SÉRIE 1 : ENSEMBLE IN ET NOTIONS D'ARITHMÉTIQUE

TCS

GMAIL/mathsbooks20@gmail.com

Fb:MATHSBOOKS

2021/2022

EXERCICE 1

Soit n un entier naturel .Étudier la parité des nombres suivants :

$A = n^2 + 5n + 3$ et $B = n^2 + 4n + 8$

et $C = n^3 - n + 20$ et $D = (2n + 1)^2 + 2n + 1$

$E = 3n^2 + n$ et $F = n^2 + 11n + 30$

et $G = n^2 + 3n + 1$ et $H = n^2 + 3n + 2$

EXERCICE 2

Soit n un entier naturel .

1) Développer et réduire l'expression suivant : $(n^2 - 3n + 4)(n^2 + 3n + 4)$
2) Étudier la parité des nombres $n^2 - 3n + 4$ et $n^2 + 3n + 4$.
3) En déduire que $n^4 - n^2 + 16$ est un multiple du nombre 4 .

EXERCICE 3

1) Montrer que si a est un nombre pair et b un multiple de 3 alors $3a + 2b$ est un multiple du 6
2) a- Montrer que pour tout $n \epsilon \mathbb{N}$, le nombre $n(n + 1)(n + 2)(n + 3)$ est un multiple de 4.

   b- Existe-t-il un entier naturel n tel que $n(n + 1)(n + 2)(n + 3) = 2010$?

EXERCICE 4

1) n est un entier naturel impaire.
   a- Montrer que $n^2 - 1$ est divisible par 8 .
   b- En déduire que 16 divise $n^4 - 1$.
2) n est entier naturel tel que $n \geq 4$ et $n - 4$ est un multiple de 5.

Montrer que le nombre $n^2 - 1$ est un multiple de 5.

EXERCICE 5

1) a-Développer et réduire $(n + 1)^2 - n^2$où n un entier naturel .

b-En déduire que tout entier naturel impair est la différence des carrés deux entiers naturels successives.

2) Appliquer le résultat précédent aux nombres 39 et 31 .

EXERCICE 6

On pose $a = 2n + 4$ et $b = 6n + 11$ $tel\ que\ n \in \mathbb{N}$.

1) Étudier la parité des nombres a et b.
2) En déduire une simplification pour le nombre :
   $c = (2n + 4)(-1)^a + (6n + 11)(-1)^b$
3) Montrer que le nombre $a^2 + (b + 1)^2$ est un multiple de 40 .

EXERCICE 7

On pose que $a = 2160$ et $b = 4860$.

1) Décomposer en produit de facteurs premiers les deux nombres a et b .
2) En déduire $pgcd(a; b) et\ ppcm(a; b)$.
3) Simplifier $\sqrt{a}$ et $\sqrt{b}$.
4) Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers des nombres suivants $a^3 \times b^2$ et $a^2 \times b^3$.
5) Montrer que $\sqrt{a \times b}$ est un entier naturel.
6) Écrire le nombre $\frac{a}{b}$ sous forme de fraction irréductibles .

EXERCICE 8

On pose pour tout $n \epsilon \mathbb{N}$.

$a = 7^{n+2} - 7^n$ et $b = 3.7^{n+1} + 5.7^n$

1) Montrer que a est multiple de 3 et b multiple de 13 .
2) Décomposer en produit de facteurs premiers les deux nombres a et b .
3) En déduire $pgcd(a; b) et\ ppcm(a; b)$.

EXERCICE 9

1) Décomposer les nombres 3240 et 1440 en produit de facteurs premiers.
2) En déduire $pgcd(3240; 1440) et\ ppcm(3240; 1440)$.
3) Simplifier $\sqrt{3240}$ et $\sqrt{1440}$.
4) En déduire que $\sqrt{3240 \times 1440}$ est un entier naturel .

EXERCICE 10

On pose $A = 41 \times 2^n + 2^{n+2}$ et $B = 60$ tel que $n \epsilon \mathbb{N}$

1) Donner une décomposition en produit de facteurs premiers pour le nombre B .
2) Quel est le plus petit entier naturel m pour que mB soit un carré parfait.
3) Donner une décomposition en produit de facteurs premiers pour le nombre A en fonction de n .
4) Déterminer $pgcd(A;B) et\ ppcm(A;B)$ en fonction de n .

