Faiza Ammar Bouhlel
Professeur

Mohamed Jmal
Professeur Principal

COSMOS

Physique Chimie

4ème Sciences de l'informatique

- Résumés de cours
- Documentaires scientifiques
- Exercices
- Corrections détaillées

samed

Préface

COSMOS : c'est l'univers

- Nous avons voulu que cet ouvrage soit un cosmos pour nos élèves de $4^{ème}$ année secondaire.
- Il traite le programme des sciences physiques de la section sciences de l'informatique.
- L'élève trouvera dans chaque thème étudié un résumé du cours, des énoncées des exercices en ordre de difficulté croissante suivis d'un exercice qui a pour but l'étude d'un document scientifique et en fin des corrigés détaillés qui aideront notamment les élèves à développer des schèmes dans la résolution des exercices de physique et de chimie.
- En fin nous tenons à remercier tous ceux et celles qui nous ont aidé à présenter ce travail notamment M^r : Imed Messaoudi inspecteur des sciences physiques et nous recevons avec le plus grand intérêt toutes remarques critiques visant à l'amélioration de la rédaction de cet ouvrage.

Les auteurs

« Il s'agit d'un recueil minutieux d'exercices corrigés de physique et de chimie entreprenant l'étude de plusieurs thèmes traités par les programmes officiels de sciences physiques des classes de 4ème année de l'enseignement secondaire.

En vertu de la validité de la pertinence du contenu de cet ouvrage, l'apprenant aura l'occasion de mettre en œuvre ses connaissances déclaratives, procédurales et conditionnelles lors de la résolution de ces problèmes de synthèse d'envisager une auto – évaluation de ses apprentissages et de parfaire auto – régulation consciente du cheminement emprunté dans la résolution des exercices de physique et de chimie. »

Imed Messoudi

Inspecteur des écoles préparatoires et des lycées.

Sommaire

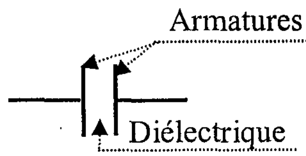
PHYSIQUE

Dipôle RC

Résumé du cours :

I. Le Condensateur :

1) Description :



Un condensateur est formé par deux plaques conductrices (armatures) séparées par un isolant appelé diélectrique (verre, air, plastique, céramique ...), sa représentation symbolique est donnée par :

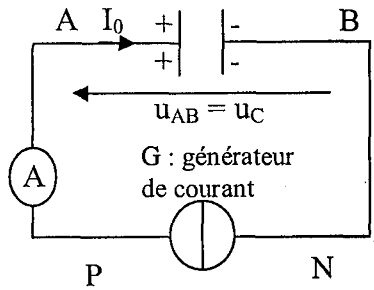
- La grandeur caractéristique d'un condensateur est sa capacité C, elle est définit comme étant une grandeur qui caractérise son aptitude à emmagasiner une charge électrique q lorsqu'il et soumis à une tension u_C.
- Dans le cas d'un condensateur plan la capacité C est donnée par la relation :

$$C = \frac{\varepsilon . S}{e}$$

S : Surface des armatures en regard (m^2)
e : Ecartement entre les deux armatures (m)
ε : Permittivité absolue du diélectrique ($F.m^{-1}$)

C s'exprime en Farads (F)

2) Charge du condensateur :



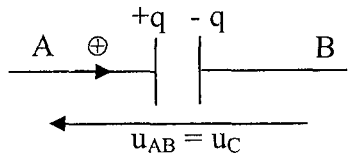
- Par un Courant d'intensité constante I_o

Le courant constant I_0 qui circule dans le circuit provoque un déficit d'électrons sur l'armature A et un excès d'électrons sur l'armature B : le condensateur se charge et à chaque instant on a :

- $q_A = - q_B = q$
- $I_0 = \frac{|q|}{t}$
- $q = C.u_C$

I_o : Intensité du courant en ampères (A)
t : Durée de charge en secondes (s)
q : Charge du condensateur en coulomb (C)
u_c : tension aux bonnes du condensateur en volt (V)

- Par un courant d'intensité variable i :
  On choisit arbitrairement un sens positif pour le courant, celui indiqué par la figure suivante, par exemple :



  Soit i l'intensité algébrique du courant,
  - i > 0 si le courant circule dans le sens indiqué sur la figure précédente
  - i < 0 si le courant circule dans le sens contraire de celui indiqué sur la figure précédente.

  Selon la convention récepteur, on peut écrire :

$$i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} \;;\; u_{AB} = \frac{q}{C} \text{ et } i = C.\frac{du_{AB}}{dt}.$$

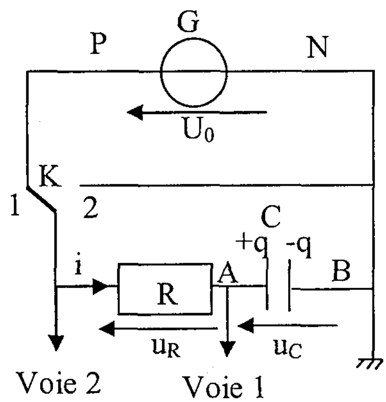
  u_{AB}, q et i sont les valeurs algébriques respectivement de la tension aux bornes du condensateur, de la charge de l'armature A et de l'intensité du courant qui circule dans le circuit.

3) Energie emmagasinée par un condensateur :

$$E_C = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} C u_C^2 = \frac{1}{2} q\, u_C$$

II. Dipôle RC

Pour étudier la charge et la décharge d'un condensateur à travers un conducteur ohmique on réalise le montage du circuit suivant :



G : générateur délivrant une tension constante U_0
On choisit un sens arbitraire du courant de A vers B, par exemple :

• Si K passe en position 1, un courant positif s'établit dans le circuit.

L'intensité i de ce courant décroît progressivement tandis que u_C augmente.

Quand $u_C = U_0$, $i = 0 \Rightarrow$

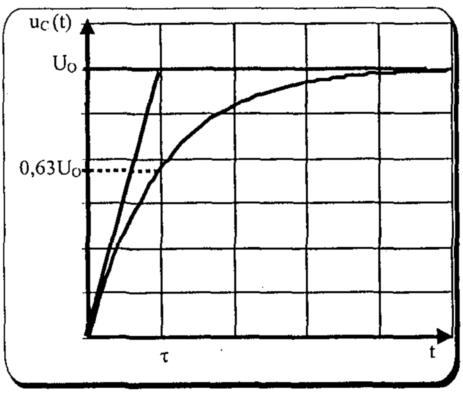
le condensateur est chargé.

Les équations différentielles sont :

1. $u_C + R.C\dfrac{du_C}{dt} = U_0$
2. $q + R.C\dfrac{dq}{dt} = CU_0$
3. $\int i.dt + RCi = CU_0$

Dont les solutions sont de la forme :

1. $u_C\ (t) = U_0.(1 - e^{\frac{-t}{R.C}})$



2. $q\ (t) = C.U_0.(1 - e^{\frac{-t}{R.C}})$

• Si K passe de 1 à 2, un courant négatif s'établit dans le circuit.

La valeur absolue de l'intensité i de ce courant décroît progressivement, il en est de même pour u_C .

Quand $u_C = 0$, $i = 0 \Rightarrow$

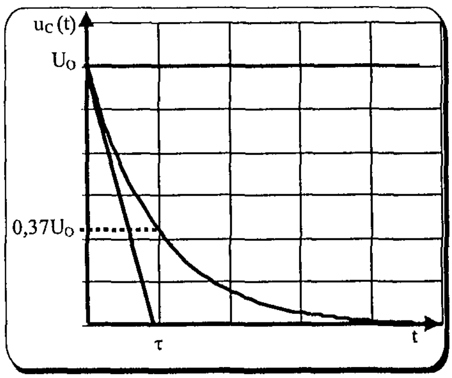
le condensateur est complètement déchargé.

Les équations différentielles sont :

1. $u_C + R.C\dfrac{du_C}{dt} = 0$
2. $q + R.C\dfrac{dq}{dt} = 0$
3. $\int i.dt + R.C\ i = 0$

Dont les solutions sont de la forme :

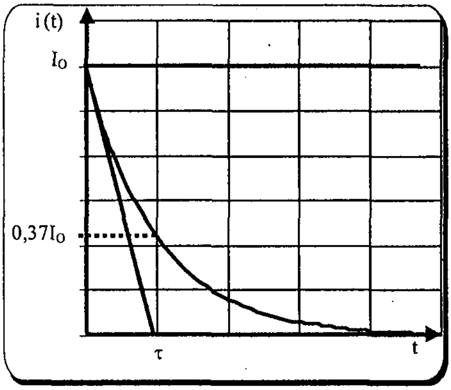
1. $u_C\ (t) = U_0.e^{\frac{-t}{R.C}}$

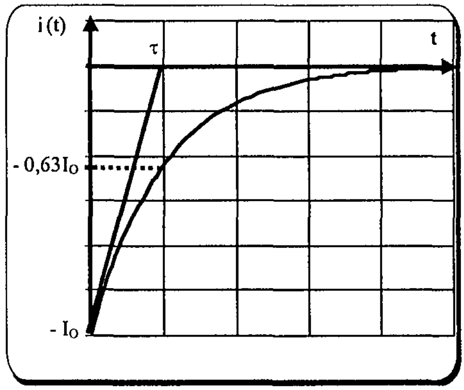


2. $q\ (t) = C.U_0.e^{\frac{-t}{R.C}}$

3. $i(t) = I_O . e^{\frac{-t}{R.C}}$; $I_O = \frac{U_O}{R}$

3. $i(t) = -I_O . e^{\frac{-t}{R.C}}$; $I_O = \frac{U_O}{R}$



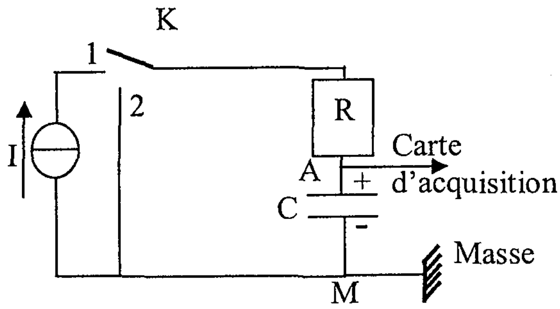


- τ = R.C : Constante de temps : Grandeur caractéristique du dipôle RC, elle renseigne sur la rapidité avec laquelle s'établit la tension $u_C = U_O$ entre les armatures du condensateur (ou s'annule au cours de la décharge). La charge et la décharge du condensateur sont d'autant plus rapides que la constante de temps τ est plus petite (τ s'exprime en secondes (s)).
- La charge ou la décharge d'un dipôle RC sont des phénomènes transitoires.

Exercices

EXERCICE 1 :

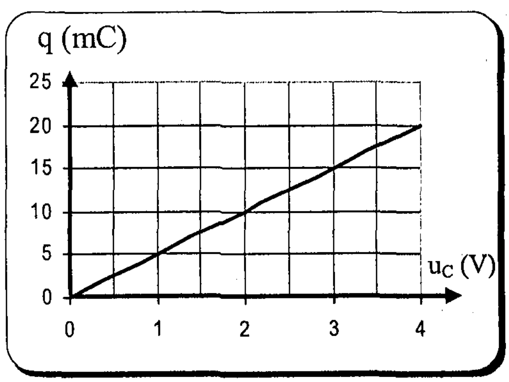
On se propose de déterminer la capacité C d'un condensateur.
On étudie la charge du condensateur par un courant d'intensité constante.
On réalise pour cela le montage électrique suivant :



Le générateur de courant délivre un courant d'intensité I constante et réglable.
Les bornes du condensateur sont reliées à un ordinateur par l'intermédiaire d'une interface de prise de données.

1) Avant d'utiliser le condensateur, on doit le décharger. Comment le faire rapidement ?
2) Le condensateur étant déchargé, on place l'interrupteur K en position 1 à l'instant de date t = 0 s. On enregistre alors les variations de la tension $u_{AM} = u_c$ aux bornes du condensateur au cours du temps.

   L'intensité du courant dans le circuit est I = 660 μA.
   L'acquisition des mesures étant terminée, on calcule à l'aide d'un logiciel, pour chaque valeur de t, la charge q (t) de l'armature A du condensateur. On trace le graphe $q = f(u_c)$ suivant :



   a) Indiquer comment à partir des données expérimentales on pourra déterminer la charge q (t).

b) Montrer que la charge q (t) et la tension u_c (t) sont proportionnelles, déduire graphiquement la capacité C du condensateur.

c) La valeur indiquée par le constructeur est : C = 4700 µF à 20 % près. La valeur expérimentale est – elle en accord avec la tolérance du fabriquant ? Justifier la réponse.

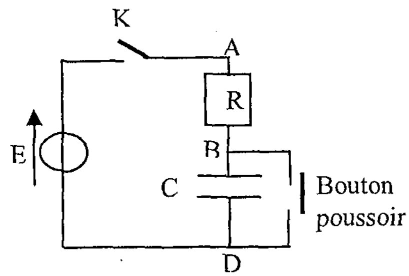
d) Proposer un autre graphe utilisant le même circuit et permettant de déterminer la valeur de C.

3) Soit E_C l'énergie électrostatique emmagasinée par le condensateur au bout d'une durée de charge t.

a) Exprimer Ec en fonction de I, C et t.

b) Représenter la courbe qui traduit la variation de Ec en fonction de t^2.

EXERCICE 2 :



On réalise la charge d'un condensateur de capacité C = 10 µF selon le montage suivant : Le générateur est une alimentation stabilisée délivrant une tension E = 12 V.

Le conducteur ohmique a une résistance R = 10 KΩ. Le condensateur étant déchargé, on ferme l'interrupteur K à l'instant de date t = 0s.

1) On pose u_{BD} = u, exprimer la tension u_{AB} en fonction de u et de E.

2) En déduire l'équation différentielle vérifiée par u (t).

3) Cette équation différentielle admet une solution de la forme :

$$u(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}).$$

a) Déterminer l'expression littérales de A et celle de τ.

b) Calculer leurs valeurs.

c) Exprimer l'intensité du courant i (t) au cours de la charge du condensateur.

4) Exprimer littéralement, à l'instant t = 0s puis calculer les valeurs de : u et i.

5)

a) Déterminer la date $t_{1/2}$ pour laquelle la valeur de u (t) égale à $\frac{E}{2}$.

Comparer cette date à la constante de temps τ.

b) Aux quelles dates a – t – on : u (t) égale à $\frac{E}{4}$ et u (t) égale à $\frac{E}{8}$?

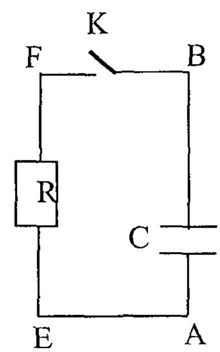
6)

a) Représenter la courbe qui traduit la variation du logarithme népérien de la tension u_{AB} en fonction du temps : $\ell n\,(u_{AB}) = f\,(t)$.

On donne : $\ell n\,(a \times b) = \ell n\,(a) + \ell n\,(b)$.

b) Quelles modifications apportées à la courbe précédente si on double la valeur de la capacité ?

EXERCICE 3 :



On réalise la décharge d'un condensateur de capacité $C = 470\ \mu F$ selon le montage suivant :

Le conducteur ohmique a une résistance $R = 4{,}7\ K\Omega$.

A t = 0s, le condensateur est chargé, la tension u_{BA} à ses bornes est égale à $U_0 = 10$ V et on ferme l'interrupteur K.

1) Etablir l'équation différentielle en fonction de i (t) et de $\frac{di(t)}{dt}$.

2) Cette équation différentielle admet une solution de la forme : $i\,(t) = A.\ e^{-\frac{t}{\tau}}$.

a) Déterminer les expressions littérales de A et τ.

b) Calculer leurs valeurs.

c) Exprimer la tension u_{BA} (t) au cours de la décharge du condensateur.

3)

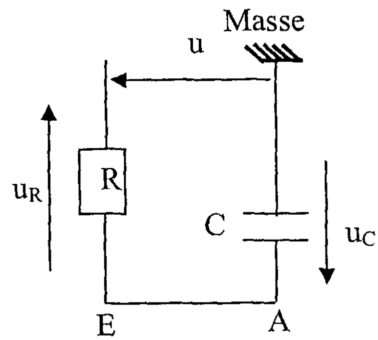
a) Déterminer la date $t_{\frac{1}{2}}$ pour laquelle la valeur de u_{BA} (t) égale à $\frac{U_0}{2}$.

Comparer cette date à τ.

b) Aux quelles dates a – t – on : u_{BA} (t) égale à $\frac{U_0}{4}$ et u_{BA} (t) égale à $\frac{U_0}{8}$?

4) Représenter sur le même graphe u_{BA} (t) et u_{EF} (t).

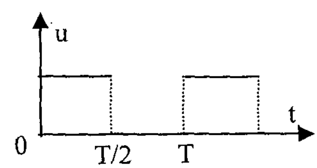
EXERCICE 4 :



1) Un dipôle RC est soumis à une tension u par rapport à la masse (voir circuit suivant).
   - u_R et u_C sont les tensions respectivement aux bornes du conducteur ohmique R et aux bornes du condensateur C.
   - q est la charge du condensateur à un instant de date t.

   Etablir l'équation différentielle régissant la tension u_C.

2) La tension u est délivrée par un générateur basse fréquence (GBF). Elle est en créneaux de période T > 10 τ (τ étant la constante de temps du dipôle RC), son amplitude vaut U = 6 V.



   A l'origine des dates le condensateur est déchargé.

   a) On considère le cas $0 < t < \frac{T}{2}$. Montrer que : u_C (t) = U (1 – $e^{-\frac{t}{\tau}}$) satisfait à l'équation différentielle établie en 1) a) et à la condition initiale q (0) = 0.
   Décrire brièvement les variations de u_C (t).
   Que vaut pratiquement u_C ($\frac{T}{2}$) ?

   b) On considère le cas $\frac{T}{2} < t < T$. Décrire brièvement les variations de u_C (t).
   Que vaut pratiquement u_C (T) ?

3) On désire observer les variations de $u_C(t)$ à l'aide d'un oscilloscope.

La sensibilité verticale de la voie utilisée est $K = 2$ V / div, et le balayage est $b = 200$ µs / div. Les caractéristiques du dipôle sont $R = 1$ KΩ et $C = 50$ nF.

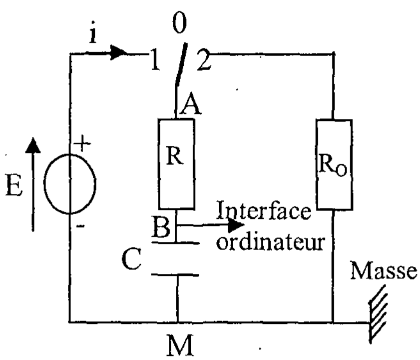
La fréquence délivrée par le G.B.F est $N = 1$ KHz.

a) Montrer que la condition $T > 10\,\tau$ est respectée.

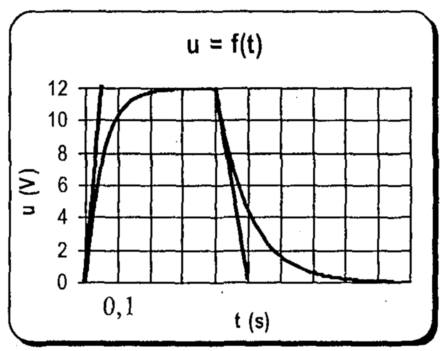
b) Représenter l'allure de la courbe observée sur l'écran (10 div * 10 div) sachant qu'a $t = 0$s le spot est à gauche de l'écran en un point noté A.

EXERCICE 5 :

On se propose d'étudier le comportement d'un condensateur en suivant l'évolution de la tension entre ses bornes dans le circuit suivant :



Par un dispositif informatisé, on obtient le graphe ci – dessous



Le passage non instantané de l'interrupteur inverseur K de la position 1 à la position 2 se fait entre les dates $t_1 = 300$ ms et $t_2 = 500$ ms.

1) Expérience 1. A $t = 0$, on place l'interrupteur en position 1.

a) Quel est le phénomène réalisé ? Indiquer sur un schéma le sens de déplacement des électrons et préciser la polarité des armatures du condensateur.

b) Quelle est la valeur E délivrée par le générateur.

c) Etablir l'équation différentielle vérifiée par $u_{BM} = u$.

d) Vérifier que $u(t) = E\ (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$ est une solution de l'équation différentielle précédente.

e) Pourquoi u reste – t – elle constante entre les deux dates $t_1 = 0,3$ s et $t_2 = 0,5$ s. Quelle est la valeur de i et de u_{AB} dans cet intervalle de temps ?

2) L'interrupteur en position 2

a) Quel est le phénomène réalisé ? Etablir l'équation différentielle qui régit ce phénomène et donner sa solution.

b) Définir la constante de temps, donner les expressions de τ_1 et τ_2 : Constantes de temps lorsque l'interrupteur K est respectivement dans la position 1 et la position 2.

c) Montrer que : $\tau_2 = (1 + \frac{R_0}{R})\ \tau_1$ et en utilisant le graphe précédent,déduire que $R = R_0$.

3) Sachant que l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur à la fin de la charge est $Ec = 1,44.10^{-2}$ J.

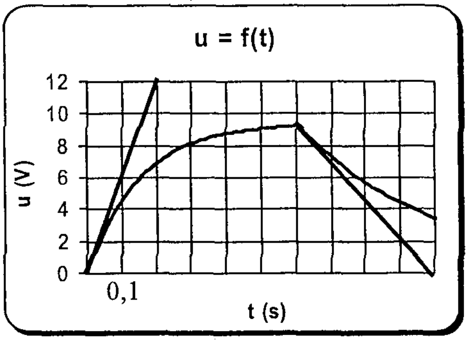
a) Déterminer la valeur de la capacité C.

b) *En déduire les valeurs de R et R_0.*

c) Déterminer Les dates de demi charge et de demi décharge. Les comparer puis conclure.

4) Expérience N°2 : Dans cette expérience on a varié une seule grandeur (La résistance R ou la capacité C).

On obtient le graphe ci – dessous.



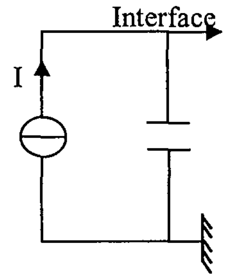
a) Laquelle des deux grandeurs qui a été variée ? Justifier la réponse.

b) Déterminer la nouvelle valeur de cette grandeur caractéristique.

EXERCICE 6 :

A.

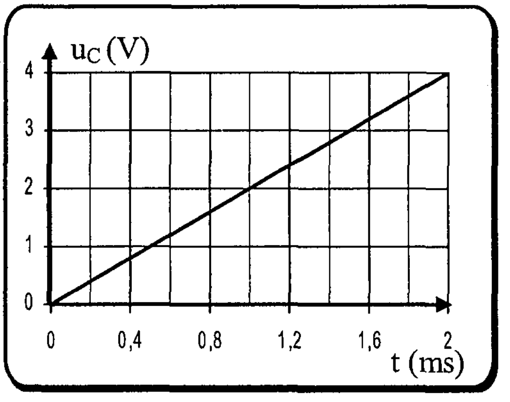
1) Définir la capacité d'un condensateur.



2) On se propose de déterminer la capacité C d'un condensateur plan d'épaisseur e = 0,1 mm et de surface en regard S, pour ce fait on réalise le montage du circuit suivant :

Le générateur de courant débite un courant constant dont l'intensité est I = 10 mA, un ordinateur est relié au condensateur par l'intermédiaire d'une interface de prise de données.

On obtient le graphe suivant qui traduit la variation de la tension u_C aux bornes du condensateur en fonction du temps :



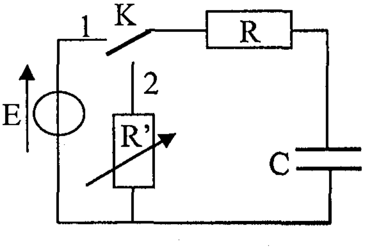
a) Etablir graphiquement l'équation de la courbe $u_C = f(t)$.

b) Vérifier théoriquement la forme de cette courbe.

c) En déduire la valeur de la capacité C.

d) Sachant que la permittivité absolue du diélectrique constituant le condensateur est $\varepsilon_0 = 3{,}537.10^{-10}\,F.m^{-1}$, déterminer la valeur de S.

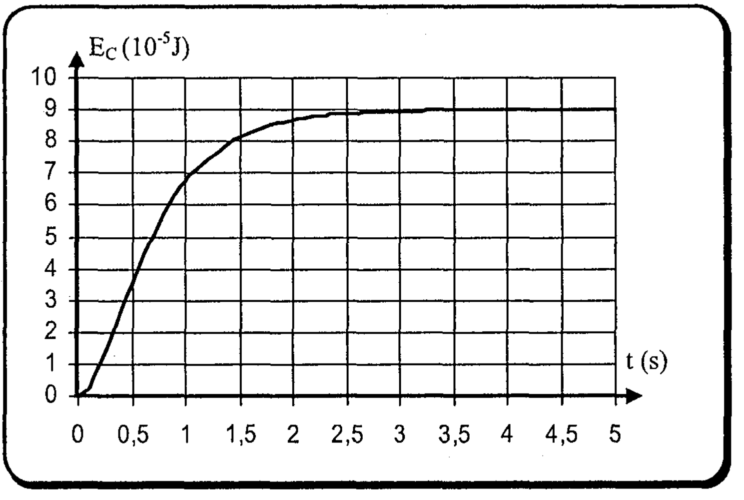
B. le condensateur précédent de capacité $C = 5.10^{-6}\,F$ préalablement déchargé, est branché dans le circuit suivant : On place K sur la position 1



1) Etude énergétique

a) Donner l'expression de l'énergie électrostatique E_C emmagasinée dans le condensateur en fonction de sa capacité C et la tension entre ses bornes u_C.

b) On donne le graphe suivant : traduisant les variations de l'énergie électrostatique E_C en fonction de temps :



Montrer qu'il s'agit de phénomène de charge du condensateur.

c) Etablir l'équation différentielle en fonction de u_C régissant le phénomène réalisé.

d) Vérifier que $u_C(t) = E\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ est une solution de l'équation différentielle précédente à condition que l'on déterminera.

e) Etablir l'expression de l'énergie électrique E_C en fonction temps.

f) Déterminer les valeurs de E et de τ .En déduire celle de R.

2) On bascule l'interrupteur sur la position 2:

a) Quel est le phénomène réalisé ?

b) Exprimer la constante de temps τ' en fonction de R, R' et C.

c) Sachant que l'expression de $u_C(t)$ tension aux bornes du condensateur au cours de ce phénomène est $u_C(t) = E\,e^{-\frac{t}{\tau'}}$.

En déduire celle de $u_{R'}(t)$ tension aux bornes du résistor R'.

EXERCICE 7 : La foudre (**Documentaire**)

Lors d'un orage, on observe une séparation des charges électriques dans le nuage. La base du nuage est chargée négativement et le sol en regard est chargé positivement. Le sol et la base du nuage séparés par l'air forment un énorme condensateur. Une décharge électrique, appelée traceur ou précurseur se propage juste avant l'éclair du nuage vers le sol ; elle permet à ce condensateur de se décharger à travers l'air qu'elle ionise sur son passage. (DURANDEAU T^{erm}S)

Questions

1) Préciser les armatures et le diélectrique formant l'énorme condensateur naturel cité dans le texte.

2)
   a) Dégager du texte une phrase qui montre que la décharge de l'énorme condensateur se fait à travers le diélectrique.
   b) Qu'appelle – t – on ce phénomène dans le cas des condensateurs usuels ?

3) Pour un nuage de 1 Km^2 de surface dont la base est située à 700 m d'altitude.
   a) *Déterminer la capacité de ce condensateur, sachant que la permittivité de l'air est* $\varepsilon = 0{,}885.10^{-11}$ F.m^{-1}.
   b) Pour une tension u = 100 MV entre le sol et le nuage, calculer l'énergie emmagasinée dans ce condensateur.

Correction :

EXERCICE 1 :

1) On relie les bornes du condensateur par un fil de connection (de faible résistance) : On réalise un court – circuit.

2)

a) En courant continu $I = \dfrac{q}{t} \Leftrightarrow \ q = I \times t \Leftrightarrow$ pour chaque valeur de t lui correspond une valeur de q et une valeur de u_C.

b) D'après le graphe, q = f (u_C) est une droite linéaire d'équation :

$q = K \times u_C$ (K est une constante positive) $\Leftrightarrow$ q et u_C sont proportionnelles.

$K = \dfrac{\Delta q}{\Delta t} = \dfrac{10}{2} = 5\,mC.V^{-1} = 5.10^{-3}\,C.V^{-1}$. Or $q = C \times u_c \Leftrightarrow$

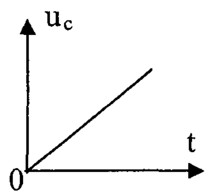
C = K = 5.10^{-3} F = 5000 µF.

c) $C_{min} = 4700 - \dfrac{4700 \times 20}{100} = 3760$ µF. $C_{max} = 4700 + \dfrac{4700 \times 20}{100} = 5640$ µF.

$C_{min} < C_{expérimentale} < C_{max} \Leftrightarrow$ La valeur expérimentale est en accord avec la tolérance du fabriquant.

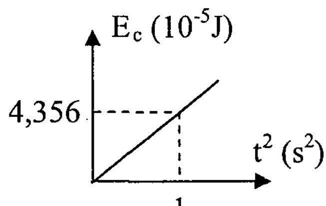
d) On représente la courbe de variation de la tension u_c en fonction du temps, ayant la forme d'une droite linéaire dont l'équation est : $u_c = a \times t$ (1)

(a est une constante positive). $a = \dfrac{\Delta u_c}{\Delta t}$ (V.s^{-1})



Or $u_c = \dfrac{q}{C} = \dfrac{I}{C} \times t$ (2). Les équations (1) et (2) donnent : $a = \dfrac{I}{C} \quad \Leftrightarrow \quad C = \dfrac{I}{a}$

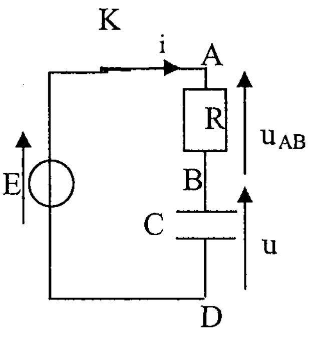
3)



a) $E_c = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{q^2}{C} = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{(I \times t)^2}{C} = \dfrac{I^2}{2 \times C} t^2$

b) $E_c = \dfrac{(660.10^{-6})^2}{2 \times 5.10^{-3}} t^2 = 4{,}536.10^{-5}\, t^2$

EXERCICE 2 :



1) L'orientation du courant i (t) est donnée par la convention générateur et la convention récepteur.

2) Loi des mailles : $E - u_{AB} - u = 0 \Leftrightarrow u_{AB} = E - u$.

3) $R \times i + u = E$ avec $i = C \times \dfrac{du}{dt} \Leftrightarrow$

$$RC \times \frac{du}{dt} + u = E.$$

4)

a) $\lim\limits_{t \to +\infty}(u) = E$ et $\lim\limits_{t \to +\infty}[A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})] = A \Leftrightarrow A = E$ on a alors $u = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

et $\dfrac{du}{dt} = \dfrac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$ en la remplaçant dans l'équation différentielle précédente :

$$RC\frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + E - Ee^{-\frac{t}{\tau}} = E \Leftrightarrow (\frac{RC}{\tau} - 1)\, e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \text{ or } e^{-\frac{t}{\tau}} \neq 0 \Leftrightarrow \frac{RC}{\tau} - 1 = 0$$

$\Leftrightarrow \tau = RC$

b) $A = E = 12$ V et $\tau = RC = 10^4 \times 10^{-5} = 0{,}1$ s.

c) $i(t) = C\dfrac{du}{dt} = \dfrac{CE}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} = \dfrac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$.

5) A t = 0 s :

- $u = E\,(1 - e^{-0}) = 0$ V.
- $i = \dfrac{E}{R} e^{-0} = \dfrac{E}{R} = \dfrac{12}{10^4} = 12.10^{-4} A$.

6)

a) $u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) = \dfrac{E}{2} \Leftrightarrow e^{-\frac{t}{RC}} = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow -\dfrac{t}{RC} = \ell n\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow$

$t = -RC\, \ell n\dfrac{1}{2} = 0{,}069\, s < \tau$.

b) $u_c(t) = E(1-e^{-\frac{t}{RC}}) = \frac{E}{4} \Leftrightarrow e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow -\frac{t}{RC} = \ell n\frac{3}{4} \Leftrightarrow$

$t = -RC\,\ell n\frac{3}{4} = 2{,}876.10^{-2}\,s$; $u_c(t) = E(1-e^{-\frac{t}{RC}}) = \frac{E}{8} \Leftrightarrow e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{7}{8} \Leftrightarrow$

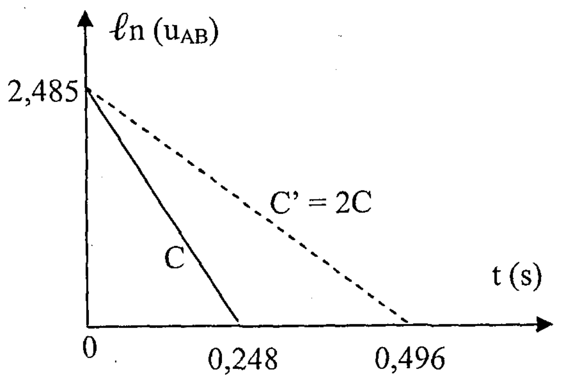
$-\frac{t}{RC} = \ell n\frac{7}{8} \Leftrightarrow t = -RC\,\ell n\frac{7}{8} = 1{,}335.10^{-2}\,s$.

7)

a) $u_{AB}(t) = R.i(t) = E\,e^{-\frac{t}{RC}} \Leftrightarrow \ell n\,(u_{AB}) = \ell n\,E - \frac{t}{RC} = 2{,}485 - 10\,t$:

C'est l'équation d'une droite affine.

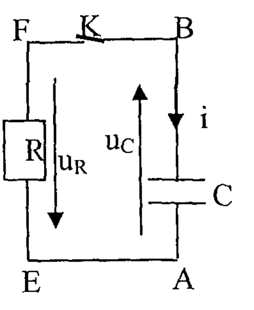
b) C' = 2 C $\Rightarrow \ell n\,(u_{AB}) = \ell n\,E - \frac{t}{2RC} = 2{,}485 - 5\,t$.



EXERCICE 3 :

1) D'après la loi des mailles : $u_{EF} + u_{BA} = 0 \Leftrightarrow u_{EF} + u = 0$

$\Leftrightarrow Ri + \frac{q}{C} = 0 \Leftrightarrow \frac{di}{dt} + \frac{1}{RC}i = 0$



2)

a) $i\,(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}}$

A t = 0s : $i = A.e^0 = A \neq 0$ et d'après la loi des mailles :

$R.I_0+U_0 = 0$; $i\,(0) = I_0 = -\frac{U_0}{R}$ et $\frac{di}{dt} = -\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$

Dans l'équation différentielle : $-\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{A}{RC}e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \Leftrightarrow$

$A\,e^{-\frac{t}{\tau}}\left(-\frac{1}{\tau}+\frac{1}{RC}\right) = 0$ Or $A \neq 0$ et $e^{-\frac{t}{\tau}} \neq 0 \Leftrightarrow \tau = RC$

$i(t) = I_0\ e^{-\frac{t}{RC}} = -\frac{U_0}{R}\ e^{-\frac{t}{RC}}$

b) $\tau = RC = 4{,}7\ 10^3.470\ 10^{-6} = 2{,}209$ s

$A = -\frac{U_0}{R} = -\frac{10}{4{,}7.10^3} = -\ 2{,}127.10^{-3}\ V.\Omega^{-1}$

c) $u_{BA}(t) = -\ u_{EF} = -\ R.i(t) \Leftrightarrow u(t) = R.\ \frac{U_0}{R}\ e^{-\frac{t}{RC}} \Leftrightarrow u(t) = U_0.\ e^{-\frac{t}{RC}}$

3)

a) $t = t_{\frac{1}{2}}$: on a $u_{BA} = \frac{U_0}{2} \Leftrightarrow U_0.e^{-\frac{t_{\frac{1}{2}}}{RC}} = \frac{U_0}{2} \Leftrightarrow e^{-\frac{t_{\frac{1}{2}}}{RC}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$

$-\frac{t_{\frac{1}{2}}}{RC} = \ell n\frac{1}{2} \Leftrightarrow t_{\frac{1}{2}} = -\ RC\ \ell n\frac{1}{2} = -\ \tau\ \ell n\frac{1}{2} = -\ 2{,}209\ \ell n\frac{1}{2} = 1{,}53$s

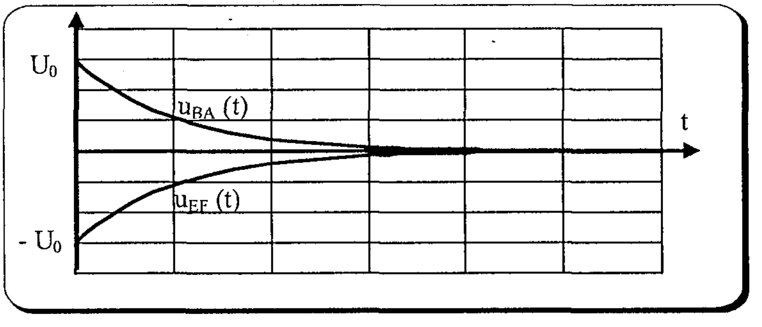
b) $u_{BA} = \frac{U_0}{4} \Leftrightarrow U_0.e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{U_0}{4} \Leftrightarrow e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow -\frac{t}{RC} = \ell n\frac{1}{4} \Leftrightarrow$

$t = -\ RC\ \ell n\frac{1}{4} = -\ \tau\ \ell n\frac{1}{4} = -\ 2{,}209\ \ell n\frac{1}{4} = 3{,}062$ s.

$u = \frac{U_0}{8} \Leftrightarrow U_0.e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{U_0}{8} \Leftrightarrow e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow -\frac{t}{RC} = \ell n\frac{1}{8} \Leftrightarrow$

$t = -\ RC\ \ell n\frac{1}{8} = -\ \tau\ \ell n\frac{1}{8} = -\ 2{,}209\ \ell n\frac{1}{8} = 4{,}593$ s

4) $u_{BA}(t) = U_0.\ e^{-\frac{t}{RC}}$ et $u_{EF}(t) = -\ u_{BA}(t) = -\ U_0\,e^{-\frac{t}{RC}}$



<u>EXERCICE 4</u> :

1) D'après la loi des mailles : $u - u_R - u_C = 0$. Or $u_R = R \times i = RC\dfrac{du_C}{dt} \Leftrightarrow$

$RC\dfrac{du_C}{dt} + u_C = u$.

2)

a) Pour $0 < t < \dfrac{T}{2}$, on a $u = U$. En remplacant u par U et $u_C(t)$ par

$U(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ dans l'équation différentielle, on obtient :

$$RC\frac{d}{dt}\left[U\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right]+\left[U\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right]= RCU\frac{1}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}+\left(U-U\,e^{-\frac{t}{RC}}\right)=$$

$U\,e^{-\frac{t}{RC}}+\left(U-U\,e^{-\frac{t}{RC}}\right) = U$ donc $u_C(t) = U(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ est une solution de l'équation différentielle. De plus $q(t) = C.\,u_C(t)$ donc

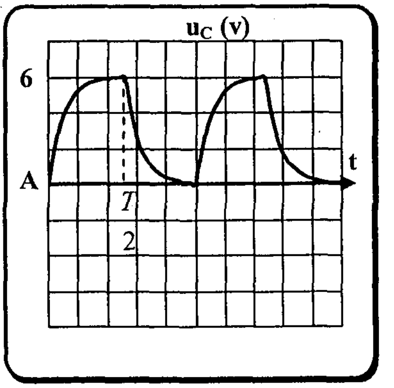
$q(0) = CU(1-e^{-\frac{0}{\tau}}) = CU(1-1) = 0$. Cette expression de $u_C(t)$ est donc bien conforme aux hypothèses de l'énoncé. La tension $u_C(t)$ varie selon une loi exponentielle croissante. Sa courbe part de l'origine du repère et tend vers l'asymptote horizontale d'équation $y = U$. Comme $T > 10\tau$ alors $\dfrac{T}{2} > 5\tau$. On en déduit que la charge est pratiquement complète à l'instant

$t = \dfrac{T}{2}$ d'où $u_C(\dfrac{T}{2}) = U = 6$ v.

b) Pour $\dfrac{T}{2} < t < T$, on a $u = 0$. On observe alors la décharge du condensateur au travers le résistor de résistance R. $u_C(t)$ varie selon une loi exponentielle décroissante. La courbe partant du point de coordonnées $(\dfrac{T}{2}\,;\,U)$ tend alors vers l'axe des abscisses.

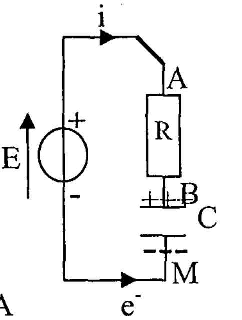
Pour les mêmes raisons que 2) a), de l'instant $t = \dfrac{T}{2}$ à l'instant $t = T$, le condensateur se décharge complètement, d'où $u_C(T) = 0$v

3) $10\tau = 10\ RC = 0{,}5.10^{-3}$s et $T = \frac{1}{N} = 10^{-3}$s. On a bien $T > 10\ \tau$. Comme une division représente horizontalement 200 µs et que $T = 10^{-3}$ µs, T s'étale sur 5 divisions à droite de A. De plus, verticalement une division correspond à 2 V. Or u_C (t) atteint 6 V, soit 3 divisions. D'après les réponses de la deuxième question, on obtient l'allure suivante :



EXERCICE 5 :

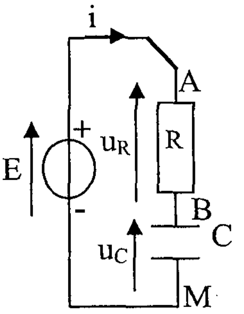
1)



a) C'est une réponse à un échelon de tension : c'est la charge du condensateur.
$q_B > 0$ et $q_M < 0$.
q augmente de 0 à $Q_{max} = CE$ et u_C augmente de 0 à E

b) D'après le graphe $E = U_{Cmax} = 12V$

c) D'après la loi des mailles :



$u_{BM} + u_{AB} - E = 0 \Leftrightarrow u + Ri = E \Leftrightarrow$

$$u + RC\ \frac{du}{dt} = E$$

d) $u\ (t) = E\ (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$ et $\frac{du}{dt} = \frac{E}{RC}\ e^{-\frac{t}{RC}}$

Dans l'équation différentielle :

$$E - E\ e^{-\frac{t}{RC}} + RC\ \frac{E}{RC}\ e^{-\frac{t}{RC}} = E \Leftrightarrow$$

$$E - E\ e^{-\frac{t}{RC}} + E\ e^{-\frac{t}{RC}} = E$$

D'où $u\ (t) = E\ (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$ est une solution de l'équation différentielle.

e) Entre $t_1 = 300$s et $t_2 = 500$s : u reste constante car le condensateur est complètement chargé ; il n'y a plus déplacement des électrons.

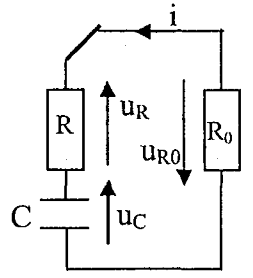
D'où $i = 0$ et $u_{AB} = Ri = 0$

2) Interrupteur en position 2 :

a) Le condensateur se décharge dans un dipôle ohmique de résistance $(R + R_0)$.

q passe progressivement de Q_{max} à zéro.

u_C passe progressivement de $U_{Cmax} = E$ à zéro.



D'après la loi des mailles :

$u + u_R + u_{R0} = 0 \Leftrightarrow$

$u + Ri + R_0 i = 0 \Leftrightarrow u + i(R + R_0) = 0$ et $i = C\dfrac{du}{dt}$

$u + (R + R_0)\ C\dfrac{du}{dt} = 0$ de solution : $u(t) = E\ e^{-\frac{t}{(R+R_0)C}}$

b) Définition de la constante de temps : C'est une grandeur positive qui caractérise la rapidité de charge ou de décharge du condensateur.
$\tau_1 = RC$ et $\tau_2 = (R + R_0)\ C$

c) $C = \dfrac{\tau_1}{R} \Leftrightarrow \tau_2 = (R + R_0)\ \dfrac{\tau_1}{R} = (1+\dfrac{R}{R_0})\ \tau_1$

Graphiquement : $\tau_1 = 0{,}05$s et $\tau_2 = 0{,}1$s $\Leftrightarrow \tau_2 = 2\tau_1 \Leftrightarrow 1+\dfrac{R_0}{R} = 2 \Leftrightarrow$

$\dfrac{R_0}{R} = 1 \Leftrightarrow R = R_0$.

3)

a) $E_C = \dfrac{1}{2}\ C\ U_{Cm}{}^2 = \dfrac{1}{2}\ C\ E^2 \Leftrightarrow C = \dfrac{2E_C}{E^2} = \dfrac{2\times 1{,}44.10^{-2}}{12^2} = 2.10^{-4}$ F

b) $\tau_1 = RC \Leftrightarrow R = \dfrac{\tau_1}{C} = \dfrac{0{,}05}{2.10^{-4}} = 250\Omega = R_0$

c) Date de demi – charge : $t_{\frac{1}{2}} = -\ \tau_1\ \ell n\dfrac{1}{2} = -\ 0{,}05\,\ell n\dfrac{1}{2} = 0{,}0346$s

Date de demi – décharge : $t'_{\frac{1}{2}} = -\ \tau_2\ \ell n\dfrac{1}{2} = -\ 0{,}1\,\ell n\dfrac{1}{2} = 0{,}0693$s

$t'_{\frac{1}{2}} > t_{\frac{1}{2}}$ car $R + R_0 > R$

4) $\tau'_2 = (1+\dfrac{R_0}{R})\ \tau'_1$; Si R varie alors $\tau'_2 \neq 2\tau'_1$, mais on remarque d'après le graphe que : $\tau'_2 = 2\tau'_1$ donc R reste égale à $R_0 \Rightarrow$ la valeur de R n'a pas changé et par suite la grandeur qui a été modifiée est la capacité C du condensateur.

$\tau'_1 = 4\tau_1 \Leftrightarrow RC' = 4RC \Leftrightarrow C' = 4C \Leftrightarrow C' = 4\times 2.10^{-2} = 8.10^{-4}$ F

EXERCICE 6 :

A.

1) La capacité d'un condensateur est une grandeur positive qui caractérise l'aptitude d'un condensateur à avoir une charge q lorsqu'il est soumis à une tension u_C.

2)

a) La courbe $u_C = f(t)$ est une droite linéaire d'équation :

$u_C = at$ avec $a = \dfrac{2-0}{10^{-3}-0} = 2.10^3\ Vs^{-1} \Rightarrow u_C = 2.10^3\ t$.

b) $u_C = \dfrac{q}{C}$ et $q = I \times t \Rightarrow u_C = \dfrac{I \times t}{C} = \dfrac{I}{C}\ t$.

c) Par identification : $\dfrac{I}{C} = a = 2.10^3 \Leftrightarrow C = \dfrac{I}{2.10^3} = 5.10^{-6}$ F.

d) $C = \varepsilon \dfrac{s}{e} \Leftrightarrow s = \dfrac{e \times c}{\varepsilon} = \dfrac{0{,}1.10^{-3} \times 5.10^{-6}}{3{,}537.10^{-9}} = 0{,}141\ m^2$.

B.

1) Etude énergétique

a) $E_c = \dfrac{1}{2} C\, u_C^2$.

b) $E_c = f(t)$ est croissante $\Rightarrow E_c$ augmente au cours du temps et comme

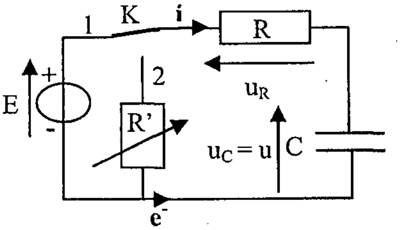
$E_c = \dfrac{1}{2}\dfrac{q^2}{C}$ alors q augmente au cours du temps aussi $\Rightarrow$ le condensateur

est entrain de se charger $\Rightarrow$ c'est le phénomène de charge.

c) On choisit arbitrairement un sens positif pour le courant électrique.

Loi des mailles : $u_C + u_R - E = 0 \Leftrightarrow$

$u + Ri = E \Leftrightarrow u + RC\dfrac{du}{dt} = E$.



d) $u(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ et $\dfrac{du}{dt} = \dfrac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$.

Dans l'équation différentielle : $E - E\, e^{-\frac{t}{\tau}} + RC\dfrac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = E \Leftrightarrow$

$$E\left(-1+\frac{RC}{\tau}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}=0 \quad \forall t \Rightarrow E\left(-1+\frac{RC}{\tau}\right)=0 \Rightarrow \left(-1+\frac{RC}{\tau}\right)=0 \Rightarrow \tau = RC.$$

D'où $u_C(t) = E\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)$ est une solution de l'équation différentielle.

e) $E_C = \frac{1}{2}C u_C^2 = \frac{1}{2}C\ E^2\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)^2.$

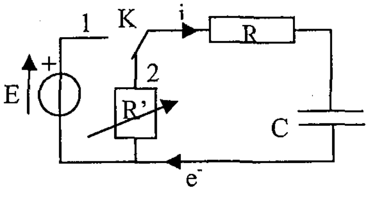
f) Quand $t \to +\infty$; $E_C \to \frac{1}{2}CE^2 = E_{Cmax} = 9.10^{-5}\,J \Rightarrow E = \sqrt{\frac{2E_{C\max}}{C}} = 6\ V.$

$$E_C(0{,}5) = \frac{1}{2}C\ E^2\left(1-e^{-\frac{0{,}5}{\tau}}\right)^2 \Rightarrow \left(1-e^{-\frac{0{,}5}{\tau}}\right)^2 = \frac{2\times E_C(0{,}5)}{C\times E^2} \Rightarrow$$

$$e^{-\frac{0{,}5}{\tau}} = 1-\sqrt{\frac{2\times E_C(0{,}5)}{C\times E^2}} \Rightarrow -\frac{0{,}5}{\tau} = \ell n\left(1-\sqrt{\frac{2\times E_C(0{,}5)}{C\times E^2}}\right) \Rightarrow$$

$$\tau = -\frac{0{,}5}{\ell n\left(1-\sqrt{\frac{2\times E_C(0{,}5)}{C\times E^2}}\right)} = 0{,}5\ s. \quad R = \frac{\tau}{C} = \frac{0{,}5}{5.10^{-6}} = 10^5\Omega$$

2)



a) L'énergie électrostatique stockée dans le condensateur va être restituée progressivement au circuit extérieur, il s'agit du phénomène de décharge.

b) $\tau' = (R + R') \times C$.

c) $u_C(t) = E\ e^{-\frac{t}{\tau'}}$ $\quad u_{R'}(t) = R'\,i = R'\,C\,\frac{du_C}{dt} = -\frac{R'}{R+R'}E\ e^{-\frac{t}{\tau'}}$.

EXERCICE 7 :

1) Les armatures : le sol et la base du nuage.
Le diélectrique : l'air qui les sépares.

2)

a) « Elle permet à ce condensateur de se décharger à travers l'air qu'elle ionise sur son passage»

b) Claquage du condensateur.

3)

a) $C = \frac{\varepsilon\, s}{e} = \frac{0{,}885.10^{-11}.10^6}{700} = 1{,}264\ 10^{-8}\,F$ $\quad$ b) $E_C = \frac{1}{2}C\,u_C^2 = 6{,}32\ 10^7 J.$

Dipôle RL

Résumé du cours :

I / Induction magnétique :

1) La bobine :

- Une bobine est un enroulement d'un fil conducteur isolé sur un support isolant cylindrique ou torique.
- Une bobine est caractérisée par une grandeur appelée « inductance » notée L et exprimée en Henry (H).
- L'inductance de la bobine est une grandeur caractérisant l'aptitude d'une bobine à modérer les variations de tout courant qui y circule.

2) Induit et inducteur

- Lorsqu'une bobine est placée dans un champ magnétique $\vec{B}$ variable elle sera le siège d'une force électromotrice induite « e ».
- Dans un circuit fermé contenant une bobine (placée dans un champs magnétique $\vec{B}$ variable), un courant induit i y circule : La bobine est l'« induit ». Le circuit fermé contenant la bobine est appelé «circuit induit»
- Le champs magnétique variable est crée par un « inducteur » qui peut être :
  - Un aimant qui se déplace par rapport à l' « induit ».
  - Une autre bobine traversée par un courant continu « circuit inducteur » et qui se déplace par rapport à l' « induit ».
  - Une bobine qui est traversée par un courant d'intensité variable au cours du temps « circuit inducteur » et qui est fixe par rapport à l'« induit ».

- On dit qu'il s'agit du phénomène d'induction magnétique.

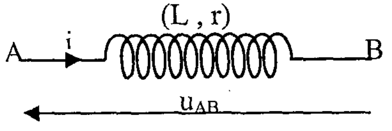
3) Loi de LENZ

Le sens du courant induit est tel que par ses effets électromagnétiques s'oppose à la cause qui lui a donné naissance.

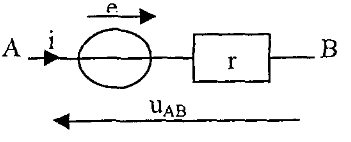
II / Auto induction

- Le phénomène d'auto – induction consiste en l'apparition d'une force électromotrice induite e liée à la variation du champs magnétique propre dans une bobine (le circuit induit est lui-même le circuit d'inducteur).
- La f.e.m d'auto induction est $e = - L.\frac{di}{dt}$.
- La tension aux bornes de la bobine : $u_{AB} = r.i - e = r.\,i + L\ \frac{di}{dt}$

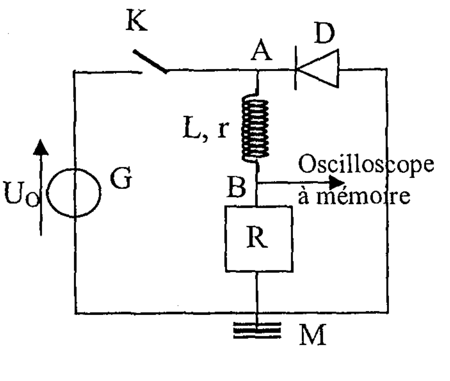
Symbole de la bobine



Modèle équivalent



III / Dipôle RL



Pour étudier l'établissement et la rupture du courant dans un circuit renfermant une bobine d'inductance L, on réalise le montage du circuit suivant :

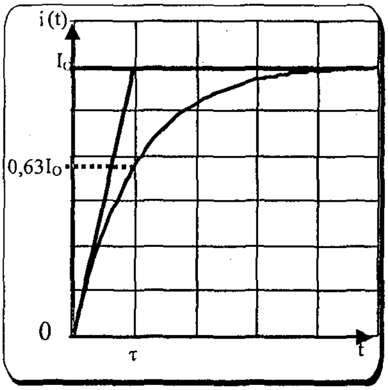
G : générateur délivrant une tension constante U_O

Sur l'écran de l'oscilloscope, on visualise la tension u_{BM} aux bornes du conducteur ohmique et à un coefficient près, l'intensité i du courant dans le circuit : $i = \frac{u_{BM}}{R}$

Soit $R_t = R + r$

- A l'origine des dates, on ferme l'interrupteur K, un courant i (t) s'établit dans le circuit, et augmente progressivement de zéro à $I_O = \frac{U_O}{R_t}$
- L'équation différentielle régissant l'intensité i est : $i + \frac{L}{R_t}\frac{di}{dt} = \frac{U_O}{R_t}$
- Dont la solution est de la forme :

$i(t) = I_O.(1 - e^{\frac{-t}{\tau}})$ avec $\tau = \frac{L}{R_t}$

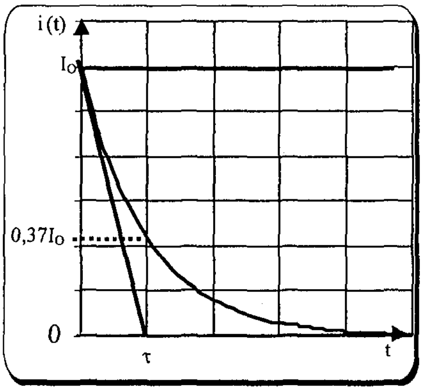


- On ouvre l'interrupteur K, le courant i décroît progressivement jusqu'à s'annuler.
- L'équation différentielle régissant l'intensité i est :

$i + \frac{L}{R_t}\frac{di}{dt} = O$

- Dont la solution est de la forme :

$i(t) = I_O.e^{\frac{-t}{\tau}}$ avec $\tau = \frac{L}{R_t}$

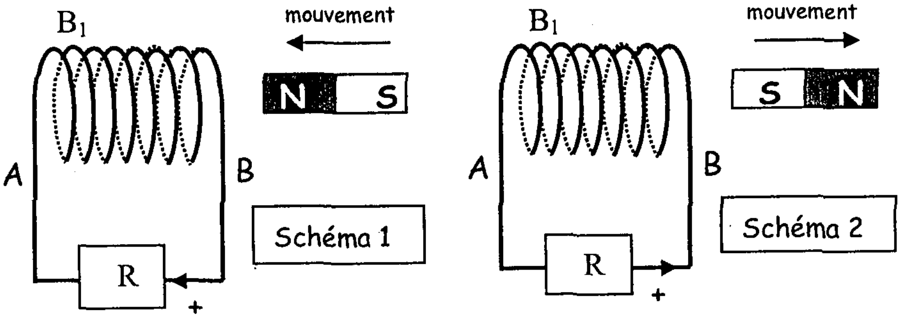


- $\tau = \frac{L}{R_t}$: Constante de temps : Grandeur caractéristique du dipôle RL, elle renseigne sur le retard avec lequel s'établit le régime permanent ou la rupture du courant dans le dipôle (s'exprime en seconde).
- L'établissement du régime permanent ou la rupture du courant dans le dipôle est d'autant plus rapide que la constante de temps τ est plus petite.
- L'établissement et la rupture du courant dans le circuit sont des phénomènes transitoires.
- Energie magnétique emmagasinée dans une bobine $E_L = \frac{1}{2} L i^2$.

Exercices

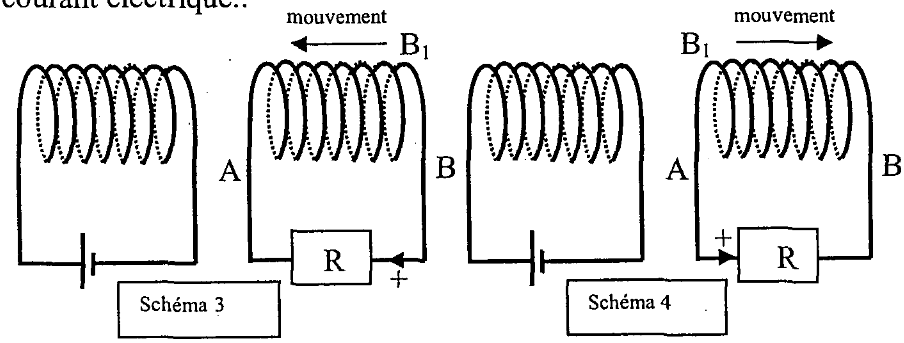
EXERCICE 1 :

1) Indiquer pour chacun des deux schémas 1 et 2. On choisit à chaque fois un sens arbitraire positif pour le courant électrique.



   a) Le pôle de la face de la bobine en regard de celle de l'aimant.
   b) Le sens du courant induit et le signe de son intensité.
   c) Le sens du champ magnétique crée par l'inducteur et celui du champ magnétique propre dans la bobine.
   d) Le signe de la tension u_{AB}.

2) L'aimant est remplacé par une bobine fixe parcourue par un courant d'intensité I_O et l'induit B_1 est en mouvement. Indiquer pour chacun des deux schémas 3 et 4. On choisit à chaque fois un sens arbitraire positif pour le courant électrique..



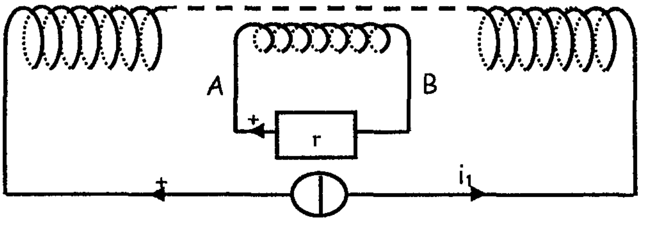
   a) Le sens du courant induit et le signe de son intensité.

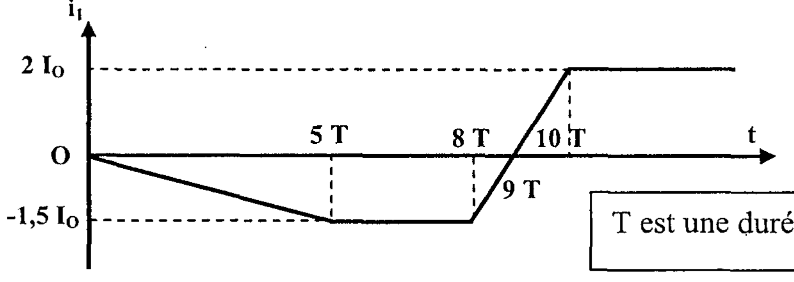
b) Le sens du champ magnétique crée par l'inducteur et celui du champ magnétique propre dans la bobine B_1.

c) Le signe de la tension u_{AB}.

EXERCICE 2 :

Dans un long solénoïde (circuit inducteur), on place une bobine (circuit induit). L'inducteur est alimenté par un courant variable i_1 (t)





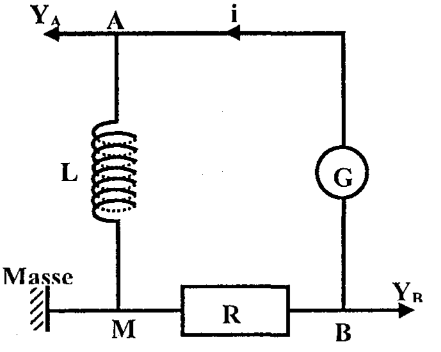
T est une durée de temps

1) Le solénoïde comporte n spires par unité de longueur.
   a) Rappeler les caractéristiques du champ magnétique créé par le courant d'intensité i_1 dans le solénoïde.
   b) Donner le sens du champ magnétique sur les différents intervalles de temps.
   c) Comment varie la valeur du champs magnétique inducteur au cours du temps ?
2) Dans la bobine « circuit induit », justifier qu'il apparaît un courant induit sur certains intervalles de temps.
3) Pour chaque intervalle de temps, donner :
   a) Le sens du courant induit et le signe de l'intensité.

b) Le sens du champ magnétique crée par l'inducteur et celui du champ magnétique propre dans la bobine B_1.

c) Le signe de la tension u_{AB}

EXERCICE 3 :

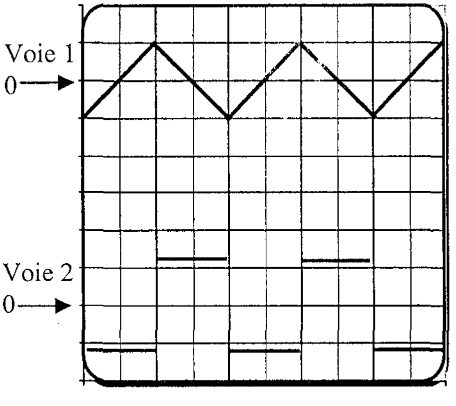


On réalise un circuit série comportant un générateur de signaux basse fréquence dont la masse est isolée de la terre, un conducteur ohmique de résistance $R = 1\ K\Omega$ et une bobine d'inductance L et de résistance négligeable. On connecte la masse d'un oscilloscope bi courbe au point M, une de ses voies au point A et l'autre au point B. La masse de l'oscilloscope est par sécurité reliée à la terre. Voir circuit suivant :

1) Quelle est la grandeur électrique observée sur la voie A ? Celle observée sur la voie B ? Représenter les deux grandeurs électriques précédentes sur le schéma du circuit.

2) Etablir la relation : $u_{AM} = -\frac{L}{R}.\frac{du_{BM}}{dt}$.

3) On obtient l'oscillogramme suivant :



Sensibilité verticale :
Voie 1 : 2 V / div
Voie 2 : 0,2 V / div
Balayage : 1 ms / div

Les courbes ayant été décalées pour plus de lisibilité. Quelle est la voie reliée au point A et celle reliée au point B ? Justifier.

4) Déterminer à partir de l'oscillogramme les valeurs extrêmes de u_{AM} et calculer pour la première demi période représentée la valeur de $\frac{du_{BM}}{dt}$.

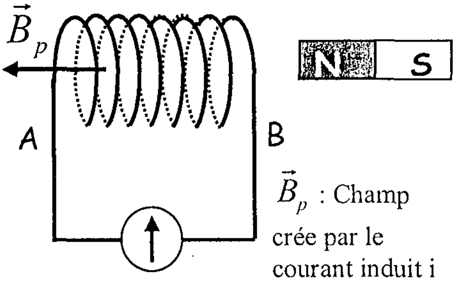
5) Définir la constante de temps du dipôle RL et en déduire sa valeur numérique.

6) En déduire la valeur de l'inductance.

EXERCICE 4 :

On considère une bobine B d'inductance L = 400 mH et de résistance r.

1) La bobine B étant branchée aux bornes d'un galvanomètre, on approche le pôle nord d'un aimant droit de l'une des deux faces de la bobine B, le galvanomètre indique le passage d'un courant i qui s'annule dès que l'aimant s'arrête.



$\vec{B}_p$: Champ crée par le courant induit i

   a) Expliquer le fait observé.
   b) Enoncer la loi de LENZ.
   c) Compléter le schéma ci – contre en indiquant le sens du courant i et le sens de déplacement de l'aimant.

2) On considère l'association en série de la bobine B avec un résistor de résistance R_0 = 200 Ω, un interrupteur K et un générateur de tension U constante. On ferme l'interrupteur K à t = Os.
   a) Expliquer le phénomène qui se produit au niveau du dipôle RL ($R = R_0 + r$)
   b) Etablir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant dans le circuit pour $t \geq 0$ s.

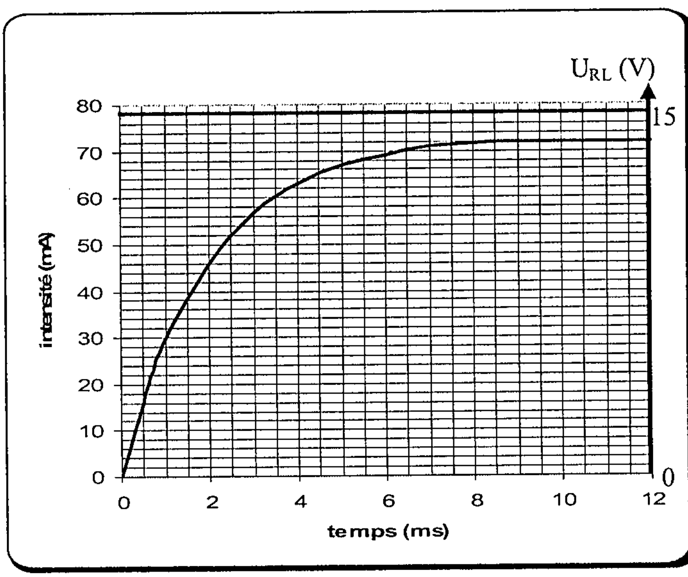
c) Vérifier qu'elle admet des solutions de la forme :

$$i(t) = A\, e^{-\frac{R_0 + r}{L} t} + \frac{U}{R_0 + r}$$

d) En étudiant le cas où t = 0 s, déterminer l'expression de A.

e) Le document suivant représente :

- Les variations au cours du temps de l'intensité i (t) du courant dans l'association.
- La tension U_{RL} d'alimentation du dipôle RL.



e_1) Au cours de cette expérience :

☒ l'intensité de courant électrique subit – elle une discontinuité ?

☒ La tension appliquée au dipôle RL, subit – elle une discontinuité ?

e_2) En utilisant le document précédent, déterminer les valeurs de :

☒ L'intensité I_0 du courant électrique en régime permanant dans le dipôle RL.

☒ La tension constante U.

☒ La constante de temps τ, en déduire la valeur de r et celle de L.

3) Tracer l'allure de la courbe représentative de l'intensité instantanée i dans la bobine en fonction du temps, dans chacun des cas suivants :

a) U' = 2 U, R et L ayant les mêmes valeurs précédentes.

b) R' = $\frac{R}{2}$, U et L ayant les mêmes valeurs précédentes.

c) L' = 2 L, U et R ayant les mêmes valeurs précédentes.

4)

a) Décrire une expérience permettant de mettre en évidence que la bobine a emmagasinée de l'énergie.

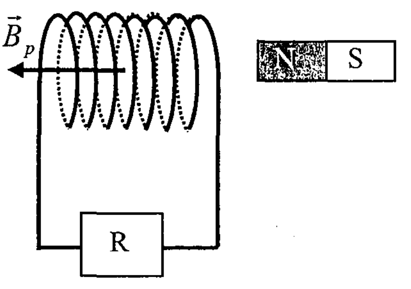
b) Calculer sa valeur maximale dans le cas 3) a).

EXERCICE 5 :

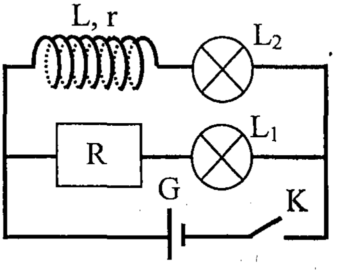
1) Enoncer la loi de Lenz.

$\vec{B}_p$: Champ crée par le courant induit i

2) Compléter le schéma ci - contre en indiquant le sens du courant induit i, le sens de déplacement de l'aimant et la nature de chacune des faces de la bobine.



3) On réalise le montage du circuit ci - contre. Les deux lampes L_1 et L_2 sont identiques. On ajuste la valeur de R de façon qu'elle soit égale à celle de la résistance r de la bobine. A l'origine des dates on ferme l'interrupteur.



a) Les deux lampes brillent – t – elles instantanément ? Expliquer. Quel est le phénomène mis en évidence ?

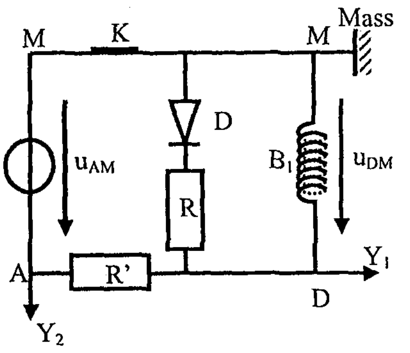
b) En régime permanant, les deux lampes brillent – t – elles de la même façon ? Expliquer.

EXERCICE 6 :

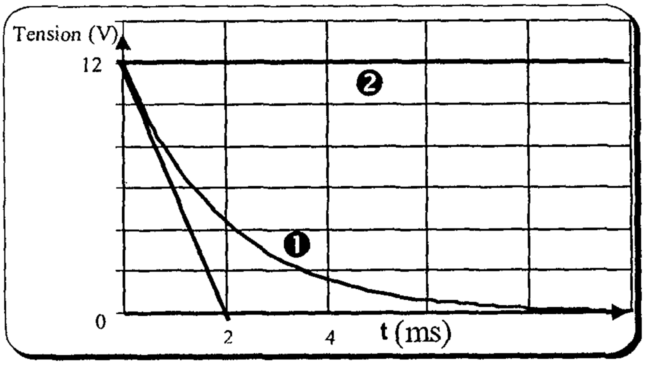
On considère le circuit suivant :

On donne R' = 50 Ω,R : résistance inconnue.

La bobine B_1 d'inductance L et de résistance interne r de valeurs inconnues.



1) A l'instant t = 0, on ferme l'interrupteur K les courbes traduisant les tensions $u_{AM}(t)$ et $u_{DM}(t)$ sont présentées ci-dessous :



a) Montrer que la courbe 1 correspond à $u_{DM}(t)$.

b) Donner la valeur de la force électromotrice E du générateur.

c) Montrer à partir du graphe que la résistance de la bobine et nulle.

2)

a) Déterminer la constante de temps τ.

b) Déduire la valeur de L.

3) On remplace la bobine B_1 par une autre bobine B_2 d'inductance L = 0,8H et de résistance r ≠ 0.

Initialement l'interrupteur K est fermé depuis longtemps, on ouvre K à la date t = 0s

a) Quel est le phénomène qui accompagne l'ouverture de l'interrupteur ?

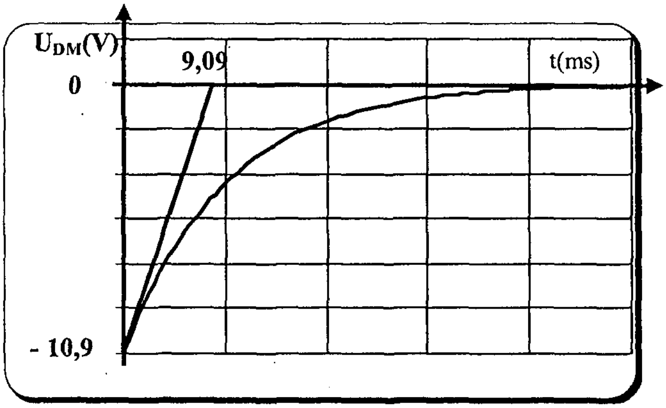
b) Etablir l'équation différentielle régissant l'intensité du courant $i(t)$

c) Vérifier que $i(t) = A.\,e^{-\frac{t}{\tau'}}$ est une solution de l'équation différentielle précédente sachant que :

- τ' : constante de temps.
- A : constante non nulle à exprimer en fonction des caractéristiques du circuit.

d) Exprimer la tension aux bornes de la bobine $u_{DM}(t) = u_B(t)$.

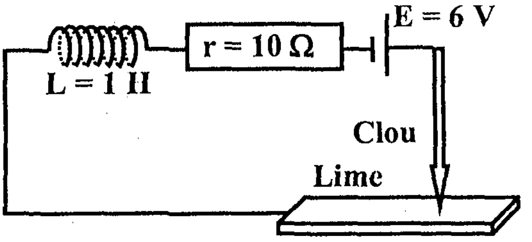
e) Le graphe suivant représente $u_B(t)$.



- Déterminer la constante de temps τ'.
- En déduire la valeur de la résistance R puis celle de r.

EXERCICE 7 : Etincelle et application industrielle (Documentaire)

Un expérimentateur réalise le montage schématisé ci – dessous.



Il déplace le clou sur la lime, on observe des étincelles.

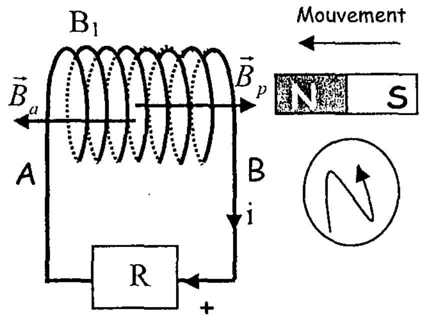
1) Expliquer l'origine de l'étincelle de rupture obtenue dans l'expérience précédente.
2) *Pourquoi les interrupteurs dans les circuits électriques* des appareils ménagers risque – t – ils d'être endommagés lors des multiples ouvertures qu'ils subissent ?
3) Un circuit électrique comporte un générateur G de tension continue, un interrupteur et un moteur électrique. On désire protéger l'interrupteur par une diode.
   a) Proposer le schéma du montage en veillant à ce que la diode ne perturbe pas le fonctionnement du moteur lorsque l'interrupteur est fermé.
   b) Où le courant circule – t – il après l'ouverture de l'interrupteur ? Expliquer pourquoi l'étincelle de rupture ne se produit plus lorsqu'on ouvre l'interrupteur dans ce montage.
4) En supposant que l'étincelle ne peut avoir lieu que si la tension existant entre la pointe et la lime est supérieur ou égale à 100 V, estimer la durée d'ouverture ou de fermeture du circuit.

Correction :

EXERCICE 1 :

1)

Schéma 1 :



a) S'apparaît une face nord au regard de l'aimant pour s'opposer au rapprochement du pole N de l'aimant (loi de Lenz).

$\vec{B}_a$: Champ magnétique créé par l'aimant à l'intérieur de la bobine.

$\vec{B}_p$: Champ magnétique créé par le courant induit

b) Le courant circule de B vers A dans la résistance. $\Rightarrow i > 0$.

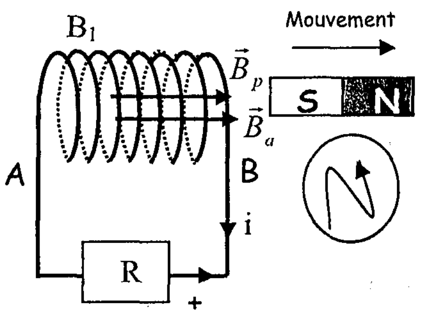
c) La valeur du champ $\vec{B}_a$ créé par l'aimant au niveau des spires augmente lorsqu'on rapproche l'aimant.

Le courant induit i crée un champ magnétique propre $\vec{B}_p$ de sens contraire à celui de $\vec{B}_a$ pour s'opposer à son augmentation (Loi de Lenz) (Voir schéma).

NB : On pourra utiliser la règle de la main droite connaissant le sens du courant i, pour identifier la face Nord de la bobine ou le sens de $\vec{B}_p$.

d) $u_{AB} = -Ri$ et $i > 0 \Rightarrow u_{AB} < 0$.

Schéma 2 :



a) Il apparaît une face Nord en regard de l'aimant, pour s'opposer à l'éloignement du pôle sud de l'aimant.

b) Le courant circule de B vers A dans le résistor $\Rightarrow$ $i < 0$.

c) La valeur du champ $\vec{B}_a$ créé par l'aimant au niveau des spires diminue lorsqu'on éloigne l'aimant.

Le courant induit i crée un champ magnétique propre $\vec{B}_p$ de même sens que $\vec{B}_a$ pour s'opposer à sa diminution (Loi de Lenz).

NB : On pourra utiliser la règle de la main droite connaissant le sens du courant i.

d) $u_{AB} = + Ri$ et $i < 0$ $\Rightarrow$ $u_{AB} < 0$.

2)

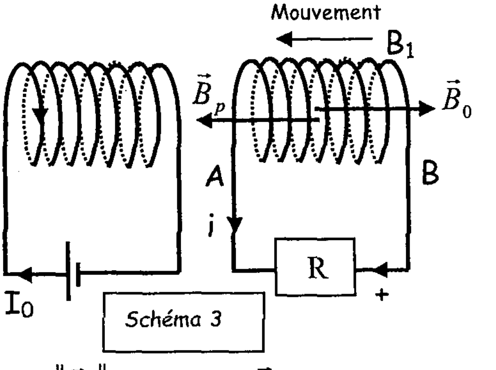


Schéma 3 :

a) Le courant circule dans le circuit induit en sens contraire que celui du circuit inducteur $\Rightarrow$ $i < 0$.

b) Quand on rapproche la bobine, la valeur $\|\vec{B}_0\|$ du champ $\vec{B}_0$ créé par l'inducteur à l'intérieur de (B_1) augmente. Donc $\vec{B}_p$ est de sens contraire à $\vec{B}_0$ pour s'opposer à cette augmentation (Loi de Lenz).

c) $u_{AB} = - Ri$ et $i < 0$ = $u_{AB} > 0$.

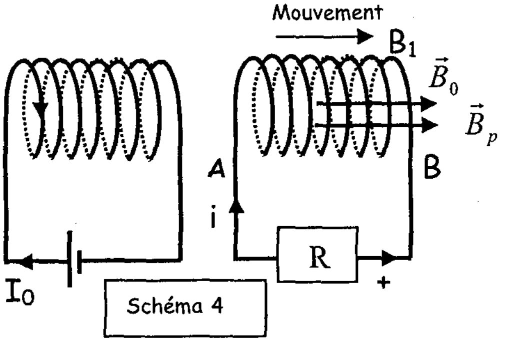


Schéma 4 :

a) Le sens du courant induit est indiqué à celui du courant inducteur $\Leftrightarrow$ $i < 0$.

b) $\vec{B}_p$ s'oppose à la diminution de $\vec{B}_0$ $\Leftrightarrow$ les 2 champs sont de même sens.

c) $u_{AB} = + Ri$ et $i < 0$ $\Rightarrow u_{AB} < 0$.

