, de l'**assembler** et de le **transférer** dans un microcontrôleur **PIC**.

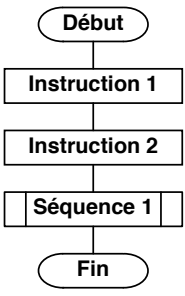
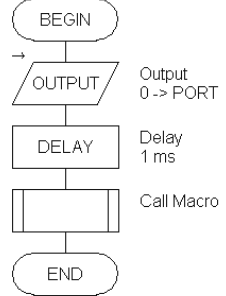
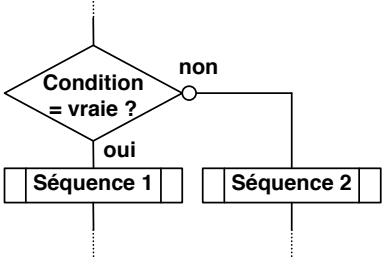
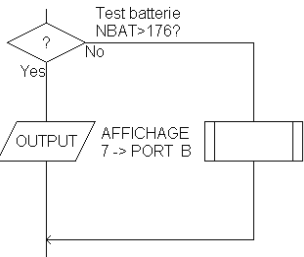
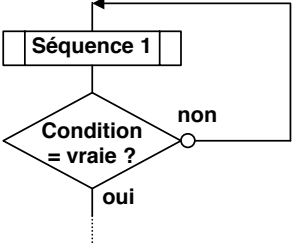
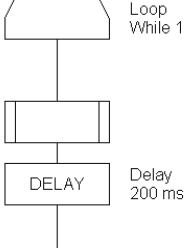
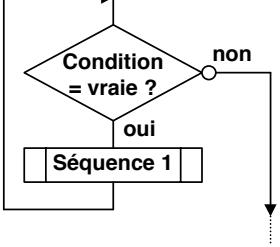
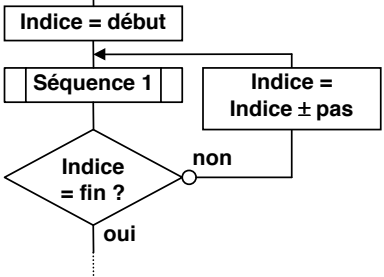
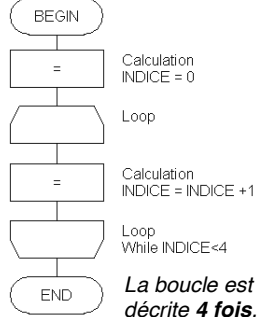
Le logiciel FLOWCODE produit le **code machine** nécessaire au PIC grâce à un traitement appelé **compilation**. FLOWCODE fait alors appel à un certain nombre de programmes : un **compilateur C** et un **assembleur**. Tout d'abord, FLOWCODE traduit l'organigramme en **langage C**, puis en **assembleur** et pour finir en **code machine**.

5.3. Notions sur les algorithmes

Un algorithme est une **règle**. Il s'exprime par une **suite ordonnée** de directives composées d'**actions** et de **décisions** qu'il faut exécuter en séquence suivant un enchaînement direct strict pour accomplir une **tâche** donnée, conforme à un **cahier des charges**. Un algorithme peut être :

- représenté graphiquement par un **organigramme** (parfois appelé **algorithme**) ;
- écrit sous forme littérale, avec un **langage algorithmique**.

Les opérations élémentaires relatives à la résolution d'un problème peuvent, en fonction de leur enchaînement, être organisées suivant 3 familles de **structures algorithmiques fondamentales**.

| Langage algorithmique | Organigramme | Exemple sous FLOWCODE |
|--|---|---|
| <p>Structure linéaire</p> <p>Début <i>Instruction 1</i> <i>Instruction 2</i> <i>Séquence 1</i></p> <p>Fin</p> <p><i>Une séquence est une suite d'instructions ou un sous programme (MACRO).</i></p> |  |  <p>Output 0 -> PORT A</p> <p>Delay 1 ms</p> <p>Call Macro</p> |
| <p>Structure alternative</p> <p>Si (<i>condition vraie</i>) alors faire <i>Séquence 1</i> sinon faire <i>Séquence 2</i></p> <p>Fin si</p> |  |  <p>Test batterie NBAT > 176?</p> <p>AFFICHAGE 7 -> PORT B</p> |
| <p>Structure itérative n°1</p> <p>Répéter <i>Séquence 1</i></p> <p>Jusqu'à (<i>condition vraie</i>)</p> <p><i>Le nombre de répétitions n'est pas connu ou est variable.</i></p> |  |  <p>Loop While 1</p> <p>Delay 200 ms</p> |
| <p>Structure itérative n°2</p> <p>Tant que (<i>condition vraie</i>) faire <i>Séquence 1</i></p> <p>Fin tant que</p> <p><i>Le nombre de répétitions n'est pas connu ou est variable.</i></p> |  | <p>Loop</p> <p><i>Même structure sous FLOWCODE, il suffit de préciser si on teste la condition en début ou en fin de boucle.</i></p> |
| <p>Structure itérative n°3</p> <p>Pour <i>indice de début à fin</i> faire <i>Séquence 1</i></p> <p>Fin pour</p> <p><i>Le nombre de répétitions est connu à l'avance.</i></p> <p>« pas » représente le pas d'in(dé)crémentation.</p> |  |  <p>Calculation INDICE = 0</p> <p>Calculation INDICE = INDICE + 1</p> <p>Loop While INDICE < 4</p> <p>La boucle est décrite 4 fois.</p> |

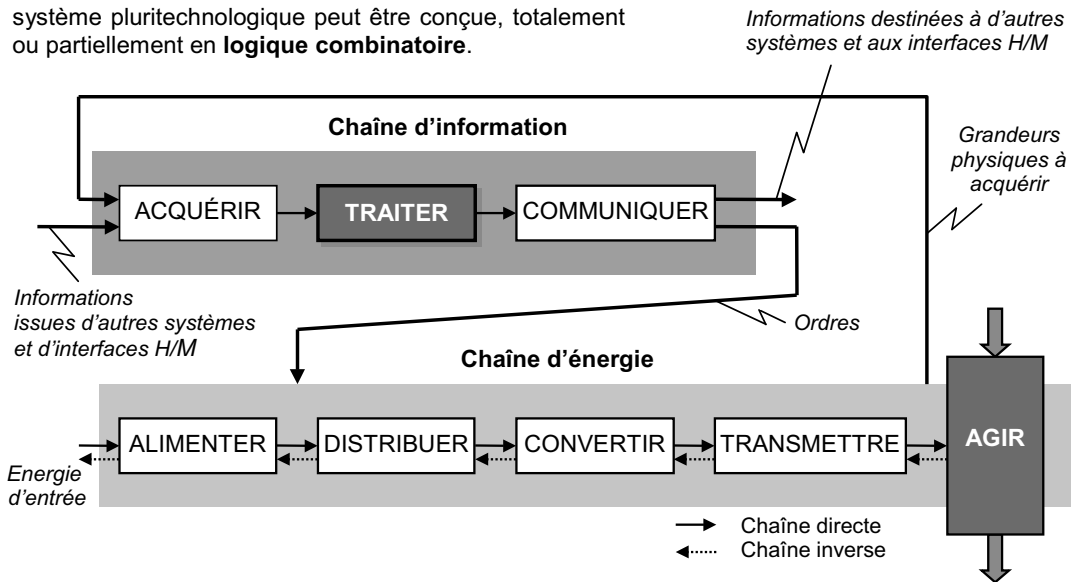
6. TRAITEMENT LOGIQUE DE L'INFORMATION

Chapitre 22

Systemes logiques combinatoires

1. Situation et point de vue fonctionnel des circuits logiques

La fonction « **TRAITER** » de la chaîne d'information d'un système pluritechnologique peut être conçue, totalement et partiellement en **logique combinatoire**.



2. Notion de système logique combinatoire

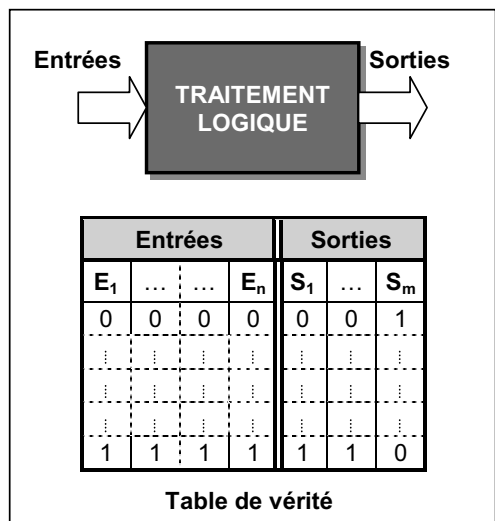
2.1. Définitions

- Une **variable logique** (dite booléenne) ne peut prendre que deux valeurs **0** ou **1**. Elle peut être utilisée pour représenter une proposition ou l'état d'un objet (vrai ou faux, niveaux haut **5 V** et bas **0 V** en électronique numérique, présent ou absent, tout ou rien).
- En **logique combinatoire**, chaque combinaison des états des variables d'entrée, ou informations d'entrée, ne correspond qu'à un seul ordre en sortie vers la partie opérative (chaîne d'énergie).
- La **table de vérité** permet de **décoder le fonctionnement** d'un système en logique combinatoire. Elle se déduit de l'analyse fonctionnelle du système.

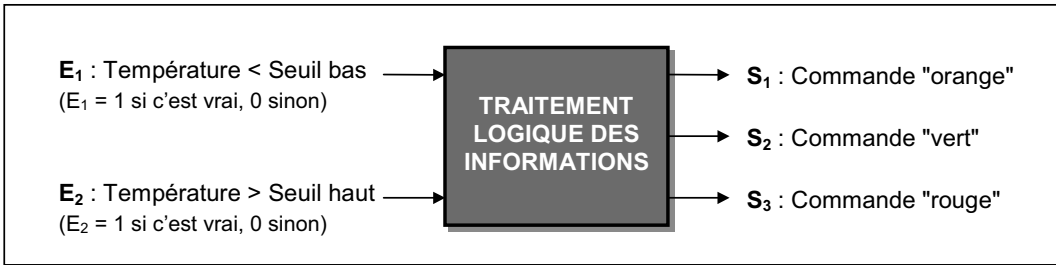
Elle précise les états logiques des variables de sortie S_i , en fonction de toutes les combinaisons possibles des variables d'entrée E_i .

Ce nombre **N** de combinaisons dépend du nombre **n** de variables d'entrée :

$$N = 2^n$$



2.2. Exemple : Contrôle de la température d'un four



□ **Fonctionnement du dispositif de contrôle :**

- Un voyant **orange** doit être allumé si la température est inférieure au seuil bas.
- Un voyant **vert** doit être allumé si la température est comprise entre les seuils bas et haut.
- Un voyant **rouge** doit être allumé si la température est supérieure au seuil haut.
- En cas de dysfonctionnement (Température < Seuil Bas et Température > Seuil Haut), les trois voyants doivent être allumés.

□ **Table de vérité :**

Un simple raisonnement logique conduit aux relations :

- **S₁** doit être à 1 si **E₁ = 1** ou **E₁ = E₂ = 1** ;
- **S₂** doit être à 1 si **E₁ = 0** et **E₂ = 0** ou **E₁ = E₂ = 1** ;
- **S₃** doit être à 1 si **E₂ = 1** ou **E₁ = E₂ = 1**.

| Entrées | | Sorties | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| E ₁ | E ₂ | S ₁ | S ₂ | S ₃ |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

□ **Equations logiques :**

On constate qu'une écriture littéraire devient vite longue et fastidieuse. On utilise donc des **opérateurs logiques**.

Ils permettent d'effectuer des opérations logiques sur des variables logiques en appliquant les règles de **l'algèbre de Boole** (mathématicien britannique, 1815 - 1864).

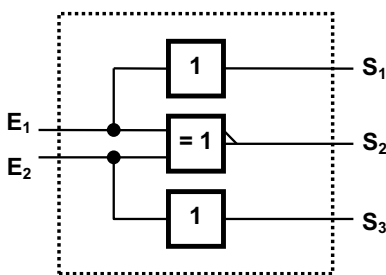
$$S_1 = E_1 + E_1 \cdot E_2 = E_1$$

$$S_2 = \overline{E_1} \cdot \overline{E_2} + E_1 \cdot E_2 = \overline{E_1} \oplus \overline{E_2}$$

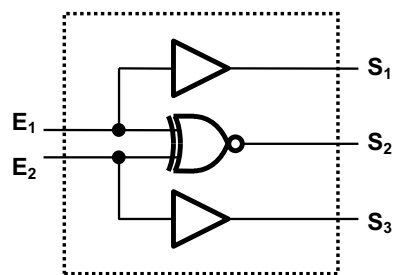
$$S_3 = E_2 + E_1 \cdot E_2 = E_2$$

Ces opérations sont représentées par des symboles dans des **équations logiques**.

□ **Logigramme :** voir paragraphe 3.2 page 263



Représentation norme CEI

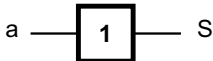

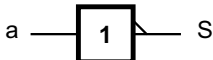



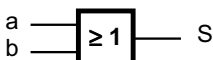





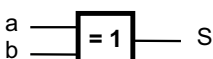



Représentation norme ANSI

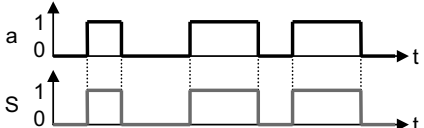
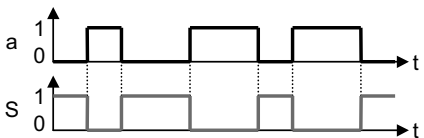
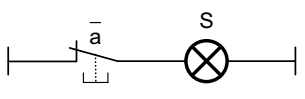
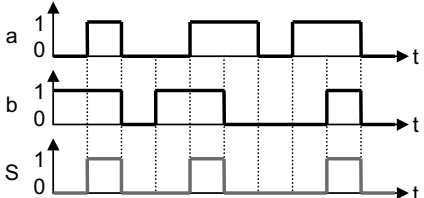
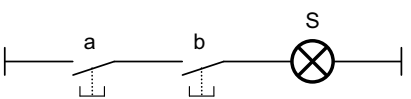
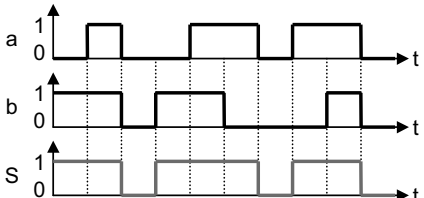
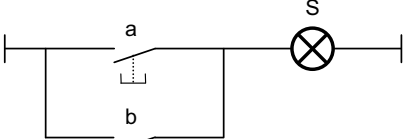
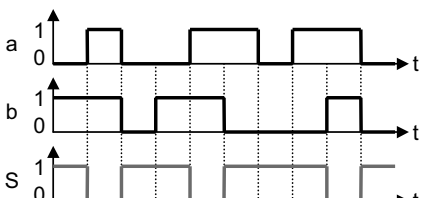
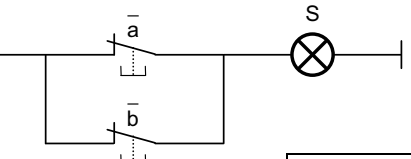
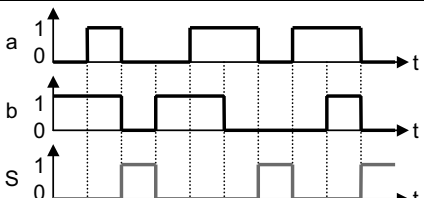
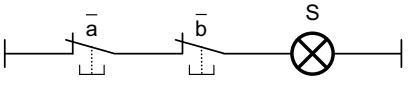
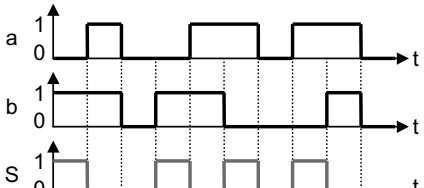
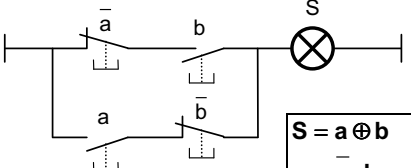
Remarque : La fonction logique $\square 1$ peut paraître inusitée mais elle peut servir pour de la mise en forme de signal ou plus couramment pour intégrer des retards.

3. Opérateurs logiques élémentaires

3.1. Modélisation des opérateurs logiques de base

| Table de vérité | Equation logique | Symbole logique | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|-------------------------------------|-----------------|---|---|---|---|---------------|--|---|---|---|---|---|---|---|--|--|
| Opérateur identité : OUI | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <table border="1"> <tr><th>a</th><th>S</th></tr> <tr><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td></tr> </table> | a | S | 0 | 0 | 1 | 1 | $S = a$ | <p><u>CEI</u> </p> <p><u>ANSI</u> </p> | | | | | | | | | |
| a | S | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Opérateur complément : NON | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <table border="1"> <tr><th>a</th><th>S</th></tr> <tr><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td></tr> </table> | a | S | 0 | 1 | 1 | 0 | $S = \bar{a}$ | <p><u>CEI</u> </p> <p><u>ANSI</u> </p> | | | | | | | | | |
| a | S | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Opérateur ET (AND) | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <table border="1"> <tr><th>a</th><th>b</th><th>S</th></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table> | a | b | S | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | $S = a \cdot b$ | <p><u>CEI</u> </p> <p><u>ANSI</u> </p> |
| a | b | S | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | |
| Opérateur OU inclusif (OR) | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <table border="1"> <tr><th>a</th><th>b</th><th>S</th></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table> | a | b | S | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | $S = a + b$ | <p><u>CEI</u> </p> <p><u>ANSI</u> </p> |
| a | b | S | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 0 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | |
| Opérateur NON-ET (NAND) | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <table border="1"> <tr><th>a</th><th>b</th><th>S</th></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table> | a | b | S | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | $S = \overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b}$ | <p><u>CEI</u> </p> <p><u>ANSI</u> </p> |
| a | b | S | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 0 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 1 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | |
| Opérateur NON-OU (NOR) | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <table border="1"> <tr><th>a</th><th>b</th><th>S</th></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table> | a | b | S | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | $S = \overline{a + b} = \bar{a} \cdot \bar{b}$ | <p><u>CEI</u> </p> <p><u>ANSI</u> </p> |
| a | b | S | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 1 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | |
| Opérateur OU EXCLUSIF (EXOR) | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <table border="1"> <tr><th>a</th><th>b</th><th>S</th></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table> | a | b | S | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | $S = a \oplus b = \bar{a} \cdot b + a \cdot \bar{b}$ | <p><u>CEI</u> </p> <p><u>ANSI</u> </p> |
| a | b | S | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 0 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 1 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | |
| | ← { Différent du OU inclusif | | | | | | | | | | | | | | | | |

□ **Nota** : Ces opérations s'étendent à plus de 2 variables (sauf opérateurs OUI et NON). Dans le cas du OU EXCLUSIF, la sortie vaut "1" s'il y a un nombre impair de variables d'entrée à "1".

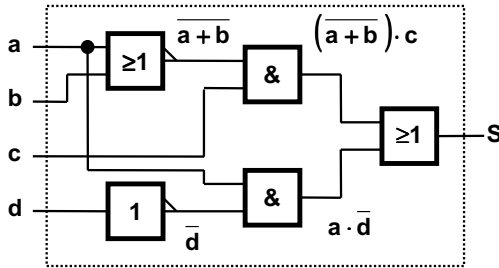
| Chronogrammes | Logique à contacts |
|---|--|
| Opérateur identité : OUI | |
|  |  <p style="text-align: center;">$S = a$</p> |
| Opérateur complément : NON | |
|  |  <p style="text-align: center;">$S = \bar{a}$</p> |
| Opérateur ET (AND) | |
|  |  <p style="text-align: center;">$S = a \cdot b$</p> |
| Opérateur OU inclusif (OR) | |
|  |  <p style="text-align: center;">$S = a + b$</p> |
| Opérateur NON-ET (NAND) | |
|  |  <p style="text-align: center;">$S = \overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b}$</p> |
| Opérateur NON-OU (NOR) | |
|  |  <p style="text-align: center;">$S = \overline{a + b} = \bar{a} \cdot \bar{b}$</p> |
| Opérateur OU EXCLUSIF (EXOR) | |
|  |  <p style="text-align: center;">$S = a \oplus b$ $= \bar{a} \cdot b + a \cdot \bar{b}$</p> |

3.2. Association d'opérateurs logiques

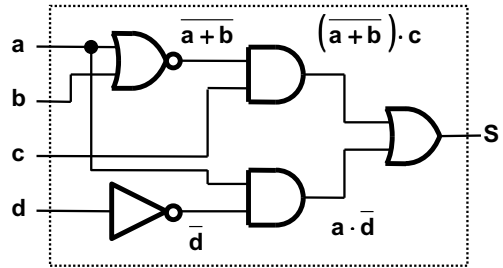
Le traitement logique des informations nécessite la mise en œuvre d'un grand nombre d'opérateurs logiques. Ces opérateurs sont interconnectés et la représentation graphique de leur association est un **logigramme** ou **diagramme logique**.

Un opérateur, dont l'une des entrées est reliée à la sortie de l'opérateur précédent, se verra appliquer sur son entrée le résultat obtenu sur la sortie de l'opérateur précédent. On combinera ainsi chaque expression des entrées dans l'équation de celui-ci pour obtenir l'équation de sortie.

□ **Exemple** : Représentation de l'équation logique $S = (\overline{a+b}) \cdot c + a \cdot \overline{d}$.



Norme CEI



Norme ANSI

Les opérateurs **NAND** et **NOR** sont universels, c'est à dire qu'une équation logique peut s'exprimer uniquement avec ces opérateurs. Pour ne faire apparaître que des **NAND** (ou **NOR**), on peut écrire l'équation sous la forme d'une **somme de produits** (ou produit de sommes) puis on complémente.

En appliquant les théorèmes de **De Morgan** $\overline{a+b} = \overline{a} \cdot \overline{b}$ ou $\overline{a \cdot b} = \overline{a} + \overline{b}$ plusieurs fois de suite, on obtient une expression exclusivement en **NAND** (ou **NOR**).

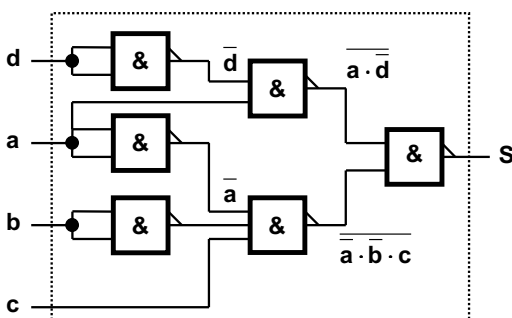
$$S = (\overline{a+b}) \cdot c + a \cdot \overline{d}$$

$$= \overline{\overline{\overline{a+b} \cdot c} + \overline{a \cdot \overline{d}}} = \overline{\overline{a+b} \cdot c + a \cdot \overline{d}}$$

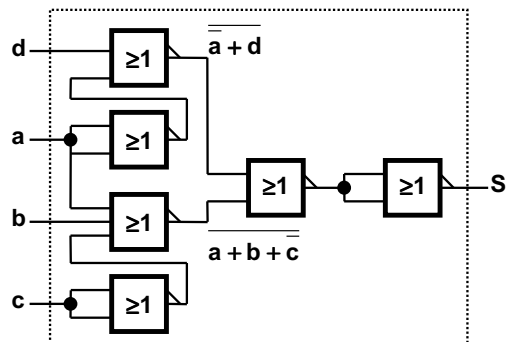
$$S = (\overline{a+b}) \cdot c + a \cdot \overline{d} = \overline{\overline{a+b}} \cdot c + \overline{\overline{a+d}}$$

$$= \overline{\overline{a+b} + \overline{c}} + \overline{\overline{a+d}} = \overline{\overline{a+b+c} + \overline{a+d}}$$

Le nombre de barres – donne le nombre de portes.



Portes NAND



Portes NOR

Il existe donc une infinité de schémas répondant au même problème combinatoire. On préférera un schéma à un autre pour de multiples raisons :

- **Raison pratique** : Il se peut qu'aucun fabricant ne propose de circuits intégrés incorporant la fonction souhaitée (exemple : un ET à 10 entrées).
- **Raison économique** : En réduisant le nombre de circuits intégrés nécessaires, on diminue le coût d'implantation et celui en composants, mais aussi le courant d'alimentation et la surface de circuit imprimé.

4. Règles de l'algèbre de BOOLE

4.1. Propriétés

| Propriétés | Sommes | Produits |
|---------------------------|--|---|
| Commutativité | $a + b = b + a$ | $a \cdot b = b \cdot a$ |
| Associativité | $a + b + c = (a + b) + c$ | $a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c$ |
| Distributivité | $a + (b \cdot c) = (a + b) \cdot (a + c)$ | $a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$ |
| Éléments neutres | $a + 0 = a$ | $a \cdot 1 = a$ |
| Complémentation | $\bar{\bar{a}} + a = 1$ | $\bar{\bar{a}} \cdot a = 0$ |
| Idempotence | $a + a = a$ | $a \cdot a = a$ |
| Absorption d'un terme (1) | $a + a \cdot b = a$ | $a \cdot (a + b) = a$ |
| Absorption d'un terme (2) | $a + \bar{a} \cdot b = a + b$ | $a \cdot (\bar{a} + b) = a \cdot b$ |
| Éléments absorbants | $a + 1 = 1$ | $a \cdot 0 = 0$ |
| Théorèmes de De Morgan | $\overline{a + b} = \bar{a} \cdot \bar{b}$ | $\overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b}$ |
| Double complémentation | $\overline{\bar{a}} = a$ | |

□ **Règle de priorité des opérateurs :** La plus forte $\xrightarrow{(\bar{\quad}) \cdot +}$ La moins forte

4.2. Simplification des équations logiques

Elle consiste à utiliser les règles précédentes pour simplifier les équations logiques et réduire ainsi le nombre d'opérateurs. Restreindre le nombre d'opérateurs accroît en général les performances du montage et réduit son coût.

▪ **Exemple n°1 :**

$$S = a \cdot b + \bar{a} \cdot b \cdot \bar{c} + b \cdot c = b \cdot \underbrace{(a + \bar{a} \cdot \bar{c} + c)}_{\text{Absorption d'un terme (2)}} = b \cdot \underbrace{(a + \bar{c} + c)}_{\text{Complémentation}} = b \cdot \underbrace{(a + 1)}_{\text{Élément absorbant}} = \boxed{b}$$

▪ **Exemple n°2 :**

$$S = a + \bar{b} \cdot c + (a \cdot d + c) \cdot \overline{a + \bar{b} \cdot c} = \underbrace{X + Y \cdot \bar{X}}_{\text{Absorption d'un terme (2)}} \text{ en posant } \begin{cases} X = a + \bar{b} \cdot c \\ Y = a \cdot d + c \end{cases}$$

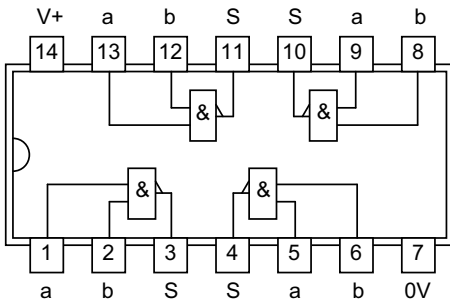
$$= X + Y = a + \bar{b} \cdot c + a \cdot d + c = \underbrace{a + a \cdot d}_{\text{Commutativité + Absorptions d'un terme (1)}} + \underbrace{c + c \cdot \bar{b}}_{\text{Commutativité + Absorptions d'un terme (1)}} = \boxed{a + c}$$

On constate que **cette méthode devient très rapidement lourde** et est source d'erreurs au niveau de la simplification. L'autre méthode basée sur l'utilisation du tableau de KARNAUGH ne sera plus exposée car elle est aujourd'hui largement dépassée. De plus, il n'est généralement pas nécessaire de simplifier les équations des sorties. **Il convient par contre de bien définir la table de vérité.**

5. Réalisations pratiques des systèmes logiques combinatoires

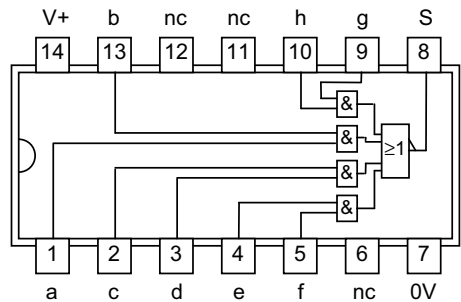
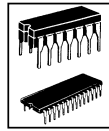
5.1. Utilisation de composants discrets

Il est possible d'utiliser des composants discrets réalisant les différentes fonctions logiques de base. Ces composants discrets se présentent sous la forme d'un **circuit intégré** composé souvent de plusieurs portes logiques de même nature (1, 2, 4 ou 8 portes).



Circuit 4011 : 4 portes NAND

$$S = \overline{a \cdot b}$$



Fonction logique complexe

$$S = \overline{a \cdot b + c \cdot d + e \cdot f + g \cdot h}$$

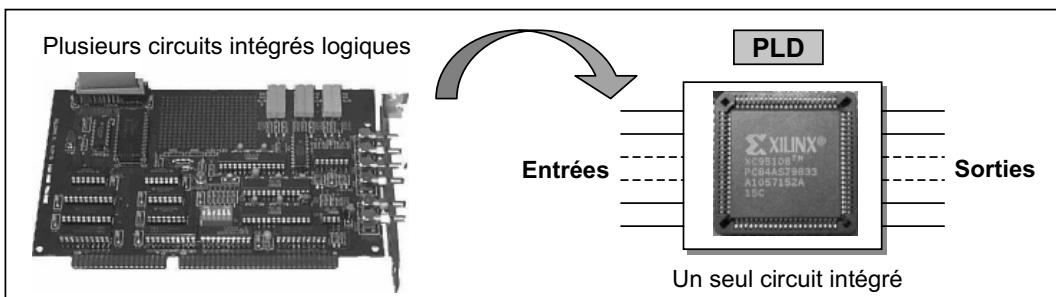
5.2. Utilisation de circuits programmables spécialisés

5.2.1. Généralités

Une fonction logique peut être implémentée de différentes manières et seul compte son comportement vu de l'extérieur. Aussi, le concepteur a libre jeu de faire preuve de virtuosité pour simplifier le circuit et en réduire le coût.

Il y a quelques années, la réalisation d'un montage en électronique numérique impliquait l'utilisation d'un **nombre important de circuits intégrés logiques**. Ceci avait pour conséquence un prix de revient élevé, une mise en œuvre complexe et un circuit imprimé de taille importante.

On utilise aujourd'hui les **circuits logiques programmables** (en anglais **Programmable Logic Device** ou **PLD**). Ce sont des circuits logiques plus ou moins complexes configurés par l'utilisateur pour réaliser une fonction logique quelconque ou remplacer l'association de plusieurs fonctions logiques élémentaires (portes logiques, circuits logiques arithmétiques, décodeurs, multiplexeurs, compteurs, etc.). Le câblage est simplifié, l'encombrement et le risque de pannes est réduit.



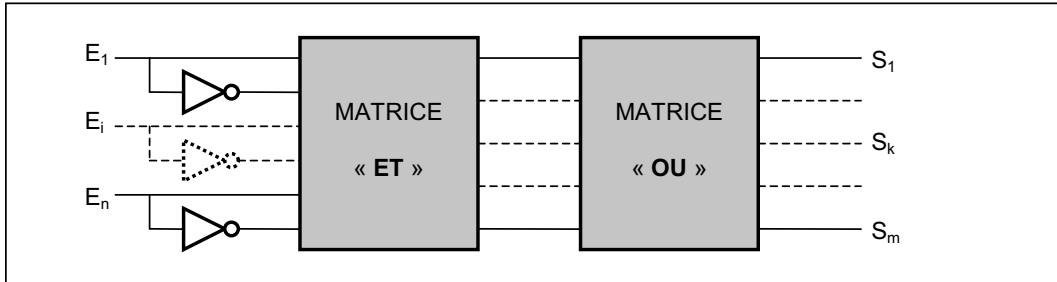
Ces circuits disposent d'un certain nombre de broches d'**entrées** et de **sorties**. L'utilisateur associe ces broches aux équations logiques (plus ou moins complexes) qu'il programme dans le circuit. Sa mise en œuvre se fait aisément à l'aide d'un programmeur, d'un ordinateur et d'un logiciel adapté.

La fonction réalisée peut être modifiée par une nouvelle programmation sans qu'il ne soit nécessaire de fabriquer une nouvelle carte ou de remplacer le circuit. De plus, ces composants peuvent être dotés de dispositifs de sécurité destinés à empêcher la copie de la fonction réalisée.

5.2.2. Structure de base

On a vu au travers des théorèmes de **De Morgan** que toute équation logique à n variables pouvait se mettre sous la forme d'une somme de produits ou d'un produit de sommes. Tout naturellement, la plupart des **PLDs** disposent d'une structure comportant ces deux ensembles fonctionnels :

- un ensemble d'opérateurs « ET » (matrice ET) recevant les entrées E_i et leurs compléments ;
- un ensemble d'opérateurs « OU » (matrice OU) réalisant une somme de produits et fournissant les différentes sorties S_k ;
- une éventuelle structure de sortie non représentée (portes inverseuses, logique 3 états, ...).

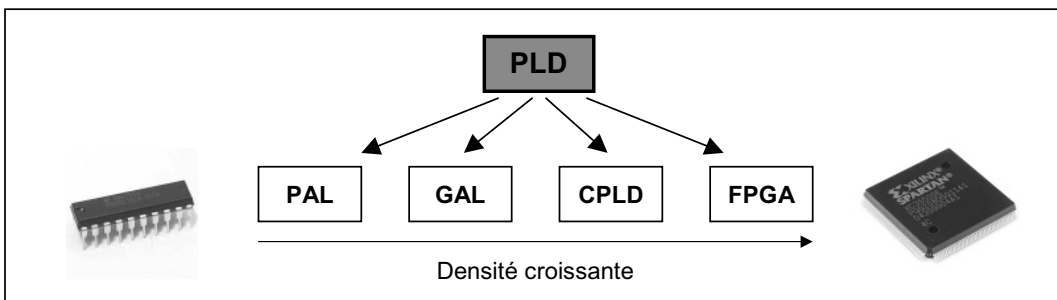


Selon la complexité des circuits programmables utilisés, l'une ou l'autre ou chacune des matrices pourra être programmée. Lorsqu'elles sont programmables, les matrices utilisent des « fusibles » placés en série entre les entrées et les opérateurs logiques. Dans les structures reprogrammables, ces « fusibles » sont remplacés par des transistors MOS.

- **Nota** : Ces composants se distinguent des μP et μC par le fait que la programmation concerne leur structure interne et non une suite d'instructions à exécuter.

5.2.3. Différentes familles

Ces produits de faible encombrement, faciles à mettre en œuvre, répondent à une large étendue de besoins. Le terme **PLD** regroupe quatre familles de composants, qui se différencient notamment par leur structure interne :



| Type | Nombre de portes | Matrice ET | Matrice OU | Effaçable |
|------|---------------------|--------------|--------------|----------------|
| PAL | 10 à 100 | Programmable | Fixe | Non |
| GAL | 10 à qq. centaines | Programmable | Fixe | Electriquement |
| CPLD | 100 à qq. milliers | Programmable | Fixe | Electriquement |
| FPGA | 3000 à qq. millions | Programmable | Programmable | Electriquement |

- **Remarque** : Certaines de ces familles possèdent en plus des matrices « ET » et « OU », de la logique séquentielle (bascules « D », « JK », etc.) placée après les entrées ou avant les sorties du PLD.

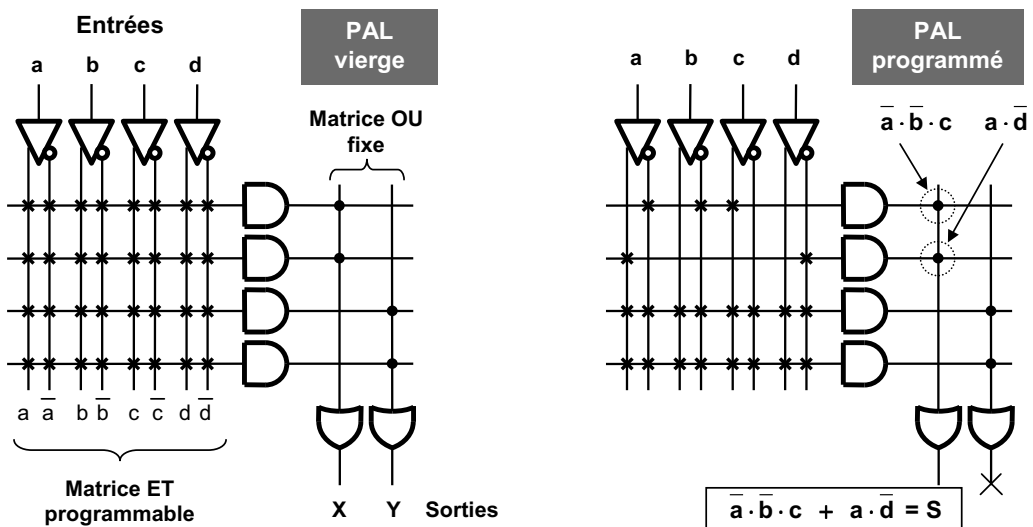
- Mot à mot, **PAL** signifie Programmable Array Logic, c'est à dire réseau logique programmable. Ce sont les circuits logiques programmables les plus anciens, qui ne sont plus guère fabriqués.

Leur programmation s'effectue par **destruction physique d'un ou plusieurs fusibles** contenus sur la puce. Ils ne sont donc **programmables qu'une seule fois**, ce qui peut être gênant en phase de test ou de mise au point d'un appareil ou bien encore pour le faire évoluer.

Ce sont des circuits comportant des **portes ET programmables** et des **portes OU fixes**. Les liaisons programmables sont fusibles. Lorsque le PAL est vierge, toutes les liaisons existent. La programmation, consiste à faire "sauter" de l'extérieur par un programmeur recevant les informations d'un logiciel, des fusibles intacts pour réaliser les fonctions logiques désirées.

□ **Exemple : Réseau logique programmable**

Ce PAL simplifié comporte quatre entrées a, b, c et d et deux sorties X et Y. Trente deux fusibles, matérialisés par une croix "x" (fusible intact) permettent de synthétiser diverses fonctions logiques.

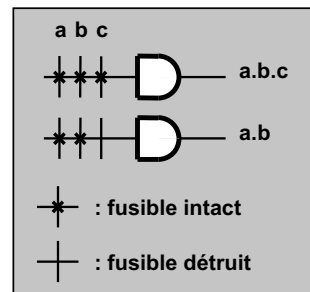


- Conventions de représentation :

Les entrées des portes ET et des portes OU sont regroupées sur une seule ligne.

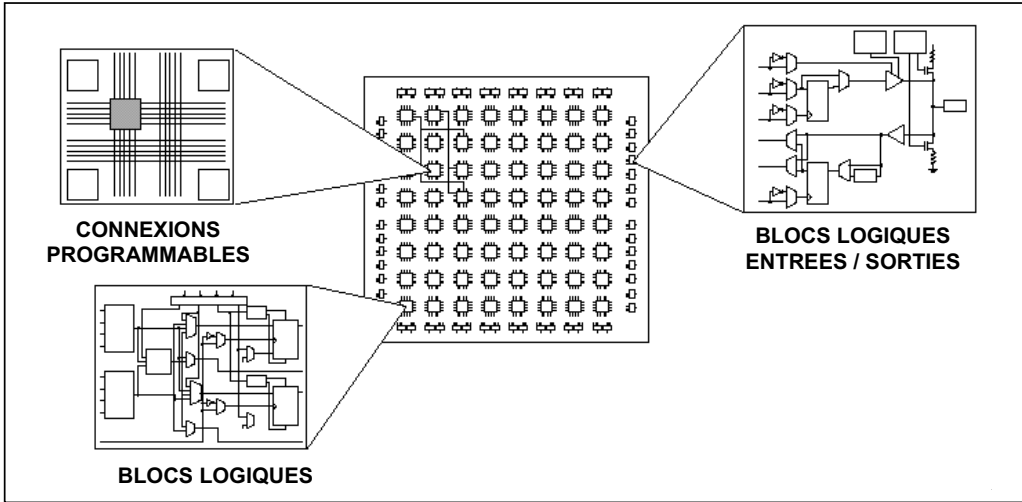
Une croix **x** représentée à une intersection signifie que la colonne correspondante est un terme du **ET**.

De même, un point **•** représenté à une intersection signifie que la ligne correspondante est un terme du **OU**.



- Les **GAL**, pour Generic Array Logic, c'est à dire réseau logique générique, sont des **PAL effaçables électriquement** qui utilisent la technologie CMOS. On peut donc les **reprogrammer**. L'appellation GAL est une marque déposée de la société Lattice Semiconductor, qui a été la première à proposer sur le marché ce type de produits.
- Les **CPLD**, pour Complex PLD, offrent une densité d'intégration (**plusieurs centaines à plusieurs milliers de portes**) et des possibilités de configuration très nettement supérieures à celles proposées par les GAL. Ils sont programmables et effaçables électriquement in situ (sur l'application).

- Les **FPGA**, pour Field Programmable Gate Array ou encore réseau logique programmable sur site, sont assimilables à des **ASIC* programmables par l'utilisateur**. Ce sont de gros ensembles de blocs logiques élémentaires (**plusieurs dizaines de milliers à plusieurs millions de portes**) que l'utilisateur peut interconnecter par programmation au moyen d'un logiciel de développement propre à chaque constructeur.



* Les ASIC (Application Specific Integrated Circuit) sont des circuits non programmables, configurés lors de leur fabrication pour une application spécifique. Ils sont réservés à des productions de très grande série, en raison de leur coût de développement élevé.

5.2.4. Critères de choix

| Avantages | | Critères de choix | | | |
|---|-----------------------------------|--|------------------------|------------------------|--|
| <ul style="list-style-type: none"> Simplification de câblage Encombrement réduit Diminution des coûts Facilité d'utilisation Diminution du risque des pannes | | <ul style="list-style-type: none"> Nombre de portes Vitesse de fonctionnement Consommation Technologie Prix | | | |
| | Circuits intégrés standard | PLD | CPLD | FPGA | |
| Nombre de portes (ordre de grandeur) | 100 | 150 | 40 000 | 5 000 000 | |
| Vitesse de fonct ^t (ordre de grandeur) | 100 MHz | 200 MHz | 280 MHz | 500 MHz | |
| Technologie de connexion | | MOS à grille flottante | MOS à grille flottante | SRAM et anti-fusible * | |

* A l'inverse des fusibles, un anti-fusible crée une connexion au lieu de la détruire.

5.2.5. Programmation des circuits logiques

Plusieurs solutions sont possibles pour programmer les PLD. Elles dépendent essentiellement de l'outil de développement utilisé. La description du programme peut s'effectuer en **mode texte** (VHDL), **graphique** (association graphique de portes logiques ou blocs fonctionnels prédéfinis) ou sous forme de **chronogrammes**.

a/ Structure sommaire d'un code VHDL

Le langage normalisé **VHDL** (Very High speed integrated circuits hardware Description Language) a été conçu dans les années **1980** pour concevoir des **ASIC**, programmer des **CPLD** et **FPGA** ou réaliser des simulations. Il établit des connexions entre des structures électroniques qui travaillent en **parallèle** : l'ordre d'écriture n'a pas d'importance contrairement au langage de programmation traditionnel (**PASCAL**, **C**, etc.). On parle alors d'**instructions concurrentes** par opposition aux instructions séquentielles.

Un code **VHDL** se décompose en deux parties principales :

- l'**entité** qui définit les entrées et les sorties d'un bloc fonctionnel compris entre les mots clés "**port**" et "**end**";
- l'**architecture** qui définit le comportement de l'entité au sein d'un bloc compris entre les mots clés "**begin**" et "**end**".

La **librairie ieee** définit les composants standards (types de variables, opérateurs, etc.). Il convient de spécifier ces librairies en en-tête de fichier pour pouvoir les utiliser (USE ieee.....).

```
LIBRARY ieee ;
USE ieee.std_logic_1164.all ;
USE ieee.std_logic_arith.all ;

entity NOM_DE_L'ENTITE is
port(
    E1,E2, ... En : IN « type des objets en entrée» ;
    S1,S2, ... Sm : OUT « type des objets en sortie ») ;
end NOM_DE_L'ENTITE ;

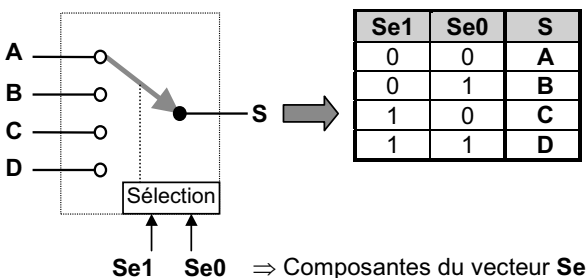
architecture NOM_DE_L'ARCHITECTURE of
NOM_DE_L'ENTITE is
    « déclaration des signaux internes si besoin »
begin
    « ensemble des instructions concurrentes »
end NOM_DE_L'ARCHITECTURE ;
```

Il existe des **instructions** en **VHDL** permettant la description de **tables de vérité**, comme l'instruction concurrente **With ... select ... when**. Le compilateur du logiciel utilisé déterminera automatiquement les équations optimisées de chaque sortie et les générera.

b/ Exemple : Réalisation par compilateur VHDL d'un multiplexeur 4 vers 1

Le **multiplexage** (cf. page 271) consiste à envoyer sur une même ligne de transmission des informations provenant de sources différentes :

- La sortie **S** prend l'état de l'entrée **A** si la sélection est placée en position **0** ;
- La sortie **S** prend l'état de l'entrée **B** si la sélection est placée en position **1**, etc.



```
entity MUX is
port(
    A, B, C, D : IN bit;
    Se : IN bit_vector (1 downto 0);
    S : OUT bit);
end MUX;

architecture A_MUX of MUX is
begin
    With Se select
        S <= A when "00",
            B when "01",
            C when "10",
            D when others;
end A_MUX;
```

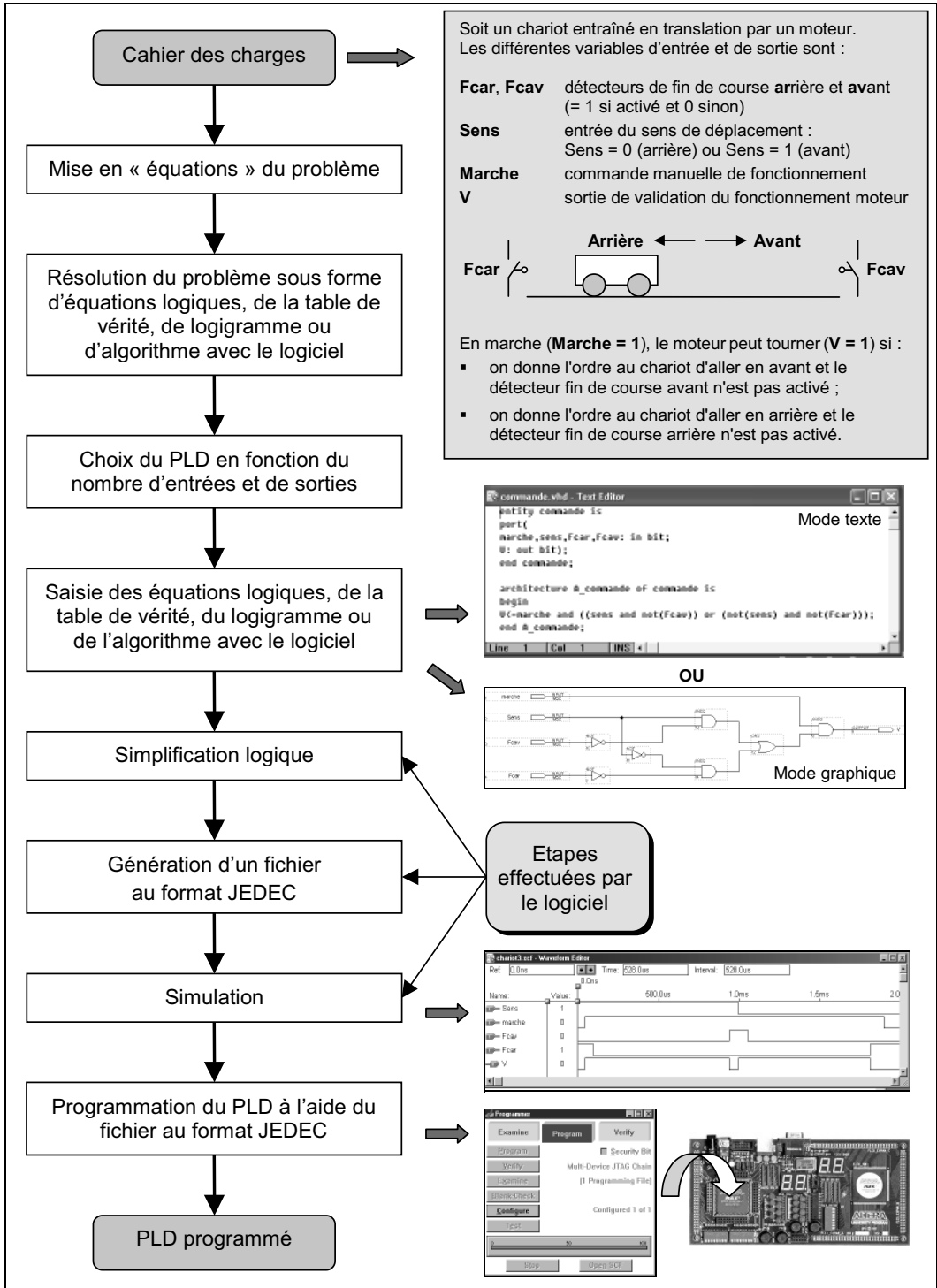
Le compilateur du logiciel utilisé détermine les équations de chaque sortie et génère les équations suivantes, soit :

$$S = A \cdot \overline{Se0} \cdot \overline{Se1} + B \cdot \overline{Se0} \cdot Se1 + C \cdot Se0 \cdot \overline{Se1} + D \cdot Se0 \cdot Se1$$

On pouvait extraire directement cette équation logique de la table de vérité dans cet exemple très simple.

c/ Organigramme de programmation

Il est conseillé de suivre la démarche décrite par l'organigramme suivant :



Le logiciel de développement permet de simplifier les équations et de générer un fichier au format JEDEC à partir des données rentrées par l'opérateur. Il simule aussi le fonctionnement du PLD avec le programme obtenu. Le fichier de sortie est au format international JEDEC qui est un standard de programmation de PLD très répandu.

Chapitre 23

Fonctions combinatoires avancées

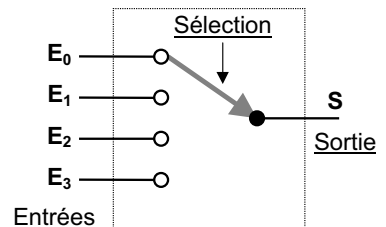
Elles résultent de l'association de fonctions de base de la logique combinatoire. Ces fonctions restant combinatoires, les états de leurs sorties ne dépendent que des états de leurs entrées. Aujourd'hui, elles sont majoritairement intégrées dans des circuits logiques programmables et ne se présentent plus sous forme de composants discrets.

1. Le multiplexage

1.1. Identification de la fonction multiplexage

Le **multiplexage** consiste à envoyer sur une même ligne de transmission des informations provenant de sources différentes.

- La sortie **S** prend l'état logique de **E₀**, si la sélection est placée en position **0**.
- La sortie **S** prend l'état logique de **E₁**, si la sélection est placée en position **1**, etc.



1.2. Présentation fonctionnelle d'un circuit multiplexeur

C'est un circuit combinatoire à **N** entrées, dites **entrées de données E_k**, et une **sortie S** qui transmet les informations parvenant à l'entrée sélectionnée.

