MATHÉMATIQUES TERMINALE D

T.D.S

Le Temple du Savoir

MON CAHIER DE TRAVAUX DIRIGÉS PAR LEÇON

Rédigé par :

M. KABY KABY JILUIS JUNIOR

Professeur de Mathématiques

07 0996 3670 / 05 7525 9207

Proverbe :

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et aux exercices que l'on devient un mathématicien.

Leçon 1

LIMITES ET CONTINUITES

EXERCICE 1

Pour chacune des affirmations suivantes, recopie le numéro de la ligne suivi de Vrai si l'affirmation est vraie de Faux si elle est fausse.

N°	Affirmations
1.	Si f est une fonction continue et strictement décroissante sur $[-2\,;3]$ et si $f(-2)\times f(3)<0$, alors l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution sur $]f(3)\,;f(-2)[$.
2.	La fonction m définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} m(x)=5+x, si\ x\leq 1 \\ m(x)=4x+2, si\ x>1 \end{cases}$ est continue en 1.
3.	$\forall x\in\ ]0\,;\,+\infty[, \lvert f(x)+l\rvert\leq g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=0$, alors $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=l$.
4.	a étant un nombre réel strictement positif, m et n deux nombres entiers naturels supérieurs ou égaux à 2. On a : $\sqrt[m]{a}\times\sqrt[n]{a}=(a^{m+n})^{\frac{1}{m\times n}}$.
5.	$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+9x-2}=+\infty$

EXERCICE 2

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte. Écris sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspondant à la réponse juste.

N°	Énoncé	A	B	C
1.	$f(x)=(x^2+1)\left(\frac{1}{x}-1\right)$, $D_f=$	$\mathbb{R}^*$	$\mathbb{R}$	$]0\,;\,+\infty[$
2.	$h(x)=\sqrt{\frac{2x+4}{x+1}}$; donc $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=$	$+\infty$	$\sqrt{2}$	2
3.	(C) la représentation de g et $\lim\limits_{x\to-1} g(x)=2$, alors	(C) admet une asymptote verticale d'équation $x=-1$	(C) admet une asymptote horizontale d'équation $y=2$	(C) n'admet pas d'asymptote en -1
4.	$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^3+\sqrt{2}x^2+\frac{1}{3}x+10}{x^3-x^2-x}=\cdots$	$+\infty$	$-\infty$	1
5.	$m(x)=\frac{x^2-1}{x+1}$. on peut prolonger m par continuité en -1 , $\lim\limits_{x\to-1} m(x)=$	-1	-2	1

EXERCICE 3

I. Détermine les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to1}\frac{\sqrt{x^2+3}+1}{2x-1}$; b) $\lim\limits_{x\to+\infty} 2x^3+x^2-x+4$; c) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x+5x^2-7x^4}{x-10x^2+14x^3}$; d) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3x+8x^2-2x^5}{x^2+2x^6}$

e) $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x^2 + x} - x$; f) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{x - \frac{\pi}{4}}$; g) $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x - 3} - \sqrt{x + 1}$; h) $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x^2 - 1} - 2x$

II. 1) Soit la fonction définie par : $f(x) = \frac{x-3}{x+2}$.

a) Montre que la fonction g la restriction de f sur l'intervalle $I =]-2\,;\,+\infty[$ admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur intervalle J qu'il faut déterminer.

b) Détermine $g^{-1}(x)$ pour tout x de l'intervalle J.

2) Soit f une fonction définie par $f(x) = \frac{1 - \cos x}{x}$.

Donne un prolongement par continuité de la fonction f en 0.

3. Considérons la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = \frac{2x+1}{7-3x} ; si\ x \leq 2 \\ f(x) = \frac{x^2+x-6}{x-2} ; si\ x > 2 \end{cases}$

Étudier la continuité de f en 2.

EXERCICE 4

f est une fonction continue sur son ensemble de définition, de représentation graphique (C_f) dans un repère orthonormé (O, I, J) et admettant le tableau de variation ci-dessous :

x	$-\infty$		-3		2			$4,5$		$+\infty$
$f(x)$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	$9,5$	||	$9,5$ $\searrow$	1

1. Détermine l'ensemble de définition D_f de la fonction f.
2. Précise les asymptotes éventuelles à (C_f).Justifie ta réponse.
3. f est-elle prolongeable par continuité en 2 ? en 4,5 ? Si oui définis ces prolongements.
4. Détermine les images par des intervalles $]-\infty\,; 2[$ et $]4,5\,;\,+\infty[$ de f.
5. Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution β dans l'intervalle $]2\,;\,4,5[$.
6. Détermine le signe de f sur (D_f).
7. Soit g la restriction de f à $]-\infty\,;\,-3[$.

a) Justifie que g réalise une bijection de $]-\infty\,;\,-3]$ dans un intervalle J à déterminer.

b) Dresse le tableau de variation de g^{-1}, bijection réciproque de g sur son ensemble de définition.

c) Calcule les limites suivantes : $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f\left(2 - \frac{1}{x}\right)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f\left(-3 + \frac{1}{x}\right)$

EXERCICE 5

La maman d'un élève en Terminale D au collège Saint-Moïse d'Abobo désire une relance publicitaire auprès de ses meilleurs clients. Elle fait donc imprimer des dépliants qui lui coûtent 4 000 FCFA en frais fixes plus 100 FCFA par dépliant à l'exception de 20 copies qui ne seront pas distribuées. Elle est sure que chaque dépliant sera lu par 20 personnes.

La commerçante voudrait déterminer le coût d'un dépliant par client pour une production de dépliant à long terme.

À l'aide d'une argumentation basée sur tes connaissances mathématiques, détermine ce coût pour la maman.

Leçon 2

PROBABILITE CONDITIONNELLE ET VARIABLE ALEATOIRE

EXERCICE 1

Écris sur ta copie le numéro de chacune des affirmations ci – dessous suivi de **VRAI** si l'affirmation est vraie ou de **FAUX** si l'affirmation est fausse.

N°	AFFIRMATIONS
1	On lance deux fois de suite un dé non pipé dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Soit X la variable aléatoire donnant le nombre d'apparition de la face numéro 6. On a : $X(\Omega) = \{1; 2\}$
2	Si B et $\overline{B}$ sont deux événements contraires, alors $P(\overline{B}) = -P(B) + 1$
3	Si une variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètre n et p, alors la probabilite d'obtenir exactement k succès au cours de n epreuves independantes est $C_n^k \times p^k \times q^{n-k}$.
4	Si X suit une loi Binomiale de paramètres $n = 3$ et $p = \frac{4}{7}$, alors la variance de X est $V(X) = \frac{34}{49}$

EXERCICE 2

Pour chacune des affirmations ci – dessous, trois réponses A, B et C sont données dont une seule est juste. **Recopie sur ta feuille, le numéro de l'affirmation suivie de la lettre correspondant à la réponse juste.**

N°	Affirmation	A	B	C
1	A et B sont deux évènements de probabilité non nulle, alors $P_B(A) =$	$P(A) \times P(B)$	$\frac{P(A \cap B)}{P(B)}$	$\frac{P(A \cap B)}{P(A)}$
2	A et B sont deux évènements indépendants, alors	$P(A \cup B) = P(A) \times P(B)$	$P_B(A) = P(A) \times P(B)$	$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
3	Une épreuve de Bernoulli est une épreuve aléatoire comportant :	trois issues : succès, échec, neutre	une issue : succès	deux issues : succès, échec
4	Une suite de n épreuves identiques de Bernoulli de même probabilité de succès P et indépendantes les unes des autres. La probabilité d'obtenir k succès en n épreuves est :	La loi binomiale de paramètres p et $1 - P$	La loi binomiale de paramètres 1 et 0.	La loi binomiale de paramètres n et p.

EXERCICE 3

Une usine des composants électroniques. La probabilité qu'un composant soit défectueux est 0, 05.
On considère un échantillon de 200 objets. Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de composants défectueux.

1. Donne la loi que suit X et sa formule.
2. Détermine la probabilité qu'aucun objet ne soit défectueux.
3. Détermine la probabilité que deux objets soient défectueux.
4. Calcule l'espérance mathématique E(X) de X.
5. Calcule de la variance et de l'écart-type.

EXERCICE 4

Amateur de sudoku, Pierre s'entraîne sur internet.

40 % des grilles qui y sont proposées sont de niveau facile, 30% sont de niveau moyen et 30% de niveau difficile. Pierre sait qu'il réussit les grilles de sudoku de niveau facile dans 95% des cas, les grilles de niveau moyen dans 60 % des cas, et les difficiles dans 40% des cas. Une grille de sudoku lui est proposée de façon aléatoire. On considère les évènements suivants :

- F : « la grille est de niveau facile » ;
- M : « la grille est de niveau moyen » ;
- D : « la grille est de niveau difficile »
- R : « Pierre réussit la grille ».

1. Traduis les données à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Montre que la probabilité que Pierre réussisse la grille est 0, 68.
3. Sachant que Pierre n'a pas réussi la grille proposée, quelle est la probabilité qu'elle soit de niveau moyen.
4. Pierre a réussi la grille proposée. Sa petite sœur affirme « je pense que la grille était facile ».