EXERCICE 2 :

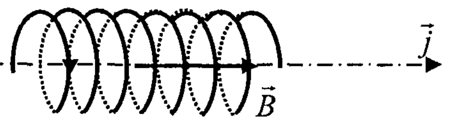
1)

a)

$$\vec{B}_0 \begin{cases} \text{Sens : donné par la règle de la main droite} \\ \text{Direction : celle de l'axe du solénoïde} \\ \text{Valeur : } \|\vec{B}_0\| = 4.\pi 10^{-7}.n\,|i_1|\ (T) \end{cases}$$

$i_1 \geq 0 \Rightarrow \vec{B} = \|\vec{B}\|\ \vec{j}\quad t \geq 9\,T$

$i_1 \leq 0 \Rightarrow \vec{B} = -\ \|\vec{B}\|\ \vec{j}\quad 0 \leq t \leq 9\,T$



b) $t \in [0\,;9T]\quad i_1 \leq 0 \Rightarrow \vec{B} = -\ \|\vec{B}\|\ \vec{j}$

$\vec{j}$ est un vecteur unitaire

$t \geq 9T\quad i_1 \geq 0 \Rightarrow \vec{B} = \|\vec{B}\|\ \vec{j}$

c) $t \in [0\,;5T]$ $i_1 \leq 0$ et $i_1 = a\,t$

$t = 0\,;\ i_1 = 0 \Rightarrow \|\vec{B}\| = 0$

$t = 5T \Rightarrow i = -\,1.5\ I_0 \Rightarrow \|\vec{B}\| = 4\pi 10^{-7}.1{,}5\ I_0 = 6\pi 10^{-7}\ I_0$

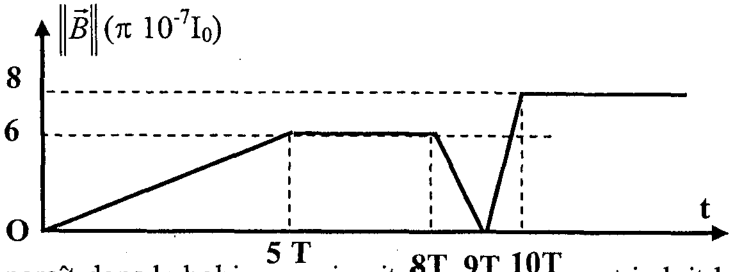
Et $|i_1|$ augmente $\Rightarrow \|\vec{B}\|$ augmente

$5T \leq t \leq 8T$, $|i_1| = 1{,}5\ I_0$ constante $\Rightarrow \|\vec{B}\| = 6\pi 10^{-7}\ I_0$ reste constant

$8T \leq t \leq 9\,T$, $|i_1|$ diminue $\Rightarrow \|\vec{B}\|$ diminue de $6\pi 10^{-7}\ I_0$ à 0

$9T \leq t \leq 10T$, i_1 augmente $\Rightarrow \|\vec{B}\|$ augmente de 0 à $8\pi 10^{-7}\ I_0$

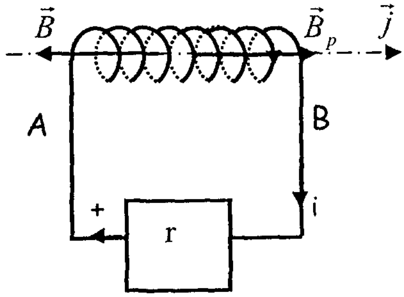
$10T \leq t$, i_1 reste constante $i_1 = 2\ I_0 \Rightarrow \|\vec{B}\| = 8\pi 10^{-7}\ I_0$ et reste constante.



2) Il apparaît dans la bobine en circuit fermé un courant induit lorsque le champ magnétique $\vec{B}$ inducteur varie (selon la loi de Lenz) :

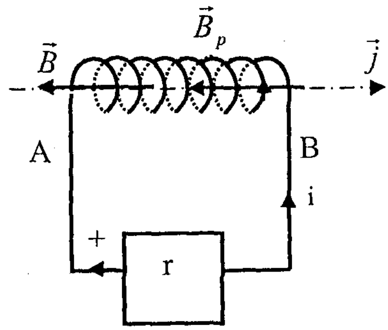
Il apparaît alors une f.e.m induite et un courant induit sur les intervalles : [0 ; 5T] ; [8T ; 9T] et [9T ; 10T].

3)



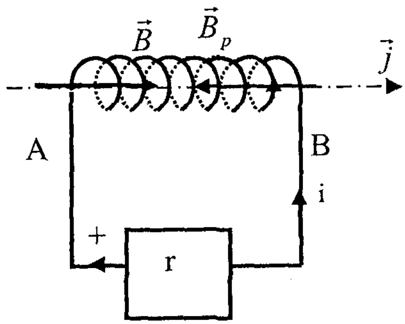
- [0 ; 5T] : $\|\vec{B}\|$ augmente et $\vec{B} = -\|\vec{B}\|\,\vec{j}$ et par suite un champ propre $\vec{B}_p$ créé par le courant induit qui s'oppose à l'augmentation de $\|\vec{B}\|$ $\Rightarrow$ $\vec{B}_p = +\|\vec{B}_p\|\,\vec{j}$.

  Sens du courant induit i > 0 déterminé par la règle de la main droite
  $u_{AB} = -R\,i_1$; $i_1 > 0 \Rightarrow u_{AB} < 0$.



- [8T ; 9T] $\Rightarrow$ $\|\vec{B}\|$ diminue et $\vec{B} = -\|\vec{B}\|\,\vec{j} \Rightarrow$ création d'un $\vec{B}_p$ qui s'oppose à cette diminution. $\Rightarrow$ $\vec{B}_p = -\|\vec{B}_p\|\,\vec{j}$.

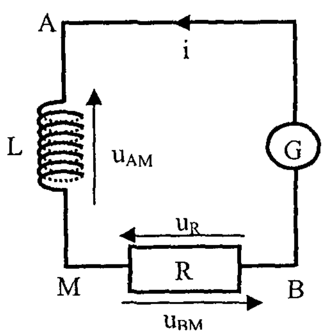
  Sens du courant induit $i_1 < 0$;
  $u_{AB} = -R\,i_1 > 0$



- [9T ; 10T] $\Rightarrow$ $\|\vec{B}\|$ augmente et $\vec{B} = \|\vec{B}\|\,\vec{j} \Rightarrow$ création d'un $\vec{B}_p$ qui s'oppose à cette augmentation $\Rightarrow$ $\vec{B}_p = -\|\vec{B}_p\|\,\vec{j}$

  Sens du courant induit $i_1 < 0$;
  $u_{AB} = -R\,i_1 > 0$

EXERCICE 3 :



1) La grandeur observée sur la voie A est la tension u_{AM} aux bornes de la bobine. (convention récepteur)

   La grandeur observée sur la voie B est la tension u_{BM} aux bornes du résistor et $u_{BM} = - u_R$. (Convention récepteur).

2) $u_{AM} = L\dfrac{di}{dt}$ et $u_{BM} = - u_R = - R\,i \Rightarrow i = -\dfrac{u_{BM}}{R}$

D'où $u_{AM} = -\dfrac{L}{R}\dfrac{du_{BM}}{dt}$

3) Hypothèse : Si la voie 2 est reliée au point B $\Leftrightarrow$ on visualise la tension u_{BM} qui est constante par intervalle.

D'où $\dfrac{du_{BM}}{dt} = 0$ donc $u_{AM} = 0$ ce qui est impossible.

Ainsi la voie 1 est reliée au point B : la tension u_{BM} affine par intervalle

$u_{BM} = a\,t + b$ d'où $\dfrac{du_{BM}}{dt} = a$.

$u_{AM} = -\dfrac{L}{R}.a$: Sera constante par intervalle alors la voie 2 est reliée au point A.

4) $u_{AM} = \pm\, 0{,}24$ V $\dfrac{du_{BM}}{dt} = a = \dfrac{4}{2.10^{-3}} = 2.10^{3}\ V.s^{-1}$

5) $\tau = \dfrac{L}{R}$; on a $u_{AM} = -\dfrac{L}{R}\dfrac{dU_{BM}}{dt} = -\tau\dfrac{dU_{BM}}{dt}$

D'où $\tau = -\dfrac{u_{AM}}{\dfrac{du_{BM}}{dt}} = \dfrac{0{,}24}{2.10^{3}} = 1{,}2\ 10^{-4}$s.

6) $\tau = \dfrac{L}{R} \Rightarrow L = \tau\,R = 1{,}2.10^{-4}.10^{3} = 0{,}12$ H.

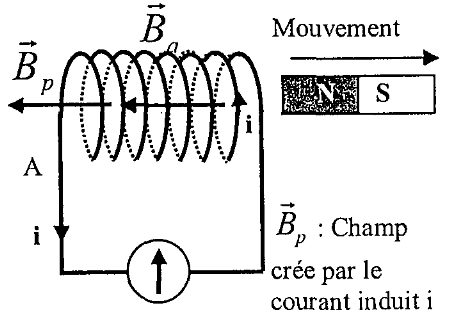
EXERCICE 4 :

1)

a) Lorsqu'on approche l'aimant de l'une des deux faces de la bobine, on augmente la valeur $\|\vec{B}\|$ du champ magnétique $\vec{B}$ créé par l'aimant à l'intérieur de la bobine donc il y a création du courant induit qui s'oppose par ses effets à cette augmentation ($\vec{B}_p$ champ magnétique propre).

Dés que l'aimant cesse de se déplacer alors $\|\vec{B}\|$ reste constante et le courant induit s'annule.

b) Le sens du courant induit est tel que par ses effets magnétiques s'oppose à la cause qui lui a donnée naissance.

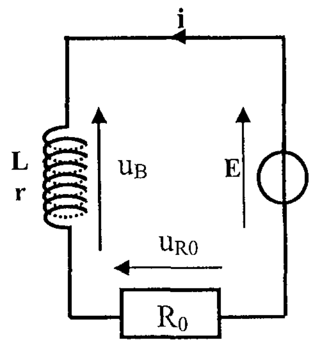


c) D'après la loi de Lenz : le courant induit i crée un champ magnétique propre qui s'oppose à la variation de $\|\vec{B}_a\|$ créé par l'aimant. $\vec{B}_a$: *champ crée par l'aimant*

D'après le graphe, la variation est une diminution de la valeur du champ magnétique $\vec{B}_a \Rightarrow$ l'aimant s'éloigne de la bobine.

2)

a) Etablissement d'un courant de valeur constante (régime permanent) dans le dipôle RL après un retard à cause du phénomène d'auto induction.



b) D'après la loi des mailles :

$U - u_R - u_B = 0$

$u_R + u_B = U \Leftrightarrow R_0 i + r i + L\dfrac{di}{dt} = U$

$L\dfrac{di}{dt} + (R_0 + r)\, i = U \Leftrightarrow L\dfrac{di}{dt} + R\, i = U \Leftrightarrow$

$\dfrac{di}{dt} + \dfrac{Ri}{L} = \dfrac{U}{L}$

c) $\dfrac{di}{dt} = -\, A\, \dfrac{(R_0 + r)}{L}\, e^{-\frac{(R_0+r)}{L}t}$ et $i(t) = A\, e^{-\frac{(R_0+r)}{L}t} + \dfrac{U}{(R_0 + r)}$

$i(t) = A.\, e^{-\frac{R}{L}.t} + \dfrac{U}{R}$ est une solution de l'équation précédente.

d) A t = 0s on a : $i = 0 = A + \dfrac{U}{R} \Rightarrow A = -\,\dfrac{U}{R}$

e)

e_1) L'intensité de courant ne subit pas une discontinuité.
La tension aux bornes du dipôle RL ne subit pas une discontinuité.

e_2) En régime permanent : $i = I_0 = 72mA$ reste constante

$U = 15V$; $\tau = 1{,}8\ 10^{-3}s$

$t \to +\infty \quad i = \dfrac{U}{(R_0 + r)} = I_0 \Leftrightarrow R_0 + r = \dfrac{U}{I_0} \Leftrightarrow r = \dfrac{U}{I_0} - R_0 \Leftrightarrow$

$r = \dfrac{15}{72.10^{-3}} = 8{,}33\ \Omega$

$\tau = \dfrac{L}{R} \Leftrightarrow L = \tau \times R = 1{,}8\ 10^{-3} \times 208{,}33 = 0{,}375H$

3) $i(t) = -\dfrac{U}{R} e^{-\frac{R}{L}t} + \dfrac{U}{R}$; A $t = 0 : i = 0$; Pour $t \to +\infty \quad I_0 = \dfrac{U}{R}$

a) A $t = 0 : i = 0$;

Pour $t \to +\infty \quad i = I_0 = \dfrac{2U}{R} = \dfrac{2 \times 15}{208{,}33} = 1{,}44.10^{-1}A = 144mA$

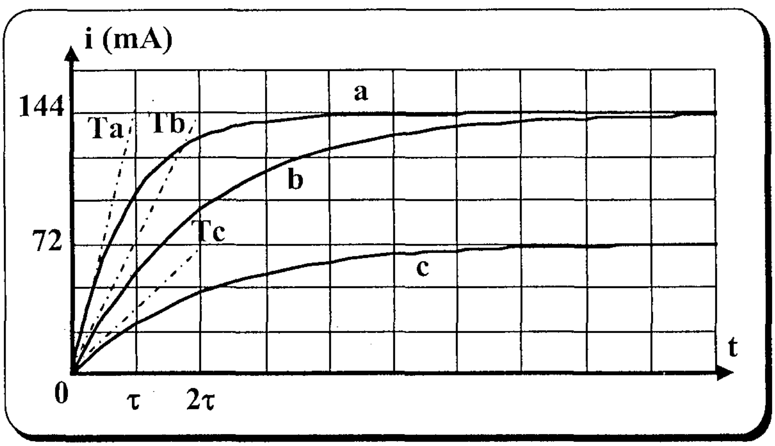
$\tau = \dfrac{L}{R} = 1{,}8.10^{-3}s$

b) $R' = \dfrac{R}{2}$,A $t = 0 : i = 0$; Pour $t \to +\infty \quad i = I_0 = \dfrac{U}{\frac{R}{2}}$

$\Rightarrow i = \dfrac{2 \times 15}{208{,}33} = 1{,}44.10^{-1}A = 144mA \Leftrightarrow \tau' = \dfrac{L}{R'} = 2.\tau = 3{,}6.10^{-3}s$

c) $L' = 2L$ A $t = 0 : i = 0$; Pour $t \to +\infty \quad i = I_0 = \dfrac{U}{R} = 72\ mA$

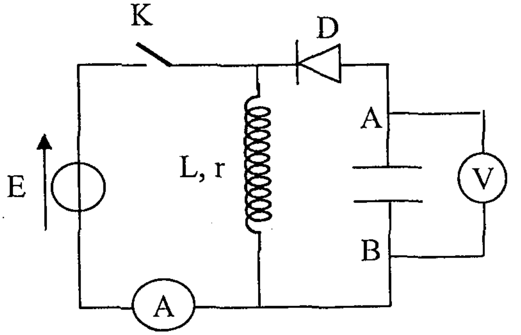
$\tau'' = \dfrac{L'}{R} = \dfrac{2L}{R} = 3{,}6.10^{-3}s.$



4)

a) L'interrupteur K étant ouvert, l'ampèremètre n'indique aucun courant et le voltmètre n'indique aucune tension.

On ferme l'interrupteur K, l'ampèremètre indique un courant non nul et le voltmètre n'indique aucune tension. On ouvre l'interrupteur, l'ampèremètre indique zéro et le voltmètre indique une tension u_{AB}. Ce qui montre que la bobine a emmagasinée de l'énergie.

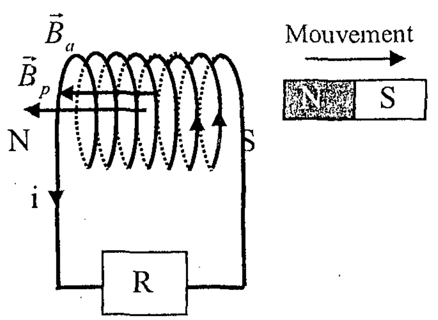


b) $E_C = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}LI_0^2 = \frac{1}{2}\times 0{,}312\times\left(72.10^{-3}\right)^2 = 8{,}087.10^{-4}\,J$

EXERCICE 5 :

1) Le sens du courant induit est tel que, par ces effets s'oppose à la cause qui lui a donnée naissance.

2)



3)

a) La lampe L_1 brille instantanément mais la lampe L_2 brille avec un retard et progressivement. Création dans la bobine d'un courant d'auto – induction qui s'oppose à l'établissement du courant (de zéro à I).

b) Les deux lampes sont identiques et R = r $\Rightarrow$ les deux lampes brillent de la même façon lorsque le courant permanant s'établi.

EXERCICE 6 :

1)

a) A t = 0s on ferme l'interrupteur ; établissement d'un courant transitoire dans le dipôle RL la tension u_{DM} est une fonction exponentielle (transitoire)

b) E = 12 V

c) $u_{DM}(t) = L.\frac{di}{dt} + r\,i$; en régime permanant $i = I_0 \Rightarrow \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow$

$u_{DM} = r.I_0$. Or d'après le graphe pour $t \to +\infty$ (régime permanent) $i = I_0$

$u_{DM} = 0 = r\,I_0$ or $I_0 \neq 0$ alors $r = 0$

2)

a) $\tau = 2ms = 2.10^{-3}s$

b) $\tau = \frac{L}{R'} \Leftrightarrow L = R'.\tau = 50.2\ 10^{-3} = 0{,}1$ H

3)

a) Rupture du courant dans le dipôle RL se fait avec un retard à cause du phénomène d'auto induction dans la bobine tel qu'il y a création d'un courant induit qui s'oppose à la rupture du courant.

b) D'après la loi de mailles : $u_R + u_{DM} = 0$

$$Ri + ri + L\frac{di}{dt} = 0 \Leftrightarrow (R+r)\,i + L\,\frac{di}{dt} = 0 \Leftrightarrow i + \frac{L}{(R+r)}\,\frac{di}{dt} = 0$$

c) $i(t) = A.\,e^{-\frac{t}{\tau'}}$ et $\frac{di}{dt} = \frac{-A}{\tau'}.e^{-\frac{t}{\tau'}}$ dans l'équation différentielle

$$Ae^{-\frac{t}{\tau'}}\ \frac{-A}{\tau'}.e^{-\frac{t}{\tau'}}\ \frac{L}{(R+r)} = 0 \Leftrightarrow Ae^{-\frac{t}{\tau'}}\ [\ 1 - \frac{L}{\tau'\,(R+r)}\ ] = 0$$

$L = \tau'(R+r) \Rightarrow \tau' = \frac{L}{(R+r)}$ A t = 0s ; $I_0 = \frac{U}{(R'+r)} = A.e^0 = A$

$\Rightarrow A = \frac{U}{(R'+r)}$ $\quad i(t) = \frac{U}{(R'+r)}.e^{-\frac{t}{\tau'}} \Rightarrow \tau' = \frac{L}{(R+r)}$

d) $u_B + u_R = 0 \Rightarrow u_B(t) = u_{DM}(t) = -\,u_R = -\,R.i(t)$

$u_B = \frac{-RU}{(R'+r)}.e^{-\frac{t}{\tau'}} \Rightarrow \tau' = \frac{L}{(R+r)}$

e) $\tau' = 9{,}09\text{ms} = 9{,}09.10^{-3}\text{s}$

A t = 0 $\quad U_{B0} = \dfrac{-RU}{(R'+r)} \Leftrightarrow \quad U_{B0} = \dfrac{-RU}{(R'+\dfrac{L}{\tau'}-R)}$

$r = \dfrac{L}{\tau'}$ - R. D'où $U_{B0}(R' + \dfrac{L}{\tau'}) - R.U_{B0} = -RU$

$$U_{B0}(R'+\frac{L}{\tau'}) = R.(U_{B0} - U) \Leftrightarrow R = \frac{U_{B0}(R'+\frac{L}{\tau'})}{U_{B0}-U} = \frac{10{,}9(50+\frac{0{,}8}{9{,}09.10^{-3}})}{10{,}9+12}$$

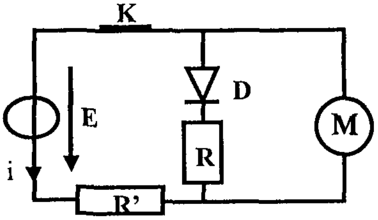
$= 65{,}68\ \Omega$; $r = 88 - 65{,}68 = 22{,}23\ \Omega$

EXERCICE 7 :

1) La rupture de courant électrique dans le dipôle RL crée un courant d'auto induction et par suite une f.e.m induite. La valeur de L est importante et la durée est très courte donc $e = -L\dfrac{\Delta i}{\Delta t}$ est très grande et par suite création d'un champ électrique très important entre les contacts de l'interrupteur provoquant l'étincelle.

2) A cause de l'étincelle et de la surtension les interrupteurs dans les circuits électriques risquent d'être endommagés.

3)
a)



b)

Après ouverture de l'interrupteur le courant induit circule dans la maille formée par la diode et le moteur. L'étincelle de rupture ne se produit plus lorsqu'on ouvre l'interrupteur par la diode.

4) $e = -L\dfrac{\Delta i}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = -L\dfrac{\Delta i}{e}$; $\Delta I = 0 - I_0$ avec $I_0 = \dfrac{E}{r} = 0{,}6\text{A}$

$$\Delta t = \frac{1\times 0{,}6}{100} = 0{,}6.10^{-2}\text{s} = 6.10^{-3}\text{ s}$$

Dipôle RLC libre

Résumé du cours :

- On dit qu'un circuit RLC est en régime libre lorsqu'il ne subit aucun apport d'énergie après l'instant initial.
- Cette situation correspond à une décharge oscillante dans un dipôle RL.
- L'amortissement est dû aux pertes d'énergie par effet joules.
- Dans un tel circuit il y a échange d'énergie entre le condensateur et la bobine, mais l'énergie totale du circuit diminue progressivement par effet joules ce qui entraîne une diminution de l'amplitude des oscillations.
- L'évolution de la charge du condensateur d'un tel circuit en régime libre régit l'équation différentielle suivante : $\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{dq}{dt}+\frac{1}{LC}.q = 0$

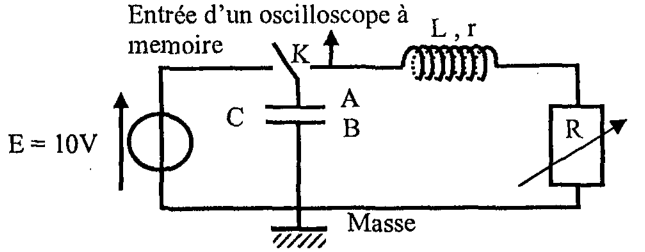
  R : résistance totale du circuit RLC.
- Pour des faibles valeurs de R, le régime des oscillations est pseudo-périodique et ces oscillations amorties sont caractérisées par leur pseudo période T.
- Pour des valeurs élevées de R (R $\geq$ résistance critique), le régime est apériodique : il n'ya pas d'oscillations.
- L'énergie électromagnétique totale emmagasinée dans le circuit RLC est :

  $E_{LC} = \frac{1}{2}\,L\,i^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{c}$.
- La vitesse de variation de cette énergie est : $\frac{dE_{LC}}{dt} = -\,R.i^2$ qui n'est autre que la puissance instantanée du même système $P = \frac{dE_{LC}}{dt}$.

Exercices

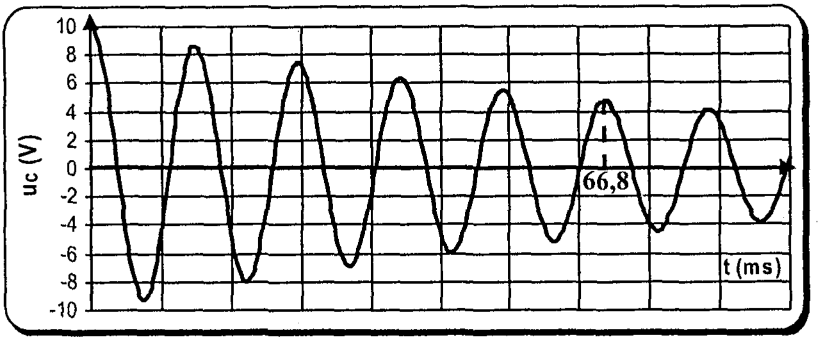
EXERCICE 1 :

On considère le montage du circuit suivant :



- G : Générateur idéal de tension de f.e.m E = 10 V.
- C : Condensateur de capacité C = 33 µF.
- B : Bobine d'inductance L et de résistance interne r.
- R : Conducteur ohmique de résistance R variable.
- K : Commutateur.

1) Le commutateur K est placé sur la position 1. Interpréter le phénomène réalisé, déterminer la valeur de la charge portée par l'armature A.
2) A l'origine des dates on bascule le commutateur sur la position 2, on obtient l'oscillogramme suivant :



a) Sachant que la pseudo période T est sensiblement égale à la période propre T_O du circuit LC avec $T_O = 2\pi\sqrt{LC}$. Déterminer une valeur moyenne de la pseudo période T et en déduire la valeur de L.

b) Montrer que l'équation différentielle traduisant les oscillations faiblement amorties s'écrit sous la forme :

$$\frac{d^2u_{AB}}{dt^2} + \frac{R+r}{L}\frac{du_{AB}}{dt} + \frac{1}{LC}u_{AB} = 0$$

c) Donner l'expression de l'énergie électromagnétique E_{LC} emmagasinée dans le circuit en fonction de L, C, u_C et $\frac{du_C}{dt}$.

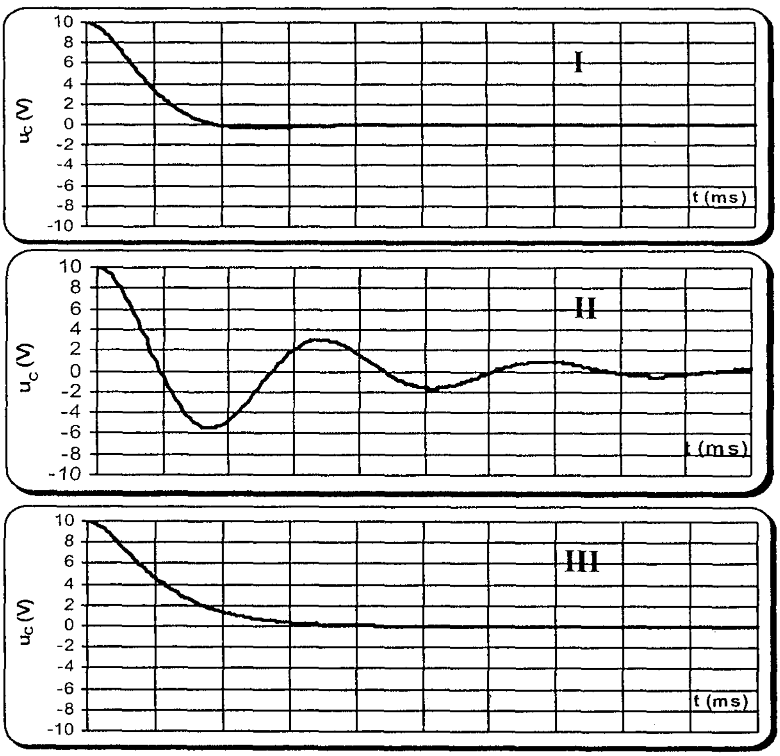
d) Montrer que : $\frac{dE_{LC}}{dt} = -(R+r)\,C^2\,(\frac{du_C}{dt})^2$. Interpréter ce résultat quant au sens de variation de E_{LC}.

e) Déterminer la perte de l'énergie électromagnétique entre les instants $t_O = 0$ s et t = 66,8 ms.

f) Pour $t \in [\,0\,;\,\frac{T}{4}\,]$, le condensateur est – il entrain de se charger ou de se décharger ? Justifier.

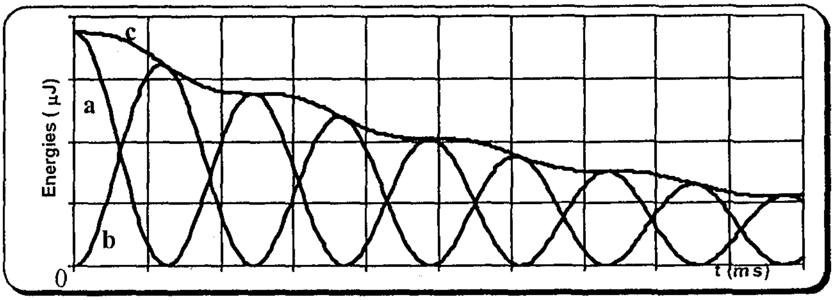
3) Pour les valeurs de R : ($R_1 = 20\ \Omega$) ; ($R_2 = 120\ \Omega$) et ($R_3 = 150\ \Omega$).

On obtient les oscillogrammes **I, II** et **III** suivants : Attribuer, en le justifiant, chacune de la valeur de R à la courbe correspondante et nommer le régime des oscillations correspondants.



4) Une étude énergétique fournit les courbes (a) , (b) et (c) de la variation en fonction du temps de :

- E_L : énergie magnétique emmagasinée dans la bobine
- E_C : énergie électrostatique emmagasinée dans le condensateur.
- E_{LC} : énergie électromagnétique totale.



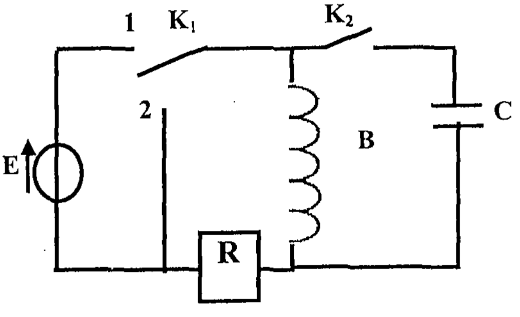
a) Attribuer, en le justifiant, chacune des courbes a, b et c à l'énergie correspondante.

b) Discuter l'effet d'une augmentation de la valeur de R sur ces courbes.

EXERCICE 2 :

Détermination d'une inductance L

Soit le circuit suivant :



- B : Bobine d'inductance L et de résistance interne r .
- R : Résistor de résistance R.
- G : Générateur de tension de fem E.
- K_1 : Commutateur.
- K_2 : Interrupteur.
- C : un condensateur de capacité C = 0,99µF

A. K_2 étant ouvert

1)

a) K_1 étant en position 1 depuis longtemps, déterminer en régime permanent l'expression de l'intensité du courant I_0.

b) Définir l'inductance d'une bobine.

2) K_1 passe brusquement à la position 2. On suppose qu'il n'apparaît aucune étincelle entre ses bornes.

a) Etablir l'équation différentielle à la quelle obéit l'intensité du courant i dans le circuit.

b) Quel est le phénomène réalisé ? Expliquer.

c) Vérifier que la solution de l'équation différentielle précédente est : $i(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $\tau = \dfrac{L}{R+r}$.

d) Ecrire l'expression de $u_R(t)$, tension aux bornes du résistor R.

e) On donne $R=10\Omega$, $E = 9V$, $U_{Rmax} = 5$ V et $\tau = 07.10^{-3}s$ déterminer la valeur de L, en déduire celle de r.

3)

a) Etablir l'expression de la tension $u_B(t)$ aux bornes de la bobine .

b) La représenter graphiquement.

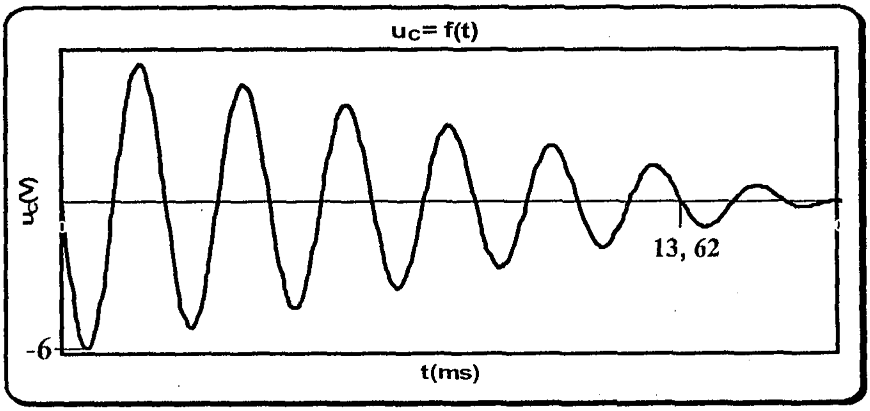
B. K_1 étant ouvert depuis longtemps, on ferme K_2.

Le condensateur étant préalablement chargé.

On prendra par la suite $L = 131,6$ mH et $r = 9\ \Omega$.

1) Etablir l'équation différentielle des oscillations en fonction de u_C.

2) On choisi l'origine des dates de manière à obtenir le graphe 4 qui traduit la variation de la tension aux bornes du condensateur uc (t).



a) Qu'appelle – t – on ce type d'oscillations ?

b) Déterminer une valeur approchée de la pseudo période T.

c) Sachant que l'amplitude U_{Cmax} de la tension $u_C(t)$ diminue de 23% de sa valeur initiale pendant une pseudo période, Compléter le tableau suivant :

t (s)	$\frac{5T}{4}$	$\frac{9T}{4}$
u_C (v)		

d) Déterminer le nombre des oscillations effectuées pendant 18,16 ms.

e) Quelle sera la valeur de l'amplitude des oscillations après 18,16 ms.

f) Sachant que ces oscillations sont transformées à l'aide d'un amplificateur et d'un haut parleur en son audible peuvent correspondre à une hauteur musicale identifier par des notes :

- Do_3 de période $T = 3{,}816.10^{-3}$ s.
- Mi_3 de période $T = 3.10^{-3}$ s.
- La_3 de période $T = 2{,}272.10^{-3}$ s.
- $Ré_4$ de période $T = 1{,}703.10^{-3}$ s.

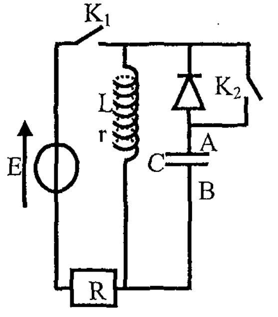
Parmi les notes présentées si – dessus reconnaître la note du son produit par l'oscillateur précédent.

g) Déterminer la valeur de l'énergie électromagnétique emmagasinée dans le circuit à la date t = 13, 62 ms.

EXERCICE 3 :

On réalise le montage du circuit suivant : Comportant :

- Une bobine d'inductance L et de résistance interne r = 6 Ω.
- Un condensateur de capacité $C = 6.10^{-6}$F.
- Un générateur de tension de f. e. m E.
- Un conducteur ohmique de résistance R.
- Deux interrupteurs K_1 et K_2 et une diode.



1) K_2 étant ouvert, on ferme K_1.

a) Décrire le phénomène réalisé.

b) Etablir l'équation différentielle qui traduit ce phénomène en fonction de i et $\frac{di}{dt}$.

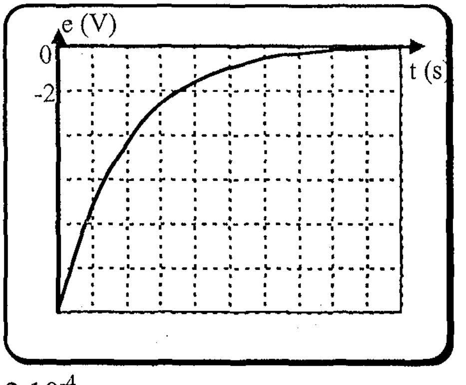
c) Donner l'expression de la constante de temps τ.

d) Soit I_0 l'intensité du courant en régime permanant. Etablir l'expression de I_0 en fonction de E, r et R.

e) Vérifier que $i(t) = I_0\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ est une solution de l'équation différentielle précédente.

f) Montrer que la f. e. m d'auto induction $e(t) = -E\,e^{-\frac{t}{\tau}}$.

g) On donne la courbe des variations de e en fonction du temps. Calculer la valeur de E, L et R, sachant que : $I_0 = 0{,}2$ A et $\tau = 2.10^{-4}$ s.



h) Exprimer la tension aux bornes de la bobine. La représenter.

i) Que devient cette allure si L' = 2L et R' = $\frac{R}{2}$?

2) A la date t = 1 min, le condensateur étant complètement déchargé, on ouvre K_1 et simultanément on ferme K_2 et on déclenche de nouveau le chronomètre (t' = 0s)

a) Décrire le phénomène réalisé.

b) Quel est le signe de l'intensité du courant à l'origine des dates ? Justifier.

c) Quel est la nature de l'énergie électromagnétique aux dates t'_0 = 0s et $t'_1 = \frac{T}{4}$ où T est la pseudo période des oscillations.

d) Sachant que l'énergie électromagnétique E_{LC} emmagasinée par le circuit diminue de 4% de sa valeur précédente pendant chaque quart de pseudo période.

- Compléter le tableau suivant :

t	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$
i (A)			
u_{AB} (V)			
E_L (J)			

- Représenter la courbe des variations de l'énergie magnétique E_L en fonction du temps.
- Quelles modifications subie cette allure, si on augmente la valeur de L ?

EXERCICE 4 :

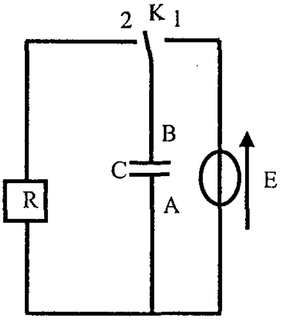
On réalise le montage du circuit suivant :

Le condensateur est de capacité $C = 470\ \mu F$,

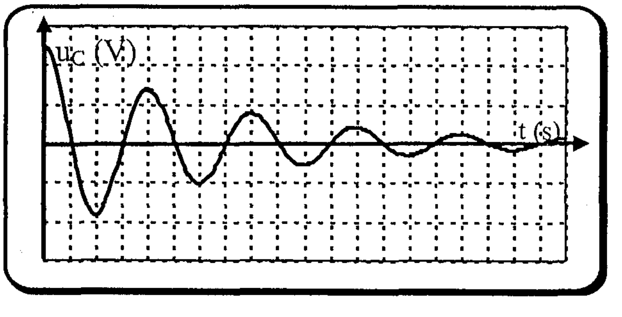
le conducteur ohmique a une résistance $R = 4,7\ K\Omega$

et le générateur est de f. e. m $E = 10$ V.

On ferme le commutateur sur la position 1 et à t = 0s, on le bascule sur la position 2.



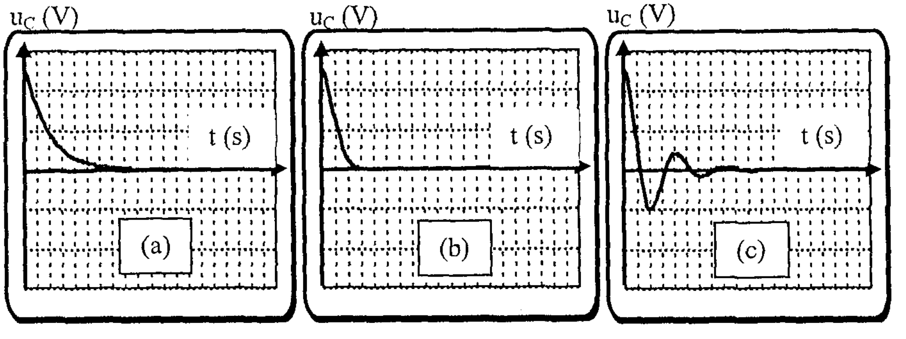
1) Le condensateur se charge instantanément. Expliquer.
2) Quels sont les signes des charges q_A et q_B respectivement des armatures A et B à l'instant de fermeture de l'interrupteur (t = 0) ?
3) Etablir l'équation différentielle en fonction de i (t) et de $\frac{di(t)}{dt}$.
4) Cette équation différentielle admet une solution de la forme : $i(t) = A.\ e^{-\frac{t}{\tau}}$.
   a) Déterminer les expressions littérales de A et de τ.
   b) Calculer la valeur de A et celle de τ.
   c) Exprimer la tension $u_{AB}(t)$ au cours de la décharge du condensateur.
5) Dans une deuxième expérience, on remplace le conducteur ohmique R par l'association série d'une bobine d'inductance L et de résistance interne r et d'un conducteur ohmique de résistance R réglable. On ferme le commutateur sur la position 1 et à t = 0s, on le bascule sur la position 2.un oscilloscope à mémoire enregistre les variations de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps.



a) Etablir l'équation différentielle qui régit la décharge oscillante du condensateur en fonction de q, $\frac{dq(t)}{dt}$ et $\frac{d^2q(t)}{dt^2}$.

b) Préciser la nature des transformations énergétiques dans chacun des intervalles :]$\frac{5T}{4}$; $\frac{3T}{2}$[et]$\frac{3T}{2}$; $\frac{7T}{4}$ [.

c) Pour trois valeurs de R ($R_1 = 5\ k\Omega$; $R_2 = 7\ k\Omega$ et $R_3 = 10\ k\Omega$) on obtient les oscillogrammes suivants : attribuer en le justifiant la résistance à l'oscillogramme correspondant en indiquant à chaque fois le régime des oscillations.



Correction :

EXERCICE 1 :

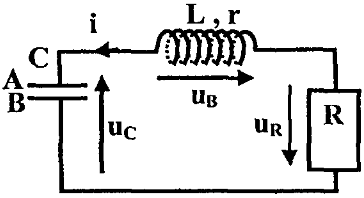
1) Le circuit formé, renfermant seulement le générateur idéal de tension et le condensateur (la résistance est très faible) $\Rightarrow$ Le condensateur se charge instantanément et la tension entre ses bornes sera :

$u_C = E = 10$ v et $q_A = q = C.u_C = C.E = 33.10^{-6} \times 10 = 33.10^{-5}$C.

2)

a) 66,8 ms correspond à 5T $\Rightarrow$ T = $\dfrac{66,8.10^{-3}}{5} = 13,36.10^{-3}$s et comme

$T = T_0 = 2.\pi\sqrt{LC} \Rightarrow L = \dfrac{T^2}{4.\pi^2.C} = 0,137\,H$



b) Loi des mailles : $u_{AB} + u_B + u_R = 0 \Leftrightarrow$

$$L\frac{d}{dt}i(t) + R\,i(t) + r\,i(t) + u_{AB}(t) = 0$$

Or $i(t) = C\dfrac{du_{AB}(t)}{dt} \Leftrightarrow L\,C\dfrac{d^2u_{AB}(t)}{dt^2} + (R+r).C\dfrac{du_{AB}(t)}{dt} + u_{AB}(t) = 0 \Leftrightarrow$

$$\frac{d^2u_{AB}(t)}{dt^2} + \frac{(R+r)}{L}\frac{du_{AB}(t)}{dt} + \frac{1}{LC}u_{AB}(t) = 0.$$

c) $E_{LC} = \dfrac{1}{2}Li^2 + \dfrac{1}{2}\dfrac{q^2}{C} = \dfrac{1}{2}LC^2\left(\dfrac{du_C}{dt}\right)^2 + \dfrac{1}{2}C\,u_C^2.$

d) $\dfrac{dE_{LC}}{dt} = LC^2\dfrac{du_C}{dt}\dfrac{d^2u_C}{dt^2} + C\,u_C\dfrac{du_C}{dt} = LC^2\dfrac{du_C}{dt}\left[\dfrac{d^2u_C}{dt^2} + \dfrac{1}{LC}u_C\right] =$

$LC^2\dfrac{du_C}{dt}\left[-\dfrac{R+r}{L}\dfrac{du_C}{dt}\right] = -(R+r)\,C^2\left(\dfrac{du_C}{dt}\right)^2.$ $\quad \dfrac{dE_{LC}}{dt} < 0 \Rightarrow$

L'énergie electromagnétique E_{LC} diminue au cours des oscillations et cette diminution est due à la résistance (R + r) du circuit (perte d'énergie par effet joule).

e) $|\Delta E| = |E_t - E_{t_0}| = \left|\dfrac{1}{2}Cu_{C_t}^2 - \dfrac{1}{2}Cu_{C_0}^2\right| = \dfrac{1}{2}C\left|u_{C_t}^2 - u_{C_0}^2\right| = \dfrac{1}{2}.33.10^{-6}\left|5^2 - 10^2\right|$

$= 12,375.10^{-4}$J.

f) À t = 0s, u_C est maximale $\Rightarrow$ q = C.u_C est maximale et à t = $\frac{T}{4}$, u_C est nulle

$\Rightarrow$ q est nulle. Donc entre t = 0s et t = $\frac{T}{4}$, q diminue de C.u_{Cmax} à 0 $\Rightarrow$ le

condensateur est entrain de se décharger.

3) Pour la courbe II, les oscillations sont pseudopériodiques. Pour les courbes I et III, pas d'oscillations $\Rightarrow$ régime apériodique.

Or $\frac{dE_{LC}}{dt} = -(R+r)\,C^2\left(\frac{du_C}{dt}\right)^2$ $\Rightarrow$ la vitesse de diminution de E_{LC} augmente avec R $\Rightarrow$ la courbe II correspond à la résistance la plus faible soit R_1. Le retour à l'état d'équilibre est plus rapide dans la courbe I que dans la courbe III $\Rightarrow$ l'amortissement est plus important pour III que pour I.

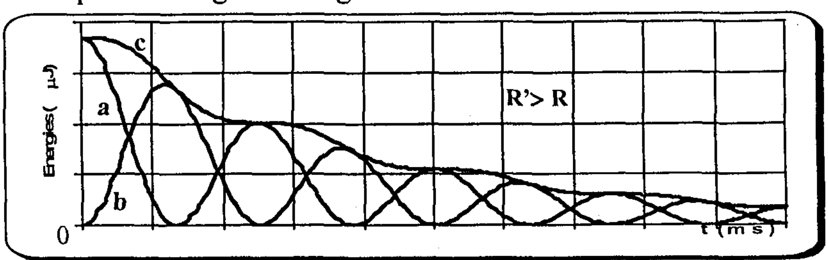
Courbe I (R_2)	Courbe II (R_1)	Courbe III (R_3)

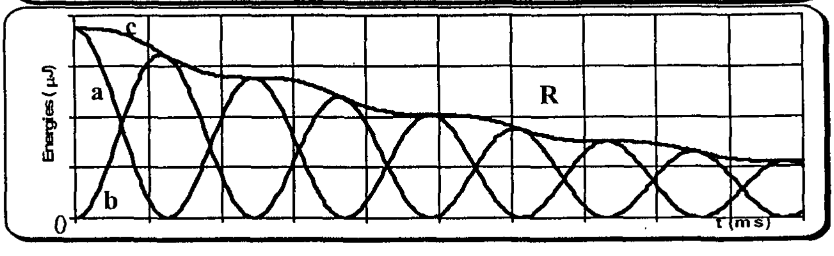
4)

a) À t = 0s, u_C est maximale et la tangente à la courbe u_C = f (t) à t = 0s est horizontale $\Rightarrow \left(\frac{du_C}{dt}\right)_{t=0} = 0 \Rightarrow$ i (0) = 0 $\Rightarrow$ E_L (0) = $\frac{1}{2}$L.i^2 (0) = 0 $\Rightarrow$ la courbe (b) correspond à l'énergie magnétique E_L.

La courbe (c) résulte de la somme point par point des deux courbes (a) et (b) et comme $E_{LC} = E_L + E_C$, alors la courbe (c) correspond à l'énergie électromagnétique E_{LC}, par suite la courbe (a) correspond à l'énergie électrostatique E_C.

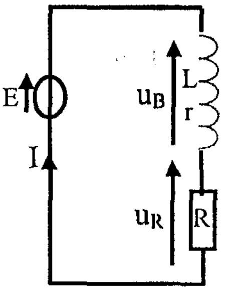
b) Une augmentation de la valeur de R entraîne une atténuation plus rapide de E_{LC} $\Rightarrow$ les amplitudes des énergies E_L et E_C diminuent plus rapidement et leur période augmente légèrement.





<u>EXERCICE 2</u> :

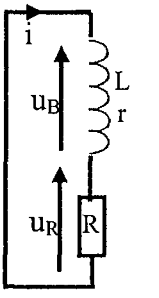
A.



1)

a) Loi des mailles : $E - u_B - u_R = 0$, en régime permanant : $E - rI_0 - RI_0 = 0 \Leftrightarrow I_0 = \frac{E}{R+r}$.

b) L'inductance de la bobine est une grandeur caractérisant l'aptitude d'une bobine à modérer les variations de tout courant qui y circule.



2)

a) Loi des mailles : $u_B + u_R = 0 \Leftrightarrow L\frac{di}{dt} + (R+r)\,i = 0$.

b) C'est la rupture de courant qui se fait avec un retard à cause du courant d'auto – induction crée dans la bobine et qui s'oppose à cette rupture.

c) $L\frac{d}{dt}\left[I_0.e^{-\frac{R+r}{L}t}\right] + (R+r)I_0.e^{\frac{R+r}{L}t} = 0 \Leftrightarrow$

$LI_0\left(-\frac{R+r}{L}\right)e^{\frac{R+r}{L}t} + (R+r)I_0.e^{\frac{R+r}{L}t} = 0 \Rightarrow i(t) = I_0.e^{-\frac{t}{\tau}}$ est une solution de l'équation différentielle : $L\frac{di}{dt} + (R+r)\,i = 0$ avec ($\tau = \frac{L}{R+r}$).

d) $u_R(t) = R.i(t) = R.I_0\, e^{-\frac{t}{\tau}}$.

e) $\tau = 0{,}7\,.10^{-3}$s.

f) $I_0 = \frac{E}{R+r} \Rightarrow U_{Rmax} = RI_0 = \frac{R.E}{R+r}$; $\tau = \frac{L}{R+r} \Leftrightarrow \frac{\tau}{L} = \frac{1}{R+r} \Leftrightarrow$

$U_{Rmax} = R.E\frac{\tau}{L} \Leftrightarrow L = \frac{R.E.\tau}{U_{R\max}} = \frac{10\times9\times0{,}7.10^{-3}}{5} \Leftrightarrow L = 1{,}26.10^{-2}$ H.

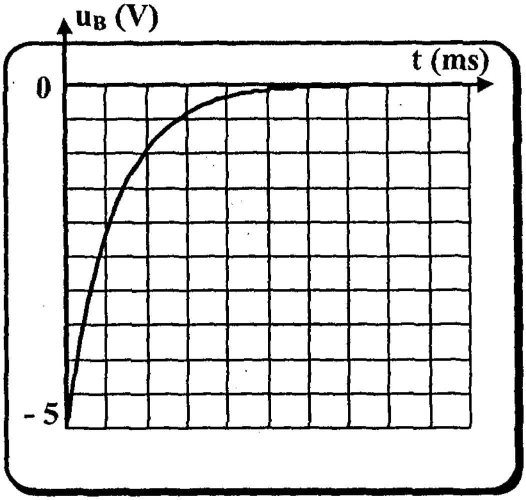
$r = R\left(\frac{E}{U_{R\max}} - 1\right) = 10\left(\frac{9}{5} - 1\right) = 8\ \Omega$.

3)

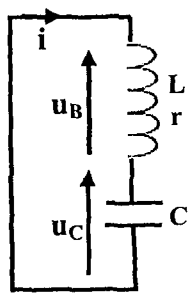
a) $u_B(t) = L\frac{di}{dt} + r.i = L\frac{d}{dt}\left[I_0 e^{-\frac{R+r}{L}t}\right] + r.I_0 e^{-\frac{R+r}{L}t} =$

$(-(R+r)+r)I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = -R.I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

b) $u_B(t) = -10.\frac{9}{18}e^{-\frac{t}{0,7.10^{-3}}} = -5\,e^{-1428,57\times t}$.



B.



1) Loi des mailles : $u_B + u_C = 0 \Leftrightarrow L\frac{di}{dt} + r\,i + u_C = 0$.

$i = C\frac{du_C}{dt} \Leftrightarrow L\,C\frac{d^2u_C}{dt^2} + r.C\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$.

2)

a) L'amplitude diminue au cours des oscillations ⇔ Les oscillations sont dites pseudopériodiques.

b) $6\,T = 13{,}62.10^{-3}$s ⇔ $T = \frac{13{,}62.10^{-3}}{6} = 2{,}27.10^{-3}\,s$.

c) $u_{Ci_{max}} = u_{C(i-1)_{max}}(1 - \frac{23}{100})$

t	$5\frac{T}{4}$	$9\frac{T}{4}$
u_C (V)	- 4,62	- 3,557

d) $n = \frac{\Delta t}{T} = \frac{18{,}16.10^{-3}}{2{,}27.10^{-3}} = 8 \Rightarrow$ L'oscillateur effectue 8 oscillations.

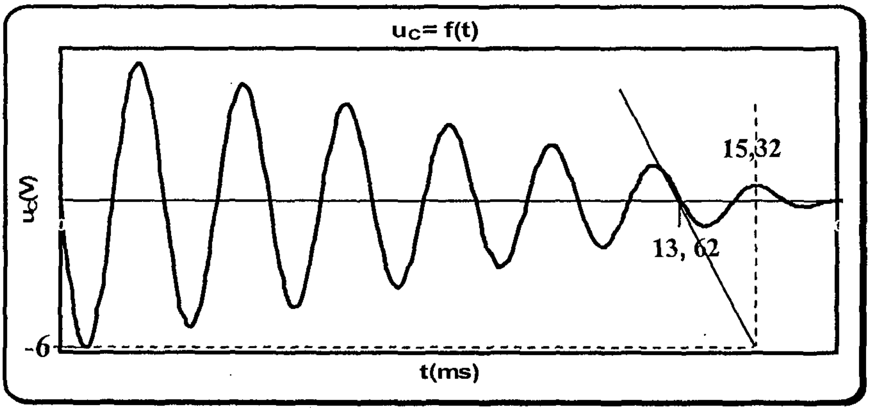
e) $U_{C\max_f} = (1-0{,}23)^n.U_{C\max_0} = (0{,}77)^8.6 = 0{,}7414V$.

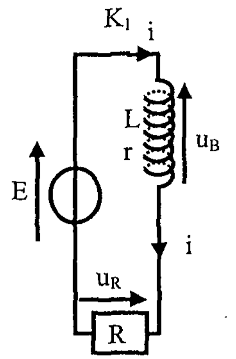
f) C'est la note La₃, d'après la valeur de la pseudo période $T \approx 2{,}272.10^{-3}$s.

g) $E_{LC} = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}C\,u_C^2$ or uC (6T) = 0. $i = C\frac{du_C}{dt}$ et $(\frac{du_C}{dt})_{6T}$ = a : cefficient directeur de la tangnete à la courbe uC = f (t) à cette date.

a = $\frac{-6-0}{(15,32-13,62).10^{-3}}$ = - 3,53.10³Vs⁻¹ ⇒ $E_{LC} = \frac{1}{2}L.C^2(\frac{du_C}{dt})^2_{6T}$ =

$\frac{1}{2}\times 131,6.10^{-3}\times(0,99.10^{-6})^2\times(-3,53.10^3)^2 = 8,036.10^{-7}\,J$





EXERCICE 3 :

1)

a) On ferme K_2, il y a établissement de courant dans le dipôle RL après un retard à cause du phénomène d'auto induction tel qu'il y a création d'un courant induit qui s'oppose à l'augmentation de courant (de 0 à I_0) dans le circuit de la bobine.

b) D'après la loi d'additivité des tensions :

$$u_B + u_R = E \Leftrightarrow L\frac{di}{dt} + ri + Ri = E \Leftrightarrow \frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L}i = \frac{E}{L}$$

c) $\tau = \frac{L}{R+r}$ (exprimé en seconde (s))

d) En régime permanent : $\frac{di}{dt} = 0$ et par suite $(r+R)I_0 = E \Leftrightarrow I_0 = \frac{E}{R+r}$

e) $i(t) = I_0(1- e^{-\frac{t}{\tau}})$, $\frac{di}{dt} = \frac{I_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$ puis dans l'équation différentielle :

$$\frac{I_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{R+r}{L}I_0(1- e^{-\frac{t}{\tau}}) = \frac{E}{L}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{R+r}{L}\,\frac{E}{R+r} - \frac{R+r}{L}\,\frac{E}{R+r}\,e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{L}$$

D'où $i(t) = I_0(1- e^{-\frac{t}{\tau}})$ est une solution de l'équation précédente.

f) $e(t) = -L\dfrac{di}{dt} = -L\dfrac{I_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = -L\ \dfrac{R+r}{L}\ \dfrac{E}{R+r}\ e^{-\frac{t}{\tau}} = -E e^{-\frac{t}{\tau}}$.

g) A $t = 0$, $e = -E$ et d'après le graphe on a $e(0) = -12$ V $\Leftrightarrow E = 12$ V.

On a : $\tau = \dfrac{L}{R+r}$ et $I_0 = \dfrac{E}{R+r} \Leftrightarrow \dfrac{\tau}{I_0} = \dfrac{L}{E} \Leftrightarrow L = E.\dfrac{\tau}{I_0}$

Donc $L = 0{,}012$ H. Or $R + r = \dfrac{L}{\tau} \Leftrightarrow R = \dfrac{L}{\tau} - r = 54\Omega$.

h) $u_B(t) = -e + ri = E\ e^{-\frac{t}{\tau}} + rI_0(1- e^{-\frac{t}{\tau}}) = E\ e^{-\frac{t}{\tau}} + r\ \dfrac{E}{R+r}\ (1- e^{-\frac{t}{\tau}})$

$u_B(t) = r\ \dfrac{E}{R+r} + R\dfrac{E}{R+r}\ e^{-\frac{t}{\tau}}$; $\dfrac{du_B}{dt} = -R\dfrac{E}{(R+r)\tau}\ e^{-\frac{t}{\tau}} < 0$

à $t = 0$ $u_B = E$ et $t \to \infty$ $u_B \to r\ I_0 = 1{,}2$V

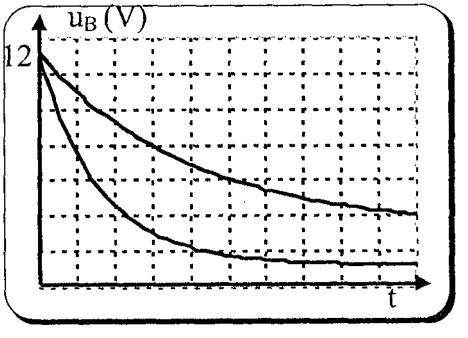
$u_B(t)$ est une fonction positive et décroissante :

i) $L' = 2L$ et $R' = \dfrac{R}{2}$:

$\tau' = \dfrac{2L}{\frac{R}{2}+r} = \dfrac{2.0{,}012}{30+6} = 6{,}66.10^{-4}s$

Et à $t = 0$ $u_B = E$, à $t \to \infty$

$u_B \to r\ I_0 = \dfrac{rE}{\frac{R}{2}+r} = 2{,}18$V.



2)

a) Il y a rupture de courant dans la bobine (diminution de I_0 à 0), donc création d'un courant induit qui s'oppose à cette diminution et circule dans le même sens que le courant en régime permanent, par suite une f.é.m d'auto induction se manifeste pour charger le condensateur, dès que le courant induit s'annule le condensateur se décharge dans la bobine et on assiste à des oscillations libres amorties en présence de la résistance du circuit.

b) A l'origine des dates : $i = I_0 > 0$.

c) $E_{LC} = E_L + E_C$;

- à $t = 0$ le condensateur est déchargé donc $E_C = 0$ et $i = I_0$, E_L est maximale d'où E_{LC} est purement magnétique.

- à t = $\frac{T}{4}$, le condensateur est chargé, le courant induit est nulle et par suite $E_L = 0$ et E_C est maximale d'où E_{LC} est purement électrostatique.

d)

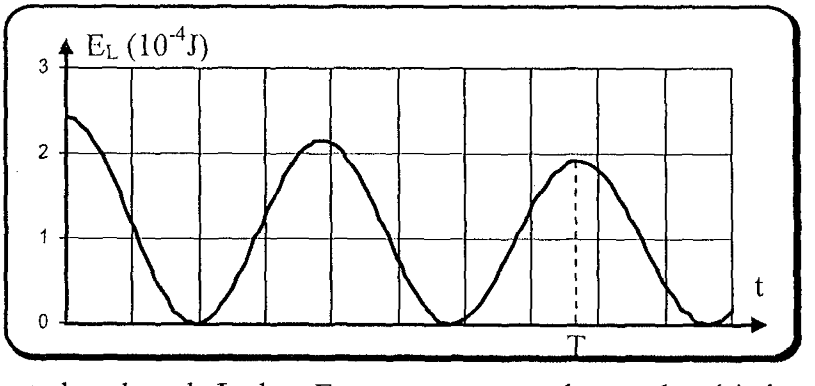
- $$à\,t = 0 \begin{cases} i = I_0 \\ E_L = \frac{1}{2} L I_0^{\,2} = 2{,}4.10^{-4}\,J = E_{LC0}. \\ u_c = 0\,V \end{cases}$$

- $$à\,t = \frac{T}{4} \begin{cases} i = 0\,A \\ u_C = -U_{C\max 0} = -\sqrt{\frac{2E_C}{C}} = -8{,}763V \\ E_{LC_1} = E_C = \frac{1}{2} C u_C^2 ; E_{LC1} = 0{,}96 E_{LC0} = 2{,}304.10^{-4}\,J \end{cases}$$

- $$à\,t = \frac{T}{2} \begin{cases} i = -I_{\max 1} = -\sqrt{\frac{2E_L}{L}} = -01{,}92A \\ E_L = \frac{1}{2} L i^2 = E_{LC_2} = (0{,}96)^2 E_{LC_0} = 2{,}21184.10^{-4}\,J \\ u_c = 0\,V \end{cases}$$

t	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$
i(A)	0,2	0	-0,192
$U_{AB} = u_C$	0	-8,763	0
$E_{L(J)}$	$2{,}4.10^{-4}$	0	$2{,}21184.10^{-4}$

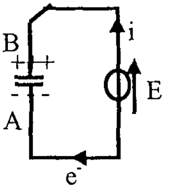
- Courbe :



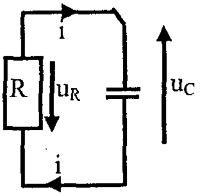
- Si on augmente la valeur de L alors $E_{L\max}$ augmente et la pseudo période augmente.

EXERCICE 4 :

1) La résistance du circuit lorsque le commutateur est sur la position 1 est égale à celle des fils de connexion qui est très faible $\Rightarrow \tau = RC$ est très faible $\Rightarrow$ le condensateur se charge instantanément



2) Le sens du courant est indiqué par le sens de E et les électrons circulent dans le sens opposé $\Rightarrow$ ils s'accumulent sur la plaque A $\Rightarrow$ $q_A < 0$ et $q_B > 0$.



3) Loi des mailles : $u_C + u_R = 0 \Leftrightarrow$

$$\frac{1}{C}\int i dt + Ri = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{RC}i + \frac{di}{dt} = 0.$$

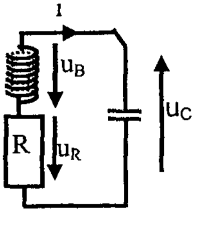
4)

a) A $t = 0$, $i = -I_0 = Ae^0$. $i = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$ et $\frac{di}{dt} = \frac{-A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$ et par suite dans l'équation différentielle : $Ae^{-\frac{t}{\tau}}[\frac{1}{RC} - \frac{1}{\tau}] = 0$ Or en régime transitoire $Ae^{-\frac{t}{\tau}} \neq 0$ d'où $\frac{1}{RC} - \frac{1}{\tau} = 0$ alors $\tau = RC$.

b) $u_{C0} + u_{R0} = 0 \Leftrightarrow u_{R0} = -u_{C0} = -E \Leftrightarrow$

$A = -I_0 = \frac{-E}{R} = -2{,}12.10^{-3}$A et $\tau = 2{,}209$s.

c) $u_{AB} = -u_C = -u_R = RI_0 . e^{-\frac{t}{\tau}} = E . e^{-\frac{t}{\tau}}$



5)

a) D'après la loi des mailles :

$$u_{BA} + u_R + u_B = 0 \Leftrightarrow \frac{q}{C} + L\frac{d^2q}{dt^2} + (R+r)\frac{dq}{dt} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{q}{CL} + \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{(R+r)}{L}\frac{dq}{dt} = 0.$$

b)

- Dans l'intervalle$]\frac{5T}{4},\frac{3T}{2}[$: $u_C < 0$ et $|u_C|$ augmente et $i = C\frac{du_C}{dt}$ diminue d'où E_C augmente et E_L diminue donc il y a transformation de l'énergie magnétique en énergie électrostatique.
- Dans l'intervalle$]\frac{3T}{2},\frac{7T}{4}[$: $u_C < 0$ et $|u_C|$ diminue et $i = C\frac{du_C}{dt}$ augmente d'où E_C diminue et E_L augmente donc il y a transformation de l'énergie électrostatique en énergie magnétique.

  Dans ces deux intervalles il y a transformation mutuelle et non intégrale à cause de la perte par effet joules.

c) La courbe c : régime pseudopériodique

Les courbe a et b : régime apériodique (pas d'oscillations)

- Pour les régimes apériodiques, le retour le plus rapide à l'état d'équilibre électrique correspond à la résistance la plus faible : $R_2 < R_3$ alors $R_2 \rightarrow$ b et $R_3 \rightarrow$ a.
- Le régime pseudopériodique correspond à la résistance la plus faible : $R_1 \rightarrow$ c.

Dipôle LC

Résumé du cours :

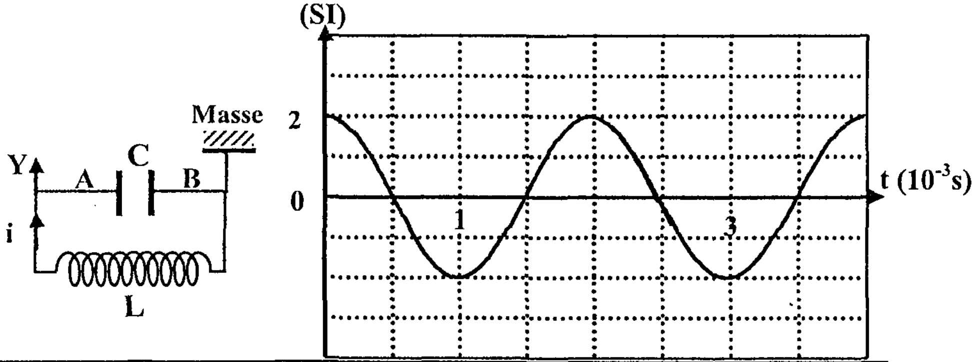
- Un circuit LC est constitué d'une bobine purement inductive d'inductance L associée à un condensateur de capacité C et préalablement chargé, les oscillations libres ne sont plus amorties, elles sont sinusoïdales c'est le régime libre sinusoïdal.
- L'évolution de la charge du condensateur à tout instant obéit à l'équation différentielle : $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$ de solution q (t) = Q_m Sin (ω_o t + φ_q).
  - $\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$: Pulsation propre de l'oscillateur.
  - To = 2 π $\sqrt{LC}$: Période propre de l'oscillateur.
  - φ_q : phase initiale de la charge q (t).
  - Q_m : charge maximale.
- Les oscillations libres d'un circuit LC sont dues aux transformations mutuelles et intégrales des énergies électrostatiques et magnétiques.

Exercices

EXERCICE 1 :

Pour déterminer les caractéristiques d'un condensateur et d'une bobine , on étudie les oscillations libres non amorties d'un circuit comportant le condensateur de capacité C préalablement chargé sous une tension constante de valeur U_0 et de la bobine purement inductive d'inductance L

En connectant les armatures du condensateur à un oscilloscope à mémoire, on observe l'oscillogramme du document suivant :



La grandeur représentée est exprimée dans le système international

1) Préciser la grandeur physique représentée par l'oscillogramme. Ecrire son expression en fonction du temps et déduire la valeur de U_0.

2)
   a) Etablir l'équation différentielle faisant intervenir la charge q de l'armature A du condensateur.

   b) Que représente le rapport $\frac{1}{LC}$? Déduire l'expression de la période propre T_0 des oscillations en fonction de L et de C.

3)
   a) Donner l'expression de l'énergie électromagnétique E_{LC} de l'oscillateur en fonction de i et de q (i étant l'intensité du courant qui traverse le circuit à un instant de date t).

b) Montrer que cette énergie est constante en donnant son expression en fonction de C et de U_0.

c) Sachant que $E_{LC} = 2.10^{-6}$ J déduire la valeur de C et celle de L.

d) Déterminer l'intensité maximale I_{max} de i (t).

4)

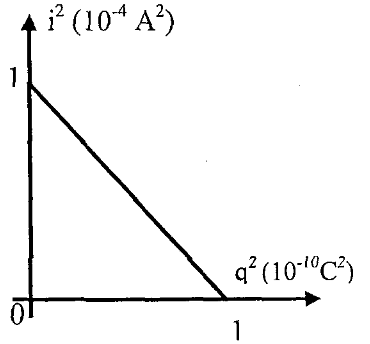
a) Exprimer l'énergie magnétique E_L emmagasinée dans la bobine en fonction de i et de L, et l'énergie électrostatique E_c emmagasinée par le condensateur en fonction de i, L, C et U_o.

b) Représenter sur le même graphe $E_L = f(i^2)$ et $E_C = g(i^2)$.

Echelle : 2 cm pour 10^{-6} J et 1 cm pour 10^{-5} A².

c) Déterminer la valeur de i et celle de q lorsque $E_L = E_C$.

EXERCICE 2 :



Un condensateur de capacité C = 1 µF est chargé par un générateur idéal de tension de f.é.m E.

A l'origine des dates, le condensateur ainsi chargé est branché aux bornes d'une bobine purement inductive d'inductance L.

1)

a) Etablir l'équation différentielle des oscillations électrique dans le circuit LC régissant la charge q du condensateur.

b) Monter que $q(t) = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_q)$ est une solution de l'équation différentielle précédente ; avec Q_m : charge maximale du condensateur et ω_0 : pulsation propre dont on déterminera son expression.

2)

a) Donner l'expression de l'énergie électromagnétique E_{LC} du circuit en fonction de q, C, L et i avec q et i sont respectivement la charge du condensateur et l'intensité du courant circulant le circuit à un instant t.

b) Montrer que cette énergie est constante.

c) On donne la courbe de variation du carré de l'intensité de courant en fonction du carré de la charge du condensateur $i^2 = f(q^2)$. Justifier théoriquement l'allure de cette courbe.

d) En utilisant le graphe précédent, déterminer :

- L'intensité maximale I_{max} du courant circulant dans le circuit.
- La charge maximale Q_{max}, en déduire la f.e.m E du générateur.
- La pulsation propre ω_o, en déduire la valeur de L

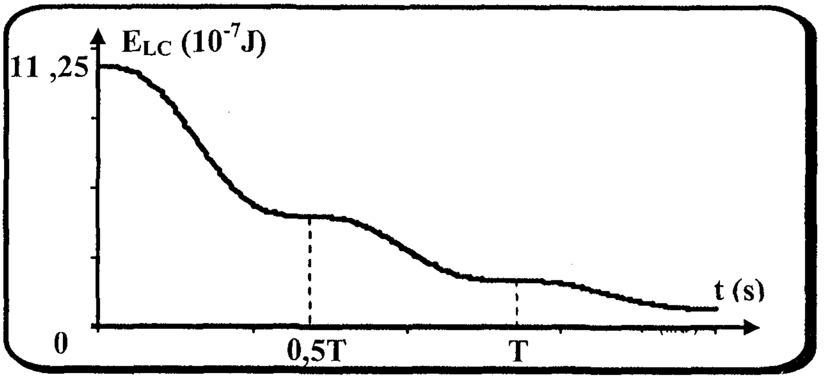
e) Déterminer les valeurs de i correspondantes à $q = \frac{Q_{max}}{\sqrt{2}}$ et à q = 0.

3)

a) Etablir les expressions des énergies électrostatique E_C et magnétique E_L en fonction du temps et préciser leur période.

b) Déterminer les instants t appartenant à $[0 ; 2\,T_0]$, (T_0 est la période propre des oscillations) pour les quels $E_C(t) = E_L(t)$

4) En réalité la bobine est d'inductance L'= 0,01H et de résistance r non nulle et le condensateur est de capacité C'. On représente la courbe de variation de l'énergie électromagnétique E_{LC} en fonction du temps.

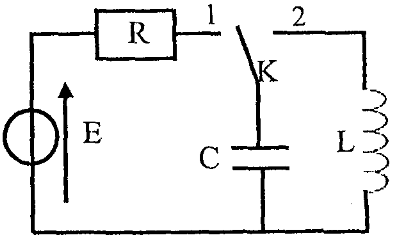


a) Exprimer l'énergie électromagnétique E_{LC} en fonction des données. Montrer que $d\,E_{LC} = -\,ri^2.dt$. Interpréter ce résultat.

b) On suppose que la période des oscillations $T = 2.\pi.10^{-4}$s, est sensiblement égale à la période propre T_0, déterminer la valeur de C' et celle de q_0 (charge initiale du condensateur).

c) Sur le graphe précédent représenter l'allure de la courbe représentative de E_C et celle de E_L. Quel est le régime d'oscillation du circuit ? Expliquer.

EXERCICE 3 :



On réalise le montage suivant :

On donne R = 2 KΩ

1) l'interrupteur K en position 1, Etablir l'équation différentielle qui régit la charge du condensateur en fonction de u_c et sa dérivée par rapport au temps. Donner l'expression de sa solution.

2) Sachant que la solution de l'équation précédente peut s'écrire :

$u_c(t) = 10\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ (u_C en volt et t en seconde)

a) Déterminer la valeur de E.

b) Montrer que la dérivée de uc (t) à la date t = 0 s'écrit : $\left(\frac{du_C}{dt}\right)_{t=0} = \frac{10}{\tau}$

c) Sachant que cette dérivée vaut $500\ Vs^{-1}$, calculer la valeur de τ.

d) En déduire la valeur de C.

e) Déterminer la valeur de l'énergie électrostatique emmagasinée dans le condensateur à la fin de sa charge.

3) Interrupteur en position 2 à t = 0 s:

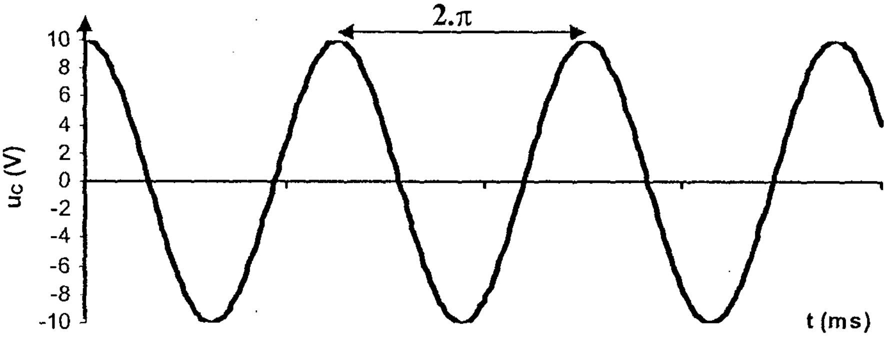
a) le condensateur est en série avec une bobine supposé purement inductive d'inductance L.

On assiste à une décharge oscillante du condensateur, Expliquer.

b) Etablir l'équation différentielle des oscillations réalisées en fonction de u_c.

c) Vérifier que $u_c(t) = U_{Cmax} \sin(\omega_0 t + \varphi)$ est une solution de l'équation précédente.

d) Par une acquisition informatique on obtient le graphe ci - dessous.



Déterminer les valeurs de U_{Cmax}, ω_0 et φ.

4)

a) Ecrire la loi horaire de la variation de l'intensité de courant i (t) dans le circuit, sachant que $I_{max} = 0{,}1$ A.

b) Vérifier que l'intensité maximale $I_{max} = C.\omega_0.U_{Cmax}$.

c) Retrouver la valeur de la capacité C et en déduire celle de L.

d) Discuter la nature des transformations énergétique dans l'intervalle $]\frac{T_0}{4};\frac{T_0}{2}[$

e) Représenter un circuit électrique traduisant cette transformation.

EXERCICE 4 :

Un condensateur de capacité C est chargé par un générateur idéal de tension de f.è.m E.

1) Exprimer en fonction de C et E l'énergie que le condensateur a emmagasiné.

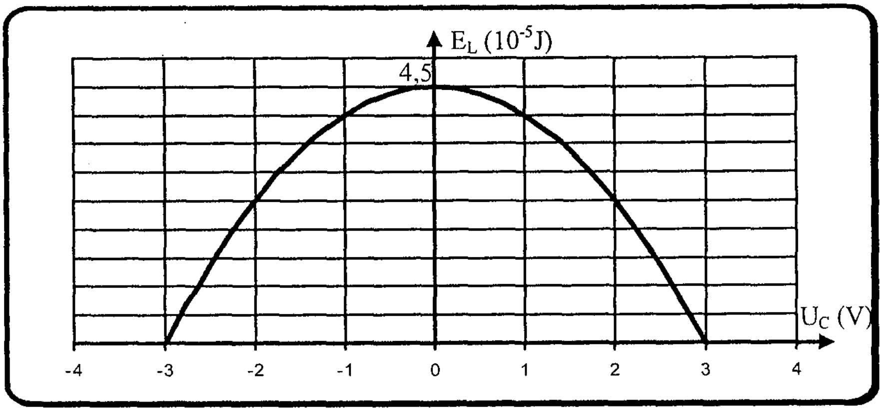
2) Le condensateur ainsi chargé est déconnecté du générateur puis relié à t = 0s aux bornes d'une bobine d'inductance L, la résistance du circuit est supposée nulle.

a) Interpréter aux termes énergétiques le phénomène réalisé.

b) Exprimer en fonction de q, i, C et L l'énergie totale E_{LC} du circuit (L, C), q ; charge du condensateur et i : intensité de courant dans le circuit.

c) En utilisant le fait que cette énergie se conserve, trouver l'équation différentielle décrivant la décharge du condensateur dans la bobine.

3) On donne le graphe suivant représentant la variation de l'énergie magnétique E_L en fonction de la tension u_c aux bornes du condensateur.



a) Etablir une relation entre E_L et u_c.

b) Déterminer les valeurs de :

- L'énergie totale E_{LC}.
- La f.è.m E.
- La capacité C.
- L'inductance L, sachant qu'un ampèremètre de résistance nulle branché en série indique $6{,}364.10^{-3}$ A.

c) Tracer sur le graphe précédent, dans l'ordre, les courbes : $E_C = f(u_C)$ et $E_{LC} = f(u_C)$. Justifier la réponse.

4)

a) Pour quelles valeurs de i a – t – on : $E_L = \frac{3}{4} E_{LC}$?

b) En déduire les dates pour les quelles cette condition est vérifiée.

Correction :

EXERCICE 1 :

1) La grandeur physique représentée par l'oscillogramme est la tension aux bornes du condensateur.

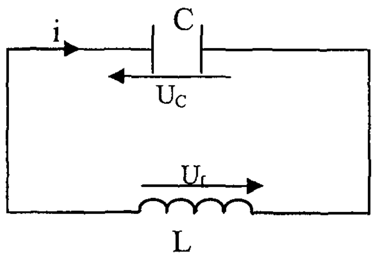
$u_{AB}(t) = u_C(t) = U_{Cmax} \sin(\omega_0 t + \varphi_{uc})$; $\omega_0 = \dfrac{2\pi}{T_O} = \dfrac{2\pi}{2.10^{-3}} = 10^3\,\pi$ rad.s^{-1} et

$U_{Cmax} = U_0 = 2$ V. À $t = 0$, $u_C = U_{Cmax}$ => $\sin \varphi_{uc} = 1$ => $\varphi_{uc} = \dfrac{\pi}{2}$ rad.

=> $u_C(t) = 2 \sin(10^3\pi\, t + \dfrac{\pi}{2})$; u_C en (V) et t en (s)

2)

a)



Loi des milles : $u_C + u_L = 0$

=> $\dfrac{q}{C} + L\,.\,\dfrac{di}{dt} = 0$ or $i = \dfrac{dq}{dt}$

=> $\boxed{\dfrac{d^2q}{dt^2} + \dfrac{1}{LC}q = 0}$

b) $\dfrac{1}{LC}$ est le carré de la pulsation propre (ω_0^2) ; $T_0 = \dfrac{2\pi}{\omega_0} = 2\,\pi\,\sqrt{L.C}$

3)

a) $E_{LC} = \dfrac{1}{2}\,Li^2 + \dfrac{1}{2}\dfrac{q^2}{C}$.

b) $\dfrac{dE_{LC}}{dt} = Li\,\dfrac{di}{dt} + \dfrac{1}{C}q\,\dfrac{dq}{dt} = L\,(\dfrac{d^2q}{dt^2} + \dfrac{q}{LC})\,i = 0$ (d'après l'équation différentielle) => $E_{LC} = C^{te}$; $E_{LC} = \dfrac{1}{2}CU_0^2$.

c) $C = \dfrac{2E_{LC}}{U_0^2} = \dfrac{2\times 2.10^{-6}}{4} = 10^{-6}$ F. $T_o = 2\pi\sqrt{LC}$ $\Leftrightarrow$

$L = \dfrac{T_o^2}{4\pi^2 C} = \dfrac{(2.10^{-3})^2}{4\pi^2\times 10^{-6}} = 0{,}1$ H.