On sélectionne les entrées grâce à **n** entrées complémentaires appelées **entrées d'adresses ou de sélection A_i** : elles aiguillent les données d'entrée choisies vers la sortie.

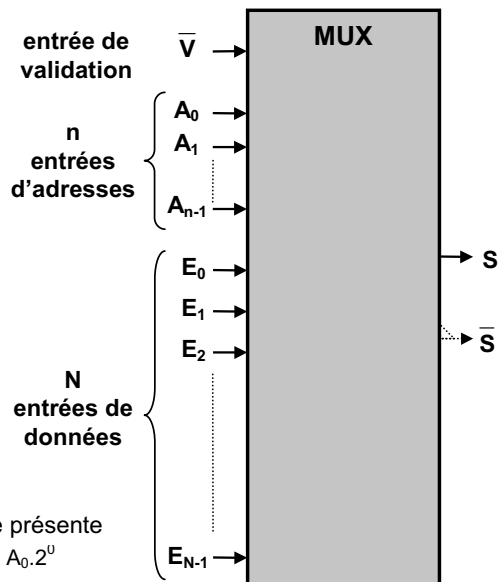
$$N = 2^n$$

Certains circuits délivrent simultanément le signal de sortie **S** et son complément **\bar{S}** .

Rôle de l'entrée de validation \bar{V}

$\bar{V} = 1 \Rightarrow S = 0$ quelles que soient les entrées de données et d'adresses

$\bar{V} = 0 \Rightarrow S = E_k$ entrée correspondant à l'adresse présente
 $k = A_{n-1} \cdot 2^{n-1} + A_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + A_1 \cdot 2^1 + A_0 \cdot 2^0$



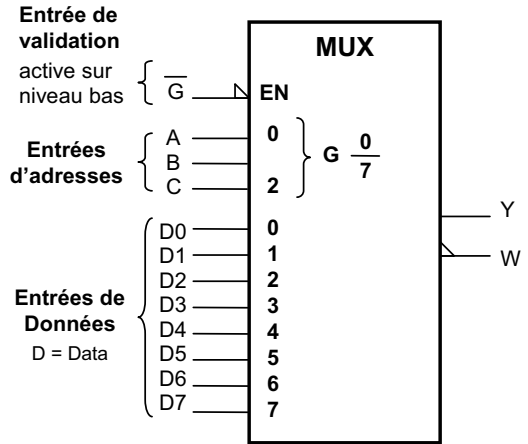
Les multiplexeurs sont utilisés dans :

- la conversion **parallèle - série** (cf. p 273) dans les transmissions d'informations numériques ;
- la génération de **fonctions logiques** (cf. p 272) mais aussi de **formes d'ondes** (cf. p 273) ;
- les **affichages** (cf. p 275) afin de réduire sensiblement le degré de complexité du câblage.

□ **Exemple** : Multiplexeur 8 vers 1

Table de vérité

| Entrées | | | | Sorties | |
|------------------|------------------|------------------|------------|---------|------------|
| Sélection | | | Validation | Y | W |
| C ₍₄₎ | B ₍₂₎ | A ₍₁₎ | \bar{G} | | |
| X | X | X | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | D0 | $\bar{D0}$ |
| 0 | 0 | 1 | 0 | D1 | $\bar{D1}$ |
| 0 | 1 | 0 | 0 | D2 | $\bar{D2}$ |
| 0 | 1 | 1 | 0 | D3 | $\bar{D3}$ |
| 1 | 0 | 0 | 0 | D4 | $\bar{D4}$ |
| 1 | 0 | 1 | 0 | D5 | $\bar{D5}$ |
| 1 | 1 | 0 | 0 | D6 | $\bar{D6}$ |
| 1 | 1 | 1 | 0 | D7 | $\bar{D7}$ |



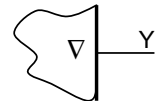
X = Etat logique indifférent

La lettre G, à l'intérieur du symbole, indique une entrée d'opérateur ET influençant les entrées de données de 0 à 7. Lorsque l'entrée de validation est inactive, les sorties Y et W = \bar{Y} sont à 0 et 1. Lorsque l'entrée de validation est active, on tire de la table de vérité l'équation logique suivante :

$$Y = \bar{A} \bar{B} \bar{C} D_0 + \bar{A} \bar{B} C D_1 + \bar{A} B \bar{C} D_2 + \bar{A} B C D_3 + A \bar{B} \bar{C} D_4 + A \bar{B} C D_5 + A B \bar{C} D_6 + A B C D_7$$

□ **Remarque** : Sorties 3 états

On trouve des circuits avec **sorties 3 états**, repérées par le symbole ∇ . Lorsque l'entrée de validation est inactive, les sorties sont placées dans l'état **haute impédance (HiZ)**. Elles peuvent alors être considérées comme **électriquement déconnectées** (circuit ouvert) du reste de la structure.



1.3. Applications des multiplexeurs

1.3.1. Génération d'une fonction logique

Ce mode de codage des fonctions est utilisé entre autre dans les **FPGA**.

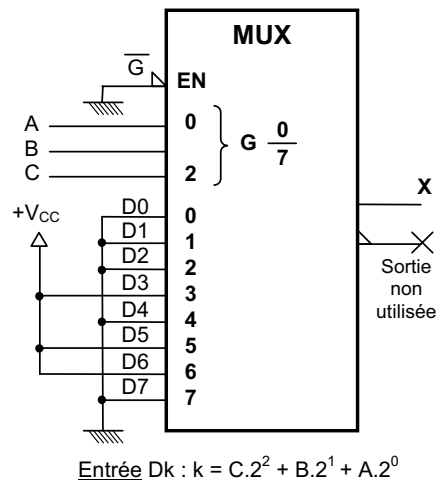
- **Exemple** : On désire synthétiser l'équation logique suivante $X = \bar{A} \bar{B} C + \bar{A} B \bar{C} + A \bar{B} C$.

On affecte aux entrées d'adresses les variables de l'équation. L'équation étant écrite avec trois variables, on choisit un multiplexeur avec 3 entrées de sélection.

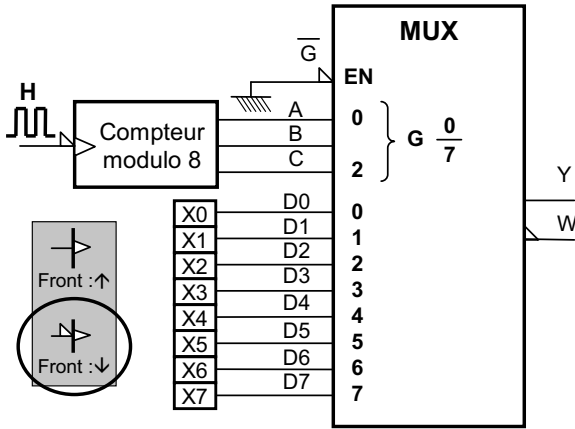
Le câblage revient à affecter l'état logique **1** à chaque entrée de données dont l'**adresse** est un des termes de l'équation. Les autres entrées de données sont affectées de l'état logique **0**. Il faut également rendre active l'entrée de validation \bar{G} .

$$X = \underbrace{\bar{A} \bar{B} C}_{k=3} + \underbrace{\bar{A} B \bar{C}}_{k=6} + \underbrace{A \bar{B} C}_{k=5}$$

\downarrow \downarrow \downarrow
 D3 = 1 D6 = 1 D5 = 1



1.3.2. Conversion parallèle - série

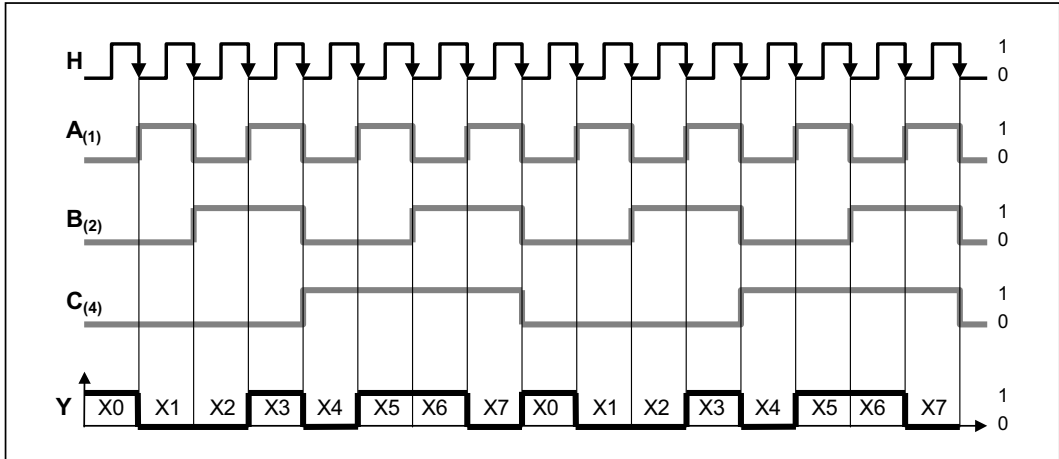


Les multiplexeurs sont utilisés dans le domaine des transmissions d'informations numériques, lorsque les liaisons entre émetteur et récepteur ne sont faites que sur une seule ligne.

Les 8 entrées de données D0 à D7 sont connectées à la sortie d'un **registre mémoire de 8 bits** dans lequel est stocké l'octet à transmettre :

X7 X6 X5 X4 X3 X2 X1 X0
0 1 1 0 1 0 0 1

Les chronogrammes des entrées de sélection A, B et C et de la sortie Y sont donnés ci-dessous :



1.3.3. Génération de formes d'ondes

Multiplexage / démultiplexage à technologie mixte (logique / analogique)

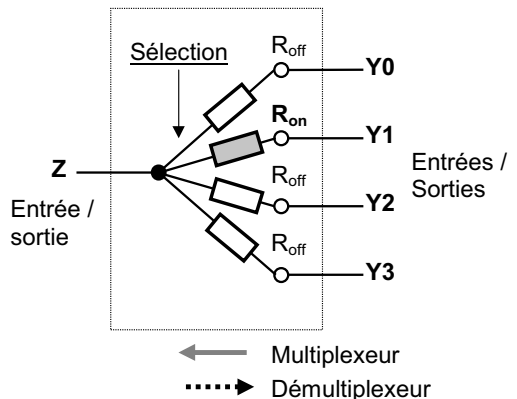
Les multiplexeurs et démultiplexeurs logiques ne peuvent être utilisés que dans un seul sens (celui pour lequel ils ont été construits !). Les **composants analogiques** peuvent être utilisés aussi bien en multiplexeur qu'en démultiplexeur. Il n'est plus question ni de niveaux, ni d'états (sauf pour les entrées de sélection et de validation).

On s'intéresse par contre au modèle électrique analogique des connexions entrées / sorties.

Suivant la valeur du mot de sélection (notée **k** en décimal), l'une des entrées / sorties analogiques **Y_k** est reliée par une faible résistance **R_{on}** au point commun analogique **Z**. Sa valeur dépend de nombreux paramètres ; les plus importants sont :

- les tensions d'alimentation ;
- les tensions appliquées aux broches Y et Z.

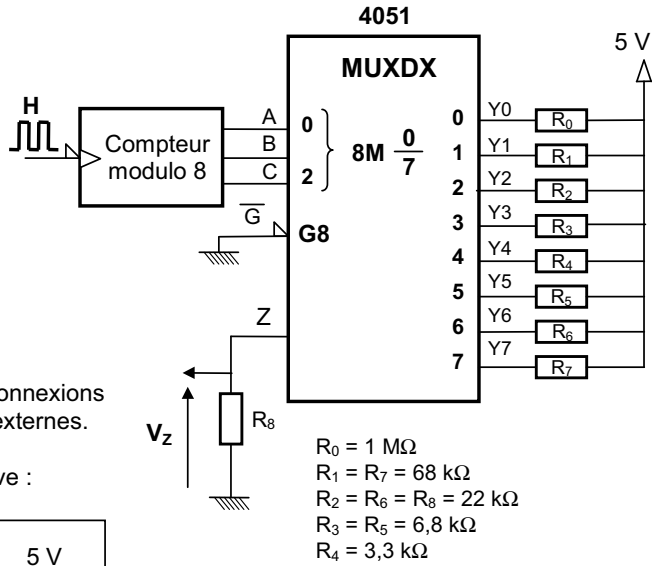
Les entrées / sorties non sélectionnées sont isolées du reste du circuit par une très forte impédance **R_{off}** de 10^7 à $10^{10} \Omega$ (\Leftrightarrow interrupteur ouvert).



- **Exemple** : Utilisation du circuit intégré 4051 (multiplexeur / démultiplexeur analogique)

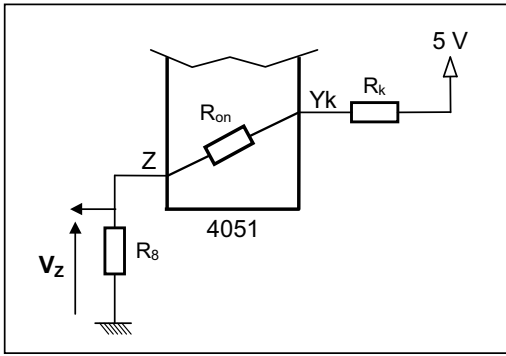
Ce circuit comporte :

- 3 entrées de sélection **A, B et C** ;
- 1 accès analogique commun **Z** ;
- 8 accès analogiques, chacun étant associé à l'une des variables internes **Y0 à Y7** ;
- une entrée de validation **G8** qui permet de rendre effective ou non la connexion souhaitée.



On néglige la résistance R_{on} des connexions sélectionnées devant les résistances externes.

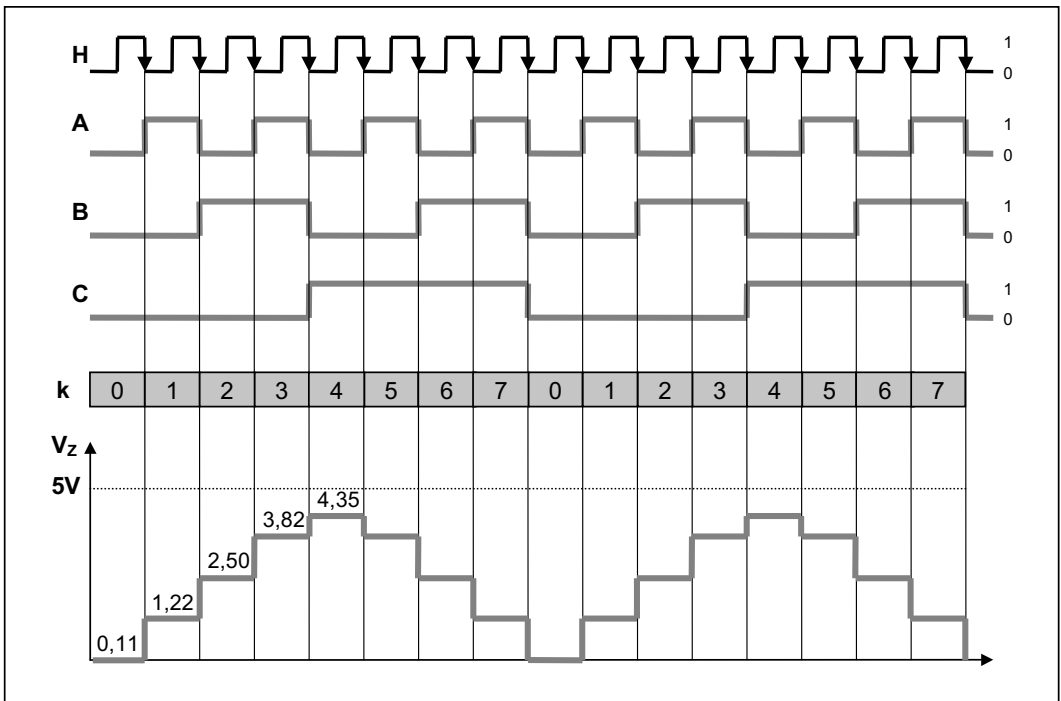
Ainsi, si la connexion **Z - Yk** est effective :



D'après la formule du diviseur de tension, on a :

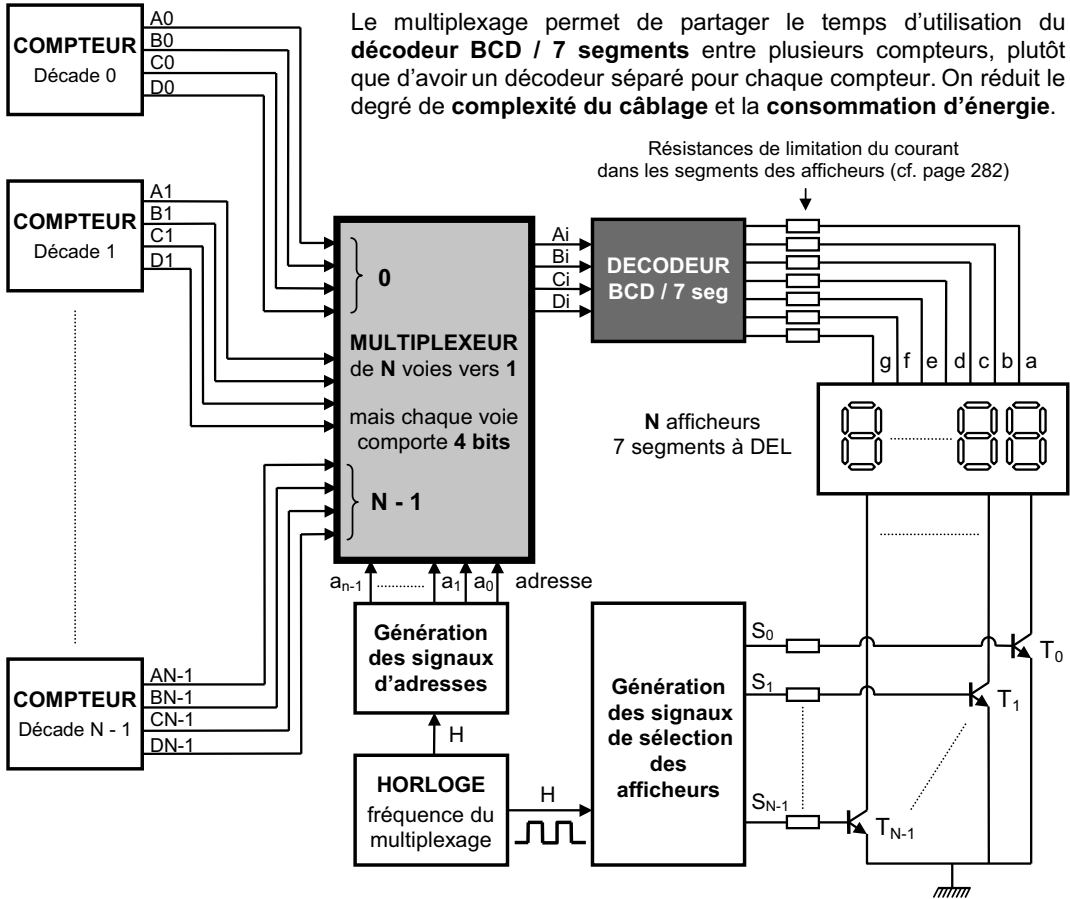
$$V_z = \frac{R_8}{R_{on} + R_k + R_8} \cdot 5 \cong \frac{R_8}{R_k + R_8} \cdot 5$$

Les chronogrammes des entrées de sélection **A, B, C** et de la sortie V_z sont donnés ci-dessous :



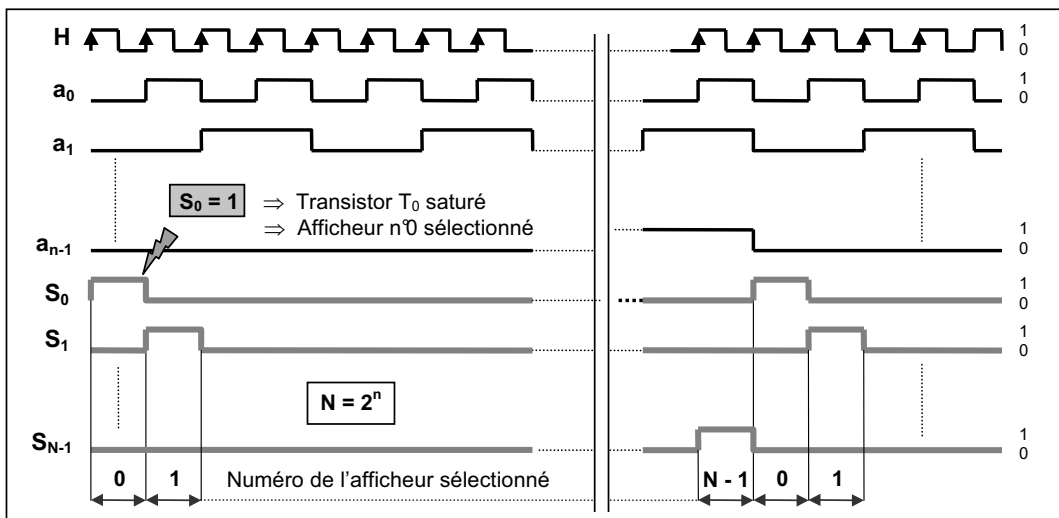
La tension V_z pourra alors être "lissée" au moyen d'un filtre analogique adéquat.

1.3.4. Affichage multiplexé



L'adresse ($a_{n-1} \dots a_0$) permet au multiplexeur de sélectionner le contenu d'un compteur parmi N. Les signaux de sélection (S_0, S_1, \dots, S_{N-1}) permettent de choisir un afficheur 7 segments à DEL parmi N. La valeur du chiffre à éclairer est donnée par la combinaison (A_i, B_i, C_i, D_i) en sortie du multiplexeur.

L'allumage des afficheurs est multiplexé. Chaque chiffre est éclairé pendant un court instant, puis on sélectionne un nouveau chiffre (donc le contenu d'un nouveau compteur) et on l'éclaire. Du fait de la persistance rétinienne, on ne perçoit aucun clignement des chiffres si la fréquence du multiplexage est élevée. Les chronogrammes ci-dessous illustrent le fonctionnement du système :

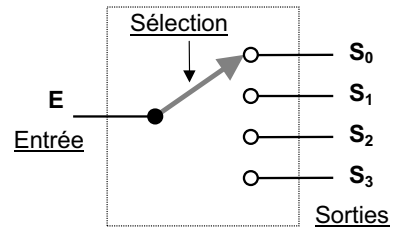


2. Le démultiplexage

2.1. Identification de la fonction démultiplexage

Le **démultiplexage** consiste à répartir sur plusieurs lignes des informations qui arrivent en série sur une même ligne.

- A l'inverse du multiplexage, il y a une seule ligne d'entrée pour plusieurs lignes de sortie. Une seule sortie est sélectionnée à la fois.
- L'entrée **E** est aiguillée sur la sortie **S₀**, si la sélection est placée en position **0**, etc.



2.2. Présentation fonctionnelle d'un circuit démultiplexeur

C'est un circuit combinatoire à **une entrée de données E** et **N sorties S_k**.

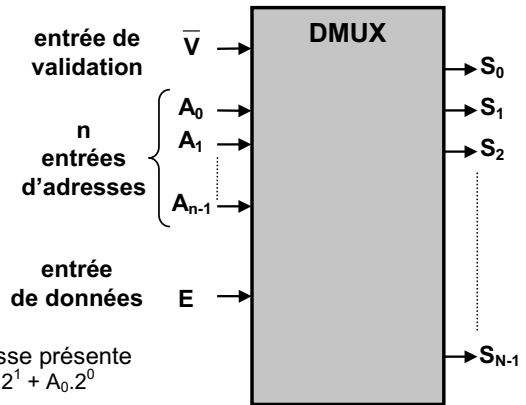
Le mot d'adresse ($A_{n-1} \dots A_0$) définit le numéro de la sortie **S_k** qui transmet le signal d'entrée **E**.

$$N = 2^n$$

Rôle de l'entrée de validation \bar{V}

$\bar{V} = 1 \Rightarrow S_k = 0$ quelle que soit les entrées de données et d'adresses

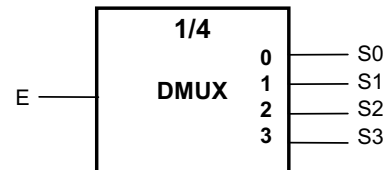
$\bar{V} = 0 \Rightarrow S_k = E$ sortie correspondant à l'adresse présente
 $k = A_{n-1} \cdot 2^{n-1} + A_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + A_1 \cdot 2^1 + A_0 \cdot 2^0$



□ **Exemple** : Démultiplexeur 1 vers 4

Table de vérité (sans entrée de validation)

| Sélection | | Sorties | | | |
|------------------|------------------|---------|----|----|----|
| B ₍₂₎ | A ₍₁₎ | S0 | S1 | S2 | S3 |
| 0 | 0 | E | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | E | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | E | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | E |



$$\begin{cases} S_0 = E \cdot \bar{A} \cdot \bar{B} \\ S_1 = E \cdot A \cdot \bar{B} \\ S_2 = E \cdot \bar{A} \cdot B \\ S_3 = E \cdot A \cdot B \end{cases}$$

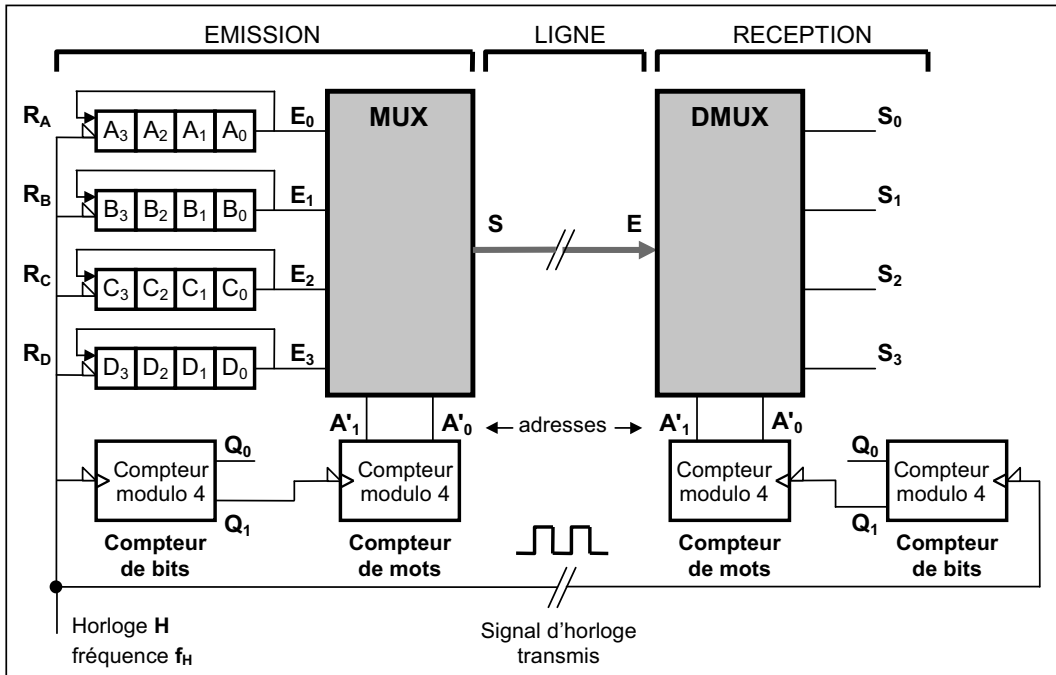
On extrait de la table de vérité les équations des sorties suivantes :

2.3. Application : structure simplifiée d'une transmission série synchrone

Dans un système de transmission série synchrone, on trouve aux deux extrémités de la ligne de transmission des données :

- un multiplexeur assurant une **conversion parallèle - série**,
- un démultiplexeur assurant une **conversion série - parallèle**.

Les données à transmettre sont les quatre mots binaires de quatre bits (= quartet) stockés dans les registres à décalage à droite R_A , R_B , R_C et R_D (cf. p 287). Il est évident que pour qu'un tel système de transmission fonctionne correctement, on doit prévoir une façon de synchroniser le choix des entrées du multiplexeur de l'émetteur avec le choix des sorties du démultiplexeur du récepteur. Il suffit d'envoyer le signal d'horloge au récepteur en même temps que les données.



▪ **Emetteur**

Deux compteurs cadencent la transmission du contenu du registre sélectionné, contenu qui apparaît à la sortie du multiplexeur :

- le **compteur de mots** choisit le registre qui doit être transmis à la sortie du multiplexeur ;
- le **compteur de bits** contrôle que tous les bits de chaque registre ont été transmis avant de sélectionner le registre suivant.

A chaque impulsion (\square) d'horloge H , le compteur de bits est incrémenté et le contenu du registre est décalé d'un rang vers la droite avec transfert vers la sortie du multiplexeur du bit le plus à droite.

Chacun des 16 bits est transmis, bit après bit, par groupe de 4 bits. Ces quartets apparaissent à la sortie à des époques différentes : les données sont dites **multiplexées** dans le temps.

▪ **Récepteur**

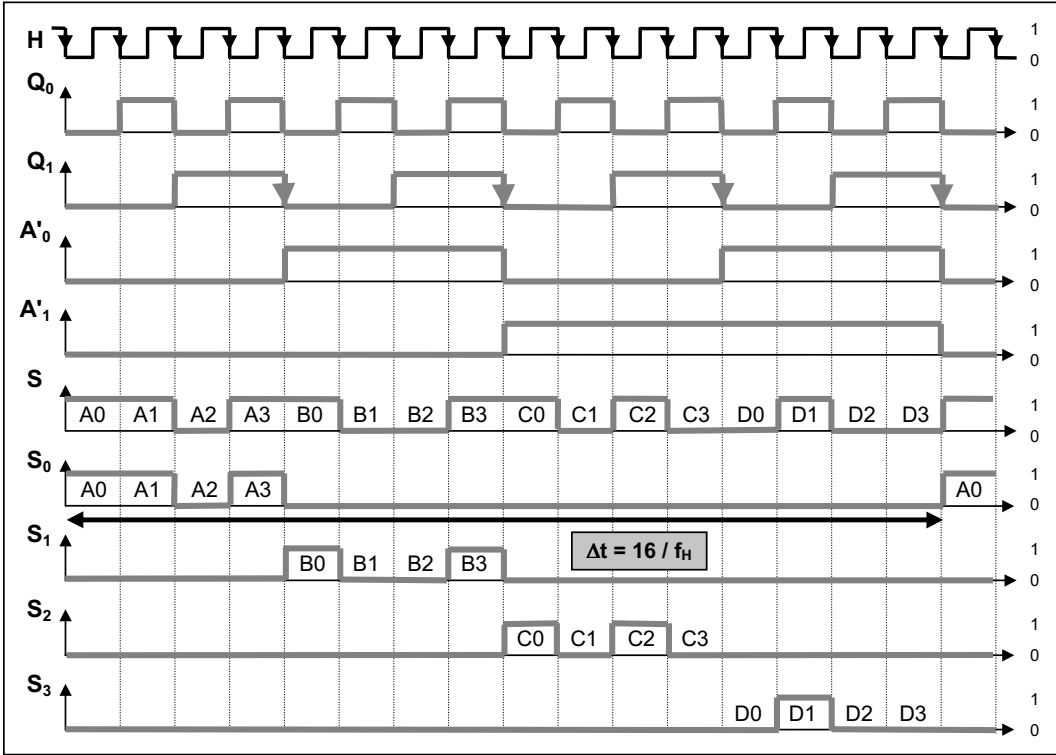
Comme pour l'émetteur, deux compteurs modulo 4 accompagnent le démultiplexeur :

- le **compteur de mots** sélectionne la sortie du démultiplexeur qui reçoit les quartets ;
- le **compteur de bits** contrôle que tous les bits de chaque quartet ont été reçus avant de sélectionner la sortie suivante du démultiplexeur.

On suppose que les contenus des registres sont :

$A_3 A_2 A_1 A_0 = 1 0 1 1$
 $B_3 B_2 B_1 B_0 = 1 0 0 1$
 $C_3 C_2 C_1 C_0 = 0 1 0 1$
 $D_3 D_2 D_1 D_0 = 0 0 1 0$

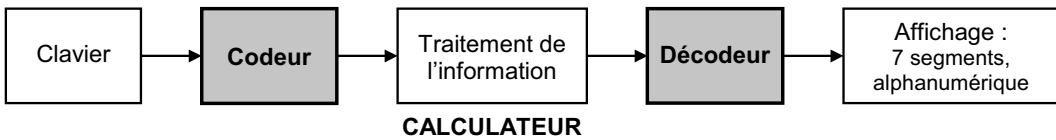
Les sorties non sélectionnées du démultiplexeur sont supposées être au niveau bas.
 Les chronogrammes illustrant le fonctionnement du système sont donnés ci-dessous :



On note Δt le temps s'écoulant entre deux réceptions successives du contenu d'un même registre.

3. Le codage

3.1. Nécessité du codage et décodage



Les circuits logiques ne peuvent traiter que des informations binaires. Ainsi, tout problème, avant d'être traité par calculateur, doit être transcrit sous forme binaire : cette opération s'appelle le **codage**. Le résultat est donné sous forme binaire par le calculateur. Il faut alors le retranscrire dans le langage original, seul exploitable par l'homme : cette opération s'appelle le **décodage**.

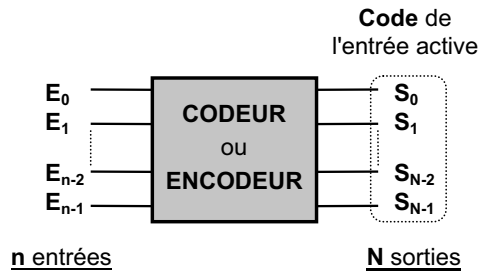
3.2. Principe

C'est un circuit combinatoire de n entrées, dont **une seule est active à la fois**, et N sorties. Il affiche en code binaire naturel, sur les sorties, le **rang de l'entrée active**.

On a la relation :

$$n \leq 2^N$$

Les entrées proviennent fréquemment d'un clavier (de chiffres, de lettres, ...).



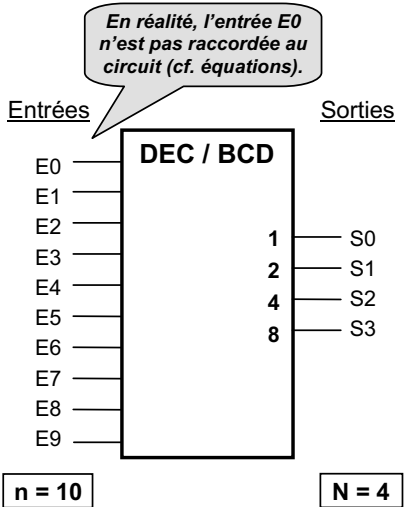
3.3. Synthèse d'un codeur décimal / BCD (Binary Coded Decimal)

Ce circuit consiste à donner le code BCD ou DCB (Décimal Codé Binaire) d'un chiffre décimal.

Table de vérité

| Chiffre décimal | Entrées | | | | | | | | | | Sorties | | | |
|-----------------|---------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---------|----|----|----|
| | E0 | E1 | E2 | E3 | E4 | E5 | E6 | E7 | E8 | E9 | S3 | S2 | S1 | S0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |

Les dix variables d'entrées de ce codeur (E0 à E9) correspondent aux chiffres 0 à 9. Si une entrée est activée (état logique 1), on obtient en sortie le code BCD du chiffre correspondant à cette entrée. On tire de la table de vérité les équations des sorties.



$$\begin{cases} S0 = E1 + E3 + E5 + E7 + E9 \\ S1 = E2 + E3 + E6 + E7 \\ S2 = E4 + E5 + E6 + E7 \\ S3 = E8 + E9 \end{cases}$$

Le gros défaut de ce codeur se situe dans le fait que, si on active deux entrées simultanément, les sorties sont **erronées**. Pour éviter ce problème, on utilise un **codeur de priorité**. Ce codeur délivre le code BCD correspondant à l'entrée de rang le plus élevé.

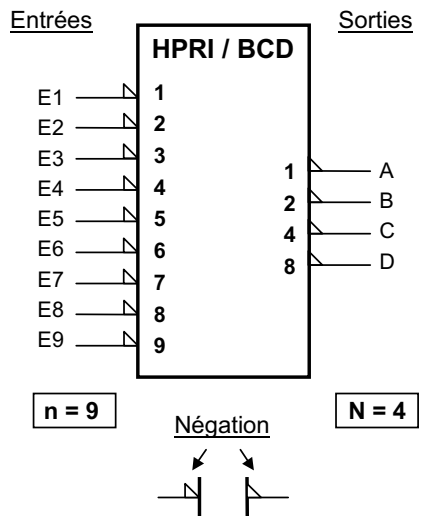
3.4. Codeur de priorité : Circuit 74147

Table de vérité

| Entrées | | | | | | | | | | Sorties | | | | |
|---------|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---------|---|---|-----------|-----------|
| E1 | E2 | E3 | E4 | E5 | E6 | E7 | E8 | E9 | D | C | B | A | | |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | inactives |
| X | X | X | X | X | X | X | X | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | Chiffre 9 | |
| X | X | X | X | X | X | X | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | Chiffre 8 | |
| X | X | X | X | X | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | Chiffre 7 | |
| X | X | X | X | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | Chiffre 6 | |
| X | X | X | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | Chiffre 5 | |
| X | X | X | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | Chiffre 4 | |
| X | X | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | Chiffre 3 | |
| X | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | Chiffre 2 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | Chiffre 1 |

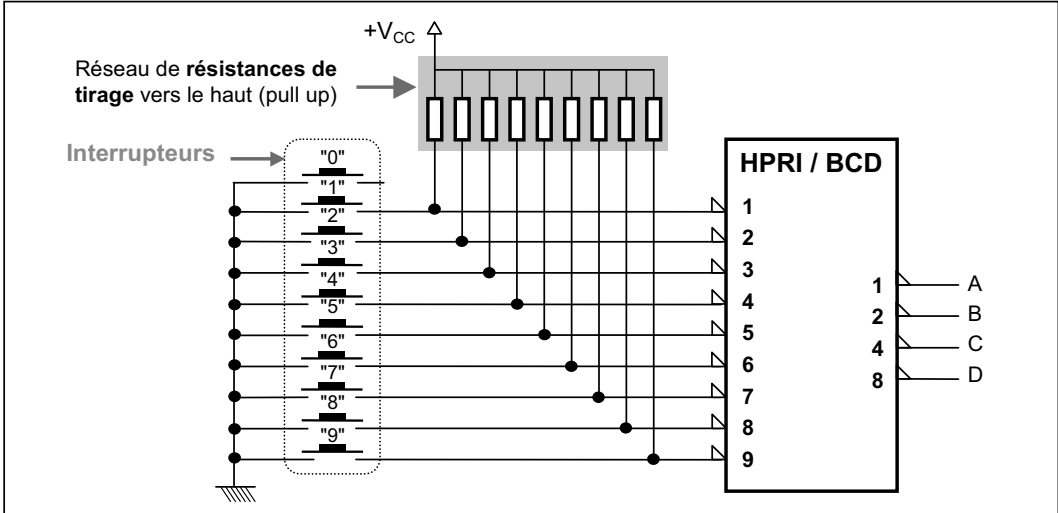
X = Etat logique indifférent

HPRI : Highest PRIORITY encoder



Dans ce circuit, les entrées comme les sorties sont affectées d'une **négation logique**. Elles sont **actives sur le niveau bas du signal**. Pour retrouver le véritable code BCD, il faudrait placer une porte inverseuse sur chaque sortie. Comme précédemment, l'entrée **E0** n'est pas raccordée.

- Application : Codeur d'interrupteurs



Les 10 interrupteurs peuvent être ceux d'un clavier de calculatrice représentant les chiffres "0" à "9". Lorsque les interrupteurs sont ouverts, les entrées sont au niveau haut par l'intermédiaire des résistances de tirage. La fermeture d'un interrupteur entraîne l'application d'un niveau bas sur l'entrée correspondante, donc son activation.

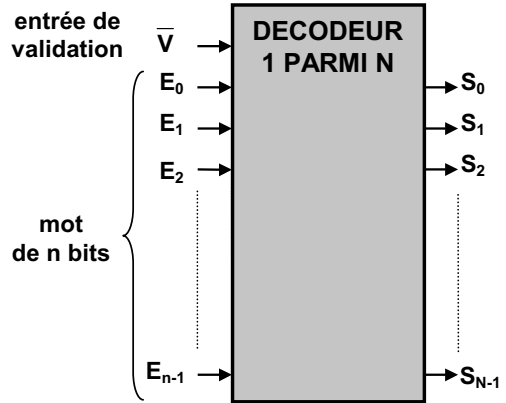
4. Le décodage

4.1. Le décodeur 1 PARMIS N ou sélecteur de sortie

C'est un circuit combinatoire qui fait correspondre à n variables binaires d'entrées $N = 2^n$ sorties. À une combinaison (ou code) des variables d'entrées (dites d'adresses) **ne correspond qu'une seule sortie active**.

Selon les circuits, les sorties peuvent être :

- **directes** (type S_k), c'est à dire actives au niveau haut ("1") ;
- **inversées** (type \overline{S}_k), c'est à dire actives au niveau bas ("0").

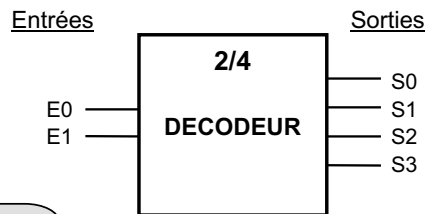


- Exemple : Principe d'un décodeur 1 parmi 4

Table de vérité (sans entrée de validation)

| Entrées | | Sorties | | | |
|---------|----|---------|----|----|----|
| E1 | E0 | S0 | S1 | S2 | S3 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |

On peut synthétiser ce décodeur avec des portes NOR à deux entrées.

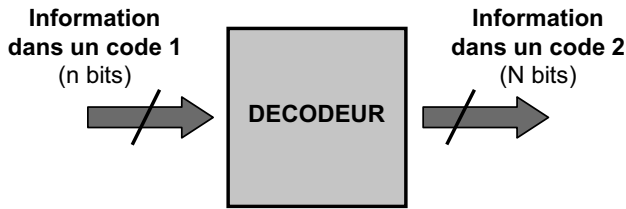


$$\begin{aligned}
 S_0 &= \overline{E_0} \cdot \overline{E_1} = \overline{E_0 + E_1} \\
 S_1 &= E_0 \cdot \overline{E_1} = \overline{E_0 + E_1} \\
 S_2 &= \overline{E_0} \cdot E_1 = \overline{E_0 + \overline{E_1}} \\
 S_3 &= E_0 \cdot E_1 = \overline{\overline{E_0 + \overline{E_1}}}
 \end{aligned}$$

On extrait de la table de vérité les équations des sorties suivantes :

4.2. Le convertisseur de code (ou transcodeur)

Un convertisseur de code est un circuit combinatoire de **n** entrées et **N** sorties. L'information à décoder est affectée sur les **n** entrées. Elle est transcrite avec un autre code sur les **N** sorties.



- Exemple n°1 : Transcodeur GRAY / BIN

Table de vérité

| Entrées | | | | Sorties | | | |
|---------|----|----|----|---------|----|----|----|
| G3 | G2 | G1 | G0 | B3 | B2 | B1 | B0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |

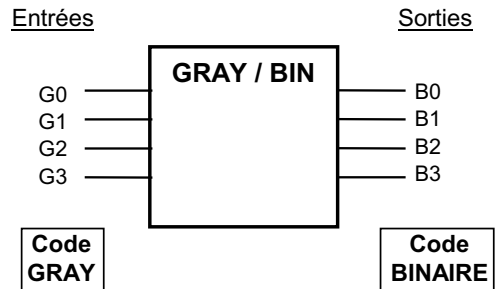
— axes de symétrie

On peut ainsi synthétiser ce transcodeur avec des portes OU-EXCLUSIF à deux entrées :

Les relations précédentes se généralisent (pour **n** bits) :

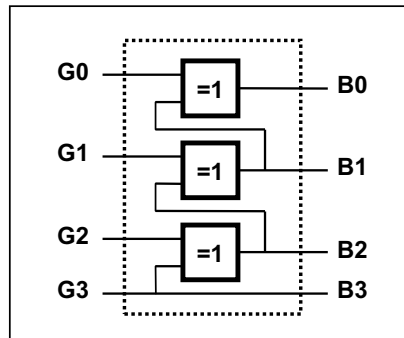
$$\begin{cases} B_{n-1} = G_{n-1} \\ B_k = G_k \oplus B_{k+1} \quad (0 \leq k \leq n-2) \end{cases}$$

- Exemple n°2 : le décodeur BCD - 7 segments



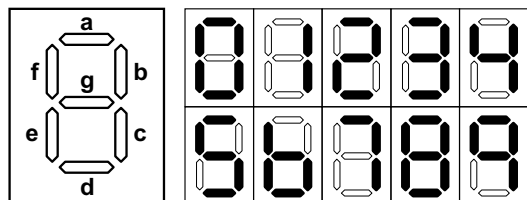
On tire de la table de vérité les équations des sorties :

$$\begin{cases} B3 = G3 \\ B2 = G2 \oplus G3 = G2 \oplus B3 \\ B1 = G1 \oplus G2 \oplus G3 = G1 \oplus B2 \\ B0 = G0 \oplus G1 \oplus G2 \oplus G3 = G0 \oplus B1 \end{cases}$$



Le but d'un tel décodeur est de permettre la visualisation d'un nombre (0 à 9) sur un afficheur 7 segments à DEL, à partir de son code BCD ou DCB (Décimal Codé Binaire).

Chaque segment de l'afficheur (repéré par les lettres a, b, c, d, e, f, g) est éclairé par une diode électroluminescente (DEL) noyée dans l'élément d'affichage.



(Table de vérité à écrire, à titre d'exercice)

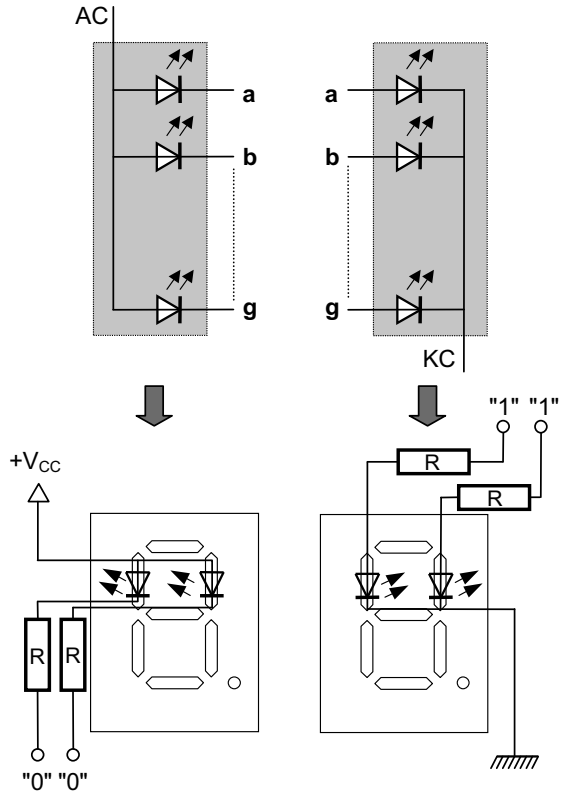
Il existe un certain nombre d'afficheurs 7 segments en fonction de la dimension de l'afficheur, de la couleur d'affichage (rouge, vert, orange ou jaune) et de l'intensité lumineuse émise. D'un point de vue **électrique**, on distingue deux types :

- Soit à **anodes communes (AC)** avec une polarisation à + V_{CC} des anodes ;
- Soit à **cathodes communes (KC)** avec une polarisation à 0 V des cathodes.

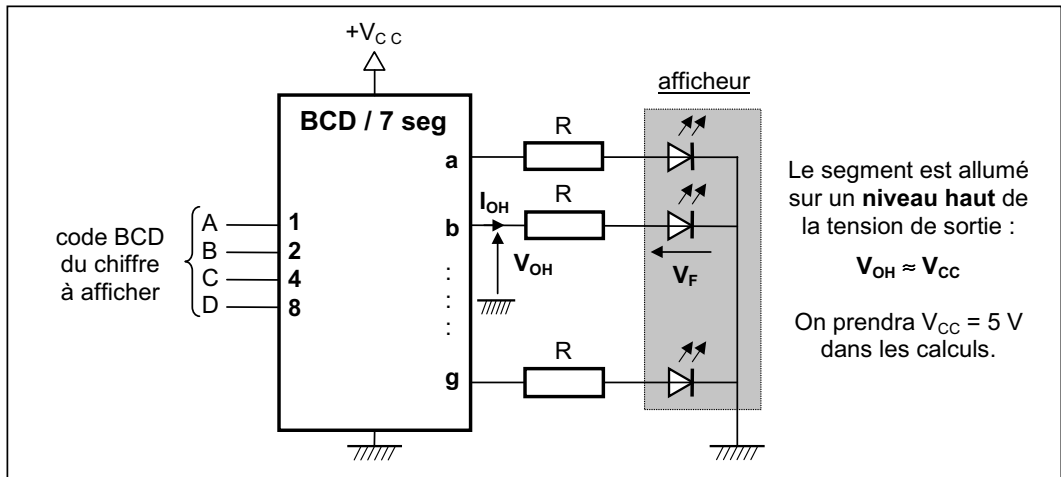
Pour les afficheurs de type AC, on allume les DEL à l'aide d'un niveau bas de tension (⇒ état logique "0"). Pour ceux de type KC, l'allumage des DEL se fait avec un niveau haut de tension (⇒ état logique "1").

Dans les deux cas, il faudra prévoir des résistances externes **R** de limitation du courant dans les DEL.

Pour utiliser un afficheur 7 segments à DEL, il est nécessaire de disposer d'un **décodeur** traduisant le **code BCD** en **code d'allumage** des segments de l'afficheur en fonction de son type.



- **Exemple** : Schéma de câblage d'une structure à cathodes communes (KC)



On admet que chaque segment d'un afficheur à DEL ordinaire donne une luminosité normale quand il est traversé par un courant $I_{OH} = 20 \text{ mA}$ sous $V_F = 2 \text{ V}$. On en déduit la valeur de la résistance **R** de limitation de courant, à insérer en série avec chaque segment :

$$R = \frac{V_{OH} - V_F}{I_{OH}} \approx \frac{5 - 2}{20 \cdot 10^{-3}} = \boxed{150 \Omega}$$

Cette résistance doit être capable de dissiper une puissance de :

$$P = R \cdot I_{OH}^2 = 150 \cdot (0,02)^2 = \boxed{0,06 \text{ W}}$$

Des résistances à couche de carbone **150 Ω - 0,25 W** conviendraient parfaitement ici.

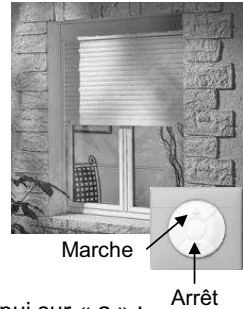
Chapitre 24

Systemes logiques séquentiels

1. Notion de système logique séquentiel

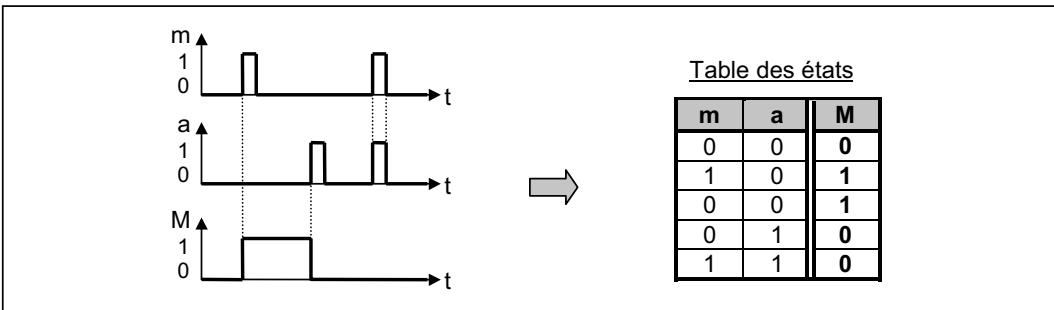
1.1. Mise en évidence

On désire mettre en marche un moteur de volet roulant électrique avec un bouton poussoir marche « m » et l'arrêter avec un bouton - poussoir arrêt « a ». On note « M » la variable de sortie de ce système : $M = 1$ si le moteur tourne, 0 sinon. Le cahier des charges est le suivant :



- Le moteur doit démarrer si on appuie sur « m » ;
- Une fois ce dernier relâché, le moteur doit continuer à tourner jusqu'à l'appui sur « a » ;
- En cas d'appui simultané sur les deux boutons, on privilégie l'arrêt du moteur.

