

00 minutes)

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$,

$$\sum_{p=1}^n \left[\left(\sum_{k=p}^n \frac{1}{k} \right)^2 \right] + \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} = 2n.$$

Établir cette égalité par récurrence. Les étapes de la récurrence seront soigneusement rédigées et un soin particulier devra être accordé à l'hérédité.

Exercice 2 : Pour $n \geq 2$, on considère le produit $P_n = \prod_{k=2}^n \frac{k^3 - 1}{k^3 + 1}$

1) Démontrer que $P_n = \frac{2}{n(n+1)} \prod_{k=2}^n \frac{k^2 + k + 1}{k^2 - k + 1}$.

2) En déduire une expression simplifiée de P_n .