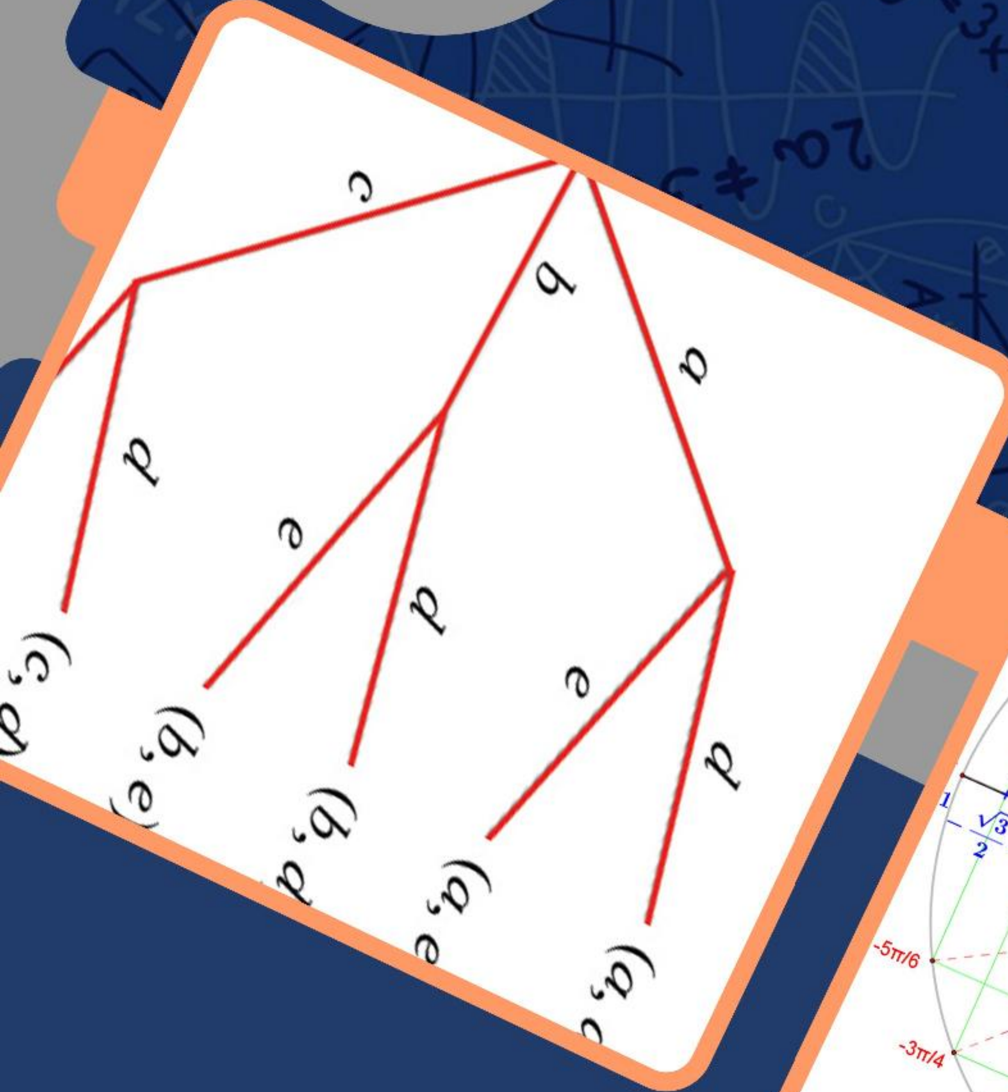
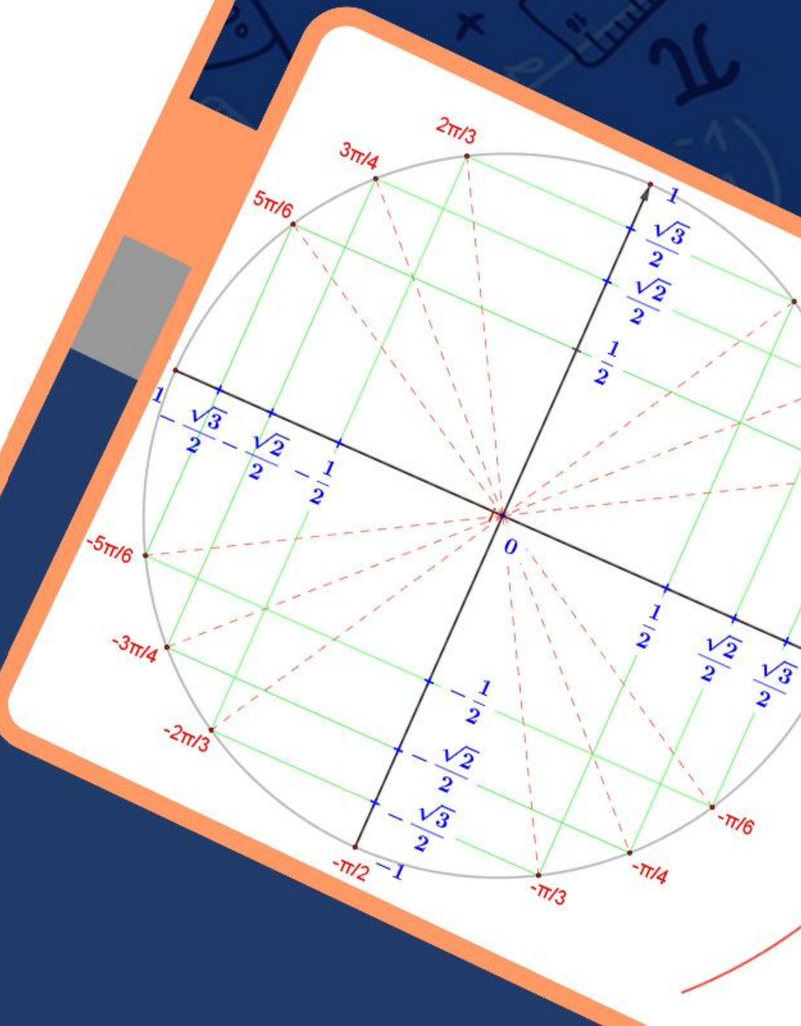
TRAVAUX DIRIGÉS
SPÉCIAUX

1ère D

GPM 5ÈME EDITION

GRATUIT **100%**





@GPM 2022

AVANT PROPOS

Les systèmes éducatifs en Afrique francophone en général et au Cameroun en particulier connaissent de nos jours de nombreux problèmes parmi lesquels la préparation de l'une des étapes les plus importantes qu'est l'évaluation. Cette étape est prise en tenaille à cause de la qualité des ressources pédagogiques nécessaires pour préparer les apprenants à réagir de façon optimale aux évaluations. Chose qui ne facilite pas l'acquisition de savoir ou savoir-faire véritables, encore moins les compétences.

Face à de telles situations, un collège d'enseignants camerounais, réuni dans un forum WhatsApp dénommé ''Grandprofs de maths (GPM)'' a décidé de faire de sa 5ème édition, la confection des fiches de travaux dirigés spéciaux la 6ème en Tle toutes séries confondues de l'enseignement général. Chaque fiche, pour un chapitre donné est constituée de quatre parties à savoir : les exercices de fixation, les exercices de consolidation, l'apprentissage à l'intégration qui prépare le terrain pour la dernière partie qui est l'activité d'intégration.

Conformes au nouveau programme en vigueur au Cameroun et destinés à mesurer et à consolider les ressources installées pendant la séance d'enseignement/apprentissage en vue de rendre les apprenants compétents, les documents de l'édition 5 n'ont pas pour objectif de substituer les livres inscrits au programme par la haute hiérarchie, mais d'être plutôt le complémentaire de ces derniers. Nous sommes persuadés que cette ressource pédagogique sera sans doute un catalyseur qui mettra en évidence le meilleur qui somnole en chaque apprenant.

Dans un écosystème où le bien-être des enseignants n'est pas encore une effectivité, il a fallu de l'amour, du professionnalisme, de la détermination et de la témérité de ce groupe d'enseignants motivés de bout en bout par les administrateurs de GPM dont en premier *M. POUOKAM LEOPOLD LUCIEN*. Difficile de ne pas mentionner les collègues *M. NTAKENDO EMMANUEL ; M. TSOPMO WILFRIED ; M. FANLEU EDDY ; M. OUAFEU TOKAM GUY PAULIN ; M. TACHAGO WILFRIED ; M. SIYAPDJE HENRI ; M. NGUETSE ARANAUD ; M. BAYIHA GHISLAIN* et *M.GUELA KAMDEM PIERRE* dont l'apport dans la fusion et les couvertures ont été capitale ; un coup de chapeau à tous les collègues qui ont cru en la réussite de ce nouveau projet en réalisant au moins une fiche de travaux dirigés sur l'un des 185 chapitres et en apportant des critiques et suggestions qui ont permis de faire tendre le fond et la forme de ces documents vers la perfection

Nous sommes convaincus que ces productions seront d'un apport certain pour la communauté éducative en général et que les apprenants pourront mieux faire face aux nombreux défis qui les attendent au sortir du secondaire. Nous vous seront gré de nous faire parvenir via l'une des adresses mails suivantes : leopouokam@gmail.com ou gkppedro@yahoo.fr vos remarques, suggestions et critiques constructives pour l'optimisation de la qualité du contenu de ces documents.

Tous les enseignants ou passionnés de mathématiques désirant faire partie de la famille « GPM » et disponibles à participer aux futurs projets du groupe peuvent écrire via WhatsApp à l'un des administrateurs ci-dessous : M. GUELA KAMDEM Pierre (697 473 953/ 678 009 612), M. POUOKAM NGUEGUIM Léopold Lucien (696 090 236/ 651 993 749) et M. TACHAGO WABO Wilfried Anderson (699 494 671).

NB : Toute utilisation d'un document de cette collection à but lucratif est formellement proscrite.

Les auteurs.

TABLE DES MATIERES

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »
ENSEIGNANT : Rolin Cédrique WAMBA
TEL : 653 00 06 05 / 690 06 43 52

ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023
TD : MATHEMATIQUES
CLASSE : 1ERE D&TI
DUREE : ……. HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 1:EQUATIONS ET INEQUATIONS

Savoir-faire :

- ✓ **Résoudre des équations en utilisant leur forme canonique, puis en utilisant le discriminant.**
- ✓ **Dresser le tableau des signes d'un polynôme du second degré puis résoudre des inéquations de degré2**
- ✓ **Factoriser un polynôme de degré 2 en utilisant ses racines éventuelles.**
- ✓ **Résoudre des systèmes d'équations à deux inconnues dont la résolution se ramène à une équation su second degré dans$\mathbb{R}$.**
- ✓ **Vérifier qu'un nombre réel est zéro d'un polynôme.**
- ✓ **Factoriser un polynôme de degré 3 connaissant un de ses zéros, en utilisant la méthode par division euclidienne ou la méthode des coefficients indéterminés.**
- ✓ **Résoudre des équations de degré 3.**
- ✓ **Résoudre des inéquations de degré 3.**
- ✓ **Dresser le tableau des signes d'un polynôme de degré 3.**
- ✓ **Dresser le tableau des signes d'un polynôme ou autre expression dont on connaît tous les zéros éventuels.**
- ✓ **Résoudre des équations irrationnelles du type : (1)$\sqrt{\mathbf{ax+b}} = \mathbf{cx+d}$ par la résolution de l'équation (2) $\mathbf{ax+b} = (\mathbf{cx+d})^2$,**
- ✓ **Résoudre des inéquations dutype : $\sqrt{\mathbf{ax+b}} \leq (<) cx+d$.**

I. Exercices de fixation

Ressource 1 : Forme canonique/ discriminant

EXERCICE 1**:**

On considère les trinômes de second degré d'expressions : $Q(x) = x^2 - 3x + 1$ et$P(x) = -2x^2 - x + 3$.

1) La forme canonique de : a. Q est : (i) $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$; (ii) $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$; (iii) $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{5}{4}$

   b. P est : (i) $-2\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{25}{8}$; (ii) $-2\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{25}{8}$; (iii) $-2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{25}{8}$

2) Le Discriminant de : a. Q est : (i) -5 ; (ii) 5 ; (iii) 9. b. $Q(x)$ est : (i) -25 ; (ii) 23 ; (iii) 25□

EXERCICE 2:

1) Calculer le discriminant de chacun des polynômes suivants :

a.$P(x) = 2x^2 - x - 6$;**b**.$C(x) = -x^2 - x - 6$; **c.**$U(x) = x^2 - x + 1$;

d.$N(x) = 2x^2 + \frac{3}{2}x - 5$; e. $W(x) = -\frac{1}{3}x^2 + x + 3$; f. $T(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$

2) Mettre chacun des polynômes ci-dessus sous la forme canonique.
3) Le polynôme T défini en (1.f) admet un discriminant positif vrai ou faux ?

EXERCICE 3:

Utiliser la forme canonique pour factoriser chacun des polynômes ci-dessous puis en déduire les solutions de l'équation $P(x) = 0$ dans chaque cas.

a) $P(x) = -2x^2 - 5x + 3$; b) $P(x) = x^2 + 2x - 8$; c) $P(x) = -3x^2 + 6x - 2$;
d) $P(x) = x^2 + 6x + 16$; e) $P(x) = -2x^2 - 5x + 3$; f) $P(x) = -2x^2 + 5x - 6$

🕮 EXERCICE 4 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$les équations suivantes :

a) $x^2 - 5x + 2 = 0$; b) $2x^2 - 3x - 5 = 0$; c) $x^2 - 6x + 9 = 0$; d) $x^2 - 2x + 6 = 0$;
e) $x^2 + 16x + 63 = 0$; f) $-2x^2 - 5x + 3 = 0$; g) $-\frac{1}{2}x^2 - \frac{11}{3}x - \frac{7}{6} = 0$; h) $-5x^2 + 2x\sqrt{5} - 1 = 0$.

🕮 EXERCICE 5 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $x(x-3) = 2(x-1)$; b) $(4x+1)(x-2) = (x+3)(x-2)$; c) $a - 3\sqrt{a} - 4 = 0$;

✍ **Ressource 2 :** Equations du second degré-Somme et produit

🕮EXERCICE 1:

On considère les polynômes du second degré suivants :

$E(x) = -2x^2 - x + 6$;$F(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$

1) Sans les déterminer, démontrer que les polynômes E et F admettent chacun deux racines ;
2) La somme des racines du polynôme E est :a.-3 ; b.$\frac{1}{2}$; c.2 ; d. pas de réponse juste ;
3) La somme des racines du polynôme F est : a. 2; b. -3;c.$-\frac{1}{2}$; d. pas de réponse juste ;
4) Le produit des racines du polynôme F est : a. 3 ;b.$\frac{3}{2}$; c. 2 ; d. pas de réponse juste ;
5) Le produit des racines du polynôme E est : a.$-\frac{1}{2}$; b. 3 ; c. -3 ;d. pas de réponse juste.

🕮EXERCICE 2 :

Pour chacun des polynômes ci-dessous, déterminer la somme S et le produit P :

a) $Q(x) = x^2 - 3x + 1$;
b) $P(x) = -2x^2 - x + 3$;
c) $S(x) = -\frac{1}{3}x^2 + x + 3$;
d) $Q(x) = x^2 - 2(1 - \sqrt{3})x + 2\sqrt{3}$;
e) $Q(x) = \sqrt{3}x^2 - 6x + 3\sqrt{3}$

NB : Ecrire le résultat le plus simplement possible.

🕮EXERCICE 3 :

Déterminer, s'ils existent, deux nombres réels dont la somme est S et le produit est P dans chacun des cas ci-dessous :

a) $P = 20$ et $S = -9$; b) $S = 3$ et $P = 4$; c) $P = \frac{1}{2}$et $S = \sqrt{2}$; d) $S = -1$ et $P = 12$

✍ **Resource 3** : Factorisation par des racines éventuelles (second degré)

🕮EXERCICE 1 :

Un polynôme du second degré a pour racines -2 et 7. Sa forme factorisée est :

a) $(x-2)(x+7)$; b) $(x+2)(x-7)$; c) $(x-2)(x-7)$; d) $(x+2)(x-7)$

🕮 EXERCICE 2 :

On considère les polynômes suivants :

$P(x) = x^2 - 3x + 1$; $U(x) = x^2 - x + 1$; $T(x) = 4x^2 + 4x + 1$; $Q(x) = 5x^2 - 7x + 3$

Après avoir déterminé les racines de chacun de ces polynômes, donner sa forme factorisée.

✍ **Resource 4** : Tableau de signes/ Inéquations de degré 2

🕮 EXERCICE 1 :
On donne les polynômes suivants :

$P(x) = x^2 - 3x + 1$; $U(x) = x^2 - x + 1$; $T(x) = 4x^2 + 4x + 1$; $Q(x) = 5x^2 - 7x + 3$

1) Pour chacun des polynômes ci-dessus, dresser son tableau de signes
2) En déduire le signe du polynôme $Q(x)$ et $P(x)$
3) En déduire les solutions de l'inéquation $T(x) \leq 0$.

✍ **Resource 6** : systèmes à deux inconnues se ramenant à une équation du second degré.

🕮 EXERCICE 1:
Deux nombres réels ont pour somme et produit respectifs -1 et $-\ 90$. Déterminer les.

🕮 EXERCICE 2:
Déterminer les couples $(x\,;y)$ solution de chacun des systèmes d'équations suivants :

a) $\begin{cases} xy = 5 \\ x + y = -24 \end{cases}$; b) $\begin{cases} 10x + 10y = 23 \\ xy = \frac{3}{10} \end{cases}$; c) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5 \\ xy = \frac{1}{6} \end{cases}$; d) $\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 13 \\ xy = -2 \end{cases}$

🕮 EXERCICE 3 :
Déterminer les dimensions d'un champ rectangulaire de superficie$360m^2$ et de périmètre $78m$.

✍ **Resource 7 :** Zéros d'un polynôme, factorisation d'un polynôme de degré 3.

🕮EXERCICE 1 :
On considère les polynômes suivants :

$P(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 10$; $Q(x) = x^4 + 2x^3 - 16x^2 - 2x + 15$

1) Quand dit-on qu'un nombre réel β est une racine d'un polynôme P ?
2) Le nombre réel $\alpha = 2$ est racine du polynôme P **vrai** ou **faux** ?
3) $Q(-3) = 0$ **vrai** ou **faux** ?

🕮EXERCICE 2 :
Dans chacun des cas ci-dessous, montrer que le nombre réel α est une racine du polynôme T.

a) $T(x) = x^4 - x^3 - 13x^2 + x + 12$;$\alpha = 1$ et $\alpha = -1$
b) $T(x) = x^3 - 7x^2 - 7x + 8$;$\alpha = -5$
c) $T(x) = x^3 - \frac{5}{2}x^2 + \frac{5}{2}x - \frac{3}{4}$; $\alpha = \frac{1}{2}$

🕮EXERCICE 3 :
Sachant que le nombre réel $\alpha = -5$ est une racine du polynôme P défini par : $P(x) = x^3 - 7x^2 - 7x + 8$, déterminer les deux autres racines puis en déduire la forme factorisée de $P(x)$.

✍ **Resource 8 :** Résolution des équations de degré 3

🕮EXERCICE 1 :
Soit N le polynôme défini pour tout t appartenant à $\mathbb{R}$ par $N(t) = t^3 - 8t^2 + t + 42$

1) L'expression $N(t)$ peut se mettre sous la forme $N(t) = (t - 7)(et^2 + dt + c)$, où e, d et c sont des nombres réels **vrai** ou **faux** ? justifier votre réponse.
2) Les nombres réels 3 et -2 sont solutions l'équation $N(t) = 0$ **vrai** ou **faux** ? justifier clairement votre réponse.
3) En déduire dans $\mathbb{R}$ les solutions de l'équation $N(t) = 0$.

🕮EXERCICE 2 :
Après avoir déterminé une racine évidente du polynôme P, résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.

a) $P(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$
b) $P(x) = x^3 + 5x^2 + 4x - 6$
c) $P(x) = 2x^3 + x^2 - 5x + 2$
d) $P(x) = x^3 - x^2 - 5x - 3$

e) $P(x) = x^3 + x^2 - x - 1$

f) $P(x) = -3x^3 + \frac{11}{2}x^2 - 3x + \frac{1}{2}$

Resource 9 : Tableau de signes/ Inéquations de degré supérieur ou égal à 3

EXERCICE 1 :

Soit T le polynôme défini pour tout x appartenant $\mathbb{R}$par $T(x) = x^3 - 8x^2 + x + 1$.

Choisir la bonne réponse parmi celles proposées.

1) Le tableau de signe du polynôme T est :

a.

x	-00		- 2		3		7		+00
T(x)		+	0	+	0	-	0	+	

b.

x	-00		- 2		3		7		+00
T(x)		-		+		-		+	

c. Pas de réponse juste

2) L'inéquation $T(x) < 0$ a pour solution dans $\mathbb{R}$:

a. $]-\infty; -2] \cup]3; 7]$; b. $]3; 7]$; c. Pas de réponse juste

EXERCICE 2:

On considère le polynôme U défini pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$ par : $U(x) = x^3 + x^2 - x - 1$

1) Résoudre l'équation $U(x) = 0$
2) Dresser le tableau de variation du polynôme U.
3) En déduire dans $\mathbb{R}$ les solutions de l'inéquation $U(x) \leq 0$, $U(x) < 0$, $U(x) > 0$, $U(x) \geq 0$

EXERCICE 3 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

$x^3 + 5x^2 + 4x - 6 > 0$;$x^3 - x^2 - 5x - 3 \leq 0$; $2x^3 + x^2 - 5x + 2 \geq 0$; $x^3 + \frac{11}{2}x^2 - 3x < 4x^3 - \frac{1}{2}$

Resource 10 : Résolution des équations irrationnelles du type $\sqrt{ax+b} = cx + d$

EXERCICE 1 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$les équations suivantes :

$\sqrt{x+3} = x - 4$;$\sqrt{x-1} = x$; $\sqrt{x} = x - 2$;$\sqrt{x-3} = -x + 5$;

$\sqrt{-2x+1} = \frac{1}{2}x$;$\sqrt{\frac{3}{2}x - 4} = -7$; $\sqrt{2-x} = x + 10$; $\sqrt{\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}} = \frac{1}{4}x - 1$

Resource 10 : Résolution des inéquations irrationnelles du type $\sqrt{ax+b} \leq (<)cx + d$

EXERCICE 2 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

$\sqrt{x+3} \leq x - 4$; $\sqrt{x-1} < x$; $\sqrt{x} < x - 2$; $\sqrt{x-3} \leq -x + 5$;

$\sqrt{-2x+1} \leq \frac{1}{2}x$; $\sqrt{\frac{3}{2}x - 4} = -7$; $\sqrt{2-x} < x + 10$; $\sqrt{\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}} = \frac{1}{4}x - 1$

II. Exercices de consolidation

Exercice 1 :

Soit le polynôme Q défini par $Q(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 10$

1) Vérifier que 2 est une racine du polynôme Q
2) Factoriser le polynôme Q en utilisant la division euclidienne.
3) Factoriser le polynôme Q en utilisant la méthode d'identification des coefficients

Exercice 2 :

On considère le polynôme P défini par $P(x) = x^4 + 2x^3 - 16x^2 - 2x + 15$

1) Calculer $P(-1)$ et $P(1)$ puis conclure.
2) Factoriser le polynôme P.

3) Dresser le tableau de signe du polynôme P.
4) En déduire le signe du polynôme P.

📖**Exercice 3** :

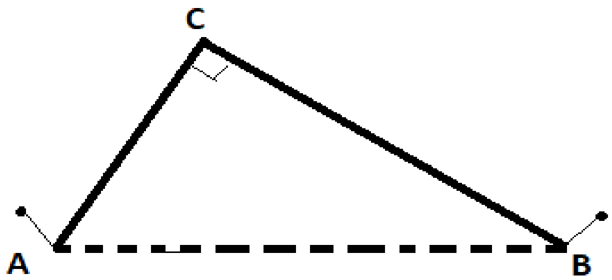
Soit T le polynôme défini par $T(x) = x^3 + ax^2 + bx + 6$; a et b étant des nombres réels.

1) Sachant que $T(-1) = 8$ et $T(-2) = 0$, déterminer a et b.
2) On suppose que $T(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$;
   a) Donner l'expression factorisée de $T(x)$;
   b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $T(x) = 0$;
   c) En déduire dans $\mathbb{R}$ les solutions de l'inéquations $T(x) < 0$;
   d) Trouver dans $\mathbb{R}$ les solutions de l'équation $T(x) = -2$;
   e) Déterminer $\mathbb{R}$ les solutions de l'équation $T(x + 4) = 0$;
3) On suppose que $a = 2$ et $b = -1$. Démontrer que -3 est l'unique solution de l'équation $T(x) = 0$.

III. Apprentissage à l'intégration

📖**Exercice 1** :

Une ficelle longue de 89cm est fixée à ses extrémités par deux clous A et B distants de 65cm. Voir la figure ci-dessous.

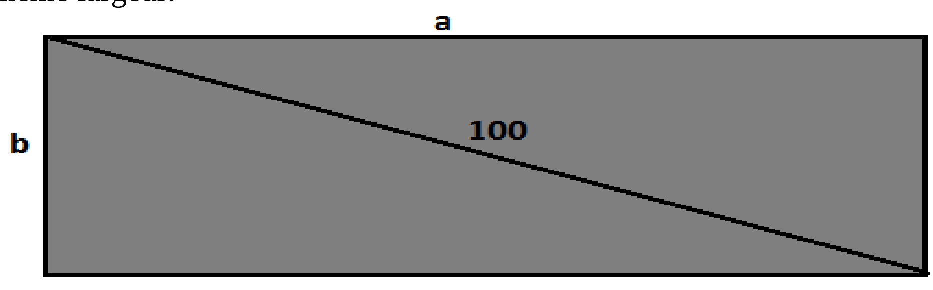


Peut-on tendre la ficelle de manière à ce que le triangle ABC soit rectangle en C ?

IV. Activités d'intégration

📖**Situation 1** :

Le schéma ci-dessous représente le terrain de M. Nding. Il souhaite utiliser ce terrain rectangulaire pour la culture du maïs. Pour cela, il voudrait utiliser du fil barbelé dont le mètre coûte 210fcfa pour faire trois tours de son terrain afin qu'il soit à l'abri des animaux et des personnes mal intentionnées. M. Nding a semé de tel sorte que deux pieds de maïs sur la largeur et sur la longueur soient distants d'un mètre. Ce dernier a prévu sur chaque coté de son terrain une piste d'un mètre de large. Pendant les récoltes, un commerçant décide d'acheter tout le champ de maïs de à raison de 190fcfa par pied. Après les récoltes, la municipalité a sollicité son terrain et ses environs pour le projet d'implantation d'un parc. Les propriétaires de terrain ont été indemnisés et chacun a reçu 4 500fcfa par mètre carré. La municipalité a décidé de doubler la superficie du terrain de M. Nding de façon à garder sa forme pour la réalisation de ce projet. Pour ce fait elle a décidé d'augmenter la longueur et la largeur par des bandes de même largeur.



Tâches :

1. 173 200fcfa suffiront-ils à M. Nding pour entourer son terrain ? justifier votre réponse.

2. En supposant que le terrain de M. Nding mesure 240 mètres de long et 160 mètres de large, déterminer la largeur des bandes nécessaires et en déduire le montant déboursé par la municipalité pour les indemnisations.
3. Déterminer le prix de vente du maïs après les récoltes sachant que tous les pieds ont produit.

« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES

LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »

ENSEIGNANT : RICHARD NANA

TEL : 696826822 / 671379231

ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023

TD : MATHEMATIQUES

CLASSE : 1^{ERE} D&TI

DUREE : ……. HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 2 : SYSTEMES LINEAIRES

- ✓ **Résoudre dans IR^2 un système d'équation par la méthode du déterminant.**
- ✓ **Résoudre dans IR^3 un système d'équation par la méthode par substitution.**
- ✓ **Résoudre dans IR^3 un système d'équation par la méthode du pivot de Gauss.**
- ✓ **Résoudre un problème concret de la vie en utilisant un système de deux équations à deux inconnues**
- ✓ **Résoudre un problème concret de la vie en utilisant un système de trois équations à trois inconnues**

I. Exercices de fixation

Ressource 1 : propriétés de résolution d'un système linéaire dans IR^2 par la méthode du déterminant

EXERCICE : 1

On considère dans IR^2 le système suivant : $(S)\colon \begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$; d'inconnue $x\ et\ y$ ou $a; b; c; a'; b'\ et\ c'$désignent des nombres réels.

1) Le déterminant $dét(s)$ de ce système :
   a) $ab'-a'c$; b) $c'b'-a'c$; c) $ab'-a'b$
2) Le déterminant suivant la variable x $dét(x)$ de ce système :
   a) $c'b'-c'b$; b) $c'b'-a'c$; c) $ab'-a'b$
3) Le déterminant suivant la variable y $dét(y)$ de ce système :
   a) $c'b'-c'b$; b) $ac'-a'c$; c) $ab'-a'b$
4) Le système (S)admet une infinité de solution lorsque :
   a) $dét(s)=dét(x)=dét(y)=0$; b) $dét(s)\neq 0\ et\ dét(x)=0\ ou\ dét(y)=0$; c) $a=a'$
5) Le système (S) n'admet pas de solution lorsque :
   a) $dét(s)=dét(x)=dét(y)=0$; b) $dét(s)=0\ et\ dét(x)\neq 0\ ou\ dét(y)\neq 0$; c) $c=c'$
6) Le système (S)admet une unique solution lorsque :
   a) $dét(s)=dét(x)=dét(y)=0$; b) $dét(s)\neq 0$; c) $b=b'$

Ressource 2 : Détermination des solutions d'un système linéaire

EXERCICE : 1

1) le système $s_1\colon \begin{cases} 2x-4y=9 \\ -x+\frac{1}{2}y=14 \end{cases}$ admet pour déterminant :

a) 3 ; b) -3 ; c) $\sqrt{3}$

2) Le système $s_2 : \begin{cases} 2x+6y=5 \\ x+3y=-4 \end{cases}$ admet une infinité de solution

a) Vrai ; b) faux

3) Dans IR×IR le système suivant à pour ensemble solution : $(s) : \begin{cases} -x+2y=4 \\ -3x+4y=18 \end{cases}$

a) $\{(3;-2)\}$; b) $\{(-2;3)\}$; c) $\{(-7;3)\}$; d) $\{-2;3\}$; e) $\{(-10;-3)\}$

4) Le triplet des réels $(1;8;2)$ est solution du système d'équation : $\begin{cases} x-y+z=-5 \\ 2x-y+5z=6 \\ 3x+2y-z=8 \end{cases}$

a) vrai ; b) faux

5) La solution dans $\mathbb{R}^3$ du système : $\begin{cases} x-2y+3z=2 \\ -x+4y+z=4 \\ 2x+2y-z=3 \end{cases}$ est :

a) $\{(-5;-2;1)\}$; b) $\{1;1;1\}$; c) $\{(1;1;1)\}$.

✍ Resource 3 : Résolution des systèmes auxiliaires

🕮 EXERCICE : 1

1) On considère dans IR^2 les systèmes : (S) : $\begin{cases} 3x+2y=14 \\ -2x+7y=-1 \end{cases}$

a) Résoudre dans IR^2 par la méthode du déterminant le système (S)

b) En déduire dans IR^2 l'ensemble solution du système : $(S') : \begin{cases} 3x^2+2|y-2|=14 \\ -2x^2+7|y-2|=-1 \end{cases}$

c) En déduire dans IR^2 l'ensemble solution système : $(S'') : \begin{cases} \frac{3}{x+2}+2(y-1)^2=14 \\ \frac{-2}{x+2}+7(y-1)^2=-1 \end{cases}$

🕮 EXERCICE : 2

1) Résoudre dans IR^3 par la méthode du pivot de Gauss le système suivant :

$$s_1 : \begin{cases} 6x+3y+2z=79 \\ x+y+z=18 \\ 12x+3y+2{,}02z=139{,}1 \end{cases}$$

2) En déduire dans IR^3 l'ensemble solution du système : $s_2 : \begin{cases} 6x^2+\frac{3}{y-2}+2\sqrt{z}=79 \\ x^2+\frac{1}{y-2}+\sqrt{z}=18 \\ 12x^2+\frac{3}{y-2}+2{,}02\sqrt{z}=139{,}1 \end{cases}$

✍ Resource 4: Résolution des systèmes faisant intervenir des équations du second degré ou des équations bicarrées.

🕮 EXERCICE : 1

Soient x et y deux nombres réels vérifiant : $\begin{cases} xy=-2 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$.

1) x et y ont-ils le même signe ? justifier votre réponse.

2) Montrer que x est solution de l'équation : (E) : $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$.

3) Résoudre l'équation (E) et en déduire les valeurs de x et y.

4) Résoudre dans IR^2 les systèmes suivants :

$$S_1 : \begin{cases} x^2 + y^2 = 89 \\ xy = 40 \end{cases} ; S_2 : \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 27 \\ xy = 36 \end{cases} ; S_3 : \begin{cases} x^2 + y^2 = 125 \\ (x-1)(y-1) = 36 \end{cases} ; S_4 : \begin{cases} a + b = 13 \\ 4a^2 - 64b^2 = 41 \end{cases}$$

- Resource 5 : Résolution d'un système de 3 équations à 3 inconnues par la méthode du pivot de Gauss et par substitution.

📖 EXERCICE : 4

1) Résoudre dans IR^3 par la méthode du pivot de gauss les systèmes suivants :

$$S_1 : \begin{cases} 2x - y + 3z = 9 \\ x + y + 2z = 9 \\ 5x + 2y + 9z = 36 \end{cases} \quad ; \quad S_2 : \begin{cases} x + 2y + 3z = 10 \\ 4x + 5y - 6z = 20 \\ -7x - 8y + 9z = 30 \end{cases}$$

2) Résoudre dans IR^3 par substitution les systèmes suivant :

$$S'_1 : \begin{cases} x + y + z = 21 \\ 2x + y = 20 \\ x + 2z = 3 \end{cases} \qquad S''_2 : \begin{cases} 2x + 3y - z = -31 \\ x - y + z = 20 \\ y - z = -17 \end{cases}$$

II. Exercices de consolidation

📖 EXERCICE : 1

1) Résoudre dans IR l'équation : $x^2 - 4x - 480 = 0$

2) Un chef d'entreprise souhaite partager équitablement la somme de 9600 euros entre les différents employés .S'il exclut les quatre responsables de secteur, la part des autres employés est augmentée de 80 euros. Désignons par x le nombre d'employé et par y la part de chaque employé.

   a) Montrer que x et y vérifient le système (S): $\begin{cases} 20x - y = 80 \\ xy = 9600 \end{cases}$

   b) Résoudre dans IR^2 le système (S).

   c) Quel est le nombre total d'employés ? Quel est la part de chacun ?

📖 EXERCICE : 2

1) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système (s): $\begin{cases} 584x + 558y + 365z = 201800 \\ x + y + z = 380 \\ y - z = 20 \end{cases}$

(On pourra utiliser la substitution ou le pivot de Gauss).

2) Un commerçant remplit chaque semaine trois fûts contenant respectivement de super (essence), de gasoil et de pétrole lampant pour un montant total de 210800F ; le fût de gasoil contient 20 litres de plus que celui de pétrole lampant et la capacité totale de ces trois fûts est de 380 litres.

Tâche : Trouve la capacité de chacun de ces trois fûts sachant qu'un litre de super coûte 584F, un litre de gasoil 558F et un litre de pétrole 365F.

📖 EXERCICE : 3

1) Résoudre dans IR^3 le système d'équations ci-après : $\begin{cases} 8x+3y+z=314 \\ 5x+2y+2z=225. \\ 12x+5y+z=478 \end{cases}$

2) Dans un magasin spécialisé ; NANA, MBONDA et NGAMI ont acheté des articles de mêmes variétés.
NANA a acheté 12 rouleaux de papier peint, 5kg de peinture et 1 kg d'apprêt pour un montant total de 47.800 FCFA.
MBONDA a acheté 5 rouleaux de papier peint, 2kg de peinture et 2 kg d'apprêt pour un montant total de 22.500 FCFA.
NGAMI a acheté 8 rouleaux de papier peint, 3kg de peinture et 1 kg d'apprêt pour un montant total de 31.400 FCFA.