Les évolutions temporelles des entrées m et a et de la sortie M peuvent être décrites par le chronogramme ci-dessous. On en déduit la table des états ou table de vérité du système.



□ **Problème** : On constate que pour $m = a = 0$, il y a deux effets possibles sur la sortie M. On ne peut donc pas résoudre ce problème en utilisant la logique combinatoire.

Par contre, si l'on tient compte de l'état de la sortie à l'instant précédent (variable interne M_n), une solution est possible. En effet, en appelant M_n l'état précédent de la sortie M_{n+1} , la table de vérité devient.

L'équation logique de la sortie M_{n+1} s'écrit alors :

$$M_{n+1} = \overline{M_n} \cdot m \cdot \overline{a} + M_n \cdot (\overline{m} \cdot \overline{a} + m \cdot \overline{a}) = \overline{M_n} \cdot m \cdot \overline{a} + M_n \cdot \overline{a}$$

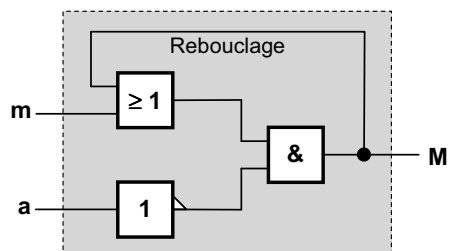
$$M_{n+1} = (\overline{M_n} \cdot m + M_n) \cdot \overline{a} = (m + M_n) \cdot \overline{a}$$

| M_n | m | a | M_{n+1} |
|-------|---|---|-----------|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

Ce qui conduit au logigramme suivant.

Il fait apparaître un « **rebouclage** » caractéristique de la logique séquentielle, montrant l'intervention du temps, de « ce qu'il s'est passé avant ». Il réalise la **mémorisation** de l'événement « m = 1 » ou « a = 1 ».

On verra qu'il est possible de décrire le comportement d'un tel système au moyen d'un **graphe d'états**.

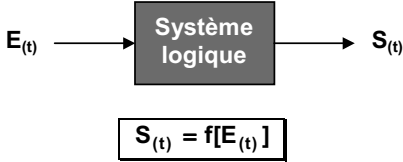


1.2. Différences entre systèmes logiques combinatoires et séquentiels

Dans ce type de système, les signaux à contrôler sont exclusivement des **signaux logiques**. Le système obéit à un processus préétabli qui envisage toutes les possibilités d'évolution.

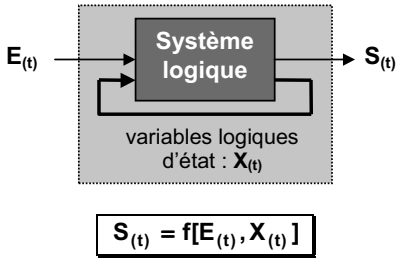
On distingue deux types de **système à contrôle logique**.

□ Systèmes combinatoires



- La même cause produit toujours le même effet : **une même combinaison des variables d'entrée donne toujours la même sortie S.**
- L'effet disparaît dès que la cause disparaît.

□ Systèmes séquentiels



A l'instant t donné, la sortie **S** dépend des entrées **E** et de l'état interne **X** du système. Cet état dépend de la séquence qui a été appliquée en entrée avant t.

- La même cause peut produire des effets différents : **une même combinaison des variables d'entrée ne donne pas toujours la même sortie S.**
- Un effet peut rester maintenu alors même que sa cause a disparu.

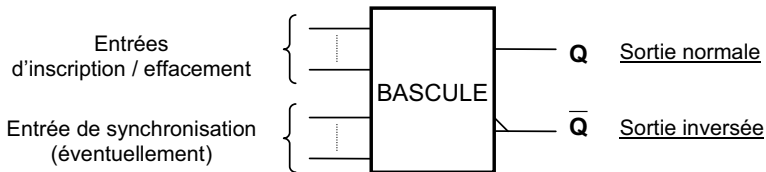
2. Les éléments de mémorisation : les bascules

Les bascules sont les éléments de base des **systèmes séquentiels**. Elles possèdent deux états stables (0 et 1) et maintiennent leur état tant qu'elles ne sont pas sollicitées pour en changer.

Ce sont des **cellules de mémorisation à 1 bit** qui, pour une combinaison d'états logiques de leurs entrées, présentent sur leurs sorties deux états complémentaires stables **Q** et **Q**.

Les composants mémoires statiques RAM (cf. page 244) contiennent des milliers, voire des millions de telles cellules élémentaires, convenablement organisées et multiplexées.

2.1. Symbole général



2.2. Différents types

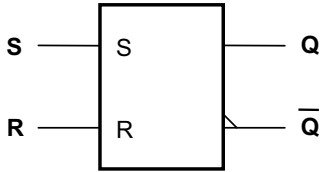
- Dans une bascule **asynchrone**, la sortie peut changer d'état, au temps de propagation près, au moment où la combinaison des états des entrées est changée (exemple : bascule RS).
- Dans une bascule **synchrone**, le changement d'état de la sortie, qui correspond à une nouvelle combinaison d'états des entrées, est validé par un signal de synchronisation ou signal d'horloge noté H, CLOCK ou CLK (exemples : on se limitera aux bascules D flip - flop et JK).

2.3. Bascule asynchrone : bascule RS

□ **Caractérisation**

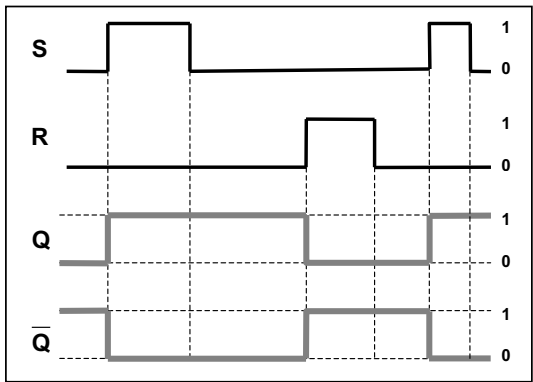
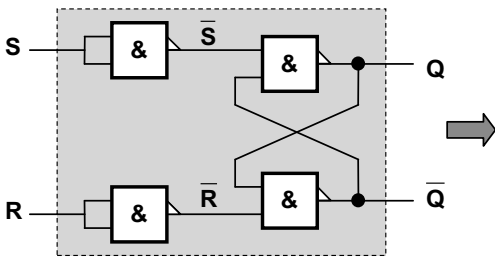
Les entrées d'inscription et d'effacement sont notées : $\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{R} \text{ (Reset)} \Rightarrow \text{Effacement} \\ \mathbf{S} \text{ (Set)} \Rightarrow \text{Inscription} \end{array} \right.$

On appelle Q_n l'état de la sortie Q avant la modification de l'une des variables d'entrée et Q_{n+1} son état après cette modification.



| R | S | Q_{n+1} | |
|---|---|-----------|---------------------|
| 0 | 0 | Q_n | mémoire |
| 0 | 1 | 1 | inscription |
| 1 | 0 | 0 | effacement |
| 1 | 1 | | ambigu * (à éviter) |

□ **Exemple de structure et chronogrammes**

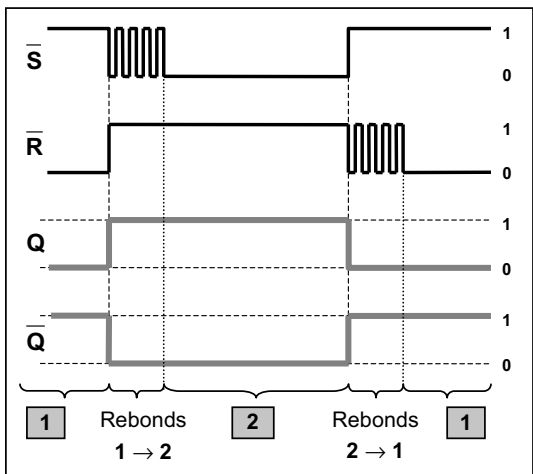
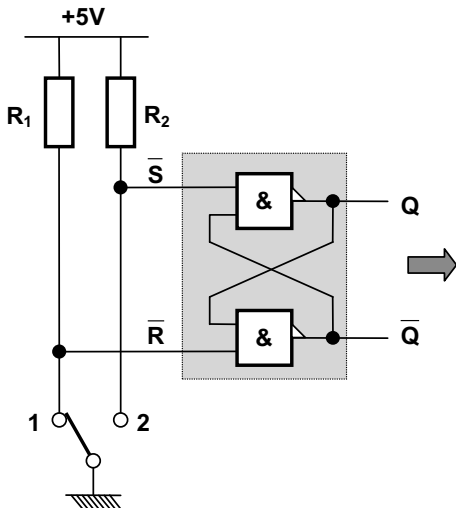


* Si $S = R = 1$ alors $Q = \bar{Q} = 1$ (à proscrire).

On peut définir la **priorité** d'une bascule comme l'état préférentiel affecté au cas $S = R = 1$. Ici, on aurait donc une **bascule RS à 1 prioritaire**.

□ **Application de la bascule RS : Montage "anti-rebonds"**

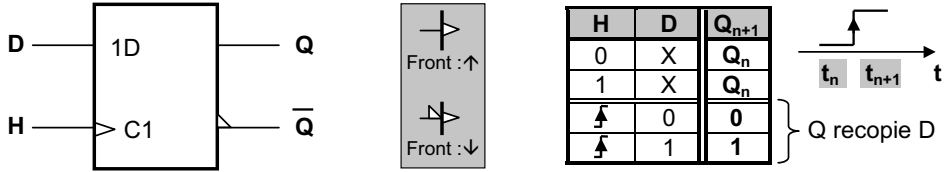
Pour créer des états logiques électriques, on utilise des interrupteurs. Malheureusement, un contact mécanique, lors du passage de l'état fermé à l'état ouvert ou vice-versa, produit une **série d'impulsions parasites** (rebonds) avant d'atteindre l'état final.



2.4. Bascules synchrones : bascules D et JK

2.4.1. Bascule D flip - flop

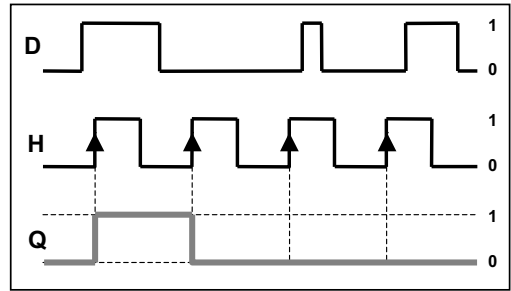
□ Caractérisation



□ Chronogrammes

Q_n est l'état de Q à l'instant t_n (avant \uparrow) et Q_{n+1} son état à t_{n+1} (après \uparrow).

Sur chaque front montant de H, la bascule mémorise l'état qu'elle voit en D à cet instant (juste avant \uparrow). Elle décale dans le temps l'état de la sortie d'où son appellation **D** (Delay = retard).

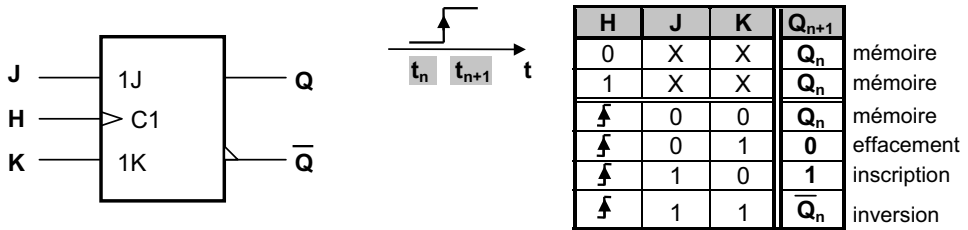


2.4.2. Bascule JK

Elle possède 1 entrée de synchronisation et 2 entrées d'inscription et d'effacement telles que :

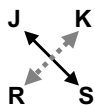
$$\begin{cases} S = J \\ R = K \end{cases} \text{ avec la combinaison } (J,K) = (1,1) \text{ autorisée} \Rightarrow Q_{n+1} = \overline{Q_n} \text{ (inversion de l'état : Toggle)}$$

□ Caractérisation

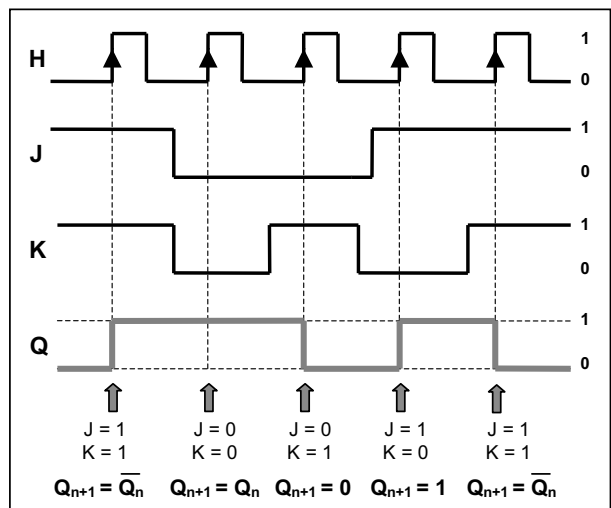


□ Chronogrammes

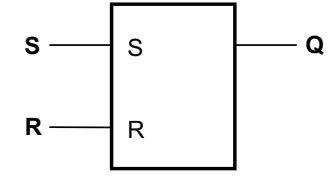
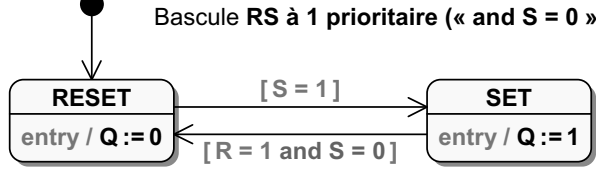
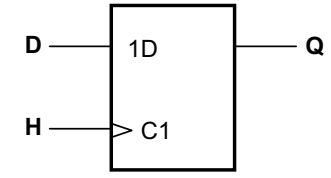
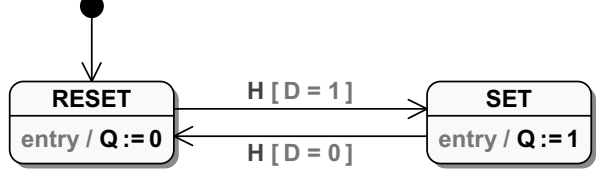
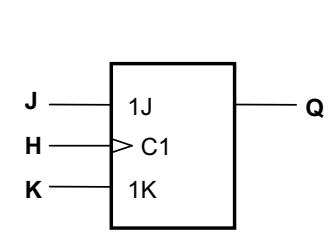
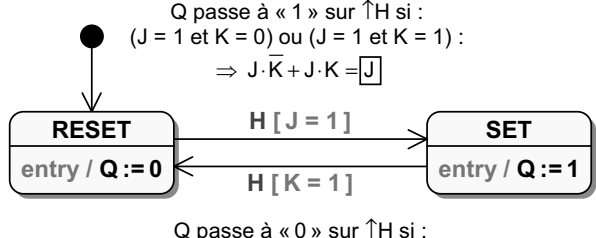
Les variables J et K sont les entrées de commande synchrones. Elles ont un effet sur les sorties uniquement en présence d'un front montant. On peut utiliser le moyen mnémotechnique suivant pour se souvenir de l'action de ces entrées.



Il faut prendre en compte les états des entrées juste avant le front montant !



On peut caractériser le comportement d'une bascule au moyen d'un **graphe d'états**.

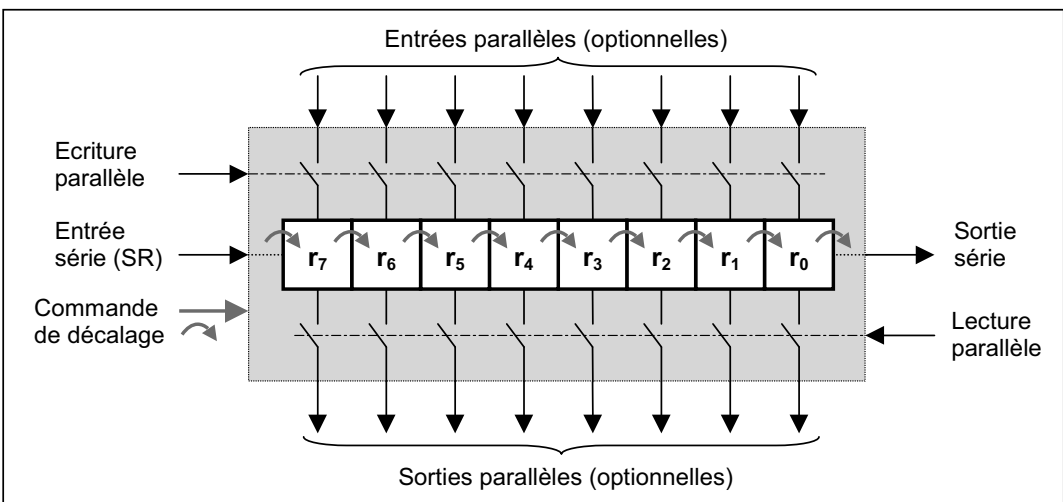
| Symbole | Grphe d'états (solutions possibles) |
|---|--|
|  | <p>Bascule RS à 1 prioritaire (« and S = 0 »)</p>  |
|  |  |
|  | <p>Q passe à « 1 » sur $\uparrow H$ si : $(J = 1 \text{ et } K = 0) \text{ ou } (J = 1 \text{ et } K = 1) :$ $\Rightarrow J \cdot \bar{K} + J \cdot K = \boxed{J}$</p>  <p>Q passe à « 0 » sur $\uparrow H$ si : $(J = 0 \text{ et } K = 1) \text{ ou } (J = 1 \text{ et } K = 1) :$ $\Rightarrow \bar{J} \cdot K + J \cdot K = \boxed{K}$</p> |

3. Registres à décalage

3.1. Structure générale d'un registre de n bits

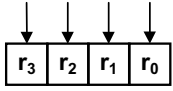
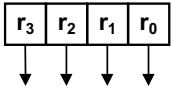
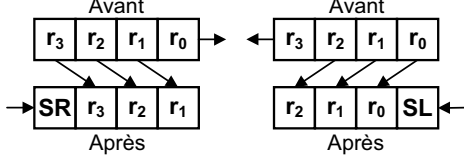
L'association judicieuse de **n** mémoires élémentaires (bascules) permet la mémorisation d'un mot de **n** bits : ceci constitue **un registre**. Les contenus r_k ($0 \leq k \leq n - 1$) des bascules passent de l'une à l'autre sur un front montant \uparrow (ou \downarrow) du signal de commande de décalage ou signal d'horloge.

□ **Exemple** : Organisation fonctionnelle d'un registre à décalage (à droite) de 8 bits



3.2. Modes de fonctionnement

Les manipulations pouvant être réalisées par les registres (ici $n = 4$) sont les suivantes :

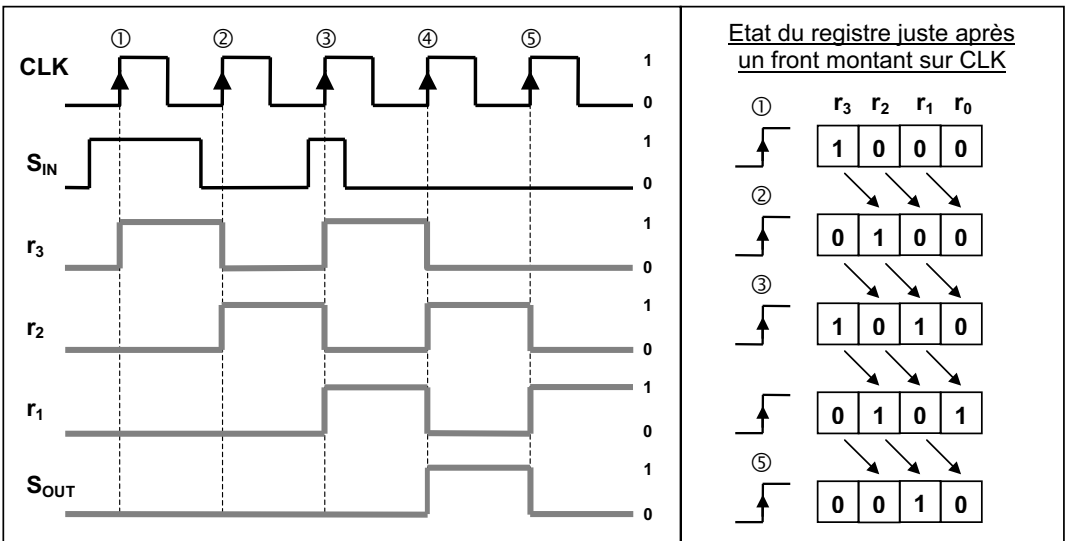
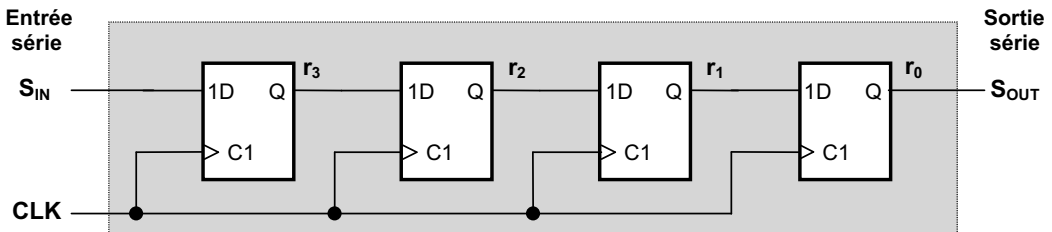
| Ecriture parallèle | Lecture parallèle | Ecriture - lecture série (avec décalage à droite et / ou à gauche) |
|--|--|--|
|  <p>L'écriture constitue un chargement du registre.</p> <p>Les différents bits du mot binaire à mémoriser sont chargés simultanément.</p> |  <p>La lecture reste possible tant que le contenu n'est pas modifié.</p> <p>La lecture de tous les bits du mot binaire mémorisé est simultanée.</p> |  <p>La fonction "décalage" consiste à faire glisser l'information de chaque cellule élémentaire du registre vers les cellules adjacentes. Ce décalage peut se faire à droite ou à gauche.</p> <p>L'un des bits extrêmes est remplacé par le bit série SR * ou SL *, tandis que l'autre bit extrême est perdu ou est utilisé pour une lecture série.</p> |

- * **SR** : Serial Right \Rightarrow entrée de chargement série côté droit
- * **SL** : Serial Left \Rightarrow entrée de chargement série côté gauche

On remarquera que l'entrée série est dénommée de la même manière que le sens de décalage, alors qu'elle est positionnée de l'autre côté.

On peut synthétiser des registres à décalage à partir de bascules D flip - flop ou JK. Une bascule JK remplit le même rôle qu'une bascule D si $J = D$ et $K = D$.

□ **Exemple** : Registre à décalage à droite de 4 bits à partir de bascules D flip - flop.



3.3. Registres intégrés

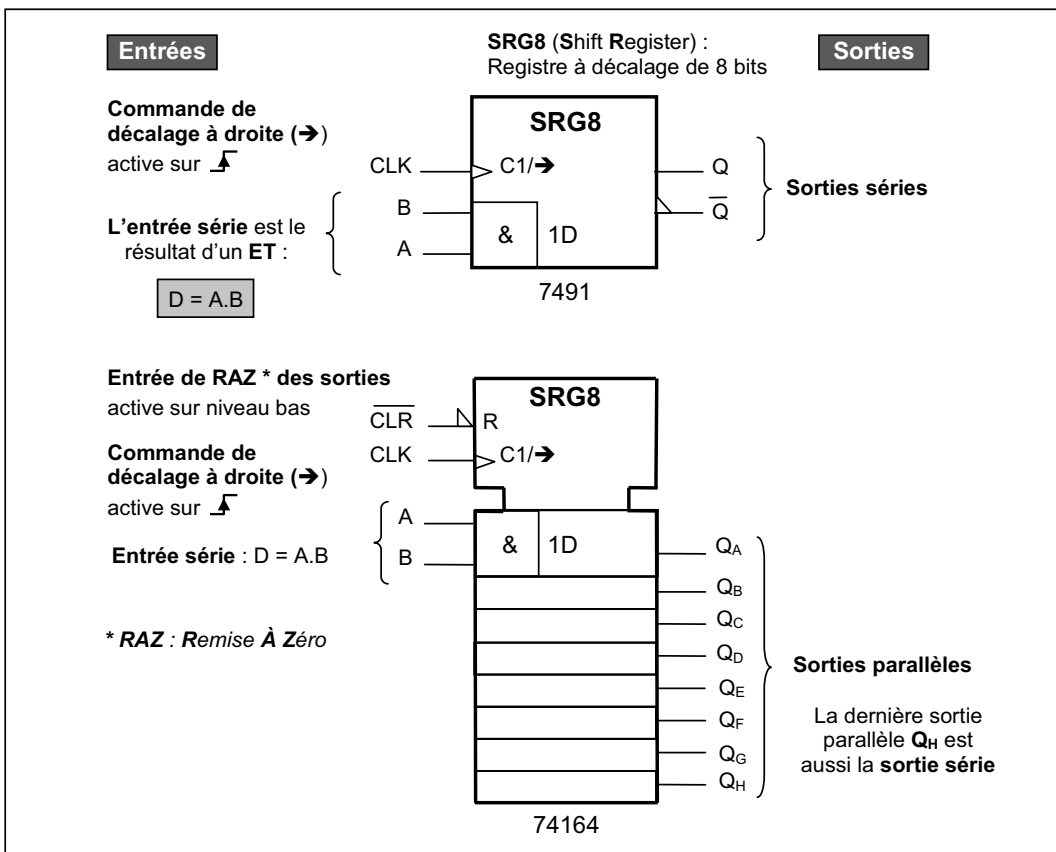
Il n'est plus nécessaire aujourd'hui d'effectuer la synthèse des registres à partir de bascules : un choix très vaste est offert par les constructeurs. Les registres intégrés combinent généralement plusieurs fonctionnalités :

- Décalages à droite, gauche, gauche + droite ;
- Ecritures série, parallèle, série + parallèle ;
- Lectures série, parallèle, série + parallèle.

Un concepteur de circuit logique peut ainsi facilement trouver ce qui convient à son application et implémenter cette fonction dans un circuit logique programmable (cf. page 265).*

| Circuit | Entrée parallèle | Entrée série | Sortie parallèle | Sortie série |
|---------|------------------|--------------|------------------|--------------|
| 7491 | non | oui | non | oui |
| 74164 | non | oui | oui | oui |

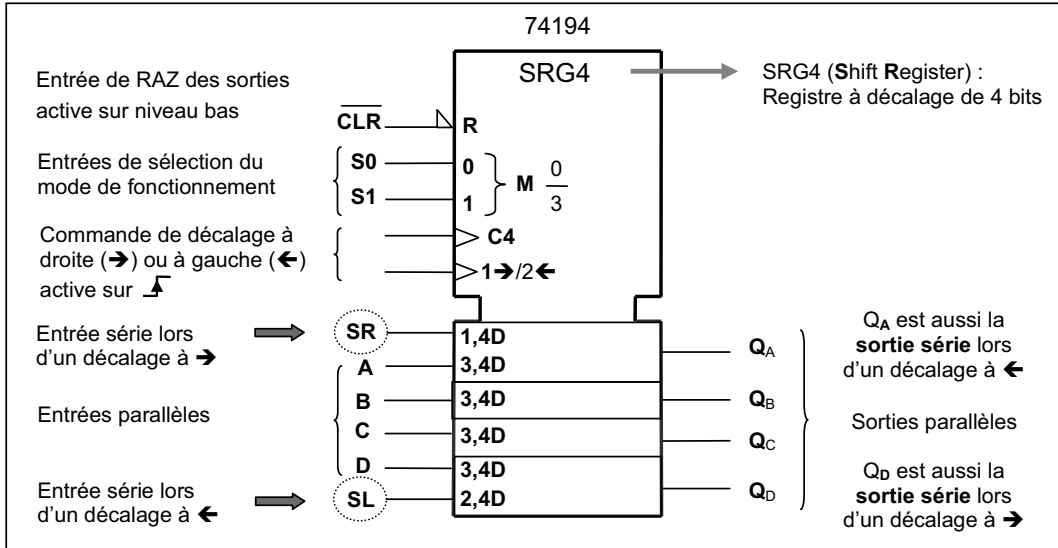
□ **Symboles normalisés**



Il existe des registres combinant toutes les fonctions précédentes : écriture et lecture parallèle ou série avec la possibilité d'un décalage de l'information vers la droite (→) ou la gauche (←). Ce sont les **registres universels**.

* L'une des façons les plus simples de programmer ces composants consiste à assembler graphiquement dans un logigramme les fonctions logiques désirées : opérateurs logiques, multiplexeur, registres, compteurs, additionneurs Il s'agit alors de **programmation graphique**.

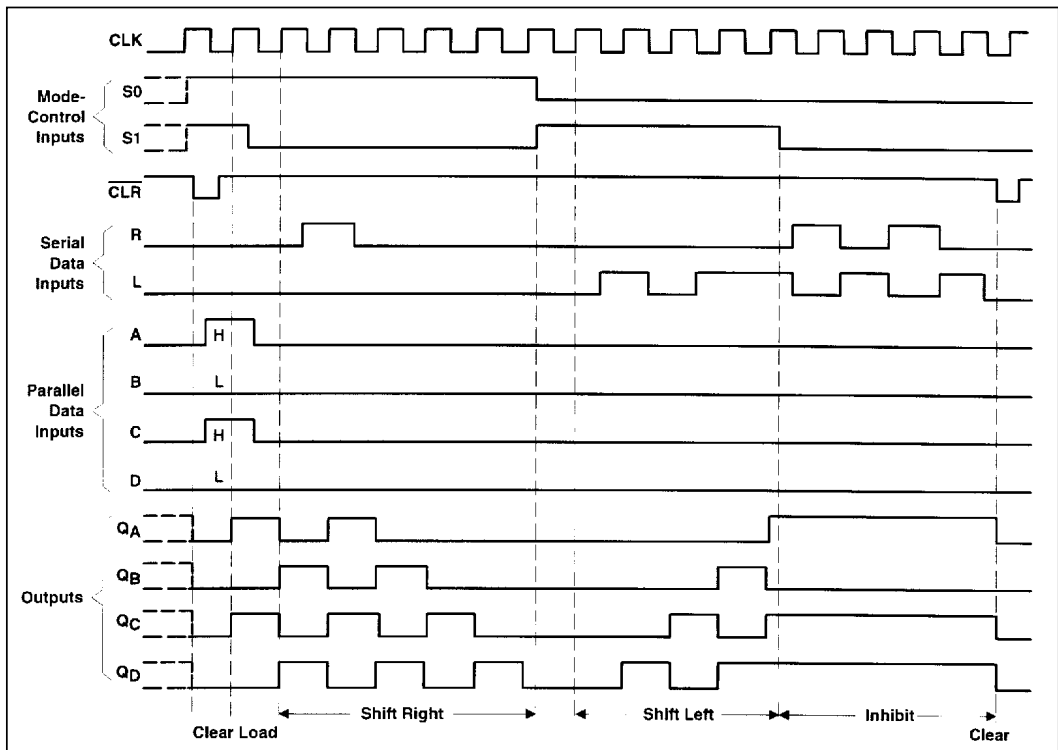
3.4. Registre universel



□ **Sélection des modes de fonctionnement :**

| S1 | S0 | M | Modes de fonctionnement |
|----|----|---|--|
| 0 | 0 | 0 | Inhibition (contenu du registre figé malgré l'horloge) |
| 0 | 1 | 1 | Chargement série par l'entrée SR - Décalage à droite (QA vers QD) |
| 1 | 0 | 2 | Chargement série par l'entrée SL - Décalage à gauche (QD vers QA) |
| 1 | 1 | 3 | Chargement parallèle par les entrées A, B, C et D |

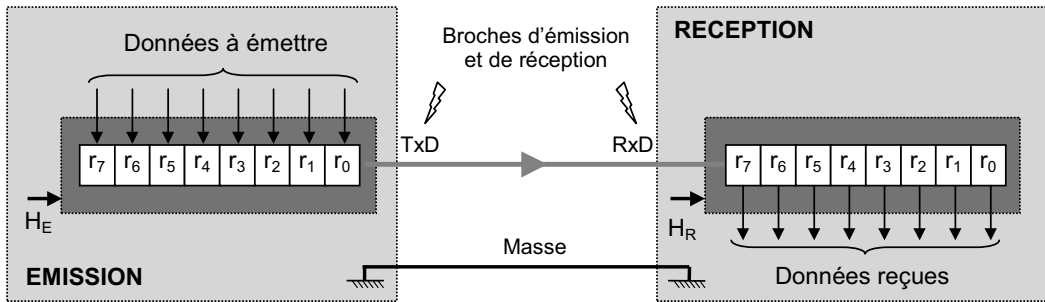
□ **Chronogrammes de fonctionnement du circuit 194 :**



3.5. Application : Transfert de données numériques par liaison série

Le traitement de l'information au sein des systèmes numériques est réalisé sur des mots binaires parallèles : les bits sont tous disponibles en même temps. Or, lors du transport de l'information sur de longues distances en particulier, ils sont envoyés sous forme série les uns après les autres. Il faut donc avant l'émission, une conversion parallèle / série et à la réception, la conversion série / parallèle pour retrouver l'information.

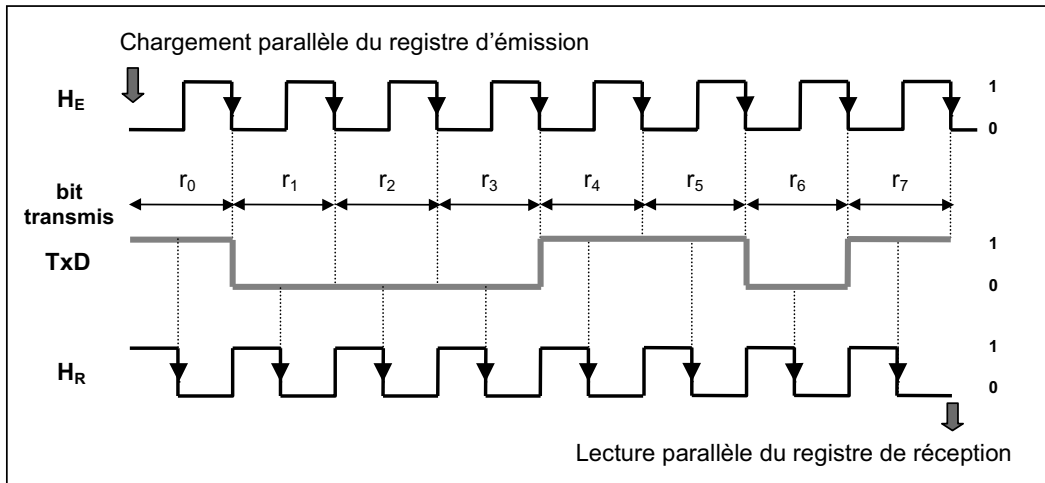
La structure de base utilisée dans ces deux conversions est un **registre à décalage**.



□ **Exemple** : Chronogrammes pour une transmission synchrone

On considère deux registres (émission et réception) dont les décalages se produisent à chaque front descendant de l'horloge (H_E ou H_R). On désire transmettre le mot binaire :

[1 0 1 1 0 0 0 1] chargé dans [r_7 r_6 r_5 r_4 r_3 r_2 r_1 r_0]



Les horloges d'émission H_E et de réception H_R ont la même fréquence mais sont en opposition de phase. Au niveau du registre de réception, le chargement série et le décalage se font toujours au milieu de chaque bit transmis. Ceci réduit les erreurs de transmission, qui pourraient apparaître si les fréquences de H_E et H_R n'étaient pas rigoureusement identiques.

Ce synchronisme peut être obtenu de deux façons :

- soit en envoyant le signal d'horloge par un fil séparé ;
- soit au niveau du récepteur, en reconstituant le signal d'horloge à partir des changements d'état du signal reçu (utilisation d'un oscillateur commandé en tension VCO et d'une boucle à verrouillage de phase PLL).

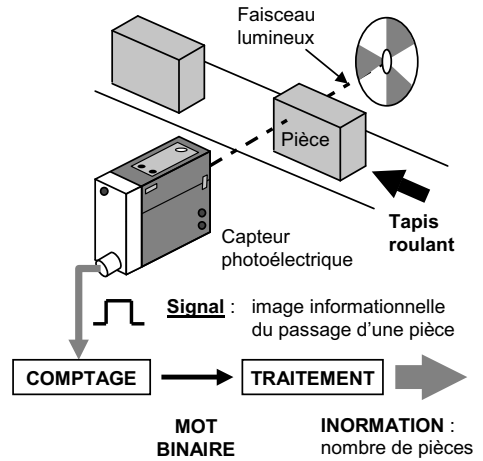
4. Les compteurs

4.1. Identification de la fonction comptage

La fonction qui s'impose pour dénombrer des événements se succédant chronologiquement est le comptage. L'opérateur technique assurant cette fonction est le **compteur**.

□ **Exemple** : Système de comptage de pièces

A chaque coupure du faisceau lumineux par une pièce, une impulsion est générée et appliquée à l'entrée d'un compteur.

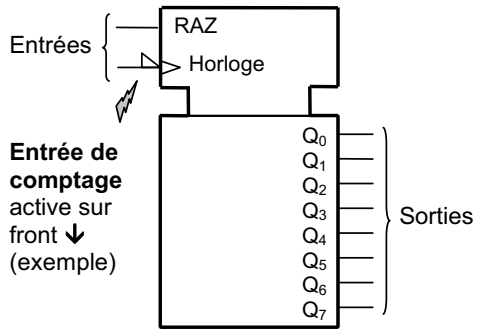


4.2. Structure générale d'un compteur

Le compteur est un registre (ensemble de bascules) dont le contenu passe de la valeur $N_{(10)}$ à $N_{(10)} + 1$ après application d'une impulsion (\uparrow ou \downarrow selon les circuits) sur l'entrée de comptage **EC** ou horloge (appelée aussi **H, CK, CLK** ou **CP**).

Ce nombre est accessible sous forme binaire sur les **n** sorties :

$$[Q_{n-1} \dots Q_2 Q_1 Q_0]$$



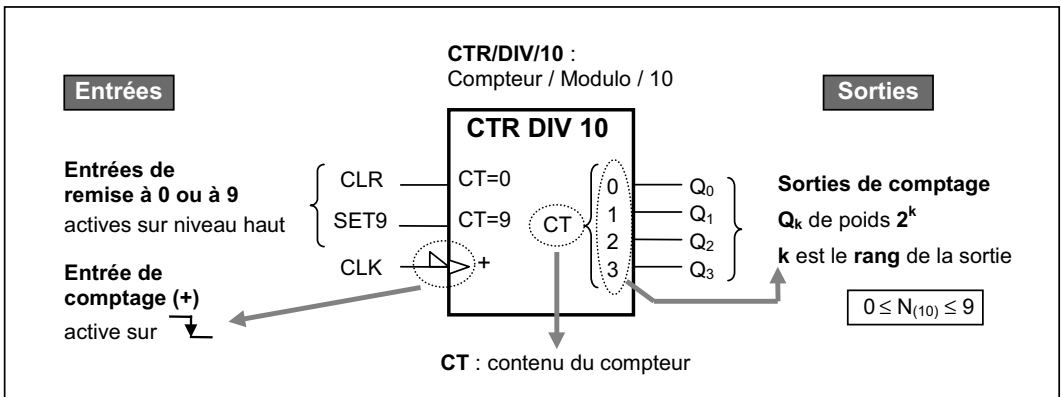
Le symbole général donné ci-contre comprend :

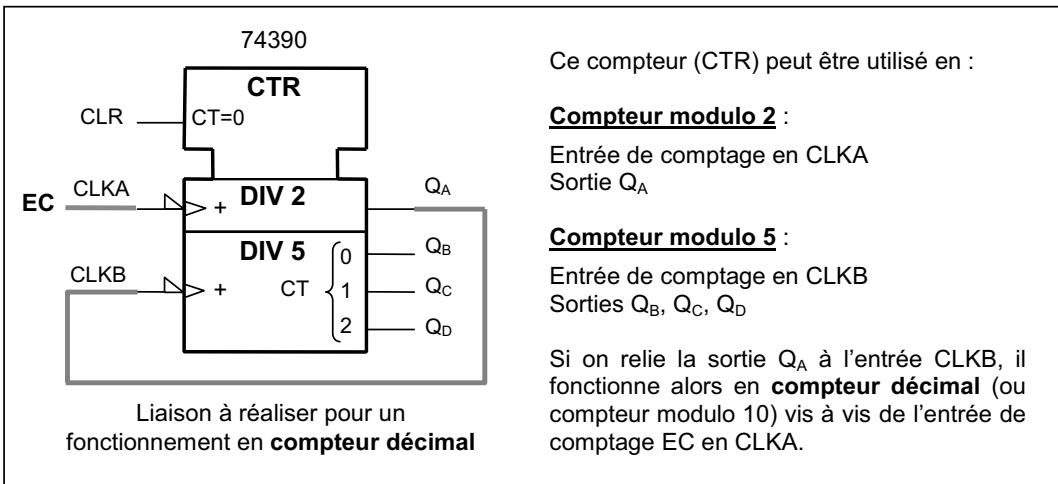
- une zone inférieure où l'on trouve les **sorties** (données, retenue, ...) à droite et dans certains cas particuliers les **entrées de données** à charger à gauche ;
- une zone supérieure de contrôle où l'on trouve l'**horloge**, la **remise à zéro** (entrée RAZ asynchrone) et éventuellement d'autres commandes particulières (**entrée de chargement LOAD** par exemple).

On synthétise très rarement les compteurs à partir de bascules. On préfère utiliser des compteurs intégrés. Ils possèdent différentes broches permettant d'adapter le fonctionnement à un maximum de situations. On donne dans les paragraphes suivants des exemples de compteurs intégrés.

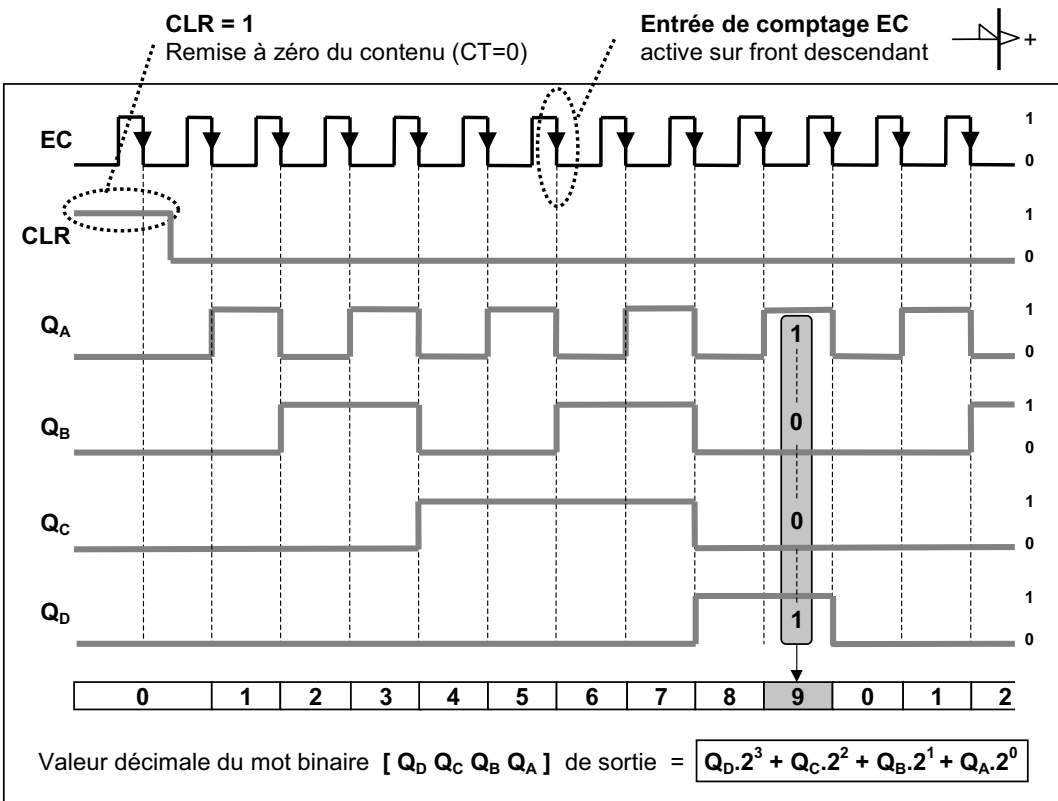
4.3. Compteurs intégrés

4.3.1. Compteur simple décimal





Les chronogrammes proposés ci-dessous illustrent son fonctionnement en **compteur décimal**.



Dans le cas présent, la remise à zéro CLR est active sur niveau haut, indépendamment de l'entrée de comptage EC. Elle est dite **asynchrone**.

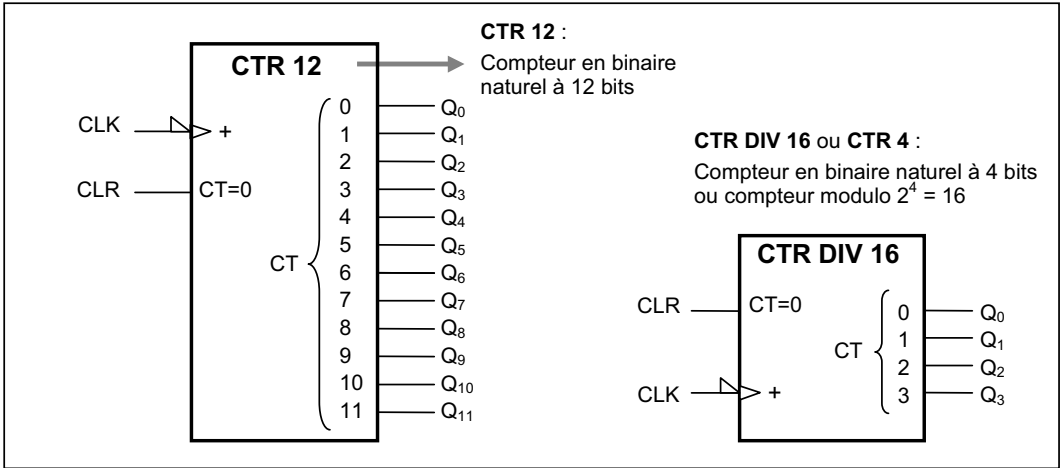
Le contenu du compteur prend également la valeur 0 lors de la présence simultanée du mot binaire de sortie $[1\ 0\ 0\ 1]$ (9 en décimal) et du front descendant de l'entrée de comptage EC, qui suit l'affichage de ce mot. La prise en compte de ces deux conditions est réalisée par une **structure logique intégrée dans le circuit**.

Le bit de poids fort d'un compteur modulo N a une période N fois plus grande que celle du signal de comptage. Un compteur est donc aussi un diviseur de fréquence par N.

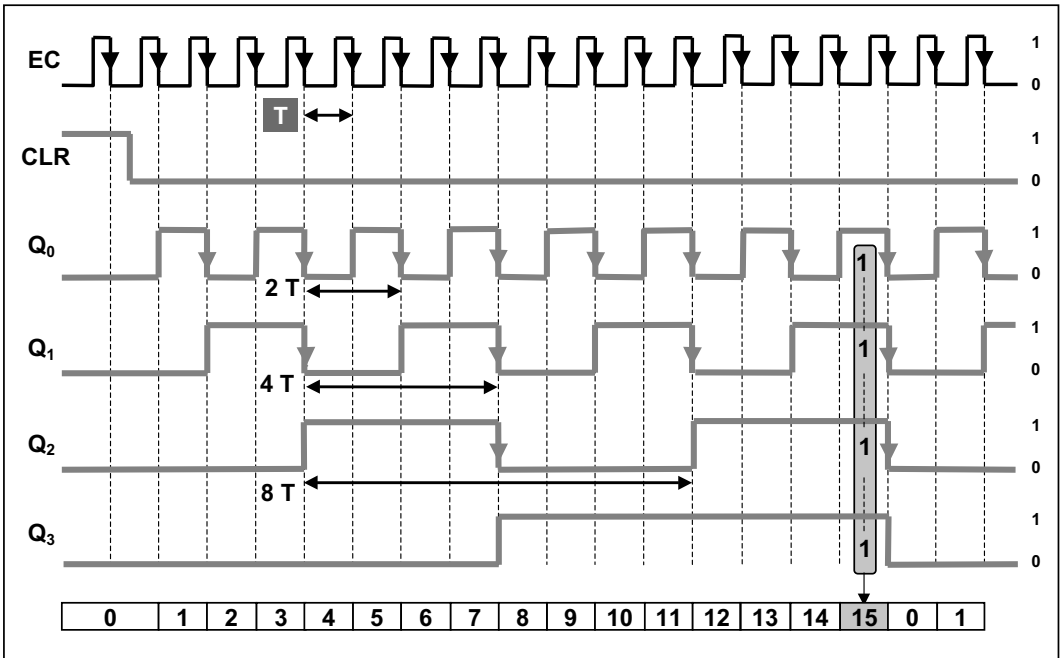
4.3.2. Compteur binaire

Ce sont des compteurs comme les autres, à ceci près que les chronogrammes des signaux de sortie possèdent une propriété remarquable permettant d'en simplifier le tracé : **"La sortie Q_k d'un compteur binaire change d'état sur les fronts descendants de la sortie Q_{k-1} qui la précède."**

▪ Exemples de circuits :



▪ Chronogrammes de fonctionnement du compteur en binaire naturel à 4 bits :



Pour un **compteur binaire**, il existe une **relation évidente** entre la fréquence f_k de la sortie Q_k et celle du signal de comptage $f = 1/T$:

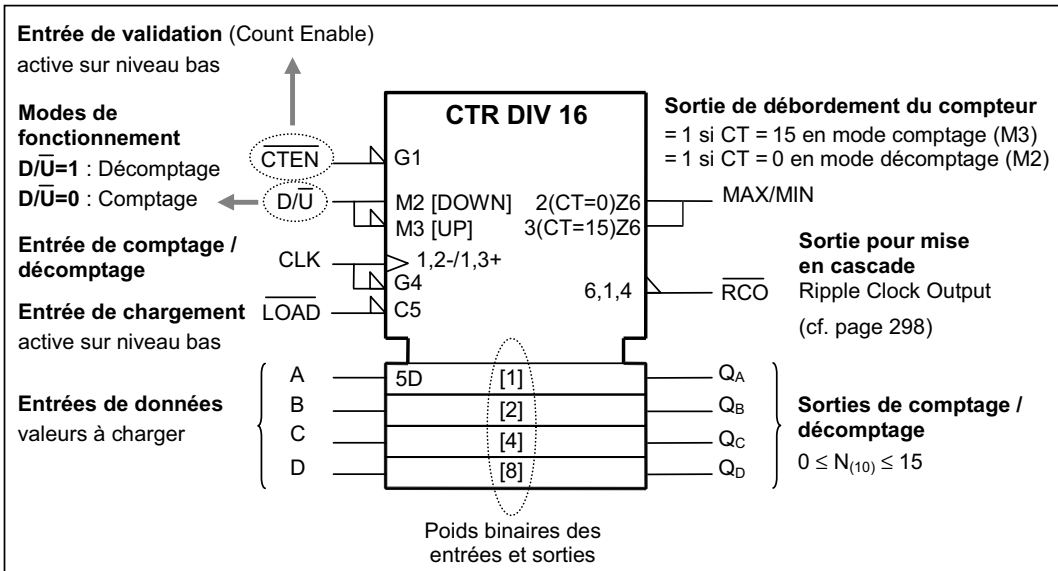
$$f_k = \frac{f}{2^{k+1}}$$

On notera également que toutes les sorties d'un compteur binaire ont un **rapport cyclique de 0,5**, contrairement à celles du compteur décimal précédent.

