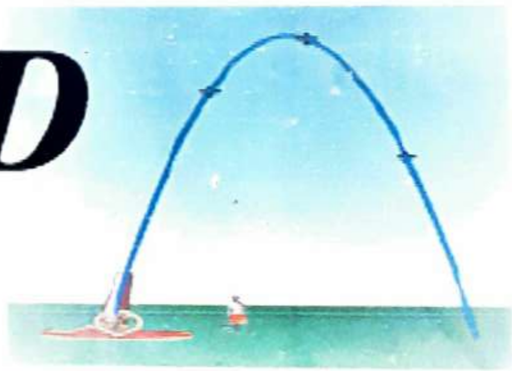
El MOUGHNY المغني

en PHYSIQUE

BAC

7ème D



Élaboré par :
Lebatt Sid Ahmed Ahmed El Hadi
Professeur des classes terminales aux
Lycées Excellence 1 & El Ourwa

Rappels de cours
Sujets BAC corrigés

Edition 2020

Prix 300 UM

Fondamental

Fondamentalement, il faut retenir que:	Fondamentalement il faut savoir:
La cinématique **1 Généralités** • La notion de mouvement ou de repos est relative à un référentiel. • Le vecteur position est : $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ O est l'origine du repère $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ dont on a muni un référentiel donné. • Le vecteur vitesse est $\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$ • Le vecteur accélération est : $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{dV_x}{dt}\vec{i} + \frac{dV_y}{dt}\vec{j} + \frac{dV_z}{dt}\vec{k}$ • En un point M_i d'un enregistrement : $\begin{cases} V_i = \frac{\overline{M_{i+1}M_{x_{i-1}}}}{2\theta} = \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} \\ a_i = \frac{V_{i+1} - V_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} = \frac{V_{i+1} - V_{i-1}}{2\theta} \end{cases}$	• Connaitre les expressions des coordonnées des vecteurs position, vitesse et accélération • Savoir calculer une vitesse et une accélération à partir d'un enregistrement • Connaitre les équations horaires des différents types de mouvements

2 Mouvements particuliers

M.R.U	$\begin{cases} a = 0 \\ V = cte \\ x = Vt + x_0 \end{cases}$	droite
M.R.U.V	$\begin{cases} a = cte \\ V = at + V_0 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0 \end{cases}$	droite
M.R.S	$\begin{cases} x = x_m\cos(\omega t + \varphi) \\ V = -x_m\omega\sin(\omega t + \varphi) \\ a = -x_m\omega^2\cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x \end{cases}$	droite
M.C.U	$\begin{cases} a_t = 0 \text{ et } a_n = \frac{V^2}{r} = r\omega^2 \\ V = r\omega = cte \\ \theta = \omega t + \theta_0 \end{cases}$	cercle

EXERCICE 1

Un mobile M_1 se déplace en m.r.u.v. Il quitte à t=0 un point d'abscisse x_0 = -6m, avec une vitesse v_0 =4m/s, en allant dans le sens négatif.

A l'instant t = 1,5s, un autre mobile M_2 passe par l'origine du repère avec une vitesse de 12m/s constante en allant dans le sens positif.

Les deux mobiles se rencontrent pour la 1ère fois à l'instant t' =1s.

1- Ecrire les équations horaires du mouvement de chaque mobile.

2- Quelles sont les phases du mouvement de M_1 ?

3- Déterminer l'instant et l'abscisse de la 2ème rencontre.

CORRIGE

1- Etude du mouvement de M_1

$$m.r.u.v\begin{cases} a = cte \\ V = at + V_0 \\ x = \frac{1}{2}a\,t^2 + V_0 t + x_0 \end{cases}$$

à t =0s x_0 = -6m et $v_0 = -4ms^{-1} \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}at^2 - 4t - 6$

Etude du mouvement de M_2

$$m.r.u.\begin{cases} a = 0 \\ V = cte \\ x = Vt + x_0 \end{cases}$$

v = 12m/s et à t = 1,5s on a x = 0 $\Rightarrow x_0 = -18m$ soit $x_2 = 12t - 18$

M_1 et M_2 se rencontrent $\Leftrightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow \frac{1}{2}at^2 - 4t - 6 = 12t - 18$

La 1ère rencontre ayant lieu à t = 1s , en remplaçant , on trouve $a = 8m/s^2$ d'où

$x_1 = 4t^2 - 4t - 6$

2 Les phases du mouvement de M_1 :

m.r.u.a $\Leftrightarrow$ av > 0 et m.r.u.d : $\Leftrightarrow$ av< 0 v > 0 $\Leftrightarrow 8t - 4 > 0 \Rightarrow t > 0,5$

si $t \in [0 ; 0,5[$ le mouvement est décéléré et si $t \in]0,5 ; +\infty[$ le mouvement est accéléré

3 L'instant de la 2ème rencontre $x_1 = x_2$

$\Leftrightarrow 4t^2 - 4t - 6 = 12t - 18 \Rightarrow t^2 - 4t + 3 = 0$

soit t_1 = 1s(1ère rencontre) et t_2 =3s(2ème rencontre)

L'abscisse correspondante à t_2 est x = 12x3 - 18 $\Rightarrow$ x =18m

EXERCICE 2

Un élève en retard court derrière un bus à la vitesse constante de 8m/s.

Le bus démarre avec une accélération constante $a = 0,5ms^{-2}$ alors que l'élève se trouve à 120m de lui.

1- l'élève rattrapera-t-il le bus ?

2- quelle devrait être à l'instant du démarrage du bus la distance maximale qui le sépare de l'élève pour que celui-ci le rattrape ?

3- après 100m de course le bus s'arrête à un feu rouge.

3.1 Pendant combien de temps a-t-il roulé si la phase de décélération dure le ¼ de la phase d'accélération ?

3.2 Pendant combien de temps doit-il s'arrêter pour que l'élève le rattrape ?

CORRIGE

1- Etude du mouvement de l'élève dans le repère d'origine O le point de démarrage du bus.

$$m.r.u\begin{cases} a = 0 \\ V = cte \\ x = Vt + x_0 \end{cases}$$ avec $x_0 = x_{0'} = -120m$ et v = 8m/s soit $x_{élève} = x_e = 8t - 120$

Etude du mouvement du bus dans le même repère d'origine O point de démarrage du bus

$$\text{m.r.u.v}\begin{cases} a = cte \\ V = at + V_0 \\ x = \dfrac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0 \end{cases}$$

avec $x_0 = x_0 = 0$ et $v_0 = 0$ soit $x_{bus}=x_b =1/4\ t^2$

L'élève rattrapera le bus si et seulement si : $x_é = x_b$

$\Leftrightarrow$ $1/4\ t^2 = 8t - 120 \Rightarrow 1/4\ t^2 - 8t + 120 = 0 \Leftrightarrow \Delta= -56$

L'équation n'a pas de solution ce qui signifie que l'élève ne rattrapera pas le bus.

2 soit d la distance entre l'élève et le bus à l'instant du démarrage de ce dernier : L'équation du mouvement de l'élève devient $x_é = 8t - d$

L'élève rattrapera le bus si et seulement si :

$x_é = x_b$ soit $1/4\ t - 8t + d = 0 \Rightarrow \Delta = 64 - d$

Pour que l'élève rattrape le bus, il faut que $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow d \leq 64$ soit $d_{max} = 64m$

3.1 Phase accélérée entre O et A

Entre O et A le mouvement est régit par l'équation : $x_b=1/4t^2$ au point A on a $x_A=1/4t^2_1$ et $v_A=1/2t_1$

- Phase décélérée entre A et B

Entre A et B le mouvement est régit par les équations :

$$\text{m.r.u.v}\begin{cases} a' = cte \\ V' = a't' + V'_0 \\ x' = \dfrac{1}{2}a't'^2 + V'_0t' + x'_0 \end{cases}$$

à $t'=0$ on a $x_0 = x_A=(1/4)t^2_1$ et $v_0 = v_A=(1/2)\ t_1$

Au point B on a : $v_B=a't_2 + v_0$ et $x_B= ½\ a't^2_2 + v_0t_2 + x_0$

Comme il y a arrêt au pont B on a : $v_B=a't_2 + v_0 = 0 \Rightarrow a't_2= - v_0$

En remplaçant t_2 et v_0 par leurs valeurs en fonction de t_1

on obtient : $a'.(1/4)t_1 =(-1/2)\ t_1$ d'où $a' = - 2m/s^2$.

En remplaçant a' dans l'expression de x_B on obtient:

$x_B= ½\ a't^2_2 + v_0t_2 + x_0$ soit $x_B = -t^2_2 + v_0t_2 + x_0 \Leftrightarrow x_B = (-1/16)\ t^2_1 + (1/2\ t_1 x 1/4 t_1 + (¼)t^2_1$

$\Rightarrow x_B =(5/16)t^2_1$ soit $t^2_1= (16/5)x_B \Rightarrow$ ***$t_1 = 17{,}88s$*** et ***$t_2 = 4{,}47s$***

La durée totale du mouvement serait alors $t =t_1 + t_2 =22{,}35s$

3.2 La durée t' pour que l'élève parcourt la distance 100m est telle que $8t' - 120 = 100 \Rightarrow t'=27{,}5s$

Pour que l'élève rattrape le bus il faut que le bus s'arrête pendant le temps

$t''= t'- t = 27{,}5-22{,}35$ soit $t''= 5{,}15s$

EXERCICE 3

Un mobile M décrit l'axe (Ox) d'un mouvement d'équation horaire :

$x =t^2 +4t +4$.

Un 2ème mobile P se déplaçant sur le même axe d'un mouvement uniforme passe à l'instant t = 2s au point d'abscisse x = 2m avec la vitesse v.

1. Etudier les différentes phases du mouvement de M et calculer sa vitesse à l'instant t' = 3s.
2. Déterminer la valeur de v pour que les deux mobiles se rencontrent une seule fois.
3. Discuter le nombre de rencontres des mobiles selon les valeurs de v.

CORRIGE

1- Etude du mouvement de M :

$a =2m/s^2 > 0$, les phases du mouvement de M sont dues au signe de la vitesse v avec $v=dx/dt=2t + 4$ $\forall t, v>0$ donc $\forall t$ le mouvement de M est accéléré .

Calcul de la vitesse v_1 à $t_1= 3s$: on a $v=2t + 4$ soit $v_1= 10m/s$

2. Les équations du mouvement de P :

$$\text{m.r.u}\begin{cases} a = 0 \\ V = cte \\ x = Vt + x_0 \end{cases}$$ Avec, à t=2s, x=2m$\Rightarrow x_P = vt + x_0 \Leftrightarrow 2=2v + x_0 \Rightarrow x_0 = 2 - 2v$ soit $x_P = vt + 2 - 2v$

La valeur de v pour que P et M se rencontrent une seule fois : $x_M = x_P$

$\Leftrightarrow t^2 + 4t + 4 = vt + 2 - 2v$

$\Rightarrow t^2 + (4-v)t + (2-2v) = 0$ (1) soit $\Delta = v^2 - 16v + 8$.

Les deux mobiles se rencontrent une seule fois si et seulement si $\Delta = 0 \Rightarrow v^2 - 16v + 8 = 0$ ce qui donne $\Delta_v = 224$ soit $v_1 = 0{,}52m/s$ et $v_2 = 15{,}48m/s$

3-Discussion du nombre de rencontres possibles

*les deux mobiles se rencontrent une seule fois si l'équation (1) admet une solution ($\Delta=0$ soit $v_1=0{,}52$ ou $v_2=15{,}48$)

*les deux mobiles se rencontrent deux fois si l'équation (1) admet deux solutions ($\Delta>0$ soit $v \in]-\infty; 0{,}52[\cup]15{,}48 ; +\infty[$

*les deux mobiles ne se rencontrent pas si l'équation (1) n'admet pas de solutions ($\Delta<0$ soit $v \in]0{,}52 ; 15{,}48[$.

EXERCICE4

On donne les équations paramétriques de la trajectoire plane d'un point mobile par rapport à un référentiel : $x= 2t$ et $y= 4t^2-4t$

1. Déterminer l'équation de la trajectoire.
2. Calculer la vitesse du mobile et montrer que son accélération est constante.
3. Déterminer les expressions des composantes normale et tangentielle de l'accélération dans un repère de Frenet. Les calculer à t= 0,5s. En déduire le rayon de courbure.

CORRIGE

1. L'équation de la trajectoire :

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = 2t & (1) \\ y = 4t^2 - 4t & (2) \end{cases}$$

De l'équation (1) on tire t et on remplace dans (2) ; on obtient l'équation de la trajectoire :

$y = x^2 - 2x$

2. Calcul de V :

Le vecteur $\vec{V}$

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} = 2\vec{i} + (8t-4)\vec{j}$$

La valeur du vecteur $\vec{V}$

$$V = \sqrt{2^2 + (8t-4)^2}$$

Le vecteur $\vec{a}$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{dV_x}{dt}\vec{i} + \frac{dV_y}{dt}\vec{j} = 0\vec{i} + 8\vec{j}$$

La valeur du vecteur $\vec{a}$:

$$a = \sqrt{8^2} = 8m/s^2 = cte$$

2 Les expressions des accélérations normale et tangentielle

$$a_n = \frac{V^2}{r} \text{ et } a_t = \frac{dV}{dt} = \frac{128t - 64}{\sqrt{4 + (8t-4)^2}}$$

A t=0,5s $a_t=0$ alors $a_n=a=8m/s^2$

Calcul du rayon r de courbure:

A t= 0,5s V=2m/s donc $r = \frac{V^2}{a_n} = \frac{4}{8} = 0{,}5m$

EXERCICE5

Un mobile se déplace sur un axe xx' de telle façon qu'il passe par les positions A, B, C, D, E, F et G. Le tableau ci-dessus donne les différentes abscisses de ces positions et les instants de passages respectifs correspondants

Positions	A	B	C	D	E	F	G
x(cm)	-4	-2,5	0	3,5	8	13,5	20
t(ms)	0	40	80	120	160	200	240

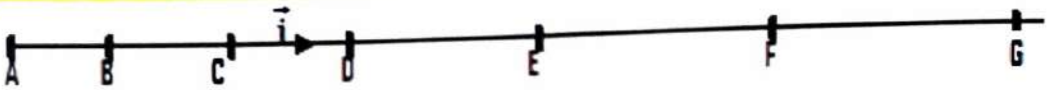
1 .Déterminer le mouvement et calculer son accélération.

2 Déterminer les vitesses du mobile aux points B, C, D, E, et F.

3.1 Calculer les vitesses aux points A et G.

3.2 Ecrire les équations horaires du mouvement.

CORRIGE



1. Calcul des distances parcourues :

$AB=x_B - x_A=1,5cm$; $BC=x_B - x_B=2,5cm$; $CD=x_D - x_C=3,5cm$; $DE=x_E - x_D=4,5cm$;

$EF=x_F - x_E=5,5cm$. $FG=x_G - x_F=6,5cm$;

On constate que ces distances forment une suite arithmétique de raison r=1cm ; alors le mouvement est rectiligne uniformément varié ; d'accélération $a = \frac{r}{\theta^2} = 6,25m/s^2$

2. Calcul des vitesses :

$$V_i = \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{2\theta} \quad V_B = \frac{(0-(-4)).10^{-2}}{2x40.10^{-3}} = 0,5m/s \quad V_C = \frac{(3,5-(-2,5)).10^{-2}}{2x40.10^{-3}} = 0,75m/s \quad V_D = \frac{(8-0).10^{-2}}{2x40.10^{-3}} = 1m/s$$

$$V_E = \frac{(13,5-3,5).10^{-2}}{2x40.10^{-3}} = 1,25m/s \quad V_F = \frac{(20-8).10^{-2}}{2x40.10^{-3}} = 1,5m/s$$

3.1. Les équations horaires :

Le mouvement est r; u; v d'équations :

$$\begin{cases} a = 6,25 \\ V = 6,25t + V_0 \\ x = 3,125t^2 + V_0 t + x_0 \end{cases}$$

- Calcul de $V_A=V_0$
  $V_B=6,25t_B + V_A$ avec $V_B=0,5m/s$ et $t_B = 40ms$
  On aura donc $V_A=V_B - 6,25t_B =0,25m/s$
- Calcul de V_G
  $V_G=6,25t_G + V_0$ avec $V_B=0,5m/s$ et $t_G = 240ms$
  On aura donc $V_A=6,25x\ 0,24 + 0,25= 1,75m/s$

3.2. Les équations horaires :

Comme $V_0=0,25m/s$ et $x_0 =x_A= -0,04m$; on aura :

$$\begin{cases} a = 6,25 \\ V = 6,25t + 0,25 \\ x = 3,125t^2 + 0,25t - 0,04 \end{cases}$$

EXERCICE 6

Une auto se trouvant à 100m devant un bus, qui roule à la vitesse constante de 90km/h, passe par le point M_0 au moment où le bus passe par le point A (voir fig 2).

L'auto et le bus se déplacent sur une route rectiligne. L'enregistrement de la figure 1 indique les positions par les quelles elle passe sur une partie de la route à des intervalles de temps successifs et égaux θ=2s.

fig1

1.1. Déterminer la nature du mouvement de l'auto sur cette partie de la route et calculer son accélération.
1.2. Calculer les vitesses de ce mobile aux points M_1, M_2, M_3 et M_4.
1.3. On admet que le mouvement de l'auto se fait en trois phases et que sa vitesse atteint au point B 108km/h. Puis l'auto conserve cette vitesse à partir du point B

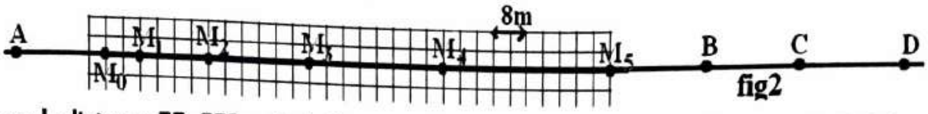


fig2

jusqu'au point C telle que la distance BC=600m. En fin l'auto est freinée et s'arrête au point D éloigné de C de la distance CD=180m.

En prenant pour origine des espaces le point M_0 et pour origine des instants l'instant de passage de l'auto par ce point:
1.3.1. Ecrire l'équation horaire du mouvement de l'auto entre M_0 et B puis calculer la durée de cette phase et la distance M_0B.
1.3.2. Ecrire l'équation horaire du mouvement de l'auto entre B et C puis déterminer l'instant où l'auto arrive en C.
1.3.3. Ecrire l'équation horaire du mouvement de l'auto lors de la dernière phase entre C et D.
2. Etudier le mouvement du bus dans le même repère et écrire son équation horaire.
3. Déterminer les instants et les lieux de dépassement entre les deux mobiles.

CORRIGE

1.1. Calcul des distances parcourues :
$M_0M_1=8m$; $M_1M_2=2.8=16m$; $M_2M_3=3.8m=24m$; $M_3M_4=4.8m=32m$; $M_4M_5=5.8m=40m$
On constate que ces distances forment une suite arithmétique de raison r=8m ; alors le mouvement est rectiligne uniformément varié ; d'accélération $a = \frac{r}{\theta^2} = 2m/s^2$

1.2. Calcul des vitesses :

$$V_i = \frac{\overline{M_{i+1}M_{x_{i-1}}}}{2\theta}$$

$$V_{M_1} = \frac{24}{2x2} = 6m/s \quad V_{M_2} = \frac{40}{2x2} = 10m/s \quad V_{M_3} = \frac{56}{2x2} = 14m/s \quad V_{M_4} = \frac{72}{2x2} = 18m/s$$

1.3.1. Les équations horaires ses :

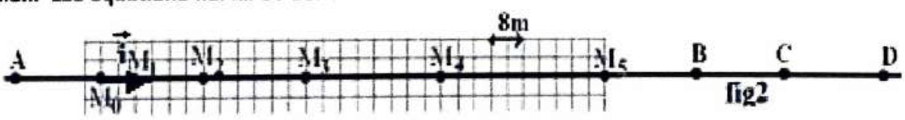


fig2

Entre M_0 et B, le mouvement est r ;u ;v d'équations :

$$\begin{cases} a = 2 \\ V = 2t + V_0 \\ x_1 = t^2 + V_0 t \end{cases}$$

- Calcul de $V_0 = V_{M0}$

$V_3=2t_3+V_0$ avec $t_3=3\theta=6s$ et $V_3=14m/s$; on aura donc $V_0 = V_3 - 2t_3 = 14 - 12 = 2m/s$

D'où les équations :

$$\begin{cases} a = 2 \\ V = 2t + 2 \\ x_1 = t^2 + 2t \end{cases}$$

- Calcul de t_B :

$V_B=2t_B+V_0 \Rightarrow t_B=(V_B - V_0)/2$ avec $V_B=180.10^3/3600=30m/s$ soit $t_B=14s$

- Calcul de la distance M_0B :

$$M_0B = x_B - x_0 = x_B = t_B^2 + 2t_B = 224m$$

1.3.2. Etude du movement entre B et C.

Le mouvement entre B et C est uniforme, son équation est $x_2 = Vt' + x'_0$

avec $V = V_B = 30m/s$ et $t' = t - 14$ et $x_0 = x_B = 224$ d'où $x_2 = 30t - 196$

La durée du mouvement entre B et C :

$x_C = 30t_C - 196$ avec $x_C = 224 + 600 = 824m$ d'où $t_C = (x_C + 196)/30 = 34s$

1.3.3. Etude du mouvement entre C et D :

C'est un mouvement r.u.v d'équations :

$$\begin{cases} a = cte \\ V = at'' + V_C \\ x = \frac{1}{2}a t''^2 + V_C t'' + x_C \end{cases} \text{Avec}$$

$$V_D^2 - V_C^2 = 2a(x_D - x_C) \Rightarrow a = \frac{V_D^2 - V_C^2}{2(CD)} = -2,5m/s^2 \text{ car } V_C = 30m/s; V_D = 0 \text{ et } CD = 180m$$

d'où les équations horaires

$$\begin{cases} a = -2,5 \\ V = -2,5t'' + 30 \\ x = -1,25t''^2 + 30t'' + 824 \end{cases}$$

Calcul de la durée t_{CD} du mouvement entre C et D :

$V_D = -2,5t_{CD} + 30 \Rightarrow t_{CD} = 12s$

2. Etude du mouvement du bus

Le mouvement du bus est uniforme, son équation est $x_b = Vt + x_0$ avec $V = 25m/s$ et $x_0 = -100m$ soit $x_b = 25t - 100$

3. Les possibilités de rencontre :

Entre M_0 et B : $x_1 = x_b \Leftrightarrow$

$t^2 + 2t = 25t - 100 \Leftrightarrow t^2 + 23t + 100 = 0$

La seule solution acceptable de l'équation précédente est t=5,8s ce qui correspond à la position $x = 25 \times 5,8 - 100 = 45m$

Entre B et C : $x_2 = x_b \Leftrightarrow$

$30t - 196 = 25t - 100 \Leftrightarrow 5t = 96 \Rightarrow t = 19,2s$ Cette solution est accéptable car $14 < t < 34$

ce qui correspond à l'abscisse $x = 25 \times 19,2 - 100 = 380m$

Entre M_0 et B : $x_3 = x_b \Leftrightarrow$

$$x = -1,25t''^2 + 30t'' + 824 \text{ avec } t'' = t - 34$$

soit $-1,25t^2 + 115t - 1641 = 25t - 100 \Leftrightarrow -1,25t^2 + 90t - 1541 = 0$

La seule solution acceptable de l'équation précédente est t=44s ce qui correspond à la position $x = 25 \times 44 - 100 = 1000m$

EXERCICE 7

1-Une bille B_1 est lancée verticalement vers le bas d'un pt A_1 situé à 50m du sol, avec une vitesse initiale de valeur v_0=10m/s, son vecteur accélération $\vec{a}$ est dirigée vers le bas et a pour module a=10m/s².
Ecrire l'équation horaire du mouvement en prenant pour origine des espaces un pt O du sol, pour vecteur unitaire un vecteur ascendant et pour instant initial celui du lancement de la bille.

2- Deux seconde après le départ de B_1, on lance une deuxième bille B_2 vers le haut à partir du pt O avec une vitesse de valeur v'_0= 15m/s.

2.1. Ecrire dans le même repère l'équation horaire du mouvement de B_2 si le vecteur accélération de B_2 a les mêmes caractéristiques que celui de B_1.

2.2. A quel instant et à quelle altitude les billes se rencontrent-elles ? Quelles sont leurs vitesses à cet instant ? .

CORRIGE

1. L'équation horaire du mouvement de B_1

Le mouvement est r.u.v

$$\text{m.r.u.v}\begin{cases} a = cte \\ V = at + V_0 \\ x = \frac{1}{2}t^2 + V_0t + x_0 \end{cases}$$

A t=0 $x_0=x_{A1}=50$; V_0= -10m/s et a= -10m/s² d'où l'équation $\underline{x_1= -5t^2 - 10t + 50}$

2.1. Etude du mouvement de B_2

Le mouvement est r.u.v

$$\text{m.r.u.v}\begin{cases} a = cte \\ V = at + V_0 \\ x = \frac{1}{2}t^2 + V_0t + x_0 \end{cases}$$

A t'=0 $x_0=x_0=0$; V_0= 15m/s et a= -10m/s² et t' = t – 2 d'où l'équation

$x_2= -5(t' -2)^2 + 15(t -2) \Leftrightarrow \underline{x_2= -5t^2+35t -50}$

2.2. Les instants de rencontre

$x_1= x_2 \Leftrightarrow -5t^2 - 10t + 50 = -5t^2+35t -50 \Leftrightarrow 45t =100 \Rightarrow t= 2,22s$

L'abscisse du point de rencontre

$x=-5(2,2)^2 - 10(2,2) +50= 3,8m$

Les vitesses des billes à l'instant de rencontre

$V_1 = -10t - 10 = -32m/s$

$V_2 = - 10t + 35 = 13m/s$

Fondamental

Fondamentalement, il faut retenir que:

1 Les bases fondamentales de la dynamique

- Un système est un ensemble de points matériels.
- Un système peut être déformable ou indéformable.
- Une force intérieure est une force exercée par une partie du système sur une autre partie de ce système.
- Une force extérieure est une force exercée par l'extérieur sur le système.
- La relation fondamentale de la dynamique R.F.D: L'ensemble des forces appliquées à un point matériel de masse m provoque une variation de sa vitesse :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

- Le théorème de l'énergie cinétique : La variation de l'énergie cinétique d'un solide entre deux instants est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les forces appliquées au solide entre ces deux instants :

$$, \Delta E_C = \sum W_{\vec{F}}$$

- Le théorème de l'énergie mécanique : La variation de l'énergie mécanique d'un système entre deux instants est égale à la somme algébrique des travaux des forces extérieures et des forces intérieures dissipatives qui s'exercent sur le système entre ces deux instants .

2 Les applications de la RFD

- ***<u>Glissement sur un plan incliné faisant un angle α avec l'horizontale :</u>***
  - Nature du mouvement:
    - ✓ Lors de descente

$$a = g\sin a - \frac{f}{m}$$ (m.r.u.v ou si $P_x = f \Rightarrow$ m.r.u).

    - ✓ Lors de la monté

$$a = -g\sin a - \frac{f}{m}$$ (m.r.u.v)

  - Expression de R:
    - $R_n = mg\cos\alpha$
    - $R = \sqrt{R_n^{\,2} + f^2}$
    - Si f =0: $a = g\sin\alpha$

- ***<u>Cas d'un projectile :</u>***
  - Les vecteurs accélération, $\vec{a}$ vitesse $\vec{V}$ et position $\overrightarrow{OM}$

Fondamentalement il faut savoir:

- La RFD permet de déterminer la nature du mouvement en calculant l'accélération. Elle permet aussi de calculer l'intensité d'une force connaissant l'accélération a.
- Le théorème de l'énergie cinétique permet de calculer une vitesse ou une distance ou une force ou le travail d'une force.
- Calculer l'accélération du glissement sur un plan incliné
- Calculer la réaction du plan
- Trouver les équations paramétriques et de la trajectoire
- Calculer la portée et la flèche

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_0\cos\alpha \\ V_y = -gt + V_0\sin\alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{cases} x = V_0\cos\alpha t & (1) \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0\sin\alpha t & (2) \end{cases}$$

- Equation de la trajectoire:

$$y = -\frac{g}{2V_0^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$$

- La portée : C'est la distance entre le point de tir O du projectile et son point de chute P sur le plan horizontal. $x_P = \frac{V_0^2\sin 2\alpha}{g}$
- La flèche : Elle correspond à la hauteur maximale atteinte par le projectile au dessus du plan horizontal (ordonnée du sommet S de la trajectoire).

$$y_S = \frac{V_0^2\sin^2\alpha}{2g}$$

<u>Si l'angle est avec l'horizontale on doit remplacer sinus par le cosinus et la tangente par la cotangente.</u>

➢ ***<u>Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme.</u>***

- Equation de la trajectoire : $y = \frac{|q|E}{2.mV_0^2}x^2$
- Coordonnées du point de sortie S:

$$x_s = l;\ y = \frac{|q|E}{2.mV_0^2}l^2$$

- Expression de V_S:

$$V_s = \sqrt{(\frac{|q|E}{mV_0}l)^2 + V_0^2}$$

- Déviation angulaire électrique:

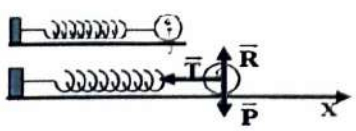
$$\tan\alpha = (\frac{dy}{dx})_{x=l} = \frac{|q|E}{mV_0^2}l$$

➢ Nature du mouvement à la sortie du champ :

$$\sum\vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{0} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{0} \quad \text{m.r.u}$$

<u>Oscillateur mécanique:</u>

- Le pendule élastique horizontal:



✓ Equation différentielle:

$$x'' + \frac{K}{m}x = 0 \Leftrightarrow x'' + \omega^2 x = 0 \quad \text{m.r.s}$$

- Déterminer l'équation de la trajectoire du mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique
- Déterminer les coordonnées du point de sortie du champ électrique
- Retrouver l'expression de la vitesse à la sortie du champ
- Calculer les déviations angulaire et linéaire
- Déterminer la nature du mouvement à la sortie

- Trouver l'équation différentielle
- Trouver l'équation horaire du m.r.s
- Trouver l'expression des énergies cinétique, potentielle et mécanique du pendule élastique horizontal et vertical

✓ Equation horaire:

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$$

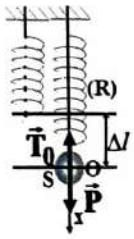
✓ Période du mouvement:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ or } \omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \text{ soit } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

✓ Energie mécanique:

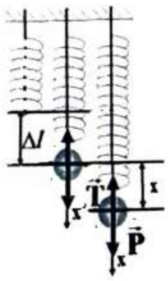
$$E_m = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}Kx^2 \Leftrightarrow E_m = \frac{1}{2}Kx_m^2$$

- Le pendule élastique vertical:



✓ Condition d'équilibre : $mg = Kx_0$

✓ Equation différentielle:



$$x'' + \frac{K}{m}x = 0 \Leftrightarrow x'' + \omega^2 x = 0 \quad \text{m.r.s}$$

✓ Energie mécanique:

$$E_m = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}K(x + x_0)^2 - mgx$$

$$\Leftrightarrow E_m = \frac{1}{2}Kx_m^2 + \frac{1}{2}Kx_0^2$$

➢ ***Mouvement d'un satellite au tour de la terre :***

- Expression de g en fonction de l'altitude h:

$$g = \frac{GM}{r^2} \quad \text{avec } r = R_T + h$$

- Au niveau du sol :

$$g_0 = \frac{GM}{R_T^2}$$

- Relation entre g et g_0 :

$$g = g_0 \frac{R^2}{r^2}$$

- Nature du mouvement:

$$\begin{cases} a_n = \frac{V^2}{r} = \omega^2 r \\ a_t = 0 \\ V = cte \Rightarrow m.u \\ r = \frac{GM}{V^2} = cte \Rightarrow m.c. \end{cases} \Leftrightarrow m.c.u$$

- Expression de V:

$$\text{soit } V = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad \text{soit } V = R\sqrt{\frac{g_0}{r}}$$

- Expression de T:

$$\text{soit } T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}} \quad \text{soit } T = \frac{2\pi}{R}\sqrt{\frac{r^3}{g_0}}$$

- Satellite géostationnaire:

c'est un satellite qui évolue dans le plan de l'équateur terrestre et dans le même sens de rotation de la terre ;la période du satellite géostationnaire est égale à celle de la terre .

- Energie mécanique d'un satellite
  - ✓ Energie cinétique :

$$E_C = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{GmM}{2r} = \frac{g_0 mR^2}{2r}$$

  - ✓ Energie potentiel de pesanteur:

- Si l'origine est choisie à l'infini :

$$E_p = -\frac{GmM}{r} = -\frac{mg_0R^2}{r}$$

- Si l'origine est choisie à la surface de la terre : $E_p = -\frac{GmM}{r} + \frac{GmM}{R}$

  - ✓ Expression de l'énergie mécanique :

$$E_m = -\frac{GmM}{2r} = -\frac{mg_0R^2}{2r} \text{ ou}$$

$$\text{bien } E_m = -\frac{GmM}{2r} + \frac{GmM}{R}$$

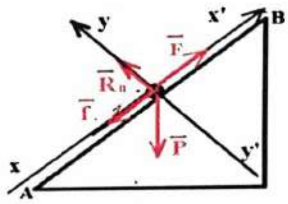
EXERCICE 1

Une voiture de masse m=1000kg gravit une côte de pente 8% qui est assimilée à un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. Le centre d'inertie G de la voiture décrit une ligne de plus grande pente de ce plan représentée par l'axe xx'. A l'instant t=0, G est au point A pris comme origine des espaces et sa vitesse est v_A=72km/h. A la date t_1, G est au point B et sa vitesse est v_B=90km/h.

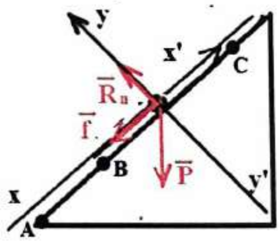
Les frottements équivalent à une force $\vec{f}$ parallèle à xx' de valeur constante f=400N.
La force motrice parallèle à xx' a une valeur constante F =1800N.
1.1. Etablir l'expression de l'accélération a en fonction de f , F , m , g et α. Calculer a
1.2. Calculer la durée t_1 du trajet (AB) ainsi que la distance AB =/parcourue.
2. Lorsque G passe en B le moteur tombe en panne. La vitesse de la voiture s'annule en C.
2.1. Etablir l'expression de la nouvelle accélération a' en fonction de f, m, g etα. Calculer a'
2.2. Etablir l'expression de la distance parcourue BC = / en fonction de v_B , f , m , g et α.
Calculer /. On donne : sinα= tanα=0,08=8%

CORRIGE

1. Etude du mouvement entre A et B



1.1. L'expression de a en fonction f , F , m , g et α.
. ◆ Syst{S} ; ◆ Les forces : $\vec{P}$; $\vec{F}$; $\vec{f}$ et $\vec{R}_n$
◆ La R .F.D : $\sum\vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{F} + \vec{f} + \vec{R}_n = m\vec{a}$
Suivant xx' on obtient : -Psinα - f + F = m a
$\Rightarrow$ a = (F – f - Psinα)/m soit a = 0,6m/s² car sinα=0,08 $\Rightarrow$ m.r.u.v
1.2. Calcul de t_1
$v_B = at_1 + v_A$ avec $v_A = v_0 \Rightarrow t_1 = (v_B - v_A)/a$ A.N : t_1 =8,33s
Calcul de AB=/
$v^2_B - v^2_A = 2a(x_B - x_A) = 2a(AB)$ soit /= AB = $(v^2_B - v^2_A)/2a$ A.N : /= 187,5m
2. Etude du mouvement entre B et C



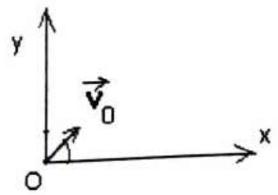
2.1. L'expression de a' en fonction f , m , g et α
◆ Syst{S} ; ◆ Les forces : $\vec{F}$;$\vec{P}$ et $\vec{R}_n$
◆ La R .F.D $\sum\vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{f} + \vec{R}_n = m\vec{a}'$
Suivant xx' on obtient : -Psinα - f = m a'
$\Rightarrow$ a' = -(f + Psinα)/m soit a' = - 1,2m/s² $\Rightarrow$ m.r.u.d
2.2. La distance BC= l' en fonction de f, m ,g et α et v_B
$v^2_C - v^2_B = 2a'(BC) \Rightarrow$ l'= BC= $(v^2_C - v^2_B)/2a'$ en remplaçant a' par son expression et v_C par 0 on obtient *l'= $mv^2_B/2(f + P\sin\alpha)$* A .N :/=260,4m.

EXERCICE 2

Les questions 4 et 5 sont indépendantes des questions 1, 2 et 3.
Un pêcheur observe des poissons qui sautent hors de l'eau parfaitement plane.
On supposera la résistance de l'air négligeable et on considérera les poissons assimilables à des points matériels. On prendra g = 10 m/s².L'un des poissons sort de l'eau avec une vitesse $\vec{v}_0$, inclinée d'un angle α = 25° par rapport à l'horizontal et retombe à une distance d= 2 m plus loin.
1. Etablir l'équation de la t+rajectoire de ce poisson hors de l'eau ?
2. Exprimer d en fonction de V_0, α et g puis calculer la vitesse initiale V_0.
3. Calculer l'altitude du poisson au sommet de sa trajectoire.
4. Un autre poisson sort de l'eau verticalement, s'élève à h = 1 m puis retombe. Calculer la vitesse initiale V'_0 avec laquelle ce poisson est sorti de l'eau.
5. Calculer la durée du séjour hors de l'eau de ce poisson. *Bac D 98 sc*

CORRIGE

1 •Syst.{Poisson}



- La seule force qui s'exerce est le poids
- La RFD : $\sum\vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$

En projetant suivant les axes :

- Sur Ox $a_x = 0 \Rightarrow v_x = v_0\cos\alpha \Rightarrow x = v_0\cos\alpha t$
- Sur Oy $a_y = -g \Rightarrow v_y = -gt + v_0\sin\alpha \Rightarrow y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin\alpha t$

Equation de la trajectoire :

$t = x/v_0\cos\alpha \Rightarrow y = -\frac{1}{2}gx^2/v_0^2\cos^2\alpha + \tan\alpha.x$

2. Lorsque le mobile replonge x=d et y =0

$-\frac{1}{2}gd^2/v_0^2\cos^2\alpha + \tan\alpha.d = 0$

$\Rightarrow d = 2v_0^2\sin\alpha\cos\alpha/g = v_0^2\sin2\alpha/g$ $\quad V_0 = \sqrt{\frac{dg}{\sin2a}}$ A. N : $v_0 = 5{,}11 m/s$

3. Calcul de l'altitude H atteinte :

Au sommet de la trajectoire la composante verticale de la vitesse s'annule:

$dy/dx = 0 \Rightarrow y_{max} = H = v_0^2\sin^2\alpha/2g$ A.N : H = 0,233m

4. Calcul de v'_0

$\frac{1}{2}mv'^2_0 = mgh \Rightarrow V'_0 = \sqrt{2gh}$ *A.N :* $v'_0 = 4{,}47 m/s$

5. La durée T de séjour hors de l'eau

$v = -gt + v'_0$, au sommet $v = 0 \Rightarrow t = v'_0/g$ et T= 2t Soit $T = 2v'_0/g$ A. N : T = 0,89s

EXERCICE 3

Un solide S de masse m, est lâché sans vitesse initiale sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. Au cours du mouvement, il est soumis à une force de frottement $\vec{f}$, supposée constante, de même direction et de sens opposé à celui du mouvement.

1. Donner les caractéristiques du vecteur accélération du centre d'inertie de S. Faire un schéma mettant en évidence les forces agissant sur S et le vecteur accélération. Quelle est la nature du mouvement de S ? Justifier.

2.- Quelle serait l'expression littérale de l'accélération de S s'il n'y avait pas de frottement ? Quelle serait la valeur de l'accélération dans ce cas

3. On relève les positions x du centre d'inertie de S en fonction de la date t ; les résultats sont :

x(en cm)	0	0,38	1,50	3,38	6,00	9,38	13,50	18,38
t(en s)	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35
t^2(en s^2)								

3.1. Compléter le tableau et représenter $x = f(t^2)$:

Echelle : 1cm pour 2cm et 1cm pour 0,01s

3.2. Exprimer la position en fonction de la date t. En utilisant la courbe précédente, calculer la valeur numérique de l'accélération du mouvement.

3.3. Le résultat précédent permet-il de conclure à l'existence d'une force de frottement ? Si c'est le cas, calculer l'intensité de cette force. Données : $\alpha = 30°$et m = 1kg

Bac D 98 sn

CORRIGE

1. Caractéristiques de $\vec{a}$

$\sum\vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$

Projection suivant le sens du mouvement :

$P\sin\alpha - f = ma \Rightarrow a = g\sin\alpha - f/m > 0$

Caractéristiques de $\vec{a}$:

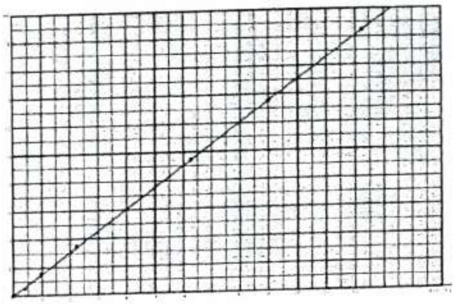
- direction : ligne de plus grande pente du plan incliné
- sens : vers le bas

- norme : $a = g\sin\alpha - f/m$ Le mouvement est un m.r.u.a

2. si f=0 on aura $a = g\sin\alpha$ A.N : $a = 5m/s^2$

3.1. La courbe est la suivante.

x(cm)	0	0,38	1,50	3,38	6,00	9,38	13,50	18,38
t(s)	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35
$t^2(s^2).10^{-2}$	0	0,25	1	2,25	4	6,25	9	12,25



3-2 Le mouvement étant uniformément varié :

$x = ½ at^2$ où la pente de la droite tracée est ½ a

La pente d'après la courbe est :

pente= $18,3.10^{-2}/12,25.10^{-2} = 1,5$

Soit $a = 1,5x2 = 3m/s^2$

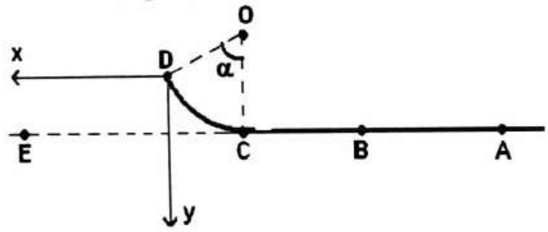
3-3 l'accélération réelle est plus petite que celle théorique, ils existent des frottements :

Calcul de f : $f = mg\sin\alpha - ma$ A.N : f = 2N

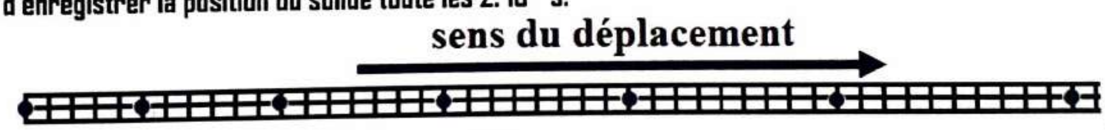
EXERCICE 4

Dans l'exercice on négligera les frottements et l'action de l'air et on donne $g = 10m/s^2$.

Un rail ABCD contenu dans un plan vertical comporte une partie ABC rectiligne posée sur le sol horizontal et une partie CD qui a la forme d'un arc de cercle de centre O, de rayon r=0,5m et d'angle au centre α= 60° (voir fig1).



1 Un solide S de masse m = 0,1 Kg assimilable à un point matériel, est initialement au repos en A. Il est soumis sur la portion AB du rail à une force $\vec{F}$ parallèle au rail, dirigée de A vers B et d'intensité constante. Un dispositif a permis d'enregistrer la position du solide toute les 2.10^{-2} s.



La figure 2 représente, en vraie grandeur, une partie de l'enregistrement.

1.1. Déduire de cet enregistrement la nature du mouvement de S et calculer son accélération.

1.2. Calculer l'intensité F de la force.

2. La force $\vec{F}$ cesse d'agir lorsque S atteint le point B, la vitesse du solide vaut alors 3m/s.

2.1. Déterminer la vitesse v du solide au point C.

2.2. Avec la vitesse calculée, le solide S aborde la partie CD du rail. Déterminer au point D les caractéristiques :

2.2.1. Du vecteur vitesse $\vec{V}_D$ du solide.

2.2.2. De la force $\vec{R}_D$ exercée par le rail sur le solide S.

3. en D le solide S quitte le rail avec la vitesse V_D et effectue alors un mouvement aérien.

3.1. Etablir l'équation de la trajectoire du mouvement du solide S dans le plan (D, x, y).

3.2. Déterminer les coordonnées du sommet de la trajectoire.

3.3. Calculer l'abscisse du point de chute E sur le sol.

3.4. En utilisant la conservation de l'énergie mécanique entre les points D et E, calculer la vitesse du solide S à son arrivée en E.

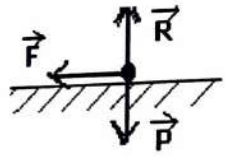
Bac D 2002sn

CORRIGE

1.1. Nature du mouvement du solide S :

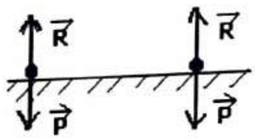
D'après l'enregistrement les distances parcourues forment une progression arithmétique de raison $r=10^{-3}$, le mouvement est donc un m. r. u.v d'accélération $a=r/\theta^2$ où $\theta=2.10^{-2}$ s est l'intervalle de temps. Soit $a=2.5m/s^2$.

1.2. Calcul de la force F :



$$\sum\vec{F}=m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F}=m\vec{a} \Rightarrow F=ma \text{ A.N : } F=0{,}25N$$

2.1. La vitesse du solide S au point C :

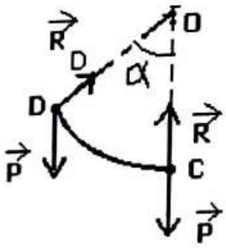


$$\Delta E_C=\sum W_{\vec{F}}$$

$$\Leftrightarrow \Delta E_C=0 \Leftrightarrow V_C=V_B=3m/s.$$

2.2.1. Les caractéristiques de $\vec{V}_D$:

- Direction : elle fait l'angle α avec l'horizontale.
- Sens : vers le haut.
- Origine : le point D.
- Valeur :



$$\Delta E_C=\sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_{cD}-E_{cC}=mgh \text{ avec } h=r(1-\cos\alpha)$$

$$\Rightarrow V_D=\sqrt{V_C^2-2gr(1-\cos\alpha)} \quad \text{A.N : } V_D=2m/s$$

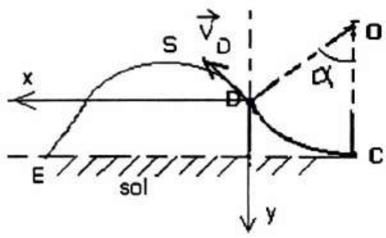
2.2.2. Les caractéristiques de $\vec{R}_D$

- Direction : la normale
- Sens : centripète
- Origine : le point D
- Valeur : $\sum\vec{F}=m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P}+\vec{R}_D=m\vec{a}$

Par projection suivant la normale on obtient :

$R_D-P\cos\alpha=mV_D^2/r$

$R_D=mg(3\cos\alpha-2)+mV_C^2/r$ A.N : $R_D=1{,}3N$



3.1. Etude du mouvement dans le vide :

- La seule force qui s'exerce est le poids
- La RFD : $\sum\vec{F}=m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P}=m\vec{a}$

Par projection :

- Sur Dx

$a_x=0 \Rightarrow v_x=v_0\cos\alpha \Rightarrow x=v_0\cos\alpha t$

- Sur Dy

$a_y=g \Rightarrow v_y=gt-v_0\sin\alpha \Rightarrow y=\frac{1}{2}gt^2-v_0\sin\alpha t$

Equation de la trajectoire : $t=x/v_0\cos\alpha \Rightarrow y=\frac{1}{2}gx^2/v_0^2\cos^2\alpha-\tan\alpha.x$ A.N : $y=5x^2-1{,}7x$

3.2. Les coordonnées du sommet S de la trajectoire :

Au sommet $dy/dx=0 \Rightarrow x_S=v_0^2\sin\alpha\cos\alpha/g$ A.N : $x_S=0{,}17m$

et $y_S=-v_0^2\sin^2\alpha/2g$ $y_S=-0{,}15m$

3.3. L'abscisse du point E de chute sur le sol :

L'ordonnée du point E est $y_E=r(1-\cos\alpha)$ en remplaçant dans l'équation de la trajectoire ; on obtient : $x_E=0{,}46m$

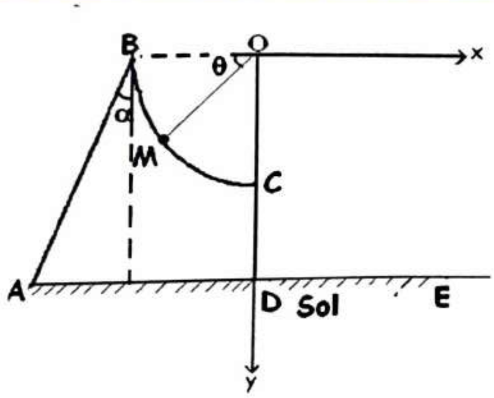
3.4. Calcul de la vitesse du solide S au point E :

Au point D : $E_D=\frac{1}{2}mV_D^2+mgr(1-\cos\alpha)$ et Au point E : $E_E=\frac{1}{2}mV_E^2$

Comme il y'a conservation de l'énergie mécanique, on peut écrire :

$\frac{1}{2}mV_E^2=\frac{1}{2}mV_D^2+mgr(1-\cos\alpha) \Rightarrow V_E=\sqrt{V_D^2+2gr(1-\cos\alpha)}$ A.N : $V_E=3m/s$

EXERCICE 5



Une piste ABCD est formée d'une partie ABrectiligne qui fait un angle α avec la verticale, une partie BC ayant la forme d'un arc de cercle de centre O et de rayon r et en fin une partie CD verticale (voir fig). Données : $\alpha=60^\circ$; $g=10m/s^2$; BO=CO=r=1m ; OD=2m.
Un solide S de masse m=200g est lancé de A vers B avec une vitesse V_A.

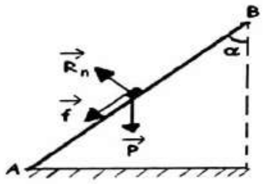
1. Déterminer la nature du mouvement de A à B. Les frottements sont assimilables à une force f=mg/4 (les frottements n'existent qu'entre A et B seulement.)
2 Calculer la vitesse minimale avec la quelle il faut lancer le solide S du point A pour qu'il arrive en B avec une vitesse nulle.
3. Le solide S descend de B vers C sans vitesse initiale.
3.1. Donner l'expression de sa vitesse en M en fonction de g, r et θ A. N : $\theta=30^0$
3.2. Trouver l'expression de la réaction en M de la piste sur S en fonction de g, m et θ. La calculer
4. Donner les caractéristiques de la vitesse du solide S en C.
5. Le solide S quitte la piste à t=0 au point C et arrive au sol au point E.
5.1. Donner l'équation de la trajectoire du solide dans le repère $(O;x;y)$.
5.2. Déterminer l'abscisse du point de chute E.

Bac D 2004 sn

CORRIGE

1. Nature du mouvement :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$$



Par projection sur $\overline{AB}$ on obtient : $-P\cos\alpha - f = ma$

$\Rightarrow a = -g\cos\alpha - \dfrac{g}{4} = -\dfrac{3}{4}g$ m.r.u.v A.N : $a=-7{,}5m/s^2$

2. Calcul de la vitesse de lancement.

$V_B^2 - V_A^2 = 2a.AB \Rightarrow V_A = \sqrt{-2a.AB}$ car si $V_B=0$ V_A est minimale or $AB = \dfrac{OD}{\cos\alpha}$

soit $V_A = \sqrt{\dfrac{3g.OD}{2\cos\alpha}}$ A.N : V=7,75m/s.

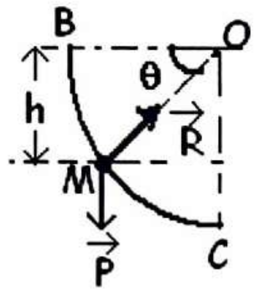
3.1. Expression de V_M

En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, on obtient :

$\dfrac{1}{2}mV_M^2 - \dfrac{1}{2}mV_B^2 = mgh$ avec $h = r\sin\theta$ et $V_B=0$ soit $V_M = \sqrt{2gr\sin\theta}$ A.N : V=3,16m/s.

3.2. Expression de la réaction. En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$



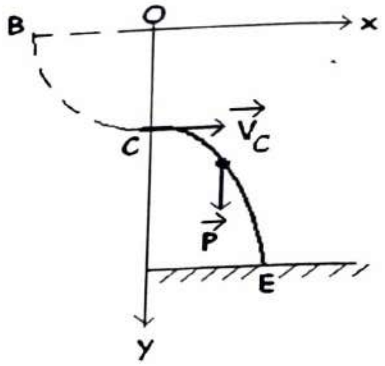
Par projection sur la normale on trouve/

$-P\sin\theta + R = ma_n$ avec $a_n = \dfrac{V_M^2}{r}$ soit $R = 3mg\sin\theta$ A.N : R=3N

4. Caractéristiques du vecteur $\vec{V}_C$:

$$\vec{V}_C \begin{cases} \text{-direction : horizontale } Ox \\ \text{-sens : celui de } \vec{Ox} \\ \text{-origine : le point } C \\ \text{-module : } V_C = \sqrt{2gr} = 4{,}5m/s \end{cases}$$

5.1. Conditions initiales



$$C\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = OC = r \end{cases} \text{ et } \vec{V}_C \begin{cases} V_{Cx} = V_C \\ V_{Cy} = 0 \end{cases}$$

En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_C \\ V_y = gt \end{cases} \Rightarrow \vec{OM}\begin{cases} x = V_C t & (1) \\ y = \frac{1}{2}gt^2 + r & (2) \end{cases}$$

L'équation de la trajectoire :(1) donne $t = \frac{x}{V_C}$ en remplaçant dans (2), on trouve : $y = \frac{g}{2V_C^2}x^2 + r$ (3)

5.2. L'abscisse du point E :

Au point E, on a y_E=OD=2r en remplaçant dans(3), on trouve :

$$x_E = \sqrt{2r\frac{V_C^2}{g}}$$ A.N : x_E=2m

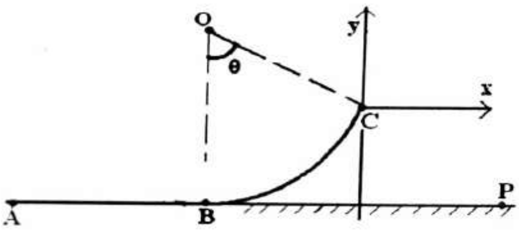
EXERCICE 6

Les frottements sont négligeables et on donne m=200g, g=10m/s² $\theta = 60^0$

Une piste de lancement est formée de deux parties :

- Une partie horizontale AB de longueur *l=3,5m.*
- Une partie circulaire BC de rayon r=1,3m.

Un solide ponctuel S de masse m est lancé du point A avec une vitesse horizontale $\vec{V}_A$.



1 Montrer que, sur la partie AB le mouvement du solide S est uniforme. Calculer la vitesse V_A si la durée du trajet AB est t=0,5s.

2. Le solide S aborde en suite la partie circulaire BC.

2.1. Donner les caractéristiques du vecteur vitesse du solide S au point C.

2.2. Trouver l'expression de la réaction de la piste sur le solide au point C et calculer sa valeur.

3 Le solide S quitte la piste au point C.

3.1 Donner l'équation de la trajectoire du mouvement du solide après C dans le repère (C; x; y)

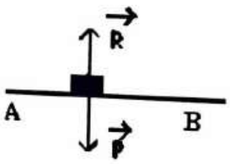
3.2 Déterminer les coordonnées du sommet de la trajectoire et la valeur de la vitesse en ce point.

3.3 Calculer le temps mis par le solide S pour partir de C jusqu'au point P situé sur le sol. *Bac D 2006 sn*

CORRIGE

1. La nature du mouvement

- La RFD $\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$
- Projection sur l'axe x'x : 0+0= ma $\Leftrightarrow$ a = 0



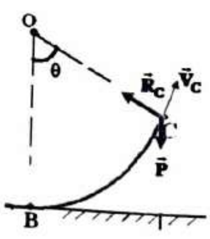
Donc le mouvement est rectiligne uniforme.

Calcul de la vitesse V_A :

$$x = V_A t + x_0 \Rightarrow V_A = \frac{x - x_0}{t}$$ A.N : V_A = 7m/s

2.1. Caractéristiques de $\vec{V}_C$:

- Direction : elle fait l'angle θ avec l'horizontale.
- Sens : vers le haut.
- Origine : le point C.



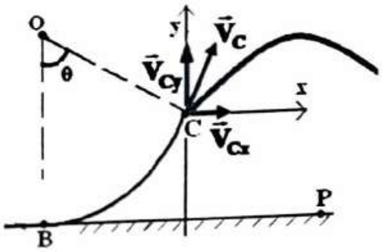
- Valeur : $\Delta E_c = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_{cC} - E_{cB} = -mgh$ avec $h=r(1-\cos\theta)$

$\Rightarrow V_C = \sqrt{V_B^2 - 2gr(1-\cos\theta)}$ A.N : $V_C = 6m/s$

2.2. Expression de R_C

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R}_C = m\vec{a}$

Par projection sur la normale, on obtient :



$-mg\cos\theta + R_C = m\frac{V_C^2}{r}$ $R_C = m(g\cos\theta + \frac{V_C^2}{r})$ A.N : $R_C=5,5N$

3.1. Etude du mouvement du solide S dans le vide :

- La seule force q »ui s'exerce est le poids
- La RFD : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$

En projetant a suivant les axes :

- Sur Cx $a_x = 0$ $V_x = V_C\cos\theta$ $x = V_C\cos\theta t$ (1)
- Sur Cy $a_y = -g$ $V_y = -gt + V_C\sin\theta$ $y = -½ gt^2 + V_C\sin\theta t$(2)

Equation de la trajectoire :

(1) $\Rightarrow t = x/ v_0\cos\theta \Rightarrow y = -½ (g/ V_C^2\cos^2\theta)\, x^2 + \tan\theta.x$

A.N : $y=-0,56x^2+1,7x$

3.2. Les coordonnées du sommet S de la trajectoire :

au sommet $dy/dx = 0 \Rightarrow x_S = V_C^2\sin\theta\cos\theta/g$ A .N : $x_S = 1,56m$

et $y_S = v_0^2\sin\theta/2g$ $y_S = 1,35m$

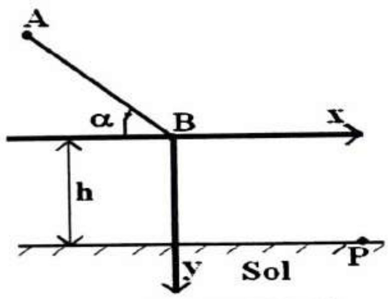
La vitesse au point S : $V_S=V_x= V_C\cos\theta=3m/s$

3.3. Durée du mouvement :

$Y=-r(1-\cos\theta)= -½ gt^2 + V_C\sin\theta t \Leftrightarrow -5t^2+5,16t+0,65=0$ soit $t=1,14s$

EXERCICE 7

Un mobile de masse m=200g est lâché sans vitesse initiale au point A sur une table inclinée d'un angle $\alpha = 20°$ par rapport au plan horizontal. On suppose que le mobile est soumis au cours du mouvement à une force de frottement constante $\vec{f}$ s'opposant à ce dernier et parallèle à la trajectoire.



1.1. Etablir l'expression littérale de l'accélération a_1 du centre d'inertie du mobile. En déduire la nature de son mouvement.

1.2. En déduire l'expression littérale de l'accélération a_2 si le frottement est négligeable. Calculer sa valeur numérique dans ce cas.

2. On a relevé les distances parcourues par le centre d'inertie du mobile au cours du temps, à partir de l'instant initial t=0.

t(s)	0,05	0,12	0,18	0,24	0,30	0,36
d(cm)	0,3	1,1	2,5	4,45	6,95	10

2.1. La représentation $d=f(t^2)$ donne une droite. Calculer la valeur numérique de l'accélération a_1 du mouvement. L'expérience met-elle en évidence l'existence d'une force de frottement? si oui calculer sa valeur f.

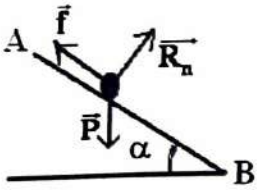
2.2. Calculer la distance d=AB si la durée du mouvement entre A et B est t=0,42s.

3. Au point B le mobile quitte le plan incliné et tombe au sol situé à la distance h=2m en dessous du plan horizontal passant par B.

3.1. Déterminer les équations horaires du mouvement du mobile suivant les axes Bx et By.

3.2. Calculer la durée de chute. *Bac D 2008 sc*

CORRIGE



1.1. L'expression de l'accélération a_l si f n'est pas négligeable:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_1 \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}_l$$

par projection sur $\overrightarrow{AB}$ on obtient : $-f + P\sin\alpha = ma_l$

$$a_l = -\frac{f}{m} + g\sin\alpha = cte \Rightarrow m.r.u.v$$

1.2. Déduction de l'accélération a_2 si f est négligeable:

Si f=0 l'expression de a_l devient : $a_2 = g\sin\alpha = 3,4m/s^2$

2.1. Calcul de a_l :

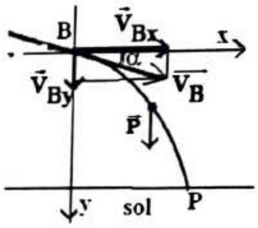
$a_l = \frac{2d}{t^2} = 1,67m/s^2$ Comme $a_l < a_2$ il y'a frottement.

La valeur de f :

$a_l = -\frac{f}{m} + g\sin\alpha \Rightarrow f = mg\sin\alpha - ma_l$ Soit : f=0,35N.

2.2. Calcul de la longueur AB :

$$x = AB = \frac{1}{2}a_l t^2 = 14,7cm$$



3.1. Les équations horaires du mouvement à partir du point B :

Conditions initiales :

$$B\begin{cases} x_0 = x_B = 0 \\ y_0 = y_B = 0 \end{cases} \text{ et } \vec{V}_B \begin{cases} V_{Bx} = V_B\cos\alpha \\ V_{By} = V_B\sin\alpha \end{cases}$$

En appliquant la R.F.D, on obtient : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_B\cos\alpha \\ V_y = gt + V_B\sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{BM}\begin{cases} x = V_B\cos\alpha t & (1) \\ y = \frac{1}{2}gt^2 + V_B\sin\alpha t & (2) \end{cases}$$

Comme $V_B = \sqrt{2a_l AB} = 0,7m/s \Rightarrow \overrightarrow{BM}\begin{cases} x = 0,67t & (1) \\ y = 5t^2 + 0,24t & (2) \end{cases}$

3.2. Calcul de la durée de chute entre B et P :

L'équation (2) donne :

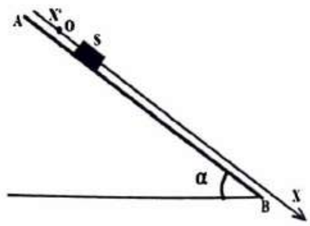
$y_P = 5t^2 + 0,24t$ or $y_P=h=2 \Leftrightarrow 5t^2 + 0,24t - 2 = 0$

$\Delta=6,32$ Soit $t \approx 0,66s$

EXERCICE8

Dans l'exercice on prendra g=10m/s

Un solide S de masse m=500g, abandonné sans vitesse initiale, glisse sur un plan incliné d'un angle α=30° par rapport au plan horizontal. On suppose que le solide S est soumis à une force de frottement constante $\vec{f}$ parallèle à la trajectoire de son centre de gravité G.



1.1. Etablir l'expression de l'accélération a_l de son centre d'inertie G. En déduire la nature du mouvement.

1.2.Dans le repère (x'Ox), établir en fonction de a_l, l'équation horaire du mouvement du centre d'inertie G en prenant comme origine des dates l'instant où le solide S est lâché sans vitesse et comme origine des abscisses la position O.

1.3. Calculer la valeur de l'accélération a_l dans le cas où les frottements sont négligeables.

2. Un dispositif expérimental approprié permet d'enregistrer les positions du centre de gravité G de S à des instants régulièrement espacés de Θ= 60ms.

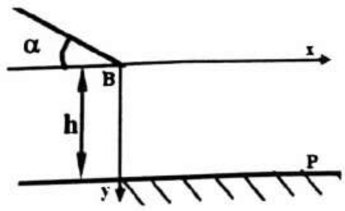
Les résultats expérimentaux ont permis d'établir le tableau suivant :

x_i(mm)	0	8,5	33,5	75	133	207,5
t_i(s)	0	0,06	0,12	0,18	0,24	0,30

2.1. Montrer que les distances parcourues pendant les mêmes intervalles de temps τ constituent une suite arithmétique de raison r et en déduire la valeur a_2 de l'accélération $\vec{a}$ du mouvement.

2.2. Au cours de cette expérience existe-t-il des frottements ? si oui calculer la valeur de $\vec{f}$

3. Calculer la valeur de la vitesse à la date t=3θ.



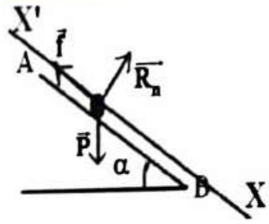
4. Au point B le solide S quitte le plan AB situé à une hauteur h=2m du.

4.1. Etablir les équations horaires x(t) et y(t) du mouvement de S dans le repère (B ; x ; y). En déduire l'équation de la trajectoire. On prendra pour origine des instants l'instant de passage par B et pour vitesse au point B : V_B=1m/s.

4.2. Trouver l'abscisse x_P du point de chute P sur le sol.

4.3. Trouver la valeur V_P de la vitesse de S au point P. *Bac D 2011 sn.*

CORRIGE



1.1. L'expression de l'accélération a_1 si f n'est pas négligeable:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_1 \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}_1$$

par projection sur $\overline{X'X}$ on obtient :

$$-f + P\sin\alpha = ma_1 \Rightarrow a_1 = g\sin\alpha - \frac{f}{m}$$

1.2. Comme a=cte

$$\Rightarrow \text{m.r.u.v} \Rightarrow x = \frac{1}{2}a_1t^2 + \underbrace{v_0}_{0}t + \underbrace{x_0}_{0} \text{ soit } x = \frac{1}{2}a_1t^2$$

1.3. Déduction de l'accélération a_2 si f est négligeable:

Si f=0 l'expression de a_1 devient : $a_1 = g\sin\alpha = 5m/s^2$

2.1. Montrons que les distances parcourues pendant les intervalles de temps forment une suite arithmétique de raison r :

Les distances parcourues pendant τ sont :

d_1=8,5mm; d_2=33,5-8,5=25mm ; d_3=75-33,5=41,5mm ; d_4=133-75=58mm ; d_5=207,133=74,5mm ;

La raison : d_2-d_1=16,5mm; d_3-d_2=16,5mm ; d_4-d_3=16,5mm ;d_5-d_4=16,5mm.

Donc ces distantes forment une suite arithmétique de raison r=16,5mm.

Déduisons a_2:

$$r = a\tau^2 \Rightarrow a_2 = \frac{r}{\tau^2} = 4,58m/s^2$$

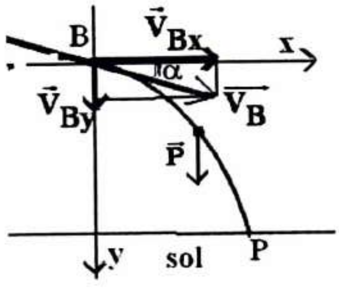
2.2. Comme $a_2 < a_1$ il y'a frottement.

La valeur de f :

$$a_2 = -\frac{f}{m} + g\sin\alpha \Rightarrow f = mg\sin\alpha - ma_2 \text{ Soit : } f=0,21N.$$

3. Calcul de V :

$$V = a_2t = 3a_2\tau = 0,82m/s$$



4.1. Les équations horaires du mouvement à partir du point B :

Conditions initiales :

$$B\begin{cases} x_0 = x_B = 0 \\ y_0 = y_B = 0 \end{cases} \text{et } \vec{V}_B \begin{cases} V_{Bx} = V_B\cos\alpha \\ V_{By} = V_B\sin\alpha \end{cases}$$

En appliquant la R.F.D, on obtient :

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$

$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_B\cos\alpha \\ V_y = gt + V_B\sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{BM}\begin{cases} x = V_B\cos\alpha t & (1) \\ y = \frac{1}{2}gt^2 + V_B\sin\alpha t & (2) \end{cases}$ soit $\overrightarrow{BM}\begin{cases} x = 0,87t & (1) \\ y = 5t^2 + 0,5t & (2) \end{cases}$

L'équation de la trajectoire :

L'équation (1) donne : $t = \frac{x}{V_B\cos\alpha}$;

En remplaçant dans (2), on trouve l'équation de la trajectoire :

$y = \frac{g}{2V_B^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$ Soit $y = 6,67x^2 + 0,58x$ (3)

4.2. Calcul de l'abscisse du point de chute P :

L'équation (3) donne :

$y_P = 6,67x^2 + 0,58x$ or $y_P = h = 2 \Leftrightarrow 6,67x^2 + 0,58x - 2 = 0$

$\Delta = (7,32)^2$ Soit $x_P \approx 0,6m$

4.3. Calcul de la vitesse V_P:

Par application du théorème de l'énergie cinétique entre B et P, on trouve :

$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_{C_P} - E_{C_B} = W_{\vec{P}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_P^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = mgh \Rightarrow V_P = \sqrt{V_B^2 + 2gh}$ soit $V_P = 6, dm/s$

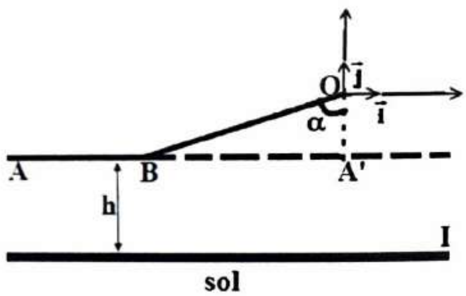
EXERCICE 9

On suppose que les frottements sont négligeables.

Une piste est formée de deux parties rectilignes :

-AB horizontale

- BO incliné d'un angle $\alpha=60°$ par rapport à la verticale et de longueur L=3,6m.



1. Un solide S ponctuel de masse m est lancé du point A avec une vitesse initiale $\vec{V}_A$.

1.1. Déterminer la nature du mouvement du solide S sur AB.

1.2. Etudier le mouvement de S sur la partie BO et donner l'expression de son accélération.

1.3. Calculer la valeur minimale que doit avoir V_A pour que la vitesse de S s'annule en O.

2. Le solide S arrive en O avec une vitesse $\vec{V}_0$ de module V_0=8m/s. Calculer V_A.

3. Arrivé en O, le solide quitte le plan incliné avec la vitesse $\vec{V}_0$.

3.1. Représenter le vecteur $\vec{V}_0$ puis établir dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, l'équation de la trajectoire de S. Conclure.

3.2. Le solide S touche le sol au point I, sachant que le plan AB se trouve à une hauteur h=1,2m du sol. Déterminer les coordonnées du point I dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

3.3. Quelle est la durée de cette chute.

3.4. Déterminer les coordonnées du point S où la vitesse du solide est horizontale.

Bac D 2012sn

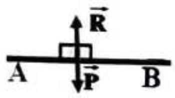
CORRIGE

1.1 Nature du mouvement sur AB :

$\sum\vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

On projette suivant $\overrightarrow{AB}$

$0+0=ma \Rightarrow a=0$ m.r.u



1.2 L'expression de l'accélération a :

$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

par projection sur $\overrightarrow{xx'}$ on obtient :

$-P\cos\alpha = ma \Rightarrow a = -g\cos\alpha$

1.3 La valeur minimale de la vitesse :

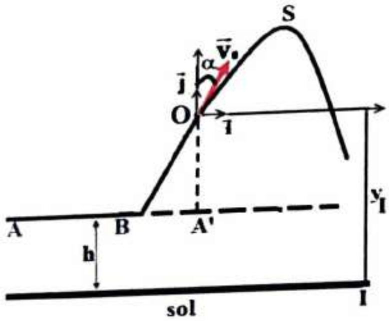
$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_{C_0} - E_{C_B} = W_{\vec{P}} \Leftrightarrow 0 - \frac{1}{2}mV_B^2 = -mgh \Rightarrow V_A = \sqrt{2gh}$

car $V_B = V_A$ comme $h = L\cos\alpha$; il vient $V_A = \sqrt{2gL\cos\alpha} = 6m/s$

2. Calcul de V_A

$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_{C_0} - E_{C_B} = W_{\vec{P}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_0^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = -mgh$ Soit $V_A = \sqrt{V_0^2 + 2gL\cos\alpha} = 10m/s$

3.1 .L'équation de la trajectoire : $\vec{V}_0$



Conditions initiales :

$O\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$ et $\vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0\sin\alpha \\ V_{0y} = V_0\cos\alpha \end{cases}$

En appliquant la R.F.D, on obtient :

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$

$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_0\sin\alpha \\ V_y = -gt + V_0\cos\alpha \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{cases} x = V_0\sin\alpha t & (1) \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0\cos\alpha t & (2) \end{cases}$

L'équation de la trajectoire : L'équation (1) donne : $t = \frac{x}{V_0\sin a}$

en remplaçant dans (2), on trouve l'équation de la trajectoire :

$y = -\frac{g}{2V_0^2\sin^2\alpha}x^2 + x\cot an\alpha$ Soit $y = -0,1x^2 + 0,58x$

3.2 Les coordonnées de I

$Y_I = -A'O - h = -OB\cos\alpha - h = -3$

On remplace dans l'équation de la trajectoire :

$-3 = -0,1x^2 + 0,58x \Leftrightarrow -0,1x^2 + 0,58x + 3 = 0$ Soit $x_I = 9,1m$ d'où $I(9,1 ; -3)$

3.3 La durée de la chute

$t_I = \frac{x_I}{V_0\sin\alpha} = 1,3s$

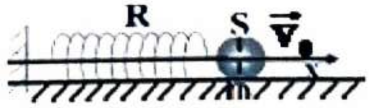
3.4 Les coordonnées de S

Au point S :

$V_{Sy} = 0$ soit $t_S = \frac{V_0\cos\alpha}{g} = 0,4s$ soit $S\begin{cases} x = 2,78m \\ y = 0,8m \end{cases}$

EXERCICE 10

Un pendule élastique horizontal est constitué d'un ressort (R) à spires non jointives de raideur K = 16N/m et d'un solide S de masse m=40g. Le pendule peut osciller librement sans amortissement ni frottement sur un banc horizontal. A l'instant t=0, on lance le solide S à partir de sa position d'équilibre O avec une vitesse $\vec{V}_0$ de valeur V_0=1,4m/s suivant l'axe X'X (voir fig1). Le mouvement du solide est reporté au repère (O; $\vec{i}$).



1.1. Déterminer la nature du mouvement et calculer sa période.

1.2. Trouver l'équation horaire du mouvement.

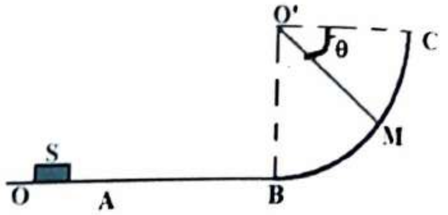
1.3. Donner l'expression de l'énergie mécanique du système (ressort+solide) en fonction de m, k, x et V à un instant t quelconque.

2. Au deuxième passage par la position d'équilibre S se détache du ressort, continue son mouvement et aborde en B une piste circulaire BC de rayon r = 10cm (fig2). Les frottements sont négligeables.

2.1. Calculer la vitesse au point B.

2.2. Déterminer l'expression de la vitesse du solide au point M et calculer sa valeur pour $\theta = \widehat{CO'M} = 30°$.

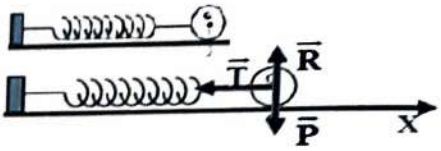
2.3. Calculer la valeur de la réaction de la piste au point M.



Bac D 2011SC

CORRIGE

1.1. Nature du mouvement.



$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$

En projetant suivant l'axe Ax :

$-T = ma \Leftrightarrow -kx = ma \Rightarrow a + \frac{K}{m}x = 0$

C'est l'équation différentielle caractérisant un mouvement rectiligne sinusoïdal de pulsation $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$. La valeur de la période : $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{10} = 0,314s$

1.2. L'équation horaire du mouvement :

$x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$

Calcul de la pulsation : $\omega = \frac{2\pi}{T} = 20rad/s$

Conditions initiales : $\begin{cases} x_0 = x_m\cos\varphi & (1) \\ V_0 = -x_m\omega\sin\varphi & (2) \end{cases}$ à t = 0 $x_0 = 0m$ et $V_0 = 1,4m/s$

$V_0^2 = \omega^2(x_m^2 - x_0^2) \Rightarrow x_m = \left|\frac{V}{\omega}\right| = 7.10^{-2}m$ Soit x_m 7.10^{-2} m.

Calcul de la phase initial φ

$(1) \Rightarrow \cos\varphi = \frac{x_0}{x_m} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$ car $V_0 > 0$

D'où l'équation horaire : $x = 7.10^{-2}\cos(20t - \frac{\pi}{2})$

1.3. L'expression de l'énergie mécanique :

$E_m = E_c + E_{pp} + E_{pe}$ or $E_{pp} = 0$; $E_c = \frac{1}{2}mV^2$ et $E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2$ D'où $E_m = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}kx^2$

2.1. Calcul de V_B

$\Delta E_c = \sum W_F \Leftrightarrow E_{cB} - E_{c0} = 0 \Rightarrow V_B = V_0 = x_m w = 1,47m/s$

2.2. Calcul de V_M

$\Delta E_c = \sum W_F \Leftrightarrow E_{cM} - E_{cB} = -mgh$ avec $h = r(1-\sin\alpha) \Rightarrow V_M = \sqrt{V_B^2 - 2gr(1-\sin\theta)}$ A.N : $V_M = 1m/s$

2.3. Expression de R_M

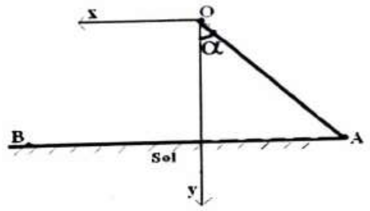
$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R}_C = m\vec{a}$

Par projection sur la normale, on obtient :

$-mg\sin\theta + R = m\frac{V_M^2}{r} \Rightarrow R = m(g\sin\theta + \frac{V_M^2}{r})$ A.N : R=0,6N

EXERCICE 11

Un mobile de masse m remonte le long de la ligne de plus grande pente d'un plan AO incliné d'un angle α par rapport à la verticale. Ce mobile est lancé à partir du point A avec la vitesse initiale V_A=6m/s. L'enregistrement du mouvement du centre d'inertie a été déclenché à une date que l'on prend comme origine des dates. Le tableau suivant donne les abscisses x du centre d'inertie sur sa trajectoire en fonction du temps :



t(s)	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
x(m)	0	0,57	1,08	1,53	1,92	2,25	2,52	2.73

1. Calculer les valeurs des vitesses aux dates t=0,1s ; 0,2s ; 0,3s ; 0,4s.
2. Calculer les accélérations du mobile aux dates 0,2s ; 0,3s.
En déduire la nature du mouvement.
3. On suppose que les frottements sont négligeables. Etablir l'expression de l'accélération du mobile et en déduire la valeur de α.
4. En faite la mesure direct de α donne 60°. Donner alors la valeur de la réaction $\vec{R}$ exercée sur le mobile.
5. Arrivé avec la vitesse V_0=0,6m/s au point O, situé à la hauteur h au dessus du sol, le mobile continue son mouvement dans le vide.
5.1. Ecrire dans le repère (O ; x ; y) l'équation de la trajectoire du mouvement à partir du point O.
5.2. Calculer la vitesse au sommet S de la trajectoire.
5.3. Calculer la hauteur max atteinte par le mobile au dessus du sol ainsi que l'abscisse du point B de chute.
On prendra m =200g ; h=1,5m et g = 10m/s²

2ème Bac BLANC D 2008

CORRIGE

1. Calcul des vitesses :

$$V_i = \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad V_{t_1} = \frac{1,08-0}{0,2-0} = 5,4 m/s \quad V_{t_2} = \frac{1,53+0,57}{0.3-0,1} = 4,8 m/s \quad V_{t_3} = \frac{1,92-1,08}{0,4-0,2} = 4,2 m/s$$

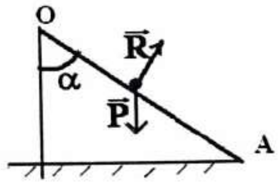
$$V_{t_4} = \frac{2,25-1,53}{0,5-0,3} = 3,6 m/s$$

2. Calcul des accélérations :

$$a_i = \frac{V_{i+1} - V_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad a_{t2} = \frac{4,2-5,4}{0,3-0,1} = -6 m/s^2 \quad a_{t3} = \frac{3,6-4,8}{0,4-0,2} = -6 m/s^2$$

L'accélération étant constante on a un m.r.u .v

3. L'expression de l'accélération :



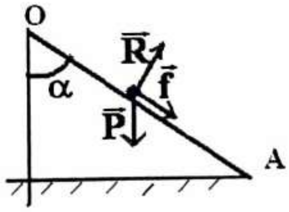
$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

par projection sur $\overrightarrow{AO}$ on obtient : $-P\cos a = ma \Rightarrow a = -g\cos a$

Calcul de l'angle :

$$a = -g\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = -\frac{a}{g} = 0,6 \Rightarrow \alpha = 53^0$$

4. Calcul de la réaction :



$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

Par projection sur $\overrightarrow{AO}$ on obtient la force de frottement: $-P\cos\alpha - f = ma$

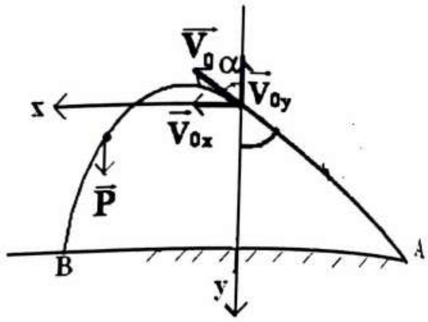
$\Rightarrow f = -mg\cos\alpha - ma$ A.N : f=0,2N

Par projection sur yy', on obtient la réaction normale:

$mg\sin\alpha - R_n = 0 \Leftrightarrow R_n = mg\sin\alpha$ AN : R_n=1,73N

La Valeur de la réaction R dévient alors : $R = \sqrt{R_n^2 + f^2}$ soit R=1,74N

5.1. L'équation de la trajectoire du mouvement à partir du point O :



Conditions initiales :

$$O'\begin{cases} x_{o'} = x_0 = 0 \\ y_{o'} = y_0 = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_S\sin\alpha \\ V_{0y} = -V_S\cos\alpha \end{cases}$$

En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_0\sin\alpha \\ V_y = gt - V_0\cos\alpha \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{cases} x = V_0\sin\alpha t & (1) \\ y = \frac{1}{2}gt^2 - V_0\cos\alpha t & (2) \end{cases}$$

L'équation (1) donne : $t = \dfrac{x}{V_0\sin\alpha}$

en remplaçant dans (2), on trouve l'équation de la trajectoire : $y = \dfrac{g}{2V_0^2\sin^2\alpha}x^2 - x\text{cotan}\alpha$ $y = 18,5x^2 - 0,58x$

5.2. La vitesse au sommet S de la trajectoire :

$V_S = V_{0x} = V_0\sin\alpha = 0,52 m/s$

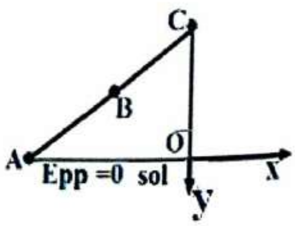
5.3. La hauteur max atteinte :

$h_{max} = h - y_S$ avec $y_S = -\dfrac{V_0^2\cos^2\alpha}{2g}$ AN : 1,504m

L'abscisse du point B de chute :

$y_B = \dfrac{g}{2V_0^2\sin^2\alpha}x_B^2 - x_B\text{cotan}\alpha$ avec y_B=h=1,5m $y_B = h = 1,5m$ soit $1,5=18,5x^2-0,58x$ A.N : x_B=0,3m

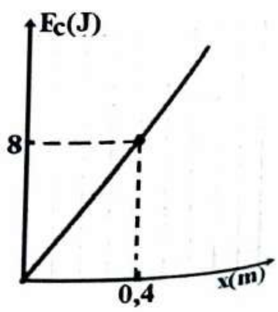
EXERCICE 12



On considère un solide de masse m=5kg en mouvement sur une piste inclinée d'un angle θ=60° par rapport à la verticale.