Dis si elle a raison. Justifie par un calcul.

EXERCICE 5

La coopérative scolaire de to établissement a été nominée pour participer à une cérémonie de récompense. Le président de la coopérative espère que la récompense qui sera reçue permettra à sa structure de réaliser un projet d'un coût de 250 000 F. le président t'invite à l'accompagner à la cérémonie de récompense.
Pour recevoir sa récompense, le président doit tirer au hasard et simultanément trois (3) enveloppes d'une caisse qui en contient huit (08) dont cinq (05) blanches et trois (03) vertes, toutes indiscernables au toucher.
Chaque enveloppe verte tirée rapporte la somme de 100 000 F et chaque enveloppe blanche tirée rapporte la somme de 50 000 F.
Avant d'effectuer le tirage le président est inquiet, car selon lui il y a moins de 50% de chance de réaliser le projet.
À l'aide d'une production basée sur tes connaissances mathématiques, dis si le président de la coopérative a raison de s'inquiéter ou pas.

Leçon 3

DERIVABILITE ET ETUDE DE FONCTIONS

EXERCICE 1

Écris sur ta feuille de copie, le numéro de chacune des affirmations ci-dessous suivies de **VRAI** si l'affirmation est vraie et **FAUX** si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmations
1	Si g est une fonction continue et strictement décroissante sur $\mathbb{R}$ et l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[-2; 3]$ avec $g(-2) = 0{,}07$ et $g(3) = -0{,}03$. On a : $-2 < \alpha < 3$
2	La fonction $x :\longmapsto sin\left(x^2 + \frac{\pi}{4}\right)$ admet pour dérivée sur $\mathbb{R}$ la fonction $x :\longmapsto 2x\cos\left(x^2 + \frac{\pi}{4}\right)$
3	On donne la propriété suivante : f est une fonction dérivable sur un intervalle K. S'il existe un nombre réel M tels que pour tout x element de K, $\lvert f'(x)\rvert \leq M$, alors pour tous reels a et b de K, on a :$\lvert f(b) - f(a)\rvert \leq M\lvert b - a\rvert$. Cette propriété est la propriété relative à l'inégalité des accroissements finis.
4	S'il existe deux réel m et M tel que pour tout $x \in [a\,; b], m \leq f'(x) \leq M$, alors on a l'inégalité : $m(b - a) \leq f(x) \leq M(b - a)$
5	Si f est une fonction dérivable et bijective sur $\mathbb{R}$ telle que $f(-2) = 0$ et $f'(-2) = -1$, alors f^{-1} est dérivable en 0 et on : $(f^{-1})'(0) = -2$.
6	Si f est une fonction deux fois dérivable sur un intervalle ouvert contenant x_0 et si la dérivée seconde de f s'annule en x_0 en changeant de signe, alors le point $(x_0\,; f(x_0))$ est un extremum.

EXERCICE 2

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, trois réponses A, B et C sont proposés dont une seule permet d'avoir l'énoncé juste. Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Énoncés	A	B	C
1.	L'ensemble de dérivabilité de $\frac{\sqrt{x-1}}{x-2}$ est…	$[1\,; 2]$	$]1\,; +\infty[\,\backslash\{2\}$	$[1\,; +\infty[\,\backslash\{2\}$
2.	Si $\lim\limits_{x\to 0} \frac{f(x)-f(0)}{x} = -3$, alors..	(C) admet une demi-tangente au point d'abscisse -3	(C) admet une tangente horizontale au point d'abscisse 0	C) admet une demi-tangente au point d'abscisse 0.
3.	Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{3}(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}$ on a $f'(x)$ est égale à	$2x\sqrt{x^2 + 1}$	$x\sqrt{x^2 + 1}$	$x^2\sqrt{x^2 + 1}$
4.	Si $(x) = \lvert x\rvert$, alors	$k'_g(0) = 1$ et $k'_d(0) = 1$	$k'_g(0) = -1$ et $k'_d(0) = 1$	$k'_g(0) = 0$ et $k'_d(0) = 0$
5.	$si\ g(x) = Cox^2\left(\frac{1}{x}\right)$, alors $g'(x) =$	$-2\sin x\cos\left(\frac{1}{x}\right)$	$\frac{-2}{x^2}\sin\left(\frac{1}{x}\right)\cos\left(\frac{1}{x}\right)$	$\frac{2}{x^2}\sin\left(\frac{1}{x}\right)\cos\left(\frac{1}{x}\right)$

6.	Si f est une fonction dérivable sur $[2\,;5]$ et $1 \leq f'(x) \leq 4$, alors pour tout $x \in [2\,;5]$, on a :	$1 \leq f(5) - f(2) \leq 4$	$2 \leq f(5) - f(2) \leq 5$	$3 \leq f(5) - f(2) \leq 12$

EXERCICE 3

1. Soit la fonction h définie sur $\mathbb{R}$, par $h(x) = |x(x^2 - 1)|$.

a) Justifie que : $\begin{cases} \forall x \in]-\infty\,;\,-1[\cup]0\,;1[, h(x) = -x(x^2-1) \\ \forall x \in [-1;0[\cup [1\,;\,+\infty[, h(x) = x(x^2-1) \end{cases}$

b) Étudie la dérivabilité de $h\ en - 1$.

2. Soit g la fonction dérivable et définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = -x(x^2 - 1)$.

a) Justifie que :$\forall x \in [0\,;1], -2 \leq g'(x) \leq 1$.

b) En utilisant le théorème des inégalités des accroissements finis, démontre que :

$\forall x \in [0\,;1], -2x \leq g(x) \leq x$.

EXERCICE 4

f est une fonction définie sur $[1\,;\,+\infty[$ par : $f(x) = 2 - x^2\sqrt{x^2-1}$.

1. Calcule la limite de f en $+\infty$.

2. On admet que f est dérivable sur $]1\,;\,+\infty[$.

a) Justifie que : $\forall x \in]1\,;\,+\infty[, f'(x) = \frac{-3x^2+2x}{\sqrt{x^2-1}}$.

b) On suppose que pour tout $x \in]1\,;\,+\infty[, f'(x) < 0$, déduis-en les variations de f puis dresse son tableau de variation.

3. a) Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α.

b) Justifie que : $1 < \alpha < 2$.

c) Justifie que : $\begin{cases} \forall x \in [1\,;\,\alpha[, f(x) > 0 \\ \forall x \in]\alpha\,;\,+\infty[, f(x) < 0 \end{cases}$

EXERCICE 5

Une usine fabrique et commercialise des sachets de chocolat. Sa capacité mensuelle est comprise entre 2 million et 5 million de sachets. On suppose que toute la production est commercialisée. Une étude a révélé le bénéfice mensuel, exprimé en millions de francs, réalisé pour la production et la vente est modélisée sur l'intervalle $[2; 5]$ par la fonction q définie par:$q(x) = \frac{x^3-20x-9}{x-7}$.

Le directeur veut accroitre le bénéfice de l'entreprise. N'ayant pas de personnel qualifié, il te demande le nombre de sachets à produire, au millier près, par mois pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal.

A l'aide d'une argumentation base sur tes connaissances mathématiques, détermine le nombre de sachets à produire pour avoir un bénéfice maximal.

Leçon 4

PRIMITIVES

EXERCICE 1

Pour chacune des affirmations ci-dessous, trois réponses sont données dont une seule est juste. Écris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Affirmations	Réponses	
1.	Soit f une fonction continue sur un intervalle K et F une fonction dérivable sur K .Si F est une primitive de f sur K, alors pour tout nombre réel x de K…	A	$F'(x) = f(x)$
		B	$f'(x) = F(x)$
		C	$F'(x) = f'(x)$
2.	Une primitive de la fonction f définie par : $f(x) = -4x^2 + 12x - 3$ est …	A	$-\frac{4}{3}x^3 + 12x^2 - 3x$
		B	$-4x^3 + 6x^2 - 3x$
		C	$-\frac{4}{3}x^3 + 6x^2 - 3x + 2$
3.	Une primitive de la fonction f définie par : $g(t) = -20\sin(4t) - 6\cos(2t)$ est…	A	$-5\cos(4t) + 3\sin(2t)$
		B	$5\cos(4t) - 3\sin(2t)$
		C	$20\cos(4t) - 6\sin(2t)$
4.	Une primitive de la fonction h définie par : $h(x) = -2x + 4$ est …	A	$-x^2 + 4$
		B	$-x^2 + 4x - 3$
		C	$-\frac{x^2}{2} + 4x$
5.	Une primitive de la fonction v définie par : $v(t) = \cos(n\pi t)$ avec $n \in \mathbb{N}$, est …	A	$\sin(n\pi t)$
		B	$\frac{1}{n\pi}\sin(n\pi t)$
		C	$\frac{-1}{n\pi}\sin(n\pi t)$

EXERCICE 2

Écris le numéro de chaque affirmation suivie de Vrai si l'affirmation est vraie ou de Faux si elle est fausse.

