COURS DE VACANCES LONDO AKADEMY

— JUILLET AOÛT 2023 —

LONDO AKADEMY

Education et formation

Comment nous rejoindre ?

1) Adhérez à notre groupe WhatsApp en précisant ton prénom + nom + classe. C'est gratuit pour les mois de Mai et Juin, écrivez-nous au +221 77 465 32 33

2) Abonnez-vous à notre chaîne YouTube Londo Akademy en cliquant sur le lien ci-dessous puis sur l'onglet S'ABONNER

3) Pour ceux qui veulent aller très loin, visitez notre site internet : www.multilivre.com pour découvrir et commander nos nouvelles annales corrigées.

COURS DE VACANCES – $1S_1S_2$

Chapitre	Encadreur
ÉQUATIONS – INÉQUATION – SYSTÈMES	Korka DIALLO

EXERCICE 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $2x^2 - 7x + 3 = 0$

2) $x^2 - x - 2 = 0$

3) $\frac{x}{x^2-8} - 3 = 0$

4) $|3x^2 - x - 2| + |-3x^2 + 4x + 4| = 0$

EXERCICE 2

Calculer la somme et le produit des racines des équations suivantes, si elles existent :

1) $-7x^2 + 3x + 4 = 0$ 2) $x^2 + 2x + 4 = 0$ 3) $2x^2 - 4 = 0$ 4) $6x^2 - 2x = 0$

EXERCICE 3

Déterminer sans les calculer le signe des racines des équations suivantes :

1) $5x^2 - 8x + 2 = 0$ 2) $2x^2 + 8x = 0$ 3) $x^2 + 6x + 1 = 0$ 4) $3x^2 - 2x - 3 = 0$

EXERCICE 4

Discuter suivant les valeurs de m l'existence et le signe des racines de l'équation suivante :

$$(\mathrm{E}_m) : \ (m+2)x^2 - (m+4)x + 2 - m = 0.$$

EXERCICE 5

Résoudre dans $\mathbb{R}$ inéquations suivantes :

1) $x^2 + x + 3 < 0$

2) $x^2 + 2x - 3 \geqslant 0$

3) $(1-\sqrt{2})x^2 - 2(1+\sqrt{2})x + 1 + 3\sqrt{2} > 0$

4) $\frac{x^2-3x+2}{x^2+3x+2} < 0$

5) $-x^3 - x^2 - 4 > 0$

6) $-5x^3 + 16x^2 - 17x + 6 \leqslant 0$

7) $\frac{3x^3-7x^2-7x+3}{-x+4} \geqslant 0$

EXERCICE 6

Classer les nombres -1 et 5 par rapport aux racines de l'équation : $2x^2 - 8x - 18 = 0$.

EXERCICE 7

Discuter suivant les valeurs de m l'existence et le signe des solutions de ces équations

1) $(2m+1)x^2 - (3m+1)x + 3m + 1 = 0$

2) $(2m-3)x^2 + (m-1)x + 4(m-1) = 0$

3) $(2m-1)x^2 - (4m-2)x - 4 = 0$

EXERCICE 8

Soit (E_m) : $(2-m)x^2 - mx + 1 = 0$

1) Pour quelles valeurs de m, (E_m) est-elle du second degré ?

2) Déterminer m pour que (E_m) admet deux racines x_1 et x_2 tels que $x_1 < x_2 < 2$.

Thierno Korka DIALLO – Ingénieur Polytechnicien – Tél : 77 465 32 33

EXERCICE 9

Soit (E_m) : $(2m-1)x^2-2(m-2)x+3m-6=0$
Déterminer m pour que (E_m) admet deux racines vérifiant : $x_1<-2<x_2<1$.

EXERCICE 10

1) Soit l'équation (1) : $y^2-(m+1)y+m+3=0$.
Discuter suivant les valeurs de m, l'existence et le signe des racines de (1).
On désigne par a et b les racines de (1) lorsqu'elles existent.
2) On considère l'équation (2) : $(a+b)x^2-2x-ab=0$.
Sans calculer a et b, déterminer les valeurs de m pour lesquelles l'équation (2) admet deux racines :
a) de signes contraires.
b) x' et x'' tels que $-1<x'<1<x''$.
3) Déterminer une équation dont les solutions sont $\frac{1}{a}$ et $\frac{1}{b}$.
4) Déterminer une relation indépendante de m entre a et b.