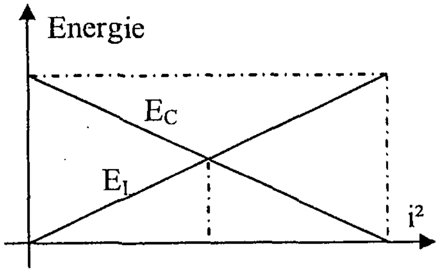
d) $i = C\,\dfrac{du_C}{dt}$ => $I_{max} = C\,\omega_o\,U_{Cmax}$ $\Leftrightarrow$

$I_{max} = 10^{-6}.10^3\,\pi\,.2 = 2\pi\,.\,10^{-3} = 6{,}28\,.\,10^{-3}$ A

4)

a) $E_L = \frac{1}{2}\ Li^2$; $E_C = E_{LC} - E_L = \frac{1}{2} CU_o^2 - \frac{1}{2}\ Li^2$

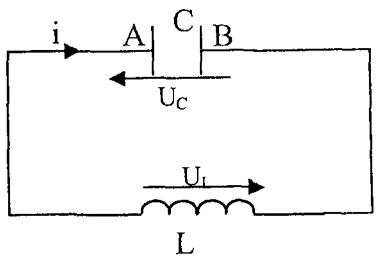
b)



c) $E_L = E_C \Rightarrow i = \pm\sqrt{\frac{CU_0^2}{2L}} = \pm\ 4{,}47.10^{-3}$A. $E_L = E_C \Rightarrow \frac{1}{2}\ L_i^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} \Rightarrow$

$q = \sqrt{LC} \times i = \sqrt{0{,}1\times10^{-6}} \times (\pm4{,}47.10^{-3}) = \pm1{,}4.10^{-6}$C.

EXERCICE 2 :



1)

a) Loi des mailles $u_L + u_C = 0 \Leftrightarrow L\ \frac{di}{dt} + \frac{q}{C}$

Or $i = \frac{dq}{dt} \Leftrightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}\ q = 0$

b) La résistance du circuit est nulle il est le siège d'oscillations sinusoïdale $\Leftrightarrow q(t) = q_{max}\ \text{Sin}\ (\omega_0 t + \varphi_q)$

en remplaçant la solution dans l'équation différentielle on trouve :

$- Q_{max}\ \omega_o^2\ \text{Sin}\ (\omega_o t + \varphi_q) + \frac{1}{LC}\ Q_{max}\ \text{Sin}\ (\omega_o t + \varphi_q) = 0 \Leftrightarrow$

$[Q_{max}\ \text{Sin}\ (\omega_o t + \varphi_q)]\times[\ \frac{1}{LC} - \omega_o^2] = 0$; or $Q_{max} \neq 0$ et $\text{Sin}\ (\omega_o t + \varphi_q)$ est

une variable différente de zéro $\Leftrightarrow \frac{1}{LC} - \omega_o^2 = 0 \Leftrightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

2)

a) $E_{LC} = \frac{1}{2} Li^2 + \frac{1}{2}\ \frac{q^2}{c}$

b) $\frac{dE_{LC}}{dt} = L\,i\,\frac{di}{dt} + \frac{q}{C}\frac{dq}{dt} = L\,i\,(\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}\frac{dq}{dt}) = 0 \Leftrightarrow E_{LC} = C^{te}$.

c) $q(t) = Q_{max}\,Sin\,(\omega_o\,t + \varphi_q)$ et $i = \frac{dq}{dt} = Q_{max}\,\omega_o\,Cos\,(\omega_0\,t + \varphi_q)$

$$\begin{cases} Sin^2(\omega_0 t + \varphi_q) = \frac{q^2}{Q^2_{max}} & (1) \\ Cos^2(\omega_0 t + \varphi_q) = \frac{i^2}{Q^2_{max}\omega_0^2} & (2) \end{cases} \quad (1)+(2) \Leftrightarrow \frac{q^2}{Q^2_{max}} + \frac{i^2}{Q^2_{max}\omega_0^2} = 1 \Leftrightarrow$$

$i^2 = -\omega_0^2\,q^2 + Q^2_{max}\,\omega_0^2$ de la forme : $i^2 = a\,q^2 + b$ Equation d'une droite affine décroissante puisque $a = -\,\omega_0^2 < 0$

d) $I_{max} = 10^{-2}$ A ; $Q_{max} = 10^{-5}$C ; $U_{Cmax} = E = \frac{Q_{max}}{C} = \frac{10^{-5}}{10^{-6}} = 10$V

$$\omega_0 = \frac{I_{max}}{Q_{max}} = \frac{10^{-2}}{10^{-5}} = 10^3 \text{ rad s}^{-1} \quad ; \quad L = \frac{1}{C\omega_0^2} = 1 \text{ H.}$$

e) $\frac{q^2}{Q_{max}} + \frac{i^2}{Q_{max}\,\omega_0^2} = 1$

- $q = \frac{Q_{max}}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow i^2 = \frac{Q^2_{max}\,\omega_o^2}{2} \Leftrightarrow i = \pm\,\frac{Q^2_{max}\,\omega_o}{\sqrt{2}} = \pm\,7{,}07\;10^{-3}$A
- $q = 0 \Leftrightarrow i^2 = Q^2_{max}\,\omega_0^2 \Leftrightarrow i = \pm\,I_{max} = \pm\,10^{-2}$A

3)

a) $E_C = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{Q^2_{max}}{C}\,Sin^2\,(\omega_0 t + \varphi_q)$ or $sin^2\,\alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \Leftrightarrow$

$E_C = \frac{1}{4}\frac{Q^2_{max}}{C}\,[1 - Cos\,(2\,\omega_0 t + 2\varphi_q)]$ avec $\varphi_q = \frac{\pi}{2}$ rad

E_C est la somme d'une constante et d'une fonction sinusoïdale :

C'est une fonction périodique de pulsation $\omega = 2\omega_0$ et de période $T = \frac{T_0}{2}$

$E_L = \frac{1}{2}\,L\,i^2 = \frac{1}{2}\,L\,I^2_{max}\,Cos^2\,(\omega_0 t + \varphi_q)$ or $cos^2\,\alpha = \frac{1 + 2\cos\alpha}{2} \Leftrightarrow$

$E_L = \frac{1}{4}\, LI^2_{max}\, [1 + \cos(2\,\omega_0\, t + 2\,\varphi_q)]$ avec $\varphi_q = \frac{\pi}{2}$ rad. Comme E_C, E_L est une Fonction périodique de période : $T = \frac{T_0}{2}$

b) $E_C = E_L \Leftrightarrow \frac{1}{4}\frac{Q^2_{max}}{C}\, [1 - \cos(2\,\omega_0\, t + \pi)] =$

$\frac{1}{4}\, L\, Q^2_{max}\, \omega_0\, [1 + \cos(2\,\omega_0\, t + \pi)] \Leftrightarrow \cos(2\,\omega_0 t + \pi) = 0 \Leftrightarrow$

$2\,\omega_0 t + \pi = k\pi + \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{4\pi}{T_0}\, t + \pi = k\pi + \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \boxed{t = (k - \frac{1}{2})\,\frac{T_0}{4}}\quad 0 \le t \le 2\, T_0$

$\Leftrightarrow 0 \le (k - \frac{1}{2})\,\frac{T_0}{4} \le 2\, T_0 \Leftrightarrow 0{,}5 < K < 8{,}5$

k	1	2	3	4	5	6	7	8
t	$\frac{T_0}{8}$	$\frac{3T_0}{8}$	$\frac{5T_0}{8}$	$\frac{7T_0}{8}$	$\frac{9T_0}{8}$	$\frac{11T_0}{8}$	$\frac{13T_0}{8}$	$\frac{15T_0}{8}$

4)

a) $E_{LC} = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$. Le coefficient d'amortissement $\frac{r}{L} \neq 0$ d'où l'équation différentielle : $L\,\frac{d^2q}{dt^2} + r\,\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$

$\frac{dE_{LC}}{dt} = Li\frac{di}{dt} + \frac{q}{C}\,\frac{dq}{dt} = i\,(L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C}) = i\,(-\,ri) = -ri^2 \Leftrightarrow dE_{LC} = -ri^2\, dt < 0$

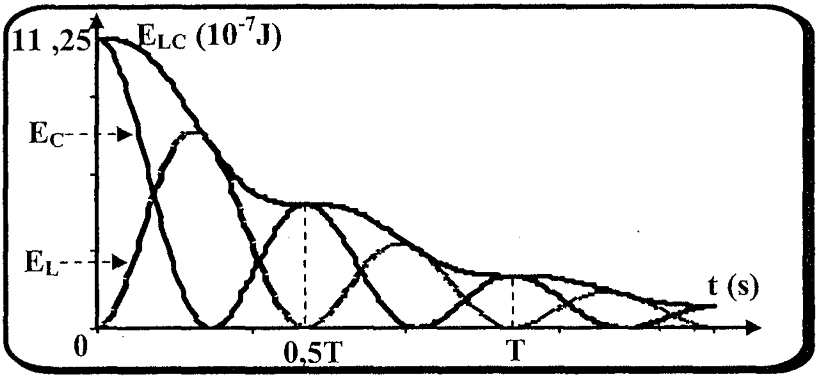
La variation élémentaire dE_{LC} est négative donc E_{LC} diminue au cours du temps.

b) $T = T_0 = 2\pi\,\sqrt{L'C'} \iff C' = \frac{T_o^2}{4\pi^2 L'} = 10^{-6}$ F

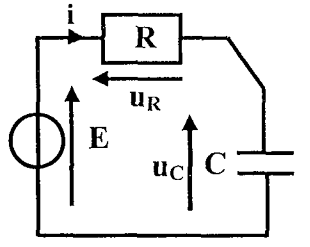
$E_{LC} = \frac{1}{2}\frac{q_0^2}{C} \Rightarrow q_o = \sqrt{2CE_{LC}} = 1{,}5\; 10^{-6}$C.

c) Il y aune transformation mutuelle et non intégrale entre E_L et $E_C \Leftrightarrow E_{LC}$ diminue au cours du temps $\Leftrightarrow$ C'est un régime pseudo – périodique de pseudo période T légèrement inférieure à la période propre T_0.

$T_{énergie} = \frac{T}{2}$; à $t = 0$ $q = Q_{max} \Leftrightarrow E_{Ci} = E_{Cmax} = E_{LC}$ et $E_{Li} = 0$.



EXERCICE 3 :



1) Loi d'additivité des tension E = u_R + u_C $\Leftrightarrow$

u_C + Ri = E $\Leftrightarrow$ $u_C + RC\dfrac{du_C}{dt} = E$. Cette équation différentielle admet une solution de la forme :

$u_C(t) = E\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$; τ = RC : constante de temps

2)

a) Par identification E = 10V.

b) $\dfrac{du_C}{dt} = \dfrac{d}{dt}\,[E\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})] = \dfrac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} \Leftrightarrow (\dfrac{du_C}{dt})_{t=0} = \dfrac{E}{\tau}\,e^{-0} = \dfrac{E}{\tau} = \dfrac{10}{\tau}$.

c) $\tau = \dfrac{10}{(\dfrac{duc}{dt})_{t=0}} = \dfrac{10}{500} = 0{,}02\text{s}$.

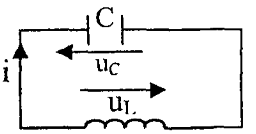
d) $\tau = RC \Rightarrow C = \dfrac{\tau}{R} = \dfrac{0{,}02}{2.10^3} = 10^{-5}$ F

e) $E_C = \dfrac{1}{2}Cu_C^2 \Rightarrow E_{Cf} = \dfrac{1}{2}CE^2 = \dfrac{1}{2}10^{-5} \times 10^2 = 5.\,10^{-4}$ J

3)

a) Le condensateur se décharge dans la bobine c'est à dire l'énergie électrostatique E_C se transforme en énergie magnétique E_L puis la bobine charge de nouveau le condensateur, E_L se transforme en E_C et ainsi de suite on assiste donc à une transformation mutuelle et intégrale entre E_C et E_L.

b) Loi des mailles $u_C + u_L = 0 \Leftrightarrow u_C + L\dfrac{di}{dt} = 0 \Leftrightarrow$



$u_C + LC\dfrac{d^2uc}{dt^2} = 0.$

c) U_{max} Sin $(\omega_0 t + \varphi)$ - LC ω_0^2 U_{max} Sin $(\omega_0 t + \varphi) = 0.$ (LC $\omega_0^2 = 1$)

d) $U_{Cmax} = 10V$; $T_0 = 2\pi.\ 10^{-3}s \Rightarrow \omega_0 = \dfrac{2\pi}{T_0} = 10^3$ rad s^{-1}

$u_C(0) = U_{Cmax} \Rightarrow U_{Cmax}$ Sin $\varphi = U_{Cmax} \Rightarrow$ sin $\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = \dfrac{\pi}{2}$ rad

4)

a) $I = C\dfrac{duc}{dt} \Rightarrow$ i est en quadrature avance de phrase par rapport à $u_C \Rightarrow$

$\varphi_i = \varphi_{uc} + \dfrac{\pi}{2} = \pi$ rad $\Rightarrow$ i (t) = 0,1 Sin $(10^3 t + \pi)$; i en (A) et t en (s).

b) $i = C\dfrac{duc}{dt} \Rightarrow CU_{Cmax}\ \omega_o$ Cos $(\omega_0 t + \varphi) = CU_{Cmax}\ \omega_o$ Sin $(\omega_0 t + \varphi + \dfrac{\pi}{2}) =$

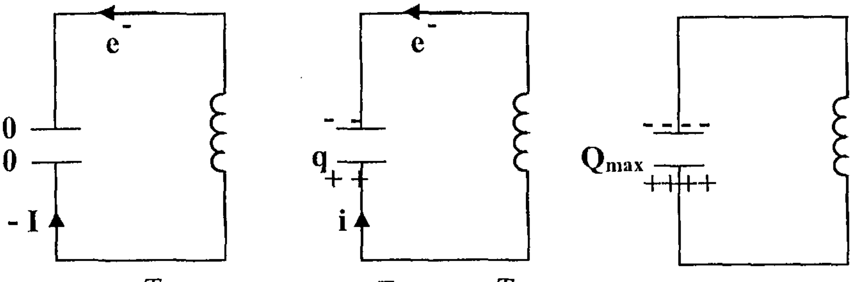
I_{max} Sin $(\omega_0 t + \varphi_i) \Rightarrow I_{max} = CU_{Cmax}\ \omega_0$.

c) $C = \dfrac{I_{max}}{U_{Cmax}\omega_0} = \dfrac{0{,}1}{10 \times 10^3} = 10^{-5}$ F ; $\omega_0^2 = \dfrac{1}{LC} \Rightarrow L = \dfrac{1}{C\omega_0^2} = 0{,}1H$

d) $t = \dfrac{T_0}{4} \Rightarrow u_C = 0$ et $i = - I_{max}$.(u_C (t) est décroissante) $\Rightarrow E_C = 0$ et $E_L = E_{LC}$

$t = \dfrac{T_0}{2} \Rightarrow u_C = - U_{Cmax}$ et $i = 0 \Rightarrow E_C = E_{LC}$ et $E_L = 0$

Donc entre $\dfrac{T_0}{4}$ et $\dfrac{T_0}{2}$ E_C augmente de zéro à E_{LC} et E_L diminue de E_{LC} à zéro $\Rightarrow$ c'est une transformation de E_L en E_C.



$t = \dfrac{T_0}{4}$ $\qquad$ $\dfrac{T_0}{4} < t < \dfrac{T_0}{2}$ $\qquad$ $t = \dfrac{T_0}{2}$

EXERCICE 4 :

1) $E_C = \frac{1}{2} CU^2_{C\max} = \frac{1}{2} CE^2$

2)

a) Le condensateur se décharge dans la bobine $\Rightarrow$ transformation de E_C en E_L puis la bobine recharge de nouveau le condensateur $\Rightarrow$ transformation de E_L en E_C, ainsi de suite $\Rightarrow$ transformation mutuelle et intégrale de E_C et E_L c'est une décharge oscillante.

b) $E_{LC} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} Li^2$.

c) $\frac{dE_{LC}}{dt} = 0 \Leftrightarrow \frac{q}{c} . \frac{dq}{dt} + Li \frac{di}{dt} = 0 \Leftrightarrow i\,(\frac{q}{c} . + L \frac{di}{dt}) = 0$, comme i est variable différente de zéro et $i = \frac{dq}{dt}$ alors : $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0$.

3)

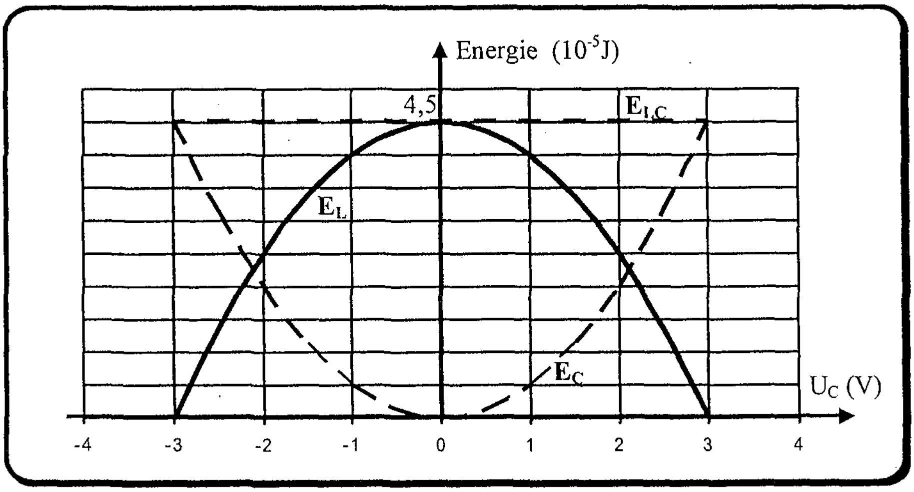
a) $E_L = E_{LC} - E_C = \frac{1}{2} CE^2 - \frac{1}{2} C u_C^2$

b)

- $E_{LC} = 4{,}5\ 10^{-5}$J. $E = U_{C\max} = 3$ V.
- $E_{L\max} = E_{LC} = \frac{1}{2} CE^2 \Leftrightarrow C = \frac{2E_{L\max}}{E^2} = \frac{2 \times 4{,}5.10^{-5}}{9} = 10^{-5}$ F
- $E_{LC} = \frac{1}{2} L I^2_{\max} = \frac{1}{2} L.\ (\sqrt{2}\,I)^2 = LI^2 \Leftrightarrow$

$$L = \frac{E_{LC}}{I^2} = \frac{4{,}5.10^{-5}}{(6{,}364.10^{-3})^2} = 1{,}11\ \text{H}$$

c) $E_{LC} = C^{te} = 4{,}5.10^{-5}$ J ; $E_C = \frac{1}{2} C u_C^2$ parabole de concavité vers le haut et son minimum en zéro et $E_C = E_{LC} - E_L \Rightarrow E_C$ et E_L sont symétriques par rapport à la droite $E = \frac{E_{LC}}{2}$.



4)

a) $E_L = \frac{3}{4} E_{LC} \Leftrightarrow \frac{1}{2} Li^2 = \frac{3}{4} E_{LC} \Leftrightarrow$

$$i = \pm\sqrt{\frac{3E_{LC}}{2L}} = \pm\sqrt{\frac{3\times 4{,}5.10^{-5}}{2\times 1{,}11}} = \pm\, 7{,}798.10^{-3}\text{A.}$$

b) $i\,(t) = I_{max}\,\text{Sin}\,(\omega_0 t+\varphi_i)$;

$I_{max} = I\,\sqrt{2} = 6{,}364\ .\ 10^{-3}\sqrt{2} = 9.10^{-3}$ A $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = 3\ .\ 10^2$ rads^{-1}

À $t = 0$, $u_C = U_{Cmax} \Leftrightarrow \varphi_{uc} = \frac{\pi}{2}$ rad. Or $i = C\,\frac{duc}{dt} \Leftrightarrow$ i est en

quadrature avance de phase par rapport à $u_C \Leftrightarrow \varphi_i = \varphi_{uc} + \frac{\pi}{2} = \pi$ rad $\Leftrightarrow$

$i\,(t) = 9.10^{-3}\,\text{Sin}\,(\frac{2\pi}{T}\,t + \pi)]$ i en (A) et t en (s)

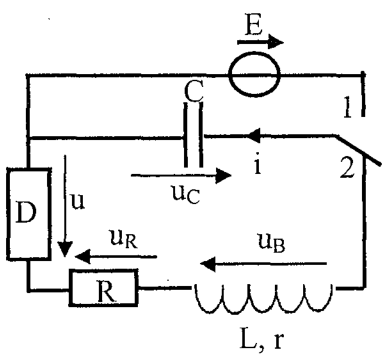
$i\,(t) = 7{,}798\ 10^{-3} \Rightarrow \text{Sin}\,(\frac{2\pi}{T}\,t + \pi) = \frac{7{,}798.10^{-3}}{9.10^{-3}} = 0{,}866 \Leftrightarrow$

$\frac{2\pi}{T}\,t + \pi = \pm\,\frac{\pi}{3} + K\pi \Leftrightarrow \boxed{t = (k - 1 \pm \frac{1}{3})\ \frac{T}{2}}\ \forall\, t > 0$

Oscillations électriques entretenues

Résumé du cours :

- Dans uns circuit RLC l'énergie électromagnétique est dissipée sous forme thermique, pour que les oscillations perdurent comme elles sont nées il faut les entretenir en restituant l'énergie perdue.
- L'amortissement des oscillations libre d'un tel circuit résulte de la chute de tension due à (R + r). pour le compenser, il suffit de réaliser un dipôle électronique D dont l'insertion en série fait apparaître une tension u opposée à (R + r) .i
- En convention récepteur : u = - (R + r).i



C'est pour cela que le dispositif est appelé montage à résistance négative.

- Le dipôle à résistance négative pourra être réalisé avec un amplificateur opérationnel monté en boucle fermée à réaction sur l'entrée inverseuse.
- Les oscillations entretenues d'un circuit RLC sont quasi sinusoïdales de période égale à sa période propre $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

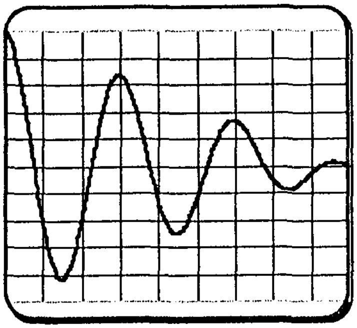
Exercices

EXERCICE 1 :

Un condensateur de capacité C est chargé par un générateur idéal de tension de f.è.m $E = 3$ V.

Le condensateur ainsi chargé est déconnecté du générateur puis relié à $t = 0$ aux bornes d'une bobine d'inductance $L = 0,1$ H et de résistance $r = 12\ \Omega$.

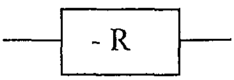
1) Avec les sensibilités horizontale de 10 ms par division et verticale de 2 V par division, un oscilloscope branché aux bornes du condensateur, mémorise sur sa voie Y_1 utilisée le chronogramme de la figure ci – contre.



   a) Commenter l'allure de ce chronogramme.
   b) Calculer la pseudo période T.
   c) En supposant que la pseudo période T est sensiblement égale à la période propre T_0, déterminer la valeur de la capacité C du condensateur.

2) Pour entretenir les oscillations on insère dans le circuit un module électronique équivalent à une résistance dite négative.

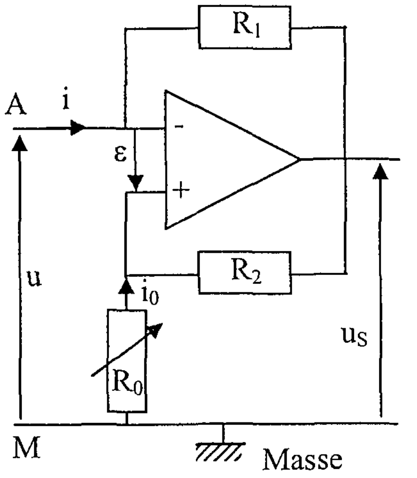
   Symbolisée par :



   a) Faire le schéma du montage et établir l'équation différentielle régissant la variable i : intensité du courant circulant le circuit.
   b) Quelle est la valeur théorique de R permettant d'entretenir les oscillations ?
   c) En réalité les oscillations ne seront entretenues que pour une valeur de R supérieur ou égale à 14 Ω. Expliquer pourquoi.

EXERCICE 2 :

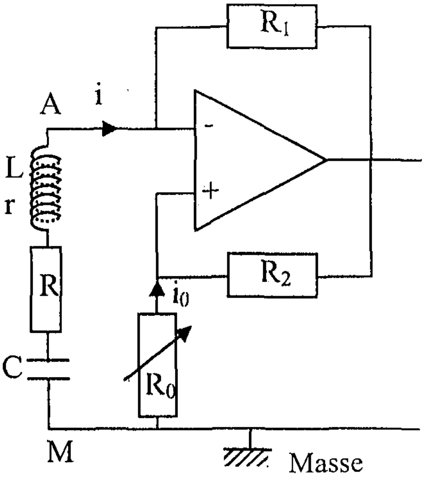
1) Le montage de la figure suivante, dit "résistance négative", comporte un amplificateur opérationnel supposé idéal polarisé en ± 15 V et trois résistors R_1, R_2 et R_0. ($R_1 = R_2$ et R_0 est réglable).



   a) Rappeler les caractéristiques d'un amplificateur opérationnel en régime linéaire.

   b) Etablir la relation entre l'intensité i du courant et la tension u.
   Justifier l'appellation : Résistance négative.

2) Entre les points A et M du circuit précédent, on intercale une association série comportant : une bobine d'inductance $L = 0{,}1$ H et de résistance r, un conducteur ohmique de résistance R et un condensateur de capacité $C = 10\mu F$.

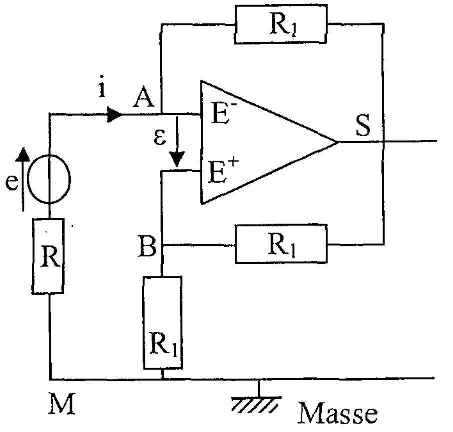


   a) Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C aux bornes du condensateur.

   b) Sous quelle condition peut – on observer des oscillations ? Envisager les différents cas possibles pour la valeur de R_0.

   c) Déterminer la fréquence des oscillations observées.

EXERCICE 3 : Bac Français



On réalise le montage du circuit suivant :

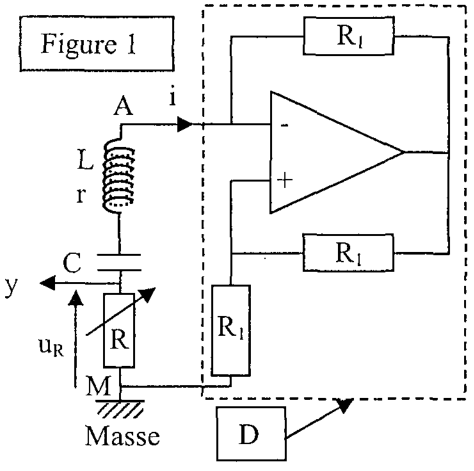
Le dipôle entre A et M est conçu à l'aide d'un amplificateur opérationnel alimenté par des sources auxiliaires et constitue une résistance négative.

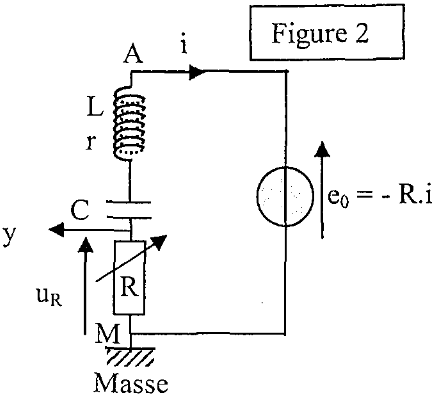
L'amplificateur opérationnel est considéré comme parfait et il fonctionne en régime linéaire : $u_{AB} = 0$ V. Il n'entre ni ne sort un courant des bornes E^+ et E^- de l'amplificateur opérationnel.

1) Montrer que l'intensité du courant qui circule dans chacun des résistors R_1 est égale à l'intensité i du courant qui traverse le générateur de force électromotrice e.
2) En déduire l'expression de la différence de potentiel u_{AM} en fonction de i et de R_1. Pourquoi peut – on dire que le dipôle AM est équivalent à une résistance négative ?
3)
   a) Déterminer la valeur de la puissance fournie au dipôle AM.
   b) Cette puissance est négative. Quelle est la signification physique de ce résultat ?
   c) Par quel schéma équivalent peut – on représenter le dipôle AM ?
4) Le générateur continu, de résistance interne négligeable a une f.é.m e = 6 V. $R_1 = 1$ KΩ et $R_2 = 2$ KΩ
   a) Calculer la valeur de l'intensité i.
   b) Calculer la valeur de la puissance P_1 fournie par le générateur de f.é.m e.
   c) Calculer la valeur de la puissance P_2 dissipée par effet joule dans le résistor R, la comparer à P_1. D'où provient la puissance $P_2 - P_1$?

EXERCICE 4 : Bac Français

On réalise le montage du circuit de la figure 1. Le dipôle D est conçu à l'aide d'un amplificateur opérationnel alimenté par des sources auxiliaires et constitue une résistance négative. Ce circuit pourra être simplifié comme l'indique la figure 2





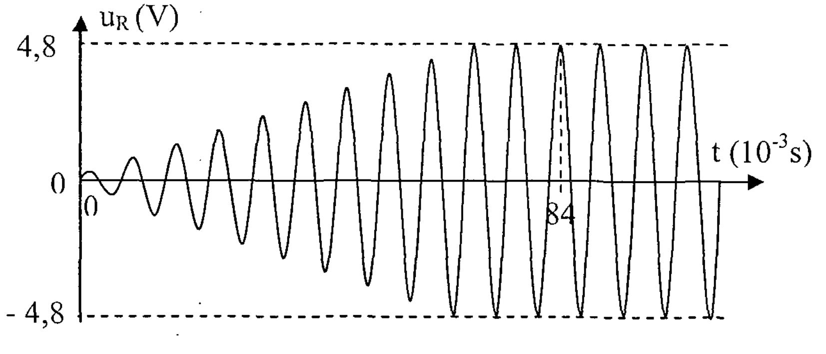
On observe à l'oscilloscope la tension u_R aux bornes de R.

On diminue progressivement la valeur de R en partant de R = 2000 Ω.

1) A quelle condition R doit – elle satisfaire pour que la résistance négative compense strictement les pertes par effet joule ?

2) Qu'observe – t – on lorsque $R > R_1 - r$?

3) Pour R légèrement inférieure à $R_1 - r$, on observe la courbe suivante :



a) Interpréter la courbe observée.

b) Lorsque le régime permanant est établi, on peut admettre que la période des oscillations est égale à la période propre du dipôle LC.
Déterminer la valeur de l'inductance L de la bobine sachant que la capacité du condensateur vaut C = 2,2 μF.

EXERCICE 5 : (Documentaire)

Les résistances négatives sont largement utilisées dans la réalisation des oscillateurs sinusoïdaux et des filtres. Elles peuvent aussi être utilisées dans la réalisation d'intégrateurs, de sources de courant 'parfaites' et même d'amplificateurs. Elles sont utilisées à chaque fois que l'on veut supprimer l'effet d'une résistance positive 'parasite'. Le montage le plus connu pour réaliser une résistance négative est basé sur le 'convertisseur d'impédance négative (NIC) réalisé à l'aide d'un amplificateur bouclé entre son entrée et sa sortie par une résistance. En très hautes fréquences, cet amplificateur est réalisé à l'aide de transistors tandis qu'en basses fréquences on utilise généralement un Amplificateur Opérationnel (AOP). Cependant, les limitations hautes fréquences inhérentes aux AOP font que la qualité de la résistance négative se dégrade dès que la fréquence dépasse quelques centaines (voire dizaines) de kHz.
(J. C. Marchais, *L'amplificateur opérationnel et ses applications, Editions Masson, Paris 1971*)

Questions :

1) Quel est l'effet d'une résistance positive ?
2) Expliquer comment la résistance négative supprime l'effet de la résistance positive.
3) Extraire du texte deux exemples d'utilisation d'une résistance négative.
4) << Dans la réalisation des oscillateurs sinusoïdaux à basse fréquence, la résistance négative est conçue à l'aide d'un amplificateur opérationnel >> . Extraire du texte une phrase qui confirme cette affirmation.

Correction :

EXERCICE 1 :

1)

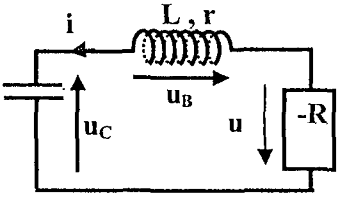
a) L'amplitude de u_C diminue au cours du temps $\Rightarrow$ les oscillations sont amorties a cause de la perte d'énergie par la résistance du circuit par effet joule.

b) $T = 3\times10\times10^{-3} = 0{,}03s$; or $T = T_0 = 2\pi\sqrt{L.C} \Leftrightarrow$

$$C = \frac{T_0^2}{4\pi^2 L} = \frac{(0{,}03)^2}{4.\pi^2\times 0{,}1} = 228.10^{-6}F$$

2)

a)



b) Loi des mailles : $u_B + u + u_C = 0 \quad \Leftrightarrow$

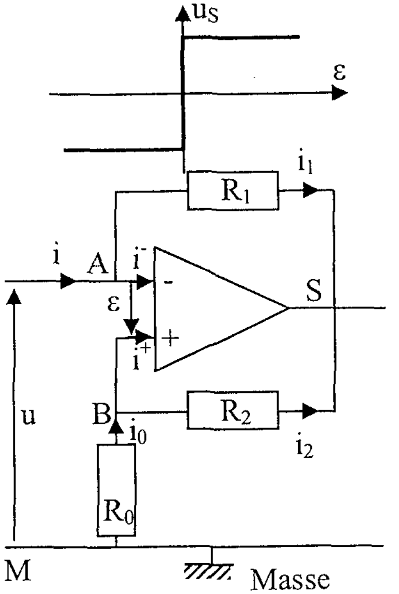
$$L\frac{d}{dt}i(t) + r\,i(t) - R\,i(t) + \frac{1}{C}\int i(t)dt = 0 \Leftrightarrow$$

$L\dfrac{d}{dt}i(t) + (r-R)i(t) + \dfrac{1}{C}\int i(t)dt = 0$, or l'équation différentielle d'un oscillateur non amortis est : $L\dfrac{d}{dt}i(t) + \dfrac{1}{C}\int i(t)dt = 0 \Rightarrow$ Il y aura oscillations si $(r - R) = 0 \Leftrightarrow R = r$.

c) Les oscillations ne seront entretenues que pour une valeur de R supérieur ou égale à 14 Ω. Cela est dû essentiellement à des imperfections de l'amplificateur opérationnel (il n'est pas parfaitement idéal comme il est supposé), aux perturbations provoquées par l'oscilloscope utilisé comme appareil de mesure et au fait que la résistance r de la bobine ne reste pas constante, elle augmente avec la fréquence des oscillations.

EXERCICE 2 :

1)



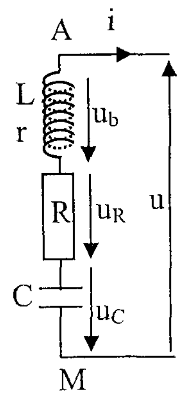
a) L'amplificateur en régime linéaire est caractérisé par $\varepsilon = 0$ V et par suite les courants d'entrée i^+ et i^- sont nulles.

b) L'amplificateur opérationnel est idéal donc $i^- = i^+ = 0$ et $\varepsilon = u_{BA} = 0$ or d'après

- La loi d'ohm $u_{AS} = R_1.i_1$ et $u_{BS} = R_2.i_2 = R_1.i_2$
- La loi des mailles :
  - Maille : AR_1SR_2BA :
    $u_{AS} + u_{SB} + u_{BA} = 0 \Rightarrow$
    $R_1.i_1 - R_1.i_2 + \varepsilon = 0 \Rightarrow$
    $R_1.i_1 = R_1.i_2 \Rightarrow i_1 = i_2.$
  - Maille : MABM :
    $u_{AM} + u_{BA} + u_{MB} = 0 \Rightarrow$
    $u + \varepsilon + R_0.i_0 = 0 \Rightarrow u = - R_0.i_0.$ (1)
- La loi des nœuds :
  - Noeud A : $i = i^- + i_1 \Rightarrow i = i_1$.
  - Noeud B : $i_0 = i^+ + i_2 \Rightarrow i_0 = i_2$ et par suite $i = i_1 = i_2 = i_0$ (2)

  D'après (1) et (2) on a : $u = - R_0.i. \Rightarrow u = (- R_0).i.$ d'où l'appellation "résistance négative"

2)



a) Loi des mailles : $u + u_b + u_R + u_C = 0 \Rightarrow$

$$- R_0.i + L\frac{di}{dt} + r.i + R.i + u_C = 0 \quad \text{or } i = C.\frac{du_C}{dt} \Rightarrow$$

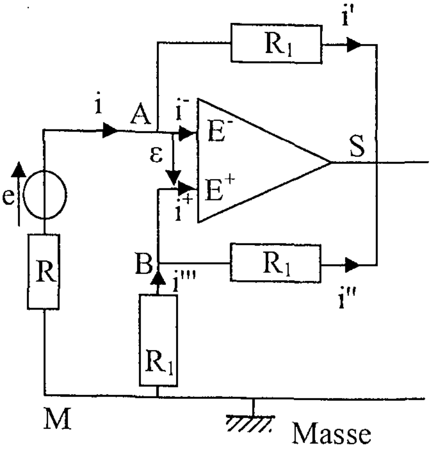
$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + (R + r - R_0).C\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

b) Pour voir des oscillations il faut que : $R + r - R_0$ soit nulle.

- Si $R_0 < R + r$: il n y a pas "accrochage" des oscillations : on n'observe aucun signal.
- Si $R_0 = R + r$: il y a "accrochage" des oscillations : on observe des oscillations.
- Si $R_0 > R + r$: on observe aussi des oscillations dont les maximums et les minimums peuvent être cryptés.

c) $N = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{L.C}} = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{0{,}1\times 10.10^{-6}}} = 159{,}155\ Hz$

EXERCICE 3 :



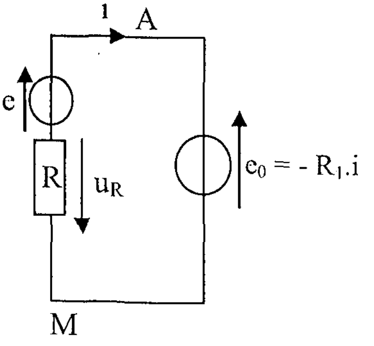
1) L'amplificateur opérationnel est idéal donc $i^- = i^+ = 0$ et $\varepsilon = u_{BA} = 0$ or d'après
   - La loi d'ohm $u_{AS} = R_1.i'$ et $u_{BS} = R_1.i''$.
   - La loi des mailles $u_{AS} + u_{SB} + u_{BA} = 0$
     $\Rightarrow R_1.i' - R_1.i'' + \varepsilon = 0 \Rightarrow R_1.i' = R_1.i''$
     $\Rightarrow i' = i''$
   - La loi des nœuds :
     - ❖ Noeud A : $i = i^- + i' \Rightarrow i = i'$.
     - ❖ Noeud B . $i''' = i^+ + i'' \Rightarrow i''' = i''$
       et par suite $i = i' = i'' = i'''$
2) D'après la loi d'additivité des tensions :

   $u_{AM} = u_{AB} + u_{BM} \Rightarrow u_{AM} = \varepsilon - R_1.i = - R_1.i$

   Si le dipôle AM était un conducteur ohmique de résistance R_e, on aura :

   $u_{AM} = R_e.i$. Donc tout se passe comme si $R_e = - R_1$. (le dipôle AM est équivalent à une résistance négative).

3)
   a) La puissance fournie au dipôle AM est $P = u_{AM}.i = - R_1.i^2$.
   b) Cette puissance est négative elle est en fait cédée au reste du circuit. Cette puissance est fournie par les alimentations de l'amplificateur opérationnel.
   c) Le dipôle AM peut être schématiser par un générateur de tension de f.é.m $e_0 = - R_1.i$



4)
   a) $u_{AM} = - R_1.i = e - R.i$;
   donc $(R - R_1).i = e$ d'ou
   $i = \dfrac{e}{R - R_1} = \dfrac{6}{2000 - 1000} = 6.10^{-3}A$
   b) $P_1 = e.i = 6\times 6.10^{-3} = 36.10^{-3}w$.

c) $P_2 = Ri^2 = 2000 \times (6.10^{-3})^2 = 72.10^{-3}$w $\Rightarrow$ P_2 est le double de P_1.

La différence $P_2 - P_1$ est fournie par les alimentations de l'amplificateur opérationnel.

EXERCICE 4 :

1) La valeur de R_1 doit être telle que : $R_1 = R + r$.

En effet $u_{MA} = L\frac{d}{dt}i(t) + r\,i(t) + R\,i(t) + \frac{1}{C}.q = R_1.i(t)$

soit $L\frac{d}{dt}i(t) + (r + R - R_1)\,i(t) + \frac{1}{C}.q = 0 \Rightarrow$ La résistance du circuit est donc nulle pour : $R + r - R_1 = 0$. Soit : $R_1 = R + r$.

2) Pour $R > R_1 - r$, il n y a pas "accrochage" des oscillations : on n'observe aucun signal.

3)

a) Des fluctuations d'électrons sont rapidement amplifiées : le système est le siège d'oscillations électriques. La puissance perdue dans le circuit par effet joule est constamment compensée par le dipôle "à résistance négative".

b) D'après le graphe $11{,}25T = 84.10^{-3}$ s $\Rightarrow T = \frac{84.10^{-3}}{11{,}25} = 7{,}466.10^{-3}$s.

Comme on admet que $T = 2\pi\sqrt{L.C}$, on en déduit que :

$$L = \frac{T^2}{4\pi^2 C} = \frac{(7{,}466.10^{-3})^2}{4\pi^2.2{,}2.10^{-6}} = 0{,}64 \text{ H.}$$

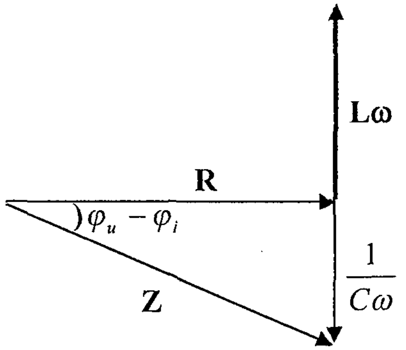
EXERCICE 5 : (Documentaire)

1) Elle fait perdre de l'énergie de l'oscillateur par effet joule (en chaleur).
2) La résistance négative fait apparaître dans le circuit une tension opposée à celle aux bornes de la résistance positive. ($u_{\text{résistance négative}} = - u_{\text{résistance positive}}$).
3) La réalisation :
   - Des oscillateurs sinusoïdaux.
   - Des filtres.
   - D'intégrateurs.
   - Des sources de courant 'parfaites'
4) << On utilise généralement un Amplificateur Opérationnel (AOP) >>.

Dipôle RLC forcé en régime sinusoïdal

Résumé du cours :

- Les oscillations forcées d'un circuit RLC série sont sinusoïdales de fréquence imposée par l'excitateur.
- La réponse d'un circuit RLC série (résonateur) à une tension excitatrice $u(t) = U_{max} \sin(\omega t + \varphi_u)$ de fréquence N est la circulation d'un courant électrique d'intensité sinusoïdale $i(t) = I_{max} \sin(\omega t + \varphi_i)$.
  - I_{max} : valeur maximale de l'intensité. $I_{max} = \dfrac{U_{max}}{\sqrt{R_t^2 + (L\omega - \dfrac{1}{C\omega})^2}}$
  - ω : pulsation de l'excitateur. $\omega = 2\pi N$ (rad.s^{-1}).
  - φ_i : phase initiale de I (t).
  - $\operatorname{tg}(\varphi_u - \varphi_i) = \dfrac{\dfrac{1}{C\omega} - L\omega}{R}$
  - $Cos(\varphi_u - \varphi_i) = \dfrac{R}{Z}$
  - $Sin(\varphi_u - \varphi_i) = \dfrac{\dfrac{1}{C\omega} - L\omega}{Z}$



- i (t) est une solution de l'équation différentielle :

$$L\frac{d}{dt}i(t) \quad + \quad R\,i(t) \quad + \quad r\,i(t) \quad + \quad \frac{1}{C}\int i(t)\,dt \quad = \quad u(t)$$

- Les impédances ne sont définies qu'en courant alternatif.
  - Impédance du circuit RLC : $Z = \dfrac{U_{max}}{I_{max}} = \dfrac{U_{eff}}{I_{eff}} = \sqrt{R_t^2 + (L\omega - \dfrac{1}{C\omega})^2}$.
  - Impédance du condensateur : $Z_C = \dfrac{U_{C\,max}}{I_{max}} = \dfrac{U_{Ceff}}{I_{eff}} = \dfrac{1}{C\omega}$.

- Impédance d'une bobine : $Z_B = \frac{U_{B\max}}{I_{\max}} = \frac{U_{Beff}}{I_{eff}} = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}$.

- Impédance d'une bobine purement inductive : $Z_L = \frac{U_{L\max}}{I_{\max}} = \frac{U_{Leff}}{I_{eff}} = L\omega$.

- Association série {bobine ; condensateur} :

$$Z_{B,C} = \frac{U_{B,C\max}}{I_{\max}} = \frac{U_{B,Ceff}}{I_{eff}} = \sqrt{r^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}.$$

- Puissance moyenne d'un circuit RLC série : $P = U.I \cos(\varphi_u - \varphi_i)$

avec $\cos(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{R_t}{Z} \Rightarrow P = R_t.I^2$.

$\omega < \omega_0$	$\omega = \omega_0$	$\omega > \omega_0$
- Circuit capacitif - $LC\omega^2 < 1$ - $\varphi_u - \varphi_i < 0$ - $0 < \varphi_u - \varphi_q < \frac{\pi}{2}$	- Circuit résistif - $LC\omega^2 = 1$ - $\varphi_u - \varphi_i = 0$ - $\varphi_u - \varphi_q = \frac{\pi}{2}$ - Résonance d'intensité, I_{max} est maximale $\Rightarrow$ I_{eff} est maximale - $Z = R_t \Rightarrow I_{eff} = \frac{U}{R_t}$	- Circuit inductif - $LC\omega^2 > 1$ - $\varphi_u - \varphi_i > 0$ - $\frac{\pi}{2} < \varphi_u - \varphi_q < \pi$

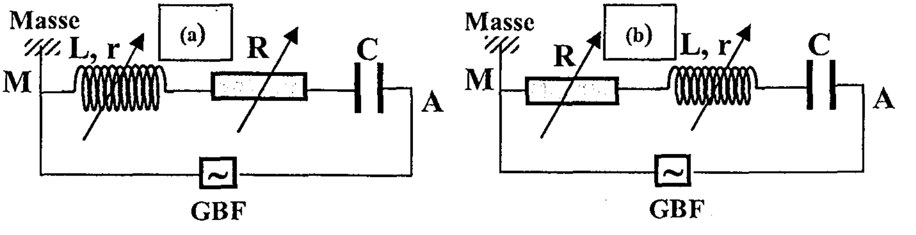
Exercices

EXERCICE 1 :

Un dipôle AM comprend, en série, un résistor de résistance R variable, un condensateur de capacité $C = 10^{-5}$ F et une bobine d'inductance L variable et de résistance r.

Entre A et M, on branche un générateur G délivrant une tension alternative et sinusoïdale de la forme : $u(t) = U\sqrt{2}\ \mathrm{Sin}(500\,t)$, u en volt et t en seconde.

On obtient l'un des deux montages (a) et (b) suivants :

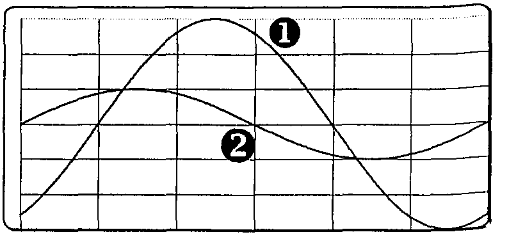


A l'aide d'un oscillographe bi – courbe, on visualise :

- La tension u (t) aux bornes du générateur G.
- La tension u_R (t) aux bornes du résistor R.

La sensibilité verticale S = 5 volts par division étant la même pour les deux voies.

I / Pour $R = 20\Omega$, on obtient l'oscillogramme suivant :



1) Dire en le justifiant lequel des deux montages (a) ou (b), est utilisé pour avoir cet oscillogramme.
2) Dire en le justifiant laquelle des deux courbes ❶ ou ❷ qui correspond à u (t).
3) En utilisant l'oscillogramme :
   a) Déterminer la valeur du déphasage $(\varphi_U - \varphi_{UR})$ entre u (t) et u_R (t).
   b) Préciser le caractère du dipôle AM.

4) Déduire l'expression en fonction du temps de :

a) La tension u (t) aux bornes du générateur G.

b) L'intensité i (t) du courant qui circule le dipôle AM.

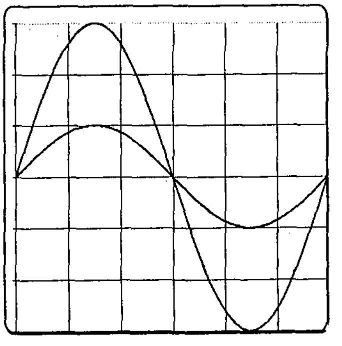
5)

a) Construire le diagramme de FRESNEL relatif aux tensions maximales en représentant cinq volts par un centimètre.

b) Déterminer la valeur de r et celle de L.

c) Donner l'expression de la tension u_b (t) aux bornes de la bobine.

II / On modifie la valeur de R et celle de L, sans modifier la tension délivrée par le générateur G, on obtient l'oscillogramme suivant. r étant égale à 8 Ω. La sensibilité verticale est toujours la même.



1) Préciser le caractère du dipôle AM. Justifier.

2) Trouver la nouvelle valeur de R et celle de L.

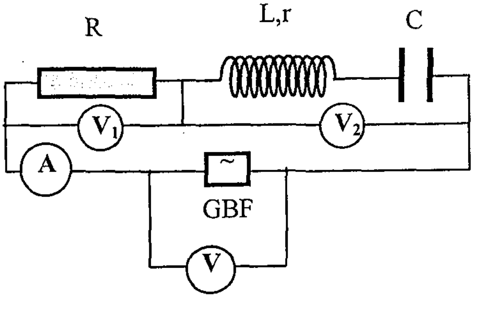
3) Donner l'expression de i (t).

4) Déduire la valeur du coefficient de surtension et celle du facteur de puissance du dipôle AM.

EXERCICE 2 :

On considère le circuit électrique suivant : comportant en série :

- Un générateur délivrant une tension sinusoïdale $u(t) = U\sqrt{2}\ \sin(1221\,t + \varphi_u)$, de valeur efficace U supposée constante (u en volt et t en seconde).



- Une bobine d'inductance L et de résistance interne r.
- Un condensateur de capacité C = 5µF.

- Un résistor de résistance R.
- Des voltmètres V_1, V_2, et V.
- Un ampèremètre A.

Les indications des voltmètres sont : V_1 ($U_1 = 7{,}68$ v), V_2 ($U_2 = 4{,}58$ v), et V ($U = 10{,}6$ v).

L'indication de l'ampèremètre est $I = 0{,}096$A.

Sachant que le déphasage entre la tension aux bornes du résistor et celle aux bornes du générateur de basse fréquence $\varphi_{UR} - \varphi_U > 0$.

1) Préciser, en le justifiant le caractère du circuit (inductif, capacitif ou résistif).

2) Représenter à l'échelle : 2 volts $\longleftrightarrow$ 1 cm, le diagramme de FRESNEL relatif aux tensions efficaces.

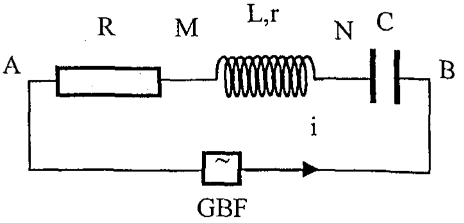
3) En utilisant le diagramme de Fresnel précédent, vérifier que

   $r = 21{,}5\ \Omega$ et en déduire la valeur de L.

EXERCICE 3 :

On considère le circuit électrique suivant :

Comportant en série :



- Un générateur délivrant une tension sinusoïdale :

  $u(t) = U_{max} \sin(2\pi Nt+\varphi_u)$ de fréquence N réglable et d'amplitude U_{max} supposée constante.
- Une bobine d'inductance L et de résistance interne r.
- Un condensateur de capacité $C = 50\ \mu F$.
- Un résistor de résistance $R = 10\ \Omega$.

1) L'équation différentielle relative à l'intensité de courant i dans le circuit est :

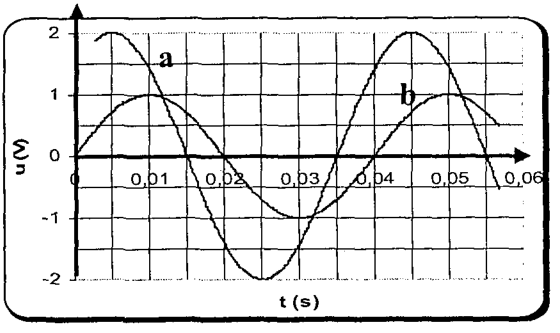
$L\dfrac{d}{dt}i(t) + R\,i(t) + r\,i(t) + \dfrac{1}{C}\int i(t)\,dt = u(t)$ qui admet une solution sinusoïdale de la forme : $i(t) = I_{max}\,\mathrm{Sin}\,(2\pi Nt + \varphi_i)$

a) Représenter le diagramme de Fresnel relatif aux impédances, en respectant l'ordre $R\ i(t)\ ;r\ i(t)\ ;L\ \dfrac{d}{dt}i(t)\ ;\dfrac{1}{C}\int i(t)\ dt$ et $u(t)$ dans le cas d'un circuit inductif et dans le cas d'un circuit capacitif.

b) Déduire les expressions de Cos $(\varphi_{U_B} - \varphi_i)$ et de Sin $(\varphi_{U_B} - \varphi_i)$ en fonction de L, r et N. (φ_{U_B} étant la phase initiale de la tension instantanée u_B (t) aux bornes de la bobine)

2) A l'aide d'un oscilloscope bi courbes, on visualise la tension aux bornes de la bobine (voie 1) et celle aux bornes du résistor (voie 2). Dans la voie 2 on utilise le bouton INV.

On obtient les courbes suivantes :



a) Indiquer sur une figure les branchements avec l'oscilloscope

b) Laquelle des deux courbes celle qui correspond à u_B (t) ? Justifier.

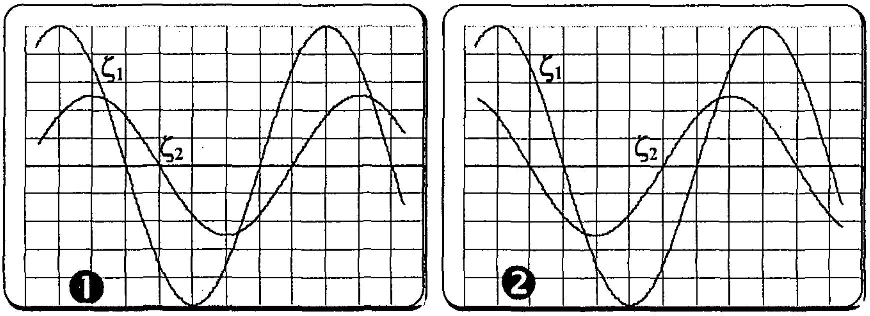
c) Déterminer la valeur du déphasage $\Delta\varphi = \varphi_{u_B} - \varphi_i$.

d) Etablir l'expression de i (t) et celle de u_B (t).

e) Déterminer la valeur de L et celle de r. En déduire la nature du circuit.

3) Dans le circuit précédent, on visualise simultanément la tension aux bornes du résistor et celle aux bornes du générateur. Pour deux fréquences N_1 et N_2, on

obtient respectivement les oscillogrammes ❶ et ❷ de la figure ci - dessous. (Les deux voies sont de même sensibilité verticale).

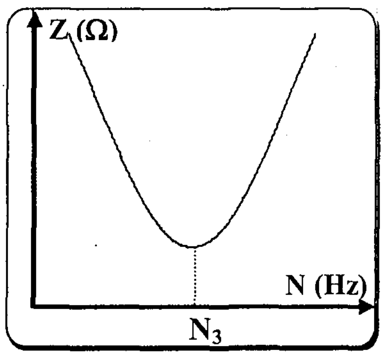


a) Montrer que la courbe ζ_1 correspond à u (t).

b) Déterminer le déphasage $\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ pour chacune des deux fréquences N_1 et N_2 qu'on notes respectivement $\Delta\varphi_1$ et $\Delta\varphi_2$.

c) En comparant $\Delta\varphi_1$ et $\Delta\varphi_2$, montrer que $N_1 N_2 = N_0^2$. (N_0 étant la fréquence propre de l'oscillateur R+ r, L, C).

4) On donne l'allure du graphe de la variation de l'impédance totale Z en fonction de la fréquence N.



a) On se place dans le cas où $N = N_3$.
Quel est l'état d'oscillation du circuit ?
Déduire la valeur de N_3

b) Sachant qu'un voltmètre branché aux bornes du générateur indique U = 6V, déterminer la valeur efficace I_o de l'intensité du courant à la résonance d'intensité. Montrer que l'énergie emmagasinée par le dipôle (R+r), L, C est constante. La calculer.

<u>EXERCICE 4</u> :

On réalise un dipôle D formé par l'association série:

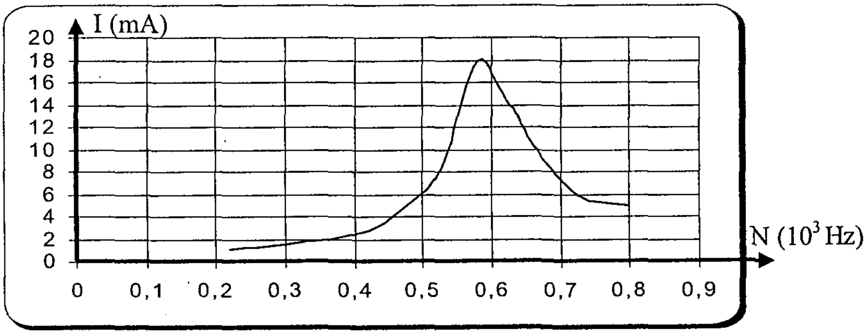
- D'une bobine d'inductance L et de résistance r.

- D'un condensateur de capacité $C = 0,1\ \mu F$.
- D'un résistor de résistance réglable R.
- D'un ampèremètre de résistance négligeable.

Ce dipôle D est excité par un générateur délivrant une tension sinusoïdale de valeur efficace constante U= 4,55V et de fréquence N réglable telle que $u(t) = U\sqrt{2}\ \sin 2\pi Nt$, u(t) s'exprime en volt et t s'exprime en secondes.

1) Quelle est la réponse du dipôle D suite à l'excitation du générateur.

2)
   a) Faire le schéma du montage.
   b) On fait varier la fréquence N du générateur et on mesure la valeur de l'intensité efficace I, on obtient la courbe I = f (N) de la page suivante :



Déterminer à partir de la courbe I = f (N):

- La valeur maximale I_o de I.
- La fréquence N_0 à la résonance d'intensité.

   c) Déduire la valeur de l'inductance L et la résistance totale R_t du dipôle D.

3)
   a) Etablir en fonction de U, R_t, L, C et N, l'expression de l'intensité efficace I du courant.
   b) Exprimer la puissance électrique consommée par le dipôle D en fonction de U , R_t , L , C et N
   c) Pour quelle valeur de N cette puissance est – elle maximale ?

L'exprimer puis calculer sa valeur P_o.

Quel est alors le caractère du circuit ?

4) On se place dans le cas où $I = I_o$.

a) Exprimer le facteur de qualité Q en fonction de R_t , L et C

b) Soient :

- E_o l'énergie moyenne absorbée par le dipôle D pendant une période
- E_{LC} énergie emmagasinée dans le dipôle D.

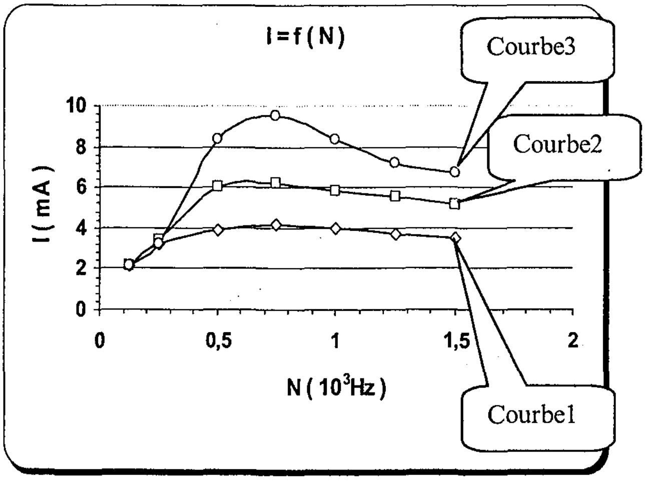
Montrer que E_{LC} est constante. Montrer que la relation entre E_o et E_{LC} s'écrit : $\frac{E_{LC}}{E_o} = \frac{Q}{2\pi}$

c) Pour différentes valeurs de la résistance R_t on trace trois courbes I = f (N) et pour chaque valeur on donne le facteur de qualité, les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

R_t (Ω)	R_a (Ω)	R_b (Ω)	R_c (Ω)
Q	7,22	5,06	3,43

♦ Dans quel cas peut – on avoir plus d'énergie emmagasinée que celle dissipée par effet joule ? Justifier

♦ Attribuer en le justifiant à chacune des courbes (1), (2) et (3) le couple (R_t, Q) correspondant.



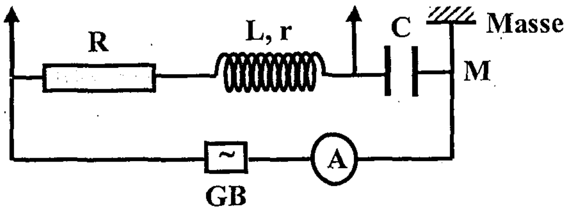
EXERCICE 5 :

On considère le circuit électrique suivant : comportant en série :

- Un générateur délivrant une tension sinusoïdale :

$u(t) = U\sqrt{2}\ \text{Sin}\,(2\pi N t + \varphi_u)$, (u en volt et t en seconde). (N étant la fréquence imposée par l'excitateur et φ_u étant la phase initiale de u (t)).

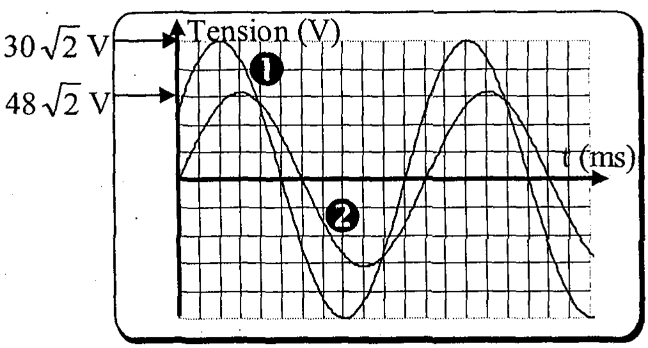
- Une bobine d'inductance L et de résistance interne r.
- Un condensateur de capacité C.
- Un résistor de résistance $R = 10\ \Omega$.
- La pulsation propre ω_0 du dipôle RLC est égale à 10^3 rad.s^{-1}.



A l'aide d'un oscilloscope bi courbe, on visualise les tensions :

- ➢ u (t) aux bornes du générateur.
- ➢ u_C (t) aux bornes du condensateur

Les sensibilités verticales des deux entrées de l'oscilloscope sont différentes



1)
   a) Montrer que la courbe 2 correspond à u_C (t).
   b) Déterminer le déphasage $\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_u$ (i étant l'intensité du courant circulant le circuit et φ_i est sa phase initiale)

2) Etablir l'équation différentielle reliant l'intensité du courant i (t), sa dérivée première, sa primitive et la tension excitatrice u (t).

3) L'ampèremètre indique 1,2 A.

a) Faire la construction de Fresnel relative aux impédances

On donne l'échelle 1 cm représente 5 Ω.

b) Déduire les valeurs de L, C et r.

4) On prendra par la suite : L = 0,2 H ; r = 0 Ω et C = 12,5 μF.

Pour une valeur N_1 de N, un voltmètre branché aux bornes de l'ensemble {Bobine, Condensateur} indique zéro.

a) Interpréter ce résultat. Que peut – on conclure quant à l'état du circuit ?

b) Déterminer la valeur du déphasage $\Delta\varphi = \varphi_U - \varphi_{Uc}$.

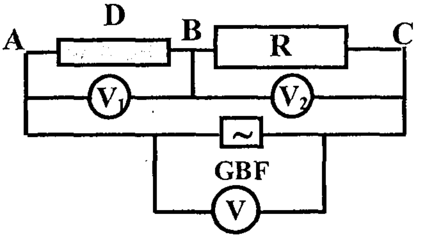
c) Montrer, dans ces conditions, que l'énergie totale E_{LC} se conserve.

Calculer sa valeur.

d) Déterminer la valeur du coefficient de surtension Q.

En déduire la valeur de l'énergie consommée par l'oscillateur par période.

EXERCICE 6 :



Entre les bornes A et C d'un générateur délivrant une tension alternative sinusoïdale $u(t) = 5\sqrt{2}\,\mathrm{Sin}\,(2\pi N_e t)$, (Ne : fréquence variable), on branche une association série d'un dipôle de nature inconnue D et un résistor de résistance R = 20 Ω. Trois voltmètres V_1, V_2 et V branchés respectivement aux bornes du dipôle D du résistor et du générateur, mesurent respectivement les tensions efficaces U_1, U_2 et U.

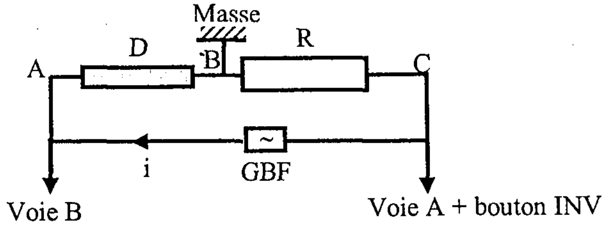
1)

a) Donner l'expression de la puissance moyenne consommée par le dipôle D en fonction de la tension efficace U_1, de l'intensité efficace I du courant qui traverse D et le déphasage Δφ entre le courant instantané et la tension u_1 aux bornes du dipôle D.

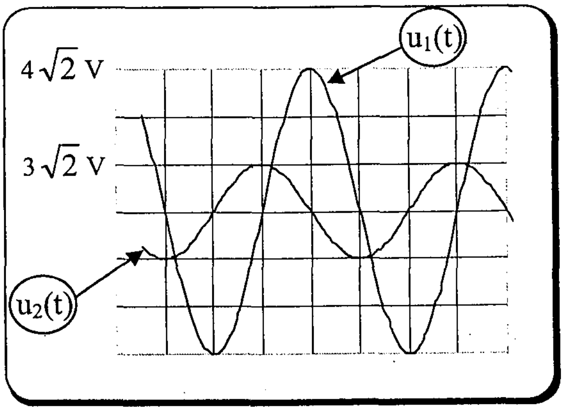
b) En utilisant le diagramme de FRESNEL relatif aux tensions efficaces, montrer que cette puissance est donnée par la relation : $P = \dfrac{U^2 - U_1^2 - U_2^2}{2R}$

2) Pour une certaine valeur de la fréquence N_e, les voltmètres indiquent :
$U_1 = 3$ V, $U_2 = 4$ V et $U = 5$ V.
En utilisant l'expression de P donnée précédemment, quelles hypothèses peut – on mettre quant à la nature du dipôle D ?

3) Pour préciser la nature du dipôle D, on réalise les branchements suivants :



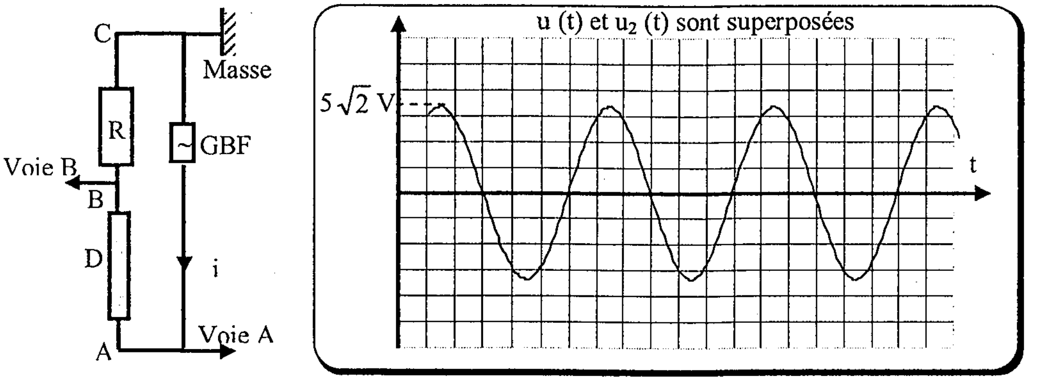
a) Pour une valeur $N_1 = 143{,}24$ Hz de N, on obtient l'oscillogramme suivant :



u_1 (t) : tension aux bornes du dipôle D.
u_2 (t) : tension aux bornes du résistor R.
En utilisant cet oscillogramme, préciser quelles sont les hypothèses possibles permettant de déterminer la nature du dipôle D.

b) On réalise le montage du circuit ci – dessous.

Pour une valeur $N_2 = 159{,}155$ Hz de N, on obtient le chronogramme suivant :



- Quel est le phénomène réalisé ?
- Déterminer alors la nature exacte du dipôle D.
- Calculer les grandeurs caractéristiques de ce dipôle.

EXERCICE 7 :

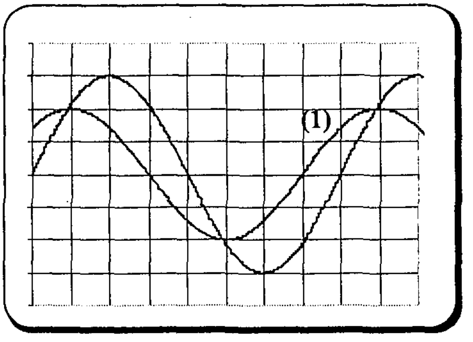
On considère le circuit électrique suivant : comportant en série :

- Un générateur délivrant une tension sinusoïdale $u(t) = U\sqrt{2}\ \text{Sin}(\omega t)$ (u en volt et t en seconde) de valeur efficace U supposée constante et de pulsation réglable ω.
- Une bobine d'inductance L et de résistance interne $r = 10\ \Omega$.
- Un condensateur de capacité C.
- Un résistor de résistance R.
- Un ampèremètre A.

1) L'oscillateur est le siège d'oscillations électriques forcées en régime sinusoïdal. Expliquer.

2) Pour une certaine valeur ω_1 de ω , telle que $\omega_1 = \frac{\omega_0}{\sqrt{3}}$ (ω_0 étant la pulsation propre de l'oscillateur), l'ampèremètre indique 0,2A.

On donne l'oscillogramme suivant qui traduit la variation de la tension u (t) et la tension u_C (t) aux bornes du condensateur.



a) Représenter le schéma du montage permettant de visualiser l'oscillogramme précédent.

b) Montrer que la courbe (1) correspond à u (t).

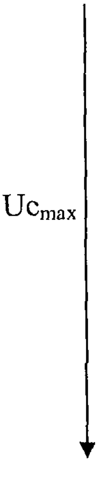
c) Calculer le déphasage $\varphi_U - \varphi_{UC}$ entre les tensions u (t) et u_C (t).

d) En déduire le caractère du circuit.

e) Sachant que l'équation différentielle relative à l'intensité de courant i dans le circuit est :

$$L \frac{d}{dt} i(t) + R\ i(t) + r\ i(t) + \frac{1}{C} \int i(t)\, dt = u(t) .$$

Reproduire et compléter le diagramme de Fresnel relatif aux tensions maximales (1cm $\rightarrow 2\sqrt{2}$ V).

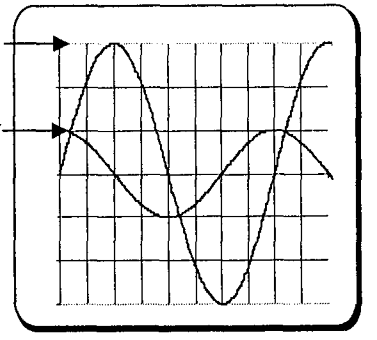


En déduire la valeur de R et de U.

f) Sachant que l'énergie consommée par l'oscillateur pendant une période est $E_0 = 2{,}2.10^{-2}$ J.

Déduire la valeur de ω, L et de C.

3) On prendra par la suite $R = 30\ \Omega$, $L = 0{,}06$ H et $r = 10\ \Omega$. Pour une valeur ω_2 de ω et C_1 de la capacité C, on visualise les tensions u (t) et u_C (t).



a) Quel est l'état des oscillations ? Expliquer.

b) Déterminer la valeur de l'intensité du courant indiqué par l'ampèremètre.

c) Calculer le coefficient de surtension Q, Conclure.

d) Montrer dans ces conditions que l'énergie électromagnétique se conserve. En déduire qu'elle peut s'écrire sous la forme :

$$E_{LC} = \frac{Lu^2}{2(R+r)^2} + \frac{1}{2}Cu^2.$$

e) Calculer E_{LC}, en déduire la valeur de C_1 et celle de ω_2.

<u>EXERCICE 8</u> : (Documentaire)

Lorsqu'une inductance est combinée avec un condensateur, la tension aux bornes de ce dernier atteint une valeur maximale pour une fréquence spécifique, dite fréquence de résonance, qui dépend des caractéristiques de ces deux dipôles.

Ce phénomène est utilisé sur un récepteur radio, dans lequel un condensateur variable sélectionne une fréquence spécifique par modification de la fréquence de résonance.

Le phénomène de **résonance** est observé dans le **cas d'oscillations forcées.**

Un dispositif d'entraînement, nommé excitateur, impose la fréquence des oscillations au système oscillant.

Il y a **résonance** lorsque la période de l'excitateur est voisine de la période propre du résonateur. L'amplitude des oscillations est alors maximale. (Encarta 2007).

Questions

1) Faire le schéma de la combinaison indiquée par le texte.
2) Que peut être l'excitateur dans une telle combinaison ?
3) Qu'appelle – t – on oscillation forcée ?
4) Quel est le rôle de l'excitateur ?
5) Dégager du texte une phrase qui définie le phénomène de résonance.
6) Dans la combinaison, indiquée par le texte, quelle sont les deux types de résonance ?
7) Quelle est la grandeur qu'il faut varier, dans un récépteur radio, pour avoir le phénomène de résonance ? Justifier la réponse à partir du texte.

Correction :

EXERCICE 1 :

I.

1) Pour visualiser à la fois u_R (t) et u (t) à l'aide d'un seul oscilloscope bi-courbe, il faut que le résistor et le générateur possèdent une borne commune qui sera reliée à la masse de l'oscilloscope, c'est le cas du circuit (a).

2) $U_{max} = Z.I_{max}$; $U_{Rmax} = R.I_{max}$ et comme $Z = \sqrt{(R+r)^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} > R$

alors $U_{max} > U_{Rmax}$. D'autre part la sensibilité est la même et $(U_{max})_2 > (U_{max})_1$ donc (1) correspond à u (t).

3)

a) $\left|\varphi_u - \varphi_{u_R}\right| = \omega \times \Delta t = \frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{6} = \frac{\pi}{3} rad$, or u_R est en avance de phase sur u ⇔

$\varphi_u - \varphi_{u_R} = -\frac{\pi}{3} rad$.

b) $\varphi_u - \varphi_{u_R} < 0$ et $u_R = R.i$ avec R constante positive ($\varphi_{u_R} = \varphi_i$) ⇔ $\varphi_u - \varphi_i < 0$ ⇔ Le dipole AM est capacitif.

4)

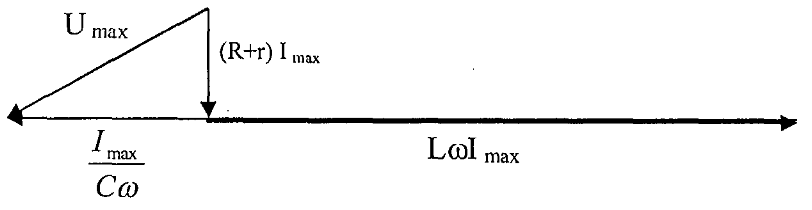
a) Umax = 3 × 5 = 15V⇔ u (t) = 15.Sin (500 t) ; u en (V) et t en (s).

b) $I_{max} = \frac{U_{Rmax}}{R} = \frac{5}{20} = 0{,}25A$; $\varphi_u - \varphi_{u_R} = -\frac{\pi}{3} rad$ et $\varphi_u = 0$ ⇔

$\varphi_i = \frac{\pi}{3} rad$ ⇔ i (t) = 0,25Sin (500 t + $\frac{\pi}{3}$) ; i eu (A) et t en (s).

5)

a) U_{max} = 15 V → 3 cm. $U_{Cmax} = \frac{I_{max}}{C\omega} = \frac{0{,}25}{10^{-5} \times 500}$ = 50 V→ 10 cm.



b) $(R+r).I_{max}$ → 1,4 cm ⇔ $(R+r).I_{max}$ = 7 V ⇔ r = 8 Ω. $L\omega.I_{max}$ →7,5 cm ⇔ $L\omega.I_{max}$ = 37,5 V ⇔ L = 0,3 H.

c) $U_{Bmax} = \sqrt{r^2 I_{max}^2 + (L\omega I_{max})^2} = I_{max}\sqrt{r^2 + (L\omega)^2} = 37{,}55\,V$.

$tg\,(\varphi_{u_B} - \varphi_i) = \frac{L\omega}{r} rad = 18{,}75 \Leftrightarrow \varphi_{u_B} - \varphi_i = 1{,}517 = 0{,}483.\pi\ rad \Leftrightarrow$

$\varphi_{u_B} = 0483.\pi + \frac{\pi}{3} = 0{,}816.\pi$ rad. u_B (t) = 37,55 Sin(500 t +0,816 π)

u_B en (V) et t en (s).

II.

1) u_R (t) et u (t) sont en phase $\Leftrightarrow \varphi_u - \varphi_{u_R} = 0$ et comme u_R et i sont toujour en phase (u_R = R.i avec R constante positive) donc $\varphi_u - \varphi_i = 0 \Leftrightarrow$ u et i sont en phase $\Leftrightarrow$ le dipole AM est résistif (ω = ω₀ ; résonance d'intensité)

2) $\frac{U_{max}}{U_{R\,max}} = 3 \Leftrightarrow \frac{R+r}{R} = 3 \Leftrightarrow R = \frac{r}{2} = 4\,\Omega$; $\omega = \omega_0 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega \Leftrightarrow$

$L = \frac{1}{C\omega^2} = 0{,}4$ H.

3) $I_{max} = \frac{U_{max}}{R+r} = \frac{15}{12} = 1{,}25$ A et $\varphi_i = 0 \Rightarrow$ i (t) = 1,25Sin (500 t); i eu (A) et t en (s).

4) $Q = \frac{U_{C\,max}}{U_{max}} = \frac{1}{C\omega_0(R+r)} = 1\ 6{,}66$ (facteur de qualité ou cœfficient de surtension). Cos $(\varphi_u - \varphi_i) = 1$ (facteur de puissance).

EXERCICE 2 :

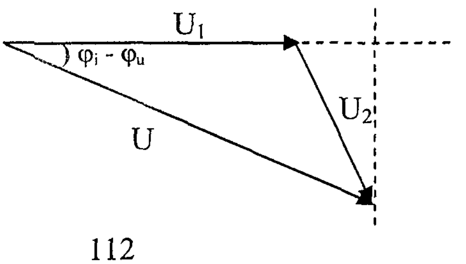
1) On a $\varphi_{UR} - \varphi_U > 0$; or d'après la loi d'Ohm aux bornes d'un résistor : $u_R(t) = R\,i(t)$ et puisque R > 0 alors $\varphi_{UR} = \varphi_i$ d'où $\varphi_i - \varphi_U > 0$, donc u(t) est en avance de phase par rapport à u(t) $\Leftrightarrow$ le circuit est capacitif.