Tâche : Déterminer le prix du rouleau de papier peint, le prix du kilogramme de peinture et le prix d'un kilogramme d'apprêt.

📖 EXERCICE : 4

1) Déterminer le triplet de réels vérifiant le système : $\begin{cases} x+y=21 \\ x+z=10 \\ y+z=19 \end{cases}$

2) Après son succès au baccalauréat, Mme HENRI désire offrir à son fils : un téléphone, un ordinateur et une paire de chaussure. Un commerçant l'informe que : Un téléphone et un ordinateur coûtent ensemble 210.000FCFA ; Un téléphone et une paire de chaussure coutent ensemble 100.000FCFA ; Un ordinateur et une paire de chaussure coûtent ensemble 190.000FCFA

Tâche : Détermine la dépense totale de Mme HENRI pour l'achat de ces 3 articles.

III. Apprentissage à l'intégration

📖EXERCICE 1 :

En semaine un zoo propose deux tarifs : un tarif adulte et un tarif enfant. Le dimanche le tarif adulte est le même qu'en semaine alors que le tarif entant est réduit de 20 % .

- Lundi, le zoo reçoit 150 adultes et 210 enfants. La recette totale est de 3270 euros
- Dimanche le zoo reçoit 1070 visiteurs dont 350 adultes. La recette totale est 8232 euros

Tâche : trouve le tarif adulte en semaine et celui de l'enfant le dimanche

📖EXERCICE 2 :

Pour une bonne préparation à l'examen Baccalauréat de fin d'année session 2022, Un groupe d'élèves du collège bilingue LENYA s'organisent pour étudier chaque week-end, tous doivent donner la même somme d'argent pour acheter de quoi manger et le matériel ; ils votent un budget de 120.000F.juste avant la cotisation,4 élèves s'ajoutent et la somme de chaque élève est réduite de 1000F.

Tâche : Détermine le nombre d'élèves que comptent ce groupe d'études ainsi que la cotisation la cotisation finale de chacun.

📖EXERCICE 3 :

Une station-service affiche les prix suivants à la pompe par litre :
Essence super : 650 FCFA, Gasoil : 600 FCFA et Pétrole : 350 FCFA.

Pour un montant de 219 750 FCFA, un entrepreneur remplit trois bidons : l'un avec du super, l'autre avec du gasoil et le dernier avec du pétrole. Le bidon du gasoil contient 15 litres de plus que celui du pétrole. La capacité totale des trois bidons est de 385 litres.

Tâche : Trouver les capacités respectives des trois bidons.

📖EXERCICE 4 :

A l'occasion du départ à la retraite d'un designer, une cotisation est faite par tous ses collègues pour lui acheter un vélo pour sport coûtant 90.000F.chaque collègue devant donner la même somme pour cet achat.

Tâche : Détermine le nombre d'employés encore en service sachant que si 6 employés ne participent plus, à la cotisation, la cotisation de chaque Employé sera majorée de 750F.

📖EXERCICE 5 :

Un marchand de jouets désirant attirer chez lui des enfants potentiels distribuait chaque jour le même nombre de bonbons gratuitement aux enfants qui se présentaient chez lui à la sortie de l'école. Le lundi n enfants se sont partagés à égalité les bonbons. Le mardi quatre enfants des n enfants ne vinrent pas ; alors chacun des autres eut 6 bonbons de plus. Le mercredi, certains des n enfants ont ramené des copains, il y avait 12 enfants de plus, de sorte que chacun d'eux eut 6 bonbons de moins.

1) En désignant : B le nombre de bonbons que distribuait le marchand ; b le nombre de bonbons reçus le lundi par chacun des a enfants.

Montrer que a et b vérifient le système : $\begin{cases} 6a - 4b = 24 \\ 12b - 6a = 72 \end{cases}$.

2) Déterminer :
   a) Le nombre de bonbons que chaque enfant avait reçus le lundi.
   b) Le nombre d'enfants qui se sont présentés le lundi chez le marchand.
   c) Le nombre de bonbons que le marchand distribuait chaque jour.

IV. Activités d'intégration

📖Situation 1 :

En janvier 2019 M.EWANE a placé la somme de 1.000.000F dans une banque à un taux d'intérêt composé de x %.Après 2 ans, il retire son capital et l'intérêt d'un montant de 1.081.600F. Il organise alors la dote de sa femme. Pour habiller les membres d'une association de femmes en tenue uniforme dont Mme EWANE est membre; le bureau désigne Mme NANA qui est commissaire au compte, pour l'achat en gros des pagnes et la vente auprès des membres. Avec les 58.500 F que dispose Mme NANA, elle se rend compte qu'elle peut acheter un certain nombre de pagnes dans la boutique de MAMADOU ; mais ABOUBACAR le voisin de MAMADOU lui dit que pour la même somme, elle pourrait acheter chez lui 3 pagnes de plus et à 1.350 F de moins par pagne. Suite à l'accouchement du premier Fils de M.EWANE l'association s'est rendue chez lui pour un voir bébé et au retour du voir bébé certains membres de cette association se sont arrêtés dans un Bar et par la suite 3 d'entre eux ont commandé à boire :

- L'un paye 5300 F pour 3 bouteilles d'eau super mont ; 5 bouteilles de jus orange et 2 bouteilles de bière
- Le second paye 5200 F pour 2 bouteilles d'eau super mont ; 4 bouteilles de jus orange et 3 bouteilles de bière
- Un troisième paye 6600 F pour 5 bouteilles d'eau super mont ; 6 bouteilles de jus orange et 2 bouteilles de bière

Tâches :

1) Déterminer alors le nombre de pagnes que Mme NANA pourrait acheter chez MAMADOU ainsi que le prix d'un pagne dans sa boutique.

2) Détermine le taux d'intérêt (x) de cette banque

3) Quel était dans ce palace le prix d'une bouteille d'eau super mont ; d'une bouteille de jus orange et d'une bouteille de bière.   ?

Situation 2 :

Le détaillant en électroménager NANA. Sarl a commandé des lampes à incandescence pour la somme de 4375 FCFA et a constaté une erreur à la livraison. Le fabricant a expédié des lampes valant 3,75frs de moins par unité, mais leur nombre est supérieur de 15 au nombre de lampes commandés.
Après la réussite au baccalauréat S ; BOLLORE le fils de NANA. Sarl a réussi a un concours avec une moyenne de 12, il a passé trois épreuves : français (coef :4), mathématiques (coef :3), et culture générale (coef :2). Sans tenir compte des coefficients, la somme de ses trois notes est de 37 et il a eu 8points de plus à l'épreuve de culture générale qu'à celle de mathématiques.
Après une journée de mente, NANA. Sarl rentre chez lui et le lendemain, il envoie son fils BOLLORE acheté des œufs de 29400F dans un complexe avicole. En chemin, il casse 105 œufs. Pour récupérer les 29400F qu'il a dépensés, il revend le reste d'œufs tout en augmentant 5F sur le prix d'un œuf par rapport au prix d'achat.

Tâches :

1) Déterminer le nombre de lampes commandés et le prix d'une lampe
2) Détermine le nombre d'œufs acheté et le prix de revient d'un œuf
3) Déterminer les trois notes obtenues par BOLLORE

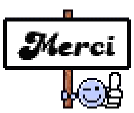
Situation 3

Un élève de la classe de première S dispose de 2400frs pour s'offrir 4 stylos et cinq cahiers de 100 pages, il lui manque alors 250frs, tandis que s'il achète 3 stylos et 4 cahiers de 100 pages, il lui restera la somme de 300frs. Pendant qu'il réfléchit son petit frère LEO va à la caisse et paye 5 cahiers de 100 pages et 8 stylos.
Une fois après ces achats LEO se rendent ensuite à city sport pour acheter une paire de tennis qui coûte 50000 frs et demandent une réduction. Le vendeur accepte de leur faire une réduction de t % et lui dit que t est la solution positive de l'équation :
$t^3 + 3t^2 - 4t - 12 = 0$ tout en le rappelant que -3 est un zéro du polynôme :
$P(t) = t^3 + 3t^2 - 4t - 12$.
Pendant trois jours de la semaine, pour une ration alimentaire équilibrée afin d'assurer la bonne croissance de ses enfants, la mère de LEO a fait les marchés suivants pour sa petite famille   (voir tableau).

jours	Nature et Quantités(en kg)			Somme dépensée
	poisson	viande	riz	
lundi	3	2	1	9000
mercredi	1	3	2	8500
jeudi	4	2	3	11500

Tâches :

1) Déterminer la somme d'argent dépensée par le petit frère pour l'achat des cahiers et stylos.
2) Déterminer la somme d'argent finalement dépensée pour l'achat de la paire de tennis après la réduction.
3) Calculer la somme dépensée par la mère pour le marché de samedi où elle a acheté 3kg de poisson ; 2kg de viande et 3kg de riz.



« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »
ENSEIGNANT : GUEGANG DONGMO STEPHAN
TEL : 698760221/652927240

ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023
TD : MATHEMATIQUES
CLASSE : 1^{ERE} C, D, E&TI
DUREE : 6 HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 3 : TRIGONOMETRIE

Savoir-faire :

- ✓ **Savoir lire et placer sur le cercle la mesure principale d'un angle**
- ✓ **Déterminer la mesure principale d'un angle**
- ✓ **Utiliser les lignes trigonométriques des angles associés**
- ✓ **Utiliser les formules de duplication et d'addition**
- ✓ **Résoudre les équations du type $cosx = a, sinx = b, tanx = c$ et $acosx + bsinx = c$ avec a, b et c des réels.**
- ✓ **Résoudre les inéquations dans lesquelles $cosx$, $sinx$ ou $tanx$ est comparé à un réel.**

I. Exercices de fixation

✍ **Ressource 1 :** Mesure principale d'un angle

📖 EXERCICE :

I) Répondre par vrai ou faux :

1) Un cercle trigonométrique est un cercle orienté dont le rayon est égal à l'unité.
2) Le sens trigonométrique est le sens de rotation des aiguilles d'une montre.

II) Choisir la bonne réponse parmi celles proposées

1) La mesure principale de l'angle orienté de mesure $\frac{498\pi}{5}$ est :

a) $-\frac{2\pi}{5}$ b) $\frac{\pi}{5}$ c) $-\frac{\pi}{5}$ d) $\frac{4\pi}{5}$

2) La mesure principale α d'un angle orienté x est tel que :

a) $x = \alpha + 3k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$ b) $x = \alpha + 2k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$ c) $x = \alpha + k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$ d) $x = \alpha + \pi$

3) La mesure principale α d'un angle orienté x est tel que :

a) $sinx = cos\alpha$ et $cosx = sin\alpha$ b) $sinx = -sin\alpha$ et $cosx = cos\alpha$ c) $sinx = sin\alpha$ et $cosx = -cos\alpha$

III) Déterminer la mesure principale des angles orientés suivant : $\frac{59\pi}{3}$; $\frac{87\pi}{5}$; $\frac{57\pi}{5}$; $\frac{-129\pi}{5}$; $3123\,\pi$; $2000\,\pi$.

IV) Calculer le cosinus et le sinus de l`angle $\frac{59\pi}{3}$ et $tan(\frac{13\pi}{4})$.

✍ **Ressource 2 :** Angles associés et lignes trigonométriques

📖 EXERCICE :

Répondre par vrai ou faux :

1) Pour tout réel x, on a :$-1 \leq cosx \leq 1$ et $-1 \leq sinx \leq 1$.
2) Pour tout réel x, on a :$\cos(x+\pi) = cosx$.
3) Pour tout réel x, on a :$\sin(x+2\pi) = sinx$.
4) Pour tout réels x, on a :$cos^2x + sin^2x = 1$.
5) On donne $cosx = -\frac{1}{2}$ et $sinx = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; une valeur de x est alors$-\frac{2\pi}{3}$.

Resource 3 : Formules de duplication et d'addition

EXERCICE :

1) Soit $E(x) = 1\text{-}2\sqrt{3}cos2xsin2x - 2sin^2 2x$; $E(x)$ peut encore s'écrire :

a) $2sin(4x - \frac{\pi}{3})$ b) $\frac{1}{2}cos(4x + \frac{\pi}{3})$ c) $2cos(4x + \frac{\pi}{3})$ d) $\frac{1}{2}cos(2x - \frac{\pi}{3})$

2) Exprimer A, B, C et D en fonction de $cosx, cosy, sinx$ et $siny$.

$A = \cos(x+y) + \cos(x-y)$, $B = \cos(x+y) - \cos(x-y)$

$C = \sin(x+y) + \sin(x-y)$ et $D = \sin(x+y) - \sin(x-y)$

3) Ecrire le plus simplement possible.

$E = \sin(a+x)\sin(a-x) - \cos(a+x)\cos(a-x)$, $F = \sin(\pi - x) - \cos(\frac{\pi}{2} + x)$

$G = \sin(\pi - x) + \cos(5\pi + x) + \sin(4\pi - x) + \cos(8\pi + x)$,

$H = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\frac{7\pi}{2} + x\right)\sin\left(x + \frac{5\pi}{2}\right)$,

$I = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$

Resource 4 : Equations et inéquations trigonométriques

EXERCICE :

I) Choisir la bonne réponse parmi celles proposées

1) $cosx = cosy$ si et seulement si :

a) $x = y + 2k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$ b) $x = y + k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$ c) $x = y + 2k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$ ou $x = -y + 2k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$

d) $x = y + 2k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$ ou $x = \pi - y + 2k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$

2) $sinx = siny$ si et seulement si :

$a)$ $x = y + 2k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$ b) $x = y + k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$ c) $x = y + 2k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$ ou $x = -y + 2k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$

$d)$$x = y + 2k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$ ou $x = \pi - y + 2k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$

3) L'équation $cosx = a$ ou $sinx = a$ n'admet des solutions que si :

a) $-1 \leq a \leq 1$ b) $a \leq 1$ c) $a \leq -1$ d) $a \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$

4) L'équation $tanx = a$ n'admet des solutions que si :

a)$-1 \leq a \leq 1$ b) $a \leq 1$ c) $a \leq -1$ d) $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$

5) Si une fonction trigonométrique ne s'annule pas dans un intervalle, alors :

a) Elle est négative, b) elle est positive, c) elle garde un signe constant, d) elle varie.

II. Exercices de consolidation

Exercice 1 :

Le plan est rapporté au repère orthonormé direct $(O,\ I,\ J)$. On désigne par A, B et C les images respectives des r éels $-\frac{28\pi}{3}$, $\frac{125\pi}{8}$ et $\frac{4\pi}{3}$.

1. Placer les points A, B et C.
2. Déterminer une mesure de chacun des angles orientés suivants : $(\widehat{\overrightarrow{AO},\overrightarrow{OI}})$, $(\widehat{\overrightarrow{BO},\overrightarrow{CO}})$, $(\widehat{\overrightarrow{OB},\overrightarrow{JO}})$.
3. Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $(\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}})$

🕮**Exercice 2** :

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $\sqrt{2} + 2cos\ x = 0$; b) $\sqrt{3} = 2sin\ x$

2)a) Résoudre dans $\mathbb{R}$, puis dans $[0; 2\pi]$ l'équation $tan(2x) + \sqrt{3} = 0$.

b) Résoudre dans$[-\pi; \pi]$ l'équation : $cos\ (3x)\ - sin(\frac{\pi}{2} - 2x) = 0$.

c) Résoudre dans$[0; 2\pi]$, l'équation : $2sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{2} = 0$.

🕮**Exercice 3** :

1-a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l`équation :

$2x^2 + (1 - \sqrt{2})x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$ (on pourra remarquer que ($\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$=1+$\sqrt{2}$)

1-b) résoudre dans $\mathbb{R}$ l`inéquation : $2x^2 + (1 - \sqrt{2})x - \frac{\sqrt{2}}{2} > 0$

2-) Déduire la résolution de l'équation et de l'inéquation suivantes :

a-) $2cos^2x + (1 - \sqrt{2})\ cosx - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$ dans $\mathbb{R}$

b-) $2cos^2x + (1 - \sqrt{2})\ cosx - \frac{\sqrt{2}}{2} > 0$ dans$]-\pi; \pi]$

🕮**Exercice 4** :

1) Calculer les valeurs exactes de $cos(\frac{\pi}{12})$, $sin(\frac{\pi}{12})$, $cos(\frac{7\pi}{12})$ et de $sin(\frac{7\pi}{12})$.

2) Soit $x\ \in\ \mathbb{R}$ déterminer 4 réels a, b, c et d tels que :

$$\frac{\sqrt{3}}{2}cosx - \frac{1}{2}sinx = acos(x + b)\ et\ \frac{\sqrt{3}}{2}cosx - \frac{1}{2}sinx = csin(x + d)$$

3) a) Démontrer $\forall a, b \in \mathbb{R}$: $2sinacosb = \ sin(a + b)\ + sin(a - b)$

b) En déduire que : $2sin\frac{\pi}{7}\left(cos\frac{\pi}{7} + cos\frac{3\pi}{7} + cos\frac{5\pi}{7}\right) = sin\frac{6\pi}{7}$

🕮**Exercice 5** :

1) On donne $cos\frac{3\pi}{5} = \frac{1-\sqrt{5}}{4}$

a) Calculer $cos^2\frac{3\pi}{10}$ et $sin^2\frac{3\pi}{10}$

b) Donner la valeur exacte de $cos\frac{3\pi}{10}$ et $sin\frac{3\pi}{10}$

2) On pose $A(x)\ =\ \sqrt{3 +\ \sqrt{5}}\ \ sinx\ -\ \sqrt{3 -\ \sqrt{5}}\ cosx$

a) Déterminer α et β tels que $A(x)\ = \alpha cos(x + \beta)$ où α et β sont des nombres réels à déterminer.

b) Résoudre dans $[0, 2\pi[$ l'équation $\sqrt{3+\sqrt{5}}\ sinx - \sqrt{3-\sqrt{5}}\,cosx = 0$

📖Exercice 6 :

On considère l'équation (E) : $2\sqrt{2}\ cos^2 x + (2-\sqrt{2})cosx - 1 = 0$ et le polynôme $P(x) = 2\sqrt{2}x^2 + (2-\sqrt{2})x - 1$ de la variable réelle x.

1-Calculer $P\,(\frac{1}{2})$.

2-Verifier que le polynôme $P(x)$ admet 2 racines distinctes.

3-En utilisant la somme ou le produit des racines, déterminer l'autre racine.

4-En déduire dans l'intervalle $[0\ ;\ 2\pi[$, l'ensemble solutions de l'équation (E).

5- Placer les points images des solutions de (E) sur un cercle trigonométrique.

6- Donner la nature du polygone obtenu et calculer son aire.

📖Exercice 7 :

1) Résoudre dans $[-\pi\ ,\pi] \times [-\pi, \pi]$ le système suivant :

$$\begin{cases} x + y = \dfrac{\pi}{3} \\ sinx + siny = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

2. a) Démontrer que $cos^3 x + sin^3 x = (sinx + cosx)\,(1 - \frac{1}{2}sin2x)$

b) Résoudre dans l'intervalle $[-\frac{3\pi}{2}, 2\pi[$ l'équation $cos^3 x + sin^3 x = 0$

📖Exercice 8 :

On pose $a = cos\frac{\pi}{5}$ et $b = sin\frac{\pi}{5}$

1- Exprimer $cos\frac{2\pi}{5}$, $sin\frac{2\pi}{5}$ et $sin\frac{3\pi}{5}$ en fonction de a et b.

2- Démontrer que $sin\frac{3\pi}{5} = sin\frac{2\pi}{5}$ et en déduire que a est une solution de l'équation $(E) : 4x^2 - 2x - 1 = 0$.

3- Déterminer alors les valeurs exactes de a et b.

📖Exercice 9 :

1-) résoudre dans$]-\pi;\pi]$, le système$\begin{cases} sinx \geq -\frac{1}{2} \\ 2cosx + 1 < 0 \end{cases}$

2-) résoudre dans] $[-\pi;\pi]$, $\frac{1-2cosx}{2sinx-\sqrt{3}} \geq 0$

III. Apprentissage à l'intégration

📖Exercice 1 :

Un couloir de largeur $\sqrt{3}$ mettre tourne a angle droit et sa largeur n`est plus que de 1 mettre

Sur la figure ci-dessous une droite passant par O fait avec l`un des murs un angle α et coupe deux autres murs en A et B

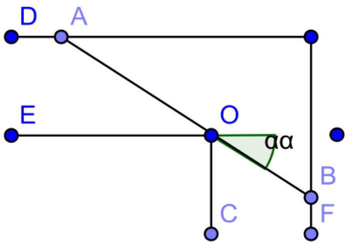
DE=$\sqrt{3}$, CF=1

1-) Exprimer en fonction de α les longueurs OA ; OB et AB

2-) On pose AB=f(α) démontrer f(α)=$\frac{4cos\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)}{sin2\alpha}$.

3-a) Déterminer α pour que AB=4

b-) déterminer α pour OA=OB



IV. Activités d'intégration

📖Situation :

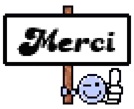
Monsieur ABENA est directeur d'un magasin de fabrique et de vente de jouets en bois. La machine permettant de découper le bois utilise plusieurs batteries et la charge d'une batterie dépend de la tension U en volts qui lui est appliquées et qui est une fonction du temps t en secondes définie par $U(t) = 12sint$. La charge n'a lieu que si la tension est supérieure à 24 volts

Par ailleurs, pour la détente de ses employés à des heures de pause, Monsieur ABENA souhaite bâtir sur un espace circulaire de rayon 5m de sa terre une terrasse. Le technicien acquis pour la tâche lui propose un plan ayant la forme d'un polygone dont les sommets sont situés sur cette portion circulaire et sont images des solutions de l'équation donnée par : (E) : $-4\ (cosx)^2 + 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})\ \sin x + 4 - \sqrt{6} = 0$. Le coût des travaux sera de 5000 FCFA par mètre carré.

Il souhaite également sur un autre espace circulaire de rayon 10m créer un jardin délimité par les points images sur cette portion circulaire des solutions dans $[-\pi, \pi]$ de l'équation $cos4x - 5cos2x = -3$. Le coût des travaux sera de 15 000 FCFA par mètre carré.

On rappelle que $\left[2\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)\right]^2 = 20 + \sqrt{8}$.

1) Déterminer l'intervalle de temps contenu dans $[0,2\pi]$ dans lequel la charge s'effectue.
2) Déterminer le coût de travaux de construction de la terrasse.
3) Déterminer le coût de travaux de Création du jardin.



« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES

LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »

ENSEIGNANT : ……**ANGANDJI Roméo**………

TEL : …… **674943897 / 698302433……….**

ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023

TD : MATHEMATIQUES

CLASSE : 1ERE D&TI

DUREE : ……. HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 4 : GENERALITES SUR LES FONCTIONS NUMERIQUES

<u>Savoir-faire</u>

- ✓ **Déterminer par calcul l'ensemble de définition d'une fonction numérique.**
- ✓ **Déterminer la restriction d'une fonction numérique sur un intervalle**
- ✓ **Justifier qu'une application est injective, surjective, bijective**
- ✓ **Déterminer la composée de deux applications.**
- ✓ **Expliciter la bijection réciproque d'une fonction bijective**
- ✓ **Calculer la somme, le produit de deux polynômes.**
- ✓ **Donner la condition d'existence d'un quotient de deux polynômes.**
- ✓ **Déterminer l'ensemble de définition d'une somme, d'un produit, d'un quotient et de la composée de deux fonctions numériques**
- ✓ **Montrer qu'une fonction est paire, impaire ou périodique**
- ✓ **Justifier qu'un point est centre de symétrie d'une courbe.**
- ✓ **Justifier qu'une droite d'équation $x = a$ est axe de symétrie d'une courbe.**
- ✓ **Montrer qu'un point de coordonnées connues appartient á la courbe d'une fonction.**
- ✓ **Conjecturer l'ensemble de définition, le sens de variations, les asymptotes éventuelles, les éléments de symétries par lecture graphique.**
- ✓ **A partir de la courbe d'une fonction f représenter les fonctions :**
  $x \mapsto f(x-a)$; $x \mapsto f(x)+b$
  $x \mapsto f(x-a)+b$;
  $x \mapsto -f(x)$; $x \mapsto f(-x)$
  $x \mapsto |f(x)|$ $x \mapsto f(|x|)$

I. Exercices de fixation

✍ **Ressource 1 :** Ensemble de définition, Restriction sur un intervalle, Parité, périodicité et composition de fonctions numériques

🕮 EXERCICE 1**:** Répondre par **Vrai ou Faux**

a- L'ensemble de définition d'une fonction numérique est l'ensemble de tous les éléments de l'ensemble de départ qui ont exactement une ou plusieurs images.

b- L'ensemble de définition d'une fonction f est l'ensemble des nombres x pour lesquels $f(x)$ existe.

c- La composée de deux fonctions impaires est une fonction impaire.

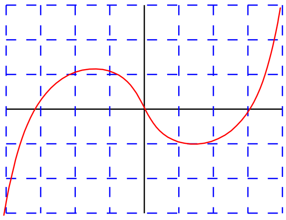
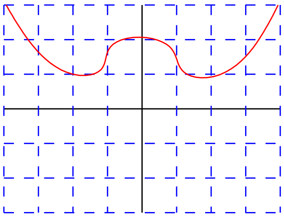
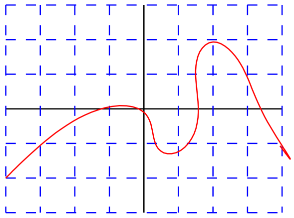
d- Soit $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction impaire sur $\mathbb{R}$ et croissante sur $\mathbb{R}_+$ alors nécessairement f est croissante sur $\mathbb{R}$ tout entier

e- La courbe représentative d'une fonction paire est symétrique par rapport á l'axe des abscisses tandis que celle d'une fonction impaire est symétrique par rapport l'axe des ordonnées.

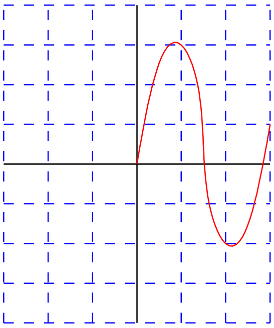
f- Le domaine de définition de gof est l'ensemble de tous les x du domaine de définition de f tels que $f(x)$ est dans le domaine de g.

🕮 EXERCICE 2:

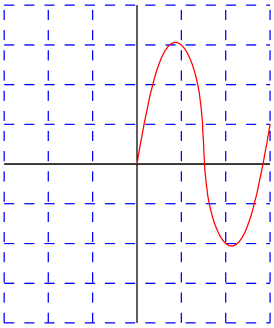
1- Dire si les fonctions dont voici une représentation graphique sont paires ou impaires ou ni paire ni impaire

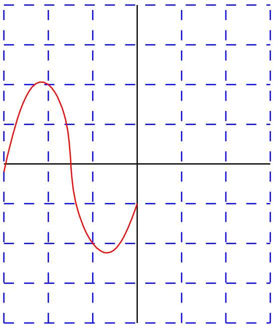
2- Compléter les représentations graphiques des fonctions suivantes pour qu'elles définissent des fonctions paires ou impaires



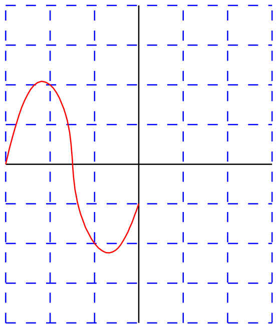
f est paire



f est impaire



f est paire



f est impaire

3- Déterminer la parité de chacune des fonctions suivantes :

$f(x) = -3x^2 + 5$; $g(x) = \frac{1}{x^2+1}$; $h(x) = 4x^2 - 3x$

$g(x) = \frac{x}{x^2+7}$; $i(x) = 2x^2 + 5x + 3$; $k(x) = 1 + sinx$

4- Montrer que les fonctions définies ci-dessous sont périodique de période T donné

$a)$ $f(x) = sinx$ $T = 2\pi$; b) $g(x) = Tan3x$ $T = 2\pi$

🕮 EXERCICE 3 :

1. Donner le domaine de définition ainsi que la forme de la fonction fog ; gof ; fof et go g pour les fonctions f et g définies de la façon suivante :

a- $f(x) = 2x^2 - x$; $g(x) = 3x + 2,$

b- $f(x) = 1 - x^3$; $g(x) = \frac{1}{x}$

c- $f(x) = sin(x)$; $g(x) = 1 - \sqrt{x}$

d- $\sqrt{2x+3}$; $g(x) = x^2 + 2$

2. On donne les fonctions suivantes :

$\circ$	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_0						

$f_0(x) = x$

$f_1(x) = 1 - x$

$f_2(x) = \frac{1}{x}$

$f_3(x) = \frac{1}{1-x}$

$f_4(x) = \frac{x-1}{x}$

$f_5(x) = \frac{x}{x-1}$

f_1						
f_2						
f_3						
f_4						
f_5						

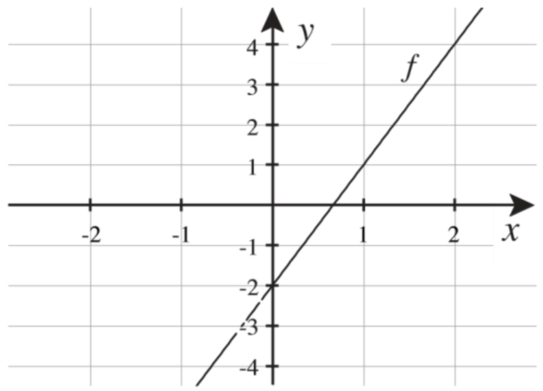
a- Compléter le tableau ci-contre (Il s'agit de la composition des fonctions)
b- Que constates-tu après l'avoir rempli ?

✍ **Resource 2** : **Fonctions bijectives**

🕮 EXERCICE 1 **:**

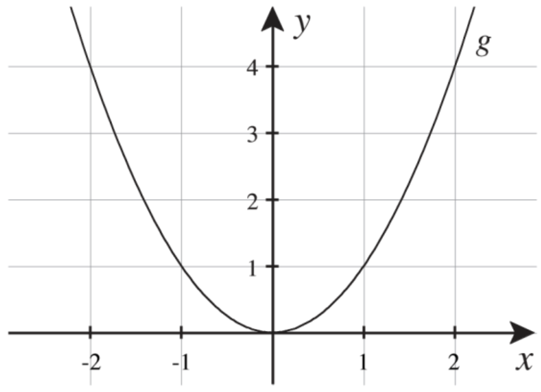
Compléter les pointillées suivants

(1) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
$x \mapsto \ldots\ldots$



f est une fonction bijective

(2) $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
$x \mapsto x^2$

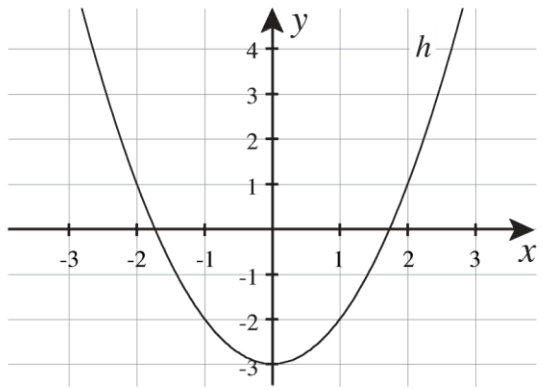


g n'est pas bijective car ....

....

....

(3) $h: \mathbb{R} \to [-3;+\infty[$
$x \mapsto x^2 - 3$

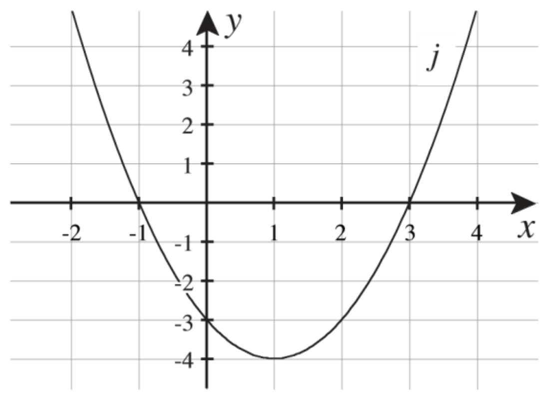


h n'est pas bijective car ....

....

....

(4) $j: [1;+\infty[\to [-4;+\infty[$
$x \mapsto x^2 - 2x - 3$



j est une bijection car ....

....

....

📖 EXERCICE 2 **:**

1- Déterminer l'application réciproque des bijections suivantes (en précisant les ensembles):

a- $f_1 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
$x \mapsto 3x$

$f_2 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
$x \mapsto 2x + 5$

b- $f_3 : \mathbb{R}_- \to \mathbb{R}_+$
$x \mapsto x^2$

$f_4 : \mathbb{R} - \{1\} \to \mathbb{R} - \{\ldots\ldots\}$
$x \mapsto \frac{2x+1}{x-1}$

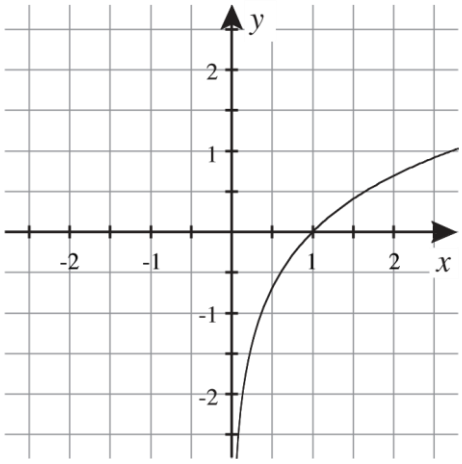
2- Définir les restrictions des fonctions f_1 et f_4 sur les intervalles respectifs $I = [-2; 7]$; $J = [2; +\infty[$

3- **A- Compléter** la phrase suivante :

Soit f une fonction bijective représentée sur un graphique. Alors le graphe de sa fonction

réciproque f^{-1}est ....
....

B- La fonction f représentée ci-dessous est une bijection de IR_+ vers IR . En déduire le graphique de f^{-1}

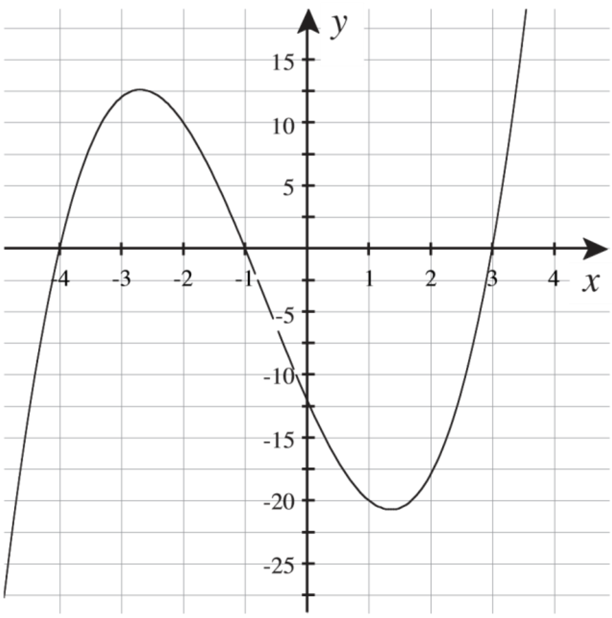


Resource 3 : **Fonctions numériques et transformations du plan**

EXERCICE 1 **:**

Soit la fonction f définie par $f(x) = x^3 + 2x^2 - 11x - 12$ représentée ci-dessous.

a) En déduire puis tracer la fonction g définie par $g(x) = f(x) + 5$.

