AL MOUFID

En Mathématiques

2e AC

2ème année du cycle secondaire collégial

Manuel de l'élève

+

- Un point d'histoire
- Problèmes ouverts
- Situations proposées aux TIMSS
- Challenges
- Intégration TICE

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓ
ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⵜⴳ ⴰⵣⵣⵓⵍⴰⵏ
ⴷ ⵓⵙⵍⵎⴷ ⴰⵏⵏⴰⴼⵍⵍⴰ ⴷ ⵓⵔⵣⵣⵓ ⴰⵎⴰⵙⵙⴰⵏ

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

Conforme au Programme Scolaire Marocain

Numéro de série : PICM 0112320 - Date d'homologation : 13 août 2020

AL MOUFID EN Mathématiques

2ème année du cycle secondaire collégial

Manuel de l'élève

SPÉCIMEN
DAR ATTAKAFA

2^{e}

Les auteurs

Abdesslem HAKKANI
Inspecteur principal de l'enseignement
secondaire qualifiant
Coordinateur

Mostafa FAHMI
Inspecteur principal de l'enseignement
secondaire qualifiant

Mohamed GHOUZAILI
Professeur principal de l'enseignement
secondaire qualifiant

Ahmed FASSIH
Inspecteur principal de l'enseignement
secondaire qualifiant

Noureddine BOUZIT
Professeur principal de l'enseignement
secondaire collégial

Avant- propos

Ce manuel s'adresse aux élèves de la deuxième année secondaire collégiale. Il couvre ainsi une étape cruciale de leur cursus scolaire.

Parmi les objectifs poursuivis par cet ouvrage, on peut citer :

- la conformité et la cohérence avec le programme officiel de mathématiques ;
- l'assimilation des connaissances et l'acquisition de la démarche scientifique à travers l'activité mathématique ;
- l'exercice de la précision dans le raisonnement et la clarté d'expression dans la formulation et la rédaction ;
- le développement des techniques d'approche et des méthodes de résolution afin de contribuer à l'épanouissement des compétences vers l'intégration et la maîtrise.

L'organisation du manuel a tenu compte des considérations pédagogiques suivantes :

- La **leçon** débute par un aperçu **historique** (un point d'histoire) qui offre la possibilité de découvrir les mathématiques à travers les âges.
- Chaque **chapitre** commence par un test **diagnostic** permettant à l'élève de mettre ses acquis à l'épreuve avant de s'engager dans la leçon.
- Les **activités préparatoires** proposées sont des situations qui invitent l'élève à la construction du savoir.
- La présentation des concepts est claire et précise. Les définitions, les règles, les propriétés et les théorèmes sont consolidés par des exemples d'illustration.
- Les **exercices** sont **variés**, couvrant toutes les facettes de l'activité mathématique et s'organisent comme suit :

  * **Pratique : J'applique .**
  * **Investissement : Je m'entraîne .**

  À la fin de cette étape, des situations de remédiation sont proposées; elles ont pour objectifs de pallier les lacunes et les difficultés enregistrées .

  * **Approfondissement : Je cherche.**

  Cette étape comporte, outre les exercices issus de la vie réelle, des exercices de recherche et des problèmes ouverts.

"Au terme de chaque leçon, des situations empruntées à l'étude comparative du **TIMSS**, sont proposées aux élèves.

En matière d'aquisition des **ressources numériques**, une liste de sites dont les contenus sont adaptés au curriculum, est présentée à la fin du manuel.

En conclusion, nous espérons sincèrement que cet ouvrage soit un moyen d'éclairement pour les enseignants, et un outil profitable aux élèves.

Sommaire

Chapitre

En fin d'ouvrage

PROGRAMME DE MATHÉMATIQUES EN 2ÈME ANNÉE DE L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE COLLÉGIAL

Première semestre

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Contenu	Capacités attendues
• Calcul numérique dans l'ensemble des nombres rationnels: **(1) Opérations sur les nombres rationnels.** **(2) Puissances.** **• Puissances à exposant négatif.**	• Maîtriser les quatre opérations. • Reconnaît l'inverse d'un nombre rationnel, $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$ et l'écriture $\frac{1}{a} = a^{-1}$. • Utiliser les relations : (1) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (2) $(ab)^n = a^n \times b^n$ (3) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ à travers des exemple. • Reconnaître l'écriture scientifique et l'ordre de gradeur d'un nombre. • Maîtriser les puissances d'exposant négatif.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Contenu	Capacités attendues
• Symétrie axiale	• Construire le symétrique d'un point, d'un segment, d'une droite , d'une demi-droite, d'un angle et d'un cercle. • Utiliser la symétrie centrale dans la résolution de problèmes géométriques. • Employer et investir les propriétés du parallélogramme.
• Droites remarquables dans le triangle	• Reconnaître les propriétés des hauteurs, des médiances, des médiatrices et des bissectrices d'un triangle ; et les utiliser. • Reconnaître la position du centre de gravité sur la médiane.
• Droites passant par les milieux de deux côtés d'un triangle **• Droites parallèles à un des côtés d'un triangle et coupant les deux autre côtés.**	• Connaître et utiliser les deux théorèmes suivants : (1) Dans un triangle, la droite passant par les milieux de deux côtés, est parallèle à la droite portant le troisième côtés. (2) La longueur du segment jougnant les milieux de deux côtés d'un triangle, est égale à la moitié de la longueur du troisième côtés. • Utiliser le théorème suivant : Dans un triangle ABC, si $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$ et $(MN) // (BC)$, alors : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ • Diviser un segment en segments isométriques.

Second semestre

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Contenu	Capacités attendues
1.1 Cacul littéral : • **Simplification** • **Développement** • **Factorisation**	• Simplifier des expressions d'une seule variable . • Développer des expressions du genre (a + b) (c + d). • Factoriser des expressions simples.
1.2 Équations :	• Résoudre des équations du premier degré à une inconnue ou résoudre des équations simples qui se ramènent à une équations du premier degré à une inconnue. • Mathématiser une situation, la résoudre en utilisant une équation du premier degré une inconnue et interpréter le résoultat
• **Ordre et opérations**	• Comparer deux nombres rationnels. • Utiliser les règles liées a l'ordre et l'addition. • Utiliser les règles liées a l'ordre et la multiplication (multiplication des deux membres d'une inégalité par un nombre positif).

ACTIVITÉS GRAPHIQUES ET STATISTIQUES

Contenu	Capacités attendues
• **Proportionnalité**	• Relier la proportionnalité à l'alignement des points avec l'origine du repère. • Lire une représentation graphique. • Reconnaître et traiter des situations de proportionnalité telles que la vitesse moyenne et d'autres situations se rapportant à d'autres disciplines scolaires. • Représenter graphiquement une situation de proportinnalité dans un repère. • Analyser les tableaux et les graphiques pour reconnaître et identifier les proporiétés et les relations.
• **Statistique**	• Calculer l'effectif cumulé. • Calculer la fréquence cumulée. • Calculer la moyenne arithmétique. • Construire des représentation graphiques.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Contenu	Capacités attendues
3. 1 Triangle rectangle et cercle : ● Cercle circonscrit à un triangle. ● Théorème de Pythagore. ● Présentation des nombres réels. ● Cosinus d'un angle aigu.	● Reconnaître la propriété caractéristique d'un triangle rectangle et inscrit dans un demi-cercle. ● Reconnaître le théorème de Pythagore. ● Calculer la longueur d'un côté en fonction des deux autres côtés, dans un triangle rectangle. ● Donner des valeurs approchées en uilisant la touche $\sqrt{\ }$ de la calculatrice. ● Reconnaître le cosinus dans un triangle rectangle et utiliser la relation entre lui et les longueurs des côtés adjacents à l'angle.
3. 2 Vecteurs . translation ● Égalité de deux vecteurs. ● Somme de deux vecteurs.	● Déterminer un vecteur $\overrightarrow{AB}$ par sa direction, son sens et sa longueur AB. ● Reconnaître l'égalité de deux vecteurs. ● Reconnaître la relation $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ et la relier au parallélogramme ABCD. ● Construire un vecteur d'origine donnée et qui est égal à un vecteur donné. ● Utiliser la relation de Chasles pour transformer plusieurs vecteurs au écrire un vecteur sous la forme d'une somme. ● Reconnaître la translation T qui transforme le point A en le point B. ● Construire l'image d'un point appartenant à la droite (AB), et construire l'image d'un point hors de la droite (AB).
3. 3 ● Pyramide ● Cône de révolution ● Prisme droite	● Maîtriser le développement des solides, les représenter et en construire des modèles. ● Calculer l'aire latérale. ● Calculer les volumes.

Répartition proposée du programme de mathématique

Premier semestre	Deuxieme semestre
1) Activités numériques : • Calcul numérique dans l'ensemble des nombres rationnels : ❶ Nombres décimaux relatifs et présentation des nombres rationnels (8h). ❷ Opérations sur les nombres rationnels (16h). ❸ Puissances (8h). ***2) Activités géométriques :*** • Symétrie axiale (8h) • Droites remarquables dans le plan (8h) . • Droite passant par les milieux de deux côtés d'un triangle. • Droite parallèle à l'un des côtés d'un triangle et coupant les deux autres côtés (8h).	***1) Activités numériques :*** ❶ Calcul littéral (6h). ❷ Équations (6h). ❸ Ordre et opérations (6h). ***2) Activités géométriques :*** ❶ Triangle rectangle et cercle (10h) ❷ Vecteurs - Translation (7h) ❸ Pyramide - cône de révolution - Prisme (10h) ***3) Activités graphiques et statistiques*** ❶ Proportionnalité (5h) ❷ Statistique (6h)

Obsérvations :

❶ L'ordre d'accomplissement des paragraphes de chaque semestre est effectué selon un ordre établi au nivrau régional.

❷ Chaque semestre est ponctué de trois devoirs surveillés dont la durée de chacun est d'une heure; la durée de présentation d'une compte rendu, pour chacun d'eux, est aussi d'une heure.

❸ Chque semestre est ponctué de trois devoirs à la maison et la durée de présentation du compte rendu de chacun d'eux est d'une heure.

❹ Des séances de soutien et de consolidation seront menées chaque semestre.

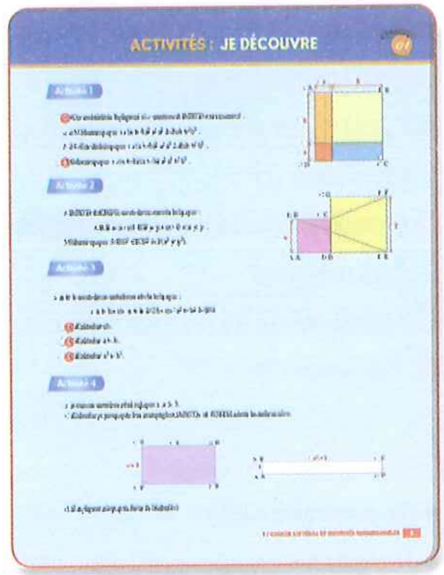
Mode d'emploi

1 Test diagnostique

Un point d'histoire :
Esquisse historique sur des savants ou sur des sujets se rapportant à la leçon.

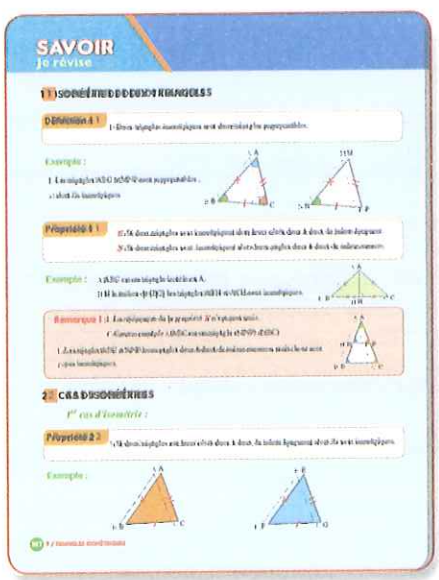
- Les questions (Q.C.M.) t'invitent à évoquer ton prérequis pour adhérer à la leçon

2 Activités



- Ces activités t'incitent à participer à la construction du savoir

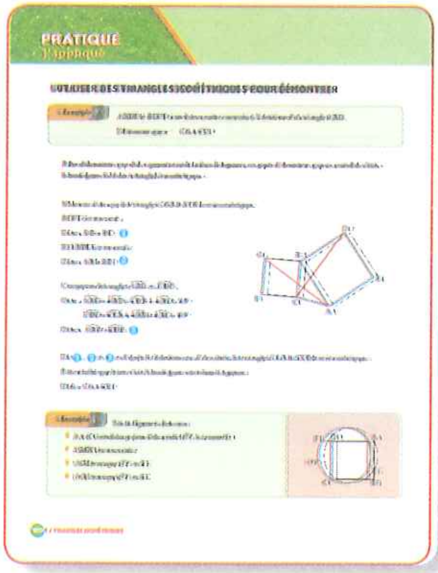
3 Savoir



- Les connaissances fondamentales y sont exposées et accompagnées d'exemples appropriés

Mode d'emploi

4 Pratique



- Situations traitées en relatant toutes les étapes du raisonnement

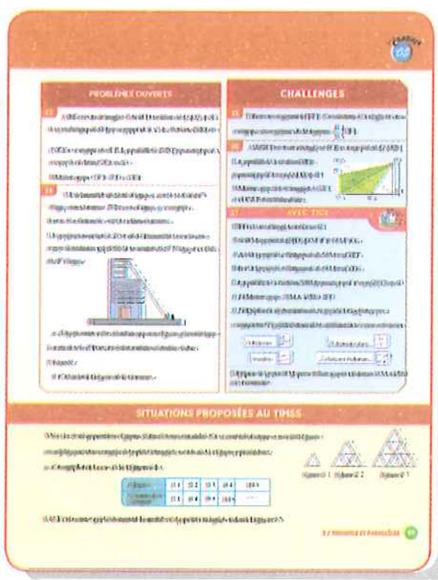
5 Investissement

- Exercices d'entraînement pour affermir et assimiler les savoirs

6 Approfondissement

Problèmes ouverts
Situations qui poussent à l'investigation : essayer, conjecturer, tester, prouver

TIMSS
Ces exercices permettent Les énoncés sont calibrés selon les démarches sollicitées et les produits attendus de TIMSS..



Avec TICE
Les logiciels Geogebra et Excel sont investis pour exploiter au maximum les utilisations
(voir aussi la fin du manuel)

- Les exercices de cette étape te permettent d'approfondir tes apprentissages en adoptant les outils pertinents et adéquats

INTRODUCTION DES NOMBRES RATIONNELS

Prérequis :

* Nombres décimaux relatifs.
* Addition et soustraction des décimaux relatifs.
* Multiplication des décimaux relatifs.

Un point d'histoire

Oudjat, l'oeil d'Horus (Egypte antique)

Horus est une divinité égyptienne. Les Egyptiens avait attribué des valeurs à chaque partie de l'oeil d'Horus. La cornée valait $\frac{1}{2}$, l'iris $\frac{1}{4}$, le sourcil $\frac{1}{8}$, la partie gauche de la cornée $\frac{1}{16}$, la partie oblique $\frac{1}{32}$ et la partie verticale $\frac{1}{64}$. En calculant la somme des fractions égyptiennes de l'oeil d'Horus, on trouve $\frac{63}{64}$. *Vérifier ce résultat.*

TEST DIAGNOSTIQUE : Je m'évalue

CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.

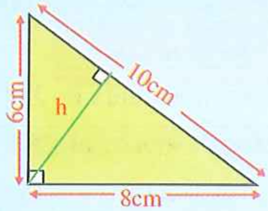
Pour chaque question, cocher la bonne réponse et justifier votre choix.

	Réponses :		
24 est un multiple commun de ...	16 et 13	12 et 8	12 et 16
6 est un multiple commun de ...	12 et 9	2 et 3	30 et 42
Le nombre $\frac{28}{36}$ est égal à ...	$\frac{56}{70}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{7}{9}$
Le nombre $\frac{2\times 3\times 5}{2\times 7\times 15}$ est égal à ...	$\frac{0}{7}$	7	$\frac{1}{7}$
La comparaison de $\frac{2016}{2017}$ et $\frac{2017}{2016}$ est ...	$\frac{2016}{2017} = \frac{2017}{2016}$	$\frac{2016}{2017} > \frac{2017}{2016}$	$\frac{2016}{2017} < \frac{2017}{2016}$
Le nombre 5 : (–11)	est égal à –0,45	est égal à –0,4545	n'est pas un nombre décimal
$\frac{a}{8} = \frac{b}{5}$ signifie que ...	5a = 8b	8a = 5b	$\frac{a}{5} = \frac{b}{8}$
$\frac{11}{12} = \frac{a}{5}$; alors ...	$a = \frac{11\times 5}{12}$	$a = \frac{11\times 12}{5}$	$a = \frac{5\times 12}{11}$

Solutions page : 196

ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE

Activité 1 Hauteur décimale



1. Calculer l'aire du triangle rectangle ci-contre de deux façons différentes.
2. En déduire la hauteur h de ce triangle.

Activité 2 Décimal ou non décimal

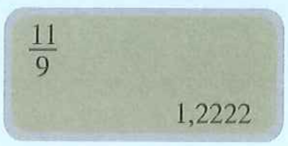
1. Choisir, parmi les nombres suivants : $\frac{11}{9}$, 1,22 , 1,222 ,

   la valeur de b qui convient pour compléter l'égalité : $9 \times b = 11$

2. Un professeur demande à ses élèves : Est-ce que $\frac{11}{9}$ est un nombre décimal ?

   Voici les réponses obtenues par deux élèves :

   - Rachid utilise sa calculatrice :

   Donc : $\frac{11}{9} = 1{,}2222$.
   Par suite est $\frac{11}{9}$ un nombre décimal

   - Ahmed a effectué la division euclidienne :

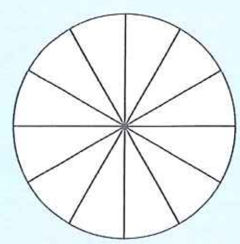
$$\begin{array}{r|l} 11 & 9 \\ \hline -\ 9 & 1{,}222... \\ 20 & \\ -\ 18 & \\ 20 & \\ -\ 18 & \\ 20 & \\ \vdots & \end{array}$$

   La division ne se termine jamais, donc $\frac{11}{9}$ n'est pas un nombre décimal .

   Qui a raison ? Justifier.

Activité 3 Comparaison de deux nombres rationnels

La figure suivante représente un gâteau partagé en 12 morceaux égaux.



1. Colorier en rouge une surface représentant $\frac{5}{12}$ du gâteau.
   A l'aide de la figure, ranger dans l'ordre décroissant les nombres de même dénominateur : $\frac{5}{12}$; $\frac{3}{12}$; $\frac{7}{12}$; $\frac{1}{12}$.
2. A l'aide de la figure, comparer les nombres $\frac{1}{4}$ et $\frac{5}{12}$.

Activité 4 Égalité de deux nombres rationnels

1. *a.* Effectuer à la calculatrice les deux divisions : $\frac{-2{,}8}{5}$ et $-\frac{1{,}68}{3}$.
   b. Que peut - on conclure ?
   c. Comparer en réduisant les deux nombres au même dénominateur.
   d. Comparer $(-2{,}8) \times (-3)$ et $5 \times 1{,}68$. Que remarque - t - on ?
2. Comparer en utilisant les produits (en croix) : $\frac{1906}{1965}$ et $\frac{1409}{2017}$

   Conclure : $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont deux rationnels : Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, alors : ... = ...

SAVOIR
Je révise

Définition Un nombre rationnel est le quotient d'un nombre relatif par un nombre relatif non nul.

Le quotient d'un nombre relatif a par un nombre relatif non nul b est noté : $\frac{a}{b}$.

numérateur → a
dénominateur → b
$\frac{a}{b}$ ← un nombre rationnel.

Exemples :

1) $\frac{4}{7}$ est un nombre rationnel, car 4 et 7 sont des nombres relatifs.

2) π n'est pas un nombre rationnel.

1 RÈGLE DE SIMPLIFICATION D'UN NOMBRE RATIONNEL

Règle 1 Le quotient de deux nombres relatifs ne change pas lorsqu'on multiplie ces deux nombres par un même nombre relatif non nul.

Autrement dit : Si $\frac{a}{b}$ est un nombre rationnel et k un nombre relatif non nul, alors : $\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} = \frac{\mathbf{a \times k}}{\mathbf{b \times k}}$

Exemples :

1) $\frac{4}{-0,7} = \frac{4 \times (-10)}{-0,7 \times (-10)} = \frac{-40}{7}$.

2) $\frac{-39}{26} = -\frac{13 \times 3}{13 \times 2} = -\frac{3}{2}$.

Remarque : Une fraction irréductible est une fraction qui ne peut pas être simplifiée.

2 RÈGLE DES SIGNES

Règle 2

- Le quotient de deux nombres de même signe est un nombre positif.
- Le quotient de deux nombres de signes contraires est un nombre négatif.

Autrement dit : $\frac{a}{b}$ est nombre rationnel : $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$ et $\frac{a}{-b} = \frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$

Exemples :

1) $\frac{-7}{-8} = \frac{7}{8}$

2) $\frac{5}{-3} = \frac{-5}{3} = -\frac{5}{3}$

3 EGALITÉ DE DEUX NOMBRES RATIONNELS

Règle 3

$\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont deux nombres rationnels.

1/ Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, alors : $a \times d = b \times c$.

2/ Si $a \times d = b \times c$, alors : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ et $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$

Exemples : *1)* Montrons que les nombres $\frac{8}{9{,}6}$ et $\frac{1{,}2}{1{,}44}$ sont égaux.

1ère méthode : Comparons d'abord : $8 \times 1{,}44$ et $9{,}6 \times 1{,}2$.

On a : $8 \times 1{,}44 = 11{,}52$ et $9{,}6 \times 1{,}2 = 11{,}52$.

Donc : $8 \times 1{,}44 = 9{,}6 \times 1{,}2$.

D'où : $\frac{8}{9{,}6} = \frac{1{,}2}{1{,}44}$

2ème méthode : On a : $\frac{8}{9{,}6} = \frac{80}{96} = \frac{5 \times 16}{6 \times 16} = \frac{5}{6}$ et $\frac{1{,}2}{1{,}44} = \frac{120}{144} = \frac{5 \times 24}{6 \times 24} = \frac{5}{6}$

Donc : $\frac{8}{9{,}6} = \frac{1{,}2}{1{,}44}$

2) Montrons que les nombres $\frac{15}{4{,}8}$ et $\frac{6}{1{,}9}$ ne sont pas égaux.

Comparons d'abord : $15 \times 1{,}9$ et $4{,}8 \times 6$.

On a : $15 \times 1{,}9 = 28{,}5$ et $4{,}8 \times 6 = 28{,}8$.

Donc : $15 \times 1{,}9 \neq 4{,}8 \times 6$.

D'où : $\frac{15}{4{,}8} \neq \frac{6}{1{,}9}$

4 RÉDUIRE AU MÊME DÉNOMINATEUR

Règle 4

Si les dénominateurs ne sont pas les mêmes, on réduit au même dénominateur : on cherche un multiple commun non nul aux dénominateurs.

Exemples : *1)* $\frac{-3}{8} = \frac{-3 \times 3}{8 \times 3} = -\frac{9}{24}$ *2)* $\frac{7}{6} = \frac{7 \times 4}{6 \times 4} = \frac{28}{24}$

PRATIQUE
J'applique

1 SIMPLIFIER UN QUOTIENT

Exemple 1

Simplifier les nombres suivants : $\frac{-72}{54}$ et $\frac{165}{75}$.

- On a : $72 = 9 \times 2 \times 4$ et $54 = 9 \times 2 \times 3$.

Donc : $\frac{-72}{54} = \frac{-\cancel{9} \times \cancel{2} \times 4}{\cancel{9} \times \cancel{2} \times 3} = \frac{-4}{3}$

- On a : $165 = 11 \times 3 \times 5$ et $75 = 5 \times 5 \times 3$.

Donc : $\frac{165}{75} = \frac{11 \times \cancel{3} \times \cancel{5}}{\cancel{5} \times \cancel{3} \times 5} = \frac{11}{5}$.

2 RÉDUIRE AU MÊME DÉNOMINATEUR

Exemple 2

Réduire les nombres rationnels $\frac{6}{5}$ et $\frac{17}{25}$ au même dénominateur .

On constate que 25 est un multiple de 5 .

Donc 25 est leur dénominateur commun .

Alors : $\frac{6}{5} = \frac{6 \times 5}{5 \times 5} = \frac{30}{25}$ et $\frac{17}{25} = \frac{17}{25}$

Exemple 3

Réduire les nombres rationnels $\frac{5}{24}$ et $\frac{-7}{32}$ au même dénominateur .

On a : $24 = \underline{8} \times \underline{3}$ et $32 = \underline{8} \times \underline{4}$

Donc : $8 \times 3 \times 4$ est un multiple commun de 24 et 32 .

Alors : $\frac{5}{24} = \frac{5 \times 4}{24 \times 4} = \frac{20}{96}$ et $\frac{-7}{32} = -\frac{7 \times 3}{32 \times 3} = -\frac{21}{96}$

3 QUOTIENTS ÉGAUX

Exemple 4

Déterminer le nombre qui manque : $\frac{15}{27} = \frac{-30}{....}$

1ère méthode : On a : $30 : 15 = 2$

Donc : $\frac{15}{27} = \frac{-2 \times 15}{-2 \times 27} = \frac{-30}{-54}$.

1ère méthode : Soit x le nombre cherché .

On a : $\frac{15}{27} = \frac{-30}{x}$

$x = \frac{-30 \times 27}{15}$ ($4^{ème}$ proportionnelle).

donc : $x = -\frac{15 \times 2 \times 27}{15}$. D'où : $x = -54$.

Exemple 5 Montrer que les nombres rationnels $\frac{45}{60}$ et $\frac{63}{84}$ sont égaux .

1ère méthode : On a : $\frac{45}{60} = \frac{15 \times 3}{15 \times 4} = \frac{3}{4}$ et $\frac{63}{84} = \frac{21 \times 3}{21 \times 4} = \frac{3}{4}$

Donc : $\frac{45}{60} = \frac{63}{84}$.

2ème méthode : On a : $45 \times 84 = 3780$ et $60 \times 63 = 3780$

Donc : $\frac{45}{60} = \frac{63}{84}$.

4 PRODUITS EN CROIX

Exemple 6 a,b,c et d sont des nombres rationnels tels que : $b \neq 0$, $d \neq 0$, $b + d \neq 0$ et $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.
Montrer que : $\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}$.

Pour comparer $\frac{a+c}{b+d}$ et $\frac{a}{b}$, on va comparer les produits b(a+c) et a(b+d).

On sait que : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, donc : **ad = bc**

Par suite : $b(a+c) = ba + \mathbf{bc}$

$= ba + \mathbf{ad}$

$= a(b+d)$

Donc : $b(a+c) = a(b+d)$.

D'où : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$.

Application : x et y sont deux nombres rationnels tels que : $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ et $x + y = -5$

Déterminer x et y.

On a : $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$; donc : $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{x+y}{2+3} = \frac{-5}{5} = -1$

Cela entraîne que : $\frac{x}{2} = -1$ et $\frac{y}{3} = -1$.

Donc : $x = -2$ et $y = -3$.

INVESTISSEMENT
Je m'entraîne

LES NOMBRES RATIONNELS

1 Recopier et compléter chaque colonne en mettant une croix dans les cases qui convient.

	$7{,}25$	$\frac{36}{4}$	$\frac{7}{-8}$	$\frac{137}{6}$	$-\frac{223}{25}$	$\frac{842}{7}$
entier	...	...	...	...	...	...
décimal	...	...	...	...	...	...
rationnel	...	...	...	...	...	...

2 *1)* Choisir, parmi la liste des nombres : 3 , 5 , 6 , 7 le nombre manquant pour que : $\frac{22}{...}$ soit un nombre décimal.

2) Choisir, parmi la liste des nombres : 4 , 25 , 50 , 9 le nombre manquant pour que : $\frac{129}{...}$ soit un nombre rationnel mais n'est pas décimal.

3 *1)* Choisir, parmi les nombres suivants, ceux qui conviennent pour compléter l'égalité : $8 \times ... = 5$

$0{,}625 \ , \ 40 \ , \ \frac{5}{8} \ , \ 0{,}6251 \ , \ \frac{10}{16}$.

2) Choisir, parmi les nombres suivants, ceux qui conviennent pour compléter l'égalité : $... \times 18 = 7$

$\frac{18}{7} \ , \ 0{,}388 \ , \ \frac{7}{18} \ , \ 0{,}38888$.

SIGNE D'UN NOMBRE RATIONNEL

4 *1)* Déterminer le signe de chacun des nombres rationnels suivants :

$\frac{7}{5} \ , \ \frac{-8}{11} \ , \ \frac{9}{-13} \ , \ \frac{-15}{-24}$.

2) a est un entier relatif positif et b est un entier relatif négatif non nul .

Déterminer le signe de chaque quotient :

$\frac{a}{-21} \ ; \ \frac{b}{9} \ ; \ \frac{a}{57} \ ; \ \frac{b}{-78} \ ; \ \frac{ab}{89} \ ; \ \frac{a+4}{b-4}$

5 Ecrire chacun des nombres rationnels suivants avec un dénominateur positif : $\frac{18}{-8} \ , \ \frac{-15}{-7} \ , \ \frac{-10}{-33} \ , \ \frac{-15}{-7}$

RÉDUCTION D'UN NOMBRE RATIONNEL

6 *1)* Simplifier chacun des nombres rationnels suivants par 6 . $\frac{6}{12} \ ; \ \frac{24}{18} \ ; \ \frac{-36}{60} \ ; \ \frac{42}{30} \ ; \ \frac{-48}{-54}$.

2) Pour chacun des nombres rationnels suivants, indique si elle peut se simplifier par 2 , 3 , 4 , 5 ou 9.

$\frac{52}{14} \ ; \ \frac{24}{18} \ ; \ \frac{30}{-75} \ ; \ \frac{135}{45} \ ; \ \frac{-48}{24} \ ; \ \frac{720}{540}$.

7 Simplifier le plus possible les nombres suivants :

$\frac{72}{24} \ ; \ \frac{13}{69} \ ; \ \frac{12}{30} \ ; \ \frac{15}{45} \ ; \ \frac{228}{204} \ ; \ \frac{720}{3240}$

8 Donner la forme irréductible de chacun des nombres rationnels suivants :

$\frac{6{,}91}{1{,}82} \ ; \ \frac{98}{-168} \ ; \ \frac{98}{-90} \ ; \ \frac{1260}{756} \ ; \ \frac{-506}{78}$

9 *1)* Ecrire chacun des nombres rationnels suivants sous forme d'un rationnel de dénominateur 60 :

$\frac{1}{5} \ ; \ \frac{-2}{3} \ ; \ \frac{14}{-30} \ ; \ \frac{2{,}9}{1{,}5} \ ; \ \frac{-12}{-45}$.

2) Ecrire chacun des nombres rationnels suivants sous forme d'un rationnel de dénominateur 60 :

$\frac{5}{6} \ ; \ \frac{7}{10} \ ; \ \frac{-8}{15} \ ; \ \frac{-9}{2} \ ; \ \frac{5}{12}$.

10 Dans chaque cas,réduire au même dénominateur .

$\frac{5}{36}$ et $\frac{6}{90}$; $\frac{5}{24}$ et $\frac{7}{40}$; $\frac{-49}{20}$ et $\frac{11}{12}$;

$\frac{-5}{44}$ et $\frac{-4}{55}$; $\frac{3}{10}$ et $\frac{11}{18}$ et $\frac{2}{15}$.

EGALITÉ DE DEUX NOMBRES RATIONNELS

11 Recopier et compléter les égalités suivantes :

a. $\frac{7}{12} = \frac{28}{...}$ b. $\frac{25}{18} = \frac{...}{-180}$

c. $\frac{2}{...} = \frac{...}{15} = \frac{-18}{27}$ d. $\frac{...}{7} = \frac{-12}{...} = \frac{60}{105}$

12 En utilisant les produits en croix, compléter les égalités suivantes :

a. $\frac{9}{5} = \frac{...}{4}$ b. $\frac{7}{...} = \frac{8}{12}$ c. $\frac{25}{14} = \frac{13}{...}$

13 En utilisant les produits en croix, montrer si les nombres suivants sont égaux :

a. $\frac{105}{168}$ et $\frac{15}{24}$ b. $\frac{36}{21}$ et $\frac{312}{182}$

c. $-\frac{96}{76}$ et $\frac{232}{-85}$ d. $\frac{14,5}{10,15}$ et $\frac{8}{5,6}$

14 Recopier et compléter en utilisant $=$ ou $\neq$, en justifiant dans chaque cas :

a. $\frac{13}{9,1} \dots \frac{12}{8,4}$ b. $\frac{13}{9,1} \dots \frac{12}{8,4}$

c. $\frac{2,54}{91,44} \dots \frac{1,25}{45}$ d. $\frac{29,572}{2,5} \dots \frac{147,86}{12,5}$

15 x et y sont deux nombres relatifs non nuls tels que :

$$\frac{3}{x} = \frac{y}{-2}$$

Compléter : $xy = \dots$; $\frac{x}{-2} = \frac{...}{...}$; $\frac{y}{3} = \frac{...}{...}$

16 Lors des élections des délégués de classe, il y avait trois candidats : Réda, Jihad et Fayçal.
Réda a obtenu $\frac{5}{12}$ des voix, Jihad $\frac{1}{4}$ des voix et Fayçal le reste. Quel élève a obtenu le plus de voix?

CALCULATRICE

17 *1) a.* En utilsant les touche [a b/c] et [S⇔D] de la calculatrice effectuer les divisions : $\frac{27457}{1898875}$ et $\frac{84325}{5831760}$

b. Que peut-on conjecturer ?

2) Prouver que cette conjecture vraie ou fausse.

MON BILAN

1) Indiquer la bonne réponse par A, B ou C :

	A	B	C
1 La fraction $\frac{42}{140}$ est égale à : ...	$\frac{7}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{6}{5}$
2 La fraction $\frac{1,2}{-6}$ est égale à : ...	$-\frac{3,6}{18}$	$-\frac{10,8}{18}$	$\frac{0,4}{-3}$
3 La fraction $\frac{-1,4}{4,2}$ est égale à : ...	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{0,7}$
4 Comparer $\frac{14,5}{25}$ et $\frac{11,6}{20}$	$\frac{14,5}{25} < \frac{11,6}{20}$	$\frac{14,5}{25} = \frac{11,6}{20}$	$\frac{14,5}{25} \neq \frac{11,6}{20}$
5 Comparer $\frac{2,1}{3,5}$ et $\frac{4,1}{6,9}$	$\frac{2,1}{3,5} < \frac{4,1}{6,9}$	$\frac{2,1}{3,5} = \frac{4,1}{6,9}$	$\frac{2,1}{3,5} \neq \frac{4,1}{6,9}$
6 Réduire les fractions au même dénominateur : $A = \frac{2}{7}$ et $B = \frac{3}{8}$	$A = \frac{16}{56}$ et $B = \frac{21}{56}$	$A = \frac{16}{56}$ et $B = \frac{6}{56}$	$A = \frac{10}{56}$ et $B = \frac{21}{56}$
7 Le nombre qui manque : $\frac{...}{-2,4} = \frac{0,8}{3,2}$ est : ...	0,6	– 0,6	– 1,6
8 a et b sont deux nombres entiers relatifs non nuls tels que : $5a = 4b$, alors : ...	$\frac{20}{41}$	$-\frac{41}{20}$	$\frac{41}{20}$

2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

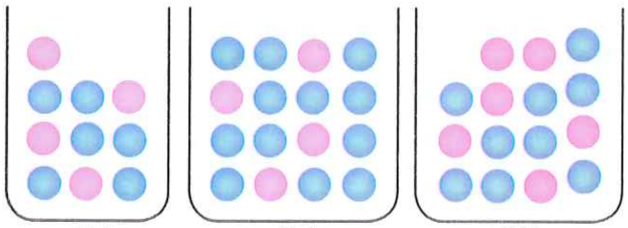
	Savoir	Pratique
Ex: 1	Règle 1	
Ex: 2	Règle 1	
Ex: 3	Règle 1	
Ex: 4	Règle 3	
Ex: 5	Règle 3	
Ex: 6	Règle 4	
Ex: 7		Exemple 4
Ex: 8	Règle 3	

3) Exercices pour la remédiation voir R1 page : 198

Correction page : 197

EGALITÉ DE DEUX NOMBRES RATIONNELS.

18 On considère trois tubes de bonbons chocolat A, B et C.



(A) (B) (C)

1) Exprimer la proportion de bonbons bleus dans chaque tube.

2) Dans quelle cas les proportions des bonbons bleus sont-elles égales.

3) Combien de bonbons rouges doit-on ajouter au tube B pour que la proportion de bonbons bleus soit égale à la proportion de bonbons bleus dans le tube A.

19 Déterminer un nombre rationnel a tel que :

$$\frac{a+17}{a-9} = \frac{7}{3}$$

20 a , b , c et d sont des nombres rationnels tels que :

$b \neq 0$, $d \neq 0$, $b+d \neq 0$, $b-d \neq 0$ et $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

1) Montrer que : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$

2) En déduire que : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d}$

21 a , b , c et d sont des nombres rationnels tels que :

$b \neq 0$; $d \neq 0$ et $3b+2d \neq 0$ et $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Montrer que : $\frac{a}{b} = \frac{3a+2c}{3b+2d}$

22 a et b sont deux nombres rationnels non nuls tels que :

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{7}$$

Montrer que : $28(a-2) = 8(b-7)$.

23 a et b sont deux nombres rationnels non nuls tels que :

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{4} \quad \text{et} \quad a+b = 35.$$

Déterminer a et b .

24 a et b sont deux nombres rationnels non nuls tels que :

$$\frac{a}{b} = \frac{-5}{6} \quad \text{et} \quad a-b = -44.$$

Déterminer a et b .

25 L'égalité $\frac{38568}{1987784} = \frac{95436}{4722871}$ est-elle vraie ?

Justifier .

26 *1)* a et b sont deux nombres rationnels tels que :

$$\frac{a}{b} = \frac{69}{92} \quad \text{et} \quad a+b = 154 .$$

a - Déterminer la forme irréductible de $\frac{69}{92}$

b - Déterminer k le quotient de $a+b$ par 7

c - En déduire les valeurs de a et b .

2) En utilisant la méthode ci-dessus, déterminer a et b sachant que : $\frac{a}{b} = \frac{51}{68}$ et $a+b=672$.

27 Trouver le nombre x tel que :

$$\frac{87}{60} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{x}$$

28 La fraction $\frac{7269}{14538}$ vérifie les propriétés suivantes:

- Le numérateur est composé de 4 chiffres.
- Le dénominateur est composé de 5 chiffres.
- On a utilisé uniquement chacun des chiffres de 1 à 9.
- $\frac{7269}{14538} = \frac{1}{2}$

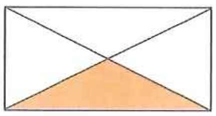
Déterminer d'autres fractions qui ont les mêmes propriétés.

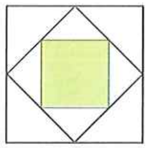
29 Déterminer les nombres entiers relatifs x tels que :

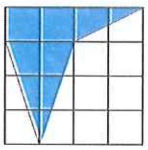
$$\frac{26}{27} < \frac{x}{54} < \frac{7}{6}$$

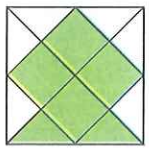
30 Ecrire sous la forme irréductible les nombres suivants : 2,55555 ... ; 0,123123123 ...

31 Quelle fraction de chaque figure a-t- on coloriée?


①


③


②


④

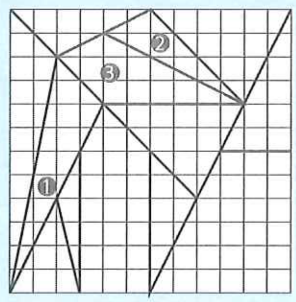
DANS LA VIE

32 Sept dixièmes de l'eau utilisée sur la Terre sert à l'agriculture ; l'industrie en utilise le cinquième. Le reste est pour la consommation domestique (besoin, cuisine, hygiène). Quelle part de la consommation totale représente la consommation domestique?

CHALLENGES

33 Un robinet A remplit un bassin en 4 heures.
Un robinet B le remplit en 6 heures.
A 9h 30 min, on ouvre le robinet A.
Dès que le bassin est à moitié plein, on ouvre le robinet B.
A quelle heure le bassin sera-t-il plein ?

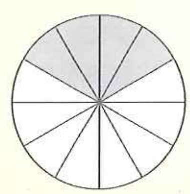
34 L'aire du grand carré est 1.

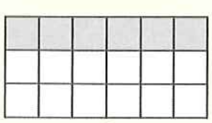


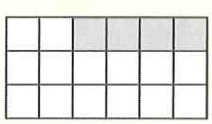
Quelle est l'aire de chacune des pièces 1,2 et 3?
(Donner les réponses sous forme de fraction irréductible)
Colorier en bleu la pièce 1 ainsi que toutes les pièces ayant la même aire que la pièce 1.
Colorier en rouge la pièce 2 et toutes les pièces de même aire que la pièce 2.

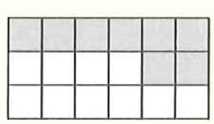
SITUATIONS PROPOSÉES AU TIMSS

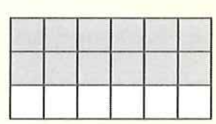
Quel est le rectangle dont la partie tramée représente la même proportion que celle du cercle?




Ⓐ


Ⓑ


Ⓒ


Ⓓ

INTRODUCTION DES NOMBRES RATIONNELS

Prérequis :

* Opérations sur les décimaux relatifs.
* Fractions.

Un point d'histoire

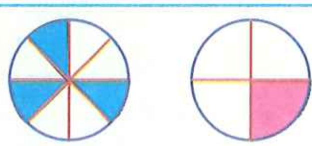
Extrait du papyrus Rhind

Depuis l'Antiquité, le nombre π fascine. Une des plus anciennes approximations de π se trouve sur le papyrus de Rhind (1800 avant J.-C.) : $\frac{256}{81}$.
Archimède au III[e] siècle avant J.-C. l'évalue à $3 + \frac{10}{71}$ et $3 + \frac{1}{7}$.
En chine vers 500, on l'évalue à $\frac{355}{113}$.
Comparer ces différentes valeurs à celle donnée par la calculatrice.

TEST DIAGNOSTIQUE : Je m'évalue

CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.

Pour chaque question, cocher la bonne réponse et justifier votre choix.

	Réponses :		
Les nombres $\frac{5,2}{2,5}$ et $\frac{52}{2,5}$ ont le même ...	numérateur	quotient	dénominateur
L'opposé de $\frac{8}{9}$ est ...	$\frac{8}{9}$	$\frac{-8}{-9}$	$-\frac{8}{9}$
La différence de $\frac{5}{19}$ et $\frac{1}{19}$ est égale à ...	$\frac{4}{0}$	$\frac{4}{19}$	$\frac{4}{38}$
$\frac{7}{6} + \frac{5}{12}$ est égal à ...	$\frac{7+5}{6+12}$	$\frac{7+5}{12}$	$\frac{14+5}{12}$
$\frac{-7}{2} - \frac{9}{2}$ est égal à ...	$\frac{-2}{2}$	$-3,5 \; -4,5$	$\frac{-16}{4}$
 La fraction qui représente la somme des parties coloriées est ...	$\frac{4}{12}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{8}$

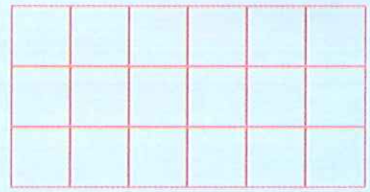
Solutions page : 196

ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE

Activité 1 Addition et soustraction de deux nombres rationnels de même dénominateur

Dans la matinée, un maçon a construit $\frac{11}{18}$ de son mur. L'après-midi, il construit encore $\frac{5}{18}$.

1 **a.** Reproduire le rectangle ci-contre.



b. Colorier en bleu la partie du mur construite la matinée.

c. Colorier en jaune la partie du mur construite l'après-midi.

2 **a.** Quelle fraction du mur a été construire ?

b. Recopier et compléter : $\frac{11}{18}+\frac{5}{18}=\ldots$

3 En déduire une méthode pour additionner deux nombres rationnels ayant le même dénominateur.

4 **a.** Calculer $\frac{11}{18}-\frac{5}{18}$. Que peu- t-on conclure ?

b. Expliquer comment soustraire deux nombres rationnels ayant le même dénominateur.

Activité 2 Addition et soustraction de deux nombres rationnels de dénominateurs différents

Le cocktail de Fatima contient $\frac{2}{3}\,\ell$ de jus d'orange et $\frac{3}{5}\,\ell$ de jus d'ananas.

1 **a.** Compléter : $\frac{2}{3}=\frac{\ldots}{15}$ et $\frac{3}{5}=\frac{\ldots}{15}$

b. Quelle quantité de cocktail, en ℓ, Fatima a-t-elle obtenue ?

2 Elle verse du cocktail, dans une bouteille pouvant contenir $2\,\ell$.

Quelle quantité de jus d'orange, en ℓ, Fatima doit-elle ajouter pour remplir cette bouteille ?

Activité 3 Règle d'addition de deux nombres rationnels

$\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont deux nombres rationnels .

On pose : $x=\frac{a}{b}$ et $y=\frac{c}{d}$

1 Calculer a en fonction de x et b .

2 Calculer c en fonction de y et d .

3 Calculer $\frac{ad+bc}{bd}$ en fonction de x et y.

4 En déduire que : $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$, puis calculer : $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}$

5 Calculer : $\frac{a}{b}+\left(-\frac{a}{b}\right)$.

SAVOIR
Je révise

1 ADDITION

1. Les dénominateurs sont les mêmes

Règle 1

Pour additionner deux nombres rationnels de **même dénominateur**, on additionne les numérateurs entre eux et on garde le **dénominateur commun.**

Autrement dit : $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{b}$ sont deux nombres rationnels : $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$.

Exemples :

1) $A = \frac{-8}{3} + \frac{2}{3}$

$A = \frac{-8+2}{3} = -\frac{6}{3}$

$A = -2$

2) $B = \frac{x}{2} + \frac{(-5)}{2}$

$B = \frac{x + (-5)}{2}$

$B = \frac{x - 5}{2}$

2. Les dénominateurs sont différents

Règle 2

Pour additionner deux nombres rationnels de **dénominateurs différents,** on commence par les écrire avec le même dénominateur et on applique la règle précédente.

Autrement dit : $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont deux nombres rationnels : $\begin{cases} \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} \\ \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd} \end{cases}$

Exemples :

1) $A = \frac{-5}{9} + \frac{1}{3}$

$A = \frac{-5}{9} + \frac{3}{9}$

$A = \frac{-5+3}{9}$

$A = \frac{-2}{9}$

2) $B = \frac{7}{15} + \frac{-5}{6}$

$B = \frac{14}{30} + \frac{-25}{30}$

$B = \frac{14 + (-25)}{30}$

$B = \frac{-11}{30}$

Propriétés

1/ $\frac{a}{b}$ est un nombre rationnel : $\frac{a}{b}+(-\frac{a}{b})=0$

On dit que : * $-\frac{a}{b}$ est l'opposé de $\frac{a}{b}$.

* $-\frac{a}{b}$ et $\frac{a}{b}$ sont deux nombres opposés.

2/ $\frac{a}{b}$ est un nombre rationnel : $\frac{a}{b}+0=\frac{a}{b}$

3/ $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont deux nombres rationnels : $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{c}{d}+\frac{a}{b}$

4/ x, y et z sont des nombres rationnels :

$$\begin{aligned} x+y+z &= (x+y)+z \\ &= x+(y+z) \\ &= (x+z)+y \end{aligned}$$

2 SOUSTRACTION

Règle 3

$\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont deux nombres rationnels :v $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a}{b}+(\frac{-c}{d})$

Remarque : Soustraire un nombre rationnel revient à ajouter son opposé.

Ainsi :
$$\begin{aligned} \frac{a}{b}-\frac{c}{d} &= \frac{a}{b}+\frac{-c}{d} \\ &= \frac{ad}{bd}+\frac{-bc}{bd} \\ &= \frac{ad+(-bc)}{bd} \\ &= \frac{ad-bc}{bd} \end{aligned}$$

Donc : $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}$

Exemples :

1) $A=\frac{-28}{3}-\frac{5}{3}$

$A=\frac{-28}{3}-\frac{5}{3}$

$A=\frac{-28-5}{3}$

$A=\frac{-33}{3}$

$A=-11$

2) $B=\frac{-3}{4}-\frac{7}{6}$

$B=\frac{-3}{4}-\frac{7}{6}$

$B=\frac{-9}{12}-\frac{14}{12}$

$B=\frac{-9-14}{12}$

$B=\frac{-23}{12}$

PRATIQUE
J'applique

1 ADDITIONNER OU SOUSTRAIRE DEUX FRACTIONS

Exemple 1 **Calculer les nombres rationnels suivants :** $A = \frac{3}{20} - \frac{11}{28}$; $B = \frac{7}{6} + \frac{-4}{9}$

- $\mathbf{A = \frac{3}{20} - \frac{11}{28}}$

On réduit $\frac{3}{20}$ et $\frac{11}{28}$ au même dénominateur en cherchant un multiple commun à 20 et 28 .
On a : $28 > 20$.

Multiples de 28 : 28 ; 56 ; 84 ; 112 ;140 ; 168, ...

Multiples de 20 : 20 ; 40 ; 60 ; 80 ; 100 ; 120 ;140 , ...

Donc : $140 = 28 \times 5$ et $140 = 20 \times 7$.

On a :
$$A = \frac{3}{20} - \frac{11}{28}$$
$$A = \frac{3 \times 7}{20 \times 7} - \frac{11 \times 5}{28 \times 5}$$
$$A = \frac{21}{140} - \frac{55}{140}$$
$$A = -\frac{34}{140} \text{ ; donc : } A = -\frac{17}{70} .$$

- $\mathbf{B = \frac{7}{6} + \frac{-4}{9}}$

On constate que 6 et 9 sont des multiples de 3 :

Donc : $6 = 3 \times 2$ et $9 = 3 \times 3$

Il en résulte que $3 \times 2 \times 3$ est un multiple commun à 6 et 9 c'est-à-dire que 18 est un dénominateur commun .

On a :
$$B = \frac{7}{6} + \frac{-4}{9}$$
$$B = \frac{7 \times 3}{18} + \frac{-4 \times 2}{18}$$
$$B = \frac{21}{18} + \frac{-8}{18}$$
donc :
$$B = \frac{13}{18} .$$

2 ADDITIONNER PLUSIEURS FRACTIONS

Exemple 2 **Calculer le nombre rationnel suivant :** $C = \frac{7}{15} - \frac{4}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{3} - \frac{2}{15}$

On a : $C = \frac{7}{15} - \frac{4}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{3} - \frac{2}{15}$

$C = \frac{7}{15} - \frac{2}{15} - \frac{4}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{5}$ — on modifie l'ordre des termes

on réduit — $C = \frac{5}{15} - \frac{4}{3} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$

$C = \cancel{\frac{1}{3}} - \frac{4}{3} - \cancel{\frac{1}{3}} + \frac{1}{5}$ — on supprime les nombres opposés

3 et 5 sont les multiples de 15 — $C = -\frac{4}{3} + \frac{1}{5}$

$C = \frac{-4 \times 5}{15} + \frac{1 \times 3}{15}$ — on réduit au même dénominateur

on réduit au même dénominateur — $C = \frac{-20}{15} + \frac{3}{15}$

donc : $C = \frac{-17}{15}$. — on termine le calcul

3 CALCUL AVEC DES PARENTHÈSES ET DES CROCHETS

Exemple 3

Calculer, de la manière la plus simple, l'expression : $E = -\frac{2}{3} + \left(-1 + \frac{4}{3} - \frac{5}{2}\right) - \left[1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{7}{3}\right)\right]$

On a :

$$\begin{aligned}
E &= -\frac{2}{3} + \left(-1 + \frac{4}{3} - \frac{5}{2}\right) - \left[1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{7}{3}\right)\right] \\
&= -\frac{2}{3} - 1 + \frac{4}{3} - \frac{5}{2} - \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{7}{3}\right) \\
&= -\frac{2}{3} - 1 + \frac{4}{3} - \frac{5}{2} - 1 + \frac{1}{2} + \frac{7}{3} \\
&= -1 - 1 + \frac{4}{3} + \frac{7}{3} - \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{5}{2} \\
&= -2 + \frac{9}{3} - \frac{4}{2} \\
&= -2 + 3 - 2
\end{aligned}$$

Donc : $E = -1$.

Exemple 4

a et b sont deux nombres rationnels tels que : $-4a + 2b = \frac{11}{6}$

Calculer $F = -2a - (-b - 1) + (-2a + b + 2) - \left(-\frac{5}{6}\right)$

On a : $F = -2a - (-b - 1) + (-2a + b + 2) - \left(-\frac{5}{6}\right)$

$\frac{5}{6}$

$F = -2a - 2a + b + b + 1 + 2 + \frac{5}{6}$

$F = -4a + 2b + 3 + \frac{5}{6}$

Or : $-4a + 2b = \frac{11}{6}$, par suite : $F = \frac{11}{6} + 3 + \frac{5}{6}$

$F = \frac{16}{6} + 3$

$F = \frac{8}{3} + 3$.

D'où : $F = \frac{17}{3}$.

INVESTISSEMENT
Je m'entraîne

ADDITION ET SOUSTRACTION : MÊME DÉNOMINATEUR

1 Calculer puis simplifier :

$a = \frac{13}{6} + \frac{5}{6}$; $b = -\frac{17}{5} - \frac{3}{5}$

$c = \frac{-8}{3} - \frac{7}{3}$; $d = \frac{-10}{11} + \frac{-12}{11}$

$e = \frac{38}{9} - \frac{-7}{9}$; $f = \frac{26}{21} - \frac{40}{21}$

2 Recopier et compléter les égalités suivantes :

a. $\frac{12}{7} + \frac{\dots}{7} = \frac{22}{7}$ **b.** $\frac{13}{6} - \frac{\dots}{6} = \frac{5}{6}$

c. $-\frac{3}{11} - \frac{\dots}{11} = -\frac{9}{7}$ **d.** $\frac{5}{9} - \frac{\dots}{9} = \frac{17}{9}$.

3 Recopier et compléter chaque colonne en mettant une croix dans les cases qui convient.

	$\frac{11}{4}$	$-\frac{7}{8}$	...	$\frac{2}{5}$	$-\frac{12}{25}$	
a	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{9}$	...	...	$\frac{9}{16}$
a + b	...	...	$-\frac{17}{9}$	...	$\frac{28}{25}$	...
a – b	...	...	...	$\frac{13}{5}$	...	$-\frac{3}{16}$

4 Calculer puis simplifier le résultat obtenu :

a. $\left(\frac{5}{9} + \frac{8}{9}\right) + \frac{2}{9}$ **b.** $\left(\frac{13}{21} - \frac{8}{21}\right) - \frac{11}{21}$

c. $\frac{20}{27} + \frac{8}{27} - \frac{7}{27}$ **d.** $-\frac{31}{55} - \frac{17}{55} + \frac{3}{55}$

5 Calculer :

a. $\frac{5}{8} + \frac{1}{5} + \frac{3}{8} + \frac{9}{5}$ **b.** $\frac{11}{4} - \frac{12}{7} - \frac{3}{4} + \frac{5}{7}$

c. $\frac{2}{11} - \frac{2}{9} + \frac{3}{11} - \frac{7}{9} + \frac{6}{11}$ **d.** $-\frac{5}{12} - \frac{7}{15} - \frac{11}{12} + \frac{2}{15}$

ADDITION ET SOUSTRACTION : DÉNOMINATEURS DIFFÉRENTS

6 *1)* Recopier et compléter les égalités suivantes :

a. $\frac{5}{6} = \frac{\dots}{18}$ **b.** $\frac{4}{3} = \frac{\dots}{21}$ **c.** $\frac{8}{7} = \frac{\dots}{35}$ **d.** $\frac{9}{8} = \frac{\dots}{64}$.

2) Calculer :

a. $\frac{5}{6} + \frac{7}{18}$ **b.** $\frac{8}{21} - \frac{4}{3}$ **c.** $-\frac{8}{7} - \frac{12}{35}$ **d.** $-\frac{9}{8} + \frac{25}{64}$.

7 *1)* Citer la liste des quatre premiers multiples de 14, puis de 21.

2) Calculer :

a. $\frac{3}{14} + \frac{10}{21}$ **b.** $\frac{5}{14} - \frac{8}{21}$ **c.** $-\frac{9}{14} - \frac{10}{21}$ **d.** $-\frac{27}{14} + \frac{35}{21}$.

8 Calculer puis simplifier :

$a = \frac{30}{12} - \frac{63}{42}$; $b = \frac{42}{56} + \frac{6}{24}$; $c = \frac{40}{24} + \frac{15}{45}$

$d = \frac{56}{72} - \frac{18}{45}$; $e = -\frac{63}{54} - \frac{70}{84}$; $f = -\frac{36}{126} - \frac{56}{98}$.

9 Calculer :

$a = \left(-\frac{5}{8} + \frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{3}{4} + \frac{5}{2}\right)$

$b = -\frac{7}{6} - \left(\frac{13}{12} - 2\right)$

$c = 1 - \frac{4}{3} + \frac{3}{4}$

$d = 2 - \left(\frac{1}{10} + \frac{3}{5}\right) - \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{5}\right)$

$e = \frac{1}{4} - \left[\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{6} - 1\right) + \left(\frac{5}{2} - 1\right)\right]$

$f = \frac{2}{3} - \left(1 - \frac{4}{3} + \frac{2}{5}\right) - \left[-1 + \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{3}\right)\right]$.

10 On donne : $a = \frac{1}{15}$, $b = -\frac{2}{5}$ et $c = \frac{4}{3}$.

1) Calculer : $A = a - b - c$, $B = a - (b + c)$ et $C = a + (b - c)$.

2) Que peut-on conclure ?

11 Calculer de la manière la plus simple :

$a = \frac{1}{6} + \frac{1}{12}$; $b = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20}$

$c = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30}$

$d = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42}$.

12 Recopier et compléter en suivant les règles.

	a+b	
a		b

			...			
		...		...		
	...		...		...	
2		$-\frac{4}{3}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{2}$

	a−b	
a		b

			...			
		...		...		
	...		...		...	
2		$-\frac{4}{3}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{2}$

13 Réduire chaque expression :

$E = 3x - \frac{1}{3} + \frac{5}{6}x + 1$; $F = -2 + \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}x + \frac{1}{3}$

$G = -\frac{1}{2} + \frac{1}{5}x - \frac{4}{3} - \frac{3}{10}x$; $H = x + \frac{3}{7} - \frac{1}{21}x + \frac{5}{14}$

14 Calculer x dans les cas suivants (donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier) :

1) $x + \frac{3}{4} = -\frac{1}{2}$ *2)* $x - \frac{7}{6} = \frac{1}{2}$

3) $x + \frac{5}{8} = \frac{9}{4}$ *4)* $x - \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

5) $\frac{5}{8} + x = -\frac{11}{6}$ *6)* $\frac{12}{18} - x = \frac{1}{9}$

SOUSTRACTION DE DEUX NOMBRES RATIONNELS

15 Un jardinier plante des tomates et des pommes de terre dans son jardin . Dans son jardin, les tomates représentent $\frac{7}{12}$ de la surface et les pommes de terre occupent $\frac{5}{18}$ de la surface. Quelle fraction du jardin est occupée par les tomates et les pommes terre?

CALCULATRICE

16 Connaissant le résultat suivant :

$542 - 213{,}7 = 328{,}3$ et sans utiliser la calculatrice ni faire pratiquement aucun calcul compléter :

$328{,}7 + 213{,}7 = \ldots$; $542 - 328{,}3 = \ldots$

$1542 - 213{,}7 = \ldots$; $742 - 213{,}7 = \ldots$

Expiquer les réponses.

Éventuellement, vérifier avec la calculatrice.

MON BILAN

1) Indiquer la bonne réponse par A , B ou C :

	A	B	C
1 Le nombre $\frac{-3}{5} + \frac{13}{5}$ est égal à : ...	$\frac{16}{5}$	2	$-\frac{16}{5}$
2 Le nombre $\frac{10}{9} - \frac{25}{9}$ est égal à : ...	$\frac{15}{9}$	$-\frac{35}{9}$	$\frac{15}{9}$
3 Le nombre $\frac{5}{7} - \frac{3}{8}$ est égal à : ...	$-\frac{19}{56}$	$\frac{19}{56}$	2
4 Le nombre $-\frac{3}{5} - \frac{7}{2}$ est égal à : ...	$-4{,}1$	$\frac{41}{10}$	$-\frac{31}{10}$
5 Le nombre $\frac{23}{7} - \frac{9}{7} + \frac{1}{7}$ est égal à : ...	$-\frac{15}{7}$	$\frac{15}{7}$	$\frac{33}{7}$
6 Le nombre $-\frac{7}{6} - \frac{1}{6} - \frac{13}{6}$ est égal à : ...	$-\frac{19}{6}$	$\frac{21}{6}$	$-\frac{21}{6}$
7 Le nombre $A = \frac{5}{4} + \frac{4}{3} - \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{3}\right) - \frac{7}{6}$ est égal à : ...	$-\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$-\frac{5}{6}$
8 Le nombre $B = \frac{2}{7} - \frac{4}{3} - \left(\frac{5}{3} + \frac{2}{7} - 1\right)$ est égal à : ...	$\frac{41}{21}$	$-\frac{21}{41}$	$\frac{-41}{21}$

Correction page : 197

2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

	Savoir	Pratique
Ex: 1	Règle 1	
Ex: 2	Règle 1	
Ex: 3	Règle 1	
Ex: 4	Règle 2	
Ex: 5	Règle 2	
Ex: 6	Propriétés	
Ex: 7		Exemple 3
Ex: 8		Exemple 3

3) Exercices pour la remédiation
voir R2 page : 198

APPROFONDISSEMENT
Je recherche

OPÉRATIONS SUR LES NOMBRES RATIONNELS

17 Ahmed dispose d'argent de poche. Il dépense les $\frac{2}{3}$ pour acheter des livres et le $\frac{1}{4}$ pour l'achat d'un jeu vidéo.
Quelle fraction de cette somme représente l'ensemble des dépenses ?
Quelle fraction de cette somme représente ce qui lui reste ?

18 Dans une classe de 15 garçons et 10 filles, les $\frac{3}{4}$ des garçons et les $\frac{3}{5}$ des filles ont obtenus la moyenne au contrôle de mathématiques.
Quelle est fraction de la classe qui n'a pas obtenu la moyenne ?

PROBLÈMES OUVERTS

19 Fatima a mangé $\frac{1}{6}$, Amina a mangé $\frac{5}{18}$ et Khadija a mangé $\frac{2}{9}$ du même gâteau .
a. Quelle est la part du gâteau mangé par Amina et Fatima ?
b. Quelle part du gâteau reste-t-il ?

20 *1)* Compléter le tableau suivant :

×	2	3	4	5	6	7	8	9
8	...	...	...	...	...	...	...	...
12	...	...	...	...	...	...	...	...
18	...	...	...	...	...	...	...	...

2) Calculer :

a. $\frac{3}{8}+\frac{7}{12}$ *b.* $\frac{5}{12}-\frac{11}{18}$ *c.* $\frac{9}{8}-\frac{5}{18}+\frac{7}{12}$ *d.* $-\frac{13}{12}+\frac{7}{8}-\frac{17}{18}$.

21 Calculer astucieusement les sommes suivantes :

$$A = -\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$$
$$B = -\frac{2}{3}+\frac{3}{4}-\frac{4}{5}+\frac{5}{6}-\frac{2}{6}-\frac{9}{12}-\frac{2}{12}-\frac{4}{20}$$
$$C = -\frac{4}{12}+\frac{3}{15}+\frac{4}{25}+\frac{5}{10}-\frac{14}{35}-\frac{8}{24}-\frac{11}{22}-\frac{13}{78}$$

22 a et b sont deux nombres rationnels tels que :
$\frac{a}{48}-\frac{b}{30}=\frac{1}{6}$. Calculer : $a-\frac{8b}{5}$.

23 Recopier et compléter :

$\frac{3}{8}+ ... = -\frac{5}{8}$; $\frac{-11}{13}+ ... = \frac{9}{13}$

$-\frac{4}{7} - ... = \frac{3}{7}$; $\frac{5}{6} - ... = -\frac{2}{3}$

$-\frac{4}{9}+ ... = -\frac{4}{3}$; $... + \frac{12}{18}=\frac{7}{3}$

24 Calculer x sachant que : $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{x}-\frac{1}{12}=\frac{1}{3}$

25 a, b et x sont des nombres rationnels .
Simplifier :

$$A = \left(\frac{1}{6}a+3\right)+\left(-\frac{5}{6}a-\frac{1}{3}\right)$$
$$B = \left(-3a+\frac{1}{4}\right)-\left(\frac{a}{4}-1\right)+\left(-a+\frac{1}{3}\right)$$
$$C = \frac{x}{3}-\left[\frac{5x}{6}-(x+2)\right]$$
$$D = \left(\frac{x}{2}-\frac{x}{3}\right)-\left[\left(3+\frac{3x}{2}\right)-\left(\frac{x}{3}-1\right)+\frac{7x}{2}\right].$$

26 x et y sont deux nombres rationnels tels que :

$$x+y \neq 0 \quad \text{et} \quad xy \neq 0 \quad \text{et} \quad x+2y \neq 0 .$$

Simplifier E et F :

$$E = \frac{x}{x+y}+\frac{x+y}{y}+\frac{x}{y}-\frac{y}{x}+\frac{y}{x+y}-\frac{x+y}{y}$$
$$F = \frac{x+y}{x+2y}+\frac{x+2y}{x+y}+\frac{x+y}{y}-\frac{y}{x+y}+\frac{y}{x+2y}-\frac{x+2y}{y}$$

27 *1)* a et b sont deux nombres rationnels .
Vérifier que : $(a+b)+(a-b)=2a$
et $(a+b)-(a-b)=2b$

2) a et b sont deux nombres rationnels tels que :

$$a+b=-\frac{5}{6} \quad \text{et} \quad a-b=\frac{7}{4} .$$

Déterminer a et b

28 AVEC TICE

Déterminer le nombre rationnel x dans chacun des cas suivants :

1) $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{x} = \frac{11}{30}$

2) $\frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{18} - \frac{1}{x} = \frac{29}{60}$

S'aider d'une calculatrice scientifique pour vérifier la valeur demandé en utilisant les touches :

29 x est un nombre entier non nul.

Ecrire les nombre suivants sous forme de fractions :

A= $\frac{1}{x} - \frac{1}{5x} - \frac{16}{20x} + \frac{1}{20x}$; B= $\frac{2}{x} - \frac{1}{2x} + \frac{5}{4x}$

30 1) Soit n un entier positif non nul.

Montrer que : $\frac{1}{n} + \frac{1}{2n} + \frac{1}{3n} + \frac{1}{6n} = \frac{2}{n}$

2) Ecrire le nombre $\frac{2}{11}$ sous forme de somme de quatre fractions du type $\frac{1}{n}$ où n et un entier naturel.

31 Soit x un nombre entier naturel non nul.

Montrer que :

1) $\frac{2}{(x+1)(x+2)} - \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right) = \frac{1}{(x+1)(x+2)}$

2) $\frac{1}{x} + \frac{1}{12x} = \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x} + \frac{1}{4x}$

CHALLENGES

32 Recopier et placer les parenthèses nécessaires pour que les égalités soient vraies : $\frac{2}{9} - \frac{7}{9} - \frac{1}{9} - \frac{4}{9} = -\frac{2}{9}$;

$\frac{2}{9} - \frac{7}{9} - \frac{1}{9} - \frac{4}{9} = -\frac{8}{9}$; $\frac{2}{9} - \frac{7}{9} - \frac{1}{9} - \frac{4}{9} = 0$.

33 Soit x un entier positif non nul .

1) Montrer que : $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x(x+1)}$

2) En déduire le résultat de S :

$$S = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \cdots + \frac{1}{998 \times 999} + \frac{1}{999 \times 1000}$$

34 a , b et c sont des nombres rationnels distincts deux à deux . Simplifier l'écriture de E :

$$E = \frac{a}{(b-a)(c-a)} + \frac{b}{(c-b)(a-b)} + \frac{c}{(a-c)(b-c)}$$

35 a et b sont deux nombres rationnels tels que :

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots\cdots + \frac{1}{2017} + \frac{1}{2018}$$

$$b = \frac{3}{2} + \frac{4}{3} + \frac{5}{4} + \cdots\cdots + \frac{2018}{2017} + \frac{2019}{2018}$$

Montrer que : b − a = 2017 .

SITUATIONS PROPOSÉES AU TIMSS

Yassine a cueilli une quantité de myrtilles. Il a mangé $\frac{1}{3}$ des myrtilles cueillies et il a donné $\frac{1}{4}$ des myrtilles à Laila et $\frac{1}{4}$ des myrtilles à Amine.

Quelle est la fraction qui représente la quantité qui reste à Yassine?

SYMÉTRIE AXIALE

Prérequis :

* Médiatrice d'un segment.
* Symétrie centrale.
* Cercle.
* Parallélisme et perpendicularité.

Un point d'histoire

Hermann Weyl (1885 ; 1955)

Les décorations sur les bâtiments et les tissus existent depuis toujours. Les motifs et leurs dispositions ont été élaborés au fil du temps. C'est la cristallographie qui a conduit à déterminer toutes les manières possibles de répéter des motifs.

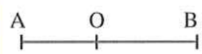
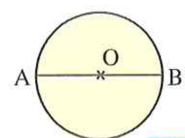
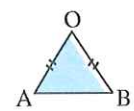
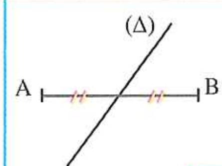
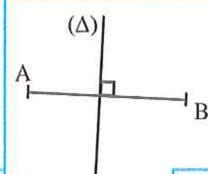
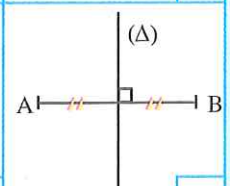
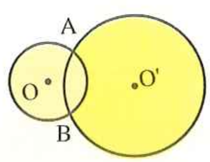
C'est en 1952 que H. Weyl publie un ouvrage sur les symétries. Depuis lors, les développements mathématiques ne cessent de progresser.

TEST DIAGNOSTIQUE : Je m'évalue

CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.

Pour chaque question, cocher la bonne réponse et justifier votre choix.