EXERCICE 11

1) Déterminer les nombres premiers parmi les nombres suivants :
   210 ; 111 ; 333 ;543 ;741 ;2005 ;97 ;117 ;51.
2) Soit $n \epsilon \mathbb{N}^*$. Montrer que les nombres $2n + 1$ et $2n$ sont premiers entre eux.

EXERCICE 12

Soit $n \geq 2$ tel que $n \epsilon \mathbb{N}$.

1) Montrer que $n^4 + 64 = (n^2 + 8)^2 - (4n)^2$
2) En déduire que $n^4 + 64$ n'est pas premier .

EXERCICE 13

Soit a un entier naturel . on dit que a est un nombre parfait ,si a est égal à la somme de ses diviseurs sauf a .
Exemple : les diviseurs de 6 sont : 1 ;2 ;3 ;6 et ona :1+2+3=6. Donc 6 est un nombre parfait.

1) Déterminer le seul nombre parfait compris entre 25 et 30.
2) a-montrer que 496 et 8128 sont des nombres parfaits.

b-vérifier que les nombres 496 et 8128 s'écrivent sous la forme $2^{p-1}(2^p - 1)$ avec p un nombre premier.

EXERCICE 14

1) a- Déterminer les diviseurs de 22.

b-En déduire tous les entiers naturels $x\ et\ y$ vérifiant $(y + 1)(x + 2) = 22$

2) Déterminer tous les entiers naturels $x\ et\ y$ vérifiant $xy + x + y = 30$.

EXERCICE 16

1) Soient $x\ et\ y$ deux entiers naturels .

Montrer que $x + y\ et\ x - y$ sont de même parité .

2) Décomposer le nombre 28 en produit de facteurs premiers, puis déterminer tous ses diviseurs pairs.
3) Soient $x\ et\ y$ deux entiers naturels tels que
$$x^2 - y^2 = 28\ (1)$$

Déterminer tous les entiers naturels $x\ et\ y$ qui vérifient la relation (1).

EXERCICE 17

1) Déterminer le chiffre x pour que le nombre $53x2$

Soit divisible par 9.

2) Déterminer le chiffre y pour que le nombre $534y$ soit divisible à la fois par 2 et 9 .

EXERCICE 18

a) A l'aide de calculatrice, vérifier que :

$56700 = 2^2 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$

$176400 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^2$

b) En déduire une écriture simplifiée des nombres suivants : $\frac{56700}{176400}$ et $\sqrt{176400}$ et $\sqrt{56700}$.

EXERCICE 19

a est un entier naturel .
On dit que a est un carré parfait si :
$$a = b^2 ; b \in \mathbb{N}$$

1) Soit $n \in \mathbb{N}$
   Montrer que le nombre
   M=$(n^3 + 3n^2 + n)(n^3 + 3n^2 + n + 2)$+1

est un carré parfait .

2) Montrer que : $n(n + 1)(n + 2)(n + 3) + 1$

est un carré parfait .

غذ قلبك بالآيات وغذ عقلك بالرياضيات

Correction :

Exercice 1 :

Méthode 1 :

Etude des cas :

Comme n est un entier naturel alors n soit un nombre pair ou bien un nombre impair .

1 cas :

Si n est un nombre pair alors il existe un entier naturel k tel que : n=2k

Donc : $A = n^2 + 5n + 3 = (2k)^2 + 5 \times (2k) + 3$

$= 4k^2 + 10k + 3 = 2(2k^2 + 5k + 1) + 1 = 2t + 1$

Avec : $t = 2k^2 + 5k + 1$. Donc A est un nombre impair.

2 cas :

Si n est un nombre impair alors il existe un entier naturel k tel que : n=2k+1

Donc : $A = n^2 + 5n + 3$

$= (2k + 1)^2 + 5 \times (2k + 1) + 3$

$= 4k^2 + 4k + 1 + 10k + 5 + 3 = 4k^2 + 14k + 9$

$= 2(2k^2 + 7k + 4) + 1 = 2t' + 1$

Avec : $t' = 2k^2 + 7k + 4$. Donc A est un nombre impair.

