

REPUBLIQUE DU NIGER



Fraternité-Travail Progrès
MINISTRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
SECRETARIAT GENERAL

CONTINUITE PEDAGOGIQUE DANS LE CONTEXTE DE LA PANDEMIE DE LA COVID19

**CLASSE DE :
TERMINALE D**

FASCICULE N°1

Mai 2020

Table des matières

Préface.....	2
MATHEMATIQUES.....	3
SCIENCES PHYSIQUES.....	27
SCIENCES DE LA VIE ET DE LA TERRE.....	63

Préface

Le secteur de l'éducation occupe une place privilégiée dans les politiques de développement des pouvoirs publics au regard des ressources humaines, matérielles et financières consenties par l'Etat. En effet, près de 20% du budget national est alloué au secteur de l'éducation qui est aussi le premier pourvoyeur d'emplois dans notre pays.

Malgré les multiples pesanteurs d'ordre climatique, sécuritaire et démographique, plusieurs programmes et plans stratégiques sont élaborés et mis en œuvre par les autorités politiques pour un développement pérenne de notre système éducatif. Dans un monde très compétitif et en perpétuelle mutation, il est impératif de mettre l'accent sur une formation de qualité afin d'avoir des cadres en quantité et en qualité qui œuvreront dans tous les secteurs pour un Niger prospère.

C'est dans cet élan plein d'enthousiasme qu'est intervenue la pandémie de la COVID-19 qui a bouleversé l'ordre mondial et a perturbé notre système éducatif du fait de la fermeture de tous les établissements d'enseignement de notre pays. Cependant, j'ai instruit mes collaborateurs très tôt pour élaborer une stratégie de riposte à la COVID-19 afin d'assurer la continuité pédagogique et de maintenir le niveau des élèves. Un comité technique des cadres de mon ministère dirigé par M. Le Secrétaire Général a été mis en place et a réfléchi sur les différents scénarii de sauvetage de l'année scolaire 2019-2020. Par ailleurs, des groupes disciplinaires avec des équipes d'experts composés d'un inspecteur pédagogique, d'un conseiller pédagogique et d'un enseignant expérimenté ont été mis en place pour élaborer des supports didactiques destinés aux enseignants et aux apprenants, par le canal des média. En plus, une version imprimée de ces productions sous forme de fascicules sera mise à la disposition de tous les élèves pour améliorer leur apprentissage.

Cette pandémie que nous vivons encore, nous recommande plus d'imagination afin d'innover nos pratiques enseignantes et de nous préparer à l'imprévu. Aussi devons-nous moderniser nos méthodes d'enseignement pour être dans l'air du temps par l'introduction progressive des techniques de l'information et de la communication dans l'éducation.

Je félicite le comité technique pour la conception et le suivi de la mise en œuvre du plan stratégique de riposte à la COVID-19 et l'ensemble des experts qui ont élaboré ces documents avec une grande minutie, un esprit professionnel et un sentiment patriotique pour que rayonne l'école nigérienne.

Je vous souhaite un bon usage de ces supports didactiques.

Monsieur Le Ministre des Enseignements Secondaires

MOHAMED SANOUSSI EL HADJI SAMRO

MATHEMATIQUES

Thème : Organisation des données

Chapitre 1: SUITES NUMERIQUES

Pré-requis :

- Généralités sur les suites numériques
- Suites arithmétiques et géométriques
- Initiation au raisonnement par récurrence

Objectifs : A la fin du chapitre l'élève doit être capable :

- D'utiliser le raisonnement par récurrence pour établir certaines propriétés
- De démontrer qu'une suite est convergente
- D'utiliser la propriété ; toute suite croissante (resp. décroissante) et majorée (resp. minorée) est convergente..
- D'utiliser la propriété si $u_{n+1} = f(u_n)$, (u_n) : convergente de limite l et f continue en l alors $f(l) = l$.
- D'utiliser les théorèmes de comparaison lors de la résolution des problèmes.

RESUME DU COURS

I. Raisonnement par récurrence

1) Principe du raisonnement par récurrence

Pour démontrer par récurrence qu'une propriété $P(n)$ (n entier naturel) est vraie pour tout $n \geq n_0$, il suffit de montrer que :

- a) La propriété est vraie pour $n = n_0$ ($P(n_0)$ vraie)
- b) Pour $k \geq n_0$ si $P(k)$ est vraie alors $P(k + 1)$ est vraie.

2) Méthode

Pour démontrer que « pour tout entier naturel $n \geq n_0$ (n_0 entier naturel quelconque) la proposition $P(n)$ est vraie, on a les étapes suivantes :

Première étape (initialisation)

On vérifie que la proposition $P(n_0)$ est vraie

Deuxième étape (hérédité)

On suppose pour un entier quelconque $n \geq n_0$, la proposition $P(n)$ est vraie et on démontre que la proposition $P(n + 1)$.

Troisième étape (conclusion)

Pour tout entier $n \geq n_0$, la proposition $P(n)$ est vraie

II. Convergence d'une suite

1) Définitions

Une suite (u_n) est convergente si elle a une limite finie l

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l$$

$$\text{ou } \lim u = l$$

Une suite est divergente si elle n'est pas convergente.

Remarques :

- On admet que si une suite a une limite, cette limite est unique
- Les suites numériques étant des fonctions numériques définies sur $\mathbb{N}$, on a les mêmes propriétés des opérations sur les limites des fonctions numériques.

2) Propriétés et théorèmes des calculs de limites

a) Propriétés de comparaison

Propriété 1

Soit (u_n) une suite.

- S'il existe une suite (v_n) telle que $u_n \geq v_n$ à partir d'un certain rang et si $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$.
- S'il existe une suite (v_n) telle que $u_n \leq v_n$ à partir d'un certain rang et si $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$.

Propriété 2

Soit (u_n) une suite et l un nombre réel.

- S'il existe deux suites (v_n) et (w_n) telles que $v_n \leq u_n \leq w_n$ à partir d'un certain rang et si $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = l$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l$. (« théorème des gendarmes »)
- S'il existe une suite (v_n) telle que $|u_n - l| \leq v_n$ à partir d'un certain rang et si $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l$.

Propriété 3

Soit (u_n) et (v_n) deux suites convergentes

Si $u_n \leq v_n$ à partir d'un certain rang alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \leq \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$

b) Convergence des suites monotones

Théorème

- Toute suite croissante et majorée est convergente
- Toute suite décroissante et minorée est convergente

c) Suites définies par récurrence

Propriété

Soit (u_n) une suite dont le terme général vérifie $u_{n+1} = f(u_n)$, où f est une fonction. Si (u_n) converge vers l et si f est continue en l , alors $f(l) = l$.

d) Cas des suites géométriques

Propriété

Soit q un réel

- Si $q > 1$ alors la suite de terme général q^n diverge et on a :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$$
- Si $|q| < 1$ alors la suite de terme général q^n converge et on a :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$$
- Si $q \leq -1$ la suite de terme général q^n est divergente et n'a pas de limite.

Exercices résolus

Exercice I

Démontrer par récurrence que pour tout entier $n \geq 1$:

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

Solution

Soit P(n) la proposition : $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

- Pour $n=1$ on a : $1^3 = 1$ et $\frac{1^2(1+1)^2}{4} = \frac{4}{4} = 1$, d'où P(1) est vraie
- Soit $k \geq 1$, supposons P(k), c'est-à-dire $1^3 + 2^3 + \dots + k^3 = \frac{k^2(k+1)^2}{4}$

$$\begin{aligned} \text{On a : } 1^3 + 2^3 + \dots + (k+1)^3 &= 1^3 + 2^3 + \dots + k^3 + (k+1)^3 \\ &= \frac{k^2(k+1)^2}{4} + (k+1)^3 \\ &= \frac{k^2(k+1)^2 + 4(k+1)^3}{4} \end{aligned}$$

$$= \frac{(k+1)^3 [k^2 + 4(k+1)]}{4}$$

$$\frac{(k+1)^3 [k^2 + 4k + 4]}{4} = \frac{(k+1)^3 (k+2)^2}{4}$$

Ce qui établit $P(k+1)$. D'où $P(k) \Rightarrow P(k+1)$

- Conclusion

Donc pour tout entier $n \geq 1$ on a $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

Exercice II

Etudier la convergence des suites suivantes :

- 1) u définie par $u_n = n^2 + \sin n$
- 2) v définie par $v_n = \cos^2 n - n \ln n$

Solution

- 1) Pour tout entier n on a : $-1 \leq \sin n$

$$n^2 - 1 \leq u_n$$

et $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 - 1) = +\infty$ d'où $\lim u = +\infty$

donc Tapez une équation ici. la suite u diverge vers $+\infty$.

- 2) Pour tout entier n on a : $\cos^2 n \leq 1$

$$\cos^2 n - n \ln n \leq 1 - n \ln n$$

$$v_n \leq 1 - n \ln n$$

et $\lim (1 - n \ln n) = -\infty$ d'où $\lim v_n = -\infty$

la suite v diverge vers $-\infty$.

Exercice III

Soit u la suite numérique définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n - 1}{u_n + 3} \end{cases}$

- 1) Calculer u_1, u_2, u_3 et u_4
- 2) Prouver pour tout entier naturel $n, u_n > -1$
- 3) Démontrer que la suite v définie par $v_n = \frac{1}{u_n + 1}$ est une suite arithmétique.
- 4) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n et étudier la convergence de la suite u .
- 5) Calculer la somme $S = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

Solution

$$1) u_1 = 0; u_2 = -\frac{1}{3}, u_3 = -\frac{3}{5}$$

- 2) Démontrons par récurrence que pour tout entier $n, u_n > -1$

- Pour $n=0$ on a $u_0 = 1$ d'où $u_0 > -1$ la propriété est vraie pour 0
- Soit $k \geq 0$ supposons la propriété vraie à l'ordre k montrons la propriété à l'ordre $k+1$. On a :

$$u_{k+1} = \frac{u_k - 1}{u_k + 3} = \frac{u_k + 3 - 4}{u_k + 3} = 1 - \frac{4}{u_k + 3}$$

$$\text{Or } u_k > -1 \Leftrightarrow u_k + 3 > 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{u_k + 3} < \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{4}{u_k + 3} > -1$$

$$\Leftrightarrow u_{k+1} > -1 \text{ ce qui établit la propriété à l'ordre } k + 1$$

- Conclusion

Pour tout entier, $u_n > -1$

3) Démontrons que v est une suite arithmétique

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= \frac{1}{u_{n+1} + 1} = \frac{1}{\frac{u_n - 1}{u_n + 3} + 1} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{u_n + 3}{u_n + 1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{u_n + 1} = \frac{1}{2} + v_n \end{aligned}$$

Donc v est une suite arithmétique de raison $\frac{1}{2}$ et de premier terme $\frac{1}{2}$.

4) Expression de v_n , u_n , en fonction de n et étude de la convergence de u_n

$$v_n = \frac{1}{2} + \frac{n}{2} = \frac{n+1}{2}$$

$$u_n = \frac{1}{v_n} - 1 = \frac{1-n}{1+n}$$

D'où $\lim u_n = -1$, la suite est donc convergente.

5) Calcul de S

$$S = v_0 + v_1 + \dots + v_n = (n+1) \frac{\frac{1}{2} + \frac{n+1}{2}}{2} = \frac{(n+1)(n+2)}{4}$$

Exercice IV

On considère la suite numérique u définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1$

On considère la suite v définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_n = u_n - 3$.

- 1) Démontrer v est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison
- 2) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n .
- 3) Étudier la convergence de u .
- 4) Calculer $S = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

Solution

- 1) Démontrons que v est géométrique

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} - 3 = \left(\frac{2}{3}u_n + 1\right) - 3 = \left(\frac{2}{3}u_n - 2\right) = \\ &= \frac{2}{3}(u_n - 3) = \frac{2}{3}v_n \end{aligned}$$

Donc v est une suite géométrique de raison $\frac{2}{3}$ et de premier terme $v_0 = -1$

- 2) Expression de v_n et u_n

$$v_n = v_0 q^n = -\left(\frac{2}{3}\right)^n \text{ et } u_n = 3 - \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

- 3) Convergence de u

v est une suite géométrique de raison $q = \frac{2}{3}$; or $\left| \frac{2}{3} \right| < 1$ donc $\lim v = 0$ par conséquent $\lim u = 3$. la suite u est donc convergente.

4) Calcul de S

$$\begin{aligned} S &= u_0 + u_1 + \dots + u_n = (v_0 + 3) + (v_1 + 3) + \dots + (v_n + 3) \\ &= v_0 + v_1 + \dots + v_n + 3(n+1) \\ &= v_0 \frac{1-q^{n+1}}{1-q} + 3(n+1) \text{ car } v \text{ est une suite géométrique.} \\ &= -3 \left[1 - \left(\frac{2}{3} \right)^{n+1} \right] + 3(n+1) \end{aligned}$$

Exercice V

On considère la suite v définie par $v_0 = -1$ et la relation de récurrence $v_{n+1} = \sqrt{2 + v_n}$

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \sqrt{2+x}$. On note C sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé et Δ la droite d'équation $y=x$.

- 1) Démontrer pour tout n élément de $\mathbb{N}^*$, $0 < v_n \leq 2$.
- 2) Démontrer par récurrence que v est croissante
- 3) Montrer que v est convergente et déterminer sa limite.
- 4) Etudier la convergence de la suite u définie par $u_n = \frac{v_n}{n+1}$

Solution

- 1) Démontrons pour tout n élément de $\mathbb{N}^*$, $0 < v_n \leq 2$

Soit $P(n)$ la proposition « $0 < v_n \leq 2$ ». démontrons $P(n)$ par récurrence

- Pour $n=1$ on a $v_1 = 1$ et $0 < v_1 \leq 2$ d'où $P(1)$ est vraie
- Soit $k \geq 1$ supposons la proposition $P(k)$ et démontrons $P(k+1)$. On a :

$$0 < v_k \leq 2 \Leftrightarrow 2 < 2 + v_k \leq 4$$

$$\text{D'où : } 0 < \sqrt{2} < \sqrt{2 + v_k} \leq 2$$

$$\text{Donc } 0 < v_{k+1} \leq 2, \text{ ce qui établit } P(k+1)$$

- En conclusion pour tout n élément de $\mathbb{N}^*$, $0 < v_n \leq 2$
- 2) Démontrons par récurrence que v croissante

Soit $Q(n)$ la proposition « $v_{n+1} - v_n \geq 0$ »

- Pour $n=0$ $v_1 - v_0 = 2 \geq 0$ d'où $Q(0)$ est vraie
- Soit $k \geq 0$, supposons $Q(k)$, c'est-à-dire $v_{k+1} - v_k \geq 0$

$$\text{On a } v_{k+2} - v_{k+1} = \sqrt{2 + v_{k+1}} - \sqrt{2 + v_k}$$

$$= \frac{v_{k+1} - v_k}{\sqrt{2 + v_{k+1}} + \sqrt{2 + v_k}} \geq 0 \text{ car le numérateur est positif par hypothèse de}$$

récurrence et le dénominateur est positif.. on a ainsi la proposition $Q(k+1)$

- Par conséquent tout élément n de $\mathbb{N}$ $v_{n+1} - v_n \geq 0$ ou $v_{n+1} \geq v_n$
- La suite v est donc croissante.
- 3) D'après les questions 2) et 3) la suite v est croissante et majorée par 2, elle est donc convergente.