Réponses :

Le point O est le milieu du segment [AB] ...			
(Δ) est la médiatrice du segment [AB] ...			
Un parallélogramme a ...	un axe de symétrie	un centre de symétrie	deux axes de symétrie
Dans la figure ci-contre, ... 	(OA) // (O'B)	(OO') est la médiatrice de [AB]	(AB) est la médiatrice de [OO']
(Δ) et (Δ') sont symétriques par rapport à un point. Donc (Δ) et (Δ') sont : ...	sécantes	parallèles	perpendiculaires
[AB] est un segment tel que AB = 5 cm. [EF] est le symétrique de [AB] par rapport à un point O. Donc ...	EF = 10 cm	EF = 5 cm	EF = 2,5 cm

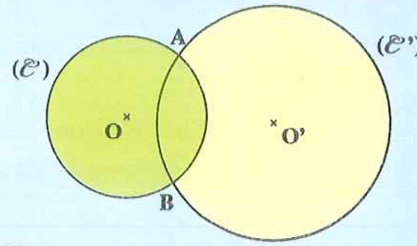
Solutions page : 196

ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE

Activité 1 Médiatrice d'un segment

$\mathscr{C}(O\ ;\ r)$ et $\mathscr{C}'(O'\ ;\ r')$ sont deux cercles sécants en A et B.

Montrer que la droite (OO') est la médiatrice du segment [AB].



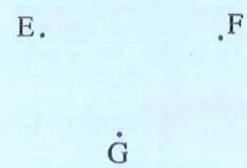
On dit que le point B est le symétrique de A par rapport à la droite (OO').

Activité 2 Construction du symétrique d'un point par rapport à une droite

E, F et G sont trois points du plan.

Construire le point symétrique de E par rapport à la droite (FG),

en utilisant uniquement la règle et le compas.

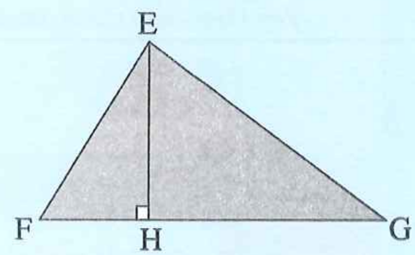


Activité 3 Symétrique d'un triangle par une symétrie axiale

EFG est un triangle rectangle en E.

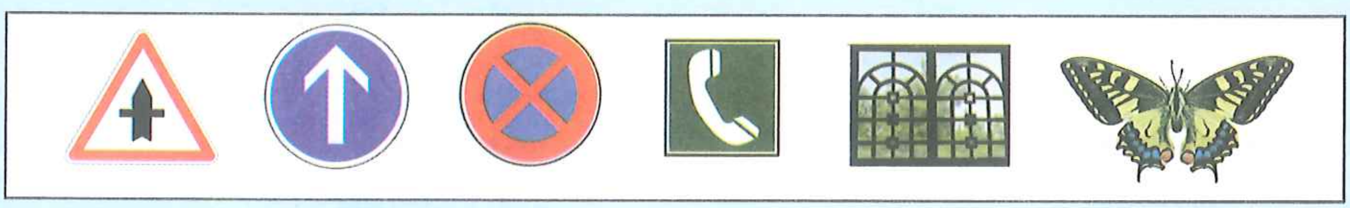
Soit H le projeté orthogonal de E sur (FG).

1. Construire le point H' symétrique de H par rapport à la droite (EF).
2. Construire le point G' symétrique de G par rapport à la droite (EF) .
3. Comparer GH et G'H'.
4. Montrer que : $\widehat{EH'G'} = 90°$.



Activité 4 Axe de symétrie d'une figure

Indiquer le nombre d' axes de symétrie pour chacune des représentations ci-dessous :

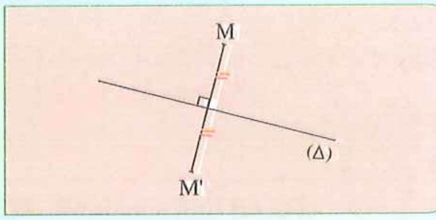


SAVOIR
Je révise

1 SYMÉTRIQUE D'UN POINT

Définition

Le symétrique d'un point M par rapport à une droite (Δ) est le point M' tel que (Δ) est la médiatrice du segment [MM'] .



Remarque : Si M est un point de la droite (Δ), alors M est le symétrique de M par rapport à (Δ) .

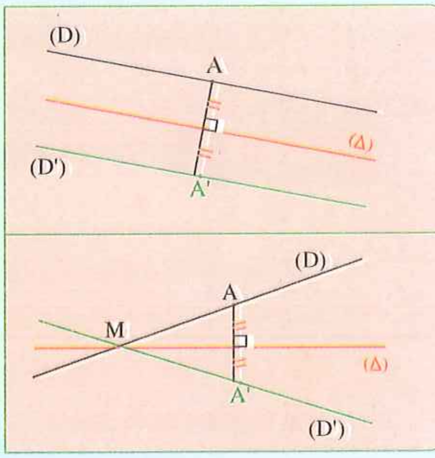
2 SYMÉTRIQUE D'UNE DROITE

Propriété 1 (D) et (Δ) sont deux droites .

Le symétrique de la droite (D) par rapport à la droite (Δ) est la droite (D') telle que :

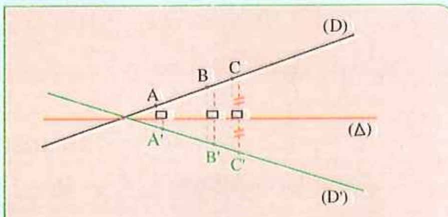
1/Si (D) est parallèle à (Δ), alors (D') est parallèle à (Δ) .

2/Si (D) coupe (Δ) en un point M, alors (D') coupe (Δ) en M .



Propriété 2 Si A' , B' et C' sont respectivement les symétriques des points alignés A , B et C par rapport à une droite (Δ), alors A' , B' et C' sont des points alignés .

La symétrie axiale conserve l'alignement des points .

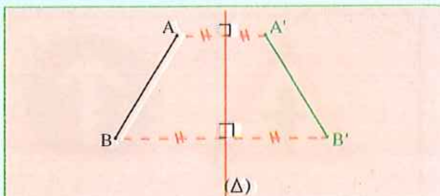


3 SYMÉTRIQUE D'UN SEGMENT

Propriété 3

Le symétrique d'un segment est un segment de même longueur .

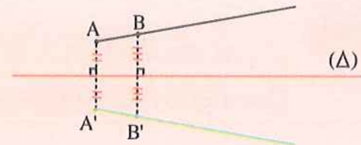
La symétrie axiale conserve les longueurs .



4 SYMÉTRIQUE D'UNE DEMI-DROITE

Propriété 4

Le symétrique d'une demi-droite est une demi-droite .

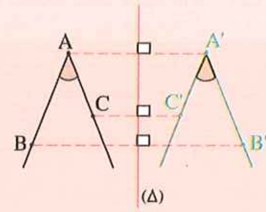


5 SYMÉTRIQUE D'UN ANGLE

Propriété 5

Le symétrique d'un angle est un angle de même mesure .

La symétrie axiale conserve les mesures des angles .

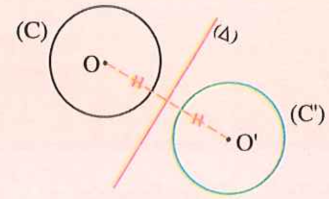


6 SYMÉTRIQUE D'UN CERCLE.

Propriété 6

Le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon .

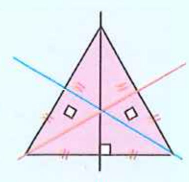
Les centres de ces cercles sont symétriques .



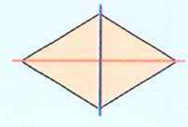
7 AXES DE SYMÉTRIES DES FIGURES USUELLES

1. **Triangle isocèle :** Un triangle isocèle a un axe de symétrie.
Cet axe de symétrie passe par le sommet principal.

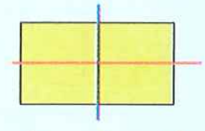
2. **Triangle équilatéral :** Un triangle équilatéral a trois axes de symétrie.
Ce sont les médiatrices des côtés (qui sont aussi des bissectrices et des hauteurs).



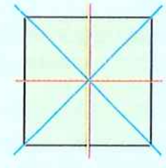
3. **Losange :** Un losange a deux axes de symétrie : ses diagonales.



4. **Rectangle :** Un rectangle a deux axes de symétrie : les médiatrices des côtés opposés.



5. **Carré :** Un carré a quatre axes de symétrie: ses diagonales et les médiatrices des côtés

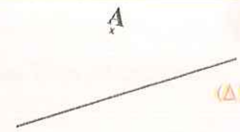


1 CONSTRUCTION DU SYMÉTRIQUE D'UN POINT

Exemple 1

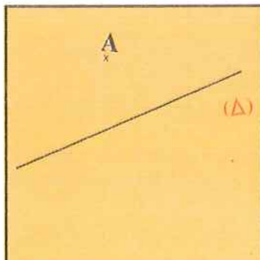
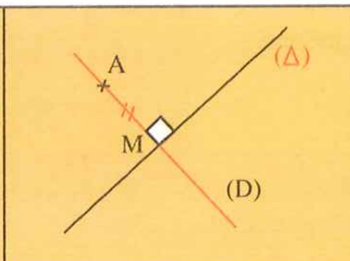
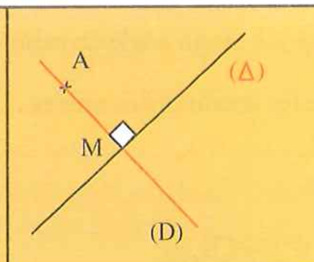
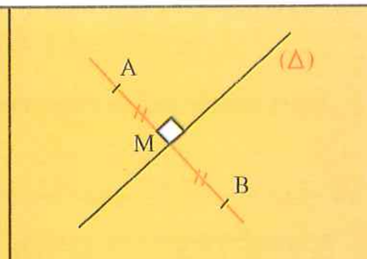
(Δ) est une droite et A un point n'appartenant pas à (Δ) .

Construire B le symétrique du point A par rapport à (Δ) .



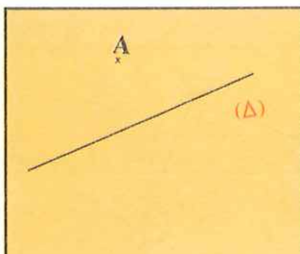
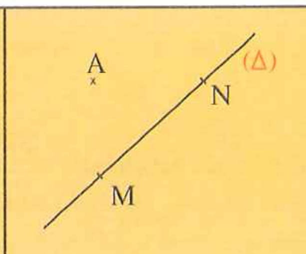
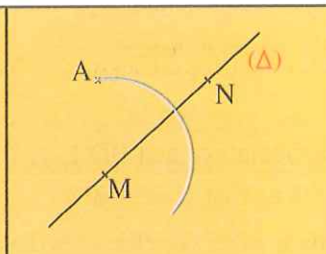
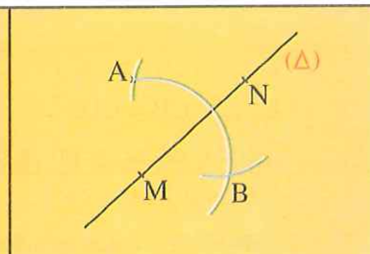
1ère Méthode :

(En utilisant une équerre, règle graduée ou compas)

			
	Je trace (D) la perpendiculaire à (Δ) passant par A avec une équerre.	Je place le point M d'intersection de (D) et (Δ) .	Avec une règle graduée ou un compas, je place le point B tel que M soit le milieu de [AB]

2ème Méthode :

(En utilisant le compas seulement)

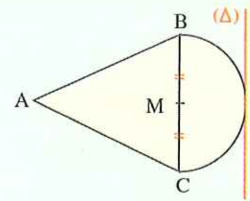
			
	Je marque deux points M et N sur la droite (Δ).	Je trace un arc d'un cercle de centre M et de rayon MA .	Je trace un arc d'un cercle de centre N et de rayon NA .

Donc, B le symétrique de A par rapport à (Δ) est l'intersection de ces deux arcs.

2 CONSTRUCTION DU SYMÉTRIQUE D'UNE FIGURE

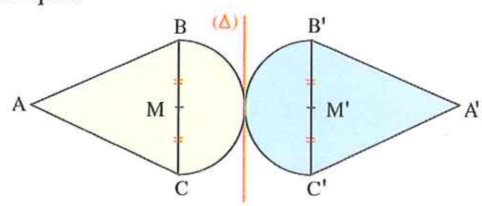
Exemple 2

Construire la figure symétrique par rapport à la droite (Δ) de la figure ci-contre.



1/ On trace le symétrique du triangle ABC en tracant A',B' et C' les symétriques réspectifs des sommets A , B et C par rapport à (Δ) .

2/ On trace le symétrique du demi-cercle de diamètre [BC] en traçant le demi-cercle de diamètre [B'C'].

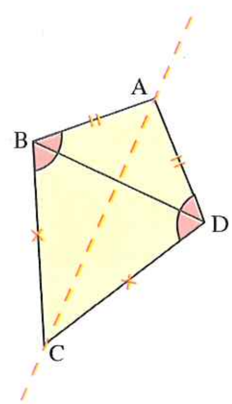


3 APPLIQUER LES PROPRIÉTÉS D'UNE SYMÉTRIE AXIALE POUR DÉMONTRER

Exemple 3

ABCD est un quadrilatère tel que : AB = AD et CB = CD .
Montrer que : $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$.

On a : AB = AD
Donc A est un point de la médiatrice du segment [BD] .
Et : CB = CD.
Donc C est un point de la médiatrice de [BD] .
Il en résulte que (AC) est la médiatricede [BD] .
Par rapport à la droite (AC),
On a : A est le symétrique de A .
Et B est le symétrique de D .
Et C est le symétrique de C .

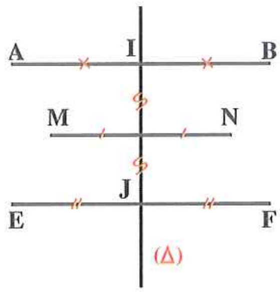


D'où : l'angle $\widehat{ABC}$ est le symétrique de l'angle $\widehat{ADC}$ par rapport à la droite (AC) .
Et comme la symétrie axiale conserve les mesures des angles.

Donc : $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$.

POUR RÉVISER TON COURS

1 On considère la figure suivante :



Compléter les phrases :

1) B est le symétrique de ... par rapport à (Δ).

2) ..... est le symétrique de I par rapport à (MN) .

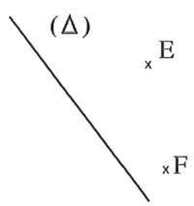
3) [AE] est le symétrique de .... par rapport à (Δ) .

4) La droite (AM) est ... de (BN) par rapport à (...).

5) ... est le symétrique de l'angle $\widehat{MIN}$ par rapport à (MN) .

6) AME est le symétrique du triangle ... par rapport à (Δ) .

2 Construire les points G et H respectivement les symétriques de E et F par rapport à la droite (Δ) .



CONSTRUCTION ET SYMÉTRIE

3 ABD est un triangle équilatéral tel que : AB = 4,5 cm

1) Construire C le symétrique de A par rapport à (BD) .

2) Calculer le périmètre de ABCD .

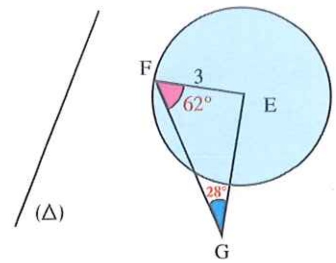
4 EFGH est un parallélogramme .

1) Construire le point M symétrique de E par rapport à la droite (FH) .

2) Construire le point N symétrique de G par rapport à la droite (FH) .

3) Montrer que ENGM est un rectangle .

5 *1)* Recopier la figure ci-dessous .



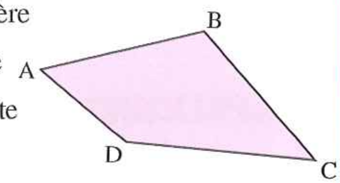
2) Construire les points A , B et C symétriques respectifs des points E , F et G par rapport à la droite (Δ).

3) Calculer AB .

4) Montrer que ABC est un triangle rectangle .

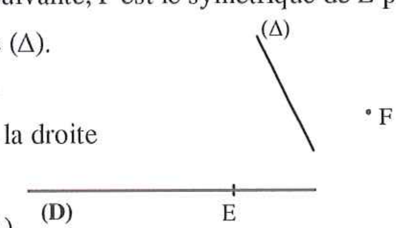
5) Construire le symétrique du cercle (C) de centre E ; passant par le point F par rapport à la droite (Δ) .

6 ABCD est un quadrilatère tel que C est le symétrique de A par rapport à une droite (Δ) à déterminer.



Construire le symétrique de ABCD par rapport à la droite (Δ).

7 Sur la figure suivante, F est le symétrique de E par rapport à une droite (Δ).
Avec une règle non graduée, construire la droite (D') symétrique de (D) par rapport à (Δ).



LA SYMÉTRIE POUR DÉMONTRER

8 ABCD est un carré de côté 5 cm .

1) Contruire E et F les symétriques respectifs de A et D par rapport à la droite (BC) .

2) Calculer l'aire du quadrilatère AEFD .

9 EFG est un triangle . La bissectrice de l'angle $\widehat{EFG}$ coupe [EG] en H . La perpendiculaire à la droite (FH) passant par G coupe (EF) en I .

Montrer que : $\widehat{HIG} = \widehat{IGH}$.

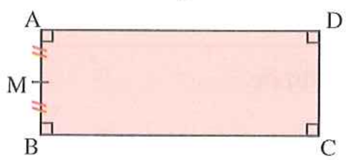
10 ABC est un triangle .

La bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ coupe [BC] en D .

1) Construire E le symétrique de A par rapport à la droite (BC) .

2) Montrer que [ED) est la bissectrice de l'angle $\widehat{BEC}$.

11 ABCD est un rectangle et M est le milieu de [AB] .



1) Construire le point N symétrique de M par rapport à la droite (CD) .

2) Montrer que CNDM est un losange .

12 ($\mathscr{C}$) est un cercle de centre O et de rayon 4 cm et [EF] un diamètre de ($\mathscr{C}$) .

La perpendiculaire à (EF) passant par O coupe ($\mathscr{C}$) en A et B.

1) Faire une figure.

2) Montrer que B est le symétrique de A par rapport à (EF) .

3) a. Construire M le symétrique de O par rapport à la droite (BF).

b. Calculer BM .

4) Déterminer et construire (C') symétrique de (C) par rapport à la droite (BF).

13 EFG est un triangle tel que :

$\widehat{FEG} = 60°$; EF = 5 cm et EG = 6 cm .

1)a. Construire A le symétrique de F par rapport à la droite (EG).

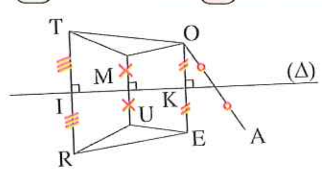
b. Construire B le symétrique de G par rapport à la droite (EF).

2) Démontrer que les points A , B et E sont alignés .

MON BILAN

1) Indiquer la bonne réponse par A , B ou C :

Pour les exercices 1 à 7 on utilise la figure ci-contre :



	A	B	C
1 Le symétrique du point O par rapport à la droite (Δ) est ...	A	E	O
2 Le point K est : ...	le symétrique de O par rapport à la droite (Δ)	le milieu de [OA]	le milieu de [OE]
3 Le symétrique du point I par rapport à la droite (Δ) est : ...	I	K	T
4 Le symétrique du [RE] par rapport à la droite (Δ) est : ...	[OM]	[OT)	[OT]
5 Le symétrique du (OM) par rapport à la droite (Δ) est : ...	[UE)	(UE)	(UR)
6 L'angle $\widehat{TOM}$ égale ...	$\widehat{UER}$	$\widehat{RUE}$	$\widehat{REU}$
7 Le symétrique du cercle de centre O et de rayon TR par rapport à la droite (Δ) est le cercle de rayon ...	TR	UR	OT

Correction page : 197

2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

	Savoir	Pratique
Ex: 1	Définition	
Ex: 2	Définition	
Ex: 3	Définition	
Ex: 4	Propriété 3	
Ex: 5	Propriété 1	
Ex: 6	Propriété 5	
Ex: 7	Propriété 6	Exemple 3

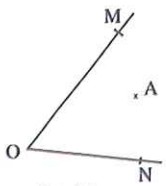
3) Exercices pour la remédiation
voir R3 page : 198

APPROFONDISSEMENT
Je recherche

SYMÉTRIQUE D'UN ANGLE

14 $\widehat{MON}$ est un angle aigu.

soit A un point de l'angle $\widehat{MON}$.



1) a. Construire le point E

b. Construire le point F symétrique de A par rapport à (OM).

c. Montrer que : OE = OF .

2) Montrer que [OM) est la bissectrice de l'angle $\widehat{EOA}$.

3) La droite (EF) coupe la droite (OA) en P .

a. Construire B le symétrique de P par rapport à (ON) .

b. Montrer que : (BP) // (AF) .

15 ABC est un triangle rectangle en A tel que :

AB = 5 cm et $\widehat{ABC}$ = 50°.

Soit D le symétrique de B par rapport à A .

1) Faire une figure .

2) a. Montrer que D est le symétrique de B par rapport à (AC).

b. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{CDB}$.

3) Soit E un point de [BC] (E ≠ B et E ≠ C) .

a. Construire F le symétrique de E par rapport à la droite (AC) .

b. Montrer que : BE = DF .

16 ABC est un triangle rectangle en A .

Soit [AH] la hauteur relative au côté [BC] .

1) Construire E le symétrique de H par rapport à la droite (AC)

2) Construire F le symétrique de H par rapport à la droite (AB) .

3) Montrer que : $\widehat{BAF} = \widehat{HAB}$ et $\widehat{EAC} = \widehat{CAH}$

4) a. Montrer que la droite (AF) passe par le point E .

b. En déduire que A est le milieu de [EF].

PROPRIÉTÉS DE LA SYMÉTRIE

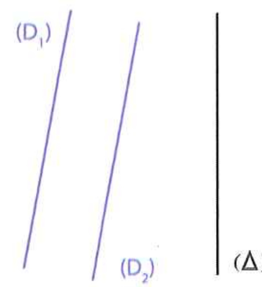
17 (D_1) et (D_2) sont deux droites parallèles .

1) Construire (D'_1) et (D'_2) respectivement les symétriques des droites (D_1) et (D_2) par rapport à la droite (Δ) .

2) Montrer que : (D'_1) // (D'_2) .

3) Compléter la phrase :

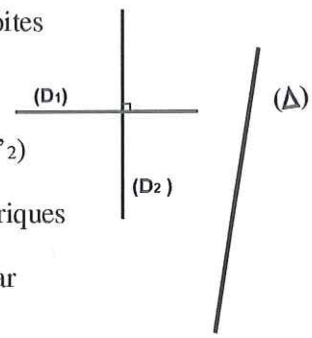
La symétrie axiale conserve .... .



18 (Δ) est une droite.

(D_1) et (D_2) sont deux droites perpendiculaires .

1) Construire (D'_1) et (D'_2) respectivement les symétriques des droites (D_1) et (D_2) par rapport à la droite (Δ).



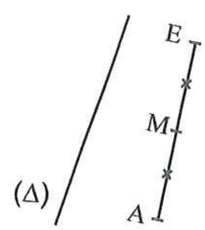
2) Montrer que : $(D'_1) \perp (D'_2)$.

3) Compléter la phrase: La symétrie axiale conserve ... .

19 (Δ) est une droite .

Soit M le milieu de [AE] .

1) Construire les points B , N et F respectivement les symétriques de A , M et E par rapport à (Δ) .



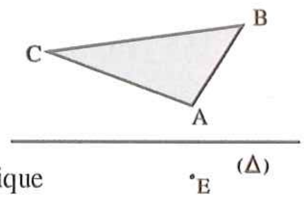
2) a. Montrer que les points B , N et F sont alignés .

b. Montrer que : NE = NF .

PROBLÈMES OUVERTS

20 A et E sont symétriques par rapport à (Δ).

Avec une règle non graduée, construire le symétrique du triangle ABC.



21 Soit EFG un triangle.

Soit (C) un cercle de centre E.

Soit EFG un triangle.

Soit (C) un cercle de centre E.

1) Déterminer et construire (C') le symétrique de (C) par rapport à la droite (FG). Soit H le centre de (C')

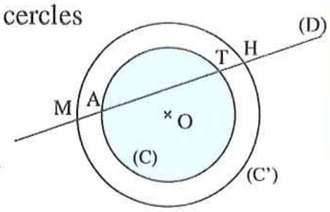
2) Les cercles (C) et (C') coupent le segment [EH] respectivement en A et B.

Montrer que : GB = GA.

22 (C) et (C') sont deux cercles de même centre O.

Une droite (D) coupe (C') en M et H, et (C) en A et T.

Montrer que : MA = TH.



CHALLENGES

23 AVEC TICE

EFG est un triangle isocèle et rectangle en E tel que : EF = 4 cm.

1) Construire H le symétrique de E par rapport à (FG).

2) a. Déterminer le symétrique de [EF] par rapport à (FG).

b. Calculer FH.

3) a. Déterminer le symétrique de l'angle $\widehat{EGF}$ par rapport à (FG).

b. Montrer que : $\widehat{FGH} = 45°$.

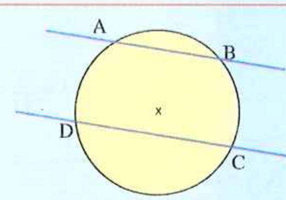
4)a. Conjecturer la nature du quadrilatère EFHG en utilisant l'outil GeoGebra.

b. Montrer que EFHG est un carré.

24 Sur la figure ci-contre :

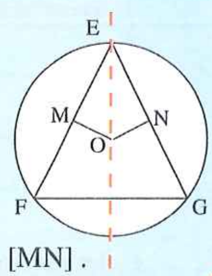
(AB) // (CD). Montrer que :

AD = BC et AC = BD.



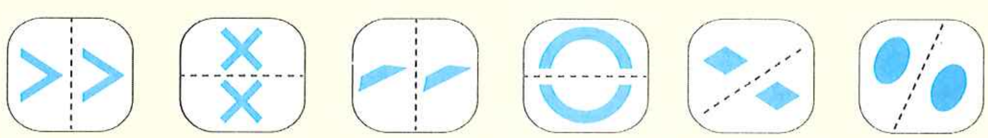
25 EFG est un triangle isocèle en E et (C) son cercle circonscrit de centre O. M et N sont respectivement les projetés orthogonaux de O sur (EF) et (EG).

Montrer que (OE) est la médiatrice de [MN].



SITUATIONS PROPOSÉES AU TIMSS

Dans chaque squircle (carré à coin rond), les deux figures sont-elles symétriques par rapport à la ligne pointillée ? **Répondre par oui ou non à chaque cas.**



....

MULTIPLICATION ET DIVISION DES NOMBRES RATIONNELS

Prérequis :

* Opérations sur les nombres décimaux relatifs.
* Addition et soustraction des nombres en écriture fractionnaire.

Un point d'histoire

Lazare Carnot (1753 ; 1823)

" Pour obtenir réellement une quantité négative isolée, il faudrait retrancher une quantité effective de zéro, ôter quelque chose de rien : opération impossible. Une multitude d'absurdités en résulteraient. Par exemple -3 serait moindre que 2, cependant que $(-3)^2$ serait plus grand que 2^2 ».

C'est le raisonnement tenu par Lazare Carnot.

Que peut-on penser de ce raisonnement?

TEST DIAGNOSTIQUE : Je m'évalue

CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.

Pour chaque question, cocher la bonne réponse et justifier votre choix.

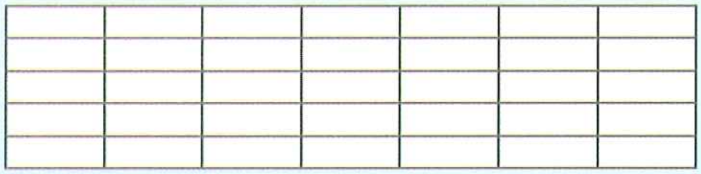
	Réponses :		
Le produit $\frac{4}{7}\times\frac{5}{7}$ est ...	$\frac{20}{7}$	$\frac{20}{49}$	$\frac{7\times4+7\times5}{49}$
Le produit $3\times\frac{9}{11}$ égal à ...	$\frac{27}{33}$	$\frac{9}{33}$	$\frac{27}{11}$
Le nombre $\frac{5}{12}\times\frac{12}{11}$ est égal à ...	0	$\frac{5}{11}$	$\frac{1}{60}$
$(-4)\times(-25)$ est égal à ...	-6,5	-10	100
Le nombre $\frac{8}{13}$ est le résultat du calcul de ...	$8\times\frac{1}{13}$	$13:8$	$13\times\frac{1}{8}$
L'inverse de -10 est ...	10	$\frac{1}{10}$	$\frac{-1}{10}$
$\frac{13}{5}\times\left(\frac{-1}{5}\right)$ est égal à ...	$2{,}6\times(-0{,}2)$	$2{,}6\times0{,}5$	$\frac{13}{10}$
$\frac{7}{2}:\frac{3}{5}$ a pour résultat le nombre ...	$\frac{21}{10}$	$\frac{6}{35}$	$\frac{35}{6}$
Les $\frac{4}{5}$ de la moitié 12 est ...	$\frac{4}{5}\times2\times12$	$\frac{4}{5}\times\frac{1}{2}\times12$	$\frac{4}{5}+\frac{1}{2}\times12$

Solutions page : 196

ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE

Activité 1 Produit de deux nombres rationnels

Les fleurs d'Othman occupent les $\frac{3}{5}$ de l'aire de son jardin rectangulaire. Les $\frac{4}{7}$ des fleurs plantées sont des menthes.



1. Colorier en rouge la partie du jardin occupée par les fleurs.
2. Hachurer la partie occupée par des menthes.
3. Quelle fraction de tout le jardin représente la partie de menthes ?
4. **a.** Indiquer les dimensions de la partie hachurée à l'aide de fractions.
   b. Exprimer l'aire de la partie hachurée à l'aide d'un produit.
5. **a.** Recopier et compléter : $\frac{3}{5} \times \frac{4}{7} = \cdots$
   b. En déduire une méthode pour multiplier, deux nombres rationnels.
6. En utilisant la méthode obtenue ci-dessus calculer les produits suivants :

a. $\frac{5}{8} \times \frac{7}{4}$ **b.** $\frac{-4}{9} \times \frac{2}{3}$ **c.** $\frac{11}{4} \times \left(-\frac{8}{5}\right)$ **d.** $\frac{2}{5} \times \frac{5}{2}$

Activité 2 Inverse d'un nombre rationnel

1. Compléter les égalités suivantes :

a. $7 \times \frac{1}{\ldots} = 1$ **b.** $\ldots \times \left(-\frac{1}{8}\right) = 1$ **c.** $\frac{5}{9} \times \frac{\ldots}{5} = 1$ **d.** $\frac{12}{\ldots} \times \frac{-7}{\ldots} = 1$ **e.** $\left(-\frac{6}{15}\right) \times \frac{15}{\ldots} = 1$

On dit que deux nombres rationnels sont **inverses** l'un de l'autre quand leur produit est égal à 1

2. Quelle est l'inverse de 10 ? $\frac{1}{6}$? $-\frac{8}{7}$? $\frac{9}{5}$?

Activité 3 Quotient de deux nombres rationnels

1. Madame Fatima a acheté 3 sachets de henné. Elle a payé 14 DH .
   Choisir parmi les nombres suivants, ceux qui correspondent au prix de chaque sachet.

$$14 \times \frac{1}{3} \quad ; \quad 4{,}6666 \quad ; \quad \frac{14}{3} \quad ; \quad \frac{3}{14}$$

2. Recopier et compléter : **a.** $8 \div 3 = \frac{\ldots}{\ldots} = 8 \times \frac{1}{\ldots}$
   b. Diviser par un nombre relatif a non nul revient à multiplier par son … : $\frac{1}{\ldots}$
3. Ecrire sous forme d'une fraction irréductible les nombres suivants :

$$\frac{9}{\frac{1}{3}} \quad ; \quad \frac{-5}{\frac{2}{7}} \quad ; \quad \frac{\frac{3}{5}}{\frac{21}{20}} \quad ; \quad \left(-\frac{9}{7}\right) + \left(\frac{18}{35}\right)$$

SAVOIR
Je révise

1 PRODUIT DE DEUX NOMBRES RATIONNELS

Règle 1

Pour multiplier deux nombres rationnels :

- on multiplie les numérateurs entre eux ;
- on multiplie les dénominateurs entre eux .

Autrement dit : $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont deux nombres rationnels : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

Remarque 1 : a et $\frac{c}{d}$ sont deux nombres rationnels : $a \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{d}$ $\boxed{a \times \frac{c}{d} = \frac{a}{1} \times \frac{c}{d}}$

Exemples :

1) $A = \frac{9}{5} \times \frac{2}{7}$

$A = \frac{9 \times 2}{5 \times 7}$

$A = \frac{18}{35}$

2) $B = 4 \times \frac{11}{13}$

$B = \frac{4 \times 11}{13}$

$B = \frac{44}{13}$

3) $C = \frac{5}{6} \times \frac{36}{25}$

$C = \frac{\cancel{5} \times \cancel{6} \times 6}{\cancel{6} \times \cancel{5} \times 5}$

$C = \frac{6}{5}$.

Remarque 2 : Il faut simplifier avant d'effectuer les produits .

Propriété

1/ $\frac{a}{b}$ est un nombre rationnel : $1 \times \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$ et $\frac{a}{b} \times 0 = 0$

2/ $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ et $\frac{e}{f}$ sont des nombres rationnels :

- $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \times \frac{a}{b}$
- $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \times \frac{e}{f} = (\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}) \times \frac{e}{f} = \frac{a}{b} \times (\frac{c}{d} \times \frac{e}{f})$

Remarque 3 : Le produit ne change pas, si on change l'ordre de ces facteurs.

Exemple : $\frac{3}{5} \times \frac{7}{8} \times \frac{5}{9} = \frac{3}{5} \times \frac{5}{9} \times \frac{7}{8}$

$= \frac{3}{1} \times \frac{1}{9} \times \frac{7}{8} = \frac{1}{3} \times \frac{7}{8} = \frac{7}{24}$.

2 QUOTIENT DE DEUX NOMBRES RATIONNELS

1- Inverse d'un nombre rationnel non nul.

Définition Deux nombres sont dits **inverses** si leur produit est égale à 1 .

Remarque 4: Si $\frac{a}{b}$ est un nombre rationnel non nul son inverse est un nombre **rationnel**.

Notation:

On a : $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$, donc $\frac{b}{a}$ est **l'inverse** de $\frac{a}{b}$, on le note : $\frac{1}{\frac{a}{b}}$ ou $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}$

D'où : $\frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$ et $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$.

Exemples :

1) $-3 \times \frac{1}{-3} = 1$; donc $\frac{1}{-3}$ est l'inverse de -3 .

2) $4 \times 0{,}25 = 1$; donc 4 est l'inverse de 0,25 .

3) $0{,}5 \times 2 = 1$; donc 0,5 est l'inverse de 2 .

Remarque 5 : x est un nombre rationnel non nul : $x \times \frac{1}{x} = 1$ et $x \times x^{-1} = 1$

2- Quotient de deux nombres rationnels

Règle 2 $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont deux nombres rationnels et $c \neq 0$.

Le quotient de $\frac{a}{b}$ par $\frac{c}{d}$ est le produit de $\frac{a}{b}$ par l'inverse de $\frac{c}{d}$.

Autrement dit: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ ou $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

Exemples :

1) $-\frac{8}{5} : \frac{4}{3} = -\frac{8}{5} \times \frac{3}{4} = -\frac{4 \times 2 \times 3}{5 \times 4} = -\frac{6}{5}$

2) $\frac{9}{11} :(-4) = \frac{9}{10} \times \left(\frac{-1}{4}\right) = \frac{-9}{40}$

PRATIQUE
J'applique

1 PRODUIT DE DEUX NOMBRES RATIONNELS

Exemple 1

Calculer le nombre rationnel : $A = \frac{39}{-48} \times \frac{-64}{-26}$

$A = \frac{39}{-48} \times \frac{-64}{-26}$

on cherche d'abord le signe de A

il y a 3 facteurs négatifs, donc A est négatif

$A = -\frac{39}{48} \times \frac{64}{26}$

on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux

$A = -\frac{39 \times 64}{48 \times 26}$

on décompose les numérateurs et les dénominateurs en produits de facteurs

$A = -\frac{\cancel{3} \times \cancel{13} \times \cancel{8} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 2}{\cancel{8} \times \cancel{3} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{13}}$

donc : $A = -2$.

2 PRODUIT DE PLUSIEURS RATIONNELS

Exemple 2

Calculer le nombre rationnel : $B = \frac{9}{-5} \times \frac{-20}{3} \times \frac{-18}{-14}$

$B = \frac{9}{-5} \times \frac{-20}{3} \times \frac{-18}{-14}$

$B = -\frac{9}{5} \times \frac{-20}{3} \times \frac{18}{14}$

on simplifie les signes des fractions

on détermine le signe de B .

$B = \frac{9}{5} \times \frac{20}{3} \times \frac{18}{14}$

$B = \frac{9 \times 20 \times 18}{5 \times 3 \times 14}$

$B = -\frac{3 \times 3 \times 5 \times 2 \times 2 \times 18}{5 \times 2 \times 7}$

on simplifie

$B = \frac{108}{7}$.

3 QUOTIENT DE DEUX NOMBRES RATIONNELS

Exemple 3

Calculer le nombre rationnel : $C = \frac{-12}{35} : \frac{-21}{-20}$

$$C = -\frac{12}{35} : \frac{-21}{-20}$$

il y a 3 signes moins

donc C est un nombre négatif

$$C = -\frac{12}{35} : \frac{21}{20}$$

$$C = -\frac{12}{35} \times \frac{20}{21}$$

on multiplie par l'inverse de $\frac{21}{20}$

on multiplie les numérateurs et les dénominateurs

$$C = -\frac{\cancel{3} \times 4 \times \cancel{5} \times 4}{\cancel{5} \times 7 \times \cancel{3} \times 7}$$

$$C = -\frac{16}{49}.$$

on simplifie

Exemple 4

Calculer le nombre rationnel x tel que : $\frac{-3}{4}x = \frac{5}{32}$

$$\frac{-3}{4}x = \frac{5}{32}$$

$$x = \frac{5}{32} : \left(\frac{-3}{4}\right)$$

$$x = \frac{5}{32} \times \left(\frac{-4}{3}\right)$$

$$x = -\frac{5 \times \cancel{4}}{\cancel{4} \times 8 \times 3}$$

Donc : $x = -\frac{5}{24}$.

4 CALCULER AVEC DES LETTRES

Exemple 5

x est un nombre rationnel.

On considère les expressions A et B : $A = \frac{1}{3}x - \frac{4}{15} - (\frac{5}{6}x - \frac{3}{5})$ et $B = \frac{2}{3}(\frac{9}{4}x - 2)$

Développer et réduire A et B.

- $A = \frac{1}{3}x - \frac{4}{15} - (\frac{5}{6}x - \frac{3}{5})$

$$A = \frac{1}{3}x - \frac{4}{15} - \frac{5}{6}x + \frac{3}{5}$$

$$A = \frac{1}{3}x - \frac{5}{6}x - \frac{4}{15} + \frac{3}{5}$$

$$A = (\frac{1}{3} - \frac{5}{6})x - \frac{4}{15} + \frac{9}{15}$$

$$A = (\frac{2}{6} - \frac{5}{6})x + \frac{5}{15}$$

$$A = -\frac{3}{6}x + \frac{1}{3}$$

Donc : $A = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$.

- $B = \frac{2}{3}(\frac{9}{4}x - 2)$

$$B = \frac{2}{3} \times \frac{9}{4}x - \frac{2}{3} \times 2$$

$$B = \frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 3 \times x}{\cancel{3} \times \cancel{2} \times 2} - \frac{4}{3}$$

Donc : $B = \frac{3}{2}x - \frac{4}{3}$.

INVESTISSEMENT
Je m'entraîne

MULTIPLICATION

1 Effectuer les produits suivants :

a. $\frac{3}{5}\times\frac{8}{7}$ *b.* $\frac{4}{9}\times\frac{8}{11}$ *c.* $\frac{3}{5}\times\frac{8}{7}$

d. $\frac{-6}{7}\times\frac{-12}{13}$ *e.* $\frac{5}{-6}\times\frac{-11}{12}$ *f.* $\frac{-7}{-4}\times\frac{-9}{8}$

2 Calculer chaque produit suivant :

a. $5\times\frac{4}{3}$ *b.* $\frac{3}{8}\times 9$ *c.* $4{,}8\times\frac{5}{7}$

d. $\frac{-8}{9}\times(-4)$ *e.* $7\times\left(-\frac{6}{11}\right)$ *f.* $\frac{-6}{-13}\times 8$

3 Compléter par le nombre qui convient :

$\frac{3}{-4}\times\ldots=\frac{-9}{8}$; $-4\times\ldots=\frac{4}{7}$

$\frac{2016}{2015}\times\ldots=-1$; $\ldots\times\frac{-7}{-13}=1$

$\frac{14}{17}\times\frac{-5+\ldots}{2017}=0$

4 **AVEC TICE**

1) Calculer :

$A=\frac{9}{12}-\frac{4}{9}\times\frac{3}{2}$; $B=-\frac{4}{3}+\frac{4}{3}\times\frac{9}{6}$

$C=\frac{-7}{2}\times\frac{4}{-2}+\frac{11}{4}$; $D=1-\frac{2}{3}\times\frac{9}{4}+\frac{5}{9}$

2) S'aider d'une calculatrice scientifique pour vérifier les résultats obtenus.

En utilisant les touches : $\frac{\square}{\square}$ + − ×

5 Recopier et compléter les égalités suivantes :

a. $\frac{7}{5}\times\frac{\ldots}{8}=\frac{7}{8}$ *b.* $\frac{\ldots}{4}\times\frac{9}{-2}=\frac{9}{4}$

c. $\frac{1}{6}\times\frac{11}{\ldots}=\frac{-11}{18}$ *d.* $\frac{4}{9}\times\frac{\ldots}{5}=\frac{8}{15}$

e. $\frac{8}{7}\times\frac{\ldots}{\ldots}=-\frac{7}{2}$ *f.* $-\frac{2021}{2020}\times\frac{\ldots}{\ldots}=\frac{43}{40}$

6 Calculer en simplifiant si possible et contrôler le résultat obtenu avec la calculatrice :

a. $\frac{9}{4}\times\frac{-1}{8}\times\frac{5}{2}$ *b.* $\frac{5}{6}\times\frac{7}{2}\times\frac{-3}{4}$ *c.* $\frac{-15}{8}\times\frac{3}{5}\times\frac{-4}{7}$

d. $5\times\frac{12}{25}\times\frac{7}{144}$ *e.* $\frac{5}{18}\times(-3)\times\frac{12}{20}$ *f.* $\frac{3}{4}\times\frac{16}{9}\times\frac{27}{64}\times\frac{36}{81}$

7 Calculer en simplifiant si possible et contrôler le résultat obtenu avec la calculatrice :

a. $\frac{45}{14}\times\left(\frac{6}{5}+\frac{2}{3}\right)$ *b.* $\left(\frac{8}{9}-\frac{3}{2}\right)\times\frac{36}{55}$ *c.* $\left(1-\frac{5}{4}\right)\times\left(\frac{5}{4}+1\right)$

d. $\frac{6}{7}-\frac{2}{3}\times\frac{4}{9}$ *e.* $-\frac{3}{8}+\frac{7}{4}\times\frac{5}{6}$ *f.* $\frac{11}{12}\times\frac{3}{5}-\frac{7}{15}\times\frac{1}{2}$

8 a et b sont deux nombres rationnels non nuls .
Simplifier :

$\frac{6}{9a}\times a$; $\frac{4}{a}\times\frac{-a}{3}$; $15\,ab\times\frac{2}{5b}$

$\frac{-a}{3}\times\frac{a}{6}$; $\frac{4}{25}\,a\times\frac{75}{16}\,b$; $\frac{7a}{-3b}\times\frac{-9b}{21a}$

9 Calculer rapidement en utilisant des propriétés connues :

$M=\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{6}{8}\right)\times\left(\frac{4}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{5}\right)$

$A=\left(\frac{91}{3}\right)\times\left(\frac{-9}{47}\right)\times\left(\frac{-2}{-91}\right)\times\left(\frac{47}{6}\right)\times\left(\frac{-84}{27}\right)$

$T=\left(\frac{-1}{3}+\frac{-1}{3}\right)+\left(\frac{-5}{6}+\frac{5}{6}\right)+\left(\frac{-1}{3}\times\frac{-1}{3}\right)$

$H=\frac{-3}{4}\left(\frac{4}{3}+\frac{4}{3}\right)$

$S=\left(\frac{-5}{11}\right)\times\left(-\frac{4}{18}+\frac{1}{27}\right)\times(-9+9)\times\left(\frac{-18}{27}\right)$

INVERSE ET DIVISION

10 Recopier et compléter les égalités suivantes :

a. $8\times\frac{1}{\ldots}=1$ *b.* $\ldots\times\frac{1}{-7}=1$ *c.* $2{,}4\times\ldots=1$

d. $\frac{5}{6}\times\ldots.=1$ *e.* $\left(-\frac{9}{2}\right)\times\ldots=1$ *f.* $-\frac{\ldots}{12}\times\frac{\ldots}{23}=1$

11 Recopier et compléter le tableau suivant :

	-9	...	...	$-\frac{9}{4}$	...	...
Inverse	...	$\frac{7}{5}$	...	...	$-\frac{2}{11}$	...
Opposé	...	...	$-\frac{3}{8}$	...	...	$\frac{12}{13}$

12 Calculer chaque quotient et donner le résultat sous la forme la plus simple possible :

a. $\frac{4}{7} \div \frac{5}{9}$ *b.* $\frac{6}{5} \div \frac{12}{15}$ *c.* $\frac{-4}{49} \div \frac{16}{14}$

d. $\frac{18}{27} \div \left(-\frac{21}{24}\right)$ *e.* $12 \div \frac{15}{13}$ *f.* $\frac{21}{11} \div 42$

13 Calculer en simplifiant si possible et contrôler le résultat obtenu avec la calculatrice :

a. $\dfrac{\frac{5}{4}}{\frac{7}{12}}$ *b.* $\dfrac{\frac{2}{9}}{-\frac{4}{18}}$ *c.* $\dfrac{-\frac{32}{12}}{8}$ *d.* $\dfrac{-\frac{16}{25}}{-\frac{32}{20}}$

14 Compléter :

$... : \frac{4}{15} = -\frac{2}{3}$; $\frac{...}{39} : \frac{12}{-26} = \frac{-4}{9}$

$\frac{28}{49} \times \frac{18}{...} = \frac{-7}{3}$; $\frac{-48}{72} : ... = \frac{2}{3}$

15 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$A = \frac{3}{2} \times \frac{4}{10} - \frac{4}{3} + \frac{7}{3} \times \left(\frac{3}{4} - \frac{7}{3}\right)$$

$$B = \left(\frac{8}{9} - \frac{5}{6}\right) - \left[\frac{7}{4} - \left(\frac{3}{8} - 1\right)\right] : \frac{16}{3}$$

$$C = \left(\frac{2}{15} - \frac{1}{25}\right) - \left(\frac{4}{5} - 1\right)$$

$$D = \left(\frac{-2}{3} + \frac{4}{5}\right) - 2\left(3 - \frac{1}{10} + \frac{2}{3}\right).$$

CALCULATRICE

16 Pour chacun des produits suivants, on vos propose plusieurs résultats.

Expliquer pourquoi vous pouver être sûr que certains sont faux.

Vérifier avec la calculatrice le résultat.

21×98 20 518 ; 2058 ; 2085 ; 258

$0{,}83 \times 47$ 49,01 ; 45,21 ; 39,1 ; 39,01

MON BILAN

1) Indiquer la bonne réponse par A , B ou C :

	A	B	C
1 Le nombre $\frac{3}{5} \times \frac{20}{21}$ égal à : ...	$\frac{7}{4}$	$\frac{60}{35}$	$\frac{4}{7}$
2 Le nombre $\frac{7}{4} \times \left(\frac{-8}{3}\right)$ égal à : ...	$-\frac{3}{14}$	$-\frac{14}{3}$	$-\frac{56}{24}$
3 Le nombre $-5 \times \frac{8}{7}$ égal à : ...	$\frac{40}{7}$	$\frac{40}{7}$	$\frac{56}{5}$
4 Le nombre $\frac{-3}{10} \times \left(\frac{-5}{18}\right)$ égal à : ...	$-\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{3}{4}$
5 Le nombre $\frac{14}{9} \times \frac{-49}{7} \times \left(\frac{-18}{343}\right)$ égal à : ...	$\frac{7}{4}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$
6 L'inverse de $-\frac{3}{5}$ est : ...	$\frac{3}{5}$	$\frac{5}{3}$	$-\frac{5}{3}$
7 Le nombre $\frac{5}{3} : \frac{7}{2}$ égal à : ...	$\frac{21}{10}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{35}{6}$
8 Le nombre $2 : \left(-\frac{7}{3}\right)$ égal à : ...	$-\frac{6}{7}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{-7}{6}$

Correction page : 197

2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

	Savoir	Pratique
Ex: 1	Règle 1	
Ex: 2	Règle 1	
Ex: 3	Règle 1	
Ex: 4	Règle 1	
Ex: 5		Exemple 2
Ex: 6	Définition	
Ex: 7	Règle 2	
Ex: 8	Règle 2	

3) Exercices pour la remédiation voir R4 page : 198

APPROFONDISSEMENT
Je recherche

PRODUIT ET INVERSE

17 a et b sont deux nombres rationnels tels que :

$$a + b = \frac{12}{5} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} = \frac{-3}{5}$$

1) Montrer que : $\frac{a}{b} + 1 = \frac{12}{5} \times \frac{1}{b}$.

2) En déduire les valeurs de a et b .

18 a et b sont deux nombres rationnels non nuls, tels que : $a + b \neq 0$; $\frac{1}{a+b} = \frac{15}{2}$ et $\frac{1}{ab} = -15$

Calculer $(a - 1)(b - 1)$.

19 a et b sont deux nombres rationnels tels que:

$$a = -\frac{5}{6} \quad \text{et} \quad b = \frac{1}{3}$$

1) Calculer $a - b$ et $a \times b$.

2) En déduire le calcul de $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$.

PRODUIT ET DIVISION

20 Calculer et donner le résultat sous forme irréductible :

$$a = \frac{42}{-6} \times (-24) + \frac{-84}{-12} \times 6$$

$$b = \frac{5}{-6} \times \frac{12}{10} - \frac{3}{4} \times \left(\frac{7}{3} - \frac{2}{3}\right)$$

$$c = \left(-\frac{1}{4} + \frac{3}{8} - 1\right) \times \left(2 - \frac{1}{12} - \frac{1}{3}\right)$$

21 a , b et c sont des nombres rationnels.

Soit $E = \dfrac{a - 2}{b + \frac{1}{3}} : \dfrac{a \times c}{b - \frac{3}{4}}$

1) Calculer E pour $a = -3$; $b = 1$ et $c = 2$.

2) Calculer E pour $a = \frac{1}{2}$; $b = \frac{-4}{3}$ et $c = \frac{-4}{2}$.

PROBLÈMES OUVERTS

22 Badr dépense les $\frac{3}{8}$ de son argent de poche pour acheter des livres et $\frac{5}{12}$ de son argent de poche pour l'achat d'un jeu vidéo. Il lui reste 450 dh.

1) Quelle fraction de de son argent de poche représente l'ensemble des dépenses ?

2) Quelle fraction de son argent de poche représente ce qui lui reste ?

3) Déterminer le nombre x tel que : $\frac{5}{24} \times x = 450$.

Que peut-on conclure ?

23 Le 1[er] mars, un marchand de parfum a vendu les $\frac{4}{9}$ de ses flacons le matin et les $\frac{5}{18}$ du reste l'après -midi.

1) Quelle fraction des flacons de parfum lui restait-il en fin de journée ?

2) Sachant qu'il lui rest 12 falcons en fin de journée, quel était le nombre initial de flacons.

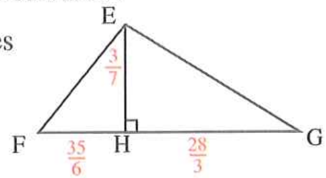
24 Dans une classe de troisième, $\frac{1}{3}$ désirent poursuivre en tronc commun scientifique, $\frac{1}{4}$ veulent aller en tronc commun littéraire et 10 élèves restent indécis .

1) Calculer le nombre d'élèves de cette classe .

2) Combien d'élèves désirent poursuivre en tronc commun scientifique .

25 On considère la figure suivante .

Calculer de deux manières différentes l'aire du triangle EFG .



26 EFG est un triangle tel que :

$$EF = \frac{48}{32} \quad \text{et} \quad EG = \frac{36}{27} \ .$$

La bissectrice de l'angle $\widehat{FEG}$ coupe [FG] en M .

En admettant que : $\frac{MF}{MG} = \frac{EF}{EG}$,

calculer MF , MG et FG .

27 Sur mon budget mensuel, un tiers est utilisé pour payer mon loyer, un septième pour mes frais de transports. Il me reste alors 660 dirhams.

Quel est mon budget mensuel ?

28 La longueur d'un rectangle est égale aux $\frac{12}{5}$ de sa largeur.

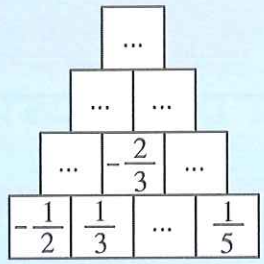
Son périmètre est 40,8 m .

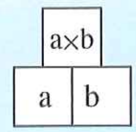
1) Quelle fraction de sa largeur représente son périmètre ?

2) Calculer sa largeur et sa longueur .

CHALLENGES

29 Recopier et compléter la pyramide ci-dessous :





30 x et y sont deux nombres rationnels non nuls tels que:

$$x + y \neq 0 \quad ; \quad x - y \neq 0 \quad \text{et} \quad \frac{1 - x}{y - x} = \frac{1}{y + x} \ .$$

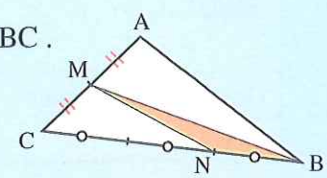
Montrer que : $x + y = 2$.

31 ABC est un triangle.

Soit M le milieu de [AC] et N un point de [BC] tel que : $BN = \frac{1}{3} BC$

Montrer que :

Aire MNB = $\frac{1}{6}$ Aire ABC .



SITUATIONS PROPOSÉES AU TIMSS

Trouver deux fractions ayant le **plus grand** produit en utilisant uniquement ces quatre nombres :

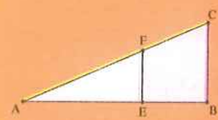
2 3 4 5

$$\frac{\dots}{\dots} \times \frac{\dots}{\dots}$$

TRIANGLE ET PARALLÈLES

PRÉREQUIS :

* Parallélogramme.
* Angles formés par une sécante avec deux droites parallèles.
* Aire d'un triangle.



Un point d'histoire

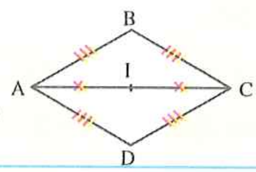
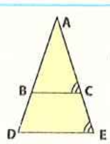
Schéma de la tablette MLC 1950(−1900 ; −1600)

La tablette MLC 1950 décrit un exercice dans lequel le scribe cherche à calculer les longueurs des bases d'un trapèze rectangle à partir d'informations sur l'aire S du trapèze, sa hauteur et la hauteur du triangle complétant le trapèze. Dans le problème étaient fournies les deux longueurs AE et BE ainsi que l'aire S du trapèze BCFE.

TEST DIAGNOSTIQUE : Je m'évalue

CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.

Pour chaque question, cocher la bonne réponse et justifier votre choix.

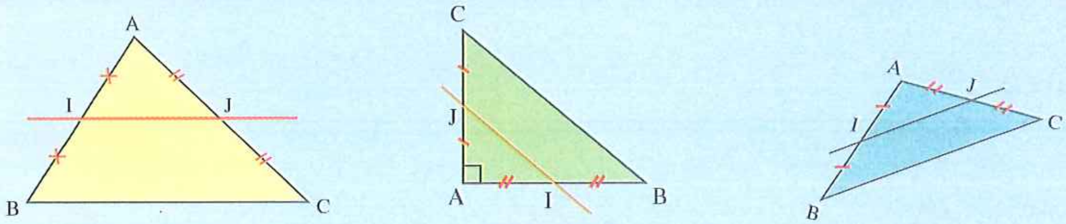
	Réponses :		
Dans la figure, on peut dire que ... 	Le point B est le milieu de [AC]	Le point I est le milieu de [AC]	(BD) est la médiatrice de [AC]
Le point I est le milieu du segment [AB] signifie que ...	IA = IB	AB = 2AI	A et B sont symétriques par rapport à I
ABCD est un parallélogramme. Donc	(AB) // (DC) et AD = BC	(AB) // (DC) et (AD) // (BC)	(AB) // (DC) et AD = AB
On considère la figure :  On a : ...	$\frac{AB}{AC}=\frac{1}{6}$	$\frac{AB}{AC}=\frac{5}{6}$	$\frac{AB}{AC}=\frac{6}{5}$
x désigne un nombre rationnel, $\frac{x}{2}=\frac{3}{5}$ signifie que ...	$x=\frac{2\times5}{3}$	$x=\frac{3\times5}{2}$	$x=\frac{2\times3}{5}$
A l'aide des codages , on peut dire que ... 	Le point D est le milieu de [AB]	(BC) // (DE)	(AB) // (DC)
On a $2\,AB-3\,AC=0$. Donc ...	$\frac{AB}{AC}=\frac{2}{3}$	$\frac{AC}{AB}=5$	$\frac{AC}{AB}=\frac{2}{3}$

Solutions page : 196

ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE

Activité 1 Théorème de la droite des milieux : expérimentation

Sur chaque triangle ABC , I est le milieu du côté [AB] et J est le milieu du côté [AC].



(1) (2) (3)

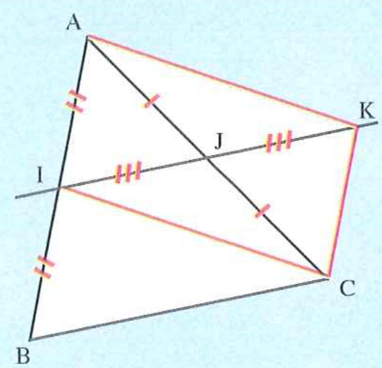
1. Que peut-on remarquer concernant les droites (IJ) et (BC) ?
2. Mesurer la longueur du segment [IJ] et [BC] dans chaque triangle ABC, puis recopier et compléter le tableau ci-contre :

	Triangle (1)	Triangle (2)	Triangle (3)
IJ	...	...	...
BC	...	...	...

Activité 2 Théorème de la droite des milieux : démonstration

Soit ABC est un triangle tel que I le milieu de [AB] et J le milieu de [AC] .

Soit K le symétrique de I par rapport au point J .

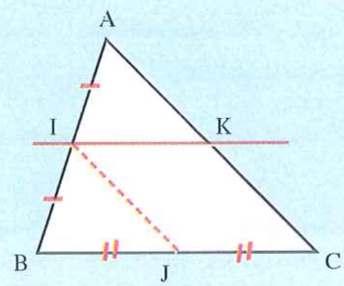


1. *a.* Montrer que le quadrilatère AICK est un parallélogramme.
   b. Que peux-tu en déduire pour les droites (AI) et (KC) ?
   Pour les longueurs AI et KC ?
2. *a.* Montrer que les droites (BI) et (CK) sont parallèles et BI = CK .
   b. Quelle est alors la nature du quadrilatère BIKC?
   c. En déduire que : (BC) // (IJ) et BC = 2IJ.
3. Recopier et compléter :
   a. Si, dans un triangle, une droite passe par les … de deux côtés du triangle, alors elle est … au troisième côté.
   b. Si, dans un triangle, un segment joint les … de deux côtés alors sa longueur est égale à la … de celle du troisième côté.

Activité 3 Milieux et parallèle

Soit ABC un triangle , I le milieu de [AB] et J le milieu de [BC].

La parallèle à la droite (BC) passant par I coupe le segment [AC] au point K .



1. *a.* Montrer que les droites (IJ) et (AC) sont parallèles et $IJ = \frac{1}{2}AC$.
   b. Montrer que le quadrilatère IJCK est un parallélogramme.
   c. En déduire que : IJ = KC puis que K est le milieu de [AC] .
2. Recopier et compléter :
   Si, dans un triangle, une droite passe par le … d'un côté et est … à un second côté, alors elle passe par le… du troisième côté.

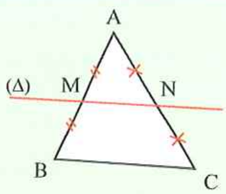
SAVOIR
Je révise

1 THÉORÈME DES MILIEUX

Propriété 1 Dans un triangle, la droite passant par les milieux de deux côtés est parallèle au troisième côté.

Autrement dit :

Donnée

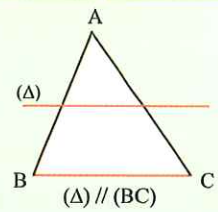


M est le milieu de [AB]
et N le milieu de [AC]

Propriété

Propriété 1

Conclusion

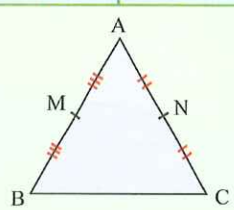


la droite (MN) est parallèle
à la droite (BC)

Propriété 2 Dans un triangle, la longueur du segment joignant les milieux de deux côtés est égale à la moitié de la longueur du troisième côté .

Autrement dit :

Donnée

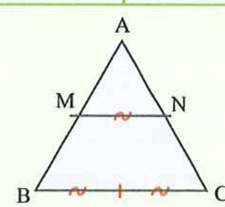


M est le milieu de [AB]
et N le milieu de [AC]

Propriété

Propriété 2

Conclusion



$MN = \frac{1}{2}BC.$

Exemple :

Soit ABC est un triangle tel que : BC = 5 cm

I et J sont les milieux des segments [AB] et [AC] respectivement .

Calculons IJ.

On a : $IJ = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 5$; donc IJ = 2,5 cm

Propriété 3

Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et parallèle à un deuxième côté, alors elle passe par le milieu du troisième côté .

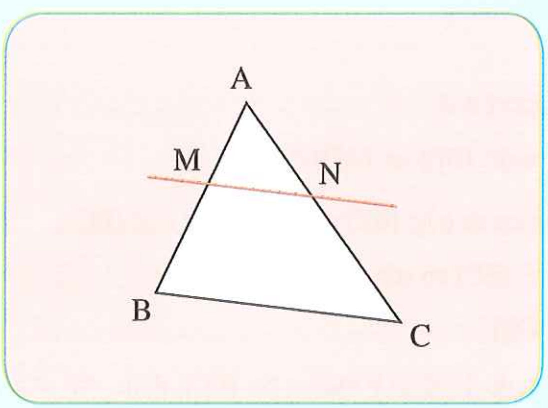
Autrement dit :

2 DROITES PARALLÈLES DANS UN TRIANGLE

Propriété 4 ***Propriété des trois rapports égaux***

Dans un triangle ABC, si M est un point de [AB], N un point de [AC] et (MN) est parallèle à (BC), alors :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \qquad \left(\text{ou } \frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}\right)$$

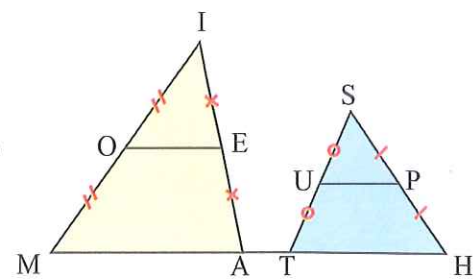


Les côtés du triangle AMN sont proportionnels aux côtés du triangle ABC .

1 MONTRER QUE DEUX DROITES SONT PARALLÈLES

Exemple 1 Sur la figure ci-dessous, les points M , A , T et H sont alignés.

Montrer que : (OE) // (PU) .



La présence des milieux dans les deux triangles de la figure nous incite à utiliser la propriété de la droite des milieux .

Dans le triangle AMI, O est le milieu de [MI] et E est le milieu de [AI] .

Donc : (OE) // (MA) .

Or : (MA) = (TH) car M , A , T et H sont des points alignés .

Donc : (OE) // (TH) (1)

Dans le triangle STH ,

U est le milieu de [ST] et P est le milieu de [SH]

Donc : (PU) // (TH) (2)

De (1) et (2) , on déduit que : (PU) // (OE) .

2 MONTRER QU'UN POINT EST LE MILIEU D'UN SEGMENT

Exemple 2 ABCD est un parallélogramme .

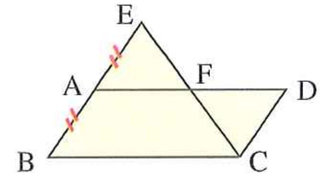
Soit E le symétrique de B par rapport à A et la droite (AD) coupe [EC] en F .

Montrer que F est le milieu de [AD] .

On sait que ABCD est un parallélogramme .

Donc : (AD) // (BC) .

E est le symétrique de B par rapport à A .



Dans le triangle BEC, A est le milieu de [BE] et (AD) // (BC)

Donc la droite (AD) passe par A milieu du côté [BE] et parallèle au côté [BC] .

Donc, (AD) coupe le troisième côté [EC] en son milieu .

Par conséquent F est le milieu de [CE] .

Dans le triangle BCE, on a A milieu de [BE] et F milieu de [EC], donc $AF = \frac{1}{2}BC$

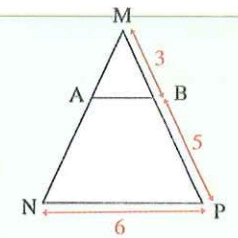
ABCD est un parallélogramme ; donc BC = AD ; donc $AF = \frac{1}{2}AD$ et les points A,F et D sont alignés; d'où F est le milieu de [AD].

3 CALCULER UNE LONGUEUR

Exemple 3

Dans la figure ci-contre : (AB) // (NP) .

Calculer AB .



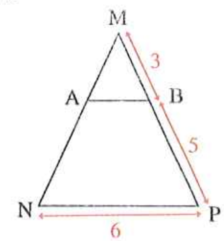
Dans le triangle MNP , On a : A est un point de [MN] B est un point de[MP] et (AB) // (NP) .

D'après la propriété des trois rapports égaux, on obtient : $\frac{MA}{MN} = \frac{MB}{MP} = \frac{AB}{NP}$

MB , MP et NP sont connues et on cherche AB .

Donc : $\frac{3}{3+5} = \frac{AB}{6}$ et $\frac{3}{8} = \frac{AB}{6}$

Alors : $AB = \frac{6 \times 3}{8}$; donc $AB = 2{,}25$.

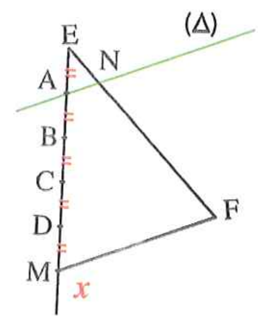


4 PARTAGE D'UN SEGMENT

Exemple 4

- Tracer un segment [EF] .
- Partager, à la règle et au compas, ce segment [EF] en cinq segments de même longueur .

- On trace une demi-droite [Ex)
- Sur [Ex), on place les points A , B , C , D , M tels que : EA = AB = BC = CD = DM (en utilisant le compas) .
- Avec la règle, on trace la droite (MF)
- On trace (Δ) la parallèle à la droite (MF) passant par A .
- Soit N le point d'intersection de (Δ) et (EF) .



Montrons que : $EN = \frac{1}{5}EF$.

Dans le triangle MEF :

A est un point de [EM]; N est un point de [EF] et (AN) // (MF)

D'après la propriété des trois rapports égaux, on obtient : $\frac{EN}{EF} = \frac{EA}{EM} = \frac{NA}{FM}$

Considérons l'égalité : $\frac{EN}{EF} = \frac{NA}{FM}$.

On a : $EM = EA + AB + BC + CD + DM$.

$EM = EA + EA + EA + EA + EA$.

$EM = 5\,EA$. Donc : $\frac{EN}{EF} = \frac{EA}{5EA}$.

D'où : $\frac{EN}{EF} = \frac{1}{5}$, soit $EN = \frac{1}{5}EF$.

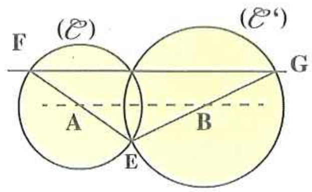
INVESTISSEMENT
Je m'entraîne

MILIEUX ET DROITES PARALLELES DANS UN TRIANGLE

1 [EF] est un diamètre du cercle $(\mathscr{C})$ de centre A.

[EG] est un diamètre du cercle $(\mathscr{C}')$ de centre B.

Montrer que les droites (FG) et (AB) sont parallèles.



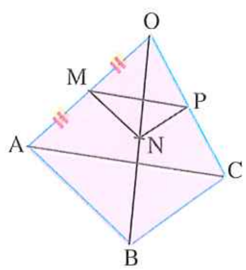
2 ABC est un triangle et O un point à l'extérieur de ABC.

Soit M le milieu de [OA].

La parallèle à (AB) passant par M coupe (OB) en N.

La parallèle à (BC) passant par N coupe (OC) en P.

Montrer que : (MP) // (AC).



3 ABCD est un parallélogramme de centre O.

Soit M le milieu de [BC].

1) a. Construire N le symétrique de O par rapport à M.

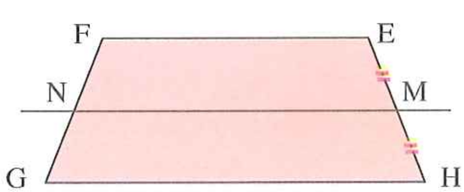
b. Construire P le symétrique de B par rapport à N.

2) Montrer que C est le milieu de [DP].

4 EFGH est un trapèze de bases [EF] et [HG].

Soit M le milieu de [EH].

La parallèle à (EF) passant par M coupe [FG] en N.

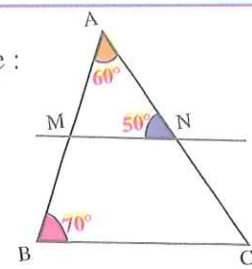


Démontrer que N est le milieu de [FG].

5 Observer la figure ci-contre :

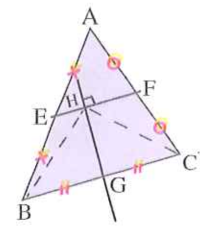
(MN) // (BC)

Montrer que N est le milieu de [AC].



6 ABC est un triangle.

E, F et G sont les milieux respectifs de [AB], [AC] et [BC].



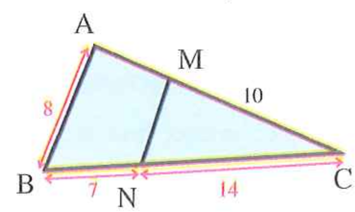
La perpendiculaire à la droite (EF) passant par G coupe [EF] en H.

Montrer que BCH est un triangle isocèle.