Sous l'action d'une force motrice $\vec{F}$ supposée constante et parallèle à la ligne de plus grande pente, le solide quitte la position A avec une vitesse nulle pour atteindre la position B telle que AB =8m avec une vitesse V_B.

Le mouvement du solide est soumis constamment à une force de frottement de module f=5N.



1 En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, établir l'expression de l'énergie cinétique E_C en un point d'abscisse x situé entre A et B en fonction de l'abscisse x, des forces F et f, de l'angle θde la masse m et de g.

2 Le diagramme de la variation de l'énergie cinétique est donné par la courbe $E_C = f(x)$.

2.1 Déterminer la valeur de la force motrice F.

2.2 Etablir en fonction de x, l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur $E_P(x)$ et celle de l'énergie mécanique $E_m(x)$ du solide lorsque ce dernier occupe une position d'abscisse x entre A et B.

2.3. Compléter la figure en traçant les diagrammes correspondants à $E_P(x)$ et $E_m(x)$.

3. Calculer la valeur de la vitesse au point B.

4. Lorsque le solide passe en B la force motrice est supprimée. Il continue alors son mouvement pour atteindre le point C avec une vitesse V_C. Montrer que le système {solide + Terre} n'est pas conservatif. En déduire la distance BC si la valeur de la vitesse au point C est $V_C = 4m/s$.

5. Arrivé en C, le solide quitte le plan incliné avec la vitesse $\vec{V}_C$.

5.1. Représenter le vecteur $\vec{V}_C$ puis établir dans le repère (O, x, y), l'expression de l'équation de la trajectoire du solide si l'origine des instants est l'instant d'arrivée au point C. Conclure.

5.2. Le solide S arrive au point I sur le sol. Calculer la valeur de la vitesse $\vec{V}_I$ d'arrivée au point I ainsi que l'angle β qu'elle fait avec l'axe des abscisses.

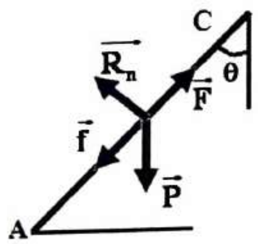
Bac C 2016 sn

CORRIGE

1 Expression de E_C en fonction de x, m, g, f, F et θ

En appliquant le théorème pour $x \in [A ; B]$.

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_C - \underbrace{E_{C0}}_{0} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{F}} + W_{\vec{f}} + \underbrace{W_{\vec{R}_n}}_{0} \quad E_C = -mgx\cos\theta + Fx - fx \quad (1)$$



2.1 .Calcul de la force F :

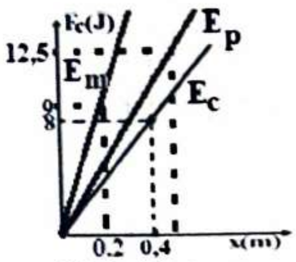
Au point $x = 0,4m$ $E_C = 8J$.

D'après (1) : $F = \frac{E_C}{x} + mg\cos\theta + f \Leftrightarrow F = 50N$

2.2 Les expression de E_C et de E_m

$E_P(x) = mgx\cos\theta = 25x$ soit $E_m(x) = E_C + E_P = (F - f)x = 45x$

2.3 voir fig



3 Calcul de la vitesse V_B

$$\frac{1}{2}mV^2 = E_{C_B} \Rightarrow V_B = \sqrt{\frac{2E_{C_B}}{m}} = \sqrt{\frac{2.20x}{m}} = 8m/s$$

4 Comme les frottements ne sont pas négligeables l'énergie mécanique n'est pas conservée

Calcul de la distance CB :

$$\Delta E_m = \sum W_{\vec{F}_{ext}}$$

Entre B et C, on a :

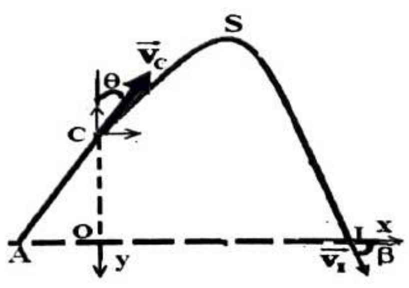
$$E_{m_C} - E_{m_B} = W_{\vec{f}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_C^2 + mgx_C\cos\theta - \frac{1}{2}mV_B^2 - mgx_B\cos\theta = -f(x_C - x_B)$$

$$\Rightarrow x_C - x_B = CB = \frac{-m(V_C^2 - V_B^2)}{2(mg\cos\theta + f)} = 4m$$

5.1 L'équation de la trajectoire :

Conditions initiales :

$$C\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = -OC \end{cases} \quad \vec{V}_C \begin{cases} V_{Cx} = V_C\sin\theta \\ V_{Cy} = -V_C\cos\theta \end{cases}$$



En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_C\sin\theta \\ V_y = gt - V_C\cos\theta \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{cases} x = V_C\sin\theta t & (1) \\ y = \frac{1}{2}gt^2 - V_C\cos\theta t - OC & (2) \end{cases}$$

L'équation de la trajectoire :

L'équation (1) donne : $t = \frac{x}{V_C\sin\theta}$

En remplaçant dans (2), on trouve l'équation de la trajectoire : $y = \frac{g}{2V_0^2\sin^2\theta}x^2 - x\cotan\theta - OC$

Il s'agit d'une parabole

5.2 Calculer V_1

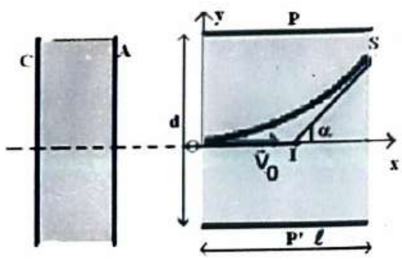
$$\frac{1}{2}mV_1^2 - \frac{1}{2}mV_C^2 = mgOC \Rightarrow V_1 = \sqrt{V_C^2 + 2gAC\cos\theta} = 11.66 m/s$$

Calcul de β

$$\cos\beta = \frac{V_C\sin\theta}{V_1} = 0,297 \text{ soit } \beta = 72,7°$$

EXERCICE 13

1. On applique une différence de potentielle U_0 = 1140V entre une cathode C et une anode A.



Un électron est émis sans vitesse initiale par la cathode et arrive sur l'anode avec la vitesse $\vec{V}_0$. Calculer V_0. A.N : $e=1,6.10^{-19}$ C; $m=9,1.10^{-31}$ kg.

2. L'électron pénètre au point O avec la vitesse $\vec{V}_0$ précédente entre les plaques P et P' de longueur ℓ distante de d telle que (ℓ=d). On applique entre les plaques Pet P' une différence de potentiel U .

2.1. Déterminer les équations horaires du mouvement de l'électron sur les axes Ox et Oy.

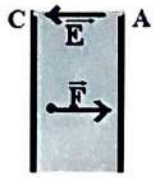
2.2. Donner l'équation de la trajectoire et montrer qu'elle peut s'écrire sous la forme : $y = \frac{U}{4dU_0}x^2$

3. La tangente à la trajectoire au point S fait un angle α avec l'horizontale tel que $\tan\alpha=0,4$; calculer la différence de potentiel U entre les plaques P et P'.

CORRIGE

1. Expression de la vitesse V :

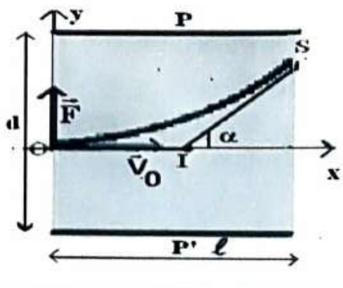
$\frac{1}{2} mV_0^2 = eU_0 \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}$ A.N : $V_0 = 2.10^7$ m/s



2.1. Les équations horaires :

Conditions initiales :

$$C\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \text{et } \vec{V}_0\begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$$



En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{F}{m} \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_0 \\ V_y = \frac{F}{m}t \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{cases} x = V_0 t & (1) \\ y = \frac{F}{2m}t^2 & (2) \end{cases}$$

2.2. L'équation de la trajectoire :

L'équation (1) donne : $t = \frac{x}{V_0}$

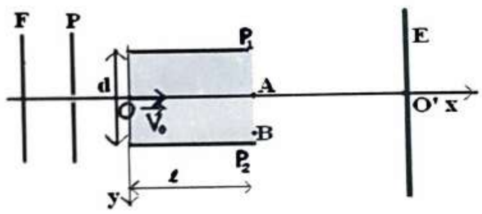
en remplaçant dans (2), on trouve l'équation de la trajectoire :

$$y = \frac{F}{2mV_0^2}x^2 = \frac{eU}{2mdV_0^2}x^2 \qquad \Rightarrow y = \frac{U}{4dU_0}x^2$$

3. La valeur de la déviation angulaire :

$\tan\alpha = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=l} = \frac{U}{2dU_0}l$ Soit $\tan\alpha = \frac{U}{2U_0} \Rightarrow U = 2U_0\tan\alpha$ car $l=d$ A.N : U = 912V.

EXERCICE 14



Des électrons sont émis avec une vitesse initiale négligeable par un filament F chauffé.

1. On établit une tension $U_1 = V_P - V_F$ entre le filament F et une plaque P disposée parallèlement à celui-ci.
Il en résulte un champ électrostatique uniforme $\vec{E_1}$ régnant entre F et P. Les électrons arrivent alors en P avec une vitesse $\vec{V_0}$ de module $V_0 = 0,53.10^8\,m/s$ (voir schéma). Préciser le signe de U_1 et calculer sa valeur. On donne $e = 1,6.10^{-19}C$; $m = 9,1.10^{-31}kg$.

2. La plaque P a un trou qui laisse passer les électrons.
On dispose deux plaques P_1 et P_2 perpendiculairement au plan xOy (voir schéma). Les électrons pénètrent entre les plaques en O animés de la vitesse $\vec{V_0}$ parallèle à Ox.
On applique entre P_1 et P_2 une tension $U_2 = V_{P2} - V_{P1} = 300V$ et on donne l=6cm et d=1,5cm.

2.1. Déterminer l'équation de la trajectoire du mouvement d'un électron entre P_1 et P_2.

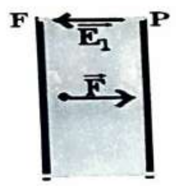
2.2 Quelle est la déviation linéaire AB des électrons à la sortie des plaques ? Quelle est la valeur de la déviation angulaire α ?

2.3 Trouver la nature du mouvement d'un électron après B et déterminer l'équation de sa trajectoire.

2.4 Calculer les coordonnées du point d'impact des électrons sur l'écran E parallèle à (Oy) et placé à 46cm de A.

2ème Bac BLANC D 2008

CORRIGE



1.1. Le signe de $U_1 = V_P - V_F$:

Les électrons se déplacent de F vers P sous l'action de la force électrique $\vec{F}$. Comme q< 0 le champ électrique $\vec{E_1}$ est dirigé de P vers F c'est-à-dire que

$$V_P > V_F \Rightarrow V_P - V_F > 0 \Leftrightarrow U_1 > 0$$

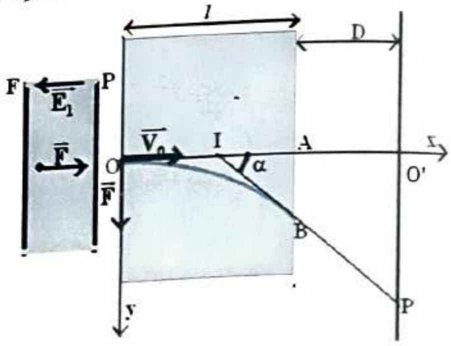
1.2. Calcul de U_1 :

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_0^2 = eU_1 \Rightarrow U_1 = \frac{mV_0^2}{2e} \quad \text{A.N : } U_1 = 7,988.10^3 \approx 8.10^3\,V$$

2.1. L'équation de la trajectoire :

Conditions initiales : $O\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$ et $\vec{V_0}\begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$

En appliquant la R.F.D, on obtient : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$



$$\vec a \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \dfrac{F}{m} \end{cases} \Rightarrow \vec V \begin{cases} V_x = V_0 \\ V_y = \dfrac{F}{m}t \end{cases} \Rightarrow \vec{OM} \begin{cases} x = V_0 t & (1) \\ y = \dfrac{F}{2m}t^2 & (2) \end{cases}$$

L'équation (1) donne : $t = \dfrac{x}{V_0}$

en remplaçant dans (2), on trouve l'équation de la trajectoire :

$$y = \frac{F}{2mV_0^2}x^2 = \frac{eU_2}{2mdV_0^2}x^2$$

2.2. La déviation linéaire AB :

$AB = y_B = \dfrac{eU_2}{2mdV_0^2}x_B^2$ avec $x_B = l$ soit $y_B = \dfrac{eU_2}{2mdV_0^2}l^2$ A.N : $y_B = 0{,}23.10^{-2}$ m

La valeur de la déviation angulaire :

$\tan\alpha = \left(\dfrac{dy}{dx}\right)_{x=l} = \dfrac{eU_2}{mdV_0^2}l$ soit $\alpha = 4{,}38°$

Autre méthode $\tan\alpha = \dfrac{2AB}{l}$ soit $\alpha = 4{,}38°$

2.3. Nature du mouvement de l'électron après B :

$\sum \vec F_{ext} = m\vec a \Leftrightarrow \vec 0 = m\vec a \Rightarrow \vec a = \vec 0 \Leftrightarrow$ m.r.u

L'équation de la trajectoire :

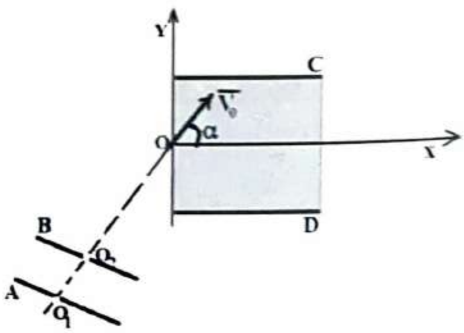
$y = ax + b$ avec $\begin{cases} a = \tan\alpha = 0{,}077 \\ b = y_B - ax_B = -0{,}23.10^{-2}\text{ m} \end{cases}$ d'où $y = 7{,}7.10^{-2}x - 0{,}23.10^{-2}$ m

2.4. Les coordonnées du point d'impact P :

$$P\begin{cases} x_P = l + D = 52.10^{-2}\text{ m} \\ y_P = \left(\dfrac{l}{2} + D\right)\tan\alpha = 3{,}77.10^{-2}\text{ m} \end{cases}$$

EXERCICE 15

On dispose d'un appareil permettant de produire dans le vide les ions $^{A}X^{2-}$ de masse $m = 5{,}81.10^{-26}$kg et de charge $q = -2e$ chacun.



1 .Les ions qui sortent d'un trou O_1 sans vitesse initiale sont d'abord accélérés par une ddp $U_0 = V_A - V_B$ appliquée entre les plaques A et B distantes de 10cm et arrivent au trou O_2 avec la vitesse $V_0 = 2.10^5$ m/s.

On néglige le poids des ions devant les autres forces.

1.1. Sous quelle tension U_0 l'ion a-t-il été accéléré entre les plaques A et B pour atteindre la vitesse V_0?

1.2. Vérifier que le poids de l'ion est négligeable devant la force électrique.

1.3. Déterminer la nature du mouvement de l'ion entre les plaques A et B en calculant son accélération.

2. Les ions pénètrent en suite avec la vitesse $\vec{V_0}$ faisant un angle $\alpha = 45°$ avec l'horizontale par un point O équidistant des armatures C et D d'un condensateur entre les quelles existe un champ électrique d'intensité $E = 84.10^3$V/m.

Le condensateur dont les armatures ont pour longueur 10 cm chacune et sont distantes de 5 cm, se trouve dans le vide (voir figure).

2.1. Quelles doivent être les signes des armatures C et D pour que l'ion subisse une déviation vers le bas? Justifier votre réponse. Précisez le sens du champ électrique.

2.2. Etudier le mouvement dans le condensateur et établir l'équation de sa trajectoire dans le repère (O ; x ; y).

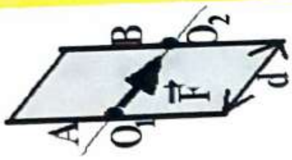
2.3. Déterminez les coordonnées du point de sortie du condensateur.

2.4. Quel sera le mouvement de l'ion après sa sortie du condensateur?

2.5. Vérifiez par le calcul que l'ion n'atteindra pas la plaque supérieure.

Bac D 2010 sn

CORRIGE



1.1. La tension U_0 : A la sortie du champ électrique :

$$\Delta E_c = \sum W_F \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_0^2 = Fd = qU_0 \Rightarrow U_0 = \frac{mV_0^2}{2q} \Rightarrow U_0 = \frac{mV_0^2}{-4e}$$

A.N : $U_0=-3,631.10^3V$

1.2. Vérification

$P=mg= 5,81.10^{-25}$ N. et $F=qE= 11,62.10^{-15}$ N. $\frac{Fe}{p} = 2.10^{10}$ Fe ⟩⟩P

1.3. Nature du mouvement entre A et B

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

En projetant suivant l'axe O_1O_2 on obtient :

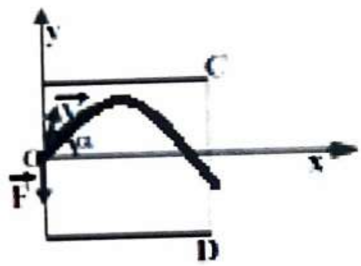
$$a = \frac{F}{m} = cte \Rightarrow m.r.u.v \qquad A.N : a = 2.10^{11} m/s^2$$

2.1. Signes des plaques :

Les ions étant déviés vers le bas (vers la plaque D) la force électrique est dirigée vers le bas.

Comme $q<0$, $\vec{E}$ est opposé à $\vec{F}$ et $\vec{E}$ est dirigé vers les potentiels décroissants c'est-à-dire de la plaque D qui est chargée positivement vers la plaque C qui est chargée négativement.

2.2. Etude du mouvement entre C et D :



- Conditions initiales :

$$\overrightarrow{OG_0}\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \vec{V_0}\begin{cases} V_{0x} = V_0\cos\alpha \\ V_{0y} = V_0\sin\alpha \end{cases}$$

- Étude dynamique ;

Le PFD : $\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{F}{m} = -\frac{|q|E}{m} \end{cases} \quad \vec{V}\begin{cases} V_x = V_0\cos\alpha \\ V_y = -\frac{|q|E}{m}t + V_0\sin\alpha \end{cases} \quad \overrightarrow{OG}\begin{cases} x = (V_0\cos\alpha)t & (1) \\ y = -\frac{|q|E}{2m}t^2 + (V_0\sin\alpha)t & (2) \end{cases}$$

L'équation de la trajectoire :

(1) ⇨ $t= x / (v_0\cos\alpha)$; en remplaçant t dans (2), on obtient :

Soit $y= -11,57x^2 + x$

$$y = -\frac{|q|E}{2mV_0^2\cos\alpha^2}x^2 + x\tan\alpha$$

2.3. Les coordonnées du point de sortie S :

$x_S = \cancel{l}10^{-1}$m.et $y_S =-11,5710^{-2} + 10^{-1}= -1,57.10^{-2}$m d'où S(0,1 ;-0,0157)

2.4. Nature du mouvement après la sortie :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{0} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{0} \Rightarrow m.r.u$$

2.5. L'ordonnée du point C le plus haut de la trajectoire :

Au point C : $V_{Cy} = 0$ ⇨ $t_C = mv_0\sin\alpha/qE$ Soit : $y_C = \frac{mV_0^2\sin\alpha^2}{2F}$ A.N : y_C=2,16cm

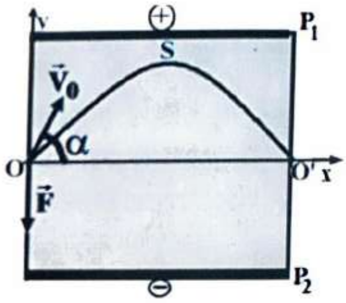
L'ion ne touche pas la plaque C car $y_C < d/2$ =2,5cm

EXERCICE 16

Une particule $^{4}_{2}He^{2+}$ pénètre dans le champ électrostatique uniforme créé par deux armatures parallèles et horizontales de longueur ℓ=10cm et distante d=6cm. La particule pénètre en un point O équidistant des deux armatures avec une vitesse $V_0=3.10^5$ m/s faisant un angle $\alpha=30°$ avec l'horizontale et dirigée vers le haut.

1. Faire une figure et préciser les charges des armatures pour que la particule soit déviée vers le bas.
2. Etablir l'expression de l'équation cartésienne de la trajectoire entre les armatures. Préciser la nature du mouvement et de la trajectoire.
3. Quelle est la valeur minimale U_m de la tension à appliquer entre les armatures pour que la particule sorte du champ. $e=1,6.10^{-19}C$; $m_P=1,67.10^{-27}kg$
4. Déterminer la tension U à appliquer entre les armatures pour que la particule sorte du champ par un point O' se trouvant à la même hauteur que le point O où elle est rentrée.
5. Calculer la tension U_0 accélératrice qui a été nécessaire pour amener la particule à la vitesse $V_0=30^5$ m/s à partir du repos.

CORRIGE



1. Signe des plaques

Les ions sont chargés positivement, ils se déplacent de P_1 vers P_2 sous l'action de la force électrique $\vec{F}$. Les ions sont donc attirés par P_2 qui est chargée négativement ; P_1 est alors chargée positivement.

2. Nature du mouvement

Conditions initiales :

$$O\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \vec{V_0}\begin{cases} V_{0x} = V_0\cos\alpha \\ V_{0y} = V_0\sin\alpha \end{cases}$$

Le PFD (Théorème du centre d'inertie) :

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{F}{m} = \end{cases} \quad \vec{V}\begin{cases} V_x = V_0\cos\alpha \\ V_y = -\frac{F}{m}t + V_0\sin\alpha \end{cases} \quad \overrightarrow{OG}\begin{cases} x = (V_0\cos\alpha)t & (1) \\ y = -\frac{F}{2m}t^2 + (V_0\sin\alpha)t & (2) \end{cases}$$

L'équation de la trajectoire :

(1) $\Rightarrow$ $t = x / (v_0\cos\alpha)$; en remplaçant t dans (2), on obtient :

$$y = -\frac{qU}{2mdV_0^2\cos\alpha^2}x^2 + x\tan\alpha$$

3. L'ordonnée du point S le plus haut de la trajectoire :

D'après la relation indépendante du temps :

$$V_{Sy}^2 - V_{0y}^2 = 2a_y(y_S - y_0) \Rightarrow y_S = \frac{-V_{0y}^2}{2a_y} = \frac{-V_0^2\sin^2\alpha}{-2\frac{F}{m}} = \frac{mV_0^2\sin^2\alpha}{2F}$$

Pour que l'électron ne touche pas la plaque il faut que

$$y_S < \frac{d}{2} \Leftrightarrow \frac{mV_0^2\sin^2\alpha}{2F} < \frac{d}{2} \Rightarrow \frac{mdV_0^2\sin^2\alpha}{qU} < d \Rightarrow U > \frac{mV_0^2\sin^2 a}{q} \quad \text{A.N : } U > 469,675V$$

La valeur minimale U_{min} pour que l'électron ne touche pas la plaque P_1 est U_m =470V

4. A la sortie du champ y=0 et x=l

$$0 = -\frac{qU}{2mdV_0^2\cos^2\alpha}l^2 + l\tan\alpha \Leftrightarrow U = \frac{mdV_0^2\sin2\alpha}{ql} = \frac{6,68.10^{-27}\times6.10^{-2}\times(3.10^5)^2\times0,87}{2\times1,6.10^{-19}\times0,1} \approx 981V$$

5. La tension accélératrice U_0

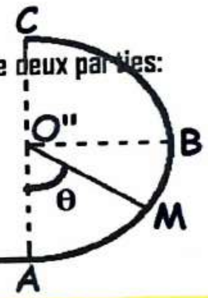
$$\Delta E_C = \sum W_F \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_0^2 = qU_0 \Leftrightarrow U_0 = \frac{mV_0^2}{2q} = \frac{mV_0^2}{4e} = \frac{6,68.10^{-27}\times(3.10^5)^2}{4\times1,6.10^{-19}} = 939V$$

EXERCICE 17

Les frottements sont négligeables.

Soit un ressort R élastique de masse négligeable, de constante de raideur K=20N/m, guidé par une tige horizontale. Une des extrémités est fixée en un point A l'autre est attachée à un solide ponctuel S de masse m, qui coulisse sur la tige. Dans la position d'équilibre, le centre d'inertie G du solide est en O.

1. Etablir l'équation différentielle du mouvement de S.
2. Ecrire l'équation horaire du mouvement x=f(t) sachant qu'à l'instant t=0 le centre d'inertie G du solide passe en O dans le sens positif et qu'il décrit un segment de 4cm au cours des oscillations dont la période est T=0,05s.
3. Montrer que l'énergie mécanique E du système est égale à 4.10^{-3}J, sachant que l'énergie potentielle de pesanteur au niveau de la tige est nulle.
4. Calculer l'énergie cinétique du système à l'instant t=0,25s.
5. A la date t=5s, la masse se détache du ressort et se déplace suivant une piste OABC constituée de deux parties:
   - OA rectiligne.
   - ABC en forme de demi-cercle de centre O'' et de rayon r=10cm.

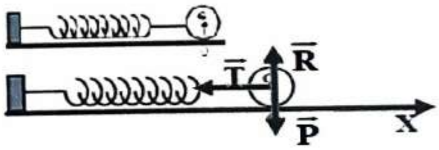


5.1. Calculer la vitesse du solide S à l'arrivée en A.

5.2. Trouver l'expression de la vitesse de S en M tel que $(\widehat{AO''M}) = \theta$ et calculer sa valeur au point C. On donne g=10m/s².

Bac D 20O sn

CORRIGE



1. Nature du mouvement.

$\sum\vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$

En projetant suivant l'axe Ax :

$-T = ma \Leftrightarrow -kx = ma \Rightarrow a + \frac{K}{m}x = 0$

C'est l'équation différentielle caractérisant un mouvement rectiligne sinusoïdal de pulsation $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$

2. L'équation horaire du mouvement :

$x = x_m\cos(\omega t + \varphi)$

La valeur de la pulsation $\omega = \frac{2\pi}{T} = 20\pi rad/s$

Conditions initiales : $\begin{cases} x_0 = x_m\cos\varphi & (1) \\ V_0 = -x_m\omega\sin\varphi & (2) \end{cases}$

à t = 0 $x_0 = 0$ et $V_0 > 0 \Leftrightarrow 2x_m = 4.10^{-2}m \Rightarrow x_m = 2.10^{-2}m$

Calcul de la phase initial φ : $(1) \Rightarrow \cos\varphi = \frac{x_0}{x_m} = 0 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$

D'où l'équation horaire : $x = 2.10^{-2}\cos(20\pi t - \frac{\pi}{2})$

3. L'expression de l'énergie mécanique :

$$E_m = E_c + E_{pp} + E_{pe} \text{ or } E_{pp} = 0;\ E_c = \frac{1}{2}mV^2;\ E_{pe} = \frac{1}{2}Kx^2 \text{ soit } E_m = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}Kx^2$$

Comme l'énergie mécanique est toujours constante alors lorsque $x=x_m$, la vitesse est nulle et l'énergie mécanique devient :

$$E_m = \frac{1}{2}Kx_m^2 = 4.10^{-4}\ J$$

4 La valeur de E_C :

$$E_C = \frac{1}{2}mV^2 \text{ ; à } t = 0,25s \text{ on a } E_C = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 x_m^2 \sin^2(20\pi x 0,25 - \frac{\pi}{2}) = 4.10^{-3}\ J$$

5.1. Détermination de la vitesse V_A

A t=5s

$$V_0 = -x_m \omega \sin(20\pi x 5 - \frac{\pi}{2}) = x_m \omega$$

Entre O et A le mvt est r.u donc $V_A=V_0$

5.2. Expression de V_M

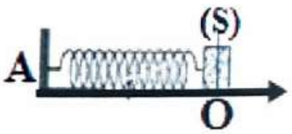
$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_{C_M} - E_{C_A} = W_{\vec{P}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_M^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = -mgh \text{ Soit } V_M = \sqrt{V_A^2 - 2gr(1-\cos\theta)}$$

Au point C $\theta=\pi \Rightarrow V_C = \sqrt{V_A^2 - 4gr}$

EXERCICE 18

Les frottements sont négligeables

Un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur K ; est placé sur une table horizontale. L'une des extrémités du ressort est soudée en un point A et l'autre extrémité est fixée à un solide S de centre d'inertie G de masse m=100g.



1. Le solide S qu'on assimile à un point matériel peut glisser sans frottement sur la table.

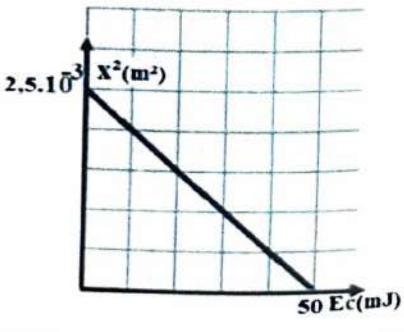
On écarte le solide S de sa position d'équilibre d'une distance x_0 puis on le lance, en ce point, avec une vitesse $\vec{V_0}$ dans le sens négatif de l'axe Ox de module V_0=0,8m/s à un instant qu'on prendra comme origine des dates. Le mouvement de S sera étudié dans un repère galiléen $(O, \vec{i})$ dont l'origine O coïncide avec la position du centre d'inertie G à l'équilibre.

1.1. A une date t quelconque, le centre d'inertie G de S a une élongation x et une vitesse iv.
Etablir l'expression de l'énergie mécanique E du système {solide S, ressort R, terre} en fonction de x, v, K et m.

1.2. Montrer que cette énergie mécanique E est constante.
Exprimer sa valeur en fonction de K, m, x_0 et V_0.

1.3. En déduire la nature du mouvement de G.

2. A l'aide d'un système convenable on mesure l'abscisse instantanée x de S pour différentes valeurs de l'énergie cinétique du centre d'inertie G de S.Les résultats des mesures ont permis de tracer la courbe x^2=f(Ec).



2.1. Justifier théoriquement l'allure de la courbe.

2.2. En déduire:
- les valeurs de la raideur k et de l'amplitude x_m du mouvement de G.
- la valeur de l'abscisse initiale x_0.

2.3. Donner l'équation horaire du mouvement de G. *Bac C 2010 sn*

CORRIGE

1.1. Expression de l'énergie mécanique :

$$E_m = E_c + E_{pe} \text{ Soit } E_m = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}Kx^2$$

1.2. Pour le système {solide + ressort + terre} les forces $\vec{P}$ et $\vec{T}$ sont des forces intérieures conservatives
La variation de l'énergie mécanique donne :

$$\sum E_m = \sum W(\vec{F}_{ext}) + \sum W(\vec{F}_{int\,non\,cons}) = 0$$

L'énergie mécanique du système est constante et ce système est alors conservatif.
Comme l'énergie mécanique est toujours constante alors lorsque $x=x_0$, la vitesse $V= V_0$ l'énergie mécanique devient :

$$E_{m0} = \frac{1}{2}mV_0^2 + \frac{1}{2}Kx_0^2$$

1.3. Nature du mouvement.

Le système étant conservatif $E_m = cte \Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}m2Va + \frac{1}{2}K2Vx = 0 \Rightarrow a + \frac{K}{m}x = 0$

Cette équation différentielle montre que le mouvement est rectiligne sinusoïdal.
2.1. L'expression de E_C :

$$E_m = E_C + E_p \Leftrightarrow E_m = E_C + \frac{1}{2}Kx^2 \Rightarrow x^2 = \frac{-2E_C}{K} + \frac{2E_m}{K} \Rightarrow \text{C'est l'équation d'une droite}$$

2.2. Graphiquement :
$x^2=f(E_C)$ il s'agit d'une fonction affine :
$x^2=a.E_C+b$

$E_C = 0$ et $x^2 = 2,5.10^{-3} \Rightarrow b = 2,510^{-3}$

$E_C = 50.10^{-3}$ j et $x^2 = 0 \Rightarrow a = -5.10^{-2}$

$$\boxed{x^2 = -5.10^{-2}.E_C + 2,510^{-3}}$$

Déduction de k et x_m :
On obtient

- $-\frac{2}{K} = -5.10^{-2} \Rightarrow K = 40N/m$
- $\frac{2E_m}{K} = 2,5.10^{-3} \Leftrightarrow \frac{2\frac{1}{2}Kx_m^2}{K} = 2,5.10^{-3} \Rightarrow x_m = 5.10^{-2}m$
- D'après la condition initiale, on a :

$$E_m = \frac{1}{2}mV_0^2 + \frac{1}{2}Kx_0^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}Kx_m^2 = \frac{1}{2}mV_0^2 + \frac{1}{2}Kx_0^2 \Rightarrow x_0 = \sqrt{x_m^2 - \frac{mv_0^2}{K}} = 3.10^{-2}m$$

2.3. L'équation horaire du mouvement :
$x = x_m\cos(\omega t + \varphi)$

Conditions initiales : $\begin{cases} x_0 = x_m\cos\varphi & (1) \\ V_0 = -x_m\omega\sin\varphi & (2) \end{cases}$

Calcul de la phase initial φ

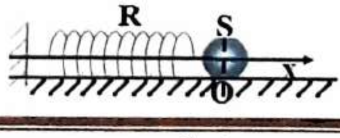
$(1) \Rightarrow \cos\varphi = \frac{x_0}{x_m} = 0,6 \Rightarrow \varphi = 0,93rad$

D'où l'équation horaire : $x = 5.10^{-2}\cos(20t + 0,93)$

EXERCICE 19

On néglige les frottements et on prendra $\pi^2 = 10$

1. On considère un ressort à spires non jointives de masse négligeable de longueur à vide l_0=15cm qui s'allonge de 1cm quand il est tendu par une force de 2,5N. Calculer la constante de raideur K du ressort.



2. On accroche à l'une des extrémités du ressort un solide de masse m et on fixe son autre extrémité comme l'indique la figure. On déplace le solide de sa position d'équilibre d'une distance x_0=5cm et on lui communique une vitesse $V = -\frac{\pi}{2} m/s$ à la date t=0s.

2.1. Etablir l'équation différentielle du mouvement du solide et en déduire la nature du mouvement.

2.2. Sachant que le solide effectue 100 oscillations en 20s, calculer la valeur de la masse m du solide.

2.3. Déterminer l'équation horaire du mouvement.

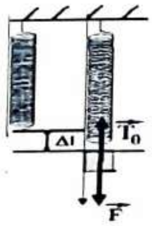
3. A l'aide du solide on comprime ce ressort de telle sorte qu'il ait une longueur l=10cm puis on le lâche sans vitesse initiale.

3.1. Quelle est l'énergie mécanique du système { solide+ressort } au moment où on lâche le solide.

3.2. En utilisant la conservation de l'énergie mécanique, trouver l'expression de la vitesse lors du retour du solide à sa position d'équilibre en fonction de K, l, l_0 et m. Calculer sa valeur. *Bac C 2017 sn*

CORRIGE

1. Calcul de la constante de raideur K :



A l'équilibre : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F} + \vec{T_0} = \vec{0}$ $F - T_0 = 0 \Rightarrow K = \frac{F}{\Delta l} = 250N/m$

2.1. Nature du mouvement.

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$$

En projetant suivant l'axe Ax :

$$-T = ma \Leftrightarrow -kx = ma \Rightarrow a + \frac{K}{m}x = 0$$

C'est l'équation différentielle caractérisant un m. r. s.

2.2. Calcul de la masse m du solide :

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow m = \frac{kT^2}{4\pi^2}$ Soit m = 250g.

2.3. L'équation horaire du mouvement :

$$x = x_m\cos(\omega t + \varphi)$$

La valeur de la pulsation $\omega = \frac{2\pi}{T} = 20\pi rad/s$

Conditions initiales : $\begin{cases} x_0 = x_m\cos\varphi & (1) \\ V_0 = -x_m\omega\sin\varphi & (2) \end{cases}$

à t = 0 $x_0 = 5.10^{-2}$m et $V_0 = \frac{\pi}{2}$

$V_0^2 = \omega^2(x_m^2 - x_0^2) \Rightarrow x_m = \sqrt{\frac{V_0^2}{\omega^2} + x_0^2}$ Soit $x_m = 7.10^{-2}$ m.

Calcul de la phase initial φ

(1) $\Rightarrow \cos\varphi = \frac{x_0}{x_m} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4}$ car $V_0 > 0$

D'où l'équation horaire : $x = 7.10^{-2}\cos(10\pi t - \frac{\pi}{4})$

3.1. L'expression de l'énergie mécanique :

$E_m = E_c + E_{pp} + E_{pe}$ or $E_{pp} = 0$; $E_c = \frac{1}{2}mV_0^2 = 0$; $E_{pe} = \frac{1}{2}k\Delta l^2$

D'où $E_m = \frac{1}{2}k\Delta l^2 = 31,25.10^{-2}$ J

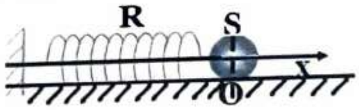
3.2. L'expression de la vitesse V :

L'énergie mécanique étant constante, on a :

$$E_{mi} = E_{mf} \Leftrightarrow \frac{1}{2}k\Delta l^2 = \frac{1}{2}mV^2 \Leftrightarrow V = (l_0 - l)\sqrt{\frac{k}{m}}$$ soit lors du retour $V = -5.10^{-1}\pi = -1,57 m/s$

EXERCICE20

On considère un solide supposé ponctuel de masse m fixé à l'une des extrémités d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur K=40N/m, qui est enfilé sur une tige ; l'autre extrémité du ressort étant soudée en un point A.(fig 1)



1 On écarte le solide S de sa position d'équilibre d'une distance de 4cm et on l'abandonne sans vitesse initiale à un instant que l'on prendra pour origine des temps.

Le mouvement de S sera étudié dans le repère d'axe Ox dont l'origine O coïncide avec la position du centre d'inertie G du solide à l'équilibre.

1.1. Etudier le mouvement du solide S et en déduire son équation différentielle.

1.2. L'expression de l'accélération a du solide est donnée en fonction de l'abscisse x à un instant t par la relation:

$a + 400x = 0$.

1.2.1. Déduire la valeur de la pulsation du mouvement.

1.2.2. Calculer la masse m du solide.

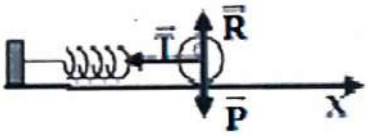
1.3. Déterminer l'équation horaire du mouvement du solide S.

1.4. Calculer l'énergie cinétique maximale du solide S.

Bac D 2009 sn

CORRIGE

1.1. Nature du mouvement.



$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$

En projetant suivant l'axe Ax :

$-T = ma \Leftrightarrow -kx = ma \Rightarrow a + \frac{K}{m}x = 0$

C'est l'équation différentielle caractérisant un m .r .s de pulsation $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$

1.2.1. La valeur de la pulsation

Par identification entre l'équation différentielle et l'équation donnée, on obtient

$\omega^2 = 400 \Rightarrow \omega = 20$ rad/s

1.2.2. Calcul de la masse m du solide : $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \Rightarrow m = \frac{K}{\omega^2} = 0,1kg$

1.3. L'équation horaire du mouvement :

$x = x_m\cos(\omega t + \varphi)$

La pulsation : $\omega = 20$ rad/s et l'amplitude x_m=4cm.

Calcul de la phase initial φ

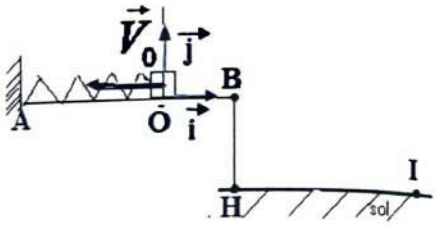
$\cos\varphi = \frac{x_0}{x_m} = 1 \Rightarrow \varphi = 0$ D'où l'équation horaire : $x = 4.10^{-2}\cos(20t)$

1.4. L'énergie cinétique maximale :

$$E_{Cmax} = \frac{1}{2}mV_{max}^2 \text{ avec } V_{max} = x_m\omega \Leftrightarrow E_{Cmax} = \frac{1}{2}m\omega^2x_m^2 = \frac{1}{2}Kx_m^2 = 3,2.10^{-2} j$$

EXERCICE 21

On négligera les frottements sauf dans la question 4.



Un ressort de masse négligeable à spires non jointives, de coefficient de raideur K =20 N/m est fixé par l'une de ses extrémités en A et on accroche à l'autre extrémité un solide S de masse m = 0,2kg qui peut se déplacer le long d'une table horizontale. Le solide S étant en position d'équilibre, on lui communique une vitesse $\vec{V_0}$ dirigée suivant l'axe du ressort dans le sens opposé à $\vec{i}$ (voir figure) et de module V_0 = 0,8m/s à la date t = 0.

1. Etablir l'équation différentielle du mouvement du solide S.

2. Après avoir préciser les valeurs numériques de la pulsation ω , de l'amplitude x_m et de la phase initiale ϕ ,écrire l'équation horaire du mouvement du solide S.

3.1. Sachant que E_p = 0 lorsque le ressort n'est pas déformé ,exprimer à la date t , l'énergie mécanique E_m du système (ressort + solide S) en fonction de K , m , x et v. Calculer l'énergie mécanique E_m à la date t = 0.

3.2. Donner l'expression de l'énergie mécanique E_m en fonction de K et de l'amplitude x_m du mvt.

4. Au moment où le solide S passe par sa position d'équilibre dans le sens positif il se détache du ressort et poursuit son mouvement suivant OB.

Trouver l'intensité de la réaction de la table sachant que le solide S arrive en B avec une vitesse de valeur V_B = 0,4m/s et que OB = d = 10cm.

5. Le solide S quitte la table au point B.

5.1. Déterminer les équations horaires du mouvement du solide S après B dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

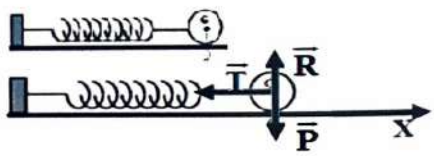
5.2. Trouver l'abscisse du point de chute I dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ sachant que BH = h = 1,25 m.

Bac D 2003 sn

CORRIGE

1. L'équation différentielle du mouvement :

En appliquant la relation fondamentale de la dynamique, on obtient : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$



En projetant suivant l'axe Ox -T=ma $\Leftrightarrow$ $\boxed{a+(k/m)x=0}$

2• Calcul de la pulsation ω

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad \text{A.N : } \omega=10\text{rad/s}$$

• Calcul de l'amplitude x_m et de la phase initiale φ

A t=0 : $x_0=0$ et $v_0=-0,8$m/s $\Leftrightarrow$ $x_m\cos\varphi = 0$ et $-x_m\omega\sin\varphi=-0,8$

Soit $x_m=8.10^{-2}$m et $\varphi=\pi/2$ d'où l'équation horaire: $x=8.10^{2}.\cos(10t+\pi/2)$

3.1. Expression de l'énergie mécanique en fonction de K, m, v et x :

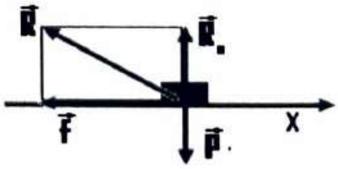
$E_m=E_c+E_p \Leftrightarrow E_m= ½ mv^2+ ½ kx^2$; à t=0 $E_m = \frac{1}{2}mV_0^2$ sa valeur est alors: $E_m=6,4.10^{-2}$j.

3.2. Expression de l'énergie mécanique en fonction de K et de x_m :

$E_m= ½ mx_m^2\omega^2\sin^2(\omega t+\varphi) + ½ kx_m^2\cos^2(\omega t+\varphi)$ comme $m\omega^2=k \Rightarrow E_m= ½ kx_m^2$

4 • Calcul de la réaction R : $R = \sqrt{R_n^2 + f^2}$

• Déterminons R_n puis f :



En appliquant la R.F.D, on obtient :

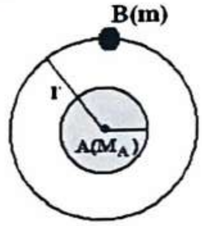
$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R}_n + \vec{f} = m\vec{a}$$

En projetant suivant la verticale descendante :

$P-R_n=0 \Rightarrow R_n=P$ A.N : R_n=2N.

En projetant suivant l'axe Ox :
$-f = ma$ avec $a = (v_B^2 - v_0^2)/2d$ $\Rightarrow f = -m(v_B^2 - v_0^2)/2d$ A.N : $f = 0{,}48N$.
R serait alors : $R = 2{,}06N$.
5.1. Etude du mouvement de chute dans le vide :
En appliquant la relation fondamentale de la dynamique, on obtient : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$
En projetant suivant l'axe Ox : $a_x = 0 \Rightarrow$ m.r.u d'équation horaire : $x = v_B t + d$
suivant l'axe Oy : $a_y = -g \Rightarrow$ m.r.u.v d'équation horaire : $y = -\frac{1}{2} g t^2$
5.2. L'abscisse du point d'impact I sur le sol :
au point I $y_I = -h \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ soit $x_I = v_B t + d$ A.N : $x_I = 0{,}3m$

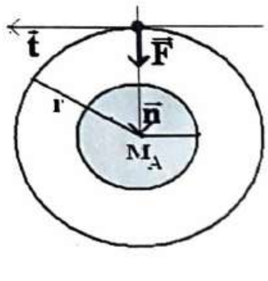
EXERCICE22



Dans cet exercice, les mouvements étudiés sont rapportés à des repères galiléens.
Les mobiles étudiés présentent une répartition à symétrie sphérique.
Donnée $G = 6{,}67.10^{-11}$ S.I.
1. Dans un repère, on étudie deux satellites A et B. On suppose que la masse M_A du mobile A est très grande devant celle m du mobile B. Le mobile B tourne autour de A considéré comme étant fixe (voir fig).
1.1. Montrer que le mouvement de B autour de A est un mouvement circulaire uniforme.
1.2. Etablir la relation qui lie la vitesse V du centre d'inertie de B, le rayon r de l'orbite, la masse M_A de A et la constante de gravitation universelle G.
1.3. Soit T la période de B autour de A. Exprimer V en fonction de T et r, en déduire la relation $\frac{r^3}{T^2} = KM_A$ et donner l'expression de k en fonction de G
2. Un satellite artificiel tourne autour de la terre (dont la masse $M_T = 5{,}98.10^{24}$kg) dans une orbite de rayon $r = 42{,}3.10^3$km.
2.1 .Calculer la période de ce satellite artificiel. Comment appelle-t-on ce type de satellite, s'il tourne dans le plan de l'équateur et dans le même sens de rotation de la terre?
2.2. Tous les satellites se trouvant sur cette orbite ont-ils la même vitesse ? La même masse ? Justifier.
3. Sachant que la terre décrit autour du soleil en 365,25 jours une orbite de rayon $r' = 1{,}496.10^8$km. Calculer la masse M_S du soleil

Bac D 2008 sn

CORRIGE



1.1. Nature du mouvement :
En appliquant la R.F.D : $S\vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$
En projetant sur la tangente on obtient :
$a_t = 0 \Rightarrow v = cte \Rightarrow$ mouvement uniforme
En projetant sur la normale on obtient : $a_n = F/m$ avec $F = GMm/r^2$ et $a_n = v^2/r \Rightarrow$
$r = GM/V^2 = cte \Rightarrow$ trajectoire circulaire $\Leftrightarrow$ m.c.u
1.2. Relation entre V, r, M_A, et G :
$a_n = v^2/r$ et $a_n = F/m \Rightarrow V = \sqrt{\frac{GM_A}{r}}$
1.3. Expression de V en fonction de T et r :
$T = \frac{2p}{\omega}$ avec $\omega = \frac{V}{r} \Rightarrow T = 2\pi\frac{r}{V} \Rightarrow V = \frac{2\pi r}{T}$

Déduction de la relation $\frac{r^3}{T^2} = kM_A$

On a $T = 2\pi\frac{r}{V}$ or $V = \sqrt{\frac{GM_A}{r}} \Rightarrow T = 2\pi r\sqrt{\frac{r}{GM_A}} \Leftrightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_A} \Rightarrow \frac{r^3}{T^2} = \frac{GM_A}{4\pi^2} = kM_A$ avec $k = \frac{G}{4\pi^2}$

2.1. Calcul de la période du satellite :

$T = 2\pi r\sqrt{\frac{r}{GM_T}}$ A.N : $T \approx 86662s \approx 24h$.

La période étant égale à celle de la terre, si le satellite tourne dans le plan de l'équateur et dans le même sens de rotation de la terre, il est dit géostationnaire.

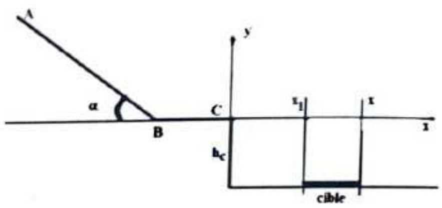
2.2. Les satellites se trouvant sur cette orbite ont la même vitesse mais leurs masses peuvent être différentes car l'expression de la vitesse montre qu'elle ne varie qu'en fonction du rayon de l'orbite.

3. Calcul de la masse M_S du soleil.

$T = 2\pi r'\sqrt{\frac{r'}{GM_S}} \Leftrightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r'^3}{GM_S} \Rightarrow M_S = \frac{4\pi^2 r'^3}{T^2 G}$ A.N : $M_S = 1,9878.10^{30} \approx 2.10^{30}$kg.

EXERCICE23

Le jeu schématisé ci-contre consiste à placer un boulet sur un plan incliné de telle façon qu'il atteigne la cible. Le boulet est tout d'abord lâché en A sans vitesse initiale. Le système étudié est le boulet assimilé à un point matériel.



Toute l'étude est dans un référentiel galiléen.

On néglige les frottements. $\alpha = 30°$; D=AB=0,50 m ; L=BC=0,20 m; h_C= 0,40 m ; m= 10 g ; g=10m/s^2.

1. Etude du mouvement du boulet entre A et B:

1.1. Déterminer la nature du mouvement entre A et B et déterminer le temps mis pour arriver au point B.

1.2. On choisit l'altitude du point C comme référence pour l'énergie potentielle de pesanteur $E_{pp}=0$ pour $y_C=0$. Donner l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur au point A et vérifier qu'elle vaut $E_{pp}(A) = 2,5\ 10^{-2}$ J

- En déduire l'expression puis la valeur de l'énergie mécanique du système au point A.
- En déduire la valeur de l'énergie mécanique au point B. Justifier.
- Déduire l'expression de la vitesse au point B et calculer sa valeur.

2. Etude de la chute du boulet après le point C: On précise que l'action de l'air est négligée.

2.1. L'origine des temps est prise lorsque le boulet est en C. Sachant que la vitesse en C est la même qu'en B, calculer l'équation de la trajectoire dans le repère Cxy.

2.2. On veut déterminer si le boulet atteint la cible dont l'abscisse est comprise entre x_1 =0,55 m et x_2 = 0,60 m. Déterminer l'abscisse x_S du boulet lorsqu'il touche le sol.

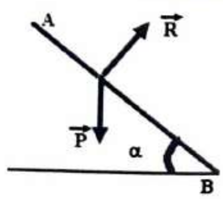
2.3. Quelle distance D faudrait-il choisir pour atteindre le point de la cible à l'abscisse x_S= 0,57 m ? (la durée de la chute étant la même).

Bac français

CORRIGE

1.1 .L'expression de l'accélération a si f n'est pas négligeable:

$\sum\vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$



par projection sur $\overline{OA}$ on obtient : $P\sin\alpha = ma$

$a = g\sin\alpha = cte \Rightarrow$ m.r.u.v

Calcul du temps mis :

$x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2x}{a}} = \sqrt{\frac{2.0,5}{5}} = 0,45s$

1.2

- Expression de l'énergie potentielle de pesanteur au point A :

$E_{pp}(A) = mg\,h_A = mgD\sin\alpha$ avec $m = 0{,}010$ kg ; et $h_A = D\sin\alpha = 0{,}50 \sin 30 = 0{,}25$ m.

$E_{pp}(A) = 0{,}010 \times 9{,}8 \times 0{,}25$; $E_{pp}(A) = 2{,}5\ 10^{-2}$ J.

- Expression puis la valeur de l'énergie mécanique du système au point A :

La vitesse, et en conséquence l''énergie cinétique sont nulles en A.

L'énergie mécanique est la somme de l'énergie potentielle et de l'énergie cinétique :

$E_M(A) = E_{pp}(A) = mgD\sin\alpha = 2{,}5\ 10^{-2}$ J.

- Valeur de l'énergie mécanique au point B :

Entre A et B seul le poids travaille (l'action du plan, perpendiculaire à la vitesse, ne travaille pas) : en conséquence l'énergie mécanique est constante entre A et B.

$E_M(B) = E_M(A) = mgD\sin\alpha = 2{,}5\ 10^{-2}$ J.

- Expression de la vitesse au point B :

L'altitude de B est égale à celle de C : $Y_B = 0$; donc l'énergie potentielle de pesanteur est nulle en B. En conséquence l'énergie mécanique du système est sous forme cinétique en B.

$E_M(B) = \frac{1}{2}mv_B^2$.

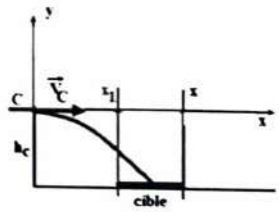
De plus $E_M(B) = E_M(A) = mgD\sin\alpha$

d'où : $\frac{1}{2}mv_B^2 = mgD\sin\alpha$; $\Leftrightarrow V_B = \sqrt{2gD\sin\alpha}$

2.1. Etude du mouvement après C

Conditions initiales :

$$C\begin{cases} x_0 = x_C = 0 \\ y_0 = y_C = 0 \end{cases} \quad \vec{V_C}\begin{cases} V_{Cx} = V_C \\ V_{Cy} = 0 \end{cases}$$



En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \quad \vec{V}\begin{cases} V_x = V_C \\ a_y = -gt \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{CG}\begin{cases} x = V_C t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

L'équation de la trajectoire

$$(1) \Rightarrow t = \frac{x}{V_C}$$

On remplace t dans y, on obtient : $y = -\frac{g}{2V_C^2}x^2 = -x^2$

2.2. L'abscisse du point de chute S :

L'équation (2) donne :

car $y_S = -h_C \Leftrightarrow -x_S^2 = -0.4 \Rightarrow x_S = \sqrt{0,4} = 0,63$m

Or l'abscisse de la cible est comprise entre

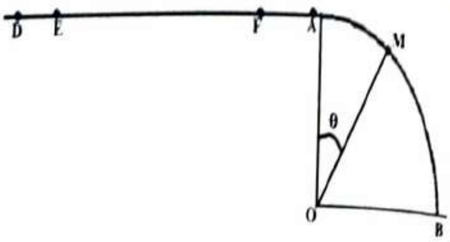
$x_1 = 0{,}55$ m et $x_2 = 0{,}60$ m : la cible n'est pas atteinte.

2.3. Quelle distance D faudrait-il choisir pour atteindre le point de la cible à l'abscisse $x_S = 0{,}57$ m ?

$$y = -\frac{g}{2V_C^2}x^2 \text{ avec } V_C = V_B = \sqrt{2gD\sin\alpha}$$

$$\text{soit } y_S = -\frac{g}{4gD\sin\alpha}x_S^2 = -\frac{1}{4D\sin\alpha}x_S^2 \Rightarrow D = \frac{1}{4h_C\sin\alpha}x_S^2 = 0{,}41\text{m}$$

EXERCICE 24



Un sportif dans son véhicule démarre sans vitesse, en D, effectue un mouvement sur une route rectiligne et horizontale (figure). La masse totale (sportif et véhicule) est de 90 kg.

1. La phase de démarrage, considérée comme une translation rectiligne, a lieu sur un parcours DE d'une longueur de 50 m. Au point E, la vitesse atteint la valeur de 5 $m.s^{-1}$

Pendant cette phase, la vitesse est proportionnelle au temps compté à partir de l'instant de démarrage.

1.1. Quelle est la nature du mouvement sur le parcours DE ? Justifier la réponse. Vérifier que l'accélération du mouvement sur ce parcours a pour valeur 0,25 $m.s^{-2}$

1.2. Etablir l'équation horaire du mouvement sur ce parcours.

1.3. Calculer la durée de la phase de démarrage.

1.4. En admettant que le mouvement est dû à la résultante d'une force motrice constante parallèle au mouvement et d'une force de frottement constante, de norme égale au quart de la force motrice, de sens contraire au mouvement, calculer l'intensité de la force de frottement.

2. A partir du point E, le véhicule parcourt la distance EF = 1100 m à la vitesse constante de 5 m/s. A partir du point F, le sportif supprime la force motrice : le véhicule roule alors en roue libre et les frottements ont une valeur constante et égale à 7,5 N sur le parcours FA. Le véhicule parcourt la distance FA et arrive au point A avec une vitesse nulle.

2.1. Déterminer la distance FA.

2.2. Calculer la durée totale du parcours du point D au point A.

3. Le véhicule aborde en A, sans vitesse initiale, une piste AB, parfaitement polie, de forme circulaire et de plan vertical. Sa position M est repérée par l'angle θ = (OA, OM).

3.1. Exprimer en fonction de θ, r et g la vitesse du véhicule en M et exprimer l'intensité de la réaction du plan en ce point en fonction de m, g et θ.

3.2. Déterminer la valeur θ_1 de l'angle (OA, OM) quand le véhicule quitte la piste.

3.3. Montrer que le véhicule quitte la piste quand son accélération est égale à l'accélération de la pesanteur g.

Bac Sénégalais

CORRIGE

1 :

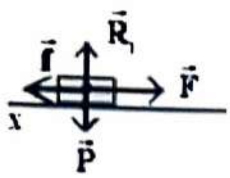
1.1 : $V = kt \Rightarrow a = dv/dt = k = cte$ par ailleurs le mouvement est rectiligne ⇒ mouvement rectiligne uniformément varié.

Valeur de a : $a = v^2/2x \Rightarrow a = 0{,}25 m/s^2$

1.2 : $x = 1/2at^2 \Leftrightarrow x = 0{,}125t^2$ avec un choix convenable du repère X'OX et de l'origine des temps.

1.3 : $t = \sqrt{\dfrac{x}{0,125}} = 20s$

1.4 :



Système : véhicule + sportif

Bilan des forces : $\vec{P}$; $\vec{R}$; $\vec{F}$ et $\vec{f}$

Théorème du centre d'inertie : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R}_n + \vec{f} + \vec{F} = m\vec{a}$

Projection suivant X'X $F - f = ma \Leftrightarrow 4f - f = ma \Rightarrow 3f = ma \Rightarrow f = ma/3 = 7,5$ N

2.1 : Distance FA

Théorème de l'énergie cinétique entre F et A.

$$\Delta E_C = \sum W_F \Leftrightarrow 0 - \frac{1}{2}mV^2 = -fl \Rightarrow l = \frac{mV^2}{2f} = 150m$$

2.2 : Durée totale du parcours

$t = t_1 + t_2 + t_3$

Durée du freinage t_3

Durant le freinage $\vec{F} = \vec{f}$ = cte mouvement rectiligne uniformément décéléré

$V^2_{(A)} - V^2_{(F)} = 2a'(x_A - x_F) \Leftrightarrow 0 - V^2_{(F)} = 2a'l \Rightarrow a' = -V^2_{(F)}/2l$

$\Rightarrow V = a't_3 + V_{(F)} = 0 \Rightarrow t_3 = 2l/V_{(F)} \Rightarrow t_3 = 60s$

Durée de la phase uniforme EF

$t_2 = l/V \Leftrightarrow t_2 = 1100/5 = 220s$

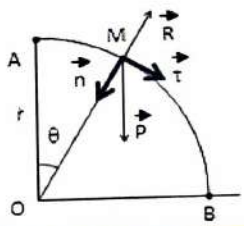
Durée totale du parcours : t = 20 + 220 + 60 = 300 s soit t = 5 min.

3.1. Théorème de l'énergie cinétique entre A et M

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV^2 - 0 = mgr(1-\cos\theta) \Rightarrow V = \sqrt{2gr(1-\cos\theta)}$$

Théorème du centre d'inertie appliqué au solide en M : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R}_n = m\vec{a}$

Projection suivant $\vec{n}$! $P\cos\theta - R = man = mV^2/r \Rightarrow R = mg(3\cos\theta - 2)$



3.2. Valeur de θ_1

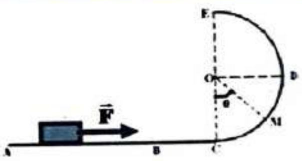
Le véhicule quitte la piste si $R = 0 \Leftrightarrow \cos\theta_1 = 2/3 \Rightarrow \theta_1 = 48°$

3.3. Théorème du centre d'inertie $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Le véhicule quitte la piste $\vec{R} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{g}$

EXERCICE 25

Les frottements sont négligeables. On étudie le mouvement d'un solide S de masse m initialement au repos en A. On le lance sur la piste ABE représentée par la figure, en faisant agir sur lui, le long de la partie AB de la trajectoire une force $\vec{F}$ horizontale d'intensité constante.



La portion AC de la trajectoire est horizontale et la portion CE est un demi cercle de centre O et de rayon r. Ces deux portions sont dans un plan vertical.

1. Déterminer en fonction de F, l et m l'expression de la vitesse V_B en B sachant que AB=l
2. On considère le point M défini par l'angle $\theta = (\overrightarrow{OC};\overrightarrow{OM})$ déterminer en fonction de F, l, m, r, g et θ l'expression de :

2.1. La vitesse V de S en M.

2.2. La réaction R de la piste en M.

3. Exprimer en fonction de m, g, r et l la valeur minimale F_0 de F qui permet à S de rester en contact avec la piste jusqu'au point E. Calculer F_0 sachant que m=500g ; r=1m ; l=1,5m et g=9,8m/s².
4. Calculer la variation de l'énergie potentielle du système (solide+terre) quand le solide passe du point C au point G milieu de l'arc$\widehat{CD}$.

Bac D 2013 sc

CORRIGE

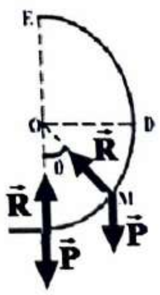
1. Expression de V_B

$$\Delta E_c = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_{cB} - E_{cA} = Fl \Rightarrow V_B = \sqrt{\frac{2Fl}{m}}$$

2.1. Expression de V_M :

$$\Delta E_c = \sum W_{\vec{F}} = \frac{1}{2}mV_M^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = -mgh \text{ avec } h = 2r(1-\cos\theta)$$

$$\Rightarrow V_M = \sqrt{V_B^2 - 2gr(1-\cos\theta)} = \sqrt{\frac{2Fl}{m} - 2gr(1-\cos\theta)}$$



2.2. Expression de R_M

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R}_n = m\vec{a}$$

Par projection sur la normale, on obtient : $-mg\cos\theta + R = m\frac{V_M^2}{r}$ $R = \frac{2Fl}{r} + mg(3\cos\theta - 2)$

3. Expression de F_0

Pour que le solide reste en contact avec la piste :

$$R \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2A}{r} + mg(3\cos\theta - 2) \geq 0$$

Au point E , $\theta_0 = \pi$

$$\frac{2A}{r} + mg(3\cos\theta - 2) \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2A}{r} - 5mg \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2A}{r} \geq 5mg \Rightarrow F \geq \frac{5r.mg}{2l}$$

La valeur minimale de la force : $F_0 = \frac{5rmg}{2l} = \frac{5x1x0,5x9,8}{2x1,5} = 8,17N$

4. Calcul de ΔE_P :

$\Delta Ep = -W_{\vec{p}} = mgh = mgr(1 - \cos\theta)$ $\Delta E_P = 1,47J$

EXERCICE 26

Sur un tremplin de surface parfaitement lisse incliné d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale, un jouet S d'enfant constitué d'une petite voiture en partie cassable initialement au repos au point A, est tiré par une force constante $\vec{F}$, inclinée d'un angle θ par rapport au plan du tremplin.

Ce jouet S a une masse m=100g. (Voir fig2)

On donne cosθ= 0,8 ; AB = 2m ; AC=2,7m.

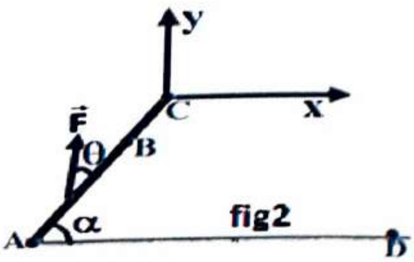


fig2

1. La vitesse atteinte par S au point B après le parcours rectiligne AB est égale à $V_B = 4\ m.s^{-1}$.

1.1. Calculer la valeur de $\vec{F}$.

1.2. Déterminer la nature du mouvement de S sur le trajet AB.

1.3. Au point B, l'action de la force $\vec{F}$ cesse, le solide poursuit son mouvement rectiligne jusqu'au sommet C du tremplin. Déterminer la nature du mouvement de S sur le trajet BC. Calculer la vitesse de S au point C.

2. Le solide quitte le tremplin au point C, origine du repère $(C, \vec{i}, \vec{j})$.

2.1. Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire de S dans le repère $(C, \vec{i}, \vec{j})$. L'instant de passage de S en C est considéré comme origine des dates.

2.2. S atteint le sol au point d'impact D.

2.2.1. Calculer les coordonnées du point D.

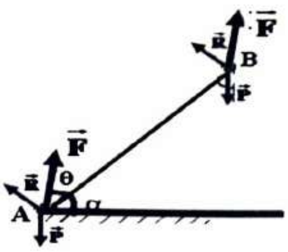
2.2.2. Sachant que le solide est brisé s'il touche le sol avec une vitesse supérieure à 5m/s. Dans quel état se trouve S après la chute.

Bac D 2018 sc

CORRIGE

1.1. Calcul de F :

$$\frac{1}{2}mV_B^2 = -mgAB\sin\alpha + FAB\cos\theta \Rightarrow F = \frac{mV_B^2 + 2mgAB\sin\alpha}{2AB\cos\theta} = 1,125N$$



1.2. Nature du mouvement entre A et B

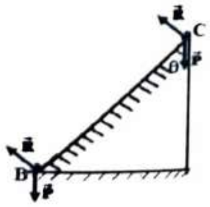
Nature du mouvement : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\vec{a}$

par projection sur $\overrightarrow{AB}$ on obtient : $-P\sin\alpha + F\cos\theta = ma \Rightarrow a = \frac{-P\sin\alpha + F\cos\theta}{m} = 4m/s^2$ m.r.u.v

1.3. Nature du mouvement :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

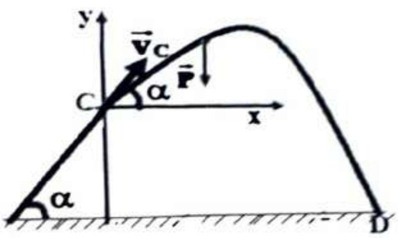
par projection sur $\overrightarrow{AB}$ on obtient : $-P\sin\alpha = ma \Rightarrow a = -g\sin\alpha = -5m/s^2$



Expression de V_C : En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, on obtient :

$$\frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = -mgh \quad \text{avec } h = BC\sin\alpha$$

$$\text{Soit } V_C = \sqrt{V_B^2 - 2gBC\sin\alpha} = 3m/s$$



2.1. Etude du mouvement après C:

Conditions initiales :

$$C\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \quad \vec{V}_C\begin{cases} V_{Cx} = V_C\cos\alpha \\ V_{Cy} = V_C\sin\alpha \end{cases}$$

En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_C\cos\alpha \\ V_y = -gt + V_C\sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{CM}\begin{cases} x = V_C\cos\alpha t \quad (1) \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_C\sin\alpha t \quad (2) \end{cases}$$

L'équation de la trajectoire :(1) donne $t = \frac{x}{V_C\cos\alpha}$ en remplaçant dans (2), on trouve :

$$y = -\frac{g}{2V_C^2\cos^2\alpha}x^2 + x.\tan\alpha \approx -0,74x^2 + 0,58x \quad (3)$$

2.2. 1.Les coordonnées du point D:

Au point D : $y_D = -h = -AC.\sin\alpha = -1,35m$ en remplaçant dans(3), on trouve :

$$-0,74x^2 + 0,58x = -1,35 \Leftrightarrow -0,74x^2 + 0,58x + 1,35 = 0$$

$$\Delta = 0,33 + 4x0,74x1,35 = 3,29 \Leftrightarrow \sqrt{\Delta} = 2,08 \text{ soit } x_D = \frac{-0,58 - 2,08}{2(-0,74)} \approx 1,8m$$

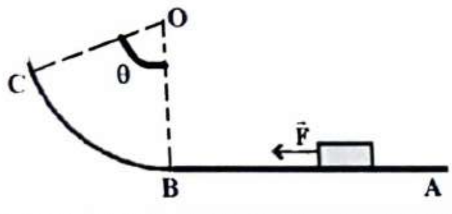
2.2. 2. Calcul de V_D

$$\frac{1}{2}mV_D^2 - \frac{1}{2}mV_C^2 = mgh \quad \text{avec } h = AC\sin\alpha = -y_D = 1,35m$$

$$\text{Soit } V_D = \sqrt{V_C^2 + 2gAC\sin\alpha} = 6m/s$$ Comme $V_D > 5m/s$ le jouet sera brisé

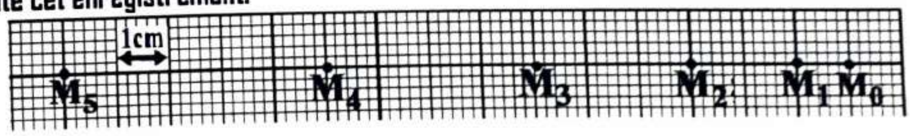
EXERCICE 27

Un solide ponctuel de masse m=500g glisse sur un trajet constitué d'un plan horizontal AB de longueur L=2m et d'un arc de cercle BC de rayon r = 10cm. (fig1)



On enregistre le mouvement de ce solide sur la partie AB pendant des intervalles de temps successifs et égaux θ=50ms.

Le document de la fig2 représente cet enregistrement.



1. Calculer les vitesses aux points M_1, M_2, M_3 et M_4.
2. Calculer les accélérations aux points M_2 et M_3, en déduire la nature de ce mouvement.
3. A l'instant t =0, le solide S quitte le point A sans vitesse initiale sous l'action d'une force $\vec{F}$ constante et parallèle au plan horizontal AB.

3.1. Donner l'énoncé du théorème de l'énergie cinétique.

3.2. Calculer la valeur de la force horizontale $\vec{F}$ sachant que la force de frottement est supposée négligeable.

3.3. Les frottements ne sont plus négligeables et sont supposés équivalents à une force $\vec{f}$ unique parallèle au plan AB et de sens opposé à celui du mouvement. Calculer l'intensité f de cette Exprimer force de frottement $\vec{f}$, si F garde la valeur précédente et si $V_B = 2m/s$.

3.4. Calculer la valeur de la réaction R exercée par le plan AB ainsi que l'angle qu'elle fait avec la normale à ce plan.

4. La force $\vec{F}$ ne s'exerce plus sur le solide lors de son déplacement qui se fait sans frottement sur l'arc $\widehat{BC}$.

4.1. la vitesse V_C au point C en fonction de V_B, r, g et θ. Calculer sa valeur pour θ =60°.

4.2. Exprimer la réaction au point C en fonction de m, V_B, r, g et θ. *Bac C2013 sc*

CORRIGE

1. Calcul des vitesses :

$$V_i = \frac{\overline{M_{i+1}M_{i-1}}}{2t} \quad V_1 = \frac{3.10^{-2}}{2.50.10^{-3}} = 0,3m/s \quad V_2 = \frac{5.10^{-2}}{2.50.10^{-3}} = 0,5m/s \quad V_3 = \frac{7.10^{-2}}{2.50.10^{-3}} = 0,7m/s \quad V_4 = \frac{9.10^{-2}}{2.50.10^{-3}} = 0,9m/s$$

2. Calcul des accélérations :

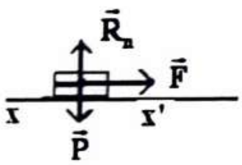
$$a_i = \frac{V_{i+1} - V_{i-1}}{2t} \quad a_2 = \frac{0,7 - 0,3}{2.50.10^{-3}} = 4m/s^2 \quad a_3 = \frac{0,9 - 0,5}{2.50.10^{-3}} = 4m/s^2$$

Comme a est cte le mouvement est rectiligne uniformément varié.

3.1. Enoncé du théorème de l'énergie cinétique :

La variation de l'énergie cinétique d'un mobile entre deux instants est égale à la somme des travaux effectués par toutes les forces entre ces deux instants : $\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}}$

3.2. Calcul de F :

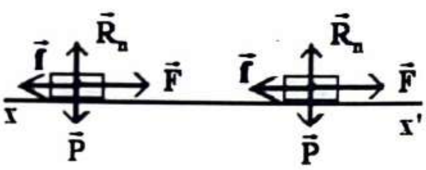


Par application de la R.F.D:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R}_n + \vec{F} = m\vec{a}$$

Par projection sur $\overrightarrow{XX'}$ on obtient : F = ma = 0,5x4 = 2N

3.3. Calcul de f par application du théorème de l'énergie cinétique:



$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_B^2 = W_{\vec{F}} + W_{\vec{f}} + W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}_n}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_B^2 = (F - f)AB \Rightarrow f = F - \frac{mV_B^2}{2AB} = 2 - \frac{0,5x4}{2x2} = 1,5N$$

3.4 Calcul R :

$R = \sqrt{R_n^2 + f^2}$ avec $R_n = mg$ AN : R=5,22N

Calcul de α

$$\tan\beta = \frac{f}{R_n} = 0,3 \Rightarrow \beta = 16,7°$$

4.1 L'expression de V_C :

$\Delta E_c = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_{cC} - E_{cB} = -$ mgh avec h=r(1-cosθ)

$\Rightarrow V_C = \sqrt{V_B^2 - 2gr(1 - \cos\theta)}$ A.N : $V_C = 1,73m/s$

4.2 Expression de R

$$S\vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

Par projection sur la normale, on obtient :

$$-mg\cos\theta + R = m\frac{V_C^2}{r} \quad R_C = m(g\cos\theta + \frac{V_C^2}{r}) = \frac{mV_B^2}{r} + mg(3\cos\theta - 2)$$

EXERCICE 28

Un satellite supposé ponctuel, de masse m, décrit une orbite circulaire d'altitude h_l autour de la Terre assimilée à une sphère de rayon R. On fera l'étude dans le référentiel géocentrique supposé galiléen.

1. Etablir l'expression de l'intensité g du vecteur champ de gravitation à l'altitude h_l en fonction de sa valeur au sol g_0 de R et h_l.
2. Déterminer l'expression de la vitesse V_l du satellite, celle de sa période T_l en fonction g_0 de R_T et h_l et celle de son énergie cinétique E_{Cl} en fonction g_0, m, R et h_l. A.N : h_l=400 km ; g_0=9,81m/s² ; m= 1020kg ; R = 6400km.
3. L'énergie potentielle du satellite dans le champ de gravitation à l'altitude h_l est donnée par la relatio, $E_{Pl} = -\frac{GmM}{(R+h_l)}$

M est la masse de la Terre, G la constante universelle de gravitation.

3.1. Exprimer E_{Pl} en fonction de m, R, g_0 et h_l.

3.2. Donner l'expression de l'énergie mécanique E_{ml} en fonction de m, R, g_0 et h_l.

Comparer cette énergie mécanique à l'énergie cinétique E_{Cl} puis à l'énergie potentielle E_{Pl}.

4. On fournit au satellite un supplément d'énergie $\Delta E = +5.10^8$J, il prend alors une nouvelle orbite circulaire.

Déterminer :

4.1 Sa nouvelle énergie cinétique E_{C2} et sa vitesse V_2.

4.2 Sa nouvelle énergie potentielle E_{P2} et son altitude h_2.

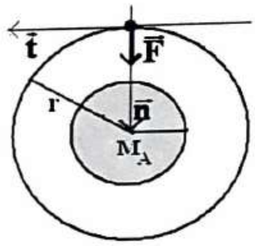
D. OURWA 2014

CORRIGE

1. L'expression de g en fonction de g_0 , R et h_l

L'un des corps est la terre alors F = P

$$P = \frac{GMm}{r^2} \Leftrightarrow g = \frac{GM}{r^2} \quad (1)$$



au niveau du sol r = R et g = g_0 alors $g_0 = \frac{GM}{R^2}$ (2)

les relations (1) et (2) donne $g = \frac{g_0R^2}{(R+h_l)^2}$

2. L'expression de V_l

En appliquant la R.F.D : $\Sigma\vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$

En projetant sur la normale on obtient a_n=P /m avec P=mg

$$P = m.\frac{g_0R^2}{(R+h_l)^2} \text{ et } a_n = \frac{V_l^2}{R+h_l}$$

$$\Rightarrow V_l = R\sqrt{\frac{g_0}{R+h_l}} \quad V_l=7687\text{m/s}$$

$$T_l = 2\pi\frac{r}{V} = \frac{2\pi}{R}\sqrt{\frac{(R+h_l)^3}{g_0}} = 5555\text{s} \qquad E_{Cl} = \frac{1}{2}mV_l^2 = \frac{mR^2g_0}{2(R+h_l)} = 3.10^{10}\text{ J}$$

3.1. L'expression de E_{Pl} en fonction de m, R, g_0 et h_l:

comme $GM = g_0R^2$ alors $E_{Pl} = -\frac{mR^2g_0}{R+h_l}$

3.2. Expression de l'énergie mécanique

$$E_m = E_c + E_p = \frac{mR^2g_0}{2(R+h_l)} - \frac{mR^2g_0}{R+h_l} = -\frac{mR^2g_0}{2(R+h_l)}$$

Comparaison :

$$\frac{E_{m1}}{E_{c1}}=\frac{-\frac{mR^2g_0}{2(R+h_1)}}{\frac{mR^2g_0}{2(R+h_1)}}-1\Rightarrow E_{m1}=-E_{c1}$$

et

$$\frac{E_{m1}}{E_{p1}}=\frac{-\frac{mR^2g_0}{2(R+h_1)}}{-\frac{mR^2g_0}{(R+h_1)}}=\frac{1}{2}\Rightarrow E_{m1}=\frac{E_{p1}}{2}$$

4.1 .Calcul E_{C2}

$$\Delta E=\Delta E_m=-\Delta E_c=-(E_{c2}-E_{c1})\Rightarrow E_{c2}=E_{c1}-\Delta E=E_{c1}-\Delta E\Leftrightarrow E_{c2}=295.10^8\ J$$ Calcul V_2

$$E_{C2}=\frac{1}{2}mV_2^2\Rightarrow=V_2=\sqrt{\frac{2E_{C2}}{m}}=7605\,m/s$$

4.2. Calcul E_{P2}

$$\Delta E=\Delta E_m=E_{m2}-E_{m1}=\frac{E_{p2}-E_{p1}}{2}\Rightarrow E_{p2}=E_{p1}+2\Delta E=2E_{m1}+2\Delta E=-2E_{c1}+2\Delta E$$

$$E_{p2}=2(\Delta E-E_{c1})=-2E_{c2}=-2x295.10^8=-59.10^9\,J$$

Calcul de h_2

$$E_{p2}=-\frac{mR^2g_0}{(R+h_2)}\Rightarrow(R+h_2)=-\frac{mR^2g_0}{E_{P2}}\Rightarrow h_2=-\frac{mR^2g_0}{E_{P2}}-R=546,7km$$

EXERCICE29

On donne : G=6,67 10^{11} S.I ; la période de révolution de la terre autour d'elle-même T=86400 s ; *Rayon de la terre R=6380 km.*

1. Un satellite artificiel S de masse m tourne autour de la terre sur une orbite circulaire à l'altitude Z.

1.1.Donner les caractéristiques de la force gravitationnelle $\vec{F}$ exercée par la terre sur S. Exprimer l'intensité F de la force $\vec{F}$ en fonction de Z, m, G, R et M (masse de la terre).

1.2. Montrer que le mouvement du satellite est uniforme. Exprimer sa vitesse V sur son orbite.

1.3.Donner l'expression de la période T de révolution de S autour de la terre en fonction de G, M et r (rayon de l'orbite du satellite). Montrer que T^2/r^3 est une constante pour tous les satellites de la terre.

2. La lune tourne au tour de la terre sur une orbite circulaire de rayon r= 385000km, sa période est de 27,3 jours. Calculer la masse de la terre.

3. On considère maintenant un satellite géostationnaire.

3.1. Quelle est la particularité de ce satellite.

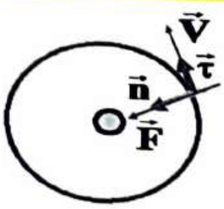
3.2. Exprimer l'altitude Z à la quelle évolue un tel satellite puis la calculer.

Bac D 2018 sn

CORRIGE

1.1. Les caractéristiques de $\vec{F}$

- Direction : la normale
- Sens : centripète
- Origine : le point considéré S



➢ Intensité : $F = \frac{GmM}{(R+Z)^2}$

1.2. Montrons que V = cte

$\sum \vec{F}_{app} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$

Par projection sur la tangente : $0 = ma_t \Leftrightarrow a_t = 0$ donc : v = cste(mu)

Expression de la vitesse V :

Par projection sur la normale :

$F = ma_n \Leftrightarrow \frac{GmM}{r^2} = \frac{mV^2}{r}$ donc : $V = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{GM}{(R+Z)}}$

1.3. Expression de T

$T = \frac{2\pi}{\omega}$ avec $\omega = \frac{V}{r} \Rightarrow T = \frac{2r}{V}\pi = 2\pi r\sqrt{\frac{r}{GM}}$

Montrons le rapport : $\frac{T^2}{r^3} = cte$

$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM} \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = cte$

2. Calcul de M :

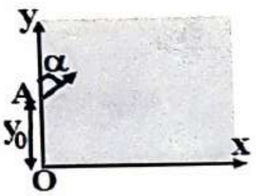
$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi p^2}{GM} \Rightarrow M = \frac{4\pi^2 r^3}{T^2 G}$ A.N : $M = 6,06.10^{24}$ Kg ou $M = 6,15.10^{24}$ Kg si $\pi^2 = 10$

3.1. Un satellite géostationnaire est un satellite qui apparait immobile pour un observateur terrestre.

3.2. Expression de l'altitude Z :

$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \Rightarrow r^3 = \frac{T^2 GM}{4\pi^2} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{T^2 GM}{4\pi^2}} \Leftrightarrow Z = \sqrt[3]{\frac{T^2 GM}{4\pi^2}} - R$ A.N : Z;35932km

EXERCICE 30



1Un champ électrique est créé par un condensateur plan constitué de deux plaques parallèles et horizontales P_1 et P_2 très longues reliées à un générateur de tension constante U=250 V et séparées d'une distance d, comme l'indique la figure ci-contre. Tous les électrons pénètrent dans le champ, supposé uniforme, au point A et sont animés de la même vitesse $\vec{v}_0$ faisant l'angle $\alpha=45°$.

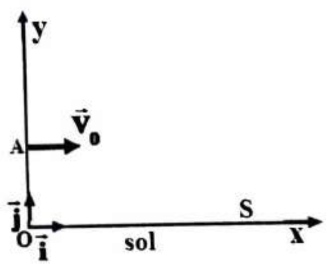
1.1 Montrer, par un calcul, qu'il est légitime de négliger la force de pesanteur par rapport à la force électrique pour l'électron.