Notons l la limite de la suite v , $v_{n+1} = f(v_n)$, la fonction f est continue sur $[-2, +\infty[$
Donc continue en l ($0 < l \leq 2$), l est alors solution de l'équation, $f(l) = l$.
 $\sqrt{2+l} = l \Leftrightarrow l^2 - l - 2 = 0$ avec l positif
 $\Leftrightarrow l = -1$ ou $l = 2$

Finalement $l = 2$.

- 4) On sait que pour n de $\mathbb{N}^*$, $0 < v_n \leq 2$ d'où $0 < \frac{v_n}{n+1} \leq \frac{2}{n+1}$ et

$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{n+1} \right) = 0$, donc d'après le « théorème des gendarmes » la suite u converge vers 0.

Exercice VI

Une coopérative scolaire place une somme $S_0 = 10000$ FCFA au taux annuel de 5% à intérêts composés, le 1^{er} janvier 2000.

- 1) Déterminer la somme S_1 qu'elle disposera le 1^{er} janvier 2001.
- 2) Soit la somme S_n que disposera la coopérative au bout de n années.
 - a) Montrer que (S_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
 - b) Exprimer S_n en fonction de n
- 3) A partir de quelle année aura-t-on $S_n \geq 2S_0$?

Solution

- 1) Calcul de S_1

$$S_1 = S_0 + \frac{5}{100} S_0 = 10500 \text{ FCFA}$$

- 2) a) Soit S_{n+1} la somme dont la coopérative disposera au bout de $(n+1)$ année

$$S_{n+1} = S_n + \frac{5}{100} S_n$$

$$S_{n+1} = 1,05 S_n$$

Donc (S_n) est une suite géométrique de raison $q = 1,05$.

- b) Expression de S_n

$$S_n = S_0 q^n = 10000(1,05)^n$$

- 3) $S_n \geq 2S_0 \Leftrightarrow 10000(1,05)^n \geq 2 \times 10000$

$$\Leftrightarrow (1,05)^n \geq 2$$

$$\Leftrightarrow n \ln 1,05 \geq \ln 2$$

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln 2}{\ln 1,05} = 14,20$$

Ainsi à partir de 2015 on aura $S_n \geq 2S_0$

Exercices de recherche

Exercice 1

Etudier la convergence des suites définies pour tout n de $\mathbb{N}$ par :

- a) $u_n = \frac{2^n + n}{2^n + 1}$ b) $u_n = \frac{3^n + n}{2^n + 1}$ c) $u_n = \frac{n}{2^n}$ d) $u_n = \frac{3^n + n}{2^n + 100}$ ntrer

Exercice 2

1. a) Déterminer le premier terme u_n et la raison q de la suite géométrique de terme general u_n vérifiant $u_3 = \frac{16}{5}$; $u_4 < 0$. $u_5 = \frac{48}{5}$

- b) En déduire l'expression de u_n en fonction de n. La suite $(u_n)_n$ est-elle convergente?
- c) Calculer $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ en fonction de n puis $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$
2. a) Déterminer le premier terme v_0 et la raison r de la suite arithmétique de terme général v_n vérifiant $v_3 = \frac{16}{7}$; $v_5 = \frac{28}{7}$
- b) En déduire l'expression de v_n en fonction de n.
- Calculer $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ en fonction de n

Exercice 3 :

Soit α un réel strictement positif

- a) Démontrer que pour tout entier naturel $n \geq 1$, $(1 + \alpha)^n \geq 1 + n\alpha$
- b) Déduisez en la justification d'un théorème (admis) :
Si $q > 1$, alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$

Exercice 4

On considère la suite $(u_n)_n$ définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = \frac{2u_n + 4}{3}$

A. **Première méthode** : Soit la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ $f(x) = \frac{2x + 4}{3}$

1. Calculer u_1 , u_2 et u_3
2. a) Dans un repère orthonormé (unité graphique 2cm) tracer les droites Δ et (D) d'équations respectives $y=x$ et $y=f(x)$
- b) Placer sur l'axe des abscisses u_0 , u_1 , u_2 , et u_3 en utilisant les droites (Δ) et (D).
- c) Conjoncturer le sens de variation et la limite de la suite $(u_n)_n$
3. Démontrer par récurrence que la suite $(u_n)_n$ est croissante et majorée puis justifier la conjoncture émise à la question 2.c)

B. **Deuxième méthode** : utilisation d'une suite auxiliaire

On considère la suite $(v_n)_n$ définie par $v_n = u_n - 4$

1. Montrer que la suite $(v_n)_n$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme
2. Exprimer v_n puis u_n en fonction de n
3. Démontrer la conjoncture émise à la question 2.c)

Exercice 5

Le pays P compte actuellement 6 millions d'habitants Cette population s'accroît naturellement chaque année de 10%. Par ailleurs, chaque année, ce pays attire un million d'immigrés.

1. Soit p_n la population de ce pays au bout de la $n^{\text{ième}}$ année.
 - a) Calculer p_1 , p_2 et p_3
 - b) Déterminer la relation qui existe entre p_n et p_{n+1}
 - c) Déterminer graphiquement au bout de combien d'années la population de ce pays dépassera 14 millions d'habitants.
2. Soit la suite $(v_n)_n$ définie par $v_n = p_n + k$. (k est un réel fixé indépendamment de n)
 - a) Déterminer k pour que $(v_n)_n$ soit une suite géométrique dont on déterminera la raison/ puis donner l'expression de v_n puis de p_n en fonction de n
 - b) Déterminer par le calcul au bout de combien d'années la population de ce pays dépassera 14 millions d'habitants.

Exercice 6

Soit $(u_n)_n$ la suite définie par : $u_0 = 0$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{2u_n + 1}{u_n + 2}$

1. Démontrer par récurrence sur n que l'on a pour tout entier naturel : $U_n \geq 0$ et $U_n < 1$
2. Démontrer que la suite $(u_n)_n$ est monotone et convergente
Soit $(V_n)_n$ la suite définie par $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 1}$
3. Démontrer que la suite $(V_n)_n$ est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison
4. Exprimer V_n , puis U_n en fonction de n et trouver $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n$
5. Trouver un entier N tel que pour tout $n > N$; $U_n > 0,99$

Exercice 7

On considère la suite $(U_n)_n$ définie par son premier terme $U_0 = e$ et pour tout entier naturel $n \in \mathbb{N}$

par la relation de récurrence $U_{n+1} = \sqrt{\frac{U_n}{e}}$.

On considère la suite $(V_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par $V_n = 1 + \ln(U_n)$

1. a) Montrer que la suite $(V_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison
b) En déduire une expression de V_n , puis de U_n en fonction de n
2. Déterminer la limite de U_n quand n tend vers $+\infty$

Exercice 8

Pour tout entier naturel n , on pose : $I_n = \int_0^1 x^n e^{-x} dx$

1. Calculer I_0
2. a) Montrer que la suite $(I_n)_n$ est décroissante
b) En déduire que la suite $(I_n)_n$ converge
3. a) Justifier que, pour tout entier naturel n , $I_n \leq \int_0^1 x^n dx$
b) en déduire la limite de la suite $(I_n)_n$

Thème : Organisation des données

Chapitre 7 : calcul intégral

Prérequis : primitives des fonctions continues, aire des figures planes simples ;

Objectifs spécifiques : A la fin de ce chapitre l'élève de TD doit être capable de :

- Définir l'intégrale d'une fonction continue sur un intervalle
- D'utiliser les propriétés de l'intégrale dans la résolution des problèmes
- d'utiliser les différentes techniques de calcul intégral pour calculer des intégrales
- Calculer l'aire d'un domaine plan.
- Calculer des volumes (pyramide, cône et boule).
- Déterminer une valeur approchée d'une intégrale

A. Intégrale d'une fonction continue sur un intervalle

1. Définition

Soit f une fonction continue sur un intervalle I de $\mathbb{R}$; F une primitive de f sur I . Pour tout couple $(a, b) \in I^2$ le réel $F(b) - F(a)$ est indépendant de la primitive F choisie.

On appelle intégrale de a à b de f le nombre réel $F(b) - F(a)$, ou F est une primitive de la fonction f sur I

on le note $\int_a^b f(x)dx$ ou $\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b$

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

Remarque :

$\int_a^b f(x)dx$ se lit intégrale (ou somme) de a à b de $f(x)dx$

$[F(x)]_a^b$ se lit $F(x)$ pris entre a et b

Dans l'écriture $\int_a^b f(x)dx$ on peut remplacer x par n'importe quelle lettre (sauf a et b) .

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt = \int_a^b f(u)du \dots$$

$$\int_a^a f(x)dx = 0$$

2. Propriétés de l'intégrale

• Primitives et intégrales

Soit f une fonction continue sur un intervalle I de $\mathbb{R}$; $a \in I$ la fonction F définie de I vers $\mathbb{R}$ par $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ est l'unique primitive de f sur I qui s'annule en a .

• Relation de Chasles

Soit f une fonction continue sur un intervalle I ; a, b et c trois éléments de I . On a :

$$\int_a^b f(t)dt = \int_a^c f(t)dt + \int_c^b f(t)dt$$

Conséquence :

$$\int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx$$

• Linéarité de l'intégrale

Soient f et g deux fonctions continues sur un intervalle I ; α un nombre réel, a et b deux éléments de I . On a :

$$\int_a^b (f + g)(t)dt = \int_a^b f(t)dt + \int_a^b g(t)dt$$

$$\int_a^b \alpha f(t)dt = \alpha \int_a^b f(t)dt$$

• Propriétés de comparaison

a) Positivité de l'intégrale

Soit f une fonction continue sur un intervalle I ; a et b deux éléments de I . $(a \leq b)$. Si pour tout $x \in [a, b]$, $f(x) \geq 0$ alors $\int_a^b f(x)dx \geq 0$

Conséquence

Soient f et g deux fonctions continues sur un intervalle I ; a et b deux réels de I $(a \leq b)$. Si pour tout $x \in [a, b]$, $f(x) \geq g(x)$ alors $\int_a^b f(x)dx \geq \int_a^b g(x)dx$

b) Inégalité de la moyenne

Soit f une fonction continue sur un intervalle I ; a et b deux éléments de I . (a ≤ b) Si m et M sont deux réels tels que pour tout $x \in [a, b]$; $m \leq f(x) \leq M$ alors

$$m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b-a)$$

L'inégalité $m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b-a)$ est appelée inégalité de la moyenne

Conséquence

Soit f une fonction continue sur un intervalle I ; a et b deux éléments de I . (a ≤ b) Si M est un réel tel que pour tout $x \in [a, b]$, $|f(x)| \leq M$ alors $\left| \int_a^b f(x)dx \right| \leq M(b-a)$

c) Valeur moyenne d'une fonction

Soit f une fonction continue sur un intervalle $[a, b]$ ($a \neq b$).

On appelle valeur moyenne de f sur $[a, b]$, le nombre réel μ tel que
$$\mu = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx$$

B. Techniques de calcul intégral

1. intégration par utilisation des formules des primitives

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

L'utilisation des primitives usuelles et des tableaux permet de réaliser le calcul des intégrales tant qu'il est possible

2. Intégration par parties

Soient deux fonctions u et v dérivables sur un intervalle I et dont les dérivées u' et v' sont continues sur I . a et b deux réels de I . ($a \leq b$). On a : $\int_a^b u'(x) v(x)dx = [u(x) v(x)]_a^b -$

$$\int_a^b u(x) v'(x)dx$$

3. Intégration par changement de variables

Soit f une fonction continue sur un intervalle I ; a, b, α et β 4 réels $\alpha \neq 0$ tels que $\alpha a + \beta$ et $\alpha b + \beta$ sont deux éléments de I .

$$\text{Alors } \int_a^b (f(\alpha x + \beta))dx = \frac{1}{\alpha} \int_{\alpha a + \beta}^{\alpha b + \beta} f(u)du$$

On dit alors qu'on a fait un changement de variable affine

C. Applications de l'intégration.

1. Calcul d'aire

a) Interprétation graphique de l'intégrale

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, i', j')

- Si f une fonction continue à valeurs positives sur un intervalle $[a, b]$ alors le réel positif $A(D) = \int_a^b f(t)dt$ représente l'aire du domaine plan (D) limité par la courbe de f , l'axe des abscisses et les droites d'équation $x=a$ et $x=b$, exprimée en unité d'aire notée u.a

Ce domaine (D) est définie par l'ensemble des points $M(x, y)$ tels que
$$\begin{cases} a \leq x \leq b \\ 0 \leq y \leq f(x) \end{cases}$$

Fig1

- Si f une fonction continue et négative sur un intervalle $[a, b]$ alors l'aire du domaine plan limité par la courbe de f , l'axe des abscisses et les droites d'équation $x=a$ et $x=b$ est $A(D') = - \int_a^b f(t)dt$ u.a

Ce domaine (D') est définie par l'ensemble des points M(x, y) tels que $\begin{cases} a \leq x \leq b \\ f(x) \leq y \leq 0 \end{cases}$

Fig2

- Cas où f est continue et de signe quelconque

Si f est continue et de signe quelconque sur l'intervalle $[a, b]$ alors l'aire du domaine plan limité par la courbe de f, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x=a$ et $x=b$, est $A(D) = \int_a^b |f(x)| dx$ exprimée en unité d'aire

Fig3

b) Aire d'un domaine plan compris entre deux courbes

Soient f et g deux fonctions continues sur l'intervalle $[a, b]$ Si pour tout $x \in [a, b]$, $f(x) \leq g(x)$

l'aire du domaine (D) définie par l'ensemble des points M(x, y) tels que $\begin{cases} a \leq x \leq b \\ f(x) \leq y \leq g(x) \end{cases}$

est $\int_a^b |g(x) - f(x)| dx$

Fig4

Remarque

La fonction f est représentée dans un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ L'aire d'un domaine est exprimée en unité d'aire. l'unité d'aire est l'aire du rectangle de cotés $\|\vec{i}\|$ et $\|\vec{j}\|$ notée u.a = $\|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\|$

2. Calcul de volume

On considère un solide de l'espace compris entre deux plans parallèles au plan (xOy) d'équation respectives $z = a$ et $z = b$ ($a \leq z \leq b$)

Propriété :

Fig5

Soit $S(z)$ l'aire de la section de ce solide par un plan parallèle au plan (xOy) de cote z telle que $a \leq z \leq b$ alors le volume de ce solide est donné par

$V = \int_a^b S(z) dz$ en unité de volume

Cas particulier :

Soit f une fonction continue à valeurs positives sur un intervalle $[a, b]$ et (D) l'ensemble des points M(x, y) tels que $\begin{cases} a \leq x \leq b \\ 0 \leq y \leq f(x) \end{cases}$

Alors le volume du solide engendré par la rotation autour de l'axe des abscisses du domaine (D) est le réel positif $V(D) = \pi \int_a^b (f(t))^2 dt$ exprimé en unité de volume noté u.v

L'unité de volume noté u.v est $\|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\| \times \|\vec{k}\|$ dans un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace

3. Valeur approchée d'une intégrale

Soit f une fonction continue, positive et monotone sur un intervalle $[a, b]$. C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On subdivise l'intervalle $[a, b]$ en n intervalles de même amplitude $\frac{b-a}{n}$ et d'extrémités

$x_0 = a, x_1 = a + \frac{b-a}{n}, \dots, x_i = a + i \frac{b-a}{n}, \dots, x_n = b$.

