PAREMETRES CINEMATIQUES

EXERCICE 1 : Le vecteur mobile d'un point se déplaçant sur un axe $(O, \vec{\imath})$ est : $\overrightarrow{OM} = x\vec{\imath}$. L'équation horaire du mouvement de ce mobile est donnée par : $x = 5t + 4$; où x est en mètres et t est secondes.
1) Quelle est position du mobile à l'instant $t = 0$.
2) Déterminer son vecteur vitesse à $\vec{V} = V\vec{\imath}$ à chaque instant. Le mouvement est-il uniforme ou accéléré ?
3) Représenter graphiquement pour $t \geq 0$ les fonctions : $t \longmapsto x(t)$; $t \longmapsto V(t)$.

EXERCICE 2 : Un point mobile M décrit sur un axe $(O, \vec{\imath})$ un mouvement uniformément varié d'accélération $\vec{a} = 4\vec{\imath}$. A l'instant $t = 0$, le vecteur vitesse est : $\overrightarrow{V_0} = -8\vec{\imath}$ et le vecteur position est : $\overrightarrow{OM_0} = 2\vec{\imath}$.
1) Etablir les équations horaires du mouvement : $t \longmapsto x(t)$; $t \longmapsto V(t)$.
2) Déterminer la date et la position pour lesquelles la vitesse V s'annule.
3) Entre quelles dates le mouvement est-il accéléré ? Retardé ?

EXERCICE 3 : Soit : $\overrightarrow{OM} = x\vec{\imath}$ le vecteur position d'un point mobile M animé d'un mouvement rectiligne d'équation horaire :

$$t \longrightarrow t^2 - 4t + 3 \; ; \; t \geq 0.$$

1) Donner les expressions des vecteurs vitesses et accélérations de M. Quelle est la nature du mouvement ?
2) Exprimer le vecteur position $\overrightarrow{OM_0}$ et le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_0}$ du point M à l'instant $t = 0$.
3) Montrer que, pour un tel mouvement, le vecteur position de M est de la forme :
$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \overrightarrow{V_0}t + \overrightarrow{OM_0}$

EXERCICE 4 : Dans un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ d'axe ox horizontal et d'axe oy vertical descendant, la position d'un mobile animé d'un mouvement curviligne de chute libre est donnée par les équations horaires suivantes :

$$\begin{cases} x = 3t + 2 \\ y = 4{,}9t^2 \end{cases}$$

1) Exprimer dans la base $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$ les vecteurs position et vitesse du point M.
2) Montrer que le vecteur accélération $\vec{a}$ est constant. Calculer $\|\vec{a}\|$.
3) Déterminer le vecteur position $\overrightarrow{OM_0}$ et le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_0}$ à l'instant initiale.
4) Montrer que pour un tel mouvement (vecteur accélération constant), le vecteur position est de la forme : $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \overrightarrow{V_0}t + \overrightarrow{OM_0}$.

EXERCICE 5 : Les équations paramétriques d'un point matériel lancé dans l'espace sont :

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = 0 \\ z = -5t^2 + 4t \end{cases} \qquad (SI)$$

L'axe $(z'z, \vec{k})$ est vertical ascendant avec $t \geq 0$.
1) Trouver l'équation de la trajectoire. Représenter cette trajectoire.
2) Déterminer le vecteur vitesse du point matériel et sa valeur :
a) Lorsque ce point passe par le sommet de la trajectoire ;
b) Lorsque ce point rencontre le plan $z = 0$;
c) A la date $t = 5s$.
Représenter le vecteur vitesse correspondant sur la trajectoire.

EXERCICE 6 : Dans un repère xoy, les coordonnées d'un mobile M sont données par les relations :

$$\begin{cases} x = t \\ y = t^2 - 2t + 2 \end{cases}$$

x et y sont évalués en mètres et t en secondes.
1) Déterminer la trajectoire du mobile.
2) Calculer la vitesse et l'accélération du mobile.
3) En déduire les composantes tangentielle et normale de l'accélération.

EXERCICE 7 : Les équations paramétriques (en unités *SI*) du mouvement d'un mobile se déplaçant dans un plan muni d'un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ sont :

$$\begin{cases} x = 3t \\ y = -4t^2 + 5t \end{cases}$$

1) Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire.
2) Donner les caractéristiques du vecteur vitesse lorsque le mobile passe par son ordonnée maximale.
3) Calculer l'abscisse du mobile lorsque celui-ci repasse par l'ordonnée $y = 0$.
4) Calculer la valeur de la vitesse à la date $t = 6s$.
5) Déterminer l'accélération du mobile aux points O et A dont les abscisses sont $x_0 = 0m$; $x_A = 2m$. Conclure.
6) Déterminer les composantes tangentielle et normale du vecteur accélération du mobile.

7) Déterminer le rayon de courbure de la trajectoire aux points O et à l'instant $t = 1{,}5s$.

EXERCICE 8 : L'équation horaire de l'abscisse x d'un mobile en mouvement rectiligne est :

$$x = t^4 - 2t^2 \quad ; \quad (SI)$$

1) Comment peut-on repérer le mouvement de ce mobile ?
2) Déterminer :
a) Le module du vecteur vitesse à l'instant $t = 0{,}5s$;
b) Le module du vecteur accélération à $t = 0$ s
3) Donner l'équation de la trajectoire du mobile.
4) Déterminer les intervalles de temps pendant lesquels le mouvement est accéléré ou retardé.

EXERCICE 9 : Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne. L'équation horaire de son mouvement est : $x = t^3 - 12t$; (SI).
1) Donner l'équation de la trajectoire du mobile.
2) Déterminer l'équation horaire de la vitesse et celle de l'accélération.
3) A quelles dates le mouvement change-t-il de sens ? Représenter sur un axe le cheminement du mobile entre les dates $t = -3\ s$ et $t = +3\ s$. En déduire la distance parcourue par le mobile pendant ces 6 s.
4) Sur quels intervalles de temps, le mouvement est-il accéléré ? retardé ?

EXERCICE 10 : On étudie le mouvement d'un mobile ponctuel M sur un axe $(O, \vec{\imath})$. Ses caractéristiques sont les suivantes : accélération : $a = 4\ m.s^{-2}$; abscisse initiale : $x_0 = 1\ m$; vitesse initiale : $v_0 = -3\ m/s$.
1. Quelle est la nature de ce mouvement ?
2. Ecrire les expressions des vecteurs accélération, vitesse et position en fonction de l'abscisse $x(t)$ du point M.
3. Ecrire les équations horaires du mouvement. Représenter graphiquement $x(t)$; $v(t)$; $a(t)$.
4. Déterminer les dates auxquelles le mobile passe à l'origine O. Quelle est alors sa vitesse ?
Distinguer deux phases dans le mouvement.
5. Au cours de son évolution, le mobile change-t-il de sens de parcours ? Si oui, donner la date et la position correspondant à ce changement.

EXERCICE 11 : Un point M est repéré, par rapport au repère $R(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, à l'instant t par les coordonnées suivantes :

$$\begin{cases} x(t) = t^2 - 1 \\ y(t) = 2t \end{cases}$$

1) Donner l'expression de la trajectoire et celle de la vitesse du point M.
2. a) Donner l'expression de l'accélération du point M.
b) Quelle est la nature du mouvement ? Justifier.
3. a) Déterminer la composante tangentielle de $\vec{a}$.
b) En déduire la composante normale de l'accélération.
c) En déduire l'expression du rayon de la courbure R de la trajectoire en fonction de temps t.
En déduire R à l'instant $t = 3\ s$.

