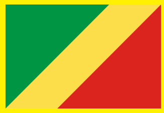
Annales du brevet 2021

Mathématiques

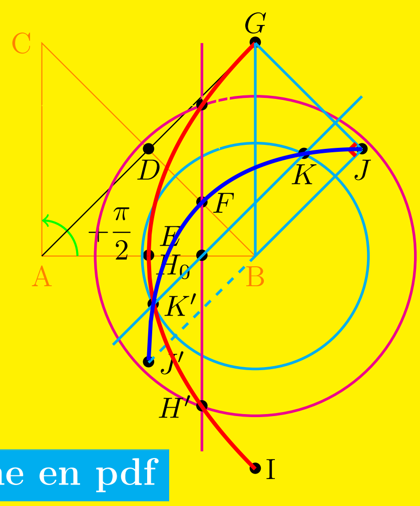


Rép. du Congo

Valérien Eberlin

Professeur de mathématiques - France

$$\lim_{n\to+\infty}\int_a^b \sum_{k=0}^{k=n}\psi = \sum_{k=0}^{+\infty}\int_a^b \psi$$



- ✓ Tous les sujets du brevet 2015 - 2020
- ✓ Des corrigés clairs et détaillés
- ✓ Des hyperliens pour une meilleure navigation interne en pdf

SOMMAIRE

Sujet brevet 2015 - Mathématiques

▶ Voir le corrigé. ▶Retour au sommaire.

Partie A) Activités numériques et diverses (12 points)

Exercice 1

Une seule des quatre réponses ci-dessous désigne la valeur exacte de $A = \sqrt{(2-\sqrt{5})^2}$.
Choisis la bonne réponse :

a. $A = 2 - \sqrt{5}$

b. $A = 2 + \sqrt{5}$

c. $A = -2 + \sqrt{5}$

d. $A = -2 - \sqrt{5}$

Exercice 2

Résous algébriquement dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, le système d'équations :

$$\begin{cases} x - 2y = -7 \\ 4x + 3y = 27 \end{cases}$$

Exercice 3

f est une fonction affine définie par :

$$f(x) = -2x + 5$$

a. Détermine l'ensemble de définition de f.

b. Représente graphiquement la fonction f par la droite $(\mathscr{D})$ dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Problème A

Dans une maternité, le nombre de nouveau-nés au cours de janvier 2015 est présenté dans le tableau statistique suivant :

Taille en cm	47	48	49	50	51	52
Effectif	6	11	2	1	3	2
Effectifs cumulés décroissants						

1. Recopie et complète ce tableau statistique.
2. Détermine l'effectif total.
3. Calcule la moyenne de cette série statistique.
4. Représente cette série par un diagramme en bâtons.

Partie B) Activités géométriques

Exercice 1

Réponds par vrai ou faux aux propositions suivantes.

a. Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, les vecteurs $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ sont colinéaires.

b. Si ABC est un triangle rectangle en A, alors on a : $AB^2 = BC^2 + AC^2$.

Exercice 2

Dans un triangle, détermine les mesures en degrés des angles aigus α et β dans les cas suivants :

a. $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin\alpha = \dfrac{1}{2}$.

b. $\cos\beta = \dfrac{1}{2}$ et $\sin\beta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Exercice 3

ABC est un triangle équilatéral de côté 6 cm.
D est l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.

a. Construis la figure.

b. Précise la nature du quadrilatère $ABCD$.

Problème B

Dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$, on considère les points $A(-1; 5)$; $B(-3; 1)$ et $C(-5; 2)$.

1. Place ces points dans le repère.
2. Détermine les distances AB ; BC et AC.
3. Démontre que le triangle ABC est rectangle en B.
4. Calcule les coordonnées du point D pour que le quadruplet (A, B, C, D) soit un parallélogramme.

Sujet brevet 2016 - Mathématiques

▶ Voir le corrigé. ▶Retour au sommaire.

Partie A) Activités numériques et diverses

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ le système d'inéquations suivant :

$$\begin{cases} 2x - 1 < x + 4 \\ 5x + 3 \geq x - 1 \end{cases}$$

Exercice 2

Après un examen, les notes des candidats ont été regroupées en cinq classes.

Note	[0; 4[	[4; 8[	[8 ; 12[	[12 ; 16[	[16 ;20]
Effectif	15	42	84	35	10
Effectifs cumulés décroissants					

a. Détermine l'effectif total des candidats.

b. Recopie et complète le tableau.

Exercice 3

On considère les fonctions affines f et g définies dans $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -3x + 5 \quad ; \quad g(x) = 3x - 1$$

a. Identifie celle qui est croissante.

b. Représente graphiquement la droite $(\mathscr{D})$ de la fonction f dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Problème A

Soit l'expression algébrique suivante :

$$F = (x + 3)(2x + 5) + 4x^2 - 25$$

1 Développe, réduis et ordonne F suivant les puissances décroissantes de x.

2 Factorise F.

3 Soit q la fonction rationnelle telle que :

$$q(x) = \frac{(2x+5)(3x-2)}{3x-2}$$

a. Détermine l'ensemble de définition de q.

b. Simplifie $q(x)$.

4 Calcule la valeur numérique de $E = 6x^2 + 11x - 10$ pour $x = \sqrt{3}$.

Partie B) Activités géométriques

Exercice 1

Réponds par vrai ou faux aux propositions suivantes :

a. Le point de concours des trois médianes d'un triangle est l'orthocentre.

b. Le point de concours des trois médiatrices d'un triangle est le centre du cercle circonscrit à ce triangle.

Exercice 2

ABC est un triangle rectangle en A tel que : $AB = 4$ cm ; $AC = 3$ cm et $BC = 5$ cm.
Soit H, le projeté orthogonal de A sur la droite (BC).

a. Fais la figure.

b. Calcul BH et CH.

Exercice 3

Les segments $[AC]$ et $[BD]$ sont deux diamètres perpendiculaires d'un cercle $(\mathscr{C})$ de centre O et de rayon 4 cm.

a. Construis la figure.

b. Précise la nature du quadrilatère $ABCD$.

Problème B

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points : $A(-2\,;1)$; $B(0\,;5)$ et $C(6\,;-3)$.

1 Place les points A, B et C dans le repère.

2 On donne $AC = 4\sqrt{5}$; $AB = 2\sqrt{5}$ et $BC = 10$.
Démontre que le triangle ABC est rectangle en A.

3 On donne le point $M(8\,;1)$.
Montre que : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CM}$.

4 Précise la nature du quadrilatère $ABMC$.

Sujet brevet 2017 - Mathématiques

▶ Voir le corrigé. ▶Retour au sommaire.

Partie A) Activités numériques et diverses (10 points)

Exercice 1

a. Choisis puis recopie la bonne réponse.
La caractéristique de log 68000 est égale à : $C = -4$; $C = 4$; $C = 3$.

b. En utilisant les propriétés de logarithme en base dix (10), calcule $M = \log \frac{9}{4} + \log 800$.
On donne : $\log 2 = 0,30103$ et $\log 3 = 0,47712$.

Exercice 2

f, g, h et k sont des fonctions définies telles que :

$$f(x) = -3x + 2 \quad ; \quad g(x) = \sqrt{x} \quad ; \quad h(x) = \frac{2x-1}{4x+5} \quad \text{et} \quad k(x) = \frac{1}{x}$$

Identifie chacune de ces fonctions.

Exercice 3

Vingt (20) écoles ont participé à la coupe COPA COLA.
Le nombre de buts marqués par chaque équipe est répertorié dans le tableau ci-dessous :

Nombre de buts marqués	$[0; 5[$	$[5; 10[$	$[10; 15[$	$[15; 20[$	$[20; 25[$
Effectif	2	3	8	5	2

Représente par un histogramme, cette série statistique.

Problème A

Soit l'expression algébrique suivante :

$$P = (x+2)(3x-1) - (x+2)^2$$

1 Développe, réduis et ordonne P suivant les puissances décroissantes en x.

2 Factorise P.

3 Calcule la valeur numérique de $Q = 2x^2 + x - 6$ pour $x = \sqrt{2}$.

4 On considère la fraction rationnelle $H = \dfrac{(x+2)(2x-3)}{(x-1)(x+2)}$.

a. Détermine l'ensemble de définition de H.

b. Simplifie H.

Partie B) Activités géométriques (10 points)

Exercice 1

Définis les objets géométriques suivants : carré et trapèze.

Exercice 2

BIC est un triangle tel que $BI = 3,6$ cm ; $BC = 4,8$ cm et $IC = 6$ cm.

a. Construis la figure.

b. Démontrer que BIC est un triangle rectangle.

Exercice 3

Construis $A'B'C'D'$ image du carré $ABCD$ de centre O et de côté $AB = 8$ cm par l'homothétie h de centre O et de rapport $k = \dfrac{1}{2}$.

Problème B

Dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points $A(2; 1)$, $B(1; -1)$ et $C(0; -1)$.

1 Écris une équation cartésienne de la droite $(\mathscr{D}_1)$ passant par les points A et B.

2 Écris une équation cartésienne de la droite $(\mathscr{D}_2)$ passant par le point C et de coefficient directeur $a = -2$.

3 Démontre que les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$ sont colinéaires.

4 Identifie la position relative des droites $(\mathscr{D}_1)$ et $(\mathscr{D}_2)$.

Sujet brevet 2018 - Mathématiques

▶ Voir le corrigé. ▶Retour au sommaire.

Partie A) Activités numériques et diverses (10 points)

Exercice 1

Recopie puis relie par une flèche chaque fonction du tableau A à son sens de variation du tableau B.

A
$F(x) = 2$ •
$G(x) = 3x - 7$ •
$H(x) = -4x + 3$ •

B
• Décroissante
• Constante
• Croissante

Exercice 2

Résous dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, le système d'équations suivant : $\begin{cases} 3x + 2y = 8 & (1) \\ 2x - y = 3 & (2) \end{cases}$

Exercice 3

Voici le relevé de notes d'un élève de 3e au BEPC 2017 :

Disciplines	Expression écrite	Orthog.	Maths	HG	P.C	S.V.T	ANG	EPS
Notes	11	7	13,5	13	11	10	12	08
Coefficients	2	2	4	2	2	2	2	2

Détermine la moyenne pondérée de cette série statistique.

Problème A

On considère les expressions algébriques :

$$M = 3x^2 - 6x - (x-2)(x+3) \quad \text{et} \quad N = (x-2)(5x+1)$$

1 Développe, réduis et ordonne N suivant les puissances décroissantes de x.

2 Factorise M.

3 Soit la fonction rationnelle q définie par :

$$q(x) = \frac{(x-2)(2x-3)}{(x-2)(5x+1)}$$

a. Détermine E, l'ensemble de définition de q.

b. Simplifie $q(x)$.

Partie B) Activités géométriques (10 points)

Exercice 1

Reconnais l'expression analytique de la translation et celle de l'homothétie parmi les expressions analytiques proposées ci-dessous :

$$\text{a)} \begin{cases} x' = x + 3 & (1) \\ y' = y - 2 & (2) \end{cases} \qquad \text{b)} \begin{cases} x' = 2x + 6 & (1) \\ y' = 2y - 4 & (2) \end{cases}$$

Exercice 2

VIDA est un rectangle de centre O tel que : $VI = 8$ cm et $VA = 5$ cm.
E est l'image de O par la symétrie orthogonale d'axe (AD).

a. Construis la figure.

b. Identifie le parallélogramme $AODE$.

Exercice 3

Dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on donne les vecteurs $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Détermine les composantes scalaires des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sachant que $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ et $\vec{v} = -2\overrightarrow{BC}$.

Problème B

$(\mathscr{C})$ est un cercle de centre O et de diamètre $[AB]$ de 10 cm de longueur.
K est un point de ce cercle tel que $BK = 5$ cm.

1 Construis la figure.

2 Identifie le triangle ABK.

3 Calcule AK.

4 On donne $\cos \widehat{KAB} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin \widehat{KAB} = \dfrac{1}{2}$.

Détermine, en degrés, la mesure de l'angle $\widehat{KAB}$.

Sujet brevet 2019 - Mathématiques

▶ Voir le corrigé. ▶Retour au sommaire.

Partie A) Activités numériques et diverses (10 points)

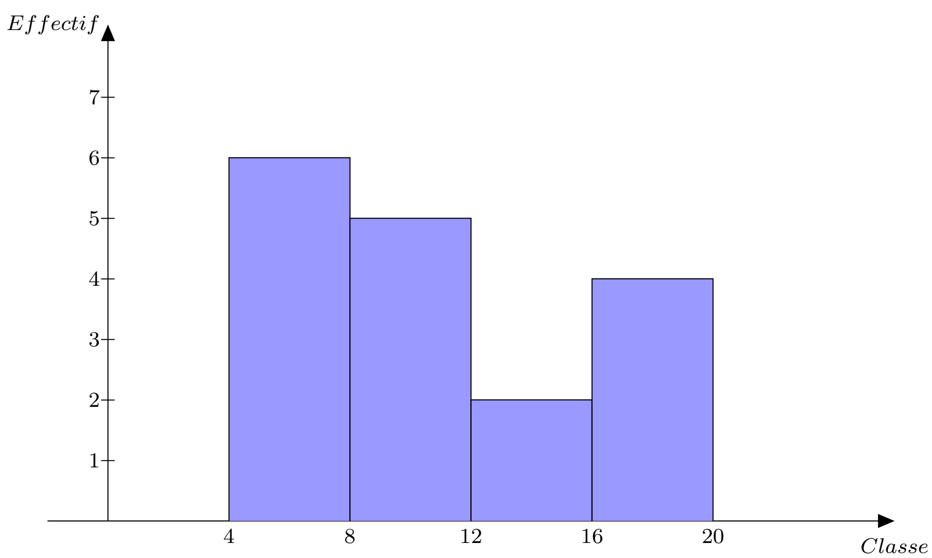
Exercice 1

a. On donne $\log E = 2 + 0,43136$.
Identifie la caractéristique et la mantisse de $\log E$.

b. En utilisant les propriétés des logarithmes en base dix (10), calcule :
$F = \log 0,01 + \log 27000$ sachant que $\log 3 = 0,47712$.

Exercice 2

Une série statistique indiquant la répartition d'un groupe d'individus selon le nombre d'heures passées devant la télévision pendant une semaine, est représentée par l'histogramme ci-après :



Interprète cet histogramme en donnant :

- L'effectif total
- Le tableau des effectifs en classes d'amplitude égale à 4.

Exercice 3

On considère la fonction affine h définie dans $\mathbb{R}$ par :

$$h(x) = -\frac{1}{3}x + 1$$

a. Donne le sens de variation de h.

b. Représente graphiquement, dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, la fonction h.