fig6

On calcule $S_n'' = \frac{b-a}{n} (f(x_0) + f(x_1) + \dots + f(x_{n-1}))$

et $S'_n = \frac{b-a}{n} (f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_n))$ Alors $S''_n \leq \int_a^b f(x) dx \leq S'_n$

$S'_n - S''_n = \frac{b-a}{n} (f(b) - f(a))$ est l'erreur commise en choisissant pour valeur approchée de $\int_a^b f(x) dx$ l'une des valeurs S'_n ou S''_n

1. Exercice résolu 1 : calcul d'intégrales

Calculer les intégrales suivantes :

$$U = \int_0^1 (x+1) dx ; V = \int_1^e \frac{1}{t} dt \text{ et } W = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(2x) dx$$

Solution

$$\text{Calcul de } U = \int_0^1 (x+1) dx$$

La fonction f définie par $f(x) = x+1$ admet une primitive F sur $\mathbb{R}$ définie par $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + x$

$$\text{donc } U = \int_0^1 (x+1) dx = \left[\frac{1}{2}x^2 + x \right]_0^1 = F(1) - F(0) = \frac{3}{2}$$

$$\text{Calcul de } V = \int_1^e \frac{1}{t} dt$$

La fonction $x \mapsto \ln x$ est une primitive sur $]0, +\infty[$ de la fonction inverse $x \mapsto \frac{1}{x}$ donc

$$\int_1^e \frac{1}{t} dt = [\ln t]_1^e = \ln e - \ln 1 = 1$$

$$\text{Calcul } W = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(2x) dx$$

La fonction $x \mapsto \frac{1}{2} \sin(2x)$ est une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \mapsto \cos(2x)$ donc

$$W = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(2x) dx = \left[\frac{1}{2} \sin(2x) \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

Exercices résolu 2: Utiliser les propriétés de l'intégrale

I. Calculer les intégrales suivantes : $U = \int_0^{\pi} \cos^2 t dt$ et $V = \int_{-1}^1 |x(x-1)| dx$

II. Soit $t \in [1, +\infty[$ $t \geq 1 \Rightarrow \frac{1}{t} \leq 1$. En déduire que pour tout réel α supérieur ou égal à 1 on a $\ln \alpha \leq \alpha - 1$

III. La valeur moyenne de la fonction f définie par $f(x) = x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}}$ sur l'intervalle $[1, 4]$

Solutions 1

$$\text{Calcul de } U = \int_0^{\pi} \cos^2 t dt$$

Linéariser $\cos^2(t)$, puis utiliser la linéarité de l'intégral

$$\cos^2(t) = \frac{1 + \cos(2t)}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2t)$$

$$\begin{aligned} \int_0^{\pi} \cos^2 t dt &= \int_0^{\pi} \frac{1 + \cos(2t)}{2} dt = \int_0^{\pi} \frac{1}{2} dt + \int_0^{\pi} \frac{1}{2} \cos(2t) dt \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{\pi} dt + \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \cos(2t) dt = \frac{1}{2} [t]_0^{\pi} + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \sin(2t) \right]_0^{\pi} = \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

$$\text{Calcul de } V = \int_{-1}^1 |x(x-1)| dx$$

Ecrire la fonction $x \mapsto |x(x-1)|$ sans le symbole de valeur absolue, puis utiliser la Relation de Chasles

Solution 2

Pour tout $t \in [1, \alpha]$, $\frac{1}{t} \leq 1 \Rightarrow \int_1^\alpha \frac{1}{t} dt \leq \int_1^\alpha 1 dt \Rightarrow \ln \alpha - 1 \leq \alpha - 1$ donc on en déduit que pour tout réel $\alpha \in [1, +\infty]$, $\ln \alpha \leq \alpha - 1$

Solution 3

La valeur moyenne de la fonction f définie par $f(x) = x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}}$ sur l'intervalle $[1, 4]$ est

$$\mu = \frac{1}{4-1} \int_1^4 \left(x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx$$

Exercice résolu 3 : intégration par primitivation

Calculer les intégrales suivantes en utilisant une primitive $I = \int_0^1 (x-2)(x^2 - 4x + 1) dx$; $J = \int_1^2 \frac{1}{3x+2} dx$; $K = \int_{-1}^1 e^{3t+4} dt$

Solution

$$\bullet \quad I = \int_0^1 (x-2)(x^2 - 4x + 1) dx$$

Soit $u : x \mapsto x^2 - 4x + 1$ et $u'(x) = 2x - 4 = 2(x-2)$. donc $x-2 = \frac{1}{2} u'(x)$

La fonction $f : x \mapsto (x-2)(x^2 - 4x + 1)$ est de la forme de $\frac{1}{2} u u'$. Une primitive de f sur $\mathbb{R}$ est définie par $F(x) = \frac{1}{4} (x^2 - 4x + 1)^2$

$$\text{Donc } \int_0^1 (x-2)(x^2 - 4x + 1) dx = F(1) - F(0) = \frac{1}{4} (1^2 - 4 \times 1 + 1)^2 - \frac{1}{4} (1)^2$$

$$I = -\frac{3}{4}$$

$$\bullet \quad J = \int_1^2 \frac{1}{3x+2} dx$$

Soit la fonction $u : x \mapsto 3x + 2$ et $u'(x) = 3$ donc la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{3x+2}$ est de la forme de $\frac{1}{3} \frac{u'}{u}$ une primitive de f sur $[1, 2]$ est définie par $F(x) = \frac{1}{3} \ln(3x+2)$ donc $J = F(2) - F(1) = \frac{1}{3} \ln(3 \times 2 + 2) - \frac{1}{3} \ln(3+2) = \frac{\ln 8 - \ln 5}{3}$

$$\bullet \quad K = \int_{-1}^1 e^{3t+4} dt$$

Soit la fonction $u : x \mapsto e^{3t+4}$ et $u'(x) = 3e^{3t+4}$ donc la fonction $f : x \mapsto e^{3t+4}$ est de la forme de $\frac{1}{3} u' e^u$ une primitive de f sur $\mathbb{R}$ est définie par $F(t) = \frac{1}{3} e^{3t+4}$ donc $K = \frac{1}{3} e^{3 \times 1 + 4} - \frac{1}{3} e^{3 \times (-1) + 4} = \frac{1}{3} e^7 - \frac{1}{3} e^1$

Exercice résolu 4 : utiliser la formule d'intégration par parties

$$\bullet \quad \text{Soit à calculer } \int_0^1 t e^t dt$$

$$\text{Posons } \begin{cases} u'(t) = e^t \\ v(t) = t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u(t) = e^t \\ v'(t) = 1 \end{cases}$$

$$\int_0^1 t e^t dt = [t e^t]_0^1 - \int_0^1 1 e^t dt = [t e^t]_0^1 - [e^t]_0^1 = e - (e - 1) = 1$$

$$\bullet \quad \text{Soit à calculer } \int_1^e \ln(x) dx$$

$$\int_1^e \ln(x) dx = \int_1^e 1 \times \ln(x) dx$$

$$\text{Posons } \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = \ln x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \frac{1}{x} \end{cases}$$

$$\int_1^e \ln(x) dx = \int_1^e 1 \times \ln(x) dx = [x \ln(x)]_1^e - \int_1^e \frac{1}{x} \times x dx = [x \ln(x)]_1^e - [x]_1^e = e - e + 1 = 1$$

Exercice résolu 5 : utiliser un changement de variable affine

Soit à calculer l'intégrale suivante $\int_{-2}^{-1} \frac{1}{\sqrt{-2t+1}} dt$

Posons $u = -2t+1$ donc $du = -2dt \Rightarrow dt = \frac{-1}{2} du$

Si $t = -2$ alors $u = 5$ et si $t = -1$ alors $u = 3$

$$\int_{-2}^{-1} \frac{1}{\sqrt{-2t+1}} dt = \frac{-1}{2} \int_5^3 \frac{1}{\sqrt{u}} du = \frac{1}{2} [2\sqrt{u}]_3^5 = \frac{1}{2} (2\sqrt{5} - 2\sqrt{3}) = \sqrt{5} - \sqrt{3}$$

Exercice résolu 6: Intégration par transformation d'expressions

a). Soit la fonction f définie sur $]1, +\infty[$ par $f(x) = \frac{x^3 - 3x - 4}{x^2 - 1}$

1. Déterminer trois réels a , b et c tels que pour tout $x \in]1, +\infty[$

$$f(x) = ax + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x-1}$$

2. Calculer $\int_2^5 f(t) dt$

Solution

$$1. f(x) = \frac{x^3 - 3x - 4}{x^2 - 1} = ax + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x-1} = \frac{ax(x^2-1) + b(x-1) + c(x+1)}{x^2-1}$$

$$\Rightarrow x^3 - 3x - 4 = ax(x^2 - 1) + b(x - 1) + c(x + 1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ -a + b + c = -3 \\ c - b = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = -3 \end{cases} \text{ Donc } f(x) = x + \frac{1}{x+1} + \frac{-3}{x-1}$$

2. Calcul de $\int_2^5 f(t) dt$

$$\int_2^5 f(t) dt = \int_2^5 t + \frac{1}{t+1} + \frac{-3}{t-1} dt$$

$$= \left[\frac{1}{2} t^2 + \ln(t+1) - 3\ln(t-1) \right]_2^5$$

$$= \left(\frac{25}{2} + \ln(6) - 3\ln(4) \right) - \left(\frac{4}{2} + \ln(3) - 3\ln(1) \right) = \frac{21}{2} - 5\ln 2$$

b). Intégration et linéarisation

Soit à calculer l'intégrale suivante $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x)^4 dx$

Solution

$$\text{la linéarisation de } (\cos x)^4 \text{ donne } (\cos x)^4 = \left(\frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} \right)^4$$

$$= \frac{1}{16} (e^{4ix} + 4e^{2ix} + 6 + 4e^{-2ix} + e^{-4ix}) = \frac{\cos 4x}{8} + \frac{\cos 2x}{2} + \frac{3}{8}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x)^4 dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\cos 4x}{8} + \frac{\cos 2x}{2} + \frac{3}{8} \right) dx = \left[\frac{3x}{8} + \frac{\sin 2x}{8} + \frac{\sin 4x}{32} \right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \left(\frac{3}{8} \times \frac{\pi}{2} + \frac{\sin \pi}{8} + \frac{\sin 2\pi}{32} \right) - \left(0 + \frac{\sin 0}{8} + \frac{\sin 0}{32} \right) = \frac{3\pi}{16}$$

Exercice résolu 7 : calcul d'aire

1. Soit la fonction f définie par $f(x) = \sin x$ sur $[0, \pi]$ et Γ sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et tel que $\|\vec{i}\| = 2\text{cm}$ et $\|\vec{j}\| = 3\text{cm}$,

Calculer l'aire de la surface S limitée par la courbe de f et l'axe des abscisses.

2. Soit $f(t) = t^2 - 1$ C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ calculer l'aire du domaine (D) (plan limité par la courbe de f , l'axe des abscisses et les droites d'équation $x=0$ et $x=2$).

Solution1

La fonction sinus est continue et pour tout $x \in [0, \pi]$, $\sin x \geq 0$

$$\text{donc } A(S) = \left(\int_0^{\pi} \sin x dx \right) \times u.a$$

$$\int_0^{\pi} \sin x \, dx = [-\cos x]_0^{\pi} = 1 + 1 = 2$$

$$u.a = 2 \times 3 \, \text{cm}^2 \text{ Donc } A(S) = 12 \, \text{cm}^2$$

Solution2

Si $t \in [0, 1]$, alors $t^2 - 1 \leq 0$ et si $t \in [1, 2]$, alors $t^2 - 1 \geq 0$

$$A(D) = \left(\int_0^1 (-t^2 + 1) \, dt + \int_1^2 (t^2 - 1) \, dt \right) \times u.a$$

$$\int_0^1 (-t^2 + 1) \, dt + \int_1^2 (t^2 - 1) \, dt \times u.a = \left[-\frac{1}{3}t^3 + t \right]_0^1 + \left[\frac{1}{3}t^3 - t \right]_1^2 = \frac{2}{3} + \frac{4}{3}$$
 Tapez une

équation ici.

$$A(D) = 2 \times u.a$$

Solution3

Soit $A(D)$ l'aire du domaine D . On a $f < g$ d'où $A(D) = \int_{-2}^2 (f(x) - g(x)) \, dx = [-e^{-x}]_{-2}^2 = (e^2 - e^{-2})u.a$.

Exercice résolution 8 : calcul de volume

Retrouver la formule donnant le d'une sphère de rayon R

Solution

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace, considérons la sphère de centre O et de rayon R . Si on coupe cette sphère par le plan d'équation $z=a$ ($-R < z < R$) on obtient le cercle centré en $\Omega \in (O, \vec{k})$ et de rayon ΩM tel que dans le triangle $O \Omega M$ on ait $\Omega M^2 = R^2 - a^2$

L'aire du disque est $S(a) = \pi(R^2 - a^2)$ donc $V = \int_{-R}^R S(z) \, dz$

$$V = \int_{-R}^R \pi(R^2 - z^2) \, dz = \left[R^2 z - \frac{1}{3} z^3 \right]_{-R}^R = 2 \pi \left(R^3 - \frac{1}{3} R^3 \right) = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$V = \frac{4}{3} \pi R^3$ est le volume de la sphère

Exercice résolution 9 : Valeur approchée d'une intégrale

Trouver un encadrement de l'intégrale $\int_0^1 e^{-\frac{t^2}{2}} \, dt$ en divisant l'intervalle $[0, 1]$ en

5 intervalles de même amplitude.

Solution

$$\frac{b-a}{n} = \frac{1}{5}, \text{ et } x_0 = 0, x_1 = \frac{1}{5}, x_2 = \frac{2}{5}, x_3 = \frac{3}{5}, x_4 = \frac{4}{5}, x_5 = 1$$

La fonction f est positive continue et strictement décroissante sur $[0, 1]$ et

$$S'_n = \frac{1}{5}(f(0) + f(0,2) + f(0,4) + f(0,6) + f(0,8)) = 0,893$$

$$S''_n = \frac{1}{5}(f(0,2) + f(0,4) + f(0,6) + f(0,8) + f(1)) = 0,814$$

$$0,814 \leq \int_0^1 e^{-\frac{t^2}{2}} \, dt \leq 0,893$$

0,893 est une valeur approchée de $\int_0^1 e^{-\frac{t^2}{2}} \, dt$ par excès

Exercices de Recherche

Exercice 1

Calculer les intégrales suivantes :

$$A = \int_2^5 \frac{dx}{\sqrt{x-1}} \quad B = \int_0^1 \left(3x^2 - 1 - \frac{2}{2x+1} \right) dx \quad C = \int_{-e}^e \frac{\ln x}{x} dx \quad D = \int_0^2 \frac{x+1}{x^2+2x+3} dx$$

Exercice 2

Soient les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$:

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 1} \quad g(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$$

1. Calculer $I = \int_0^1 f(x) dx$

2. Soit $J = \int_0^1 g(x) dx$

Calculer I+J. En déduire la valeur de J.