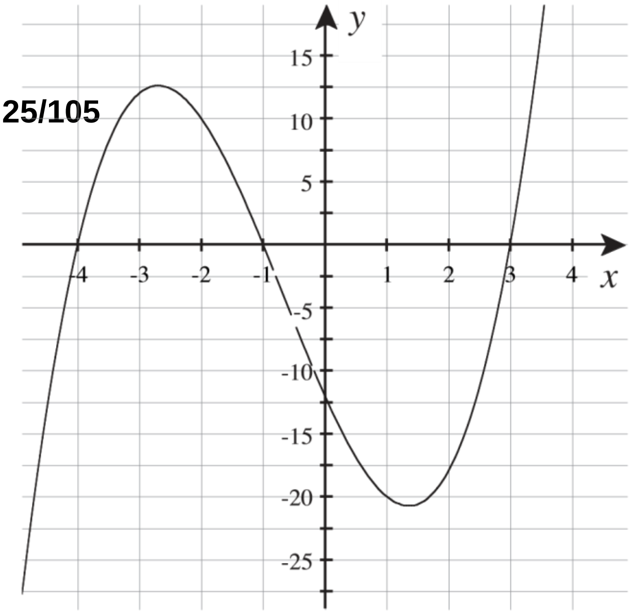


x	$f(x)$	$f(x)+5$
-4	0	
-3	12	
-2	10	
-1	0	
0	-12	
1	-20	
2	-18	
3	0	
4	40	

On obtient la courbe $y = f(x) + c$ par ....

....

25/105



x	$f(x)$	$f(x+1)$
-4	0	
-3	12	
-2	10	
-1	0	
0	-12	
1	-20	
2	-18	
3	0	
4	40	

b) En déduire

On obtient la courbe $y = f(x + c)$ par ....

....

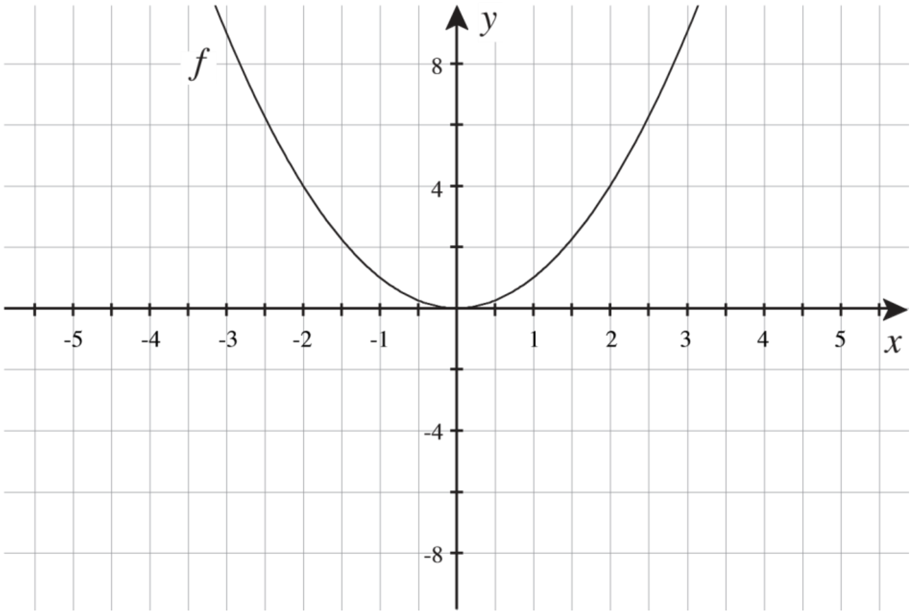
puis tracer la fonction h définie par $h(x) = f(x + 1)$.

📖 EXERCICE 2

On a représenté sur les graphiques suivants la fonction f définie par $f(x) = x^2$

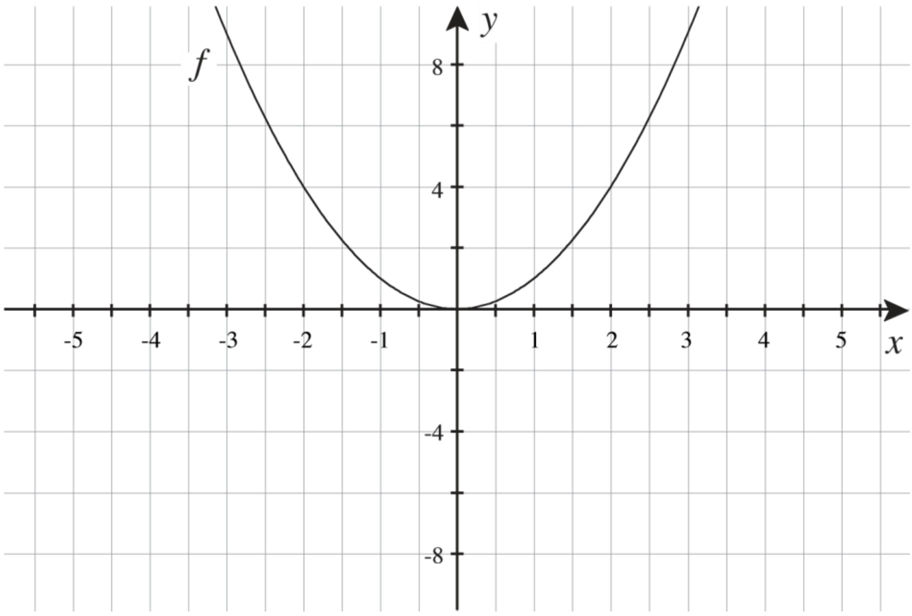
a) Indiquer comment s'obtient les courbes des fonctions g et h á partir de celle de f puis tracer sur ce graphique les courbes de ces fonctions définies par:

$g(x) = f(x) - 4$ puis $h(x) = | f(x) - 4 |$



b) Indiquer comment s'obtient les courbes des fonctions g et h á partir de celle de f puis tracer sur ce graphique les courbes de ces fonctions définies par:

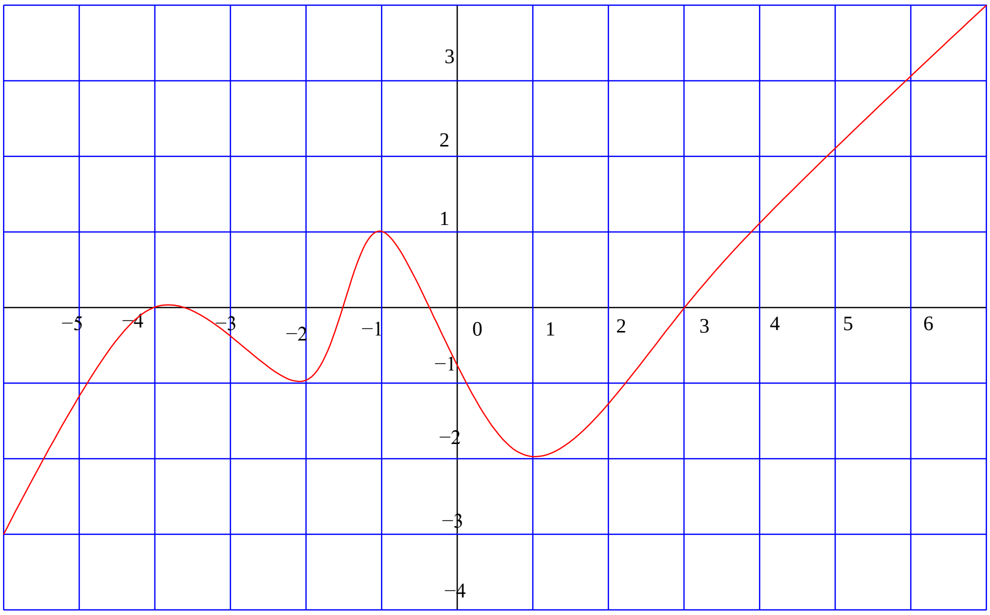
$$g(x) = f(|x|) \ puis \quad h(x) = f(x-1)+2$$



II. Exercices de consolidation

📖 **Exercice 1** : Voici la représentation graphique d'une fonction numérique f. Par lecture graphique répondre aux que ci-dessus

:



b) Quelles sont les images de $4, 0, 7\ et\ -2$ par f?

c) Donner une valeur approchée de $f(-3), f(-1)\ et\ f(2)$.

d) Quels sont les antécédents de $0, 1, -3\ et\ -4$ par f?

e) Sur quels intervalles f est-t-elle croissante? décroissante?

f) Dresser le tableau de variation de f.

g) Quels sont les extremums de f? Pour quelles valeurs sont-ils atteints?

h) Résoudre graphiquement les équations : $f(x) = -2,\ f(x) = -1\ et\ f(x) = -4$.

i) Résoudre graphiquement les inéquations : $f(x)\ \geq\ 0\ et\ f(x)\ \leq -2$

Dresser le tableau de signes de f.

📖 **Exercice 2** : Soit la fonction $f(x) = x^2 - 6x + 7$

1- a) Montrer que la droite d'équation $x = 3$ est un axe de symétrie á C_f

c) Montrer que le point $B\binom{2}{-1}$ appartient á C_f

d) En utilisant une translation et la fonction $u :\ x \mapsto x^2$, tracer la représentation graphique de f

e) Résoudre graphiquement : $f(x) = 0$; $f(x) \leq 0$

2- Soit la fonction $g(x) = |x^2 - 6x + 7|$

a) Tracer la courbe de g en utilisant celle de f.

b) Ecrire le tableau de variation de g

3- Soit $h(x) = x^2 + 6x + 7$

a) Montrer que $h(x) = f(-x)$

b) En déduire la représentation graphique de h

🕮 Exercice 3

1- Soit la fonction défini sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$

a) Quel est l'ensemble de définition de g ?

b) Calculer $g(\sqrt{2})$ et $g(\sqrt{3}+1)$

c) Montrer que le point $A\binom{1}{2}$ est centre de symétrie á la courbe de g

d) Déterminer $a\ et\ b$ tels que $g(x) = a + \frac{b}{x-1}$

e) En utilisant une translation et la fonction $u :\ \ x \mapsto \frac{b}{x}$ tracer la représentation graphique de g

f) Résoudre graphiquement : $g(x) = 0$; $g(x) \geq 0$; $g(x) = 2x - 1$

2- Utiliser la courbe g pour représenter celle de $g^{-1}(x)$

III. Apprentissage à l'intégration

🕮**Exercice 1** : Soit $ABED$ un trapèze rectangle en A de bases $[AB]$ et $[DE]$ tel que $DE = 6\ cm$, $AD = 3\ cm$ et $AB = 2\ cm$.

Soit C un point du segment $[DE]$. On note $CE = x$.

Soit $f(x)$ l'aire $de\ ABCD$, $g(x)$ l'aire de BCE, $h(x)$ le p´erim`etre de ABCD et $k(x)$ le périmètre de BCE.

1°) Dans quel intervalle le nombre x peut-il varier ?

2°) Tracer deux figures, l'une pour $x = 1$, l'autre pour $x = 4$.

3°) Calculer les images de 1 et de 4 pour chacune des fonctions $f, g, h\ et\ k$.

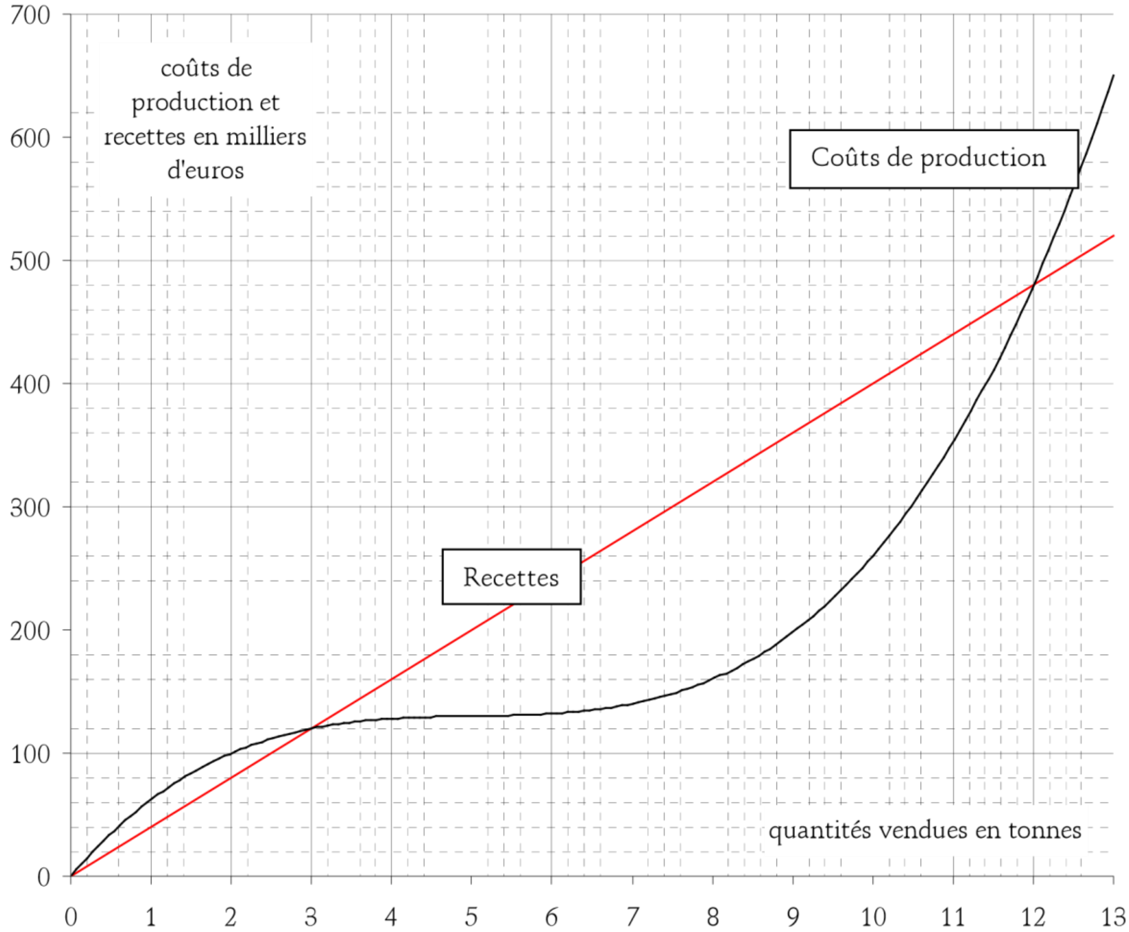
4°) Exprimer en fonction de $x, f(x), g(x), h(x)\ et\ k(x)$.

5°) Pour quelle valeur de x les aires de $ABCD$ et de BCE sont-elles égales?

6°) Pour quelle valeur de x les périmètres de $ABCD$ et de BCE sont-ils égaux ?

Activités d'intégration

🕮 Situation 1 :



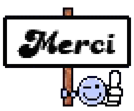
Le graphique donné ci-dessus représente les coûts de production et les recettes, en milliers d'euros, d'une entreprise, en fonction de la quantité de produit vendu, exprimée en tonnes. Les coûts de production sont représentés par la courbe et les recettes par la droite.

En utilisant ce graphique, répondre aux questions suivantes. Les recettes et les coûts seront exprimés en milliers d'euros.

1. L'entreprise vend 2 tonnes de marchandises. Quels sont ses recettes et ses coûts de production ? L'entreprise réalise-t-elle un bénéfice ou une perte ? De combien ?

2.L'entreprise fait une recette de 200 milliers d'euros. Quelle quantité de marchandise a-t-elle vendue ? Quels sont ses coûts de production ? Est-ce rentable ?

3.L'entreprise a des coûts de production de 160 milliers d'euros. Quelle quantité de marchandise a-t-elle vendue ? Quelles sont ses recettes ? Est-ce rentable ?



« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »
ENSEIGNANT : MME KOUESSEU
TEL : 696367305

ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023
TD : MATHEMATIQUES
CLASSE : 1^{ERE} D&TI
DUREE : ……. HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 5: **LIMITES ET CONTINUITE D'UNE FONCTION NUMERIQUE**

Savoir-faire :

- ✓ Conjecturer algébriquement ou graphiquement la limite d'une fonction en un réel.
- ✓ Conjecturer la limite d'une fonction à gauche ou à droite en un réel à partir d'un graphique.
- ✓ Calculer les limites à gauche ou à droite en un réel ;
- ✓ Calculer la limite de $x \rightarrow \frac{a}{x}$ à gauche et à droite de 0 ;
- ✓ Calculer la limite de $x \rightarrow \frac{□□+□}{cx+d}$ à gauche et à droite de $\frac{-d}{c}$ $(c \neq 0)$;
- ✓ Calculer la limite en a de □ □ dans le cas où $u(a) = v(a) = 0$.
- ✓ Calculer la limite à l'infini de la fonction $x \rightarrow \frac{a}{x}$ $où\ a \neq 0$
- ✓ Calculer la limite à l'infini de x^n où n est un entier naturel non nul ;
- ✓ Déterminer la limite des fonctions polynômes et rationnelles à l'infini ;
- ✓ Calculer la limite éventuelle à l'infini d'une fonction comparée à une fonction dont on connaît la limite à l'infini.
- ✓ Utiliser les comparaisons pour calculer certaines limites.
- ✓ Reconnaître sur un graphique si une fonction est continue ou non en un réel donné**;**
- ✓ Identifier des fonctions continues ;
- ✓ Utiliser la propriété : si □ est continue en a alors la limite de □ en □ est (□) » pour calculer des limites des fonctions continues

I. Exercices de fixation

Ressource 1 : limite des fonctions polynômes et rationnelles en un réel et à l'infini

🕮EXERCICE 1 :

Soit l un réel Compléter les pointillés :

$a)\ l+(+\infty) = \ldots$ $b)\ l+(-\infty) = \cdots$ $c)\ l-(+\infty) = \cdots$ $d)\ l-(-\infty) = \cdots$

$e)\ 0 \times (+\infty) = \cdots$ $f)\ 0 \times (-\infty) = \cdots$ $g)\ \frac{l}{x} = \cdots x\ tend\ à\ zero$ $h)\ \frac{0}{x} = \ldots . x\ tend\ a\ zéro$

$i)\ \frac{l}{+\infty} = \cdots$ $j)\ \frac{l}{-\infty} = \ldots$ $k)\ +\infty \times -\infty = \cdots$ $l)\ -\infty \times +\infty = \cdots$

$m)(+\infty)+(+\infty) = \cdots$ $n)\ (-\infty)+(-\infty) = \cdots$ $o)\ +\infty\, x(+\infty)$ $p)(-\infty)x(-\infty) = \cdots$

$q)\ \frac{+\infty}{x} = \cdots x\ tend\ à\ zéro$

🕮EXERCICE 2

1. On considère la fonction $f(x) = 5 + \frac{4}{6-2x}$

Répondre par ***vrai*** ou ***faux***

1.
   a) $\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{f(x)} = 1$
   b) $\lim_{x\to+\infty} (f(x))^2 = 10$
   c) $\lim_{x\to3+} \frac{1}{f(x)} = -\infty$
   d) $\lim_{x\to3+} \frac{1}{f(x)} = 0$
2. Soit g une fonction telle que pour tout $x > 3$

$5 - f(x) \leq g(x) \leq f(x) - 5$

a) $\lim_{x \to 3+} g(x) = +\infty$

b) $\lim_{x \to +\infty} g(x) = 0$

c) $\lim_{x \to 3+} g(x) = -\infty$

d) $\lim_{x \to 3+} g(x) = 5$

Resource 3 : limite d'une fonction par méthode analytique

Parmi les affirmations suivantes, laquelle est vraie ?

Pour la figure 1

1. ☐ La limite de f en +∞ est égale à -1.

☐ La limite de f à droite de -1 est égale à +∞.

☐ Lorsque x tend vers +∞, f(x) tend vers -1.

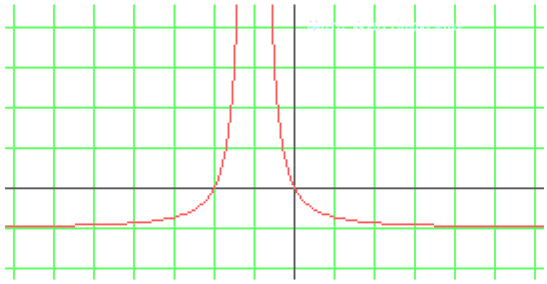


Figure 1

Pour la figure 2

2. La courbe de la fonction f est la suivante:

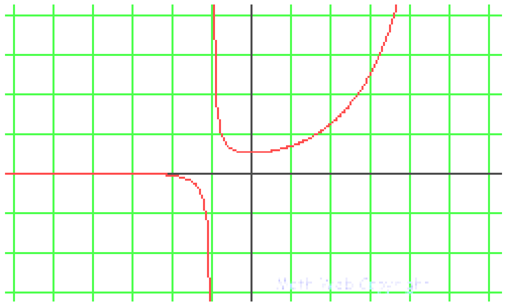


Figure 2

☐ La limite de f en -1 est égale à -∞.

☐ La limite de f en -1 est égale à +∞.

☐ La limite de f en +∞ est égale à +∞.

3. La limite de f(x) lorsque x tend +∞, est égale à -2.

☐ f admet une asymptote horizontale au voisinage de +∞.

☐ f admet une asymptote oblique au voisinage de +∞.

☐ f admet une asymptote verticale au voisinage de +∞.

4. Si la droite d'équation $y = 3x - 2$ est une asymptote à la courbe représentative de la fonction f au voisinage de -∞.

Que peut-on dire de la limite de la fonction f en -∞ ?

☐ La limite de f en -∞ est égale à 3.

☐ La limite de f en -∞ est égale à -∞.

☐ La limite de f en -∞ est égale à +∞.

Ressource 3 : Utilisation des comparaisons pour calculer certaines limites

Cochez la bonne réponse sur les propositions ci-dessous

1. f, g et h sont trois fonctions. On suppose que pour tout réel x, $f(x) < g(x) < h(x)$

Lorsque x tend vers +∞, f(x) tend vers 5 et h(x) tend vers +∞.

Que peut-on dire de la limite de la fonction g en +∞ ?

☐ La limite de g en +∞ peut être égale à 0.

☐ La limite de g en +∞ peut être égale à 5.

☐ La limite de g en +∞ peut être égale à +∞.

2. f et g sont deux fonctions. On sait que :

- la limite en +∞ de f est égale à -∞.
- lorsque x tend vers -∞, g(x) tend vers -2.

☐ $\lim_{x \to +\infty} f(x).g(x) = (-\infty) \times (-2) = +\infty$

☐ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)+g(x) = (-\infty)+(-2) = -\infty$

☐ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(f(x)) = -2$

3. f et g sont deux fonctions. Lorsque x tend vers -2 :

- f(x) tend vers + ∞.
- g(x) tend vers -∞.

☐ $\lim\limits_{x\to-2} f(x)+g(x) = (+\infty)+(-\infty) = 0$

☐ $\lim\limits_{x\to-2} f(x).g(x) = (+\infty)\times(-\infty) = -\infty$

☐ $\lim\limits_{x\to-2} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{(+\infty)}{(-\infty)} = -1$

4. f et g sont deux fonctions. On sait que :

- la limite à gauche de 1 de la fonction f est égale à 4.
- la limite de la fonction g en 1 est égale à 3.

☐ Lorsque x tend vers 1, on ne peut pas dire vers quoi tend f(x) + g(x).

☐ La limite de f + g en 1 est égale à 7.

☐ La limite à gauche de 1 de la fonction f.g est égale à 12.

5. f et g sont deux fonctions. Pour tout réel x,

$$g(x) = \frac{3.x-2}{4.x^2+3} + f(x)$$

6. Lorsque x tend vers -∞, f(x) tend vers 3.

Que peut-on dire de la limite de la fonction g en -∞ ?

☐ On ne peut rien dire du tout.

☐ Lorsque x tend vers -∞, g(x) tend vers 0.

☐ La limite de g en -∞ est aussi égale à 3.

Resource 2 : **continuité d'une fonction**

📖EXERCICE 1

1. Quelle est la condition première pour qu'une fonction f soit continue en x_0 ?
2. Quelle est la condition seconde pour qu'une fonction f soit continue en x_0 ?
3. Parmi les fonctions suivantes dire celles qui sont continues sur leur domaine de définition.

a)f(x) = fonction polynôme b) g(x) =fonction avec radical c)h(x)=fonction avec valeur absolue d) k(x)=fonction définie par intervalles e) j(x) = fonction cosinus f) i(x) = fonction sinus j) f(x) = fonction rationnelle

II. Exercices de consolidation

📖**Exercice 1**

1. Soit la fonction polynôme f définie par : $f(x) = -2x^3 + x^2 + 4x + 5$.Calculer les limites de f(x) en :
   a)En 0 b) En -1 c) En -∞ d) En +∞
2. Soit les fonction g et h définies par : $g(x) = \dfrac{x+2}{x+1}$; $h(x) = \dfrac{x-3}{x^2-x-2}$
   a)Calculer les limites de g(x) en : -2 ; 3 ; -1 ; -∞ ; +∞
   b) Calculer les limites de h(x) en : 3 ; 0 ; 2 ; 1 ; -1 ; -∞ ; +∞
3. Soit les fonctions k et t définies par : $k(x) = \dfrac{x-2}{x^2-x-2}$; $t(x) = \dfrac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$
   a) Calculer les limites de k(x) en : 2 ; en -1 ; en 3 ; en -∞ et en +∞
   b) Calculer les limites de t(x) en : 2 ; en 1 ; en 0 ; en -∞ et en +∞

Exercice 2

1. Calculer les limites des fonctions suivantes :

a) f(x) = 4 en 0, en -4, en +∞ et en -∞

b) f(x) = -3x + 4 en 0, en 3, en +∞ et en -∞

c) $f(x) = x^2 - x^3$ en 0, en 2, en -∞ en +∞

d) $f(x) = \frac{x-2}{x+3}$ en 0, en -3^-, en -3^+, en +∞ en -∞

e) f(x) $\frac{x^4-3x^2-1}{x+1}$ en 0, en -1^- en -1^+, en -1 , en -∞ et en +∞

f) $f(x) = \frac{x+2}{x^2}$ en 0, en +∞ et en -∞

2. Calculer les limites des fonctions :

a)f(x) = $\sqrt{x^2+1}-x$ en 0, en +∞ et en -∞

b) $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2+2x-8}$ en 0, en 2, en +∞ et en -∞

EXERCICE 3 :

Déterminer les limites suivantes à l'aide du théorème de composition :

1) $\lim_{x\to-\infty} \sqrt{-x^3 + x^2 + x}$ 2) $\lim_{x\to-\infty} \sqrt{\frac{-x+1}{x^2+1}}$ 3) $\lim_{x\to-1^+} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 4) $\lim_{x\to-\infty} \cos\left(\frac{\pi x+1}{x+2}\right)$

EXERCICE 4 :

Déterminer *Df* des fonctions *f* suivantes puis les limites aux bornes de *Df* .

1) $f(x) = \frac{x^2+3}{1-x}$ 2) $f(x) = \frac{x+2}{(x+3)^2}$ 3) $f(x) = \frac{x^3}{x^2+1}$

Exercice 5

Soit $f(x) = \frac{1+2\sin x}{1+\sqrt{x}}$ sur $]0;+\infty[$

1) Montrer que si $x > 0$ alors $-\frac{1}{1+\sqrt{x}} \leq f(x) \leq \frac{3}{1+\sqrt{x}}$

2) En déduire que *f* admet une limite en +∞ dont on précisera la valeur

Soit la fonction *f* définie sur **R**+ par: $f(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{x}$

a) En utilisant la quantité conjuguée, montrer que : $\forall x > 0, 0 \leq f(x) \leq \frac{1}{\sqrt{x}}$

b) En déduire $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

III. Apprentissage à l'intégration

EXERCICE 1:

Voici la représentation graphique d'une fonction f.

a) Donner le domaine de définition de f

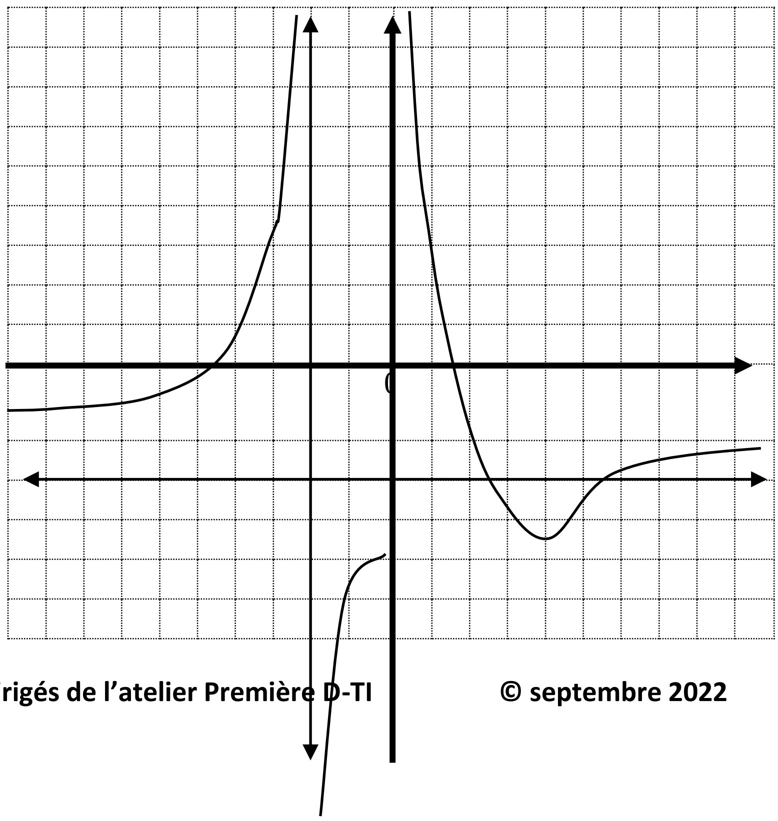
b) Donner les limites de f aux bornes du Df

c) Lire : f(-2) ; f(0) ; f(1) ; f(4)

d) Résoudre :

f(x) = - 4 ; f(x) > 3 ; f(x) < -2

-4<f(x)<0



EXERCICE 2 :

Soit la fonction f définie par :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4 & \text{si } x \leq 2 \\ 3x + 2 & si\ x \succ 2 \end{cases}$$

a) donner le domaine de *f*

b) calculer f(2)

c) calculer a) $\lim_{x\to 2^-} f(x)$ b) $\lim_{x\to 2^+} f(x)$

d) La fonction f est-elle continue en 2

🕮EXERCICE 3

Soit la fonction f définie sur [0 ; +∞ [par : $f\ (x)\ =\ x^3\ -\ 9x^2\ +\ 24x\ -\ 12.$

1) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans [0 ; +∞ [.

2) Par l'algorithme de dichotomie donner un encadrement à 10^{-3} de α

🕮EXERCICE 4

Soit la fonction f définie sur [0 ; +∞[par : $f\ (x)\ =\ \frac{2}{3}x\sqrt{x}\ -\ 2x\ +\ 1.$

1) Dresser le tableau de variations de la fonction f, on donne $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

2) a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions α et β, ($\alpha < \beta$) et que $\alpha \in [0 ; 1]$.

b) Par le balayage d'une calculatrice donner un encadrement de α à 10^{-2}.

IV. Activités d'intégration

🕮Exercice : C'est la courbe d'une fonction *f (figure 3)* . A est le point de C d'abscisse 2.
On a tracé les éventuelles tangentes ou demi-tangentes à C en A.
Dans chacun des 4 cas : • donner $f(2)$ puis dites en se justifiant si la fonction f

- est continue 2.
  - Si non continue à gauche? à droite?
- est dérivable en 2.
  - Si oui que vaut $f'(2)$.Si non, dérivable à gauche? à droite? Préciser les nombres dérivées à droite ou à gauche

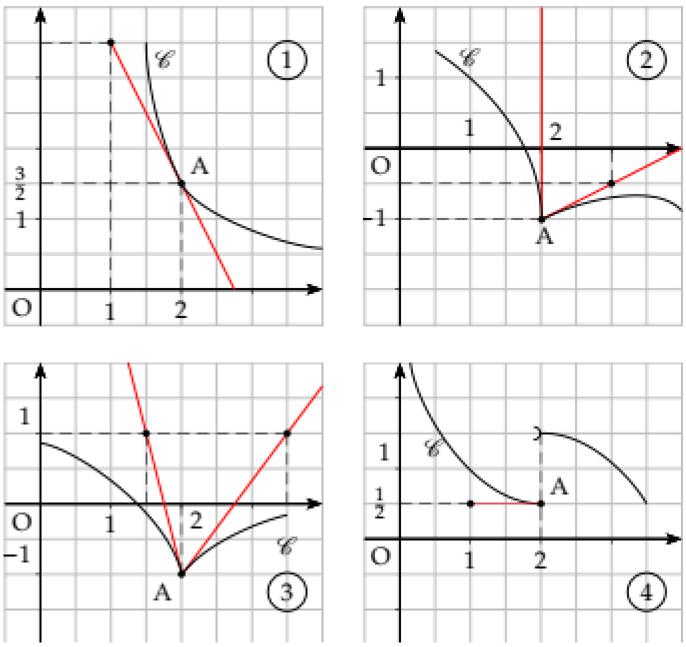


Figure 3

🕮Situation 1 :

Soit f la fonction réelle à valeurs réelles définie par

$$f(x) = \begin{cases} x \text{ si } x < 1 \\ x^2 \text{ si } 1 \leq x \leq 4 \\ 8\sqrt{x} \text{ si } x > 4 \end{cases}$$

1. Tracer le graphe de f.
2. f est-elle continue ?
3. Donner la formule définissant $f-1$

🕮Situation 2 :

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x^4-8x^2+16}}{(x-2)(x^2+1)} \quad si\ x \neq 2 \\ f(2) = \frac{4}{5} \end{cases}$$

Etudier la continuité de la fonction f en 2 et en -2.

Situation 3

Soit la fonction f définie sur $I\ \ =]\ -\ 2\ ;\ +\infty[$ par : $f\ (x)\ =\ -\frac{x^3}{x+2}$

1) a) Déterminer les limites de f en -2 et en $+\infty$.

b) Déterminer la fonction dérivée $f\ '$ et montrer que $\ '(x)\ =\ -\frac{2x^2(x+3)}{(x+2)^2}$.

c) En déduire le tableau de variation de la fonction f sur $]\ -\ 2\ ;\ +\infty[$.

2) a) Démontrer que l'équation $f(x) = 2$ admet une unique solution α dans l'intervalle $]-2;+\infty$ [puis montrer que $-1,5\ <\ \alpha\ <\ 0.$

b) A l'aide de l'algorithme de dichotomie donner un encadrement à 10^{-4} de α ainsi que le nombre de boucles nécessaires pour l'obtenir.

« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. »

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »
ENSEIGNANT : DJOUMESSI JOSEPH………
TEL : 673500298/696944485 ……….

ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023
TD : MATHEMATIQUES
CLASSE : 1ERE D&TI
DUREE : …10…. HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 6 : DERIVATION

Savoir-faire :

- ✓ **Etudier la dérivabilité d'une fonction en un point donné et sur un intervalle donné.**
- ✓ **Donner une interprétation graphique du nombre dérivé en un point donné.**
- ✓ **Calculer la dérivée des fonctions élémentaires.**
- ✓ **Effectuer des opérations sur les dérivées des fonctions.**
- ✓ **Déterminer une équation de la tangente en un point d'une courbe.**
- ✓ **Déterminer la fonction dérivée de la composée d'une fonction affine par une fonction donnée.**
- ✓ **Donner le sens de variations d'une fonction en utilisant sa dérivée.**
- ✓ **Déterminer les extrema d'une fonction sur un intervalle donné**
- ✓ **Dresser le tableau des variations d'une fonction sur un intervalle donné.**

I. Exercices de fixation

🕮 **EXERCICE 1 :** Pour chacune des affirmations suivantes, réponds par ''**vrai**'' ou ''**faux**''

1- Toute fonction continue en un point est dérivable en ce point.
2- Une fonction est décroissante sur un intervalle si sa dérivée est négative sur cet intervalle.
3- Toute fonction dérivable à gauche et à droite en un point est dérivable en ce point.
4- La dérivée seconde d'un binôme est toujours nulle.
5- La tangente à la courbe d'une fonction en un point est parallèle à l'axe des abscisses si le nombre dérivé de la fonction en ce point est nul.