EXERCICE 12 : Les coordonnées cartésiennes d'un point matériel à l'instant t sont données dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, par :

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = \sqrt{4(1 - t^2)} \end{cases}$$

1) Trouver l'équation de la trajectoire du point M et préciser sa nature.
2) Donner l'expression du vecteur vitesse et son module.
3. a) Calculer l'accélération tangentielle $\vec{a_t}$ et l'accélération normale $\vec{a_n}$ de la trajectoire.
b) En déduire les composantes cartésiennes du vecteur accélération.
c) En déduire que le module de l'accélération est indépendant du repère d'étude.

EXERCICE 13 : Les équations horaires du mouvement d'un mobile se déplaçant dans un plan muni du repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ sont :

$$\begin{cases} x = t^2 - 2 \\ y = 2t^2 - 2 \end{cases}$$

x et y sont en mètres et t en seconde $(avec\ t \geq 0)$
Le mobile est mis en mouvement à la date $t = 0s$.
1) Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire. En déduire la nature de la trajectoire.
2) Déterminer l'expression de l'abscisse curviligne S du mobile à un instant t quelconque en prenant comme origine des abscisses curvilignes la position du mobile au début du mouvement.
3) Calculer le trajet parcouru par le mobile après 10s.

EXERCICE 14 : Les coordonnées cartésiennes d'un point matériel à l'instant t sont données dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, par :

$$\begin{cases} x(t) = 2t^2 - 2 \ \ (x\ en\ m) \\ y(t) = t^2 + 1 \ \ (y\ en\ m) \end{cases}$$

1) Donner l'expression du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ dans le repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.
2) Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire. En déduire la nature de la trajectoire.
3) Représenter la trajectoire entre les dates $t_0 = 0s$ et $t_1 = 3s$. Situer le point mobile sur la trajectoire à la date $t_2 = 2s$.
4) Donner les caractéristiques (composantes et module) des vecteurs vitesse et accélération du mobile à l'instant t. Faire l'application numérique pour $t_2 = 2s$.
5) Quelle est la distance parcourue par le point mobile pendant la durée $t_2 - t_0$? Quelle est sa vitesse moyenne pendant cette durée ?
6) Déterminer l'expression de l'abscisse curviligne S du point mobile à un instant t quelconque en prenant comme origine des abscisses curviligne la position du mobile à l'instant t_0.Utiliser cette expression pour calculer la distance parcourue par le point mobile au bout de 2 s.

EXERCICE 15 : Les composantes du vecteur accélération d'un point mobile sont : $\vec{a}(0,-3,0)$. A l'instant $t = 0$, le mobile est en $M_0(1,2,0)$ et son vecteur vitesse initiale est $\overrightarrow{V_0}(1,1,0)$.
1) Donner les équations horaires du mouvement.
2) Montrer que le mouvement est plan.
3) Déterminer l'équation de la trajectoire. En déduire la nature du mouvement.
4) Déterminer les coordonnées du vecteur vitesse du mobile à chaque instant.
5. a) En quel point particulier de la trajectoire la vitesse du mobile est minimale ?
b) Calculer la date à ce point.
6) Déterminer les coordonnées des points où le mobile coupe l'axe (Ox).
7) Déterminer les intervalles de temps sur lequel le mouvement est accéléré, puis retardé.

EXERCICE 16 : Les équations horaires d'un mobile M sont :

$$\begin{cases} x = 2\cos \pi t \\ y = 2\sin \pi t \qquad\qquad (en\ cm) \\ z = 0 \end{cases}$$

1) Montrer que le mouvement a lieu dans un plan et que sa trajectoire un cercle dont on précisera le centre et le rayon.
2) Déterminer :
a) Le module de vecteur vitesse du mobile à l'instant t.
b) Le module de vecteur accélération du mobile à l'instant t.
3) Montrer que le vecteur accélération $\vec{a}$ est à chaque instant colinéaire et de sens contraire au vecteur position $\overrightarrow{OM}$ du mobile.

EXERCICE 17 : Les coordonnées d'un mobile ont pour équations horaires :

$$\begin{cases} x = 2\sin\frac{\pi}{2}t \\ y = 2\cos\frac{\pi}{2}t \end{cases}$$

Les unités sont celles de système international (SI).
1) Quelle est l'équation de la trajectoire du mobile ?
2) Déterminer le module du vecteur vitesse du mobile à un instant t quelconque.
Que peut-on conclure ? Représenter le vecteur vitesse aux instants : $t_1 = 1\ s$ et $t_2 = 2{,}5\ s$.
3) Calculer à un instant t quelconque le produit : $\vec{a}.\vec{V}$. Que peut-on conclure ?

EXERCICE 18 : On donne l'équation horaire d'un mobile M par rapport au repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$:

$$\begin{cases} x = A\sin\omega t \\ y = A\cos\omega t \end{cases}$$

Avec $A = 10\ cm$ et $\omega = 10\ rad.s^{-1}$.
1) Montrer que la valeur de la vitesse du mobile est constante et la calculer.
2) Montrer que la valeur de l'accélération du mobile est constante et la calculer.
3) Quelle est la trajectoire du mobile ? Que représente A ?

EXERCICE 19 : Les équations paramétriques du mouvement d'un mobile M sont données ci-dessous :

$$\begin{cases} x = 1 + \sin 2\pi t \\ y = -2 - 3\cos 4\pi t \end{cases}$$

x et y sont mesurés en mètres, t en secondes.
1) Déterminer l'équation de la trajectoire du mobile
2) Représenter cette trajectoire.
3) Déterminer à la date $t = 0{,}5\ s$, les coordonnées des vecteurs vitesse et accélération.

EXERCICE 20 : Le mouvement d'un point mobile M dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ est défini par les équations :

$$\begin{cases} x = 2\sin\omega t \\ y = 2\cos 2\omega t \end{cases}$$

Les unités sont celles du système international (SI).
1) Montrer que le mouvement est périodique et déterminer la trajectoire du point mobile M.
2) Déterminer le module du vecteur vitesse à la date t. Exprimer cette vitesse en fonction de l'abscisse x de M à la même date.
3) Calculer les composantes du vecteur accélération à la date t. En quels points ce vecteur est-il normal à la trajectoire ?

EXERCICE 21 : Les équations paramétriques (en unités SI) du mouvement d'un mobile se déplaçant dans plan muni d'un repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ sont :

$$\begin{cases} x = 2\sin\omega t \\ y = 3cos\omega t \end{cases}$$

1) Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire.
2) Trouver les coordonnées du vecteurs vitesse et celles du vecteur accélération à l'instant t.
3) Montrer que le mouvement du mobile est à accélération centrale.

EXERCICE 22 : La coordonnées cartésienne à l'instant t d'un mobile lancé dans l'espace sont :

$$\begin{cases} x = 2a(1+\cos\omega t) \\ y = a\sin\omega t \\ z = 0 \end{cases}$$

(a et ω sont des constantes positives).
1) Déterminer l'équation de la trajectoire et déterminer et préciser sa nature.
2) Donner l'expression et le module du vecteur vitesse et du vecteur accélération.
3) En déduire les composantes tangentielle et normale du vecteur accélération.
4) Calculer la valeur minimale du rayon de courbure de la trajectoire.
5) Représenter graphiquement la trajectoire de M et en déduire la vitesse de M aux points particuliers de la trajectoire.