N°	AFFIRMATIONS
1.	Une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction définie par : $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$ est la fonction définie par : $F(x) = x^3 - 2x^2 + x - \pi$
2.	La primitive sur $]0\,;+\infty[$ de la fonction définie par $p(x) = x - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sqrt{x}}$ qui prend la valeur $-\frac{1}{2}$ en 1 est la fonction définie par $P(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x} - 2\sqrt{x} + 1$
3.	Une primitive sur un intervalle I de la fonction $u'v + uv'$ est la fonction $u \times v$
4.	Toute fonction continue sur un intervalle I admet une primitive sur cet intervalle.
5.	Une primitive de la fonction $x \to \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$ sur [0 ; 1] est :$x \to 2\sqrt{2x+1}$

EXERCICE 3

A. Détermine une primitive de chacune des fonctions suivantes :

1) $f(x) = 2x + 1$ 2) $f(x) = 10x^4 + 6x^3 - 1$ 3) $f(x) = (x - 1)(x + 3)$

4) $f(x) = \frac{1}{x^2} - x^2$ 5) $f(x) = \sin x - 2\cos x$ 6) $f(x) = x + \frac{1}{\sqrt{x}}$.

B. Détermine une primitive des fonctions données :

1) $g(x) = \sin x \cos x$ 2) $g(x) = 3(3x + 1)^4$ 3) $g(x) = \frac{1}{(4x+3)^2}$ 4) $g(x) = \frac{\cos x}{sin^2 x}$

4) $g(x) = \frac{3}{\sqrt{3x+2}}$ 5) $g(x) = \frac{1}{\sqrt{2-5x}}$ 6) $g(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+1}}$ 7) $g(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-3}}$

EXERCICE 4

I. Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{3x+4}{(x+1)^3}$

1. Détermine les réels $a\ et\ b$ tels que, pour tout $x \neq -1, f(x) = \frac{a}{(x+1)^2} + \frac{b}{(x+1)^3}$

2. En déduire une primitive F de f sur $]-1\ ;\ +\infty[$.

II. Soit la fonction h définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par $h(x) = \frac{x^2+2x}{(x+1)^2}$

1. Détermine les réels $a\ et\ b$ tels que :$\forall x \in [0\ ;\ +\infty[, h(x) = a + \frac{b}{(x+1)^2}$.

2. Détermine la primitive H de h sur $[0\ ;\ +\infty[$ tel que $H(1) = \frac{5}{2}$.

3. Détermine la primitive de f sur I qui prend la valeur y_0 et en x_0.

a) $f(x) = 3x - 1 + \frac{2}{x^2}$; $I =]0\ ;+\infty[\ ;\ x_0 = -1\ ;\ y_0 = 0$.

b) $f(x) = 5x(5x^2 - 7)$; $I = \mathbb{R}\ ;\ x_0 = 1\ ;\ y_0 = \frac{1}{3}$.

c) $f(x) = x + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sqrt{x}}$; $I =]0\ ;+\infty[\ ;\ x_0 = 1\ ;\ y_0 = 1$.

EXERCICE 5

Lors d'une expérience portant sur l'efficacité d'un bactéricide, des élèves introduisent ce produit dans un milieu où une population de bactéries croissait. La population a continué à croitre pendant un certain temps puis elle a commencé à diminuer. La taille de la population à l'instant t non nul est une fonction g dont la dérivée est donnée par : $g'(x) = -10^3 t^2 + 310^3 t + 10^4$ est telle que $g(0) = 10^3$.
$g(t)$ est le nombre de bactéries et t le temps en heures.
Le bactéricide est jugé efficace si après son introduction, le maximum de la population de bactéries est inférieure à 150 000.

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, apprécie l'efficacité de ce bactéricide.

Leçon 5

FONCTIONS LOGARITHMES NEPERIENS

EXERCICE 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées. Une seule réponse est exacte.
Recopier le numéro de chaque question ainsi que la lettre correspondant à la réponse choisie.

N°	Questions	Réponses	
1.	Soit g la fonction définie et dérivable sur $]2\,;\,+\infty[$ par : $g(x) = \ln(2x-4)$ $\forall x \in]2\,;\,+\infty[, g'(x) = \cdots$	A	$\frac{1}{2x-4}$
		B	$\frac{2}{\ln(2x-4)}$
		C	$\frac{2}{2x-4}$
2.	Si $f(x) = 1 - \ln x$, alors $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x) = \cdots$	A	1
		B	$-\infty$
		C	$+\infty$
3.	Soit g la fonction définie et dérivable sur $]0;\,+\infty[$ par : $h(x) = 2\ln(x) - x$. $\forall x \in]0\,;\,+\infty[, h'(x) = \cdots$	A	$\frac{2}{x} - x$
		B	$\frac{2}{x} - 1$
		C	$\frac{1}{x} - 1$
4.	Une primitive H de la fonction h définie par : $h(x) = \ln x$ sur $]0\,;\,+\infty[$ est…	A	$H(x) = \frac{1}{\ln x}$
		B	$H(x) = x\ln x - x + e$
		C	$H(x) = \ln\left(\frac{1}{x}\right) + 1$
5.	Pour tous réels $a\ et\ b$ strictement positifs, $\log(a \times b) = \cdots$	A	$\log(a) \times \log(b)$
		B	$\log(a) + \log(b)$
		C	$\ln(a) + \ln(b)$
6.	L'ensemble de solution de l'équation (E): $3(\ln x)^2 + 2\ln x - 1 = 0$ est…	A	$\left\{e^{-\frac{1}{3}}\,;e^{-1}\right\}$
		B	$\left\{e^{\frac{1}{3}}\,;e^{1}\right\}$
		C	$\left\{e^{\frac{1}{3}}\,;e^{-1}\right\}$

EXERCICE 2

Écris le numéro de chaque affirmation suivie de Vrai **« V » si** l'affirmation est vraie ou de Faux **« F »** si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmations
1.	e^3 est la solution de l'équation $\ln x = 3$.
2.	La fonction $x \to \ln x$ est continue et strictement décroissante sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.
3.	L'ensemble des solutions du système : $(x;\ y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R}, \begin{cases} 3lnx + lny = 2 \\ 2lnx - lny = 3 \end{cases}$ est : $\{(e\,;\ e^{-1})\}$
4.	Une équation de la tangente (T) à la courbe représentative (C) au point d'abscisse 1 de la fonction $p: x \to -3lnx + x - 1$ est : $y = -2x + 2$
5.	Pour tous nombres réels strictement positifs $x\ et\ y, on\ a$: $\ln(xy) = lnx + lny$.
6.	L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation : $\ln(x-2) \leq \ln(2x-1)$ est : $S =]1\,;\ 2[$

EXERCICE 3

1. Détermine le domaine de définition puis calcule les dérivées des fonctions suivantes :

a) $f: x \to \ln(x+1)$	b) $f: x \to \ln(x^2 - 3x + 2)$	c) $f: x \to ln\left\lvert\frac{x-1}{x+1}\right\rvert$
d) $f: x \to \ln x + \ln(x-1)$	e) $f: x \to \ln\left(\frac{x-4}{x+1}\right)$	$f)$ $f: x \to \ln(x^2+1)$
g) $f: x \to 2x(1 - lnx)$	h)$f: x \to -\frac{x}{2} + 1 + 2lnx$	i) $(lnx)^2 - 2lnx - 4$

2. Détermine les limites suivantes :

1) $\lim_{x \to +\infty} (x^2 + lnx)$	2) $\lim_{x \to +\infty} (1-x)lnx$	3) $\lim_{x \to +\infty} (ln2 - 3lnx)$
4) $\lim_{\substack{x \to 0 \\ >}} (x + 4 + lnx)$	5) $\lim_{x \to -\infty} \ln x^2$	6) $\lim_{\substack{x \to 0 \\ >}} \frac{\ln x}{x}$
7) $\lim_{x \to 0} \left(\frac{x - lnx}{x}\right)$	8) $\lim_{x \to +\infty} x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$	9) $\lim_{\substack{x \to 0 \\ >}} \frac{\ln(1+2x)}{x}$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

$a)$ $\ln(3x-1) = \ln(5x-10)$	$b)$ $\ln(2x-1) - \ln(1-x) = 0$	$c)$ $\ln(x-2) = 0$
d) $\ln(2x+5) + \ln(x+1) \leq ln4$	$e)$ $\ln(14-x) > \ln(10 + 7x - 3x^2)$	f) $\ln(x^2+1) < 0$

4. on considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{5x+1}{x^2+x-2}$.

1. a) Détermine l'ensemble de définition de la fonction f.

   b) Détermine les réels a et b tels que : $\forall x \in D_f, f(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+2}$.

2. En déduire la fonction primitive de f sur $]-\infty\,;\,-2[$ tel que $F(-3) = \ln 2$.

EXERCICE 4

I. Soit la fonction g définie par $g(x) = x - \ln x$.

1. Détermine D_g l'ensemble de définition de la fonction g.
2. Détermine les limites aux bornes de son ensemble de définition.
3. Détermine la fonction dérivée de la fonction g puis dresse le tableau de variation de g.
4. En déduire que $\forall x > 0, x > \ln x$.