Conclusion :

Dans tous les cas on a : A est un nombre impair

Méthode 2 :

$On\ a :\ A = n^2 + 5n + 3 = (n + 2)(n + 3) - 3$

Comme le nombre $(n + 2)(n + 3)$ est pair (produit de deux nombres successifs)

Et 3 est impair alors : A est impair

Remarque :

Pair + Pair = Pair
Pair + Impair = impair
Impair + Impair = Pair
Pair×Pair = Pair
Impair×Impair= Impair

$$B = n^2 + 4n + 8 = 2$$

1 cas :

Si n est un nombre pair alors il existe un entier naturel k tel que : n=2k

Donc : $A = n^2 + 4n + 8 = (2k)^2 + 4 \times (2k) + 8$

$= 4k^2 + 8k + 8 = 2(2k^2 + 4k + 4) = 2t$

Avec : $t = 2k^2 + 4k + 4$. Donc A est un nombre pair.

2 cas :

Si n est un nombre impair alors il existe un entier naturel k tel que : n=2k+1

Donc : $A = n^2 + 4n + 8$

$= (2k + 1)^2 + 4 \times (2k + 1) + 8$

$= 4k^2 + 4k + 1 + 8k + 4 + 8 = 4k^2 + 12k + 5$

$= 2(2k^2 + 6k + 2) + 1 = 2t' + 1$

Avec : $t' = 2k^2 + 6k + 2$. Donc B est un nombre impaire.

Conclusion :

Si n est un nombre pair alors B est un nombre paire

Si n est un nombre impair alors B est un nombre impair.

$$C = n^3 - n + 20 = n(n^2 - 1) + 20$$
$$= (n - 1)n(n + 1) + 20$$

Donc C est un nombre paire car : $n(n + 1)\ est\ pair$ (produit de deux nombres successifs) et donc :

$$(n - 1)n(n + 1)\ est\ pair$$

Et de plus on a : 20 et paire .

$$On\ a : D = (2n + 1)^2 + 2n + 1$$
$$= (2n + 1)(2n + 1 + 1)$$

Donc D est un nombre pair comme produit de deux entiers successifs .

$$E = 3n^2 + n$$

1 cas :

Si n est un nombre pair alors il existe un entier naturel k tel que : n=2k

$$E = 3n^2 + n = 3 \times (2k)^2 + 2k = 12k^2 + 2k$$
$$= 2(6k^2 + k)$$

Donc E est un nombre pair.

2 cas :

Si n est un nombre impaire alors il existe un entier naturel k tel que : n=2k+1

$$E = 3n^2 + n = 3 \times (2k + 1)^2 + 2k + 1$$
$$= 12k^2 + 12 + 3 + 2k + 1$$
$$= 12k^2 + 2k + 16$$
$$= 2(6k^2 + k + 8)$$

Donc E est un nombre pair .

Conclusion :

Dans tous les cas on a : E est un nombre pair

$$F = n^2 + 11n + 30 = (n + 5)(n + 6)$$
$$= (n + 5)\big((n + 5) + 1\big)$$

Donc F est un nombre pair .

$$G = n^2 + 3n + 1$$

1 cas :

Si n est un nombre pair alors il existe un entier naturel k tel que : n=2k

$$G = n^2 + 3n + 1 = (2k)^2 + 3 \times 2k + 1$$
$$= 4k^2 + 6k + 1 = 2(2k^2 + 3k) + 1$$

Donc E est un nombre impaire.

2 cas :

Si n est un nombre impair alors il existe un entier naturel k tel que : n=2k+1

$$G = n^2 + 3n + 1 = (2k + 1)^2 + 3 \times (2k + 1) + 1$$
$$= 4k^2 + 4k + 1 + 6k + 3 + 1$$
$$= 2(2k^2 + 5k + 2) + 1$$

Donc G est un nombre impair.