Exercice 3

1. Trouver des réels a et b tel que pour tout $x \in]0,1[\cup]1,+\infty[$

$$\frac{1}{x(x+1)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1}$$

2. Calculer en utilisant une intégration par parties $M = \int_2^3 \frac{\ln x}{(1-x)^2} dx$.

Exercice 4

1. Calculer les intégrales suivantes :

$$I_1 = \int_2^3 (2x+1) \ln x dx \quad I_2 = \int_1^e x^2 \ln x dx$$

2. En utilisant un changement de variable, calculer l'intégrale :

$$I = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{2}{3}} (2t+1)^7 dt$$

Exercice 5

On donne $I_n = \int_0^1 x^n e^x dx$

1. Calculer I_1 .

2. Démontrer que $I_{n+1} = e - (n+1)I_n$ à l'aide d'une intégration par parties.

3. Déduire de 2) I_2 et I_3

4. Calculer $I = \int_0^1 (3x^2 - 2x^2 - 7x) e^x dx$

Exercice 6

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$ et C sa courbe représentative.

- 1) Etudier f et représenter C.

- 2) a) En utilisant une intégration par parties trouver une primitive de f.

- b) En déduire l'aire de la partie du plan comprise entre l'axe des abscisses, C et les droites d'équations $x=1$ et $x=2$.

Exercice 7

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Soit f une fonction définie par $f(x) = \frac{1-e^x}{1+e^x}$ et (C) sa courbe représentative.

- 1) a) Démontrer que f est une fonction impaire

- b) Etudier f et tracer (C).

- 2) a) Déterminer une primitive de f.

(On pourra remarquer $\frac{1}{1+e^x} = 1 - \frac{e^x}{1+e^x}$)

- b) Calculer l'aire en unité d'aire du domaine de limité par (C), les droites d'équations $y=x-1$, $X=0$ et $x = \alpha$ ($\alpha > 0$).

- c) Quelle est la limite de cette aire quand α tend vers $+\infty$.

Exercice 8

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité 2cm)

Soit f définie par $f(x) = \ln x$. Calculer l'aire du domaine limité par C_f l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=e^2$. Exprimer cette aire en cm^2 .

Exercice 9

Soient f et g deux fonctions définies par $f(x) = x^2 - e^{-x}$ et $g(x) = x^2$.

C_f et C_g leur courbes représentatives dans un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et tel que

$\|\vec{i}\| = 2\text{cm}$ et $\|\vec{j}\| = 3\text{cm}$,

1. Etudier les positions relatives de C_f et C_g
2. Calculer l'aire du domaine D limité par les courbes C_f et C_g des fonctions f et g et les droites d'équations $x = -2$ et $x = 2$.

Exercice 10

Soit f la fonction définie par $f(x) = x + \ln\left(\frac{3-x}{x+1}\right)$

1. Etudier la fonction f et construire sa courbe dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

2. Calculer à l'aide d'une intégration par parties les intégrales suivantes :

$$I = \int_1^2 \ln(x+1)dx \text{ et } J = \int_1^2 \ln(-x+3)dx$$

3. Calculer l'aire du domaine E ensemble des points $M(x, y)$ tels que $\begin{cases} 1 \leq x \leq 2 \\ f(x) \leq y \leq x \end{cases}$

Exercice 11

Soit f la fonction définie par $f(t) = \frac{-1}{\ln t}$

Chercher une valeur approchée de l'intégrale $\int_{0,1}^{0,8} \frac{-1}{\ln t} dt$ en divisant l'intervalle $[0,1, 0,8]$ en 7 intervalles de même amplitude

Thème : Organisation des données

Chapitre 7: SERIES STATISTIQUES A DEUX VARIABLES (DOUBLES) (NIVEAU T.D)

Pré-requis :

- Série statistique à une variable
- Equation d'une droite affine

Objectifs : A la fin du chapitre l'élève doit être capable de :

- Représenter un nuage de points.
- Déterminer le point moyen.
- Déterminer les équations des droites de régressions et tracer ces droites.
- Calculer et interpréter le coefficient de corrélation.

I. Définitions

1) Définition, d'une série statistique double

Soit une population dans laquelle chaque individu présente deux caractères X , et Y . on note (x_i) ($1 \leq i \leq p$) les modalités du caractère X et (y_j) ($1 \leq j \leq q$) les modalités du caractère Y et n_{ij} l'effectif du couple (x_i, y_j) . L'ensemble des triplets (x_i, y_j, n_{ij}) est appelé série statistique double associé au couple de caractère (X, Y) .

$N = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q n_{ij}$ est l'effectif total.

Remarque : lorsque les $n_{ij} = 1$ on a une série statistique double linéaire.

2) Nuage de points – point moyen

Soit (X, Y) une série statistique double .

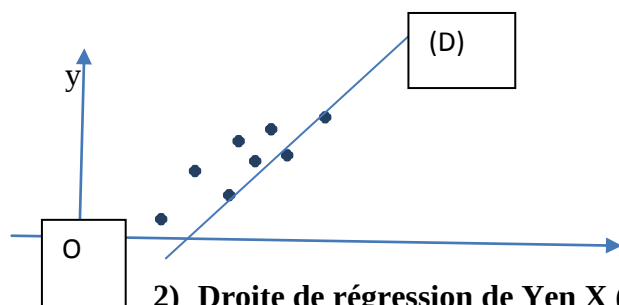
- Dans un repère orthogonal, l'ensemble des points $M_{ij}(x_i, y_j)$ est appelé nuage de point associé la série statistique double.
- Le point $G(\bar{X}, \bar{Y})$ est appelé point moyen du nuage de points associé a cette série statistique double.

Remarque : Dans le cas général les points M_{ij} sont affectés des effectifs n_{ij} dans la représentation graphique

II. Ajustement linéaire

1) Définition

Il s'agit de tracer la courbe simple et régulière qui épouse le mieux la forme du nuage associé à la série statistique double. Dans le cas où la courbe est une droite, on a un ajustement linéaire.



2) Droite de régression de Y en X (méthode des moindres carrés)

La droite de régression (Δ) de Y en X de la série statistique (X, Y) est telle que :

- (Δ) passe par le point moyen $G(\bar{X}, \bar{Y})$.
- (Δ) a pour équation $y = ax + b$ où a et b sont des réels définis par :

$$a = \frac{COV(X, Y)}{V(X)} \quad \text{et} \quad b = \bar{Y} - a\bar{X} \quad \text{où} \quad COV(X, Y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q n_{ij} x_i y_j - \bar{X}\bar{Y}$$

Droite de régression de X en Y (méthode des moindres carrés)

La droite de régression (Δ') de X en Y de la série statistique (X, Y) est telle que :

- (Δ') passe par le point moyen G
- (Δ') a pour équation $x = a'y + b'$ où a' et b' sont des réels définis par :

$$a' = \frac{COV(X, Y)}{V(Y)} \quad \text{et} \quad b' = \bar{X} - a'\bar{Y}$$

3) Coefficient de corrélation linéaire

On appelle coefficient de corrélation linéaire, le réel noté r , défini par $r = \frac{COV(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$

Remarques

- $-1 \leq r \leq 1$
- $r^2 = aa'$ (a , a' et r sont de même signe)
- Interprétation du coefficient r
 - Si r est proche de 0 la corrélation entre X et Y est faible
 - Si r est proche de 1 ou de -1 la corrélation entre X et Y est forte
 - Plus précisément si $0,87 \leq |r| \leq 1$ on dit que la corrélation est très forte.

Exercices résolus

Exercice I

A l'oral d'un examen, deux professeurs A et B attribuent aux candidats des notes sur 10. On appelle X le caractère note attribué par A et Y le caractère note attribué par B. les résultats sont consignés dans le tableau suivant ;

	Y	1	3	5
X				

1	1	0	3
4	4	3	4

- 1) Déterminer l'effectif total de la population.
- 2) Préciser les modalités des caractères X et Y.
- 3) Préciser les effectifs des couples (1,1) ; (1,3) et (4,3) .
- 4) Déterminer les séries marginales de X et Y.

Solution

- 1) L'effectif total de la population est $N=1+0+3+4+3+4= 15$
- 2) Les modalités de X sont : 1 et 4, celles de Y sont : 1 ; 3 et 5. ($p=2$, $q=3$).
- 3) Les effectifs des couples (1,1), (1,3) et (4,5) sont respectivement $n_{1,1}=1$, $n_{1,2}=0$ et $n_{2,2}=3$.
- 4) Séries marginales de X et Y

Y	1	3	5	Total
X				
1	1	0	3	4
4	4	3	4	11
Total	5	3	7	15

On déduit les séries marginales

x_i	1	4
n_i	4	11

y_j	1	3	5
n_j	5	3	7

Exercice II

Soit la série statistique double représenté par le tableau suivant : (X : note de maths, Y : note de P.C.)

x_i	7	9	10	11	13	16
y_i	8	10	9	12	12	13

- 1) Représenter le nuage de points associé à cette série
- 2) Déterminer et représenter le point moyen.
- 3) Déterminer et tracer la droite de régression de y en x
- 4) Déterminer et tracer la droite de régression de x en y

Solution

- 1) Représentation nuage de points Échelle : $\begin{cases} \text{sur Ox: 1cm pour 2pts} \\ \text{sur Oy 1cm pour 2pts} \end{cases}$

(Voir Fig 1)

- 2) Détermination du point moyen G :

G a pour coordonnées $\bar{X}$ et $\bar{Y}$:

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k n_i x_i$$

$$\bar{X} = \frac{1}{6} (7 + 9 + 10 + 11 + 13 + 16) = \frac{66}{6} = 11$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k n_i y_i$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{6} (8 + 10 + 9 + 12 + 12 + 13) = \frac{64}{6} = 10.6$$

D'où $G(11, 10.6)$.

Représentation :: voir Fig 1

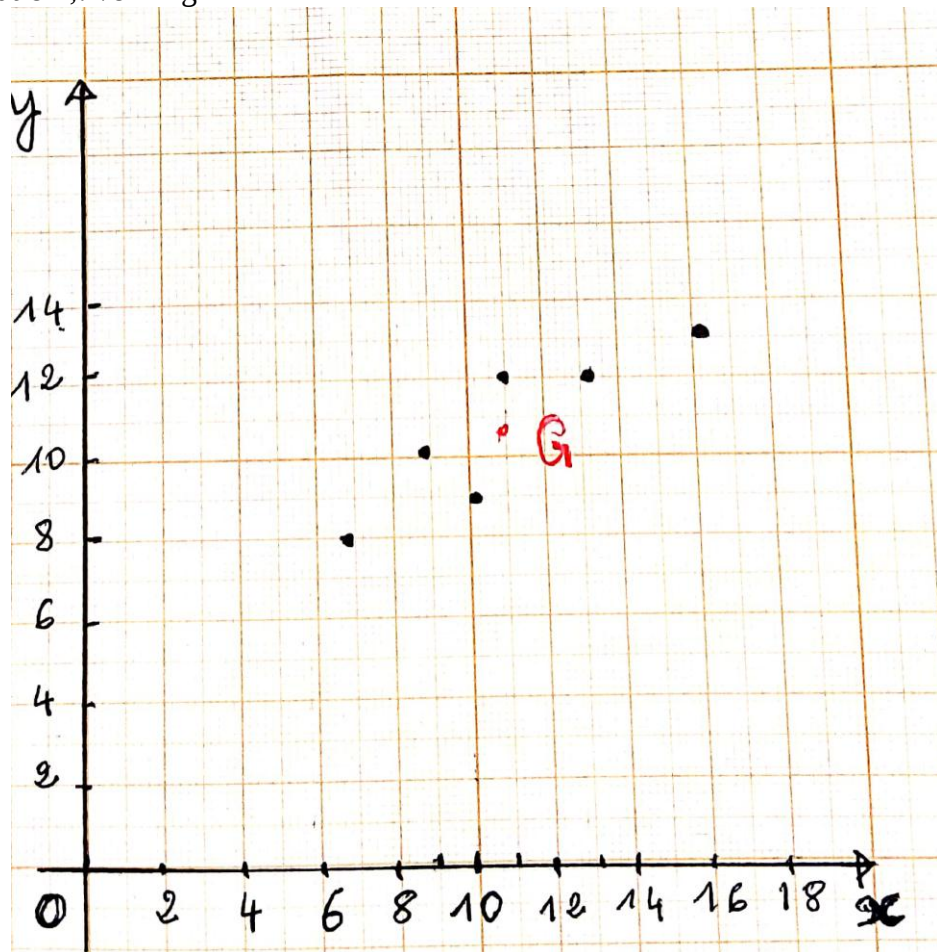


Fig1 : Nuage de points et point moyen G

3) Droite de régression de y en x

Le tableau suivant donne le détail des calculs :

							Total
x_i	7	9	10	11	13	16	66
y_i	8	10	9	12	12	13	64
x_i^2	49	81	100	121	169	256	776
y_i^2	64	100	81	144	169	169	702
$x_i y_i$	56	90	90	132	156	208	732

$$V(X) = \overline{X^2} - (\bar{X})^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k n_i x_i^2 - (\bar{X})^2 = \frac{1}{6}(776) - (11)^2 = 8.33$$

$$COV(X, Y) = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 x_i y_i - \bar{X} \bar{Y} = \frac{1}{6}(732) - 11 * 10.6 = 4.74$$

$$a = \frac{COV(X, Y)}{V(X)} = \frac{4.74}{8.33} = 0.57 \text{ et } b = \bar{Y} - a\bar{X} = 10.66 - 0.57 * 11 = 4.39$$

d'où

$$y = 0.57x + 4.39$$

Représentation graphique : $x=0$ $y= 4.39$

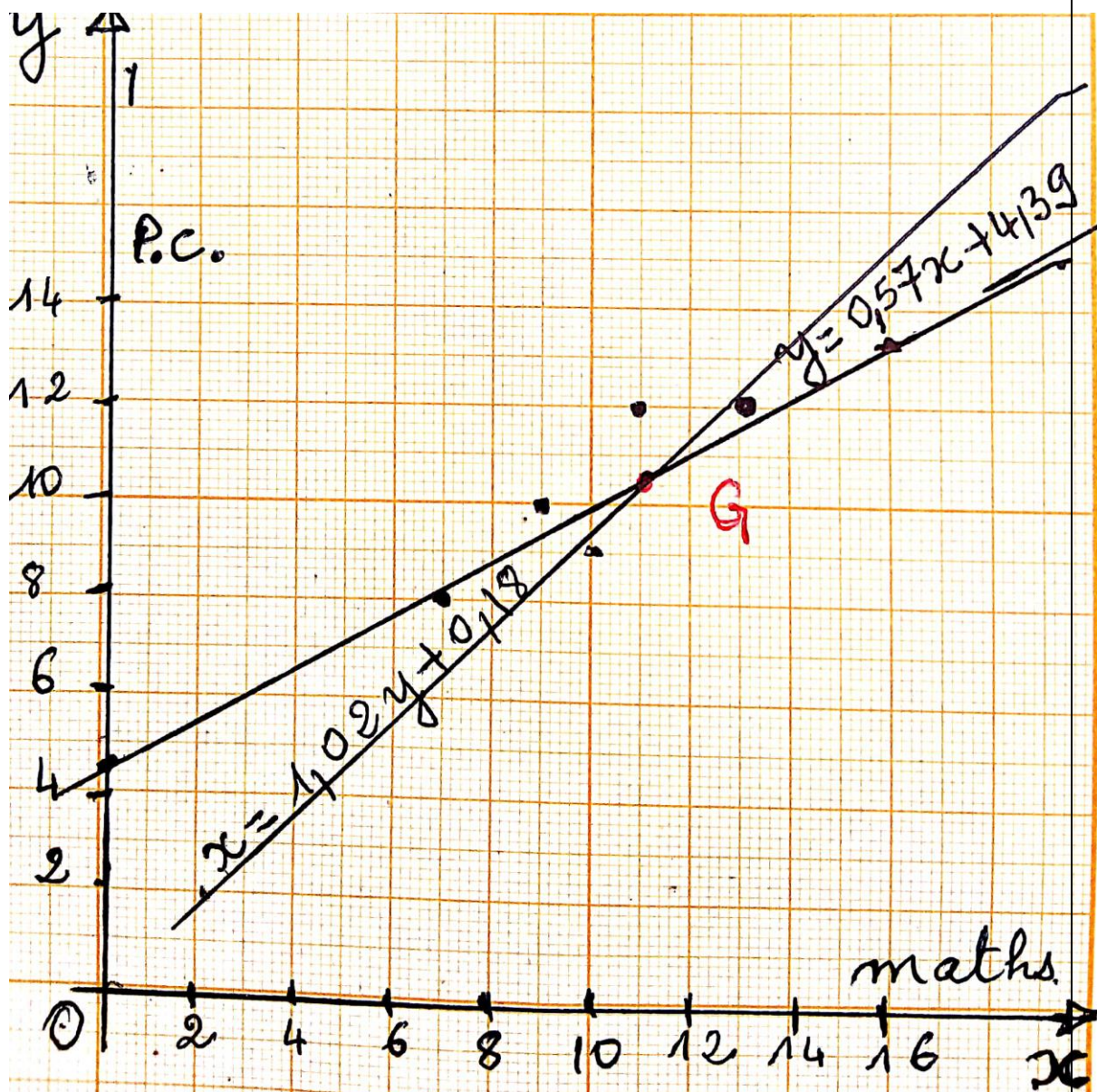


Fig 2 : droite de régression de y en x et droite de régression de x en y

- 4) Droites de régression de x en y
 $x = a'y + b'$

$$\text{on a : } V(Y) = \overline{Y^2} - (\bar{Y})^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k n_i y_i^2 - (\bar{Y})^2 = \frac{1}{6} (702) - (10.6)^2 = 4.64$$