Problème A

On considère une fraction rationnelle F définie par :

$$F(x) = \frac{x+3}{x+2}$$

1 Donne son ensemble de définition.

2 Calcule la valeur numérique de F pour $x = \sqrt{5}$ sans radical au dénominateur.

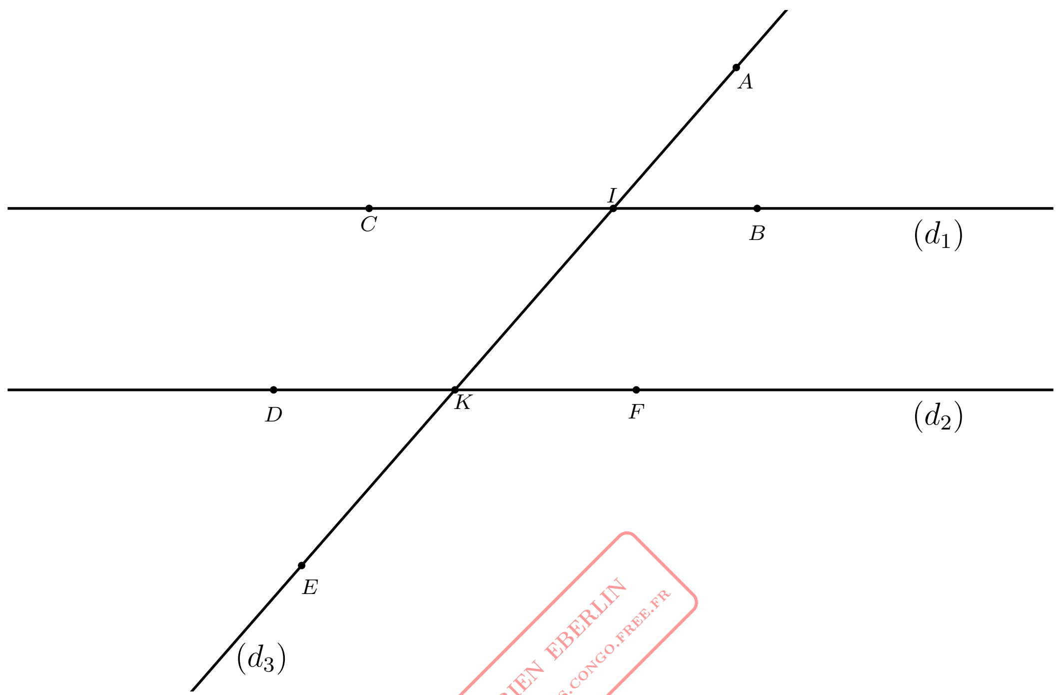
3 Résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\dfrac{x+3}{x+2} < 0$.

4 On donne : $L = -1 + \sqrt{5}$.
Détermine l'encadrement de L à 10^{-3} près sachant que : $2,236 < \sqrt{5} < 2,237$.

Partie B) Activités géométriques (10 points)

Exercice 1

On considère la figure ci-dessous avec deux droites parallèles (d_1) et (d_2) coupées par une sécante (d_3).



En te servant de la leçon sur les angles alternes-internes et angles opposés par le sommet, réponds par vrai ou faux aux égalités suivantes :

a. $\text{mes}\widehat{KIC} = \text{mes}\widehat{IKF}$

b. $\text{mes}\widehat{AIB} = \text{mes}\widehat{FKE}$

c. $\text{mes}\widehat{IKF} = \text{mes}\widehat{DKE}$

d. $\text{mes}\widehat{AIB} = \text{mes}\widehat{IKF}$

Exercice 2

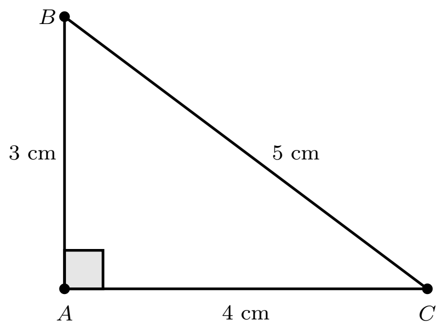
ABC est un triangle isocèle en B tel que $AC = 4$ cm et $AB = BC = 5$ cm.
Soient les points R et M tels que $\overrightarrow{CR} = \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.

a. Construis la figure.

b. Identifie le quadrilatère $ABRM$.

Exercice 3

On considère un triangle ABC rectangle en A ci-dessous.



- Reproduis cette figure sur ta feuille de copie.
- Construis le point D, image du point C, par la rotation de centre A et d'angle 180°.
- Identifie le triangle BDC.

Problème B

ABC est un triangle tel que $AB = AC = 2$ cm et $BC = 3$ cm.
M et N sont deux points tels que : $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AC}$.

1 Construis la figure.

2 Identifie :

  a. La position relative des droites (MN) et (BC).

  b. La transformation géométrique qui permet de passer du triangle ABC au triangle AMN.

3 En utilisant le théorème de Thalès, calcule MN sachant que $AM = 6$ cm.

VALÉRIEN EBERLIN
HTTP://MATHS.CONGO.FREE.FR

Sujet brevet 2020 - Mathématiques

► Voir le corrigé. ►Retour au sommaire.

Partie A) Activités numériques et diverses (10 points)

Exercice 1

Réponds par vrai ou faux aux affirmations suivantes :

a. $|x \times y| = |x| \times |y|$

b. $|x - y| \leq |x| - |y|$

c. $\left|\dfrac{x}{y}\right| \leq \dfrac{|x|}{|y|}$ avec $y \neq 0$

d. $|x + y| \geq |x| + |y|$

Exercice 2

On considère l'expression algébrique suivante :

$$E = (3x - 2)(x + 5) - (x^2 - 25)$$

a. Factorise E.

b. Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation : $(x + 5)(2x + 3) = 0$.

Exercice 3

f est une fonction affine définie dans $\mathbb{R}$ telle que :

$$f(x) = 2x - 4$$

a. Donne le sens de variation de f.

b. Dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, représente graphiquement la fonction f.

Problème A

À l'issue d'un devoir de mathématiques en classe de $3^{\text{ème}}$, le professeur récapitule les notes dans le tableau ci-après.

Note (en classe)	$[0; 4[$	$[4; 8[$	$[8; 12[$	$[12; 16[$
Centre de classe				
Effectif	6	2	5	7

1. Calcule l'effectif total.
2. Recopie et complète ce tableau statistique.
3. Détermine l'amplitude de cette série statistique.
4. Représente par un histogramme cette série statistique.

Partie B) Activités géométriques (10 points)

Exercice 1

Recopie et complète le texte par l'un des mots suivants : *perpendiculaire, médiane, milieu, hauteur.*

La .... d'un triangle c'est toute droite qui passe par son sommet et par le .... du côté opposé à ce sommet.

La .... d'un triangle c'est toute droite qui passe par un sommet et qui est .... au support du côté opposé à ce sommet.

Exercice 2

Dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère le point $A(2; -1)$ et le vecteur $\vec{v}(3; -1)$.
Écris une équation cartésienne de la droite $(\mathscr{D})$ passant par le point A et de vecteur directeur $\vec{v}$.

Exercice 3

$ABCD$ est un rectangle tel que : $AB = 6$ cm et $BC = 3$ cm.
H et M sont des images respectives de A et C par la translation du vecteur $\overrightarrow{BD}$.

a. Construis la figure.

b. Identifie le parallélogramme $ACMH$.

Problème B

MNP est un triangle tel que $MN = 4$ cm ; $MP = 3$ cm et $NP = 5$ cm.

1. Construis la figure que tu complèteras au fur et à mesure.
2. Démontre que ce triangle est rectangle.
3. Soit H le projeté orthogonal de M sur $[NP]$.
   Calcule NH et MH.

Correction brevet 2015 - Mathématiques

▶ Voir le sujet. ▶ Retour au sommaire.

Partie A) Activités numériques et diverses (10 points)

Exercice 1

Sachant que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $\sqrt{x^2} = |x|$, on en déduit que $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} = |2-\sqrt{5}|$.
Or $2-\sqrt{5} < 0$ et $-2+\sqrt{5} > 0$. Donc $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} = -2+\sqrt{5}$

Exercice 2

1ère méthode : méthode de substitution

- On utilise l'une des équations pour exprimer l'une des inconnues en fonction de l'autre.
- On remplace, dans l'autre équation, cette inconnue par l'expression trouvée. On obtient une équation à une inconnue que l'on sait résoudre.
- On en déduit ensuite la valeur de la deuxième inconnue.

- De l'équation (1) : $x - 2y = -7$, on en déduit que $x = 2y - 7$.
- Dans l'équation (2) : $4x + 3y = 27$, en remplaçant x par $2y - 7$, on obtient :

$$\begin{aligned} 4(2y-7)+3y &= 27 \\ 4\times 2y - 4\times 7 + 3y &= 27 \\ 8y - 28 + 3y &= 27 \\ 8y + 3y &= 27 + 28 \\ 11y &= 55 \\ y &= \frac{55}{11} \\ y &= 5 \end{aligned}.$$

- On détermine la valeur de x en remplaçant y par sa valeur ($y = 5$) dans l'une des deux équations, par exemple dans l'équation (1) : $x - 2y = -7$.

On obtient :

$$\begin{aligned} x - 2\times 5 &= -7 \\ x - 10 &= -7 \\ x &= -7 + 10 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Le système a donc pour solution , l'ensemble $S = \{(3\,;5)\}$.

2ème méthode : méthode par combinaison

> ➢ On multiplie chaque équation par un nombre afin que les coefficients de x (ou de y) soient les mêmes.
> ➢ On soustrait terme à terme les 2 équations pour éliminer x.
> ➢ On obtient une équation du 1er degré à une inconnue que l'on résout.
> ➢ On remplace l'inconnue trouvée dans 1'une des deux équations puis on calcule la valeur de la seconde inconnue.

➢ $\begin{cases} x - 2y = -7 \\ 4x + 3y = 27 \end{cases} \begin{vmatrix} \times 4 \\ \times 1 \end{vmatrix} \iff \begin{cases} 4x - 8y = -28 \\ 4x + 3y = 27 \end{cases}$

➢ $$- \begin{cases} 4x - 8y = -28 \\ 4x + 3y = 27 \end{cases}$$
$$\overline{\qquad -11y = -55}$$

➢ De l'équation $-11y = -55$, on en déduit que $y = \dfrac{-55}{-11} = 5$.

➢ En remplaçant y par sa valeur ($y = 5$) dans l'une des deux équations, par exemple dans l'équation (1) : $x - 2y = -7$, on obtient :

$$x - 2 \times 5 = -7$$
$$x - 10 = -7$$
$$x = -7 + 10$$
$$x = 3$$

Le système a donc pour solution l'ensemble $S = \{(3\,;5)\}$.

Exercice 3

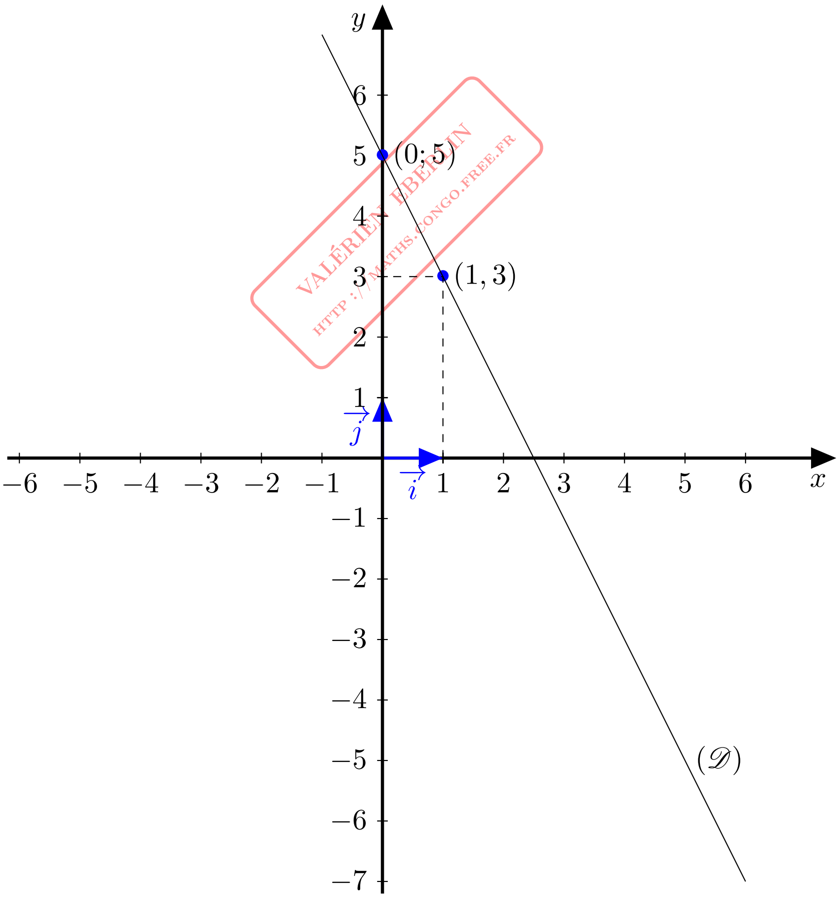
a. f étant de la forme $ax + b$ avec $a = -2$ et $b = 5$, est une fonction affine. Elle est donc définie pour toutes les valeurs de x.
D'où l'ensemble de définition de f est l'ensemble $\mathbb{R} = \left]-\infty\,;\ +\infty\right[$.

b. f étant une fonction affine, alors sa représentation graphique est une droite.
Tableau de valeurs de f
Pour $x = 0$, $\quad f(0) = 5$
Pour $x = 1$, $\quad f(1) = -2 \times 1 + 5 = 3$.
D'où le tableau de valeurs :

x	0	1
$f(x)$	5	3

La droite représentative de f est la droite qui passe par les points $(0\,;5)$ et $(1\,;3)$.

Représentation graphique de f



Problème A

1

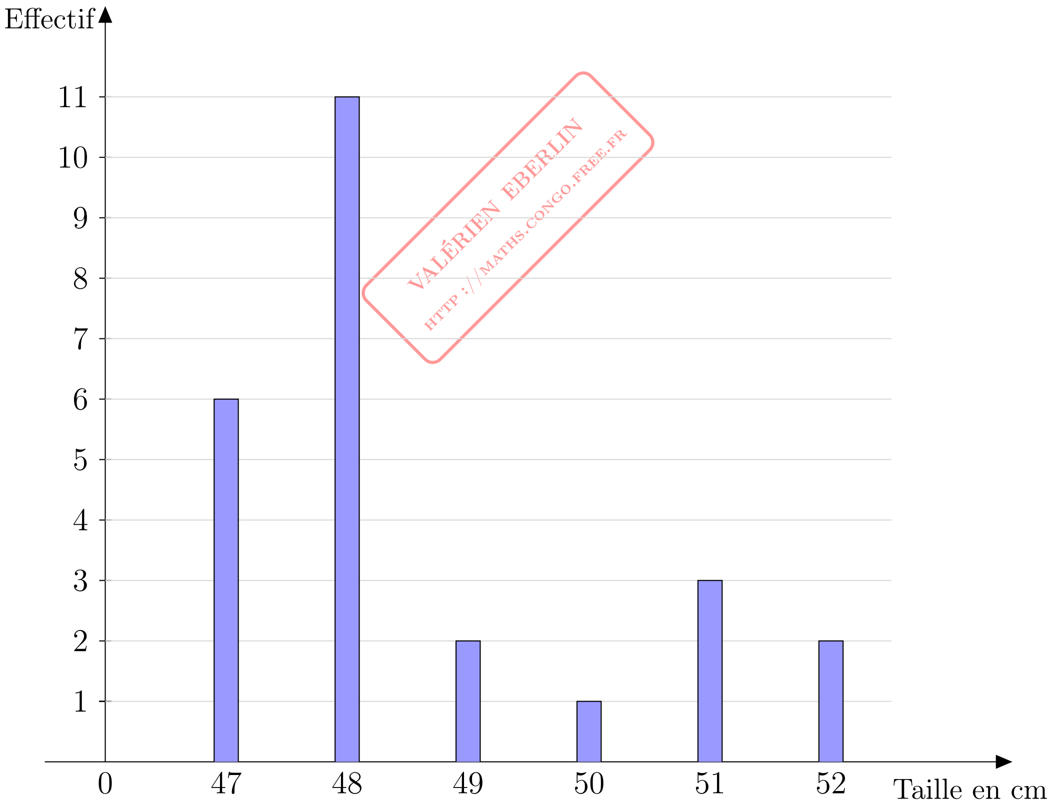
Taille en cm	47	48	49	50	51	52
Effectif	6	11	2	1	3	2
Effectifs cumulés décroissants	25	19	8	6	5	2

2 L'effectif total est 25.

3 La moyenne de la série statistique est :

$$Moyenne = \frac{47 \times 6 + 48 \times 11 + 49 \times 2 + 50 \times 1 + 51 \times 3 + 52 \times 2}{25} = \frac{1215}{25} = 48,6$$

4



Partie B) Activités géométriques (10 points)

Exercice 1

a. Vrai

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires si et seulement si $x_{\overrightarrow{AB}} \times y_{\overrightarrow{CD}} - x_{\overrightarrow{CD}} \times y_{\overrightarrow{AB}} = 0$

$$\begin{aligned} x_{\overrightarrow{AB}} \times y_{\overrightarrow{CD}} - x_{\overrightarrow{CD}} \times y_{\overrightarrow{AB}} &= \frac{1}{2} \times 2 - 3 \times \frac{1}{3} \\ &= 1 - 1 \\ &= 0 \end{aligned}$$

D'où la colinéarité des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$.

b. Faux

Si le triangle ABC est rectangle en A, on aurait l'égalité de Pythagore : $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Exercice 2

a. mes $\alpha = 30°$ (voir la colonne en rose ci-dessous, pour la détermination de l'angle α).

b. mes $\beta = 60°$ (voir la colonne en vert ci-dessous, pour la détermination de l'angle β).