🕮 **EXERCICE 2 :** Pour chacune des affirmations suivantes, une seule est vraie. Choisir le numéro de la question suivie de la lettre correspondante à la bonne réponse.

1) La fonction $x \mapsto \sqrt{x}$ est dérivable sur l'intervalle :
   a) $\mathbb{R}$ b) $[0,+\infty[$ c) $]-\infty,0]$ d) $]0,+\infty[$.
2) La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = cos(-2x+3)$ a pour dérivée :
   a) $f'(x) = -sin(-2x+3)$ b) $f'(x) = 2sin(-2x+3)$ c) $f'(x) = 2\sin(2x-3)$ d) $f'(x) = -2$.
3) $g(x) = x - \frac{1}{x}$. Une équation cartésienne de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse $a = 1$ est :
   a) $y = 2x-2$ b) $y = 1$ c) $y = -2x+1$ d) $y = x-1$.

II. Exercices de consolidation

📖Exercice 1 :

Dans chacun des cas suivants, montrer que la fonction f est dérivable au point a en utilisant la définition du nombre dérivé, puis préciser $f'(a)$.

et calculer sa valeur au point a.

1) $f(x) = -4x+3;$ $a = 3$, 2) $f(x) = x^2 - 5x + 2$; $a = 5$, 3) $f(x) = x^3 + 1;$ $a = -2$

4) $f(x) = \sqrt{x+2};$ $a = 7,$ 5) $f(x) = \frac{4}{1-x};$ $a = a = -3,$ 6) $f(x) = \frac{-1}{(x+3)^2};$ $a = 0$.

📖Exercice 2 :

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{1}{x^2}$. On pose $(h) = \frac{f(1+h)-f(1)}{h}$.

1) Montrer que $(h) = \frac{-1-h}{(1+h)^2}$.
2) Montrer que f est dérivable au point 1 et préciser $f'(1)$.
3) Donner une équation cartésienne de la tangente à (C_f) au point d'abscisse 1.

📖Exercice 3 :

Soit f la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 \ \ si \ \ x < 0 \\ x - 1 \ \ si \ \ x \geq 0 \end{cases}$

1. Montrer que la fonction f est continue en 0.
2. Montrer que la fonction f est dérivable à gauche et à droite en 0.
3. La fonction f est-elle dérivable en 0 ? Donner une interprétation graphique de ce résultat.
4. Déterminer les équations respectives des demi-tangentes à gauche et à droite à (C_f) en 0.

📖Exercice 4 :

Déterminer la dérivée de chacune des fonctions suivantes.

1) $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x - 7$; 2) $g(x) = \sqrt{x}\,(1 - \frac{1}{x})$; 3) $h(x) = \frac{x+5}{x^2-1}$; 4) $m(x) = \sqrt{x^3+4}$;

5) $k(x) = \frac{-2x^2-3x+5}{1-x}$; 6) $t(x) = (3x^2-4)^3$; ; 7) $p(x) = \frac{4x+9}{-x+2}$; 8) $m(x) = (2x - 5)\sqrt{-x+3}$

📖Exercice 5 :

On considère la fonction f défini par $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$.

1) Justifier que f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
2) Calculer la dérivée f' de .
3) Etudier le signe de f'.
4) En déduire le tableau de variation de f. On précisera les éventuels extrema.
5) Ecrire une équation de la tangente à (C_f) au point d'abscisse $x_0 = -1$.

📖Exercice 6 :

Soit (C_f) la représentation graphique de la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par $f(x) = \frac{x^2+ax+b}{x-2}$, où a et b sont des réels.

1) Déterminer $'(x)$.
2) Déterminer les réels a et b pour que la droite d'équation $y = 8$ soit tangente à (C_f) au point d'abscisse 3.
3) Déterminer l'abscisse de l'autre point de (C_f) où la tangente est horizontale.
4) Etudier les variations de f.
5) Dresser le tableau des variations de f.

Exercice 7 :

f est la fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = \frac{x^2-3x+1}{x}$

1) Calculer les limites de f.
2) Justifier que f est dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$ et pour tout réel sur $x > 0$, $f'(x) = \frac{(x+1)(x-1)}{x^2}$.
3) Etudier le signe de f', puis donner le sens de variation de f.
4) Dresser le tableau de variation de f sur $]0\ ;\ +\infty[$.
5) Déterminer une équation cartésienne de la tangente à (C_f) au point d'abscisse 2.
6) Existe-t-il des points de (C_f) où la tangente est parallèle à la droite d'équation $(D): y = 3x + 5$?

Exercice 8 :

On considère la fonction g définie par $g(x) = \sqrt{x^2 - 4x}$.

1) Déterminer l'ensemble de définition de g.
2) Calculer les limites de g en 4 et en $+\infty$.
3) Etudier la dérivabilité de g au point d'abscisse $x_0 = 4$. Interpréter ce résultat.
4) Calculer $g'(x)$ pour $x > 4$.
5) Etudier les variations de g sur l'intervalle $]4\ ,\ +\infty[$.

Exercice 9 :

On considère la fonction $\boldsymbol{f}$ définie par $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$.

1) Calculer le rapport $\frac{f(h)-f(0)}{h}$.
2) En déduire que f est dérivable en 0. Que vaut ce nombre dérivé ?
3) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 0.
4) Etudier les variations de f.
5) Dresser le tableau des variations de f.

Exercice 10 :

Une parabole (P) admet pour équation $= ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

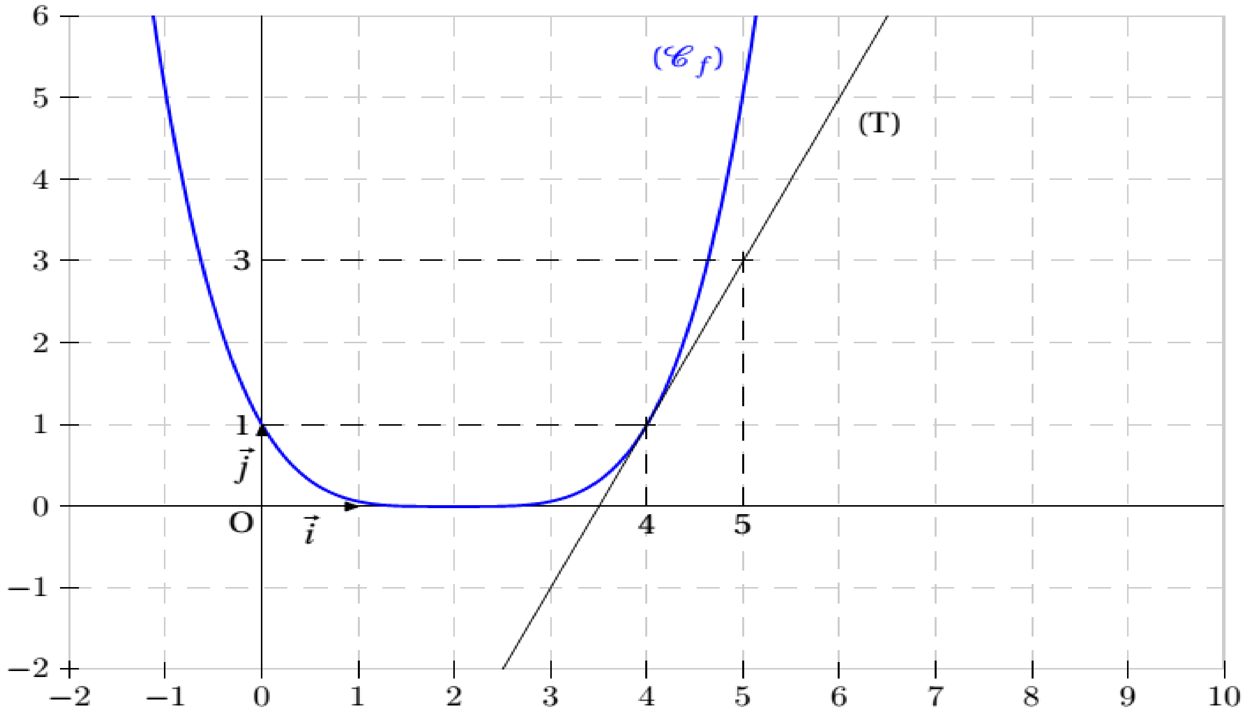
1) Déterminer les réels a, b et c pour que (P) coupe l'axe des abscisses au point B d'ordonnée 2 et qu'elle admet en ce point la droite d'équation $y = 2x + 2$ pour tangente **.**
2) Déterminer l'abscisse du second point d'intersection de (P) avec l'axe (OI).

Etudier les variations de (P) sur $\mathbb{R}$.

Exercice 11 :

Sur le graphique ci-dessous sont représentés la courbe (C_f) de la fonction f définie par $f(x) = \left(1 - \frac{x}{2}\right)^4$ ainsi que la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse $x_0 = 4$.

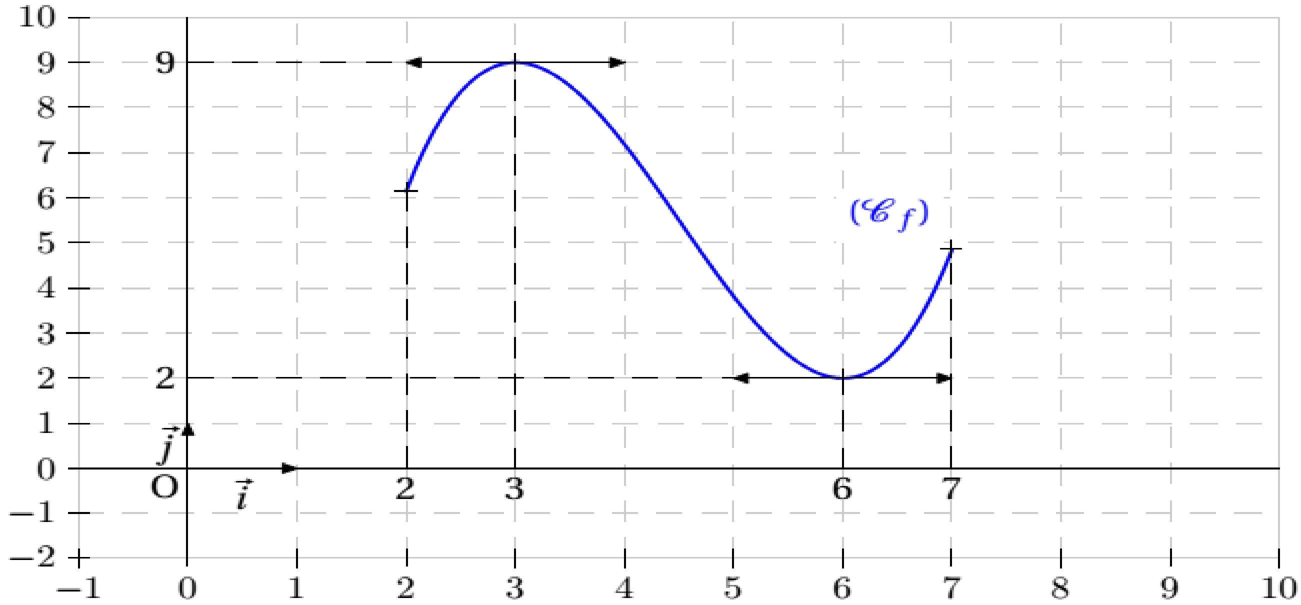
1) Donner, par lecture graphique, la valeur des réels $f(4)$ et $f'(4)$.
2) Donner une équation de la tangente (T).
3) Déterminer, à l'aide du calcul de la dérivée de f, la valeur du nombre $f'(3)$.



📖Exercice 12 :

Ci-dessous est donné la courbe (C_f) de la fonction f définie et dérivable sur $[2\ ;\ 7]$.

1) Par lecture graphique, donner les valeurs de $f(3)$; $f'(3)$; $f(6)$ et $f'(6)$.
2) Le graphique ne permet pas la lecture de $f'(4)$. Préciser néanmoins son signe. Expliquer.
3) Donner une équation de la tangente à (C_f) au point d'abscisse $x_0 = 6$.



III. Apprentissage à l'intégration

📖Exercice 1 :

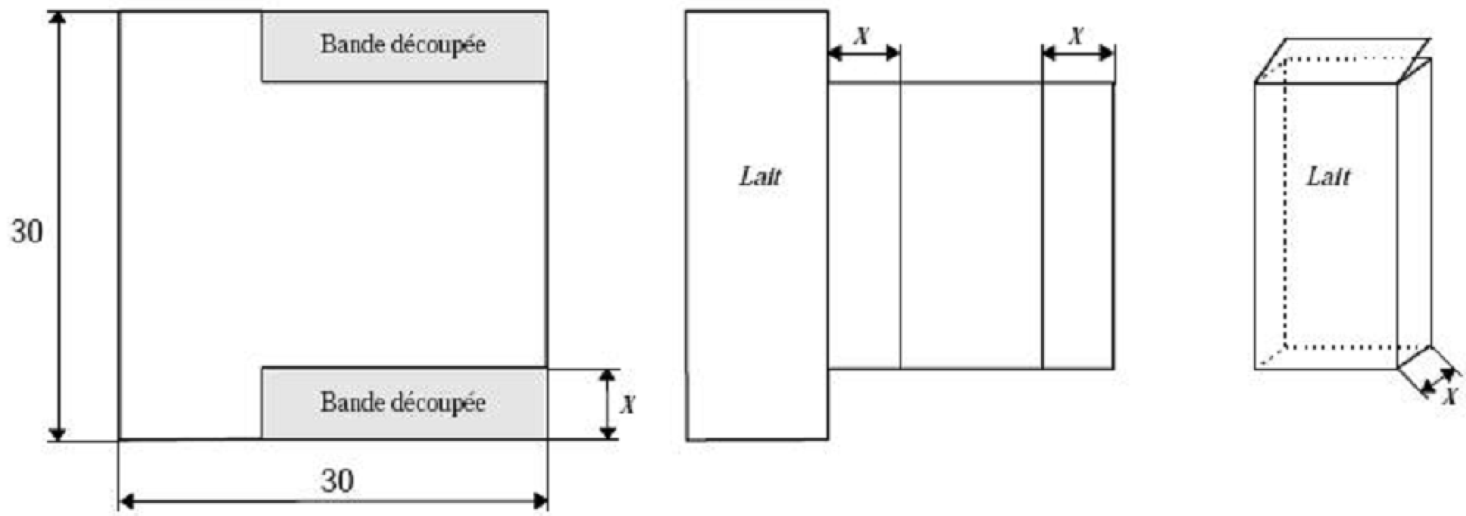
Un fermier décide de réaliser un poulailler de forme rectangulaire long d'un mûr de sa maison. Ce poulailler devra avoir une aire de $392\ m^2$. Le but du problème est de savoir où placer les piquets A et B pour que la longueur de la clôture soit minimale.

La figure ci-dessus représente le poulailler accolé à la ferme en vue de dessus. On appelle x la distance séparant chaque piquet au mur et y la distance entre deux piquets A et B. On a donc $x > 0$ et $y > 0$.

1) Sachant que l'aire du poulailler est égale à $392\ m^2$, exprimer y en fonction de x.
2) Démontrer que la longueur $l(x)$ du grillage est : $l(x) = \frac{2x^2+392}{x}$.
3) Calculer la dérivée l' de l. En déduire le tableau de variations de l.
4) En déduire les dimensions x et y pour lesquelles la clôture a une longueur minimale. Préciser cette longueur.

🕮**Exercice 2** :

Un fabriquant envisage la production de briques de lait en carton obtenues en découpant même largeur dans une feuille carrée. Le côté de la feuille mesure 30 cm et on désigne par x la mesure (en centimètres) de la largeur des bandes découpées. On suppose que $0 < x < 15$.



1) Démontrer que le volume $V(x)$ (en cm^3) de la boîte est $V = 2x^3 - 60x^2 + 450x$.
2) Pour quelle valeur de x le volume $V(x)$ est-il maximal ? Préciser la valeur de ce volume en litres.

IV. Activités d'intégration

📖**Situation 1** :

Un camion doit faire un trajet de 150 km/h. Sa consommation de gasoil est de $(6+\frac{v^2}{300})$ litres par heure, où v désigne sa vitesse par km/h. Le prix du gasoil est de 0,9 euros le litre et on paie le chauffuer 12 euros par heure.

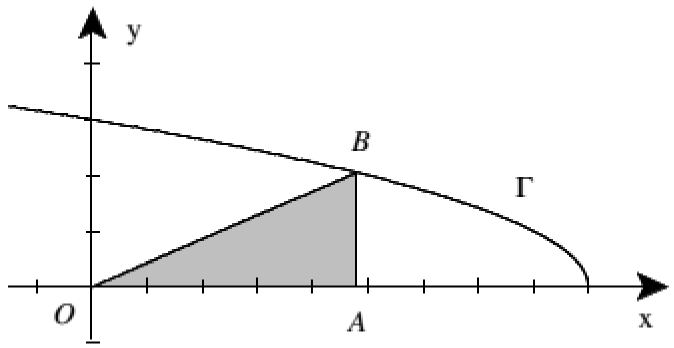
1) Soit t la durée du trajet en heure. Exprimer t en fonction de la vitesse v.
2) Calculer le prix de revient $P(v)$ du trajet en fonction de v.
3) Quelle doit être la vitesse v du camion pour que le prix de revient $P(v)$ de la course soit minimale ?

📖**Situation 2** :

Une entreprise vend des jus de fruits. Le bénéfice mensuel de de cette entreprise en dizaine de milles est estimé à $f(x)=-x^2+10x-17$, où x est le nombre de travailleurs qu'elle a recrutés.
Déterminer le nombre de travailleurs que l'entreprise doit recruter pour avoir un bénéfice maximal ? Préciser ce bénéfice.

📖**Situation 3** :

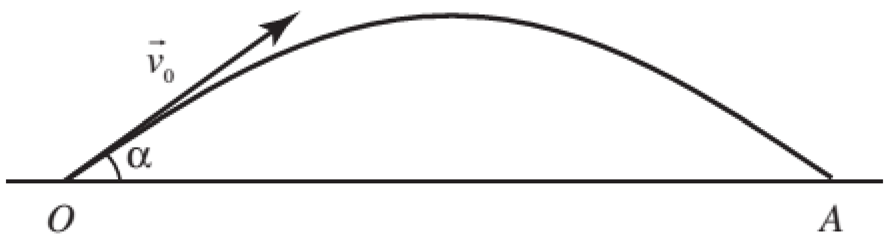
On considère le triangle OAB situé dans le premier quadrant dont le point B parcourt la courbe (Γ) d'équation $=\sqrt{9-x}$.



Déterminer les coordonnées du point A pour que l'aire du triangle OAB soit maximale.

📖**Situation 4** :

La portée $P=OA$ d'un projectile lancé (dans le vide) avec une vitesse initiale v_0 et un angle d'élévation α est donné par $P=\frac{v_0^2.\sin(2\alpha)}{g}$, g étant l'accélération de la pesanteur.



Pour une vitesse initiale donnée, déterminer la valeur de l'angle α pour laquelle la portée est maximale.

📖**Situation 5** :

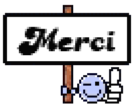
Un quotidien gratuit est distribué aux usagers des transports en commun. Les frais de fabrication en euros pour x exemplaires de ce quotidien sont donnés par
$C(x)=0{,}0001\,x^2-0{,}4x+1000$, avec $x\in[0;5000]$;
A ces frais s'ajoutent les coûts dûs à la distribution des exemplaires. Ils s'élèvent à 0,2 € par exemplaire.

Déterminer le nombre d'exemplaires à distribuer pour avoir un coût moyen minimal.

📖**Situation 6** :

Avec un disque de rayon R, on souhaite confectionner un cône de révolution ouvert (sans la base).
Pour cela, on enlève un secteur angulaire du disque et on note h la hauteur du cône.
La base du cône a pour rayon r et on pose $k = \frac{r}{R}$.

1) Montrer que le volume du cône est $V(k) = \frac{\pi R^3}{3} k^2 \sqrt{1-k^2}$.
2) Déterminer la hauteur du cône de volume maximal, puis donner ce volume.



« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »
ENSEIGNANT :RICHARD NANA
TEL : 98262267/ 1379231

ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023
TD : MATHEMATIQUES
CLASSE : 1ERE D&TI
DUREE : ……. HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 7 :REPRESENTATION GRAPHIQUE DES FONCTIONS

- ✓ **Déterminer le domaine de définition d'une fonction.**
- ✓ **Calculer les limites**
- ✓ **Etudier la parité d'une fonction**
- ✓ **Etudier les variations d'une fonction**
- ✓ **Construire la courbe d'une fonction**
- ✓ **Etudier la parité d'une fonction**
- ✓ **Etudier la continuité et la dérivabilité d'une fonction**
- ✓ **Déterminer graphiquement :**
  - **a) Le domaine de définition**
  - **b) Les limites**
  - **c) Les variations d'une fonction**

I. Exercices de fixation

Ressource 1 : Etude et représentation graphique d'une fonction

EXERCICE : 1

Soit f la fonction numérique de la variable réelle définie sur IR par : $f(x) = \frac{5x+3}{x+3}$

1) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f
2) Déterminer les limites de f en $-\infty$, $+\infty$, à gauche et à droite de -3
3) Préciser les équations des asymptotes de la courbe de f
4) Calculer la dérivée de f et en déduire le tableau de variation
5) Ecrire une équation cartésienne de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0

6) L'mage de 0 par f est : a) $\frac{1}{3}$; b) 1 ; c) -1

7) L'antécédent de 0 par f est : a) $-\frac{5}{3}$; b)$-\frac{3}{5}$; c) $\frac{3}{5}$

8) Construire soigneusement la courbe de f et sa tangente

9) On pose $h(x) = -f(x)\ et\ g(x) = f(-x)$

A) $f\ et\ h$ ont même sens de variation

a) vrai ; b) faux

B) $f\ et\ g$ ont même sens de variation

a) vrai ; b) faux

C) La courbe de h s'obtient à partir de celle de f par :

a) une translation ; b) symétrie par rapport à l'origine du repère ; c) symétrie par rapport à l'axe des ordonnées

D) La courbe de h s'obtient à partir de celle de f par :

a) une translation ; b) symétrie par rapport à l'origine du repère ; c) symétrie par rapport à l'axe des abscisses

10) Construire soigneusement la courbe de h dans le même repère
Que celle de f

EXERCICE : 2

Soit f la fonction numérique de la variable réelle définie sur IR par : $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + 1$ et (C_f)sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; I; J)$.

1) Déterminer l'ensemble de définition $D_f$de f .
2) Calculer la dérivée f' de f et dresser le tableau de variation de la courbe$f$.
3) Construire avec soin la courbe (C_f) dans le repère orthonormé $(O; I; J)$.
4) m étant un paramètre réel, Déterminer graphiquement suivant les valeurs de$m$, le signe et le nombre solutions de l'équation :$\frac{x^3}{3} - x^2 + 1 - m = 0$

🕮 EXERCICE : 3

On considère la fonction h definie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = \frac{x^2+3x+3}{x+2}$ et (C_f) sa courbe representative dans le repère orthonormé $(O; I; J)$

1) Determiner le domaine de definition de h
2) Calculer les limites de h aux bornes de D_h
3) Préciser l'équation de l'asymptote verticale à (C_h)
4) Calculer $h'(x)$ et dresser le tableau de variations de h
5) Demontrer les réels $a; b\ et\ c$ tels que pour tout $x \in E$, $h(x) = ax + b + \frac{c}{x+2}$
6) En déduire que la droite (D) d'équation $y = x + 1$ est asymptote oblique à (C_h)
7) Etudier les positions relatives de (C_h) par rapport à (D)
8) Montrer que le point $A(-2; -1)$ est centre de symétrie de (C_h)
9) Ecrire l'équation de la tangente (T) à (C_h) au point d'abscisse $a = 1$
10) Construis soigneuseument (C_h) ; $(D)\ et(T)$ dans le repère

🕮 EXERCICE : 4

On considère la fonction f définie sur $E = \mathbb{R}\backslash\{4\}$ par $f(x) = \frac{-x^2+4x-4}{4-x}$ on note (C_f)sa courbe dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, I, J).

I-

a) Montrer que pour tout x de E on a : $f(x) = x - \frac{4}{4-x}$
b) Calculer les limites de f aux bornes de E.
c) Montrer que la droite d'équation $y = x$ est asymptote à la courbe (C_f)
d) Montrer que le point $K(4; 4)$ est un centre de symétrie pour (C_f)
e) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations.
f) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de (C_f) avec les axes du repère.
g) Tracer (C_f).

II- Soit g la fonction définie sur $F = \mathbb{R}\backslash\{-4 ; 4\}$ par $g(x) = f(|x|)$. on note (C_g) sa courbe représentative.

a) Etudier la parité de g .

b) Que peut-on en déduire pour la courbe (C_g) ?
c) Comparer $f(x)$ et $g(x)$ pour $x \in E \quad et \quad x \geq 0$.
d) Tracer la courbe (C_g) sur le même graphique que (C_f) .
e) Ressource 1 : Etude et représentation graphique d'une fonction

Ressource 2 : Etude d'une fonction au moyen de sa courbe et du tableau de variation

📖 EXERCICE : 1

I. Résoudre dans IR^3 le système : Le système $\begin{cases} -2x + 2y - z = -18 \\ 6x + 2y + z = -2 \\ 4x - z = 0 \end{cases}$.

II. On considère le tableau des variations de la fonction g ci-dessous :

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	-9	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-1	↗	$+\infty$

1) Déterminer Dg le domaine de définition de g.

2) Préciser les limites aux bornes de Dg.

3) Montrer que g possède une asymptote verticale (D).

4) Etudier les variations de g.

5) Evaluer les valeurs de : $g(-1)$; $g(3)$; $g'(-1)$.

6) On pose $g(x) = ax + b + \frac{c}{x+d}$.

a. Quel est la valeur de d ? justifier votre réponse.

b. Montrer que les coefficients a, b et c vérifie un système (S) et déduire leur valeur respective.

III. On suppose que $g(x) = \frac{x^2-7x+10}{x-1}$ et(C_g) sa courbe représentative dans un repère orthonormé$(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1) Montrer que le point $w(1;-5)$ est un centre de symétrie à (C_g).

2) Montrer que (C_g) admet une asymptote oblique (Δ) dont on précisera l'équation.
3) Ecrire l'équation de la tangente (T) au point d'abscisse 2.

4) Construire (D), ((Δ) et(C_g) .

📖 EXERCICE : 2

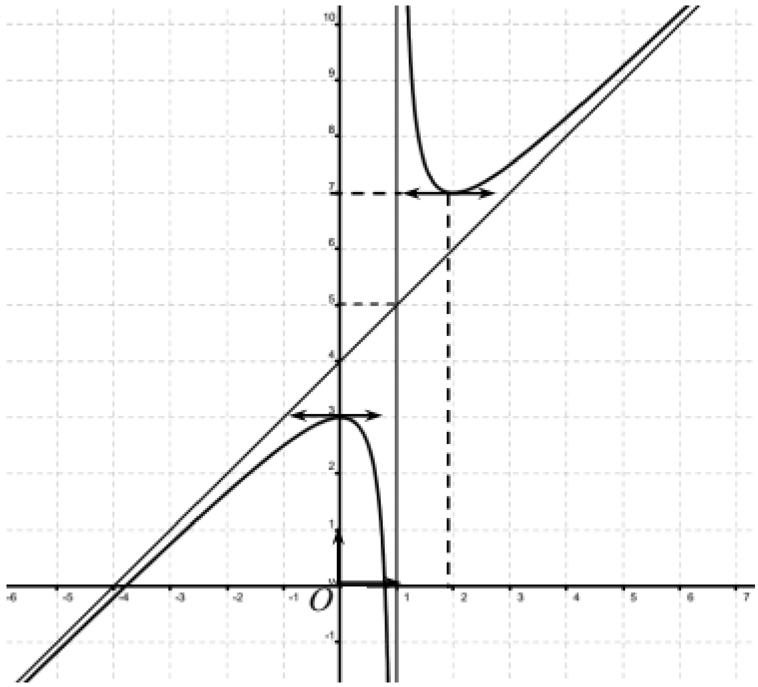
Le tableau de variation incomplet ci-dessous est celui d'une fonction g

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	-	‖		0		
$g(x)$	-∞	↗	-3	↘	-∞ ‖ +∞	↘	1	↗	+∞

1) Déterminer le domaine de définition de g
2) Préciser les extremums de la courbe de g
3) Déterminer les limites de g aux bornes de son domaine de définition.
4) Déterminer l'équation de l'asymptote verticale à la courbe de g
5) Compléter le signe de $g'(x)$.
6) Résoudre dans $\mathbb{R}$: $g(x) < 0$; $g(x) > 0$; $g(x) = 1$; $g(x) > 1$
7) Dresser le tableau de variation de la fonction h définie par $h(x) = -g(x)$
8) On suppose que $g(x) = ax + b + \frac{c}{x+2}$
   a. Déterminer $g'(-3)$; $g(-1)$ et $g(-3)$
   b. En déduire les valeurs de $a, b\ et\ c$.
   c. Calculer $\lim\limits_{n\to\infty} [g(x) - (x+1)]$ et conclure.
9) Tracer les courbes de g et de h dans un repère orthonormé.

📖 EXERCICE : 3

La courbe (c_f) ci-contre est la representation graphique d'une fonction f dans un repère orthonormé $(O;I;J)$; f'désigne la fonction dérivée de f .



A laide de ce graphe :

1) Donner l'ensemble de définition D_f de f
2) Déterminer les extremums de la courbe de f
3) Déterminer les limites aux bornes du D_f et précise l'équation de l'asymptote verticale à (c_f)
4) Déterminer $f(0); f(2); f'(0)$ et $f'(2)$
5) Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :

$f'(x) < 0$; $f'(x) > 0$; $f(x) < 0$; $f(x) > 0$

6) Déterminer suivant les valeurs du réel θ , le nombre et le signe des solutions de l'équation : $f(x) = \theta$
7) Dresser le tableau de variation de f
8) On suppose que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$
   a) En se servant de la question 4), justifier que l'on a le système suivant :(S):$\begin{cases} a - c = 0 \\ 2a + b + c = 7 \\ b - c = 3 \end{cases}$
   b) Résoudre $\mathbb{R}^3$ dans le système (S)
   c) Avec les valeurs de a et b trouvées à la question précédente, vérifier que la droite (D) d'équation $y = ax + b$ passe par les points $A(-4; 0)et$ $B(1; 5)$
   d) Préciser les positions relatives de (c_f) par rapport à son asymptote oblique (D)
9) On suppose dans la suite que : $f(x) = x + 4 + \frac{1}{x-1}$
   a) Ecrire l'équation de la tangente à la courbe de au point d'abscisses $x_0 = 2$

b) Montrer que le point $A(1;6)$ est un centre de symétrie à (c_f)

II. Exercices de consolidation

📖 EXERCICE : 1

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité $1cm$.

Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} \frac{x^2-2x}{x+1} & si\ x \geq 1 \\ \frac{3}{2}x^2 - 3ax + 1 & si\ x < 1 \end{cases}$ où a est une constante réelle.

1) Quel est le domaine de définition de f ?

2) Déterminer a pour que f soit continue en 1.

Dans la suite de l'exercice , on prendra $a = 1$.

3) Calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition.
Déterminer l'équation de l'asymptote à la courbe de f en $-\infty$.

4) Etudier la dérivabilité de f en 1.

5) Déterminer les équations des tangentes à la courbe de f au point d'abscisse 1.

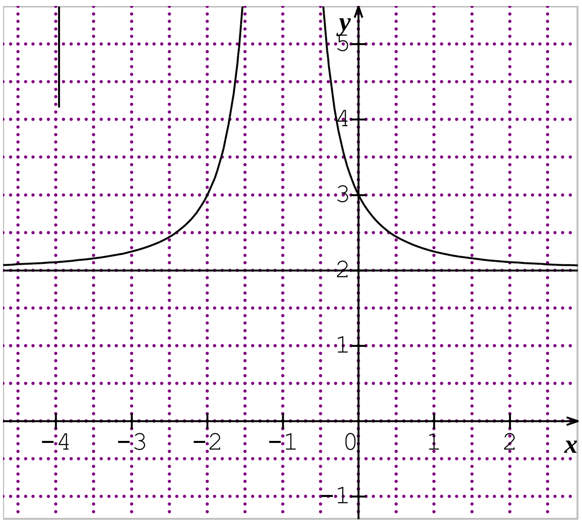
6) Calculer la dérivée de f et dresser son tableau de variation.

7) Déterminer une équation cartésienne de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse $-\frac{1}{2}$.

8) Construire, avec soin, la courbe de f et ses tangentes.

9) En déduire la courbe de la fonction $h \longmapsto f(-x)$.

EXERCICE : 2



I- La courbe ci-contre est celle de la fonction dérivée f' d'une fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{-1\}$.
Elle a comme asymptote horizontale la droite d'équation $y = 2$.

1- Quel est le sens de variation de f ?

2- Sachant que $f(0) = -3$, déterminer a, b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$ ·

II- On pose $f(x) = \frac{2x^2-3}{x+1}$ et $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans Le plan muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J) d'unité $1cm$.

1) Calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition.

2) Montrer que la droite $(D) : y = 2x - 2$ est l'asymptote oblique de

3) Détermine l'autre asymptote (Δ) de $(\mathcal{C}_f)$.

4) Montrer que le point $P(-1; -4)$ est le centre de symétrie de $(\mathcal{C}_f)$.

5) Dresser le tableau de variation de f.

6) Déterminer une équation cartésienne de la tangente (T_0) au point d'abscisse 0.

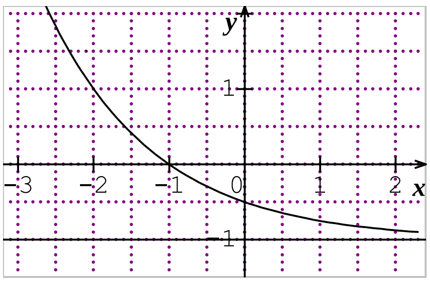
7) Montrer que la tangente (T_{-2}) au point d'abscisse -2 est parallèle à (T_0).

8) Déterminer les points de rencontre de $(\mathcal{C}_f)$ avec les axes de coordonnées.

9) Tracer $(D), (\Delta), (T_0)$, (T_{-2}) et $(\mathcal{C}_f)$ dans le même repère.

10) Tracer dans le repère précédent, la courbe de la fonction $h: x \longmapsto -f(x)$.

📖 EXERCICE : 3



La courbe ci-contre est celle de la dérivée d'une fonction f.

On donne :

$f(0) = -1$

$f(-1) = 0$

$f(1) = -2$

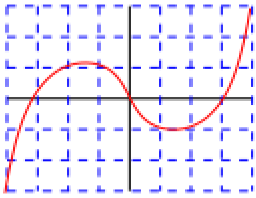
$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\frac{5}{2}$

1) Donner les variations de f.

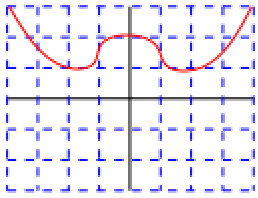
2) Tracer une allure de la courbe de f sachant qu'elle admet comme asymptote oblique la droite $(D): y = \frac{3}{4}x + 3$ au voisinage de $-\infty$.

3) Trace dans le même repère la courbe de la fonction $g: x \longmapsto f(-x)$.

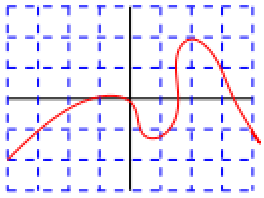
4) Les fonctions dont voici les représentations sont-elles paires ou impaires ?



a)



b)



c)

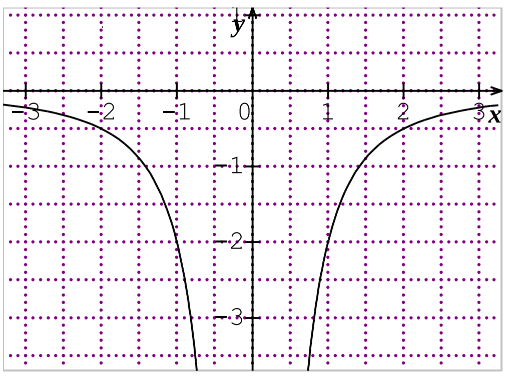
📖 EXERCICE : 4

Soit f la fonction numérique définie sur ℝ par $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2+\frac{1}{2}}{x} & si\ x < -1 \\ -\frac{3}{4}x^3 + \frac{9}{4}x & si\ x \geq -1 \end{cases}$.