Dans tous les cas G est un nombre impair .

$$H = n^2 + 3n + 2 = (n+1)(n+2)$$

Donc H est un nombre pair.

EXERCICE 2

1) $(n^2 - 3n + 4)(n^2 + 3n + 4)$
$$= (n^2 - 4)^2 - (3n)^2$$
$$= n^4 - 9n^2 - 8n + 16$$

2) La parité des nombres $n^2 - 3n + 4$

On a : $n^2 - 3n + 4 = n(n-1) - 2n + 4$

Donc le nombre $n^2 - 3n + 4$ est pair

La parité des nombres $n^2 + 3n + 4$

On a : $n^2 + 3n + 4 = n(n+1) + 2n + 4$

Donc le nombre $n^2 + 3n + 4$ est pair

4) En déduire que $n^4 - n^2 + 16$ est un multiple du nombre 4 .

On a les nombres : $(n^2 - 3n + 4)$ *et* $(n^2 + 3n + 4)$ sont pairs alors il existe $(k, k') \in \mathbb{N}^2$ tels que :
$n^2 - 3n + 4 = 2k$ *et* $n^2 + 3n + 4 = 2k'$

D'où :
$$n^4 - n^2 + 16 = (n^2 - 3n + 4)(n^2 + 3n + 4)$$
$$= 4kk'$$

Alors : $n^4 - n^2 + 16$ est un multiple du nombre 4

EXERCICE 3

1) Montrons que si a est un nombre pair et b un multiple de 3 alors $3a + 2b$ est un multiple du 6

a est un nombre paire donc il existe $k \in \mathbb{N}$ tel que :
$$a = 2k$$
b un multiple de 3 donc il existe $k' \in \mathbb{N}$ tel que :
$$b = 3k'$$
Alors $3a + 2b = 3 \times 2k + 2 \times 3k' = 6k + 6k'$
$$= 6(k + k') = 6k''$$
Avec : $k'' = k + k'$

Donc : $3a + 2b$ est un multiple du 6.

2) a- Montrons que pour tout $n \in \mathbb{N}$, le nombre $n(n+1)(n+2)(n+3)$ est un multiple de 4

On a :

$n(n+1)$ est un nombre pair car produit de deux entiers successifs de même pour $(n+2)(n+3)$

Donc : $(k, k') \in \mathbb{N}^2$; $n(n+1) = 2k$ et
$(n+2)(n+3) = 2k'$

Alors : $n(n+1)(n+2)(n+3) = 4kk'$

b- Existe-t-il un entier naturel n tel que
$$n(n+1)(n+2)(n+3) = 2010 \text{ ?}$$

Supposons qu'il existe un entier n tel que :
$$n(n+1)(n+2)(n+3) = 2010$$
Alors 2010 est un multiple de 4 ce qui est faux donc il n'existe pas un entier naturel n tel que :
$$n(n+1)(n+2)(n+3) = 2010$$

EXERCICE 4

1) n est un entier naturel impair.

a-Montrons que $n^2 - 1$ est divisible par 8

n est un entier naturel impaire donc il existe $k \in \mathbb{N}$ tel que : $n = 2k + 1$ donc :
$n^2 - 1 = (n-1)(n+1) = 2k(2k+2) = 4k(k+1)$

Comme $k(k+1)$ est un nombre pair alors il existe $k' \in \mathbb{N}$ tel que : $k(k+1) = 2k'$

Alors : $n^2 - 1 = 4 \times 2k' = 8k'$

D'où $n^2 - 1$ est un multiple de 8

b-En déduire que 16 divise $n^4 - 1$

On a : $n^4 - 1 = (n^2 - 1)(n^2 + 1)$
$$n^2 + 1 = (2k+1)^2 + 1 = 4k^2 + 4k + 2$$
$$= 2(2k^2 + 2k + 1) = 2k''$$

Et on a $n^2 - 1 = 8k'$ car c'est un multiple de 8

Donc :
$n^4 - 1 = (n^2 - 1)(n^2 + 1) = 8k' \times 2k'' = 16k'k''$

D'où : 16 divise $n^4 - 1$

2) n est entier naturel tel que $n \geq 4$ et $n - 4$ est un multiple de 5.