Pour déterminer les angles remarquables, on peut utiliser le tableau trigonométrique des valeurs remarquables ci-dessous :

	0°	30°	45°	60°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Voici une méthode pour retenir ce tableau

- Sur la ligne de la fonction sinus (en bleu), on écrit $\frac{\sqrt{0}}{2}$; $\frac{\sqrt{1}}{2}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\frac{\sqrt{4}}{2}$.
- Sur la ligne de la fonction cosinus (en jaune), on écrit les nombres ci-dessus, mais dans l'ordre décroissant.

  Ce qui donne :

	0°	30°	45°	60°	90°
sin	$\frac{\sqrt{0}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{4}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$

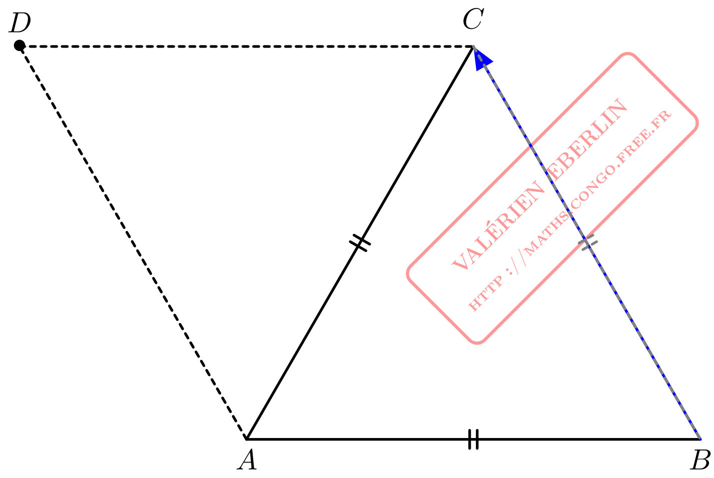
Or $\frac{\sqrt{0}}{2} = 0$; $\frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$ et $\frac{\sqrt{4}}{2} = 1$.

D'où le tableau trigonométrique des valeurs remarquables :

	0°	30°	45°	60°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Exercice 3

a.



b. Le quadrilatère $ABCD$ est un losange.

Montrons d'abord que $ABCD$ est un parallélogramme

En effet, Comme D est l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$ (c'est à dire $t_{\overrightarrow{BC}}(A) = D$), alors $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BC}$

D'où : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

De l'égalité précédente, on en déduit que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

Montrons maintenant que $ABCD$ est un losange

- Données

  On sait que :

  - $[AB]$ et $[BC]$ sont deux côtés consécutifs du parallélogramme $ABCD$.
  - De plus, $AB = BC$.

- Propriété

  Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un losange.

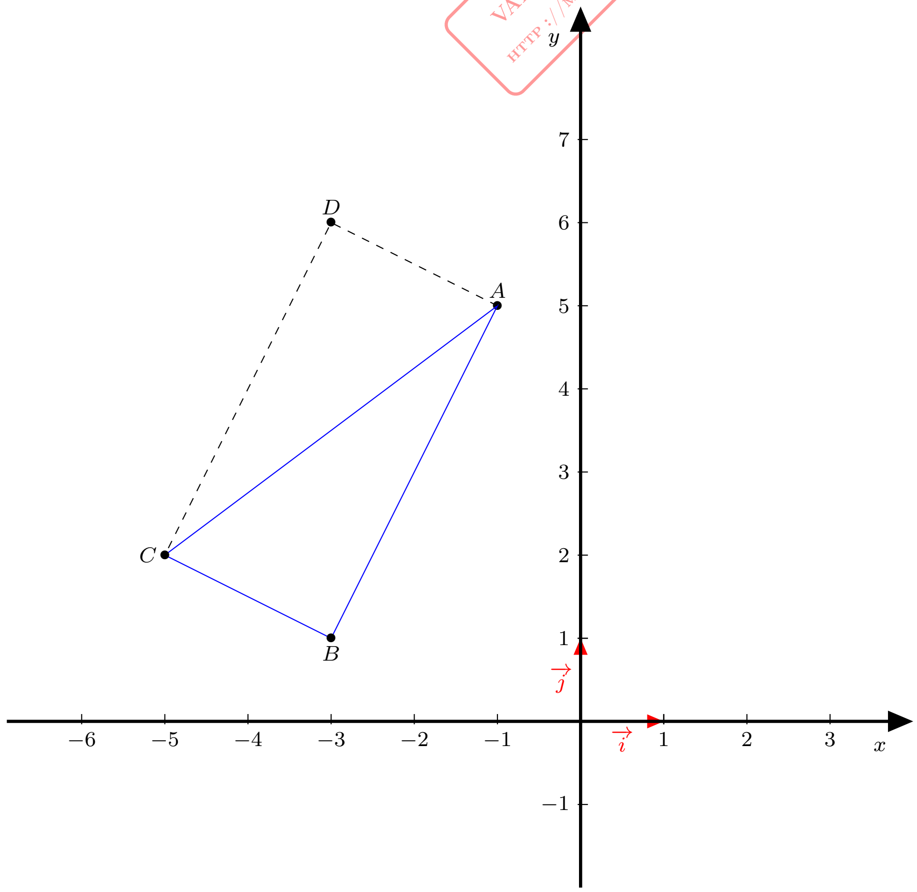
- Conclusion

  $ABCD$ est un losange.

Nous rappelons au candidat deux propriétés équivalentes, qui caractérisent le losange.
*Propriété 1 : **si** un quadrilatère a ses 4 côtés de même longueur, **alors** c'est un losange.*
*Propriété 2 : **si** un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent perpendiculairement en leur milieu, **alors** c'est un losange.*
Pour cet exercice, nous utilisons la Propriété 1 pour justifier que le quadrilatère $ABCD$ est un losange.

Problème B

1



2

$$\begin{aligned}AB &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}\\ &= \sqrt{\big(-3-(-1)\big)^2 + (1-5)^2}\\ &= \sqrt{(-3+1)^2 + (1-5)^2}\\ &= \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2}\\ &= \sqrt{4+16}\\ &= \sqrt{20}\\ &= \sqrt{2^2 \times 5}\\ &= 2\sqrt{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}BC &= \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}\\ &= \sqrt{\big(-5-(-3)\big)^2 + (2-1)^2}\\ &= \sqrt{(-5+3)^2 + (2-1)^2}\\ &= \sqrt{(-2)^2 + (1)^2}\\ &= \sqrt{4+1}\\ &= \sqrt{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}AC &= \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}\\ &= \sqrt{\big(-5-(-1)\big)^2 + (2-5)^2}\\ &= \sqrt{(-5+1)^2 + (-3)^2}\\ &= \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2}\\ &= \sqrt{16+9}\\ &= \sqrt{25}\\ &= 5\end{aligned}$$

3

$$\begin{aligned}AC^2 &= 5^2\\ &= 25\end{aligned} \qquad \Bigg| \qquad \begin{aligned}AB^2 + BC^2 &= (\sqrt{20})^2 + (\sqrt{5})^2\\ &= 20+5\\ &= 25\end{aligned}$$

J'en déduis que $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

4

Le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3-(-1) \\ 1-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3+1 \\ 1-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} x_C - x_D \\ y_C - y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 - x_D \\ 2 - y_D \end{pmatrix}$$

On en déduit que $\begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 - x_D \\ 2 - y_D \end{pmatrix}$

D'où le système d'équations : $\begin{cases} -5 - x_D = -2 \\ 2 - y_D = -4 \end{cases}$ que l'on résout aisément.

$$\begin{cases} -5 - x_D = -2 \\ 2 - y_D = -4 \end{cases} \iff \begin{cases} -x_D = -2+5 \\ -y_D = -4-2 \end{cases} \iff \begin{cases} -x_D = 3 \\ -y_D = -6 \end{cases} \iff \begin{cases} x_D = -3 \\ y_D = 6 \end{cases}$$

Les coordonnées du point D sont $\begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix}$.

.

Correction brevet 2016 - Mathématiques

► Voir le sujet. ► Retour au sommaire.

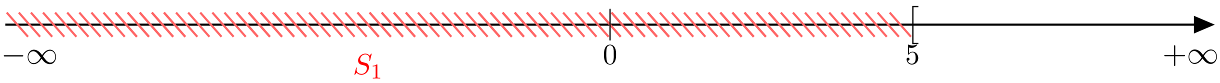
Partie A) Activités numériques et diverses (10 points)

Exercice 1

- Résolvons la première inéquation (1) : $2x - 1 < x + 4 \quad (1)$.

$$\begin{aligned} (1) \quad : \quad & 2x - 1 < x + 4 \\ & 2x - x < 4 + 1 \quad \textit{(Lorsqu'un terme change de membre, il change de signe)} \\ & x < 5 \end{aligned}$$

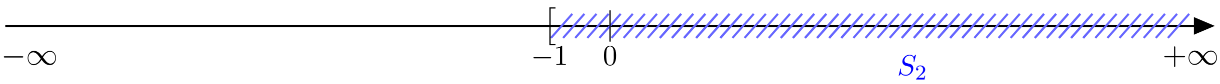
La solution de l'inéquation (1) : $2x - 1 < x + 4$ est $S_1 =]-\infty\ ; 5[$ ou encore graphiquement :



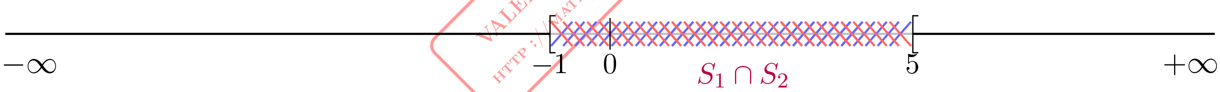
- Résolvons la seconde inéquation (2) : $5x + 3 \geq x - 1$.

$$\begin{aligned} (2) \quad : \quad & 5x + 3 \geq x - 1 \\ & 5x - x \geq -1 - 3 \quad \textit{(Lorsqu'un terme change de membre, il change de signe)} \\ & 4x \geq -4 \\ & \frac{4x}{4} \geq \frac{-4}{4} \quad \textit{(L'inégalité ne change pas de sens lorsque l'on divise les deux membres de l'inéquation par un même nombre positif)} \\ & x \geq -1 \end{aligned}$$

La solution de l'inéquation (2) : $5x + 3 \geq x - 1$ est $S_2 = [-1\ ; +\infty[$ ou encore graphiquement :



On en déduit que la solution du système d'inéquations : $\begin{cases} 2x - 1 < x + 4 & (1) \\ 5x + 3 \geq x - 1 & (2) \end{cases}$ est l'ensemble $S_1 \cap S_2$, intersection des deux solutions S_1 et S_2. D'où la représentation graphique de $S_1 \cap S_2$:



$S_1 \cap S_2 = \big[-1\,;\ 5 \big[$

Exercice 2

a. L'effectif total est : $15 + 42 + 84 + 35 + 10 = 186$ candidats.

b.

Note	[0; 4[	[4; 8[	[8 ; 12[	[12 ; 16[	[16 ;20]
Effectif	15	42	84	35	10
Effectifs cumulés décroissants	186	171	129	45	10

Exercice 3

a. La fonction affine $g(x) = 3x - 1$ a pour coefficient directeur $a = 3$.

Comme le coefficient directeur de la fonction g est positif ($a = 3 > 0$), alors g est une fonction croissante.

b. f étant une fonction affine, alors sa représentation graphique est une droite.

<u>Tableau de valeurs de f</u>

Pour $x = 0$, $f(0) = 5$

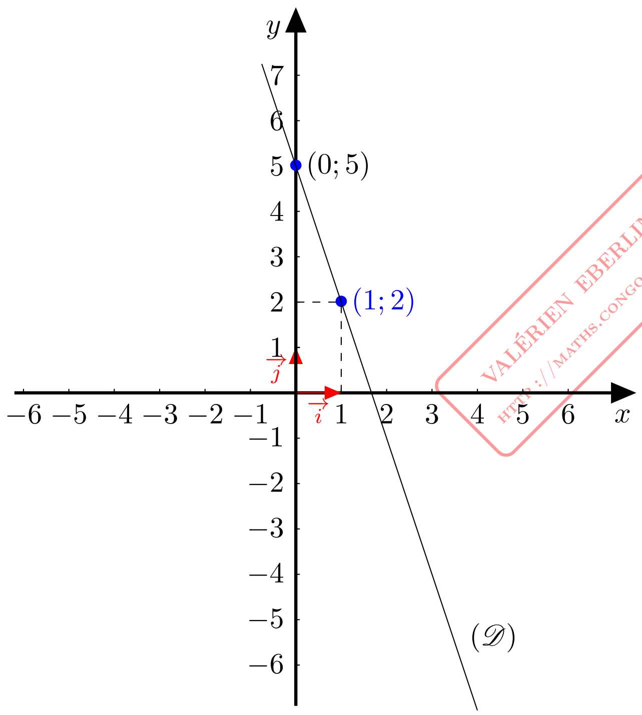
Pour $x = 1$, $f(1) = -3 \times 1 + 5 = 2$.

D'où le tableau de valeurs :

x	0	1
$f(x)$	5	2

La droite représentative de f est la droite qui passe par les points $(0\,;5)$ et $(1;2)$.