1.2 On veut que le faisceau soit dévié vers le bas. Reproduire la figure et représenter (sans souci d'échelle) la force qui s'exerce sur la particule à son entrée dans le champ ainsi que le champ électrique et les signes des plaques.

1.3 Etablir l'expression de l'équation cartésienne de la trajectoire.

1.4 Déterminer la valeur max de y_0 pour que l'électrons ne touche pas la plaque P_1.
A. N : $m=9.10^{-31}$kg ; $v_0 = 1.10^7$ m.s^{-1} ; d=0,04m ; $e=1,6.10^{-19}$C.

1.5 Déterminer l'abscisse du point P d'impact de l'électron sur la plaque inferieure si y_0 prend la valeur calculée précédemment.



2 Une bille homogène de masse m est lancée horizontalement avec une vitesse initiale $v_0 = 14$ m.s^{-1}. A l'instant initial, son altitude par rapport au sol est comme l'indique la figure

2.1 Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire.

2.2 Au moment du lancement, la bille est au point A au dessus du sol. Elle touche le sol au point S. Quelle est la valeur de la distance OA si OS=7, 67m.

3 Dans chaque cas, quelle est l'influence de la masse du corps sur :
- La force subie par ce corps ?
- L'accélération du mouvement ?

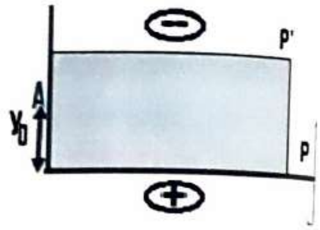
Devoir Excellence 1 2014

CORRIGE

1.1 Vérification

$P=mg= 9.10^{-30}$ N. et $F=eU/d= 1.10^{-15}$ N.

$\frac{F}{P} = \frac{1}{9}.10^{15} \Rightarrow P \ll F$



1.2 Signes des plaques :

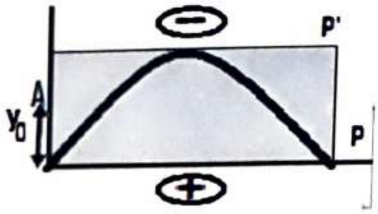
Les ions étant déviés vers le bas (vers la plaque P_2) la force électrique est dirigée vers le bas.

Comme $q < 0$, $\vec{E}$ est opposé à $\vec{F}$ et $\vec{E}$ est dirigé vers les potentiels décroissants c'est-à-dire de la plaque P_2 qui est chargée positivement vers la plaque P_1 qui est chargée négativement.

1.3 Etude du mouvement entre P_1 et P_2 :

- Conditions initiales :

$\overrightarrow{OA}\begin{cases} x_A = x_0 = 0 \\ y_A = y_0 \end{cases}$ et $\vec{V_0}\begin{cases} V_{0x} = V_0\sin\alpha \\ V_{0y} = V_0\cos\alpha \end{cases}$



- Étude dynamique :

Le PFD (Théorème du centre d'inertie) :

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{F}{m} = \end{cases} \quad \vec{V}\begin{cases} V_x = V_0\sin\alpha \\ V_y = -\frac{F}{m}t + V_0\cos\alpha \end{cases} \quad \overrightarrow{OG}\begin{cases} x = (V_0\sin\alpha)t & (1) \\ y = -\frac{F}{2m}t^2 + (V_0\cos\alpha)t + y_0 & (2) \end{cases}$$

L'équation de la trajectoire :

(1) $\Rightarrow t = x / (v_0\sin\alpha)$; en remplaçant t dans (2), on obtient :

$$y = -\frac{F}{2mV_0^2\sin^2\alpha}x^2 + x\cotan\alpha + y_0 \Leftrightarrow y = -11x^2 + x + y_0$$

1.4 L'ordonnée du point S le plus haut de la trajectoire :

D'après la relation indépendante du temps :

$$V_{Sy}^2 - V_{0y}^2 = 2a_y(y_S - y_0) \Rightarrow y_S = \frac{-V_{0y}^2}{2a_y} + y_0 = \frac{-V_0^2\cos^2\alpha}{-2\frac{F}{m}} + y_0 = \frac{mV_0^2\cos^2\alpha}{2F} + y_0$$

Pour que l'électron ne touche pas la plaque P_1 il faut que

$$y_S < d \Leftrightarrow \frac{mV_0^2\cos^2\alpha}{2F} + y_0 < d \Rightarrow y_0 < d - \frac{mV_0^2\cos^2\alpha}{2F}$$

$$y_0 < 4.10^{-2} - \frac{9.10^{-31}.(10^7)^2\frac{1}{2}}{2.10^{-15}} \Leftrightarrow y_0 < 1,75.10^{-2}\,m$$

La valeur max pour que l'électron ne touche pas la plaque P_1 est y_0=1,75cm

1.5 L'abscisse du point d'impact P :

L'ordonnée du point P est nulle

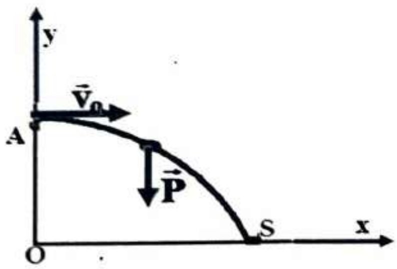
$0 = -11x^2 + x + 1,75.10^{-2}$

$\Delta = 1 + 4x1,75.10^{-2}x11 = 1,77$ soit $x_P = 0,11m$

2.1. Les équations horaires du mouvement

Conditions initiales :

$$A\begin{cases}x_0 = x_A = 0\\ y_0 = y_A\end{cases} \text{ et } \vec{V_0}\begin{cases}V_{0x} = V_0\\ V_{0y} = 0\end{cases}$$



En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\vec{a}\begin{cases}a_x = 0\\ a_y = -g\end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases}V_x = V_0\\ V_y = -gt\end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AM}\begin{cases}x = V_0 t & (1)\\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0 & (2)\end{cases}$$

L'équation de la trajectoire :(1) donne $t = \frac{x}{V_0}$ en remplaçant dans (2), on trouve : $y = -\frac{g}{2V_0^2}x^2 + y_0$ (3)

2.2. L'abscisse du point S : au point $y_S=0$ en remplaçant dans(3),on trouve :

$$0 = -\frac{g}{2V_0^2}x^2 + y_0 \Rightarrow y_0 = \frac{g}{2V_0^2}x^2 = \frac{10}{2x14^2}7,67^2 = 1,5m$$

3. L'influence de la masse :

-sur la force : la masse n'a pas d'influence sur la force électrique car elle est indépendante de la masse par contre le poids est proportionnelle à la masse.

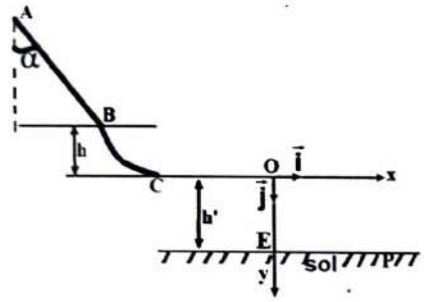
-sur l'accélération : l'accélération du mouvement dans le champ est inversement proportionnelle à la masse par contre l'accélération dans le champ de pesanteur est indépendante de la masse.

EXERCICE 31

1 Un solide S, supposé ponctuel de masse m=200g glisse le long de la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle α par rapport à la verticale.

On donne : cos α=0,4 ; sin α =0,91 ; g=10m/s²

On abandonne le solide S sans vitesse initiale à t= 0 au point A(voir fig).



1.1. En supposant les frottements négligeables, calculer :

1.1.1. L'accélération a du solide S.

1.1.2. La vitesse V_B du solide S au point B sachant que la distance AB=2m.

1.1.3. Le temps mis par le solide S pour parcourir la distance AB.

1.2. On considère que les frottements ne sont pas négligeables et équivalent à une force constante $\vec{f}$ parallèle à la ligne de plus grande pente et de sens contraire au déplacement. La vitesse du solide atteint au point B la valeur V_B=3m /s.

1.2.1. Calculer le travail de $\vec{f}$

1.2.2. Déduire l'intensité de $\vec{f}$

1.2.3. Calculer l'intensité de la réaction du plan incliné sur S.

2 Le solide S aborde la piste BCO avec une vitesse V_B=3m/s. (voir fig).La portion BC est curviligne et CO est horizontale.

La différence de niveau séparant les plans horizontaux passant par B et O est h=0,35m.

Au point O, le solide S quitte la piste pour arriver au sol au point P situé à une hauteur h'=OE=1m en dessous du plan passant par O.

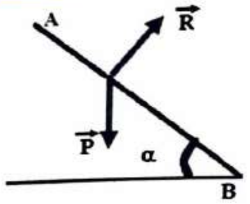
2.1 Calculer la vitesse de S au point O sachant que les frottements sont négligeables sur la piste BCO.

2.2 Déterminer l'équation de la trajectoire du mouvement de chute de S dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

2.3 Calculer la vitesse de S à son arrivée en P.

Bac D 2014sc

CORRIGE



1.1.1 L'expression de l'accélération a si f est négligeable:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

par projection sur $\overline{OA}$ on obtient : $P\cos\alpha = ma$

$a = g\cos\alpha = cte \Rightarrow$ m.r.u.v

1.1.2 Calcul de la vitesse au point B

$$\Leftrightarrow V_B = \sqrt{2aAB} = \sqrt{2x4x2} = 4m/s$$

1.1.3 Calcul du temps mis :

$$x = 1/2\ at^2\ t = \sqrt{\frac{2x}{a}} = 1s$$

1.2.1. Calcul de

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{f}} + \underbrace{W_{\vec{R}}}_{0} \Rightarrow W_{\vec{f}} = \frac{1}{2}mV_B^2 - mgAB\cos\alpha = -0,7J$$

1.2.2. Calcul de f :

$$W_{\vec{f}} = -fxAB \Rightarrow f = -\frac{W_{\vec{f}}}{AB} = 0,35N$$

1.2.3. Calcul de la réaction :

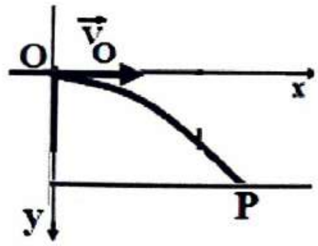
$$R = \sqrt{f^2 + R_n^2}$$

Avec $R_n = mg\sin\alpha$ soit R=1,85N

2.1. Calcul de la vitesse au point O :

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_{CO} - E_{CB} = W_{\vec{P}}$$

$$\frac{1}{2}mV_O^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = mgh \Rightarrow V_O = \sqrt{V_B^2 + 2hg} = 4m/s$$



2.2. Etude du mouvement après O

Conditions initiales :

$$O\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \quad \vec{V}_0\begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$$

En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_0 \\ V_y = gt \end{cases} \Rightarrow \overline{OM}\begin{cases} x = V_0 & (1) \\ y = \frac{1}{2}gt^2 & (2) \end{cases}$$

L'équation de la trajectoire $t = \frac{x}{V_0}$

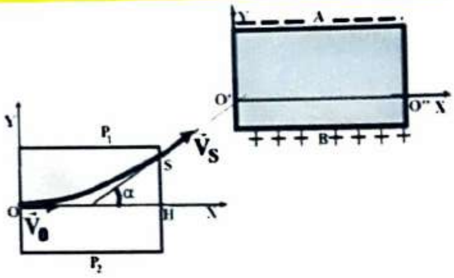
On remplace t dans y et on trouve $y = \frac{g}{2V_0^2}x^2$

2.3. Calcul de V_P :

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_{CP} - E_{CO} = W_{\vec{P}}$$

$$\frac{1}{2}mV_P^2 - \frac{1}{2}mV_O^2 = mgh' \Rightarrow V_P = \sqrt{V_O^2 + 2gh'} = 6m/s$$

EXERCICE 32



1. On étudie d'abord la déviation d'un faisceau d'électrons par des plaques déflectrices P_1 et P_2 horizontales dans un tube cathodique où règne le vide. Les électrons pénètrent en O entre les plaques P_1 et P_2 à la vitesse $\vec{V}_0$ et ressortent en S. Le point O est à la même distance d_0=3cm des deux plaques et $V_0=10^7 m.s^{-1}$.

1.1. On établit entre les plaques la tension $U_{P1P2}=U_0$=600V

Déterminer la direction, le sens et l'intensité du champ $\vec{E}$ supposé uniforme qui règne entre les plaques.

1.2. Donner les caractéristiques (direction, sens et intensité) de la force électrostatique $\vec{F}$ qui agit sur l'électron.

- la comparer à son poids et conclure.
- justifier le sens de la déviation observée.

1.3. L'axe x'Ox pénètre dans le champ électrostatique en O et en H ; sachant que la ddp entre O et H est nulle. Calculer la ddp V_S-V_H si HS=1,3cm. En déduire la valeur de la ddp V_O-V_S.

1.4. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique montrer que la vitesse acquise par l'électron à la sortie par S est $V_S=1{,}2.10^7$m/s puis en déduire l'angle α que fait ce vecteur avec l'horizontale.

1.5 .Déterminer la nature du mouvement entre S et O'.

2. Le mouvement du faisceau d'électrons est maintenant étudié lorsqu'il pénètre après sa sortie du premier champ entre les plaques horizontales A et B d'un condensateur à la vitesse de valeur V_S dont la direction fait l'angle α avec l'horizontale. La longueur de l'armature est l= 10 cm ; la distance les séparant est d = 4 cm ; la tension entre les armatures est U.

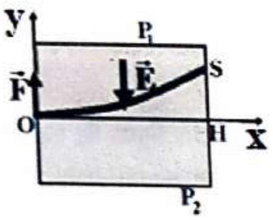
2.1. Etablir les équations horaires du mouvement entre les armatures du condensateur et établir l'expression de l'équation de la trajectoire entre les armatures du condensateur dans le repère (O' ;X ;Y).

2.2. Déterminer la valeur de U pour que le faisceau sorte des armatures au point O''.

$m_e=9{,}1.10^{-31}$ Kg; q= - e= - $1{,}6.10^{-19}$ C ; g=10m/s²

CORRIGE

1.1 .Déterminons la direction, le sens et l'intensité du champ $\vec{E}$ supposé uniforme qui règne entre les plaques



- Direction : verticale car plaques horizontales
- Sens : De P_1 vers P_2 car $V_{P1} > V_{P2}$ parce que $U_{P1P2}>0$
- L'intensité du champ $E=\frac{U_0}{d}=\frac{U_0}{2d_0}=10^4$ V/m

1.2. Les caractéristiques de $\vec{F}$

-Direction : verticale car $\vec{F}//\vec{E}$

-Sens : De P_2 vers P_1 car q <0

-Norme :F=eE=$1.6.10^{-19}$x10^4 ; F=$1.6.10^{-15}$ N

- comparaison avec le poids

$\frac{F}{P}=\frac{1{,}6.10^{-15}}{9{,}1.10^{-30}}=1{,}76.10^{14} \Rightarrow P \ll F$ Conclusion : on peut négliger le poids devant F.

- Justification du sens de la déviation :

Les électrons sont attirés par la plaque positive (P_1) car deux corps de signes contraires s'attirent d'où la déviation se fera vers le haut.

1.3. Comme la ddp entre O et H est nulle (Vo- V_H=0) :

- Calcul V_S-V_H

V_S-V_H = E.SH=10^4 x$1{,}3.10^{-2}$ ⇔ V_S-V_H =130V

- Déduction de Vo-V_S

Vo-V_S =(Vo- V_H)+(V_H- V_S)=0- 130

Donc Vo-V_S =-130V

1.4. Calculons la vitesse V_S

Par application du théorème de l'énergie cinétique entre S et O

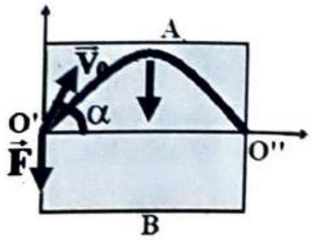
$$\Delta E_C = \sum W_{\vec F} \Leftrightarrow E_{CS} - E_{CO} = W_{\vec F} = \frac{1}{2}mV_S^2 - \frac{1}{2}mV_O^2 = Fx(HS) \Rightarrow V_S = \sqrt{\frac{2Fx(HS)}{m} + V_O^2} = 1,2.10^7\ m/s$$

Calcul de l'angle α

$$\cos\alpha = \frac{V_O}{V_S} = 0,83 \Rightarrow \alpha = 33,6°$$

1.5. la nature du mouvement entre S et O'.

$$\sum \vec F = m\vec a \Leftrightarrow \vec 0 = m\vec a \Rightarrow \vec a = \vec 0 \Rightarrow m.r.u$$



2.1. Etude du mouvement entre A et B :

- Conditions initiales $O'\begin{cases} x_{O'} = x_O = 0 \\ y_{O'} = y_O = 0 \end{cases}$ et $\vec V_S \begin{cases} V_{S_x} = V_S\cos\alpha \\ V_{S_y} = V_S\sin\alpha \end{cases}$

$$\sum \vec F = m\vec a \Leftrightarrow \vec F = m\vec a \Rightarrow \vec a = \frac{\vec F}{m}$$

$$\vec a \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{F}{m} = \end{cases} \Rightarrow \vec V \begin{cases} V_x = V_S\cos\alpha \\ V_y = -\frac{F}{m}t + V_S\sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \vec{O'G} \begin{cases} x = (V_S\cos\alpha)t & (1) \\ y = -\frac{F}{2m}t^2 + (V_S\sin\alpha)t & (2) \end{cases}$$

L'équation de la trajectoire :

(1) $\Rightarrow t = x / (v_S\cos\alpha)$; en remplaçant t dans (2), on obtient :

$$y = -\frac{F}{2mV_S^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha = -\frac{eU}{2mdV_S^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$$

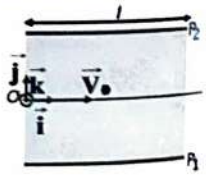
2.2. Calcul de U pour que l'électron sorte par le point O''

$$0 = -\frac{eU}{2mdV_S^2\cos^2\alpha}l^2 + l\tan\alpha \Leftrightarrow \frac{eU}{2mdV_S^2\cos^2\alpha}l = \tan\alpha$$

$$\Rightarrow U = \frac{mdV_S^2\sin2\alpha}{el} = \frac{9,1.10^{-31} x 4.10^{-2} x (1,2.10^7)^2 \sin67,2}{1,6.10^{-19} x 10^{-1}} = 302V$$

EXERCICE 33

Un faisceau homocinétique de particules de charge positive q, de masse m, pénètre dans une chambre à vide par un petit trou O avec la vitesse $\vec V_0$ (voir figure).



1. Dans une première expérience on crée dans la chambre un champ électrique uniforme $\vec E = E\vec j$

1.1. Etablir l'équation de la trajectoire. Représenter son allure.

1.2. Soit $\vec V_1$ La vitesse des particules à la sortie du champ $\vec E$. Déterminer les coordonnées de $\vec V_1$.

En déduire l'expression de $\tan\alpha_1$ en fonction de q, m, E, l et V_0 (α_1 étant la déviation angulaire subie par les particules).

1.3. Exprimer le quotient $\frac{q}{mV_0^2}$ en fonction de E, l et α_1 (α_1 petit).

2. Dans une 2ème expérience on crée dans la chambre un champ magnétique uniforme d'intensité B tel que $\vec B = B\vec k$

2.1. Montrer que chaque particule décrit un arc de cercle $s = \widehat{OM}$ de rayon r selon un mouvement uniforme. Représenter l'allure de la trajectoire.

2.2. La déviation angulaire α_2 est suffisamment petite pour dire que $s = l$

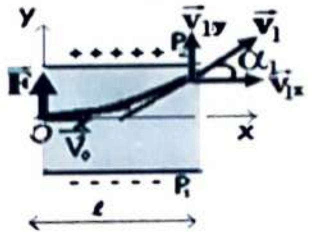
Exprimer alors le quotient $\frac{q}{mV_0}$ en fonction de α_2, B et l.

Calculer V_0 puis la charge massique $\frac{q}{m}$ d'une particule.

Bac D 2017 sc

CORRIGE

1.1. Conditions initiales :



$$O\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases} \text{ et } \vec{V_0}\begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \\ V_{0z} = 0 \end{cases}$$

Le PFD (Théorème du centre d'inertie) :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \dfrac{F}{m} \\ a_z = 0 \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_0 \\ V_y = \dfrac{F}{m}t \\ V_z = 0 \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OG}\begin{cases} x = V_0 t & (1) \\ y = \dfrac{F}{2m}t^2 & (2) \\ z = 0 \text{ pas de mvt} \end{cases}$$

Donc le mouvement s'effectue dans le plan $(O; \vec{i}; \vec{j})$

L'équation de la trajectoire :

(1) $\Rightarrow$ $t = x / v_0$; en remplaçant t dans (2), on obtient :

$$y = \frac{F}{2mV_0^2}x^2 \Leftrightarrow y = \frac{qE}{2mV_0^2}x^2$$

La trajectoire est une parabole.

1.2. Les coordonnées de $\vec{V_1}$

$$\vec{V_1}\begin{cases} V_{1x} = V_0 \\ V_{1y} = \dfrac{F}{m}t \end{cases} \Leftrightarrow \vec{V_1}\begin{cases} V_{1x} = V_0 \\ V_{1y} = \dfrac{qEl}{mV_0} \end{cases}$$

Déduction de la déviation angulaire

$$\tan\alpha_1 = \frac{V_{1y}}{V_{1x}} = \frac{\frac{qEl}{mV_0}}{V_0} = \frac{qEl}{mV_0^2}$$

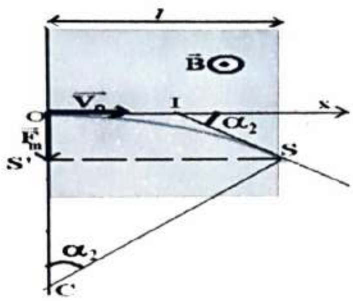
1.3. Expression de $\dfrac{q}{mV_0^2}$ en fonction de E, l et α_1

$$\tan\alpha_1 = \frac{qEl}{mV_0^2} \Rightarrow \frac{q}{mV_0^2} = \frac{\tan\alpha_1}{El} \Leftrightarrow \frac{q}{mV_0^2} = \frac{\alpha_1}{El} \quad (1) \text{ car } \alpha_1 \text{ est petit}$$

2.1. Nature du mouvement dans le champ magnétique

La seule force qui s'exerce est la force de Lorentz :

$\vec{F} = q\vec{V_0} \wedge \vec{B}$ car le poids est négligeable.



La RFD permet d'écrire $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

- On projette sur la tangente $\vec{t}$.

$0 = ma_t$ L'accélération tangentielle est donc nulle

$$\Rightarrow a_t = \frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow V = Cste \quad \Rightarrow \text{ le mouvement est uniforme}$$

- En projetant sur la normale, on trouve $qV_0B = \dfrac{mV_0^2}{r} \Rightarrow r = \dfrac{mV_0}{qB} = cte$

$\Rightarrow$ le mouvement est circulaire. En définitif le mouvement est circulaire uniforme.

2.2. Expression de α_2.

$$\sin\alpha_2 \approx \tan\alpha_2 \approx \alpha_2 = \frac{l}{r}$$

$$\frac{q}{mV_0} = \frac{\alpha_2}{lB} \quad (2)$$

3. Calcul de V_0:

$$\frac{①}{②} \Leftrightarrow \frac{\frac{q}{mV_0^2}}{\frac{q}{mV_0}} = \frac{\frac{\alpha_1}{El}}{\frac{\alpha_2}{lB}} = \frac{B\alpha_1}{\alpha_2 E} \Rightarrow V_0 = \frac{E\alpha_2}{B\alpha_1} = \frac{E}{B} = 5.10^5\,m/s$$

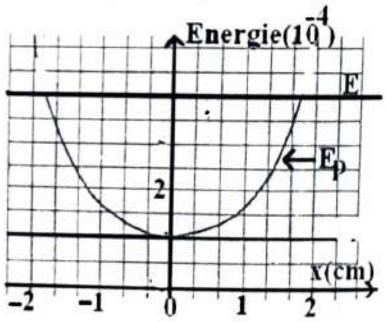
Calcul de $\frac{q}{m}$:

$$\frac{q}{m} = \frac{V_0\alpha_2}{lB} = 1,2.10^7\,C/kg$$

EXERCICE34

Un pendule élastique est constitué d'un solide S de masse m et d'un ressort de raideur K. La figure donne les variations des énergies mécanique E et potentielle E_P du système (solide, ressort, terre) en fonction de l'abscisse x du centre d'inertie G du solide dans le repère $(O, \vec{i})$.

La position d'équilibre du solide coïncide avec l'origine O du repère et le plan horizontal passant par O est pris comme plan de référence de l'énergie potentielle de pesanteur du système.



1. Trouver l'équation différentielle du mouvement.
2. Etablir l'expression de l'énergie potentielle du système en fonction de K, x et x_0 où x_0 est l'allongement à l'équilibre.
3. L'énergie mécanique est-elle conservée au cours des oscillations?
4. Trouver l'expression de l'énergie mécanique du système en fonction de K, x_m et x_0 où x_m est l'amplitude des oscillations.
5. En se basant sur la courbe. Déterminer l'amplitude, la raideur K du ressort et son allongement initial x_0.

6. 1. Montrer que l'énergie cinétique E_C du solide peut être exprimée en fonction de K, x_m et x.

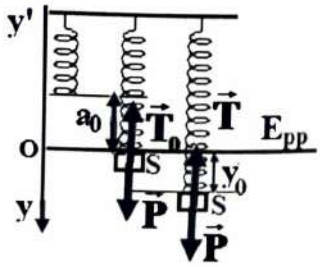
6.2. Quelle est sa valeur pour x=0 et $x= -x_m$.

6.3. Tracer dans le même repère d'axes l'allure de la courbe $E_C=f(x)$.

7. Sachant que la période est $T=0,2\pi s$; déterminer les vitesses du pendule x=1cm.

CORRIGE

1 .Etude de l'équilibre :



A l'équilibre : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0}$ $P - T_0 = 0 \Leftrightarrow P - Kx_0 = 0$

2. Nature du mouvement.

$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

En projetant suivant l'axe x'x :

$P - T = ma \Leftrightarrow P - K(x_0 + x) = ma \Leftrightarrow -kx = ma \Rightarrow a + \frac{K}{m}x = 0$

C'est l'équation différentielle caractérisant un mouvement rectiligne sinusoïdal

3.1. Expression de l'énergie potentielle

$E_p = E_{pp} + E_{pe}$ avec $E_{pp} = -mgx$ et $E_{pe} = \frac{1}{2}K(x_0 + x)^2$

En remplaçant, on obtient : $E_p = \frac{1}{2}K(x_0^2 + x^2)$

3. Montrons que l'énergie est cte

$\Delta E_m = \sum W_{f_{ext}} = 0 \Leftrightarrow E_m - E_0 = 0 \Leftrightarrow E_m = E_0 = cte$

4. L'Expression de l'énergie mécanique E_m en fonction de K, x_m et x_0 :

$$E_m = E_C + E_p = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}K(x_0^2 + x^2) = \frac{1}{2}mw^2(x_m^2 - x^2) + \frac{1}{2}K(x_0^2 + x^2) \text{ or } \omega^2 = \frac{K}{m}$$

soit $E_m = \frac{1}{2}K(x_m^2 + x_0^2)$

5. Détermination de x_m, K et x_0 :

A partir de la courbe $x_m \approx 1,75$cm

Si $x = 0 \Rightarrow E_{P0} = \frac{1}{2}Kx_0^2$

Si $x = x_m \Rightarrow E_{Pmax} = \frac{1}{2}K(x_0^2 + x_m^2)$

D'après la courbe

$$\begin{cases} \frac{1}{2}Kx_0^2 = 10^{-4} \\ \frac{1}{2}K(x_0^2 + x_m^2) = 4.10^{-4} \end{cases}$$ ce qui donne $x_0 = 10^{-2}$ m et K = 2N/m

6. 1. L'expression de E_C en fonction de K, x et x_m

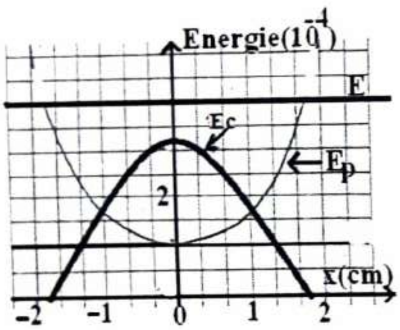
$$E_C = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}mw^2(x_m^2 - x^2) \text{ or } \omega^2 = \frac{K}{m} \text{ soit } E_C = \frac{1}{2}K(x_m^2 - x^2)$$

6.2. Les valeurs de E_C

Pour x=0, $E_C=1/2Kx^2_m=3,065.10^{-4}$J

Pour $x=x_m$, $E_C=0$

6.3. L'allure de la courbe $E_C=f(x)$ voir schéma ci-contre :



7. Calcul de V si x= 1cm

$E_C = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}K(x_m^2 - x^2)$

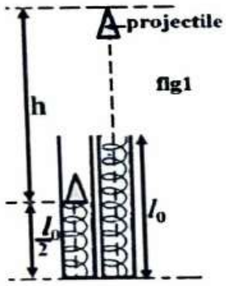
$$\Rightarrow V = \pm\omega\sqrt{(x_m^2 - x^2)} = \pm\frac{2\pi}{T}\sqrt{(x_m^2 - x^2)} = 0,14m/s$$

EXERCICE 35

Les questions 1 et 2 sont indépendantes

1. Un jouet d'enfant est constitué par un canon à ressort dirigé verticalement. Ce canon lance de petits projectiles de masses m=25g chacun.

La longueur du ressort à vide est l_0 = 10cm. Le ressort a une raideur K telle qu'une force de 1N provoque un raccourcissement de 5mm. Pour lancer le projectile, on comprime le ressort de $l_0/2$ et on l'abandonne à lui-même fig1. La position pour la quelle le ressort est au maximum de compression est prise comme état de référence pour l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp}.



On négligera toutes les forces de frottement et on prendra g=10m/s².

1.1. Calculer l'énergie potentielle élastique E_{Pe} du système (projectile + ressort) lorsque le ressort est au maximum de sa compression.

1.2. Déterminer la vitesse V du projectile à la sortie du canon.

1.3. Déterminer en utilisant la conservation de l'énergie mécanique, l'altitude maximale h atteinte par le projectile.

2. Au ressort précédent on suspend une masse de 100g (voir fig2) ; on tire la masse de 4cm vers le bas puis on l'abandonne sans vitesse initiale à t=0.

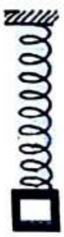


fig2

2.1. Trouver l'équation différentielle du mouvement.

2.2. Déterminer l'équation horaire du mouvement.

2.3. Calculer la période du mouvement et en déduire sa fréquence. *Bac D 2015sc*

CORRIGE

1.1 Calcul de l'énergie potentielle élastique $E_{P_e} = \frac{1}{2}Kx^2$ avec $x = \frac{l_0}{2}$ d'où $Epe = \frac{Kl_0^2}{8} = 0,25J$

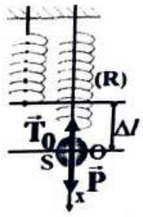
1.2 La vitesse à la sortie du canon :

$$\Delta E_C = \sum W_F \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV^2 = -mgh + \frac{1}{2}Kx^2 \text{ avec } h = x = \frac{l_0}{2} \Rightarrow V = \sqrt{-gl_0 + \frac{Kl_0^2}{2m}} = 6,24m/s$$

1.3 Calcul de l'altitude max

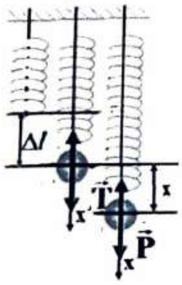
$\Delta E_m = cte \Leftrightarrow E_m = E_0$

$\frac{1}{2}K\frac{l_0^2}{4} = -mgh$ avec $h = \frac{Kl_0^2}{8mg} \Rightarrow h = 1m$



2.1 Etude de l'équilibre :

A l'équilibre : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0} \Leftrightarrow P - T_0 = 0$



Nature du mouvement.

$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

En projetant suivant l'axe x'x

$P - T = ma \Leftrightarrow P - K(\Delta l + x) = ma \quad \Leftrightarrow -kx = ma \Rightarrow a + \frac{K}{m}x = 0$

C'est l'équation différentielle caractérisant un mouvement rectiligne sinusoïdal de pulsation

$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{200}{0,025}} = 10\sqrt{20}rad/s$

2.2 L'équation horaire du mouvement :

$x = x_m\cos(\omega t + \varphi)$

La pulsation : $\omega = 10\sqrt{20}rad/s$ et l'amplitude x_m=4cm.

Calcul de la phase initial φ

$\cos\varphi = \frac{x_0}{x_m} = 1 \Rightarrow \varphi = 0$

D'où l'équation horaire : $x = 4.10^{-2}\cos(10\sqrt{20}\,t)$

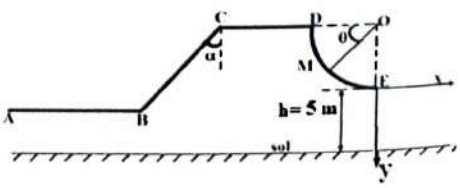
2.3 Calcul de la période et de la fréquence

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\sqrt{20}} = 0,14s \Rightarrow N = \frac{1}{T} = 7Hz$

$V = \pm\omega\sqrt{x_m^2 - x^2} = \pm\frac{2\pi}{T}\sqrt{x_m^2 - x^2} = \pm\frac{2\pi}{0,2\pi}\sqrt{x_m^2 - x^2} \approx \pm 1,5.10^{-1}m/s$

EXERCICE 36

On néglige les frottements et on prendra g=10m/s²



Un skieur de masse totale m=80kg aborde une piste verglacée A, B, C, D et E. (voir fig).

Dans cet EXERCICE le skieur sera assimilé à un point matériel confondu avec son centre d'inertie G.

1 Partant sans vitesse du point A il est poussé sur le parcours AB par une force $\vec{F}$ parallèle à la piste pour arriver en B avec une vitesse $\vec{V}_B$.

Cette vitesse $\vec{V}_B$ lui permet d'atteindre le point C. AB=ℓ=20m; BC=ℓ'=40m; g=10m/s² et α=60°.

1.1 Calculer la valeur de la vitesse $\vec{V}_B$ pour laquelle le skieur arrive en C avec une vitesse nulle.

1.2 Calculer alors la valeur supposée constante de la force $\vec{F}$.

1.3 Déterminer la nature du mouvement du skieur entre B et C sachant que $\vec{F}$ ne s'exerce qu'entre A et B.

2. En arrivant en C le skieur s'aide de ses bâtons pour repartir sur CD, horizontale, et acquérir au point D une vitesse de valeur V_D=10m/s avec la quelle il entame le tronçon circulaire $\widehat{DE}$ de rayon r=OD=OE=2,2m.

2.1 .Exprimer:

2.1.1. La valeur V_M de la vitesse du skieur au point M en fonction de V_D, r, g et de l'angle θ et en déduire sa valeur au point E.

2.1.2. La valeur R de la réaction exercée par la piste sur le skieur au point M en fonction de m, V_D, r, g et de l'angle θ.

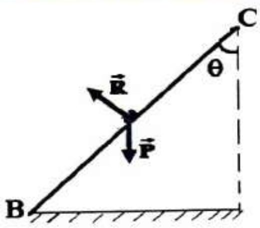
2.2. Le skieur quitte la piste au point E pour arriver au point P situé sur le sol.

2.2.1. Calculer l'équation de la trajectoire dans le repère (E, x, y).

2.2.2. Calculer l'abscisse du point P de chute. *Bac D 2016 sn*

CORRIGE

1.1. Calcul de la vitesse V_B .

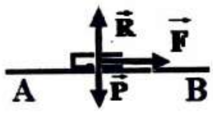


$$\frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = -mgBC\cos\theta \Rightarrow V_B = \sqrt{-2gBC\cos\theta} = 20m/s$$

1.2. Calcul de F :

$$\frac{1}{2}mV_B^2 = FAB \Rightarrow F = \frac{mV_B^2}{2AB} = 800N$$

1.3. Nature du mouvement entre B et C

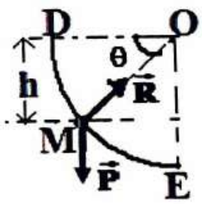


Nature du mouvement : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$

par projection sur $\overrightarrow{AB}$ on obtient : $-P\cos\alpha = ma \Rightarrow a = -g\cos\alpha$ m.r.u.v

2.1.1. Expression de V_M En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, on obtient :

$\frac{1}{2}mV_M^2 - \frac{1}{2}mV_D^2 = mgh$ avec $h = r\sin\alpha$ et soit $V_M = \sqrt{V_D^2 + 2gr\sin\theta}$



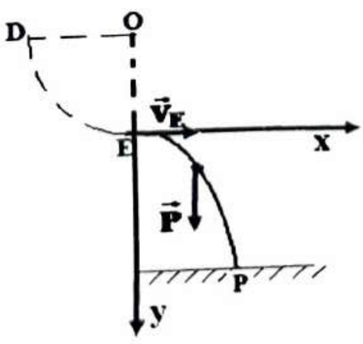
Au point E : $V_E = \sqrt{V_D^2 + 2gr}$ car $\theta_E = \frac{\pi}{2}$ soit $V_E = 12m/s$

2.1.2. Expression de la réaction.

En appliquant la R.F.D, on obtient : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Par projection sur la normale on trouve $-P\sin\alpha + R = ma_n$ avec $a_n = \frac{V_M^2}{r}$ soit $R = 3mg\sin\theta + \frac{mV_D^2}{r}$

2.2.1. Etude du mouvement après E :



Conditions initiales : $E\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$ $\vec{V}_E \begin{cases} V_{Ex} = V_E \\ V_{Ey} = 0 \end{cases}$

En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

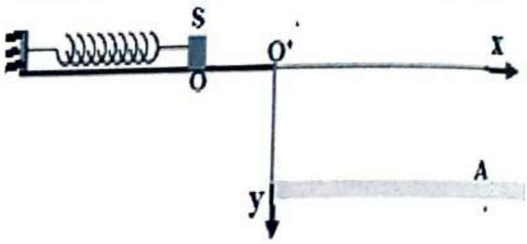
$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_E \\ V_y = gt \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{EM}\begin{cases} x = V_E t & (1) \\ y = \frac{1}{2}gt^2 & (2) \end{cases}$$

L'équation de la trajectoire :(1) donne $t = \frac{x}{V_E}$ en remplaçant dans (2), on trouve : $y = \frac{g}{2V_E^2}x^2 = 0,035x^2$ (3)

2.2.2. L'abscisse du point P : au point y_P=h en remplaçant dans(3),on trouve :

$x_P = V_E\sqrt{2\frac{y_P}{g}}$ avec $y_P = h = 5m$ A.N : x_P=12m

EXERCICE 37



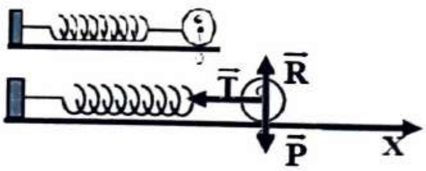
On considère un ressort à spires non jointives de masse négligeable et de raideur K=50N/m.Le ressort est placé sur une table horizontale.
On fixe l'une des extrémités du ressort et on accroche à son autre extrémité un solide ponctuel S de masse m=500g.
A l'instant t=0, on déplace le solide de sa position d'équilibre d'une distance x_0 =2cm et on lui communique une vitesse $V_0 = \frac{\sqrt{3}}{5}m/s$.

1.1. Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement du centre d'inertie du solide.
1.2. Déterminer l'équation horaire du mouvement.Quelle est la vitesse au passage par la position d'équilibre dans le sens positif ?
1.3. Exprimer l'énergie mécanique de cet oscillateur et montrer qu'elle est constante. Retrouver la valeur maximale de la vitesse du mobile en utilisant le principe de la conservation de l'énergie mécanique.
2. Le solide se détache du ressort au passage par la position d'équilibre O dans le sens positif et continue son mouvement sur la table pour la quitter au point O'et atteindre le point A au sol situé 5 cm plus bas (voir figure).
L'instant de passage de S en O' est considéré comme origine des dates.
2.1. Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire de S dans le repère (O', x, y) .
2.2. Trouver les coordonnées du point A.
2.3. Calculer les composantes du vecteurvitesse $\vec{V}_A$ au point A ;en déduire son module puis préciser l'angleβ qu'il fait avec la verticale passant par A *Les frottements sont négligeables.* Bac D 2019 s n

CORRIGE

1.1. L'équation différentielle :

$\sum\vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P}+\vec{T}+\vec{R} = m\vec{a}$



En projetant suivant l'axe Ox :

$-T = ma \Leftrightarrow -kx = ma \Rightarrow a + \frac{K}{m}x = 0$

C'est l'équation différentielle caractérisant un mouvement rectiligne sinusoïdal de pulsation $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$

1.2. L'équation horaire du mouvement :

$x = x_m\cos(\omega t + \varphi)$

La valeur de la pulsation

$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{50}{0,5}} = 10rad/s$

Conditions initiales : $\begin{cases} x_0 = x_m\cos\varphi & (1) \\ V_0 = -x_m\omega\sin\varphi & (2) \end{cases}$

à t = 0 $x_0 = 2.10^{-2}m$ et $V_0 = \frac{\sqrt{3}}{5}m/s$

$V^2 = \omega^2(x_m^2 - x_0^2) \Leftrightarrow x_m = \sqrt{\frac{V^2}{\omega^2} + x_0^2} = 4.10^{-2}m$

Calcul de la phase initial φ

$(1) \Rightarrow \cos\varphi = \frac{x_0}{x_m} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3}$

D'où l'équation horaire : $x = 4.10^{-2}\cos(10t - \frac{\pi}{3})$

$V_{max} = x_m\omega = 0,4 m/s$

1.3. L'expression de l'énergie mécanique :

$$E_m = E_c + E_{pp} + E_{pe} \text{ or } E_{pp} = 0; \quad E_c = \frac{1}{2}mV^2; \quad E_{pe} = \frac{1}{2}Kx^2 \text{ soit } E_m = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}Kx^2$$

Montrons que E=cte

$$E_m = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}m\omega^2(x_m^2 - x^2) + \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}K(x_m^2 - x^2) + \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}Kx_m^2 = cte$$

Si $x = 0$ alors $E_{pe} = 0$ et $E_{m1} = E_{cmax} = \frac{1}{2}mV_{max}^2$

Si $x = x_m$ alors $E_C = 0$ et $E_{m2} = E_{pmax} = \frac{1}{2}Kx_{max}^2$;

Comme l'énergie mécanique est constante alors lorsque

$$E_{m1} = E_{m2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_{max}^2 = \frac{1}{2}Kx_{max}^2 \Leftrightarrow V_{max} = \sqrt{\frac{K}{m}}x_{max} = \omega x_{max}$$

2.1. Le bilan des forces :

La seule force exercée est le poids :

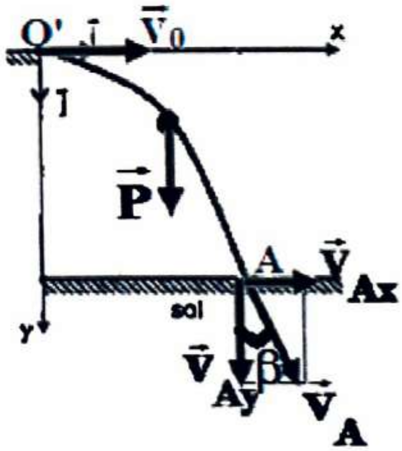
Conditions initiales :

$$O'\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \qquad \vec{V}_0\begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$$

En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_0 \\ V_y = gt \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{O'M}\begin{cases} x = V_0 t & (1) \\ y = \frac{1}{2}gt^2 & (2) \end{cases}$$



L'équation de la trajectoire

$(1) \Rightarrow t = \frac{x}{V_0}$ On remplace t dans y, il vient : $y = \frac{g}{2V_0^2}x^2 = 31,25x^2$

2.2. Les coordonnées de A :

$y_A = 0,05$ et $\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow x_A = \sqrt{\frac{2V_0^2 y_A}{g}} = \sqrt{\frac{2x0,4^2x0,05}{10}} = 0,04m$

A(0,04 ;0,05)

2.3. Les composantes de $\vec{V}_A$

$$\vec{V}_A\begin{cases} V_{Ax} = V_0 = 0,4m/s \\ V_{Ay} = gt_A = g\frac{x_A}{V_0} = 1m/s \end{cases} \Rightarrow V_A = \sqrt{V_{Ax}^2 + V_{Ay}^2} = 1,077 \approx 1,1m/s$$

$\tan\beta = \frac{V_{Ax}}{V_{Ay}} = 0,4 \Rightarrow \beta = 21,8°$

EXERCICE 38

Le lanceur européen Ariane a été conçu pour placer en orbite géostationnaire des satellites.
Un satellite S supposé ponctuel de masse m évolue autour de la terre de masse M assimilée à une sphère homogène de centre O et de rayon R. L'étude sera effectuée dans le référentiel géocentrique considéré comme galiléen.
On notera r la distance OS entre le centre O de la terre et la position S du satellite et on introduira le vecteur unitaire $\vec{u}$ dirigé de O vers S.

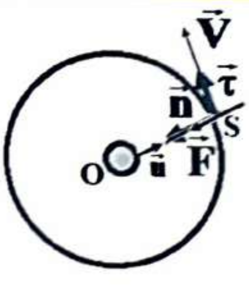
1.1. Exprimer le vecteur force d'attraction gravitationnelle $\vec{F}$ qu'exerce la terre sur le satellite en fonction de la constante de gravitation universelle G, M, m, r et le vecteur unitaire $\vec{u}$.
1.2. Montrer que le mouvement du satellite sur une orbite circulaire de rayon r est uniforme. Un schéma permettant de visualiser les vecteurs force, vitesse, accélération et le vecteur unitaire utilisé est exigé.
1.3.Etablir l'expression de la vitesse V du satellite sur la trajectoire circulaire de rayon r ainsi que celle de la période de révolution T autour de la terre en fonction de G, M, et r.
2.1. Qu'est-ce qu'un satellite géostationnaire? Dans quel plan se trouve l'orbite du satellite géostationnaire.
2.2. Calculer la valeur du rayon r_2 de l'orbite de ce satellite géostationnaire.
3. Il serait très onéreux de propulser la fusée porteuse directement jusqu'à l'orbite géostationnaire : on procède donc par transfert d'orbites. Le satellite est d'abord placé sur une orbite basse de rayon r_1 puis mené vers l'orbite géostationnaire de rayon r_2 à l'aide des moteurs propulseurs. Entre les deux orbites circulaires le satellite emprunte une orbite de transfert elliptique.
3.1. Exprimer l'énergie cinétique E_c du satellite sur une orbite circulaire de rayon r en fonction de G, M, m et r.
3.2. On donne l'expression de l'énergie potentielle gravitationnelle pour le satellite situé à une distance r du centre de la terre, en choisissant l'origine de l'énergie potentielle à l'infini. $E_p(r) = -\dfrac{GmM}{r}$. Exprimer l'énergie mécanique E_m du satellite sur une orbite circulaire de rayon r en fonction de G, M, m et r.
3.3. Exprimer successivement l'énergie mécanique E_m et l'énergie potentielle E_p en fonction de l'énergie cinétique E_c sur cette même orbite.
3.4. Exprimer l'énergie W fournie par les moteurs pour que le satellite passe de l'orbite basse de rayon r_1 à l'orbite géostationnaire de rayon r_2 en fonction de G, M, m, r_1 et r_2. Calculer W.
Données: $M= 6.10^{24}$ kg ; R = 6380 km ; m= 1000 kg ; .r_1=6700 km ;
$G= 6,67.10^{-11}\ m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}$.durée d'un jour T: $T^2 =(24\ h)^2 = 7,5.10^9\ s^2$; $\pi^2 =10$

Bac C 2014sc

CORRIGE

1.1 Expression de la force

$$\vec{F} = -\frac{GmM}{r^2}\vec{u}$$



1.2 Montrons que la vitesse est constante :
En appliquant la R.F.D : $\Sigma\vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$
En projetant sur la tangente on obtient :
(voir schéma) $a_t = 0 \Rightarrow v = cte \Rightarrow$ mouvement uniforme

1.3 En projetant sur la normale on obtient $F=ma_n$ et $a_n = \dfrac{V^2}{r} \Leftrightarrow \dfrac{GmM}{r^2} = \dfrac{V^2}{r}$

- Expression de V

$$V = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

- Déduction de l'Expression de T:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ avec } \omega = \frac{V}{r} \text{ On a } T = \frac{2\pi r}{V} \text{ or } V = \sqrt{\frac{GM}{r}} \text{ soit } T = 2\pi r\sqrt{\frac{GM}{r}}$$

2.1. Le satellite est géostationnaire s'il parait fixe pour un observateur terrestre. Le plan du satellite géostationnaire est le plan de l'équateur.

2.2 L'expression du rayon de l'orbite :

A partir de l'expression de la période T, on tire :

$r_2 = \sqrt[3]{\frac{T^2 GM}{4\pi^2}}$ AN : $r_2 = 4{,}2.10^7 m$

3.1. Expression de l'Énergie cinétique

$$E_c = \frac{1}{2} mV^2 \text{ avec } V^2 = \frac{GM}{r} \Rightarrow E_c = \frac{mGM}{2r}$$

3.2 Expression de l'Énergie mécanique :

$$E_m = E_c + E_p = \frac{mGM}{2r} - \frac{GMm}{r} = -\frac{mGM}{2r} = -E_c$$

3.3 Expression de l'Énergie potentielle :

$E_p = -\frac{mGM}{r} = -2E_c$ $E_p = -m\,GM / r = -2E_c$.

3.4 Expression de l'Énergie $W = E_m(2) - E_m(1)$

L'énergie mécanique $E_m(1)$: $E_m(1) = -\frac{mGM}{2r_1}$.

L'énergie mécanique $E_m(2)$:

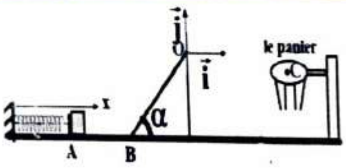
$$E_m(2) = -\frac{mGM}{2r_2} \text{ D'où } W = E_m(2) - E_m(1) = -\frac{mGM}{2r_2} + \frac{mGM}{2r_1} = \frac{mGM}{2}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

L'application numérique donne: $W = 2{,}5\ 10^{10}$ J.

EXERCICE 39

On négligera tous les frottements.

On considère un jouet d'enfant dont le schéma est représenté ci-dessous. Le jeu consiste à propulser par l'intermédiaire d'un ressort de raideur K un palet de masse m de sorte à l'envoyer dans un panier assimilable à un point C.



Le guide ABO sur lequel glisse le palet est situé dans un plan vertical. La partie AB est rectiligne et horizontale, tandis que BO également rectiligne est inclinée d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale. A.N : $g = 10\ m/s^2$; m = 40g ; BO = ℓ = 50 cm ; k = 100N/m.

1.1. Etablir dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, l'équation cartésienne de la trajectoire du palet, assimilé à son centre d'inertie G, après avoir quitté la piste en O. On prendra pour origine des dates, l'instant de passage en O.

1.2. Calculer la vitesse V_0 avec laquelle le palet quitte le point O, pour traverser le panier au point C tel que $C\begin{pmatrix} x_C = 0{,}5 \\ y_C = -0{,}1265 \end{pmatrix}$

1.3. On donne $V_0 = 2$ m/s, calculer la vitesse V_B avec laquelle le palet a abordé le plan incliné en B.

2. Calculer le raccourcissement $\Delta\ell$ du ressort pour que le palet puisse être envoyé dans le panier en appliquant la conservation de l'énergie mécanique entre les points A et B.

3. On fixe maintenant le palet au ressort. Soit G_0 la position de son centre d'inertie à l'équilibre. On tire sur le ressort pour l'allonger de x_0= 4 cm et on le lâche sans vitesse initiale à un instant pris comme origine des dates.

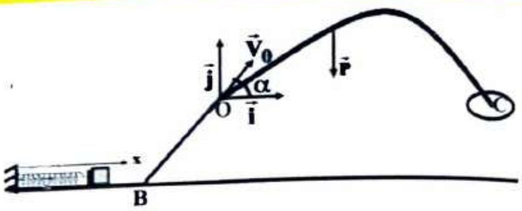
3.1. Etablir l'équation différentielle caractérisant le mouvement de l'oscillateur

3.2. Ecrire l'équation horaire du mouvement.

4.1 Pour une position x quelconque donner l'expression de l'énergie mécanique du système (ressort-solide S) en fonction de K, m, x et V. Donner cette expression en fonction de K et x_0.

4.2 Montrer que l'énergie cinétique du solide peut s'écrire sous la forme : $Ec = 50(x_0^2 - x^2)$.

CORRIGE



1.1 Etude du mouvement :

Conditions initiales :

$$O\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \quad \vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0\cos\alpha \\ V_{0y} = V_0\sin\alpha \end{cases}$$

En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_0\cos\alpha \\ V_y = -gt + V_0\sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \vec{OM}\begin{cases} x = V_0\cos\alpha t & (1) \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0\sin\alpha t & (2) \end{cases}$$

L'équation de la trajectoire

$$(1) \Rightarrow t = \frac{x}{V_0\cos\alpha} \quad \text{On remplace t dans y}$$

$$y = -\frac{g}{2V_0^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$$

1.2 Calcul de V_0

La trajectoire passe par C alors les coordonnées de C vérifie l'équation de la trajectoire :

$$-0,1265 = -\frac{10}{2V_0^2\frac{3}{4}}0,5^2 + 0,58.0,5 \Leftrightarrow V_0 = 2m/s$$

1.3 Calcul de V_B

En appliquant le théorème

$$DE_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_{CO} - E_{CB} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{f}} + \underbrace{W_{\vec{R}}}_{0}$$

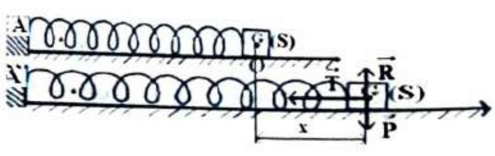
$$\frac{1}{2}mV_0^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = -mgx\sin\alpha \Rightarrow V_B = \sqrt{V_0^2 + mgOB\sin\alpha} = 3m/s$$

2 Calcul de Δl

Au point B on a $E_{m1} = \frac{1}{2}mV_B^2$

Au point A on a $E_{m2} = \frac{1}{2}K\Delta l^2$ L'énergie mécanique du système étant conservée

$$\frac{1}{2}mV_B^2 = \frac{1}{2}K\Delta l^2 \Rightarrow \Delta l = V_B\sqrt{\frac{K}{m}} = 0,03m$$



3.1 Nature du mouvement.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$$

En projetant suivant l'axe Ax :

$$-T = ma \Leftrightarrow -kx = ma \Rightarrow a + \frac{K}{m}x = 0$$

C'est l'équation différentielle caractérisant un mouvement rectiligne sinusoïdal de pulsation $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$

3.2 L'équation horaire du mouvement : $x = x_m\cos(\omega t + \varphi)$

La valeur de la pulsation

$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0{,}04}} = 50 rad/s$ Conditions initiales : $\begin{cases} x_0 = x_m \cos\varphi & (1) \\ V_0 = -x_m \omega \sin\varphi & (2) \end{cases}$

à $t = 0$ $x_0 = 4.10^{-2} m$ et $V_0 = 0$

$V_0^2 = \omega^2 (x_m^2 - x_0^2) \Leftrightarrow x_m = x_0 = 4.10^{-2} m$

Calcul de la phase initial φ

$(1) \Rightarrow \cos\varphi = \frac{x_0}{x_m} = 1 \Leftrightarrow \varphi = 0$

D'où l'équation horaire : $x = 4.10^{-2} \cos(50t)$

4.1L'expression de l'énergie mécanique :

$E_m = E_{pp} + E_c + E_{pe}$ or $E_{pp} = 0; E_c = \frac{1}{2} mV^2; E_{pe} = \frac{1}{2} Kx^2$ soit $E_m = \frac{1}{2} mV^2 + \frac{1}{2} Kx^2$ (1)

Comme l'énergie mécanique est toujours constante alors lorsque $x = x_0$, la vitesse est nulle et l'énergie mécanique devient :

$E_m = \frac{1}{2} Kx_0^2$ (2)

4.2. L'expression de E_c :

En égalisant les relations (1) et (2) on obtient:

$E_p + E_c = \frac{1}{2} Kx_0^2 \Rightarrow E_c = \frac{1}{2} Kx_0^2 - E_p = \frac{1}{2} Kx_0^2 - \frac{1}{2} Kx^2 = \frac{1}{2} K(x_0^2 - x^2) = 50(x_0^2 - x^2)$

Fondamental

Fondamentalement, il faut retenir que:

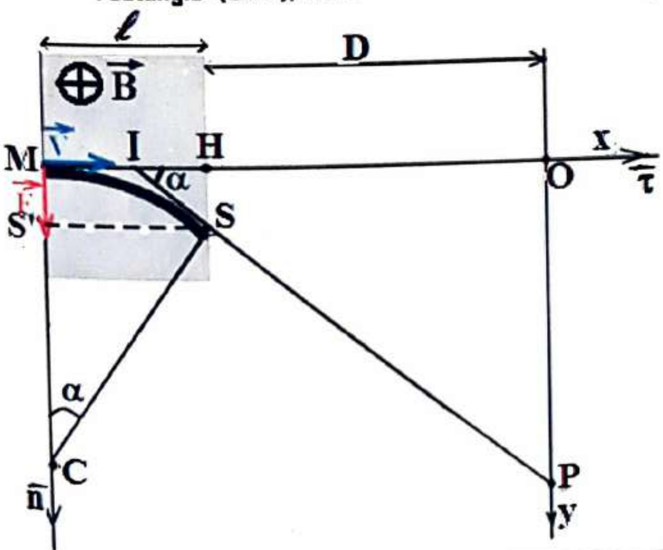
Action d'un champ magnétique sur une particule chargée

- Lorsqu'une particule de charge q pénètre avec la vitesse $\vec{V}$ dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, elle subit une force $\vec{F}$ de Lorentz $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ dont l'intensité est

  $$F = |q|.V.B.|\sin(\widehat{\vec{V},\vec{B}})|$$

  $$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

- Lorsque q=0 ou $\vec{B} = \vec{0}$ ou $\vec{V} = \vec{0}$ ou $\vec{B} // \vec{V}$ alors F=0
- Lorsque $\vec{B} \perp \vec{V}$ alors $F = |q|VB$
- La puissance de la force de Lorentz est nulle car $\vec{B}.\vec{V} = 0$ son travail l'est également alors l'énergie cinétique est conservée
- La particule chargée entrant dans un champ magnétique avec une vitesse perpendiculaire au champ décrit dans un plan perpendiculaire au champ un mouvement circulaire et uniforme (m.c.u) dont la trajectoire a pour rayon $r = \frac{mV}{|q|B}$.
- La déviation angulaire α est l'angle formé par les tangentes à la trajectoire aux points d'entrée M et de sortie S. Dans le triangle rectangle (SS'C), on a :



Fondamentalement il faut savoir:

- Déterminer le sens de la force de Lorentz
- Déterminer la nature du mouvement
- Calculer les déviations angulaire et linéaire
- Séparer les isotopes à l'aide du spectrographe de masse

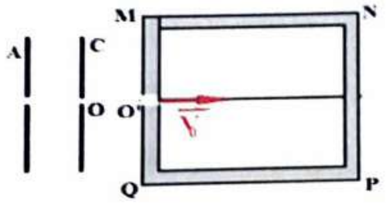
$\sin\alpha = \frac{SS'}{CS} = \frac{l}{r}$ • La déviation linéaire OP est la distance verticale correspondante sur l'écran à la déviation angulaire. Dans le triangle rectangle (I,O,P), on a : $\tan\alpha = \frac{OP}{IO} \Rightarrow OP = IO\tan\alpha = (IH + HO)\tan\alpha$ Si α est petit et si $l << D$ où D est la distance normale entre le point de sortie S et l'écran, nous aurons : $OP = D.\alpha = D.\frac{l}{r}$	

EXERCICE 1

Dans tout l'EXERCICE on néglige le poids de l'électron devant les autres forces. Les électrons se déplacent dans une enceinte où règne le vide.

1. Des électrons sont accélérés entre deux plaques A et C par une tension $U = 2560$ V.
Les électrons, au repos en A, traversent la plaque C percée d'un trou O avec une vitesse V

1.1. Sur un schéma, indiquer la direction et le sens du champ électrique existant entre les plaque A et C.



1.2. Exprimer la vitesse V des électrons en fonction de la charge élémentaire e, de la masse m d'un électron et de U. Calculer V.
Données numériques : $e = 1{,}6.10^{-19}$ C $m = 9{,}1.10^{-31}$ kg

2. Au delà de C, les électrons pénètrent en O' dans une zone de champ magnétique uniforme de valeur B, dont la trace sur le schéma est un carré MNPQ de 12 cm de coté (OO' est perpendiculaire à MQ et O' est le milieu de MQ) le vecteur $\vec{B}$ est perpendiculaire au plan de la figure.

2.1. Avec la convention habituelle indiquer le sens du champ magnétique qui produit une déviation de la trajectoire des électrons vers le haut.

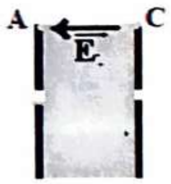
2.2. Montrer que le mouvement des électrons est uniforme et circulaire dans la zone de champ magnétique. Etablir l'expression du rayon de la trajectoire en fonction de m, e, B et v

2.3. Quelle valeur minimale faut-il donner à B pour que les électrons décrivent un demi-cercle. Dans ces conditions quel est le temps mis par un électron pour parcourir le demi-cercle qui amène les électrons en M ?

3. La valeur de B est maintenant égale à 1mT. Les électrons sortent de la zone de champ magnétique entre N et P. Calculer l'angle α qui caractérise la déviation angulaire de la trajectoire des électrons. *Bac C 98 sc.*

CORRIGE

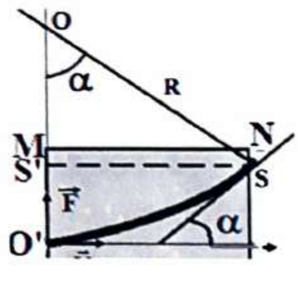
1.1. Voir Schéma ci-contre



1.2. Expression de la vitesse V :

$\frac{1}{2} mV^2 = eU \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$ A.N : $V = 3.10^7$ m/s

2.1. Le sens de $\vec{B}$: $\vec{B}$ est sortant



2.2. Nature du mouvement : La seule force qui s'exerce est la force de Lorentz :

$\vec{F} = -e\vec{v} \wedge \vec{B}$

La RFD permet d'écrire $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{-e\vec{v} \wedge \vec{B}}{m}$

A tout instant, on a : $\vec{a} \perp \vec{v}$.

- L'accélération tangentielle est donc nulle $\Rightarrow dV/dt = 0 \Rightarrow V = Cte \Rightarrow$ le mouvement est uniforme
- En projetant sur la normale, on trouve $eVB = mV^2/R \Rightarrow R = mV/eB = Cte \Rightarrow$ le mouvement est circulaire.

En définitif le mouvement est circulaire uniforme.

2.3. Les électrons décrivent un demi-cercle ssi $2R \le MO'$

$2mV/eB \le MO' \Rightarrow B \ge 2mV/e.O'M$ donc $B \ge 5{,}7$mT

Le temps de parcours est :

$t = \frac{x}{V} = \frac{\pi r}{V} = \frac{\pi(O'M)}{2V} = \pi.10^{-9}$ s où x est la moitié de la circonférence.

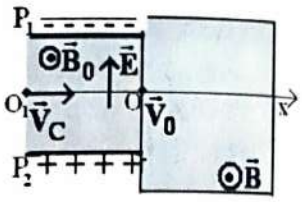
Ou bien $t = \frac{T}{2} = \frac{2\pi}{2\omega} = \frac{r\pi}{V} = \pi.10^{-9}$ s

3. Les perpendiculaires aux tangentes aux points d'entrée et de sortie permettent de déterminer le centre du cercle et la déviation α.

Soit $\sin\alpha = (MN)/R = eB.(MN)/mV \Rightarrow \alpha = 44{,}7°$

EXERCICE 2

Des ions potassium $^{A_1}_{19}K^+$ et $^{A_2}_{19}K^+$ pénètrent par l'ouverture O_1 suivant l'axe O_1x avec la vitesse $\vec{V}_C$ (voir fig).Ils passent entre deux plaques parallèles P_1 et P_2 distante de d et qui permettent d'obtenir un champ électrique $\vec{E}$ crée par une tension $U = V_{P_2} - V_{P_1}$.



Dans toute la région où règne le champ électrique $\vec{E}$, on produit également un champ magnétique uniforme $\vec{B}_0$ perpendiculaire à $\vec{E}$ et à O_1x.

1 Montrer que les ions dont la vitesse est $V_C = \dfrac{E}{B_0}$ ne sont pas déviés et sortent par l'ouverture O. Calculer V_C pour

$B_0 = 10^{-1}$ T; d = 5cm et U = 500V.

2 Les ions $^{A_1}_{19}K^+$ de masse m_1 et de charge q sortent du trou O à l'origine des dates avec la vitesse $\vec{V}_0$ en pénétrant dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de la figure et d'intensité B=0,5T(voir fig).
Le mouvement de l'ion est supposé dans le vide et sa vitesse $\vec{V}_0$ d'entrée dans le champ magnétique a pour module $V_0=10^5$ m/s.

2.1 Déterminer les caractéristiques de la force magnétique $\vec{F}$ exercée en O sur l'ion. Comparer l'intensité F de cette force à celle du poids de l'ion. Que peut-on conclure.
On donne : $A_1=39$; $e=1,6.10^{-19}C$; $m_p=1,67.10^{-27}kg$.

2.2 En appliquant la R.F.D à l'ion à une date t quelconque, montrer que le vecteur accélération est à tout instant perpendiculaire au vecteur vitesse. En déduire que le module du vecteur vitesse reste constant au cours du mouvement.

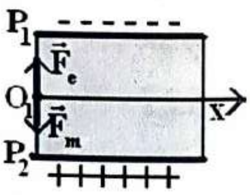
2.3 Exprimer, à une date t quelconque, le rayon r de la trajectoire de l'ion en fonction de m, B, V_0 et e. Calculer r. Que peut-on dire quant à la nature du mouvement de l'ion ?

Bac D 2008 sn

CORRIGE

1. Les ions étant soumis à deux forces magnétique et électrique de sens opposés, pour qu'ils sortent par le trou O, leur mouvement doit être rectiligne uniforme.

$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$



En projetant sur Ox, on obtient : $0 = ma \Rightarrow a = 0 \Rightarrow$ m.r.u $F_m=F_e \Leftrightarrow$

$|q|V_C B_0 = |q|E \Rightarrow V_C = \dfrac{E}{B_0}$

Calcul de V_C : $V_C = \dfrac{E}{B_0} = \dfrac{U}{B_0 d} = 10^5$ m/s

2.1 Les caractéristiques de $\vec{F}$

$\vec{F}$
- Origine : le point O
- Direction : $\vec{F} \perp \vec{V}_0$ et $\vec{F} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{F}$ est verticale
- Sens : D'après la règle de la main droite
  $\vec{F}$ est dirigée vers le bas
- Module : $F = qV_0B = 8.10^{-15}$ N

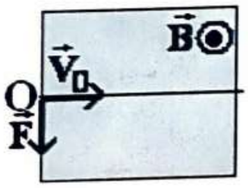
Comparaison entre F et P :

$\dfrac{F}{P} = 1,23.10^{10}$

F étant très grande devant le poids P, ce dernier est négligeable.

2.2 Montrons que $\vec{a}$ est à tout instant perpendiculaire à $\vec{V} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$

$\vec{a}$ est colinéaire à $\vec{F}$ et comme $\vec{F} \perp \vec{V}$ alors $\vec{a} \perp \vec{V}$ à tout instant.



Comme $\vec{a} \perp \vec{V}$ alors $a_t = \frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow V = cte$

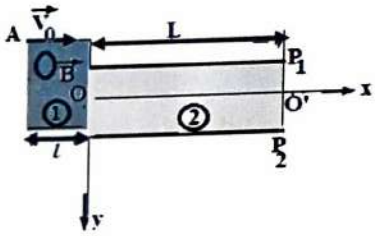
2.3 Expression de r en fonction de m, B, V_0 et e :

Comme $a_n = \frac{V^2}{r} = \frac{F}{m} = \frac{qVB}{m} \Rightarrow r = \frac{mV}{qB}$ or q=e

soit $r = \frac{mV}{eB}$ A.N : $r \approx 8.10^{-2}$m Comme r et V sont constants, le mouvement est circulaire uniforme

EXERCICE 3

1 Un proton de charge q pénètre au point A dans la région ① de largeur l où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ avec la vitesse horizontale $\vec{V}_0$



1.1. Déterminer le sens de $\vec{B}$ pour que le proton sorte du champ magnétique au point O. (faire un schéma clair).

1.2. Montrer que le mouvement du proton est un mouvement circulaire uniforme et donner l'expression du rayon R de la trajectoire.

1.3. Placer sur le schéma l'angle de déviation angulaire α et calculer sa valeur.

1.4. Préciser les caractéristiques du vecteur vitesse au point de sortie O.

2. A la sortie de la région①, le proton pénètre dans la région ②où règne un champ électrique uniforme $\vec{E}$ qui existe entre deux plaques P_1 et P_2 distantes de d et de longueur L.

2.1 .Déterminer le signe de la tension $U=V_{P1}-V_{P2}$ pour que le proton passe par le point O'.

2.2. Etablir l'équation de la trajectoire du mouvement du proton dans la région②.

2.3. Trouver les coordonnées du point le plus bas C de la trajectoire sachant que le proton n'atteint pas la plaque P_2.

On donne : $V_0 = 10^6$ m/s; B = 0,2 T; E= 10^5 V/m; l= 2,6 cm ; $m_p = 1{,}67.10^{-27}$ kg ; e = $1{,}6.10^{-19}$ C. *Bac D 2003 sn*

CORRIGE

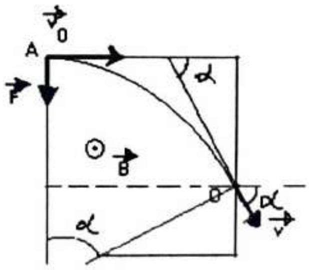
1.1. Pour que le proton sorte du champ au point O, il faut que $\vec{F}$ soit dirigé vers le bas $\vec{B}$ soit sortant⊙ d'après la règle de l'observateur d'Ampère.

1.2. Nature du mouvement du proton dans le champ magnétique : En appliquant la relation fondamentale de la dynamique, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

En projetant suivant la tangente on obtient : $a_t=0 \Rightarrow v=cte$ donc mouvement uniforme.

En projetant suivant la normale on obtient : $a_n=F/m$ mouvement circulaire uniforme.



Expression du rayon de la trajectoire :

on a : $a_n=v_0^2/R$ et $F= ev_0B \Rightarrow R= mv_0/eB$

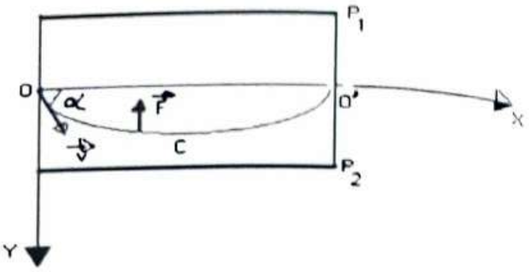
1.3. Voir schéma précédent :

Calcul de la valeur de l'angle de déviation angulaire α :

$\sin\alpha = l/R = elB/mv_0$ A.N : $\alpha = 30°$

1.4. Les caractéristiques de la vitesse au point de sortie O :

- Origine : le point O.
- Direction : la tangente au point O faisant l'angle α avec l'horizontale.
- Sens : du haut vers le bas.
- Module : $v = v_0 = 10^6$m/s



2.1. Pour que le proton passe par le point O' il faut que la force électrique $\vec{F}$ soit dirigée vers le haut et comme $q > 0$ $\vec{E}$ doit être orienté vers P_1 qui est alors chargée négativement d'où $U = V_{P1} - V_{P2} < 0$

2.2. En appliquant la relation fondamentale de la dynamique, on obtient : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$

En projetant suivant l'axe Ox on obtient :

$a_x = 0$, $v_x = v_0\cos\alpha$ et $x = (v_0\cos\alpha)t$ (1)

En projetant suivant l'axe Oy :

$a_y = -eE/m$, $v_y = -(eE/m)t + v_0\sin\alpha$ et

$y = -\frac{1}{2}(eE/m)t^2 + (v_0\sin\alpha)t$ (2)

(1)$\Rightarrow t = x/(v_0\cos\alpha)$; en remplaçant t dans (2), on obtient :

$y = -\frac{1}{2}(eE/m\, v_0^2\cos^2\alpha)\, x^2 + (\tan\alpha)x$

2.3 Les coordonnées du point C le plus bas de la trajectoire :

Au point C :

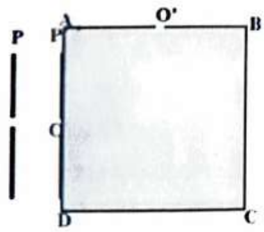
$v_y = 0 \Rightarrow t_C = mv_0\sin\alpha/eE$ soit : $x_C = (v_0\cos\alpha)t_C$ A.N : $x_C = 4{,}5$cm

$y_C = -\frac{1}{2}(eE/m\, v_0^2\cos^2\alpha)\, x_C^2 + (\tan\alpha)x_C$ A.N: $y_C = 1{,}3$cm

EXERCICE 4

Les particules se propagent dans le vide et on néglige leur poids devant les autres forces.

1 Des ions $^{24}Mg^{2+}$ produits dans une chambre d'ionisation pénètrent sans vitesse dans un accélérateur constitué de deux plaques métalliques P et P' entre lesquelles est appliquée une tension électrique réglable $U = V_P - V_{P'}$ (voir fig).



1.1 Déterminer le signe de la tension U pour que les ions soient accélérées de P vers P'.

1.2 Etablir l'expression de la vitesse de l'ion à son passage par le point O en fonction de m, e et U. la calculer.

2 A la sortie de l'accélérateur les ions passent dans un champ magnétique $\vec{B}$, perpendiculaire au plan de la figure, crée dans une zone carrée ABCD de coté a. Les ions pénètrent dans cette zone au point O milieu de AD.

2.1 Déterminer le sens du champ magnétique $\vec{B}$ pour que les ions soient déviés vers le haut.

2.2 Montrer que le mouvement, dans le champ magnétique, des ions est uniforme et circulaire. Déterminer l'expression du rayon de la trajectoire en fonction de e, U, B et m. Calculer sa valeur.

2.3 Calculer la valeur de la déviation angulaire α.

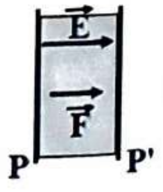
3 Calculer la valeur U' de la tension pour que les ions sortent par le trou O' après avoir décrit un quart de cercle de rayon AO=AO'.

4 A quelle valeur U'' faut-il régler la tension entre les plaques P et P' pour faire sortir dans les mêmes conditions par la fente O' des ions $^{23}Mg^{2+}$ isotopes de $^{24}Mg^{2+}$

Données : $a = 5$cm ; $B = 0{,}2$T ; $U = 5000$V. $e = 1{,}6.10^{-19}$C, $m_p = 1{,}67.10^{-27}$kg. *Bac D 2011 sn*

CORRIGE

1.1 Le signe de $U = V_P - V_{P'}$:



Les ions se déplacent de P vers P' sous l'action de la force électrique $\vec{F}$. Comme $q > 0$ le champ électrique $\vec{E}$ est dirigé de P vers P' c'est-à-dire que $V_{P'} < 0$ et $V_P > 0$

donc $U = V_P - V_{P'} > 0$

1.2 Expression de la vitesse V_0 :

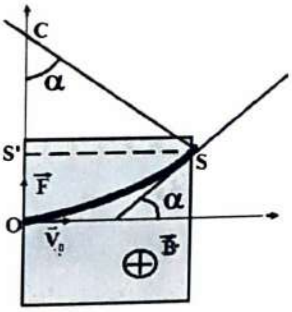
$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_0^2 = qU \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{4eU}{m}}$ A.N : $V = 2{,}8.10^5$ m/s

2.1 Le sens de $\vec{B}$:

Les ions étant déviés vers le haut ; la règle de la main droite montre que $\vec{B}$ est rentrant.

2.2 Nature du mouvement :

La seule force qui s'exerce est la force de Lorentz



La RFD permet d'écrire $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

- En projetant sur la tangente :

$0 = ma_t \Leftrightarrow a_t = 0 \Rightarrow dV/dt = 0 \Rightarrow V = Cste$

$\Rightarrow$ le mouvement est uniforme

- En projetant sur la normale, on trouve :

$$qVB = \frac{mV_0^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mV_0}{qB} = cte$$

$\Rightarrow$ le mouvement est circulaire. En définitif le mouvement est circulaire uniforme.

- L'expression du rayon $r = \dfrac{mV_0}{qB} = \dfrac{m\sqrt{\dfrac{2qU}{m}}}{qB} = \dfrac{1}{B}\sqrt{\dfrac{2mU}{q}} = \dfrac{1}{B}\sqrt{\dfrac{mU}{e}}$ Soit $r = 17,7.10^{-2}$ m.

2.3 Calcul de la déviation angulaire a :

$\sin\alpha = a/r$ soit $\alpha = 16,4°$

3 Calcul de la tension U' pour que les ions ${}^{24}Mg^{2+}$ de masse m décrivent un quart de cercle de rayon r' = a/2:

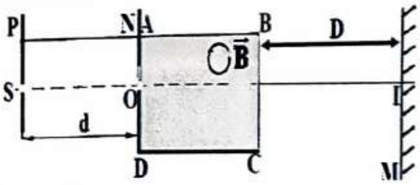
$$r'^2 = \frac{mU'}{eB^2} \Rightarrow U' = \frac{r'^2eB^2}{m} \text{ Soit } U' \approx 100V.$$

4 Calcul de la tension U' pour que les ions ${}^{23}Mg^{2+}$ de masse m' décrivent un quart de cercle de rayon r' = a/2:

$$r'^2 = \frac{m'U''}{eB^2} \Rightarrow U'' = \frac{r'^2eB^2}{m'} \quad \text{Soit} U'' \approx 104V.$$

EXERCICE 5

On ne tiendra pas compte de la pesanteur.



1. On considère deux plaques P et N, conductrices, parallèles, verticales et distantes de d =10 cm. La tension entre ces plaques est $U = V_P - V_N = 6.10^4$ V. Une source émet des ions argent Ag^+, avec une vitesse nulle, au travers d'une fente S placée dans la plaque P.

1.1 Quelle est la nature du mouvement d'un ion Ag^+ de masse m entre les deux plaques?

1.2 Quelle est l'expression littérale de la vitesse de ces ions à leur arrivée en O, sur la plaque N?

1.3 L'argent est un mélange de 2 isotopes ${}^{107}Ag^+$ et ${}^{109}Ag^+$.

Calculer numériquement la vitesse de chaque isotope à son arrivée en O.

On donne: Masse d'un proton = $1,67 .10^{-27}$kg ; $e = 1,6.10^{-19}$C.

2 Les ions Ag^+ traversent en O la plaque N par une fente et sont alors soumis à un champ magnétique uniforme, de vecteur $\vec{B}$ normal à leur trajectoire dans une zone ABCD rectangulaire de longueur L=4cm de largeur l=3cm. Le point O est le milieu de [A, D]. (Voir figure).

2.1 Déduire le sens du vecteur champ $\vec{B}$ dans la zone pour que les ions soient déviés vers le bas.

2.2 Montrer qu'ils sont animés d'un mouvement circulaire uniforme ; établir l'expression du rayon de courbure r en fonction de : e, U, B et de la masse m d'un ion .Calculer numériquement r pour chaque isotope si B=1 T.

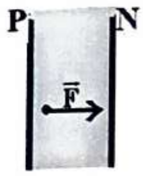
2.3 Le point M est le point d'impact des ions Ag^+ sur un écran situé à la distance D comme l'indique la fig, I est le point d'intersection de l'axe (x'x) avec l'écran. Sachant que L est négligeable devant D ; établir l'expression de la déflexion magnétique Y=IM en fonction de e, m, , B, L, V et D puis en fonction de m, e, U, B, L et D. (On considère que $\sin\alpha = \tan\alpha$

3 Etablir l'expression de la valeur minimale à donner au champ magnétique B pour que les ions décrivent un demi-cercle. Calculer numériquement B pour chaque isotope.

CORRIGE

1.1. Nature du mouvement :

$\sum\vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$



On projette suivant le sens du mouvement :

$a = \dfrac{F}{m} = cte \Rightarrow$ m.r.u.v

1.2. Expression de V_1 en B en fonction de m_1, q et U.

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV^2 = Fd = qU \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$$

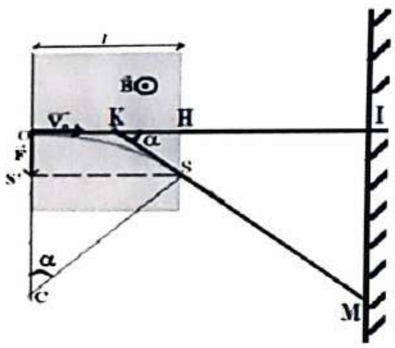
1.3. Calcul des vitesses

$$V_1 = \sqrt{\frac{2eU}{m_1}} = \sqrt{\frac{2eU}{107m_p}} = 3,28.10^5\ m/s$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{2eU}{m_2}} = \sqrt{\frac{2eU}{109m_p}} = 3,25.10^5\ m/s$$

2.1. D'après la règle de la main droite, comme q> 0 et $\vec{F}$ est descendant ; $\vec{B}$ est sortant $\odot$.

2.2. Nature du mouvement dans le champ magnétique



La seule force qui s'exerce est la force de Lorentz :

$\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$ car le poids est négligeable.

La RFD permet d'écrire

$$\sum\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{V} \wedge \vec{B}}{m}$$

A tout instant, on a :.

- $\vec{a} \perp \vec{V}$ L'accélération tangentielle est donc nulle

$\Rightarrow a_t = \dfrac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow V = Cste \Rightarrow$ Le mouvement est uniforme

- En projetant sur la normale, on trouve $qVB = \dfrac{mV^2}{r} \Rightarrow r = \dfrac{mV}{qB} = cte$

$\Rightarrow$ Le mouvement est circulaire. En définitif le mouvement est circulaire uniforme.

Expression de r en fonction de B, m, e et U.

$$r = \frac{mV}{qB} = \frac{m}{qB}\sqrt{\frac{2qU}{m}} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{q}}$$

Applications numériques:

$$r_1 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_1U}{e}} = 36,6.10^{-2}\ m$$

$$r_2 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_2U}{e}} = 36,95.10^{-2}\ m$$

2.3 L'expression de la déflexion Y en fonction de D, L, B, e, m, et V (voir figure):

$\tan\alpha = \dfrac{IM}{KI} \Rightarrow IM = KI\tan\alpha$

avec $KI = D + KH \approx D$ car $KH \ll D$ soit $Y = IM \approx D\tan\alpha$

comme $\tan\alpha = \sin\alpha = \dfrac{L}{r} = \dfrac{L}{\frac{mV}{qB}} = \dfrac{LeB}{mV}$ ce qui donne $Y = \dfrac{DLeB}{mV}$

L'expression de la déflexion Y en fonction de D, L, B, e, m, et U

$$Y = \frac{DLeB}{mV} \text{ avec } V = \sqrt{\frac{2eU}{m}} \quad \text{soit } Y = \frac{DLeB}{m}\sqrt{\frac{m}{2eU}} = DLB\sqrt{\frac{e}{2mU}}$$

3. La valeur minimale pour que les ions décrivent un demi-cercle.

Les ions décrivent un demi-cercle ssi :

$$2r \le \frac{l}{2} \Rightarrow r \le \frac{l}{4} \Leftrightarrow \frac{mV}{eB} \le \frac{l}{4} \Rightarrow B \ge \frac{4mV}{el}$$

la valeur minimale est $B_{min} = \frac{4mV}{el}$

Applications numériques:

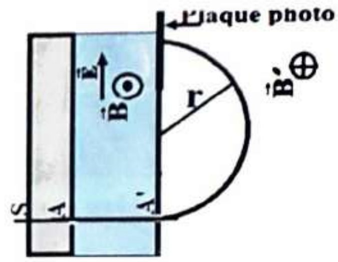
$$B_1 = \frac{4m_1V_1}{el} = \frac{4x107x1,67.10^{-27}x3,28.10^5}{1,6.10^{-19}x3.10^{-2}} = 48,8T$$

$$B_2 = \frac{4m_2V_2}{el} = \frac{4x109x1,67.10^{-27}x3,25.10^5}{1,6.10^{-19}x3.10^{-2}} = 49,3T$$

EXERCICE 6

On négligera les effets de la pesanteur sur les ions

1. On Considère les ions de deux isotopes du mercure $^{200}_{80}Hg^{2+}$ et $^{202}_{80}Hg^{2+}$ Ils sont émis sans vitesse par la source S, puis accélérés par la différence de potentiel U appliquée entre S et le plan P.