Montrons que le nombre $n^2 - 1$ est un multiple de 5

$n^2 - 1 = n^2 - 16 + 15 = (n-4)(n+4) + 15$

On a : $n - 4 = 5k$; $k \in \mathbb{N}$ donc :
$$(n-4)(n+4) + 15 = 5k(n+4) + 15$$
$$= 5(k(n+4) + 3)$$

Et alors : le nombre $n^2 - 1$ est un multiple de 5.

EXERCICE 5

1)a-$(n+1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$

b- D'après la question précédente on a :

pour tout $n \in \mathbb{N}$
$$(n+1)^2 - n^2 = 2n + 1$$

Et comme les entiers naturel impairs s'écrivent sous la forme : $2n + 1$ avec $n \in \mathbb{N}$

Alors : tout entier naturel impair est la différence des carrés deux entiers naturels successives.

2) Appliquons le résultat précédent aux nombres 39 et 31 .

On a : $39 = 2 \times 19 + 1$

alors :
$$39 = (19+1)^2 - 19^2 = 20^2 - 19^2$$

On a : $31 = 2 \times 15 + 1$

alors :
$$31 = (15+1)^2 - 15^2 = 16^2 - 15^2$$

EXERCICE 6

1) Étudions la parité des nombres a *et* b

On a : $a = 2n + 4 = 2(n+2)$

Alors a est nombre pair.

$b = 6n + 11 = 2(n+5) + 1 = 2k + 1$

Donc b est un nombre impair.

2) Simplification pour le nombre :
$$c = (2n+4)(-1)^a + (6n+11)(-1)^b$$

On a : a est nombre pair donc : $(-1)^a = 1$

Et b est un nombre impair donc : $(-1)^b = -1$

Donc : $c = (2n+4)(-1)^a + (6n+11)(-1)^b = 2n+4-(6n+11) = -4n-5$.

3) Montrons que le nombre $a^2+(b+1)^2$ est un multiple de 40

$$a^2+(b+1)^2 = (2n+4)^2 + (6n+11+1)^2 = (2n+4)^2 + (6n+12)^2$$
$$= 4(n+2)^2 + 36\times(n+2)^2 = 40(n+2)^2$$

Donc : $a^2+(b+1)^2$ est un multiple de 40

EXERCICE 7

1) Décomposition de $a = 2160$

2160	2
1080	2
540	2
270	2
135	3
45	3
15	3
5	5
01	

$\boxed{2160 = 2^4\times 3^3\times 5}$

4860	2
2430	2
1215	3
405	3
135	3
45	3
15	3
5	5
01	

$\boxed{4860 = 2^2\times 3^5\times 5}$

2) $pgcd(a;b) = 2^2\times 3^3 = 4\times 27 = 108$

$ppcm(a;b) = 2^4\times 3^6\times 5 = 58\,320$

3) Simplification de $\sqrt{a}$ et $\sqrt{b}$

$$\sqrt{a} = \sqrt{2^4\times 3^3\times 5} = 4\times 3\sqrt{15} = 12\sqrt{15}$$
$$\sqrt{b} = \sqrt{2^2\times 3^6} = 2\times 3^3 = 54$$

4) $a^3\times b^2 = (2^4\times 3^3\times 5)^3\times(2^2\times 3^5\times 5)^2 = 2^{16}\times 3^{19}\times 5^5$

$$a^2\times b^3 = (2^4\times 3^3\times 5)^2\times(2^2\times 3^5\times 5)^3 = 2^{14}\times 3^{21}\times 5^5$$

5) Montrons que $\sqrt{a\times b}$ est un entier naturel

$$\sqrt{a\times b} = \sqrt{2^4\times 3^3\times 5\times 2^2\times 3^5\times 5} = \sqrt{2^6\times 3^8\times 5^2} = 2^3\times 3^4\times 5 = 3240$$

6) Écrire le nombre $\frac{a}{b}$ sous forme de fraction irréductibles

$$\frac{a}{b} = \frac{2^4\times 3^3\times 5}{2^2\times 3^5\times 5} = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$$

