

Véridiques, menteurs et changeants

Les élèves de seconde année (les *anciens*) sont de trois types :

- Les *véridiques* (qui disent toujours la vérité)
- Les *menteurs* (qui mentent toujours)
- Les *changeants* (qui parfois disent la vérité, parfois mentent).

Dès vos premiers contacts, les anciens cherchent à mettre en défaut votre sagacité.

Saurez-vous attribuer à chaque ancien le type qui est le sien ?

1. Le premier ancien rencontré vous dit : *Je suis un menteur*. Qu'en pensez-vous ? [I] [S]

2. Le suivant vous renseigne sur son type, et vous en déduisez qu'il n'est pas un menteur. Qu'a-t-il pu vous dire ? [I] [S]

3. Vous rencontrez ensuite A_1 et A_2 , qui vous disent successivement :

A_1 : “*L'un de nous deux est un véridique*”

A_2 : “*L'un de nous deux est un menteur*”

A_1 : “ *A_2 a dit la vérité*”

Quel est le type de A_1 et A_2 ? [I] [S]

4. Vous rencontrez ensuite A_3 et A_4 :

A_3 : “*Je suis un changeant*”

A_4 : “*Une seule des deux premières affirmations est vraie*”

A_3 : “*Une seule des trois premières affirmations est vraie*”

A_4 : “*Au moins trois affirmations parmi les quatre sont fausses*”

Quel est le type de A_3 et A_4 ? [I] [S]

5. Vous rencontrez ensuite trois groupes de trois anciens.

Vous savez que chacun de ces groupes est formés d'un représentant de chaque type.

(a) Devinez le type de A_5 , A_6 et A_7 , s'ils vous disent :

A_5 : “*Si je suis le changeant, A_6 est le menteur*”

A_6 : “*Si je suis le menteur, A_7 est le véridique*” [I] [S]

A_7 : “*Si je suis le véridique, A_5 est le changeant*”

(b) Devinez le type de A_8 , A_9 et A_{10} , s'ils vous disent :

A_8 : “*Je suis le véridique ou A_9 est le menteur*”

A_9 : “*Je suis le menteur ou A_{10} est le changeant*” [I] [S]

A_{10} : “*Je suis le changeant ou A_8 est le véridique*”

(c) Devinez le type de A_{11} , A_{12} et A_{13} , s'ils vous disent :

A_{11} : “ *A_{12} est le véridique*”

A_{12} : “ *A_{13} est le changeant*” [I] [S]

A_{13} : “ *A_{11} est le menteur*”



6. Voici ici enfin un groupe de six anciens, que vous consultez pour savoir si ce problème est ou n'est pas intéressant (attention : dans ce groupe, il n'y a pas de changeant).

A_{14} : *“Ce problème n'est pas intéressant”*

A_{15} : *“Il y a exactement deux véridiques parmi nous”*

A_{16} : *“Il y a un seul véridique parmi nous”*

A_{17} : *“Ou bien A_{19} n'est pas du même type que moi, ou bien je suis un véridique”*

A_{18} : *“ A_{15} a dit la vérité”*

A_{19} : *“ A_{18} a dit la vérité”*

Ce problème était-il intéressant ? [I] [S]



Indications ou résultats

1. C'est un changeant. [Q]
2. Il dit peut-être "Je ne suis pas un ...". [Q]
3. A_1 et A_2 sont tous les deux des changeants. [Q]
4. A_3 est un menteur. A_4 est un changeant [Q]
5. (a) A_5 est le véridique, A_6 est le menteur, et A_7 est le changeant. [Q]
(b) A_8 est le menteur, A_9 est le véridique, et A_{10} est le changeant. [Q]
(c) A_{11} est le menteur, A_{12} est le changeant, A_{13} est le véridique. [Q]
6. A_{15} est un menteur.
Il en est de même de A_{17} , A_{18} , et A_{19} .
Finalement A_{14} est également un menteur. Conclusion... [Q]