1) Quel est le domaine de définition de f.
2) La fonction f est-elle impaire ? Justifier votre réponse.
3) La fonction f est-elle continue en 1 ? Justifier votre réponse.
4) Calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition.
5) Montrer que la droite $(L): y - x = 0$ est l'asymptote à la courbe de f en $-\infty$.
6) Calculer $f'(x)$.
7) Ecrire une équation cartésienne de la tangente (T) à la courbe de f au point d'abscisse 2.
8) Tracer $(L), (T)$ et la courbe de f .
9) En déduire le tracé de la courbe de la fonction $g: x \longmapsto f(|x|)$.

📖 EXERCICE : 5

Voici la représentation graphique de la courbe de la dérivée d'une fonction f.



On considère que $f(1) = 1$ et on note (C_f) la courbe de f.

a) Donner le sens de variation de f .
b) Ecrire une équation cartésienne de la tangente à (C_f) au point d'abscisse 1.
c) Déterminer les réels a et b pour que $f(x) = \frac{ax+b}{x}$.
d) Dresser le tableau de variation de f .
e) tracer (C_f)
f) tracer la courbe de h définie par $h(x) = -|f(x)|$

III. Apprentissage à l'intégration

📖 EXERCICE : 1

Une entreprise fabrique un certain produit pour l'industrie pharmaceutique .Soit t la quantité produite en kilos ; t est un nombre réel appartenant à l'intervalle $[0; 25]$

Le coût de fabrication en francs, est donné par : $P(t) = 2t^2 - 40t + 500$

1) Compléter après l'avoir reproduit le tableau suivant.

t	0	5	10	15	20	25
$P(t)$						

2) Etudier les variations de la fonction P et dresser son tableau des variations sur $[0; 25]$

3) Déterminer la valeur de t pour laquelle le coût de production est minimal. Quel est alors ce coût de production ?

📖 EXERCICE : 2

Une entreprise de fabrication de kits médicale a une production de 60kits maximum par jour. Le coût total de fabrication estimé en FCFA en fonction du nombre de kit t est donné par $C(t) = 10t^2 - 200t + 2000$ et ils envisagent vendre un kit au prix unitaire de 500F.

On pose $B(t)$ la fonction du bénéfice journalier de cette entreprise en fonction du nombre de kits produit t

1) Montrer que $B(t) = -10t^2 + 700t - 2000$
2) Justifier que le domaine d'étude de cette fonction B est D_E =[0 ;60]
3) Etudier la fonction B sur D_E et tracer son tableau de variation
4) Déterminer le(s) extrémums de cette fonction associé au(x) points où ces extremums sont atteints
5) Déduire le nombre de kits que cette entreprise doit produire par jour pour avoir un bénéfice maximal et déterminer ce bénéfice maximal

IV. Activités d'intégration

📖Situation 1 :

Pour la préparation d'un concert de musique pendant les congés de Pâques, 3 danseuse professionnelles Joséfa ; Blessing et Aude vont ensemble acheter leurs tenues de scène dans le même magasin. Elles prennent chacune des tee-shirts (de même prix), des culottes (de même prix) et des pantalons (de même prix)

- Joséfa achète 4 tee-shirts, 5 culottes et 3 pantalons pour un montant de 73.000F
- Blessing achète 5 tee-shirts, 3 culottes et 2 pantalons pour un montant de 61.000F
- Aude achète 3 tee-shirts, 4 culottes et 5 pantalons pour un montant de 78.000F

Des petits enfants du quartier de Blessing se retrouvent chez elle à l'occasion de son anniversaire. Voici les résultats lorsqu'elle leur a demandé de donner leur préférence pour les boissons Fanta, Coca et Orangina. 10 aiment boire la Fanta, le coca et l'Orangina ; 25 aiment la Fanta et le coca, 18 le coca et l'Orangina et 15 la Fanta et l'Orangina ; 37 aiment Fanta, 35 aiment l'Orangina et 43 la coca. A cette occasion, Blessing décide d'organiser un petit concours de danse pour animer la circonstance en choisissant au hasard et au même moment 6 enfants parmi ceux qui aiment uniquement une seule boisson. La société brassicole produisant ces boissons constate que la vente de sa production dégage un bénéfice moyen (En milliers d'Euros) égale à

$B(x) = \frac{3x^2+312x+1200}{x}$ où $x \in]0; +\infty[$ désigne le nombre de milliers de bouteilles produits.

Tâches :

1) Détermine le prix d'un tee-shirt ; d'une culotte et celui d'un pantalon

2) Détermine le nombre de groupe de concours de danse qu'elle peut ainsi former ; Sachant qu'ils étaient 80 enfants au total.

3) Trouver le bénéfice minimal de cette société.

📖Situation 2 :

Dans un petit magasin de fabrication de jouets en bois. M. TALLA fabrique des lions, des pigeons et des chiens en bois. La fabrication nécessite :

- Un lion: 2kg de bois et 3 heures de travail
- Un chien : 800g de bois et 3 heures 30minutes de travail
- Un pigeon : 500g de bois et 4 heures de travail

Pendant 313 heures de travail, M.TALLA utilise exactement 91 kg de bois pour fabriquer 89 objets au total. Chaque jour, cette entreprise fabrique t jouets avec $t \epsilon [0; 60]$ .le coût de fabrication de ces t objets exprimés en FCFA est donnée par la fonction
$g(x) = 10t^2 - 200t + 2000$ et chaque objet est vendu à 500FCFA l'unité.
Un employé de cette entreprise pour rentrer chez lui en fin de journée de travail par taxi, passe par un contrôle de vitesses (vitesse limite à 90 km/h)sur une route nationale qui consistait a relevé les vitesses des véhicules. À la fin de ce contrôle on relève les résultats suivants :

Vitesses en km/h	$[60; 70[$	$[70; 85[$	$[85; 90[$	$[90; 100[$	$[100; 120[$	$[120; 130[$	Total
Nombre de véhicules	……..	…………	…………	………	…………	…………	……..
ECC	32	212	228	302	462	496	

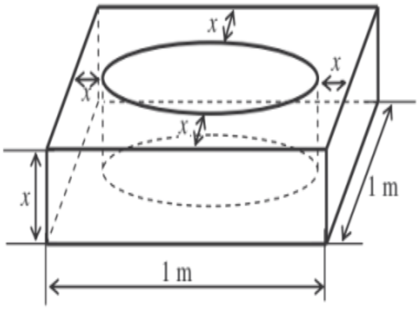
Tâches :

1) Déterminer le nombre de lions; de chiens et de pigeons.
2) Déterminer le nombre d'objets fabriqués pour réaliser un bénéfice maximal.
3) Recopier et complète le tableau ci-dessus puis Détermine la vitesse médiane de ces véhicules ainsi que le pourcentage des véhicules qui ne respectent pas la limitation de vitesse.

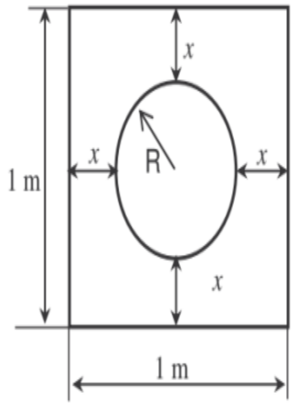
🕮Situation 3 :

A la rentrée universitaire d'une ville, l'agent communal M.EWANE est le propriétaire d'une cité universitaire qui possède 120 chambres qui sont toutes occupées par des étudiants. Les unes sont louées au prix de 5 000frs la chambre, les autres au prix de 7 500frs la chambre et d'autres encore au prix de 10 000frs la pièce. Sachant qu'il y a deux fois plus de chambres de 5 000frs que de chambres de 10 000frs et qu'en fin de mois, M.EWANE perçoit une somme de 850 000frs.
La municipalité de ladite ville souhaite aménager une fontaine dans un jardin public. Cette fontaine est formée d'un réservoir centré dans un socle de section carré d'un mètre de côté. Le réservoir est cylindrique, son rayon R varie avec les dimensions du socle comme indiqué sur le schéma. Les côtés sont exprimés en mètre. On admet que le volume de ce cylindre est :
$f(x) = x^3 - x^2 + \frac{1}{4}x \ avec \ x \ \epsilon \ [0{,}1; 0{,}5]$.
Dans cette cité universitaire, Une bassine d'eau a une contenance de $60m^3$ pour le remplir, un gros robinet débite x_o litres par minute. S'il débitait 100 litres de moins par minutes, il faudrait 20min de plus pour remplir le bassin.

Vue en perspective



Vue de dessus



Tâches

1) Détermine quel montant d'argent percevra M.EWANE à la fin du mois s'il accordait une réduction de 10% sur le prix de chaque chambre ?

2) Détermine la valeur de x pour laquelle la réserve d'eau de la fontaine est maximale.

3) Détermine la durée du remplissage du bassin et le débit x_o du robinet.

« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »
ENSEIGNANT : HAMADOU Roger
TEL : 697180064/672054077

ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023
TD : MATHEMATIQUES
CLASSE : 1ERE D&TI
DUREE : 12 HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 8 : SUITES NUMERIQUES

Savoir-faire :

- ✓ **Calculer des termes d'une suite numérique.**
- ✓ **Construire sur l'un des axes des termes consécutifs d'une suite numérique.**
- ✓ **Montrer qu'une suite est arithmétique ou géométrique et préciser sa raison.**
- ✓ **Déterminer la relation entre deux termes quelconque d'une suite arithmétique ou géométrique.**
- ✓ **Déterminer l'expression du terme général d'une suite arithmétique, géométrique.**
- ✓ **Déterminer une somme finie des termes consécutifs d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique.**
- ✓ **Résoudre des problèmes concrets de la vie courante en utilisant les suites numériques.**

I. Exercices de fixation

Ressource 1 : Suites explicites et suites de récurrences

EXERCICE 1 **:**

Compléter par $U_n = f(n)$ $ou\ par$ $U_{n+1} = f\ (U_n)$

1) Une suite est dite explicite lorsqu'elle est définie par…………………………
2) Une suite est dite de récurrences lorsqu'elle est définie par…………………………

EXERCICE 2 **:**

Donner deux exemples d'une suite explicite et deux exemples d'une suite de récurrence.

Resource 2 : Suites arithmético-géométriques vérifiant : $\mathbf{u_{n+1} = au_n + b}$

EXERCICE **:**

1) Quelle est la condition sur a et b pour que la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ soit géométrique ?
2) Quelle est la condition sur a et b pour que la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ soit numérique ?

Resource 3 : définitions, expressions générales et sommes d'une suite géométrique et d'une suite arithmétique :

EXERCICE1 **:** définitions

On définit la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$

1) Faire correspondre chaque élément de la colonne A à celui de la colonne B

Colonne A	Colonne B
(U_n) est dite arithmétique si	$U_{n+1} = qU_n$
(U_n) est dite géométrique si	$U_{n+1} = U_n + r$

2) Que représente q et r dans ce cas ?

🕮 EXERCICE2 **:** expressions générales

On définit la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$

1) Faire correspondre chaque élément de la colonne A à celui de la colonne B

Colonne A	Colonne B
L'expression générale d'une suite arithmétique de premier terme U_p et de raison r est donnée par :	$U_n = U_p \times r^{n-p}$
L'expression générale d'une suite géométrique de premier terme U_p et de raison r est donnée par :	$U_n = U_p + (n-p) \times r$

2) Donner l'expression générale d'une suite arithmétique de premier terme $U_2 = 2$ et de raison 2.
3) Donner l'expression générale d'une suite géométrique de premier terme $U_0 = -5$ et de raison $\frac{1}{2}$.

🕮 EXERCICE 3 **:** sommes d'une suite géométrique et d'une suite arithmétique

On définit la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$

1) Faire correspondre chaque élément de la colonne A à celui de la colonne B

Colonne A	Colonne B
Somme de n premiers termes d'une suite arithmétique de premier terme U_p et de raison r est donnée par :	$S_n = \frac{(n-p+1)(U_p+U_n)}{2}$
Somme de n premiers termes d'une suite géométrique de premier terme U_p et de raison r est donnée par :	$S_n = U_p \times \frac{1-r^{n-p+1}}{1-r}$

2) Calculer la somme de n premiers termes d'une suite arithmétique de premier terme $U_2 = 2$ et de raison 2.
3) Calculer la somme de n premiers termes d'une suite géométrique de premier terme $U_0 = -5$ et de raison $\frac{1}{2}$.

II. Exercices de consolidation

🕮**Exercice 1** :

On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies par $u_n = -n^2 + 2n$ et $v_n = u_{n+1} - u_n$ pour tout n appartenant à N

1. Calculer u_0 ; u_1 ; u_2 ; u_3 et u_4
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de n
3. En déduire l'expression de v_n en fonction de n
4. Exprimer v_{n+1} en fonction de n
5. En déduire que $v_{n+1} - v_n = -2$ pour tout entier naturel n

Exercice 2 :

On considère la suite (u_n) arithmétique de raison -2 et de premier 3. Calculer u_{12} et u_{45}.

Exercice 3 :

On considère la suite (v_n) géométrique de raison $\frac{1}{3}$ et de premier 4. Calculer v_{11} et v_{54}.

Exercice 4 :

On considère la suite arithmétique (u_n) telles que $u_{14} = 2$ et $u_{20} = 0$

1) Calculer le premier terme u_1 et la raison de cette suite.
2) Déterminer un entier naturel n_0 telle que $u_{n_0} = \frac{10}{3}$.

Exercice 5 :

On considère la suite géométrique (v_n) telles que $v_6 = 2$ et $v_3 = 16$

3) Calculer le premier terme v_0 et la raison de cette suite.
4) Déterminer un entier naturel n_0 telle que $v_{n_0} = \frac{1}{4}$.

Exercice 6 :

On considère la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $U_n = \frac{2n-1}{n+1}$

1. Représenter graphiquement les quatre premiers termes de la suite $(U_n$
2. Montrer que pour tout entier naturel n ; on a : $-1 \leq U_n \leq 2$
3. A partir de quel entier n, tous les termes de la suite sont-ils compris e 1,5 et 2 ? Justifier votre réponse

Exercice 7 :

On considère la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $U_n = \frac{2^n}{n^2}$

1. Calculer u_0 ; u_1 ; u_2 ; u_3 et u_4
2. Résoudre l'inéquation $n^2 - 2n - 1 \geq 0$ dans IN.
3. Déterminer un entier $n \geq n_0$ tel que $U_n \geq 10^{50}$

Exercice 8 :

Dans chacun des cas suivants, et pour tout entier naturel n déterminer si (U_n) est arithmétique ou non.

1. $u_0 = 8$ et $u_{n+1} = -u_n + 2$

2. $u_0 = -7$ et $u_{n+1} = u_n - 5$
3. $u_n = \frac{7}{2}n - 3$
4. $u_n = n^2 + 7n$

🕮**Exercice 9** :

1) On considère la suite arithmétique (U_n) de premier terme $U_0 = 653$ et la raison $r = -\frac{3}{2}$.

   Calculer $U_0 + U_1 + \cdots + U_{871}$

2) On considère une suite arithmétique (U_n) telle que $U_3 = 7$ et $U_7 = 19$ Calculer U_0 et la raison r

🕮**Exercice 10** :

On considère la suite arithmétique $(u_n)_{n\geq 0}$. On sait que $U_5 = 125$ et $U_{16} = 48$.

1. Calculer la raison et le premier terme de cette suite
2. En déduire l'expression de U_n en fonction de n.
3. Pour quelle valeur de n a-t-on $U_n = -127$
4. A partir de quel rang a-t-on $U_n \leq -250$
5. Calculer la somme $S = U_{1789} + U_{1790} + \cdots + U_{2020}$

🕮**Exercice 11** :

On considère la suite (U_n) définie par $U_0 = 7$ et pour tout entier naturel n , $U_{n+1} = \frac{2U_n+6}{5}$.

1) Calculer : U_1, U_2. (0,5pt)

2) On pose $V_n = U_n - 2$

a) Montrer que V_n est géométrique.

b) Ecrire V_n puis U_n en fonction de n.

3) Calculer : $S_n = U_1 + V_1 + U_2 + V_2 + \cdots + U_n + V_n$.

🕮**Exercice 12** :

On considère deux suites numériques (U_n) et (V_n) définies par : $\begin{cases} U_0 = 4000 \\ \forall n \in IN^*,\ U_n = 0{,}7U_{n-1} + 300 \end{cases}$

et $V_n = U_{n+1} - U_n$

1) Calculer U_1 et U_2

2) a) Démontrer que (V_n) est une progression géométrique dont on caractérisera

b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n

c) Etudier la convergence des suites (U_n) et (V_n).

Exercice 13 :

On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{-u_n - 2}{u_n + 1} \end{cases}$.

1) Représenter graphiquement sur l'axe des abscisses les quatre premiers termes de cette suite.

2) Calculer u_1 , u_2 , u_3 et u_4 et en-déduire sans justification des expressions de u_{2n} *et* u_{2n+1} en fonction de n.

$(v_n)_{n\epsilon\mathbb{N}^*}$ est la suite définie par $v_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{2n} + u_{2n-1} = \sum_{p=0}^{2n-1} u_p$.

3) Calculer v_1, v_2 *et* v_3.

4) Montrer que $(v_n)_{n\epsilon\mathbb{N}^*}$ est une suite arithmétique de raison $\frac{-1}{2}$.

5) Exprimer v_n *en* fonction de n.

Exercice 14 :

On considère les suites (U_n) et (V_n) définies par :

$\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2} U_n + 2 \end{cases}$ et $V_n = U_n + a$; a étant un réel

1) Construire sur l`axe des abscisses les quatre premiers termes de la sui (U_n)

2) Justifier que (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique

3) Déterminer a pour que (V_n) soit géométrique de raison 0,5

Dans la suite on prendra a= -4

4) Exprimer V_n *puis* U_n en fonction de n

5) La suite (U_n) est-elle convergente

6) On pose S=$U_0 + U_1 + \cdots .. + U_{11}$ *et* $T = V_0 + V_1 + \cdots + V_{11}$

Calculer T et montrer que S=46+ $\frac{1}{2^{11}}$

Exercice 15 :

On considère la suite (u_n) définie par $\forall\, n \in \mathbb{N}$; $\begin{cases} \boldsymbol{U_o = -1} \\ \boldsymbol{U_{n+1} = \frac{3U_n + 4}{U_n + 3}} \end{cases}$

I – Soit h la fonction définie sur]-3, + ∞[par $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}) = \frac{\boldsymbol{3x+4}}{\boldsymbol{x+3}}$, on note (Ch) la courbe représentative de h dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$)

1 – Donner le sens de variation de h et construire (Ch)

2 – Représenter les quatre premiers termes de la suite (U_n) sur l'axe des abscisses.

3 – Conjecturer les sens de variation et la convergence de la suite (U_n)

II – Soit (V_n) la suite définie par $\boldsymbol{V_n} = \frac{\boldsymbol{U_n - 2}}{\boldsymbol{U_n + 2}}$ pour tout entier naturel n

1 – a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison

b) En déduire le sens de variation de (V_n)

2 – Exprimer V_n puis $U_n$en fonction de n.

3 – Etudier la convergence de (U_n).

4 – On pose $S_n = V_2 + V_3 + \ ... + V_n$. Exprimer S_n en fonction de n.

III. Apprentissage à l'intégration

🕮 Exercice 1 :

Une observation de vente d'un journal a montré que chaque année, on compte 70% de réabonnement et 3000 nouveaux abonnés.

Combien d'abonnés ce journal comptera –t-il au bout de 10 ans ?

I- Posons $V_0 = 45000$ le nombre d'abonnés initial

1) Exprimer V_1 en fonction de V_0
2) Exprimer V_2 en fonction de V_1 puis en fonction de V_0
3) Exprimer V_n en fonction de V_0 et n

II- Répondre alors au problème posé

🕮 Exercice 2 :

La règle d'un jeu est la suivante : On mise une somme S qui est l'enjeu. Quand on gagne, on reçoit le double de l'enjeu. Jean-Jacques mise 2frs au premier jeu et il perd. Il mise alors 4frs au second jeu et il perd. Il continue à doubler sa mise jusqu'à sa première partie gagnante qui est la 110ème.

Depuis le début du jeu, A-t-il perdu ou gagné ?

I-

1) Combien Jean-Jacques a-t-il perdu au premier jeu ?
2) Combien Jean-Jacques a-t-il perdu au second jeu ?
3) Déterminer le nombre des jeux qu'il a effectué avant la 110ème partie.
4) Déduire ce que Jean-Jacques a perdu avant la 110ème partie.

II- Répondre alors à la question posée.

🕮 Exercice 3 :

M. Hamadou a 150.000F dans son compte d'épargne le 1 er janvier 2021. Il en ajoute 20000F chaque mois.

On désigne respectivement par u_0 ; u_1 ; u_2 ; et u_3 les comptes respectifs de M. Hamadou en janvier, février, mars et 2021.

1) Déterminer u_0 ; u_1 ; u_2 ; et u_3
2) On note par u_n la valeur de son compte dans n mois.
   a) Exprimer u_n en fonction de n.
   b) Calculer u_8 et répondre à la question posée.

Exercice 4 :

Une entreprise propose à chacun de ses employés le contrat suivant pour leur rémunération : 2 500 000 FC première année et une augmentation de 300 000FCA par an. On note u_n le salaire d'un employé au bout de n ann service.
Monsieur NGUEKAM employé dans cette entreprise pendant 30 ans ne vivait que de ses avantages de service et g son salaire dans un compte pour lancer une activité à sa retraite. Combien M NGUEKAM dispose-t-il pour son activ

1) Calculer u_1 ; u_2 ; et u_3
2) Exprimer pour tout entier naturel n u_{n+1} en fonction de u_n.
3) Montrer que pour tout entier naturel n $u_n = 300\,000 + \ 2\,500\,000$
4) Déduire le salaire annuel d'un employé au bout de 10 ans de service
5) Au bout de combien d'années le salaire d'un employé sera égal à 6 700 000 FCFA ?
6) Répondre alors à la question posée

Exercice 5 :

Sur un bulletin de solde de certains employés d'une entreprise de la place figure un nombre appelé « indice s'intéresse aux bulletins de solde des employés BABA et ALI. En 2010, l'indice de BABA est noté u_0 et celui de A noté v_0 . On suppose que $u_0 = v_0 = 500$.
Chaque année, l'indice de BABA augmente de 75 points tandis que celui de ALI augmente de 15%.
On note u_n l'indice de BABA pour l'année 2010+n et v_n l'indice de ALI la même année.
En quelle année BABA aura un indice égal à 2000 ?

1) Calculer u_1 ; u_2 ; v_1; et v_2
2)
   a) Exprimer pour tout entier naturel n u_{n+1} en fonction de u_n puis v_{n+1} en fonction de v_n.
   b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de chacune des suites (u_n) et (v_n).
   c) Justifier que pour tout entier naturel n $u_n = 500 + 75n$ et $v_n = 500(1{,}15)^n$.
   d) En déduire l'indice de BABA et celui de ALI en 2022 (on donnera la valeur arrondie à l'unité supérieure
3) Répondre alors à la question posée ci-dessus

IV. Activités d'intégration

Situation 1 :

Le président de l'association « Figuil Football Club » constate que chaque année, l'association garde 75% de ses adhérents et qu'il y a 800 nouveaux adhérents qui s'inscrivent. On suppose que l'évolution du nombre d'adhérents reste le même au fil des années. Au démarrage de l'association en 2019, il y avait 1600 adhérents.

TACHES

1) Quel est le nombre d'adhérents en 2020? en 2021?

2) On appelle U_n le nombre d'adhérents au bout de (2019 + n).

Exprimer U_{n+1} en fonction de U_n

3) Quel sera le nombre d'adhérents de l'association en 2025 ?

📖**Situation 2** :

Un objet qui chute parcourt approximativement 4,9 mètres durant la première seconde, pendant la deuxième seconde, il parcourt 9,8 mètres de plus que pendant la première seconde, pendant la troisième seconde, il parcourt 9,8 mètres de plus que pendant la deuxième seconde, etc. : à chaque seconde, la distance parcourue est supérieure de 9,8 mètres à celle parcourue pendant la seconde précédente. On note d_1 la distance parcourue pendant la première seconde, d_2 celle parcourue pendant la deuxième seconde, etc.

TACHES

1) Calculer d_1, d_2, d_3.

2) Après avoir donné la nature de la suite (d_n) pour tout entier naturel n, déterminer la distance parcourt l'objet pendant la huitième seconde.

3) Quelle est la distance totale parcourue pendant ces huit secondes ?

📖**Situation 3** :

Monsieur Hamadou veut garder une somme de 500 000FCFA dans une banque le 01/01/2022. Une banque A propose un taux d'intérêt annuel simple de 10% tandis qu'une banque B propose un taux d'intérêt annuel composé de 6%.

TACHES

1) Déterminer la somme qu'aura M. Hamadou le 01/01/2023 dans chacune des deux banques A et B.

2) Quelle est la somme totale qu'aura M. Hamadou le 01/01/2043 dans chacune des deux banques?

3) Quelle est la meilleure banque pour M. Hamadou s'il veut enlever son argent le 01/01/2043 ?

📖**Situation 4** :

M. Hamadou loue une maison à partir du 1 er janvier 2020. Il a le choix entre deux formules de contrat. Dans les deux cas, le loyer annuel initial est de FCFA et M. Hamadou s'engage à occuper la maison pendant neuf années complètes. Contrat N° 1 : Il accepte une augmentation annuelle de du loyer de l'année précédente ; Contrat N° 2 : Il accepte une augmentation annuelle forfaitaire de FCFA du loyer de l'année précédente. Etant confronté au problème de fourniture en eau par la CDE dans cette maison, le bailleur de M. Hamadou décide de creuser un forage ; pour cela, il contacte l'entreprise en charge de le réaliser. Cette entreprise estime le coût d'un forage ainsi:

✓ Le premier mètre coûte FCFA ;
✓ Le second mètre coûte FCFA et chaque mètre supplémentaire coûte FCFA de plus que le précédent. Le bailleur de M. Hamadou dispose d'une somme de FCFA allouée au forage.

<u>TACHES</u>

1) Calcule la somme que paiera M. Hamadou à l'issue des années avec le contrat N° 1.
2) Calcule la somme que paiera M. Hamadou à l'issue des années avec le contrat N° 2.
3) Calcule la profondeur du forage si cette entreprise utilise toute la somme allouée au forage par le bailleur de M. Hamadou

« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »
ENSEIGNANT : NOUWOU Noubi Sagnia
TEL : 6 96 53 43 80

ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023
TD : MATHEMATIQUES
CLASSE : 1^{ERE} D&TI
DUREE : ……. HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 9 : SERIES STATISTIQUES REGROUPEES EN CLASSES

Savoir-faire :

- ✓ **Calculer la moyenne.**
- ✓ **Déterminer la classe modale, le mode, la médiane d'une série regroupée en classes.**
- ✓ **Calculer l'écart-moyen, la variance , l'écart-type d'une série regroupée en classes.**
- ✓ **Interpréter dans des situations contextuelles la signification des différents paramètres (de position ou de dispersion)**
- ✓ **Construire et interpréter un histogramme .**
- ✓ **Construire et interpréter la courbe des effectifs ou des fréquences cumulées**
- ✓ **Déterminer la valeur exacte de la médiane par la méthode d'interpolation linéaire.**

I. Exercices de fixation

🕮 **Enoncé** : La distribution des poids en kg des élèves d'un lycée est donnée dans le tableau suivant :

Classes	fréquences
$[30;35[$	1,15%
$[35;40[$	27,35%
$[40;45[$	16%
$[45;50[$	5,50%
$[50;55[$	27,35%
$[55;60[$	15,90%
$[60;65[$	5,40%
$[65;70[$	1,35%

✍ **Ressource 1 :** mode et classe modale

🕮 EXERCICE **:** soit la série statistique précédente,

1) Quelles est (sont(s)) la(les) classe(s) modale(s) de cette série statistique ?
2) Donner le(s) mode(s) de cette série statistique ?

✍ **Ressource 2 :** Calculer la moyenne, l'écart-moyen, la variance, l'écart-type d'une série regroupée en classes.

🕮 EXERCICE **:**

1) Déterminer la moyenne de cette série statistique.
2) Déterminer l'écart-moyen, la variance, l'écart-type de cette série statistique.

✍ **Resource 3** : Histogramme

📖 EXERCICE **:** Tracer l'histogramme des fréquences.

✓ **Resource 4** : Construire et interpréter la courbe des fréquences cumulées et déterminer la valeur exacte de la médiane par la méthode d'interpolation linéaire.

✍

📖 EXERCICE **:** soit la série statistique précédente,

1) Construire le polygone des fréquences cumulées décroissantes.
2) Construire le polygone des fréquences cumulées croissantes.
3) Déterminer graphiquement la médiane de la série.
4) Déterminer la valeur exacte de la médiane par la méthode d'interpolation linéaire.
5) Déterminer graphiquement le poids minimum des dix pourcents des élèves les plus lourds.
6) Déterminer graphiquement le pourcentage des élèves dont le poids est compris entre 42,5kg et 52,5kg.

II. Exercices de consolidation

Exercice 1 :

Les notes sur 80 obtenues par un groupe de 60 élèves au devoir de mathématiques sont regroupées dans le tableau suivant :

Notes	$[0;10[$	$[10;20[$	$[20;40[$	$[40;50[$	$[50;70[$
Effectifs		7			10
Effectifs cumulées décroissants	60	54		17	

1) Recopier et compléter le tableau ci-dessus.
2) Construire le polynôme des effectifs cumulés décroissants.
3) En déduire la valeur graphique de la médiane.
4) Retrouver par interpolation linéaire la valeur de la médiane.
5) Calculer à 10^{-2} près la valeur de la moyenne et de l'écart-type.
6) Combien d'élèves ont obtenu une note supérieure ou égale à 40?
7) Combien d'élèves ont obtenu une note inférieure à 20 ?

📖 Exercice 2 :

On considère une série dont les effectifs sont donnés dans le tableau suivant :

classes	$[-2;-1[$	$[-1;0[$	$[0;2[$	$[2;4[$
effectifs	14	16	8	12

1) Dresser le tableau des effectifs cumulées croissants et décroissants.
2) Construire les polygones des effectifs cumulées croissants et décroissants.
3) Déterminer graphiquement le nombre d'individus dont la modalité est :
   a- Inférieure à 1.
   b- Supérieure à -0,4.

III. Apprentissage à l'intégration

(Concevoir des exercices où la résolution d'une tâche ou deux est décomposée en étapes.)

📖Exercice 1 :

On a consigné dans le tableau ci-après, la dépense quotidienne de chacun des 60 élèves d'une classe de $1^{ère}$D dont la dépense moyenne est de 450 FCFA.

Dépense quotidienne	$[0; 300[$	$[300; 500[$	$[500; 600[$	$[600; 800[$	$[800; 1000[$	Total
effectifs	13	x	15	10	y	60

1) a- Montrer que le couple $(x; y)$ de $\mathbb{R}^2$ vérifie le système $\begin{cases} x + y = 22 \\ 4x + 9y = 98 \end{cases}$.

   b- En déduire x et y.
2) On suppose que $x = 20$ et $y = 2$.
   a- Déterminer la variance et l'écart-type de cette série statistique.
   b- Déterminer par interpolation linéaire, la médiane de cette série statistique.

🕮Exercice 2 :

On a relevé dans une agence bancaire les montants en milliers de francs, des 49 premiers versements effectués au guichet. On a obtenu les résultats suivants.

50	300	100	800	200	30	75	250	600	260	150	45	490	400	
200	375	360	620	130	1450	880	25	560	350	450	400	280	190	
1180	220	520	120	900	110	350	600	850	290	1400	125	900	1000	130
1100	430	950	45	310	590									

1) Regrouper ces montants par classes d'amplitude 300, la première étant $[0; 300[$, puis dresser le tableau des fréquences et des fréquences cumulées croissantes de la série ainsi obtenue.
2) Déterminer la classe modale de cette série.
3) Calculer les moyennes respectives :
   a- De la série avant le regroupement en classe.
   b- De la série après le regroupement en classe.

🕮Exercice 2 :

On considère une série dont les effectifs cumulés décroissants sont donnés dans le tableau suivant.

classes	$[0; 4[$	$[4; 6[$	$[6; 8[$	$[8; 10[$
Effectifs cum. décroissants	60	45	24	6

1) Construire le polygone des effectifs cumulés décroissants.
2) -Déterminer graphiquement la médiane de cette série.
   -Vérifier le résultat par le calcul.
3) Calculer la moyenne de cette série.

IV. Activités d'intégration

🕮**Situation 1** :

Un agriculteur désire acquérir une machine pour stocker sa récolte dans des sacs de 50 kg. On lui propose deux machines, A et B, qu'il teste sur 80 sacs. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant.

Classes	[49; 49,2[	[49,2 ; 49,4[	[49,4 ; 49,6[	[49,6 ; 49,8[
A	7	6	14	14
B	4	6	9	11

Classes	[49,8 ; 50[	[50 ; 50,2[	[50,2 ; 50,4[	[50,4 ; 50,6[
A	11	14	9	5
B	14	16	17	3

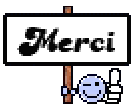
Les trois conditions suivantes doivent être réalisées pour le choix d'une machine :

- La moyenne doit être comprise entre 49,7 et 50,3 .
- l'écart-type doit être inférieur à 0,5 kg .
- L'intervalle [49,3 ; 50,5[doit contenir 85% des sacs.

Tâche 1: Calculer pour chaque machine la moyenne la variance et l'écart-type.

Tâche 2: Quelle machine l'agriculteur doit-il acheter ?

Tâche 3: Pour la machine retenue précédemment, déterminer le pourcentage de sacs dont le poids est compris entre $\bar{x} - \sigma$ et $\bar{x} + \sigma$.



« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES

LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »

ENSEIGNANT : JIOKENG ERIK

TEL : 674731066

ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023

TD : MATHEMATIQUES

CLASSE : 1^{ERE} D&TI

DUREE : 18 HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 10 : DENOMBREMENT

Savoir-faire :

- ✓ ***Définition des termes.***
- ✓ ***Déterminer le cardinal de deux ensembles finis connaissant celui de leur réunion ou de leur intersection à l'aide de diagramme de Venn.***
- ✓ ***Déterminer le nombre d'élément du produit cartésien de deux ensembles finis à l'aide d'un tableau ou d'un arbre de choix.***
- ✓ **Déterminer le nombre de p-uplets d'un ensemble fini**
- ✓ **Résoudre dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{N}$ les les équations comportant les arrangements.**
- ✓ **Résoudre dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{N}$ les les équations comportant les combinaisons.**
- ✓ **Définir la notion de factorielle d'un ensemble fini.**
- ✓ **Définir l'anagramme d'un mot.**
- ✓ ***Déterminer le cardinal du complémentaire d'un ensemble fini.***
- ✓ **Utiliser le triangle de Pascal pour calculer les combinaisons.**
- ✓ **Utiliser la formule du binôme de Newton et le triangle de Pascal pour résoudre les problèmes de dénombrement.**
- ✓ **Déterminer le nombre de sous ensemble à p éléments d'un ensemble à n éléments.**

I. Exercices de fixation

Ressource 1 : Ensembles finis/Ensembles infinis

EXERCICE 1 :

1) Définir : ensemble fini.

2) On considère les ensembles suivants : E= $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$; $A=\{2,4,6,8,10\}$; D=$\{0,1,2,3,4,\dots.\}$; $C=\{\dots,-2,-1,0,1,2\dots\}$; $B=\{1,3,5,6,8,9,10\}$.Parmi ces ensembles, détermine :

a) Ceux qui sont finis

b) ceux qui sont infinis.