Les ions traversent le plan P par la fente A.

1.1. Déterminer l'expression littérale de la vitesse en A d'un ion de masse m et de charge q.

1.2. Montrer que les deux espèces d'ions émis par la source S arrivent en ce point avec des vitesses différentes.

2. Les ions traversent la fente A du plan P, puis passent entre P et P' dans une zone où règnent un champ électrique $\vec{E}$ et un champ magnétique $\vec{B}$; dans cette zone ces deux champs sont constants et orthogonaux comme indiqués sur la figure ($\vec{E}$ est dans le plan de la feuille, $\vec{B}$ est perpendiculaire à ce plan). Montrer que les ions qui ont une vitesse (notée $\vec{V_0}$) telle que $v_0 = \frac{E}{B}$ parviennent en A'.

3. Ces ions pénètrent en A' dans une capsule où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B'}$ (perpendiculaire au plan de la figure), qui leurs impose une trajectoire circulaire de rayon r, puis ils impressionnent une plaque photographique (voir figure).

3.1 Déterminer la nature du mouvement d'un ion dans B'.

3.2 Etablir l'expression de rayon r en fonction de m, q, v_0, B', puis en fonction de m, q, E, B et B'.

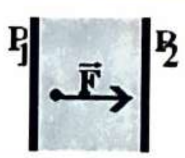
3.3 On réalise les réglages des valeurs de $\frac{E}{B}$ permettant successivement le passage en A' de ces deux espèces d'ions. En déduire la distance d qui sépare les deux points d'impact, sur la plaque photo, des ions des 2 isotopes du mercure Hg^{2+}. Données : B=0,1T ; E=6.10⁴ V/m; B'=0.2T; masse d'un nucléon : m_n= 1,67 .10^{-27} kg;

Valeur absolue de la charge de l'électron : e = 1,6 .10^{-19} C.

On assimile la masse de Hg^{2+} à celle de son noyau.

1^er Bac Blanc Excellence1 2014

CORRIGE



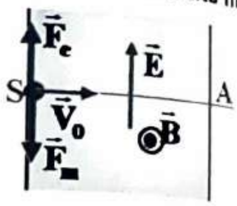
1.1. Expression de V en fonction de m, q et U.

$$\Delta E_C = \sum W_F \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV^2 = Fd = qU \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$$

1.2. Comme l'expression de la vitesse dépend de la masse m de l'ion, si cette masse change la vitesse change or on a deux ions de masse respectives $m_1=200m_p$ et $m_2=202m_p$.

2. Montrons que seuls les ions ayant la vitesse $V_0 = \frac{E}{B}$ ne seront pas déviés.

Pour que les ions ne soient pas déviés il faut que les forces électrique et magnétique soient égales en intensité mais de sens opposés. Soit $Fe = Fm \Leftrightarrow qE = qV_0B \Rightarrow V_0 = \frac{E}{B}$



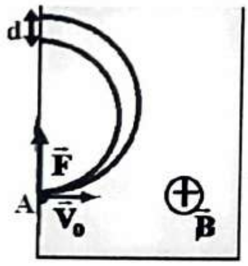
3.1. La seule force qui s'exerce est la force de Lorentz :

$\vec{F} = q\vec{V_0} \wedge \vec{B'}$ car le poids est négligeable.

La RFD permet d'écrire $\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{V_0} \wedge \vec{B'}}{m}$

- En projetant sur la normale, on trouve $qV_0B' = \frac{mV_0^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mV_0}{qB'}$

$r = \frac{mV_0}{qB'}$ avec $V_0 = \frac{E}{B}$ Soit $r = \frac{m\frac{E}{B}}{qB'} = \frac{mE}{qBB'}$



Calcul de la distance d entre les points d'impacts :

$d=2r' - 2r = 2(r' - r)$

Avec $r_1 = \frac{m_1E}{qBB'}$ et $r_2 = \frac{m_2E}{qBB'}$

D'où

$$d = 2(r_2 - r_1) = 2(\frac{m_2E}{qBB'} - \frac{m_1E}{qBB'}) = 2\frac{m_nE}{qBB'}(A_2 - A_1)$$ Avec : m_n : masse du nucléon

$$d = 2\frac{1,67.10^{-27} x6.10^4}{1,6.10^{-19} x0,1x0,2}(202 - 200) = 12,525.10^{-2} = 0,12525m$$

EXERCICE 7

On néglige le poids de la particule devant les forces électrique ou magnétique.

1. Une particule de masse m et de charge q positive est lancée dans le vide à la vitesse $\vec{V_0}$ dans un plan P carré de coté a=10cm où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire à $\vec{V_0}$ (voir fig1).

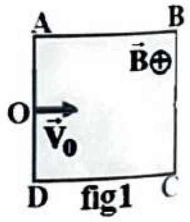


fig1

1.1. Faire un schéma sur lequel il faut représenter la force $\vec{F}$. Montrer que le mouvement de la particule est uniforme et circulaire puis représenter sur la figure précédente la trajectoire.

1.2. Donner l'expression de la période T de rotation ainsi que celle de la fréquence N en fonction de $\frac{q}{m}$ et B. calculer T, si B=1T et $\frac{q}{m} = 10^8 C/Kg$.

2. On applique simultanément au champ $\vec{B}$ de la première question un champ électrique $\vec{E}$.

2.1. Indiquer sur une figure comment doit être dirigé $\vec{E}$ si l'on veut que le mouvement de la particule de charge q > 0 soit rectiligne uniforme.

2.2. Calculer E. On donne $V_0 = 5.10^7 m/s$.

2.3. On supprime $\vec{B}$, la particule se déplace alors dans le champ électrique $\vec{E}$ précédent (voir fig2).

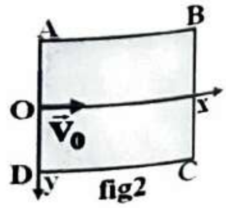


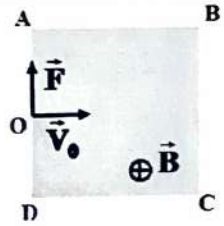
fig2

2.3.1. Trouver l'expression de l'équation de la trajectoire de la particule dans ce champ. Conclure.

2.3.2. Sachant que la particule sorte entre B et C, calculer la déviation angulaire α de la particule dans le champ électrique.

Bac D 2015 s annulée

CORRIGE



1.1. Voir schéma

1.2. Nature du mouvement dans le champ magnétique

La seule force qui s'exerce est la force de Lorentz :

$\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$ car le poids est négligeable.

La RFD permet d'écrire $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

- On projette sur la tangente $\vec{t}$.

$0 = ma_t$ L'accélération tangentielle est donc nulle $\Rightarrow a_t = \dfrac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow V = Cste$

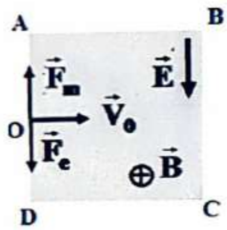
$\Rightarrow$ Le mouvement est uniforme

- En projetant sur la normale, on trouve $qVB = \dfrac{mV^2}{r} \Rightarrow r = \dfrac{mV}{qB} = cte$

$\Rightarrow$ Le mouvement est circulaire. En définitif le mouvement est circulaire uniforme.

1.3. Expression de la période T

$T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi r}{V} = \dfrac{2\pi m}{qB}$ et $N = \dfrac{1}{T} = \dfrac{qB}{2\pi m}$ avec $T = 2\pi.10^{-8}s$



2.1. Sens de champ $\vec{E}$

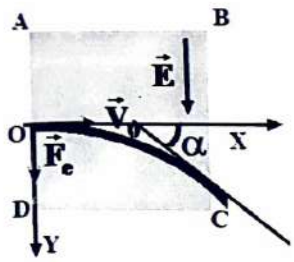
Le mouvement étant rectiligne uniforme :

$\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_m + \vec{F}_e = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_m = -\vec{F}_e$ voir schéma ci-contre

donc $\vec{E}$ est orienté vers le bas

2.2 Calcul de E

$F_m = F_e \Leftrightarrow qVB = qE \Rightarrow E = VB = 5.10^7\, m/s$



2.3.1. Les équations horaires du mouvement

Conditions initiales :

$O\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$ et $\vec{V_0}\begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$

En appliquant la R.F.D, on obtient :

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$

$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \dfrac{F_e}{m} \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_0 \\ V_y = \dfrac{F_e}{m}t \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{cases} x = V_0 t & (1) \\ y = \dfrac{qE}{2m}t^2 & (2) \end{cases}$

L'équation de la trajectoire :(1) donne $t = \dfrac{x}{V_0}$ en remplaçant dans (2), on trouve : $y = \dfrac{qE}{2mV_0^2}x^2$

La trajectoire est une parabole

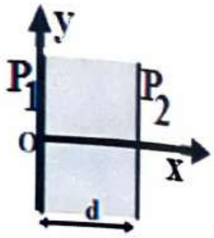
2.3.2. Calcul de α

$\tan\alpha = \left(\dfrac{dy}{dx}\right)_{x=l=a} = \dfrac{qEa}{mV_0^2} = 0,2$ soit $\alpha = 11,3°$

EXERCICE 8

Dans tout le problème, on néglige les effets du champ de pesanteur sur les mouvements des ions.

Il existe deux isotopes de l'élément brome : ^{79}Br et ^{81}Br de masses respectives m_1 et m_2.



Des ions $^{79}Br^-$ et $^{81}Br^-$, de même charge q, pénètrent en O avec la même vitesse V_0 dans une région (R) de l'espace délimitée par deux plans P_1 et P_2 verticaux et parallèles, distants de d (voir figure).

Dans la région (R), on peut établir soit un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, de valeur B ;

soit un champ électrique uniforme $\vec{E}$ de valeur E.

1 Dans une première expérience, les ions ont, dans la région (R), un mouvement rectiligne uniformément accéléré.

1.1 Dans ce cas, quelle est la nature du champ appliqué ? Justifier la réponse.

1.2 Faire un schéma clair précis sur lequel on indiquera la direction et le sens du vecteur champ ainsi que le vecteur force.

1.3 Montrer que la variation de l'énergie cinétique des ions entre l'instant t_0 d'entrée dans le champ et l'instant t_1 où ils sortent est la même, quel que soit l'ion.

2 Dans une deuxième expérience les ions de masse m_1 ou ceux de masse m_2 ont dans la région (R) une trajectoire circulaire de rayon r_1 ou r_2 située dans le plan (O, x, y) et sont déviés vers le haut.

2.1 Dans ce cas, quelle est la nature du champ appliqué ? Justifier sans calcul la réponse.

2.2 Faire un schéma clair et précis sur lequel on indiquera la direction et le sens du vecteur champ et du vecteur force ainsi que la trajectoire dans (R) pour un ion de masse m_1.

2.3 Etablir l'expression littérale du rayon r_1 de la trajectoire décrite par l'isotope de masse m_1.

2.4 Déduire l'expression du rapport $\frac{r_2}{r_1}$.

3 Dans une troisième expérience, on applique simultanément un champ $\vec{E}$ et un champ $\vec{B}$, le champ $\vec{E}$ étant vertical ascendant. On constate alors que les ions ont un mouvement rectiligne uniforme.

3.1 Faire un schéma clair et précis sur lequel on indiquera les directions et les sens des vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{B}$. Justifier la réponse.

3.2 Donner la relation liant E, B et v_0.

Bac D 2015 s n

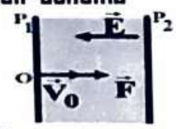
CORRIGE

1.1. Nature du champ

La RFD permet d'écrire $\sum\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow$

$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} // \vec{a}$ et de même sens et // à $\vec{V}$ de même sens donc le champ est électrique

1.2. Voir schéma



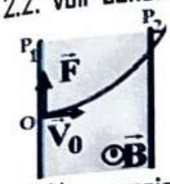
1.3. Montrons que ΔE_C est indépendante de la masse

$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}}$ avec $\sum W_{\vec{F}} = Fd = |q|Ed$ Comme les deux ions ont la même charge ΔE_C est constante

2.1. Nature du champ

Comme le mouvement est circulaire c'est que $\vec{a} \perp \vec{V}$ donc $\vec{F} \perp \vec{V}$ le champ est magnétique

2.2. voir schéma



2.3. L'expression du rayon r_1

$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$

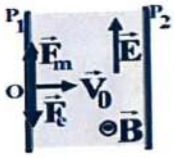
En projetant sur la normale, on trouve

$$|q|V_0B = \frac{m_1V_0^2}{r_1} \Rightarrow r_1 = \frac{m_1V_0}{|q|B}$$

2.4. Déduction de l'expression du rapport

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\frac{m_1V_0}{|q|B}}{\frac{m_2V_0}{|q|B}} = \frac{m_1}{m_2}$$

3.1. Voir schéma



Le mouvement étant rectiligne uniforme :

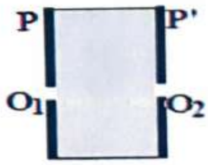
$\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_m + \vec{F}_e = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_m = -\vec{F}_e$ donc $\vec{B}$ est alors sortant

3.2. Relation liant E, B et V_0

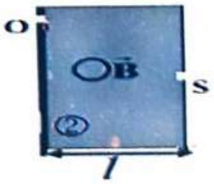
$\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_m + \vec{F}_e = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_m = -\vec{F}_e \Leftrightarrow |q|V_0B = |q|E \Leftrightarrow V_0B = E$

EXERCICE 09

On étudie le mouvement des ions ${}^{6}_{3}Li^{+}$ dans différents champs électriques et magnétique.



1. Dans une première expérience les ions pénètrent au point O_1 sans vitesse initialedans un champ électrique $\vec{E}_0$ crée entre deux plaques P et P' et sont accélérés par une tension $U_0=U_{PP'}=1252,5V$. Montrer que la valeur de la vitesse V_0des ions au point O_2 est $V_0=2.10^5 m/s$.
On donne : $e=1,6.10^{-19}C$; $m_n= m_P=1,67.10^{-27}kg$.



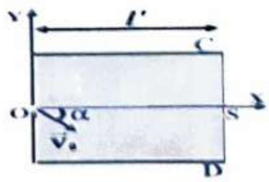
2. Dans une deuxième expérienceles ions rentrent avec une vitesse horizontale $\vec{V}_0$ ayant la valeur précédente au point O dans une zone de largeur l=1cm où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ d'intensité $B=2,5.10^{-1}T$(voir figure).

2.1. Déterminer le sens du champ $\vec{B}$ pour que les particules sortent de ce champ par le point S.

2.2. Montrer que le mouvement d'un ion dans ce champ est uniforme et donner l'expression du rayon r de sa trajectoire. Calculer r.

2.3. Représenter sur le schéma la déviation angulaire α puis la calculer.

2.4. Préciser les caractéristiques du vecteur vitesse au point de sortie S.



3. Dans une troisième expérience l'ion entre avec une vitesse de valeur V_0 dans un champ électrique $\vec{E}$ crée entre les armatures C et D d'un condensateur plan.
Soit l la longueur de ces armatures et d leur écartement.

3.1. La vitesse $\vec{V}_0$ est contenue dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et fait un angle $\alpha=15°$ avec Ox. Déterminer le sens de la force électrique pour que les ions passent par le point S.

3.2. Etablir l'expression de l'équation de la trajectoire des ions entre les armatures C et D.

3.3. Calculer alors la valeur de V_0. On donne : $E=2,5.10^4 V/m$ et l=20cm.(0,5pt)

3.4. Déterminer la distance d entre les armatures C et D si la distance minimale séparant la trajectoire de l'ion et la plaque inferieure est 0,8cm et sile point O est équidistant des armatures. *Bac D 2019 s n*

CORRIGE

1. L'expression de V_0

$$\Delta E_C = \sum W_F \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_0^2 = Fd = qU_0 \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{2qU_0}{m}} = \sqrt{\frac{2eU_0}{6mp}} = 2.10^5\,m/s$$

2.1. Le sens du $\vec{B}$

D'après la règle de la main droite $\vec{B}$ est sortant $\odot\vec{B}$:

2.2. Nature du mouvement dans le champ magnétique

La seule force qui s'exerce est la force de Lorentz car le poids est négligeable.

La RFD permet d'écrire $\sum\vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$

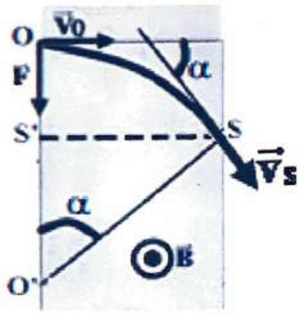
- On projette sur la tangente $\vec{t}$.

  $0 = ma_t$ L'accélération tangentielle est donc nulle $\Rightarrow a_t = \frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow V = Cste \Rightarrow$ le mouvement est uniforme

- Expression de r :

En projetant sur la normale, on trouve $qV_0B = \frac{mV_0^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mV_0}{qB} = \frac{6m_pV_0}{eB} = 5,01.10^{-2} \approx 5.10^{-2}m$

2.3. Calcul de α et schéma : $\sin\alpha \approx \frac{l}{r} = 0,2 \Rightarrow \alpha \approx 11,53°$



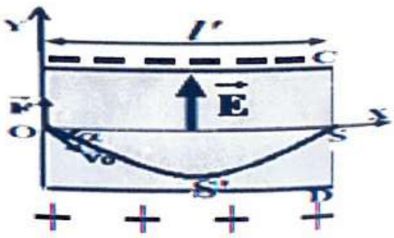
2.4. Les caractéristiques de $\vec{V}_S$:

- Direction : tangente à la trajectoire en S et fait l'angle α=11,53° avec l'horizontale
- Sens : vers le bas
- Pt d'application : le point S
- Valeur $V_S=V_0$ =2.10^5m/s

3.1. Sens de $\vec{F}$:

Pour que l'ion passe par S il faut que $\vec{F}$ soit dirigé vers le haut :

3.2. Etude du mouvement entre les planques C et D :



- Conditions initiales

$$O'\begin{cases} x_{o'} = x_0 = 0 \\ y_{o'} = y_0 = 0 \end{cases} \text{ et } \vec{V}_S\begin{cases} V_{0x} = V_0\cos\alpha \\ V_{0y} = -V_0\sin\alpha \end{cases}$$

$$\sum\vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{F}{m} \end{cases} \quad \vec{V}\begin{cases} V_x = V_0\cos\alpha \\ V_y = \frac{F}{m}t - V_0\sin\alpha \end{cases} \quad \overrightarrow{OG}\begin{cases} x = (V_0\cos\alpha)t & (1) \\ y = \frac{F}{2m}t^2 - (V_0\sin\alpha)t & (2) \end{cases}$$

L'équation de la trajectoire :

(1) $\Rightarrow t = \frac{x}{V_0\cos\alpha}$; en remplaçant t dans (2), on obtient :

$$y = \frac{F}{2mV_0^2\cos^2\alpha}x^2 - x\tan\alpha = \frac{eE}{12m_pV_0^2\cos^2\alpha}x^2 - x\tan\alpha$$

3.3. Calcul deV_0 pour que l'électron sorte par le point S.

$$0 = \frac{eE}{12m_p V_0^2 \cos^2\alpha} l'^2 - l'\tan\alpha \Leftrightarrow \frac{eE}{12m_p V_0^2 \cos^2\alpha} l' = \tan\alpha \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{eEl'}{6m_p \sin 2\alpha}}$$

$$A.N : V_0 = \sqrt{\frac{1,6.10^{-19} x2,5.10^4 x0,2}{6x1,67.10^{-27} x\sin 30}} = 0,3996.10^6 \approx 4.10^5 m/s$$

3.4. Calcul de d :

L'ordonnée du point S' le plus bas de la trajectoire :

D'après la relation indépendante du temps :

$$V_{S'y}^2 - V_{0y}^2 = 2a_y (y_{S'} - y_0) \Rightarrow y_{S'} = \frac{-V_{0y}^2}{2a_y} = \frac{-V_0^2 \sin^2\alpha}{2\frac{F}{m}} = \frac{-mV_0^2 \sin^2\alpha}{2F}$$

$$y_{S'} = -\frac{mV_0^2 \sin^2\alpha}{2qE} = -\frac{6m_p V_0^2 \sin^2\alpha_a}{2eE} \qquad A.N : y_{S'} = -\frac{3x1,67.10^{-27} x(4.10^5)^2 x0,26^2}{1,6.10^{-19} x2,5.10^4} \approx -1,355.10^{-2} m \approx -1,4.10^{-2} m$$ La

distance d :

$d=2(|y_{S'}|+0,8.10^{-2})=4,4.10^{-2}m.$

Autre méthode :

Au point le plus bas S' : $\frac{dy}{dx} = 0 \Leftrightarrow \frac{F}{mV_0^2 \cos^2\alpha} x - \tan\alpha = 0 \Rightarrow x_{S'} = \frac{mV_0^2 \cos\alpha \sin\alpha}{F} = \frac{mV_0^2 \cos\alpha \sin\alpha}{eE} = 10cm$

En remplaçant $x_{S'}$ dans l'équation de la trajectoire on trouve $y_{S'} \approx -1,4cm$.

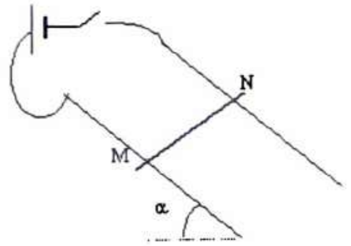
La distance d : $d=2(|y_{S'}|+0,8.10^{-2})=4,4.10^{-2}m.$

Fondamental	
Fondamentalement, il faut retenir que:	**Fondamentalement il faut savoir:**
1. Action d'un champ magnétique sur un élément de courant • Lorsqu'un conducteur traversé par un courant d'intensité I subit, sur une portion de longueur l, un champ magnétique $\vec{B}$, il s'exerce une force $\vec{F}$ électromagnétique dite force de Laplace telle que $\vec{F} = I.\vec{l} \wedge \vec{B}$ • L'intensité de cette force est $F = I.l.B\|\sin\alpha\|$ • Lorsque $\vec{B} = \vec{0}$ ou $I=0$ ou $\vec{B} // \vec{l}$ alors $F=0$ • Lorsque $\vec{B} \perp \vec{l}$ alors $F=I.l.B$	• Déterminer le sens de la force de Laplace • Déterminer la nature du mouvement d'un conducteur sur les rails de Laplace • Montrer que la force de Laplace est la résultante des forces de Lorentz qui s'exercent sur les électrons constituant le courant électrique
2. Induction • Le flux Φ d'un champ magnétique $\vec{B}$ à travers une surface $\vec{S}$ est défini par le produit scalaire de $\vec{B}$ par $\vec{S}$: $\Phi = \vec{B}.\vec{S} = B.S.\cos\theta$ avec $\theta = (\widehat{\vec{B},\vec{n}})$ • Si la surface est délimitée par un circuit bobiné comportant N spires, la surface totale vaut N fois la surface S d'une spire, et : $\Phi = N.B.S.\cos\theta$ • La f.é.m. induite moyenne dans un circuit est égale à l'opposé de la variation du flux inducteur à travers ce circuit par unité de temps. $e_m = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ • La f.é.m. induite (instantanée) dans un circuit est égale à l'opposé de la dérivée par rapport au temps du flux inducteur à travers ce circuit. $e = -\dfrac{d\Phi}{dt}$ • La tension u_{AB} entre les bornes A et B, en considérant le sens positif choisi, s'écrit : $U_{AB}=r.i - e$ ✓ Si le circuit est ouvert (le courant $i=0$) ou si la resistance est négligeable: $u_{AB}=-e$ ✓ Si le circuit est fermé et de résistance totale R, l'expression de l'intensité du courant induit est : $I = \dfrac{e}{R}$	• Déterminer le flux d'induction • Déterminer la f.e.m induite moyenne et instantanée • Déterminer la tension aux bornes de la bobine • Déterminer l'expression de l'intensité induite.

EXERCICE 1

On néglige les forces de frottement et le champ magnétique terrestre.

Deux barres conductrices sont disposées parallèlement suivant la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle α sur l'horizontale. Elles sont distantes de l; leurs extrémités supérieures sont reliées entre elles par un générateur de f.e.m E et par un interrupteur K. Une barre conductrice est posée perpendiculairement sur les deux barres précédentes. Le contact électrique se fait en M et N et on le suppose parfait et de résistance nulle.

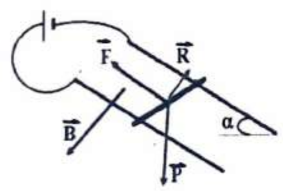


1. On crée dans la région où se trouve la barre MN un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan des rails. On ferme K Quel doit être le sens de $\vec{B}$ pour que la barre MN puisse être en équilibre.
2. La barre MN a une résistance R et une masse m. Les autres résistances sont négligeables. Exprimer en fonction de E, R, L, m et α la norme de B pour que la barre soit en équilibre.

A.N: E= 2 V ; R= 0,2 Ω ; l= 0,05 m ; m = 10 g ; α= 20 ° g=9,8 N/kg.

CORRIGE

1. La tige MN est en équilibre sous l'action :
- de son poids (vertical, dirigé vers le bas, valeur P=mg).
- de la réaction des supports $\vec{R}$, perpendiculaire au plan
- de la force de Laplace $\vec{F}$ perpendiculaire au plan défini par MN et le champ magnétique $\vec{B}$ .Cette force doit être dirigée vers le haut pour que la tige soit en équilibre alors $\vec{B}$ doit être dirigé vers le bas d'après la règle de la main droite.



2. Expression de B :

$\sum\vec{F}=\vec{0} \Leftrightarrow \vec{P}+\vec{R}+\vec{F}=\vec{0}$

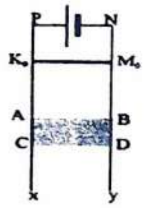
On projette sur un axe // aux rails et dirigé vers le haut:

$-mg\sin\alpha + B I l = 0 \Rightarrow \quad B = \dfrac{mg\sin\alpha}{I l}$

Or E= RI soit I= E/R donc $B = \dfrac{Rmg\sin\alpha}{E l}$ B= 0,01x9,8x0,2xsin20/(2x0,05)= 0,067 T.

EXERCICE 2

Deux rails rectilignes verticaux P_x et N_y sont branchés aux bornes d'un générateur de force électromotrice E = 24 V de résistance interne r = 2,4Ω. La résistance des rails est négligeable. Une barre de masse m, munie de deux crochets, s'adapte sur les rails.



Elle peut glisser en restant perpendiculaire aux rails. Le contact électrique avec les rails est toujours assuré, et on suppose que le glissement s'effectue sans frottements. On néglige tout phénomène d'induction.

1. Calculer l'intensité du courant dans la barre sachant que sa résistance est également négligeable.
2. Une partie du circuit se trouve dans un champ magnétique uniforme, horizontal, perpendiculaire au plan des rails. Sur la figure ci-dessus, ABCD délimite la zone où règne le champ magnétique. La barre dans la position $K_0 M_0$ est lâchée sans vitesse.

K_0A = 20 cm. AC = d = 10 cm. A l'instant t = 0

2.1. Déterminer le sens du champ magnétique et sa valeur B, pour que le mouvement de la barre soit uniforme dans la région où règne le champ magnétique. I=10 A,m=20 g écartement des rails l=5 cm.

2.2. Déterminer le temps que met la barre depuis la position $K_0 M_0$ à la position CD.

3. On modifie l'intensité du champ magnétique sans changer ses autres caractéristiques. On ramène la barre à la position K_0M_0 et on la lâche sans vitesse. Sa vitesse s'annule à la position CD.

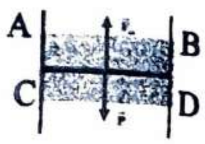
3.1 Déterminer l'intensité B' du champ magnétique.

3.2 Quel est le mouvement de la barre après avoir atteint CD ? *Bac D 98 sn*

CORRIGE

1. Calcul de I:

$E = rI \Rightarrow I = E/r$ A.N : I = 10A



2.1. Le mouvement est uniforme $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{F}_m = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_m = -\vec{P}$

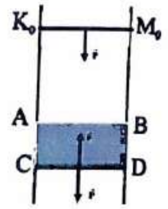
$\vec{F}_m$ est dirigée vers le haut donc d'après la règle de l'observateur d'Ampère $\vec{B}$ est rentrant.

La valeur de $\vec{B}$ est telle que $F_m = mg \Leftrightarrow IlB = mg \Rightarrow B = mg/I.l$ A.N: B = 0,4T

2.2.• Avant d'entrer dans ABCD le mouvement est uniformément accéléré d'équation $x_1 = K_0A = \frac{1}{2} g t_1^2 \Rightarrow$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2K_0A}{g}} = 0,2s$$

- Dans ABCD le mouvement est uniforme de vitesse v_1 telle que $v_1^2 = 2gK_0A$
  $\Rightarrow V = 2m/S$ et d'équation $x_2 = AC = v_1t_2 \Rightarrow t_2 = AC/v_1 = d/V = 0,05s$



La durée de chute est donc $t = t_1 + t_2$ A.N : t = 0,25s

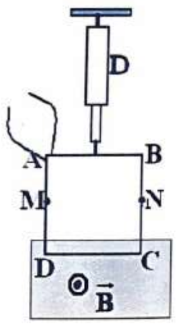
3.1. L'application du théorème de l'énergie cinétique donne

$\Delta Ec = W_P + W_F = 0 \Leftrightarrow mg.K_0C - IB'.l.AC = 0 \Rightarrow B' = mgK_0A/I.l.AC$ A.N : B' = 1,2T

3.2. La barre reste soumise à la même accélération. Elle repart vers le haut jusqu'à K_0A où elle arrive sans vitesse et retombe. Ainsi son mouvement devient périodique.

EXERCICE 3

Un cadre carré ABCD de côté 20cm est constitué d'un fil conducteur. Il est suspendu à un dynamomètre D comme l'indique la figure.



1. Le côté CD du cadre est plongé dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme perpendiculaire au plan.

1.1. Le dynamomètre D indique 2,5N lorsque le cadre n'est pas traversé par un courant.
A quoi correspond cette valeur ?

1.2. On fait passer maintenant dans le cadre un courant d'intensité constante I=10A, le dynamomètre D indique alors 3,5N.

1.2.1 .Faire un schéma sur lequel on représentera la force électromagnétique appliquée au côté CD et on indiquera le sens du courant qui traverse CD.

1.2.2. Calculer l'intensité du champ magnétique $\vec{B}$.

2. On plonge le cadre qui est parcouru par l'intensité I=10A, dans le champ magnétique jusqu'aux points M et N. Montrer que l'indication du dynamomètre ne change pas.

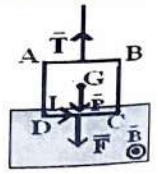
3. On inverse le sens du courant sans changer sa valeur ni celle du champ magnétique.

3.1. Quelle est la nouvelle indication du dynamomètre ?

3.2. Quelle sera l'indication du dynamomètre si le champ magnétique s'annule ? *Bac D2009 sn*

CORRIGE

1.1. Lorsque le courant est nul il n'y a pas de force électromagnétique, le dynamomètre indique le poids du cadre car $\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0} \quad \Leftrightarrow P = T_0 = 2,5N$



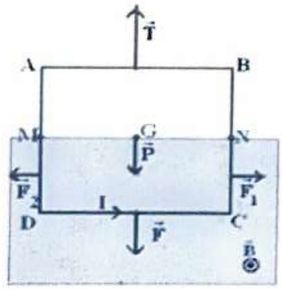
1.2.1. Comme $T > T_0$ la force électromagnétique a le même sens que le poids. D'après la règle de la main droite le courant I circule de D vers C.

1.2.2. Calcul de l'induction B : $\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{F} = \vec{0}$

Par projection sur la verticale descendante :

$P - T + F = 0 \Rightarrow F = T - P = 3.5 - 2.5 = 1N$ Or $F = IaB$ soit $B = \frac{F}{aI} = \frac{3,5-2,5}{0,2x10} = 0,5T$

2. Lorsqu'on plonge le cadre jusqu'aux points M et N ; il s'exerce sur les cotés MD et NC deux forces magnétiques $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$. Ces deux forces ont la même intensité, la même direction mais des sens opposés et par conséquent $\vec{F_1}+\vec{F_2}=\vec{0}$ ce qui montre que l'indication du dynamomètre ne change pas.

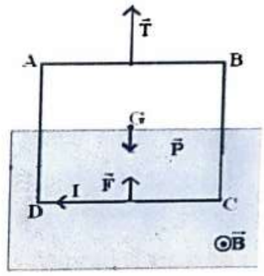


$$\sum\vec{F}=\vec{0}\Leftrightarrow\vec{P}+\vec{T}+\vec{F}+\underbrace{\vec{F_1}+\vec{F_2}}_{\vec{0}}=\vec{0}$$

Par projection sur la verticale descendante :

$P-T+F=0\Rightarrow T=F+P=3{,}5N$

3.1. Lorsqu'on inverse le sens du courant sans changer son intensité, on inverse le sens de la force sans changer son intensité



$\sum\vec{F}=\vec{0}\Leftrightarrow\vec{P}+\vec{T}+\vec{F}=\vec{0}$

Par projection sur la verticale descendante :

$P-T-F=0\Rightarrow T=P-F=2{,}5N-1N=1{,}5N$

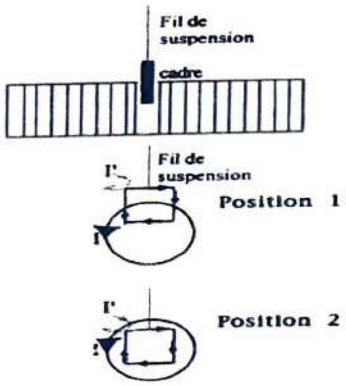
3.2. Lorsque le champ magnétique est supprimé il n'y a plus de force électromagnétique, le dynamomètre indique seulement le poids du cadre car

$\sum\vec{F}=\vec{0}\Leftrightarrow\vec{P}+\vec{T_0}=\vec{0}\Leftrightarrow P=T_0=2{,}5N$

EXERCICE 4

Dans tout le problème on néglige le champ magnétique terrestre.

1Un solénoïde de longueur 40 cm comporte 1200 spires. La valeur du champ magnétique mesurée au voisinage de son centre est égale à $1{,}6.10^{-3}$ T, lorsqu'il est parcouru par un courant d'intensité I.



La perméabilité du vide est $\mu=4\pi.10^{-7}$ (SI).

Le rayon du solénoïde est considéré comme petit devant sa longueur.

1.1. Calculer I.

1.2. Faire le schéma du solénoïde en indiquant son axe et le sens du courant. Représenter le vecteur champ magnétique à l'intérieur du solénoïde.

2. Vers le milieu du solénoïde, deux spires sont assez écartées pour permettre l'introduction (sans contact) d'un petit cadre indéformable de 4 cm de côté. Ce cadre, constitué de 800 spires, est suspendu à un dynamomètre.

Le courant dans le solénoïde est égal à I.

En l'absence de courant dans le cadre, le dynamomètre indique 0,87 N.

Quelles sont les indications du dynamomètre, dans les cas (1) et (2) du schéma ci-contre, lorsqu'on établit un courant d'intensité I' = 0,8 A dans le cadre ? Les sens des courants sont indiqués sur le schéma.

3. Le circuit du cadre est maintenant ouvert. Le courant dans le solénoïde est toujours égal à I. De la position (2), on ramène en 0,1s le cadre hors du solénoïde. Déterminer la valeur moyenne de la f. e. m d'induction qui apparaît aux bornes du circuit du cadre.

Bac D 98 sc

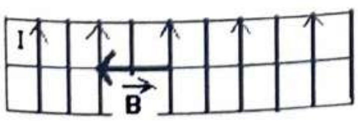
CORRIGE

1.1. Calcul de l'intensité du courant qui traverse le solénoïde

Le champ magnétique créé par le courant est $B=\mu_0 In$ où n est le nombre de spires par unité de longueur

Soit $I=B/\mu_0 n$ A. N: $I=0{,}425A$

1.2. Voir le schéma :

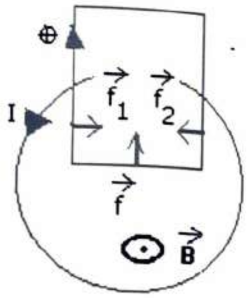


2. - En l'absence de courant la seule force qui s'exerce est le poids et le dynamomètre indique 0,87N.

- Avec un courant I' en plus du poids il existe une force électromagnétique de la place : $\vec{F} = I\vec{l} \wedge \vec{B}$

- dans la position 1 :

Les parties verticales du cadre plongées dans le champ magnétique subissent des forces $\vec{f_1}$ et $\vec{f_2}$ horizontales de mêmes valeurs et opposées.

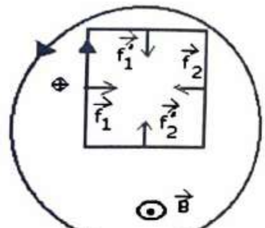


La partie horizontale du cadre plongée dans le champ magnétique subit une force $\vec{f}$ verticale dirigée vers le haut d'après la règle de l'observateur d'Ampère avec N'=800spires ; l=a=4.10^{-2}m :

$f = N'I'lB = 4.10^{-2}$ N. Le dynamomètre indique alors une force F = P – f

Soit F = 0,83N

- dans la position 2



Tout le cadre plonge dans le champ magnétique et les deux parties horizontales subissent des forces qui se compensent, le dynamomètre indique alors 0,87N car le cadre ne subit que son poids.

3. Dans la position 2, le cadre est traversé par un flux magnétique créé par le solénoïde qui s'annule dès qu'il en sort.

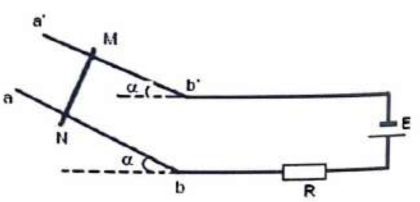
Comme il y a variation de flux, il y a apparition d'une f.é.m induite dont la valeur moyenne est

$|e| = \Delta\Phi/\Delta t$ Soit $|e| = N'BS/\Delta t$ A.N : $|e| = 2.10^{-2}$ V

EXERCICE 5

Deux rails parallèles ab et a'b' distants de d = 10cm, inclinés par rapport à l'horizontale d'un angle α=20°. On relie les extrémités des rails aux bornes d'un générateur de f.e.m E=1,4v et de résistance r=1,8Ω (voir figure 1).

On branche dans le circuit, et en série avec le générateur un dipôle ohmique de résistance R=0,2Ω.

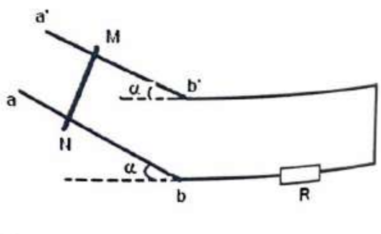


Le circuit est fermé par l'intermédiaire d'une tige MN en cuivre de résistance négligeable de masse m=20g pouvant glisser sans frottement sur les rails. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme de vecteur $\vec{B}$ vertical.

1. Faites l'inventaire des forces qui s'exercent sur la tige.
2. Donner les caractéristiques du vecteur $\vec{B}$ pour que la tige reste en équilibre.
3. On annule le champ magnétique à un instant pris comme origine des temps.

3.1. Déterminer la nature du mouvement du centre de gravité de la tige.

3.2. Trouver la vitesse de la tige après un parcours de 20cm.



4. On enlève le générateur et on ferme le nouveau circuit (vir fig 2). On ramène la tige à la positon aa' puis on l'abandonne sans vitesse initiale, elle parcourt une distance L' avant de pénétrer dans la zone où règne le champ magnétique uniforme de la question 2 avec une vitesse V_0= 2,8m.s^{-1}.

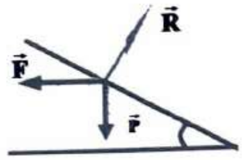
4.1. Quelle est l'intensité I_0 du courant qui apparaît dans le circuit à l'instant t = 0 ? (Instant à partir duquel la tige pénètre dans le champ magnétique), indiquer sur un schéma le sens du courant. Donner les caractéristiques de la force électromagnétique qui s'exerce sur la tige à cet instant.

4.2. Faites l'inventaire des forces qui s'exercent sur la tige à cet instant t = 0 en précisant que $\vec{a}$ et $\vec{V}$ sont de sens contraires.

4.3 La vitesse de la tige atteint une valeur limite V_l si la tige continue son mouvement dans le champ magnétique. Trouver l'intensité f_l de la force magnétique, la valeur du courant induit I_l et la valeur de V_l.

Bac D 2002 sc

CORRIGE



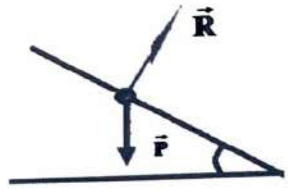
1. Les forces sont : $\vec{F}, \vec{R}$ et $\vec{F}_m$

2. Les caractéristiques de $\vec{B}$:

$\vec{B}$ est vertical dirigé vers le bas d'après la règle de la main droite ; d'intensité B telle que : La tige est en équilibre (fig1)

$$\Leftrightarrow \sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{F}_m = \vec{0} \quad \text{avec } F_m = I.B.d$$

Par projection on obtient : $P\sin\alpha - F_0\cos\alpha = 0 \Rightarrow B = mg\tan\alpha / Id$ avec $I = E/(R+r)$ A.N : $B = 1T$



3.1. Nature du mouvement :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a} \Rightarrow a = g\sin\alpha \Rightarrow \text{m.r.u.v (fig2)}$$

3.2. Calcul de la vitesse : En utilisant la relation indépendante du temps, on obtient $v^2 = 2ax \Rightarrow v = V = \sqrt{2xg\sin\alpha}$

A.N : $v = 1,25 m/s$.

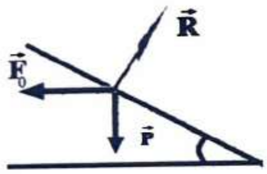
4.1. Calcul de l'intensité du courant I_0 :

$\Phi = BS\cos\theta = -B(S_0 - xd)\cos\alpha$ car $\theta = (\pi - \alpha)$

or $e = -d\phi/dt = -Bdv\cos\alpha$ soit $I_0 = e/R = 1,3A$

Les caractéristiques de la force $\vec{F}_0$:

- Direction : horizontale
- Sens : de droite vers la gauche
- Origine : milieu du segment
- Intensité : $F_0 = I_0 Bd$; A.N : $F_0 = 0,13N$



4.2. Inventaire :Les forces sont $\vec{F}, \vec{R}$ et $\vec{F}_0$

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{F}_0 = m\vec{a}$$

En projetant suivant le sens positif, on obtient : $P\sin\alpha - F_0\cos\alpha = ma$

$\Rightarrow a = g\sin\alpha - F_0\cos/m$ A.N: $a = -2,75 m/s^2$ $a.v < 0 \Rightarrow$ m.r.u.d

4.3. Calcul de F_1

$P\sin\alpha - F_1\cos\alpha = 0 \Rightarrow F_1 = mg\tan\alpha$ A.N : $F_1 = 0,073N$

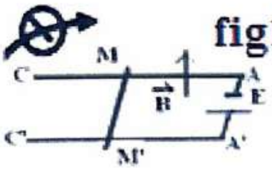
Calcul de i_1 : $i_1 = F_1 / Bd$ A.N : $i_1 = 0,73A$

D'autre part $i_1 = Bdv_1\cos\alpha / R \Rightarrow v_1 = Ri_1 / Bd\cos\alpha$ A.N: $v_1 = 1,55 m/s$

EXERCICE 6

On néglige le phénomène d'induction sauf dans la *question 1.2*

Une tige conductrice homogène et cylindrique est placée sur deux rails infiniment long AC et A'C' conducteurs parallèles et distant d'une longueur *l*. La tige peut se déplacer perpendiculairement aux rails dans un champ magnétique dont la direction le sens et l'intensité peuvent variés.



1. On relie les extrémités A et A' aux bornes d'un générateur de force électromotrice E et de résistance interne négligeable. (Voir fig1). On considère que la résistance totale du circuit reste R. Le dispositif est placé comme l'indique la fig1 dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme vertical et orienté vers le haut.

1.1. A l'instant t=0, la tige est placée à l'extrémité gauche des rails et le circuit est fermé.

1.1.1 .Faire l'inventaire des forces agissant sur la tige et les représenter sur un schéma. Les forces de frottements seront notées f.

1.1.2. On s'intéresse à la phase d'accélération où la tige parcourt d=10 cm de rail. On peut négliger les frottements. Calculer le travail de chacune des forces pendant cette phase. A.N: $l = 0,1m$; $m = 40g$; $E = 8V$; $B = 0,5T$; $R = 2\Omega$.

1.1.3. Quelle est la variation de l'énergie cinétique pendant cette phase d'accélération? En déduire la vitesse de la tige à la fin de cette phase. Que vaut la variation d'énergie potentielle de pesanteur lors de cette accélération?

1.1.4. Après avoir accéléré, on ne peut plus négliger les forces de frottements et la tige possède alors une vitesse constante. En déduire la valeur de la force f de frottements.

1.2. Alors que les points A et A' sont toujours reliées aux générateur, on déplace la tige avec une vitesse constante V de A vers C.

1.2.1. Préciser le sens du courant induit et donner l'expression de l'intensité du courant qui circule dans le circuit en fonction de E, B, R, V et ℓ

1.2.2. Exprimer l'intensité de ce courant si on déplace la tige de C vers A.

1.2.3. Calculer cette intensité dans les deux cas. On donne : V=4m/s.

2 De quel angle α peut-on incliner les rails AC et A'C', et dans quel sens pour que la tige soit en équilibre, dans les deux cas suivant:

2.1. $\vec{B}$ Reste perpendiculaire aux rails.

2.2. $\vec{B}$ Reste vertical.

3. On dispose maintenant les rails verticalement comme l'indique la figure2 ci-contre. La tige est maintenue à une position prise comme référence.

Quelle est maintenant la direction et le sens de $\vec{B}$ pour que la tige MN s'élève lorsqu'elle est libérée à elle-même sachant qu'elle restera en contact avec les rails au cours de son déplacement. Déterminer la valeur minimale de l'induction B pour que le mouvement puisse se produire.

fig2

D. OURWA 2014

CORRIGE

1.1.1. Le bilan des forces

Les forces qui s'exercent sur la tige sont :

- Le poids $\vec{P}$ de la tige.
- La réaction $\vec{R}$ des rails sur la tige.
- La force de frottement $\vec{f}$.
- La force électromagnétique $\vec{F}$ de Laplace.

1.1.2 Calcul des travaux des forces :

$$W_{\vec{F}} = Fd = I\ell Bd \text{ avec } I = \frac{E}{R} \text{ soit } W_{\vec{F}} = 2.10^{-2}\,J$$

$$W_{\vec{P}} = W_{\vec{R}} = 0 \text{ car } \vec{P} \text{ et } \vec{R} \text{ sont } \perp \text{ au deplacement}$$

1.1.3 Calcul de ΔEc

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} = \underbrace{W_{\vec{P}}}_{0} + W_{\vec{F}} + \underbrace{W_{\vec{R}_n}}_{0} = W_{\vec{F}} = 2.10^{-2}\,J$$

Déduction de V

$$\Delta E_C = W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_C - \underbrace{Ec_0}_{0} = W_{\vec{F}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV^2 = W_{\vec{F}} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2W_{\vec{F}}}{m}} = 1m/s$$

Le déplacement est sur l'horizontalement $\Delta Ep = 0$

1.1.4. Calcul de f

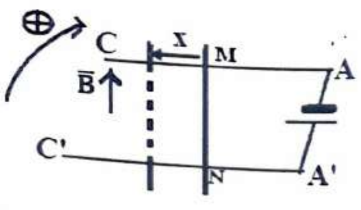
$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{F} + \vec{R} + \vec{f} = \vec{0}$$

Par projection sur l'axe Ox, on obtient :

$$F - f = 0 \Rightarrow f = F = I\ell B \text{ soit } F = 2.10^{-1}\,N$$

1.2.1. Expression du flux si le déplacement se fait de A vers C:

$\Phi = (S_0 + x\ell)B\cos\theta$ Avec $\theta = \pi$ Soit $\Phi = -S_0B - x\ell B$



La f.e.m induite e

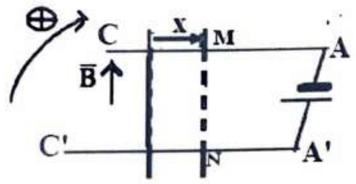
$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = VlB \quad \text{et } i = \frac{e}{R}$$

Le déplacement de la tige fait varier la surface ce qui entraîne une variation du flux qui crée une f.e.m induite qui fait apparaître un courant induit i qui circule dans le même sens de circulation du courant I_G débité par le générateur c-à-d. de N vers M.

Le courant qui circule dans la tige est la somme des deux courants induit et inducteur $I = I_G + i = \frac{E + BlV}{R}$

1.2.2. Expression du flux si le déplacement se fait de C vers A:

$\Phi = (S_0 - xl)B\cos\theta$ Avec $\theta = \pi$ soit $\Phi = -S_0B + xlB$



La f.e.m induite e

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -VlB \quad \text{et } i = -\frac{e}{R}$$

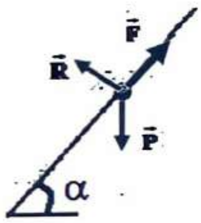
Le déplacement de la tige fait varier la surface ce qui entraîne une variation du flux qui crée une f.e.m induite qui fait apparaître un courant induit i qui circule dans le sens contraire du sens de circulation du courant I_G débité par le générateur c-à-d de M vers N.

Le courant qui circule dans la tige est la différence des deux courants induit et inducteur

$$I' = I_G - i = \frac{E - BlV}{R}$$

1.2.3. Application numérique :

$$I = I_G + i = \frac{E + BlV}{R} = 4{,}1A \quad I' = I_G - i = \frac{E - BlV}{R} = 3{,}9A$$

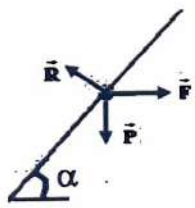


2.1. Calcul de l'angle α si $\vec{B}$ reste $\perp$ aux rails

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R}_n + \vec{F} = \vec{0}$$

Par projection suivant xx

$$F - P_x = 0 \Leftrightarrow P\sin\alpha - F = 0 \Rightarrow \sin\alpha = \frac{F}{P} = 0{,}5 \text{ soit } \alpha = 30°$$



2.2. Calcul de l'angle α si $\vec{B}$ reste vertical

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R}_n + \vec{F} = \vec{0}$$

Par projection suivant xx

$$F - P_x = 0 \Leftrightarrow P\sin\alpha - F\cos\alpha = 0 \Rightarrow \tan\alpha = \frac{F}{P} = 0{,}5 \text{ soit } \alpha = 26{,}57°$$

3. Direction et sens de $\vec{B}$

- Direction : horizontale perpendiculaire à $\overline{MN}$ et à $\vec{F}_m$.
- Sens : entrant d'après la règle de la main droite.

La valeur minimale de B pour que la tige monte :

En appliquant la R.F.D on trouve ;

$$S\vec{F}_{est} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{F}_m = m\vec{a}$$

En projetant suivant y'y on trouve

$$-P + F_m = ma \Rightarrow F_m = m(a + g) \Rightarrow B = \frac{m(a + g)}{Il}$$

B est minimale si $a = 0 \Rightarrow B_m = \frac{mg}{Il} = 1T$

EXERCICE 7

On néglige les forces de frottement et le champ magnétique terrestre. L'induction électromagnétique est également négligée sauf dans la question 3.3.

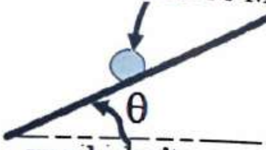
Deux rails conducteurs sont disposés parallèlement suivant la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle θ sur l'horizontale.

fig1

Ils sont distants de l; leurs extrémités supérieures sont reliées entre elles par un générateur G, un rhéostat Rh et un interrupteur K.

Une barre MN conductrice est posée perpendiculairement sur les deux rails précédents. Le contact électrique se fait en M et N. On crée dans la région où se trouvent les rails et la barre MN un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ qui reste toujours perpendiculaire au plan des rails (figl).

On ferme l'interrupteur K, un courant d'intensité I circule alors dans le montage.



vue de droite

1. Représenter les forces exercées sur la barre MN pour qu'elle soit en équilibre (On utilisera la vue de droite). Déduire le sens de $\vec{B}$

2. La barre MN a une masse m =20 g et pour qu'elle soit en équilibre il faut que l'intensité du courant soit égale à I_1=10 A. Exprimer la norme de $\vec{B}$ en fonction de I_1, l, m, g et θ pour que la barre reste en équilibre. Calculer B.

On donne : θ= 30 ° g=10 N/kg et l=0,05 m.

3. Les deux rails sont maintenant dans un plan horizontal. La barre est reliée à un ressort (R) de constante de raideur K (voir figure2). Pour la même intensité B précédente, on fait varier l'intensité I du courant en utilisant le rhéostat et on mesure l'allongement x du ressort à l'équilibre. On trace alors la courbe x=f(I) (Voir la courbe).

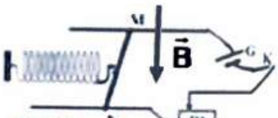
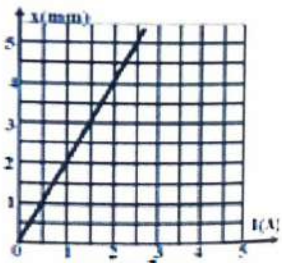


fig2

3.1. Déterminer l'équation de la droite x=f(I).

3.2. Etablir l'expression de x en fonction de K, I, l et B. Déduire la valeur de la constante de raideur K.

3.3. On remplace dans la figure 2 le générateur par un conducteur ohmique et on supprime le ressort et le rhéostat. Le dispositif est totalement plongé dans le champ magnétique dont le vecteur reste perpendiculaire aux rails. On déplace la tige de la gauche vers la droite sur les rails avec une vitesse constante V=5m/s tout en restant perpendiculaire aux rails.



courbe

3.3.1. Indiquer sur un schéma, en le justifiant, le sens du courant induit qui traverse la tige et calculer sa valeur si la résistance totale du circuit est R = 0,2Ω.

3.3.2. Déterminer les caractéristiques de la force électromagnétique qui s'exerce sur la tige.

Bac D 2014 sn.

CORRIGE

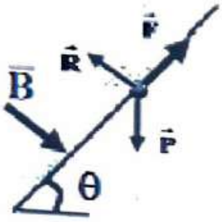
1. Pour que la tige soit en équilibre il faut que la force de Laplace soit dirigée vers le haut. Pour cela il faut que le trièdre $(\vec{I}, \vec{B}, \vec{F})$ soit directe et donc que $\vec{B}$ soit orienté vers le bas comme l'indique la figure.

2. L'expression de B en fonction de I_1, m, g, θet l.

$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R}_n + \vec{F} = \vec{0}$

Par projection suivant xx

$F - P_x = 0 \Leftrightarrow P\sin\theta - F = 0 \Rightarrow P\sin\theta = F \Leftrightarrow P\sin\theta = I_1 l B$



$$B = \frac{mg\sin\theta}{lI_1} \Leftrightarrow B = \frac{0,02x10x0,5}{10x0,05} = 0,2T$$

3.1. Détermination de l'équation de la droite x=f(I)

On x= aI +b

Si I=0 alors x=0 soit b=0

Si I=1A alors x=2.10^{-3} soit a=2.10^{-3}

Donc x=2.10^{-3} I

3.2. Expression de x en fonction de K, I, B et l

$\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{F} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$

Par projection sur l'axe Ox, on obtient :

$F - T = 0 \Rightarrow T = F \Leftrightarrow Kx = Il B \Rightarrow x = \frac{IlB}{K}$

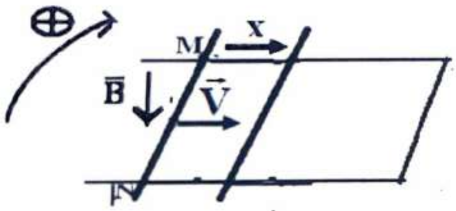
Par identification avec de la droite :

$a = \frac{lB}{K} \Rightarrow K = \frac{lB}{a} = \frac{0,05 \times 0,2}{2.10^{-3}} = 5N/m$

3.3.1 .Le sens du courant induit

Le sens du courant induit est de telle façon qu'il s'oppose par ses effets à la cause qui lui donne naissance.
La force de Laplace crée par le courant induit s'oppose au déplacement de la tige. D'après la règle de la main droite le courant i circule de N vers M dans la barre.

Expression du flux:



$F = (S_0 - xl)B\cos\theta$ Avec $\theta = 0$ Soit $\Phi = S_0B - xlB$

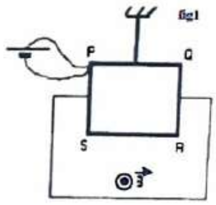
La f.e.m induite e

$e = -\frac{d\Phi}{dt} = VlB$ et $i = \frac{e}{R} = \frac{VlB}{R} = 0,25A$

3.3.2. Les caractéristiques de la force

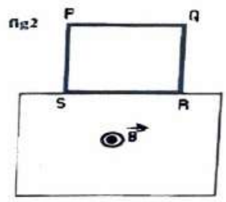
- Direction $\vec{F} \perp \vec{MN}$ et $\vec{F} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{F}$ est horizontale
- Sens : D'après la règle d'orientation régissant les sens de la force $\vec{F}$, de l'intensité I et du champ magnétique $\vec{B}$ (les sens de I, $\vec{B}$ et $\vec{F}$ forment un trièdre direct) , la force $\vec{F}$ est dirigée de la droite vers la gauche.
- Module : $F = B\,I\,l = 0.2 \times 0,25 \times 0,05$ $F = 2,5.10^{-3}$ N
- Origine : milieu de (M, N)

EXERCICE 8



Une spire ayant la forme d'un cadre vertical carré PQRS de coté a =10cm, de masse m =100g est parcourue par un courant d'intensité I = 4A. Cette spire et plongée à moitié dans un champ uniforme $\vec{B}$ de valeur B = 0,2T.(voir fig1). La spire est suspendue par un fil vertical de masse négligeable.

1. Déterminer les caractéristiques des forces électromagnétiques qui s'exercent sur les cotés du cadre. fig1
2. Quelle est alors la valeur de la tension du fil à l'équilibre ?
3. On supprime le courant dans le cadre et on coupe le fil à la date t = 0. La spire tombe alors en chute libre.

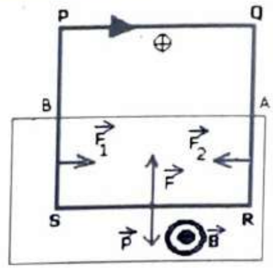


Le schéma ci-contre représente le cadre à l'origine des temps. Dans la suite, on néglige l'action des forces électromagnétiques.

3.1 Représenter la spire lorsqu'elle est partiellement plongée dans le champ magnétique et exprimer à la date t correspondante la surface de la partie plongée dans le champ magnétique.
3.2 Exprimer le flux magnétique à travers le cadre à la date t.
3.3 En déduire l'expression de la f.e.m induite et préciser le sens du courant traversant la spire.

Bac D 2003 sc

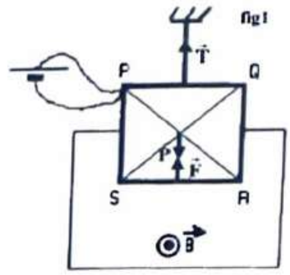
CORRIGE



1. Les caractéristiques des forces magnétiques :

   ➢ Pour $\vec{F_1}$

- Direction : l'horizontale
- Sens : de S vers R
- Origine : milieu de (B, S)
- Intensité : $F_1 = ½ aBI = 4.10^{-2}N$



   ➢ Pour $\vec{F_2}$

- Direction : l'horizontale
- Sens : de R vers S
- Origine : milieu de (A, R)
- Intensité : $F_2 = F_1 = ½ aBI = 4.10^{-2}N$

   ➢ Pour $\vec{F}$

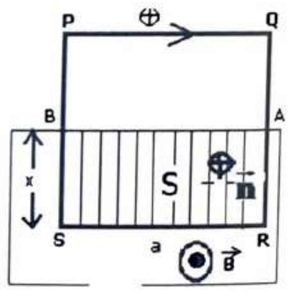
- Direction : la verticale
- Sens : vers le haut
- Origine : milieu de (R, S)
- Intensité : $F = 2F_1 = aBI = 8.10^{-2}N$

2.Calcul de la tension à l'équilibre :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{P} + \vec{F} + \vec{T} = \vec{0}$$

Par projection sur la verticale descendante, on obtient :

$P - T - F = 0 \Rightarrow T = P - F$ A.N : T= 0,92N



3.1 Expression de la surface S :

S= ax avec x la distance parcourue par le cadre (surface hachurée).

Or le mouvement du cadre est un mouvement de chute libre donc rectiligne uniformément varié d'éq : $x = ½ gt^2$. Soit $S = ½ agt^2$

3.2Expression du flux magnétique à travers la surface :

$\Phi = BS\cos\theta$ avec $\theta = \pi$ soit $\Phi = -BS = -½ agBt^2$

3.3 Expression de la f.e.m induite e :

$e = -d\Phi/dt \quad \Rightarrow \quad e = gaBt$

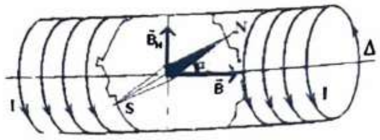
Comme e > 0, le sens du courant induit i est le même que le sens d'orientation choisi c'est-à-dire de R vers S.

EXERCICE 9

On néglige le champ magnétique terrestre dans les questions 1et 3

Un solénoïde de grande longueur /par rapport à son diamètre comporte N spires jointives.

1. Déterminer les caractéristiques du champ magnétique $\vec{B}$ qui s'exerce au centre de la bobine quand elle est traversée par un courant d'intensité I (Direction, sens et intensité).



A.N $N = 1000, I = 2A, l = 1,5m, m_0 = 4\pi.10^{-7}$ S.I

2. L'axe Δ du solénoïde est perpendiculaire au méridien magnétique du lieu d'expérience et la composante horizontale du champ magnétique terrestre est $B_H = 2.10^{-5}T$

Une petite aiguille aimantée $\overline{SN}$ mobile autour d'un axe vertical placée au centre de la bobine s'établit dans une position d'équilibre telle que l'angle de la ligne des pôles $\overline{SN}$ et l'axe Δ soit $\alpha = 60°$ (Fig 1). Calculer la valeur du champ magnétique $\vec{B}$ qui s'exerce lors du passage d'un courant dans le solénoïde et en déduire l'intensité I_1de ce courant ?

3. On place maintenant au centre du solénoïde une spire de surface $S=8cm^2$ dont l'axe est confondu avec celui du solénoïde (fig 2).

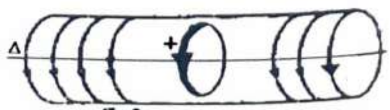
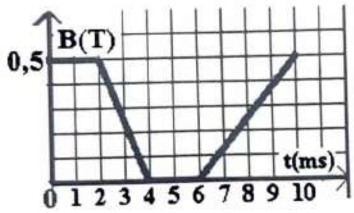


fig2

3.1. Exprimer le flux Φ à travers la spire en fonction de B et S. Calculer Φ si B=0.5T



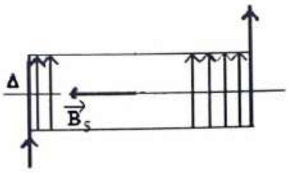
3.2. On établit aux bornes du solénoïde une différence de potentielle qui fait passer un courant créant un champ magnétique variant en fonction du temps comme l'indique la courbe ci-contre.

3.2.1. Donner l'expression de la force électromotrice induite e en fonction du temps et calculer ses valeurs dans les différents intervalles de temps.

3.2.2. Représenter la variation de e en fonction de t dans les différents intervalles de temps. *Bac D 2006 sn*

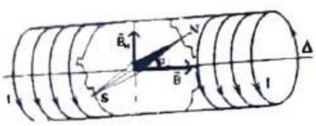
CORRIGE

1. Caractéristiques du champ $\vec{B}$:



- Origine : milieu du solénoïde
- Direction : l'axe du solénoïde
- Sens : donné par la règle de la main droite $\overrightarrow{SN}$
- Intensité : $B = \mu_0 nI = \mu_0 \frac{N}{l} I$ A.N : $B = 1{,}67.10^{-3}T$

2. Calcul de θ : Voir le schéma



$$\tan\theta = \frac{B_H}{B_S} \Rightarrow B_S = \frac{B_H}{\tan\theta}$$ soit $B_S = 1.16.10^{-5}T$

Déduction de l'intensité correspondante :

$$\Rightarrow B_S = \mu_0 n I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{B_S}{\mu_0 n}$$ soit $I_1 = 1{,}4.10^{-2}A$

3.1 Calcul du flux :

$\Phi = BS\cos\theta$ avec $\theta = (\vec{n}, \vec{B})$ comme $\theta = 0$, on a $\Phi = BS$ soit $\Phi = 4.10^{-4}Wb$.

3.2 La f.e.m induite : $e = -\frac{d\Phi}{dt} = -S\frac{dB}{dt}$

3.2.1 Les expressions de la f.e.m en fonction de t :

Sur $[0; 2ms]$ $e_1 = 0$ car $B = cte$

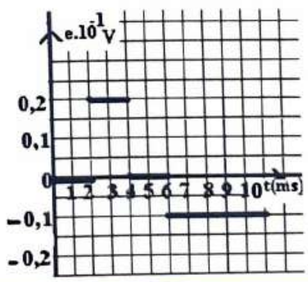
Sur $[2ms; 4ms]$ $B = at + b$ avec $\begin{cases} a = \frac{dB}{dt} = -250 \\ b = 1 \end{cases}$ donc $B = -250t + 1$ soit $e_2 = 0{,}2V$

Sur $[4ms; 6ms]$ $e_3 = 0$ car $B = cte$

Sur $[6ms; 10ms]$

$B = a't + b'$ avec $\begin{cases} a = \frac{dB}{dt} = -125 \\ b = -0{,}75 \end{cases}$ donc $B = 125t - 0{,}75$ soit $e_4 = -0{,}1\ V$

3.2.2 Représentation de la fonction $e = f(t)$: voir schéma



EXERCICE 10

On donne : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ S.I et $B_H = 2.10^{-5}T$.

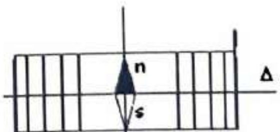


fig1

1. Un solénoïde S est constitué d'un enroulement de 1000 spires sur une longueur de 1,2m; il est traversé par un courant d'intensité $I_1 = 3{,}82A$. Donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ à l'intérieur du solénoïde et en son centre.

2. L'axe Δ du solénoïde est placé perpendiculairement au méridien magnétique (voir figure1).

Quand on fait passer le courant d'intensité I_1 dans le solénoïde, une petite aiguille aimantée placée en son centre tourne de l'angle θ. Indiquer sur une figure claire le sens du courant dans le solénoïde, le sens de déviation de l'aiguille et calculer θ.

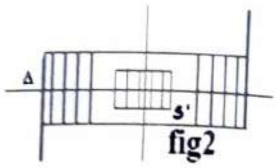


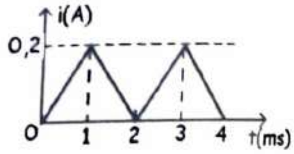
fig2

3. A l'intérieur du solénoïde S, est placée une petite bobine S', comportant 600 spires de rayon r=1,78cm. Les bobines sont coaxiales d'axe Δ horizontal (voir figure 2).

Calculer la valeur du flux du champ magnétique $\vec{B}$ à travers la bobine

4. On fait décroître l'intensité I du courant traversant S de la valeur I_1=3,82A jusqu'à la valeur 0 en 0,2s selon une fonction affine du temps. Quelle est la force électromotrice d'induction dont la bobine S' est le siège ?

Préciser sur un schéma le sens du champ magnétique $\vec{B}$, du courant I_1 traversant S et du courant induit i qui traverse la bobine S' si on réunissait ses extrémités.



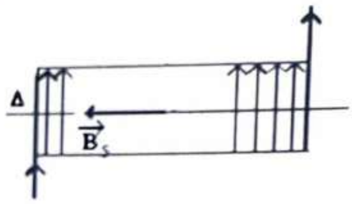
5. On fait passer dans le solénoïde un courant dont l'intensité varie comme l'indique la figure3 Préciser la valeur de la période T. Calculer les valeurs de la f.e.m induite pendant une période.

Bac D 2004 sn

CORRIGE

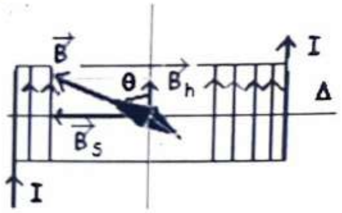
1. Caractéristiques du champ $\vec{B}$:

- Origine : milieu du solénoïde
- Direction : l'axe du solénoïde
- Sens : donné par la règle de la main droite $\overline{SN}$
- Intensité $B = \mu_0 nI = \mu_0 \frac{N}{l} I$: A.N : $B=4.10^{-3}$T



2. Calcul de θ : Voir le schéma

$\tan\theta = \frac{B_S}{B_h}$ A.N : $\theta=89,7^0$



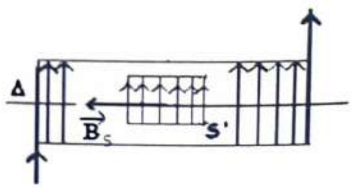
3. Calcul du flux : $\Phi = NBS\cos\theta$ avec $\theta = (\vec{n},\vec{B})$

comme $\theta=0$, on a $\Phi = NBS$ A.N : $\Phi =2,4.10^{-4}$Wb.

4. La f.e.m induite : (voir schéma)

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -4.10^{-6}NN'r^2\frac{1}{l}\frac{di}{dt} \text{ avec } \pi^2 = 10$$

et $i = -19,1t + 3,82$ soit $e = 12.10^{-3}$V



5. La période T correspond à 2ms.

Expression de l'intensité i du courant :

- Si $t \in [0\,;1ms]$ i=at avec a=200 soit i=200t
- Si $t \in [1ms\,;2ms]$ i=at+b avec a=-200 et b=4 soit i=-200t+4

Calcul de la f.e.m induite sur ces intervalles :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -4.10^{-6}NN'r^2\frac{1}{l}\frac{di}{dt} = -63,37\frac{di}{dt} \text{ en prenant } \pi^2 = 10$$

- Si $t \in [0\,;1ms]$ $e = -1,27.10^{-1}$ V
- S $t \in [1ms\,;2ms]$ i $e= 1,27.10^{-1}$ V.

EXERCICE 11

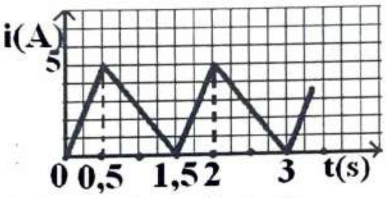
Un solénoïde de résistance R=3Ω comprend N=5000 spires jointives réparties sur une longueur l= 60 cm.

1 Dans un premier temps les extrémités du solénoïde sont branchées aux bornes d'un générateur G de f.e.m E= 12V et de résistance interne r = 1Ω.

1.1. Préciser les caractéristiques du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ à l'intérieur du solénoïde.

Faire un schéma du solénoïde où on indiquera clairement le sens du courant et où on représentera le vecteur champ magnétique $\vec{B}$. On donne : $\mu_0 = 4p.10^{-7}$ S.I

1.2. On introduit à l'intérieur du solénoïde une bobine plate comportant N' = 100 spires. La surface de chaque spire est S = 5cm². L'axe du solénoïde est confondu avec celui de la bobine. Calculer le flux d'induction magnétique à travers la bobine. Faire un schéma où on indiquera clairement le sens de $\vec{B}$ et l'orientation choisie sur la bobine intérieure.



2. On remplace le générateur G par un autre générateur G' qui débite dans le solénoïde un courant périodique (Figure ci-contre).On relie ensuite les extrémités de la bobine intérieure à un oscillographe.

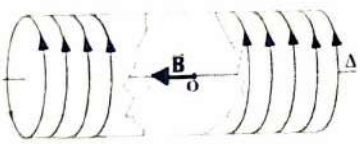
2.1. Expliquer pourquoi la bobine est le siège d'un phénomène d'induction.

2.2. Trouver l'expression du flux magnétique à travers la bobine dans une période. En déduire la f.e.m d'induction e dans cette période. On fera un schéma clair où seront représentés l'orientation choisie sur la bobine intérieure et ses connexions à l'oscillographe.

2.3 Représenter la courbe e =f(t)

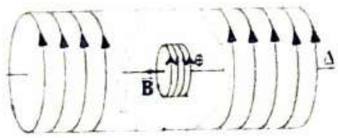
Bac D 2009 sc

CORRIGE



1.1 Caractéristiques du champ $\vec{B}$:

- Origine : milieu du solénoïde
- Direction : l'axe du solénoïde
- Sens : donné par la règle de la main droite $\overrightarrow{SN}$
- Intensité : $B = \mu_0 nI = \mu_0 \frac{N}{l} I$
- Avec $I = \frac{E}{\sum r} = 3A$ $\Leftrightarrow$ A.N : $B = 314.10^{-4}T$



1.2 Calcul du flux :

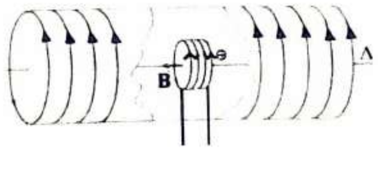
$\Phi = N'BS\cos\theta$ avec $q = (\vec{n}, \vec{B}) = 0$, on a $\Phi = N'BS$

soit $\Phi = 1,57.10^{-3}$Wb.

2.1 Comme l'intensité du courant varie en fonction du temps, B varie aussi d'où la variation du flux et apparition du phénomène d'induction ($e = -\frac{d\Phi}{dt} \neq 0$).

2.2L'expression du flux magnétique à travers la bobine dans une période.

$$\Phi = N'BS = N'S\mu_0 \frac{N}{l} i = 5,2.10^{-4} i$$



- Sur [0 ; 0,5s]

$i_1 = at + b$ Avec $\begin{cases} a = \frac{\Delta i}{\Delta t} = 10 \\ b = 0 \end{cases}$ Donc $i_1 = 10t$ Soit $\Phi_1 = 5,2.10^{-3}t$

- Sur [0,5s ; 1,5s]

$i_2 = a't + b'$ Avec $\begin{cases} a' = \frac{\Delta i}{\Delta t} = -5 \\ b' = 7,5 \end{cases}$ Donc $i_2 = -5t + 7,5$ Soit $\Phi_2 = 5,2.10^{-4}(-5t+7,5)$

Déduction de la f.e.m induite sur une période:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -5,2.10^{-4}\frac{di}{dt}$$

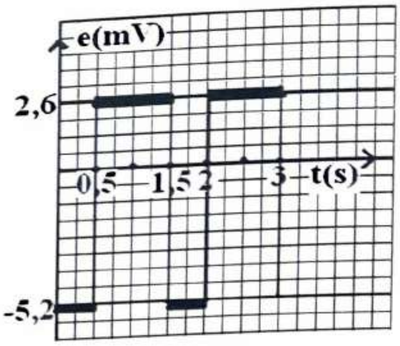
- Sur [0 ; 0,5s]

$e = -\frac{d\Phi_1}{dt}$ soit $e_1 = = -5,2.10^{-3}$V

- Sur[0,5s ; 1,5s]

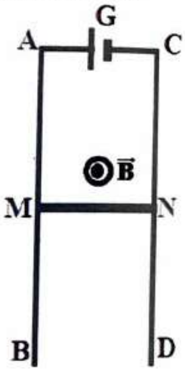
$e = -\frac{d\Phi_2}{dt}$ soit $e_2 = = 2{,}6.10^{-3}V$

2.3 Représentation de la courbe e=f(t)



EXERCICE 12

Deux rails rectilignes et verticaux AB et CD très longues sont branchés aux bornes d'un générateur de force électromotrice E=5V. Une tige MN de cuivre homogène et de section constante de masse m=20g munie de deux crochets s'adapte sur les rails. La tige de longueur ℓ=10cm, peut glisser sans frottement en restant perpendiculaire aux rails. Le contact électrique avec les rails est toujours assuré.



Le circuit ainsi constitué est placé dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme horizontal d'intensité B=0,4T qui est perpendiculaire au plan des rails comme le montre la figure1. Le phénomène d'induction est négligé.

1 .Préciser le sens du courant qui traverse la tige et calculer son intensité si la résistance totale du circuit est r=2Ω.

2. Déterminer les caractéristiques de la force électromagnétique qui s'exerce sur la tige.

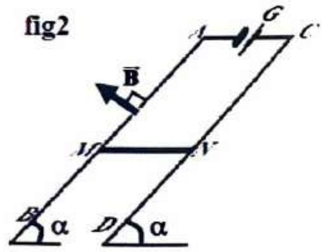
3. Montrer que dans ces conditions la tige ne peut pas être en équilibre.

4. On inverse le sens du courant dans la tige sans changer les autres paramètres et on l'abandonne sans vitesse initiale.

4.1. Déterminer la nature du mouvement de la tige.

4.2. Calculer l'angle α dont il faut incliner les rails par rapport à l'horizontale pour que la tige soit en équilibre si le vecteur champ magnétique reste perpendiculaire aux rails comme le montre la figure2.

fig2



5. Dans cette question le phénomène d'induction n'est plus négligé.

On conserve le circuit précédemment incliné et on remplace le générateur par un fil conducteur sans changer la valeur de la résistance totale du circuit. La tige est abandonnée sans vitesse pour se déplacer de A vers B tout en restant perpendiculaire aux rails.

5.1. Déterminer l'expression de la f.e.m induite en fonction de B, ℓ et V à un instant t quelconque.

5.2. Déterminer l'expression de l'intensité du courant induit et préciser son sens.

Bac D 2012 sn

CORRIGE

1. Sens du courant dans la tige:

M étant lié à la borne positive ; le courant circule de M vers N.

Calcul de I :

$E = rI \Rightarrow I = E/r$ A.N : I = 2,5A

2. Les caractéristiques de la force de Laplace :

- Direction $\vec{F} \perp \overrightarrow{MN}$ et $\vec{F} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{F}$ est verticale
- Sens : D'après la règle d'orientation régissant les sens de la force $\vec{F}$, de l'intensité I et du champ magnétique $\vec{B}$ (les sens de I , $\vec{B}$ et $\vec{F}$ forment un trièdre direct) , la force $\vec{F}$ est dirigée vers le bas.
- Module : $F = B\,I\,\ell = 0.4 \times 2{,}5 \times 10^{-1}$ soit $F = 10^{-1}$ N
- Origine : milieu de (M, N)

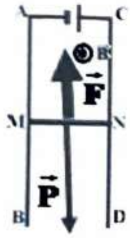
3. Montrons que la tige ne peut être en équilibre :

$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} + \vec{P} = m\vec{a}$

Par projection sur la verticale descendante :

$P + F = ma \;\Rightarrow\; a = \dfrac{F+P}{m} \neq 0$ La tige est en mouvement

Autre méthode : $\vec{F}$ et $\vec{P}$ ayant le même sens leur résultante ne peut pas être nulle donc la tige ne peut pas rester en équilibre



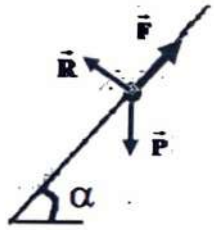
4 .Nature du mouvement de la tige

4.1. Le sens du courant ayant changé le sens de $\vec{F}$ change.

$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} + \vec{P} = m\vec{a}$

Par projection sur la verticale descendante :

$P - F = ma \;\Rightarrow\; a = \dfrac{P-F}{m} = 5m/s^2$

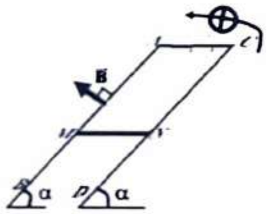


4.2. Calcul de l'angle α

$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F} + \vec{R}_n + \vec{P} = \vec{0}$

Par projection suivant xx'

$F - P_x = F - mg\sin\alpha = 0 \Rightarrow \sin\alpha = \dfrac{F}{mg} = 0{,}5$ soit $\alpha = 30°$



5.1. Expression de la f.e.m

$e = -\dfrac{d\Phi}{dt} =$ or $\Phi = BS$ avec $S = S_0 + xl$

$e = -Blv$

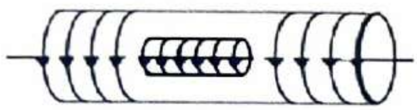
5.2. Expression de l'intensité et son sens :

$i = \dfrac{e}{R} = \dfrac{-Blv}{R}$

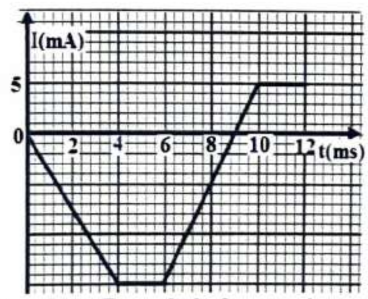
e étant négative, le courant circule en sens contraire du sens choisi c'est-à-dire de N vers M dans la tige.

EXERCICE 13

Un solénoïde S_1 de 90cm de long est formé de 1000 spires; il a une résistance R=2 Ω. On le branche aux bornes d'une pile de force électromotrice E=4,5V et de résistance interne r=3 Ω.



1. Après avoir choisi le sens du courant, représenter, en justifiant, le vecteur champ magnétique au centre O du solénoïde.
2. Après avoir calculé l'intensité du courant débitée par la pile, calculer la valeur du champ magnétique au centre du solénoïde S_1.
3. Dans le solénoïde S_1 est placée une petite bobine S_2 de 6 cm de diamètre formée de 400 spires. S_1 et S_2 ont le même axe. Calculer le flux du champ magnétique à travers cette bobine.
4. On remplace la pile par un générateur qui débite un courant dont l'intensité varie comme l'indique la courbe.



4.1. Expliquer pourquoi la bobine S_2 est le siège d'un phénomène d'induction magnétique.

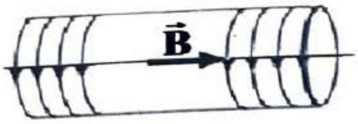
4.2. Trouver dans les différents intervalles de temps les expressions du champ magnétique crée au centre du solénoïde S_1, du flux magnétique à travers la bobine S_2 et de la f.e.m induite e.

4.3 Calculer dans ces différents intervalles de temps la f.e.m induite e et la représenter.

Bac D 2013 sn

CORRIGE

1. Voir schéma : D'après la règle de la main droite le sens de $\vec{B}$ est celui indiqué sur le schéma :



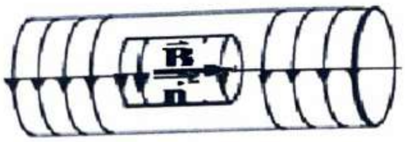
2. Calcul de l'intensité I

$$I = \frac{E}{\sum R} = 0,9A$$

Calcul de l'intensité B :

$B = \mu_0 nI = \mu_0 \frac{N_1}{l} I$ A.N : $B = 12,56.10^{-4} T$

3. Calcul du flux :



$\Phi = NBS\cos\theta$ avec $\theta = 0$

on a $\Phi = N_2 BS = N_2 \pi r^2 B = 142.10^{-5}$ Wb

Ou $\Phi = 144.10^{-5}$Wb si on prend $\pi^2 = 10$

4.1 .Comme l'intensité du courant varie en fonction du temps, B varie aussi d'où la variation du flux et apparition du phénomène d'induction ($e = -\frac{d\Phi}{dt} \neq 0$).

