COLLECTION ''L'AIGLE DU PRINTEMPS''

MECANIQUE

TSM & TSE

Adresse de l'élève :
Prénom :……………………………………………..
Nom :…………………………………………………..
Classe :……………………………………………….
Ecole :…………………………………………………
Année Scolaire :…………………………………..
Contacts :…………………………………………..

M. René K. DELAMOU prof de physique (621622120)

I – CINEMATIQUE

Questions du cours

1-Définir les termes : référentiel, repère, trajectoire, mouvement, cinématique, mécanique, MRU, MRUV, période, fréquence, point matériel, mobile ; **2-** Faire une étude comparative entre : MRU, MRUV et MCU **3-** Montrer que dans un MRU, les espaces parcourus pendant des intervalles de temps égaux à θ sont égaux à $e = V\theta$; **4-**Comment expliquez – vous qu'un mobile animé d'un MCU possède une accélération bien que le module de son vecteur – vitesse soit constante ? que savez – vous de cette accélération ?; **5-**Démontrer que dans un MRUV un mobile possède une abscisse $x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0$; **6-**Démontrer dans un MRUV que $V^2 - V_0^2 = 2a(x - x_0)$; **7-** Démontrer dans un MRUV qu'entre $t_0 = 0$ et t, l'abscisse est $\Delta x = V_m t$ où V_m est la vitesse moyenne ; **8** – Démontrer que dans un MRUV, la vitesse moyenne entre t_1 et t_2 est égale : a) A la moyenne arithmétique des vitesses vraies aux instants t_1 et t_2 ; b) A la vitesse vraie à l'instant $\frac{t_1+t_2}{2}$; **9-** Sous quelles conditions cette affirmation est valable ? ≪ dans un MRUV la distance parcourue est égale à la moitié de la vitesse finale ≫ ; **10-**Démontrer que si un mobile est animé d'un MRUV entre t_1 et t_2, il possède une accélération $a = \frac{2(x_2t_1 - x_1t_2)}{t_1t_2(t_2-t_1)}$; **11-**Démontrer que dans un mouvement rectiligne uniformément varié d'accélération a, les espaces parcourus pendant des intervalles de dates successifs égaux à θ forment une progression arithmétique de raison $r = a\theta^2$: **12 -** Deux voitures A et B se déplacent sur une ligne droite et dans la même direction avec des vitesses constantes V_A et V_B. Quand la voiture A arrive à une distance L derrière B elle commence à freiner avec une accélération constante a.

Démontrer que pour qu'il n'y ait de collision entre A et B, il est nécessaire que : $V_A - V_B \leq \sqrt{2aL}$

I-1-Les paramètres cinématiques du mouvement

<u>Exercice 01 :</u>

Dans chacun des cas suivants, déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire et donner sa nature.

a) $\begin{cases} x = 3\cos(2t+1) + 2 \\ y = 3\sin(2t+1) - 1 \end{cases}$; b) $\begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = 3t - 2 \end{cases}$; c) $\begin{cases} x = t + 1 \\ y = t^2 - 2t + 1 \end{cases}$; d) $\begin{cases} x = \sqrt{4t^2 + 6} \\ y = -t^2 \end{cases}$;

e) $\begin{cases} x = t^2 - 2t + 1 \\ y = 2t^2 - 4t + 4 \end{cases}$; f) $\begin{cases} x = 2t + 2 \\ y = 2(1 - t^2)^{\frac{1}{2}} + 1 \end{cases}$; g) $\begin{cases} x = 3cos2t + 1 \\ y = 6sintcost + 2 \end{cases}$; h) $\begin{cases} x = 2sin2\pi t \\ y = 2cos4\pi t \end{cases}$

i) $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$; j) $\begin{cases} x = 2t^3 + 4t^2 + t \\ y = t^3 + 2t^2 + \frac{1}{2}t + 7 \end{cases}$; k) $\begin{cases} x = sint + 2cost \\ y = 2sint - cost \end{cases}$; l) $\begin{cases} x(t) = 2(1 + cost) \\ y(t) = 3(1 + sint) \end{cases}$

<u>Exercice 02 :</u>

Un point mobile répond aux équations paramétriques : $x = t + 1$ et $y = t^2 - 2t + 1$.

1) Déterminer l'équation de la trajectoire du mobile et la représenter.
2) Quelle est sa vitesse moyenne et son accélération moyenne entre les instants t_1=1 s et t_2= 2 s.
3) Déterminer la vitesse et la position du mobile au sommet de sa trajectoire. Placer le mobile sur sa trajectoire à cet instant.
4) Que vaut le module de la vitesse du mobile en fonction du temps.
5) Exprimer les accélérations tangentielle et normale en fonction du temps ; en déduire le rayon de courbure de la trajectoire à la date t_1.

6) Sur quels intervalles de dates le mouvement est retardé ? Accéléré ?

Exercice 03 :

Les équations horaires du mouvement d'un mobile se déplaçant dans un plan muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ sont : $\begin{cases} x = t^2 - 2 \\ y = 2t^2 - 2 \end{cases}$ $(t \geq 0)$. Le mobile est mis en mouvement à la date $t_0 = 0$ s

1-Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire et sa nature.

2-Déterminer l'expression de l'abscisse curviligne $s(t)$ du mobile à un instant t quelconque en prenant comme origine des abscisses curvilignes la position du mobile au début du mouvement.

3-Calculer le trajet parcouru par le mobile après 10 s.

Réponses : 1) Une droite ; 3) s(t) = d = 223,6 m pour t = 10 s.

Exercice 04 :

A-Un point M est en mouvement dans un plan rapporté à deux axes orthonormés $x'Ox$ et $y'Oy$.

Son équation est : $\begin{cases} x(t) = 2(1 + cost) \\ y(t) = 3(1 + sint) \end{cases}$

1-Quelle est la trajectoire du point M ?

2) A quelle date la norme du vecteur vitesse est de 2 $m.s^{-1}$?

B- Les coordonnées d'un point M à l'instant t sont : $x = sint + 2cost$ et $y = 2sint - cost$ avec $t \geq 0$.

Montrer que ce mouvement est circulaire uniforme c'est-à-dire que la trajectoire est un cercle et le vecteur vitesse a une norme constante.

Réponses : A/ 1) trajectoire elliptique ; 2) t = $\frac{\pi}{2}$ s . B) $x^2 + y^2 = 5$; v = $\sqrt{5}\, m.s^{-1} = Cte$.

Exercice 05 :

La position d'un point matériel se déplaçant dans $\mathcal{R}\ (O, \vec{i}, \vec{j})$ est donnée par

$\overrightarrow{OM} = 2t\vec{i} + (-5t^2 + 2t)\vec{j}$.

Le mobile est mis en mouvement à la date t = 0 s.

1-Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire

2-Donner les caractéristiques (composantes et module) du vecteur vitesse à un instant t quelconque.

3-Calxuler la vitesse du mobile au début du mouvement.

4-Déterminer le vecteur vitesse du point matériel lorsque celui-ci passe par son ordonnée maximale y_{max} qu'on calculera. Quelle est l'abscisse du point dont l'ordonnée est maximale ?

5-A quelle date le point matériel passe-t-il par le point M_0 d'ordonnée nulle ?

5-1-Quelle est l'abscisse de ce point ?

5-2-Quelle est la vitesse de ce mobile à cet instant ?

6) Déterminer les coordonnées du point matériel 1 s après le début du mouvement.

Quelle est alors sa vitesse ?

Exercice 06 :

Les équations paramétriques du mouvement d'un point matériel lancé dans l'espace sont :

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = 0 \\ z = -5t^2 + 4t \end{cases}$$

Les distances sont en mètres et les durées en secondes et l'axe $(zz', \vec{k})$ est vertical ascendant. Avec $t \geq 0$

1-Donner l'équation cartésienne de la trajectoire

2-Déterminer le vecteur vitesse du point matériel

a) Lorsque le point passe par le sommet de la trajectoire

b) Lorsque ce point rencontre le plan z = 0
c) A la date t = 5 s
3-Déterminer les caractéristiques de son vecteur accélération à une date quelconque.

Exercice 07 :

Les composantes du vecteur-accélération d'un point mobile sont $\vec{a}(0, -3, 0)$.
A l'instant t = 0, le mobile est en Mo (1, 2, 0) et son vecteur vitesse initiale est $\vec{v}_0(1, 1, 0)$.
1) Donner les équations horaires du mouvement.
2) Montrer que le mouvement est plan.
3) Déterminer l'équation de la trajectoire. En déduire la nature du mouvement.
4) Déterminer les coordonnées du vecteur-vitesse du mobile chaque instant.
5) a) En quel point particulier de la trajectoire la vitesse du mobile est minimale ?
b) Calculer la date en ce point.
6) Déterminer les coordonnées des points où le mobile coupe l'axe (Ox).
7) Déterminer l'intervalle de temps sur lequel le mouvement est accéléré, puis retardé.

Exercice 08 :

Dans un plan (O, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$) une particule en mouvement a un vecteur accélération $\vec{a} = 4\vec{\jmath}$.
1) Exprimer en fonction du temps, le vecteur :
a) Vitesse sachant qu'à l'instant de date t_1 = 1 s ; $\vec{v}_1 = 2\vec{\imath} + 8\vec{\jmath}$
b) Position de la particule, sachant qu'à la date t = 2 s ; $\overrightarrow{OM}_2 = 10\vec{\imath} + 23\vec{\jmath}$
2) Donner l'équation cartésienne de la trajectoire.
3) Déterminer les coordonnées du sommet de cette trajectoire.

Réponses : 1) a) $\vec{\mathbf{v}} = 2\vec{\imath} + (4t + 4)\vec{\jmath}$; **b)** $\boldsymbol{OM} = (2t + 6)\vec{\imath} + (2t^2 + 4t + 7)\vec{\jmath}$; **2)** $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 13$; **3) S (4 ;5)**

Exercice 09 :

Les coordonnées d'un mobile ont pour équations horaires : $\begin{cases} x = 2\sin\frac{\pi}{2}t \\ y = 2\cos\frac{\pi}{2}t \end{cases}$

Les unités sont celles du système international (S.I.)
1) Quelle est l'équation de la trajectoire du mobile ?
2) Déterminer le module du vecteur vitesse à un instant t quelconque. Que peut-on conclure ?
Représenter le vecteur vitesse aux instants t_1 = 1 s et t_2 = 2,5 s.
3) Calculer à un instant quelconque le produit scalaire $\vec{a}\vec{v}$. Que peut-on conclure ?

Réponses : 1) $x^2 + y^2 = 4$ **; 3)** $\vec{a}.\vec{v} = 0$

Exercice 10 :

Les équations horaires d'un mobile M sont : $\begin{cases} x = 2\cos\pi t \\ y = 2\sin\pi t \\ z = 0 \end{cases}$ (en cm)

1) Montrer que le mouvement de ce mobile a lieu dans un plan et que sa trajectoire est un cercle dont on précisera le centre et le rayon.
2) Déterminer :
a) Le module du vecteur vitesse du mobile à l'instant t ;
b) Le module du vecteur accélération du mobile à l'instant t.

3) Montrer que le vecteur accélération $\vec{a}$ est à chaque instant colinéaire au vecteur position $\overrightarrow{OM}$ du mobile.

Réponses : 1) $x^2 + y^2 = 4$; 2) v = 2π cm/s ; a = $2\pi^2$ cm/s^2 ; 3) $\vec{a} = -\pi^2\overrightarrow{OM}$

<u>Exercice 11 :</u>

On donne l'équation horaire d'un mobile M par rapport au repère (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$) : $\begin{cases} x = A\cos\omega t \\ y = A\sin\omega t \end{cases}$

Avec A = 10 cm et $\omega = 10\ rad.s^{-1}$

1) Montrer que la valeur de la vitesse du mobile est constante et calculer.

2) Montrer que la valeur de son accélération est constante et calculer.

3) Quelle est la trajectoire du mobile ? Que représente A ?

4) Quelles sont la direction et le sens du vecteur accélération ?

Réponses : 1) v = 1 m/s ; 2) a = 10 m/s^2 ; 3) cercle de centre O et de rayon A ; 4) le vecteur a est centripète

<u>Exercice 12 :</u>

La position d'un mobile M se déplaçant dans un plan muni d'un repère (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$) est donnée par les équations : x = Rcos($\omega t + \varphi$) et y = Rsin($\omega t + \varphi$) avec $\omega = 2\pi$rad/s et R = 8 cm

1) Déterminer φ sachant que, à l'instant t = 0, le mobile se trouve au point M_0 de cordonnées $x_0 = 0$ et $y_0 = R$.

2) a) Montrer que la valeur de la vitesse du mobile set constante.

b) Montrer que la valeur de l'accélération du mobile est constante.

c) Déterminer l'équation de la trajectoire du mobile. En déduire la nature de son mouvement.

3) Montrer que les vecteurs accélération et position sont colinéaires. En déduire le sens du vecteur accélération.

4) Représenter la trajectoire du mobile dans le repère (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$) puis placer sur cette trajectoire les postions M_0 ; M_1 ;M_2 et M_3 du mobile qui correspondent aux instants t_0 = 0 ; t_1 = 0,25 s ; t_2 = 0,5 s ; $t_3 = \frac{2}{3}$ s.

Réponses : 1) $\varphi = \frac{\pi}{2}\ rad$; 2) a) v = Rω ; b) a = Rω^2 ; c) $x^2 + y^2 = R^2$; **3) $\vec{a} = -\omega^2\overrightarrow{OM}$ (centripète).**

<u>Exercice 13 :</u>

Les équations horaires d'un mouvement plan sont : $\begin{cases} x = 2t + 2 \\ y = 2(1 - t^2)^{\frac{1}{2}} + 1 \end{cases}$ (unités S.I.)

1-Quelle est la nature de la trajectoire ?

2-Déterminer le vecteur vitesse et sa valeur

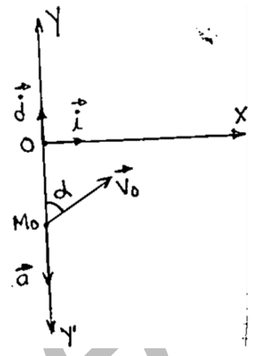
3-En déduire les composantes normale et tangentielle du vecteur accélération (repère de Frenet)

4-Déterminer les composantes cartésiennes du vecteur accélération

5-En déduire que le module du vecteur accélération est indépendante du repère d'étude.

Bonus :

Dans un espace muni d'un repère ((O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$), un mobile **A** est animé d'un mouvement d'accélération constante de module 2 m/s^2. A l'instant initial t = 0, il passe par M_0 telle que OM_0 = 2 m avec un vecteur vitesse $\vec{v}_0$ de module 10 m/s faisant un angle $\alpha = 60°$ avec la verticale (voir figure ci-contre).



1-Donner les coordonnées des vecteurs position, vitesse et accélération du mobile à l'instant initial.
2-Exprimer les vecteurs vitesse et position du mobile à tout instant.
3-Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire du mobile **A**, préciser sa nature.
4-A quelle date le mobile A rencontre – t – il l'axe des abscisses ?
5-Un autre mobile **B** est lancé à la date t = 0 à partir d'un point N_0 de coordonnées (39,5 m ; −39 m) avec une vitesse initiale $\vec{v}_0 = 4\vec{j}$.
Quel doit être son vecteur accélération pour que sa rencontre avec **A** se fasse au point d'abscisse 39,5 m ?

Réponses : 2) $\vec{v}_A = 8{,}66\vec{i} + (-2t+5)\vec{j}$ **;** $\overrightarrow{OM}_A = 8{,}66t\vec{i} + (-t^2+5t-2)\vec{j}$ **; 4)** $t_1 = 0{,}44$ **s ;** $t_2 = 4{,}56$ **s ; 5)** $\vec{a}_B = 2\vec{j}$

Exercice 14 :

Le mouvement d'un point mobile M dans le plan rapporté a un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ est defini par les équations $\begin{cases} x = 2sin\omega t \\ y = 2cos2\omega t \end{cases}$

Les unités étant celle du système international (S.I).
1- Montrer que le mouvement est périodique et déterminer la trajectoire du point mobile M.
2- Déterminer le module du vecteur vitesse à la date t. Exprimé cette vitesse en fonction de l'abscisse *x* de M à la même date.
3- Calculer les composantes du vecteur accélération à la date t. en quels points ce vecteur est-il normal à la trajectoire ?

Réponses : 1. $T = \frac{2\pi}{\omega}$; $y = 2 - x^2$; **2)** $v = 2|\omega cos\omega t|\sqrt{1+16sin^2\omega t}$ **;** $v = |\omega|\sqrt{(4-x^2)(1+4x^2)}$ **(m/s) ; 3)** $ax = -2\omega^2 sin\omega t = -\omega^2 x$; $a_y = -8\omega^2 cos2\omega t = -4\omega^2 y$ **;**

A $(-2,-2)$; **B** $(2,-2)$; **C** $(0,2)$; **D** $(\frac{\sqrt{30}}{4},\frac{1}{8})$ **; E** $(-\frac{\sqrt{30}}{4},\frac{1}{8})$

I-2-Les mouvements rectilignes et circulaires

Exercice 15 :

Un conducteur a garé sa voiture dans une rue inclinée. Il se trouve à une distance d en amont de sa voiture, au moment où les freins cèdent. L'inclinaison est telle que la voiture prend une accélération constante de 2 m.s^{-2}. Ce conducteur essaie de rattraper la voiture en courant à une vitesse supposée constante de 18 km.h^{-1}. Quelle est la valeur limite de d à partir de laquelle le conducteur ne pourra rattraper son véhicule ?

Réponse : d=6,25 m.

I-2-1-Les mouvements de rattrapage et de dépassements :

Exercice 16 :

Une automobile est arrêtée à un feu rouge à une distance d_1=3 m du feu. Quand le feu passe au vert, l'automobile démarre avec une accélération constante de 3 m/s^2. A l'instant de son démarrage, un motard roulant à la vitesse constante de 54 km/h se trouve à une distance d_2 = 24m de l'automobile avant celle-ci.
1) En choisissant comme origine des dates l'instant où le feu passe au vert et comme origine des espaces la position du feu tricolore, déterminer :

a) Les équations horaires du mouvement de l'automobile et du motard
b) Les dates des dépassements ;
c) Les abscisses des dépassements ;
d) Les vitesses de l'automobiles à ces instants.
2) Le motard roule maintenant à la vitesse de 36 km/h
a) Montrer qu'il ne rattrapera pas l'automobile
b) Quelle est donc la distance minimale entre le motard et l'automobile ?
c) Si non quelle doit être la vitesse minimale du motard pour rattraper l'automobile ?

Réponses : 1) b) t_1=2 s ; t_2=8 s ; c) x_1=3 m ; x_2=93 m ; 2) $\Delta < 0$; x_{min}=7,33 m ; V_{min} = 12 m/s.

Exercice 17 :

Sur une autoroute deux (2) voitures roulent sur la même file avec une vitesse de 40 m/s. Le pare-chocs avant A de la seconde voiture est à 40 m derrière le pare-chocs arrière B de la première voiture. Le véhicule B freine avec une décélération de 5 m/s^2. Le véhicule A distrait freine 2 s après avec la même décélération.
1) quelle distance parcourt le deuxième véhicule (A) avant de commencer à freiner ?
2) Quelle distance parcourt le premier véhicule (B) pendant ce même temps ?
3) Quelle est la distance séparant A et B lorsque le second véhicule commence à freiner ?
4) Quelle est la vitesse du premier véhicule à ce moment ?
5) En prenant comme origine des dates l'instant où débute le freinage du second véhicule et comme origine des espaces la position où il se trouve alors, établir les équations horaires des mouvements de A et B. Un choc aura-t-il lieu ? Si oui à quelle date et quel lieu ?

Réponses : 1) x_A=80 m ; 2) x_B=110m (A = origine des espaces) ; 3) d=30m ;4) v_B=30 m/s ; 5) t = 3s.

Exercice 18 :

Un voyageur en retard court le long d'un quai à la vitesse constante de valeur v = 6 m/s ; quand il est à 20 m du dernier Wagon le train démarre avec une accélération constante de valeur 1 m/s^2
1) Écrire dans un repère, les équations horaires du voyageur et du dernier Wagon, considérés comme des points matériels.
2) Montrer que le voyageur ne peut pas rattraper le train.
3) Quelle sera la distance minimale entre le voyageur et le dernier Wagon.
4) Si non, quelle devrait être la vitesse minimale du voyageur pour qu'il puisse rattraper le train.

Réponses : 1) $x=0{,}5t^2$; x= 6t - 20 ; 3) x_{min} = 2 m ; 4) V = 6,32 m/s.

Exercice 19 :

Sur une route rectiligne, un automobiliste roule à la vitesse constante de 180 km/h, un motard averti par radio démarre à la distance d = 400 m devant la voiture. Son mouvement est uniformément varié et il atteint la vitesse 100 km/h après une durée de 10 s.
1) Calculer l'accélération du motard.
2) Montrer qu'il existe deux instants pour lesquels les deux véhicules sont côte à côte.
Déterminer ces instants et les abscisses correspondantes.

Réponses : 1) a = 2,8 m/s^2 ; 2) $\Delta > 0$; t_1 = 12,1 s ; t_2 = 23,6 s ; x_1 et x_2.

Exercice 20 :

Une automobile de longueur ℓ = 5m, roulant à la vitesse V_A = 90km/h arrive derrière un camion de longueur L = 10m roulant à la vitesse V_C = 72km/h. Les deux véhicules conservent des vitesses constantes. L'automobile va donc doubler le camion. En admettant que le dépassement commence quand l'avant de l'automobile est à la distance d_1 = 20m de l'arrière du camion et se termine quand l'arrière de l'automobile est à la distance d_2 = 30m de l'avant du camion. Calculer :

1- La durée du dépassement ;
2- La distance parcourue sur la route par la voiture pendant le dépassement.
Réponses : 1) t = 13 s : 2) x = 325 m.

Exercice 21 :

Sur une route rectiligne, une voiture (1) de longueur ℓ_1 de vitesse v_1 double un autocar de longueur L et de vitesse V. En face, arrive une voiture (2) de longueur ℓ_2 à la vitesse v_2.
1) Quelle distance minimale D entre l'avant de la voiture (1) et l'avant de la voiture (2) permet à la voiture (1) de doubler ?
2) Quelle est l'alors la distance parcourue sur la route par l'autocar pendant le dépassement ?
On donne : $\ell_1 = \ell_2 = 4\ m$; L = 20 m ; $V_1 = V_2 = 90\ km/h$; V= 72 km/h
Réponses : 1) D = 240 m ; 2) x = 96 m.

Exercice 22 :

Une automobile A se déplace à la vitesse constante de 72 km/h sur une route rectiligne. Une deuxième automobile B, initialement immobile, démarre dans le même sens avec une accélération constante a = 1 m/s^2. Au moment de démarrage, l'automobile A se trouve à une distance d = 150 m derrière B.
1) Déterminer les équations horaires des mouvements de A et B en prenant l'origine des espaces la position initiale de B.
2) Montrer graphiquement et qualitativement (par calcul) que deux dépassements peuvent se produire.
3) Déterminer :
a) Les dates de dépassements
b) Les abscisses de dépassements
c) Les vitesses de l'automobile B à ces instants.
Réponses : 1) $x_A(t)=20t-150$ (m) ; $x_B(t)=0,5t2$; 2) $\Delta > 0$; 3) a) t_1 = 10 s ; t_2 = 30 s ; b) x_1= 20 m ; x_2 = 450 m ; c) V_1 = 10 m/s ; V_2 = 30 m/s.

Exercice 23 :

Une automobile démarre lorsque le feu passe au vert avec une accélération a = 2,5 m/s^2 pendant une durée $\theta = 7s$, ensuite le conducteur maintient sa vitesse constante. Lorsque la feue passe au vert, un camion roulant à la vitesse constante de 45 km/h, est situé à une distance d = 20 m du feu, avant celui-ci. Dans un premier temps, le camion va doubler l'automobile, puis dans une deuxième phase, celle-ci va le dépasser.
En choisissant : comme origine des dates, l'instant où la feue passe au vert et comme origine des espaces, la position du feu tricolore, déterminer :
1. Les équations horaires du camion et de l'automobile entre t $< \theta$ et t $> \theta$
1. Les dates des dépassements
2. Les abscisses des dépassements
3. Les vitesses de l'automobile à ces instants.
Réponses : 1.t_1 = 2 s ; t_2 = 8,25 s ; 2. x_1=5 m ; x_2= 83,125 m ; 3. V_1= 5 m/s ; V_2 = 17,5 m/s

Exercice 24 :

Au cours d'une course de voiture, on détermine les positions de deux voitures à une date t_0 = 0, et on observe à cet instant que la voiture (1) se trouve à une distance d = 20 m devant la voiture (2). A cet instant la vitesse de la voiture (1) est V_{01} = 126 km/h et celle de la voiture (2) est V_{02} = 90 km/h.
La voiture (1) a un mouvement rectiligne uniforme et la voiture (2) a une accélération a = 5,6 m/s^2

On prend pour origine des espaces la position de la voiture (2) ; les deux voitures sont considérées ponctuelles et $t \geq 0$.

a) Ecrire les équations horaires des voitures (1) et (2)

b) Déterminer le temps au bout duquel la voiture (2) rattrape la voiture (1)

c) La ligne d'arrivée étant à 180 m de la voiture (1) à l'instant t = 0, déterminer la voiture qui franchira cette ligne la première.

Réponses : a) $x_1 = 35t + 20$; $x_2 = 2{,}8t^2 + 25t$; b) $t = 5\ s$; c) La voiture (1) car $t_1 < t_2$.

Exercice 25 :

1) Une automobile décrit une trajectoire rectiligne dans un repère (O, $\vec{i}$). Son accélération est constante. A l'instant $t_0 = 0$ s, l'automobile part d'un point M_0. A l'instant $t_1 = 3$ s, l'automobile passe par le point M_1 d'abscisse $x_1 = 59\ m$ à la vitesse algébrique $V_{1x} = 6\ m/s$. Elle arrive ensuite au point M_2 d'abscisse $x_2 = 150\ m$ à la vitesse algébrique $V_{2x} = 20\ m/s$.

a) Etablir l'équation horaire du mouvement de l'automobile.

b) A quel instant t_2 l'automobile passe – t – elle par le point M_2 ?

c) Calculer la longueur L du trajet effectué par l'automobile pendant la phase d'accélération dont la durée est fixée à 20 s.

2) A la date T = 1 s, une moto se déplaçant sur la même droite à la vitesse constante $V_{x'} = 20\ m/s$ passe par le point M' d'abscisse $x' = -5\ m$.

Pendant toute la durée du mouvement fixée à 20 s, la moto va d'abord dépasser l'automobile ; ensuite l'automobile va rattraper la moto.

Déterminer :

a) L'équation horaire du mouvement de la moto dans le repère (O, $\vec{i}$).

b) Les dates des dépassements

c) Les abscisses des dépassements ;

d) La vitesse de l'automobile au moment où elle rattrape la moto ;

e) la distance d parcourue par la moto entre les dates T = 1 s et la date où elle dépasse l'automobile.

Réponses : 1-a) $x = t^2 + 50$ (m) avec ; $v_0 = 0$; $x_0 = 50$ m ; b) $t_2 = 10\ s$; c) L=450 m ; 2-a) $x_M = v'(t - T) + x' = 20t - 25$ (m) ; b) $t_1 = 5\ s$; $t_2 = 15\ s$; c) $x_1 = 75\ m$; $x_2 = 275\ m$; d) v = 30 m/s e) d = 80 m.

Exercice 26 :

Lors d'une compétition, trois motocyclistes ont pris le départ simultanément. Le second motocycliste qui faisait 15 km/h de moins que le premier et 3 km/h de plus que le troisième, a franchi la ligne d'arrivée 12 minutes plus tard que le premier et 3 minutes plus tôt que le troisième.

On demande :

1) La longueur du parcours ;

2) La vitesse de chaque motocycliste ;

3) Le temps mis par chaque motocycliste pour effectuer le parcours.

Réponses : 1) $x = 90\ km$; 2) $v_1 = 90$ km/h ; $v_2 = 75$ km/h ; $v_3 = 72$ km/h ; 3) $t_1 = 1$ h ; $t_2 = 1$ h12min ; $t_3 = 1$ h15min.

Exercice 27 :

Un cycliste part à 14 h d'une ville A pour se rendre dans une ville B, il se déplace avec une vitesse moyenne de 24 km/h. Arrivé en B, il s'y repose 20 min, puis revient en A avec une vitesse moyenne de 20 km/h.

Il est de retour en A à 18h.

1) Calculer la distance AB.

2) Un automobiliste est parti de A à 16h sur la même route, avec une vitesse de 60 km/h. A quelle et à quelle distance de A rencontrera – t – il le cycliste ?

Réponses : 1) x = AB = 40 km ; 2) t = 16h30min et d = 30 km.