II. Soit la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = \frac{x + \ln x}{x - \ln x}; x > 0 \\ f(0) = -1 \end{cases}$

1. justifie que f est continue à droite de 0.
2. Calcule $\lim_{x \to +\infty} f(x)$
3. étudie la dérivabilité de la fonction f à droite de 0.
4. Justifie que : $\forall x \in]0\,;\,+\infty[, f'(x) = \frac{2(1-\ln x)}{(x - \ln x)^2}$
5. Dresse le tableau de variation de f.
6. Détermine les points d'intersections de (C_f) et la droite (Δ): $y = 1$.
7. Montre que : (C_f) coupe l'axe des abscisses en un point d'abscisse dans $\left]\frac{1}{2}\,;1\right[$
8. Construire la courbe (C_f). (On donne : $\ln 2 = 0,7$; $e \approx 2,7$).

EXERCICE 5

Le médico-scolaire de ta commune organise une campagne de dépistage de la fièvre typhoïde dans ton établissement. Après avoir examiné n élèves pris au hasard, le médecin chef affirme que la probabilité d'avoir au moins un élève non atteint de la fièvre typhoïde dans cet établissement est de $1 - (0{,}325)^n$. Afin de sensibiliser davantage les élèves contre cette maladie, le chef de l'établissement veut connaitre le nombre minimum d'élèves tel que la probabilité d'avoir au moins un élève non atteint de la fièvre typhoïde soit supérieur à 98%. Il sollicite ta classe.

En te basant sur tes connaissances mathématiques, détermine ce nombre minimum d'élèves.

Leçon 6

NOMBRES COMPLEXES

EXERCICE 1

Pour chacune des six (06) questions suivantes une seule des trois (03) réponses proposées est exacte. Écris sur ta copie le numéro de la question suivi de la lettre correspondant è la bonne réponse.

N°	Questions	A	B	C
1.	La forme exponentielle de $z = -2 - 2i$ est	$z = -2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$	$z = 2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$	$z = 2\sqrt{2}e^{-i\frac{3\pi}{4}}$
2.	Soit z le nombre complexe de module 2 et d'argument $\frac{\pi}{3}$ alors…	$z = \sqrt{3} + i$	$z = 1 + i\sqrt{3}$	$z = 2 + i\frac{\pi}{3}$
3.	Le module du nombre complexe $z = 4 + 3i$ est…	7	$\sqrt{7}$	5
4.	Un argument du nombre $z = 2 - 2i$ est…	$\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$
5.	Si $z = 2 - 5i$ alors…	$\bar{z} = 2 + 5i$	$\bar{z} = -2 + 5i$	$\bar{z} = -2 - 5i$
6.	x est un nombre réel. On pose $A = \left(\frac{e^{ix}+e^{-ix}}{2}\right)^2 + \left(\frac{e^{ix}-e^{-ix}}{2i}\right)^2$. la valeur de A est…	0	-1	1

EXERCICE 2

Écris le numéro de chaque affirmation suivie de Vrai « **V** » **si** l'affirmation est vraie ou de Faux « **F** » si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmations
1.	L'affixe du vecteur $\overrightarrow{PQ}$ est : $z_P - z_Q$.
2.	L'affixe du milieu du segment $[AB]$ est : $\frac{z_A+z_B}{2}$.
3.	L'affixe du point $M(-5\,;\,-2)$ est : $-2-5i$.
4.	Les racines carrées du nombre complexe $-8-6i$ sont $1-3i$ et $-1+3i$
5.	$\arg\left(\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right)$ est une mesure de l'angle orienté $\left(\widehat{\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{AC}}\right)$.
6.	x est un nombre réel, $(\cos x + i\sin x)^{10} = \cos(x^{10}) + i\sin(x^{10})$.

EXERCICE 3

A. Soit $z_1 = 1 + i$ et $z_2 = \sqrt{3} - i$

1. Calcule $|z_1|$; $|z_2|$; $\arg(z_1)$; $\arg(z_2)$
2. Détermine la forme algébrique et la forme trigonométrique de $z_1 \times z_2$.
3. En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$.

B. soit A et B les points d'affixes respectives $2 - 7i$ et $1 + 3i$.

Détermine :

a) l'affixe du milieu M de [AB].

b) la distance AB.

c) l'affixe du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

C. Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
$x \to cos^4 x$

a) linéarise $f(x)$

b) En déduire la forme générale des primitives de f.

EXERCICE 4

1. Soit A, B et C les points d'affixes respectives $2 + i$; -1 et $3 - 2i$.
Donne la nature du triangle ABC.

2. Les points A, B, C et D ont pour affixes respectives $-2 + i$; $4i$; $\frac{7}{2} + 2i$; $\frac{3}{2} - i$.
Donne la nature du quadrilatère ABCD.

EXERCICE 5

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$ d'unité graphique 1 cm.

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation : $z^2 + (7 - 5i)z - 15i = 0$.
2. On considère dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $z^3 + (11 - 5i)z^2 + (28 - 35i)z - 60i = 0$.
   a) Vérifier que -4 est solution de (E).
   b) Détermine les nombres complexes a et b tels que :
   $z^3 + (11 - 5i)z^2 + (28 - 35i)z - 60i = (z + 4)(z^2 + az + b)$.
   c) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation (E).
3. Soit A , B et C les points d'affixes respectives : -4 ; $-1 + 2i$ et $-6 + 3i$.
   a) Place dans le plan complexe les points A, B et C.
   b) Démontre que le triangle ABC est isocèle et rectangle en A.
4. a) Détermine l'affixe du point D telle que le quadrilatère ABCD soit un carré.
   b) Détermine l'affixe du point K milieu du segment [AB].

EXERCICE 6

La société évènementielle de ton frère est chargée d'organiser dans un stade, le concert d'un artiste en vogue du coupé décalé. Ton frère est responsable de la sonorisation.

Après avoir prévu l'emplacement des enceintes sonores, il faut déterminer la position précise de l'amplificateur afin d'avoir la meilleure sonorisation possible partout dans le stade. Pour cela, l'ingénieur du son munit le plan d'un repère orthonormé direct $(O ; \vec{e}_1 ; \vec{e}_2)$ et effectue ses calculs.

Il obtient le résultat suivant : la position exacte de l'emplacement de l'amplificateur a pour affixe, la somme des deux solutions non imaginaires pures de l'équation :

$z \in \mathbb{C}, z^3 + (6 - 5i)z^2 + (1 - 20i)z - 14 - 5i = 0$.

L'ingénieur étant occupé à une autre tâche c'est à ton frère de déterminé cet emplacement.

Celui-ci ne sachant pas comment s'y prendre, il te sollicite.

En utilisant tes connaissances mathématiques au programme, détermine la position exacte de l'amplificateur.

Leçon 7

FONCTIONS EXPONENTIELLES ET FONCTIONS PUISSANCES

EXERCICE 1

À chacune des affirmations suivantes, réponds par VRAI si l'affirmation est vraie ou par FAUX si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmations
1.	La fonction exponentielle est la bijection réciproque de la fonction logarithme népérien.
2.	La fonction exponentielle est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.
3.	u est une fonction dérivable. $(e^u)' = ue^{u'}$
4.	u est une fonction dérivable. Une primitive de $u'^{e^u} est\ e^u$.
5.	L'ensemble des solutions du système dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $\begin{cases} e^x + 2e^y = 4 \\ 2e^x - e^y = 3 \end{cases}$ est : $(\ln 2\ ; \ln e)$
6.	Pour $0 < x < 2$, la fonction $x \mapsto (2-x)^x$ est équivalente à la fonction $x \mapsto e^{x\ln(2-x)}$

EXERCICE 2

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, une seule affirmation est vraie. Écris sur ta copie le numéro de chaque ligne et la lettre de la colonne permettant d'obtenir l'affirmation vraie.