EXERCICE 23 : La position d'un mobile M se déplaçant dans un plan muni d'un repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ est déterminée à chaque instant par les équations horaires suivantes :

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = R\cos(\omega t+\ \varphi) \\ y = R\sin(\omega t+\ \varphi) \end{cases}$$

Avec $R = 8\,cm$ et $\omega = 2\pi\, rad.s^{-1}$.
1) Déterminer φ sachant qu'à l'instant $t = 0\,s$, le mobile se trouve au point M_0 de coordonnées : $x_0 = 0$ et $y_0 = R$.
2.a) Montrer que la valeur de la vitesse du mobile est constante.
b) Montrer que la valeur de l'accélération du mobile est constante.
c) Déterminer l'équation de la trajectoire du mobile.
d) En déduire la nature du mouvement du mobile.
3.a) Montrer que les vecteurs accélérations et position sont colinéaires.
b) En déduire le sens du vecteur accélération.
4.a) Représenter la trajectoire du mobile dans le repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ à l'échelle $^1/_4$.
b) Placer sur cette trajectoire les positions M_0, M_1, M_2, M_3 du mobile qui correspondent respectivement aux instants : $t_0 = 0\,s$, $t_1 = 0{,}25\,s$, $t_2 = 0{,}5\,s$, $t_3 = 2/3\,s$.

BONUS :

EXERCICE 24 : Un mobile se déplace sur une trajectoire rectiligne. L'expression de l'accélération du mouvement en fonction du temps est : $a = -3t$. Sachant qu'à la date $t = 1\,s$, la vitesse de ce mobile est $1\,m/s$ et son abscisse $+4\,m$.
Ecrire l'équation horaire du mouvement du mobile.

EXERCICE 25 : Les équations horaires du vecteur vitesse à un instant t quelconque sont données par :

$$\begin{cases} V_x = 1 \\ V_y = 2t+5 \end{cases}$$

1) Déterminer les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ des coordonnées de ce mobile à l'instant t sachant qu'à la date $t = 0$, le mobile se trouve en un point M_0 de coordonnées $x_0 = 1\,m$ et $y_0 = 1\,m$.
2) Donner l'équation de sa trajectoire.

EXERCICE 27 : Les positions de deux mobiles M_1 et M_2 se déplaçant dans un même plan muni d'un repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ sont déterminées à chaque instant par les équations horaires suivantes :

$$\overrightarrow{OM_1} \begin{cases} x = 2t+1 \\ y = t^2 - t + 6 \end{cases} \quad et \quad \overrightarrow{OM_2} \begin{cases} x = t+3 \\ y = t^2 + 2t \end{cases}$$

Sachant que les deux mobiles se déplacent l'un vers l'autre, déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

MOUVEMENT RECTILIGNE :
LES MOUVEMENTS DE PHASE :

EXERCICE 1 : Une automobile initialement arrêtée est soumise à une accélération constante égale à $1\ m.s^{-2}$ durant $10\ s$. Pendant les $20\ s$ qui suivent, l'automobile ralentit avec une décélération constante égale à $5.10^{-2}\ m.s^{-2}$. En fin l'automobile, freinée, prend un mouvement uniformément varié et s'arrête au bout de $5\ s$. Calculer la distance totale parcourue par l'automobile.

Réponse : $X = 262{,}5\ m.$

EXERCICE 2 : Une automobile est en mouvement rectiligne horizontal. Pendant les 25 premières secondes, la vitesse de l'automobile croît de 0 à $20\ m.s^{-1}$. L'automobile a ensuite un mouvement uniforme, puis jusqu'à l'arrêt un mouvement uniformément retardé d'accélération $0{,}5\ m.s^{-2}$.
La distance totale parcourue par l'automobile est $10\ km$.
Déduire de ces données :
1) Le temps pendant lequel le mouvement est freiné.
2) La distance parcourue à vitesse constante.
3) La durée totale du trajet.

Réponse : 1)$40\ s$; 2)$9{,}35\ km$; 3)$532{,}5\ s\ \approx 8mn53s$

EXERCICE 3 : Sur une voie rectiligne, un véhicule électrique part d'un point A avec une accélération de $0{,}9\ m.s^{-2}. En\ B$, le conducteur coupe le courant et le mouvement devient uniformément retardé d'accélération $0{,}1\ m.s^{-2}$. En C, à la distance $AC =\ 450m$, le véhicule s'arrête. Calculer :
1) La vitesse en B ;
2) La distance AB ;
3) La durée du trajet AC.

Réponse : 1)$v_B = 9m.s^{-1}$; 2) $x_{AB} = 45m$; 3)$t = 100s$

EXERCICE 4 : Un point M, animé d'un mouvement rectiligne part sans vitesse initiale. Le démarrage se fait avec une accélération égale à $0{,}8\ m.s^{-2}$, puis le point M, dès qu'il atteint la vitesse de $8\ m.s^{-1}$, parcourt $24\ m$ à cette vitesse ; en fin au cours du freinage, M d'un mouvement uniformément retardé parcourt $8\ m$ jusqu'à l'arrêt.
1) Quelle est la durée du mouvement ?
2) Quelle est la distance totale parcourue ?
3) Représenter le diagramme des accélérations, vitesses et espaces.

Réponse : 1) $t = 15\ s$; 2) $x = 72\ m.$

EXERCICE 5 : Sur un tronçon rectiligne de l'autoroute roule un automobiliste à la vitesse de $126\ km.h^{-1}$. Soudain, un obstacle fixe apparaît sur la voie à une distance $D = 110\ m$. Le conducteur freine immédiatement et réduit sa vitesse à $90\ km.h^{-1}$ au bout d'une durée $1{,}6\ m$.
1) Calculer la valeur de la décélération (accélération négative supposée constante).
2) Si l'on suppose que la décélération de l'automobile reste constante, à quelle distance de l'obstacle va-t-elle s'arrêter ?
3) On suppose maintenant que le conducteur ne réagit pas tout de suite et commence à freiner une seconde après l'apparition de l'obstacle. S'il maintient la décélération calculée en 1), à quelle distance de l'obstacle va-t-elle s'arrêter ? Dans ce cas que va-t-il se produire ?

Réponse : 1) $a = -6{,}25\ m.s^{-2}$; 2) $d = 12\ m$;
3) $d' =\ -23\ m$

EXERCICE 6 : Un automobiliste effectue une liaison entre deux stations A et B sur un tronçon rectiligne d'autoroute. Les deux stations sont séparées par la distance $AB = d = 900\ m$. L'automobiliste démarre de la station A avec une accélération constante $a_1 = 0{,}4\ m.s^{-2}$. Au bout d'une durée t_1, lorsqu'il juge la vitesse suffisante pour atteindre l'autre station, l'automobiliste coupe définitivement le moteur. Différentes causes ralentissement le mouvement qui s'effectue avec une accélération constante de valeur absolue $0{,}1\ m.s^{-2}$. Calculer :
1) Les durées $t_1\ et\ t_2$ des deux phases du parcours ;
2) Les distances $x_1\ et\ x_2$ parcourues au cours de ces deux phases ;
3) La vitesse maximale de l'automobile et sa vitesse moyenne entre les deux stations.