$$a' = \frac{\text{COV}(X,Y)}{V(Y)} = \frac{4.74}{4.64} = 1.02 \text{ et } b' = \bar{X} - a'\bar{Y} = 0.18$$

d'où

$$\boxed{x = 1.02y + 0.18} \quad y = 2 \text{ et } x = 2.22$$

Représentation voir Fig 2. (

Exercice III

On considère la série statistique de l'exercice II.

- 1) Calculer le coefficient de corrélation. Et interpréter.
- 2) En faisant confiance aux ajustements trouvés :
 - a) Quelle sera la note en P.C. d'un élève qui aurait 17 maths ?
 - b) Quelle serait la note en maths d'un élève qui aurait 12.5 en P.C. ?

Solution

1) Calcul de r

$$r = \frac{COV(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{4.74}{2.88 \times 2.15} = \frac{4.74}{6.192} = 0,765$$

D'où la corrélation ente les notes de maths et de P.C. est bonne (forte)

2) a) on utilise la droite de régression de y en x.

$$x=17 \text{ et } y= 0.57 \times 17 + 4.39 = 14.08$$

c) on utilise la droite de régression de x en y

$$y=12.5 \text{ et } x=1.02 \times 12.5 + 0.18 = 12.93$$

Exercice IV

On considère la série statistique double ci-dessous

Y	1	3	5
X			
1	1	0	3
4	4	3	4

Déterminer l'équation de la droite de régression de Y en X

Solution

$$y=ax+b$$

$$a = \frac{COV(X,Y)}{V(X)} \text{ et } b = \bar{Y} - a\bar{X}$$

série marginale de X

	Total		
x_i	1	4	
$n_{i.}$	4	11	15
$x_i n_{i.}$	4	44	48
x_i^2	1	16	
$n_{i.} x_i^2$	4	176	180

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k n_{i.} x_i = \frac{1}{15}(48) = 3,2$$

$$V(X) = \overline{X^2} - (\bar{X})^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k n_{i.} x_i^2 - (\bar{X})^2 = \frac{1}{15}(180) - (3.2)^2 = 1,76$$

Série marginale de Y

	Total			
y_j	1	3	5	
$n_{.j}$	5	3	7	
$n_{.j} y_j$	5	9	35	49

$$\bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^k n_{.j} y_j = \frac{1}{15}(49) = 3,27$$

Covariance de X et Y

Le détail de calcul est donné par le tableau suivant :

Total

x_i	1	1	1	4	4	4	
y_j	1	3	5	1	3	5	
n_{ij}	1	0	3	4	5	4	
$n_{ij}x_iy_j$	1	0	15	16	60	80	172

$$COV(X,Y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q n_{ij}x_iy_j - \bar{X}\bar{Y} = \frac{1}{15}(172) - 3,2 \times 3,27 = 1,006$$

$$a = \frac{COV(X,Y)}{V(X)} = \frac{1,006}{1,76} = 0,571 \quad b = \bar{Y} - a\bar{X} = 3,27 - 0,571 \times 3,2 = 1,442$$

D'où l'équation $y = 0,571x + 1,442$

Exercices de recherche

Exercice I

Le tableau suivant indique l'évolution de 2000 à 2010 du prix moyen au kg, en milliers de francs CFA, d'une denrée.

Année	2000	2001	2002	2004	2005	2006	2007	2008
Rang X	1	2	3	5	6	7	8	9
Prix Y (en milliers de FCFA)	1,20	1,70	1,80	2,60	2,70	3,20	3,30	3,70

- Représenter le nuage des points $M_i (x_i ; y_i)$.
- Calculer le coefficient de corrélation linéaire
- Par la méthode des moindres carrés :
 - donner une équation de la droite de régression Δ de y en x.
 - donner une équation de la droite de régression Δ' de x en y
- Estimer le prix de cette denrée en 2003.

Exercice II : (BAC D NIGER 1998)

On considère la série statistique suivante où α et β sont deux entiers naturels

x_i	40	50	α	80	90	120	β	150	180
y_i	165	172	182	180	190	194	183	188	193

- Sachant que la moyenne des x_i est 100 et leur écart type est $\sigma = \frac{20\sqrt{46}}{3}$, calculer α et β
- Construire le nuage des points
- Déterminer par la méthode des moindres carrés, l'équation de la droite d'ajustement de x en y
- Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y

Exercice III

Dans une population P composée de cent ménages, on considère les deux variables statistiques X et Y Le tableau suivant donne la répartition de cent ménages selon les deux caractères x et y suivants x désigne le nombre des pièces habitées et y le nombre d'enfants par ménage :

X : le caractère « nombre d'enfants dans une famille »

Y : le caractère « nombre de pièces d'habitation d'une famille »

Y	0	1	2	3	4	5
X						
1	6	4	1	0	0	0
2	3	11	10	5	1	0
3	1	3	16	13	4	1
4	0	1	3	5	8	4

- 1) A partir de ce tableau reconstituer les séries statistiques marginales X et Y.
- 2) Calculer les coordonnées du point moyen du nuage
- 3) Calculer les variances $V(X)$ et $V(Y)$
- 4) Déterminer une équation de la droite de régression de y en fonction de x notée $\Delta_{Y/X}$. Tracer cette droite dans un repère orthonormé
- 5) Calculer le coefficient de corrélation linéaire du couple (X, Y). interpréter le résultat obtenu
- 6) Peut-on prévoir le nombre d'enfants d'une famille vivant dans une villa de six pièces ?

Exercice IV (BAC D NIGER 2018)

Le tableau ci-dessous rend compte de l'évolution de la population d'un village de 1995 à 2001 :

Année	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6
Nombre d'habitants y_i	3000	2545	2165	1840	1566	1332	1135

Le maire du village demande quelle sera la population du village en 2005.

- 1) Dessiner le nuage de points $M_i(x_i, y_i)$ ainsi que la droite des moindres carrés.
- 2) Quel constat faites-vous par rapport à la question du maire ?
- 3) En fait on peut penser à un ajustement par une courbe d'équation $y = ab^x$ avec $0 < b < 1$ et $a > 0$. On peut déduire $\ln y = x \ln b + \ln a$ d'où l'idée de prendre $z = \ln y$.

a) Compléter le tableau suivant :

x_i	0	1	2	3	4	5	6
$z_i = \ln y_i$	8,01						

- b) Donner une équation de moindres carrés pour la série (x_i, z_i) .
- c) Déduisez-en a et b tels que $y = ab^x$.
- d) Estimer la population du village en 2005.

Exercice V

Un relevé statistique des tailles X en cm et des masses Y en kg d'un échantillon de 100 élèves a permis de construire le tableau suivant :

Y	[40. 45[	[45; 50[	[50. 55[	[55. 60[
X				
[150. 155[	18	10	2	8
[155. 160[	3	16	5	5
[160; 165[	0	5	13	5
[165. 170[	0	2	6	2

1. Déterminer la moyenne marginale et la variance marginale de chacun des caractères X et Y
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite de régression de Y en X
3. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de couple (X ; Y). la corrélation est-elle forte ou faible ?

PHYSIQUE-CHIMIE

PARTIE PHYSIQUE

THEME: MÉCANIQUE

Chapitre 5 : Oscillateurs mécaniques de translation

Objectifs : À la fin de ce chapitre, chaque élève doit être capable de :

- Définir un oscillateur mécanique ;
- Déterminer les caractéristiques du mouvement d'un oscillateur harmonique : élongation, période, pulsation, phase et l'équation différentielle ;
- Exprimer la conservation de l'énergie du pendule élastique horizontal.

Pré-requis

- Le théorème du centre d'inertie donne $\sum \vec{F} = m\vec{a}$;
- l'énergie mécanique d'un système est égale à la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle ;
- les fonctions utilisées sont les fonctions sinusoïdales.

1. Définitions

1.1 Définition d'un oscillateur mécanique

On appelle oscillateur mécanique tout système animé d'un mouvement de va et vient autour de sa position d'équilibre. Exemple : un solide accroché à un ressort qu'on écarte de sa position d'équilibre, puis on le lâche.

1.2 Oscillateur harmonique

Un oscillateur mécanique est dit harmonique si son abscisse par rapport à sa position d'équilibre est une fonction sinusoïdale du temps. Cette abscisse x s'écrit sous la forme

$$x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$$

1.3 Elongation

$$x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$$

L'abscisse x à l'instant t est appelée l'élongation du mobile. Elle varie entre $-X_m$ et $+X_m$, X_m est appelée l'amplitude du mouvement, c'est la valeur maximale des élongations.

1.4 Phase

$$x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$(\omega t + \varphi)$ est la phase à l'instant t .

La constante φ , valeur de la phase à l'instant $t=0$, est la phase initiale.

1.5 Période, fréquence et pulsation

On appelle T période la durée d'une oscillation complète (un aller – retour). La période s'exprime en seconde (S).

La fréquence N est le nombre d'oscillations par seconde, puisque chaque oscillation dure T , on a $N = \frac{1}{T}$ exprimée en Hertz (Hz).

$$x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$$

La constante ω est la pulsation du mouvement. Il existe nécessairement une relation entre la période T et la pulsation ω . La période de la fonction cosinus est 2π ; pour que x retrouve la même valeur, il faut que t augmente de T ou bien que $\omega(t+T)$ augmente de 2π . Donc :

$$\omega(t+T) = \omega t + 2\pi$$

$$\omega T = 2\pi \text{ d'où } T = \frac{2\pi}{\omega} ;$$

La pulsation ω s'exprime en radian par seconde (rad.s^{-1}).

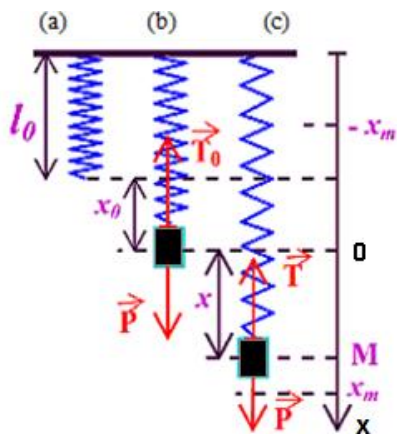
2. Pendule élastique vertical

2.1 Description.

Soit un ressort R à spires non jointives de longueur à vide l_0 et de raideur k . Ce ressort est disposé verticalement (figure a).

On lui accroche un solide de masse m , et l'ensemble se met en équilibre, il s'allonge d'une longueur x_0 (figure b).

À l'équilibre, on a $P=T_0=kx_0$.



2.2 Etude dynamique

On tire verticalement le solide vers le bas, d'une distance x puis on le lâche (figure c). Le solide oscille de part et d'autre de sa position d'équilibre. Considérons la position où le solide est en mouvement, l'allongement supplémentaire du ressort est alors x .

Étudions le mouvement du solide en prenant comme référentiel d'étude le référentiel terrestre supposé galiléen.

Le bilan des forces donne : le poids $\vec{P}$ du solide et la tension $\vec{T}$ du ressort.

En appliquant le théorème du centre d'inertie au solide, on obtient : $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$, avec $\vec{a}$ l'accélération du solide.

Projetons cette relation sur l'axe vertical ($\vec{Ox}$), on obtient :

$$P - T = ma ;$$

$$T = k(x_0 + x) , \quad x_0 + x \text{ est l'allongement du ressort}$$

$$P - k(x_0 + x) = m\ddot{x} \text{ avec } \ddot{x} = a ;$$

$$P - kx_0 - kx = m\ddot{x}$$

$$P - kx_0 = 0 ; \text{ on obtient :}$$

$$-kx = m\ddot{x}$$

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

C'est une équation différentielle du second ordre dont la solution est $x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$

En dérivant x deux fois par rapport au temps, on a :

$$\ddot{x} = -\omega^2 X_m \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x$$

$$\ddot{x} = -\frac{k}{m}x$$

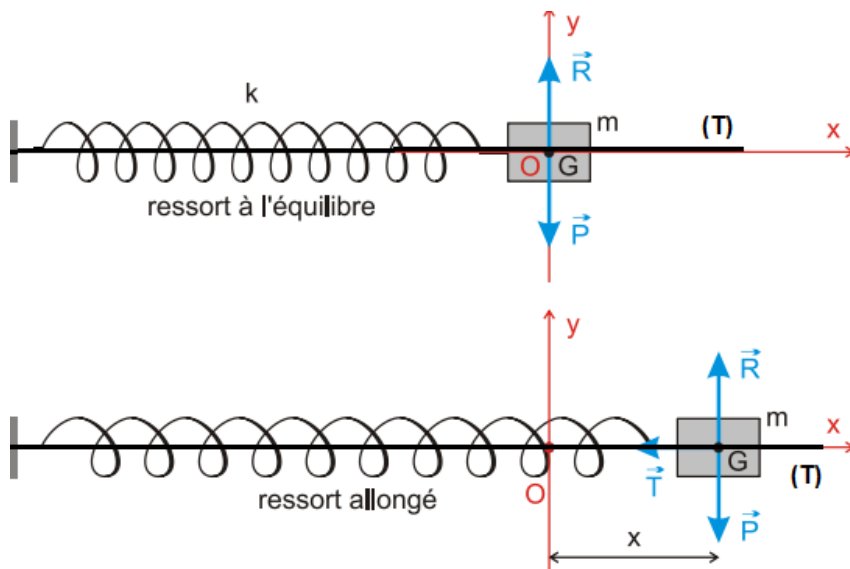
L'équation différentielle est vérifiée si $\omega^2 = \frac{k}{m}$

Le solide est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal de pulsation $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ et de période T

$$= 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} .$$

3. Pendule élastique horizontal

3.1 Description



Un solide (S), de masse m peut coulisser sans frottement le long d'une tige horizontale. Il est fixé à l'extrémité d'un ressort R à spires non jointives de longueur à vide l_0 , de raideur k comme l'indique la figure ci-dessus.