CALCUL D'UNE LONGEUR

7 M est un point de [AC] et N est un point de [BC].

Les droites (AB) et (MN) sont parallèles.



MC = 10 ; AB = 8 ; BN = 7 et NC = 14.

1) Calculer MN.

2) Calculer MA.

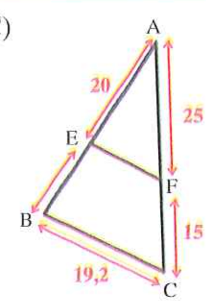
8 Dans la figure : (EF) // (BC)

AE = 20 ; AF = 25 ;

CF = 15 et BC = 19,2.

1) Calculer AB et EF.

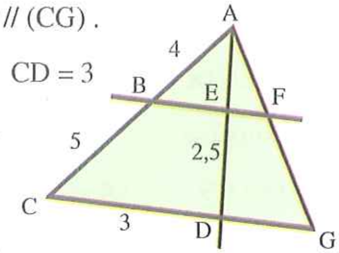
2) Montrer que BEF est un triangle isocèle.



9 Dans la figure : (BF) // (CG) .

AB = 4 ; BC = 5 ; CD = 3

BF = 3,6 et ED = 2,5 .



Calculer BE , AE et DG .

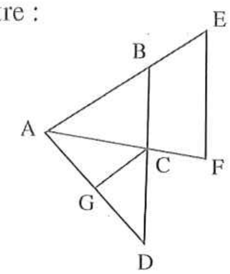
10 On considère la figure ci-contre :

(CG) // (AE) ; (BC) // (EF)

AF = 9 ; AG = 6 ; GD = 5 ;

CG = 4 et BE = 3 .

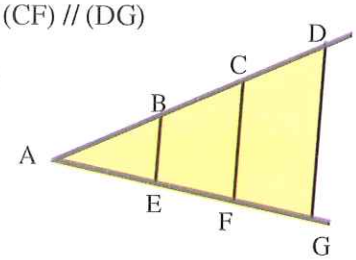
Calculer AB et AC .



11 On donne : (BE) // (CF) // (DG)

AE = 3 ; BE = 5 ;

CF = 7 et DG = 12.

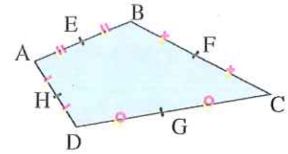


Calculer EF et FG .

PROBLÈMES OUVERTS

12 ABCD est un quadrilatère .

E , F , G et H sont les milieux respectifs de [AB] , [BC] , [CD] et [DA].



Montrer que EFGH est un parallélogramme .

13 ABCD est un trapèze de bases [AB] et [DC] .

E et F sont les milieux respectifs de [AD] et [BC].

La droite (EF) coupe [BC] en G .

1) Montrer que : (EF) // (DC) .

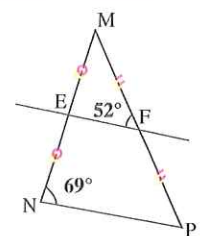
2) Montrer que : $EF = \dfrac{AB + DC}{2}$.

14 Sur la figure ci-contre :

E et F sont les milieux respectifs de [MN] et [MP] et NP = 8 cm .

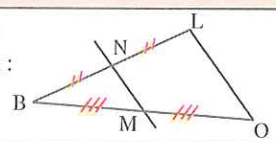
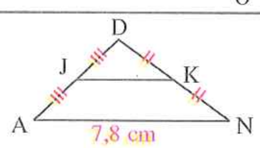
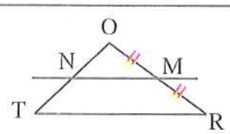
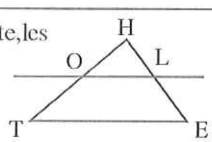
1) Calculer $\widehat{EMF}$.

2) Calculer EF .



MON BILAN

1) Indiquer la bonne réponse par A , B ou C :

	A	B	C
1 Dans la figure suivante , on a : 	(MN) // (OL)	(MN) ⊥ (OL)	(MN) = (OL)
1 Dans la figure suivante , on a : 	JK = 3,8cm	JK = 3,10cm	JK = 3,9cm
3 Si dans la figure suivante les droites (MN) et (TR) sont parallèles, alors : ... 	$ON = \frac{1}{4}$ OT	N est le milieu de [OT]	$ON = \frac{1}{3}$ OT
4 Si dans la figure suivante,les droites (OL) et (TE) sont parallèles telles que : HE = 5cm ; HL = 2cm ; TE = 7cm ; HO = 3cm , alors : ... 	HT = 7,5cm OL = 2,8cm	HT = 2cm OL = 7cm	HT = 7cm OL = 1,8cm

Correction page : 197

2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

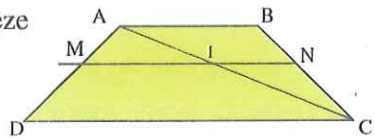
	Savoir	Pratique
Ex: 1	Propriété 1	
Ex: 2	Propriété 1	
Ex: 3	Propriété 3	
Ex: 4	Propriété 4	

3) Exercices pour la remédiation
voir R5 page : 198

PROBLÈMES OUVERTS

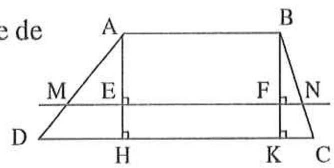
15 ABCD est un trapèze tel que : (AB) // (DC) .
Une parallèle à (AB) coupe (AD) en M, (AC) en I et (BC) en N .

Montrer que : $\frac{AM}{AD} = \frac{BN}{BC}$.



16 ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD] .
Une parallèle à (AB) coupe (AD) en M et (BC) en N .

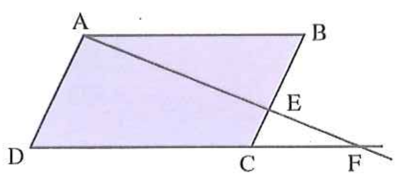
Montrer que : $\frac{AE}{AH} = \frac{FN}{KC}$.



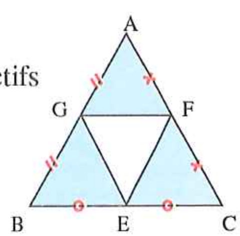
17 ABCD est un parallélogramme tel que :

AB = 9 cm et BC = 6 cm .

Soit E le point de [BC] tel que : BE = 4cm .
La droite (AE) coupe (DC) en F .
Calculer CF .



18 ABC est un triangle .
E , F et G sont les milieux respectifs de [BC] , [CA] et [AB] .
En utilisant uniquement une règle non graduée,
construire les milieux des segments [AE] et[AG] .



19 Tracer un segment [EF] .

Partager, à la règle et au compas, [EF] en trois segments de même longueur .

20 Dans la figure ci-contre :

(AB) // (DC) .

On suppose que :

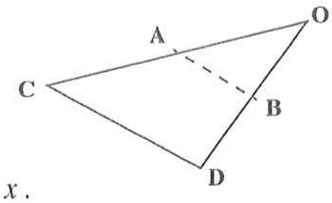
OD = 9 ; OC = 7

OA = $x - 1$ et OB = x .

1) Calculer x .

2) Montrer que B est le milieu de [OD] .

3) Montrer que : DC = 2 AB .



21 [AB] est un segment .

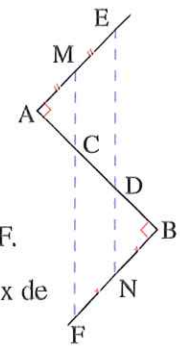
E est un point de la perpendiculaire à (AB) passant par A .

F est un point de la perpendiculaire à (AB) passant par B tel que : AE = BF.

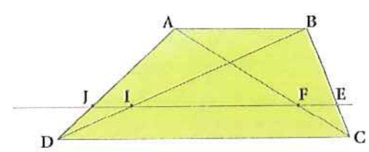
M et N sont respectivement les milieux de [AE] et [BF]

La droite (AB) coupe [EN] en D et [MF] en C .

Montrer que : AC = CD = DB .



22 Dans la figure ci-contre :



ABCD est un trapèze de bases [AB] et [DC] .

AB=4,5 ; BC=6 ; AC=7,5 ; BD=9 ; CE=2

La parallèle à la droite (AB) passant par E coupe [AC] en F, [BD] en I et [AD] en J.

1) Calcule EF .

2) a. Montrer que : BI = 6

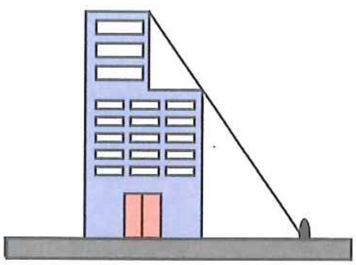
b. En déduire que : IJ = EF

23 ABC est un triangle. Soit D le milieu de [AC] et E le symétrique de B par rapport à A . Les droites (BD) et (CE) se coupent en F. La parallèle à (BF) passant par A coupe la droite (CE) en G.

Montrer que : CF = FG = GE.

24 Un immeuble de huit étages a, sur le toit du 6[e] étage, une terrasse. Tous ses étages, y compris le rez-de-chaussée, ont la même hauteur.

Un projecteur situé à 20 m de l'immeuble envoie un rayon lumineux qui frôle le sommet du 5[e] étage et celui du 8[e] étage.



a. Représenter cette situation par une figure géométrique à main levée. Porter les informations données dans l'énoncé .

b. Calculer la largeur de la terrasse .

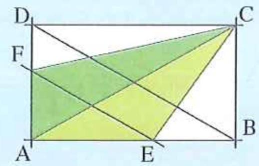
CHALLENGES

25 Tracer un segment [EF]. Construire, à la règle et au compas, un segment de longueur $\frac{4}{5}$ EF .

26 ABCD est un rectangle et E est un point de [AB].

La parallèle à la droite (DB) passant par E coupe [AD] en F.

Montrer que les triangles ACE et CAF ont même aire.



27 **AVEC TICE**

EFG est un triangle isocèle en E.

Soit M un point de [FG] (M ≠ F et M ≠ G).

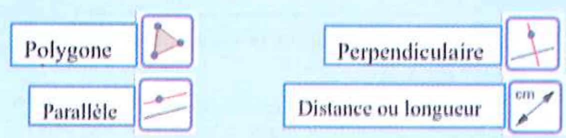
A est le projeté orthogonal de M sur (EF).

B est le projeté orthogonal de M sur (EG)

La parallèle à la droite (BM) passant par F coupe [EG] en C.

1) Montrer que : MA + MB = FC

2) Exploiter le dynamisme du logiciel Geogebra pour conjecturer l'égalité demandé en utilisant les icones suivants :



Déplacer le point M pour vérifier que la distance MA+MB est constante.

SITUATIONS PROPOSÉES AU TIMSS

Voici les trois premières figures d'une forme standard. On construit chaque nouvelle figure en adjoignant une rangée de petits triangles en bas de la figure précédente.

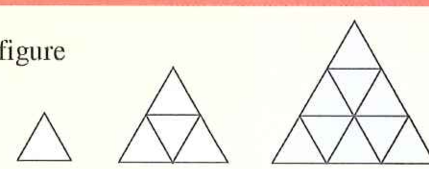


figure 1 figure 2 figure 3

a. Compléter la case de la figure 10.

Figure	1	2	3	4	10
Nombre de triangles	1	4	9	16	...

b. Ecrire une règle donnant le nombre de petits triangles dans la figure N.

LES QUATRE OPÉRATIONS SUR LES NOMBRES RATIONNELS

PRÉREQUIS :

* **Addition et soustraction des nombres rationnels.**
* **Multiplication et division des nombres rationnels.**

Un point d'histoire

Pierre de Fermat (1607 ; 1665)

Un carré magique n'est pas une figure géométrique de la famille des parallélogrammes mais simplement un tableau de nombres. Un carré magique est composé de nombres écrits sous forme d'un tableau carré. Ces nombres sont disposés de sorte que lorsqu'on additionne les nombres de leurs colonnes, lignes ou diagonales, on trouve toujours la même valeur appelée constante magique. Les carrés magiques étaient connus des chinois puis des arabes.
Pierre de Fermat, mathématicien français, a étendu le principe des carrés magiques aux cubes magiques. *Construire un carré magique d'ordre 5.*

TEST DIAGNOSTIQUE : Je m'évalue

CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.

Pour chaque question, cocher la bonne réponse et justifier votre choix.

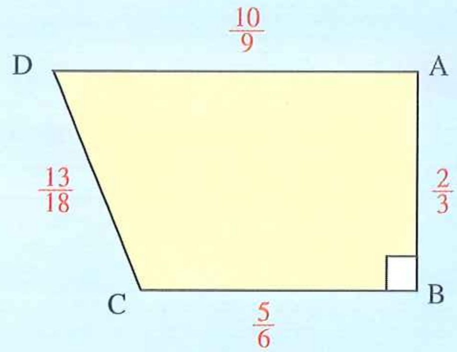
	Réponses :		
Compléter par le symbole convenable : $\frac{20}{7} \ldots \frac{7}{5} = 4$	$+$	$\times$	$:$
Le nombre $\frac{7}{12}$ s'écrit sous la forme ...	$1 + \frac{5}{12}$	$1 - \frac{7}{12}$	$1 - \frac{5}{12}$
Le nombre $\frac{3+a}{10}$ s'écrit ...	$\frac{3a}{10}$	$3 + \frac{a}{10}$	$\frac{3}{10} + \frac{a}{10}$
Dans l'expression $17 - 5 \times 3$, la priorité est à ...	la soustraction	l'addition	la multiplication
L'expression $1 - \left(\frac{5}{2} + \frac{a}{b}\right)$ est égale à ...	$1 - \frac{5}{2} + \frac{a}{b}$	$1 + \frac{5}{2} - \frac{a}{b}$	$1 - \frac{5}{2} - \frac{a}{b}$
La forme réduite de l'expression $\frac{7}{3} + \frac{7}{3} \times \frac{2}{3}$ est ...	0	$\frac{35}{9}$	$\frac{2}{3}$
L'expression : $2016 \times \frac{99}{78} + 2016 \times \frac{1}{78}$ est égale à ...	$\frac{99}{78} + \frac{1}{78}$	$2016 \times \left(\frac{99}{78} + \frac{1}{78}\right)$	$2016 \times (99+1)$
Le produit $-5 \times \left(\frac{3}{2} + \frac{4}{5}\right)$ est égale à ...	$\left(-5 \times \frac{4}{5}\right) \times \frac{3}{2}$	$-5 \times \frac{3}{2} - 5 \times \frac{4}{5}$	$-5 \times \frac{15}{10} \times \frac{8}{10}$
Le nombre $\frac{9}{2} + \frac{3}{2} \times \frac{1}{5} - \frac{1}{5}$ est égale à ...	$\frac{12}{2} \times 0$	$\frac{9}{2} + \frac{3}{10} - \frac{1}{5}$	$\frac{9}{2} + 0$

Solutions page : 196

ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE

Activité 1 Addition et multiplication

Calculer le périmètre et l'aire du trapèze ci-contre :
(l'unité est le cm) :



Activité 2 Soustraction et multiplication

Trois amis veulent acheter un ballon de basket-ball. Le premier ne possède que les $\frac{5}{12}$ du prix de ce ballon, le deuxième n'en possède que les $\frac{4}{9}$ et le troisième seulement $\frac{1}{3}$.

1. Les trois amis posèdent-ils assez d'argent pour acheter ensemble ce ballon ?
2. Peuvent-ils acheter ensemble un second ballon de basket-ball de même prix?

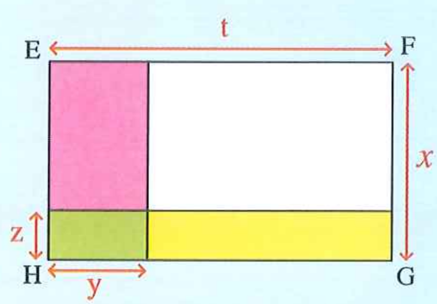
Activité 3 Les quatres opérations

Calculer : $A = \frac{2}{3} - \frac{7}{3}(1 - \frac{3}{2})$; $C = \frac{4}{5} - \frac{3}{4} \times \frac{5}{8} - \frac{7}{8}$

$B = (\frac{2}{3} + \frac{7}{3})(1 - \frac{3}{2})$; $D = (\frac{4}{5} - \frac{3}{4}) : (\frac{5}{8} - \frac{7}{8})$

Activité 4 Développement

On considère la figure ci-contre.



En calculant l'aire S du rectangle EFGH de deux manières différentes, montrer que :

$$S = yz + (x - z)\,y + (t - y)z + (x - z)\,(t - y)$$

SAVOIR
Je révise

1 DÉVELOPPER ET FACTORISER

Règle 1

a , b et k sont des nombres rationnels :

$$\xrightarrow{\text{on développe}}$$
$$k(a+b) = ka + kb$$
$$k(a-b) = ka - kb$$
$$\xleftarrow[\text{on factorise}]{}$$

Exemples : *1)*

$$A = \frac{5}{13}\left(\frac{26}{25}+\frac{52}{15}\right)$$
$$A = \frac{5}{13}\times\frac{26}{25}+\frac{5}{13}\times\frac{52}{15}$$
$$A = \frac{5\times13\times2}{13\times5\times5}+\frac{5\times13\times4}{13\times5\times3}$$
$$A = \frac{2}{5}+\frac{4}{3} = \frac{6}{15}+\frac{20}{15}$$

Donc : $A = \frac{26}{15}$

2)

$$B = \frac{7}{9}\times\frac{2018}{2017}-\frac{7}{9}\times\frac{1}{2017}$$
$$B = \frac{7}{9}\left(\frac{2018}{2017}-\frac{1}{2017}\right)$$
$$B = \frac{7}{9}\times\frac{2017}{2017}$$
$$B = \frac{7}{9}\times 1$$

Donc : $B = \frac{7}{9}$.

2 OPPOSÉ D'UNE SOMME

Règle 2

a et b sont deux nombres rationnels : $-(a+b) = -a-b$; $-(a-b) = -a+b$.

Exemple : Calculons :

$$C = \left(\frac{57}{1957}+\frac{21}{78}\right)-\left(\frac{21}{78}-\frac{1900}{1957}\right)$$
$$C = \left(\frac{57}{1957}+\frac{21}{78}\right)-\left(\frac{21}{78}-\frac{1900}{1957}\right)$$
$$C = \frac{57}{1957}+\cancel{\frac{21}{78}}-\cancel{\frac{21}{78}}+\frac{1900}{1957}$$
$$C = \frac{57}{1957}+\frac{1900}{1957} = \frac{1957}{1957}$$

Donc : $C = 1$.

3 SOMME ET PRODUIT DE PLUSIEURS NOMBRES RATIONNELS

Règle 3

La somme de plusieurs nombres rationnels ne change pas si on change l'ordre des termes de cette somme .

Exemple : Calculons : $D = \frac{8}{9} + \frac{7}{6} + \frac{-8}{9} - \frac{1}{6} + \frac{4}{3}$

$D = \frac{8}{9} + \frac{-8}{9} + \frac{7}{6} - \frac{1}{6} + \frac{4}{3}$

$D = \frac{6}{6} + \frac{4}{3}$

$D = 1 + \frac{4}{3}$

$D = \frac{3}{3} + \frac{4}{3}$

Donc : $D = \frac{7}{3}$.

Règle 4 Le produit de plusieurs nombres rationnels ne change pas si on change l'ordre des facteurs de ce produit .

Exemple : Calculons : $E = \frac{11}{27} \times \frac{7}{18} \times \frac{-54}{22} \times \frac{18}{17}$

$E = \frac{11}{27} \times \frac{-54}{22} \times \frac{7}{18} \times \frac{18}{17}$

$E = -\frac{11}{27} \times \frac{27}{11} \times \frac{7}{17}$

$E = -1 \times \frac{7}{17}$

Donc : $E = -\frac{7}{17}$

4 PRIORITÉ DES CALCULS

Règle 5 Pour calculer une expression sans parenthèses, on commence par effectuer les multiplications ou les divisions avant les additions et les soustractions .

Exemple : Calculons : $F = \frac{3}{4} \times \frac{5}{7} - \frac{9}{2} : \frac{7}{11} = \frac{15}{28} - \frac{9}{2} \times \frac{11}{7}$

Donc : $F = \frac{15}{28} - \frac{99}{14} = \frac{15}{28} - \frac{198}{28} = -\frac{183}{28}$

Règle 6 Pour calculer une expression avec parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses .

Exemple : Calculons : $G = 2 - \frac{1}{6}\left(\frac{-1}{5} + \frac{1}{5} \times \frac{2}{3}\right) = 2 - \frac{1}{6}\left(\frac{-1}{5} + \frac{2}{15}\right) = 2 - \frac{1}{6}\left(\frac{-3}{15} + \frac{2}{15}\right)$

Donc : $G = 2 - \frac{1}{6}\left(\frac{-1}{15}\right) = 2 + \frac{1}{90} = \frac{180}{90} + \frac{1}{90} = \frac{181}{90}$

PRATIQUE
J'applique

1 PRIORITÉ DES CALCULS

Exemple 1

Calculer le nombre rationnel A : $A = \frac{2}{5} - \frac{7}{4} : \frac{21}{8}$

$A = \frac{2}{5} - \frac{7}{4} : \frac{21}{8}$ — on effectue la division avant la soustraction

on simplifie avant d'effecteur les produits — $A = \frac{2}{5} - \frac{\cancel{7} \times \cancel{4} \times 2}{\cancel{4} \times \cancel{7} \times 3}$

$A = \frac{2}{5} - \frac{2}{3}$

$A = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} - \frac{2 \times 5}{3 \times 5}$ — on réduit au même dénominateur

on termine les calculs — $A = \frac{6}{15} - \frac{10}{15}$

$A = -\frac{4}{15}$.

Exemple 2

Calculer le nombre rationnel B : $B = \frac{3}{5} - \left(\frac{1}{5} + 3 \times \frac{1}{4}\right) : \frac{3}{5}$

$B = \frac{3}{5} - \left(\frac{1}{5} + 3 \times \frac{1}{4}\right) : \frac{3}{5}$

$B = \frac{3}{5} - \left(\frac{1}{5} + \frac{3}{4}\right) : \frac{3}{5}$ — on effectue dans les parenthèses le calcul prioritaire

on réduit au même dénominateur — $B = \frac{3}{5} - \left(\frac{4}{20} + \frac{15}{20}\right) : \frac{3}{5}$

$B = \frac{3}{5} - \frac{19}{20} : \frac{3}{5}$

$B = \frac{3}{5} - \frac{19}{20} \times \frac{5}{3}$ — on effectue le calcul prioritaire

$B = \frac{3}{5} - \frac{19}{4} \times \frac{1}{3}$ — on pense à simplifier avant de calculer

$B = \frac{3}{5} - \frac{19}{12}$

on réduit au même dénominateur — $B = \frac{36}{60} - \frac{95}{60}$

$B = -\frac{59}{60}$.

Exemple 3

Calculer le nombre rationnel C : $C = \dfrac{\frac{3}{4} - \frac{5}{6}}{\frac{15}{25} + \frac{1}{2}}$

$$C = \frac{\frac{3}{4} - \frac{5}{6}}{\frac{15}{25} + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{9}{12} - \frac{10}{12}}{\frac{6}{10} + \frac{5}{10}}$$

$$C = \frac{-\frac{1}{12}}{\frac{11}{10}} = -\frac{1}{12} \times \frac{10}{11} = -\frac{1}{6} \times \frac{5}{11}$$

Donc : $C = \frac{5}{66}$.

2 CALCULER AVEC DES LETTRES

Exemple 4

a et b sont deux nombres rationnels.

On considère l'expression : $E = \frac{a + \frac{1}{2}}{b - \frac{3}{4}} : ab.$

Calculer E pour : $a = \frac{3}{4}$ et $b = -\frac{5}{2}$

On a : $E = \frac{a + \frac{1}{2}}{b - \frac{3}{4}} : ab$

et : $a = \frac{3}{4}$ et $b = -\frac{5}{2}$

Remplaçons a et b par leurs valeurs dans l'expression E.

$$E = \frac{\frac{3}{4} + \frac{1}{2}}{-\frac{5}{2} - \frac{3}{4}} : \frac{3}{4} \times \frac{-5}{2}$$

$$E = \frac{\frac{3}{4} + \frac{2}{4}}{-\frac{10}{4} - \frac{3}{4}} : \frac{-15}{8}$$

$$E = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{-13}{4}} \times \frac{8}{-15}$$

$$E = \frac{5}{-13} \times \frac{8}{-15} = \frac{5 \times 8}{13 \times 5 \times 3} .$$

Donc : $E = \frac{8}{39}$.

INVESTISSEMENT
Je m'entraîne

CONDUIRE UN CALCUL

1 Calculer et donner le résultat sous forme irréductible.

$a = 3 - \frac{3}{5} \times 7 - \frac{2}{3} : (-2)$; $b = \left(-\frac{9}{2} + \frac{1}{4}\right) \times \frac{-8}{3}$

$c = \left(\frac{-7}{3} + \frac{1}{4}\right) \times \frac{-8}{3}$; $d = \dfrac{\frac{-3}{4} + \frac{4}{3}}{1 - \frac{1}{6}}$

2 Calculer et simplifier si cela est possible .

$a = \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{9}\right) : \left(\frac{7}{4} - \frac{1}{8}\right)$; $b = \frac{5}{6} - \frac{1}{9} : \frac{7}{4} - \frac{1}{8}$

$c = \left(2 + \frac{2}{3} - \frac{4}{27}\right) \times \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{9}\right)$

$d = \frac{-7}{12} \times \left[\left(\frac{3}{2} + \frac{10}{4}\right) - \left(\frac{5}{8} \quad \frac{1}{3}\right)\right]$

3 Calculer et simplifier si cela est possible .

$a = \left(1 - \frac{3}{5} + \frac{7}{10}\right) - \left(2 + \frac{4}{5} - \frac{9}{10}\right)$

$b = -\left(-2 + \frac{3}{4}\right) + \left[1 - \left(\frac{5}{4} - \frac{1}{2}\right)\right]$

$c = 2 + \left[\frac{1}{2} - \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right)\right] - \left[-\left(\frac{4}{3} + \frac{5}{4}\right)\right]$

4 Calculer les expressions suivantes et simplifier si cela est possible .

$a = -\frac{9}{4} : \left(\frac{7}{3} - \frac{3}{4}\right) + \frac{11}{6}$

$b = \left(\frac{-7}{4} + \frac{5}{4} \times \frac{16}{3} - \frac{1}{2}\right) : \frac{7}{9}$; $c = \dfrac{\frac{4}{5} - \frac{4}{3} \times \frac{5}{2}}{\frac{7}{6} - \frac{7}{3}}$

$d = \dfrac{\frac{4}{3} - \left(\frac{7}{2} - \frac{4}{3}\right)}{-1 - \frac{7}{3} \times \frac{9}{14}}$; $e = \dfrac{\frac{1}{4} \times \frac{-1}{2}}{\frac{1}{4} : \frac{-1}{2}}$

$f = \dfrac{\frac{17}{6}}{-8 + \frac{2}{3}}$; $g = \dfrac{1 - \frac{5}{4}}{1 + \frac{5}{4}} : \frac{27}{4}$

$h = -\frac{3}{8} + \frac{3}{8} \times \left(1 - \frac{3}{2}\right) + 4 : \frac{-1}{3}$

5 Calculer :

$a = \dfrac{1 - \frac{1}{4} + \frac{3}{8}}{1 + \frac{5}{6} - \frac{1}{2}}$; $b = \dfrac{3 - \frac{7}{6} - 2 \times \frac{-3}{4}}{1 + \frac{25}{8} \times \frac{-1}{2}}$

$c = \dfrac{1 - \frac{1}{2} - \dfrac{1}{1 - \frac{1}{2}}}{1 + \frac{1}{2} + \dfrac{1}{1 - \frac{1}{2}}}$; $d = 3 - \dfrac{3}{3 - \dfrac{3}{3 - \dfrac{3}{3 + \frac{3}{3}}}}$

6 Calculer et simplifier si cela est possible .

$a = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \times \left(\frac{1}{5} - \frac{3}{10}\right)$; $b = -\frac{5}{8} + \frac{3}{8} : \left(1 - \frac{8}{3}\right)$

$c = \frac{3}{11} \times \frac{14}{31} \times \frac{33}{9} \times \left(\frac{-15}{10}\right) \times \left(\frac{-2}{3}\right)$

7 Calculer de deux manières différentes :

$A = \left(\frac{-9}{2} + \frac{3}{8}\right) \times \frac{72}{13}$; $B = \left(\frac{4}{5} - \frac{4}{3}\right)\left(\frac{1}{10} - \frac{2}{15}\right)$

$C = 54\left(\frac{-9}{2} + \frac{7}{6} - \frac{1}{2}\right)$; $D = \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right)\left(6 - \frac{1}{6}\right)$

8 Calculer : $a = \dfrac{-2 + \frac{3}{4}}{8}$; $b = \dfrac{\frac{13}{7} - 2}{\frac{3}{5}}$

$c = \dfrac{\frac{1}{4} - \frac{1}{6}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{6}}$; $d = \dfrac{3 - \frac{7}{10}}{2 + \frac{3}{5}}$

9 Calculer de manière astucieuse les expressions suivantes et simplifier si cela est possible.

$a = \frac{-7}{2} + \frac{4}{5} - \frac{5}{3} + \frac{1}{2} - \frac{9}{5} + \frac{2}{3}$

$b = -\frac{9}{8} - \frac{9}{8} \times \frac{5}{3} + \frac{18}{16} - \frac{1}{6}$

$c = \frac{987}{654} \times \left(-\frac{987}{654}\right) - \frac{987}{654} \times \left(\frac{-170}{654}\right) + \frac{987}{654} \times \frac{817}{654}$

10 Effectuer les calculs suivants et donner le résultat sous forme simplifiée.

$a = \frac{-28}{45} \times \frac{27}{35} \times \frac{25}{-6}$; $b = \frac{-12}{49} \times \frac{-36}{-15} \times \frac{21}{-2}$

$c = \frac{-5}{9} - \frac{-1}{6} + \frac{7}{3}$; $d = 4 - \frac{18}{11} \times \frac{22}{27}$

$e = \frac{1}{15} - \left(\frac{3}{10} - \frac{1}{2} - \left(\frac{-7}{5}\right)\right)$;

$f = \left(4 - \frac{1}{2} - \frac{1}{8}\right) + \left(-3 - \frac{1}{2} + \frac{3}{8}\right) - \left(-4 + \frac{1}{2}\right)$

$g = \left(\frac{-3}{4} + \frac{2}{3}\right) - \left[\left(1 - \frac{1}{3}\right) - \left(2 - \frac{1}{6}\right)\right] + \left[\frac{1}{4} - \left(\frac{5}{6} - 1\right)\right]$

11 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$A = \frac{5}{6} - \frac{7}{6} \times \frac{3}{14}$; $B = \frac{3}{2} - \frac{2}{3} \times \frac{9}{4} - \frac{1}{2}$

$C = \frac{4}{3} - \frac{5}{9} \times \frac{18}{25} + \frac{1}{25}$; $D = \frac{3}{6} : \left(4 - \frac{1}{12}\right)$

$E = \left(\frac{3}{8} - \frac{4}{9}\right) : \frac{-5}{12}$; $F = \left(\frac{5}{4} - \frac{1}{6}\right) : \left(\frac{4}{9} - 1\right)$

12 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$a = \left(4 + \frac{5}{6} \times \frac{12}{7}\right) : \left(\frac{-2}{7}\right) + \frac{7}{3}$ $\quad b = \frac{9}{5} - \frac{1}{3} : \left(\frac{4}{9} - \frac{2}{27}\right)$

$c = \dfrac{2 - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{1 - \frac{4}{3} + \frac{1}{2}}$ $\quad d = \dfrac{\frac{7}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{16}{9}}{\frac{2}{6} + \frac{4}{6} - \frac{1}{3}}$

$e = 2 - \dfrac{1 - \frac{5}{4} + \frac{3}{2}}{1 - \frac{5}{4} - \frac{3}{2}}$ $\quad f = \frac{3}{2} \times \dfrac{5}{\frac{7}{6}} : \dfrac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{3}{8}} - 5 \times \frac{2}{15}$

CALCULATRICE

13 ***1)a.*** Vérifier avec la calculatrice que $999 \times 0{,}99$ est inférieur à 1000 ;

b. Quel raisonnement vous permet de prévoir ce résultat sans faire le calcul avec l'aide de la machine.

2)a. Vérifier avec la calculatrice si $999 \times 1{,}1$ est plus grand que 1000 ;

b. Même question pour $999 \times 1{,}01$; pour $999 \times 1{,}001$; pour $999 \times 1{,}0001$

c. Quel raisonnement vous permet de permet de prévoir les réponses aux questions précédentes sans effectuer le calcul avec l'aide de la machine ?

MON BILAN

1) Indiquer la bonne réponse par A , B ou C :

	A	B	C
1 Le nombre $\frac{5}{4}\left(\frac{16}{9} - \frac{10}{15}\right)$ est égal à :	$-\frac{5}{9}$	$-\frac{5}{9}$	$\frac{5}{9}$
2 Le nombre $\frac{3}{7} \times \frac{2120}{2117} - \frac{3}{7} \times \frac{3}{2117}$ est égal à :	$\frac{11}{7}$	$\frac{3}{7}$	$-\frac{3}{7}$
3 Le nombre $\left(\frac{13}{23} - \frac{21}{31}\right) - \left(\frac{130}{23} - \frac{21}{31}\right)$ est égal à :	$\frac{11}{7}$	$\frac{3}{7}$	$-\frac{3}{7}$
4 Le nombre $\frac{7}{12} + \frac{5}{6} - \frac{7}{12} + \frac{3}{4} - \frac{13}{6}$ est égal à :	$-\frac{7}{12}$	$\frac{7}{12}$	$-\frac{12}{7}$
5 Le nombre $\frac{2}{3} \times \frac{7}{-5} \times \frac{-12}{56}$ est égal à :	$-\frac{1}{5}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{1}{5}$
6 Le nombre $A = -\frac{3}{5}\left(-\frac{10}{9}\right) - \frac{1}{4}\left(1 - \frac{4}{5}\right) - \frac{3}{4}$ est égal à :	$\frac{2}{15}$	$-\frac{2}{15}$	$\frac{7}{15}$
7 Le nombre $B = -\frac{2}{3} : \left(\frac{1}{2} - 5\right) + \frac{7}{4} \times \left(-\frac{8}{3}\right)$ est égal à :	$-\frac{122}{27}$	$-\frac{27}{122}$	$\frac{122}{27}$
8 Le nombre $C = \dfrac{\frac{5}{6} - \frac{4}{3}}{\frac{9}{25} + \frac{1}{2}}$ est égal à :	$\frac{175}{29}$	$-\frac{75}{29}$	$-\frac{175}{129}$

Correction page : 197

2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

	Savoir	Pratique
Ex: 1	Règle 1	
Ex: 2	Règle 1	
Ex: 3	Règle 2	
Ex: 4	Règle 3	
Ex: 5	Règle 4	
Ex: 6	Règle 5	
Ex: 7	Règle 6	
Ex: 8		Exemple 3

3) Exercices pour la remédiation voir R6 page : 198

APPROFONDISSEMENT
Je recherche

VALEUR D'UNE EXPRESSION

14 a , b et c sont des nombres rationnels tels que :

$$6a + 4b - 9c = \frac{132}{65} \quad \text{et} \quad abc = -\frac{528}{26}$$

Calculer F : $F = \frac{1}{12ab} - \frac{1}{18bc} - \frac{1}{27ca}$

15 Calculer :

$A = \frac{3x-1}{x} + \frac{x}{3x+1}$ lorsque : $x = \frac{3}{2}$.

$B = (3x-1)(3-2y)$ lorsque : $y = \frac{-1}{6}$.

$C = 5b - 2 \times \frac{b-4}{3-b}$ lorsque : $b = -3$.

$D = 1 - \frac{2(a-7)}{3}$ lorsque : $a = -\frac{3}{4}$.

16 a , b et c sont des nombres rationnels non nuls tels que : $a - b = 4c$

Calculer G : $G = \frac{b}{4c-a} + \frac{a}{4c+b}$.

17 On donne : $a = -\frac{3}{4}$; $b = \frac{1}{3}$ et $c = -2$.

Calculer : $E = -2a + b - c$ et $F = \frac{ab-2}{1+a}$.

18 On donne : $S = x + \frac{1}{x} + \frac{1}{y + \frac{1}{y}} + \frac{1}{z + \frac{1}{z}}$

Calculer S pour : $x = -\frac{1}{4}$ et $y = -3$ et $z = -\frac{2}{3}$.

19 x est un nombre rationnel positif non nul .

Simplifier :

$$E = \frac{1-x}{x(x+2)} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x} \quad \text{et} \quad F = \frac{x + \frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} - \frac{x - \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}}$$

$$G = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$$

20 a et b sont deux nombres rationnels non nuls tels que :

$$ab + 1 \neq 0 .$$

Simplifier E :

$$E = \frac{a - \frac{a-b}{1+ab-b}}{1 + \frac{(a-1)(a-b)}{1+ab-b}}$$

21 a et b sont deux nombres rationnels non nuls tels que :

$a \neq b$ et $a \neq -b$ et $ab \neq 1$ et $ab \neq -1$.

Montrer que :

$$\frac{\dfrac{b + \frac{a-b}{1+ab}}{1 - \frac{(a-b)b}{1+ab}} - \dfrac{a - \frac{a-b}{1-ab}}{1 - \frac{a(a-b)}{1-ab}}}{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}} = \frac{ab}{a+b}$$

22 a est un nombre entier relatif positif non nul .

1) Montrer que : $\dfrac{\frac{1}{a+2} - \frac{1}{a+1}}{\frac{1}{a+1} - \frac{1}{a}} = \frac{a}{a+2}$.

2) En déduire la valeur de $E = \dfrac{\frac{1}{2020} - \frac{1}{2019}}{\frac{1}{2019} - \frac{1}{2018}}$.

23 a , b et c sont des nombres rationnels tels que :

$a \neq b$, $b \neq c$ et $c \neq a$.

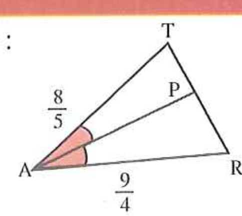
Calculer E :

$$E = \frac{a}{(b-a)\ (c-a)} + \frac{b}{(c-b)\ (a-b)} + \frac{c}{(a-c)\ (b-c)}$$

RELIER LA GEOMTRIE AU CALCUL NUMÉRIQUE

24 ART est un triangle tel que :

$TA = \frac{8}{5}$ cm et $RA = \frac{9}{4}$ cm



La bissectrice de l'angle $\widehat{RAT}$ coupe [RT] en P . Calculer l'aire du triangle PAT sachant que l'aire du triangle ART est 36 cm^2 .

25 Un rectangle a pour dimensions $\frac{17}{3}$ et $\frac{11}{3}$.

1) Calculer son périmètre et son aire .

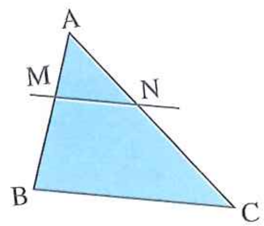
2) Si on ajoute $\frac{5}{3}$ à chacune de ses dimensions, quelle est l'augmentation de son périmètre et celle de son aire?

26 ABC est un triangle tels que :

$$AB = \frac{24}{5} \quad ; \quad AC = \frac{27}{5} \quad \text{et} \quad BC = \frac{14}{4}$$

M est un point de [AB] tel que : AM = 3 .

La parallèle à (BC) passant par M coupe [AC] en N .



Calculer le périmètre du quadrilatère MNCB sous forme fractionnaire .

PROBLÈME OUVERT

27 Soit a un nombre rationnel tel que :

$$\frac{2a}{a^2 - 2a + 1} = \frac{1}{4}$$

Calculer : $a + \frac{1}{a}$.

CHALLENGES

28 x est un nombre rationnel non nul tel que :

$x - 1 \neq 0$ et $x + 1 \neq 0$.

On considère les nombres a et b tels que :

$$a = \frac{x}{x - 1} \qquad \text{et} \qquad b = \frac{x}{x + 1}$$

Montrer que : $\frac{a - b}{a + b} = \frac{1}{x}$

29 n est un nombre entier naturel non nul .

1) Vérifier que :

$$\frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{1}{2\,(2n-1)} - \frac{1}{2\,(2n+1)}$$

2) En déduire le calcul de S :

$$S = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \ldots + \frac{1}{97 \times 99} + \frac{1}{99 \times 101}$$

30 Calculer A et B :

$$A = \left(5 - \frac{100}{2020}\right)\left(5 - \frac{100}{2019}\right)\left(5 - \frac{100}{2018}\right) \times \ldots\ldots \times \left(5 - \frac{100}{1}\right)$$

$$B = (1 - 4)\left(1 - \frac{4}{9}\right)\left(1 - \frac{4}{25}\right)\left(1 - \frac{4}{49}\right) \times \ldots\ldots \left(1 - \frac{4}{2021^2}\right)$$

31 Soit x , y , z , a , b et c des nombres rationnels tels que :

$$\frac{a}{x - a} + \frac{b}{y - b} + \frac{c}{z - c} = 2$$

Calculer : $\frac{x}{x - a} + \frac{y}{y - b} + \frac{c}{z - c}$.

SITUATIONS PROPOSÉES AU TIMSS

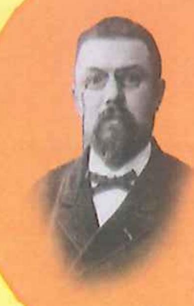
Un agriculteur dispose d'un récipient rempli d'eau pour irriguer ses plantations.

Il a utilisé $\frac{3}{4}$ de l'eau dans un seul champ. Après cela, il lui reste 20 litres d'eau dans le récipient . **Quel a été le nombre de litres dans le récipient rempli?**

DROITES REMARQUABLES DANS UN TRIANGLE

PRÉREQUIS :

* **Cercle circonscrit à un triangle.**
* **Hauteurs, médiatrices, bissectrices d'un triangle.**
* **Droite des milieux.**
* **Théorème des 3 rapports égaux.**



Un point d'histoire

Henri Poincaré (1854 ; 1912)

H. Poincaré est un mathématicien, physicien et philosophe français. Ses principaux travaux mathématiques ont eu pour objet la géométrie algébrique.

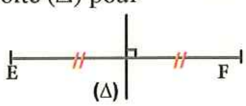
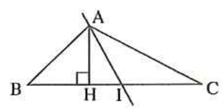
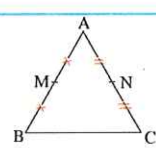
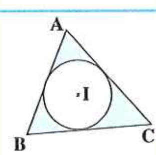
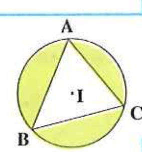
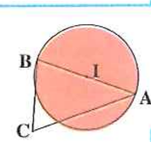
Poincaré participa activement au débat sur les fondements des mathématiques . Il démontra, par ailleurs, que le problème des trois corps n'a pas de solution générale.

Poincaré a posé une conjecture en 1904 qui est placée parmi les sept problèmes du prix du millénaire. Cette conjecture a été démontrée en 2003.

TEST DIAGNOSTIQUE : Je m'évalue

CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.

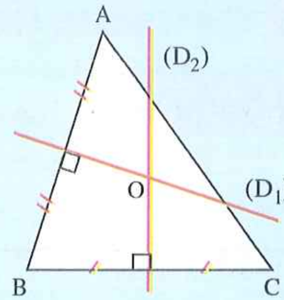
Pour chaque question, cocher la bonne réponse et justifier votre choix.

	Réponses :		
Que représente la droite (Δ) pour le segment [EF]? 	Diamètre ☐	Médiatrice ☐	Bissectrice ☐
Dans la figure , l'aire du triangle ABC est égale à ... 	$\frac{AH \times BI}{2}$ ☐	$\frac{AI \times BC}{2}$ ☐	$\frac{AH \times BC}{2}$ ☐
L'orthocentre d'un triangle est le point d'intersection des ...	hauteurs ☐	bissectrices ☐	médiatrices ☐
Dans la figure : AM est égal à ... 	$\frac{1}{3}$ AB ☐	$\frac{1}{2}$ AB ☐	$\frac{2}{3}$ AB ☐
Le point O appartient à la médiatrice du segment [AB] signifie que :	OA < OB ☐	OA = OB ☐	OA > OB ☐
On considère la figure. Alors ... 	$\frac{MN}{BC} = 2$ ☐	MNCB est un parallélogramme ☐	(MN)//(BC) ☐
Le point I est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC ...	 ☐	 ☐	 ☐

Solutions page : 196

ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE

Activité 1 Médiatrices des côtés d'un triangle

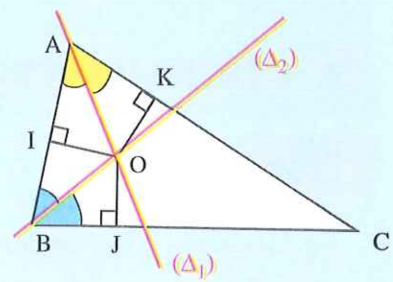


Observer la figure ci-contre.

1. *a*. Que représente la droite (D_1) pour le segment [AB] ? Justifier la réponse.
   b. Que représente la droite (D_2) pour le segment [BC] ? Justifier la réponse.
2. En utilisant la propriété de la médiatrice, montrer que : OA = OB = OC .
3. En déduire que :
   a. Le point O appartient à la médiatrice du segment [AC] .
   b. Les points A , B et C sont sur un même cercle (C) dont on déterminera le centre et le rayon.
   c. Tracer le cercle (C)

Le cercle (C) passant par les trois sommets du triangle ABC est appelé le cercle circonscrit au triangle ABC .

Activité 2 Bissectrices des angles d'un triangle

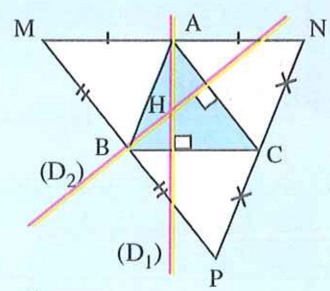


Observer la figure ci-contre.

1. *a*. Que représente la droite (Δ_1) pour l'angle $\widehat{BAC}$? Justifier la réponse.
   b. Que représente la droite (Δ_2) pour l'angle $\widehat{ABC}$? Justifier la réponse.
2. En utilisant la propriété de la bissectrice d'un angle, montrer que : OI = OJ = OK .
3. En déduire que :
   a. Le point O appartient à la bissectrice de l'angle $\widehat{ACB}$.
   b. Les points I , J et K sont sur un même cercle (C) dont on déterminera le centre et le rayon.
   c. Tracer le cercle (C)

Le cercle (C) est appelé le cercle inscrit au triangle ABC .

Activité 3 Hauteurs d'un triangle

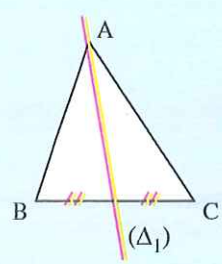


Observer la figure ci-contre.

1. En utilisant le théorème des milieux montrer que :
   a. (MP) // (AC) *b*. (MN) // (BC) . *c*. (NP) // (AB) .
2. *a*. Que représente la hauteur (D_1) du triangle ABC pour le triangle MNP ?
   Justifier la réponse.
   b. Que représente la hauteur (D_2) du triangle ABC pour le triangle MNP ? Justifier la réponse.
3. En déduire que le point H appartient à la hauteur du triangle ABC issue de C .

Le point H est appelé l'orthocentre du triangle ABC.

Activité 4 Médianes d'un triangle



ABC est un triangle.

Soit (Δ_1) la droite passant par I milieu de [BC] et par le sommet A .

La droite (Δ_1) est appelé une **médiane** du triangle ABC .

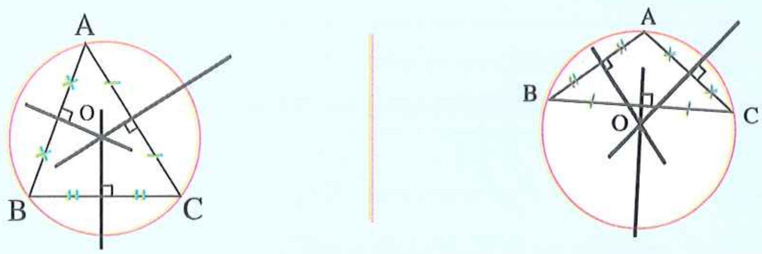
1. Construire (Δ_2) et (Δ_3) les médianes issues respectivement de B et C .
2. Que peut-on dire des droites (Δ_1) , (Δ_2) et (Δ_3) ?

SAVOIR
Je révise

1 CENTRE DU CERCLE CIRCONSCRIT

Propriété 1 Les médiatrices d'un triangle ABC sont concourantes en un point O appelé **le centre du cercle circonscrit** au triangle .

Il y a deux configurations.

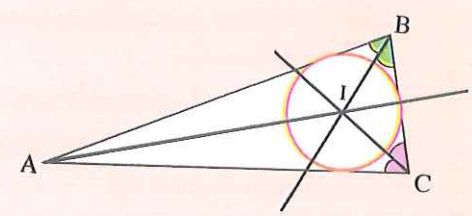


O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC

2 CENTRE DU CERCLE INSCRIT

Propriété 2

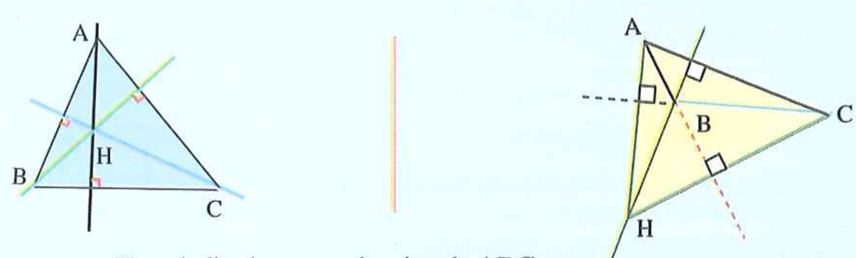
Les bissectrices d'un triangle ABC sont concourantes en un point I qui est le centre du cercle inscrit appelé **le centre du cercle inscrit** dans le triangle .



3 ORTHOCENTRE

Propriété 3 Les hauteurs d'un triangle ABC sont concourantes en un point H appelé l'**orthocentre** du triangle ABC.

Il y a deux configurations.



H est le l'orthocentre du triangle ABC

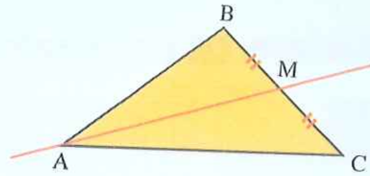
4 MÉDIANES D'UN TRIANGLE

Définition La droite qui passe par un sommet d'un triangle et par le milieu du côté opposé à ce sommet est appelé une **médiane** du triangle .

Exemple :

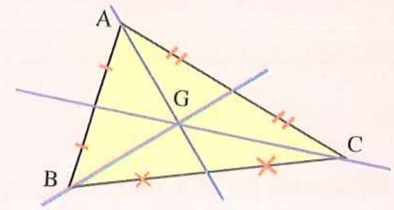
M est le milieu de [BC] .

(AM) est une médiane du triangle ABC .



Propriété 4

Les médianes d'un triangle ABC sont concourantes en un point G appelé **le centre de gravité** du triangle



Propriété 5

Le centre de gravité d'un triangle est situé aux deux tiers de chaque médiane à partir du sommet .

Donnée

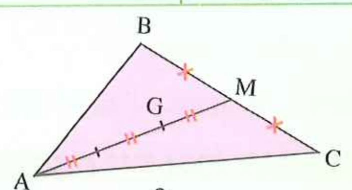
M est le milieu de [BC] et

G le centre de gravité de ABC

Propriété

Propriété 5

Conclusion

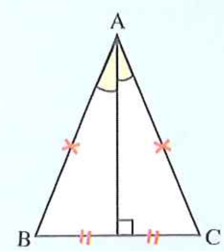


$AG = \frac{2}{3} AM$.

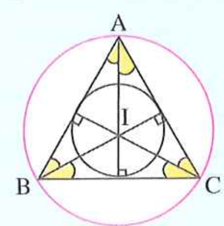
Remarque : On a aussi : $AG = 2\, GM$ et $GM = \frac{1}{3} AM$.

Cas particulier :

1/ Triangle isocèle : La bissectrice, la médiane, la hauteur issues de A et la médiatrice de [BC] sont confondues .

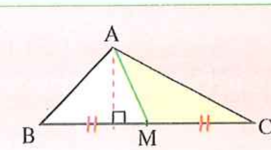


2/ Triangle équilatéral : Le centre du cercle inscrit, le centre du cercle circonscrit, l'orthocentre et le centre de gravité sont confondus dans un triangle équilatéral .



Propriété 6

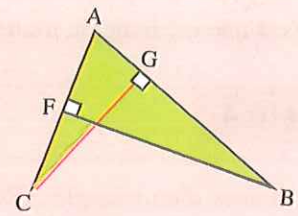
La médiane d'un triangle ABC partage l'aire de ce triangle en deux aires égales .



1 UTILISATION DE L'ORTHOCENTRE

Exemple 1 On considère la figure ci-contre :

Construire la perpendiculaire à (BC) passant par A en utilisant uniquement une règle non graduée .



Désignons par H le point d'intersection des droites (BF) et (CG) .

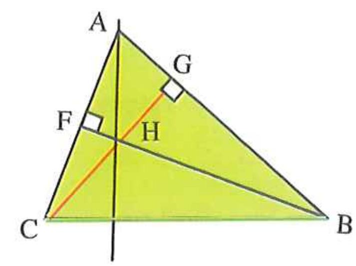
(BF) ⊥ (AC) et (CG) ⊥ (AB)

(BF) et (CG) sont deux hauteurs de ABC .

Donc, le point H est l'orthocentre du triangle ABC .

Il en résulte que (AH) est la hauteur relative au côté [BC] .

Donc : (AH) ⊥ (BC) .



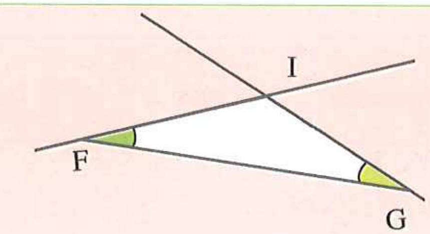
Conclusion : on trace, à l'aide d'une règle non graduée, les droites (AH) et (BC) .

2 UTILISATION DU CERCLE INSCRIT

Exemple 2 On considère la figure ci-contre :

Construire le point E tel que :

I soit le centre du cercle inscrit dans le triangle EFG.



Soit I le centre de cercle inscrit dans le triangle EFG

Soit G' le symétrique de G par rapport à la droite (FI) .

Ainsi le symétrique de l'angle $\widehat{GFI}$ est l'angle $\widehat{G'FI}$.

Donc [FI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{GFG'}$.

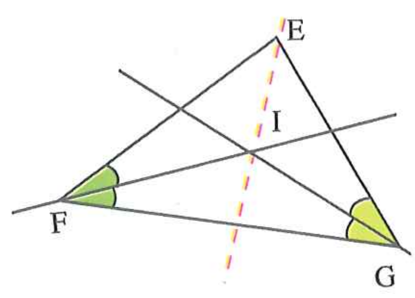
Soit F' le symétrique de F par rapport à la droite (GI) .

Ainsi le symétrique de l'angle $\widehat{GFI}$ est l'angle $\widehat{GF'I}$.

Donc [GI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{FGF'}$.

Désignons par E le point d'intersection des droites (FG') et (GF').

Il en résulte que [GI) et [FI) sont deux bissectrices dans le triangle EFG .

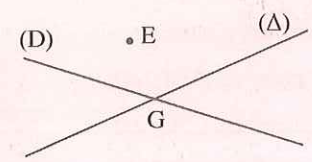


Donc, I est le centre du cercle inscrit dans le triangle EFG .

3 UTILISATION DU CENTRE DE GRAVITÉ

Exemple 3 On considère la figure ci-contre :

Construire M sur (Δ) et N sur (D) tels que (Δ) et (D) soient deux médianes du triangle MEN .



On sait que (D) et (Δ) sont deux médianes de MEN, donc G est le centre de gravité de MEN .

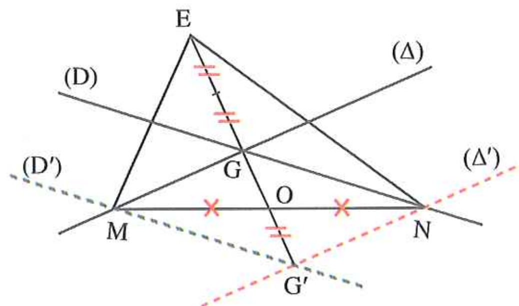
Soit O un point de (EG) tel que : $EG = \frac{2}{3} EO$.

Soit G' le symétrique de G par rapport à O.

Traçons (D') la parallèle à (D) passant par G' .

Traçons (Δ') la parallèle à (Δ) passant par G' .

(D') coupe (Δ) en M et (Δ') coupe (D) en N.



Démonstration :

On a : (MG) // (NG') et (MG') // (NG) .

MGNG' est un parallélogramme .

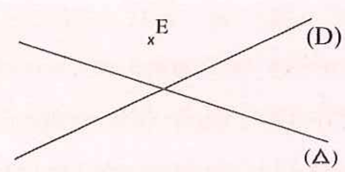
Or O est le milieu de [GG'] (car G' est le symétrique de G par rapport à O), alors O est le milieu de [MN] .

Il en résulte que (EO) est une médiane de MEN .

Et comme : $EG = \frac{2}{3} EO$, alors G est le centre de gravité de MEN .

4 UTILISATION DU CENTRE DU CERCLE CIRCONSCRIT

Exemple 4 Construire les points F et G sachant que (D) et (Δ) sont deux médiatrices du triangle EFG.

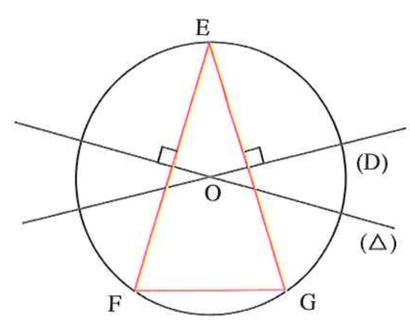


Soit O le point d'intersection de (D) et (Δ).

Comme (D) et (Δ) sont deux médiatrices du triangle EFG, alors O est le centre du cercle (C) circonscrit de EFG.

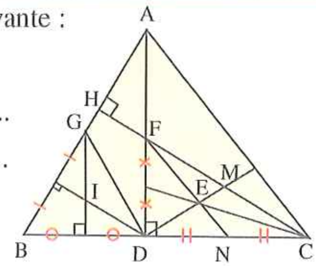
- On construit le cercle (C) de centre O et de rayon OE.
- La perpendiculaire à la droite (Δ) passant par E coupe (C) en F.
- La perpendiculaire à la droite (D) passant par E coupe (C) en G.

On obtient ainsi la construction demandée.



REVISER LE COURS

1 Observer la figure suivante :



Compléter les phrases :

L'orthocentre de ABC est ...

L'orthocentre de CAF est ...

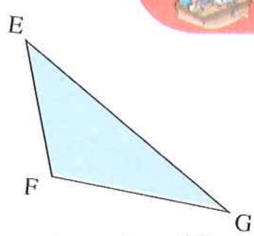
... est le centre de gravité de DFC .

... est le milieu de [CF] .

Le centre du cercle circonscrit de BDG est ... .

2 AVEC TICE

1) Recopier la figure suivante :



2) Tracer :

la médiane [FM]

la médiatrice de [EG]

la hauteur [GH] .

la bissectrice de l'angle $\widehat{EGF}$.

3) s'aider du logiciel ***Geogebra*** pour tracer la médiane, la médiatrice, la hauteur et la bissectrice en utilisant les icones suivants :

CERCLE INSCRIT / BISSECTRICES

3 ABC est un triangle tel que :

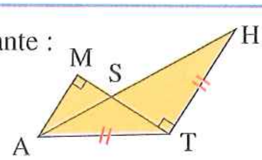
$\widehat{ABC} = 80°$ et $\widehat{BAC} = 50°$ et AB = 6 cm .

Soit H le projeté orthogonal de C sur (AB).

La bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ coupe (CH) en P .

Montrer que [AP) est la hauteur de l'angle $\widehat{BAC}$.

4 On considère la figure suivante :



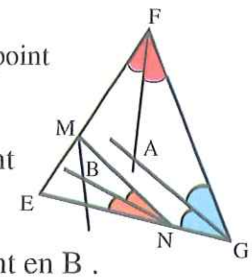
Démontrer que [AH) est la bissectrice de l'angle $\widehat{MAT}$.

5 EFG est un triangle et (C) son cercle circonscrit de centre O .

[MI] est la hauteur relative au côté [FG] (H un point de [FG]. [EM) est la bissectrice de l'angle $\widehat{FEG}$. (M un point de (C)).

Déterminer que [EM) est la bissectrice de l'angle $\widehat{OEH}$. (M

6 EFG est un triangle .

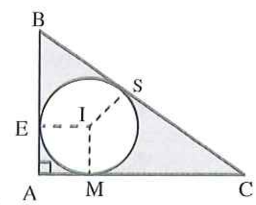


M est un point de [EF] et N un point de [EG] . Les bissectrice des angles $\widehat{EFG}$ et $\widehat{EGF}$ se coupent en A . Les bissectrices des angles $\widehat{EMN}$ et $\widehat{EMN}$ se coupent en B .

Montrer que des points E, B et A sont alignés.

7 ABC est un triangle rectangle en A .

Le cercle ($\mathscr{C}$') inscrit dans le triangle ABC est tangent respectivement à (AB) , (AC) et (BC) en E, M et S.



I est le centre de ($\mathscr{C}$') .

Montrer que AMIE est un carré .

8 [EH] est la hauteur relative au côté [FG]

(H un point de [FG]) .

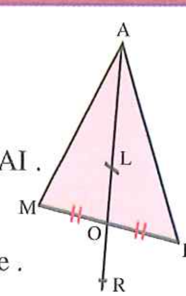
[EM) est la bissectrice de l'angle $\widehat{FEG}$

(M un point de (C)).

Démontrer que [EM) est la bissectrice de l'angle $\widehat{OEH}$.

CENTRE DE GRAVITÉ / MÉDIANES

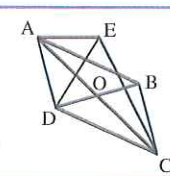
9 Dans la figure ci-contre :



- O est le milieu de [MI] .
- L le centre de gravité du triangle MAI .
- $OR = \frac{1}{3} AO$.

Montrer que MRIL est un parallélogramme .

10 ABCD est un parallélogramme de centre O .

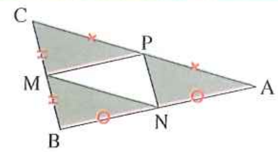


Soit E un point à l'extérieur de ABCD .

1) Placer le point G centre de gravité du triangle ACE .

2) Montrer que G est aussi centre de gravité du triangle DCE .

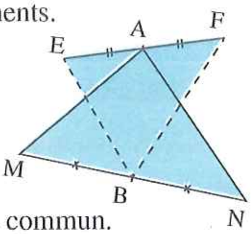
Montrer que les triangles ABC et MNP ont le même centre de gravité .



11 [EF] et [MN] sont deux segments.

Soit A le milieu de [EF] et B le milieu de [MN].

Démontrer que les triangles BEF et AMN ont une médiane en commun.



12 DCBA est un parallélogramme de centre O .

Soit M le milieu de [OB], E le point d'intersection de (MC) et (AD) et F le symétrique de E par rapport à M .

1) Montrer que (DM) est une médiane de DEF .

2) Soit G le point d'intersection des droites (OE) et (DF) .

Montrer que G est le milieu de [DF] .

13 ABC est un triangle .

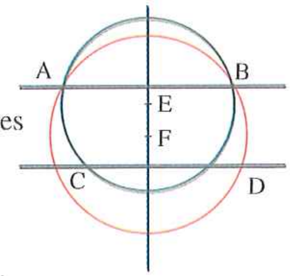
M , N et P sont les milieuxrespectifs de [BC] , [BA] et [AC].

CERCLE CIRCONSCRIT / MÉDIATRICES

14 Dans la figure ci-contre :

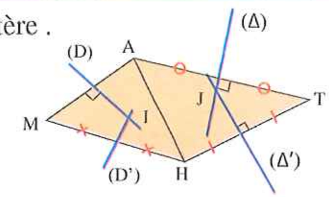
Les droites (AB) et (DC) sont parallèles. E et F sont les centres des cercles circonscrits aux triangles ABC et ABD .

Démontrer que : (EF) ⊥ (DC) .



15 MATH est un quadrilatère .

La médiatrice (D) de [MA] coupe la médiatrice (D') de [MH] en I .



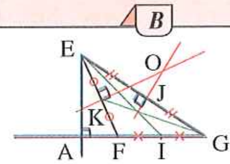
La médiatrice (Δ) de [AT] coupe la médiatrice (Δ') de [TH] en J .

Montrer que (IJ) est la médiatrice de [AH] .

MON BILAN

1) Indiquer la bonne réponse par A , B ou C :

Pour les exercices 1 à 7 on utilise la figure ci-contre :	A	B	C
1 Les médiatrices d'un triangle sont : ...	sécantes	parallèles	concourantes
2 Le centre du cercle circonscrit au triangle EFG est : ...	I	O	E
3 Le centre du cercle inscrit dans le triangle EFG est l'intersection : ...	des hauteurs de EFG	des bissectrices de EFG	des médianes de EFG
4 La droite (AE) est : ...	une médiane de EFG	une médiatrice de EFG	une hauteur de EFG
5 L'intersection des droites (FJ) et (GK) est : ...	le centre du cercle circonscrit au triangle EFG	le centre du cercle inscrit dans le triangle EFG	le centre de gravité du triangle EFG
6 M est le centre gravité du triangle EFG alors : ...	$IM = \frac{2}{3} IE$	$IM = \frac{1}{3} IE$	IM = IE
7 Les hauteurs d'un triangle sont : ...	concourantes	parallèles	perpendiculaires



Correction page : 197

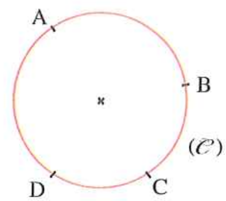
2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

	Savoir	Pratique
Ex: 1	Propriété 1	
Ex: 2	Propriété 1	
Ex: 3	Propriété 2	
Ex: 4	Définition	
Ex: 5	Propriété 4	
Ex: 6	Propriété 5	
Ex: 7	Propriété 3	

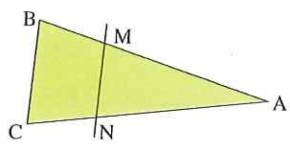
3) Exercices pour la remédiation voir R7 page : 198

CERCLE CIRCONSCRIT / MÉDIANES

16 A , B , C et D sont quatre points d'un cercle ($\mathscr{C}$) .
Montrer que les médiatrices des segments [AB] , [AC] , [AD] , [BC] , [BD] et [CD] sont concourantes .



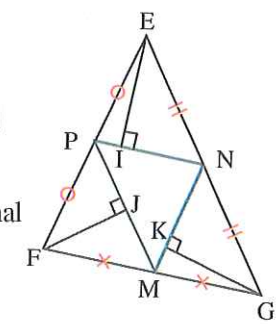
17 ABC est triangle .
Soit M un point de [AB].
La parallèle à (BC) passant par M coupe [AC] en N .



Montrer que les triangles AMN et ABC ont une médiane commune.

PROBLÈMES OUVERTS

18 EFG est un triangle .
M , N et P sont les milieux respectifs de [FG] , [GE] et [EF]
Soit I le projeté orthogonal de E sur (PN), J le projeté orthogonal de F sur (MP) et K le projeté orthogonal de G sur (MN) .



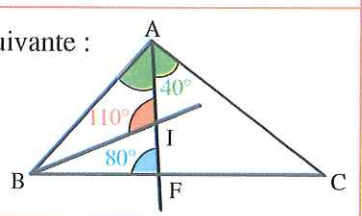
Montrer que les droites (IE) , (FJ) et (GK) sont concourantes .

19 ABC est un triangle .

1). Construire les points M , N et P tels que ABMC , ABCN et ACBP soient des parallélogrammes .

2) Montrer que les droites (AM) , (NB) et (CP) sont concourantes .

20 Observer la figure suivante :
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BCI}$.



21 EFGH est un parallélogramme de centre O tels que :

EG = 12 cm et FH = 15 cm .

Soit A le milieu de [EF] et B le point d'intersection de [HA] et [OE] . Calculer EB .

22 EFGH est un parallélogramme de centre O .
Soit A le symétrique de F par rapport à H .

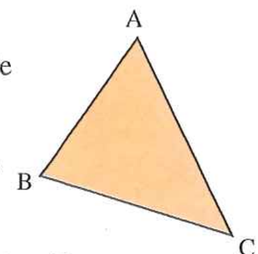
1) Montrer que : 3OF = OA .

2) La droite (GH) coupe [AE] en M et la droite (EH) coupe [AG] en N .

a. Montrer que : (MN) // (EG) .

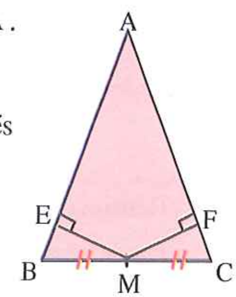
b. Montrer que : $MN = \frac{1}{2} EG$.

23 ABC est un triangle .
La perpendiculaire en B à la droite (AB) coupe la droite (AC) en D .
La perpendiculaire en C à la droite (AD) coupe (AB) en E .
Les droites (BD) et (CE) se coupent en F .



Montrer que les droites (AF) et (DE) sont perpendiculaires.

24 ABC est un triangle isocèle en A .
Soit M le milieu de [BC] .
E et F sont respectivement les projetés orthogonaux de M sur les droites (AB) et (AC).
Montrer que : BE = CF.



25 ART est un triangle rectangle en A .
Soit I le projeté orthogonal de A sur (TR), M est le milieu de [AI] et O le milieu de [RI] .
Montrer que : (TM) ⊥ (OA) .

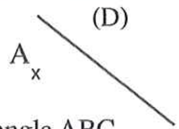
26 ABC est un triangle isocèle en A .
Soit M le milieu de [BC] .

E et F sont respectivement les centres de gravités des triangles MAB et MAC .

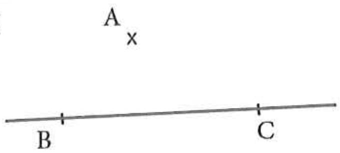
Démontrer que (AM) est la médiatrice de [EF] .

CONSTRUCTION GÉOMÉTRIQUE

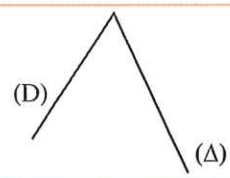
27 Construire un triangle ABC tel que (D) en soit une médiane du triangle ABC .