4.3.3. Compteurs - décompteurs programmables à une seule entrée d'horloge

On trouve aussi des circuits pouvant **compter** et **décompter** à partir d'une valeur programmée. Pour cela, il est nécessaire de disposer sur le composant :

- d'**entrées de données** permettant d'indiquer la valeur souhaitée du compteur. Il y en a autant que de sorties de comptage ;
- d'une **entrée donnant l'ordre de chargement** de la valeur. Cette entrée de commande peut être synchrone (dépendant du signal d'horloge) ou asynchrone ;
- d'une **entrée précisant le mode de fonctionnement** du circuit (compteur ou décompteur).



▪ **Analyse du symbole :**

Le symbole est formé de deux blocs essentiels. Le **cadre de contrôle** ou de commande (en haut) est caractérisé par les deux échancrures. Il regroupe toutes les informations concernant la fonction réalisée par le circuit. Le cadre du bas est divisé en quatre parties, à l'image des quatre bits de données. Toutes les indications à l'intérieur des cadres sont **normalisées** :

- | | |
|--|---|
| G pour une entrée d'opérateur ET | Z pour une liaison interne directe |
| M pour les modes de fonctionnement | C pour un contrôle |
| D pour une fonction mémoire (entrée de bascule D) | |

▪ **Les entrées :**

L'entrée de comptage / décomptage CLK est active sur front montant (\triangleright sans complémentation). Sur niveau bas, par le chiffre (G)4, elle participe à l'élaboration du signal RCO (de même que MAX/MIN et CTEN par les chiffres (G)1 et (Z)6).

Le circuit peut compter ou décompter suivant l'état de D/U. On le bloque en plaçant l'entrée CTEN au niveau bas : les sorties de comptage / décomptage sont alors figées.

La partie 1,2 - décrit la décrémentation du contenu (signe -) : le chiffre 1 renvoie à l'entrée G1 et le chiffre 2 au mode M2. Le contenu est donc décrémentés sur chaque front montant de CLK si G1 = 1 (CTEN = 0) et M2 = 1 (D/U = 1).

On laisse le soin au lecteur de deviner l'incrémentement du contenu 1,3 + sur le même principe.

La notation 5D n'est indiquée que dans la première case et doit être dupliquée dans celles du dessous. Le chiffre 5 renvoie à l'entrée **C5**. Les états des entrées A, B, C et D sont recopiés en sortie dès que $C5 = 1$ ($\overline{LOAD} = 0$). Il s'agit d'une opération de préchargement asynchrone.

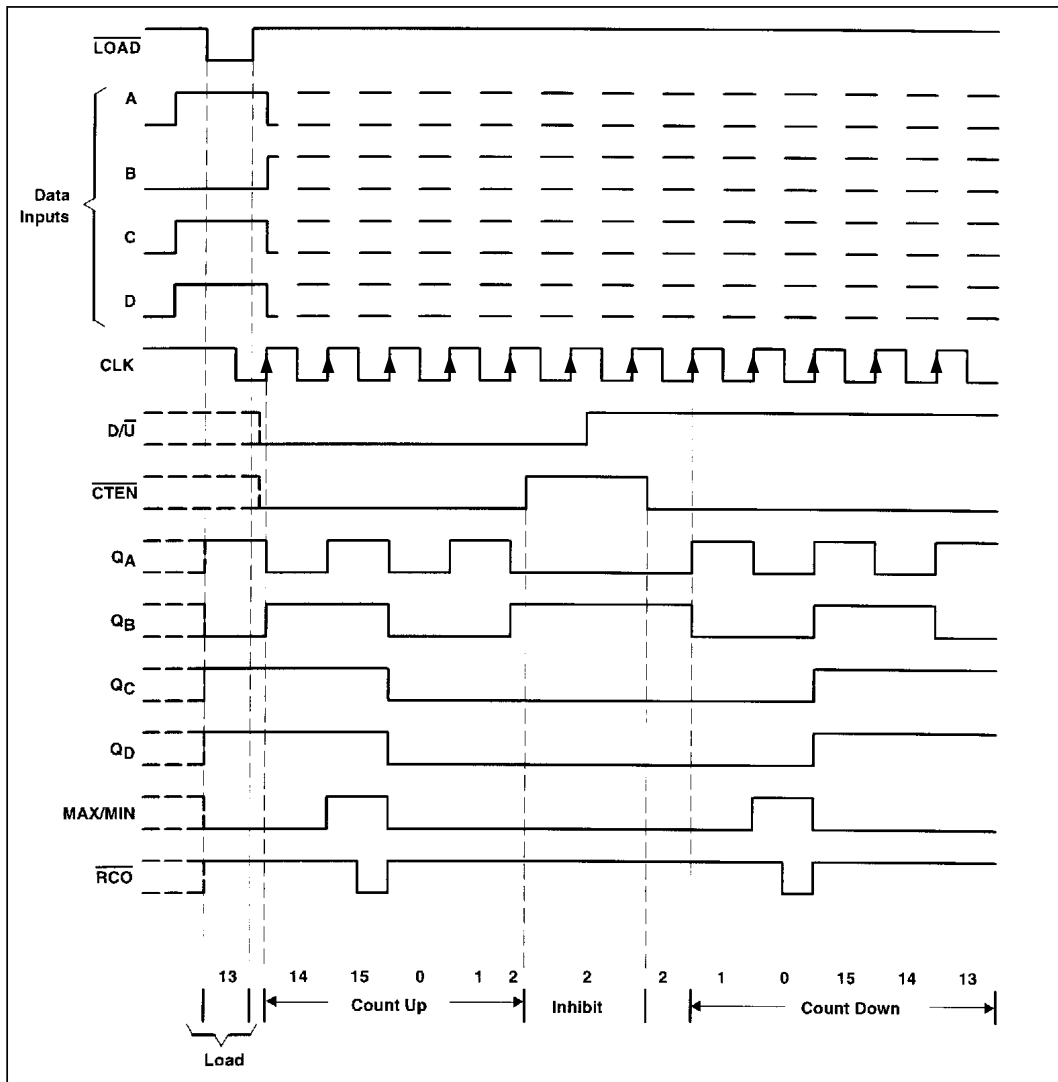
▪ **Les sorties :**

La sortie MAX/MIN reste à 1 pendant que la combinaison en sortie est $[1\ 1\ 1\ 1] = 15_{(10)}$ en mode comptage ($D/\overline{U} = 0$) et $[0\ 0\ 0\ 0] = 0_{(10)}$ en mode décomptage ($D/\overline{U} = 1$).

Elle permet d'indiquer un débordement prochain du compteur / décompteur.

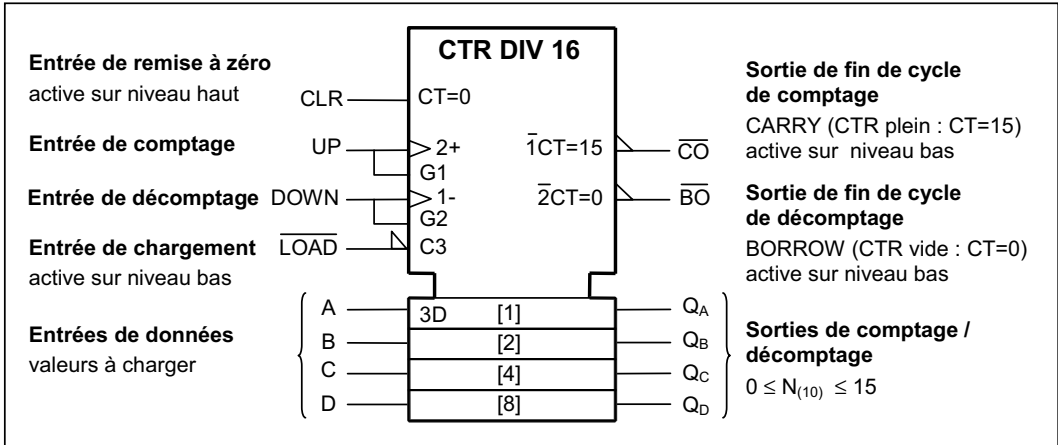
\overline{RCO} permet de synchroniser le fonctionnement d'un autre compteur dans une mise en cascade. En reliant cette sortie à l'entrée CTEN du boîtier suivant, ce dernier serait bloqué durant toute la phase de comptage du premier compteur (des unités par exemple) car $\overline{RCO} = 1$. Au moment où celui-ci boucle "un tour", \overline{RCO} se positionne à 0, validant ainsi l'étage suivant et lui permettant de s'incrémenter (d'une dizaine par exemple) lors du prochain front \uparrow du signal d'horloge (cf. p 298).

▪ **Chronogrammes de fonctionnement du circuit 191 :**



Il existe aussi dans la même famille un compteur / décompteur **décimal** programmable (circuit 190) dont le fonctionnement est en tout point identique à celui présenté.

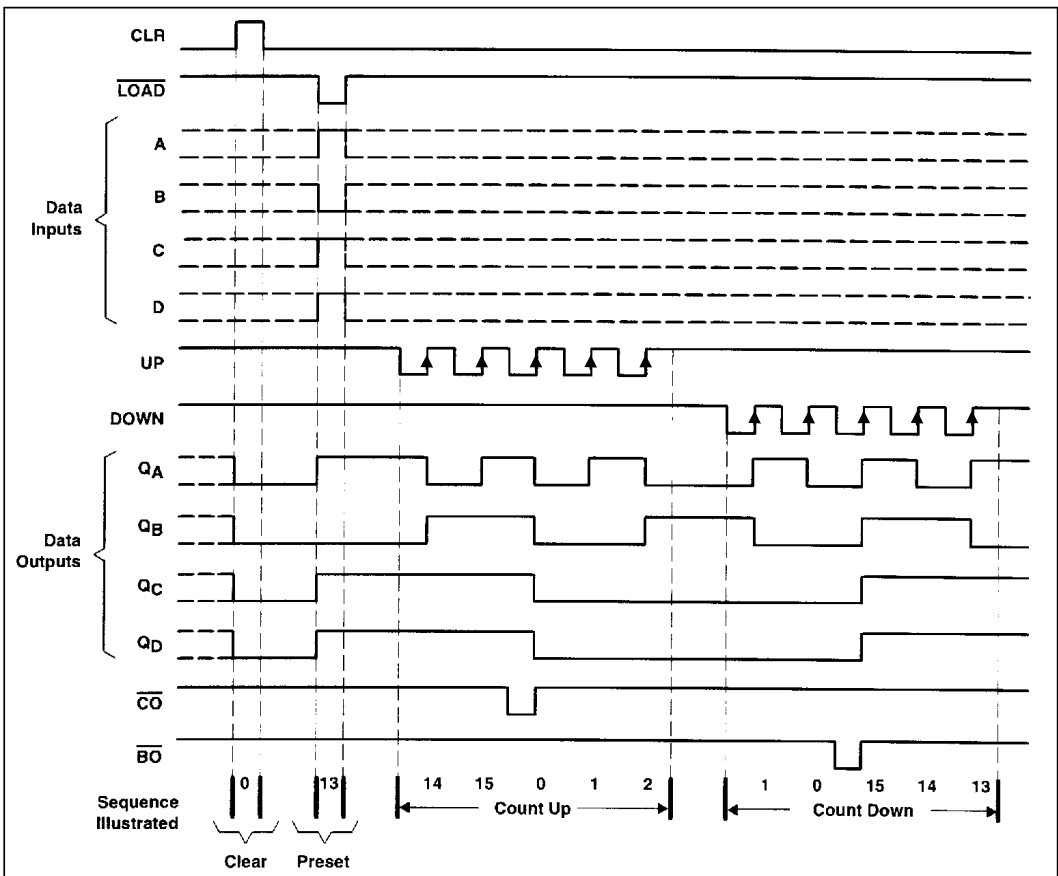
4.3.4. Compteurs - décompteurs programmables avec entrées d'horloge séparées



On incrémente ($\triangleright 2+$) le contenu sur chaque front montant de UP si $G2 = 1$ ($DOWN = 1$).
On le décrémente ($\triangleright 1-$) sur chaque front montant de DOWN si $G1 = 1$ ($UP = 1$).

La sortie \overline{CO} est active lorsque le contenu vaut 15 ($CT=15$) en mode comptage ($\overline{1}$). En mode décomptage ($\overline{2}$), si le contenu vaut 0 ($CT=0$), la sortie \overline{BO} est activée. On laissera le soin au lecteur d'analyser et d'interpréter les autres symboles ($C3, 3D, CT=0 \dots$).

▪ **Chronogrammes de fonctionnement du circuit 193 :**



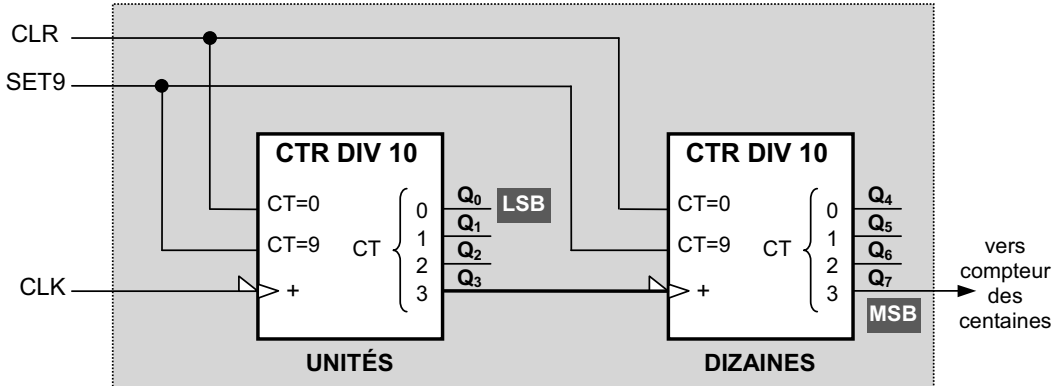
Il existe aussi dans la même famille un compteur / décompteur **décimal** programmable (circuit 192) dont le fonctionnement est en tout point identique à celui présenté.

4.4. Mise en cascade de plusieurs compteurs ou décompteurs intégrés

4.4.1. Compteurs asynchrones

Pour la mise en cascade de compteurs de ce type, il suffit de relier la sortie de poids fort du premier compteur (compteur des unités) sur l'entrée d'horloge du suivant (compteur des dizaines).

- **Exemple** : Association de deux circuits 490 pour réaliser un compteur de 0 à 99



LSB : Least Significant Bit (Q₀) - MSB : Most Significant Bit (Q₇)

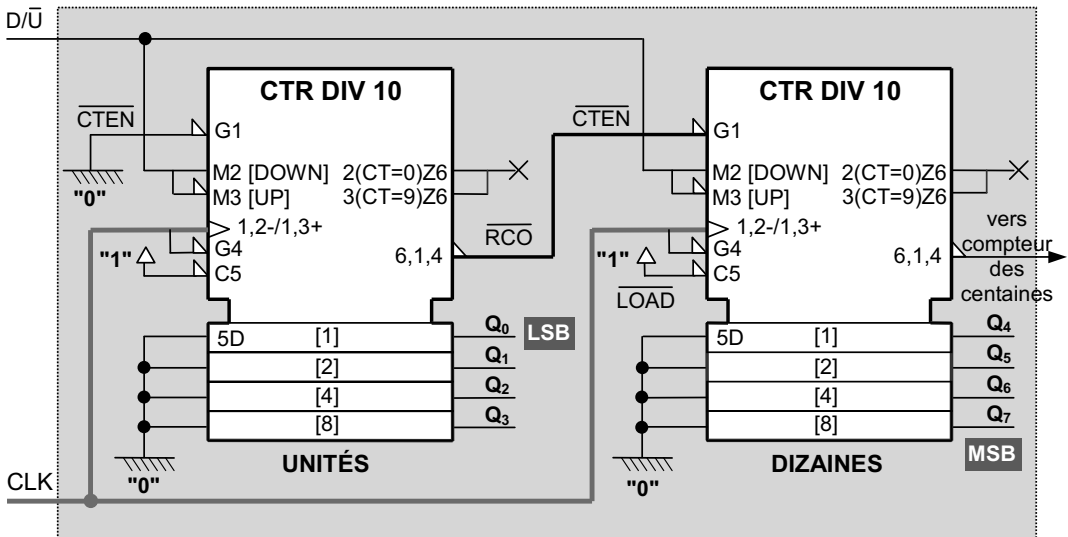
4.4.2. Compteurs synchrones

Les compteurs synchrones sont prévus pour former des associations également synchrones. La première règle à respecter est que **chacun des compteurs reçoive le même signal d'horloge**. Ensuite, un compteur de poids faible doit être en mesure de valider celui qui est d'un poids supérieur, ils disposent donc pour cela de sorties et d'entrées de validation.

a/ avec une seule entrée d'horloge

Il suffit de relier la sortie \overline{RCO} du premier compteur à l'entrée de validation \overline{CTEN} du suivant.

- **Exemple** : Association de deux circuits 190 pour réaliser un compteur de 0 à 99

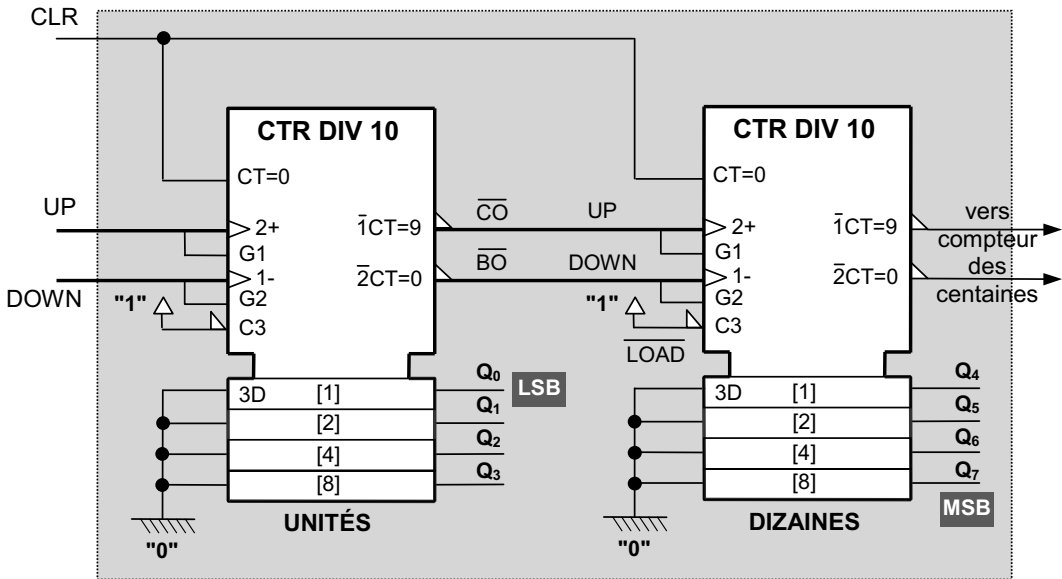


L'horloge étant commune à tous les étages, le basculement des sorties se fait simultanément.

b/ avec entrées d'horloge séparées

Il suffit de relier les sorties \overline{CO} et \overline{BO} du premier compteur, respectivement aux entrées de comptage UP et de décomptage DOWN du suivant.

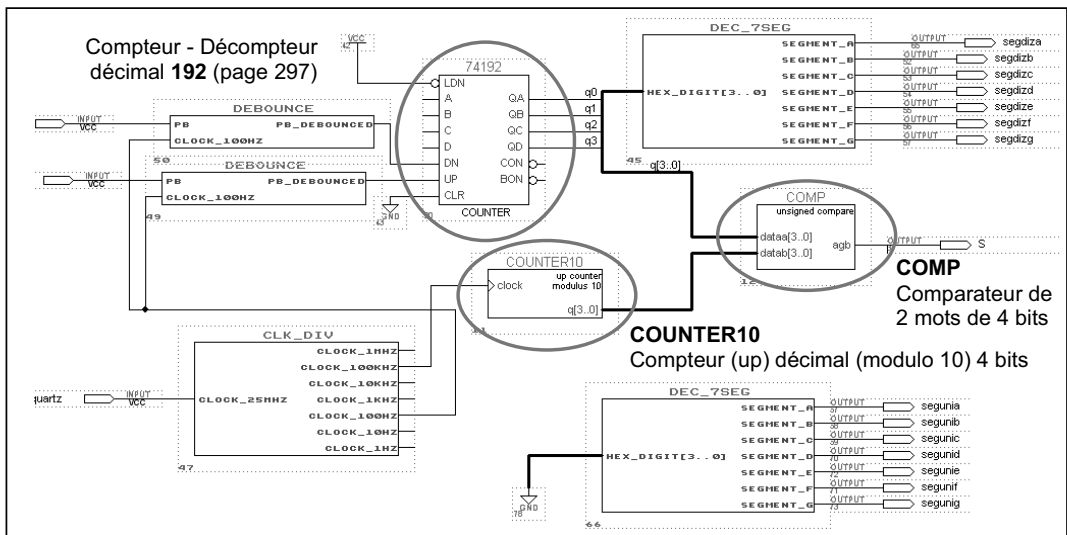
- **Exemple** : Association de deux circuits 192 pour réaliser un compteur de 0 à 99



Si on remplace les circuits 192 par leurs homologues binaires (CTR DIV 16), on obtient un compteur non plus de 0 à 99 mais de $0 \text{ à } 2^8 - 1 = 255_{(10)}$.

4.5. Mise en œuvre d'un compteur dans un automate

Les outils de simulations graphiques sont utilisés aujourd'hui pour réaliser les fonctions logiques complexes, étant entendu que celles-ci sont intégrées dans des circuits logiques programmables et ne se présentent plus sous forme de composants discrets. Le travail de l'ingénieur programmeur est alors de « câbler » à l'écran ces fonctions logiques en s'appuyant sur les circuits intégrés existants (circuit 190, 192, ...) ou en définissant leur propre architecture (COUNTER10, COMP, ...).



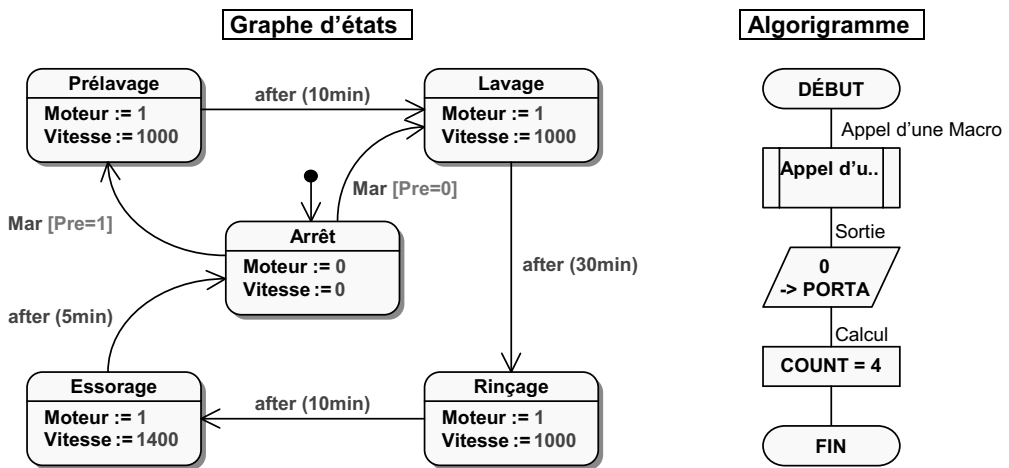
On pourra aussi décrire le comportement séquentiel d'un système au moyen d'un **graphe d'états**.

Chapitre 25

Description d'un système séquentiel par graphe d'états

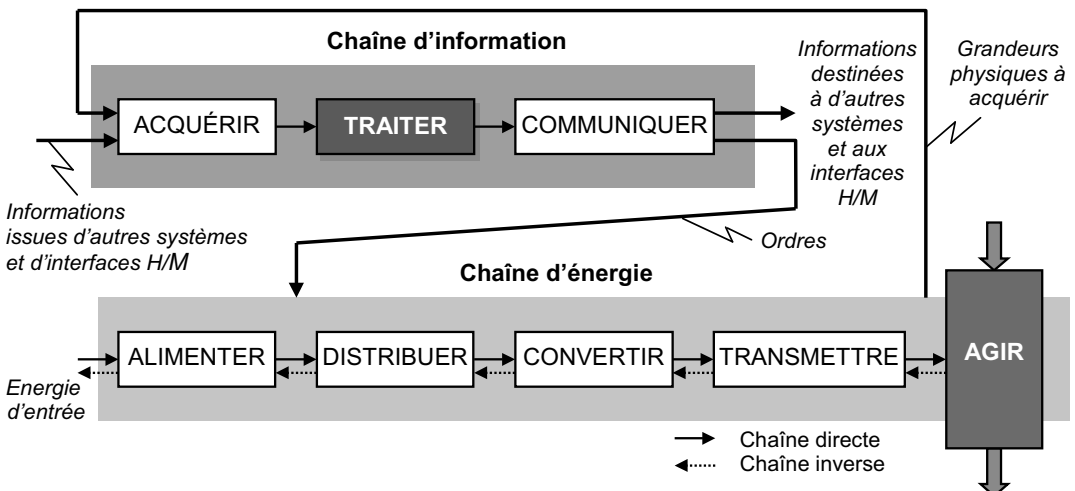
1. Généralités

La notion d'évènements intervenant dans les automatismes séquentiels pour le passage d'un état à un autre, on les qualifie aussi de **systèmes à évènements discrets** (« discrets » s'oppose à « continu »). La description de leur comportement (illustrée par les deux exemples suivants) peut être réalisée notamment par un **graphe d'états** ou un **algorithme** (cf. page 255) :



Ces **outils graphiques** permettent de modéliser le comportement séquentiel en termes d'actions temporelles. Ils servent aussi à la programmation des composants réalisant la fonction « **TRAITER** » de la chaîne d'information (exemples : microcontrôleur, microprocesseur, API, ...).

Les variables d'entrée de la fonction « **TRAITER** » sont alors les informations fournies par la fonction « **ACQUÉRIR** » (capteurs, ...) et les variables de sortie sont les ordres pour la fonction « **DISTRIBUER** » de la chaîne d'énergie, éventuellement via la fonction « **COMMUNIQUER** ».



Quel que soit l'outil adopté pour modéliser le comportement séquentiel d'un système, il existe souvent plusieurs solutions. La solution la plus simple respectant l'ensemble des contraintes est donc à privilégier. C'est le rôle de l'ingénieur de choisir le « bon » outil et la « meilleure solution ».

On se limitera dans ce chapitre à la description par graphe d'états.

2. Description par l'outil graphe d'états

Le **graphe d'états** est aussi appelé **diagramme états – transitions**. Le **diagramme d'états** (state machine diagramme) est un diagramme normalisé SysML permettant de décrire le comportement d'un système ou d'une de ses parties.

Dans un graphe d'états, la **loi d'évolution des états n'est évidemment pas aléatoire**. Cette loi est choisie par le créateur du graphe afin que celui-ci remplisse la fonction souhaitée.

2.1. Constitution et vocabulaire

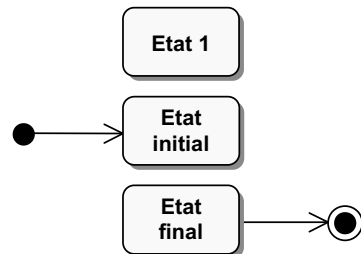
2.1.1. Etat

Un **état** représente une **situation d'une durée finie** pendant laquelle le système accomplit une ou plusieurs **actions, activités** ou attend un **événement**. Il peut être **actif** ou non.

☛ **Un seul état doit être actif à un instant donné** (sauf état orthogonal page 304)

Chaque état est dessiné sous la forme d'un rectangle aux coins arrondis, contenant son nom. On distingue :

- **l'état initial** : La transition ●→ indique l'état actif à l'instant initial (« mise sous tension »).
- **l'état final** : Non obligatoire, il indique que le système décrit n'a plus d'état actif.



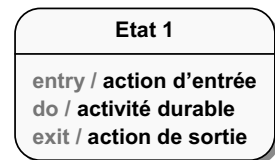
2.1.2. Actions et activités

A un état, on peut principalement rattacher par l'intermédiaire de mots clés une **activité**, une **action d'entrée** et une **action de sortie**.

entry / est suivi des actions exécutées **lorsque l'état devient actif**.

do / est suivi des activités se déroulant **durant l'activité de l'état**.

exit / est suivi des actions exécutées **lorsque l'état se désactive**.



- ☐ **Remarques** : On peut aussi ne pas utiliser de mot réservé auquel cas cela correspond à un **do/**. Un état peut ne pas contenir d'action. Il sert alors à attendre le déclenchement de la transition suivante (cf. paragraphe 2.1.3 page 302).

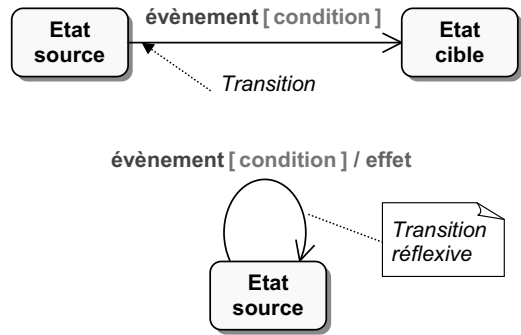
Une **activité** prend du temps et peut être interrompue contrairement à une **action**. Une **action** peut par exemple provoquer l'émission d'un ordre pour un préactionneur (**SORTIE := 0** ou **SORTIE := 1** pour ordre de mise à « 0 » ou à « 1 » d'une sortie) ou modifier une variable numérique interne comme la valeur d'un compteur (**C := C + 1** pour incrémenter la valeur du compteur **C** de 1).

2.1.3. Transition, évènement et condition de garde

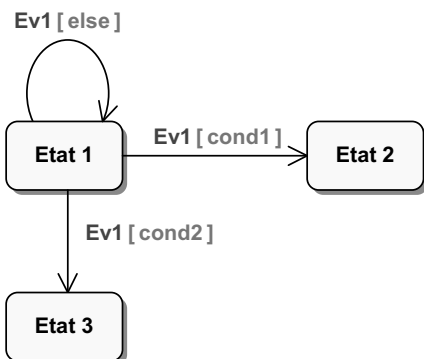
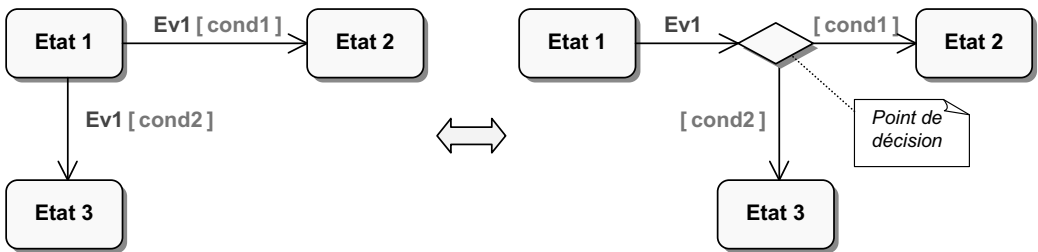
Une **transition** représente le passage instantané d'un état vers un autre. Elle est représentée par une **flèche orientée** \longrightarrow .

Elle décrit l'évolution du système lorsqu'un **évènement** se produit (généralement, le système change d'état mais pas forcément).

Une transition possède un **état source**, un **évènement déclencheur** (évènement) et un **état cible**. Elle peut aussi inclure une **condition de garde** ([condition]) et un **effet** (/ effet).



- Une **transition** est déclenchée par un **évènement**. En d'autres termes, c'est l'arrivée d'un évènement qui conditionne le franchissement de la transition. Une transition peut aussi être **automatique**. Si on ne spécifie pas l'évènement qui la déclenche, elle est alors franchie lorsque l'**activité durable** cesse ou dès l'entrée dans l'état s'il n'y a pas d'activité.
- En plus de spécifier un évènement précis, il est aussi possible de conditionner une transition à l'aide d'une **condition de garde**. Il s'agit d'une **expression booléenne entre crochets**, évaluée lorsque l'état source est actif et que l'**évènement déclencheur** se produit. Si la condition de garde est vraie, la transition est alors franchie sinon elle ne l'est pas et l'**évènement est perdu**.
- L'**effet** (simple action ou séquence d'actions) associé à une transition est effectué lorsque la transition est franchie. Pour modéliser les effets exécutés par toutes les transitions en entrée ou en sortie d'un état, les mots clés **entry** et **exit** à l'intérieur du symbole de l'état ont été introduits.
- Plusieurs **transitions** peuvent **quitter un même état**. Une seule d'entre elles doit être déclenchée : **les évènements et / ou les conditions de garde doivent donc être exclusives**.



D'un point de vue méthodologique, il convient de vérifier que **cond2** est bien la condition inverse de **cond1**, ou carrément d'utiliser explicitement l'inverse de **cond1** : [NOT cond1].

Si les deux conditions sont vraies simultanément, le diagramme est dit « **non déterministe** » et on ne peut savoir vers quel état le système évoluera.

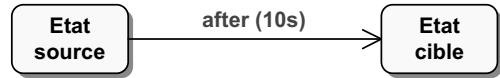
S'il y a plus de deux conditions, il est recommandé d'utiliser le mot clé **else** pour garantir l'exhaustivité, comme illustré ci-contre, à la place de l'expression complexe [NOT cond1 AND NOT cond2].

a/ Principaux évènements

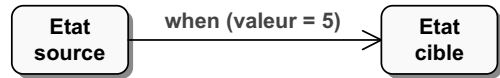
- Le **message** (*signal event*) : Un message (signal) asynchrone est arrivé. Il peut survenir n'importe quand (exemple : appui sur un bouton - poussoir).



- L'**évènement temporel** (*time event*) : Il fait intervenir le temps. Il nécessite l'utilisation des mots réservés **at** (*date*) pour spécifier un temps absolu ou **after** (*durée*) pour spécifier une durée à partir de l'instant d'activation de l'état source.



- L'**évènement de changement** (*change event*) : Les changements d'état internes se modélisent en utilisant le mot clé **when** suivi d'une expression booléenne dont le passage de faux à vrai déclenche la transition.



b/ Différence entre évènement et condition de garde

- Un **évènement peut être localisé dans le temps et l'espace**, il correspond par exemple à un passage d'une variable d'entrée de 0 à 1 à un instant précis (front montant \uparrow).
- Exemples : appui sur un bouton - poussoir, capteur de fin de course atteint, etc.
- Une **condition de garde n'est pas datée**, elle doit être **vraie** (niveau logique 1) à l'instant où l'évènement survient pour que la transition soit franchie.
- Exemples : vitesse du véhicule non nulle, température > 20°C, etc.

▪ **Tableau récapitulatif**

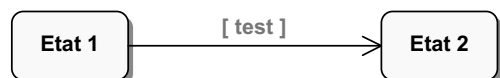
- A l'occurrence de **event**, la transition est franchie uniquement si la condition **test** est vraie. L'éventuelle activité de l'état 1 est interrompue. Si test n'est pas vrai, **event** est « perdu » et il faut attendre une seconde occurrence de **event** pour éventuellement franchir la transition si cette fois, **test** est vrai.



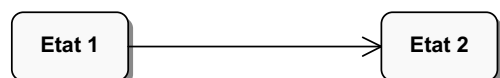
- A l'occurrence de **event**, la transition est franchie sans condition. L'éventuelle activité de l'état 1 est interrompue.



- Si la condition **test** est vraie, la transition est immédiatement franchie dès la **fin** de l'éventuelle activité de l'état 1 (qui doit donc être une activité finie *).



- La transition est automatiquement franchie dès la **fin** de l'éventuelle activité de l'état 1 (qui doit donc être une activité finie *).



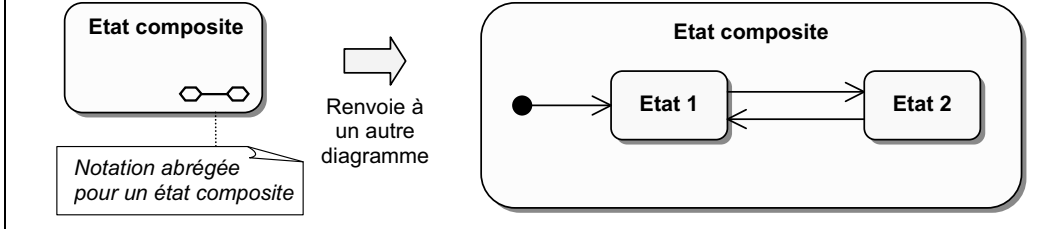
* On distingue les **activités finies** s'arrêtant d'elles-mêmes au bout d'un certain temps ou lorsque l'état cesse d'être actif, des **activités continues** qui ne s'arrêtent que lorsque l'état cesse d'être actif. Une transition avec uniquement une condition de garde après un état comportant une activité continue est interdit.

2.1.4. Etat composite

a/ Définition

Un état **composite** est constitué de sous - états liés par des transitions. Cela permet d'introduire la notion d'état de niveau hiérarchique inférieur et supérieur. Son intérêt est d'améliorer la lisibilité d'un graphe d'états décrivant le comportement d'un système séquentiel complexe.

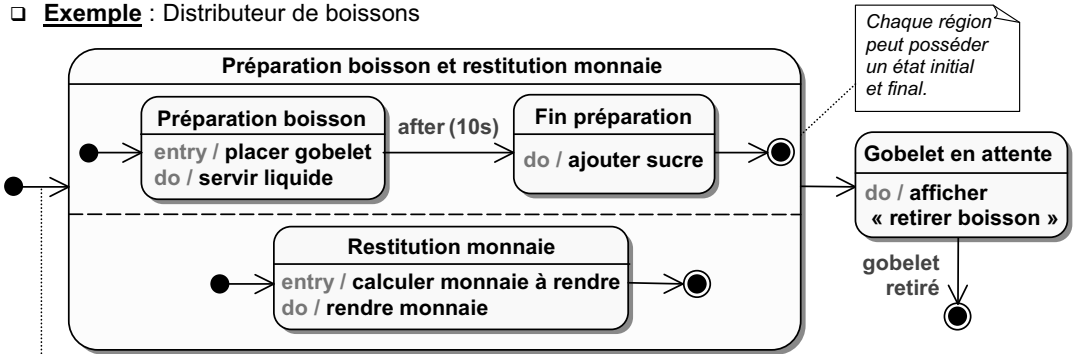
Un état composite possède un état initial.



b/ Concurrence et synchronisation : état composite orthogonal

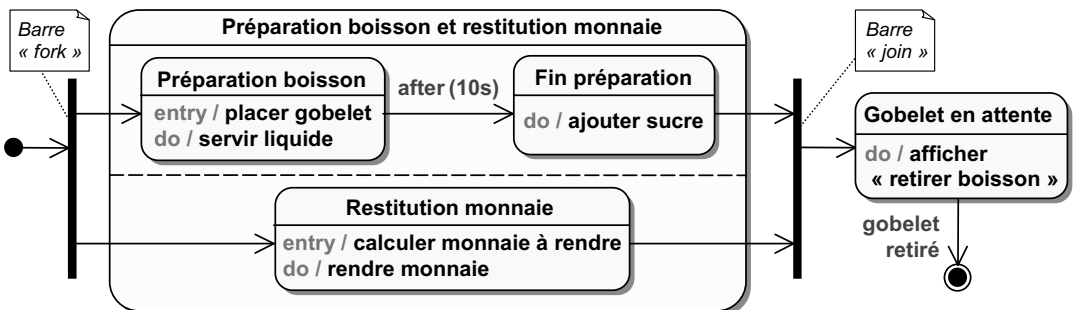
Dans un état composite, plusieurs graphes d'état peuvent évoluer simultanément (en parallèle). Un tel état est dit **orthogonal** car il comporte plus d'une région, chacune comportant ses propres états et ses propres transitions. Les régions sont dites **concurrentes** et sont séparées graphiquement par des traits pointillés horizontaux ou verticaux allant d'un bord à l'autre de l'état composite.

□ Exemple : Distributeur de boissons



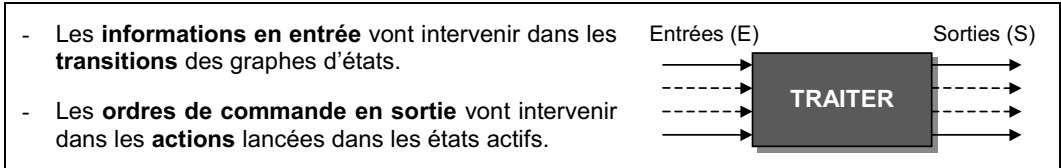
Lorsque la transition est franchie, les états initiaux de toutes les régions concurrentes sont activés.

Toutes les régions concurrentes doivent atteindre leur état final pour que l'état composite soit considéré comme terminé. La synchronisation est alors automatique et la transition de sortie de l'état composite est déclenchée. On peut aussi représenter le comportement précédent au moyen de transitions concurrentes constituées de barres de synchronisation « **fork** » and « **join** ».



Les transitions automatiques (sans évènement ou condition de garde) partant d'une barre de synchronisation « **fork** » se déclenchent en même temps. On ne franchit une barre de synchronisation « **join** » qu'après déclenchement de toutes les transitions s'y rattachant.

2.1.5. Liens avec les E/S de la fonction TRAITER de la chaîne d'information



2.2. Démarche de construction d'un graphe d'états

- **Définir** la frontière du système et **recenser** les variables d'**entrée** et de **sortie** ;
 - **Recenser, nommer** et **tracer** les **états** du système ;
 - **Ajouter progressivement** les transitions entre les états en fonction du comportement séquentiel souhaité ou observé ;
 - **Définir** les **événements** déclencheurs et **conditions** associés à chaque transition ;
 - **Définir** les **actions** et **activités** associées à chaque état.

2.3. Applications

□ **Exemple n°1** : Machine à laver le linge

On peut ici commencer par déterminer les états : **Prélavage**, **Lavage**, **Rinçage**, **Essorage** et bien sûr **Arrêt**.



Les variables d'entrée sont les suivantes :

Mar : bouton - poussoir « Marche »

Pre : bouton indiquant si le programme du lavage sélectionné comporte ou non une phase de pré-lavage (**Pre = 0** : pré-lavage non sélectionné ; **Pre = 1** : pré-lavage sélectionné).

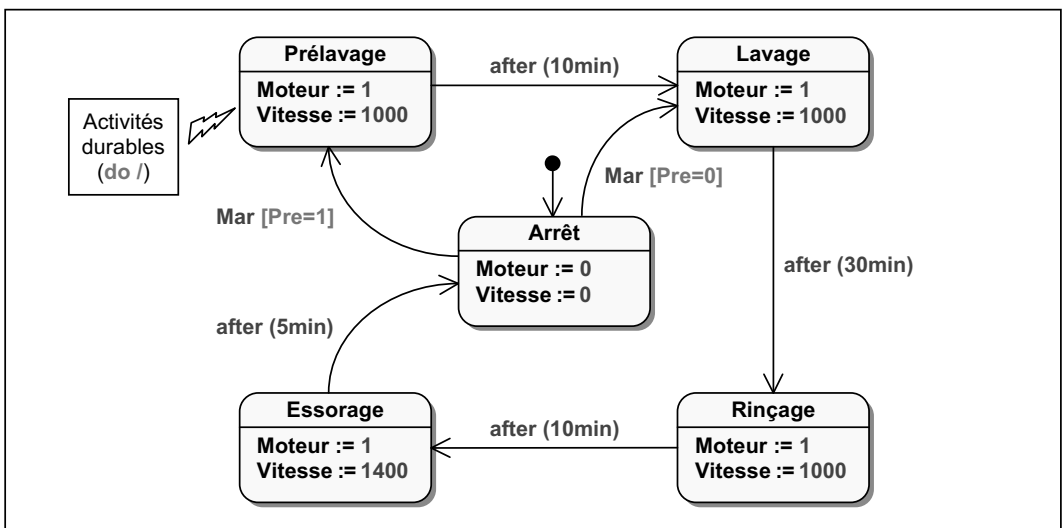
Les durées des différentes étapes du lavage sont fixées par le constructeur :

Prélavage : 10 minutes ; **Lavage** : 30 minutes ; **Rinçage** : 10 minutes ; **Essorage** : 5 minutes.

Il reste ensuite à définir les variables de sorties, pour lancer les actions :

Moteur : égale à 1 si le moteur doit tourner, sinon 0 ;

Vitesse : nulle à l'arrêt ; 1000 tr/min en pré-lavage, lavage et rinçage ; 1400 tr/min en essorage.

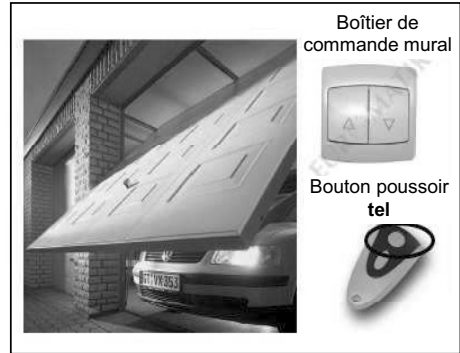


□ **Exemple n°2** : Porte de garage basculante

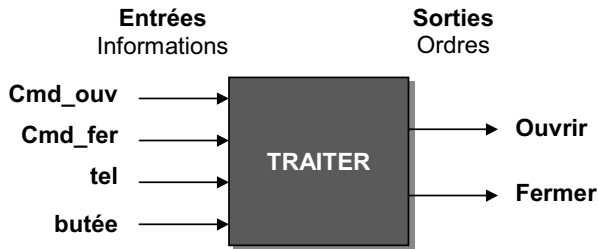
Une porte de garage basculante est mise en mouvement par un moteur à 2 sens de rotation : **Ouvrir** ou **Fermer**. Un **capteur butée** détecte une surintensité moteur, qui correspond à l'atteinte d'une position en butée de la porte : **ouverte** ou **fermée**.

Une télécommande possède un bouton **tel** dont l'appui produit le fonctionnement suivant :

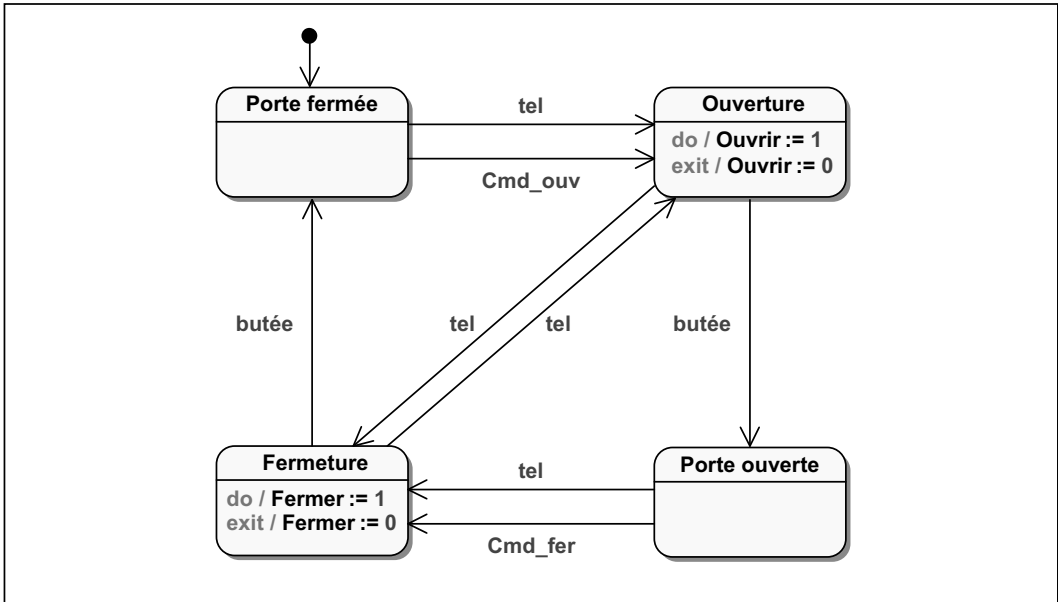
- **Ouvrir** si la porte est fermée ;
- **Fermer** si elle est ouverte ;
- **Inverser** le sens si la porte est en mouvement.



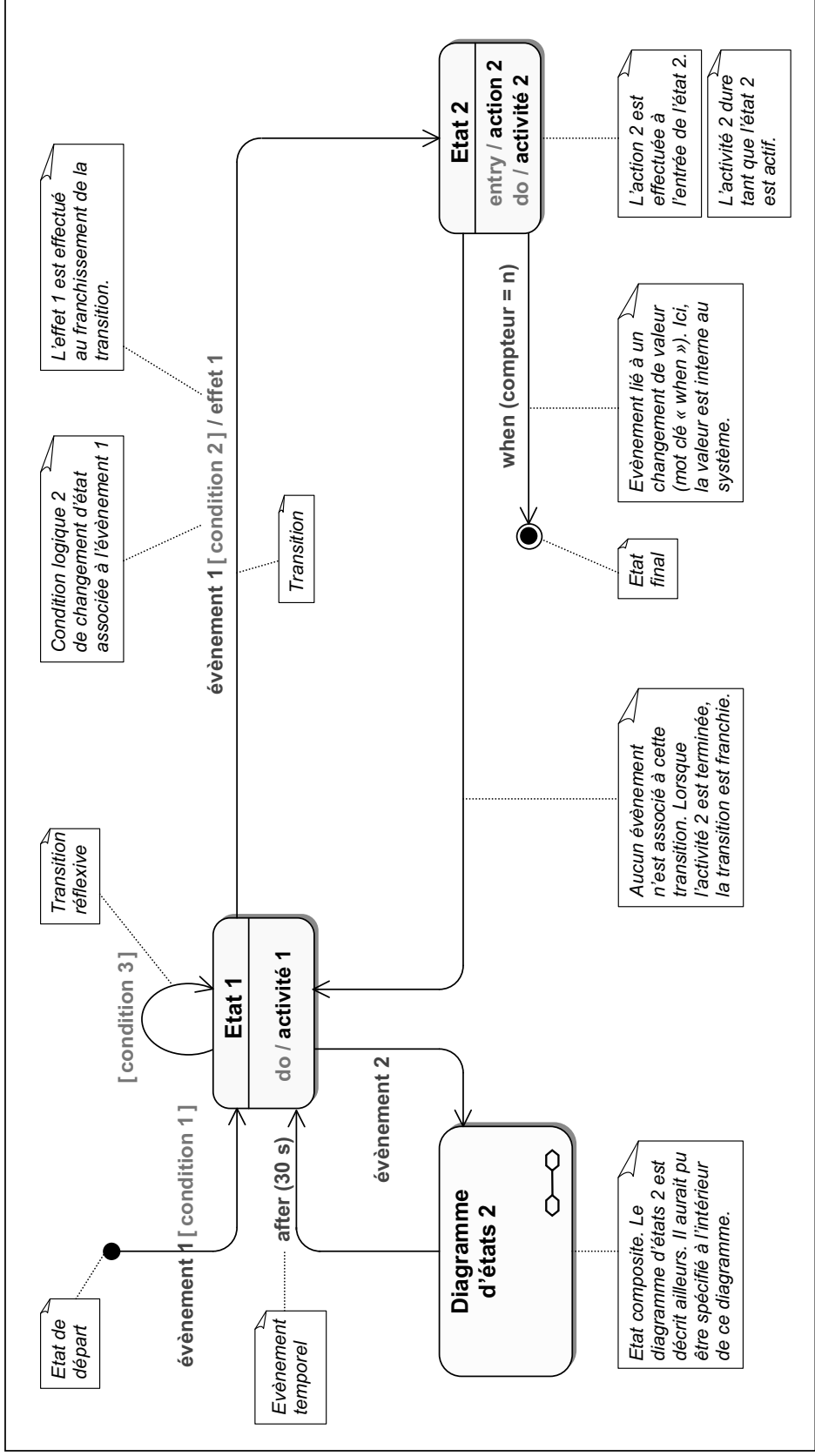
Enfin, un boîtier de commande mural dans le garage possède 2 boutons - poussoirs **Cmd_ouv** et **Cmd_fer**. On suppose qu'à la mise sous - tension, la porte est en position fermée.