Ressource 2 : intersection de deux ensembles/ cardinal d'un ensemble.

Exercice1

1) Définir : Intersection de deux ensembles A et B; cardinal d'un ensemble.
2) faire un diagramme montrant l'intersection des ensembles A et B.
3) On considère les ensembles suivants : E= $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$; $A=\{2,4,6,8,10\}$; $B=\{1,3,5,7,9\}$; $C=\{3,6,9,10.\}$

a) Déterminer $A\cap B; A\cap C;\ B\cap C\ et\ A\cap A$.

b) Faire un diagramme de venn contenant les ensembles $A\cap B; A\cap C\ et\ B\cap C$ avec les ensembles A, B et C contenus dans l'ensemble E.

c) Déterminer le cardinal des ensembles E ; $A \cap B$; $A \cap C$ et $E \cap B$.

🕮**Exercice 2**

1) A et B sont deux ensembles finis tels que : $Card(A) = 7$; $card(B) = 9$; $card(AUB) = 10$.
Calculer $Card(A \cap B)$.
2) Dans une classe, il y a 80 élèves ; 55 parlent Espagnol ; 33 parlent Allemand et 16 ne parlent aucune des deux langues. Combien d'élèves parlent à la fois les deux langues.

🕮**Exercice 3**

Chacun des 80 élèves d'une classe de première littéraire d'un établissement quelconque étudie l'Arabe ou l'Allemand. On sait que 70 élèves étudient l'allemand et que 50 étudient l'arabe.

1) Déterminer le nombre d'élèves qui étudient les deux langues.
2) Déterminer le nombre d'élèves qui étudient uniquement l'arabe puis le nombre d'élèves qui étudient uniquement l'allemand.
3) En déduire le nombre d'élèves qui étudient une et une seule langue.

🕮**Exercice 4**

60 filles constituent 75% de l'effectif d'un centre linguistique. Dans ce centre, 75% des garçons aiment le français. 5 garçons aiment le français et l'anglais. 45 filles aiment l'anglais. Chaque élève aime au moins une langue. 17,5% d'élèves aiment les deux langues.

1) Quel est l'effectif de la classe ?
2) Combien de filles aiment les deux langues ?
3) Combien de filles aiment seulement le français ?
4) Combien de garçons aiment le français ?
5) Combien d'élèves aiment une seule des deux langues.

Ressource 3 : Réunion de deux ensembles/ complémentaire d'un ensemble.

🕮**Exercice 1** : E, A et B sont des ensembles finis ; avec A et B contenu dans E.

1) Définir: Réunion de deux ensembles A et B; complémentaire de A dans E(C_E^A).
2) Dans un diagramme, illustrer clairement la réunion de deux ensembles A et B
3) Dans un autre diagramme, illustrer clairement le complémentaire de A dans E.

🕮**Exercice 2**

Lors d'un sondage, 438 personnes ont déclaré avoir un chien ; 651 personnes ont déclaré avoir un chat. Parmi elles, 116 ont déclaré avoir à la fois un chien et un chat. Combien y a-t- il de personnes interrogées ?

🕮**Exercice3 :** Dans un groupe de 40 élèves, on pratique le volley, le handball et le basket. Une enquête dans ce groupe relève que 5% des élèves font les trois sports à la fois, 30% font le basket et le volley; 10% font le basket et le hand et 11% font le volley et le hand. L'enquête montre aussi que 22 élèves ne font qu'un seul sport parmi lesquels 9 élèves font le basket et 5 élèves font le hand.

1) Combien d'élèves pratiquent seulement le volley?
2) Combien d'élèves pratiquent seulement deux sports?
3) Combien y a-t-il d'inaptes dans ce groupe?
4) On choisit trois des 17 élèves qui pratiquent au moins 2 sports pour représenter le groupe au championnat regional.

a) Combien de trios peut-on former?
b) Combien de ces trios sont constitués des élèves qui pratiquent les trois sports à la fois?

✍ **Ressource 4 : Produit cartésien d'ensemble.**

🕮 **EXERCICE 1** :

1- Définir Produit cartésien de deux ensembles A et B.

a) On donne les ensembles $A = \{a, b, c\}$ *et* $B = \{1, 2, 3\}$. Determiner AXB et BXA.

b) A l'aide d'un tableau à double entrée, lister tous les éléments de A^2 , $puis\ de\ B^2$.
c) Déterminer l'ensemble des parties de A. combien existe-t-il de partitions de A?

1) A, B et C sont trois ensembles finis tels que : Card(A)$\neq 1$, $Card(AXB) = 18$; $Card(AXC) = 15$. Déterminer $Card(A), Card(B) et\ Card(C)$.
2) Soit E l'ensemble tel que: $E = \{4, 8, 9, 10, 15, 16, 21\}$. On désigne par $M_2\ et\ M_3$ les ensembles d'éléments de E qui sont respectivement multiples de 2 et de 3.

a) Démontrer que $M_2\ et\ M_3$ forment une partition de E.
b) En est-t-il de même si on remplace E par F tel que $F = \{4, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 21\}$?

Exercice 2

I- On lance un dé rouge et un dé vert, chacun d'eux ayant ses faces numérotées de 1 à 6. Le resultat d'un lancer est le couple de nombres apparaissant sur la face supérieure de chaque dé.

1) Combien y a-t-il de résultats possibles?
2) Combien y a-t-il de résultats pour lesquels la somme des deux nombres est supérieure ou égale à 9?

Exercice 3

On lance deux fois de suite un dé cubique parfait dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et l'on note a le résultat du premier lancer et b le résultat du second lancer. On considère alors l'équation du second degré : $x^2 + ax + b = 0$.

a) Quel est le nombre de possibilités pour que cette équation admette une solution double ?
b) Quel est le nombre de possibilités pour que cette équation admette deux solutions distinctes ?
c) Quel est le nombre de possibilités pour que cette équation n'admette pas de solutions ?

Exercice 4

Un self-service propose des menus comportant une entée, un plat et un dessert. Les clients peuvent choisir parmi 5 entrées, 4 plats et 3 desserts. Combien y a-t-il de menus possibles?

Resource 5 : P-uplets

Exercice 1:

Déterminer le nombre d'élements d'un ensemble E dans les cas suivants:

1) Le nombre de couple de E est 56.
2) Le nombre de triplets de E est 120.

Exercice 2

i- Le chef d'un village dispose de 3 masques différents. Dix villageois seulements peuvent porter l'un ou l'autre de ces masques. Calculer le nombre de repartitions possibles.

ii- Une urne contient 3 boules blanches et deux boules rouges. On tire successivement et avec remise 3 boules de l'urne.

a) Quel est le nombre de tirage possible?
b) Quel est le nombre de tirage contenant exactement deux boules blanches.

Exercice 3:

Un clavier de 9 touches permet de composer le code d'entrée d'un immeuble à l'aide d'une lettre suivie d'un nombre de 3 chiffres distincts ou non.

1	2	3
4	5	6
A	B	C

1) combien de code différents peut-on former?
2) Combien y a-t-il de codes sans le chiffre 1?
3) Combien y a-t-il de codes comportant au moins une fois le chiffre 1?

Exercice 4

Lors de son anniversaire, Marie a invité sept de ses camarades. Aucun n'a promis avec assurance qu'il viendrait. Quel est le nombre de possibilités différentes auxquelles Marie sera confrontée?

Resource 6 : arrangements

📖**Exercice 1**

1) Résoudre dans l'ensemble ℕ les équations suivantes :
   a) $A_n^2 = 60 + 3n$
   b) $A_n^4 = 4A_n^3$
   c) $A_n^3 = 90n$

📖**Exercice 2**

On considère l'ensemble $E = \{1, 2, 3, 4\}$.

1) Déterminer un 3-arrangement d'éléments de E.
2) Déterminer le nombre de 3-arrangements d'élément de E.

📖**Exercice 3**

1) Une course de chevaux se passe entre 10 chevaux. Combien y a-t-il de tiercés dans l'ordre possible ?
2) De combien de façon peut-on ranger sept véhicules dans un parking de 12 places.
3) Dix athlètes participent à une course. On appelle podium l'arrivée des trois premiers. Déterminer le nombre de podium possibles.
4) Déterminer le nombre de façons différentes de placer 10 personnes sur 15 chaises numérotées de 1 à 15, sachant que deux personnes ne peuvent occupées la même chaise.

📖**Exercice 4**

On voudrait former le bureau de classe de la première D d'un établissement de la place. Ce bureau est constitué d'un chef et de son adjoint. 9 élèves postulent à ces postes. On admet qu'il n'ya pas de cumul.

1) Combien de bureaux possibles peut-on constituer ?
2) On suppose que n des 9 candidats sont filles, n, étant un entier naturel inferieur a 6.
3) Montrer dans ce cas que le nombre de bureau noté $P(n)$ ayant exactement une fille est :
4) $P(n) = -2n^2 + 18n$.
5) Calculer n si $P(n) = 40$.

Ressource 7 : permutation

📖**Exercice 1 :**

1) Définir l'expression: permutation d'un ensemble.
2) Determiner le nombre de façon de disposer 5 drapeaux de 5 pays différents sur 5 mats.
3) De combien de façons différentes peut-t-on nommer les sommets d'un exagonne par les lettres A, B, C, D, E, F.

📖**Exercice 2** :

huit pesonnes participant à un repas: determiner le nombre de façons différentes de placer ces convives autour d'une table de 8 places numérotées de 1 à 8.

Ressource 8 : Anagramme d'un mot

📖**Exercice 1**

1) Définir : Anagramme d'un mot.
2) Déterminer tous les anagrammes du mot « lit ».
3) Déterminer le nombre d'anagramme du mot « mathématiques ».
4) Déterminer le nombre d'anagramme du mot « Afrique ».

Ressource 9 : combinaison.

📖**Exercice 1 :**

A) Soient p et n deux entiers naturels tels que p$\leq n$,

a) Démontrer que $C_n^p = C_n^{n-p}$ et que si de plus $1 \leq p \leq n$ alors, $C_{n-1}^{p-1} + C_{n-1}^p = C_n^p$.

B) Résoudre dans l'ensemble ℕ les équations suivantes :

a) $C_n^2 = 190$

b) $C_{n+10}^{n+4} = C_{n+10}^{2n-10}$

c) $C_n^1 - C_n^2 = 5n$.

🕮**Exercice 2**:

Un jury est composé de six membres pris dans une liste comportant dix hommes et sept femmes. Combien peut-on former de jury comportant:

a) Seulement des hommes?
b) Quatre hommes et deux femmes?
c) Au plus deux femmes.

🕮**Exercice 3**

I- Un magazine propose pour un sondage, une liste de 15 chanteurs, numéroter de 1 à 15. On demande au lecteur d'entourer les noms de ses trois chanteurs préférés.

1) Combien y a-t-il de choix possibles?
2) Combien y a-t-il de choix comportant le chanteur numéro 1?
3) Combien y a-t-il de choix ne contenant que des chanteurs de numéros pairs?

II- Seize personne se rencontrent. Chacune d'elle serre la main a chacune des autres.

a) Quel est le nombre total de poignées de mains échangées?
b) Résoudre dans ℕ l'équation $C_n^2 = 780$
c) Sachant qu'au début d'un conseil de cabinet à l'immeuble étoile, y a eu 780 poignées de mains entre membres du gouvernement ; déterminer le nombre de membre du gouvernement ayant pris part à ce conseil.

🕮Exercice 4:

A) On dispose d'un jeu de 32 cartes. On choisit au hasard 5 cartes du jeu (on dit que l'on a une main de 5 cartes).

1) Combien y a-t-il de mains différentes de 5 cartes ?
2) Combien y a-t-il de mains de 5 cartes ne contenants que des figures (valets, dames, rois) ?
3) Combien y a-t-il de mains de 5 cartes ne contenant aucun roi?
4) Combien y a-t-il de mains de 5cartes contenant au moins un roi ?
5) Combien y a-t-il de mains de 5 cartes contenant exactement un roi et exactement 3 cœurs ?

🕮Exercice 5

B) Dans un championnat de football, chacune des 16 équipes doit rencontrer dans un match aller et dans un match retour toutes les autres équipes.

1) Calculer le nombre total de matchs de ce championnat.
2) Pour réduire le nombre de matchs, les 16 équipes sont reparties en 4 poules de 4 équipes, le vainqueur de chaque poule participe à une poule finale. Sachant qu'à l'intérieur de poule chaque équipe rencontre les trois autres dans un match aller et dans un match retour, calculer le nombre total de matchs.

🕮**Exercice 6**

Dans une salle de classe de PD, il Ya 9 garçons et 5 filles. Ces élèves décident de constituer un comité comprenant : un président (garçon), un trésorier et une secrétaire (fille)

1) De combien de façons différentes peuvent-ils constituer ce comité ?
2) De combien de façons différentes peuvent-ils constituer ce comité sachant que le trésorier est :

a) Un garçon ?
b) Une fille ?

📖**Exercice 7 :**

Une urne A contient 3 boules noirs et 2 boules blanches. Une urne B contient 2 boules noires et deux boules blanches. On tire simultanément deux boules de A et une boule de B.

1) Quel est le nombre total de tirage possibles.
2) Quel est le nombre total de tirages ou les trois boules obtenues sont de même couleur ?
3) Quel est le nombre de tirage comportant exactement une boule blanche ?
4) Quel est le nombre de tirage comportant exactement deux boules blanches ?

📖**Exercice 8**

Un sac contient 4 boules blanches, 5 boules noires et deux boules rouges toutes indiscernables au toucher. On tire simultanément trois boules du sac.

1) Quel est le nombre de tirages possibles?
2) Quel est le nombre de tirage bicolores?

II. Exercices de consolidation

📖Exercice 1 :

Une urne contient 5 boules numérotées de 1 à 5. On tire 3 boules de cette urne. Déterminer le nombre de résultats possibles dans chacun des cas suivants.

1) Les boules sont tirées l'une après l'autre en remettant chaque fois la boule tirée dans l'urne.
2) Les boules sont tirées l'une après l'autre sans les remettre dans l'urne.
3) Les boules sont tirées par paquets de 3.

📖Exercice 2 :

Monsieur BILOUGA a 4 enfants qui fréquentent un lycée de la place, et parmi eux x font la série C et y font la série D $(x \geq 1 \; et \; y \geq 1)$. On choisit au hasard et simultanément deux enfants parmi les 4. Soit $P(x)$ le nombre de possibilités pour qu'ils fassent la même série. Montrer que $P(x) = x^2 - 4x + 6$.

📖Exercice 3

On lance trois dés de couleurs différentes dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et on s'intéresse au nombre qui apparait sur la face supérieure de chacun d'eux.

1) Déterminer le nombre de tirage possible.
2) Déterminer le nombre de résultat comportant :

a) Un seul six .

b) Au moins un six.

3) Déterminer le nombre de résultats tels que la somme des nombres est égale à 13.

📖**Exercice 4 :** **(**utilisation du triangle de pascal dans le calcul des combinaisons).

Le nombre C_n^p($0 \leq p \leq n$) peut-être déterminer à l'aide d'un tableau appelé triangle de PASCAL.

1) $pour \; n = 7 \; et \; p = 7$; écris le triangle de PASCAL et déduire les combinaisons suivants : $C_7^3; \; C_7^4; \; C_6^2; \; C_7^5 \; et \; C_5^2.$

Exercice 5 :

Lors d'une course, 10 chevaux prennent le départ.

1) Déterminer le nombre d'arrivées possibles, sachant qu'il n'y a pas d'exæquo.
2) Jouer au tiercé consiste à placer parmi les chevaux choisis les 3 premiers chevaux de l'arrivée. Supposons que les chevaux soient arrivée dans l'ordre 4, 7, 10, 1, 6, 5, 8, 3, 9, 2. Celui qui a joué les chevaux 4, 7 et 10 a gagné le tiercé dans l'ordre. Celui qui a joué les chevaux 7, 10 et 4 a gagné le tiercé dans le désordre.

a) Déterminer le nombre de tiercé dans l'ordre.

b) Déterminer le nombre de tiercé dans le désordre.

3) Jouer au quarté consiste à placer parmi les chevaux choisis les 4 premiers chevaux de l'arrivée.

a) Déterminer le nombre de quartés dans l'ordre.

b) Déterminer le nombre de quartés dans le désordre.

Exercice 6 :

1) Ecrire la formule du binôme de Newton.
2) Utiliser la formule du binôme de Newton pour calculer l'expression$(a+b)^6$.
3) On pose $f(x)=(x+1)^n$.

a) En utilisant la formule du binôme de Newton, déterminer la forme développer de $f(x)$.

b) En déduire les sommes suivantes :

$b_1)$ $1+C_n^1+C_n^2+C_n^3+\cdots C_n^n$.

$b_2)$ $1-C_n^1+C_n^2-C_n^3+\cdots+(-1)^n C_n^n$.

4) Déterminer le coefficient de x^7 dans le développement de $(x+2)^{10}$.

III. Apprentissage à l'intégration

Exercice 1

Une femme a dans sa garde-robe 3 jupes(j_1,j_2,j_3) et 3 $chemisiers$ (c_1,c_2,c_3). Elle souhaite s'habiller en portant une jupe et un chemisier. En utilisant un arbre de choix, déterminer le nombre de façons différentes dont elle peut s'habiller.

Exercice 2

Pour se rendre à un mariage, un homme doit choisir la chemise, le pantalon et la veste qu'il portera. Il possède 5 chemises, 3 pantalons et 2 vestes. Trouver le nombre de choix distincts qu'il peut effectuer?

Exercice 3

Pour chaque élève d'un lycée, l'infirmière remplit une fiche dans laquelle elle note le sexe, l'âge et le groupe sanguine de l'élève. Déterminer le nombre maximum de fiches distinctes sachant que les élèves ont un âge compris entre 11 et 18 ans et qu'il existe 8 groupes sanguins.

IV. Activités d'intégration

Situation 1 :

Les dimensions d'une salle de classe de première littéraire sont telles que l'aire est 89,25 m^2 et le périmètre est 38 m. dans cette classe, les élèvent étudient particulièrement trois disciplines qui sont : **la philosophie, l'anglais et les mathématiques**. Sachant que chaque élève étudie au moins une discipline, on dénombre :

● 9 élèves qui étudient les trois disciplines.
● 17 élèves qui étudient la philosophie et les mathématiques,
● 16 élèves étudient les mathématiques et l'anglais,
● 14 élèves étudient l'anglais et la philosophie.
● 25 élèves étudient les mathématiques,
● 30 élèves étudient l'anglais,
● 11 élèves étudient seulement la philosophie.

Une commission d'enquête choisit au hasard 4 élèves pour représenter la classe au conseil de discipline ;
Les quatre élèves sont choisis parmi ceux qui étudient seulement l'anglais et les mathématiques.

Tâche 1 : Déterminer les dimensions de la salle de classe.

Tâche 2 : Déterminer le nombre d'élèves de cette classe.

Tâche 3 : Déterminer le nombre de possibilités de choix des élèves pour représenter la classe au conseil de discipline.

Situation 2

Trois élèves Jean, Pierre et paul sont appelés à effectuer un jeu qui consiste à tirer 3 boules dans une urne contenant 5 boules blanches, 4 boules bleus et trois boules jaunes, toutes indiscernables au toucher.

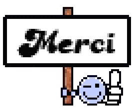
● Jean effectue un tirage simultané de trois boules dans l'urne. Pour gagner, il doit obtenir au moins une boule Jaune.

● Pierre effectue un tirage successif sans remise de trois boules dans l'urne. Pour gagner, il doit obtenir exactement une boule jaune.

● Paul effectue un tirage successif avec remise de trois boules dans l'urne. Pour gagner, il doit obtenir une boule de chaque couleur.

Taches:

1- Déterminer le nombre de tirages possibles que peut effectuer Jean pour gagner.
2- Déterminer le nombre de tirages possibles que peut effectuer pierre pour gagner.
3- Déterminer le nombre de tirages possibles que peut effectuer Paul pour gagner.



« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »
ENSEIGNANT : **Dylan Dimitri NGUEKAM**
TEL : 698644850

ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023
TD : MATHEMATIQUES
CLASSE : 1^{ERE} D&TI
DUREE : ……. HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES
CHAPITRE 11 : INTRODUCTION A LA THEORIE DES GRAPHES

Savoir-faire :

- ✓ **Justifier qu'une représentation graphique est un graphe.**
- ✓ **Justifier qu'un graphe est simple ou orienté ; complet.**
- ✓ **Déterminer l'ordre d'un graphe.**
- ✓ **Déterminer le degré d'un sommet.**
- ✓ **Reconnaitre un sommet isolé**
- ✓ **Reconnaitre deux sommets adjacents**
- ✓ **Résoudre des problèmes concrets de la vie courante à l'aide des graphes**

I. Exercices de fixation

✍ **Ressource 1 :** Graphe : arête/sommets/sommet isolé et sommets adjacents/représentation

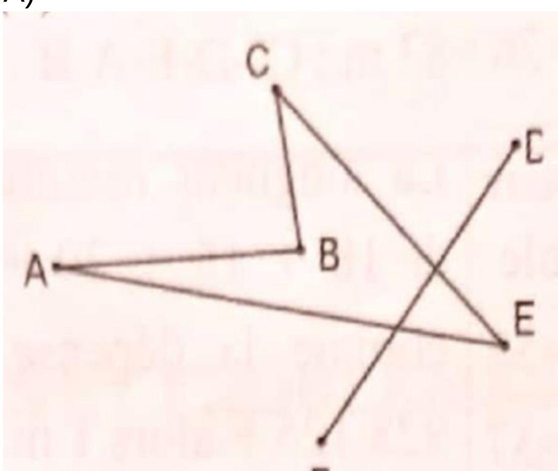
🕮 EXERCICE 1 **:**

1) Définir **Graphe, Sommet d'un graphe**
2) Compléter les pointillés par les termes correspondants :
Dans un graphe, la liaison entre deux sommets est appelée……………………Lorsque deux sommets sont liés ils sont dit ……………………..et un sommet qui n'est lié à aucun autre sommet du graphe est dit……………..
3) Représenter un graphe ayant quatre sommets A, B, C et D et trois arêtes

🕮 EXERCICE 2 **:**

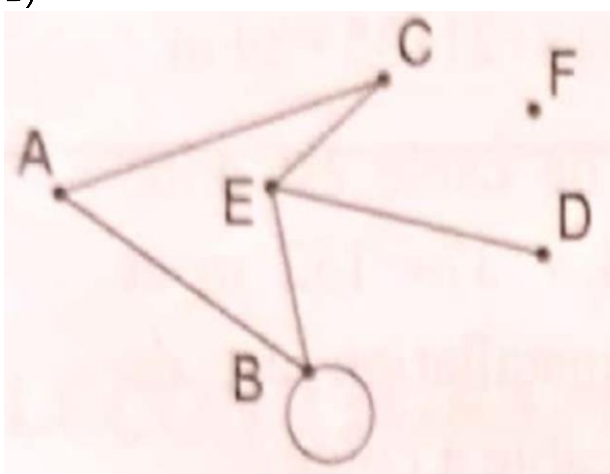
1) Dans chacun des cas suivants relever les sommets et les arêtes des graphes (on précisera les sommets isolés s'ils existent)

A)

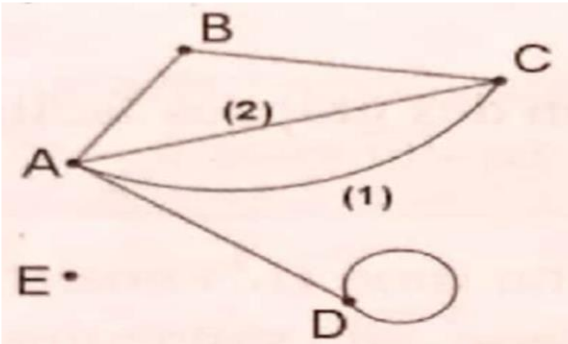


de

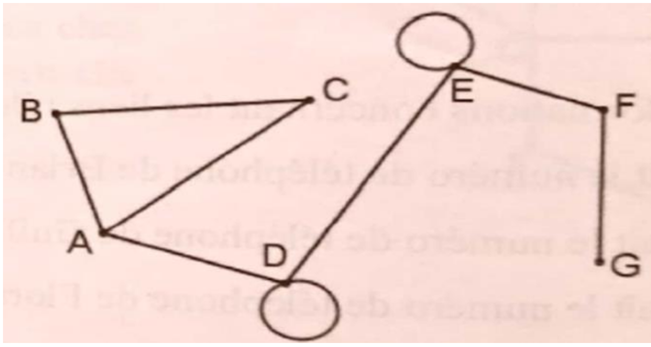
B)



C)



D)



2) Dans quels graphes a-t-on une boucle ?
3) Dans quels graphes a-t-on une arête multiple ?

🕮 EXERCICE 3 **:**

A) Dessiner les graphes de sommets A, B, C, D et E dont les arêtes sont données ci-dessous
1) A-B ; B-C ; B-B ; D-B, D-A
2) B-D ; A-B ; B-E (1) ; E-D ; B-E (2) ;

B) Dans quel graphe a-t-on une arête multiple ? une boucle ?

C) Dans quel graphe a-t-on un sommet isolé ? préciser le s'il existe

🕮 EXERCICE 4 **:**

Un graphe a pour sommets : **2, 3, 4, 5, 6, 8 et 9.** Le lien entre les éléments de ce graphe est « est divisible par ». Schématiser ce graphe avec toutes ses arêtes

✍ **Resource 2** : Ordre d'un graphe/Degré d'un sommet/Degré d'un graphe

🕮 EXERCICE 1 **: Q C M**

Pour chacune des questions, quatre réponses sont proposées et une seule est juste. Recopier le numéro de la question suivie de la lettre correspondante à la bonne réponse

1) L'ordre d'un graphe est :

a)	Le nombre de sommets du graphe
b)	Le nombre d'arêtes du graphe
c)	Le nombre de boucle du graphe
d)	Pas de bonne réponse

2) Le degré d'un sommet est :
   a) Le nombre de graphes où apparait ce sommet
   b) Le nombre d'arêtes qui arrivent sur ce sommet
   c) Le nombre de sommets qui lui sont adjacents
   d) Pas de bonne réponse
3) Le degré d'un graphe est :
   a) Le nombre de sommets de ce graphe
   b) Le nombre d'arêtes de ce graphe
   c) La somme des degrés de tous les sommets de ce graphe

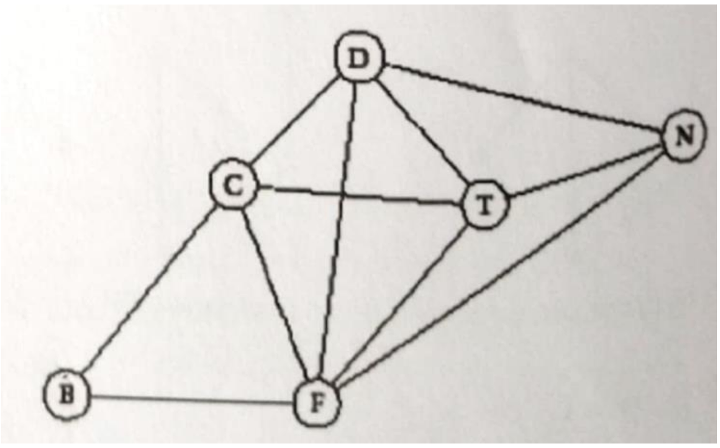
d) Le degré maximum des sommets de ce graphe

🕮 EXERCICE 2 :

On considère le graphe ci-dessous :

1) Quel est l'ordre de ce graphe ?
2) Recopier et compléter le tableau ci-dessous

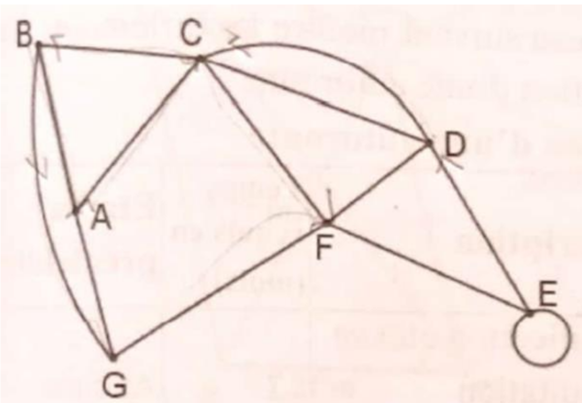
3) Déterminer le degré de ce graphe



Sommets	B	C	D	F	N	T
Degré du sommet						

🕮 EXERCICE 3 :

On considère le graphe ci-dessous :



1) Quel est l'ordre de ce graphe ?
2) Recopier et compléter le tableau ci-dessous

Sommets	A	B	C	D	E	F	G
Degré du sommet							

3) Déterminer le degré de ce graphe

✍ **Resource 4** : Types de graphes/ Lemme des poignées de mains

🕮 EXERCICE 1 :

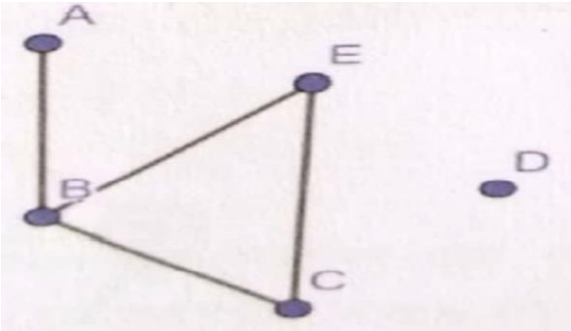
1) Expliquer les notions de **Graphe simple, Graphe orienté** et **graphe complet**
2) Dans un graphe complet d'ordre 4, chaque sommet est de degré :

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) pas de réponse juste

3) D’après le lemme des poignées de mains, si dans un graphe simple la somme des degrés de ses sommets est 12 alors le nombre d’arêtes de ce graphe est :
   a) 12 b) 10 c) 8 d) 6 e) pas de réponse juste

🕮 EXERCICE 2 :

On considère le graphe ci-dessous :



e graphe

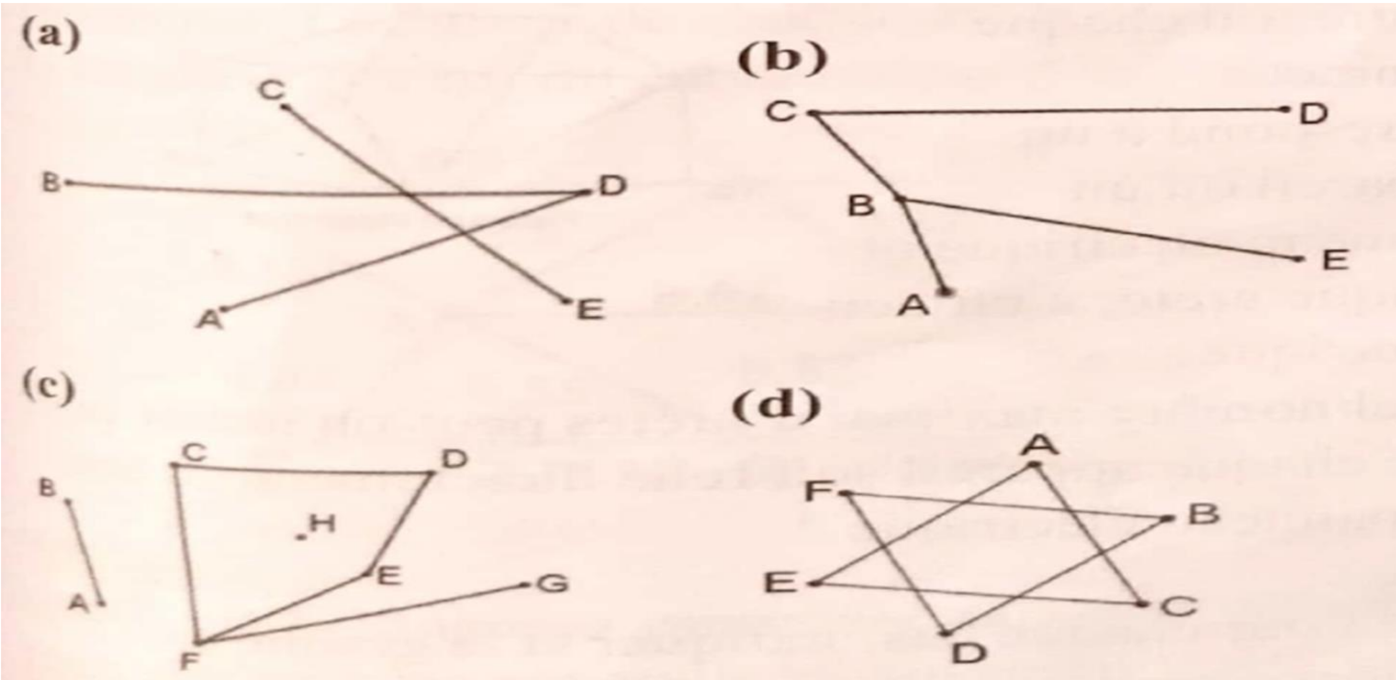
b) Calculer le nombre d’arêtes de ce graphe en utilisant le Lemme des poignées de mains

4) a) Dire pourquoi ce graphe n’est pas complet

b) Reproduire et compléter le graphe précédent pour qu’il devienne complet. Combien d’arêtes ont été ajoutées ?

🕮 EXERCICE 3 :

Dans chacun des cas, indiquer si le graphe est complet ou non. S’il est non complet déterminer le nombre d’arêtes qu’il faut ajouter afin de le rendre complet et tracer ces arêtes



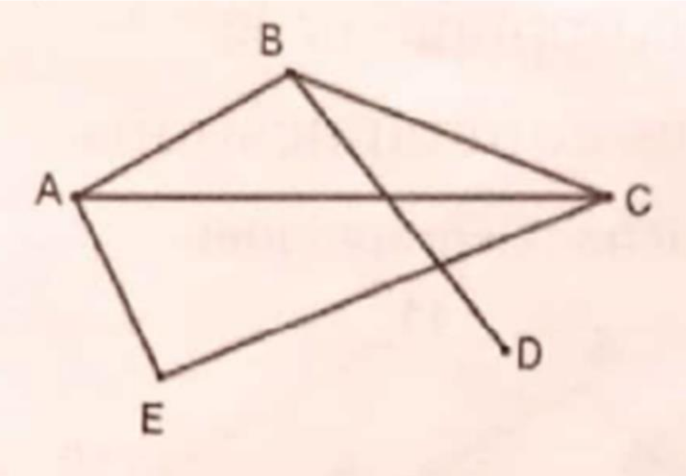
II. Exercices de consolidation

🕮**Exercice 1** :

1) Dessiner deux graphes G3 et G4 respectivement d’ordre 3 et 4 et dont chaque sommet soit de degré 2
2) Déterminer le nombre d’arêtes de chaque graphe en utilisant le lemme des poignées de mains
3) Parmi ces graphes le quel est complet ? justifier

🕮**Exercice 2** :

Considérons les graphes suivants :

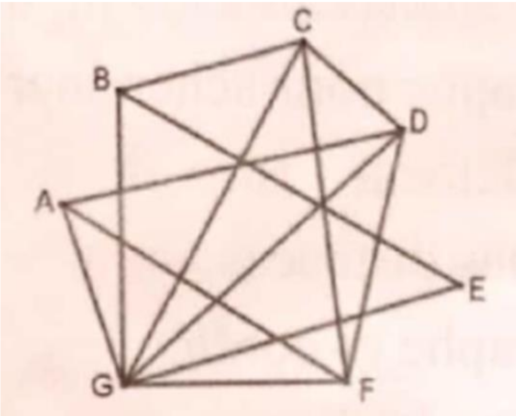


1) Quel est l'ordre de ce graphe ?
2) Déterminer le degré de chaque sommet de ce graphe
3) Déduire le degré de ce graphe
4) Utiliser le Lemme des poignées de mains pour calculer le nombre d'arêtes de ce graphe
5) Justifier que ce graphe est non complet
6) Déterminer le nombre d'arêtes à ajouter pour le rendre complet. Représenter ces arêtes

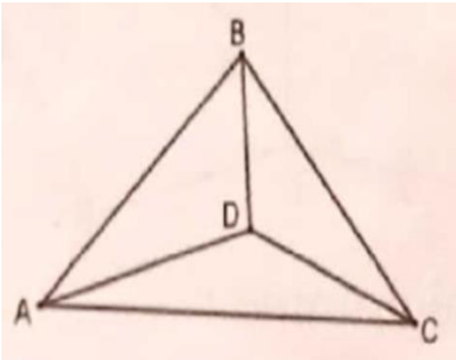
🕮**Exercice 3** :

Reprendre l'exercice 1 avec les graphes ci-dessous :

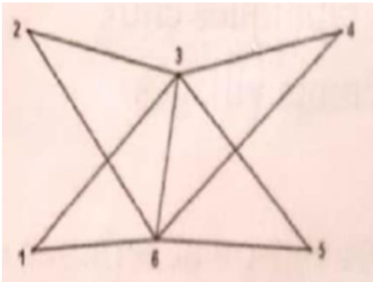
a)



b)



c)



🕮**Exercice 4** :

Soit l'ensemble $E = \{1, 2, 3, 4\}$

1) Déterminer le nombre de sous-ensembles à deux éléments de l'ensemble E
2) Dessiner un graphe dont les sommets sont tous les sous-ensembles à deux éléments de E, deux sommets étant reliés si leur intersection est non vide
3) Déterminer le degré de chaque sommet puis déduire le degré du graphe
4) Le graphe obtenu est-il complet ? justifier

🕮**Exercice 5 :**

Les suites ci-dessous correspondent à la suite des degrés de deux graphes simples.