Exercice 28 :

Deux cyclistes tournent dans le même sens sur une piste de vélodrome en se déplaçant tous d'un point A. L'un parcourt pendant 3mn18s et l'autre 3mn45s.
1) Au bout de combien de temps vont-ils se rejoindre en A ?
2) Déterminer le nombre de tour effectué par chacun d'eux.

Réponses : 1) $t = \frac{1}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}}$ **; 2)** $n_1 = t/T_1$ **et** $n_2 = t/T_2$

Exercice 29 :

Une course d'automobile se déroule sur une piste de 12,5 km pendant 40 tours.
Le vainqueur a effectué cette course à la vitesse moyenne de 160 km/h avec un tour d'avance sur le second.
Calculer la vitesse moyenne de ce dernier et la durée de la course.

Réponses : V_2 **=156 km/h et** $t = 3{,}125h = 3h7min30s$.

Exercice 30 :

Deux cyclistes tournent à vitesse constante sur la piste circulaire du vélodrome.
Quand ils se déplacent en sens contraire, ils se rencontrent toutes les 10 secondes.
Quand ils se déplacent dans le même sens l'un atteint l'autre toutes les 170 secondes.
Quelle est la vitesse de chaque cycliste si la longueur de la piste est de 170 m ?

Réponses : $V_1 = 9$ **m/s ;** $V_2 = 8$ **m/s**

Exercice 31 :

Une automobile est arrêtée à un feu rouge. Quand le feu passe au vert, l'automobile accélère uniformément pendant 8 s avec une accélération de 2 m/s^2. Ensuite l'automobile se déplace à vitesse constante. A l'instant de son démarrage, un camion la dépasse avec une vitesse constante de 12 m/s.
a) Ecrire les équations horaires du mouvement de l'automobile et du camion
b) Au bout de combien de temps et à quelle distance du feu l'automobile rattrapera – t – elle le camion ?

Réponses : a) $x_A = 16t - 64$ **;** $x_C = 12t$ **; b) t = 16 s et x = 192 m**

Exercice 32 :

Deux automobilistes se suivent à 28 m l'un de l'autre à la vitesse constante 86,4 km/h.
La première voiture freine avec une décélération de 7,7 m/s^2, la seconde manquant d'adhérence freine avec une décélération de 4,2 m/s^2.
On suppose que les deux conducteurs commencent à freiner simultanément
1) Montrer que les véhiculent se heurtent
2) Déterminer leur vitesse relative au moment du choc
3 Quelle aurait dû être la décélération minimale du second véhicule pour éviter le choc ?

Réponses : 1) $d = x_1 - x_2 < 0$ **; 2)** $v_1 = -6{,}8$ **m/s ;** $V_2 = 7{,}2$ **m/s ; 3)** $a_m = -7{,}7$ **m/s^2**

Exercice 33 :

Un train A de 150 m de long roule à la vitesse de 108 km/h parallèlement à un train B de longueur 250 m se déplaçant avec une vitesse de 72 km/h. quelles seront la durée de dépassement si :
a) Les trains roulent dans le même sens
b) Les trains roulent en sens contraire ?

Réponses : t = 25 s et t = 5 s

Exercice 34 :

Deux voitures A et B roulent dans le même sens et dans le même couloir sur une autoroute rectiligne. Elles roulent toutes deux à la même vitesse 108 km/h, la distance qui les sépare est de 50m. la voiture A se trouve devant B.

A la date t = 0, le chauffeur de la voiture A freine avec une accélération constante de valeur absolue 5m/s². Le chauffeur de la voiture B un peu distrait ne freine que 2 s plus tard avec la même décélération que A.

1) Ecrire l'équation horaire du mouvement de la voiture A. L'origine des espaces est la position de A à la date t = 0.

2) Ecrire les équations horaires du mouvement de B (ce mouvement comporte deux phases)

3) Trouver la durée du freinage de la voiture A.

4) Montrer que la voiture B en restant dans le même couloir ne peut éviter de heurter la voiture A.

5) Trouver la vitesse de chacune ces voitures au moment où le choc se produit

Réponses : 1) $x_A(t) = -2,5t^2 + 30t$ **; 2)** $x_{1B}(t) = 30t - 50$ **;** $x_{2B}(t) = -2,5t^2 + 40t - 60$

3) t = 6 s ; 4) X_B **= 100 m >** X_A **= 90 m (Choc)**

Exercice 35 :

On considère deux trains A et B. le train A de longueur L = 1 km, roule à 50 m/s. le train B de longueur l = 0,5 km démarre juste à l'instant où l'arrière du train A passe devant l'avant du train B. le train B a une accélération constante de 3 m/s² et une vitesse maximale de 60 m/s.

1) Déterminer l'instant où B dépasse A, c'est – à – dire l'arrière de B dépasse l'avant de A.

2) Quelle distance le train A a – t –il parcouru pendant ce temps ?

Réponses : 1) t = 210 s ; 2) x = 10,5 km

Exercice 36 :

Une piste circulaire de centre O un rayon de 100 m.

Un cycliste M part d'un point A de la piste à l'instant t = 0.

Un autre cycliste N part au même instant d'un point B situé à 100 m en avant.

1) Les deux cyclistes M et N roulent dans le sens direct respectivement à des vitesses v_1 et v_2 (en m/s)

a) Exprimer l'angle $\theta = (\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON})$ en fonction de t

b) Le cycliste M passe au point B à l'instant t = 10 s et double N à l'instant t = 60 s.

Quelles sont les vitesses respectives de M et N ?

c) Au bout de combien de temps les cyclistes seront - ils diamétralement opposés sur la piste ?

2) v1 et v2 ont les valeurs trouvées précédemment, mais M roule dans le sens indirect et N dans le sens direct. Au bout de combien de temps vont-ils se rencontrer ?

Réponses : 1) a) $\theta = \frac{(V_1 - V_2)t}{100} - 1$ **; b)** v_1 **= 10 m/s ;** v_2 **= 8,33 m/s ; c) t = 4min08s ; 2) t = 29 s.**

Exercice 37 :

Un automobiliste très pressé roule à la vitesse V = 108 km/h dans une zone où la vitesse est limitée à 75 km/h. Une minute plus tard, une voiture de policier en stationnement dans cette zone part à sa poursuite. La voiture du policier atteint la vitesse V_P = 144 km/h en 20 s.

On prendra pour origine du repère (O, i) ; la position du policier et celle du temps, l'instant où l'automobiliste passe devant le policier.

1) En justifiant votre réponse, préciser :

1-1) La nature du mouvement de l'automobiliste
1-2) Le type de mouvement que possède le policier
2) Calculer l'accélération a du policier
3) Déterminer l'équation $x_A(t)$ de l'automobiliste.
4) Montrer que l'équation horaire du policier : $x_P(t) = t^2-120t+3600$
5) A quelle date t et à quelle distance x le policier rattrapera – t – il l'automobiliste ?
6) En déduire alors la vitesse du policier à ce moment

Exercice 38 :

Un mobile M décrit une trajectoire rectiligne dans un repère $(O ;\vec{i})$; son vecteur accélération est constant pendant toute la durée de son mouvement dans l'intervalle de temps$[0; 5s]$.
A l'origine du temps, le mobile M part de la position d'abscisse $x_0 = 0,5m$ avec une vitesse $v_0 = -1$ $m.s^{-1}$, puis il passe par le point d'abscisse $x_1 = 5m$ avec une vitesse $v_1= 4,7$ $m.s^{-1}$.
1) Calculer l'accélération a du mouvement
2) Etablir l'expression de la vitesse instantanée v(t) du mobile.
3) Déduire l'instant pour lequel le mobile passe par le point d'abscisse x_1.
4) Etablir l'équation horaire du mouvement.
5) Après deux secondes du départ du mobile M, un deuxième mobile M' part du point d'abscisse $x_1=5m$, en mouvement rectiligne uniforme de vitesse $v' = 4m.s^{-1}$
a) Déterminer l'équation horaire du mouvement du mobile M'
b) Calculer la date t et le point de rencontre des mobiles M et M'
6) Illustrez vos raisonnements à travers un schéma approprié

Exercice 39 :

Deux automobiles partent simultanément pour faire un trajet de 420 km. La première ayant une vitesse supérieure de 10 km/h à celle de la seconde, arrive 1 h avant celle-ci.
Quelle est la vitesse de chaque automobile si elles roulent à des vitesses constantes.

Réponses : $\mathbf{v_1 = 70\ km/h; v_2 = 60\ km/h}$

I-2-2-Les mouvements de rencontre :

Exercice 40 :

Une autoroute présente un tronçon rectiligne entre deux aires A et B distantes de 5 km. Un véhicule M_1 passe devant A à 11 heures et se dirige vers B à la vitesse de 72 $km.h^{-1}$. Un véhicule M_2 passe devant B à 11heures 02 minutes et se dirige vers A à la même vitesse de 72 $km.h^{-1}$.
1) Ecrire les équations horaires des mouvements de M_1 et M_2.
2) En déduire l'heure et le lieu de croisement des deux véhicules.

Réponses : 1) $x_1 = 20t$ (m) ; $x_2 = - 20t + 7400$ (m) ; 2) t = 11h3min5s à 3,7 km de A.

Exercice 41 :

Deux automobilistes partent en même temps, le premier du point A, le deuxième du point B, se dirigeant l'un vers l'autre. A leur point de rencontre C, ils calculent que le premier a fait 15 km de plus que le deuxième, et que d'âpres la vitesse de leur marche, il faudra encore au premier 50 minutes pour atteindre B, et au deuxième 1h52min,5 pour atteindre A. Calculer :
1) Le temps au bout duquel a lieu la rencontre.
2) La vitesse en $km.h^{-1}$ de chaque voyageur.
3) La distance AB.

Réponses : 1) t=1h15min ; 2) $v_1=36\ km.h^{-1}$, $v_2=24\ km.h^{-1}$; 3) AB=75 km.

Exercice 42 :

Un piéton et un cycliste partent simultanément, le premier du point A, le second du point B, et marchent d'un mouvement uniforme ; le premier de A vers B et le second de B vers A. 3 *heures* après le départ, ils se rencontrent en un point M éloigné de A du quart de la distance AB. Sachant que le cycliste fait 10 km/h plus que le piéton ; déterminer :

1) Les vitesses en km/h du piéton et du cycliste ;
2) La distance AB.

Réponses : 1) v_1 =5 km/h; v_2 =15 km/h ; 2) AB=60 km.

<u>Exercice 43 :</u>

Deux trains partent à la rencontre l'un de l'autre de deux villes A et B.
Ils sont animés de mouvement rectiligne uniforme. Ils se croisent en un point M, alors le premier train achève le reste de son trajet en 1h52mn et le deuxième en 2h55mn. Calculer :

1) Le temps de rencontre ;
2) La vitesse de chaque train, sachant que la vitesse des deux diffère de 12 km/h.
3) La distance des villes A et B.

Réponses : 1) $\boldsymbol{t}=2\boldsymbol{h}20\text{min}$ **; 3)** $\boldsymbol{d}=\boldsymbol{AB}=252\ \boldsymbol{km}$**.**

<u>Exercice 44 :</u>

Deux villes A et B sont à une distance de 900 km. Deux trains partent à la même heure l'un de A vers B ; l'autre de B vers A. Ils se croisent au point M. Le premier arrive en B 4h après l'instant de croisement, et le second arrive en A 16h après cet instant.
On demande à quelle distance de A a lieu le croisement et quelles sont les vitesses de deux trains (en km/h).

Réponses : x_1=600 km ; V_2 = 37,5 km/h ; V_2 = 75 km/h

<u>Exercice 45 :</u>

Deux mobiles M1 (le plus rapide) et M2 bougent en même temps (à 8h30min) respectivement des villes A et B situées le long d'une route rectiligne et horizontale.
Ils roulent l'un vers l'autre d'un mouvement uniforme. Quand le plus rapide atteint le milieu du parcours AB, l'autre est à 48 km ; alors ils se croisent 24 minutes plus tard. Lorsque M2 atteint le milieu du parcours AB alors 80 km lui sépare de M1.

1) Déterminer les vitesses V1 et V2 (en km/h) de M1 et M2.
2) Calculer (en km) la distance AB
3) Déterminer les heures d'arrivées à destination de chaque mobile.

Réponses : 1) V_1 = 75 km/h ; V_2 = 45 km/h ; 2) AB = X = 240 km ; 3) T_1 = 11h42min ; T_2 = 13h50min.

<u>Exercice 46 :</u>

Deux trains T et T' partent simultanément de A vers B et de B vers A, et la vitesse en km/h de T est supérieure à 10 km/h à celle de T'. Le point où les deux se croisent est à 28 km du milieu de AB.
D'autre part, si le train T partait 45 mn après T', les deux se croiseraient au milieu de AB.
Calculer la distance AB et la vitesse de chacun des deux trains.

Réponses : $\boldsymbol{AB}=840\ \boldsymbol{km}$ **; V = 80km/h ; V' = 70km/h.**

<u>Exercice 47 :</u>

La distance Conakry-Kankan est de 662km par voie ferrée. Le même jour deux trains ont été dirigés de Conakry vers Kankan.
Le premier train (T_1) est parti à 10heures avec une vitesse de 51km/h, le deuxième train (T_2) à 10h20min avec une vitesse de 45 km/h. Un troisième train (T_3) est parti a 10heures vers Conakry avec une vitesse de 54 km/h.

1) Ecrire les équations du mouvement de ces trains.

2) A quelle heure le train (T_1) sera à égale distance des trains (T_2) et (T_3)
3) A quelle distance de Kankan les trois trains se trouveront en ce moment ? (on envisagera si possible deux moyens de résolution).

Réponses : 1. t=15h48min ; 2. d_1=366,2 km ; d_2=416 km ; d_3=313,2 km

Exercice 48 : (BAC SM 2022)

Deux coureurs parcourent une piste circulaire, chacun d'eux ayant une vitesse constante. Partis simultanément de deux points A et B diamétralement opposés, et se déplaçant en sens contraire, ils se croisent une première fois en M à 40 m de B, puis une deuxième fois en P à 20 m de A. Sachant qu'il s'est écoulé 20 secondes entre les deux croisements, on demande :
1) D'établir une relation entre V_1 et V_2 dans les deux croisements
2) La longueur de la piste circulaire
3) La vitesse de chaque coureur en m/s

Réponses : 2) ℓ = 200 m ; 3) v_1 = 6 m/s ; v_2 = 4 m/s.

Exercice 49 :

Une voiture se déplaçant à 32m/s, se dirige vers une camionnette se déplaçant au sens contraire à une vitesse de 20 m/s. Lorsque la distance qui les sépare est de 300 m, les deux véhicules se mettent à freiner à un taux constant de 2m/s^2.
Quelle est la vitesse de chacun des véhicules lorsqu'ils se croisent

Réponses : V_1 = 14,72 m/s ; V_2 = -2,72 m/s.

Exercice 50 :

Un véhicule A part de Conakry pour Kindia. Il roule à la vitesse constante de 25 m/s. Un autre véhicule B part de Kindia pour Conakry, 900 secondes après le départ de A, à la vitesse de 19,44 m/s. la distance Conakry-Kindia vaut 125 km.
1) A quelle date et à quelle position, la rencontre a – t –elle lieu ?
2) Quelle est la distance qui les sépare 45 minutes après le départ du véhicule A ?
3) Quelles sont les deux temps t_1 et t_2 au bout desquelles les deux véhicules sont-ils distants de 50 km l'un de l'autre ?

Réponses : 1) x = 80,1 km ; 2) d = 22,5 km

I-2-3-Les mouvements de phases :

Exercice 51 :

Sur une voie rectiligne, un véhicule électrique part d'un point A avec une accélération de 0,90 m/s^2. En B, le conducteur coupe le courant et le mouvement devient uniformément retardé, d'accélération 0,10 m/s^2. En C, à la distance AC=450 m le véhicule s'arrête. Calculer :
1) La vitesse en B ;
2) La distance AB ;
3) La durée du trajet AC.

Réponses : 1) V_B = 9 m/s ; 2) X_{AB} = 45 m ; 3) t=100 s.

Exercice 52 :

Une automobile est en mouvement rectiligne horizontale. Pendant les 25 premières secondes la vitesse de l'automobile croit de 0 à 20 m/s. l'automobile a ensuite un mouvement uniforme puis jusqu'à l'arrêt un mouvement uniformément retardé d'accélération 0,5 m/s2. La distance totale parcourue par l'automobile est 10 km. Déduire de ces données :
1) Le temps pendant lequel le mouvement est freiné ;
2) La distance parcourue à vitesse constante ;

3) La durée totale du trajet.

Réponses : 1) t_3 = 40 s ; 2) X_2 = 9,35 km ; 3) t = 532,5 s.

Exercice 53 :

Un point M, animé d'un mouvement rectiligne part sans vitesse. Le démarrage se fait avec une accélération égale à 0,8 m/s^2. Puis le point M, dès qu'il atteint la vitesse de 8 m/s, parcourt 24 m à cette vitesse. En fin, au cours du freinage, M d'un mouvement uniformément retardé parcourt 8 m jusqu'à l'arrêt.

1) Quelle est la durée du mouvement ?

2) Quelle est la distance totale parcourue ?

3) Représenter les diagrammes des accélérations, vitesses et espaces.

Réponses : 1) t = 15 s ; 2) X = 72 m.

Exercice 54 :

Un automobiliste effectue une liaison entre deux stations A et B sur un tronçon rectiligne d'autoroute. Les deux stations sont séparées par la distance AB = d = 900 m. L'automobiliste démarre de la station A avec une accélération constante a_1= 0,4 m.s^{-2}. Au bout d'une durée t1, lorsqu'il juge la vitesse suffisante pour atteindre l'autre station, l'automobiliste coupe définitivement le moteur. Différentes causes ralentissent le mouvement qui s'effectue avec une décélération constante de valeur absolue a_2=0,1 m.s^{-2}.

1) Calculer les durées t_1 et t_2 des deux phases de parcours.

2) Calculer les distances x_1 et x_2 parcourues au cours de ces deux phases.

3) Déterminer la vitesse maximale de l'automobile et sa vitesse moyenne entre les deux stations.

4) Représenter graphiquement les fonctions : x=f(t) ; ϑ=f'(t) ; a=f''(t).

Réponses : 1) t_1=30 s ; t_2=120 s ; 2) x_1 =180 m ; x_2=720 m ; 3) V_{max}= 12 m.s^{-1} ; v_m= 6 m.s^{-1}.

Exercice 55 :

1) Une rame de métro, partant du repos, parcourt 160 m en 20 s. Calculer l'accélération a_1, supposée constante du mouvement.

2) Partant de la station A, avec l'accélération a_1, au bout d'un temps t_1, le conducteur coupe le courant, compte tenu des actions de résistances, le mouvement a une décélération constante a_2 = 0,2 m/s^2. La rame de métro arrive à la station B avec une vitesse nulle. La distance AB = 500 m.
Soient ℓ_1 et ℓ_2 les distances parcourues au cours de chaque phase du mouvement.
Etablir une relation entre ℓ_1, ℓ_2, a_1 et a_2.

3) Calculer la vitesse maximale de la rame et la durée du trajet AB

Réponses : 1) a_1 = 0,8 m/s^2 ; 2) $a_1\ell_1 = - a_2\ell_2$; 3) $v_1 = v_{max}$ = 12,65 m/s ; t_{AB} = 79 s.

Exercice 56 :

Sur une portion rectiligne ABCD de voie ferrée où s'effectue des travaux, un train arrivant en A avec une vitesse de module égale à 54 km/h à la marche suivante :

• De A à B, tel que AB=125m, un mouvement uniformément retarde réduisant la vitesse en B à la valeur de 36 km/h ;

• De B à C, pendant une minute, un mouvement uniforme ;

• De C à D, un mouvement uniformément accéléré tel que la vitesse reprenne la valeur 54 km/h en 20 secondes.

En prenant pour origine des abscisses le point A, pour sens positif le sens de la marche et pour instant t = 0 l'instant du passage en A, déterminer les équations horaires des trois phases et calculer l'espace parcourue de A à D.

Tracer les diagrammes des espaces $x=f(t)$, de la vitesse $\vartheta=f'(t)$ et l'accélération $=f''(t)$ pour l'ensemble des trois phases. Echelles : 1cm pour x=50cm.

Réponses : $\boldsymbol{x_{AB} = -\frac{1}{4}t^2 + 15t}$; $\boldsymbol{x_{AC} = 10t + 25}$; $\boldsymbol{x_{AD} = \frac{1}{8}(t-70)^2 + 10t + 25}$; $\boldsymbol{x_{AD} = 975\ m.}$

Exercice 57 :

Une automobile initialement arrêtée est soumise à une accélération constante égale à 1 m.s^{-2} durant 10 s. Pendant les 20s qui suivent, l'automobile ralentit avec une décélération constante égale à 5.10^{-2} m.s^{-2}. Enfin l'automobile, freinée, prend un mouvement uniformément varié et s'arrête au bout de 5s

Calculer la distance totale parcourue par l'automobile et représenter les diagrammes du mouvement**.**

Réponse : ***X=262,5 m.***

Exercice 58 :

Une rame de métro pénètre dans un tunnel avec un vecteur vitesse de norme v_0. Son mouvement est rectiligne uniformément varié avec le vecteur accélération $\vec{a}$. Elle parcourt 30 m en 2s puis 60 m en 3s.

a) Calculer a et v_0

b) Le mouvement devient uniforme pendant 38 s. Quelle est la distance parcourue ?

c) En fin le métro freine. Son mouvement devient rectiligne uniformément retardé jusqu'à l'arrêt avec un vecteur accélération opposé à celui du premier mouvement.

Calculer la distance totale parcourue depuis l'entrée dans le tunnel.

Réponses : a) a = 2 m.s^{-2} ; v_0 = 13 m.s^{-1} ; b) $\boldsymbol{x_3 = [a(t_2+t_1)+v_0]t_3}$ **= 874 m ;** $\boldsymbol{X = 1096,25}$ **m.**

Exercice 59 :

Le mouvement d'une roue immobile au départ est accéléré de telle sorte que sa vitesse angulaire croit régulièrement jusqu'à 120 tr.min^{-1} en 1 minute. Apres avoir tourné un certain temps à cette vitesse, la roue est freinée régulièrement et il faut 5 minutes pour l'arrêt. Le nombre de tours étant 1560, calculer la durée totale de la rotation (deux méthodes)

Réponse : t=16 minutes.

Exercice 60 :

Un automobiliste parcourt une distance d=1,25 km sur une route rectiligne. Son mouvement est uniformément accéléré, puis uniforme, puis uniformément retardé. L'accélération a est égale en valeur absolue à 0 m/s^2 ou à 2,5 m/s^2 et la vitesse moyenne V_m vaut 75 km/h.

a) Montrer que sa vitesse maximale est $V = \frac{a.d}{2V_m} - \sqrt{\left(\frac{ad}{2V_m}\right)^2 - a.d}$.

b) Faire l'application numérique

c) Calculer la distance parcourue à vitesse constante

d) Calculer la durée totale du parcours d

Réponses : b) V = 90 km/h

I-2-4-Temps de réaction :

Exercice 61 :

Le chauffeur d'un camion roulant à 30 m/s aperçoit soudain un caribou à 70 mètres devant lui. Si le temps de réflexe du chauffeur est de 0,5 s et la décélération maximale de 8 m/s2, peut-il éviter de heurter le caribou sans donner de coup de volant ? **Réponse : il va donner un coup de volant.**

Exercice 62 :

Un automobiliste roule à la vitesse de 126 km/h sur un tronçon de l'autoroute. Soudain un obstacle fixe apparaît sur la voie à une distance D=100 m. Le conducteur freine immédiatement et réduit sa vitesse à 90 km/h au bout d'un temps t=1,6 s.
a) Calculer la valeur de la décélération (supposée constante).
b) Si l'on suppose que la décélération reste constante, à quelle distance de l'obstacle la voiture va – t – elle s'arrêter ?
c) On suppose maintenant que le conducteur ne réagit pas tout de suite et commence à freiner une seconde après l'apparition de l'obstacle. S'il maintient la décélération calculée en a) ; à quelle distance de l'obstacle la voiture va – t – elle s'arrêter ? Conclusion.
Réponses : a) ; b) d=2 m ; c) d'=−33 m, un choc se produira.

Exercice 63 :

Une automobile qui roule à 30 m.s^{-1} aperçoit soudain un camion à 60 m devant lui roulant dans la même direction à 10 m.s−1. La décélération minimale de l'automobile a un module de 5 m.s^{-2}
a) Une collision va – t – elle se produire si le temps de reflexe de l'automobiliste est nul ?
b) Si l'on tient compte du temps de reflexe de l'automobiliste, qui est de 0,5 s, quel est le module de la décélération minimale nécessaire pour éviter la collision ?
Réponse : a) Non ; b) a=−4 m.s^{-2}

Exercice 64 :

Deux voitures se suivent à une distance d et avec une vitesse v_0. A $t = 0$, la première voiture freine avec une décélération a. La seconde ne commence qu'à freiner au bout d'un temps τ avec une décélération b.
1) Quelle condition doit satisfaire d pour que la seconde voiture s'arrête derrière la première ?
2) Calculer d pour v_0 = 108 km/h ; a = 7,5 m.s^{-2} ; τ = 0,6 s ; b = 6 m.s^{-2}.
Réponses : 1) $d \geq v_0\left[\tau + \frac{v_0}{2}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)\right]$ (m) ; 2) $d \geq$ 33 m.

BONUS :
Un automobiliste roule sur une route rectiligne à la vitesse constante v_0 = 90 km/h. Soudain, il voit un enfant surgir devant lui à 85 m. ≪Le temps de réaction≫ c'est-à-dire la durée entre l'instant où il voit l'enfant et l'instant où il appuie sur la pédale de frein peut atteindre Δt = 1 s.
On prendra pour origine des espaces le point O d'où il voit l'enfant pour la première fois et pour origine des dates l'instant où il voit l'enfant pour la première fois.
1) La décélération pendant le freinage a pour valeur a = 5 m/s^2.
1-1-Déterminer la distance parcourue pendant ≪Le temps de réaction≫.
1-2-Déterminer la distance parcourue entre le début de freinage et l'arrêt.
1-3-En déduire la distance parcourue par l'automobiliste entre l'instant où il voit l'enfant et celui où il s'arrête. Peut-il éviter le choc ? Justifier votre réponse.
2) Déterminer la durée de freinage
3) Ecrire les équations horaires x(t) et v(t) du mouvement de l'automobiliste entre 'instant où il voit l'enfant et celui où il s'arrête.
4) Calculer la vitesse de l'automobile au moment du choc.
5) Quelle doit être la décélération minimale de l'automobile pour éviter le choc ?

I-2-5-Etude de la vitesse moyenne :

Exercice 65 :

Un cycliste suit un parcours qui est formé de 4 parties de longueur égales.

Sur la 1ère partie en terrain plein, sa vitesse moyenne est V_1 = 24 km/h. Lors de la 2e partie cote à escalader sa vitesse moyenne est V_2 = 12 km/h. Lors de la 3e partie forte descente, sa vitesse moyenne est V_3 = 72 km/h. en fin dans la dernière partie, faux plat descendant, sa vitesse moyenne est V_4 = 36 km/h. Quelle est la vitesse moyenne du cycliste pour l'ensemble du parcours ?

Réponse : V_m = 24 km/h

Exercice 66 :

Un train effectue un parcourt de 300 km. Si sa vitesse moyenne augmentait de 20 km/h, le trajet durerait 10 minutes de moins. Quelle est la vitesse moyenne de ce train ?

Réponse : V = 180 km/h.

Exercice 67 : BAC SM 2017

Une route reliant deux localités A et B présente des parties horizontales, des montées et des descentes. La distance AB = 78 km, et quand on marche dans le sens AB la longueur des descentes vaut les 710⁄ de la longueur des montées.

Un cycliste, qui a une vitesse de 25 km/h en terrain horizontal, de 15 km/h en montée et de 30 km/h en descente, va de A à B et revient de B à A. Sachant que la différence du temps qu'il a mis pour faire ces deux trajets est de 24 minutes, on demande :

1) Les longueurs des parties horizontales, des montés et des descentes en allant de A à B ;

2) Les temps employés pour aller de A à B et de B à A.

Réponses : 1) h=10 km ; m=40 km ; d=28 km ; 2) t_{AB} = 4h ; t_{BA}= 3h36min

Exercice 68 :

Un automobiliste parcourt un chemin ABCD, puis revient de D en A par la même route.

AB est un palier parcouru à 50 km/h

BC est une descente parcourue à 60 km/h

CD est une montée parcourue à 20 km/h

Au retour, les vitesses en palier, descente et montée, restent les mêmes.

On demande de calculer :

1) Les distances AB, BC, CD sachant que le retour de D vers A dure 10 min de plus que l'aller de A vers D, que CD = $\frac{2}{3}$BC et que le parcours ABCD est de 100 km.

2) Les temps mis pour aller de A à D et de D à A.