On peut décrire, par exemple, le comportement du système par le graphe d'états suivant :



ANNEXE : synthèse du formalisme SysML de base pour les graphes d'états



7. TRANSMISSION DE L'INFORMATION

Chapitre 26

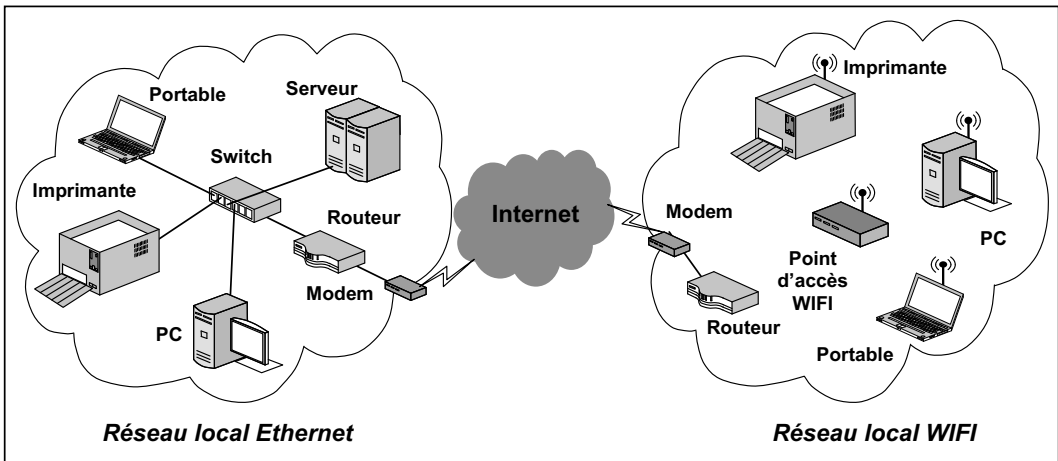
Concepts de base

1. Réseaux informatiques

1.1. Définitions

Le développement croissant des services, des applications et des usages a multiplié les besoins de communication de données informatiques entre systèmes plus ou moins éloignés. Un **réseau informatique** peut donc être défini comme l'ensemble des ressources liées à la transmission de données et permettant leur échange entre des systèmes éloignés.

Matériellement, un tel réseau comprend les équipements de raccordement pour connecter les machines d'extrémité (ordinateurs, serveurs, imprimantes, ...) et des supports physiques (câbles en paires torsadées, fibres optiques, liaisons sans fil, ...). Suivant la localisation, les équipements de raccordement peuvent être des modems, des routeurs, des points d'accès sans fil, etc.



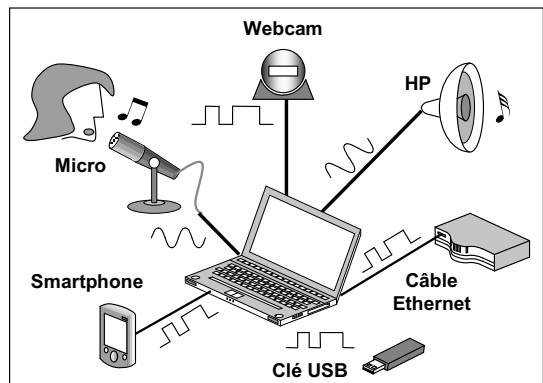
Ces équipements vont devoir mémoriser les informations, les coder et les transmettre en fonction des supports physiques et du réseau informatique utilisés. Les chapitres suivants décriront les modes de codage et de transmission.

1.2. Représentation de l'information

Les informations transportées sur les réseaux sont à l'origine de nature différente : voix, son, image, vidéo, textes, données informatiques.

Le réseau doit pouvoir transmettre tous ces types d'informations sur les mêmes supports et suivant les mêmes protocoles (ensemble de règles suivies par les équipements dans le but d'échanger des informations).

La figure ci-contre montre des exemples de périphériques analogiques et numériques connectés à un ordinateur portable.



On distingue donc deux types d'informations :

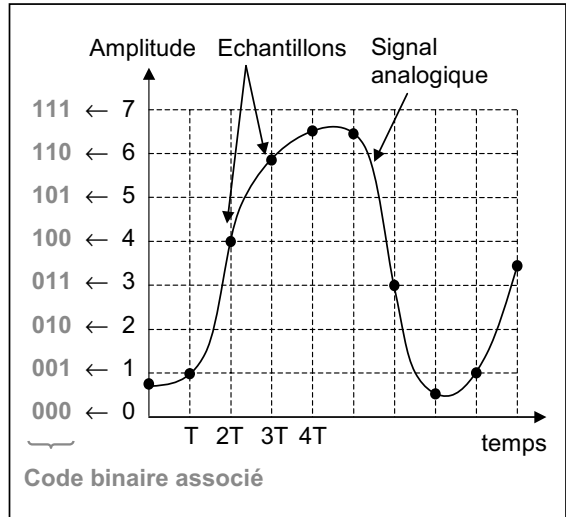
- **Les données numériques** pour lesquelles l'information correspond à une suite d'éléments binaires « 0 » et « 1 » appelés **bits** (contraction de *binary digit*). Suivant le type de traitement réalisé et la nature des informations (texte, fichier vidéo, programme, ...), ces éléments sont regroupés pour former un ensemble significatif (octet, caractère sur 7 ou 8 bits, ...).
- **Les données analogiques** correspondant à des signaux continus. Ils se présentent comme des variations de grandeurs physiques pouvant prendre n'importe quelle valeur de façon continue entre deux intervalles de temps, par exemple la voix et le son.

Les données analogiques doivent être numérisées pour être traitées par les ordinateurs et transportées sur les réseaux.

La figure ci-contre donne un exemple simplifié de numérisation de la voix. Le signal analogique issu du micro est prélevé à intervalles de temps réguliers (T est la période d'échantillonnage) puis quantifié et codé à l'aide d'un codage binaire simple.

Dans l'exemple, 8 valeurs sont possibles avec un codage des échantillons sur 3 bits pour simplifier ($2^3 = 8$). La séquence binaire correspondant à la suite numérisée des échantillons de voix s'écrit :

001 001 100 110 111 110 011 ...

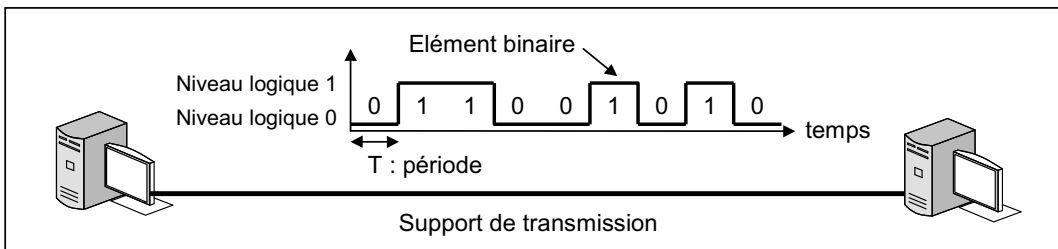


La qualité de cette **opération de numérisation** (la fidélité des informations numériques par rapport aux informations analogiques d'origine) dépend de la fréquence d'échantillonnage et de la profondeur du codage des échantillons, c'est à dire le nombre de bits utilisés (voir chapitre 18).

1.3. Transmission série

Même si dans la plupart des cas, les informations délivrées par l'ordinateur sont de nature numérique, leur transmission sur le support physique d'interconnexion peut être réalisée, suivant les besoins et les caractéristiques du support, sous forme analogique (liaison par modem ADSL) ou numérique (réseaux locaux Ethernet).

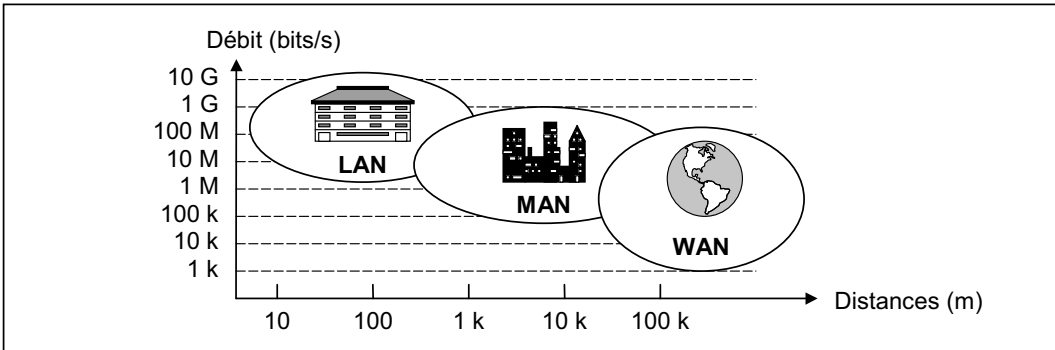
Quelle que soit l'adaptation nécessaire sur le support, les éléments binaires d'une séquence sont transmis les uns à la suite des autres, « sur un fil », ce qui correspond à une **transmission série**. Les support physiques sur des distances relativement longues ne sont en effet pas prévus pour transporter plusieurs éléments binaires simultanément, « sur plusieurs fils », en parallèle.



Les n bits d'une séquence sont donc transmis séquentiellement au rythme d'une horloge de période T . La vitesse de transmission, appelée **débit**, correspond au nombre de bits transmis par unité de temps. Les débits D sont exprimés en **bits/s** ou **bps** (*bit per second*) : $D = 1/T$.

2. Catégories de réseaux

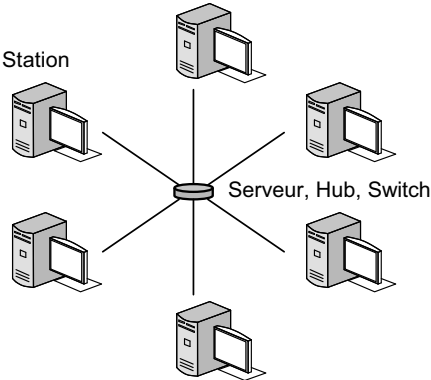
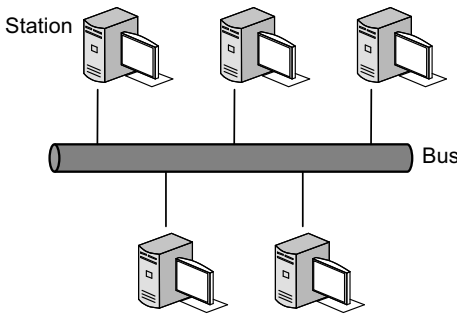
Suivant la localisation, les distances entre systèmes informatiques et les débits maximums, on peut distinguer trois types de réseaux :

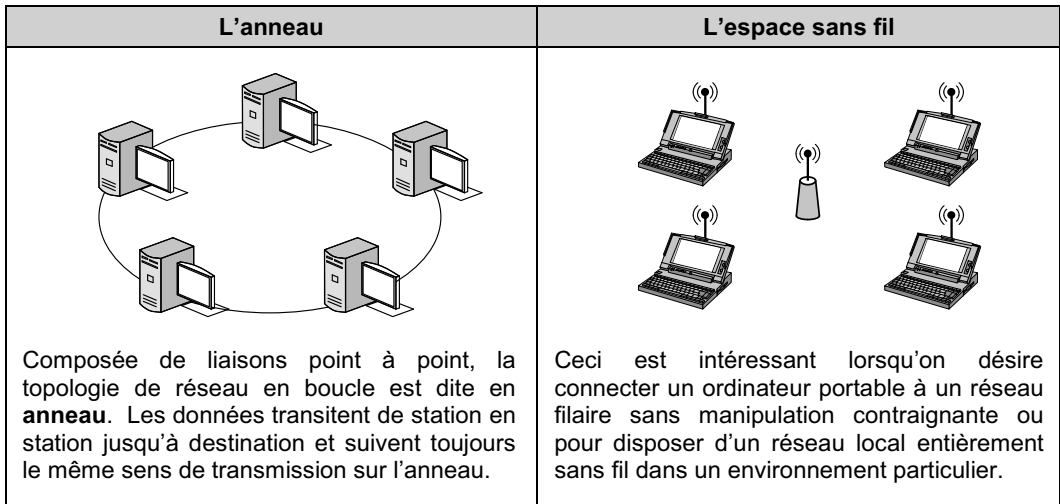


2.1. Le réseau local ou LAN (Local Area Network)

Il permet de connecter des éléments (ordinateurs, périphériques, ...) distants de quelques mètres à quelques centaines de mètres. On recense sous cette appellation la plupart des réseaux intra - entreprises permettant l'échange de données informatiques ou le partage de ressources.

Un réseau local peut présenter différentes **topologies physiques** correspondant à l'interconnexion matérielle des différents équipements, sans lien direct avec l'aspect fonctionnel. Parmi les différentes structures existantes, on rencontre couramment :

| L'étoile | Le bus |
|--|--|
|  <p>Toutes les stations sont reliées directement à un serveur, un routeur, un hub (concentrateur), ou un switch (commutateur) constituant le nœud central par lequel transitent toutes les transmissions.</p> <p>Quand une station émet vers ce composant, celui-ci envoie les données à celle qui en est le destinataire (switch) ou à toutes les autres stations (hub).</p> |  <p>Toutes les stations sont reliées à une même ligne de transmission appelée bus.</p> <p>Lorsqu'une station émet des données, elles circulent sur toute la longueur du bus et la station destinataire peut les récupérer. Une seule station peut émettre à la fois. En bout de bus, un « bouchon » permet de supprimer définitivement les informations pour qu'une autre station puisse émettre.</p> |
| <p>⊕ La coupure d'un câble ne perturbe que la station qui utilise ce câble.</p> <p>⊖ Le coût de câblage devient vite prohibitif si les stations sont nombreuses.</p> | <p>⊕ Simplicité de mise en œuvre</p> <p>⊖ En cas de rupture du bus, le réseau devient inutilisable.</p> |



□ **Remarque** : Différence entre topologie physique et topologie logique

Il convient de distinguer la topologie logique traduisant l'architecture telle qu'elle est exploitée par le réseau et la topologie physique traduisant l'implantation physique du réseau. Par exemple, lorsqu'on connecte des stations à un **hub**, la topologie physique sera l'**étoile** mais la topologie logique sera le **bus**. En effet, sur un **hub**, seule une station peut émettre à la fois. Les autres doivent écouter le réseau pour savoir si elles peuvent émettre.

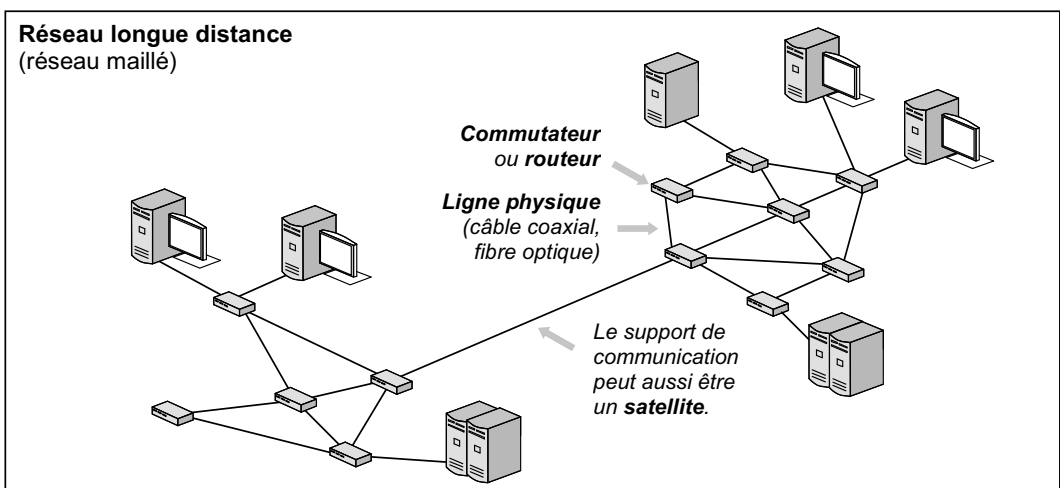
2.2. Le réseau métropolitain ou MAN (Metropolitan Area Network)

De la taille d'une ville ou d'un campus, il sert habituellement à interconnecter des réseaux locaux distants de quelques km. Son fonctionnement est similaire à celui des réseaux locaux.

2.3. Les réseaux longue distance ou WAN (Wide Area Network)

Il est utilisé pour permettre des échanges entre des réseaux locaux, tout comme un MAN, mais distants cette fois de plusieurs centaines à plusieurs milliers de km.

De plus, la transmission des données entre les ordinateurs n'est plus laissée à la seule charge du support de transmission, mais d'un sous - réseau de communication. Ce dernier possède des lignes physiques ainsi que des éléments actifs (**routeur** ou **commutateur**) qui, placés à l'intersection de plusieurs tronçons ou **nœuds**, décident du meilleur chemin à suivre en fonction de la destination à atteindre et du flux des données sur les lignes.



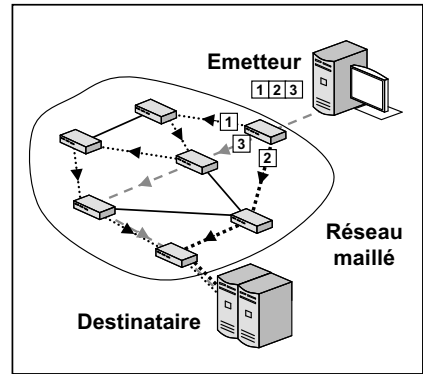
L'une des caractéristiques essentielles des réseaux informatiques est la transmission des informations numériques par parties, sous formes de **paquets**, de taille fixe ou non selon les protocoles employés.

▪ **Les routeurs :**

Ils ont pour rôle d'acheminer un paquet de données, de nœuds en nœuds, au travers du réseau, depuis l'émetteur jusqu'au destinataire.

A chaque nœud, une **table de routage** détermine pour chaque paquet le meilleur chemin à cet instant précis pour atteindre le nœud suivant.

Les paquets se succédant dans le temps, ils ne suivent pas forcément le même chemin dans le réseau. Possédant tous l'adresse complète du destinataire, ils peuvent arriver dans le désordre, et c'est au logiciel final de reconstituer le message d'origine.

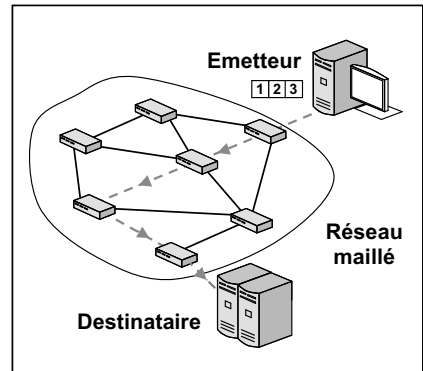


▪ **Les commutateurs :**

Ils ont également pour rôle d'orienter les paquets, parvenant sur l'un de leurs ports sur un autre port en fonction de la destination recherchée.

Le premier paquet est envoyé avec l'adresse réelle du destinataire, les autres contiennent une étiquette leur permettant de trouver dans chaque nœud de commutation le port de sortie.

Le paquet d'initialisation est utilisé pour ouvrir la route et modifier éventuellement la **table de commutation**. Une fois arrivé à destination, tous les paquets suivants n'ont plus besoin que de l'étiquette pour être commutés et suivre le chemin imposé par le premier.



A la différence des commutateurs, les routeurs ont besoin de plus de temps pour lire l'adresse complète de la destination, codée sur un plus grand nombre de bits, et pour consulter et gérer la table de routage. Toutefois, **le routage est meilleur marché que la commutation** et est utilisé, au niveau paquet, pour le transfert des messages sur **Internet**.

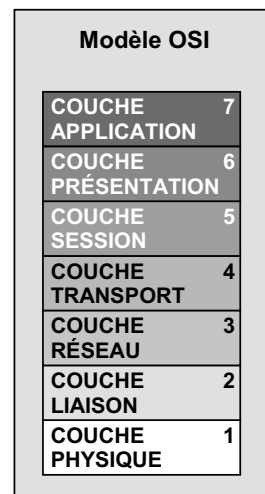
3. Fonctionnement théorique d'un réseau

3.1. Le modèle de référence OSI

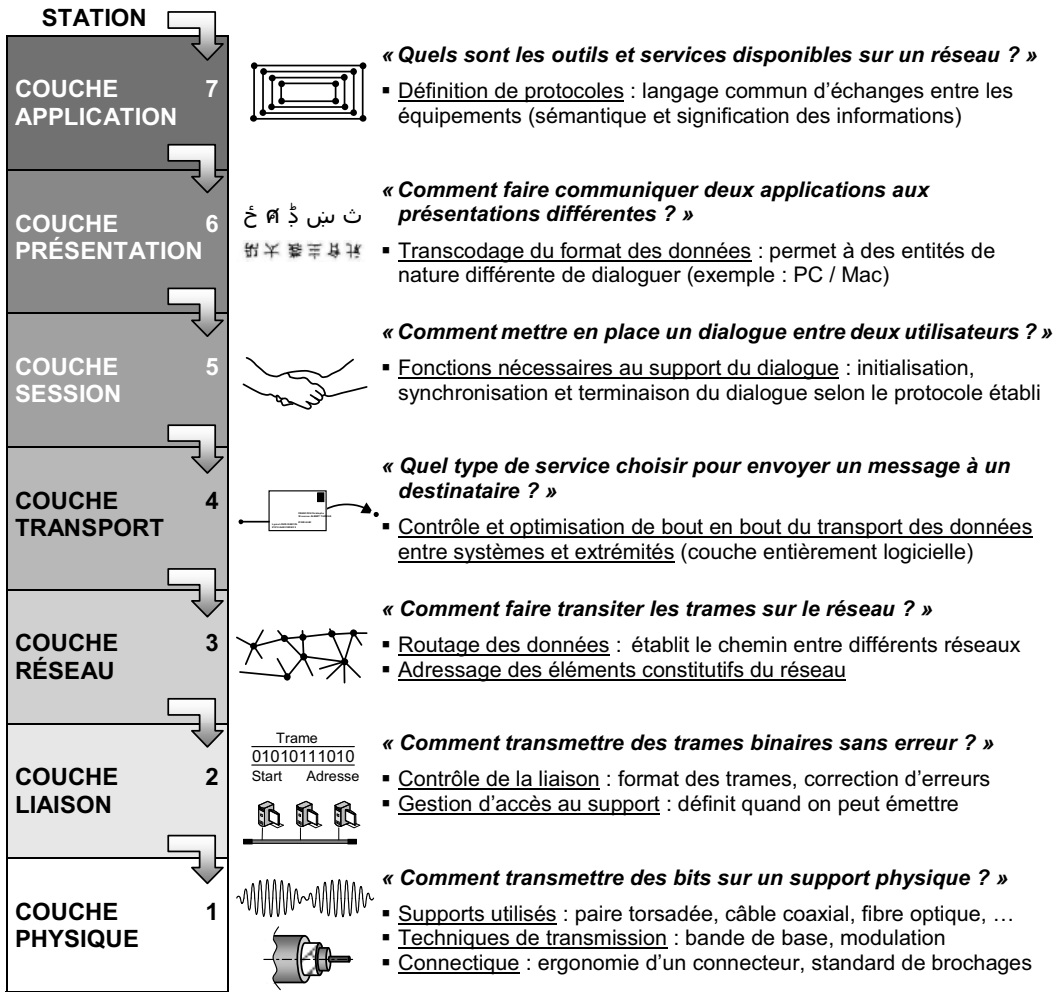
Les architectures de réseaux sont fondées sur une **hiérarchie de couches**, chacune d'entre elles ayant pour but de fournir des services de nature matérielle ou logicielle à la couche qui lui est immédiatement supérieure.

Le **modèle OSI** (**O**pen **S**ystem **I**nterconnection) a été utilisé pour concevoir le réseau **ARPANET** (1969). Ancêtre d'Internet, ce premier réseau de taille importante avait pour vocation d'interconnecter des universités nord-américaines.

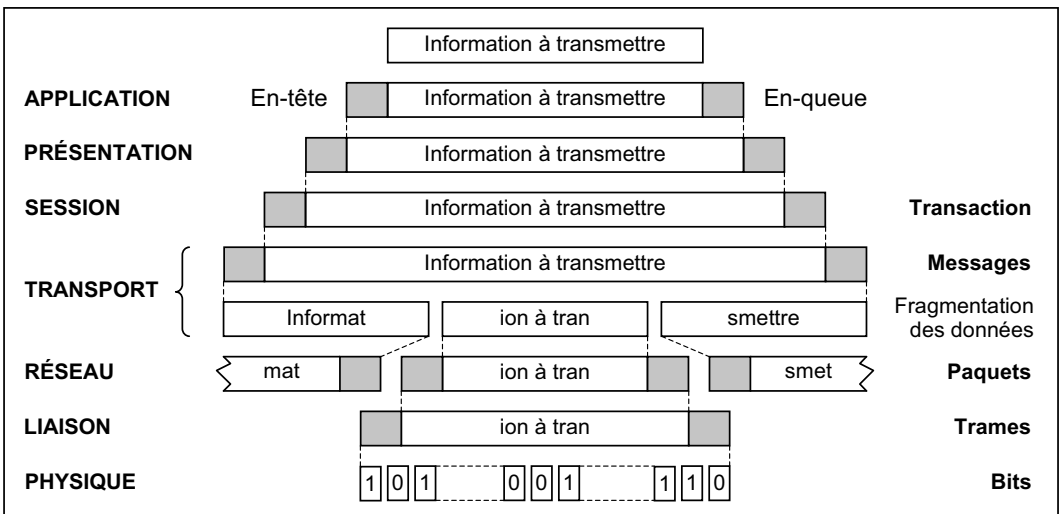
Normalisé par l'**ISO** (International Standard Organisation), il présente une **structure en 7 couches**, lui permettant de définir de façon structurée l'ensemble des méthodes d'interconnexion, tant d'un point de vue physique, que logique.



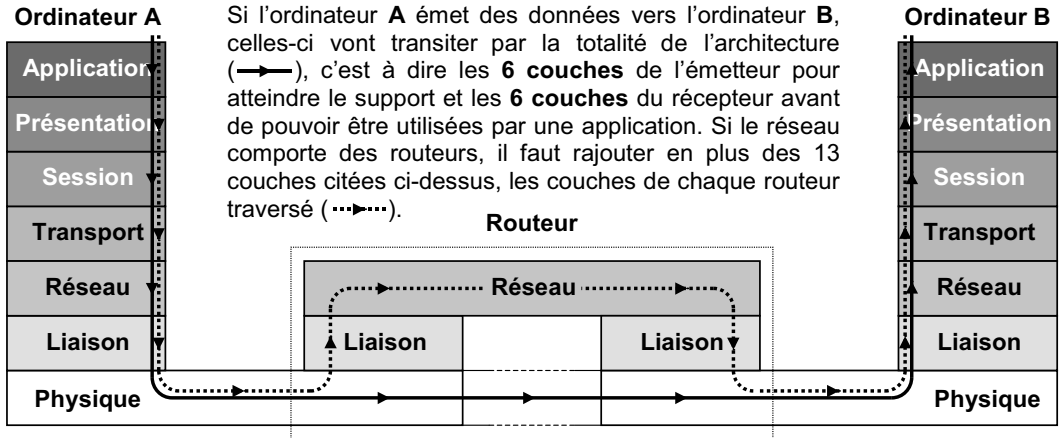
3.2. Définitions des différentes couches



Chaque couche manipule des "données" répondant à un format qui leur est propre. Pour transmettre des données issues d'une application jusqu'à la couche physique, on leur ajoute des informations complémentaires (repérées par □) afin de les rendre compatibles au format préconisé par les couches traversées. Cette technique porte le nom d'**encapsulation des données**.



Toutes les couches ne sont pas obligatoirement utilisées. Une simple connexion entre deux ordinateurs compatibles est possible en n'utilisant que les couches 1 et 2 alors que la réalisation d'un réseau hétérogène d'ordinateurs distribués géographiquement nécessitera la définition de toutes les couches.



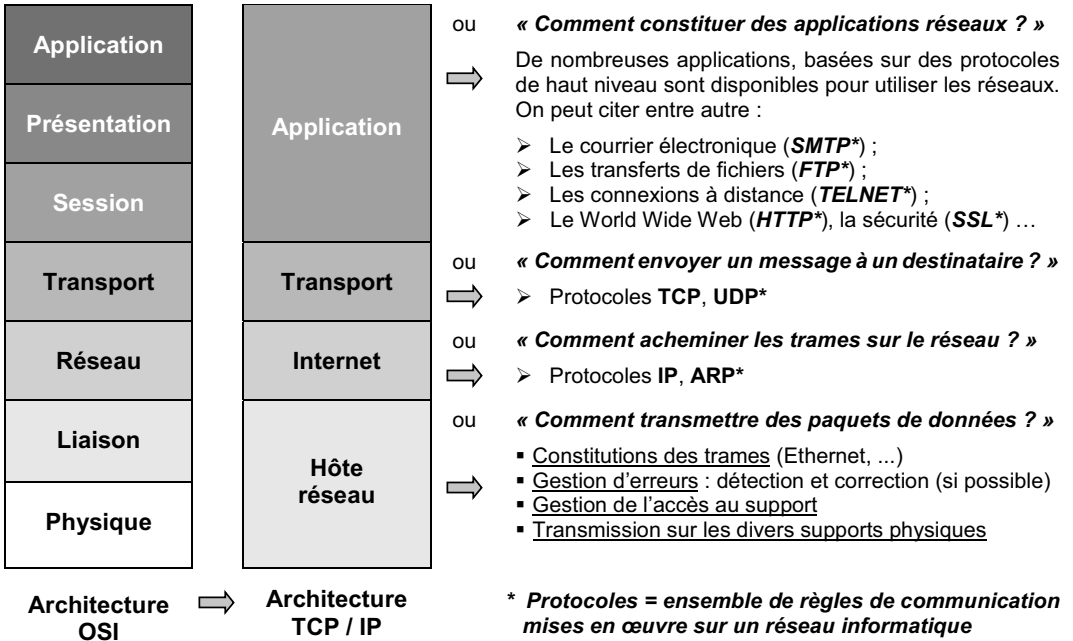
Pour connecter des réseaux locaux utilisant des méthodes d'accès, des protocoles différents et leur procurer une ouverture vers les réseaux étendus, les constructeurs ont proposé différents moyens d'interconnexion. Selon les couches du modèle OSI concernées, ces modules portent le nom de **répéteur, pont, routeur, passerelle**.

| Répéteur (Repeater) | Concentrateur (Hub) | Commutateur (Switch) |
|---|---|---|
| <p>Il permet l'extension d'un réseau par segments. Il amplifie et rétablit le même type de signal. On parle de convertisseur si les segments sont de nature différente.</p> <p><u>Exemple</u> : Répéteur RS485</p> | <p>Il permet l'extension d'un réseau de topologie en étoile. Il amplifie et rétablit le même type de signal sur tous les ports.</p> <p><u>Exemple</u> : Hub Ethernet</p> | <p>Il amplifie et rétablit le même type de signal sur un seul port, celui sur lequel le destinataire est connecté.</p> <p><u>Exemple</u> : Switch Ethernet</p> |
| Pont (Bridge) | Routeur (Router) | Passerelle (Gateway) |
| <p>Il permet de relier deux réseaux utilisant le même protocole mais des couches basses différentes.</p> <p><u>Exemple</u> :</p> <p>Bridge Modbus RS485 Ethernet TCP-IP</p> | <p>Il permet de relier deux réseaux de même nature (jusqu'à la couche 3). Il assure le routage des paquets.</p> <p><u>Exemple</u> :</p> <p>Routeur in-rack mixte ETHERNET IP MODBUS TCP (pour API)</p> | <p>Elle permet de relier deux réseaux d'architecture différente.</p> <p><u>Exemple</u> :</p> <p>Passerelle FIPIO / Modbus</p> |

3.3. Le modèle TCP / IP

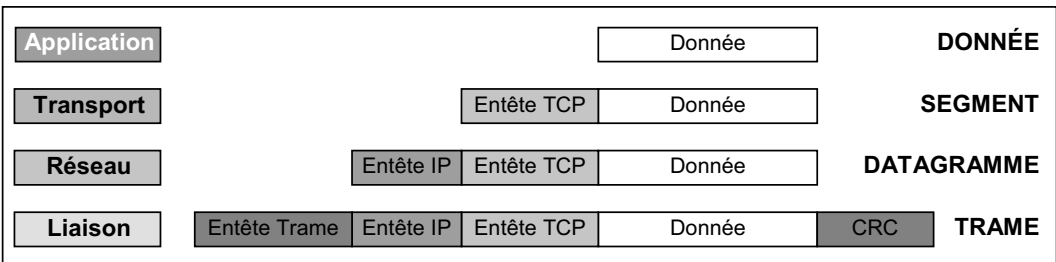
Les systèmes d'information ont évolué depuis la création du modèle OSI. Avec l'apparition de nouvelles technologies matérielles et logicielles, le modèle de référence n'est plus adapté aujourd'hui aux nouvelles architectures de réseaux. Des évolutions ont été proposées. Parmi ces évolutions, la principale est la généralisation de l'usage des protocoles **TCP** (Transmission Control Protocol) et **IP** (Internet Protocol) comme standard en matière d'interconnexion de réseaux.

C'est donc naturellement que s'est construit un nouveau modèle basé directement sur ces deux protocoles, nommé modèle de référence **TCP / IP**.



Le protocole **TCP / IP** représente d'une certaine façon l'ensemble des règles de communication sur Internet et se base sur la **notion d'adressage IP**, c'est-à-dire le fait de fournir une **adresse IP** à chaque machine du réseau afin de pouvoir acheminer des paquets de données. Le protocole de transport **TCP** (plus fiable que **UDP**) prend à sa charge l'ouverture et le contrôle de la liaison entre deux machines tandis que le protocole d'adressage **IP** assure le routage des paquets de données.

□ **Constitution d'une trame TCP / IP**



- L'entête **TCP** assure le contrôle de la transmission et l'arrivée à bon « port » de la donnée.
- L'entête **IP** contient les adresses **IP** du destinataire et de l'émetteur ainsi que les informations pour la gestion de la fragmentation du datagramme.
- L'entête **Trame** contient des informations d'adressage physique (adresse MAC de la carte réseau), de synchronisation et format. **CRC** est le **Code de Redondance Cyclique** (cf. p 333) permettant au protocole de trame de détecter une éventuelle erreur de transmission.

3.4. Adressage IP

3.4.1. Rôle

Chaque machine susceptible d'être connectée à l'extérieur de son réseau local possède une adresse IP en principe unique. Chaque paquet transmis via le protocole IP contient dans son en-tête l'adresse IP de l'émetteur ainsi que celle du destinataire. Cela permet aux machines du réseau de router les paquets jusqu'à destination et au destinataire de renvoyer des données à l'émetteur.

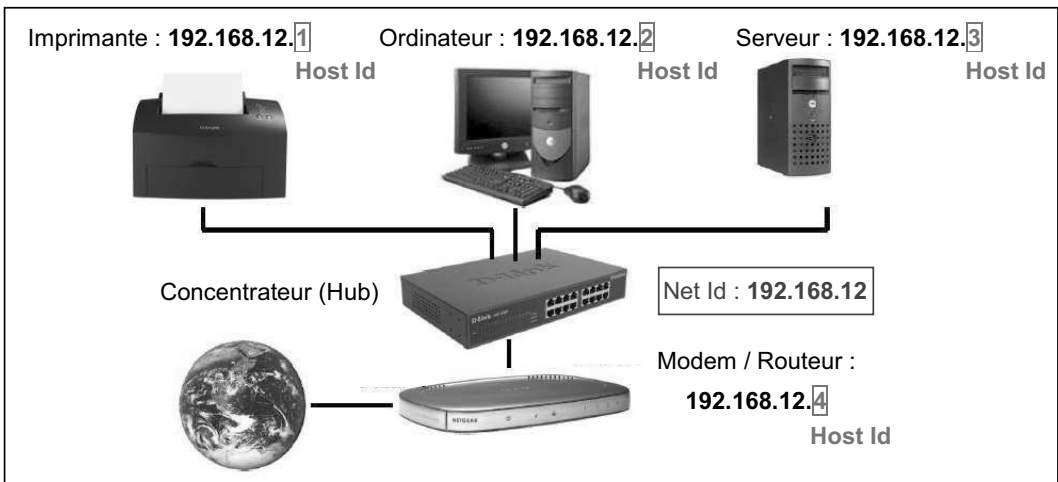
L'adresse IP (Ipv4) sur **32 bits** est exprimée par **octet** (soit 4 nombres compris entre **0** et **255**) notée en décimal et séparée par des points.

- ❑ **Exemple** : Soit une imprimante connectée à un réseau local
Son adresse IP est **192.168.12.1**. Elle s'écrit en binaire :

| 192 | | | | | | | | 168 | | | | | | | | 12 | | | | 1 | | | | | | | | | | | |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|-----|---|---|---|---|---|---|---|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

Une adresse IP est constituée de 2 parties :

- Une partie fixe servant à identifier le réseau (**Net Id**) ;
- Une partie servant à identifier une machine (hôte) sur un réseau (**Host Id**).



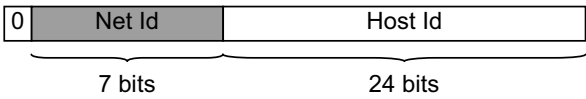
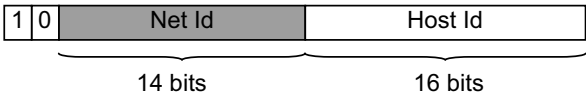
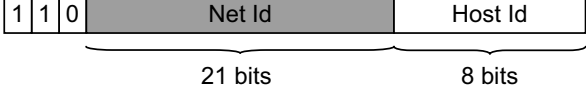
- ❑ **Remarque** : Le protocole de résolution d'adresse **ARP** (Address Resolution Protocol) permet de connaître l'adresse physique **MAC** (Media Access Control) propre et unique au monde, correspondant à une adresse logique **IP**.

3.4.2. Classe d'adresses

L'autorité internationale de l'**ICANN** (Internet Corporation for Assigne Names and Numbers) attribue des numéros à chaque réseau. L'affectation des numéros complets est à la charge des administrateurs réseaux. Suivant l'importance du réseau, plusieurs classes d'adresses sont possibles. On distingue principalement trois classes de réseaux :

- La **classe A** représente les réseaux de grande envergure (ministère de la Défense, réseaux d'IBM, DEC, HP, ...) dont la plupart se trouvent aux Etats - Unis.
- La **classe B** désigne les réseaux moyens (universités, centres de recherche, ...).
- La **classe C** représente les petits réseaux régionaux comme celui des PME, PMI, par exemple.

Le but de la division des adresses en trois classes est de faciliter la recherche d'un ordinateur sur le réseau. Il est possible avec cette notation de rechercher dans un premier temps le réseau que l'on désire atteindre puis de chercher un ordinateur sur celui-ci.

| Classe | Nombre de réseaux possibles | Nombre de machines adressables | Adresse IP |
|----------|---|--|--|
| A | $2^7 - 2^*$ ↓ 126 | $2^{24} - 2^*$ ↓ 16 777 214 |  <p>Adresses possibles : 0.0.0.0 à 127.255.255.255</p> |
| B | $2^{14} - 2^*$ ↓ 16 384 | $2^{16} - 2^*$ ↓ 65534 |  <p>Adresses possibles : 128.0.0.0 à 191.255.255.255</p> |
| C | $2^{21} - 2^*$ ↓ 2 097 150 | $2^8 - 2^*$ ↓ 254 |  <p>Adresses possibles : 192.0.0.0 à 223.255.255.255</p> |

* Toutes les combinaisons mathématiquement possibles pour identifier un réseau ou une machine ne sont pas permises car certaines adresses ont des significations particulières.

- L'adresse dont la partie **Host Id** est constituée de bits à « 0 » est une adresse réseau ou sous réseau, **192.168.12.0** pour une classe **C** par exemple.
- L'adresse dont la partie **Host Id** est constituée de bits à « 1 » est une adresse de diffusion (ou broadcast). Il s'agit d'une adresse spécifique permettant à une machine d'envoyer des données à toutes les machines situées sur le réseau spécifié par le **Net Id**.
- L'adresse **127.0.0.0** est appelée adresse de rebouclage (en anglais loopback) car elle désigne la machine locale (en anglais local host). Elle permet l'utilisation interne de TCP / IP sans aucune interface matérielle.
- L'adresse **0.0.0.0** est une adresse non encore connue, utilisée par les machines ne connaissant pas leur adresse IP au démarrage.
- Pour chaque classe, certaines plages d'adresses sont réservées à un usage privé :
Classe A : **10.0.0.0** à **10.255.255.255**
Classe B : **172.16.0.0** à **172.31.255.255**
Classe C : **192.168.0.0** à **192.168.255.255**

3.4.3. Adressage de sous - réseau

Il peut être utile de segmenter le réseau en plusieurs sous - réseaux dans le but de :

- Réduire le nombre de communications sur un même segment
- Connecter des réseaux d'architectures hétérogènes
- Regrouper les ordinateurs en domaines ou sous-domaines

Dans ce cas, la partie de l'adresse **IP** administrée localement (**Host Id initial**) est divisée en :

| | Net Id | Host Id initial | |
|--|--------|-----------------|---------|
| | | SubNet Id | Host Id |
| | | | |

- Une adresse de sous - réseau (**SubNet Id**) ;
- Un numéro de la machine dans le sous - réseau (**Host Id**).

3.4.4. Masque de sous - réseau

Un **masque de sous - réseau** ou **netmask** a le même format qu'une adresse Internet. Les bits à « 1 » désignent la partie réseau (**Net**) et sous - réseau (**SubNet**) de l'adresse et les bits à « 0 » la partie numérotation des machines (**Host**) sur le sous - réseau.

Un « **ET logique** » appliqué entre l'adresse de la machine et le masque permet de déterminer l'adresse du réseau ou du sous - réseau auquel appartient la machine afin de rediriger l'information.

Les masques de sous - réseau par défaut pour les classes standard sont :

| Classe | Masque de sous - réseau | Equivalent binaire |
|----------|-------------------------|-------------------------------------|
| A | 255.0.0.0 | 11111111.00000000.00000000.00000000 |
| B | 255.255.0.0 | 11111111.11111111.00000000.00000000 |
| C | 255.255.255.0 | 11111111.11111111.11111111.00000000 |

□ **Exemple n°1** : Soit la machine d'adresse IP 192.168.12.1 avec le masque 255.255.255.0

| | | |
|-----------------------|---------------------|--|
| Adresse IP | 192.168.12.1 | 11000000.10101000.00001100.00000001 |
| Masque | 255.255.255.0 | 11111111.11111111.11111111.00000000 |
| « ET logique » | 192.168.12.0 | 11111111.10101000.00001100.00000000 |

Après application du masque, le résultat est **192.168.12.0** correspondant à l'identifiant réseau.

□ **Exemple n°2** : Soient deux machines désirant communiquer.
 Machine n°1: **192.59.66.200** ; Machine n°2 : **192.59.66.17**
 Le masque a pour valeur **255.255.255.0** car il s'agit d'un réseau de classe C.

| | Machine n°1 | Machine n°2 |
|-----------------------|--------------------|--------------------|
| Adresse IP | 192.59.66.200 | 192.59.66.17 |
| Masque | 255.255.255.0 | 255.255.255.0 |
| « ET logique » | 192.59.66.0 | 192.59.66.0 |

L'application du masque conduit au même résultat. Les deux machines appartiennent au même réseau, elles peuvent donc communiquer directement sans passer par la passerelle ou routeur.

□ **Exemple n°3** : Soit un réseau local privé avec 3 machines d'adresses IP
ORDI 1 : **192.168.0.1** ; ORDI 2 : **192.168.0.2** et ORDI 3 : **192.168.0.3**
 Soit un second réseau local privé avec 3 machines d'adresses IP
ORDI 4 : **192.168.0.17** ; ORDI 5 : **192.168.0.18** et ORDI 6 : **192.168.0.19**

Si on applique le même masque que précédemment **255.255.255.0**, tout le monde va se « voir ». Par conséquent, il faut modifier le masque. On raisonne pour cela sur le dernier octet.

| | | | | | | | | | |
|----------------------------------|--------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ORDI 1 à 3 (X = 0 ou 1) : | 192.168.0. | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | X | X |
| Masque : | 255.255.255. | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| « ET logique » : | 192.168.0. | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

| | | | | | | | | | |
|----------------------------------|--------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ORDI 4 à 6 (X = 0 ou 1) : | 192.168.0. | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | X | X |
| Masque : | 255.255.255. | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| « ET logique » : | 192.168.0. | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

On prendra le masque **255.255.255.240**.

L'adresse du premier réseau est **192.168.0.0** et celle du second réseau **192.168.0.16**.

Chapitre 27

Transmissions sur les réseaux

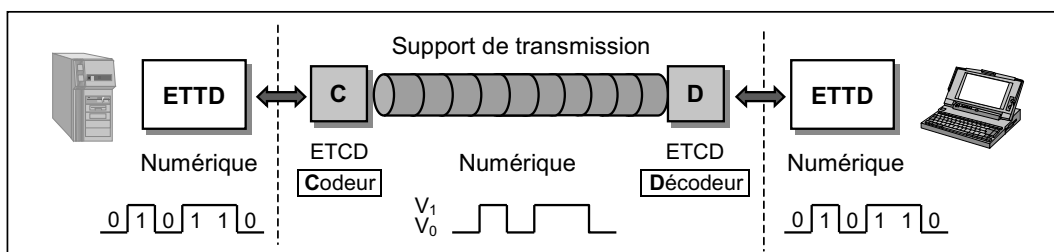
1. Généralités

La transmission de données entre un émetteur et un récepteur suppose que soit établie une liaison sur un support de transmission (câble coaxial, fibre optique, paire torsadée, ...) muni d'équipements de transmission à ses extrémités.

Emetteur et récepteur sont désignés communément par les termes **ETTD** (Equipement Terminal de Traitement de Données). Ils ne sont pas directement connectés au support contrairement aux **ETCD** (Equipement Terminal de Circuit de Données) placés à chaque extrémité et dont le rôle est de convertir le signal à transmettre en un signal compatible avec les possibilités du support.

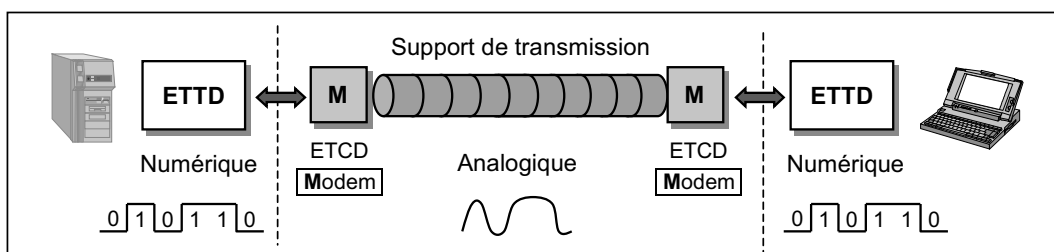
Les réseaux informatiques présentent la particularité de demander de très hauts débits, de plusieurs mégabits par seconde. Dans ce contexte, deux techniques de transmission sont envisageables :

□ Transmission entre deux équipements voisins



Lorsque les distances entre les deux équipements sont relativement faibles, de quelques mètres à quelques centaines de mètres, le signal électrique émis est peu affaibli. Dans ce cas, la technique utilisée est la **transmission en bande de base** (cf. page 324) : les données binaires **codées** par un signal numérique sont transmises directement sur le support. La transmission en bande de base est simple et peu coûteuse, elle est largement répandue dans les **réseaux locaux** (Ethernet).

□ Transmission entre deux équipements distants



Lorsque la distance augmente, d'importantes déformations du signal sont observées, lors d'une transmission en bande de base, entraînant de nombreuses erreurs. Il apparaît alors intéressant de transformer les données binaires numériques en un **signal analogique** qui sera émis sur le support.

On parle de **transmission par transposition de fréquence** ou **modulation** (cf. page 327).

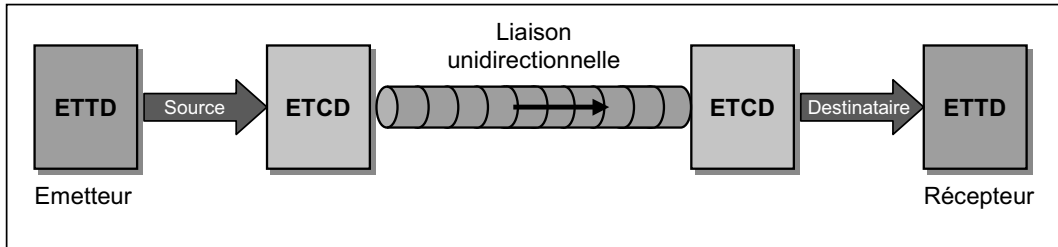
Un intermédiaire est nécessaire pour réaliser la conversion à chaque extrémité du support : le **MODEM** (contraction de **MO**dulateur / **DE**Modulateur). On dit que le **MODEM** est la liaison entre le monde **numérique** et le monde **analogique**.

2. Sens des transmissions

Une liaison de données représente l'ensemble des matériels et des logiciels fournissant les moyens fonctionnels nécessaires pour acheminer des données. En fonction des caractéristiques et des éléments, le transfert de données entre deux équipements peut s'effectuer selon trois modes.

2.1. Liaison SIMPLEX

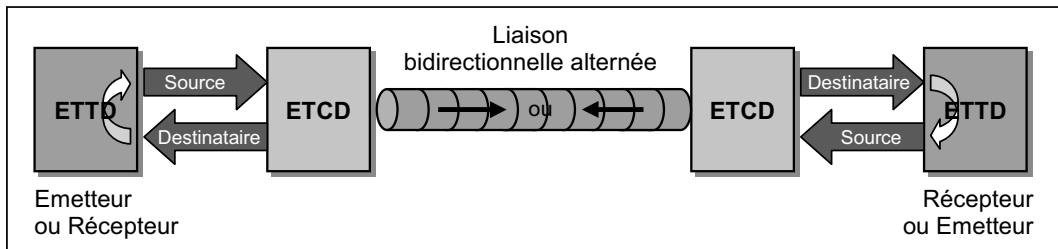
Une **liaison SIMPLEX** réalisée entre deux équipements n'autorise le passage de données que dans un seul sens. L'un des équipements est émetteur tandis que l'autre est récepteur. C'est l'émetteur qui dirige la transmission.



- Exemples : Radiodiffusion, télédiffusion, etc.

2.2. Liaison SEMI-DUPLEX (ou HALF-DUPLEX)

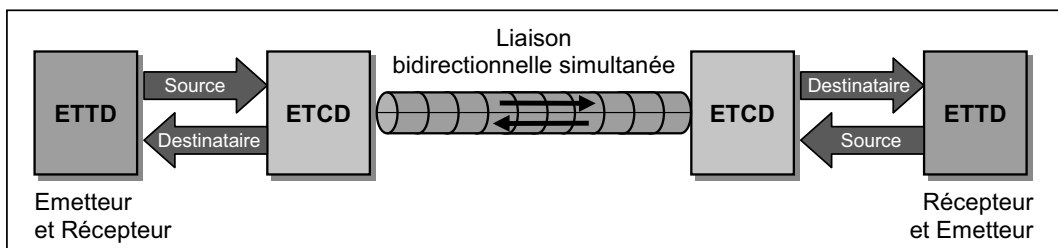
Une **liaison SEMI-DUPLEX** permet à des données de transiter dans les deux sens sur un support physique unique mais alternativement. A chaque instant, le rôle d'émetteur revient à un équipement et celui de récepteur à l'autre équipement.



- Exemples : Talky-walky , CB (Citizen Band), etc.

2.3. Liaison DUPLEX (ou FULL DUPLEX)

Une **liaison DUPLEX** permet de mettre en place sur un support des transferts de données bidirectionnels simultanés. Chaque équipement est en même temps émetteur et récepteur. Cette liaison nécessite en général deux supports de transmission, bien qu'il soit possible de le réaliser sur un seul support en utilisant notamment le **multiplexage fréquentiel** (voir page 330).