4.2. L'expression du flux magnétique à travers la bobine.

$$\Phi = N_2 BS = N_2 S \mu_0 \frac{N_1}{l} i = 16.10^{-4} i$$

L'expression de la f.e.m e

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -16.10^{-4} \frac{di}{dt}$$

- Sur [0; 4ms]

$$i_1 = at + b \text{ Avec } \begin{cases} a = \frac{\Delta i}{\Delta t} = -3,75 \\ b = 0 \end{cases} \text{Donc } i_1 = -3,75t$$

Soit $\Phi_1 = -6.10^{-3} t$ $\quad e_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = 6.10^{-3} V$

- Sur [4ms; 6ms]

$$i_2 = a't + b' \text{ Avec } \begin{cases} a' = \frac{\Delta i}{\Delta t} = 0 \\ b' = -15.10^{-3} \end{cases}$$

Donc $i_2 = -15.10^{-3} A$ Soit $\Phi_2 = -2,4.10^{-5}$ Wb

$$e_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} = 0$$

- Sur [6ms; 10ms]

$$i_3 = a''t + b'' \text{ Avec } \begin{cases} a'' = \frac{\Delta i}{\Delta t} = 5 \\ b'' = -45.10^{-3} \end{cases}$$

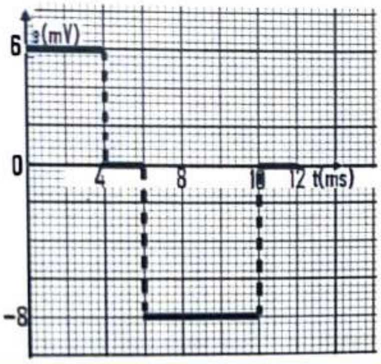
Donc $i_3 = 5t - 45.10^{-3}$ Soit $\Phi_3 = 16.10^{-4}(5t - 45.10^{-3})$

$$e_3 = -\frac{d\Phi_3}{dt} = -8.10^{-3} V$$

- Sur [10ms; 12ms]

$$i_4 = a'''t + b''' \text{ Avec } \begin{cases} a''' = \dfrac{\Delta i}{\Delta t} = 0 \\ b'' = 5.10^{-3} \end{cases} \text{Donc } i_4 = 5.10^{-3}\,A \text{ Soit } \Phi_4 = 8.10^{-6}\,Wb \quad e_4 = -\frac{d\Phi_4}{dt} = 0V$$

Voir la courbe ci-contre



EXERCICE 14

1. Un solénoïde S de longueur l= 0,5m ; de diamètre d et comportant N =5000 spires est parcouru par un courant d'intensité $I=8.10^{-2}$A.
Donner les caractéristiques du vecteur-champ magnétique $\vec{B}$ du solénoïde S.

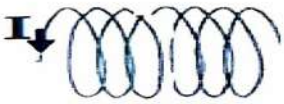


fig1

2. A l'intérieur du solénoïde S, est placée une petite bobine S' de diamètre d' comportant N' spires. Les deux bobines ont le même axe horizontal x x'.
Tenant compte de l'orientation choisie sur la figure 2, calculer la valeur du flux du champ magnétique $\vec{B}$ à travers la bobine S'. A.N: N'=400; d'=4cm.

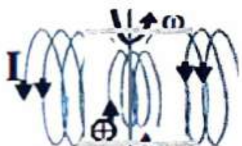
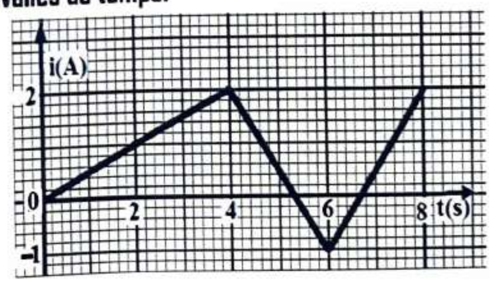


fig2

3. Le solénoïde S est parcouru maintenant par un courant dont l'intensité i varie comme l'indique la courbe.
3.1. Déterminer l'expression de l'intensité i en fonction du temps dans les intervalles [0;4s]; [4s;6s] et [6s;8s].
3.2. Montrer que l'expression de la force électromotrice (f.e.m) d'induction e qui apparaît dans la bobine peut s'écrire sous la forme : $e = 10^{-6} NN' \dfrac{d'^2}{l} \cdot \dfrac{di}{dt}$, si π^2=10 et $\dfrac{di}{dt}$ la dérivée par rapport au temps de l'intensité i du courant.
3.3. Calculer la force électromotrice induite dans les différents intervalles de temps.

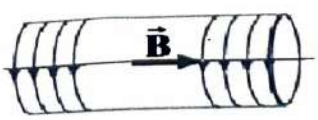


4. On rétablit dans le solénoïde S, l'intensité I de la question 1 qu'on garde constante dans toute cette question. On imprime à la bobine S', un mouvement de rotation uniforme de vitesse angulaire ω autour d'un axe Δ vertical passant par son centre (voir fig2).
4.1. A l' instant t=0, l'axe de la bobine est confondu avec celui du solénoïde; la normale aux spires de la bobine étant orientée dans le sens du champ magnétique $\vec{B}$ crée au centre du solénoïde S, calculer le flux Φ_0 à travers la bobine.
4.2 .A une date t quelconque, la bobine a tourné de l'angle. $\theta = 100\pi t$ Donner l'expression du flux $\Phi(t)$ à travers la bobine en fonction du temps t.

Bac D 2015 s. annulée

CORRIGE

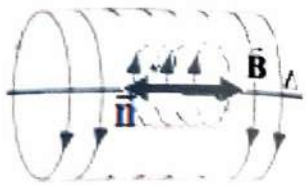
1.Caractéristiques du champ $\vec{B}$:



- Origine : milieu du solénoïde
- Direction : l'axe du solénoïde
- Sens : donné par la règle de la main droite $\overrightarrow{SN}$

- Intensité : $B = \mu_0 nI = \mu_0 \frac{N}{l} I$ $B = .10^{-3}T$

2. Calcul du flux :



$\Phi = N'BS'\cos\theta$ avec $\theta = \pi$ on a $\Phi = -N'BS' = -5,024.10^{-4}$ Wb

2.1. Comme l'intensité du courant varie en fonction du temps, B varie aussi d'où l'expression de la f.e.m d'induction

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = N'S'\frac{dB}{dt} = N'\pi\frac{d'^2}{4}.4.\pi.10^{-7}\frac{N}{l}\frac{di}{dt}$$

D'où l'expression demandée : $e = 10^{-6}N'N\frac{d'^2}{l}\frac{di}{dt}$

- Sur [0 ; 4s]

$$i_1 = at + b \text{ Avec } \begin{cases} a = \frac{\Delta i}{\Delta t} = 0,5 \\ b = 0 \end{cases} \text{ Donc } i_1 = 0,5t$$

- Sur [4s ; 6s]

$$i_2 = a't + b' \text{ Avec } \begin{cases} a' = \frac{\Delta i}{\Delta t} = -\frac{3}{2} \\ b' = 8 \end{cases} \text{ Donc } i_2 = -\frac{3}{2}t + 8$$

- Sur [6s ; 8s]

$$i_3 = a''t + b'' \text{ Avec } \begin{cases} a'' = \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{3}{2} \\ b'' = -10 \end{cases} \text{ Donc } i_3 = \frac{3}{2}t - 10$$

Déduction de la f.e.m induite sur une période:

$$e_4 = -\frac{d\Phi}{dt} = -6,4.10^{-3}\frac{di}{dt}$$

- Sur [0 ; 4s] $e_1 = 3,2.10^{-3}V$
- Sur [4s ; 6s] $e_2 = -9,6.10^{-3}V$
- Sur [6s ; 8s] $e_2 = 9,6.10^{-3}V$

4.1. Calcul de Φ_0

$\Phi = N'BS'\cos\theta$ avec $\theta = 0$ on a $\Phi = N'BS' = 5.10^{-4}$ Wb

4.2. L'expression du flux à un instant t quelconque

$$\Phi = N'BS'\cos\theta = N'BS'\cos100\pi = N'\pi\frac{d'^2}{4}.B\cos100\pi$$

EXERCICE 15

On donne g=10m/s²

On enroule un fil conducteur sur un cadre en carton pour avoir une bobine rectangulaire ayant pour dimensions AE = a = 4cm et AC=b=10cm.

La bobine de masse m= 120 g est constituée de N=1000 spires.

1. Cette bobine est suspendue à un ressort, de raideur k=40 N/m, qui s'allonge de $\Delta l_0 = 3$ cm.

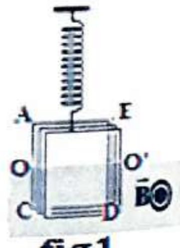


fig1

La bobine est placée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, de façon que sa partie horizontale supérieure AE ne baigne pas dans ce champ $\vec{B}$. Lorsqu'on fait passer un courant électrique d'intensité I = 2 A dans les spires, l'allongement du ressort à l'équilibre devient alors $\Delta l = 5$ cm

On notera par $\vec{F}_{CD}$, $\vec{F}_{AC}$ et $\vec{F}_{DE}$ les forces respectives de Laplace s'exerçant sur les côtés CD, AC et DE de la bobine.

(voirfig1)

1.1. Faire une figure où on représente:

1.1.1 Sur l'une des spires le sens du courant parcourant la bobine AEDC. Justifier.

1.1.2. Les forces électromagnétiques $\vec{F}_{CD}$, $\vec{F}_{AC}$ et $\vec{F}_{DE}$ exercées sur la bobine parcourue par le courant I à l'équilibre.

1.2. Écrire la condition d'équilibre de la bobine et établir l'expression de la valeur B du champ magnétique en fonction de k, Δl, m, g, a, I et N. Calculer la valeur B.

2. Après avoir coupé le courant, on détache la bobine du ressort et on la fait entrer avec une vitesse constante $\vec{V}$ dans le champ $\vec{B}$ comme le montre la figure2: A l'instant t=0, le coté ED du cadre pénètre tout juste dans le champ magnétique $\vec{B}$

2.1. Exprimer à un instant t la surface de la partie immergée de l'une des spires dans $\vec{B}$ en fonction de V, t et b.

2.2. Tenant compte de l'orientation choisie, donner l'expression du flux magnétique Φ en fonction de V, t, b, B et N et celle de la f.é.m. induite e en fonction de V, b, B et N.

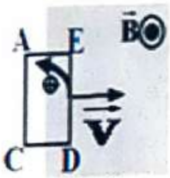


fig2

2.3. Lorsque que la bobine est totalement immergée dans le champ $\vec{B}$, on l'immobilise. Puis on la fait tourner au tour d'un axe vertical passant par son milieu avec une vitesse angulaire ω=40rad/s. A une date t quelconque, la bobine a tourné de l'angle $\theta = \omega t$.

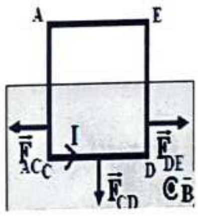
2.3.1. Donner les expressions du flux Φ et de la f.é.m. induite e en fonction de a, b, B, N, ω et t.

2.3.2. Calculer les valeurs maximales de Φ et de e.

2.3.3. Donner l'allure de la courbe représentative de la fonction e=f(t) *Bac C+D 2016 s n*

CORRIGE

1.1. Représentation :

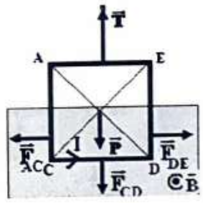


1.1.1. Voir schéma comme l'allongement augmente donc $\vec{F}_{CD}$ est orientée vers le bas et comme $\vec{B}$ est sortant I circulera dans CD de C vers D

1.1.2. Voir figure pour la représentation des forces

1.2. A l'équilibre

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{F}_{CD} + \underbrace{\vec{F}_{AC} + \vec{F}_{DE}}_{\vec{0}} = \vec{0}$$



Calcul de l'induction B :

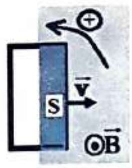
Par projection sur la verticale descendante :

$P - T + F_{CD} = 0$

$\Rightarrow F_{CD} = T - P \Leftrightarrow NaIB = K\Delta l - mg \quad \Leftrightarrow B = \dfrac{K\Delta l - mg}{NaI} = 10^{-2}\ T$

2.1. Surface de la partie immergée

S=bx avec x =Vt soit S=bVt



2.2. Les expressions du flux et la f.e.m

$\Phi = NBS\cos\theta = NBbVt \qquad$ et $e = -\dfrac{d\Phi}{dt} = -NBbV$

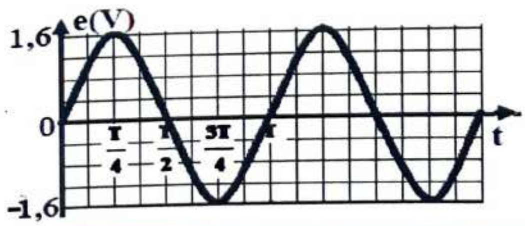
2.3.1.

$\Phi = NBS\cos\theta = NBab\cos\omega t \qquad$ et $e = -\dfrac{d\Phi}{dt} = \omega NBab\sin\omega t$

2.3.2. Calcul des valeurs maximales du flux et de la f.e.m :

$\Phi_{max} = NBab = 4.10^{-2}$ wb et $e_{max} = \omega NBab = 1,6V$

2.3.3. Voir courbe ci-contre



t	0	T/4	T/2	3T/4	T
e	0	e_{max}	0	$-e_{max}$	0

EXERCICE 16

On prendra $\pi^2 = 10$

Un solénoïde S comprend N=500 spires, réparties régulièrement sur une longueur l=40cm.

A l'intérieur du solénoïde S, on place une petite bobine b comportant 50 spires circulaires de rayon 4cm chacune.

1. Un courant continu d'intensité I=0,6A parcourt le fil conducteur du solénoïde S. Donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ crée à l'intérieur du solénoïde.

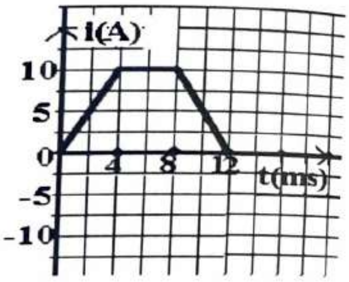
Faire un schéma sur lequel on précisera le sens du courant et du champ magnétique. On donne $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ S.I.

2. L'intensité du courant devient nulle en 0,04s.

2.1. Quelle est la variation du flux à travers la bobine, pendant cet intervalle de temps?

2.2. Quelle est pendant la rupture du courant, la valeur moyenne de la force électromotrice induite à travers la bobine ?

3. Les variations de l'intensité du courant en fonction du temps sont maintenant conformes aux indications du graphe.



3.1. Déterminer les diverses valeurs prises par la force électromotrice induite à travers la bobine dans les différents intervalles de temps : $t_1 \in [0;4]$; $t_2 \in [4;8]$ et $t_3 \in [8;12]$.

3.2. Représenter graphiquement ces variations en fonction du temps. *Bac D 2017 SC*

CORRIGE

1. Caractéristiques du champ $\vec{B}$:

- Origine : milieu du solénoïde
- Direction : l'axe Δ du solénoïde
- Sens : donné par la règle de la main droite $\vec{SN}$ (voir schéma).
- Intensité : $B = \mu_0 nI = \mu_0 \frac{N}{l} I = 9,42.10^{-4}$ T

2.1. La valeur du flux Φ :

$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = 0 - NSB\cos\theta \Leftrightarrow \Delta\Phi = -NSB = -50x16.10^{-4} x3,14x9,42x10^{-4} = -2,4.10^{-4}$Wb

2.2. La valeur moyenne de la f.e.m induite :

$e_m = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Delta t}$ A.N : $e_m = 6.10^{-3}$V

3.1. L'expression de la f.e.m induite à travers la bobine dans une période

$\boxed{e = -\frac{d\Phi}{dt} = -N'S'\mu_0 \frac{N}{l}\frac{di}{dt}}$ or $i = at + b$ et $\frac{di}{dt} = a$ soit $e = -4.10^{-4}a$

- Sur [0; 4s]

Avec $a_1 = \frac{\Delta i}{\Delta t} = 2,5.10^3$ $\quad e_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -1V$

- Sur [4; 8]

Avec $a_2 = \frac{\Delta i}{\Delta t} = 0$ $\quad e_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} = 0$

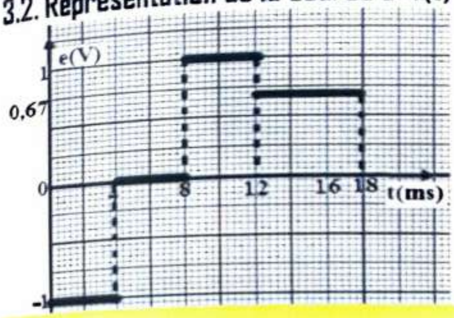
- Sur [8; 12]

Avec $a_3 = \frac{\Delta i}{\Delta t} = -2,5.10^3$ $\quad e_3 = -\frac{d\Phi_3}{dt} = 1V$

- Sur [12;18]

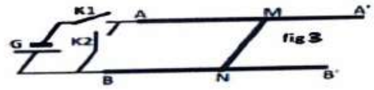
Avec $a_4 = \frac{\Delta i}{\Delta t} = -1,67.10^3$ $e_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = 0,67V$

3.2. Représentation de la courbe e=f(t)



EXERCICE 17

On considère le système suivant constitué d'une barre MN de cuivre de longueur ℓ=20cm qui peut se déplacer sur deux rails horizontaux et parallèles AA' et BB', d'un générateur de f.e.m E= 4V de deux interrupteurs K_1 et K_2. L'ensemble du système plonge dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ de valeur B=1T qui reste vertical crée par un aimant en U qui n'est pas représenté. On néglige toutes les résistances devant celle de la barre qui est r=5Ω

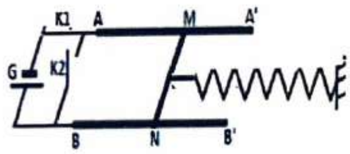


1. On ferme l'interrupteur K_1 et on laisse K_2 ouvert.

1.1. Calculer l'intensité I du courant qui traverse la barre ainsi que l'intensité de la force électromagnétique exercée sur la barre.

1.2. Déterminer le sens du champ $\vec{B}$ pour que la barre se déplace vers la gauche. Déduire les positions des pôles de l'aimant en U.

1.3. On relie le milieu de la barre à l'extrémité isolée d'un ressort à spires non jointives de masse négligeable et de raideur K ; l'autre extrémité est fixée à un support fixe de manière que l'axe du ressort soit horizontal. La barre s'immobilise alors que le ressort est allongé de 2cm. (voir figure ci-contre).Représenter les forces agissant sur la barre et calculer la valeur de K.



2. On ferme l'interrupteur K_2, on ouvre K_1 et on supprime le ressort.

On déplace la tige avec une vitesse constante V=4m/s de la gauche vers la droite.

2.1. Donner l'expression du flux à un instant t quelconque et calculer la force électromotrice (f.e.m) induite e.

2.2. Déterminer l'intensité du courant induit et préciser son sens.

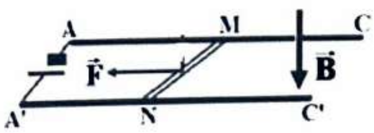
2.3. Préciser les caractéristiques de la force électromagnétique $\vec{f}$ créée lors du déplacement.

Bac D 2018 sc

CORRIGE

1.1. Calcul de l'intensité I :

$I = \frac{E}{r} = 0,8A$

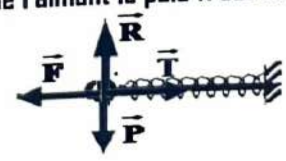


Calcul de la force de Laplace : $F = IlB = 0,16N$

1.2. Pour que la tige se déplace vers le générateur (vers la gauche) il faut que la force de Laplace soit dirigée vers le générateur. D'après la règle de la main droite $\vec{B}$ serait vertical descendant.

Position des pôles : comme $\vec{B}$ est dirigé de N vers S à l'extérieur de l'aimant le pôle N est au dessus de la barre et son pôle sud en dessous.

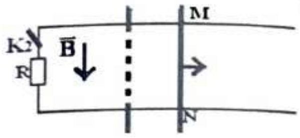
1.3. Voir le schéma ci-contre:



Calcul la constante de raideur K

$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} + \vec{T} + \vec{P} + \vec{R}_n = \vec{0}$

Par projection on obtient : $F - T = 0 \Leftrightarrow k\Delta l = F \Rightarrow k = \frac{F}{\Delta l} = 8N/m$



2.1. Expression du flux :

$\Phi = (S_0 + xl)B\cos\theta$

Avec

$x = V.t$ avec $\theta = 0$ ou $\theta = \pi$ selon l'orientation choisie par le candidat

soit $\begin{cases} \Phi = S_0B + VtlB & \text{si le sens choisi est celui des aiguilles de la montre} \\ \text{ou } \Phi = -S_0B - VtlB & \text{si le sens choisi est le sens contraire des aiguilles de la montre} \end{cases}$

Déduction de la f.e.m induite e :

$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -VlB$ ou $e = -\frac{d\Phi}{dt} = VlB$ soit $e = \pm 0,8V$

2.2. Calcul de l'intensité : $i = \frac{e}{r}$ soit $i = \pm 0,16A$

Le sens de i :

Si e<0 le sens de i est le sens contraire du sens choisi c'-à-d de N vers M.

Si e > 0 le sens de i est le sens choisi c'est-à-dire de N vers M.

2.3. Les caractéristiques de la force de Laplace qui s'exerce sur la tige :

- Point d'application : milieu de la tige.
- Direction : $\vec{f}$ est parallèle aux rails.
- Sens : $\vec{f}$ est dirigé vers la gauche.
- Intensité : $f = i\ell B = 3,2.10^{-2}N$. 180'

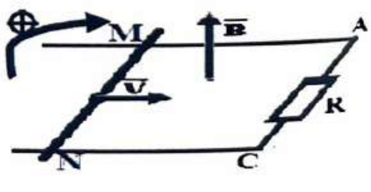
EXERCICE 18

Une tige conductrice MN placée sur deux rails métalliques parallèles disposés dans un plan horizontal est déplacée dans le plan des rails en restant perpendiculaire aux rails à la vitesse constante V=5m/s. L'ensemble est placé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ qui reste toujours perpendiculaire au plan des rails (voir figure).

Pour déplacer cette tige MN, il faut appliquer une force $\vec{F}$ sur celle-ci.

1. Un conducteur ohmique de résistance $R=5\Omega$ relie les deux rails.

(On néglige la résistance des rails et de la tige devant la résistance R).



1.1. Donner l'expression du flux magnétique à travers le circuit MNCAM à un instant t quelconque?

1.2. Déterminer la valeur de la f.e.m induite dans le circuit.

1 .3. Quelssont le sens et l'intensité du courant induit qui circule dans la tige,

2.. Détermiiner après une étude dynamique du mouvement de la tige, les caractéristiques de la force $\vec{F}$ appliquée.

Les frottements sont supposés négligeables.

3. On supprime la force $\vec{F}$, de quel angle α faut-il incliner les rails par rapport à l'horizontale pour que la tige garde la même vitesse sur les rails.

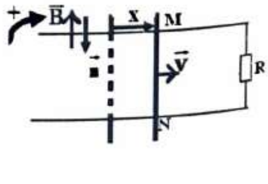
On donne : masse de la tige m=40g, B=2T, l=20cm et g=10m/s².

Bac D 2019 s c

CORRIGE

1.1. Expression du flux:

$\Phi = (S_0 - xl)B\cos\theta$ avec $x = V.t$ et $\theta = \pi$ soit $\Phi = -S_0B + VlBt$



1.2. La f.e.m induite e

$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -VlB$ soit $e = -2V$

1.3. Calcul de l'intensité :

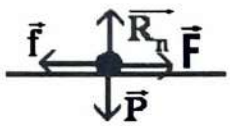
$i = \frac{e}{r}$ soit $i = -0,4A$

Le sens de i :

Comme e<0 le sens de i est le sens contraire du sens choisi c'est-à-dire de M vers N.

2. Les caractéristiques de la force $\vec{F}$

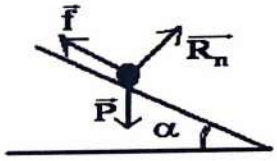
$\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F} + \vec{f} + \underbrace{\vec{P} + \vec{R}}_{\vec{0}} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F} + \vec{f} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F} = -\vec{f}$



Ce qui permet de préciser les caractéristiques de la force $\vec{F}$ qui déplace la tige :

- Point d'application : milieu de la tige.
- Direction : $\vec{F}$ est parallèle aux rails (horizontale).
- Sens : $\vec{F}$ est dirigé de la gauche vers la droite (sens de $\vec{V}$).
- Intensité :F= f=i ℓB=16.10^{-2}N.

3. Calcul de α :



$\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{f} + \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$

Par projection suivant la ligne de plus grande pente :

$P_x - f = 0 \Leftrightarrow mg.\sin\alpha = f \Leftrightarrow \sin\alpha = \frac{f}{mg} = 0,4 \Rightarrow \alpha = 23,58°$

Fondamental

Fondamentalement, il faut retenir que:	Fondamentalement il faut savoir:
1 Généralités • Un phénomène est dit périodique s'il se reproduit identique à lui-même à des intervalles de temps successifs et égaux appelés période T. • Un milieu élastique est tout milieu capable de reprendre son état initial après avoir subi une déformation. ✓ La stroboscopie donne d'un phénomène périodique, une « image » ralentie. Le stroboscope émet de très brefs éclairs à des intervalles de temps égaux appelés période T_e des éclairs. ✓ Si $N=kN_e$ on a alors une immobilité apparente ✓ Si $N_e=kN$ on observe k phénomènes apparemment immobiles ✓ Si N est légèrement supérieure à N': le mouvement est ralenti dans le sens direct ✓ Si N est légèrement inferieure à N': le mouvement est ralenti dans le sens inverse - La fréquence du mouvement apparent, ralenti est $n = \|N-N'\|$ • Un ébranlement est une déformation locale imposée à un milieu élastique. ✓ Un ébranlement transversal est un ébranlement dont la direction est perpendiculaire à la direction de propagation. ✓ Un ébranlement longitudinal est un ébranlement dont la direction est la même que la direction de propagation. • La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde pendant une période. $\boxed{\lambda = V.T = V/N}$ • L'équation du mouvement d'un point M quelconque d'un milieu élastique (corde élastique) situé à une distance x de la source S. est : $y_M = a\cos(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi x}{\lambda})$ **2 Interférences mécaniques :** ✓ L'équation du mouvement d'un point M quelconque d'un milieu où se superposent deux ondes progressives sinusoïdales est : $y_M = 2a\cos\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\cos[\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2)]$	• Définir le milieu élastique • Reconnaître le phénomène observé apparemment par un stroboscope • Calculer la longueur d'onde • Déterminer l'équation d'un point M situé à la distance x de la source S

- points vibrant avec une amplitude maximale :
  - ✓ Différence de marche :
    $d_2 - d_1 = k\lambda$
  - ✓ Nombre de ces points :

$$-\frac{d}{\lambda} \leq k \leq \frac{d}{\lambda}$$

où d est la distance entre les sources

- points vibrant avec une amplitude nulle :
  - ✓ Différence de marche :

$$d_2 - d_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

  - ✓ Nombre de ces points :

$$-\frac{d}{\lambda} - \frac{1}{2} \leq k \leq \frac{d}{\lambda} - \frac{1}{2}$$

où d est la distance entre les sources

3 Interférences lumineuses :

- Différence de marche : $\delta = d_2 - d_1 = \frac{ax}{D}$
- Interfrange : $i = \frac{\lambda D}{a}$
- Position des franges
  Les franges brillantes sont telle que :

$$d_2 - d_1 = k\lambda \Leftrightarrow \frac{ax}{D} = k\lambda \Rightarrow x = \frac{k\lambda D}{a}$$

k : ordre de la frange brillante

- ✓ Les franges obscures sont telle que

$$d_2 - d_1 = (2k'+1)\frac{\lambda}{2} \Leftrightarrow \frac{ax}{D} = (2k'+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow x = (2k'+1)\frac{\lambda D}{2a}$$

k' : ordre de la frange obscure

- Calculer la différence de marche
- Calculer les nombres de franges
- Calculer l'interfrange i
- Calculer les abscisses des différentes franges

EXERCIC1

Une lame vibrante effectue des oscillations de fréquence N. Son extrémité S se déplace suivant un axe vertical en mouvement rectiligne sinusoïdal sur un segment de droite de longueur 2a = 4cm.

1. On éclaire la lame à l'aide d'un stroboscope dont les éclairs ont une fréquence Ne.
Donner la relation liant N et Ne pour que la lame apparaît unique et immobile dans une position autre que celle de l'équilibre .Si la plus grande valeur des fréquences des éclairs pour laquelle la lame paraît unique et immobile est Ne = 25 Hz. Trouver N. (On considère dans cette question que la lame apparaît unique et immobile dans une position autre que celle de l'équilibre).

2. L'extrémité S de la lame est reliée a une longue corde tendue. Ecrire l'équation horaire du mouvement de S en considérant l'origine des temps l'instant où S passe par la position d'équilibre dans le sens négatif.

3. Les vibrations se propagent le long de la corde avec une célérité c=30 cm/s.

3.1. Ecrire l'équation horaire du point M situé à la distance x_1 = 1,5 cm et comparer son mouvement avec celui de S.

3.2. Représenter l'aspect général de la corde aux instants : t_1 = 0,04s et t_2 = 0,06s

4. On éclaire la corde à l'aide du stroboscope. Décrire le phénomène observé dans le cas où :
Ne = 25 Hz et Ne = 26 Hz

Bac D 2002 sn

CORRIGE

1. La relation entre la fréquence N_e des éclairs et la fréquence N de la lame : pour que la lame parait unique et immobile dans une position autre que celle d'équilibre, il faut que N_e=N/k.
La valeur de la fréquence N de la lame : la valeur maximale de N_e=25Hz pour la quelle la lame parait unique et immobile correspond à la plus petite valeur de k (k=1) ; soit N=25Hz

2. L'équation horaire du mouvement de la source S :
Le mouvement étant sinusoïdal son équation serait de la forme $y_S=a\cos(\omega t+\varphi)$ avec $\omega=2\pi N=50\pi$Hz et $a=2.10^{-2}$m

$$\text{à } t=0 \begin{cases} x_0 = a\cos\varphi \\ V_0 = -\omega a\sin\varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\varphi=0 \\ \sin\varphi=1 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$$

d'où l'équation $y_S= 2.10^{-2}\cos(50\pi t+\pi/2)$

3.1. L'équation horaire du mouvement d'un point M situé à la distance x_1 de la source S :

$y_M= 2.10^{-2}\cos(50\pi t+\pi/2 - 2\pi x/\lambda)$ où λ=c /N

soit $y_M= 2.10^{-2}\cos(50\pi t-2\pi)$

Comparaison des mouvements de S et de M :

$\Delta\varphi =\varphi_S - \varphi_M =\pi/2 +2\pi \Leftrightarrow \Delta\varphi=5\pi/2$

S et M vibrent en quadrature de phase.

3.2.

- La représentation de la forme de la corde à l'instant t_1=0,04s
$y=a\cos(50\pi.0,04+\pi/2 - 2\pi x/\lambda) =a\cos(\pi/2 -2\pi x/\lambda)$

x	0	$\lambda/4$	$\lambda/2$	$3\lambda/4$	λ
y	0	a	0	- a	0

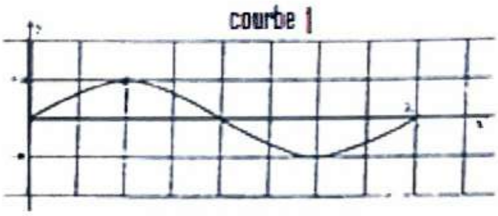
La distance parcourue à t_1 est :$x_1=ct_1=\lambda$(Courbe 1)

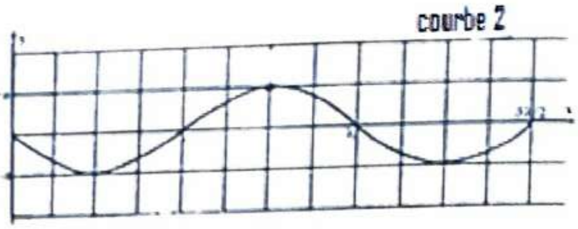
- La représentation de la forme de la corde à l'instant t_2=0,06s

$y=a\cos(50\pi.0,06+\pi/2 - 2\pi x/\lambda) =a\cos(3\pi/2- 2\pi x/\lambda)$

x	0	$\lambda/4$	$\lambda/2$	$3\lambda/4$	λ
y	0	- a	0	a	0

La distance parcourue à t_2 est : $x_2=ct_2=1,5\lambda$ (Courbe2)



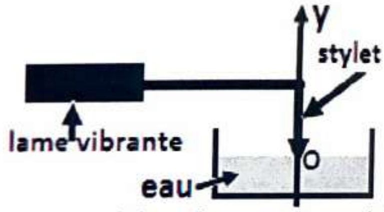


4.Description de l'aspect de la corde lorsque Ne prend les valeurs suivantes :

- Lorsque N_e= N=25Hz la corde paraît unique et immobile.
- Lorsque N_e= 24Hz (N_e< N) la corde paraît en mouvement ralenti dans le sens réel.
- Lorsque N_e= 26Hz (N_e> N) la corde paraît en mouvement ralenti dans le sens contraire du mouvement réel.

EXERCICE 2

L'extrémité d'une lame vibrante horizontale est munie d'un stylet dont la pointe est animée d'un mouvement vertical rectiligne sinusoïdal d'amplitude a=2mm et de fréquence 50Hz.



Lorsque la lame est au repos la pointe du stylet affleure en un point O la surface libre de l'eau contenue dans une cuve de grande dimension. Quand la pointe du stylet vibre des ondes transversales sinusoïdales se propagent à partir de O dans toutes les directions avec une célérité C=50cm/s.

1.1. Etablir l'équation horaire y=f(t) du mouvement du point O. On prendra pour axe Oy l'axe orientée positivement vers le haut et pour origine des dates l'instant où débute le mouvement de la pointe du stylet en se déplaçant vers le haut.

1.2. Etablir l'équation horaire du mouvement d'un point M de la surface de l'eau situé à une distance x de O ; le point M sera considéré assez proche de O pour que l'amortissement de l'amplitude en ce point soit négligeable.
Que peut-on dire du mouvement de M par rapport à celui de O dans le cas où x=2,25cm.

1.3. Représenter la coupe de la surface de l'eau par un plan vertical passant par O, à l'instant de date $t=5.10^{-2}$s.

2. On remplace le stylet précédent par une fourche à deux pointes S_1 et S_2 distantes de d=3,5cm.
Lorsque la lame vibre, les deux pointes S_1 et S_2 provoquent en deux points O_1 et O_2 de la surface de l'eau des vibrations en phase de fréquence f=50Hz et d'amplitude a=2mm. On donne $y_{01}=y_{02}=a\cos\omega t$

2.1. Etablir l'équation horaire du mouvement d'un point M de la surface de l'eau situé au voisinage de O_1 et O_2 et se trouvant respectivement à des distances d_1 et d_2 de ces deux points.

2.2. Déterminer le nombre de points de la surface de l'eau qui se trouvent sur le segment [O_1, O_2] et qui vibrent avec une amplitude maximale.

Bac D 2018 sn

CORRIGE

1.1. L'équation horaire du mouvement de la source O:
Le mouvement étant sinusoïdal son équation serait de la forme $y_0 = a\cos(\omega t+\varphi)$
Avec $\omega=2\pi N=100\pi$Hz et $a=2.10^{-3}$m

à t=0 $\cos\varphi = \frac{y_0}{a} = 0$ et $V_0 \rangle 0 \Leftrightarrow \varphi=-\pi/2$

d'où l'équation $y_A= 2.10^{-3}\cos(100\pi t - \pi/2)$

1.2. L'équation horaire du mouvement d'un point M situé à la distance x de la source O :

$Y_M= 2.10^{-3}\cos(100\pi t - \pi/2 - 2\pi x/\lambda)$ avec $\lambda=10^{-2}$m

$y_M= 2.10^{-3}\cos(100\pi t - \pi)$

Déphasage :

$$\Delta\varphi = \varphi_M - \varphi_O = -\pi + \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}$$

❖ Autre méthode :

$\frac{\Delta x}{\lambda} = 2,25 \Rightarrow \Delta x = \frac{9}{4}\lambda$

M vibre en quadrature de phase par rapport à O

1.3 La représentation de la forme de la corde à l'instant $t=5.10^{-2}$ s (Courbe).

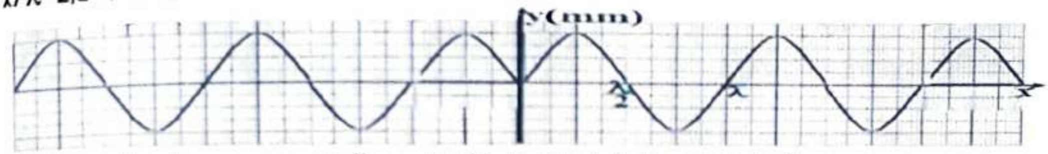
$y = a\cos(100\pi.0,05-\pi/2 - 2\pi x/\lambda)$ $y = a\cos(-3\pi/2-2\pi x/\lambda)$

x	0	$\lambda/4$	$\lambda/2$	$3\lambda/4$	λ
y	0	a	0	-a	0

La distance parcourue à $t=5.10^{-2}$s

$x=Vt=0,5\times5.10^{-2}=2,5.10^{-2}$m

$x/\lambda=2,5 \Rightarrow x=2,5\lambda$



2.1. L'équation du mouvement d'un point M situé à d_1 de O_1 et à d_2 de O_2 :

- Si la source O_1 agissait seule l'élongation serait $y_{1M} = a.\cos\left[\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right]$
- Si la source O_2 agissait seule l'élongation serait $y_{2M} = a.\cos\left[\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right]$
- Comme O_1 et O_2 agissent ensemble l'élongation est :

$y_M=y_{1M} + y_{2M}$

$$y_M = 2a.\cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right].\cos\left[\frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi}{\lambda}(d_2 + d_1)\right]$$

2.2. Les points d'amplitude maximale sont caractérisés par la différence de marche

$$2a.\cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right] = \pm 2a \Leftrightarrow \frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = k\pi \text{ d'où } \delta=d_2-d_1=k\lambda$$

Le nombre de ces points :

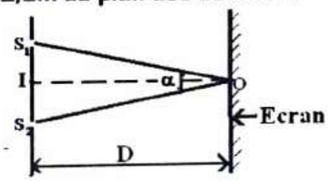
$-d \le d_2-d_1 \le d \Leftrightarrow -d/\lambda \le k \le d/\lambda$

$\Leftrightarrow -3,5 \le k \le 3,5 \Rightarrow k=\{-3 ;-2 ;-1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3\}$ alors on a 7 points d'amplitude maximale

EXERCICE 3

On dispose d'un dispositif d'interférence constitué de deux sources S_1 et S_2 et d'un écran E d'observation placé perpendiculairement à la trajectoire moyenne de la lumière et situé à la distance D=2,5m du plan des sources.

1 On éclaire le dispositif à l'aide d'une source S qui émet une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0,6\mu m$.



1.1. On observe la distance S_1S_2 à partir du centre O de l'écran sous l'angle $\alpha=8.10^{-4}$rad (voir figure). Calculer la distance $a = S_1S_2$.

1.2. Calculer l'interfrange i du phénomène d'interférence et préciser la nature des franges dont les milieux sont situés aux points d'abscisses respectives $x_1 = 4,5$mm et $x_2 = 6$mm.

1.3. Trouver l'expression de la différence de marche δ.

2. La source S émet simultanément deux radiations de longueurs d'onde $\lambda_1 = 0,42\mu m$ et $\lambda_2 = 0,63\mu m$. A quelle distance du milieu de la frange centrale observe t-on la $1^{ère}$ coïncidence entre les franges brillantes des deux radiations?

3. La source S émet à présent de la lumière blanche.

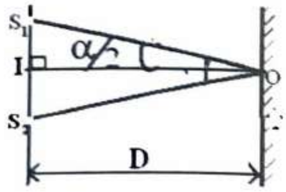
Soit un point P de l'écran situé à x = 5mm du milieu de la frange centrale. Trouver les longueurs d'onde des radiations qui présentent en P une frange noire. On donne les limites du spectre visible : [0,4µm; 0,8µm].

Bac D 2009 sc

CORRIGE

1.1. Calcul de a :

D'après le schéma $\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{S_1I}{D} \Rightarrow \alpha = \frac{a}{D} \Rightarrow a = D\alpha$

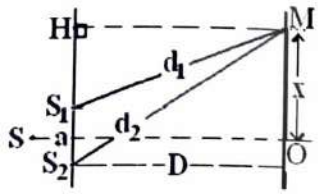


soit $a = 2.10^{-3}$m

1.2. Calcul de i : $i = \frac{\lambda D}{a}$ soit $i = 0,75.10^{-3}$m

Nature des franges :

$\frac{x_1}{i} = \frac{4,5}{0,75} = 6$ et $\frac{x_2}{i} = \frac{6}{0,75} = 8$ donc x_1 et x_2 sont milieux de deux franges brillantes.



1.3. Expression de δ

En utilisant le théorème de Pythagore on trouve :

$$d_1^2 = D^2 + (x - \frac{a}{2})^2 \quad \text{et} \quad d_2^2 = D^2 + (x + \frac{a}{2})^2$$

$$\text{soit } d_2 - d_1 = \frac{2ax}{d_1 + d_2} + \text{on pose } d_1 + d_2 = 2D \text{ soit } d_2 - d_1 = \delta = \frac{ax}{D}$$

2. Il y'a coïncidence entre franges brillantes si et seulement si :

$$x_1 = x_2 \Leftrightarrow \frac{k_1\lambda_1 D}{a} = \frac{k_2\lambda_2 D}{a} \Leftrightarrow k_1\lambda_1 = k_2\lambda_2 \Leftrightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Leftrightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{3}{2}$$

La première coïncidence est entre la 3ème frange brillante pour λ_1 et la 2ème frange brillante pour λ_2.

La distance à la quelle est située la première coïncidence :

$$x_1 = \frac{k_1\lambda_1 D}{a} = 1,575.10^{-3}\,m$$

3. Au point M défini par x=5mm, les franges obscures sont caractérisées par :

$$x = \frac{(2k+1)\lambda D}{2a} \Rightarrow \lambda = \frac{2xa}{(2k+1)D} = \frac{8.10^{-6}}{(2k+1)}$$

D'après les limites du spectre visible on a :

$$0,4.10^{-6} \le \lambda \le 0,8.10^{-6} \Leftrightarrow 0,4.10^{-6} \le \frac{8.10^{-6}}{(2k+1)} \le 0,8.10^{-6}$$

$$\Leftrightarrow 4,5 \le k \le 9,5 \Leftrightarrow k \in \{5,6,7,8,9\}$$

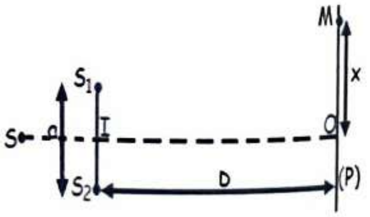
On observe 5 franges obscures en P de longueur d'onde respectives :

$$\lambda_1 = 0,73.10^{-6}\,m; \lambda_2 = 0,62.10^{-6}\,m; \lambda_3 = 0,53.10^{-6}\,m; \lambda_4 = 0,47.10^{-6}\,m; \lambda_5 = 0,42.10^{-6}\,m;$$

EXERCICE 4

On considère le dispositif de Young représenté ci-contre :

S_1 et S_2 sont deux sources lumineuses ponctuelles distantes de a = 2,5 mm. Le plan (P) de l'écran d'observation parallèle à S_1S_2 est situé à la distance D = 1,5 m du milieu I du segment S_1S_2 ; le point O est la projection orthogonale de I sur (P). Sur la droite perpendiculaire à IO au point O et parallèle à S_1S_2, un point M est repéré par sa distance x du point O (x est l'abscisse de M sur un axe orienté colinéaire à cette droite).



1. La source S émet une radiation monochromatique de longueur d'onde λ.

1.1. Décrire ce que l'on observe sur l'écran dans la zone d'interférence.

1.2. Etablir, en fonction de a, x et D, l'expression de la différence de marche δ au point M

NB : x et a étant petits devant D on supposera que $S_1M + S_2M = 2D$.

1.3. Donner l'expression de l'interfrange i en fonction de a, D et λ. Calculer la longueur d'onde λ sachant que i = 0,3 mm.

1.4. Quelle est la nature des franges dont les milieux sont respectivement situés à x_1=1,05mm et à x_2=1,2mm du milieu O de la frange centrale.

2. La source S émet maintenant deux radiations verte et rouge de longueur d'onde respective
λ_V= 0,5 µm et λ_r = 0,75 µm.

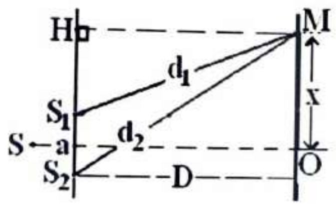
2.1. A quelle distance de la frange centrale observe-t-on la première coïncidence entre franges brillantes.

2.2. Quelle est la nature des franges qui coïncident au point M_1 tel que : OM_1 = 1,8 mm. *Bac D 2017 sn*

CORRIGE

1.1. Observation

Dans la zone d'interférence on observe un système de franges alternativement brillantes et sombres.



1.2. Expression de la différence de marche δ

En utilisant le théorème de Pythagore on trouve :

$$d_1^2 = D^2 + (x - \frac{a}{2})^2 \quad \text{et } d_2^2 = D^2 + (x + \frac{a}{2})^2$$

$$\text{soit } d_2 - d_1 = \frac{2ax}{d_1 + d_2} + \text{on pose } d_1 + d_2 = 2D \text{ soit } d_2 - d_1 = \delta = \frac{ax}{D}$$

1.3. L'expression de i et calcul de λ : $i = \frac{\lambda D}{a}$ soit $\lambda = \frac{ai}{D} = 0,5\mu m$

1.4. Nature des franges :

$\frac{x_1}{i} = \frac{1,05}{0,3} = 3,5$ et $\frac{x_2}{i} = \frac{1,2}{0,3} = 4$

x_1 est le milieu d'une frange obscure et x_2 est le milieu d'une frange brillante.

2.1. Il y'a coïncidence entre franges brillantes si et seulement si :

$$x_1 = x_2 \Leftrightarrow \frac{k_1\lambda_1 D}{a} = \frac{k_2\lambda_2 D}{a} \Leftrightarrow k_1\lambda_1 = k_2\lambda_2 \Leftrightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Leftrightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{3}{2}$$

La première coïncidence est entre la 3ème frange brillante pour λ_1 et la 2ème frange brillante pour λ_2. La distance à la quelle est située la première coïncidence : $x_1 = \frac{k_1\lambda_1 D}{a}$ $x_1 = \frac{k_1\lambda_1 D}{a} = 0,9.10^{-3}m$

2.2. Au point M_1 x_1=1,8mm

Pour λ_1 : $k_1 = \frac{x_1}{i} = \frac{1,8}{0,3} = 6$

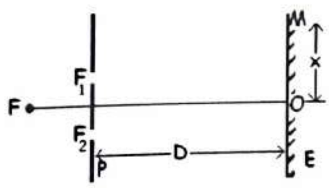
Pour λ_2

$$k_2 = \frac{x_2}{i_2} \text{ avec } i_2 = \frac{\lambda_2 D}{a} = 0,45.10^{-3}m \quad \text{soit } k_2 = \frac{1,8}{0,45} = 4$$

Au point M_1 il y'a coïncidence entre la 6ème frange brillante pour λ_1 et la 4ème frange brillante pour λ_2.

EXERCICE 5

1On réalise l'expérience de Young à l'aide d'une fente éclairée F équidistante de deux autres fentes F_1 et F_2, parallèles, percées dans un écran P. La distance entre F_1 et F_2 est a=0,8mm. Un écran E parallèle à P est placé à la distance D=2,4m de P. (voir fig1)

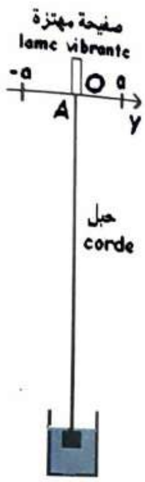


1.1. La fente F est d'abord éclairée par une lumière monochromatique de longueur d'onde λ. Qu'observe-t-on sur l'écran E ?

1.2. Etablir l'expression de la différence de marche δ et la calculer au point M de l'écran E tel que OM=x=12,6mm.

Le point M étant le milieu de la $7^{ème}$ frange brillante (la frange centrale étant numéroté 0), en déduire la longueur d'onde λ de la lumière utilisée.

1.3. La fente F est maintenant éclairée en lumière blanche. Quelles sont les longueurs d'onde des radiations appartenant au spectre visible pour les quelles une frange obscure se forme au point N, sur E, à la distance ON=x=9mm de la frange centrale ? On donne pour le spectre visible : $0,4\mu m \leq \lambda \leq 0,8\mu m$.



2. Une corde élastique sans raideur est placée verticalement. L'extrémité supérieure A est reliée à un vibreur (lame vibrante) qui lui impose un mouvement sinusoïdal entretenu, transversal, de fréquence 50Hz et d'amplitude a=mm, l'extrémité inférieure est reliée à un poids immergé dans l'eau afin d'éviter la réflexion des ondes qui arrivent à cette extrémité (voir fig2). La vitesse de propagation des ondes est $10m/s$.

2.1. Ecrire les équations y_A du mouvement de A et y_M du mouvement d'un point M situé sur la corde à 0,15m de A;

On prendra l'origine des temps l'instant du passage par O dans le sens positif.

2.2. Calculer les élongations des points A et M aux instants t_1=0,1s et t_2=0,115s.

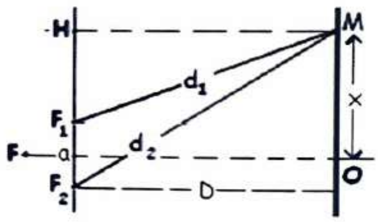
2.3. On examine la corde à l'aide d'un stroboscope. Quelle est la valeur maximale de la fréquence de ce stroboscope pour que la corde paraisse unique et immobile.

Bac D 2004 sc

CORRIGE

1.1. Observation : Lorsque la source émet une lumière monochromatique, on observe un système constitué de franges alternativement brillantes et sombres.

1.2. Expression de la différence de marche δ



En utilisant le théorème de Pythagore on trouve :

$$d_1^2 = D^2 + (x - \frac{a}{2})^2$$

$$d_2^2 = D^2 + (x + \frac{a}{2})^2$$

soit $d_2 - d_1 = \dfrac{2ax}{d_1 + d_2}$ + on pose $d_1 + d_2 = 2D$ soit $d_2 - d_1 = \delta = \dfrac{ax}{D}$

Si x=12,6mm alors δ =4,2mm

Déduction de la longueur d'onde λ si le point M est le milieu de la $7^{ème}$ frange brillante.

Les franges brillantes sont caractérisées par une différence de marche telle que $\delta=k\lambda$ soit $\lambda = \dfrac{ax}{kD}$ A.N : λ=0,6μm

1.3.Les longueurs d'ondes pour les quelles une frange obscure est observée au point N : Les franges obscures sont caractérisées par une différence de marche $\delta=(2k+1)\lambda$ soit $\lambda = \dfrac{2ax}{(2k+1)D}$ soit $3,25 \leq k \leq 7$

Les valeurs de $\lambda \in \{0,67\mu m; 0,56\mu m; 0,67\mu m; 0,46\mu m; 0,4\mu m\}$

2.1. L'équation du mouvement de la source A :

$y_A=a\cos(\omega t + \varphi)$ avec $\omega=2\pi N=100\pi$ rad/s et $a=3.10^{-3}$m

Les conditions initiales : à t=0 y=0 et y↗ $\Rightarrow \varphi=-\pi/2$

soit $y_A=3.10^{-3}\cos(100\pi t-\pi/2)$

L'équation du mouvement du point M :

$y_M=y_S(t-\theta)$ avec $\theta = x/c$ soit $y_M=3.10^{-3}\cos(100\pi t-\pi/2-2\pi x/\lambda)$

si x=0,15m, on a : $y_M=3.10^{-3}\cos(100\pi t)$

2.2. Calcul des élongations aux instants t_1 et t_2 :

à t_1=0,1s y_A=0m et $y_M=3.10^{-3}$m

à t_2=0,115s $y_A=-3.10^{-3}$m et y_M=0m

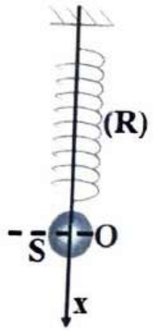
2.3. Pour que la corde apparaît unique et immobile, il faut que la fréquence N_e du stroboscope vérifie la relation $N_e = N/k$. Cette fréquence serait maximale si k est minimale soit k=1 ce qui donne N_{emax}=N=50Hz.

EXERCICE 6

Les frottements sont supposés négligeables. On prendra g=10m/s²

Le pendule élastique représenté par la figure est constitué de:

- Un ressort (R) à spires non jointives, d'axe vertical, de masse négligeable et de raideur k=60N/m.
- Un solide (S) de centre d'inertie G et de masse M. La position de G est, à chaque instant, donnée par son abscisse x dans le repère $(O, \vec{i})$; O étant la position de G à l'équilibre.



Le solide (S) est écarté verticalement vers le bas de sa position d'équilibre d'une distance x_m=2cm, puis abandonné à lui-même sans vitesse initiale à la date t=0.

1 Après avoir étudié l'équilibre du solide S calculer sa masse M sachant que l'allongement à l'équilibre Δl=4cm.

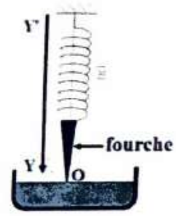
2 Montrer que le mouvement de S est rectiligne sinusoïdal et trouver son équation horaire.

3 On prendra le plan horizontal passant par O comme plan de référence de l'énergie potentielle de pesanteur du système (ressort, solide, Terre).

3.1 Exprimer l'énergie potentielle du système à une date t quelconque, en fonction de k, x et Δl.

3.2 Donner l'expression de l'énergie mécanique du système en fonction de k, Δl et x_m.

3.3 Déduire l'expression de l'énergie cinétique du système en fonction de k, x et x_m.



4-On retire le solide S et on le remplace par une pointe qui trempe légèrement à la surface d'une cuve à eau peu profonde en un point O.

Cette pointe imprime au point O un nouveau mouvement sinusoïdal de fréquence N=10Hz et d'amplitude 3mm. On considère l'origine des temps l'instant du passage de O par la position d'élongation 1,5mm, dans le sens négatif.

La célérité des ondes C=10cm/s ; on suppose qu'il n'ya ni réflexion ni amortissement de l'onde.

4.1 Calculer la longueur d'onde.

4.2 Trouver l'équation du mouvement de la source O ainsi que celle du mouvement d'un point M de la surface du liquide situé à la distance x de O.

4.3 On considère que le point M est situé à 10,5cm de la source O.

Quel est son état vibratoire par rapport à O.

Bac 2013 sn

CORRIGE

1. Etude de l'équilibre :

A l'équilibre : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0}$

$P - T_0 = 0 \Rightarrow M = \dfrac{K\Delta l}{g}$ Soit M=0,24kg

2. Nature du mouvement.

$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

En projetant suivant l'axe x'x :

$$P - T = ma \Leftrightarrow P - K(\Delta l + x) = ma \Leftrightarrow -kx = ma \Rightarrow a + \frac{K}{m}x = 0$$

C'est l'équation différentielle caractérisant un mouvement rectiligne sinusoïdal de pulsation

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{60}{0,24}} = 15,8\text{rad/s}$$

L'équation horaire du mouvement :

$$x = x_m\cos(\omega t + \varphi)$$

La pulsation : ω =15,8 rad/s et l'amplitude x_m=2cm.

Calcul de la phase initial φ

$\cos\varphi = \frac{x_0}{x_m} = 1 \Rightarrow \varphi = 0$

D'où l'équation horaire :

$x = 2.10^{-2}\cos(15,8t)$

3.1. Expression de l'énergie potentielle

$E_p = E_{pp} + E_{pe}$ avec $E_{pp} = -mgx$ et $E_{pe} = \frac{1}{2}K(\Delta l + x)^2$ En remplaçant, on obtient : $E_p = \frac{1}{2}K(\Delta l^2 + x^2)$

3.2. Expression de l'énergie mécanique :

$E_m = E_c + E_p$

Soit :

$$E_m = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}K(x^2 + \Delta l^2)$$

$$= \frac{1}{2}m\omega^2(x_m^2 - x^2) + \frac{1}{2}K(x^2 + \Delta l^2) \quad \text{avec } m\omega^2 = K$$

$$= \frac{1}{2}K(x_m^2 - x^2) + \frac{1}{2}K(x^2 + \Delta l^2) = \frac{1}{2}K(x_m^2 + \Delta l^2)$$

Déduction de l'expression de E_c :

$$E_C = E_m - E_p$$

$$= \frac{1}{2}K(x_m^2 + \Delta l^2) - \frac{1}{2}K(x^2 + \Delta l^2)$$

$$= \frac{1}{2}K(x_m^2 - x^2)$$

4.1. Calcul de la longueur d'onde λ :

$\lambda = \frac{C}{N} = 0,01m$

4.2. L'équation horaire du mouvement de la source O:

Le mouvement étant sinusoïdal son équation serait de la forme $y_0 = a\cos(\omega t + \varphi)$

Avec $\omega = 2\pi N = 20\pi$ Hz et $a = 3.10^{-3}$m

à t=0 $\cos\varphi = \frac{y_0}{a} = 0,5$ avec $V_0 < 0$ soit $\varphi = \frac{\pi}{3}$

d'où l'équation $y_0 = 3.10^{-3}\cos(20\pi t + \pi/3)$

L'équation horaire du mouvement d'un point M situé à la distance x de la source O :

$y_M = y_S(t-\theta)$ avec $\theta = x/c$

$y_M = 3.10^{-3}\cos(20\pi t + \pi/3 - 2\pi x/\lambda)$

4.3. L'état vibratoire du point M d'abscisse x=10,5cm par rapport à O :

$Y_M = 3.10^{-3}\cos(20\pi t + \pi/3 - 2\pi.0,105/0,01)$

$= 3.10^{-3}\cos(20\pi t + \pi/3 - 21\pi)$

$= 3.10^{-3}\cos(20\pi t + \pi/3 - 1\pi)$

$\Delta\varphi = \varphi_0 - \varphi_M = \pi/3 - \pi/3 + 21\pi = 21\pi = (2k+1)\pi$

Le point M vibre en opposition de phase avec O car le déphasage est un multiple impair de π :

Autre méthode :

$\Delta x = 10,5$cm et $\lambda = 1$cm

$\frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{21}{2} \Leftrightarrow \Delta x = \frac{21}{2}\lambda = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$

Le point M vibre en opposition de phase avec O car Δx est un multiple impair de moitié de λ.

EXERCICE 7

1. Une lame vibrante porte une pointe dont l'extrémité A est animée d'un mouvement rectiligne sinusoïdale de fréquence N=80Hz et d'amplitude a= 2mm.

1.1. En prenant pour origine des dates l'instant où A passe par sa position d'équilibre dans le sens positif ; donner l'expression de son élongation en fonction du temps.

1.2. L'extrémité A de la pointe est liée à une corde élastique à qui elle imprime des vibrations transversales. La célérité de propagation le long de la corde est C=8m/s.

Donner l'expression de l'élongation d'un point B situé à 5cm de A. Quel est l'état vibratoire de B par rapport à A ? Quelle sera l'élongation de B à l'instant t=31,25ms.

1.3. Quel est l'aspect de la corde à cet instant t?

1.4. On éclaire la corde par un stroboscope de fréquences variables. Qu'observe-t-on si on donne au stroboscope les fréquences suivantes : 160Hz, 40Hz, 82Hz et 79Hz.

2. On considère maintenant deux lames vibrantes portant respectivement deux pointes dont les extrémités O_1 et O_2 sont distantes de d=8cm et produisent à la surface de l'eau, des perturbations sinusoïdales de même amplitude a=2mm et de même fréquence 80Hz. La célérité des ondes à la surface de l'eau est V=3,2m/s. On donne $y_{O1}= a\cos\omega t$ et $y_{O2}=a\cos(\omega t+\varphi)$

2.1. Montrer que l'équation horaire du mouvement d'un point M de la surface de l'eau situé à d_1 de O_1 et à d_2 de O_2 est :

$$y_M = 2a.\cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) - \frac{\pi}{2}\right].\cos\left[\frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi}{\lambda}(d_2 + d_1) + \frac{\pi}{2}\right]$$

Faire l'application numérique pour d_1=4cm et d_2=6,5cm.

Comparer le mouvement de M à ceux de O_1 et de O_2.

2.2. Quelle est le lieu des points d'amplitude maximale?

Déterminer sur le segment $[O_1 ; O_2]$ le nombre ces points.

Bac D 2016 sc

CORRIGE

1.1. L'équation horaire du mouvement de la source O:

Le mouvement étant sinusoïdal son équation serait de la forme

$y_0 = a\cos(\omega t+\varphi)$ Avec $\omega=2\pi N=160\pi$Hz et $a=2.10^{-3}$m

$$\text{à } t=0 \begin{cases} x_0 = a\cos\varphi \\ V_0 = -\omega a\sin\varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\varphi=0 \\ \sin\varphi=-1 \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

d'où l'équation $y_A= 2.10^{-3}\cos(160\pi t - \pi/2)$

1.2. L'équation horaire du mouvement d'un point B situé à la distance x de la source O :

$y_B= 2.10^{-3}\cos(160\pi t - \pi/2 - 2\pi x/\lambda) = 2.10^{-3}\cos(160\pi t - 3\pi/2)$

Déphasage : $\Delta\varphi = \varphi_B - \varphi_A = -\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = -\pi$

B vibre en opposition de phase par rapport à A

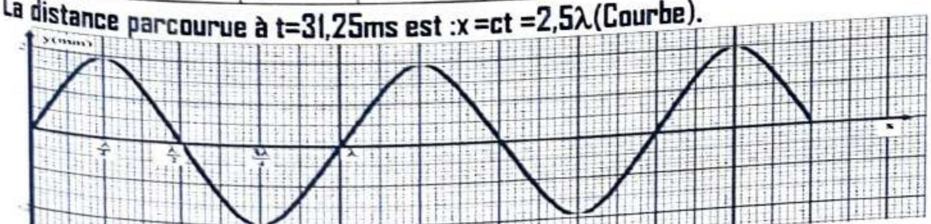
A t=31,25s ; $y_B =2.10^{-3}\cos(160\pi.31,25.10^{-3} - 3\pi/2)=0$

1.3. La représentation de la forme de la corde à l'instant t=31,25ms

$y = a\cos(160\pi.0,04-\pi/2 - 2\pi x/\lambda)$ $y = a\cos(\pi/2-2\pi x/\lambda)$

x	0	λ/4	λ/2	3λ/4	λ
y	0	a	0	-a	0

La distance parcourue à t=31,25ms est :x =ct =2,5λ(Courbe).



1.4. Description de l'aspect de la corde lorsque Ne prend les valeurs suivantes :
Pour que le phénomène parait unique et immobile, il faut que $N_e=N/k$

- Lorsque $N_e=160Hz$ ($N=\frac{Ne}{2}$), on observe 2 cordes immobiles.
- Lorsque $N_e=40Hz$ ($N=2Ne$) la corde parait unique et immobile.
- Lorsque $N_e= 82Hz$ ($N_e> N$) la corde parait en mouvement ralenti dans le sens contraire du mouvement réel.
- Lorsque $N_e= 79Hz$ ($N_e< N$) la corde parait en mouvement ralenti dans le sens réel du mouvement.

2.1. L'équation du mouvement d'un point M situé à d_1 de O_1 et à d_2 de O_2 :

- Si la source O_1 agissait seule l'élongation serait

$y_{1M}=10^{-3}\cos(160\pi t-2\pi d_1/\lambda)$

- Si la source O_2 agissait seule l'élongation serait

$y_{2M}=10^{-3}\cos(160\pi t+\pi - 2\pi d_2/\lambda)$

- Comme O_1 et O_2 agissent ensemble l'élongation est $y_M=y_{1M} + y_{2M}$

$y_M =2.10^{-3}\cos(\pi /\lambda)(d_2-d_1-\pi/2).\cos[160\pi t-(\pi/\lambda)(d_1 + d_2)+ \pi/2]$

A.N : $y_M=2a \cos(160\pi t)$

M vibre en phase avec O_1 et en opposition de phase par rapport à O_2.

2.2. Les points d'amplitude maximale sont caractérisés par la différence de marche
$\delta=d_2-d_1=\lambda (k+1/2)$

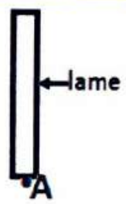
Le nombre de ces points :

$-d \le d_2-d_1\le d \Leftrightarrow -d/\lambda- ½ \le k\le d/\lambda - ½$

$-8,5 \le k\le 7,5 \Rightarrow k =\{-1 ; 0\}$ alors on a 16 points d'amplitude max

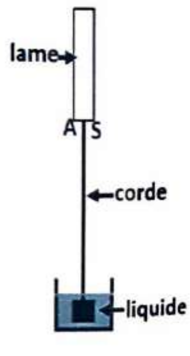
EXERCICE 8

Une lame d'acier est au repos en position verticale. Ses vibrations sont entretenues par un électroaimant alimenté en courant alternatif sinusoïdal de pulsation $\omega=200\pi$ rad/s. Son extrémité libre A décrit pratiquement un segment de droite horizontal de longueur
$2a = 4cm$.



1. Déterminer l'équation horaire du mouvement de A, sachant qu'à t=0, A passe par sa position maximale ($y_A=a$).

2. Une corde élastique simple et fine est placée verticalement et son extrémité S est reliée en A à la lame. L'extrémité inférieure de la corde supporte une masse que l'on plonge dans un liquide. (Voir fig).



2.1. Quel est le rôle du liquide?
2.2. La corde éclairée par un stroboscope de même fréquence que la lame N= 100Hz a l'aspect d'une sinusoïde de période spatiale $\lambda=10cm$.
En déduire la célérité des ondes qui se propagent le long de la corde.
3. On considère le point M de la corde situé à 12,5cm de la source S.
3.1. Calculer le temps mis par l'onde pour atteindre le point M.
3.2. Déterminer l'équation du mouvement du point M.
3.3. Représenter dans le même repère les diagrammes de temps respectifs des points S et M. En déduire comment ils vibrent l'un par rapport à l'autre.

Bac D 2014 sn

CORRIGE

1. L'équation horaire du mouvement de la source A: Le mouvement étant sinusoïdal son équation serait de la forme $y_A = a \cos(\omega t+\varphi)$ Avec $\omega=2\pi N=200\pi$ rad/s et $a=2.10^{-2}m$

$\cos\varphi = \frac{y_A}{a} = 1 \Rightarrow \varphi = 0$ d'où l'équation $y_A= 2.10^{-2}\cos(200\pi t)$

2.1. Le rôle du liquide est d'empêcher la réflexion des ondes

2.2. Calcul de la célérité C :

$\lambda = \frac{C}{N} \Rightarrow C = \lambda N = 10m/s$

3.1. Calcul du temps mis entre S et M

$\theta = \frac{x}{C} = 1,25.10^{-2} s$

3.2. L'équation horaire du mouvement du point M situé à la distance x de la source O :

$y_M = y_S(t-\theta) \Leftrightarrow y_M = 2.10^{-2}\cos(200\pi t - 2\pi x/\lambda)$

$y_M = 2.10^{-2}\cos(200\pi t - 2,5\pi) = 2.10^{-2}\cos(200\pi t - \pi/2)$

3.3. La représentation de l'équation $y_A = 2.10^{-2}\cos(200\pi t) = 2.10^{-2}\cos(2\pi t/T)$

t	0	T/4	T/2	3T/4	T
y	a	0	-a	0	a

Voir la figure

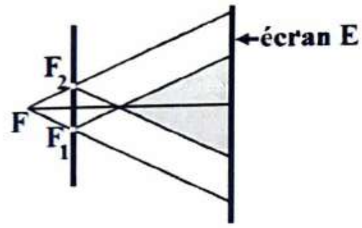
La représentation de l'équation $y_M = 2.10^{-2}\cos(200\pi t - \pi/2) = 2.10^{-2}\cos(2\pi t/T - \pi/2)$

Le retard de temps $\theta = 1,25T$

t	5T/4	6T/4	7T/2	8T/4	9T/4
y	a	0	-a	0	a

EXERCICE 9

On réalise l'expérience d'Young à l'aide d'une fente éclairée F équidistante de deux autres fentes F_1 et F_2 parallèles à F, percées dans un écran P. La distance entre F_1 et F_2 est a=1,5mm. Un écran E parallèle à P est placé à la distance D=2,4m de P(voir fig) .



1. La fente F est d'abord éclairée par une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0,5\mu m$.

1.1. Qu'observe-t-on sur l'écran dans la région commune aux deux faisceaux ?

1.2. Rappeler l'expression de la différence de marche δ au point M d'abscisse x=OM sur l'écran E. Calculer sa valeur pour x=6mm.

1.3. Déterminer la valeur de l'interfrange i et préciser la nature des franges dont les milieux sont situés aux points d'abscisses respectives x_1=3,2mm et x_2=4,4mm.

2. La fente F est maintenant éclairée en lumière blanche.

2.1. Qu'observe-t-on sur l'écran E dans la région commune aux deux faisceaux ?

2.2. Quelles sont les longueurs d'onde des radiations appartenant au spectre visible pour lesquelles une frange obscure se forme sur l'écran E à la distance x=6mm de la frange centrale brillante?

On donne pour le spectre visible $0,4\mu m \leq \lambda \leq 0,8\mu m$.

Bac D 2014 sc

CORRIGE

1.1. On observe un système de franges alternativement brillantes et sombres.

1.2. Expression de δ

$$\delta = \frac{ax}{D} = 3,75.10^{-6} m$$

1.3. Calcul de l'interfrange i

$$i = \frac{\lambda D}{a} = 0,8.10^{-3} m$$

Nature s franges :

$\frac{x_1}{i} = 4$

x_1 est le milieu d'une frange brillante

$\frac{x_2}{i} = 5,5$

x_2 est le milieu d'une frange obscure

2.1. On observe une frange centrale très brillante entourée de 2 franges sombres, le reste de la zone parait irisé.

2.2. Au point M défini par x=6mm, les franges obscures sont caractérisées par :

$$x = \frac{(2k+1)\lambda D}{2a} \Rightarrow \lambda = \frac{2xa}{(2k+1)D} = \frac{7,5.10^{-6}}{(2k+1)}$$

D'après les limites du spectre visible on a :

$$0,4.10^{-6} \le \lambda \le 0,8.10^{-6} \Leftrightarrow 0,4.10^{-6} \le \frac{7,5.10^{-6}}{(2k+1)} \le 0,8.10^{-6}$$

$$\Leftrightarrow 4,5 \le k \le 9,5 \Leftrightarrow k \in \{5, 6, 7, 8,\}$$

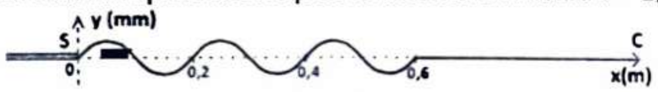
On observe 4 franges obscures en P de longueur d'onde respectives :

$$\lambda_1 = \frac{7,5.10^{-6}}{11} = 0,68\mu m \; ; \lambda_2 = \frac{7,5.10^{-6}}{13} = 0,58\mu m \; ; \lambda_3 = \frac{7,5.10^{-6}}{15} = 0,5\mu m \; ; \lambda_4 = \frac{7,5.10^{-6}}{17} = 0,44\mu m$$

EXERCICE 10

Considérons une corde élastique SC de longueur L = SC = 1 m, tendue horizontalement. Son extrémité S est reliée à une lame qui vibre perpendiculairement à la direction SC. Elle est animée d'un mouvement rectiligne sinusoïdal d'amplitude a = 3 mm, de fréquence N et d'élongation instantanée : $y_s = 3.10^{-3}\cos(2\pi Nt + \varphi_s)$ exprimée en m.
Le mouvement de S débute à l'instant t = 0.
L'autre extrémité C est reliée à un support fixe à travers une pelote de coton.

La courbe représente l'aspect de la corde à l'instant t = 0,06s.



1.1. Indiquer le rôle de la pelote de coton.
1.2. Expliquer pourquoi cette onde est dite transversale.
2.1. Déterminer graphiquement la valeur de la longueur d'onde λ.
2.2. Montrer que la célérité de l'onde est $V = 10\ m.s^{-1}$. En déduire la valeur de la fréquence N de la lame vibrante.
3.1. Etablir l'équation horaire du mouvement d'un point M de la corde tel que SM = x.
3.2. Déterminer à partir de la courbe la valeur de la phase φ_s.
3.3. Préciser, en le justifiant, la valeur de l'instant t_f à partir duquel l'onde atteint l'extrémité C de la corde.
3.4. Déterminer, à cet instant t_f, le nombre et les positions des points Pi de la corde qui vibrent en quadrature retard de phase par rapport à la source S. *Bac 2015 sc*

CORRIGE

1.1. La pelote de coton empêche la réflexion des ondes
1.2. L'onde est transversale car elle est perpendiculaire à sa direction de propagation.
2.1. La valeur de λ
λ est la période spatiale elle représente la distance entre deux max ou deux min consécutifs soit λ=0,2m.
2.2. Calcul de V

On a $V = \frac{x}{t} = \frac{0,6}{0,06} = 10m/s$

Déduction de la fréquence N

$$\lambda = \frac{C}{N} \Rightarrow N = \frac{C}{\lambda} = \frac{10}{0,2} = 50Hz$$

3.1. L'élongation y_M :

$$y_M = y_S(t-\theta) \text{avec} \theta = \frac{x}{C} \text{soit}$$

$$y_M = a\cos(2\pi Nt - 2\pi\frac{x}{\lambda} - \varphi_S)$$

3.2. La valeur de φ_S

Si x=0 alors y=0 ⇔ $y = a\cos\varphi_S = 0$

$\Rightarrow \varphi_S = \pi/2$ ou $\varphi_S = -\pi/2$

Or $dy/dt > 0 \Rightarrow \boxed{\varphi_S = -\pi/2}$

3.3. La valeur t_f où l'onde atteint le point C

$$x = Vt \Rightarrow t = \frac{x}{V} \Leftrightarrow t_f = \frac{l}{V} = \frac{1}{10} = 0,1s$$

3.4. Le nombre de point P_i vibrant en quadrature de phase avec S

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow x = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$$

$$\text{or } x \leq l \Leftrightarrow k \leq \frac{4}{2\lambda} - \frac{1}{2} \Rightarrow k \leq 9,5$$

Donc il y'a 10 pts qui vibrent en quadrature de phase avec S

Les abscisses correspondantes:

Pour k=0 ; $x = \lambda/4 = 0,05m$

Pour k=1 ; $x = 3\lambda/4 = 0,15$ m

Pour k=2 ; $x = 5\lambda/4$ 0,25m

Pour k=3 ; $x = 7\lambda/4 = 0,35m$

Pour k=4 ; $x = 9\lambda/4 = 0,45m$

Pour k=5 ; $x = 11\lambda/4 = 0,55m$

Pour k=6 ; $x = 13\lambda/4 = 0,65m$,

Pour k=7 ; $x = 15\lambda/4$0,75m

Pour k=8 ; $x = 17\lambda/4 = 0,85m$

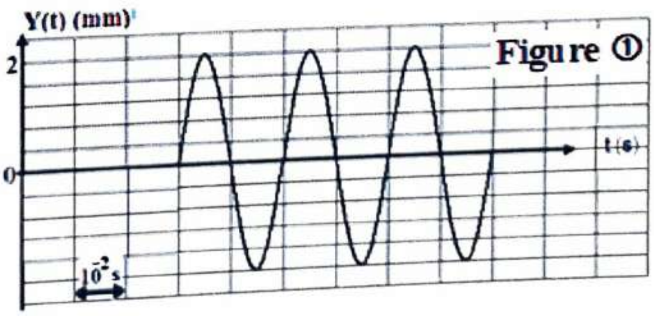
Pour k=9 ; $x = 19\lambda/4 = 0,95m$

EXERCICE 11

L'extrémité S d'une corde élastique, tendue horizontalement, est mise en mouvement vibratoire vertical et sinusoïdal à l'aide d'un vibreur. La corde est alors le siège d'une onde progressive sinusoïdale.

Le mouvement de l'extrémité S débute à l'origine du temps (t = 0s) et est caractérisé par une fréquence N et une amplitude a. On suppose absent tout phénomène d'amortissement ou de réflexion des ondes.

L'analyse du mouvement d'un point A de la corde, situé à la distance x_A=3cm de la source d'onde S, a fourni le diagramme de la figure 1.



1. Déterminer, en se référant à la figure 1:

1.1. La période temporelle T et la fréquence N de l'onde progressive se propageant le long de la corde.

1.2. La date θ à laquelle le point A a commencé son mouvement vibratoire et son amplitude a.

1.3. La vitesse V de propagation de l'onde. En déduire sa longueur d'onde λ.

2. On éclaire la corde avec un stroboscope de fréquence réglable Ne. Qu'observe-t-on pour Ne= 49 Hz; Ne=100 Hz?
3. On relie le vibreur précédent à une fourche ayant deux pointes S_1 et S_2 distantes de d=3,5cm.
Le vibreur provoque en deux points O_1 et O_2 de la surface de l'eau des vibrations en phase de fréquence f=50Hz et d'amplitude a=2mm. On donne $y_{O1}=y_{O2}=a\cos\omega t$
3.1. Etablir l'équation horaire du mouvement d'un point M de la surface de l'eau situé au voisinage de O_1 et O_2 et se trouvant respectivement à des distances d_1 et d_2 de ces deux points.
3.2. Déterminer le nombre de points de la surface de l'eau qui se trouvent sur le segment [O_1, O_2] et qui vibrent avec une amplitude maximale.

CORRIGE

1.1. La période T et la fréquence N :
$T=2.10^{-2}$s et N=1/T=50Hz
1.2. La date θ
Le mouvement de A est en retard de $\theta=3.10^{-2}$s et son amplitude $a=2.10^{-3}$m.
1.3. La vitesse V de propagation de l'onde :
$V=x/\theta=1m/s$ Déduction de $\lambda=VT=2.10^{-2}$m.
2. Les observations :

- Si Ne=49Hz

N=Ne +1 la corde apparait en mouvement ralenti dans le sens direct.

- Si Ne=100Hz

N=Ne/2 deux cordes immobiles apparaissent.
3. .1 L'équation du mouvement d'un point M situé à d_1 de O_1 et à d_2 de O_2 :

- Si la source O_1 agissait seule l'élongation serait

$$y_{1M} = a.\cos\left[\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right]$$

- Si la source O_2 agissait seule l'élongation serait

$$y_{2M} = a.\cos\left[\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right]$$

- Comme O_1 et O_2 agissent ensemble l'élongation est

$y_M=y_{1M} + y_{2M}$

$$y_M = 2a.\cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right].\cos\left[\frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi}{\lambda}(d_2 + d_1)\right]$$

3.2 Les points d'amplitude maximale sont caractérisés par la différence de marche

$$2a.\cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right] = \pm 2a \Leftrightarrow \frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = k\pi \quad \text{d'où} \quad \delta=d_2-d_1=k\lambda$$

Le nombre de ces points :
$-d \leq d_2-d_1 \leq d \Leftrightarrow -d/\lambda \leq k \leq d/\lambda \Leftrightarrow -1{,}75 \leq k \leq 1{,}75 \Rightarrow k=\{-1 ; 0 ; 1\}$
Alors on a 3 points d'amplitude maximal

<table>
<tr><th colspan="2">Fondamental</th></tr>
<tr><th>Fondamentalement, il faut retenir que:</th><th>Fondamentalement il faut savoir:</th></tr>
<tr><td>

La radioactivité

Le défaut de masse noté $|\Delta m|$ est donné par : $|\Delta m|=Z\,m_p+(A-Z)m_n-m_{noy}$
Tout système au repos a une énergie de masse donnée par la relation d'Einstein : $E=mc^2$
L'énergie de liaison d'un noyau est l'énergie qu'il faut lui fournir pour séparer ses nucléons .Elle se calcule par : $E_l=|\Delta m|\ c^2$
la radioactivité est la propriété spécifique de certains noyaux instables de se transformer spontanément en émettant un rayonnement
La radioactivité α est l'émission de noyau d'hélium.
$^{A}_{Z}X \xrightarrow{\alpha} {}^{4}_{2}He+{}^{A-4}_{Z-2}Y$
La radioactivité β^- est l'émission d'électron. $^{A}_{Z}X \xrightarrow{\beta^-} {}^{0}_{-1}e+{}^{A}_{Z+1}Y+{}^{0}_{0}\bar{\nu}$
La radioactivité β^+ est l'émission de positon. $^{A}_{Z}X \xrightarrow{\beta^+} {}^{0}_{1}e+{}^{A}_{Z-1}Y+{}^{0}_{0}\nu$
La radioactivité γ correspond à l'émission de photon .
$^{A}_{Z}Y^* \rightarrow {}^{A}_{Z}Y+\gamma$
Loi de décroissance radioactive :
$N=N_0e^{-\lambda t}$
Activité : C'est le nombre de désintégrations par unité de temps.
$A=\frac{-dN}{dt}=\lambda N_0e^{-\lambda t}=\lambda N$
Période radioactive (demi-vie) :

C'est le temps T au bout duquel la moitié des noyaux initialement présents s'est désintégrée. $T=\frac{Ln2}{\lambda}$

</td><td>

Calculer le défaut de masse
Utiliser la relation d'Einstein
Savoir utiliser les équations de désintégrations α, β et γ
Appliquer la loi de décroissance radioactive
Calculer la demi-vie

</td></tr>
</table>

EXERCICE 1

Les Joliot-Curie ont utilisé le polonium, élément naturellement radioactif, comme source de particules alpha.

1. Définir un noyau radioactif.
2. Qu'est ce qu'une particule alpha ?
3. L'écriture de l'équation d'une réaction nucléaire utilise la notation $^{A}_{Z}X$ où X est le symbole de l'élément envisagé. Préciser ce que représentent A et Z.
4. A l'aide du tableau de données ci-dessous, écrire l'équation de la réaction nucléaire pour une émission alpha du polonium $^{210}_{84}Po$.

$^{206}_{80}Hg$	$^{206}_{82}Pb$	$^{214}_{86}Rn$	$^{212}_{88}Ra$

CORRIGE

1. Un noyau radioactif :
Noyau instable, se désintégrant spontanément en un autre noyau plus stable. Cette désintégration s'accompagne de l'émission de particules α ou β^+ ou β^- et γ .
2. Une particule alpha :
Il s'agit d'un noyau d'hélium $^{4}_{2}He$ (2 protons et 2 neutrons)
3. La notation $^{A}_{Z}X$:
A : nombre de nucléons du noyau X, ou nombre de masse, ou nombre de neutrons + nombre de protons.
Z : numéro atomique, ou nombre de charge, ou nombre de protons du noyau X.
4. Equation de la réaction nucléaire pour une émission alpha du polonium $^{210}_{84}Po$:
$^{210}_{84}Po \rightarrow \; ^{4}_{2}He + \, ^{A}_{Z}X$
Conservation de la charge : 84=2 + Z d'où Z= 82 (élément plomb)
Conservation du nombre de nucléons : 210 = 4 + A d'où A = 206.
Le noyau fils est alors $^{206}_{82}Pb$

EXERCICE 2

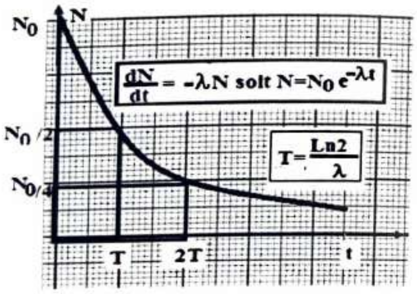
A propos du polonium 210, on peut trouver dans l'encyclopédie WIKIPEDIA le texte suivant: « C'est le premier élément découvert par Pierre et Marie Curie en 1889 dans leurs recherches sur la radioactivité (. ..). Ce n'est que plus tard qu'ils découvrirent le radium. Le mot polonium a été choisi en hommage aux origines polonaises de Marie Sklodowska-Curie.
[. ..] C'est un émetteur de rayonnement alpha. Le ^{210}Po a une demi-vie de 138 jours.
[...] Il se désintègre en émettant des particules alpha dont l'énergie est de 5,3 millions d'électrons volts.
[...] L'exposition aux rayonnements ionisants augmente le risque de cancer, d'anomalies génétiques, et pourrait avoir de nombreuses conséquences sanitaires autres que les cancers.
Le polonium 210 présente une forte activité [...].
Un seul gramme de polonium 210 présente une activité de 166 000 milliards de becquerels et par conséquent émet 166 000 milliards de particules alpha par seconde.