2) $\vec{V}_1 \begin{cases} U_1 = 7{,}68\,V \to 3{,}84\,cm \\ \varphi_{U1} \end{cases}$

$\vec{V}_2 \begin{cases} U_2 = 4{,}58\,V \to 5{,}3\,cm \\ \varphi_{U2} \end{cases}$ On a $\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$

$\vec{V} \begin{cases} U = 10{,}6\,V \to 5{,}3\,cm \\ \varphi_U \end{cases}$

FRESNEL



3)

- $\left\|\vec{V_3}\right\| = rI \quad \rightarrow 1{,}035cm$ d'où $\left\|\vec{V_3}\right\| = 2\,V$ et $r = \dfrac{\left\|\vec{V_3}\right\|}{I} = 21{,}5\ \Omega.$
- $Z_{BC} = \dfrac{U_{BC}}{I} = \dfrac{U_2}{I} = \sqrt{r^2 + (\dfrac{1}{C\omega} - L\omega)^2} \Leftrightarrow \dfrac{U_2^2}{I^2} = r^2 + (\dfrac{1}{C\omega} - L\omega)^2$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{C\omega} - L\omega = \sqrt{\left(\frac{U_2}{I}\right)^2 - r^2} \quad \Leftrightarrow \quad L\omega = \frac{1}{C\omega} - \sqrt{\left(\frac{U_2}{I}\right)^2 - r^2}$$

$$\Leftrightarrow L = \frac{1}{C\omega^2} - \frac{\sqrt{\left(\frac{U_2}{I}\right)^2 - r^2}}{\omega} = \frac{1}{5.10^{-6}1221^2} - \frac{\sqrt{\left(\frac{4{,}58}{0{,}096}\right)^2 - 21{,}5^2}}{1221} \Leftrightarrow$$

$L = 0{,}0993\ H \approx 0{,}1\ H$

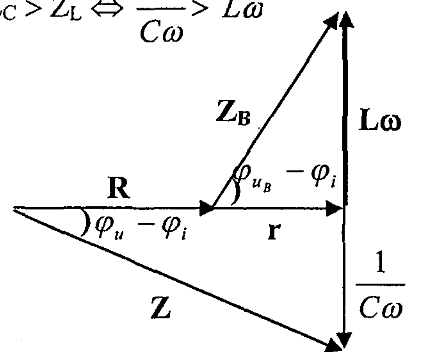
EXERCICE 3 :

1)

a)

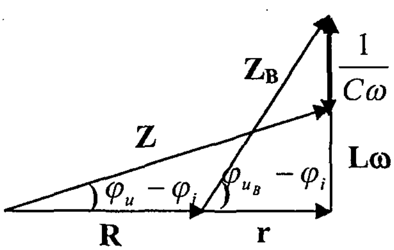
Circuit capacitif :

$Z_C > Z_L \Leftrightarrow \dfrac{1}{C\omega} > L\omega$



Circuit inductif :

$Z_C < Z_L \Leftrightarrow \dfrac{1}{C\omega} < L\omega$

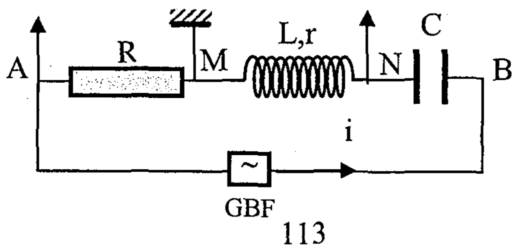


b) $Cos\ (\varphi_{u_B} - \varphi_i) = \dfrac{r}{\sqrt{r^2 + (L\omega)^2}} = \dfrac{r}{\sqrt{r^2 + (2\pi NL)^2}}$

$Sin\ (\varphi_{u_B} - \varphi_i) = \dfrac{L\omega}{\sqrt{r^2 + (L\omega)^2}} = \dfrac{2\pi NL}{\sqrt{r^2 + (2\pi NL)^2}}$

2)

a)



b) $\begin{cases} Sin(\varphi_{u_B} - \varphi_i) \rangle 0 \\ Cos(\varphi_{u_B} - \varphi_i) \rangle 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < \varphi_{u_B} - \varphi_i < \dfrac{\pi}{2}$ ⇔ u_B est en avance de phase sur i et comme u_R et i sont toujour en phase (u_R = R.i avec R constante positive) donc u_B est en avance de phase sur u_R. Or (a) est en avance de phase sur (b) donc (a) correspond à u_B (t).

c) $\Delta\varphi = \varphi_{u_B} - \varphi_i = \omega.\Delta t = \dfrac{2\pi}{T} \times \dfrac{T}{8} = \dfrac{\pi}{4}\, rad.$

d) i (t) = I_{max}Sin (ωt + φ_i) $\begin{cases} I_{max} = \dfrac{U_{R\max}}{R} = \dfrac{1}{10} = 0{,}1\ A \\ \omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{0{,}04} = 50\pi\, rad.s^{-1} \\ \begin{matrix} i(0) = 0 \\ (\dfrac{di(t)}{dt})_{t=0} \rangle 0 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} Sin\varphi_i = 0 \\ Cos\varphi_i \rangle 0 \end{matrix} \Rightarrow \varphi_i = 0 \end{cases}$

i (t) = 0,1 Sin (50 π t) ; i en (A) et t en (s).

u_B(t) = 2 Sin (50 π t + $\dfrac{\pi}{4}$) ; u_B en (V) et t en (s).

e) $Sin\ (\varphi_{u_B} - \varphi_i) = \dfrac{L\omega}{Z_B} = \dfrac{L\omega I_{max}}{U_{B\max}} \Leftrightarrow$

$$L = \frac{Sin(\varphi_{u_B} - \varphi_i) \times U_{B\max}}{I_{max} \times \omega} = \frac{Sin(\frac{\pi}{4}) \times 2}{0{,}1 \times 50\pi} = 0{,}09\, H.$$

$$r = Cos\ (\varphi_{u_B} - \varphi_i) \times \frac{U_{B\max}}{I_{max}} = Cos(\frac{\pi}{4}) \times \frac{2}{0{,}1} = 14{,}14\ \Omega.$$

$L.\omega = 0{,}09 \times 50\pi = 14{,}13\ \Omega$ et $\dfrac{1}{C\omega} = \dfrac{1}{50.10^{-6} \times 50\pi} = 127{,}32\Omega \Rightarrow$

$\dfrac{1}{C\omega} > L.\omega \Rightarrow$ le circuit est capacitif.

3)

a) $U_{max} = Z.I_{max}$; $U_{Rmax} = R.I_{max}$ et comme $Z = \sqrt{(R+r)^2 + (L\omega - \dfrac{1}{C\omega})^2} > R$ alors $U_{max} > U_{Rmax}$. D'autre part la sensibilité est la même et $(U_{max})_{\zeta 1} > (U_{max})_{\zeta 2}$ donc (ζ_1) correspond à u (t)

b) N_1 : $\Delta\varphi_1 = \varphi_u - \varphi_i = \omega.\Delta t = \frac{2\pi}{T}\times\frac{T}{8} = \frac{\pi}{4}\,rad$; u est en avance de phase sur i.

N_2 : $\Delta\varphi_2 = \varphi_u - \varphi_i = \omega.\Delta t = -\frac{2\pi}{T}\times\frac{T}{8} = -\frac{\pi}{4}\,rad$; u est en retard de phase sur i.

c) $\Delta\varphi_1 = -\Delta\varphi_2 \Leftrightarrow \mathrm{tg}\Delta\varphi_1 = -\mathrm{tg}\Delta\varphi_2 \Leftrightarrow \frac{2\pi N_1 L - \frac{1}{2\pi N_1 C}}{R+r} =$

$$-\frac{2\pi N_2 L - \frac{1}{2\pi N_2 C}}{R+r} \Leftrightarrow 2\pi L\times(N_1+N_2) = \frac{1}{2\pi C}\times\left(\frac{1}{N_1}+\frac{1}{N_2}\right) \Leftrightarrow$$

$$4\pi^2 LC = \frac{1}{N_1+N_2}\frac{N_1+N_2}{N_1\times N_2} \Leftrightarrow \frac{1}{N_0^2} = \frac{1}{N_1+N_2} \Leftrightarrow N_1\times N_2 = N_0^2$$

4)

a) Pour N = N_3, Z est minimale avec $Z = \sqrt{(R+r)^2+(L\omega-\frac{1}{C\omega})^2} \Leftrightarrow$ Z est minimale lorsque $L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0 \Leftrightarrow Z = R + r$: le circuit est résistif c'est la résonance d'intensité $\Leftrightarrow 2\pi N_3 L - \frac{1}{2\pi N_3 C} = 0 \Leftrightarrow$

$$N_3 = \frac{1}{2\pi}\times\sqrt{\frac{1}{LC}} = 75{,}026\,Hz$$

b) $Z = R + r = \frac{U}{I_0} \Leftrightarrow I_0 = \frac{U}{R+r} = \frac{6}{10+14{,}14} = 0{,}248\,A$. $E_{LC} = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$

$$\Leftrightarrow \frac{dE_{LC}}{dt}\left(Li\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}i\int idt\right) = i\left(L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\int idt\right) = i\left(u(t)-(R+r)\times i(t)\right) =$$

$i\left(U_{max}Sin(\omega_0 t+\varphi_u)-(R+r)I_{max}Sin(\omega_0 t+\varphi_i)\right)$ Or $U_{max} = (R + r)\, I_{max}$ et $\varphi_u = \varphi_i$ (résonance d'intensité) $\Leftrightarrow \frac{dE_{LC}}{dt} = 0 \Leftrightarrow E_{LC}$ est une constante.

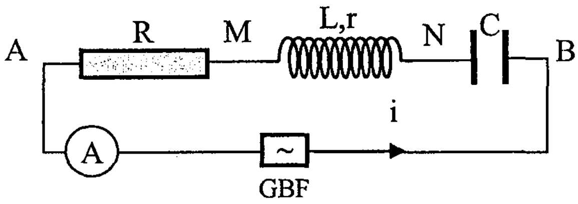
$E_{LC} = \frac{1}{2}L I_{max}^2 = 0{,}5\times0{,}09\times0{,}248^2 = 2{,}767.10^{-3}$J.

EXERCICE 4 :

1) La réponse du dipôle D suite à l'excitation du générateur est la création d'un courant électrique sinusoïdal $i(t) = I_{max}\,Sin(\omega_e t + \varphi_i)$

2)

a)



b) $I_0 = 18$ mA $= 18\ 10^{-3}$ A ; $N_0 = 0{,}58.10^3 = 580$ Hz

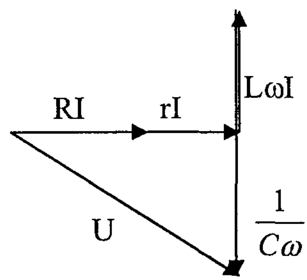
c) A la résonance d'intensité on a : $\omega_0^{\ 2} LC = 1 = 4\pi^2 N_0^{\ 2} LC$

$$\Leftrightarrow L = \frac{1}{4\pi^2 N_0^{\ 2} C} = \frac{1}{4\pi^2 .10^{-7} 580^2} = 0{,}753 \text{ H.}$$

A la résonance d'intensité le circuit est résistif $\Leftrightarrow Z = R_t$; $U = R_t . I_0 \Leftrightarrow$

$$R_t = \frac{U}{I_0} = \frac{4{,}55}{18.10^{-3}} = 252{,}77\ \Omega$$

3)



a) $(R+r)^2 I^2 + I^2\left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)^2 = U^2$

$$\Leftrightarrow I^2\left[(R+r)^2 + \left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)^2\right] = U^2$$

$$\Leftrightarrow I = \frac{U}{\sqrt{(R+r)^2 + \left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)^2}}$$

b) $P_{moy} = (R+r)\ I^2 = \dfrac{(R+r)U^2}{\left[(R+r)^2 + \left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)^2\right]}$

c) P_{moy} est maximale si et seulement si $(R+r)^2 + \left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)^2$ est minimale

et puisque $R + r \neq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C\omega} - L\omega = 0 \Leftrightarrow LC\omega^2 = 1$

D'où $\omega = \omega_0$ et $N = N_0$ Alors $P_0 = \dfrac{U^2}{R+r} = \dfrac{U^2}{R_t}$

$\Leftrightarrow P_0 = \dfrac{4{,}55^2}{252{,}77} = 8{,}19.10^{-2} W$

$\Leftrightarrow$ Résonance de puissance $\Leftrightarrow$ Résonance d'intensité $\Leftrightarrow$ circuit est résistif

4)

a) $Q = \dfrac{U_C}{U} = \dfrac{I}{C\omega_0 . R_t . I} = \dfrac{1}{C\omega_0 R_t}$ et $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

$$Q = \frac{1}{C.R_t.\frac{1}{\sqrt{LC}}} = \frac{\sqrt{LC}}{C.R_t} = \frac{1}{R_t}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

b) $E_{LC} = E_L + E_C = \dfrac{1}{2}Li^2 + \dfrac{1}{2}Cu_C{}^2$

$$E_{LC} = \frac{1}{2}LI_m{}^2 . Sin^2(\omega t + \varphi_i) + \frac{1}{2}\frac{Q_m{}^2}{C} .Sin^2(\omega t + \varphi_q)$$

$E_{LC} = \dfrac{1}{2}L\omega^2 Q_m{}^2 .Cos^2(\omega t + \varphi_q) + \dfrac{1}{2}\dfrac{Qm^2}{C} Sin^2(\omega t + \varphi_q)$. Or $L = \dfrac{1}{\omega_0{}^2 C}$

$$\Leftrightarrow E_{LC} = \frac{1}{2}\frac{\omega^2}{\omega_0{}^2 C} Q_m{}^2 Cos^2(\omega t + \varphi_q) + \frac{1}{2}\frac{Q_m{}^2}{C} Sin^2(\omega t + \varphi_q)$$

$$E_{LC} = \frac{Q_m{}^2}{2C}\left[\frac{\omega^2}{\omega_0{}^2} Cos^2(\omega t + \varphi_q) + Sin^2(\omega t + \varphi_q)\right]$$

A la résonance d'intensité : $\omega = \omega_0$

D'où $E_{LC} = \dfrac{Q_m{}^2}{2C}\left[\dfrac{\omega_0{}^2}{\omega_0{}^2} Cos^2(\omega_0 t + \varphi_q) + Sin^2(\omega_0 t + \varphi_q)\right]$

$E_{LC} = \dfrac{Q_m{}^2}{2C} = \dfrac{LI_m{}^2}{2}$; I_m et Q_m sont constants

D'où E_{LC} reste constante au cours des oscillations.

$E_{LC} = LI^2$ et $E_0 = P_0 T_0 = \dfrac{U^2}{R_t}\dfrac{2\pi}{\omega_0}$

$$\frac{E_{LC}}{E_0}=\frac{LI^2}{U^2 2\pi}R_t\omega_0 \; avec \; I=\frac{U}{R_t}$$

$$\frac{E_{LC}}{E_0}=\frac{L\omega_0}{2\pi R_t}=\frac{Q}{2\pi}=\frac{1}{R_t.2\pi}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

c) Pour L et C constante ; plus que R_t est petite plus que Q est important et la résonance d'intensité est d'autant plus aigue.

On a $E_{LC} > E_0 \Leftrightarrow Q > 2\pi$.

$Q_a > Q_b > Q_c$ et comme $R_t = \frac{1}{Q}\sqrt{\frac{L}{C}}$ alors $R_{ta} < R_{tb} < R_{tc}$

Donc $\begin{cases} \text{Courbe 1} \rightarrow R_c \\ \text{Courbe 2} \rightarrow R_b \\ \text{Courbe 3} \rightarrow R_a \end{cases}$

EXERCICE 5 :

1)

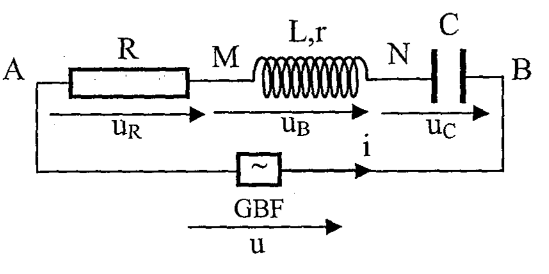
a) $-\frac{\pi}{2} \langle \varphi_u - \varphi_i \langle \frac{\pi}{2}$ or $i = C\times\frac{du_C}{dt} \Leftrightarrow \varphi_i - \varphi_{u_C} = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \varphi_i = \varphi_{u_C} + \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow$

$-\frac{\pi}{2} \langle \varphi_u - (\varphi_{u_C} + \frac{\pi}{2}) \langle \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow 0 \langle \varphi_u - \varphi_{u_C} \langle \pi \Leftrightarrow$ $u_C(t)$ est toujours en retard de phase par rapport à u(t) et comme la courbe (2) est en retard de phase sur (1) donc $u_C(t)$ correspond à la courbe (2).

b) $\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_{u_C} = \omega.\Delta t = \frac{2\pi}{T}\times\frac{T}{12}=\frac{\pi}{6} rad. \Leftrightarrow \varphi_u - (\varphi_i - \frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{6}$

$\Leftrightarrow \varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \varphi_i - \varphi_u = \frac{\pi}{3} rad$.

2) Loi d'additivité des tensions



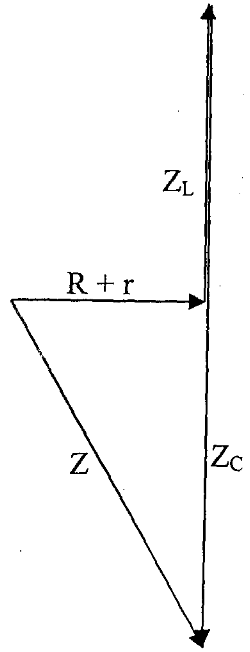
$$u = u_C + u_B + u_R \Leftrightarrow L\frac{d}{dt}i(t) + R\,i(t) + r\,i(t) + \frac{q(t)}{C} = u$$

$$\Leftrightarrow L\frac{d}{dt}i(t) + (R+r)\,i(t) + \frac{1}{C}\int i\,dt = u$$

3) $I_{eff} = 1{,}2$ A.

a) $Z = \dfrac{U_{eff}}{I_{eff}} = \dfrac{30}{1{,}2} = 25\Omega \rightarrow 5\ cm$;

$Z_C = \dfrac{U_{Ceff}}{I_{eff}} = \dfrac{48}{1{,}2} = 40\Omega \rightarrow 8\ cm$



b) $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} = 10^3 \text{rad.s}^{-1}$ et $Z_C = \dfrac{1}{C\omega} = 40\Omega$;

$L\omega \rightarrow 3{,}7$ cm $\Rightarrow L\omega = Z_L = 18{,}5\ \Omega$;

$Z_L.Z_C = L\omega \times \dfrac{1}{C\omega} = \dfrac{L}{C} = 40 \times 18{,}5 = 740$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{LC} = 10^6 \\ \dfrac{L}{C} = 740 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{740}{L^2} = 10^6 \\ C = \dfrac{L}{740} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$L = \sqrt{\frac{740}{10^6}} = 0{,}0272\ H$$

$C = \dfrac{L}{740} = \dfrac{0{,}0272}{740} = 3{,}67.10^{-5}F$; $(R + r) \rightarrow 2{,}4$ cm $\Rightarrow R + r = 12\ \Omega \Rightarrow$
$r = 12 - R = 2\ \Omega$.

4)

a) $U_{BC} = Z_{BC} \times I = \sqrt{(2\pi N_1 L - \dfrac{1}{2\pi N_1 C})^2} \times I = 0$; $I \neq 0 \Rightarrow 2\pi N_1 L - \dfrac{1}{2\pi N_1 C} = 0$

$\Rightarrow N_1 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = N_0 \Rightarrow$ Le circuit est en résonance d'intensité.

b) $\varphi_u - \varphi_{uc} = \varphi_u - \varphi_i + \varphi_i - \varphi_{uc} = \dfrac{\pi}{2}$ $\left(i = C \times \dfrac{du_C}{dt}\right)$.

c) Résonance d'intensité $\Leftrightarrow$ Z = R + r et $\varphi_u = \varphi_i$; $E_{LC} = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} \Leftrightarrow$

$$\frac{dE_{LC}}{dt}\left(Li\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}i\int idt\right) = i\left(L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\int idt\right) = i\big(u(t)-(R+r)\times i(t)\big) =$$

$i\big(U_{max}Sin(\omega_0 t+\varphi_u)-(R+r)I_{max}Sin(\omega_0 t+\varphi_i)\big)$ Et comme

U_{max} = (R + r) I_{max} et $\varphi_u = \varphi i$ alors $\frac{dE_{LC}}{dt} = 0$ donc E_{LC} est une constante.

$$E_{LC} = \frac{1}{2}L I^2_{max} = 0{,}5\times0{,}2\times\left(\frac{30\sqrt{2}}{10}\right)^2 = 1{,}8 \text{ J.}$$

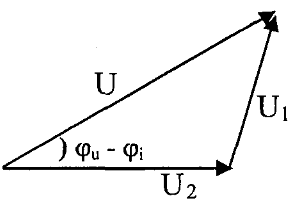
d) $Q = \frac{U_C}{U} = \frac{1}{C\omega_0 R} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{10}\sqrt{\frac{0{,}2}{12{,}5.10^{-6}}} = 12{,}65.$

$$\frac{E_{LC}}{E_0} = \frac{Q}{2\pi} \Leftrightarrow E_0 = \frac{E_{LC}\times 2\pi}{Q} = \frac{1{,}8\times 2\pi}{12{,}65} = 0{,}894 \text{ J.}$$

<u>EXERCICE 6</u> :

1)

a) P = U_1 I Cos ($\Delta\varphi$) = U_1 I Cos ($\varphi_i - \varphi_{u_1}$)



b) $\vec{V}\begin{cases} U \\ \varphi_U \end{cases}$; $\vec{V}_1\begin{cases} U_1 \\ \varphi_1 \end{cases}$; $\vec{V}_2\begin{cases} U_2 \\ \varphi_2 \end{cases}$

On a u_2 (t) = R i (t) ; R > 0 $\Leftrightarrow \varphi_2 = \varphi_i$

$$\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 \Leftrightarrow U^2 = U_1^2 + U_2^2 + 2U_1U_2Cos(\varphi_2-\varphi_1) \Leftrightarrow$$

$$U^2 = U_1^2 + U_2^2 + 2U_1U_2Cos(\varphi_i - \varphi_{u_1})$$

$$\Leftrightarrow 2U_1U_2Cos(\varphi_2-\varphi_1) = U^2 - U_1^2 - U_2^2$$

$$\Leftrightarrow \quad Cos(\varphi_2-\varphi_1) = \frac{U^2-U_1^2-U_2^2}{2U_1U_2}$$

D'où $P = U_1 I\frac{U^2-U_1^2-U_2^2}{2U_1U_2} = I(U^2-U_1^2-U_2^2)\frac{1}{2U_2}$

Or $\frac{U_2}{I} = R \Leftrightarrow P = \frac{U^2-U_1^2-U_2^2}{2R}$

2) On a $U_1 = 3V$; $U_2 = 4V$; $U = 5V$ $\Leftrightarrow$ $P = \dfrac{25-16-9}{20} = 0\,W$

La puissance moyenne consommée par ce dipôle est nulle, donc ce dipôle peut être :

- un condensateur
- une bobine d'inductance L et de résistance nulle
- association en série d'une bobine purement inductive avec un condensateur de capacité C.

3)

a) $u_1(t)$: tension aux bornes du dipôle D ; $u_2(t)$: tension aux bornes du résistor R

- Si **D** est une bobine d'inductance L

$$u_B(t) = L\frac{di}{dt} = L.\omega.I_{max}Sin(\omega t + \varphi_i + \frac{\pi}{2}) \Leftrightarrow \varphi_B = \varphi_i + \frac{\pi}{2} \quad et\ \varphi_i = \varphi_{u_R}$$

$\Leftrightarrow \varphi_B = \varphi_{U_R} + \dfrac{\pi}{2}$; Or d'après le graphe $\varphi_D - \varphi_{U2} = -\dfrac{\pi}{2}$ car u_1 (t) est en quadrature retard par rapport à u_2 (t) $\Rightarrow$ **D** ne peut pas être une bobine

- Si **D** est un condensateur => $u_C(t) = \dfrac{1}{C}\displaystyle\int i(t)\,dt$

$$\Leftrightarrow \quad u_C(t) = \frac{I_{max}}{C\omega}Sin(\omega t + \varphi_i - \frac{\pi}{2}) \quad \Leftrightarrow \quad \varphi_{U_C} = \varphi_i - \frac{\pi}{2}$$

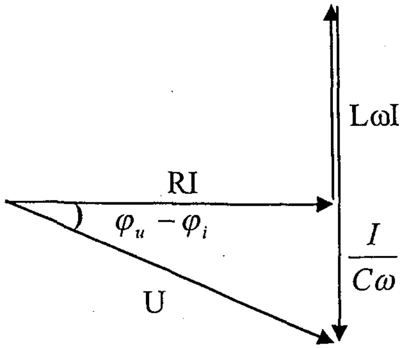
Et par suite $\varphi_{U_C} = \varphi_{U_R} - \dfrac{\pi}{2}$

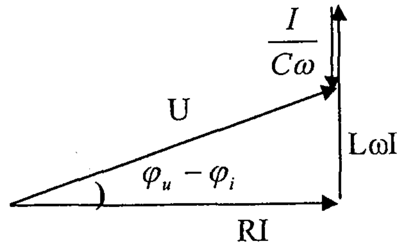
D'après le graphe, u_1 (t) est en quadrature retard par rapport à u_2 (t) $\Leftrightarrow$

D peut être un condensateur.

- Si D est une association en série d'un condensateur et d'une bobine purement inductif, le circuit AC est équivalent à un dipôle RLC.

D'après les diagrammes de Fresnel

<table>
<tr>
<td>


u₁ (t) est en quadrature retard par rapport à u₂ (t), et le circuit est de caractère capacitif
</td>
<td>


u₁ (t) est en quadrature avance rapport à u₂ (t), et le circuit est de caractère inductif
</td>
</tr>
</table>

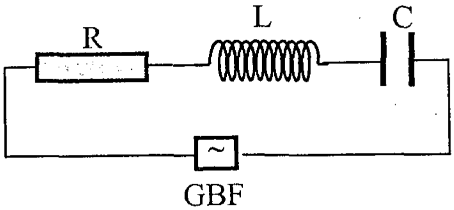
D'après le graphe $u_1(t)$ est en quadrature retard sur $u_2(t)$ et par suite le circuit est capacitif

D'où **D** peut être l'association d'un condensateur et d'une bobine purement inductive.

b) $N_2 = 159{,}155$ Hz

u_1 (t) et u_2 (t) sont superposées $\Leftrightarrow \begin{cases} U_{max} = U_{2\,max} = RI_{max} \\ \varphi_u = \varphi_{uR} = \varphi_i \end{cases} \Leftrightarrow$ le circuit est résistif

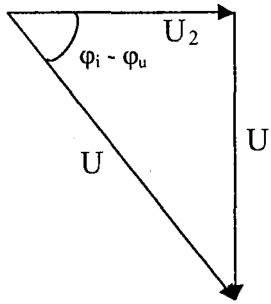
- C'est le phénomène de résonance d'intensité
- le phénomène de résonance d'intensité est obtenu quand dans le circuit, les effets inductifs et capacitifs se compensent.
- Donc D est une association en série d'un condensateur et d'une bobine purement inductive
- D'où le circuit



$U_m = U_{Rmax} = 5\sqrt{2}$ V et $U_{Rmax} = R\, I_{max}$

Alors $I_{max} = \dfrac{U_{R\,max}}{R} = \dfrac{5\sqrt{2}}{20} = 0{,}25\sqrt{2}\ A$

- Pour N = 143,24 Hz < N_0 Le circuit est capacitif $\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_u > 0$.



$$\text{tg}\,(\varphi_i - \varphi_u) = \frac{\frac{1}{C\omega} - L\omega}{R} = \frac{1 - LC\omega^2}{RC\omega} \quad \text{or} \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \quad \text{d'où tg}\,(\varphi_i - \varphi_u) = \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}{RC\omega}$$

$$\Leftrightarrow \text{C} = \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}{R\omega tg(\varphi_i - \varphi_u)} \quad \text{avec} \quad \omega = 2\pi N \quad \text{et tg}(\varphi_i - \varphi_u) = \frac{U_1}{U_2} = \frac{4}{3}$$

$$\Leftrightarrow \text{C} = \frac{1 - \frac{N^2}{N_0^2}}{R2\pi N\, tg(\varphi_i - \varphi_u)} = \frac{1 - \frac{143{,}24}{159{,}155}}{20 \times 2\pi \times 143{,}24 \times \frac{4}{3}}$$

C = 4,166 10^{-6} F

- L C $\omega_0^2 = LC4\pi^2 N_0^1 = 1$

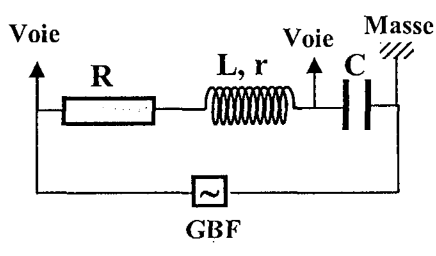
$$\text{L} = \frac{1}{4\pi^2 N_0^2} = \frac{1}{4{,}166.10^{-6}4\pi^2.159{,}155^2} \Leftrightarrow \text{L} = 0{,}24\text{H}.$$

EXERCICE 7 :

1) Le circuit est le siège d'oscillations (variation de part et d'autre d'un état d'équilibre pour la charge du condensateur, la tension entre ces bornes, celle aux bornes de la bobine et l'intensité du courant qui circule le circuit) forcées (Le circuit reçoit instantanément de l'énergie de l'excitateur (G.B.F) et la pulsation des oscillations du circuit est celle imposée par l'excitateur) en régime sinusoïdal (La tension de l'excitateur est sinusoïdale)

2)

a)

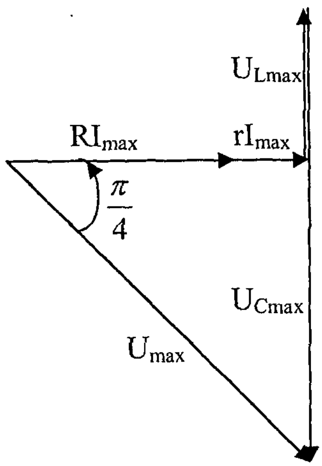


b) $-\frac{\pi}{2} < \varphi_i - \varphi_u < \frac{\pi}{2}$ et $\varphi_i = \varphi_{uc} + \frac{\pi}{2}$ car $i = C\frac{du_C}{dt}$ et C est une constante positive $\Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} < \varphi_{uc} + \frac{\pi}{2} - \varphi_u < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\pi < \varphi_{uc} - \varphi_u < 0 \Leftrightarrow$ u_c est toujours en retard de phase par rapport à u et comme la courbe (1) est en avance de phase donc cette courbe correspond à u (t).

c) $\varphi_u - \varphi_{uc} = \Delta t \times \frac{2\pi}{T} = \frac{T}{8} \times \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{4} rad$.

d) $\varphi_{uc} - \varphi_u = -\frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \varphi_i - \frac{\pi}{2} - \varphi_u = -\frac{\pi}{4} \Leftrightarrow$

$\varphi_i - \varphi_u = \frac{\pi}{4} > 0 \Leftrightarrow$ Le circuit est capacitif.



e) $\omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \omega^2 = \frac{\omega_0^2}{3} = \frac{1}{3LC} \Leftrightarrow$

$L\omega = \frac{1}{3C\omega} \Leftrightarrow U_{L\max} = \frac{1}{3} U_{C\max}$

$R\, I_{max} = 3 \times 2\sqrt{2} \Leftrightarrow R \times 0{,}2\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow$

$R = 30\ \Omega$.

$U_{max} = 5{,}7 \times 2\sqrt{2} = 11{,}4\sqrt{2} \Leftrightarrow U = 11{,}4$ V.

f) $E_0 = (R+r)I^2T = (R+r)I^2\frac{2\pi}{\omega} \Leftrightarrow$

$\omega = \frac{(R+r)I^2 2\pi}{E_0} = 456{,}958$ rad.s^{-1}. $L\omega I_{max} = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow L = \frac{4\sqrt{2}}{\omega I_{max}} = 0{,}0437$ H

$\omega^2 = \frac{\omega_0^2}{3} = \frac{1}{3LC} \Leftrightarrow C = \frac{1}{3L\omega^2} = 3{,}72.10^{-5}$ F (où $C = \frac{I_{max}}{\omega U_{C\max}}$)

3)

a) $\varphi_u - \varphi_{uc} = \Delta t \times \frac{2\pi}{T} = \frac{T}{4} \times \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2} rad \Leftrightarrow \varphi_{uc} - \varphi_u = -\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow$

$\varphi_i - \frac{\pi}{2} - \varphi_u = -\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \varphi_i - \varphi_u = 0 \Leftrightarrow$ Le circuit est en résonance d'intensité.

b) $U = Z \times I$ avec $Z = R + r \Leftrightarrow I = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}(R+r)} = \frac{16{,}122}{40\sqrt{2}} = 0{,}285$ A.

c) $Q = \frac{U_{C\max}}{U_{max}} = \frac{64{,}8}{16{,}122} = 4{,}02 > 1 \Rightarrow$ phénomène de surtension.

d) $E_{LC} = E_L + E_C = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$; $\frac{dE_{LC}}{dt} = Li\frac{di}{dt} + \frac{q}{C}\frac{dq}{dt} = i(L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C}) \Rightarrow$

$\frac{dE_{LC}}{dt} = i\,[u(t) - (R+r)\times i(t)]$ or à la résonance d'intensité $\varphi_i = \varphi_u$ et Z = R+r

$\Rightarrow u(t) = (R+r)\times i(t) \Rightarrow \frac{dE_{LC}}{dt} = 0 \Rightarrow$ l'énergie électromagnétique se conserve.

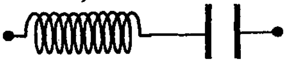
Dans l'expression de E_{LC} on remplace $i(t)$ *par* $\frac{u(t)}{R+r}$ et q (t) par $C.u_C(t)$.

On aura : $E_{LC} = \frac{1}{2}L\left(\frac{u(t)}{r+r}\right)^2 + \frac{1}{2}Cu_C^2 \Rightarrow E_{LC} = \frac{Lu^2}{2(R+r)^2} + \frac{1}{2}Cu^2$

e) $E_{LC} = \frac{LU^2_{max}}{2(R+r)^2}$ = **4,87.10⁻³J** ; $E_{LC} = \frac{1}{2}CU^2_{C\max} \Rightarrow C = \frac{2E_{LC}}{U^2_{C\max}}$ = **2,32.10⁻⁶F.**

$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ = **2680 rad.s⁻¹.**

EXERCICE 8 :

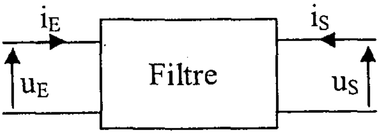


1)
2) L'excitateur est un générateur basse fréquence (GBF) délivrant une tension sinusoïdale : u (t) = U_{max} Sin ($2\pi\ N_e$ t + φ_u)
3) Ce sont des oscillations dont la fréquence est imposée par l'excitateur.
4) Fournir de l'énergie au résonateur pour compenser celle perdue par l'amortissement.
5) « Il y a **résonance** lorsque la période de l'excitateur est voisine de la période propre du résonateur. L'amplitude des oscillations est alors maximale ».
6) Résonance d'intensité et résonance d'élongation.
7) C'est la capacité du condensateur « Ce phénomène est utilisé sur un récepteur radio, dans lequel un condensateur variable sélectionne… ».

Les Filtres électriques

Résumé du cours :

I. Définitions et grandeurs caractéristiques



- Un filtre électrique est un quadripôle ne transmettant que les signaux électriques de fréquence (s) comprise (s) dans un certain domaine.
- Le signal sinusoïdal u_E (t) appliqué à l'entrée d'un filtre peut être récupéré à sa sortie u_S (t) plus ou moins amplifié ou atténué.
- La fonction de transfert ou transmittance d'un filtre est le rapport :

$$T = \frac{U_{S_{max}}}{U_{E_{max}}}$$

- Le gain d'un filtre est G = 20 log T ; qui s'exprime en décibels (dB).
  - ❖ Si $T < 1 \Rightarrow G < 0 \Rightarrow$ le signal est atténué.
  - ❖ Si $T > 1 \Rightarrow G > 0 \Rightarrow$ le signal est amplifié.
  - ❖ Si $T = 1 \Rightarrow G = 0 \Rightarrow$ le filtre n'affecte pas l'amplitude du signal traité.
- La bande passante à – 3 dB d'un filtre est l'intervalle des fréquences

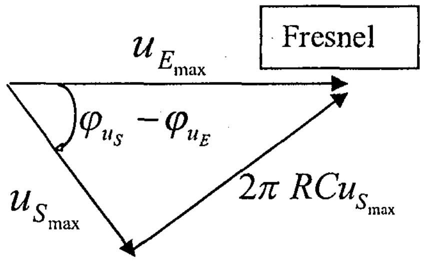
  $[N_b ; N_h]$ pour lesquelles $G \geq G_0 - 3 \Rightarrow T \geq \frac{T_0}{\sqrt{2}}$.
  - ❖ G_0 est le gain maximal.
  - ❖ T_0 est la transmittance maximale.
  - ❖ N_b est la fréquence de coupure basse.
  - ❖ N_h est la fréquence de coupure haute.
- Un filtre est passant pour tout signal électrique dont la fréquence appartient à sa bande passante.

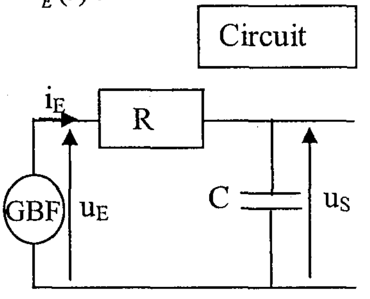
- Un filtre est d'autant sélectif que sa bande passante est étroite.

II. Exemples de filtres

1) Filtre passe bas passif.

Equation différentielle : $u_S(t) + RC\dfrac{du_S(t)}{dt} = u_E(t)$.





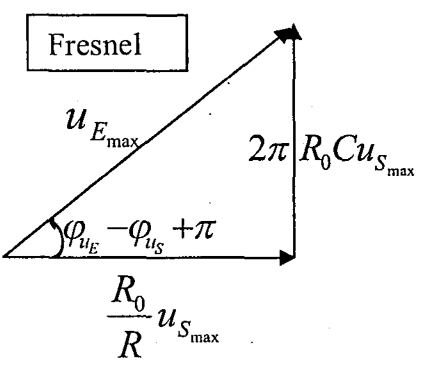
$T = \dfrac{1}{\sqrt{1+(2\pi\, RCN)^2}}$; G = - 10 log [1 + $(2\pi RCN)^2$] avec $T_0 = 1$ et $G_0 = 0$

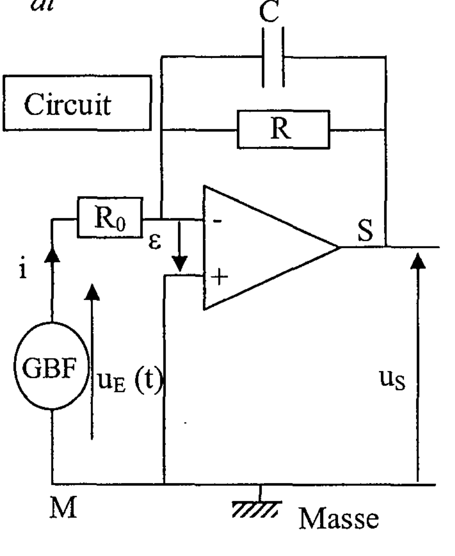
$N_b = 0$ Hz et $N_h = \dfrac{1}{2\pi\, RC}$ $\Rightarrow$ bande passante : [0 ; $\dfrac{1}{2\pi\, RC}$]

$-\dfrac{\pi}{2} \langle \varphi_{u_S} - \varphi_{u_E} \langle 0$; pour $N = N_h$ on aura $\varphi_{u_S} - \varphi_{u_E} = -\dfrac{\pi}{4} rad$

2) Filtre passe bas actif.

Equation différentielle : $\dfrac{R_0}{R} u_S(t) + R_0 C\dfrac{du_S(t)}{dt} = -\, u_E(t)$.





$T = \frac{R}{R_0}\frac{1}{\sqrt{1+(2\pi RCN)^2}}$; G = G_0 - 10 log [1 + $(2\pi RCN)^2$] avec $T_0 = \frac{R}{R_0}$ et

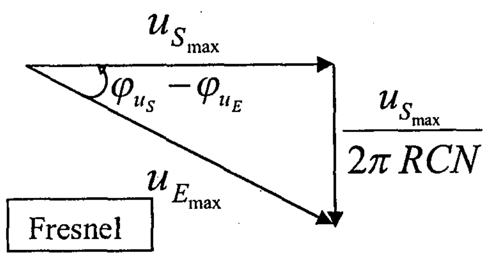
$G_0 = 20 \log \frac{R}{R_0}$

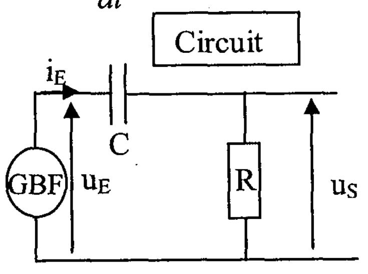
- Si R > R_0 on a $T_0 > 1 \Rightarrow G_0 > 0$.
- Si R = R_0 on a $T_0 = 1 \Rightarrow G_0 = 0$.
- Si R < R_0 on a $T_0 < 1 \Rightarrow G_0 < 0$.

$N_b = 0$ Hz et $N_h = \frac{1}{2\pi RC} \Rightarrow$ bande passante : $[0 ; \frac{1}{2\pi RC}]$; $\frac{\pi}{2} \langle \varphi_{u_S} - \varphi_{u_E} \langle \pi$

3) Filtre passe haut

Equation différentielle : $u_S(t) + RC\frac{du_S(t)}{dt} = RC\frac{du_E(t)}{dt}$.



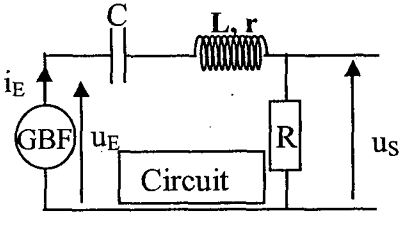


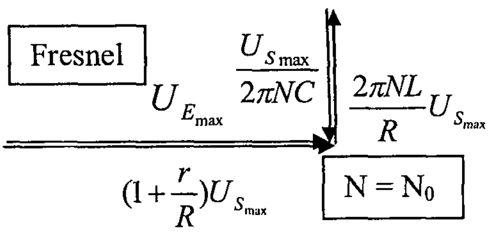
$T = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{(2\pi RCN)^2}}}$; G = - 10 log [1 + $\frac{1}{(2\pi RCN)^2}$] avec $T_0 = 1$ et $G_0 = 0$

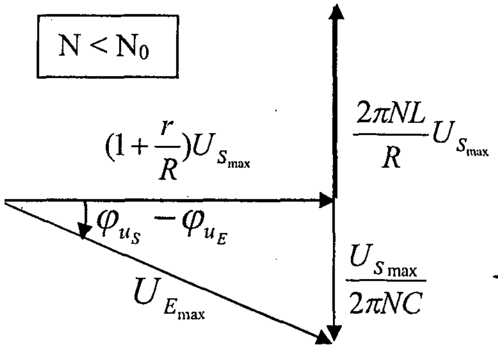
$N_b = \frac{1}{2\pi RC}$ et $N_h = +\infty \Rightarrow$ bande passante : $[\frac{1}{2\pi RC} ; +\infty[$; $0 \langle \varphi_{u_S} - \varphi_{u_E} \langle \frac{\pi}{2} rad$

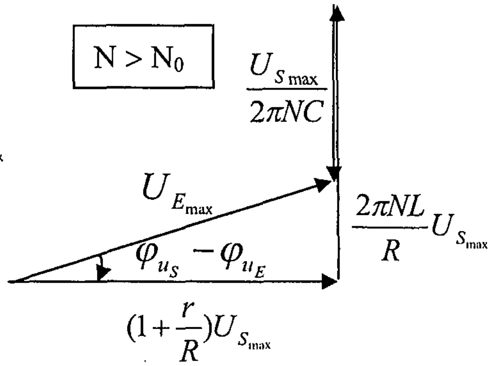
4) Filtre passe bande

Equation différentielle : $\frac{1}{RC}u_S(t) + (1+\frac{r}{R})\frac{du_S(t)}{dt} + \frac{L}{R}\frac{d^2u_S(t)}{dt^2} = \frac{du_E(t)}{dt}$.









$$T=\frac{R}{R+r}\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{2\pi LN}{R}-\frac{1}{2\pi RCN}\right)^2}} \quad \text{avec} \quad T_0=\frac{R}{R+r}$$

Soit X = $\frac{N}{N_0}=\frac{\omega}{\omega_0}$: pulsation ou fréquence réduite.

$$T=\frac{T_0}{\sqrt{1+Q^2\left(X-\frac{1}{X}\right)^2}} \quad \text{où} \quad Q=\frac{2\pi N_0L}{R+r}=\frac{1}{(R+r).2\pi N_0C}$$: facteur de surtension

à la résonance d'intensité.

$$G = 20\log\frac{T_0}{\sqrt{1+Q^2\left(X-\frac{1}{X}\right)^2}} \quad \text{avec } G_0 = 20\log\left(\frac{R}{R+r}\right).$$

$$N_b=\frac{N_0}{2Q}[-1+\sqrt{1+4Q^2}] \text{ et } N_h=\frac{N_0}{2Q}[+1+\sqrt{1+4Q^2}]$$

La largeur de bande est $\Delta N = N_h - N_b = \frac{N_0}{Q}$.

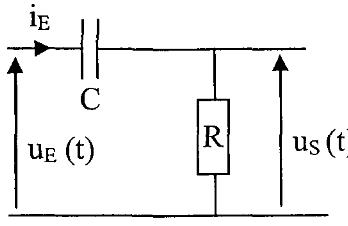
Un filtre passe bande est dit sélectif si la largeur de sa bande passante est nettement petite devant sa fréquence propre $N_0 \Rightarrow$ Q est nettement supérieur à 1

$$\frac{\pi}{2}\langle\varphi_{u_S}-\varphi_{u_E}\langle\frac{\pi}{2}rad \text{ avec } \varphi_{u_S}-\varphi_{u_E}=\frac{\pi}{4}\,pour\,N=N_b \text{ et } \varphi_{u_S}-\varphi_{u_E}=-\frac{\pi}{4}\,pour\,N=N_h$$

Exercices

EXERCICE 1 Bac Tunisien (2008)

Un générateur basse fréquence (GBF) délivrant une tension sinusoïdale de valeur maximale U_{Emax} constante, alimente un filtre CR constitué d'un condensateur de capacité C de valeur réglable et d'un conducteur ohmique de résistance R.



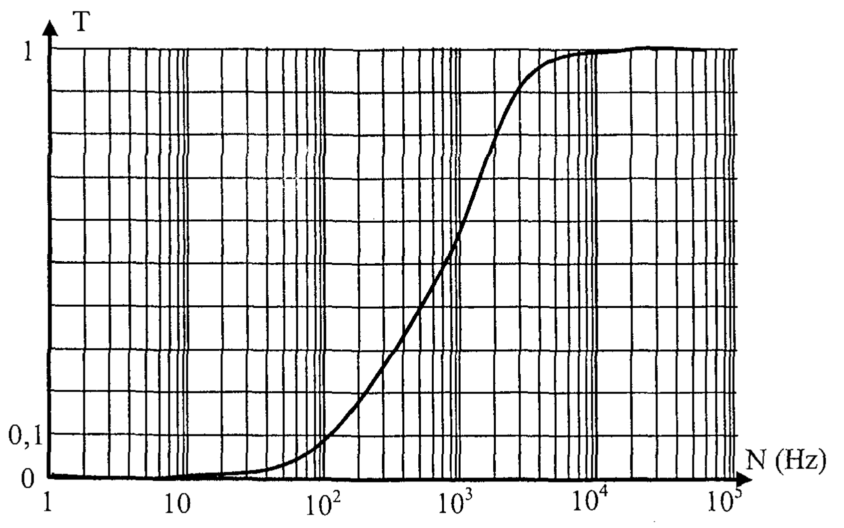
On désigne par :

- $u_E(t) = U_{Emax} \sin(2\pi Nt)$: La tension d'entrée du filtre.
- $u_S(t) = U_{Smax} \sin(2\pi Nt + \varphi_{us})$: La tension de sortie du filtre.

Pour une valeur de U_{Emax} donnée, on fait varier la fréquence N du générateur.

Pour chaque valeur de N on mesure la tension maximale U_{Smax} et par la suite on détermine la valeur de la transmittance T du filtre donnée par : $T = \dfrac{U_{S_{max}}}{U_{E_{max}}}$

La courbe suivante traduit les variations de T en fonction de N.



1)

a) Définir un filtre électrique.

b) Préciser, en le justifiant, si le filtre CR considéré est

- Actif ou passif.
- Passe haut, passe bas ou passe bande.

2)

a) Rappeler la condition pour qu'un filtre électrique soit passant.

b) Déterminer graphiquement la valeur de la fréquence de coupure du filtre et déduire sa bande passante. On prendra : $\frac{\sqrt{2}}{2} = 0,7$

c) On considère deux signaux (S_1) et (S_2) de fréquences respectives $N_1 = 1KHz$ et $N_2 = 2KHz$. Lequel des deux signaux est transmis par le filtre ? Justifier.

3)

a) Montrer que l'équation différentielle régissant les variations de la tension de sortie u_S (t) s'écrit : $u_S(t) + \frac{1}{RC}\int u_S(t).dt = u_E(t)$

b) Faire la construction de Fresnel relative à cette équation différentielle.

c) Montrer que la transmittance T de ce filtre peut se mettre sous la forme :

$$T = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{(2\pi RCN)^2}}}$$

4)

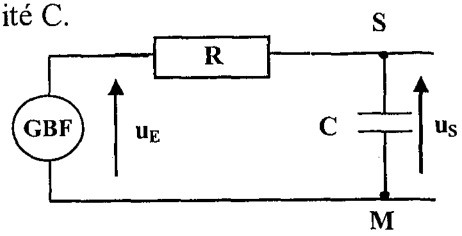
a) Montrer que la fréquence de coupure est donnée par la relation :

$N_C = \frac{1}{2\pi RC}$. Calculer sa valeur pour $R = 10^4\ \Omega$ et $C = 10$ nF.

b) Calculer la valeur limite C_0 de la la capacité C du condensateur permettant la transmission des deux signaux (S_1) et (S_2).

EXERCICE 2 :

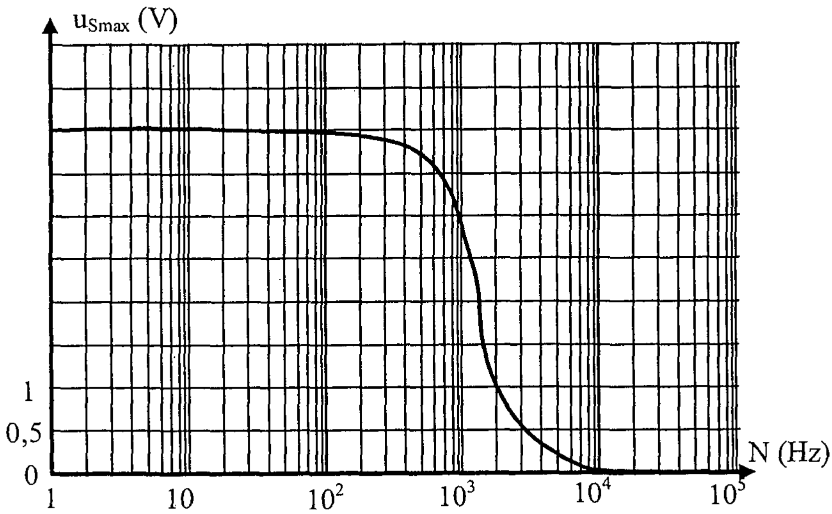
Un générateur basse fréquence délivrant une tension sinusoïdale $u_E(t) = U_{Emax} \sin(2\pi Nt)$ de valeur maximale U_{Emax} constante, alimente un filtre RC constitué d'un conducteur ohmique de résistance réglable R et d'un condensateur de capacité C.



On désigne par $u_S(t) = U_{Smax} \sin(2\pi Nt + \varphi_{us})$ la tension de sortie du filtre.

Pour une valeur de $U_{Emax} = 4V$, on fait varier la fréquence N du générateur et on mesure U_{Smax}.

La courbe suivante traduit les variations de U_{Smax} en fonction de N.



1) Préciser, en le justifiant, si le filtre RC considéré est actif ou passif, passe haut, passe bas ou passe bande.

2)

a) Montrer que le filtre est passant lorsque $U_{Smax} \geq \frac{\sqrt{2}}{2} U_{Emax}$.

b) Déterminer graphiquement la valeur de la fréquence de coupure du filtre et déduire sa bande passante.

c) On considère deux signaux (S_1) et (S_2) de fréquences respectives N_1 = 900 Hz et N_2 = 1500 Hz.

Lequel des deux signaux est transmis par le filtre ? Justifier.

3)

a) Etablir l'équation différentielle régissant les variations de la tension de sortie u_S (t).

b) Faire la construction de Fresnel relative à cette équation différentielle.

c) Montrer que le Gain G de ce filtre peut se mettre sous la forme :

$G = -\ 10 \log [1 + (2\pi NRC)^2]$.

4)

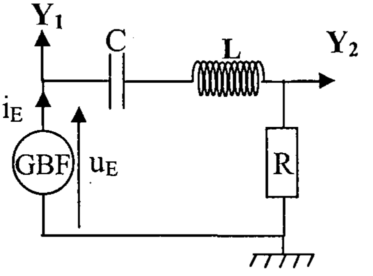
a) Montrer que la fréquence de coupure est donnée par la relation :

$N_C = \dfrac{1}{2\pi\ RC}$. Calculer sa valeur pour R = $10^4\ \Omega$ et C = $15{,}915.10^{-9}$ F.

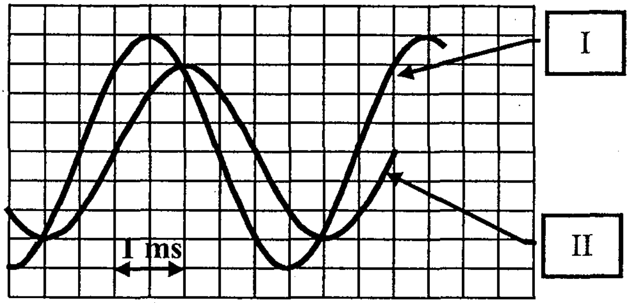
b) Calculer la valeur limite R_0 de la résistance R permettant la transmission des deux signaux (S_1) et (S_2).

EXERCICE 3 :

Un dipôle AB est constitué par l'association série d'un résistor de résistance R = 100 Ω, d'un condensateur de capacité C et d'une bobine purement inductive d'inductance L = 0,1 H. Le dipôle AB est alimenté par un générateur B.F délivrant une tension sinusoïdale $u\,(t) = U\sqrt{2}\,\sin\,(2\pi Nt + \varphi_U)$, de fréquence N réglable.



1) Sur l'écran de l'oscilloscope, on obtient l'oscillogramme suivant :



La sensibilité verticale est la même pour les deux voies.

a) Montrer que la courbe I représente u (t).

b) Déterminer la valeur de la fréquence N du générateur BF.

c) Déterminer la valeur du déphasage de la tension u (t) par rapport à l'intensité du courant i (t). En déduire le caractère du circuit.

d) Calculer le facteur de puissance du dipôle AB, en déduire son impédance Z.

e) Déterminer la valeur de la capacité C du condensateur.

2) Le circuit précédent est un filtre électrique dont la tension d'entrée est u (t) et la tension de sortie est $u_R(t) = U_R\sqrt{2}\,\sin(2\pi Nt + \varphi_{UR})$ la tension aux bornes du résistor à un instant de date t.

a) Etablir l'équation différentielle donnant u (t) en fonction de u_R (t), sa dérivée première et sa primitive.

b) Faire la construction de Fresnel, utilisant les tensions efficaces.

c) Déduire l'expression du rapport : $\frac{U_R}{U}$. Que représente ce rapport pour le filtre ?

d) Les fréquences de coupure de ce filtre sont $N_1 = \frac{N_0}{2Q_0}\left[-1+\sqrt{1+4Q_0^2}\right]$ et

$N_2 = \frac{N_0}{2Q_0}\left[1+\sqrt{1+4Q_0^2}\right]$. Q_0 étant le facteur de qualité du circuit.

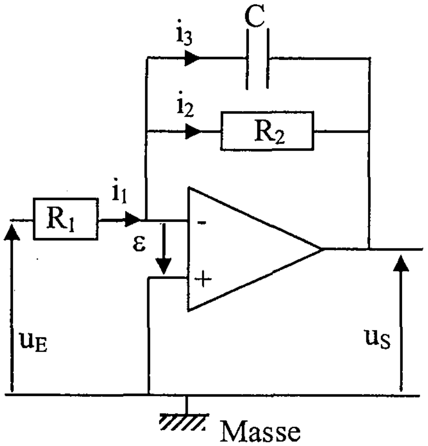
Quelle est la valeur du rapport $\frac{U_R}{U}$ lorsque $N = N_1$ ou lorsque

$N = N_2$?

e) Pour rendre le filtre plus sélectif, doit – on augmenter ou diminuer la valeur de R ? Justifier.

EXERCICE 4 : Bac Tunisien (2009)

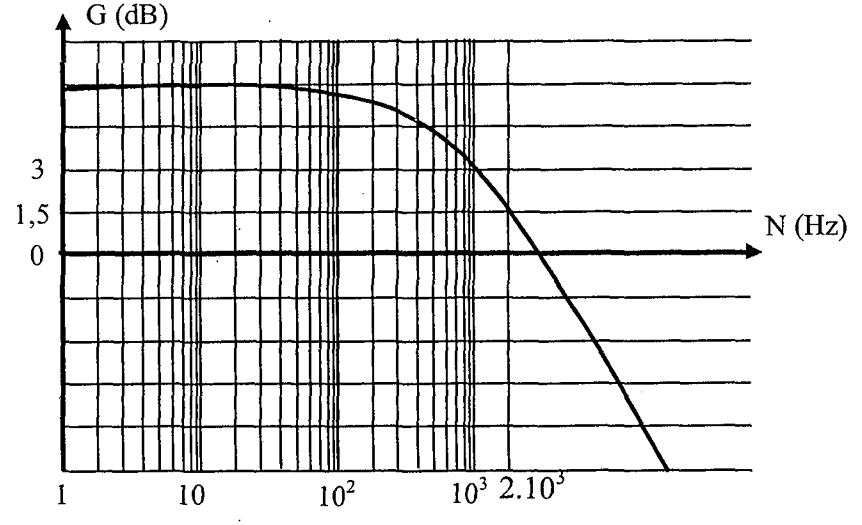
On considère le filtre schématisé par la figure suivante :



A l'entrée du filtre, on applique une tension $u_E(t) = U_{Emax}\sin(2\pi Nt)$ d'amplitude $U_{Emax} = 2V$ et de fréquence N réglable.

La tension de sortie est $u_S(t) = U_{Smax}\sin(2\pi Nt + \varphi)$. L'amplificateur opérationnel est supposé idéal et polarisé à ± 15 V.

I. On suit la variation de la transmittance T du filtre considéré en fonction de la fréquence N du générateur et on trace la courbe traduisant l'évolution du gain G du filtre en fonction de la fréquence N.



1) En exploitant cette courbe, préciser en le justifiant :
   a) La nature du filtre considéré (passif ou actif).
   b) Si la tension d'entrée peut-être amplifiée ou non.
   c) S'il s'agit d'un filtre passe-haut ou passe-bas.
2) Déterminer graphiquement
   a) La valeur du gain maximal G_0 du filtre.
   b) Une valeur approchée de la fréquence de coupure N_c du filtre. La méthode utilisée sera indiquée sur la courbe.

II.

1) Montrer que l'équation différentielle régissant les variations de la tension de sortie u_S (t) s'écrit : $\frac{R_1}{R_2}u_S(t) + R_1C\frac{du_S(t)}{dt} = -\,u_E(t)$.
2) Faire la construction de Fresnel relative à l'équation différentielle précédente.
3) En exploitant cette construction, déterminer la transmittance T du filtre.

On rappelle que : $T = \frac{U_{S_{max}}}{U_{E_{max}}}$

4) Déduire que l'expression du gain G du filtre peut s'écrire sous la forme :

$$G = 20 \log \frac{R_2}{R_1} - 10 \log [1 + (2\pi R_2 C N)^2].$$

5)

a) Déterminer l'expression du gain maximal G_0. Calculer sa valeur et la comparer à celle obtenue graphiquement. On donne $R_2 = 2R_1$.

b) Quelle condition doit satisfaire le gain G pour que le filtre soit passant ?

c) Montrer que la fréquence de coupure N_c du filtre considéré a pour expression : $N_C = \dfrac{1}{2\pi\ R_2 C}$. Calculer, alors, sa valeur théorique.

On donne $R_2 = 318\ \Omega$ et $C = 0{,}47\ \mu F$.

d) Pour $N = N_c$, déterminer la valeur théorique de la tension indiquée par un voltmètre branché à la sortie du filtre.

EXERCICE 5 :

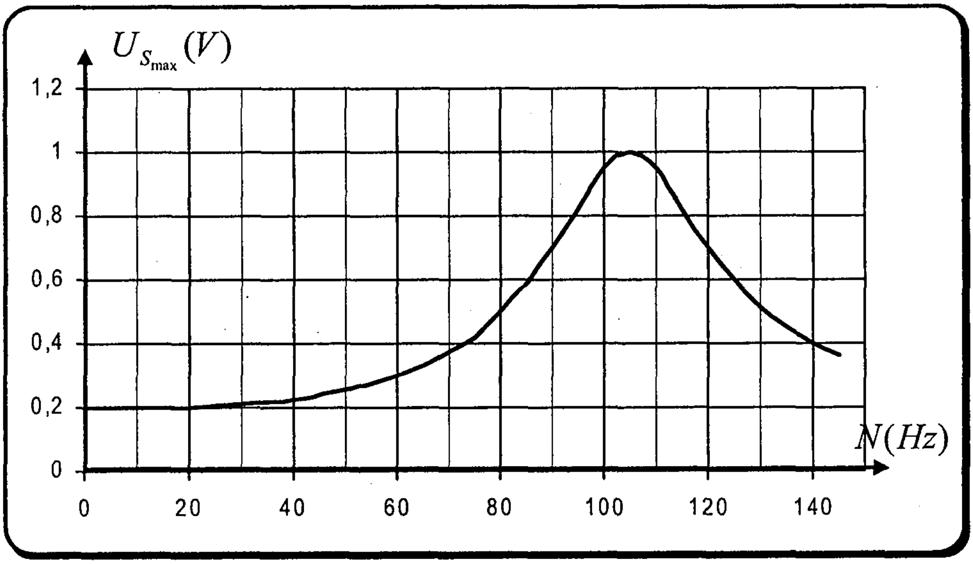
A l'aide d'un résistor de résistance $R = 18{,}83\ \Omega$, d'un condensateur de capacité $C = 23\ \mu F$, d'une bobine purement inductive d'inductance $L = 0{,}1H$ et d'un générateur GBF délivrant une tension sinusoïdale $u_E(t) = U_{E_{max}}.\sin(2\pi Nt)$ de fréquence N réglable et d'amplitude $U_{E_{max}}$ constante et égale à 1 V, on désire réaliser un filtre passe bande dont la tension de sortie est celle aux bornes du résistor.

1) Sachant que les composants sont montés en série, faire le schéma du filtre et représenter la connexion d'un oscilloscope bi courbe permettant de visualiser

- La tension d'entrée $u_E(t)$ sur la voie Y_1.
- La tension de sortie $u_S(t)$ sur la voie Y_2.

2) Etablir l'équation différentielle régissant les variations de la tension de sortie $u_S(t)$.

3) La courbe ci-dessous représente les variations de $U_{S_{max}}$ (amplitude de la tension de sortie) en fonction de la fréquence N.



a) Déterminer graphiquement la fréquence N_0 et l'amplitude $(U_{S_{max}})_0$ correspondantes à la résonance d'intensité. Comparer ces valeurs à celles calculées à partir des données.

b) On appelle "bande passante" en fréquences, le domaine de fréquences pour lesquelles $U_{S_{max}} \geq \frac{(U_{S_{max}})_0}{\sqrt{2}}$.

Déterminer graphiquement les fréquences de coupure basse N_b et haute N_h de la bande. En déduire la largeur de bande ΔN de ce filtre.

c) Pour la fréquence de résonance N_0, exprimer le facteur de qualité Q en fonction de R, C et N_0. Calculer sa valeur.

d) Vérifier que la largeur de la bande passante $\Delta N = N_h - N_b$ est égale à $\frac{N_0}{Q}$.

Comment varient Q et ΔN lorsqu'on augmente R ?

4) On appelle gain du filtrer la grandeur G donnée par l'expression :

$$G = 20 \log \left(\frac{U_{S_{max}}}{U_{E_{max}}}\right).$$

Quel est le signe de G ? Tracer l'allure de la courbe de variation de G en fonction de N.

EXERCICE 6 : (Documentaire)

Le filtrage constitue une opération fondamentale dans les techniques de transmission des informations. La fonction la plus typique est la séparation de différents signaux qui utilisent le même canal de transmission. Tel est le cas pour la téléphonie, la télégraphie, la télévision, la radio, le radar ou le sonar. Sans l'utilisation de filtres, un poste radio, par exemple, ne parviendrait pas à capter une émission parmi toutes celles qui occupent les ondes. De même la transmission simultanée de plusieurs conversations téléphonique par le même câble est possible, parce qu'elles sont transposées par modulation dans des bandes de fréquences différentes, et qu'elles peuvent être séparées par filtrage à la réception. Le filtrage permet aussi d'extraire le signal utile, en éliminant les signaux parasites ou accessoires : bruit, signalisation, fréquences de pilotes.
Extrait de " Traité d'électricité " de l'école polytechnique fédérale de LAUSANNE

Questions :

1) Extraire du texte deux phrases qui montrent que les filtres permettent la sélection des signaux.
2) Quelles sont les applications citées dans le texte qui utilisent le filtrage ?
3) Extraire du texte une phrase qui montre qu'un poste radio ne peut fonctionner sans filtre.
4) A quelle étape les conversations téléphoniques sont séparées ?

Correction :

EXERCICE 1 :

1)

a) Un filtre électrique est un quadripôle ne transmettant que les signaux électriques de fréquence (s) comprise (s) dans un certain domaine.

b) Le filtre CR est dit passif parce qu'il est formé uniquement par des composants passifs (condensateur de capacité C et résistor de résistance R). Sur la courbe T = f (N), on constate que la transmittance T est pratiquement nulle aux basses fréquences, tandis qu'aux fréquences suffisamment élevées, elle devient de plus en plus appréciable en tendant vers 1. Autrement dit, le filtre CR ne convient que pour les signaux de fréquence élevée. Donc le filtre CR est passe haut.

2)

a) Un filtre électrique n'est passant que si sa transmittance est telle que :

$T \geq \frac{T_0}{\sqrt{2}}$ avec T_0 : transmittance maximale. Ce qui revient à dire que son gain G est telle que : $G \geq G_0 - 3$ dB ; avec G_0 : gain maximal.

b) Du fait que le filtre CR est passe haut, la seule fréquence de coupure qu'il possède est une fréquence de coupure basse N_b.

N_b correspond à $T = \frac{T_0}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}7$.

On repère sur la courbe de réponse T = f (N) le point d'ordonnée T = 0,7. Puis on le projette orthogonalement sur l'axe des fréquences N.

On trouve alors $N_b \approx 1600$ Hz.

Donc le filtre CR a comme bande passante : [1600 Hz ; + ∞[

c) Pour qu'un signal de fréquence N soit transmis par le filtre, il faut que N appartient à la bande passante du même filtre c'est le cas de N_2.

Donc le signal transmis par le filtre CR est celui de fréquence N_2.

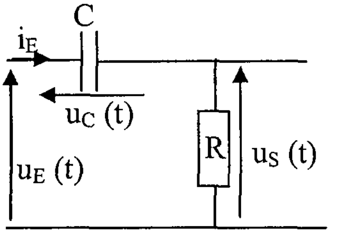
Autre manière de formuler la réponse : il faut que $N \geq N_b$; or on a $N_1 < N_b$ et $N_2 > N_b$.

Donc le signal transmis par le filtre CR est celui de fréquence N_2.

3)

a) D'après la loi des mailles : $u_E = u_C + u_S$ (1)

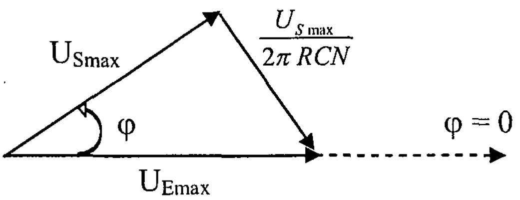
$u_C(t) = \frac{1}{C}.\int i(t)dt$; $u_S(t) = R.i(t)$ ce qui signifie : $i(t) = \frac{u_S(t)}{R}$ ce qui donne :



u_C (t) = $\frac{1}{C}.\int\frac{u_S(t)}{R}dt$ = $\frac{1}{RC}.\int u_S(t)dt$ et par conséquent l'équation (1) s'écrit : u_S (t) + $\frac{1}{RC}.\int u_S(t)dt$ = u_E (t)

b) u_S (t) = U_{Smax} sin (2πNt + φ). Donc tous les termes de l'équation différentielle sont des fonctions sinusoïdales du temps, de fréquence N. On peut associé alors à chacun d'entre eux un vecteur de Fresnel.

- A u_S (t), on associe $\vec{V_1}$(U_{Smax} ; φ).
- A $\frac{1}{RC}.\int u_S(t)dt$, on associe $\vec{V_2}(\frac{U_{S\max}}{2\pi RCN}$; φ - $\frac{\pi}{2}$).
- A u_E (t), on associe $\vec{V}$ (U_{Emax} ; 0). Tel que $\vec{V}=\vec{V_1}+\vec{V_2}$ d'où la construction de Fresnel ci-dessous.



c) Du fait que la construction de Fresnel donne un triangle rectangle, on écrit : $U_{E\max}^2=U_{S\max}^2+\frac{U_{S\max}^2}{(2\pi RCN)^2}=U_{S\max}^2(1+\frac{1}{(2\pi RCN)^2})$. Par suite

$U_{E\max}=U_{S\max}.\sqrt{1+\frac{1}{(2\pi RCN)^2}}$ d'où $T=\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{(2\pi RCN)^2}}}$

4)

a) A fréquence de coupure $N_c = N_b$, $T=\frac{T_0}{\sqrt{2}}$. Sachant que T_0 = 1, on a alors

$\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{(2\pi RCN_c)^2}}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$ d'où $\frac{1}{(2\pi RCN_c)^2}=1$; ce qui donne comme

fréquence de coupure : $N_C=\frac{1}{2\pi RC}$

A.N : $N_c=\frac{1}{2\pi\times10^4\times10\times10^{-9}}$ = 1592 Hz.

b) Pour permettre la transmission des deux signaux (S_1) et (S_2), il faut que la fréquence de coupure N_b soit inférieure ou égale à la fréquence la plus petite entre N_1 et N_2. Or $N_1 < N_2$ donc il faut que $N_b \leq N_1$. Ce qui donne :

$\frac{1}{2\pi\ RC} \leq N_1$ d'où : $C \geq \frac{1}{2\pi\ RN_1} = C_0$: valeur limite de C.

A.N : $C_0 = \frac{1}{2\pi \times 10^4 \times 10^3} = 15{,}9.10^{-9}$ F = 15,9 nF.

EXERCICE 2 :

1) Le filtre RC est dit passif parce qu'il est formé uniquement par des composants passifs (condensateur de capacité C et résistor de résistance R). Sur la courbe $U_{Smax} = f(N)$, on constate que U_{Smax} est maximale (4 V) aux basses fréquences (le gain du filtre $G = 20 \log (\frac{U_{S\max}}{U_{E\max}})$ est maximal égal à zéro), tandis qu'aux fréquences suffisamment élevées, U_{Smax} tend vers 0 (le gain du filtre tend vers moins l'infini). Autrement dit, le filtre RC ne convient que pour les signaux de fréquence basse. Donc le filtre RC est passe bas.

2)

a) Le filtre est passant si $G \geq G_0 - 3$ dB $\Rightarrow 20 \log T \geq 20 \log T_0 - 3$ dB

or $T_0 = 1$ (valeur maximale de T) $\Rightarrow 20 \log T \geq -3$ dB $\Rightarrow T \geq 10^{-\frac{3}{20}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow \frac{U_{S\max}}{U_{E\max}} \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow U_{S\max} \geq \frac{\sqrt{2}}{2} U_{E\max}$

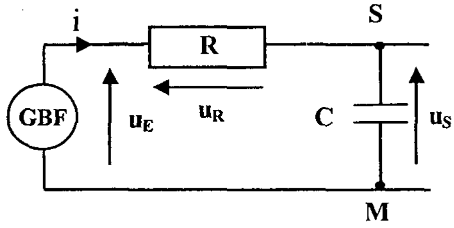
b) La fréquence de coupure correspond à $G = G_0 - 3\text{dB} \Rightarrow$

$U_{Smax} = \frac{\sqrt{2}}{2} U_{Emax} = 0{,}7 \times U_{Emax} = 0{,}7 \times 4 = 2{,}8$ V. On repère sur la courbe de réponse $U_{Smax} = f(N)$ le point d'ordonnée $U_{Smax} = 2{,}8$ V. Puis on le projette orthogonalement sur l'axe des fréquences N. On trouve alors $N_h \approx 1000$ Hz.

c) Le filtre RC a comme bande passante : [0 Hz ; 1000 Hz]. Pour qu'un signal de fréquence N soit transmis par le filtre, il faut que N appartient à la bande passante du même filtre c'est le cas de N_1. Donc le signal transmis par le filtre RC est celui de fréquence N_1.

3)

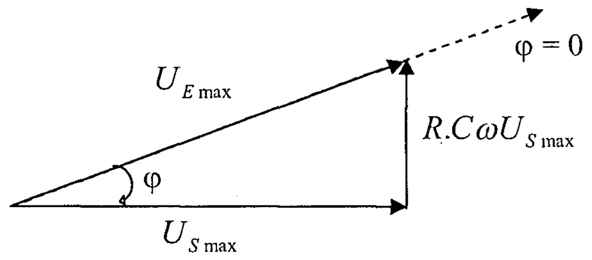
a) D'après la loi d'additivité des tensions : u_R (t) + u_S (t) = u_E (t) or u_R (t) = R.i (t) = $R.C\dfrac{du_C(t)}{dt} = R.C\dfrac{du_S(t)}{dt}$.



L'équation différentielle régissant les variations de la tension de sortie u_S (t) est : $R.C\dfrac{du_S(t)}{dt}$ + u_S (t) = u_E (t).

b) u_S (t) = U_{Smax} sin (2πNt + φ). Donc tous les termes de l'équation différentielle sont des fonctions sinusoïdales du temps, de fréquence N. On peut associé alors à chacun d'entre eux un vecteur de Fresnel.

- A u_S (t), on associe $\vec{V_1}$(U_{Smax} ; φ).
- A $R.C\dfrac{du_S(t)}{dt}$, on associe $\vec{V_2}(R.C\omega U_{S\max}$; $\varphi + \dfrac{\pi}{2})$.
- A u_E (t), on associe $\vec{V}$ (U_{Emax} ; 0). Tel que $\vec{V} = \vec{V_1} + \vec{V_2}$ d'où la construction de Fresnel ci-dessous :



c) Du fait que la construction de Fresnel donne un triangle rectangle, on écrit : $U_{E\max}^2 = U_{S\max}^2 + (2\pi NRCU_{S\max})^2 = U_{S\max}^2[1+(2\pi NRC)^2]$.

Par suite $U_{E\max} = U_{S\max}.\sqrt{1+(2\pi NRC)^2}$ or $G = 20\log(\dfrac{U_{S\max}}{U_{E\max}})$ =

$$20\log\frac{1}{\sqrt{1+(2\pi NRC)^2}} = -\ 10\ \log\ [1+(2\pi NRC)^2]$$

4)

a) A fréquence de coupure $N_c = N_h$, G = G_0 – 3 dB. Sachant que G_0 = 0, on a alors $-\ 10\ \log\ [1+(2\pi N_cRC)^2] = -\ 3$ d'où $1+(2\pi N_cRC)^2 = 10^{-0,3} = 2$

$\Rightarrow (2\pi N_c RC)^2 = 1$ ce qui donne comme fréquence de coupure :

$N_C = \dfrac{1}{2\pi\ RC}$; A.N : N_c = 1000 Hz

b) Pour permettre la transmission des deux signaux (S_1) et (S_2), il faut que la fréquence de coupure N_h soit supérieure ou égale à la fréquence la plus grande entre N_1 et N_2. Or $N_1 < N_2$ donc il faut que $N_h \geq N_2$. Ce qui donne :

$\dfrac{1}{2\pi\ RC} \geq N_2$ d'où : $R \leq \dfrac{1}{2\pi\ CN_2} = R_0$: valeur limite de R.

A.N : $R_0 = \dfrac{1}{2\pi \times 1500 \times 15{,}915.10^{-9}}$ = 6666,87 Ω.

EXERCICE 3 :

1)

a) $U_{max} = Z.I_{max} = \sqrt{R^2 + (L\omega - \dfrac{1}{C\omega})^2}.I_{max}$

$U_{Rmax} = R.I_{max}$; $\sqrt{R^2 + (L\omega - \dfrac{1}{C\omega})^2} \geq R \Rightarrow U_{max} \geq U_{Rmax}$.

La sensibilité verticale est la même ⇒ l'amplitude de la courbe I est supérieure à celle de la courbe II. Donc la courbe I correspond à u (t).

b) $T = 4\text{ ms} \Rightarrow N = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{4.10^{-3}} = 250\text{ Hz}$.

c) $u_R(t) = R.i(t)$ et R est une constante positive, donc u_R et i sont en phase $\Rightarrow \varphi_{uR} = \varphi_i$.

$\varphi_u - \varphi_{uR} = \varphi_u - \varphi_i = \Delta t.\omega = \Delta t.\ \dfrac{2\pi}{T}$

T est représentée par 8 divisions et Δt est représentée par une division ⇒

$\Delta t = \dfrac{T}{8}$. On aura donc : $\varphi_u - \varphi_i = \dfrac{T}{8}.\dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{\pi}{4}$ rad.

u est en avance de phase sur i ($\varphi_u - \varphi_i > 0$) ⇒ le circuit est inductif.

d) Le facteur de puissance est $\text{Cos}(\varphi_u - \varphi_i) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

$\text{Cos}(\varphi_u - \varphi_i) = \dfrac{R}{Z} \Rightarrow Z = \dfrac{R}{Cos(\varphi_u - \varphi_i)} = 100 \times \sqrt{2} = 141{,}42\ \Omega$.

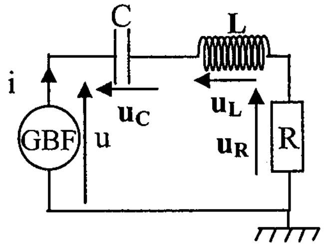
e) $Z^2 = R^2 + (\frac{1}{2\pi NC} - 2\pi NL)^2 \Rightarrow 2\pi NL - \frac{1}{2\pi NC} = \sqrt{Z^2 - R^2} \Rightarrow$

$$C = \frac{1}{2\pi N[2\pi NL - \sqrt{Z^2 - R^2}]} = \frac{1}{2\pi.250.[2\pi.250.0{,}1 - \sqrt{141{,}42^2 - 100^2}]}$$

$\Rightarrow C = 11{,}15.10^{-6}$ F

2)

a) D'après la d'additivité des tensions :
$u_C + u_L + u_R = u$. (1)



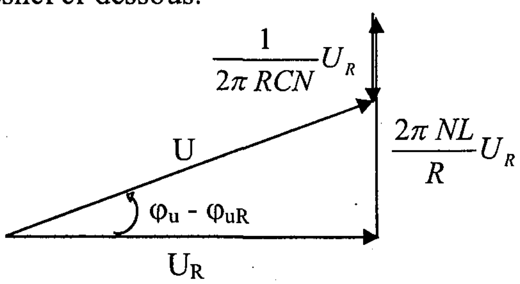
- $u_R(t) = R.i(t)) \Rightarrow i = \frac{u_R(t)}{R}$
- $u_C = \frac{1}{C}\int i(t)dt = \frac{1}{RC}\int u_R(t)dt$.
- $u_L(t) = L.\frac{di(t)}{dt} = \frac{L}{R}\frac{du_R(t)}{dt}$.

Par conséquent l'équation (1) s'écrit :

$$u_R(t) + \frac{1}{RC}\int u_R(t)dt + \frac{L}{R}\frac{du_R(t)}{dt} = u(t)$$

b) $u_R(t) = U_R\sqrt{2}\,\sin(2\pi Nt + \varphi_{uR})$. Donc tous les termes de l'équation différentielle sont des fonctions sinusoïdales du temps, de fréquence N. On peut associé alors à chacun d'entre eux un vecteur de Fresnel.