EXERCICE 8

1)Montrons que a est multiple de 3 et b multiple de 13

On a: $a = 7^{n+2} - 7^n = 7^n(7^2-1) = 48\times 7^n = 3\times 16\times 7^n$

Donc : a est un multiple de 3

$b = 3.7^{n+1} + 5.7^n = 7^n(3\times 7+5) = 26\times 7^n = 2\times 13\times 7^n$

Donc b est un multiple de 13

2) $a = 3\times 16\times 7^n = 2^4\times 3\times 7^n$

$b = 2\times 7^n\times 13$

3) $pgcd(a;b) = 2\times 3\times 7^n = 6\times 7^n$

$ppcm(a;b) = 2^4\times 3\times 7^n\times 13$

EXERCICE 9

1)

3240	2
1620	2
810	2
405	3
135	3
45	3
15	3
5	5
01	

$\boxed{3240 = 2^3\times 3^4\times 5}$

1440	2
720	2
360	2
180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
01	

$\boxed{1440 = 2^5\times 3^2\times 5}$

$pgcd(3240;1440) = 2^3\times 3^2\times 5 = 360$

$ppcm(3240;1440) = 2^5\times 3^4\times 5 = 12960$

3) $\sqrt{3240} = \sqrt{2^3\times 3^4\times 5} = 18\sqrt{10}$

$\sqrt{1440} = \sqrt{2^5\times 3^2\times 5} = 12\sqrt{10}$

$\sqrt{3240\times 1440} = 18\sqrt{10}\times 12\sqrt{10} = 18\times 12\times 10$

EXERCICE 10

1)

$B = 60 = 2^2\times 3\times 5$

2) mB *un carré parfait alors* $\sqrt{mB}$ *est un entier naturel*

Donc le plus petit entier naturel m pour que mB soit un carré parfait est 15

3) $A = 41\times 2^n + 2^{n+2} = 2^n(41+2^2) = 45\times 2^n = 2^n\times 3^2\times 5$

4) Si n=0 alors :$pgcd(A;B) = 2^0\times 3\times 5 = 15$

Si n=1 alors :$pgcd(A;B) = 2^1\times 3\times 5 = 30$

Si $n\geq 2$ alors :$pgcd(A;B) = 2^2\times 3\times 5 = 60$

Si $n \leq 2$ alors : $ppcm(A;B) = 2^2 \times 3^2 \times 5 = 60$

Si $n > 2$ alors : $ppcm(A;B) = 2^n \times 3^2 \times 5 = 45 \times 2^n$

EXERCICE 11

1) Les nombres premiers dans la liste sont : 97 et 51

2) Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Montrons que les nombres $2n+1$ et $2n$ sont premiers entre eux

Soit $d = pgcd(2n+1; 2n)$ donc ils existent k et k' deux entiers naturels tels que :

$2n = kd$ et $2n+1 = k'd$ d'où : $kd + 1 = k'd$

Donc : $(k' - k)d = 1$ et $k' > k$ car $2n+1 > 2n$

Comme le nombre 1 est le seul diviseur de 1 dans $\mathbb{N}$ alors : d=1 et $k' - k = 1$

Donc : $pgcd(2n+1; 2n) = 1$ d'où :

$2n+1$ et $2n$ sont premiers entre eux .

EXERCICE 12

1) *On a* : $(n^2+8)^2 - (4n)^2$

$= n^4 + 16n^2 + 64 - 16n^2 = n^4 + 64$

Donc : $n^4 + 64 = (n^2+8)^2 - (4n)^2$

2) En déduire que $n^4 + 64$ n'est pas premier

$n^4 + 64 = (n^2+8)^2 - (4n)^2$

$= (n^2 + 8 - 4n)(n^2 + 8 + 4n)$

$= [(n-2)^2 + 4](n^2 + 8 + 4n)$

Donc $n^4 + 64$ n'est pas premier

EXERCXICE13

1) le seul nombre parfait compris entre 25 et 30 est 28=1+2+4+7+14

3) a-montrer que 496 et 8128 sont des nombres parfaits.