Réponses : 1) AB = 75 km ; BC = 15 km ; CD = 10 km ; 2) $t_{AD}=2h15min$; $t_{DA}=2h25min$

Exercice 69 :

Un cycliste grimpe un col de longueur d (en km) à la vitesse moyenne v_1 = 18 km/h sans s'arrêter, puis redescend le même col à la vitesse moyenne v_2 = 42 km/h.

a) Calculer la vitesse moyenne pour cet aller-retour.

b) Sachant que le temps total du parcours est de 1h40min ;

Calculer la longueur du col et le temps mis pour effectuer l'ascension de même que celui mis pour la descente.

Réponses : a) v_m = 25,2 km/h ; b) d = 21 km ; t_1 = 1,2 h ; t_2 = 0,5 h.

Exercice 70 :

Un avion fait le trajet entre trois villes A, B et C. Les distances AB, BC et CA sont proportionnelles à 4, 3 et 5. Sur le trajet AB sa vitesse est supérieure à 15 km/h à celle du trajet BC et inférieure à 10 km/h à celle du trajet CA. La distance totale parcourue par l'avion est de 1620 km et la durée du trajet AB est le tiers de la durée totale du parcours.

1) Trouver en km, les distances AB, BC et AC.

2) Calculer en km/h, les vitesses V_1, V_2 et V_3 réalisées sur les trois trajets.

3) Calculer l'heure du retour en A sachant que le départ a lieu à 8h15min et que les escales en B et C ont été de 30min chacune.

Réponses : 1) AB = 540 km ; BC = 405 km ; AC = 675 km ; 2) V_1 = 240 km/h ; v_2 = 225 km/h ; v_3 = 250 km/h ; 3) T = 16h.

I-2-6-Loi de la progression arithmétique :

Exercice 71 :

Un dispositif permet d'enregistrer à des intervalles de temps égaux, les positions d'un point matériel en mouvement rectiligne. Les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous :

t(s)	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
x(cm)	05	15	29	47	69	95	124,5	154,5	184,5	214,5	244,5

1) Montrer que le mouvement admet une première phase uniformément accélère et calculer son accélération. Etablir l'équation du mouvement dans cette phase.

2) Montrer que le mouvement devient uniforme vers la fin de l'enregistrement. Etablir l'équation horaire pour cette phase. On considère qu'à l'instant initial $v = v_0 = 0,8\ m.s^{-1}$

Réponses : 1. $a = 4\ m.s^{-2}$; $x = 2t^2 + 0,8t + 0,05$ m ; 2. $V = 3\ m.s^{-1}$; $x = 3t - 0,555$ m

Exercice 72 :

Un mobile animé d'un mouvement rectiligne a pour abscisse a divers instants :

t(s)	2	3	4	5	6	7
x(cm)	11	22	37	56	79	106

1) Montrer que le mouvement est uniformément varié

2) Calculer son accélération

3) Etablir l'équation de son mouvement.

Exercice 73 :

Un mobile est animé d'un mouvement de translation rectiligne dans un repère (o, $\vec{\imath}$).

Le mouvement comporte deux phases dont la première dure 30s.

Un chronomètre a relevé la vitesse en fonction du temps. Après conversion on obtient le tableau suivant.

t(s)	0	14	20	30	40	50	100	150
v(m/s)	0	4	8	12	11	10	5	0

1) Tracer le graphe v=f(t). Echelles : 1cm pour 4 $m.s^{-1}$; 1cm pour 10s.

2) Etablir l'équation horaire du mouvement pour chaque phase, en prenant comme origine des espaces : l'origine du repère. Préciser la nature du mouvement pendant chaque phase.

3-a) Calculer la longueur du trajet parcouru par le mobile pendant toute la durée du mouvement.

b) Montrer que cette distance est représentée par l'aire de la figure donnée par le graphe v = f(t)

4) Quelle est la distance parcourue par le mobile à la date t=60s ? Quelle est alors sa vitesse ?

Réponses : 2) 1ere phase : $x=0,2t^2$ (MRUA) ; 2eme phase : $x=-5.10^{-2}t^2 +15t-225$; 3) x= 900 m et S = 900 m^2 ; 4) d=x=495 m et v = 9 m/s.

Exercice 74 :

On enregistre une partie du mouvement d'une bille sur un plan incliné, le mouvement se fait suivant la ligne de plus grande pente. On prend comme origine des abscisses la première position enregistrée de la bille et comme date t = 0 la date correspondante. On obtient les résultats suivants :

t(s)	0	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
x(m)	0	0,17	0,40	0,69	1,04	1,45

1-Montrer que le mouvement est rectiligne uniformément varié. Quelle est la valeur de l'accélération ?
2-Trouver la vitesse de la bille au moment du premier enregistrement.
3-Trouver la distance parcourue par la bille entre l'instant du début du mouvement et l'instant du premier enregistrement. On suppose que la bille est lâchée sans vitesse.
Réponses : 1) a = 0,96 m/s^2 ; 2) v_0 = 0,56 m/s

Exercice 75 :

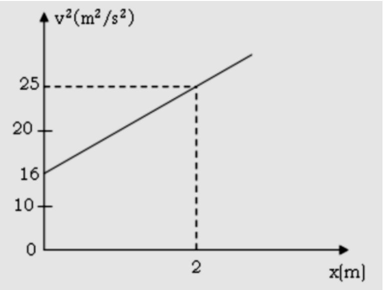
Un mobile est lâché sans vitesse initiale sur un plan incliné. L'enregistrement du mouvement de son centre d'inertie a été déclenché à une date quelconque, que l'on prend pour origine des temps.
Le tableau ci-dessous donne les abscisses x du centre d'inertie du mobile sur sa trajectoire en fonction du temps

t (s)	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
x (cm)	0	7,5	18	31,5	48	67,5	90

Les intervalles de temps séparant deux mesures consécutives sont suffisamment courts pour qu'on puisse confondre les valeurs des vitesses instantanées et des vitesses moyennes.
1) Calculer les valeurs de la vitesse aux dates t = 0,05 s, t = 0,15 s, ….. t = 0,55 s.
2) Tracer la courbe représentant la vitesse du mobile en fonction du temps.
3) En déduire l'accélération du mobile, sa vitesse à la date t = 0, ainsi que sa date de départ
4) Trouver l'accélération du mouvement par une autre méthode.
Réponses : 1) v = 3t + 0,6 ; 3) a = 3 m/s^2 ; v_0 = 0,6 m/s ; t = - 0,2 s.

I-2-7-Etude graphique des mouvements rectilignes :

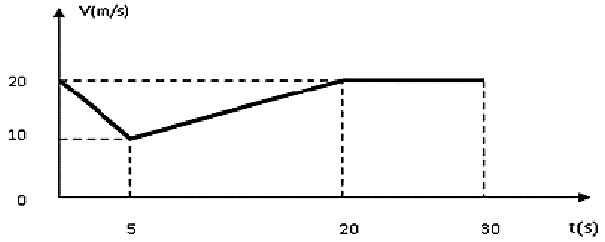
Exercice 76 :



Un mobile démarre avec une vitesse initiale à la date t = 0 de l'origine des axes en allant dans le sens positif. Son mouvement est rectiligne uniformément varié. Le graphe ci-dessous donne les variations du carré de la vitesse en fonction de l'abscisse x
1) Trouver la valeur de la vitesse initiale.
2) Trouver l'accélération du mouvement.
3) Le mobile passe-t-il par l'origine de l'axe à une date que la date t = 0 ? Si oui, laquelle ?

Exercice 77 :

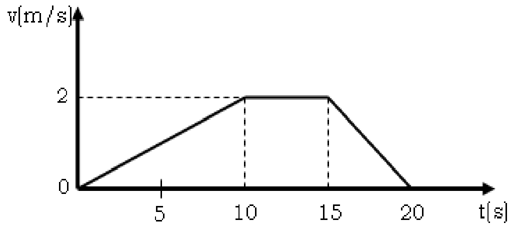
Le diagramme de vitesse d'un mobile animé d'un mouvement rectiligne est donné ci-dessous (voir figure)
1) Déduire la nature du mouvement sur les différents intervalles de temps.
2) Calculer la distance parcourue par le mobile.
Réponse : x = 500 m



Exercice 78 :

Le graphe des vitesses ci-dessous donne les trois phases du mouvement rectiligne d'un chariot.

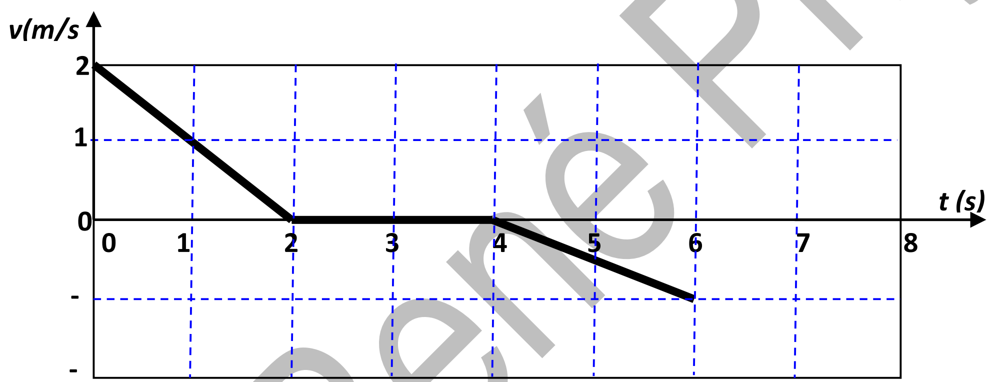
1) Indiquer la nature du mouvement pour chacune des phases.
2) Calculer l'accélération du chariot dans chacune des phases.
3) Ecrire les équations horaires des espaces pour chacune des phases en prenant comme origine des espaces et des dates t = 0.
4) Calculer la distance totale parcourue par le chariot.
5) Montrer que cette distance est donnée par l'aire du graphe des vitesses.



Exercice 79 :

Le graphe ci-dessous représente le diagramme des vitesses d'un mobile se déplaçant sur une trajectoire rectiligne

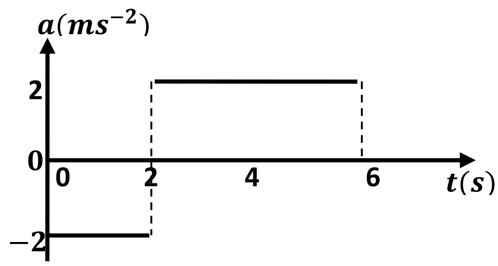
1) Tracer le graphe de l'accélération en fonction du temps t.
2) Donner la nature du mouvement dans les différentes phases. Justifier
3) Quelle est la distance parcourue par le mobile entre t=0s et t=5s?.
4) En donnant x(0s) =0m. Calculez les positions x(1s), x(3s).
5) Représenter les vecteurs vitesses et accélérations aux instants t=1s et 3s.
6) Donner l'équation horaire de v(t) dans l'intervalle 0s< t <2s.



Exercice 80 :

A partir du diagramme de l'accélération ci-contre

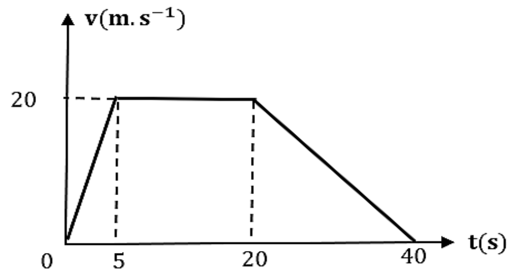
1) Calculer v(t=2s) et v(t=6s) sachant que v(t=0s) = 1m/s.
2) Tracer le diagramme des vitesses.
3) Ecrire les équations horaires du mouvement sachant x(t=0s) = 0, quelle est la nature du mouvement dans les différentes phases.
4) Calculer la distance totale parcourue.



Exercice 81 :

On donne ci – dessous le diagramme de la vitesse d'un mobile M animé d'un mouvement rectiligne le long de l'axe x'x

1) Déterminer l'équation horaire de la vitesse du mobile sur chaque phase.
2) En déduire l'accélération du mouvement durant chaque phase et les représenter



3) Ecrire l'équation horaire $x(t)$ du mouvement, sachant qu'à la date t=0 le mobile passe par l'origine de l'axe.
4-a) Calculer la distance totale parcourue par le mobile
b) Montrer que cette distance est représentée par l'aire de la figure donnée par le graphe v=$f(t)$.
Réponses : 1) $v_1(t)=4t$; $v_2(t)=20$ m/s ; $v_3(t)=-t+40$; 2) $a_1=4\ m/s^2$; $a_2=0$; $a_3=-1\ m/s^2$: 3) $x=-0{,}5t^2+40t-250\ (m)$; 4) d = 550 m.

I-2-8-Les mouvements relatifs

Exercice 82 :

Un enfant se déplace sur un tapis roulant de longueur 20 m. la vitesse du tapis est de 1 m/s. la différence du temps entre l'aller et le retour est de 5 s.
Calculer la vitesse de l'enfant en admettant qu'elle est constante au cours du mouvement et les temps d'aller et de retour, sachant qu'à l'aller l'enfant va en sens inverse du tapis.

Réponses : $V=\sqrt{\frac{2V_TL}{5}+V_T^2}=3\ m/s$; t_1=10 s ; t_2=5 s

Exercice 83 :

Un enfant s'amuse à courir sur un tapis roulant d'aéroport, de longueur L = 100 m. Dans le sens de circulation du tapis, il met 16,7 s pour aller d'une extrémité à l'autre, alors que dans l'autre sens il met 25 s
1) A quelle vitesse l'enfant court – il ? **(V = 1 m/s)**
2) Quelle est la vitesse du tapis roulant ? **(V_T = 1 m/s)**

Exercice 84 :

Un canot descend un fleuve. Sa vitesse par rapport à l'eau est égale à 30 km/h.
Le courant d'eau a une vitesse de 5 km/h. A un certain moment une bouée tombe du canot. Le navigateur s'en aperçoit une demi-heure plus tard et fait demi-tour. Sachant qu'au retour le moteur fonctionne au même régime qu'aller, quelle distance aura parcourue la bouée au fil de l'eau lorsque le navigateur la rattrapera ?
Réponse : x = 5 km

Exercice 85 :

Un avion vole à haute altitude entre deux villes A et B distantes de 6000 km. A l'aller et au retour, il vole à la même vitesse V par rapport à l'air.
Le vent en haute altitude souffle toujours dans la direction de B vers A à la vitesse v_m = 100 km/h.
L'avion met une heure et demie de plus à l'aller qu'au retour pour effectuer le trajet.
1) En déduire la vitesse V à laquelle l'avion vole para rapport à l'air.
2) Combien de temps dure l'aller A-B ?
3) Combien de temps dure le retour B-A ?
Réponses : 1) V = 900 km/h ; 2) t_1 = 7h30min ; 3) t_2 = 6h.

Exercice 86 :

On considère un tapis roulant, dont la longueur est L = 50 m et qui avance à la vitesse V_T = 1,25 m/s.
1) Un voyageur utilise le tapis roulant en restant immobile par rapport au tapis.
Quel temps mettra-t-il pour effectuer le trajet ?
2) Un autre voyageur marche à la vitesse V_2 = 1,11 m/s dans le même sens que le tapis.
Quelle est la durée de son trajet ?
3) A quelle vitesse doit-il se déplacer, par rapport au tapis, pour effectuer un trajet de 50 s ?

Réponses : 1) t_1 = 40 s ; 2) t_2 = 21 s ; 3) Consulter Mr René, ne regardez pas ailleurs !

I-2-9-Les mouvements circulaires

Exercice 87 :

Une particule se déplace sur un cercle selon la loi horaire : $\theta = 4t^2 + 3t$ (θ en radian et t en seconde)
1) Calculer la vitesse angulaire et l'accélération angulaire à la date t = 4 s.
2) Quelle est, à cette date, la vitesse linéaire d'un point situé à R = 25 cm du centre de la trajectoire ?

Réponses : 1) $\omega = 35\ rad/s$; $\theta'' = 8\ rad/s^2$; 2) v = 8,75 m/s

Exercice 88 :

Une particule se déplace sur une circonférence de rayon R = 2 m suivant la loi :
$\theta = -t^2 + 10t$ avec $t \geq 0$ (unités S.I.)
1) Calculer la vitesse linéaire de cette particule.
2) Calculer la vitesse angulaire et l'accélération angulaire au bout de 4 s
3) A quelle date la vitesse angulaire s'annule-t-elle ?
Quel est alors le nombre de tours effectués ?

Réponses : 1) v_0 = 20 m/s ; 2) $\omega = 2\ rad/s$; $\theta'' = -2\ rad/s^2$; 3) t = 5 s ; n = 4 tours.

Exercice 89 :

La Terre tourne autour e son axe. Le jour sidéral est égal à $8{,}616.10^4$ s.
1) Calculer la vitesse angulaire de rotation de la Terre.
2) Trouver, en fonction de la latitude λ, la vitesse et l'accélération d'un point à la surface de la Terre.
3) Calculer ces grandeurs en un point de l'équateur (R = $6{,}35.10^6$ m).
Pourquoi ne ressent-on pas les effets de cette grande vitesse ?

Réponses : 1) $\omega = 7{,}29.10^{-5}\ rad/s$; V = $R\omega\cos\lambda$; $a = R\omega^2\cos\lambda$; 3) v = 463 m/s ; a = $3{,}4.10^{-2}$ m/s²

Exercice 90 :

La période d'un satellite géostationnaire en mouvement circulaire autour de la Terre est de 24 heures.
1) Calculer sa vitesse angulaire
2) A quelle altitude se trouve-t-il lorsque sa vitesse est de 2 km/s
Quel est alors son accélération ?
On donne : rayon de la terre R = 6400 km.

Réponses : 1) $\omega = 7{,}29.10^{-5}\ rad/s$; 2) h=2111 km ; a = $1{,}45.10^{-4}$ m/s².

Exercice 91 :

Deux cycliste partent à 8 h d'une ville A sur une même route dans le même sens, l'un à 14 km/h et l'autre à 21 km/h. Un automobiliste part de A sur la même route et dans le même sens une heure après à la vitesse de 56 km/h.
1°) A quelles heures et à quelles distance de A l'automobiliste rencontrera-t-il chacun des deux cyclistes ?
2°) Au bout de combien de temps l'automobiliste sera à égale distance de chacun d'eux ?

Réponses : 1°) 9 h 20 min et 9 h 36 min ; $x_1 \approx 18{,}7$ km ; $x_2 = 33{,}6$ km ;
2°) t = 1 h 27 min.

Exercice 92 :

Deux mobiles M_1 et M_2 partent au même instant d'un point A ; M_1 va vers l'est et M_2 vers le sud. Leurs mouvements sont supposés rectilignes.
M_1, initialement au repos en A effectue un mouvement uniformément accéléré d'accélération $\boldsymbol{a = 2\ m.s^{-2}}$. M_2 part du point A avec une vitesse constante $\boldsymbol{V = 15\ m.s^{-1}}$.
1°) Au bout de combien de temps, M_1 et M_2 se trouvent-t-ils à 500 m l'un de l'autre ?
2°) Quelle est la distance parcourue par chacun des deux mobiles à cet instant ?
Réponses : 1°) t = 20 s ; 2°) x_1 = 400 m ; x_2 = 300 m .

II – DYNAMIQUE

II-1-Mouvement du centre d'inertie d'un solide :

Questions du cours

1-Définir les termes : dynamique, mouvement du centre d'inertie, centre d'inertie, solide ponctuel, référentiel galiléen (citer les différents types) ; quantité de mouvement ; solide isolé, solide pseudo-isolé ; **2-** Enoncer le principe fondamental de la dynamique **; 3-**Enoncer les trois (3) lois de Newton ; **4-** Montrer que le TCI est une conséquence du principe fondamental de la dynamique ; **5-**Montrer que le principe d'inertie est une conséquence du TCI et du principe fondamental de la dynamique ; **6-**Enoncer les théorèmes de l'énergie cinétique ; **7-**Démontrer que $\sum \vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$; **8-**Démontrer, à partir de la relation fondamentale de la dynamique que $\Delta Ec = \sum W_{\vec{F}}$

Exercice 93 :

Le centre d'inertie G d'un solide se déplace dans l'espace rapporté à un repère orthonormé (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$, $\vec{k}$).
A chaque instant t, l'équation du mouvement de G est donnée par :

$$\overrightarrow{OG} = (4t^2 - t^3)\vec{i} + 5t\vec{j} + (t^3 - 2)\vec{k} \text{ (uSI).}$$

La masse du solide est 2 kg.
a) Calculer la quantité de mouvement du solide à t = 1 s.
b) Calculer la force agissant sur le solide à la date t = 1 s.
Réponses : a) P = 15,36 kg.m.s^{-1} ; b) F = 12,65 N.

II-1-1-Solide glissant sur un plan incliné :

Exercice 94 :

Un solide homogène de masse m=100 g est abandonné sans vitesse initiale au sommet d'un plan incliné d'angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale. A la fin de la descente son énergie cinétique Ec vaut 12,8 J. Les frottements sur le plan sont équivalents à une force unique de module égale au dixième du poids du solide. On prendra g = 10 m.s^{-2}.
1) Exprimer puis calculer le module a_G du vecteur-accélération du centre d'inertie G du solide.
2) Écrire l'équation horaire du mouvement du centre d'inertie. On prendra pour origine des dates la date de départ et pour origine des espaces le point de départ.
3) Calculer la durée du mouvement.
4) Calculer la distance d parcourue.
Réponses : 1) $\boldsymbol{a = 4m.s^{-2}}$; 2) $\boldsymbol{x = 2t^2}$; 3) $\boldsymbol{t = 4\ s}$; 4) $\boldsymbol{d = 32\ m}$.

Exercice 95 :

Une voiture de masse 800 kg roulant à 75,6 $km.h^{-1}$ aborde une route dont la pente est de 5% (5 m de dénivellation pour un parcourt de 100 m). Le conducteur débraye le moteur en arrivant en A. L'ensemble des frottements équivaut à une force unique opposée à la vitesse d'intensité 160 N. On prendra g=10 m.s^{-2}.

1) Quelle est la longueur maximale parcourue ?
2) Quelle est la durée de cette montée ?
3) Quand le véhicule repassera – t – il par son point de départ A ? Quelle est alors sa vitesse ? Est-elle identique à la vitesse qu'il avait en A au début de la montée ? Pourquoi ?

<u>Réponses :</u> L = 315 m ; 2) t_1 = 30 s ; t = 75,8 s ; V = 13,7 m/s ; non (frottements)

Exercice 96 :

Une automobile de masse m = 600 kg aborde à la vitesse de 72 $km.h^{-1}$ une cote dont la pente est de 4 % (On s'élève de 4 cm par mètre de route). On prendra g = 10 $m.s^{-2}$.
1) En supposant les frottements négligeables, quelle est la force supposée constante que devra exercer le moteur pour conserver la vitesse de 72 $km.h^{-1}$?
2) A ce moment donné, le conducteur arrête le moteur sans serrer les freins. En supposant que les résistances passives à l'avancement soient de 0,3 N par kilogramme, quelle sera la distance parcourue par l'automobile avant de s'arrêter sur la rampe de 4% ? Au bout de combien de temps après l'arrêt du moteur se produit l'arrêt véhicule ?
3) Quelle serait alors la force de freinage constante qui permettrait un arrêt de la voiture sur une distance de 20 m ? Durée de ce freinage ?

Réponses : 1) F=240 N ; 2) X=285,7 m ; t=28,6 s ; 3) F_F=5580 N ; t'=2 s.

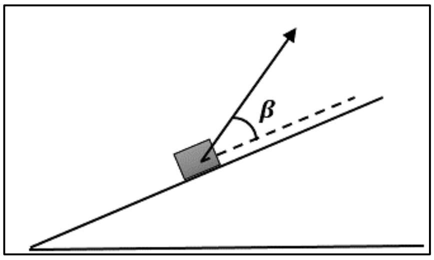
Exercice 97 :

Un plan est incliné d'un angle α = 20° sur le plan horizontal. Un solide S de masse m= 200 g part, sans vitesse initiale, du sommet A de ce plan et glisse le long d'une droite (AB) de plus grande pente AB= l =5 m.
1) Quelle est la vitesse de S à son arrivé en B si l'on suppose les frottements négligeables ? Quelle est alors la durée t de la descente ?
2) En réalité cette durée est t = 2 s. En admettant une force de frottement constante pendant cette descente, préciser les caractéristiques de la force de réaction $\vec{R}$ exercée par le plan incliné sur S pendant le mouvement de celui-ci. On donne g = 9,8 $m.s^{-2}$; sin20° = 0,34 ; cos20° = 0,94.

Réponses : 1. v = 5,8 $m.s^{-1}$; t = 1,7 s ; 2. θ = 5° ; R = 1,85 N.

Exercice 98 :

Un traineau de masse m = 200 kg monte une côte de pente 10%.
Les frottements représentent 0,2 N par kg en mouvement. Ce traineau est tiré par l'intermédiaire d'un câble faisant un angle constant $\beta = 30°$ avec la pente.
1) Partant du repos, le traineau d'un mouvement uniformément varié arrive à la vitesse V = 18 km/h à 25 m.
Déterminer la tension du câble au cours de ce mouvement. On donne g = 10 m/s^2
2) Lorsque le traineau atteint la vitesse la vitesse de 18 km/h, le câble casse brusquement
a) Déterminer la nature du mouvement ultérieur du traineau
b) Quelle sera la distance parcourue par le traineau avant de s'arrêter ?



(T = 393 N ; a = -1,2 m/s^2 ; x = 10,4 m)

Exercice 99 :

Une automobile, de masse 1000 kg, arrive au sommet d'une côte avec une vitesse de 36 km/h. le moteur cesse alors de fonctionner et l'auto aborde la descente AB de pente 8% et de longueur 375 m.

1) On suppose qu'il n'existe aucune résistance à l'avancement, calculer la vitesse de l'automobile lorsqu'elle arrive en B.

On donne g = 10 m/s^2

2) En réalité, sa vitesse en B vaut 65 km/h. calculer l'intensité f de la force équivalente aux diverses résistances à l'avancement

3) Au cours de cette descente, l'automobile croise un motard qui monte vers A à la vitesse constante de 45 km/h.

Le motocycliste passe en B quand l'automobile est en A.

A quel instant et à quelle distance de B a lieu le croisement ?

(26,5 m/s = 95,4 km/h ; f = 500 N ; 15,1 s à 189 m de B)

Exercice 100 :

Un Skieur, de masse 100 kg avec son équipement, glisse le long d'une pente inclinée de $\alpha = 20°$ sur l'horizontale. La piste est verglacée, les forces de frottements dues à l'air sont peu importantes ; on assimile la force de frottement exercée par la neige sur les skis à une force constante d'intensité $f = 50$ N dans le sens opposé au déplacement.

1) Déterminer la nature du mouvement du skieur.

2) Le Skieur partant avec une vitesse de 0,5 m/s, quel temps met-il pour parcourir 1 km ?
Quelle vitesse a-t-il à la fin de ce parcours ? On donne g = 9,8 N/kg.

Réponses : 1) a_G = 2,85 m/s^2 (MRUA) ; 2) $t = 26{,}3\ s$.

Exercice 101 :

Sur un plan incliné d'un angle α avec l'horizontale, un solide S de masse m = 10 kg lancé vers le haut avec une vitesse initiale v_1 = 9,8 m/s, parcourt le long d'une ligne de plus grande pente, une distance AB = 6 m avant de s'arrêter et de redescendre ensuite. On donne $\sin\alpha = 0{,}6$; $g = 9{,}8$ m/s^2.

1) L'énergie mécanique du solide est-elle constante au cours du mouvement ?

2) On admet que les frottements sur le plan incliné et la résistance de l'air ont une somme constante parallèle au plan de même direction que le vecteur vitesse mais de sens contraire. Quelle est l'intensité de cette somme $\vec{f}$?

3) Quelle est la vitesse de S lorsqu'il repasse par A, si on admet que la somme $\vec{f}$ conserve la même intensité au cours de la descente, mais change de sens ?

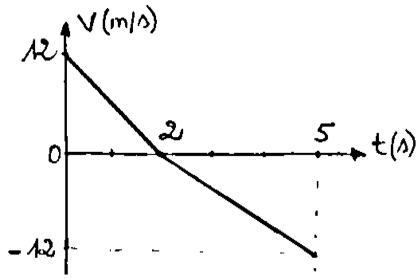
Réponses : 1) Non car ΔE_m = - 127 J ; 2) $f = 21{,}23\ N$; 3) V_A = 6,7 m/s.

Exercice 102 :

On dispose d'un plan incliné dont la ligne de plus grande pente AB fait un angle α avec l'horizontale.

Un solide M, de masse m = 200 g, est lancé vers le haut à partir de A avec une vitesse $\vec{v}_A$ parallèle à AB, et de valeur v_A = 12 m.s^{-1}.