- A $u_R(t)$, on associe $\vec{V_1}(U_R\,;\,\varphi_{uR})$.
- A $\frac{L}{R}\frac{du_R(t)}{dt}$, on associe $\vec{V_2}(\frac{2\pi NL}{R}U_R\,;\,\varphi_{uR} + \frac{\pi}{2})$.
- A $\frac{1}{RC}\int u_R(t)dt$, on associe $\vec{V_3}(\frac{1}{2\pi RCN}U_R\,;\,\varphi_{uR} - \frac{\pi}{2})$.
- A $u(t)$, on associe $\vec{V}(U\,;\,\varphi_u)$. Tel que $\vec{V} = \vec{V_1} + \vec{V_2} + \vec{V_3}$ d'où la construction de Fresnel ci-dessous.



c) D'après le triangle rectangle du diagramme :

$$U^2 = U_R^2 + \left(\frac{2\pi NL}{R}U_R - \frac{1}{2\pi RCN}U_R\right)^2 = U_R^2\left[1+\left(\frac{2\pi NL}{R} - \frac{1}{2\pi RCN}\right)^2\right] \Rightarrow$$

$$\frac{U_R}{U} = \frac{1}{\sqrt{(1+(\dfrac{2\pi NL}{R} - \dfrac{1}{2\pi RCN})^2}} = \frac{R.I}{Z.I} = \frac{R}{Z} = \text{Cos}\,(\varphi_u - \varphi_i)$$: c'est le facteur de puissance du circuit.

d) $N = N_b = N_1 \Rightarrow \varphi_{uR} - \varphi_u = \frac{\pi}{4}\text{rad} \Rightarrow \frac{U_R}{U} = \text{Cos}\,(\frac{\pi}{4}) = 0,707.$

$N = N_h = N_2 \Rightarrow \varphi_{uR} - \varphi_u = -\frac{\pi}{4}\text{rad} \Rightarrow \frac{U_R}{U} = \text{Cos}\,(-\frac{\pi}{4}) = 0,707$

e) Un filtre passe bande est dit sélectif si la largeur de sa bande passante est nettement petite devant sa fréquence propre $N_0 \Rightarrow$ Q est nettement supérieur à 1 $\Rightarrow$ plus que Q est élevé plus que le filtre est sélectif $\Rightarrow$ pour rendre le circuit plus sélectif il faut augmenter la valeur de Q donc il faut diminuer la valeur de R puisque $Q = \frac{1}{2\pi RCN_0}$.

EXERCICE 4 :

I.

1)

a) Il s'agit d'un filtre actif car $G_0 > 0$.

b) La tension u_E (t) peut être amplifiée pour tout $G > 0$.

c) Il s'agit d'un filtre passe-bas car il laisse passer les signaux de basses fréquences.

2)

a) $G_0 = 6$ dB.

b) $N_c = 1050$ Hz pour $G = G_0 - 3$ dB.

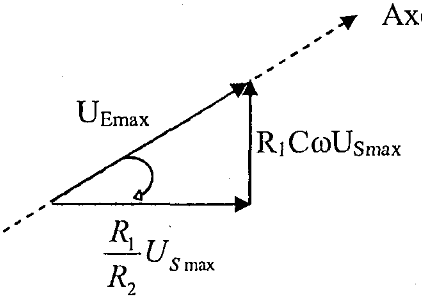
II.

1) On a : $u_E = R_1.i_1$; $u_S = -R_2.i_2$ et $u_S = \frac{q_3}{C} \Rightarrow i_3 = -C\frac{du_S}{dt}$. D'autre part $i_1 = i_2 + i_3$

Ainsi on aura $\frac{1}{R_2}u_S(t) + C\frac{du_S(t)}{dt} = -\frac{u_E(t)}{R_1}$ d'où

$$\frac{R_1}{R_2}u_S(t) + R_1C\frac{du_S(t)}{dt} = -u_E(t).$$

2)



3) $T = \frac{U_{S_{max}}}{U_{E_{max}}}$, d'après la construction de Fresnel on a :

$(\frac{R_1}{R_2}U_{S\max})^2 + (R_1C\omega U_{Smax})^2 = (U_{Emax})^2$ ce qui donne :

$$T = \frac{U_{S_{max}}}{U_{E_{max}}} = \frac{\frac{R_2}{R_1}}{\sqrt{1+(2\pi R_2 C)^2}}$$

4) $G = 20.\log(T) = 20.\log(\frac{R_2}{R_1}) - 10.\log[1 + (2\pi NR_2C)^2]$.

5)

a) $G_{max} = G_0 = 20.\log(\frac{R_2}{R_1})$; A.N : $G_{0.théorique} = 6{,}02$ dB. $\Rightarrow$

$G_{0.théorique} = G_{0.graphique}$

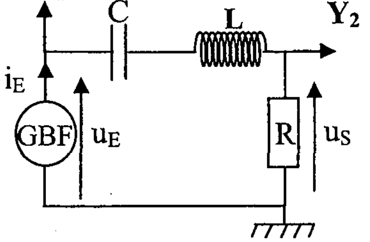
b) $G \geq G_0 - 3$ dB.

c) $10.\log[1 + (2\pi NR_2C)^2] \leq 3$, ce qui donne : $N = N_c = 1065$ Hz.

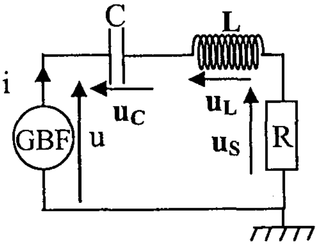
d) Pour $N = N_c$ on a: $G = 3$ dB et $U_{Smax} = 2{,}83$ V ce qui donne $U_S = 2$ V.

EXERCICE 5 :

1)



2) D'après la loi d'additivité des tensions : $u_C + u_L + u_S = u_E$. (1)



- $u_S(t) = R.i(t)) \Rightarrow i = \dfrac{u_S(t)}{R}$
- $u_C = \dfrac{1}{C}\int i(t)dt = \dfrac{1}{RC}\int u_S(t)dt$.
- $u_L(t) = L.\dfrac{di(t)}{dt} = \dfrac{L}{R}\dfrac{du_S(t)}{dt}$.

Par conséquent l'équation (1) s'écrit : $u_S(t) + \dfrac{1}{RC}\int u_S(t)dt + \dfrac{L}{R}\dfrac{du_S(t)}{dt} = u_E(t)$

3)

a) A la résonance d'intensité I_{max} est maximale $\Rightarrow U_{Smax} = U_{Rmax} = R.I_{max}$ est maximale $\Rightarrow (U_{Smax})_0 = 1$ V et $N_0 = 105$ Hz.

Les valeurs calculées : $N_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 104{,}94$ Hz et $U_{Smax} = U_{Emax} = 1$ V

$\Rightarrow$ les valeurs déterminées graphiquement sont égales à celles calculées à partir des données.

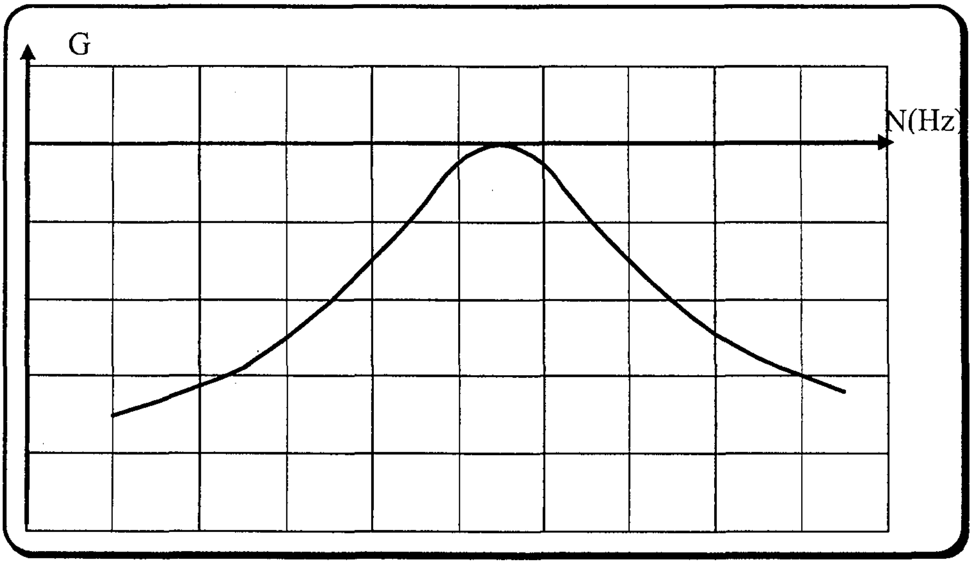
b) Pour $U_{S_{max}} = \dfrac{(U_{S_{max}})_0}{\sqrt{2}} = 0{,}707$ V. On repère sur la courbe $U_{Smax} = f(N)$ les deux points d'ordonnée $U_{Smax} = 0{,}707$V. Puis on projette orthogonalement sur l'axe des fréquences N. On trouve alors $N_b \approx 90$ Hz et $N_h \approx 120$ Hz.

La largeur de bande est : $\Delta N = N_h - N_b = 120 - 90 = 30$ Hz

c) $Q = \dfrac{U_C}{U} = \dfrac{1}{2\pi RCN_0} = \dfrac{1}{2\pi \times 18{,}83 \times 23 \times 10^{-6} \times 105} = 3{,}5$

d) $\dfrac{N_0}{Q} = \dfrac{105}{3{,}5} = 30 \Rightarrow \Delta N = \dfrac{N_0}{Q}$; $Q = \dfrac{1}{2\pi RCN_0} \Rightarrow$ Q diminue mais ΔN augmente lorsqu'on augmente la valeur de R.

4) $U_{Smax} \leq U_{Rmax} \Rightarrow \frac{U_{S_{max}}}{U_{E_{max}}} \leq 1 \Rightarrow \log\left(\frac{U_{S_{max}}}{U_{E_{max}}}\right) \leq 0 \Rightarrow$ le gain est négatif.



EXERCICE 6 : (Documentaire)

1)

- " La fonction la plus typique est la séparation de différents signaux qui utilisent le même canal de transmission".
- " Le filtrage permet aussi d'extraire le signal utile, en éliminant les signaux parasites ou accessoires".

2) Les applications citées dans le texte sont : La téléphonie, la télégraphie, la télévision, la radio, le radar ou le sonar.

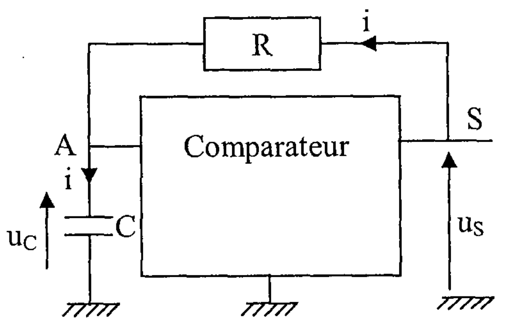
3) " Sans l'utilisation de filtres, un poste radio, par exemple, ne parviendrait pas à capter une émission parmi toutes celles qui occupent les ondes "

4) Les conversations téléphoniques sont séparées à la réception.

Production de signaux non sinusoïdaux

Résumé du cours :

- En électronique il est possible de générer un signal périodique de forme non sinusoïdal (rectangle par exemple) avec un circuit appelé multivibrateur astable ou encore oscillateur de relaxation.
- Un multivibrateur astable est un générateur autonome délivrant un signal périodique non sinusoïdal.
- Un montage de multivibrateur astable est constitué d'un comparateur dont la sortie est rebouclé sur son entrée par un dipôle RC.



- Le signal de sortie u_S bascule périodiquement entre un niveau bas (E_B) et un niveau haut (E_H) dépendent essentiellement de la constante de temps de son dipôle RC, de l'état du signal d'entrée et de la caractéristique de transfert ($u_S = f(u_E)$) de l'élément comparateur.
- Un multivibrateur astable à amplificateur opérationnel ou à inverseur(s) logique(s), est caractérisé par deux niveaux de la tension de sortie, une période et un rapport cyclique.

- La période T d'un multivibrateur astable s'écrit sous la forme : $T = T_1 + T_2$ où T_1 est la durée de son état haut et T_2 la durée de son état bas sur une période.

  ❖ $T_1 = RC.\ell n \frac{U_{iC} - E_H}{U_{HB} - E_H}$. Où ℓn est le logarithme népérien.

  ❖ $T_2 = RC.\ell n \frac{U_{iD} - E_B}{U_{BH} - E_B}$.

  ❖ $T = T_1 + T_2 = RC.\ell n (\frac{U_{iC} - E_H}{U_{HB} - E_H} . \frac{U_{iD} - E_B}{U_{BH} - E_B})$

  U_{iC} et U_{iD} sont les tensions initiales aux bornes du condensateur respectivement pendant la charge et pendant la décharge (on prend $U_{iC} = U_{BH}$ et $U_{iD} = U_{HB}$).

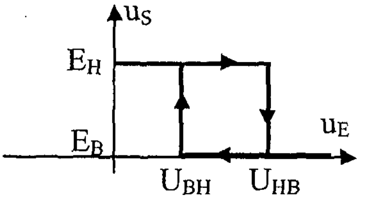
  Si le comparateur est à base d'amplificateur opérationnel alors $E_H = U_{sat}$ et $E_B = - U_{sat}$.

  Si le comparateur est à base de porte logique alors $E_H = U_{DD}$ et $E_B = 0$.

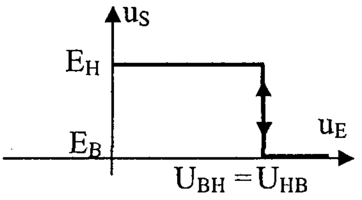
- Le rapport cyclique d'un multivibrateur astable est le rapport entre la durée T_1 de son état haut est sa période T : $\delta = \frac{T_1}{T}$

- On distingue deux types de caractéristiques de transfert pour l'élément comparateur.

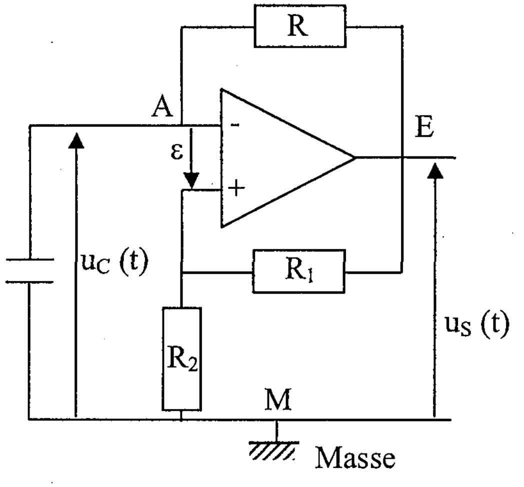
  ❖ Caractéristique de transfert avec hystérésis (trigger) :



❖ Caractéristique de transfert sans hystérésis :

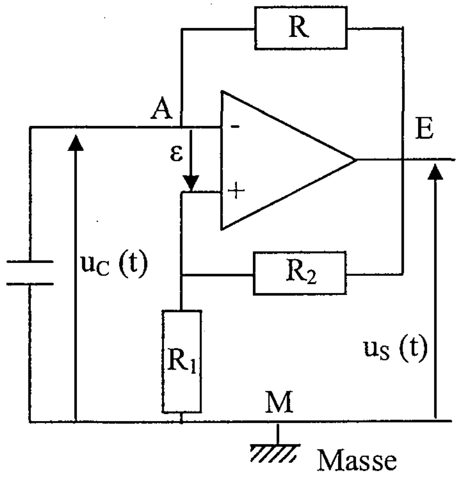


- La période T d'un multivibrateur astable à amplificateur opérationnel s'exprime par : $T = 2RC.\ell n\left(1+\frac{2R_1}{R_2}\right)$



Exercices

EXERCICE 1 Bac Tunisien (2009)



A l'aide d'un amplificateur opérationnel, dont la sortie est rebouclée sur l'entrée par un dipôle RC, on réalise un multivibrateur astable schématisé par la figure suivante :

1) En appliquant la loi des mailles :
   a) Etablir la relation entre les tensions $u_c(t)$ aux bornes du condensateur, $u_{R1}(t)$ aux bornes de résistance R_1 et la tension différentielle ε.
   b) Exprimer u_{R1} (t) en fonction de R_1, R_2 et u_S (t) ;
   c) Déduire la relation : $\varepsilon = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} u_S(t) - u_C(t)$.

2) En régime saturé la tension de sortie $u_S(t) = U_{sat}$ pour $\varepsilon > 0$ et $u_S(t) = -U_{sat}$ pour $\varepsilon < 0$. Montrer que les expressions des seuils de basculement U_{HB} et U_{BH} du multivibrateur considéré sont respectivement : $U_{HB} = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat}$ et

$U_{BH} = -\dfrac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat}$, avec U_{sat} la tension de saturation de l'amplificateur opérationnel.

3) Sachant que le condensateur de capacité C, chargé initialement sous une tension U_i qui croit au cours du temps en visant une tension U_f, atteindra une tension de valeur U_0 au bout d'une durée Δt donnée par la relation :

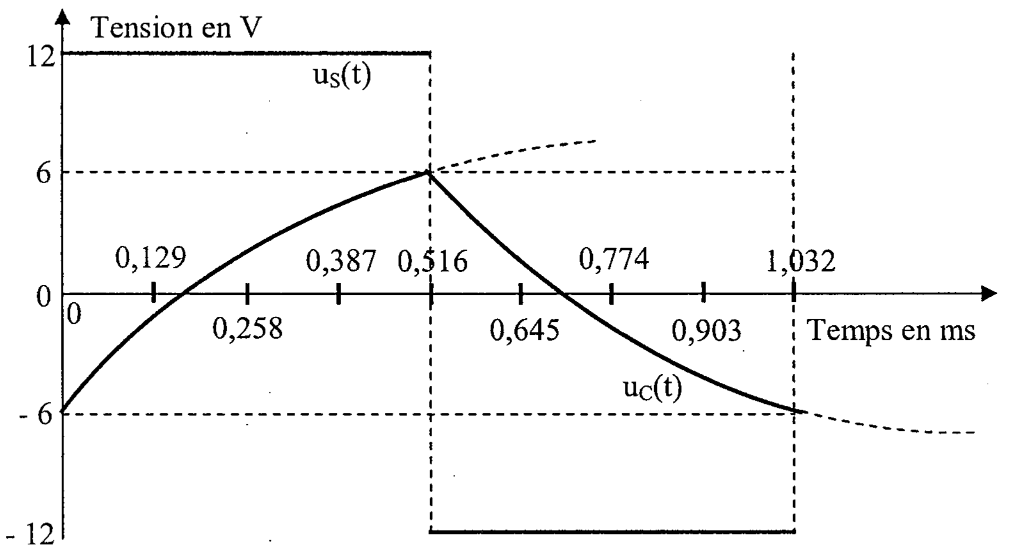
$$\Delta t = RC.\ell n \frac{U_f - U_i}{U_f - U_0},$$

a) Exprimer, en fonction de C, R, R_1 et R_2 les durées T_1 et T_2 correspondant respectivement aux états haut et bas du multivibrateur.

b) En déduire le rapport cyclique δ du multivibrateur.

4) Dans un tel montage, quel est le composant électrique qui peut remplacer l'amplificateur opérationnel ?

5) On se propose de déterminer expérimentalement les valeurs des résistances R_1, R_2 et de la capacité C du condensateur. Pour cela et à l'aide d'un système d'acquisition approprié, on obtient les courbes de la figure ci-dessous traduisant l'évolution au cours du temps des tensions u_C (t) et u_S (t) du multivibrateur considéré.



Déterminer graphiquement les valeurs :

a) E_H de l'état haut et E_B de l'état bas de la tension de sortie du multivibrateur.

b) Des seuils de basculement U_{HB} et U_{BH} du multivibrateur et en déduire la valeur de la résistance R_2. On donne $R_1 = 10\ k\Omega$.

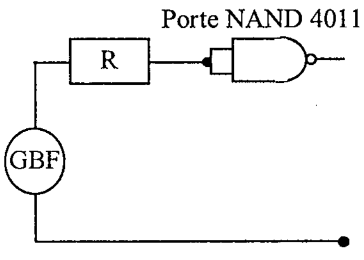
c) Des durées T_1 et T_2 correspondant respectivement aux états haut et bas du multivibrateur.

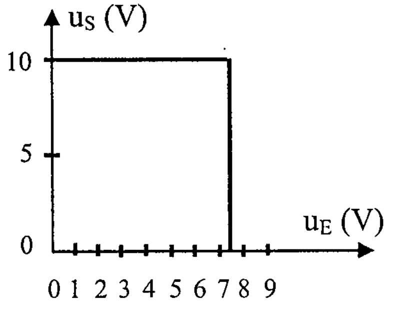
d) En déduire la valeur de la capacité C du condensateur.

On donne $R = 4{,}7 k\Omega$.

EXERCICE 2 :

1) On donne la caractéristique de transfert d'une porte logique NAND dont ses deux entrées sont shuntées. Le signal d'alimentation est triangulaire.



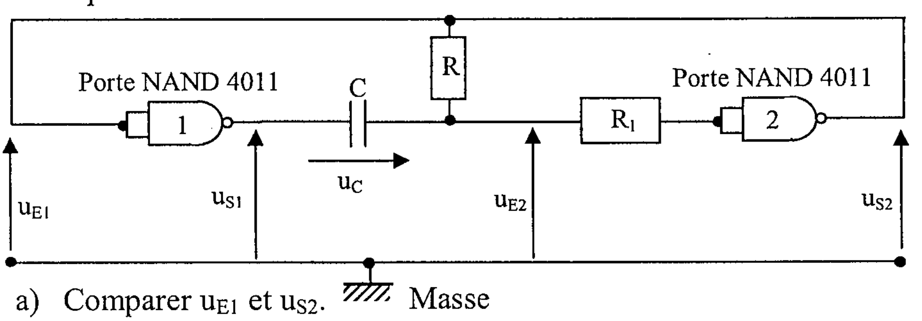


Déduire de la caractéristique :

a) L'amplitude maximale du signal d'alimentation.

b) Les tensions de basculement U_{BH} et U_{HB}.

2) On réalise le montage du multivibrateur, utilisant deux portes logiques identiques :



a) Comparer u_{E1} et u_{S2}.

b) On suppose que :

- A l'instant initiale $u_{S2} = U_{DD}$ et $u_{S1} = 0$ V.

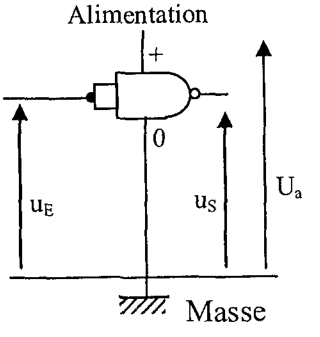
- Juste à l'instant de commutation (proche de l'instant initial) $u_{S1} = U_{DD}$ et $u_{E2} = U_{BH}$.

Etablir l'expression de la période T et du rappert cyclique $\delta = \dfrac{T_1}{T}$ en fonction de : R, C, U_{DD} et $U = U_{BH} = U_{HB}$.

Que deviennent ses expressions si $U = \dfrac{U_{DD}}{2}$?

<u>EXERCICE 3</u> : Bac Français

1) Une porte logique NON est schématisée comme sur la figure suivante :



Les bornes 0 et + sont reliées respectivement à la masse et au pôle positif d'un générateur de f.é.m. $E = U_a = 8$ V. Tracer l'allure de la caractéristique de transfert de cette porte : $u_S = f(u_E)$ sachant que la tension de basculement est $U_r = \dfrac{U_a}{2}$. Qu'appelle-t-on, pour une porte logique, état haut et état bas ?

2) Un multivibrateur astable est schématisé sur la figure 1. Il comporte deux portes logiques NON identiques à celle décrite à la première question, un condensateur de capacité C et un conducteur ohmique de résistance R. Les alimentations des portes logiques ne sont pas représentées ($U_a = 8$ V).

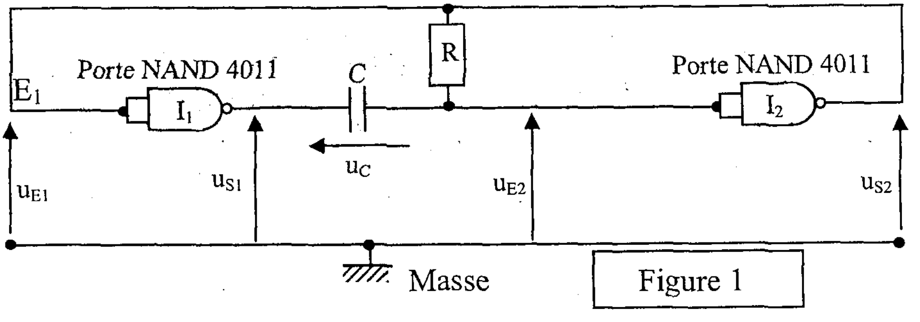


Figure 1

Monter que les portes I_1 et I_2 sont toujours dans des états contraires.

3) A l'instant choisi comme origine des dates le condensateur n'est pas chargé et $U_{E2} = U_a = 8$ V. Les graphes des fonctions u_E (t) et u_S (t) sont représentés sur la figure 2.

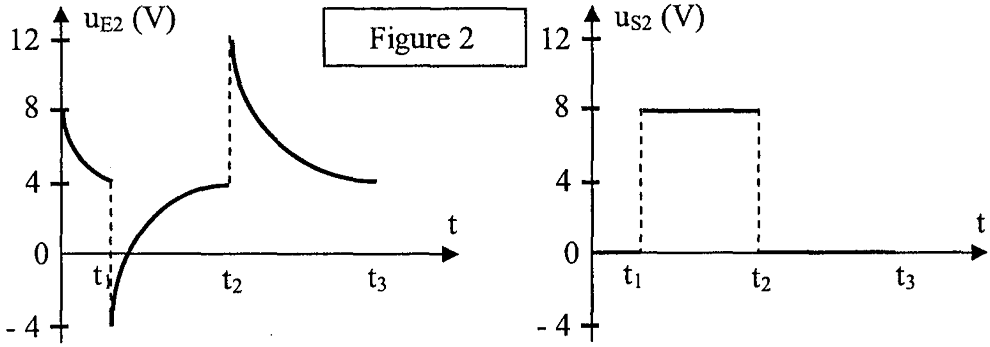
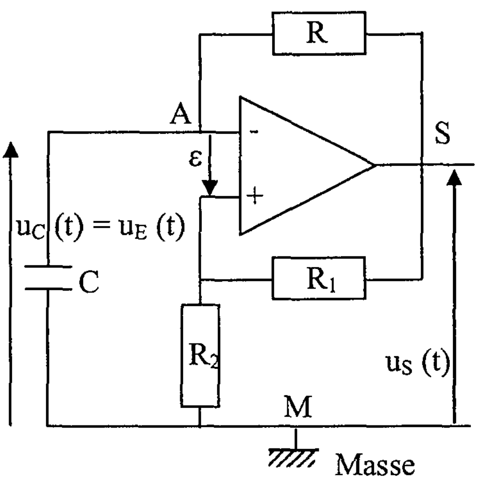


Figure 2

Interpréter ces graphes sur chacun des intervalles de temps mis en évidence.

4) Montrer que le fonctionnement est périodique. Exprimer la période en fonction de t_1, t_2 et t_3. De quels facteurs la période dépend-elle ? indiquer sans justification comment choisir les éléments du circuit pour doubler la période.

EXERCICE 4 :



A l'aide d'un dipôle RC et d'un comparateur utilisant un amplificateur opérationnel supposé idéal et polarisé en ± 15V, on réalise le montage suivant :

On prendra $R_1 = R_2 = R$

1)

a) En appliquant la loi des mailles et la loi des nœuds ; montrer que ε s'écrit sous la forme : $\varepsilon = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2}.u_S - u_E$.

b) Déduire que les deux seuils de basculement du comparateur sont :

$U_{HB} = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2}.U_{Sat}$ et $U_{BH} = -\dfrac{R_2}{R_1 + R_2}.U_{Sat}$

Donner leurs valeurs numériques.

Tracer la caractéristique de transfert ($u_S = f(u_E)$) du comparateur.

2) A l'instant t = 0, le condensateur est initialement chargé sous une tension $U_i = U_{BH}$ et que la tension u_S passe de son niveau bas ($-U_{sat}$) à son niveau haut (U_{sat}).

a) Etablir l'équation différentielle : $RC.\dfrac{du_C}{dt} + u_C = u_S$ (1)

b) La solution de l'équation différentielle (1) peut se mettre sous la forme :

$u_C(t) = \alpha \,.\, e^{-\frac{t}{RC}} + \beta$

Vérifier qu'au cours de charge $\alpha = U_{BH} - U_{sat}$ et $\beta = U_{sat}$.

c) Vérifier qu'au cours de décharge : $u_C(t) = -U_{sat} + (U_{HB} + U_{sat}).\,e^{-\frac{t}{RC}}$ est une solution de l'équation différentielle (1).

d) Déterminer l'expression de la durée T_H de l'état haut du multivibrateur en fonction de R et C.

e) Etablir l'expression de la durée T_B de l'état bas en fonction de R et C.

f) Déduire l'expression de la période T et celle du rapport cyclique δ du multivibrateur.

3) Sachant que T = 6 ms et R = 2 KΩ, calculer la valeur de la capacité C du condensateur.

EXERCICE 5 : (Documentaire)

Un oscillateur de relaxation est construit à partir d'un élément pouvant accumuler de l'énergie. Pendant la première partie de la période, il accumule. Dans la seconde, il restitue au reste du circuit. La fréquence des oscillations va dépendre du débit de l'élément d'accumulation. L'amplitude de ces dernières va dépendre des caractéristiques de l'élément d'accumulation...

Ce type d'oscillateur se rencontre dans différents domaines de la physique.

On peut citer par exemple :

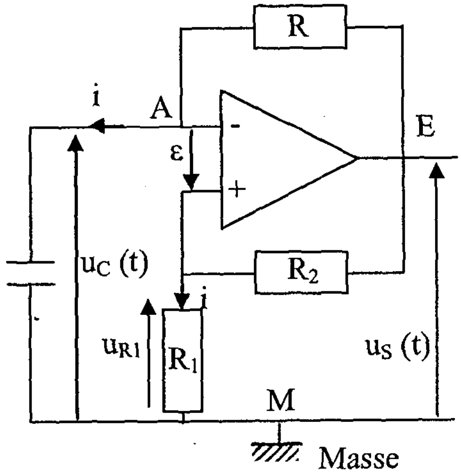
Les différents montages électroniques permettant d'obtenir des oscillations de relaxation à partir d'une capacité. Ces systèmes permettent notamment de réaliser des générateurs de signaux. Leur principal inconvénient vient de leur fréquence d'oscillation qui n'est pas très stable (c'est pourquoi on leur préfère souvent les oscillateurs à quartz). (Encarta).

Questions :

1) Qu'est-ce qu'un oscillateur de relaxation, d'après le texte ?
2) De quoi dépend la fréquence des oscillations d'un oscillateur de relaxation ?
3) Le texte a cité un inconvénient des oscillateurs de relaxation. Lequel ?
4) Quel est le dipôle que renferme un oscillateur de relaxation et qui est cité dans le texte ?

Correction :

EXERCICE 1 :



1)

a) $u_C = u_{R1} - \varepsilon.$

b) $u_S = (R_1 + R_2).i$ et ce qui donne :

$$u_{R1} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u_S$$

c) $\varepsilon = u_{R_1} - u_C = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u_S - u_C.$

2) Pour $\varepsilon > 0 \Rightarrow \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat} - u_c > 0,$

par la suite $u_C < \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat}$; donc $u_c < U_{HB}$ avec $U_{HB} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat}$.

Pour $\varepsilon < 0 \Rightarrow \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat} - u_C < 0$, par la suite $u_C > -\frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat}$. Donc

$u_C > U_{BH}$ avec $U_{BH} = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat}$.

3)

a) T_1 correspondand à l'état haut.

$T_1 = R.C.\ell n\left(\frac{U_{sat} - U_{BH}}{U_{sat} - U_{HB}}\right)$, en expriment U_{BH} et U_{HB} en fonction de R_1 et R_2

on aurait : $T_1 = R.C.\ell n\left(1 + \frac{2R_1}{R_2}\right)$; T_2 correspondant à l'état bas.

$T_2 = R.C.\ell n\left(\frac{-U_{sat} - U_{HB}}{-U_{sat} - U_{BH}}\right)$, en expriment U_{BH} et U_{HB} en fonction de R_1 et

R_2 on aurait : $T_2 = R.C.\ell n\left(1 + \frac{2R_1}{R_2}\right)$

b) Le rapport cyclique $\delta = \frac{T_1}{T} = \frac{T_1}{2T_1} = 0,5$.

4) On peut remplaçer l'A.O.P. par une porte logique (Nand par exemple).

5)

a) $E_H = U_{sat} = 12V$, et $E_B = -U_{sat} = -12V$.

b) $U_{HB} = 6V$ et $U_{BH} = -6V$; $R_2 = R_1\left(\frac{U_{sat}}{U_{HB}} - 1\right)$; $R_2 = 10k\Omega$;

c) $T_1 = 0,516$ ms et $T_2 = 0,516$ ms.

d) $T_1 = R.C.\ell n\left(1 + \frac{2R_1}{R_2}\right) = R.C.\ell n(3)$, car $R_2 = R_1$. ce qui donne :

$$C = \frac{T_1}{R.\ell n(3)} = \frac{0,516.10^{-3}}{4,7.10^3 \times \ell n3} = 10^{-7}F = 100nF$$

EXERCICE 2 :

1)

- L'amplitude de la tension d'alimentation est égale à $E_H = 10$ V.
- C'est la caractéristique de transfert d'une porte logique sans hystérésis donc $U_{BH} = U_{HB} = 7,3$ V.

2)

a) L'entrée de la porte 1 et la sortie de la porte 2 sont reliées donc $u_{E1} = u_{S2}$.

b) D'après la loi des mailles $u_{S1} + u_C - u_{E2} = 0 \Rightarrow u_C = u_{E2} - u_{S1} \Rightarrow$ $u_C = U_{BH} - U_{DD}$. Durant la phase qui suit, le condensateur se charge avec une tension qui part de $U_{BH} - U_{DD}$ en visant U_{DD}. Cet état dure jusqu'à ce que la tension u_{E2} en entrée de la porte 2 atteigne U_{HB} ; u_C vaut alors U_{HB} et la tension u_{S2} passe à $E_B = 0$ V. Dans cette phase de charge, on écrit :

$$\Delta t = T_1 = RC.\ell n\frac{U_{iC} - E_H}{U_{HB} - E_H} = RC.\ell n\frac{(U_{BH} - U_{DD}) - U_{DD}}{U_{HB} - U_{DD}} = RC.\ell n\frac{U_{BH} - 2U_{DD}}{U_{HB} - U_{DD}}$$

Alors : $u_{S2} = 0$ V et $u_{S1} = E$. La tension $u_{E2} = u_C + u_{S1}$ passe alors brusquement à $U_{HB} + U_{DD}$. Le condensateur se charge à travers R. Lorsque u_{E2} arrive à U_{BH}, la porte 2 bascule et u_{S2} prend U_{DD}.
On repasse alors par l'état initial et ainsi de suite… Pendant cette phase de décharge, on peut écrire : $\Delta t = T_2 = RC.\ell n\frac{U_{iD} - E_B}{U_{BH} - E_D} = RC.\ell n\frac{U_{HB} + U_{DD}}{U_{BH}}$.

On obtient finalement : $T = RC.\ell n\frac{U_{BH} - 2U_{DD}}{U_{HB} - U_{DD}}.\frac{U_{HB} + U_{DD}}{U_{BH}}$ et

$$\delta = \frac{\ell n\frac{U_{BH} - 2U_{DD}}{U_{HB} - U_{DD}}}{\ell n\frac{U_{BH} - 2U_{DD}}{U_{HB} - U_{DD}}.\frac{U_{HB} + U_{DD}}{U_{BH}}}.$$

La porte inverseuse est sans hystérésis donc $U_{BH} = U_{HB} = U \quad \Rightarrow$

$$T = RC.\ell n\frac{U-2U_{DD}}{U-U_{DD}}.\frac{U+U_{DD}}{U} \text{ et } \delta = \frac{\ell n\dfrac{U-2U_{DD}}{U-U_{DD}}}{\ell n\dfrac{U-2U_{DD}}{U-U_{DD}}.\dfrac{U+U_{DD}}{U}}$$

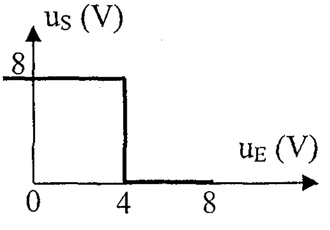
Si $U = \frac{U_{DD}}{2}$ alors T = RC.ℓn (9) = 2,2 RC et δ = 0,5

EXERCICE 3 :

1) Pour la porte logique étudiée : $U_r = \frac{U_a}{2}$: soit U_r = 4 V. nous savons que, pour une porte logique NON :

- Lorsque $u_E < U_r$ (u_E < 4 V) : $u_S = U_a$, soit u_S = 8V. la porte est alors à l'état haut.
- Lorsque $u_E > U_r$ (u_E > 4V) : u_S = 0 et la porte est dans l'état bas.

  La caractéristique de transfert est alors schématisée sur la figure suivante :



2) Chacune des porte logiques I_1 et I_2 a une caractéristique de transfert identique à celle de la figure précédente. Remarquons, en premier lieu, que nous avons constamment : $u_E = u_{S2}$.

- Lorsque la porte I_2 est dans l'état haut : $u_{S_2} = +8V$ et donc $u_{E_1} = +8V$.

  La caractéristique de transfert de I_1 nous indique que : $u_{S_1} = 0$ et cette porte est dans l'état bas.

- Lorsque la porte I_2 est dans l'état bas : $u_{S_2} = 0$ et donc $u_{E_1} = 0$. D'après le caractéristique de I_1 : $u_{S_1} = +8V$ et cette porte est dans l'état haut.

  De cette étude, nous concluons donc que I_1 et I_2 sont toujours dans des états contraires.

3) Remarque préalable : à chaque instant, nous avons : $u_{S_1} = u_C + u_{AM}$ et $u_{AM} = u_{E_2}$. Donc : $u_{E_2} = u_{S_1} - u_C$ (1).

- (I) Dans l'état initial, $u_{E_2} = +8V$ et $u_C = 0$ puisque le condensateur est déchargé. I_2 est dans l'état bas et donc I_1 est dans l'état haut : $u_{S2} = 0$; $u_{E_1} = 0$; $u_{S_1} = +8V$. Le circuit est alors équivalent à celui schématisé sur la figure 2 ou les conventions sont définies. Le condensateur se charge à travers le condensateur ohmique de résistance R.
- (II) Tant que le condensateur se charge, q et u_C sont des fonctions croissantes du temps et (1) s'écrit : $u_{E_2} = 8 - u_c$. En conséquence, u_{E_2} est une fonction décroissante du temps. Par ailleurs, pendant cette phase, et tant que $u_{E_2} > 4V : u_{S_2} = 0$.
- (III) la phase (II) dure jusqu'à ce que u_{E_2} passe, en décroissant, par la valeur $U_r = 4V$ de la tension de basculement. Sur le graphe de u_{E_2}, nous constatons que cela se produit à la date t_1.

  A la date t_1, la porte I_2 bascule donc de l'état bas à l'état haut et la porte I_1 bascule de l'état haut à l'état bas. A cette date $u_C = +4V$. Juste après le basculement (mais $t = t_1$), nous avons donc : $u_{S_2} = +8V$; $u_{E_2} = +8V$; $u_{S_1} = 0$.

  De plus, puisque u_C est une fonction continue de t, en t_1, $u_C = +4V$. Mais alors, d'après (1), juste après le basculement :

  $u_{E_2} = 0 - 4 = -4V$. Lors du changement de l'état de I_2, u_{E_2} passe donc, brutalement de + 4V à - 4V (discontinuité).

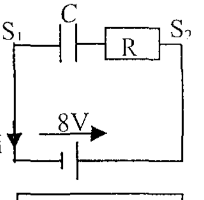


Figure 3

- (IV) Pour $t > t_1$, et jusqu'à ce que I_2 bascule à nouveau, le circuit est équivalent à celui schématisé sur la figure 3.

Le condensateur, initialement chargé, se décharge puis se recharge en sens contraire à travers R. Pendant cette phase, q et u_C sont des fonctions décroissantes du temps. puisque $u_{S_1} = 0$, d'après (1) : $u_{E_2} = -u_C$.

Pendant cette phase, u_{E_2} est donc une fonction croissante du temps et, tant que I_2 n'a pas à nouveau basculé, $u_{S_2} = +8V$.

- (V) ,*la phase (IV) dure jusqu'à ce que* u_{E_2} reprenne, mais en croissant, la valeur $U_r = +4V$ de la tension de basculement. Ce changement d'état de I_2 se produit à la date t_2. juste avant t_2 : $u_C = -4V$ et $u_{E_2} = +4V$.

  A $t = t_2$, I_2 bascule de l'état haut à l'état bas et I_1 de l'tat bas à l'état haut. Ainsi, juste après t_2 : $u_C = -4V$; $u_{S_2} = 0$; $u_{E_1} = 0$; $u_{S_1} = +8V$.

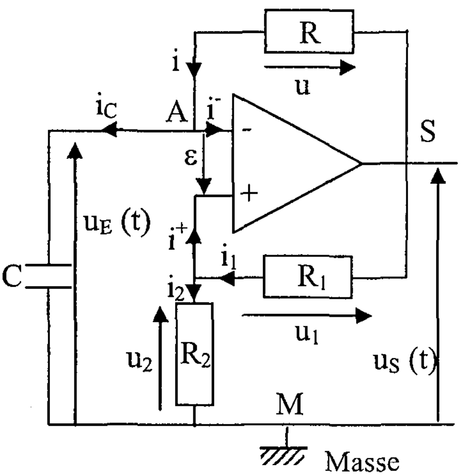
- (VI) le dispositif se retrouve donc dans la situation décrite au (II), au début de cette phase, $u_C = -4V$ et non plus 0 et que, par conséquent : $u_{E_2} = 8 - (-4)$; soit 12 V. Le condensateur va alors se décharger puis se charger, à travers R, dans le même sens qu'au (II). Cette phase dure jusqu'à la date à laquelle u_{E_2} reprend, en décroissant, la valeur $U_r = +4$ V. I_2 et I_1 basculent à nouveau (cf. III) et la phase (IV) reprend. En résumé :
  - Pour $t \in [0, t_1[$: I_2 est dans l'état haut, I_1 est dans l'état bas, u_{E_2} est une fonction décroissante du temps et $u_{S_2} = C^{te} = 0V$.
  - Pour $t = t_1$: I_2 e I_1 basculent (en sens contraires).
  - Pour $t \in]t_1, t_2[$: I_2 est dans l'état bas, I_1 est dans l'état haut, u_{E_2} est une fonction croissante du temps et $u_{S_2} = C^{te} = +8V$.
  - Pour $t_1 = t_2$: I_2 et I_1 basculent à nouveau.
  - Pour $t \in]t_2, t_3[$: c'est, aux conditions <<initiales>> près, la même chose que pour $t \in [0, t_1[$.

4) L'étude menée au 3) nous montre bien que, à partir de t = t_1, le fonctionnement du dispositif est périodique, de période : $T = t_3 - t_1 = (t_3 - t_2) + (t_2 - t_1)$. Ce fonctionnement peut schématiser comme une succession de phases (II) (ou (VI)) et (IV) <<séparées>> par les basculements des portes logiques décrits au (III) et au (V). Seule la situation (I) ne se produit plus. Puisque $U_r = \frac{U_a}{2}$, les durée $t_2 - t_1$ et $t_3 - t_2$ des phases (II) et (VI) sont égales. D'où : $T = 2(t_2 - t_1)$.
Nous savons que la période du multivibrateur astable étudié est proportionnelle à la constante de temps $\tau = RC$ du circuit. Pour doubler T, il faut alors doubler τ. Nous prouvons ainsi, au choix :

- Doubler R en conservant la même valeur de C ;
- Doubler C en gardant la même valeur de R .

EXERCICE 4 :

1)

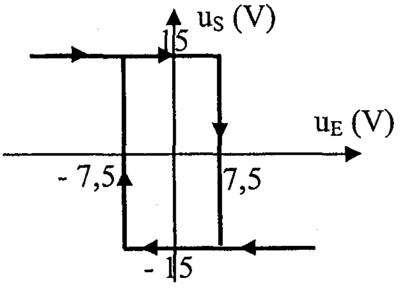


a) D'après la loi des nœuds $i_1 = i_2 + i^+$ or l'amplificateur opérationnel est supposé idéal donc $i^+ = 0$ et par suite $i_1 = i_2$. D'après la loi des mailles :
Maille : MR_2R_1SM : $u_2 + u_1 - u_S = 0$
$\Rightarrow R_1.i_1 + R_2.i_2 = u_S \Rightarrow$
$(R_1 + R_2).i_2 = u_S \Rightarrow i_2 = \frac{u_S}{R_1 + R_2}$.
Maille : $MCAR_2M$: $u_E + \varepsilon - u_2 = 0$
$\Rightarrow \varepsilon = u_2 - u_E = R_2.i_2 - u_E$
et enfin on remplace dans cette expression i_2 *par* $\frac{u_S}{R_1 + R_2}$ on obtient : $\varepsilon = \frac{R_2}{R_1 + R_2}.u_S - u_E$ (1)

b) Pour $\varepsilon = 0^+$, on a : $u_S = U_{Sat}$ et $u_E = U_{HB}$ qu'on remplace dans l'équation (1), on obtient alors : $0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2}.U_{Sat} - U_{HB} \Rightarrow U_{HB} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}.U_{Sat}$
Pour $\varepsilon = 0^-$, on a : $u_S = - U_{Sat}$ et $u_E = U_{BH}$ qu'on remplace dans l'équation

(1), on obtient alors : $0 = -\dfrac{R_2}{R_1+R_2}.U_{Sat}$ - $U_{BH} \Rightarrow U_{BH} = -\dfrac{R_2}{R_1+R_2}.U_{Sat}$

$R_1 = R_2 = R \Rightarrow U_{HB} = \dfrac{U_{Sat}}{2} = \dfrac{15}{2} = 7{,}5\ V$ et $U_{BH} = -\dfrac{U_{Sat}}{2} = -\dfrac{15}{2} = -7{,}5\ V$



2)

a) D'après la loi des nœuds : nœud A : $i = i_C + i^-$ or l'amplificateur opérationnel est supposé idéal donc $i^- = 0$ et par suite $i = i_C = C.\dfrac{du_C}{dt}$

D'après la loi des mailles : Maille : MCARSM : $u_C + u - u_S = 0 \Rightarrow$

$u_C + R.i = u_S \quad \Rightarrow \quad RC.\dfrac{du_C}{dt} + u_C = u_S$

b) Au cours de la charge :

- $t = 0$; $u_C = U_i = \alpha.e^{-\frac{0}{RC}} + \beta = U_{BH} \Rightarrow \alpha + \beta = U_{BH}$
- $t \to +\infty$; $u_C \to E_H = U_{Sat} \Rightarrow \alpha.e^{-\frac{\infty}{RC}} + \beta = U_{Sat} \Rightarrow \beta = U_{Sat} \quad \Rightarrow$
  $\alpha = U_{BH} - \beta \Rightarrow \alpha = U_{BH} - U_{sat}$

c) On remplace la solution proposée dans l'équation différentielle :

$(-U_{sat} + (U_{HB} + U_{sat}).\ e^{-\frac{t}{RC}}) + RC.\ (-\dfrac{1}{RC}.(U_{HB} + U_{sat}).\ e^{-\frac{t}{RC}}) = -U_{Sat}$

or pendant la décharge $u_S = -U_{Sat} \Rightarrow -U_{sat} + (U_{HB} + U_{sat}).\ e^{-\frac{t}{RC}}$ est une solution de l'équation différentielle (1).

d) $T_H = RC.\ell n\dfrac{U_{iC} - E_H}{U_{HB} - E_H} = RC.\ell n\dfrac{U_{BH} - U_{Sat}}{U_{HB} - U_{Sat}} = RC.\ell n\dfrac{-7{,}5-15}{7{,}5-15} \Rightarrow$

$T_H = RC.\ell n(3)$.

e) $T_B = RC.\ell n\dfrac{U_{iD} - E_B}{U_{BH} - E_B} = RC.\ell n\dfrac{U_{HB} + U_{Sat}}{U_{BH} + U_{Sat}} = RC.\ell n\dfrac{7{,}5 + 15}{-7{,}5 + 15} \Rightarrow$

$T_B = RC.\ell n(3)$.

f) $T = T_H + T_B = 2RC.\ell n(3)$; $\delta = \dfrac{T_H}{T} = \dfrac{RC.\ell n(3)}{2RC.\ell n(3)} = 0{,}5$

3) $2RC.\ell n(3) = 6.10^{-3}\ \text{s} \Rightarrow C = \dfrac{6.10^{-3}}{2R.\ell n(3)} = \dfrac{6.10^{-3}}{2 \times 2.10^{3}.\ell n(3)} = 1{,}36.10^{-6}\ \text{F}$.

EXERCICE 5 :

1) Un oscillateur de relaxation est construit à partir d'un élément pouvant accumuler de l'énergie.
2) La fréquence des oscillations d'un oscillateur de relaxation dépend du débit de l'élément d'accumulation.
3) Leur principal inconvénient vient de leur fréquence d'oscillation qui n'est pas très stable.
4) Les différents montages électroniques permettant d'obtenir des oscillations de relaxation à partir d'une capacité. Donc le dipôle est un condensateur.

La conversion des signaux

Résumé du cours :

I. Signal analogique et signal numérique.

1) Signal analogique.

- Un signal analogique est celui dont la valeur varie dans le temps de façon continu. Exemples : *température, pression, vitesse …*
- Un signal analogique est très sensible à l'environnement. Sa dégradation est facile mais la correction de cette dégradation très difficile.
- Un signal analogique est difficile à mémoriser ou à traiter mathématiquement.

2) Signal numérique.

- Un signal est numérique lorsqu'il est défini comme une suite de valeurs numériques représentées par un nombre ou un mot binaire [N] à n bits.
- Un signal numérique prend seulement deux états : état haut et état bas.
- Un signal numérique est insensible au bruit.
- Un signal numérique peut être mémorisé ou traité mathématiquement.

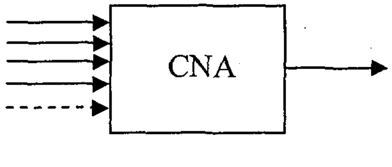
II. Convertisseur numérique – analogique : CNA

1) Définition

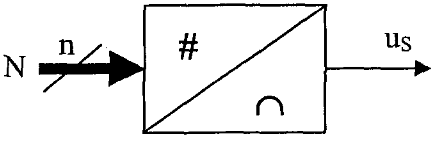
C'est un montage électronique transformant une information numérique en un signal analogique (tension ou courant) proportionnel à la valeur décimale du nombre binaire converti.

2) Schéma et symbole

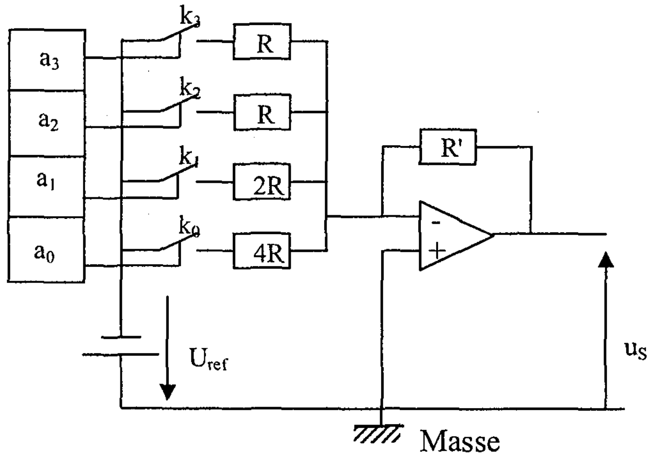
Schéma



Symbole



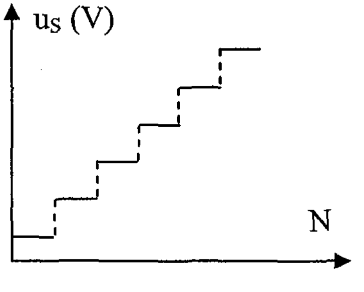
Pour un CNA à résistances pondérées (R, 2R, 4R, …)



$$u_S = \frac{R'.U_{réf}}{8R}.(2^3.a_3 + 2^2.a_2 + 2^1.a_1 + 2^0.a_0) = \frac{R'.U_{réf}}{8R}.N = \text{K.N}$$

3) Caractéristiques du CNA.

- La pleine échelle : PE = U_{Smax} = K.N_{max} = K. $(2^n - 1)$; n est le nombre de bits.
- Le quantum : $q = \dfrac{PE}{N_{max}} = \dfrac{U_{S\max}}{2^n - 1}$
- La résolution : $r = \dfrac{1}{2^n}$
- La caractéristique de transfert : $u_S = f(N)$



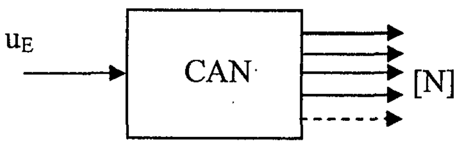
III. Convertisseur analogique – numérique : CAN

1) Définition

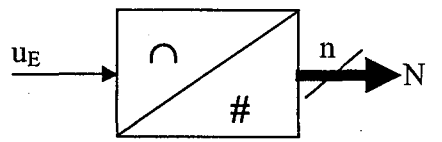
C'est un montage électronique transformant un signal analogique (une tension u_E) appliquée à son entrée en un nombre binaire [N] de sortie proportionnel à cette grandeur : $N = K.u_E$ (K en V^{-1}).

2) Schéma et symbole

Schéma



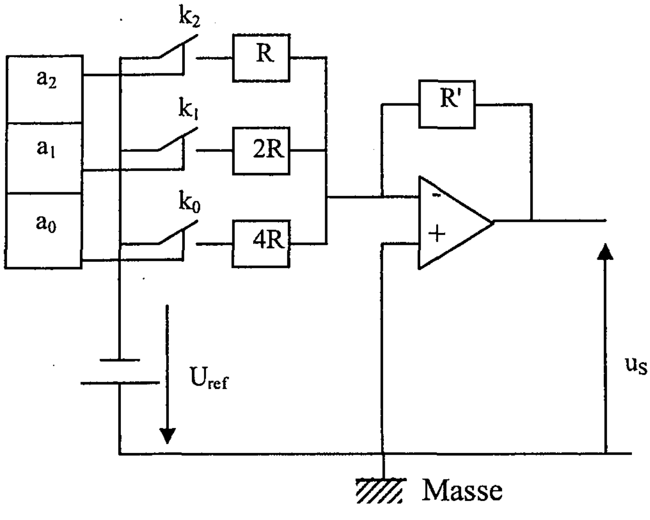
Symbole



Exercices

EXERCICE 1

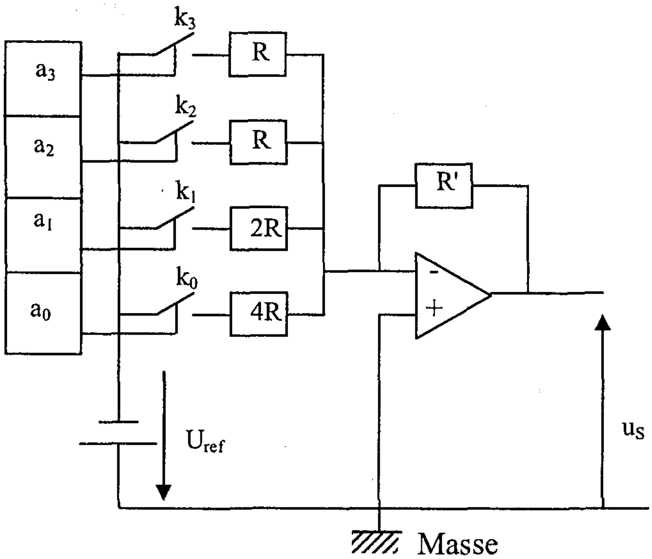
On considère le convertisseur numérique C.N.A à 3 bits, utilisant des résistances pondérées. L'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire, il est supposé parfait est polarisé $\pm V_{cc}$, avec $V_{cc} = 12$ V , $U_{ref} = 4$ V et R = R'.
Les interrupteurs k_j sont commandés par un circuit logique tel que j = 0, 1 et 2
Pour $a_j = 1$, on a k_j fermé, alors que pour $a_j = 0$, on a k_j ouvert.



1) Quel est le rôle du C.N.A ?
2) Représenter le symbole du C.N.A
3) Etablir l'expression de l'intensité i_2 du courant qui circule le résistor R en fonction de a_2, U_{ref} et R.
4) Exprimer l'intensité du courant i' qui traverse le résistor R' en fonction de a_j, U_{ref} et R.
5) Exprimer u_s en fonction de a_j, U_{ref} ,R et R' et montrer que u_s = K.N.
6) En déduire le quantum q et la pleine échelle P.E du C.N.A.

EXERCICE 2 :

On considère le convertisseur numérique analogique (C.N.A.) à quatre bits et à réseau de résistances. Pondérées de $\frac{R}{8}$ à R, comme le montre la figure 3.



L'amplificateur opérationnel, supposé idéal, fonctionne en régime linéaire et polarisé ±12 V.

La tension de référence $U_{réf}$ fixe le potentiel d'entrée.

Les variable logiques a_j (de a_3 à a_0) commandent les interrupteurs K_j associés aux résistances pondérées de $\frac{R}{8}$ à R et peuvent prendre les valeurs suivantes :

- Pour $a_j = 1$, l'interrupteur K_j est fermé.
- Pour $a_j = 0$, l'interrupteur K_j est ouvert.

1) Définir un convertisseur numérique analogique et donner son symbole.
2) Le mot binaire d'entrée de ce convertisseur est $[N] = [a_3a_2a_1a_0]$. Ecrire l'équivalent décimal N associé à ce mot binaire.
3) On s'intéresse au cas où : $a = a_1 = a_2 = 0$.

a) Pour $a_3 = 0$, quelle est la valeur de l'intensité I_3 du courant qui traverse le résistor R_3 ?

b) Pour $a_3 = 1$, exprimer en fonction de $U_{réf}$ et R, l'intensité I_3 du courant qui traverse le résistor R_3 ?

c) En déduire que $I_3 = \frac{-2^3 a_3 U_{réf}}{R}$.

4) Déduire que l'intensité I_j du courant traversant le résistor R_j est :

$$I_j = \frac{-2^j a_j U_{réf}}{R}.$$

5) On s'intéresse au cas où tous les interrupteurs sont fermés.

a) Etablir en fonction de a_0, a_1, a_2, a_3, $U_{réf}$ et R, l'expression de l'intensité i du courant qui traverse le résistor R'

b) Montrer que le signal analogique de sortie u_s s'écrit sous la forme $u_s = k\,N$ ou K est une constante que l'on exprimera en fonction de R', R et $U_{réf}$

c) Préciser que le montage ainsi réalisé continue un C.N.A.

6)

a) Calculer la valeur de la pleine échelle (P.E) de ce convertisseur.

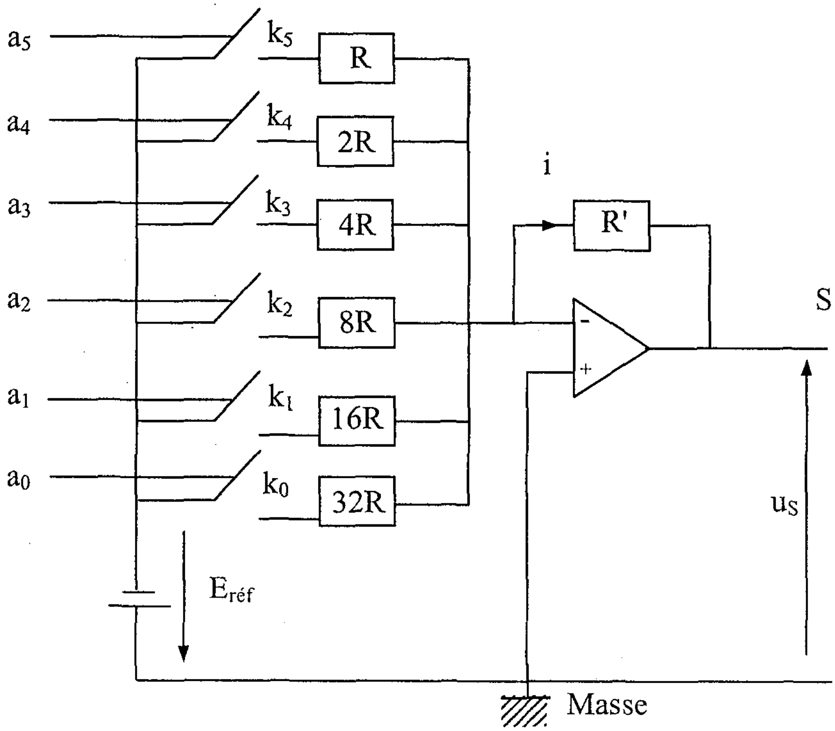
b) Déterminer la tension de sortie associée au mot binaire d'entrée 1010. on donne $R' = \frac{R}{10}$ et $U_{réf} = 4V$.

EXERCICE 3 :

On considère le convertisseur numérique – analogique (C.N.A.) à résistances pondérés et à 6 bits.

L'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire. Il est supposé parfait.

Il est polarisé $\pm V_{CC}$ avec $V_{CC} = 18V$, $E_{réf} = 10V$, $R = 10\ K\Omega$ et $R' = 8\ K\Omega$.



Les interrupteurs k_j sont commandés par un circuit logique tel que :

$j = 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5$

Pour $a_j = 1$ on a k_j est fermé alors que pour $a_j = 0$ on a k_j est ouvert.

1) Préciser l'importance de l'amplificateur opérationnel dans ce montage.
2) Montrer que l'expression de l'intensité du courant i_5 qui parcourt le résistor de résistance R est : $i_5 = -a_5 \dfrac{E_{ref}}{R}$
3) Les interrupteurs k_0, k_4 et k_5 étant ouvert et les autres sont fermés.
   a) Exprimer, puis calculer l'intensité du courant i qui traverse le résistor R'.
   b) Exprimer, puis calculer la tension de sortie u_S.
4) Déterminer la pleine échelle U_{Smax} et le quantum q du C.N.A.

EXERCICE 4 : (Documentaire)

Un signal électrique analogique présente une variation continue de son amplitude, alors qu'un signal numérique est constitué de valeurs discrètes qui peuvent être représentées par une suite de nombres. La conversion numérique – analogique est effectuée par un convertisseur, qui est un circuit électronique capable de transformer une valeur numérique codée en une tension. Dans le cas d'un signal temporel, comme un son, le convertisseur numérique – analogique effectue cette transformation autant de fois qu'il le faut, à chaque seconde, pour reproduire le signal numérique désiré

Les convertisseurs analogique – numérique sont utilisés dans les ordinateurs, les appareils hi-fi numériques, ainsi que dans les équipements de télécommunication. Les lecteurs de disques compacts utilisent un convertisseur numérique - analogique pour traduire le signal numérique présent sur le disque en un signal électrique analogique correspondant à la musique. Ce signal est ensuite transmis à un casque ou aux enceintes d'une chaîne hi-fi au travers de l'amplificateur.

"Encarta"

Questions :

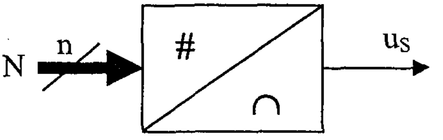
1) Relever du texte les trois applications du convertisseur analogique - numérique.
2) Qu'est-ce qu'un convertisseur numérique - analogique, d'après le texte ?
3) Extraire du texte une phrase permettant de distinguer entre un signal électrique analogique et un signal numérique.
4) Les lecteurs de disques compacts utilisent – ils un convertisseur analogique – numérique ? Justifier la réponse à partir du texte.

Correction :

EXERCICE 1 :

1) Le C.N.A transforme une information numérique en un signal analogique (tension ou courant) proportionnel à la valeur décimale du nombre binaire converti.

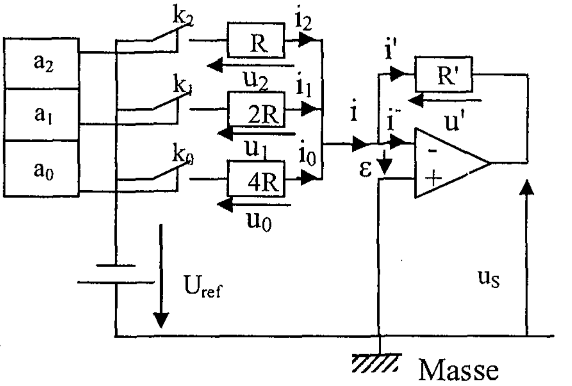
2) Symbole du C.N.A.



3) Si k_2 est ouvert alors $a_2 = 0$ donc $i_2 = 0$ A et par suite $u_2 = 0$ V. (1)

Si k_2 est fermé alors $a_2 = 1$; donc $i_2 \neq 0$ et par suite $u_2 = R.i_2$. (2)

D'après la loi des mailles :



$- U_{ref} - u_2 + \varepsilon = 0$;

or l'amplificateur opérationnel est idéal $\Rightarrow \varepsilon = 0$, on aura alors :

$u_2 = - U_{ref} \Rightarrow R.i_2 = - U_{ref} \Rightarrow$

$i_2 = -\dfrac{U_{ref}}{R}$ et pour les deux cas

(1) et (2), on aura : $i_2 = -\dfrac{a_2 U_{ref}}{R}$

4) De même pour l'intensité du courant qui traverse 2R et celui qui traverse 4R.

$i_1 = -\dfrac{a_1 U_{ref}}{2R}$ et $i_0 = -\dfrac{a_0 U_{ref}}{4R}$.

D'après la loi des nœuds $i_0 + i_1 + i_2 = i = i^- + i'$; or l'amplificateur opérationnel est idéal $\Rightarrow i^- = 0$ A $\Rightarrow i_0 + i_1 + i_2 = i' \Rightarrow i' = -\dfrac{a_2 U_{ref}}{R} - \dfrac{a_1 U_{ref}}{2R} - \dfrac{a_0 U_{ref}}{4R} \Rightarrow$

$i' = -\dfrac{U_{ref}}{4R}[2^2.a_2 + 2^1 a_1 \; + 2^0.a_0]$.

5) D'après la loi des mailles : maille ME$^+$E$^-$R'SM : $- \varepsilon - u' - u_S = 0$; (avec $\varepsilon = 0$ V)

Donc $u_S = - u' = - R'.i' = \dfrac{R'U_{ref}}{4R}[2^2.a_2 + 2^1 a_1 + 2^0.a_0] = \dfrac{R'U_{ref}}{4R}[N] = K.[N]$

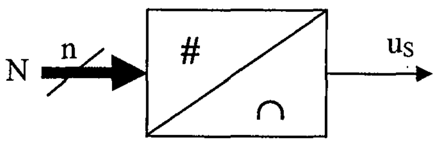
6) Le quantum $q = \dfrac{PE}{N_{max}} = \dfrac{U_{S\,max}}{2^n - 1} = \dfrac{U_{ref}}{4} \cdot \dfrac{N_{max}}{2^3 - 1} = \dfrac{4}{4} \cdot \dfrac{2^3 - 1}{7} = 1.$

$U_{S\,max} = q.N_{max} = 1 \times 7 = 7\ V$

EXERCICE 2 :

1) Un convertisseur numérique analogique est un montage électronique qui transforme un mot binaire [N] en un signal électrique analogique (tension ou intensité de courant) proportionnel au nombre décimal N associé à [N].

Son symbole est :



2) Le mot binaire [$a_3\ a_2\ a_1\ a_0$] a comme équivalent décimal :

$N = 2^3 a_3 + 2^2 a_2 + 2^1 a_1 + 2^0 a_0$

3)

a) Avec $a = a_1 = a_2 = 0$, on a l'interrupteur k_3 ouvert comme les autres. Donc $I_3 = 0$.

b) Avec $a = a_1 = a_2 = 0$ et $a_3 = 1$, le seul interrupteur fermé est k_3. Par application de la loi des mailles on a : $U_{réf} + R_3.I_3 = 0 \Rightarrow I_3 = -\dfrac{U_{réf}}{R_3}$

Or, $R_3 = \dfrac{R}{8}$ donc, $I_3 = -\dfrac{8.U_{réf}}{R}$

c) Pour $a_3 = 0$, on a : $I_3 = 0$; pour $a_3 = 1$, on a : $I_3 = -\frac{U_{réf}}{R_3}$

Ces constatations montrent que I_3 s'écrit sous la forme :

$I_3 = -a_3.\frac{U_{réf}}{R_3} = -a_3.\frac{8.U_{réf}}{R}$. Ainsi on a finalement : $I_3 = -\frac{2^3 a_3 U_{réf}}{R}$

4) Soit I_j l'intensité du courant qui traverse le résistor de résistance R_j. l'application de la loi à la maille à celle renfermant cette résistance donne :

$U_{réf} + R_j.I_j = 0$. Si $a_j = 0$, $I_j = 0$ tandis que si $a_j = 1$; $I_j = -\frac{U_{réf}}{R_j}$.

Donc $I_j = -a_j.\frac{U_{réf}}{R_j}$ avec $R_j = \frac{R}{2^j}$, d'où $I_j \frac{-2^j a_j U_{réf}}{R}$.

5)

a) Pour $a_3 = a_2 = a_1 = a_0 = 1$, toute les intensités I_0, I_1, I_2 et I_3 de courant sont non nulles. D'après la loi des nœuds, l'intensité I du courant qui traverse le résistor de résistance R' est : $I = I_0 + I_1 + I_2 + I_3$

$$I = -a_0.\frac{U_{réf}}{R}.1 - a_1.\frac{U_{réf}}{R}.2 - a_2.\frac{U_{réf}}{R}.4 - a_3.\frac{U_{réf}}{R}.8$$

$$I = -\frac{U_{réf}}{R}.(a_0 + 2a_1 + 2^2 a_2 + 2^3 a_3)$$

b) A la maille de sortie, on a : $u_s + R'\,i = 0$. donc $u_s = -R'\,I$ par la suite la tension de sortie s'écrit : $u_S = R'\frac{U_{réf}}{R}\left(a_0 + 2a_1 + 2^2 a_2 + 2^3 a_3\right) = R'\frac{U_{réf}}{R}.N$.

On a ainsi $u_S = k.N$, avec $k = R'.\frac{U_{réf}}{R}$

c) L'expression $u_S = k.N$ traduit une proportionnalité de la tension de sortie u_S avec le nombre décimal N. Donc, le montage réalisé constitue un C.N.A. (convertisseur numérique analogique).

6)

a) La pleine échelle du convertisseur s'écrit : $PE = U_{S\max} = k.N_{\max}$

A.N. : avec k = 0.4 et N_{max} = 15 on aura : P.E = 6V

b) On a : u_s = K.N. Au mot binaire 1010 est associé le nombre décimal :

$$N = 2^3 a_3 + 2^2 a_2 + 2a_1 + 2^0 a_0 = 8\times1+4\times0+2\times1+1\times0=10$$

A.N : avec k = 0.4 et N = 10 on aura : u_S = 4V.

EXERCICE 3 :

1) L'amplificateur opérationnel joue le rôle d'un sommateur.
2) Si k_5 est ouvert alors $a_5 = 0$ donc $i_5 = 0$ A et par suite $u_5 = 0$ V. (1)

Si k_5 est fermé alors $a_5 = 1$; donc $i_5 \neq 0$ et par suite $u_5 = R.i_5$. (2)

D'après la loi des mailles :

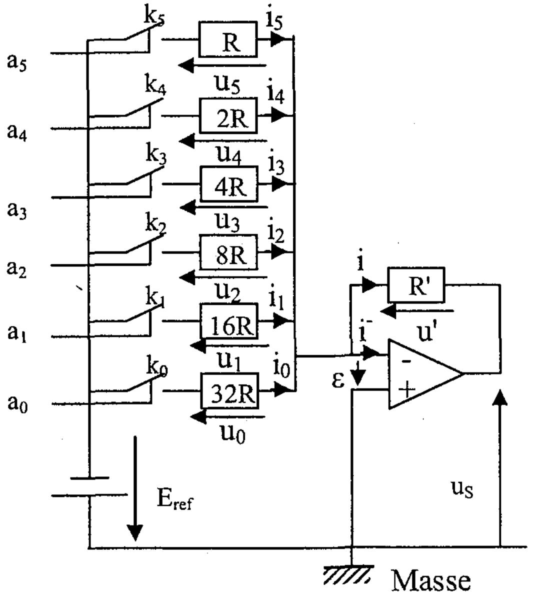
$- E_{ref} - u_5 + \varepsilon = 0$;

or l'amplificateur opérationnel est idéal $\Rightarrow \varepsilon = 0$, on aura alors :

$u_5 = - E_{ref} \Rightarrow R.i_5 = - E_{ref} \Rightarrow$

$i_5 = -\dfrac{E_{ref}}{R}$ et pour les deux cas

(1) et (2), on aura : $i_5 = -a_5 \dfrac{E_{ref}}{R}$



3)

a) De même pour l'intensité du courant qui traverse chacun des résistors 2R, 4R, 8R, 16R et 32R.

$$i_4 = -a_4 \frac{E_{ref}}{2R} \; ; \; i_3 = -a_3 \frac{E_{ref}}{4R} \; ; \; i_2 = -a_2 \frac{E_{ref}}{8R} \; ; \; i_1 = -a_1 \frac{E_{ref}}{16R} \text{ et } i_0 = -a_0 \frac{E_{ref}}{32R}$$

D'après la loi des nœuds : $i_0 + i_1 + i_2 + i_3 + i_4 + i_5 = i + i^-$

Or l'amplificateur opérationnel est idéal $\Rightarrow i^- = 0A \Rightarrow$

$i_0 + i_1 + i_2 + i_3 + i_4 + i_5 = i \Rightarrow$

$$i = -a_0\frac{E_{ref}}{32R} - a_1\frac{E_{ref}}{16R} - a_2\frac{E_{ref}}{8R} - a_3\frac{E_{ref}}{4R} - a_4\frac{E_{ref}}{2R} - a_5\frac{E_{ref}}{R} \Rightarrow$$

$i = -\frac{E_{ref}}{32R}[2^5 a_5 + 2^4 a_4 + 2^3 a_3 + 2^2.a_2 + 2^1 a_1 + 2^0.a_0]$; or les interrupteurs k_0, k_4 et k_5 étant ouvert et les autres sont fermés $\Rightarrow a_0 = a_4 = a_5 = 0$ et $a_1 = a_2 = a_3 = 1 \Rightarrow i = -\frac{E_{ref}}{32R}[2^5\times 0 + 2^4\times 0 + 2^3\times 1 + 2^2\times 1 + 2^1\times 1 + 2^0\times 0]$

$\Rightarrow i = -\frac{10}{32\times 10^4}[14] = -437{,}5.10^{-6}$A.

b) D'après la loi des mailles : maille $ME^+E^-R'SM$: $-\varepsilon - u' - u_S = 0$ (avec $\varepsilon = 0$ V).
Donc $u_S = -u' = -R'.i = -8.10^3\times(-437{,}5.10^{-6}) = 3{,}5$ V

4) $PE = U_{Smax} = \frac{R'.E_{réf}}{32R}.N_{max} = \frac{R'.E_{réf}}{32R}.(2^6 - 1) = \frac{8.10^3.10}{3210^4}.(2^6 - 1) = 15{,}75$ V.

$$q = \frac{PE}{N_{max}} = \frac{U_{S\max}}{2^n - 1} = \frac{15{,}75}{63} = 0{,}25.$$

EXERCICE 4 :

1) Les convertisseurs analogique – numérique sont utilisés dans les ordinateurs, les appareils hi-fi numériques, ainsi que dans les équipements de télécommunication.
2) Le convertisseur numérique – analogique est un circuit électronique capable de transformer une valeur numérique codée en une tension.
3) " Un signal électrique analogique présente une variation continue de son amplitude, alors qu'un signal numérique est constitué de valeurs discrètes qui peuvent être représentées par une suite de nombres ".
4) Les lecteurs de disques compacts n'utilisent pas un convertisseur analogique–numérique et d'après le texte : " Les lecteurs de disques compacts utilisent un convertisseur numérique - analogique pour traduire le signal numérique présent sur le disque en un signal électrique analogique correspondant à la musique ".

Ondes mécaniques progressives

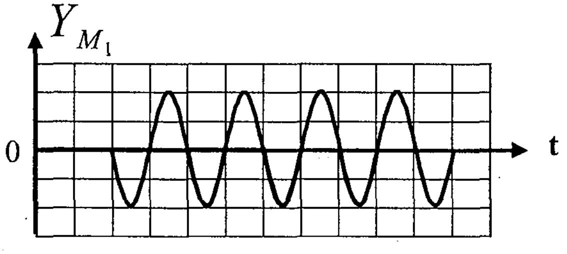
Résumé du cours :

- Un ébranlement (perturbation) est une modification locale et brève des propriétés d'un milieu élastique.
- Une onde progressive est le phénomène de propagation d'une succession d'ébranlements identiques dans un milieu élastique et ouvert, sans transport de matière. Une onde transporte de l'énergie et se propage dans toutes les directions qui lui sont offertes.
- A cause des frottements existants lors du passage de la perturbation dans le milieu matériel, une partie de l'énergie transportée se transforme en chaleur. On dit qu'il y a amortissement du signal : Son amplitude diminue.
- La propagation des signaux peut se produire dans des milieux :
  - A une dimension (corde, ressort…).
  - A deux dimensions (surface de l'eau…).
  - A trois dimensions (l'air…)
- Dans les milieux à deux ou à trois dimensions, l'énergie se répartit sur des cercles ou des sphères de plus en plus grands : il se produit une atténuation du signal « il se dilue ». Il ne faut pas confondre amortissement et atténuation.
- Une onde est dite transversale si la direction de la déformation est perpendiculaire à celle de propagation de l'onde.
- Une onde est dite longitudinale si la direction de la déformation est parallèle à celle de propagation de l'onde.
- La vitesse à laquelle la perturbation se propage s'appelle célérité de l'onde. La célérité d'une onde ne dépend généralement que de la nature et des caractéristiques du milieu : Le milieu est alors dit non dispersif.

Si d est la distance parcourue par la perturbation pendant la durée Δt, la célérité est donnée par : $C = V = \dfrac{d}{\Delta t}$.

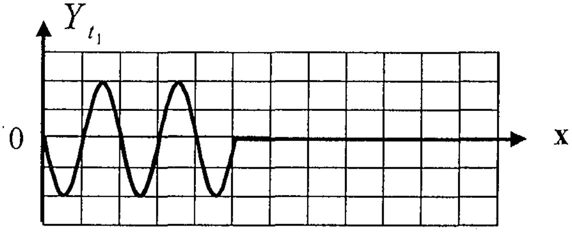
- Toute onde progressive est caractérisée par une double périodicité spatiale et temporelle.
  - La période temporelle est notée T.
  - La période spatiale est notée λ ; $\lambda = C.T$
- Equation de l'onde progressive : $y(t\,;x) = a \sin\left(\dfrac{2\pi}{T}t - \dfrac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_S\right)$.
- Equation du mouvement d'un point M_1 d'abscisse $x_1 = \overline{SM_1}$:

$$\begin{cases} y_{M_1}(t) = a \ \sin\left(\dfrac{2\pi}{T}t - \dfrac{2\pi\, x_1}{\lambda} + \varphi_S\right) & t \geq \theta_1 = \dfrac{x_1}{C} \\ y_{M_1}(t) = 0 & 0 \leq t \leq \theta_1. \end{cases}$$



- Aspect de la corde à une date t_1.

$$\begin{cases} y_{t_1}(x) = a \ \sin\left(\dfrac{2\pi}{T}t_1 - \dfrac{2\pi\, x}{\lambda} + \varphi_S\right) & 0 \leq x \leq x_{F_1} = Ct_1 \\ y_{t_1}(x) = 0 & x_F \leq x \leq l \quad (l \text{ est la longueur de la corde}) \end{cases}$$

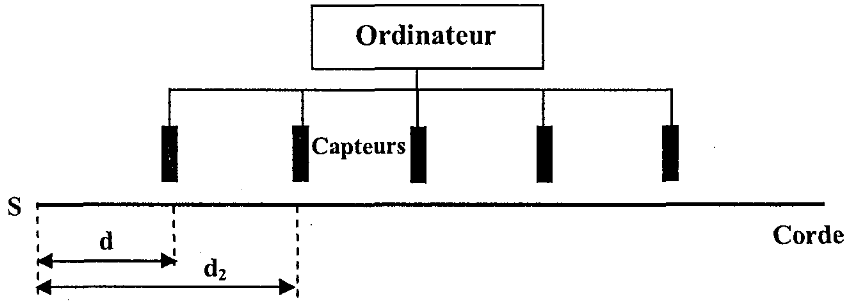


Exercices

EXERCICE 1 :

On considère une corde élastique tendue horizontalement et infiniment longue.

1) A l'une des extrémités S, on craie un ébranlement. A l'aide de capteurs placés à différentes distances d de S et reliés à un ordinateur, on enregistre les instants de passage de l'ébranlement par chaque capteur.



On place les couples (d ; t) dans le tableau suivant :

d (m)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
t (s)	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05

a) Déterminer la célérité C de propagation de l'ébranlement le long de la corde.

b) Pourquoi parle – t – on de la célérité de propagation d'un ébranlement au lieu de sa vitesse de propagation ?

c) L'ébranlement est dit transversal. Expliquer.