28 Construire le point M tel que A est l'orthocentre du triangle MBC .



29 Construire un triangle ABC tel que (D) soit une bissectrice et (Δ) une médiane de ABC .

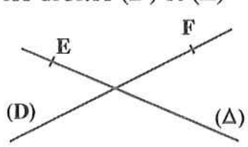


30 Construire un triangle ABC tel que :

$BC = 8\text{ cm}$, $BE = 9\text{ cm}$, $CF = 12\text{ cm}$

où E est le milieu de [AC] et F est le milieu de [AB] .

31 Construire le point G tel que les droites (D) et (Δ) soient deux médianes du triangle EFG .

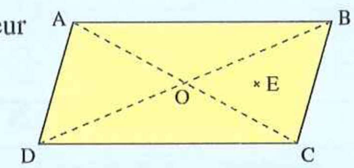


32 Retrouver le centre de cet arc de cercle.

CHALLENGES

33 ABCD est un parallélogramme de centre O.

Soit E un point à l'intérieur de ABCD .

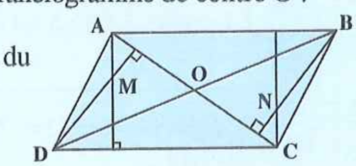


1) Montrer que les triangles BDE et ACE ont une médiane en commun.

2) Préciser la position des centres de gravité de ces triangles.

34 ABCD est un parallélogramme de centre O .

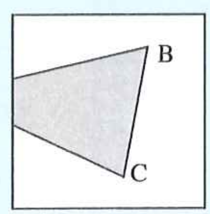
Soit M l'orthocentre du triangle ADC, et N l'orthocentre du triangle BAC .



Démontrer que O est le milieu de [MN] .

35 Le sommet A du triangle ABC est en dehors du cadre.

En ne faisant aucune construction à l'extérieur du cadre, construire le centre de gravité de ce triangle ainsi que la médiane issue de A.



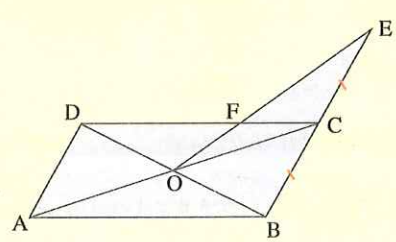
SITUATIONS PROPOSÉES AU TIMSS

O est le centre du parallélogramme ABCD.

C est le milieu de [BE] et F est le point d'intersection des droites (CD) et (OE).

On a : $CF = x \times CD$.

Calculer x .



PUISSANCES

PRÉREQUIS :

* Propriétés de la multiplication et de la division.
* Inverse d'un rationnel non nul.

Un point d'histoire

Andrew John Wiles (né en 1953)

On peut trouver trois nombres entiers non nuls a , b et c tels que : $a^2 + b^2 = c^2$. (*Essayer d'en trouver*). On s'est demandé s'il était possible de trouver 3 nombres entiers non nuls a , b et c tels que : $a^3 + b^3 = c^3$. Pierre de Fermat (1607 - 1665) a conjecturé que c'était impossible.
Après de nombreuses tentatives, cette conjecture a été démontrée par Andrew John Wiles (environ 350 ans après).

TEST DIAGNOSTIQUE : Je m'évalue

CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.

Pour chaque question, cocher la bonne réponse et justifier votre choix.

	Réponses :		
La somme $3 + 3 + 3 + 3 + 3$ est égale à ...	3^5	5×3	5^3
Le produit $(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)$ est égal à ...	32	-32	-10
Le volume d'un cube d'arête 6 cm est ...	(3×6) cm³	6^3 cm³	36 cm³
L'inverse de 5 est ...	$-\frac{1}{5}$	-5	0,2
$4 + 3^2$ est égal à ...	$(4 + 3)^2$	$4 + 3 \times 3$	$4 + 6$
$19{,}57 \times 100$ est égal à ...	1957	19,5700	19570
$2{,}016 : 1000$ est égal à ...	2016	0,002016	2,0002016
9800 est égal à ...	$0{,}98 \times 100$	$9{,}8 \times 1000$	98×1000
1000000 est égal à ...	10×6	10^6	1^6
$8^4 \times 8^2$ est égal à ...	$8^{4\times2}$	8^{4-2}	8^{4+2}

Solutions page : 196

ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE

Activité 1 Puissance d'un nombre rationnel

1 Recopier et compléter en utilisant la signification de la notion puissance : $(a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{\text{n fois}})$

a. $\left(\frac{2}{7}\right)^4 = \frac{2^{\cdots}}{7^{\cdots}}$; **b.** $\left(\frac{5}{9}\right)^2 \times \left(\frac{5}{9}\right)^3 = \left(\frac{5}{9}\right)^{\cdots}$; **c.** $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^5 = \left(\frac{2}{3}\right)^{\cdots}$

2 Soit a et b deux nombres rationnels non nuls, n et m deux nombres entiers naturels .

Compléter les formules suivantes : $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^{\cdots}}{b^{\cdots}}$; $a^n \times a^m = a^{\cdots}$; $(a^n)^m = a^{\cdots \times \cdots}$

3 ABCD est un rectangle de dimensions $\left(\frac{27}{8}\right)^4$ et $\left(\frac{27}{8}\right)^6$.

Exprimer sous forme d'une puissance de $\frac{2}{3}$ l'aire du rectangle ABCD .

4 Ecrire chaque expression sous la forme d'une seule puissance : **a.** $\frac{(-4)^3}{5^3}$; **b.** $\left(\frac{2}{11}\right)^3 \times \left(\frac{2}{11}\right)^6$; **c.** $\left(\left(-\frac{5}{8}\right)^5\right)^3$

Activité 2 Signe d'une puissnace

Compléter le tableau suivant en s'aidant de la calculatrice :

Puissance	$(-1)^3$	$\left(\frac{-2}{3}\right)^4$	$\left(\frac{-2}{3}\right)^5$	$\left(\frac{-2}{3}\right)^8$	$\left(\frac{-2}{3}\right)^9$	$\left(\frac{-2}{3}\right)^{11}$	$\left(\frac{-2}{3}\right)^{13}$
Signe	...	...	...	...	...		...

Compléter :
- Si l'exposant est ... et la base est négative, alors la puissance est positive.
- Si l'exposant est impair et la base est négative, alors la puissance est ... .

Activité 3 Inverse d'une puissance – Puissance d'exposant négatif

1 Dans chacun des cas, déterminer la valeur de l'entier relatif x :

a. $\frac{1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^x}$; **b.** $\frac{1}{2^3} \times 2^x = 1$; **c.** $2^x \times 2^3 = 1$

2 En déduire une écriture de $\frac{1}{2^3}$ sous forme d'une puissance de 2 .

2^{-3} est appelé **l'inverse** de 2^3 et on écrit $2^{-3} = \frac{1}{2^3}$

3 Soit a et b deux nombres rationnels non nuls, n un nombre entier naturel .

Complète les formules suivantes : $a^{-n} = \frac{1}{a^{\cdots}}$; $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^n} = \left(\frac{\cdots}{\cdots}\right)^n$

Activité 4 Opérations sur les puissances

Utiliser la signification de la notation puissance pour écrire chaque expression avec une seule puissance :

1 $\left(\frac{7}{2}\right)^2 \times \left(\frac{7}{2}\right)^3 = \cdots$ (que représente 5 pour 2 et 3?) ; $\left(\frac{-2}{3}\right)^{2017} \times \left(\frac{-2}{3}\right)^5 = \ldots.$; $\left(\frac{a}{b}\right)^{100} \times \left(\frac{a}{b}\right) = \ldots$

Que peut-on retenir ? $\left(\frac{a}{b}\right)^n \times \left(\frac{a}{b}\right)^m = \ldots.$

2 $\frac{\left(\frac{7}{2}\right)^{12}}{\left(\frac{7}{2}\right)^5} = \left(\frac{7}{2}\right)^{\cdots}$ (que représente 7 pour 12 et 5 ?) ; $\left(\frac{5}{3}\right)^8 : \left(\frac{5}{3}\right)^{-8} = \left(\frac{\cdots}{\cdots}\right)^{\cdots}$; $\left(\frac{a}{b}\right)^{100} : \left(\frac{a}{b}\right)^5 = \ldots.$

Que peut -on retenir ? $\left(\frac{a}{b}\right)^m : \left(\frac{a}{b}\right)^n = \ldots.$

SAVOIR
Je révise

1 PUISSANCE D'UN NOMBRE RATIONNEL NON NUL D'EXPOSANT NÉGATIF

Définition 1

- Soit a est un nombre rationnel et n un entier tel que : $n \geq 2$.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{\text{n facteurs égaux à a}}$$

- Par convention : $a^1 = a$ et $a^0 = 1$ $(a \neq 0)$

Exemples : *1)* $\left(\frac{-2}{3}\right)^3 = \frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} = \frac{-8}{27}$ *2)* $\left(\frac{2017}{2018}\right)^0 = 1$ *3)* $(-2016)^1 = -2016$

Propriété 1

Pour tout nombre rationnel non nul a et tout entier naturel n , on a : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Remarque 1 : a^{-n} est l'inverse de a^n .

Exemples : *1)* $\left(\frac{3}{8}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{3}{8}\right)^2} = \frac{1}{\frac{9}{64}} = \frac{64}{9}$ *2)* $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^3} = \frac{1}{\frac{1}{8}} = \frac{1}{8}$

2 PRODUIT, PUISSANCE DE PUISSANCE ET QUOTIENT D'UN MÊME NOMBRE RATIONNEL

Propriété 2 Pour tout rationnel non nul a, pour tous nombres entiers relatifs non nuls n et m :

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $(a^m)^n = a^{m \times n}$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

Exemples : *1)* $\left(\frac{5}{4}\right)^6 \times \left(\frac{5}{4}\right)^{-6} = \left(\frac{5}{4}\right)^{6+(-6)} = \left(\frac{5}{4}\right)^0 = 1$

2) $(10^{-6})^{-2} = 10^{-6\times(-2)} = 10^{12}$

3) $\frac{11^5}{11^{-7}} = 11^{5-(-7)} = 11^{5+7} = 11^{12}$

3 PRODUIT ET QUOTIENT DE DEUX PUISSANCES DE MÊME EXPOSANT

Propriété 3

Pour tous nombres rationnels non nuls a et b, pour tout entier relatif n,on a :

- $a^n \times b^n = (a \times b)^n$
- $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

Exemples :

1) $\left(\frac{4}{9}\right)^{-7}\times\left(\frac{9}{2}\right)^{-7}=\left(\frac{4}{9}\times\frac{9}{2}\right)^{-7}=2^{-7}$

2) $\frac{13^{10}}{11^{10}}=\left(\frac{13}{11}\right)^{10}$

Remarque 2 : $2^3+4^3\neq(2+4)^3$ et $10^7+10^{-5}\neq 10^2$

4 SIGNE D'UNE PUISSANCE

Propriété 4

a est un nombre rationnel non nul et n un entier naturel.

1/ Si n est pair, alors a^n est positif .

2/ Si n est impair, alors a^n et a ont le même signe .

Exemples :

1) $\left(\frac{-15}{23}\right)^6$ est positif car 6 est pair .

2) $\left(\frac{-27}{17}\right)^7$ est négatif car $\frac{-27}{17}$ est négatif et 7 est impair .

5 LA NOTATION SCIENTIFIQUE

Définition 2

b est un nombre décimal tel que : $b = a\times10^n$ où $1\leq a<10$ et n un entier relatif .

$a\times10^n$ est appeleé **la notation scientifique** de b .

Exemples :

1) $485000 = 4{,}85\times10^5$

2) $420 = 4{,}2\times10^2$

3) $0{,}0067 = 6{,}7\times10^{-3}$

4) $0{,}000007 = 7\times10^{-6}$

6 ORDRE DE GRANDEUR

Définition 3

L'ordre de grandeur d'un nombre est la puissance de 10 la plus proche de ce nombre .

Exemples :

1) $235{,}9 = 2{,}359\times10^2$. On a : 2,359 est inférieur à 5, on l'arrondit à 1,

donc 10^2 est l'ordre de grandeur de 235,9 .

2) $7263{,}5 = 7{,}2635\times10^3$. On a : 7,2635 est strictement supérieur à 5, on l'arrondit à 10,

donc $10^3\times10=10^4$ est l'ordre de grandeur de 7263,5 .

PRATIQUE
J'applique

1 CALCULER UN ORDRE DE GRANDEUR

Exemple 1

Quel est l'ordre de grandeur de la hauteur du minaret de la mosquée Hassan II ?

On sait que sa hauteur est de 210m.

En écriture scientifique, elle s'écrit $2{,}1 \times 10^2$

Puisque 2,1 est inférieur à 5, on l'arrondit à 1

Donc, l'ordre de grandeur est 1×10^2 m, soit 10^2 .

Exemple 2

L'épaisseur d'un cheveu est de 0,06 mm .

Quel est son ordre de grandeur en millimètre ?

On sait que 0,06 mm s'écrit en notation scientifique 6×10^{-2} mm .

Puisque 6 est supérieur strictement à 5, on l'arrondit à 10.

Donc, l'ordre de grandeur de l'épaisseur d'un cheveux est 10×10^{-2} , soit 10^{-1} .

2 RESPECTER LES PRIORITÉS OPÉRATOIRES AVEC LES PUISSANCES

Exemple 3

Calculer le nombre : $A = 8 - 2 \times 3^2 + (7 - 5)^2$.

On sait que la puissance est prioritaire sur la multiplication .

$$A = 8 - 2\times 3^2 + (7 - 5)^2$$
$$A = 8 + 2 \times 9 + 2^2$$
$$A = 8 - 2\times 9 + 4$$

La multiplication est prioritaire sur la différence .

$$A = 8 - 18 + 4$$
$$A = 12 - 18$$
$$A = -6 .$$

3 RÉSOUDRE DES PROBLÈMES AVEC LES PROPRIÉTÉS D'UNE PUISSANCE

Exemple 4

Déterminer le nombre entier relatif x sachant que : $27^{-x} = 3^{-2x} \times 9$

Calcul de x .

$$27^{-x} = 3^{-2x} \times 9$$

$$(3^3)^{-x} = 3^{-2x} \times 3^2$$

$$3^{-3x} = 3^{-2x+2}$$

$$-3x = -2x + 2$$

$$-3x + 2x = 2$$

Donc : $x = -2$.

4 CALCUL SUR LES PUISSANCES AVEC DES LETTRES

Exemple 5

Simplifier A en le mettant sous la forme $a^n b^m c^p$, où a,b et c sont des nombres rationnels non nuls et n,m et p sont des entiers relatifs.

$$A = \frac{a^6}{b^3} : \frac{[(a^{-2}b^6)^{-3}c^{-4}]^{-2}}{[a^3(b^{-2}c^{-4})^3]^2}$$

$$A = \frac{a^6}{b^3} : \frac{[(a^{-2}b^6)^{-3}c^{-4}]^{-2}}{[a^3(b^{-2}c^{-4})^3]^2}$$

$$A = \frac{a^6}{b^3} : \frac{(a^6b^{-18}c^{-4})^{-2}}{(a^3b^{-6}c^{-12})^2}$$

$$A = \frac{a^6}{b^3} : \frac{a^{-12}b^{36}c^8}{a^6b^{-12}c^{-24}}$$

$$A = \frac{a^6}{b^3} \times \frac{a^6b^{-12}c^{-24}}{a^{-12}b^{36}c^8}$$

$$A = a^6b^{-3}a^6b^{-12}c^{-24}a^{12}b^{-36}c^{-8}$$

$$A = (a^6a^6a^{12})(b^{-3}b^{-12}b^{-36})(c^{-24}c^{-8}) .$$

Donc : $A = a^{24}b^{-51}c^{-32}$

PUISSANCE RELATIF

1 Calculer les puissances suivantes :

$\left(-\frac{4}{3}\right)^{-3}$; $\left(-0{,}02\right)^{5}$; $\left(\frac{7}{19}\right)^{-2}$; $\left(\frac{1}{25}\right)^{2}$

0^{2019} ; $\left(\frac{2020}{2021}\right)^{0}$; $(-1)^{2016}$

2 Donner le signe des résultats suivants :

* $\left(\frac{-3}{17}\right)^{2019}$; $(-0{,}0034)^{2018}$; $\left(\frac{7}{3}\right)^{33}$.

* $(-5)^{2n+1}$ où n est un entier naturel .

3 Calculer :

$B = (-3)^2 + (-2) \times (-4) + 12 : (-3)$

$O = 8 - 2^3 \times 5 - 14 + 9 - (-2)^4$

$U = -3^3 + 6\,(8-3)^2 + 8 - 8\,(7-3)^7$

$Z = 12 - 3^3 + 3^4 - (-1)^9 + 2^4$.

$I = 4 - 3 \times 2^4 - (8-6)^3 - 9 + 9 \times 2^7$

$T = 3\,(3^2 - 2^2) - 4 \times 2^2 - (15-17)^2 - 2^4 : 2^2$.

4 Ecrire sous forme d'une puissance, si cela est possible :

$N = \left(\frac{-5}{8}\right)^{11} \times \left(\frac{9}{25}\right)^{4} \times \left(\frac{8}{3}\right)^{11}$

$O = 27^4 \times \frac{1}{3} \times \frac{2^{-5}}{2^{-8}}$

$U = \left(\frac{8}{28}\right)^{-2} \times \left(\frac{-7}{2}\right)^{4} \times \left(\frac{4}{49}\right)^{6}$

$R = \frac{(6^2 \times 5)^{-4}}{6^{-3} \times [\,(6^3)^{-2} \times 5^2]^{-1}}$

SILMPLIFICATION

5 a , b et c sont des nombres rationnels non nuls.

Simplifier :

$4\,(a^{-1})^4$; $\frac{5}{3}\,a \times \frac{-2}{25}\,a^{-2}$; $\frac{7}{2}\,a^4 \times \frac{2}{21}\,a^{-2} \times (-3a^{-3})$

$c^{-3} \times b\,(a\,c^2)^{-2} \times a^{-4} \times b^2$; $(3a)^3 \times \left(\frac{1}{a}\right)^{-2} \times \left(\frac{a}{2}\right)^{-3}$

$[\,3(ba)^3\,]^{-2} \times \left[\frac{b}{3(ba)^{-3}}\right]^2$; $\frac{a^3 b^{-5}}{(ab)^7}$;

$\frac{(9a)^{-2} \times 2b^{-5}}{\left(\frac{1}{3}\,b\right)^4}$; $\frac{(a^{-3}b^2)^{-1} \times (a^4 \times b)^2}{b(b^3a^{-2})^{-3} \times (a^{-1}b)^{-3}}$;

$\frac{(a^{-1}b^{-3}c^2) \times a^{-4}b^2 \times c^{-3}}{a(b^{-2}c)^2 \times (c^2b^{-1}a^2)^{-1} \times a^{-3}}$.

6 Simplifier :

$M = \left[\,1 - \left(\frac{2+a}{a}\right)^{-1}\right]^{-1}$ où $a \neq 0$ et $a \neq -2$.

$A = 2018^0 - (-1)^{2017} - \left(\frac{4}{3}\right)^{-2}$

$T = \frac{2^{-1} + 6^{-1}}{9^{-1} - 3^{-1}}$

$H = \frac{5^{-2} \times \left(\frac{2}{5}\right)^{-4} \times \left(\frac{5}{4}\right)^{2}}{-10 \times 5^{-4}}$

7 Trouver l'entier naturel n qui vérifie :

$100^n = 10^{1000}$

8 AVEC TICE

1) Simplifier puis calculer les expressions suivantes: $A = (2 \times 3)^5 \times 3^{-4} \times 2^{-1} \times 2^{-3} \times 3^{-2}$

$B = \frac{5^{-8} \times 10^{-2} \times 3^6}{10^{-4} \times 3^5 \times 10 \times 5^{-6}}$

2) S'aider d'une calculatrice scientifique pour vérifier les résultats obtenus, en utilisant les touches :

$\frac{\square}{\square}$ $+$ $-$ $\times$ $x^{\square}$ x^2

ÉCRIRE SOUS LA FORME D'UNE PUISSANCE

9 Ecrire les nombres suivants sous la forme :

$2^n \times 3^p \times 5^m$:

2700 ; 2880 ; 324 ; 12000 .

10 Ecrire les nombres suivants sous la forme : $2^n \times 3^p$.

$a = 16^8 \times 27^5 \times 36^3$

$b = 54^4 \times 288 \times 6^7$

ÉCRITURE SCIENTIFIQUE

11 Donner l'écriture scientifique puis l'ordre de grandeur de chacun des nombres suivants :

$$U = \frac{0{,}008 \times (0{,}05)^3}{10^{-11}}$$

$$N = 0{,}03 \times 10^{-17} + 154 \times 10^{-19}$$

$$D = \frac{0{,}008 \times 10^{-5} \times 0{,}001}{0{,}09 \times 10^{5} \times 0{,}08 \times (10^{-3})^{-2}}$$

$$I = 10^{23} \times 4^{19} \times \frac{5^{-8}}{4^{21}} \times 5^{-16}$$

12 Un scientifique japonais a calculé le nombre π avec près de 51539608000 décimales exactes.

1) Donner la notation scientifique du nombre 51539608000.

2) Si chaque chiffre mesure 7mm, calculer la longueur de l'écriture π avec 51539608000 décimales (donner le résultat en écriture scientifique).

3) Quelle est la distance la plus voisine de cette longueur:

* La distance Casablanca-Laâyoune ?
* La longueur de l'Equateur (environ 40 000km) ?
* La distance Terre-Lune (environ 380 000km) ?

PROBLÈME

13 Déterminer x dans chacun des cas suivants :

1) $2^{x+2} - 2^{x} = 96$ *2)* $2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} = 448$

3) $3^{x} + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 3(12^{x} + 12^{x-1})$

4) $\dfrac{(25)^{x-3} \times 5^{2x}}{(125)^{x+2}} = 625$

CALCULATRICE

14 *1)* Calculer à la machine :

$a = 345678^2$ puis $b = 345676 \times 345680$.

Les nombres a et b sont-ils égaux?

Sur certaines machines, on trouve :

a = b = 1,194932797E11 et sur d'autres on trouve :

a = 119 493 279 684 , b = 119 493 279 680

2) Vérifier cette conjecture en calculant, à la machine, le nombre a – b.

(Sur la plupart des machines, on trouve a – b = 4).

Conclure.

MON BILAN

1) Indiquer la bonne réponse par A , B ou C :

	A	B	C
1 Le nombre $\left(\frac{5}{2}\right)^3$ est égal à : ...	$\frac{125}{8}$	$\frac{15}{2}$	$\frac{15}{8}$
2 Le nombre $\left(-\frac{135}{513}\right)^0$ est égal à : ...	$-\frac{135}{513}$	0	1
3 Le nombre 2^{-5} est égal à : ...	$-\frac{1}{32}$	$\frac{-5}{2}$	$\frac{1}{2^5}$
4 Le nombre $\left(\frac{4}{3}\right)^{-2}$ est égal à : ...	$\frac{16}{9}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^2$	$-\left(\frac{3}{4}\right)^2$
5 Le nombre $\frac{2^7 \times 25^3}{10^9}$ est égal à : ...	$2^{-2} \times 5^{-3}$	$2^2 \times 5^3$	500
6 Le nombre $\left(-\frac{5}{3}\right)^7 \times \left(\frac{3}{7}\right)^7$ est égal à : ...	$\left(-\frac{3}{7}\right)^5$	$\left(\frac{-5}{7}\right)^7$	$\left(\frac{5}{7}\right)^7$
7 Le nombre $\left(-\frac{3}{2}\right)^5 \times \left(-\frac{3}{7}\right)^8$ est égal à : ...	positif	nul	négatif
8 L'écriture scientifique du nombre : ... A = 253,47 est :	$25{,}347 \times 10^1$	$2{,}5347 \times 10^2$	$0{,}25347 \times 10^7$

Correction page : 197

2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

	Savoir	Pratique
Ex: 1	Définition 1	
Ex: 2	Définition 1	
Ex: 3	Propriété 1	
Ex: 4	Propriété 1	
Ex: 5	Propriété 2	
Ex: 6	Propriété 3	
Ex: 7	Propriété 4	
Ex: 8	Définition 2	

3) Exercices pour la remédiation voir R8 page : 198

PROBLÈME OUVERT

15 Montrer que :

1) $\frac{1}{15^3}+\frac{1}{5^3}=\frac{28}{15^3}$

2) $\frac{5}{4^{10}}-\frac{5}{2^{10}}=\frac{5(1-2^{10})}{4^{10}}$

3) $4444^2+3333^2=5555^2$

4) $(499999)^2+99999=25\times 10^{10}$

DANS LA VIE

16 Une analyse de sang a donné le résultat suivant : 7500 globules blancs par mm^3 de sang .

Combien y-a-t-il de globules blancs dans 6 litres de sang d'un corps humain ?

17 Le coeur humain bat en moyenne 85 fois par minute .

Soit N le nombre de battements du coeur pendant une vie de 75 ans .

a. Montrer que : $N = 33507 \times 10^5$.

b. Ecrire N en écriture scientifique .

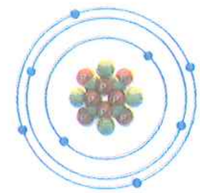
18 Un bébé mesure 50 cm à sa naissance .

Sachant qu'il ne cesse de grandir, à la vitesse moyenne de 0,000000005 mètre par seconde, quelle taille mesurera-t-il à 3 ans? on donnera le résultat en écriture scientifique.

N.B : Une année est constituée d'environ 32000000 secondes.

PUISSANCE ET ÉCRITURES LITTÉRALS

19 Le rayon d'un atome d'oxygène est de 650×10^{-13} m



Convertir ce rayon en nanomètres : nm

Indication: $1nm = 10^{-9}m$

20 a et b sont deux nombres rationnels non nuls .

Soit $M = \frac{a^4 \times (a^{-3}\times b^{-2})^{-5}}{(a^5\times b^{-3})^3}$

1) Montrer que : $M = \frac{b^{19}}{a^{-4}}$

2) Calculer M pour $a = 10^{-2}$ et $b = 10^{-3}$.

21 a et b deux nombres rationnels non nuls tels que :

$\frac{b}{a} = -\frac{5}{3}$

Calculer : $E = \frac{(a^3b^{-2})^2 \times a^6}{b^8} \times \left(\frac{a}{b}\right)^{-8}$

22 On donne : $E = 2016\,(x+1) - 2^5 \times 3^2 \times 7x$.

Calculer E lorsque $x = 2017^{2018}$.

23 x est un nombre entier naturel .

1) Vérifier que : $x(x+1)(x+2) = (x+1)^3 - (x+1)$

2) En déduire que : $2017^3 - 2016 \times 2017 \times 2018 = 2017$

24 1) Vérifier que : $(a+1)^2 = a^2 + 2a + 1$.

2) En déduire que : $3^8 + 163 = 82^2$.

CALCULER UNE SOMME

25 Montrer que : $407 = 4^3 + 0^3 + 7^3$

$371 = 3^3 + 7^3 + 1^3$.

Trouver un nombre qui s'écrit de la même manière.

26 *1)* Vérifier que :

$$3+6+12=3\left(2^3-1\right)$$
$$3+6+12+24=3\left(2^4-1\right)$$
$$3+6+12+24+48=3\left(2^5-1\right)$$

2) En déduire que S est divisible par 73 tel que :

$$S=3+6+12+24+48+96+192+384+768$$

DÉTERMINER UN EXPOSANT

27 Compléter par le nombre qui convient :

$27^4=3^{\cdots}$; $125^6=5^{\cdots}$

$64^{-3}=2^{\cdots}$; $\dfrac{1}{343}=7^{\cdots}$

28 Remplacer chaque pointillé par l'entier qui convient.

$7^{19}=7^9\times 7^{\cdots}$; $(x^{\cdots})^5=x^{-15}$

$\left(\dfrac{8}{9}\right)^{\cdots}\times\left(\dfrac{8}{9}\right)^4=\left(\dfrac{8}{9}\right)^{-2}$; $\dfrac{x^2}{x^{\cdots}}=x^{-10}$

$x\times x^{\cdots}\times x^{-2}=x^{x+5}$; $(x^2\times x^{\cdots})^3=x^{-12}$.

29 Dans chaque cas, déterminer la valeur de n ou de x manquante vérifiant l'égalité:

$3{,}14\times 10^n=314$ $\qquad 57\times 10^n=0{,}000057$

$8{,}69\times 10^6=869\times 10^n$ $\qquad x\times 10^4=2017$

$7{,}13\times 10^{-5}=x\quad 10^{-8}$ $\qquad 0{,}468\times 10^{-2}=46{,}8\times 10^{-n}$

CHALLENGES

30 Monsieur Puissance, au cours d'un voyage a entendu une rumeur...

Le 1er jour de son retour dans la ville, il répète cette rumeur à trois personnes.

Le 2ème jour chacune des trois personnes met au courant trois nouvelles personnes.

Les jours suivants, la diffusion de la rumeur se poursuit de la même manière dès qu'une personne l'apprend, elle en informe trois autres dès le lendemain.

1) Combien de personnes apprennent la rumeur le 3ème jour?

2) Ecrire le calcul permettant de trouver combien de personnes apprennent la rumeur le 2017ème jour (sans effectuer de calcul).

3) Même question pour le nème jour.

31 x est un nombre rationnel tel que :

$x^{10}=59049$ et $x^7=2187$

Calculer x^2 et x^{13} (sans calculer x).

32 n est un entier naturel.

Calculer n sachant que : $7^n+49^n=2450$.

33 Quel est le chiffre des unités de A :

$A=2016^{2017}+2019^{2016}$?

SITUATIONS PROPOSÉES AU TIMSS

* **Situation 1 :** x est un entier tel que : $2^4+3^2=x^2$. Déterminer x

* **Situation 2 :** Quelle est la valeur de l'expression $9x^2-x$ pour $x=-\frac{1}{3}$?

CALCUL LITTÉRAL

PRÉREQUIS :

* Développement.
* Factorisation.
* Priorités des opérations.

Un point d'histoire

François Viète (1540 ; 1603)

Le calcul littéral (ou calcul avec des lettres) appelé aussi calcul algébrique, du mot algèbre, est un puissant outil développé par le mathématicien français François Viète . Le mot Algèbre vient du mot arabe en titre d'un ouvrage du mathématicien arabe Al Khawarizmy qui reprenait les travaux de Diophante (325 - 409) qui avait déjà imaginé de représenter un nombre inconnu par un symbole.

TEST DIAGNOSTIQUE : Je m'évalue

CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.

Pour chaque question, cocher la bonne réponse et justifier votre choix.

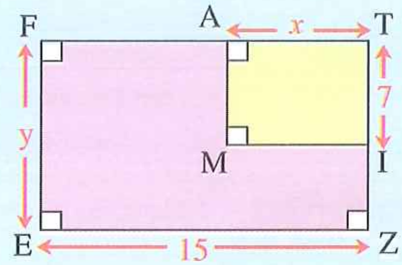
	Réponses :		
L'expression $x \times x$ s'écrit ...	x^2	$2x$	$2x^2$
$-$a est égal à ...	$-1 \times (-a)$	$1 \times a$	$-1 \times a$
L'expression $5x - x$ est égale à ...	5	$5x^2$	$4x$
L'écriture réduite de $5x + 3x^2$ est ...	$8x^3$	$8x^2$	$3x^2 + 5x$
En remplaçant x par -3 dans l'expression $1 + 2x$, on obtient ...	9	-5	-0
Après avoir développé et réduit $3\,(a + 2)$, on obtient ...	$3a + 6$	$3a + 2$	$6a$
L'expression $15 + 5a$ s'écrit ...	$20\,a$	$5\,(a + 3)$	$5\,(a + 10)$
Le triple de la somme de x et de $\frac{2}{3}$ est ...	$3(x + \frac{2}{3})$	$3x + \frac{2}{3}$	$3 + \frac{2}{3}\,x$
$(a - b)^2$ est égal à ...	$a^2 - b^2$	$a^2 + b^2 - 2ab$	$a^2 - b^2 - 2ab$

Solutions page : 196

ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE

Activité 1 Écriture littérale

Expliquer ce que représente chacune des expressions suivantes, pour la figure ci-contre :



a. $7 + x + 7 + x$

b. 15y

c. $7x$

d. $y + 15 + (y - 7) + x + 7 + (15 - x)$

e. $2(7 + x)$

f. $15y - 7x$

Activité 2 Factorisation

Le professeur de mathématiques demande à deux de ses élèves A et B de calculer l'expression :

$$E = (2x + 5)(x + 3) - 5(x + 3)$$

pour $x = -1$, puis pour $x = 2$ et enfin pour $x = 1$.

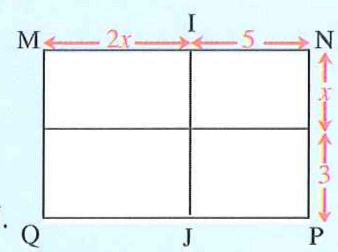
1 L'élève B prétend que calculer $F = 2x^2 + 6x$ pour ces valeurs de x donne le même résultat.

2 Vérifier si cela est vrai en faisant ces calculs.

"Y a-t-il une astuce" se demande l'élève A.

"E est-elle égale à F pour n'importe quelle valeur de x ?

L'élève A dessine alors les rectangles suivants (dans le cas où x est positif)



3 **a.** Calculer, en fonction de x , chacune des aires des rectangles MNPQ et INPJ.

b. En déduire que : E = F.

Ecrire ab + ac sous forme d'un produit en dessinant un rectangle de dimensions a et b + c.

Activité 3 Développement

1 Ecrire sous forme d'un produit puis sous forme d'une somme l'aire :

a. d'un carré de côté a + b

b. d'un carré de côté a – b, dans le cas où a – b est positif.

c. d'un rectangle de dimensions a + b et a – b.

2 Prouver que : $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (bc - ad)^2$

Utiliser ce résultat pour écrire 13×41 sous forme d'une somme de deux carrés d'entiers.

SAVOIR
Je révise

1 RÉDUIRE UNE EXPRESSION LITTÉRALE

Définition 1 Une expression littérale est une expression mathématique comprenant une ou plusieurs lettres, où chaque lettre représente un nombre variable .

Exemples :
1) Le périmètre d'un rectangle de longueur 8 et de largeur a est : 2 (8 + a) .
2) L'aire d'un disque de rayon R est πR^2 .
3) Le volume d'un parallélépipède de dimensions a , b et c est : $a \times b \times c$.

Définition 2 Réduire une expression littérale, c'est l'écrire avec le moins de termes possibles .

Exemples :
$A = 4x^3 + 3x^2 - 1 + 5x^2 - 6x - 6x^3 + 3 + 7x$.
$A = (4 - 6)\,x^3 + (3 + 5)\,x^2 + (-6 + 7)\,x + 3 - 1$
$A = -2x^3 + 8x^2 + x + 2$.

2 DÉVELOPPER UN PRODUIT

Définition 3 Développer un produit, c'est l'écrire sous forme d'une somme ou d'une différence.

Propriété 1 a , b , c et d sont des nombres rationnels :
- $a(b + c) = ab + ac$
- $a(b - c) = ab - ac$
- $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

Exemple :
$B = (x - 2)(x^2 - 3x - 4)$
$B = x \times x^2 - x \times 3x - x \times 4 - 2 \times x^2 + 2 \times 3x + 2 \times 4$
$B = x^3 - 3x^2 - 4x - 2x^2 + 6x + 8 = x^3 - 3x^2 - 2x^2 + 6x - 4x + 8$
$B = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$.

3 FACTORISATION

Définition 4 Factoriser une somme ou une différence, c'est transformer cette somme ou cette différence en un produit .

Exemples :
1) $A = \frac{4}{9}x^2 - \frac{14}{3}x$
$A = \frac{2}{3}x \times \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}x \times 7$
$A = \frac{2}{3}x\left(\frac{2}{3}x - 7\right)$

2) $B = (x - 7)(2x + 1) - (x - 7)(3x + 4)$
$B = (x - 7)\,[\,(2x + 1) - (3x + 4)\,]$
$B = (x - 7)(2x + 1 - 3x - 4)$
$B = (x - 7)(-x - 3)$ soit $B = (-x + 7)(x + 3)$.

Remarque 1 : Pour factoriser une expression, on cherche d'abord un facteur commun .

4 IDENTITÉS REMARQUABLES

Définition 5 Une identité remarquable est une égalité qui est vraie quelles que soient les valeurs données aux lettres qui figurent dans l'égalité.

Propriété 2 a et b sont deux nombres rationnels : $\begin{cases} (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \\ (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \\ (a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \end{cases}$

Exemples : *1)* Développons et réduisons l'expression suivante :

$A = (x-4)^2 + (2x+3)^2$

$A = \left[(x)^2 - 2(x \times 4) + 4^2\right] + \left[(2x)^2 + 2(2x \times 3) + 3^2\right]$

$A = x^2 - 8x + 16 + 4x^2 + 12x + 9 = x^2 + 4x^2 + 12x - 8x + 16 + 9$

$A = 5x^2 + 4x + 25$

2) Factorisons l'expression suivante :

$B = (6x-4)(x+3) + 9x^2 - 4$

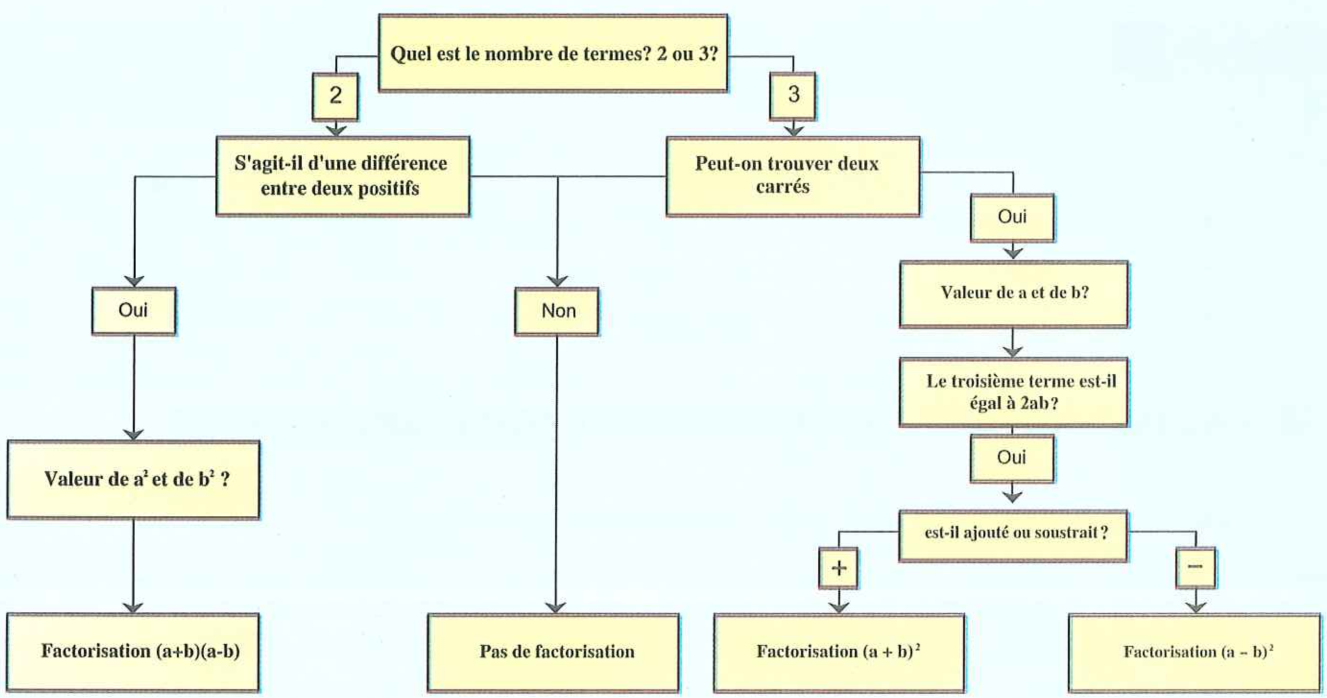
$B = 2(3x-2)(x+3) + [(3x)^2 - 2^2]$

$B = 2(3x-2)(x+3) + (3x+2)(3x-2)$

$B = (3x-2)\left[2(x+3) + (3x+2)\right] = (3x-2)(2x+6+3x+2)$

$B = (3x-2)(5x+8)$.

Remarque 2 : Pour factoriser en utilisant les identités remarquables, on peut suivre le schéma suivant :



PRATIQUE
J'applique

1 RÉDUCTION D'EXPRESSIONS

Exemple 1 Réduire l'expression : $E = 4(x-2) - 2(x-1) - 6x$

$E = 4(x-2) - 2(x-1) - 6x$

$E = (4x-8) - (2x-2) - 6x$ — on développe les produits

on supprime les parenthèses — $E = 4x - 8 - 2x + 2 - 6x$

$E = 4x - 2x - 6x + 2 - 8$ — on regroupe les termes semblables

on simplifie — $E = -4x - 6$

Exemple 2 Développer et réduire l'expression : $F = (3x-1)(-x^2 + 2x - 4)$

$F = (3x-2)(-x^2 + 2x - 4)$

$F = -3x \times x^2 + 3x \times 2x - 3x \times 4 + 2 \times x^2 - 2 \times 2x + 2 \times 4$ — on développe

on effectue les produits — $F = -3x^3 + 6x^2 - 12x + 2x^2 - 4x + 8$

$F = -3x^3 + 6x^2 + 2x^2 - 12x - 4x + 8$ — on regroupe les termes semblables

on simplifier — $F = -3x^3 + 8x^2 - 16x + 8$

2 CALCUL MENTAL ET IDENTITÉS REMARQUABLES

Exemple 3 Calculer mentalement les nombres suivants : 51^2 ; 68^2 et 77×83.

- $51^2 = (50+1)^2$
  $51^2 = 50^2 + 2(50 \times 1) + 1^2$
  $51^2 = 2500 + 100 + 1$
  $51^2 = 2601$
- $68^2 = (70-2)^2$
  $68^2 = 70^2 - 2(70 \times 2) + 2^2$
  $68^2 = 4900 - 280 + 4$
  $68^2 = 4624$
- $77 \times 83 = (80-3)(80+3)$
  $77 \times 83 = 80^2 - 3^2$
  $77 \times 83 = 6400 - 9$
  $77 \times 83 = 6391$

3 FACTORISATION PAR DÉBUT D'UNE IDENTITÉ REMARQUABLE

Remarque : $a^2 + ab = \left(a + \frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2$ pour tout nombres rationnels a et b.

Effectivement : $\left(a + \frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 = a^2 + 2\left(a \times \frac{b}{2}\right) + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2$

$= a^2 + ab$

Exemple 4 Factoriser l'expression : $E = x^2 - 5x + 6$

$$E = x^2 - 5x + 6$$
$$E = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 6$$
$$E = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} + \frac{24}{4}$$
$$E = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$$
$$E = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$$
$$E = \left(x - \frac{5}{2} + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{5}{2} - \frac{1}{2}\right)$$
$$E = \left(x - \frac{4}{2}\right)\left(x - \frac{6}{2}\right)$$

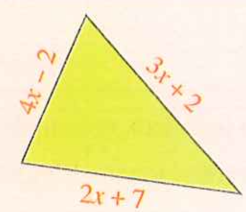
Donc : $E = (x - 2)(x - 3)$

4 RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME

Exemple 5 Les longueurs sont exprimées en mètres ($x > 3$).

Soit p le périmètre du triangle ci- contre .

1. Calculer p en fonction de x .
2. En déduire la valeur du périmètre de ce triangle lorsque $x = 5$.



1. On sait que le périmètre d'un triangle est égal à la somme des longueurs de ces côtés .

$$p = (4x - 2) + (3x + 2) + (2x + 7)$$
$$p = 4x - 2 + 3x + 2 + 2x + 7$$
$$p = 4x + 3x + 2x - 2 + 2 + 7$$

Donc : $p = 9x + 7$.

2. Calcul de p lorsque $x = 5$.

On a : $p = 9x + 7$ et $x = 5$

Donc : $p = 9 \times 5 + 7$

$p = 45 + 7$

$p = 52$.

Donc, 52 m est le périmètre de ce triangle , lorsque $x = 5$,

vérification : $(4\times 5 - 2) + (3 \times 5 + 2) + (2 \times 5 + 7) = 52$.

INVESTISSEMENT
Je m'entraîne

RÉDUIRE UNE EXPRESSION

1 Réduire les expressions suivantes :

$A = 3x^2 - 5x - 6x^2 + 7 - 4x - 2$

$B = -a + 3 - 5a + \frac{a}{2} - 5 - a$

$C = -8b^2 - \frac{3}{7}b - 10 + \frac{1}{14}b - \frac{1}{28}b + 4b^2$

2 Soit x et y deux nombres rationnels tels que :

$x + y + 1 \neq 0$ et $x + y \neq 0$

Simplifier l'expression suivante :

$$F = \left(1 + \frac{1}{x+y}\right)\left(1 - \frac{1}{x+y+1}\right)$$

3 Soit x et y deux nombres rationnels non nuls tels que : $x - y \neq 0$ et $x + y \neq 0$

Simplifier l'expression suivante : $F = \dfrac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} - \dfrac{\frac{1}{y}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$

4 a et b sont deux rationnels positifs non nuls et n un entier naturel non nul . Simplifier :

$E = \dfrac{a^{2016} + 1 + 2a^{1008}}{a + a^{1009}}$ et $F = \dfrac{a^{n+1} + ab}{a^n + b}$

DÉVELOPPER

5 Développer et réduire :

$A = 9 - 2(3x - 1)$

$B = 3(4x - 5) - (x + 7)$

$C = \frac{5}{2}\left(x - 6\right) + \frac{3}{4}\left(2x - \frac{1}{6}\right)$

$D = \frac{9}{10}\left(1 - \frac{9}{10}\right) \times \frac{9}{10} \times \frac{9^3}{1000}$

$E = (5 + 6x)(x - 2)$

$F = (-5x + 3)(3x + 1)$

6 Développer et réduire les expressions suivantes:

$A = (2x - 1)(x + 4) - (x - 3)(2x + 1)$

$B = (-x + 5)(3x - 2) - 4(x - 1)(x + 2)$

$C = (x - 1)(x + 2)(x - 3)$

$D = (t + t^3 - 1)(t^4 - 2t + t^2)$.

7 Développer et réduire les expressions suivantes :

$A = -3(-a + 2b) - 2a - 4(a - 3b) + a(2 - b)$

$B = (5 + a)(a - 3) - 4(a - 1) - (a + 3)(a - 5)$

$C = -(3a + 2) - 4(a - b) + 4b - a(b + 2)$.

8 Développer et réduire les expressions suivantes :

$a = (3 + x)^2$; $b = (x - 3)^2$; $c = (8x - 5)(8x + 5)$

$d = \left(\frac{4a}{7} + 1\right)\left(\frac{4a}{7} - 1\right)$; $e = \left(\frac{2a}{9} - \frac{1}{3}\right)^2$

$f = \left(1{,}2x + \frac{3}{4}\right)^2$; $g = (10^3x - 10)^2$

$h = (x + 10^4)^2$.

9 Développer et réduire les expressions littérales suivantes :

$A = (x - 4)^2 - x + 2(3x - 1)$

$B = (2x + 3)^2 - (4x - 5)(4x + 5)$

$C = (3x - 1)^2 - 2(x + 3)^2$

$D = (4x - 1)(4x + 1) + (x + 4)^2 - (2x - 1)^2$

$E = (x - 1)^2 - 2(x - 1)(6x + 1) + (6x + 1)^2$

$F = (2x^2 - x + 1)(3x - 2)$

$G = (x^2 - 3x + 2)^2$

$H = (2x - 1)^3$

10 *1)* Développer et réduire E :

$$E = (x - 1)^2 + x^2 + (x + 1)^2$$

2) En déduire l'écriture du nombre 509 sous la forme d'une somme de trois carrés .

11 *1)* Développer et réduire : $F = (a + 4)^2 - (a - 4)^2$

En déduire le calcul de $10004^2 - 9996^2$ sans utiliser la calculatrice .

2) Développer et réduire :

$G = (x-3)^2 - (x-1)(x-6)$

En déduire le calcul de $9997^2 - 9999 \times 9994$.

FACTORISATION

12 Factoriser les expressions suivantes :

$a = 7x + 7$; $b = 18x - 24$

$c = 27x^2 - 14x$; $d = 9x^3 + 36x^2 - 18$

$e = x^2y + xy^2 - xy$; $f = \frac{5}{3}xy + \frac{10}{9}y + \frac{30}{18}y^2$

13 Factoriser les écritures proposées :

$A = -2(a+b) + c(a+b)$

$B = 5a(4x-1) - b(4x-1)$

$C = (x-8)(3x-1) + (x-8)(2x+3)$

$D = \left(\frac{x}{4} - \frac{1}{2}\right)(3-x) - (3-x)\left(\frac{3x}{4} + \frac{7}{2}\right)$

$E = (6x+1)^2 - 4(6x+1)$

14 Relier par une flèche chaque expression de la première colonne à sa forme factorisée de la deuxième colonne .

$(5x-2)(2x+5) - 5x + 2$ •	• $2(2x+7)(1-6x)$
$(5x+3)(x-1) + 10x + 6$ •	• $(5x-1)(x+1)$
$3x(5x-1) + (1-5x)(2x-1)$ •	• $(3x-2)(-x+3)$
$(2x+1)(3x-2) - (2-3x)^2$ •	• $2(5x-2)(x+2)$
$(4x+14) - 4x(6x+21)$ •	• $(5x+3)(x+1)$

CALCULATRICE

15 **a.** Quelle valeur affiche la calculatrice pour le calcul de $A = 345678901^2 - 345678900 \times 345678902$?

(Sur la plupart des machines on trouve $A = 0$ mais sur certaines on trouve 1).

b. x étant un nombre réel quelconque, développer l'expression : $x^2 - (x-1)(x+1)$.

En posant : $x = 345678901$, quel calcul fait-on en effectuant $x^2 - (x-1)(x+1)$?

Conclure sur la valeur exacte de A.

MON BILAN

1) Indiquer la bonne réponse par A , B ou C :

	A	B	C
1 L'expression réduite de $1 + 3x^2 - 4x + 7x^2 + 9x - 3$ est : ...	$4x^2 + 5x - 2$	$10x^2 - 5x - 2$	$10x^2 + 5x - 2$
2 L'expression $-\frac{3}{2}(x-8)$ est égal à : ...	$-\frac{3}{2}x + 12$	$-\frac{3}{2}x - 12$	$\frac{3}{2}x - 12$
3 L'expression $(3x-5)(-2x+4)$ est égale à : ...	$-6x^2 - 20$	$-6x^2 - 22x - 20$	$-6x^2 + 22x - 20$
4 L'expression $-4x + 3$ est égale à : ...	$-4\left(x - \frac{3}{4}\right)$	$4\left(x + \frac{3}{4}\right)$	$-4(x-12)$
5 L'expression $5x^2 - 10x$ est égale à : ...	$5(x-2)$	$5x(x+2)$	$5x(x-2)$
6 L'expression $(2x-1)^2$ est égale à : ...	$2x^2 - 4x + 1$	$4x^2 - 4x + 1$	$4x^2 - 1$
7 L'expression $(x+2)^2$ est égale à : ...	$x^2 + 4x + 4$	$x^2 + 4$	$x^2 - 4x + 4$
8 L'expression $25x^2 - 9$ est égale à : ...	$(5x-9)(5x+9)$	$(5x-3)(2x+3)$	$(5x-3)(5x+3)$

Correction page : 197

2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

	Savoir	Pratique
Ex: 1	Définition 2	
Ex: 2	Propriété 1	
Ex: 3	Propriété 1	
Ex: 4	Définition 4	
Ex: 5	Définition 4	
Ex: 6	Propriété 2	
Ex: 7	Propriété 2	
Ex: 8	Propriété 2	

3) Exercices pour la remédiation voir R9 page : 198

FACTORISATION

16 AVEC TICE

1) Factoriser les expressions suivantes :

x^2+6x+9 ; $64x^2+16x+1$; x^4-8x^2+16 ;

$81x^2-49y^2$; $\dfrac{x^2}{4}-3x+9$; $\dfrac{9}{25}x^2-100$

$9x^2-(5x+1)^2$; $(3x+1)^2-(5x-1)^2$; $(4x-5)^2-9(x-1)^2$.

2) Factoriser les expressions littérales demandées en s'aidant de la fonction : Factoriser (< Polynôme >).

17 Factoriser les expressions suivantes :

$A=16x^2-9+(4x-3)(x-2)$

$B=(3x+2)^2-(6x+4)+9x^2+12x+4$

$C=100x^2-100x+25-(6x-3)(2x+1)$

18 Soit x un nombre rationnel. On donne :

$$A=81x^2-49-(9x+7)(3x-3)$$

1) Développer et réduire A.

2) Factoriser A.

3) Calculer A pour $x=-\dfrac{3}{2}$.

19 Soit x un nombre rationnel . On donne :

$$B=(10-5x)(5x+6)+(5x-10)(4x-1)$$

1) Développer et réduire B.

2) Factoriser B.

3) Calculer B pour $x=\dfrac{5}{4}$.

20 Soit x un nombre rationnel . On donne :

$$C=(5x-1)(2x-3)-(2x-3)^2$$

1) Développer et réduire C.

2) Factoriser C.

3) Calculer C pour $x=-\dfrac{1}{3}$.

21 Soit x un nombre rationnel . On donne :

$$D=(2x-5)(-3x+3)-20x+4x^2+25$$

1) Développer et réduire D.

2) Factoriser D.

3) Calculer D pour $x=-\dfrac{1}{2}$.

IDENTITÉS REMARQUABLES

22 Compléter : $x^2+\ldots+16=(\ldots+\ldots)^2$

$x^2-6x+\ldots=(\ldots-\ldots)^2$

$x^2+10x+\ldots=(x+\ldots)^2$

$\ldots x^2+\ldots+49=(2x+\ldots)^2$

$x^2-x+\ldots=(x-\ldots)^2$

$\ldots+30x+9=(5x+3)^2$

$\ldots-5x+1=(\ldots-\ldots)^2$

23 Calculer le plus simplement possible sans utiliser la calculatrice .

28×32 ; 59999^2 ; $9{,}99^2$

$15{,}01\times14{,}99$. ; 100×10^2 ; 501×499 .

24 Sans utiliser la calculatrice , montrer que :

$$(999999)^2+(2000)^2=(1000001)^2$$

25 *1)* Montrer les égalités suivantes :

a. $4x^2-24x+43=4(x-3)^2+7$

b. $2\left(x-\dfrac{5}{4}\right)^2-\dfrac{49}{8}=(2x+1)(x-3)$

2)a. Vérifier que : $x^2-5x=\left(x-\dfrac{5}{2}\right)^2-\dfrac{25}{4}$

b. En déduire la forme factorisée de l'expression :

$$x^2-5x-14 .$$

PROBLÈMES OUVERTS

26 *1)* Lorsque n est un entier, 2 n est un nombre pair .
Montrer que le produit de deux nombres pairs est un nombre pair .

2) Lorsque n est un entier, 2n + 1 est un nombre impair .

Montrer que le produit de deux nombres impairs est un nombre impair .

27 Montrer que : $\dfrac{2^{40}+2^{30}}{2^{22}+2^{32}} = 2^8$.

28 a et b sont deux nombres rationnels non nuls tels que :

$a \neq b$ et $a \neq -b$ et $\dfrac{1-a}{b-a} = \dfrac{1}{b+a}$

Montrer que : $b = 2 - a$.

29 On considère le nombre E :

$$E = (8^{n+1} + 8^{n})^2 : (4^{n} - 4^{n+1})^3 .$$

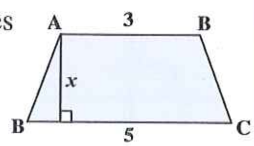
1) Calculer E pour $n = 0$, $n = 1$ et $n = 2$.

2) Montrer que E est constant pour tout entier naturel n.

EN GÉOMÉTRIE

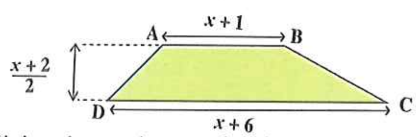
30 ABCD est un trapèze de bases [AB] et [DC].

Calculer l'aire du trapèze ABCD pour $x = 2$ et pour $x = 3{,}5$.



31 ABCD est un trapèze de bases [AB] et [DC].

1) Calculer l'aire du trapèze ABCD pour $x = 2$ et pour $x = 3{,}5$.

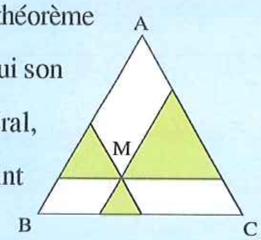


2) a. Calculer S l'aire du trapèze en fontion de x .

b. Calculer S de deux manières pour $x = 4$.

CHALLENGES

32 Au XVII siècle, un disciple de Galilée, nommé Vincenzo Viviani a démontré un théorème de géométrie qui porte aujourd'hui son nom : "Dans un triangle équilatéral, la somme des distances d'un point intérieur au triangle aux trois côtés est égale à la hauteur du triangle ".



Démontrer cette propriété en utilisant les triangles équilatéraux sur la figure.

→ **Rechercher sur internet les oeuvres de Galilée.**

33 Soit x un nombre rationnel; on donne :

$$H = x(x + 1)(x + 2)(x + 3) + 1$$

Factoriser H.

34 Montrer que :

$$\frac{a^{14} - a^{30}}{a^{14} + a^{22}} = (1 - a)(1 + a)(1 + a^2)(1 + a^4)$$

SITUATIONS PROPOSÉES AU TIMSS

La distance d'arrêt (d) est la distance parcourue par la voiture à partir de l'instant où le conducteur appuie sur la pédale de frein, et celui où la voiture s'arrête complètement.

Cette distance dépend de la vitesse (v) de la voiture lors du freinage.

La formule donnant cette distance est : $\mathbf{d} = \dfrac{2v + v^2}{20}$.

Quelle est la distance d'arrêt pour une vitesse v = 20m/s ?

TRIANGLE RECTANGLE ET CERCLE

PRÉREQUIS :

- Cercle et éléments caractéristiques.
- Cercle circonscrit à un triangle.
- Triangles particuliers.

Un point d'histoire

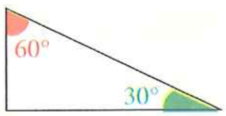
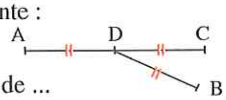
Ferdinand Von Lindemann (1852 ; 1939)

Le problème est le suivant : est-il possible de construire à la règle et au compas, un carré qui ait la même aire qu'un cercle (ou disque) donné ?
Ce n'est qu'en 1882 que Ferdinand Von Lindemann, mathématicien allemand, parvint à démontrer que ce problème était impossible.

TEST DIAGNOSTIC : Je m'évalue

CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.

Pour chaque question, cocher la bonne réponse en justifiant.

	Réponses :		
Dans la figure : ABC est un triangle ... 	équilatéral	isocèle	rectangle
Le point M est le milieu du segment [BC]. Donc ...	MB = MC	MC = $\frac{BC}{2}$	MC = 2BC
L'hypoténuse d'un triangle ABC rectangle en B est ...	[AB]	[AC]	[BC]
ABC est un triangle tel que : AB = 4 et AC = 5. Donc ...	BC > 9	BC = 9	0 < BC < 9
Dans la figure suivante : Par rapport à D, C est le symétrique de ... 	B	D	A
M est un point de la médiatrice du segment [AB]. Alors ...	MAB est un triangle équilatéral	MA = MB	MAB est un triangle rectangle
ABCD est un rectangle de centre O. Donc ...	A, B, C et D appartiennent à un cercle de centre O	ODC est un triangle rectangle	(BD) est axe de symétrie de ABCD
Le centre du cercle circonscrit à un triangle est le point d'intersection des...	médiatrices	médianes	hauteurs

Solutions page :

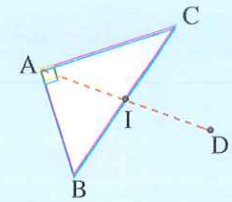
ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE

Chapitre 10

Activité 1 Cercle circonscrit à un triangle rectangle

Soit ABC un triangle rectangle en A , et I le milieu de l'hypoténuse [BC].

Soit D le symétrique de A par rapport à I .



1 **a.** Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ? Explique pourquoi.

b. En déduire que : $IA = IB = IC = \frac{BC}{2}$.

2 **a.** Tracer le cercle ($\mathscr{C}$) de centre I passant par A.

b. Vérifier que les points A et B appartient à ($\mathscr{C}$).

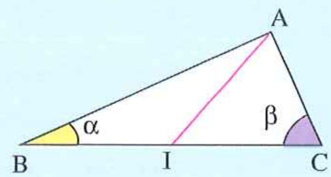
Le cercle ($\mathscr{C}$) est appelé **cercle circonscrit** au triangle rectangle ABC .

Un triangle est inscrit dans un cercle lorsque les sommet appartiennent à ce cercle.

Activité 2 Hypoténuse et médiane

Soit ABC un triangle et I le milieu de [BC] tel que :

$$IA = IB = IC$$



1 a. Quelle est la nature des triangles IAB et IAC ?

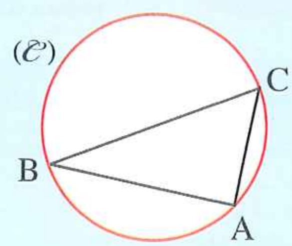
b. En déduire que : $\widehat{BAC} = \alpha + \beta$

2 Montrer que ABC est un triangle rectangle en A.

Activité 3 Triangle rectangle et son cercle circonscrit

ABC est un triangle rectangle en A.

Soit ($\mathscr{C}$) son cercle circonscrit de centre O et de rayon R.

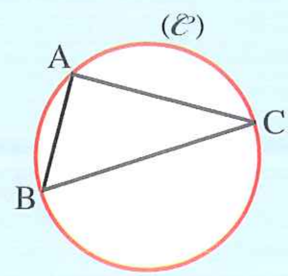


1 Montrer que O est le milieu de [BC].

2 Montrer que: $R = \frac{BC}{2}$.

Activité 4 Cercle défini par un diamètre

[BC] est un diamètre d'un cercle circonscrit à un triangle ABC.



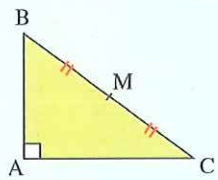
Montrer que ABC est un triangle rectangle.

SAVOIR
Je révise

1 MILIEU DE L'HYPOTÉNUSE D'UN TRIANGLE RECTANGLE

Propriété 1 Le milieu de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est équidistant des sommets du triangle .

Donnée

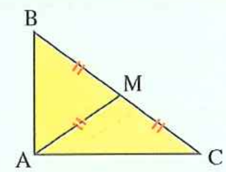


M est le milieu de [BC]

Propriété

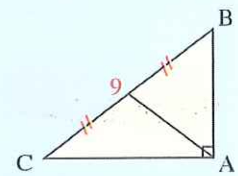
Propriété 1

Conclusion



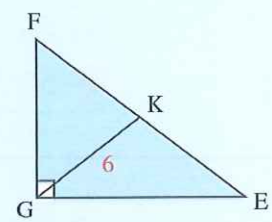
$MA = MB = MC = \frac{BC}{2}$

Exemples : *1)* Soit ABC un triangle rectangle en A , et I le milieu [BC] tel que : BC = 9cm.
Calculons AI.



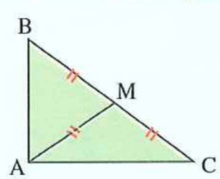
ABC est un triangle rectangle en A et I le milieu de son hypoténuse [BC],
alors : $AI = \frac{BC}{2}$, c'est-à-dire : $AI = \frac{9}{2}$. Donc : 4,5 cm.

2) Soit EFG un triangle rectangle en G , et K le milieu [EF] tel que : GK = 6cm .
Calculons EF.
EFG est un triangle rectangle en G , et K le milieu de son l'hypoténuse [EF],
alors : $EF = 2 \times GK$, c'est-à-dire : $EF = 2 \times 6$. Donc : EF = 12cm .



Propriété 2 Si le milieu d'un côté d'un triangle est équidistant de ses sommets, alors ce triangle est rectangle .

Donnée

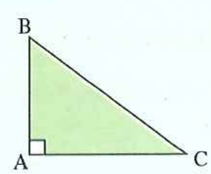


MA = MB = MC

Propriété

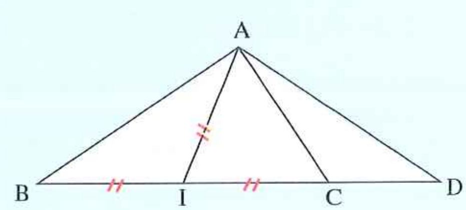
Propriété 2

Conclusion



ABC est un triangle rectangle en A.

Exemple : ABC est un rectangle en A car IA = IB = IC
par contre ABD n'est pas rectangle.

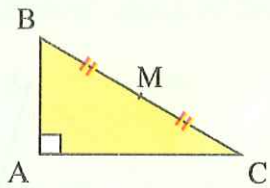


2 CERCLE CIRCONSCRIT À UN TRIANGLE RECTANGLE

Propriété 3

Si un triangle est rectangle, alors le centre de son cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse .

Donnée

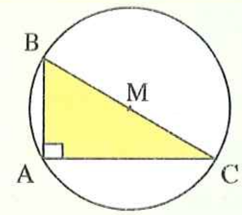


M est le milieu de [BC]

Propriété

Propriété 3

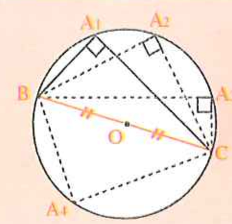
Conclusion



M est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC

Propriété 4

Si un triangle est inscrit dans un cercle ayant pour diamètre l'un de ses côtés, alors ce triangle est rectangle .



Exemple : E est un point du cercle de diamètre [GF]. (voir figure)

Déterminons la mesure de l'angle $\widehat{EFG}$.

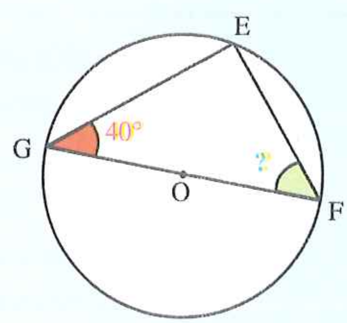
Puisque E est un point du cercle de diamètre [GF],

donc : $\widehat{GEF} = 90°$.

On a : $\widehat{EGF} + \widehat{EFG} = 90°$ et $\widehat{EGF} = 40°$

Donc : $40° + \widehat{EFG} = 90°$ c'est-à-dire : $\widehat{EFG} = 90° - 40°$

D'où : $\widehat{EFG} = 50°$.

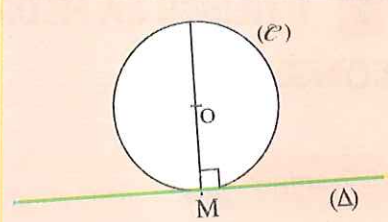


3 TANGENTES À UN CERCLE

Définition

$(\mathscr{C})$ est un cercle de centre O et M un point du cercle $(\mathscr{C})$.

La tangente à $(\mathscr{C})$ en M est la droite (Δ) perpendiculaire à la droite (OM) en M.



Remarque : Si (Δ) est la tangente à $(\mathscr{C})$ de centre O en M, alors $(\Delta) \perp (OM)$.

PRATIQUE
J'applique

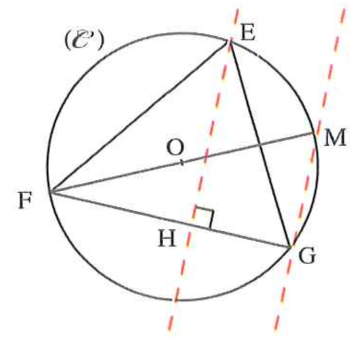
1 UTILISER LA PROPRIÉTÉ DU CERCLE CIRCONSCRIT À UN TRIANGLE

Exemple 1

EFG est un triangle et $(\mathscr{C})$ son cercle circonscrit de centre O .

Soit H le projeté orthogonal de E sur (FG) et M le point diamétralement opposé au point F .

Montrer que les droites (EH) et (MG) sont parallèles .



On sait que M est le point diamétralement opposé à F .

Donc [MF] est un diamètre de $(\mathscr{C})$.

Or G est un point de $(\mathscr{C})$, alors MGF est un triangle rectangle en G .

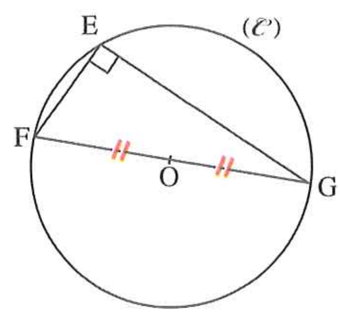
$(MG) \perp (FG)$.

$(EH) \perp (FG)$ (d'après les données),

Donc : $(MG) // (EH)$.

Exemple 2

Construire un triangle EFG rectangle en E tel que : FG = 10 cm et EF = 4 cm .



On trace :

- le segment [FG] tel que FG = 10 cm .
- O le milieu de [FG] .
- $(\mathscr{C})$ le cercle de centre O et de diamètre [FG].
- Un point de $(\mathscr{C})$ tel que : EF = 4cm.

Le point E répond à la question posée .

On sait que E est un point appartenant au cercle $(\mathscr{C})$ de diamètre [FG]

Donc : EFG est un triangle rectangle en E .

2 UTILISER LA MÉDIANE D'UN TRIANGLE RECTANGLE POUR CALCULER UNE LONGUEUR

Exemple 3

ABC est un triangle rectangle en A .

Soit M est le milieu de [BC] , N le projeté orthogonal de M sur (AC) et P le milieu de [AM] .

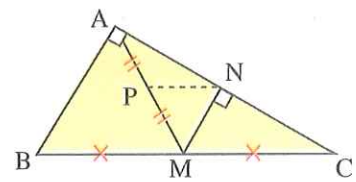
Calculer PN sachant que : BC = 8,4 cm .

N est le projeté orthogonal de M sur (AC) .

Donc AMN est un triangle rectangle en N .

Or P est le milieu de l'hypoténuse [AM],

alors : $NP = \frac{1}{2} AM$ (1) .



On sait que ABC est un triangle rectangle en A .

Et M est le milieu de l'hypoténuse [BC].

Donc : $AM = \frac{1}{2} BC$ (2)

De (1) et (2) , on déduit que : $NP = \frac{1}{2} (\frac{1}{2} BC)$ c'est-à-dire : $NP = \frac{1}{4} BC$.

Par ailleurs : $BC = 8{,}4$ cm .

Donc : $NP = \frac{1}{4} \times 8{,}4$ cm .

D'où : $NP = 2{,}1$ cm .

3 UTILISER LE CERCLE CIRCONSCRIT À UN TRIANGLE RECTANGLE

Exemple 4

$(\mathscr{C})$ est un cercle de centre O.

(Δ) est une droite qui coupe le cercle $(\mathscr{C})$ en deux points distincts E et F.

Construire les perpendiculaires à (Δ) en E et F sans utiliser l'équerre.