Réponse : 1) $t_1 = 30\ s$; $t_2 = 120\ s$; 2) $x_1 = 180m$; $x_2 = 720\ m$; 3) $v_{max} = 12m.s^{-1}$; $v_{moy} = 6\ m.s^{-2}$

EXERCICE 7 : Un automobiliste parcourt une distance $d = 1{,}25\ km$ sur une route rectiligne. Son mouvement est uniformément accéléré, puis uniforme, puis uniformément retardé. L'accélération a est égale en valeur absolue à $0\ ou\ 2{,}5\ m.s^{-2}$ et la vitesse moyenne vaut $75\ km/h$. Déterminer :
1) La vitesse maximale de l'automobile ;
2) La durée de la phase d'accélération ;

3) La distance parcourue au cours de chaque phase du mouvement.

Réponse : 1) $V_{max} = 25\ m/s$; 2) $t_1 = 10\ s$;
3) $x_1 = 125\ m$; $x_2 = 1\ km$; $x_3 = 125\ m$

EXERCICE 8 : Une rame de métro effectue un trajet entre deux stations. Partant de la première station, le conducteur lance sa rame avec une accélération constante $a_1 = 0{,}85\ m.s^{-2}$ au bout d'une durée θ_1. Lorsqu'il juge la vitesse suffisante pour pouvoir atteindre l'autre station, le conducteur coupe définitive le courant. Différentes causes ralentissent le mouvement qui s'effectue alors avec décélération constante $a_2 = 5.10^{-2}\ m.s^{-2}$ pendant une durée θ_2. La rame s'arrête à la deuxième station séparée de la première d'une distance $d = 1\ 500\ m$.

1) Ecrire les équations horaires du mouvement correspondant aux deux phases.

2.a) Donner une relation entre : a_1; a_2; $\theta_1\ et\ \theta_2$.

b) Montrer que :

$$\theta_1 = \sqrt{\frac{2d.\|a_2\|}{\|a_2\|.a_1 + {a_1}^2}}$$

c) En déduire les valeurs de $\theta_1\ et\ \theta_2$.

3) Calculer les longueurs $l_1\ et\ l_2$ de ces deux phases. En déduire la vitesse maximale de la rame et sa vitesse moyenne entre les deux stations.

4) En utilisant les résultats de la question 3) ; représenter graphiquement les fonctions :
$V = f(t)\ \ et\ \ a = g(t)$.

Réponse : 1) $x_1 = \frac{1}{2}a_1t^2$; $x_2 = -\frac{1}{2}|a_2|t^2 + a_1\theta_1 t$
$2.a)\ |a_2|\theta_2 = a_1\theta_1$; $c)\ \theta_1 = 14\ s\ \ et\ \ \theta_2 = 238\ s$
3) $l_1 = 83{,}3\ m$; $l_2 = 1416{,}7\ m$; $V_{max} = 12\ m.s^{-1}$;
$V_{moy} = 12\ m.s^{-1}$

EXERCICE 9 : Une automobile est en mouvement rectiligne uniforme et parcourt $100\ m\ \ en\ \ 4\ s$. Elle aborde une pente inclinée et son mouvement devient uniformément retardé avec une décélération de $5\ m/s^2$.

1) Déterminer sa vitesse initiale au bas de la pente.

2) Calculer la durée de la montée jusqu'à l'arrêt.

3) Quelle distance aura-t-elle parcourue sur la pente ?

Réponse : 1)$V_0 = 25\ m.s^{-1}$; 2)$t = 5s$; 3) $x_2 = 62{,}5m$

EXERCICE 10 : Partant du repos, un mobile en mouvement rectiligne acquiert une vitesse de $10\ m.s^{-1}$ après $25\ m$ de parcours. Il parcourt ensuite $50\ m$ avec cette vitesse et s'arrête à $125\ m$ de son point de départ. On considère les mouvements de la première et de la troisième phase comme uniformément varié.

1) Etablir les équations horaires des trois phases du mouvement en prenant pour origine des espaces le point de départ et pour origine des dates le moment de ce départ.

2) Quelle est la durée de ce trajet ?

3) Construire les diagrammes de l'espaces $x = f(t)$, de la vitesse $V = g(t)$ et de l'accélération $a = h(t)$ pour l'ensemble des trois phases.

Réponse : 1) $x_1(t) = t^2$; $x_2(t) = 10t - 25$;
$x_3(t) = -\frac{1}{2}t^2 + 20t - 75$; 2) $t = 20\ s$;
3) $V_1(t) = 2t$; $V_2(t) = 10\ m.s^{-1}$; $V_3(t) = -t + 20$

EXERCICE 11 : Un mobile ayant une vitesse initiale de $4\ m/s$, effectue en passant à la $5^{ème}$ seconde de son parcours une distance de $5{,}8\ m$. Trouver l'accélération du mobile et la distance parcourue au bout de $10\ s$.

Réponse : $a = 0{,}4\ m.s^{-2}$; $x = 60\ m$.

EXERCICE 12 : 1) Une rame de métro, partant du repos, parcourt $155\ m\ \ en\ \ 22\ s$. En supposant le mouvement uniformément varié, calculer l'accélération, et en tenant compte de l'incertitude des mesures (longueur connue à $0{,}5\ m$ près ; temps connu à $1/10\ \ s$ près) donner le résultat avec la précision convenable.

2) Partant de la station A, le conducteur lance la rame avec une accélération constante $a_1 = 0{,}9\ m.s^{-2}$. Au bout d'un temps t_1, quand il juge la vitesse suffisante pour pouvoir atteindre, simplement en vertu de la vitesse acquise, la station suivante B, le conducteur coupe le courant. Différente cause ralentisse alors le mouvement qui s'effectue avec une accélération a_2 de valeur absolue $0{,}1\ m.s^{-2}$. La distance AB est de $450\ m$.

Calculer :

a) Les durées $t_1\ et\ t_2$ des deux phases du parcourt ;

b) Les longueurs $l_1\ et\ l_2$ de ces deux phases ;

c) La vitesse maximale du train et sa vitesse moyenne entre les deux stations.

3) Représenter graphiquement, en fonction du temps, la vitesse et la position du convoi à chaque instant.

4) Si le conducteur avait coupé le courant une seconde plus tard, de longueur aurait-il manqué l'arrêt en B, en admettant pour la phase de freinage les mêmes caractères.

Réponse : 1) $a = 0{,}64 \pm 0{,}01\ m.s^{-2}$; $2)a)\ t_1 = 10\ s$ $t_2 = 90\ s$; $b) l_1 = 45m$; $l_2 = 405\ m$; $c) v_{max} = 9m/s$
$v_{moy} = 4{,}5\ m/s$; 4) $\Delta x = 94{,}5\ m$

EXERCICE 13 : Sur une portion rectiligne ABCD de voie ferrée où s'effectuent des travaux, un train arrivant en A avec une vitesse de module égal à $54\ km/h$ a la marche suivante :

__ De A à B, tel que $AB = 125\ m$, un mouvement retardé réduisant la vitesse en B à la valeur de $36\ km/h$;

__ De B à C, pendant une minute, un mouvement uniforme ;

__ De C à D, un mouvement uniformément accéléré tel que la vitesse reprenne la valeur de 54 km/h en 20 seconde.

1) En prenant comme origine des abscisses le point A, pour sens positif le sens de la marche et pour instant initial $t = 0$, l'instant du passage en A, déterminer les équations horaires des trois phases et calculer l'espace parcouru de A à D.