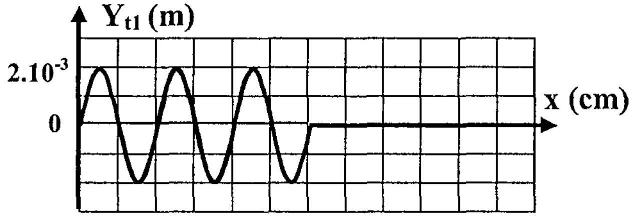
2) Une lame vibrante impose a t = 0s, en S une onde sinusoïdale de fréquence N = 100 Hz, qui se propage le long de la corde.

a) Qu'observe – t – on en lumière ordinaire ? Interpréter.

b) On éclaire la corde à l'aide d'un stroboscope de fréquence Ne réglable. Indiquer en l'expliquant l'aspect de la corde pour :

- Ne = 25 Hz.
- Ne = 34 Hz

c) On donne l'aspect de la corde à un instant de date t_1.



Déduire :

- La longueur d'onde λ.
- La date t_1.
- L'équation $y_{t1}(x)$.
- L'équation horaire du mouvement de la source.

3) Soient deux points M_1 et M_2 d'abscisses respectives x_1 et x_2 tel que $x_2 > x_1$.

a) Exprimer le déphasage $\Delta\varphi = \varphi_{M1} - \varphi_{M2}$ en fonction de x_1, x_2 et λ.

b) Déduire l'expression de la distance $d = M_1M_2$ pour que ces deux points vibrent en quadrature de phase. Quelle est la valeur minimale de d ?

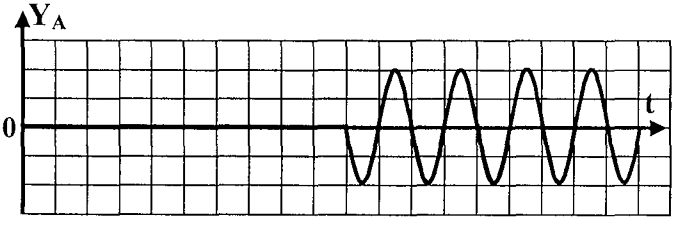
EXERCICE 2 :

L'extrémité (S) d'une corde horizontale de longueur $\ell = 0,5$ m est reliée à une lame vibrante animée d'un mouvement sinusoïdal transversal d'amplitude a et de fréquence N. L'autre extrémité A de la corde est reliée à un système capable d'éviter toute réflexion.

La lame commence son mouvement à l'instant t = 0s, la célérité de propagation de l'onde issue de (S) est notée C.

Le graphe de la figure suivante représente l'élongation du point A en fonction du temps : y_A (t).

Echelle :
Abscisse : 5 ms/div
Ordonné : 1mm/div



1)

a) Montrer que la loi horaire du point A s'écrit :

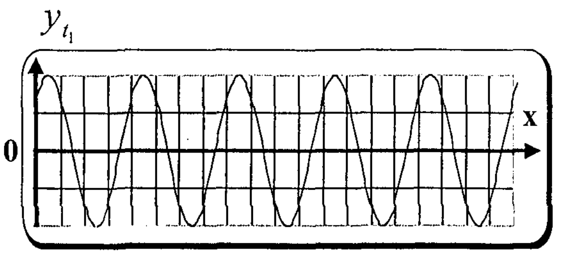
$y_A(t)=2.10^{-3}\mathrm{Sin}(200\pi\ t+\pi)$ (y_A en m et t en s) pour tout $t \geq 0{,}05$s

b) Déduire l'équation du mouvement de la source.

2) Chercher les abscisses des points de la corde qui vibrent en quadrature de phase avec le point A.

3) Déterminer à la date $t_2 = 0{,}06$s, les abscisses des points ayants une vitesse maximale.

4) On donne l'aspect de la corde à un instant de date t_1. En se référant à l'équation horaire de la source et à l'aspect précédent, dire lequel des instants suivants qui correspond à t_1.



- kT , $k \in Z$.
- $\frac{T}{8} + kT$, $k \in Z$.
- $\frac{T}{3} + kT$, $k \in Z$.
- $\frac{7T}{8} + kT$, $k \in Z$.

EXERCICE 3 :

Une corde élastique et homogène de longueur $L = 5\lambda = 1$m est tendue horizontalement. Son extrémité S est liée à une lame vibrante. On néglige tout amortissement et réflexion des ondes. La célérité de propagation des ondes le long de la corde est $C = 10\mathrm{m.s^{-1}}$.

1) L'équation horaire du mouvement de S est :

$$y_S(t) = a\ \mathrm{Sin}\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_S\right)\ \forall\ t \geq t_0 = 0\mathrm{s}.$$

a) Enoncer le principe de propagation d'une onde.

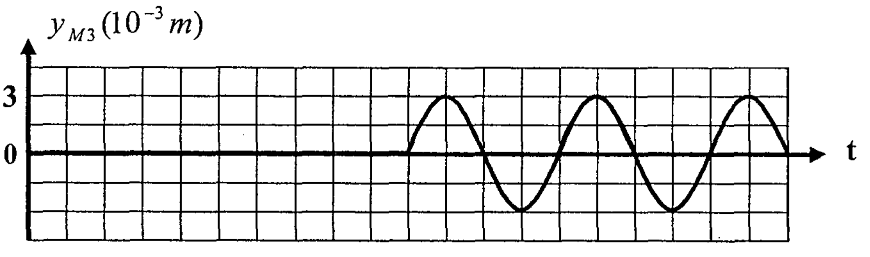
b) En appliquant ce principe, établir l'équation horaire du mouvement d'un point M de la corde d'abscisse au repos x = SM.

c) Déterminer l'expression des abscisses des points qui vibrent en quadrature de phase avec S.

d) Déterminer l'expression de l'abscisse du deuxième point qui vibre en quadrature retard de phase par rapport à S. Calculer sa valeur. En déduire la valeur de la fréquence N.

2)

a) On donne le diagramme du mouvement d'un point M_3, troisième point qui vibre en opposition de phase avec S.



Ecrire l'équation horaire du mouvement de S.

b) Calculer la date du deuxième passage de M_3 par la position $y = \frac{a}{2}$ dans le sens positif, en déduire sa vitesse.

3) Déterminer les abscisses des points de la corde ayants la même élongation que M_3 à la date $t_2 = 0{,}04$s et la même vitesse que la source S à cette date.

4) Sachant que la fréquence N est variable et telle que $50\text{ Hz} \leq N \leq 100\text{Hz}$.

Pour quelles fréquences a – t – on M_3 vibre en quadrature de phase avec S.

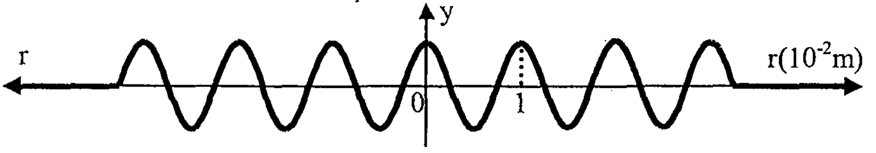
EXERCICE 4 :

Une pointe S animée d'un mouvement rectiligne sinusoïdal d'amplitude a = 3 mm, excite la surface libre de l'eau d'une cuve à ondes dont les bords sont tapissés par la mousse pour empêcher toute réflexion de l'onde.

S commence son mouvement à la date t = 0s à partir de sa position d'équilibre. La célérité de propagation de l'onde à la surface de l'eau est $C = 0,5\ m.s^{-1}$.

1)
   a) Définir la longueur d'onde λ.
   b) Les rides se propagent à la surface de l'eau sont circulaires expliquer.

2) On donne une coupe transversale de l'eau par un plan vertical contenant le point S à un instant de date t_1



   a) Déterminer la valeur de t_1.
   b) Déterminer la valeur de la fréquence N de vibration et montrer que : $\varphi_S = 0$ rad.
   c) Qu'observe – t – on si la surface du liquide est éclairée par une lumière stroboscopique de fréquence :
      - Ne = 25 Hz.
      - Ne = 51 Hz.
   d) Déterminer les lieux géométriques des points M de la surface du liquide à l'instant de date $t_2 = 0,055s$ qui ont la même élongation que le point A à la date t_1 sachant que $r_A = 1,5\ \lambda$.
   e) Parmi ces points on considère un point B le plus proche de la source S et telle que : $0 < r_B < 1,75\ \lambda$. Déterminer l'élongation et la vitesse du point B aux instants de dates : $t_3 = 0,0175s$ et $t_4 = 0,0325s$

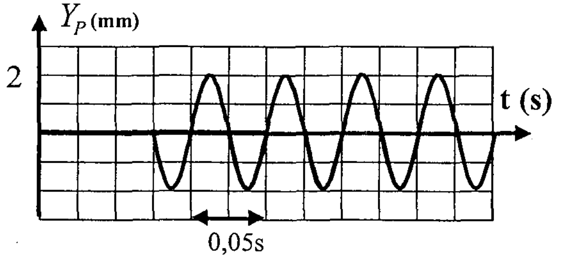
EXERCICE 5 :

Une lame vibrante munie d'une pointe produit en un point S de la surface libre d'un liquide en repos d'une cuve à ondes, des vibrations verticales et sinusoïdales telle que $y_S(t) = 2.10^{-3}\ Sin\ (40\pi t + \pi)\ \ \forall\ t \geq t_0 = 0s$, y_S en mètre et t en seconde.

Oy est orienté positivement vers le haut. On néglige toute atténuation de l'amplitude et toute réflexion de l'onde issue de S, d'autre part on suppose que la profondeur de l'eau est suffisamment grande devant l'amplitude des vibrations.

1)
  a) L'onde se propageant à la surface de l'eau est dite transversale à deux dimensions, expliquer.
  b) Dans le cas de propagation d'une onde transversale à deux dimensions, l'amplitude de vibration diminue justifier.

2) L'analyse du mouvement d'un point P de la surface du liquide, situé au repos à la distance $r_1 = 1,5$ cm de la source S, donne le diagramme suivant :



  a) Montrer que la valeur de la célérité C de propagation de l'onde issue de S est égale à 0,2 ms^{-1}.
  b) Calculer la valeur de la longueur d'onde λ.
  c) Déterminer l'équation horaire du mouvement du point matériel P.

3)
  a) Tracer, sur le même graphe, une coupe de la surface du liquide par un plan vertical passant par S à l'instant de date $t_1 = 17,5.10^{-2}$s et à l'instant de date $t_2 = 20\ 10^{-2}$s.
  b) En déduire l'ensemble des points de la surface du liquide qui à la date t_1, ont la même élongation de point matériel P et une vitesse négative.
  c) On donne les points A, B et D de rayons respectivement $r_A = 0,5\ \lambda$, $r_B = 1,75\ \lambda$ et $r_D = 2\ \lambda$. Comparer les mouvements de A et D d'une part et de B et D d'autre part.

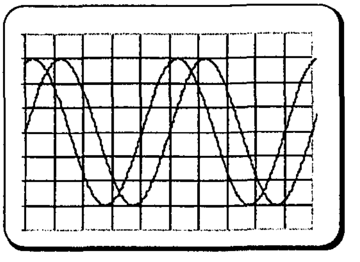
4)

a) On ajoute de l'eau dans la cuve à onde, pour doubler la célérité de propagation de l'onde en maintenant la fréquence constante. Déterminer le nouveau déphasage $\varphi_S - \varphi_P$.

b) Reprendre la question 3) c) dans ces nouvelles conditions.

EXERCICE 6 :

Lorsqu'une onde se propage d'un émetteur vers un récepteur, elle atteint le récepteur, distant de l'émetteur de Δx, au bout d'une durée Δt. Un haut parleur supposé ponctuel est situé en H émet une onde sonore sinusoïdale de fréquence N = 1 KHz et de longueur d'onde λ. Deux microphones M_1 et M_2, considérés comme ponctuels sont placés à une distance respectivement d_1 et d_2 du haut parleur. Les points H, M_1 et M_2 sont alignés. Les microphones M_1 et M_2 sont branchés respectivement à la voie 1 et à la voie 2 d'un oscilloscope. La vitesse de balayage est de 0,1 ms par division. On a relevé l'oscillogramme suivant :

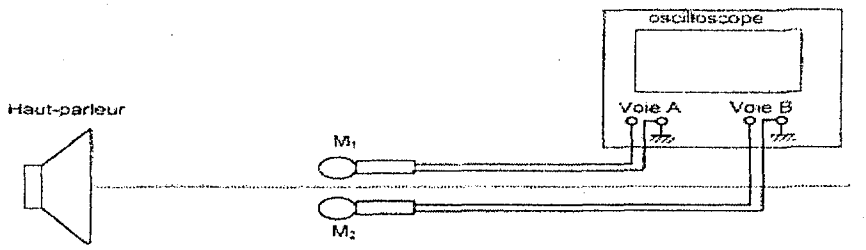


La célérité de propagation de l'onde sonore dans l'air est $C = 340\ m.s^{-1}$.

1) Dans le cas le plus général quelle relation relie Δx et Δt ?
2) En appliquant la relation précédente, déduire de l'oscillogramme (à une constante près) la distance séparant les deux microphones. Que vaut cette constante ?
3) Quelle serait l'allure de l'oscillogramme si $\Delta x = \dfrac{\lambda}{2}$?

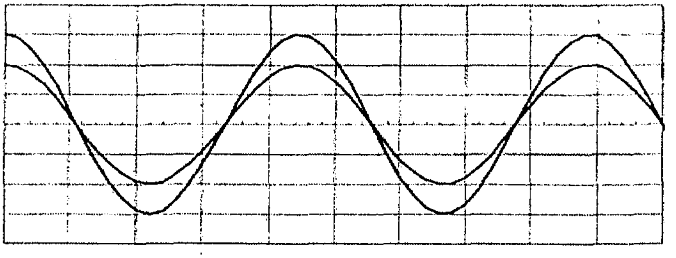
EXERCICE 7 :

Pour mesurer la vitesse du son émis par un haut-parleur, on réalise l'expérience schématisée sur la figure ci-dessous.



On place côte à côte face au haut-parleur, deux microphones M_1 et M_2 branchés sur les voies A et B d'un oscilloscope.

Les courbes observées sur l'écran de l'oscilloscope sont représentées ci-dessous.



Les deux voies de l'oscilloscope ne sont pas réglées sur la même sensibilité verticale.

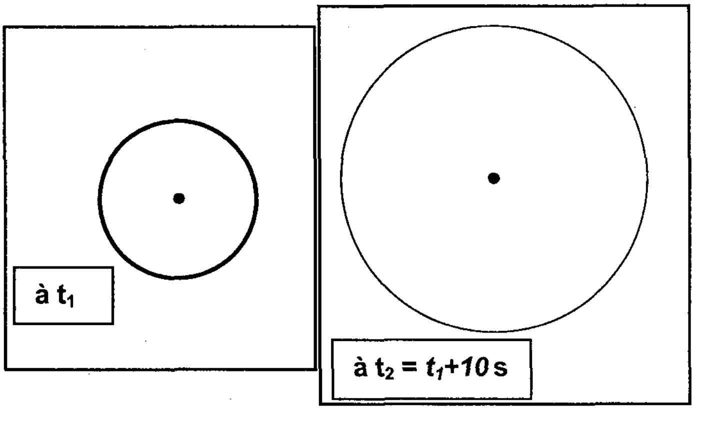
1) Quelle est la nature de l'onde sonore émise par le haut-parleur ?
2) Cette onde sonore est dite longitudinale. Expliquer cette appellation.
3) Les courbes observées sur l'écran de l'oscilloscope sont en phase. On laisse le microphone M_1 en place et on déplace lentement et parallèlement à l'axe du haut-parleur le microphone M_2 jusqu'à obtenir à nouveau les deux courbes en phase. La distance qui sépare les deux microphones dans cette nouvelle position est $d = 1{,}50$ m.
   a) Définir la longueur d'onde d'une onde périodique ?
   b) Que représente alors la distance d dans cette expérience ?
   c) Sachant que la fréquence de l'onde sonore émise par le haut-parleur est $N = 225$ Hz, calculer la vitesse de propagation du son dans l'air.

EXERCICE 8 : (Documentaire)

Le gerris est un insecte que l'on peut observer sur les plans d'eau calmes de certaines rivières. Très léger cet insecte évolue sur la surface en ramant avec ses pattes. Malgré sa discrétion, sa présence est souvent trahie par des ombres projetées sur le fond. Ces ombres sont la conséquence de la déformation de la surface de l'eau au contact de l'extrémité des six pattes de l'insecte. Les déplacements de l'insecte génèrent des ondes à la surface de l'eau qui se propagent dans toutes les directions offertes par le milieu.
Un petit papillon tombé à l'eau est une proie facile pour le gerris. L'insecte prisonnier de la surface crée en se débattant des ondes sinusoïdales. (Internet)

Questions :

1) L'onde générée par le déplacement du gerris peut – elle être qualifiée de transversale ou de longitudinale ? Justifier la réponse.
2) Un brin d'herbe flotte à la surface de l'eau. Décrire son mouvement au passage de l'onde. Conclure.
3) L'ébranlement crée par les pattes du gerris est – il unidimensionnel, bidimensionnel ou tridimensionnel ? Extraire du texte, une phrase qui justifie le choix.
4) La surface de l'eau est photographiée à deux instants différents. Le document suivant est à l'échelle 1/100^e.



   a) Calculer la célérité de l'onde.
   b) Dégager du texte une phrase qui justifie la forme circulaire des rides obtenues à la surface de l'eau.

Correction :

EXERCICE 1 :

1)

a) $C = \frac{d}{t} = \frac{0{,}1}{0{,}01} = 10\ ms^{-1}$.

b) On parle de célérité et non de vitesse car c'est une propagation d'énergie et non de matière.

c) L'ébranlement est dit transversal car la direction de la déformation est perpendiculaire à celle de la propagation de l'onde.

2)

a) On observe une bandelette rectangulaire floue, donc tous les points de la corde sont en mouvement vibratoire avec la même amplitude.

b)

- $Ne = 25\ Hz = \frac{N}{4} \Leftrightarrow Te = 4T$

  Entre deux éclairs successifs chaque point de la corde effectue 4 oscillations, on observe la corde sous forme d'une sinusoïde fixe (immobilité apparente).

- $Ne = 34\ Hz$ est légèrement $> \frac{N}{3} \Rightarrow Te$ est légèrement $< 3\ T \Leftrightarrow$

  $Te = 3T - \varepsilon$ (ε durée très faible devant T)

  Entre deux éclairs successifs chaque point de la corde effectue 3 oscillations moins une fraction d'oscillation, donc on observe la corde sous forme d'une sinusoïde qui progresse lentement dans le sens inverse (vers la source) : mouvement au ralenti dans le sens inverse de propagation.

c) $\lambda = \frac{C}{N} = \frac{10}{100} = 0{,}1\ m.$

$x_{F1} = 3\lambda = Ct_1 \Leftrightarrow t_1 = \frac{3\lambda}{C} = 0{,}03\ s$; On a $y_{t1}(x) = 2.10^{-3}\mathrm{Sin}\,(\frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi)$

,

$y_{t1}(\frac{\lambda}{4}) = 2.10^{-3} = 2.10^{-3}\mathrm{Sin}\,(\frac{2\pi \frac{\lambda}{4}}{\lambda} + \varphi) \Leftrightarrow \mathrm{Sin}\,(\frac{\pi}{2} + \varphi) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{2} + \varphi = \frac{\pi}{2}$

$\Leftrightarrow \varphi = 0$ rad. D'où $y_{t1}(x) = 2.10^{-3}\mathrm{Sin}\,(\frac{2\pi x}{\lambda})$ $\begin{cases} y \to m \\ x \to m \end{cases}$ (1)

➢ d'après le principe de propagation des ondes on a :

$$y_{t1}(x) = 2.10^{-3}\text{Sin}\,(\frac{2\pi\, t_1}{T} - \frac{2\pi\, x}{\lambda} + \varphi_S)$$

$$= 2.10^{-3}\text{Sin}\,(\frac{2\pi\, x}{\lambda} + \pi - \frac{2\pi\, t_1}{T} - \varphi_S) \quad (2) \quad \text{avec} \quad \frac{2\pi\, t_1}{T} = 6\pi$$

Par identification de (1) et (2) : $\pi - \varphi_S = 0 \Leftrightarrow \varphi_S = \pi$ rad.

D'où $y_S(t) = 2.10^{-3}\ \text{Sin}\,(200\pi\, t + \pi)\ \ \forall\ t \geq 0$ $\quad \begin{cases} y \rightarrow m \\ t \rightarrow s \end{cases}$

3)

a) $y_{M1}(t) = a\ \text{Sin}\,(\frac{2\pi\, t}{T} - \frac{2\pi\, x_1}{\lambda} + \varphi_S)$ avec $\varphi_S - \frac{2\pi\, x_1}{\lambda} = \varphi_{M1}$

$y_{M2}(t) = a\ \text{Sin}\,(\frac{2\pi\, t}{T} - \frac{2\pi\, x_2}{\lambda} + \varphi_S)$ avec $\varphi_S - \frac{2\pi\, x_2}{\lambda} = \varphi_{M2}$

$$\Delta\varphi = \varphi_{M1} - \varphi_{M2} = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1)$$

b) M_1 et M_2 sont en quadrature de phase $\Leftrightarrow$

$$\Delta\varphi = \varphi_{M1} - \varphi_{M2} = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$x_2 - x_1 = d = (k + \frac{1}{2})\frac{\lambda}{2}$; $d > 0 \Leftrightarrow k > -\frac{1}{2}$ et $k \in N$, la valeur minimale de d correspond à $k = 0 \Leftrightarrow d_{min} = \frac{\lambda}{4} = 0,025$ m.

EXERCICE 2 :

1)

a) A est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal d'équation :

$y_A(t) = a\ \text{Sin}(\omega\, t + \varphi_A)$ pour tout $t \geq \theta_A = \frac{x_A}{C}$; $\theta_A = 0,05$ s ; $a = 2.10^{-3}$ m ;

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ avec $T = 10^{-2}$ s $\Rightarrow \omega = 200\pi$ rad .s^{-1}.

A t = 0,05 s = 5T

$$\begin{cases} y_A(5T) = 0 = a\ Sin\,(\frac{2\pi}{T}5T + \varphi_A) \Rightarrow \varphi_A = 0 \quad ou \quad \varphi_A = \pi \quad rad \end{cases}$$

Et $\frac{dy_A}{dt} < 0 \Rightarrow$ Cos $(\frac{2\pi}{T}5T + \varphi_A) < 0 \quad \Rightarrow Cos\varphi_A < 0$

D'où $\varphi_A = \pi$ rad.

$y_A(t) = 2.10^{-3}$ Sin$(200\pi t + \pi)$ pour tout $t \geq \theta_A = 0{,}05$ s $= 5T$.

b) D'après le principe de propagation d'ébranlement :

$y_A(t) = y_S(t - \theta_A)$ avec $y_S(t) = a$ Sin $(\omega t + \varphi_S)$ pour tout $t \geq 0s$.

On a $y_A(t) = a$ Sin$(\omega t + \pi) = a$ Sin$(\omega t - \omega\theta_A + \varphi_S)$; par identification :

$- \omega\theta_A + \varphi_S = \pi \Leftrightarrow \varphi_S = \pi + \omega\theta_A = \pi + 200\pi \times 0{,}05 = \pi + 10\pi = \pi$ rad.

D'où $y_S(t) = 2.10^{-3}$ Sin $(200\pi t + \pi)$ pour tout $t \geq 0s$.

2) Soit $y_M(t) = a.$Sin$(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \pi)$ pour tout $t \geq \theta_M = \frac{x_M}{C}$.

M vibre en quadrature de phase avec A $\Leftrightarrow \varphi_A - \varphi_M = \frac{\pi}{2} + k\pi$ $(k \in Z) \Leftrightarrow$

$\pi + \frac{2\pi x}{\lambda} - \pi = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad \Leftrightarrow x = \frac{\lambda}{2}(k + \frac{1}{2})$ et $0 \leq x \leq l = 5\lambda$.

$\Leftrightarrow \quad 0 \leq x = \frac{\lambda}{2}(k + \frac{1}{2}) \leq 5\lambda \Leftrightarrow 0 \leq k + \frac{1}{2} \leq 10 \Leftrightarrow -0{,}5 < k < 9{,}5$. D'où :

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{3\lambda}{4}$	$\frac{5\lambda}{4}$	$\frac{7\lambda}{4}$	$\frac{9\lambda}{4}$	$\frac{11\lambda}{4}$	$\frac{13\lambda}{4}$	$\frac{15\lambda}{4}$	$\frac{17\lambda}{4}$	$\frac{19\lambda}{4}$

3) A $t_2 = 0{,}06$ s $= 6T \Rightarrow x_{F2} = C.t_2 = 6\lambda > \ell$.

$y_M(t) = a.$Sin $(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \pi)$ $\forall t \geq \theta_M = \frac{x_M}{C}$.

$V_M(t) = a\omega$ Cos $(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \pi)$ $\forall t \geq \theta_M = \frac{x_M}{C}$, soit $V_{max} = a\,\omega$.

On a $V_M = V_{max} \Leftrightarrow$ Cos $(\frac{2\pi}{T}6T - \frac{2\pi x}{\lambda} + \pi) = 1 \Leftrightarrow -\frac{2\pi x}{\lambda} + \pi = 2K\pi \Leftrightarrow$

$-\frac{2x}{\lambda} = 2k-1 \Leftrightarrow x = \frac{\lambda}{2}(1-2K)$ et $0 < x \leq 5\lambda \quad \Leftrightarrow 0 < \frac{\lambda}{2}(1-2K) \leq 5\lambda$

$\Leftrightarrow \quad 0 < (1-2K) \leq 10 \Leftrightarrow -9 < 2K \leq -1 \Leftrightarrow -4{,}5 < K \leq -0{,}5$.

K	-4	-3	-2	-1
x	$\frac{9\lambda}{2}$	$\frac{7\lambda}{2}$	$\frac{5\lambda}{2}$	$\frac{3\lambda}{2}$

4) A la date t_1 : $0 < y_s < a$ et $y_s(t) = a \sin(\frac{2\pi}{T}t + \pi)$ pour tout $t \geq 0$.

- Si $t_1 = KT \Rightarrow y_s = a \sin(\pi) = 0$.
- Si $t_1 = \frac{T}{8} + KT \Rightarrow y_s = a \sin(\frac{2\pi}{T}\frac{T}{8} + \frac{2\pi}{T}KT + \pi)$

  $\Rightarrow y_s = a \sin(\frac{\pi}{4} + \pi) = -0{,}7a$.
- Si $t_1 = \frac{T}{3} + KT \Rightarrow y_s = a \sin(\frac{2\pi}{T}\frac{T}{3} + \frac{2\pi}{T}KT + \pi) =$

  $\Rightarrow y_s = a \sin(\frac{5\pi}{3}) = -0{,}86a$.
- Si $t_1 = \frac{7T}{8} + KT \Rightarrow y_s = a \sin(\frac{2\pi}{T}.7\frac{T}{8} + \frac{2\pi}{T}KT + \pi) = a \sin(\frac{11\pi}{4})$

  $\Rightarrow y_s = 0{,}707a < a$.

  D'où $t_1 = \frac{7T}{8} + KT$ avec $K \in \mathbb{Z}$.

EXERCICE 3 :

1)

a) Chaque point M du milieu élastique situé à une distance d de la source reproduit le même mouvement que celui – ci après un retard $\theta = \frac{d}{C}$.

b) $y_M(t) = y_S(t-\theta) = y_S(t - \frac{x}{C}) = a \, Sin\left[\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{C}\right) + \varphi_S\right] \forall\, t \geq \theta \Leftrightarrow$

$y_M(t) = a \, Sin\left[\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_S\right] \quad \forall\, t \geq \frac{x}{C}$; $(\lambda = C \times T)$

c) $\varphi_S - \varphi_M = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow \frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}$; $0 < x \leq \ell \Leftrightarrow$

$-0{,}5 < k \leq 9{,}5 \Leftrightarrow$ d'où le tableau :

K	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x	$\frac{\lambda}{4}$	$5\frac{\lambda}{4}$	$9\frac{\lambda}{4}$	$13\frac{\lambda}{4}$	$17\frac{\lambda}{4}$	$21\frac{\lambda}{4}$	$25\frac{\lambda}{4}$	$29\frac{\lambda}{4}$	$33\frac{\lambda}{4}$	$37\frac{\lambda}{4}$

d) $\varphi_S - \varphi_M = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \Leftrightarrow x = \left(k - \frac{1}{4}\right)\lambda$; $\left(k - \frac{1}{4}\right) \rangle\, 0 \Leftrightarrow k \,\rangle\, \frac{1}{4}$ deuxième point $\Rightarrow$ k = 2 $\Rightarrow x_2 = \frac{7}{4}\lambda = 0{,}35\ m$.

$$x_2 = \frac{7}{4}\frac{C}{N} \Leftrightarrow N = \frac{7}{4}\frac{C}{x_2} = \frac{7}{4}\frac{10}{0{,}35} = 50\ Hz$$

2)

a) $a = 3.10^{-3}$m. $\omega = 2\pi N = 100\pi$ rad.s^{-1}.

$$y_{M3}(2{,}75T) = a = a\ Sin\ (\frac{2\pi}{T}\times 2{,}75T + \varphi_{M3}) \Leftrightarrow Sin(\varphi_{M3} - \frac{\pi}{2}) = 1$$

$\Leftrightarrow \varphi_{M3} - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \varphi_{M3} = \pi\ rad$, or M_3 et S sont en opposition de phase

$\Leftrightarrow \varphi_{M3} - \varphi_S = \pi \Leftrightarrow \varphi_S = 0$. $y_S(t) = 3.10^{-3}\,Sin\,(100\pi\ t)$; $\forall$ $t \geq 0$

y_S en (m) et t en (s).

b) $\begin{cases} y_{M3}(t) = \frac{a}{2} \\ \frac{dy_{M3}(t)}{dt} \rangle\, 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Sin\ (\frac{2\pi}{T}t + \pi) = \frac{1}{2} \\ Cos\ (\frac{2\pi}{T}t + \pi) \rangle\, 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2\pi}{T}\times t + \pi = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \Leftrightarrow$

$t = \frac{T}{2\pi}(-\frac{5\pi}{6} + 2k\pi) = \left(k - \frac{5}{12}\right)T$; t > 0 $\Leftrightarrow$ k > $\frac{5}{12} \Rightarrow$ k $\in$ N* ; Deuxième passage $\Rightarrow$ k = 2 ; $t = \left(2 - \frac{5}{12}\right)T = \frac{19}{12}T = 0{,}0316\ s$.

$y_{M_3}(t) = a\,Sin(\omega.t + \pi)\ \forall\ t \geq \theta_{M_3}$ or $v(t) = \frac{dy_{M_3}}{dt} = a.\omega\ Cos(\omega.t + \pi)\ \forall\ t \geq \theta_{M_3}$

pour t $= \frac{19}{12}T$ on a $v_{M_3} = a.\omega\ Cos(\frac{2\pi}{T}.\frac{19}{12}T + \pi) = a.\omega\ Cos(\frac{19\pi}{6} + \frac{6\pi}{6}) =$

$a.\omega\ Cos(4\pi + \frac{\pi}{6}) = a.\omega\ Cos\ (\frac{\pi}{6}) = 3.10^{-3}\times 100\pi\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 0{,}15.\pi.\sqrt{3}$ m.s^{-1}.

3) $\begin{cases} y_M(t_2) = a\ Sin\ (\frac{2\pi}{T}t_2 + \pi) = 0 \\ v_S(t_2) = \frac{2\pi a}{T} Cos\ (\frac{2\pi}{T}t_2) = 0{,}3\ \pi\ ms^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} y_M(t_2) = a\ Sin\ (\frac{2\pi}{T}t_2 - \frac{2\pi\ x}{\lambda}) = 0 \\ v_M(t_2) = 0{,}3\ Cos\ (\frac{2\pi}{T}t_2 - \frac{2\pi\ x}{\lambda}) = 0{,}3\ \pi\ ms^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Sin\ (-\frac{2\pi\ x}{\lambda}) = 0 \\ Cos\ (-\frac{2\pi\ x}{\lambda}) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\frac{2\pi\ x}{\lambda} = 2k\pi \Leftrightarrow x = k\lambda$ or $0 \leq x \leq 5\lambda \Leftrightarrow 0 \leq k \leq 5$

K	0	1	2	3	4	5
x (m)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1

4) $\varphi_S - \varphi_{M3} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow \frac{2\pi\ x_3}{\lambda} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x_3 = 2{,}5\frac{\ell}{5} = 0{,}5\ m \Leftrightarrow$

$\frac{2\pi\ x_3 N}{C} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow N = \left(k + \frac{1}{2}\right) \times 10$; $50 \leq N \leq 100 \Leftrightarrow$

$50 \leq \left(k + \frac{1}{2}\right) \times 10 \leq 100 \Leftrightarrow 4{,}5 \leq (k) \leq 9{,}5$

k	5	6	7	8	9
N (Hz)	55	65	75	85	95

EXERCICE 4 :

1)

a) La longueur d'onde λ est la distance parcourue par l'onde pendant une durée égale à la période temporelle T.

b) La source est ponctuelle et le milieu de propagation est bidimensionnel, l'onde se propage dans toutes les directions avec la même célérité.

2)

a) $r_{F1} = C\ t_1$; or $r_{F1} = 3{,}25\lambda \Rightarrow 3{,}25\lambda = C\ t_1 \Leftrightarrow t_1 = 3{,}25\frac{\lambda}{C}$ et $\lambda = 10^{-2}$m d'où $t_1 = 6{,}25.10^{-2}$s.

b) On a $t_1 = 3{,}25\frac{\lambda}{C} \Leftrightarrow t_1 = 3{,}25T \Leftrightarrow T = \frac{t_1}{3{,}25} = 2.10^{-2}$ s d'où $N = \frac{1}{T} = 50$Hz.

$y(r)_{t1} = a \operatorname{Sin}(\frac{2\pi r}{\lambda} + \varphi) = a \operatorname{Sin}(\frac{2\pi t_1}{T} - \frac{2\pi r}{\lambda} + \varphi_s)$ ce ci d'après le principe de propagation des ondes .

Pour $r = 0$ on a $y_{t1} = a \Leftrightarrow a = a \operatorname{Sin}(\frac{2\pi \times 3{,}25T}{T} + \varphi_s) \Leftrightarrow$

$\operatorname{Sin}(6{,}5\pi + \varphi_s) = 1 \Leftrightarrow \operatorname{Sin}(\frac{\pi}{2} + \varphi_s) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{2} + \varphi_s = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \varphi_s = 0$

c)

- On a $N = 50$ Hz , $\frac{N}{N_e} = \frac{50}{25} = 2 \Rightarrow T_e = 2T$: entre deux éclairs successifs chaque point de la surface du liquide effectue deux oscillations ,donc à la surface du liquide on observe l'ensemble des rides circulaires concentriques de centre S et équidistantes en immobilité apparente .
- $\frac{N}{N_e} = \frac{50}{51} = 0{,}98 \Rightarrow T_e = 0{,}98T \Rightarrow T_e = T - 0{,}019T$: entre deux éclairs successifs chaque point de la surface du liquide effectue un peu moins d'une oscillation, on observe alors l'ensemble des rides circulaires de centre S et équidistantes paraissent se propager au ralenti en s'approchant de la source.

d) d'après le principe de propagation des ondes :

$y(r,t) = a \operatorname{Sin}(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi r}{\lambda} + \varphi_s)$

$t_2 = 0{,}055 \text{ s} = 2{,}75 \text{ T} \Rightarrow r_{F_2} = C t_2 = 2{,}75\lambda \Leftrightarrow$

$y(r)_{t_2} = a \operatorname{Sin}(\frac{2\pi t_2}{T} - \frac{2\pi r}{\lambda}) = a \operatorname{Sin}(\frac{2\pi 2{,}75T}{T} - \frac{2\pi r}{\lambda}) =$

$a \operatorname{Sin}(5{,}5\pi - \frac{2\pi r}{\lambda}) = a \operatorname{Sin}(-\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi r}{\lambda}) \Leftrightarrow$

$y(r)_{t_2} = a \operatorname{Sin}(\frac{2\pi r}{\lambda} - \frac{\pi}{2})$

Pour tout $0 \leq x \leq 2{,}75\lambda$.

$y_A(t) = a \operatorname{Sin}(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi r_A}{\lambda})$ Pour tout $t \geq \theta_A = 1{,}5T$

$y_A(t) = a \operatorname{Sin}(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi 1{,}5\lambda}{\lambda}) = a \operatorname{Sin}(\frac{2\pi t}{T} - 3\pi)$

$y_A(t) = a \, Sin\,(\frac{2\pi\ t}{T} + \pi)$ Pour tout $t \geq \theta_A = 1{,}5\,T$.

A $t = t_1$, $y_A = a \, Sin\,(\frac{2\pi\ 3{,}25T}{T} + \pi) = -a$.

Soit $y(r)_{t_2} = Y_A(t_1) \Leftrightarrow a \, Sin\,(\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{\pi}{2}) = -a \Leftrightarrow$

$\frac{2\pi r}{\lambda} - \frac{\pi}{2} = \frac{-\pi}{2} + 2K\pi \Leftrightarrow r = K\lambda$ et $0 \leq r \leq 2{,}75\,\lambda . \Leftrightarrow$

$0 \leq K \leq 2{,}75$

K	0	1	2
r	0	λ	2λ

Les lieux géométriques sont des cercles de rayons respectivement : $r_1 = \lambda$; $r_2 = 2\lambda$ et le point source.

e) $0 < r_B < 1{,}75\,\lambda$, B le point le plus proche de S $\Leftrightarrow r_B = \lambda$

$\Leftrightarrow \theta_B = \frac{r_B}{C} = \frac{\lambda}{C} = T$. $y_B(t) = a \, Sin\,(\frac{2\pi\ t}{T} - \frac{2\pi\, r_B}{\lambda}) = a \, Sin\,(\frac{2\pi\ t}{T} - \frac{2\pi\,\lambda}{\lambda})$

$= a \, Sin\,(\frac{2\pi\ t}{T})$ et $V_B(t) = a\omega\, Cos(\frac{2\pi}{T}t) \quad \forall t \geq \theta_B = T$.

- $t_3 = 0{,}0175$ s $= 0{,}875$ T $<$ T $= \theta_B \Rightarrow$ B est au repos, il n'est pas encore atteint par l'onde $\Leftrightarrow y_B = 0$ et $V_B = 0$.
- $t_4 = 0{,}0325$ s $= 1{,}625$ T $> \theta_B$

  D'où $y_B = a \, Sin\,(\frac{2\pi}{T} 1{,}625T) = a\,Sin(\frac{3\pi}{4}) = a\frac{\sqrt{2}}{2} = 1{,}5.\sqrt{2}.10^{-2}\ m$.

  Et $v_B = a\omega\, Cos(\frac{3\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}.a\omega = -3\pi\sqrt{2}.10^{-2}\,ms^{-1}$.

EXERCICE 5 :

1)

a) L'onde est dite transversale car la direction de déformation est perpendiculaire à celle de propagation.
L'onde est à deux dimensions car le milieu propagateur est plan (surface d'un liquide)

b) L'énergie se partage entre les points d'un même cercle puis se propage de proche en proche à un cercle de rayon plus grand, ce qui cause la diminution (dilution) de l'énergie et par suite diminution de l'amplitude de vibration .

2)

a) $r_1 = 1{,}5\,cm \Rightarrow \theta_1 = \dfrac{r_1}{C} = 1{,}5T \Rightarrow C = \dfrac{r_1}{1{,}5T} = \dfrac{1{,}5.10^{-2}}{1{,}5.0{,}05} = = 0{,}2\ m.s^{-1}$.

b) $\lambda = C\,T = 0{,}2\,.\,0{,}05 = 10^{-2}\ m$.

c) D'après le principe de propagation des ondes : $y_P(t) = y_S(t-\theta_P) \quad avec\ \theta_P = \dfrac{r_P}{C} = \dfrac{r_1}{C} = \dfrac{1{,}5\lambda}{C}$

$= \text{a Sin}\,(\omega\,t - \dfrac{2\pi\, r_P}{\lambda} + \pi) = \text{a Sin}\,(\omega t - \dfrac{2\pi.\,1{,}5\lambda}{\lambda} + \pi)$

$y_P(t) \quad = 2.10^{-2}\ \text{Sin}\,(40\pi\ t)\ \ \forall\ \ t \geq\ 0{,}075\,s$

3)

a)

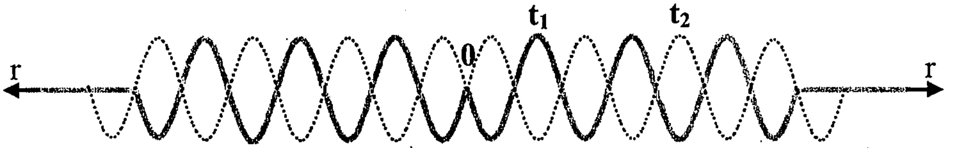
- $t_1 = 17{,}5.10^{-2}\ s = 3{,}5T \Rightarrow\ \ r_{F1} = 3{,}5\lambda$

  $y(r)_{t_1} = \text{a Sin}\,(\omega\,t - \dfrac{2\pi\,r}{\lambda} + \pi) = \text{a Sin}\,(\dfrac{2\pi}{T}3{,}5T - \dfrac{2\pi\,r}{\lambda} + \pi)$

  $= \quad \text{a Sin}\,(-\dfrac{2\pi\ r}{\lambda}) \Leftrightarrow y(r)_{t_1} = 2.10^{-2}\ \text{Sin}\,(-200\pi\,r)\ \ \forall\ 0 \leq r \leq 3{,}5\lambda$.

- $t_2 = 20.10^{-2}\ s = 4T \Rightarrow\ \ r_{F2} = 4\lambda$

  $r_{F_2} - r_{F_1} = 4\lambda - 3{,}5\lambda = 0{,}5\lambda \ \Leftrightarrow\ y(r)_{t2}$ est décalée de $\dfrac{\lambda}{2}$ par rapport à $y(r)_{t_1}$.



b) $t_1 = 17{,}5.10^{-2}\ s = 3{,}5T \Rightarrow r_{F1} = 3{,}5\lambda\ ;\ y(r)_{t_1} = \text{a Sin}\,(-\dfrac{2\pi\ r}{\lambda})$ et

$V\,(t_1) = a\,\omega\,Cos(\dfrac{2\pi\ t_1}{T} - \dfrac{2\pi\,r}{\lambda} + \pi) = a\omega\,Cos(\dfrac{-2\pi}{\lambda}r). \qquad \forall\ 0 \leq r \leq 3{,}5\lambda$.

Or $\ y_P(t_1) = a\,Sin(\dfrac{-2\pi}{T}\,t_1) = 0$.

$\Rightarrow \quad y(r)_{t_1} = y_P(t_1) = 0 \Leftrightarrow$ a Sin $(-\dfrac{2\pi\, r}{\lambda}) = 0$

Et v $(t_1) < 0 \quad \Leftrightarrow \quad$ Cos $(-\dfrac{2\pi\, r}{\lambda}) < 0 \quad \Leftrightarrow \quad -\dfrac{2\pi\, r}{\lambda} = \pi + 2K\pi$

Donc $r = -\lambda(\dfrac{1}{2} + K)$ avec $\forall\, 0 \le r \le 3{,}5\lambda \Leftrightarrow -3 \le K \le -0{,}5$

k	-4	-3	-2	-1
r	$\dfrac{7\lambda}{2}$	$\dfrac{5\lambda}{2}$	$\dfrac{3\lambda}{2}$	$\dfrac{\lambda}{2}$

A la surface du liquide, les lieux géométriques sont des cercles de rayons respectivement :

$R_1 = \dfrac{\lambda}{2}$; $R_2 = \dfrac{3\lambda}{2}$; $R_3 = \dfrac{5\lambda}{2}$ et $R_4 = \dfrac{7\lambda}{2}$.

c) On a $y_M(t) = a\, Sin(\omega\, t - \dfrac{2\pi\, r}{\lambda} + \varphi_S)$ et par suite

$$\varphi_A = \frac{-2\pi\, r_A}{\lambda} + \varphi_S \qquad avec \quad r_A = 0{,}5\,\lambda$$

$$\varphi_B = \frac{-2\pi\, r_B}{\lambda} + \varphi_S \qquad avec \quad r_B = 1{,}75\,\lambda$$

$$\varphi_D = \frac{-2\pi\, r_D}{\lambda} + \varphi_S \qquad avec \quad r_D = 2\,\lambda$$

- $\varphi_D - \varphi_A = \dfrac{2\pi}{\lambda}(r_A - r_D) = \dfrac{2\pi}{\lambda}(\dfrac{\lambda}{2} - 2\lambda) = \pi$, A et D vibrent en opposition de phase.
- $\varphi_D - \varphi_B = \dfrac{2\pi}{\lambda}(r_B - r_D) = \dfrac{2\pi}{\lambda}(1{,}75\lambda - 2\lambda) = -\dfrac{\pi}{2}$, B vibre en quadrature avance de phase par rapport à D.

4)

a) C' = 2C or C' = $\dfrac{\lambda'}{T}$; T constante $\Rightarrow \quad \lambda' = C'\,T = 2\,CT = 2\lambda$

Or $\varphi_S - \varphi_P = \varphi_S - \dfrac{2\pi\, x_1}{\lambda'} - \varphi_S = \dfrac{2\pi.1{,}5.\lambda}{2.\lambda} = -\dfrac{\pi}{2} rad..$

b) $\varphi_D - \varphi_A = -\dfrac{2\pi}{\lambda'}1{,}5\lambda = \dfrac{-2\pi\, 1{,}5\lambda}{2\lambda} = -1{,}5\pi = \dfrac{\pi}{2}\ rad$

A vibre en quadrature retard par rapport à D.

$\varphi_D - \varphi_B = \dfrac{2\pi}{\lambda}(r_B - r_D) \quad = \dfrac{2\pi}{\lambda'}(1{,}75\lambda - 2\lambda) \quad = \dfrac{-2\pi.0{,}25\lambda}{2\lambda} = \dfrac{-\pi}{4}\ rad.$

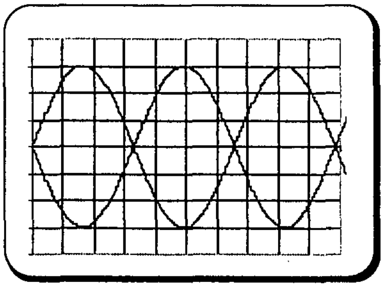
D vibre en retard par rapport à B.

EXERCICE 6 :

1) L'onde se propage avec une célérité constante $\Rightarrow C = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$.

2) $\Delta x = d_2 - d_1 = d \Rightarrow C = \dfrac{d}{\Delta t} \Leftrightarrow d = C \times \Delta t = C \times \dfrac{T}{5} = \dfrac{\lambda}{5} \Leftrightarrow d = 0{,}2\ \lambda$ La constante est la longueur d'onde $\lambda = \dfrac{C}{N} = \dfrac{340}{1000} = 0{,}34\,m$.

3) Si $\Delta x = \dfrac{\lambda}{2} \Leftrightarrow \Delta t = \dfrac{d}{C} = \dfrac{\Delta x}{C} = \dfrac{\lambda}{2C} = \dfrac{T}{2}$ or $|\Delta\varphi| = \omega \times \Delta t = \dfrac{2\pi}{T} \times \dfrac{T}{2} = \pi \Leftrightarrow$ Les deux courbes seront en opposition de phase.



EXERCICE 7 :

1) Une onde sonore est une onde mécanique périodique progressive.
2) L'onde est longitudinale lorsque la direction de la perturbation est la même que la direction de propagation de l'onde.
3)
   a) La longueur d'onde λ est la distance parcourue par l'onde pendant une durée égale à la période T. Elle s'exprime en mètres.

b) Deux points consécutifs du milieu, dans le même état vibratoire sont situés à une distance égale à la longueur d'onde, soit d = λ.

c) $\lambda = \dfrac{C}{N} \Leftrightarrow C = \lambda \times N$ = 1,5 × 225 = 337,5 m.s^{-1}.

EXERCICE 8 : (Documentaire)

1) La direction de la déformation de la surface de l'eau est verticale et cette déformation se propage horizontalement à la surface de l'eau, donc la direction de la déformation est perpendiculaire à celle de la propagation donc cette onde est qualifiée de transversale.
2) Le brin d'herbe se déplace verticalement ⇒ La propagation d'une onde est une propagation d'énergie et non de matière.
3) L'ébranlement crée par les pattes du gerris est bidimensionnel « des ondes à la surface de l'eau qui se propagent dans toutes les directions offertes par le milieu »
4)

a) $C = \dfrac{distance}{durée} = \dfrac{R_2 - R_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{(2.10^{-2} - 10^{-2}) \times 100}{t_1 + 10 - t_1} = 0{,}1$ m.s^{-1}.

b) « Ces ombres sont la conséquence de la déformation de la surface de l'eau au contact de l'extrémité des six pattes de l'insecte. Les déplacements de l'insecte génèrent des ondes à la surface de l'eau qui se propagent dans toutes les directions offertes par le milieu »

Interactions onde – matière

Résumé du cours :

A. Onde mécanique progressive :

1) La diffraction :

- Lorsqu'une onde progressive rencontre un obstacle de petite taille ou une fente fine son trajet et sa forme sont modifiés. C'est la diffraction de l'onde.
- La diffraction est d'autant plus marquée que les dimensions de la fente ou de l'obstacle sont plus petites (voisines de la longueur d'onde λ).
- La diffraction n'affecte ni la période ni la célérité ni la longueur d'onde λ.

2) La réflexion :

- C'est le brusque changement de direction de propagation de l'onde dans le même milieu sans changement de la longueur d'onde λ.
- L'angle d'incidence i est égal à l'angle de réflexion r.

3) La réfraction :

a) Transmission d'une onde mécanique : Une onde est transmise d'un milieu vers un autre, si elle passe avec changement de célérité et de longueur d'onde λ mais sans changement de direction de propagation lorsque cette onde arrive perpendiculairement à la surface de séparation.

b) Réfraction :

- C'est le brusque changement de direction de propagation (cassure des rides) au niveau de la surface de séparation de deux milieux de propagation.

- L'angle d'incidence i_1 et l'angle de réfraction i_2 obéissent à la relation : $\frac{Sin\,(i_1)}{C_1} = \frac{Sin\,(i_2)}{C_2}$ où C_1 et C_2 sont les célérités respectivement de l'onde incidente et de l'onde réfractée.

4) La dispersion :

- Un milieu est dit dispersif pour une onde progressive sinusoïdale si la célérité de l'onde dépend de la fréquence (non seulement de la nature du milieu de propagation).
- Certains milieux sont très dispersifs c'est le cas de la surface de l'eau.
- Certains milieux sont très peu dispersifs c'est le cas d'un gaz a température et a pression constantes. La célérité des ondes sonores dans l'aïr est quasi constante quelles que soient les fréquences de ces ondes

B. La lumière modèle ondulatoire :

1) Diffraction de la lumière.

- Par analogie avec l'onde mécanique, la diffraction de la lumière est la modification de son trajet lorsqu'elle passe par une petite ouverture ou autour d'un petit obstacle ⇒ la lumière est de nature ondulatoire.
- Les ondes lumineuses se propagent dans le vide avec la même célérité $C = 3.10^8\ ms^{-1}$.
- La diffraction d'une onde lumineuse monochromatique de longueur d'onde λ_0 par une fente (ou un fil) de largeur a (ou d'épaisseur a) provoque un faisceau de demi – largeur angulaire $\theta = \frac{\lambda_0}{a}$

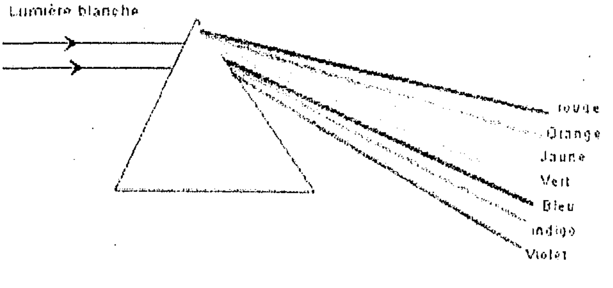
2) Lumière monochromatique : est une lumière composée d'une seule couleur et caractérisée par sa fréquence υ, cette fréquence ne change pas en passant d'un

milieu transparent à un autre. Dans un milieu transparent : $\lambda = \frac{V}{\upsilon}$; V est la célérité de la lumière dans ce milieu transparent.

3) Lumière polychromatique : c'est une lumière constituée par plusieurs lumières monochromatiques.

4) Célérité dans un milieu transparent :
   - La célérité de la lumière dépend du milieu dans lequel elle se propage qui est caractérisé par son indice de réfraction $n = \frac{C}{V}$ (n > 1) où C et V sont les célérités de la lumière respectivement dans le vide et dans le milieu transparent.
   - La longueur d'onde d'une onde lumineuse dépend du milieu dans lequel elle se propage : $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$ où λ_0 et λ sont les longueurs d'onde de la lumière respectivement dans le vide et dans le milieu transparent.

5) Dispersion de la lumière blanche par un prisme.
   - Le prisme décompose cette lumière en un spectre coloré et continu.



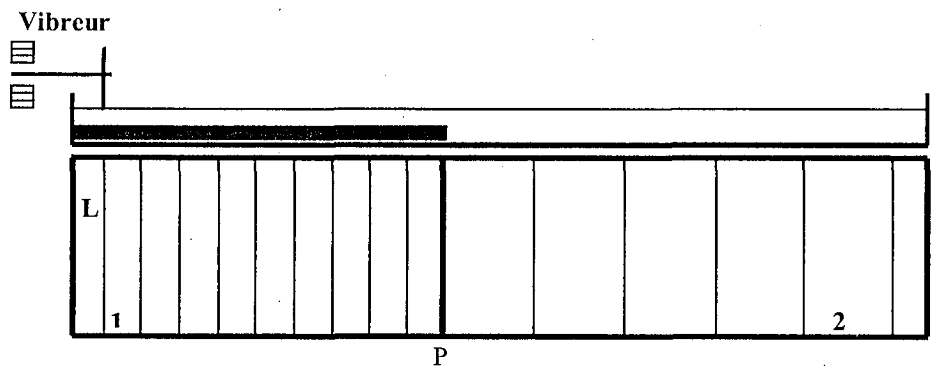
   - Les radiations qui constituent la lumière blanche ne subissent pas la même réfraction, le violet est plus réfracté que le jaune qui est lui même plus dévié que le rouge $\Rightarrow$ c'est la dispersion.

Exercices

EXERCICE 1 :

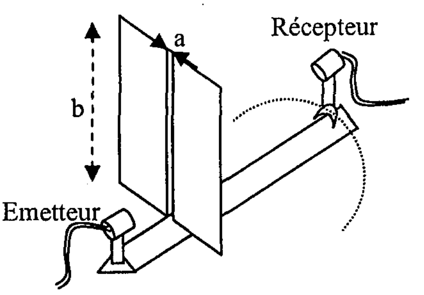
Une réglette S animée d'un mouvement rectiligne, vertical et sinusoïdal de fréquence N = 50 Hz et d'amplitude a = 2 mm, excite la surface libre de l'eau d'une cuve à ondes dont les bords sont tapissés par la mousse pour empêcher toute réflexion de l'onde.

On immerge une plaque P pour avoir deux épaisseurs e_1 et e_2. La surface de séparation est parallèle à la réglette L. La figure suivante, prise à l'échelle réelle, représente l'aspect de la surface du liquide à un instant donné.



1) De quelle phénomène s'agit – t – il ? Expliquer.
2) A partir du graphe précédent relever les valeurs des longueurs d'onde λ_1 et λ_2 des ondes se propageant respectivement dans les milieux 1 et 2.
3) Déterminer les valeurs des épaisseurs e_1 et e_2. Sachant qu'a fréquence constante, $C = \sqrt{e \times \|\vec{g}\|}$ avec $\|\vec{g}\| = 10\ m.s^{-2}$.
4) On incline la plaque de 20° dans le sens trigonométrique positif. De quel phénomène s'agit – il ? Expliquer. Déterminer l'angle de réfraction i_2.

EXERCICE 2 :



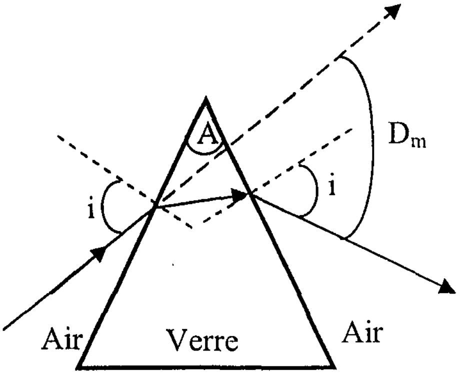
Un émetteur ultrasonore est placé derrière une plaque métallique percée d'une fente de grande longueur b = 15 cm et de petite largeur a = 10 mm. Un récepteur ultrasonore est situé à une distance D = 20 cm de l'autre coté de la plaque. La longueur d'onde de l'onde ultrasonore est de 8 mm. Il est possible de déplacer latéralement le récepteur d'un angle α en maintenant la distance D constante.

Les valeurs de l'amplitude u de la tension relevée aux bornes du récepteur sont consignées dans le tableau suivant :

u (mv)	180	150	120	90	60
α(degré)	10	15	20	25	30

1) Tracer la courbe qui représente u en fonction de α.
2) Pour quelle valeur approximative de l'angle de diffraction, l'amplitude de l'onde sonore est – elle nulle ? Ce résultat est – il en accord avec la relation donnée en cours ?

EXERCICE 3 :



1) Un prisme ayant pour section droite un triangle équilatéral, reçoit sur l'une de ses faces un rayon de lumière blanche sous une incidence d'environ 55°.
   a) Qu'observe – t – on lors de l'émergence du faisceau lumineux ?
   b) Quelles sont les limites des longueurs d'onde du spectre visible dans le vide ? Situer les rayonnements ultraviolets et infrarouges par rapport à ce spectre visible.

2) Lorsque l'on fait varier l'angle d'incidence, la déviation D d'un rayon monochromatique par le prisme passe par un minimum noté D_m.

Dans ce cas les lois de la réfraction s'écrit : $Sin\,(\frac{D_m + A}{2}) = n\,Sin\frac{A}{2}$ avec A la valeur de l'angle au sommet du prisme. Pour trois longueurs d'onde λ, les valeurs des déviations minimales Dm sont mesurées et placées dans le tableau suivant :

λ (nm)	434	589	768
Dm en degré	53,75	51,18	49,97

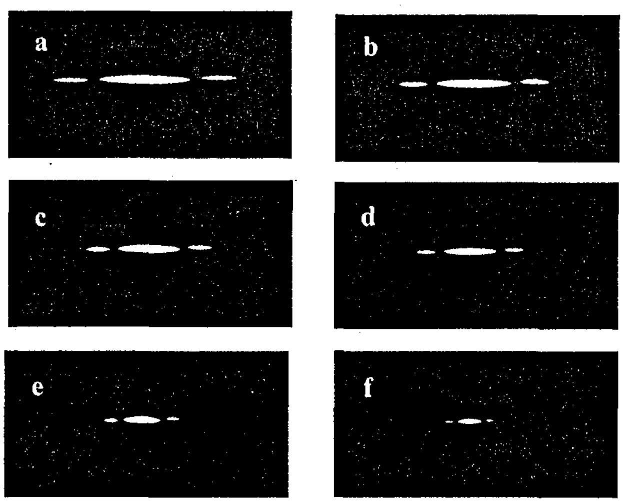
a) Calculer l'indice de réfraction du verre du prisme pour chacune des longueurs d'onde.

b) Calculer la célérité de la lumière dans le verre, pour chaque longueur d'onde.

c) La célérité de la lumière dans le verre du prisme est – elle fonction de la fréquence des radiations considérées ?

EXERCICE 4 :

1) Pour différentes valeurs de la largeur réglable a de l'ouverture d'une fente rectiligne traversé » par un rayon laser de longueur d'onde dans le vide λ ,On obtient des figures de diffraction sur un écran placé perpendiculairement au rayon incident. L'écran est situé à une distance D = 4,3 m des fentes. Tracer un schéma du dispositif expérimental.



2) On mesure la distance 2d séparant les deux premières extinctions situées de part et d'autre de la tache centrale. On consigne les résultats dans le tableau suivant :

	Figure a	Figure b	Figure c	Figure d	Figure e	Figure f
a (mm)	0,047	0,067	0,116	0,15	0,36	0,56
2d (mm)	119	83	48	37	15,5	10
d (mm)						
λ (μm)						

a) Justifier l'importance de la dimension de l'ouverture sur le phénomène de diffraction observé.

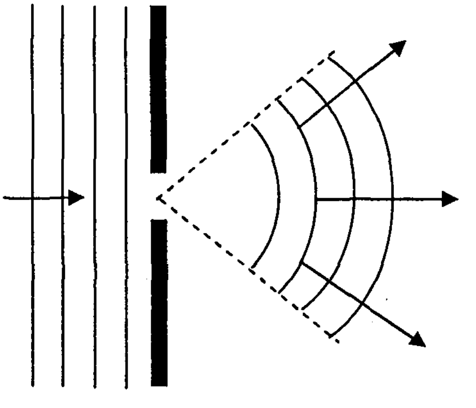
b) Donner la relation reliant les grandeurs D, λ, a et d et compléter le tableau précédent.

c) Quelle est la valeur moyenne de la longueur d'onde de la radiation émise par l'émetteur laser ?

d) Quelle est la couleur correspondant à cette radiation ?

e) Calculer la fréquence de la radiation. On donne la célérité de la lumière dans le vide $C = 3.10^8$ m.s^{-1}.

EXERCICE 5 :



Une onde mécanique progressive plane et sinusoïdale est crée à la surface de l'eau d'une cuve à onde. Cette onde arrive sur un obstacle muni d'une ouverture de largeur a.

A l'échelle $\frac{1}{4}$ on observe le schéma ci - contre :

1)

a) Qualifier le phénomène observé. Justifier la réponse.

b) Vérifier sur le document que $a = 1,5\ \lambda$.

2)

a) Mesurer directement l'angle aigu, qu'on note 2θ, fait par les deux directions qui sont symétriques par rapport à la direction initiale de propagation de l'onde.

b) Vérifier la relation : $\theta = \dfrac{\lambda}{a}$.

3)

a) Quelle condition doit vérifier le rapport $\dfrac{a}{\lambda}$ pour que la diffraction de l'onde soit d'autant plus marquée ?

b) Pour une célérité de propagation de l'onde $C = 0,5\,m.s^{-1}$ et une fréquence $N = 50$ Hz. Quelles sont les valeurs possibles de a pour que la condition précédente soit remplie ?

EXERCICE 6 :

A. On fait passer une onde sonore de fréquence $\nu = 1$ KHz dans une ouverture circulaire de diamètre D pratiquée dans une paroi de laine de roche (isolant acoustique).

L'onde sonore est émise par une source ponctuelle assez éloignée.

Dans les conditions de l'expérience, la vitesse du son dans l'air est $V = 340\ m.s^{-1}$.

1) Quelle est la forme de l'onde émise ?

2) Du fait que la source ponctuelle est assez éloignée, quelle forme peut-on attribuer à l'onde incidente au niveau de l'obstacle ?

3)

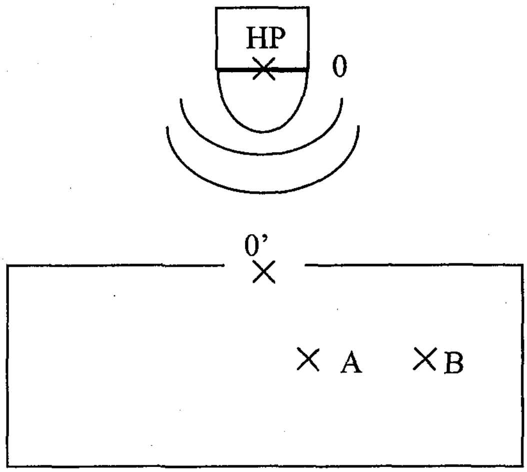
a) Quelle sera la forme de cette onde sonore après l'obstacle si D = 10 cm ?

b) Quelle sera la forme de cette onde sonore après l'obstacle si D = 1m ?

B. Un haut parleur émet deux sons purs S_1 et S_2 de même intensité sonore de fréquences respectivement $\nu_1 = 100Hz$ et $\nu_2 = 1000Hz$.

S_1 et S_2 pénètrent dans une pièce dont les murs absorbent les sons par l'intermédiaire d'une ouverture de largeur d = 1m.

Dans les conditions de l'expérience la vitesse du son est 340 $m.s^{-1}$.il y a deux observateur A et B positionnés comme l'indique la figure suivante :



1) Calculer λ_1 et λ_2, les longueurs d'onde respectives de S_1 et S_2 .

2) B peut- il entendre S_1 ? S_2 ?

EXERCICE 7:

On admet que la sensation ‹couleur jaune › est due aux ondes électromagnétiques visibles ou lumières monochromatiques dont les fréquences sont comprises entre $\nu_{min} = 5.10^{14}Hz$ et $\nu_{max} = 5,3.10^{14}$ Hz . On admet que la célérité dans l'eau est sensiblement la même pour les diverses lumières monochromatiques et est égale à 225000 $km.s^{-1}$.

Préciser les longueurs d'onde correspondantes lorsque ces lumières se propagent dans l'air puis dans l'eau.

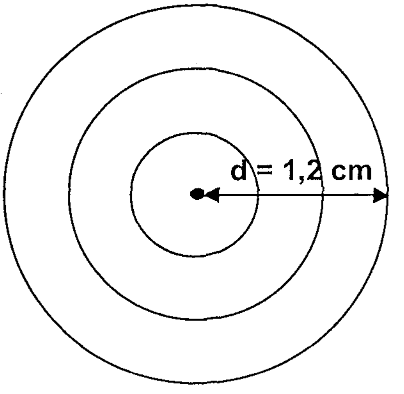
EXERCICE 8 :

On néglige toute réflexion et dilution d'énergie

Une pointe S liée à un vibreur, affleure la surface libre de l'eau d'une cuve à onde, elle commence à vibrer à la date $t_0 = 0s$ avec une amplitude $a = 2.10^{-3}$m et l'onde se propage à la surface de l'eau avec une célérité

$C = 0,5\ ms^{-1}$.

A une date t_1, l'élongation de S atteint sa valeur maximale, on donne le graphe suivant représentant une vue des rides crêtes à la surface du liquide éclairée par une lumière stroboscopique de fréquence $Ne = N$, avec N : fréquence des vibrations.



1)

a) Déterminer à partir du graphe la longueur d'onde λ.

b) Représenter la coupe transversale passant par S à la date t_1.

c) Calculer la valeur de t_1, en déduire la fréquence N.

d) Etablir l'équation horaire de mouvement de S.

2) Déterminer à la date $t_2 = 3,4.10^{-2}$s les lieux des points de la surface du liquide qui vibrent avec la même vitesse que le point A situé à un rayon par $r_A = 1,3$ cm (compté à partir de la source lorsque le liquide est au repos).

3) La pointe est remplacée par une réglette dont le bord inférieur affleure la surface de l'eau, on place un obstacle fixe incliné de 30° par rapport aux rides crées par la réglette.

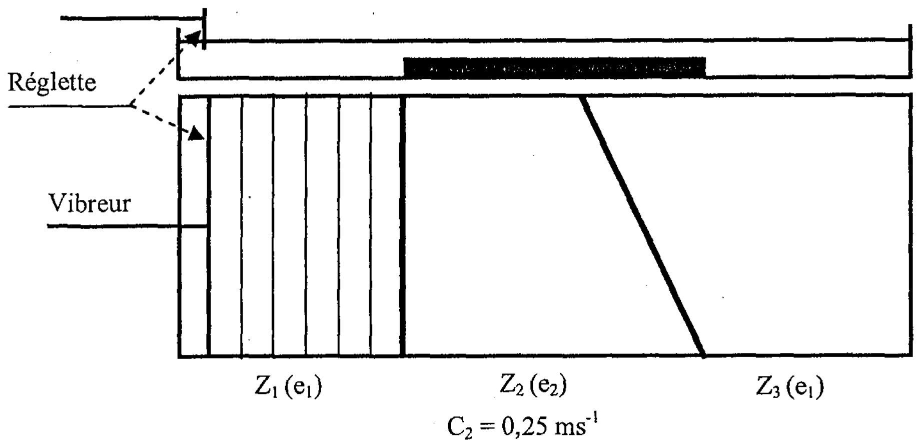
a) De quel phénomène s'agit – il ? justifier.

b) Faire un schéma.

4) On enlève l'obstacle et on immerge une plaque trapézoïdale pour obtenir trois zones Z_1, Z_2 et Z_3 (voir figure ci – dessous)

a) De quels phénomènes s'agit – il ? justifier.

b) En faisant les calculs nécessaires compléter la figure ci – dessous.



EXERCICE 9 :

Documentaire : À l'écoute des océans.

À l'aide de stations d'écoute de stations sous- marines ou côtière, on détecte des séismes sous-marins, des activités volcaniques océaniques et l'on s'assure également du bon respect du traité d'interdiction complète des essais nucléaires. Dans les océans, la propagation hydroacoustique dépend essentiellement de la variation de la vitesse de propagation du son avec la profondeur.

La célérité du son dans l'eau, voisine de 1500 mètres par seconde, croit lorsque la température s'élève et lorsque la salinité et la pression hydrostatique augmentent.

Selon la loi de Descartes, un rayon représentant la trajectoire suivie par le son tend à s'incurver pour se diriger vers le minimum de vitesse.

Le rayon est piégé dans un << canal océanique>>, il se propage sans aucune interaction, ni avec le fond marin ni avec la surface.

Grace à ce guide d'onde océanique naturel, les ondes acoustiques traversent l'océan Pacifique (d'Est en Ouest) en moins de quatre heures ; c'est le cas de ce signal enregistré à Tahiti provenant d'un séisme situé à plus de 3000 kilomètres.

(D'après Pour la Science, H-S.de juillet-octobre 2001 et collection DURANDEAU T^{erm}S)

I) Analyse du texte

1) Quel intérêt présente l'enregistrement des ondes hydroacoustiques ?
2) De quels facteurs dépend la célérité du son dans l'eau des océans ?
3) Quel est l'intérêt du << canal océanique>> qui guide les ondes hydroacoustiques ?
4) Citer les interactions possibles qui peuvent se réaliser en absence du << canal océanique>>.

II) Exploitation du texte

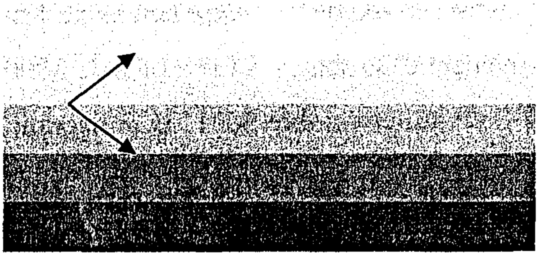
La seconde loi de Descartes sur la réfraction de la lumière :

$n_1 \mathrm{Sin}\ i_1 = n_2 \mathrm{Sin}\ i_2$. Peut s'écrire : $\frac{1}{C_1}\ \mathrm{Sin}\ i_1 = \frac{1}{C_2}\ \mathrm{Sin}\ i_2$

Avec C_1 et C_2 les célérités de l'onde dans le premier et le second milieu respectivement. On admet que cette loi est adaptée pour les ondes hydroacoustiques.

Pour modéliser le phénomène, on représente l'océan par des tranches d'eau superposées. La célérité des ondes est plus grande dans les tranches foncées que dans les tranches claires.

Deux rayons sonores, l'un se dirigeant vers la surface, l'autre vert les profondeurs.



1) Comment le rayon sonore est – il dévié lorsqu'il passe d'une tranche claire vers une tranche plus foncée.

2) Le rayon sonore subit – il toujours ($\forall\ 0 \leq i_1 \leq \frac{\pi}{2}$) une réfraction lorsqu'il passe d'une tranche claire vers une tranche plus foncée ? Justifier la réponse.

3) Expliquer l'affirmation : un rayon représentant la trajectoire suivie par le son tend à s'incurver pour se diriger vers le minimum de vitesse.

Correction :

EXERCICE 1 :

1) Il s'agit de phénomène de transmission d'une onde mécanique progressive, car l'onde arrive perpendiculairement à la surface de séparation, elle passe d'un milieu (1) à un milieu (2) plus profond avec une fréquence N constante, donc il y a augmentation de la célérité de propagation de l'onde et par suite augmentation de la longueur d'onde.

2) $\lambda_1 = 0{,}5\ \text{cm} = 5.10^{-2}\ \text{m}$; $\lambda_2 = 1{,}2\ \text{cm} = 1{,}2\ .10^{-2}\ \text{m}$.

3) $C_1 = \dfrac{\lambda_1}{T} = \lambda_1\ N \Leftrightarrow C_1 = 5.10^{-3}.50 = 25.10^{-2}\,m.s^{-1}$

$C_2 = \dfrac{\lambda_2}{T} = \lambda_2\ N \Leftrightarrow C_2 = 1{,}2.10^{-2}.50 = 60.10^{-2}\,m.s^{-1}$

On a : $C_1 = \sqrt{e_1.\|\vec{g}\|} \Rightarrow C_1^{\,2} = e_1\,.\|\vec{g}\| \Rightarrow e_1 = \dfrac{C_1^{\,2}}{\|\vec{g}\|} \Rightarrow e_1 = \dfrac{(25.10^{-2})^2}{10} = 625.10^{-5}\ m$

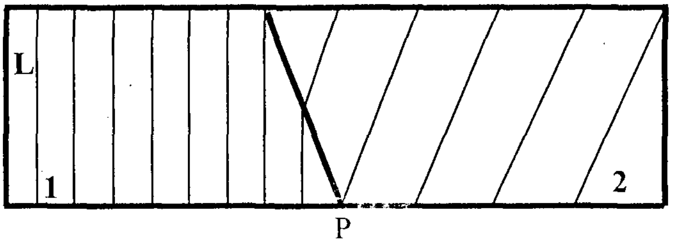
De même pour $\Rightarrow C_2^{\,2} = e_2\,.\|\vec{g}\| \Rightarrow e_2 = \dfrac{C_2^{\,2}}{\|\vec{g}\|} \Rightarrow \quad e_2 = \dfrac{(0{,}6)^2}{10} = 0{,}036\ m$

4) Il s'agit de phénomène de réfraction d'une onde mécanique progressive : c'est un brusque changement de direction de propagation, on assiste à une cassure des rides à la surface de séparation de deux milieux propagateur (1) et (2).

D'après la loi de Descartes on a :

$\dfrac{Sin\,i_1}{C_1} = \dfrac{Sin\,i_2}{C_2}$ avec $C_1 = \lambda_1 N$ et $C_2 = \lambda_2\,N$ d'où $\dfrac{Sin\,i_1}{\lambda_1} = \dfrac{Sin\,i_2}{\lambda_2}$ Donc

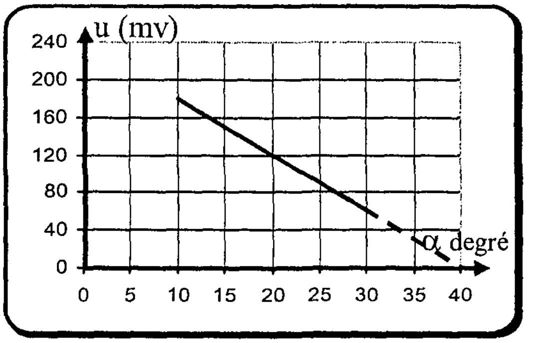
$Sin\,i_2 = \dfrac{\lambda_2}{\lambda_1}\,Sin\,i_1 \quad \Rightarrow \quad Sin\,i_2 = \dfrac{12.10^{-3}}{5.10^{-3}}\,Sin\,20^\circ = 0{,}82 \quad \Rightarrow \quad i_2 = 55^\circ$



EXERCICE 2 :

1)

2) L'amplitude de l'onde sonore est nulle lorsque la tension relevée aux bornes du récepteur est nulle. On prolonge la courbe jusqu'à l'axe des abscisses (u = 0), on trouve $\alpha = 40°$.



D'après la relation donnée en cours : $\alpha = \frac{\lambda}{a} = \frac{7.10^{-3}}{10.10^{-3}} = 0{,}7$ rad $\Leftrightarrow \alpha = 40{,}1°$

$\Leftrightarrow$ Le résultat expérimental est en accord avec la relation donnée en cours.

EXERCICE 3 :

1)

a) A l'émergence du faisceau lumineux, on observe la dispersion de la lumière sous la forme d'un éventail représentant les couleurs de l'arc en ciel. Ce phénomène s'appelle la dispersion de la lumière blanche par un prisme. Les radiations les plus déviées sont les violets et les bleus. Les radiations les moins déviées sont les orangés et les rouges.

b) Les limites des longueurs d'onde du spectre visible dans le vide sont :

- Limite inférieure : $\lambda = 0{,}38\ \mu m$, violet profond.
- Limite supérieure : $\lambda = 0{,}80\ \mu m$, rouge profond.

Les radiations ultraviolettes ont des longueurs d'onde inférieures à $0{,}38\ \mu m$ et les radiations rouges ont des longueurs d'onde supérieures à $0{,}80\ \mu m$.

2)

a) Par hypothèse la section droite du prisme est un triangle équilatéral. les angles au sommet ont donc pour valeur A = 60°. L'indice de réfraction du verre pour chaque longueur d'onde est donné par la relation :

$$n = \frac{Sin\left(\frac{D+A}{2}\right)}{Sin\frac{A}{2}}.$$

λ (nm)	434	589	768
Dm en degré	53,75	51,18	49,97
Indice de réfraction	1,675	1,650	1,638

b) Par définition, l'indice de réfraction n_i d'un milieu transparent est donné par la relation : $n_i = \frac{C}{V}$. D'où la célérité dans le verre pour une radiation déterminé est : $V = \frac{C}{n_i}$.

λ (nm)	434	589	768
Célérité V ($10^8 m.s^{-1}$)	1,79	1,817	1,83

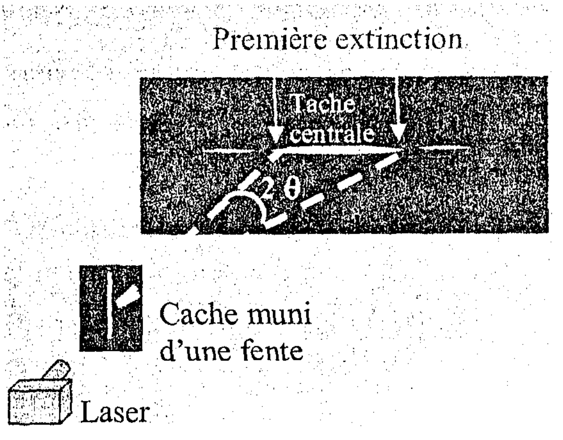
c)

Célérité V ($10^8 m.s^{-1}$)	1,79	1,817	1,83
$N = \frac{V}{\lambda}$ (10^{14}Hz)	4,12	3,05	2,38

La célérité de la lumière dans le verre du prisme est fonction de la fréquence de la radiation considérée : le verre est un milieu dispersif.

EXERCICE 4 :

1) Schéma du dispositif expérimental :



2)

a) D'après les valeurs du tableau, plus que la largeur de la fente est grande, moins la figure de diffraction est étalée.

b) L'écart angulaire θ est donné par la relation : $\theta = \frac{\lambda}{a}$ (1).

On considérant le triangle (OAB) : tg θ = $\frac{d}{D}$ or θ est faible ⇒ tg θ ≈ θ ⇒

θ = $\frac{d}{D}$(2). (1) et (2) donnent : $\lambda = \frac{d \times a}{D}$.

	Figure a	Figure b	Figure c	Figure d	Figure e	Figure f
a (mm)	0,047	0,067	0,116	0,15	0,36	0,56
2d (mm)	119	83	48	37	15,5	10
d (mm)	59,5	41,5	24	18,5	7,8	5
λ (μm)	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65

c) La valeur moyenne de la longueur d'onde du rayon laser est de 0,65 μm.

d) La couleur correspondant à ce rayonnement est le rouge.

e) La fréquence de cette radiation est donnée par la relation :

$\upsilon = \frac{C}{\lambda}$ d'où $\upsilon = 4{,}6.1014$Hz.

EXERCICE 5 :

1)

a) Le phénomène observé est la diffraction d'une onde progressive sinusoïdale par une ouverture pratiquée sur un obstacle. A la traversé de l'ouverture, l'onde a changer de forme.

b) On mesure a' et λ' directement sur le document.

$$\begin{cases} a' = 6mm \Leftrightarrow a = 4 \times a' = 24mm \\ \lambda' = 4mm \Leftrightarrow \lambda = 4 \times \lambda' = 16mm \end{cases} \Leftrightarrow \frac{a}{\lambda} = \frac{24}{16} = 1{,}5 \Leftrightarrow a = 1{,}5\,\lambda$$

2)

a) $2\,\theta = 76°$

b) $\theta = \frac{\lambda}{a} = \frac{2}{3} rad = 38{,}2° \approx \frac{76°}{2}$

3)

a) Pour que la diffraction soit d'autant plus marquée, il faut que le rapport $\frac{a}{\lambda}$ soit légèrement inférieur à l'unité.

b) $\lambda = \frac{C}{N} = \frac{0{,}5}{50} = 0{,}01\,m$. $\frac{a}{\lambda}$ est légèrement inférieur à 1 ⇒ a est légèrement inférieur à λ ⇒ a est légèrement inférieur à 1 cm.