<u>Données</u> : Quelques éléments: $_{81}Tl$; $_{82}Pb$; $_{83}Bi$; $_{85}At$; $_{86}Rn$ Masses de quelques noyaux ou particules :
$m(^{9}_{4}Be) = 9,00998$ u ;
$m(^{4}_{2}He) = 4,00151$ u ; $m(^{12}_{6}C)=11,99671$ u ; $m(^{1}_{0}n)=1,00866$ u. 1 u $=1,6605 \times 10^{-27}$ kg
Masse molaire atomique: $M(^{210}Po) =210$ g/mol.: $c =2,99792 \times 10^{8}$ m/s ; $N_A =6,022 \times 10^{23}$ mol^{-1}.

1. Indiquer la composition d'un noyau de polonium 210 ($^{210}_{84}Po$).
2. Ecrire l'équation de désintégration d'un noyau $^{210}_{84}Po$ en précisant les lois de conservation utilisées (on supposera que le noyau fils formé est à l'état fondamental).
3. Définir la notion des noyaux isotopiques.
4. Définir le temps de demi-vie, $t_{1/2}$, d'un noyau radioactif.
5. Enoncer la loi de décroissance radioactive, en précisant la signification de chacun des termes.
6. Montrer que l'activité A(t) d'une source radioactive est proportionnelle au nombre N(t) de noyaux radioactifs présents dans cette source
7. Ecrire la relation entre la constante radioactive et le temps de demi-vie puis calculer la valeur de la constante radioactive en s^{-1} du $^{210}_{84}Po$..

CORRIGE

1. La composition :84 protons et 210-84 = 126 neutrons.
2. L'équation de désintégration :
$^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{4}_{2}He$.
Conservation de la charge : 84 = Z+2 ; Z = 82 : on identifie X à l'élément plomb Pb.
Conservation du nombre de nucléons : 210 =A + 4 ; A =206.
$^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^{4}_{2}He$.
L'élément polonium possède entre autres isotopes le noyau de $^{212}_{84}Po$.
3.Deux isotopes ne se différencient que par leur nombre de neutrons : ils ont le même numéro atomique Z mais des nombres de neutrons différents.



4. C'est la durée au bout de laquelle :
- l'activité initiale est divisée par deux.
- la moitié des noyaux initiaux se sont désintégrés.
5. Le nombre total de désintégrations, noté dN, se produisant pendant un petit intervalle de temps, noté dt, est proportionnel au nombre de radionucléides N présent à l'instant t et à la durée dt de cet intervalle : $dN = -\lambda N\,dt$; c'est une loi de décroissance exponentielle. La constante de proportionnalité λ, est appelée constante radioactive ; c'est l'inverse d'un temps.
6. Sachant que l'activité A(t) d'une source radioactive vérifie
$A(t) = -dN(t)/dt$, or $N = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow dN/dt = -\lambda N_0 e^{-\lambda t} \Leftrightarrow A = -dN/dt = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = \lambda N$.
7. Relation liant la période et la constante de désintégration
$\lambda t_{½} = \ln 2$; $\lambda = \ln 2 / t_{½}$ avec $t_{½} = 138*24*3600 = 1{,}192\ 10^7$ s. $\Leftrightarrow \lambda = \ln 2 / 1{,}192\ 10^7 = 5{,}81\ 10^{-8}\ s^{-1}$.

EXERCICE 3

Le phosphore $^{32}_{15}P$ est radioactif. Il se désintègre en émettant un électron et en formant du soufre.
1.Établir l'équation de désintégration.
2. Définir la demi-vie d'un élément radioactif.
3. Rappeler la loi exprimant le nombre de noyaux radioactifs d'un échantillon en fonction du temps
4. En utilisant la loi de décroissance compléter le tableau suivant : On donne $t_{1/2}$=14,3jours

t(jours)	0	5	10	20	30	40
N(t)	$5\ 10^{22}$					

CORRIGE

1. L'équation de désintégration
$^{32}_{15}P \rightarrow {}^{A}_{Z}S + {}^{0}_{-1}e$
Conservation de la charge : 15 = Z-1 ; d'où Z = 16.
Conservation du nombre de nucléons : 32 = A +0.
$^{32}_{15}P \rightarrow {}^{32}_{16}S + {}^{0}_{-1}e$
2. La demi-vie $t_{½}$ est la durée au bout de laquelle l'activité initiale est divisée par deux. C'est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux initiaux se sont désintégrés.
3. loi de décroissance.
$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ avec $\lambda t_{½} = \ln 2$.
4. Le nombre de noyaux radioactifs initial de l'échantillon est $N_0 = 5.10^{22}$.
La demi-vie du phosphore 32 est $t_{½}$ =14,3 jours
$\lambda t_{½} = \ln 2$; $\lambda = \ln 2 / t_{½} = \ln 2 / 14{,}3 = 4{,}847\ 10^{-2}\ j^{-1}$.
$N(5) = 5\ 10^{22} e^{(-4{,}847\ 10\text{-}2 \times 5)} = 3{,}9\ 10^{22}$;
$N(10) = 5\ 10^{22} e^{(-4{,}847\ 10\text{-}2 \times 10)} = 3{,}08\ 10^{22}$.
$N(20) = 5\ 10^{22} e^{(-4{,}847\ 10\text{-}2 \times 20)} = 1{,}9\ 10^{22}$;
$N(30) = 5\ 10^{22} e^{(-4{,}847\ 10\text{-}2 \times 30)} = 1{,}17\ 10^{22}$.
$N(40) = 5\ 10^{22} e^{(-4{,}847\ 10\text{-}2 \times 40)} = 0{,}72\ 10^{22}$

EXERCICE 4

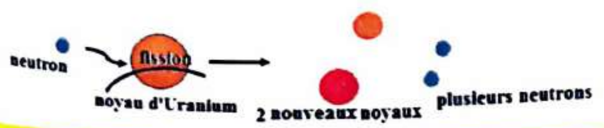
En consultant l'encyclopédie Universalis on constitue la carte d'identité du plutonium fournie ci-dessous :
Métal lourd artificiel ; quinze isotopes dont plutonium 238, 239 et 241.
Production : irradiation de l'uranium
Utilisation : plutonium 239, composant de têtes nucléaires et de combustibles.
Plutonium 238 : source de neutrons et de chaleur.
Radioactivité : émetteur de particules alpha et de rayonnement gamma, sauf le plutonium 241, émetteur béta.
Commentaires : plutonium 239 et 241 sont des matières fissiles...
Données : 1 MeV = 1,6022 10^{-13} J ; 1u = 1,66043 10^{-27} kg ; c = 2,9979 10^{8} m/s.

$_{92}U$	$_{93}Np$	$_{94}Pu$	$_{95}Am$
Uranium	Neptunium	Plutonium	Américium
Noyau	$^{102}_{42}Mo$	$^{135}_{52}Te$	$^{239}_{94}Pu$
Masse (en u)	101,9103	134,9167	239,0530

A partir de la carte d'identité du plutonium répondre aux questions suivantes :
1. Donner la composition des noyaux de plutonium 238 et 239.
2. Définir l'isotopie.
3. Quelle est la nature d'une particule alpha ?
4. Ecrire l'équation de désintégration du noyau de plutonium 238 en précisant les lois de conservation utilisées lorsque le noyau fils est dans un état excité.
5. Pourquoi y a t-il émission d'un rayonnement gamma ?
6. De quelle réaction parle-t-on dans le commentaire de la carte d'identité? La définir.

CORRIGE

1. La composition :
$^{239}_{94}Pu$: 94 protons et 239-94 = 145 neutrons
$^{238}_{94}Pu$: 94 protons et 238-94 = 144 neutrons
2. Deux isotopes ont le même nombre de protons et des nombres de neutrons différents.
3. Noyau d'hélium $^{4}_{2}He$.
4. $^{238}_{94}Pu \rightarrow {}^{A}_{Z}X^{*} + {}^{4}_{2}He$
Conservation de la charge : 94 = Z+2 d'où Z = 92 (on identifie l'uranium)
Conservation du nombre de nucléons : 238 = A + 4 ; A = 234
$^{238}_{94}Pu \rightarrow {}^{234}_{92}U^{*} + {}^{4}_{2}He$.
5. Suivie de la désexcitation du noyau fils :
$^{234}_{92}U^{*} \rightarrow {}^{234}_{92}U + {}^{0}_{0}\gamma$.
Le noyau fils est dans un état excité : il revient à un état de moindre énergie, le niveau fondamental, en cédant de l'énergie au milieu extérieur, sous forme de photon gamma.
6. Réaction de fission nucléaire.
La fission est une réaction nucléaire provoquée au cours de laquelle un noyau lourd "fissible" donne naissance à deux noyaux plus légers. La réaction se fait avec perte de masse et dégagement d'énergie. Exemple :



EXERCICE 5

1. Quelle est la composition du noyau de $^{212}_{83}Bi$
2. Donner la définition de l'énergie de liaison d'un noyau.
3. Le noyau de bismuth 212 est instable et donne naissance spontanément à un noyau de Thallium $^{208}_{81}Tl$. Ecrire l'équation de désintégration du bismuth 212. Justifier. Calculer l'énergie W libérée par cette réaction nucléaire.
- En déduire la masse du noyau de bismuth 212 exprimée en u.

4. Lors de cette réaction nucléaire, le noyau fils est émis avec une énergie cinétique de recul de 0,117 MeV et un rayonnement électromagnétique d'énergie 0,327 MeV est détecté. Comment interpréter la présence de ce rayonnement? Calculer l'énergie cinétique de la particule α.

Masse du noyau de ${}^{208}_{81}Tl$: $m({}^{208}Tl)$= 207,937 592 u ;

masse du noyau d'hélium : $m({}^{4}He)$= 4,001 54 u ;

Energie de liaison par nucléon : $E({}^{212}Bi)$ = 7,800 MeV/nucléons ;

$E({}^{208}Tl)$ = 7,847 MeV/nucléons ; $E({}^{4}He)$ = 7,066 MeV/nucléons

1 u= $1{,}661\ 10^{-27}$ kg = 931,5 MeV c^{-2}

CORRIGE

1. composition du noyau de ${}^{212}_{83}Bi$: 83 protons ;

212-83 = 129 neutrons

2. énergies de liaison d'un noyau : c'est l'énergie libérée lors de la formation du noyau à partir des nucléons séparés au repos.

3. ${}^{212}_{83}Bi \rightarrow {}^{208}_{81}Tl + {}^{4}_{2}He$.

Conservation de la charge : 83 = 81+2 ; conservation du nombre de nucléons : 212 = 208+4.

Énergie W libérée par cette réaction nucléaire :

$W = 4\,E({}^{4}He) + 208\,E({}^{208}Tl) - 212\,E({}^{212}Bi)$

W= 4x7,066 +208x7,847-212x7,8 = 6,84 MeV soit $|\Delta m|=6{,}84/931{,}5=7{,}343\ 10^{-3}$ u

masse du noyau de bismuth 212 :

$|\Delta m| = m({}^{212}Bi) - (m({}^{208}Tl) + m({}^{4}He)) \Leftrightarrow m({}^{212}Bi) = |\Delta m| + m({}^{208}Tl) + m({}^{4}He)$

$m({}^{212}Bi) = 7{,}343\ 10^{-3} + 207{,}937\ 592 + 4{,}001\ 54 = 211{,}946$ u.

4. Présence de ce rayonnement :

Le noyau fils se trouve dans un état excité ; le retour à l'état fondamental s'accompagne de libération d'énergie sous forme de photon γ.

Énergie cinétique de la particule a : 6,84 -0,117-0,327 = 6,4 MeV

EXERCICE 6

Un réacteur de centrale nucléaire fonctionne à l'uranium enrichi (3% d'uranium 235 fissile et 97% d'uranium 238 non fissile).

1. On considère le noyau d'uranium 235

Donner la composition du noyau d'uranium ${}^{235}_{92}U$.

2. Les produits de fission de l'uranium ${}^{235}_{92}U$ sont radioactifs et se transmutent en d'autres produits, eux-mêmes radioactifs. Parmi ces déchets, se trouve le césium 137, radioactif β^-

2.1 .Écrire l'équation de la désintégration d'un noyau de césium 137, le noyau fils étant formé dans un état excité.

2.2. Calculer l'énergie libérée au cours de cette désintégration en joule et en MeV.

2.3. Quelle est la nature du rayonnement émis lors de la désexcitation du noyau fils ?

3. La demi-vie du césium 137 est T = 30 ans.

3.1 .Définir la demi-vie d'un noyau radioactif.

3.2. À un instant choisi comme origine des dates, on dispose d'un échantillon de césium 137 de masse m_0. Donner l'expression littérale de la masse m de césium 137 restant à l'instant de date t en fonction de m_0 et de T.

3. 3. Montrer qu'à la date t = nT, la masse restante vaut :

$m = m_0 \times \frac{1}{2^n}$ En déduire la durée approximative au bout de laquelle la masse restante de césium 137 est égale à 0,1% de sa masse initiale.

Eléments	*iode I*	*xénon Xe*	*césium Cs*	*baryum Ba*	*lanthane La*	*Uranium U*
N° atom Z	*53*	*54*	*55*	*56*	*57*	*92*

masse m(Cs)= 136,90709u; masse m(U)=236,75378u ; masse m(Ba)= 136,87511u ;
$m(\beta^-)$ = 0,00055 u 1eV=$1{,}6.10^{-19}$ J ; 1MeV=10^6 eV ;1u=$1{,}67.10^{-27}$ kg et C=3 .10^8 m/s

Bac D 2013 SC.

CORRIGE

1. Composition du noyau d'uranium $^{235}_{92}U$: 92 protons et 235-92 =143 neutrons.

2.1. L'équation de la réaction de désintégration d'un noyau de césium 137

$$^{137}_{55}Cs \xrightarrow{\beta^-} {}^{0}_{-1}e + {}^{137}_{56}Ba$$

2.2. Calcul de l'énergie libérée :

$E = \Delta mC^2 = (m_{Ba} + m_{\beta^-} - m_{Cs})C^2 = (136{,}87511 + 0{,}00055 - 136{,}90709) \times 1{,}67.10^{27} \times (3.10^8)^2 = -0{,}47.10^{-11} J = -29{,}5.10^6 eV = -29{,}5 MeV$

2.3. Le noyau de baryum excité libère de l'énergie sous forme d'un photon en revenant à l'état fondamental.

$$^{137}_{56}Ba^* \rightarrow {}^{137}_{56}Ba + \gamma$$

3.1. La demi-vie d'un noyau radioactif est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux initiaux se sont désintégrés.

3.2. L'expression de la masse : $m = m_0 e^{-\lambda t}$ or $\lambda = \frac{Ln2}{T}$ soit $m = m_0 e^{-\frac{Ln2}{T}t} = m_0 e^{Ln(2)^{-\frac{t}{T}}} = m_0 (2)^{-\frac{t}{T}}$

3.3. L'expression :

En remplaçant dans l'expression précédente t par nT il vient :

$$m = m_0.2^{-\frac{t}{T}} = m_0.2^{-\frac{nT}{T}} = m_0.2^{-n} = m_0.\frac{1}{2^n}$$

Déduction de la durée approximative au bout de laquelle la masse restante de césium 137 est égale à 0,1% de sa masse initiale

$$m = m_0.2^{-n} \Rightarrow = \frac{m}{m_0} = 2^{-n} \Leftrightarrow 10^{-3} = 2^{-n} \Rightarrow Ln10^{-3} = Ln2^{-n} \Leftrightarrow -3Ln10 = -nLn2 \Rightarrow n = \frac{3Ln10}{Ln2} \approx 10$$

La durée est voisine de 10 demi-vie t = 10 T=300ans.

EXERCICE 7

Le polonium $^{210}_{84}Po$ est un isotope radioactif. L'atome de polonium se désintègre en émettant une particule α .

L'élément fils est le plomb.

1. Ecrire l'équation de désintégration.
2. Calculer en joule et en MeV l'énergie émise au cours de cette désintégration.
3. La période du nucléide $^{210}_{84}Po$ est T=136jours. Calculer la masse du polonium 210 restant au bout de 414jours dans un échantillon qui en contenait initialement 20g.

Masse de l'atome de polonium 210 :210,0482u

Masse de l'atome de plomb : 206 ,0385u

Masse de la particule α : 4,0039u ; $c=3.10^8 m/s$;$1u=1{,}67.10^{-27}kg$.

CORRIGE

1. L'équation de la réaction de désintégration d'un noyau de polonium

$$^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{206}_{82}Pb$$

2. Calcul de l'énergie libérée :

$E = \Delta mC^2 = (m_{Pb} + m_{\alpha} - m_{Po})C^2 = -8{,}35.10^{-13} J = -5{,}82.10^6 eV = -5{,}82 MeV$

3. Calcul de la masse restante m_r

$$m = m_0 e^{-\lambda t} \text{ or } \lambda = \frac{Ln2}{T} \text{ soit } m = m_0 e^{-\frac{Ln2}{T}t} = 2{,}4g$$

EXERCICE 8

L'uranium $^{238}_{92}U$ subit plusieurs désintégrations successives x de types α et y de types β^- ; A la fin de ces désintégrations on obtient du radium $^{226}_{88}Ra$

1. Déterminer les valeurs de x et y ;
2. La première désintégration est de type α.
2.1. Ecrire l'équation de cette désintégration de $^{238}_{92}U$. Quelle est la composition du noyau obtenu ?
2.2. Calculer l'énergie libérée au cours de cette désintégration ;
3. On considère la demi-vie d'un élément radioactif.
3.1. Donner la définition de ce terme.
3.2. Etablir la loi de désintégration $N=N_0e^{-\lambda t}$ et en déduire l'expression de la demi-vie en fonction de λ ;
3.3. Calculer la constante de désintégration radioactive λ de $^{238}_{92}U$ sachant que sa période est $T=4{,}5.10^9$ans.

Masse du noyau d'uranium : 238,0 86u
Masse du noyau du radium : 225,977u
Masse du noyau de thorium : 234,0781u
Masse de la particule α :4,0039u

BacD1996 sn

CORRIGE

1. Calcul de x et de y

$^{238}_{92}U \rightarrow x\,^4_2He + y\,^0_{-1}e^- + ^{226}_{88}Ra$

Conservation du nombre de nucléon :238=4X +226⇒X=3
Conservation de Z : 92=2X −Y + 88⇒Y=2

2.1. L'équation de la 1ère réaction de désintégration

$^{238}_{92}U \rightarrow ^4_2He + ^{234}_{90}Th$

Composition du noyau fils 90protons et 144neutrons

2.2. Calcul de l'énergie libérée :

$E= \Delta mC^2=(m_{Th}+m_{\alpha^-} -m_U)C^2= -6{,}16.10^{-13}J = -3{,}85.10^6eV$

3.1. Définition : La demi-vie $t_{½}$ est la durée au bout de laquelle l'activité initiale est divisée par deux. C'est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux initiaux se sont désintégrés.

3.2. Soit N_0 le nombre ne noyau non désintégrés à la date t=0. Soit N le nombre ne noyau non désintégrés à une date t quelconque.

On note dN le nombre total de désintégrations, se produisant pendant un petit intervalle de temps, noté dt. Ce nombre est proportionnel au nombre de radionucléides N présent à l'instant t et à la durée dt de cet intervalle :

$$dN = -\lambda Ndt \Rightarrow \frac{dN}{N} = -\lambda dt \Rightarrow LnN = \lambda t + C \text{ comme à } t = 0 \text{ on a } N = N_0$$

la cte serait $C = LnN_0$ ce qui donne en définitif $N = N_0e^{-\lambda t}$

C'est une loi de décroissance exponentielle. La constante de proportionnalité λ, est appelée constante radioactive ; c'est l'inverse d'un temps.

Déduction de la période T :

$$A\ t=T\ N=N_0/2 \text{ soit } \frac{N_0}{2} = N_0e^{-\lambda T} \Leftrightarrow T = \frac{Ln2}{\lambda}$$

3.3. Calcul de λ

$$T = \frac{Ln2}{\lambda} \Leftrightarrow \lambda = \frac{Ln2}{T} = 4{,}46.10^{-18}s^{-1}$$

EXERCICE 9

1. L'uranium $^{238}_{92}U$ subit plusieurs désintégrations successives x désintégrations de types α et y désintégrations de types β^- ; à la fin de ces désintégrations on obtient du radium $^{226}_{88}Ra$.

Déterminer les valeurs de x et y.

2. L'isotope 226 du radium se désintègre spontanément en radon Rn en émettant une particule α.

2.1. Ecrire l'équation bilan de la réaction nucléaire.

2.2 Sachant que les masses respectives des différents noyaux :

M_{Ra} =225,9771u; m_{Rn}=221,9703u; m_α=4,0015u avec 1u=931,5MeV/c².

2.2.1. Déterminer la perte de masse du système qui accompagne la désintégration du radium.

2.2.2. En déduire l'énergie libérée au cours de cette désintégration d'un noyau de radium 226.

3 En admettant que la désintégration d'un noyau de radium ne donne qu'une particule αavec un noyau de radon dans son état fondamental, que $m_\alpha \vec{V}_\alpha = m_{Rn}\vec{V}_{Rn}$ et qu'il ya conservation de l'énergie :

3.1 .Calculer les énergies cinétiques $E_{C\alpha}$ et E_{CRn} des deux particules (système isolé).

3.2. En déduire les vitesses des deux particules émises. *Bac C 2015 sc*

CORRIGE

1. Calcul de x et y

$$^{238}_{92}U \rightarrow x\,^4_2He + y\,^0_{-1}e^- + ^{226}_{88}Ra$$

$$\begin{cases} 238 = 4x + 226 \Rightarrow x = 3 \\ 92 = 2x - y + 88 \Rightarrow y = 2 \end{cases}$$

2.1. L'équation de la désintégration

$$^{226}_{88}Ra \rightarrow ^4_2He + ^{222}_{86}Rn$$

2.2.1. Le defaut de masse

$$\Delta m = (m_{Rn} + m_a) - m_{Rn} = -0,0053u$$

2.2.2. Déduction de l'énergie liberée.

$$E = \Delta mc^2 = -0,0534x931,5Mev/c^2xc^2 = -4,93695Mev$$

3.1. Calcul des énergie cinétiques

$$E = E_{C\alpha} + E_{CRn}\ (1)\ \text{or}\ m_{Rn}V_{Rn} = -m_\alpha V_\alpha$$

$$\Leftrightarrow m_{Rn}E_{cRn} = m_\alpha E_{c\alpha} \Rightarrow E_{c\alpha} = \frac{m_{Rn}}{m_\alpha}E_{cRn}\ \text{en remplaçant dans(1), on obtient :}$$

$$E_{cRn} = \frac{E}{1 - \frac{m_{Rn}}{m_\alpha}} = 0,0906MeV\ \text{et}\ E_{c\alpha} = 5,026MeV$$

3.2. Déduction des vitesses

$$V_{Rn} = \sqrt{\frac{2E_{CRn}}{m_{Rn}}} = 2,8.10^5\ m/s$$

$$V_\alpha = \sqrt{\frac{2E_{c\alpha}}{m_\alpha}} = 1,7.10^7\ m/s$$

Fondamental

Fondamentalement, il faut retenir que:	Fondamentalement il faut savoir:
L'effet photoélectrique • On appelle effet photoélectrique, l'extraction d'électrons de la matière sous l'action d'un rayonnement électromagnétique. • La longueur d'onde maximale λ_0 produisant l'effet photoélectrique est appelée seuil de longueur d'onde du métal. La fréquence $\upsilon_0 = \frac{C}{\lambda_0}$ est la fréquence seuil. • L'effet photoélectrique se produit si: $\lambda \leq \lambda_0$ ou $\upsilon \geq \upsilon_0$. • Lois de l'effet photoélectrique: 1ère loi: L'émission photoélectrique ne se produit que si la fréquence de la lumière tombant sur le métal est supérieure à une fréquence limite υ_0 caractéristique du métal. Cette émission est alors instantanée dès que $\lambda \leq \lambda_0$ ou $\upsilon \geq \upsilon_0$ 2ème loi: L'intensité du courant de saturation I_s est proportionnelle à la puissance transportée par le faisceau lumineux reçue par la cathode: $I_S = \frac{Pre}{h\upsilon}$ 3ème loi : L'énergie cinétique maximale des électrons émis par la cathode est indépendante du faisceau incident .Elle ne dépend que de la fréquence υ de la radiation incidente et croit de façon affine avec cette fréquence : $\frac{1}{2}mV_{max}^2 = h(\upsilon - \upsilon_0)$ • Potentiel d'arrêt :U_0 $0 - E_C = q(V_C - V_A) = -e(V_C - V_A) = e(V_A - V_C) = eU_0$ $\Rightarrow E_C = -eU_0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_{max}^2 = -eU_0$ donc $U_0 \langle 0$	• Définir l'effet photoélectrique • Déterminer la fréquence seuil • Calculer l'énergie maximale d'émission des électrons • Calculer le potentiel d'arrêt • Calculer la puissance rayonnée, le courant de saturation et le rendement de la cellule • Savoir exploiter la caractéristique de la diode

EXERCICE 1

On dispose d'une cellule photoémissive avec cathode au césium dont le seuil photoélectrique est λ_0=0,66µm.
On éclaire successivement cette cellule avec des lumières de longueur d'onde λ=0,66µm λ'=0,686µm et avec une lumière formée des deux précédentes. Préciser pour chacune des expériences, s'il y a émission d'électrons, et si oui, avec quelle vitesse maximale les électrons sortent de la cathode.
On donne: h=$6{,}63.10^{-34}$J.s ; c=3.10^{8}m/s ; m=$9{,}1.10^{-31}$kg.

CORRIGE

Les électrons ne seront émis que si la cellule reçoit une radiation de longueur d'onde $\lambda<\lambda_0$:
Pour λ_0=0,6mm, il ya émission d'électrons.
Pour λ_2=0,68mm il n'y a pas d'émission.
Si la lumière incidente est composée des deux radiations λ_1 et λ_0, seul les photons de longueur d'onde λ_0 produise un effet photoélectrique.
L'énergie cinétique

$$E_C = h\nu_1 - h\nu_0 = hc\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_0}\right) \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2hc}{m}\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_0}\right)} = 2{,}57.10^{5}\,m/s$$

EXERCICE 2

Pour extraire un électron d'un métal, il faut fournir une énergie de 3,5eV. Ce métal constitue la cathode d'une cellule photoémissive éclairée par une radiation monochromatique de fréquence 846.10^{12}Hz. On établit une différence de potentiel de 45V entre l'anode et la cathode. Trouver la vitesse des électrons arrivant sur l'anode. On donne:
h=$6{,}63.10^{-34}$J.s ; m=$9{,}1.10^{-31}$kg.

CORRIGE

L'énergie du photon est $W = h\nu = 5{,}6.10^{-19}\,J = 3{,}5eV$
Cette énergie cinétique est tout juste necessaire pour extraire un électron qui sera émis sans vitesse initiale.
Sous la tension U l'électron est accéléré, la variation d'énergie cinétique entre la cathode et l'anode est :

$$\frac{1}{2}mV^2 - 0 = eU \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = 4.10^{6}\,m/s$$

EXERCICE 3

De la lumière monochromatique de fréquence ν tombe sur la photocathode C d'une cellule photoémissive lui arrache des électrons qui sont captés par l'anode A. On suppose qu'ils sont tous émis avec la même énergie cinétique.
1.1 .L'énergie d'extraction d'un électron est W_0. Etablir l'expression donnant l'énergie cinétique des électrons à leur sortie de la photocathode en fonction de h,ν et W_0.
1.2. Un potentiel d'arrêt $U_0=V_A-V_C$ freine les électrons ; ils arrivent sur l'anode avec une vitesse nulle. Enoncer le théorème de l'énergie cinétique ; l'appliquer à un électron de charge e se déplaçant de la cathode à l'anode, en déduire une seconde expression de l'énergie cinétique E_C.
1.3. Montrer que la fonction $U_0=f(\nu)$ est une fonction affine $U_0=a\nu+b$, dont on déterminera les coefficients a et b.
2. Voici les valeurs du potentiel d'arrêt pour diverses radiations :

$\nu(10^{13}Hz)$	54,8	69	74	82	96	118
U_0(Volt)	-0 ,45	-1 ,03	-1 ,24	-1 ,56	-2,14	-3 ,04

2.1. Tracer sur papier la courbe $U_0=f(\nu)$(graduer l'axe des fréquences à partir 4010^{13}Hz).
Echelle : 5cm pour 20.10^{13}Hz et 2,5cm pour 1V.
Prolonger la courbe jusqu'à U_0= 0V. Quelle est la valeur correspondante □$_0$□ de la fréquence.
2.2. Que vaut l'énergie cinétique E_C des électrons à la sortie de la photocathode lorsque $\nu=\nu_0$. Que se passerait-il pour $\nu<\nu_0$.
2.3. Déduire de la courbe la valeur du coefficient h/e et celle de la constante de Planck

CORRIGE

1.1. Pour arracher un électron de la cathode, il faut que le photon transporte une énergie W=h supérieure au travail d'extraction W_0.La différence entre ces deux énergies représente l'énergie cinétique E_C de l'électron à la sortie de la cathode. $E_C = h\nu - W_0$

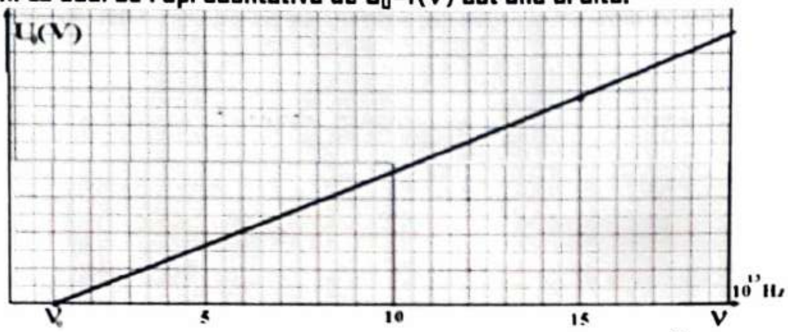
1.2. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique :

$0 - E_C = q(V_C - V_A) = -e(V_C - V_A) = e(V_A - V_C) = eU_0 \Rightarrow E_C = -eU_0$ donc $U_0 < 0$

1.3. Par identification entre les deux expressions de l'énergie cinétique : $E_C = h\nu - W_0 = -eU_0 \Rightarrow U_0 = -\frac{h}{e}\nu + \frac{W_0}{e}$

C'est une fonction affine de la forme $U_0=a\nu+b$ avec $a=-h/e$ et $b=W_0/e$

2.1. La courbe représentative de $U_0=f(\nu)$ est une droite.



ν_0 est l'ordonnée du point d'abscisse U_0 =0 soit $\nu_0=44.10^{13}$Hz

2.2. Lorsque $\nu=\nu_0$ les électrons seront libérés sans vitesse initiale

Si $\nu < \nu_0$ il n'y a pas d'effet photoélectrique

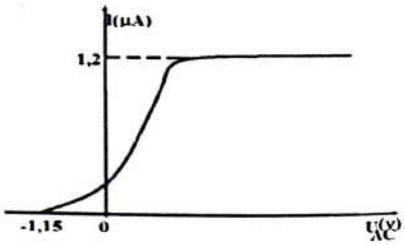
2.3. L'équation de la droite est $U_0 = -\frac{h}{e}\nu + \frac{W_0}{e}$

Le coefficient directeur de la droite est a=-h/e d'après la courbe a= $-0,383.10^{-14}$

d'où $-h/e= -0,383.10^{-14} \Rightarrow h=6,13.10^{-34}$J.s

EXERCICE 4

Une cellule photoélectrique au césium est éclairée par un rayonnement monochromatique de longueur $\lambda=410.10^{-9}$m. On établit entre son anode A et sa cathode C une tension U_{AC} et on l'intensité I du courant pour chaque valeur de U_{AC} ; La courbe reproduit la caractéristique $I=f(U_{AC})$ de la cellule ainsi éclairée lorsque la puissance lumineuse qu'elle reçoit est 300mW.



1. Déduire de la courbe :

1.1. Le potentiel d'arrêt

1.2. La vitesse max avec la quelle les électrons quittent la cathode

1.3. L'énergie nécessaire pour extraire un électron de l'atome de césium.

1.4. Le seuil photoélectrique du césium.

1.5. La tension U_{AC} pour la quelle les électrons arrivent sur l'anode avec un vecteur vitesse V telle que $V=2000m.s^{-1}$

1.6. Le nombre d'électrons émis par seconde par la cathode ainsi éclairée.

1.7. Le rapport entre le nombre d'électrons émis et le nombre de photons reçus par la cathode pendant le même temps.

2. Comment serait modifiée la caractéristique de la cellule :

2.1. Si on augmentait la puissance reçue par la cellule sans modifier la longueur d'onde de la radiation utilisée ?

2.2. Si on augmentait la longueur d'onde de la radiation utilisée.

On donne: $h=6,63.10^{-34}$J.s; $c= 3.10^8$m/s; $m=9,1.10^{-31}$kg.

CORRIGE

1.1. La courbe montre que lorsque $U_{AC} < -1,15V$, l'intensité du courant est nulle. D'autre part comme $U_{AC}<0$; $V_A<V_C$ alors les électrons émis par la cathode C sont repoussés par l'anode et aucun n'arrive à l'anode. Le potentiel d'arrêt est alors $|U_0|=-1,15V$.

1.2. Calcul de la vitesse max

$$0-E_C=-qU_0 \Rightarrow V_C=\sqrt{\frac{2e\,|U_0|}{m}}=6,36.10^5\,m/s$$

1.3. L'énergie d'extraction W_0

$$E_C=h\nu-W_0=-eU_0 \Rightarrow W_0=\frac{hc}{\lambda}-E_C=3,01.10^{-19}\,J$$

1.4. Le seuil photoélectrique λ_0

$$W_0=\frac{hc}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0=\frac{hc}{W_0}=661.10^{-9}\,m$$

1.5. La tension U_{AC} pour que V=2000km/s

$$E_{cA}-E_{cC}=q(V_C-V_A)=-e(V_C-V_A)=e(V_A-V_C)=eU_{AC} \Rightarrow U_{AC}=\frac{m}{2e}(V^2-V_C^2)=10,2V$$

1.6. Le nombre d'électron émis par la cathode :

Lorsqu'on atteint le courant de saturation tous les électrons émis arrivent à l'anode.

$$It=|q|=ne \Rightarrow n=\frac{It}{e}=7,5.10^{12}\ \text{électrons par seconde}$$

1.7. Le rapport entre le nombre d'électrons émis n et le nombre de photons reçus par la cathode n' pendant le même temps est le rendement r de la cellule:

$r=\frac{n}{n'}$ Le nombre de photon émis par seconde n' est $P=n'h\nu \Rightarrow n'=\frac{P}{h\nu}=6,2.10^{14}$ photons par seconde

Le rendement est alors $r=\frac{n}{n'}=1,2.10^{-2}=1,2\%$

2.1. Si on augmente la puissance rayonnante sans changer la longueur d'onde, on augmente le nombre de photon mais l'énergie transportée par un photon ne change pas. On conserve donc la même valeur du potentiel d'arrêt qui ne dépend que de l'énergie d'extraction et de l'énergie du photon, mais augmente l'intensité de saturation.

2.2. Si on augmente la longueur d'onde ; l'énergie du photon diminue :

- Si $\lambda<\lambda_0$ il y a toujours effet photoélectrique, mais l'énergie cinétique max des électrons au départ de la cathode diminue, ainsi que la valeur du potentiel d'arrêt.
- Si $\lambda>\lambda_0$ il n'y a plus d'effet photoélectrique.

EXERCICE 5

Dans cet EXERCICE on utilise la « dualité » de la lumière qui est considérée tour à tour comme onde ou corpuscule.

1. L'aspect ondulatoire

On désire retrouver la longueur d'onde d'une source laser He-Ne du laboratoire d'un lycée avec le dispositif interférentiel des fentes de Young. Dans ce dispositif la source laser S éclaire deux fentes secondaires S_1 et S_2 distantes de a=2mm. La source S est située sur la médiatrice de S_1S_2. L'écran d'observation E est parallèle au plan S_1S_2 et situé à une distance D=2m de ce plan (figure 1).

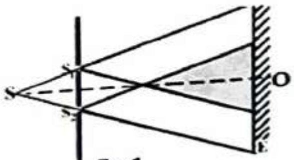


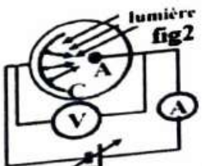
fig 1

1.1. Qu'observe-t-on sur l'écran dans la région commune aux deux faisceaux ?

1.2. Définir l'interfrange i et calculer sa valeur si la distance correspondante à 3 interfranges est d = 1,5 mm. Préciser la nature des franges dont les milieux sont situés aux points d'abscisses respectives x_1=1mm et x_2=1,75mm.

1.3. Rappeler l'expression de l'interfrange i puis calculer la longueur d'onde λ du laser He-Ne de ce laboratoire.

2. L'aspect corpusculaire



On éclaire une cellule photoélectrique par des radiations lumineuses de longueur d'onde λ= 0,6μm comme l'indique la figure 2. Le travail d'extraction du métal constituant la cathode de la cellule est W_0 = 1,875 eV.

2.1. Définir l'effet photoélectrique.

2.2. Définir la longueur d'onde seuil λ_0 de la cathode. Déterminer sa valeur. Comparer λ_0 avec la longueur d'onde λ des radiations éclairant la cellule. Conclure.
2.3. Déterminer, l'énergie cinétique maximale de sortie d'un électron extrait de la cathode de la cellule et en déduire sa vitesse.
2.4. Définir le potentiel d'arrêt et calculer sa valeur.
Données : $m_{e^-} = 9{,}1.10^{-31}$ kg ; Constante de Planck : $h = 6{,}62.10^{-34}$ J.s ; $c = 3.10^8$ m.s^{-1} ; 1 eV = $1{,}6.10^{-19}$ J

Bac D 2019 S C

CORRIGE

1.1. Lorsque la source émet une lumière monochromatique, on observe dans la zone commune aux deux faisceaux un système de franges alternativement brillantes et sombres.
1.2. L'interfrange i est la distance séparant les milieux de deux franges consécutives de même nature.
Calcul de i :

$$d = 3i \Rightarrow i = \frac{d}{3} = 0{,}5.10^{-3}\,m$$

Nature des franges :

$$\frac{x_1}{i} = \frac{1}{0{,}5} = 2 \text{ et } \frac{x_2}{i} = \frac{1{,}75}{0.5} = 3{,}5$$ donc x_1 est le milieu d'une frange brillante et x_2 est le milieu d'une frange obscure.

1.3. L'expression de i

$$i = \frac{\lambda D}{a}$$

Calcul de λ :

$$i = \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{ai}{D} = 0{,}5mm$$

2.1. L'effet photoélectrique est l'émission d'électrons par des métaux convenablement éclairés.
2.2. La longueur d'onde seuil λ_0 est la longueur d'onde de l'énergie minimale (énergie d'extraction) à fournir à un métal pour lui arracher des électrons.
Calcul de λ_0 :

$$W_0 = \frac{hc}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{W_0} = 0{,}662.mm$$

Comparaison : $\lambda_0 > \lambda$ conclusion : donc il y a effet photoélectrique.
2.3. L'énergie cinétique E_C

$$E_C = h\nu - W_0 == \frac{hc}{\lambda} - W_0 = 0{,}31.10^{-19}\,J$$

Déduction de la vitesse v_C :

$$E_C = \frac{1}{2}mv_C^2 \Rightarrow v_C = \sqrt{\frac{2E_C}{m}} = 2{,}6.10^5\,m/s$$

2.4. Le potentiel d'arrêt U_0 est la valeur qui permet aux électrons d'être arrêtés au niveau de l'anode

$$E_{cA} - E_{cC} = q(V_C - V_A) = -e(V_C - V_A)$$
$$= e(V_A - V_C) = eU_{AC}$$

$$\Rightarrow U_{AC} = \frac{m}{2e}(v^2 - v_C^2) \text{ soit } U_0 = \frac{m}{2e}(0^2 - v_C^2) \quad = -\frac{mv_C^2}{2e} = -\frac{E_C}{e} = -0{,}19375 \approx -0{,}2V$$

<table>
<tr><th colspan="2">Fondamental</th></tr>
<tr><th>Fondamentalement, il faut retenir que:</th><th>Fondamentalement il faut savoir:</th></tr>
<tr><td>

Les niveaux d'énergie

- Par définition l'énergie de l'atome de l'hydrogène est donnée par la relation:
  $$E_n = -\frac{13,6}{n^2}\,(eV)$$
  où n: nombre quantique principal ou numéro de la couche occupée par l'électron.
- Le passage de l'atome de l'hydrogène d'un niveau supérieur n à un niveau inférieur p s'accompagne d'une émission de photon d'énergie:
  $$E_n - E_p = -13,6\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2}\right)$$
  Cette valeur représente aussi l'énergie qu'il faut fournir à l'atome pour l'exciter du niveau E_p au niveau supérieur E_n
- L'énergie d'ionisation E_i est l'énergie qu'il faut fournir à l'atome pour l'ioniser à partir du niveau fondamental n =1:
  $E_i = 13,6eV$.
- La longueur d'onde de la radiation émise au cours d'une émission d'un photon obéit à la relation empirique:
  $$\frac{1}{\lambda_{n,p}} = R_H\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2}\right) \quad \text{avec } n > p.$$

R_H : constante de Rydberg. $R_H = 1,09.10^7 m^{-1}$.

</td><td>

- Déterminer l'énergie de liaison
- Déterminer la longueur d'onde émise lors de l'émission

</td></tr>
</table>

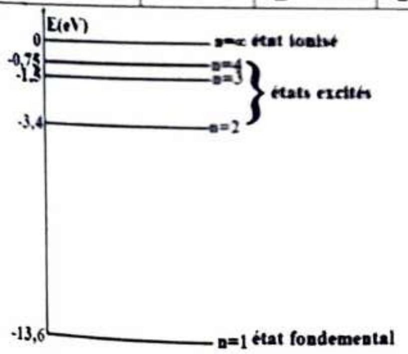
EXERCICE 1

<u>Données</u> : célérité de la lumière dans le vide :3 10^8 m/s;
Constante de Planck : h=6,62 10^{-34} Js ; charge élémentaire : e = 1,6 10^{-19} C.
On rappelle que l'énergie d'un atome d'hydrogène est quantifiée et ne peut prendre que les valeurs suivantes :
$E_n = E_0/ n^2$ avec E_0 = -13,6 eV et n = 1, 2, 3....
1. Représenter sur un diagramme les niveaux d'énergie en électronvolts de l'atome d'hydrogène pour n compris entre 1 et 5. Préciser ce qu'on appelle état fondamental et état excité. S'aider de ce diagramme pour justifier le caractère discontinu du spectre d'émission de l'atome d'hydrogène.
2. Qu'appelle-t-on énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène ? Quelle est sa valeur ?
3. L'atome d'hydrogène passe du niveau d'énergie correspondant à n=5 au niveau n=3.
- Calculer la longueur d'onde de la radiation émise.
- A quel domaine de radiation cette longueur d'onde appartient-elle ?
- Les quatre premières raies de la série de Balmer correspondant au retour au niveau n=2 ont pour longueur d'onde : 410 nm, 434 nm, 486 nm, 656 nm. Les longueurs d'ondes de la série de Paschen sont supérieures à 820 nm. Les séries de Balmer et de Paschen ont été découvertes respectivement en 1885 et 1909. Justifier cette chronologie.
4. L'atome d'hydrogène étant dans un état correspondant au niveau n=3, il reçoit un photon d'énergie 0,5 eV. Le photon est-il absorbé ?
- L'atome d'hydrogène étant dans un état correspondant au niveau n=3, il reçoit un photon d'énergie 2 eV. Montrer que l'électron est arraché. Calculer son énergie cinétique en eV.

CORRIGE

1. Représentation des niveaux d'énergie

énergie (eV)	-13,6	-3,4	-1,51	-0,85	-0,54
N	1	2	3	4	5



Les échanges d'énergies entre la lumière et la matière ne se font pas de manière continue mais par quantité élémentaire.
Une transition atomique est le passage d'un état d'énergie à un autre.
La fréquence d'un photon émis ou absorbé est reliée aux énergies E_n et E_p par la relation de Bohr:

$$\Delta E = \left|E_p - E_n\right| = h\nu = h\frac{c}{\lambda}.$$

Chaque raie d'un spectre est associée à l'émission ou l'absorption d'un photon lors d'une transition atomique.
2. L'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène est l'énergie qu'il faut fournir pour arracher l'électron soit 13,6 eV.
3. transitions n=5 à n=3 : l'énergie de l'atome diminue, un photon est émis
ΔE= 1,511-0,544 = 0,967 Ev ou 0,967*1,6 10^{-19} = 1,547 10^{-19} J
Longueur d'onde du photon émis : λ= hc / ΔE
λ = 6,62 10^{-34}*3 10^8 / 1,547 10^{-19} = 1,28 10^{-6} m (domaine des U.V)
Les raies de la série de Balmer appartiennent au domaine du visible.
Les raies de la série de Paschen au domaine I.R, plus difficile à mettre en évidence au début du XX^e siècle.
4. Le photon peut être absorbé si son énergie est égale à la différence d'énergie entre deux niveaux d'énergie de l'atome.
État excité n=3 : E_3 = -1,51 eV; état excité n=4 : E_4 = -0,85 eV
Différence : 1,51-0,85 = 0,66 eV, donc le photon d'énergie 0,5 eV ne peut pas être absorbé par l'atome.

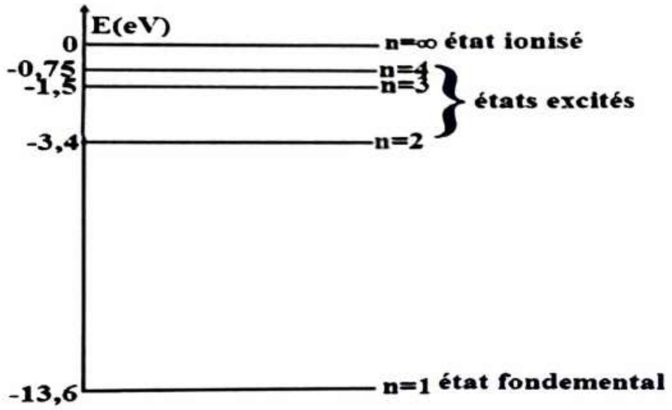
À partir de l'état excité n=3, il est possible d'ionisé l'atome en fournissant au minimum 1,51 eV.
Un photon d'énergie 2eV ionise donc cet atome initialement à l'état excité n=3.
L'énergie 2-1,51 = 0,49 eV est emportée par l'électron, sous forme d'énergie cinétique.

EXERCICE 2

Supposons qu'une planète rayonne de la lumière ultraviolette aux travers d'une atmosphère gazeuse comportant une majorité d'atome d'hydrogène. Les longueurs d'onde du rayonnement sont inférieures à 91,2 nm.
Données : Constante de Planck $h = 6,62 \times 10^{-34}$ J.s.
Célérité des ondes électromagnétiques $c = 3 \times 10^5$ km.s^{-1}.
Charge élémentaire $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C.

1. Donner la signification du niveau d'énergie E = 0 eV
2. Quel est le niveau d'énergie d'un atome d'hydrogène pris dans son état fondamental lorsqu'il subit une radiation de 91, 2 nm ? Exprimer l'énergie en Joule et en eV.
3. Expliquer ce qui se passe lorsqu'un atome d'hydrogène reçoit une radiation de longueur d'onde inférieure à 110 nm.
4. Quelle est la longueur d'onde émise lorsqu'un atome d'hydrogène passe de l'état excité n = 3 à l'état n = 2.

CORRIGE



1. E = 0 correspond à l'état d'excitation maximale ou encore à l'atome ionisé (perte de son électron).
2. Energie reçue par l'atome :
   $E = hc / \lambda$
$E = 6,62\ 10^{-34} * x3\ 10^8 / 91,2\ 10^{-9} = 2,18\ 10^{-18}$ J $= 2,18\ 10^{-18} / 1,6\ 10^{-19} = 13,6$ eV
Énergie initiale de l'atome pris dans son état fondamental : -13,6 eV
Énergie totale de l'atome : 0 eV, après avoir reçu le photon.
3. Un atome d'hydrogène reçoit une radiation de longueur d'onde inférieure à 110 nm
Énergie de la radiation :
$hc / \lambda = 6,62\ 10^{-34} x\ 3\ 10^8 / 110\ 10^{-9} = 1,8\ 10^{-18}$ J $= 1,8\ 10^{-18} / 1,6\ 10^{-19} = 11,3$ eV
L'atome se trouve alors dans l'un de ses états excités si le photon est absorbé (l'énergie du photon doit être égale à la différence d'énergie entre deux niveaux de l'atome)
Si la longueur d'onde est inférieure à 91,2 nm, l'atome est ionisé.
4. Variation d'énergie =13,6 (1/4-1/9)= 1,89 eV
   soit $1,89 * 1,6\ 10^{-19} = 3,024\ 10^{-19}$ J.
La longueur de l'onde émise est donc : $\lambda = hc/E$
$\lambda = 6,62\ 10^{-34} x\ 3\ 10^8 / 3,024\ 10^{-19} = 657\ 10^{-9}$ m.

SOMMAIRE

Physique

السبيل السبيل السبيل السبيل السبيل

Les bases fondamentales de la dynamique

- **Un système est un ensemble de points matériels.**
- **Un système peut être déformable ou indéformable.**
- **Une force intérieure est une force exercée par une partie du système sur une autre partie de ce système.**
- **Une force extérieure est une force exercée par l'extérieur sur le système.**
- **La relation fondamentale de la dynamique R.F.D:**
- **L'ensemble des forces appliquées à un point matériel de masse m provoque une variation de sa vitesse :** $\sum \vec{F} = m\vec{a}$
- **Le théorème de l'énergie cinétique :**

La variation de l'énergie cinétique d'un solide entre deux instants est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les forces appliquées au solide entre ces deux instants : $\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}}$,

- **Le théorème de l'énergie mécanique :**
  La variation de l'énergie mécanique d'un système entre deux instants est égale à la somme algébrique des travaux des forces extérieures et des forces intérieures dissipatives qui s'exercent sur le système entre ces deux instants :

$$\Delta E_m = \sum W_{\vec{F}ext} + \sum W_{\vec{F}int}(\text{dissipatives}),$$

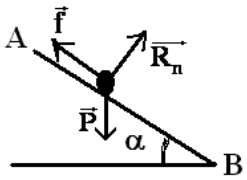
Les applications de la RFD

1. Glissement sur un plan incliné faisant un angle α avec l'horizontale :

- **Nature du mouvement:**

$$a = g\sin\alpha - \frac{f}{m}$$

(m.r.u.v).



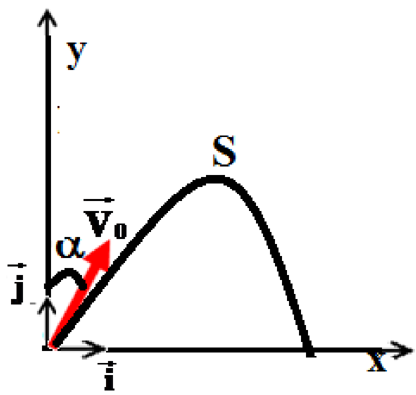
- **Expression de R:** $R = \sqrt{(mg\cos\alpha)^2 + f^2}$
- **Si f =0: a = gsin α et R_n= mgcos α**

2. Cas d'un projectile :

- **Les vecteurs accélération $\vec{a}$, vitesse $\vec{V}$ et position $\overline{OM}$**

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_0\cos\alpha \\ V_y = -gt + V_0\sin\alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{OM}\begin{cases} x = V_0\cos\alpha t & (1) \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0\sin\alpha t & (2) \end{cases}$$



- **Equation de la trajectoire:**

$$Y = -\frac{gx^2}{2V_0^2\cos^2\alpha} + x\,tg\alpha$$

- **La portée : C'est la distance entre le point de tir O du projectile et son point de chute P sur le plan horizontal.**

$$x_P = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

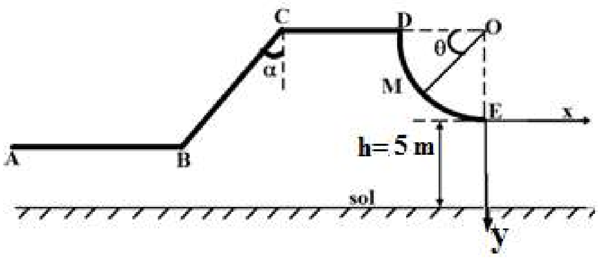
- **La flèche : Elle correspond à la hauteur maximale atteinte par le projectile au dessus du plan horizontal (ordonnée du sommet S de la trajectoire).** $Y_S = \dfrac{V_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$

السبيل السبيل السبيل السبيل السبيل

Exercice 1

On néglige les frottements et on prendra g=10m/s²

Un skieur de masse totale m=80kg aborde une piste verglacée A, B, C, D et E. (voir fig).



Dans cet Exercice le skieur sera assimilé à un point matériel confondu avec son centre d'inertie G.

1 Partant sans vitesse du point A il est poussé sur le parcours AB par une force $\vec{F}$ parallèle à la piste pour arriver en B avec une vitesse $\vec{V}_B$ .Cette vitesse $\vec{V}_B$ lui permet d'atteindre le point C. AB=l=20m; BC=l'=40m; g=10m/s² et α=60°.

1.1 Calculer la valeur de la vitesse $\vec{V}_B$ pour laquelle le skieur arrive en C avec une vitesse nulle.

1.2 Calculer alors la valeur supposée constante de la force $\vec{F}$.

1.3 Déterminer la nature du mouvement du skieur entre B et C sachant que $\vec{F}$ ne s'exerce qu'entre A et B.

2 En arrivant en C le skieur s'aide de ses bâtons pour repartir sur CD, horizontale, et acquérir au point D une vitesse de valeur V_D=10m/s avec la quelle il entame le tronçon circulaire $\overset{\frown}{DE}$ de rayon r=OD=OE=2,2m.

2.1 Exprimer:

2.1.1 La valeur V_M de la vitesse du skieur au point M en fonction de V_D, r, g et de l'angle θ et en déduire sa valeur au point E.

2.1.2 La valeur R de la réaction exercée par la piste sur le skieur au point M en fonction de m, V_D, r, g et de l'angle θ.

2.2 Le skieur quitte la piste au point E pour arriver au point P situé sur le sol.

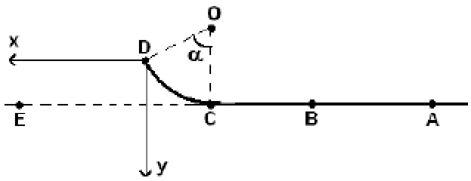
2.2.1 Calculer l'équation de la trajectoire dans le repère (E, x, y).

2.2.2 Calculer l'abscisse du point P de chute.

Exercice 2

Dans l'Exercice on négligera les frottements et l'action de l'air et on donne g = 10m/s².

Un rail ABCD contenu dans un plan vertical comporte une partie ABC rectiligne posée sur le sol horizontal et une partie CD qui a la forme d'un arc de cercle de centre O, de rayon r =0,5m et d'angle au centre α = 60° (voir fig1).



1 Un solide S de masse m = 0,1 Kg assimilable à un point matériel, est initialement au repos en A. Il est soumis sur la portion AB du rail à une force $\vec{F}$ parallèle au rail, dirigée de A vers B et d'intensité constante. Un dispositif a permis d'enregistrer la position du solide toute les $2.\,10^{-2}$ s.

Sens du mouvement

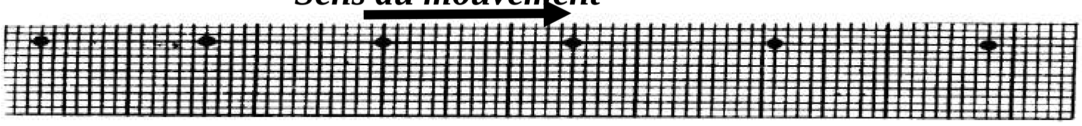


fig 2

La figure 2 représente, en vraie grandeur, une partie de l'enregistrement.

1-1 Déduire de cet enregistrement la nature du mouvement de S et calculer son accélération.

1-2 Calculer l'intensité F de la force.

2-La force $\vec{F}$ cesse d'agir lorsque S atteint le point B, la vitesse du solide vaut alors 3m/s.

2-1 Déterminer la vitesse v du solide au point C.

2-2 Avec la vitesse calculée, le solide S aborde la partie CD du rail. Déterminer au point D les caractéristiques :

1.2.1 du vecteur vitesse $\vec{V}_D$ du solide.

1.2.2 de la force $\vec{R}_D$ exercée par le rail sur le solide S.

3- en D le solide S quitte le rail avec la vitesse V_D et effectue alors un mouvement aérien.

3.1 Etablir l'équation de la trajectoire du mouvement du solide S dans le plan (D,x,y).

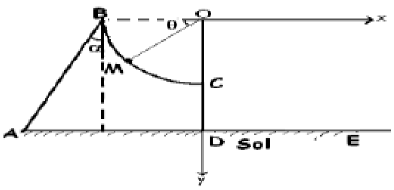
3.2 Déterminer les coordonnées du sommet de la trajectoire.

3.3 Calculer l'abscisse du point de chute E sur le sol.

3.4 En utilisant la conservation de l'énergie mécanique entre les points D et E, calculer la vitesse du solide S à son arrivée en E.

Exercice 3

Une piste $ABCD$ est formée d'une partie AB rectiligne qui fait un angle α avec la verticale, une partie BC ayant la forme d'un arc de cercle de centre O et de rayon r et en fin une partie CD verticale (voir fig).



Données : $\alpha = 60°$, $g = 10 m/s^2$, $BO = CO = r = 1m$, $OD = 2m$

Un solide S de masse $m = 200g$ est lancé de A vers B avec une vitesse V_A.

1 Déterminer la nature du mouvement de A à B. (les frottements n'existent qu'entre A et B sont assimilables à une force $f = \frac{mg}{4}$.)

2 Calculer la vitesse minimale avec la quelle il faut lancer le solide S du point A pour qu'il arrive en B avec une vitesse nulle.

3 Le solide S descend de B vers C sans vitesse initiale.

3.1 Donner l'expression de sa vitesse en M en fonction de g, r et θ. A. N: θ=30°

3.2 Trouver l'expression de la réaction en M de la piste sur S en fonction de g, m et θ La calculer.

4 Donner les caractéristiques de la vitesse du solide S en C.

5 Le solide S quitte la piste à t=0 au point C et arrive au sol au point E.

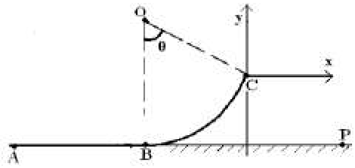
5.1. Donner l'équation de la trajectoire du solide dans le repère $(O; x; y)$.

5.2. Déterminer l'abscisse du point de chute E.

Exercice 4

Les frottements sont négligeables et on donne m=200g, g=10m/s² $\theta = 60^0$

Une piste de lancement est formée de deux parties :



- **Une partie horizontale AB de longueur *l*=3,5m .**
- **Une partie circulaire BC de rayon r=1,3m.**

Un solide ponctuel S de masse m est lancé du point A avec une vitesse horizontale $\overrightarrow{V_A}$.

1 Montrer que, sur la partie AB le mouvement du solide S est uniforme. Calculer la vitesse V_A si la durée du trajet AB est t=0,5s.

2 Le solide S aborde en suite la partie circulaire BC.

2.1 Donner les caractéristiques du vecteur vitesse du solide S au point C.

2.2 Trouver l'expression de la réaction de la piste sur le solide au point C et calculer sa valeur.

3 Le solide S quitte la piste au point C.

3.1 Donner l'équation de la trajectoire du mouvement du solide après C dans le repère $(C; x; y)$

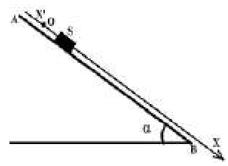
3.2 Déterminer les coordonnées du sommet de la trajectoire et la valeur de la vitesse en ce point.

3.3 Calculer le temps mis par le solide S pour partir de C jusqu'au point P situé sur le sol.

Exercice 5

Dans l'Exercice on prendra g=10m/s

Un solide S de masse m=500g, abandonné sans vitesse initiale, glisse sur un plan incliné d'un angle α=30° par rapport au plan horizontal. On suppose que le solide S est soumis à une force de frottement constante $\vec{f}$ parallèle à la trajectoire de son centre de gravité G.



1.1 Etablir l'expression de l'accélération a_1 de son centre d'inertie G. En déduire la nature du mouvement.

1.2 Dans le repère (x'Ox), établir en fonction de a_1, l'équation horaire du mouvement du centre d'inertie G en prenant comme origine des dates l'instant où le solide S est lâché sans vitesse et comme origine des abscisses la position O.

1.3 Calculer la valeur de l'accélération a_1 dans le cas où les frottements sont négligeables.

2 Un dispositif expérimental approprié permet d'enregistrer les positions du centre de gravité G de S à des instants régulièrement espacés de τ= 60ms. Les résultats expérimentaux ont permis d'établir le tableau suivant :

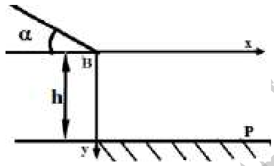
x_i(mm)	0	8,5	33,5	75	133	207,5
t_i(s)	0	0,06	0,12	0,18	0,24	0,30

2.1 Montrer que les distances parcourues pendant les mêmes intervalles de temps τ constituent une suite arithmétique de raison r et en déduire la valeur a_2 de l'accélération $\vec{a}$ du mouvement.

2.2 Au cours de cette expérience existe-t-il des frottements ? si oui calculer la valeur de $\vec{f}$.

3 Calculer la valeur de la vitesse à la date $t=3\tau$.

4 Au point B le solide S quitte le plan AB situé à une hauteur h=2m du sol.



4.1 Etablir les équations horaires x(t) et y(t) du mouvement de S dans le repère (B ;x ;y). En déduire l'équation de la trajectoire. On prendra pour origine des instants l'instant de passage par B et pour vitesse au point B : V_B=1m/s.

4.2 Trouver l'abscisse x_P du point de chute P sur le sol.

Trouver la valeur V_P de la vitesse de S au point P.

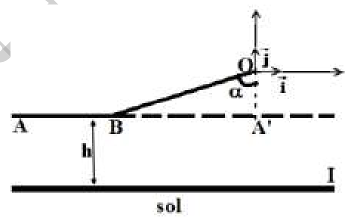
Exercice 6

On suppose que les frottements sont négligeables.

Une piste est formée de deux parties rectilignes :

-AB horizontale

- BO incliné d'un angle α=60° par rapport à la verticale et de longueur L=3,6m.



1 Un solide S ponctuel de masse m est lancé du point A avec une vitesse initiale $\vec{V}_A$.

1.1 Déterminer la nature du mouvement du solide S sur AB.

1.2 Etudier le mouvement de S sur la partie BO et donner l'expression de son accélération.

1.3 Calculer la valeur minimale que doit avoir V_A pour que la vitesse de S s'annule en O.

2 Le solide S arrive en O avec une vitesse $\vec{V}_0$ de module V_0=8m/s. Calculer V_A.

3 Arrivé en O, le solide quitte le plan incliné avec la vitesse $\vec{V}_0$.

3.1. Représenter le vecteur $\vec{V}_0$ puis établir dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, l'équation de la trajectoire de S. Conclure.

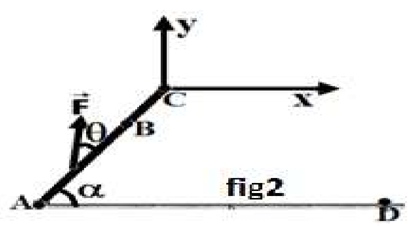
3.2 Le solide S touche le sol au point I, sachant que le plan AB se trouve à une hauteur h=1,2m du sol. Déterminer les coordonnées du point I dans le repère.

3.3 Quelle est la durée de cette chute.

3.4 Déterminer les coordonnées du point S où la vitesse du solide est horizontale.

Exercice 7

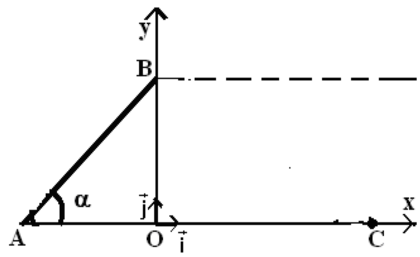
Sur un tremplin de surface parfaitement lisse incliné d'un angle α =30°par rapport à l'horizontale, un jouet S d'enfant constitué d'une petite voiture en partie cassable initialement au repos au point A, est tiré par une force constante $\vec{F}$, inclinée d'un angle α par



rapport au plan du tremplin. Ce jouet S a une masse m=100g. (Voir fig2)
On donne cosθ = 0,8 ; AB = 2m ; AC=2,7m.
1. La vitesse atteinte par S au point B après le parcours rectiligne AB est égale à V_B=4 m.s^{-1}.
1.1. Calculer la valeur de $\vec{F}$.
1.2. Déterminer la nature du mouvement de S sur le trajet AB.
1.3. Au point B, l'action de la force $\vec{F}$ cesse, le solide poursuit son mouvement rectiligne jusqu'au sommet C du tremplin. Déterminer la nature du mouvement de S sur le trajet BC. Calculer la vitesse de S au point C.
2. Le solide quitte le tremplin au point C, origine du repère $(C, \vec{i}, \vec{j})$ avec la vitesse V_C=3m/s
2.1. Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire de S dans le repère $(C, \vec{i}, \vec{j})$. L'instant de passage de S en C est considéré comme origine des dates.
2.2. S atteint le sol au point d'impact D.
2.2.1. Calculer les coordonnées du point D.
2.2.2. Sachant que le solide est brisé s'il touche le sol avec une vitesse supérieure à 5m/s. Dans quel état se trouve S après la chute.

Exercice 8

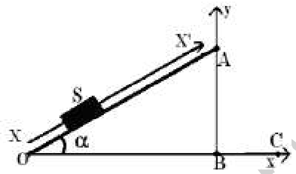
On lance un solide S de masse m=400g à partir d'un pont A avec la vitesse V_A=4m/s sur un plan AB incliné d'un angle α=30°. On prendra g=10m/s² ; AB=0,7m
1 On néglige les frottements sur AB.
1.1 Donner l'expression de l'accélération du solide S et calculer sa valeur.
1.2 Calculer la vitesse au point B.
1.3 Calculer le temps mis entre A et B.
2 On considère que les frottements sur AB équivalent à une force $\vec{f}$ tangente à la trajectoire et de sens opposé au mouvement. Le solide S arrive au point B avec la vitesse V_B=2m/s.



2.1 Déterminer la valeur de la force de frottement.
2.2 Déterminer la valeur de la réaction R exercée par le plan AB sur le solide.
3 Le solide quitte le plan incliné AB au point B avec la vitesse V_B=2m/s et effectue un mouvement aérien pour tomber au point C.
3.1 Ecrire dans le repère $(O; \vec{i}\ ; \vec{j})$ l'équation de la trajectoire du saut entre B et C.
3.2 Déterminer les coordonnées du sommet de la trajectoire du saut.
3.3 Déterminer les coordonnées du point C et en déduire la valeur de la distance BC.
3.4 Déterminer la vitesse du projectile au point C.

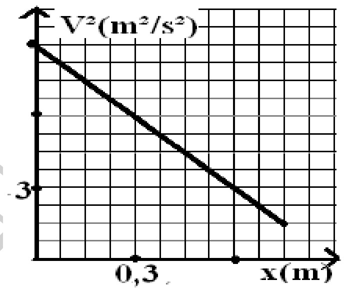
Exercice 9

On lance un solide S de masse m=100g avec une vitesse initiale V_0 à partir du point O origine des abscisses de l'axe XX' confondu avec la ligne de plus grande pente d'un plan OA incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale.



Un dispositif permet de mesurer les vitesses V à différentes positions d'abscisses x lors du mouvement du solide.

1 La courbe représente les variations $V^2=f(x)$ lorsque les frottements sont négligeables.



1.1 Etudier le mouvement du solide S sur le plan OA.

1.2 Ecrire la relation théorique liant V² et l'abscisse x.

1.3 En utilisant la courbe, en déduire :

1.3.1 La valeur de l'angle α.

1.3.2 La valeur de la vitesse initiale V_0.

2 Les frottements équivalent à une force constante et opposée au sens du mouvement.

2.1 Etablir la nouvelle expression de l'accélération a' du centre d'inertie du mobile.

2.2 Calculer l'intensité de la force de frottement sachant que l'énergie cinétique du solide est 0,2j quand il parcourt la distance x=OA=0,4m.

3 Arrivé au point A, le mobile continue son mouvement dans le vide.

3.1 Ecrire dans le repère (B;x;y) l'équation de la trajectoire du mouvement du mobile à partir du point A.

3.2 Calculer les coordonnées du point C de chute.

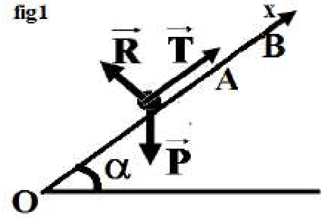
Exercice 10

On néglige les frottements et on prendra g=10m/s²

On se propose d'étudier le mouvement d'un solide de masse m=5kg assujetti à se déplacer le long de la plus grande pente d'un plan incliné d'un angle α=30° ave l'horizontale (fig1).

On désigne par Ox l'axe parallèle à la ligne de plus grande pente.

fig1



Une force de traction $\vec{T}$ supposée constante et parallèle à l'axe Ox, s'exerce sur le solide le long de OA. Mis en mouvement à partir de sa position de repos O, le solide atteint la position A d'abscisse x_A =0 ,5m avec une vitesse $\vec{V}_A$.

1. A partir de A, la force T est supprimée et le solide continue son mouvement jusqu'à l'arrêt au point B.

Sur la fig 1 sont représentées les forces que nous supposons être appliquées au centre d'inertie G du solide au cours de son mouvement entre O et A.

1.1 Montrer que pour une position d'abscisse x entre O et A, l'énergie mécanique E(x) du système {solide+Terre} s'écrit E(x)=T.x

On suppose que l'origine des énergies potentielles de pesanteur correspond au plan horizontal passant par O.

1.2 Le diagramme de l'énergie mécanique E(x) du système est porté sur la fig 2. Déduire la valeur T.

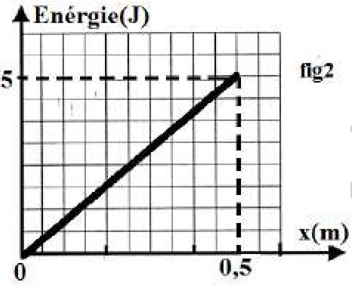


fig2

2.1 Etablir l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur $E_{PP}(x)$ du système et celle de l'énergie cinétique $E_C(x)$ du solide lorsque ce dernier occupe une position d'abscisse x entre O et A.

2.2 Compléter la fig2 en traçant les diagrammes correspondants à $E_{Pp}(x)$ et $E_C(x)$.

3En déduire la distance entre A et B.

Exercice 11

0n néglige les frottements sauf dans la question 2

Une piste est constituée d'une partie rectiligne inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale telle que la longueur BA= 6m, suivie d'une partie circulaire AC de rayon r = 0,5m.

L'ensemble de la piste est situé dans un plan vertical (voir figure 1)

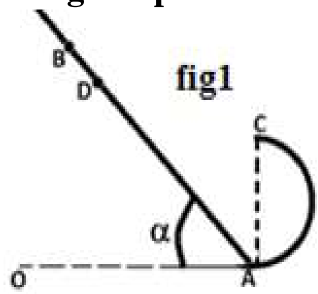


fig1

1. Le solide (S), de masse 250g, supposé ponctuel, est en mouvement sur le plan incliné. Il est lâché sans vitesse d'un point D situé entre B et A tel que DA = L.

On suppose que le changement de pente en A ne provoque pas de variation de la vitesse.

1.1 Exprimer la norme de la vitesse V_C du mobile en C en fonction de r,α, L et g.

1.2 Déterminer l'expression de la réaction R exercée par la piste sur le mobile au point C en fonction de m, L, r, α et g.

1.3 Pour quelle valeur de L, le mobile quitte la partie circulaire de la piste en C? On donne sinα = 0,25

2 Dans une nouvelle expérience, le solide est lâché sans vitesse initiale. Il passe en B avec la vitesse V_B. Il est soumis, le long du trajet BA, à une force de frottement de valeur constante f.

A l'aide d'un dispositif approprié, on trace le diagramme de la figure 2 correspondant à la variation de l'énergie cinétique du mobile en fonction de l'abscisse x comptée à partir du point B.

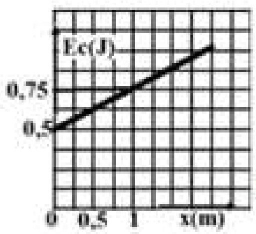


fig 2

2.1 En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au mobile, entre la position B et une position M du plan incliné d'abscisse x quelconque, exprimer $E_C(M)$ en fonction de m, g, f, x et E_C (B).

2.2 En exploitant le diagramme de la figure 3, déterminer les valeurs de la force de frottement et de la vitesse au point B.

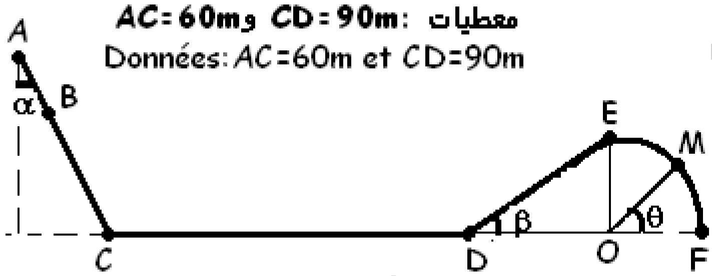
Exercice 12

Les forces de frottements ne s'exercent qu'entre **B** *et* **D**.*On prendra* $g = 10m/s^2$

Un mobile de masse $m = 500g$ se déplace sur le trajet ayant la forme donnée par la fig1.

Le mobile commence sa course au sommet A de la partie rectiligne AC qui fait un angle $\alpha = 60°$ avec la verticale et arrive au point B avec la vitesse $V_B = 10m/s$.

Fig1



1. Entre les points B et C s'exerce une force de frottement $\vec{f_1}$ qui ralentit le mouvement. Déterminer l'intensité de cette force f_1 pour que le mobile arrive en C avec une vitesse de valeur double de V_B.

2. Déterminer la valeur de la vitesse au point D si la force de frottement s'exerçant sur la partie horizontale CD représente le sixième du poids du mobile.

3. Le mobile aborde alors la partie DE qui fait un angle $\beta = 10°$ avec l'horizontale. Déterminer la longueur l de cette partie pour que le mobile arrive en E avec une vitesse pratiquement nulle.

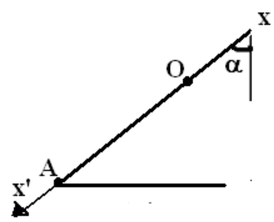
4. Arrivé au point E le mobile glisse sans frottement sur le quart du cercle EF de rayon r et de centre O situé sur la même horizontale CDF.

La position du mobile est repérée par l'angle $\theta = (\vec{OF}, \vec{OM})$.

Exprimer la vitesse au point M en fonction de θ, l, β et g

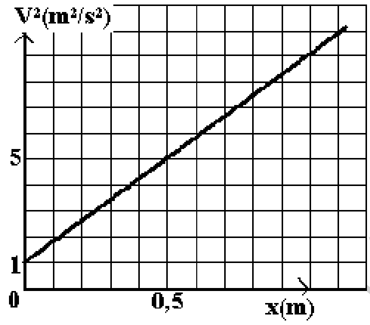
Exprimer en fonction de θ, m et g la valeur de la réaction de la piste sur le mobile au point M.

Exercice 13



Un solide ponctuel de masse m=200g glisse sur un plan OA incliné d'un angle $\alpha = 60^0$ par rapport à la verticale. Il part du point O origine de l'axe orienté X'X avec une vitesse initiale de valeur V_0. Au cours de son mouvement, S subit une force de frottement $\vec{f}$.

Un dispositif approprié permet de mesurer la vitesse V instantanée du solide pour différentes positions x. La courbe représentative de $V^2 = f(x)$ est donné par la fig2



1 Déterminer graphiquement l'équation $V^2 = f(x)$.

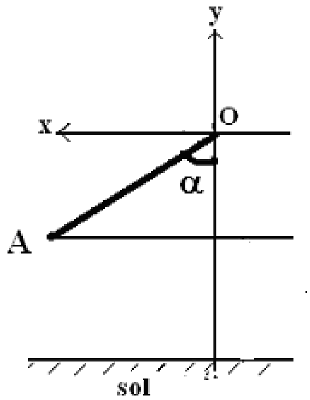
2 En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, établir l'expression de V^2 en fonction de x.

3 En déduire les valeurs de la force de frottement $\vec{f}$ et de la vitesse V_0.

4 Au point d'abscisse $x = 0,5m$, l'énergie mécanique E du système {solide-terre} est égale au double de l'énergie cinétique. En déduire la position adoptée pour le plan de référence de l'énergie potentielle de pesanteur.

5

5.1 Donner l'expression de l'énergie cinétique E_C et de l'énergie potentielle E_P du système {solide-terre} en fonction de x ; en prenant pour référence de l'énergie potentielle le plan horizontal situé à 0,5 cm en dessous du point O.



5.2 Sur un même graphique, représenter les courbes $E_C = f(x)$ et $E_P = g(x)$ pour les valeurs de x telles que $0 \leq x \leq 1m$.

5.3 En déduire l'expression de E en fonction de x puis tracer la courbe $E = h(x)$. On donne g=10m/s².

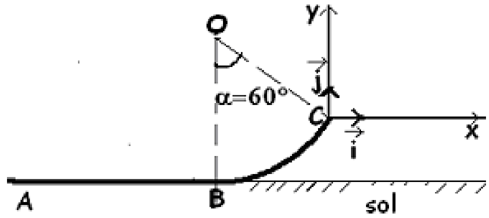
5.4 Le solide quitte le plan incliné en A tel que $OA = 3m$.

5.4.1 Donner les caractéristiques du vecteur vitesse du solide en A.

5.4.2 Déterminer les équations paramétriques du mouvement du solide S dans le repère $(O; x; y)$ après avoir quitté le plan incliné.

Exercice 14

Un solide S de masse m=200g se déplace sur une piste ABC, constituée d'une partie rectiligne et horizontale AB =1,6m et d'une partie curviligne BC de centre O et de rayon r=0,7m. (fig1)



1 Le solide quitte le point A sans vitesse initiale sous l'action d'une force constante $\vec{F}$ qui ne s'exerce qu'entre A et B.

On enregistre à des intervalles de temps réguliers $\tau = 20ms$ les positions occupées par le solide et on obtient l'enregistrement de la figure 2 ci-contre :

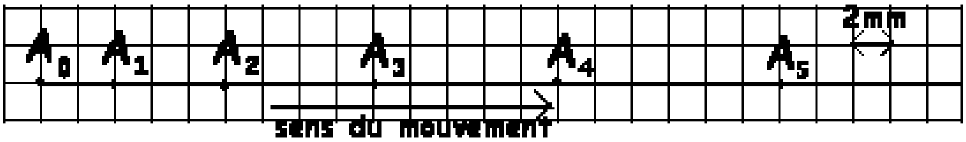


Fig2

1.1 Déterminer la nature du mouvement et calculer la valeur expérimentale de son accélération.

1.2 Sachant que la valeur de la force $\vec{F}$ est $F = 2N$ dire est ce que le mouvement se fait sans frottement ou avec frottement. Déterminer la valeur de la réaction exercée par la piste sur le solide ainsi que l'angle β qu'elle fait avec la verticale.

1.3 Calculer la valeur de la vitesse au point B.

2 Le solide continue son mouvement sans frottement sur la partie curviligne BC.

2.1 Déterminer les caractéristiques de la vitesse au point C.

2.2 Calculer la valeur de la réaction $\vec{R}_C$ qu'exerce la piste sur le solide au point C.

3 Le solide quitte la piste au point C avec la vitesse $\vec{V}_C$ et effectue un mouvement aérien avant d'atterrir au point D.

3.1 Déterminer l'équation de la trajectoire dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

3.2 déterminer les coordonnées des points le plus haut et le plus bas de la trajectoire.

Exercice 15

Les frottements sont négligeables.

On étudie le mouvement d'un solide S sur une piste, constituée d'une partie rectiligne AB= ℓ et d'une partie BC représentant la moitié d'un cercle de centre O et de rayon r (fig 1).

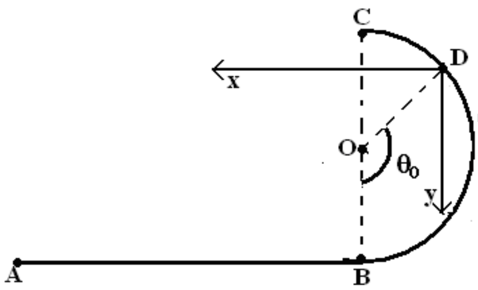
On exerce entre A et B sur le solide S, qui était au repos en A, une force $\vec{F}$ horizontale d'intensité constante.

1 Déterminer la nature du mouvement entre A et B et exprimer en fonction de F, ℓ et m la vitesse V_B du solide au point B.

2 Déterminer en fonction de F, ℓ , m, r, g et θ l'expression de la vitesse au point M défini par l'angle $\theta = (\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OM})$.

3 Déterminer en fonction de F, ℓ , m, r, g et θ l'expression de la réaction R au point M.
Calculer la valeur minimale F_m de F qui permet que S atteigne le point C.
4 On donne à F la valeur F_0=7/3 N.
4.1 Le solide S perd contact avec la piste au point D dont la position est définie par l'angle $\theta_0 = (\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OD})$. Déterminer l'angle θ_0 et calculer la vitesse V_D en ce point D.
4.2 Etablir dans le repère (D ; x ;y) de la fig 2 l'équation de la trajectoire du solide S.

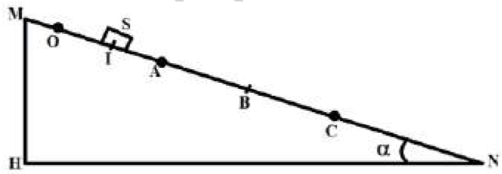
fig 2



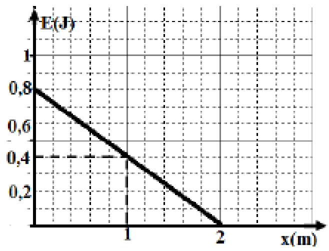
4.3 Calculer l'abscisse du point I d'impact du solide S sur le plan horizontal

Exercice 16

Un solide S de masse m=500g, abandonné sans vitesse initiale, glisse sur un plan incliné d'un angle α par rapport au plan horizontal. Il part du point O sans vitesse initiale et passe entre deux cellules A et C. Un index I solidaire du solide S, déclenche un chronomètre au passage en A et l'arrête en C.



La durée enregistrée par le chronomètre est Δt=0,05s.
On pourra considérer que la mesure de la vitesse entre A et C permet de connaître avec une bonne précision la vitesse instantanée en B milieu de AC (voir fig1). On donne OB=1m ; AC=0,1m, MN=2m ; MH=0,6m.
1. Calculer l'angle α.
2.1 Calculer la variation de l'énergie cinétique du solide entre A et B puis la somme des travaux des forces appliquées en négligeant les frottements.
2.2 Que peut-on affirmer à propos de ce résultat.
3. Par application du théorème de l'énergie cinétique, en déduire la valeur de la force de frottement que l'on supposera constante et parallèle à la ligne de plus grande pente du plan incliné.