2) Tracer les diagrammes de l'espace $x = f(t)$, de la vitesse $V = g(t)$ et de l'accélération $a = h(t)$ pour l'ensemble des trois phases.

Echelles : $1\ cm\ pour\ x = 50\ m$; $V = 2\ m/s$; $a = 0{,}1\ m/s^2$; $t = 10\ s$

Réponse : 1) $x_1 = -0{,}25t^2 + 15t$; $x_2 = 10t + 25$

$$x_3 = \frac{1}{8}(t^2 - 60t + 5\,100); \quad AD = 975\ m$$

2) $V_1 = -0{,}5t + 15$; $V_2 = V_B = 10\ m/s$;

$$V_3 = \frac{1}{4}(t - 30)$$

EXERCICE 14 : Un mobile est animé d'un mouvement de translation rectiligne dans un repère $(O, \vec{\imath})$. Le mouvement comporte deux phases dont la 1ère dure 30 s. Un chronométreur a relevé la vitesse en fonction du temps. Après conservation, on obtient le tableau suivant :

$t(s)$	0	10	20	30	40	50	100	150
$V(m.s^{-1})$	0	4	8	12	11	10	5	0

1) Tracer le graphique $V = f(t)$.

Echelle : $1\ cm\ pour\ 4\ m.s^{-1}$; $1\ cm\ pour\ 10\ s$.

2) Etablir l'équation horaire du mouvement pour chaque phase. Préciser la nature du mouvement Pendant chaque phase. La position du mobile est repérée à chaque instant par son abscisse x comptée à partir de l'origine O du repère.

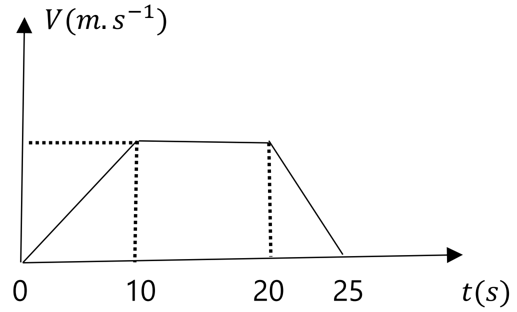
3.a) Calculer la longueur du trajet parcouru par le mobile pendant toute la durée du mouvement.

b) Montrer que cette distance est représentée par l'aire de la figure donnée par le graphique $V = f(t)$.

4) Quelle est la distance parcourue par le mobile à la date $t = 60\ s$? Quelle est alors sa vitesse ?

Réponse : 2) $x = 0{,}2t^2\ et\ x = -0{,}05t^2 + 15t - 125$
3. $a)\ x_T = 900\ m$; $b)\ \mathcal{A} = 900\ m^2$
4) $x = 495\ m$; $V = 9\ m.s^{-1}$

EXERCICE 15 : Un mobile décrit une trajectoire rectiligne. On a représenté sur la figure le diagramme des vitesses, celui-ci ayant été linéarisé pour simplifier.



1) Donner les équations horaires : $t \mapsto x(t)$; $t \mapsto V(t)$ du mouvement durant les diverses étapes du mouvement. Déterminer en particulier l'accélération et la distance totale parcourue pour chaque phase du mouvement.

2) Les discontinuités du diagramme linéarisé sont-elles physiquement concevables ?

Réponse : 1) $x_1 = 1{,}5t^2$; $V_1 = 3t$; $a_1 = 3m.s^{-2}$
$x_2 = 30t - 150$; $V_2 = 30\ m/s$; $a = 0$
$x_3 = -3t^2 + 150t - 1\,350$; $V_3 = -6t + 150$
$a_3 = -6\ m.s^{-2}$; $x_T = 525\ m$

EXERCICE 16 : Un mobile partant du repos se déplace sur une droite. On note ses abscisses toutes les secondes et on obtient le tableau ci-dessous :

$t(s)$	0	1	2	3	4
$x(cm)$	0	75	300	675	1200

1 Montrer que le mouvement est uniformément varié et calculer son accélération.

2) Etablir l'équation horaire du mouvement et calculer la vitesse du mobile à la date $t = 4\ s$.

LES MOUVEMENTS DE RATTRAPAGE, DE RENCONTRE ET AUTRES :

EXERCICE 17 : Une automobile est initialement à un feu rouge. Quand le feu passe au vert, l'automobile accélère uniformément pendant $8\,s$ avec une accélération de $2\,m.s^{-2}$. Ensuite, l'automobile se déplace à vitesse constante. A l'instant de son démarrage, un camion le dépasse avec une vitesse constante de $12\,m.s^{-1}$. Au bout de combien de temps, et à quelle distance du feu l'automobile rattrapera-t-elle le camion ?

Réponse : $t = 16\,s$; $x = 192\,m$.

EXERCICE 18 : Un voyageur en retard court le long d'un quai à la vitesse de valeur $v = 5\,m.s^{-1}$; quand il est à $15\,m$ du dernier wagon, le train démarre avec une accélération constante de $1\,m.s^{-2}$.

1) Ecrire dans un même repère les équations horaires du voyageur et du dernier wagon considérés comme des points matériaux.

2) Montrer que le voyageur ne peut pas rattraper le train.

3) Quelle sera la distance minimale entre le voyageur et le dernier wagon.

Réponse : 1) $x_v = 5t$; $x_w = 0{,}5t^2 + 15$; 3)$x_{min} = 2{,}5m$

EXERCICE 19 : Un élève en retard pour son cours de physique, alors qu'il se trouve à la distance de $20\,m$ de la station, voit son autobus démarré. L'autobus est animé d'un mouvement uniformément varié d'accélération $0{,}8\,m.s^{-2}$. L'élève court à la vitesse de $6\,m.s^{-1}$.

1) Ecrire dans un même repère, les équations horaires de l'élève et de l'autobus.

2) L'élève rattrapera-t-il l'autobus ? Si oui calculer la duré de sa course et la distance qu'il a parcouru.

Réponse : 2) $t = 5s$; $x = 30\,m$.

EXERCICE 20 : Deux mobiles M_1 *et* M_2 partent aux mêmes instants d'un point A. M_1 va vers l'est et M_2 vers le sud. Leurs mouvements sont supposés rectilignes. M_1 initialement au repos en A effectue un mouvement uniformément accéléré d'accélération $a = 2\,m.s^{-2}$. M_2 part du point A avec une vitesse constante $v = 15\,m.s^{-1}$.

1) Au bout de combien de temps M_1 *et* M_2 se trouvent-il à $500\,m$ l'un de l'autre ?

2) Quelle est la distance parcourue par chacun des Deux mobiles à cet instant ?

Réponse : 1) $t = 20\,s$; 2) $x_1 = 400m$; $x_2 = 300m$

EXERCICE 21 : Le « börö d'enjaillement » est un jeu dangereux auquel s'adonnaient les élèves des collèges et lycées des années 2000. Ce jeu consistait pour le joueur à courir derrière un bus en mouvement, puis lorsqu'il estime être à bonne distance du véhicule, il saute pour s'y agripper. Il a alors réussi son jeu.

Un élève voulant jouer au « börö d'enjaillement » court à la vitesse de $8\,m.s^{-1}$ après un bus qui démarre avec une accélération de $2\,m/s^2$.

A cet instant, l'élève se trouve à une distance $D = 18\,m$ du bus et les deux mobiles ont la même, trajectoire rectiligne.