Une force de frottement $\vec{f}$, de norme constante, dirigée en sens contraire du mouvement, s'exerce sur le solide M, à la montée et à la descente.
On prendra pour origine des temps l'instant du lancement pour tout le mouvement du solide M (montée comme descente). Les deux mouvements seront étudiés dans le même repère (A, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$) ; $\vec{\imath}//\overrightarrow{AB}$. On prendra $g = 10\, m.s^{-2}$.
1) Après avoir fait un inventaire des forces s'exerçant sur le solide M, en montée, puis en descente, donner les expressions littérales des accélérations a_1 (mouvement de montée) et a_2 (descente) en fonction de m, g, f et α.
Quelle est la nature du mouvement dans chaque cas ?
2) En déduire les expressions des vitesses v_1(montée) et v_2(descente) en fonction de a_1, a_2, v_A et t.
3) Un relevé de la valeur algébrique de la vitesse de M en fonction du temps nous donne la courbe suivante :



a) A partir du relevé, déterminer les valeurs numériques a_1, a_2 de la question 1.
b) En déduire les valeurs numériques de f et α.
c) Calculer la vitesse de M quand il repasse en A et vérifier que ≪la variation d'énergie mécanique du système M, est égale au travail de la force de frottement $\vec{f}$ ≫

Réponses : 1) $a_1 = -\left(g\sin\alpha + \frac{f}{m}\right)$; $a_2 = g\sin\alpha - \frac{f}{m}$; **2)** $v_1 = a_1 t + v_A$; $v_2 = a_2\left(t + \frac{v_A}{a_1}\right)$;

3) a) $a_1 = -6\, m.s^{-2}$; $a_2 = -4\, m.s^{-2}$; **b)** $f = 0{,}2$ N ; $\alpha = 30°$; **c)** $v'_A = v_A\sqrt{\frac{a_2}{a_1}}$ = **9,8 m/s ;**

<u>Exercice 103 :</u>
Un solide de masse m = 980 kg est tiré le long de la ligne de plus grande pente d'un plan incliné par un câble parallèle à ce plan qui fait un angle α avec l'horizontale.
1) Le mouvement comporte trois phases.
• 1re phase : le mouvement est d'abord uniformément accéléré durant le temps Δt
• 2e phase : le mouvement est uniforme durant 6 s, sur une distance de 36 m ;
• 3e phase : le mouvement est uniformément retardé pendant une même durée Δt jusqu'à l'arrêt.
Sachant que la distance parcourue est de 60 m, calculer la durée totale du trajet effectué par le solide
2) Le déplacement se fait sans frottement. Déterminer la force de traction du câble et la réaction du sol sur le solide au cours des trois phases du mouvement. Données $\alpha = 20°$; $g = 9{,}8$ m/s^2.
3) Déterminer la puissance exercée par la force de traction pendant la deuxième phase.

<u>Exercice 104 :</u>
I) Un chariot C de massa m = 0,5 kg glisse sans frottement sur un plan incliné OA faisant un angle $\alpha = 30°$ avec l'horizontale. Le solide est abandonné sans vitesse initiale au point A, sommet de la pente. On donne OA = 4,9 m et OB = 4 m.
1-a) Etudier le mouvement du chariot sur OA
b) Calculer son accélération a_1
c) Calculer la vitesse du chariot au point O.
2-On admet que la vitesse au point O garde la même valeur lorsque sa direction change.
a) En appliquant le principe d'inertie, déterminer la nature du mouvement du chariot sur la distance horizontale OB.

b) En déduire sa vitesse au point B.

3) En réalité, le chariot atteint le point B avec une vitesse $v_B = 5$ m/s. En admettant l'existence d'une force de frottement $\vec{f}$, constante, opposée au vecteur vitesse, déterminer la valeur de cette force.

II) Le chariot C est maintenant attaché à un fil inextensible f_1 qui passe sur la gorge d'une poulie de masse négligeable. L'autre extrémité du fil est accrochée à un solide S_1 de masse m_1 inconnue situé à une hauteur h du sol. Le contact entre le chariot et le plan incliné OA se fait avec des forces de frottements supposés équivalentes à une force $\vec{f}$ parallèle, de sens contraire au mouvement de valeur $f = 0{,}5$ N.

Les système est abandonné à lui-même sans vitesse initiale à partir de O, à l'origine des temps. Le chariot est donc entrainé par S_1 qui descend en chute libre. Le chariot arrive au point A situé à 4,9 m de O, à l'instant t = 3,14 s.

1) Etablir l'expression de l'accélération du centre d'inertie du chariot en fonction de m, m_1, g, α et f. En déduire la nature du mouvement.

2-a) Calculer l'accélération a_1 du chariot.

b) En déduire la masse m_1 du solide.

Exercice 105 :

On considère un véhicule de masse m = 1000 kg en mouvement sur une piste agricole inclinée d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport au plan horizontal. Au cours de son mouvement, le véhicule est constamment soumis à des forces de frottement dont la résultante $\vec{f}$ est dirigée dans le sens contraire au vecteur vitesse et a pour valeur $f = 400$ N. Lorsque le solide se déplace, son centre d'inertie G décrit la ligne de plus grande pente représenté par l'axe xx'.

1) Sous l'effet d'une force motrice $\vec{F}$, développée par le moteur et de même direction que la ligne de lus grande pente, le véhicule quitte la position A avec une vitesse nulle et atteint la position B le plus haut situé avec une vitesse de valeur $v_B = 20$ m/s. La distance entre A et B est AB = 100 m.

a) Représenter les forces que nous supposons être appliquées au centre d'inertie G du véhicule.

b) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au véhicule, montrer que la valeur de la force $\vec{F}$ s'écrit : $F = mg\sin\alpha + f + \frac{m}{2AB}v_B^2$. Calculer F.

2) Lorsque le véhicule passe en B, la force $\vec{F}$ est supprimée. Le véhicule continue son mouvement jusqu'à la position C où sa vitesse s'annule.

Montrer que : $BC = \frac{mv_B^2}{2(f+mg\sin\alpha)}$. Calculer BC

3) Quelle doit être la nouvelle valeur de F pour que le véhicule atteigne le point D avec une vitesse nulle. On donne BD = AB.

Exercice 106 :

Un chariot de masse m = 5 kg de déplace sur une piste rectiligne ABCD.

Durant tout le déplacement l'ensemble des frottements est équivalent à une force $\vec{f}$ constante, parallèle, de sens contraire au mouvement de valeur $f = 13$ N.

1) **Le long du trajet AB :** le chariot monte sur une pente rectiligne AB, inclinée d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale, il est tiré par une force constante parallèle à la ligne de plus grande pente de valeur F. Le chariot part du point A, à t = 0 s, sans vitesse initiale, il arrive en B avec une vitesse $v_B = 8$ m/s après 40 s.

a) Représenter toutes les forces extérieures qui s'exercent sur le chariot.

b) Appliquer le théorème du centre d'inertie et déduire la nature du mouvement.

c) Calculer la valeur de l'accélération a_1.

d) En déduire la valeur de $\vec{F}$.
e) Calculer l'intensité de la réaction $\vec{R}$ du plan.
2) **Le long du trajet BC :** arrivé en B, le solide aborde un plan horizontal, on cesse d'exercer la force de traction $\vec{F}$, on suppose que la vitesse en B change de direction sans changer de valeur. La vitesse du chariot s'annule en C.
a) Calculer l'accélération a_2 du chariot entre B et C.
b) Déterminer la distance parcourue par le chariot entre B et C.
3) **Le long du trajet CD :** Le chariot descend le plan incliné CD, faisant un angle $\beta = 60°$ avec l'horizontale.
a) Etablir l'expression de l'accélération a_3 du mouvement en fonction de m, g, f et β. Calculer sa valeur.
b) Calculer la valeur acquise après un déplacement de longueur $\ell = 52$ m.

II-1-2-Pendule dans un véhicule :

<u>Exercice 107 :</u>

1) Un fil suspendu en O au plafond d'un wagon, supportes en A une boule ponctuelle, de masse m = 500 g. Le wagon au repos sur une voie horizontale, démarre selon un mouvement uniformément accéléré et acquiert la vitesse de 36 km/h en 50 s.
Déterminer l'angle α formé par le fil OA et la verticale de O. On donne g = 9,8 m/s^2.
2) Le wagon descend une rame inclinée de l'angle $\beta = 12°$ sur le plan horizontal.
Le mouvement est uniformément accéléré d'accélération 0,2 m/s^2.
Quelle est l'inclinaison α' du fil OA par rapport à la verticale descendante ? Quel est le module de la tension du fil ?
Réponses : 1) α = 1°10' ; 2) α' = 1°9' ; T = 4,9 N.

<u>Exercice 108 :</u>

1) On constitue un accéléromètre en fixant au plafond d'un wagon de métro, un fil de masse négligeable qui contient une masselotte. La rame démarre d'un mouvement uniformément accéléré.
a) Dans quel sens le fil de l'accéléromètre dévie-t-elle ?
b) Le fil prend alors, par rapport à la verticale une inclinaison α_1=13^0. Calculer l'accélération a_1 du mouvement de démarrage.
2) Lorsque la rame est lancée, d'un mouvement uniforme à la vitesse de 72 km.h^{-1}, comment se place le fil ?
3) La rame passe de la vitesse de 72 km.h^{-1} à la vitesse nulle, d'un mouvement uniformément retardé, sur une distance de 100 m.
a) Dans quel sens dévie maintenant le fil de l'accéléromètre ? Calculer donc l'angle α_2. Donnée : g=10 m.s^{-2}.
Réponses : 1-b) a_1=2,3 m.s^{-2} ; 3-b) α_2=11,3^0

<u>Exercice 109 :</u>

Un pendule est constitué par un fil OA de longueur l= 1 m, auquel est fixé en en A une petite bille d'acier de masse m=80 g.
1) Le pendule est suspendu en son extrémité O et peut osciller autour d'un axe horizontal passant par O. IL est écarté de sa position d'équilibre d'un angle θ=30° et abandonne sans vitesse initiale. Calculer la vitesse v de la bille supposée ponctuelle et la tension du fil lors du passage de la bille par la position d'équilibre.
2) Le pendule est maintenant suspendu au plafond d'une automobile.

Quelles sont les positions d'équilibre du pendule, par rapport à la verticale, quand l'automobile démarre avec une accélération constante de 1,5 m.s^{-2} et quand elle est animée d'un mouvement rectiligne uniforme ? (g=9,8 m.s^{-2}).

Réponses : 1) v =1,63 m.s^{-1} ; T=0,996 N ; 2. α_1=8,7° ; α_2=0.

Exercice 110 :

Une automobile de masse M = 100 kg se déplace sur une route rectiligne horizontale. Les frottements qui s'opposent à l'avancement de l'automobile sont équivalents à une force unique d'intensité $f = 500$ N, quelle que soit la vitesse. On fixe au plafond de l'automobile un fil de masse négligeable soutenant une petite bille de masse m = 20 g. La masse de la bille est négligeable devant celle de l'automobile.

1-L'automobile démarre et atteint en 15 s d'un mouvement uniformément accéléré la vitesse de 72 km/h.

a) Calculer la force de traction du moteur.
b) Dans quel sens le fil dévie-t-il ?
c) Calculer l'angle α_1 que le fil fait avec la verticale.

2- L'automobile se déplace à la vitesse constante de 72 m/h.

a) Calculer la puissance fournit par le moteur à cette vitesse.
b) Quelle est la nouvelle position du fil soutenant la bille.

3- Le conducteur lancé à la vitesse précédente, désire s'arrêter sur une distance de 50 m.

a) En supposant que le mouvement est uniformément décéléré, calculer la valeur de la décélération et l'intensité de la force de freinage.
b) Calculer l'angle α_2 que le fil forme avec la verticale.

Exercice 111 :

Un pendule est constitué par une petite sphère suspendue par un fil. Ce pendule étant accroché sans osciller au plafond d'une voiture qui roule sur une route rectiligne horizontale, déterminer l'angle α qu'il forme avec la verticale dans les trois cas suivants :

1-Pendant le démarrage de la voiture avec une accélération constante, sachant que la vitesse de 90 km/h est atteinte après un parcourt de 100 m.

2- Pendant le parcourt horizontal en ligne droite, avec une vitesse constante de 90 km/h. On prendra g = 9,8 m/s^2.

3- Pendant que la voiture freine avec une accélération a = - 2 m/s^2.

Exercice 112 :

Un train démarre sur une voie rectiligne descendante dans le sens de la marche du train, de pente 0,5 %. L'accélération est 0,05 g (g = 9,81 m/s^2).

Quelle est l'inclinaison β d'un pendule suspendu au plafond d'un wagon, par rapport à la normale au plancher du wagon.

Réponses : $\boldsymbol{tan\beta} = \frac{\boldsymbol{sin\alpha - 0{,}05}}{\boldsymbol{cos\alpha}}$ => $|\boldsymbol{\beta}| \approx 2°35'$ **le pendule se rapproche de la normale de** $2°35'$

II-1-3-Pendule oscillant ou pendule simple :

Exercice 113 :

Une petite bille de masse m est suspendu à l'une des extrémités d'un fil inextensible, l'autre extrémité étant liée à un support fixe. Le fil de longueur L restant tendu, la bille est écartée de sa position d'équilibre ; le fil fait alors un angle θ_1 avec la verticale. La bille est ensuite abandonnée sans vitesse initiale. On donne : g = 9,8 m.s^{-2} ; L = 1 m ; m = 50 g ; $\theta_1 = 60°$.

1) Décrire le mouvement de la bille, les forces de frottement étant supposées négligeables.

2) Donner l'expression de la vitesse de la bille en fonction de l'angle θ du fil tendu avec la verticale. Pour quelle valeur de θ la vitesse est maximale ? Que vaut-elle ?
3) Exprimer l'accélération normale en fonction de θ. Calculer sa valeur pour $\theta = 0$
4) Donner l'expression de la tension du fil en fonction de θ. Calculer sa valeur maximale
5) Exprimer l'accélération tangentielle en fonction de θ. Vérifier qu'elle s'annule lorsque la vitesse est maximale.

Réponses : 2) $V = \sqrt{2gL(\cos\theta - \cos\theta_1)}$ **;** $V_m = 3{,}13\ m.s^{-1}$ **; 3)** $a_n = 2gL(\cos\theta - \cos\theta_1)$ **;** $a_n = 9{,}8\ m/s^2$ **; 4)** $T = mg(3\cos\theta - 2\cos\theta_1)$ **;** $T = 0{,}98\ N$ **; 5)** $a_t = g\sin\theta$

Exercice 114 :

Un pendule simple est constitué d'une bille de masse m=50 g et d'un fil très fin de longueur l=200 mm. On lance de façon que le fil engendre un cône d'un axe vertical et de demi angle au sommet α=60°. La bille est alors animée dun mouvement circulaire uniforme dans un plan horizontal. Toutes les résistances sont supposées négligeables. Calculer l'énergie fournie au pendule de sa position d'équilibre pour lui donner le mouvement actuel. On donne g=10 $m.s^{-2}$.

Réponse : E=0,125 j

Exercice 115 :

Une bille de masse m=100 g est suspendu en un point O par un fil inextensible de longueur l=1 m et de masse négligeable. Le pendule ainsi constitué peut effectuer des oscillations de part et d'autre de sa position d'équilibre. On écarte de la verticale d'un angle θ_o=45° et on l'abandonne sans vitesse initiale. On suppose les frottements négligeables (g=10 $m.s^{-2}$).
1) A l'instant t, le fil fait un angle θ avec la verticale. Exprimer les coordonnées du vecteur accélération dans le repère de Frenet en fonction de θ; θ_o et g.
2) Calculer II$\vec{\gamma}$II et representer sur un schema le vecteur $\vec{\gamma}$ dans les trois cas : $\theta=\theta_o$;
θ= 30° ; θ= 0°
3) Exprimer la norme de la tension du fil en fonction de θ , θ_o et g ; la calculer dans les trois cas précédents.

Réponses : 1) $\gamma_n = 2g(\cos\theta - \cos\theta_o)$ **;** $\gamma_t = g\sin\theta$ **; 2.** $\gamma = 7{,}07\ m.s^{-2}$ **;** $\gamma = 5{,}9\ m.s^{-2}$ **;** $\gamma = 5{,}86\ m.s^{-2}$ **; 3)** $T = mg(3\cos\theta - 2\cos\theta_0)$ **N ;** $T_1 = 0{,}71$ **N ;** $T_2 = 1{,}18$ **N ;** $T_3 = 1{,}59$ **N.**

Exercice 116 :

Un pendule simple est constitué par une petite sphère de masse m= 100 g suspendue à un fil de masse négligeable de longueur l= 40 cm. On prendra comme valeur de l'intensité de la pesanteur g=10 $m.s^{-2}$.
1) On écarte le pendule de 45° par rapport à la verticale et on labandonne sans vitesse initiale. Calculer :
a) Son énergie cinétique et sa vitesse au passage par la verticale ;
b) La tension du fil au passage par la verticale
2) On fixe une tige rigide T perpendiculairement au plan des oscillations du pendule, dans le plan vertical contenant le point de suspension O. OT=16 cm
a) On écarte le pendule d'un angle α avec la verticale comme l'indique la figure : α=45°. Quelle est la valeur maximale de l'angle β atteint de l'autre Coté de la tige ?
b) Calculer les valeurs des tensions du fil pour les deux positions extrêmes de la petite sphère.

Réponses : 1.a. Ec=0,117 j ; v =1,53 $m.s^{-1}$ **; b. T=1,58 N ; 2.a.** $\beta = 59°$ **; b.** $T_1 = 0{,}707$ **N ;** $T_2 = 0{,}51$ **N.**

Exercice 117 :

Un pendule est constitué d'une masse m = 200g et d'un fil inextensible de longueur L. On écarte le pendule, fixé au point O, d'un angle $\theta_0 = 60°$ par rapport à la verticale. On lâche le pendule du point B sans vitesse initiale. On néglige les frottements dans un premier temps. On prendra g = 10 $N.kg^{-1}$; L = 1 m.

1) Déterminer la vitesse V_A de la masse m lors de son passage par la position d'équilibre A, en fonction de g, L et θ_0. Calculer cette vitesse.

2) Exprimer la tension T_A du fil au passage du pendule à la position d'équilibre en fonction de m, g et θ_0 dans la base de Frenet ($\vec{n}$, $\vec{\tau}$). Calculer cette tension.

3) Au passage à la position d'équilibre, le pendule rencontre un clou C situé à une distance OC=$\frac{OA}{2}$

a) Déterminer l'angle α dont remonte le pendule en fonction de V_A, g et L puis en fonction de θ_0 uniquement. Calculer cet angle.

b) Déterminer la tension du fil à la position α du pendule.

4) Le pendule ne remonte qu'à une position $\alpha = 60°$ en D

a) Y a-t-il conservation de l'énergie mécanique ? Justifier votre réponse.

b) On considère que les forces de frottement sont équivalentes à une force d'intensité constante $\vec{f}$ colinéaire mais de sens opposé à chaque instant au vecteur-vitesse $\vec{V}$ de la masse m et appliquée en son centre d'inertie. En utilisant la réponse de la question, déterminer, puis calculer l'intensité de la force de frottement $\vec{f}$.

Réponses : 1) V =$\sqrt{2gL(1-\cos\theta_0)}$= 3,16 $m.s^{-1}$; 2) $T = mg(3-2\cos\theta_0) = 4$ N ; 3) a) $\alpha = 90°$; b) T= 0 N ; 4) a) Non ; en A E_m=1 J et en D E_m=0,5 J ; b) $f = 0,95$ N

II-1-4-Pendule conique :

Exercice 118 :

Un pendule conique est constitué par un fil de longueur l=50 cm supportant une bille de masse 20 g. Le système tourne à la vitesse ω=7,33 $rad.s^{-1}$ autour de l'axe (Δ).

1) Calculer l'angle α.

2) Calculer la tension du fil.

3) Quelle est la vitesse angulaire minimale ω_o pour le pendule conique ?

Réponses : 1.α=68,8º ; 2. T= 0,54 N ; 3. ω_0=4,43 $rad.s^{-1}$.

Exercice 119 :

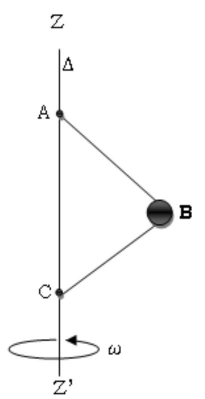
Une bille de masse m=50 g est suspendue en un point O par un fil inextensible de longueur ℓ = 50 cm et de masse négligeable. Le système est mis en mouvement de rotation uniforme autour de l'axe vertical Δ contenant le point O avec une vitesse angulaire ω= 5 $rad.s^{-1}$ (g=9,8 $m.s^{-2}$).

1) Calculer l'angle α dont le fil s'écarte de l'axe (Δ).

2) Calculer la tension du fil.

Réponses : 1. α=38,4° ; 2.T=0,625 N.

Exercice 120 :



Une bille assimilable à un point matériel B, de masse m, est relié par deux points A et C d'un axe vertical Δ . On note AB=BC=l et AC=a.

1) La bille B tourne à vitesse angulaire ω constante de l'axe Δ.

Les fils restent constamment tendus. Calculer les tensions des fils en fonction de ω.

2) Montrer que le fil BC n'est tendu qu'à partir d'une certaine valeur ω_o de la vitesse angulaire.

AN : m=0,6 kg ; ℓ = 0,7 m ; a= 1 m ; g=9,8 $m.s^{-2}$; ω =8,0 $rad.s^{-1}$, puis 4,0 $rad.s^{-1}$.

Réponses : 1. $T_1=\frac{m\ell}{2}(\frac{2g}{a}+\omega^2)$; $T_2=\frac{ml}{2}(\omega^2-\frac{2g}{a})$;2. $T_2>0$; $\omega > \omega_o=\sqrt{\frac{2g}{a}}$; ω_o=4,4 $rad.s^{-1}$

ω_1 : T_1=17,6 N ; T_2=9,3 N ; $\omega_2 < \omega_o$: T_2=0 ; T_1=6,7 N.

Exercice 121 :

Un axe vertical z z' peut entrainer, dans un mouvement de rotation un fil inextensible de longueur l et de masse négligeable, à l'extrémité du quel on a fixé un solide ponctuel S de masse m.

a) Montrer que le fil ne s'écarte de l'axe qu'à partir d'une certaine vitesse angulaire ω_o qui ne dépend que de l et du lieu de l'expérience.

b) La vitesse angulaire de rotation étant $2\omega_o$; déterminer l'angle θ d'écart du fil ainsi que le module de la tension T de ce dernier. Application numérique : m = 0,2 kg ; g = 10 N.kg^{-1}.

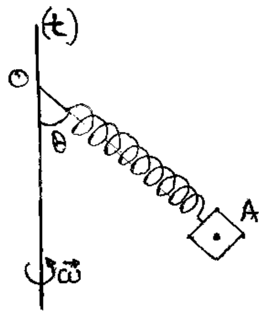
Réponses : a) $\omega_o=\sqrt{\frac{g}{l}}$; b) θ=75,5° ; T=8 N.

Exercice 122 :

On prendra g = 10 m/s^2.

On dispose d'un ressort à spires non jointives, de longueur à vide ℓ_0 = 25 cm, dont on négligera la masse. Une force de traction de 0,6 N lui donne une longueur de 28 cm.

Le ressort supportant un corps A de masse m = 100 g est fixé en O à une tige vertical t. On considère le mouvement de rotation uniforme de cet ensemble autour de t. On appelle θ l'angle que fait l'axe du ressort avec la tige t et ℓ la longueur prise par le ressort.



1) Montrer que la vitesse de rotation ω de l'ensemble autour de t doit être supérieure à une valeur ω_0 pour que le corps décolle de la tige t.

Calculer ω_0. Dans toute la suite du problème on suppose que la vitesse angulaire est supérieure à ω_0.

2) Calculer la raideur k du ressort et exprimer l'allongement x = $\ell-\ell_0$ du ressort en fonction de la vitesse angulaire ω. **AN :** $\omega = 9\ rad/s$.

3) La limite d'élasticité du ressort est atteinte lorsque celui-ci double sa longueur à vide. Quelle vitesse de rotation ω_m ne doit-on pas dépasser si l'on ne veut pas détériorer le ressort ?

4) Au moment où l'atteint cette valeur ω_m le corps A se détache du ressort avec une vitesse de valeur 4,9 m/s.

a) Etudier son mouvement.

b) Déterminer le temps mis par A pour atteindre le sol situé à 1,5 m au-dessous.

c) Calculer la distance horizontale parcourue par A et son énergie cinétique à son arrivé au sol.

Réponses : 1) $\omega_0 = 5,77$ rad/s ; 2) k = 20 N.m^{-1} ; x = $\frac{m\omega^2\ell_0}{k-m\omega^2}$ = 17 cm ; 3) $\omega_m = 10$ rad/s ; 4) a) $y = \frac{g}{2v_0^2}x^2$; b) t= 0,548 s ; c) x = 2,68 m ; E_C = 2,70 J.

II-1-5-Solide glissant sur une sphère :

Exercice 123 :

Une bille B de masse m=200 g, assimilable à un point matériel est placé au sommet A d'une sphère de centre O et de rayon r=60 cm. On déplace légèrement la bille B de sorte qu'elle quitte A sans vitesse initiale, puis glisse sans frottement le long de la sphère. Au cours du mouvement la position de la bille est repérée par l'angle $\theta = (\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB})$.

1) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, exprimer la vitesse de la bille en fonction de θ avant qu'elle ne quitte la sphère.

2) En utilisant la relation fondamentale de la dynamique exprimer en fonction de θ le module de la réaction exercée par la sphère sur la bille B.

3) Calculer les valeurs numériques des accélérations normale et tangentielle de la bille pour $\theta = 30°$.

4) Pour quelle valeur de l'angle θ la bille quitte-t-elle la sphère ? Quelle est alors la vitesse de la bille en ce point ? On donne g =10 m.s^{-2}.

Réponses : 1) $\sqrt{2gr(1-cos\theta)}$ **m.s^{-1} ; 2)** $R = mg(3cos\theta - 2)$ **N ; 3) a_n= 2,68 m.s^{-2} ; a_t = 5 m.s^{-2} ; 4) θ=48^0**

<u>Exercice 124 :</u>

Un solide S de petite dimension de masse m et assimilable à un point matériel, est placé au sommet A d'une sphère de rayon r. On déplace légèrement S pour qu'il quitte la position A avec une position quasiment nulle et glisse sans frottement le long de la sphère. La position de S est repérée par l'angle θ par rapport à l'horizontal passant par le centre de la sphère.

1) Exprimer en fonction de θ le module de la réacton $\vec{R}$ exercée par la sphère sur le solide S.

2) Déterminer la position du mobile au moment où il quitte la sphère. Quelle est alors sa vitesse ? On donne r=1 m et g=10 m.s^{-2}.

Réponses : 1) R = $mg(3sin\theta - 2)$ **N ; 2) θ = 41,8^0 ; V = 2,58 m.s^{-1}.**

<u>Exercice 125 :</u>

Un solide S de masse m=1 kg assimilable à un point matériel glisse sur une piste formée de deux parties AB et BC qui sont dans un même plan vertical.

AB représente 1/6 de circonférence de centre O et de rayon r=15 m. Le point O est situé sur la verticale de B.

BC est une partie rectiligne horizontale de longueur $l = 15\ m$. Le solide est lancé en A avec une vitesse initiale $\vec{V_A}$ telle que V_A= 6 m.s^{-1}.

1) On néglige les frottements. Calculer en un point E définie par l'angle ; la vitesse du solide. Quelles sont les caractéristiques de la réaction $\vec{R}$ de la piste sur le solide en ce point ?

2) En fait sur la piste ABC existent des frottements assimilables à une force $\vec{f}$, tangente à la trajectoire de valeur supposée constante. Le mobile arrive en C avec une vitesse $\vec{V_C}$.

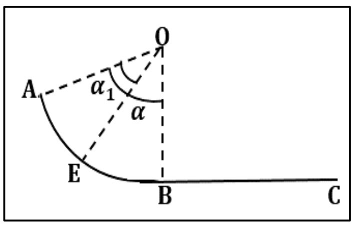
Calculer f sachant que V_C = 12,5 m.s^{-1}.

Réponses : 1) V_E= $12\ m.s^{-1}$; R=18 N ; 2) f=0,438 N.

<u>Exercice 126 :</u>

Un skieur assimilé à un point matériel G, de masse m = 80 kg, glisse sur une piste formée de deux parties AB et BC situé dans un même plan vertical. L'arc AB de centre O situé sur la verticale de B a un rayon r = 50 m et BC est une partie rectiligne horizontale de longueur L = 50 m.