<u>Représentation graphique de f</u>



Problème A

1

$$\begin{aligned}F &= (x+3)(2x+5)+4x^2-25\\ &= x\times 2x + x\times 5 + 3\times 2x + 3\times 5 + 4x^2 - 25 \quad \text{(on a développé } F\text{)}\\ &= 2x^2+5x+6x+15+4x^2-25\\ &= 15-25+5x+6x+2x^2+4x^2\\ &= -10+11x+6x^2 \quad \text{(on a réduit et ordonné suivant les puissances décroissants de } x\text{)}\end{aligned}$$

2 Factorisons F.

$$\begin{aligned}F &= (x+3)(2x+5)+4x^2-25\\ &= (x+3)(2x+5)+\underbrace{(2x)^2-5^2}_{a^2-b^2}\\ &= (x+3)(2x+5)+\underbrace{(2x-5)(2x+5)}_{(a-b)(a+b)}\\ &= \underbrace{(x+3)}_{a}\underbrace{(2x+5)}_{k}+\underbrace{(2x-5)}_{b}\underbrace{(2x+5)}_{k} \quad \text{c'est de la forme } k\times a + k\times b \text{ avec } k = 2x+5\\ &= (2x+5)\big[(x+3)+(2x-5)\big]\\ &= (2x+5)\big[x+3+2x-5\big]\\ &= (2x+5)(3x-2)\end{aligned}$$

3 **a.** q est définie pour toutes les valeurs de x, sauf celles où le dénominateur s'annule c'est à dire : q est définie si et seulement si $3x-2 \neq 0$.
Résolvons l'équation : $3x - 2 = 0$.

$$\begin{aligned} 3x - 2 = 0 &\iff 3x = 2 \\ &\iff x = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Donc l'ensemble de définition de q est l'ensemble $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{2}{3}\right\}$.

b. Pour tout x appartenant à $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{2}{3}\right\}$,

$$q(x) = \frac{(2x+5)(3x-2)}{3x-2} = 2x + 5$$

4 Pour $x = \sqrt{3}$,

$$\begin{aligned} E &= 6 \times (\sqrt{3})^2 + 11 \times \sqrt{3} - 10 \\ &= 6 \times 3 + 11\sqrt{3} - 10 \\ &= 18 - 10 + 11\sqrt{3} \\ &= 8 + 11\sqrt{3} \end{aligned}$$

VALÉRIEN EBERLIN
HTTP://MATHS.CONGO.FREE.FR

Partie B) Activités géométriques (10 points)

Exercice 1

a. Faux

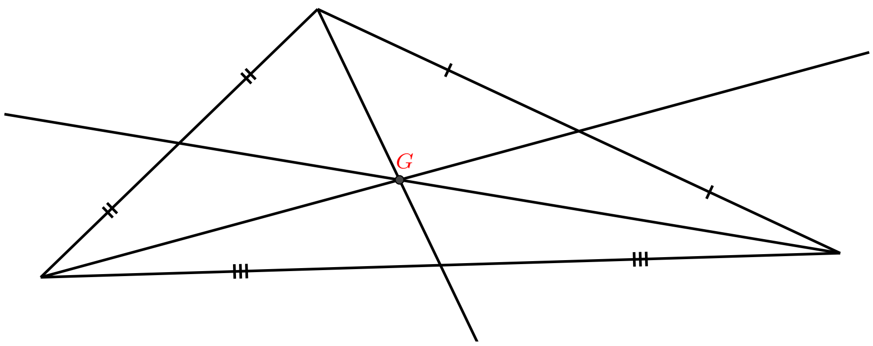
b. Vrai

Quelques rappels

Médiane et centre de gravité

Une médiane d'un triangle est une droite qui joint un sommet de ce triangle au milieu du côté opposé.

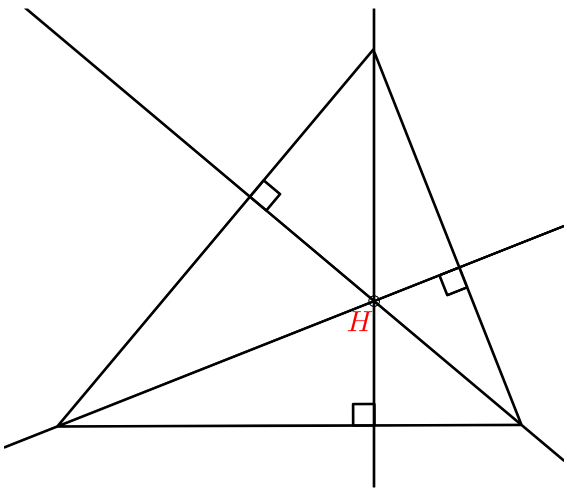
Les trois médianes d'un triangle sont concourantes en un point appelé centre de gravité du triangle.



Hauteur et orthocentre

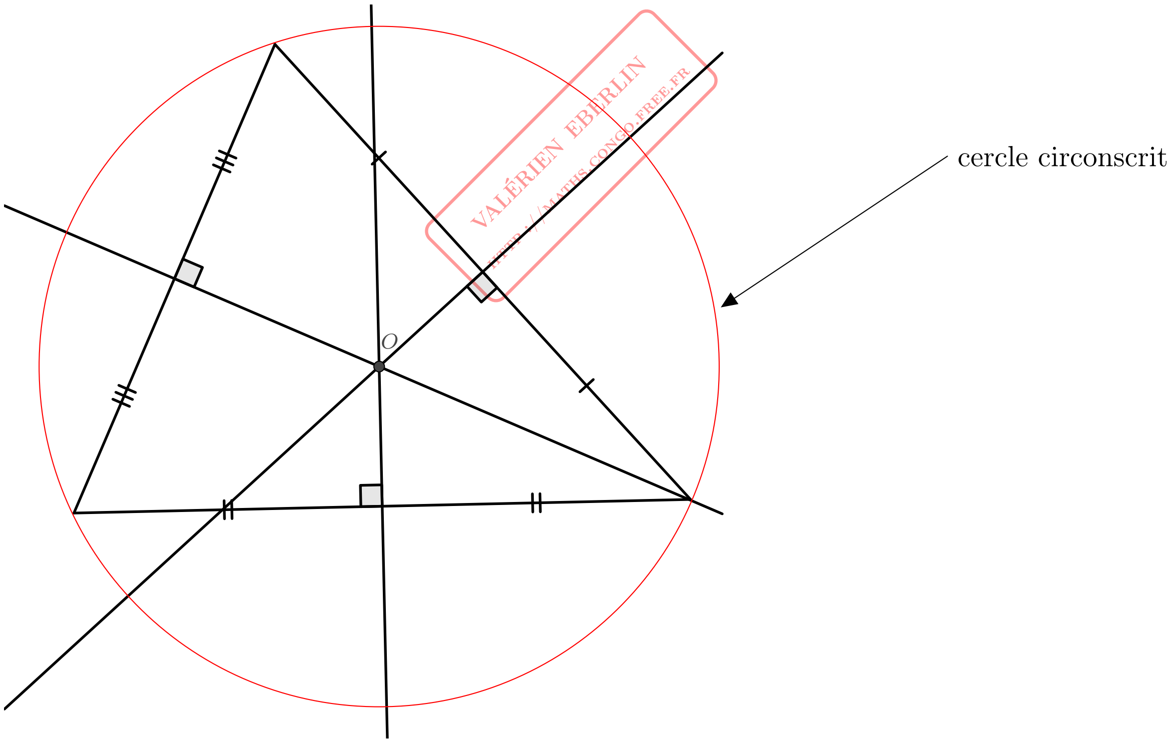
Une hauteur est une droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé.

Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point appelé orthocentre du triangle.



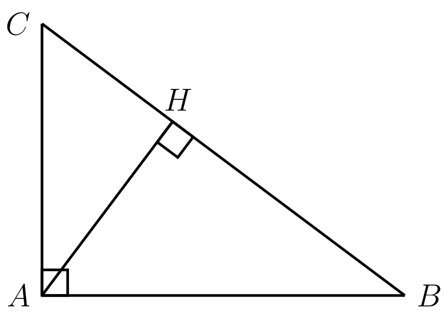
Médiatrice et centre du centre circonscrit

La médiatrice d'un segment est la droite qui coupe ce segment en son milieu perpendiculairement. Dans un triangle, les trois médiatrices sont concourantes en un point appelé centre du cercle circonscrit au triangle.



Exercice 2

a.



b. Calcul de BH

- Dans le triangle ABC rectangle en A, $\cos(\widehat{ABC}) = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{4}{5}$.

- Dans le triangle ABH rectangle en H, $\cos(\widehat{ABH}) = \dfrac{BH}{AB} = \dfrac{BH}{4}$.

Or $\widehat{ABC} = \widehat{ABH}$. On en déduit que $\dfrac{4}{5} = \dfrac{BH}{4}$.

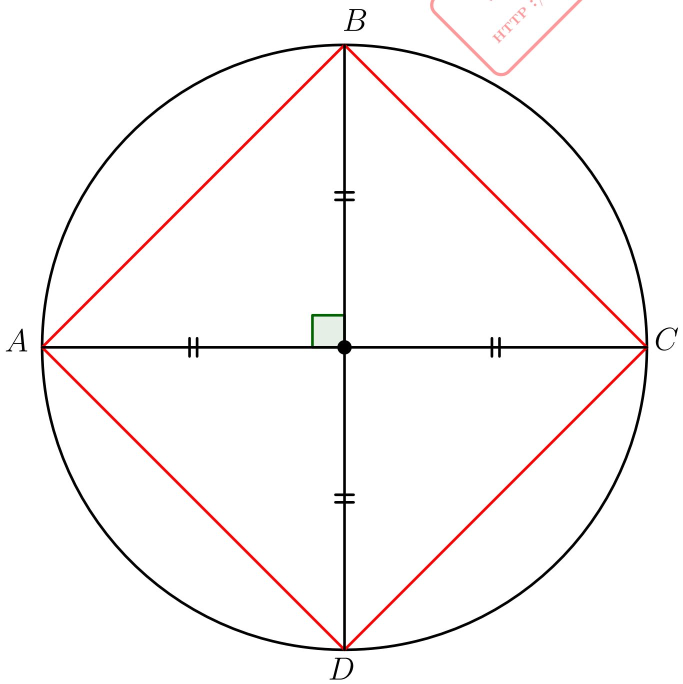
D'où $BH = \dfrac{4 \times 4}{5} = 3,2$ cm.

Calcul de CH

$$\begin{aligned} CH &= BC - BH \\ &= 5 - 3,2 \\ &= 1,8 \text{ cm} \end{aligned}$$

Exercice 3

a.



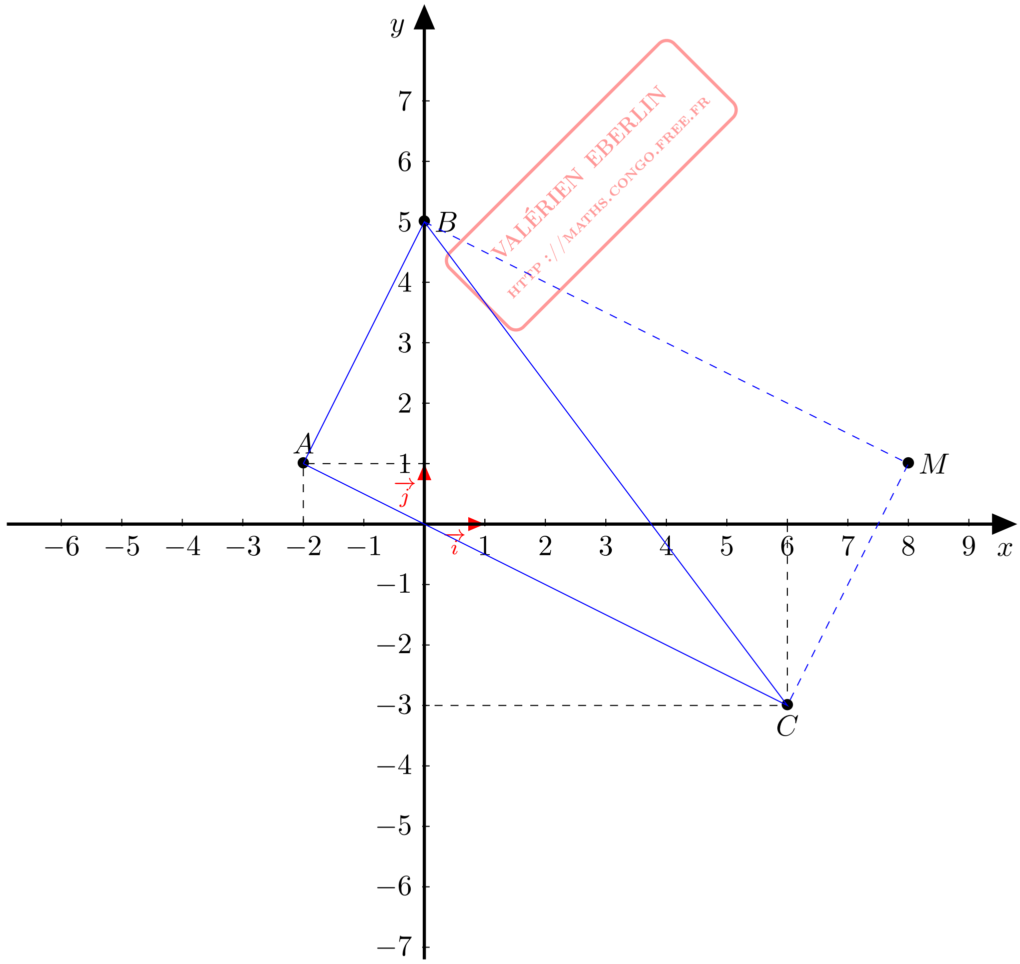
b. Le quadrilatère $ABCD$ est un carré.

Preuve

- Données
  Le quadrilatère $ABCD$ a ses diagonales $[AC]$ et $[BD]$:
  - de même longueur (car $[AC]$ et $[BD]$ sont des diamètre du cercle $(\mathscr{C})$) ;
  - perpendiculaires ;
  - et qui se coupent en leur milieu (car $[AC]$ et $[BD]$ sont des diamètre du cercle $(\mathscr{C})$) ;.
- Propriété
  Si un quadrilatère a ses diagonales de même longueur et qui se coupent perpendiculairement en leur milieu alors c'est un carré.
- Conclusion
  Le quadrilatère $ABCD$ est un carré.

Problème B

1



2

$$BC^2 = 10^2 = 100$$

$$\begin{aligned} AB^2 + AC^2 &= (2\sqrt{5})^2 + (4\sqrt{5})^2 \\ &= 2\sqrt{5} \times 2\sqrt{5} + 4\sqrt{5} \times 4\sqrt{5} \\ &= 2^2 \times (\sqrt{5})^2 + 4^2 \times (\sqrt{5})^2 \\ &= 4 \times 5 + 16 \times 5 \\ &= 20 + 80 \\ &= 100 \end{aligned}$$

J'en déduis que $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

3 $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0-(-2) \\ 5-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{CM} = \begin{pmatrix} x_M - x_C \\ y_M - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8-6 \\ 1-(-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

On en déduit que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CM}$.

4 Le quadrilatère $ABMC$ est un rectangle.

Preuve

- Données
  - Le quadrilatère $ABMC$ est un parallélogramme car $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CM}$
  - De plus, les côtés $[AB]$ et $[AC]$ sont perpendiculaires (d'après la question 2.).
- Propriété

  Si un parallélogramme a un angle droit alors c'est un rectangle.
- Conclusion

  Donc le quadrilatère $ABMC$ est un rectangle.

.

Correction brevet 2017 - Mathématiques

▶ Voir le sujet. ▶ Retour au sommaire.