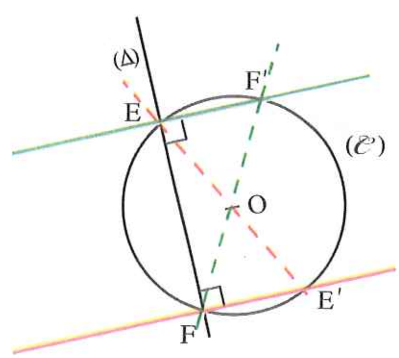
Justifier.

Soit E' le point d'intersection de la droite (OE) et du cercle $(\mathscr{C})$.

Soit F' le point d'intersection de la droite (OF) et du cercle $(\mathscr{C})$.

Il en résulte que [EE'] et [FF'] sont deux diamètres du cercle $(\mathscr{C})$.

Donc, les triangles EFF' et EFE' sont deux triangles rectangles respectivement en E et F.



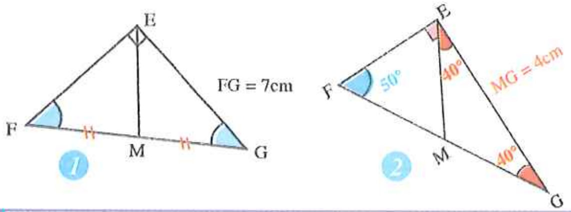
Par conséquent $(EF') \perp (EF)$ et $(E'F) \perp (EF)$

Comme E un point de (Δ) et F un point de (Δ), alors :

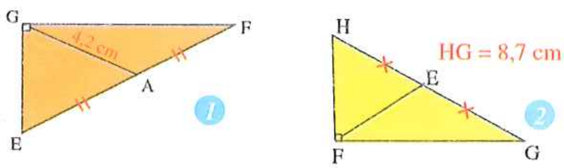
$(EF') \perp (\Delta)$ et $(E'F) \perp (\Delta)$.

CALCULER UNE LONGUEUR

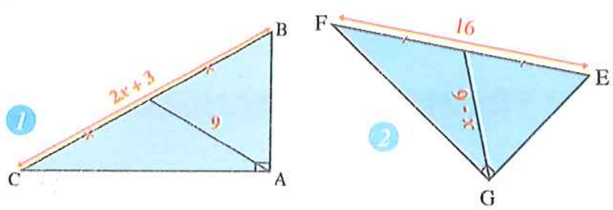
1 Dans chacun des cas suivants, calculer EM



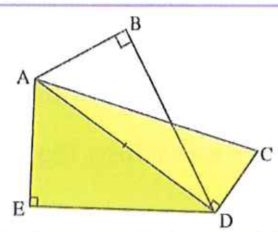
2 Dans chacun des cas suivants, calculer EF .



3 Calculer la valeur de x dans chacun des cas suivants :



4 Expliquer comment on peut construire un cercle ($\mathscr{C}$) passant par les points A , B , D et E .

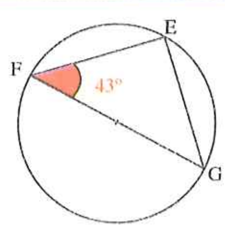


5 EFG est un triangle isocèle en E . Soit M le milieu de [EF] . La parallèle à la droite (FG) passant par M coupe [EG] en N .
Montrer que EFN est un triangle rectangle.

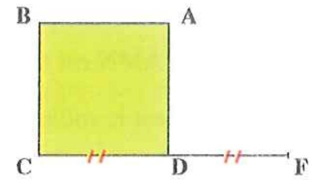
CERCLE CIRCONSCRIT À UN TRIANGLE RECTANGLE

6 [FG] est un diamètre du cercle circonscrit au triangle EFG .

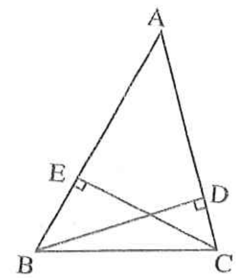
Calculer $\widehat{EGF}$.



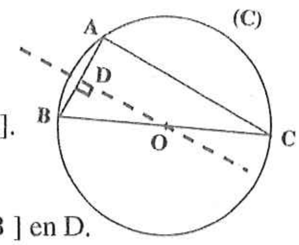
7 ABCD est un carré .
Soit F le symétrique de C par rapport à D .
Montrer que A appartient au cercle de diamètre [FC] .



8 ABC est un triangle .
Soit D le projeté orthogonal de B sur (AC) .
Soit E le projeté orthogonal de C sur (AB) .
Montrer que B , C , D et E sont des points cocycliques* .
(* appartiennent à un même cercle) .

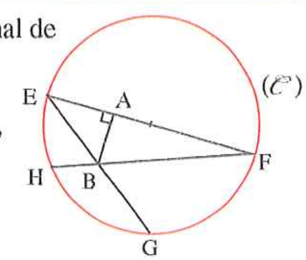


9 ABC est un triangle .
Soit ($\mathscr{C}$) son cercle circonscrit de centre O et de diamètre [BC].
La perpendiculaire à la droite (AB) passant par O coupe [AB] en D.
Montrer que D est le milieu de [AB].

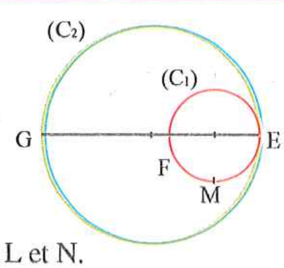


POUR MONTRER

10 Soit A le projeté orthogonal de B sur (EF) .
Montrer que les droites (EH) , (AB) et (FG) sont concourantes .



11 *1)* Recopier et compléter la figure ci-dessous .
2) Soit M un point de (C_1), (Δ) la tangente au cercle (C_2) en G.
Les droites (ME) et (MF) coupent respectivement (Δ) en L et N.



Montrer que les droites (LF) et (EN) sont perpendiculaires .

(Noter que [EF] est un diamètre de (C_1)

12

($\mathscr{C}$) est un cercle de centre O .

Soit A et B deux points (non diamétralement opposés) et M le milieu de [AB] .

La perpendiculaire en B à la droite (AB) recoupe ($\mathscr{C}$) en C .

Montrer que : BC = 2OM.

13

($\mathscr{C}$) est un cercle de centre O et de diamètre [AB] .

($\mathscr{C}$') est le cercle de diamètre [OB] .

Soit D un point de ($\mathscr{C}$) distinct de A et de B .

La droite parallèle à (AD) passant par O coupe [BD] en E .

1) Quelle est la nature du triangle BAD ? Justifier .

2) a. Montrer que : (OE)$\perp$(BD) .

b. En déduire que le point E appartient au cercle ($\mathscr{C}$') .

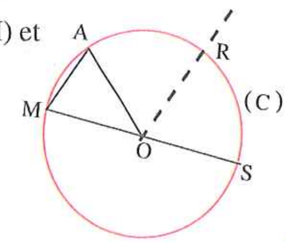
14

Sur la figure suivante , [MS] est un diamètre du cercle (C) de centre O .

[OR) est la bissectrice de l'angle $\widehat{AOS}$.

1) Montrer que les droites (AM) et (AS) sont perpendiculaires.

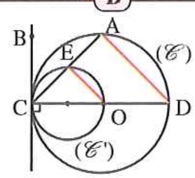
2) En déduire que les droites (AM) et (OR) sont parallèles.



MON BILAN

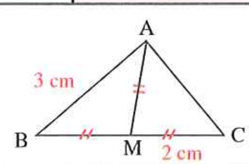
1) Indiquer la bonne réponse par A , B ou C :

Pour les exercices 1 à 5, on utilise la figure ci-contre : ($\mathscr{C}$) est le cercle de diamètre [CD]



	A	B	C
1 Le triangle ACD est : ...	isocèle	rectangle	équilatéral
2 Le triangle CDE est : ...	isocèle	rectangle	équilatéral
3 Le centre du cercle ($\mathscr{C}$') est le milieu de : ...	[CD]	[CA]	[CO]
4 Les droites (AD) et (OE) sont	perpendiculaires	parallèles	sécantes
5 La tangente du cercle ($\mathscr{C}$) au point C est la droite : ...	(OA)	(CE)	(CB)

Pour les exercices 6 à 7 on utilise la figure ci-contre :



	A	B	C
6 Le triangle ABC est : ...	isocèle	rectangle	équilatéral
7 Le centre du cercle circonscrit au triangle ABC est : ...	B	C	M

Correction page : 197

2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

	Savoir	Pratique
Ex: 1	Propriété 4	
Ex: 2	Propriété 4	
Ex: 3	Propriété 3	
Ex: 4	Propriété 4	
Ex: 5	Définition	
Ex: 6	Propriété 2	
Ex: 7	Propriété 3	

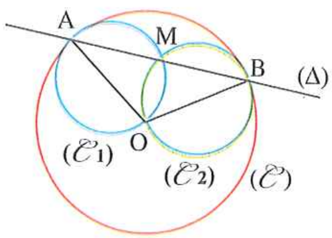
3) Exercices pour la remédiation voir R10 page : 198

APPROFONDISSEMENT
Je recherche

POUR MONTRER

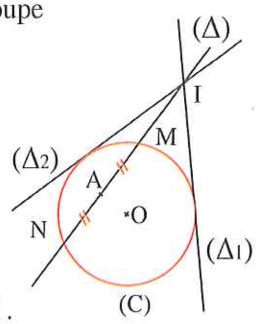
15 (C) est un cercle de centre O .
Une droite (Δ) coupe (C) en A et B , (O n'appartient pas à (Δ)) .
Soit ($\mathscr{C}_1$) le cercle de diamètre [OA] et ($\mathscr{C}_2$) le cercle de diamètre [OB].
($\mathscr{C}_1$) et ($\mathscr{C}_2$) se coupent en O et M .

Montrer que M est le milieu de [AB] .

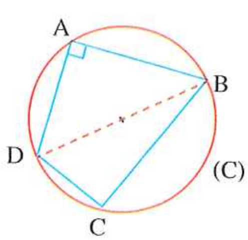


16 Dans la figure ci-dessous :
O est le centre du cercle (C).
(Δ_1) et (Δ_2) sont tangentes au cercle (C) et sécantes en I .
Une droite (Δ) passant par I coupe (C) en M et N.
Soit A le milieu de [MN] .

1) Montrer que MAO est un triangle rectangle .
2) En déduire que A appartient au cercle (C ') de diamètre [OI] .

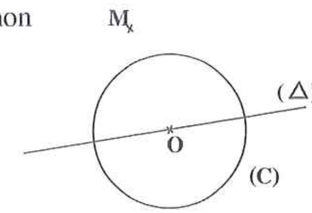


17 *1)* Recopier la figure ci-contre :
2) Montrer que : $\widehat{BCD} = 90°$.
3) Les droites (AD) et (BC) se coupent en E .
Les droites (AB) et (DC) se coupent en F .
Soit I le milieu de [EF] .
Montrer que CIA est un triangle isocèle .
4) Montrer que les droites (DB) et (EF) sont perpendiculaires .

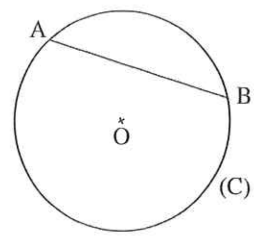


CONSTRUCTION

18 À l'aide d'une règle non graduée, construire la perpendiculaire à la droite (Δ) passant par M .



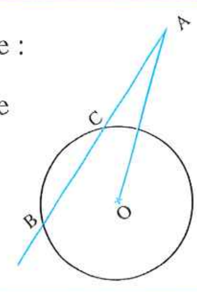
19 [AB] est une corde d'un cercle (C) de centre O .
À l'aide de la règle seulement, construire les perpendiculaires à la droite (AB) en A et B .



PROBLÈMES OUVERTS

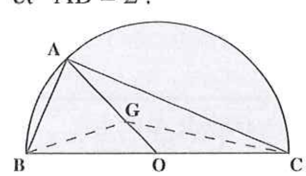
20 EFG est un triangle tel que : EG > EF .
Soit M le milieu de [EG].
La bissectrice de l'angle $\widehat{FEG}$ coupe la droite (FG) en N .
La parallèle à la droite (EF) passant par M coupe (EN) en P .
Montrer que EGP est un triangle rectangle .

21 Recopier la figure ci-contre :
Montrer que le cercle de diamètre [OA] coupe [BC] en son milieu D .

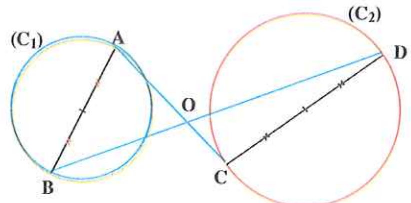


22 On donne : BC = 6 et AB = 2 .

Soit G le centre de gravité du triangle ABC .
1) Calculer GA .
2) En déduire la nature du triangle GAB.



23 À l'aide d'une règle non graduée seulement, construire la perpendiculaire à la droite (BC) passant par O .



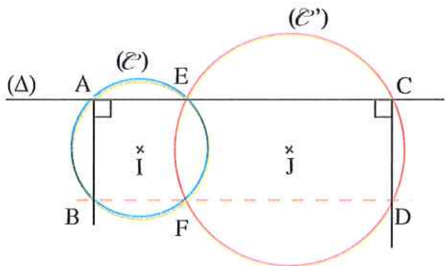
24 Sur la figure ci-dessous :

$\mathscr{C}$(I ; r) et $\mathscr{C}$' (J ; r') se coupent en E et F .

La droite (Δ) passant par E recoupe ($\mathscr{C}$) en A et ($\mathscr{C}$') en C .

La perpendiculaire à (Δ) passant par A recoupe ($\mathscr{C}$) en B .

La perpendiculaire à (Δ) passant par C recoupe ($\mathscr{C}$') en D .



Montrer que les points B , F et D sont alignés .

25 ABCD est parallélogramme tel que :

$$AB = 8 \quad \text{et} \quad AD = 5 .$$

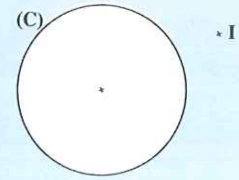
Soit I le milieu de [CD] .

Les bissectrices des angles $\widehat{ADC}$ et $\widehat{DCB}$ se coupent en J.

Calculer IJ .

CHALLENGES

26 Construire les tangentes au cercle (C) passant par le point I .

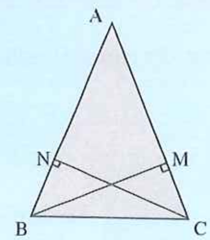


27 ABC est un triangle isocèle en A .

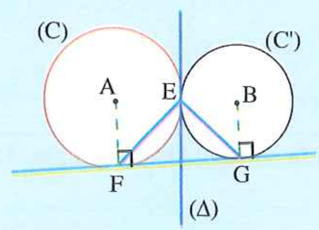
Soit M le projeté orthogonal de B sur (AC) .

Soit N le projeté orthogonal de C sur (AB) .

Montrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles .



28 Sur la figure suivante :



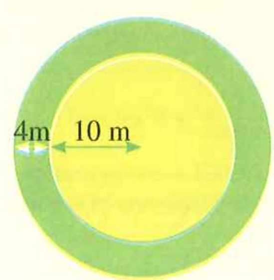
(Δ) est la tangente commune aux deux cercles (C) et (C ') en E . La droite (FG) est une tangente commune aux cercles (C) et (C ') .

Montrer que EFG est un triangle rectangle

SITUATIONS PROPOSÉES AU TIMSS

On a construit un parcours de 4 mètres de largeur autour d'une fontaine de 10 m de rayon.

Quelle est l'aire du parcours (en mètre carré)?



THÉORÈME DE PYTHAGORE

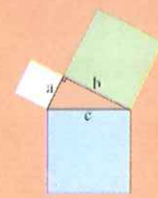
PRÉREQUIS :

* Triangle rectangle et cercle.
* Inégalité triangulaire.
* Aire d'un triangle, d'un carré.

Un point d'histoire

Pythagore (-585 ; -500)

Pythagore est un philosophe et mathématicien grec. À l'âge de 18 ans, il remporta toutes les compétitions de pugilat aux jeux Olympiques.



TEST DIAGNOSTIQUE : Je m'évalue

CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.

Pour chaque question, cocher la bonne réponse et justifier votre choix.

	Réponses :		
Le carré de 15 est égal à ...	30	225	7,5
L'aire d'un carré est de 64 m². Son côté mesure ...	8 m	128m	32m
Si $x^2 = 100$, alors ...	$x = 50$	$x = 10$	$x = -10$ ou $x = 10$
L'aire du triangle MAN de hauteur AH est ...	$\frac{AH \times MH}{2}$	AH x MN	$\frac{AH \times MN}{2}$
Si ABC est un triangle, alors ...	AB+AC>BC	AB+AC<BC	BC= AB + AC
Si AB + AC = BC, alors ...	ABC est un triangle	B $\in$ [AC]	A $\in$ [BC]
Si ABC est un triangle rectangle en A, alors ...	AB+AC= BC	AC > BC	AB < BC
EFG est un triangle rectangle en F, alors son hypoténuse est le côté ...	[EF]	[EG]	[FG]
$6^2 + 8^2$ est égal à ...	$(6 + 8)^2$	12+16	100
L'équation $25 = x + 9$ a pour solution ...	$\frac{25}{9}$	25 – 9	9 – 25

Solutions page : 196

ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE

Chapitre 11

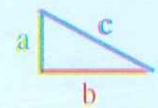
Activité 1 Théorème de Pythagore : Expérimentation

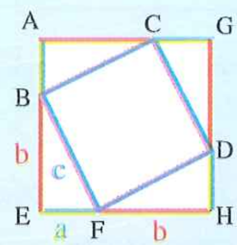
1. *a.* Tracer trois triangles ABC rectangles en A .
   b. Mesurer les côtés de ces trois triangles rectangles.
2. Recopier et compléter le tableau suivant :
3. Que peut-on conclure ?

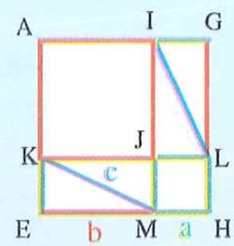
	AB^2	AC^2	$AB^2 + AC^2$	BC^2
Triangle (1)				
Triangle (2)				
Triangle (3)				

Activité 2 Démonstration du théorème de Pythagore avec les aires

Soit un triangle rectangle dont la longueur de l'hypoténuse est notée : a et les longueurs des côtés de l'angle droit sont notés : b et c.
Avec quatre exemplaires du triangle rectangle ci-contre, on construit deux carrés de côté a + b de deux façons différentes :



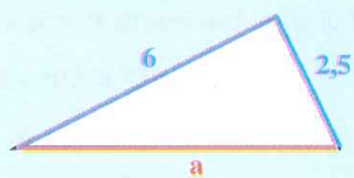


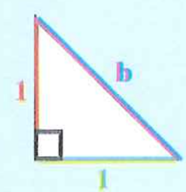


1. Démontrer que : Aire BCDF = Aire AIJK + Aire JLHM.
2. En déduire que : $BC^2 = AB^2 + AC^2$ et écrire cette égalité en utilisant les lettres a , b et c.
3. Recopier et compléter le théorème suivant :
   « Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de … est égal à la somme des carrés des longueurs … ».
   appelé théorème de Pythagore.
4. ABC est un triangle rectangle en A tel que : AB = 6cm et AC = 8cm .
   Calculer la valeur exacte de la longueur BC de l'hypoténuse.

Activité 3 Introduction aux nombres réels

On s'intéresse à la longueur exacte de l'hypoténuse a et b des deux triangles rectangles ci-contre :





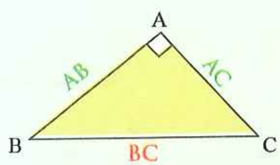
1. *a.* Montrer que : $a^2 = 42{,}25$
   b. avec la touche x^2 de la calculatrice déterminer la valeur exacte de la longueur a parmi les nombres suivants : 6,3 , 6,4 , 6,5.
   c. Avec la calculatrice effectuer les séquences suivantes : $\sqrt{\ }$ 4 2 • 2 5 =
   Que peut-on conclure ?
   La valeur exacte de a est notée $\sqrt{42{,}25}$, on lit : " la racine carré de 42,25".
   $\sqrt{42{,}25}$ est le nombre positif dont le carré est égal à : 42,25.
2. *a.* Montrer que : $b^2 = 2$
   b. La longueur exacte de b est-elle égale à 1,41 ; 1,414 ; $\sqrt{2}$?
   c. En utilisant les touches $\sqrt{\ }$ et x^2 vérifier que $\sqrt{2}$ est la valeur exacte de b .
   $\sqrt{2}$ est un nombre réel , ni décimal, ni rationnel.

SAVOIR
Je révise

1 THÉORÈME DE PYTHAGORE

Théorème Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés .

Donnée



ABC est un triangle rectangle en A

Théorème

Théorème de Pythagore

Conclusion

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

Remarque 1 : Le théorème de Pythagore permet de calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle connaissant les longueurs des deux autres côtés .

Exemple : ABC est un triangle rectangle en A tel que : $AB = 8$ cm et $AC = 6$ cm .

Calculons BC .

On sait que ABC est un triangle rectangle en A .

D'après le théorème de Pythagore, on obtient :

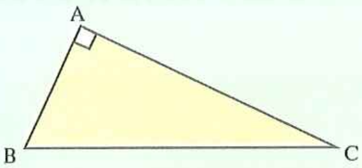
$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$
$$BC^2 = 8^2 + 6^2$$
$$BC^2 = 64 + 36$$
$$BC^2 = 100 = 10^2 ;$$

donc : $BC = 10$ cm car $BC > 0$.

2 PROPRIÉTÉ DES CÔTÉS D'UN TRIANGLE RECTANGLE

Propriété Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est le plus grand côté.

Donnée



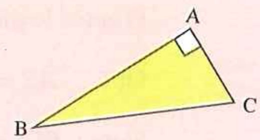
ABC un triangle rectangle en A

Propriété ⟹

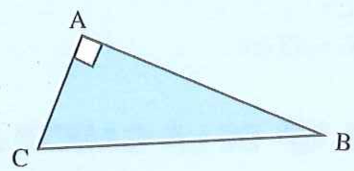
Conclusion

$AB < BC$
et
$AC < BC$

Remarque 2 : Si ABC est un triangle rectangle en A, alors : $\begin{cases} AB^2 = BC^2 - AC^2 \\ AC^2 = BC^2 - AB^2 \end{cases}$



Exemple : ABC est un triangle rectangle en A tel que : $BC = 7$ cm et $AB = 6$ cm .



Calculons AC .

On sait que ABC est un triangle rectangle en A .

Donc [BC] est son hypoténuse .

D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AC^2 = BC^2 - AB^2$$
$$AC^2 = 7^2 - 6^2$$
$$AC^2 = 13.$$

On cherche le nombre positif qui, élevé au carré, donne 13.
Ce nombre s'appelle **la racine carrée de 13** et se note $\sqrt{13}$.

$\sqrt{13}$ est un nombre irrationnel

Donc : $AC = \sqrt{13}$ car $AC > 0$ et $(\sqrt{13})^2 = 13$.

On peut obtenir une valeur approchée à l'aide de la touche $\sqrt{\ }$ de la calculatrice : $AC \simeq 3{,}6$.

A retenir : a est un nombre positif. $(\sqrt{a})^2 = a$ et $\sqrt{a^2} = a$

PRATIQUE
J'applique

1 CALCULER LA LONGUEUR D'UN CÔTÉ D'UN TRIANGLE RECTANGLE

Exemple 1 ABC est un triangle rectangle en A tel que : AB = 5 cm et AC = 12 cm .
Calculer BC .

On sait que ABC est un triangle rectangle en A , donc [BC] est son hypoténuse .

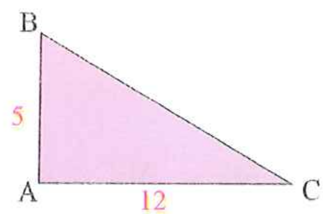
D'après le théorème de Pythagore, on obtient : $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Or : AB = 5 cm et AC = 12 cm (d'après les données),

alors : $BC^2 = 5^2 + 12^2$

$BC^2 = 25 + 144$

$BC^2 = 169 = 13^2$.



Comme BC > 0, alors : BC = 13 cm .

2 UTILISER LA TOUCHE √ DE LA CALCULATRICE

Exemple 2 ABC est un triangle rectangle en A tel que : BC = 7 cm et AC = 3 cm .
Calculer la longueur en cm du côté [AB], arrondit au dixième.

On connaît les longueurs de deux côtés du triangle rectangle ABC; donc on peut appliquer le théorème de Pythagore .ABC est un triangle rectangle en A ; donc [BC] est son hypoténuse .

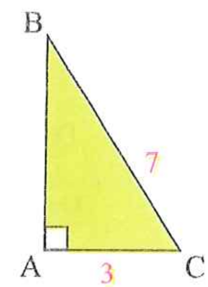
D'après le théorème de Pythagore, on obtient : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Or : BC = 7 cm et AC = 3 cm ,

alors : $7^2 = AB^2 + 3^2$ c'est-à-dire : $49 = AB^2 + 9$

Donc : $AB^2 = 49 - 9$ c'est-à-dire : $AB^2 = 40$

Donc : $AB = \sqrt{40}$ Car AB > 0 et $(\sqrt{40})^2 = 40$



$\sqrt{40}$ 6,32455553

(en utilisant la touche √ de la calculatrice, puis la touche EXE).

L'arrondi au dixième de $\sqrt{40}$ est 6,3 , donc la longueur du côté [AB] est environ 6,3 : $AB \approx 6,3$ cm

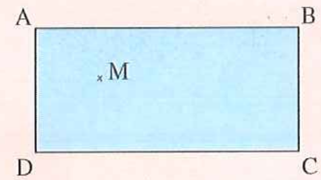
3 UTILISER LE THÉORÈME DE PYTHAGORE POUR DÉMONTRER

Exemple 3

ABCD est un rectangle .

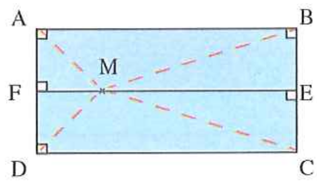
Soit M un point à l'intérieur du rectangle ABCD.

Montrer que : $MA^2 - MB^2 = MD^2 - MC^2$



Soit E le projeté orthogonal de M sur (BC).

Soit F le projeté orthogonal de M sur (AD).



On obtient ainsi deux rectangles ABEF et DCEF. il en résulte que : AF = BE et DF = EC

En utilisant le théorème de Pythagore dans les triangles rectangle AFM et BEM, on obtient :

$$\begin{aligned} MA^2 - MB^2 &= (AF^2 + MF^2) - (BE^2 + ME^2) \\ &= \cancel{BE}^2 + MF^2 - \cancel{BE}^2 - ME^2 \\ &= MF^2 - ME^2 \\ &= (MD^2 - DF^2) - (MC^2 - EC^2) \\ &= MD^2 - DF^2 - MC^2 + EC^2 \\ &= MD^2 - \cancel{EC}^2 - MC^2 + \cancel{EC}^2 \quad \text{(car DF = EF)} \\ &= MD^2 - MC^2 \end{aligned}$$

Donc : $MA^2 - MB^2 = MD^2 - MC^2$.

4 CALCULER LA LONGUEUR DE LA DIAGONALE D'UN LOSANGE

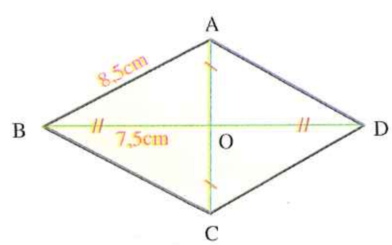
Exemple 4

ABCD est un losange de centre O tel que : AB = 8,5 cm et BD = 15 cm

Calculer la longueur de la diagonale [AC]

ABCD est un losange, donc ses diagonales sont perpendiculaires et ont le même milieu O.

Donc : $AC = 2OA$ et $OB = \frac{1}{2}BD = 7,5\,\text{cm}$.



Le triangle OAB est rectangle en O , donc d'près le théorème de Pythagore,

On a : $OA^2 + OB^2 = AB^2$,

donc : $OA^2 = AB^2 - OB^2 = (8,5)^2 - (7,5)^2 = 72,25 - 56,25 = 16$

Donc : $OA = \sqrt{16} = 4$. D'où la longueur de la diagonale [AC] est : $AC = 2OA = 8$ cm.

RÉVISER SON COURS

1 En utilisant les données de la figure suivante, compléter les égalités suivantes :

$BD^2 = \dots^2 + \dots^2$

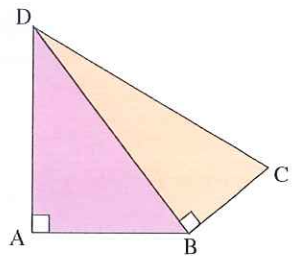
$AB^2 = \dots^2 - \dots^2$

$AD^2 = \dots^2 - \dots^2$

$DC^2 = \dots^2 + \dots^2$

$BC^2 = \dots^2 - \dots^2$

$BD^2 = \dots^2 - \dots^2$



2 Recopier et compléter les phrases suivantes :

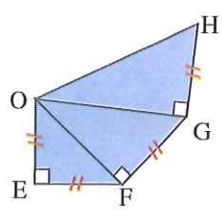
- 49 est le carré de ....
  La racine carrée de 49 est ....
- .... est le carré de 22 .
  La racine carrée de .... est 22 .
- .... est le carré de 0,3 .
- La racine carrée de 256 est .....

CALCUL D'UNE LONGUEUR

3 On considère la figure ci-contre :

On donne : OE = 1.

Calculer OF , OG et OH .



4 Dans la figure ci-contre :

EFGH est un rectangle .

DEG est un triangle rectangle .

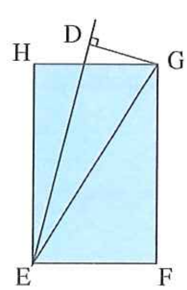
EF = 6 cm ;

EH = 8 cm ;

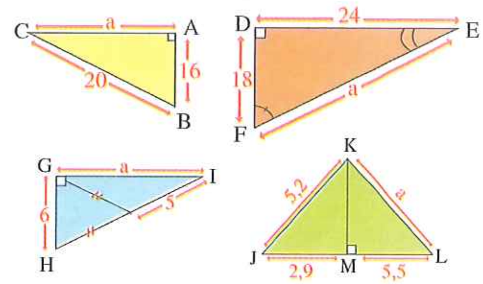
DE = 6,2 cm

a. Calculer EG .

b. Calculer DG .



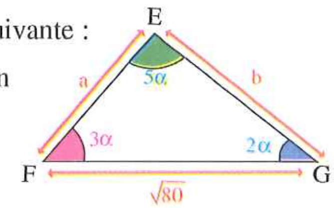
5 Calculer a dans chacun des cas suivants :



6 Observer la figure suivante :

1) Montrer que EFG est un triangle rectangle en E .

2) Calculer $a^2 + b^2$.



7 ABCD est un losange tel que :

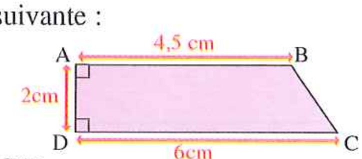
AC = 6 cm et BD = 8 cm .

Calculer AB .

8 Dans la figure suivante :

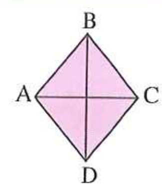
ABCD est un trapèze rectangle en A et D .

Calculer : AC , BC et BD.

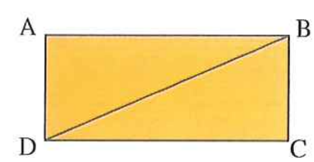


9 ABCD est un losange tel que : AC = 5cm et BD =12cm

Calculer le périmètre de ABCD.



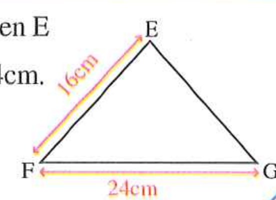
10 ABCD est un rectangle tel que son périmètre mesure 34 cm et que : AB = 12cm.



Déterminer la longueur de la diagonale du rectangle.

11 EFG est un triangle isocèle en E tel que : EF = 16cm et FG = 24cm.

Calculer la longueur de la hauteur relative à la base [FG].

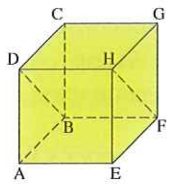


12 ABCDEFGH est un cube de 4cm d'arête.

1) Calculer la longueur DE.

2) a. Sans justification, donner la nature du quadrilatère BDHF.

b. On admet que le triangle BDH est rectangle. Calculer BH.

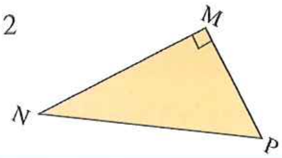


13 MNP est un triangle rectangle en M tel que :

MN = $x + 8$; MP = $x + 2$

et NP = $2x + 5$.

Calculer x .



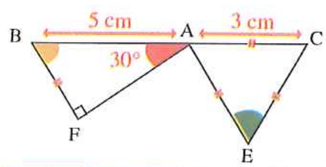
14 ABC est un triangle rectangle en B tel que :

AB = $x^2 - y^2$ et AC = $x^2 + y^2$ (où $x > y > 0$).

Calculer BC en fonction de x et y .

15 Dans la figure ci-dessous : A , B et C sont trois points alignés .

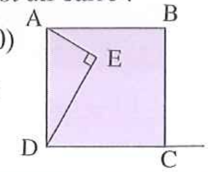
Calculer la longueur EF .



16 Dans la figure suivante ,ABCD est un carré .

On donne : AE = a et DE = 7a (a > 0)

Calculer les longueurs des diagonales de ABCD .



17 Dans un triangle EFG rectangle en E, la hauteur issue de E coupe [FG] en K et la médiane issue de E coupe [FG] en L (EF > EG) .

1) a. Sachant que EL = 5 et EK = 4, calculer LG .

b. Calculer KF .

2) Calculer le périmètre du triangle EFG .

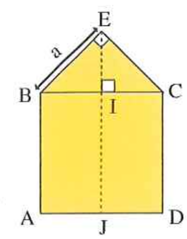
18 Dans la figure ci-contre :

ABCD est un carré et BEC est un triangle isocèle rectangle en E .

1) Montrer que :

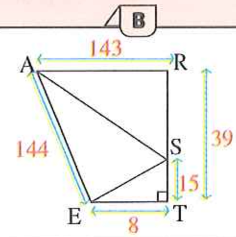
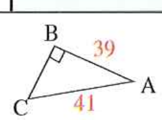
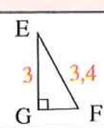
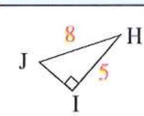
$AB^2 = 2a^2$ et $EJ^2 = \dfrac{9}{4}a^2$.

2) En déduire que : $ED^2 = 5a^2$.



MON BILAN

1) Indiquer la bonne réponse par A , B ou C :

	A	B	C
Pour les exercices 1 à 3, on utilise la figure ci-contre :			
1 La longueur AS est égal à : ...	143	144	145
2 La longueur ES est égal à : ...	17	18	19
3 Les droites (AE) et (SE) sont : ...	sont parallèles	sont perpendiculaires	ne sont pas perpendiculaires
Pour les exercices 3 à 6, on utilise la figure ci-contre : (l'unité de longueur étant le centimètre)			
4 La longueur BC est égal à : ...	40	$\sqrt{160}$	12
5 La longueur GF est égal à : ...	1,6	1,7	2
6 La valeur approchée de IJ est : ...	6	6,24	7

Correction page : 197

2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

	Savoir	Pratique
Ex: 1	Théorème	
Ex: 2	Théorème	
Ex: 3	Théorème	
Ex: 4	Théorème	
Ex: 5	Théorème	
Ex: 6	Théorème	

3) Exercices pour la remédiation voir R11 page : 199

APPROFONDISSEMENT
Je recherche

POUR DÉMONTRER

19 EFG est un triangle équilatéral .

Soit H le symétrique de F par rapport à G .

Montrer que : $EH^2 = 3EF^2$.

20 ABC est un triangle isocèle en A .

Soit [AH] la hauteur issue de A et D le symétrique de B par rapport à C .

Montrer que : $AD^2 = 2BC^2 + AC^2$.

21 ABC est un triangle rectangle en A tel que :

Aire ABC = 84 cm^2 et AB + AC = 31 cm

1) Montrer que le périmètre du triangle ABC est 56 cm .

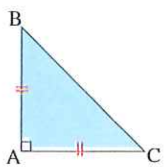
2) Soit H le projeté orthogonal de A sur [BC] .

a. Montrer que AH = 6,72 cm .

b. Calculer CH sachant que : AB = 24 cm .

PROBLÈMES OUVERTS

22 I - ABC est un triangle isocèle rectangle en A tel que : AB = a (où a > 0)



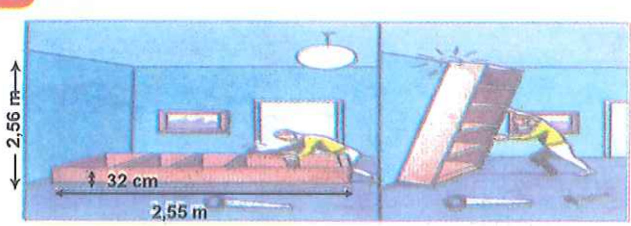
Montrer que : $BC = a\sqrt{2}$.

II - ABC est un triangle rectangle en A tel que :

$$BC = a \quad \text{et} \quad \widehat{ACB} = 60°$$

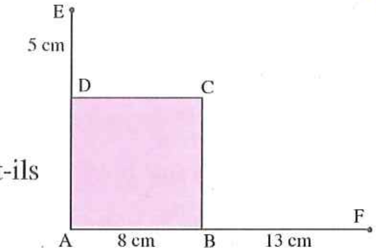
Montrer que : $AC = \dfrac{a}{2}$ et $AB = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

23



Par Pythagore, expliquer pourquoi "cela ne passe pas"?

24 On considère la figure suivante où ABCD est un carré.



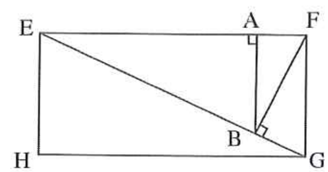
Les points E,C et F sont-ils alignés ?

CALCUL D'AIRE

25 Dans la figure ci-dessous :

EFGH est un rectangle tel que : EF = 4 et FG = 3.

1) Calculer EG .



2)a. Calculer l'aire du triangle EFG .

b. En déduire BF .

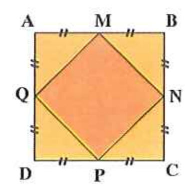
3) Calculer BG .

4)a. Déterminer l'aire du triangle BEF .

b. En déduire AB .

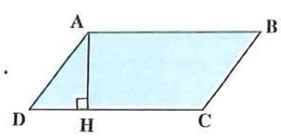
26 ABCD est un carré de côté 5cm.

Calculer l'aire du carré MNPQ.



27 Dans la figure ci-contre :

ABCD est un parallélogramme .



AB = 7 cm ; BC = 5 cm ; CH = 4 cm .

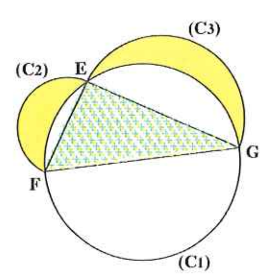
Calculer l'aire de ABCD .

28 On considère les cercles :

(C_1) de diamètre [FG],

(C_2) de diamètre [EF] et

(C_3) de diamètre [EG] .



Montrer que l'aire de la figure coloriée en jaune est égale à l'aire du triangle EFG.

RACINE CARRÉE

29 Recopier et compléter les tableaux suivants à l'aide des touches et de la calculatrice .

a	49	64	...	...	100	...	...
$\sqrt{a}$	...	...	10	3	...	5	12

a	9	13	...	...	17	6	...
a^2	...	...	225	121	...	5	1089

30 Recopier et compléter les inégalités suivantes par deux entiers consécutifs .

$(....)^2 < 83 < (....)^2$; $.... < \sqrt{17} < ....$

$(....)^2 < 38 < (....)^2$; $.... < \sqrt{6} < ....$

31 Donner une valeur approchée au millième près par défaut de chacun des nombres suivants (en utilisant la touche convenable de la calculatrice) :

$\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$; $\sqrt{11}$; $\sqrt{19}$; $\sqrt{5,37}$

CHALLENGES

32 ABC est un triangle rectangle en A .

Soit D le milieu de [AB] et E le projeté orthogonal de D sur [BC].

Montrer que : $EC^2 = AC^2 + EB^2$.

33 ABCD est un losange .

Montrer que : $4AB^2 - AC^2 = BD^2$.

34 **AVEC TICE**

ABCD est un parallélogramme.

1) Montrer que : $AC^2 + BD^2 = 2(AB^2 + AD^2)$

2) Utiliser un ***tableur*** pour tester l'égalité demandé.

35 ABC est un triangle rectangle en A.

Soit H le projeté orthogonal de A sur (BC).

Montrer que : $\dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{AC^2} = \dfrac{1}{AH^2}$.

36 Soit EFG un triangle, on considère à son extérieur les points A, B et C tels que les triangles AFG, BGE et CEF sont isocèles et rectangles respectivement en A, B et C.

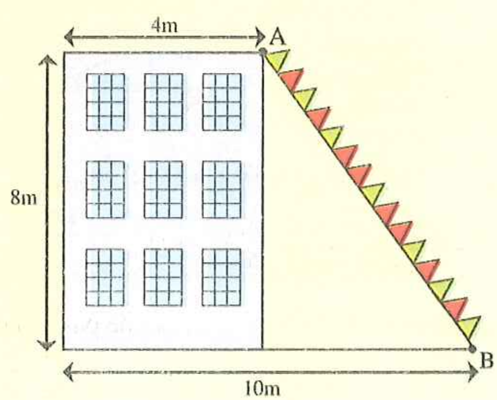
On suppose : AF = 15 ; BG = 12 ; CE = 9.

Montrer que les points B, E et C sont alignés.

SITUATIONS PROPOSÉES AU TIMSS

Une corde à laquelle sont attachés de petits drapeaux relie le point A au point B comme indiqué sur la figure.

Quelle est la longueur de la corde ?



COSINUS D'UN ANGLE AIGU

PRÉREQUIS :

* Propriété des trois rapports égaux.
* Triangle rectangle et cercle.
* Théorème de Pythagore.

Un point d'histoire


Tablette Plimpton 322

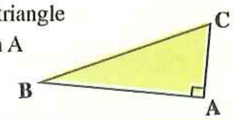
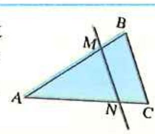
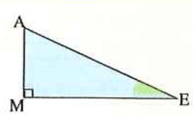
Tablette Plimpton 322

L'histoire des fonctions trigonométriques semble avoir débuté il y a environ 4000 ans. Nous savons de façon certaine que les Babyloniens déterminaient des approximations de mesures d'angles ou de longueurs de côtés de triangles rectangles. Plusieurs tables de nombres gravés sur de l'argile séchée en témoignent.

TEST DIAGNOSTIQUE : Je m'évalue

CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.

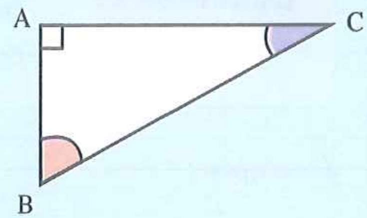
Pour chaque question, cocher la bonne réponse et justifier votre choix.

	Réponses :		
L'hypoténuse du triangle ABC rectangle en A est le côté ... 	[AB]	[AC]	[BC]
EFG est un triangle rectangle en G tel que : $\widehat{EFG} = 35°$ Donc, la mesure de l'angle $\widehat{FEG}$ est ...	145°	55°	35°
L'équation $\frac{x}{7} = 0{,}2$ a pour solution ...	$\frac{0{,}2}{7}$	$0{,}2 - 7$	$7 \times 0{,}2$
L'équation $\frac{4}{x} = 0{,}8$ a pour solution ...	$\frac{4}{0{,}8}$	$4 \times 0{,}8$	$4 - 0{,}8$
On donne : M est un point de [AB] et N est un point de [AC] et (MN) // (BC). Donc .... 	$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{BC}$	$\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB}$	$\frac{AM}{AN} = \frac{AB}{AC}$
Si $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$, alors ...	$\frac{a}{3} = \frac{b}{2}$	$\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$	$\frac{3}{a} = \frac{b}{2}$
L'angle $\widehat{AEM}$ est formé par l'hypoténuse et le côté ... 	[ME]	[AM]	[AE]
L'arrondi au dixième de 5,2721 est	5	5,2	5,3
Si $0 < x < y$, alors ...	$\frac{x}{y} > 1$	$0 < \frac{x}{y} < 1$	$\frac{x}{y} < 0$

Solutions page : 196

ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE

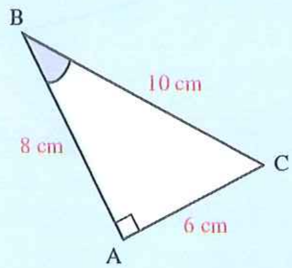
Activité 1 Côté adjacent à un angle aigu

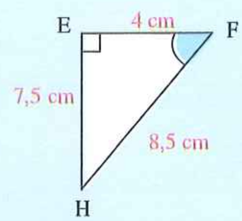


Le côté adjacent à un angle aigu dans un triangle rectangle est le côté de l'angle qui n'est pas l'hypoténuse (c'est-à-dire qu'il "touche" cet angle)
Dans la figure ci-contre, ABC est un triangle rectangle en A.

Quel est le côté adjacent à l'angle $\widehat{ABC}$? à l'angle $\widehat{ACB}$?

Activité 2 Cosinus d'un angle aigu



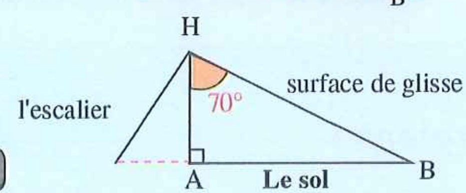


Dans un triangle rectangle, le cosinus d'un angle aigu est le quotient : $\dfrac{\text{longueur du côté adjacent à cet angle}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$

Dans chacun des triangles rectangles ci-contre,

calculer $\cos\widehat{ABC}$ et $\cos\widehat{EHF}$.

Activité 3 Calcul de l'hypoténuse



On a schématisé ci-contre un toboggan tel que : AH = 3,5 cm

1 **a.** Montrer que : $\cos 70° = \dfrac{3,5}{BH}$

b. En déduire que : $BH = \dfrac{3,5}{\cos 70°}$

2 Vérifier que la calculatric est en mode degré .

Avec la calculatrice effectuer les séquences suivantes :

et en déduire une valeur approchée de BH.

Activité 4 Calcul de la mesure d'un angle aigu

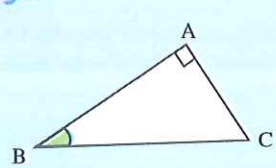
La tour de Pise mesure 54,56 m. Elle est inclinée par rapport à la verticale.

Le sommet s'écarte de la verticale de 5,23 m.

Déterminer l'angle de l'inclinaison de la tour de Pise par rapport à la verticale.

Tour de Pise (Italy)

Activité 5 Encadrement du cosinus d'un angle aigu



ABC est un triangle rectangle en A.

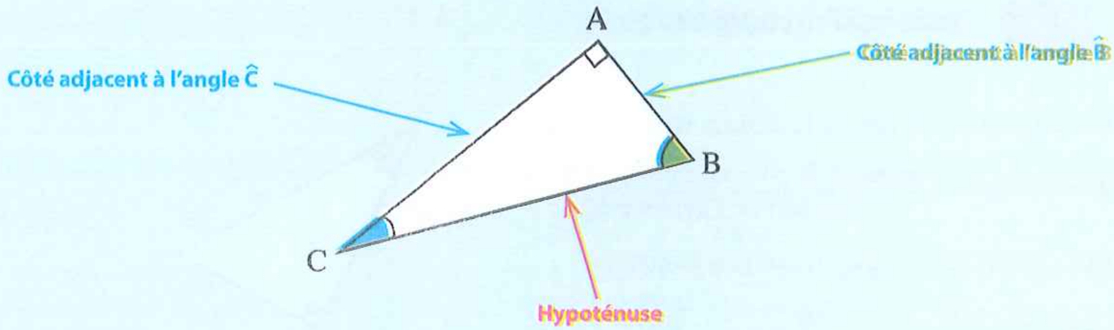
Montrer que : $0 < \cos\widehat{ABC} < 1$.

SAVOIR
Je révise

1 CÔTÉ ADJACENT À UN ANGLE

Définition 1 Dans un triangle rectangle, chaque angle aigu est formé par deux côtés.
L'un de ces côtés est l'hypoténuse, l'autre est appelé **le côté adjacent** à l'angle.

Exemple :



2 COSINUS D'UN ANGLE AIGU

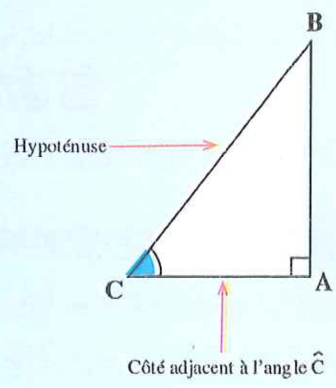
Définition 2 Dans un triangle rectangle, le cosinus d'un angle aigu est le quotient de la longueur du côté adjacent à cet angle par la longueur de l'hypoténuse.

A retenir :

ABC est un triangle rectangle en A.

Le cosinus de l'angle $\widehat{ACB}$ se note $\cos \widehat{ACB}$.

Ainsi : $\cos \widehat{ACB} = \dfrac{AC}{BC}$.



Exemple :

EFG est un triangle rectangle en E tel que : EF = 12 ; EG = 5 ; FG = 13.

Calculons $\cos \widehat{EFG}$ et $\cos \widehat{EGF}$.

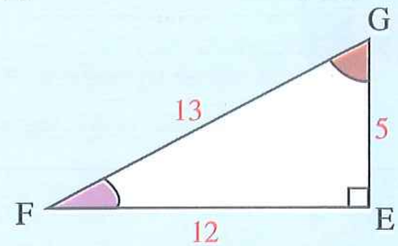
EFG est un triangle rectangle en E. (En effet $13^2 = 12^2 + 5^2$)

On a : $\cos \widehat{EFG} = \dfrac{EF}{FG}$

Donc : $\cos \widehat{EFG} = \dfrac{12}{13}$.

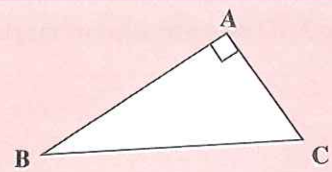
Et : $\cos \widehat{EGF} = \dfrac{EG}{FG}$

Donc : $\cos \widehat{EGF} = \dfrac{5}{13}$.



Remarque : ABC est un triangle rectangle en A.

$AB = BC \times \cos \widehat{B}$ et $AC = BC \times \cos \widehat{C}$



Exemple :

EFG est un triangle rectangle en E tel que : $\cos \widehat{F} = \dfrac{3}{4}$; $FG = 8$

Calculons EF.

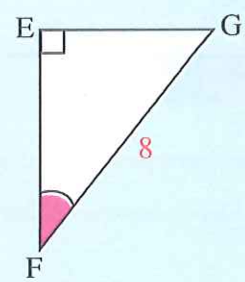
EFG est un triangle rectangle en E .

Donc : $EF = FG \times \cos \widehat{F}$

Or : $\cos \widehat{F} = \dfrac{3}{4}$ et $FG = 8$, alors

$EF = 8 \times \dfrac{3}{4}$.

D'où : $EF = 6$



3 ENCADREMENT DU COSINUS D'UN ANGLE AIGU

Propriété

L'hypoténuse est le côté le plus "long" d'un triangle rectangle .

Donc le cosinus d'un angle aigu est toujours inférieur à 1 .

Autrement dit : Dans le triangle ABC rectangle en A , on a :

$$0 < \cos \widehat{ABC} < 1 \quad \text{et} \quad 0 < \cos \widehat{ACB} < 1 .$$

PRATIQUE
J'applique

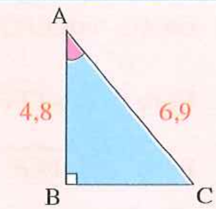
1 CALCULER LA MESURE D'UN ANGLE

Exemple 1

ABC est un rectangle en B tel que :

AB = 4,8 cm et AC = 6,9 cm

Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.



On connaît les longueurs des côtés de l'angle $\widehat{BAC}$.

Donc, on peut calculer $\cos \widehat{BAC}$.

On sait que ABC est un triangle rectangle en B . Donc : $\cos \widehat{BAC} = \dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{BAC}}{\text{hypoténuse}}$

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{AB}{AC}$$

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{4{,}8}{6{,}9} = \frac{16}{23}$$

Donc : $\widehat{BAC} = \cos^{-1}\left(\dfrac{16}{23}\right)$ (valeur exacte), (à l'aide de la calculatrice SHIFT + Cos → $\cos^{-1}$)

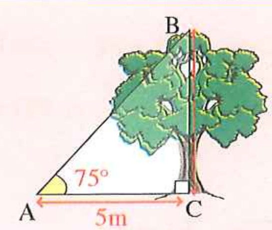
$\widehat{BAC} \simeq 46°$ (arrondi au degré) .

2 CALCULER UNE LONGUEUR

Exemple 2

En utilisant les données de la figure ci-contre.

Calculer la hauteur BC de cet arbre .



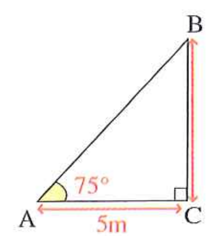
Dans le triangle ABC rectangle en C, on connaît la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ et la longueur du côté [AC].

On a : $\cos \widehat{BAC} = \dfrac{AC}{AB}$

$\cos 75° = \dfrac{5}{AB}$

$AB = \dfrac{5}{\cos 75°}$ (valeur exacte)

$AB \simeq 19{,}3$ m (valeur approchée)



Avec la touche Cos de la calculatrice, on obtient : $\cos 75° \approx 0{,}258$

Dans le triangle rectangle ABC, on connaît les longueurs de deux côtés, donc on peut utiliser le théorème de Pythagore .

Ainsi : $AB^2 = BC^2 + AC^2$

$BC^2 = AB^2 - AC^2$

$BC^2 = (19,3)^2 - 5^2$

$BC^2 = 347,49$

$BC \simeq 18,6$ m . Donc, la hauteur de l'arbre est d'environ 18,6 m

Exemple 3

ABC est un triangle rectangle en B tel que : $AC = 26$ cm et $\cos \widehat{ACB} = \frac{5}{13}$

Calculer BC .

ABC est un triangle rectangle en B, donc $\cos \widehat{ACB} = \frac{BC}{AC}$

Or : $\cos \widehat{ACB} = \frac{5}{13}$ et $AC = 26$ cm (d'après les données) , alors $\frac{BC}{26} = \frac{5}{13}$.

D'où : $BC = 10$ cm .

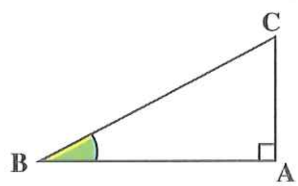
3 DÉTERMINER LA MESURE D'UN ANGLE À PARTIR DU COSINUS

Exemple 4

ABC est un triangle rectangle en A tel que : $AB = 8$ cm et $BC = 10$ cm .

Calculer les mesures des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ au degré près.

On sait que ABC est un triangle rectangle en A .



Donc : $\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$

Or : $AB = 8$cm et $BC = 10$cm , alors : $\cos \widehat{ABC} = \frac{8}{10}$

Donc : $\cos \widehat{ABC} = 0,8$

Avec la touche $\cos^{-1}$ de la calculatrice, on obtient : $\widehat{ABC} = \cos^{-1} 0,8$ (SHIFT + Cos)

D'où : $\widehat{ABC} \approx 37°$ ($\widehat{ABC} \approx 36° 52' 11''$)

D'autre part, on sait que les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ sont complémentaires.

Donc : $\widehat{ACB} + \widehat{ABC} = 90°$ c'est-à-dire $\widehat{ACB} = 90° - \widehat{ABC}$

ou encore : $\widehat{ACB} = 90° - 37°$

D'où : $\widehat{ACB} \approx 53°$ ($\widehat{ACB} \approx 53° 07' 49''$)

RÉVISER SON COURS

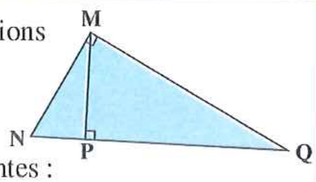
1 Compléter les phrases suivantes :

Si le triangle ABC est rectangle en C, alors son hypoténuse est le côté ....

Pour l'angle $\widehat{ABC}$, le côté [BC] s'appelle le côté ....

Donc, $\cos\widehat{ABC} = \dfrac{......}{......}$.

2 En utilisant les informations données sur la figure ci-contre, compléter les phrases suivantes :



- Dans le triangle rectangle MNP, on a : $\cos\widehat{MNP} = \dfrac{..........}{..........}$
- Dans le triangle rectangle MNQ , on a : $\cos\widehat{MNP} = \dfrac{..........}{..........}$
- Dans le triangle MPQ , on a : $\dfrac{MP}{MQ} = \cos .....$
- Dans le triangle rectangle ......, on a : $\cos ..... = \dfrac{PQ}{MQ}$.

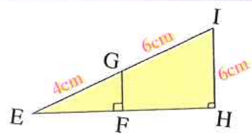
CALCULER LA MESURE D'UN ANGLE

3 Utiliser la calculatrice (les touches cos et cos⁻¹) et donner la valeur arrondie au dixième .

Si $\alpha = 38°$, alors $\cos\alpha \approx .....$

Si $\cos\alpha = 0{,}6$ alors $\alpha \approx .....°$.

4 En utilisant les informations données sur la figure suivante , calculer la mesure de l'angle $\widehat{EGF}$.



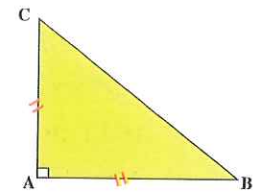
5 ABC est un triangle rectangle en B tel que :

$AB = 8$ et $AC = 10$

Calculer $\cos\widehat{ACB}$ et $\cos\widehat{BAC}$.

6 ABC est un triangle rectangle isocèle en A.

On désigne par a la longueur des côtés de l'angle droit.

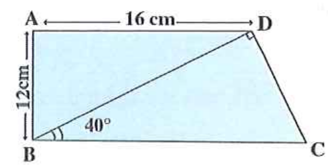


1) Montrer que: $BC = a\sqrt{2}$.

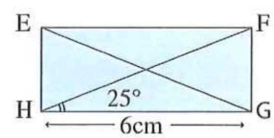
2) En déduire la valeur exacte de cos 45°.

CALCULER UNE LONGEUR

7 En utilisant les informations données sur la figure ci-contre, calculer une valeur arrondie à 0,1cm de BC .



8 Sans utiliser le théorème de Pythagore, déterminer le périmètre du rectangle EFGH arrondi au millimètre près .



9 ABC est un triangle rectangle en B tel que :

$\cos\widehat{BAC} = 0{,}8$ et $AC = 5$ cm .

Calculer AB et BC .

10 ABC est un triangle rectangle en A tel que :

$AB = 2{,}5$ et $BC = 7$.

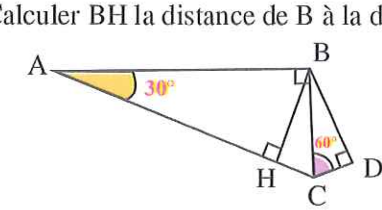
Soit E le point de demi-droite [BA) tel que : AE = 7 et F le projeté orthogonal de E sur la droite (BC) .

Déterminer la longueur BF .

11 En utilisant les informations données sur la figure suivante :

1) Calculer BC .

2) Calculer BH la distance de B à la droite (AC) .

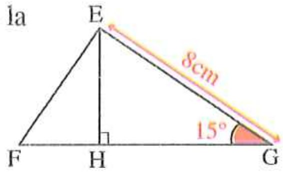


CD = 3cm

12 AVEC TICE

On considère la figure suivante où : $\widehat{FEG} = 90°$

1) En utilisant les données de la figure, calculer les longueurs suivantes à 0,01 cm près :
GH , EH , EF et FH .



2) Utiliser une calculatrice scientifique pour donner des valeurs approchées aux distances demandées.
En utilisant la touche : Cos

13

ABC est un triangle rectangle en A et I le milieu de [BC] tel que : AB = 3 et BC = 6 .

1) a. Calculer $\cos \widehat{ABC}$.

b. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

2) La bissectrice de l'angle $\widehat{CIA}$ coupe [AC] en N .

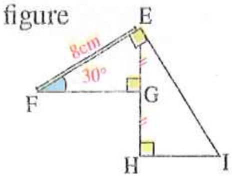
a- Quelle est la nature du triangle AIN?

b- Calculer IN et AN .

3) La perpendiculaire en C à la droite (BC) coupe la droite (AB) en M . Calculer MB .

14

En utilisant les données de la figure ci-contre, répondre aux questions:



1) Calculer la longueur EH.

2) Calculer la longueur HI.

15

ABC est un triangle rectangle en A et O le milieu de [AC] tel que : AB = 5cm et BC = 13cm .

1) a. Montrer que : AC = 12cm

b. Calculer $\cos \widehat{ACB}$.

2) Le cercle de diamètre [OC] recoupe (BC) en K.
Calculer CK

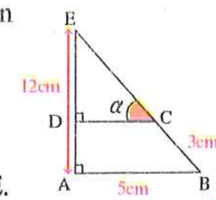
3) La perpendiculaire à (BC) passant par B coupe (AC) en D.

a. Calculer CD et $\cos \widehat{BOA}$

b. Calculer DB.

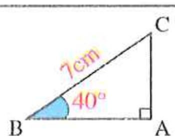
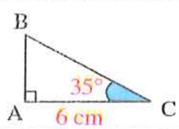
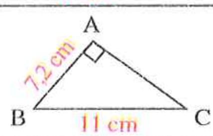
16

ABCD est un trapèze rectangle en A et D .
On donne : AE = 12cm ; AB = 5cm et BC = 3cm .
Calculer le périmètre du triangle CDE.



MON BILAN

1) Indiquer la bonne réponse par A , B ou C :

	A	B	C
1 EFG est un triangle rectangle en E, donc $\cos \widehat{F}$ est égal à : ...	$\frac{EG}{EF}$	$\frac{FE}{FG}$	$\frac{EG}{FG}$
2 Avec les données de cette figure, la longueur AB en cm est égal à : ... 	$\frac{\cos 40°}{7}$	$7 \cos 40°$	$\frac{7}{\cos 40°}$
3 Avec les données de cette figure, la longueur BC en cm est égal à : ... 	$\frac{\cos 35°}{6}$	$6 \cos 35°$	$\frac{6}{\cos 35°}$
4 Avec les données de cette figures, l'arrodi au dixième de degré de la mesure de $\widehat{B}$ est ... 	49°	49,1°	49,2°
5 La calculatrice indique l'arrondi au millième de cos 24° qui est ...	0,913	0,914	0,910
6 $\cos \widehat{A} = 0{,}587$; la calculatrice indique l'arrondi au degré de $\widehat{A}$ qui est ...	55°	54°	50°

Correction page : 197

2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

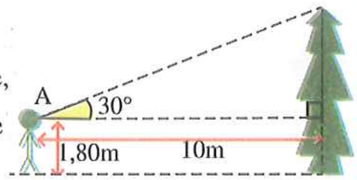
	Savoir	Pratique
Ex: 1	Définition 2	
Ex: 2	Définition 2	
Ex: 3	Définition 2	
Ex: 4		Exemple 4
Ex: 5		Exemple 2
Ex: 6		Exemple 4

3) Exercices pour la remédiation voir R12 page : 199

CALCULER UNE LONGEUR

17 Une personne mesurant 1,80 m se trouve à 10m du pied d'un arbre.

Alors qu'il regarde la cime, son regard fait un angle de 30° avec l'horizontale.



Quelle est la hauteur de l'arbre (arrondie au dm) ?

18 EFG est un triangle rectangle en E.

1) Montrer que $(\cos \widehat{EFG})^2 + (\cos \widehat{EGF})^2 = 1$

2) On donne : $\cos \widehat{EFG} = 0{,}6$ et $EG = 8cm$.

a. Calculer $\cos \widehat{EGF}$

b. En déduire les longueurs FG et EF.

CONSTRUCTION

19 *1)* Sans utiliser de rapporteur, construire un triangle ABC rectangle en A tel que :

$$AC = 5{,}4 \text{ cm} \quad \text{et} \quad \cos \widehat{ABC} = \frac{4}{5}.$$

2) Sans utiliser de rapporteur, construire un triangle EFG isocèle en E sachant que :

$$FG = 4{,}5 \text{ cm} \quad \text{et} \quad \cos \widehat{EFG} = 0{,}4.$$

20 Sans utiliser de rapporteur, construire un angle aigu $\widehat{ABC}$ dans chacun des cas suivants :

1) $\cos \widehat{ABC} = 0{,}6$.

2) $\cos \widehat{ABC} = \frac{2}{3}$.

3) $\cos \widehat{ABC} = \frac{1}{2}$.

21 *1)* Sans utiliser de rapporteur, construire un triangle ABC rectangle en A tel que :

$$AC = 4cm \quad \text{et} \quad \cos \widehat{ACB} = \frac{2}{5}$$

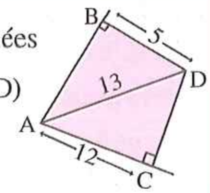
(Indication: calculer d'abord la longueur BC).

2) Sans utiliser de rapporteur, construire un triangle EFG isocèle en E sachant que :

$$FG = 4{,}5cm \quad \text{et} \quad \cos \widehat{EFG} = \frac{1}{4}$$

POUR MONTRER

22 En utilisant les informations données sur la figure ci-contre, montrer que [AD] est la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$.



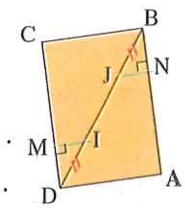
23 ABCD est un rectangle.

Soit I et J deux points de [BD] tels que : BJ = DI.

M est le projeté orthogonal de I sur [DC].

N est le projeté orthogonal de J sur [AB].

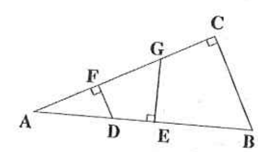
Montrer que : MD = BN.



24 On considère la figure suivante :

Montrer que :

$$\frac{AF}{AD} = \frac{AE}{AG} = \frac{AC}{AB}$$



25 EFG est un triangle rectangle en E et [EH] est la hauteur relative à [FG].

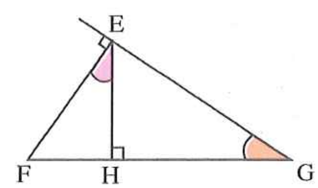
1)a. Calculer $\cos \widehat{EFG}$ de deux manières différentes.

b. En déduire que :

$EF^2 = FH \times FG$.

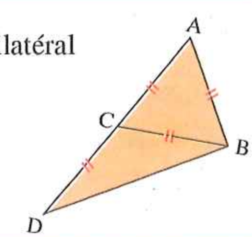
2) Montrer que :

$EG^2 = GH \times FG$.



26 ABC est un triangle équilatéral tel que : AB = a.

Soit D le symétrique de A par rapport à C.



1)a. Montrer que ABD est un triangle rectangle en B.

b. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{ADB}$.

2) Exprimer la longueur de AD en fonction de a.

3) Montrer que : $BD = a\sqrt{3}$.

4) En déduire les valeurs exactes de cos60° et cos30°.

PROBLÈMES OUVERTS

27 EFG est un triangle rectangle en E et [EH] est la hauteur relative à [FG] .

1) Montrer que $\cos\widehat{FEH} = \cos\widehat{EGF}$.

2) En déduire que : $EF \times EG = EH \times FG$.

28 ABC est un triangle rectangle en A tel que :

$\cos\widehat{ABC} + \cos\widehat{ACB} = \frac{7}{5}$ et BC = 10 cm.

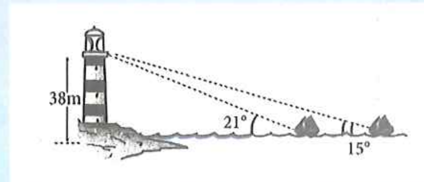
Calculer le périmètre du triangle ABC.

29 EFG est un triangle (dont les angles sont aigus) tel que : $\frac{\cos\widehat{FEG}}{FG} = \frac{\cos\widehat{GFE}}{GE} = \frac{\cos\widehat{EGF}}{EF}$

Démontrer que EFG est un triangle équilatéral.

CHALLENGES

30 En utilisant les informations données sur la figure suivante :



calculer la distance séparant les deux bateaux.

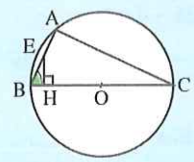
31 [BC] est un diamètre d'un cercle ($\mathscr{C}$) de rayon r .

A est un point du cercle ($\mathscr{C}$) tel que : $\widehat{ABC} = 60°$.

Soit E un point de [AB] tel que : $AE = \frac{r}{4}$ et

Soit H le projeté orthogonal de E sur [BC] .

Calculer EH.



32 ABC est un triangle rectangle en B.

La bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ coupe [BC] en D.

Soit H le projeté orthogonal de C sur (AD).

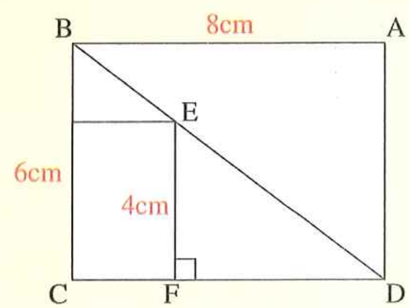
Montrer que : $AD = \frac{AB \times AC}{AH}$

SITUATIONS PROPOSÉES AU TIMSS

Les dimensions du rectangle ABCD sont indiquées sur la figure.

EF vaut 4cm.

Quelle est la longueur DF?



ÉQUATIONS

PRÉREQUIS :

* Notion d'égalité.
* Calcul littéral : Développement et factorisation.

Un point d'histoire

Papyrus de l'Égypte ancienne

Papyrus de l'Égypte ancienne

On lit, dans un papyrus de l'Egypte ancienne : « Quand le scribe te dit 10 est les $\frac{2}{3}$ et le - de quoi ? »1, ce qui pourrait se traduire par $\frac{2}{3}x + \frac{1}{10}x = 10$. Aucun outil algébrique r alors développé. Les égyptiens résolvent l'équation du premier degré par tâtonnement e babyloniens disposent d'algorithmes mais sans justification autre que l'expérience.

TEST DIAGNOSTIQUE : Je m'évalue

CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.

Pour chaque question, cocher la bonne réponse et justifier votre choix.