Le skieur part sans vitesse initiale du point A tel que : $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OA}) = \alpha = \frac{\pi}{3}\ rad$



1) En négligeant les frottements, calculer :

a) La vitesse du skieur au point E tel que : $(\overrightarrow{OE}, \overrightarrow{OA}) = \alpha_1 = \frac{\pi}{6}$ rad

b) Sa vitesse en B

c) La réaction R (ses caractéristiques) de la piste sur le skieur en E, puis en B

2) En fait sur le trajet ABC, existent des forces de frottements assimilables à une force constante f

Si le skieur arrive en C sans vitesse, quelle est la valeur de cette force de frottement ?
(1-V_E = 19 m.s^{-1} ; V_B = 22 m/s ; 2) $f = 191\ N$)

Exercice 127 :

Un sportif dans son véhicule démarre sans vitesse, en D, un mouvement sur une route rectiligne et horizontale (figure 2). La masse totale (sportif et véhicule) est de 90 kg.

1. La phase de démarrage, considérée comme une translation rectiligne, a lieu sur un parcours DE d'une longueur de 50 m. Au point E, la vitesse atteint la valeur de 5 m.s^{-1}

Pendant cette phase, la vitesse est proportionnelle au temps compté à partir de l'instant de démarrage.

1.1. Quelle est la nature du mouvement sur le parcours DE ? Justifier la réponse. Vérifier que l'accélération du mouvement sur ce parcours a pour valeur 0,25 m.s^{-2}

1.2. Établir l'équation horaire du mouvement sur ce parcours.

1.3. Calculer la durée de la phase de démarrage.

1.4. En admettant que le mouvement est dû à la résultante d'une force motrice constante parallèle au mouvement et d'une force de frottement constante, de norme égale au quart de la force motrice, de sens contraire au mouvement, calculer l'intensité de la force de frottement.

2. A partir du point E, le véhicule parcourt la distance EF = 1100 m à la vitesse constante de 5 m/s. A partir du point F, le sportif supprime la force motrice : le véhicule roule alors en roue libre et les frottements ont une valeur constante et égale à 7,5 N sur le parcours FA.

Le véhicule parcourt la distance FA et arrive au point A avec une vitesse nulle

2.1. Déterminer la distance FA.

2.2. Calculer la durée totale du parcourt du point D au point A.

3. Le véhicule aborde en A, sans vitesse initiale, une piste AB, parfaitement polie, de forme circulaire et de plan vertical. Sa position M est repérée par l'angle $\theta = (\widehat{OA, OM})$

3.1. Exprimer en fonction de θ, r et g la vitesse du véhicule en M et exprimer l'intensité de la réaction du plan en ce point en fonction de m, g et θ.

3.2. Déterminer la valeur θ_1 de l'angle $(\widehat{OA, OM})$ quand le véhicule quitte la piste.

3.3. Montrer que le véhicule quitte la piste quand son accélération est égale celle de la pesanteur g.

Réponses : 1-1) a = k = Cte (MRUA) ; 1-2) $x = 0{,}125t^2$; 1-3) $t = 20\ s$; 1-4) $f = 7{,}5$ N ; 2-1) ℓ = 150 m ; 2-2) t = 5 min ; 3-1) V = $\sqrt{2gr(1-\cos\theta)}$; R = $mg(3\cos\theta - 2)$ 3-2) $\theta_1 = 48°$ 3-3) a = g.

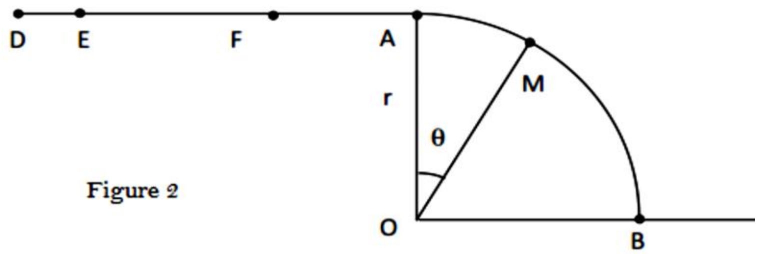


Figure 2

Exercice 128 :

On étudie le mouvement d'un solide ponctuel S dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Ce solide de masse m est initialement au repos en A. On le lance sur la piste ACD, en faisant agir sur lui le long de la partie AB de sa trajectoire, une force $\vec{F}$ horizontale et d'intensité F constante. On pose AB= ℓ.

La portion AC de la trajectoire est horizontale et la portion CD est un demi-cercle de centre O et de rayon r : ces deux portions sont dans un même plan vertical.
On suppose que la piste ACD est lisse et que la résistance de l'air est négligeable.
1) Déterminer en fonction de F, ℓ et m la valeur v_B de la vitesse de S en B.
2) Au point M défini par l'angle $(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OM}) = \theta$, établir en fonction de F, ℓ, m, r, θ et g, l'expression de :
a) La valeur v de la vitesse de S.
b) L'intensité R de la réaction $\vec{R}$ de la piste.
3) De l'expression de R, déduire en fonction de m, g, r et ℓ, la valeur minimale F_0 de F pour que S atteigne D.
Calculer F_0 sachant que : m = 0,5 kg, ℓ = 1,5 m ; g = 9,8 m.s^{-2}.
4) Calculer la vitesse v de S au point D pour F = F_0.

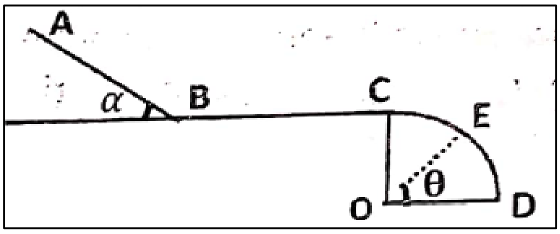
Réponses : 1.$v_B = \sqrt{\frac{2F\ell}{m}}$ **; 2.a.** $v_M = \sqrt{\frac{2F\ell}{m} - 2gr(1 - \cos\theta)}$ **; b)** $R = \frac{2F\ell}{r} + mg(3\cos\theta - 2)$;

1. $F \geq F_0 = \frac{5mgr}{2\ell}$ **;** $F_0 = 8{,}16$ **N ; 4.** $v = \sqrt{gr} = 3{,}13$ **m.s^{-1}.**

<u>Exercice 129 :</u>

Une bille M de masse m = 50 g, assimilée à un point matériel, est abandonnée sans vitesse initiale en un point A d'une piste ABCD formée de trois parties :
●AB est un plan incliné d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale, de longueur AB = L = 1,6 m ;
● BC est une partie rectiligne horizontale
● CD représente ¼ de circonférence de centre O et de rayon r = 60 cm. Le point O est situé sur la verticale de C.

Les frottements sont équivalents à une force $\vec{f}$, parallèle au mouvement d'intensité constante f = 0,4 N qui ne s'exerce qu'entre B et C



1) Calculer la vitesse de la bille en B et la durée du trajet AB
2-a) Quelle est la nature du mouvement de la bille sur le tronçon BC ?
b) Donner l'équation horaire de ce mouvement
c) Quelle doit être la longueur BC pour que M arrive en C avec une vitesse nulle ?
3) La bille aborde la partie circulaire CD de la piste avec une vitesse que l'on considère comme nulle.
a) Exprimer, pour un point E du cercle tel que $\theta = (\overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OE})$, la vitesse de M, en fonction de g, r et θ .
b) Exprimer en fonction de m, g, r et θ, le module de la réaction $\vec{R}$ de la piste sur M en E.
c) Calculer l'angle θ_0 pour lequel M quitte la piste.
En déduire sa vitesse en ce point. On donne g = 10 m/s^2

Réponses : 1) $V_B = \sqrt{2gL\sin\alpha}$ **= 4 m/s ; t = 0,8 s ; 2) a) a = - 8 m/s^2 ; b) x = -4t^2 + 4t ;**
BC = 1m ; 3) a) $V_E = \sqrt{2gr(1 - \sin\theta)}$ **; b)** $R = mg(3\sin\theta - 2)$ **;** $\theta_0 = 42°$ **;** $V_0 = 2$ **m/s**

BONUS

<u>Exercice 130 :</u>

Un solide (S) de masse m = 80 kg est tiré sur un sol horizontal par l'intermédiaire d'un câble faisant avec la verticale un angle $\alpha = 60°$. La force de tension du câble a pour module F = 200 N. le mouvement du solide est rectiligne et uniforme.

Déterminer l'intensité et la direction de la réaction $\vec{R}$ exercée par le sol sur (S)

Réponses : tan $\theta = \frac{F\sin\alpha}{mg - F\cos\alpha} \Rightarrow \theta = 14°$; R = 701,2 N

<u>Exercice 131 :</u>

On considère un système constitué par :

● Un solide A de masse m_A = 400 g pouvant glisser sur un plan incliné OC suivant la ligne de plus grande pente ;

● Un solide B de masse m_B = 300 g relié à A par un fil inextensible passant sur la gorge d'une poulie K de masse négligeable. L'inclinaison du plan OC est de 30°

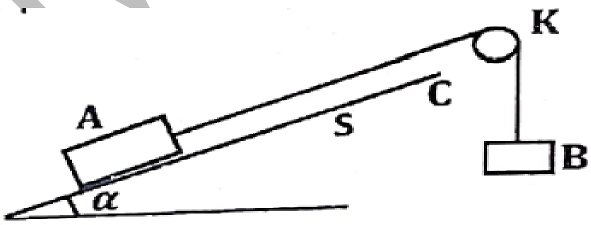
A la date t = 0, le système est libéré sans vitesse, le solide A partant du point O.

1) Calculer l'accélération a du système en négligeant les frottements

2) Calculer le temps mis par A pour atteindre le point S tel que OS = 2 m.

Calculer la vitesse de A au passage en S.

3) Au moment où le solide A passe en S, le fil casse brusquement.



a) Décrire qualitativement les mouvements ultérieurs des solides A et B

b) Calculer le temps écoulé entre la date 0 et l'instant où le solide A repasse par sa position initiale en O. On donne g = 10 m/s^2

4) En réalité, le glissement de A se fait avec un frottement f égal au quart du poids du solide A Reprendre les questions 1) et 2)

Réponses : 1) a = 1,43 m/s^2 ; 2) t_1 = 1,7 s ; V_A = 2,4 m/s ; 3) t = 3,2 s

<u>Exercice 132 :</u>

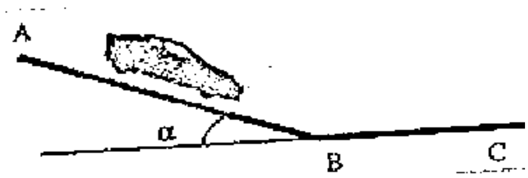
Un véhicule de masse m = 1 tonne est placé au sommet d'une route rectiligne AB. La route est inclinée, sa pente est de 1%. Elle devient horizontale à partir de B sur le tronçon BC. On donne AB = 120 m ; g = 10 m/s^2

Le véhicule est initialement immobile en A, le moteur arrêté, on desserre le frein à main

1) Si on néglige les frottements entre les pneus et la chaussée et la résistance de l'air, quelle serait la vitesse du véhicule au passage en B ?

2) En réalité les frottements chaussée – pneus et la résistance de l'air sont équivalents à une force unique $\vec{f}$ en sens contraire du vecteur vitesse. La vitesse du véhicule au passage en B est seulement 2,50 m/s. calculer f.

3) Au bout de combien de temps le véhicule s'arrête – t – il sur le tronçon BC, les forces résistances étant les mêmes que précédemment ?



Exercice 133 :

Dans les fêtes foraines, il y a parfois des stands où il est possible de montrer ses qualités athlétiques. Dans l'un d'entre eux, il s'agit de propulser à une certaine hauteur h un petit chariot de masse m qui peut se déplacer sur deux rails parallèles.

Le schéma ci-contre en donne le profil dans un plan vertical. Les rails comportent quatre parties :

-Une portion horizontale AB ;

-Un premier arc de cercler BC ;

-Une partie rectiligne CD ;

-Un deuxième arc de cercle DE de rayon r, de centre O situé sur l'horizontal AB.

E est alors sur la verticale passant par O à une hauteur h = r au-dessus de O. Le chariot est considéré comme ponctuel.

1° On lance le chariot en exerçant entre A et B, une force constante $\vec{F}$, de même sens que $\overrightarrow{AB}$.

Entre A et E, le chariot glisse le long du guide : il est soumis à des forces de frottement équivalentes à une force unique constante $\vec{f}$, opposée au vecteur vitesse.

a- En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, calculer la vitesse du chariot au passage en B pour qu'il arrive en E avec une vitesse nulle. La distance parcourue entre B et E est L.

b- Le chariot étant au repos en A, calculer l'intensité de la force $\vec{F}$ qu'il est nécessaire d'exercer entre A et B pour que le chariot arrive en E avec une vitesse nulle. (AB=h/2)

c- Application numérique : m = 10kg, h = 2m, l = 2h, g = 10m/s^2 ; f=20N.

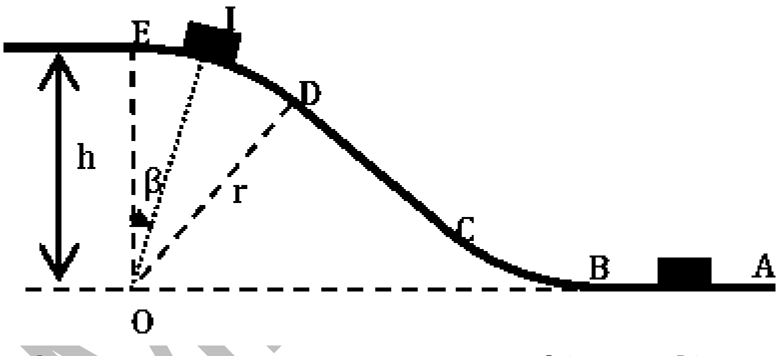
Calculer V_B et f.

2° Repartant de E avec une vitesse nulle, le chariot revient vers son point de départ.

a. Donner l'expression de la vitesse v du chariot en un I quelconque de l'arc ED en fonction de l'angle β = $(\overrightarrow{OE}, \overrightarrow{OI})$

b. Calculer en fonction de l'angle β et des autres données, la composante normale de la réaction que les rails exercent sur le chariot en ce point. Application numérique β=40° m=10kg ; h=2m.

c. Calculer la vitesse du chariot à son passage en B.



Réponses : V_B = 7,5 m/s ; F = 2mg + f (1 + 2L/h) = 300 N ; R_N = 57,7 N ; V_B = 4,9 m/s

II-2-Interaction et champ gravitationnel

Questions de cours

1-Définir les termes : force de gravitation, interaction gravitationnelle, champ gravitationnel, satellite artificiel, satellite géostationnaire, planète, apesanteur, impesanteur ; **2-** Énoncer la loi d'attraction universelle (4^e loi de Newton) ; **3-**Enoncer les lois de Kepler ; **4-**Expliquer la notion d'apesanteur ou d'impesanteur ; **5-**Démontrer l'expression de la 3ème loi de Kepler ($\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{KM}$) ; **6-**Démontrer pour une faible altitude que : a) $g \approx g_0\left(1 - 2\frac{h}{R_T}\right)$; b) $T \approx T_0\left(1 + \frac{3}{2}\frac{h}{R_T}\right)$

II-2-1-Interaction gravitationnelle

Exercice 134 :

1) Montrer que les mesures de constante de gravitation, du rayon terrestre et de g_0 permettent de déterminer la masse de la Terre.
2) En déduire la valeur de la densité moyenne de la Terre.

Réponses : 1) $M_T=g_0\frac{R_T^2}{G}$ =6.10^24^kg ; 2) $d=\frac{\rho_T}{\rho_{eau}}$=5,62.

Exercice 135 :

1) Calculer et comparer les forces d'attraction universelle exercées, par le Soleil sur la Terre, par la Lune sur la Terre. Données :
•Masse de la Terre : $m_T= 6{,}0.10^{24}$ kg ; Masse du Soleil : $m_S=2{,}0.10^{30}$ kg ; Masse de la Lune : $m_L=7{,}35.10^{22}$ kg.
•Distance entre le centre de la Terre et le centre du Soleil : d_S =150 millions de km.
•Distance entre le centre de la Terre et le centre de la Lune : d_L = 385000 km.
2-a) Déterminer le champ de pesanteur terrestre g à l'altitude z en fonction de du champ de pesanteur g_0 à la surface du sol, de l'altitude z et du rayon terrestre R.
b) Jusqu'à quelle altitude z_0 le champ de pesanteur g diffère-t-il de moins de 2% de la valeur au sol $g_0 = 9{,}8\ N.kg^{-1}$?
c)Dans l'environnement terrestre, montrer que le champ de pesanteur : $g = g_0\left(1-2\frac{z}{R}\right)$
En appliquant cette formule, jusqu'à quelle altitude peut-on considérer que g diffère de moins de 2% de la valeur au sol g_0 ?
d) Soit deux points A et B de la surface terrestre, distants de 20 km. Calculer l'angle α formé par les verticales de A et B.
e) Soit A' et B' les points situés sur les verticales de A et B à l'altitude z_0.
Que peut-on dire du champ de pesanteur $\vec{g}$ dans le domaine ABB'A' ?

Réponses : 1) $F_S = 3{,}56.10^{22}\ N$; $F_L = 1{,}98.10^{20}\ N$; $F_S = 180F_L$; 2) b) z_0 = 64 Km ; c) z = 64 Km ; d) $\alpha = 11'$; *e) Uniforme*

Exercice 136 :

1) Montrer que la valeur du champ de pesanteur à la surface d'un astre ne dépend que du rayon R et de la masse volumique moyenne ρ de cet astre.
2) Quelle est la valeur de g : a) A la surface de la Lune ; b) A la surface de Mars
On donne : Lune : R_L=1740 km ; $\rho_L=3360\ kg.m^{-3}$ et Mars : R_M = 3380 km ; $\rho_M = 3900\ kg.m^{-3}$.

Réponses : 1) $g = 2{,}79.10^{-10}\rho R$; 2) a. $g_L = 1{,}6\ N.kg^{-1}$; b. $g_M = 3{,}7\ N.kg^{-1}$.

Exercice 137 :

1) Rappeler la loi de la gravitation universelle et, en admettant que le poids $\vec{P}$ d'un corps de masse m est uniquement dû à la force d'attraction terrestre, exprimer l'intensité de la pesanteur au niveau du sol, g_0, en fonction de M_T masse de la Terre, R_T rayon de la Terre et K, constante de gravitation.
2) Exprimer g à l'altitude h, en fonction de g_0, R_T et h. Montrer que si h est petit vis-à-vis de R_T on peut écrire $g \simeq g_0(1-2\frac{h}{R_T})$.
a) A quelle altitude a-t-on $g = \frac{g_0}{2}$?(R_T = 6400 km).
b) Quelle est la variation relative de g, quand on s'élève de 320 m à partir du sol ?
3) A quelle altitude h l'intensité du poids P d'un corps n'est-elle plus égale qu'à la moitié de sa valeur P_0 à la surface de la Terre ?

4) De quelle altitude h doit-on s'élever pour que l'intensité de la pesanteur diminue du millième de sa valeur ?

5) On donne l'expression : $g = g_0(\frac{R}{R+Z})^2$

a) Montrer que si z est petit devant R, g est une fonction linéaire de z.

b) Calculer l'erreur relative que l'on commet en confondant g et g_0 lorsqu'on s'élève de $z = 3200\ m$

Réponses : 1) Voir cours ; 2-a) h = RT (√2−1) = $2624\ km$; $\frac{\Delta g}{g} = -2h\frac{(R_T+h)^2}{R_T^3} = -10^{-4}$; 3) h =$2624\ km$; 4) h = 3,2 km ; 5-b) $\frac{\delta g}{g} = 10^{-3}$

Exercice 138 :

1-A quelle distance de la terre le champ gravitationnel de celle-ci compense-t-il celui de la Lune. ? La distance entre la Terre et la Lune est d = $3{,}84.10^8\ m$. Le rapport des masses vaut : $M_T/M_L = 81$.

2-Jules verne pensait que c'était seulement au point ainsi déterminer que des voyageurs se dirigeant vers la Lune dans un véhicule spatial, moteur arrêté, seraient en état d'impesanteur. Avait-il raison ?

Réponses : 1) d_T = 0,9d = 3,456.108 m ; 2) Non.

II-2-2-Mouvement des satellites

Exercice 139 :

Un satellite artificiel tourne autour de la Terre. Sachant que son altitude h=3200 km, R_T=6400 km, g_0 = 9,8 m.s^{-2}.

1) Montrer que le mouvement de ce satellite est uniforme et préciser sa validité

2) Exprimer en fonction de g_0, R_T et h, et calculer l'accélération, la vitesse, la période, la fréquence et la vitesse angulaire du satellite.

Réponses : a=4,35 m.s^{-2} ; V=6,46 km.s^{-1} ; T=2h35min24s ; N=10,71.10^{-5} Hz ; ω ≈6,725.10^{-5} rad.s^{-1}.

Exercice 140 :

La Terre est supposée sphérique, de rayon R=6370 km. La répartition des masses est à symétrie sphérique, on considère un satellite artificiel de la Terre, décrivant une trajectoire circulaire de centre O, de rayon r = 7000 km.

1) Définir le référentiel d'étude du mouvement du satellite.

2) Exprimer le champ gravitationnel à la distance r du centre de la Terre. On prendra g_0=9,8 m.s^{-2}

3) Déterminer l'accélération du satellite, montrer que le mouvement est uniforme et calculer la vitesse du satellite ;

4) Calculer la période du satellite.

Réponses : 2) G=$G_0\frac{R^2}{r^2}$; 3) a=8,12 m.s^{-2} ; V=7536,9 m.s^{-1} ; 4) T=1,62 h.

Exercice 141 :

Un satellite artificiel assimilé à un point S, décrit une trajectoire circulaire concentrique au centre O de la Terre. Son altitude est h. Seule l'interaction gravitationnelle entre la Terre et le Satellite est prise en compte.

1) Montrer que dans un repère géocentrique galiléen, le mouvement du satellite S est uniforme. Exprimer sa vitesse v et sa période de révolution T, en fonction du rayon terrestre R_T, de son altitude h et de l'intensité g_0 du champ de gravitation à la surface de la Terre.

Calculer les valeurs de v et T si $g_0 = 9{,}8$ m.s^{-2}, $R_T = 6400$ km et h = 1000 km.

2) Montrer que le quotient $\frac{T^2}{(R_T+h)^3}$= constante, ce qui constitue un cas particulier de la 3$^{\text{è}}$ loi de Kepler.

3) Le centre d'inertie de la Lune décrit autour de la Terre une orbite assimilée à un cercle de rayon r_L, avec une période $T_L = 27\ jours\ 43minutes$. En utilisant le résultat précédent, en déduire la valeur de r_L.

Réponses : 1) v = 7, 36.10^3 m.s^{-1} ; T = 1 h45min ; 3) r_L = 3,84.10^8 m.

<u>Exercice 142 :</u>

Un satellite artificiel de la terre de masse m =1500kg, décrit une trajectoire circulaire d'un mouvement uniforme à une altitude $h = 1000km$. le mouvement est rapporté à un référentiel géocentrique considéré comme Galiléen.

La terre est supposée sphérique, de rayon R ; la répartition des masses est à symétrie sphérique. Le centre O de la terre est l'origine du repère, les trois axes sont liés à des directions d'étoiles lointaines, l'axe Oz coïncide avec la ligne des pôles. Dans ce repère, la terre a un mouvement de rotation uniforme de période 86164s.

1) On admettra que la terre attire les corps comme si toute sa masse était concentrée à son centre. Montrer que le module du champ de gravitation, à l'altitude h, est : $g = g_0\left(\frac{R}{R+h}\right)^2$

Calculer g et le poids du satellite. Données: R =6400km ; et g_o= 9,80N/kg.

2-a-Etablir que la vitesse angulaire ω et le rayon de la trajectoire r = R + h, sont tels que $\omega^2 r^3 = cste$.

b - Calculer numériquement ω et la période de révolution T du satellite.

3) On envisage maintenant un second satellite dont la trajectoire circulaire se trouve dans le plan de l'équateur. Le satellite tourne dans le même sens que la terre, mais paraît immobile pour un observateur terrestre. Quelle est l'altitude de ce satellite géostationnaire ?

<u>Exercice 143 :</u>

Un satellite se trouve sur une orbite circulaire dans le plan de l'équateur, à une altitude de 500 km. Calculer la durée entre deux passages successifs de ce satellite à la verticale d'un point donné de l'équateur,

a. lorsque le satellite se déplace dans le même sens que la Terre

b. lorsque le satellite se déplace dans le sens opposé à celui de la Terre

Réponses :(a : Δt=1h41min ; b : Δt=5306 s)

<u>Exercice 144 :</u>

Un satellite artificiel est placé sur une orbite circulaire de rayon r dans un plan équatorial. La Terre est assimilée à une sphère de rayon R = 6400 Km.

1) A partir de la loi d'attraction universelle, établir l'expression de l'accélération g de la pesanteur à l'altitude h du satellite, en fonction de celle existant au sol, notée g_0, de h et de R. On envisagera le cas général, puis le cas particulier ou $h \ll R$.

2) Le poids du satellite au sol étant exactement P_0 = 2000 N, que vaut-il aux altitudes h_1 = 160 km, h_2 = R, h_2 = 3R ?

3) Exprimer, en fonction de R, h et g_0, la période de révolution du satellite à l'altitude h (repère lié aux étoiles). L'exprimer ensuite en fonction de la période T_0 d'un satellite fictif qui graviterait sur l'orbite h= 0.

4) Application numérique

On donne : T_0 = 1 h 24 min 35 s.

Calculer : T_1 ; T_2 ; T_3

Calculer g_0 au sol ainsi que la masse du satellite.

Réponses : 2) P_1 = 1904 N ; P_2 = 5OO N ; P_3 = 126 N ; 3) T= $\frac{2\pi}{R}\sqrt{\frac{(R+h)^3}{g_0}} = T_0\sqrt{\left(1+\frac{h}{R}\right)^3}$; 4) T_1=1h 27 min 42s ; T_2=3h 59 min 14s ; T_3 = 11h 16min 40s ;
g_0 = 9,8 m.s^{-2} ; m = 203,87 kg.

<u>Exercice 145 :</u>

On considère un satellite en rotation sur une orbite circulaire autour de la Terre. L'altitude est h=3200 km. On donne : rayon de la Terre R=6400 km.

1) Calculer la vitesse de ce satellite ;
2) Calculer le temps nécessaire pour faire un tour de la Terre. On donne g_0=9,8 ms^{-2}.
3) Quelle devrait être l'altitude h' du satellite pour qu'il paraisse immobile à un observateur ? le plan de l'orbite est celui de l'équateur.
4) L'énergie potentielle de pesanteur du système (satellite-Terre) s'écrit : Ep=-$\frac{mg_0R^2}{R+h}$; m est la masse du satellite et Ep=0 quand h=∞.
   a) Donner, en fonction de m g_0 et h l'expression de l'énergie mécanique du système.
   b) Quelle énergie faut-il fournir au satellite, de masse 1 tonne, pour le faire passer de l'orbite d'altitude h à l'orbite d'altitude h' ?

Réponses : 1) V=6,46.10^3 m.s^{-1} ; 2) T=9332,5 s ; 3) h'=36000 km ; 4) a) E_m = - $\frac{mg_0R^2}{2(R+h)}$;
b) ΔE=1,62.10^{10} J.

<u>Exercice 146 :</u>

Un satellite artificiel décrit une orbite circulaire de même centre que la Terre dans le référentiel géocentrique.

1) Préciser la nature et les caractéristiques de la force responsable du mouvement.
2) La vitesse angulaire est égale à 8,065.10^{-4}rad.s^{-1}. Calculer :
   a) L'altitude à laquelle évolue le satellite ;
   b) Sa vitesse linéaire
   c) L'intensité du champ gravitationnel à l'altitude considérée.

Données : R_T= 6370 km ; g_0=9,8 m.s^{-2}.

Réponses : 1) $\vec{F}$ est centripète de norme F = mG ; 2) a. h=2124 km ; b. V=6842 m.s^{-1} ; c. G=5,5 m.s^{-2}.

<u>Exercice 147 :</u>

La navette spatiale Columbia a été placée sur une orbite circulaire à une altitude z = 250 km.

a) Calculer sa vitesse et sa période de révolution T
b) Le plan de l'orbite de Columbia passait le 28 novembre 1983 par Cherbourg et Nice. Ces deux villes sont distantes de 940 km. En négligeant la rotation de la Terre, quel intervalle de temps séparait le passage de Columbia au-dessus de ces deux villes ?

Réponse : b) 121 s

<u>Exercice 148 :</u>

Une fusée de masse m_0 = 100 tonnes est destinée à placer un satellite en orbite autour de la Terre.