Corrigé du problème

1. Cet ancien n'est pas un menteur (car alors la phrase serait vraie).
Ce n'est pas non plus un véridique (car alors la phrase serait fausse).
C'est donc un changeant. [Q]
2. La phrase prononcée est par exemple "*je ne suis pas un changeant*".
En effet un menteur ne peut pas le dire (sous peine de dire une vérité). [Q]
3. Supposons que A_2 soit un véridique.
Ce que dit A_2 étant vrai, A_1 est un menteur.
Or la première phrase de A_1 est manifestement vraie : il y a une contradiction.
Mais si A_2 est un menteur, la phrase qu'il prononce est vraie : nouvelle contradiction.
 A_2 est donc un changeant.
Si A_1 est un véridique, A_2 "*a dit la vérité*" et n'est donc pas un menteur.
Mais la phrase qu'il prononce indique qu'il y a un menteur parmi eux : contradiction.
Si A_1 est un menteur, la phrase de A_2 est vraie.
 A_2 a donc dit la vérité et le "*menteur*" A_1 a également (pour sa deuxième phrase) prononcé une vérité : contradiction.
Conclusion : A_1 et A_2 sont tous les deux des changeants. [Q]
4. Si la deuxième phrase est vraie, alors la première phrase est fausse.
Si la deuxième phrase est fausse, alors la première est fausse.
Dans tous les cas, la première phrase est fausse. Ainsi A_3 n'est pas un changeant.
Comme il vient de mentir, c'est un menteur.
La deuxième phrase qu'il prononce est donc fausse.
On en déduit que la deuxième phrase du dialogue est fausse.
Ainsi les trois premières phrases sont fausses, et la quatrième est vraie.
 A_4 , qui a menti une première fois et dit la vérité la seconde fois, est donc un changeant. [Q]
5. (a) Ni A_5 , ni A_7 ne sont menteurs car sinon, partant d'une hypothèse fausse, les implications qu'ils énoncent seraient vraies.
C'est donc A_6 qui est le menteur.
L'implication qu'il énonce étant fausse, la conclusion correspondante est fausse.
 A_7 n'est donc pas le véridique.
Conclusion : A_5 est le véridique, A_6 est le menteur, et A_7 est le changeant. [Q]
(b) Remarquons que A_9 n'est pas le menteur (car sinon il prononcerait une phrase vraie).
De la même manière, A_8 n'est pas le véridique (sinon les phrases prononcées par A_8 et A_{10} seraient vraies, ce qui ne laisserait que A_9 comme menteur possible).
Supposons que A_9 soit le changeant.
Le seul véridique possible est donc A_{10} .
Mais la phrase qu'il prononce devient fausse : contradiction.
On en déduit que A_9 est le véridique.
la phrase qu'il prononce montre alors que A_{10} est le changeant puis que A_8 est le menteur. [Q]



(c) A_{11} n'est pas le véridique (sinon la phrase qu'il prononce serait fausse).

A_{12} n'est pas le véridique (sinon les deux premières phrases seraient vraies : A_{13} serait donc le seul menteur possible, ce qui rentre en contradiction avec la deuxième phrase).

Conclusion : le véridique est A_{13} , le menteur est A_{11} , et le changeant est A_{12} . [Q]

6. Si A_{15} était un véridique, les phrases prononcées par A_{15} , puis par A_{18} , puis par A_{19} , seraient vraies.

Il y aurait donc au moins 3 véridiques, ce qui contredit la phrase de A_{15} .

Donc A_{15} est un menteur.

On en déduit que A_{18} , puis A_{19} , sont également menteurs.

Si A_{17} était un véridique, alors il serait "du même type que A_{19} : contradiction.

Donc A_{17} est également un menteur.

Dans ces conditions :

- soit A_{16} est un véridique, et alors A_{14} est un menteur.
- soit A_{16} est un menteur, et le groupe ne contient pas "un seul véridique".

Là encore A_{14} doit être un menteur.

Dans tous les cas, A_{14} est un menteur.

Conclusion (prévisible) : Le problème était intéressant ! [Q]