N°	Affirmations	A	B	C
1.	L'inéquation $e^{2x-1} < e^{x^2}$ a pour ensemble de solution …	$]0\,;\,+\infty[$	$\{1\}$	$]-\infty;1[\ \cup\ ]1\,;+\infty[$
2.	La dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (2x-1)e^{-x}$ est $f'(x) =$	$2 \times e^{-x}$	$-2e^{-x}$	$(-2x+3)e^{-x}$
3.	L'équation $e^{1-x^2} = 1$ dans $\mathbb{R}$ admet	deux solutions	une solution	aucune solution
4.	Une primitive de la fonction f définie par : $f(x) = e^{3x+1}$ sur $\mathbb{R}$ est égale à…	$\frac{1}{3}e^{3x+1}$	$3e^{3x+1}$	$\frac{1}{3x}e^{3x+1}$
5.	Quel est l'ensemble de solution de l'équation : $e^{2x} + 5e^x + 6 = 0$?	$(3\,;2)$	$(\ln 3\ ;\ \ln 2)$	$\{(\ln 3\ ;\ \ln 2)\}$
6.	L'expression $e^{2x} + 3e^x - 4$ s'écrit aussi	$e^x(e^x + 3 - 4)$	$(e^x - 1)(e^x + 4)$	$e^{2x-3x} - 4$

EXERCICE 3

1. Détermine les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} (x^2 + e^x)$ b) $\lim\limits_{x\to-\infty} (-x + 4e^x)$ c) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\frac{1}{x} - 3e^x\right)$ d) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\frac{e^{2x}}{\ln(x)}\right)$

e) $\lim\limits_{x\to+\infty} (2e^{2x} - 3e^x + 1)$ f) $\lim\limits_{x\to+\infty} (x - e^x)$ g) $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(\frac{\ln x}{e^x}\right)$ h) $\lim\limits_{x\to+\infty} (x^3 e^x)$

2. Calcule la dérivée de chacune des fonctions suivantes :

$a)\ g(x) = x^2e^{3x-1}$ $b)\ g(x) = \frac{e^x}{e^{2x}+1}$ $c)\ g(x) = \frac{1}{x}e^{\frac{1}{x}}$ $d)\ g(x) = \ln(e^{2x} + 1)$

$e)\ g(x) = x + 3 - e^x$ $f)\ g(x) = (2x+1)e^x$ $g)\ g(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ $h)\ g(x) = xe^x$

3. 1) Détermine une primitive de la fonction f proposée sur l'intervalle I donné.

$a)\ f(x) = \frac{1}{4}\ e^x\ sur\ I = \mathbb{R}$ $b)\ f(x) = \frac{e^x}{e^x+1}\ \ sur\ I = \mathbb{R}$ $c)\ f(x) = (2x-1)e^{x^2-x+4}$

$d)\ f(x) = xe^{x^2}\ \ sur\ I = \mathbb{R}$ $e)\ f(x) = e^{2x+3}$ sur I = $\mathbb{R}$.

3. 2) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x+2)e^x$.

Détermine les nombres $a\ et\ b$ tels que la fonction F, définie sur $\mathbb{R}$, par $F(x) = (ax+b)e^x$ soit une primitive de f.

EXERCICE 4

On considère la fonction f de $\mathbb{R}\ vers\ \mathbb{R}$ définie par $f(x) = e^{2x} - x - 4$.

On désigne par (C) la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J)

1. Détermine la limite de f en $-\infty$.
2. Étudie la limite f en $+\infty$ (on mettra e^x en facteur dans l'expression de $f(x)$).
3. a) Calcule $f'(x)$ la dérivée de f pour tout nombre réel x.
   b) Détermine les variations de f sur $\mathbb{R}$.
4. Démontre que la droite (D) d'équation $y = -x - 4$ est asymptote à (C) en $-\infty$.
5. Construire la courbe (C) et la droite (D).

EXERCICE 5

Le bénéfice d'une entreprise en fonction du temps t en mois est donné par la fonction $B(t) = 10(t+5)e^{-0,1t+2}$ pour $t \in [0\ ;\ +\infty[$. $B(t)$ est exprimé en milliers de francs CFA.

Un homme d'affaire soutient que le bénéfice de cette entreprise ne peut excéder 450 000 francs CFA et que dans un temps suffisamment long cette entreprise ne pourra plus générer de bénéfice. Intrigué, le directeur de cette entreprise demande ton avis sur l'affirmation de l'homme d'affaire.

À l'aide d'une argumentation basée sur tes connaissances en mathématiques au programme, aide le directeur.

NOMBRES COMPLEXES ET GEOMERIE DU PLAN

EXERCICE 1

Écris sur ta copie le numéro de chacune des affirmations ci – dessous suivi de **VRAI** si l'affirmation est vraie ou de **FAUX** si l'affirmation est fausse.

N°	AFFIRMATIONS
1.	L'écriture complexe $z' = -2iz + 1 - i$ est celle d'une homothétie.
2.	Une similitude directe admet un unique point invariant qui est son centre
3.	L'ensemble des points d'affixe z telle que : $\|z - 2 + 5i\| = \|-i\|$est le cercle de centre $A(2\ ;\ -5)$ et de rayon 1.
4.	Toute application du plan ayant pour écriture complexe $z' = az + b$ où $a \in \mathbb{C}^*$ et $b \in \mathbb{C}^*$ est une similitude.
5.	La rotation de centre O d'affixe 0 et d'angle $-\frac{\pi}{4}$ a pour écriture complexe : $z' = (1 - i)z$.

EXERCICE 2

Pour chacune des affirmations ci – dessous, trois réponses A, B et C sont données dont une seule est juste. Recopie sur ta feuille, le numéro de l'affirmation suivie de la lettre correspondant à la réponse juste.

N°	AFFIRMATIONS	REPONSES	
1.	L'écriture complexe de la rotation R de centre $\Omega(\omega)$ et d'angle θ est :	A	$z' = e^{i\theta}(z - \omega) + \omega$
		B	$z' = e^{i\theta}z - \omega$
		C	$z' = e^{i\theta}(z - \omega) - \omega$
2.	La translation de vecteur $\vec{u}$ d'affixe $-1 + 2i$ a pour écriture complexe :	A	$z' = z - 1 + 2i$
		B	$z' = -z - 1 + 2i$
		C	$z' = (-1 + 2i)z$
3.	Toute similitude directe de rapport $\boldsymbol{k}$ multiplie :	A	les distances par$\boldsymbol{k^2}$ et les aires par $\boldsymbol{k}$.
		B	les distances par $\boldsymbol{k}$ et les aires par $\boldsymbol{k^3}$.
		C	les distances par $\boldsymbol{k}$ et les aires par $\boldsymbol{k^2}$.
4.	Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé, on a : E (-2 + i) et F (-4) l'ensemble des points M(z) tels que : $\|z + 2 - i\| = \|z + 4\|$ est :	A	Le cercle de centre E et de rayon 4.
		B	Le cercle de diamètre [EF].
		C	La médiatrice du segment [EF].
5.	Soient A, B et C trois points distincts deux à deux du plan complexe muni du repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. Si $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = 3i$ alors	A	A, B et C sont alignés
		B	ABC est un triangle rectangle en A
		C	A, B et C appartient au cercle de diamètre [AB]

EXERCICE 3

A. Détermine les éléments caractéristiques da la similitude directe S dont l'écriture complexe est.
$z' = (1-i)z + i$.

B. Détermine dans chaque cas, la nature et les éléments caractéristiques de la similitude directe S définie par son écriture complexe :

$a) z' = 5z + 2i$ $\quad b)\ z' = z + 1 + 3i$ $\quad c)\ z' = \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z + \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ $\quad d)\ z' = (-1+i)z + 2$

C. détermine l'ensemble (Γ) des points M d'affixe z vérifiant :

1) $|z-i| = |z+i|$ $\quad$ 2) $|z-2+3i| = |3+4i|$ $\quad$ 3) $z + \bar{z} + |z|^2 = 0$ $\quad$ 4) $|z| = 4$

EXERCICE 4

A/ Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct. On donne les points $A(-2+i)$, $B(1+2i)$ et $C(2-i)$. On considère la similitude directe S de centre A telle que : $S(B) = C$.

1. Trouve l'écriture complexe de S.
2. Détermine les éléments caractéristiques de S.

B/ Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct. On donne les points $A(2)$; $B(2+2i)$; $C(1-3i)\ et\ D(-4i)$

1. Trouve l'écriture complexe de la similitude directe S telle que :$S(A) = C\ \ et\ S(B) = D$.
2. Détermine les éléments caractéristiques de S.

EXERCICE 5

1. On considère l'équation (E): $z \in \mathbb{C}, z^3 + (1+i)z^2 + (2-2i)z + 8i = 0$.
   a) Justifie que $2i$ est une solution de (E).
   b) Justifie que : $\forall\ z \in \mathbb{C}, z^3 + (1+i)z^2 + (2-2i)z + 8i = (z-2i)[z^2 + (1+3i)z - 4]$.
   c) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation (E'): $z^2 + (1+3i)z - 4 = 0$.
   d) Déduis des questions précédentes la résolution dans $\mathbb{C}$ de l'équation (E).
2. Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J). L'unité graphique est 2 cm.
   On donne les points A, B, C et D d'affixes respectives : $-3i$; $1-i$; $2i\ et - 2 - 2i$.
   a) Place les points A, B, C et D sur votre feuille copie.
   b) Démontre que le triangle BAD est rectangle et isocèle en A.
3. Soit S la similitude plane directe de centre D qui transforme A en B.
   a) Démontre que l'écriture complexe de S est : $z' = (1+i)z - 2 + 2i$.
   b) Démontre que : $S(B) = C$.
   c) Détermine l'image du triangle BAD par la similitude S.

EXERCICE 6

Lors de la préparation d'un exposé en géométrie, un groupe d'élèves d'une classe de terminale découvre l'équation (E) : $z \in \mathbb{C}$, $2z^2 + 2z + 1 = 0$. Ils veulent avoir des informations sur cette équation.
Après réflexion, un élève de ce groupe affirme que si l'on note a une solution de (E) dont la partie imaginaire est positive, les nombres a, a^2et a^3 seront les affixes des sommets d'un triangle équilatéral.
Sa voisine de classe ne partage pas cet avis. Ayant suivi la discussion, tu décides de les départager.