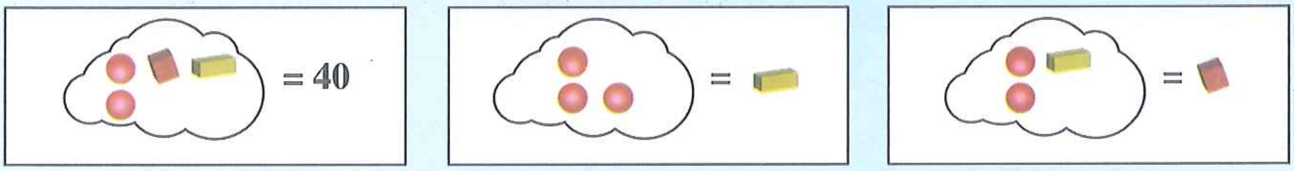
	Réponses :		
Pour $x = -1$, la valeur de l'expression $3x - 4$ est ...	-2	-7	-12
Si $x = 2$, alors ...	$1 - 4x = -6$	$3(2 - x) = 0$	$-5(x - 2) = 0$
L'opposé de l'expression $2x - 5$ est ...	$2x + 5$	$-2x - 5$	$5 - 2x$
L'expression simplifiée de $3t - t$ est ...	3	$3t^2$	$2t$
Dans l'équation $2x + 5 = 5x - 1$ $2x + 5$ est ...	le 1er facteur	le 1er membre	le 2ème membre
Une équation du premier degré à une inconnue est ...	$2x - 3y + 1 = 0$	$5x - 1 = 0$	$4x^2 - 9 = 0$
Si $a + b = 0$, alors ...	$a = 0$ ou $b = 0$	$a = -b$	$a = 0$ ou $b \neq 0$
Si $a \times b = 0$, alors ...	$a = b$	$b = -a$	$a = 0$ ou $b = 0$
-3 n'est pas solution de l'équation ...	$2x + 6 = 0$	$5x - 1 = -16$	$2x + 6 = 5x - 1$

Solutions page : 196

Activité 1 Rechercher la valeur de chaque solide

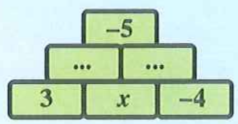
A chaque petit solide est associé un nombre.

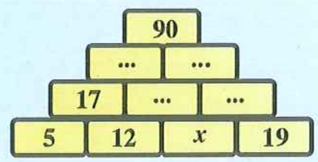
En observant les trois figures, déterminer le nombre associé à chaque solide.



Activité 2 Résoudre une équation du premier degré à une inconnue

1 **a.** Recopier et compléter chaque pyramide, sachant que chaque brique contient la somme de deux briques situées en-dessous.





b. Déterminer alors la valeur de x ?

2 Résoudre les équations suivantes :

a. $4x+2=-6$; **b.** $\frac{3}{7}x+2=0$; **c.** $5x-1=2x+5$; **d.** $4(x-2)+2(5-4x)=0$

Activité 3 Mettre un problème en équation

Meriem et Faycel disposent chacun d'une calculatrice. Ils affichent le même nombre sur leurs calculatrices.

Meriem multiplie le nombre affiché par 3 puis ajoute 7 au résultat obtenu .

Tandis que Faycel ajoute 5 au nombre affiché puis multiplie le résultat par 2.

Quand ils ont terminé, ils s'aperçoivent que leurs calculatrices affichent le même résultat.

Quel est le nombre choisi au départ sur les calculatrices?

➜ Pourquoi ne pas résoudre un problème en faisant des séries d'essais numériques?

➜ Quel est l'intérêt de mettre ces problèmes en équation?

Activité 4 Résoudre un problème

Dans une pâtisserie, Amina achète 5 pots de yaourt et 3 gâteaux au chocolat pour un total de 22,40 DH.

Les pots de yaourt coûtent 2,50 DH par unité.

1 Soit x le prix d'un gâteau au chocolat.

a. Mettre le problème en équation.

b. Résoudre cette équation.

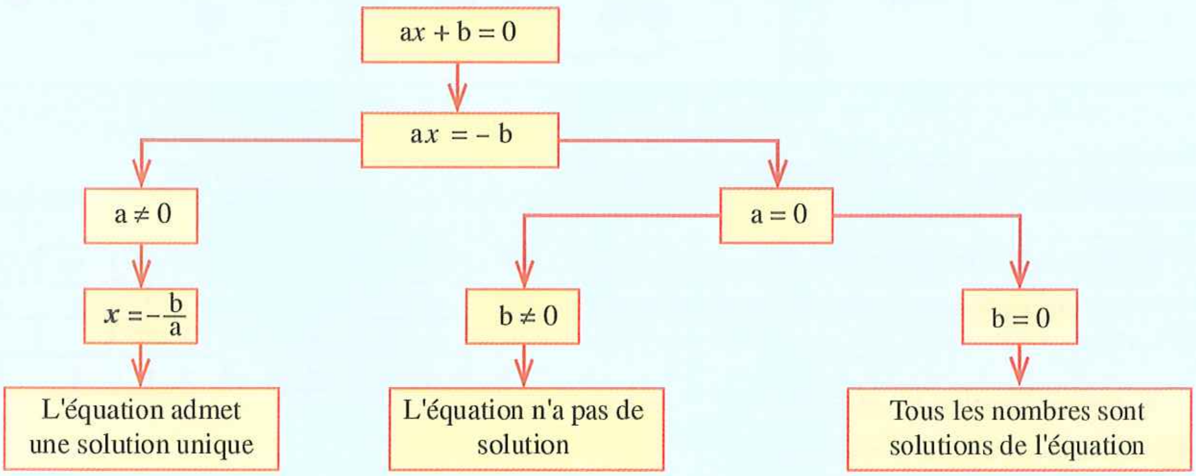
2 En déduire le prix d'un gâteau au chocolat.

SAVOIR
Je révise

Définition a et b sont deux nombres rationnels donnés.

Toute égalité de la forme $\mathbf{ax + b = 0}$ est appelée une **équation du premier degré à une inconnue** x .

1 RÉSOLUTION DE L'ÉQUATION : $ax + b = 0$



Exemples :

1) **Résolvons l'équation suivante :**

$$\frac{x+2}{8} = 1 - \frac{x+2}{4}$$

$$\frac{x+2}{8} = \frac{8}{8} - \frac{2(x+2)}{8}$$

$$x + 2 = 8 - 2x - 4$$

$$x + 2x = 4 - 2$$

$3x = 2$ c'est-à-dire que $x = \frac{2}{3}$

donc , $\frac{2}{3}$ est la solution de cette équation .

2) **Résolvons l'équation suivante :**

$$x - 3(x - 5) = 1 - 2(x + 4)$$

$$x - 3x + 15 = 1 - 2x - 8$$

$$-2x + 15 = -2x - 7$$

$$-2x + 2x = -7 - 15$$

$0x = -22$ c'est-à-dire $0 = -22$ impossible

donc , cette équation n'admet pas de solution.

2 ÉQUATIONS PRODUITS

Règle Un produit est nul si l'un de ses facteurs est nul.

Autrement dit : A et B sont deux nombres rationnels : $A \times B = 0$ signifie que : $A = 0$ ou $B = 0$

Résolution d'une équation du type $(ax + b)(cx + d) = 0$

a, b, c et d sont des nombres rationnels donnés .
$(ax + b)(cx + d) = 0$ signifie que : $ax + b = 0$ ou $cx + d = 0$.

Exemple : **Résolvons l'équation : $(3x + 1)(5x + 2) = 0$**

$(3x + 1)(5x + 2) = 0$ signifie que : $3x + 1 = 0$ ou $5x + 2 = 0$

$3x = -1$ ou $5x = -2$

$x = -\frac{1}{3}$ ou $x = -\frac{2}{5}$

Donc : $-\frac{1}{3}$ et $-\frac{2}{5}$ sont les solutions de cette équation .

3 RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Méthode

1. choix de l'inconnue .
2. Mise en équation du problème .
3. Résolution de l'équation .
4. Vérification et interprétation des résultats .

Exemple : Faycel, Kenza et Meriem ont 62ans à eux trois.
Kenza et Meriem ont le même âge, Kenza a 5 ans de moins que Faycel.
Quel est l'âge de chacun deux ?

1. **Choix de l'inconnue :** Soit x l'âge de Kenza.
   Cela entraîne que $(x + 5)$ est l'âge de Faycel.

2. **Mise en équation :** 62 est la somme de ces trois âges : $x + x + (x + 5) = 62$

3. **Résolution de l'équation :** $x + x + x + 5 = 62$

$$3x = 62 - 5$$
$$3x = 57$$
$$x = \frac{57}{3}$$
$$x = 19$$

4. **Vérification et interprétation des résultats :** $19 + 19 + (19 + 5) = 38 + 24 = 62$

Donc :
- L'âge de Kenza et celui de Meriem est 19 ans.
- L'âge de Faycel est 24 ans.

1 RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION DU 1ER DEGRÉ

Exemple 1

Résoudre l'équation : $\dfrac{x}{3} - \dfrac{4x-1}{6} = \dfrac{x+1}{2} - 1$

Pour résoudre cette équation , on commence par mettre tous les termes au même dénominateur , que l'on supprime ensuite .

On a : $\dfrac{x}{3} - \dfrac{4x-1}{6} = \dfrac{x+1}{2} - 1$

$\dfrac{2x}{6} - \dfrac{4x-1}{6} = \dfrac{3(x+1)}{6} - \dfrac{6 \times 1}{6}$

$2x - 4x + 1 = 3x + 3 - 6$

$-2x + 1 = 3x - 3$

$-2x - 3x = -3 - 1$

$-5x = -4$

$x = \dfrac{-4}{-5} = \dfrac{4}{5}$

Donc : $\dfrac{4}{5}$ est la solution de cette équation .

2 RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION PRODUIT

Exemple 2

Résoudre l'équation : $x^2 - 49 = (x-7)(2x+3)$.

On a : $x^2 - 49 = (x-7)(2x+3)$

On constate que $x^2 - 49$ est une identité remarquable.

Donc : $(x-7)(x+7) = (x-7)(2x+3)$

équivaut à : $(x-7)(x+7) - (x-7)(2x+3) = 0$

On met $(x-7)$ en facteur :

$(x-7)\left[(x+7) - (2x+3)\right] = 0$

Attention au signe moins devant les parenthèses.

$(x-7)(x+7-2x-3) = 0$

$(x-7)(-x+4) = 0$

Un produit est nul si l'un de ses facteurs est nul

Donc : $x-7=0$ ou $-x+4=0$

$x=7$ ou $x=4$

D'où : 7 et 4 sont les solutions de cette équation.

3 RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME À L'AIDE D'UNE ÉQUATION

Exemple 3 Ali a acheté 4 livres de poche et a reçu 12DH de monnaie. Avec la même somme d'argent, son frère a acheté 2 livres de poche et a reçu 35DH de monnaie.
Quel est le prix d'un livre de poche ?

1 Choisir l'inconnue

Soit x le prix d'un livre en DH

2 Mettre le problème en équation

La somme d'argent que possède Ali est :

$$4x+12$$

La somme d'argent que possède son frère est:

$$2x+35$$

Et comme ils possèdent la même somme d'argent, alors, on obtient l'équation: $4x+12=2x+35$

3 Résoudre l'équation : $4x+12=2x+35$

$$4x-2x=35-12$$

$$2x=23$$

$$x=\frac{23}{2}$$

Donc : $x=11{,}5$.

4 Vérifier et interpréter

$$4\times 11{,}5+12=46+12=58$$

$$2\times 11{,}5+35=23+35=58$$

Donc, le prix d'un livre de poche est 11,50 DH.

RÉVISER TON COURS

1 Compléter les phrases suivantes :

1) Si $2+x=3$, alors $x = \dots$

2) Si $2+x=-3$, alors $x = \dots$

3) Si $-x+2=0$, alors $x = \dots$

4) Si $\frac{2}{3}x=0$, alors $x = \dots$

5) Si $2x+3=2$, alors $2x+1 = \dots$

6) Si $-3(x-5)=9$, alors $\dots = -3$

7) Si $\frac{5}{3}x-\frac{5}{6}=2$, alors $10x-5 = \dots$.

ÉQUATION DU PREMIER DEGRÉ

2 Résoudre les équations suivantes :

1) $7x+11=0$

2) $-9x+3=3x+9$

3) $x=7x-2$

4) $-3x+4=0$

5) $5x-2=8x-4$

6) $-8=x+2$.

3 Résoudre les équations suivantes :

1) $-\frac{1}{3}x+2=x-1$

2) $\frac{4}{7}x+1=2x+3$

3) $\frac{2}{5}x-\frac{1}{4}=\frac{7}{2}$

4) $\frac{x-2}{3}-2=\frac{6x-1}{6}+\frac{2}{3}$

4 Résoudre les équations suivantes :

1) $4-(x-2)=5x-(2x-7)$

2) $3+x-(7-3x)-8=4x+2$

3) $4x-3-(x-2x)+6=9x-8$

4) $5(-x+1)+2(4+x)=0$

5) $2(3x-1)-4(x-3)=x-6$

6) $-4(x+2)+7(x-1)=3(x+2)$

7) $7(x+1)-1=4-4(x-1)$

8) $(x+3)(x-1)=(x-3)(x+1)$.

5 Résoudre les équations suivantes :

1) $\frac{x-1}{8}-\frac{x+3}{6}=\frac{x+1}{4}-\frac{x-3}{2}$

2) $\frac{x-4}{4}=\frac{2x+3}{3}$

3) $\frac{4x-3}{4}-\frac{x+3}{2}=\frac{5x-8}{5}+1$

6 Résoudre les équations suivantes :

1) $10^3x-10^2=0$

2) $2^5+x=2^6$

3) $100^5x+10^6=0$

4) $2^3x+2^4=0$

5) $5^2-5^3x=0$

6) $10^3x-10^7=10^2x$

7 Traduire chaque phrase en une équation puis la résoudre .

1) Le triple de a vaut 24.

2) 9 retranché de a vaut -6.

3) Le double de a ajouté à 8 vaut -1.

ÉQUATION DU TYPE $(ax+b)(cx+d)=0$

8 Résoudre les équations suivantes:

1) $2x(x+1)=0$

2) $\left(\frac{5}{2}x-1\right)\left(3x-\frac{1}{3}\right)=0$

3) $(3-x)\left(\frac{7}{4}x+2\right)\left(2x-\frac{4}{3}\right)=0$

4) $(5x-2)(x^2-4)=0$

9 Résoudre les équations suivantes:

1) $5(x^2+1)(3x-2)=0$

2) $(t-2)(4t-1)(5t-3)=0$

3) $(x+3)(2-5x)^3=0$

10 Ecrire une équation ayant comme solutions

a. -2 et 3 *b.* 0 et -1 *c.* 1 , 2 et 3

11 Remplacer a et b par les nombres qui conviennent.

a. $(2x+a)(3x-b)=0$ a pour solution $-\frac{1}{3}$ et $\frac{3}{2}$

b. $(5x - a)(6x + 1) = 0$ a pour solution $\frac{4}{3}$ et $\frac{1}{5}$

12 Résoudre les équations suivantes :

1) $x^2 - x = 0$ *2)* $1 - x^2 = 5x - 5$

4) $x^3 - 4x = 0$ *3)* $x^3 + x^2 - x - 1 = 0$

13 Résoudre les équations suivantes :

1) $x^3 - x^2 + x - 1 = 0$

2) $x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1 = 0$

3) $(x - 3)^2 - 2(x - 3)(2x + 1) + 4x^2 + 4x + 1 = 0$

14 On considère les expressions:

$A = (2x - 1)(3x + 4) + (5x - 3)(2x - 1)$

$B = 9x^2 - 4 + x(3x - 2)$; $C = 16x^2 - 6x - 1$

$D = 12x^2 - 2x - 4$

1) Montrer que : $A - C = 0$ et $B - D = 0$

2) Résoudre chacune des équations suivantes :

a- $A = -1$; *b-* $C = 0$

d- $B = 0$; *c-* $D = -4$

15 Résoudre les équations suivantes:

1) $3x^2 - 7x = 0$

2) $(x + 5)^2 = (x + 5)(4x + 5)$

3) $(8x - 1)(x + 3) = (8x - 1)(2x + 1)$

4) $25x^2 - 9 = 0$

5) $(x + 4)^2 - 49 = 0$

6) $9(4x - 1)^2 = (x - 4)^2$

7) $16x^2 - 1 - 2(4x - 1)(x + 2) + x(4x - 1) = 0.$

8) $(2x^2 - 3x) - (4x - 6)(x - 1) = 12x^2 - 36x + 27$

16 On pose : $H = (2x - 3)^2 - 4x + 6.$

1) a. Factoriser H .

b. Montrer que : $H = 4x^2 - 16x + 15.$

c. En déduire les solutions de l'équation : $4x^2 - 16x + 15 = 0.$

2) a. Montrer que : $H + x - 19 = 4(x^2 - 16) - 15(x - 4)$

b. Résoudre l'équation : $H = 19 - x.$

MON BILAN

1) Indiquer la bonne réponse par A , B ou C :

	A	B	C
1 Une équation est par exemple ...	$1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$	$2(x - 1) - 3(x + 1)$	$2(y - 1) = 5y$
2 Parmi ces équations, celle qui est du premier degré à une inconnue est ...	$2t - 1 = 3t + 5$	$2x + 3y = 5$	$x^2 - 5x + 1 = 0$
3 Une solution de l'équation : $x(x - 1) = 2x + 4$ est le nombre ...	1	-1	-2
4 L'équation : $x(x - 2) = x^2 + 2x$ ...	n'a pas de solution	a une seule solution	admet n'importe quel nombre pour solution
5 L'équation : $2(2x + 1) = 4x$ ...	n'a pas de solution	a une seule solution	admet n'importe quel nombre pour solution
6 Les solutions de l'équation : $(2x - 1)(4x + 5) = 0$ sont : ...	$\frac{1}{2}$ et $\frac{5}{4}$	$\frac{1}{2}$ et $-\frac{5}{4}$	$-\frac{1}{2}$ et $-\frac{5}{4}$
7 Une grand-mère a 53 ans et son petit-fils a 6ans. Dans combien d'années l'âge de cette grand-mère sera-t-il le quadruple de l'âge de son petit-fils?	x : âge du petit-fils dans le futur $x - 47 = 4x$	x : nombre d'annés qui passent $53 + x = 4(6 + x)$	x : âge de la grand-mère dans le futur. $x = 4(x + 47)$

Correction page : 197

2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

	Savoir	Pratique
Ex: 1	Définition	
Ex: 2	Définition	
Ex: 3	Exemple 1	
Ex: 4	Exemple 1	
Ex: 5	Exemple 1	
Ex: 6	Règle	
Ex: 7	Exemple 3	

3) Exercices pour la remédiation voir R13 page : 199

APPROFONDISSEMENT
Je recherche

ÉQUATIONS – PRODUIT NUL

17 On pose : $F=(2x+3)^2-(x-1)^2$

1) Montrer que : $F=3x^2+14x+8$

2) Résoudre l'équation : $3x^3+14x^2+8x=0$.

18 *1)* Montrer que : $x^2-5x=\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{25}{4}$

2) En déduire la résolution de l'équation : $4x^2-20x+9=0$.

19 *1)* Montrer que : $x^2-4x-5=(x+1)(x-5)$.

2) En déduire la résolution de l'équation :

$(25)^x-4\times 5^x-5=0$ où x est un entier.

PROBLÈMES OUVERTS

20 *1)* Calculer :

$1-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$; $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$; $\frac{1}{4}-\frac{1}{5}$; $\frac{1}{5}-\frac{1}{6}$; $\frac{1}{6}-\frac{1}{7}$ et $\frac{1}{7}-\frac{1}{8}$

2) En déduire la solution de l'équation :

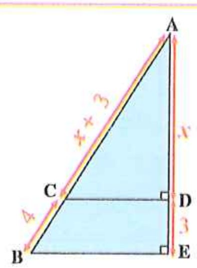
$$x+\frac{x}{2}+\frac{x}{6}+\frac{x}{12}+\frac{x}{20}+\frac{x}{30}+\frac{x}{42}+\frac{x}{56}=1$$

21 Déterminer le nombre qu'il faut ajouter au numérateur et au dénominateur de $\frac{1}{3}$ pour obtenir le double de ce rationnel.

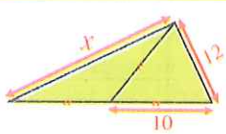
22 L'unité de longueur est le cm .

x est un nombre positif .

Déterminer la valeur de x pour que cette figure soit vraie.



23 En utilisant les informations données sur la figure ci-contre :
Déterminer la valeur exacte de x .



24 On donne : $a=5+2^{-x}$; $b=6+7\times 2^x$

Calculer b en fonction de a .

25 Voici la règle d'un jeu :

- Si on gagne , on reçoit 10 points.
- Si on perd , on retranche 4 points.

Un participant à ce jeu a gagné 25 fois et il a perdu 2 points en tout.

Combien de fois a-t-il perdu ?

SITUATIONS DE LA VIE QUOTIDIENNE

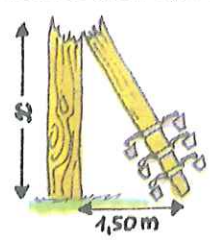
26 Trois personnes se partagent une somme de 190000DH .

La première et la deuxième ont la même part. La part de la troisième est égale au double de la part de la première moins 1500 DH .

Déterminer la part de chaque personne .

27 Un poteau électrique de 6m de haut s'est brisé .

Son extrémité touche le sol à 1,50 m de son pied .



Déterminer la hauteur x où s'est produite la cassure .

28 Dans une salle de spectacle , il y a des places à 150 DH , 200 DH et 250 DH .

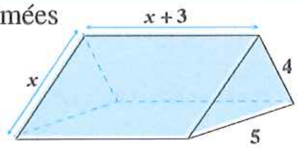
Le nombre de places à 200 DH est le double du nombre de places à 250 DH.

Le nombre de places à 150 DH est la moitié du nombre total de places.

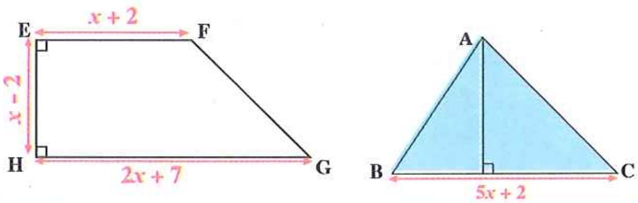
Lorsque la salle est pleine, la recette est de 94 600 DH.

Déterminer le nombre de places de cette salle de spectacle.

29 Les longueurs sont exprimées en cm. Déterminer la valeur de x sachant que le périmètre du triangle est égal au périmètre du rectangle.



30 x est un nombre supérieur à 2 .
Dans la figure ci-dessous, le triangle ABC et le trapèze EFGH ont même hauteur .
Déterminer x pour que ABC et EFGH aient la même aire .



31 ABC est un triangle rectangle en A tel que :

Aire ABC = 30 cm^2 et AB + AC = 17 cm

1) Montrer que p le périmètre du triangle ABC est égal à 30 cm .

2) Soit H le projeté orthogonal de A sur [BC].

Montrer que : $AH = \dfrac{60}{13}$.

3) a. Montrer que : $x^2 - 17x + 60 = (x - 12)(x - 5)$.

b. En déduire les longueurs AB et AC.

CHALLENGES

32 **AVEC TICE**

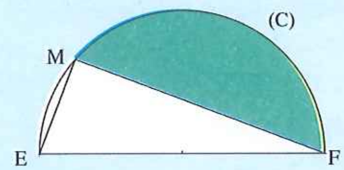
x désigne un nombre entier .

1) Déterminer x sachant que : $3^{x^2-4} - 3^{x^2-5} = 162$

2) Retrouver les solutions de l'équation demandée en utilisant l'outil "Résoudre (< Equation >)" de ***Geogebra***.

33 (C) est un demi-cercle de diamètre [EF] et de rayon 10 .

Déterminer un point M de (C) tel que : ME + MF = 28



34 L'âge du père de Farid est le quadruple de l'âge de son fils. Dans 5 ans , l'âge de Farid sera le tiers de l'âge de son père .

Quels sont les âges de Farid et de son père?

SITUATIONS PROPOSÉES AU TIMSS

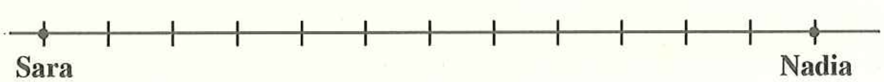
* **Situation 1** : La somme de deux nombres entiers relatifs est 5 et leur produit est –24.

Quels sont ces deux nombres entiers relatifs?

* **Situation 2** : Nadia et Sara partent en même temps en courant l'une vers l'autre selon une ligne droite.

La vitesse de Nadia est le double de la vitesse de Sara.

Où Nadia et Sara vont-elles se rencontrer ? Indiquer par ↓ sur la droite graduée le point de rencontre.



VECTEURS ET TRANSLATIONS

PRÉREQUIS :

* Éléments d'une droite.
* Point alignés.
* Parallélisme.
* Parallélogramme.

Un point d'histoire

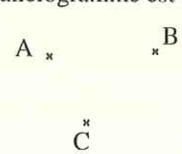
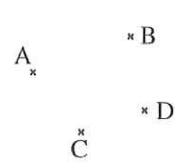
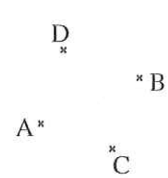
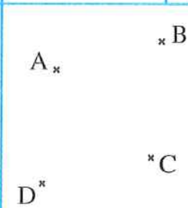
Maurits Cornelis Escher (1889 ; 1972)

M.C. Escher est un artiste néerlandais. Ses oeuvres représentent des constructions impossibles, des explorations de l'infini, des pavages et des combinaisons de motifs en deux ou en trois dimensions. Le travail d'Escher possède une importante composante mathématique. Il effectue des travaux sur les différentes perspectives.

TEST DIAGNOSTIQUE : Je m'évalue

CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.

Pour chaque question, cocher la bonne réponse et justifier votre choix.

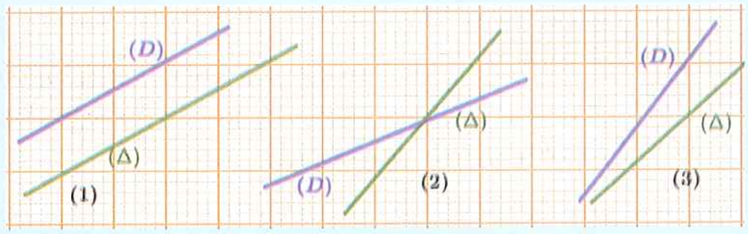
	Réponses :		
EFGH est un parallélogramme ; donc ...	EF = HG et (EF) // (HG)	EF = HG (EG) // FH)	EH = FG (EF) // (FG)
ABCD est un parallélogramme ; donc ...	AC = BD	AB = CD et AD = BC	AB = CD et AD = CD
M,E et F sont des points tels que : ME=MF; donc ...	M,E et F sont des points alignés	E et F appartiennent à un même cercle de centre M	M est le milieu de [EF]
M est le milieu de [AB] signifie que : ...	MA = MB	AB = 2AM	MA = MB et M ϵ [AB]
A, B et C sont trois points tels que : BA+AC = BC.	A,B et C sont alignés	A,B et C sont non alignés	B ϵ [AC]
Un parallélogramme ABCD peut s'écrire aussi ...	CDBA	BCDA	BACD
[EG] et [FH] ont le même milieu alors le quadrilatère...	EFGH est un parallélogramme	EGFH est un parallélogramme	EGHF est un parallélogramme
Le 4e sommet éventuel pour que ABCD soit un parallélogramme est ... 			

Solutions page : 196

ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE

Activité 1 Direction d'une droite

1. Sur quelle figure, les droites (D) et (Δ) ont-elles la même direction ?
2. Recopier et compléter :
   On dit que deux droites ont la même … si elles sont … .

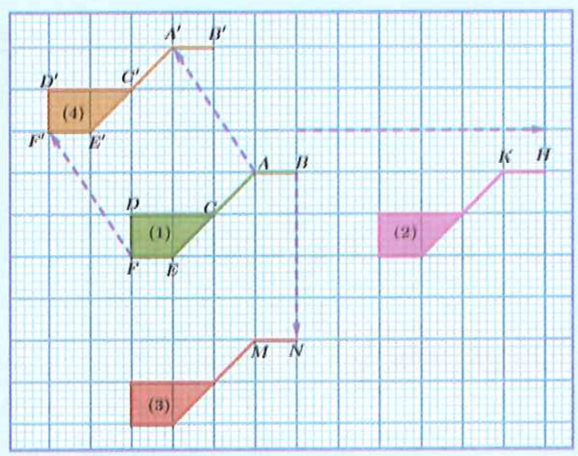


3. Sur quelle figure les voitures se déplacent dans la même sens ?

Activité 2 Découverte de la translation-Détermination d'un vecteur

Hicham a décalqué le chariot de course (1) puis a construit trois autres chariots de course à l'aide du quadrillage.

1. Parmi les chariots de course dessinés, déterminer les chariots qui se déduisent par un glissement horizontal du chariot (1).
2. Parmi les chariots de course dessinés, déterminer le chariot qui se déduit par un glissement vertical du chariot (1).
3. Recopier et compléter : Le chariot (4) se produit par le … du chariot (…) qui amène le point A en …



4. *a.* Tracer le segment [BB'].
   b. Que peut-on déduire des segments [AA'] , [BB'] et [FF'] ?
   Faire apparaître trois segments sur la figure ayant cette même caractéristique.
5. Quelle est la nature du quadrilatère AA'B'B ? Nommer trois quadrilatères ayant cette nature.

Le glissement permettant d'amener A en A' est appelé ***translation*** qui transforme A en A' ou de vecteur $\overrightarrow{AA'}$

Donc le vecteur $\overrightarrow{AA'}$ est caractérisé par :

Une direction (direction du glissement), un sens de parcours (de A vers A'), et une longueur (la distance AA')

6. Par la translation de vecteur $\overrightarrow{AA'}$ déterminer:
   a. l'image de C et celle de D. *b.* l'image de [AE] et celle de [BD] . *c.* l'image du trapèze EFDC .

SAVOIR
Je révise

1 VECTEURS

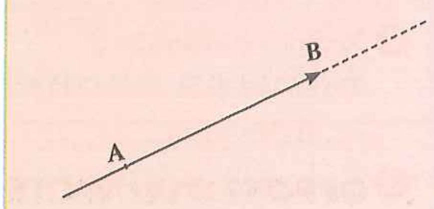
Définition 1

A et B sont deux points distincts du plan .

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un objet mathématique caractérisé par :

- **une direction** (la droite (AB))
- **un sens** (de A vers B)
- **une longueur** ou **norme** (la longueur de [AB])

A est l'origine de $\overrightarrow{AB}$, B est l'extrémité de $\overrightarrow{AB}$



Cas particulier : Si A = B, alors le vecteur $\overrightarrow{AB}$ s'écrit $\overrightarrow{AA}$ ou $\overrightarrow{BB}$. $\overrightarrow{AA}$ est appelé le vecteur nul; on le note : $\overrightarrow{0}$

Ainsi : $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{0}$.

2 VECTEURS ÉGAUX

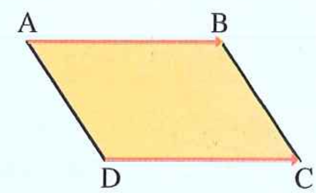
Définition 2

Deux vecteurs sont égaux signifie que les deux vecteurs ont la même direction , le même sens et la même norme.

Conséquence : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ signifie que : ABCD est un parallélogramme .

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ signifie que : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ signifie que : $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$



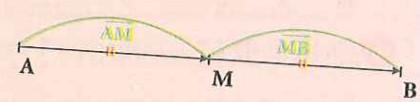
3 MILIEU D'UN SEGMENT

Propriété 1

A et B sont deux points distincts.

1/ Si M est le milieu de [AB], alors $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$.

2/ Si $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$, alors M est le milieu de [AB].



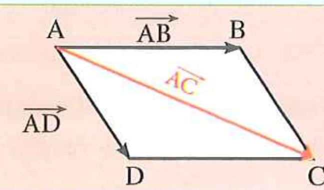
4 SOMME DE DEUX VECTEURS

Propriété 2

ABCD est un parallélogramme.

Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ est appelé la somme des deux vecteur $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.

Ainsi : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

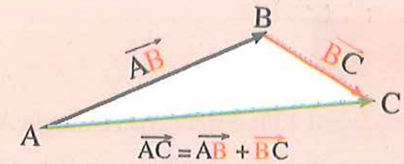


5 RELATION DE CHASLES

Propriété 3 A , B et C sont trois points du plan :

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$$

Cette relation est appelée **relation de Chasles .**



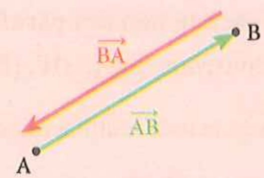
6 OPPOSÉ D'UN VECTEUR

Définition 3 A et B sont deux points distincts .

On sait que : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{0}$

Le vecteur $\overrightarrow{BA}$ est appelé l'opposé du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Ainsi : $\overrightarrow{AB} = - \overrightarrow{BA}$



7 SOMME DE VECTEURS

A et B sont deux points distincts et n un nombre entier naturel.

$$\underbrace{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + ... + \overrightarrow{AB}}_{\text{n fois}} = n\,\overrightarrow{AB} \qquad \text{et} \qquad n\,\overrightarrow{AB} = -n\,\overrightarrow{BA}$$

8 TRANSLATION

Définition 4 Soit M un point et $\overrightarrow{AB}$ un vecteur.

Le point M' est l'image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ signifie que : $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$

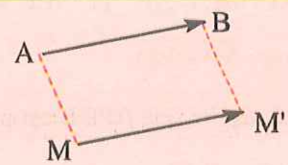
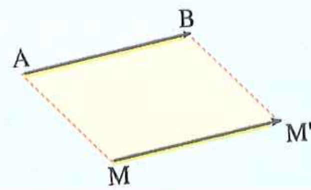


Image d'un point par une translation :

Construction de M' l'image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

1^er^ Cas : Si M est un point de (AB) :

2^e^ Cas : M n'est pas un point de (AB).



Remarque : M' est l'image de M par la translation qui transforme A en B signifie que ABM'M est un parallélogramme.

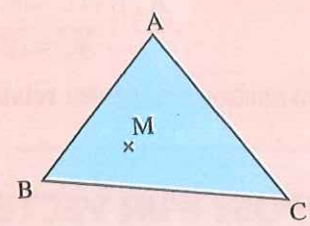
PRATIQUE
J'applique

1 UTILISER LES VECTEURS POUR DÉMONTRER

Exemple 1

M est un point à l'intérieur d'un triangle ABC .

1. Construire les parallélogrammes AMBN , AMCP et BMCD.
2. Montrer que [AD] , [BP] et [CN] ont même milieu.



1. **Construction des parallélogrammes AMBN , AMCP et BMCD.** (Voir la figure ci-dessous)
2. **Montrons que [AD] , [BP] et [CN] ont même milieu.**

On peut penser à utiliser la définition vectorielle d'un parallélogramme.

AMBN et AMCP sont deux parallélogrammes.

D'où : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NB}$ et $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{PC}$

Donc : $\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{PC}$.

Il en résulte que NBCP est un parallélogramme ;

par conséquent : [CN] et [BP] ont même milieu (1)

On a : AMCP et BMCD sont deux parallélogrammes.

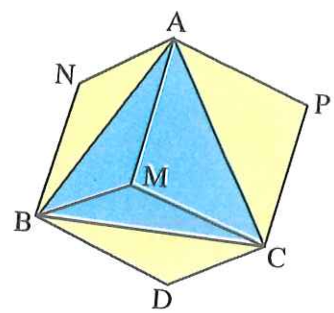
D'où : $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AP}$ et $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{BD}$

Donc : $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{BD}$.

Il en résulte que APDB est un parallélogramme ; par conséquent :

[AD] et [BP] ont même milieu. (2)

De (1) et (2) , on déduit que [AD] , [BP] et [CN] ont même milieu.



2 UTILISER LA RELATION DE CHASLES POUR CONSTRUIRE LA SOMME DE DEUX VECTEURS

Exemple 2

ABCD est un parallélogramme de centre O .

1. Construire le point M tel que : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$.
2. Construire le point N tel que : $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BD}$.

1 Construction du point M .

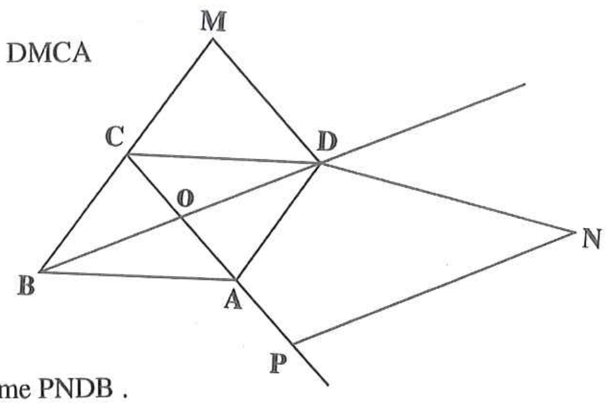
On constate que : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DM}$ (d'après la relation de Chasles)

Et on sait que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$

Donc : $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{AC}$.

D'où DMCA est un parallélogramme

Pour construire le point M, on construit le parallélogramme DMCA



2 Construction du point N.

Considérons les points P et N tels que :

$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{PN} = \overrightarrow{BD}$.

Ainsi $\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BD}$

$\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BD}$.

Pour construire le point N, on construit d'abord le parallélogramme aplati OPAC et ensuite le parallélogramme PNDB .

3 UTILISER LA TRANSLATION POUR DÉMONTRER

Exemple 3

ABCD est un parallélogramme .

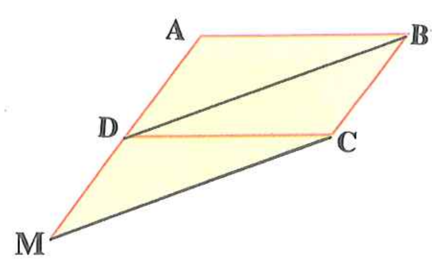
1. Construire le point M image de C par la translation qui transforme B en D.
2. Montrer que : $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AD}$.

1 Construction de M .

On sait que M est l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{BD}$.

D'où : $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{BD}$.

Donc CMDB est un parallélogramme.



2 Montrons que : $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AD}$

CMDB est un parallélogramme.

Donc : $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{BC}$.

Comme ABCD est un parallélogramme ,

alors : $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$.

Ainsi : $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{AD}$

Par ailleurs : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DM}$ (relation de Chasles).

Donc : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD}$.

D'où : $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AD}$.

INVESTISSEMENT
Je m'entraîne

RÉVISER TON COURS

1 Relier par une flèche chaque parallélogramme avec une égalité vectorielle qui lui correspond .

ACBD	$\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$
DBAC	$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$
DABC	$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB}$
ADCB	$\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{CA}$

2 Utiliser la relation de Chasles pour compléter les égalités suivantes:

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = ...$; $\overrightarrow{MN} + ... + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MA}$

$\overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{EH} = ...$; $\overrightarrow{CI} + \overrightarrow{DC} = ...$

$\overrightarrow{E...} + \overrightarrow{F...} = \overrightarrow{EH}$; $\overrightarrow{O...} + \overrightarrow{A..} = \overrightarrow{AH}$

$\overrightarrow{M...} + \overrightarrow{A...} + \overrightarrow{T...} = \overrightarrow{AH}$; $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{...} = \overrightarrow{0}$

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{...} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{L...} + \overrightarrow{I...} + \overrightarrow{V...} + \overrightarrow{RE} = ...$

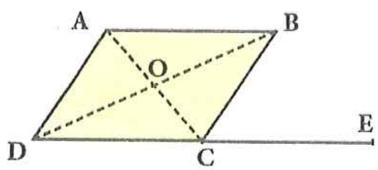
3 ABCD est un parallélogramme de centre O et E est le symétrique de D par rapport à C.

Simplifier les expressions suivantes en les justifiant :

$\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DC} = ...$; $\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{BA} = ...$

$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{CE} = ...$; $\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OE} = ...$

$\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{OA}$; $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CE} = ...$



4 ABCD un parallélogramme de centre O.

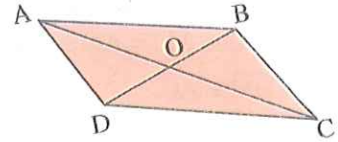
Compléter les phrases suivantes après les avoir recopiées.

D est l'image de .... par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.

... est l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{DA}$.

C est l'image de O par la translation qui transforme ... en ....

Par la translation de vecteur ... , l'image de A est B .



LES VECTEURS POUR DÉMONTRER

5 Soient A,B,C et D quatre points quelconques du plan.

Montrer que:

$$3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{CB} - 3\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{BD}.$$

6 E,F,G,H et I sont cinq points du plan tels que :

$$\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{EH} + \overrightarrow{FI} .$$

Montrer que que G est le milieu de [HI].

7 M est un point n'appartenant pas à la droite (EF).

Soit A le milieu de [EF].

Montrer que : $\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = 2\overrightarrow{MA}$

8 [EF] est un segment.

Soit M le milieu de [EF] et soit N le milieu de [EM].

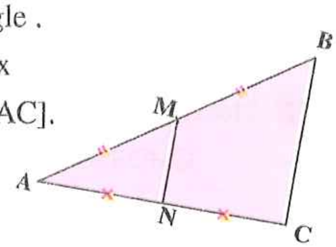
Montrer que : $\overrightarrow{EF} = 4\overrightarrow{EN}$.

9 ABC est un triangle .

M et N sont les milieux respectifs de [AB] et [AC].

Montrer que :

$$\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{MN}.$$



10 EFG est un triangle.

1) Construire les points M et N tels que :

$$\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{EG} - \overrightarrow{EF} \text{ et } \overrightarrow{EN} = \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{EG}$$

2) Montrer que E est le milieu de [MN] .

11 ABC est un triangle.

Soit G son centre de gravité et M le milieu de [BC].

1) Montrer que :

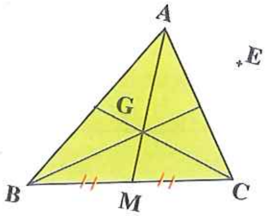
$\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=2\overrightarrow{GM}$

2) En déduire que :

a. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

b. $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{EC}=3\overrightarrow{EG}$

où E est un point quelconque du plan.



RELATION DE CHASLES

12 Dans chaque cas, appliquer la relation de Chasles pour écrire le plus simplement les sommes suivantes :

$2\overrightarrow{AB}+2\,\overrightarrow{BC}$; $2\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BD}-3\overrightarrow{AD}$;

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{CD}$.

13 Simplifier :

$\overrightarrow{EF}-\overrightarrow{HF}+\overrightarrow{HG}$; $\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{GF}-\overrightarrow{HE}$;

$\overrightarrow{FH}-\overrightarrow{GE}+\overrightarrow{GF}-\overrightarrow{EH}$; $\overrightarrow{FG}+\overrightarrow{HE}+\overrightarrow{GH}$

14 A,B,C et D sont quatre points du plan .

Montrer les égalités suivantes :

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$; $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{CB}=\vec{0}$

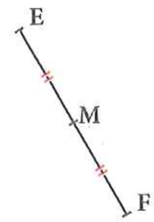
$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AC}$

15 M est le milieu de [EF] .

Simplifier les vecteurs suivants :

$\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}$; $2\overrightarrow{EF}-\overrightarrow{FM}+\overrightarrow{EM}$

$\overrightarrow{EM}-\overrightarrow{FE}-\overrightarrow{FM}+2\overrightarrow{ME}$.

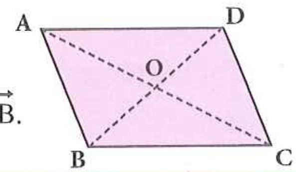


16 ABCD est un parallélogramme de centre O.

Montrer que les vecteurs suivants sont nuls :

$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}$

$2\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BC}-2\overrightarrow{AB}$.



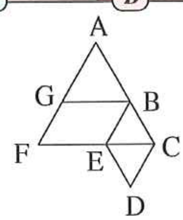
17 A,B,C et D sont quatre points du plan.

Démontrer que : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}$.

MON BILAN

1) Indiquer la bonne réponse par A , B ou C :

Pour les exercices 1 à 3 , on utilise la figure ci-contre où BEFG et BEDC sont des paralléloogrammes.



	A	B	C
1 La droite (BE) est une direction du vecteur ...	$\overrightarrow{EF}$	$\overrightarrow{FG}$	$\overrightarrow{BC}$
2 La longueur DC est la norme du vecteur : ...	$\overrightarrow{BE}$	$\overrightarrow{DE}$	$\overrightarrow{FG}$
3 Le sens du vecteur $\overrightarrow{GB}$ est ...	(BG)	[BG)	[GB)
4 Le vecteur $\overrightarrow{GF}$ est égal à ...	$\overrightarrow{DC}$	$\overrightarrow{DE}$	$\overrightarrow{FE}$
5 Le vecteur $\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{ED}$ est égal à ...	$\overrightarrow{EF}$	$\overrightarrow{EG}$	$\overrightarrow{EC}$
6 Le vecteur $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE}$ est égal à ...	$\overrightarrow{AE}$	$\overrightarrow{AF}$	$\vec{0}$
7 L'image de E par la translation qui transforme B en C est : ...	D	C	B

Correction page : 197

2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

	Savoir	Pratique
Ex: 1	Définition 1	
Ex: 2	Définition 1	
Ex: 3	Définition 1	
Ex: 4	Définition 2	
Ex: 5	Propriété 2	
Ex: 6	Propriété 3	
Ex: 7	Définition 4	

3) Exercices pour la remédiation voir R14 page : 199

APPROFONDISSEMENT
Je recherche

RELATION DE CHASLES

18 EFGH est un parallélogramme et A un point du plan.
Montrer que : $\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{AG} - \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{0}$.

19 Démontrer que les points F et H sont confondus sachant que : $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GH} = \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{FH} - \overrightarrow{HG}$

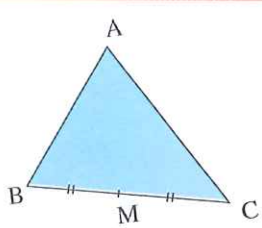
20 A,B et C sont trois points du plan.
Exprimer $\overrightarrow{U}$ en fonction de $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CB}$ dans chacun des cas suivants :
1) $\overrightarrow{U} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA}$
2) $\overrightarrow{U} = \overrightarrow{CA} + 3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ *3)* $\overrightarrow{U} = 2\overrightarrow{BC} + 3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

21 On considère un triangle ABC et les points D et E tels que:
$$\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$
Montrer que D et E sont confondus.

LA TRANSLATION POUR DÉMONTRER

22 ABCD est un parallélogramme .
1) Construire M tel que : $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{AC}$
2) Construire le point N image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{CB}$.
3) Montrer que B est l'image de N par la translation de vecteur $\overrightarrow{DM}$.

23 ABC est un triangle.
Soit M le milieu de [BC]



1) a Construire le point.
D, symétrique du point A par rapport à M.
b. Montrer que: $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BA}$.
2) Construire le point E, image du point C par la translation vecteur $\overrightarrow{BA}$.
3) Montrer que le point C est le milieu du segment [DE].

24 EFG est un triangle .
1) Construire le point H image de F par la translation de vecteur $\overrightarrow{EG}$.
2) En déduire la nature du quadrilatère EFHG .
3) Soit O le milieu de [FG] .
Montrer que : $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EG} = 2\overrightarrow{EO}$

25 ABCD est un parallélogramme .
1) Construire le point E image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{DC}$.
2) Construire le point F image de D par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.
3) Montrer que : $\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{DB}$ et $\overrightarrow{FE} = 2\overrightarrow{DB}$
4) En déduire que la droite (EF) passe par le point C.

26 ABCD est un rectangle de centre O.
1) Simplifier : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DC}$.
2) Construire E l'image de D par la translation qui transforme O en A.
3) Montrer que OAED est un losange.
4) Montrer que B est l'image de A par la translation qui transforme E en O.

27 ABC est un triangle.
1) Construire le point D tel que :$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$.
2) Construire E l'image de D par la translation qui transforme C en B.
3) En déduire que B est le milieu de [DE].
4) Simplifier : $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{EA}$.

CONSTRUCTION

28 EFG est un triangle .
Construire : *a.* le point A tel que : $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{FG}$.
b. le point B tel que : $\overrightarrow{FB} = \overrightarrow{EG}$.
c. le point C tel que : $\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{EG}$.

29 ABC est un triangle .

1) Construire le point E tel que : $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB}$.

2) Construire le point F tel que : $\overrightarrow{BF} = 3\overrightarrow{AC}$.

3) Construire le point F tel que : $\overrightarrow{CG} = 2\overrightarrow{EF}$.

30 Soit un triangle ABC

1) Construire le point D tel que : $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}$

2) Construire le point E tel que : $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA}$

31 **AVEC TICE**

ABC est un triangle.

1) Construire le point E image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.

2) Construire le point F image de A par la translation qui transforme B en C.

3) Construire les images des points demandés en utilisant l'outil ***GeoGebra*** : Translation

32 EFGH est un parallélogramme et A un point du plan.

1) Construire le point B image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{EF}$.

2) Construire le point C image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{EH}$.

3) Montrer que C est l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{EG}$.

CHALLENGES

33 ABCD est un parallélogramme.

E est l'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

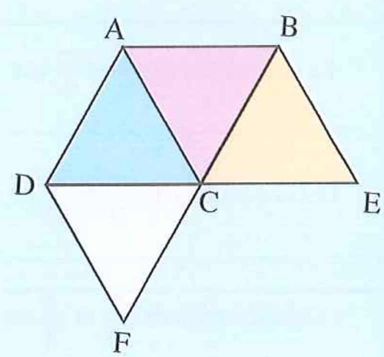
F est l'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.

La droite (DE) coupe les segments [AC] et [BF] respectivement en I et J .

Montrer que : $\overrightarrow{DI} = \overrightarrow{JE}$.

34 ABCD est un parallélogramme.

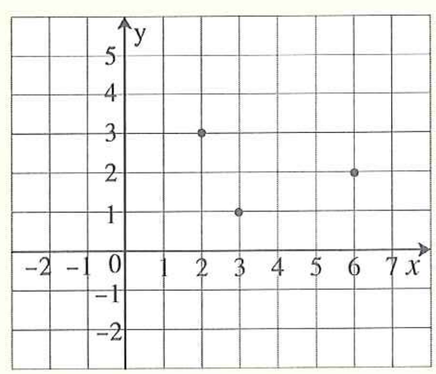
Soit E et F deux points tels que ABEC et ACFD soient deux parallélogrammes.



Montrer que : $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AC}$

SITUATIONS PROPOSÉES AU TIMSS

Dessiner un point sur le quadrillage pour que les quatre points soient les sommets d'un parallélogramme.



ORDRE DES NOMBRES RATIONNELS ET OPÉRATIONS

PRÉREQUIS :

* Comparaison des décimaux relatifs.
* Utilisation des propriétés des inégalités sur les décimaux.

Un point d'histoire

John Napier (1550 ; 1617)

John Napier ou Jean Néper est un mathématicien, physicien et astronome écossais.
Il établit quelques formules de trigonométrie sphérique, popularisa l'usage du point pour la notation anglo-saxonne des nombres décimaux mais surtout inventa les logarithmes.
Néper publia un procédé mécanique pour simplifier les opérations de multiplication, de division et qui portera le nom de bâtons de Néper.

TEST DIAGNOSTIQUE : Je m'évalue

CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.

Pour chaque question, cocher la bonne réponse et justifier votre choix.

	Réponses :		
Le signe de $\frac{5}{8}-\frac{3}{4}$ est ...	positif	négatif	autre réponse
La compraison de $\frac{8}{9}$ et $\frac{7}{9}$ est ...	$\frac{8}{9}=\frac{7}{9}$	$\frac{8}{9}>\frac{7}{9}$	$\frac{8}{9}<\frac{7}{9}$
La comparaison de $\frac{4}{11}$ et $\frac{4}{13}$ est ...	$\frac{4}{11}=\frac{4}{13}$	$\frac{4}{11}>\frac{4}{13}$	$\frac{4}{11}<\frac{4}{13}$
La comparaison de $\frac{7}{24}$ et $\frac{3}{8}$ est ...	$\frac{7}{24}<\frac{3}{8}$	$\frac{7}{24}>\frac{3}{8}$	$\frac{7}{24}=\frac{3}{8}$
On a : $-15,5<x<-15,4$, Quel nombre peut-on mettre à la place de x ?	-15	$-15,04$	$-15,49$
Le rangement par ordre croissant des nombres $\frac{5}{4}$; $\frac{7}{3}$; $\frac{11}{12}$ est ...	$\frac{11}{12}<\frac{7}{3}<\frac{5}{4}$	$\frac{7}{3}<\frac{11}{12}<\frac{5}{4}$	$\frac{11}{12}<\frac{5}{4}<\frac{7}{3}$
La différence $\frac{7}{6}-\frac{5}{9}$ est égale à ...	$\frac{11}{18}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{-11}{18}$
Par quel nombre peut- on compléter les pointillés ? $\frac{...}{8}<\frac{7}{...}<\frac{...}{6}$	8	7	6
x est un nombre rationnel non nul . $-x^2$ est un nombre ...	négatif	positif	de signe indéterminé

Solutions page : 196

ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE

Activité 1 Comparaison de deux nombres rationnels

1. Compléter le tableau ci-contre :

a	b	a − b	signe de a − b	comparer a et b
−5	−12	...	...	...
1	$\frac{17}{12}$	...	...	...
−1	$-\frac{12}{5}$	...	...	...
$\frac{13}{8}$	$\frac{16}{9}$	...	...	...
$\frac{1717}{3232}$	$\frac{3434}{4343}$	...	...	...

à la calculatrice

2. En observant le tableau ci-contre, compléter les phrases suivantes où a et b sont deux rationnels

   1) si $a \geq b$, alors $a - b \ldots 0$

   2) si $a - b$ est positif, alors $a \ldots b$

   3) si $a \leq b$, alors $a - b \ldots 0$

   4) si $a - b$ est ... , alors $a \leq b$

Activité 2 Inégalité, addition et soustraction

1. a et b étant deux nombres rationnels non nuls tels que : $a \leq b$, compléter par $\leq$ ou $\geq$:

$a + 3 \ldots b + 3$; $a - \frac{5}{2} \ldots b - \frac{5}{2}$

$b + \frac{5}{3} \ldots a + \frac{5}{3}$; $a - 6 \ldots b - 6$

2. *a.* Prouver que : $b - a = (b + c) - (a + c)$.

   b. En déduire que : si $a \leq b$, alors $a + c \leq b + c$.

   c. a, b, c et d sont des nombres rationnels tels que : $a \leq b$ et $c \leq d$.

   1) Quel est le signe de $(a - b) + (c - d)$?

   2) En déduire le signe de $(a + c) - (b + d)$.

   3) Comparer $a + c$ et $b + d$.

Activité 3 Inégalité et multiplication

a et b sont deux nombres rationnels tels que : $a > b$

1. Compléter par < ou > :

$2a \ldots 2b$; $\frac{a}{3} \ldots \frac{b}{3}$; $\frac{-4a}{5} \ldots \frac{-4b}{5}$

2. *a.* Est-il vrai que quels que soient les nombres a, b et c, on a : $a < b$ signifie que : $ac < bc$?

   b. Quelle condition faut-il ajouter sur le nombre c pour que l'énoncé soit vrai?

3. *a.* Factoriser : $bc - ac$.

   b. Etudier le signe de $bc - ac$ sachant que : $a < b$

4. a et b sont deux rationnels strictement positifs.

   Comparer : $\frac{1}{a}$ et $\frac{1}{b}$ sachant que : $a < b$.

SAVOIR
Je révise

1 COMPARAISON DE DEUX NOMBRES RATIONNELS

Règle 1 a et b sont deux nombres rationnels.

$a \leqslant b$ signifie que : $b - a \geqslant 0$

$$\boxed{a \leqslant b}$$

1er membre : a — 2e membre : b — Inférieur ou égal : $\leqslant$ — Une inégalité : $a \leqslant b$

Remarques :
- $a \leqslant b$ signifie que : $b \geqslant a$.
- Pour comparer deux nombres a et b, on peut déterminer le signe de $b - a$ ou celui de $a - b$.

Exemples : *1)* Comparons les nombres : $a = \frac{9}{28}$ et $b = \frac{5}{14}$

$$b - a = \frac{5}{14} - \frac{9}{28} = \frac{5\times 2}{14\times 2} - \frac{9}{28} = \frac{10}{28} - \frac{9}{28} = \frac{1}{28} > 0 \quad \text{ainsi : } \frac{5}{14} - \frac{9}{28} > 0 \quad \text{donc : } \frac{5}{14} > \frac{9}{28}$$

2) x et y sont deux nombres rationnels. Comparons $(x + y)^2$ et $4xy$

$$\begin{aligned}(x+y)^2 - 4xy &= x^2 + 2xy + y^2 - 4xy \\ &= x^2 - 2xy + y^2 \\ &= (x - y)^2\end{aligned}$$

Puisque $(x - y)^2 \geq 0$, alors $(x + y)^2 - 4xy \geq 0$.

D'où : $(x+y)^2 \geq 4xy$.

2 INÉGALITÉ, ADDITION ET SOUSTRACTION

Règle 2 Si on ajoute (ou soustrait) un même nombre aux deux membres d'une inégalité, on ne change pas le sens de l'inégalité.

Autrement dit : a, b et c sont des nombres rationnels .
- Si $a \leq b$, alors $a + c \leq b + c$
- Si $a \leq b$, alors $a - c \leq b - c$

Exemples : Soit a un nombre rationnel.

1) Si $a < 7$, alors $a + 3 < 7 + 3$; donc : $a + 3 < 10$.

2) Si $a + 4 > 9$, alors $a + 4 - 4 > 9 - 4$; donc : $a > 5$.

Règle 3 Si on additionne membre à membre les membres de deux inégalités de même sens, on ne change pas le sens de l'inégalité.

Autrement dit : a, b, c et d sont des nombres rationnels . Si $a \leq c$ et $b \leq d$, alors $a + b \leq c + d$

Exemple : soit a et b deux nombres rationnels tels que : $a \leq 5$ et $b \leq 6$

Alors : $a+b \leq 5+6$ et donc : $a+b \leq 11$.

3 INÉGALITÉ ET MULTIPLICATION

Règle 4

Si on multiplie (ou on divise) les deux membres d'une inégalité par un même nombre **positif** v non nul, on ne change pas le sens de l'inégalité.

Autrement dit : a, b et c sont des nombres rationnels .

- Si $a \leq b$ et $c > 0$, alors $ac \leq bc$.
- Si $a \leq b$ et $c > 0$, alors $\frac{a}{c} \leq \frac{b}{c}$.

Règle 5

Si on multiplie (ou on divise) les deux membres d'une inégalité par un même nombre négatif non nul, on change le sens de l'inégalité.

Autrement dit : a, b et c sont des nombres rationnels .

- Si $a \leq b$ et $c < 0$, alors $ac \geq bc$.
- Si $a \leq b$ et $c < 0$, alors $\frac{a}{c} \geq \frac{b}{c}$.

Exemple : Soit x un nombre rationnel tel que : $x \leq -3$

Alors : $4x \leq 4 \times (-3)$ et $\frac{x}{-6} \geq \frac{-3}{-6}$ (car $4 > 0$ et $-6 < 0$)

C'est-à-dire : $4x \leq -12$ et $-\frac{x}{6} \geq \frac{1}{2}$

Règle 6

On peut **multiplier** membre à membre deux inégalités de même sens et dont les membres sont tous **positifs.**

Autrement dit : a, b, c et d sont des nombres rationnels **positifs** : Si $a \leq c$ et $b \leq d$, alors : $ab \leq cd$.

Exemple : Soit x et y deux nombres rationnels positifs tels que : $x \leq \frac{1}{2}$ et $y \leq \frac{4}{7}$

Alors : $xy \leq \frac{1}{2} \times \frac{4}{7}$ c'est-à-dire : $xy \leq \frac{2}{7}$.

4 ENCADREMENT D'UN NOMBRE RATIONNEL

Définition

a, b et c sont des nombres rationnels.

Si $a \leq b$ et $b \leq c$, on écrit $a \leq b \leq c$

L'écriture "$a \leq b \leq c$" est appelée **encadrement** de b.

Exemple : $1 < \frac{13}{11} < 2$ est un encadrement de $\frac{13}{11}$.

PRACTIQUE
J'applique

1 COMPARAISON DE DEUX NOMBRES RATIONNELS

Exemple 1

x est un nombre rationnel.

Comparer les nombres $\frac{4}{3}x-\frac{5}{8}$ et $\frac{4}{3}x-\frac{1}{2}$.

Méthode 1 : On détermine le signe de leur différence.

On a : $\left(\frac{4}{3}x-\frac{5}{8}\right)-\left(\frac{4}{3}x-\frac{1}{2}\right)=\frac{4}{3}x-\frac{5}{8}-\frac{4}{3}x+\frac{1}{2}$

$$=\frac{-5}{8}+\frac{4}{8}$$

$$=\frac{-1}{8}.$$

Puisque $\frac{-1}{8}$ est un nombre négatif .

alors : $\left(\frac{4}{3}x-\frac{5}{8}\right)-\left(\frac{4}{3}x-\frac{1}{2}\right)$ est négatif c'est-à-dire $\left(\frac{4}{3}x-\frac{5}{8}\right)-\left(\frac{4}{3}x-\frac{1}{2}\right)\leq 0$

Donc : $\frac{4}{3}x-\frac{5}{8}\leq\frac{4}{3}x-\frac{1}{2}$.

Méthode 2 : On utilise les propriétés des inégalités et des opérations.

On a : $\frac{-5}{8}\leq\frac{-4}{8}$ car $-5<-4$

Donc : $\frac{-5}{8}\leq\frac{-1}{2}$.

On ajoute $\frac{4}{3}x$ aux deux membres de cette inégalité.

Donc : $\frac{4}{3}x+\left(-\frac{5}{8}\right)\leq\frac{4}{3}x+\left(-\frac{1}{2}\right)$

D'où : $\frac{4}{3}x-\frac{5}{8}\leq\frac{4}{3}x-\frac{1}{2}$.

2 ENCADREMENT DES SOMMES ET DES PRODUITS

Exemple 2

a et b sont deux nombres tels que : $-3\leq a\leq -2$ et $4\leq b\leq 5$.

Déterminer l'encadrement de chacun des nombres suivants:

$2a+3b$, $-a$ et ab

- **Encadrement de 2a + 3b :**

On a : $-3 \leq a \leq -2$ et $2 > 0$

Donc : $-6 \leq 2a \leq -4$ (1)

Et $4 \leq b \leq 5$ et $3 > 0$

Donc : $12 \leq 3b \leq 15$ (2)

De (1) et (2), on déduit que : $-6 + 12 \leq 2a + 3b \leq -4 + 15$

D'où : $6 \leq 2a + 3b \leq 11.$

- **Encadrement de –a :**

On a : $-3 \leq a \leq -2$

Donc : $-1\times(-3) \geq -1 \times a \geq -1 \times (-2)$

$3 \geq -a \geq 2$

D'où : $2 \leq -a \leq 3.$

- **Encadrement de ab :**

On a : $2 \leq -a \leq 3$ ($-a$ est positif)

Et : $4 \leq b \leq 5$ (b est positif)

Donc : $8 \leq -ab \leq 15$

D'où : $-15 \leq ab \leq -8$

Exemple 3

x est un nombre rationnel tel que : $-1 \leq \dfrac{2x+3}{4} \leq 2$

Trouver un encadrement de x

Encadrement de x :

On a : $-1 \leq \dfrac{2x+3}{4} \leq 2$

Donc : $4 \times (-1) \leq 4 \times \left(\dfrac{2x+3}{4}\right) \leq 4 \times 2$ on multiplie chaque membre par 4

$-4 \leq 2x + 3 \leq 8$ on simplifie

$-4 - 3 \leq 2x + 3 - 3 \leq 8 - 3$ on ajoute –3 à chaque membre

$-7 \leq 2x \leq 5$ on divise chaque membre par 2

$-\dfrac{7}{2} \leq \dfrac{2x}{2} \leq \dfrac{5}{2}$

Donc : $-3,5 \leq x \leq 2,5.$

RÉVISER TON COURS

1 Compléter les pointillés par : "$\leq$" ou "$\geq$" :

1) $a - b = \frac{5}{3}$, donc a.......b

2) $a - b = -11$, donc a.......b

3) $a - b = -6$, donc a.......b

4) $a - b = 13$, donc a.......b

2 Compléter par le nombre qui convient

1) Si $x > 9$, alors $x + 2 >$ .....

2) Si $x \geq -8$, alors $x - 5 \geq$ .....

3) Si $x \leq \frac{2}{3}$, alors $3x \leq$.........

4) Si $x > -5$, alors $-2x <$ ....

5) Si $-5x > 4$, alors $x <$ ....

6) Si $-\frac{1}{7}x \geq 0$, alors $x \leq$ ....

3 Compléter :

On a : $a \leq x \leq c$ et $b \leq y \leq d$

alors : ($a \leq x$ et $x \leq c$) et ($b \leq y$ et $y \leq d$)

Donc : ... + ... $\leq$ ...+ ... et ... + ... $\leq$ ... + ...

Par conséquent : ... + ... $\leq x + y \leq$ ... + ...

Application :

On donne : $2 \leq x \leq 3$ et $-3 \leq y \leq -1$

1) Encadrer $x + y$

2) a. Encadrer $-x$

b. En déduire un encadrement de $y - x$

4 Compléter :

1) Si $x > 3$, alors $x + 4$.........

2) Si $x \leq -3$, alors $x - 7$ ....

3) Si $x \leq -4$, alors $2x$ ....

4) Si $x \leq 5$, alors $-3x$..........

5) Si $-4x < 9$, alors x ....

6) Si $7x < 2$, alors x ....

5 Relier les inégalités équivalentes par une flèche :

$x + 5 < 0$ •	• $x < -5$
$-3x < -2$ •	• $3x \geq -6$
$4x \leq 6$ •	• $x \leq \frac{3}{2}$
$5x > 3$ •	• $5x - 3 > 0$
$x \geq -2$ •	• $x > (-2)\left(-\frac{1}{3}\right)$

COMPARAISON

6 **AVEC TICE**

1) Comparer x et y dans chacun des cas suivants :

a. $x = \frac{1}{(2016)^{-8}}$ et $y = \frac{1}{(2017)^{-8}}$

b. $x = -5 \times 2^{1436}$ et $y = -0{,}3 \times 2^{1437}$

c. $x = \frac{17}{16} - 10^{2017}$ et $y = \frac{27}{28} - 10^{2017}$

d. $x = \frac{-1435}{1436} \times \frac{2016}{2017}$ et $y = \frac{-1436}{1435} \times \frac{2016}{2017}$

2) Retrouver le rangement demandé en utilisant la fonction du tri d'un tableur tel qu'***Excel***.

7 x et y sont deux nombres rationnels.

$$a = 2x - \left(y + \frac{3}{4}\right) - \frac{3}{4}$$

$$b = \frac{5}{9} + y - \frac{1}{6} - 2(y - x) .$$

Comparer les nombres a et b.

8 x est un nombre positif non nul.

a- Comparer $\frac{x+1}{x}$ et $\frac{x}{x+1}$.

b- Comparer $\frac{4x+1}{2x}$ et $\frac{4x}{2x+1}$.

9 a et b sont deux nombres rationnels tels que :

$$2 \leq a \leq 3 \quad \text{et} \quad -4 \leq b \leq 4$$

Comparer $2a - b + 3$ et $-3a + 2b - 7$

10 a et b sont deux nombres rationnels positifs non nuls tels que : $a < b$.

1) Déterminer le signe de $\frac{1}{b} - \frac{1}{a}$.

2) En déduire que : $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.

11 Comparer les nombres x et y dans chacun des cas suivants:

1) $x = 2017 \times 10^{-54}$ et $y = 2016 \times 10^{-54}$

2) $x = 10^{54}$ et $y = \frac{10^{55}}{10{,}01}$.

12 a et b sont deux nombres rationnels tels que : $b - a = x^2$.

on donne : $X = a - 2$ et $Y = -2 + b$

Comparer X et Y.

13 a et b sont deux nombres rationnels tels que :

$$a - b < -5.$$

On donne : $x = a + 3^{57}$ et $y = b + 5^{50}$

Comparer x et y.

ENCADREMENT

14 En mathématiques, la lettre e désigne un nombre important qui n'est pas un rationnel.

On sait que : $2{,}7 < e < 2{,}8$ et $0{,}8 < \cos 30° < 0{,}9$.

Donner un encadrement de chacun des nombres suivants :

$5e$; $-5e + 7$; $\frac{e + \cos 30°}{5}$; $e - \cos 30°$ et $e \times \cos 30°$.

15 x et y sont deux nombres rationnels tels que :

$$-4 \leq x \leq -2 \quad \text{et} \quad 3 \leq y \leq 4$$

1) Donner un encadrement de $x + 2y$

2) En déduire un encadrement de $(x + 2y)^2$

16 Un terrain de sport a la forme d'un rectangle de 50 m de largeur et d'aire comprise entre 7500 m² et 7600 m² . Donner un encadrement de sa longueur.

17 Donner un encadrement de la distance parcourue par une roue de voiture de 0,5 m de diamètre qui fait 150 tours et demi sachant que $3{,}14 < \pi < 3{,}15$.

MON BILAN

1) Indiquer la bonne réponse par A , B ou C :

	A	B	C
1 Comparer les nombre $-\frac{13}{7}$ et $-\frac{7}{4}$...	$-\frac{13}{7} < -\frac{7}{4}$	$-\frac{13}{7} = -\frac{7}{4}$	$-\frac{13}{7} > -\frac{7}{4}$
2 $x - y = 3$, donc on peut en déduire que ...	$x < y$	$x = y$	$x > y$
3 $x - y = -8$, donc on peut en déduire que ...	$x < y$	$x = y$	$x > y$
4 $x > 4$, donc on peut en déduire que ...	$x + 3 < 1$	$x + 3 > 7$	$x + 3 > 12$
5 $x + 3 < 2$, donc on peut en déduire que ...	$x < -1$	$x < 5$	$x > 5$
6 $x < 6$, donc on peut en déduire que ...	$2x < 8$	$2x < 12$	$2x > 12$
7 $x < 6$, donc on peut en déduire que ...	$-2x < 4$	$-2x < -12$	$-2x > -12$
8 $x \leq -5$ et $y \leq \frac{1}{2}$,donc on peut déduire que ...	$x + y \geq -\frac{9}{2}$	$x + y \geq 0$	$x + y \leq -\frac{9}{2}$

Correction page : 197

2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

	Savoir	Pratique
Ex: 1	Règle 1	
Ex: 2	Règle 1	
Ex: 3	Règle 1	
Ex: 4	Règle 2	
Ex: 5	Règle 2	
Ex: 6	Règle 4	
Ex: 7	Règle 5	
Ex: 8	Règle 3	

3) Exercices pour la remédiation voir R15 page : 199

APPROFONDISSEMENT
Je recherche

ENCADREMENT

18

Encadrer $\frac{13}{97}$ par les inverses de deux entiers consécutifs.

19

Une température peut être mesurée en degrés Fahrenheit (F) ou en degrés celsius (°C).