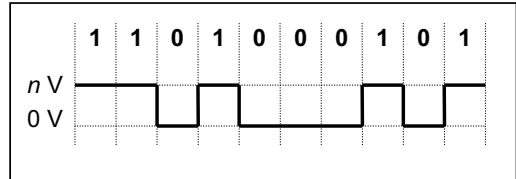
- Exemples : Téléphone, ADSL, etc.

3. La transmission en bande de base

3.1. Généralités

Elle consiste à transmettre directement des signaux numériques sur un support à large bande passante et de longueur limitée. Cette opération est réalisée par un **codeur**.

Le codage le plus simple serait de manière évidente de faire correspondre au **bit 1** un signal électrique de tension n volts, et au **bit 0** un signal de **tension nulle** (cf. exemple).



De nombreux problèmes sont posés par ce codage élémentaire :

- Une **tension nulle** lue sur le support de transmission correspond à un **0** binaire mais peut aussi refléter l'**absence de donnée transmise**, ce qui prête à confusion ;
- Une **composante continue** est présente dans le signal : une partie de l'énergie émise est inutile car certains supports ne transmettent pas convenablement les basses fréquences et le continu ;
- La présence d'un nombre important de **0** successifs (ou de **1** successifs) dans le signal peut nuire à la synchronisation entre l'émetteur et le récepteur ;
- La présence possible à la fois de séquences de type **10101010 ...** (alternantes) et de séquences de type **100000 ... 001 ...** (constantes) fait que le spectre du signal et donc la bande passante exigée au support, soient très larges.

Pour résoudre ou atténuer ces problèmes, des codes plus évolués ont été élaborés. Les principaux codes sont :

- Le **code NRZ** pour sa simplicité de conception ;
- Le **code de Manchester** pour sa mise en œuvre dans les réseaux **Ethernet** ;
- Le **code de Manchester différentiel** ;
- Le **code de Miller**.

Ces codes sont décrits dans le paragraphe suivant. Afin de pouvoir établir un comparatif efficace, on traite pour chaque code l'exemple proposé ci-dessus : on présente donc comment chaque code préconise d'émettre la même chaîne binaire **1101000101**.

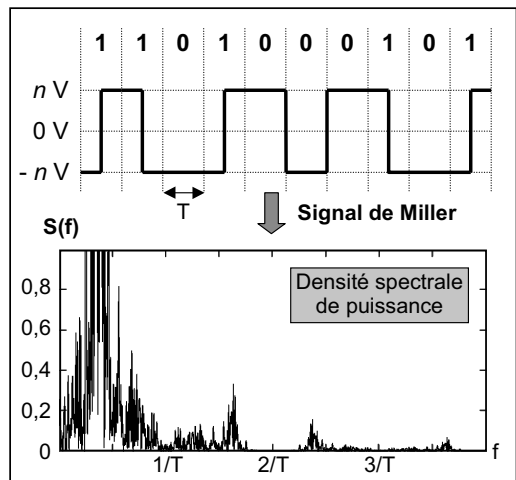
3.2. Notion de densité spectrale de puissance

Le signal codé peut être décomposé en une somme de signaux sinusoïdaux de fréquences différentes, variant de zéro à l'infini. Chacun de ces signaux porte une partie de la puissance totale en V^2 (cf. page 354) du signal transmis.

Ainsi, l'ensemble des signaux sinusoïdaux, dont la fréquence appartient à une plage de largeur df autour d'une fréquence f donnée, véhicule une part dP de la puissance totale P transmise. Elle est donnée par :

$$dP = S(f) \cdot df \Rightarrow P = \int_0^{+\infty} S(f) \cdot df$$

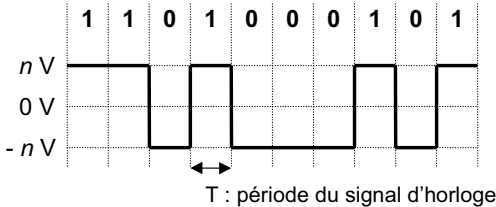
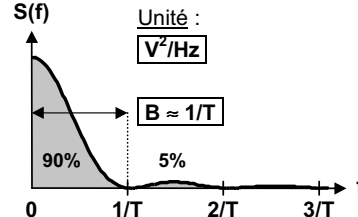
S(f) : densité spectrale de puissance (en V^2/Hz)



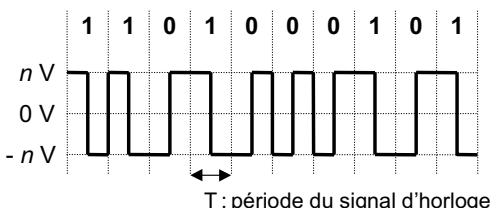
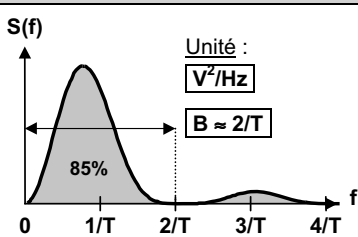
3.3. Principaux codes

Les codes proposés ci-dessous sont **bivalents** : seules deux valeurs de la tension (nV et $-nV$) sont utilisées pour coder les valeurs binaires.

3.3.1. Code NRZ (No Return to Zero, non retour à zéro)

| Principe | | Densité spectrale de puissance (DSP) |
|---|---|--|
| <p>On code le bit 1 par un signal de tension nV et le bit 0 par la tension opposée $-nV$.</p>  <p style="text-align: center;">T : période du signal d'horloge</p> | |  <p style="text-align: center;">Unité : $\frac{V^2}{Hz}$</p> <p style="text-align: center;">$B \approx 1/T$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> $S(f) = (nV)^2 \cdot T \cdot \frac{\sin^2(\pi f T)}{(\pi f T)^2}$ </div> |
| Caractéristiques | | |
| Composante continue | Elle n'est nulle que si les états nV et $-nV$ sont équirépartis. | |
| Bande passante | $B \approx 1/T$ (environ 90% de la puissance du signal est transmis) | |
| Densité spectrale de puissance | Elle est concentrée au voisinage des basses fréquences. Ce codage est donc mal adapté à certains supports de transmission . | |
| Synchronisation Emetteur / Récepteur | Elle n'est pas garantie car ce codage n'évite pas les longues suites sans transitions. On peut y remédier en brouillant les données. | |
| Repérage des fils | Il est nécessaire. | |
| Utilisation | Transmission selon les normes RS232, RS421, RS422, RS485 . | |

3.3.2. Code de Manchester

| Principe | | Densité spectrale de puissance |
|--|--|--|
| <p>On code le bit 1 par une transition en milieu de temps d'horloge de nV à $-nV$ et le bit 0 par la transition inverse.</p>  <p style="text-align: center;">T : période du signal d'horloge</p> | |  <p style="text-align: center;">Unité : $\frac{V^2}{Hz}$</p> <p style="text-align: center;">$B \approx 2/T$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> $S(f) = (nV)^2 \cdot T \cdot \frac{\sin^4(\pi f T / 2)}{(\pi f T / 2)^2}$ </div> |
| Caractéristiques | | |
| Composante continue | Elle est nulle. | |
| Bande passante | $B \approx 2/T$ | |
| Densité spectrale de puissance | Elle est centrée sur $1/2T$ et s'étale sur $2/T$ (le double du code NRZ). Ce code est donc adapté à un support à bande passante assez large . | |
| Synchronisation Emetteur / Récepteur | Elle est toujours assurée car ce codage garantit au moins une transition par période T . | |
| Repérage des fils | Il est nécessaire. | |
| Utilisation | Réseaux locaux Ethernet (10 Base 2(5), 10 Base T, 10 Base F). | |

3.3.3. Code de Manchester différentiel

| Principe | | Densité spectrale de puissance |
|--|---|---|
| <p>Il est basé sur le code de Manchester à la différence près suivante : en présence d'un bit 0, on recopie le symbole associé à l'élément binaire précédent alors qu'on l'inverse en présence d'un bit 1.</p> <p>On recopie $\lfloor \Rightarrow \rfloor$ On inverse $\rfloor \Rightarrow \rfloor$</p> | | <p>Unité : $\frac{V^2}{Hz}$ $B \approx 2/T$</p> $S(f) = (nV)^2 \cdot T \cdot \frac{\sin^4(\pi f T / 2)}{(\pi f T / 2)^2}$ |
| Caractéristiques | | |
| Composante continue | Elle est nulle. | |
| Bande passante | $B \approx 2/T$ | |
| Densité spectrale de puissance | Elle est centrée sur $1/T$ et s'étale sur $2/T$ (le double du code NRZ). Ce code est donc adapté à un support à bande passante assez large . | |
| Synchronisation Emetteur / Récepteur | Un changement de tension, réalisé en milieu de temps d'horloge, permet de conserver la synchronisation du récepteur sur l'émetteur. | |
| Repérage des fils | Ce code est insensible aux inversions de fils dans le câblage | |
| Utilisation | Réseau "Token Ring" et codage du signal RDS avant modulation. | |

3.3.4. Code de Miller

| Principe | | Densité spectrale de puissance |
|--|--|--|
| <p>Le bit 1 est codé par une transition en milieu de temps d'horloge et le bit 0, par l'absence de transition. Si un bit 0 est suivi d'un autre 0, on rajoute une transition à la fin du temps d'horloge.</p> <p>Pas de transition On rajoute des transitions</p> | | <p>Unité : $\frac{V^2}{Hz}$ $B \approx 1/T$</p> <p>On ne détaillera pas l'expression de la densité spectrale de puissance car celle-ci est assez compliquée et sort du cadre de cet ouvrage.</p> |
| Caractéristiques | | |
| Composante continue | L'annulation de la composante continue n'est pas totale. | |
| Bande passante | $B \approx 1/T$ | |
| Densité spectrale de puissance | Le spectre de puissance est plus étroit que pour le codage Manchester mais il ne s'annule pas en $f = 0$. | |
| Synchronisation Emetteur / Récepteur | Elle est toujours assurée car ce code comme ceux de Manchester est basé sur les transitions du signal en milieu de temps d'horloge. | |
| Repérage des fils | Il n'est pas nécessaire. | |
| Utilisation | Réseaux locaux Ethernet (10 Base 2(5)*, 10 Base T, 10 Base F). | |

* Câble **10 Base 5** : **10 Mbit/s** - Transmission en bande de **Base** - Distance de **500 m** maximum sans répéteur

3.4. Limitations de la transmission en bande de base

Les différents problèmes altérant la qualité d'un code sont tous induits par les caractéristiques du support de transmission utilisé (affaiblissement, bande passante, distorsion, ...).

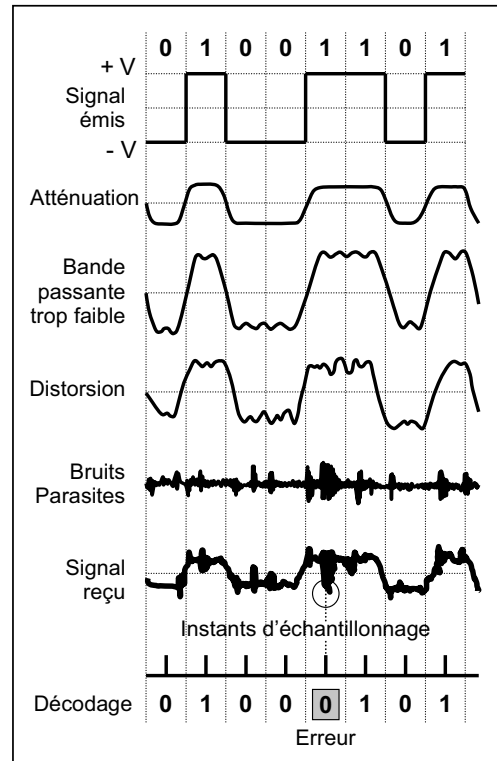
Lorsque la distance entre émetteur et récepteur augmente, d'importantes déformations du signal émis sont observées lors d'une transmission en bande de base, entraînant de nombreuses **erreurs**.

Cette altération est principalement due à :

- l'**atténuation** du signal sur une grande distance ;
- la perte de certaines composantes fréquentielles du signal (**bande passante** du support) ;
- l'apparition de **parasites électromagnétiques** sur le support de transmission.

Cette méthode de transmission ne peut être utilisée que sur de **très courtes distances**, qui dépendent essentiellement de la qualité du support utilisé.

Sur des distances plus longues, il est nécessaire de transformer les données binaires numériques en un **signal analogique** qui sera émis sur le support : on parle alors de **transmission par transposition de fréquence** ou **modulation**.



4. Transmission par transposition de fréquence (modulation)

4.1. Généralités

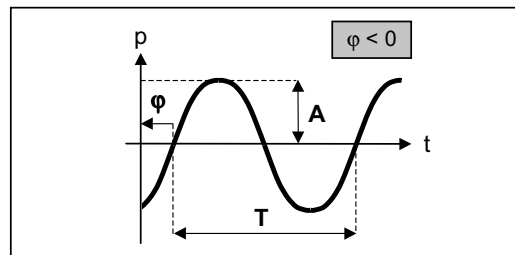
La **modulation** ou **transposition de fréquence** est un ensemble de procédés par lesquels la bande de fréquence d'un signal (en général, un signal bande de base) est **décalée dans le domaine fréquence**. Elle assure une meilleure protection contre le bruit et permet le multiplexage en fréquence (voir paragraphe 4.5 page 329). Elle devient indispensable quand le signal à transmettre n'est pas dans un domaine de fréquence adapté au support de transmission.

Le signal à transmettre (ou **signal modulant**) sert à modifier un ou plusieurs des paramètres (amplitude, fréquence, phase) d'un signal sinusoïdal appelé **porteuse** et représenté par :

$$p(t) = A \cdot \sin(2\pi ft + \varphi)$$

Une telle fonction est définie par 3 paramètres :

- **A** : l'amplitude en **volts** ;
- **f** : la fréquence exprimée en **Hz** ($f = 1/T$) ;
T est la période en **secondes**.
- **φ** : la phase à l'origine en **radians**.



On distingue 4 types de modulation :

- La modulation d'amplitude (en anglais **AM** : **A**mplitude **M**odulation) ;
- La modulation par saut de fréquence (en anglais **FSK** : **F**requency **S**hift **K**eying) ;
- La modulation par saut de phase (en anglais **PSK** : **P**hase **S**hift **K**eying) ;
- La modulation par saut de phase et d'amplitude (en anglais **PSK/AM**).

4.2. Notions de vitesse de modulation et de débit binaire

Deux paramètres sont employés pour caractériser la **vitesse de transmission** sur les réseaux :

- La **vitesse de modulation** est le nombre d'états significatifs du signal transmis par seconde. Elle est généralement notée R_m (en **bauds**) :

$$R_m = \frac{1}{T_m}$$

où T_m représente la durée en secondes de l'**intervalle de modulation**.

- Le **débit binaire** est le nombre de valeurs logiques transmises par seconde. Il est généralement noté D (en **bits/s** ou **bps**) :

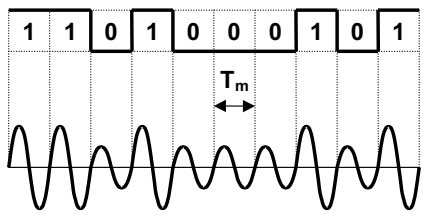
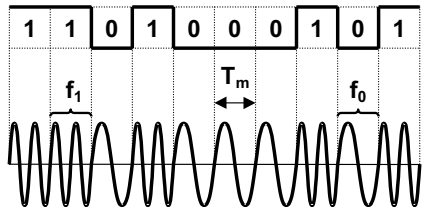
$$D = n \cdot R_m$$

où n est le nombre de bits transportés par **intervalle de modulation**.

Pour une meilleure performance dans la rapidité de la transmission, on cherche à améliorer D :

- en augmentant n mais le bruit (chapitre 29 – cf. page 345) est un frein important ;
- en augmentant R_m mais on ne peut dépasser $R_{m\max}$ (chapitre 29 – cf. page 345).

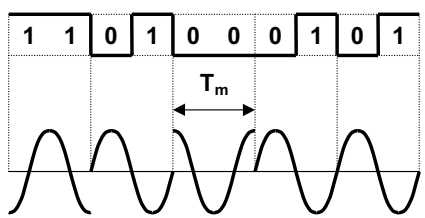
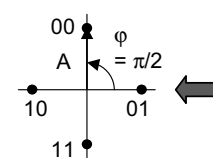
4.3. Modulations simples

| Modulation d'amplitude | Modulation par saut de fréquence |
|--|--|
| <p>La distinction entre le bit 0 et le bit 1 s'obtient en changeant l'amplitude A de la porteuse :</p>  | <p>La distinction entre le bit 0 et le bit 1 s'obtient en changeant la fréquence f de la porteuse :</p>  |
| <p>$n = 1$</p> <p>↓</p> <p>$D = R_m$</p> | |

□ **Remarque :**

Les modulations d'amplitude et par saut de fréquence utilisent toutes les deux au moins une période complète de la porteuse pour coder le **bit 0** et le **bit 1**. Or, si on peut coder plusieurs bits pendant une seule période, le nombre de bits transmis par seconde en serait augmenté d'autant.

Cette possibilité a été implantée dans les réseaux grâce à la **modulation par saut de phase**.

| Modulation par saut de phase | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|--|-------|-------|---------|----|---|---|----|---------|---|----|-------|---|----|----------|---|
| <p>La distinction entre le bit 0 et le bit 1 s'obtient en décalant la phase φ de la porteuse. En utilisant 4 phases (signal quadrivalent), on peut coder deux bits à chaque état : $n = 2$.</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  |  | <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="padding: 2px;">Dibit</th> <th style="padding: 2px;">Phase</th> <th style="padding: 2px;">Symbole</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 2px;">01</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">~</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">00</td> <td style="padding: 2px;">$\pi/2$</td> <td style="padding: 2px;">∨</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">10</td> <td style="padding: 2px;">π</td> <td style="padding: 2px;">∧</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">11</td> <td style="padding: 2px;">$3\pi/2$</td> <td style="padding: 2px;">∩</td> </tr> </tbody> </table> | Dibit | Phase | Symbole | 01 | 0 | ~ | 00 | $\pi/2$ | ∨ | 10 | π | ∧ | 11 | $3\pi/2$ | ∩ |
| Dibit | Phase | Symbole | | | | | | | | | | | | | | | |
| 01 | 0 | ~ | | | | | | | | | | | | | | | |
| 00 | $\pi/2$ | ∨ | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10 | π | ∧ | | | | | | | | | | | | | | | |
| 11 | $3\pi/2$ | ∩ | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>Constellation : Ensemble des symboles possibles</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>Cela a pour conséquence d'avoir $D = 2 \cdot R_m$. On peut utiliser 8 phases, ce qui augmente D. Au-delà, le gain obtenu n'est pas intéressant par rapport à la quantité d'erreurs engendrées.</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | |

4.4. Modulations combinées

La modulation par **saut de phase** et d'**amplitude** résout les problèmes liés à l'emploi de phases trop nombreuses. En combinant deux types de modulations simples, on obtient des **débits binaires D** élevés et des **taux d'erreur** faibles. Un cas particulier est la modulation d'amplitude à deux porteuses en quadrature (**QAM** : Quadrature Amplitude Modulation).

Le signal modulé **s(t)** s'écrit dans ces conditions :

$$s(t) = A \cdot \cos(2\pi ft + \varphi_A) + B \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_B)$$

avec pour la **QAM 16** : **A** et **B = 1** ou **3**
 φ_A et $\varphi_B = 0$ ou π

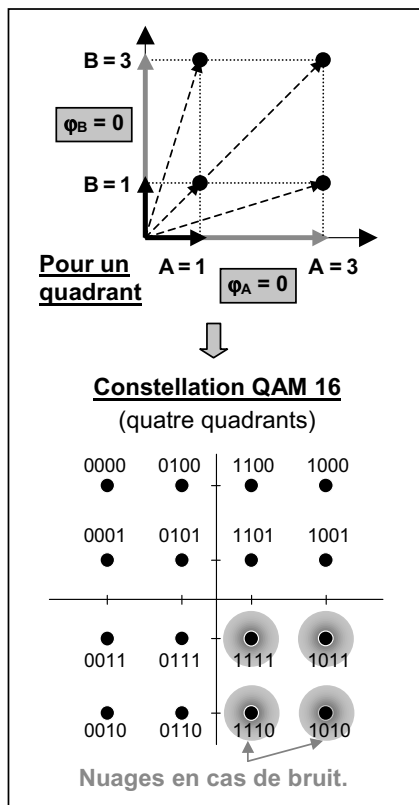
Un point de la constellation est défini par un vecteur égal à la somme de deux vecteurs en quadrature. Chaque axe représente une porteuse, la partie positive de l'axe correspondant à $\varphi = 0$ et la partie négative à $\varphi = \pi$.

Si la représentation graphique est d'une netteté parfaite, en réalité, avec les perturbations apportées par le bruit, le point va se situer quelque part dans un **nuage**.

La surface du nuage est d'autant plus grande que le **rapport signal / bruit est faible**.

La répartition des valeurs des symboles sur la constellation est prévue pour optimiser la réception en présence de bruit. Des algorithmes complexes permettent de définir des constellations contenant de plus en plus de points, donc avec de plus en plus de bits dans chaque symbole. Ainsi, on utilise des modulations de type :

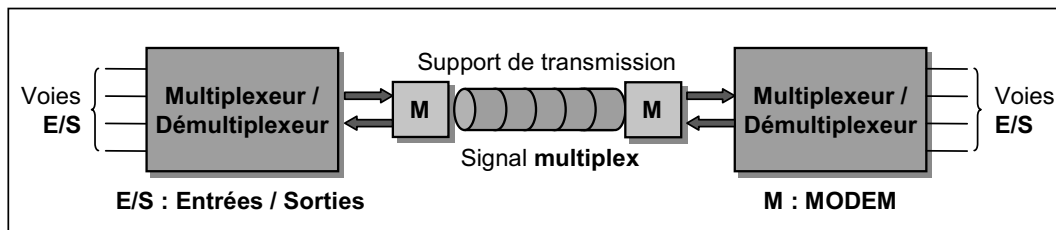
- QAM 64** (2^6) avec 6 bits par symbole,
- QAM 128** (2^7) avec 7 bits par symbole, ...



4.5. Multiplexage

Lorsqu'un environnement particulier l'impose ou pour des raisons de coût d'installation ou d'exploitation, il est possible techniquement de "partager" un support de transmission :

- pour permettre une communication bidirectionnelle ;
- pour faire transiter simultanément plusieurs communications.



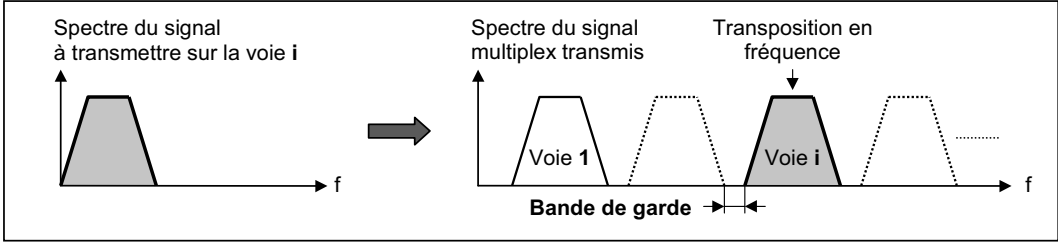
Le signal **multiplex** concentre des flux d'origines diverses sous forme d'un signal composite unique.

Le **multiplexeur** a pour rôle de transmettre sur le support unique les informations provenant de plusieurs entrées. A l'autre extrémité du support, il faut effectuer la démarche inverse, c'est à dire récupérer, à partir du signal multiplex, les informations issues des différentes entrées et les envoyer sur les bonnes voies de sorties. C'est le rôle du **démultiplexeur**.

Plusieurs techniques coexistent : le **multiplexage fréquentiel** et le **multiplexage temporel**.

4.5.1. Multiplexage fréquentiel

Il consiste à découper la bande passante du support en plusieurs bandes de fréquences, chacune d'elles étant affectée à une voie d'entrée du **multiplexeur**. On applique une **transposition de fréquence** (ou modulation) différente au signal sur chaque voie, afin d'occuper uniformément la bande passante disponible sur le support. Les signaux modulés sont alors émis simultanément. Ce principe est utilisé entre autre pour l'architecture **ADSL** (voir paragraphe 4.6 suivant).

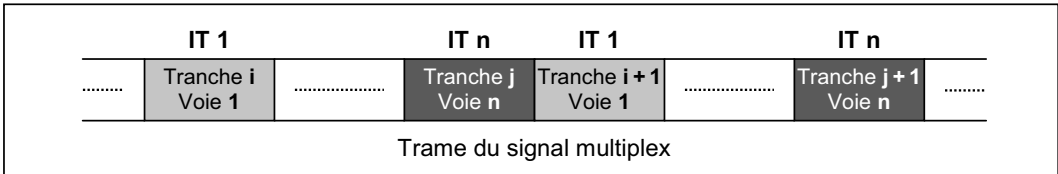


À la réception, un **démultiplexeur** sépare les différents signaux par une série de **filtres passe-bande** et les dirige vers leurs sorties respectives. Pour empêcher des chevauchements entre des signaux appartenant à des bandes voisines, on laisse une bande de fréquences inutilisées appelée **bande de garde** entre les différentes bandes de fréquences.

□ **Remarque** : La transmission en bande de base occupe la totalité de la bande passante du support de transmission, interdisant ainsi l'utilisation du multiplexage fréquentiel.

4.5.2. Multiplexage temporel

Il consiste à attribuer l'intégralité du support de transmission à chaque voie d'entrée du multiplexeur pendant un **Intervalle de Temps (IT)** ou **slot**. Le cycle de répartition des intervalles élémentaires entre les différentes voies peut être **statique** ou **dynamique**.



- **Statique** : Les IT alloués à chaque voie sont bien définis. Cela permet de réduire la quantité d'informations de signalisation (de la voie) à faire circuler, mais réduit l'efficacité du multiplexage : quand plusieurs voies sont inactives, leurs IT restent inutilisés.
- **Dynamique** : Tous les IT sont alloués aux seules voies actives et l'identification de la voie est ajoutée à chaque tranche d'informations.

4.6. Techniques de modulation avancées (technologies xDSL)

Ces techniques de transmission font toujours l'objet de recherches visant à optimiser les débits sur les liaisons cuivre. Parmi elles, l'**ADSL (Asymmetric bit rate Digital Subscriber Line)** qui signifie débit numérique asymétrique sur ligne de client) est une technique datant du milieu des années **1990** qui permet d'utiliser, sur de courtes distances, les lignes téléphoniques classiques (paire torsadée) avec un débit très supérieur à celui des normes plus classiques (**V90**) donc qualifié de "**haut débit**".

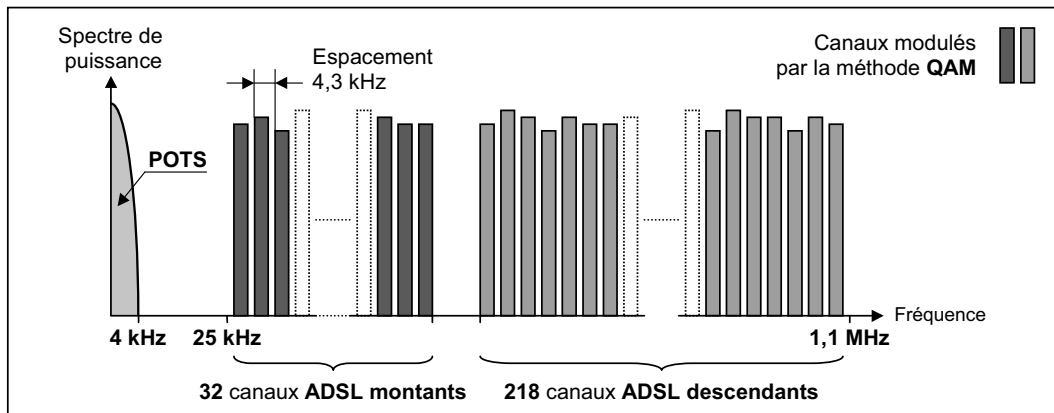
Deux techniques étaient en concurrence pour l'**ADSL** :

- La modulation **DMT (Discrete MultiTone)** ;
- La modulation **CAP (Carrierless Amplitude Phase)**.

C'est la modulation **DTM** qui a été adoptée comme norme par l'**ANSI (American National Standards Institute)** et l'**ETSI (European Telecommunications Standards Institute)**. La modulation **CAP**, basée sur une modulation par saut de phase et d'amplitude, n'a pas été retenue.

La technique consiste à découper la bande passante disponible en un nombre élevé de bandes de fréquences distinctes (ou canaux) et placer le signal numérique sur des porteuses analogiques. La norme **ADSL** spécifie l'utilisation de **256 canaux**, modulés **indépendamment** en **QAM** sur 15 bits maximum, chacun présentant une largeur de **4 kHz**.

Compte tenu de la **bande de garde** de **300 Hz** entre 2 canaux, la largeur de bande globale est de **1,1 MHz** (= 256 x 4,3 kHz) pour une ligne téléphonique ne dépassant pas **5,5 km de long**.

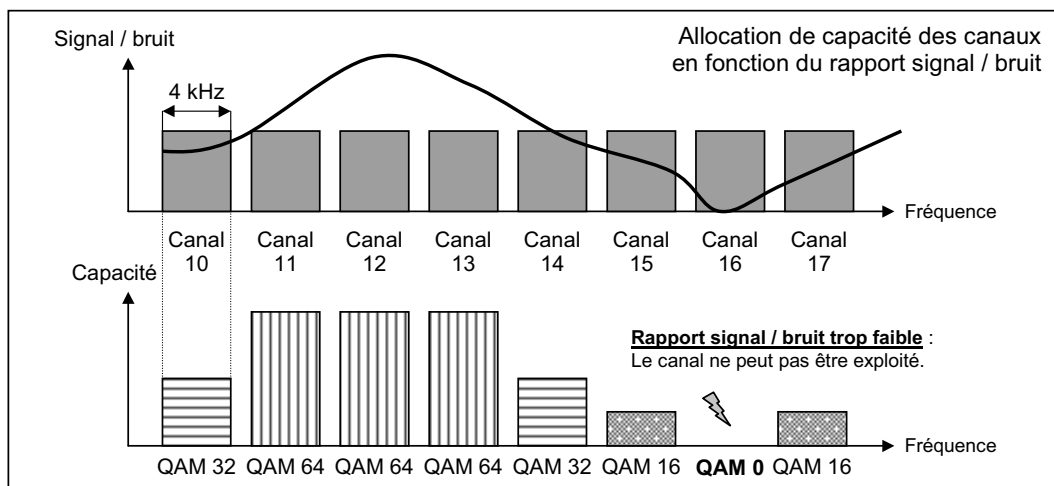


Le **canal 1** est réservé à la téléphonie analogique. Appelé **POTS** (**P**lain **O**ld **T**elephone **S**ervice), il constitue l'usage normal de la ligne téléphonique. Une barrière est réservée entre **4 kHz** et **25 kHz** (**canaux 2 à 6**), de manière à pouvoir isoler facilement le **POTS** (par filtrage) des données numériques (canaux ADSL).

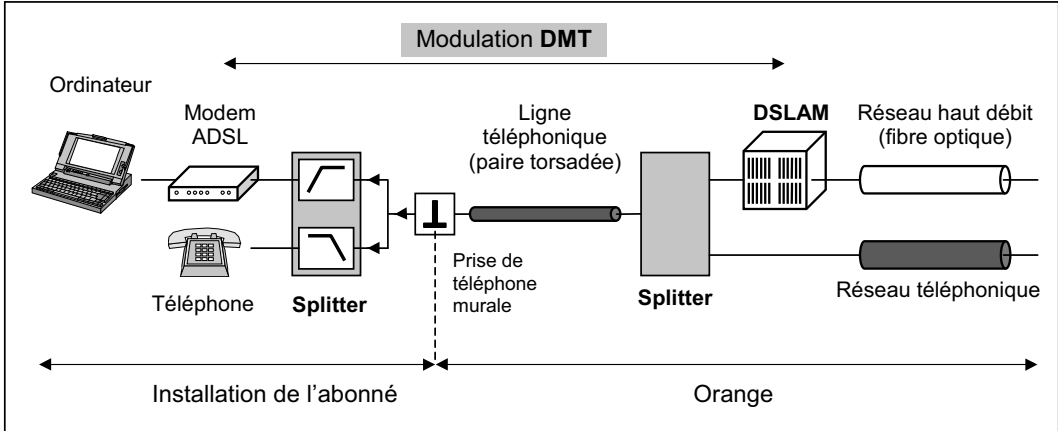
Les transferts ou **flux montants** (du terminal de l'utilisateur vers le réseau) occupent les **32 canaux** suivants, et les **flux descendants** (du réseau vers le terminal) les **canaux restants**. Le fait que la largeur de la bande montante soit plus faible que celle de la bande descendante explique le terme "**asymétrique**" dans la dénomination **ADSL**. Les canaux réservés au téléphone, aux transferts montants et descendants, étant séparés par des bandes de fréquences inutilisées, un utilisateur peut recevoir un appel téléphonique, tout en étant connecté à Internet.

- Débit maximum théorique : $D = n.R_m = 15.4000 = 60 \text{ kbits/s}$ (pour un canal)
- $250.D = 15 \text{ Mbits/s}$ (pour 250 canaux ADSL)

La modulation **DMT** alloue les données de manière à optimiser le débit de chaque canal en fonction des conditions de transmission : propriétés intrinsèques de la ligne, interférences électromagnétiques sur une fréquence donnée, quantité de données à émettre ... On peut ainsi appliquer sur **chaque canal ADSL** une **modulation QAM de 0 à 15 bits** par état physique.



□ Intégration de l'ADSL à un réseau existant



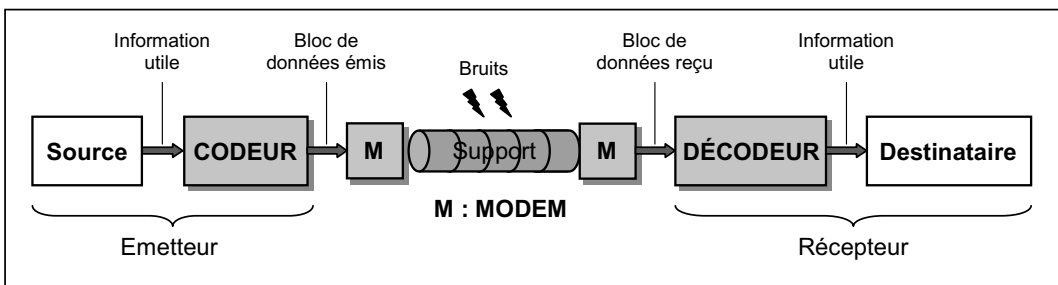
La mise en place d'une liaison **ADSL** entre un ordinateur et le réseau nécessite :

- Un **filtre** (splitter) placé à chaque extrémité de la ligne téléphonique : de type **passé-bas** pour les fréquences dédiées à la voix (téléphone) et **passé-haut** pour les fréquences véhiculant les données numériques (ADSL) ;
- Un **DSLAM** (**D**SL **A**ccess **M**ultiplexer) placé à l'autre bout de la ligne et chargé de la gestion des services liés à Internet et à l'accès au réseau haut débit. Il concentre également tous les canaux de télévision pour les distribuer vers l'internaute, le "zapping" des chaînes se faisant au niveau du **DSLAM**.

5. Détection des erreurs de transmission

Les imperfections du support de transmission (affaiblissement, distorsion) et les perturbations (bruits) font que des **erreurs de transmission** (inversions de bits, ...) peuvent apparaître.

La technique adoptée dans la plupart des systèmes de détection d'erreur consiste à ajouter des bits supplémentaires (dit redondants) à chaque bloc de données avant de le transmettre sur le support. Ces méthodes utilisent un **codeur** à l'émission et un **décodeur** à la réception.



- **Nota** : Dans le cas d'une transmission en bande de base, le **MODEM** se réduit à un simple codeur - décodeur bande de base (cf. page 322).

Une méthode de **détection d'erreurs** doit permettre de constater qu'une erreur est apparue dans le bloc de données transmis. Elle ne fournit aucun détail sur le nombre d'erreurs et leur localisation. Son seul but est de signaler que le bloc de données reçu est différent de celui émis, et donc de demander à l'émetteur une retransmission du bloc endommagé.

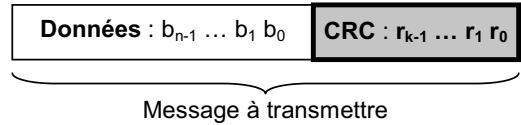
Les réseaux ont en général recours à une méthode de détection d'erreurs appelée **CRC** (**C**yclic **R**edundancy **C**heck en anglais). Celle-ci permet de détecter plus d'erreurs que le contrôle de parité.

5.1. Contrôle par redondance cyclique

Il est basé sur le fait que tout mot binaire noté [$b_{n-1} b_{n-2} \dots b_0$] permet de construire un polynôme :

$$B(x) = b_{n-1} x^{n-1} + b_{n-2} x^{n-2} + \dots + b_1 x + b_0 \quad (\text{degré } n - 1)$$

Avant émission du mot binaire, l'émetteur effectue une division polynomiale de $x^k \cdot B(x)$ par un polynôme générateur $G(x)$ de degré k . Le reste de cette division est alors concaténé au mot binaire : ce reste est appelé **champ de contrôle d'erreur** et est aussi noté **CRC**.



- **Exemple** : Mot binaire à émettre $B = '101001'$ avec $G(x) = x^3 + x + 1$ (degré 3)

| Emission | Organigramme de principe |
|---|---|
| <p>$B(x) = \underline{1} \cdot x^5 + \underline{0} \cdot x^4 + \underline{1} \cdot x^3 + \underline{0} \cdot x^2 + \underline{0} \cdot x^1 + \underline{1} \cdot x^0$ $= x^5 + x^3 + 1$</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> $x^3 \cdot B(x)$ $\begin{array}{r} x^8 + x^6 + x^3 \\ \underline{-(x^8 + x^6 + x^5)} \\ * \quad x^5 + x^3 \\ \underline{-(x^5 + x^3 + x^2)} \\ \boxed{R(x) = x^2} \end{array}$ </div> <div style="text-align: center;"> $G(x)$ $\begin{array}{r} x^3 + x + 1 \\ \underline{-(x^5 + x^2)} \end{array}$ </div> </div> <p>⇒ CRC : '100' $(R(x) = \underline{1} \cdot x^2 + \underline{0} \cdot x^1 + \underline{0} \cdot x^0)$</p> <p>Message transmis : '1 0 1 0 0 1 1 0 0' Données CRC</p> | <div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 5px; margin-bottom: 10px;">Début</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;">Division de $x^k \cdot B(x)$ par $G(x)$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;">Insertion du reste R(x) de la division dans le champ de contrôle</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;">Transmission du message { Données + CRC }</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;">Division de $x^k \cdot B(x) + R(x)$ par $G(x)$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px; display: flex; align-items: center;"> Reste nul ? { </div> <div style="display: flex; width: 100%; margin-bottom: 10px;"> <div style="width: 60%; text-align: center;"> oui <div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 5px; width: 40px; margin: 0 auto;">Fin</div> </div> <div style="width: 35%; text-align: center;"> non <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 100px; margin: 0 auto;">Demande de retransmission du message</div> </div> </div> </div> <div style="margin-top: 20px; font-size: 0.9em;"> <p>L'avantage de procéder à une division est que celle-ci peut s'effectuer au fur et à mesure des bits émis (ou reçus), avant même de connaître la totalité des données à émettre.</p> </div> |
| <div style="background-color: #cccccc; padding: 5px; text-align: center; font-weight: bold;">Réception</div> <p>On suppose qu'une erreur est apparue sur le 5^{ème} bit du message transmis. La chaîne binaire reçue est donc : '1 0 1 0 1 1 1 0 0'</p> <p>Le polynôme associé s'écrit :</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> $x^3 \cdot B(x) + R(x) + \text{erreur}$ $\begin{array}{r} x^8 + x^6 + x^4 + x^3 + x^2 \\ \underline{-(x^8 + x^6 + x^5)} \\ * \quad x^5 + x^4 + x^3 + x^2 \\ \underline{-(x^5 + x^3 + x^2)} \\ x^4 \\ \underline{-(x^4 + x^2 + x)} \\ \boxed{R'(x) = x^2 + x} \end{array}$ </div> <div style="text-align: center;"> $G(x)$ $\begin{array}{r} x^3 + x + 1 \\ \underline{-(x^5 + x^2 + x)} \end{array}$ </div> </div> <p>⇒ $R'(x) \neq 0$ Une erreur est survenue !</p> | |

* Lors d'une division polynomiale, la soustraction binaire de deux polynômes s'effectue en réalisant la fonction **OU EXCLUSIF** entre chaque coefficient de chaque monôme de même degré.

$$\begin{array}{r} 1 \cdot x^5 + 0 \cdot x^4 + 1 \cdot x^3 + 0 \cdot x^2 + 1 \cdot x + 1 \\ - 0 \cdot x^5 + 1 \cdot x^4 + 1 \cdot x^3 + 1 \cdot x^2 + 0 \cdot x + 0 \\ \hline 1 \cdot x^5 + 1 \cdot x^4 + 0 \cdot x^3 + 1 \cdot x^2 + 1 \cdot x + 1 \end{array}$$

Cette méthode permet de détecter pratiquement toutes les erreurs qui se produisent sur le support de transmission. Les polynômes $G(x)$ font l'objet de normalisation. Leur degré est d'autant plus important que la probabilité d'apparition d'une erreur l'est, ou que la longueur du bloc de données à protéger est importante. Les principaux polynômes employés sont :

CRC 16 : $G(x) = x^{16} + x^{12} + x^5 + 1$ (USB, Bluetooth)

CRC 32 : $G(x) = x^{32} + x^{26} + x^{23} + x^{22} + x^{16} + x^{12} + x^{11} + x^{10} + x^8 + x^7 + x^5 + x^4 + x^2 + x + 1$ (Ethernet)

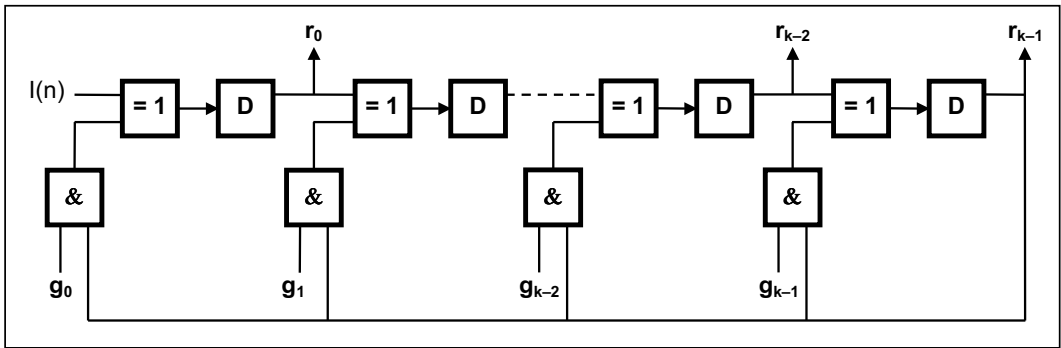
5.2. Générateur de CRC

(Extrait CSMP TSI 2009)

Une méthode permettant le calcul des bits du champ **CRC** est d'utiliser des bascules D synchrones (formant un registre à décalage à droite - cf. page 288) sur front montant d'un signal d'horloge et des portes logiques du type **OU EXCLUSIF**. Seules les sorties des bascules sont utilisées.

On donne ci-dessous la structure générale permettant de calculer le reste [$r_{k-1} \dots r_1 r_0$] (= CRC) de la division polynomiale pour un polynôme générateur de degré k de la forme :

$$G(x) = x^k + g_{k-1} \cdot x^{k-1} + g_{k-2} \cdot x^{k-2} + \dots + g_2 \cdot x^2 + g_1 \cdot x + g_0$$

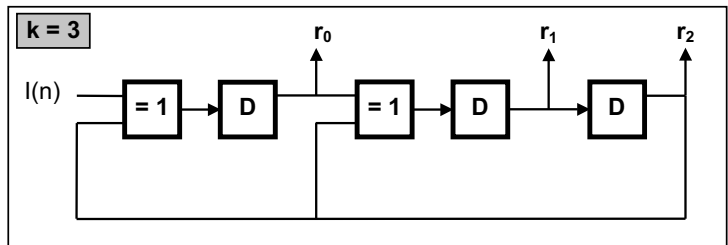


Sur l'entrée $I(n)$ arrivent les bits des informations à transmettre ($B = '101001'$ dans cet exemple) dans l'ordre du bit de poids fort vers le bit de poids faible. Le champ **CRC** est l'état du registre à décalage lorsque tous les bits du mot B sont entrés dans la structure ci-dessus suivi de k zéros.

Dans le cas où le polynôme générateur s'écrit :

$$G(x) = x^3 + x + 1$$

on a la structure suivante car $g_2 = 0$ et $g_1 = g_0 = 1$.



On note :

- $r_0(n), r_1(n)$ et $r_2(n)$ les états des sorties des bascules **D** au $n^{ième}$ front montant de l'horloge ;
- $r_0(n - 1), r_1(n - 1)$ et $r_2(n - 1)$ les états de leurs sorties au front montant précédent le $n^{ième}$ coup d'horloge.

Sur chaque front montant de l'horloge, la sortie de la bascule **D** (cf. p 286) recopie l'entrée. Par conséquent :

$$\begin{aligned} r_0(n) &= I(n) \oplus r_2(n - 1) \\ r_1(n) &= r_0(n - 1) \oplus r_2(n - 1) \\ r_2(n) &= r_1(n - 1) \end{aligned}$$

| $I(n)$ | r_0 | r_1 | r_2 |
|--------|-------|-------|-------|
| | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 |

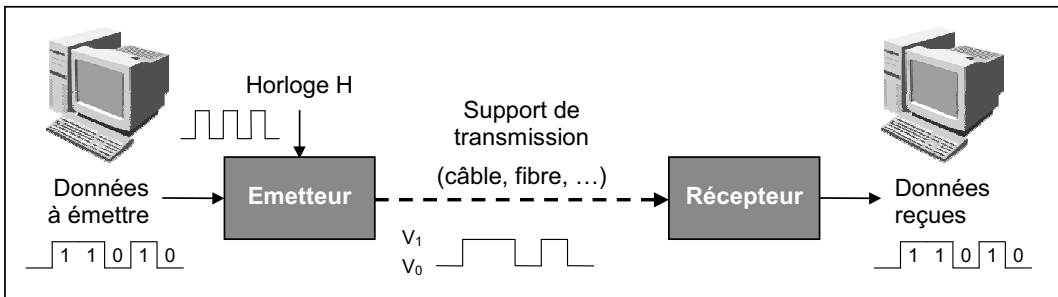
On retrouve bien **CRC = '100'** calculé précédemment. ←

Chapitre 28

Transmissions numériques

1. Généralités

Les réseaux informatiques se fondent sur la numérisation des informations consistant à représenter les données par des suites de « 0 » et de « 1 ». La figure suivante représente une liaison numérique entre deux équipements informatiques. L'un des équipements joue le rôle d'**émetteur** tandis que l'autre équipement, celui de **récepteur**.



Le problème consiste à retrouver à l'autre extrémité de la chaîne de **transmission numérique** les mêmes données qu'à la source. Ces données sont transmises suivant un rythme régulier, fixé par un signal de référence appelé l'**horloge H**.

Pour transmettre ces données sur le **support de transmission**, il est nécessaire de les transformer au préalable en signal électrique. La méthode la plus simple consiste à représenter les éléments binaires « 0 » et « 1 » par deux tensions **V₀** et **V₁** (voir chapitre 27 - page 324).

2. Modes de transmission

2.1. Transmission parallèle

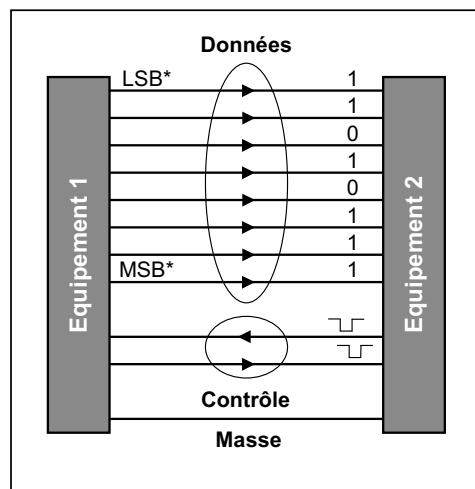
Lorsque les équipements informatiques sont séparés par une **courte distance**, on peut envisager une transmission **parallèle** (octet par octet généralement), ce qui a pour effet d'accroître le **débit**.

Les bits de la donnée sont transmis **simultanément**.

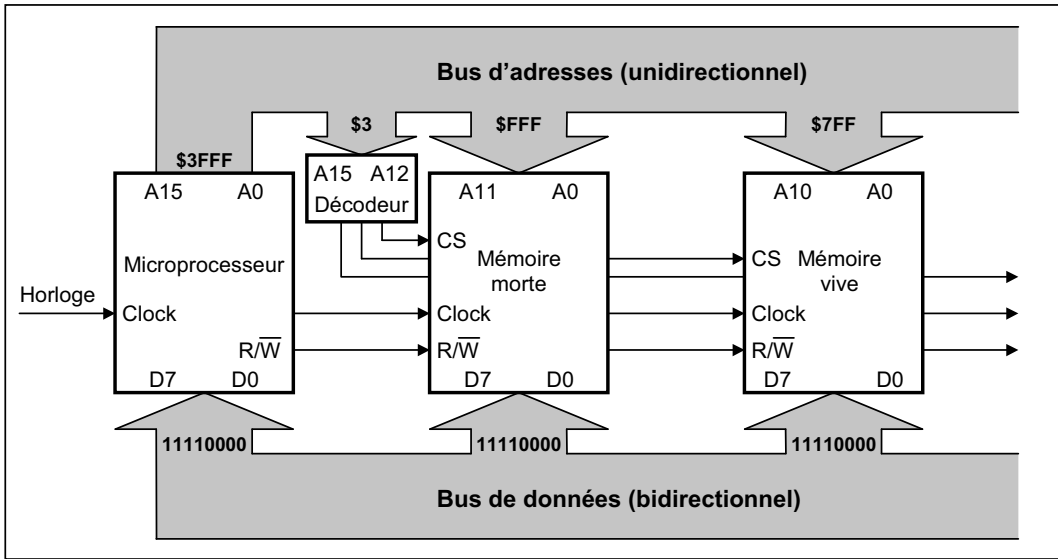
Les équipements à relier comportent autant de fils de données que de bits à transmettre, un ou plusieurs fils de **contrôle** cadencent la transmission.

Cette transmission est **rapide** mais inadaptée aux transferts sur de longues distances en raison de son **coût**, de son **encombrement** (un fil par bit) et de sa **sensibilité** à l'environnement électrique.

* **LSB** : *Least Significant Bit* (bit de poids le plus faible)
* **MSB** : *Most Significant Bit* (bit de poids le plus fort)



L'exemple classique de **transmission parallèle** est celui des liaisons entre un microprocesseur et les mémoires ou autres gestionnaires de périphériques (voir page suivante).



On utilise dans ce cas un « bus » (ensemble de lignes transportant en **parallèle** des informations de même type) pour les adresses et un autre pour les données. Il en existe également un pour les bits de contrôle (Read / Write, etc.) La seule remarque à faire concernant ce mode de transport est la nécessité d'utiliser un **décodeur** qui, en fonction des valeurs des bits de poids fort (A15 ... A12) du bus d'adresses, sélectionnera tel ou tel **circuit mémoire** grâce aux broches **Chip Select**.

Ainsi, pour une même valeur des bits de poids faible du bus d'adresses (A11 ... A0), seul le circuit sélectionné, grâce aux bits de poids fort (A15 ... A12), sera actif.