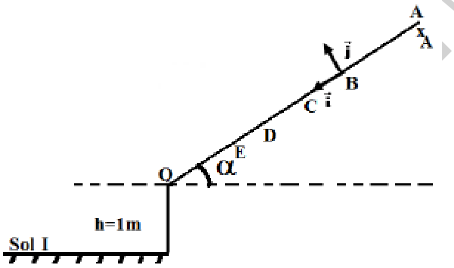


4. Sur la figure 2 on donne la représentation graphique de l'énergie mécanique E du système {solide, terre} en fonction de x.
4.1. Déterminer graphiquement l'expression de E en fonction de x; la retrouver théoriquement.
4.2. En déduire la position du plan de référence des énergies potentielles de pesanteur par rapport au point O.

4.3. Etablir les expressions analytiques de l'énergie potentielle E_P et de l'énergie cinétique E_C en fonction de x. En déduire la position où l'on a $E_C = E_P$.

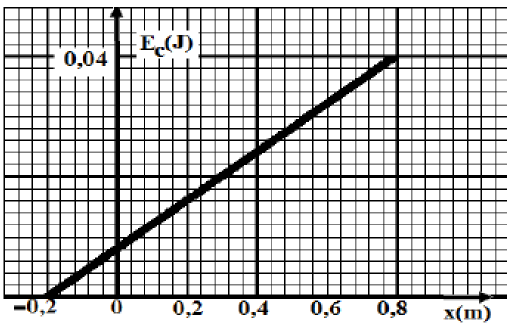
Exercice 17

Un solide S de masse m=0,14kg se déplace sur une piste rectiligne inclinée d'un angle α=10° par repport à l'horizontale. Le solide S est laché sans vitesse initiale du point A d'abscisse x_A définie relativement au repère $(B;\vec{i};\vec{j})$. Arrivé au point O, il s'engage dans un mouvement de chute parabolique où tout type de frotttement est négligeable et rencontre le sol au point I tel que la différence d'altitude entre les points O et I est h=1m comme l'indique la fig 1.



Les frottements auxquels est soumis le solide S au cours de son mouvement entre les points Aet O sont équivalents à une force $\vec{f}$ d'intensité supposée constante

A l'aide d'un dispositif approprié on détermine la vitesse instantannée du solide S lors de son passage par les points B, C, D, E et O d'abscisses respectives 0m ; 0,2m ; 0,4m ; 0,6m ; 0,8m. Ceci permet de tracer le diagramme de la fig 2 correspondant à l'énergie cinétique du solide S en fonction de l'abscisse x.



1 En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au solide entre la position B et une position quelconque M d'abscisse x par rapport au repère $(B;\vec{i})$, montrer que :

$E_C(x)= mgx\sin\alpha - fx+E_{CB}$

2 En utilisant le diagramme de la fig2 déterminer l'intensité de la force de frottement et la valeur de l'abscisse x_A du point A. On donne g=9,8m/s².

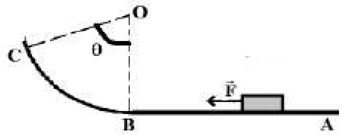
3 Montrer que l'énergie mécanique E_m du système {terre+S} est conservée au cours du mouvement de chute parabolique.

4 Calculer la valeur de E_m sachant que l'énergie potentielle de pesanteur au sol est nulle.

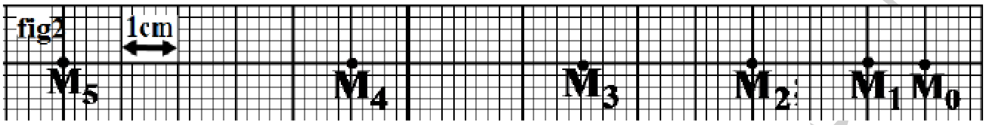
En déduire la valeur de la vitesse avec laquelle le solide percute le sol en I.

Exercice 18

Un solide ponctuel de masse m=500g glisse sur un trajet constitué d'un plan horizontal AB de longueur L=2m et d'un arc de cercle BC de rayon r = 10cm. (fig1)



On enregistre le mouvement de ce solide sur la partie AB pendant des intervalles de temps successifs et égaux τ=50ms. Le document de la fig2 représente cet enregistrement.



1 Calculer les vitesses aux points M_1, M_2, M_3 et M_4.

2 Calculer les accélérations aux points M_2 et M_3 , en déduire la nature de ce mouvement.

3 A l'instant t =0, le solide S quitte le point A sans vitesse initiale sous l'action d'une force $\vec{F}$ constante et parallèle au plan horizontal AB.

3.1 Donner l'énoncé du théorème de l'énergie cinétique.

3.2 Calculer la valeur de la force horizontale $\vec{F}$ sachant que la force de frottement est supposée négligeable.

3.3 Les frottements ne sont plus négligeables et sont supposés équivalents à une force $\vec{f}$ unique parallèle au plan AB et de sens opposé à celui du mouvement. Calculer l'intensité f de cette force de frottement $\vec{f}$, si F garde la valeur précédente et si V_B = 2m/s.

3.4 Calculer la valeur de la réaction R exercée par le plan AB ainsi que l'angle qu'elle fait avec la normale à ce plan.

4. La force $\vec{F}$ ne s'exerce plus sur le solide lors de son déplacement qui se fait sans frottement sur l'arc $\widehat{BC}$.

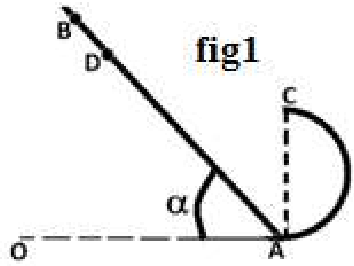
4.1. Exprimer la vitesse V_C au point C en fonction de V_B, r, g et θ.

4.2. Calculer sa valeur pour θ =60°.

Exercice 19

On néglige les frottements sauf dans la question 3

Une piste est constituée d'une partie rectiligne inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale telle que la longueur BA= 6m, suivie d'une partie circulaire AC de rayon r = 0,5m.



L'ensemble de la piste est situé dans un plan vertical (voir figure 1)

On considère le système : {solide (S), terre}

1 Le solide (S), de masse 250g, supposé ponctuel, est en mouvement sur le plan incliné

1.1 Ecrire, en fonction de m, g, z et E_{pp0}, l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} du système (E_{pp0} représente la valeur de l'énergie potentielle de pesanteur du système au niveau du plan horizontal passant par O et A).

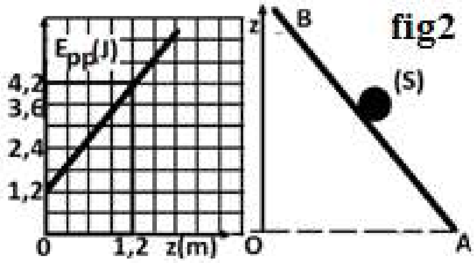


fig2

1.2 L'étude de la variation de E_{pp} en fonction de l'altitude z, a donné la courbe de la figure 2 qui vérifie l'équation d'une droite: $E_{pp}= az+b$ (E_{pp} en J et z en m). Déduire les valeurs de a et b.

1.3 Déduire les valeurs de l'accélération de pesanteur g, de E_{pp0} et de l'altitude z_0 qui correspond à $E_{pp} = 0$.

2 Le mobile est lâché maintenant sans vitesse d'un point D situé entre B et A tel que DA = L.

On suppose que le changement de pente en A ne provoque pas de variation de la vitesse.

2.1 Exprimer la norme de la vitesse V_C du mobile au point C en fonction de r, α, L et g.

2.2 Déterminer l'expression de la réaction R exercée par la piste sur le mobile au point C en fonction de m, L, r, α et g.

2.3 Pour quelle valeur de L, le mobile quitte la partie circulaire de la piste en C? On donne $\sin\alpha = 0,25$

3 Dans une nouvelle expérience, le solide est lâché sans vitesse initiale. Il passe en B avec la vitesse V_B. Il est soumis, le long du trajet BA, à une force de frottement de valeur constante f.

A l'aide d'un dispositif approprié, on trace le diagramme de la figure 3 correspondant à la variation de l'énergie cinétique du mobile en fonction de l'abscisse x comptée à partir du point B.

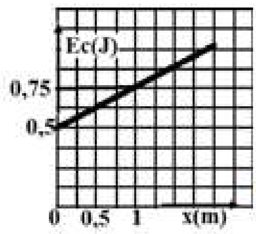


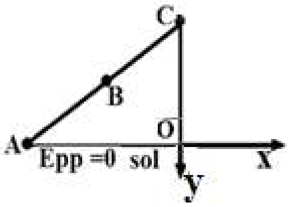
fig3

3.1 En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au mobile, entre la position B et une position M du plan incliné d'abscisse x quelconque, exprimer $E_C(M)$ en fonction de m, g, f, x et E_C (B).

3.2 En exploitant le diagramme de la figure 3, déterminer les valeurs de la force de frottement et de la vitesse au point B.

Exercice 20

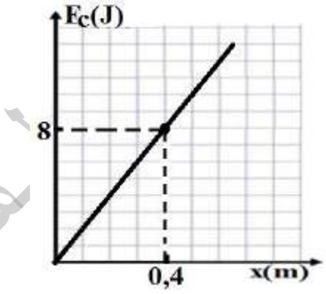
On considère un solide de masse m=5kg en mouvement sur une piste inclinée d'un angle α=60° par rapport à la verticale.



Sous l'action d'une force motrice $\vec{F}$ supposée constante et parallèle à la ligne de plus grande pente, le solide quitte la position A avec une vitesse nulle pour atteindre la position B telle que AB =8m avec une vitesse V_B.

Le solide est soumis constamment lors de son mouvement sur AC à une force de frottement de module f=5N.

1 En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, établir l'expression de l'énergie cinétique E_C en un point d'abscisse x situé entre A et B en fonction de l'abscisse x, des forces F et f, de l'angle α de la masse m et de g.



2 Le diagramme de la variation de l'énergie cinétique est donné par la courbe $E_C = f(x)$.

2.1 Déterminer la valeur de la force motrice F.

2.2 Etablir en fonction de x, l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur $E_P(x)$ et celle de l'énergie mécanique $E_m(x)$ du solide lorsque ce dernier occupe une position d'abscisse x entre A et B.

2.3 Compléter la figure en traçant les diagrammes correspondants à $E_P(x)$ et $E_m(x)$.

3 Calculer la valeur de la vitesse au point B.

4 Lorsque le solide passe en B la force motrice est supprimée. Il continue alors son mouvement pour atteindre le point C avec une vitesse V_C. Montrer que le système {solide + Terre} n'est pas conservatif. En déduire la distance BC si la valeur de la vitesse au point C est V_C =4m/s.

5 Arrivé en C, le solide quitte le plan incliné avec la vitesse $\vec{V}_C$.

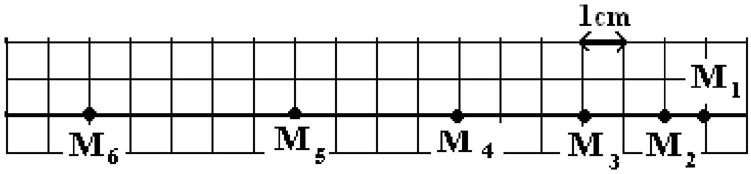
5.1. Représenter le vecteur $\vec{V}_C$ puis établir dans le repère (O, x, y), l'expression de l'équation de la trajectoire du solide si l'origine des instants est l'instant d'arrivée au point C. Conclure.

5.2 Le solide S arrive au point I sur le sol. Calculer la valeur de la vitesse $\vec{V}_I$ d'arrivée au point I ainsi que l'angle α qu'elle fait avec l'axe des abscisses.

Exercice 21

On donne g=10m/s².

Un solide ponctuel de masse m=500g glisse sur un plan AO incliné d'un angle$\alpha=30^0$ par rapport à l'horizontale. On enregistre le mouvement de ce solide pendant des intervalles de temps successifs et égaux θ=50ms. Le document de la fig1 représente cet enregistrement.

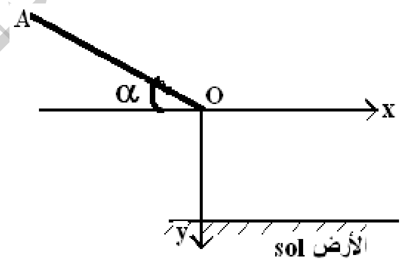


1 Calculer les vitesses aux points $M_2; M_3 ; M_4$et M_5 .

2 Calculer les accélérations aux points $M_3; M_4$, en déduire la nature de son mouvement.

3 Le mouvement se fait-il avec frottement ? Si la réponse est positive déterminer la valeur de cette force de frottement f.

4 Le solide quitte le plan incliné au point O avec la vitesse $V_0 = 2m.s^{-1}$ et continue son mouvement dans le vide. (voir fig 2)



4.1 Préciser la direction et le sens du vecteur $\vec{V}_O$.

4.2 Etudier le mouvement du solide S et calculer l'équation de sa trajectoire.

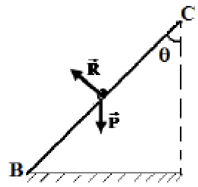
4.3 Déterminer les coordonnées du point de chute du solide s'il a mis 0,5s pour effectuer son mouvement dans le vide.

4.4 En utilisant la conservation de l'énergie mécanique, trouver la vitesse au point de chute.

Corrigé de l'Exercice1

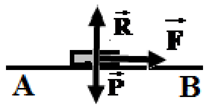
1.1Calcul de la vitesse V_B .

$$\frac{1}{2}mV_C^2-\frac{1}{2}mV_B^2=-mgBC\cos\theta \Rightarrow V_B=\sqrt{-2gBC\cos\theta}=20m/s$$



1.2Calcul de F :

$$\frac{1}{2}mV_B^2=FAB \Rightarrow F=\frac{mV_B^2}{2AB}=800N$$



1.1 Nature du mouvement entre B et C

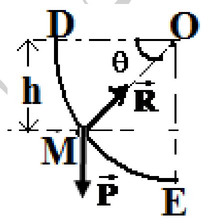
Nature du mouvement : $\sum\vec{F}_{ext}=m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P}+\vec{R}+\vec{f}=m\vec{a}$

par projection sur $A\vec{B}$ on obtient : $-P\cos\alpha=ma \Rightarrow a=-g\cos\theta$ m.r.u.v

2.1.1 Expression de V_M En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, on obtient :

$\frac{1}{2}mV_M^2-\frac{1}{2}mV_D^2=mgh$ avec $h=r\sin\alpha$ et

soit $V_M=\sqrt{V_D^2+2gr\sin\theta}$



Au point E : $V_E=\sqrt{V_D^2+2gr}$ car $\theta_E=\frac{\pi}{2}$ soit $V_E=12m/s$

2.1.2 Expression de la réaction.

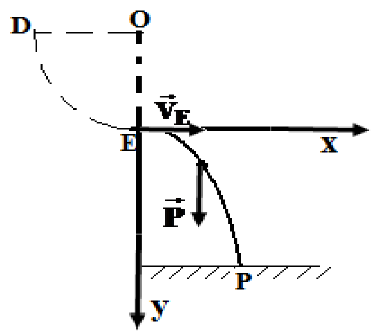
En appliquant la R.F.D, on obtient : $\sum\vec{F}_{ext}=m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P}+\vec{R}=m\vec{a}$

Par projection sur la normale on trouve $-P\sin\alpha+R=ma_n$ avec $a_n=\frac{V_M^2}{r}$ soit

$$R=3mg\sin\theta+\frac{mV_D^2}{r}$$

2.2.1 Etude du mouvement après E :

Conditions initiales : $E\begin{cases}x_0=0\\y_0=0\end{cases}$ $\vec{V}_E\begin{cases}V_{Ex}=V_E\\V_{Ey}=0\end{cases}$



En appliquant la R.F.D, on obtient :

$\sum\vec{F}_{ext}=m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P}=m\vec{a}$

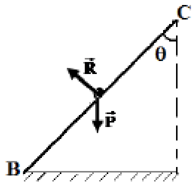
$$\vec{a}\begin{cases}a_x=0\\a_y=g\end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases}V_x=V_E\\V_y=gt\end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{EM}\begin{cases}x=V_Et & (1)\\y=\frac{1}{2}gt^2 & (2)\end{cases}$$

L'équation de la trajectoire :(1) donne $t=\frac{x}{V_E}$ en remplaçant dans (2), on trouve : $y=\frac{g}{2V_E^2}x^2=0,035x^2$ (3)

2.2.2 L'abscisse du point P : au point y_P=h en remplaçant dans(3),on trouve :

$x_P=V_E\sqrt{2\frac{y_P}{g}}$ avec $y_P=h=5m$ A.N : x_P=12m

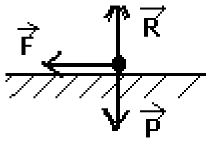
Corrigé de l'Exercice2



1.1. Nature du mouvement du solide S :

D'après l'enregistrement les distances parcourues forment une progression arithmétique de raison $r=10^{-3}$, le mouvement est donc un m. r. u.v d'accélération $a=r/\theta^2$ où $\theta = 2.10^{-2}$ s est l'intervalle de temps. Soit $a=2.5 m/s^2$.

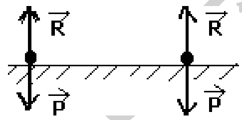
1.2 Calcul de la force F :



$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$$

$\Rightarrow$ **F=ma A.N : F=0,25N**

2.1 La vitesse du solide S au point C :



$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow \Delta E_C = 0 \Leftrightarrow V_C = V_B = 3 m/s.$$

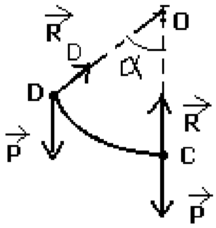
2.2 Les caractéristiques de $\vec{V}_D$ et de $\vec{R}_D$:

❖ **Les caractéristiques de $\vec{V}_D$:**

- **Direction : elle fait l'angle α avec l'horizontale.**
- **Sens : vers le haut.**
- **Origine : le point D.**
- **Valeur :**

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_{cD} - E_{cC} = mgh \text{ avec } h=r(1-\cos\alpha)$$

$$\Rightarrow \quad V_D = \sqrt{V_C^2 - 2gr(1-\cos\alpha)} \quad \text{A.N : } V_D = 2 m/s$$



❖ **Les caractéristiques de $\vec{R}_D$**

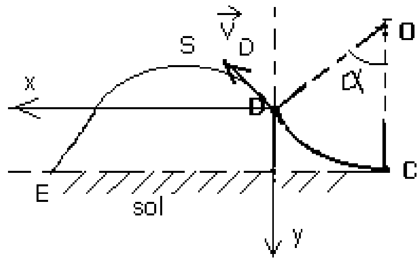
- **Direction : la normale**
- **Sens : centripète**
- **Origine : le point D**
- **Valeur :** $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R}_D = m\vec{a}$

Par projection suivant la normale on obtient :

$R_D - P\cos\alpha = mV_D^2/r$

$R_D = mg(3\cos\alpha - 2) + mV_C^2/r$ **A.N :** $R_D = 1,3N$

3.1 Etude du mouvement dans le vide :



- **La seule force qui s'exerce est le poids**
- **La RFD :** $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$

Par projection :

- **Sur Dx**

$a_x = 0 \Rightarrow v_x = v_D\cos\alpha \Rightarrow x = v_D\cos\alpha t$

- **Sur Dy**

$a_y = g \Rightarrow v_y = gt - v_D\sin\alpha \Rightarrow y = \frac{1}{2} gt^2 - v_D\sin\alpha t$

Equation de la trajectoire : $t = x/ v_0\cos\alpha$

$\Rightarrow y = \frac{1}{2} gx^2 / v_D^2\cos^2\alpha - \tan\alpha . x$ **A.N :** $y=5x^2-1,7x$

3.2 Les coordonnées du sommet S de la trajectoire :

Au sommet dy/dx =0 $\Rightarrow x_S = v_0^2\sin\alpha\cos\alpha/g$ A .N : x_S =0,17m

et $y_S = -v_0^2\sin^2\alpha/2g$ y_S =-0,15m

3.3 L'abscisse du point E de chute sur le sol :

L'ordonnée du point E est y_E = r(1-cosα) en remplaçant dans l'équation de la trajectoire ; on obtient : x_E =0,46m

3.4 Calcul de la vitesse du solide S au point E :

Au point D : $E_D = \frac{1}{2} mV_D^2 + mgr(1-\cos\alpha)$

Au point E : $E_E = \frac{1}{2} mV_E^2$

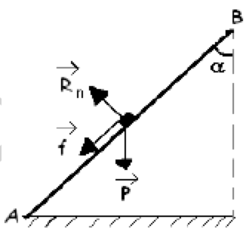
Comme il y'a conservation de l'énergie mécanique, on peut écrire :

$\frac{1}{2} mV_E^2 = \frac{1}{2} mV_D^2 + mgr(1-\cos\alpha)$ A.N : V_E=3m/s.

Corrigé de l'Exercice3

1 Nature du mouvement :

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$



Par projection sur $\vec{AB}$ on obtient : $-P\cos\alpha - f = ma$

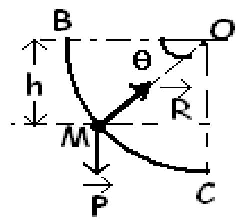
$\Rightarrow a = -g\cos\alpha - \frac{g}{4} = -\frac{3}{4}g$ m.r.u.v A.N : a=-7,5m/s²

2 Calcul de la vitesse de lancement.

$V_B^2 - V_A^2 = 2a.AB \Rightarrow V_A = \sqrt{-2a.AB}$ car si V_B=0, V_A est minimale or $AB = \frac{OD}{\cos\alpha}$

soit $V_A = \sqrt{\frac{3g.OD}{2\cos\alpha}}$ A.N :V=7,75m/s.

3.1Expression de V_M



En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, on obtient :

$\frac{1}{2}mV_M^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = mgh$ avec $h = r\sin\alpha$ et $V_B = 0$ soit

$V_M = \sqrt{2gr\sin\alpha} = 3{,}16 m/s$

3.2Expression de la réaction. En appliquant la R.F.D, on obtient : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

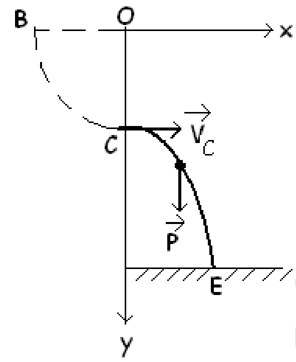
Par projection sur la normale on trouve

$-P\sin\alpha + R = ma_n$ avec $a_n = \frac{V_M^2}{r}$ soit $R = 3mg\sin\alpha$ A.N : R=3N

4. Caractéristiques du vecteur $\vec{V}_C$:

$\vec{V}_C$
- **-direction: horizontale Ox**
- **-sens:celui de $O\vec{x}$**
- **-origine: lepointC**
- **-module:$V_C = \sqrt{2gr}$ =4,5m/s**

5.1 Conditions initiales



$$C\begin{cases}x_0 = 0\\ y_0 = OC = r\end{cases} \quad \vec{V}_C\begin{cases}V_{Cx} = V_C\\ V_{Cy} = 0\end{cases}$$

En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\vec{a}\begin{cases}a_x = 0\\ a_y = g\end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases}V_x = V_C\\ V_y = gt\end{cases} \Rightarrow \vec{OM}\begin{cases}x = V_C t & (1)\\ y = \frac{1}{2}gt^2 + r & (2)\end{cases}$$

L'équation de la trajectoire :(1) donne $t = \frac{x}{V_C}$ **en remplaçant dans (2), on trouve :** $y = \frac{g}{2V_C^2}x^2 + r$ (3)

5.2 L'abscisse du point E :

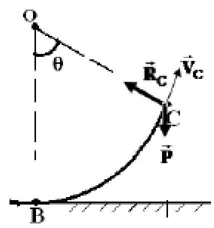
Au point E , on a y_E=OD=2r en remplaçant dans(3), on trouve :

$x_E = \sqrt{2r\frac{V_C^2}{g}}$ **A.N :x_E=2m**

Corrigé de l'Exercice4

1 La nature du mouvement

- **La RFD** $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$
- **Projection sur l'axe x'x :** $0 + 0 = ma \Rightarrow a = 0$



Donc le mouvement est rectiligne uniforme.

Calcul de la vitesse V_A :

$x = V_A t + x_0 \Rightarrow V_A = \frac{x - x_0}{t}$ **A.N :** $V_A = 7m/s$

2.1 Caractéristiques de $\vec{V}_C$:

- **Direction : elle fait l'angle θ avec l'horizontale.**
- **Sens : vers le haut.**
- **Origine : le point C.**
- **Valeur :** $\Delta E_c = \sum W_{\vec{F}}$ $\Leftrightarrow$ **$E_{cC} - E_{cB}$ = - mgh avec h=r(1-cosα)**

$\Rightarrow V_C = \sqrt{V_B^2 - 2gr(1 - \cos\theta)}$ **A.N :** $V_C = 6m/s$

2.2 Expression de R_C

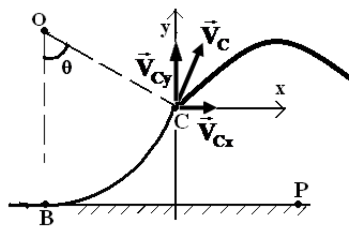
$\Sigma\vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R}_C = m\vec{a}$

Par projection sur la normale, on obtient :

$-mg\cos\theta + R_C = m\frac{V_C^2}{r}$ $\quad R_C = m(g\cos\theta + \frac{V_C^2}{r})$

A.N : $R_C = 5{,}5N$

3.1 Etude du mouvement du solide S dans le vide :



- **La seule force qui s'exerce est le poids**
- **La RFD :** $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$

En projetant a suivant les axes :

- **Sur Cx** $a_x = 0$ $V_x = V_C\cos\theta$ $x = V_C\cos\theta t$ **(1)**
- **Sur Cy** $a_y = -g$ $V_y = -gt + V_C\sin\theta$ $y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_C\sin\theta t$ **(2)**

Equation de la trajectoire :

(1) $\Rightarrow t = x/v_0\cos\theta \Rightarrow y = -\frac{1}{2}gx^2/V_C^2\cos^2\theta + \tan\theta.x$ **A.N :** $y=-0,56x^2+1,7x$

3.2 Les coordonnées du sommet S de la trajectoire :

Au sommet $dy/dx = 0 \Rightarrow x_S = V_C^2\sin\theta\cos\theta/g$ A .N : $x_S = 1,56m$

et $y_S = v_0^2\sin^2\theta/2g$ $y_S = 1,35m$

La vitesse au point S : $V_S=V_x= V_C\cos\theta=3m/s$

3.3 Durée du mouvement :

$Y=-r(1-\cos\theta)= -\frac{1}{2}gt^2 + V_C\sin\theta t \Leftrightarrow -5t^2+5,16t+0,65=0$ $\sqrt{\Delta}=6,3$ soit $t=1,14s$

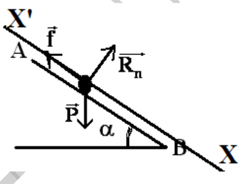
Corrigé de l'Exercice5

1.1 L'expression de l'accélération a_1 si f n'est pas négligeable:

$\sum\vec{F}_{ext} = m\vec{a}_1 \Leftrightarrow \vec{P}+\vec{R}+\vec{f} = m\vec{a}_1$

par projection sur $\overline{X'X}$ on obtient :

$-f + P\sin\alpha = ma_1 \Rightarrow a_1 = g\sin\alpha - \frac{f}{m}$



1.2. Comme a=cte

$$\Rightarrow m.r.u.v \Rightarrow x = \frac{1}{2}a_1t^2 + \underbrace{v_0t}_{0} + \underbrace{x_0}_{0} \text{ soit } x = \frac{1}{2}a_1t^2$$

1.3 Déduction de l'accélération a_2 si f est négligeable:

Si f=0 l'expression de a_1 devient : $a_1 = g\sin\alpha = 5m/s^2$

2.1 Montrons que les distances parcourues pendant les intervalles de temps forment une suite arithmétique de raison r :

Les distances parcourues pendant τ sont :

d_1=8,5mm; d_2=33,5-8,5=25mm ;

d_3=75-33,5=41,5mm ; d_4=133-75=58mm ; d_5=207,133=74,5mm ;

La raison : $d_2- d_1$=16,5mm ; $d_3- d_2$=16,5mm ; d_4-d_3=16,5mm ; $d_5- d_4$=16,5mm.

Donc ces distantes forment une suite arithmétique de raison r=16,5mm.

Déduisons a_2 : $r=a\tau^2 \Rightarrow$ $a_2 = \frac{r}{\tau^2} = 4,58m/s^2$

2.2 Comme $a_2 < a_1$ il y'a frottement.

La valeur de f :

$a_2 = -\frac{f}{m} + g\sin\alpha \Rightarrow f = mg\sin\alpha - ma_2$ Soit : f=0,21N.

3 Calcul de V :

$V = a_2t = 3a_2\tau = 0,82m/s$

4.1 Les équations horaires du mouvement à partir du point B :

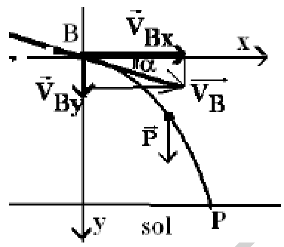
Conditions initiales :

$B\begin{cases} x_0 = x_B = 0 \\ y_0 = y_B = 0 \end{cases}$ $\vec{V}_B\begin{cases} V_{Bx} = V_B\cos\alpha \\ V_{By} = V_B\sin\alpha \end{cases}$

En appliquant la R.F.D, on obtient :

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$

$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_B \cos\alpha \\ V_y = gt + V_B \sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{BM}\begin{cases} x = V_B \cos\alpha t & (1) \\ y = \frac{1}{2}gt^2 + V_B \sin\alpha t & (2) \end{cases}$



soit $\overrightarrow{BM}\begin{cases} x = 0,87t & (1) \\ y = 5t^2 + 0,5t & (2) \end{cases}$

L'équation de la trajectoire :

L'équation (1) donne : $t = \frac{x}{V_B \cos\alpha}$

En remplaçant dans (2), on trouve l'équation de la trajectoire :

$y = \frac{g}{2V_B^2 \cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$ **Soit** $y = 6,67x^2 + 0,58x$ (3)

4.2 Calcul de l'abscisse du point de chute P :

L'équation (3) donne :

$y_P = 6,67x^2 + 0,58x$ **or** $y_P = h = 2 \Leftrightarrow 6,68x^2 + 0,58x - 2 = 0$

$\Delta = (7,32)^2$ **Soit** $x_P \approx 0,6m$

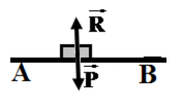
4.3 Calcul de la vitesse V_P:

Par application du théorème de l'énergie cinétique entre B et P, on trouve :

$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_{C_P} - E_{C_B} = W_{\vec{P}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_P^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = mgh \Rightarrow V_P = \sqrt{V_B^2 + 2gh}$ **Soit V_P=6,4m/s**

Corrigé de l'Exercice6

1.1 Nature du mouvement sur AB :



$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

On projette suivant $\overrightarrow{AB}$

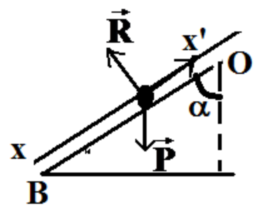
0+0=ma⇒ a=0 m.r.u

1.2 L'expression de l'accélération a :

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

par projection sur $\overrightarrow{xx'}$ on obtient :

$-P\cos\alpha = ma \Rightarrow a = -g\cos\alpha$



1.3 La valeur minimale de la vitesse :

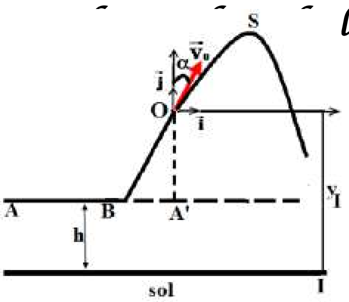
$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_{C_O} - E_{C_B} = W_{\vec{P}} \Leftrightarrow 0 - \frac{1}{2}mV_B^2 = -mgh \Rightarrow V_A = \sqrt{2gh}$

car $V_B = V_A$ comme $h = L\cos\alpha$; il vient $V_A = \sqrt{2gL\cos\alpha} = 6m/s$

2 Calcul de V_A

$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_{C_0} - E_{C_B} = W_{\vec{P}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_0^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = -mgh$

Soit $V_A = \sqrt{V_0^2 + 2gL\cos\alpha} = 10m/s$



3.1 L'équation de la trajectoire :

Conditions initiales :

$$O\begin{cases}x_0=0\\ y_0=0\end{cases} \quad \text{et } \vec{V}_0\begin{cases}V_{0x}=V_0\sin\alpha\\ V_{0y}=V_0\cos\alpha\end{cases}$$

En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum\vec{F}_{ext}=m\vec{a}\Leftrightarrow\vec{P}=m\vec{a}$$

$$\vec{a}\begin{cases}a_x=0\\ a_y=-g\end{cases}\Rightarrow\vec{V}\begin{cases}V_x=V_0\sin\alpha\\ V_y=-gt+V_0\cos\alpha\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{OM}\begin{cases}x=V_0\sin\alpha t & (1)\\ y=-\frac{1}{2}gt^2+V_0\cos\alpha t & (2)\end{cases}$$

L'équation de la trajectoire : L'équation (1) donne : $t=\dfrac{x}{V_0\sin\alpha}$

en remplaçant dans (2), on trouve l'équation de la trajectoire :

$y=-\dfrac{g}{2V_0^2\sin^2\alpha}x^2+x\cot an\alpha$ **Soit** $y=-0,1x^2+0,58x$

3.2 Les coordonnées de I

Y_I= - A'O - h= -OBcosα-h= -3

On remplace dans l'équation de la trajectoire :

$$-3=-0,1x^2+0,58x \Leftrightarrow -0,1x^2+0,58x+3=0$$

$$\Delta=0,58^2+4.0,1.3\approx1,24^2$$

Soit x_I=9,1m d'où I(9,1 ; - 3)

3.3 La durée de la chute

$$t_I=\frac{x_I}{V_0\sin\alpha}=\frac{9,1}{8.0,87}=1,3s$$

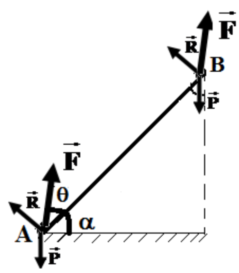
3.4 Les coordonnées de S

Au point S V_{Sy}=0 soit $t_S=\dfrac{V_0\cos\alpha}{g}=0,4s$

$$\text{soit } S\begin{cases}x=8.0,87.0,4=2,78m\\ y=-5.0,4^2+8.0,5.0,4=0,8m\end{cases}$$

Corrigé de l'Exercice7

1.1 Calcul de F :



$$\frac{1}{2}mV_B^2=-mgAB\sin\alpha+FAB\cos\theta$$

$$\Rightarrow F=\frac{mV_B^2+2mgAB\sin\alpha}{2AB}=1,125N$$

1.2. Nature du mouvement entre A et B

Nature du mouvement : $\sum\vec{F}_{ext}=m\vec{a}\Leftrightarrow\vec{P}+\vec{R}+\vec{F}=m\vec{a}$

par projection sur $\overrightarrow{AB}$ on obtient :

$$-P\sin\alpha+F\cos\theta=ma\Rightarrow a=\frac{-P\sin\alpha+F\cos\theta}{m}=4m/s^2 \text{ m.r.u.v}$$

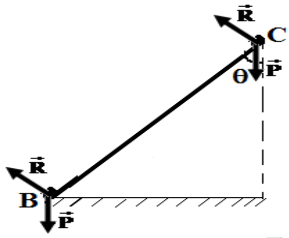
السبيل السبيل السبيل

1.3.Nature du mouvement :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

par projection sur $\overrightarrow{AB}$ on obtient : $-P\sin\alpha = ma \Rightarrow a = -g\sin\alpha = -5m/s^2$

Expression de V_C En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, on obtient :



$$\frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = -mgh \qquad \text{avec } h = BC\sin\alpha$$

Soit $V_C = \sqrt{V_B^2 - 2gBC\sin\alpha} = 3m/s$

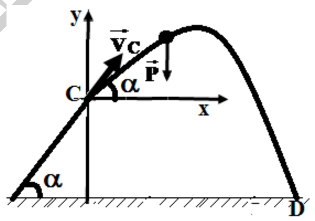
2.1. Etude du mouvement après C:

Conditions initiales :

$$C\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \quad \vec{V}_C\begin{cases} V_{Cx} = V_C\cos\alpha \\ V_{Cy} = V_C\sin\alpha \end{cases}$$

En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$



$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_C\cos\alpha \\ V_y = -gt + V_C\sin\alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{CM}\begin{cases} x = V_C\cos\alpha t \quad (1) \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_C\,c\sin\alpha t \quad (2) \end{cases}$$

L'équation de la trajectoire :(1) donne $t = \frac{x}{V_C\cos\alpha}$ **en remplaçant dans (2), on trouve :** $y = -\frac{g}{2V_C^2\cos^2\alpha}x^2 + x.\tan\alpha \approx -0,74x^2 + 0,58x \quad (3)$

2.2. 1.Les coordonnées du point D:

Au point D : y_D=- h= - AC.sinα=-1,35m en remplaçant dans(3), on trouve :

$$-0,74x^2 + 0,58x = -1,35 \Leftrightarrow -0,74x^2 + 0,58x + 1,35 = 0$$

$$\Delta = 0,33 + 4x0,74x1,35 = 3,29 \Leftrightarrow \sqrt{\Delta} = 2,08 \text{ soit } x_D = \frac{-0,58 - 2,08}{2(-0,74)} \approx 1,8m$$

2.2. 2. Calcul de V_D

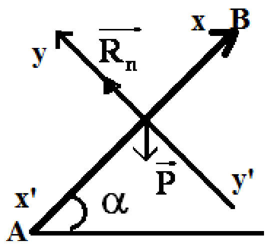
$$\frac{1}{2}mV_D^2 - \frac{1}{2}mV_C^2 = mgh \quad \text{avec } h = AC\sin\alpha = -y_D = 1,35m$$

Soit $V_D = \sqrt{V_C^2 + 2gAC\sin\alpha} = 6m/s$ **Comme V_D> 5m/s le jouet sera brisé**

Corrigé de l'Exercice8

1.1 L'expression de l'accélération a_1 si f n'est pas négligeable:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$



par projection sur $\overrightarrow{X'X}$ on obtient :

$$-P\sin\alpha = ma \Rightarrow a = -g\sin\alpha = -5m/s^2$$

1.2 Calcul de V_B

$$\Rightarrow \text{m.r.u.v } V_B^2 - V_A^2 = 2a(x_B - x_A) \Rightarrow V_B = \sqrt{V_A^2 + 2a(AB)} = 3m/s$$

$$\text{ou bien } V_B = \sqrt{V_A^2 - 2g\sin\alpha(AB)} = 3m/s$$

1.3 Calcul du temps

$$V_B = at_B + V_A \Rightarrow t_B = \frac{V_B - V_A}{a} = 0,2s$$

2.1 Calcul de la force f:

Par application du théorème de l'énergie cinétique entre A et B, on trouve :

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_{C_B} - E_{C_A} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}} + W_{\vec{f}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = -mgh - fAB \Rightarrow fAB = -mgh - \frac{1}{2}mV_B^2 + \frac{1}{2}mV_A^2$$

$$\text{avec } h = AB\sin\alpha \Leftrightarrow f = -mg\sin\alpha + \frac{m(V_A^2 - V_B^2)}{2AB} = 1,43N$$

2.2 Calcul de R_n

Par projection sur y'y

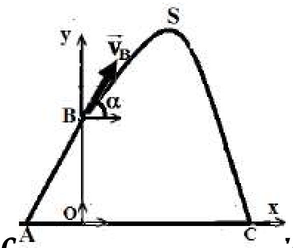
$$R_n - P\cos\alpha = 0 \Leftrightarrow R_n = P\cos\alpha = 0,4x10x0,87 = 3,48N$$ **Calcul de R**

$$R = \sqrt{R_n^2 + f^2} = 3,76N$$

3.1 Les équations horaires du mouvement à partir du point B :

Conditions initiales :

$$B\begin{cases} x_0 = x_B = 0 \\ y_0 = y_B = OB = AB\sin\alpha \end{cases} \qquad \vec{V}_B\begin{cases} V_{Bx} = V_B\cos\alpha \\ V_{By} = V_B\sin\alpha \end{cases}$$



En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_B\cos\alpha \\ V_y = -gt + V_B\sin\alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{BM}\begin{cases} x = V_B\cos\alpha t & (1) \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_B\sin\alpha t + AB\sin\alpha & (2) \end{cases}$$

L'équation de la trajectoire :

L'équation (1) donne : $t = \frac{x}{V_B\cos\alpha}$

en remplaçant dans (2), on trouve l'équation de la trajectoire :

$$y = -\frac{g}{2V_B^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha + AB\sin\alpha$$

Soit $y = -1{,}67x^2 + 0{,}58x + 0{,}35$

3.2. Les coordonnées du sommet S

Au point S : $V_{Sy}=0$

$$V_{Sy} = 0 \Leftrightarrow t_S = \frac{V_B\sin\alpha}{g} = 0{,}1s$$

Calcul de x_S

$$x_S = V_B\cos\alpha t_S = 2x0{,}87x0{,}1 = 0{,}17m$$

Calcul de y_S

Soit on remplace t_S dans l'équation (2)

$y_S = -5(0{,}1)^2 + 2x0{,}5x(0{,}5)+0{,}35=0{,}4m$

Soit on remplace x_S dans l'équation (3)

$y_S = -1{,}67(0{,}17)^2 +0{,}58x0{,}17 +0{,}35=0{,}4m$

3.3. Calcul de l'abscisse du point de chute C :

$y_C=0$ L'équation (3) donne :

$$-1{,}67x^2+0{,}58x+0{,}35=0$$

$$\Delta=0{,}58^2+4x1{,}67x0{,}35=2{,}67 \text{ soit } \sqrt{\Delta} = 1{,}64$$

$$x_C = \frac{-0{,}58-1{,}63}{2(-1{,}67)} = 0{,}66m$$

3.4 Calcul de la vitesse V_C:

Par application du théorème de l'énergie cinétique entre B et C, on trouve :

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_{C_C} - E_{C_B} = W_{\vec{P}}$$

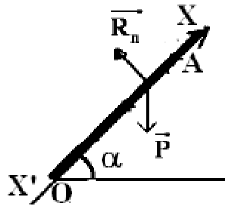
$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = mgh \Rightarrow V_C = \sqrt{V_B^2 + 2gh} \text{ avec } h=OB=AB\sin\alpha$$

Soit V_C=3,32m/s.

Corrigé de l'Exercice9

1.1. L'expression de l'accélération a si f n'est pas négligeable:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$



par projection sur $\overrightarrow{OA}$ on obtient:

$$-P\sin\alpha = ma \Rightarrow a = -g\sin\alpha = cte \Rightarrow m.r.u.v$$

1.2. La relation théorique entre V^2 et x:

$$V^2 - V_0^2 = 2ax = -2g\sin\alpha.x \Rightarrow V^2 = -2g\sin\alpha.x + V_0^2$$

1.3.1 D'après le graphe $V^2 = 10x + 9$

Par identification entre les expressions théorique et graphique :

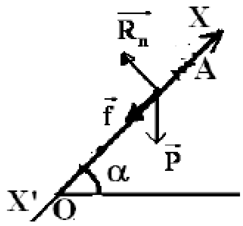
$$-10 = -2g\sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = \frac{10}{2g} = 0,5 \quad \text{soit } \alpha = 30°$$

1.3.2 La valeur de la vitesse initiale :

$$V_0^2 = 9 \Leftrightarrow V_0 = 3m/s$$

2.1 Calcul de la nouvelle accélération :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}' \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}'$$



par projection sur $\overrightarrow{OA}$ on obtient

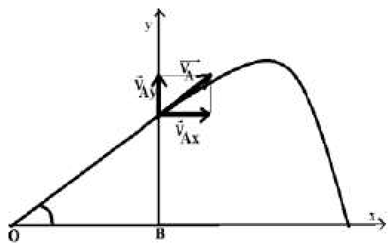
$$a' = -\frac{f}{m} - g\sin\alpha$$

2.2 En appliquant le théorème

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_C - E_0 = W_{\vec{P}} + W_{\vec{f}} + \underbrace{W_{\vec{R}_n}}_{0}$$

$$E_{C_A} - \frac{1}{2}mV_0^2 = -mgx\sin\alpha - fx \Rightarrow f = -mg\sin\alpha - \frac{E_{C_A}}{x} + \frac{1}{2x}mV_0^2 \quad A.N: f = 0,125N$$

3.1 Les équations horaires du mouvement à partir du point A :



Conditions initiales :

$$A\begin{cases} x_0 = x_A = 0 \\ y_0 = yA = AB = x\sin\alpha \end{cases} \quad \vec{V}_A\begin{cases} V_{Ax} = V_A\cos\alpha \\ V_{Ay} = V_A\sin\alpha \end{cases}$$

En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_A\cos\alpha \\ V_y = -gt + V_A\sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AM}\begin{cases} x = V_A\cos\alpha t & (1) \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_A\sin\alpha t + AB & (2) \end{cases}$$

L'équation de la trajectoire

$$(1) \Rightarrow t = \frac{x}{V_A\cos\alpha}$$

On remplac et dans y

$$y = -\frac{g}{2V_A^2\cos^2\alpha}x^2 + \tan\alpha x + AB$$

Or $V_A = \sqrt{\frac{2E_{CA}}{m}} = \sqrt{\frac{2x0,2}{0,1}} = 2m/s$

soit $y = -\frac{10}{2x4x\frac{3}{4}}x^2 + 0,58x + 0.2 = -1,67x^2 + 0,58x + 0.2$

3.2 Calcul des cordonnées du point de chute C :

L'équation (2) donne :

or y_C=0 $-1,67x^2 + 0,58x + 0.2 = 0$

$\Leftrightarrow 5t^2 + 0,24t - 2 = 0$

Δ=1,29 soit $x = \frac{-0,58 + 1,29}{2x1,67} = 0.21m$

Corrigé de l'Exercice10

1.1 Expression de E en fonction de T et x

$\Delta E = \sum \vec{F}_{ext} \Leftrightarrow \Delta E = W_{\vec{T}} + W_{\vec{R}}$

$\Leftrightarrow E(x) - E(0) = T.x \Leftrightarrow E(x) = T.x$

1.2 Calcul de T

L'énergie mécanique est représentée par une droite dont le coefficient directeur correspond à la tension T ; numériquement T=150N.

2.1 Expression de E_{PP} en fonction de x

E_{PP} (x)=mgz +E_{P0} avec E_{P0}=0 et z=xsinα d'où E_{PP} (x)=mgxsinα soit E_{PP}(x)=24,5x

Expression de E_C en fonction de x

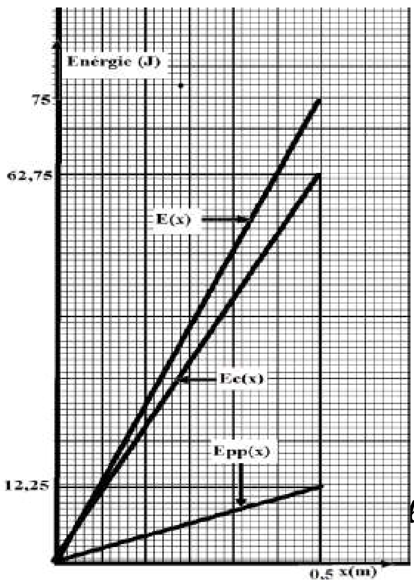
E (x)= E_C(x) +E_{PP}(x)

⇒ E_C(x) = E (x) - E_{PP}(x)

avec E (x)= 150x et E_{PP}(x)=24,5x

soit E_C(x) =125,5x

2.2 Voir schéma ci-dessous.



3 Montrons que l'énergie mécanique est constante

Appliquons le TEM au système (solide-terre) entre A et M

$\Delta E = \sum \vec{F}_{ext} \Leftrightarrow \Delta E = W_{\vec{R}}$ **Donc le système conservatif**

$\Leftrightarrow E(M) - E(A) = 0 \Leftrightarrow E(M) = E(A) = cte$

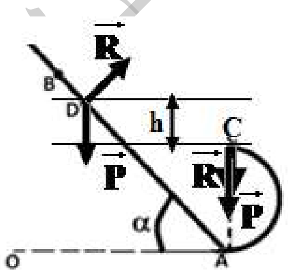
4 Calcul de la distance AB

E(B) = E(A) avec E(A) =75J car x_A=0,5m et E(B)=mg$x_B$sinα soit

$x_B = \dfrac{E(A)}{mg\sin\alpha} = 3,06m$ **AB= $x_B - x_A$ avec x_A=0,5m soit AB=2,56m**

Corrigé de l'Exercice11

1.1. Expression de V_C en fonction de r, L, g et α



$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_C - E_D = W_{\vec{P}}$$

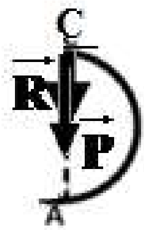
$$= \frac{1}{2}mV_C^2 = mgh = mg(L\sin\alpha - 2r) \Rightarrow V_C = \sqrt{2g(L\sin\alpha - 2r)}$$

1.2. Expression de R

$\Sigma\vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Par projection sur la normale, on obtient :

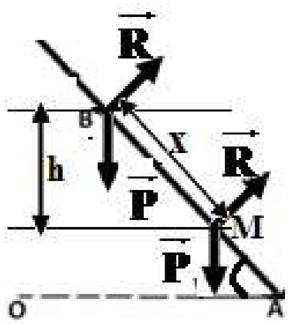
$$mg + R = m\frac{V_C^2}{r} \Rightarrow R = \frac{2gm(L\sin\alpha - 2r)}{r} - mg \Leftrightarrow R = \frac{2mgL\sin\alpha}{r} - 5mg$$



1.3. La valeur de L pour que le mobile quitte la piste

$$R = 0 \Leftrightarrow \frac{2mgL\sin\alpha}{r} - 5mg = 0 \Leftrightarrow L = \frac{5r}{2\sin\alpha} = \frac{5x0,5}{2x0,25} = 5m$$

2.1 Expression de Ec(M) en fonction de Ec(B),m, g, f et x



$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} = mgx\sin\alpha - fx \Leftrightarrow E_C(M) - E_C(B) = (mg\sin\alpha - f)x$$

$$\Rightarrow E_C(M) = (mg\sin\alpha - f)x + E_C(B) = (mg\sin\alpha - f)x + \frac{1}{2}mV_B^2$$

2.2 Déduction des valeurs de f et de V_B

Détermination de l'équation de la droite à partir du diagramme

Si x=0 E_C =0,5J soit b=0,5

Si x=1 ; E_C =0,75J a=0,25

Donc E_C =0,25 x + 0,5

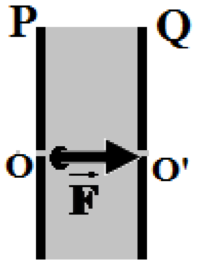
Par identification entre les deux expressions de E_c(M), on obtient :

$$(mg\sin\alpha - f) = 0,25 \Rightarrow f = mg\sin\alpha - 25 = 0,375N$$

$$\frac{1}{2}mV_B^2 = 0,5 \Rightarrow V_B = \sqrt{\frac{2x0,5}{m}} = 2m/s$$

Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme.

1. Cas où $\vec{V}_0$ est nulle ou parallèle à $\vec{F}$



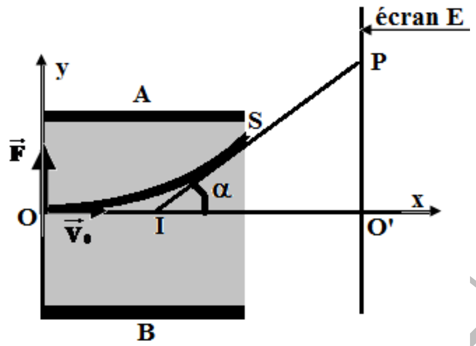
- **Nature du mouvement**

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \Leftrightarrow \text{m.r.u.v}$$

- **Vitesse au point de sortie O'**

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = |q|U \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2|q|U}{m} + V_0^2}$$

2. Cas où $\vec{V}$ est non parallèle à $\vec{F}$



- **Equation de la trajectoire :** $Y = \dfrac{qEx^2}{2mV_0^2}$

  Coordonnées du point de sortie S:
  $x_s = l$;

  $$Y = \frac{qEl^2}{2mV_0^2}$$

- **Expression de V_S:**

  $$V_S = \sqrt{\left(\frac{qEl}{mV_0}\right)^2 + V_0^2}$$

- **Déviation angulaire électrique:**

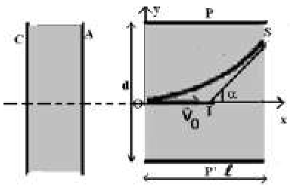
$$tg\alpha = \left(\frac{dy}{dx}\right)_S \Leftrightarrow tg\alpha = \frac{qEl}{mV_0^2}$$

- **Nature du mouvement à la sortie du champ :**

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} = \vec{0} \\ \vec{V} = \vec{c}te \end{cases} \Leftrightarrow \text{m.r.u}$$

Exercice 1

1 On applique une différence de potentielle U_0=1140V entre une cathode C et une anode A.



Un électron est émis sans vitesse initiale par la cathode et arrive sur l'anode avec la vitesse $\vec{V}_0$. Calculer V_0.

A.N : e=1,6.10^{-19} C; m=9,1.10^{-31} kg.

2 L'électron pénètre au point O avec la vitesse $\vec{V}_0$ précédente entre les plaques P et P' de longueur *l* distante de d telle que (*l* =d). On applique entre les plaques Pet P' une différence de potentiel U.

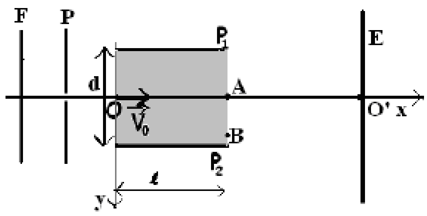
2.1 Déterminer les équations horaires du mouvement de l'électron sur les axes Ox et Oy.

2.2 Donner l'équation de la trajectoire et montrer qu'elle peut s'écrire sous la forme : $y = \frac{U}{4dU_0}x^2$

3 La tangente à la trajectoire au point S fait un angle α avec l'horizontale tel que tanα=0,4 ; calculer la différence de potentiel U entre les plaques P et P'.

Exercice 2

Des électrons sont émis avec une vitesse initiale négligeable par un filament F chauffé.



1 On établit une tension $U_1 = V_P - V_F$ entre le filament F et une plaque P disposée parallèlement à celui-ci. Il en résulte un champ électrostatique uniforme $\vec{E_1}$ régnant entre F et P. Les électrons arrivent alors en P avec une vitesse $\vec{V}_0$ de module $V_0 = 0,53.10^8$m/s (voir schéma). Préciser le signe de U_1 et calculer sa valeur.

On donne : $e = 1,6.10^{-19}$C ;m = 9,1.10^{-31}kg .

2 La plaque P a un trou qui laisse passer les électrons.

On dispose deux plaques P_1et P_2 perpendiculairement au plan xOy (voir schéma). Les électrons pénètrent entre les plaques en O animés de la vitesse $\vec{V}_0$ parallèle à Ox.

On applique entre P_1 et P_2 une tension $U_2=V_{P2}-V_{P1}$=300V et on donne *l* =6cm et d=1,5cm.

2.1 Déterminer l'équation de la trajectoire du mouvement d'un électron entre P_1 et P_2.

2.2 Quelle est la déviation linéaire AB des électrons à la sortie des plaques ? Quelle est la valeur de la déviation angulaire α ?

2.3 Trouver la nature du mouvement d'un électron après B et déterminer l'équation de sa trajectoire.

2.4 Calculer les coordonnées du point d'impact des électrons sur l'écran E parallèle à (Oy) et placé à 46cm de A.

Exercice 3

Une particule ${}^{4}_{2}He^{2+}$ pénètre dans le champ électrostatique uniforme créé par deux armatures parallèles et horizontales de longueur *l*=10cm et distante d=6cm. La particule pénètre en un point O équidistant des deux armatures avec une vitesse $V_0=3.10^5$ m/s faisant un angle $\alpha=30°$ avec l'horizontale et dirigée vers le haut.

1 Faire une figure et préciser les charges des armatures pour que la particule soit déviée vers le bas.

2 Etablir l'expression de l'équation cartésienne de la trajectoire entre les armatures. Préciser la nature du mouvement et de la trajectoire.

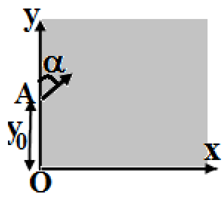
3 Quelle est la valeur minimale U_m de la tension à appliquer entre les armatures pour que la particule sorte du champ. $e=1,6.10^{-19}C$;$m_P=1,67.10^{-27}kg$

4 Déterminer la tension U à appliquer entre les armatures pour que la particule sorte du champ par un point O' se trouvant à la même hauteur que le point O où elle est rentrée.

5 Calculer la tension U_0 accélératrice qui a été nécessaire pour amener la particule à la vitesse $V_0=30^5$ m/s à partir du repos.

Exercice 4

1Un champ électrique est créé par un condensateur plan constitué de deux plaques parallèles et horizontales P_1 et P_2 très longues reliées à un générateur de tension constante U=250 V et séparées d'une distance d, comme l'indique la figure ci-contre. Tous les électrons pénètrent dans le champ, supposé uniforme, au point A et sont animés de la même vitesse $\vec{v}_0$ faisant l'angle $\alpha=45°$.



1.1 Montrer, par un calcul, qu'il est légitime de négliger la force de pesanteur par rapport à la force électrique pour l'électron.

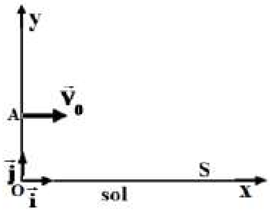
**1.2 On veut que le faisceau soit dévié vers le bas.
Reproduire la figure et représenter (sans souci d'échelle) la force qui s'exerce sur la particule à son entrée dans le champ ainsi que le champ électrique et les signes des plaques.**

1.3 Etablir l'expression de l'équation cartésienne de la trajectoire.

1.4 Déterminer la valeur max de y_0 pour que l'électrons ne touche pas la plaque P_1

A. N : $m=9.10^{-31}kg$; $v_0 = 1. 10^7$ m .s^{-1} ; d=0,04m ; $e=1,6.10^{-19}C$.

1.5 Déterminer l'abscisse du point P d'impact de l'électron sur la plaque inferieure si y_0 prend la valeur calculée précédemment.



2 Une bille homogène de masse m est lancée horizontalement avec une vitesse initiale v_0 = 14 m .s^{-1}. A l'instant initial, son altitude par rapport au sol est comme l'indique la figure

2.1 Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire.

2.2 Au moment du lancement, la bille est au point A au dessus du sol. Elle touche le sol au point S. Quelle est la valeur de la distance OA si OS=7, 67m.

3 Dans chaque cas, quelle est l'influence de la masse du corps sur :

- La force subie par ce corps ?

- L'accélération du mouvement ?

Exercice 5

1. On se propose de déterminer la vitesse d'éjection des particules $^4_2He^{2+}$ (ou noyaux d'hélium) émis par le radium.

On place la substance en S au fond d'un cylindre creux en plomb d'axe x'x et on admettra que les particules émises sortent du cylindre avec un vecteur vitesse $\vec{V}_0$ parallèle à l'axe x'x.

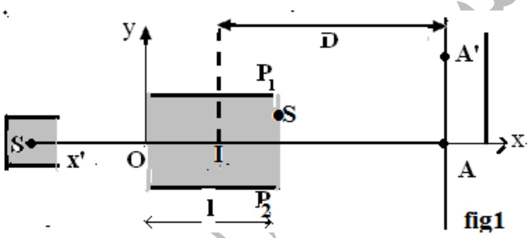


fig1

Le faisceau pénètre en O dans l'espace vide d'aire entre deux plaques horizontales P_1 et P_2 d'un condensateur dont la distance est d=10cm et la longueur *l*=15cm. En l'absence de champ électrique entre les plaques on observe, une tache en A, sur une plaque photographique disposée perpendiculairement à x'x à une distance D du centre des plaques.

On crée un champ électrique uniforme en appliquant entre P_1 et P_2 une différence de potentiel constante U=2,05.10^3 V. On constate que la tache se forme en A'.

1.1. Le champ électrique créé $\vec{E}$ va-t-il de P_1 vers P_2 ou de P_2 vers P_1 ?

1.2. Etudier le mouvement d'une particule entre les plaques du condensateur dans le repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) : équation et nature de la trajectoire.

1.3. Que devient ce mouvement lorsque la particule n'est plus soumise au champ électrique $\vec{E}$?

1.4. Déterminer la vitesse d'éjection V_0 des particules si la mesure de la déviation linéaire AA'=17,4.10^{-2}m.

1.5. Déterminer alors l'instant d'arrivée au point S et calculer les composantes du vecteur $\vec{V}_S$; déduire la valeur de V_S. Montrer que l'angle α que fait ce vecteur avec l'horizontale est de 30° environ.

2 On supprime l'écran, et on le remplace par un condensateur constitué de deux armatures horizontales A et B. Le mouvement du faisceau de particules est maintenant étudié lorsqu'il pénètre après sa sortie du premier champ $\vec{E}$ dans le condensateur à la vitesse de valeur V_S dont la direction fait l'angle α avec l'horizontale (voire la figure 2).

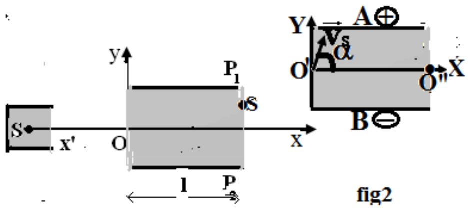


fig2

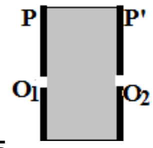
La longueur de l'armature est *l'* = 10 cm ; la distance les séparant est d' = 4 cm ; la tension entre les armatures est U'.

2.1. Etablir les équations horaires du mouvement entre les armatures du condensateur et établir l'expression de l'équation de la trajectoire entre les armatures du condensateur dans le repère $(O'XY)$.

2.2. Déterminer la valeur de U' pour que le faisceau sorte des armatures au point O''.On donne : $e=1,6.10^{-19}$C, D=30cm et $m_P=1,67.10^{-27}$kg

Exercice 6

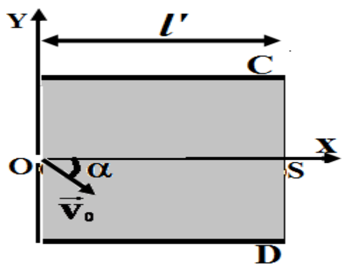
On étudie le mouvement des ions ${}^{6}_{3}Li^{+}$ dans différents champs électriques et magnétique.



1. Dans une première expérience les ions pénètrent au point O_1 sans vitesse initiale dans un champ électrique $\vec{E}_0$ crée entre deux plaques P et P' et sont accélérés par une tension $U_0=U_{PP'}=1252,5V$.

Montrer que la valeur de la vitesse V_0des ions au point O_2 est $V_0=2.10^5$m/s.

On donne : $e=1,6.10^{-19}$C; $m_n= m_P=1,67.10^{-27}$kg.



2.Dans une troisième expérience l'ion entre avec une vitesse de valeur V_0 dans un champ électrique $\vec{E}$ crée entre les armatures C et D d'un condensateur plan.

Soit *l'* la longueur de ces armatures et d leur écartement.

3.1. La vitesse $\vec{V}_0$ est contenue dans le plan $(O,\vec{i},\vec{j})$ et fait un angle α=15° avec Ox. Déterminer le sens de la force électrique pour que les ions passent par le point S.

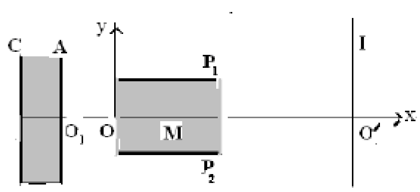
3.2. Etablir l'expression de l'équation de la trajectoire des ions entre les armatures C et D.

3.3. Calculer alors la valeur de V_0. On donne : $E=2,5.10^4$V/m et*l'*=20cm

3.4. Déterminer la distance d entre les armatures C et D si la distance minimale séparant la trajectoire de l'ion et la plaque inferieure est 0,8cm et si le point O est équidistant des armatures.

Exercice 7

1° Un faisceau d'électrons est émis dans le vide avec une vitesse initiale négligeable par une cathode C et est accéléré par une tension U_0 appliquée entre l'anode A et la cathode C . La plaque de l'anode est percée d'un trou O_1 comme l'indique la fig.



a) Exprimer littéralement la vitesse V_1 des électrons lorsqu'ils traversent le trou O_1 et calculer sa vitesse pour U_0 =1000V.

b) Quelle est la nature de leur mouvement après la traversée de O_1 ?

2° Les électrons pénètrent en suite au pt O entre les armatures P_1 et P_2 d'un condensateur plan de longueur l et distantes de d. La tension entre les armatures est U_{P1P2} = + 100V.

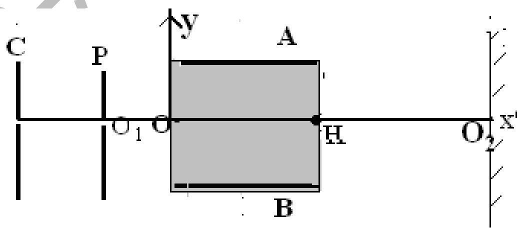
a) Quelle est la vitesse V_0 des électrons à leur entrée dans le condensateur ?

b) Etudier le mouvement des électrons dans le condensateur plan et en déduire l'équation de la trajectoire des électrons On raisonnera dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$. Représenter sur un schéma la trajectoire des électrons. Vont-ils pouvoir attendre l'écran E sans toucher l'une des plaques P_1P_2 ?

3° A la sortie du condensateur, le faisceau d'électrons arrive sur un écran fluorescent noté E de centre O', situé à la distance L du pt M milieu de OO' (fig) .

Soit I le pt d'impact de ce faisceau sur l'écran. Quelle est la déviation O'I du spot sur l'écran ? A.N: q=-e=- $1,6.10^{-19}$ C ;m = $9,1.10^{-31}$ kg ; d =2 cm ; l = 6 cm et L = 12 cm.

Exercice 8



La cathode C d'un oscilloscope émet des électrons dont la vitesse à la sortie du métal est négligeable .Ces électrons traverse en suite une anode P, en un pt O_1.

1° On établie une tension $U_0 = V_P - V_C$

a)Déterminer l'expression de la vitesse v_0 des électrons à leur passage en O_1. A .N :U_0=1000V.

b) Quelle est la nature du mouvement des électrons après P.

2° Les électron constituant un faisceau homocinétique, pénètrent au pt O entre les armatures horizontales A et B d'un condensateur plan. Les armatures distantes de d ont une longueur l. On établit entre ses armatures une tension U_{AB}. On étudie le mouvement entre AB.

a) Déterminer l'expression de la trajectoire dans le repère(O,x,y).

b) Exprimer la condition que doit vérifier U_{AB} pour que les électrons sortent du condensateur.

c) On donne d= 2cm, l = 10cm. Faire l'A.N

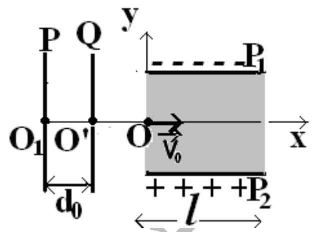
3° Le faisceau arrive en suite sur un écran fluorescent E situé à la distance L =20cm du centre de symétrie I du condensateur.

Montrer que le faisceau forme un pt lumineux (spot) O_2 au centre de l'écran quand U_{AB} = 0 et déterminer le déplacement Y = O_2M du spot sur l'écran quand U_{AB} =200V.

Exercice 9

Les ions $^{40}Ca^{2+}$ quittent la chambre d'ionisation au point O_1 sans vitesse initiale grâce à un champ électrique $\vec{E}_0$ existant entre deux plaques P et Q telle que $U_0=U_{PQ}=500V$.

1.1 Déterminer le sens du champ $\vec{E}_0$ régnant entre P et Q et calculer sa valeur si $d_0=5cm$.



1.2 Calculer la vitesse V_0 des ions lorsqu'ils arrivent en O'.

2 Sachant qu'il n'existe aucun champ entre O' et O, déterminer la nature du mouvement des ions entre ces deux points.

3 Les ions pénètrent au point O dans un autre champ électrique $\vec{E}$ crée entre deux plaques P_1 et P_2 distantes de d et de longueur *l* chacune.

3.1 Trouver l'équation de la trajectoire dans le repère (O ; x ; y) et préciser sa nature.

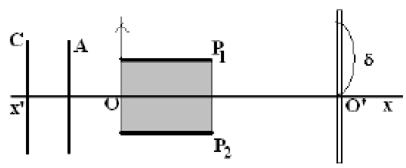
3.2 Déterminer les coordonnées du point de sortie S.

3.3 Déterminer l'instant d'arrivée au point S et calculer les composantes du vecteur $\vec{V}_S$ et en déduire l'angle α que fait ce vecteur avec l'horizontale.

$e=1,6.10^{-19}C$; $l=10cm$; $m_P=1,67.10^{-27}kg$; $E=10^3V/m$.

Exercice 10

On applique une différence de potentielle $U=V_A-V_C=101V$ entre une cathode C et une anode A. Un faisceau d'électrons est émis sans vitesse initiale par la cathode et pénètre au point O dans le champ électrique $\vec{E}$. Ce champ est du à un condensateur plan constitué de deux planques P_1 et P_2 parallèle distante de d=4cm de longueur chacune l=4cm entre les quelles existe une ddp $U_1=V_{P1}-V_{p2}=20V$. L'écran E est placé à L=52cm du point O situé au milieu de la distance séparant les deux plaques.



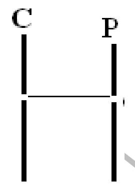
1 Calculer la valeur de sa vitesse $\vec{V}_0$ à son arrivée sur au point O.

2 Etablir l'équation de la trajectoire de l'électron entre les armatures P_1 et P_2.

3 Trouver l'équation de la trajectoire de l'électron après sa sortie du champ et calculer la déviation δ de l'électron sur l'écran.

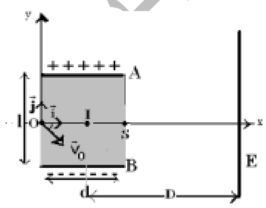
Exercice 11

1° Dans un tube sous vide un électrons est émis sans vitesse initiale par une cathode C et est accéléré par une tension U positive appliquée entre la cathode C et une plaque P.



Calculer l'énergie cinétique de l'électron à son arrivée sur la plaque P. En déduire la valeur de sa vitesse $\vec{V}_0$ à son arrivée sur la plaque P.

2° L'électron pénètre en O avec la vitesse $\vec{V}_0$ dans l'espace séparant les armatures A et B d'un condensateur plan.



Soit d la longueur de ces armatures, l leur écartement, D la distance du centre I du condensateur à un écran fluorescent E et U la tension entre les armatures A et B.

2.1 La vitesse est contenue dans le plan $(O,\vec{i},\vec{j})$ et fait un angle α avec Ox comme l'indique la figure. Etablir l'équation de la trajectoire de l'électron entre les armatures A et B.

2.2 Etablir la relation qui doit lier l'angle α avec les grandeurs U, U', d et l pour que l'électron passe par le point S. Calculer alors la valeur correspondante de l'angleα.

3 L'électron pénètre maintenant dans le condensateur avec une vitesse $\vec{V}_0$ parallèle à $\vec{i}$ de même sens. Un écran vertical est placé à la distance D du point d'intersection I entre la tangente et l'axe Ox. Calculer la déviation y_M sur l'écran. U=1000V;U'=120V;q=-e=-1,6.10^{-19}C;m = 9,1.10^{-31} kg ; d =6 cm ; l = 2 cm ;D = 30 cm

Corrigé de l'exercice1

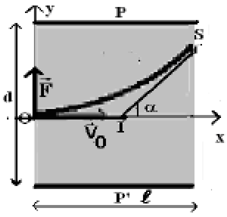
1° Expression de la vitesse V :

$\frac{1}{2} mV_0^2 = eU_0 \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}$ **A.N : $V_0 = 2.10^7$ m/s**

2.1 Les équations horaires :

Conditions initiales :

$$C\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$$



En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{F}{m} \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_0 \\ V_y = \frac{F}{m}t \end{cases} \Rightarrow \vec{OM}\begin{cases} x = V_0 t & (1) \\ y = \frac{F}{2m}t^2 & (2) \end{cases}$$

2.2 L'équation de la trajectoire :

L'équation (1) donne : $t = \frac{x}{V_0}$

en remplaçant dans (2), on trouve l'équation de la trajectoire :

$$y = \frac{F}{2mV_0^2}x^2 = \frac{eU}{2mdV_0^2}x^2 \qquad \Rightarrow y = \frac{U}{4dU_0}x^2$$

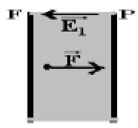
3 La valeur de la déviation angulaire :

$\tan\alpha = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=l} = \frac{U}{2dU_0}l$ **Soit** $\tan\alpha = \frac{U}{2U_0} \Rightarrow U = 2U_0 \tan\alpha$ **car l =d A.N : U = 912V.**

Corrigé de l'exercice2

1.1 Le signe de $U_1 = V_P - V_F$ **:**

Les électrons se déplacent de F vers P sous l'action de la force électrique $\vec{F}$. Comme q< 0 le champ électrique $\vec{E}_1$ est dirigé de P vers F c'est-à-dire que $V_P > V_F \Rightarrow V_P - V_P > 0 \Leftrightarrow U_1 > 0$

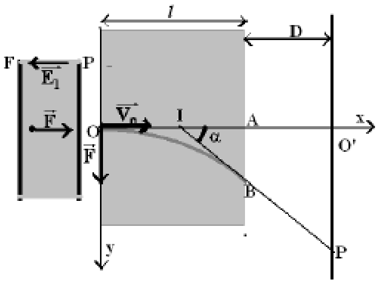


1.2 Calcul de U_1 :

$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_0^2 = eU_1 \Rightarrow U_1 = \frac{mV_0^2}{2e}$ **A.N : $U_1 = 8.10^3$V**

2.1 L'équation de la trajectoire :

Conditions initiales : $O\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$



En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{F}{m} \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_0 \\ V_y = \frac{F}{m}t \end{cases} \Rightarrow \vec{OM}\begin{cases} x = V_0 t & (1) \\ y = \frac{F}{2m}t^2 & (2) \end{cases}$$

L'équation (1) donne : $t = \frac{x}{V_0}$

en remplaçant dans (2), on trouve l'équation de la trajectoire :

$$y = \frac{F}{2mV_0^2}x^2 = \frac{eU_2}{2mdV_0^2}x^2$$

2.2 La déviation linéaire AB :

AB=y_B= $\frac{eU_2}{2mdV_0^2}x_B^2$ **avec** $x_B = l$ **soit** $y_B = \frac{eU_2}{2mdV_0^2}l^2$ **A.N :** $y_B = 0,23.10^{-2}m$

La valeur de la déviation angulaire :

$\tan\alpha = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=l} = \frac{eU_2}{mdV_0^2}l$ **soit** $\alpha = 4,38^{o}$

Autre méthode $\tan\alpha = \frac{2AB}{l}$ **soit** $\alpha = 4,38^{o}$

2.3 Nature du mouvement de l'électron après B :

$\sum\vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{0} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{0} \Rightarrow$ m.r.u

L'équation de la trajectoire :

$y = ax + b$ **avec** $\begin{cases} a = \tan\alpha = 0,077 \\ b = y_B - ax_B = -0,23.10^{-2}m \end{cases}$ **d'où** $y = 7,7.10^{-2}x - 0,23.10^{-2}m$

2.4 Les coordonnées du point d'impact P :

$$P\begin{cases} x_P = l + D = 52.10^{-2}m \\ y_P = (\frac{l}{2} + D)\tan\alpha = 3,77.10^{-2}m \end{cases}$$

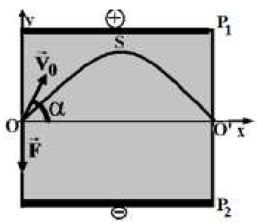
Corrigé de l'exercice3

1 Signe des plaques

Les ions sont chargés positivement, ils se déplacent de P_1 vers P_2 sous l'action de la force électrique $\vec{F}$. Les ions sont donc attirés par P_2 qui est chargée négativement ; P_1 est alors chargée positivement.

2 Nature du mouvement

Conditions initiales :



$$O\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \quad \vec{V}_0\begin{cases} V_{0x} = V_0\cos\alpha \\ V_{0y} = V_0\sin\alpha \end{cases}$$

$$\sum\vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{F}{m} \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_0\cos\alpha \\ V_y = -\frac{F}{m}t + V_0\sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \vec{OM}\begin{cases} x = V_0\cos\alpha t & (1) \\ y = -\frac{F}{2m}t^2 + V_0\sin\alpha t & (2) \end{cases}$$

L'équation de la trajectoire :

(1) $\Rightarrow$ t= x / ($v_0\cos\alpha$) ; en remplaçant t dans (2), on obtient :

$$y = -\frac{F}{2mV_0^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$$

$$y = -\frac{qU}{2mdV_0^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$$

3 L'ordonnée du point S le plus haut de la trajectoire :
D'après la relation indépendante du temps :

$$V_{Sy}^2 - V_{0y}^2 = 2a_y(y_S - y_0)$$

$$\Rightarrow y_S = \frac{-V_{0y}^2}{2a_y} = \frac{-V_0^2\sin^2\alpha}{-2\frac{F}{m}} = \frac{mV_0^2\sin^2\alpha}{2F}$$

Pour que l'électron ne touche pas la plaque il faut que

$$y_S < \frac{d}{2} \Leftrightarrow \frac{mV_0^2\sin^2\alpha}{2F} < \frac{d}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{mdV_0^2\sin^2\alpha}{qU} < d \Rightarrow U > \frac{mV_0^2\sin^2\alpha}{q}$$

$$U > \frac{6,68.10^{-27}x(3.10^5)^2x\frac{1}{4}}{2x1,6.10^{-19}} \Leftrightarrow U > 469,675V$$

La valeur minimale U_{min} pour que l'électron ne touche pas la plaque P_1
U_m =470V

4 A la sortie du champ y=0 et x=*l*

$$0 = -\frac{qU}{2mdV_0^2\cos^2\alpha}l^2 + l\tan\alpha$$

$$\Leftrightarrow U = \frac{mdV_0^2\sin 2\alpha}{ql} = \frac{6,68.10^{-27}x6.10^{-2}x(3.10^5)^2x0,87}{2x1,6.10^{-19}x0,1} \approx 981V$$

5 La tension accélératrice U_0

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_0^2 = qU_0$$

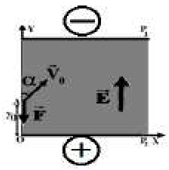
$$U_0 = \frac{mV_0^2}{2q} = \frac{mV_0^2}{4e} = \frac{6,68.10^{-27}x(3.10^5)^2}{4x1,6.10^{-19}} = 939V$$

Corrigé de l'exercice4

1.1 **Vérification**

P=mg= 9.10^{-30} N. et F=eU/d= 1.10^{-15} N.

$$\frac{F}{P} = \frac{1}{9}.10^{15} \Rightarrow P << F$$



1.2 **Signes des plaques :**

Les ions étant déviés vers le bas (vers la plaque P_2) la force électrique est dirigée vers le bas.

Comme q < 0 , $\vec{E}$ est opposé à $\vec{F}$ et $\vec{E}$ est dirigé vers les potentiels décroissants c'est-à-dire de la plaque P_2 qui est chargée positivement vers la plaque P_1 qui est chargée négativement.

1.3 Etude du mouvement entre P_1 et P_2 :

- **Conditions initiales :**

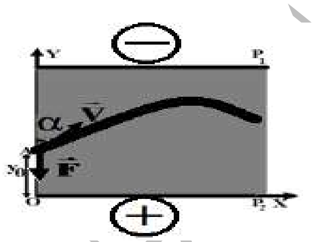
$$\overrightarrow{OA}\begin{cases} x_A = x_0 = 0 \\ y_A = y_0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{V_0}\begin{cases} V_{0x} = V_0 \sin\alpha \\ V_{0y} = V_0 \cos\alpha \end{cases}$$

- **Étude dynamique ;**

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{F}{m} = \end{cases} \quad \vec{V}\begin{cases} V_x = V_0 \sin\alpha \\ V_y = -\frac{F}{m}t + V_0 \cos\alpha \end{cases}$$

$$\overrightarrow{OG}\begin{cases} x = (V_0 \sin\alpha)t & (1) \\ y = -\frac{F}{2m}t^2 + (V_0 \cos\alpha)t + y_0 & (2) \end{cases}$$



L'équation de la trajectoire :

(1) ⇨ $t = x / (v_0 \sin\alpha)$; en remplaçant t dans (2), on obtient :

$$y = -\frac{F}{2mV_0^2 \sin^2\alpha}x^2 + x\cot an\alpha + y_0$$

$$y = -11x^2 + x + y_0$$

1.4 L'ordonnée du point S le plus haut de la trajectoire :

D'après la relation indépendante du temps :

$$V_{Sy}^2 - V_{0y}^2 = 2a_y(y_S - y_0)$$

$$\Rightarrow y_S = \frac{-V_{0y}^2}{2a_y} + y_0 = \frac{-V_0^2 \cos^2\alpha}{-2\frac{F}{m}} + y_0$$

$$y_S = \frac{mV_0^2 \cos^2\alpha}{2F} + y_0$$

Pour que l'électron ne touche pas la plaque P_1il faut que

$$y_S < d \Leftrightarrow \frac{mV_0^2 \cos^2\alpha}{2F} + y_0 < d$$

$$\Rightarrow y_0 < d - \frac{mV_0^2 \cos^2\alpha}{2F}$$

$$y_0 < 4.10^{-2} - \frac{9.10^{-31}.(10^7)^2 \frac{1}{2}}{2.10^{-15}} \Leftrightarrow y_0 < 1,75.10^{-2}m$$

La valeur max pour que l'électron ne touche pas la plaque P_1 est y_0=1,75cm

1.5 L'abscisse du point d'impact P :

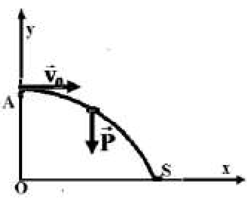
L'ordonnée du point P est nulle

$$0 = -11x^2 + x + 1,75.10^{-2}$$

$$\Delta = 1 + 4x1,75.10^{-2}x11 = 1,77 \quad \text{soit } x_P = 0,11m$$

2.1 Les équations horaires du mouvement

Conditions initiales :



$$A\begin{cases}x_0 = x_A = 0\\ y_0 = y_A\end{cases} \quad \vec{V}_0\begin{cases}V_{0x} = V_0\\ V_{0y} = 0\end{cases}$$

En appliquant la R.F.D,on obtient :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\vec{a}\begin{cases}a_x = 0\\ a_y = -g\end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases}V_x = V_0\\ V_y = -gt\end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AM}\begin{cases}x = V_0 t & (1)\\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0 & (2)\end{cases}$$

L'équation de la trajectoire :(1) donne $t = \frac{x}{V_0}$ **en remplaçant dans (2), on trouve :** $y = -\frac{g}{2V_0^2}x^2 + y_0 \quad (3)$

2.2L'abscisse du point S : au point y_S=0 en remplaçant dans(3),on trouve :

$$0 = -\frac{g}{2V_0^2}x^2 + y_0 \Rightarrow y_0 = \frac{g}{2V_0^2}x^2 = \frac{10}{2x14^2}7,67^2 = 1,5m$$

3 L'influence de la masse :

-sur la force : la masse n'a pas d'influence sur la force électrique car elle est indépendante de la masse par contre le poids est proportionnelle à la masse.

-sur l'accélération : l'accélération du mouvement dans le champ est inversement proportionnelle à la masse par contre l'accélération dans le champ de pesanteur est indépendante de la masse.