À l'équilibre le solide (S) est soumis à son poids et à la réaction de la tige horizontale, le ressort n'est pas tendu.

On déplace le solide(S) vers la droite et on le lâche, il se met à osciller autour de sa position d'équilibre.

Considérons une position du solide (S) en mouvement, son abscisse est x sur l'axe $(\vec{ox})$, donc l'allongement du ressort vaut également x .

3.2 Etude dynamique

- Système étudié : Solide + ressort
- Référentiel d'étude : référentiel terrestre supposé galiléen
- Bilan des forces : le poids $\vec{P}$ du solide ; la réaction $\vec{R}$ de la tige et la tension $\vec{T}$ du ressort
- En appliquant le théorème du centre d'inertie au système: $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$

En projetant cette relation sur $(\vec{ox})$, on a :

- $T = ma$ car les projections de $\vec{P}$ et $\vec{R}$ sont nulles

- $kx = ma$, x étant l'allongement du ressort et $a = \ddot{x}$

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

On a de nouveau un oscillateur harmonique, de pulsation $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ et de période

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

4. Etude énergétique

4. 1 Expression de l'énergie mécanique du système

L'énergie mécanique du système (E_m) est égale à la somme des énergies cinétique (E_c) et potentielle (E_p).

$$E_m = E_c + E_p$$

$$E_p = E_{pe} + E_{pp}$$

$$E_{pe} : \text{énergie potentielle élastique} = \frac{1}{2}kx^2$$

$$E_{pp} : \text{énergie potentielle de pesanteur} = 0$$

$$E_m = E_c + E_{pe} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

4.2 Conservation de l'énergie mécanique du système

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 = E_c = \frac{1}{2}kX_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$$

$$E_p = E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kX_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$

$$E_m = \frac{1}{2}kX_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2}kX_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$

$$E_m = \frac{1}{2}kX_m^2 = \text{constante.}$$

L'énergie mécanique d'un pendule élastique horizontal est constante: le système est dit conservatif.

Exercices résolus

Exercice 1

L'équation horaire du mouvement d'un pendule élastique vertical constitué d'un ressort à spires non jointives de masse négligeable, de raideur $k = 10 \text{ N/m}$ est $x = 0,05 \cos(20\pi t + \frac{\pi}{2})$.

avec x en m et t en s.

Déterminer :

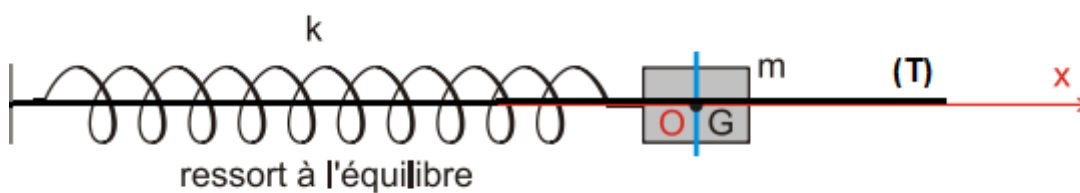
- 1) l'amplitude des oscillations ;
- 2) la phase à l'origine du temps ($t = 0 \text{ s}$) ;
- 3) la pulsation ;
- 4) La période ;
- 5) La fréquence.

Corrigé :

- 1) L'amplitude des oscillations : $X_m = 0,05 \text{ m}$
- 2) la phase à l'origine du temps : $\varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$
- 3) la pulsation $\omega = 20\pi = 62,83 \text{ rad.s}^{-1}$
- 4) La période $T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,1 \text{ s}$
- 5) La fréquence $N = \frac{1}{T} = 10 \text{ Hz}$.

Exercice 2

Un solide (S), de masse $m = 120 \text{ g}$ peut coulisser sans frottement le long d'une tige horizontale. Il est fixé à l'extrémité d'un ressort R à spires non jointives de longueur à vide l_0 , de raideur $k = 10 \text{ N.m}^{-1}$ comme l'indique la figure ci-dessous.



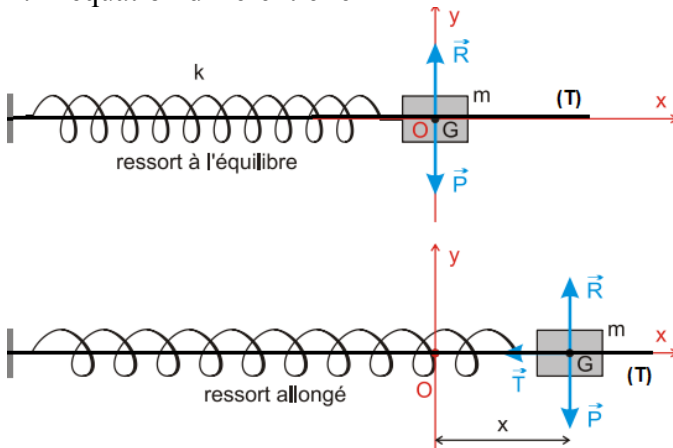
L'abscisse du centre de gravité G de S est repéré par rapport à la position G_0 de G à l'équilibre. On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre et on le lâche à l'instant $t = 0 \text{ s}$, son abscisse est alors $x_0 = +2 \text{ cm}$ et sa vitesse est $v_0 = -0,2 \text{ m/s}$.

1. Etablir l'équation différentielle du mouvement de ce solide et donner l'expression de sa solution.
2. Calculer la période T de l'oscillateur.
3. En appliquant le principe de conservation de l'énergie mécanique du système ressort-solide, calculer :

- a) La vitesse du solide (S) au passage par la position d'équilibre en allant dans le sens positif :
 - b) Les positions du solide (S) pour lesquelles la vitesse s'annule.
4. Déterminer la phase initiale du mouvement du solide (S), en déduire son équation horaire.

Corrigé

1. L'équation différentielle



Système étudié : Solide + ressort

Référentiel d'étude : référentiel terrestre supposé galiléen

Bilan des forces : le poids $\vec{P}$, la réaction $\vec{R}$ du rapport et la tension $\vec{T}$

En appliquant le théorème du centre d'inertie au système: $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$

En projetant cette relation sur $(\vec{ox})$, on a :

-T = ma car les projections de $\vec{P}$ et $\vec{R}$ sont nulles

- k x = ma, x étant l'allongement du ressort et a = $\ddot{x}$

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

Cette équation différentielle a pour solution $x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$

2. La période T de l'oscillateur est $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 0,69s$

3. a) La vitesse de S au passage par la position d'équilibre en allant dans le sens positif .

$$E_m = E_c + E_p$$

$$E_m = E_c + E_{pe} = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k x^2$$

$$t = 0s, E_m = \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2} k x_0^2$$

$$E_m = 0,0044J = 4,40 \cdot 10^{-3}J$$

a) Les positions de S pour lesquelles la vitesse s'annule

$$V = 0 ; E_m = \frac{1}{2} k X_m^2$$

$$X_m = \pm \sqrt{\frac{2E_m}{k}}$$

$$A.N : X_m = \pm 0,029m \pm 0,03 m.$$

4. - Calcul de la phase initiale du mouvement de S

$$x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\dot{x} = -\omega_0 X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

A t = 0s

$$x = X_m \cos \varphi = 0,02$$

$$\dot{x} = -\omega_0 X_m \sin \varphi = -0,2$$

$$\tan \varphi = \frac{10}{\omega_0} = \frac{10}{9,129} = 1,09 ; \quad \varphi = 0,83 \text{rad} = 47,46^\circ$$

- L'équation horaire du mouvement est :

$$x = 0,03 \cos(9,129t + 0,83)$$

Exercice 3

Un oscillateur harmonique est constitué d'un ressort de masse négligeable suspendu à un point fixe A auquel est accroché un solide S de masse $m = 200\text{g}$ et de centre d'inertie G.

La longueur à vide du ressort est $l_0 = 20\text{cm}$. Quand on accroche le solide S, le ressort s'allonge de 8cm . On prendra $g = 10\text{m.s}^{-1}$.

1. Ecrire la condition d'équilibre de la masse dans le champ de pesanteur. En déduire la constante de raideur k .

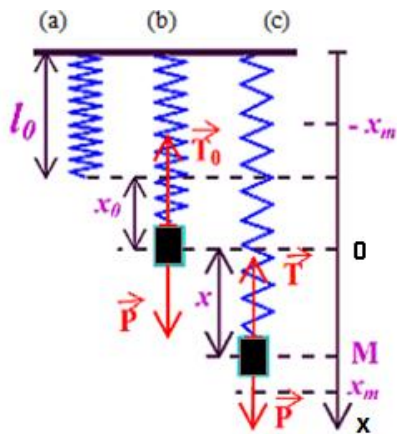
2. On tire le solide verticalement vers le bas en donnant un allongement supplémentaire $d = 2\text{cm}$ au ressort. On lâche ensuite le ressort sans vitesse initiale.

a) Etablir l'équation différentielle du mouvement.

b) A quelle condition $x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$ est solution de l'équation différentielle ?

c) En prenant comme origine des déplacements, la position d'équilibre du ressort avec le solide accroché, déterminer la phase à l'origine du temps et l'amplitude maximale. En déduire l'équation horaire du mouvement.

Corrigé :



1. Condition d'équilibre du solide S

$$\vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0}$$

Par projection sur l'axe $(\overrightarrow{Ox})$ on a :

$$mg - kx_0 = 0$$

$$k = \frac{mg}{x_0}$$

$$\text{A.N: } k = 25\text{N/m}$$

a) L'équation différentielle du mouvement

Système étudié : Solide + ressort

Référentiel d'étude : référentiel terrestre supposé galiléen

Bilan des forces : le poids $\vec{P}$ et la tension $\vec{T}$

En appliquant le théorème du centre d'inertie au système: $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

Projetons cette relation sur l'axe vertical $(\overrightarrow{Ox})$, on obtient :

$$P - T = ma ;$$

$$P - k(x_0 + x) = m\ddot{x} \text{ avec } \ddot{x} = a ;$$

$$P - kx_0 - kx = m\ddot{x}$$

$$P - kx_0 = 0 ; \text{ on obtient :}$$

$$-kx = m\ddot{x}$$

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

b) $x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$ est solution de l'équation différentielle.

Dérivons deux fois x par rapport au temps

$$\dot{x} = -\omega X_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\ddot{x} = -\omega^2 X_m \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x$$

L'équation devient ainsi :

$$-\omega^2 x + \frac{k}{m}x = 0$$

$$(-\omega^2 + \frac{k}{m})x = 0 \text{ quelque soit } t$$

$$X \neq 0 ; \text{ donc } -\omega^2 + \frac{k}{m} = 0 > 0$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 11,18 \text{ rad/s}$$

b) La phase à l'origine du temps

A l'instant $t=0$ s

$$x = X_m \cos \varphi = d ; \text{ donc } \cos \varphi = \frac{d}{X_m} > 0$$

$$\dot{x} = -\omega_0 X_m \sin \varphi = 0 ; \text{ donc } \sin \varphi = 0 ; \quad \varphi = 0 \text{ ou } \varphi = \pi$$

$$\text{Comme } \cos \varphi = \frac{d}{X_m} > 0 ; \text{ donc } \varphi = 0$$

$$X_m = \frac{d}{\cos 0}$$

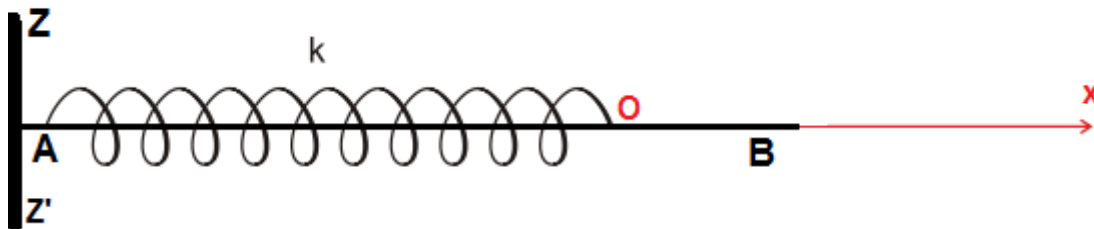
$$X_m = 0,02 \text{ m}$$

$$x = 0,02 \cos(11,18t)$$

Exercices de recherche

Exercice 1

Un solide (S), de masse $m = 50\text{g}$, pouvant coulisser sans frottement le long d'une tige horizontale AB, est fixé à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable, et de raideur $K = 5\text{N/m}$. L'autre extrémité du ressort est accrochée en A. La tige AB est fixée à un support vertical ZZ' (voir figure).



La position du centre d'inertie G du solide (S) est repérée par son abscisse x sur axe $(\vec{Ox})$, parallèle à la tige AB.

1) On allonge le ressort, en déplaçant le solide (S) de 5cm dans le sens positif et on lâche le système sans vitesse initiale.

- Etablir l'équation différentielle du mouvement de (S) ;
- en déduire la nature du mouvement ;
- la valeur de la période T des oscillations.

2) On prend comme origine des dates, l'instant de passage de (S) par sa position d'équilibre allant

dans le sens positif des élongations.

- a. Etablir l'équation horaire du mouvement de (S) ;
 - b. calculer la vitesse du solide (S) lors du passage par sa position d'équilibre.
- 3) a. Donner l'expression de l'énergie mécanique du système ;
- b. montrer que le pendule élastique horizontal est un système conservatif.

Exercice 2

Un ressort R de masse négligeable et à spires non jointives, est accroché à l'une de ses extrémités à un point fixe. A l'autre extrémité B du ressort est accroché un solide dont la masse vaut $m = 450\text{g}$. La longueur à vide du ressort est $l_0 = 16\text{cm}$. Lorsque le solide (S) est accroché en B, la longueur du ressort à l'équilibre devient $l = 31\text{cm}$.

- 1) Calculer la raideur k du ressort.

On tire le solide d'une longueur $d = 7\text{cm}$ vers le bas et on le lâche sans vitesse initiale à $t_0 = 0$.

On prend comme origine spatiale la position G_0 du centre d'inertie G du solide (S) à l'équilibre. L'abscisse x de G à l'instant t sera déterminé sur l'axe $(\vec{ox})$.

- a. Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement.
- b. Calculer la pulsation ω de l'oscillateur.
- c. Déterminer l'équation horaire du mouvement.

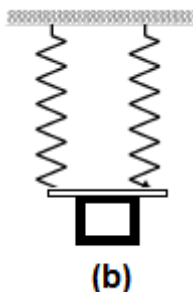
Exercice 3

- 1) On réalise le montage de la figure (a) ci-dessus avec un solide (S) de masse $m = 120\text{g}$ et un ressort R de masse négligeable, à spires non jointives, de raideur $k = 13,2\text{N.m}^{-1}$.



- a. Etablir l'équation différentielle du mouvement des oscillations verticales de cet oscillateur ;
- b. Déterminer la période T de l'oscillateur.