En utilisant tes connaissances mathématiques, Dis, lequel des deux élèves a raison.

Leçon 9

SUITES NUMERIQUES

EXERCICE 1

Écris sur ta copie le numéro de chacune des affirmations ci – dessous suivi de **VRAI** si l'affirmation est vraie ou de **FAUX** si l'affirmation est fausse.

N°	**Affirmations**
1.	Si une suite est croissante alors elle n'est pas majorée.
2.	Si une suite est minorée et bornée alors elle est convergente
3.	Si pour tout entier naturel n, $u_n < -3$. Alors la suite u_n est minorée par -3.
4.	On dit qu'une suite (u_n) est convergente lorsqu'elle admet une limite infinie
5.	Si $u_n \leq v_n \leq w_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} w_n = l$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = l$.

EXERCICE 2

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte. Écris sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspondant à la réponse juste.

N°	**Énoncés**	**Réponses**	
1.	la suite (v_n) tel que $\begin{cases} v_0 = 0{,}7 \\ v_{n+1} = \frac{1}{2} v_n \end{cases}$ est une suite géométrique de raison :	A	0, 5
		B	0, 7
		C	0, 2
		D	2
2.	la suite u_n tel que $u_{n+1} = u_n + 5$ est une suite	A	géométrique
		B	arithmétique
		C	numérique
		D	aucune réponse
3.	Pour tout entier naturel n non nul, $w_n = \frac{n}{\sqrt{n}}$. alors $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = \cdots$	A	0
		B	$\frac{1}{2}$
		C	1
		D	$+\infty$
4.	La suite (u_n) est donnée par sa formule de récurrence : $\begin{cases} u_0 = 100 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$. (u_n) est une suite :	A	arithmétique de raison 3
		B	arithmétique de raison -3
		C	géométrique de raison 3
		D	géométrique de raison -3
5.	Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme $u_0 = 0$ et de raison 1,07. La plus petite valeur de n telle que u_n dépasse 2 000 est :	A	11
		B	12
		C	15
		D	16

EXERCICE 3

A. Utilise les opérations sur les limites des suites pour calculer les limites suivantes :

1) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{2}{\sqrt{3n}} - \frac{2}{3n} + \frac{5}{n^2}$ 2) $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(-3+\frac{1}{n}\right)\left(1+\frac{2}{\sqrt{n}}\right)$ 3) $\lim\limits_{n\to+\infty} n^2 - n$ 4) $\lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt{n} - 2n$

5) $\lim\limits_{n\to+\infty} 4n^2 - 2n - 5$ 6) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{4n^2-3n-7}{3n^2+5}$ 7) $\lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt{n^2-3n+2} - n$ 8) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{\ln(n+1)}{n}$

B. 1) On considère la suite numérique (u_n) définie par : $u_n = \frac{(-1)^n}{n} - 5$; $n \geq 0$.

Justifie que : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -5$.

2) On considère la suite numérique (v_n) définie par : $v_n = 2n + \cos(n)$; $n \geq 0$.

Calcule $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$

EXERCICE 4

On considère la fonction $f(x) = \sqrt{x+6}$.

1. Dresse le tableau de variation de f.
2. On considère l'intervalle $I = [0\ ;\ 3]$. Détermine $f(I)$.
3. On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \sqrt{6+u_n}\ ;\ n \geq 0 \end{cases}$
   a) Démontre que $\forall n \in \mathbb{N} ; 0 \leq u_n \leq 3$.
   b) Démontre que la suite (u_n) est croissante.
   c) Montre que la suite (u_n) est convergente.
   d) Écrire la suite (u_n) en fonction de f et de u_n.
4. Détermine la limite de la suite (u_n).

EXERCICE 5

Soit fonction $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$.

1. Détermine le point d'intersection de (C_f) avec la droite (Δ) d'équation : $y = x$.
2. Soit la suite (u_n) définie par : $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = f(u_n)$.
   a) Place sur l'axe des abscisses les 3 premiers termes de la suite (u_n).
   b) Conjecture la monotonie de la suite (u_n) et détermine sa limite.
3. Démontre que la suite (u_n) est croissante majorée par 2.
4. Soit la suite (v_n) définie par : $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = u_n + \alpha$.
   a) Détermine α pour que la suite (v_n) soit géométrique.
   b) Détermine v_n puis u_n en fonction de n.
   c) Détermine la limite de la suite (u_n).

EXERCICE 6

Pendant les vacances scolaires, un élève en classe de terminale a trouvé un emploi.

Son patron lui a promis une rémunération de 10 000 F par semaine. Constatant que l'élève a bien travaillé la 1ère semaine, le patron lui a donné 10 000 F et lui a proposé une augmentation de sa rémunération. Il lui a demandé de choisir entre deux options.

Option A : une augmentation fixe de la rémunération de 2 000 F chaque semaine.

Option B : une augmentation de 3 % de la rémunération hebdomadaire.

Il a choisi l'option A et a travaillé pendant les 3 mois de vacances.

Pendant l'année scolaire suivante, il explique cela à ses camarades de classe.

Sa voisine dit alors que l'option B lui aurait permis de gagner plus. Une discussion s'engage et les élèves décident tous de vérifier l'affirmation de la voisine par des calculs. Départage les élèves.

Leçon 10

CALCUL INTEGRAL

EXERCICE 1

1) Complète la phrase ci-dessous en utilisant les groupes de mots suivants :

« l'intégrale de f entre a et b » ; « $\int_a^b f(x)dx$ » ; « $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ ».

Soit F une primitive d'une fonction f sur un intervalle I ; a et b sont deux éléments de I.

On appelle ……………. et on note………… le nombre réel défini par………………..

2. Relie chaque propriété à son nom:

f et g deux fonctions dérivables sur $[a$ et $b]$. α et β sont deux nombres réels.

Propriétés
$\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx = \int_a^c f(x)dx$
$\int_a^b (\alpha f(x) + \beta g(x))dx = \alpha \int_a^b f(x)dx + \beta \int_a^b g(x)dx$
Si $f \leq g$ sur $[a\,;b]$ alors $\int_a^b f(t)dt \leq \int_a^b g(t)dt$

nom
Linéarité
Inégalités
Relation de Chasles
Inégalités de la moyenne

EXERCICE 2

Pour chacune des affirmations ci – dessous, trois réponses A, B et C sont données dont une seule est juste. Recopie sur ta feuille, le numéro de l'affirmation suivie de la lettre correspondant à la réponse juste.

N°	AFFIRMATIONS	REPONSES	
1	On appelle intégrale de a à b de f le nombre réel F(b) – F(a), ou F est une primitive de f sur K. On note:	A	F(b) – F(a) $= \int_b^a f(x)dx = [F(x)]_a^b$
		B	F(b) – F(a) $= \int_a^b f(x)dx = [F(x)]_b^a$
		C	F(b) – F(a) $= \int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b$
2	On donne : I=$\int_0^1 (e^{2t} - t)dt$ La valeur exacte est :	A	$I = \frac{1}{2}e^2 - 1$
		B	$I = e^2 - \frac{1}{2}$
		C	$I = \frac{1}{2}(e^2 - 1)$
3	La valeur moyenne de la fonction : $x \to x^2 + 4$ sur l'intervalle $[0\,;2]$ est …	A	$\frac{16}{3}$
		B	$\frac{13}{6}$
		C	$\frac{13}{16}$
4.	On pose $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} cos^2x\,dx$ et $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} sin^2x\,dx$. La valeur de I + J est égale à…	A	0
		B	1
		C	$\frac{\pi}{4}$

EXERCICE 3

Calcule les intégrales suivantes :

1) $I_1 = \int_0^2 (2x-1)dx$ 2) $I_2 = \int_{-1}^1 (x^4 - 4x^3 + 2)dx$ 3) $I_3 = \int_1^2 \frac{1}{x^2}dx$

4) $I_4 = \int_0^{\ln 2} e^{2t}dt$ 5) $I_5 = \int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{e^x+1}dx$ 6) $I_6 = \int_0^e \frac{\ln x}{x}dx$ 7) $I_7 = \int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}dx$

8) $I_8 = \int_2^3 \frac{2x+3}{\sqrt{x^2+3x-4}}dx$ 9) $I_9 = \int_0^1 \sqrt{2x+1}dx$ 10) $I_{10} = \int_0^{\frac{\pi}{3}} (2 - \cos 3x)dx$

11) $I_{11} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} cos^2 x dx$ 12) $I_{14} = \int_1^2 \frac{1}{x(1+\ln x)}dx$ 13) $I_{13} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos(2\theta)\, d\theta$

EXERCICE 4

À l'aide d'intégrations par parties, calcule les intégrales suivantes :

1) $I = \int_0^{\pi} x \sin x\, dx$ 2) $J = \int_0^{\ln 2} xe^x dx$ 3) $K = \int_1^e \ln x\, dx$ 4) $L = \int_0^1 xe^{2x}dx$

5) $M = \int_1^e x(1 - \ln x)\, dx$ 6) $N = \int_1^e xlnx\, dx$ 7) $P = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cos x\, dx$ 8) $Q = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \sin x\, dx$

9) $R = \int_0^1 (2x-4)e^x dx$ 10) $S = \int_2^4 (x+1)\ln(x)\, dx$ 11) $T = \int_0^3 x\sqrt{3-x}\, dx$ 12) $U = \int_1^e \frac{\ln(x)}{x^2}dx$

EXERCICE 5

1) Calcule la valeur moyenne des fonctions f suivantes :

$f_1 : x \to -4e^{3x+2}$; $f_2 : x \to \frac{1}{x+2}$; $f_3 : x \to \frac{2x}{x^2-1}$ sur [2 ; 5].