EXERCICE 11

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :
1) $4x^4+x^2-5=0$
2) $(x^2+9)(x^2+2)=8$
3) $\frac{x^4-x^2-2}{x+1}=0$
4) $x^2+x+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}-4=0$

EXERCICE 12

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :
1) $-x^4+3x^2+4\geqslant 0$
2) $x^4+x^2+1<0$

EXERCICE 13

Résoudre dans $\mathbb{R}$ équations suivantes :
1) $\sqrt{2x-3}=x$
2) $\sqrt{2x-3}=x-2$
3) $\sqrt{-x^2+x+1}=x-5$
4) $\sqrt{4-x^2}=x-1$
5) $\sqrt{x^2-3x-1}=2x-7$
6) $2x+\sqrt{(x+2)(x-1)}=6$
7) $\sqrt{2x+1}+1=3x$
8) $\sqrt{x+2}=\sqrt{2x-5}$
9) $\sqrt{x-1}+\sqrt{x}=\sqrt{2x}$
10) $\sqrt{-x^2+4}=\sqrt{x^2-x+3}$
11) $\sqrt{25-x^2}=7-x$
12) $\sqrt{x^2-x+3}=x^2-x+1$
13) $\sqrt{x^2+2x-3}=\sqrt{3x^2-x-2}$
14) $\sqrt{x-3}=\sqrt{x^2-2x-2}$
15) $\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}=2$
16) $\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}=2\sqrt{x}$
17) $\sqrt{2+|x|}=|2x+1|$
18) $\sqrt{2-x}=x+1$
19) $2\sqrt{-\sqrt{3}x}=-x+\sqrt{3}$
20) $\sqrt{-2x^2-3x+5}=3x+1$
21) $x^2-x+\sqrt{x^2-x+3}=9$
22) $2x+1+\sqrt{-7x-5}=0$
23) $\sqrt{2x^2-7x+4}=\sqrt{x^2+3x-4}$
24) $\sqrt{-x^2+4x+5}=x-6$
25) $1-2x+\sqrt{x^2+1}=0$
26) $\sqrt{3-2x}+\sqrt{5+2x}=4$
27) $1+\sqrt{3x^2-2x-1}=x$
28) $\sqrt{-x^2+4}=\sqrt{x^2-x+3}$
29) $x^2-3x+\sqrt{x^2-3x+11}=1$
30) $\sqrt{-x^2+x+10}=x-1$

EXERCICE 14

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :
1) $\sqrt{x-2}<x-3$
2) $x+\sqrt{x-1}\geqslant 4$
3) $\sqrt{x^2-2x}<x-3$
4) $\sqrt{-2x^2-3x+5}-3x\geqslant 1$

5) $\sqrt{-4x^2+x+5} < 2x+2$
6) $\sqrt{x^2+2} \leqslant x+2$
7) $\sqrt{3x^2+2x-1} \leqslant \sqrt{2x^2+x+1}$
8) $\sqrt{2x+3} \geqslant \sqrt{x-1}$
9) $\sqrt{2x+1}-\sqrt{2x-1} > 1$
10) $\sqrt{x+4}+\sqrt{x-1} > \sqrt{4x+5}$
11) $\sqrt{3-2x}+\sqrt{x+5} \leqslant \sqrt{2x-1}$
12) $\sqrt{-2x^2+5x-3} < 2x+1$
13) $\sqrt{2x^2-4x+1} \geqslant -x+3$
14) $\sqrt{-x^2+2x} \geqslant -2$
15) $\sqrt{2x^2-x} > 2x-3$
16) $\sqrt{x^2-3x+1} \leqslant 3x+1$

EXERCICE 15

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

1) $\sqrt{-5x^2+3x+2} \geqslant 5x-1$
2) $\sqrt{3+x}-\sqrt{5-x} > 0$
3) $\sqrt{-4x^2+x+5} \leqslant 2x+2$
4) $\sqrt{x^2-3x+2} > |x-1|$
5) $\sqrt{-x^2+3x-2} \geqslant x-1$
6) $x-4 \geqslant \sqrt{-x^2+6x-5}$
7) $\sqrt{x^2-x-1} \geqslant x+5$
8) $x+\sqrt{2x-2} \leqslant 4$
9) $\sqrt{3x^2-3} \geqslant 2x-1$
10) $\sqrt{-x^2+x+1} \leqslant x-5$
11) $\sqrt{2x+28}+x \geqslant 26$
12) $\sqrt{x^2-x-1} < x+5$
13) $\sqrt{2x^2-3} < 2x-5$

EXERCICE 16

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $4x^3-3x-1=0$ (E)

2) On considère l'équation (E') suivante : $4x^3-12x^2+9x-2=0$. On pose $x=y+h$.

a) En remplaçant x par $y+h$ dans (E'), on obtient une nouvelle équation (E'') dans laquelle y est l'inconnue.
Quelle valeur faut-il donner à h pour que le coefficient de y dans (E'') soit nul ?

b) h ayant la valeur trouvée en a), résoudre (E'') puis (E').

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\frac{4x^3-3x-1}{x+1} \geqslant 0$.

EXERCICE 17

Soit l'équation (E) : $2x^2+3x-3+\sqrt{2x^2+3x-9}=18$.

1) a) Définir l'équation puis montrer que l'équation (E) est équivalente à l'équation (E') :

$$y^2+y-12=0 \text{ en posant } y=\sqrt{2x^2+3x-9}$$

b) Résoudre (E') puis en déduire les solutions de l'équation (E).