1) Calculer l'accélération de la fusée lorsqu'elle quitte le sol, sachant que les moteurs exercent une force verticale d'intensité F = 2.10^6 N. On néglige les forces de frottements ; au niveau du sol on prendra g_0 = 9,8 m/s^2
2) Le satellite de masse m a une orbite circulaire de rayon r dans le plan équatorial terrestre à l'altitude z = 36000 km. On considère que la Terre est une sphère de rayon R pour laquelle la répartition de la masse possède la symétrie sphérique.

a) Calculer la valeur de l'intensité g du champ de pesanteur à l'altitude z, en fonction de g_0, R et r. AN : R = 6400 km.
b) En précisant le référentiel d'étude, calculer la vitesse du satellite et sa période de révolution.
Réponses : 1) $a=\frac{F}{m_0}-g$ **= 10,2 m/s² ; 2)** $g=g_0(R/r)^2$**= 0,22 m/s2 ; b) v = 3,08 km/s ; T = 86600s ≃1 jour.**

Exercice 149 :

1) Un satellite artificiel de masse m, décrit une orbite circulaire ayant pour centre le centre de la Terre à une altitude h = 300 km.
Calculer la valeur de l'intensité g du champ de pesanteur à l'altitude h.
2) On suppose que le centre de l'orbite du satellite est déplacé par rapport au centre de la Terre. Le point A de cette orbite le plus rapproché de la Terre est à une altitude de 300 km, le point B le plus éloigné est à une altitude de 900 km.
Calculer la variation de vitesse entre les passages aux points A et B du satellite.
Données : K = 6,67.10-11 S.I ; rayon de la Terre : R = 6400 km ; masse de la Terre : M = 6.10^{24} kg.
Réponses : 1) -a) g = 9,81 m/s² ; 2) ΔV = 730 m/s.

II-2-3-Mouvement des planètes

Exercice 150 :

Les planètes et le soleil sont considérés comme des corps à symétrie sphérique.
Vénus est une planète de masse $M_V=4{,}83.10^{24}$ kg et de rayon $R_V=6{,}26.10^6$ m ; elle décrit autour du soleil une trajectoire circulaire de rayon $r_V=1{,}08.10^{11}$ m.
1) Calculer la norme du vecteur champ de gravitation à la surface du Vénus.
2) Sachant que la trajectoire circulaire de la Terre autour du Soleil a un rayon $r_T=1{,}5.10^{11}$ m, calculer :
a) La période de révolution du Vénus autour du Soleil en appliquant la 3e loi de Kepler ;
b) La masse M_S du Soleil.
3) Comparer le champ de gravitation du au Soleil sur la surface de Vénus au champ de gravitation dû à la planète elle-même.
Réponses : 1) G_V = 8,22 m.s^{-2} ; 2) a. $T_V \approx$ 223 jours ; b. $M_S \approx 2.10^{30}$ kg ; 3) $G_V \approx 720 G_S$.

Exercice 151 :

1) Un corps de masse m décrit à vitesse constante, autour d'un astre de masse M, une orbite circulaire de rayon R. Trouver une relation entre la période T de ce corps et le rayon R (loi de Kepler)
2) Application **:** la Terre décrit autour du Soleil une orbite sensiblement circulaire de 150.10^6 km de rayon en 365 jours. La Lune décrit autour de la Terre une orbite de 380000 km de rayon en 28 jours environ. Déduire de ces données un ordre de grandeur de la masse du Soleil. On donne, masse de la Terre $M_T = 6.10^{24}$ kg.
Réponses : 1) $\frac{T^2}{R^3}$ **= constante ; 2) $M_S \approx 2{,}17.10^{30}$ kg.**

Exercice 152 :

En mars 1979, la sonde Voyager I s'approchant de Jupiter à une altitude z_1 mesure le champ gravitationnel G_1 créé par cette planète. Quelques mois plus tard, Voyager II mesure à l'altitude z_2 un champ gravitationnel G_2. En déduire :
1) La valeur de la masse M de Jupiter.
2) Le rayon R de cette planète supposée sphérique
3) L'intensité G_0 du champ gravitationnel à sa surface.
4) La valeur numérique de la masse volumique ρ de Jupiter.

Application numérique : z_1 = 278000 km ; G_1 = 1,04 N/kg ; z_2 = 650000 km ; G_2 = 0,243 N/kg.
Réponses : 1) M_J=1,8.10^{27} kg ; 2) R_J=61000 km ; 3) G_0=32,2 N.kg^{-1} ; 4) ρ_J=18OO kg.m^{-3}

<u>Exercice 153 :</u>

La constante de gravitation universelle est G = 6,67.10^{-11} S.I.
On considère une planète P de masse M. Le mouvement de l'un de ses satellites S, assimilé à un point matériel de masse m, est étudié dans un référentiel considéré comme galiléen, muni d'un repère dont l'origine coïncide avec le centre O de la planète P et les trois axes dirigés vers trois étoiles fixes.
On admet que la planète a une distribution de masse à symétrie sphérique et que l'orbite de son satellite est un cercle de centre O et de rayon r.
1) Donner les caractéristiques de la force de gravitation exercée par la planète P sur le satellite S. Faire un schéma.

2) Donner l'expression du vecteur champ de gravitation créé par la planète P au point où se trouve le satellite S. Représenter ce vecteur champ sur le schéma précédent.

3) Déterminer la nature du mouvement du satellite S dans le référentiel d'étude précisé.

4) Exprimer le module de la vitesse linéaire v et la période de révolution T du satellite S en fonction de la constante de gravitation G, du rayon r de la trajectoire du satellite et de la masse M de la planète P.

Montrer que le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ est une constante.

5) Sachant que l'orbite du satellite S a un rayon r = 185 500 km et que sa période de révolution vaut T = 22,6 heures, déterminer la masse M de la planète P.

6. Un autre satellite S'de la planète P a une période de révolution T'= 108,4 heures. Déterminer le rayon r' de son orbite.

<u>Exercice 154 :</u>

Une année Jupiter est 12 fois plus longue que sur la terre. On demande :
1-) La distance de Jupiter au soleil en rayons de l'orbite (distance terre-soleil).
2-) La vitesse et l'accélération de Jupiter dans le repère de Copernic.
On donne : distance terre-soleil d =149,5.10^6 km.
Réponses : 1) 5,24d ; 2) 13 km/s ; 2,2.10^{-4} m/s^2

II-3-Mouvement dans un champ uniforme

II-3-1-Mouvement d'un projectile dans le champ $\vec{g}$ uniforme

Questions du cours

1-Définir les termes : projectile, portée, flèche, angle de tir ; **2-**Démontrer pour un projectile lancé au sol avec V_0 sous l'angle α par rapport à l'horizontale que : a) la flèche $h = \frac{V_0^2 sin^2\alpha}{2g}$; b) la portée $x_P = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$;

<u>Exercice 155 :</u>

Un projectile est lancé vers le haut avec une vitesse initiale V_0=200 m.s^{-1}.
Calculer pour une portée d=2500 m.
1) Les angles de tir possibles
2) La flèche
3) La durée du tir sachant que l'impact se fait sur le sol, plan horizontal contenant le point de lancement.
4) La vitesse lors de l'impact.
5) La portée horizontale maximale

6) Exprimer la vitesse V du projectile en fonction de l'altitude Z et calculer :
  a) La vitesse du point d'impact C dans le plan horizontal contenant le point de lancement ;
  b) La vitesse à l'altitude 100 m ;
  c) La valeur maximale de flèche.

Réponses : 1) α_1 = 18,9° ; α_2=71,1° ; 2) h_1=214 m ; h_2=1825 m ; 3) t_1=13,2 s ; t_2=38,6 s ; 4) V_C=200 m/s ; 5) d_{max}=4082 m ;
6) $V^2=V_0^2-2gZ$; a) V=V_0 ; b) V=195 $m.s^{-1}$; c) Z= 2040 m.

Exercice 156 :

A l'aide d'un projectile lancé avec une vitesse $\vec{v}_0$, on veut atteindre une cible située dans le plan horizontal du point de lancement à une distance d de ce dernier.
1) Montrer qu'il y a deux angles de tir possibles.
2) Le projectile est un obus lancé à la vitesse de 250 m/s. La cible à atteindre est située à 5 km du canon.
a) Quels sont les angles de tir possibles ?
b) Quelles sont les flèches correspondantes, la plus petite correspond au tir tendu, la plus grande au tir en cloche.

Réponses : 1) $\alpha_1 = \frac{1}{2}sin^{-1}\left(\frac{dg}{v_0^2}\right)$ et $\alpha_2 = 90° - \alpha_1$; 2) a) $\alpha_1 = 26,6°$; $\alpha_2 = 63,4°$; b) $h_1 = 626,52\ m$ et $h_2 = 2498,47\ m$.

Exercice 157 :

Un jardinier arrose ses plantes avec un raccord incliné d'un angle $\alpha = 30°$ sur l'horizontale. L'eau jaillie avec une vitesse v_0 = 10 m/s .
1) Etablir dans un repère (Ox, Oy) les équations paramétriques x(t) et y(t) et en déduire l'équation de la trajectoire de l'eau.
2) A quelle distance minimale le jardinier peut-il arroser et quelle serait la hauteur minimale du jet d'eau ?
On donne g = 9,8 m/s^2 ; cos30°=0,866; $sin30° = 0,50$.

Réponses : 1) $x(t) = 8,66t$; $y(t) = -4,9t^2 + 5t$; $y(x) = -0,066x^2 + 0,58x$;
2) $x_C = 8,8\ m$; $y_H = 1,3\ m$.

Exercice 158 :

Du toit d'un immeuble de hauteur h = 30 m, on lance un projectile avec la vitesse v_0 = 20 m/s, le vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ faisant l'angle α = 60° avec l'horizontale.
Le projectile tombe jusqu'au sol. On néglige la résistance de l'air et on prend g=10 $m.s^{-2}$.
Déterminer :
1) la distance horizontale d entre le point de lancement et le point d'impact sur le sol horizontal ;
2) le temps que dure le mouvement de chute ;
3) la vitesse du projectile lorsqu'il touche le sol.

Réponses : 1) d = 47,3 m ; 2) t = 4,73 s ; 3) v = 31,6 $m.s^{-1}$

Exercice 159 :

Un projectile est lancé verticalement de la surface du sol. Un système de détection déclenche un chronomètre à l'instant du départ et enregistre les dates t_1 et t_2 de passage du projectile dans le plan horizontal d'altitude h. Déterminer la vitesse du lancement v_0 et l'altitude h en fonction des dates t_1 et t_2.
Application numérique : t_1 = 0,875 s ; t_2 = 9,329 s ; g = 9,81 m/s².

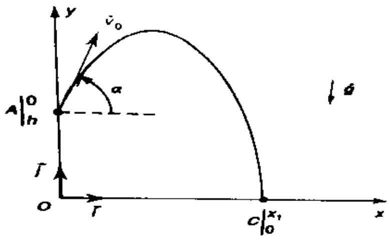
Réponses : $V_0 = \frac{1}{2}g(t_1 + t_2) = 50\ m.s^{-1}$; $h = \frac{1}{2}gt_1t_2 = 40\ m$

Exercice 160 :

a) Etudier le mouvement du centre d'inertie d'un petit palet lancé sur une table horizontale de hauteur h = 78,4 cm et qui quitte cette table à la vitesse v_0 = 2 m/s.
b) A quelle distance x de la verticale du point de chute le palet touche-t-il le sol ? Quelles sont alors les caractéristiques de son vecteur vitesse ? (g = 9,8 m/s^2).
Réponses : a) $y = 1,225x^2$ m ; b) $x = 0,8\ m$; $v = 4\ m.s^{-1}$et $\alpha = 62,9°$.

Exercice 161 :

Au cours d'un championnat un athlète remporte l'épreuve du lancement de poids avec un jet de x_1=19,43 m. le poids a une masse de 7,45 kg. La trajectoire part de A à une hauteur h=1,80 m au – dessus du sol. Le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_0}$ fait un angle α=45° avec l'horizontale.
On assimile le projectile à un solide ponctuel. g=9,8 m.s^{-2}.



1) Établir l'équation de la trajectoire en fonction de h, $tan\alpha$, g, et V_0.
2) Déterminer la norme de la vitesse initiale en fonction de h, α, g et x_1.
3) Calculer la hauteur maximale h_{max} atteinte par le projectile et les coordonnées du vecteur vitesse au sommet de la trajectoire.
4) Déterminer la norme et la direction du vecteur vitesse du projectile au point C.
On rappelle $\beta = (\vec{\imath}, \vec{v})$.
Réponses : 2) v_0 = 13,2 m.s^{-1} ; 3) H = 6,2 m ; 4) V_C = 14,5 m.s^{-1} et $\beta = 50°$

Exercice 162 :

On lance un projectile avec une vitesse de 30 m/s à partir du sol horizontal. L'angle de tir vaut 60°.
1) Déterminer l'équation de la trajectoire dans un repère lié au sol dont l'origine coïncide avec le point de lancement.
2) Calculer la flèche du tir. On donne g = 9,8 m/s^2
3) Quelle doit être la valeur de l'angle de tir pour que la flèche soit maximale ? Quelle hauteur le projectile atteint-il alors ?
4) En quel point E le projectile atteint-il un plan incliné d'un angle de 30° sur l'horizontale.
Réponses : 1) $y = -2,18.10^{-2}x^2 + 1,73x$; 2) $h = 34,4\ m$; 3) $\alpha = 90°$; $h_{max} = 46\ m$;
4) $\begin{cases} x_E = 52,4 \\ y_E = 30,33 \end{cases} (m)$.

Exercice 163 :

On place un canon au pied d'une colline dont la pente constante fait un angle φ avec l'horizontale. On pointe le canon dans une direction faisant un angle α avec la ligne de plus grande pente de la colline. Le vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ est contenu dans le plan vertical contenant cette ligne de plus grande pente.
Donner l'expression de la distance entre le canon et le point de chute de l'obus.
Application numérique : $v_0 = 300$ m/s ; $\varphi = 10°$; $\alpha = 30°$

Exercice 164 :

Deux obus sont tirés successivement par un canon à θ secondes d'intervalles sous des angles de 60° et 30° et avec la vitesse de 200 m.s^{-1}.
Déterminer θ afin que les deux obus se rencontrent. On donne g = 9,8 m/s^2.
Réponse : $\theta = 20(\sqrt{3} - 1) \approx 15$ s.

Exercice 165 :

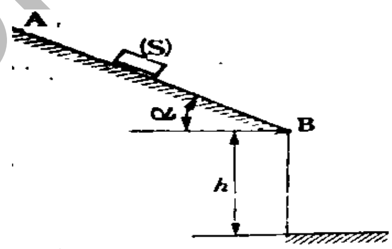
1) D'un point situé à 0,80 m du sol, la bille est lancée verticalement, vers le haut, et monte jusqu'à 6,1 m du sol avant redescendre.
Avec quelle vitesse initiale a-t-elle été lancée ? Combien de temps après le départ arrivera-t-elle au sol ?

2) La bille est lancée vers le haut grâce à un petit plan incliné faisant un angle variable α avec le plan horizontal. On prendra comme origine des espaces O, le point où la bille quitte le plan incliné. Trouver l'expression donnant la portée, c'est-à-dire la distance de O au point A où la trajectoire rencontre le plan horizontal contenant O.
Si la vitesse initiale a une intensité constante, pour quel angle α_0 la portée est-elle maximale ?
La portée maximale étant 7,2 m, quelle est la vitesse initiale ?

Réponses : 1) V_0 = 10,2 m/s ; $t = 2,16$ s ; 2) $x = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$; $\alpha_0 = 45°$; V_0 = 8,40 m/s.

Exercice 166 :

Dans tout le problème on prendra g = 10 m/s^2 et l'on négligera les frottements.
1) Un solide S, que l'on assimilera à un point matériel de masse m = 200 g peut glisser en suivant la ligne de plus grande pente d'un plan incliné qui forme un angle $\alpha = 30°$ avec le plan horizontal. Le solide est lâché sans vitesse du point A. Il parcourt la distance AB = l = 2,50 m sur le plan incliné.
  a) Déterminer la nature du mouvement pris par S et calculer la durée t_1 du trajet AB.
  b) Calculer le module v_1 de la vitesse $\vec{v}_1$ de S en B. Quelles sont les composantes horizontale et verticale ?

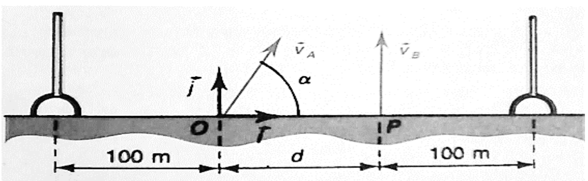


2) Arrivée en B, le solide S, animé de $\vec{v}_1$ tombe sur un plan horizontal situé en contrebas à une distance h de B. La chute dure t = 0,5 s.
  a) Calculer la distance horizontale d comprise entre la verticale passant par B et le point d'impact sur le plan horizontal, puis la hauteur h.
  b) Calculer l'énergie cinétique et la vitesse du solide à son arrivée sur le plan horizontal.

Réponses : 1) a) a = 5 m/s^2 ; $t_1 = 1$ s ; b) $v_1 = 5\ m/s$; $v_{1x} = 4,33\ m/s$; $v_{1y} = 2,50\ m/s$; 2) a) d = 2,16 m ; h = 2,5 m ; b) E_C = 7,5 J ; v = 8,66 m/s.

Exercice 167 :

Deux fusées A et B doivent être liées simultanément à partir de deux O et P situés au sol et distants de d = 30 m. Les fusées vont exploser à la date t_1 = 4 s après leur lancement. L'une, B, est tirée de P avec une vitesse $\vec{v}_B$ verticale, l'autre, A, est tirée de O avec une vitesse $\vec{v}_A$ inclinée de α par rapport à l'horizontale et située dans un plan vertical passant par P.



Données : $\|\vec{v}_A\| = 51,4$ m/s ; $\|\vec{v}_B\| = 50$ m/s.
1) Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, établir, sous forme littérale uniquement, les équations horaires des mouvements de chaque fusée après leur lancement, instant qui sera choisi comme instant initial. Préciser la nature de leurs trajectoires et en donner l'allure.
2) Déterminer l'inclinaison α de la vitesse initiale $\vec{v}_A$ de A pour que l'explosion ait lieu à la verticale de P.
3) Quelle est la distance qui sépare les deux fusées au moment de l'explosion ?
4) Les barrières de sécurité pour les spectateurs sont installées de façon à respecter la distance 100 m des points de lancement O et P. Ces spectateurs sont-ils en sécurité lors de la retombée des fusées en cas de non-explosion en altitude ? On négligera la résistance de l'air et on prendra g = 9,8 m/s^2.

Réponses : 2) $\alpha = 81,6°$; 3) $h_A - h_B = 3\ m$; 4) d = 77,8 m. Spectateurs en sécurité.

Exercice 168 :

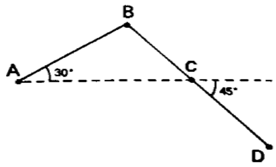
Un projectile est tiré du sol avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$, l'angle de tir est α.
1) Établir l'équation de la trajectoire du projectile.
2) Lorsque le projectile se trouve à l'altitude h, le vecteur vitesse $\vec{v}$ fait avec le plan horizontal un angle β.

a) Établir la relation donnant v en fonction de h, v_0 et g (intensité de la pesanteur).
b) Établir la relation entre v, v_0, α et β.
c) Établir la relation : $h = \frac{v_0^2}{2g}\left(1 - \frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\beta}\right)$.
d) Retrouver l'expression de la flèche à partir de la relation en c)
e) Calculer la valeur de cette altitude maximale atteinte pour v_0 = 20 m/s ; α = 20°.

Exercice 169 :

Un jouet permet de catapulter les pierres. Les pierres sont éjectées d'un point O avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ faisant un angle α avce le plan horizontal. Elles tombent 2 m plus loin et au bout de 1 s sur le même plan horizontal passant par O. Déterminer la valeur de l'angle α. **Réponse : $\boldsymbol{\alpha = 67,8°}$**

Exercice 170 :



Au cours de sa descente, un skieur rencontre un tronçon rectiligne AB qu'il remonte en faisant un angle constant $\alpha = 30°$ avec le plan horizontal. En B se produit une brusque rupture de la pente, et le tronçon rectiligne BC fait un angle constant α_1= 45° avec le plan horizontal. Arrivant en B avec une vitesse de 14 m/s, le skieur effectue un saut.
Situer le point D de BC où le skieur reprend contact avec la piste et calculer sa vitesse à cet instant. On négligera la résistance de l'air et on prendra g = 9,80 m/s^2.
Réponses : BD = 67 m ; v = 33,6 m/s.

Exercice 171 :

Un archer tire une flèche sur un objectif et désire qu'elle atteigne le centre d'une cible placée à la distance D = 50 m et à la hauteur h = 0,50 m au – dessus de la ligne horizontale au départ.
1) Ecrire les équations horaires du mouvement de la flèche
2) Etablir en fonction de tanα, l'équation cartésienne de la trajectoire du centre d'inertie G de la flèche
3) Quelle est la valeur de l'angle d'inclinaison de la flèche, au départ par rapport au plan horizontal lorsque la vitesse initiale V_0 = 50 m/s
4) Quelle est la solution la plus probable ?
(On néglige la résistance de l'air et on prend g = 9,8 u.SI)
Réponses : 3) $\boldsymbol{\alpha = 84,3°}$ ou $\boldsymbol{\alpha = 6,2°}$; 4) $\boldsymbol{\alpha = 6,2°}$ tir précis dans un temps minimum

Exercice 172 :

On se propose d'étudier un coup franc direct en football. Le ballon est posé sur le sol horizontal, face au but AB de hauteur h = 2,44 m et à une distance d = 25 m de celui – ci. Le joueur tirant le coup franc, communique au ballon une vitesse $\vec{V}_0$ dans le plan (O, i, j) inclinée d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale.
1) Montrer que la trajectoire du ballon est plane
2) Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire du ballon en fonction de g, V_0 et α
3) Quelle doit être la vitesse initiale du ballon pour qu'il pénètre dans le but au ras de la barre transversale ?

Réponses : 2) $\boldsymbol{V_0 = \frac{d}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{g}{2(d\tan\alpha - h)}}}$; V_0 = 18,6 m/s

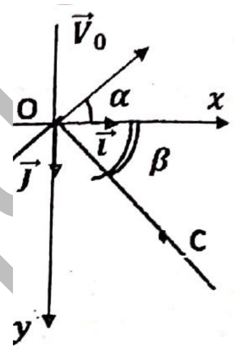
Exercice 173 :

Une sphère de rayon R repose en B sur un sol horizontal, un petit palet assimilé à un point matériel de masse m, primitivement en A point haut de la sphère, part sans vitesse initiale et glisse sans frottement sur la surface sphérique. Sa position est repérée par l'angle $\theta = \left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM}\right)$

a) Exprimer sa vitesse en M en fonction de g, r et θ
b) Exprimer la réaction de la sphère en M en fonction de m, g, r et θ
c) Pour qu'elle valeur de θ le solide quitte la sphère en O ? quelle est la vitesse V_0 en ce point ?
d) Quelle est le mouvement ultérieur du palet ? Celui –ci rencontre le sol en D.
Exprimer la distance BD en fonction de r

Réponses : c) $\theta = 48°$; $V_0 = \sqrt{\frac{2}{3}gr}$; BD = 1,46r

<u>Exercice 174 :</u>

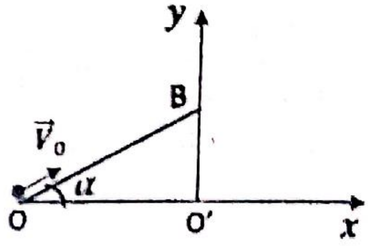


Un skieur parcourt une côte inclinée d'un angle $\alpha = 40°$ sur l'horizontal.
Au sommet O de cette côte, sa vitesse a pour valeur V_0 = 12 m/s. Après le point O se présente une descente inclinée d'un angle $\beta = 45°$ sur l'horizontal. Le skieur accomplit un saut et reprend contact avec la piste en un point C.
1) Etablir les équations horaires du mouvement du skieur
2) Quelle est la nature de sa trajectoire ?
3) Déterminer les coordonnées du point d'impact C dans le repère (O, i, j)
4) Calculer la longueur OC et la durée du saut. On donne g = 10 m/s²

Réponses : 2) $y = \frac{g}{2V_0^2 cos^2\alpha}x^2 - x\tan\alpha$; 3) C (31,2 ; 31,2) ; 4) OC = 44,1 m ; t_C = 3,4 s.

<u>Exercice 175 :</u>

Un petit palet assimilable à un point matériel de masse m = 0,50 kg est lancé vers le haut avec une vitesse initiale V_0 = 10 m/s à partir d'un point O le long de la ligne de plus grande pente d'un plan incliné de longueur OB = L = 15 m
Ce plan fait avec l'horizontale (Ox) un angle $\alpha = 30°$



1) Les frottements étant d'abord négligés, à quelle distance du point O le palet s'arrêtera – t – il dans son mouvement ascendant ?
2) En réalité, les frottements développent une force d'intensité $f = 10\ N$ opposée) la vitesse du palet. Calculer la vitesse initiale de lancement V_0' au point O, nécessaire pour que le palet parvienne en B à la vitesse V_1 = 10 m/s
3) Déterminer les équations paramétriques du mouvement ultérieur du palet dans le repère (O'x, O'y). On prendra l'origine des temps l'instant où le palet passe en B avec la vitesse V_1
4) Calculer l'abscisse du point d'impact du palet sur le sol. On donne g = 10 m/s²

Réponses : 1) x = 10 m ; 2) V_0' = 29,15 m/s ; 3) x = $5\sqrt{3}$t et y = $-5t^2+5t+7,5$; x_C = 15,8 m

<u>Exercice 176 :</u>

1) Un projectile est tiré d'un point O du sol avec une vitesse initiale $\vec{V}_0$ faisant un angle α avec l'horizontale. Le tireur vise un cible ponctuelle située à 2000 m plus loin dans le même plan horizontal.
a) Ecrire l'équation de la trajectoire du projectile.
b) Trouver les valeurs de α qui permettent d'atteindre la cible pour V_0 = 400 m/s
2) Le tireur vise maintenant une cible de coordonnées x et y.
a) Montrer que les valeurs de l'angle de tir permettant d'atteindre la cible sont solution d'une équation du second degré dont l'inconnue est tan α
b) Déterminer la relation qui lie x et y pour que l'équations admette de solutions.

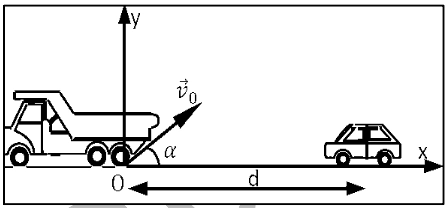
c) La vitesse V_0 étant donnée, montrer que pour être atteinte, une cible doit se trouver à l'intérieur d'une parabole dite de sûreté. Représenter cette parabole

Application numérique : g = 10 m/s^2

Réponses : 1) $\boldsymbol{\alpha_1 = 3,6°}$ **ou** $\boldsymbol{\alpha_2 = 86,4°}$ **; 2) b)** $\boldsymbol{y + \frac{gx^2}{2V_0^2} - \frac{V_0^2}{2g} \leq 0}$ **; c)** $\boldsymbol{y = -\frac{gx^2}{2V_0^2} + \frac{V_0^2}{2g}}$

Exercice 177 :

Un gravier assimilé à un point G est projeté par le pneu d'un camion, vers l'arrière dans le plan vertical repéré par $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy})$.
Le gravier, en O à l'instant t = 0, a un vecteur vitesse V_0 de valeur 12 m/s qui fait un angle α = 37° par rapport à l'axe horizontal Ox. Les frottements sont négligés. On donne g = 9,8 m/s^2

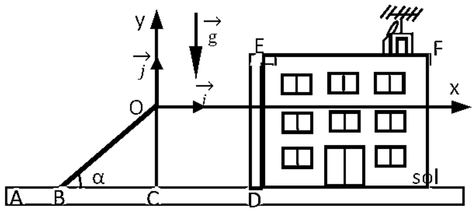


1° Etablir les équations horaires $x_G(t)$ et $y_G(t)$ du mouvement du gravier et l'équation cartésienne de sa trajectoire dans le repère $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy})$.
2° Donner l'allure de la trajectoire du gravier. (Echelle : 1cm pour 1m).
3° Le gravier vient frapper une voiture en un point M de son pare-brise.
A l'instant initial où le gravier est projeté, le point M est à la distance d = 44m de l'axe $\overrightarrow{Oy}$. La voiture suit le camion selon la direction $\overrightarrow{Ox}$ avec la vitesse V = 90km/h. Établir les équations horaires du mouvement du point M dans $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy})$
4° Déterminer la date t, à laquelle se produit l'impact du gravier sur le pare-brise. En déduire la hauteur h au-dessus du sol du point d'impact M

Réponses : 1) $\boldsymbol{y_G = -\frac{g}{2V_0^2 cos^2\alpha} x_G^2 + x_G \tan\alpha}$ **; 3)** $\boldsymbol{x = -25t + 44}$ **et** $\boldsymbol{y = h}$ **; 4)** $\boldsymbol{t = \frac{d}{V_0 \cos\alpha + V}}$

Exercice 178 :

Un cascadeur veut sauter avec sa voiture sur la terrasse horizontale EF d'un immeuble. Il utilise un tremplin BOC formant un angle α avec le sol horizontal ABCD et placé à distance CD de la maison. (OC et DE sont des parois verticales). La masse de l'automobile et du pilote est égale à une tonne = 1000 kg.
On assimile le système à un point G et pour simplifier le problème, on considèrera les frottements négligeables dans la phase aérienne et on admettra qu'à la date initiale, le centre d'inertie G quitte le point O avec la vitesse $\vec{V}_0$ et qu'il est confondu avec le point E à l'arrivée. Donnée g = 10 m/s^2

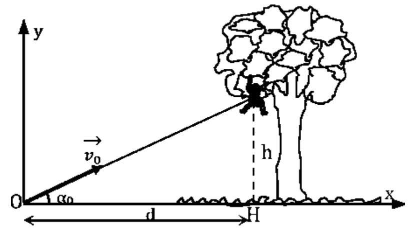


1) Etablir dans le repère (O, i, j) l'équation de la trajectoire de G entre O et E.
2) a) Calculer la vitesse initiale V_0 en m/s et km/h, ainsi que l'angle α pour que le système arrive en E avec un vecteur vitesse $\vec{V}_E$ horizontal. *Données : CD = 15 m ; DE = 10 m ; OC = 8 m*
b) Calculer la vitesse $\vec{V}_E$ à l'arrivée de l'automobile en E.
3) En considérant qu'une fois sur la terrasse, les frottements sur l'automobile sont équivalentes à une force constante f parallèle au déplacement et d'intensité 500N, calculer l'intensité de la force F qui permettra au véhicule de s'arrêter après un trajet
EF = L = 100m.