On donne la formule : $F = \frac{9}{5}C + 32$

1) En Janvier la température a varié entre -7 et 3 degrés Celsius.

Donner l'encadrement correspondant de la température exprimée en degrés Fahrenheit.

2) En Juin la température a varié entre 54 et 82 degrés Fahrenheit.

Donner un encadrement correspondant de la température en degrés Celsius .

20

Donner un encadrement de x dans chacun des cas suivants :

1) $2 \leq -5 + 3x \leq 4$

2) $-3 \leq -6x + 1 \leq -1$

3) $\frac{2}{3} < \frac{x+4}{6} < \frac{2}{3}$

21

a et b sont deux nombres rationnels tels que :

$$\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{2}{3} \quad \text{et} \quad -3 \leq b \leq -2.$$

1)a. Donner l'encadrement de a + b et ab.

b. En déduire que : $3(a+b) \leq ab - 2$.

2) Encadrer $a - b$ et $a(4 + b)$.

22

x et y sont deux nombres rationnels tels que :

$$5 \leq y \leq 7 \quad \text{et} \quad -2 \leq x \leq -1$$

Donner un encadremet $x + 2y - 3$ et $2yx$.

23

x et y sont deux nombres rationnels tels que :

$$-4 \leq x \leq -2 \quad \text{et} \quad 3 \leq y \leq 5.$$

On donne $A = xy + x + y$.

1) Donner un encadrement de A.

2) a. Montrer que $A = (x + 1)(y + 1) - 1$.

b. En déduire un autre encadrement de A .

3) Que remarque -t-on ?

24

x et y sont deux nombres rationnels tels que :

$$4 \leq \frac{2}{3}x + 1 \leq 6 \quad \text{et} \quad -7 \leq 3y - 1 \leq -2$$

Sans déterminer les encadrements de x et y donner un encadrement des deux nombres :

$$3y - \frac{1}{3}x \quad \text{et} \quad (2x+3)\left(\frac{5}{3} - y\right).$$

25

a, b et c sont des nombres rationnels tels que :

$$1 \leq a \leq 2 \ ; \ -4 \leq b \leq -3 \ \text{et} \ -\frac{1}{3} \leq 3c - 1 \leq \frac{2}{3}$$

Donner un encadrement de chacun des nombres suivants :

$$a - b \ ; \ ab \ ; \ (a+3)(b+5) \ \text{et} \ c .$$

26

x et y sont deux nombres rationnels tels que :

$$-2x + 1 \leq 5x - 4 \leq -2x + 2 \quad \text{et} \quad 2 \leq \frac{1-2y}{2} \leq 3.$$

1) Montrer que : $\frac{5}{7} \leq x \leq \frac{6}{7}$ et $\frac{-5}{2} \leq y \leq \frac{-3}{2}$.

2) Donner un encadrement de chacun des nombres suivants : $x + y$, $x - y$ et xy.

27

a et b sont deux nombres rationnels tels que :

$$a - b = -2 \quad \text{et} \quad a \leq -1 \quad \text{et} \quad b \geq \frac{1}{4}$$

1) Montrer que : $-\frac{7}{4} \leq a \leq -1$ et $\frac{1}{4} \leq b \leq 1$.

2) On pose : $E = a + b - \frac{1}{2}$ et $F = a + b + \frac{3}{2}$.

a. Donner un encadrement de E et F.

b. En déduire la comparaison de E et F de deux manières différentes.

PROBLÈMES OUVERTS

28

a est un nombre rationnel tel que : $0 < a < 1$.

Montrer que : $a^2 < a$.

29 24 cm et 18 cm sont les mesures de deux côtés d'un triangle. La longueur du troisième côté est un entier multiplie de 6.

Quelles sont les valeurs possibles pour la longueurs du troisième côté ?

RANGER

30 Ranger dans l'ordre croissant :

1) $-\frac{1}{10^2}$; -10^{-2} ; $\left(\frac{-1}{10^2}\right)^5$; $\frac{-10^7}{10^5}$

2) $-\frac{1}{2}$; $\left(-\frac{1}{2}\right)^2$; $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$; $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$; $\left(-\frac{1}{2}\right)^5$

3) $\frac{4}{7}$; -3 ; $-\frac{2}{3}$; $\frac{5}{14}$; $\frac{-11}{23}$ et $\frac{11}{23}$.

31 x est un rationnel non nul.

1) Montrer que : $\frac{x+3}{3} = 1+\frac{x}{3}$

2) Ranger dans l'ordre croissant les nombres:

$$\frac{2018}{2015} ; \frac{2020}{2017} ; \frac{2019}{2016}$$

ISOLER x

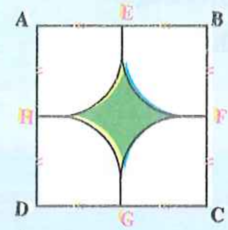
32 Isoler x au premier membre de chacune des inégalités suivantes:

1) $10 \geq x - 7$ *2)* $\frac{1}{2} - x \leq \frac{5}{4}$

3) $4 + x \leq 3x$ *4)* $\frac{5}{3}x - 1 < x + \frac{2}{3}$.

CHALLENGES

33 ABCD est un carré de 5cm de côté . E,F,G et H sont les milieux respectifs de [AB] , [BC] , [CD] et [DA]



1) Exprimer en fonction de π l'aire S de la partie coloriée en vert.

2) En déduire un encadrement de S sachant que ;

$$3,14 < \pi < 3,15$$

34 x et y sont deux nombres rationnels tels que :

$$xy < x^2 - y^2 < 2xy$$

Donner un encadrement de $(x - y)(\frac{1}{x} + \frac{1}{y})$

35 a et b sont deux nombre rationnels tels que :

$$a + b = 1$$

1) Montrer que : $ab \leq \frac{1}{4}$.

2) Montrer que : $a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}$.

36 Soit a, b et c les longueurs des côtés d'un triangle.

Montrer que : $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} < 2$

SITUATIONS PROPOSÉES AU TIMSS

Sara est allé à un parc de jeux. Elle dispose de 30 DH pour les dépenser.

Prix de l'entrée au parc :	**5 DH**
Prix d'une partie de jeux :	**3 DH**

Quelle est l'inéquation qui traduit le plus grand nombre de parties de jeux (P) que peut jouer Sara?

A $3P + 5 \leq 30$; **B** $5P + 3 \leq 30$; **C** $P + 3 + 5 \leq 30$; **D** $3(P + 5) \leq 30$.

PROPORTIONNALITÉ

PRÉREQUIS :

* Utilisation d'un coefficient de proportionnalité.
* Pourcentage.
* Echelle.

Un point d'histoire

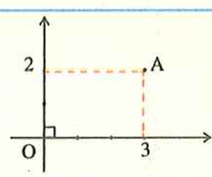
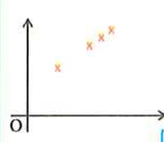
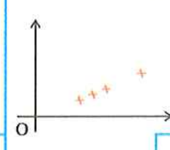
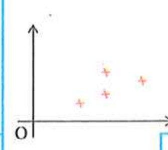
Galilée (1564 ; 1642)

Galilée est un mathématicien, géomètre, physicien et astronome italien.
Il lâche en même temps, du haut de la tour de Pise, en Italie, une boule de fer de 100 livres et une boule de fer de 1 livre (unité de masse).
Galilée affirme que les deux boules arrivent ensemble.

TEST DIAGNOSTIQUE : Je m'évalue

CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.

Pour chaque question, cocher la bonne réponse et justifier votre choix.

	Réponses :		
Le nombre qu'il faut mettre dans le tableau pour qu'il soit un tableau de proportionnalité est..... | 4 | −5 | ... | | 12 | −15 | 27 |	−9	2,7	9
7,5 % de 450 est égal à	33,75	3,375	337,5
$\frac{7}{12,5}$ correspond à ...	56%	70%	5,6%
La durée 3,4 h correspond à ...	3h40min	3h24min	3h4min
On a : $\frac{x}{2} = \frac{4}{5}$. Donc : x est égal à ...	$\frac{2 \times 4}{5}$	$\frac{5 \times 4}{3}$	$\frac{5 \times 3}{4}$
L'abscisse du point A est : 	3	2	(2 ; 3)
Quelle représentation graphique représente une situation de proportion alité ?			

Solutions page : 196

ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE

Activité 1 Reconnaitre une situation de proportionnalité

Compléter les tableaux suivants :

Longueur du côté d'un carré (cm)	5	7	...	...
Périmètre du carré (cm)	...	...	24	32

Longueur du côté d'un carré (cm)	5	7	...	...
Air du carré (cm)	...	...	25	49

1. Le périmètre est-il proportionnel au côté du carré ? Justifier la réponse.
2. L'aire est-elle proportionnel au côté du carré ? Justifier la réponse.
3. D'après ces deux situations, comment reconnait-on un tableau de proportionnalité ?

Activité 2 Calculer une quatrième proportionnelle

1. On Considère le tableau de proportionnalité ci-contre :

Jus d'orange (en L)	2	5
Prix à payer (en DH)	24	x

Que représente la valeur de x ?

Justifier chacune des égalités suivantes : $\frac{2}{24} = \frac{5}{x}$; $x = \frac{5 \times 24}{2}$

Calculer la valeur de x. Interpréter ce résultat.

La valeur de x est appelée **quatrième proportionnelle.**

2. Par la même méthode, déterminer la valeur de x et interpréter le résultat pour les tableaux de proportionnalité suivants :

Distance (en km)	80	x
Durée (en h)	1	190

Âge en (mois)	x	5
Poids (en kg)	3,90	6,5

Activité 3 Pourcentage

Un collège comporte 640 élèves dont 288 des élèves sont internes.

Calculer le pourcentage des élèves internes.

Activité 4 Échelle

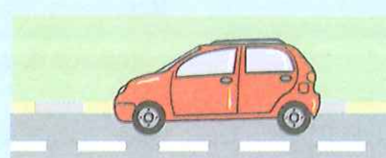
La distance réelle entre Casablanca et Rabat est 86,9 km et sur la carte est 7,2 cm.

Déterminer l'échelle de cette carte.

Activité 5 Vitesse moyenne

Un automobiliste a parcouru 165 km en 1h30min .

1. Calculer la vitesse moyenne de l'automobiliste.
2. Calculer la durée lorsque l'automobiliste a parcouru 275 km



SAVOIR
Je révise

1 PROPORTIONNALITÉ

Définition 1 Deux grandeurs sont proportionnelles lorsque les valeurs de l'une peuvent être calculées en multipliant les valeurs de l'autre par un nombre appelé **cœfficient de proportionnalité .**

Autrement dit : Si x et y sont les valeurs de deux grandeurs proportionnelles, alors il existe un nombre a tel que : $y = ax$
a est le cœfficient de proportionnalité.

Exemple : Voici un tableau de proportionnalité concernant le prix du lait.

Volume x (en litres)	1	3	5	6
Prix y (en DH)	7	21	35	42

$\times 7$

Le coefficient de proportionnalité est 7.

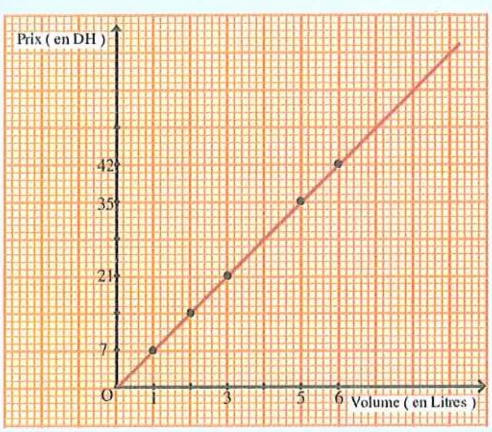
Donc : $y = 7x$

2 REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

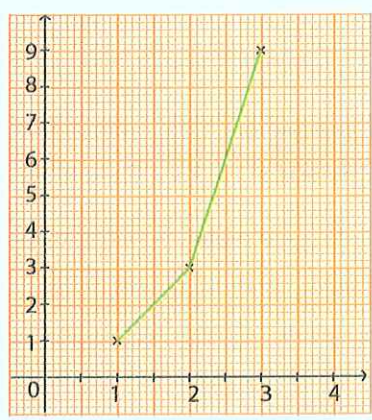
Propriété Une situation de proportionnalité est représentée graphiquement par des points alignés sur une droite passant par l'origine du repère.

Autrement dit : La représentée graphiquement d'une situation de proportionnalité est une droite passant par l'origine du repère.

Exemple :



Représentation graphique d'une situation de proportionnalité



Représentation d'une situation qui n'est pas de proportionnalité

3 POURCENTAGE

Définition 2 Prendre t % d'une quantité signifie prendre $\frac{t}{100}$ de cette quantité.

Exemple : L'air que nous respirons contient 21% d'oxygène.

Alors la quantité d'oxygène que contiennent les 120 000 litres d'air de notre salle de classe est : $\frac{21}{100} \times 120\,000 = 25\,200$ l.

4 ÉCHELLE

Définition 3 L'échelle d'un plan est le coefficient de proportionnalité entre les longueurs sur le plan et les longueurs réelles : $e = \frac{\text{longueur sur le plan}}{\text{longueur réelle}}$ où e est l'échelle.

Remarques : Les longueurs doivent être exprimées avec la même unité.

Exemple : Un plan cadastral est à l'échelle $\frac{1}{500}$

Sur ce plan, un chemin a pour longueur 13cm.

Alors sa longueur réelle est : $\frac{13\text{cm}}{\frac{1}{500}} = 13 \times 500\text{cm} = 6500\text{cm}$ soit 65m.

5 VITESSE MOYENNE

Définition 4 La vitesse moyenne **v** d'un mobile parcourant une distance **d** pendant une durée **t** est le quotient de d par t : $\mathbf{v} = \frac{\mathbf{d}}{\mathbf{t}}$.

Exemple : Une voiture roule pendant 3h à 69 km/h .

Calculons la distance parcourue.

On sait que : $d = vt$, donc : $d = 69 \times 3 = 207$.

D'où la distance parcourue est 207 km.

PRATIQUE
J'applique

1 CALCULER UN POURCENTAGE

Exemple 1 Un tee - shirt passe de 180 DH à 189 DH .
Quel est le taux d'augmentation?

On calcule d'abord l'écart de prix.

$189 - 180 = 9$.

On calcule ensuite le quotient de l'écart de prix sur le prix initial.

$\frac{9}{180} = \frac{1}{20} = 0{,}05$,donc l'augmentation est de 5% .

Exemple 2 Un article coûte 260 DH. On augmente son prix de 15% puis on le baisse de 15%.
Quel est son prix?

On calcule son prix après l'augmention :

$$260 \times \frac{15}{100} + 260 = 39 + 260 = 299$$

On calcule son prix après la baisse :

$$299 - 299 \times \frac{15}{100} = 299 - 44{,}85 = 254{,}15 .$$

Donc, le prix de cet article est 254,15DH.

2 COMPLÉTER UN TABLEAU DE PROPORTIONNALITÉ

Exemple 3 Compléter le tableau suivant pour qu'il corresponde à une situation de proportionnalité.

4	8	12	...
20	40	...	80

Méthode 1 : calcul du coefficient.

On a : $\frac{40}{8} = 5$, d'où : 5 est le cœfficient de proportionnalité.

Par conséquent : $5 \times 12 = 60$ et $\frac{1}{5} \times 80 = 16$

4	8	12	16
20	40	60	80

Méthode 2 : Propriété

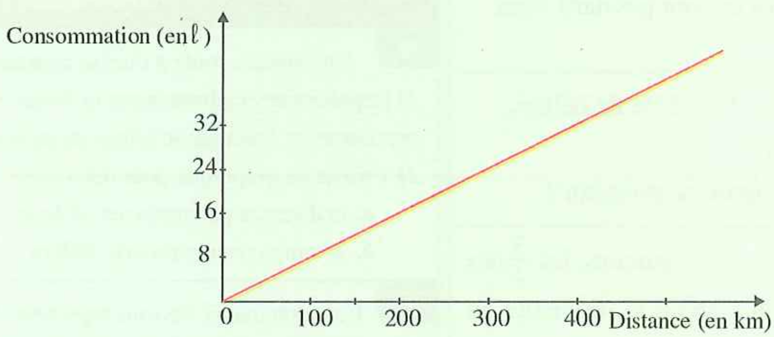
On a : $\frac{20}{4} = \frac{40}{8} = \frac{20+40}{4+8} = \frac{60}{12} = 5$

Et : Par ailleurs $\frac{40}{8} = \frac{40 \times 2}{8 \times 2}$

3 UTILISATION D'UNE REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

Exemple 4

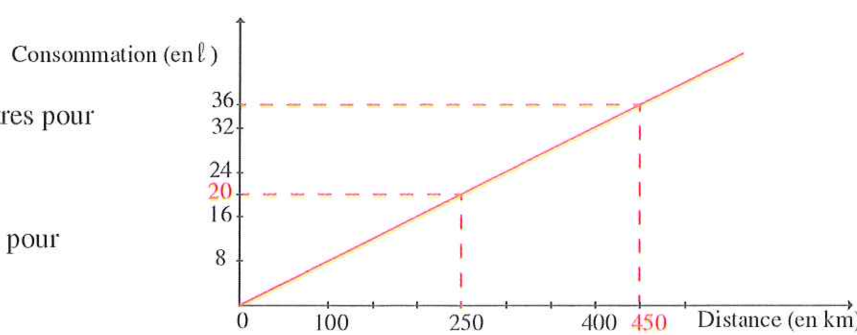
Le graphique ci-dessous représente la consommation moyenne en essence d'une voiture en fonction des kilomètres parcourus ,



En utilisant le graphique :

1. Trouver la consommation de cette voiture pour 250 km .
2. Trouver la distance parcourue par cette voiture pour une consommation de 36 litres .

1. Cette voiture va consommer 20 litres pour parcourir 250 km .
2. Cette voiture va parcourir 450 km pour consommer 36 litres .



INVESTISSEMENT
Je m'entraîne

RÉVISER TON COURS

1 Un crémier achète 2000 œufs et 1,5% des œufs se cassent pendant le transport.
Combien reste-t-il d'œufs à ce crémier?

2 La célérité de la lumière est 3×10^8 m/s.
On sait que la distance entre la terre et le soleil est de 149 millions de kilomètres.
Quel est le temps nécessaire pour qu'un rayon de soleil atteint la terre?

3 Un camp de vacances réunit 125 filles et 75 garçons.
Lors d'une matinée à 8h30 , 40% de garçons et 60% de filles sont dans l'eau.
Quel pourcentage d'adolescents ne sont pas dans l'eau à cet instant ?

4 Dans un troupeau d'ovins, il y a 15% de béliers, 25% de brebis et 180 agneaux .
De combien d'animaux se compose ce troupeau ?

5 Dans une classe de 16 filles et 10 garçons, les $\frac{3}{4}$ des filles et les $\frac{3}{5}$ des garçons ont obtenu la moyenne au contrôle de mathématiques.
Quelle fraction de la classe n'a pas obtenu la moyenne?

6 Au mois de septembre, un article électronique est vendu 600DH.
En janvier, son prix augmente de 20%.
En mars, cet article est soldé de 20% sur le prix affiché en janvier.
Est-ce que le prix de cet article a changé depuis septembre?

7 Un produit de 400 DH a connu une diminution de 20% puis une deuxième diminution de 10%.
1) Quel est son nouveau prix? .
2) Quel est le pourcentage de diminution?

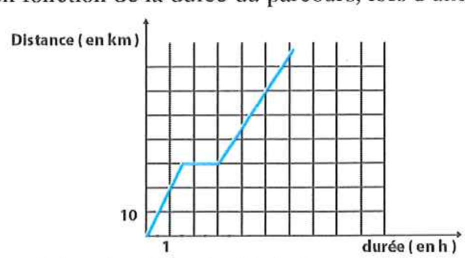
8 AVEC TICE

Dans les élections, un candidat a obtenu les résultats suivants:
1) Dans la commune A, il y a 3500 votants et il a obtenu 32% des voix.
a. Quel est son nombre de voix?
b. S'aider d'une calculatrice scientifique pour calculer la valeur demandé.
En utilisant la touche pourcentage: %
2) Dans la commune B, il a obtenu 748 voix, soit 34% des voix.
Quel est le nombre de votants?
3) Dans la commune C, il a obtenu 850 voix sur 2500 votants.
Quel est le pourcentage des voix obtenues?

UTILISATION D'UN REPRESENTATION GRAPHIQUE

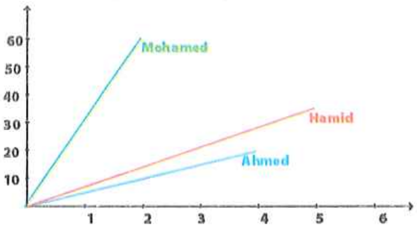
9 Une voiture roule à vitesse constante de 85 km/h.
1) Représenter graphiquement la distance parcourue en fonction du temps de parcours.
2) Utiliser ce graphique pour déterminer :
a. la distance parcourue en 174min.
b. le temps pour parcourir 380km.

10 Le graphique ci-dessous représente la distance parcourue par Ali en fonction de la durée du parcours, lors d'une course à vélo.



1) Que s'est-il passé au bout de 90min?
2) Ali a-t-il roulé à la même vitesse pendant la première et dernière partie de sa course?
3) Son ami Othmane est parti en même temps que lui, sur le même parcours, à la vitesse moyenne de 12km/h sans s'arrêter.
a. Représenter sur le même graphique le déplacement de Ali et Othmane .
b. Qui a été le premier de la course?

11 Le graphique ci-dessous résume une course à vélo fait par Ahmed, Hamid et Mohamed qui sont partis à la même heure.



1) Qui a été le plus lent?

2) Qui a été le plus rapide ?

3) Calculer la vitesse moyenne de chacun d'eux .

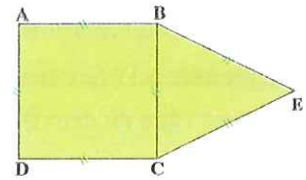
FAIRE UN CHOIX

12 On compare la consommution de deux voitures V_1 et V_2 : V_1 consomme 7 litres pour 100 km ,V_2 consomme 10,5 litres pour 150 km. Quelle voiture consomme le plus ?

13 Le prix d'un jus dans une bouteille de 35cl est de 1,50DH, celui d'une bouteille d'un litre et demi est 6DH. Quel est le conditionnement le plus économique ?

PROPORTIONNALITÉ

14 ABCD est un carré et BEC est un triangle équilatéral.



1) Vérifier que le périmètre du carré ABCD est proportionnel au périmètre du triangle BEC.

2) Déterminer le cœfficient de proportionnalité.

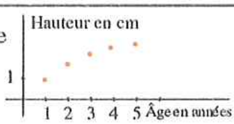
15 Les cartouches d'encre (tonner) pour une imprimante laser sont en vente sous la forme de deux modèles : 725DH pour 12500 pages et 200DH pour 5000 pages . Y a-t-il proportionnalité entre le prix et le nombre de pages ? Justifier la réponse.

16 Pour acheter un ordinateur qui coûte 6500DH, Othmane doit dépenser les $\frac{3}{5}$ de son salaire mensuel. Soit x le salaire mensuel de Othmane en DH.

Exprimer le prix de l'ordinateur en fonction de x.
Ecrire l'équation du problème et déterminer le salaire de Othmane en DH.

MON BILAN

1) Indiquer la bonne réponse par A , B ou C :

	A	B	C
1 Ce tableau est de proportionnalité parce que ... $\begin{array}{\|c\|c\|c\|} \hline 5 & 13,5 & 27,5 \\ \hline 4 & 10,8 & 22 \\ \hline \end{array}$	$\frac{5}{4} = \frac{13,5}{10,8} = \frac{27,5}{22}$	$\frac{5}{4} = \frac{10,8}{13,5} = \frac{27,5}{22}$	$\frac{4}{5} = \frac{10,8}{13,5} = \frac{27,5}{22}$
2 Le graphe représente la hauteur d'un arbe en fonction de son âge. 	l'âge de l'arbe est proportionnel à sa hauteur	la hauteur de l'arbe est proportionnelle à son âge	aucun des deux n'est proportionnel à l'autre
3 En scooter, Ahmed a mis 35 min pour parcourir 18 km. Pour obtenir sa vitesse moyenne en km / min, on calcule ...	35 : 18	(−14,6) + 4,6	18 × 35
4 En marchant, Meriem a parcouru 17 km à la vitesse moyenne 4,2 km / h. Pour obtenir la durée parcourue en heure on calcule ...	17 : 4,2	4,2 : 17	17 × 4,2
5 À bicyclette, Jihad a roulé à 15 km/h pendant 45 min.Pour obtenir la distance parcourue en km, on calcule ...	15 : 0,75	15 × 0,75	15 × 45
6 Un objet qui coûtait 200 DH a vu son prix augmenter de 10% à deux reprises. Son prix actuel est ...	220 DH	240 DH	242 DH

Correction page : 197

2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

	Savoir	Pratique
Ex: 1	Définition 1	
Ex: 2	Propriété 1	
Ex: 3	Définition 2	
Ex: 4	Définition 2	
Ex: 5	Définition 3	
Ex: 6		Exemple 2

3) Exercices pour la remédiation voir R16 page : 199

ENCADREMENT

17 Un père a partagé la somme de 1500 DH entre ses deux fils proportionnellement à leur âge.

Le premier a 12 ans et a eu 600 DH .

Quel est l'âge du deuxième fils ?

18 Un menuisier fabrique une table en 2h.

Un autre menuisier fabrique la même table en 3h .

Combien de temps faut-il aux deux menuisiers pour fabriquer la même table?

19 Un automobiliste effetue un aller-retour entre son travail et son domicile, séparés de 50 km.

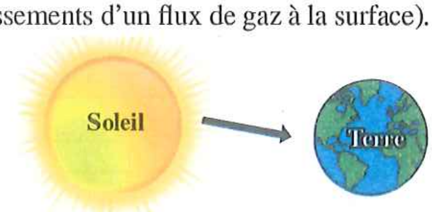
A l'aller, il roule à 80km/h; au retour, il roule à 40km/h.

1) Quel temps a-t-il mis à l'aller ?

2) Quel temps a-t-il mis au retour ?

3) Quelle a été sa vitesse moyenne sur l'ensemble du trajet aller-retour ?

20 Sur la surface du soleil il y a des éruptions (jaillissements d'un flux de gaz à la surface).



Sachant que la vitesse de la lumière de 300000 km/s et que la distance de la terre au soleil est d'environ 150 000 000 km, avec quel temps de retard allons, nous voir cette éruption?

21 *1)* Reconnaître parmi les tableaux ci-dessous les tableaux de proportionnalité. Justifier.

T1

x	-4	-3	-2	0	1	2	3
y	16	9	4	0	1	4	9

T2

x	-4	-3	-2	0	1	2	3
y	16	12	8	0	-4	-8	-12

T3

x	-4	-3	-2	0	1	2	3
y	-8	-6	-4	0	2	4	6

T4

x	-4	-3	-2	0	1	2	3
y	-7	-5	-3	1	3	5	7

2) Pour chacun des tableaux, il existe une relation entre x et y .

Trouver cette relation parmi les expressions suivantes :

$R_1 : y = 2x + 1$; $R_2 : y = -4x$;

$R_3 : y = 2x$ et ; $R_4 : y = x^2$

22 Rachid de Casablanca et Ahmed de Berrechid (situé à 40 km de Casablanca) veulent se rencontrer en un point M entre Casablanca et Berrechid .

Les voitures de Rachid et d'Ahmed consomment respectivement 6 litres et 9 litres de carburant.

1) Soit x la distance de Casablanca au point M.

a **.** Exprimer en fonction de x la quantité de carburant utilisée par Rachid pour aller à Berrechid.

b **.** Exprimer en fonction de x la quantité de carburant utilisée par Ahmed.

2) Rachid utilise du super sans plomb à 10,40DH le litre . Ahmed utilise du gazoil à 8,80 DH le litre.

Calculer la valeur de x pour qu'ils dépensent la même somme.

23 Montrer que les points E(56;350) et F(24;150) sont alignés avec l'origine d'un repère.

24 Trouver trois nombres a,b et c respectivement proportionnels à 2 et –1 et 3 sachant que : $a - b + 2c = 15$

25 a et b sont deux nombres rationnels non nuls tels que : $2(a - 5) = 5(b - 2)$ et $3a - b = 2$

1) Monter que : $\dfrac{a}{b} = \dfrac{5}{2}$

2) Calculer a et b.

PROBLÈMES OUVERTS

26 Dans un magazin, le prix d'une chemise est compris entre 225 DH et 300 DH. À l'occasion du mois de ramadan, les chemises sont soldés à 25% de rabais. Donner un encadrement du prix d'une chemise pendant les soldes.

27 Deux gommes et cinq règles coûtent 4,50 DH.
Quatre gommes et neufs règles coûtent 8,25 DH.
1) Combien coûtent quatre gomme et dix règles.
2) En déduire le prix d'une gomme et le prix d'une règle.

28 *1)* a, b ,c et d sont des nombres rationnels tels que :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Montrer que : $\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}$

2) x et y sont deux nombres rationnels tels que :

$$\frac{5}{x+y} = \frac{-4}{x-y} = \frac{7}{3}$$

Calculer x et y .

29 Dans un collège, il y a 240 élèves en classe de 2AS. Parmi ces élèves, 45% jouent au footbal. Par ailleurs, 72 élèves font de la nation et 96 élèves jouent au handball.
1) Calculer le pourcentage des élèves de 2AS :
a. qui font la nation
b. qui jouent au handball.
2) *a.* Calculer la somme des pourcentages des trois catégories d'élèves.
b. Que peut-on en déduire?

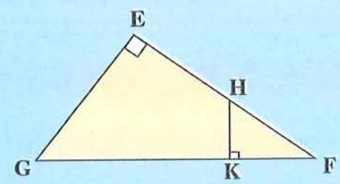
CHALLENGES

30 EFG est un triangle rectangle en E tel que :

EF = 4 et FG = 5.

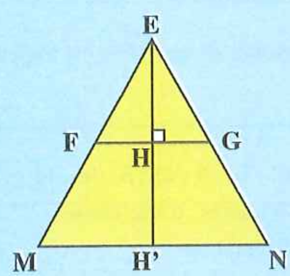
Soit H un point de [EF] et K le projeté orthogonal de H sur [FG] .

Calculer HK en fonction de FH.



31 EFG est un triangle de hauteur [EH] (H ∈ [FG]) tel que :

EG = 8 et EH = 6 .



Soit M un point de (EF) tel que : F ∈ [EM] .
La parallèle à la droite (FG) passant par M coupe (EH) en H' et (EG) en N tel que : MN = 12.

Quelle est l'augmentation en pourcentage de l'aire du triangle quand on passe de EFG à EMN?

SITUATIONS PROPOSÉES AU TIMSS

La valeur de x est proportionnelle à la valeur de y.

x	y
6	4
...	2
12	...

Compléter le tableau .

STATISTIQUE

Prérequis :

* Calcul d'effectifs, d'effectifs cumulés .
* Calcul de fréquences , de fréquences cumulées.

Un point d'histoire

Henri Poincaré (1854 ; 1912)

Pendant cent ans, la conjecture de Poincaré a mobilisé , sans succès, les grands esprits scientifiques. En 1904, Henri Poincaré soulevait la question suivante : " Imaginez une fourmi marchant sur une surface. Comment cet insecte peut-il savoir, sans s'élever au-dessus d'elle, si cette surface est plate ou s'il évolue sur une sphère ou sur tout autre forme ? ". En 2003 Grigoori Perelman publie sur Internet trois communications qui répondent à la question.

TEST DIAGNOSTIQUE : Je m'évalue

CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.

Pour chaque question, cocher la bonne réponse et justifier votre choix.

	Réponses :		
La fraction $\frac{9}{25}$ correspond à ...	9 %	18 %	36 %
La fréquence d'une valeur est toujours ...	égale à 1	supérieure à 1	inférieure à 1
4 ; 8 ; 12 ; 14 ; 9 ; 15 ; 8 ; 16 ; 14 ; 17; 8 et 13 sont les notes d'une classe. L'effectif total est ...	12	138	11,5
Le nombre $\frac{8 \times 3 + 5 \times 5 + 6 \times 2}{3 + 5 + 2}$ est égal à ...	60	50,2	6,1
Un professeur a corrigé 32 copies . Il a mis 6 fois la note 12. La fréquence de la note 12 est ...	$\frac{6}{12}$	$\frac{12}{32}$	$\frac{3}{16}$
Un élève a eu 12 et 13 à deux tests de S.V.T. Sa moyenne est ...	25	11, 5	12, 5
 Le secteur blanc représente	9 % de l'aire du disque	25 % de l'aire du disque	45 % de l'aire du disque

Solutions page : 196

ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE

Activité 1 Effectif cumulé – Fréquence

Le tableau ci-contre est le tableau récapitule les âges d'une classe du 2e d'un collège.
La valeur 10 est appelée **l'effectif cumulé** associé à 12 ans.

Âge des élèves	11	12	13	14
Nombre d'élèves	2	8	15	3

1. Vérifier que 10 élèves dans cette classe ont un âge inférieur ou égale à 12 ans.
2. **a.** Calculer $2 + 8 + 15$ et interpréter le résultat obtenu.
   b. Recopier et compléter : 25 est … associé à … ans.
3. Que signifie la somme $2 + 8 + 15 + 3$?
4. **a.** Vérifier que l'effectif total est : $N = 28$.
   b. La fréquence d'une valeur d'une série statistique est le quotient de l'effectif de cette valeur par l'effectif total.

Recopier et compléter le tableau ci-contre :

Âge des élèves	11	12	13	14
Effectif	2	8	15	3
Effectif cumulé	...	...	...	...
Fréquence	...	...	...	...

Activité 2 Moyenne pondérée

Amine et Rachid ont obtenu les notes suivantes sur 20 en mathématiques au cours de l'année scolaire :

Amine	10 : 12 ; 14 ; 15 ; 10 ; 8

Rachid	6 ; 8 ; 7 ; 13 ; 15; 17

1. **a.** Calculer $\dfrac{10+12+14+15+10+8}{6}$ et interpréter le résultat obtenu.
   b. Calculer la moyenne annuelle de Rachid en mathématiques.
2. Pour calculer la moyenne des valeurs d'une série :On additionne toutes …… de la série, puis on divise cette somme par …….. de la série.
3. Voici les notes, sur 20, obtenues par des élèves d'une classe de 2e d'un collège lors d'un devoir surveillé :
   14 ; 15 ; 12 ; 7 ; 10 ; 7 ; 12 ; 15 ; 15 ; 14 ; 12 ; 10 ; 7 ; 17 ; 12 ; 14 ; 14 ; 12 ; 17 ; 12.
   a. Calculer l'effectif total de cette classe.
   b. En utilisant la règle ci-dessus calculer la moyenne des notes de cette classe.
4. On range les notes obtenues par les élèves de la classe du 2e dans un tableau en suivant l'ordre croissant.

Note	7	10	12	14	15	17
Nombre d'élèves	**3**	**2**	**6**	**4**	**3**	**2**

   a. Calculer $\dfrac{7\times\mathbf{3}+10\times\mathbf{3}+12\times\mathbf{6}+14\times\mathbf{4}+15\times\mathbf{3}+17\times\mathbf{2}}{30}$.
   b. Comparer le résultat obtenu avec celle de la question 3 **b.**

SAVOIR
Je révise

1 STATISTIQUE

1. Tableau d'une série statistique

Voici les notes obtenues par les élèves d'une classe au devoir de mathématiques.

5	12	8	11	13	16	11	10	7	14	7	11	8	15
12	9	14	6	15	9	13	11	13	11	9	7	10	11
12	9	11	10	13	8	15	12	5	9	13	7		

On construit un tableau pour une meilleure lecture des données.

Note	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Nombre d'élèves	2	1	4	3	5	3	7	4	5	2	3	1

2. Vocabulaire

Ces notes constituent un relevé statistique.

Les élèves de cette classe représentent **la population** étudiée. La note désigne le **caractère étudié.**

Le nombre des élèves qui correspond à chaque note est appelé **effectif**.

Le nombre total de cette classe est appelé **effectif total** : $2 + 1 + 4 + 3 + 5 + 3 + 7 + 4 + 5 + 2 + 3 + 1 = 40$

Il y a 40 élèves dans cette classe.

3. Diagramme en bâtons

Les valeurs sont représentées par des bâtons : $\begin{cases} \text{En abscisses, on représente les notes des élèves.} \\ \text{En ordonnées, on représente l'effectif de chaque note.} \end{cases}$

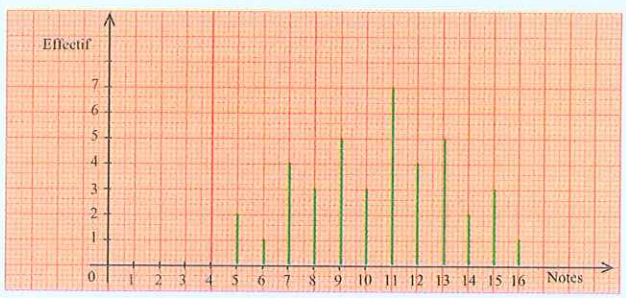


Diagramme en bâtons

2 EFFECTIF CUMULÉ

Définition 1 Les effectifs cumulés sont la somme de l'effectif de la valeur concernée et des effectifs des valeurs précédentes.

3 FRÉQUENCE ET FRÉQUENCE CUMULÉE

Définition 2

- **La fréquence** d'une valeur d'une série statistique est le quotient de l'effectif de cette valeur par l'effectif total.
- **La fréquence cumulée** d'une valeur d'une série statistique est le somme de la fréquence de la valeur concernée et des fréquences des valeurs précédentes.

Les données de l'exemple précédent :

Note	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Effectif	2	1	4	3	5	3	7	4	5	2	3	1
Effectif cumulé	2	3	7	10	15	18	25	29	34	36	39	40
Fréquence	$\frac{2}{40}$	$\frac{1}{40}$	$\frac{4}{40}$	$\frac{3}{40}$	$\frac{5}{40}$	$\frac{3}{40}$	$\frac{7}{40}$	$\frac{4}{40}$	$\frac{5}{40}$	$\frac{2}{40}$	$\frac{3}{40}$	$\frac{1}{40}$
Fréquence cumulée	$\frac{2}{40}$	$\frac{3}{40}$	$\frac{7}{40}$	$\frac{10}{40}$	$\frac{15}{40}$	$\frac{18}{40}$	$\frac{25}{40}$	$\frac{29}{40}$	$\frac{34}{40}$	$\frac{36}{40}$	$\frac{38}{40}$	$\frac{40}{40} = 1$

4 MOYENNE PONDÉRÉE

Définition 3 La moyenne pondérée d'une série de valeurs est le nombre obtenu en additionnant les produits de ces valeurs par leurs effectifs (coefficients) et en divisant le résultat par l'effectif total .

Exemple : On considère le tableau statistique suivant :

Valeur	7	9	10	13	15	16	19
Effectif	2	3	5	6	3	4	2

Soit m la moyenne pondérée de cette série statistique.

Donc : $m = \dfrac{2 \times 7 + 3 \times 9 + 5 \times 10 + 6 \times 13 + 3 \times 15 + 4 \times 16 + 2 \times 19}{25}$

$m = \dfrac{316}{25}$, d'où $m = 12{,}64$.

5 CENTRE D'UNE CLASSE

Définition 4 Le centre d'une classe $a \leq x < b$ d'une série statistique est le nombre : $\dfrac{a+b}{2}$

Exemple : On a relevé les tailles de 200 personnes dans le tableau suivant :

Tailles en m	$1{,}5 \leq t < 1{,}55$	$1{,}55 \leq t < 1{,}6$	$1{,}6 \leq t < 1{,}65$	$1{,}65 \leq t < 1{,}7$	$1{,}7 \leq t < 1{,}75$	$1{,}75 \leq t < 1{,}8$	$1{,}8 \leq t < 1{,}85$	$1{,}85 \leq t < 1{,}9$
Effectifs	8	22	35	54	30	23	18	10

Le centre de la classe $1{,}50 \leq t < 1{,}55$ est : $\dfrac{1{,}50 + 1{,}55}{2} = 1{,}525$ et le centre de la classe $1{,}55 \leq t < 1{,}6$ est : $1{,}525 + 0{,}05 = 1{,}575$.

Calculons la moyenne de cette série.

Tailles en m	$1{,}5 \leq t < 1{,}55$	$1{,}55 \leq t < 1{,}6$	$1{,}6 \leq t < 1{,}65$	$1{,}65 \leq t < 1{,}7$	$1{,}7 \leq t < 1{,}75$	$1{,}75 \leq t < 1{,}8$	$1{,}8 \leq t < 1{,}85$	$1{,}85 \leq t < 1{,}9$
Effectifs	8	22	35	54	30	23	18	10
Centre de la classe	1,525	1,575	1,625	1,675	1,725	1,775	1,825	1,875

Soit m la moyenne de cette série statistique :

$m = \dfrac{8 \times 1{,}525 + 22 \times 1{,}575 + 35 \times 1{,}625 + 54 \times 1{,}675 + 30 \times 1{,}725 + 13 \times 1{,}775 + 18 \times 1{,}825 + 10 \times 1{,}875}{200}$

$m = \dfrac{338{,}35}{200}$ Donc : $m \approx 1{,}69$.

PRATIQUE
J'applique

CALCUL DE LA MOYENNE D'UNE SÉRIE DE DONNÉES

Exemple 1

Le tableau ci-dessous donne la répartition des notes obtenues à un contrôle de mathématiques par une classe d'un collège .

Note	6	8	10	12	15	18	19
Nombre d'élèves	2	4	7	6	1	1	4

1. Représenter cette série statistique par un diagramme en bâtons.
2. Donner le tableau des effectifs cumulés.
3. Calculer la moyenne de cette classe à ce devoir .

1 Diagramme en batôns de la série statistique

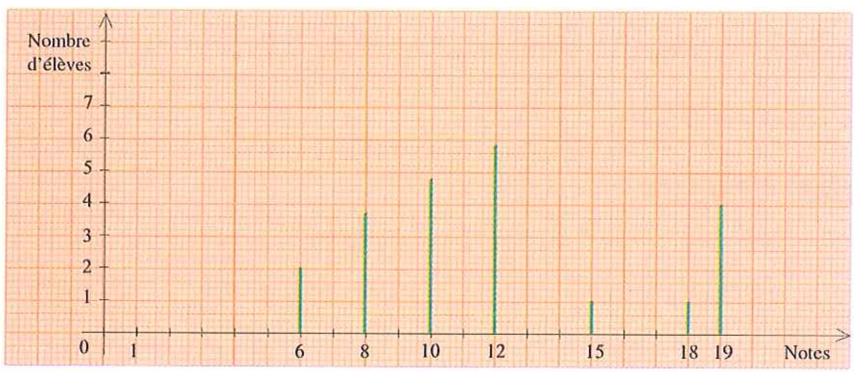


Diagramme en bâtons des effectifs

2 Tableau des effectifs cumulés

Note	6	8	10	12	15	18	19
Effectif	2	4	7	6	1	1	4
Effectif cumulé	2	6	13	19	20	21	25

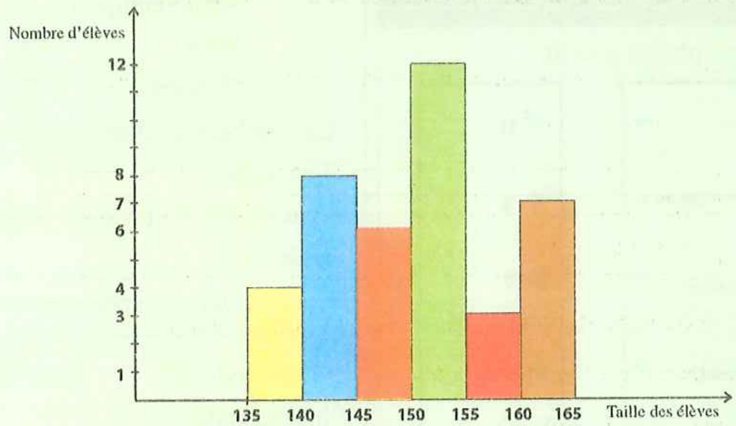
Soit m la moyenne de cette série statistique ; on a :

$$m = \frac{2 \times 6 + 4 \times 8 + 7 \times 10 + 6 \times 12 + 1 \times 15 + 1 \times 18 + 4 \times 19}{2 + 4 + 7 + 6 + 1 + 1 + 4}$$

$$m = \frac{295}{25} = \frac{59}{5}$$

Donc, la moyenne de cette série statistique est : $m = 11{,}88$.

Exemple 2 L'histogramme suivant donne la répartition des élèves d'une classe selon leur taille (en cm).



Déterminer la taille moyenne de cette classe .

On constate que cette série se présente sous forme de classes .

Pour calculer cette moyenne, on va procéder ainsi :

- dresser un tableau des effectifs .
- calculer le centre de chaque classe .
- multiplier le centre de chaque classe par l'effectif correspondant .
- additionner ces produits .
- diviser la somme trouvée par l'effectif total .

Taille t (en cm)	135≤t<140	140≤t<145	145≤t<150	150≤t<155	155≤t<160	160≤t<165
Nombre d'élèves	4	8	6	12	3	7
Centre de la classe	137,5	142,5	147,5	152,5	157,5	162,5

On a : $\frac{135 + 140}{2} = 137{,}5$ et $140 - 135 = 5$ et $137{,}5 + 5 = 142{,}5$

Soit m la moyenne de cette série statistique .

$$m = \frac{4 \times 137{,}5 + 8 \times 142{,}5 + 6 \times 147{,}5 + 12 \times 152{,}5 + 3 \times 157{,}5 + 7 \times 162{,}5}{40}$$

$$m = \frac{6015}{40} = \frac{1203}{8}$$

$$m = 150{,}375$$

Donc, 150,3 cm est la taille moyenne de la classe .

INVESTISSEMENT
Je m'entraîne

RÉVISER TON COURS

1 Relier chaque début de phrase à sa fin.

La moyenne de la série : 3 ; 5 ; 9 ; 11 est	11
La moyenne d'une série dont les valeurs extrêmes sont 7 et 19 est ...	8
La moyenne des valeurs de la série : 2 ; 2 ; 4 ; 8 ; 9 est	7
La moyenne des valeurs de la série : 2 ; 8 ; 10 ; 12 est	5
La moyenne de la série 9 ; 9 ; 11 ; 11 ; 15 est	comprise entre 7 et 19

UTILISATION D'UNE REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

2 **AVEC TICE**

Le tableau ci-dessous donne la répartition, par âge, des élèves d'une classe de 2ème année .

Âge des élèves	13	14	15	16
Nombre d'élèves	1	12	13	4

1) Calculer l'âge moyen des élèves de cette classe.

2) Calculer la moyenne en s'aidant de la fonction MOYENNE (espérance arithmétique) sur ***Excel***.

3 Voici un relevé de la consommation de lait en poudre de bébés de trois mois dans une crèche .

Consommation en g	50	60	70	80
Nombre de bébés	7	3	14	1

1) Quel est l'effectif total de cette série statistique ?

2) Représenter cette série par un diagramme en bâtons .

3) Quel est le pourcentage de bébés qui consomment 70 g de poudre de lait ?

4) Calculer la consommation moyenne des bébés de cette crèche.

4 À un concours, les coefficients sont :

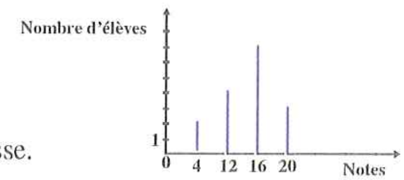
- Mathématiques : 5
- Arabe : 3
- Français : 2 .

Un candidat a 13 en Français, 8 en mathématiques et 7 en arabe.

Pour réussir le concours, il faut une moyenne au moins égale à 10.

Ce candidat a-t-il réussi son concours ?

5 À l'aide de l'histogramme ci-contre, calculer la moyenne de la classe.



6 On lance un dé et on relève à chaque jet le nombre obtenu.

Voici les résultats :

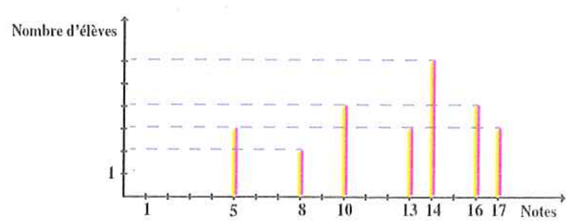
6	2	6	6	3
1	5	4	1	1
6	4	4	1	2
2	3	2	3	5
4	5	5	4	4

1) Recopier et compléter le tableau suivant :

Chiffre	1	2	3	4	5	6
Effectifs						

2) Calculer la moyenne de cette série statistique.

7 Voici le diagramme en bâtons représentant la répartition des notes obtenues à un contrôle de mathématique s par une classe de 2ème année.



1) Donner le tableau des effectifs cumulés et des fréquences cumulées .

2) Calculer la moyenne de cette classe à ce devoir .

3) Calculer le pourcentage des élèves ayant obtenu une note inférieure à la moyenne de la classe .

ETUDE D'UNE SERIE STATISTIQUE

8 Lors d'une enquête, 25 élèves d'une classe ont répondu à la question suivante :
Combien d'heures par semaine regardez-vous la télévision ? Voici leurs réponses :
22 ; 7 ; 14 ; 22 ; 7 ; 18 ; 16 ; 12 ; 14 ; 22 ; 22 ; 12 ; 18 ; 22 ; 14 ; 7 ; 22 ; 43 ; 16 ; 39 ; 14 ; 16 ; 7 ; 22 ; 3 .

1) Présenter les résultats sous la forme d'un tableau statistique donnant le nombre d'heures vues par nombre d'élèves.

2) Quelle est la moyenne de la série ?

3) Quel est le pourcentage d'élèves qui regardent la télévision de 14 heures à 22 heures par semaine ?

9 Le tableau ci-dessous représente la répartition des notes obtenues par les élèves d'une classe lors d'une composition normalisée de mathématiques.

Note n	$0 \leq n < 5$	$5 \leq n < 10$	$10 \leq n < 15$	$15 \leq n < 20$
Nombre d'élèves	3	9	10	8

1) Construire l'histogramme de cette répartition, prendre :
- horizontalement : 2 cm pour 5 points .
- verticalement : 0,5 cm pour 1 élève .

2) Calculer m la moyenne de la série .

3) Calculer le pourcentage d'élèves de la classe qui ont une note supérieure ou égale à 10 (arrondir à 0,1 % près) .

10 Les résultats d'un test de durée de vie de 100 ampoules électriques sont consignés dans ce tableau.

Durée de vie t (en h)	Nombre d'ampoules électriques :
$400 \leq t < 500$	4
$500 \leq t < 600$	9
$600 \leq t < 700$	15
$700 \leq t < 800$	21
$800 \leq t < 900$	21
$900 \leq t < 1000$	31
$1000 \leq t < 1100$	9
$1100 \leq t < 1200$	6
$1200 \leq t < 1300$	2

1) Calculer la valeur moyenne de cette série statistique .

2) Construire l'histogramme de cette série statistique.

MON BILAN

1) Indiquer la bonne réponse par A , B ou C :

Pour les exercices 1 à 4 , on utilise le tableau ci-contre qui représente la répartition des SMS envoyés par un groupe de personnes au cours d'un même mois.

Nombre de SMS	0	5	10	15	20	30	50
Effectif	12	24	28	8	36	32	20

	A	B	C
1 L'effectif cumulé correspondant à la valeur 10 est ...	28	64	72
1 L'effectif total de la série est ...	160	36	140
3 La fréquence de la valeur 30 est ...	19	20	21

4 Pour les exercices 4 à 7 , on utilise le tableau staistique ci-contre :

Classe	$0 \leq t < 5$	$5 \leq t < 10$	$10 \leq t < 15$	$15 \leq t < 20$	$20 \leq t < 25$
Effectif	3	5	7	1	4

	A	B	C
5 Le centre de la classe $10 \leq t < 15$ est ...	12,5	13,5	14,5
6 Le centre de la classe $15 \leq t < 20$ est ...	17,75	18,50	17,50
7 La moyenne de la série est ...	18	20	30

Correction page : 197

2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

	Savoir	Pratique
Ex: 1	Définition 1	
Ex: 2	Remarque	
Ex: 3	Définition 2	
Ex: 4	Définition 3	
Ex: 5	Définition 4	
Ex: 6	Remarque	
Ex: 7		Exemple 2

3) Exercices pour la remédiation
voir R17 page : 199

MOYENNE

11 Voici le relevé de la taille (en cm) de tous les élèves d'une classe de $2^{ème}$ année d'un collège .

148	160	145	157
159	146	155	153
150	155	144	154
153	144	154	163
166	154	145	164

1) Recopier et compléter le tableau statistique suivant :

Taille	$140 \le t < 145$	$145 \le t < 150$	$150 \le t < 155$	$155 \le t < 160$	$160 \le t < 165$	$165 \le t < 170$
Centre de la classe						
Nombre d'élèves						
Angles (en degrés)						

2) Représenter ces données par un diagramme circulaire.

3) Calculer la taille moyenne des élèves de cette classe.

12 Voici les résultats des pesées de poids (en kg) des enfants d'un quartier:

37	43	38	44	39	45	33	41
37	47	40	41	41	42	42	46
44	44	47	40	45	48	49	38

1) Compléter le tableau suivant :

Poids p (en kg)	$30 \le p < 35$	$35 \le p < 40$	$... \le p < ...$	$... \le p < 50$
Effectifs				
Centre de classe				

2) Calculer la moyenne de la série :
a- à partir du tableau .
b- à partir des données de l'énoncé .
3) Conclure .

13 Une association de consommateurs a procédé au relevé des prix en dirhams d'un même article en vente dans plusieurs magasins.

Voici ce relevé :

430	445	446	475	433	449	463	449
436	458	466	433	448	450	467	478
449	440	459	443	455	453	443	447
456	440	439	446	446	465	454	468

1) Classer ces prix dans les classes:
$430 \le p < 440$; $440 \le p < 450$, ...
2) Faire un tableau des effectifs cumulés et fréquences cumulées.
3) Déterminer la moyenne de cette série statistique.

PROBLÈMES OUVERTS

14 Lors d'un examen, les candidats passent trois épreuves : mathématiques, chimie et français de coefficients respectifs 5 , 3 et 2 (les copies sont notées sur 20) .

1) Kenza a obtenu 16 en mathématiques, 13 en chimie et 18 en français .
Calculer sa moyenne à l'examen .

2) Ayoub a obtenu 15 en chimie, 12 en français et 12,75 de moyenne à l'examen .
Calculer sa note de mathématiques .

15 On considère le tableau statistique suivant :

Valeur	8	10	13	16	18	...
Effectifs	6	7	5	10	8	4

1) Sachant que la moyenne de cette série est 14,175, déterminer la valeur manquante.
2) Construire le diagramme circulaire de cette série.

16 Le tableau ci-dessous représente la répartition des heures supplémentaires effectuées par des employés d'une société par semaine.

Nombre d'heures supplémentaires	2	4	5	6	7
Nombre d'employés	4	2	3	...	1

Déterminer l'effectif de la valeur 6 sachant que 5 est la moyenne d'heures supplémentaires de cette série .

17 Voici les coefficients appliqués aux matières enseignés dans une école d'ingénieur .

Mathématiques	14
Physique	10
Automatique	4
Électronique	8
Informatique	10
Techniques de l'entreprise	5
Langues	6
Sport	3

Un étudiant a obtenu les notes suivantes pendant le premier semestre (notes sur 20).

Mathématiques	15 - 12 - 8
Physique	6 - 8 - 12
Automatique	14 - 12 - 16
Electronique	14 - 12 - 9
Informatique	12 - 11
Techniques de l'entreprise	10 - 12 - 11
Langues	14 - 16
Sport	14

Quelle est la moyenne de son premier semestre ?

CHALLENGES

18 Compléter chaque série statistique de telle sorte que la moyenne indiquée soit exacte .

Série 1	11 ; ... ; 16	→ moyenne : 15
Série 2	12 ; ... ; 3 ; 7 ; 5	→ moyenne : 8
Série 3	90 ; ... ; 160 ; 20 ; 65	→ moyenne : 75

19 Soit S la série des notes d'un élève : 17 ; 9 ; 16 ; 4 ; 4 ; 6 ; 16 ; 16 .

1) Quelle est la moyenne de cette série ?

2) On ajoute une note à la série S .

La moyenne augmente .

Que peut-on dire à propos de cette note ?

3) On ajoute 10,8 à la série S.

Que peut-on dire de la moyenne de cette série?

4) Modifier deux notes de la série S pour que la moyenne de cet élève soit égale à 12,5.

20 Dans un collège, la moyenne générale des 150 élèves est 11,79.

La moyenne générale des filles est 12 et celle des garçons 11,70.

Déterminer le nombre de filles et de garçons.

SITUATIONS PROPOSÉES AU TIMSS

Le tableau ci-contre donne les tailles des joueurs d'une équipe de basket-ball.

Les joueurs 2 et 3 ont été remplacés par deux autres joueurs dont la taille de chacun est 190 cm. La taille moyenne de l'équipe va-t-elle augmenter ? diminuer? ou rester telle qu'elle est? **Expliquer la réponse.**

Equipe de basket-ball	
Joueur	Taille (cm)
1	202
2	196
3	186
4	201
5	205

PYRAMIDES ET CÔNES DE RÉVOLUTION

Prérequis :

* Triangle rectangle et cercle
* Aire d'un triangle, d'un carré et d'un cercle
* Triangles particuliers

Un point d'histoire

Pyramide de Khéops. (Egypte ancienne)

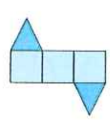
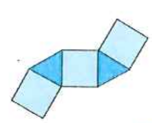
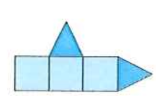
De nombreuses pyramides furent construites en Egypte à partir de 2700 avant J. - C.

La pyramide de Khéops est la plus grande de toutes. Elle a une base carrée de 230 m environ et sa hauteur atteignait à l'origine 147 m. Actuellement, elle ne mesure que 138 m de haut car elle est privée de son sommet appelé pyramidion. Elle pèse environ 6 millions de tonnes et elle est constituée de 2 300000 blocs de pierre.

TEST DIAGNOSTIQUE : Je m'évalue

CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.

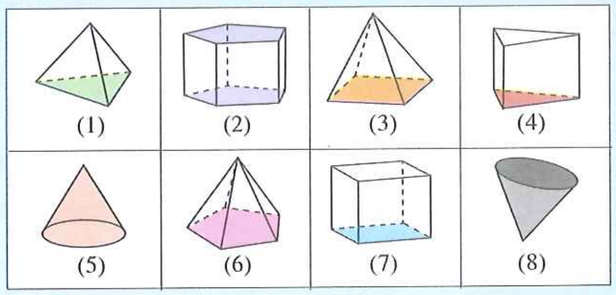
Pour chaque question, cocher la bonne réponse et justifier votre choix.

	Réponses :		
1 dm^3 est égal à ...	10 cm^3	0,01 cm^3	1 litre
les faces latérales d'un prisme sont des ...	triangles	rectangles	parallélogrammes
Le volume d'un cylindre de rayon 4 cm et de hauteur 12 cm est ...	96 π cm^3	48 π cm^3	192 π cm^3
L'aire latérale d'un cylindre de rayon r et de hauteur h est égale à ...	$r^2 h$	$2 \pi r h$	$2 \pi r^2 h$
L'aire d'un disque de diamètre 10 cm est ...	100 π r^2	25 π cm^2	20 π cm^2
Indiquer parmi ces patrons celui qui ne permet pas de construire un prisme .			

Solutions page : 196

ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE

Activité 1 pyramide et cône de révolution

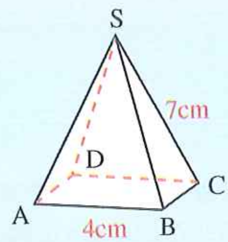


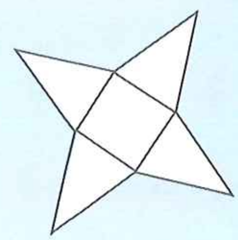
Observer les solides ci-contre représentés en perspective cavalière .

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous.
2. Parmi les solides ci-dessus, quels sont ceux qui sont des prismes ? Justifier.
3. Quels sont les caractères communs entre les solides (1) , (3) et (6)?
   Les solides (1) , (3) et (6) sont appelés **pyramides**.
4. Quels sont les caractères communs entre les solides (5) et (8) ?
   Les solides (5) et (8) sont appelés **cônes de révolution**.

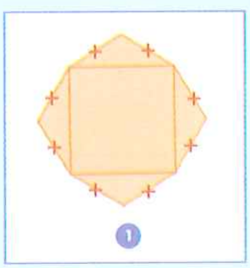
Solide	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
Nombre de bases	...	...	...	...	...	...	...	...
Nature de bases	...	...	...	...	...	...	...	...
Nature des faces latérales	...	...	...	...	...	...	...	...

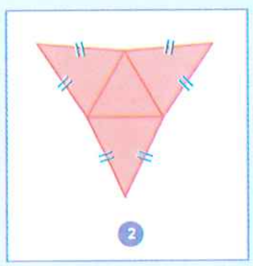
Activité 2 Patron d'une pyramide

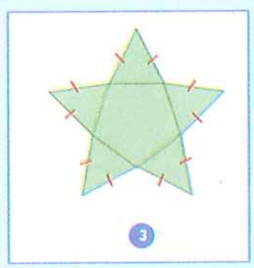




1. Voici une pyramide et son patron
2. Reproduire le patron et écrire les noms des sommets de chaque face et indiquer les longueurs connues.
3. Parmi les patrons suivants, lesquels sont des patrons d'une pyramide ?

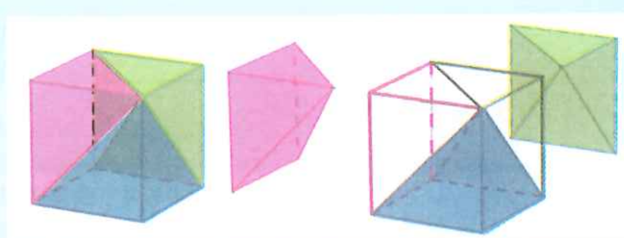






Activité 3 Volume d'une pyramide

Avec trois pyramides dont la base est un carré de côté a et les faces deux à deux superposables on peut construire un cube de côté a .



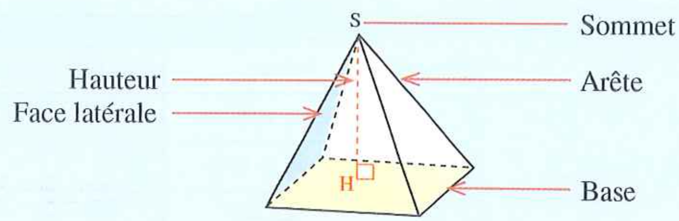
1. Calculer le volume du cube et en déduire le volume de chaque pyramide est : $V = \frac{1}{3} \times a^2 \times a$.
2. Pour chaque pyramide, calculer β l'aire de la base et la hauteur en fonction de a.
3. En déduire le formule qui permet de calculer le volume d'une pyramide.

SAVOIR
Je révise

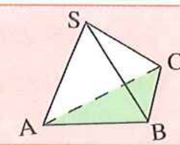
1 PYRAMIDE

Définition 1 Une pyramide est un solide dont :
- une face, la base, est un **polygone** qui ne contient pas le **sommet** S de la pyramide .
- les faces latérales sont des **triangles** qui ont pour sommet commun S .

Exemple :



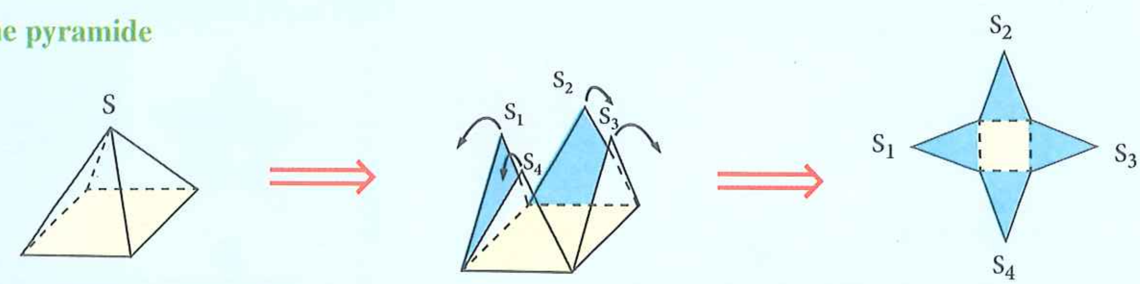
Remarque : Une pyramide à base triangulaire est appelée aussi un **tétarèdre.**



2 PATRON

Définition 2 **Un parton** d'un solide est un dessin en grandeur réelle qui permet de fabriquer le solide, après découpage et pliage.

Patron d'une pyramide



Sa représentation en perspective

Son patron

Définition 3 L'aire latérale d'une pyramide est la somme des aires des faces latérales .

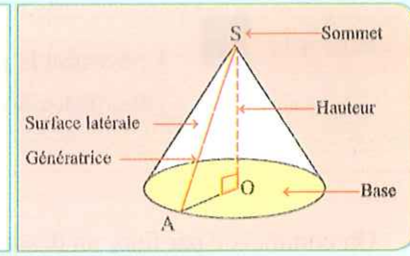
Propriété 1 Le volume d'une pyramide est égale à un tiers de l'aire de la base multipliée par sa hauteur .

$V = \frac{1}{3} \times \beta \times h$ où β est l'aire de la base de la pyramide et h sa hauteur.

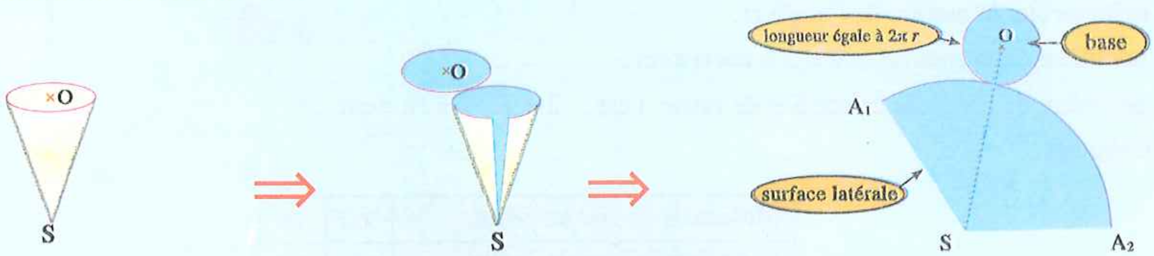
3 CÔNE DE RÉVOLUTION

Définition 4

Un cône de révolution de sommet S est le solide engendré par la rotation d'un triangle SOA rectangle en O, autour de la droite (SO).
Le disque de centre O et de rayon OA est la base de ce cône.



Patron d'un cône de révolution



Sa représentation en perspective

Son patron

Propriété 2

L'aire latérale d'un cône de révolution de rayon r et de génératrice a est : π r a.

Propriété 3

Le volume d'un cône de révolution est égal au tiers du produit de l'aire de sa base par sa hauteur :

$$V = \frac{\text{(aire de la base)} \times \text{hauteur}}{3} \quad \text{ou encore :} \quad V = \frac{1}{3}\pi \times r^2 \times h$$

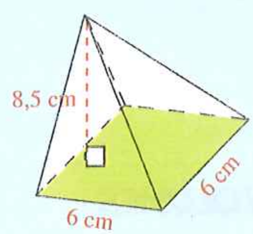
Exemples :

1) Calculons le volume V d'une pyramide dont la base est un carré de 6cm de côté et qui a pour hauteur 9,5cm.

On sait que : $V = \frac{1}{3} \times \beta \times h$

Donc : $V = \frac{1}{3} \times 6 \times 6 \times 9{,}5$

D'où : $V = 114\ cm^3$.

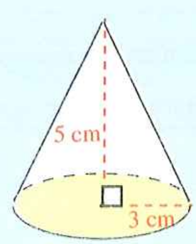


2) Calculons le volume V' d'un cône dont la base a pour rayon 5cm et de hauteur 3cm.

On sait que : $V' = \frac{1}{3}\pi \times r^2 \times h$

Donc : $V' = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 5$

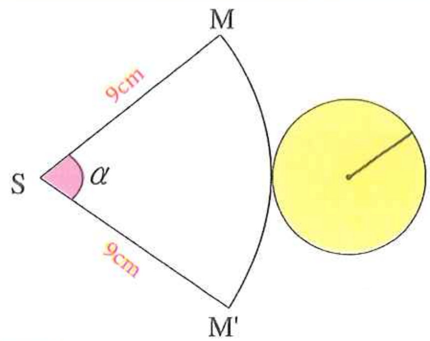
D'où : $V' = 15\ \pi\ cm^3$.



PRATIQUE
J'applique

1 FABRIQUER UN PATRON D'UN CÔNE DE RÉVOLUTION

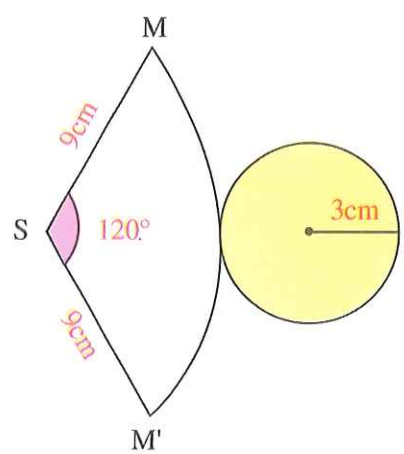
Exemple 1 Construire le patron d'un cône de révolution tel que le rayon de base est 3 cm et une génératrice mesure 9 cm .



On commence par faire un dessin à main levée.
Pour construire l'arc $\overset{\frown}{MM'}$,
on doit calculer la mesure de l'angle α.
Le périmètre de la base est : $2 \times 3 \times \pi = 6\,\pi$ cm .
Le périmètre du cercle de centre S et de rayon 3 est : $2 \times 9 \times \pi = 18\,\pi$ cm .
Calculons α :

Mesure de l'angle au centre	360°	α
Longueur de l'arc de cercle	18π	6π

Donc : $\alpha = \dfrac{360 \times 6\,\pi}{18\,\pi} = 120°$



2 CALCUL DE VOLUMES

Exemple 2 Calculer le volume du tétraèdre ABCD de hauteur AB sachant que ACD est un triangle rectangle en A et que : AC = 3,6 cm ; AD = 4,8cm et AB = 6 cm

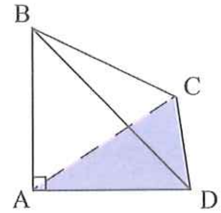
Calculond le volume V de cette pyramide.

Soit β l'aire de sa base.

On sait que : $V = \frac{1}{3} \times \beta \times h$

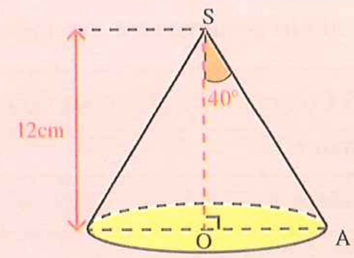
Donc : $V = \frac{1}{3} \times \frac{3{,}6 \times 4{,}8}{2} \times 6$

D'où : $V = 17{,}28 \text{ cm}^3$.