S1= $(3, 3, 2, 1, 1)$ et S2= $(4, 3, 3, 2, 2, 1)$

1) Déterminer le nombre d'arêtes de chaque graphe
2) Déduire si possible la représentation de chaque graphe

III. Apprentissage à l'intégration

🕮**Exercice 1** :

Pour les vacances, Tamo décide d'organiser une compétition du jeu vidéo PES22 qui va opposer 6 jeunes de son quartier. Chaque joueur devra affronter tous les autres. Lors de chaque confrontation, Tamo reçoit 500F de la part de chaque joueur et le montant total reçu à l'issue de la compétition sera remis au vainqueur

1) Construire un graphe où les joueurs seront représentés par les sommets et les confrontations par les arêtes
2) Quel type de graphe obtient-on ?
3) a) Déterminer le nombre de confrontations de cette compétition
7) Déduire la somme d'argent que remportera le vainqueur de la compétition

🕮**Exercice 2 :**

Désirant élever trois variétés de poissons dans un même aquarium, Adamu se voit proposer six poissons nommés A, B, C, D, E, F.

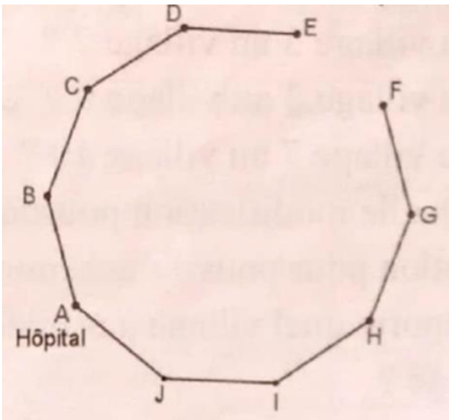
Dans le tableau ci-dessous, une croix indique que les poissons ne peuvent cohabiter dans cet aquarium

	A	B	C	D	E	F
A		×	×		×	
B	×		×		×	×
C	×	×			×	×
D						
E	×	×	×			×
F		×	×		×	

1) Représenter la situation par un graphe où chaque poisson représente un sommet du graphe et une arête reliant ici deux poissons qui ne peuvent pas cohabiter
2) Déterminer le degré de chaque sommet
3) Retrouver le nombre d'arêtes de ce graphe en utilisant le lemme des poignées de mains
4) Donner les trois variétés de poissons que Adamu pourra faire cohabiter dans l'aquarium

🕮**Exercice 3** :

Les liens routiers entre plusieurs municipalités de la ville sont représentés par le graphe ci-dessous. Le nouveau délégué du gouvernement auprès de cette communauté urbaine décide de construire des routes supplémentaires pour que toutes les municipalités soient directement reliées surtout pour faciliter l'accès à l'hôpital par tous et pour cela la construction d'une route est estimée à 300 millions de FCFA



1) Quelles seraient les conséquences en cas d'urgence d'une fermeture de route entre les municipalités B et C ?
2) a) Combien de routes doivent être construites pour que toutes ces municipalités soient directement liées ?
   b) Déduire le budget de la réalisation du projet de ce nouveau délégué du gouvernement
   3) Quel type de graphe obtiendra-t-on après la réalisation de ce projet ?

IV. Activités d'intégration

🕮**Situation 1** :

Pendant une soirée de détente, 5 frères d'une famille décident de s'affronter au jeu de dames. Ali l'aîné décide que chacun jouera 3 parties mais Moussa le benjamin déclare que cela est impossible et Ali insiste que cela est possible.

Tache :

Qui d'Ali ou de Moussa a raison ?

Situation 2 :

A l’occasion des championnats de vacances, Issa jeune informaticien décide de créer une application mobile qui permettra à ses utilisateurs de suivre les matchs en direct sur leurs téléphones même n’étant pas présent au stade et il facture la diffusion d’un match à 500F et une réduction de 15% à ceux qui payeront pour tous les matchs du championnat d’un coup.

Dans ce championnat, il y’a 10 équipes et chaque équipe affrontera toutes les autres en match « aller-retour ».

Ivan qui ne passera pas ses vacances dans la ville décide d’utiliser l’application d’Issa pour pouvoir suivre les matchs et désire payer tout d’un coup mais ne sait pas combien cet abonnement lui coutera

Tache :

Quel sera le prix de l’abonnement d’Ivan

Situation 3 :

Trois pays envoient chacun deux agents pour une conférence. Chaque agent devra rencontrer tous les agents des autres pays pour une journée d’échange. Notons qu’une seule rencontre a lieu par jour et ce chaque jour jusqu’à la fin de la conférence

Tache

Déterminer le nombre de jours que durera cette conférence

Situation 4 :

Huit jeunes veulent travailler dans un super marché dans lequel seul trois postes sont disponibles. Le responsable soucieux d’éviter les problèmes veut tenir compte des inimitiés entres ces jeunes.

- Adrien ne peut travailler avec Damien
- Benjamin ne parle plus avec Adrien
- Cyril refuse de travailler avec Benjamin
- Damien ne supporte pas Greg
- Éric ne veut côtoyer ni Benjamin, ni Franck, ni Hector
- Franck n’apprécie pas Greg et Hector
- Greg ne s’entend pas avec Adrien
- Hector refuse de travailler avec Franck ou Cyril

Taches :

1) Éric a le meilleur CV. Qui peut-on embaucher avec lui ?
2) Donner une autre combinaison de trois autres sans Éric que l’on peut embaucher

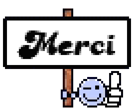
Situation 5 :

Elvis est un enseignant de mathématiques originaire du village Bafang dans l’Ouest Cameroun. Arrivé à Douala suite à son affectation dans un établissement de la ville, il se rapproche d’un groupe de ressortissants de son village Bafang et le président lui dit à son arrivé :

- Chaque ressortissant est membre exactement de deux cotisations
- Chaque cotisation comprend exactement trois membres
- Deux cotisations quelconques ont toujours exactement un membre en commun

Tache :

Déterminer le nombre de cotisations et le nombre de ressortissants



« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »
ENSEIGNANT : AZEBOP PASCAL
TEL : 697 45 94 81 / 675 26 85 17

ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023
TD : MATHEMATIQUES
CLASSE : **1^{ERE} D, C &TI**
DUREE : 8 HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 12: BARYCENTRES ET LIGNES DE NIVEAU

Savoir-faire : L´apprenant devra être capable de :

- déterminer et construire le barycentre de deux points pondérés ou trois points pondérés
- utiliser les propriétés des barycentres partielles pour démontrer l´alignement des points et montrer que les droites sont concourantes
- traduire et de reconnaitre le barycentre de deux ou trois points par une relation vectorielle
- Réduire l´expression vectorielle $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \overrightarrow{MA_i}$ selon que la somme des coefficients est nulle ou non.
- Déterminer, caractériser et construire l'ensemble des points M du plan tels que :

$\boldsymbol{MA^2 + MB^2 = k\ ;\ MA^2 - MB^2 = k\ ;\ \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = k\ ;\left\|\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \overrightarrow{MA_i}\right\| = 0.}$

I-EXERCICES DE FIXATION

Exercice 1:

Pour chacune des affirmations suivantes, réponds par ''**vrai**'' ou ''**faux**''

1-Le centre de gravité d´un triangle est le point de concourt des médiatrices.

2-Le centre de gravité G d´un triangle ABC est l´isobarycentre des points A, B et C.

3-L´existence d´un barycentre dépend de la somme des coefficients de ses points pondérés.

4-La position du point G barycentre des points (A, a) et (B, b) dépend uniquement du produit des coefficient des point pondérés $a \times b$.

Exercice 2 :

ABC est un triangle, I et J sont les points tels que : $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$et $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CJ}$.**(E)** est le cercle de centre A$\binom{-2}{3}$ et de rayon 2 .Compléter les pointillés par les chiffres et expressions qui conviennent.

I est le barycentre des points C et J affectes des coefficients 2 et 1 ; J = Bar{(A; …..); (B, … ….)} Ainsi on peut écrire I comme barycentre des points A ,B et C affectés des coefficients …….. , 2 et …………Une équation cartésienne de**(E)** est ……………………………..............

Exercice 3 :

Soient A et B deux points distincts du plan tels que AB=3cm. Le point G tel que $\overrightarrow{AG} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

1-Ecrire G comme barycentre des points A et B affectés des coefficients à déterminer ; puis construire le point G .

2-Construire les points I et J tel que : I = Bar{(A; 1); (B, 2)} ; J = Bar{(A; 4); (B, −1)} .

Exercice 4 :

Pour chacune des questions suivantes, quatre réponses sont proposées, mais une seule est juste. Recopier le numéro de la question suivi de la lettre correspondante à la bonne réponse.

1)Soient trois point A,B et C tel que : $\overrightarrow{AC} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$.Quel est le couple de nombres réels $(b; c)$ tel que A soit le barycentre des points pondérés $(B; b)$ et $(C; c)$?

a) $(2 ; -3)$ b) $(-3 ; 5)$ c) $(3 ; 5)$ d) $(5 ; -3)$

2)Soit un segment AB de longueur 5 cm et de milieu I, $G = \text{Bar}\{(A;1);(B,2)\}$ et $H = \text{Bar}\{(A;2);(B,1)\}$ alors :

a) $3\overrightarrow{GA} - 2\overrightarrow{AB} = \vec{0}$ b) $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = -3\overrightarrow{MH}$ c)G et H sont symétriques par rapport à I

c) $B = \text{Bar}\{(A;3);(H,2)\}$

3)ABC est un triangle équilatéral de côté 3 cm.On considère le point G tel que :

$\boldsymbol{3\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}} = \vec{0}$ et I milieu de $[AC]$.Alors :

a) G= $\boldsymbol{Bar\{(A;2);(B,1);(C,2)\}}$ b)Les points G,B et I sont alignés c)G est le centre de gravité du triangle ABC

d) $\boldsymbol{\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}}$

4) L'ensemble des points M du plan tel que $\boldsymbol{\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = \vec{0}}$ **est :**

a)La médiatrice de $[AB]$ b) $\emptyset$ c)Le cercle de diamètre $[AB]$ d)La droite perpendiculaire à (AB)

5) Soient deux poit A et B du plan tel que $AB = \boldsymbol{6\ cm}$ **et I milieu de** $[AB]$. L'ensemble des points M du plan tel que $\boldsymbol{\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = -9}$ **est :**

a)Le point I b) $\emptyset$ c)Une droite d)Un cercle

🕮**Exercice 5 :** **5 points**

ABC est un triangle. I, J et K sont les points définis par : $\overrightarrow{IB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{IC}$;$\overrightarrow{JA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{JB}$ et $\overrightarrow{KB} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{KA}$

1-Faire une figure et placer les points I, J et K . 1,5pt

2-Déterminer le couple de réels (x, y) tels que : $I = bar\ \{(B;\ x)(C;\ y)\}$. 1pt

3-Ecrire K comme barycentre des points A et B affectés des coefficients à déterminer. 1pt

4-Justifier clairement que les points A, C et J sont alignés. 1pt

5-On considère un point G du plan tel que $G = bar\ \{(E;\ \beta^2)(F;\ -1)\}$. Pour quelles valeurs de β, G n'existe pas ? 0,5pt

🕮**Exercice 6:**

1-Soit ABC un triangle .Construire le point $G = \text{Bar}\{(A;1);(B,2);(C;3)\}$ en utilisant deux méthodes différentes.

2-Soit ABC un triangle quelconque te que : $AC = 8$ cm , $AB = 4$ cm et $BC = 6$ cm.

a)Placer les points P, Q et R tel que : $\overrightarrow{CP} = \frac{3}{8}\overrightarrow{CA}$;$\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BR} = \frac{5}{6}\overrightarrow{BC}$.

b) Montrer que les droites (AR) ; (BP) et (CQ) sont concourantes .

🕮**Exercice 7** : **3 points**

I-Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ .On considère le cercle (C) d'équation :

$x^2 + y^2 - 4x + 4y - 2 = 0$ et la droite (D) d'équation : $x - 3y + 2 = 0$.

1-Déterminer le centre K et le rayon de (C). 1pt

2-Déterminer les coordonnés des points de rencontre entre (C) et (D) puis en déduire qu'ils sont tangents. 1,5pt

3-Donner une représentation paramétrique de (C). 0,5pt

4-Construire (C) et (D) dans le même repère. 1pt

🕮**Exercice 8** :

ABC est un triangle rectangle en C tel que BC=2cm et AC = 3cm, I est barycentre des points pondérés $(A, 2)$; $(B, 5)$et$(C, -3)$et J le point tel que :$\overrightarrow{BJ} = -\frac{-3}{2}\overrightarrow{BC}$.

1-a)Montrer que J est le barycentre des points B et C affecté des coefficients que l'on déterminera.

b) Démontre que les point A,I et J sont alignés. 0,5pt
2)a)Placer les points I et J. 0,5pt
b)Construire le point G. 1pt
2) Construire le point D pour que ABCD soit un parallélogramme. 0,5pt
3) Ecrire D comme barycentre des points A, B et C affectés des coefficients à déterminer. 1pt
4) J est un point du plan tel que $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.
a)Construire le point J. b) Démontrer que les points D, J et G sont alignés.

Exercice 9 : **(Epreuve zéro Prob D 2021)** **3 points**

ABC est un triangle rectangle en A tel que : $AB = 6\ cm$ et $AC = 8\ cm$ et $BC = 10\ cm$. Soient les points G et H tel que : G= $\boldsymbol{Bar\{(A;1);(B,2)\}}$ **et** $\overrightarrow{\boldsymbol{HA}} + 2\overrightarrow{\boldsymbol{HB}} + 3\overrightarrow{\boldsymbol{HC}} = \vec{0}$
1-a)Faire la figure, puis construire le point G. 1pt
b)En déduire la construction du point H . 0,5pt
2-Soit (E) le lieu des points M du plan tels que :$\boldsymbol{MG^2 + MC^2 = 90}$ **.**
a)Montrer que $MG^2 + MC^2 = 2MH^2 + 2CH^2$. 0,75pt
b) Déterminer les éléments caractéristique de (E) et le représenter. 0,75pt

II-EXERCICES DE CONSOLIDATION

Exercice 10 : **4,5 points**

ABC est un triangle équilatéral de côté 5cm et de centre de gravité I. Soient les points D ; E et F trois points du plan tel que **:** $\overrightarrow{\boldsymbol{AD}} = 2\,\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$ **;** $\boldsymbol{E = Bar\{(A;2);(C,-1)\}}$ **;** $\overrightarrow{\boldsymbol{BF}} = \frac{1}{5}\overrightarrow{\boldsymbol{BC}}$.
1-Faire la figure et y placer les points D , E et F. 0,75pt
2-On désigne par G le barycentre des points pondérés $(A,2);\ (B,-4) et\ (C,-1)$
a)Déterminer et construire le point G . 0,75pt
b) Démontrer que les points C ; D et G sont alignés. 0,5 pt
3) Montrer que les droite (AF) ; (BE) et (CD) sont concourantes. 0,5pt
4)Déterminer et construire chacun des ensembles :
a) (**E**): $\mathbf{MB^2 + MC^2 = 25}$. 0,75pt
b)($\boldsymbol{\Gamma}$): $\|2\overrightarrow{\boldsymbol{MA}} - 4\overrightarrow{\boldsymbol{MB}} - \overrightarrow{\boldsymbol{MC}}\| = \|\overrightarrow{\boldsymbol{MA}} + \overrightarrow{\boldsymbol{MB}} + \overrightarrow{\boldsymbol{MC}}\|$. 0,75 pt

Exercice 11 : **4 points**

1-Soient A et B deux points distincts du plan tels que AB=5cm .On désigne par I est le milieu de $[AB]$.
a) Déterminer et construire l'ensemble des points ($\boldsymbol{\Gamma}$)du plan tel que : $\boldsymbol{AM^2 + BM^2 = 25}$.
b) Déterminer et construire l'ensemble des point (D) du plan tel que :$\boldsymbol{AM^2 + BM^2 = 0}$ **.**

2-Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,$\vec{\imath}$,$\vec{\jmath}$) .Soient les points $A\binom{-2}{3}$ et $B\binom{4}{-1}$;on note I le point tel que B soit le symétrique A par rapport à I .
a) Déterminer les coordonnées de I .
b) Montrer que pour tout point M du plan,$\overrightarrow{\boldsymbol{MA}}.\overrightarrow{\boldsymbol{MB}} = \boldsymbol{MI^2 - \frac{AB^2}{4}}$
c) Déterminer l'ensemble des points (L) du plan tel que :$\overrightarrow{\boldsymbol{MA}}.\overrightarrow{\boldsymbol{MB}} = \boldsymbol{-9}$et en déduire si possible une équation cartésienne de cet ensemble.

Exercice 12 : **(3,5points)**

L'unité de longueur est le centimètre. ABC est un triangle rectangle en C tel que AB= 5 $AC = 3$ et $BC = 4$ .Soit $\boldsymbol{G = Bar\{(A;-2);(B,1);(C,3)\}}$ et les points I, J et K sont tels que : $\overrightarrow{\boldsymbol{AI}} = \overrightarrow{\boldsymbol{BA}}$ **;** $\overrightarrow{\boldsymbol{AJ}} = 3\overrightarrow{\boldsymbol{AC}}$ ***et*** $\overrightarrow{\boldsymbol{BK}} = \frac{3}{4}\overrightarrow{\boldsymbol{BC}}$

1-a)Déterminer et construire le point G . **0,75pt**
b)Placer les points I, J et K . **0,75pt**
2-Montrer que les points I ,J et K sont alignés. 0,5pt
3) Soit l'ensemble (Γ) des points du plan tel que $(\boldsymbol{\Gamma}) : \mathbf{MB^2 + 3MC^2 = 48}$.
a)Montrer que $B \epsilon (\boldsymbol{\Gamma})$. 0,5 pt
b)Démontrer que $MB^2 + 3MC^2 = 4MK^2 + \frac{3}{4}BC^2$. **0,5pt**
c) En déduire la nature et construire l'ensemble(Γ). 0,5**pt**

Exercice 13 : **4 points**

Soient les points D ; E et F trois points du plan tel que **:** $\overrightarrow{AD} = 2\,\overrightarrow{AB}$; $E = \mathrm{Bar}\{(A;2);(C,-1)\}$; $5\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BC}$.

1-Faire la figure et y placer les points D ; E et F. 0,75pt
2-On désigne par G le barycentre des points pondérés $(A,2)$; $(B,-4)$ et $(C,-1)$
a)Déterminer et construire le point G . 0,75pt
b) Démontrer que les points C ; D et G sont alignés. 0,5 pt
3) Montrer que les droite (AF) ; (BE) et (CD) sont concourantes. 0,5pt
4)Déterminer et construire chacun des ensembles :
a) (**E**): $\mathbf{MB^2 + MC^2 = 25}$. 0,75pt
b)($\boldsymbol{\Gamma}$): $\left\|2\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\|$. 0,75pt

Exercice 14: ***(Epreuve zéro Prob C)*** ***4points***

ABC est un triangle tel que BC=$2\sqrt{2}$ et AB=AC= 2.I est le milieu de $[BC]$ et J est le barycentre des points $(A,1)$ et $(I,2)$.Soit (T) l´ensemble des points tels que :$\boldsymbol{AM^2 + BM^2 + CM^2 = 8}$.

1-a)Faire soigneusement la figure et y placer les points I et J .
b)Déterminer la nature du triangle ABC et en déduire que J est le centre de gravité du triangle ABC .
2-a)Montre que pour tout point M du plan :$\boldsymbol{BM^2 + CM^2 = 2MI^2 + 4}$et $\boldsymbol{AM^2 + 2IM^2 = 3JM^2 + \frac{3}{4}}$
b)En déduire que pour tout point M du plan ,on a : $\boldsymbol{AM^2 + BM^2 + CM^2 = 3JM^2 + \frac{16}{3}}$
c)En déduire la nature et la construction de l´ensemble (T) .

Exercice 15 *:* **(Epreuve zéro Prob D 2020)** ***5,5points***

ABCD est un rectangle direct tel que $BC = 6\ cm$et $= 8\ cm$. Soient les points I ; J et K trois points du plan tel que ***:*** $\boldsymbol{\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD}}$ ***;*** $\boldsymbol{I = Bar\{(A;-1);(C,4)\}}$et $\boldsymbol{K = Bar\{(A;-1);(B,2);(C;4);(D,1)\}}$.

1-Ecrire le point J comme barycentre des points B et D affectés des coefficients que l'on précisera. **0,5pt**
2-En déduire que K milieu du segment $[IJ]$. **0,5pt**
3-Construire le rectangle ABCD puis et y placer les points I ; J et K. **0,75pt**
4-a)Montrer que $JB^2 = \frac{100}{9}$. **0,5pt**
b)Montrer que $\boldsymbol{2BM^2 + DM^2 = 3JM^2 + \frac{200}{3}}$ pour tout point M du plan. **0,5pt**
c)Déterminer et construire l'ensemble des point ($\boldsymbol{\Gamma}$) **du plan tel que** $\boldsymbol{2BM^2 + DM^2 = 100}$**. 0,5pt**
4) Déterminer et construire chacun des ensembles ($\boldsymbol{\Omega}$): $\left\|4\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MA}\right\| = \left\|2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}\right\|$. 0,75 pt

Exercice 16 : (Epreuve zéro 2020) Prob C ***4 points***

$ABCD$ est un rectangle directde centre O tel que $AB = 6\ cm$et $C = 8\ cm$ .I est le milieu de $[AB]$ et G est le centre de gravité du triangle ABC .Soit h l´application du plan dans lui-même transformant chaque point M en un point M´ tel que : $\overrightarrow{\boldsymbol{MM'}} = \overrightarrow{\boldsymbol{MA}} + \overrightarrow{\boldsymbol{MB}} + \overrightarrow{\boldsymbol{MC}}$ **.**
1-Faire la figure.
2-a)Démontrer que h est une homothétie de centre G et rapport -2.
b) Déterminer l´image de B par homothétie h .
3-Soit (T) le lieu des points M du plan tels que : $\boldsymbol{MA^2}$- $\boldsymbol{MB}^{\ 2} = \boldsymbol{36}$ **.**
a)Montrer que C appartient à (T).
b) Déterminer les éléments caractéristique de (T) et le représenter.
c)Déterminer et représenter l´image (T´) de (T) par l´homothétie h.

📖**Exercice 17** **(Prob D 2021)** **3 points**

$ABCD$ est un rectangle direct de centre O de longueur $AB = 8\ cm$ et de largeur $C = 6\ cm$. Soit (Σ) le lieu des points M du plan tels que :

$$MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = \left\|-24\overrightarrow{MA} + 12\overrightarrow{MB} + 12\overrightarrow{MD}\right\|.$$

1-Construire un tel triangle ABCD et placer le point O. (0,5pt)
2-a)Démontrer que $-24\overrightarrow{MA} + 12\overrightarrow{MB} + 12\overrightarrow{MD} = 12\overrightarrow{AC}$. (0,5pt)
b) Démontrer que $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = 4OM^2 + AC^2$**.** (1pt)
3- Déterminer les éléments caractéristique de (Σ) et le représenter. (1pt)

📖**Exercice 18** : ***(Epreuve Prob D 2022)*** *2,5* ***points***

ABC est un triangle équilatéral de côté 3 cm, Soient les points du plan D et E tel que : $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ **et** $-\overrightarrow{\boldsymbol{EA}} + \boldsymbol{2}\overrightarrow{\boldsymbol{EB}} + \boldsymbol{2}\overrightarrow{\boldsymbol{EC}} = \vec{0}$
1-a)Montrer que :
a)E est barycentre des points A et D affectés des coefficients que l'on précisera. 1pt
b)Pour tout point M du plan montrer que $-\overrightarrow{\boldsymbol{MA}} + \boldsymbol{2}\overrightarrow{\boldsymbol{MB}} + \boldsymbol{2}\overrightarrow{\boldsymbol{MC}} = \boldsymbol{3}\overrightarrow{ME}$ et $-\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{AD}$. 1pt
2-Soit (E) le lieu des points M du plan tels que : $\left|-\overrightarrow{\mathrm{MA}} + 2\overrightarrow{\mathrm{MB}} + 2\overrightarrow{\mathrm{MC}}\right| = \left|-\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD}\right|$**.**
Déterminer les éléments caractéristiques de (E) et le représenter. 0,75pt

📖**Exercice 19** : ***(Epreuve zéro Prob C 2022)*** *3* ***points***

Dans le plan ,on donne les points A et B tels que $AB = 12\ cm$ et on considère (T) l'ensemble des points M du plan tels que : $AM^2 + BM^{\ 2} = 144$ .Soit H le milieu du segment $[AB]$.
1-Montrer que $AM^2 + BM^{\ 2} = 144$ équivaut à $HM^{\ 2} = 36$. 1pt
2-a)Déterminer la nature de (T) et ses éléments caractéristiques. 0,75pt
b)Construire (T). 0,25pt
3)soit (d) la médiatrice de $[AB]$.(d) coupe (T) en F et K.
a)Calculer KB. 0,5pt
b)Donner la nature du quadrilatère *AKBF*. 0,5pt
c)Calculer l'aire du quadrilatère *AKBF*. 0,5pt

III-Apprentissage à l'intégration

📖Exercice 20 :

Monsieur Zadaï est responsable technique d'une ONG dans le Mayo Tsanaga chargé de la construction des forages. Il voudrait construire un forage pouvant desservir deux quartiers (A et B) distant de 900 m. Mais la Ville de Mokolo est parsemé des montagnes et de rochés, ce qui ne facilite pas la tâche a M. Zadaï de trouver la position idéale pour creusé le forage. Son ami géologue l'informe que les positions possibles est un ensemble de point tel que

$MA^2 - MB^2 = 18000.$

Tâche : Aidé M. Zadaï a trouvé cet ensemble de point.

🕮Exercice 21:

M.DEMAKA est éleveur et souhaite protéger son bétail avec trois rangés de fils barbelés dont le mètre est vendu à 1950 FCFA .La surface de son élevage est constitué de l'ensemble des points M du plan tel que : $\|\overrightarrow{\boldsymbol{NA}} + \overrightarrow{\boldsymbol{NB}}\| = \mathbf{100.}$ Pour cela M. Demaka a une somme 650 000 FCFA.

Tâche : La somme que possède M.Demaka est-elle suffisante pour protéger son bétail ?

IV-Activités d'intégration

EVALUATION DES COMPETENCES N°1: 5 points

Afin d'alimenter le quartier Sambo 1 (noter point A) et le quartier Sambo 2 (noter point B) distants de 100m en eau potable dans la ville de Batouri. Les chefs des deux quartier font appel à trois ingénieurs.

- L'ingénieur 1 : Demande de construire des forages en des points M tels que :

$$MA^2 + MB^2 = 10000$$

- L'ingénieur 2 : Demande de les construire en des points P tels que : $\overrightarrow{PA}.\overrightarrow{PB} = -900.$
- L'ingénieur 3 : Demande de les construire en des points N tels que : $NA^2 - NB^2 = 0.$

Les deux chefs du quartier n'ayant pas encore mobilisé l'argent nécessaire pour la construction du forage, souhaitent délimiter l'ensemble des positions possibles du forage par un fil de fer dont le mètre coûte **350F.** Dans le cas où l'ensemble de ces positions est une ligne droite, le fil de fer doit mesurer **25m.** Si nécessaire, prendre $\boldsymbol{\pi} = \mathbf{3.}$

Tâche 1 : combien vont dépenser les chefs du quartier pour délimiter l'ensemble des positions possibles du forage en tenant compte de la proposition de l'ingénieur 1 ? **1,5pt**

Tâche 2 : combien vont dépenser les chefs du quartier pour délimiter l'ensemble des positions possibles du forage en tenant compte de la proposition de l'ingénieur 2 ? **1,5pt**

Tâche 3 : combien vont dépenser les chefs du quartier pour délimiter l'ensemble des positions possibles du forage en tenant compte de la proposition de l'ingénieur 3 ? **1,5pt**

EVALUATION DES COMPETENCES N°2: 5 points

Les membres d'une coopérative agricole se sont réunis dans un Hôtel de la place pour voter le budget nécessaire pour les travaux d'aménagement d'un espace piscicole et d'un parc. La réception de chaque membre à l'Hôtel a couté 21 800 F (Nutrition, rafraichissement, transport ….)

L'espace piscicole est un ensemble des points dont les extrémités M vérifient la relation :

$\boldsymbol{MA^2} + \boldsymbol{MB^2} = \mathbf{1202}$, avec $\boldsymbol{AB} = \mathbf{10}\ \boldsymbol{m}$ .Le cout des travaux sera de 35 500 FCFA le m^2.

Le Parc a aménagé à la forme d'un triangle rectangle dont le coté le plus long mesure 65 m et l'aire de ce parc est de 750 m^2 .La coopérative a pour projet de l'entourer avec deux rangés de fil barbelé tout en laissant une ouverture de 4 m de long qui servira de portail. Le mètre de fil barbelé se vend à 1450 F CFA.

Pour accroitre le patrimoine mobilier de la coopérative ; elle décide l'achat de trois terrains 1 ,2 et 3 qui coutent respectivement 123 000 F, 325 000 F et 136 000 F. Les membres de la coopérative sont repartis en trois groupes A, B et C. Le tableau ci-dessous indique ce que chaque membre du groupe doit contribuer pour ces achats.

	A	B	C
Terrain 1	9 000F	12 000F	21 000F

Terrain 2	12 000	35 000F	80 000F
Terrain 3	7 000F	13 000F	31 000F

Tâche 1 : Quel est le budget nécessaire pour l'aménagement de l'espace piscicole ? 1,5 pt
Tâche 2 : Quel est le budget nécessaire pour l'aménagement du parc ? 1,5 pt
Tâche 3 : Quel est le budget nécessaire pour la réception des membres de la coopérative à l'Hôtel ? 1,5 pt
Présentation : 0,5 Pt

« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES

LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »

ENSEIGNANT : **TAMO ANDRE GASTON………**

TEL : …… 673567852/699421327……….

ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023

TD : MATHEMATIQUES

CLASSE : 1ERE D&TI

DUREE : ……. HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 13 : Transformation Affine du plan

Savoir-faire :

- ✓ **Caractériser la composée de deux symétries orthogonales selon que les axes sont parallèles ou non.**
- ✓ **Caractériser la composée de deux rotations de même centre.**
- ✓ **Utiliser les transformations pour justifier des propriétés des configurations planes.**
- ✓ **Déterminer la nature et les éléments caractéristique de la composée :**
  - **De deux homothéties de même centre**
  - **D'une homothétie et d'une translation**

I-Exercices de fixation

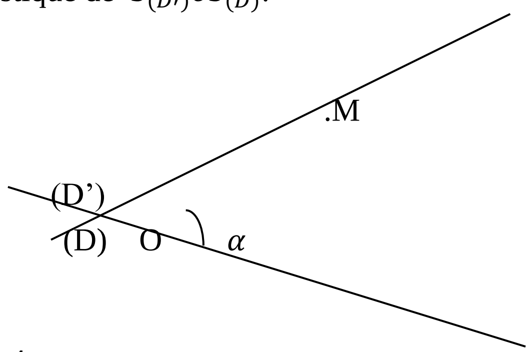
Ressource 1 : Composée de deux symétries orthogonales

🕮 EXERCICE 1 **:**

1. Construire une droite (D) et placer un point M situé à 5cm de (D).
2. construire l'image M' de M par rapport à (D).
3. Que représente la droite (D) pour le segment [MM'] ?
4. Construire une droite (D') parallèle à (D) distant du point M' de 2cm.
5. Construire l'image M'' de M' par rapport à (D').
6. Si $S_{(D)}$ et $S_{(D')}$ désignent respectivement la symétrie par apport à (D) et (D'), alors donner l'image de $S_{(D')}oS_{(D)}(M)$ puis donner la natue et les éléments caractéristique de $S_{(D')}oS_{(D)}$.

🕮 EXERCICE 2 **:**

1. Construire $M' = S_{(D)}(M)$
2. Construire $M'' = S_{(D')}(M')$
3. Recopie et complet $S_{(D')}oS_{(D)}(M) = \dots$
4. Donner la nature et les éléments caractéristiques de $S_{(D')}oS_{(D)}(M)$



Ressource 2 : composée de deux rotations de même centre

🕮 EXERCICE 1 :

ABCD est un carré direct de centre O, CDE est un triangle équilatérale direct. On considère la rotation r de centre C et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et r' la rotation de centre C et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

1. Faire la figure
2. Donner l'image par r de D et l'image par r' de E
3. Construire r(A), r(O), et r'(D)
4. Donner la nature et les éléments caractéristiques de R=r o r' puis en déduire R(E).

Resource 3 : **composée de deux homothéties de même centre**

EXERCICE 1**:** ABC est un triangle équilatéral de côté G isobarycentre des points (A ,1), (B,1) et (C, 1). I milieu de [BC].

1. Faire la figure et placer les points G et I
2. Quel est le rapport de l'homothétie h de centre A qui transforme G en I ?
3. Soit h' l'homothétie de centre A et de rapport 3
   a) Caractériser H=hoh'
   b) Construire l'image de G par H

EXERCICE 2 **:** ABCD est un rectangle direct de longueur AB=8cm et de largeur BC=6cm et M un point tel que $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{8}\overrightarrow{AB}$. soit r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$ et h l'homothétie de centre A et de rapport $-\frac{1}{3}$. Soit E un point tel que le triangle AEB soit équilatéral direct.

1. Faire la figure
2. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de S=hor
3. Déduire s(E)

II-Exercices de consolidation

(Concevoir des exercices de synthèse mettant en exergue plusieurs ressources, d'un niveau élevé et très élevé, de façon graduelle. on pourra utiliser les QCM, …)

Exercice 1 :

1. Donner l'expression analytique d'une translation t de vecteur $\vec{U}\binom{-1}{2}$.
2. Donner l'expression analytique d'une homothétie h de centre $A\binom{-1}{2}$ et de rapport 1/3 .
3. Donner l'expression analytique de la transformation f=hot
4. Donner l'expression analytique de la transformation H=hoh puis en déduire la nature et les éléments caractéristiques de H.