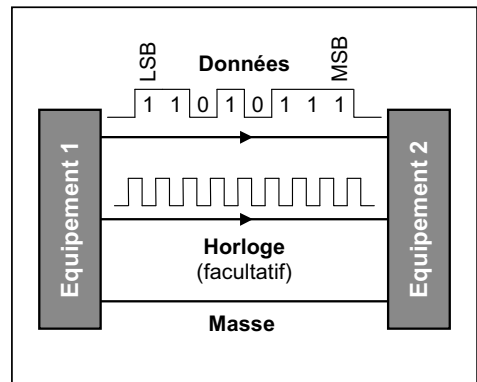
2.2. Transmission série

Lorsque les équipements informatiques sont séparés de plus de quelques mètres, on utilise la transmission **série** où les bits sont envoyés **les uns derrière les autres** sur un unique support de transmission.

Les équipements à relier ne comportent qu'un seul fil pour la transmission des données.

L'horloge peut être câblée ou non entre l'émetteur et le récepteur. Dans ce cas, la transmission est dite **synchrone** et **asynchrone** dans le cas contraire.

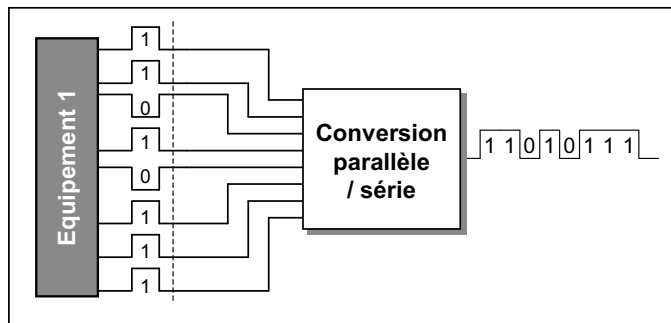
Cette transmission est **lente** mais permet de couvrir des distances importantes (réseaux informatiques).



Les liaisons effectuées par l'intermédiaire d'ondes infrarouges ou lumineuses, d'ondes radio, de fibre optique, etc. sont de type **série** car le support ne peut transmettre qu'une information à la fois.

Le traitement de l'information au sein d'un système numérique s'effectue sur des mots binaires parallèles. Or, lors du transport, ils sont envoyés en série. Il faut donc avant l'émission une **conversion parallèle / série** et à la réception, la **conversion inverse** pour retrouver l'information.

Ceci est réalisé au moyen de deux **registres à décalage** (cf. p 287).

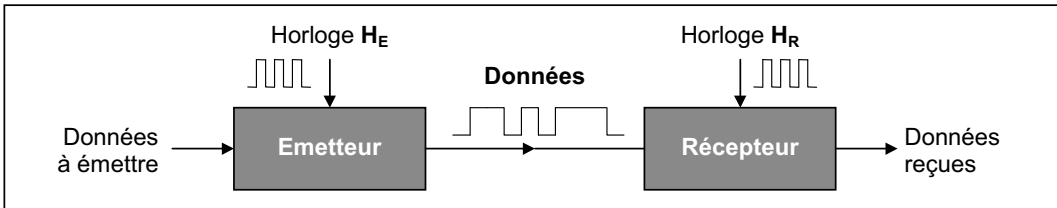


3. Synchronisation

La transmission d'informations sous forme numérique exige en général un synchronisme précis entre l'émetteur et le récepteur. Cette synchronisation est essentielle pour la reconstitution des données et peut être mise en œuvre par différents procédés.

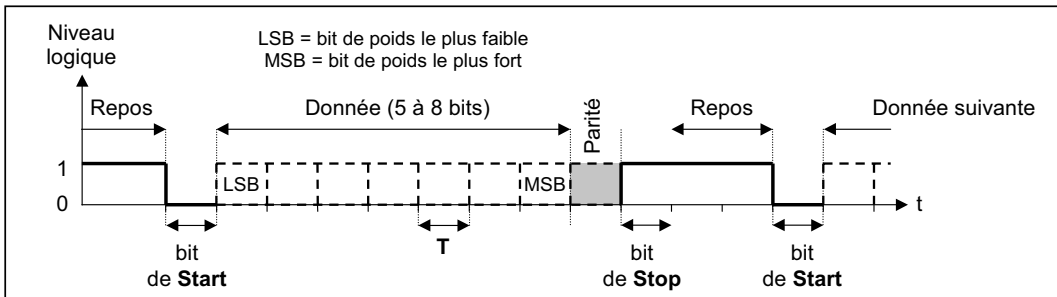
3.1. Transmission asynchrone

La transmission est **asynchrone** car l'horloge d'émission H_E n'est pas transmise vers le récepteur ni physiquement, ni implicitement dans le signal lui-même : les horloges H_E et H_R sont indépendantes.



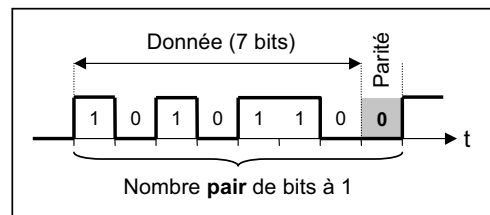
Les données sont émises de façon **irrégulière**, au moment où celles-ci sont disponibles, sans tenir compte des données précédentes ou suivantes. Il est donc nécessaire d'introduire des éléments de repérage (bits de **Start** et de **Stop**) permettant non seulement de reconnaître le début et la fin de chaque donnée, mais aussi d'assurer la synchronisation entre l'émetteur et le récepteur.

Dans le récepteur, l'horloge locale H_R de même période T que celle de l'émetteur H_E est activée au début de chaque donnée émise par le signal **Start** et désactivée par le signal **Stop**.



Un **bit de parité** facultatif permet le contrôle de la transmission. Entre deux données successives, la ligne peut être inactive pendant une durée variable (Repos).

Dans le cas d'une parité **paire**, on ajoute aux n bits de la donnée un bit supplémentaire, calculé pour que le mot à $(n + 1)$ bits émis comporte un nombre **pair** de bits à « 1 ». Le récepteur vérifie la parité du mot reçu. Une erreur sur un bit sera détectée, mais deux non, car la parité restera inchangée.



□ Paramètres de la transmission :

- Durée du **Start** : 1 temps élémentaire d'horloge (T)
- Durée du **Stop** : $1T - 1,5T$ ou $2T$ (on utilise couramment $1T$)
- Protection contre les erreurs : Parité **paire** (Even parity) ou parité **impaire** (Odd parity)
- Vitesse de transmission : **300, 600, 1200, 2400, 9600** ou **19200 bauds**
(1 baud = 1 bit transmis par seconde)

La configuration de l'émetteur et du récepteur doit être semblable. L'exemple le plus connu de transmission série asynchrone est sans conteste la liaison série **RS232**, qui a fait les beaux jours de l'informatique industrielle naissante avec le **RS485** des milieux industriels (cf. page suivante).

3.1.1. Générateur du bit de parité

Dans le cas d'une **parité paire** avec $n = 7$, on a :

| Emission | Réception |
|--|--|
| <div style="text-align: center;"> <p>Message émis</p> <p>$b_0 \ b_1 \ b_2 \ b_3 \ b_4 \ b_5 \ b_6 \ p_p$</p> <p>1 0 1 0 1 0 0 1</p> </div> <p>Le bit p_p de parité paire s'obtient par la relation :</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $p_p = b_0 \oplus b_1 \oplus \dots \oplus b_{n-2} \oplus b_{n-1}$ </div> <p>Le code obtenu à $(n + 1)$ bits (p_p, b_{n-1}, \dots, b_0) comporte un nombre pair de bits à 1. Une parité impaire correspond au système inverse : $p_i = \bar{p}_p$</p> | <div style="text-align: center;"> <p>Message reçu</p> <p>$b_0 \ b_1 \ b_2 \ b_3 \ b_4 \ b_5 \ b_6 \ p_p$</p> <p>1 0 1 0 1 0 0 1</p> <p>Contrôle =1 → S</p> </div> <p>Il y a une erreur si $S = 1$ et aucune si $S = 0$.</p> <p><u>Remarques :</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - Si un bit à 0 est modifié à 1, et un autre bit passe de 1 à 0, on ne détecte pas d'erreur. - Si une erreur survient sur le bit de parité, la vérification est faussée. |

La méthode du bit de parité, si elle a l'avantage de limiter la quantité de données insérées (un seul bit), n'est pas très fiable. En effet, le contrôle devient difficile voire impossible lorsque plusieurs erreurs surviennent dans le message transmis.

3.1.2. Tableau comparatif des normes de transmission série asynchrone

| Paramètres | RS232 | RS423 | RS422A | RS485 ⁽¹⁾ |
|-----------------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------|---------------------------|
| Structure | Asymétrique ⁽²⁾ | Asymétrique ⁽²⁾ | Symétrique ⁽³⁾ | Symétrique ⁽³⁾ |
| Longueur maxi. | 15 m | 1200 m | 1200 m | 1200 m |
| Débit maxi. | 20 kbauds | 100 kbauds | 10 Mbauds | 10 Mbauds |
| Niveau haut (« 1 ») | de -3 V à -25 V | de -0,2 V à -6 V | de -0,2 V à -6 V | de -0,2 V à -7 V |
| Niveau bas (« 0 ») | de +3 V à +25 V | de +0,2 V à +6 V | de +0,2 V à +6 V | de +0,2 V à +7 V |
| Nombre d'émetteurs maxi. | 1 | 1 | 1 | 32 |
| Nombre de récepteurs maxi. | 1 | 10 | 10 | 32 |

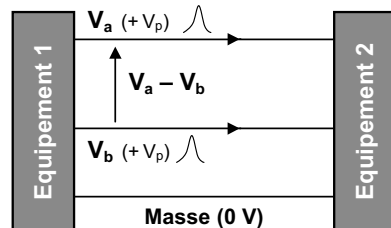
(1) : Plusieurs émetteurs et récepteurs peuvent dialoguer en même temps ⇒ **Bus multipoint** (par opposition à une **liaison point à point** : 1 émetteur – 1 récepteur)

(2) : Un **seul fil** est utilisé pour la transmission des données (V_a), ainsi qu'un **fil de masse** (0 V). La valeur binaire est déduite de la différence de potentiel $V_a - 0$.

(3) : Les données transitent sur une **paire de fils** distincts de la masse, de façon **différentielle** : On ne lit plus $V_a - 0$ mais $V_a - V_b$.

⇒ **Insensibilité aux bruits environnants** car les tensions parasites V_p s'annulent dans le calcul de la différence de potentiel.

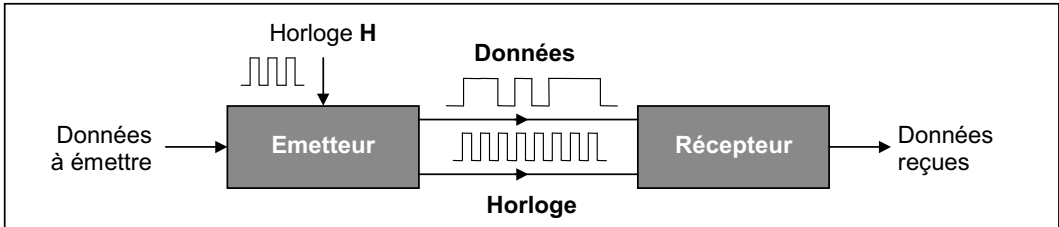
⇒ **Débits plus importants** que la structure asymétrique. Un seul fil de masse est utilisé comme pour la structure asymétrique.



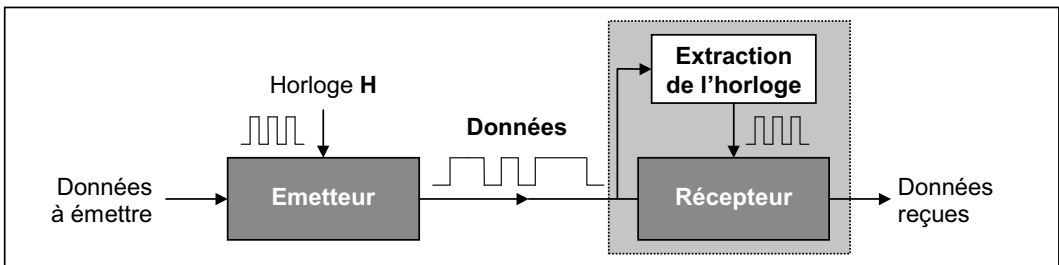
3.2. Transmission synchrone

En transmission synchrone, les données sont émises de façon **régulière**, sans séparation entre les différentes données. Pour cela, un signal d'horloge de période **T** fonctionne pendant toute la durée de l'émission. Pour assurer la synchronisation, le récepteur doit reconstituer, à un décalage près, le rythme du signal d'horloge qui a servi à l'émission. On dispose de deux moyens pour y parvenir :

- **Transporter** le signal d'horloge sur un support séparé reliant l'émetteur et le récepteur. Cette technique est utilisée sur des courtes distances (liaison USB).



- **Reconstituer** le signal d'horloge à partir des **changements d'état** du signal reçu.



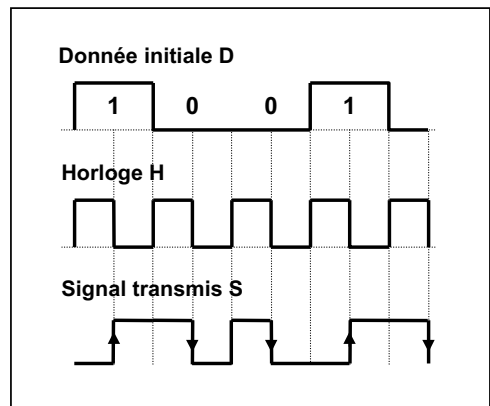
Les transitions du signal de données doivent être suffisamment nombreuses pour éviter la perte de la synchronisation. Cette deuxième alternative est extrêmement utilisée car elle permet de réaliser des transmissions à **très haut débit**.

Pour mélanger l'horloge avec les données, on utilise des **transcodeurs** qui élaborent, de manière logique, un signal à partir de l'horloge et de la donnée à transmettre. Un des codes les plus utilisés est le **code Manchester**.

On code le bit « 1 » par une transition du niveau bas au niveau haut et le bit « 0 » par la transition inverse (mais cela peut être l'inverse – cf. page 325).

Le signal transmis **S** est issu du **OU - EXCLUSIF** entre l'horloge **H** et la donnée initiale **D** :

$$S = D \oplus H = DH + \bar{D}\bar{H}$$



Ce système permet de faire apparaître sur la donnée envoyée des fronts montants \uparrow ou descendants \downarrow pour toutes les périodes d'horloge. Du côté réception, il est alors facile d'élaborer une horloge de réception en se **synchronisant sur la détection des fronts**.

Cette synchronisation qualifiée de « **synchronisation bit** », doit être constante, c'est à dire aussi bien lors des périodes d'émission que pendant les moments de « silence ». Elle implique donc un autre niveau de synchronisation pour déterminer le début et la fin d'une trame.

C'est le rôle du **code de synchronisation** (rôle joué par exemple par le champ « Préambule » dans les trames Ethernet) situé au début des trames transmises et présentant des successions de « 0 » et de « 1 », afin de recalculer l'oscillateur local avant chaque message.

□ **Structure générale d'une trame synchrone**



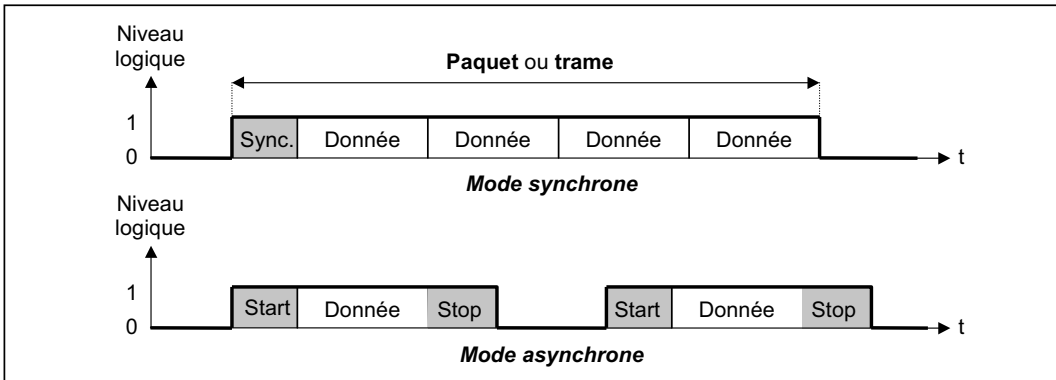
Suivent ensuite un champ de service pouvant contenir l'adresse de l'émetteur et du récepteur ou d'autres informations sur le type de trame ou la structure du message (début de fichier, début ou longueur de bloc, ...), un champ de données correspondant au message et un champ de contrôle permettant la détection des erreurs de transmission.

Le message transmis peut représenter **quelques milliers d'octets** se suivant sans temps mort.

Bien que le message soit techniquement transmis de manière synchrone (synchronisation bit), l'intervalle de temps entre deux messages ne donne pas à lieu à synchronisation.

On parle parfois de **transmission asynchrone - synchronisée**.

3.3. Comparaison entre transmissions synchrone et asynchrone

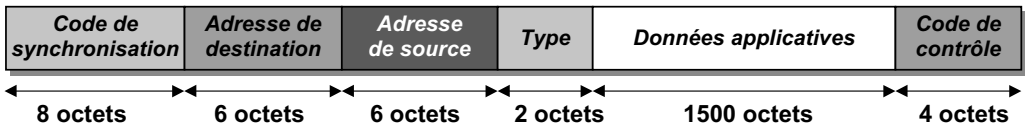


On suppose qu'on a un bloc de données de **1500 octets** à transmettre.

L'efficacité d'un mode de transmission est mesurée par le nombre de bits utiles transmis sur le nombre de bits réellement émis. L'efficacité notée E_{ff} est donnée par la relation suivante :

$$E_{ff} = \frac{\text{Nombre de bits de données}}{\text{Nombre de bits transmis}}$$

➤ Dans le **mode synchrone**, en raisonnant sur la trame suivante :



$$E_{ff} \approx \frac{1500 \cdot 8}{(8 + 6 + 6 + 2 + 1500 + 4) \cdot 8} = \boxed{98,3\%}$$

➤ Dans le **mode asynchrone**, il faut ajouter à chaque octet de données **1 bit** de **Start**, **2 bits** de **Stop** (par exemple) et **1 bit** de **parité**, soit **12 bits** pour **8 bits utiles**. Dans ces conditions :

$$E_{ff} = \frac{1500 \cdot 8}{1500 \cdot 12} = \boxed{67\%}$$

□ **Conclusion**

La redondance due aux bits de **Start**, de **Stop** et de **parité** ajoutés à chaque octet dans la transmission asynchrone, ne permet pas d'atteindre des débits élevés (plus de 25% du temps est perdu). De ce fait, son utilisation est limitée aux systèmes de transmission bas débit (< 200 kbits/s). Par contre, le mode synchrone permet des débits plus importants. Les réseaux informatiques dépendent principalement de la **transmission série synchrone**.

4. Sens des transmissions

Lors d'une transmission entre deux points, il faut traiter un dialogue et non un monologue. Il faut donc une convention pour fixer le sens de la transmission. On rencontrera 3 cas :

| Liaison SIMPLEX | |
|--|--|
| <p>Cette liaison unidirectionnelle n'autorise le passage de données que dans un seul sens.</p> <p>L'un des équipements est émetteur tandis que l'autre est récepteur.</p> | |
| Liaison HALF DUPLEX | |
| <p>Cette liaison est bidirectionnelle mais les équipements ne peuvent émettre simultanément.</p> <p>A chaque instant, le rôle d'émetteur revient à un équipement et celui de récepteur à l'autre.</p> | |
| Liaison FULL DUPLEX | |
| <p>Cette liaison bidirectionnelle requiert un fil pour l'émission et un pour la réception des données.</p> <p>La communication entre équipements peut se faire simultanément.</p> | |

□ **Exemples** : Transmission série asynchrone

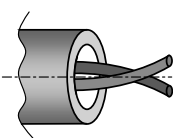
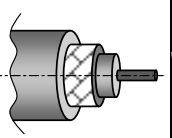
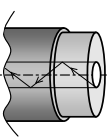
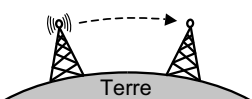
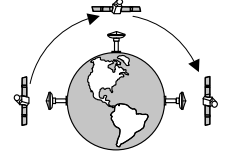
| Liaison RS422A | Liaison RS485 |
|--|--|
| <p style="text-align: center;">Simplex</p> <p style="text-align: center;">Liaison multipoint</p> <p style="text-align: center;">Liaison symétrique (différentielle)</p> | <p style="text-align: center;">Half duplex ou Full duplex (ligne doublée)</p> <p style="text-align: center;">Liaison multipoint</p> <p style="text-align: center;">Liaison symétrique (différentielle)</p> |

Chapitre 29

Supports de transmission

1. Généralités

Les supports de transmission servent à véhiculer les données entre un émetteur et un récepteur. Ils font partie de la **couche 1** du modèle **OSI** (cf. chapitre 26 – page 315). Leur éventail est très large. Parmi les plus communs, on citera les **câbles électriques** ou les **fibres optiques**, mais de nouvelles technologies sont aujourd'hui disponibles, telles que les liaisons radio ou laser. Ils déterminent certaines caractéristiques du réseau telles que la bande passante, le débit, la distance, l'immunité aux bruits, etc. On limitera par la suite l'étude aux **supports physiques guidés**.

| Supports guidés | | | Supports non guidés à base d'ondes | |
|--|---|---|--|---|
| Paires torsadées  | Câbles coaxiaux  | Fibres optiques  | Ondes radio terrestres (hertziens)  | Canaux satellitaires  |

2. Caractéristiques d'un support

2.1. Impédance caractéristique et vitesse de propagation

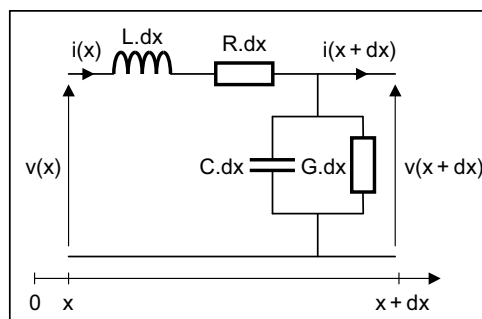
Pour un support qui transmet des signaux électriques, une caractéristique importante est l'**impédance caractéristique de la ligne Z_c** . En effet, une ligne peut être assimilée à une suite de tronçons de longueur dx dont le schéma électrique équivalent est donné ci-dessous :

- Les grandeurs **R** et **L** représentent la **résistance** et l'**inductance linéique** des conducteurs.

Unités : **R** en Ω/m et **L** en H/m

- Les grandeurs **C** et **G** représentent la **capacité** et la **conductance** (ou **perdite**) linéique liées à l'espacement entre conducteurs et aux imperfections du milieu isolant (fuites).

Unités : **C** en F/m et **G** en Ω^{-1}/m



L'impédance caractéristique **Z_c** en Ω de la ligne est définie par :
Elle est indépendante de la longueur.

$$Z_c = \sqrt{\frac{R + jL\omega}{G + jC\omega}}$$

Pour une **ligne à faibles pertes** ($R \ll L\omega$ et $G \ll C\omega$), il vient :
Les valeurs courantes sont **50 Ω , 75 Ω , 150 Ω ou 300 Ω** .

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} = R_c$$

La vitesse de propagation **v_p** du signal dans une telle ligne est :
Sur câble bifilaire ou coaxial, on a **$v_p = 1,5$ à $2,2 \cdot 10^8$ m/s**.

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

- **Exemple** : Câble coaxial **RG58** utilisé dans les réseaux Ethernet **10 Base 2** *
 * **10 Mbits/s** - Transmission en bande de **Base** - Distance de **200 m** maximum sans répéteur

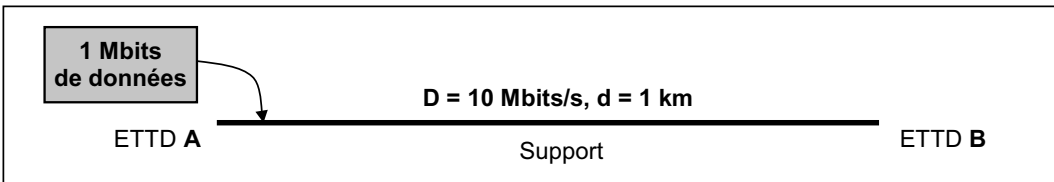
Les paramètres constants sont $C \approx 99,7 \text{ pF/m}$, $L \approx 256 \text{ nH/m}$ et $R \approx 25 \text{ m}\Omega/\text{m}$.
 Ceci conduit à : $Z_C \approx 50,6 \Omega$ et $v_p \approx 2.10^8 \text{ m/s}$.

La résistance R dépend entre autre de la fréquence (effet de peau).
 On a $R \approx 0,38 \Omega/\text{m}$ pour $f = 10 \text{ MHz}$ et $R \approx 1,76 \Omega/\text{m}$ pour $f = 200 \text{ MHz}$.

2.2. Temps de propagation

C'est le temps T_p nécessaire au signal pour parcourir la distance séparant les deux extrémités du support. Il ne faut pas le confondre avec le temps de transmission $T_t = \text{durée d'émission d'un paquet de données}$ et le temps de transfert $T_{tr} = T_t + T_p$.

- **Exemple** : Le temps de propagation sur un câble coaxial est d'environ **5 $\mu\text{s}/\text{km}$** (= $1000 / v_p$).
 Le débit est de **D = 10 Mbits/s**. La distance à parcourir est **1 km**.



On suppose qu'à $t = 0$, l'ETTD **A** émet le premier bit.

- l'ETTD **B** reçoit le premier bit à l'instant : $t_1 = T_p = 5 \mu\text{s}$
- l'ETTD **A** émet le dernier bit à l'instant : $t_2 = T_t = 0,1 \text{ s}$
- l'ETTD **B** reçoit le dernier bit à l'instant : $t_3 = T_{tr} = T_t + T_p = 0,100005 \text{ s}$

2.3. Adaptation d'impédance

Une ligne doit être "**fermée**" sur son **impédance caractéristique** et ne pas subir de variation locale d'impédance. Dans le cas contraire, des ondes réfléchies apparaissent, produisant une instabilité des signaux et une pollution électromagnétique de l'environnement.

Par exemple, pour un câble d'impédance Z_C alimenté à une extrémité par un générateur **HF** et "fermé" à l'autre extrémité sur une impédance Z_L , différentes situations peuvent se produire :

| Ligne ouverte : $Z_L = +\infty$ | Ligne court - circuitée : $Z_L = 0$ | Ligne adaptée : $Z_L = Z_C$ |
|--|--|---|
| <p>Signal réfléchi en bout de ligne</p> | <p>Signal réfléchi en bout de ligne</p> | |
| <p>On note une réflexion "positive" du signal en bout de ligne. Le signal réfléchi va revenir vers le générateur HF.</p> | <p>On note une réflexion "négative" du signal en bout de ligne. Le signal réfléchi va revenir vers le générateur HF.</p> | <p>On note l'absence de réflexion du signal en bout de ligne. On dit que la ligne est adaptée.</p> |

- **Remarque** : La réflexion d'un signal mal maîtrisée peut entraîner la destruction de l'émetteur.
Il faudra donc adapter la ligne pour ne pas avoir de réflexion.

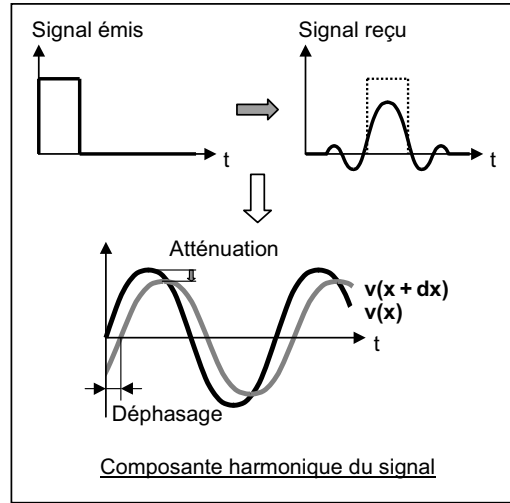
2.4. Affaiblissement linéique

Lorsqu'on transmet une impulsion de largeur finie sur une ligne, durant la propagation, **le signal se déforme**. En effet, toutes les composantes harmoniques du signal ne subissent ni le même **affaiblissement** (ou atténuation), ni le même **déphasage**, ce que permet de comprendre le modèle de ligne proposé.

L'**affaiblissement linéique A** est donc défini pour une certaine fréquence. Il est mesuré en **dB/km** et s'exprime par :

$$A = 10 \log_{10} \left(\frac{P_e}{P_r} \right)$$

P_e est la puissance du signal émis.
 P_r est la puissance du signal reçu après 1 km.



- **Exemple** : Câble coaxial **RG58** utilisé dans les réseaux Ethernet **10 base 2**. L'affaiblissement est de **33 dB/km** pour $f = 10 \text{ MHz}$ et **150 dB/km** pour $f = 200 \text{ MHz}$.

Pour faire face à ce problème, dans le cas d'une transmission analogique, le signal est **amplifié** et dans le cas d'une transmission numérique, le signal est **régénéré**.

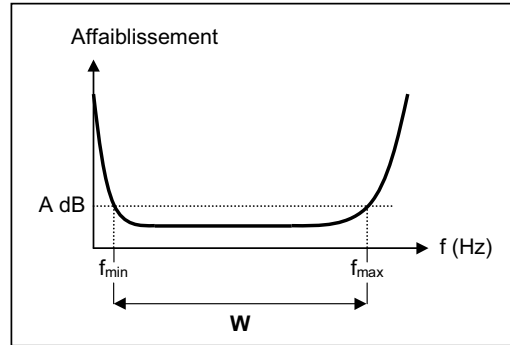
2.5. Bande passante et vitesse de modulation maximale

L'affaiblissement du signal sur une ligne est en considéré négligeable pour les fréquences comprises entre 2 fréquences limites f_{\min} et f_{\max} et augmente rapidement en dehors de ces limites.

Cette plage de fréquence $[f_{\min}; f_{\max}]$ est appelée la **bande passante**. Sa largeur **W** est :

$$W = f_{\max} - f_{\min}$$

La bande passante se définit par rapport à un affaiblissement admissible, souvent **A = 3 dB**.



Ceci correspond donc à une baisse admissible de 2 fois la puissance du signal émis, donc à son amplitude divisée par $\sqrt{2}$ car $P = \langle v^2 \rangle$ (p 354).

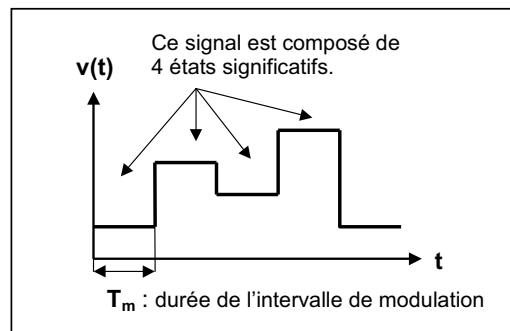
$$10 \log_{10} \left(\frac{P_e}{P_r} \right) \leq 3 \text{ dB} \Rightarrow \frac{P_e}{P_r} \leq 2$$

- **Rappels** : Vitesse de modulation **R**

La **vitesse de modulation** est le nombre d'états significatifs du signal transmis par seconde.

Elle est généralement notée R_m (en **bauds**) :

$$R_m = \frac{1}{T_m}$$



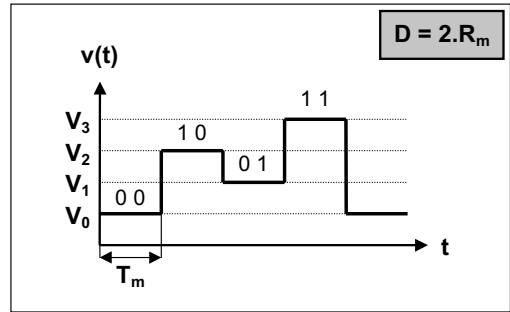
☛ **Un baud n'est pas toujours égal à 1 bit/s.**

Le **débit binaire D** est égal au nombre de valeurs logiques transmises par seconde :

$$D = n \cdot R_m$$

n est le nombre de bits transportés par **intervalle de modulation**. On peut améliorer D :

- en $\nearrow n$ mais le bruit est un frein important ;
- en $\nearrow R_m$ mais on ne peut dépasser $R_{m \max}$:



La bande passante de la ligne (non bruitée) impose en effet une limite sur la rapidité à laquelle sont effectués les changements d'états significatifs du signal représentant l'information à transmettre. Cette limite est la **vitesse de modulation maximale $R_{m \max}$** mesurée en **bauds**.

Cette vitesse est donnée par la **relation de Nyquist** (1928) :

$$R_{m \max} = 2W \quad (i)$$

Ce résultat est théorique. Dans la pratique, on a plutôt :

$$R_{m \max} = 1,25 W$$

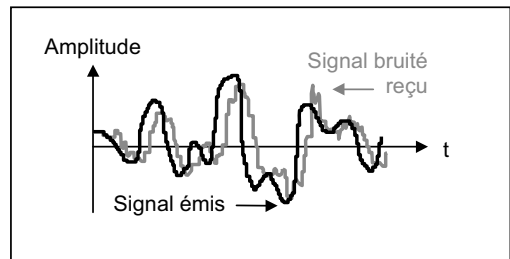
2.6. Bruit et capacité de transmission

Le bruit consiste en des signaux parasites qui se superposent au signal transporté et qui donnent, en définitive, un signal déformé. Les plus gênants sont les **parasites électromagnétiques** (bruits impulsifs dus à des phénomènes de diaphonie, des décharges électriques, etc.) de forte intensité et de durée brève, mais suffisante pour couvrir un long segment de données sur une ligne à haut débit et provoquer des erreurs de transmission.

La quantité de bruit présent sur une ligne de transmission peut être quantifiée par le rapport "**signal sur bruit**" S/B défini en **dB** par :

$$\frac{S}{B} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_S}{P_B} \right)$$

P_S est la puissance du signal.
 P_B est la puissance du bruit.



Pour une ligne sensible au bruit, le **théorème de Shannon** (1948) exprime l'importance du **rapport signal / bruit S/B** :

- Il limite la quantité n de bits transportée par chaque signal : $n_{\max} = \log_2 \sqrt{1 + \frac{P_S}{P_B}} \quad (ii)$
 (•* $\log_2 x = \ln x / \ln 2$)

Par suite, en utilisant la **relation de Nyquist**, on en déduit le débit maximum ou la **capacité de transmission C** de la ligne bruitée en **bits/s** ou **bps** :

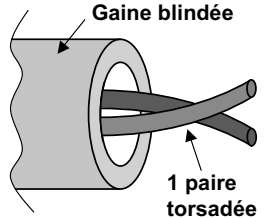
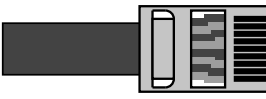
Par définition : $C = R_{m \max} \cdot n_{\max} \stackrel{(i)}{\Rightarrow} C = 2W \cdot n_{\max} \stackrel{(ii)}{\Rightarrow} C = W \cdot \log_2 \left(1 + \frac{P_S}{P_B} \right)$

□ **Nota** : Le rapport signal / bruit, la bande passante et par conséquent la capacité de transmission dépendent de la **longueur de la ligne**.

□ **Exemple** : Liaison téléphonique : bande passante à **3 dB** de **3,1 kHz** (300 Hz à 3400 Hz)
 Le rapport signal / bruit S/B est d'environ **30 dB** soit $P_S / P_B \approx 1000$.
 La capacité théorique de transmission est alors de **$C \approx 30$ kbits/s**.

3. Transmission sur supports filaires en cuivre

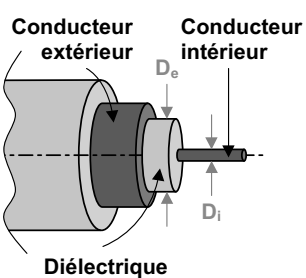

3.1. Le câble électrique à paires torsadées

| | | Structure | |
|------------------------|---|---|------------------|
| Paires torsadées |  <p>Gaine blindée</p> <p>1 paire torsadée</p> <p>Connecteur approprié : RJ45</p>  | <p>C'est le support de transmission le plus ancien et encore le plus largement utilisé, principalement pour les services téléphoniques. Il est formé de plusieurs fils de cuivre torsadés par paires, ces paires étant à leur tour torsadées entre elles. Dans les réseaux locaux, le type le plus commun est le câble à 4 paires torsadées.</p> <p>On peut distinguer plusieurs niveaux de qualité :</p> <ul style="list-style-type: none"> - le câble non blindé U/UTP (Unshielded Twisted Pair) ; - le câble avec écran (blindage sommaire) F/UTP ; - le câble blindé S/FTP : il protège des parasites électromagnétiques par une tresse métallique. | |
| | | | Caractéristiques |
| | ➤ Impédance caractéristique | 50 Ω, 100 Ω, 120 Ω | |
| | ➤ Temps de propagation | 5,3 μs/km | |
| | ➤ Affaiblissement linéique | Rapide, il varie de 0,6 à 22 dB/km . | |
| | ➤ Bande passante | Quelques 10 MHz sur des distances courtes et même supérieure à 100 MHz | |
| | ➤ Capacité de transmission | Elle dépend de la qualité du câble et de sa longueur : <ul style="list-style-type: none"> - quelques 10 kbits/s sur quelques 10 km ; - quelques Mbits/s sur quelques km ; - plusieurs 100 Mbits/s sur quelques 100 m. Des câbles à 1 Gbit/s sont actuellement disponibles. | |
| | ➤ Sensibilité aux bruits | Importante mais peut être réduite si le câble est blindé . | |
| ➤ Taux d'erreurs (TEB) | 10⁻⁵ | | |

* C'est la probabilité de perte ou d'erreur d'une information élémentaire.

Taux d'Erreurs Binaires : $TEB = N_e / N$ nombre de bits erronés / N nombre de bits transmis

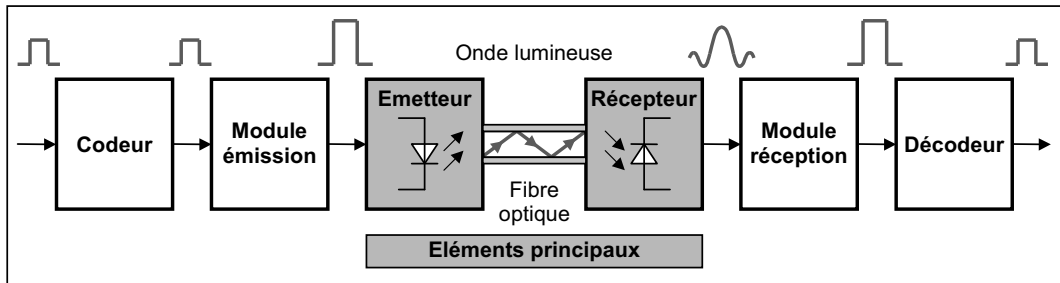
3.2. Les câbles coaxiaux

| | | Structure |
|-----------------|--|---|
| Câbles coaxiaux |  <p>Conducteur extérieur</p> <p>Conducteur intérieur</p> <p>D_e</p> <p>D_i</p> <p>Diélectrique</p> <p>Connecteur approprié : BNC pour le câble RG58</p>  | <p>Il est constitué de deux conducteurs concentriques. Le conducteur extérieur de diamètre D_e est mis à la terre et le conducteur intérieur (ou l'âme) de diamètre D_i est isolé et centré à l'aide d'un diélectrique (téflon, polypropylène, polythène, air ...). Le rapport entre les diamètres des conducteurs doit être de 3,6 pour minimiser l'affaiblissement linéique.</p> <p>Parmi les principaux câbles coaxiaux, on trouve :</p> <ul style="list-style-type: none"> - le câble coaxial RG58 (câble coaxial mince) ; - le câble coaxial RG11 (câble coaxial épais) dont le niveau de blindage est supérieur au précédent ; - le câble coaxial large bande CATV (Community Antenna TeleVision) utilisé pour la transmission des chaînes de télévision par câble. |

| Caractéristiques | | |
|------------------|------------------------------------|---|
| Câbles coaxiaux | ➤ Impédance caractéristique | Numérique : 50 Ω – Analogique : 75 Ω |
| | ➤ Temps de propagation | 4,1 μs/km |
| | ➤ Affaiblissement linéique | Il peut varier jusqu'à 20 dB/km . |
| | ➤ Bande passante | Elle peut atteindre 500 MHz pour le câble coaxial CATV . Pour les autres câbles, elle reste inférieure à 100 MHz . |
| | ➤ Capacité de transmission | Elle dépend de la qualité du câble et de sa longueur : - 10 Mbits/s (réseau Ethernet) sur des distances <1 km ; - plusieurs 100 Mbits/s sur des distances très courtes. |
| | ➤ Sensibilité aux bruits | Réduite par rapport à la paire torsadée grâce à sa structure en couches (mais son prix est plus élevé). |
| | ➤ Taux d'erreurs (TEB) | 10⁻⁷ |

4. Transmission par fibres optiques

4.1. Mise en oeuvre

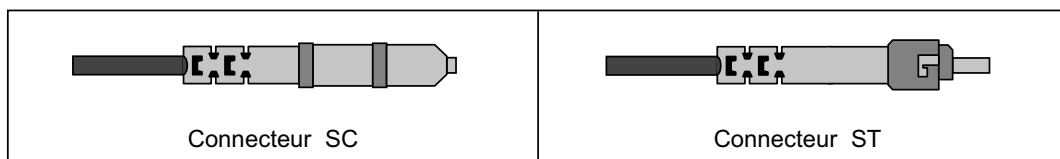


Un système de transmission optique comporte **trois éléments principaux** :

- Les **dispositifs d'émission** (diodes électroluminescentes : longueur d'onde comprise entre **800** et **900 nm**, diodes LASER* : longueur d'onde comprise entre **800** et **1300 nm**) convertissent les impulsions de courant en puissance lumineuse envoyée à l'entrée de la fibre optique.
- * **LASER** : *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*
- Le **support de transmission** (fibre optique) guide l'onde lumineuse. Afin de maintenir les rayons lumineux à l'intérieur de la fibre, le phénomène de **réflexion totale** est employé (cf. 4.2).
- Les **dispositifs de réception** (photodiodes) reçoivent la puissance lumineuse et la transforment en impulsions de courant.

Le **codeur** adapte l'information numérique à transmettre (détection d'erreur, modulation numérique) tandis que le **module d'émission** transforme les signaux logiques en impulsions de courant d'injection. Le **module de réception**, quant à lui, transforme les impulsions de courant en signaux logiques et élimine les distorsions dues à la propagation. Le **décodeur** reconstitue l'information numérique (démodulation et détection d'erreur).

Les connecteurs utilisés aux extrémités d'une fibre optique peuvent être de deux types, selon les constructeurs : **SC** (un ergot maintient le connecteur en place une fois enclenché) ou **ST** (le branchement est réalisé par un système à baïonnette).



4.2. Principe de la réflexion totale : Loi de Descartes

Un rayon lumineux se propageant dans un milieu d'indice n_1 vers un milieu d'indice n_2 subit une déviation (rayon réfracté) définie par :

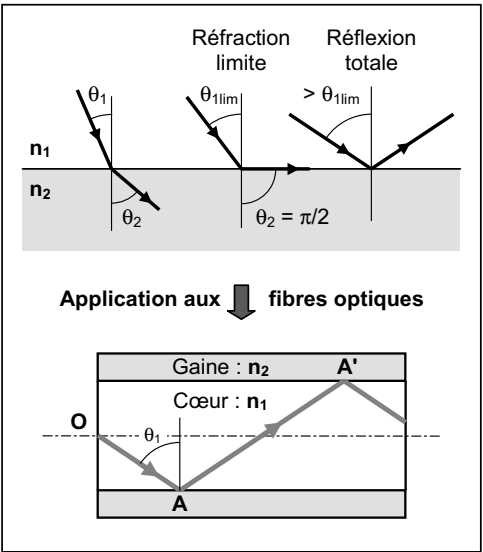
$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

Si $n_2 < n_1$, on a $\theta_2 > \theta_1$. Il existe alors un angle limite θ_{1lim} au-delà duquel on passe de la réfraction à la réflexion totale :

$$\theta_{2max} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta_{1lim} = \text{Arc sin } \frac{n_2}{n_1}$$

Les fibres sont constituées d'un cœur d'indice n_1 qui joue le rôle de guide d'onde et d'une gaine cylindrique d'indice $n_2 < n_1$.

Le système de transmission par fibre optique est basé sur le phénomène de la réflexion totale :



Pour $\theta_1 > \theta_{1lim}$, le rayon incident OA suit la trajectoire AA' , se réfléchit de nouveau et ainsi de suite avec une perte dépendant de la pureté du milieu n_1 et de la qualité de l'interface entre n_1 et n_2 .

4.3. Caractéristiques communes

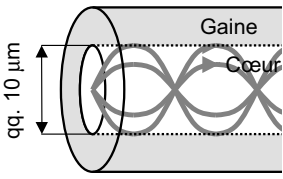
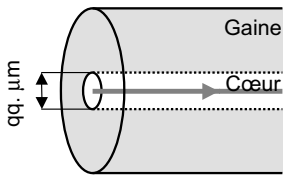
Pour la transmission de données, seule la silice (forme cristalline la plus pure du verre) est utilisée. Elle est dopée par du germanium (GeO_2) ou du phosphore (P_2O_5) qui augmentent l'indice du cœur ou bien du fluor ou du bore (B_2O_3) pour réduire l'indice de la gaine.

L'affaiblissement est réduit (il existe trois minima : **1 dB/km** pour une longueur d'onde de **850 nm**, **0,35 dB/km** pour **1300 nm** et **0,2 dB/km** pour **1550 nm**) ce qui permet des transmissions sans répéteurs sur des distances de **100 à 300 km**. D'autres matériaux à l'étude (Béryllium fluoré par exemple) permettraient d'obtenir un affaiblissement linéique de **$5 \cdot 10^{-3}$ dB/km** et autoriseraient des liaisons supérieures à **2000 km sans répéteur**. Enfin, la fibre optique est **insensible aux parasites électromagnétiques** et assure un **taux d'erreurs (TEB) très bas** de l'ordre de 10^{-12} .

4.4. Les différents modes de propagation

Les différents chemins empruntés par un rayon lumineux, se propageant à travers le cœur de la fibre, sont appelés "**modes de propagation**". On distingue, d'après ce critère, trois catégories :

| | Mode de propagation | Principe |
|-----------------------------------|--|--|
| Fibre multimode à saut d'indice | | Le rayon lumineux transmis à une extrémité de la fibre est acheminé par réflexions successives dans le cœur jusqu'à l'autre extrémité. Les rayons guidés suivent une trajectoire en « dents de scie ». C'est le support le moins cher du marché des fibres. |
| | Caractéristiques | |
| | ➤ Affaiblissement linéique | Faible : 3 dB/km à 850 nm . |
| | ➤ Bande passante | Limitée : inférieure à 60 MHz/km . |
| ➤ Capacité de transmission | Liaisons jusqu'à quelques km avec un débit maximal de plusieurs 10 Mbits/s . | |

| | Mode de propagation | Principe et caractéristiques |
|-------------------------------------|---|--|
| Fibre multimode à gradient d'indice |  | <p>L'indice de réfraction n_1 n'est plus fixe mais diminue en s'éloignant de l'axe. Les rayons guidés suivent une trajectoire d'allure sinusoïdale. La gaine n'intervient pas directement, mais élimine les rayons trop inclinés.</p> <p>Le chemin parcouru par le rayon lumineux est donc plus court en distance ce qui améliore le débit offert.</p> |
| | Caractéristiques | |
| | ➤ Affaiblissement linéique | Faible : 3 dB/km à 850 nm et 1,5 dB/km à 1300 nm . |
| | ➤ Bande passante | Elevée : plusieurs GHz/km |
| Fibre monomode |  | <p>Elle ne transmet que les rayons dont la trajectoire est l'axe de la fibre. Pour obtenir une telle précision, un faisceau Laser est nécessaire aux extrémités, ce qui rend encore plus coûteux les éléments de la connectique.</p> <p>Après avoir été largement utilisées il y a quelques années, les fibres multimode sont en cours de remplacement aujourd'hui par les fibres monomode.</p> |
| | Caractéristiques | |
| | ➤ Affaiblissement linéique | Très faible : 0,5 dB/km à 1300 nm ; 0,2 dB/km à 1500 nm. |
| | ➤ Bande passante | Très élevée : de l'ordre du THz/km . |
| | ➤ Capacité de transmission | Liaisons très longues distances (100 à 300 km) à haut débit : il peut dépasser quelques 10 Gbits/s . |

4.5. Avantages et inconvénients de la fibre optique

□ Avantages :

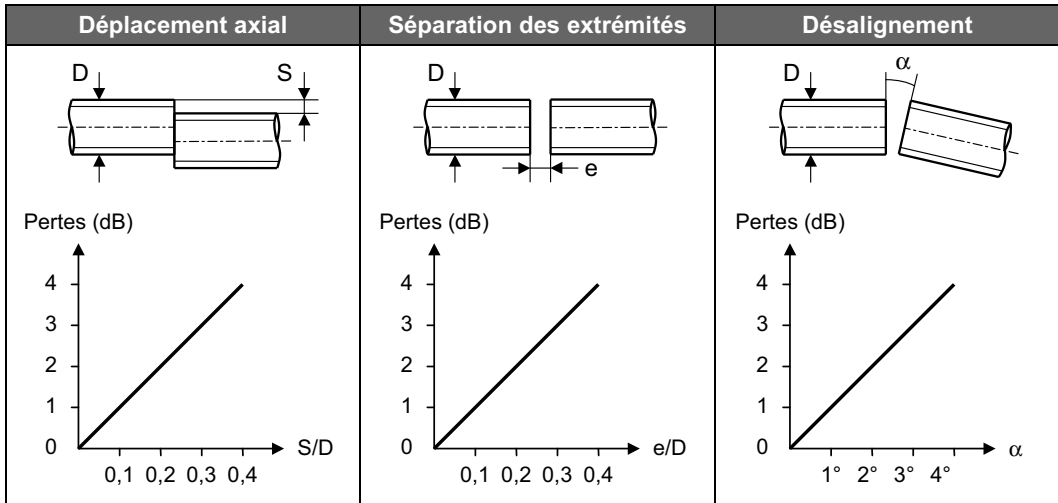
- **Performances** (affaiblissement linéique, bande passante élevée) : elles permettent des liaisons longues sans répéteurs.
- **Immunité électromagnétique** : insensibilité aux parasites, aux orages, ...
- **Isolation galvanique** (aucune liaison électrique entre émetteur et récepteur) : pas de problème de terre dans le raccordement entre deux bâtiments, pas de danger en milieu explosif ...
- **Confidentialité** : piratage très difficile.
- **Légèreté** : une fibre pèse quelques grammes / km, un câble peut peser de 20 à 100 kg / km (selon nombre de fibres et protection) contre 200 kg / km pour un coaxial.

□ Inconvénients :

La fibre optique possède aussi quelques inconvénients qui tendent cependant à s'amenuiser avec le développement technologique :




- **Matériels d'extrémité délicats et coûteux** ;
- **Courbures brusques à éviter** ;
- **Connexion délicate de deux fibres optiques** (cf. tableau page suivante).

Les principaux défauts de connectique sont :



Toutefois, du fait de son grand nombre d'avantages, les réseaux utilisent de plus en plus la fibre optique.