EXERCICE 6 :

A.

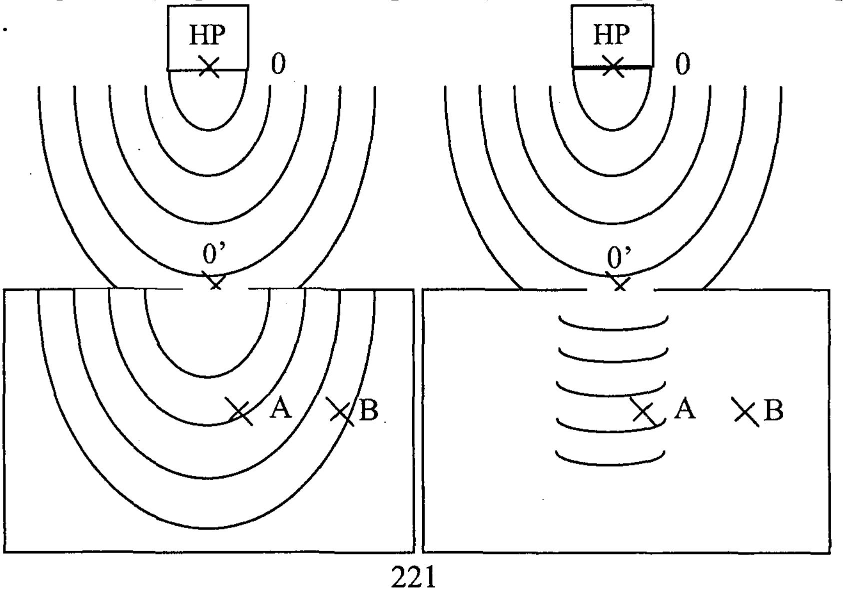
1) En 3 dimensions, une onde est en général soit sphérique soit plane, comme la source est ponctuelle, l'onde est sphérique.
2) Du fait que la source ponctuelle est assez éloignée, on peut considérer l'onde comme plane lorsqu'elle arrive sur la paroi de laine de roche. En effet, on peut assimiler une petite portion de sphère à une portion de plan lorsque la sphère est devant la portion considérée, c'est à dire si sa surface (l'obstacle) est éloignée de son centre (la source sonore).
3) Remarque : comparer la dimension du diaphragme à la longueur d'onde du son et par la suite l'onde est soit diffractée, soit diaphragmée. Connaissant la vitesse V de l'onde et sa fréquence ν, on en déduit sa longueur d'onde λ :

$$\lambda = \frac{V}{\nu} = \frac{340}{1000} = 0{,}34\text{m} = 34 \text{ cm.}$$

a) Si D = 10 cm, D < λ : l'onde est diffractée, elle est donc sphérique.
b) Si D = 100 cm, D > λ : l'onde est diaphragmée, elle est donc plane.

B.

1) On a $\lambda = \frac{V}{\upsilon}$. $\lambda_1 = \frac{V_1}{\upsilon_1} = \frac{340}{100} = 3{,}4$ m et $\lambda_2 = \frac{V_2}{\upsilon_2} = \frac{340}{1000} = 0{,}34$m.
2) $\lambda_1 > d$, S_1 est diffractée au passage de l'ouverture. Ainsi l'onde devient sphérique est centrée sur O'.B peut donc l'entendre.
$\lambda_2 < d$, donc S_2 n'est pratiquement pas diffractée au passage de l'ouverture, elle est simplement diaphragmée. B ne peut pas l'entendre car (OB) est trop à l'écart de l'axe (OO').
Les sons graves (de plus faibles fréquences) sont donc plus diffractés que les aigus.



EXERCICE 7 :

Remarque : considérer que la célérité de la lumière est indépendante de sa fréquence revient à négliger le caractère dispersif de l'eau. Pour l'air cette approximation est valable.

On a $\lambda = \frac{V}{\nu}$. Donc $\lambda_{air\ max} = \frac{V_{air}}{\nu_{min}}$ et $\lambda_{air\ min} = \frac{V_{air}}{\nu_{max}}$.

$\lambda_{air\ max} = \frac{3.10^8}{5.10^{14}} = 6.10^{-7}$ m et $\lambda_{air\ min} = \frac{3.10^8}{5,3.10^{14}} = 5,7.10^{-7}$m.

Pour la couleur jaune dans l'air, on a : $5,7.10^{-7}\text{m} \leq \lambda \leq 6.10^{-7}$ m.

De même $\lambda_{eau\ max} = \frac{V_{eau}}{\nu_{min}}$ et $\lambda_{eau\ min} = \frac{V_{eau}}{\nu_{max}}$.

On calcule $\lambda_{eau\ max} = 4,5.10^{-7}$m et $\lambda_{eau\ min} = 4,2.10^{-7}$ m.

Pour la couleur jaune dans l'eau, on obtient : $4,2.10^{-7}\text{ m} \leq \lambda \leq 4,5.10^{-7}$m.

1) La longueur l de la fente est très grande devant les longueurs d'onde des rayonnements visibles selon l'horizontale. Il n'y a pas donc pas de diffraction : la lumière n'est que diaphragmée. La hauteur de la fente n'est qu'un peu plus grande que la que la longueur d'onde des rayonnements visibles, il y a une diffraction visible selon la verticale. On a donc une tache centrale rectangulaire (même symétrie que la fente source).
2) La largeur de cette tache est L = l = 40 cm car il n'y a pas de diffraction selon l'horizontale.

   Soit H, la hauteur de la tache. La lumière va s'étaler verticalement avec un demi-angle θ pour la tache centrale tel que : $\theta = \frac{\lambda}{h}$.

   Dans le triangle OAB rectangle en B, on a $\text{tg}\,\theta = \frac{\frac{H}{2}}{a}$; soit $\text{tg}\,(\frac{\lambda}{h}) = \frac{\frac{H}{2}}{a}$

   $\Leftrightarrow$ H = 2.a. tg $(\frac{\lambda}{h})$. H = 2.4.tg $(\frac{600.10^{-9}}{4,82.10^{-6}})$ = 1 m.

   On a L = 40 cm et H = 1m, en tenant compte de l'échelle on obtient :

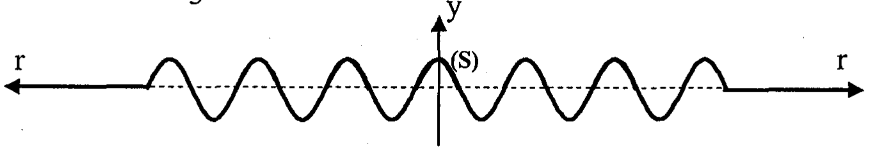
   $L' = \frac{L}{50} = 8.10^{-3}$m et $H' = \frac{H}{50} = 2.10^{-2}$ m.

EXERCICE 8 :

1)

a) $d = 3\lambda \Leftrightarrow \lambda = \dfrac{d}{3} = 4.10^{-3}$m

b)



c) $t_1 - t_0 = \dfrac{r_F - r_S}{C} \Leftrightarrow t_1 = \dfrac{3{,}25\lambda}{C} = 0{,}026$ s. Or $r_F = 3{,}25\dfrac{C}{N} \Leftrightarrow$

$N = \dfrac{3{,}25C}{r_F} = 125$ Hz.

d) $y_S(t_1) = a \Leftrightarrow \text{Sin}\,(\dfrac{2\pi}{T}3{,}25T + \varphi_S) = 1 \Leftrightarrow \dfrac{\pi}{2} + \varphi_S = \dfrac{\pi}{2} \Leftrightarrow \varphi_S = 0$ rad.

$y_S(t) = a\ \text{Sin}\,(250\pi t)\ \forall\ t \geq 0s$ (y_S en mètre et t en seconde).

2) $y_A(t) = a\ \text{Sin}\,(\dfrac{2\pi}{T}t - \dfrac{2\pi\, r_A}{\lambda})$ et $V_A(t) = \dfrac{2\pi}{T}a\ \text{Sin}\,(\dfrac{2\pi}{T}t - \dfrac{2\pi\, r_A}{\lambda} + \dfrac{\pi}{2})$.

$t_2 = 4{,}25T$ et $r_A = 3{,}25\,\lambda$ donc $V_A(t_2) = \omega a\ \text{Sin}\,(\dfrac{2\pi}{T}4{,}25T - \dfrac{2\pi\ 3{,}25\lambda}{\lambda} + \dfrac{\pi}{2})$

$V_A(t_2) = a\omega$ d'où $V_M(t_2) = \omega a\ \text{Sin}\,(\dfrac{2\pi}{T}4{,}25T - \dfrac{2\pi\ r}{\lambda} + \dfrac{\pi}{2}) = a\omega \Rightarrow$

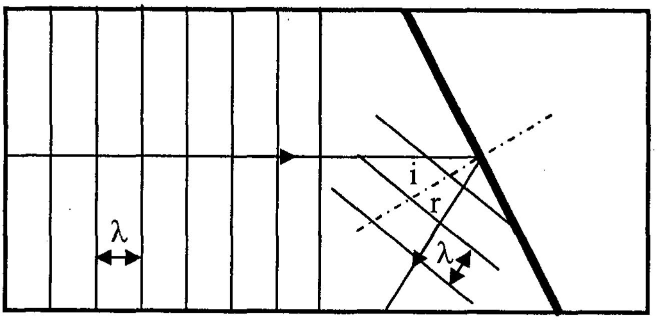
$\text{Sin}\,(\dfrac{2\pi\ r}{\lambda}) = 1 \Rightarrow \dfrac{2\pi\ r}{\lambda} = \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi \Rightarrow r = (4k+1)\dfrac{\lambda}{4}.\ 0 \leq r \leq 4{,}25\lambda \Rightarrow$

$-\,0{,}25 < r \leq 4 \Rightarrow k \in \{0,1,2,3,4\} \Rightarrow$ les points sont situés sur des cercles de rayons $\{\dfrac{\lambda}{4}; \dfrac{5\lambda}{4}; \dfrac{9\lambda}{4}; \dfrac{13\lambda}{4}; \dfrac{17\lambda}{4}\}$.

3)

a) En rencontrant l'obstacle, l'onde subit un changement de direction mais toujours dans le même milieu $\Rightarrow$ c'est la réflexion.

b)



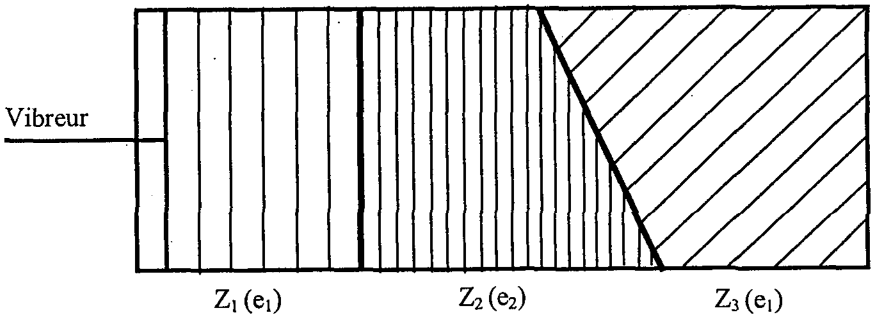
4)

a)

- De Z_1 à Z_2 : Transmission : Passage de l'onde d'un milieu à un autre sans changement de direction (la surface de séparation est parallèle aux rides).
- De Z_2 à Z_3 : Réfraction : Passage de l'onde d'un milieu à un autre avec changement de direction (la surface de séparation n'est pas parallèle aux rides)

b) $\lambda_2 = \frac{C_2}{N} = 0{,}5\frac{C_1}{N} = 0{,}5\lambda_1 = 2mm$. $\frac{Sin\, i_2}{\lambda_2} = \frac{Sin\, i_3}{\lambda_3}$ or $\lambda_3 = \lambda_1 \Rightarrow$

$Sin\, i_3 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} Sin\, i_2 = 2\ Sin\, i_2$; à partir du graphe $i_2 = 25° \Rightarrow i_3 = 57{,}69°$



EXERCICE 9 :

I) Analyse du texte

1) L'enregistrement des ondes hydroacoustiques sert à :
   a) Détecter des séismes sous-marins et des activités volcaniques océaniques.
   b) S'assurer du bon respect du traité d'interdiction complète des essais nucléaires
2) La célérité du son dans l'eau des océans dépend de :
   a) La température.
   b) La salinité.
   c) La pression hydrostatique.
   d) La profondeur.

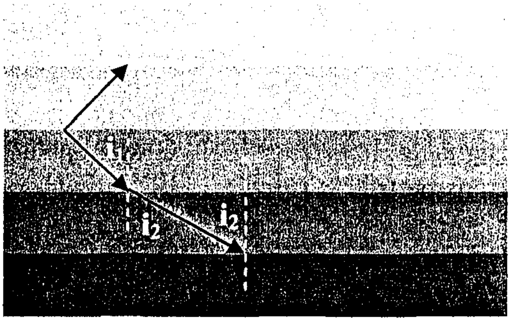
3) Le << canal océanique>> guide les ondes hydroacoustiques pour se propager sans aucune interaction ni avec le fond marin ni avec la surface, ce qui permet à ces ondes à traverser les océans : parcourir une très grande distance pour être détecter par les stations d'écoute.

4) Les interactions possibles qui peuvent se réaliser en absence du << canal océanique>> sont :

   a) La réflexion des ondes.
   b) La réfraction des ondes.

II) Exploitation du texte

1) $Sin\ i_2 = \frac{C_2}{C_1} Sin\ i_1$ or d'une tranche à une autre plus sombre, la célérité augmente $\Leftrightarrow C_2 > C_1 \Leftrightarrow$ $Sin\ i_2 \rangle\ Sin\ i_1 \Leftrightarrow\ i_2 \rangle\ i_1 \Leftrightarrow$ Le rayon sonore s'éloigne de la normale à la surface de séparation.

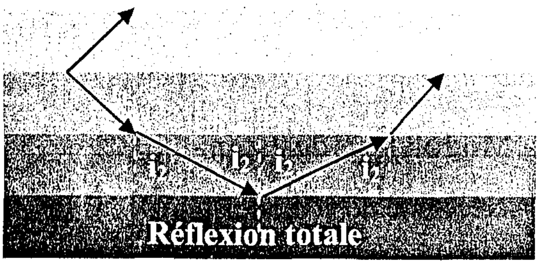


2) $Sin\ i_1 = \frac{C_1}{C_2} Sin\ i_2$ or $0 \leq Sin\ i_2 \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq Sin\ i_1 \leq \frac{C_1}{C_2} \Rightarrow Sin\ i_1 \leq \frac{C_1}{C_2} = \text{Sin}\,\lambda$

$\Leftrightarrow i_1 \langle\ \lambda \Leftrightarrow$ Existence d'un angle limite $\lambda \langle \frac{\pi}{2}$ à partir du quel il n y aura plus de réfraction.

   a) Si $i_1 \leq \lambda \Leftrightarrow$ il y a réfraction.
   b) Si $i_1 > \lambda \Leftrightarrow$ pas de réfraction ; Réflexion totale.

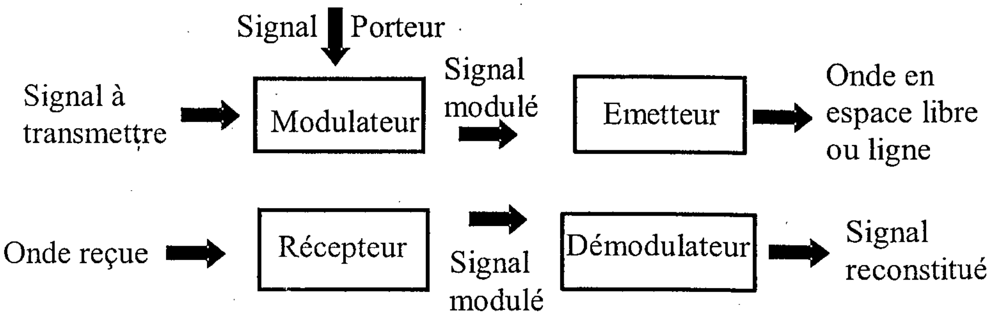
3) En passant successivement d'une tranche à une autre plus foncée, le rayon sonore s'éloigne chaque fois de la normale. Au n^{ème} passage, l'angle d'incidence i dépasse l'angle limite de réfraction λ et le rayon incident sera totalement réfléchi vers les tranches les plus clairs. Donc vers le minimum de vitesse.



Modulation et démodulation des signaux

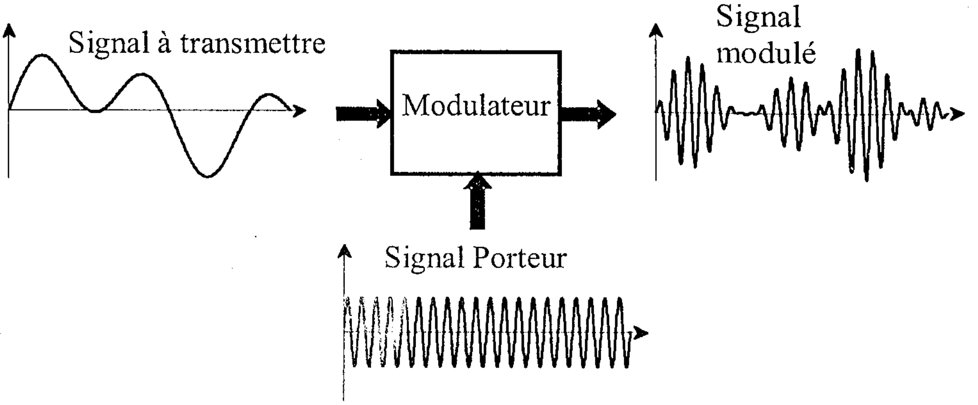
Résumé du cours :

I- Généralités sur la transmission des signaux.



<u>Signal à transmettre</u>:
- signal analogique (audio ou vidéo)
- signal numérique (vidéo, téléphonie, données informatiques).

<u>Modulateur</u> : Un signal ne peut se propager seul (de faible portée), il doit avoir pour support un signal porteur qui sera modulé par le signal à transmettre.



II- Modulation des signaux.

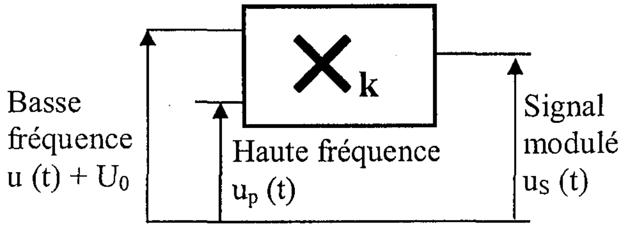
1) Nécessité de la modulation.

- La portée d'une onde électromagnétique, et en particulier l'onde hertzienne augmente avec sa fréquence (problème de transmission des signaux de basses fréquences).

- La réception d'un signal nécessite des antennes dont les dimensions dépendent de la longueur d'onde du signal (en général de l'ordre de $\frac{\lambda}{2}$) donc les signaux de basses fréquences nécessiterait des antennes démesurées.

2) Modulation d'amplitude :

La modulation d'amplitude consiste en une multiplication = > Emploi d'un multiplieur dans la partie expérimentale.



- $u(t) = U_m . \cos(2\pi N.t)$: un signal de basse fréquence N
- U_0 est une composante continue de décalage ou d'offset.
- $u_p(t) = U_{pm}. \cos(2\pi N_p. t)$: un signal de haute fréquence N_p

$u_S(t) = k.(u(t) + U_0).u_p(t) = k.[U_0 + U_m. \cos(2\pi N.t)]. U_{pm}. \cos(2\pi N_p. t)$

$\Rightarrow u_S(t) = A[1 + m \cos(2\pi N.t)]. \cos(2\pi N_p. t)$

Avec $m = \frac{U_m}{U_0}$ appelé taux ou indice de modulation et $A = k.U_0. U_{pm}$

L'amplitude du signal modulé

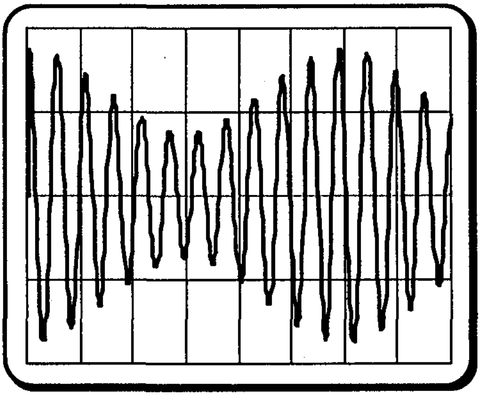
$A[1 + m \cos(2\pi N.t)]$ varie entre deux valeurs extrêmes :

- ❖ $U_{Smax} = A[1+ m]$ pour $\cos(2\pi N.t) = 1$
- ❖ $U_{Smin} = A[1- m]$ pour $\cos(2\pi N.t) = - 1$.

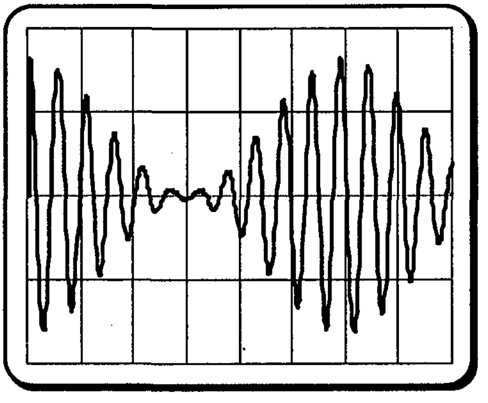
$\Rightarrow m = \frac{U_{Smax} - U_{Smin}}{U_{Smax} + U_{Smin}}$

Le taux de modulation m peut avoir trois cas:

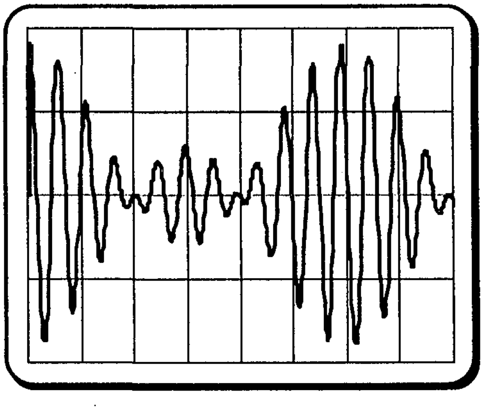
- **1^{er} cas : m < 1** donc $U_0 > U_m$ et le signal modulé $u_S(t)$ admet l'allure suivante:



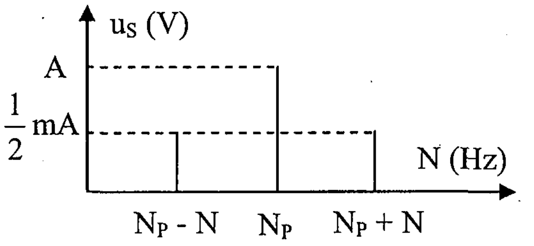
- **2^{eme} cas : m = 1** donc $U_0 = U_m$ et le signal modulé $u_S(t)$ admet l'allure suivante :



- **3^{eme} cas : m > 1** donc $U_0 < U_m$ et le signal modulé $u_S(t)$ admet l'allure suivante :

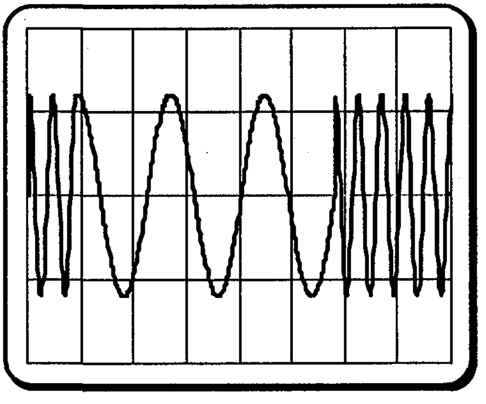


Spectre du signal modulé en amplitude



3) Modulation de fréquence :

L'objectif de la modulation de fréquence a été initialement d'obtenir une meilleure qualité des transmissions vocales. L'amplitude de la porteuse reste constante mais sa fréquence qui est modulée. Ce qui présente un énorme avantage. En effet les divers bruits parasites qui perturbent une onde électromagnétique ont le plus souvent comme conséquence d'en perturber l'amplitude.



Exemples d'application de la modulation FM

- Les radios de la « bande FM » émettent, comme leur nom l'indique, en modulation de fréquence.
- Les modems (modulateur - démodulateur) bas débit utilisent la modulation de fréquence.
- Les téléphones analogiques.

L'indice de modulation $\beta = \frac{N_{max} - N_0}{N}$. (N est la fréquence du signal modulant ; N_0 est la fréquence de la porteuse en absence de modulation et N_{max} est l'excursion crête de fréquence c'est la valeur maximale de l'excursion en fréquence $\Delta N_P = N_P - N_0 = k.u\,(t) = k.U_m.\text{Cos}\,(2\pi Nt)$).

III- Démodulation des signaux.

La démodulation d'un signal modulé en amplitude s'effectue en trois phases :

- La détection d'enveloppe avec un condensateur C et un résistor R montés en parallèle tels que : $T_o < \tau = R.C << T$, ou T_p est la période de la porteuse et T, la période du signal portant l'information ;
- Le lissage du signal avec un filtre passe-bas R'C' satisfaisant la condition $T_p << R'.C' << T$
- L'élimination de la composante continue avec un filtre passe-haut R"C" satisfaisant la condition R"C">>T. Pour une démodulation de *qualité, il* faut une porteuse de fréquence très supérieure à celle du signal modulant $N_p >> N$.

Exercices

EXERCICE 1 :

On module en amplitude une tension u_1 avec une porteuse u_2, on obtient une tension modulée u. La figure suivante représente les tensions u_1, u_2 et u.

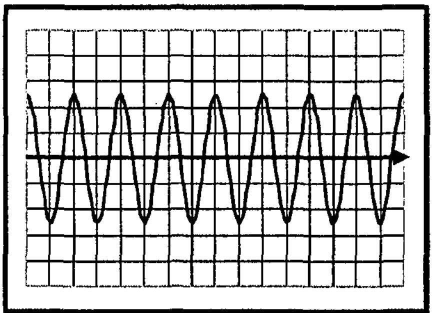


Figure 1

Abscisse : 25 µs / div
Ordonné : 1V / div

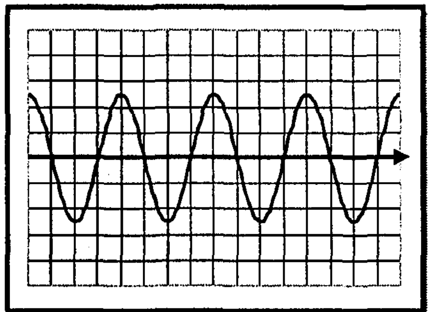


Figure 2

Abscisse : 0,5 ms/ div
Ordonné : 0,5V / div

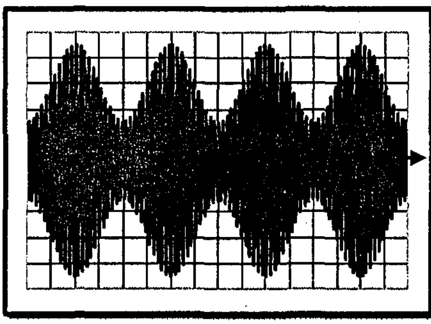
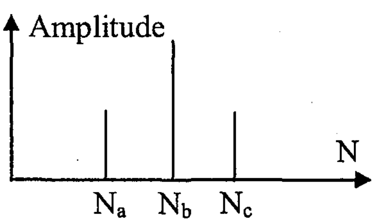


Figure 3

Abscisse : 0,5 ms/ div
Ordonné : 0,2 V / div

1) Attribuer à chaque figure la tension correspondante.
2) Déterminer l'amplitude et la fréquence du modulant et ceux de la porteuse.
3) Déterminer le taux de modulation m et en déduire la tension d'offset U_0 ? La qualité de la modulation est elle bonne ?
4) On donne le spectre en fréquence de la tension modulée. Déterminer la valeur de chacune des fréquences N_a N_b et N_c



5) Le signal modulé ainsi crée est reliée à une

antenne. Dire pour chacune des propositions suivantes si elle est vraie ou fausse.

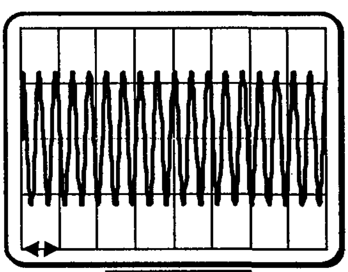
a) L'antenne transforme le signal électrique en une onde électromagnétique.
b) L'amplitude de la tension modulée est constante.
c) La modulation est dite d'amplitude car la fréquence de la porteuse est très supérieure à celle du modulant.
d) Dans la modulation de fréquence, on n'a pas besoin de la porteuse.

<u>EXERCICE 2</u> :

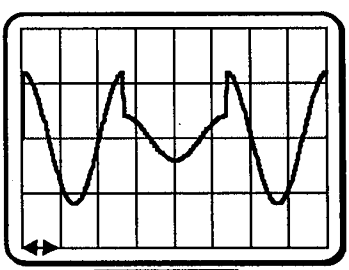
Pour transporter des informations contenues dans un son, on utilise une chaîne <<émission - transmission - réception >>.

Dans cet exercice, on étude l'émission d'un signal par modulation d'amplitude.
On combine un <u>signal modulant</u>, supposé périodique, de fréquence N avec un <u>signal porteur</u> de fréquence N_P. On obtient un <u>signal modulé</u> en amplitude.
Chaque signal est d'abord transformé en une tension u (t) dont la fréquence est égale à celle de l'onde sonore correspondante.
On rappelle qu'un signal sinusoïdal u (t) peut se mettre sous la forme :
$u(t) = U_{max}\cos(2\pi Nt + \varphi_0)$ avec U_{max} est l'amplitude du signal, N est sa fréquence et φ_0 est sa phase à l'origine des dates.

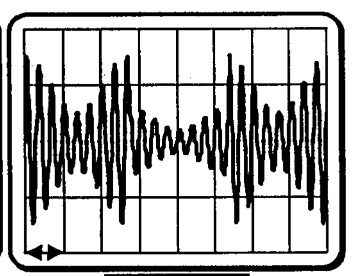
1) Identifier chacun des signaux soulignés parmi les oscillogrammes ci-dessous :



0,1ms Figure1

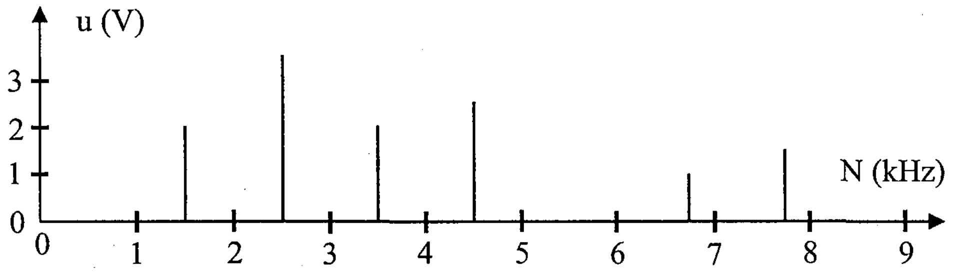


0,1ms Figure2



0,1ms Figure3

2) Le spectre en fréquence du signal modulant est donné sur la figure suivante :



Ce spectre relève la présence de plusieurs fréquences dans le signal ce qui montre que le signal modulant est la somme de plusieurs signaux de fréquences différentes. Quelle est la fréquence du fondamental ? Quels sont les différents harmoniques présents dans le signal modulant ? Indiquer leurs amplitudes respectives.

3) Donner l'expression de la tension u (t) du signal modulant en fonction des fréquences. On ne cherchera pas à développer le calcul.

4) L'expression du signal de la porteuse est $u_p(t) = 2\cos(12500\pi\ t)$ (la tension en volts et le temps en secondes). Quelle est la fréquence N_P de la porteuse ? Son amplitude U_{Pmax} ?

Pour la suite, on considère que le signal modulant est constitué par une tension sinusoïdale notée : $u(t) = 2\cos(2500\pi\, t)$.

5) Le signal modulé est obtenu en utilisant un multiplieur. A la sortie, le signal est : u_S (t) = 0,1 . u_p(t). (u (t) + 8). Déterminer l'expression de u_S (t).

On rappelle que : cos (a). cos (b) = $\frac{1}{2}\left(\cos(a+b)+\cos(a-b)\right)$.

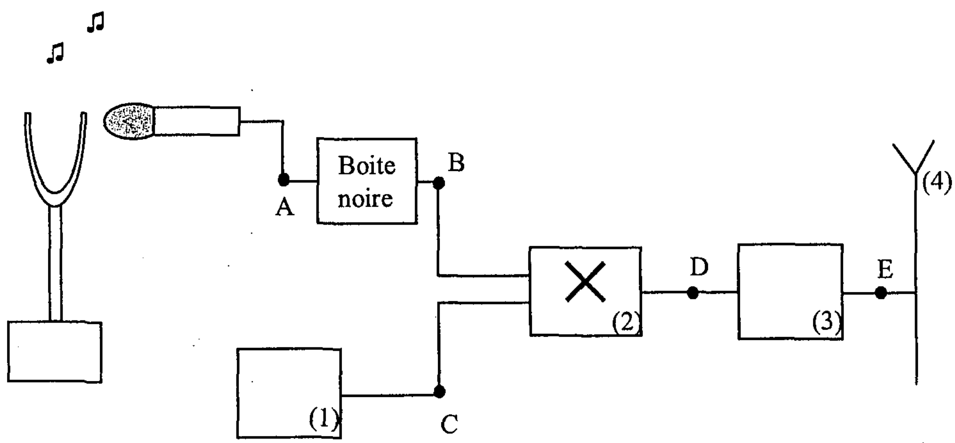
6) Donner le spectre en fréquence du signal modulé.

7) Déterminer le taux de modulation m. Le signal est-t-il de bonne qualité ?

EXERCICE 3 : (Bac français)

Les ondes électromagnétiques ne peuvent se propager dans l'air sur de grandes distances que dans un domaine de fréquences élevées. Les signaux sonores audibles de faibles fréquences sont convertis en signaux électriques de même fréquence puis associés à une onde porteuse de haute fréquence afin d'assurer une bonne transmission.

I. Le schéma 1 suivant représente la chaîne simplifiée de transmission d'un son par modulation d'amplitude. Elle est constituée de plusieurs dispositifs électroniques.



1) Parmi les cinq propositions ci-dessous, retrouver le nom des quatre dispositifs électroniques numérotés.

   Dispositifs électroniques : Antenne, amplificateur HF (Haute Fréquence), générateur HF (Haute Fréquence), multiplieur, voltmètre.

2) Quels sont les signaux obtenus en B, C et D parmi ceux cités ci-dessous ?
   - Porteuse notée $u_P(t) = U_{P(max)} \cos(2\pi N_P t)$
   - Signal modulant BF noté $u_S(t) + U_0$
   - Signal modulé noté $u_m(t)$

3) Le signal électrique recueilli en A à la sortie du microphone correspond à la tension u_s (t).

Une boîte noire est intercalée entre les points A et B. Quel est son rôle ?

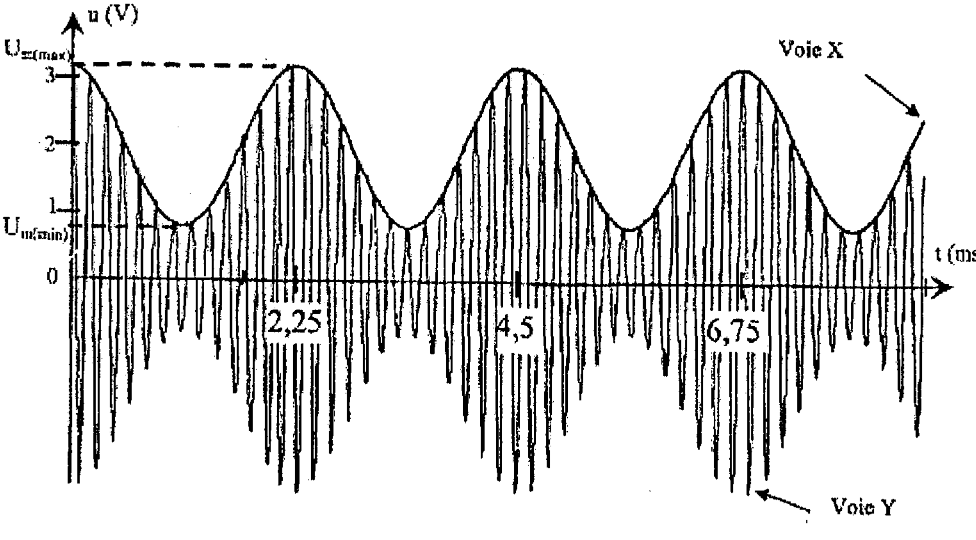
4) Le dispositif électronique **(2)** effectue une opération mathématique simple qui peut être :

- $(u_S(t) + U_0) + u_P(t)$
- $(u_S(t) + U_0) \times u_P(t)$

Choisir la bonne réponse sachant que l'expression mathématique du signal obtenu est :

$u_m(t) = k\,(U_0 + u_S(t))U_{P(max)}\cos(2\pi N_P t)$

II. La voie X d'un oscilloscope bicourbe est reliée en B et la voie Y est reliée en D. L'oscillogramme obtenu est le suivant :



1) Estimer les valeurs des périodes T_s et T_p du signal modulant et de la porteuse.
2) Rappeler l'expression théorique de la fréquence f en fonction de la période T avec les unités, puis calculer les fréquences N du signal modulant et N_P de la porteuse.

3) L'amplitude de la tension du signal modulé u_m (t) varie entre deux valeurs extrêmes, notées respectivement $U_{m(max)}$ et $U_{m(min)}$. Le taux de modulation m s'exprime par :

$$m = \frac{\left(U_{m(max)} - U_{m(min)}\right)}{\left(U_{m(max)} + U_{m(min)}\right)}$$

a) Calculer les valeurs des tensions maximale $U_{m(max)}$ et minimale $U_{m(min)}$ du signal modulé.

b) En déduire la valeur de m

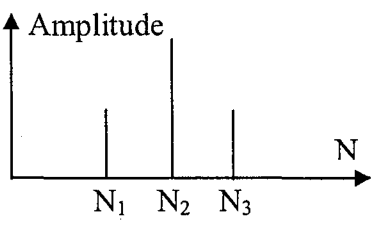
c) À quoi correspondrait un taux de modulation m supérieur à 1 ?

4) Le taux de modulation s'exprime aussi en fonction de la tension maximale du signal modulant $U_{s(max)}$ et la tension U_0 selon l'expression suivante :

$$m = \frac{U_{s(max)}}{U_0}$$

a) Quelle condition doit-on satisfaire pour obtenir un taux de modulation $m < 1$?

b) L'analyse en fréquence du signal montre que celui-ci est composé de trois fréquences N_1, N_2, N_3. En fonction de la fréquence du signal modulant N et de la fréquence de la porteuse N_P, exprimer les fréquences apparaissant sur le spectre ci-dessous.



EXERCICE 4 : (Documentaire) (Bac tunisien 2008)

Transmission en radiophonie

Un signal électrique produit par un microphone, un baladeur CD…, est caractérisé par une fréquence comprise entre 20 Hz et 20 kHz. Un tel signal est signal basse fréquence (BF).

La portée d'un signal BF est faible. Sa transmission directe, à grande distance, est pratiquement impossible car elle nécessite des antennes démesurées (quelques Kilomètre).

Pour assurer la transmission d'un signal BF à grande distance, on utilise une onde électromagnétique de haute fréquence (HF), de portée suffisamment grande et nécessitent des antennes de longueurs acceptables (quelques mètres).

On modifie, au rythme du signal BF, contenant l'information à transmettre, l'une des caractéristiques de l'onde électromagnétique HF appelée la porteuse : c'est la modulation.

Pour récupérer le signal BF à la réception, on procède à la démodulation qui consiste à supprimer la porteuse pour ne conserver que le signal à transmettre. Ce dernier est amplifié puis appliqué à haut-parleur pour être échoué.

D'après Encyclopédie universalis

Questions :

1) Dégager, à partir du texte, les raisons pour lesquelles la transmission directe d'un signal BF est pratiquement impossible.
2) Quelles sont les caractéristiques, de l'onde porteuse, susceptible d'être modifié pare le signal BF.
3) Justifier que la transmission d'un signal HF, de fréquence N = 100 MHz, nécessite une antenne demi-onde de longueur acceptable.

   On donne $c = 3.10^8$ m.s^{-1}.
4) Préciser le rôle du microphone et celui du haut parleur en radiophonie.

Correction :

EXERCICE 1 :

1) u_1 et u_2 sont deux tensions sinusoïdales de fréquences respectivement N_1 et N_2, or la fréquence de la porteuse (haute fréquence) est nettement supérieure à celle du modulant (basse fréquence).

   Pour la figure 1 : $N' = \dfrac{1}{2\times 25.10^{-6}} = 2.10^4$ Hz

   Pour la figure 2 : $N'' = \dfrac{1}{4\times 0{,}5.10^{-3}} = 500$ Hz

   $\Rightarrow N' = N_2$ et $N'' = N_1$

   La porteuse u_2 correspond à la figure 1 et le modulant u_1 correspond à la figure 2.

   La figure 3 correspond au signal modulé u_3 (tension d'amplitude variable).

2) Modulant ($U_{1max} = 2{,}5 \times 0{,}5 = 1{,}25$ V et $N_1 = 500$ Hz).

   Porteuse ($U_{2max} = 2{,}5 \times 1 = 2{,}5$ V et $N_2 = 2.10^4$ Hz).

3) $U_{Smax} = 4{,}5 \times 0{,}2 = 0{,}9$ V et $U_{Smin} = 1{,}5 \times 0{,}2 = 0{,}3$ V.

   $m = \dfrac{\mathbf{U_{Smax} - U_{Smin}}}{\mathbf{U_{Smax} + U_{Smin}}} = \dfrac{\mathbf{0{,}9 - 0{,}3}}{\mathbf{0{,}9 + 0{,}3}} = 0{,}5$; or $m \approx \dfrac{U_{1\max}}{U_0} \Rightarrow$

   $U_0 = \dfrac{U_{1\max}}{m} = \dfrac{1{,}25}{0{,}5} = 2{,}5\,V$. m < 1 $\Rightarrow$ la modulation est de bonne qualité.

4) $N_a = N_2 - N_1 = 20000 - 500 = 19500$ Hz.

   $N_b = N_2 = 20000$ Hz.

   $N_c = N_2 + N_1 = 20000 + 500 = 20500$ Hz.

5)
   a) L'antenne transforme le signal électrique en une onde électromagnétique (vrai). Le signal électrique transmis à l'antenne met en mouvement les électrons du matériau (conducteur), créant ainsi autour un champ électromagnétique.
   b) L'amplitude de la tension modulée est constante (fausse). L'amplitude est constante dans le cas de la modulation de fréquence mais elle est variable dans le cas de la modulation d'amplitude.
   c) La modulation est dite d'amplitude car la fréquence de la porteuse est très *supérieure à celle du modulant* (fausse). Dans les deux types de modulation, la fréquence de la porteuse est très supérieure à celle du modulant, c'est pour augmenter la portée.
   d) Dans la modulation de fréquence, on n'a pas besoin de la porteuse (fausse). La porteuse est nécessaire dans les deux types de modulation.

EXERCICE 2 :

1)

- Le signal modulant est celui de la figure 2.
- Le signal porteur est celui de la figure 1.
- Le signal modulé est celui de la figure 3.

2)

- Le fondamental c'est celui ayant l'amplitude la plus élevée (3,5 V) de fréquence $N_2 = 2500$ Hz.
- Les différents harmoniques présents dans le signal modulant :

  - Fréquence : $N_1 = 1500$ Hz ; Amplitude : $U_1 = 2$ V.
  - Fréquence : $N_2 = 2500$ Hz ; Amplitude : $U_2 = 3,5$ V. (Fondamental).
  - Fréquence : $N_3 = 3500$ Hz ; Amplitude : $U_3 = 2$ V.
  - Fréquence : $N_4 = 4500$ Hz ; Amplitude : $U_4 = 2,5$ V.
  - Fréquence : $N_5 = 6750$ Hz ; Amplitude : $U_5 = 1$ V.
  - Fréquence : $N_6 = 7750$ Hz ; Amplitude : $U_6 = 1,5$ V.

3) $u(t) = U_1.\text{Cos}(2\pi N_1 t) + U_2.\text{Cos}(2\pi N_2 t) + U_3.\text{Cos}(2\pi N_3 t) + U_4.\text{Cos}(2\pi N_4 t) + U_5.\text{Cos}(2\pi N_5 t) + U_6.\text{Cos}(2\pi N_6 t)$.

4) $N_P = \dfrac{\omega}{2\pi} = \dfrac{12500\pi}{2\pi} = 6250 Hz$ et $U_{Pmax} = 2$ V.

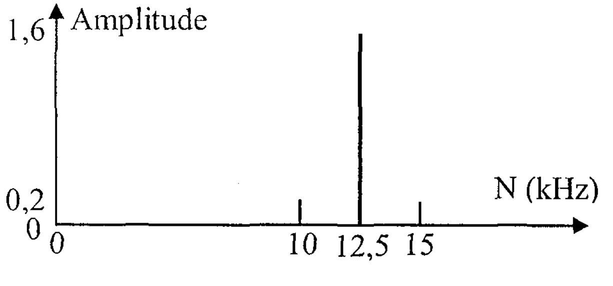
5) $u_S(t) = 0,1.\ u_p(t).\ (u(t) + 8) = 0,1 \times 2.\text{Cos}(12500\pi t).(2.\text{Cos}(2500\pi t) + 8) \Rightarrow$

$u_S(t) = 0,4.\text{Cos}(12500\pi t).\text{Cos}(2500\pi t) + 1,6.\text{Cos}(12500\pi t) \Rightarrow$

$u_S(t) = \dfrac{1}{2}[0,4.\text{Cos}(15000\pi t) + 0,4.\text{Cos}(10000\pi t)] + 1,6.\text{Cos}(12500\pi t) \Rightarrow$

$u_S(t) = 0,2.\text{Cos}(15000\pi t) + 0,2.\text{Cos}(10000\pi t) + 1,6.\text{Cos}(12500\pi t)$.

6) Le spectre en fréquence du signal modulé est :



7) $\dfrac{1}{2}m.A = 0,2$ V ; avec $A = 1,6$ V $\Rightarrow m = \dfrac{2 \times 0,2}{A} = \dfrac{0,4}{1,6} = 0,25$.

$m < 1 \Rightarrow$ la modulation est de bonne qualité.

EXERCICE 3 :

I.

1)

(1)	$\longrightarrow$	Générateur HF
(2)	$\longrightarrow$	Multiplieur
(3)	$\longrightarrow$	Amplificateur HF
(4)	$\longrightarrow$	Antenne

2)

C	$\longrightarrow$	Porteuse notée $u_P(t) = U_{P(max)} \cos(2\pi N_P t)$
B	$\longrightarrow$	Signal modulant BF noté $u_S(t) + U_0$
D	$\longrightarrow$	Signal modulé noté $u_m(t)$

3) La boite noire sert à ajouter une tension continue U_0 à la tension de sortie $u_S(t)$
Le dispositif électronique **(2)** est un multiplieur, donc l'opération mathématique qu'il effectue est une multiplication $(u_S(t) + U_0) \times u_P(t)$; puisque l'expression mathématique du signal obtenu est :
$u_m(t) = k(U_0 + u_S(t))U_{P(max)}\cos(2\pi N_P t)$

II.

1) $T_s = 2{,}25\ ms = 2{,}25.10^{-3}\ s$

$$13T_p = 2{,}25.10^{-3}\ s \Rightarrow T_p = \frac{2{,}25.10^{-3}}{13} = 1{,}73.10^{-4}\ s.$$

2) $N = \frac{1}{T}$ (N en Hertz et T en secondes)

$$N = \frac{1}{T_S} = \frac{1}{2{,}25.10^{-3}} = 444{,}44\ Hz.$$

$$N_P = \frac{1}{T_P} = \frac{1}{0{,}173.10^{-3}} = 5777{,}77\ Hz.$$

3)

a) $U_{m(max)} = 3{,}2$ V et $U_{m(min)} = 0{,}8$ V.

b) $$m = \frac{\left(U_{m(max)} - U_{m(min)}\right)}{\left(U_{m(max)} + U_{m(min)}\right)} = \frac{3{,}2 - 0{,}8}{3{,}2 + 0{,}8} = 0{,}6.$$

c) Un taux de modulation m supérieur à 1 correspond à une modulation de mauvaise qualité?

4)

a) Pour obtenir un taux de modulation $m < 1$, il faut que U_0 soit supérieur à $U_{s(max)}$.

b)

- $N_1 = N_P - N = 5777{,}77 - 444{,}44 = 5333{,}33$ Hz
- $N_2 = N_P = 5777{,}77$ Hz
- $N_3 = N_P + N = 5777{,}77 + 444{,}44 = 6222{,}22$ Hz.

<u>EXERCICE 4</u> : (Documentaire)

1) Les raisons demandées sont la faible portée et l'utilisation d'antennes démesurée.
2) Il s'agit de l'amplitude, de la fréquence et de la phase de l'onde porteuse.
3) $\lambda = C.T = 3m$ et $L = \frac{\lambda}{2} = 1{,}5m$.
4) En radiophonie, le microscope convertit le signal sonore en un signal électrique, tandis que le haut parleur convertit le signal électrique en un signal sonore.

CHIMIE

Mesure d'une quantité de matière

Résumé du cours :

- L'équivalence correspond au mélange des réactifs de la réaction du dosage en proportions stoechiométriques.
- Un dosage acido-basique sert à déterminer la concentration molaire de la solution aqueuse d'un acide ou d'une base (au moyen de la réaction $H_3O^+ + OH^- \rightarrow 2H_2O$).
- Pour un dosage d'un monoacide par une monobase, à l'équivalence acido-basique on a : $C_A.V_A = C_B.V_{BE}$.
- Un dosage manganimétrique sert à déterminer la concentration molaire de la solution contenant un réducteur Red au moyen d'une réaction d'oxydoréduction mettant en jeu les couples : MnO_4^- / Mn^{2+} et Ox/Red.
- La concentration molaire d'une solution aqueuse (S)pourra être déterminée par la relation : $C = \frac{n}{V}$ (mol.L^{-1}) $\Leftrightarrow$ n = C.V :
    - ❖ n : le nombre de moles du soluté dissous dans la solution (S)
    - ❖ V : le volume de la solution (S)
- Le nombre de moles n peut être déterminé soit par :
    - ❖ $n = \frac{m}{M}$; m : la masse du soluté utilisée et M : sa masse molaire
    - ❖ $n = \frac{v_{(gaz)}}{V_M}$; $v_{(gaz)}$: le volume du soluté pris à l'état gazeux et V_M :volume molaire
- On peut déterminer une quantité de matière par mesure d'une grandeur physique telle que la conductance G.

- La conductance G d'une portion électrolytique est égale à l'inverse de sa résistance électrique R : $G = \frac{1}{R}$; G est exprimé en siemens (S) et R est exprimé en Ohm (Ω).
- Pour déterminer la concentration molaire inconnue d'une solution électrolytique, on trace la courbe G = f (C) qui traduit la variation de la conductance G de solution du même électrolyte en variant sa concentration molaire C.

  Graphiquement $G = k.C$ et $n = C.V = \frac{G}{k}.V$.

EXERCICES

EXERCICE 1 :

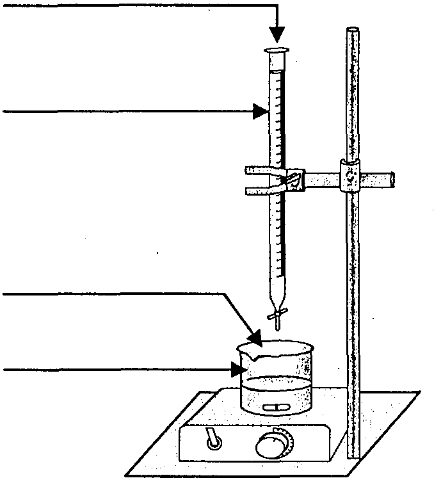
1) Définir une équivalence acido-basique.
2) On veut déterminer la concentration molaire C_A d'une solution aqueuse (S_A) de chlorure d'hydrogène *HCl*.
   a) Faut – il faire un dosage acido-basique ou un dosage manganimétrique ? Expliquer.
   b) On prélève un volume V_A= 25 mL de (S_A), qu'on l'introduit dans un bécher puis on le dose par une solution aqueuse (S_B) d'hydroxyde de sodium NaOH de concentration molaire C_B= 0,15 mol.L^{-1}.
   Ecrire l'équation chimique de la réaction acide – base.
   c) Le dosage est réalisé en présence du bleu de bromothymol (BBT). Quelle est la teinte prise par le BBT avant l'équivalence acido-basique ?
   d) Lorsque le BBT vire au vert, le volume versé de (S_B) est V_{BE} = 20 ml. Déterminer la concentration molaire C_A.
3) Sachant que la solution (S_A) est obtenue en dissolvant un volume $v_{(gaz)}$ de chlorure d'hydrogène gazeux pour obtenir un volume V = 1L de (S_A).
   a) Trouver une relation entre C_A, V, $v_{(gaz)}$ et V_M où V_M est le volume molaire.
   b) Calculer $v_{(gaz)}$. On donne V_M = 22,4 Lmol^{-1}.

EXERCICE 2 :

On prélève un volume V_{Red} = 10 mL d'une solution aqueuse de sulfate de Fer II ($FeSO_4$) de concentration molaire C_{Red} acidifié par l'acide sulfurique.

Le prélèvement est dosé par une solution aqueuse de permanganate de potassium $KMnO_4$ de concentration molaire C_{Ox} = 0,02 mol.L^{-1}.

1) Compléter le schéma suivant :



2)

a) A quoi est due la coloration violette de la solution de permanganate de potassium ?

b) Avant l'équivalence, l'ajout de la solution de permanganate de potassium est accompagné d'une disparition immédiate de la coloration violette. Interpréter.

c) Comment peut – on repérer l'équivalence ?

d) Après l'équivalence la couleur violette persiste, interpréter cette observation.

e) Les ions potassium K^+ et les ions sulfates SO_4^{2-} interviennent – ils dans la réaction du dosage. Conclure ?

f) En déduire les caractères de la réaction d'oxydoréduction réalisée au cours du dosage.

3) Ecrire l'équation de la réaction chimique lors du dosage.

4)

a) Exprimer la concentration C_{Red} en fonction de V_{Red}, C_{Ox} et V_{ox}, où V_{ox} est le volume de la solution aqueuse de permanganate de potassium versé à l'équivalence.

b) On donne $V_{ox} = 18$ mL, calculer la valeur de C_{Red}.

c) Sachant que le sulfate de Fer II est hydraté et que sa formule brute est ($FeSO_4$, $7H_2O$). Déterminer la masse m utilisée de ($FeSO_4$, $7H_2O$) pour préparer un litre de solution.

On donne les masses molaires atomique en g.mol^{-1} :

Fe = 56 ; S = 32 ; O = 16 et H = 1.

EXERCICE 3 :

Pour déboucher la canalisation, on utilise des produits domestiques tels que des solutions concentrées d'hydroxyde de sodium $NaOH$.

On se propose de déterminer la concentration de l'une d'entre elles. Le fabricant indique une masse volumique $\rho = 1{,}2\ g.cm^{-3}$ et « 20% en masse de soude ».

1)

a) Déterminer la masse m_1 d'hydroxyde de sodium dissous dans un litre de solution commerciale (S_1).

b) Vérifier que la concentration molaire de la solution (S_1) est égale à $C_1 = 6\ mol.L^{-1}$. Sachant que la masse molaire de $NaOH$ est $M = 40\ g.mol^{-1}$

2) Pour une meilleur précision de la valeur de C_1, on dose un volume $V_1 = 5\ mL$ de la solution commerciale (S_1) par une solution (S_2) d'acide chlorhydrique de concentration molaire $C_2 = 5.10^{-2}\ mol.L^{-1}$.

a) Ecrire l'équation de la réaction acido-basique.

b) A l'équivalence acido-basique, il a fallu verser un volume $V_2 = 600\ mL$. Chercher la valeur de C_1, la comparer avec celle trouvée dans 1)b).

3) On dilue la solution commerciale (S_1) pour obtenir une solution (S_1') de concentration molaire $C_1' = \dfrac{C_1}{40}$.

a) Proposer une démarche expérimentale convenable pour réaliser la dilution précédente. Sachant qu'on se dispose du matériel suivant :

- Fiole jaugée de 100mL
- Fiole jaugée de 50mL
- Fiole jaugée de 250mL

- Fiole jaugée de 200mL
- pipette jaugée de 5 mL
- pipette jaugée de 20mL
- pipette graduée de 10mL
- de l'eau distillée.

b) Une prise d'essai de 5 mL de la solution (S_1'), pourra – t – elle être dosée avec la même solution (S_2) correspondant à un seul remplissage de la burette de 25 mL ?

EXERCICE 4 :

On se propose de déterminer par conductimètrie la concentration molaire inconnue d'une solution aqueuse (S) de chlorure d'ammonium NH_4Cl .
Pour chaque solution titrée de (S), on détermine sa conductance G, on obtient le tableau suivant :

C($mol.L^{-1}$)	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1
G(mS)	0,031	0,062	0,123	0,187	0,25	0,31

1)
   a) Quel est le but de la conductimètrie ?
   b) Définir la conductance électrique.

2)
   a) Tracer la courbe d'étalonnage G = f(C), l'interpréter et déterminer son équation.
   b) En déduire la concentration de la solution (S) dont la conductance électrique G = 0,418 mS.

c) Une solution (S') a été obtenue par dilution de 10 mL de la solution (S) de concentration $C = 1\ mol.L^{-1}$en y ajoutant 25 mL d'eau pure .déterminer la conductance G' de la solution (S').

3) Une solution (S'') de chlorure d'ammonium NH_4Cl de concentration molaire C'' inconnue est traversée à 25°C par un courant sinusoïdal d'intensité efficace I = 1,48 mA. Lorsque la tension sinusoïdale est de valeur efficace U = 1V.

a) Trouver une relation liant la concentration C'', la tension U et l'intensité I.

b) Calculer C''.

EXERCICE 5 : (Documentaire)

- Certaines eaux minérales sont pétillantes ; leur étiquette indique qu'elles sont gazéifiées. D'où vient le gaz qu'elles contiennent ?

  Le gaz est parfois présent naturellement dans l'eau, mais le plus souvent il est injecté dans la bouteille après remplissage. De quel gaz s'agit-il ? Quelles sont ses propriétés ?

  Par exemple ?une bouteille d'eau minérale gazeuse est pesée sur une balance précise. On ouvre ensuite la bouteille et on la secoue légèrement pour qu'un peu de dioxyde de carbone s'en échappe. La bouteille est à nouveau pesée. La bouteille est plus légère après avoir libéré un peu de dioxyde de carbone.
- Toutes les eaux minérales renferment des ions (anions et cations), la minéralisation de la plus part des eaux est dominée par huit ions appelés ions majeurs .Ce sont les cations : calcium, magnésium, sodium, et potassium. Et les anions : chlorure, sulfate, nitrate et hydrogénocarbonate HCO_3^-.
- C'est la nature qui élabore une eau minérale .L'eau de pluie s'infiltre dans le sol, emprunte des fissures et s'enfonce profondément sous terre. Au cours de son infiltration dans le sol l'eau se charge en ions par dissolution des sels.

- Les eaux souterraines sont plus au moins minéralisées en fonction :
  - De la nature des roches traversées et des minéraux rencontrés au cours de l'infiltration.
  - Du temps du contact de l'eau avec les minéraux du sous sol.
  - Du temps de renouvellement de l'eau de la nappe par l'eau d'infiltration. **(Internet)**

Questions

1) A partir du texte, expliquer comment une eau minérale est pétillante.
2) Dégager du texte, une expérience qui permet de mettre en évidence la présence de dioxyde de carbone dans une eau pétillante.
3) Une eau minérale contient des ions, citer les cations et les anions contenus dans une eau minérale.
4) Comment la nature minéralise – t – elle l'eau de pluie ?
5) Quels sont les facteurs dont dépend la minéralisation des eaux souterraines ?

EXERCICE 6: (Documentaire)

L'aspirine en présence de la vitamine C

Le médicament «Antigrippine » contient de l'aspirine et de la vitamine C
Sachant que la vitamine C et l'aspirine sont deux acides.
Sur la boite de ce médicament est indiqué :
« aspirine : 500mg, vitamine C : 100 mg par comprimé »
Pour s'assurer de cette composition, il est conseiller de se procéder des dosages acido-basique et à l'échelle du laboratoire on écrase trois comprimés dans un mortier et on prend 2 g de poudre qu'on verse dans de l'eau pure puis on dose par une solution de soude de concentration $C = 0,5\ mol.L^{-1}$. Le résultat du dosage montre que le nombre de moles des deux acides est $3,25.10^{-3}$mol par comprimé.

Le calcul théorique montre que par comprimé il ya $2,78.10^{-3}$ moles d'aspirine et $5,68.10^{-4}$ moles de vitamine C.

Questions

1) Quels sont les deux acides présents dans le médicament « Antigrippine ».
2) Quelle est la méthode adéquate citée dans le texte permettant de vérifier l'indication du fabriquant sur la boite du médicament ?
3) Montrer par le calcul que le résultat du dosage est compatible aux indications du fabriquant.

   On donne les masses molaires moléculaires en $g.mol^{-1}$:

   $M_{asprine}=180$; $M_{vitamine\ C} = 176$.

Correction

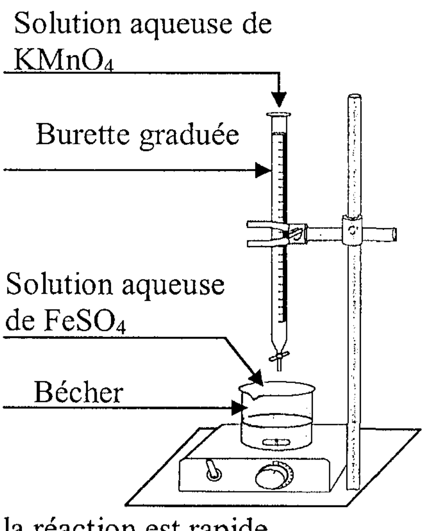
EXERCICE 1 :

1) L'équivalence acido-basique correspond au mélange des réactifs de la réaction du dosage en proportions stœchiométriques c'est-à-dire.
   Pour un dosage d'un monoacide par une monobase, à l'équivalence acido-basique on a : n (acide) = n (base) ⇔ $C_A.V_A = C_B.V_{BE}$.
2)
   a) Puisque la solution (S_A) est une solution acide, donc pour déterminer sa concentration molaire C_A on se procède par un dosage acido-basique (doser S_A par une solution titrée de base).
   b) L'équation de la réaction qui accompagne le dosage est :
   $H_3O^+ + OH^- \rightarrow 2H_2O$.
   c) Avant l'équivalence, l'acide est en excès ⇔ le milieu est acide, donc la teinte prise par le BBT est jaune.
   d) Le BBT vire au vert, c'est l'équivalence acido-basique ⇔

   $$C_A.V_A = C_B.V_{BE} \Leftrightarrow C_A = \frac{C_B.V_{BE}}{V_A} = \frac{0{,}15 \times 20.10^{-3}}{25.10^{-3}} = 0{,}12\,mol.L^{-1}.$$
3)
   a) On a : $n_{(acide)} = C_A.V_A$ et on a : $n_{(acide)} = \frac{v_{(gaz)}}{V_M} \Leftrightarrow C_A.V_A = \frac{v_{(gaz)}}{V_M}$.
   b) $v_{(gaz)} = C_A.V_A.V_M \Leftrightarrow v_{(gaz)} = 0{,}12 \times 0{,}025 \times 22{,}4 = 6{,}72.10^{-2}$ L.

EXERCICE 2 :

1) Voir légende suivante :



2)
   a) la coloration violette de la solution de permanganate de potassium est due aux ions permanganate MnO_4^-.
   b)
      - La disparition de la couleur violette prouve que les ions permanganate MnO_4^- ont été réduits par les ions Fe^{2+} en ions Mn^{2+}.
      - Cette disparition est immédiate, donc la réaction est rapide.

c) Suite à l'ajout de la dernière goutte de la solution de permanganate de potassium qui permet la persistance de la couleur voilette : c'est l'équivalence.

d) Après l'équivalence la solution est colorée en violet $\Rightarrow$ les ions MnO_4^- sont en excès et tout les ions Fe^{2+} sont oxydés $\Rightarrow$ la réaction est totale.

e) Les ions K^+ et les ions SO_4^{2-} n'interviennent pas dans cette réaction $\Rightarrow$ c'est une réaction spécifique des ions MnO_4^- et des ions Fe^{2+}.

f) La réaction étudiée est une réaction d'oxydoréduction, totale, rapide et spécifique des ions MnO_4^- et des ions Fe^{2+}.

3) $MnO_4^- + 5Fe^{2+} + 8H_3O^+ \rightarrow Mn^{2+} + 5Fe^{3+} + 12H_2O$

4)

a) A l'équivalence les réactifs sont en proportions stœchiométriques $\Leftrightarrow n(Fe^{2+}) = 5.n(MnO_4^-) \Leftrightarrow C_{Red}.V_{Red} = 5.C_{Ox}.V_{Ox}$.

b) $C_{Red} = \dfrac{5.C_{Ox}.V_{Ox}}{V_{Red}} \Leftrightarrow C_{Red} = \dfrac{5\times 0{,}02\times 18.10^{-3}}{10.10^{-3}} = 0{,}18\ mol.L^{-1}$.

c) D'une part $n = C_{Red}.V_{Red}$ et d'autre part $n = \dfrac{m}{M_{(FeSO_4+7H_2O)}} \Leftrightarrow$

$C_{Red}.V_{Red} = \dfrac{m}{M_{(FeSO_4+7H_2O)}} \Leftrightarrow m = C_{Red}.V_{Red}\,.\,M_{(FeSO_4+7H_2O)} \Leftrightarrow$

$m = 0{,}18 \times 1 \times (56+32+(4\times 16) + 7\times 18) = 50{,}04$ g.

EXERCICE 3 :

1)

a) Un litre de solution de produit a pour masse : m_p telle que : $\rho = \dfrac{m_p}{V_1} \Leftrightarrow$

$m_p = \rho\ .\ V_1 = 1{,}2 \times 1000 = 1200$g. Le produit contient 20% de soude, d'où $m_{NaOH} = m_p.\dfrac{20}{100} = 1200 \times \dfrac{20}{100} = 240$ g.

b) $C_1 = \dfrac{n_{NaOH}}{V_1}$ or $n_{NaoH} = \dfrac{m_{NaOH}}{M_{NaOH}} = \dfrac{240}{40} = 6$ moles $\Leftrightarrow$

$C_1 = \dfrac{6}{1} = 6\ mol.L^{-1}$.cette valeur est égale à celle déterminée dans 1) b).

2)

a) Dans l'eau : $NaOH \rightarrow Na^{+} + OH^{-}$ et

$HCl + H_2O \rightarrow \quad H_3O^{+} + Cl^{-}$, donc l'équation bilan de la réaction de dosage : $H_3O^{+} + OH^{-} \rightarrow 2H_2O$.

b) A l'équivalence acido-basique on a : n (acide) = n (base) $\Leftrightarrow C_1.V_1 = C_2.V_2$

$\Leftrightarrow C_1 = \dfrac{C_2.V_2}{V_1} = \dfrac{5.10^{-2}.0{,}6}{5.10^{-3}} = 6$ mol.L^{-1}.

3)

a) $C_1' = \dfrac{C_1}{40} = \dfrac{6}{40} = 0{,}15$ mol.L^{-1}, la dilution ne varie le nombre de moles de soluté $\Leftrightarrow C_1' = \dfrac{C_1}{40} \Leftrightarrow \dfrac{n}{V_1'} = \dfrac{n}{40.V_1} \Leftrightarrow \quad V_1' = 40.V_1$ .Dans une fiole jaugée de 200mL, on introduit 5 mL de la solution (S_1) prélevée à l'aide d'une pipette jaugée de 5 mL puis on complète par l'eau distillée jusqu'au trait de jauge tout en agitant pour obtenir la solution (S_1').

b) Une prise de 5 mL de (S_1') ,de concentration molaire

C_1'=0,15 mol.L^{-1}

n (base) = n (OH^{-}) = $C_1'.V_1$.

A l'équivalence acido-basique on a : n (acide) = n (base)

$\Leftrightarrow \quad C_1'.V_1 = C_2.V_2 \Leftrightarrow \quad V_2 = \dfrac{C_1'.V_1}{C_2} = \dfrac{0{,}15 \times 5.10^{-3}}{5.10^{-2}} = 0{,}015$ L

$\Leftrightarrow V_2 = 15$ mL donc un seul remplissage de la burette (25 mL).

<u>EXERCICE 4</u> :

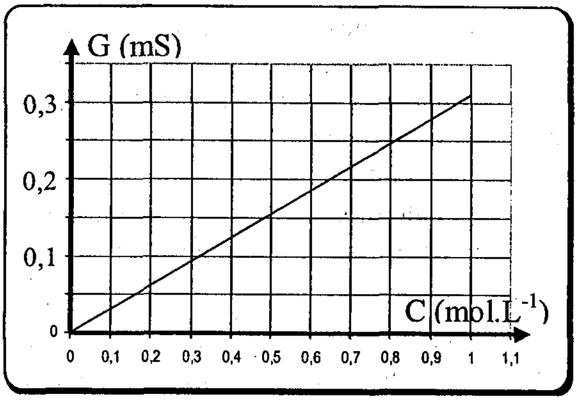
1)

a) La conductimètrie (mesure de la conductance G) permet de déterminer la concentration molaire d'une solution électrolytique.

b) La conductance électrique d'une portion de solution électrolytique est égale à l'inverse de sa résistance : $G = \frac{1}{R}$.

2)

a)



La courbe $G = f(C)$ est une droite linéaire croissante d'équation $G = k.C$, où k est le coefficient directeur de la droite ;

$k = \frac{0{,}031}{0{,}1} = 0{,}31$ mS.L.mol^{-1} d'où $G = 0{,}031.C$ $\begin{cases} G \rightarrow mS \\ C \rightarrow mol.L^{-1} \end{cases}$

b) $G = 0{,}418$ mS , d'après l'équation précédente : $C = \frac{G}{k}$

D'où $C = \frac{0{,}418}{0{,}31} = 1{,}348$ mol.L^{-1}.

c) La dilution ne varie pas le nombre de mole du soluté $\Leftrightarrow$

$C.V = C'.(V + V_{eau}) \Leftrightarrow C' = \frac{C.V}{(V + V_{eau})}$

$C' = \frac{1 \times 0{,}01}{(0{,}01 + 0{,}025)} = 0{,}2857$ mol.L^{-1} .

$G' = k.C'$; puisque il s'agit du même électrolyte alors $k = 0{,}31$ mS.L.mol$^{-1} \Leftrightarrow G' = 0{,}31 \times 0{,}2857 = 8{,}856.10^{-2}$ mS.

3)

a) $I = 1{,}48$ mA $= 1{,}48.10^{-3}$A ; U = 1V. D'après la loi d'ohm on $U = R.I$;

$R = \frac{1}{G''} \Leftrightarrow U = \frac{I}{G''}$ or $G'' = k.C''$ d'où $U = \frac{I}{k.C''}$.

b) $C'' = \frac{I}{k.U} = \frac{1{,}48.10^{-3}}{0{,}31 \times 1} = 4{,}774.10^{-3}$ mol.L^{-1}.

EXERCICE 5:

1) Une eau minérale pétillante : c'est une eau gazéifiée (qui contient des petites bulles de gaz.
2) Une bouteille d'eau minérale gazeuse est pesée sur une balance précise. On ouvre ensuite la bouteille et on la secoue légèrement pour qu'un peu de dioxyde de carbone s'en échappe. La bouteille est à nouveau pesée. La bouteille est plus légère après avoir libéré un peu de dioxyde de carbone.
3) Une eau minérale contient des ions :
   - Exemples des cations : calcium, magnésium, sodium, et potassium.
   - Exemples des anions : chlorure, sulfate, nitrate et hydrogénocarbonate HCO_3^-.
4) L'eau de pluie s'infiltre dans le sol, emprunte des fissures et s'enfonce profondément sous terre. Au cours de son infiltration dans le sol l'eau se charge en ions par dissolution des sels.
5) Les facteurs dont dépend la minéralisation des eaux souterraines sont
   - la nature des roches traversées et des minéraux rencontrés au cours de l'infiltration ;
   - Le temps du contact de l'eau avec les minéraux du sous sol ;
   - Le temps de renouvellement de l'eau de la nappe par l'eau d'infiltration.

EXERCICE 6 :

1) Le médicament « Antigrippine »contient deux acides la vitamine C et l'aspirine.
2) Pour vérifier l'indication du fabriquant, il faut se procéder des dosages acido-basiques.
3) 500 mg d'aspirine équivalent à $\frac{50}{180} = 2,78.10^{-3}$ mol d'acide (1).

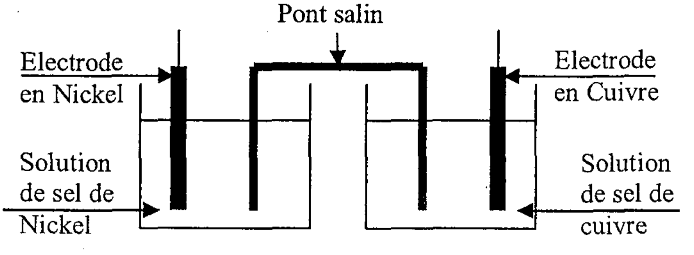
   100 mg de vitamine C équivalent à $\frac{0,1}{176} = 5,68.10^{-4}$ mol d'acide (2).

   Au total : $2,78.10^{-3} + 5,68.10^{-4} = 3,35.\ 10^{-3}$ mol d'acide par comprimé, ceci est compatible avec le résultat théorique.

Pile électrochimique

Résumé du cours :

- Tout dispositif permettant d'obtenir du courant électrique grâce à une réaction chimique spontanée est une pile électrochimique.
- Un conducteur électronique (métal, alliage métallique ou graphite) en contact avec un conducteur ionique (solution électrolytique), l'ensemble forme une demi-pile.
- Une pile électrochimique débite du courant électrique lorsqu'elle est le siège d'une réaction d'oxydoréduction.
- La pile Daniell est une pile réalisée à partir des deux couples Zn^{2+}/Zn et Cu^{2+}/Cu.



- Le pont salin assure la neutralité électrique des deux solutions et permet la fermeture du circuit.
- L'équation chimique associée est : $Zn + Cu^{2+} \rightleftarrows Zn^{2+} + Cu$.
- Symbole : $Zn \mid Zn^{2+} \parallel Cu^{2+} \mid Cu$
- La force électromotrice (fém) notée E d'une pile est telle que :

  $E = V_{bDroite} - V_{bGauche} = V_{bD} - V_{bG}$

  - La fém E est mesurée en circuit ouvert.

- La fém E d'une pile dépend des couples d'oxydoréduction employés et de la concentration des solutions ioniques utilisées.
- Si $E > 0 \Leftrightarrow V_{bD} > V_{bG} \Leftrightarrow$ le système évolue spontanément dans le sens direct de l'équation associée : $Zn + Cu^{2+} \longrightarrow Zn^{2+} + Cu$
- Si $E < 0 \Leftrightarrow V_{bD} < V_{bG} \Leftrightarrow$ le système évolue spontanément dans le sens inverse de l'équation associée : $Cu + Zn^{2+} \longrightarrow Cu^{2+} + Zn$
- Si $E = 0 \Leftrightarrow V_{bD} = V_{bG} \Leftrightarrow$ la pile ne débite plus.

- La pile Leclanché est constituée les deux couple redox suivants : Zn^{2+}/Zn et MnO_2 / MnO_2H, sont séparés par une solution gélifiée de chlorure d'ammonium et de chlorure de zinc $ZnCl_2$.
- La pile à oxyde d'argent est constituée des couples redox suivant : $Zn(OH_4)^{2-} / Zn$ et Ag_2O/Ag , sont séparés par une solution gélifiée d'hydroxyde de potassium KOH .
- La pile alcaline de type bouton est constituée les deux couple redox suivants : $Zn(OH_4)^{2-} / Zn$ et HgO/Hg, sont séparés par une solution gélifiée d'hydroxyde de potassium KOH.

EXERCICES

EXERCICE 1 :

En 1836 Daniell proposa un modèle de pile connue sous le nom de : la pile Daniell.

1) Quels sont les couples redox mis en jeu dans cette pile ?
2) L'électrode de cuivre est placée à gauche.
   a) Ecrire le symbole de cette pile.
   b) En déduire l'équation associée à cette pile.
3) L'électrode de cuivre constitue la borne positive de cette pile. Quelles sont les réactions qui ont lieu aux électrodes ?
4)
   a) Indiquer sur un schéma clair le sens de déplacement des électrons et celui du courant électrique.
   b) Quel est le rôle du pont salin dans une telle pile.

EXERCICE 2 :

Le pile Leclanché est symbolisée par : $Zn \mid Zn^{2+} \parallel MnO_2H \mid MnO_2 \mid C_{(graphite)}$.

1)
   a) Quel est le rôle du carbone graphite ?
   b) Indiquer les constituants de chacun des pôles positif et négatif de cette pile.
   c) La solution d'électrolyte est – elle acide ?basique ?ou neutre ?
   d) Ecrire les demi-équations des réactions qui se produisent aux électrodes.
   e) En déduire l'équation de fonctionnement de la pile.
2) On utilise la pile pour faire fonctionner une lampe de 300 mW.

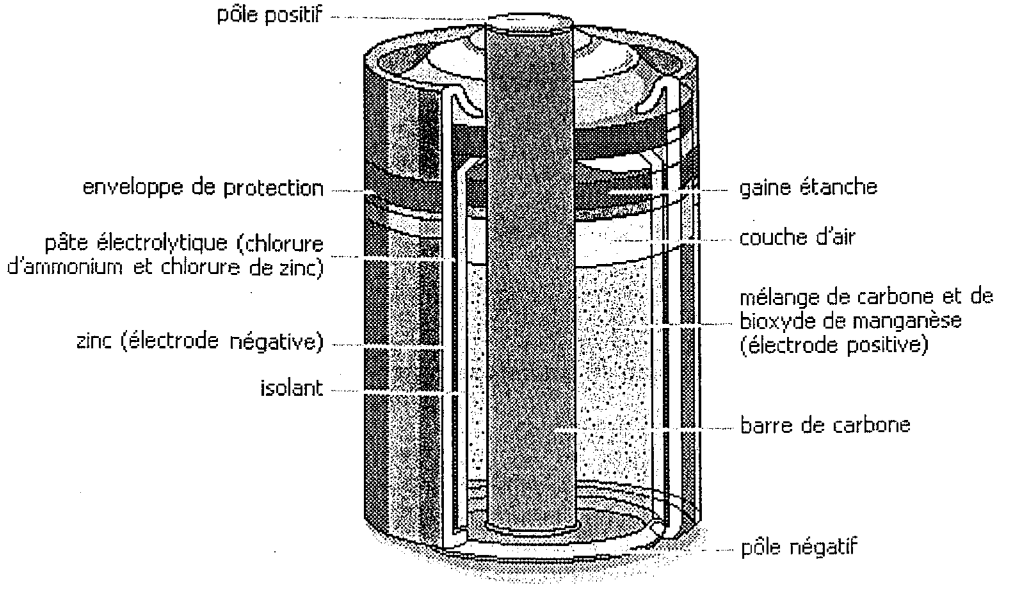
   Le courant I = 200 mA, débité par la pile pendant 3 heures.

   Quelle est la charge Q débité par la pile.

3) Quelle a été la masse de zinc consommée au cours du fonctionnement, sachant qu'il a circulé 22,4 mmol d'éléctrons.

On donne :la masse molaire atomique du zinc $M_{Zn} = 65,4$ g.mol^{-1}.

EXERCICE 3 :



Coupe d'une pile sèche

Les éléments fonctionnels d'une pile sèche sont le pôle négatif (une enceinte de zinc qui entoure les matériaux de la pile), le pôle positif (la barre de carbone et le mélange carbone / bioxyde de manganèse qui l'entoure) et la pâte électrolytique située entre les deux pôles. La pâte électrolytique favorise une réaction chimique (réaction d'oxydoréduction) mettant en œuvre les composants des deux pôles ; cette réaction provoque la circulation d'un courant à travers un conducteur (la barre de carbone) connectant le pôle positif au pôle négatif.