496=1+2+4+8+16+31+62+124+248

8128=1+2+4+8+16+32+64+127+254+508 +1016+2032+4064

496	2
248	2
124	2
62	2
31	31
1	

$\boxed{496 = 2^4 \times 31 = 2^{5-1}(2^4 - 1)}$

8128	2
4064	2
2032	2
1016	2
508	2
254	2
127	

$\boxed{8128 = 2^6 \times 127 = 2^{7-1}(2^7 - 1)}$

EXERCICE 14

1) a- $D_{22} = \{1; 2; 11; 22\}$

b-On a : $22 = 1 \times 22 = 22 \times 1$

et $22 = 2 \times 11 = 11 \times 2$

Donc : $y + 1 = 1$ *et* $x + 2 = 22$ *ou*

$y + 1 = 22$ *et* $x + 2 = 1$ *ou*

$y + 1 = 2$ *et* $x + 2 = 11$ *ou*

$y + 1 = 11$ *et* $x + 2 = 2$

Alors : $y = 0$ *et* $x = 20$

ou $y = 1$ *et* $x = 9$

ou $y = 10$ *et* $x = 0$

2) Déterminons tous les entiers naturels x *et* y vérifiant $xy + x + y = 30$

On a : $xy + x + y = 30$

donc : $x(y+1) + y = 30$

Alors : $x(y+1) + y + 1 = 31$

Donc : $(y+1)(x+1) = 31$

Alors : $x = 0$ *et* $y = 29$ *ou* $x = 29$ *et* $y = 0$

EXERCICE 16

1) Soient x *et* y deux entiers naturels .

On a : $x + y + (x - y) = 2x$ et $2x$ est un nombre pair donc $x + y$ *et* $x - y$ sont de même parité

2) $28 = 2^2 \times 7$

Les diviseurs pairs de 28 sont : 2 ; 4 ; 14 ; 28

3) *On a* : $x^2 - y^2 = 28$ *donc* :

$(x - y)(x + y) = 28$

Et comme : $28 = 2 \times 14 = 7 \times 4$

Alors : $\begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 14 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x - y = 4 \\ x + y = 7 \end{cases}$

Remarquer que : $x + y \geq x - y$

Donc :

$$\begin{cases} x = 8 \\ y = 6 \end{cases}$$

EXERCICE 17

1) Le nombre $53x2$ est divisible par 9 si la somme de ces chiffres est divisible par 9 c'est-à-dire :

$5 + 3 + x + 2 = 10 + x$ *est divisible par* 9

Et $x \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ alors : $x = 8$

2) Le nombre $532y$ est divisible par 9 et par 2 à la fois si la somme de ces chiffres est divisible par 9 et y est un nombre pair c'est-à-dire :

$5 + 3 + 4 + y = 12 + y$ *est divisible par* 9

Et $y \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$ alors : $y = 6$

EXERCICE 18

$$\frac{56700}{176400} = \frac{2^2 \times 3^4 \times 5^2 \times 7}{2^4 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^2} = \frac{3^2}{2^2 \times 7} = \frac{9}{28}$$

$$\sqrt{176400} = \sqrt{2^4 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^2} = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$$

$$\sqrt{56700} = \sqrt{2^2 \times 3^4 \times 5^2 \times 7} = 2 \times 3^2 \times 5 \times \sqrt{7} = 90\sqrt{7}$$

EXERCICE 19

1) M=$(n^3 + 3n^2 + n)(n^3 + 3n^2 + n + 2) + 1$

$= (n^3 + 3n^2 + n)^2 + 2(n^3 + 3n^2 + n) + 1$

$= (n^3 + 3n^2 + n + 1)^2$

Donc M est un carré parfait .

2) $n(n+1)(n+2)(n+3) + 1$

$= n(n+3)(n+1)(n+2) + 1$

$$= (n^2+3n)+(n^2+3n+2)+1$$
$$= (n^2+3n)^2+2(n^2+3n)+1$$
$$= (n^2+3n+1)^2$$

1) Donc : $n(n+1)(n+2)(n+3)+1$ **est un carré parfait**