1) La position de l'élève est considérée comme origine des espaces.

a) Déterminer les équations horaires de l'élève et du bus.

b) Quelle est la distance entre les deux mobiles à la date $t = 2\,s$?

c) Quelles sont la position et la vitesse du bus à la date $t = 3\,s$?

2) On admet que l'élève réussi son jeu, si juste avant de sauter, il est séparé du bus par une distance inférieure ou égale à $1\,m$, si non il tombe. Montrer que l'élève ne réussit pas son jeu.

Réponse : 1)$a)$ $x_E = 8t$; $x_B = t^2 + 18$; $b)$ $d = 6m$ $c)$ $x_A = 27m$; $V_A = 6m.s^{-1}$

EXERCICE 22 : Une automobile démarre lorsque le feu passe au vert avec une accélération $a = 2\,m.s^{-2}$ pendant une durée $\theta = 7\,s$, ensuite le conducteur maintient sa vitesse constante. Lorsque le feu passe au vert, un camion roulant à la vitesse $V = 45\,km.h^{-1}$, est situé à une distance $d = 20\,m$ du feu, avant celui-ci. Il maintient sa vitesse constante.

Dans un premier temps, le camion va doubler l'automobile, puis dans une deuxième phase celle-ci va le dépasser.

En choisissant comme origine des dates l'instant où le feu passe au vert et comme origine des espaces, la position du feu tricolore, déterminer :

1) les dates de dépassements ;

2) les abscisses des dépassements ;

3) les vitesses de l'automobile à ces instants.

Réponse : 1) $t_1 = 2s$; $t_2 = 8{,}25s$; 2) $x_1 = 5m$; $x_2 = 83{,}1m$; 3) $v_1 = 5\,m/s$; $v_2 = 17{,}5\,m/s$

EXERCICE 23 : Une automobile est arrêtée à un feu rouge à une distance $d_1 = 3\ m$ du feu. Quand le feu passe au vert, l'automobile démarre avec une accélération constante de 3 m/s^2. A l'instant de son démarrage, un motard roulant à la vitesse constante de 54 km/h se trouve à une distance $d_2 = 24\,m$ de l'automobile avant celle-ci. Les deux mobiles sont supposés ponctuels.

1) En choisissant comme origine des dates l'instant où le feu passe au vert et comme origine des espaces la position du feu tricolore, déterminer :

a) les dates des dépassements ;

b) les abscisses des dépassements ;

c) les vitesses de l'automobile à ces instants ;

2) Si le motard roulait à la vitesse de 36 km/h, pourrait-il rattraper l'automobile ? Justifier. Quelle serait distance minimale entre le motard et l'automobile ?

Réponse : $1)a)t_1 = 2s; t_2 = 8s;\ b)x_1 = 3m;\ x_2 = 93m$ $c)\ v_1 = 6\,m/s$; $v_2 = 24\,m/s$ 2) $x_{min} = 7{,}33\ m$

EXERCICE 24 : La distance Conakry-Kankan est de 662 km par voie ferrée. Le même jour, deux trains ont été dirigés de Conakry vers Kankan. Le 1er train (T_1) est parti à 10 h avec une vitesse de 51 km/h ; le 2e train (T_2) à $10h20min$ avec une vitesse de 45 km/h. Un 3e train (T_3) est parti à 10 h de Kankan vers Conakry avec une vitesse de 54 km/h.

1) A quelle heure le train (T_1) sera à égale distance des trains $(T_2)\ et\ (T_3)$?

2) A quelle distance de Kankan les trois trains se trouveront en ce moment ?

Réponse : 1) $t\ \approx 15\,h\,48\,min$;
2) $d_1 = 366{,}2\ km$; $d_2 = 416\ km$; $d_3 = 313{,}2\ km$

EXERCICE 25 : Un automobiliste roule à vitesse constante de 120 km/h sur une route rectiligne où la vitesse est limitée à 90 km/h. Un motard de la gendarmerie part à sa poursuite. Il démarre à l'instant où l'automobile passe devant lui. Le motard est animé d'un mouvement uniformément varié tel qu'il atteigne la vitesse de 100 $km/h\ \ en\ \ 10\,s$.

Calculer :

1) La durée de la poursuite ;

2) La distance parcourue lors de la poursuite ;

3) La vitesse du motard lorsqu'il rattrape l'automobile

Réponse : $1)t = 24\ s$; $2)x = 800m; 3)v_M \approx 66{,}7m/s$

EXERCICE 26 : Sur une autoroute, 2 voitures roulent sur la même file avec une vitesse de 40 m/s. Le pare chocs avant A de la seconde voiture est 40 m derrière le pare chocs arrière B de la première voiture. Le véhicule B freine avec une décélération de 5 m/s^2. Le véhicule A distrait, freine 2 s après avec la même décélération.

1) Quelle distance parcourt le deuxième véhicule avant de commencer à freiner ?

2) Quelle distance parcourt le premier véhicule pendant ce même instant ?

3) Quelle est la distance séparant A et B lorsque le second véhicule commence à freiner ?

4) Quelle est la vitesse du premier véhicule à ce moment ?

5) En prenant comme origine des dates l'instant où débute le freinage du second véhicule et comme origine des espaces la position où il se trouve alors, établir les équations horaires des mouvements de A et B.

6) Un choc aura-t-il lieu ? Si oui, à quelle date ?

Réponse : 1) $d_2 = 80\ m$; 2) $d_1 = 70\ m$; 3) $d = 30\ m$
4) $v_1 = 30\ \ m/s$; 5) $x_1 = -2{,}5t^2 + 30t + 30$;
$x_2 = -2{,}5t^2 + 40t$; 6) $t = 3\ s$

EXERCICE 27 : Un automobile de longueur $l = 5m$ roulant à la vitesse $V_A = 90\ km/h$ arrive derrière un camion de longueur $L = 10\ m$, roulant à une vitesse $V_C = 72\ km/h$. Les deux véhicules conservent des vitesses constantes. L'automobile va donc doubler le camion. En admettant que le dépassement commence quand l'avant de l'automobile est à la distance $d_1 = 20\ m$ de l'arrière du camion et se termine quand l'arrière de l'automobile est à la distance $d_2 = 30\ m$ de l'avant du camion. Calculer :

1) La durée du dépassement ;

2) La distance parcourue sur la route pendant le dépassement.

Réponse : 1) $t = 13\ s$; 2) $x = 325\ m$.