La forme la plus commune des générateurs primaires est la pile Leclanché, ou pile au bioxyde de manganèse-zinc, inventée par le chimiste français Georges

Leclanché dans les années 1870. L'électrolyte est un mélange à base de chlorure d'ammonium et de chlorure de zinc. L'électrode négative soluble est constituée de zinc ; l'électrode positive est une plaque de charbon de cornue entourée d'un mélange de bioxyde de manganèse. Cette pile a une force électromotrice de 1,5 V et débite des courants de faible intensité. Elle existe sous quatre formes commerciales : trois piles cylindriques de diamètre différent et une pile plate de 4,5 V. La pile Leclanché a été améliorée, en particulier par Féry. On a ensuite construit des piles à liquide immobilisé par une substance absorbante, ou piles sèches, que l'on utilise beaucoup actuellement. Parmi les générateurs primaires les plus employés, on peut également citer la pile alcaline à l'oxyde de mercure-zinc, introduite pendant la Seconde Guerre mondiale. Elle peut être fabriquée sous la forme d'un petit disque, et est utilisée sous cette forme dans les prothèses auditives et en photographie. L'électrode négative est constituée de zinc, l'électrode positive, d'oxyde de mercure, et l'électrolyte est une solution d'hydroxyde de potassium **(Encarta).**

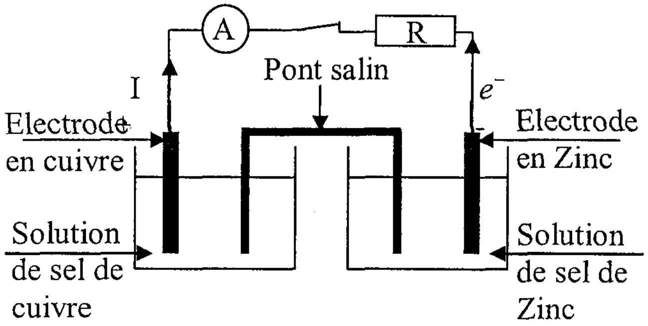
Questions :

1) Quel est le rôle de la pâte électrolytique ?
2) Dégager du texte un autre nom de pile sèche.
3) Quelles sont les quatre formes sous les quelles existe la pile Leclanché ?
4) Citer un exemple des générateurs primaires les plus employés.
5) Dégager du texte les utilités de la pile alcaline à l'oxyde de mercure-zinc.

Correction

EXERCICE 1 :

1) Les couples redox mis en jeu sont : Zn^{2+}/Zn et Cu^{2+}/Cu.
2)
   a) L'électrode de cuivre est placée à gauche, d'où le symbole est :
      $Cu \mid Cu^{2+} \parallel Zn^{2+} \mid Zn$
   b) l'équation associée est : $Cu + Zn^{2+} \rightleftharpoons Cu^{2+} + Zn$
3) L'électrode de cuivre constitue la borne positive ⇔ il y a gain d'électrons, donc il s'agit d'une réduction au niveau de L'électrode de cuivre :
   $Cu^{2+} + 2\,e^- \longrightarrow Cu$
   Alors l'électrode de Zinc constitue la borne négative ⇔ il y a perte d'électrons, donc il s'agit d'une oxydation au niveau de L'électrode de Zinc :
   $Zn \longrightarrow Zn^{2+} + 2\,e^-$.
4)
   a)



   b) Le pont salin assure le contact électrique entre les deux solutions aqueuses (et leur neutralité électrique) contenues dans les deux compartiments de la pile et la continuité du courant électrique (fermeture du circuit).

EXERCICE 2 :

1)
   a) Le carbone a un rôle de conducteur des électrons.
   b)
      - La tige de graphite en contact direct avec le dioxyde de manganèse MnO_2 (solide) et du graphite en poudre, constituent le pôle positif.
      - La plaque de Zinc en en contact direct avec l'électrolyte constituée d'une solution gélifiée de chlorure d'ammonium NH_4Cl et de chlorure de zinc $ZnCl_2$, l'électrode de zinc constitue le pôle négatif

c) La solution électrolytique est constituée de chlorure d'ammonium NH_4Cl, l'ion ammonium NH_4^+ apporte l'ion H_3O^+, donc le milieu est acide.

d)

- A l'anode : le zinc est oxydée : $Zn \longrightarrow Zn^{2+} + 2\,e^-$ (1)
- A la cathode : il y a réduction de MnO_2 :

$$MnO_{2\,(sd)} + e^- + H_3O^+ \longrightarrow MnO_2H + H_2O$$

e) $Zn + 2\,MnO_{2\,(sd)} + 2\,H_3O^+ \longrightarrow Zn^{2+} + 2\,MnO_2H + 2\,H_2O$

2) $Q = I.\Delta t = 200.10^{-3} \times 3 \times 3600 = 2160$ C.

3) Le nombre de moles d'électrons est $n\,(e^-) = 22{,}4.10^{-3}$ mol et d'après l'équation (1) ,le nombre de moles de zinc consommé est :

$n\,(Zn) = \dfrac{n(e^-)}{2} = 11{,}2.10^{-3}$ mol. Or la masse de zinc consommé est :

$m\,(Zn) = n\,(Zn)\,.\,M_{Zn}$. D'où $m\,(Zn) = 11{,}2.10^{-3} \times 65{,}4 = 0{,}732$ g.

EXERCICE 3 :

1) La pâte électrolytique favorise la réaction chimique (réaction d'oxydoréduction).
2) Le générateur primaire.
3) Les quatre formes commerciales sont telle que : 3 piles cylindriques de diamètres différents et une pile plate de 4,5V.
4) Parmi les générateurs primaires les plus employés, on cite la pile alcaline à oxyde de mercure-zinc.
5) Elle peut être fabriquée sous la forme d'un petit disque, et est utilisée sous cette forme dans les prothèses auditives et en photographie.

Le phénomène d'électrolyse

Résumé du cours :

I. Définitions

- Une réaction est dite spontanée si elle se produit d'elle-même dès que les réactifs sont mis en présence sans intervention extérieure.
- Une réaction est dite imposée si elle se produit grâce à un apport extérieur.
- L'électrolyse est une transformation imposée, qui se produit grâce à l'énergie électrique fournie par un générateur.

II. Mécanisme de l'électrolyse

- Les réactions d'oxydoréduction sont localisées à la surface des électrodes (anode et cathode).
- A l'anode reliée au pôle positif du générateur, se déroule une oxydation (perte d'électrons) : $A^{n-} \longrightarrow A + n\, e^-$
- A la cathode reliée au pôle négatif du générateur, se déroule une réduction (gain d'électrons) :

  $B^{m+} + m\, e^- \longrightarrow B$
- L'électrolyse commence si la tension entre les électrodes $U_{AC} = V_{(anode)} - V_{(cathode)}$ est suffisante pour que se produise simultanément une oxydation à l'anode et une réduction à la cathode.
- La quantité de matière n_S d'une substance formée ou consommée est telle que : $n_S = \dfrac{Q}{n.F}$
  - Q : la quantité d'électricité mise en jeu par l'électrolyse (exprimée en Coulomb).

- n : le nombre d'électrons échangés.
- F : La constante de Faraday ; F = 96500 Coulomb/mole ($C.mol^{-1}$)

- Soient deux types d'électrolyse :
  - L'électrolyse à anode soluble.
  - L'électrolyse à électrode inattaquable.

III. Les applications de l'électrolyse

- La préparation des métaux (Nickel, chrome, argent, cuivre.....) par électrolyse d'une solution aqueuse contenant l'élément métal à l'état de cation.
- La purification (affinage) de certains métaux se fait aussi par électrolyse d'une anode soluble en métal impur.
- L'électrolyse permet d'effectuer des dépôts métalliques à la surface de certains objets par :
  - Galvanostégie : qui consiste à déposer une couche métallique mince et adhérante sur des objets conducteurs.
  - Galvanoplastie : qui consiste à déposer un métal afin de reproduire un objet de faible relief.

EXERCICES

EXERCICE 1 : (Bac Français)

On souhaite recouvrir d'argent une cuillère. Pour cela, on trempe cette cuillère dans une solution de nitrate d'argent (Ag^{+}, NO_3^{-}) et on procède par électrolyse : une des électrodes est la cuillère, la deuxième électrode étant constituée d'argent.

1) Faire un schéma du dispositif en indiquant à quels pôles du générateur doivent être reliées les électrodes.
2)
   a) Ecrire l'équation de la réaction qui se produit à l'électrode constituée par la cuillère.
   b) L'électrode formée par la cuillère est – elle l'anode ou la cathode ?
3) On fait passer un courant d'intensité I = 2 A pendant une durée Δt. On dépose ainsi une masse m = 2 g d'argent également répartie sur la cuillère. On donne la masse molaire atomique de l'argent : $M_{(Ag)} = 108\ g.mol^{-1}$.
   a) Calculer le nombre de moles d'argent déposé.
   b) Déterminer le nombre de moles d'électrons échangés au cours de cette électrolyse.
   c) Calculer la quantité d'électricité débitée. On rappelle que le Faraday prend la valeur $1\ F = 96500\ C.mol^{-1}$.
   d) En déduire la durée Δt pendant laquelle l'électrolyse a fonctionné.

EXERCICE 2 :

Le cadmium entre dans la composition de certains accumulateurs, de fusibles, ……Il est obtenu industriellement par électrolyse.

La solution traitée est une solution de sulfate de cadmium est d'acide sulfurique(H_2SO_4).

On utilise une cathode en aluminium et une anode en plomb. L'intensité du courant utilisée, maintenue constante, est égale à 25.10^3A et la tension entre les électrodes est de l'ordre de 1,7 V. On donne : les couples Ox/Red : Pb^{2+}/Pb ; Cd^{2+}/Cd ; O_2/H_2O ; H_3O^+/H_2 ; $S_2O_8^{2-}/SO_4^{2-}$; SO_4^{2-}/SO_2. et $1F = 965000$ C.mol^{-1}.

1) Quel est l'intérêt de cette électrolyse ?
2) A l'anode, on peut envisager l'oxydation de : Plomb (Pb), l'ion sulfate (SO_4^{2-}) et l'eau(H_2O).Ecrire les équations relatives à chaque oxydation.
3) A la cathode on peut envisager la réduction de : des ions Cd^{2+}, H_3O^+ et SO_4^{2-}. Ecrire les équations relatives à chaque réduction.
4) Lors de cette électrolyse, on observe la formation d'un dépôt métallique et la formation d'un gaz à l'anode.
   a) Quels sont ces produits formés ?
   b) Ecrire l'équation de la réaction qui a lieu.
   c) Déterminer la quantité des électrons consommée au cours de cette électrolyse au bout de 12 heures.
   d) En déduire le nombre de moles de cadmium déposés.
   e) Calculer la masse de cadmium déposé pendant la même durée. On donne la masse molaire atomique de cadmium $M_{Cd} = 112,4$ g.mol^{-1}.

EXERCICE 3 : (Bac Tunisien 2008)

Une pile électrochimique est constituée de deux demi - piles (A) et (B) communicant à l'aide d'un pont salin.

- La demi - pile (A) est constituée d'une lame de cuivre (Cu), bien décapée, plongée dans une solution de sulfate de cuivre II de volume V = 100 mL .
- La demi - pile (B) est constituée d'une lame de zinc (Zn), également bien décapée, plongée dans une solution de sulfate de zinc II de même volume V.

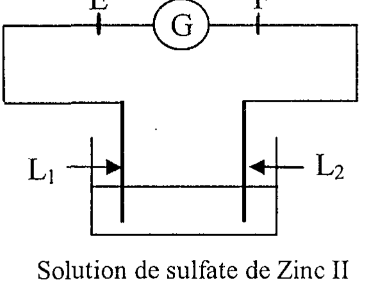
Cette pile est représentée par le symbole suivant :

Cu | Cu^{2+} (0,1 mol.L^{-1}) || Zn^{2+} (0,1 mol.L^{-1}) | Zn

1) Représenter, avec toutes les indications utiles, cette pile par un schéma.
2) Lorsque la pile ne débite aucun courant, un voltmètre branché à ses bornes indique une différence de potentiel électrique (d.d.p) : $V_{bZn} - V_{bCu} = -1,1$ V.
   a) Que représente cette d.d.p ?
   b) Préciser, en le justifiant, la polarité des bornes de la pile.
3) La pile débite maintenant un courant électrique dans un circuit extérieur.
   a) Ecrire les équations des transformations chimiques qui se produisent au niveau des électrodes de la pile au cours de son fonctionnement.
   b) Donner l'équation de la réaction qui se produit spontanément dans la pile.
4) Après une durée de fonctionnement, la masse du métal déposé sur l'une des deux lames est m = 571,5 mg.

   On suppose que durant le fonctionnement de la pile, aucune des lames ne disparaisse et que les volumes des solutions restent constants :
   a) Préciser, en le justifiant, le métal déposé (cuivre ou zinc).
   b) Calculer la concentration des ions Cu^{2+} dans la solution de sulfate de cuivre II après cette durée de fonctionnement. On donne la masse molaire atomique du cuivre : $M_{Cu} = 63,5$ g.mol^{-1}.
5) Dans le but de déposer une couche métallique, mince et adhérante de zinc sur une lame de cuivre, on reprend la demi-pile (B) et on remplace la lame de zinc par deux lames de cuivre (L_1) et (L_2).

   On relie les deux lames aux bornes d'un générateur de tension continue (G) comme le montre la figure suivante :



Solution de sulfate de Zinc II

Sachant que la seule transformation qui a lieu au niveau de (L_2) correspond à un dépôt de zinc.

a) Ecrire l'équation de la transformation chimique qui se produit au niveau de (L_2).
b) Préciser, en le justifiant, laquelle des deux bornes E ou F correspond pôle positif du générateur.
c) Préciser le nom de cette technique d'électrolyse utilisée et citer une application industrielle de cette technique.

<u>EXERCICE 4</u> : (Bac Français)

La dernière étape de la métallurgie du zinc est constituée par l'électrolyse d'une solution concentrée de sulfate de zinc (Zn^{2+}, SO_4^{2-}), acidifiée à l'acide sulfurique. La cathode est en plomb.

L'électrolyse dure 44 heures et l'intensité du courant, maintenue constante est égale à $43.\ 10^3 A$. On donne : les couples Ox/Red : Pb^{2+}/Pb ; Zn^{2+}/Zn ; O_2/H_2O ; H_3O^+/H_2 ; $S_2O_8^{2-} / SO_4^{2-}$; SO_4^{2-}/SO_2. et $1F = 96500\ C.mol^{-1}$.

1) A l'anode, on peut envisager l'oxydation de : Plomb (Pb), l'ion sulfate (SO_4^{2-}) et l'eau (H_2O). Ecrire les équations relatives à chaque oxydation.
2) A la cathode on peut envisager la réduction de : des ions Zn^{2+}, H_3O^+ et SO_4^{2-}. Ecrire les équations relatives à chaque réduction.
3) Lors de cette électrolyse, on observe la formation d'un dépôt métallique à la cathode et la formation d'un gaz à l'anode. Identifier ces produits et écrire l'équation de la réaction qui a lieu.
4) Déterminer le volume du gaz obtenu au bout de 44 heures d'électrolyse. On donne le volume molaire des gaz dans les conditions de l'expérience : $V_M = 24\ L.mol^{-1}$

5) Calculer la masse de métal déposé.

La masse molaire atomique du nickel est égale à 65,4 $g.mol^{-1}$.

EXERCICE 5 :

Le nickelage de certains objets en cuivre, revient à le recouvrir de nickel et cette opération se fait par électrolyse.

1) Faire un schéma détaillé du montage qu'il faut réaliser, sachant que l'autre électrode utilisée est une électrode de nickel.
2) Ecrire l'équation de la réaction qui a lieu.
3) S'agit – il d'une galvanostégie ou d'une galvanoplastie ?
4) On dépose par électrolyse sur une plaque de cuivre, de surface totale immergée égale à 350 cm^2, une couche de nickel d'épaisseur $e = 20\mu m$. Sachant que la masse volumique du nickel est $\rho = 8{,}9\ g\ cm^{-3}$.
   a) Déterminer la masse de nickel déposé ?
   b) Calculer la quantité d'électricité que doit traverser le circuit au cours de cette électrolyse.

      La masse molaire atomique du nickel est égale à 59 $g.mol^{-1}$.
   c) Quelle était la durée de l'électrolyse avec une intensité de courant constante $I = 2$ A.

EXERCICE 6 : (Bac Français)

Un accumulateur au plomb comporte deux électrodes en plomb dont l'une est recouverte de dioxyde de plomb (PbO_2) solide. Ces deux électrodes plongent dans une solution concentrée d'acide sulfurique H_2SO_4 contenant du sulfate de plomb $PbSO_4$ solide. La f.é.m. d'une cellule est de 2 V. Les couples redox mis en jeu dans un accumulateur au plomb sont : PbO_2 / $PbSO_4$ et $PbSO_4$ / Pb.

1) Ecrire les demi-équations faisant intervenir les deux couples redox.
2) Au cours de la décharge (fonctionnement en générateur), le plomb et le dioxyde de plomb se transforment avec formation de $PbSO_4$.

a) Ecrire les demi-équations des réactions spontanées aux électrodes de cet accumulateur.

b) Indiquer le pôle positif et le pôle négatif de ce générateur.

c) Ecrire l'équation bilan de la réaction spontanée au cours de la décharge.

3) Au cours de la charge de cet accumulateur, il se comporte comme un électrolyseur.

a) Quelle est l'équation de la réaction forcée qui a lieu au cours de la charge.

b) Donner le schéma légendé de cet accumulateur lors de la charge.

c) Quelle est la tension minimale qu'il faut appliquer pour recharger cet accumulateur.

<u>EXERCICE 7</u> : (Bac Tunisien 2009)

On dissout une masse de sulfate de nickel ($NiSO_4$) dans l'eau pure afin d'obtenir une solution aqueuse (S) de volume V = 0,5 L et de concentration molaire $C = 0{,}1\ mol.L^{-1}$.

1)

a) Déterminer la quantité de matière de sulfate de nickel dissoute.

b) En déduire la masse m.

On donne la masse molaire moléculaire de sulfate de nickel : $M = 155\ g.mol^{-1}$

2) Pour recouvrir une plaque P_1 de fer par une couche de nickel métallique Ni, on réalise l'électrolyse de la solution (S). La plaque P_1 constitue l'une des électrodes de l'électrolyseur. L'autre électrode est une plaque P_2 inattaquable, au niveau de la quelle se produit la transformation schématisée par l'équation :

$$6\ H_2O \longrightarrow O_2 + 4\ H_3O^+ + 4e^-$$

a) La réaction ayant lieu au niveau de P_2 est – t – elle une réaction d'oxydation ou de réduction ? Justifier.

b) Ecrire l'équation schématisant la réaction qui se produit au niveau de P_1.

c) La plaque P_1 joue – t – elle le rôle d'une anode ou d'une cathode lors de l'électrolyse ? justifier.

d) Pour réaliser cette électrolyse, on utilise un générateur de tension G. La quelle des deux plaques P_1 ou P_2 doit être liée au pole positif de G ?

3) Après une durée d'électrolyse Δt, la concentration de la solution en ions Ni^{2+} est égale à 5.10^{-2} mol.L^{-1}.

a) Justifier la diminution de la concentration de solution en ions Ni^{2+}.

b) La concentration de la solution en ions SO_4^{2-} varie – t – elle ? justifier.

c) Calculer la masse du nickel déposé sur la plaque P_1.
Le volume de la solution (S) est supposé constant au cours de l'électrolyse et la masse molaire atomique du nickel est égale à 59 g.mol^{-1}.

4)

a) Ecrire ,l'équation de la réaction bilan de l'électrolyse .

b) Cette réaction est – t – elle spontanée ou imposé ?

c) Déterminer le volume de dioxygène dégagé au bout de la durée d'électrolyse Δt. Le volume molaire des gaz est égal 24 L.mol^{-1} dans les conditions de la réaction.

EXERCICE 8 : (Documentaire) Application de l'électrolyse.

Les applications de l'électrolyse sont nombreuses et touchent de nombreux domaines compte tenu de la grande pureté des composés obtenus et de la simplicité de mise en œuvre. Cependant, l'électrolyse reste une technique onéreuse que l'industrie utilise quand les autres techniques sont trop peu sélectives, trop difficiles à développer, trop dangereuses ou quand la séparation et la purification des différents composés est trop complexe. Les entreprises qui développent l'électrolyse à l'échelle industrielle se sont implantées dans les zones où le courant électrique n'est pas trop difficile à obtenir, comme les vallées alpines en France.

L'électrolyse est très utilisée dans l'élaboration de matériaux, où elle permet de fabriquer des alliages (cobalt-nickel, cobalt-tungstène, cuivre-étain, etc.) et de préparer des métaux purs (comme l'aluminium). De même, de nombreuses poudres sont élaborées par électrolyse (poudres métalliques de cuivre, béryllium, manganèse, titane, etc.), ainsi que des métaux alcalins et des composés inorganiques (chlorates, bromates, oxydes de manganèse, dihydrogène, dioxygène, etc.).

L'électrolyse constitue également une réaction de choix pour la purification des métaux, notamment par les techniques dites d'anodes solubles, qui permettent d'obtenir, à des degrés de pureté élevée, l'argent, l'or, le cadmium, le titane (très utilisé dans l'aéronautique), l'indium, le zirconium (utilisé dans les technologies nucléaires), etc. **(Encarta)**

Questions

1) Dire pourquoi l'électrolyse est une technique onéreuse utile dans l'industrie.
2) L'électrolyse à l'échelle industrielle utilise des intensités de courant très importantes, dégager du texte un passage qui le prouve.
3)
   a) Déduire du texte trois applications de l'électrolyse à l'échelle industrielle.
   b) Justifier la réponse par des phrases citées dans le texte.

EXERCICE 9 : (Documentaire) affinage du cuivre

- L'électrotechnique est le domaine d'utilisation le plus important du cuivre : moteurs, alternateurs, câbles électriques.......

  Il est nécessaire que le cuivre soit très pur car la présence des impuretés augmente la résistivité et par suite les pertes par effet Joule dans le circuit en cuivre. Or le cuivre provenant de la métallurgie thermique contient beaucoup d'impuretés (0,5%)

- Pour éliminer ces 0,5% d'impuretés, on réalise une électrolyse à anode soluble, telle qu'une anode en métal M plonge dans une solution contenant des ions de ce métal, l'anode perd du métal M et la cathode se recouvre d'une même masse du métal M.
- L'anode est en cuivre brut à 99,5% à affiner et la cathode en cuivre électrolytique très pur. L'électrolyte est une solution de sulfate de cuivre ($CuSO_4$ à 40 $g.L^{-1}$) et d'acide sulfurique (H_2SO_4 à 200$g.L^{-1}$)
- On obtient par cette méthode du cuivre très pur à 99,95%.On récupère au cours de cette électrolyse des boues résiduelles qui sont très riches en métaux nobles (or, argent,..) ; on estime qu'environ 80% de l'argent dans le monde provient de l'affinage électrolytique des métaux et principalement du cuivre.

« Manuel scolaire et internet »

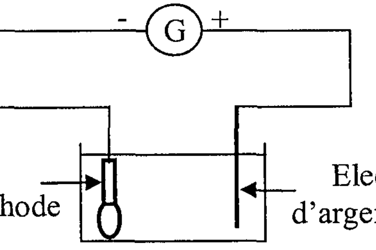
Questions

1) Pourquoi est – il nécessaire de réaliser l'affinage du cuivre ?
2) En se référant au texte justifier l'appellation : « une électrolyse à anode soluble ».
3) l'électrolyse à anode soluble ne permet pas seulement de purifier un métal tel que le cuivre mais aussi d'obtenir d'autres métaux nobles ; dégager du texte un passage qui confirme cette affirmation.

Correction

EXERCICE 1 :

1) le schéma du dispositif est :



Solution de nitrate d'argent

2)
   a) A l'électrode constituée par la cuillère, il se produit une réaction de réduction : $Ag^+ + e^- \rightarrow Ag$ (1)
   b) Comme il s'y produit une réaction de réduction (gain d'électrons) cette électrode est donc la cathode.

3)
   a) Le nombre de moles d'argent déposé est égale à :
   $n\,(Ag) = \frac{m_{Ag}}{M_{Ag}} = \frac{2}{108} = 1{,}9.10^{-2}$mol.
   b) D'après l'équation (1) supposée totale le nombre de moles d'électrons est égale au nombre de moles d'argent déposé ⇔
   $n\,(e^-) = n\,(Ag) = 1{,}9.10^{-2}$ mol ; il se change alors $1{,}9.10^{-2}$mol d'électrons.
   c) La quantité Q d'électricité échangée est égale à :
   $Q = n\,(e^-).F = 1{,}9.10^{-2} \times 96500 = 1{,}833.10^3$ C.
   d) On fait passer un courant I = 2 A pendant une durée Δt,
   $Q = I.\,\Delta t$ d'où $\Delta t = \frac{Q}{I} = \frac{1{,}833.10^3}{2} = 9{,}165.10^2$ s.

EXERCICE 2 :

1) A l'échelle industrielle, cette électrolyse permet d'obtenir le cadmium.
2) A l'anode, on envisage les oxydations suivantes :
   - $Pb_{(S)} \rightarrow Pb^{2+} + 2\,e^-$
   - $2\ SO_4^{2-} \rightarrow S_2O_8^{2-} + 2\,e^-$
   - $3\ H_2O \rightarrow 2\ H_3O^+ + \frac{1}{2}\ O_{2(g)} + 2\,e^-$
3) A la cathode, on envisage les réductions suivantes :

- $Cd^{2+} + 2e^- \rightarrow Cd_{(S)}$ (1)
- $2\ H_3O^+ + 2e^- \rightarrow H_{2\,(g)} + 2\ H_2O$
- $SO_4^{2-} + 4\ H_3O^+ + 2e^- \rightarrow SO_{2\,(g)} + 3\ H_2O$

4)

a) Les produits formés sont :
- Un dégagement gazeux à l'anode : c'est le dioxygène O_2.
- Un dépôt à la cathode : c'est le cadmium.

b) L'équation de la réaction qui se produit lors de l'électrolyse s'en déduit :
$Cd^{2+} + 3\ H_2O \rightarrow 2\ H_3O^+ + \frac{1}{2}\ O_{2(g)} + Cd_{(S)}$

c) La quantité d'électricité mise en jeu est $Q = I.\ \Delta t$

Or $n(e^-) = \dfrac{Q}{F} = \dfrac{I.\Delta t}{F} = \dfrac{25\times10^3\times12\times3600}{96500} = 1{,}119.10^4$ mol

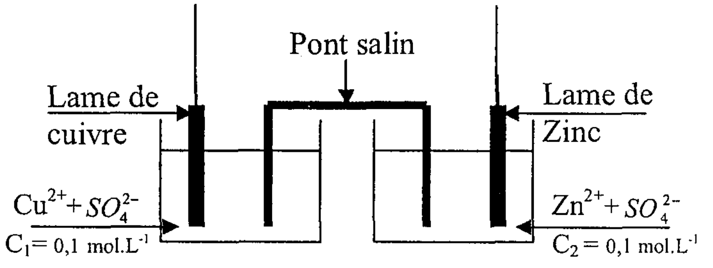
d) D'après l'équation (1) : $n(e^-) = 2\ n_{(Cd)} \Leftrightarrow n_{(Cd)} = \dfrac{n(e^-)}{2}$

$\Leftrightarrow n_{(Cd)} = \dfrac{1{,}119.10^4}{2} = 5{,}5958.10^3$ mol.

e) $m_{(Cd)} = n_{(Cd)}\ .M_{(Cd)} = 5{,}5958.10^3 \times 112{,}4 = 6{,}289.10^5$ g
$m_{(Cd)} = 628{,}9$ Kg.

EXERCICE 3 :

1)



2)

a) La d.d.p $(V_{bZn} - V_{bCu}) = -\ 1{,}1$ V par le voltmètre lorsque la pile ne débite aucun courant ce qui est appelée tension à vide, représente la force électromotrice de la pile.

b) On a : $(V_{bZn} - V_{bCu}) < 0 \Rightarrow .\ V_{bZn} < V_{bCu}$. Donc, la lame de cuivre est le pôle positif tandis que la lame de zinc est le pôle négatif de la pile Daniell.

3)

a) Au niveau de l'électrode de zinc : $Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^-$
Au niveau de l'électrode de cuivre : $Cu^{2+} + 2e^- \rightarrow Cu$

b) L'équation bilan : $Zn + Cu^{2+} \rightarrow Zn^{2+} + Cu$

4)

a) D'après l'équation bilan écrite précédemment et qui traduit une réaction d'oxydoréduction au cours de la quelle les ions cuivre II se réduisent en métal cuivre, on peut affirmer qu'il se dépose du cuivre sur la lame de même nature.

b) $[Cu^{2+}] = \frac{n}{V}$, où n est le nombre final de moles d'ions Cu^{2+}.

$n = n_0 - n'$, avec n_0 le nombre initial de moles d'ions Cu^{2+} et n', le nombre de moles d'ions Cu^{2+} consommés par la réaction d'oxydoréduction.

$n_0 = [Cu^{2+}]_0.V$, avec $[Cu^{2+}]_0$ la concentration initiale en ion Cu^{2+} ; d'après l'équation : $Cu^{2+} + 2e^- \rightarrow Cu$

Une mole Cu^{2+} donne une mole Cu.

Donc, n' est égal au nombre de moles de cuivre formé, par conséquent, on a $n' = \frac{m}{M_{Cu}}$

Finalement, on a : $[Cu^{2+}] = \dfrac{[Cu^{2+}]_0.V - \frac{m}{M_{Cu}}}{V} = [Cu^{2+}]_0 - \dfrac{m}{V.M_{Cu}}$

AN : $[Cu^{2+}] = 0{,}01$ mol.L^{-1}.

5)

a) La transformation chimique qui se produit au niveau de la lame de cuivre (L_2) donne du zinc.

Donc elle a pour équation : $Zn^{2+} + 2e^- \rightarrow Zn$.

b) La transformation qui a lieu au niveau de (L_2) est une réduction. Or, celle – ci demande un apport d'électrons, donc la borne F du générateur à la quelle est reliée l'électrode (L_2) est le pôle négatif. Par suite la borne E est le pôle positif du générateur.

c) Il s'agit de la galvanostégie. Cette technique a comme application industrielle, la protection des métaux ou l'embellissement d'objets métalliques comme par le nickelage, l'argenture, le zingage……

EXERCICE 4 :

1) A l'anode : les oxydations possibles :

- $Pb_{(S)} \rightarrow Pb^{2+} + 2e^-$
- $2\ SO_4^{2-} \rightarrow S_2O_8^{2-} + 2e^-$

- $3\,H_2O \rightarrow 2\,H_3O^+ + \frac{1}{2}\,O_{2(g)} + 2e^-$ (1)

2) A la cathode : les réductions possibles
   - $Zn^{2+} + 2e^- \rightarrow Zn$
   - $2\,H_3O^+ + 2e^- \rightarrow H_{2\,(g)} + 2\,H_2O$
   - $SO_4^{2-} + 4\,H_3O^+ + 2e^- \rightarrow SO_{2\,(g)} + 3\,H_2O$

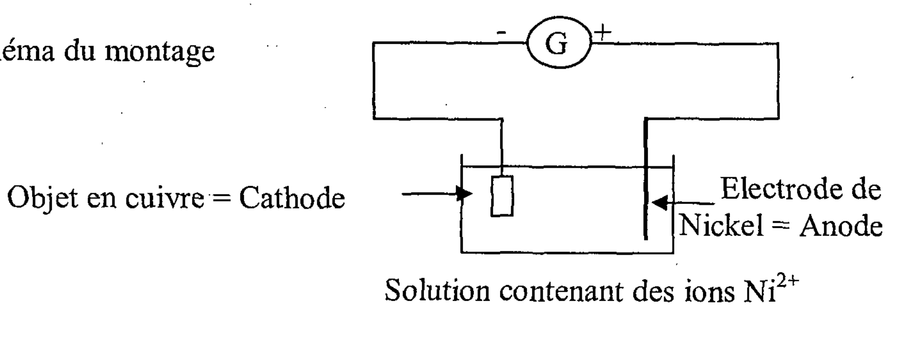
3) Les produits obtenus sont : le métal est le zinc et le gaz dégagé est le dioxygène O_2.
   L'équation de la réaction est :
   $$Zn^{2+} + 3\,H_2O \rightarrow 2\,H_3O^+ + \frac{1}{2}O_{2(g)} + Zn$$

4) Au cours de cette électrolyse, le nombre de moles d'électrons transférés est n
   $(e^-) = \dfrac{Q}{F} = \dfrac{I.\Delta t}{F} = \dfrac{43.10^3 \times 44 \times 3600}{96500} = 7{,}058.10^4$ mol.
   D'après l'équation (1) le nombre de moles de dioxygène est donné par l'équation : n (O_2) $= \dfrac{1}{4}$ n (e^-) $\Leftrightarrow$
   $$n\,(O_2) = \frac{1}{4} \times 7{,}058.10^4 = 1{,}7645.\,10^4 \text{ mol.}$$
   Or n (O_2) $= \dfrac{v(O_2)}{V_M}$ $\Leftrightarrow v(O_2) = n(O_2).V_M$
   $v(O_2) = 1{,}7645.\,10^4 \times 24 = 4{,}235.10^5$ L.

5) La masse du zinc déposé est :
   m (Zn) = n(Zn) .M_{Zn} et d'après l'équation de la réaction :
   n(Zn) = 2 n (O_2) d'où m (Zn) = 2 n (O_2).M_{Zn}
   m (Zn) = $2 \times 1{,}7645.\,10^4 \times 65{,}4 = 2{,}308.10^6$ g $= 2{,}308.10^3$ Kg.

EXERCICE 5 :

1) Le schéma du montage



2)

- Cathode : $Ni^{2+} + 2e^- \rightarrow Ni$ (1)
- Anode : $Ni \rightarrow Ni^{2+} + 2e^-$
- Equation bilan : $Ni + Ni^{2+} \rightarrow Ni^{2+} + Ni$

3) Le nickelage d'un objet en cuivre, consiste à recouvrir l'objet par une couche mince et adhérante de Nickel, il s'agit de la galvanostégie.

4)

a) La masse volumique ρ donnée par la relation : $\rho = \dfrac{m}{V} \Leftrightarrow m = \rho.V$ or le volume $V = S.e$ d'où $m = \rho.S.e$

$m = 8{,}9 \times 350 \times 20.10^{-4} = 6{,}23$ g.

b) $n(Ni) = \dfrac{m(Ni)}{M_{Ni}} = \dfrac{6{,}23}{59} = 0{,}1056$ mol.

D'après l'équation (1) :

$n(e^-) = 2.\ n(Ni) = 2 \times 0{,}1056 = 0{,}2112$ mol.

La quantité d'électricité $Q = F.\ n(e^-) \Leftrightarrow Q = 96500 \times 0{,}2112 = 2{,}038.10^4$ C

c) $Q = I.\ \Delta t \Leftrightarrow \Delta t = \dfrac{Q}{I} = \dfrac{2{,}038.10^4}{2} = 1{,}02.10^4$ s.

EXERCICE 6 :

1) Les demi - réactions sont :

$PbSO_{4(Sd)} + 2e^- \rightarrow Pb_{(Sd)} + SO_4^{2-}$

$PbO_{2(Sd)} + 4\ H_3O^+ + SO_4^{2-} + 2e^- \rightarrow PbSO_{4(Sd)} + 6\ H_2O$

2)

a)

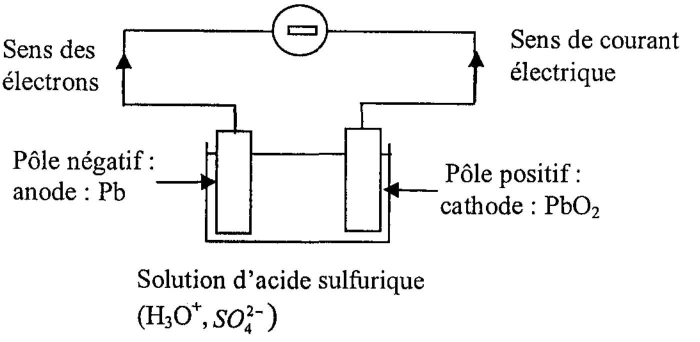
- Au pôle positif, le courant part, donc des électrons arrivent, donc il y a réduction (cathode) :

$$PbO_{2(Sd)} + 4\ H_3O^+ + SO_4^{2-} + 2e^- \rightarrow PbSO_{4(Sd)} + 6\ H_2O$$

- Au pôle négatif, des électrons sont cédés au circuit extérieur, donc il y a une oxydation (anode)

$$Pb_{(Sd)} + SO_4^{2-} \rightarrow PbSO_{4(Sd)} + 2e^-$$

Schéma :



b) L'équation bilan s'écrit :

$$PbO_{2(Sd)} + 4\ H_3O^+ + 2\ SO_4^{2-} + Pb_{(Sd)} \rightarrow 2\ PbSO_{4(Sd)} + 6\ H_2O$$

3)

a) Au cours de la charge, on assiste à une transformation forcée en sens contraire de la précédente.

$$2\ PbSO_{4(Sd)} + 6\ H_2O \rightarrow PbO_{2(Sd)} + 4\ H_3O^+ + 2\ SO_4^{2-} + Pb_{(Sd)}$$

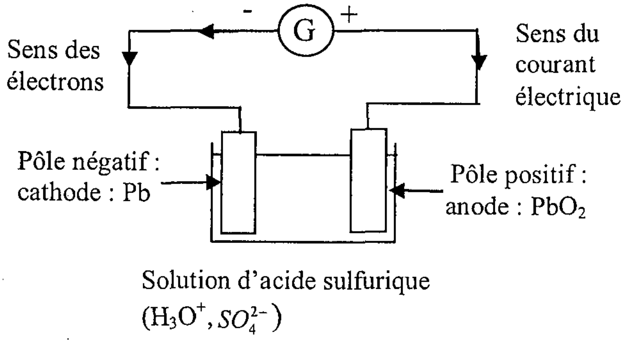
b) Les réactions aux électrodes sont inverses de celles qui se déroulent lors de la décharge : le pôle négatif de l'accumulateur, relié au pôle négatif du générateur extérieur, se comporte comme la cathode d'un électrolyseur : il y a une réduction :

$$PbSO_{4(Sd)} + 2\,e^- \rightarrow Pb_{(Sd)} + SO_4^{2-}$$

Au pôle positif de l'électrolyseur, se produit une oxydation :

$$PbSO_{4(Sd)} + 6\ H_2O \rightarrow PbO_{2(Sd)} + 4\ H_3O^+ + SO_4^{2-} + 2\,e^-$$

D'où le schéma :



c) La tension à appliquer aux bornes de cet élément de batterie doit être supérieure à 2 V, c'est-à-dire supérieure à la valeur de sa f.é.m lors de son fonctionnement spontané.

EXERCICE 7 :

1)

a) On a $C = \frac{n}{V} \Leftrightarrow n = C.V = 0{,}1 \times 0{,}5 = 0{,}05 \text{ mol.L}^{-1}$

b) Or $n = \frac{m}{M} \Leftrightarrow m = n.M = 0{,}05 \times 155 = 7{,}75$ g.

2)

a) Il y a perte d'électrons, donc il s'agit d'une oxydation.

b) $Ni^{2+} + 2e^- \rightarrow Ni$

c) P_1 est une cathode car à son niveau il se produit une réduction.

d) P_2 est reliée au pôle positif du générateur.

3)

a) Au cours de l'électrolyse, la réaction qui a lieu au niveau de P_1 est : $Ni^{2+} + 2e^- \rightarrow Ni$, ainsi les ions Ni^{2+} sont réduits.

b) La concentration de la solution en ions SO_4^{2-} reste constante au cours de l'électrolyse, car il s'agit d'un ion indifférent qui n'intervient pas dans la réaction et le volume de la solution est constant.

c) $n_i(Ni^{2+}) = 5.10^{-2}$ mol et $n_f(Ni^{2+}) = 2{,}5.10^{-2}$ mol ,ce qui donne que le nombre de moles de Ni déposée est :
$n(Ni)_{déposée} = n_i(Ni^{2+}) - n_f(Ni^{2+}) = 5.10^{-2} - 2{,}5.10^{-2} = 2{,}5.10^{-2}$ mol et par la suite $m_{déposée}(Ni) = n(Ni)_{déposée}.M_{Ni} = 2{,}5.10^{-2} \times 59 = 1{,}475$ g.

4)

a) $2\,Ni^{2+} + 6\,H_2O \rightarrow 4\,H_3O^+ + 2\,Ni + O_2$

b) Il s'agit d'une réaction imposée (forcée).

c) $n(Ni)_{déposée} = 2.n(O_2) \Leftrightarrow n(O_2) = \frac{n_{déposée}(Ni)}{2}$

$$V(O_2) = n(O_2).V_M = \frac{n_{déposée}(Ni)}{2}.\ V_M = \frac{2{,}5.10^{-2}}{2} \times 24 = 0{,}3 \text{ L.}$$

EXERCICE 8 :

1) l'électrolyse est une technique onéreuse, utilisée dans l'industrie car les autres techniques sont très peu sélectives, trop difficiles à développer et trop dangereuses.

2) L'électrolyse à l'échelle industrielle utilise des intensités de courant très importantes : « Les entreprises qui développent l'électrolyse à l'échelle

industrielle se sont implantées dans les zones où le courant électrique n'est pas trop difficile à obtenir, comme les vallées alpines en France ».

3)

a) Les trois applications industrielles sont :
   - L'élaboration des matériaux.
   - L'élaboration des poudres (poudres de cuivre, de magnésium…).
   - L'élaboration des métaux alcalins et des composés organiques.

b) « elle permet de fabriquer des alliages (cobalt-nickel, cobalt-tungstène, cuivre-étain, etc.) et de préparer des métaux purs (comme l'aluminium). De même, de nombreuses poudres sont élaborées par électrolyse (poudres métalliques de cuivre, béryllium, manganèse, titane, etc.), ainsi que des métaux alcalins et des composés inorganiques (chlorates, bromates, oxydes de manganèse, dihydrogène, dioxygène, etc.) ».

<u>EXERCICE 9</u> :

1) Le cuivre est très utile en électrotechnique tel que les moteurs, les alternateurs, les câbles ……Donc il est nécessaire que le cuivre soit pur car les impuretés augmente sa résistivité et par suite augmente les pertes par effets joules.
2) « on réalise une électrolyse à anode soluble, telle qu'une anode en métal M plonge dans une solution contenant des ions de ce métal, l'anode perd du métal M et la cathode se recouvre d'une même masse du métal M ».
3) l'électrolyse à anode soluble ne permet pas seulement de purifier un métal tel que le cuivre mais aussi d'obtenir d'autres métaux nobles : « On obtient par cette méthode du cuivre très pur à 99,95%.On récupère au cours de cette électrolyse des boues résiduelles qui sont très riches en métaux nobles (or, argent,..) ; on estime qu'environ 80% de l'argent dans le monde provient de l'affinage électrolytique des métaux et principalement du cuivre ».

Les alcools aliphatiques saturés

Résumé du cours :

I. Définitions et nomenclature

- Un monoalcool saturé est un composé organique oxygéné dont la molécule comporte un groupe hydroxyle - OH, lié à un arome de carbone ne formant que des liaisons simples avec des atomes de carbone et d'hydrogène.
- La formule générale d'un alcool aliphatique saturé est : $C_nH_{2n+1}-OH$
- Pour déterminer le nom d'un alcool il faut :
  - Choisir la chaine carbonée principale qui est la chaine la plus longue contenant le carbone fonctionnel.
  - La numéroter, tel que l'indice de position attribué au groupe – OH soit le plus faible possible.
  - Indiquer s'il y a lieu la nature et la position des ramifications sur la chaine carbonée principale.
  - Remplacer le « e » final de l'alcane par le suffixe « ol ».

II. Les trois classes d'alcool.

- Les alcools primaires de formule générale : $R-CH_2-OH$
- Les alcools secondaires de formule générale : $R_1-\underset{\displaystyle R_2}{\underset{|}{CH}}-OH$

  R_1 et R_2 sont différents de H

- Les alcools tertiaires de formule générale :

$$R_1 - \overset{\overset{\large R_2}{|}}{\underset{\underset{\large R_3}{|}}{C}} - OH$$

R_1 ; R_2 et R_3 sont différents de H

III. Isomérie des alcools

- Isomères de chaîne : ce sont des composés organiques ayant la même formule brute et le même groupe fonctionnel greffé sur des chaines carbonés de nature différente mais l'indice de position de ce groupe fonctionnel est le même pour ces isomères.
- Isomères de position : ce sont des composés organiques ayant la même chaîne carbonée est des indices de position différent pour le groupe fonctionnel.

EXERCICES

EXERCICE 1 :

Donner le nom des alcools suivants et préciser leurs classes :

1) $$CH_3-CH_2-CH_2-\underset{\underset{\displaystyle OH}{|}}{CH}-CH_3$$

2) $$CH_3-\underset{\underset{\displaystyle CH_2-OH}{|}}{CH}-CH_2-\underset{\underset{\displaystyle CH_3}{|}}{CH}-CH_3$$

3) $$CH_3-\overset{\overset{\displaystyle CH_3}{|}}{\underset{\underset{\displaystyle OH}{|}}{C}}-CH_2-CH_3$$

4) $$CH_3-\underset{\underset{\displaystyle CH_3}{|}}{CH}-CH_2-\overset{\overset{\displaystyle CH_3}{|}}{\underset{\underset{\displaystyle OH}{|}}{C}}-CH_3$$

5) $$CH_3-\overset{\overset{\displaystyle OH}{|}}{CH}-CH_2-\overset{\overset{\displaystyle CH_3}{|}}{\underset{\underset{\displaystyle CH_3}{|}}{C}}-CH_3$$

EXERCICE 2 :

Ecrire la formule semi – développée de chacun des alcools suivants en précisant leur classe.

1) 2 – méthylbutan – 2 – ol.
2) 2,4,4 – triméthylpentan – 2 ol.
3) 2, 4 – diméthylpentan – 3 – ol.
4) 2,2 – diméthylpropan – 1 – ol.

EXERCICE 3 :

La masse molaire d'un monoalcool (A) aliphatique saturé est $M = 88\ g.mol^{-1}$.

1) Déterminer la formule brute de l'alcool (A).
2) Chercher les formules semi – développées possibles de (A) en précisant le nom et la classe de chaque isomère.
3) Préciser parmi les isomères de l'alcool (A) ceux qui présentent une isomérie de position et ceux qui présentent une isomérie de chaine.
4) Sachant que l'alcool (A) est tertiaire, identifier (A).

EXERCICE 4 :

Soit un monoalcool (B) aliphatique saturé tel que son pourcentage en masse de carbone est 52,4 %. On donne en $g.mol^{-1}$ les masses molaires atomiques suivantes : C = 12, H = 1 et O = 16.

1) Déterminer la formule brute de (B).
2) Chercher la formule semi – développée de (B) en précisant son nom.
3) Sachant qu'un alcool tertiaire (C), mais sa masse molaire moléculaire diffère de celle de l'alcool (B) de $28\ g.mol^{-1}$.
   a) La formule semi-développée de (C) présente – t – elle des ramifications, les quels ?
   b) Donner la formule semi-développée et le nom de l'alcool (C).

EXERCICE 5: (Documentaire)

Les alcools sont présents dans la nature sous diverses formes selon leur origine animale ou végétale. Dans les végétaux, on les trouve sous la forme d'alcools « terpéniques » souvent très odoriférants, comme le menthol (présent dans la menthe), le citronellol (présent dans la rose), le nérol (présent dans le géranium), etc. . Dans les organismes animaux, ils se présentent principalement sous la forme de cholestérol dans tous les tissus : tissu cérébral et nerveux, calculs biliaires. La vitamine A, essentiellement présente dans les produits laitiers et indispensable au bon fonctionnement de l'organisme (notamment à la croissance des enfants), est également un alcool primaire.

Les alcools sont d'une importance toute particulière dans le monde industriel. Ils sont principalement utilisés comme intermédiaires de synthèse et comme solvants. Les principaux alcools sont le méthanol, l'éthanol, le propanol et le butanol. Le propanol est utilisé comme matière de base dans la synthèse de l'acétone et le butanol comme base pour les parfums et les fixateurs. Les alcools supérieurs, comportant de six à seize atomes de carbone, sont utilisés dans la préparation de détergents et autres composés tensioactifs. **(Encarta).**

Questions :

1) Quelles sont les formes sous les quelles se présentent les alcools dans la nature.
2) A partir du texte, citer quatre exemples d'alcool naturel.
3) Quelles sont les utilités des alcools dans le monde industriel.
4) Quels sont les principaux alcools utiles dans le monde industriel.
5) Relever du texte un passage qui explique les domaines d'utilisation des alcools dans le monde industriel.

Correction

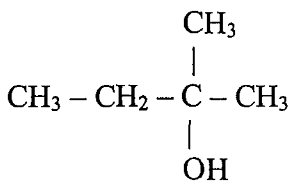
EXERCICE 1 :

1) Pentan – 2 – ol .
2) 2,4 – diméthylpentan – 1 – ol .
3) 2 – méthylbutan – 2 – ol .
4) 2,4 – diméthylpentan – 2 – ol .
5) 4,4 – diméthylpentan – 2 – ol .

EXERCICE 2 :

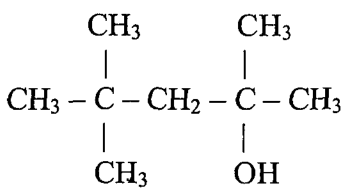
1) 2 – méthylbutan – 2 – ol.

Alcool tertiaire



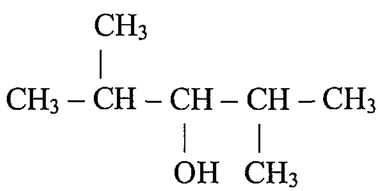
2) 2,4,4 – triméthylpentan – 2 ol.

Alcool tertiaire



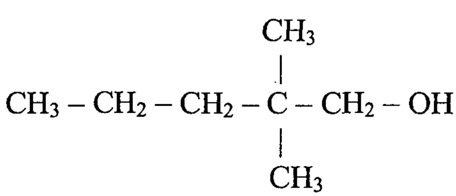
3) 2, 4 – diméthylpentan – 3 – ol.

Alcool secondaire



4) 2,2 – diméthylpropan – 1 – ol.

Alcool primaire



EXERCICE 3 :

1) La formule générale d'un alcool aliphatique saturé est est $C_nH_{2n+2}O$ et sa masse molaire moléculaire $M = 12.n + (2\,n + 2).1 + 16 \quad \Leftrightarrow$
$M = 12.n + 2.n + 2 + 16 \quad \Rightarrow \; M = 14.n + 18 = 88 \Leftrightarrow 14.n = 70$
$\Leftrightarrow \quad n = \dfrac{70}{14} = 5$ d'où la formule brute est $C_5H_{12}O$

2) Les formules semi – développées possibles sont :

a)
$$CH_3 - CH_2 - CH_2 - CH_2 - CH_2 - OH$$

Pentan – 1 – ol ; classe : primaire

b)
$$CH_3 - CH_2 - CH_2 - \underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{CH}} - CH_3$$

Pentan – 2 – ol ; classe : secondaire

c)
$$CH_3 - CH_2 - \underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{CH}} - CH_2 - CH_3$$

Pentan – 3 – ol ; classe : secondaire

d)
$$CH_3 - CH_2 - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}} - CH_2 - OH$$

2 – méthylbutan – 1 – ol ; classe : primaire

e)
$$CH_3 - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}} - CH_2 - CH_2 - OH$$

3 – méthylbutan – 1 – ol ; classe : primaire

f)
$$CH_3 - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}} - \underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{CH}} - CH_3$$

3 – méthylbutan – 2 – ol ; classe : secondaire

g)

```
              CH3
               |
CH3 – CH2 - C – CH3
               |
              OH
```

2 – méthylbutan – 2 – ol ; classe : tertiaire

h)

```
       CH3
        |
CH3 – C – CH2 – OH
        |
       CH3
```

2,2 – diméthylpropan – 1 – ol ; classe : primaire

3) Les isomères de position sont :

- Pentan – 1 – ol ; Pentan – 2 – ol et Pentan – 3 – ol : ont la même chaîne (pentan -) mais ils diffèrent par la position de - OH.
- 2 – méthylbutan – 1 – ol ;2 – méthylbutan – 2 – ol : ont la même chaîne (butan -) mais ils diffèrent par la position de - OH.
- 3 – méthylbutan – 2 – ol ; 3 – méthylbutan – 1 – ol : ont la même chaîne (3 – méthylbutan -) mais ils diffèrent par la position de - OH.

Les isomères de chaîne sont :

- Pentan – 1 – ol ; 1 – méthylbutan – 1 – ol ; 2 – méthylbutan – 1 – ol ; 3 – méthylbutan – 1 – ol et 2,2 – diméthylpropan – 1 – ol : ont des chaînes carbonées différentes et le même indice du groupe – OH (1 – ol).
- Pentan – 2 – ol ; 3 – méthylbutan – 2 – ol et 2 – méthylbutan – 2 – ol : ont des chaînes carbonées différentes et le même indice du groupe – OH (2 – ol).

4) (A) est un alcool tertiaire c'est l'isomère : h)

$$\begin{array}{c} \qquad\qquad\qquad CH_3 \\ \qquad\qquad\qquad | \\ CH_3 - CH_2 - C - CH_3 \\ \qquad\qquad\qquad | \\ \qquad\qquad\qquad OH \end{array}$$

EXERCICE 4:

1) La formule générale d'un alcool est $C_nH_{2n+2}O$ et sa masse molaire moléculaire $M = 12.n + (2n + 2).1 + 16 = 12.n + 2.n + 2 + 1 \Rightarrow M = 14.n + 18$.

Sachant que une mole de molécule de l'alcool (B) renferme une masse de carbone $m_C = 12.n$ d'où le pourcentage en masse de carbone est donné par la relation : $\%C = 52{,}4\% = \dfrac{m_C}{M} = \dfrac{12.n}{14.n+18}$

$$\Leftrightarrow \frac{12.n}{14.n+18} = 0{,}524 \Leftrightarrow 12.n = 0{,}524 \times (14.n + 18) = 7{,}336.n + 9{,}432$$

$$\Leftrightarrow 12.n - 7{,}336.n = 9{,}432 \Leftrightarrow 4{,}664.n = 9{,}432 \Leftrightarrow n = \frac{9{,}432}{4{,}664} = 2$$

D'où la formule brute de l'alcool (B) : C_2H_6O

2) La formule semi- développée est : $CH_3 - CH_2 - OH$ éthanol.

3)

a) L'alcool (C) est de formule générale $C_{n'}H_{2n'+2}O$ et de masse molaire

$M' = 14.n' + 18$; or $M' = M + 28$

$\Leftrightarrow 14.n' + 18 = 14.n + 18 + 28 \Leftrightarrow 14(n' - n) = 28 \Leftrightarrow n' - n = 2$

L'alcool (C) présente deux atomes de carbones de plus, et puisqu' il est tertiaire il présente deux ramifications : $- CH_3$

b) Puisque la différence des masses molaires est 28 $g.mol^{-1}$ et (C) est un alcool tertiaire d'où la formule semi- développée de (C) :

$$\begin{array}{c} \qquad\quad CH_3 \\ \qquad\quad | \\ CH_3 - C - OH \\ \qquad\quad | \\ \qquad\quad CH_3 \end{array}$$

2 –méthylpropan – 2 – ol

EXERCICE 5:

1)

- Dans les végétaux, on les trouve sous formes d'alcools terpéniques.
- Dans les organismes animaux sous forme de cholestérol.

2) D'après le texte, on cite quatre exemples : le menthol, citronellol, nérol et la vitamine A.
3) Industriellement, les alcools sont utilisés comme intermédiaire de synthèse et comme solvant.
4) Les principaux alcools utiles dans le monde industriel sont le méthanol, l'éthanol, le propanol et le butanol
5) « Le propanol est utilisé comme matière de base dans la synthèse de l'acétone et le butanol comme base pour les parfums et les fixateurs. Les alcools supérieurs, comportant de six à seize atomes de carbone, sont utilisés dans la préparation de détergents et autres composés tensioactifs ».

L'oxydation ménagée des alcools

Résumé du cours

I. La combustion des alcools

La combustion complète d'un alcool, conduit à la formation du dioxyde de carbone (CO_2) et de l'eau (H_2O) :

$$C_nH_{2n+2}O_{(liq)} + \frac{3n}{2}O_{2\,(g)} \rightarrow (n+1)H_2O_{(g)} + n(CO_2)_{(g)}$$

II. Oxydation ménagée des alcools

- L'oxydation ménagée d'un alcool se fait soit par l'oxygène de l'air, ou par le permanganate de potassium ($KMnO_4$) en milieu acide (ou par le bichromate de potassium $K_2Cr_2O_7$ en milieu acide).
- L'oxydation ménagée d'un alcool primaire conduit dans une première étape à un aldéhyde qui peut être oxydé en acide carboxylique :

1 ère étape :

$$R-\overset{\displaystyle H}{\underset{\displaystyle H}{\overset{|}{\underset{|}{C}}}}-OH \xrightarrow{[O]} \underset{\text{Aldéhyde}}{R-\overset{\displaystyle O}{\overset{\|}{C}}-H}$$

2ème étape :

$$R-\overset{\displaystyle O}{\overset{\|}{C}}-H \xrightarrow{[O]} \underset{\text{acide carboxylique}}{R-\overset{\displaystyle O}{\overset{\|}{C}}-OH}$$

- L'oxydation ménagée d'un alcool secondaire conduit à une cétone :

$$R_1-\overset{\displaystyle OH}{\underset{\displaystyle H}{\overset{|}{\underset{|}{C}}}}-R_2 \xrightarrow{[O]} R_1-\overset{\displaystyle O}{\overset{\|}{C}}-R_2$$

- Les alcools tertiaires ne subissent pas d'oxydation ménagée.

III. Remarques

- Le réactif de SCHIFF se colore en rose pour identifier le groupe

$$\begin{array}{ccc} -\,\mathrm{C} & - & \mathrm{OH} \\ \| & & \\ \mathrm{O} & & \end{array}$$

- Le papier indicateur de pH se colore en rouge pour identifier un acide carboxylique

$$\begin{array}{ccc} \mathrm{R}\,-\,\mathrm{C} & - & \mathrm{OH} \\ \| & & \\ \mathrm{O} & & \end{array}$$

- Le précipité jaune de la 2,4 - DNPH caractérise la présence du groupe :

$$\begin{array}{c} -\,\mathrm{C}\,- \\ \| \\ \mathrm{O} \end{array}$$

- Le précipité rouge brique avec la liqueur de Fehling indique la présence d'un aldéhyde

EXERCICES

EXERCICE 1 :

Soit un monoalcool (A) aliphatique saturé tel que son pourcentage en masse de carbone est 60 %.

1) Déterminer la formule brute de l'alcool A.
2) L'oxydation ménagée de (A) donne d'abord un produit (B) qui rosit le réactif de SCHIFF puis un corps (C) qui fait rougir un papier indicateur de pH.
   a) Préciser les familles aux quelles appartiennent les composés (B) et (C).
   b) A quelle classe appartient l'alcool (A) ?
   c) Ecrire la formule semi-développée de (A).
   d) En déduire la formule semi – développée de (B) et celle de (C).

EXERCICE 2 :

La formule brute d'un alcool aliphatique saturé est $C_4H_{10}O$.

1) Ecrire les formules semi développées possibles relatives à cet alcool.
2) L'oxydation ménagée de l'un des isomères (A) de cet alcool se fait par le bichromate de potassium en une seule étape et le produit obtenu (C) donne un précipité jaune avec la 2,4 - D.N.P.H et un test négatif avec la liqueur de Fehling.
   a) Quel est le groupe fonctionnel du composé (C).Déduire la classe et la formule semi développée de l'alcool (A).
   b) Ecrire l'équation de la réaction d'oxydation de l'alcool (A).

EXERCICE 3 :

Données numériques :

- Masses molaires atomiques en g. mol^{-1} : C : 12 ; O : 16 ; H : 1
- Volume occupé par une mole de gaz $V_m = 24\ L.mol^{-1}$.

Le tableau suivant regroupe quelques composés organiques notés (A), (B), (C), (D) et (E).

Composé	(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
Fonction chimique					
Formule brute					
Formule semi – développée		$CH_3-\underset{\underset{OH}{\vert}}{CH}-\underset{\underset{CH_3}{\vert}}{CH_2}$			$CH_3-\underset{\underset{CH_3}{\vert}}{CH}-\underset{\underset{OH}{\vert}}{C}=O$
Test avec le réactif de Schiff				-	
Test avec le 2,4 DNPH				+	

- (A) et (B) appartiens à la même famille.
- (C) et (E) résultent de l'action d'une solution de permanganate de potassium acidifiée sur (A).
- (C) et (D) sont isomères.

1) Qu'appelle – t – on isomères?
2) Compléter, en le justifiant, le tableau précédent.
3) Qu'appelle – t – on la réaction qui donne (D) à partir de (B) ?
4) On réalise la combustion complète, dans le dioxygène de l'air de 7,4 g de (B)
   a) Ecrire l'équation de la réaction.
   b) Déterminer le volume de dioxygène nécessaire à la combustion de 7,4 g de (B).
   c) Déterminer la masse de la vapeur d'eau formée et le volume du gaz dégagé. Comment on pourra l'identifier ?

EXERCICE 4 : (Bac Tunisien 2008)

Un flacon contient porte l'indication « Alcool $C_4H_{10}O$ ».

1) Dire pourquoi cette indication est insuffisante pour savoir quel est l'alcool contenu dans ce flacon.
2) Le tableau suivant regroupe les alcools isomères de formule brute $C_4H_{10}O$.

Alcool	(A)	(B)	(C)	(D)
Formule semi-développée	$CH_3 - CH_2 - CH_2 - CH_2 - OH$		$CH_3 - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{\vert}{CH}} - CH_2 - OH$	
Nom		Butan – 2 –ol		2 – méthyl – propan – 2 – ol

a) Reproduire et compléter ce tableau.

b) Dégager du tableau les isomères de chaîne. Justifier la réponse.

3) Pour déterminer la classe de l'alcool contenu dans le flacon, on réalise son oxydation ménagée par une solution de permanganate de potassium ($KMnO_4$) en milieu acide. On obtient un produit (E) qui donne :
   - Un précipité jaune avec la 2,4 – dinitrophénylhydrazine (2,4 –D.N.P.H) ;
   - Un précipité rouge brique avec la liqueur de Fehling.

a) Préciser en le justifiant :
   - Le groupe fonctionnel et la famille du produit (E).
   - La classe de l'alcool contenu dans le flacon.

b) Parmi les alcools (A) ,(B), (C) et (D),préciser ceux dont le produit de l'oxydation ménagée donne les résultats précédents avec la 2,4 - D.N.P.H et la liqueur de Fehling.

4) Sachant que l'alcool contenu dans le flacon est à chaîne carbonée ramifiée :
   a) Identifier cet alcool.
   b) Donner la formule semi-développée de (E).
5) Lorsque le permanganate de potassium est en excès, l'oxydation ménagée de l'alcool considérée abouti à un produit (F) soluble dans l'eau, et dont la formule semi-développée est :

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & O & & \\ & & & & \| & & \\ CH_3 & - & CH & - & C & - & OH \\ & & | & & & & \\ & & CH_3 & & & & \end{array}$$

   a) A quelle famille appartient (F) ?
   b) La dissolution totale d'une masse m du composé (F) dans l'eau, donne une solution aqueuse de volume V =50 mL et de concentration C $=10^{-1}$ $mol.L^{-1}$.
   Calculer la valeur de la masse m.
   On donne en $g.mol^{-1}$ les masses molaires atomiques :
   $M_C = 12$; $M_H = 1$; $M_O = 16$.

EXERCICE 5 : (Bac Tunisien 2009)

Soit un alcool (A) de formule brute C_3H_8O.

1) Ecrire les formules semi-développées des alcools isomères de (A) et donner leurs noms.
2) Pour identifier l'alcool (A), on réalise son oxydation ménagée par le dichromate de potassium en milieu acide. On obtient un composé (B), qui s'oxyde à son tour pour donner un produit (D). Le composé (B) réagit avec le réactif de SCHIFF.

a) Préciser pour chacun des composés (B) et (D), la famille à la quelle il appartient.

b) Déduire la classe de l'alcool (A) et sa formule semi-développée.

c) Donner les formules semi-développées des composés (B) et (D).

3) On fait dissoudre le composé (D) dans l'eau pure afin d'obtenir une solution aqueuse (S) , de volume V = 40 mL et de concentration molaire $C = 5.10^{-2} mol.L^{-1}$. Déterminer la quantité de matière dissoute du composé (D).

4) La solution (S) réagit avec un excès de fer (Fe) . Le mélange obtenu est filtré. La teinte verdâtre du filtrat prouve l'existence des ions Fe^{2+}.

Préciser, en le justifiant, s'il s'agit d'une oxydation ou d'une réduction du fer.

5) On dose un volume $V_1 = 20$ mL, du filtrat de concentration molaire C_1, par une solution acidifiée de permanganate de potassium ($KMnO_4$) de concentration molaire $C_2 = 2.10^{-2} mol.L^{-1}$

L'équivalence est atteinte pour un volume versé $V_2 = 9,6$ mL de la solution de permanganate de potassium. L'équation chimique de la réaction de dosage est :

$$5\,Fe^{2+} + MnO_4^- + 8\,H_3O^+ \rightarrow Mn^{2+} + 5\,Fe^{3+} + 12\,H_2O$$

a) Donner un schéma annoté du dispositif expérimental permettant la réalisation de ce dosage.

b) Comment peut – on repérer expérimentalement l'équivalence au cours de ce dosage ?

c) Etablir la relation entre C_1, C_2, V_1 et V_2 à l'équivalence. En déduire la valeur expérimentale de C_1.

EXERCICE 6 : (Documentaire)

Les aldéhydes sont très fréquents dans la nature, essentiellement dans le règne végétal, comme le géraniale présent dans le géranium ou le citronellal dans la rose. La méthode usuelle de préparation des aldéhydes consiste à oxyder des alcools primaires, en présence des oxydants classiques ($KMnO_4$ ou $K_2Cr_2O_7$). Les aldéhydes, comme les cétones, sont largement utilisés dans la production de matières plastiques, de colorants, de parfums et d'additifs alimentaires.
Le plus important des aldéhydes est le formaldéhyde (ou méthanal), de formule HCHO. Il est préparé industriellement en très grande quantité (plusieurs millions de tonnes sont produites chaque année dans le monde) par oxydation catalytique du méthanol par le dioxygène. Il est commercialisé sous la forme de solutions aqueuses qui portent le nom bien connu de formol. Sous cette forme diluée, il est utilisé en tant qu'antiseptique. L'utilisation majeure du formaldéhyde réside dans la production de résines (composé naturel qui entre dans la composition de certaines matière plastique) thermodurcissables et la fabrication de colles urée-formol. (Encarta)

Questions

1) Quelle est la méthode usuelle qui permet de préparer des aldéhydes ?
2) Dans quels domaines de production, utilise – t – on les aldéhydes.
3) Le plus important des aldéhydes est le formaldéhyde, écrire l'équation de la réaction qui permet son obtention en justifiant la réponse par un passage du texte.
4) Dans quel domaine utilise – t – on le formaldéhyde ?

Correction

EXERCICE 1 :

1) La formule générale d'un alcool est $C_nH_{2n+2}O$ et sa masse molaire moléculaire $M = 12.n + (2n + 2).1 + 16 = 12.n + 2.n + 2 + 16 \Rightarrow M = 14.n + 18$.
Sachant que une mole de molécule de l'alcool (A) renferme une masse de carbone $m_C = 12.n$ d'où le pourcentage en masse de carbone est donné par la relation : $\%C = 60\% = \frac{m_C}{M} = \frac{12.n}{14.n+18}$

$$\Leftrightarrow \frac{12.n}{14.n+18} = 0,6 \Leftrightarrow 12.n = 0,6 \times (14.n + 18) = 8,4.n + 10,8$$

$$\Leftrightarrow 12.n - 8,4.n = 10,8 \Leftrightarrow 3,6.n = 10,8 \Leftrightarrow n = \frac{10,8}{3,6} = 3$$

D'où la formule brute de l'alcool (A) : C_3H_8O.

2)
a) $(A) \xrightarrow{[O]} (B)$

(B) rosit le réactif de SCHIFF, donc (B) est un aldéhyde : $R-\overset{\overset{\large O}{\|}}{C}-H$

$(B) \xrightarrow{[O]} (C)$

(C) fait rougir un papier indicateur de pH, donc (C) est acide carboxylique :

$$R-\underset{\underset{\large O}{\|}}{C}-OH$$

b) Puisque l'oxydation ménagée de l'alccol (A) se fait en deux étapes en donnant un aldéhyde puis un est acide carboxylique, alors (A) est un alcool primaire.

c) D'où sa formule semi-développée est : $CH_3-CH_2-CH_2-OH$

d) La formule semi-développée de (B) est : $CH_3-CH_2-\underset{\underset{\large O}{\|}}{C}-H$

La formule semi-développée de (C) est : $CH_3-CH_2-\underset{\underset{\large O}{\|}}{C}-OH$

EXERCICE 2 :

1) Les formules semi-développées sont :

- $CH_3 - CH_2 - CH_2 - CH_2 - OH$

- $$\begin{array}{l} CH_3 - CH_2 - \underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{CH}} - CH_3 \end{array}$$

- $$CH_3 - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}} - CH_2 - OH$$

- $$CH_3 - \overset{\displaystyle CH_3}{\overset{|}{\underset{|}{C}}} - OH$$

2)

a) $(A) \xrightarrow{[O]} (C)$

(C) donne un précipité jaune avec la 2,4 – DNPH caractéristique du groupe $\underset{\displaystyle O}{\underset{\|}{-C-}}$

Donc (C) peut être un aldéhyde ou une cétone et puisque le test avec la liqueur de Fehling est négatif, alors (C) est une cétone. Par la suite (A) est un alcool secondaire.

$$CH_3 - CH_2 - \underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{CH}} - CH_3$$

b) $3C_4H_{10}O + 2\ Cr_2O_7^{2-} + 16\ H_3O^+ \rightarrow 3\ C_4H_8O + 4\ Cr^{3+} + 27\ H_2O$

EXERCICE 3 :

1) On appelle isomères, les composés ayant la même formule brute mais de différentes formules semi-développées.

2) (B) est un alcool, puisque (A) est de la même famille que (B) alors (A) est un alcool isomère de (B).
(C) et (E) résultent de l'oxydation ménagée de (A) ; (E) est acide carboxylique, donc (C) est un aldéhyde si l'oxydation de (A) se fait en deux étapes et par suite (A) est un alcool primaire ramifié (car (E) est ramifié).
(C) et (D) sont deux isomères, donc de même formule brute, puisque (D) donne un test négatif avec le réactif de SCHIFF et un test positif avec la 2,4 – DNPH alors (D) est une cétone.

Composé	(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
Fonction chimique	alcool	alcool	aldéhyde	cétone	Acide carboxylique
Formule brute	$C_4H_{10}O$	$C_4H_{10}O$	C_4H_8O	C_4H_8O	$C_4H_8O_2$

Les formules semi – développée sont :

- (B) : $CH_3 — CH — CH_2 — CH_3$
  |
  OH

- (A) : $CH_3 - CH - CH_2 - CH_2 - OH$
  |
  CH_3

- (C) : $CH_3 - CH - CH_2 - C - H$
  | ||
  CH_3 O

- (D) : $CH_3 - CH - C - CH_3$
  | ||
  CH_3 O

3) La réaction qui donne (D) à partir de (B) est une oxydation ménagée.
4)
a) $C_4H_{10}O_{(liq)} + 6O_{2\,(g)} \rightarrow 5H_2O_{(g)} + 4(CO_2)_{(g)}$ (1).

b) Le nombre de moles d'alcool qui a subi la combustion est :

$$n_{(B)} = \frac{m_B}{M_B} = \frac{7,4}{74} = 0,1 \text{ mol}$$

D'après l'équation (1) le nombre de moles de dioxygène nécessaire pour cette oxydation est : $n_{(O2)} = 6.n_{(B)} = 6 \times 0,1 = 0,6$ mol

D'où le volume de dioxygène est : $v_{(O2)} = n_{(O2)} .V_M = 0,6\times24 = 14,4$ L.

c) D'après l'équation (1) le nombre de moles de l'eau vapeur est :

$n_{(H2O)} = 5.n_{(B)} = 5 \times 0,1 = 0,5$ mol.

La masse de l'eau vapeur est : $m_{(H2O)} = n_{(H2O)}.M_{H2O}$

$\Leftrightarrow m_{(H2O)} = 0,5 \times 18 = 9$ g.

D'après l'équation (1) le nombre de moles de dioxyde de carbone est :

$n_{(CO2)} = 4.n_{(B)} = 4 \times 0,1 = 0,4$ mol

Et par la suite le volume de dioxyde de carbone est :

$v_{(CO2)} = n_{(CO2)} . V_M = 0,4 \times 24 = 9,6$ L. Ce gaz peut être mis en évidence par l'eau de chaux qui sera troublé en sa présence

EXERCICE 4 :

1) L'indication « alcool $C_4H_{10}O$ » est insuffisante pour reconnaître l'alcool dont on dispose parce que $C_4H_{10}O$ brute de plusieurs alcools isomères.

2)

a)

Alcool	(A)	(B)	(C)	(D)
Formule semi-développée	$CH_3 - CH_2 - CH_2 - CH_2 - OH$	$CH_3 - CH_2 - CH - CH_3$	$CH_3 - CH(CH_3) - CH_2 - OH$	$CH_3 - C(CH_3)_2 - OH$
Nom	Butan – 1 – ol	Butan – 2 –ol	2 – méthyl - propan – 1 – ol	2 – méthyl – propan – 2 – ol

b) Sachant que les alcools isomères de chaîne sont des alcools dont le groupement fonctionnel OH occupe la même position sur des squelettes carbonés différents(ou chaînes carbonées différentes), dans le tableau ci – dessus, il y a deux paires d'isomères de chaîne :

- Les alcools (A) et (C).
- Les alcools (B) et (D).

3)

a) Les tests à la 2,4 – DNPH et à la liqueur de Fehling étant tous les positifs, le produit (E) est un aldéhyde.

Par suite, son groupement fonctionnel est : $-\underset{\underset{O}{\|}}{C}-H$

Le produit d'oxydation ménagée est un aldéhyde, donc l'alcool contenu dans le flacon est de classe primaire.

b) Les alcools concernés sont des alcools primaires. Donc il s'agit de (A) et de (C).

4)

a) Entre (A) et (C) ,le seul alcool à chaîne ramifiée est (C) $\Leftrightarrow$ (C) est l'alcool contenu dans le flacon.

b) Etant le produit de l'oxydation ménagée de (C) , l'aldéhyde (E) a la formule semi-développée :

$$\begin{array}{ccccc} & & & & O \\ & & & & \| \\ CH_3 & - & CH & - & C - H \\ & & | & & \\ & & CH_3 & & \end{array}$$

5)

a) Le produit (F) appartient à la famille des acides carboxyliques.

b) Soit M la masse molaire du composé (F) et n le nombre de moles de (F) contenues dans sa solution aqueuse de volume V et de concentration C.

On a alors $m = n.M$ et $n = C.V \Leftrightarrow m = C.V.M$

Or $M = 4.M_C + 8.M_H + 2.M_O = 4 \times 12 + 8 \times 1 + 2 \times 16 \Leftrightarrow$

$M = 88\ g.mol^{-1}$

$\Leftrightarrow m = 10^{-1} \times 50.\ 10^{-3} \times 88 = 0{,}44\ g.$

EXERCICE 5 :

1)

$CH_3 - \underset{\underset{OH}{\vert}}{CH} - CH_3$	$CH_3 - CH_2 - CH_2 - OH$
Propan – 2 – ol	Propan – 1 – ol

2)

a) Le composé B appartient à la famille des aldéhydes, tandis que le composé D appartient à la famille des acides carboxyliques.

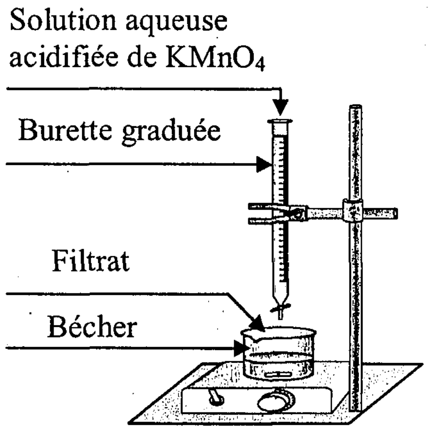
b) (A) est un alcool primaire car son oxydation ménagée donne un aldéhyde.

c) (B) : $C_2H_5\text{-}CHO$ et (D) : $C_2H_5 - COOH$.

3) La concentration $C = \dfrac{n}{V}$, par la suite $n = C.V = 5.10^{-2} \times 0{,}04 = 2.10^{-3}$ mol.

4) Le fer perd des électrons et passe à l'état Fe^{2+} : $Fe \longrightarrow Fe^{2+} + 2e^-$
Donc il s'agit d'une oxydation.

5)
a)



b) L'équivalence est repérée par la parsistance de la coloration rose violacée dans le bécher .

c) A l'équivalence on a $n(Fe^{2+}) = 5.\ n(MnO_4^-)$ $\Leftrightarrow C_1.V_1 = 5.C_2.V_2$

$$\Leftrightarrow C_1 = \frac{5.C_2.V_2}{V_1} = \frac{5\times 2.10^{-2}\times 9{,}6.10^{-3}}{20.10^{-3}} = 4{,}8.10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

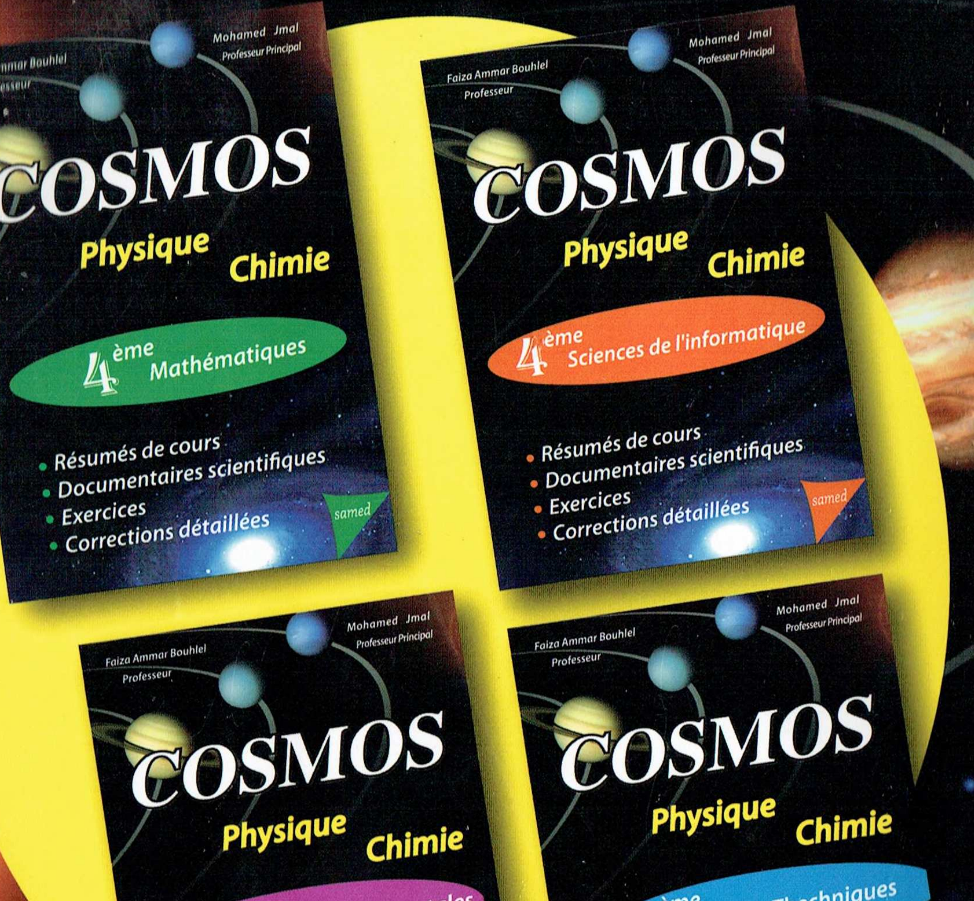
EXERCICE 6 :

1) La méthode usuelle de préparation des aldéhydes consiste à oxyder des alcools primaires, en présence des oxydants classiques ($KMnO_4$ ou $K_2Cr_2O_7$).
2) Les aldéhydes sont utilisés dans la production de matières plastiques, de colorants, de parfums et d'additifs alimentaires.
3) $$CH_3-OH + \frac{1}{2}O_2 \longrightarrow H_2O + \underset{\underset{\displaystyle O}{\|}}{H-C-H}$$

Le passage qui confirme l'équation précédente :
« Il est préparé industriellement en très grande quantité (plusieurs millions de tonnes sont produites chaque année dans le monde) par oxydation catalytique du méthanol par le dioxygène ».
4) Le formaldéhyde est utilisé dans la production de résines (composé naturel qui entre dans la composition de certaines matière plastique) thermodurcissables et la fabrication de colles urée – formol.

Livre
La Maghrébine pour l'Impression
et la Publication du Livre
Tél. : +216 70 837 683 - Fax : +216 70 838 975
Email : mip@gnet.tn

Dans la même collection



Prix: 11.000 D

9 789973 381705

SAMED Editions
72 Rue Kairouan 3000 Sfax
Téléfax: 74 226 447
Email: samededitions@yahoo.com