- 2) On réalise maintenant le montage de la figure (b) avec le même solide (S) et deux ressorts R identiques.



- a) Etablir l'équation différentielle du mouvement des oscillations verticales;
- b) Déterminer la période T' de l'oscillateur.
- c) Chercher la relation qui lie T et T' .

THEME 2 : VIBRATION-PROPAGATION

Chapitre 1 : Généralités sur les phénomènes périodiques et vibratoires

Objectifs :

A la fin de ce chapitre chaque élève doit être capable de :

- Définir les phénomènes périodiques et vibratoires, le déphasage et le décalage horaire entre deux fonctions sinusoïdales;
- Attribuer un caractère sinusoïdal à la vibration sonore obtenue à l'aide d'un diapason;
- Donner les caractéristiques du son;
- Associer à une fonction périodique sinusoïdale un vecteur de Fresnel et inversement;
- Utiliser un stroboscope et interpréter quantitativement les faits observés.

Prérequis :

1. La relation entre la période T et la fréquence N des oscillations d'un pendule élastique est:

- A. $T = N$ B. $T = \frac{1}{N}$ C. $T = \frac{\pi}{N}$ D. $T = \frac{2\pi}{N}$

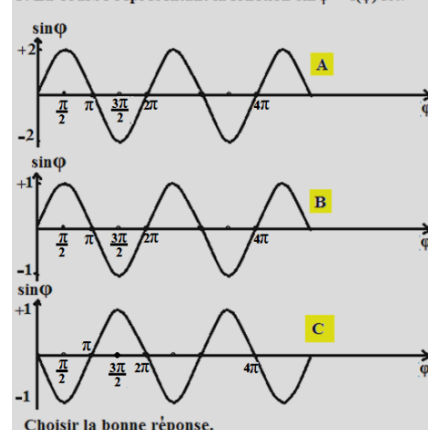
Choisir la bonne réponse

2. La relation entre la période T et la pulsation ω des oscillations d'un pendule élastique est:

- A. $\omega = \frac{2\pi}{T}$ B. $\omega = \frac{\pi}{T}$ C. $\omega = \frac{1}{T}$ D. $\omega = T$

Choisir la bonne réponse

3. La courbe représentant la fonction $\sin \varphi = f(\varphi)$ est:



I. Définitions et exemples de phénomènes périodiques et vibratoires

- Un phénomène périodique est un phénomène qui se reproduit identique à lui-même à des intervalles de temps successifs égaux appelés périodes.

Exemples : Mouvement d'un oscillateur harmonique, mouvement des satellites, rythme cardiaque, le son ...

- Un phénomène vibratoire est un phénomène périodique très rapide s'effectuant de part et d'autre d'une position d'équilibre.

- Un phénomène vibratoire est sinusoïdal si l'élongation $y(t)$ d'un point vibrant est une fonction sinusoïdale du temps. $y(t) = a \sin(\omega t + \varphi)$ avec a l'amplitude du mouvement et φ la phase initiale.

II. Nature et les caractéristiques du son: source, récepteur, hauteur, fréquences audibles, ultra et infrasons

- En faisant vibrer une des branches d'un diapason, il se produit un son. Lorsqu'on touche une des branches, on sent qu'elle vibre ; le son cesse quand on arrête ces vibrations. Le son émis par un diapason a donc une origine vibratoire. (Vidéo)

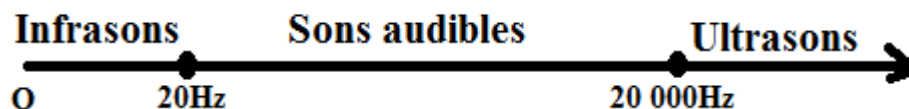
(Vidéo) Les vibrations du diapason sont sinusoïdales.

- Le diapason constitue la source sonore.

- L'oreille est le récepteur.

- La hauteur du son dépend de sa fréquence. Le son est grave si sa fréquence est faible, la hauteur est faible. Le son est aigu si sa fréquence est élevée, la hauteur est élevée.

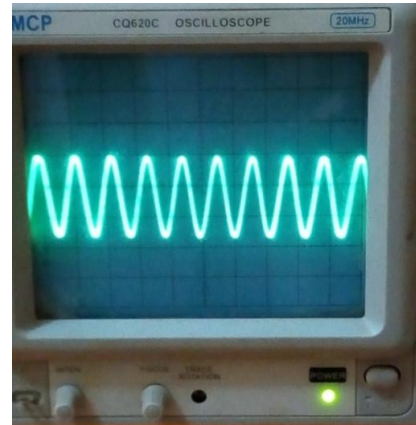
- Le son n'est audible que si sa fréquence est comprise entre 20Hz et 20 000Hz. Si la fréquence est inférieure à 20Hz, on a des infrasons. Si la fréquence est supérieure à 20 000Hz, on a des ultrasons.



Détermination d'une période et d'une fréquence à partir d'un oscillogramme

L'image suivante est celle d'un oscillogramme obtenu à partir des vibrations d'un diapason. Sachant que la base de temps est de 2ms/div, la période T des oscillations correspond à 1,2div. $T = 1,2 \times 2 = 2,4\text{ms}$.

La fréquence $N = \frac{1}{T} = \frac{1}{2,4 \cdot 10^{-3}} \quad . N = 416,67\text{Hz}$.



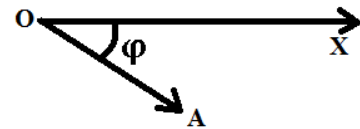
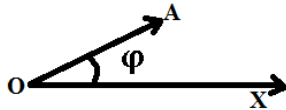
III. Représentation vectorielle de Fresnel

III.1. Définition du vecteur de Fresnel

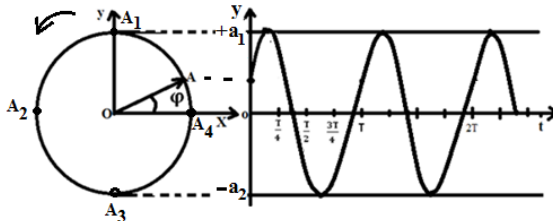
Toute fonction sinusoïdale de la forme $y(t) = a \sin(\omega t + \varphi)$ peut être représentée par un vecteur $\vec{OA}$, tournant à la vitesse angulaire ω dans le sens trigonométrique, appelé vecteur de Fresnel dont l'amplitude a est la norme du vecteur $\vec{OA}$ et la phase initiale $\varphi = (\vec{OX}, \vec{OA})$.

III.2. Représentation du vecteur de Fresnel

Par convention on le représente à $t = 0$.



3. Utilisation du vecteur tournant de Fresnel pour tracer une fonction sinusoïdale du temps de pulsation



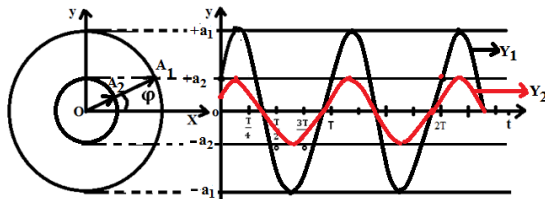
IV. Déphasage entre deux fonctions sinusoïdales - Décalage horaire

IV.1. Déphasage entre deux fonctions sinusoïdales

Soient deux fonctions sinusoïdales $y_1 = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$ et $y_2 = a_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$. La différence de phase ou déphasage entre ces deux fonctions est donnée par la relation $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$.

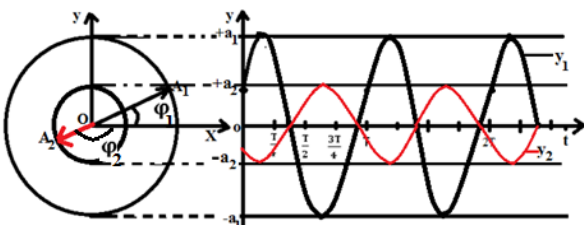
Cas particuliers de déphasages :

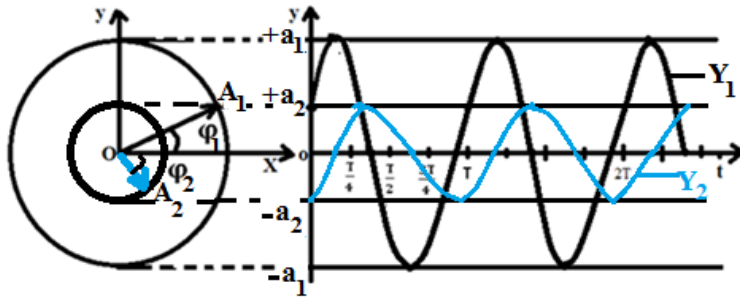
- Fonctions en phase, $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 0 + 2k\pi$.



- Fonctions en opposition de phase, $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \pi + 2k\pi$.

- Fonctions en quadrature de phase, $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2} + k\pi$.



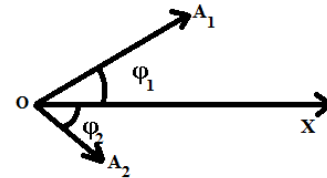


IV.2. Décalage horaire

Soient deux fonctions sinusoïdales $y_1 = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$ et $y_2 = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$ dont les vecteurs de Fresnel sont respectivement $\vec{OA}_1$ et $\vec{OA}_2$.

Le décalage horaire est le temps que mettrait $\vec{OA}_2$ pour quitter sa position initiale et atteindre la position initiale de $\vec{OA}_1$.

Le décalage horaire $\theta = \frac{|\Delta\varphi|}{\omega}$.



Cas particuliers de décalages horaires :

- Décalage horaire entre deux fonctions en phase : $\theta = \frac{|\Delta\varphi|}{\omega} = 0 + kT$;
- Décalage horaire entre deux fonctions en opposition de phase : $\theta = \frac{|\Delta\varphi|}{\omega} = \frac{\pi}{2} + kT$;
- Décalage horaire entre deux fonctions en quadrature de phase, $\theta = \frac{|\Delta\varphi|}{\omega} = \frac{\pi}{4} + kT$.

V. La stroboscopie

Un stroboscope est une source de lumière périodique.

On éclaire un disque noir, portant un trait blanc, en mouvement de fréquence N avec un stroboscope de fréquence réglable N_e . En réglant la fréquence N_e on observe :

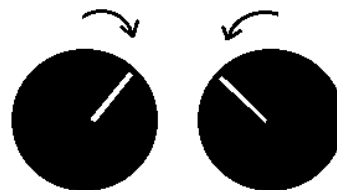
- un trait immobile pour $N_e = \frac{N}{k}$;



- deux, trois, quatre, ... traits « immobiles pour $N_e = k N$;



- un trait en mouvement ralenti apparent dans le sens réel de rotation ou dans le sens inverse lorsque les fréquences N_e et N sont voisines.



Interprétation quantitative

- Si $N_e = \frac{N}{k}$, le disque effectue un, deux, trois, ..., k tours complets ; le trait blanc est éclairé à la même position.

Le disque paraît immobile.

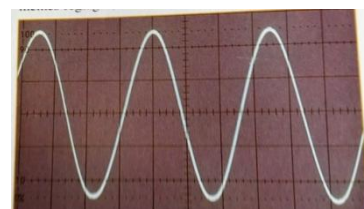
- Si $N_e = kN$, au cours d'une révolution, le disque est éclairé en une, deux, trois, quatre, ..., k positions. On observe, un, deux, trois, ..., k traits blancs immobiles.

- Si les fréquences N et N_e sont voisines, le trait blanc est en mouvement ralenti apparent dans le sens réel du mouvement pour $N_e < N$ et dans le sens contraire pour $N_e > N$.

La fréquence du mouvement ralenti apparent $N_a = |N - N_e|$.

Exercice résolu n°1

1. On fait vibrer un diapason en face d'un haut-parleur relié à un oscilloscope. On obtient l'oscillogramme suivant :



- a) Quelle est la nature du son émis par le diapason ?
 b) La base de temps étant 5 ms/div, déterminer la période et la fréquence du son émis par le diapason.
 2. a) Représenter le vecteur de Fresnel associé à chacune de fonctions sinusoïdale suivantes $y_1 = \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ et $y_2 = \frac{1}{2} \sin(\omega t + \frac{3\pi}{2})$.
 b) Calculer le déphasage entre les deux fonctions.
 c) Calculer le décalage horaire.

Solution

1.a) La courbe qui apparaît sur l'écran étant une sinusoïde, le son émis par le diapason sinusoïdal.

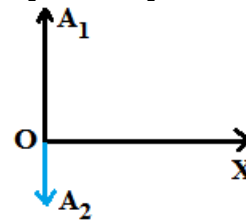
b) La période $T \rightarrow 2,5$ divisions. $T = 2,5 \times 5\text{ms} = 7,5\text{ms}$.

La fréquence $N = \frac{1}{T} = \frac{1}{7,5 \cdot 10^{-3}} = 133,3\text{Hz}$.

2. a) Les vecteurs de Fresnel OA_1 associé à y_1 et OA_2 à y_2

b) Le déphasage entre les deux fonctions $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = \pi$.

c) Le décalage horaire $\theta = \frac{|\Delta\varphi|}{\omega} = \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi}{\frac{2\pi}{T}} = \frac{T}{2}$.



Exercice résolu n°2

Un disque noir portant un secteur blanc est en mouvement de rotation uniforme de fréquence $N = 60\text{Hz}$. On éclaire ce disque avec un stroboscope de fréquence réglable N_e .

Quels faits observe-t-on pour :

- a) $N_e = 30\text{Hz}$?
 b) $N_e = 120\text{Hz}$?
 c) $N_e = 58\text{Hz}$?
 d) $N_e = 62\text{Hz}$?

Solution

a) Pour $N_e = 30\text{Hz} = \frac{N}{2}$, on observe un secteur blanc « immobile ».

b) Pour $N_e = 120\text{Hz} = 2N$, on observe deux secteurs blancs « immobiles ».

c) Pour $N_e = 58\text{Hz} < N$, on observe un secteur blanc en mouvement ralenti apparent dans le sens de la rotation du disque.

d) Pour $N_e = 62\text{Hz} > N$, on observe un secteur blanc en mouvement ralenti apparent dans le sens contraire au sens de la rotation du disque.

Exercices de maison

Exercice 1 :

- Définir et donner deux exemples de phénomènes périodiques.
- Définir et donner deux exemples de phénomènes vibratoires.

Exercice 2 :

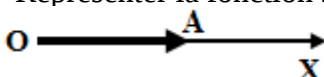
Représenter le vecteur de Fresnel associé à chacune de fonctions sinusoïdales suivantes :

- $y_1 = a \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$;
- $y_2 = 2a \sin(\omega t + \pi)$;
- $y_3 = \frac{a}{2} \sin(\omega t + \frac{3\pi}{2})$;
- $y_4 = a \sin \omega t$.

Prendre $a = 3\text{cm}$.

Exercice 3

Représenter la fonction sinusoïdale associée au vecteur de Fresnel suivant :



Exercice 4

1. Calculer le déphasage entre les fonctions sinusoïdales suivantes :

- $y_1 = a \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ et $y_2 = 2a \sin(\omega t + \pi)$;

- $y_3 = 2a \sin(\omega t + \pi)$ et $y_4 = a \sin \omega t$;

- $y_5 = a \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$ et $y_6 = \frac{a}{2} \sin(\omega t + \frac{3\pi}{2})$;

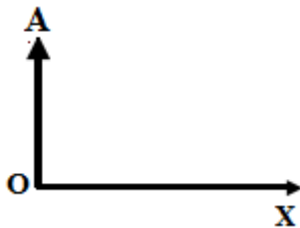
- $y_7 = a \sin(\omega t + \frac{\pi}{3})$ et $y_8 = a \sin(\omega t + \pi)$.