Réponses : 1) $\boldsymbol{y = -\frac{g}{2V_0^2 cos^2\alpha} x^2 + x\tan\alpha}$ **; 2-a)** $\boldsymbol{V_0 = \sqrt{\frac{gx_E^2}{2y_E} + 2gy_E}}$ **= 24,5 m/s** soit **V_0 = 88,2 km/h**

$\sin\alpha = \frac{1}{V_0}\sqrt{2gy_E}$ = 15° ; b) $V_E = V_X = V_0\cos\alpha$ = 23,7 m/s ; 3) F = $\frac{mV_E^2}{2L} - f$ = 2308 N

Exercice 179 :



Un chasseur muni d'un arc vise un singe S de masse M perché sur un arbre. La flèche de masse m quitte l'arc, en O, avec une vitesse initiale V_0 oblique, dirigée exactement vers le haut vers le singe. Voir figure. Le singe se laisse tomber à l'instant exact où il voit la flèche quitter l'arc.

On appelle h l'altitude du singe et d = OH la distance de sa projection H au point O de lancement de la flèche et $\alpha_0 = (Ox\ ,\ OS)$.

1° Si Le singe restait en place, serait-il touché ? Justifier votre réponse par rapport à la pesanteur.

2° En notant V_0 la valeur de la vitesse et g celle de l'accélération de la pesanteur ;

a. Donner les équations paramétriques des coordonnées $x_1(t)$ et $y_1(t)$ pour le singe S et $x_2(t)$ et $y_2(t)$ pour la flèche F (tous les deux sont supposés ponctuels confondus avec leur centre d'inertie, pour cet exercice)

b. En déduire les équations des trajectoires du singe et de la flèche.
Quelles sont leurs formes.

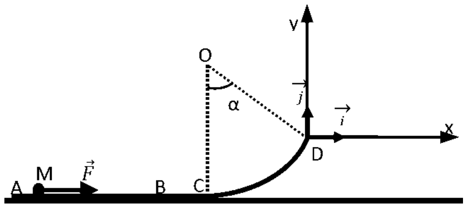
c. Le singe est-il touché ? Justifier votre réponse.

d. Dans le cas où le singe est touché, à quelle hauteur du sol se trouve-t-il alors ?

Réponses : 1) Non : effet de la pesanteur ; 2) a) S ($x_1(t)$ = d et $y_1(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + h$) ; F($x_2(t) = v_0 t\cos\alpha$ et $y_2(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t\sin\alpha$) ; c) oui $y_1 = y_2$; d) $y = -\frac{g}{2v_0^2}(d^2 + h^2) + h$

Exercice 180 :

La piste de lancement d'un projectile M comprend une partie rectiligne horizontale ABC et une portion circulaire CD centrée en O, de rayon r =1m, l'angle au centre α = 60° et telle que OC soit perpendiculaire à AC.



Le projectile M, assimilable à un point matériel de masse m=0,5kg est lancé suivant AB de longueur L = 1m avec une force F constante horizontale et ne s'exerçant qu'entre A et B.

1) a. Énoncer le théorème de l'énergie cinétique pour un solide assimilable à un point matériel.

b. En appliquant ce théorème, déterminer l'intensité minimale à donner à F pour que le projectile quitte la piste en D.

c. L'intensité de la force est égale à 15,0N. Donner la valeur numérique de la vitesse V_D avec laquelle le projectile quitte la piste en D.

2) a. Donner l'équation de la trajectoire du solide au-delà de D dans un repère orthonormé d'origine D.

b. Quelle est la hauteur maximale atteinte au-dessus de l'horizontal ABC ?

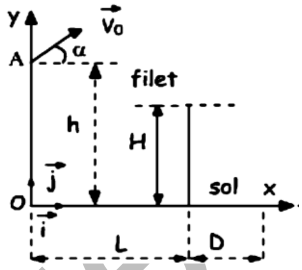
3) Quelle est l'intensité de la force exercée par le projectile sur la piste au moment de la quitter en D avec la vitesse précédente ? On négligera les frottements. (g=10m/s^2)

Réponses : 1) b) $F_m = \frac{mgr(1-\cos\alpha)}{L}$ = 2,5 N ; $V_D = \sqrt{\frac{2FL}{m} - 2gr(1-\cos\alpha)}$ = 4,47 m/s ;

$H = r(1-\cos\alpha) + \frac{V_D^2\sin^2\alpha}{2g}$ = 1,38 m ; 3) F = R = $m\left[\frac{2FL}{mr} + g(3\cos\alpha - 2)\right]$ = 22,7 N

Exercice 181 :

Dans tout l'exercice, on assimilera la balle à un point matériel. Au volley-ball, le joueur qui effectue le service frappe la balle à la hauteur h du sol et à la distance L du filet. La hauteur du filet est H = 2,43 m. La ligne du fond du camp adverse est à D= 9m du filet. Pour que le service soit bon, il faut que le ballon passe au-dessus du filet et touche le sol dans le camp adverse entre le filet et la ligne de fond du camp adverse.



Pour simplifier, on supposera que la trajectoire de la balle est située dans le plan de la figure (orthogonale au filet) et on négligera la résistance de l'air.
Le joueur saute verticalement et frappe la balle en A pour lequel h = 3,5 m et L= 12m.
La vitesse initiale de la balle est v_0 = 18 m/s et elle fait un angle $\alpha = 7°$ avec l'horizontale.
1) Établir :
a- Les expressions des équations horaires : x = f(t) et y = g(t) de la balle.
b- L'équation cartésienne de la trajectoire de la balle dans le repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. **On prendra l'origine des temps l'instant de la frappe de la balle en A.**
2) A quel instant la balle passe-t-elle au-dessus du filet ?
À quelle hauteur se trouve-t-elle ?
3) A quelle date touche-t-elle le sol, si elle n'est pas interceptée par le joueur adverse ?
À quelle distance de O se trouve-t-elle alors ? Le service est-t-il bon ?

<u>Exercice 182 :</u>

Pour cet exercice, on considère la balle comme un point matériel et on négligera l'action de l'air.
Pour effectuer un service, un joueur de tennis lance une balle verticalement vers le haut à partir d'un point situé 1,60 m au-dessus du sol et la frappe avec sa raquette lorsqu'elle atteint le sommet de sa trajectoire, situé à 0,40 m plus haut. Elle part alors avec une vitesse $\vec{v}_0$ horizontale et doit passer au-dessus d'un filet de hauteur 0,90 m. La distance séparant le joueur du filet est de 12 m.
1) Avec quelle vitesse le joueur lance-t-il la balle verticalement ?
2) Établir dans un repère que l'on définira, l'équation de la trajectoire de la balle après le choc avec la raquette.
3) Quelle doit être la valeur de v_0 pour que la balle passe 10 cm au-dessus du filet ?
Quelle est, lors de son passage, la direction du vecteur vitesse de la balle ?
On prendra g = 9,80 m/s².

Bonus :

Un plan incliné OA fait avec le plan horizontal un angle α. Un projectile est lancé du point O avec une vitesse initiale $\vec{V}_0$ faisant avec le plan horizontal un angle β. Il retombe en un point B sur le plan incliné.
Les points O et B se trouvent sur la même ligne de plus grande pente.
1) Etablir l'équation de la trajectoire du projectile
2) a) Déterminer l'expression littérale de la distance OB = L et montrer que cette distance peut se mettre sous la forme : $L = \frac{2V_0^2 \sin(\beta-\alpha).\cos\beta}{g\cos^2\alpha}$.
b) Montrer que cette distance L est maximale pour $\beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}$
c) Donner l'expression de cette distance maximale et calculer sa valeur sachant que : $\alpha = 30°$; $\beta = 60°$; $V_0 = 30\ m/s$; $g = 10\ m/s^2$
3) Partant de cette distance maximale, le projectile de masse m = 0,5 kg redescend sans vitesse en suivant la ligne de plus grande pente du plan incliné où il est soumis à une force de frottement d'intensité constante $f = 1{,}5\ N$. Calculer :
a) L'accélération du mouvement de son centre d'inertie sur le plan incliné
b) Sa vitesse au passage en O et la durée du trajet BO. On donne $\sqrt{60} \approx 7{,}75$.

Réponses : 1) $y = -\frac{g}{2V_0^2cos^2\beta}x^2 + x\tan\beta$ **; 2) a)** $L = \frac{2V_0^2cos^2\beta(\cos\alpha\tan\beta - \sin\alpha)}{gcos^2\alpha} = \frac{2V_0^2\sin(\beta-\alpha).\cos\beta}{gcos^2\alpha}$

b) $\beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}$ **; c)** $L_{max} = \frac{2V_0^2cos^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right)}{gcos^2\alpha} = 60\ m$ **; 3) a) a = 2 m/s²; b) V = 15,5 m/s ; t = 7,75 s.**

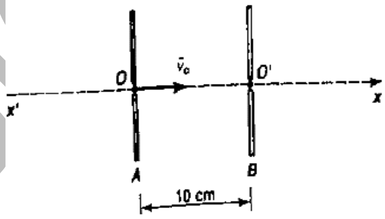
II-3-2-Mouvement d'une particule chargée dans le champ $\vec{E}$ uniforme

Questions du cours

1-Définir les termes : particule chargée, champ électrostatique, canon à électron ; **2-**Démontrer que l'énergie mécanique d'une particule chargée dans un champ électrostatique uniforme est constante

Exercice 183 :

Un proton H^+ est animé d'une vitesse v_0 = 1500 km/s ; il pénètre entre deux électrodes A et B sous une tension et distantes de 10 cm, parallèlement aux lignes de champ électrostatique. Il décrit un mouvement rectiligne suivant OO' (figure). On admettra que le champ est uniforme entre les deux plaques et que le poids du proton est négligeable.



1) Le proton arrive en O' avec la vitesse de 2000 km/s. Calculer la tension $U_{AB} = V_A - V_B$.

2) Quelle est la durée du trajet OO' ? Données : $m_p = 1{,}66.10^{-27}$ kg.

Réponses : 1) U_{AB} = 9078 V ; 2) t = 57 ns.

Exercice 184 :

Une particule α (ion He^{2+}), animée d'une vitesse v_0 = 1500 km.s⁻¹, est accéléré entre deux électrodes A et B distantes de 10 cm (figure).

1) Quelle doit être le signe de la tension U_{AB} ?

2) Donner la valeur de U_{AB} sachant qu'en B la vitesse de la particule est égale à 2000 km/s.

3) En admettant que le champ électrique est uniforme entre A et B, calculer la durée du trajet AB.

Données : $m_\alpha = 6{,}64.10^{-27}$ kg.

Réponses : 1) $U_{AB} > 0$; 2) U_{AB} = 18156 V ; 3) t = 57 ns.

Exercice 185 :

Un électron sort d'un canon à électron à la vitesse v_0 = 30000 km/s et pénètre dans une région de l'espace où règne un champ électrique uniforme crée par deux électrodes A et B distantes de 10 cm.

1) Quel doit être le signe de la tension si l'on veut que le mouvement de l'électron soit retardé entre les deux électrodes ?

2) Donner la valeur de U_{AB} afin que l'électron arrive au voisinage de B avec une vitesse nulle.

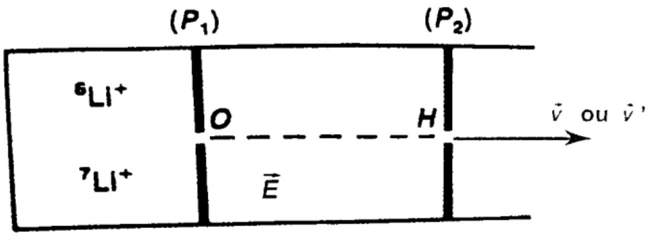
3) On impose U = 100 V. Donner l'équation horaire t→ $x(t)$ de l'électron. Calculer la durée du trajet AB.

Donnée : $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg.

Réponses : 1) U> 0 ; 2) U_{AB} = 2560 V ; 3) t = 3,35 ns.

Exercice 186 :

Des ions ${}^6_3Li^+$ et ${}^7_3Li^+$, de masses différentes m et m', sont produits dans une chambre d'ionisation. Ils pénètrent en 0 dans un champ électrique uniforme.



1) Quelle est la direction du champ $\vec{E}$? Déterminer le signe de la tension : U = $V_{P_1} - V_{P_2}$ que l'on établit entre les plaques P_1 et P_2 .

2) Comparer les énergies cinétiques des deux sortes d'ions en H. Etablir la relation : $\frac{v}{v'} = \sqrt{\frac{m'}{m}}$.

3) Application numérique : $|U|$= 10^4 V ; m = $10{,}0.10^{-27}$ kg ; m' = $11{,}7.10^{-27}$ kg ; e = $1{,}6.10^{-19}$ C.

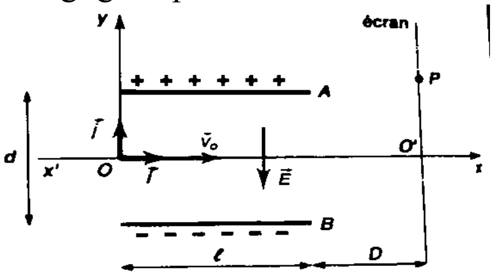
M. René K. DELAMOU prof de physique (621622120)   Mr René Physique

Calculer en H l'énergie cinétique des ions en H (en eV) et leur vitesse.

Réponses : 1) U> 0 ; 2) Ec = Ec' ; 3) Ec = 10^4 eV ; v = 565,7 km.s^{-1} ; v' = 523 km.s^{-1}

Exercice 187 :

On maintient entre les plaques (figure) une différence de potentiel U. La longueur de ces plaques est ℓ et leur distance est d. Un électron est injecté dans une direction perpendiculaire au champ avec une vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_0\vec{i}$, au point O milieu des plaques. Données : ℓ = 2 cm ; d = 1cm ; D = 50 cm ; U = 100 V ; $v_0 = 10^7$ m/s ; $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg ; e = $1{,}6.10^{-19}$ C. On néglige le poids de l'électron.



1) Calculer le champ électrique (supposé uniforme) entre les deux plaques.

2) L'électron sort de la région où règne le champ électrique en un point S. Calculer les coordonnées de S et celles du vecteur vitesse $\vec{v}_S$ en ce point. En déduire v_S.

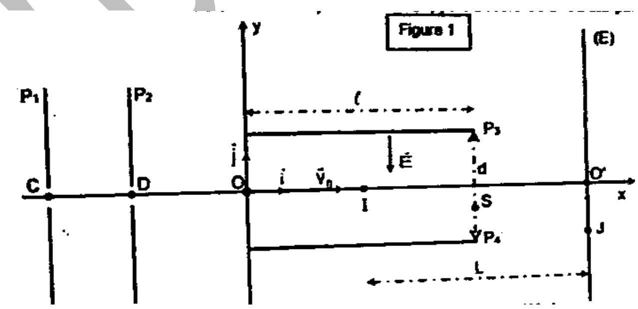
3) On place un écran à la distance D de l'extrémité des plaques. Quelle est la position du point d'impact de l'électron sur l'écran ?

Réponses : 1) E = 10^4 V/m ; 2) S (2 cm ; 0,35 cm) ; $v_S = 1{,}06.10^7$ m/s ; 3) y_P = 18 cm.

Exercice 188 :

Dans tout l'exercice, on suppose que le mouvement des protons a lieu dans le vide et on néglige leur poids par rapport aux autres forces. On considère le dispositif ci-dessous.

Des protons ont émis en C avec une vitesse quasiment nulle, puis accélérés entre les points C et D des plaques P_1 et P_2.



1) Préciser le signe de la tension U_{CD} pour que les protons soient accélérés. Justifier la réponse.

2) On posera pour la suite $|U_{CD}| = U$.

2.1. Exprimer la vitesse v_D d'un proton en D en fonction de U, e et m_p.

2.2. Calculer v_D.

3) Après la traversée de la plaque P_2 en D, les protons pénètrent en O entre deux plaques parallèles, P_3 et P_4 de longueur ℓ et distantes d. La tension U' appliquée à ces plaques crée un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$. Donnée : ℓ = 20 cm et d = 7 cm.

3.1. Montrer que l'énergie cinétique d'un proton se conserve entre D et O.

3.2. Etablir dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{i})$ les équations horaires du mouvement d'un proton dans la région limitée par les plaques P_3 et P_4.

3.3. Vérifier que l'équation de la trajectoire peut s'écrire : $y = -\frac{U'}{4dU}x^2$

3.4. Déterminer la condition à laquelle doit satisfaire la tension U' pour que les protons sortent du champ électrostatique sans heurter la plaque P_4.

3.5. Déterminer U' pour que les protons sortent du champ en passant par le point S de coordonnées $(\ell\ ; -\frac{d}{5})$.

4) A la sortie du champ électrostatique par le point S, les protons sont reçus en un point J, sur un écran plat et placé perpendiculairement à l'axe Ox.

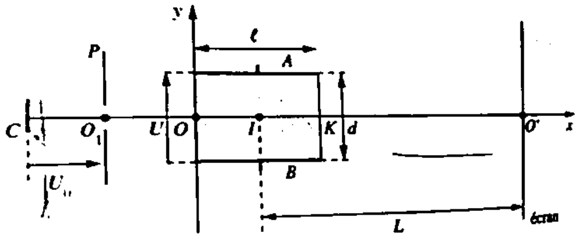
4.1. Représenter qualitativement la trajectoire d'un proton entre les points O et J.

4.2. Etablir l'expression littérale de la déviation O'J du spot sur l'écran €.

4.3. Calculer la distance O'J. On donne : L = 20 cm ; U = 10^3 V ; $m_p = 1{,}67.10^{-27}$ kg ; OI = $\frac{\ell}{2}$; e = $1{,}6.10^{-19}$ C.

Réponses : 1) $U_{CD} > 0$; 2) $v_D = \sqrt{\frac{2eU}{m_p}}$ = 1,4.10^5 m.s^{-1} ; 3-1- $\Delta Ec = 0$; 3-4-U'< $\frac{2d^2U}{\ell^2}$; 3-5-U' = 98 V ; 4) O'J = -2,8 cm.

Exercice 189 :



L'ensemble du dispositif est dans le vide.

a) La cathode C d'un oscilloscope émet des électrons avec une vitesse sensiblement nulle. Ceux-ci arrivent sur l'anode P et peuvent la traverser par l'ouverture de centre O_1.

On établit la tension $U_0 = V_P - V_C > 0$.

Calculer la vitesse v_0 des électrons à leur passage en O_1, quelle est leur mouvement au-delà de P ?

b) Les électrons pénètrent en O entre les armatures horizontales A et B d'un condensateur ; celles-ci, de longueur ℓ, sont distantes de d. On établit une tension $U_{AB} = V_A - V_B > 0$ entre les ramatures.

1) Vers quelle armature (A ou B ?) les électrons sont-ils déviés ?

2) Etudier le mouvement des électrons dans le système d'axe $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy})$. On prendra comme origine des dates l'instant où les électrons pénètrent dans le condensateur.

3) Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire.

c) Le faisceau arrive ensuite sur un écran fluorescent situé à la distance L du centre de symétrie I des armatures.

Calculer le déplacement Y du spot sur l'écran et la sensibilité s = $\frac{Y}{U}$ de l'appareil en cm.V^{-1}.

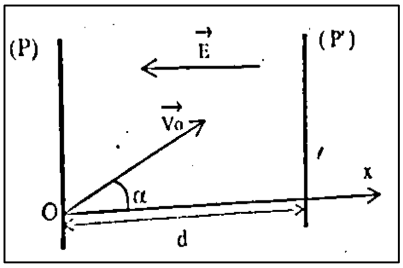
On pourra utiliser la propriété : la tangente à la trajectoire à la sortie du condensateur passe par le point I.

On donne : e = 1,6.10^{-19} C ; m_e = 9,1.10^{-31} kg ; U_0 = 1,0.10^3 V ; U = 1,0.10^2 V ; d = 2,0 cm ; ℓ = 6,0 cm ; L = 12 cm.

Réponses : a) v_0 = 1,9.10^7 m.s^{-1} ; b) 1) A ; 3) $y = 1,22x^2$; c) Y = 1,75 cm et s = 1,75.10^{-2} cm.V^{-1}.

Exercice 190 :

Deux plans parallèles P et P' verticaux, constitués de fins grillages métalliques, distants de d = 4cm, définissent une région où existe un champ électrique uniforme $\vec{E}$. Une particule, de charge q = -1,6.10^{-19} C et de masse m = 9,1.10^{-31} kg, arrive en O à l'instant t = 0 avec la vitesse $\vec{v}_0$, telle que $(\overrightarrow{Ox}, \vec{v}_0) = \alpha$ dans le plan de la figure.



1) Représenter la force électrique $\vec{F}$ s'exerçant sur la particule.

On admettra que la poids $\vec{P}$ d'une particule est négligeable devant $\vec{F}$ si P≤ $\frac{F}{100}$.

Quelle est alors la condition sur $\vec{E}$ pour pouvoir négliger P ?

N.B. On prendra par la suite : E = 2.10^4 V.m^{-1} ; v_0 =10^7 m.s^{-1} ; = $\alpha = 30°$.

2) Etablir l'équation de la trajectoire de la particule.

3) En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, donner l'expression de la composante v_x du vecteur vitesse en fonction de x.

4) Calculer la de la vitesse v_P de la particule et l'angle que fait son vecteur avec $\overrightarrow{Ox}$ quand elle arrive dans le plan P'.

Réponses : 1) E > 5,68.10^{-9} V.m^{-1} ; 2) x = 70,3y^2 + 1,73y ; 3) $v_x = \sqrt{\frac{2.e.E.x}{m} + v_{0x}^2}$; 4) V_P = 1,95.10^7 m/s et $\beta = 14,8°$.

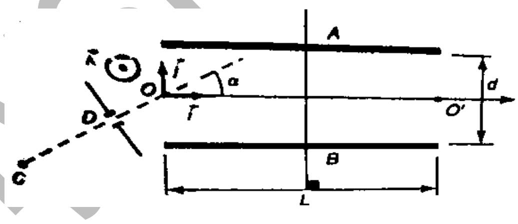
Exercice 191 :

1) Un ion $^{24}Mg^{++}$ est accéléré par une tension U = 10^4 V. Calculer sa vitesse v_0 acquise.
2) Avec sa vitesse v_0, il pénètre au point O dans un condensateur où règne un champ électrique de 5000 $V.m^{-1}$. La direction de v_0 fait un angle de 30° avec l'axe horizontal. La longueur des armatures est de 25 cm.
Calculer les coordonnées du point de sortie de l'ion $^{24}Mg^{++}$ du condensateur.
3) Quelles sont les composantes parallèle et perpendiculaire au champ électrique du vecteur vitesse au point de sortie du condensateur ? Calculer la vitesse en ce point. En déduire la direction du vecteur vitesse par rapport à l'horizontale.
On donne le nombre d'Avogadro $\mathcal{N} = 6.10^{23}$ mol^{-1}

Réponses: 1) $v_0 = 4.10^5$ m/s ; 2) x = 25 cm ; y = 15,5 cm ; 3) $v_x = 3,464.10^5$ m/s ; $v_y = 2,288.10^5$ m/s ; v = $4,15.10^5$ m/s ; $\boldsymbol{\beta = 33,41°}$

Exercice 192 :

Un condensateur plan est constitué de deux plaques parallèles métalliques rectangulaires horizontales A et B de longueur L, séparées par une distance d.
On raisonnera dans le repère orthonormal direct $\mathcal{R}$ $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$.
Le point O est équidistant des deux plaques.
Un faisceau homocinétique de protons, émis C à vitesse nulle, est accéléré entre les points C et D, situés dans le plan $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$; il pénètre en O, en formant l'angle α avec $\vec{\imath}$, dans le champ électrique $\vec{E}$, supposé uniforme, du condensateur.



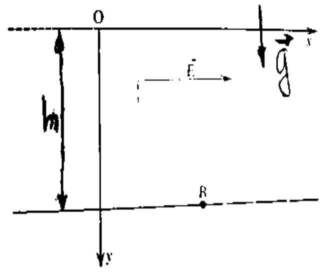
1) Indiquer, en le justifiant, le signe de $V_D - V_C$. Calculer en fonction de U = $|V_D - V_C|$ la vitesse V_0 de pénétration dans le champ électrique uniforme.
Application numérique : U = 1000 V ; m_p = $1,6.10^{-27}$ kg ; e = $1,6.10^{-19}$ C.
2) Indiquer, en le justifiant, le signe de $V_A - V_B$ tel que le faisceau de protons puisse passer par le point O' (L, 0, 0).
Établir l'équation de la trajectoire des protons dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ en fonction de U, U' = $|V_A - V_B|$, α et d.
Quelle est la nature du mouvement des protons ?
Calculer la valeur numérique de U' qui permet de réaliser la sortie en O' pour $\alpha = 30°$; L = 20 cm et d = 7 cm.
3) Dans le cas où la tension U' a la valeur précédemment calculée, déterminer à quelle distance minimale du plateau supérieur passe le faisceau de protons.
N.B. : Toute l'expérience a lieu dans le vide, et on négligera les forces de pesanteur.

Réponses : 1) U> 0 ; $v_0 = 4,47.10^6$ m/s ; 2) U'/U = $\frac{4d\tan\alpha}{L(1+\tan^2\alpha)}$; U' = 606 V ; 3) y_S = 29mm à 6 mm environ du plateau supérieur.

Exercice 193 :

Dans tout l'exercice on supposera l'existence d'un champ de pesanteur d'intensité g = 9,8 m/s^2. Les expériences étant faites dans le vide, il n'y a pas lieu de tenir compte de la résistance de l'air.
1) Une petite sphère A, supposé ponctuelle de masse m, tombe en chute libre d'une hauteur h, sans vitesse initiale, sous l'action du champ de pesanteur. Donner l'expression littérale de la valeur de la vitesse de la sphère après une chute de hauteur h. Application numérique : m = 5g ; h = 0,50 m.
2) La sphère A porte une charge électrique q. On superpose au champ de pesanteur un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$ horizontal de meme direction et de meme sens que l'axe Ox représenté sur la figure.

La sphère A est abandonnée sans vitesse initiale en un point O de l'espace où agissent les deux champs. Elle arrive au point B comme l'indique la figure.

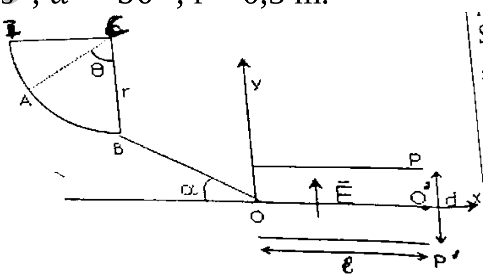


a) Quel est le signe de la charge portée par la sphère A ?
b) Montrer que la somme des forces appliquées à la sphère est constante ; en déduire la nature du mouvement de la sphère
3) Etablir l'expression littérale de l'équation de la trajectoire dans le système d'axes Ox, OY de la figure où l'axe Oy est vertical.
4) Trouver les coordonnées du point d'arrivé B de la sphère après une dénivellation verticale h, mesurée à partir de O. On donnera l'expression littérale de ces coordonnées et on calculera leurs valeurs dans la cas où la valeur de la charge de la sphère est $|q| = 4.10^{-7}$C, l'intensité du champ électrostatique E = 10^4 V.m^{-1} ; et la hauteur de chute h = 0,50 m.
5) Donner les caractéristiques du vecteur vitesse $\vec{v}$ au point B : direction (par rapport à la verticale), sens, norme.