2. Calcule la valeur moyenne des intégrales suivantes :

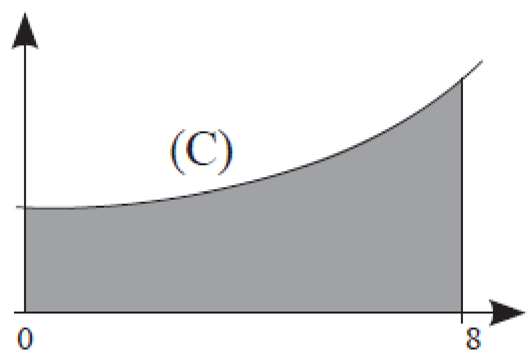
$\int_1^e \frac{\ln t}{t^2}dt$; $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos t\, dt$; $\int_0^{\pi} 2t(\sin t)\, dt$; $\int_0^{\ln 3} \frac{e^t}{e^t+2}dt$

EXERCICE 6

La coopérative d'un lycée a reçu le terrain représenté ci-dessous par la zone hachurée pour cultiver de la tomate. Le géomètre qui a travaillé sur le lot du lycée affirme que la courbe (C) représentée ci-dessous est celle de la fonction f définie par : $f'(x) = \frac{x^2}{3} - \frac{x}{4} + 12$, x est exprimé en mètre.

Les élèves de la promotion terminale souhaitent connaître l'aire de leur terrain pour acheter les semences de tomate nécessaires. Il te sollicite pour cela.

En utilisant tes connaissances mathématiques, aide les élèves de la promotion terminale a déterminer l'aire du terrain.



Leçon 11

STATISTIQUES A DEUX VARIABLES

EXERCICE 1

On donne la série statistique suivante, y étant un chiffre d'affaires, en millions de FCFA.

Année	1990	1985	1990	1995	2000
Rang de l'année (x_i)	0	1	2	3	4
y_i	5.9	7,9	10,6	13,9	17,9

Pour chaque question, trois (03) réponses sont proposées mais une seule est exacte. Écris sur ta copie, le numéro de la question suivi de la lettre de la bonne réponse.

1. Le point moyen du nuage représentant la série $(x_i\ ;\ y_i)$.

$a)\ G(1990\ ;11,12)$ $b)\ G(2\ ;14{,}24)$ $c)\ G(2\ ;11{,}24)$

2. La variance V(X) est égale à :

$a)$ 2 $b)$ 2,8 $c)$ 7,98

3. La variance V(Y) est égale est égale à :

$a)$ 8, 6 $b)$ 18,3 $c)$ 17,30

4. La Covariance de X et Y est égale :

$a)$ 6, 5 $b)$ 6 $c)$ 7, 8

5. Le coefficient de corrélation linéaire r est égale à :

$a)$ 1 $b)$ 0, 87 $c)$ 0,99

6. La corrélation entre les variables X et Y est :

a) forte b) Faible c) parfaite

7. Une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés est :

$a)\ y = 5{,}24x + 2{,}94$ $b)\ y = 3x + 5{,}24$ $c)\ y = 0{,}588x - 1159$

8. Une prévision du chiffre d'affaires pour l'an 2010 en millions de FCFA à l'aide de cet ajustement est :

$a)$ 23,2 $b)$ 26,8 $c)$ 34,6

9. On pose $z = \ln y$. L'équation de la droite d'ajustement de z e x: $z = 0{,}28x + 1{,}79$. La courbe d'ajustement que l'on e déduit pour y en fonction de x a pour équation :

$a)\ y = 1{,}79e^{0;28x}$ $b)\ y = 6e^{0{,}28x}$ $c)\ y = 1{,}79 + e^{0{,}28x}$

10. Une prévision du chiffre d'affaires pour l'an 2010 à l'aide de cet ajustement est :

$a)$ 25,6 millions de FCFA $b)$ 27, 7 millions de FCFA $c)$ 32,2 millions de FCFA.

EXERCICE 2

Écris sur ta copie le numéro de chacune des affirmations ci – dessous suivi de VRAI si l'affirmation est vraie ou de FAUX si l'affirmation est fausse.

N°	AFFIRMATIONS
1.	Une équation de la droite de régression par la méthode des moindres carrées à pour équation : $y = \frac{Cov(X,Y)}{V(X)}x + \left(\bar{x} - \frac{Cov(X,Y)}{V(X)}\bar{y}\right)$.
2.	On appelle coefficient de corrélation linéaire d'une série statistique double de caractères X et Y, le nombre réel r défini par : $r = \frac{cov(X,Y)}{\sqrt{V(X).V(Y)}}$.
3.	La covariance d'une série statistique à 2 caractères X et Y, de moyennes respectives $\bar{X}\ \ et\ \bar{Y}$ et d'effectif total N est le nombre réel note : $COV(X,Y) = \frac{1}{N}\sum \boldsymbol{x_i\, y_i} - \bar{X}.\bar{Y}$
4.	Soit r le coefficient de corrélation linéaire d'une série statistique double de caractère (X, Y). Si -1< r $\leq -0{,}87$, alors la corrélation linéaire est faible.
5.	Le point moyen G d'une série statistique double a pour coordonnées la moyenne des abscisses des points et la moyenne des ordonnées des points.

EXERCICE 3

Pour préparer la retraite des membres une coopérative de fonctionnaires ivoiriens a planté en 1991 des anacardiers qui sont rentrés en production trois ans plus tard.
Le tableau suivant donne l'évolution des productions depuis la première année de récolte.

Ordre X de l'année de production	1	2	3	4	5	6	7
Année de production			1996				
Production Y (en tonne)	118	146	184	247	267	278	255

1. En quelle année cette coopérative a-t-elle obtenu 278 tonnes d'anacarde ?
2. Recopie et complète le tableau statistique ci-dessus
3. Représente dans le plan muni du repère orthogonal (O, I, J) le nuage de point de la série statistique double (X ; Y).
(On prendra sur l'axe des abscisses : 2 cm pour une unité et sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour 20 tonnes).
4. Détermine les coordonnées du point moyen G de la série statistique (X ; Y).
5. Justifie que :
   a) La variance de X est 4.
   b) La covariance de X et Y est $\frac{758}{7}$.
6. Sachant que la variance de Y est égale à $\frac{170896}{49}$.
   a) détermine l'arrondi d'ordre 2 du coefficient de corrélation linéaire de la série statistique double.
   b) La corrélation entre les deux caractères X et Y est-elle bonne ? Justifie ta réponse.
7. a) Détermine une équation de la droite de régression (D) de y en x par la méthode des moindres carrés.
   b) Trace (D)
8. En quelle année la coopérative produira-t-elle 350 tonnes ?

EXERCICE 4

L'évolution du prix, en FCFA, du kilogramme d'une certaine variété de riz est donnée par le tableau suivant :

Années	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8
Prix (y_i)	235	260	270	290	265	300	320	360

(On arrondira les résultats au millième près)

Le plan est muni d'un repère orthogonal.

- Sur l'axe des abscisses, on choisira 2 cm pour 1 rang.
- Sur l'axe des ordonnées, on choisira 1 cm pour 10 FCFA.

On graduera l'axe des ordonnées à partir de 230.

1. a) Représente le nuage de points de cette série statistique double.

   b) Calcule les coordonnées du point moyen G puis place le point G dans le repère.

2. a) Démontre que le coefficient de corrélation linéaire est $r = 0{,}968$.

   b) Un ajustement affine peut-il être envisagé ? Pourquoi ?

   c) Démontre qu'une équation de la droite (D) de régression de y en x par la méthode des moindres carrés est (D) : $y = 15{,}119x + 223{,}215$.

   d) Construire la droite (D).

3. Madame YAPI et sa famille ont une consommation d'une tonne de cette variété de riz par an.

Quel est le budget annuel alloué à l'achat de ce riz par Madame Yapi pour l'année 2015 ?

ECXERCICE 5

Une épidémie de typhoïde s'est déclarée dans une certaine région et chaque jour on compte le nombre de nouveaux malades. Le tableau suivant réunit les dix premiers jours de l'épidémie.

Nombre de jours (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de nouveau cas(y_i)	4	12	35	109	320	3	10	27	81	243

Il veut connaitre une estimation du nombre de nouveau malade que nous devons attendre le 20$^{\text{ème}}$ jour après le déclenchement de l'épidémie. Il te sollicite.