Exemple 3

Calculer le volume V du cône ci-contre , arrondi au cm^3 .



On sait que : $V = \frac{1}{3} \times \beta \times h$

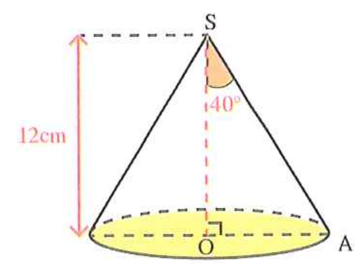
Pour calculer l'aire de la base, on doit déterminer le rayon OA de la base .

- OSA est un triangle rectangle en O.

Donc : $\cos \widehat{OSA} = \frac{SO}{SA}$

$\cos 40° = \frac{12}{SA}$

D'où : $SA = \frac{12}{\cos 40°}$, soit $SA \approx 15{,}7$ cm



- OSA est un triangle rectangle en O , d'après le théorème de Pythagore, on a :

On a : $SA^2 = SO^2 + AO^2$

$15{,}7^2 = 12^2 + AO^2$

$246{,}49 = 144 + OA^2$

$OA^2 = 246{,}49 - 144$

$OA^2 = 102{,}49$

Donc : $OA = \sqrt{102{,}49}$ $(OA > 0)$, soit $SA \approx 10{,}1$ cm

Par conséquent : $V = \frac{1}{3} \times \pi \times 10{,}1^2 \times 12$

D'où : $V \approx 1282 \text{ cm}^3$.

REVISER SON COURS

1 Recopier et compléter les phrases suivantes par : hauteur , triangles , base , sommet , perpendiculaire, polygone.

- La .... d'une pyramide est un ....
- Le .... de la pyramide n'appartient pas à la ....

Les faces latérales sont des ....

La .... d'une pyramide est .... au plan de la base .

2 *1)* Compléter le tableau suivant qui concerne des pyramides .

Nombre S de sommets	...	6	...	...
Nombre A d'arêtes	...	...	9	...
Nombre F de faces	3	...	...	7

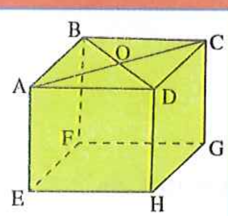
2) Vérifier que : $S + F - A = 2$.

3 Recopier et compléter les phrases suivantes par : sommet , disque , hauteur , génératrice , rayons perpendiculaire.

- La base d'un cône de révolution est un ....
- Une .... est un segment dont les extrémités sont le .... et un point du contour de la .... .
- La .... du cône est .... à tous les .... du disque de la base .

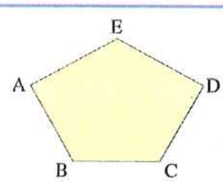
PYRAMIDES

4 On considère le parallélépipède rectangle suivant :



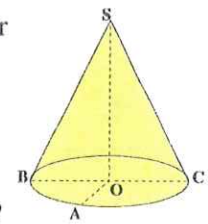
Dessiner en perspective la pyramide AEHGF .

5 Recopier et compléter le patron d'une pyramide SABCDE de sommet S .



CÔNES DE REVOLUTION

6 Le cône ci-contre a pour hauteur [SO] et pour base un disque de centre O .



1) Que représente [SA] pour le cône ?

2) Quelle est la nature du triangle BAS ?

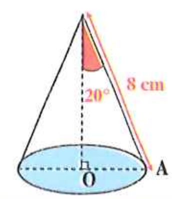
3) Quelle est la nature du triangle OSA ?

7 On considère un cône de révolution de sommet S et de rayon OM = 4 cm.

Les génératrices mesuremt 9 cm .

Dessiner le patron de ce cône .

8 Peut - on ranger le cône de révolution représenté ci-contre dans un coffre de forme cylindrique de 3,9 cm de rayon et de hauteur 8,4cm.



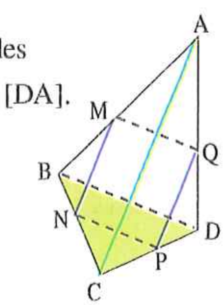
PROBLÈMES OUVERTS

9 ABCD est une pyramide .

M,N,P et Q sont respectivement les milieux de [AB], [BC] , [CD] ,et [DA].

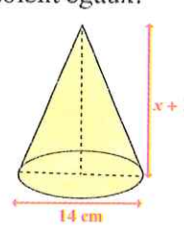
1) Montrer que les droites (MQ) et (NP) sont parallèles.

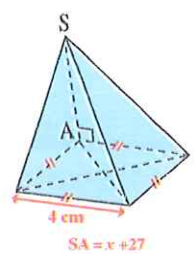
2) Montrer que le quadrilatère MNPQ est un parallélogramme



10 Déterminer la valeur de x pour que les volumes de ces deux solides soient égaux.

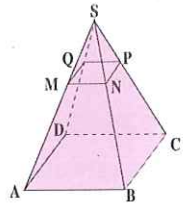
Prendre $\pi \approx \frac{22}{7}$





11 SABCD est une pyramide de base carrée et de hauteur [SA] tels que :

AB = 15 cm et SA = 18cm



1) Calculer V_1 le volume de la pyramide SABCD.

2) Soit M un point de [SA] tel que : SM = 6cm.
La parallèle à la droite (AB) passant par M coupe [SB] en N. Calculer MN.

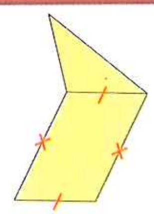
3) SMNPQ est la pyramide de base le carré MNPQ et de hauteur [SM] .

Calculer V_2 le volume de cette pyramide.

4) Calculer V le volume du tronc de la pyramide (volume du solide MNPQ ABCD).

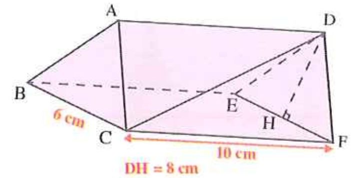
PARTON

12 Recopier et compléter la figure ci-contre pour obtenir le patron d'une pyramide.



VOLUME

13 ABCDEF est un prisme droit .



1) Calculer le volume de ce prisme .

2) Calculer le volume de la pyramide DBCFE.

3) Calculer le volume du tétraèdre DABC .

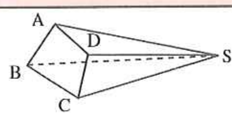
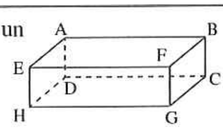
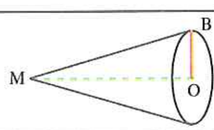
14 On considère des cônes de révolution de rayon r, de diamètre d et de hauteur h .

Compléter le tableau suivant :

r	d	h	Volume exact
...	4 cm	6,3 cm	...
3 cm	...	6,3 cm	$39\,\pi$ cm^3
...	...	6,3 cm	$10{,}5\,\pi$ cm^3

MON BILAN

1) Indiquer la bonne réponse par A , B ou C :

	A	B	C
1 Cette pyramide a pour base ... 	SBC	ABC	SAB
2 La pyramide ACDH est inscrite dans un parallélépipède rectangle.La hauteur de cette pyramide n'est pas ... 	[AH]	[HD]	[DC]
3 La hauteur de ce cône de révolution est ... 	[OB]	[OM]	[BM]
Pour les exercices 4 à 5 un parallélépipède a pour base un rectangle de 7cm sur 9cm. Sa hauteur est 10 cm.			
4 Le volume de ce parallélépipède est ...	630 cm^3	63 cm^3	210 cm^3
5 L'aire latérale de ce parallélépipède est ...	440 cm^2	446 cm^2	500 cm^2
6 Un cône de révolution a un rayon de 2 cm et une hauteur 3cm. le volume de ce cône est de l'ordre de ...	12,5 cm^3	18,8 cm^3	37,5 cm^3

Correction page : 197

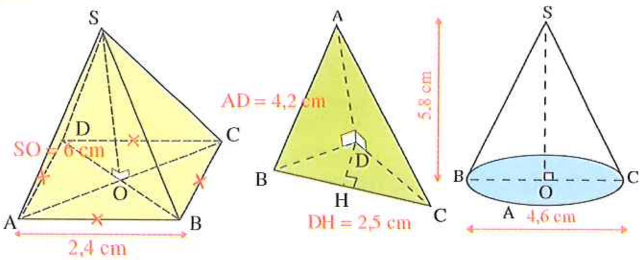
2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

	Savoir	Pratique
Ex: 1	Définition 1	
Ex: 2	Définition 1	
Ex: 3	Définition 4	
Ex: 4	Propriété 1	
Ex: 5	Définition 3	
Ex: 6	Propriété 3	

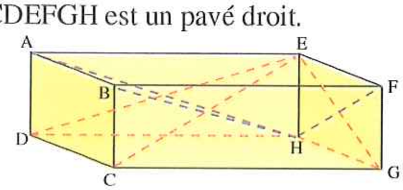
3) Exercices pour la remédiation
voir R18 page : 199

VOLUME

15 Calculer les volumes des solides suivants :



16 ABCDEFGH est un pavé droit.



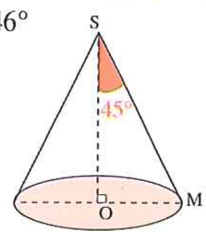
Montrer que les pyramides HABFE et EDCGH ont même volume.

17 **AVEC TICE**

1) Calculer le volume de ce cône .

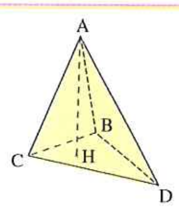
On donne : SO = 15 cm et $\widehat{OSM} = 46°$

2) S'aider du logiciel ***Geogebra*** (graphique3D) pour Calculer le volume demandé utilisant l'icône suivant : Volume



18 ABCD est une pyramide de base un triangle équilatéral de côte 6cm .

19 Déterminer la hauteur AH de cette pyramide sachant que son volume est $84{,}6 cm^3$.



20 Un cône de révolution a pour sommet S; son disque de base, de centre O , a pour diamètre [EF] .

On donne : EF = 30 cm et $\widehat{ESO} = 60°$.

1) Calculer la hauteur SO.

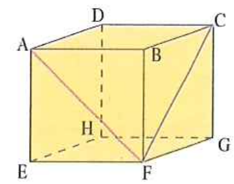
2) Calculer son volume.

21 ABCDEFGH est un cube d'arête 4cm .

1) Calculer V le volume de ABCDEFGH .

2) Calculer V' le volume de la pyramide ABCF .

3) En déduire la relation entre V et V'.

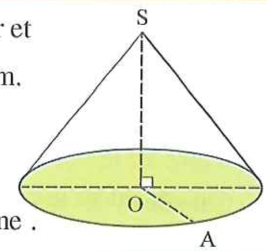


22 Un cône a 6 cm de hauteur et le diamètre de sa base est 10 cm.

1) Calculer SA .

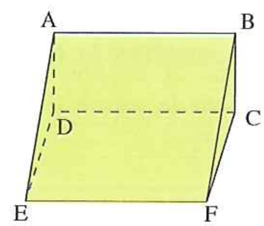
2) Calculer l'aire latérale .

3) Calculer le volume de ce cône .



23 ABCD est un prisme droit .

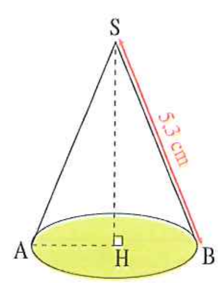
Les bases sont des triangles ; AD = 6cm ; DE = 8cm DC = 10 cm



1) Calculer le volume V de la pyramide ADEFC .

2) Calculer de deux manières différentes V' le volume de la pyramide FABC .

24 Un cône de révolutivon a pour génératrice 5,3cm et pour rayon de base 2,8cm .



1) Montrer que : SH = 4,5 cm

2) Calculer cos $\widehat{HBS}$.

3) Calculer le volume de ce cône.

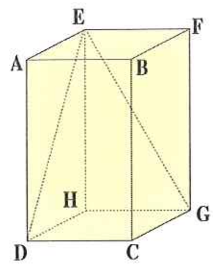
4) Calculer l'aire latérale de ce cône .

25 ABCDEFGH est un pavé droit tel que :

AB = 4 cm

AD = 6 cm ;

AE =5 cm .



1) Calculer le volume de la pyramide EDHGC .

2) CAlculer ED et EG.

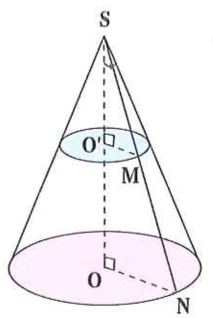
3) Calculer l'aire latérale puis l'aire totale de la pyramide EDHGC .

26 On considère le cône de révolution de sommet S et de base le disque de centre O.

soit O' et M les milieux respectifs de [SO] et [SN] .

On donne :

SO = 4,8 cm ; ON = 3,6 cm



1) Calculer V le volume de ce cône .

2) Calculer une mesure au degré de l'angle $\widehat{OSN}$.

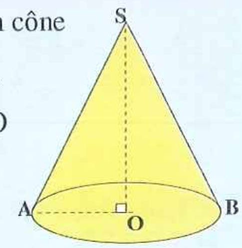
3)a. Calculer O'M.

b. Calculer V' le volume du cône de révolution de sommet S ; de base le disque de centre O' et de rayon O'M .

c. Calculer k sachant que : V' = kV.

CHALLENGES

27 Une bougie a la forme d'un cône de révolution de sommet S, de base un disque de centre O et de rayon 12cm et de génératrice SA = 20 cm.



1) Montrer que : SO = 16 cm (SO étant la hauteur de la bougie)

2) Calculer le volume de la bougie en fonction de π.

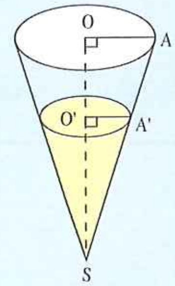
3) Combien peut-on fabriquer de ce type avec 6 litres de cire ?

28 Un pot de fleurs représenté par la figure suivante.

On pose : h = SO .

On donne : OA = 24 cm ;

O'A' = 16 cm et OO' = 20 cm



1)a. Montrer que : $\dfrac{h}{h+20} = \dfrac{2}{3}$

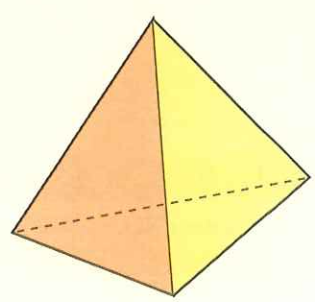
b. Calculer h.

2) Calculer le volume en litres du pot de fleurs.

SITUATIONS PROPOSÉES AU TIMSS

Une pyramide a une base de n arêtes.

Quel est le nombre d'arêtes de cette pyramide ?



FORMULAIRE

Nombres rationnels

- Soit a et b deux nombres décimaux avec $b \neq 0$. le nombre $\frac{a}{b}$ est appelé nombre rationnel.

$$\frac{a \leftarrow \text{numérateur}}{b \leftarrow \text{dénominateur}}$$

- Tout nombre décimal est un nombre rationnel.

- $\frac{a}{b}$ est **positif** si a et b sont de même signe.
- $\frac{a}{b}$ est **négatif** si a et b sont de signes contraires.
- $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ signifie que : $a \times d = b \times c$
- Si $\frac{a}{b}$ est un nombre rationnnel et k un entier relatif non nul , alors $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$ et $\frac{a}{b} = \frac{a : k}{b : k}$

$\frac{a}{k}$ et $\frac{b}{k}$ étant des nombres rationnels avec $k > 0$ et $a < b$, alors $\frac{a}{k} < \frac{b}{k}$

---

a, b, c, d étant des nombres décimaux et $b \neq 0$ et $d \neq 0$:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad-bc}{bd}$$

---

x et y étant des nombres rationnels :

$$x + (-x) = 0$$

$$-(x + y) = -x - y$$

$$-(x - y) = -x + y$$

---

a, b, c, d étant deux nombres décimaux avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$, on a :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

$$a \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{d}$$

- $\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ $(c \neq 0)$
- $\frac{c}{d} \times x = \frac{a}{b}$ signifie que : $x = \frac{a}{b} : \frac{c}{d}$

---

k, x et y étant des nombres rationnels :

- $k \times (x + y) = k \times x + k \times y$
- $k \times (x - y) = k \times x - k \times y$

Soit x un nombre rationnel non nul et n un entier naturel non nul.

$$\underset{\text{base}}{x}^{\overset{\text{exposant}}{n}} = \underbrace{x \times x \times x \times \ldots \times x}_{\text{n facteurs}}$$

$x^0 = 1$; $x^1 = 1$

$\frac{1}{x} = x^{-1}$; $\frac{1}{x^n} = x^{-n}$

x et y étant deux rationnels non nuls, n et m étant deux entiers relatifs,

on a : $x^n \times x^m = x^{n+m}$; $(x^n)^m = x^{n \times m}$

$\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$; $\frac{x^n}{y^n} = \left(\frac{x}{y}\right)^n$; $x^n y^n = (xy)^n$

- Pour tout entier naturel non nul n :

$$\underbrace{10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{\text{n facteurs}} = 10^n$$

$$10^0 = 1,\ 10^1 = 10\ ,\ 10^{-1} = \frac{1}{10} \text{ et } 10^{-n} = \frac{1}{10^n}$$

- Soit n et m deux entiers relatifs :

$$10^n \times 10^m = 10^{n+m}$$

$$\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$$

$$(10^n)^m = 10^{n \times m}$$

FORMULAIRE

Calcul littéral

On appelle calcul littéral tout calcul dans lequel des lettres représentent des nombres. Ces lettres s'appellent des variables.

Une expression mathématique dans laquelle intervient une ou pluieurs lettres où chaque lettre représente un nombre variable, est appelée une **expression littérale.**

Pour simplifier les écritures des expressions littérales, on peut omettre le signe × dans les cas suivants:

- Si l'un des facteurs est une lettre.
  Ainsi $a \times b$ s'écrit ab et $7 \times a$ s'écrit 7a
- Si l'un des facteurs est "entre parenthèses".
  Ainsi $x \times (5+y)$ s'écrit $x(5+y)$

- Deux expressions littérales sont égales si elles donnent le même résultat pour toutes les valeurs numériques que l'on peut attribuer aux lettres.
- **Réduire une expression littérale, c'est réduire le** nombre d'opérations y intervenant.
  Ainsi $A= 5 - (3 + 4x) + (1 + 2x)$
  s'écrit après réduction : $A = 3 - 2x$

Développement

$a (b+c) = ab + ac$

$(a+b)(x+y) = ax + ay + bx + by$

Factorisation

Factoriser une expression, c'est la transformer en un produit.

Ainsi $ka - kb + kc = k (a - b + c)$

Identités remarquables

$(a + b)^2 = a + 2ab + b^2$; $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Ordre

x et y sont des nombre rationnels.

- $x \leq y$ signifie que : $y - x \geq 0$
- $x \geq y$ signifie que : $y - x \leq 0$

Ordre et multiplication

x , y , z sont des nombre rationnels.

- Si : $\begin{cases} x \leq y \\ z > 0 \end{cases}$, alors $xz \leq yz$
- Si ; $\begin{cases} x \leq y \\ z < 0 \end{cases}$, alors $xz \geq yz$

Ordre et addition

x,y et z sont des nombres rationnels.

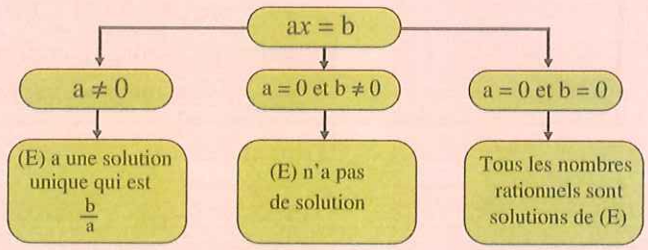
- Si : $x \leq y$, alors $\begin{cases} x + z \leq y + z \\ x - z \leq y - z \end{cases}$
- Si : $x \leq y$ et $z \leq t$, alors $x + z \leq y + t$.

- Si x et y sont des nombres rationnels strictement positifs, alors $x \leq y$ signifie : $\frac{1}{y} \leq \frac{1}{x}$
- Si x , y , z et t sont des rationnels positifs, et si ($x \leq y$ et $y \leq t$) , alors $xy \leq yt$

FORMULAIRE

Équations

- Soit a et b deux nombres rationnels. On considère l'équation (E) : $ax = b$



- $(ax + b)(cx + d) = 0$ signifie que : $ax + b = 0$ ou $cx + d = 0$

Proportionnalité

Deux grandeurs sont **proportionnelles** lorsque les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre toujours par le même nombre, appelé **coefficient de proportionnalité**

Si dans un tableau de nombres de deux lignes, le quotient de chaque nombre d'une ligne par le nombre correspondant sur l'autre ligne est toujours le même, alors ce tableau est un tableau de proportionnalité

Voici un tableau de proportionnalité

x	1	3	5	6
y	7	21	35	42

$\times 7$

- Une situation de proportionnalité, est représentée par des points alignés sur une droite passant par l'origine du repère.
- Tout graphique dont les points sont alignés avec l'origine du repère, représente une situation de proportionnalité.

Statistique

- L'effectif est le nombre d'éléments appartenant à une catégorie.
- L'effectif cumulé est la somme de l'effectif de la valeur concernée et des effectifs des valeurs précédentes.
- La fréquence d'une donnée est le quotient de son effectif par l'effectif total.

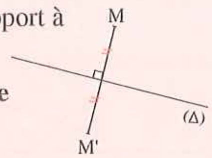
- Un diagramme en bâtons (ou en tuyaux d'orgue) est un diagramme constitué de barres dont la hauteur est proportionnelle à l'effectif représenté.
- Un histogramme est constitué de rectangles consécutifs de même largeur et dont la hauteur est proportionnelle à l'effectif de la classe.

La moyenne pondérée d'une série est le nombre obtenu en additionnant les produits de ces valeurs par leurs effectifs et en divisant le résultat par l'effectif total.

FORMULAIRE

Symétrie axiale

- Le symétrique de M par rapport à (Δ) est le point M' tel que (Δ) soit **la médiatrice de** [MM']

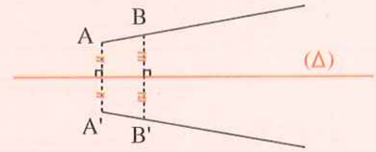


- Si N appartient à (Δ), alors N' = N.
- Si A' , B' et C' sont respectivement les symétriques des points **alignés** A, B et C par rapport à une droite (Δ) , alors les points A',B' et C' sont **alignés**.

On dit que : la symétrie axiale conserve l'alignement des points.

- Le symétrique d'un segment est un segment de même longueur.

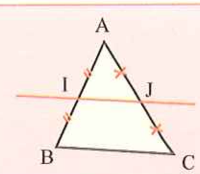
Ainsi : la symétrie conserve les longueurs



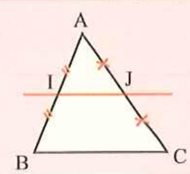
- Le symétrique d'une demi-droite est une demi-droite.
- Le symétrique d'un angle est un angle de même mesure.
- Le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon (les centres de ces cercles sont symétriques).

Triangles et parallèles

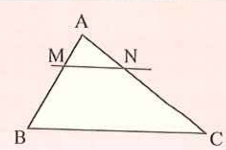
$$\left\{\begin{array}{l}\text{I milieu de [AB]}\\ \text{J milieu de [AC]}\end{array}\right. \Longrightarrow \left((IJ)\,//\,(BC) \text{ et } IJ = \frac{1}{2}BC\right)$$



$$\left\{\begin{array}{l}\text{I milieu de [AB]}\\ (IJ)\,//\,(BC)\\ \text{J appartient à [AC]}\end{array}\right. \Longrightarrow \left(\text{J milieu de [AC]}\right)$$

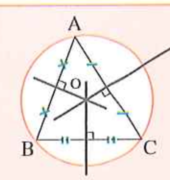


$$\left\{\begin{array}{l}\text{M est un point de [AB]}\\ \text{N est un point de [AC]}\\ (MN)\,//\,(BC)\end{array}\right. \Longrightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$



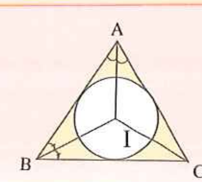
Droites remarquables

Point d'intersection des **médiatrices** d'un triangle ABC est le centre O du **cercle circonscrit** au triangle ABC.



OA = OB = OC

Point d'intersection des **bissectrices** des angles d'un triangle ABC est le centre I du **cercle inscrit** au triangle ABC.



TEST DIAGNOSTIQUE
Réponses

Vérifiers si les réponses sont justes.
S'évaluer, c'est une autre façon d'apprendre
Les questions seront désignées par Q_1 , Q_2...... / Les réponses seront notées,dans l'ordre : A,B et C

CHAPITRE 1	Q_1 : B | Q_2 : B | Q_3 : C | Q_4 : C | Q_5 : C | Q_6 : C | Q_7 : A | Q_8 : A
CHAPITRE 2	Q_1 : C | Q_2 : C | Q_3 : B | Q_4 : C | Q_5 : B | Q_6 : C
CHAPITRE 3	Q_1 : B | Q_2 : C | Q_3 : B | Q_4 : B | Q_5 : B | Q_6 : B
CHAPITRE 4	Q_1 : B | Q_2 : C | Q_3 : B | Q_4 : C | Q_5 : A | Q_6 : C | Q_7 : A | Q_8 : C | Q_9 : B
CHAPITRE 5	Q_4 : B et C | Q_2 : C | Q_3 : B | Q_4 : B | Q_5 : C | Q_6 : B | Q_7 : C
CHAPITRE 6	Q_1 : B | Q_2 : C | Q_3 : C | Q_4 : C | Q_5 : C | Q_6 : B | Q_7 : B | Q_8 : B | Q_9 : B
CHAPITRE 7	Q_1 : B | Q_2 : C | Q_3 : A | Q_4 : C | Q_5 : B | Q_6 : C | Q_7 : B
CHAPITRE 8	Q_1 : B | Q_2 : B | Q_3 : B | Q_4 : C | Q_5 : B | Q_6 : A | Q_7 : B | Q_8 : B | Q_9 : B | Q_{10} : C
CHAPITRE 9	Q_1 : A | Q_2 : C | Q_3 : C | Q_4 : C | Q_5 : B | Q_6 : A | Q_7 : B | Q_8 : A | Q_9 : B
CHAPITRE 10	Q_1 : C | Q_2 : A | Q_3 : B | Q_4 : C | Q_5 : C | Q_6 : B | Q_7 : A | Q_8 : A
CHAPITRE 11	Q_1 : B | Q_2 : A | Q_3 : C | Q_4 : C | Q_5 : A | Q_6 : C | Q_7 : C | Q_8 : B | Q_9 : C | Q_{10} : B
CHAPITRE 12	Q_1 : C | Q_2 : B | Q_3 : C | Q_4 : A | Q_5 : C | Q_6 : B | Q_7 : A | Q_8 : B | Q_9 : B
CHAPITRE 13	Q_1 : B | Q_2 : B et C | Q_3 : C | Q_4 : C | Q_5 : B | Q_6 : B | Q_7 : B | Q_8 : C | Q_9 : C
CHAPITRE 14	Q_1 : A | Q_2 : B | Q_3 : B | Q_4 : C | Q_5 : A | Q_6 : B | Q_7 : A | Q_8 : C
CHAPITRE 15	Q_1 : B | Q_2 : B | Q_3 : B | Q_4 : A | Q_5 : C | Q_6 : C | Q_7 : A | Q_8 : B | Q_9 : A
CHAPITRE 16	Q_1 : C | Q_2 : A | Q_3 : A | Q_4 : B | Q_5 : A | Q_6 : A | Q_7 : B
CHAPITRE 17	Q_1 : C | Q_2 : C | Q_3 : A | Q_4 : C | Q_5 : C | Q_6 : C | Q_7 : B
CHAPITRE 18	Q_1 : C | Q_2 : B | Q_3 : C | Q_4 : B | Q_5 : B | Q_6 : C

MON BILAN
Réponses

Vérifiers si les réponses sont justes.
S'évaluer, c'est une autre façon d'apprendre
Les exercices seront désignées par E_1 , E_2...... / Les réponses seront notées,dans l'ordre : A,B et C

EXERCICES	Ex1	Ex 2	Ex 3	Ex 4	Ex 5	Ex 6	Ex 7	Ex 8
CHAPITRE 1	B	A	A	B	C	A	B	C
CHAPITRE 2	B	C	B	A	B	C	A	C
CHAPITRE 3	B	C	C	C	B	A	A	
CHAPITRE 4	C	B	A	B	C	C	B	A
CHAPITRE 5	A	C	B	A				
CHAPITRE 6	C	B	A	A	C	B	A	C
CHAPITRE 7	B	C	B	A	C	B	A	
CHAPITRE 8	A	C	C	B	A	B	C	B
CHAPITRE 9	C	A	C	A	C	B	A	C
CHAPITRE 10	B	B	A	B	C	B	C	A
CHAPITRE 11	C	A	B	B	A	B		
CHAPITRE 12	B	B	C	C	B	B		
CHAPITRE 13	C	A	B	C	A	B	B	B
CHAPITRE 14	B	A	C	A	C	A	A	B
CHAPITRE 15	A	C	A	B	A	B	C	C
CHAPITRE 16	A	C	B	A	B	C		
CHAPITRE 17	B	A	C	B	A	C	B	
CHAPITRE 18	B	A	A	C	A			

CATÉGORISATION DES DIFFICULTÉS

R1 — INTRODUCTION DES NOMBRES RATIONNELS

1 Recopier et compléter :

- $-\frac{1}{4} = \frac{-2}{\dots} = \frac{\dots}{-16} = -\frac{\dots}{20}$
- $\frac{5}{2} = \frac{-10}{\dots} = \frac{\dots}{-10} = -\frac{\dots}{0,25}$

2 Ranger dans l'ordre croissant les nombres suivants :

$\frac{11}{6}$, $\frac{19}{4}$, $\frac{25}{12}$, 2 , $\frac{7}{3}$

R2 — ADDITION ET SOUSTRACTION DES NOMBRES RATIONNELS

1 Calculer, de la manière la plus simple, les expressions :

$$A = \frac{8}{15} + \frac{4}{5} - \left(\frac{4}{5} + \frac{1}{3} - \frac{7}{15}\right)$$

$$B = \frac{3}{4} - \left(2 - \frac{3}{4} - \frac{5}{3}\right) - \left[2 + \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{2}\right)\right]$$

2 Soit a et b deux nombres rationnels tels que : $a - 2b = -5$.

Calculer : $C = 3a - (2 - b) + (-5a + 3b - 7) - \left(-\frac{7}{6}\right)$

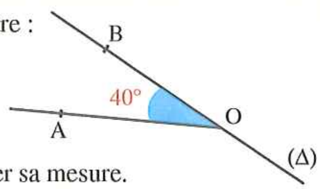
R3 — ADDITION ET SOUSTRACTION DES NOMBRES RATIONNELS

On considère la figure ci contre :

Construire le symétrique

de l'angle $\widehat{BOA}$ par rapport

à la droite (Δ), puis déterminer sa mesure.



R4 — PRODUIT ET QUOTIENT DE DEUX NOMBRES RATIONNELS

1 Développer l'expression : $A = -\frac{1}{2}\left(3x - \frac{4}{3}\right)$

2 Ecrire sous forme fractionnaire :

$B = \frac{\frac{3}{5}}{4}$; $C = \frac{3}{\frac{5}{4}}$; $D = \frac{\frac{11}{12}}{\frac{-55}{6}}$; $E = -\frac{13}{25} \div \frac{15}{39}$

R5 — TRIANGLE ET PARALLÈLES

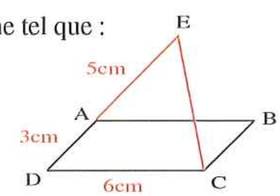
ABCD est un parallélogramme tel que :

AD = 3cm

DC = 6cm

AE = 5cm

Calculer AF .



R6 — LES QUATRE OPÉRATIONS SUR LES NOMBRES RATIONNELS

a et b sont deux rationnels.

On considère l'expression : $A = \dfrac{a + \frac{3}{5}}{b - \frac{5}{4}}$

Calculer A pour : $a = -\frac{1}{10}$ et $b = \frac{3}{2}$

R7 — DROITES REMARQUABLES DANS UN TRIANGLE

1 Soit B, C, G trois points non alignés.

Placer le point A tel G soit le centre de gravité du triangle ABC.

2 Tracer un trinagle OBR tel que :

$\widehat{OBR} = 30°$; $BR = 7cm$ et $\widehat{ORB} = 20°$

Tracer un triangle BRS dont O est le centre du cercle inscrit .

R8 — PUISSANCES

Donner l'écriture scientifiques des nombres suivants :

$A = 56,7 \times 10^{-8} - 2400 \times 10^{-1}$; $B = \dfrac{0,6 \times (10^6)^2 \times 5 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-3}}$

R9 — CALCUL LITTÉRAL

1 Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = 5(-3x + 6) - 3x(4x - 7)$$

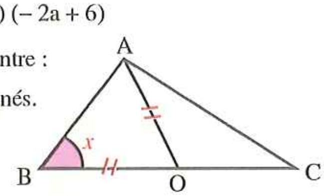
$$B = (4a - 3)(-2a + 6)$$

2 On considère la figure ci-contre :

Les points B , O et C sont alignés.

Déterminer en fonction de x

la mesure de l'angle $\widehat{AOC}$.



R10 — CALCUL LITTÉRAL

On considère la figure suivante où :

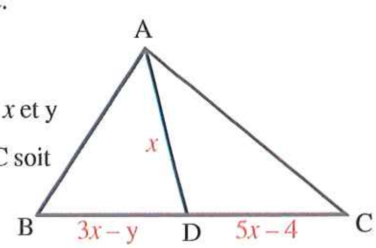
$AD = x$; $BD = 3x - y$; $CD = 5x - 4$

D est le milieu de BC.

Déterminer les nombres x et y

pour que le triangle ABC soit

rectangle en A.

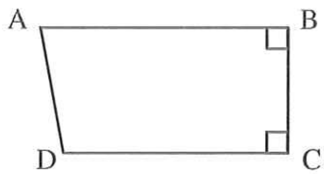


CATÉGORISATION DES DIFFICULTÉS

R11 THÉORÈME DE PYTHAGORE

Soit ABCD un trapèze rectangle (voir la figure)

tel que : $A = 4$, $DC = 5{,}5$ et $CB = 2{,}9$



Calculer une valeur approchée du l'aire du trapèze ABCD.

R12 COSINUS D'UN ANGLE AIGU

ABC est un tiangle isocèle en A tel que :

$\widehat{A} = 40°$ [BH] est l'une de ses hauteur et $BH = 3$cm.

1 Calculer la mesure de $\widehat{ABH}$.

En déduire l'arrondi au millième de AB.

2 Calculer la mesure de $\widehat{ACB}$, puis de $\widehat{CBH}$.

En déduire l'arrondi au millième de BC.

R13 ÉQUATIONS

Résoudre les équations suivantes :

1 $\frac{1}{2}(x-4) = \frac{3}{4}x - 5$

2 $8y - 2(3x+1) = 2y + 7$

3 $5\left(\frac{3}{4}x - 2\right) - \left(\frac{2}{5}x - 1\right) = 5\left(1 - \frac{1}{5}x\right)$

R14 VECTEURS ET TRANSLATIONS

ABC est un triangle.
On considère les points E, F et G tels que :

$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{CF}$ et $2\overrightarrow{GE} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

1 Construire les points E, F et G .

2 Montrer que : $\overrightarrow{BF} = 2\overrightarrow{EC}$

R15 ORDRE DES NOMBRES RATIONNELS ET OPÉRATIONS

1 Soit x et y deux nombres tels que :

$$\frac{1}{2} \leq x \leq 2 \quad \text{et} \quad 1 \leq y \leq \frac{3}{2}$$

Déterminer l'encadrement de chacun des nombres suivants :

$x + y$; $2x - 3y$ et xy

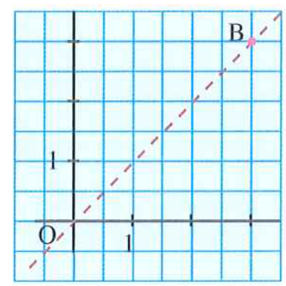
2 Comparer les nombre a et b dans chacun des cas suivants :

1) $a = 2020 \times 10^{13}$ et $b = 2021 \times 10^{12}$

2) $a = 789 \times 10^{14}$ et $b = 6789 \times 10^{12}$

R16 PROPORTIONNALITÉ

Faire ce graphique et placer le point A d'ordonnée1,5 de façon que les points A et B représentent une situation de proportionnalité.



Calculer ensuite l'abscisse de A.

R17 STATISTIQUE

Dans un club de natation on a fait une répartition des enfants suivant leur âge :

Âge des enfants	10	15	20	30
Nombre d'enfants	28	8	36	32

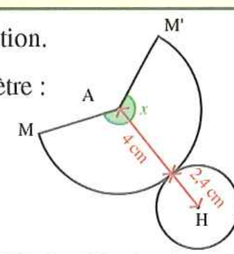
1 Quel est le nombre d'enfant dans ce club?

2 Calculer les effectifs cumulés croissants suivant l'âge.

3 Calculer la moyenne de cette série.

R18 PYRAMIDES ET CÔNES DE RÉVOLUTION

Voici un patron d'un cône de révolution.



1 Donner la valeur exacte du périmètre :

a. du cercle de base du cône.

b. du cercle de centre A et de rayon 4 cm.

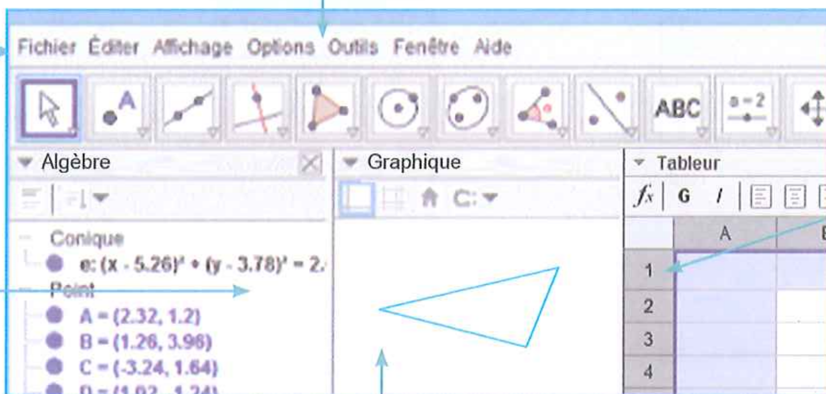
2 La valeur de x est-elle 216° ou 218°? Justifier la réponse.

Logiciel GEOGEBRA

Geogebra est un logiciel de mathématiques et géométrie dynamique téléchargeable librement sut internet : http://www.geogebra.org.

Aide à l'utilisation des menus graphiques ▸ Une aide à l'utilisation du menu s'affiche lors de la sélection d'une icône.

Menu graphique → Chaque icône correspond à un **menu graphique**



Tableur ▾ On peut utiliser des valeurs correspondant aux objets géométriques dans **le tableur**.

Fenêtre algèbre ▾ La **fenêtre algèbre** affiche une représentation algébrique des objets géométriques créés.

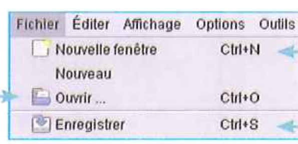
Fenêtre graphique (avec ou sans repères, avec ou sans grille) ▸ Les constructions géométriques sont réalisées dans la **fenêtre graphique** .

1 Menu principal

Pour effectuer une action, cliquer sur le menu, puis sur le sous-menu correspondant.

Fichier — Créer , ouvrir , enregistrer un fichier

Ouvrir un fichier Geogebra déja enregistré



Afficher une nouvelle fenêtre Geogebra

Enregistrer La page en cours

Affichage — Afficher / cacher les repères, la grille, la fenêtre algèbre, le tableur

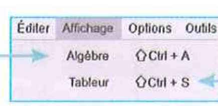
Affciher ou cacher les axes

Affciher ou cacher la grille

Afficher ou **cacher** le quadrillage de la fenêtre graphique.

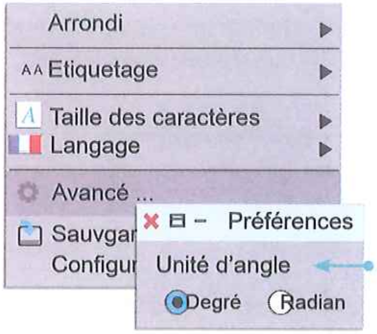
Afficher ou **cacher** les axes du repère de la fenêtre graphique.

Afficher ou **cacher** la fenêtre algèbre.



Afficher ou **cacher** le tableur

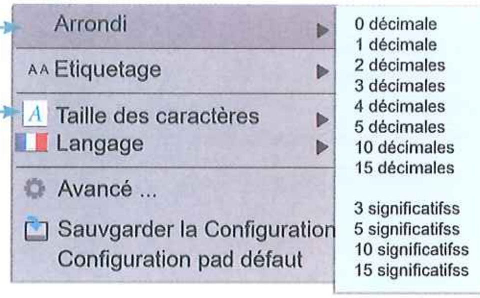
Option Choisir l'unité d'angle, l'arrondi, le style des points, la taille des caractères



Choisir le nombre de décimales affichées

Choisir la taille des caractères

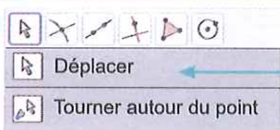
Choisir l'unité d'angle (degré, radian)



2 Menu graphique

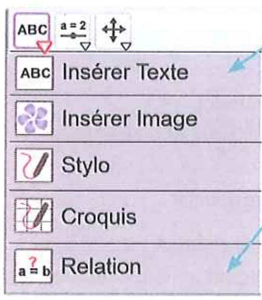
Pour sélectionner un menu , cliquer sur l'icône correspondante. Chaque menu graphique se déroule en cliquant sur le coin en bas à droite de l'icône.

Déplacer un objet

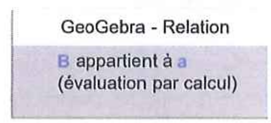


Cliquer sur l'objet puis le déplacer.

a = 2 Insérer un texte, une image, connaitre la relation entre deux objets



Insérer un texte :
Cliquer à l'endroit où le texte doit apparaitre.
Taper le texte dans la fenêtre prévue à cet effet.
Cliquer sur OK.

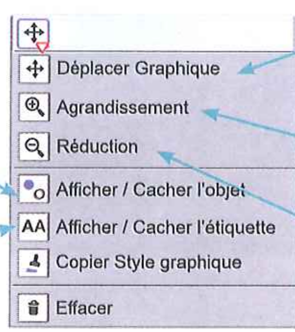


Connaitre la relation entre deux objets (savoir si deux objets sont égaux, si un point appartient à une droite, si deux droites sont parallèles ou sécantes).
Cliquer successivement sur les deux objets à comparer.
La réponse est donnée dans une fenêtre au milieu de l'écran.

Déplacer, agrandir, réduire un graphique. Afficher, cacher, effacer un objet

Afficher ou cacher une étiquette. Cliquer sur l'objet pour afficher ou cacher son étiquette.

Afficher ou cacher un objet. Cliquer sur l'objet à effacer.



Déplacer un graphique Cliquer n'importe où sur le graphique et le déplacer en maintenant appuyé le bouton gauche de la souris.

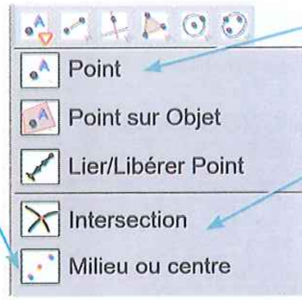
Agrandir une image. Cliquer n'import où sur le graphique.

Réduire une image. Cliquer n'import où sur le graphique.

Logiciel GEOGEBRA

Créer un point

Créer un point appartenant à deux objets déja crées.
Cliquer successivement sur les objets ou cliquer sur leur intersection.



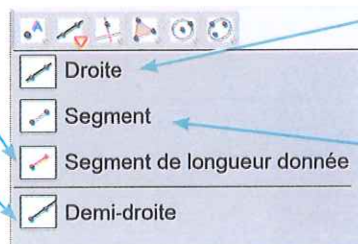
Crée un nouveau point.
Déplacer le pointeur puis cliquer avec la souris à l'endroit où l'on souhaite placer le point.

Créer le milieu d'un segment.
Cliquer sur deux points déja crées ou sur un segment déja crée.

Créer des droites, des segments, des demi-droites.

Créer un segment à partir d'un point.
Créer un point ou cliquer sur un point déja créé puis saisir la longueur au clavier.

Créer une demi-droite d'origine donnée et passant parun point.
Cliquer sur le point origine puis sur un point de la demi-droite ou sur un point déjà créé.



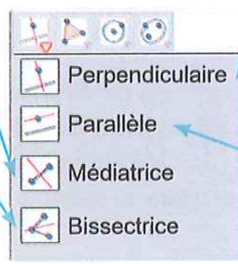
Crée une droite passant par deux points.
Créer deux points, ou cliquer successivement sur deux points déja crées.

Créer un segment entre deux points.
Créer deux points, ou cliquer successivement sur les deux objets ou cliquer sur leur intersection.

Créer des droites particulières

Créer la médiatrice d'un segment.
Créer deux points ou cliquer successivement sur les deux points (ou sur un segment) créés.

Créer la bissectrice d'un angle.
Créer trois points ou cliquer successivement sur trois points (ou sur deux droites. deux demi-droites, deux segments) déja créés.

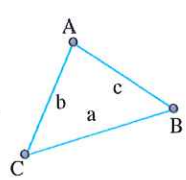


Créer une droite passant par un point et perpendiculaire à une droite tracée
(ou à un segment ou une demi-droite).
Créer un point (ou cliquer sur un point déja créé) puis cliquer sur une droite tracée.
(ou sur une demi-droite ou un segment).

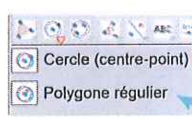
Créer une droite passant par un point et parallèle à une droite tracée (ou à un segment ou une demi-droite).
Créer un point (ou cliquer sur un point déja créé) puis cliquer sur une droite tracée. (ou sur une demi-droite ou un segment).

Créer des droites particulières

Créer un polygone
Créer ou cliquer sur les sommets consécutifs du polygone, puis cliquer à nouveau sur le premier sommet.



Créer des cercles

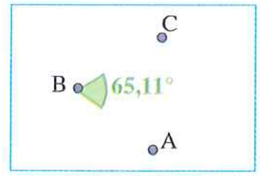


Créer un cercle à partir de son centre et d'un de ses points.
Créer deux points ou cliquer successivement sur deux points déja créés.

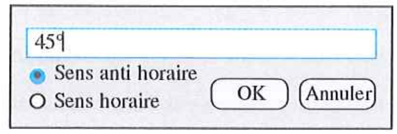
Créer un cercle à partir de son centre et de son rayon.
Créer un point ou cliquer sur un point déja créé puis saisir le rayon dans la fenêtre.

Créer un angle, afficher une mesure

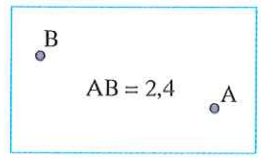
Crée un angle à partir de 3 points.
Créer trois points (ou cliquer successivement sur trois points déja créés) dans l'ordre A, B, C pour créer l'angle
Pour faire apparaitre la mesure d'un angle, il faut afficher son étiquette.



Crée un angle à partir de deux points . et de sa mesure
Créer deux points (ou cliquer successivement sur deux points déja crées) dans l'ordre point.
d'un coté, puis sommet. Saisir la mesure de l'angle dans la fenêtre en précisant le sens de l'angle.

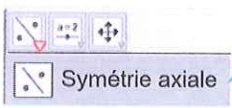


Afficher la distance entre deux points ou un périmètre
Cliquer successivement sur deux points déjà créés ou sur un segment, un polygone ou un cercle.

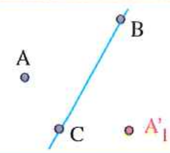


Afficher l'aire d'une figure. Cliquer sur l'objet dont on cherche l'aire.

Créer le symétrique d'un point ou d'une figure



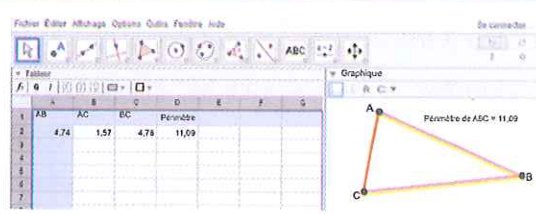
Crée le symétrique d'un objet par rapport à une droite.
Cliquer sur un objet dont on veut créer le symétrique, puis sur l'axe de la symétrie.



3 Tableur

- Une cellule du tableur peut contenir :
- Un commentaire : taper le texte puis valider avec le «retour» du clavier ;
- Une valeur numérique : taper la valeur numérique puis valider avec le «retour» du clavier ;
- La valeur d'une cariable géométrique définie : taper le nom de la variable puis valider avec le «retour» du clavier ;
- Le résultat d'un calcul : taper l'expression à cakcuker puis avec le «retour» du clavier.

Exemple : Calculer le périmètre d'un triangle



- Séléctionne l'affichage Tableur et Graphique sans les axes .
- Construire un triangle ABC dans la partie Graphique .
- Dans la partie Tableur .

• Affiche les titres AB, AC et BC en entrant dans les cellules A1 , B1 , C1 et D1 : «AB» , «AC» , «BC» et «Périmètre».
• Affiche les longueurs des côtés [AB], [AC] et [BC] en entrant dans les cellules A2 , B2 et C2 : AB, AC, BC ;
• Calculer le périmètre du triangle ABC en entrant dans la cellule D2 la formule : = A2 + B2 + C2 .

- Tu peux déplacer les points A, B et C dans le graphique. Observe les modifications correspondantes dans les cellules du tableur.
- Pour vérifier les résultats obtenus, tu peux afficher le périmètre du triangle ABC dans le graphique en cliquant sur , puis en sélectionnant Distance ou longueur .

Tableur (Logiciel Excel)

Microsoft Excel est un logiciel tableur de la suite bureautique Microsoft Office développé et distribué par l'éditeur Microsoft. La version la plus récente est Excel 2019. Il est destiné à fonctionner sur les plates-formes Microsoft Windows, Mac OS X, Android ou Linux.

Qu'est-ce qu'un tableur ?

Un tableur est un chiffrier électronique qui permet :

La création, la mise en forme des feuilles de calcul, l'analyse et le partage des informations.

Le stockage, la manipulation et la mise en forme des données nécessaires aux calculs.

Le triage et le filtrage des données afin de les analyser.

L'utilisation de la mise en forme conditionnelle pour visualiser rapidement certaines informations.

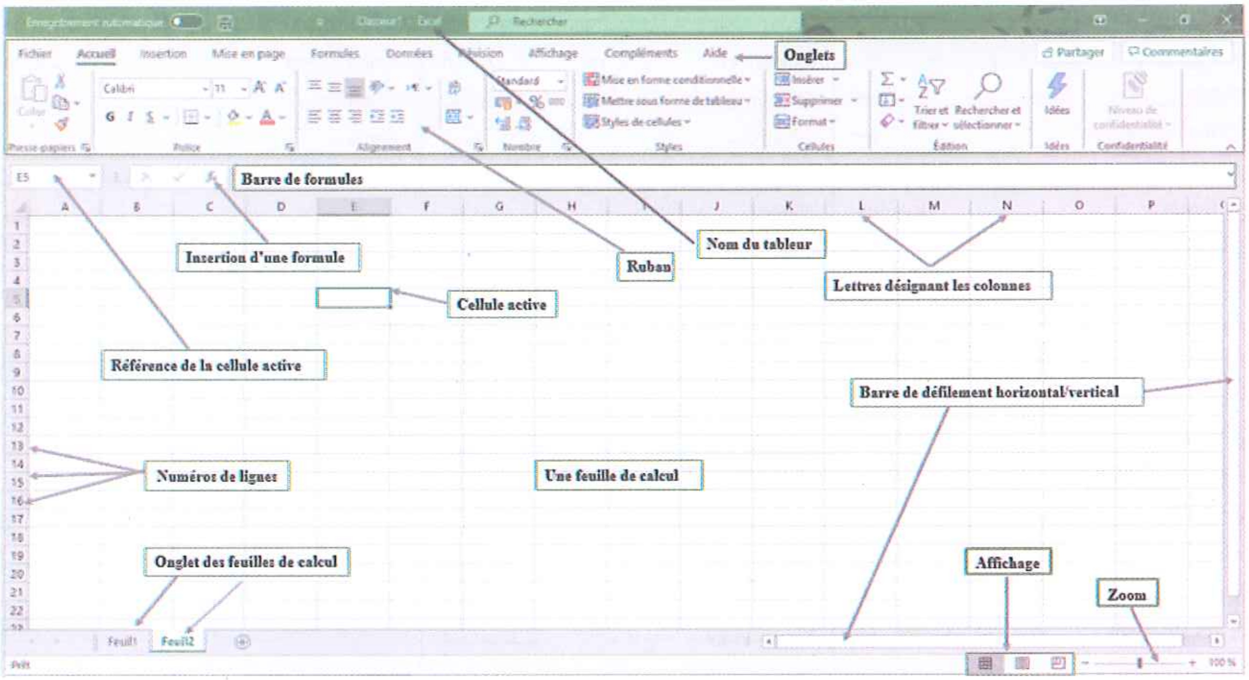
L'utilisation d'une large panoplie de fonctions pour élaborer des formules complexes.

La création des tableaux et des graphiques.

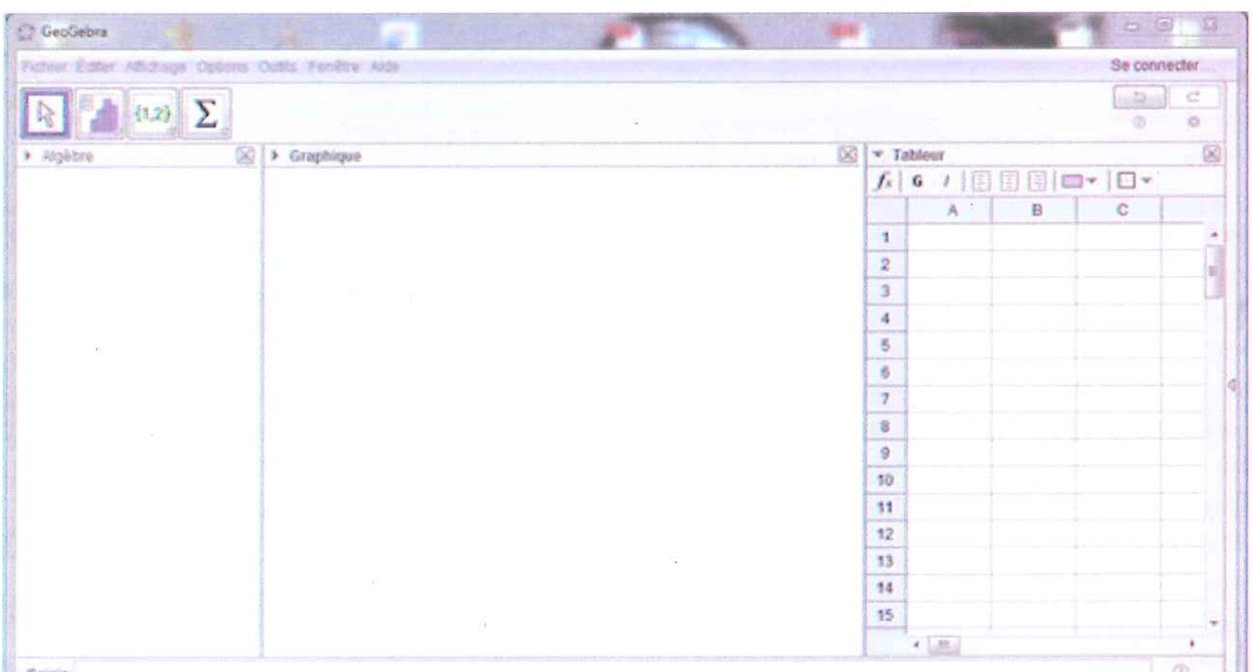
Exemples de tableurs :

Excel qui fait partie de la suite Office de Microsoft ; OpenOffice.org Calc ; Tableurs Internet tels que Google Feuilles de calcul Tableurs intégrés à des logiciels de géométrie dynamique tels que Geogebra. Éléments d'interfaces de certains tableurs : Pour avoir un aperçu sur l'environnement de travail d'un tableur, on donne deux exemples : le premier est celui de l'interface d'Excel 2016 et le deuxième est celui intégré au logiciel Geogebra. Pour l'Excel 2016, les principaux composants de son interface sont les suivants :

1. La barre du titre affiche le nom du document et de l'application
2. Le ruban : constitue le menu général du tableur. Il est composé d'onglets tels que : Les onglets affichés par défaut sont les onglets Fichier, Accueil, Insertion, Mise en page, Formules, Données, Révision, Affichage, Compléments et Aide. Chaque onglet affiche des boutons de commandes regroupés en groupes. Les groupes pour
3. L'onglet Accueil par exemple sont : Presse-papiers, Police, Alignement, Nombre, Styles, Cellules, Édition, Idées et confidentialité.
4. Chaque fichier Excel est appelé un classeur. Un classeur est constitué d'une ou plusieurs feuilles de calcul.
5. Une cellule est l'intersection d'une colonne et une ligne. Une feuille de calcul contient 1 048 576 lignes et 16 384 colonnes.
6. La référence de position affiche l'adresse de la cellule active.
7. La barre de formule affiche le contenu de la cellule active.
8. L'insertion d'une formule : Excel offre un large éventail de fonctions prédéfinies. Pour en insérer une dans une cellule, on doit toujours commencer par taper le signe = .
9. Les barres de défilement horizontale et vertical.
10. Les icones d'affichage et le zoom permettent de passer d'un mode d'affichage et/ou d'un grossissement à un autre.
11. La zone de saisie affiche le document, le point d'insertion, la barre de sélection



Pour le tableur disponible sur GeoGebra, on peut y accéder dans le sous-menu relatif à l'outil Affichage. Une zone contenant un tableur s'ouvre à droite. On peut y saisir du texte, des nombres et des formules. En déplaçant un point dans la fenêtre Graphique, la feuille de calcul se met à jour automatiquement.



LEXIQUE

FRANÇAIS - ARABE

A

Abscisse	أفصول
Addition; additionner	جمع
adjacent (côté)	محادي (ضلع)
Aigu (angle)	حادة (زاوية)
Agrandissement	تكبير
Aire	مساحة
Alignement	استقامية
Alignés	مستقيمية
Angle	زاوية
Année - lumière	سنة ضوئية
Approchée (valeur)	مقربة (قيمة)
Arête	حرف
Arrondi	تقريب
Axe	محور
Axe des abscisses	محور الأفاصيل
Axe des ordonnées	محور الأراتيب
Axe de symétrie	محور تماثل

B

Base	قاعدة
Batôns (digramme en)	(مبيان) بالعصي
Bissectrice	منصف

C

Calculatrice	آلة حاسبة
Calculer	حسب
Calcul mental	حساب ذهني
Caractère	ميزة
Carré	مربع
Centrale (symétrie)	مركزي (تماثل)
Centre	مركز
Centre de gravité	مركز ثقل
Cercle	دائرة
Circonscrit (cercle)	محيطة (دائرة)
Circulaire (diagramme)	دائري (مبيان)
Classe	صنف
Codage	ترميز
Coefficient	معامل
Combinaison	تأليفة
Commun	مشترك
Compas	بركار
Comparaison	مقارنة
Compléter	أتم
Concentriques	متراكزة
Condition	شرط
Conservation	حفاظ
Cône	مخروط
Corde	وتر
Cosinus	جيب تمام
Côté	ضلع
Couple	زوج
Cylindre	أسطوانة

D

Décimal	عشري
Défaut (par)	تفريط (بـ)
Degré	درجة
Demi-droite	نصف مستقيم
Dénominateur	مقام
Développement	نشر
Diagonale	قطر
Diagramme	مبيان
Diamètre	قطر
Différence	فرق
Direction	اتجاه
Disque	قرص
Distance	مسافة
Distributivité	توزيعية
Diviser	قسم
Division	قسمة
Droite	مستقيم
Double	ضعف
Durée	مدة

E

Écriture	كتابة
Effectif	حصيص
Effectif cumulé	حصيص متراكم
Égalité	متساوية
Encadrement	تأطير
Engendré	مولد
Entier	صحيح
Entier naturel	صحيح طبيعي
Entier relatif	صحيح نسبي
Équation	معادلة
Équerre	كوس
Équilatéral (triangle)	متساوي الأضلاع (مثلث)
Excès (par)	إفراط (بـ)
Exposant	أس
Expression	تعبير
Extrémité	طرف

F

Facteur	عامل
Factorisation	تعميل
Figure	رسم - شكل
Forme	شكل
Fraction	كسر
Fractionnaire	كسري

G

Graduée(droite)	مدرج(مستقيم)
Graphique	مبيان

H

Hauteur	ارتفاع
Histogramme	مدراج
Hypoténuse	وتر

I

Identité	متطابقة
Image	صورة
Impair	فردي
Inclus	ضمن
Inconnue	مجهول
Inégalité	متفاوتة
Inéquation	متراجحة
Inférieur(ou égal)	أصغر(أو يساوي)
Inscriptible	دائري
Inscrit(angle)	(زاوية) محيطية
Inscrit dans	محاط
Inverse	مقلوب
Isocèle(triangle)	(مثلث) متساوي الساقين
Isométriques	متقايسان، متقايسة

J

Justifier	علل

LEXIQUE

FRANÇAIS - ARABE

L

Largeur	عرض
Latérale (aire)	(مساحة)جانبية
Ligne	سطر . خط
Linéaire (combinaison)	(تأليفة)خطية
Littéral	حرفي
Longueur	طول
Losange	معين

M

Médiane	متوسط
Médiatrice	واسط
Membre (d'une équation)	طرف(معادلة)
Mesure	قياس
Milieu	منتصف
Mode	منوال
Moyenne	معدل
Moyenne(vitesse)	(سرعة)متوسطة
Multiple	مضاعف
Multiplication	ضرب

N

Naturel	طبيعي
Négatif	سالب
Nombre	عدد
Norme	منظم
Notation	كتابة - ترميز
Nul	منعدم
Numérateur	بسط

O

Obtus(angle)	(زاوية)منفرجة
Opération	عملية
Opposé	مقابل
Ordre	ترتيب
Ordre croissant	ترتيب تزايدي
Ordre décroissant	ترتيب تناقصي
Ordre de grandeur	رتبة كبر
Origine	أصل
Orthocentre	مركز تعامد
Orthogonal (repère)	متعامد
Orthonormal (repère)	متعامد ممنظم

P

Pair	زوجي
Parallèle à	يوازي
Parallélépipède	متوازي المستطيلات
Parallèles	متوازيان، متوازية
Parallélogramme	متوازي الأضلاع
Parenthèses	أقواس
Patron	نشر
Périmètre	محيط
Perpendiculaires	متعامدان
Perspective (cavalière)	منظور متساوي
Point	نقطة
Polygone	مضلع
Pondérée (moyenne)	(معدل) متزن
Positif	موجب
Priorité	أسبقية
Prisme	موشور
Produit	جداء
Proportionnalité	تناسبية
Propriété	خاصية
Prouver	أثبت
Puissance	قوة
Pyramide	هرم
Pythagore (théorème de)	(مبرهنة) فيثاغورس

Q

Quadrilatère	رباعي
Qualitatif	نوعي
Quantitatif	كمي
Quotient	خارج

R

Racine carrée	جذر مربع
Rapport	نسبة
Rationnel	جذري
Rayon	شعاع
Rectangle	مستطيل
Réduction	اختزال - تصغير
Réduire	اختصر
Règle	قاعدة، مسطرة
Relatif	نسبي
Relation (de Chasles)	علاقة (شال)
Représentation	تمثيل
Révolution	دوران

S

Sécantes	متقاطعان
Segment	قطعة
Semblables	متشابهان
Sens	منحى
Série(statistique)	متسلسلة (إحصائية)
Signe	إشارة، رمز
Similitude	تشابه
Simplification	تبسيط
Sinus	جيب
Situation	وضعية
Solide	مجسم
Solution	حل
Somme	مجموع
Sommet	رأس
Soustraction	طرح
Statistique	إحصاء
Strictement négatif	سالب قطعاً
Strictement positif	موجب قطعاً
Substitution	تعويض
Supérieur(ou égal)	أكبر(أو يساوي)
Surface	سطح
Symétrie axiale	تماثل محوري
Symétrie centrale	تماثل مركزي

T

Tableau	جدول
Tangente	مماس
Tangente	ظل
Temps	زمن
Terme	حد
Tétraèdre	رباعي أوجه
Théorème	مبرهنة
Translation	إزاحة
Trapèze	شبه منحرف
Triangle	مثلث
Triangle équilatéral	مثلث متساوي الأضلاع
Triangle isocèle	مثلث متساوي الساقين
Triangle rectangle	مثلث قائم الزاوية

V

Valeur approchée	قيمة مقربة
Variable	متغير
Vecteur	متجهة
Vitesse	سرعة
Volume	حجم

RÉFÉRENCES :
Bibliographie

En français

* BOUVIER, A et GEORGE, M • *Dictionnaire des mathématiques.* PUF . 2013

* BOUVIER, B • *Didactique des Mathématiques : le livre et le faire.* CEDIC . 1986

* BRAULT, R. et les autres • *Mathématiques 5^e . Collection Phare* - Edition Hachette Education, 2006

* BROUSSEAU, G • *La résolution de problèmes - Math Ecole,* 163, Neuchâtel . 1994

* CASSOU - NOGUES . *Hilbert* . ED . les belles lettres 2001.

* CHAPIRON, G et les autres • *Mathématiques 3^e* . Collection Triangle . Edition Hatier, 2003

* CHAPIRON, G et les autres • *Mathématiques 4^e* . Collection Triangle . Edition Hatier, 2002

* CIEP • *Intégrer langue et discipline* . 2018

* DAHAN - DALMEDICO, A et PEIFFER, J. • "*Une histoire des mathématiques : Routes et Dédales*"

Edition Points ; 1986.

* DELORD, R et VINRICH, G et les autres. • *Maths 5^e*. Collection Cinq sur cinq. Edition Hachette

Education, 2000

* DJABBAR, A • " *L'âge d'or des sciences arabes*", Edition le Pommier Cité des sciences et de l'industrie.

Collection " Le Collège" N° 15, 2013.

* ERMEL • *Apprentissages numériques et résolutions de problèmes.* HATIER, Paris de 1991 à 1999.

* LEPINE, L • *Tout problème ouvert n'engage pas nécessairement une bonne recherche* • Grand N, 60,57 - 62 (1996)

* MALAVAL, J. et les autres • *Transmath 3^e* . Edition Nathan 2008

* MALAVAL, J. et les autres • *Transmath 4^e* . Edition Nathan 2007

* MALAVAL, J. et les autres • *Transmath 5^e* . Edition Nathan 2014

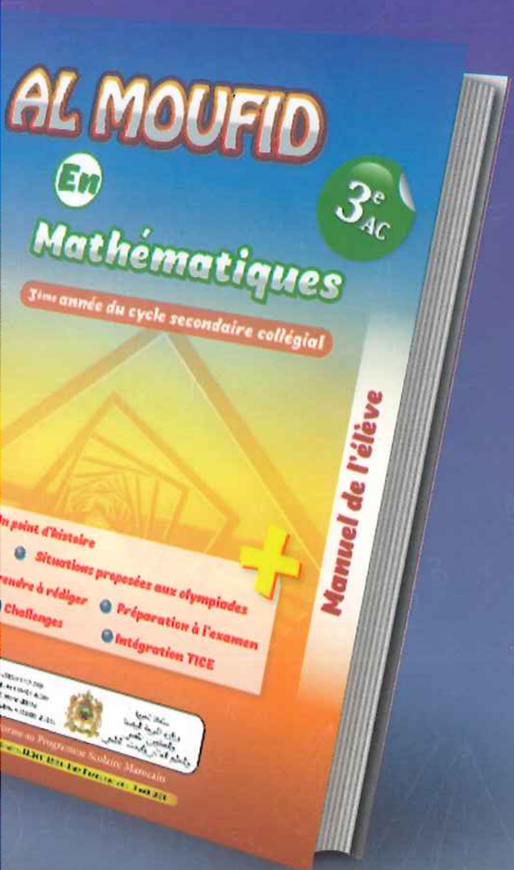
* RASHED . R • " *D'Al-Khawarizmy à Descartes", Etude sur l'histoire des mathématiques classiques,*

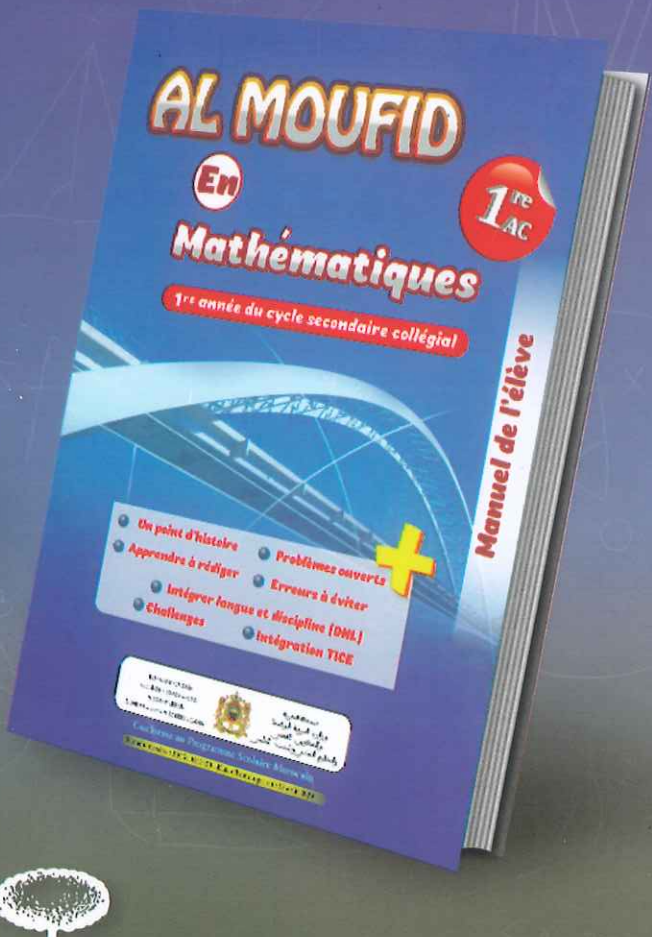
Hermann, 2011

Collection

AL MOUFID

En Mathématiques





DAR ATTAKAFA
Edition Diffusion

32/34 Bd Victor Hugo - Casablanca
Tél (0522) 30 23 75 / 30 25 14 - Fax (0522) 30 65 11
darattakafa@gmail.com

Prix 49 dh