Partie A) Activités numériques et diverses (10 points)

Exercice 1

a. La bonne réponse est $C = 4$.

On décompose d'abord 68000 en écriture scientifique : $68000 = 6,8 \times 10^4$.
D'où : $\log 68000 = \log(6,8 \times 10^4)$

$$= \log 10^4 + \log 6,8$$
$$= 4\underbrace{\log 10}_{=1} + \log 6,8$$
$$= 4 + \log 6,8$$

Comme $\log 6,8 < 1$, on en déduit que la partie entière de $\log 68000$ est 4 et la partie décimale de $\log 68000$ est $\log 6,8$.
Donc la caractéristique de $\log 68000$ est 4.

b. On décompose les nombres 9 ; 4 et 800 en produit de facteurs premiers.

$$9 = 3^2 \ ; \ 4 = 2^2 \ ; \ 800 = 2^3 \times 10^2$$

.

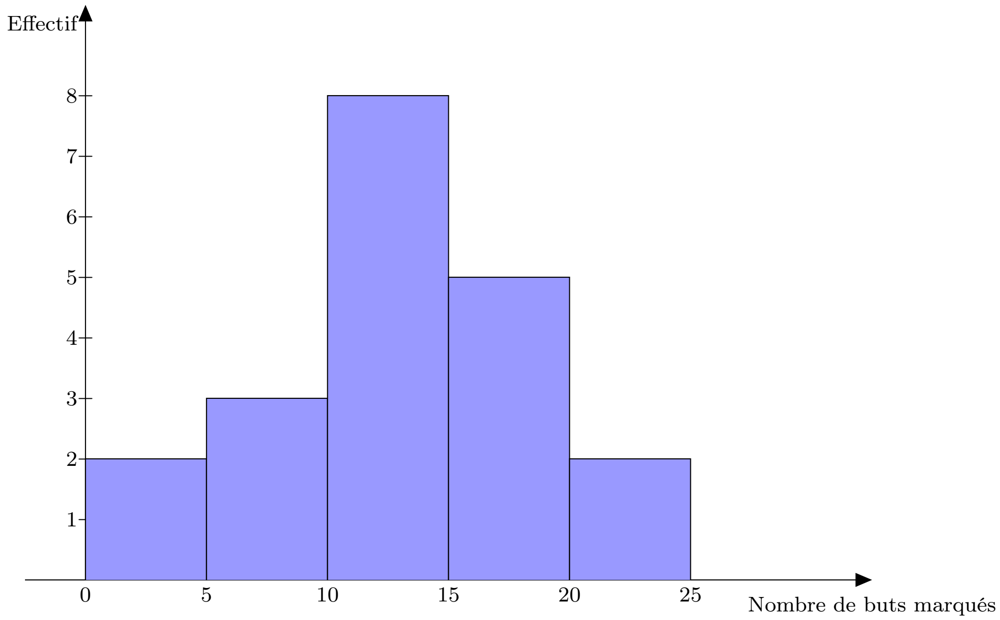
D'où :
$$\begin{aligned} M &= \log \frac{9}{4} + \log 800 \\ &= \log 9 - \log 4 + \log 800 \\ &= \log 3^2 - \log 2^2 + \log\left(2^3 \times 10^2\right) \\ &= 2\log 3 - 2\log 2 + \log 2^3 + \log 10^2 \\ &= 2\log 3 - 2\log 2 + 3\log 2 + 2\underbrace{\log 10}_{=1} \\ &= 2\log 3 - 2\log 2 + 3\log 2 + 2 \\ &= 2 + \log 2 + 2\log 3 \\ &= 2 + 0,30103 + 2 \times 0,47712 \\ &= 3,25527 \end{aligned}$$

Exercice 2

- $f(x) = -3x + 2$ est une fonction affine car c'est de la forme $f(x) = ax + b$.
- $g(x) = \sqrt{x}$ est la fonction racine carrée.

- $h(x) = \dfrac{2x-1}{4x+5}$ est une fonction homographique car c'est de la forme $h(x) = \dfrac{ax+b}{cx+d}$.
- $k(x) = \dfrac{1}{x}$ est la fonction inverse.

Exercice 3



Problème A

1

$$\begin{aligned} P &= (x+2)(3x-1) - \underbrace{(x+2)^2}_{(a+b)^2} \\ &= x \times 3x - x \times 1 + 2 \times 3x - 2 \times 1 - \underbrace{(x^2 + 2 \times x \times 2 + 2^2)}_{a^2+2ab+b^2} \\ &= 3x^2 - x + 6x - 2 - x^2 - 4x - 4 \\ &= 3x^2 - x^2 - x + 6x - 4x - 2 - 4 \\ &= 2x^2 + x - 6 \end{aligned}$$

2 Factorisons P.

$$\begin{aligned} P &= (x+2)(3x-1)-(x+2)^2 \\ &= \underbrace{(x+2)(3x-1)}_{k\ \times\ a} - \underbrace{(x+2)(x+2)}_{k\ \times\ b} \\ &= \underbrace{(x+2)\Big[(3x-1)-(x+2)\Big]}_{k\ \times\ (a-b)} \quad \text{on a appliqué la formule} \quad k\times a - k\times b = k(a-b) \\ &= (x+2)(3x-1-x-2) \\ &= (x+2)(2x-3) \end{aligned}$$

3 Pour $x=\sqrt{2}$,

$$\begin{aligned} Q &= 2\times(\sqrt{2})^2+\sqrt{2}-6 \\ &= 2\times 2+\sqrt{2}-6 \\ &= 4+\sqrt{2}-6 \\ &= \sqrt{2}-2 \end{aligned}$$

4 **a.** H est définie pour toutes les valeurs de x, sauf celles où le dénominateur s'annule c'est à dire : H est définie si et seulement si $(x-1)(x+2)\neq 0$.

Résolvons l'équation produit : $(x-1)(x+2)=0$.

$$\begin{aligned} (x-1)(x+2)=0 &\iff x-1=0 \quad \text{ou} \quad x+2=0 \\ &\iff x=1 \quad \text{ou} \quad x=-2 \end{aligned}$$

Donc l'ensemble de définition de H est l'ensemble $\mathbb{R}\setminus\{-2\,;\,1\}$.

b. Pour tout x appartenant à $\mathbb{R}\setminus\{-2\,;\,1\}$,

$$q(x)=\frac{(x+2)(2x-3)}{(x-1)(x+2)}=\frac{2x-3}{x-1}$$

Partie B) Activités géométriques (10 points)

Exercice 1

Définitions d'un carré

On donne ici deux définitions équivalentes d'un carré :

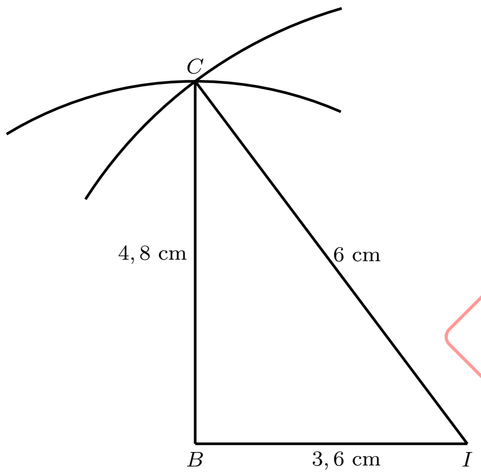
- *Un carré est un quadrilatère qui a 4 angles droits et 4 côtés de même longueur.*
- *Un carré est un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires, se coupent en leur milieu et sont de même longueur.*

Définition d'un trapèze

Un trapèze est un quadrilatère qui a deux côtés parallèles.

Exercice 2

1



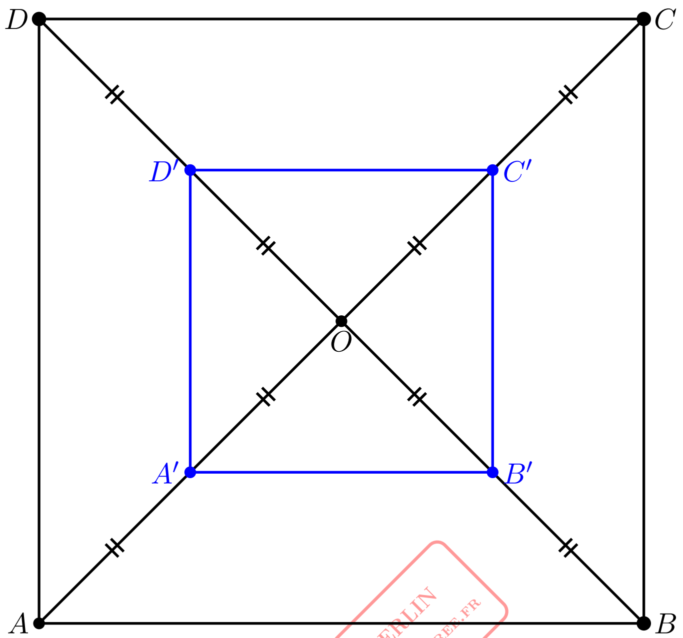
2

$IC^2 = 6^2$ $= 36$	$BI^2 + BC^2 = 3,6^2 + 4,8^2$ $= 12,96 + 23,04$ $= 36$

J'en déduis que $IC^2 = BI^2 + BC^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle BIC est rectangle en B.

Exercice 3



En effet, Comme $h(A) = A'$ alors $\overrightarrow{OA'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA}$. Ce qui signifie que les points O, A et A' sont alignés et sont tels que A' soit le milieu du segment $[OA]$.
On construit de même, les autres points B', C' et D'.

Problème B

1 L'équation de la droite passant par les points $A(2;1)$ et $B(1;-1)$ est donnée par :

$$\frac{y-y_A}{y_B-y_A}=\frac{x-x_A}{x_B-x_A}$$

Soit $\dfrac{y-1}{-1-1}=\dfrac{x-2}{1-2}$ ou encore $\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{x-2}{-1}$.

En appliquant les égalités des produits en croix, on a :

$$\begin{aligned}-1\times(y-1)=-2\times(x-2) &\iff -1\times y-1\times(-1)=-2\times x-2\times(-2)\\ &\iff -y+1=-2x+4\\ &\iff 2x-4-y+1=0\\ &\iff 2x-y-3=0\end{aligned}$$

Une équation cartésienne de la droite $(\mathscr{D}_1)$ est : $2x-y-3=0$.

2 Comme la droite $(\mathscr{D}_2)$ a pour coefficient directeur $a=-2$, alors son équation est de la forme $y=-2x+b$.

De plus, comme le point C appartient à $(\mathscr{D}_2)$, alors ses coordonnées $(0\,;-1)$ vérifie l'équation $y=-2x+b$ c'est à dire : $-1=-2\times0+b$. D'où $b=-1$.

Donc $(\mathscr{D}_2)$ a pour équation $y=-2x-1$. Ou encore $2x+y+1=0$.

Une équation cartésienne de la droite $(\mathscr{D}_2)$ est : $2x+y+1=0$.

3 $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si $x_{\vec{u}}\times y_{\vec{v}}-x_{\vec{v}}\times y_{\vec{u}}=0$

$$\begin{aligned}x_{\vec{u}}\times y_{\vec{v}}-x_{\vec{v}}\times y_{\vec{u}}&=1\times(-2)-(-1)\times2\\&=-2+2\\&=0\end{aligned}$$

D'où la colinéarité des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

4 $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de $(\mathscr{D}_1)$.

$\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de $(\mathscr{D}_2)$.

Comme les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires, alors $(\mathscr{D}_1)$ et $(\mathscr{D}_2)$ sont parallèles.

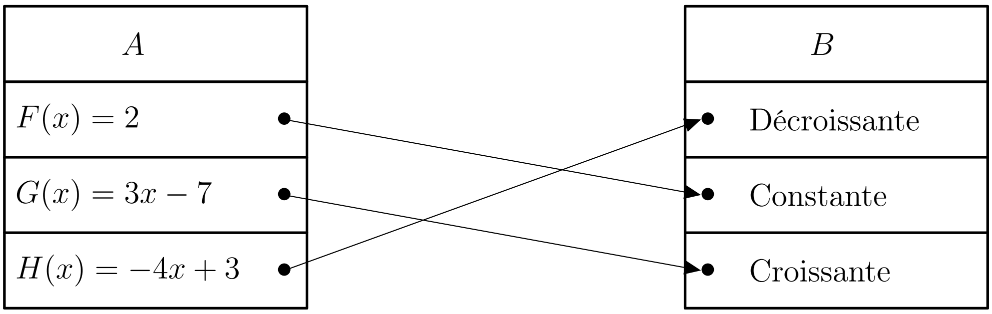
> En effet, si une droite $(\mathscr{D})$ a pour équation cartésienne $ax+by+c=0$, alors le vecteur $\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de $(\mathscr{D})$.

Correction brevet 2018 - Mathématiques

▶ Voir le sujet. ▶ Retour au sommaire.

Partie A) Activités numériques et diverses

Exercice 1



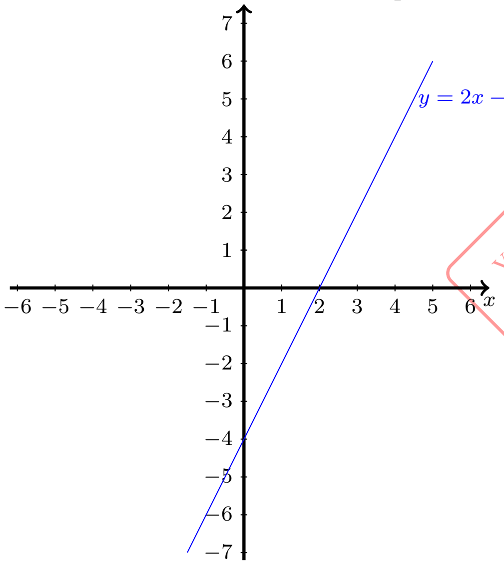
<u>Rappel</u>
Une fonction affine est une fonction qui, à chaque nombre x, fait correspondre le nombre $a \times x + b$ où a et b sont deux nombres donnés.
On la note $f\ :\ x \longmapsto ax + b$ ou $f(x) = ax + b$.

<u>Exemple</u>
La fonction qui, à un nombre, associe la somme de son triple et de 5 est une fonction affine. On la note $f\ :\ x \longmapsto 3x + 5$ ou $f(x) = 3x + 5$.

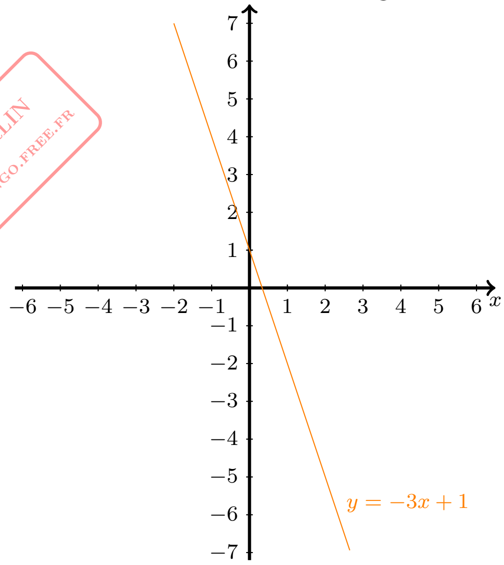
Soit $f(x) = ax + b$ une fonction affine.