Réponses : 1) v = $\sqrt{2gh}$=3,13 m/s ; 2) a) (+) ; b) $\vec{F} = \vec{P} + \vec{F}_e = Cte$; MRUA ; 3) $y = \frac{mg}{qE}x$; 4) B (0,041 m ; 0,5 m) ; 5) v_B est dirigée vers le bas d'une valeur de 3,14 m/s faisant $\alpha = 4,6°$ avec la verticale.

<u>Exercice 194 :</u>

Une petite sphère chargée de masse m = 10 g et de charge q positive est abandonnée sans vitesse initiale en un point I d'un circuit isolant IABO (voir figure). Le circuit IAB est circulaire de rayon r de centre C et BO est rectiligne incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale.
Tous les frottements sont négligeables. Données : $\theta = 60°$; g = 10 m/s^2 ; $\alpha = 30°$; r = 0,5 m.



1/ 1-1- Calculer la vitesse v_A de la sphère au passage en A.
1-2- Déterminer l'expression de la réaction de la piste en A sur la sphère. Calculer sa valeur.
2/ 2-1-Déterminer et calculer l'accélération de la sphère sur le circuit rectiligne BO.
2-2- En déduire la vitesse de passage en O, sachant que la durée du mouvement de B à O est $\Delta t = 1,5\ s$ et v_B = 3 m/s.
3) En réalité, la sphère quitte la piste en O avec la vitesse v_0 = 10 m/s et pénètre en ce point au milieu d'un champ électrique $\vec{E}$ créé par deux plaques parallèles distantes de d = 4cm, de longueur l = 5cm, E = 10^5 V/m.
On négligera le poids devant la force électrostatique.
3-1- Établir les équations horaires du mouvement de la sphère entre les plaques.
En déduire l'équation de la trajectoire.
3-2- Déterminer l'expression de la charge q pour que la sphère sorte du champ au point O'.
Calculer sa valeur.
4) Maintenant pour q = 5.10^{-7} C, le poids n'est plus négligeable devant la force électrostatique. La distance d ne change pas, et la partie BO est horizontale. La sphère entre en O dans le champ $\vec{E}$ avec une vitesse horizontale. Quelle tension $U_0 = V_P - V_{P'}$ faut-il appliquer aux plaques pour que la sphère ait un mouvement rectiligne uniforme selon OO' ?

Réponses : 1-1) v_A = 2,24 m/s ; 1-2) R = 3mgcosθ= 0,15 N ; 2-1-) a = 5 m/s^2 ;
2-2) v_0 = 10,5 m/s ;
3-1) $y = \frac{qE}{2mv_0^2\cos^2\alpha}x^2 - x\tan\alpha$; 3-2) q = $\frac{mv_0^2\sin2\alpha}{El} = 1,73.10^{-4}$ C ; 4) $U_0 = \frac{mgd}{q_0} = 8000$ V

II – 4 – Dynamique du solide en rotation

Questions du cours

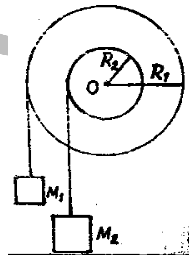
1-Enoncer la relation fondamentale de la dynamique du solide en rotation ; **2-**Enoncer le théorème de Huyghens ; **3-**Démontrer que $\sum \mu_{\vec{F}/\Delta} = J_\Delta \alpha''$

Exercice 195 :

Une machine d'Atwood a une poulie de masse égale à 60 g repartie sur sa circonférence et des cylindres C et C' pesant 210 g. la surcharge sur C valant 10 g t les frottements étant négligés. Calculer l'accélération du mouvement et les tensions du fil de part et d'autre de la poulie.

Réponses : $\boldsymbol{a = 0,2\ m.s^{-2}}$ **;** $\boldsymbol{T = 2,156\ N}$ **;** $\boldsymbol{T' = 2,142\ N}$

Exercice 196 :

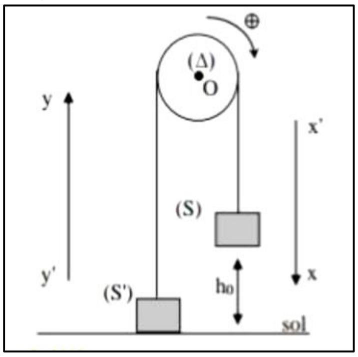


Deux poulies sont collées l'une contre l'autre ($m_1 = 2\ kg$; $R_1 = 24\ cm$; et $m_2 = 0{,}5\ kg$; $R_2 = 8\ cm$) leur axe commun est horizontal (voir figure ci-contre).
On suppose que leurs masses réparties sur les jantes. Les masses suspendues $M_1 = 2\ kg$ et $M_2 = 4\ kg$ lâchées sans vitesse se déplacent verticalement dans le même sens.
Calculer l'accélération angulaire α'' des poulies. On donne $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$

Réponses : $\boldsymbol{\alpha'' = 30,25\ rad.s^{-2}}$

Exercice 197 :

Sur la gorge d'une poulie de masse 100 g et de rayon r = 6 cm, mobile sans frottement autour d'un axe horizontal, passe par un fil inextensible de masse négligeable. Ce fil porte une masse M = 300 g et une masse m = 100 g. La masse M se trouve à 3 m au-dessus du sol ; la masse m est au niveau du sol sans toutefois y reposer. On abandonne le système à l'instant t = 0. On donne $g = 10\ uSI$.



1) Calculer l'accélération prise par la masse M en appliquant à la poulie la relation fondamentale de la dynamique du solide en rotation.
2) Calculer la tension de chaque fil pendant le mouvement
3) Calculer la vitesse de M quand elle arrive au sol.
4) Quelle est alors la vitesse angulaire de la poulie ?
5) Quelle force $\vec{F}$ faut-il appliquer tangentiellement à la poulie pour qu'elle s'arrête au bout de 6 tours, le fil supportant m étant coupé quand M arrive au sol ?
On supposera toute la masse de la poulie repartie sur sa circonférence.

Réponses : 1) a = 4 $\boldsymbol{m.s^{-2}}$ **; 2) 1,8 N et 1,4 N ; 3)** $\boldsymbol{V = 4,9\ m.s^{-1}}$ **; 4)** $\boldsymbol{\omega}$ **= 82** $\boldsymbol{rad.s^{-1}}$ **; 5) F = 0,53 N.**

Exercice 198 :

Un cylindre horizontal homogène de masse M = 20 kg, de rayon r = 10 cm, mobile autour de son axe de révolution Δ, supporte un solide S, de masse m = 10 kg, par l'intermédiaire d'une corde enroulée sur la surface du cylindre.
1) Le solide S, partant du repos, tombe d'une hauteur de 3 m en entrainant la rotation du cylindre. En négligeant la masse de la corde et les résistances passives. Calculer l'accélération du solide, sa vitesse en fin de chute et la durée de celle-ci. (g = 10 m/s^2).
2) A la fin de cette chute, la corde quitte le cylindre lancé ; celui-ci se trouve alors soumis à un couple résistant de moment constant qui l'arrête après une rotation de 100 tours.
Calculer le moment de ce couple, l'accélération angulaire et la durée de ce freinage.

Réponses : 1) a = 5 m/s^2 ; v = 5,5 m/s ; t = 1,1 s ; 2) $\boldsymbol{\mu}$ **= -0,24 N.m ;** $\boldsymbol{\alpha''}$**= -2,4 rad/s^2 ; t = 23 s.**

Exercice 199 :

1) Une boule sphérique de masse m = 2 kg roule sans glisser sur une table horizontale. Son centre d'inertie est animé d'un mouvement de translation de vitesse V_G = 4 m/s. Calculer son énergie cinétique.
2) Une boule sphérique indéformable de masse m = 10 kg roule sans glisser sur une table horizontale.
a) Quelle est la trajectoire de son centre d'inertie ?
b) Calculer la vitesse de son centre d'inertie pour que l'énergie cinétique de cette boule soit de 16 J

Réponses : 1) Ec = 22,4 J ; 2) a) rectiligne ; b) V = 1,5 m/s

Exercice 200 :

Une sphère de masse M et de rayon R, lâchée sans vitesse initiale, roule sans glisser sur un plan incliné de l'angle α sur le plan horizontal.
1) Montrer que, à chaque instant, le rapport entre les valeurs des énergies cinétiques de translation et de rotation de la sphère est constant.
2) Calculer l'accélération du mouvement du centre de la sphère.

Réponses : 1) $\frac{Ec_r}{Ec_t} = 0,4$; 2) $a = \frac{5}{7} g sin\alpha$.

Exercice 201 :

Un disque plein de masse m = 16 kg et de rayon r = 0,2 m, roule sans glisser sur un plan incliné de l'angle α sur l'horizontale (sinα=0,2).
Déterminer l'accélération du centre du disque et la réaction du plan sur le disque (g = 9,81 m.s^{-2}).

Réponses : a = $\frac{2}{3}$g sinα = 1,31 $m.s^{-2}$; R = 154,1 N, inclinée de β = 86° avec le plan incliné.

Exercice 202 :

Un solide (S) de masse m = 10 kg est suspendu par une corde inextensible et de masse négligeable est enroulée sur la surface d'un cylindre horizontal homogène de masse M = 20 kg et de rayon r = 10 cm.
1) Le solide est initialement au repos, calculer, pour une chute de 3 m ;
a) L'accélération prise par le système.
b) La vitesse du solide et la durée de son mouvement
c) Établir les lois horaires correspondant aux mouvements du système (S + cylindre).
d) En déduire le nombre de tours effectués par le cylindre.
2) La corde quitte ensuite le cylindre en mouvement
a) Calculer le moment du couple de force qu'il faudra lui appliquer pour l'arrêter après 100 tours.
b) Quelle est l'accélération angulaire de ce mouvement de freinage ?
Calculer la durée de ce freinage.

Réponses : 1) a) a = 5 m/s² ; b) V = 5,47 m/s ; t = 1,095 s ; c) $h = 2,5t^2$; v =5t et $\theta = 25t^2$; $\omega = 50t$; d) $n = 4,77\ trs$; 2) a) $\mu_{(\vec{F})} = -\frac{mV^2}{8\pi n} = -0,476\ N.m$; b) $\ddot{\theta} = -4,76\ rad/s^2$.

Exercice 203 :

Une poulie formée de deux cylindre coaxiaux (C_1) et (C_2), de rayons respectifs $r_1 = 10\ cm$; $r_2 = 2r_1$ peut tourner sans frottement autour de son axe (Δ). Le moment d'inertie de la poulie par rapport à son axe (Δ) est $J_0 = 4,5.10^{-2}\ kg.m^2$. On enroule sur le cylindre (C_1) un fil f_1 de masse négligeable, à l'autre extrémité duquel est accrochée une masse m_1 = 150 g et sur le cylindre (C_2) un autre fil f_2 de masse négligeable à l'extrémité duquel est accrochée une masse m_2 = 200 g. On abandonne le système sans vitesse initiale.
1) Les masses m_1 et m_2 se déplacent verticalement dans le même sens
a) Calculer l'accélération angulaire de la poulie et les accélérations prises par les masses

b) Calculer les tensions des brins de fil
2) Les masses se déplacent verticalement en sens contraire.
a) Quel est le sens de rotation de la poulie ?
b) Reprendre la question 1-a)
c) Calculer la vitesse angulaire de la poulie et la vitesse linéaire quand la masse m_1 s'est déplacée de 2 m.

Réponses : 1) a) $\alpha'' = 10,09\ rad/s^2$; 2) a) suivant la chute de m_2 ; b) $\alpha'' = 4,58\ rad/s^2$

Exercice 204 :

Sur une table horizontale glisse un solide S de masse M = 1 kg tiré par un fil horizontal de masse négligeable qui passe sur une poulie et porte à son extrémité libre une masse m = 0,5 kg
Les forces de frottement du solide S sur la table sont constantes et égales à 0,8 N.
1) En considérera la masse de la poulie comme négligeable, calculer l'accélération **a** que prend le solide S et la tension du fil. ($g = 9,8\ m/s^2$).
2) En fait, la poulie est constituée par un petit disque métallique de masse m_1 = 100 g et de 2 cm de rayon.
a) Déterminer de façon plus précise, l'accélération **a** du solide S et les tensions T_1 et T_2 des deux brins du fil
b) La masse M est maintenant placée sur la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale. Les frottements restent les mêmes. Reprendre la question 2-a).

Réponses : 1) a = 2,73 m/s² ; T = 3,53 N ; 2) a = 2,64 m/s² ; T_1 = 3,44 N ; T_2 = 3,58 N.

Exercice 205 :

On considère le dispositif par la figure suivante :

■ S est un système en rotation constitué d'une poulie homogène à double gorge de rayons $R_1 = 6$ cm et $R_2 = 2R_1$ d'une tige et de deux masselottes A et B supposés ponctuelles et de même masse fixées aux extrémités de la tige. Le système S de moment d'inertie par rapport à (Δ) $J = 7,2.10^{-4}$ kg.m², est mobile sans frottement, autour d'un axe fixe (Δ) passant par le centre de la poulie.

■ (f_1) et (f_2) deux fils inextensibles de masses négligeables.

■ S_1 et S_2 deux solides de masses respectives m_1 = 200 g et $m_2 = 4m_1$.

S_1 est placé sur un plan rugueux incliné d'un angle $\alpha = 45°$ par rapport à l'horizontale. Le plan exerce sur S_1 des frottements de valeur $f = 0,5$ N.

S_2 est placé sur un plan parfaitement lisse et incliné d'un angle $\beta = 30°$ par rapport à l'horizontale.
A un instant de date t= 0 s, le système est abandonné à lui-même sans vitesse initiale, le solide S_1 prend un mouvement rectiligne ascendant.

1°) Représenter les forces exercées sur S, S_1 et S_2.

2°) Écrire la relation fondamentale de la dynamique et l'appliquer sur S_1, S_2 et sur système S.

3°) a°) Montrer que la valeur de l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ de S est de la forme

$$\ddot{\theta} = \frac{R_1[m_1 g(8sin\beta - sin\alpha) - f]}{17m_1R_1^2 + J}$$

b°) Calculer la valeur de $\ddot{\theta}$.

4°) a°) Déterminer la vitesse angulaire de S à l'instant de date t_1 = 2 s.

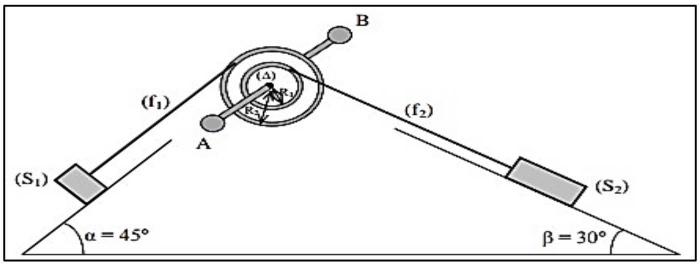
b°) Déterminer les distances d_1 et d_2 parcourues respectivement par S_1 et S_2 de t = 0 s à t_1.

5°) A l'instant t_1, les deux fils sont coupés.

a°) Étudier le mouvement ultérieur du système S.

b°) Écrire l'équation horaire du système S en prenant comme origine des abscisses angulaires la position du système à t= 0s.

c°) Sous l'effet d'un couple de freinage exercé sur la poulie, le système s'arrête après avoir effectué 20 tours. Déterminer la valeur du moment du couple de freinage supposé constant.



II-5-Oscillations mécaniques libres

Questions du cours

1-Définir les termes : ressort, oscillateurs mécaniques, oscillations mécaniques, pendule élastique ; **2)** Démontrer de deux manières différentes que l'équation différentielle d'un oscillateur mécanique libre non amorti est $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$; **3-**Montrer que l'énergie mécanique d'un oscillateur mécanique libre non amorti est constante.

Exercice 206 :

L'équation horaire du mouvement d'un oscillateur mécanique rectiligne sinusoïdal est donnée par la relation :

$x = 3\cos(20t + \frac{\pi}{4})$ où x (en cm) et t (en s).

1) Quelles sont la période, la fréquence et l'amplitude des oscillations ?
2) Exprimer la vitesse et l'accélération de l'oscillateur à chaque instant.
3) Calculer la vitesse et l'accélération à t = 0 et t = 4 s.
4) Calculer l'énergie de l'oscillateur, sachant que sa masse est égale à 0,1 kg.

Réponses : 1) $T_0 = 0{,}314$ s ; $N_0 = 3{,}18$ s ; $x_m = 3.10^{-2}$ m ; 2) $v = -0{,}6\sin(20t+\frac{\pi}{4})$ (m/s) ; $a = -1{,}2\sin(20t+\frac{\pi}{4})$ (m/s^2) ; 4) $E = 1{,}8.10^{-2}$ J.

Exercice 207 :

Un ressort à spires non jointives, de masse négligeable, de raideur k, est enfilé sur une tige horizontale AB. Une de ses extrémité étant fixée en A, un corps de masse m et de centre d'inertie G, est attaché à l'autre extrémité. Le ressort et le corps de masse m peuvent coulisser sans frottement le long de la tige AB. Au repos, le centre d'inertie de G est en O. On associe à la tige horizontale un repère $(O, \vec{i})$.

Le corps de masse m est écarté de sa position d'équilibre dans le sens positif d'une distance OG = x_m = 5 cm, puis lâché sans vitesse initiale à la date t = 0.

1) Établir la nature du mouvement.
2) Calculer sa période et son équation horaire x = f(t).
3) Calculer l'énergie mécanique du système masse-ressort.

En déduire la vitesse de G au passage par la position d'équilibre.

On donne : k = 45 N.m^{-1} ; m = 0,2 kg.

Réponses : 1) mvt sinusoïdal ; 2) T = 0,42 s ; $x = 5.10^{-2}\cos 15\,t$; 3) $E_m = 5{,}6.10^{-2}$ J ; v = 0,75 m.s^{-1}.

Exercice 208 :

Une masse m est accrochée à un ressort de raideur k dont l'extrémité est fixe. L'ensemble est enfilé sur une tige horizontale et coulisse sans frottement. M est écarté de a = 4 cm de sa position d'équilibre et lâché sans vitesse initiale.

1) Calculer la vitesse et la période du mouvement. Donner l'équation horaire du mouvement.
2) Calculer la vitesse de m quand elle se trouve à 2 cm de sa position d'équilibre.
3) Calculer l'énergie mécanique du système, son énergie cinétique et son énergie potentielle quand m se trouve à 2 cm de sa position d'équilibre.
Application numérique : m = 150 g ; k = 30 $N.m^{-1}$; a= 4 cm.
Réponses : 1) T = 0,44 s ; N = 2,25 Hz ; 2) v =0,49 $m.s^{-1}$; 3) $E_m = 2,4.10^{-2}$ J ; Ec = $1,8.10^{-2}$ J ; $Ep_e = 6.10^{-3}$ J.

Exercice 209 :

Un oscillateur mécanique horizontal est constitué d'un ressort de raideur k = 25 $N.m^{-1}$, dont une extrémité est fixée à un support et l'autre reliée) un solide mobile de masse m = 1 kg. Sur un axe, on repère la position x du centre d'inertie du solide (x = 0 au repos).
L'oscillateur est écarté de sa position d'équilibre et lâché.
On observe que : $x = x_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$.
1) Donner l'expression de $\dot{x}(t)$ en fonction de ω_0, x_m, φ et t.
2) A l'instant t = 0, x = 6 cm et $\dot{x} = 0{,}26$ $m.s^{-1}$. Déterminer ω_0, x_m et φ.
Écrire l'expression de x en fonction du temps.
Réponses : 1) $\dot{x}(t) = -x_m\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$; 2) $\omega_0 = 5\ rad/s$; $x_m = 0{,}08$ m ; $\varphi = 0{,}71\ rad$ et $x = 0{,}08\cos(5t + 0{,}71)$

Exercice 210 :

Un solide de masse m = 200 g peut glisser sans frottement le long d'un axe (xx') horizontal. Ce solide est attaché à l'extrémité d'un ressort de raideur k = 125 $N.m^{-1}$ dont l'extrémité gauche est fixée rigidement.
Le point O origine des axes est confondu avec le point G_0.
A l'instant t = 0, on comprime le ressort d'une longueur a = 20 cm à partir de sa position d'équilibre et on le lâche sans vitesse initiale.
1-Etablir l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie G.
2- Calculer ω_0, N_0 et T_0 de l'oscillateur.
3- Donner l'équation horaire x(t) du mouvement de G.
4- Calculer Ep_e du ressort à la date t = 0 s.
Réponses : 1-2) ω_0 = 25 rad/s ; N_0 = 3,98 Hz ; T_0 = 0,251 s ; 1-3) x(t) = 0,2cos(25t+π) (m) ; 1-4) Ep_e = 2,5 J.

Exercice 211 :

On considère un ressort de longueur à vide ℓ_0 = 0,10 m.
1) On suspend à l'extrémité inférieure de ce ressort une masse m = 50 g. Il prend la longueur ℓ = 0,12 m à l'équilibre. On donne g = 9,8 m/s^2.
a) Représenter le ressort à l'équilibre en faisant apparaitre les forces agissant sur la masse suspendue.
b) Que vaut son allongement à l'équilibre ?
c) Calculer sa raideur.
2) A partir de la position d'équilibre du solide, on le tire verticalement vers le bas d'une longueur x = 8 cm. On le lâche sans vitesse initiale.
a) Établir l'équation différentielle caractérisant le mouvement
b) Calculer la pulsation propre T_0 et la fréquence N_0.
c) Donner l'équation horaire du mouvement du solide en précisant bien les origines spatiale et temporelle utilisées.

Réponses : 1) b) x = 0,02 m ; c) k =24,5 N ; 2) a) $\ddot{y} + \frac{k}{m}y = 0$; b) T_0 = 0,28 s ;N_0 = 3,52 Hz ; c) y(t) = 0,08cos(22,1t+ π) (m).

Exercice 212 :

Un ressort de suspension de voiture de raideur k et à spires non jointives est fixé avec une extrémité sur un banc d'essai. Un solide S, de masse m, fixé à l'autre extrémité du ressort peut glisser sans frottement sur une tige rigide horizontal xx'. L'abscisse du centre d'inertie G de S est repérée par rapport à la position O de G au repos. On écarte S de sa position d'équilibre et on le lâche, sans vitesse initiale, à l'instant t = 0. Son abscisse est alors x = x_m.

On donne ; k = 4kN/m ; m = 100 kg et x_m = 5 cm.

1- Faire le bilan des forces appliquées au solide S et les représenter.

2- Établir l'équation différentielle du mouvement.

3- En déduire l'équation horaire du mouvement de S.

4- Calculer la période pour les mêmes données numériques.

5- Montrer que l'énergie mécanique de l'oscillateur est constante et peut se mettre sous la forme $E_m = \frac{1}{2}mV_m^2$ où v_m est la vitesse maximale.

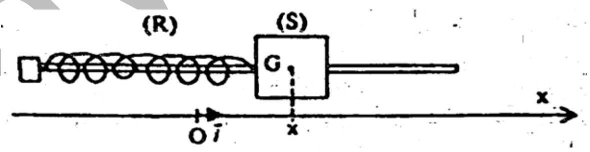
6- Retrouver l'équation différentielle à partir de l'expression de l'énergie mécanique.

Réponses : 3) x(t) = 0,05cos(6,32t) ; T_0 = 1 s.

Exercice 213 :

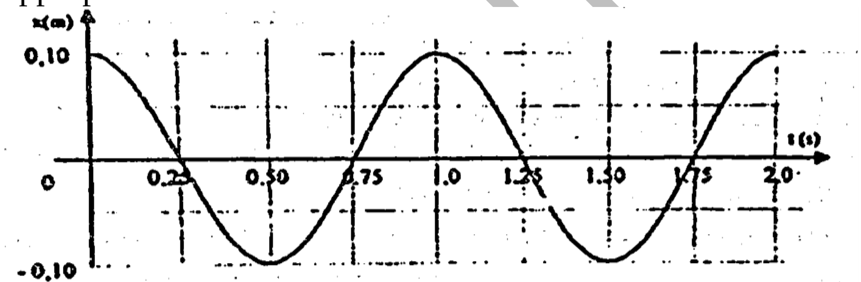
Un solide (S) de masse m, de centre d'inertie G, peut glisser sans frottement sur une tige horizontale.

Il est accroché à un ressort (R) à spires non jointives, de raideur k = 4,0 N.m^{-1}.



Lorsque le solide (S) est à l'équilibre, son centre d'inertie G se situe à la verticale du point O, origine de l'axe des abscisses. Le solide est écarté de 10 cm de sa position d'équilibre et abandonné sans vitesse initiale à la date t = 0 s.

On procède à l'enregistrement des positions successives de G au cours du temps par un dispositif approprié. On obtient la courbe ci-dessous.



1) Reproduire sur la copie le schéma du dispositif expérimental ci-dessus puis représenter et nomme les forces les forces en G, sans souci d'échelle, s'exerçant sur le solide (S).

2) Établir l'équation différentielle régissant le mouvement de son centre d'inertie G.

3) Une solution de l'équation différentielle peut s'écrire sous la forme $\boldsymbol{x(t) = X_m cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)}$.

Où X_m est l'amplitude des oscillations et φ la phase initiale.

3-1-Retrouver l'expression de la période propre T_0 en fonction de m et k.

3-2-Déterminer X_m, T_0, ω_0 et φ.

3-3-En déduire l'équation horaire du mouvement.

3-4-Déterminer l'instant auquel le solide repasse en O, après l'instant initial.

3-5-Calculer la valeur de la masse m du solide (S)

Réponses : 3-3) x = 0,10cos($2\pi t$) ; 3-4) t = 0,75 s ; 3-5) m = $\frac{k}{\omega_0^2}$ = 101,3 g

<u>Exercice 214 :</u>

Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal d'équation horaire :

$$x = \cos 3\pi t + \sqrt{3}\sin 3\pi t \ (x \text{ en cm et t(s)})$$

1) Montrer que cette équation peut se mettre sous la forme $x = 2\cos\left(3\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$

2) Quelle est la période T du mouvement ? construire le diagramme du mouvement pour $0 \le t \le T$

3) Calculer l'élongation et la vitesse du mobile à la date t = 1s

4) À quelle date le mobile passe – t – il pour la première fois par $x = -1\ cm$? dans le sens positif. Trouver la vitesse et l'accélération du mobile à cet instant.

Réponses : 1) $x = 2\cos\left(3\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ (cm) ; 2) T = 0,67 s ; 3) $x = -1\ cm$; V =$-3\pi\sqrt{3}$ cm/s ; 4) t = 0,44 s ; V = 0 ; a = 0,89 m/s^2

<u>Exercice 215 :</u>

Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal d'équation horaire :

$$x = A\cos\omega t + B\sin\omega t$$

Les unités sont celles du système international.

1) Déterminer les constantes A, B et ω, sachant qu'à la date t = 0, le mobile passe par l'élongation $x = 4m$ en se déplaçant dans le sens positif, avec une vitesse de 15 m/s et une accélération égale en valeur absolue à 100 m/s^2

2) Calculer l'accélération du mobile à la date t = 0,314 s

3) Montrer que l'équation du mouvement peut se mettre sous la forme : $x = x_m\cos(\omega t + \varphi)$

Réponses : 1) $x = 4\cos 5t + 3\sin 5t$; 2) a = - 75 m/s^2 ; 3) $x = 5\cos(5t - 0{,}64)$

<u>Exercice 216 :</u>

Un solide S, de masse m, peut glisser sans frottement sur une tige horizontale $x'x$. Il est fixé à l'extrémité libre d'un ressort R de masse négligeable et de raideur K. On repère la position du centre d'inertie G du solide par son abscisse x. À l'équilibre $x = 0$, on tire horizontalement le solide jusqu'à une distance d > 0 et on l'abandonne à $t = 0$ sans vitesse initiale.

1) Établir l'équation différentielle du mouvement

a) En appliquant le théorème du centre d'inertie

b) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique

c) En utilisant la conservation de l'énergie mécanique

2) Établir l'équation horaire du mouvement. On donne : K = 10 N/m ; M = 200 g ; b = 2 cm

3) Le solide S, est maintenant muni d'une palette P de masse négligeable ; la palette est immergée dans un liquide qui exerce sur cette dernière une force de frottement opposé au déplacement.

La force de frottement est de la forme : $\vec{f} = -\lambda\vec{V}$ avec λ une constante positive et V la vitesse du solide.

a) Établir l'équation différentielle du mouvement

b) Montrer que la variation de l'énergie mécanique est égale au travail de la force de frottement

c) Donner en conservant les mêmes conditions initiales, l'allure des courbes représentant l'abscisse x de G en fonction du temps, suivant l'importance des frottements.