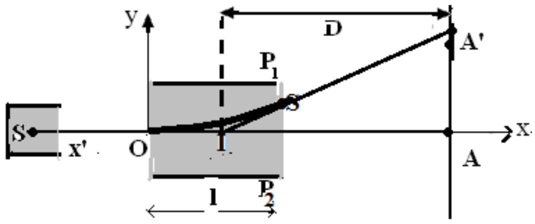
Corrigé de l'exercice5

1.1 Détermination du sens du champ $\vec{E}$:

Comme la déviation se fait vers le haut F est dirigé vers le haut et comme q>0 E a le même sens c'est-à-dire de P_2 vers P_1.

1.2. La déviation étant vers le haut, la force $\vec{F}$ est dirigée vers le haut et $\vec{E}$ est dirigée vers le haut car q>0.

Conditions initiales:



$$O\begin{cases}x_0 = 0\\ y_0 = 0\end{cases} \quad \vec{V}_0\begin{cases}V_{0x} = V_0\\ V_{0y} = 0\end{cases}$$

Le PFD (Théorème du centre d'inertie) :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$$

On projette sur Ox

$0 = ma_x \Rightarrow a_x = 0$ m.r.u $\begin{cases}a_x = 0\\ V_x = V_0\\ x = V_0 t (1)\end{cases}$

On projette sur OyF=$ma_y \Rightarrow a_y$=F/m m.r.u.v $\begin{cases}a_y = \frac{F}{m}\\ V_y = \frac{F}{m}t\\ y = \frac{F}{2m}t^2 \quad (2)\end{cases}$

L'équation de la trajectoire :

(1) ⇒ $t = x / v_0$; en remplaçant t dans (2), on obtient :

$$y = \frac{F}{2mV_0^2}x^2 = \frac{2eU}{2.4m_p dV_0^2}x^2 = \frac{eU}{4m_p dV_0^2}x^2$$

1.3. Lorsque le champ est supprimé, il n'y a plus de force :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{0} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{0} \text{ m.r.u}$$

1.4. Calcul de la vitesse V_0

$$\tan\alpha = \frac{AA'}{AI} \Rightarrow AA' = AI\tan\alpha = D\tan\alpha \quad \text{avec } \tan\alpha = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=l} = \frac{eUl}{2m_p dV_0^2}$$

$$\Rightarrow AA' = D\frac{eUl}{2m_p dV_0^2} \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{DeUl}{2m_p dAA'}} = 5.10^5 \text{ m/s}$$

1.5 La durée du trajet OS

$t_S = x_S/V_0 = 3.10^{-7}$s

Les cordonnées de $\vec{V_S}$

$$\vec{V_S}\begin{cases} V_{Sx} = V_0 = 5.10^5 \text{ m/s} \\ V_{Sy} = \frac{F}{m}t_S = \frac{2eU}{4m_p d}t_S = \frac{eU}{2m_p d}t_S = 2{,}95.10^5 \text{ m/s} \end{cases}$$

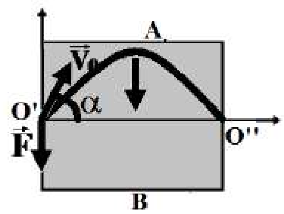
Déduction de V_S :

$$V_S = \sqrt{V_{Sx}^2 + V_{Sy}^2} = 5{,}8.10^5 \text{ m/s}$$

La déviation angulaire α

$$\tan\alpha = \frac{V_{Sy}}{V_{Sx}} = 0{,}58 \text{ soit } \alpha \approx 30°$$

2.1Etude du mouvement entre A et B :



- **Conditions initiales**

$$O'\begin{cases} x_{O'} = x_0 = 0 \\ y_{O'} = y_0 = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \vec{V_S}\begin{cases} V_{Sx} = V_S\cos\alpha \\ V_{Sy} = V_S\sin\alpha \end{cases}$$

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{F}{m} \end{cases} \quad \vec{V}\begin{cases} V_x = V_S\cos\alpha \\ V_y = -\frac{F}{m}t + V_S\sin\alpha \end{cases} \quad \overrightarrow{O'G}\begin{cases} x = (V_S\cos\alpha)t & (1) \\ y = -\frac{F}{2m}t^2 + (V_S\sin\alpha)t & (2) \end{cases}$$

L'équation de la trajectoire :

(1) $t = x / (V_S\cos\alpha)$; en remplaçant t dans (2), on obtient :

$$y = -\frac{F}{2mV_S^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha = -\frac{eU'}{4m_p d'V_S^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$$

2.2Calcul de U' pour que l'électron sorte par le point O''

$$0=-\frac{eU'}{4m_p dV_S^2\cos^2\alpha}l^2+l\tan\alpha \Leftrightarrow \frac{eU'}{4m_p dV_S^2\cos^2\alpha}l=\tan\alpha$$

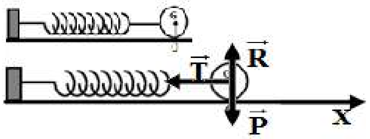
$$\Rightarrow U'=\frac{2m_p dV_S^2\sin 2\alpha}{el}=\frac{2x1,67.10^{-27}x4.10^{-2}x(5,8.10^5)^2\sin 60}{1,6.10^{-19}x10^{-1}}\approx 2444V$$

السبيل السبيل السبيل السبيل السبيل

Oscillateur mécanique:

1. Le pendule élastique horizontal:

- ✓ **Equation différentielle:**



- ✓ **Equation horaire:**

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$$

- ✓ **Période du mouvement:**

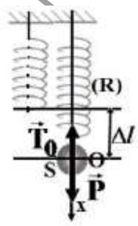
$$T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ or } \omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \text{ soit } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

- ✓ **Energie mécanique:**

$$E_m = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}Kx^2 \Leftrightarrow E_m = \frac{1}{2}Kx_m^2$$

2. Le pendule élastique vertical:

- ✓ **Condition d'équilibre :**

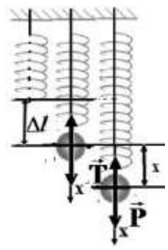


A l'équilibre : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0}$

$\Leftrightarrow P - T_0 = 0 \Leftrightarrow mg = Kx_0$

- ✓ **Equation différentielle:**

$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$



En projetant suivant l'axe x'x :

$P - T = ma \Leftrightarrow P - K(\Delta l + x) = ma \Leftrightarrow -kx = ma$

$\Rightarrow a + \frac{K}{m}x = 0$

$x'' + \frac{Kx}{m} = 0 \Leftrightarrow x'' + \omega^2 x = 0 : \text{m.r.s}$

- ✓ **Energie mécanique:**

$$E_m = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}K(x^2 + \Delta l^2)$$

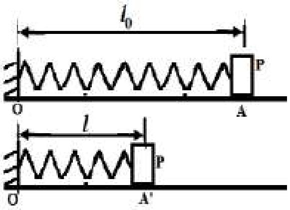
$$= \frac{1}{2}m\omega^2(x_m^2 - x^2) + \frac{1}{2}K(x^2 + \Delta l^2) \text{ avec } m\omega^2 = k.$$

$$= \frac{1}{2}k(x_m^2 - x^2) + \frac{1}{2}K(x^2 + \Delta l^2) = \frac{1}{2}K(x_m^2 + \Delta l^2)$$

السبيل

Exercice 1

Un jouet est constitué pour l'essentiel d'un palet P de très petites dimensions, assimilable à un point, de masse m=100g, lancé à l'aide d'un ressort sur un plateau AB horizontal de longueur AB=L=1m sur lequel il peut glisser.

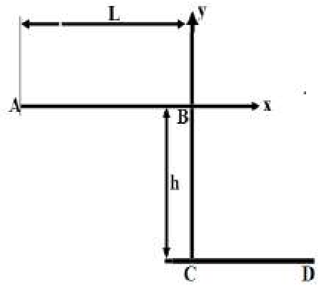


1 Lorsque P est en A, le ressort a sa longueur naturelle OA=l_0=10cm. La raideur du ressort est K=250N/m. On comprime le ressort de telle sorte qu'il ait la longueur OA'=l=3,6cm, P restant en contact avec le ressort. Puis on lâche, le palet sans vitesse initiale (fig 1).

1.1Quelle est l'énergie mécanique du système palet-ressort au moment où on lâche? Faire l'application numérique.

1.2 On néglige les frottements du palet sur le trajet A'A.
On peut montrer et on admettra que le ressort reste en contact avec le palet jusqu'au moment où celui-ci arrive en A. Utiliser la conservation de l'énergie pour trouver l'expression de la vitesse V_A du palet en fonction de K, l, l_0 et m. Faire l'application numérique.

1.3 A l'aide d'un système approprié, on a mesuré les vitesses V_A et V_B et on a trouvé V_A=3,2m/s et V_B=3,0m/s. On admet que l'ensemble des forces de frottement qu'exerce le plateau sur le palet pendant le trajet AB est réductible à une force unique $\vec{f}$ constante opposée à la vitesse du palet. Calculer l'intensité f de $\vec{f}$.



2 Arrivé en B, le palet quitte le plateau avec le vecteur vitesse $\vec{V}_B$ pour tomber 1m plus bas.

2.1 Etablir l'équation de la trajectoire du palet dans le repère (Bx ;By) après passage en B (fig 2).

2.2 Le palet heurte en D le plan horizontal situé à la distance BC=h=1m au dessous du plateau AB. Quelles sont les coordonnées de D ?

2.3 Quelles sont les composantes du vecteur vitesse $\vec{V}_D$ du palet quand il arrive en D ? Quelle est la valeur de V_D ?

Exercice 2

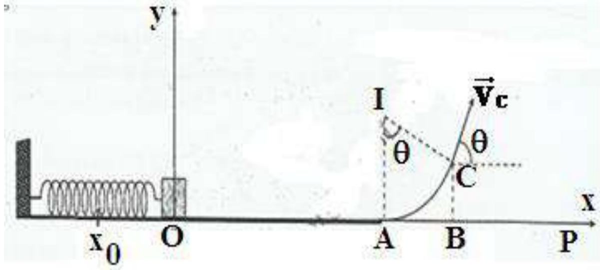
Une piste de lancement est composée :

- **D'une portion rectiligne OB= d sur laquelle est disposé un lanceur**
- **D'un arc de cercle $\overset{\frown}{AC}$ de rayon r de centre I et d'angle au sommet θ.**
- **Le lanceur est un ressort a spires non jointives de raideur K au bout duquel on place un solide de masse.**

Données :

$$m = 100g; d = 5m; K = 360N.m^{-1}; \theta = 45°; X_0 = 10cm; \text{ et } g = 9,8ms^{-2}; r = 5m$$

Dans tout l'exercice, on prendra le point O comme origine des espaces et on négligera les frottements. A l'équilibre, le centre d'inertie G_o du solide est en O. On comprime le ressort de X_o et on le lâche sans vitesse initiale.



1. On suppose que le solide reste accroché au ressort lorsqu'on lâche le système.

1.1. Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement du solide.

1.2. Détermination de la solution de l'équation différentielle.

1.2.1 Montrer que $x=X_m\cos(\omega_0 t+\varphi)$ vérifie l'équation différentielle précédente.

1.2.2 Calculer ω_0, et X_m et écrire l'expression de x.

1.3. Montrer que l'énergie mécanique est constante puis calculer sa valeur.

2. En réalité, arrivé en O, le solide est propulsé avec une vitesse $\vec{V}_0$. Il parcourt la distance OA, puis l'arc de cercle $\overset{\frown}{AC}$ et quitte la piste en C avec une vitesse $\vec{V}_C$ qui fait avec l'horizontale, un angle θ.

2.1. Calculer la valeur de Vo de la vitesse $\vec{V}_0$.

2.2. Montrer que V_A=6m/s.

2.3. Calculer la vitesse V_c du solide en C.

2.4. On prendra V_C=2,7m/s

2.4.1 dans le repère (O,x,y),établir les équations horaires du mouvement du solide.

2.4.2 En déduire l'équation de la trajectoire.

2.4.3 Déterminer les coordonnées du point d'impact P ainsi que sa vitesse V_P.

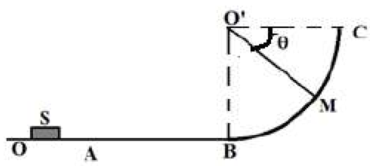
Exercice 3

Un pendule élastique horizontal est constitué d'un ressort (R) à spires non jointives de raideur K = 16N/m et d'un solide S de masse m=40g. Le pendule peut osciller librement sans amortissement ni frottement sur un banc horizontal. A l'instant t=0, on lance le solide S à partir de sa position d'équilibre O avec une vitesse $\vec{v}_0$ de valeur V_0 = 1,4m/s suivant l'axe X'X (voir fig1). Le mouvement du solide est reporté au repère (O ; $\vec{i}$).

1.1 Déterminer la nature du mouvement et calculer sa période.

1.2 Trouver l'équation horaire du mouvement.

1.3 Donner l'expression de l'énergie mécanique du système (ressort+solide) en fonction de m, k, x et V à un instant t quelconque.



2 Au deuxième passage par la position d'équilibre S se détache du ressort, continue son mouvement et aborde en B une piste circulaire BC de rayon r = 10cm (fig2). Les frottements sont négligeables.

2.1 Calculer la vitesse au point B.

2.2 Déterminer l'expression de la vitesse du solide au point M et calculer sa valeur pour $\theta = \widehat{CO'M} = 30°$.

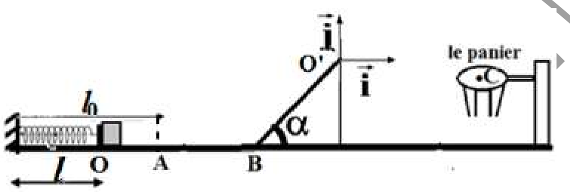
2.3 Calculer la valeur de la réaction de la piste au point M. Bac D 2011sc

Exercice 4

On négligera tous les frottements.

On considère un jouet d'enfant dont le schéma est représenté ci-dessous.

Le jeu consiste à propulser par l'intermédiaire d'un ressort de raideur K un palet de masse m de sorte à l'envoyer dans un panier assimilable à un point C.



Le guide OABO' sur lequel glisse le palet est situé dans un plan vertical. La partie OAB est rectiligne et horizontale, tandis que BO' également rectiligne est inclinée d'un angle α=30° par rapport à l'horizontale.

1.1 Etablir dans le repère $(O', \vec{i}, \vec{j})$, l'équation cartésienne de la trajectoire du palet, assimilé à son centre d'inertie G, après avoir quitté la piste en O'. On prendra pour origine des dates, l'instant de passage en O'. (1pt)

1.2 Calculer la vitesse V_0 avec laquelle le palet quitte le point O', pour traverser le panier au point C tel que $C\begin{cases} x_C = 0,5 \\ y_C = -0,1265 \end{cases}$

On donne V_0=2 m/s, calculer la vitesse V_B avec laquelle le palet a abordé le plan incliné en B.

2 Calculer le raccourcissement Δl du ressort pour que le palet puisse être envoyé dans le panier en appliquant la conservation de l'énergie mécanique entre les points O et A.

3 On fixe maintenant le palet au ressort. Soit G_0 la position de son centre d'inertie à l'équilibre. On tire sur le ressort pour l'allonger de x_0 = 4 cm et on le lâche sans vitesse initiale à un instant pris comme origine des dates. Etablir l'équation différentielle caractérisant le mouvement de l'oscillateur et écrire l'équation horaire du mouvement.

4.1 Pour une position x quelconque donner l'expression de l'énergie mécanique du système (ressort-solide S) en fonction de K, m, x et V. Donner cette expression en fonction de K et x_0.

4.2 Montrer que l'énergie cinétique du solide peut s'écrire sous la forme :

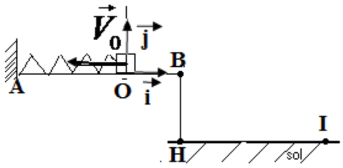
$Ec = 50(x_0^2 - x^2)$ .g= 10 m/s^2 ; m = 40g ; BO' = l = 50 cm ; k = l00N/m. (1pt)

Exercice 5

On négligera les frottements sauf dans la question 4.

Un ressort de masse négligeable à spires non jointives, de coefficient de raideur K =20 N/m est fixé par l'une de ses extrémités en A et on accroche à l'autre extrémité un solide S de masse m = 0,2kg qui peut se déplacer le long d'une table horizontale.

Le solide S étant en position d'équilibre, on lui communique une vitesse $\vec{V}_0$ dirigée suivant l'axe du ressort dans le sens opposé à $\vec{i}$ (voir figure) et de module V_0 = 0,8m/s à la date t = 0.



1. Etablir l'équation différentielle du mouvement du solide S.

2. Après avoir préciser les valeurs numériques de la pulsation ω , de l'amplitude x_m et de la phase initiale φ ,écrire l'équation horaire du mouvement du solide S.

3.1. Sachant que E_p = 0 lorsque le ressort n'est pas déformé ,exprimer à la date t , l'énergie mécanique E_m du système (ressort + solide S) en fonction de K , m , x et v. Calculer l'énergie mécanique E_m à la date t = 0.

3.2. Donner l'expression de l'énergie mécanique E_m en fonction de K et de l'amplitude x_m du mouvement.

4. Au moment où le solide S passe par sa position d'équilibre dans le sens positif il se détache du ressort et poursuit son mouvement suivant OB.

Trouver l'intensité de la réaction de la table sachant que le solide S arrive en B avec une vitesse de valeur V_B = 0,4m/s et que OB = d = 10cm.

5. Le solide S quitte la table au point B.

5.1. Déterminer les équations horaires du mouvement du solide S après B dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$

5.2. Trouver l'abscisse du point de chute I dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ sachant que BH = h = 1,25 m.

Exercice 6

Les frottements sont supposés négligeables. On prendra g=10m/s²

Le pendule élastique représenté par la figure est constitué de:

- **Un ressort (R) à spires non jointives, d'axe vertical, de masse négligeable et de raideur k=60N/m.**
- **Un solide (S) de centre d'inertie G et de masse M. La position de G est, à chaque instant, donnée par son abscisse x dans le repère $(O,\vec{i})$; O étant la position de G à l'équilibre.**

Le solide (S) est écarté verticalement vers le bas de sa position d'équilibre d'une distance x_m=2cm, puis abandonné à lui-même sans vitesse initiale à la date t=0.

1 Après avoir étudié l'équilibre du solide S calculer sa masse M sachant que l'allongement à l'équilibre Δl=4cm.

2 Montrer que le mouvement de S est rectiligne sinusoïdal et trouver son équation horaire.

3 On prendra le plan horizontal passant par O comme plan de référence de l'énergie potentielle de pesanteur du système (ressort, solide, Terre).

3.1 Exprimer l'énergie potentielle du système à une date t quelconque, en fonction de k, x et Δl.

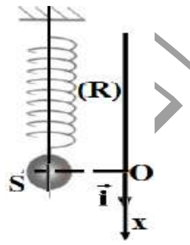
3.2 Donner l'expression de l'énergie mécanique du système en fonction de k, Δl **et** x_m**.**

3.3 Déduire l'expression de l'énergie cinétique du système en fonction de k, x et x_m**.**

Exercice 7

On néglige la résistance de l'air.

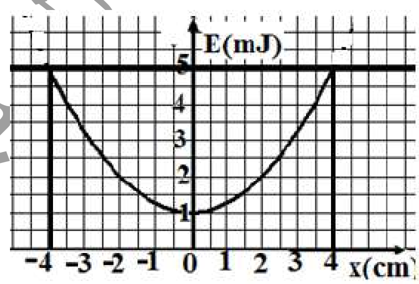
Un pendule élastique vertical est constitué d'un solide S de masse m et d'un ressort R de raideur K. Les courbes donnent les variations des énergies mécanique E et potentielle E_P **du système (solide, ressort, terre) en fonction de l'abscisse x du centre d'inertie G du solide dans le repère** $(O, \vec{i})$**.**



La position d'équilibre du solide coïncide avec l'origine O du repère et le plan horizontal passant par O est pris comme plan de référence de l'énergie potentielle de pesanteur du système.

1. Trouver l'équation différentielle du mouvement.

2. Etablir l'expression de l'énergie potentielle du système en fonction de K, x et x_0 **où** x_0 **est l'allongement à l'équilibre.**



3. Montrer que l'énergie mécanique est conservée au cours des oscillations?

4. Trouver l'expression de l'énergie mécanique du système en fonction de K, x_m **et** x_0 **où** x_m **est l'amplitude des oscillations.**

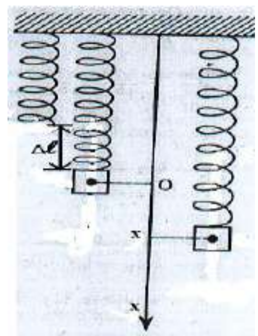
5. En se basant sur le graphe déterminer l'amplitude x_m**, la raideur K du ressort et son allongement à l'équilibre** x_0**.**

6. Montrer que l'énergie cinétique E_C **du solide peut être exprimée en fonction de K,** x_m **et x.**

Exercice 8

On néglige les frottements

On fixe l'une des extrémités d'un ressort à spires non jointives de raideur K et de masse négligeable comme l'indique la figure.



Le ressort s'allonge de $\Delta\ell = 2cm$ **lorsqu'on suspend à son autre extrémité une masse ponctuelle m=400g.**

1. Calculer la valeur de la constante de raideur K du ressort.

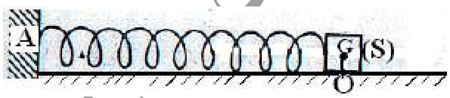
2. Le point matériel effectue des oscillations et à un instant t quelconque ce point matériel a pour abscisse x et pour vitesse V.

On prend pour origine des énergies potentielles de pesanteur le plan horizontal passant par l'origine O des abscisses et pour origine des énergies potentielles élastiques l'énergie potentielle du ressort lorsqu'il n'est ni comprimé ni allongé.

2.1. Exprimer l'énergie potentielle de pesanteur E_{PP} en fonction de m,g et x.
2.2. Exprimer l'énergie potentielle élastique du ressort E_{Pe} en fonction de m,g , x et K.
3. Exprimer l'énergie mécanique E_m du système (ressort-masse- terre) en fonction de m, g, x, V et K.
4. Déterminer la nature du mouvement et écrire son équation horaire si à l'instant t=0, x_0=0 et V_0 =-2m/s.
5. Calculer la valeur de E_m,

Exercice 9

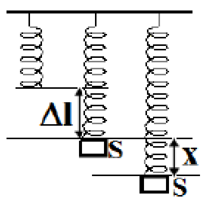
Les frottements sont négligeables.
On considère un ressort très long à spires non jointives de masse négligeable et de raideur K.



1. Le ressort est placé sur une table horizontale. On fixe l'une des extrémités du ressort et on accroche à son autre extrémité un solide ponctuel de masse m. On déplace le solide de sa position d'équilibre d'une distance x_0 =5cm et on l'abandonne sans vitesse initiale.
1.1. Faire le bilan des forces s'exerçant sur le solide et montrer que le système {ressort + solide + terre} est conservatif.
1.2. Pour une position x quelconque donner l'expression de l'énergie mécanique du système en fonction de K, m, x et de la vitesse V du solide.
1.3. Donner cette expression en fonction de K et x_0. Déduire l'expression de V en fonction de K, m, x_0 et x.
2.1. Montrer que l'énergie potentielle élastique du ressort peut s'écrire sous la forme : E_{pe}= a V^2 +b.
2.2. L'expérience montre que E_{Pe}= - 0,1 V^2 + 2,5.10^{-2}. Déduire les valeurs de m et de K.
2.3. Calculer la vitesse du solide lors du passage par sa position d'équilibre.

Exercice 10

On considère le système ci-contre constitué d'un solide S de masse m accroché à l'extrémité inferieure d'un ressort R vertical à spire non jointives, de masse négligeable et de raideur K dont l'extrémité supérieure est fixe. Soit Δl l'allongement du ressort à l'équilibre. On écarte le solide S de sa position d'équilibre vers le bas d'une distance x_0 et on l'abandonne sans vitesse à un instant pris comme origine des instants.



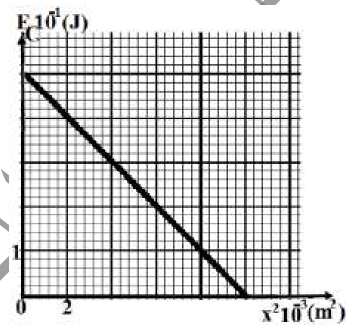
1. On prend comme origine des énergies potentielles de pesanteur le plan horizontal passant par la position d'équilibre et comme origine des énergies potentielles élastiques la position du ressort lorsqu'il n'est ni allongé ni comprimé.

1.1. Etablir l'expression de l'énergie mécanique E du système {solide+ressort+terre} en fonction de x, V, Δl, m et K.

1.2. Montrer que cette énergie est constante et l'exprimer en fonction de K, x_0 et Δl.

1.3. Déduire la nature du mouvement.

2. Un dispositif approprié permet de tracer la courbe représentative de l'énergie cinétique en fonction de x^2 comme l'indique le graphe.



2.1. Trouver l'expression de l'énergie cinétique en fonction de K, x et x_0.

2.2. Déterminer graphiquement l'équation $E_C=f(x^2)$.

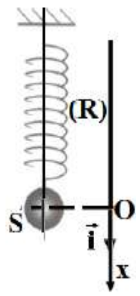
2.3. Par identification des deux expressions précédentes, déterminer les valeurs de K et de x_0.

2.4. Calculer les valeurs de l'allongement Δl et de la masse m si l'énergie mécanique vaut 1joule.

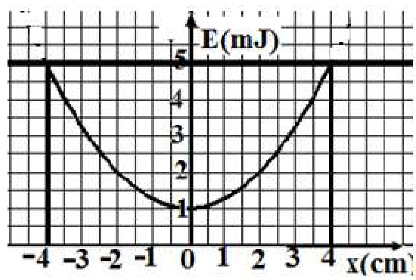
Exercice 11

On néglige la résistance de l'air.

Un pendule élastique vertical est constitué d'un solide S de masse m et d'un ressort R de raideur K. Les courbes donnent les variations des énergies mécanique E et potentielle E_P du système (solide, ressort, terre) en fonction de l'abscisse x du centre d'inertie G du solide dans le repère $(O, \vec{i})$.



La position d'équilibre du solide coïncide avec l'origine O du repère et le plan horizontal passant par O est pris comme plan de référence de l'énergie potentielle de pesanteur du système.



1. Trouver l'équation différentielle du mouvement.

2. Etablir l'expression de l'énergie potentielle du système en fonction de K, x et x_0 où x_0 est l'allongement à l'équilibre.

3. Montrer que l'énergie mécanique est conservée au cours des oscillations?

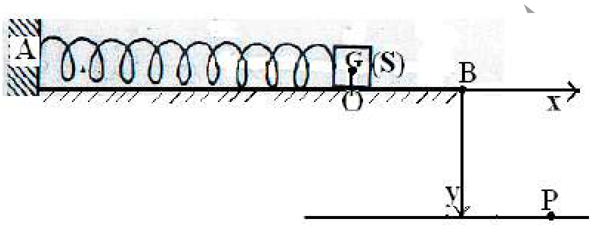
4. Trouver l'expression de l'énergie mécanique du système en fonction de K, x_m et x_0 où x_m est l'amplitude des oscillations.

5. En se basant sur le graphe déterminer l'amplitude x_m, la raideur K du ressort et son allongement à l'équilibre x_0

6. Montrer que l'énergie cinétique E_C du solide peut être exprimée en fonction de K, x_m et x.

Exercice 12

Un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur K ; est placé sur une table horizontale.



L'une des extrémités du ressort est soudée en un point A et l'autre extrémité est fixée à un solide S de centre d'inertie G et de masse m=100g.

Le solide S qu'on assimile à un point matériel peut glisser sans frottement sur la table.

1. On écarte le solide S de sa position d'équilibre d'une distance de 3cm et on l'abandonne sans vitesse initiale à un instant qu'on prendra pour origine des temps. Le mouvement de S sera étudié dans le repère d'axe Ox dont l'origine O coïncide avec la position du centre d'inertie G à l'équilibre (voir fig).

1.1. Montrer que le mouvement de S est rectiligne sinusoïdal.

1.2. Exprimer la raideur K du ressort en fonction de la masse m et de la période T du mouvement. Calculer K sachant que la durée de 10 oscillations du solide est 3,14s.

1.3. Déterminer l'équation horaire du mouvement de S.

1.4. Calculer l'énergie mécanique du système (solide S + ressort).

2. Au passage par la position d'équilibre dans le sens positif le solide se détache et continue son mouvement sur la table pour la quitter au point B.

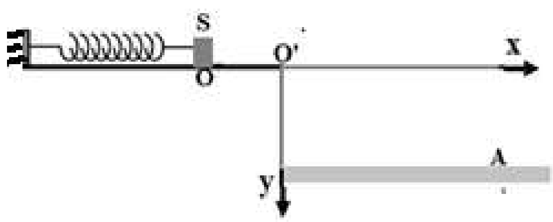
2.1. Déterminer l'équation de la trajectoire du mouvement aérien dans le repère (B ,x,y) de la figure.

2.2. Trouver les coordonnées du point de chute P si la durée de cette chute est 0.4s.

Exercice 13

Les frottements sont négligeables

On considère un ressort à spires non jointives de masse négligeable et de raideur K=50N/m. Le ressort est placé sur une table horizontale.



On fixe l'une des extrémités du ressort et on accroche à son autre extrémité un solide ponctuel S de masse m=500g.

A l'instant t=0, on déplace le solide de sa position d'équilibre d'une distance

x_0 =2cm et on lui communique une vitesse $V_0 = \frac{\sqrt{3}}{5} m/s$.

1.1. Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement du centre d'inertie du solide.
1.2. Déterminer l'équation horaire du mouvement. Quelle est la vitesse au passage par la position d'équilibre dans le sens positif ?
1.3. Exprimer l'énergie mécanique de cet oscillateur et montrer qu'elle est constante. Retrouver la valeur maximale de la vitesse du mobile en utilisant le principe de la conservation de l'énergie mécanique.
2. Le solide se détache du ressort au passage par la position d'équilibre O dans le sens positif et continue son mouvement sur la table pour la quitter au point O'et atteindre le point A au sol situé 5 cm plus bas (voir figure).

L'instant de passage de S en O' est considéré comme origine des dates.

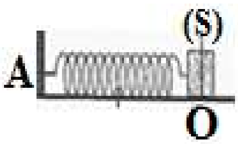
2.1. Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire de S dans le repère (O', x, y).

2.2. Trouver les coordonnées du point A.

2.3. Calculer les composantes du vecteur vitesse $\vec{V}_A$ au point A ;en déduire son module puis préciser l'angle β qu'il fait avec la verticale passant par A.

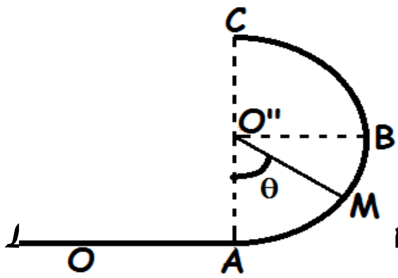
Exercice 14

Les frottements sont négligeables.



Soit un ressort R élastique de masse négligeable, de constante de raideur K=20N/m, guidé par une tige horizontale. Une des extrémités est fixée en un point A l'autre est attachée à un solide ponctuel S de masse m, qui coulisse sur la tige. Dans la position d'équilibre, le centre d'inertie G du solide est en O.
1. Etablir l'équation différentielle du mouvement de S.
2. Ecrire l'équation horaire du mouvement x=f(t) sachant qu'à l'instant t=0 le centre d'inertie G du solide passe en O dans le sens positif et qu'il décrit un segment de 4cm au cours des oscillations dont la période est T=0,05s.

3. Montrer que l'énergie mécanique E du système est égale à 4.10^{-3}J, sachant que l'énergie potentielle de pesanteur au niveau de la tige est nulle.
4. Calculer l'énergie cinétique du système à l'instant t=0,25s.



5. A la date t=5s, la masse se détache du ressort et se déplace suivant une piste OABC constituée de deux parties:

- **OA rectiligne.**
- **ABC en forme de demi-cercle de centre O'' et de rayon r=10cm.**

5.1. Calculer la vitesse du solide S à l'arrivée en A.

5.2. Trouver l'expression de la vitesse de S en M tel que $(\widehat{AO''M}) = \theta$ et calculer sa valeur au point C. On donne g=10m/s².

السبيل السبيل السبيل السبيل السبيل

Corrigé de l'exercice1

1.1 Calcul de l'énergie mécanique à l'instant où on lâche le palet

L'expression de l'énergie mécanique :

$$E_m = E_c + E_{pp} + E_{pe}$$

Or $E_{PP}=0$ $\;$ à $t = 0; E_c = 0; E_{pe} = \frac{1}{2}K\Delta l^2$

soit $E_m = E_p = \frac{1}{2}K\Delta l^2 = \frac{1}{2}K(l - l_0)^2$ (1) $\;$ **AN : E_m=0,512J**

1.2 Au point A pas d'allongement

$$E_A = \frac{1}{2}mV_A^2$$

Comme l'énergie mécanique est toujours constante :

$$E_m = \frac{1}{2}mV_A^2 = \frac{1}{2}K\Delta l^2 \Rightarrow V_A = \sqrt{\frac{K}{m}}(l_0 - l)$$

A.N : V_A = 3,2m/s.

1.3 Calcul de f

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}}$$

$$E_{CB} - E_{CA} = \underbrace{W_{\vec{P}}}_{0} + W_{\vec{f}} + \underbrace{W_{\vec{R}_n}}_{0}$$

$$\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = -fxL \Rightarrow f = \frac{m}{2L}(V_A^2 - V_B^2)$$ A.N:f=0,062N

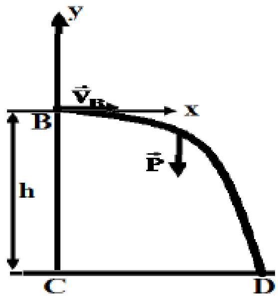
2 Conditions initiales :

$$O\begin{cases} x_B = x_0 = 0 \\ y_B = y_0 = 0 \end{cases} \quad \vec{V}_B\begin{cases} V_{Bx} = V_B \\ V_{By} = 0 \end{cases}$$

En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_B \\ V_y = -gt \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{BM}\begin{cases} x=V_B t & (1) \\ y=-\frac{1}{2}gt^2 & (2) \end{cases}$$



L'équation de la trajectoire

$$(1) \Rightarrow t = \frac{x}{V_B}$$

On remplace t dans y soit $y = -\frac{g}{2V_B^2}x^2$

2.2 Lorsque le palet touche le sol au point au point D nous aurons y_D=-h

$$y_D = -\frac{g}{2V_B^2}x_D^2 = -h \Leftrightarrow x_D = \sqrt{\frac{2h}{g}}V_B = 1,36m$$

L'instant t_D correspondant est $t_D = \frac{x_D}{V_B} = 0,45s$

2.3 Les composantes $\vec{V}_D$

$$\vec{V}_D\begin{cases} V_{Dx} = V_B = 3 \\ V_{Dy} = -gt_D = 4,45 \end{cases}$$

D'où la valeur $V_D = \sqrt{V_{Dx}^2 + V_{Dy}^2} = 5,37m/s$

Corrigé de l'exercice2

L'équation différentielle du mouvement :
soit x l'abscisse du solide par rapport à l'origine

$$\vec{P}+\vec{T}+\vec{R}=m\vec{a}$$

Proj/Ox :

$$-T+0+0=ma \Rightarrow -Kx=ma \Leftrightarrow a+\frac{K}{m}x=0$$

C'est une équation différentielle du second degré dont la solution est de la forme :

$$x=X_m\cos(\omega_0 t+\varphi)$$

2.1 La dérivée seconde de l'équation donne : $a+\omega_0^2x=0$ **ce qui montre que** $x=X_m\cos(\omega_0 t+\varphi)$ **est une solution de l'équation différentielle.**

2.2Calcul des constantes :

- $\omega_0=\sqrt{\frac{K}{m}}=\sqrt{\frac{360}{0,1}}=60\text{rd/s}$
- **Le solide a été lâché sans vitesse initiale** $X_m=x_0=0,1\text{m}$
- **La phase initiale se calcule à partir des conditions initiales :**

$$\cos\varphi=\frac{x_0}{X_m}=1\Rightarrow\varphi=0$$

L'équation horaire du mouvement est : $x=0,1\cos(60t)$

3. On considère que le système étudié est constitué de (la terre-ressort-solide)
Ce qui le rend pseudo- isolé et permet de dire que E_m = Cte

Calcul de E_m : $Em=E_{mi}=\frac{1}{2}Kx_0^2$ $\quad$ $A.N: Em=\frac{1}{2}\times 360\times(0,1)^2=1,8J$

II.

1. Calcul de la vitesse de passage par l'équilibre :

L'énergie est conservée : $E_{m(éq)}=E_{mi}$ $\quad \frac{1}{2}mV_0^2=E_{mi}$ $\quad ,V_0=\sqrt{\frac{2E_{mi}}{m}}=\sqrt{\frac{2.1,8}{0,1}}=6m/s$

2-En appliquant le théorème de variation de l'énergie cinétique entre O et B on trouve :

$$\Delta E_C=E_{cA}-E_{cO}=W(\vec{P})+W(\vec{Rn})$$

$$\frac{1}{2}mV_A^2-\frac{1}{2}mV_0^2=0 \quad ,V_A^2=V_0^2\Rightarrow V_A=V_0=6m/s;$$

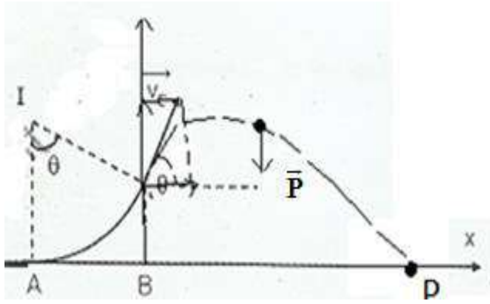
3-La vitesse au point C

$$V_C=\sqrt{V_A^2-2gr(1-\cos\theta)}$$

$$A.N: V_C=\sqrt{36-2.9,8\times5(1-\frac{1}{\sqrt{2}})}=2,7m/s$$

السبيل السبيل السبيل

4.1. Conditions initiales :



$$\begin{cases} x_0 = d \\ y_0 = h = r(1-\cos\theta) \end{cases} \qquad \vec{V}\begin{cases} V_{Cx} = V_c\cos\theta \\ V_{Cy} = V_c\sin\theta \end{cases}$$

Etude du mouvement

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a} \qquad \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\text{Proj/0x} : 0 = ma_x, m \neq 0$$

$$a_x = 0 \text{ le mvt est r.u}$$

Les équations horaires du mvt sur ox sont :

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ V_{ox} = V_c\cos\theta \\ x = V_c\cos\theta t + d \end{cases}$$

$$\text{Proj/0y} : -mg = ma_y \Rightarrow a_y = -g \text{ le mvt est r.u.v}$$

Les équations horaires du mvt sur oy sont :

$$\begin{cases} a_y = -g \\ V_y = -gt + V_c\sin\theta \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_c\sin\theta t + r(1-\cos\theta) \end{cases}$$

4.2. L'équation de la trajectoire :

$$t = \frac{x-d}{V_c\cos\theta}$$

On remplace dans y et on obtient ;

$$y = -\frac{g}{2V_c^2\cos^2\theta}x^2 + x\left(\frac{gd}{V_c^2\cos^2\theta} + \tan\theta\right) - \frac{gd^2}{V_c^2\cos^2\theta} - d\tan\theta + r(1-\cos\theta)$$

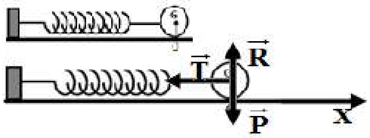
Soit : $y = -1,3x^2 + 14,4x - 37$

4.3. Les coordonnées du point de chute : au point de chute y_P=0

$$-1,3x^2 + 14,4x - 37 = 0 \text{ soit } x_P = 10,2m$$

Corrigé de l'exercice3

1.1 Nature du mouvement.



$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$$

En projetant suivant l'axe Ax :

$$-T = ma \Leftrightarrow -kx = ma \Rightarrow a + \frac{K}{m}x = 0$$

C'est l'équation différentielle caractérisant un mouvement rectiligne sinusoïdal de pulsation $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$

La valeur de la période : $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{10} = 0,314s$

1.2 L'équation horaire du mouvement :

$$x = x_m\cos(\omega t + \varphi)$$

السبيل السبيل السبيل

Calcul de la pulsation : $\omega = \frac{2\pi}{T} = 20rad/s$

Conditions initiales : $\begin{cases} x_0 = x_m \cos\varphi & (1) \\ V_0 = -x_m\omega\sin\varphi & (2) \end{cases}$

à t = 0 x_0 = 0m et $V_0 = 1,4m/s$

$V_0^2 = \omega^2(x_m^2 - x_0^2) \Rightarrow x_m = \left|\frac{V}{\omega}\right| = 7.10^{-2}m$ **Soit x_m 7.10^{-2} m.**

Calcul de la phase initial φ

(1) $\Rightarrow$ $\cos\varphi = \frac{x_0}{x_m} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$ **car $V_0 > 0$**

D'où l'équation horaire : $x = 7.10^{-2}\cos(20\,t - \frac{\pi}{2})$

1.3 L'expression de l'énergie mécanique :

$E_m = E_c + E_{pp} + E_{pe}$ **or** $E_{pp} = 0;\ \ E_c = \frac{1}{2}mV^2$ et $E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2$

D'où $E_m = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}kx^2$

2.1 Calcul de V_B

$\Delta E_c = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_{CB} - E_{CO} = 0 \Rightarrow V_B = V_0 = x_m\omega = 1,47m/s$

2.2 Calcul de V_M

$\Delta E_c = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_{cM} - E_{cB} = -\,mgh$ **avec** $h = r(1-\sin\alpha)$

$\Rightarrow V_M = \sqrt{V_B^2 - 2gr(1-\sin\theta)}$ **A.N :** $V_M \approx 1m/s$

2.3 Expression de R_M

$\Sigma\vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R}_C = m\vec{a}$

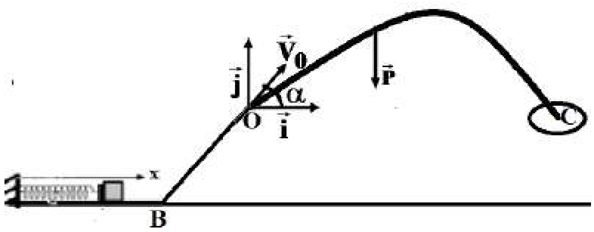
Par projection sur la normale, on obtient :

$-mg\sin\theta + R = m\frac{V_M^2}{r}$ $R = m(g\sin\theta + \frac{V_M^2}{r})$ **A.N :** $R = 0,6N$

Corrigé de l'exercice4

Conditions initiales :

$O\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$ $\vec{V}_0\begin{cases} V_{0x} = V_0\cos\alpha \\ V_{0y} = V_0\sin\alpha \end{cases}$



En appliquant la R.F.D, on obtient :

$\sum\vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$

$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_0\cos\alpha \\ V_y = -gt + V_0\sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{cases} x = V_0\cos\alpha t & (1) \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0\sin\alpha t & (2) \end{cases}$

L'équation de la trajectoire

$(1) \Rightarrow t = \frac{x}{V_0\cos\alpha}$

On remplace t dans y : $y = -\frac{g}{2V_0^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$

1.2. Calcul de V_0

La trajectoire passe par C alors les coordonnées de C vérifie l'équation de la trajectoire :

$$-0,1265 = -\frac{10}{2V_0^2\frac{3}{4}}0,5^2 + 0,58x0,5 \Leftrightarrow V_0 = 2m/s$$

1.3 Calcul de V_B

En appliquant le théorème $\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}}$

$$E_{CO} - E_{CB} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{f}} + \underbrace{W_{\vec{R_n}}}_{0}$$

$$\frac{1}{2}mV_0^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = -mgx\sin\alpha \Rightarrow V_B = \sqrt{V_0^2 + 2OBg\sin\alpha} = 3m/s$$

2 Calcul de Δl

Au point B on a $E_{m1} = \frac{1}{2}mV_B^2$

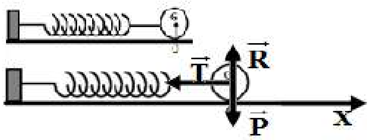
Au point O on a $E_{m2} = \frac{1}{2}K\Delta l^2$ **L'énergie mécanique du système étant conservée** $\frac{1}{2}K\Delta l^2 = \frac{1}{2}mV_B^2 \Rightarrow \Delta l = V_B\sqrt{\frac{m}{K}} = 0,03m$

3.1 Nature du mouvement.

$\sum\vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$

En projetant suivant l'axe Ax :

$-T = ma \Leftrightarrow -kx = ma \Rightarrow a + \frac{K}{m}x = 0$



C'est l'équation différentielle caractérisant un mouvement rectiligne sinusoïdal de pulsation $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$

3.2 L'équation horaire du mouvement :

$x = x_m\cos(\omega t + \varphi)$

La valeur de la pulsation

$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0,04}} = 50rad/s$ **Conditions initiales :** $\begin{cases} x_0 = x_m\cos\varphi & (1) \\ V_0 = -x_m\omega\sin\varphi & (2) \end{cases}$

à t = 0 $x_0 = 4.10^{-2}m$ **et** $V_0 = 0$

$$V^2 = \omega^2(x_m^2 - x_0^2) \Leftrightarrow x_m = x_0 = 4.10^{-2}m$$

Calcul de la phase initial φ

$$(1) \Rightarrow \cos\varphi = \frac{x_0}{x_m} = 1 \Rightarrow \varphi = 0$$

D'où l'équation horaire : $x = 4.10^{-2}\cos(50t)$

4.1. L'expression de l'énergie mécanique :

$$E_m = E_c + E_{pp} + E_{pe}$$

or $E_{pp} = 0; E_c = \frac{1}{2}mV^2; E_{pe} = \frac{1}{2}Kx^2$

soit $E_m = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}Kx^2 \quad (1)$

Comme l'énergie mécanique est toujours constante alors lorsque $x=x_0$, la vitesse est nulle et l'énergie mécanique devient :

$$E_m = \frac{1}{2}Kx_0^2 \quad (2)$$

4.2 L'expression de E_C :

1ère méthode

En égalisant les relations (1) et (2) on obtient :

$$E_C + E_P = \frac{1}{2}Kx_0^2 \Rightarrow E_C = \frac{1}{2}Kx_0^2 - E_P = \frac{1}{2}Kx_0^2 - \frac{1}{2}Kx^2$$

$$E_C = \frac{K}{2}(x_0^2 - x^2) = 50(x_0^2 - x^2)$$

2ème méthode

$$E_C = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}m\omega^2(x_0^2 - x^2) = \frac{1}{2}k(x_0^2 - x^2) = 50(x_0^2 - x^2)$$

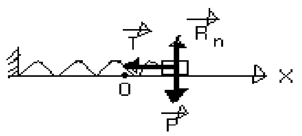
Corrigé de l'exercice5

1L'équation différentielle du mouvement :

En appliquant la relation fondamentale de la dynamique, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$$

En projetant suivant l'axe Ox -T=ma ⇔



$\boxed{a+(k/m)x = 0}$

1. • Calcul de la pulsation ω

$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$ **A.N : ω=10rad/s**

• Calcul de l'amplitude x_m et de la phase initiale φ

A t=0 : x_0=0 et v_0=-0,8m/s ⇔ $x_m\cos\varphi = 0$ et $-x_m\omega\sin\varphi = -0,8$

Soit $x_m = 8.10^{-2}$m et φ= π/2 d'où l'équation horaire : $x= 8.10^{-2}\cos(10t + \pi/2)$

3.1Expression de l'énergie mécanique en fonction de K , m, v et x :

$E_m = E_c + E_p$ ⇔ $E_m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$; à t=0 $E_m = \frac{1}{2}mV_0^2$ sa valeur est alors:

$E_m = 6,4.10^{-2}$j.

3.2Expression de l'énergie mécanique en fonction de K et de x_m :

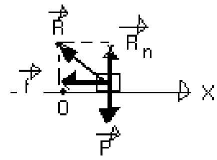
$E_m = \frac{1}{2}mx_m^2\omega^2\sin^2(\omega t+\varphi) + \frac{1}{2}kx_m^2\cos^2(\omega t+\varphi)$ comme $m\omega^2=k$ ⇨ $E_m = \frac{1}{2}kx_m^2$

4 • Calcul de la réaction R : $R = \sqrt{R_n^2 + f^2}$

- **Déterminons R_n puis f :**

En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R}_n + \vec{f} = m\vec{a}$$



En projetant suivant la verticale descendante :

$P-R_n=0$ ⇨ $R_n=P$ A.N : $R_n=2N$.

En projetant suivant l'axe Ox :

$-f=ma$ avec $a=(v_B^2-v_O^2)/2d$ ⇨ $f=-m(v_B^2-v_O^2)/2d$ A.N : $f=0{,}48N$.

R serait alors : R=2,06N.

5.1 Etude du mouvement de chute dans le vide :

En appliquant la relation fondamentale de la dynamique, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

En projetant suivant l'axe Ox : $a_x=0$ ⇨ m.r.u d'équation horaire : $x = v_B t+d$

En projetant suivant l'axe Oy : $a_y=-g$ ⇨ m.r.u.v d'équation horaire : $y=-\frac{1}{2}gt^2$

5.2 L'abscisse du point d'impact I sur le sol :

au point I $y_I=-h$ ⇨ $t=\sqrt{\frac{2h}{g}}$ soit $x_I = v_B t+d$ A.N : $x_I=0{,}3m$

Corrigé de l'exercice6

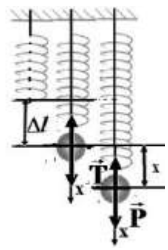
1 Etude de l'équilibre :

A l'équilibre : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0}$

$P - T_0 = 0 \Rightarrow M = \frac{K\Delta\ell}{g}$ **Soit M=0,24kg**

2 Nature du mouvement.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$$



En projetant suivant l'axe x'x :

$$P-T = ma \Leftrightarrow P-K(\Delta l + x) = ma \Leftrightarrow -kx = ma \Rightarrow a + \frac{K}{m}x = 0$$

C'est l'équation différentielle caractérisant un mouvement rectiligne sinusoïdal de pulsation

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{60}{0{,}24}} = 15{,}8 rad/s$$

L'équation horaire du mouvement :

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$$

La pulsation : $\omega=15{,}8$ rad/s et l'amplitude x_m=2cm.

Calcul de la phase initial φ

$$\cos\varphi = \frac{x_0}{x_m} = 1 \Rightarrow \varphi = 0$$

D'où l'équation horaire :

$$x = 2.10^{-2}\cos(15{,}8\ t)$$

3.1 Expression de l'énergie potentielle

$E_p = E_{pp} + E_{pe}$ avec $E_{pp} = -mgx$ et $E_{pe} = \frac{1}{2}K(\Delta l + x)^2$

En remplaçant, on obtient : $E_p = \frac{1}{2}K(\Delta\ell^2 + x^2)$

3.2 Expression de l'énergie mécanique :

$E_m = E_c + E_p$ Soit

$E_m = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}K(x^2 + \Delta l^2)$

$= \frac{1}{2}m\omega^2(x_m^2 - x^2) + \frac{1}{2}K(x^2 + \Delta l^2)$ avec $m\omega^2 = k$

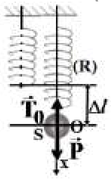
$= \frac{1}{2}k(x_m^2 - x^2) + \frac{1}{2}K(x^2 + \Delta l^2) = \frac{1}{2}K(x_m^2 + \Delta l^2)$

Déduction de l'expression de E_C :

$$E_C = E_m - E_p = \frac{1}{2}K(x_m^2 + \Delta l^2) - \frac{1}{2}K(x^2 + \Delta l^2) = \frac{1}{2}K(x_m^2 - x^2)$$

Corrigé de l'exercice7

1 Etude de l'équilibre :



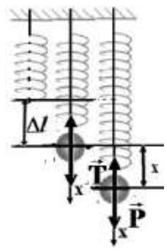
A l'équilibre : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0}$

$\Leftrightarrow P - T_0 = 0 \Leftrightarrow mg = Kx_0$

Nature du mouvement.

$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

En projetant suivant l'axe x'x



$P - T = ma \Leftrightarrow P - K(\Delta l + x) = ma \Leftrightarrow -kx = ma \Rightarrow a + \frac{K}{m}x = 0$

C'est l'équation différentielle caractérisant un mouvement rectiligne sinusoïdal

2 Expression de l'énergie potentielle

$E_p = E_{pp} + E_{pe}$ avec $E_{pp} = -mgx$ et $E_{pe} = \frac{1}{2}K(x_0 + x)^2$

En remplaçant, on obtient : $E_p = \frac{1}{2}K(x_0^2 + x^2)$

4 Expression de l'énergie mécanique :

$\Delta E_m = \sum W_{\vec{F}ex} + \sum W_{\vec{F}\,int\,dissip} = 0 \Leftrightarrow E_m = E_{m0}$

$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}K(x_0^2 + x^2) = \frac{1}{2}K(x_0^2 + x_m^2)$

5 D'après la courbe $x_m = 4.10^{-2}$m

$$\begin{cases} \frac{1}{2}Kx_0^2 = 10^{-3} \\ \frac{1}{2}Kx_0^2 + \frac{1}{2}Kx_m^2 = 510^{-3} \end{cases}$$

Soit $x_0 = 2.10^{-2}$m et K=5N/m

6 L'expression de E_C :

$$E_C = E_m - E_p = \frac{1}{2}K(x_m^2 + x_0^2) - \frac{1}{2}K(x^2 + x_0^2) = \frac{1}{2}K(x_m^2 - x^2)$$

Mouvement d'un satellite au tour de la terre :

- **Expression de g en fonction de l'altitude h:**

$$g = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

- **Au niveau du sol :**

$$g_0 = \frac{GM}{R^2}$$

- **Relation entre g et g_0 :**

$$g = \frac{g_0 R^2}{r^2} = \frac{g_0 R^2}{(R+h)^2}$$

- **Nature du mouvement:**

$$\begin{cases} a_t = 0 \\ V = cte \Rightarrow m.u \qquad \Leftrightarrow m.c.u \\ r = \dfrac{GM}{V^2} = cte \Rightarrow m.c \end{cases}$$

- **Expression de V:**
- $$\text{soit } V = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} \quad \text{soit } V = R\sqrt{\frac{g_0}{R+h}}$$
- **Expression de T:**

$$\text{soit } T = 2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$$

$$\text{soit } T = \frac{2\pi}{R}\sqrt{\frac{(R+h)^3}{g_0}}$$

- **Satellite géostationnaire:**

C'est un satellite qui évolue dans le plan de l'équateur terrestre et dans le même sens de rotation de la terre ; la période du satellite géostationnaire est égale à celle de la terre.

- **Energie mécanique d'un satellite**
  - ✓ **Energie cinétique :**

$$E_C = \frac{1}{2}mV^2 \Leftrightarrow E_C = \frac{GmM}{2(R+h)}$$

  - ✓ **Energie potentielle de pesanteur:**
    - **Si l'origine est choisie à l'infini :**

$$E_P = -\frac{GmM}{(R+h)}$$

    - **Si l'origine est choisie à la surface de la terre :**

$$E_P = -\frac{GmM}{(R+h)} + \frac{GmM}{R}$$

- ✓ **Expression de l'énergie mécanique :**

$$E_m = -\frac{GmM}{(R+h)} \text{ ou bien } E_m = -\frac{GmM}{2(R+h)} + \frac{GmM}{R}$$

Exercice 1

Pour étudier le passage d'une comète au voisinage de notre planète, un satellite lanceur de sonde est mis en orbite autour de la terre.
Données : $G= 6,67\ 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2} ; masse de la terre $M_T= 5,98.10^{24}$ Kg ; rayon de la terre $R_T= 6400$Km.
La terre est considérée comme un corps à répartition sphérique de masse.

1. Etude du mouvement circulaire du système lanceur-sonde dans le référentiel géocentrique. Dans un premier temps, le système lanceur sonde est supposé mis en orbite circulaire à l'altitude $h_0= 200$Km. Il évolue avec une vitesse V_o.

1.1 En supposant ce système uniquement soumis au champ gravitationnel terrestre, montrer que son mouvement est uniforme.

1.2 Exprimer la vitesse V_0 en fonction de G, M_T, R_T et h_0 et calculer sa valeur en Km.s^{-1}.

1.3 Etablir l'expression de sa période T_0 en fonction de R_T, h_0 V_0 et la calculer.

2. L'énergie potentielle de gravitation s'écrit $Ep = -\frac{GmM_T}{r}$, r étant le rayon de l'orbite, m est la masse du système.

2.1 Pour l'altitude h_0, exprimer l'énergie mécanique E_{m0} du satellite sur une orbite circulaire de rayon r_0 en fonction de G, M_T, m et r_0 puis en fonction de la vitesse V_0.

2.2 Exprimer successivement l'énergie mécanique E_{m0} et l'énergie potentielle E_{p0} en fonction de l'énergie cinétique E_{c0} sur cette même orbite.

2.3 Exprimer l'énergie W fournie par les moteurs pour que le satellite passe de l'orbite basse de rayon r_0 à l'orbite géostationnaire de rayon r en fonction de G, M, m, r_0 et r.

3 Lorsque l'altitude du satellite est peu élevée, il peut subir les frottements des hautes couches de l'atmosphère. Son énergie mécanique diminue suivant la loi $E_m= E_{mo}(1+\alpha.t)$; $\alpha>0$
On suppose que la trajectoire est circulaire. Montrer que le rayon de l'orbite diminue avec le temps alors que la vitesse augmente.

Exercice 2

1. Un satellite artificiel de masse $m=200kg$ tourne autour de la terre sur une orbite circulaire de rayon r.

1.1. Calculer la vitesse V_1 de ce satellite en fonction de r, de la masse M de la terre et de la constante de gravitation G.
A.N : $r=7000km$; $G=6,67.10^{-11}N.m^2/kg^2$ et $M=6.10^{24}kg$.

1.2 L'énergie potentielle du système $\{$satellite-terre$\}$ étant $E_p = \frac{GmM}{R} - \frac{GmM}{r}$ où R est le rayon de la terre ; donner l'expression de l'énergie mécanique de ce système en fonction de G, m, M, r et R .La calculer. On donne: $R=6400km$.

1.3 Calculer l'énergie à fournir à ce satellite pour qu'il passe de l'orbite de rayon r à une autre de rayon $r'=7100km$.

2On considère que la terre est un point matériel qui tourne autour du soleil de masse $M'=2.10^{30}kg$ sur une orbite circulaire de rayon $r=1,5.10^{8}km$..

2.1. Exprimer la vitesse angulaire ω et la période T du mouvement de la terre.

2.2. Exprimer le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ en fonction de G et M'.

2.3. Calculer T. Cette valeur est-elle vraisemblable ?

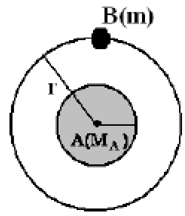
Exercice 3

Dans cet exercice, les mouvements étudiés sont rapportés à des repères galiléens.

Les mobiles étudiés présentent une répartition à symétrie sphérique.

Donnée $G = 6,67.10^{-11}$ S.I.

1 Dans un repère, on étudie deux satellites A et B. On suppose que la masse M_A du mobile A est très grande devant celle m du mobile B. Le mobile B tourne autour de A considéré comme étant fixe (voir fig).



1.1 Montrer que le mouvement de B autour de A est un mouvement circulaire uniforme.

1.2 Etablir la relation qui lie la vitesse V du centre d'inertie de B, le rayon r de l'orbite, la masse M_A de A et la constante de gravitation universelle G.

1.3 Soit T la période de B autour de A. Exprimer V en fonction de T et r , en déduire la relation $\frac{r^3}{T^2} = kM_A$ et donner l'expression de k en fonction de G.

2. Un satellite artificiel tourne autour de la terre (dont la masse $M_T = 5,98.10^{24}kg$) dans une orbite de rayon $r = 42,3 .10^{3}km$.

2.1. Calculer la période de ce satellite artificiel. Comment appelle-t-on ce type de satellite, s'il tourne dans le plan de l'équateur et dans le même sens de rotation de la terre?

2.2. Tous les satellites se trouvant sur cette orbite ont-ils la même vitesse ? La même masse ? Justifier.

3. Sachant que la terre décrit autour du soleil en 365,25 jours une orbite de rayon $r' = 1,496.10^{8}km$. Calculer la masse M_S du soleil.

Exercice 4

Un satellite supposé ponctuel, de masse m, décrit une orbite circulaire d'altitude h_1 autour de la Terre assimilée à une sphère de rayon R. On fera l'étude dans le référentiel géocentrique supposé galiléen.

1. Etablir l'expression de l'intensité g du vecteur champ de gravitation à l'altitude h_1 en fonction de sa valeur au sol g_o de R et h_1.

2. Déterminer l'expression de la vitesse V_1 du satellite, celle de sa période T_1 en fonction g_o de R_T et h_1 et celle de son énergie cinétique E_{C1} en fonction g_o, m, R et h_1. A.N: $h_1=400$ km ; $g_o=9,81m/s^2$; m= 1020kg ; R = 6400km.

3. L'énergie potentielle du satellite dans le champ de gravitation à l'altitude h_1 est donnée par la relation $E_{p1} = -\frac{GmM}{R+h_1}$, M est la masse de la Terre, G la constante universelle de gravitation.

3.1. Exprimer E_{P1} en fonction de m, R, g_o et h_1.

3.2 Donner l'expression de l'énergie mécanique E_{m1} en fonction de m, R, g_o et h_1.

Comparer cette énergie mécanique à l'énergie cinétique E_{C1} puis à l'énergie potentielle E_{P1}.

4. On fournit au satellite un supplément d'énergie, $\Delta E = +5,0.10^8 J$, il prend alors une nouvelle orbite circulaire. Déterminer :

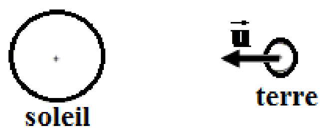
4.1. Sa nouvelle énergie cinétique E_{C2} et sa vitesse V_2.

4.2. Sa nouvelle énergie potentielle E_{P2} et son altitude h_2.

Exercice 5

On considère le mouvement de la Terre autour du Soleil dans le référentiel héliocentrique considéré comme galiléen. On suppose que ce mouvement se fait sur une trajectoire circulaire, de rayon $r = 1,5.\ 10^{11}$ m.

On néglige l'action de tout autre astre et on s'aidera du schéma suivant :



1. Donner les caractéristiques de la force subie par la Terre et la représenter.

2. Appliquer la R.F.D à la Terre et montrer que son mouvement est uniforme.

3 En déduire l'expression du vecteur accélération de la terre en fonction de la constante de gravitation universelle G, de la masse du Soleil M_s du rayon r de la trajectoire et du vecteur unitaire $\vec{u}$; le représenter sans considération d'échelle sur le schéma.

4 Quelle relation peut-on alors écrire entre l'accélération a et la vitesse V du centre d'inertie de la Terre?

5 Donner l'expression de la vitesse V en fonction de la constante de gravitation universelle G, la masse du Soleil M_s et le rayon r de la trajectoire. Calculer la valeur de cette vitesse.

6 Donner l'expression de la période de rotation T de la Terre autour du Soleil en fonction de la vitesse V et du rayon r de sa trajectoire. Montrer alors qu'on peut écrire que $T = 2\pi r\sqrt{\frac{r}{GM_S}}$, puis calculer sa valeur.

On donne :G=6,67.10 $^{-11}$ S.I M_S=2.10 ^{30}kg

Exercice 6

Le lanceur européen Ariane a été conçu pour placer en orbite géostationnaire des satellites. Un satellite S supposé ponctuel de masse m évolue autour de la terre de masse M assimilée à une sphère homogène de centre O et de rayon R. L'étude sera effectuée dans le référentiel géocentrique considéré comme galiléen.

On notera r la distance OS entre le centre O de la terre et la position S du satellite et on introduira le vecteur unitaire $\vec{u}$ dirigé de O vers S.

1.1 Exprimer le vecteur force d'attraction gravitationnelle $\vec{F}$ qu'exerce la terre sur le satellite en fonction de la constante de gravitation universelle G, M, m, r et le vecteur unitaire $\vec{u}$.

1.2 Montrer que le mouvement du satellite sur une orbite circulaire de rayon r est uniforme. Un schéma permettant de visualiser les vecteurs force, vitesse, accélération et le vecteur unitaire utilisé est exigé.

1.3 Etablir l'expression de la vitesse V du satellite sur la trajectoire circulaire de rayon r ainsi que celle de la période de révolution T autour de la terre en fonction de G, M, et r.

2.1 Qu'est-ce qu'un satellite géostationnaire? Dans quel plan se trouve l'orbite du satellite géostationnaire.

2.2 Calculer la valeur du rayon r_2 de l'orbite de ce satellite géostationnaire.

3 Il serait très onéreux de propulser la fusée porteuse directement jusqu'à l'orbite géostationnaire : on procède donc par transfert d'orbites. Le satellite est d'abord placé sur une orbite basse de rayon r_1 puis mené vers l'orbite géostationnaire de rayon r_2 à l'aide des moteurs propulseurs. Entre les deux orbites circulaires le satellite emprunte une orbite de transfert elliptique.

3.1 Exprimer l'énergie cinétique E_c du satellite sur une orbite circulaire de rayon r en fonction de G, M, m et r.

3.2 On donne l'expression de l'énergie potentielle gravitationnelle pour le satellite situé à une distance r du centre de la terre, en choisissant l'origine de l'énergie potentielle à l'infini. $E_p(r) = -\frac{GmM}{r}$. Exprimer l'énergie mécanique E_m du satellite sur une orbite circulaire de rayon r en fonction de G, M, m et r.

3.3 Exprimer successivement l'énergie mécanique E_m et l'énergie potentielle E_p en fonction de l'énergie cinétique E_c sur cette même orbite.

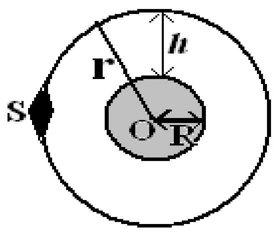
3.4 Exprimer l'énergie W fournie par les moteurs pour que le satellite passe de l'orbite basse de rayon r_1 à l'orbite géostationnaire de rayon r_2 en fonction de G, M, m, r_1 et r_2. Calculer W.

Données: $M= 6.10^{24}$ kg ; R = 6380 km ; m= 1000 kg ; r_1=6700 km

$G= 6,67.10^{-11}\ m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}$.durée d'un jour T: $T^2 =(24\ h)^2 = 7,5.10^9\ s^2$; $\pi^2 =10$

Exercice 7

On considère un satellite S de la terre de masse m ayant une orbite circulaire de rayon r dont le centre O est confondu avec le centre de la terre.



1. Donner les caractéristiques de la force de gravitation exercée sur ce satellite.

2. Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.

3. Trouver l'expression de la vitesse du satellite en fonction de l'accélération de la pesanteur g_0 au sol, du rayon R de la terre et du rayon r de l'orbite puis en fonction de la constante de gravitation G, de la masse M de la terre et du rayon r.

4. Ce satellite est géostationnaire :

4.1. Préciser le plan de l'orbite.

4.2. A quelle altitude est placé ce satellite.

4.3. Calculer sa vitesse angulaire et en déduire sa vitesse linéaire.

4.4 Calculer la masse M de la terre.

A.N : R=6400km;G=$6,67.10^{-11}$ S.I et g_0=9,8m/s².

Exercice 8

On étudie le mouvement d'un satellite terrestre dans le repère géocentrique. Le satellite décrit une orbite circulaire dans le plan équatorial de la terre.

1. Montrer que la vitesse V de ce satellite est cste.

2. Exprimer littéralement la vitesse V du satellite en fonction de g0(intensité de la pesanteur au niveau du sol) , R(de la terre) , h(altitude).Le satellite est en faite géostationnaire. Qu'est-ce qu'un satellite géostationnaire ?

3. Calculer le rayon de l'orbite de ce satellite en fonction de g_0 , R , ωT (vitesse angulaire de rotation de la terre) .

Données : g_0 = 9,8m/s² ; R = 6370km ω_T = $7,29.10^{-5}$ rad/s.

Dans quel domaine peut-on utiliser ce satellite ?

Exercice 9

La formule de l'attraction universelle entre deux corps s'écrit : $F = \dfrac{GM_1M_2}{d^2}$

Où G est une constante valant 6,67 .10^{-11} S.I et d la distance entre les centres d'inerties des deux corps dont les masses sont M_1 et M_2.

1.1. Exprimer l'accélération de la pesanteur g_0 au niveau du sol en fonction de G, du rayon R de la terre et de la masse M de la terre.

1.2. Sachant que R =6400km, calculer M si g_0= 9,8m/s².

2. Exprimer en fonction de g_0 , R et h , l'accélération g de la pesanteur à une altitude h quelconque .

3. Un satellite artificiel de la Terre évolue à très haute altitude, où l'accélération g de la pesanteur a pour expression celle trouvée à la question 2; en décrivant une circonférence concentrique à la terre.

3.1. Déterminer la nature du mouvement du satellite.

3.2. Exprimer sa vitesse en fonction de g_0, R et h.

Quelle est cette vitesse si h = 36000km ? Quelle est alors la durée d'une révolution ? L'exprimer, en minutes et en heures. Si le satellite tourne dans le plan de l'équateur et dans le même sens de rotation que la terre ; conclure?

Exercice 10

La mise en orbite complète du satellite MSG-2 de masse $m = 2,0 \times 10^3$ kg s'accomplit en deux étapes. Dans un premier temps, il est placé sur une orbite circulaire à vitesse constante v_S à basse altitude $h = 6,0 \times 10^2$ km autour de la Terre et il n'est soumis qu'à la force gravitationnelle exercée par la Terre.
On choisit un repère (S, t, n) dans lequel t est un vecteur unitaire tangent à la trajectoire dans le sens du mouvement et n un vecteur unitaire perpendiculaire à la trajectoire orienté vers le centre de la Terre.
1. Donner l'expression vectorielle de la force gravitationnelle F exercée par la Terre sur le satellite en fonction des données.
2. En appliquant une loi de Newton, trouver l'expression du vecteur accélération a du centre d'inertie du satellite.
3. Sans souci d'échelle, représenter sur un schéma, à un instant de date t quelconque, la Terre, le satellite, le repère (S, t, n) ainsi que le vecteur accélération a.
4. Déterminer l'expression de la vitesse v du centre d'inertie du satellite. Vérifier que sa valeur est de l'ordre de $7,6 \times 10^3$ m/s sur son orbite basse.

Exercice 11

1. La force de gravitation s'exerçant entre la terre et le soleil vaut $F=3,5\ 10^{22}$ N. Connaissant la constante de gravitation $G=6,67\ 10^{-11}$ SI, la masse de la terre $Mt = 6\ 10^{24}$ kg et la distance terre soleil $d=1,5\ 10^{8}$ km, exprimer en fonction des données la masse Ms du soleil puis calculer sa valeur numérique.
2. Un satellite assimilé à un point matériel de masse m décrit d'un mouvement uniforme dans le champ de gravitation de la terre une orbite circulaire à l'altitude h= 400 km. L'orbite est située dans le plan équatorial de la terre et le rayon terrestre a pour valeur R=6400 km.
- Déterminer dans le repère géocentrique la vitesse V du satellite en fonction de G, Mt et r (r étant le rayon de la trajectoire). Calculer la valeur numérique de V.
-Déterminer dans le même repère, les expressions littérales et les valeurs numériques de la période T et de la vitesse angulaire ω du satellite.

Corrigé de l'exercice1

1-1) $\sum \vec{F}_{app} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a}$ (1)

Par projection sur la tangente :

$0 = ma_t \Rightarrow a_t = 0$ donc : $v = cste$ (mu)

1-2 Par projection sur la normale :

$$F = ma_n \Rightarrow \frac{GmM_T}{r_0^2} = \frac{mv_0^2}{r_0}$$

$$\text{donc : } v_0 = \sqrt{\frac{GM_T}{(R_T+h_0)}}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{6{,}67.10^{-11}.5{,}98.10^{24}}{(6400.10^3+200.10^3)}} = 7{,}8\,Km/s$$

1-3) $v_0 T = 2\pi(R_T + h_0)$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi(R_T+h_0)}{v_0} = \frac{2\pi(6400.10^3+200.10^3)}{7{,}8.10^3} = 5{,}3.10^3\,s$$

2-1 Expression de E_{m0} en fonction de r_0

$$E_{m_0} = Ec_0 + Ep_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{GmM_T}{r_0}$$

$$E_{m_0} = \frac{1}{2}\frac{GmM_T}{r_0} - \frac{GmM_T}{r_0} = -\frac{GmM_T}{2r_0}$$

Expression de Em_0 en fonction de v_0

$$E_{m_0} = -\frac{GmM_T}{2r_0} = -Ec_0 = -\frac{1}{2}mv_0^2$$

2-2 Expression de l'Énergie mécanique :

$$E_m = E_c + E_p = \frac{mGM_T}{2r} - \frac{GM_Tm}{r} = -\frac{mGM_T}{2r} = -E_c$$

Expression de l'Énergie potentielle :

$$E_P = -\frac{mGM}{r} = -2E_c$$

2. 3 Expression de l'Énergie $W = E_m(2) - E_m(1)$

L'énergie mécanique $E_m(1)$: $E_m(1) = -\frac{mGM}{2r_0}$.

L'énergie mécanique $E_m(2)$:

$$E_m(2) = -\frac{mGM}{2r}$$

D'où $W = E_m(2) - E_m(1) = -\frac{mGM}{2r} + \frac{mGM}{2r_0} = \frac{mGM}{2}\left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r}\right)$

2-2)

- $E_m = E_{mo}(1+\alpha t)$

$$-\frac{GmM_T}{2r} = -\frac{GmM_T}{2r_o}(1+\alpha t) \Leftrightarrow \frac{1}{r} = \frac{1}{r_o}(1+\alpha t) \Rightarrow r = \frac{r_o}{(1+\alpha t)}$$

Donc r diminue avec le temps

- $E_m = E_{mo}(1+\alpha t)$

$$-\frac{1}{2}mv^2 = -\frac{1}{2}mv_0^2(1+\alpha t)$$

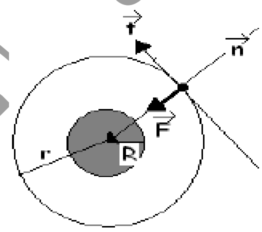
$$v = v_0\sqrt{(1+\alpha t)}$$

Donc V augmente avec le temps

Corrigé de l'exercice2

1.1 Calcul de V_1

En appliquant la R.F.D : $\Sigma\vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$



En projetant sur la tangente on obtient :

$a_t = 0 \Rightarrow v = cte \Rightarrow$ **mouvement uniforme.**

En projetant sur la normale on obtient :

$a_n = F/m$ avec $F = GMm/r_1^2$ et $a_n = v_1^2/r_1 \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{GM}{r_1}}$

A.N : $V_1 = 7{,}56.10^3 m/s$

1.2 Expression de l'énergie mécanique

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}m\frac{GM}{r} + \frac{GMm}{R} - \frac{GMm}{r} \Rightarrow E_m = \frac{GMm}{R} - \frac{GMm}{2r}$$ **A.N :** $E_m = 7.10^9$ J

1.3 L'énergie E à fournir au satellite

$E = E'_m - E_m$ $E_m = \frac{GMm}{2}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right)$ **A.N :** $E = 8.10^7 J$

2.1 Expression de la vitesse angulaire

$$F = \frac{GMM'}{r^2} = Mr\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{GM'}{r^3}}$$

Expression de T : $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM'}}$

2.2 Expression du rapport

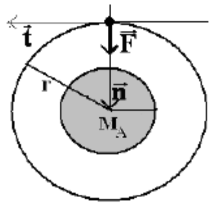
$$T^2 = 4\pi^2\frac{r^3}{GM'} \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = 4\pi^2 GM'$$

2.3 Calcul de T :

$$T = 6.28\sqrt{\frac{(1,5)^3.10^{33}}{6,67.10^{-11}x2.10^{30}}} = 3,16.10^7 s = 365,5j = 1an$$

Cette valeur est vraisemblable car elle correspond à la période de rotation de la terre autour du soleil.

Corrigé de l'exercice3



1.1 Nature du mouvement :

En appliquant la R.F.D : $\Sigma\vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$

En projetant sur la tangente on obtient :

$a_t = 0 \Rightarrow v = cte \Rightarrow$ **mouvement uniforme**

En projetant sur la normale on obtient : $a_n = F/m$ **avec** $F = GMm/r^2$ **et** $a_n = v^2/r$

$\Rightarrow r = GM/V^2 = cte \Rightarrow$ **trajectoire circulaire** $\Leftrightarrow$ **m.c.u**

1.2 Relation entre V, r, M_A, et G :

$a_n = v^2/r$ **et** $a_n = F/m \Rightarrow V = \sqrt{\dfrac{GM_A}{r}}$

1.3 Expression de V en fonction de T et r : $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ avec $\omega = \dfrac{V}{r} \Rightarrow T = 2\pi\dfrac{r}{V} \Rightarrow V = \dfrac{2\pi r}{T}$

Déduction de la relation $\dfrac{r^3}{T^2} = kM_A$

On a $T = 2\pi\dfrac{r}{V}$ or $V = \sqrt{\dfrac{GM_A}{r}} \Rightarrow T = 2\pi r\sqrt{\dfrac{r}{GM_A}} \Leftrightarrow T^2 = \dfrac{4\pi^2 r^3}{GM_A} \Rightarrow \dfrac{r^3}{T^2} = \dfrac{GM_A}{4\pi^2} = kM_A$ avec $k = \dfrac{G}{4\pi^2}$

2.1 Calcul de la période du satellite :

$T = 2\pi r\sqrt{\dfrac{r}{GM_T}}$ **A.N : T≈ 86662s ≈24h.**

La période étant égale à celle de la terre, si le satellite tourne dans le plan de l'équateur et dans le même sens de rotation de la terre, il est dit géostationnaire.

2.2 Les satellites se trouvant sur cette orbite ont la même vitesse mais leurs masses peuvent être différentes car l'expression de la vitesse montre qu'elle ne varie qu'en fonction du rayon de l'orbite.

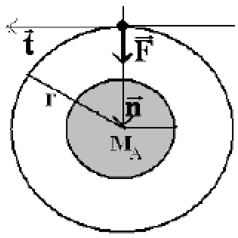
3. Calcul de la masse M_S du soleil.

$T = 2\pi r'\sqrt{\dfrac{r'}{GM_S}} \Leftrightarrow T^2 = \dfrac{4\pi^2 r'^3}{GM_S} \Rightarrow M_S = \dfrac{4\pi^2 r'^3}{T^2 G}$ **A.N : $M_S = 1{,}9878.10^{30} \approx 2.10^{30}$kg.**

Corrigé de l'exercice4

1. L'expression de g en fonction de g_0 , R et h_1

L'un des corps est la terre alors F = P



$\dfrac{GmM}{r^2} = mg \Leftrightarrow \dfrac{GM}{r^2} = g\ (1)$

au niveau du sol $g = g_0$ et $r = R$ alors $g_0 = \dfrac{GM}{R^2}\ (2)$

les relations (1) et (2) donne $g = \dfrac{g_0 R^2}{(R + h_1)^2}$

2. L'expression de V_1

En appliquant la R.F.D : $\Sigma\vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$

En projetant sur la normale on obtient $a_n = P/m$ avec $P = mg$

$$P = m.\frac{g_0R^2}{(R+h_1)^2} \text{ et } a_n = \frac{V_1^2}{R+h_1} \Rightarrow V_1 = R\sqrt{\frac{g_0}{R+h_1}} \quad V_1 = 7687 m/s$$

$$T_1 = 2\pi\frac{r}{V} = \frac{2\pi}{R}\sqrt{\frac{(R+h_1)^3}{g_0}} = 5555s \text{ et } E_{C1} = \frac{1}{2}mV_1^2 = \frac{mR^2g_0}{2(R+h_1)} = 3.10^{10} J$$

3.1 L'expression de E_{P1} en fonction de m, R, g_0 et h_1:

comme $GM = g_0R^2$ alors $E_{P1} = -\dfrac{mR^2g_0}{R+h_1}$

Expression de l'énergie mécanique :

$$E_m = E_C + E_P = \frac{mR^2g_0}{2(R+h_1)} - \frac{mR^2g_0}{R+h_1} = -\frac{mR^2g_0}{2(R+h_1)}$$

Comparaison :

$$\frac{E_{m1}}{E_{c1}} = \frac{-\dfrac{mR^2g_0}{2(R+h_1)}}{\dfrac{mR^2g_0}{2(R+h_1)}} = -1 \Rightarrow E_{m1} = -E_{c1}$$

et

$$\frac{E_{m1}}{E_{P1}} = \frac{-\dfrac{mR^2g_0}{2(R+h_1)}}{-\dfrac{mR^2g_0}{R+h_1}} = \frac{1}{2} \Rightarrow E_{m1} = \frac{E_{P1}}{2}$$

4.1. Calcul E_{C2}

$$\Delta E = \Delta E_m = -\Delta E_c = -(E_{c2} - E_{c1})$$

$$\Rightarrow E_{c2} = E_{c1} - \Delta E = E_{c1} - \Delta E \quad A.N : E_{c2} = 3.10^{10} - 5.10^8 = 295.10^8 J$$

Calcul V_2

$$E_{C2} = \frac{1}{2}mV_2^2 \Rightarrow V_2 = \sqrt{\frac{2E_{C2}}{m}} = 7605 m/s$$

4.2 Calcul E_{P2}

$$\Delta E = \Delta E_m = E_{m2} - E_{m1} = \frac{E_{p2} - E_{p1}}{2} \Rightarrow E_{p2} = E_{p1} + 2\Delta E = 2E_{m1} + 2\Delta E = -2E_{c1} + 2\Delta E$$

$$E_{p2} = 2(\Delta E - E_{c1}) = -2E_{c2} = -2x295.10^8 = -59.10^9 J$$

Calcul de h_2

$$E_{P2} = -\frac{mR^2g_0}{R+h_2} \Rightarrow R + h_2 = -\frac{mR^2g_0}{E_{P2}}$$

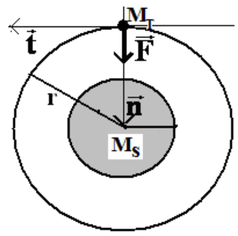
$$\Rightarrow h_2 = -\frac{mR^2g_0}{E_{P2}} - R = -\frac{mR^2g_0}{E_{P2}} - R$$

$h_2 \approx 546,7km$

السبيل السبيل السبيل السبيل

Corrigé de l'exercice5

1. Les caractéristique de $\vec{F}$:



$$\vec{F}\begin{cases}\text{-direction:la normale}\\ \text{-sens:de la terre vers le soleil}\\ \text{-pt d'application: centre de la terre}\\ \text{-module:}F=\dfrac{GM_TM_S}{r^2}\end{cases}$$

2. Nature du mouvement :

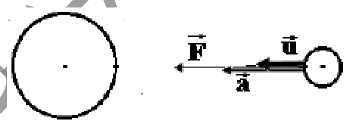
En appliquant la R.F.D : $\Sigma\vec{F}_{ext} = M_T\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = M_T\vec{a}$

En projetant sur la tangente on obtient : $a_t = 0 \Rightarrow v = cte \Rightarrow$ **mouvement uniforme**

3. Déduction de l'expression de l'accélération

$$\Sigma\vec{F}_{ext} = M_T\vec{a} \Leftrightarrow \frac{GM_SM_T}{r^2}\vec{u} = M_T\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{GM_S}{r^2}\vec{u}$$

voir Schéma



4. Relation entre a_n et V, r

$$a = \frac{V^2}{r},$$

5. Expression de V :

$$a = \frac{V^2}{r} \text{ et } a = \frac{GM_S}{r^2} \Leftrightarrow V = \sqrt{\frac{GM_S}{r}} \quad V=2{,}8.10^4 m/s$$

6. Expression de T en fonction de V et r : $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ avec $\omega = \dfrac{V}{r} \Rightarrow T = 2\pi\dfrac{r}{V}$

On a $T = 2\pi\dfrac{r}{V}$ or $V = \sqrt{\dfrac{GM_S}{r}} \Rightarrow T = 2\pi r\sqrt{\dfrac{r}{GM_S}}$ **A.N :** $T \approx 3{,}17.10^7 s \approx 1 an$.