- Si a est strictement positif alors f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$;
- si a est strictement négatif alors f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$;
- si $a = 0$ alors f est constante sur $\mathbb{R}$. En effet, dans ce cas $f(x) = b$.

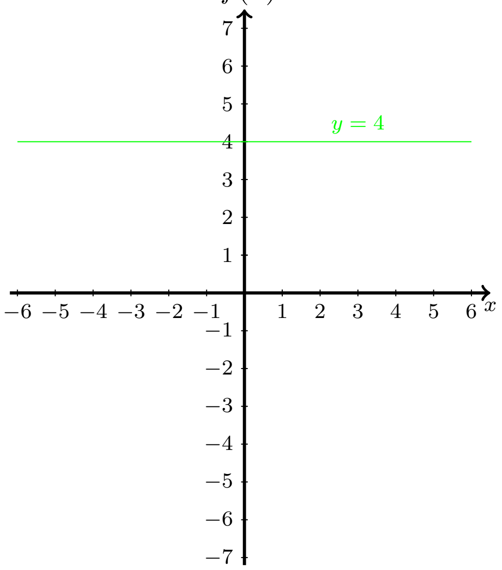
<u>Exemple 1</u>
La fonction affine $f(x) = 2x - 4$ est croissante car $a = 2$ est strictement positif



<u>Exemple 2</u>
La fonction affine $f(x) = -3x + 1$ est décroissante car $a = -3$ est strictement négatif



<u>Exemple 3</u>
La fonction affine $f(x) = 4$ est constante car $a = 0$.



Exercice 2

<u>1ère méthode</u> : méthode de substitution

- On utilise l'une des équations pour exprimer l'une des inconnues en fonction de l'autre.
- On remplace, dans l'autre équation, cette inconnue par l'expression trouvée. On obtient une équation à une inconnue que l'on sait résoudre.
- On en déduit ensuite la valeur de la deuxième inconnue.

- De l'équation (2) : $2x - y = 3$, on en déduit que $-y = -2x + 3$. D'où $y = 2x - 3$.
- Dans l'équation (1), en remplaçant y par $2x - 3$, on obtient :

$$\begin{aligned} 3x+2(2x-3) &= 8 \\ 3x+4x-6 &= 8 \\ 7x-6 &= 8 \\ 7x &= 8+6 \\ 7x &= 14 \\ x &= \frac{14}{7} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

➢ Puis, on remplaçant x par sa valeur ($x = 2$) dans l'équation $y = 2x - 3$, on obtient :

$y = 2 \times 2 - 3$

$y = 1$

Le système a donc pour solution $S = \{(2\,;1)\}$.

2ère méthode : méthode par combinaison

➢ On multiplie chaque équation par un nombre afin que les coefficients de x (ou de y) soient les mêmes.
➢ On soustrait terme à terme les 2 équations pour éliminer x.
➢ On obtient une équation du 1er degré à une inconnue que l'on résout.
➢ On remplace l'inconnue trouvée dans 1'une des deux équations puis on calcule la valeur de la seconde inconnue.

➢ $\begin{cases} 3x+2y=8 \\ 2x-y=3 \end{cases} \left| \begin{array}{l} \times 2 \\ \times 3 \end{array} \right. \iff \begin{cases} 6x+4y=16 \\ 6x-3y=9 \end{cases}$

➢ $$- \begin{cases} 6x+4y=16 \\ 6x-3y=9 \end{cases}$$
$$\overline{\qquad 7y = 7}$$

➢ De l'équation $7y = 7$, on en déduit que $y = \frac{7}{7} = 1$.

➢ En remplaçant y par sa valeur ($y = 1$) dans l'une des deux équations, par exemple dans l'équation (1) : $3x + 2y = 8$, on obtient :

$$\begin{aligned} 3x+2\times 1 &= 8 \\ 3x &= 8-2 \\ 3x &= 6 \\ x &= \frac{6}{3} = 2 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Le système a donc pour solution $S = \{(2\,;1)\}$.

Exercice 3

La moyenne pondérée $\overline{x}$ de cette série statistique est :

$$\overline{x} = \frac{11\times 2 + 7\times 2 + 13,5\times 4 + 13\times 2 + 11\times 2 + 10\times 2 + 12\times 2 + 8\times 2}{2+2+4+2+2+2+2+2} = \frac{198}{18} = 11$$

Problème A

1 On développe, réduit et ordonne N.

$$\begin{aligned} N &= (x-2)(5x+1) \\ &= x\times 5x + x\times 1 - 2\times 5x - 2\times 1 \\ &= 5x^2 + x - 10x - 2 \\ &= 5x^2 - 9x - 2 \end{aligned}$$

2 Factorisons M.

$$\begin{aligned} M &= 3x^2 - 6x - (x-2)(x+3) \\ &= \underbrace{3x\times x - 3x\times 2}\, - (x-2)(x+3) \\ &= \quad 3x(x-2) \quad - (x-2)(x+3) \\ &= (x-2)\Big(3x - (x+3)\Big) \\ &= (x-2)(3x - x - 3) \\ &= (x-2)(2x-3) \end{aligned}$$

3 **a.** q est définie pour toutes les valeurs de x, sauf celles où le dénominateur s'annule c'est à dire q est définie si et seulement si $(x-2)(5x+1) \neq 0$.

Résolvons l'équation produit $(x-2)(5x+1) = 0$.

$$\begin{aligned} (x-2)(5x+1) = 0 &\iff x-2 = 0 \quad \text{ou} \quad 5x+1 = 0 \\ &\iff x = 2 \quad \text{ou} \quad 5x = -1 \\ &\iff x = 2 \quad \text{ou} \quad x = \frac{-1}{5} \end{aligned}$$

Donc l'ensemble de définition de q est l'ensemble $E = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{-1}{5}\,;\,2\right\}$.

b. Pour tout x appartenant à $E = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{-1}{5}\,;\,2\right\}$,

$$q(x) = \frac{(x-2)(2x-3)}{(x-2)(5x+1)} = \frac{2x-3}{5x+1}$$

Partie B) Activités géométriques

Exercice 1

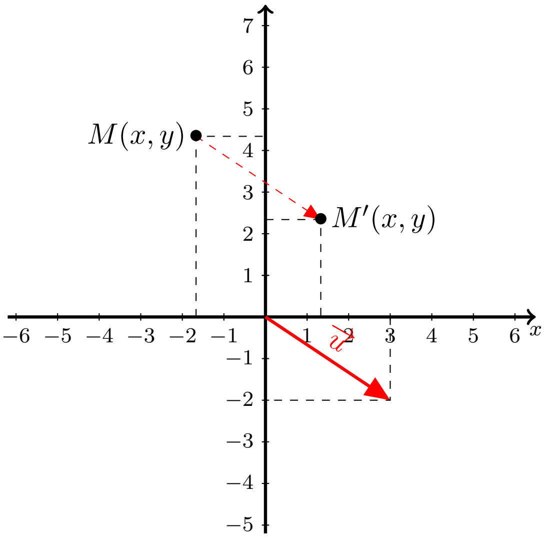
➢ L'expression analytique a) $\begin{cases} x' = x + 3 \\ y' = y - 2 \end{cases}$ est celle d'une translation de vecteur $\vec{u}(3\,;-2)$.

Cela signifie que le point M' de coordonnées (x', y') est obtenu à partir d'un point M de coordonnées (x, y) par glissement suivant le vecteur $\vec{u}(3\,;-2)$.

Ce qui se traduit par : $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$.

Ou encore $\begin{cases} x' - x = 3 \\ y' - y = -2 \end{cases}$.

D'où $\begin{cases} x' = x + 3 \\ y' = y - 2 \end{cases}$.



➢ L'expression analytique b) $\begin{cases} x' = 2x + 6 \\ y' = 2y - 4 \end{cases}$ est celle d'une homothétie de rapport 2.

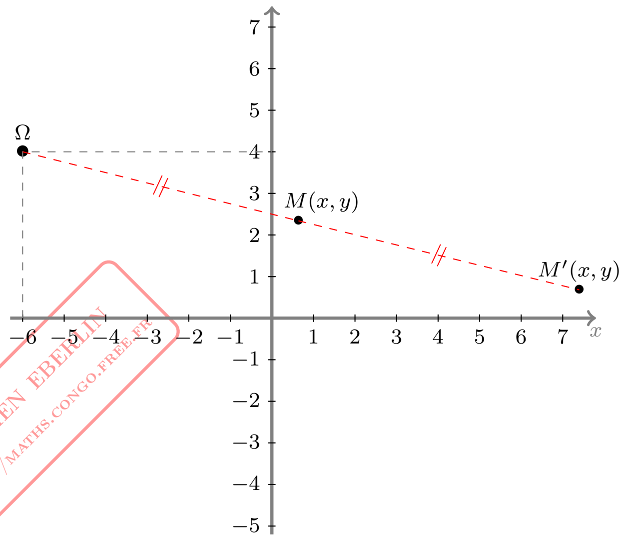
Cela signifie que si Ω est le centre de l'homothétie alors $\overrightarrow{\Omega M'} = 2\overrightarrow{\Omega M}$.

On montre que les coordonnées (x_0, y_0) de Ω sont $(-6, 4)$.

En effet, Ω étant le seul point invariant, on a :

$$\begin{cases} x_0 = 2x_0 + 6 \\ y_0 = 2y_0 - 4 \end{cases} \iff \begin{cases} x_0 - 2x_0 = 6 \\ y_0 - 2y_0 = -4 \end{cases}$$

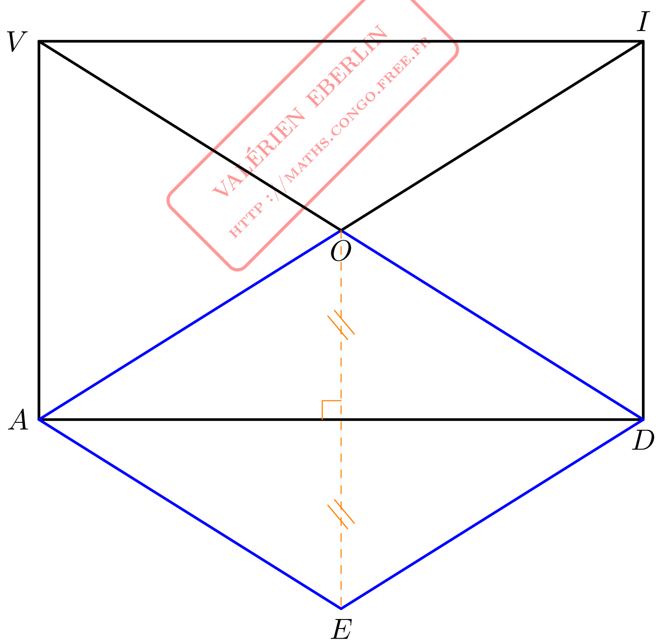
$$\iff \begin{cases} x_0 = -6 \\ y_0 = 4 \end{cases}$$



VALÉRIEN EBERLIN
HTTP://MATHS.CONGO.FREE.FR

Exercice 2

a.



b. Le quadrilatère $AODE$ est un losange.

En effet, comme E est le symétrique de O par rapport à $[AD]$, alors la droite (AD) est la médiatrice du segment $[OE]$.
On en déduit que $DO = DE$ et $AE = AO$ car tout point situé sur la médiatrice d'un segment est à égale distance des extrémités de ce segment.
Or $DO = AO$ (les diagonales d'un rectangle sont de même longueur et se coupent en leur milieu).
Donc $DO = DE = AE = AO$.
$AODE$ est un quadrilatère qui a 4 côtés de même longueur : c'est donc un losange.

Exercice 3

Coordonnées de $\vec{u}$

$$\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$$
$$= \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ sont $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

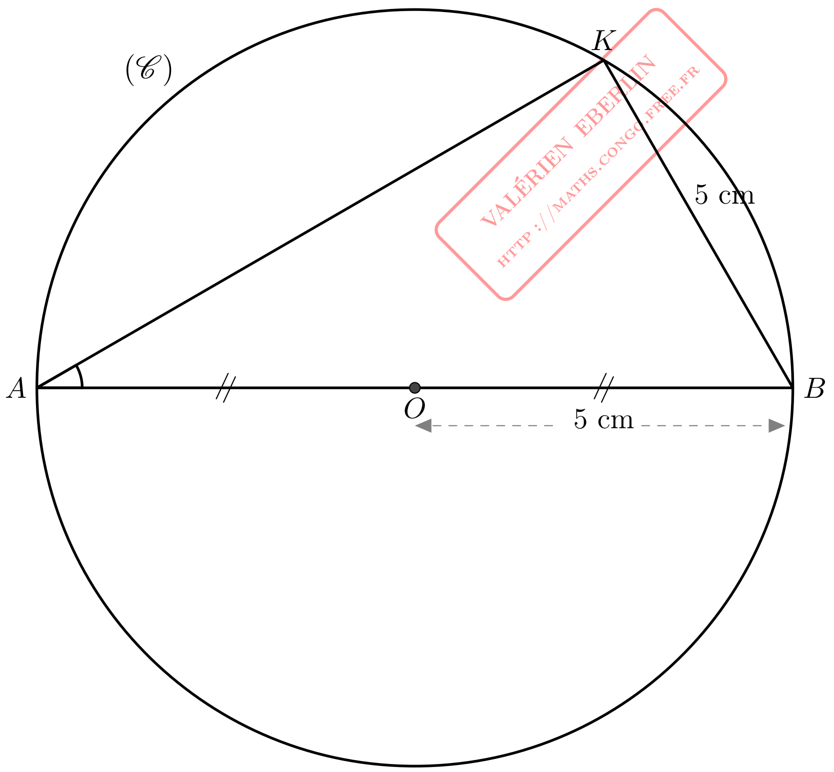
Coordonnées de $\vec{v}$

$$\vec{v} = -2\overrightarrow{BC}$$
$$= -2\begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} -2 \times (-3) \\ -2 \times (-1) \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Les coordonnées du vecteur $\vec{v}$ sont $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Problème B

1



2 Le triangle ABK est rectangle en K.

> En effet :
>
> - Le triangle ABK est inscrit dans le cercle ($\mathscr{C}$).
> - De plus, le cercle ($\mathscr{C}$) a pour diamètre, un côté de ce triangle.
>
> Or si un triangle est inscrit dans un cercle dont le diamètre est un côté du triangle, alors ce triangle est rectangle et son hypoténuse est un diamètre du cercle.
>
> Donc le triangle ABK est rectangle et a pour hypoténuse le côté $[AB]$.

3 Calcul de AK

Dans le triangle ABK rectangle en K, j'applique le théorème de Pythagore.

$AB^2 = AK^2 + BK^2$

$10^2 = AK^2 + 5^2$

$100 = AK^2 + 25$

On en déduit que $AK^2 = 100 - 25$.

D'où $AK = \sqrt{75}\,\text{cm} = \sqrt{3 \times 5^2}\,\text{cm} = 5\sqrt{3}\,\text{cm}$

4 Calcul de l'angle $\widehat{KAB}$

- Calcul de l'angle $\widehat{KAB}$ à la calculatrice

  Selon les calculatrices, on appuie sur les touches suivantes pour calculer l'angle $\widehat{KAB}$ sachant que $\sin \widehat{KAB} = 0,5$:

  2nde | sin | 0.5 | EXE ou SHIFT | sin | 0.5 | EXE ou SECONDE | sin | 0.5 | EXE

On obtient $\widehat{KAB} = 30°$.