À l'aide d'une argumentation basée sur tes connaissances mathématiques, détermine une estimation du nombre de nouveau malade.

Leçon 12

EQUATIONS DIFFERENTIELLES

EXERCICE 1

Pour chacune des affirmations ci – dessous, trois réponses A, B et C sont données dont une seule est juste.
Recopie sur ta feuille, le numéro de l'affirmation suivie de la lettre correspondant à la réponse juste.

N°	**Propositions**	**Réponses**	
1.	L'équation différentielle $y' = 3y$ admet pour solutions les fonctions f définie sur $\mathbb{R}$ par :	A	$f(x) = ke^{-3x}$ où k est une constante réelle.
		B	$f(x) = ke^{3x}$ où k est une constante réelle.
		C	$f(x) = 0$
		D	$f(x) = e^{3x} + k$ où k est une constante réelle.
2.	Parmi ces fonctions laquelle est solution de l'équation différentielle $y' + y = x + 1$.	A	$f(x) = e^{-x} + 1$
		B	$f(x) = e^{-x} + x$
		C	$f(x) = e^{-x} + x + 1$
		D	$f(x) = x + 1$
3.	L'équation différentielle $y' - 2y = 0$ admet pour solutions les fonctions f définies sur $\mathbb{R}$ par :	A	$f(x) = ke^{2x}$ où k est une constante réelle.
		B	$f(x) = ke^{-2x}$ où k est une constante réelle.
		C	$f(x) = a\cos(2x) + b\sin(2x)$ où $a \in \mathbb{R}$ *et* $b \in \mathbb{R}$
		D	$f(x) = a\cos\sqrt{2}x + b\sin\sqrt{2}x$ où $a \in \mathbb{R}$ *et* $b \in \mathbb{R}$
4.	L'équation différentielle $y'' + 4y = 0$ admet pour solutions les fonctions f définies sur $\mathbb{R}$ par :	A	$f(x) = ke^{4x}$ où k est une constante réelle.
		B	$f(x) = ke^{-4x}$ où k est une constante réelle.
		C	$f(x) = a\cos(2x) + b\sin(2x)$ où $a \in \mathbb{R}$ *et* $b \in \mathbb{R}$
		D	$f(x) = ke^{\frac{4x}{4}}$ où k est une constante réelle.
5.	La solution particulière f de l'équation différentielle $y'' + 4y = 0$ telle que $f(x) = 0$ *et* $f(\pi) = -1$.	A	n'existe pas
		B	est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sin 2x$
		C	est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -\cos 2x$
		D	est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sin 2x - \cos 2x$

EXERCICE 2

Relie chaque équation différentielle à ses solutions.

$f' = af$, $a \in \mathbb{R}$ •	• $x \longmapsto ke^{ax} - \frac{b}{a}$; $k \in \mathbb{R}$
$f' = af + b$, $a \in \mathbb{R}^*$ *et* $b \in \mathbb{R}$ •	• $x \longmapsto A\cos(\omega x) + B\sin(\omega x)$; $A \in \mathbb{R}$ *et* $B \in \mathbb{R}$
$f'' = 0$ •	• $x \longmapsto Ae^{\omega x} + Be^{-\omega x}$; $A \in \mathbb{R}$ *et* $B \in \mathbb{R}$
$f'' = \omega^2 f$, $\omega \in \mathbb{R}^*$ •	• $x \longmapsto Ax + B$; $A \in \mathbb{R}$ *et* $B \in \mathbb{R}$
$f'' = \omega^2 f$, $\omega \in \mathbb{R}^*$ •	• $x \longmapsto ke^{ax} - \frac{b}{a}$; $k \in \mathbb{R}$

EXERCICE 3

Écris sur ta copie le numéro de chacune des affirmations ci – dessous suivi de **VRAI** si l'affirmation est vraie ou de **FAUX** si l'affirmation est fausse.

N°	AFFIRMATIONS
1.	Les solutions de l'équation différentielle $f' = -2f$ sont les fonctions f_k définies sur $\mathbb{R}$ par : $f_k(x) = ke^{2x}$ où k est une constante réelle quelconque.
2.	Les solutions de l'équation différentielle $y' + 7y = 0$ sont les fonctions : $x \longmapsto ke^{-7x}$ $(k \in \mathbb{R}$).
3.	Les solutions de l'équation différentielle $f'' = 25f$ sont les fonctions $f_{A,B}(x) = Ae^{25x} + Be^{-25x}$, où $A \in \mathbb{R}$ et B$\in \mathbb{R}$
4.	Soit ω un nombre réel non nul. Les solutions de l'équation différentielle $f'' = \omega^2 f$ sont les fonctions $f_{A,B}(x) = A\cos\omega x + B\sin\omega x$, où $A \in \mathbb{R}$ et B$\in \mathbb{R}$

EXERCICE 4

1. Résoudre les équations différentielles suivantes :

$(E_1) : y' - \frac{1}{2}y = 0$	$(E_2) : 2y' - 3y = 8y + 4y$	$(E_3) : 5y + 3y = 0$	$(E_4): -\frac{3}{2}y' - \sqrt{2}y = 0$
$(E_5) : y'' - 25y = 0$	$(E_6) :\ 2y' - 4y - 3 = 0$	$(E_7): y'' + 4y = 0$	$(E_8) : y' - y = 0$
$(E_9) : y' = 3y$	$(E_{10}) :\ y'' - 4y' - 13y = 0$	$(E_{11}) :\ y'' + \frac{1}{4}y = 0$	$(E_6) : y'' + 9y = 0$

2. Résoudre sur $\mathbb{R}$ chacune des équations différentielles suivantes et détermine les solutions vérifiant des conditions initiales données :

a) $f' + 3f = 0\ avec\ f(0) = 10$ b) $f'' - 7f' + 12f = 0$ avec $f(0) = 0\ \ et\ \ f'(0) = 1$

c) $f' = 7y - 5\ \ avec\ f(0) = -6$ d) $f'' - 4f = 0\ \ avec\ f(0) = 0\ et\ f'(0) = -1$

e) $f'' + \frac{1}{9}f = 0\ \ avec\ f(\pi) = 0\ \ et\ f'(\pi) = \frac{1}{3}$. f) $f'' + 9f = 0\ avec\ f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2\ et\ f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$.

g) $2f' - 3f = 2f + 3f' = 0\ avec\ \ f(0) = 5$. h) $\frac{1}{2}f' + y = \frac{1}{2}y - y'avec\ f(3) = \frac{1}{e}$.

EXERCICE 5

A. 1) démontre que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = (x+1)e^x$ est solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle (E) : $f' - 2f = e^x$.

2. Démontre que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = xcos(2x)$ est une solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle : $f'' + 4f = -4\sin(2x)$.

3. a) Montre que la fonction $f(x) = 3e^{5x}$ est solution de l'équation différentielle $y' - 5y = 0$.

b) Vérifie que la fonction $y(x) = (2x+3)e^{-x}$ est solution de l'équation différentielle :

$y''(x) + 2y'(x) + y(x) = 0$.

***B*. On** considère l'équation différentielle $(E): y' - 2y = xe^x$ ou y est une fonction de la variable réelle x, définie sur ℝ et y' la fonction dérivée de y.

1. Détermine les solutions définies sur ℝ de l'équation différentielle $(E_0) = y' - 2y = 0$.

2. Soit g la fonction définie sur ℝ par $g(x) = (-x - 1)e^x$. Démontre que la fonction g est solution particulière de l'équation différentielle (E).

3. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E).

4. Détermine la solution f de l'équation différentielle (E) qui vérifie la condition initiale $f(0) = 0$.

C. Soit l'équation différentielle (E): $y' + 2y = e^{-2x} - 2$.

1. Vérifie que la fonction g définie sur ℝ par $g(x) = xe^{-2x} - 1$ est une solution de l'équation (E).

2. Résoudre l'équation différentielle $(E'): y' + 2y = 0$.

3. Démontre que f est une solution de (E) sur ℝ si et seulement si $f - g$ est solution de l'équation différentielle (E').

4. Détermine alors toutes les solutions de (E) sur ℝ.

5. Détermine la solution particulière h de (E) qui s'annule en 0.

<u>EXERCICE 6</u>

Pendant un cours de physique-chimie dans une classe de Terminale scientifique, le professeur donne l'exercice ci-dessous à ses élèves :
La loi de Newton s'énonce ainsi : « la vitesse de refroidissement d'un corps inerte est proportionnelle à la différence de température entre ce corps et le milieu ambiant ».

On suppose que la température de l'air ambiant est constante égale à 25°C.

Dans ces conditions, la température d'un corps passe de 100°C à 70°C en 15 minutes.

Ils décident de déterminer le temps t à partir duquel le corps se trouve à une température de 40°C. Ils désignent par $f(t)$ la température du corps à l'instant t (en minute).

Ayant entendu ces informations, tu veux tester tes connaissances en mathématiques et aussi les aider. Réponds, dans ces conditions, à la préoccupation de ces élèves.