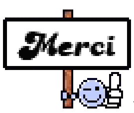
Exercice 2 :

On considère la transformation S dont l'expression analytique est le suivant : $\begin{cases} x' = -2x - 9 \\ y' = -2y + 15 \end{cases}$

1. Déterminer I tel que S(I)=I
2. En déduire la nature et les éléments caractéristiques de S.
3. Donner l'expression analytique de S^{-1}.
4. On considère la transformation f dont l'expression analytique est le suivant : $\begin{cases} x' = x - 5 \\ y' = y \end{cases}$.

a) Déterminer f(I)

b) Soit M, M' et M'' trois points avec $\vec{M}\binom{x}{y}, \overrightarrow{M'}\binom{x\prime}{y\prime}\ et\ \overrightarrow{M''}\binom{x\prime\prime}{y\prime\prime}$.tel que f(M)=M' et S(M')=M'' Démontrer que l'expression analytique de Sof est : $\begin{cases} x'' = -2x + 1 \\ y'' = -2y + 15 \end{cases}$.



« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES

LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »

ENSEIGNANT : ……HIONG………

TEL : 697551742

ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023

TD : MATHEMATIQUES

CLASSE : 1ERE D&TI

DUREE : ……. HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 14 : ORTHOGONALITE DANS L'ESPACE

Savoir-faire :

- ✓ **Montrer que deux droites sont coplanaires ou non ;**
- ✓ **Montrer que deux droites sont perpendiculaires ou orthogonales ;**
- ✓ **Montrer que deux plans sont orthogonaux ;**
- ✓ **Montrer qu'une droite est orthogonale à un plan.**

I. Exercices de fixation

✓ **Ressource 1 : Droites coplanaires ou non**

🕮 EXERCICE 1: Vrai ou Faux

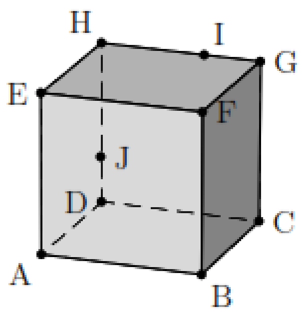
Dans l'espace :

1) Trois droites concourantes sont coplanaires.
2) Deux droites parallèles sont coplanaires.
3) Deux droites orthogonales sont coplanaires.
4) Deux droites perpendiculaires sont coplanaires

🕮 EXERCICE 2: Vrai ou Faux

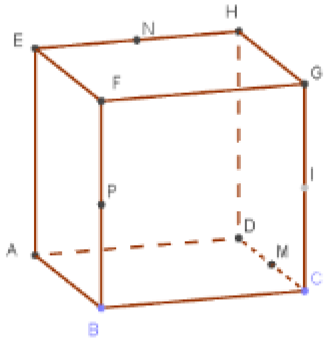
ABCDEFGH est un cube. Le point I est sur l'arête [HG]. Le point J est un point de la face ABFE.

5) Le point I appartient-il au plan (CGH)
6) Le point B appartient-il au plan (ADH)
7) Les points D et H sont-ils coplanaires
8) Les points A, E, I sont-ils coplanaires
9) Les points A, B, C, G sont-ils coplanaires
10) Les points C, H , I, G sont-ils coplanaires
11) Les points D, J, H sont-ils alignés



🕮 EXERCICE 3:

Dans le cube ci-contre, M, N et P sont les milieux respectifs de [CD], [EH] et [BF]. On note I le milieu de [CG]. Dire si les droites sont coplanaires ou non ?



1) (BC) et (EH)
2) (AG) et (BH)
3) (AG) et (EI)
4) (BH) et (EI)

🕮 EXERCICE 4:

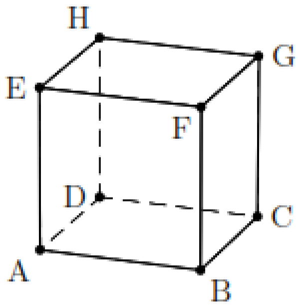
On considère le cube de l'exercice 2. Compléter, en utilisant les symboles $\in$, $\notin$, $\subset$ et $\not\subset$.

1) N … (EH)
2) A … (EPM)
3) (BM) … (ABC)
4) (PD) … (EFD)
5) B … (EGP)
6) M … (NDC)
7) (MN) … (EHD)
8) F… (ENG)

✍ Ressource 2 : Droites perpendiculaires ou orthogonales

🕮 EXERCICE 1 :

Dans le cube ABCDEFGH, déterminons si les droites (AD) et (GH) sont orthogonales. Pour cela, traçons la parallèle à (AD) et la parallèle à (GH) passant par A, et vérifions si les droites obtenues sont perpendiculaires ou non.



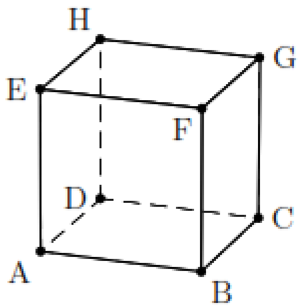
1. La parallèle à (AD) passant par A est la droite (AD) elle même. Quelle est la parallèle à (GH) passant A ?
2. Cette dernière droite est-elle perpendiculaire à (AD) ?
3. Les droites (AD) et (GH) sont-elles orthogonales ?

🕮 EXERCICE 2 :

Dans le cube ABCDEFGH ci-dessus, justifier chaque fois si les droites indiquées ci-dessous sont orthogonales ou non. Dans chaque cas :

- ✓ indiquer le point choisi et la parallèle à l'une et la parallèle à l'autre qui passent par ce point
- ✓ vérifier si les droites obtenues sont perpendiculaires ou non ;
- ✓ conclure.

1. (EF) et (AD) 2. (BD) et (EH) 3. (BC) et (DH)

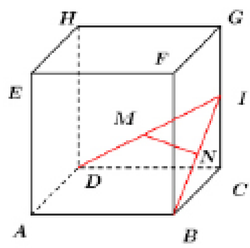


🕮 EXERCICE 3 :

Considérons le cube de l'exercice précédent.
Démontrer que les droites (GH) et (ED) sont orthogonales.
Indication : démontrer d'abord que la droite (GH) est orthogonale au plan (AEH).

🕮 EXERCICE 4 :

Sur la figure ci-contre, ABCDEFGH est un cube. I est un point de l'arête [GC]. Les points M et N sont les milieux respectifs des segments [ID] et [IB].
Montrer que les droites suivantes sont orthogonales : (MN) et (AC) ; (MN) et (EG).



🕮 EXERCICE 5 :

Soit ABCDEFGH un cube.

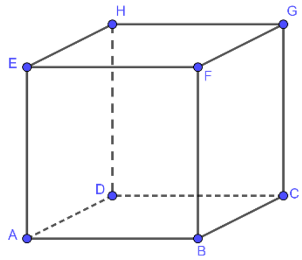
1. Montrer que la droite (FC) est perpendiculaire à la droite (AH) et orthogonale à (EH)
2. Montrez que la droite (AB) est orthogonale à (EH)

✍ Resource 3 : Plans orthogonaux

🕮 EXERCICE 1:

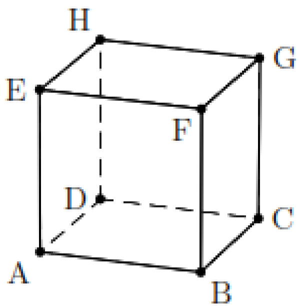
Dans chacun des cas, donner la position des plans :

1) (ABC) et (EGH)
2) (ABG) et (CDE)
3) (CAF) et (DGH)
4) (FHC) et (BDE)
5) (FAH) et (BCG)



🕮 EXERCICE 2:

Dans le cube ABCDEFGH ci-dessus,
Justifier que les plans (DEH) et (ABC) sont orthogonaux



✍ **Resource 4** : **Droite orthogonale à un plan.**

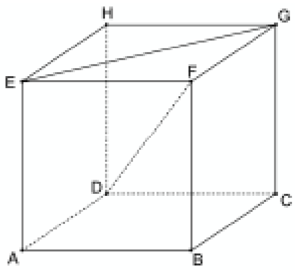
📖 EXERCICE 1 **:**

Dans le cube ABCDEFGH, pour justifier que la droite (EH) est orthogonale au plan (DCG), on doit indiquer deux droites du plan (DCG) qui sont orthogonales à la droite (EH).

1. Indiquer deux droites du plan (DCG) qui sont orthogonales à la droite (EH).
2. Les droites (EH) et (HC) sont-elles orthogonales ?

📖**Exercice 2** :

Sur la figure ci-contre, ABCDEFGH est un cube.



a) Démontrer que la droite (DH) est orthogonale à la droite (EG).
b) Démontrer que la droite (EG) est orthogonale à la droite (DF).
c) Démontrer que la droite (BE) est orthogonale au plan (AFD).
d) Démontrer que la droite (DF) est orthogonale au plan (BEG).

II. Exercices de consolidation

📖**Exercice 1** :

On considère un tétraèdre ABCD tel que $(AB) \perp (AC)$, $(AC) \perp (AD)$ et $(AD) \perp (AB)$.

On appelle H l'orthocentre du triangle BCD.

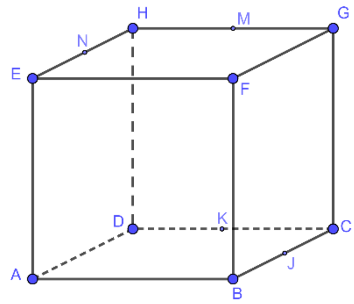
1. Montrer que (AD) est orthogonale à (BC).
2. Montrer que (AH) est orthogonale à (BC).
3. En déduire que la droite (AH) est orthogonale au plan (BCD)

📖**Exercice 2** :

ABCDEFGH est un cube d'arrête a.

On appelle I, J, K, M et N les milieux respectifs des segments $[AB]$, $[BC]$, $[GH]$ et $[HE]$.

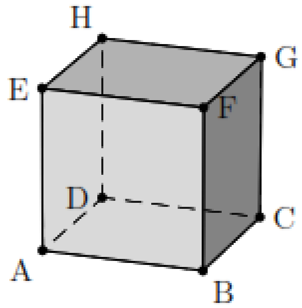
1. Montrer que les droites (AC) et (EG) sont orthogonales.
2. Montrer que les droites (AF) et (DI) sont orthogonales.
3. Montrer que la droite (AC) est orthogonale au plan (JKN).
4. Montrer que la droite (IJ) est orthogonale au plan (EGB).
5. Montrer que les plans (ABC) et (ABF) sont perpendiculaires.



III. Apprentissage à l'intégration

📖**Exercice** :

Paule fait passer une barre de fer droit du sommet H d'un cube à son sommet B. il pense que la droite (HB) formée par cette barre de fer sera orthogonale au plan (AFG). Paul a – t – il raison ?

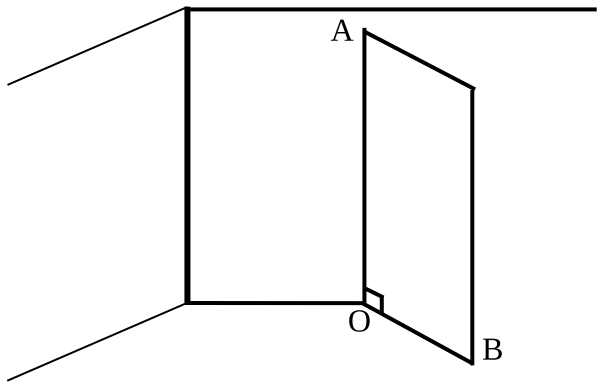


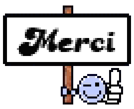
IV. Activités d'intégration

Situation :

En regardant une porte tournée autour de la droite (OA) passant par l'axe des gonds, le bord inférieur $[OB]$, restant orthogonal à (OA), Salim suggère l'existence des droites telles que (OA) sécantes à un plan (P) en O et orthogonales à toutes les droites de (P).

Salim a – t – il raison ?





« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES

LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »

ENSEIGNANT : KELIK TAYIM Serge

TEL : 656729742

ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023

TD : MATHEMATIQUES

CLASSE : 1ERE D&TI

DUREE : ……. HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 15 : ESPACES VECTORIELS SUR $\mathbb{R}$ ET APPLICATIONS LINEAIRES

Savoir-faire :

- ✓ **Montrer qu'une loi de composition est externe ;**
- ✓ **Montrer qu'un ensemble est un espace vectoriel sur $\mathbb{R}$;**
- ✓ **Montrer qu'un ensemble est un sous espace vectoriel sur $\mathbb{R}$;**
- ✓ **Montrer sur des exemples simples (ensembles des vecteurs plan, $\mathbb{R}$, $\mathbb{R}^2$) qu'une partie d'un espace vectoriel en est un sous espace vectoriel ;**
- ✓ **Montrer qu'une famille finie est génératrice ; libre ; liée**
- ✓ **Montrer qu'une famille finie une base d'un espace vectoriel ;**
- ✓ **Déterminer la dimension d'un espace vectoriel.**

I. Exercices de fixation

Ressource 1 : Lois de compositions internes et lois de compositions externes.

EXERCICE 1 :

On considère les ensembles suivants : a) P : l'ensemble des entiers naturels pairs ; b) ImP : l'ensemble des entiers naturels impairs et c) $\mathcal{P}(X)$, ensemble des parties d'un ensemble X. Des affirmations suivantes, une seule réponse est juste. Relever la ou les lettre(s) suivie(s) de la bonne réponse.

1) Une loi notée $\perp$ de composition interne sur P est : i) La division euclidienne ; ii) La multiplication usuelle ; iii) La soustraction usuelle.
2) Sachant que $\perp$ est communutative, l'élément neutre notée e pour $\perp$ est : i) 1 ; ii) 0 ; iii) -1.
3) L'application suivante n'est pas une loi de composition interne sur ImP : i) La multiplication usuelle ; ii) L'addition usuelle ; iii) Aucune réponse n'est juste.
4) L'élément neutre de $\mathcal{P}(X)$ pour la reunion de deux elements de $\mathcal{P}(X)$ est : i) $\mathcal{P}(X)$; ii) $\emptyset$; iii) X.

EXERCICE 2 :

On définit sur l'ensemble $]-1,1]$, la relation f telle que pour tout couple $(x,y)\epsilon\,]-1,1]^2$, $xfy=\frac{x+y}{1+xy}$.

Monter que f est une loi de composition interne sur $]-1,1]$.

EXERCICE 3:

1) Sur le couple $(\mathbb{R},\mathbb{R}^2)$, $\mathbb{R}^2=\{(x,y), x\in\mathbb{R}\ et\ y\in\mathbb{R}\}$ nous définissons la fonction notée * par : pour tout $\alpha\in\mathbb{R}$, et pour tout couple $(x,y)\in\mathbb{R}^2$, $\alpha*(x,y)=(\alpha x,\alpha y)$. Montrer que la fonction * est une loi de composition externe sur $\mathbb{R}^2$ à operateur sur $\mathbb{R}$.
2) A l'aide d'un contre-exemple, vérifier que la multiplication usuelle sur $\mathbb{Q}$ n'est pas une loi de composition externe sur $\mathbb{Q}$ à operateur dans $\mathbb{R}$.

Ressource 2 : Espaces Vectoriels réel.

EXERCICE 4 :

1) On considère l'ensemble $\mathbb{R}^3$ des triples de nombres réels munis de l'addition « + » définie par, pour tout(x, y, z) et (x', y', z') dans $\mathbb{R}^3$, $(x, y, z) + (x', y', z') = (x + x', y + y', z + z')$, et d'une multiplication externe « . » par un nombre réel définie par, pour tout $\alpha \in \mathbb{R}$,
   $\alpha.(x, y, z) = (\alpha.x, \alpha.y, \alpha.z)$. Montrer que $(\mathbb{R}^3, +, .)$ est un espace vectoriel sur $\mathbb{R}$.
2) Montrer que $(\mathbb{R}^2, +, .)$ est un espace vectoriel réel, où les lois $+$ et **.** sont celles définies à la question 1).
3) Soit X un ensemble non vide, muni d'une loi de composition externe $*$, à operateur sur $\mathbb{R}$. Notons $\mathcal{F}(X, X)$ l'ensemble des fonctions de X dans lui-même. Munissons $\mathcal{F}(X, X)$ de la composée de deux fonctions notée $\circ$, et de la lois $*$.
   a) Montrer que $*$, est une loi de composition externe sur $\mathcal{F}(X, X)$ à operateur sur $\mathbb{R}$.
   b) Monter que $(\mathcal{F}(X, X), \circ, *)$ est un espace vectoriel réel.

Resource 3 : **Sous-espaces vectoriels réels.**
Dans toute la suite ; les espaces vectoriels $(\mathbb{R}^2, +, \times)$ et $(\mathbb{R}^3, +, \times)$ réels, seront tout simplement notés respectivement $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$.

📖 EXERCICE 5 **:**

Soient $E_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ / \ -3x + 2y = 0\}$ $E_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ / \ x + y = 1\}$, deux sous ensembles de $\mathbb{R}^2$.

1) Le sous-ensemble E_2 est-il un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^2$? justifier votre réponse.
2) Montrer que E_1 est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^2$.

📖 EXERCICE 6 **:**

Considérons les 3 sous-ensembles de $\mathbb{R}^3$ définis par : $S_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / \cos(\sqrt{2})\, x - 5y = -z\}$,

$$S_2 = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ / \ \frac{x(y+2z)}{x} - 2x = 0\},\ S_3 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ / \ (x+1)^2 - 3y - 7z = 0\} \text{ et}$$

$$S_4 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ / \ y = z\}.$$

Lesquels des ensembles S_1, S_2, S_3 et S_3 sont des sous-espaces vectoriels réels de $\mathbb{R}^3$?

Resource 4 : **Familles génératrices, familles libres et familles liées.**

📖 EXERCICE 7 **:**

Soit $F = \{(2;\ 1); (-2;\ 3)\}$ une famille finie de $\mathbb{R}^2$. Le but de cet exercice est de montrer que la famille F est une famille génératrice et libre de $\mathbb{R}^2$.

1) Montrer que F est une famille libre de $\mathbb{R}^2$.
2) Montrer que le couple $(-1, 4)$ peut s'écrire comme combinaison linaire de $(2;\ 1)\ et\ (-2;\ 3)$. **Indication** : Vous pourrez résoudre l'équation: $(-1;\ 4) = \alpha(2;\ 1) + \beta(-2;\ 3)$, d'inconnues α et β.
3) Soit un couple (a, b) fixé de $\mathbb{R}^2$. Peut-on écrire (a, b) comme combinaison linéaire des éléments de F ? Si oui, justifier votre réponse.
4) En se servant de la question 2) précédente, Conclure.

📖 EXERCICE 8 :

Soient les familles suivantes : $F_1 = \{(-4;\ 1), (2,; -0{,}5)\}$, $F_2 = \{(-1;\ 2;\ 1), (0; 3; 4), (-1; -4; 7)\}$ et $F_3 = \{(1; 0; 1), (0; 1; 1), (0; 1; 0)\}$; et pour tout triplet $(a; b; c)$ fixé de $\mathbb{R}^3$, le système d'équation (E), d'inconnues $x, y\ et\ z$, est défini par :

$$\text{(E)} : \begin{cases} x = a \\ y + z = b \\ x + y = c \end{cases}.$$

1) Montrer que la famille F_1 est une famille liée de $\mathbb{R}^2$.
2) Montrer que F_2 est une famille liée de $\mathbb{R}^3$.
3) Résoudre (E) dans $\mathbb{R}^3$ et déduire que F_3 est une famille génératrice de $\mathbb{R}^3$.
4) Déduire alors de la résolution de (E) que F_3 est une famille libre de $\mathbb{R}^3$.

Resource 5 : **Base, dimension d'un espace vectoriel réel.**

📖 EXERCICE 9 :

Un sous ensemble K de $\mathbb{R}^2$ est donne par : K= $\{(x,y)\epsilon\mathbb{R}^2/\ x+y=0\}$; et celui de $\mathbb{R}^3$ par T= $\{(x;y;t) \in\ \mathbb{R}^3\ /\ -2x-3y+t=0\}$.

1) Montrer que K est un sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^2$.
2) Donner une base de K et déduire la dimension de K.
3) Reprendre les questions 1) et 2) pour le sous-ensemble T de $\mathbb{R}^3$.

Resource 5 : Aapplications linéaires.

📖 EXERCICE 10 **:**

Soient E et F deux $\mathbb{R}$- espaces vectoriels. Notons f, une application de E vers F.

1) Quand est-ce que l'application f est dite linéaire ?
2) Notons par : Kerf = $\{x \in E\ /\ f(x) =\ 0_E\ \}$ et Imf = $\{\ y \in F\ /\ (\exists\ x \in E)\ et\ f(x) = y\}$, deux sous-ensembles de E et F respectivement.
   a) Montrer que Kerf est un sous-espace vectoriel de E.
   b) Montrer que Imf est un sous-espace vectoriel de F.
   c) Montrer que f est injective si et seulement si Kerf = $\{0_E\}$.
   d) Montrer que f est surjective si et seulement si Imf = F.
   e) Dans toute la suite de l'exercice , on admet que $E = F$. Montrer que $kerf + Imf = E$ et que dim(kerf) + dim(Imf) ≥ dim(E).
   f) Montrer que $kerf \cap Imf$, est un sous espace vectoriel de E.
3) On dit que deux sous-espaces vectoriels E_1 et E_2, de E, sont supplémentaires (ou, sont en somme directe) si $E = E_1 + E_2$ et $E_1 \cap E_2 = \{0_E\}$. On note $E = E_1 \oplus E_2$. Dans ce cas, $dimS_1 + dimS_2 = dimE$. Montrer que $E = kerf \oplus Imf$.
4) On considère l'application $h: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, définie par : $h(x,y) = (x-y, -3x+3y)$.
   a) Montrer que h est une application linéaire.
   b) Montrer que h n'est ni injective ni surjective.
   c) Donner une base du noyau de h, puis déduire la dimension de Imh.

II. Exercices de consolidation

📖**Exercice 1** :

Nous considérons les ensembles: $E_1 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2/{-2x} = y + 3a\ \ et\ \ -x + ay = 0\}$, $E_2 = \{u \in \mathbb{R}^3/\ u = (-t, -l, g-t);\ t, l \in \mathbb{R}\}$ et $E_3 = \{v \in \mathbb{R}^3\ /\ v = (n, -3m, -n); n, m \in \mathbb{R}\}$.

1) a) Pour quelle valeur sur le réel a, $0_{\mathbb{R}^3}$ appartient-il a E_1?
   b) Dire suivant les valeurs de a, si E_1 est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^2$.
2) Montrer que E_2 et E_3 sont des sous-espaces vectoriels, dont on déterminera une base de chacun d'elle tout en précisant leur dimension.
3) Caractériser l'intersection $E_2 \cap E_3$, Quelle est sa dimension ?

📖**Exercice 2** :

Notons par χ l'ensemble des applications affines réelles définies par, $f(x) = ax + b$, où a et b sont des réels.

1) Montrer que χ est un $\mathbb{R}$-espace vectoriel.
2) Soient les fonctions f_1 et f_2 définies par : pour tout réel x, $f_1(x) = x$ et $f_2(x) = 1$. Montrer que $\Gamma = \{f_1, f_2\}$ est une famille génératrice de χ.
3) La famille Γ est-elle libre ? Déduire alors la dimension de χ.

III. Apprentissage à l'intégration

📖**Exercice 1** :

Soit u une application linéaire de E vers E.

1) Montrer que u est injective si et seulement si $Ker(u) = \{O_E\}$.
2) Soit $E_\lambda = Ker(u - \lambda id_E)$. Calculer $u(x)$, pour $x \in E_\lambda$; montrer que E_λ, est un sous espace vectoriel de E.
3) Soit $F \subset E$, un sous espace vectoriel de E, montrer que $u(F)$, est un sous-espace vectoriel de E.
4) On suppose que $\lambda \neq 0$, montrer que $u(E_\lambda) = E_\lambda$.

Exercice 2 :

Dans cette exercice, $\mathbb{R}_2[X]$, désigne l'ensemble des polynômes de degré au plus 2, de variable X, à coefficient dans $\mathbb{R}$. C'est-à-dire $\mathbb{R}_2[X] = \{a_0 + a_1X + a_2X^2;\ a_i \in \mathbb{R}\}$. Soit $u: \mathbb{R}_2[X] \to \mathbb{R}_2[X]$ définie par $u(P) = \frac{1}{2}(1 - X^2)P'' + XP - P$.

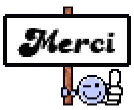
1) Montrer que u, est un endomorphisme de $\mathbb{R}_2[X]$.
2) Déterminer une base (P_1, P_2) de ker(u).
3) Déterminer P_3, une base de $Im(u)$.
4) Montrer que (P_1, P_2, P_3) est une base de $\mathbb{R}_2[X]$.
5) Déterminer la matrice de u, dans la base (P_1, P_2, P_3).

IV. Activités d'intégration

Situation :

Un programme installe sur une machine, a pour algorithme principal une fonction centrale p, qui demande à l'utilisateur d'entrer un code note u a trois réels (sous la forme xyz, assimilable au triplet (x, y, z)) et renvoie le triplet $p(u) = (2x + y + 2z, y, -x - y - z)$. Le programme déclare que le code est : (i) falsifiable s'il existe un code a tel que $p(a) = u$, (ii) a un faible niveau de sécurité si $p(u) = u$, (iii) a un niveau de sécurité acceptable si $p(u) = 0_{\mathbb{R}_3}$; le programme est dit clonable si son algorithme provient d'une fonction centrale linéaire. Soit S un ensemble non vide de codes, un ADN de S est un sous ensemble libre de S qui permet de générer tous les éléments de S. Soit (e_1, e_2, e_3), la base canonique de $\mathbb{R}_3$. On rappelle que $p^2 = p \circ p$.

Tache 1 : Montrer que ce programme est clonable.
Tache 2 : Que renvoie le programme pour chaque code de la base canonique d'une part et pour les codes $p(e_1)$, $p(e_2)$, $p(e_3)$ d'autre part ? Déduire que les fonctions p et p^2 sont identiques.
Tache 3 : Déterminer un ADN des codes falsifiables et un ADN des codes de faible niveau de sécurité et montrer que ces deux ensembles de codes sont égaux.
Tache 4 : Montrer que tout code s'écrit de façon unique comme somme d'un code de sécurité acceptable et d'un code falsifiable.



« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »
ENSEIGNANT : MBELEK NGOS Jean-Claude
TEL : 693 944 770

ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023
TD : MATHEMATIQUES
CLASSE : 1ERE TI
DUREE : …… . HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 16 : ARITHMETIQUE

Savoir-faire :

- ✓ *Déterminer le quotient et le reste dans une division euclidienne ;*
- ✓ *Traduire la division euclidienne d'un entier a par un entier naturel non nul b par la relation $a = bp + r$ avec $0 \leq r < b$;*
- ✓ *Ecrire un entier naturel dans un système de numération de base a, a (2, 3,…,10) ;*
- ✓ *Donner l'écriture d'un entier naturel dans une base connaissant son écriture dans une autre base ;*
- ✓ *Additionner ou multiplier deux entiers naturels écrits dans le même système de numération.*

I. Exercices de fixation

Ressource : Divisibilité et numération de base

EXERCICE 1 :

- *24 est un diviseur de 12.*
- *48 est un multiple de 6.*
- *43 est un multiple de 3.*
- *13 n'a aucun diviseur à part les nombres 1 et 13.*
- *15 a exactement un diviseur.*

EXERCICE 2 :

Effectuer à la main chaque division euclidienne :

a) 473 par 6
b) 784 par 15
c) 578 par 25

Vérifier les réponses avec une calculatrice.

EXERCICE 3 :

Dans chaque cas, trouver le nombre manquant :

a) $560 = b \times 8 + 00$ $\quad$ $b)\ a = 6 \times 15 + 4$ $\quad$ $c)\ 98 = b \times 19 + 3$

EXERCICE 4 :

Quel est ce nombre mystérieux dont évoque Marc, élève en classe de première TI du Collège Grand Elèves De Maths?

Quand j'effectue la division de 2524 par ce nombre mystérieux, le quotient est 64 et le reste est 28.

EXERCICE 5 :

Voici une liste de nombres entiers :

42 ; 85 ; 36 ; 63 ; 9 ; 3 ; 5 ; 1000 ; 1548 ; 100101

Recopier parmi les nombres entiers de la liste ci -dessus ceux qui sont :

1. multiples de 2 ;
2. divisibles par 5 ;
3. diviseurs de 135 ;
4. multiples de 3.

EXERCICE 6 :

Voici une liste de nombres : 54- 45- 105- 501 - 150
Parmi ces nombres, quels sont ceux qui sont :

1. Divisible(s) par 9 et par 2 ?
2. Multiple(s) de 5 et divisible par 9 ?
3. Multiple(s) de 3 et de 10 ?
4. Divisible(s) par 5 mais ni par 10 ni par 9 ?

EXERCICE 7 :

1. Un nombre s'écrit $\overline{1111}^{5}$ en base 5. Quelle est la valeur de chacun des 1 utilisé ? quel est ce nombre en base 10 ?

2. *Quel nombre précède $\overline{1200}^5$ et succède $\overline{4124}^5$?*
3. *Donner l'écriture en base 5 de 442 ?*
4. *Effectuer les calculs suivants sans utiliser la base 10. Vérifiervos résultats après être passé en base 10.*
   a. $\overline{323}^5 + \overline{122}^5$
   b. $\overline{323}^5 - \overline{124}^5$
   c. $\overline{323}^5 \times \overline{3}^5$

II. Exercices de consolidation

EXERCICE 1 :

a. Pose et effectue la division euclidienne de 370 par 8.

b. Résous chacun des problèmes suivants :

- Dans un collège de 370 élèves, on réalise des équipes de 8 élèves pour un tournoi de football. Combien d'équipes peut -on réaliser ?
- Avec 370 roses, un fleuriste compose des bouquets de 8 roses et offre les roses non utilisées à sa femme. Combien de roses recevra-t -elle ?
- Pour un banquet réunissant 370 personnes, on dispose des tables de 8 places. Combien en faut-il ?
- Pour récolter des fonds, des élèves ont confectionné 370 madeleines. Ils souhaitent les répartir dans

  46 boîtes contenant le même nombre de madeleines. Combien de madeleines comptera chaque boîte ?

EXERCICE 2 :

Un chocolatier a réalisé 324 chocolats. Il souhaite les vendre dans des petits sachets. Chaque sachet peut-il contenir :

a. 3 chocolats sans qu'il reste de chocolats non utilisés ?

b. 4 chocolats sans qu'il reste de chocolats non utilisés ?

c. 9 chocolats sans qu'il reste de chocolats non utilisés ?

EXERCICE 3 :

On convient que $\overline{abc}^6$ est l'écriture d'un nombre en base 6. Par exemple, le nombre entier 103 s'écrit $\overline{251}^6$.

1. Quel nombre entier est représenté par $\overline{132}^6$. Ce nombre est -il multiple de 6 ? de 2 ?
2. Montrer que $\overline{324}^6$, $\overline{222}^6$, $\overline{550}^6$ sont multiples de 2. Sont-ils multiples de 6 ?
3. Montrer que $\overline{abc}^6$ est un multiple de 2 si c = 0, c = 2 ou c = 4. A quelle condition est-il multiple de 6 ?
4. Enoncer les théorèmes de divisibilité par 6 et par 2 à partir de l'écriture en base 6 de ce nombre.
5. Effectuer les tâches suivantes :

   a. Montrer que $\overline{324}^6$, $\overline{222}^6$, $\overline{550}^6$ sont multiples de 5.

   b. Quel critère de divisibilité par 5 pourrait être énoncé ? on pourra noter que 6 = 5 + 1.

EXERCICE 4 :

1. Exprimer les nombres suivant en base Décimale : (472)8 (3132)4 (560)7 (ABDF)16
2. Exprimer le nombre décimal X= 327 en base 2, 3, 7, 8, et 16.
3. Faire la conversion Binaire/Décimale des nombres suivants : 101, 11101, 111101101, 11111111 .

EXERCICE 5 :

1. Soit le nombre décimal X= 512, exprimer X en base 2, 4, 8 et 16.
2. Soit le nombre Y = (11010110101)2. Exprimer directement et sans passer par la base 10 le nombre Yen base 4, 8, 16.
3. Exprimer directement en base 2 et sans passer par la procédure de division les nombres :

X = (1323)4, Y= (3765)8, Z= (AB1F9)16

III. Apprentissage à l'intégration

EXERCICE 1 :

Un nombre A s'écrit avec 3 chiffres.

En permutant les chiffres des unités et des dizaines on obtient B.
En permutant les chiffres des centaines et des dizaines on obtient C.

En permutant les chiffres des unités et des centaines on obtient D.

On sait de plus que A-B=18 et C-A=360.

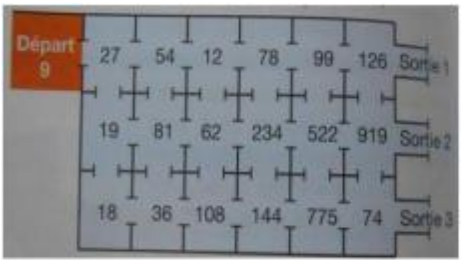
a. Calculer D-A.
b. Montrer que A est multiple de 3.
c. Trouver A sachant qu'il est multiple de 9.

EXERCICE 2 :

1. Ecrire en décimal le nombre binaire 101101.
2. Ecrire en binaire le nombre décimal 1918.
3. Convertir en base 8 le nombre décimal 2018.
4. Convertir en décimal le nombre 4321 écrit en base 5.
5. Un repunit décimal est un nombre décimal qui ne comporte que le chiffre 1. Donner l'écriture d'un repunit décimal de taille n à l'aide d'une puissance de 10.

EXERCICE 3 :

Pour sortir du labyrinthe ci-contre, il ne faut pas déclencher les alarmes. Pour cela, il faut passer d'une pièce à l'autre en suivant les multiples de 9. Tracer le chemin qui permet de sortir sans déclencher les alarmes



IV. Activités d'intégration

Situation 1 :

Les élèves d'une classe de première TI ont construit une pyramide avec des sucres. Cette pyramide pèse 22,96 kg. Un sucre de cette pyramide pèse 8 g.

Tâche : Combien de boîtes de sucres faudra-t -il pour ranger tous les sucres de la pyramide.

Doc. 1 : la pyramide de sucres

Doc. 2 : Une boîte de sucres

Situation 2 :

1. *La légion romaine était très structurée. Une centurie était composée de 80 légionnaires. Une cohorte était composée de 6 centuries. Une légion était composée de 10 cohortes. La légion était commandée par un général d'armée appelé légat et par 60 officiers appelés centurions. Quand la légion était rassemblée, les soldats vivaient dans un camp construit à l'écart des villes. Ils dormaient dans des tentes pouvant accueillir huit soldats chacune. Le légat était le seul à avoir une tente individuelle. Combien de tentes au minimum étaient nécessaires pour loger une légion romaine ?*

2. *Un centurion veut former une « tortue » avec les 80 légionnaires d'une centurie. Les légionnaires se groupent en lignes et en colonnes pour former un rectangle. Il doit y avoir plus de deuxsoldats sur chaque ligne et chaque colonne. Le centurion reste en dehors de la « tortue » pour diriger les manœuvres. Déterminer la composition de toutes les « tortues » qui peuvent être constituées par toute une centurie.*

Situation 3 :

La date du dimanche de Pâques change chaque année. Le mathématicien allemand Gauss a proposé une formule permettant de la trouver, quelle que soit l'année. Répondre aux questions suivantes pour déterminer la date du dimanche de Pâques en 2016.

a. Calculer le reste de la division euclidienne de 2016 par 19.
b. Calculer le reste de la division euclidienne de 2016 par 4.
c. Calculer le reste de la division euclidienne de 2016 par 7.
d. Multiplier par 19 le résultat de la question a et ajouter 24 au résultat.
e. Calculer le reste de la division euclidienne du résultat de la question d par 30.
f. Multiplier par 2 le résultat de la question b, par 4 le résultat de la question c et par 6 le résultat de la question e. Ajouter les 3 produits obtenus.
g. Ajouter 5 au résultat de la question f.
h. Calculer le reste de la division euclidienne du résultat de la question g par 7.
i. Ajouter les résultats des questions e et h.
j. La date de Pâques est le résultat de la question i + 22 mars ou le résultat de la question i – 9 avril.

«La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».