5. Conclusion : Tableau comparatif des supports de transmission

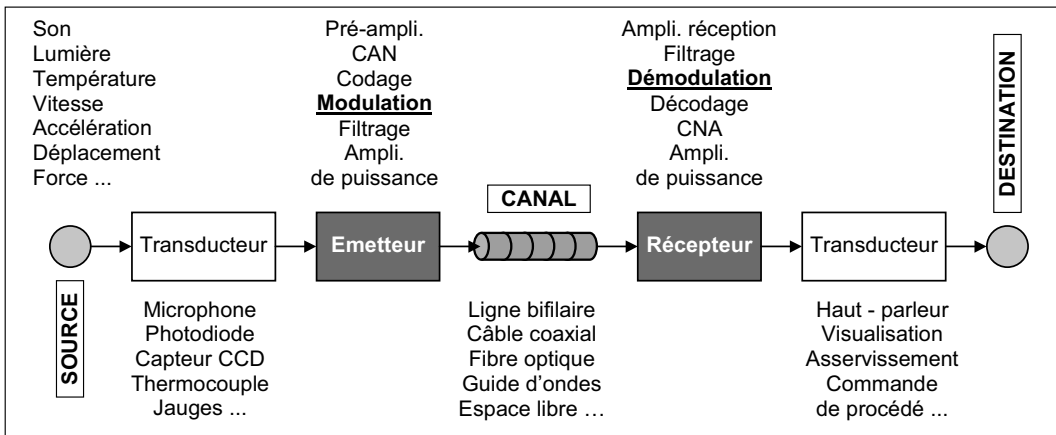
| Structure | La paire torsadée | | Le câble coaxial | | La fibre optique | |
|---|--|---------|-------------------------------------|---|---|---|
| |  | | |  | |  |
| Type | Non blindée | Blindée | Bande de base | Large bande | Multimode | Monomode |
| Débit | qq. 10 kbits/s à 100 Mbits/s (courtes distances) | | Quelques 100 Mbits/s | | Quelques 100 Mbits/s | Quelques Gbits/s |
| Poids | 20 à 100 kg/km | | 200 kg/km | | quelques grammes/km | |
| Affaibliss ^t linéique | Elevé (jusqu'à qq. 10 dB/km) | | Elevé (jusqu'à qq. 10 dB/km) | | Faible (qq. dB/km) | Très faible (< 1 dB/km) |
| Fiabilité de transmission | Faible à moyenne Taux d'erreurs : 10^{-5} | | Bonne Taux d'erreurs : 10^{-7} | | Très bonne Taux d'erreurs : 10^{-12} | |
| Taux d'erreurs ou BER (Bit Error Rate) = nombre de bits erronés / nombre de bits transmis | | | | | | |
| Immunité interférences | Faible à moyenne | Moyenne | Bonne | Très bonne | Parfaite | |
| Longueur caract. | qq. 100 m | 1 km | qq. 100 m | qq. km | qq. km | qq. 10 km |

Chapitre 30

Modulation / démodulation d'amplitude

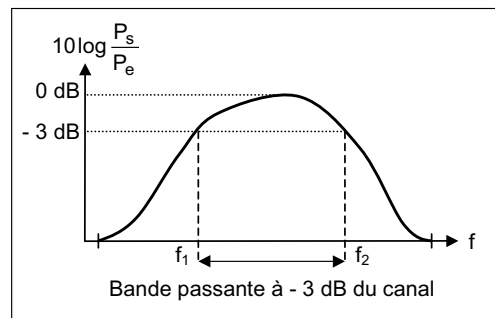
1. Généralités

Le problème général des transmissions est celui de l'échange de messages entre un expéditeur et un destinataire. L'expéditeur doit imaginer un conditionnement et un cheminement pour avoir une transmission sans altération de l'information contenue dans le message. La structure générale d'une chaîne de transmission dans le cas d'**informations analogiques** est décrite ci-dessous :



La transmission s'effectue par l'intermédiaire d'un **canal de transmission** auquel ne sont pas forcément adaptés les messages initiaux. En effet :

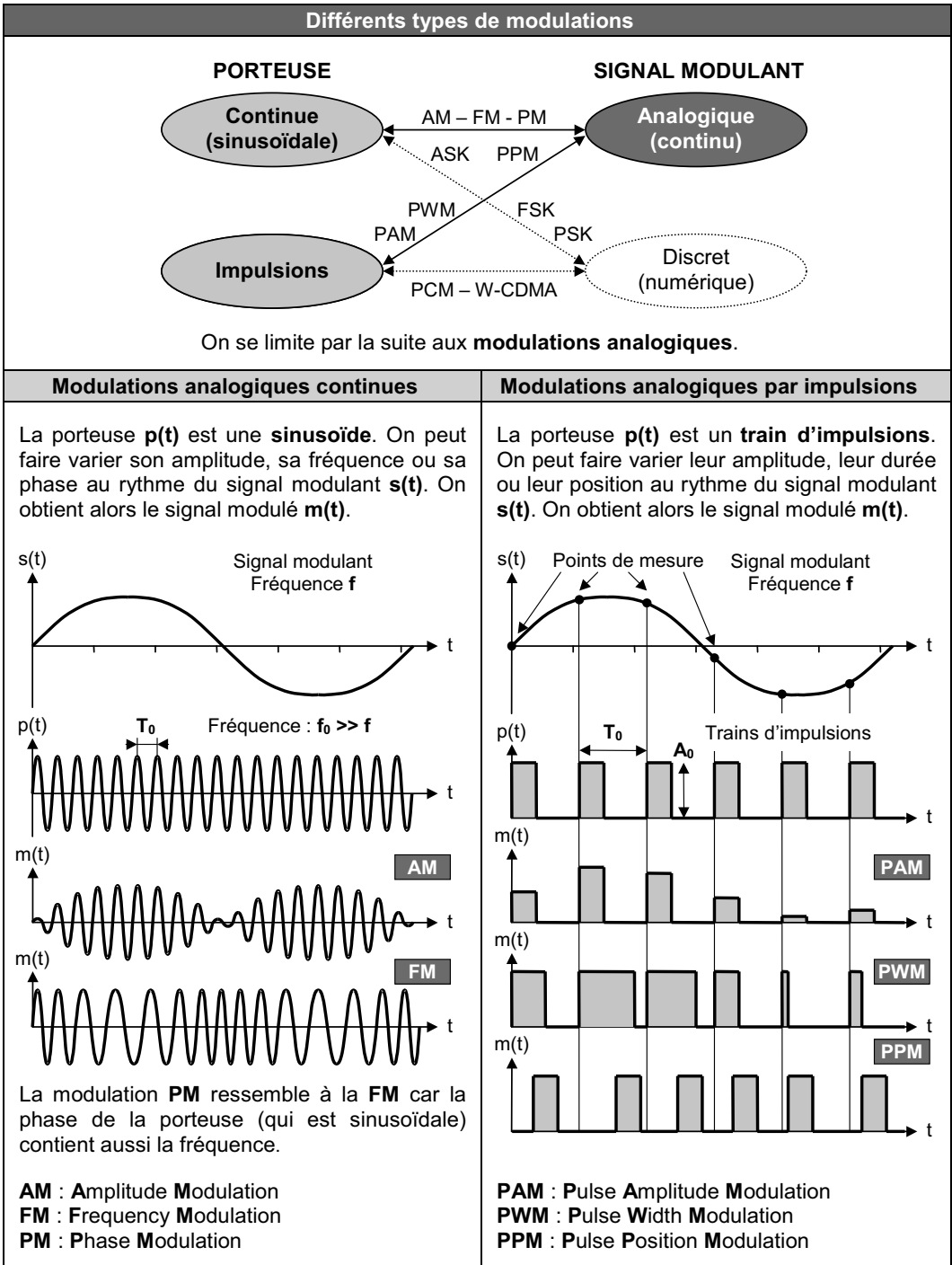
- le **spectre du signal** à transmettre doit être compris dans la **bande passante** du canal si l'on veut avoir une réception correcte sans déformation par la propagation dans le canal (exemple : transmission impossible d'un signal télévision HF sur un simple câble bifilaire) ;
- Si le canal a une très large bande passante par rapport au signal à transmettre, **l'utilisation du canal n'est pas optimisée** (exemple : utilisation d'une fibre optique pour transmettre une seule ligne téléphonique).



Ces remarques permettent de distinguer les deux techniques de transmission de signaux utilisées :

- **Transmission en bande de base** : Les signaux sont transmis tels qu'ils sortent de la source, c'est à dire dans leur bande de fréquence originale (cf. page 324) ;
- **Transmission par modulation** : Cette opération consiste à introduire le message électrique basse fréquence (ou **signal modulant**) dans un signal haute fréquence (ou **porteuse**). Le signal transmis est le **signal modulé**. On parle également de **transposition de fréquence** (cf. page 327). Ce dernier mode de transmission présente essentiellement deux avantages :
 - **Le multiplexage fréquentiel** : Utilisation du même canal par plusieurs communications ;
 - **L'adaptation aux conditions particulières d'un milieu de transmission** : augmentation des distances de propagation, moindre sensibilité aux bruits et parasites externes, etc.

2. Classification des modulations



□ Restriction d'étude : La modulation d'amplitude **AM**

On s'intéressera uniquement à la **modulation / démodulation d'amplitude**. On se limitera à son principe (multiplication du signal modulant par une porteuse, taux de modulation m) et à l'étude spectrale du signal modulé en amplitude dans le cas d'un signal modulant sinusoïdal ou quelconque à spectre borné. Pour la démodulation d'amplitude, on se limitera au principe de la **démodulation synchrone** (oscillateur, multiplieur, filtre). On caractérisera la "qualité" de ce système de transmission en comparant le rapport signal sur bruit à son entrée avec celui à la sortie.

3. La modulation d'amplitude (AM)

3.1. Principe

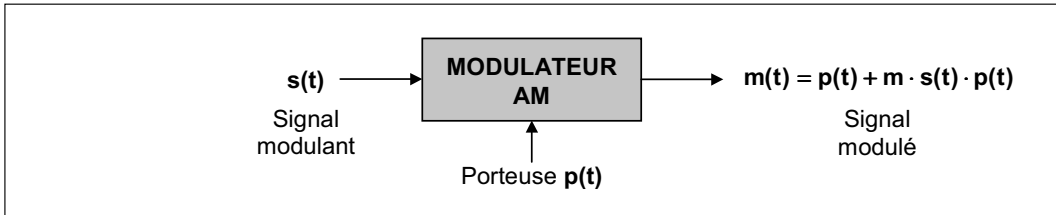
La **porteuse** $p(t)$ est définie par : $p(t) = A \cdot \cos 2\pi f_0 t$

On note $s(t)$ le **signal modulant** à transmettre. Il est supposé vérifier la propriété suivante :

$$|s(t)|_{\max} \leq 1$$

On note $m(t)$ le **signal modulé** résultant de la modulation de $p(t)$ par $s(t)$.

Cette modulation consiste en un mélange des signaux qui se traduit par une multiplication :



Des circuits multiplicateurs ont été développés spécifiquement pour cette application.

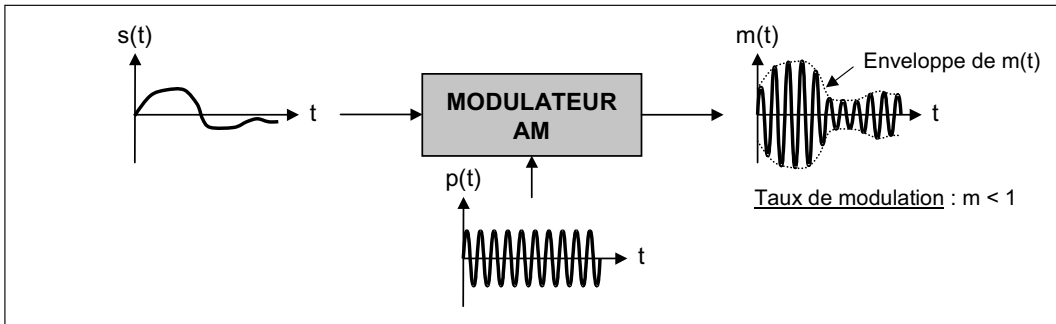
L'expression du **signal modulé** en amplitude $m(t)$ s'écrit donc encore sous la forme :

$$m(t) = A \cdot [1 + m \cdot s(t)] \cdot \cos 2\pi f_0 t$$

m est le **taux de modulation** (exprimé en %).

C'est un nombre compris entre 0 et 1 afin que l'expression entre crochets soit toujours positive.

L'**enveloppe** de $m(t)$ représente alors les variations de $s(t)$ et elle ne change pas de signe.



Si $m > 1$, on dit qu'il y a **surmodulation**, ce qu'il faut éviter.

3.2. Etude spectrale d'un signal modulé en amplitude

3.2.1. Cas particulier : $s(t) = \cos 2\pi ft$ avec $f \ll f_0$

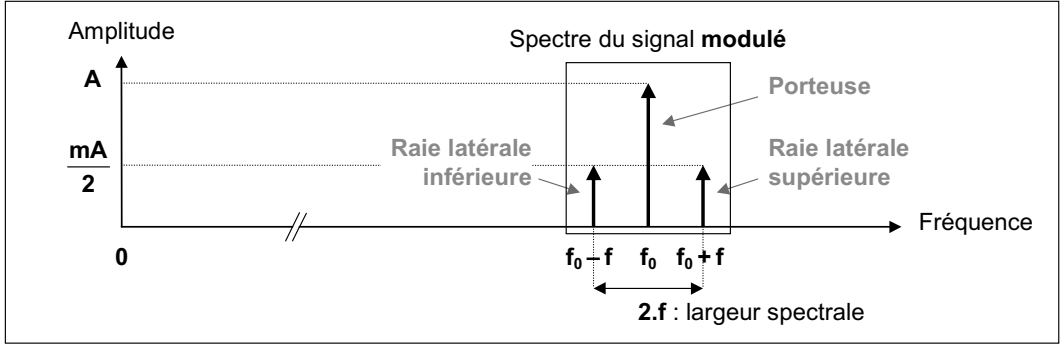
On peut écrire : $m(t) = A \cdot [1 + m \cdot \cos 2\pi ft] \cdot \cos 2\pi f_0 t$

Soit :

$$m(t) = A \cdot \cos 2\pi f_0 t + \frac{mA}{2} \cdot [\cos(2\pi(f_0 + f)t) + \cos(2\pi(f_0 - f)t)]$$

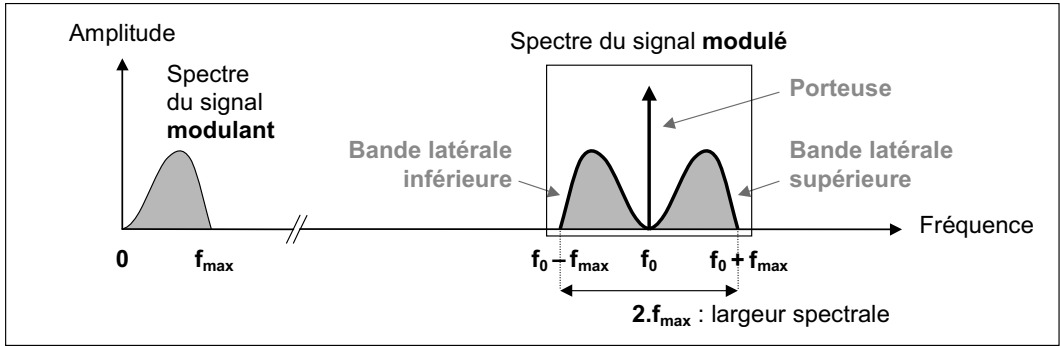
Grâce à la relation : $\cos a \cdot \cos b = \frac{\cos(a + b) + \cos(a - b)}{2}$

□ **Représentation spectrale** : Superposition de 3 raies aux fréquences $f_0 - f$, f_0 et $f_0 + f$.

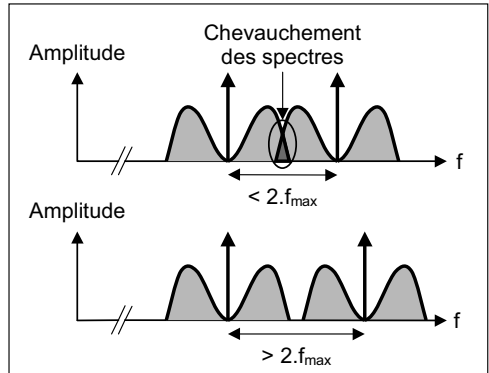


3.2.2. Cas général : $s(t)$ quelconque à spectre borné ($f_{max} \ll f_0$)

Le **signal modulant $s(t)$** est en général composé d'un grand nombre de fréquences (spectre continu). La modulation a pour effet de déplacer son spectre autour de la fréquence f_0 de la porteuse pour permettre la transmission.



On constate que la bande passante occupée par le signal modulé est le double de celle occupée par le signal modulant. Si l'on désire transporter par un même canal plusieurs informations de type basse fréquence (**multiplexage fréquentiel**), l'écart minimal entre les porteuses doit être de $2.f_{max}$ afin d'éviter que les spectres ne se chevauchent.



□ **Remarque** :

En radiodiffusion où le spectre des signaux a été volontairement tronqué à $f_{max} = 4,5 \text{ kHz}$, chaque émetteur occupe autour de sa fréquence porteuse une largeur spectrale de $2.f_{max} = 9 \text{ kHz}$.

Ainsi, pour la gamme "Grandes Ondes" (GO) (disparition programmée pour 2016 – 2017), située entre **150 kHz** et **450 kHz**, il peut être théoriquement placé environ 30 émetteurs. En réalité, afin d'éviter toutes les interférences (chevauchement des spectres), une zone non utilisée, dite de silence, a été placée entre les émissions et seule une **quinzaine d'émetteurs** peuvent coexister.

3.3. Puissances en modulation d'amplitude

La puissance normalisée P_x d'un signal $x(t)$ est, en supposant $x(t)$ réel et périodique, définie par :

$$P_x = \langle x^2(t) \rangle$$

(C'est la "valeur efficace au carré" de $x(t)$!)

Ainsi, la puissance P_p transportée par la porteuse s'écrit : $P_p = \langle p^2(t) \rangle = \left(\frac{A}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{A^2}{2}$

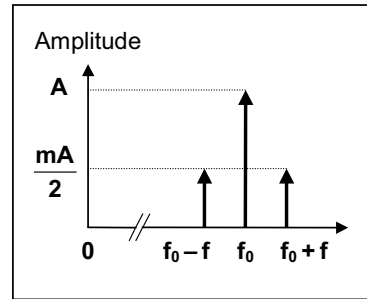
La puissance totale P_m transportée par le signal modulé est la somme des puissances transportées par la porteuse P_p , par la bande latérale supérieure P_{BLS} et par la bande latérale inférieure P_{BLI} .

$$P_m = P_p + P_{BLS} + P_{BLI}$$

Dans le cas d'un **signal modulant sinusoïdal**, les bandes ne contiennent qu'une seule raie d'amplitude $mA/2$. Les puissances se calculent à partir des valeurs efficaces, on a :

$$P_{BLS} = P_{BLI} = \left(\frac{mA}{2\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{m^2}{4} \cdot \left(\frac{A}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{m^2}{4} \cdot P_p$$

Ce qui conduit à l'expression finale : $P_m = P_p \cdot \left(1 + \frac{m^2}{2}\right)$



Dans le cas le plus favorable sur le plan énergétique ($m = 1$), on a : $P_m = \frac{3}{2} \cdot P_p \Rightarrow P_p = \frac{2}{3} \cdot P_m$

Ceci montre que la porteuse contient les **2/3** de la puissance totale émise en valeur maximum.

3.4. Systèmes dérivés de la modulation d'amplitude

L'étude de systèmes dérivés de la modulation d'amplitude provient de deux constats :

- D'une part, une proportion très importante de la puissance transmise par le canal est affectée à la porteuse ; **2/3** dans le cas d'un taux de modulation $m = 1$ et d'un signal modulant sinusoïdal ;
- D'autre part, on peut remarquer que les deux **bandes latérales** correspondant au signal modulant transportent la **même information**. Pour y remédier, on peut citer notamment :

| Modulation à porteuse supprimée | Modulation à bande latérale unique (BLU) |
|--|--|
| <p>$m(t)$ est le simple produit de $p(t)$ et de $s(t)$:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $m(t) = A \cdot s(t) \cdot \cos 2\pi f_0 t$ </div> <p>D'où le spectre du signal modulé suivant :</p> <p>On note l'absence de la raie porteuse.</p> <p><input type="checkbox"/> <u>Avantage</u> :</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Transmission plus économique du point de vue énergétique ($P_p = 0$). | <p>En filtrant le signal modulé classique, on obtient un signal modulé en amplitude à bande latérale unique, la bande transmise pouvant être soit la bande inférieure, soit la bande supérieure.</p> <p><u>Exemple</u> : Modulation BLU (bande supérieure)</p> <p>La bande occupée est 2 fois plus faible que pour une modulation d'amplitude classique.</p> <p><input type="checkbox"/> <u>Avantage</u> :</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Emission plus importante d'informations. |
| <p><input type="checkbox"/> <u>Inconvénient</u> :</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Récepteur ne disposant plus de la référence de la fréquence porteuse $f_0 \Rightarrow$ Démodulation plus difficile à réaliser (<u>Solution</u> : il faut rajouter au signal modulé un résidu de porteuse). | |

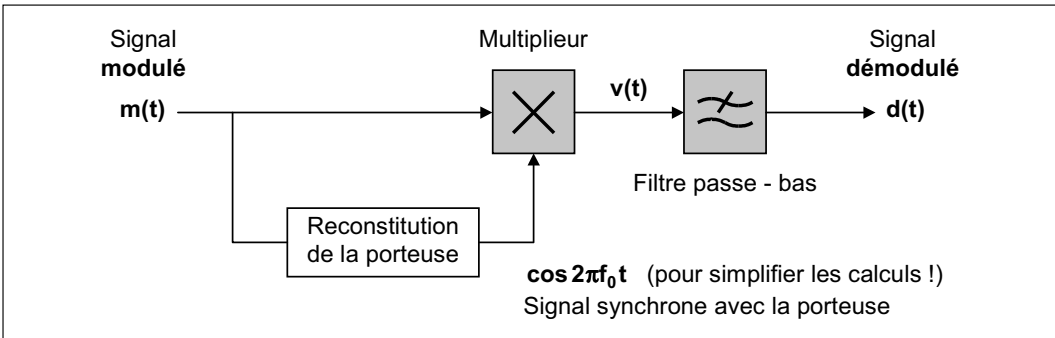
4. La démodulation d'amplitude (AM)

La **démodulation** ou **détection** est l'opération inverse de la modulation. Il s'agit à partir du **signal modulé** $m(t)$ de reconstituer le **signal modulant** $s(t)$. Deux techniques permettent d'y parvenir :

- La **démodulation synchrone** ;
- La démodulation d'enveloppe (qui ne sera pas développée dans cet ouvrage).

4.1. Principe de la démodulation synchrone

On effectue le produit (multiplication analogique – cf. page 182) du signal modulé $m(t)$ et d'une porteuse reconstituée, synchrone de la porteuse utilisée à la modulation. Un **filtrage passe - bas** permet de récupérer $s(t)$. Le schéma de principe est donné ci-dessous :



On note $d(t)$ le signal **démodulé** et l'on souhaite qu'il ressemble le plus possible à $s(t)$.

La porteuse est reconstituée à partir de $m(t)$ à l'aide d'une **PLL (Phase Locked Loop)**. Une boucle à verrouillage de phase (PLL) est un système bouclé permettant "l'asservissement de la fréquence de la porteuse sur celle du signal modulé reçu".

4.2. Etude spectrale du signal démodulé en amplitude

On se limite au cas d'un **signal modulant sinusoïdal** : $s(t) = \cos 2\pi ft$ avec $f \ll f_0$
Le **signal modulé** $m(t)$ a pour expression :

$$m(t) = A \cdot [1 + m \cdot \cos 2\pi ft] \cdot \cos 2\pi f_0 t$$

Le signal $v(t)$ en sortie du multiplieur s'écrit :

$$v(t) = m(t) \cdot \cos 2\pi f_0 t = A \cdot [1 + m \cdot \cos 2\pi ft] \cdot \cos^2 2\pi f_0 t$$

Or $\cos^2 2\pi f_0 t = \frac{1 + \cos(2\pi(2f_0)t)}{2}$. Par conséquent :

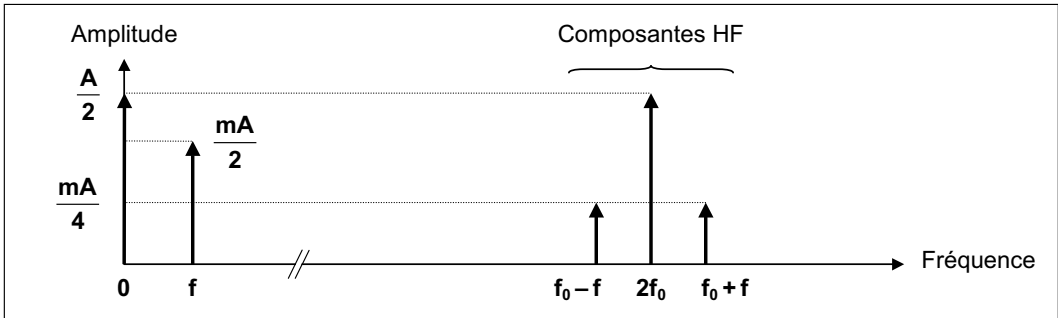
$$v(t) = A \cdot (1 + m \cdot \cos 2\pi ft) \cdot \left(\frac{1 + \cos(2\pi(2f_0)t)}{2} \right)$$

Le produit des cosinus se transformant en $\cos a \cdot \cos b = \frac{\cos(a+b) + \cos(a-b)}{2}$, il vient :

$$v(t) = \frac{A}{2} \cdot \left[1 + m \cdot \cos 2\pi ft + \cos(2\pi(2f_0)t) + \frac{m}{2} \cdot \cos(2\pi(2f_0 + f)t) + \frac{m}{2} \cdot \cos(2\pi(2f_0 - f)t) \right]$$

Dans le **signal** $v(t)$, on aura la superposition de 5 raies aux fréquences 0 , f , $2f_0 - f$, $2f_0$ et $2f_0 + f$, ce qui conduit au spectre de la page suivante.

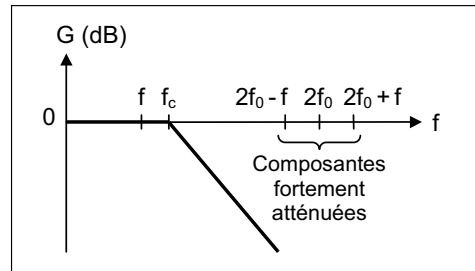
□ **Représentation spectrale**



La fréquence à conserver est f , il faut donc filtrer avec un passe - bas dont la fréquence de coupure f_c est légèrement supérieure à f .

On recueille également la composante continue $A/2$. Un filtre passe - haut rudimentaire (condensateur de liaison par exemple) élimine ce signal indésirable.

L'allure du diagramme de la courbe de gain du filtre passe - bas (PB) est donnée ci-contre.



Si le filtre PB est **parfait**, on a :

$$d(t) = \frac{A}{2} \cdot (1 + m \cdot \cos 2\pi ft) \quad (1)$$

4.3. Rapport signal / bruit

4.3.1. Définition

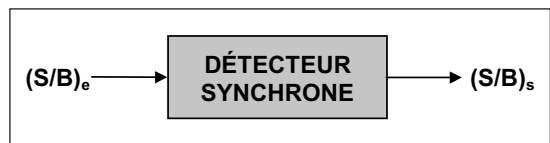
Le rapport signal / bruit noté **S/B** est une caractéristique de la dégradation d'un signal, par définition informatif, par un bruit non informatif. C'est un moyen pour caractériser un système de transmission en comparant le rapport $(S/B)_e$ à son entrée avec le rapport $(S/B)_s$ à sa sortie ou pour comparer la "qualité" des diverses méthodes de traitement des signaux.

Les résultats qui suivent sont donnés pour un bruit "**blanc**", c'est à dire uniformément réparti sur toutes les fréquences.

4.3.2. Cas du démodulateur ou détecteur synchrone **(Calcul simplifié)**

La lettre **S** dans $(S/B)_e$ désigne la puissance du **signal modulé** $m(t)$ reçu par le détecteur.

La lettre **S** dans $(S/B)_s$ désigne la puissance du **signal démodulé** $d(t)$.

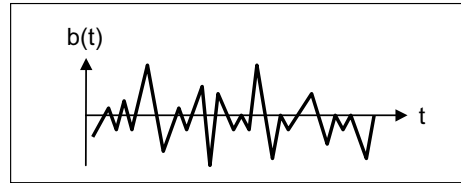


Pour un **signal modulant sinusoïdal** :

- La puissance S_e à l'entrée du détecteur a pour expression : $S_e = \frac{A^2}{2} \cdot \left(1 + \frac{m^2}{2}\right)$ (p 355)
- La puissance S_s à la sortie du détecteur a pour expression : $S_s = \frac{A^2}{4} \cdot \left(1 + \frac{m^2}{2}\right)$

Explication : D'après la relation (1), le signal démodulé $d(t)$ possède une composante continue et une composante alternative sinusoïdale de fréquence f . La puissance totale est la somme des puissances transportées par chaque composante.

Le bruit $b(t)$ est un signal perturbateur provenant du canal lui-même ou de son environnement externe. Il est de comportement aléatoire et vient s'ajouter au signal véhiculant les informations, provoquant ainsi des erreurs de transmission. Le bruit, isolé dans un circuit (lorsque aucun signal n'est appliqué à l'entrée du circuit) a l'allure arbitraire ci-contre. On distingue :



- Le **bruit blanc** dont la puissance est uniformément répartie sur toute la bande passante du canal. Il est dû à l'agitation thermique des électrons.
- Le **bruit impulsif** se présentant sous la forme de tensions perturbatrices de valeur élevée mais de durée brève (diaphonie, brusque variation de i , ...).

Le signal $b_e(t)$ se décompose à l'entrée du détecteur en une infinité d'harmoniques :

$$b_e(t) = \sum_n B_n \cdot \cos 2\pi f_n t$$

Où B_n est l'amplitude de la composante de fréquence f_n du signal de bruit $b_e(t)$.

➤ **Calcul de la puissance du bruit B_e à l'entrée du détecteur**

En notant $B^2 = \sum_n B_n^2$, on a : $B_e = \langle b_e^2(t) \rangle = \frac{B^2}{2}$ (Relation de Parseval - page 42)

➤ **Calcul de la puissance du bruit B_s à la sortie du détecteur**

La sortie du multiplieur s'écrit, pour une composante unique f_n du bruit :

$$\underbrace{\cos 2\pi f_0 t}_{\text{Porteuse}} \cdot \underbrace{B_n \cdot \cos 2\pi f_n t}_{\text{Composante } f_n} = \frac{B_n}{2} \cdot [\cos(2\pi(f_0 + f_n)t) + \cos(2\pi(f_0 - f_n)t)]$$

Les seules composantes "utiles" sont celles qui entachent le signal démodulé.

Elles correspondent aux termes $(B_n/2) \cdot \cos(2\pi(f_0 - f_n)t)$, les autres étant filtrés par le passe - bas en sortie du multiplieur.

Le signal de bruit s'écrit : $b_s(t) = \sum_n \frac{B_n}{2} \cdot \cos(2\pi(f_0 - f_n)t)$

Par conséquent, on obtient : $B_s = \langle b_s^2(t) \rangle = \frac{B^2}{8}$ (Relation de Parseval - page 42)

➤ **Relation entre les rapports (S/B)**

Les résultats précédents conduisent immédiatement aux relations suivantes :

$$\left(\frac{S}{B}\right)_e = \frac{S_e}{B_e} = \frac{A^2}{B^2} \cdot \left(1 + \frac{m^2}{2}\right) \quad \text{et} \quad \left(\frac{S}{B}\right)_s = \frac{S_s}{B_s} = 2 \cdot \frac{A^2}{B^2} \cdot \left(1 + \frac{m^2}{2}\right)$$

On en déduit la relation finale :

$$\left(\frac{S}{B}\right)_s = 2 \cdot \left(\frac{S}{B}\right)_e$$

**Le rapport S/B est deux fois plus important en sortie qu'en entrée.
Il y a donc "gain de qualité".**

Bibliographie




Pour approfondir certains points du contenu, je vous conseille vivement la lecture des ouvrages mentionnés ci-dessous et rédigés par des spécialistes.

Certains de ces ouvrages sont d'un niveau supérieur à bac + 2.






Acquisition de l'information

- | | |
|---|--------------------|
|  Capteurs : principes et utilisations (2007) (Fabrice BAUDOIN – Michel LAVABRE) | Editions CASTEILLA |
|  De la physique du capteur au signal électrique (2000) (sous la direction de Dominique PLACKO) | Editions HERMES |
|  Du composant élémentaire au système (2000) (sous la direction de Dominique PLACKO) | Editions HERMES |
|  Les composants optoélectroniques (2000) (François CERF) | Editions HERMES |

Traitement de l'information

- | | |
|--|--------------------|
|  Fonctions principales de l'électronique (2010) (Habiba Hafdallah OUSLIMANI – Achour OUSLIMANI) | Editions CASTEILLA |
|  Traitement des signaux et acquisitions de données (2002) (Francis COTTET) | Editions DUNOD |
|  Guide du technicien en électronique (2005) (Claudio CIMELLI – René BOURGERON) | Editions HACHETTE |

Transmission de l'information

- | | |
|---|-------------------|
|  Electronique et communication (2010) (François ALIN – Carol DARRAULT – Eric GARNIER) | Editions DUNOD |
|  Technologie des ordinateurs et des réseaux (2010) (Stéphane LOHIER – Dominique PRÉSENT) | Editions DUNOD |
|  Le réseau Internet (2010) (Stéphane LOHIER – Aurélie GUIDELLEUR) | Editions DUNOD |
|  Transmissions et réseaux (2010) (Pierre-Alain GOUPILLE) | Editions DUNOD |
|  Architecture des réseaux (2006) (Bertrand PETIT) | Editions ELLIPSES |

INDEX

- A -

| | |
|----------------------------------|-------------|
| Accéléromètre | 134 |
| AC / DC couplage (oscilloscope) | 36 |
| Actif (dipôle) | 9 |
| (filtre) | 141 |
| Adaptation d'impédance (ligne) | 343 |
| Admittances | 26 |
| Adressage (IP) | 319 |
| ADSL | 330 |
| Affaiblissement linéique | 344 |
| Affichage multiplexé | 275 |
| Afficheur 7 segments | 282 |
| Algorithmes (structures) | 255 |
| ALI (régimes de fonctionnement) | 161,186 |
| Alternative (composante) | 36 |
| AM (modulation) | 353 |
| Amortissement (facteur d') | 21, 149,185 |
| Amplificateur différentiel | 170 |
| d'instrumentation | 168 |
| d'isolement | 176 |
| exponentiel | 181 |
| inverseur | 162 |
| (non) inverseur | 126,162 |
| logarithmique | 181 |
| programmable | 163,229 |
| sommateur | 178 |
| unipolaire / bipolaire | 161 |
| Analyseur (spectre) | 42 |
| Angle de pertes (condensateur) | 51 |
| Anneau (topologie) | 314 |
| Appareils de mesure | 38 |
| Approximations successives (CAN) | 225 |
| Assembleur (langage) | 253 |
| Astable à ALI | 123,192 |
| Atténuation (filtre) | 143 |

- B -

| | |
|--|------------|
| Bande de base | 324 |
| Bande passante | 86,146,344 |
| Barrage (système) | 94 |
| Bascules D, JK | 286 |
| RS | 285 |
| Bases en automatique - informatique | 200 |
| Baud | 328,337 |
| Binaire naturel (code) | 105 |
| Bipolaire (transistor) | 64 |
| Blindage | 175 |
| BLU (modulation) | 355 |
| Bobine à noyau de fer | 54 |
| Bode (diagramme de) | 142 |
| BOLTZMANN (constante de) | 57 |
| BOOLE (algèbre de) | 264 |
| Branchement (détecteurs) | 99 |
| Bus (topologie) | 313 |
| Bus d'adresses, de données et contrôle | 243 |
| BUTTERWORTH (filtre de) | 154 |
| Byte | 199 |

- C -

| | |
|-----------------------------------|------------|
| Calibre (appareil) | 38 |
| CAN | 220 |
| Capacité de transmission (ligne) | 345 |
| d'une mémoire | 243 |
| Capteurs actifs / passifs | 80,81 |
| à capacité variable | 122 |
| d'accélération | 134 |
| de position | 131 |
| de température | 120 |
| de vitesse | 133 |
| inductifs | 124 |
| magnétiques | 128 |
| photoélectriques | 125 |
| potentiométriques | 116 |
| CHEBYCHEV (filtre de) | 155 |
| Circuits du 1 ^{er} ordre | 17,84 |
| 2 nd ordre | 21,85 |
| CMRR (instrumentation) | 169 |
| CNA | 231 |
| Coaxial (câble) | 346 |
| Codage (fonction combinatoire) | 278 |
| Codeur absolu et incrémental | 102,104 |
| sinusoïdal | 113 |
| Commutateur (réseau) | 315 |
| Comparateur à fenêtre (ALI) | 189 |
| à hystérésis (ALI) | 190 |
| simple (ALI) | 188 |
| Complément à deux (code) | 202 |
| Composite (état) | 304 |
| Compteurs binaires | 294 |
| intégrés | 292 |
| programmables | 295 |
| Condensateur (charge - décharge) | 19 |
| (technologie) | 50 |
| Conductance | 9 |
| Constante de temps | 17,84,144 |
| Continue (composante) | 36 |
| Coupe bande (filtre) | 43,140,151 |
| Coupure (fréquences de) | 146 |
| CPLD | 267 |
| CPU | 242 |
| CRC (code de redondance cyclique) | 332 |
| Crête (à crête) | 32 |
| CTN et CTP (thermistances) | 121 |

- D -

| | |
|------------------------------------|-----------|
| Débit (binaire) | 328,345 |
| Décade | 142 |
| Décibel | 142 |
| Décodage (fonction combinatoire) | 280 |
| Décodeur DCB / 7 segments | 281 |
| DEL | 63,95,101 |
| Démodulation synchrone (amplitude) | 356 |
| Démultiplexage | 276 |
| Densité spectrale de puissance | 324 |
| Dérivateur (ALI) | 179 |

INDEX

- D -

| | |
|---|---------|
| DESCARTES (loi de) | 348 |
| Détecteurs à ultrasons | 96 |
| de proximité | 91 |
| mécaniques à contacts | 90 |
| photoélectriques | 93 |
| DIRAC (peigne de) | 213 |
| Discrétisation de l'équation différentielle | 238,241 |
| Diviseurs de courant et de tension | 15 |
| Doubleur (tension) | 23 |
| DSP (Digital Signal Processor) | 250 |
| Duplex (ou full - duplex) | 323,341 |
| Dynamique (RAM) | 244 |

- E -

| | |
|---|-----|
| Ecart type (incertitude) | 87 |
| Echantillonneur bloqueur | 211 |
| Echelon | 18 |
| EEPROM | 245 |
| Efficace (valeur) | 24 |
| Efficacité (transmission) | 340 |
| Encapsulation | 316 |
| Energie électromagnétique | 54 |
| électrostatique | 51 |
| Entiers naturels (représentation des) | 200 |
| relatifs (représentation des) | 202 |
| EPROM | 245 |
| Equation de récurrence (filtrage) | 235 |
| Equation différentielle 1 ^{er} ordre | 17 |
| 2 nd ordre | 21 |
| Erreur de quantification (CAN) | 220 |
| Etalonnage (courbe d') | 82 |
| ETCD, ETTD | 322 |
| Etoile (topologie) | 313 |
| Evénement (graphe d'états) | 302 |

- F -

| | |
|------------------------------------|---------|
| Facteur de crête et de forme | 34 |
| de mérite | 164 |
| de qualité (bobine) | 55 |
| de qualité (filtre) | 151 |
| FAR (filtre anti - repliement) | 217 |
| Fibre optique | 95,347 |
| Fidélité (capteur) | 88 |
| Filtres actifs / passifs | 146,147 |
| à capacités commutées | 157 |
| polynomiaux | 154 |
| universels | 156 |
| 1 ^{er} ordre | 144 |
| 2 nd ordre | 149 |
| FLASH (CAN) | 226 |
| (EPROM) | 245 |
| Fonction de transfert (définition) | 139 |
| Fourier (série de) | 39 |
| FPGA | 268 |
| Fresnel (représentations de) | 24,27 |

- G -

| | |
|---------------------------|-----|
| Gabarit (filtre) | 143 |
| Gain (courbe de) | 142 |
| GAL | 267 |
| Garde (circuit de) | 175 |
| (condition de) | 302 |
| Générateur (convention) | 10 |
| Génératrice tachymétrique | 133 |
| Grphe d'états | 300 |
| GRAY (code) | 105 |

- H -

| | |
|------------------------|------------|
| Hall (effet) | 80.128 |
| Harmoniques | 39,148,214 |
| HARVARD (architecture) | 251 |
| Hexadécimal (code) | 204 |
| Hub | 317 |

- I -

| | |
|------------------------------------|---------|
| ILS (Interrupteur à Lames Souples) | 95 |
| Impédance (définition) | 26 |
| (adaptation) | 163 |
| caractéristique | 342 |
| Incertitude (définition) | 54 |
| Inductance mutuelle et propre | 124 |
| Intégrateur (ALI) | 156,180 |
| Interrupteurs (caractéristiques) | 16 |
| Interruption (µC) | 250 |

- J -

| | |
|------------------------|-----|
| Jauges d'extensométrie | 117 |
| Jonction (diode) | 56 |
| Justesse (capteur) | 88 |

- K -

| | |
|-----------------------|-------|
| KENNELY (théorème de) | 14 |
| KIRCHHOFF (lois de) | 11,30 |

- L -

| | |
|------------------------------|------------|
| LAN | 313 |
| Langage (informatique) | 253 |
| LED | 63,101,176 |
| Liaison duplex (full duplex) | 323,341 |
| parallèle | 335 |
| semi duplex (half duplex) | 323,341 |
| série | 336 |
| simplex | 323,341 |
| Logigramme | 260,263 |
| LORENTZ (force de) | 128 |
| LSB | 200,335 |
| Lumen (éclairage) | 125 |
| Lux (éclairage) | 125 |
| LVDT | 124 |

INDEX

- M -

| | |
|--------------------------------------|---------|
| Mailles (loi des) | 11,30 |
| MAN | 314 |
| Manchester (code) | 325,339 |
| Mantisse | 205 |
| Masque (réseau) | 321 |
| Masse | 9,168 |
| Mémoires numériques | 243 |
| Mesurande | 77,82 |
| Microcontrôleur | 250 |
| Microprocesseur | 246 |
| Miller (code) | 326 |
| MILLMAN (théorème de) | 13 |
| MIPS | 248 |
| MLI (principe) | 189 |
| Mode commun et différentiel | 168 |
| Modulation d'amplitude | 328,353 |
| de fréquence | 328 |
| de phase | 328 |
| QAM | 329 |
| vitesse | 328,344 |
| Monomode (fibre) | 349 |
| Monostable à ALI | 194 |
| MOORE (loi de) | 247 |
| MOS (transistor) | 69 |
| Mot (informatique) | 199 |
| MSB | 200,335 |
| Multimode (fibre) | 348 |
| Multiplexage (fonction combinatoire) | 271 |
| fréquentiel | 330 |
| temporel | 330 |
| Multiplexeur | 217,229 |
| Multiplieur | 182 |
| Multipoints | 338,341 |
| Multivibrateurs (ALI) | 192 |

- N -

| | |
|------------------------|-------|
| Nœuds (loi des) | 11,30 |
| NORTON (théorème de) | 12 |
| NPN (transistor) | 64,99 |
| NRZ (code) | 325 |
| Numération | 200 |
| NYQUIST (fréquence de) | 217 |
| (relation de) | 345 |

- O -

| | |
|-----------------------------|-----|
| Octave | 142 |
| Offset (tension d') | 166 |
| OHM (loi d') | 9 |
| Ondulation (définition) | 36 |
| Opérateurs logiques de base | 261 |
| OSI (modèle) | 315 |
| Overflow | 203 |

- P -

| | |
|---------------------------------------|--------------|
| Paire torsadée | 346 |
| PAL | 267 |
| Paquet | 315,340 |
| Parallèle (association) | 10,30 |
| Parité (bit de) | 338 |
| PARSEVAL (relation de) | 42 |
| Passe - bande (filtre) | 43, 140,151 |
| Passe - bas (ALI) | 147 |
| Passe - haut (ALI) | 147 |
| Passerelle (réseau) | 317 |
| Passif (dipôle) | 9,16 |
| (filtre) | 141 |
| Perméabilité | 54 |
| Permittivité | 50,122 |
| Phase (courbe de) | 142 |
| Photodiode | 126 |
| Photorésistance | 127 |
| Phototransistor | 101,127 |
| PIC (microcontrôleur) | 251 |
| Pipeline (architecture) | 249 |
| PLD (circuits logiques programmables) | 265 |
| Pleine échelle (CAN) | 221 |
| PNP (transistor) | 64,99 |
| Pondéré (code) | 105 |
| Pont (réseau) | 317 |
| Pont de Wheatstone | 119, 128,169 |
| Porteuse | 327,353 |
| Potentiomètre | 49 |
| Précision (simple ou double) | 205 |
| Propagation vitesse | 342 |
| temps | 343 |
| Pulsation de coupure | 144 |
| de résonance | 149 |
| propre | 21,85,149 |
| pseudo | 21 |
| PWM (principe) | 189 |

- Q -

| | |
|---------------------------|-----|
| QAM | 329 |
| Quantification (bruit de) | 228 |
| (erreur de) | 220 |
| Quantum | 220 |

- R -

| | |
|--------------------------|---------|
| RAM | 244 |
| Rampe (CAN) | 223 |
| Rapport cyclique | 34 |
| signal sur bruit | 228,357 |
| RAUCH (structure de) | 152 |
| Réactance | 27 |
| Récepteur (convention) | 10 |
| Rectangles (méthode des) | 238 |

INDEX

- R -

| | |
|-----------------------------|----------|
| Récurrent (filtre) | 237 |
| Redresseur sans seuil (ALI) | 183 |
| Réels (représentation des) | 204 |
| Reflex (système) | 94 |
| Régime apériodique amorti | 21 |
| critique | 21 |
| libre (transitoire) | 17,21 |
| oscillant amorti | 21 |
| permanent (forcé) | 17,21,26 |
| Registre à décalage | 287 |
| intégré | 289 |
| universel | 290 |
| Répéteur (réseau) | 317 |
| Réseau informatique | 311 |
| Réseau R-2R (CNA) | 232 |
| Résistance (technologie) | 47 |
| dynamique (diode) | 58 |
| Résistances pondérées (CNA) | 231 |
| Résistivité | 47,81 |
| Résolution (appareil) | 38 |
| (capteur) | 84,116 |
| (codeur) | 102,104 |
| Résolveur | 111 |
| RII, RIF (filtre) | 237 |
| RISC (architecture) | 249 |
| RMS (appareil) | 38 |
| ROM | 245 |
| Routeur (réseau) | 315,317 |

- S -

| | |
|------------------------------|----------------|
| SALLEN et KEY (structure de) | 152 |
| Saturation (transistor) | 66,71 |
| Schottky (diode) | 60 |
| SEEBECK (coefficient de) | 130 |
| Sensibilité | 83,86, 116,125 |
| Série (association) | 10,30 |
| Seuil (tension de) | 56,58 |
| SHANNON (théorème de) | 215 |
| SHOCKLEY (loi de) | 57,181 |
| Signés (nombres) | 202 |
| Simplex (liaison) | 323,341 |
| Slew rate (ALI) | 165 |
| Sommateur (ALI) | 178 |
| Sonde PT100 | 120 |
| Sources de courant | 9,72 |
| de tension | 9 |
| Spectre électromagnétique | 125 |
| en fréquence | 42,148,214 |
| repliement | 216 |
| signal modulé en amplitude | 353,356 |
| Statique (RAM) | 244 |
| Suiveur (ALI) | 163 |
| Superposition (théorème de) | 14 |
| Switch (réseau) | 317 |

- T -

| | |
|-------------------------------|--------------|
| Taux d'erreurs | 346 |
| d'ondulation | 36 |
| TCP / IP modèle | 318 |
| Temps de conversion (CAN/CNA) | 221 |
| de recouvrement inverse | 59 |
| de réponse à 5% | 84,86 |
| Thermistances | 121 |
| Thermocouple | 129 |
| THÉVENIN (théorème de) | 12 |
| Topologie | 313 |
| TOR (signal) | 78,186 |
| Trame | 318,340 |
| Transcodeur GRAY / BIN | 281 |
| Transconductance (transistor) | 70 |
| Transfert (fonction de) | 139 |
| Transistor bipolaire | 64 |
| MOS | 69 |
| Transition (graphe d'états) | 302 |
| Transmission asynchrone | 337 |
| parallèle | 335 |
| série | 276, 312,336 |
| synchrone | 339 |
| Trapèzes (méthode des) | 238 |
| Trigger (ALI) | 190 |
| TRMC | 169,171 |
| Tunnel (diode) | 63 |

- U -

| | |
|-----------------------|----|
| Ultrasons (détecteur) | 96 |
|-----------------------|----|

- V -

| | |
|----------------------------|-----|
| Valeur crête | 32 |
| efficace (définition) | 33 |
| moyenne (définition) | 32 |
| Varicap (diode) | 63 |
| Vérité (table de) | 260 |
| VHDL (langage) | 269 |
| Virgule flottante | 205 |
| VON NEUMANN (architecture) | 251 |

- W -

| | |
|----------------------|-------------|
| WAN | 314 |
| Watchdog (µC) | 250 |
| Wheatstone (pont de) | 119,128,169 |

- Z -

| | |
|---------------|--------|
| Zener (diode) | 61,191 |
|---------------|--------|

L'approche globale des systèmes, en vue de leur analyse ou de leur conception, conduit à distinguer deux entités génériques, la chaîne d'information et la chaîne d'énergie chacune décomposée en un nombre limité de fonctions techniques principales. Cet ouvrage se penche plus particulièrement sur « les grandes fonctions de la chaîne d'information ».

- **Acquisition de l'information**

- généralités sur les capteurs (nature, typologie, caractéristiques métrologiques, etc.)
- détecteurs de position
- codeurs et résolveurs
- capteurs électriques industriels (jauges, thermocouples, accéléromètres, etc.).

- **Traitement analogique, logique et numérique de l'information**

- filtrage analogique et numérique, amplification, numérisation, CAN/CNA
- fonctions analogiques avancées et mise en forme à seuils
- systèmes de traitement micro-programmés
- comportement des systèmes logiques combinatoires et séquentiels.

- **Transmission de l'information**

- concepts de base (topologie, modèles OSI et TCP/IP, adressage IP, etc.)
- transmissions sur les réseaux
- supports de transmission guidés : câble coaxial, paires torsadées, fibres optiques
- modulation/démodulation d'amplitude.

Les prérequis sont assez faibles et on a procédé dans les premiers chapitres à tous les rappels mathématiques et physiques (circuits électriques en régimes continu, variable et sinusoïdal, diodes, transistors, etc.) nécessaires à la compréhension des notions abordées.

Illustré de nombreux schémas clairs et précis et s'appuyant sur des exemples concrets, ce cours complet, rédigé simplement, s'adresse aux étudiants de classes préparatoires TSI et ATS, de BTS, IUT, IUP, licence EEA, 1^{re} année d'écoles d'ingénieurs ainsi que les auditeurs de la formation continue, souhaitant acquérir des bases solides en génie électrique.

Cet ouvrage a été conçu avec le souci constant de la pédagogie et la volonté de rendre les concepts introduits accessibles à chacun. Nous espérons que tout étudiant, qui en aura fait l'acquisition, pourra y trouver les clés de sa réussite.

Christophe FRANÇOIS, ancien élève de l'École supérieure d'électricité (Supélec) et de l'École centrale de Nantes (ECN), professeur de chaire supérieure en sciences industrielles de l'ingénieur, enseigne depuis près de vingt ans en classes préparatoires TSI 1 et TSI 2 au lycée général et technologique Louis Rascol d'Albi dans le Tarn. Il a été parallèlement, pendant de nombreuses années, chargé de cours à l'École des Mines d'Albi-Carmaux auprès des ingénieurs en formation initiale par apprentissage.