EXERCICE 28 : Un automobiliste qui roule à 30 m/s aperçoit soudain un camion à 60 m devant lui roulant dans la même direction à 10 m/s. La décélération minimale de l'automobile a un module de 5 m/s^2.

a) Une collision va-t-elle se produire si le temps de reflexe de l'automobile est nul ? Si oui quand ?

b) Si l'on tient compte du temps de reflexe de l'automobile, qui est a 0,5 s ; quel est le module de la décélération minimale pour éviter la collision ?
Réponse : $a)\ Non$; $b)\ a = -4m.s^{-2}$; $\|\vec{a}\| = 4m.s^{-2}$.
EXERCICE 29 : Deux automobilistes se suivent à 28 m l'un de l'autre à la vitesse constante de 86,4 km/h. La première voiture freine avec une décélération de 7,7 m/s^2, la seconde manquant d'adhérence freine avec une décélération de 4,2 m/s^2. On suppose que les deux conducteurs commencent à freiner simultanément.
1) Montrer que les véhicules se heurtent et préciser le temps au bout duquel ils se heurtent.
2) Déterminer leur vitesse respective au moment du choc.
3) Quelle aurait dû être la décélération minimale du second véhicule pour éviter le choc ?
Réponse : 1) $t = 4s$; 2) $V_1 = -6,8\, m/s$; $V_2 = 7,2\, m/s$ 3) $a_{min} = -7,7\ m/s^2$
EXERCICE 30 : Deux automobilistes partent en même temps, le premier du point A, le second du point B, se dirige l'un vers l'autre. A leur point de rencontre C, ils calculent que le premier a fait 15 km de plus que le deuxième, et que d'après la vitesse de leur marche, il faudra encore au premier 50 min pour atteindre B et au deuxième 1 h 52,5 min pour atteindre A. Calculer :
1) le temps au bout duquel a lieu la rencontre ;
2) la vitesse en km/h de chaque automobile ;
3) la distance AB. (On suppose leur vitesse constante)
Réponse : 1) $t = 1\ h\ 15 min$; 2) $V_1 = 36\, km/h$; $V_2 = 24\, km/h$; $AB = 75\ km$.
EXERCICE 31 : Deux trains partent à la rencontre l'un de l'autre de deux villes A et B, ils sont animés de mouvements rectilignes uniformes. Ils se croisent en un point M, alors le 1er train achève le reste de son trajet en 1 h 52 min et le deuxième en 2 h 55min. Calculer :
1) le temps de rencontre ;
2) la vitesse de chaque train, sachant que les vitesses des deux trains diffèrent de 12 km/h ;
3) la distance des villes A et B.
Réponse : 1) $t = 2\ h\ 20 min$; 2) $V_1 = 60\, km/h$; $V_2 = 48\, km/h$; $AB = 252\ km$.

EXERCICE 32 : Un enfant se déplace sur un tapis roulant de longueur 20 m. La vitesse du tapis est de 1 m/s. La différence du temps entre l'aller et le retour est de 5 s. Calculer la vitesse de l'enfant en admettant qu'elle est constante au cours du mouvement et les temps d'aller et de retour, sachant qu'à l'aller l'enfant va en sens inverse du tapis.
Réponse : $V = 3\, m/s$; $t_1 = 10\ s$; $t_2 = 5\ s$.
EXERCICE 33 : Un enfant s'amuse à courir sur un tapis roulant d'aéroport, de longueur $L = 100\ m$. Dans le sens de circulation du tapis, il met 16,7 s pour aller d'une extrémité à l'autre, alors que dans l'autre sens il met25 s.
1) A quelle vitesse l'enfant court-t-il ?
2) Quelle est la vitesse du tapis roulant ?
Réponse : 1) $V_E \approx 5\ m.s^{-1}$; $V_T \approx 1\ m.s^{-1}$
EXERCICE 34 : Un train A de 150 m de long roule à la vitesse de 108 km/h parallèlement à un train B de longueur 250 m se déplaçant avec une vitesse de 72 km/h. Quelles seront :
1) la durée de dépassement complet si les trains roulent dans le même sens.
2) la durée de croisement complet si les trains roulent dans des sens opposés.
Réponse : 1) $t = 25\ s$; 2) $t = 5\ s$
EXERCICE 35 : Un avion vole à haute altitude entre deux villes A et B distantes de 6 000 km. A l'aller et au retour, il vole à la même vitesse V par rapport à l'air. Le vent en haute altitude souffle toujours dans la direction de B vers A à la vitesse $V_m = 100\ km/h$. L'avion met une heure et demie de plus à l'aller qu'au retour pour effectuer le trajet.
1) En déduire la vitesse V à laquelle l'avion vole par rapport à l'air.
2) Combien de temps dure l'aller A-B ?
Réponse : 1) $V = 900\ km/h$; $t_2 = 6\ h$.
EXERCICE 36 : Sur une route rectiligne, une voiture (1) de longueur l_1 de vitesse V_1 double un autocar de longueur L et de vitesse V. En face, arrive une voiture (2) de longueur l_2 de vitesse V_2.
1) Quelle distance minimale D entre l'avant de la voiture (1) et l'avant de la voiture (2) permet à la voiture (1) de doubler ?
2) Quelle est alors la distance parcourue sur la route par l'autocar pendant le dépassement.

On donne : $l_1 = l_2 = 4\ m$; $L = 20\ m$; $V = 72\ km/h$
$V_1 = V_2 = 90\ km/h$

Réponse : 1) $D = 240\ m$; 2) $x_C = 96\ m$.

EXERCICE 37 : Un cycliste suit un parcours qui est formé de 4 parties de longueurs égales. Sur la 1ère parie en terrain plein, sa vitesse moyenne est $V_1 = 24\ km/h$. Lors de le 2ème partie, côte à escalader, sa vitesse moyenne est $V_2 = 12\ km/h$. Lors de la 3ème partie forte descente, sa vitesse moyenne est $V_3 = 72\ km/h$. En fin, dans la dernière partie, faux plat descendant, sa vitesse moyenne est $V_4 = 36\ km/h$. Quelle est la vitesse moyenne du cycliste pour l'ensemble du parcours.

Réponse : $V_m = 24\ km/h$.

EXERCICE 38 : Lors d'une compétition, trois motocyclistes ont pris le départ simultanément. Le second motocycliste qui faisait 15 km/h de moins que le premier et 3 km/h de plus que le troisième, a franchi la ligne d'arrivée 12 minutes plus tard que le premier et 3 minutes plus tôt que le troisième.
On demande :
1) la longueur du parcours ;
2) la vitesse de chaque motocycliste ;
3) le temps mis par chaque motocycliste pour effectuer le parcours.

Réponse : 1) $x = 90\ km$; 2) $V_1 = 90\ km/h$; $V_2 = 75\ km/h$; $V_3 = 72\ km/h$; 3) $t_1 = 1\ h$; $t_2 = 1\ h\ 12\ min$; $t_3 = 1\ h\ 15\ min$.

EXERCICE 39 : Une route reliant deux localités A et B présente des parties horizontales, des montées et des descentes. La distance $AB = 78\ km$, et quand on marche dans le sens BA la longueur des descentes vaut les $\frac{7}{10}$ de la longueur des montées. Un cycliste, qui a une vitesse de 25 km/h en terrain horizontal, de 15 km/h en montée et de 30 km/h en descente, va de A à B et revient de B à A.
Sachant que la différence du temps qu'il a mis pour faire ces trajets est de 24 minutes, on demande :
1) les longueurs des parties horizontales, des montées et des descentes en allant de A à B.
2) les temps employés pour aller de A à B et de B à A

Réponse : 1) $x = 10\ km\ (horizontale)$; $y = 40\ km\ (montée)$; $z = 28\ km\ (descente)$
2) $t_{AB} = 4\ h$; $t_{BA} = 3\ h\ 36\ min$

EXERCICE 40 : Deux villes A et B distante de 900 km. Deux trains partent à la même heure l'un de A vers B, l'autre de B vers A. Ils se croisent au point M. Le premier arrive en B, 4 heures après l'instant de croisement et le second en A 16 heures après cet instant. On demande à quelle distance de A a lieu le croisement et quelles sont les vitesses des deux trains (en km)

Réponse : $x = 600\ km$; $V_1 = 75\ km/h$; $V_2 = 37{,}5 km/h$.