Attention ! Au préalable, le candidat doit s'assurer que la calculatrice est réglée en mode Degré et non en Radian ni en Grade.

- Calcul de l'angle $\widehat{KAB}$ à la main

On utilise le tableau trigonométrique des valeurs remarquables ci-contre :

On en déduit que $\widehat{KAB} = 30°$.

	0°	30°	45°	60°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Voici une méthode pour retenir ce tableau :

- Sur la ligne de la fonction sinus (en bleu), on écrit $\frac{\sqrt{0}}{2}$; $\frac{\sqrt{1}}{2}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\frac{\sqrt{4}}{2}$.
- Sur la ligne de la fonction cosinus (en jaune), on écrit les nombres ci-dessus, mais dans l'ordre décroissant.
Ce qui donne :

	0°	30°	45°	60°	90°
sin	$\frac{\sqrt{0}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{4}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$

Or $\frac{\sqrt{0}}{2} = 0$; $\frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$ et $\frac{\sqrt{4}}{2} = 1$.
D'où le tableau trigonométrique des valeurs remarquables :

	0°	30°	45°	60°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Correction brevet 2019 - Mathématiques

► Voir le sujet. ► Retour au sommaire.

Partie A) Activités numériques et diverses

Exercice 1

a. Rappelons que la partie entière d'un logarithme (en base 10) est appelée caractéristique et sa partie décimale est appelée mantisse.

$\log E = 2 + 0,43136$.

La caractéristique de $\log E$ est 2.

La mantisse de $\log E$ est $0,43136$.

b.

$$\begin{aligned}
F &= \log 0,01 + \log 27000 \\
&= \log 10^{-2} + \log(27 \times 10^3) \\
&= -2\log 10 + \log 27 + \log 10^3 \\
&= -2\underbrace{\log 10}_{=1} + \log 3^3 + 3\underbrace{\log 10}_{=1} \\
&= \quad -2 \quad + \ 3\log 3 \ + \ 3 \\
&= 1 + 3\log 3 \\
&= 1 + 3 \times 0,47712 \\
&= 2,43136
\end{aligned}$$

Exercice 2

Interprétation

- Il y a 6 personnes qui ont passé 4 à 8 heures (exclues) devant la télévision ;
- Il y a 5 personnes qui ont passé 8 à 12 heures (exclues) devant la télévision ;
- Il y a 2 personnes qui ont passé 12 à 16 heures (exclues) devant la télévision ;
- Il y a 4 personnes qui ont passé 16 à 20 heures (exclues) devant la télévision.

D'où l'effectif total est : $6 + 5 + 2 + 4 = 17$ personnes.

D'où le tableau des effectifs en classes d'amplitude 4 :

Note (en classe)	$[4; 8[$	$[8; 12[$	$[12; 16[$	$[16; 20[$
Effectif	6	5	2	4

Exercice 3

a. La fonction affine $h(x) = -\dfrac{1}{3}x+1$ a pour coefficient directeur (taux d'accroissement) $-\dfrac{1}{3}$.
Comme le coefficient directeur de h est strictement négatif, alors h est une fonction strictement décroissante.

b. h étant une fonction affine, alors sa représentation graphique est une droite.

Déterminons un tableau de valeurs de h

Pour $x = 0$, $\quad h(0) = -\dfrac{1}{3} \times 0 + 1 = 1$

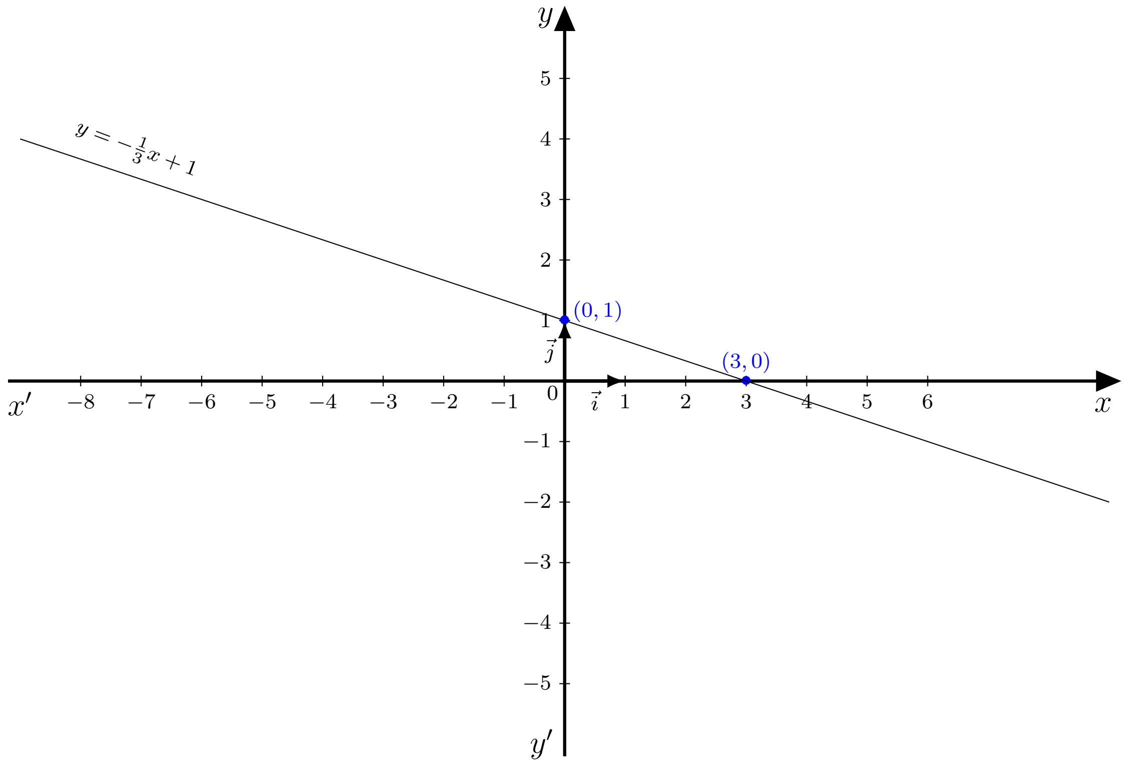
Pour $x = 3$, $\quad h(3) = -\dfrac{1}{3} \times 3 + 1 = -1 + 1 = 0$.

D'où le tableau de valeurs :

x	0	3
$h(x)$	1	0

Représentation graphique de h

La droite représentative de h est la droite qui passe par les points $(0, 1)$ et $(3; 0)$.



Problème A

1 F est définie pour toutes les valeurs de x, sauf celles où le dénominateur s'annule c'est à dire, F est définie si et seulement si $x \neq -2$.

Donc l'ensemble de définition de F est l'ensemble $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

2 Pour $x = \sqrt{5}$,

$$\begin{aligned} F &= \frac{\sqrt{5}+3}{\sqrt{5}+2} \\ &= \frac{(\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} \\ &= \frac{\sqrt{5}\times\sqrt{5}-2\sqrt{5}+3\sqrt{5}-3\times 2}{(\sqrt{5})^2-2^2} \\ &= \frac{5+\sqrt{5}-6}{5-4} \\ &= -1+\sqrt{5} \end{aligned}$$

3 $x+3=0$ si $x=-3$.
$x+2=0$ si $x=-2$.

D'où le tableau de signes :

x	$-\infty$		-3		-2		$+\infty$
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
$x+2$		$-$		$-$	0	$+$	
$\dfrac{x+3}{x+2}$		$+$	0	$-$	‖	$+$	

D'où l'ensemble de solution $S =]-3\,;-2[$.

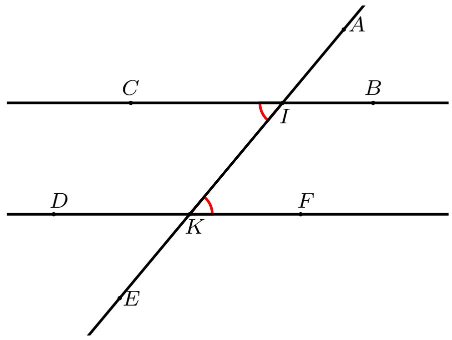
4 Comme $2,236 < \sqrt{5} < 2,237$, alors $-1+2,236 < -1+\sqrt{5} < -1+2,237$.
D'où $1,236 < L < 1,237$ est l'encadrement de $\sqrt{5}$ à 10^{-3} car $1,237-1,236 = 0,001 = 10^{-3}$.

Partie B) Activités géométriques

Exercice 1

a. Vrai.

Les angles $\widehat{KIC}$ et $\widehat{IKF}$ sont alternes-internes, formés par deux droites parallèles coupées par une sécantes. Donc $\widehat{KIC} = \widehat{IKF}$.

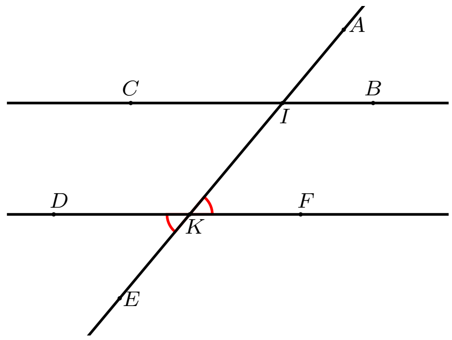


> En effet, on utilise la propriété suivante :
> Si deux angles alternes-internes sont formés par deux droites parallèles coupées par une sécante, alors ils sont de même mesure.

b. Faux

c. Vrai.

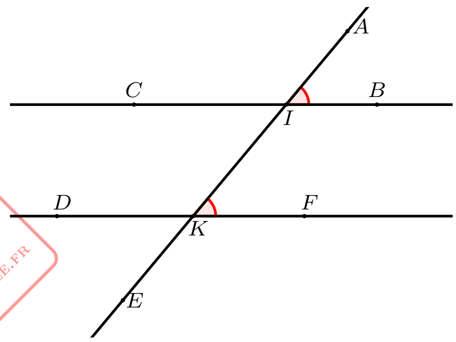
Les angles $\widehat{IKF}$ et $\widehat{DKE}$ sont opposés par le sommet K. Donc $\widehat{IKF} = \widehat{DKE}$.



> En effet, on utilise la propriété suivante :
> Si deux angles sont opposés par un sommet, alors ils sont de même mesure.

d. Vrai.

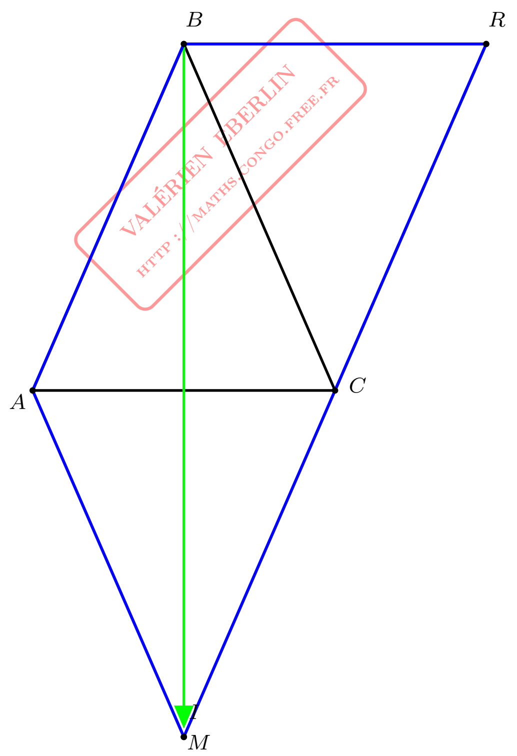
Les angles $\widehat{AIB}$ et $\widehat{IKF}$ sont correspondants, formées par deux droites parallèles coupées par une sécante. Donc $\widehat{AIB} = \widehat{IKF}$.



> En effet, on utilise la propriété suivante :
> Si deux angles correspondants sont formés par deux droites parallèles coupées par une sécante, alors ils sont de même mesure.

Exercice 2

a.



b. Le quadrilatère $ABRM$ ayant deux côtés, (AB) et (MR), parallèles est un trapèze.

Montrons que $ABRM$ est un trapèze

De l'égalité $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$

On en déduit que $-\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{BC}$. Ou encore $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC}$. D'où $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MC}$.

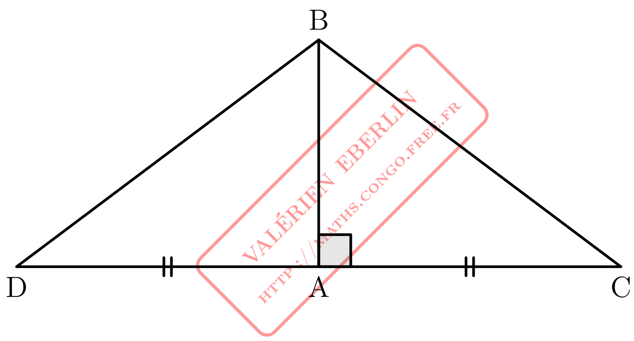
Or d'après l'énoncé, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CR}$.

D'où $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CR}$ ou encore $2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MR}$.

L'égalité $2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MR}$ montre que les côtés $[AB]$ et $[MR]$ sont parallèles.

$ABRM$ est donc un quadrilatère qui a deux côtés parallèles : c'est un trapèze.

Exercice 3

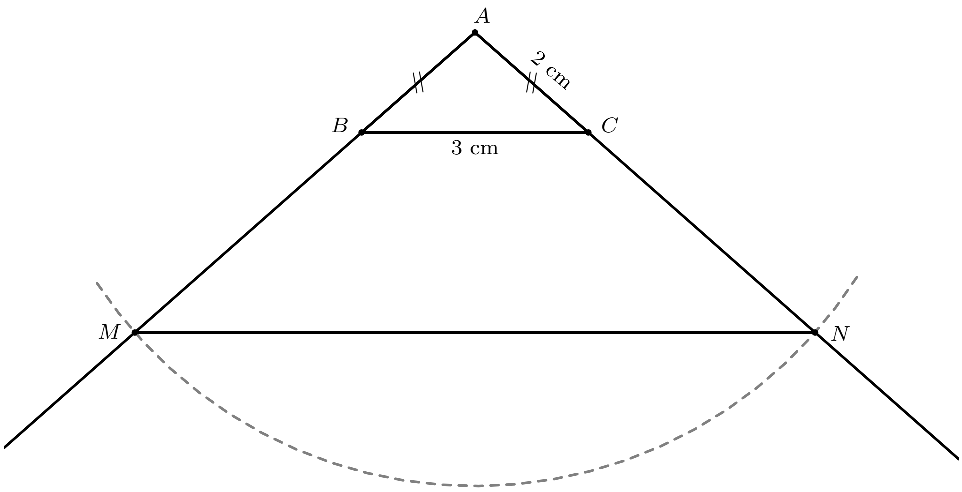


- Le triangle BDC est isocèle en B.

Une rotation d'angle 180° étant une symétrie centrale, on en déduit que A est le milieu de $[DC]$.
Il vient que la droite (AB) coupe le segment $[DC]$ en son milieu et est perpendiculaire à ce segment : c'est donc la médiatrice du segment $[DC]$.
Or tout point situé sur la médiatrice d'un segment, est à égale distance des extrémités de ce segment.
D'où $BD = BC$. Donc le triangle BDC est isocèle en B.