2) Soit l'équation (F) : $x^4-12x^3+37x^2-12x+1=0$.

a) Vérifier que 0 n'est pas solution de (F).

b) On pose $P(x)=x^4-12x^3+37x^2-12x+1$. Montrer que $P(x)=x^4P\left(\frac{1}{x}\right)$.
En déduire que si α est une solution de (F) alors $\frac{1}{\alpha}$ est aussi solution.

b) Montrer en posant $X=x+\frac{1}{x}$ l'équation (F) revient à résoudre l'équation (F') : $X^2+aX+b=0$ où a et b sont des réels à déterminer.

c) Résoudre (F') puis en déduire les solutions de l'équation (F).

EXERCICE 18

Soit (E) : $(x-2)(x-1)(x+1)(x+2)=1120$.

1) Montrer que si α est solution de (E), $-\alpha$ est aussi solution de (E).

2) En décomposant 1120 en produit de quatre facteurs ; trouver une solution entière de (E) ; puis résoudre (E).

EXERCICE 19

Soit l'équation (E) : $(m+3)x^2+2mx+m-5=0$.

1) Déterminer m pour que l'équation admette deux solutions distinctes x' et x''.

2) Déterminer m tel que :

a) $(2x'-1)(2x''-1)=6$

b) $(x')^2+(x'')^2=2$

3) Déterminer une relation indépendante de m entre x' et x''.

4) Former une équation du second degré ayant pour racine $(3x'-2)$ et $(3x''-2)$.

5) Déterminer m pour que (E) admette :

a) deux solutions négatives.

b) deux solutions positives.

c) deux solutions de signes contraires.

EXERCICE 20

On considère l'équation paramétrique (E) : $(m+3)x^2+2mx+m-5=0$.

1) Déterminer m pour que (E) admette deux solutions distinctes x_1 et x_2.

2) Déterminer m tels que $(2x_1-1)(2x_2-1)=6$.

3) Déterminer une relation indépendante de m liant x_1 et x_2.

4) Déterminer l'ensemble des valeurs de m telles que :

a) (E) admette deux solutions de signes contraires

b) (E) admette deux solutions négatives.

EXERCICE 21

On donne l'équation : $(m-1)x^2+(2m+1)x+m^2+1$.

1) Discuter suivant les valeurs de m de nombre de solutions de cette équation.

2) Pour quelles valeurs de m cette équation admet-elle deux solutions positives.

3) Pour quelles valeurs de m cette équation admet deux racines de signes contraires.

EXERCICE 22

Soit (E) : $(m+2)x^2+(m+4)x-m+2=0$.

1) Pour quelles valeurs de m (E) admet une racine double. Déterminer les racines doubles correspondantes.

2) Etudier l'existence et le signe des racines x' et x'' de (E).

3) Former une équation du second degré (E_1) qui admet pour racine : $X'=x'-m$ et $X''=x''-m$.

4) Déterminer les réels m tel que (E) admette des racines qui vérifient $x-m>0$.

EXERCICE 23

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ ou dans $\mathbb{R}^3$ les systèmes d'équations suivants :

1) $\begin{cases}-x+2y-2z=-3\\-2x+3y-z=1\\x+3y-z=4\end{cases}$

2) $\begin{cases}2x-3y+5z=0\\3x-5y+2z=1\\-x+\frac{3}{2}y-\frac{5}{2}z=0\end{cases}$

3) $\begin{cases}x+2y+3z=-2\\2x+3y+z=1\\3x+y+2z=1\end{cases}$

4) $\begin{cases}x-2y+z=-5\\-x+y+2z=-4\\2x-y-z=5\end{cases}$

5) $\begin{cases}x^3+y^3=-7\\x+y=-1\end{cases}$

6) $\begin{cases}x+3y=-2\\3x^2-7y^2=12\end{cases}$

Thierno Korka DIALLO – Ingénieur Polytechnicien – Tél : 77 465 32 33

EXERCICE 24

1) Par la méthode de Gauss résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système suivant : $\begin{cases} 2x+y-z=0 \\ -x+2y+z=7 \\ x-y+2z=21 \end{cases}$

2) En déduire les solutions de : $\begin{cases} 2x^2+y^2-z^2=0 \\ -x^2+2y^2+z^2=7 \\ x^2-y^2+2z^2=21 \end{cases}$

EXERCICE 25

1) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système : $\begin{cases} 2x-y+z=7 \\ x+3y-z=4 \\ -x+y+2z=2 \end{cases}$

2) En déduire les solutions du système suivant : $\begin{cases} \frac{2}{x+3}-\frac{1}{y+2}+\frac{1}{z}=7 \\ \frac{1}{x+3}+\frac{3}{y+2}-\frac{1}{z}=4 \\ -\frac{1}{x+3}+\frac{1}{y+2}+\frac{2}{z}=2 \end{cases}$

EXERCICE 26

Résoudre en discutant suivant les valeurs du paramètre réel m : $\begin{cases} x+2y=1 \\ mx-y=2 \end{cases}$

Dakar, le 31 Juillet 2023