LES MOUVEMENTS CIRCULAIRES :

EXERCICE 41 : Un point M décrit une trajectoire circulaire de rayon $R = 30\ cm$ et de centre O. Il est repéré par l'angle $\alpha = (\widehat{\overrightarrow{OM_0}, \overrightarrow{OM}})$. Son accélération angulaire α'' est constante et égale à $4\ rad.s^{-2}$. A l'instant $t = 0$, $\alpha_0 = 0$, $\omega_0 = 0$.
1) Etablir l'équation horaire du mouvement :
$t \longrightarrow \alpha(t)$, $t \longrightarrow \omega(t)$, $t \longrightarrow v(t)$
Où $v(t)$ est la vitesse linéaire.
2) Exprimer l'accélération tangentielle a_t et l'accélération normale a_n en fonction du temps t.
3) Calculer à l'instant $t = 0{,}5\ s$ l'angle $\tan\alpha = (\widehat{\vec{V}, \vec{a}})$

Réponse : 1) $\alpha = 2t^2$; $\omega = 4t$; $v = 1{,}2t$;
2) $a_t = 1{,}2\ m.s^{-2}$; $a_n = 4{,}8t^2$; 3) $\beta = 45°$

EXERCICE 42 : Un rotor est animé d'un mouvement rectiligne uniformément varié. On donne, à la date t, l'accélération angulaire $\alpha'' = 40\ rad/s^2$ et la vitesse angulaire $\omega = 30\ rad/s$. Déterminer les normes des vecteurs vitesses $\vec{V}$ et accélération $\vec{a}$ d'un point M situé à 10 cm de l'axe du rotor.

Réponse : $V = 3\ m/s$; $a = 90{,}08\ m.s^{-2}$.

EXERCICE 43 : Le mouvement d'une roue, immobile au départ, est accéléré de telle sorte que sa vitesse angulaire croît régulièrement jusqu'à 120 tr/min en 1 min. Après avoir tourné un certain temps à cette vitesse, la roue est freinée régulièrement, et il faut 5 min pour l'arrêter.
Le nombre de tours étant de 1 560, calculer la durée totale de la rotation.

Réponse : $t = 16\ min$.

EXERCICE 44 : Le rotor d'une machine tourne 200 tr/min. A l'instant $t = 0$, il est soumis à une accélération angulaire α'' supposée constante qui provoque son arrêt en 300 $tours$.
1) Exprimer en fonction du temps la vitesse

angulaire ω et l'angle α dont tourne le rotor à partir de l'instant $t = 0$.
2) Exprimer ω en fonction de α'' et α.
3) Calculer la valeur de α'' et la durée du freinage.
Réponse : 1) $\omega = \alpha'' t + \omega_0$; $\alpha = \frac{1}{2}\alpha''^{t^2} + \omega_0 t + \alpha_0$; 2) $\omega^2 - {\omega_0}^2 = 2\alpha''(\alpha - \alpha_0)$; 3) $\alpha'' = -4{,}2\ rad.s^{-2}$ $t = 30\ s$

EXERCICE 45 : La terre tourne uniformément autour de son axe. Le jour sidéral est égal à $8{,}616.10^4\ s$.
1 Calculer la vitesse angulaire de rotation de la terre.
2) Trouver, en fonction de la latitude, la vitesse et l'accélération d'un point à la surface de la terre.
3) Calculer ces grandeurs en un point de l'équateur ($R = 6{,}35.10^6\ m$). Pourquoi ne ressent-on pas les effets de cette vitesse ?
Réponse : 1) $\omega \approx 7{,}29.10^{-5}\ rad.s^{-1}$; 2) $V = R\omega\cos\lambda$; $a = R\omega^2 \cos\lambda$; 3) $V \approx 463\ m/s$; $a = 3{,}4.10^{-2} m.s^{-2}$

EXERCICE 46 : Un point matériel est animé d'un mouvement circulaire. Son élongation angulaire en fonction du temps est : $\alpha = \frac{2}{3}t^3 - t + 2$. Le rayon de la trajectoire est $R = 20\ cm$. A la date $t = 1{,}5\ s$:
1) Quel est le module V de la vitesse ? S'agit-t-il d'un mouvement uniforme ?
2) Quelles sont les valeurs des accélérations normale a_n et tangentielle a_t ainsi que les caractéristiques du vecteur accélération à cet instant.
Réponse : 1) $V = 0{,}7\ m/s$; 2) $a_t = 1{,}2\ m.s^{-2}$;
2) $a_n = 2{,}45\ m.s^{-2}$; $caractéristiques$: direction :$\beta = 26°$; $Norme$: $2{,}728\ m.s^{-2}$;

EXERCICE 47 : Deux $M_1\ et\ M_2$ sont mobiles sur un cercle de rayon $R = 1\ m$. Le premier a une vitesse angulaire constante de valeur $\omega_1 = 2\ rad/s$, et l'équation horaire du second est : $S = t^2 - t - 1$.
1) A quelle date les deux mobiles ont-ils des vitesses de même valeur ? Quelle est cette valeur ?
2) A quelle date les deux mobiles ont-ils des accélérations de même valeur ? Quelle est cette valeur ?
Réponse : 1) $t = \frac{3}{2}\ s$; $V = 2\ m/s$; 2) $t = 1{,}43\ s$.

EXERCICE 48 : La période d'un satellite géostationnaire en mouvement circulaire uniforme autour de la terre est de 24 heures.
1) Calculer sa vitesse angulaire
2) A quelle altitude se trouve-t-il lorsque sa vitesse est de 2 km/s ? Quelle est alors son accélération ?
On donne le rayon de la terre : $R = 6400\ km$.
Réponse : 1) $\omega \approx 7{,}27.10^{-5} rad.s^{-1}$; $h = 21110 km$ $a = 1{,}45.10^{-4}\ m.s^{-2}$

EXERCICE 49 : Deux cyclistes tournent à vitesse constante sur la piste circulaire du vélodrome. Quand ils se déplacent en sens contraire, ils se rencontrent toutes les 10 secondes. Quand ils déplacent dans le même sens, l'un atteint l'autre toutes les 170 secondes. Quelle est la vitesse de chaque cycliste si la longueur de la piste est de $170\ m$.
Réponse : $V_1 = 9\ m/s$; $V_2 = 8\ m/s$.

EXERCICE 50 : Deux coureurs parcourent une piste circulaire, chacun d'eux ayant une vitesse constante. Partis simultanément de deux points A et B diamétralement opposés, et se déplaçant en sens contraire, ils se croisent une première fois en M à 40 m de B, puis une deuxième fois en P à 20 m de A. Sachant qu'il s'est écoulé 20 secondes entres les deux croisements, on demande :
1 la longueur de la piste circulaire ;
2) la vitesse de chaque coureur en m/s.
Réponse : 1) $l = 200\ m$; $V_1 = 6\ m/s$; $V_2 = 4\ m/s$;

EXERCICE 51 : Un motocycliste effectue un virage de rayon $R = 50\ m$. Sa vitesse à l'entrée du virage est $\overrightarrow{V_1}$ telle que $V_1 = 60\ km/h$. Sa vitesse à la sortie est $\overrightarrow{V_2}$ telle que $V_2 = 80\ km/h$. Les deux vitesses font entre eux un angle de 90°. L'accélération angulaire est constante pendant le virage. Calculer :
a) la valeur de cette accélération angulaire ;
b) la durée du virage.
Réponse : $a)$ $\alpha'' \approx 2{,}8.10^{-2}\ rad/s$; $t \approx 4\ s$.

(	