Problème B

1



2 **a.** Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

- Les points A, B, M et A, C, N sont alignés dans le même ordre.
- De plus, $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = 3$.
D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (MN) et (BC) sont parallèles

b. La transformation géométrique qui permet de passer du triangle ABC au triangle AMN est l'homothétie de centre A et de rapport 3.

En effet, on a les égalités vectorielles : $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AC}$.
Autrement dit, si $h_{(A,3)}$ est l'homothétie de centre A et de rapport 3,
alors : $\begin{cases} h_{(A,3)}(A) = A \\ h_{(A,3)}(B) = M \\ h_{(A,3)}(C) = N \end{cases}$
On en déduit que l'homothétie de centre A et de rapport 3 transforme le triangle ABC en le triangle AMN.

3

- Les droites (MB) et (NC) sont sécantes en A.
- De plus, $(MN)//(BC)$

D'après le théorème de Thalès : $\dfrac{AB}{AM} = \dfrac{AC}{AN} = \dfrac{BC}{MN}$.

$\dfrac{2}{6} = \dfrac{3}{MN}$.

D'où $MN = \dfrac{3 \times 6}{2} = 9$ cm

Correction brevet 2020 - Mathématiques

▶ Voir le sujet. ▶ Retour au sommaire.

Partie A) Activité numériques et diverses

Exercice 1

a. Vrai.

b. Faux.

En effet, en prenant $x = 1$ et $y = 4$, on a $|x - y| = |1 - 4| = |-3| = 3$
Mais $|x| - |y| = |1| - |4| = 1 - 4 = -3$.
Ce qui prouve que l'inégalité : $|x - y| \leq |x| - |y|$ est fausse pour $x = 1$ et $y = 4$.

c. Vrai.

d. Faux.

En effet, en prenant $x = -1$ et $y = 4$, on a $|x + y| = |-1 + 4| = |3| = 3$
Mais $|x| + |y| = |-1| + |4| = 1 + 4 = 5$.
Ce qui prouve que l'inégalité : $|x + y| \geq |x| + |y|$ est fausse pour $x = -1$ et $y = 4$.

Exercice 2

a. Factorisons d'abord l'expression : $x^2 - 25$

Cette expression est de la forme $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.
D'où $x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = (x - 5)(x + 5)$.

Factorisons maintenant $E = (3x - 2)(x + 5) - (x^2 - 25)$

$$\begin{aligned}
E &= (3x-2)(x+5) - (x^2 - 25) \\
&= (3x-2)(x+5) - (x^2 - 5^2) \\
&= \underbrace{(x+5)}_{k}\underbrace{(3x-2)}_{a} - \underbrace{(x+5)}_{k}\underbrace{(x-5)}_{b} \quad \text{c'est de la forme } k \times a - k \times b = k \times (a - b) \\
&= (x+5) \times [(3x-2) - (x-5)] \\
&= (x+5) \times (3x - 2 - x + 5) \\
&= (x+5)(2x+3)
\end{aligned}$$

L'expression factorisée de $E = (3x - 2)(x + 5) - (x^2 - 25)$ est $E = (x + 5)(2x + 3)$.

b. On sait qu'un produit de facteurs est nul, si et seulement si l'un des facteurs est nul c'est à dire :

$a \times b = 0 \iff a = 0$ ou $b = 0$.

On en déduit que :

$$\begin{aligned}(x+5)(2x+3)=0 &\iff x+5=0 \quad \text{ou} \quad 2x+3=0\\ &\iff x=-5 \quad \text{ou} \quad 2x=-3\\ &\iff x=-5 \quad \text{ou} \quad x=-\frac{3}{2}\end{aligned}.$$

L'équation $(x+5)(2x+3)=0$ admet pour solutions, l'ensemble $S=\left\{-5;-\frac{3}{2}\right\}$.

Exercice 3

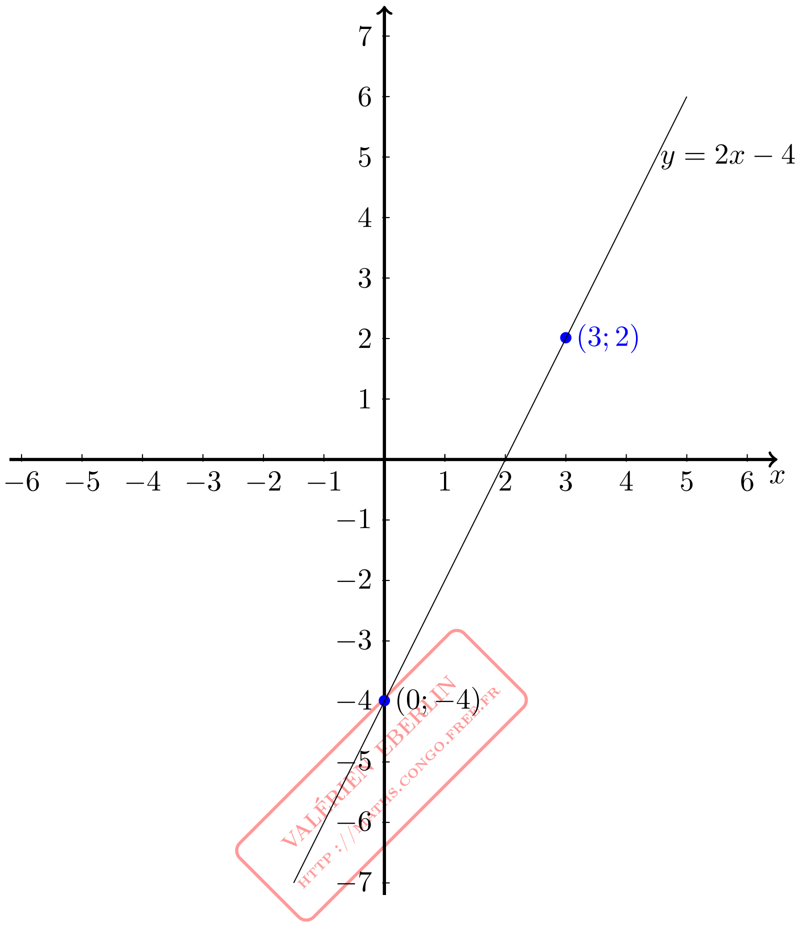
a. f étant de la forme $f(x)=ax+b$ avec $a=2$ et $b=-4$ est donc une fonction affine.
Comme $a=2>0$, alors f est une fonction croissante.

b. f étant une fonction affine, alors sa représentation graphique est une droite.
Tableau de valeurs de f
Pour $x=0$, $\quad f(0)=-4$
Pour $x=3$, $\quad f(3)=2\times 3-4=2$.

D'où le tableau de valeurs :

x	0	3
$f(x)$	-4	2

La droite représentative de f est la droite qui passe par les points $(0,-4)$ et $(3;2)$.



VALÉRIEN EBERLIN
HTTP ://MATHS.CONGO.FREE.FR

Problème A

1 L'effectif total est : $6+2+5+7=20$.

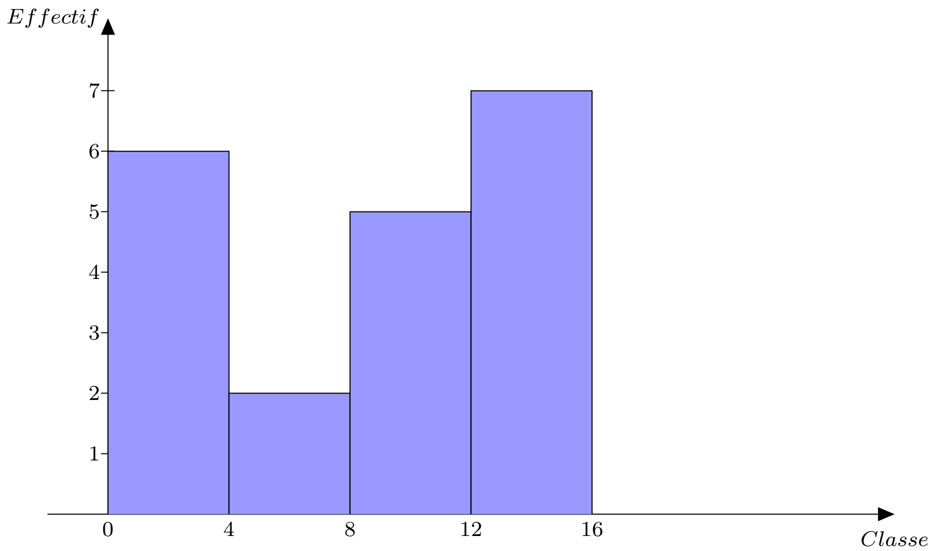
2

Note (en classe)	$[0;4[$	$[4;8[$	$[8;12[$	$[12;16[$
Centre de classe	2	6	10	14
Effectif	6	2	5	7

3 - L'amplitude de la classe $[0;4[$ est $4-0=4$;
- L'amplitude de la classe $[4;8[$ est $8-4=4$;
- L'amplitude de la classe $[8;12[$ est $12-8=4$;
- L'amplitude de la classe $[12;16[$ est $16-12=4$.

On en déduit que l'amplitude de la série statistique est 4.

4



Partie B) Activités géométriques

Exercice 1

La médiane d'un triangle c'est toute droite qui passe par son sommet et par le milieu du côté opposé à ce sommet.

La hauteur d'un triangle c'est toute droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire au support du côté opposé à ce sommet.

Exercice 2

La droite $(\mathscr{D})$ passant par le point A et de vecteur directeur $\overrightarrow{v}$ est donnée par l'équation :

$(\mathscr{D})$: $\dfrac{x - x_A}{a} = \dfrac{y - y_A}{b}$ où $(a; b)$ sont les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{v}$.

$(\mathscr{D})$: $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y-(-1)}{-1}$

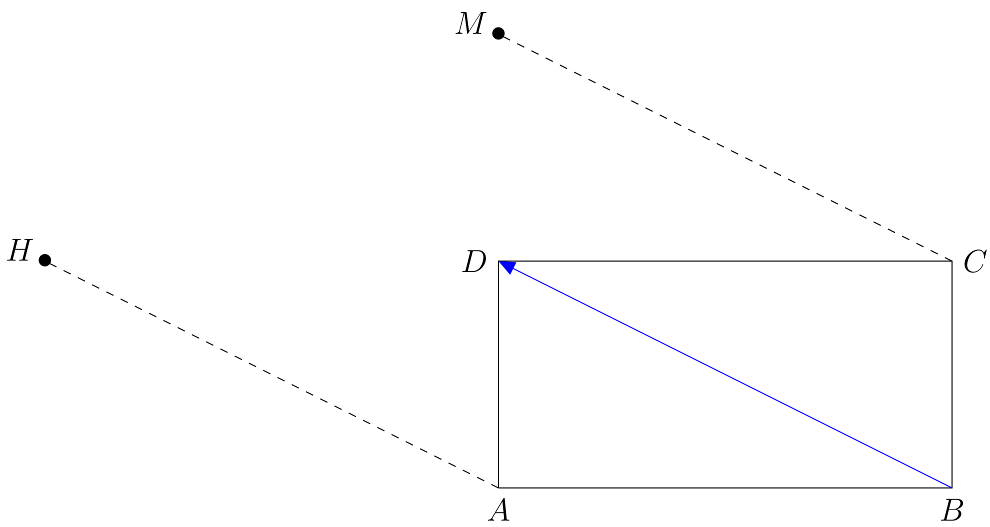
$(\mathscr{D})$: $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y+1}{-1}$

En appliquant l'égalité des produits en croix à l'égalité précédente, on obtient $-x+2 = 3(y+1)$ ou encore $-x+2 = 3y+3$.

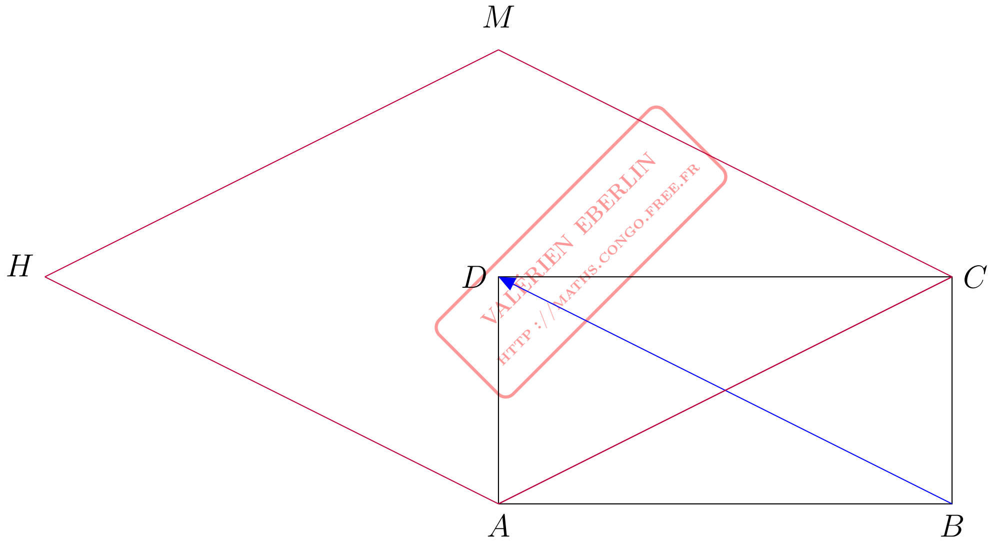
D'où l'équation cartésienne de la droite $(\mathscr{D})$: $x + 3y + 1 = 0$.

Exercice 3

1



2



Le quadrilatère $ACMH$ est un losange.

(1) $AH = AC$

En effet, comme $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{BD}$ alors $AH = BD$. Or $BD = AC$ (car les diagonales d'un rectangle sont de même longueur). Donc $AH = AC$

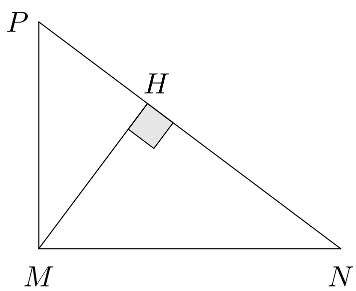
(2) De plus, $ACMH$ est un parallélogramme

En effet, comme $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CM}$, alors $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{CM}$. De cette dernière égalité, on en déduit que le quadrilatère $AHMC$ (qui est le même que le quadrilatère $ACMH$) est un parallélogramme.

D'après (1) et (2), $ACMH$ est un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur : c'est donc un losange.

Problème B

1



2

$$NP^2 = 5^2 = 25$$

$$MN^2 + MP^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

J'en déduis que $NP^2 = MN^2 + MP^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle MNP est rectangle en M.

3 Calcul de NH

- Dans le triangle MNP rectangle en M, $\cos(\widehat{MNP}) = \dfrac{MN}{NP} = \dfrac{4}{5}$.

- Dans le triangle MNH rectangle en H, $\cos(\widehat{MNH}) = \dfrac{NH}{MN} = \dfrac{NH}{4}$.

Or $\widehat{MNP} = \widehat{MNH}$. On en déduit que $\dfrac{4}{5} = \dfrac{NH}{4}$.

D'où $NH = \dfrac{4 \times 4}{5} = 3,2$ cm.

Calcul de MH

Dans le triangle MNH rectangle en H, j'applique le théorème de Pythagore.
$MN^2 = MH^2 + NH^2$
$4^2 = MH^2 + 3,2^2$
On en déduit que $MH^2 = 4^2 - 3,2^2 = 5,76$
D'où $MH = \sqrt{5,76} = 2,4$ cm.