2. Préciser celles qui sont en phase, en opposition de phase et en quadrature de phase.

3. Calculer le décalage horaire dans chaque cas.

Exercice 5

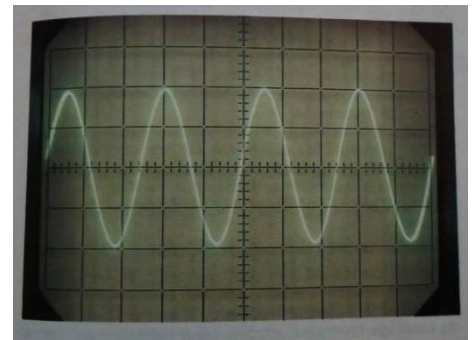
1. Représenter la fonction sinusoïdale associée au vecteur de Fresnel suivant :



2. On visualise à l'aide d'un microphone relié à un oscillographe le son émis par un diapason. On obtient l'oscillogramme suivant :

a. Quelle est la nature du son émis par le diapason ?

b. La base de temps étant 2ms/div, déterminer la période et la fréquence du son émis par le diapason.



Exercice 6

Un disque blanc portant un secteur noir est en mouvement de rotation uniforme. On veut déterminer la fréquence N de rotation du disque. On éclaire ce disque avec un stroboscope de fréquence réglable N_e . Le secteur noir paraît immobile lorsque la fréquence des éclairs est $N_e = 50\text{Hz}$.

1. Déterminer les valeurs possibles de la fréquence N .

2. Lorsqu'on augmente progressivement la valeur N_e de la fréquence des éclairs, on observe à nouveau l'immobilité apparente pour $N_e = 150\text{Hz}$, puis on ne l'observe plus. En déduire la valeur de N .

3. Qu'observe-t-on pour les valeurs suivantes de N_e ?

a. $N_e = 300\text{Hz}$.

b. $N_e = 30\text{Hz}$.

c. $N_e = 148\text{Hz}$.

d. $N_e = 152\text{Hz}$.

Exercice 7

Un disque noir portant un rayon blanc est en rotation uniforme dont la fréquence est réglable entre 10Hz et 180Hz. Le disque est éclairé par un stroboscope dont la plus grande valeur de la fréquence de éclairs pour laquelle on observe un rayon immobile sur le disque est $N_e = 50\text{Hz}$.

1. Déterminer les valeurs possibles de la fréquence N de rotation du disque.

2. Déterminer les valeurs possibles de la fréquence N si on observe :

a) deux rayons immobiles diamétralement opposés ;

b) trois rayons immobiles.

3. Quel fait observe-t-on pour $N_e = 52\text{Hz}$.

Chapitre3: Superposition de deux phénomènes vibratoires.

Objectifs :

- Enoncer le principe de la superposition des petits mouvements (ou signaux) ;
- Définir le phénomène d'interférence et donner des exemples d'interférences mécaniques ;
- Définir sources synchrones;
- Utiliser la règle de Fresnel ;
- Définir les lieux des maxima et des minima de vibration ;
- Réaliser et interpréter des expériences d'interférences mécaniques ;
- Réaliser l'expérience de Melde et interpréter le phénomène d'ondes stationnaires observées..

Prérequis :

1. Représentation du vecteur de Fresnel associé à la fonction sinusoïdale $\sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$

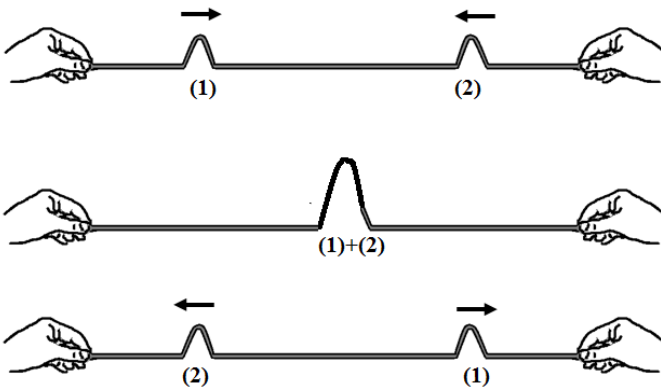


2. Relations trigonométriques

- $\sin p + \sin q = 2 \cos \frac{p-q}{2} \sin \frac{p+q}{2}$;
- $\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$;
- $\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$;

I. Principe de la superposition des petits mouvements

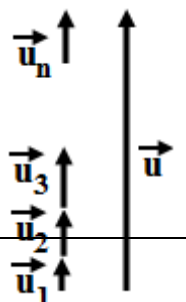
I.1 Superposition de deux ébranlements



Superposition de deux ébranlements se propageant en sens contraires le long d'une corde tendue

ant en sens contraires le long d'une corde. Si y_1 est l'élongation caractérisant l'ébranlement (1) et y_2 l'ébranlement (2), au moment où ils se croisent on dit qu'ils s'interfèrent. L'élongation résultante est $y = y_1 + y_2$: c'est le principe de superposition des petits mouvements qui porte le nom d'interférences. Chaque ébranlement poursuit ensuite son chemin.

I.2 Enoncé du principe de la superposition des petits mouvements

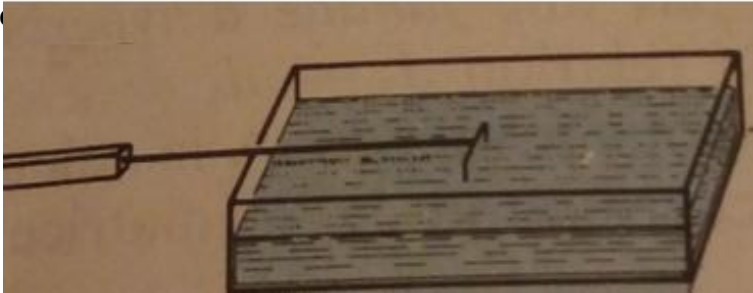


Si plusieurs causes, agissant séparément, produisent en un point des petits déplacements représentés par les vecteurs $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3, \dots, \vec{u}_n$, ces causes provoquent, lorsqu'elles agissent simultanément, le déplacement représenté par le vecteur $\vec{u} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2 + \vec{u}_3 + \dots + \vec{u}_n$.

II. Exemples d'interférences mécaniques

II.1 Interférences mécaniques à la surface

libre

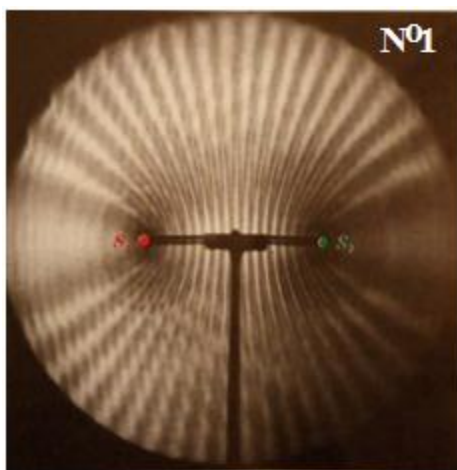


Source : J. Cessac, Physique TC

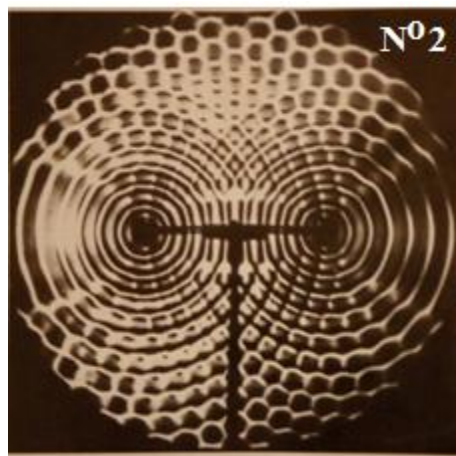
La lame d'un vibreur, reliée à une fourche présentant deux pointes, frappent la surface libre de l'eau en deux points S_1 et S_2 . Les points S_1 et S_2 , sources de vibrations sinusoïdales vibrent avec la même fréquence, sont en phase et ont même amplitude : ce sont des sources synchrones. On observe sur la surface libre des rides fixes dans la région voisine du segment S_1S_2 . Ces rides ont la forme d'arcs d'hyperboles dont les foyers sont S_1 et S_2 : on les appelle lignes ou franges d'interférence. Figure n° 1

En éclairage stroboscopique, on observe que ces rides apparaissent dans la région où se superposent deux ondes circulaires progressives provenant de S_1 et S_2 . Figure n° 2

La médiatrice du segment S_1S_2 est une ligne d'amplitude maximale.



SE, p.278



Interprétation :

Supposons $y_{S1} = y_{S2} = a \sin \omega t$, un point M du voisinage du segment S_1S_2 est situé à une distance $S_1M = d_1$ de S_1 et à $S_2M = d_2$ de S_2 .

- L'élongation de l'onde issue de S_1 au point M est $y_{S1M} = a \sin \omega(t - \frac{d_1}{v}) = a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(t - \frac{d_1}{v}) = a \sin(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}) = a \sin(\omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda})$.

- L'élongation de l'onde issue de S_2 au point M est $y_{S2M} = a \sin(\omega t - \frac{2\pi d_2}{\lambda})$.

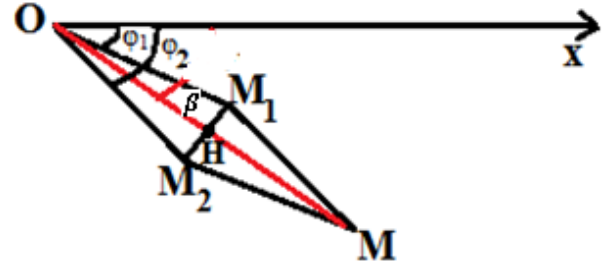
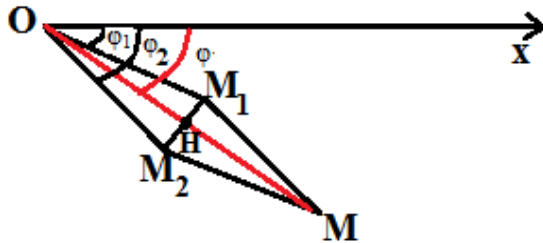
- L'élongation de l'onde résultante au point M $y_M = y_{S1M} + y_{S2M}$.

$y_M = a \sin(\omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}) + a \sin(\omega t - \frac{2\pi d_2}{\lambda}) = a \sin(\omega t - \varphi_1) + a \sin(\omega t - \varphi_2)$ avec

$\varphi_1 = \frac{2\pi d_1}{\lambda}$ et $\varphi_2 = \frac{2\pi d_2}{\lambda}$

Détermination de y_M par la représentation de Fresnel

Soient $\overrightarrow{OM_1}$ le vecteur de Fresnel associé à $y_{S1M} = a \sin(\omega t - \phi_1)$, $\overrightarrow{OM_2}$ le vecteur de Fresnel associé à $y_{S2M} = a \sin(\omega t - \phi_2)$ et $\overrightarrow{OM}$ le vecteur de Fresnel associé à $y_M = a \sin(\omega t - \phi_1) + a \sin(\omega t - \phi_2)$, $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2}$ tourne avec la même vitesse angulaire ω .
 $y_M = a \sin(\omega t - \phi)$



$$\text{L'angle } \alpha = (\overrightarrow{OH}, \overrightarrow{OM_1}) = \frac{\phi_2 - \phi_1}{2} = \frac{-\frac{2\pi d_1}{\lambda} + \frac{2\pi d_2}{\lambda}}{2} = \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda}$$

$$\text{La distance } A = OM = 2OH = 2a \cos \alpha = 2a \cos \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda}$$

$$\overrightarrow{OM} \text{ fait un angle } \phi = \phi_1 + \alpha \text{ avec } Ox, \phi = \frac{\phi_1 + \phi_2}{2} = \frac{\pi(d_2 + d_1)}{\lambda}$$

L'élongation de l'onde résultante au point M :

$$y_M = 2a \cos \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} \sin \left(\omega t - \frac{\pi(d_2 + d_1)}{\lambda} \right)$$

Détermination de y_M en utilisant la relation $\sin p + \sin q = 2 \cos \frac{p-q}{2} \sin \frac{p+q}{2}$

$$y_M = a \sin \left(\omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda} \right) + a \sin \left(\omega t - \frac{2\pi d_2}{\lambda} \right)$$

$$y_M = 2a \cos \frac{\frac{2\pi d_1}{\lambda} - \frac{2\pi d_2}{\lambda}}{2} \sin \frac{\frac{2\pi d_1}{\lambda} + \frac{2\pi d_2}{\lambda}}{2}$$

$$y_M = 2a \cos \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} \sin \left[\omega t - \frac{\pi(d_2 + d_1)}{\lambda} \right]$$

Positions des points d'amplitude maximale

$$A = 2a \cos \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} = \pm 2a ; \cos \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} = \pm 1 ; \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} = k\pi$$

La différence de marche $d_2 - d_1 = k\lambda$ avec k entier relatif.

Tous les points tels que la différence de marche $d_2 - d_1 = k\lambda$ sont des points d'amplitude maximale.

L'ensemble de ces points constitue une famille d'hyperboles de foyers S_1 et S_2 .

Positions des points d'amplitude nulle

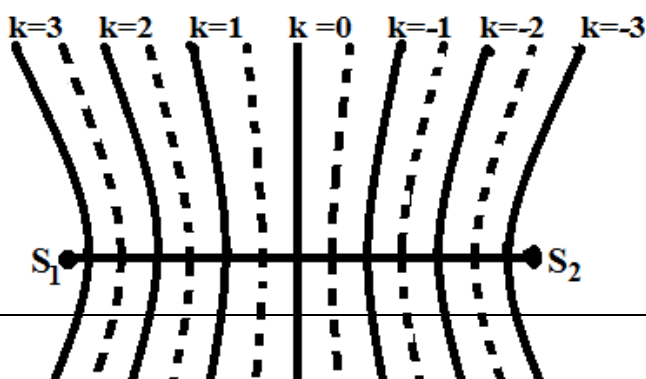
$$A = 2a \cos \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} = 0 ; \cos \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} = 0 ; \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} = \frac{\pi}{2} + k'\pi = \frac{\pi(1+2k')}{2}$$

La différence de marche $d_2 - d_1 = (2k' + 1) \frac{\lambda}{2}$ avec k' entier relatif.

Tous les points tels que la différence de marche $d_2 - d_1 = (2k' + 1) \frac{\lambda}{2}$ sont des points d'amplitude nulle.

L'ensemble de ces points constitue une famille d'hyperboles de foyers S_1 et S_2 .

Représentation des franges



III. Ondes stationnaires

Exercice 1 d'application

Un vibreur muni d'un stylet dont les pointes distantes de 72mm, animées d'un mouvement sinusoïdal de fréquence $N = 35\text{Hz}$ frappant verticalement en S_1 et S_2 la surface libre d'une eau initialement au repos. S_1 et S_2 sont considérées comme deux sources synchrones en phase. La célérité de propagation des ondes est $C = 0,45\text{m/s}$.

1. Expliquer le phénomène observé à la surface de l'eau en éclairage normal et en éclairage stroboscopique.
2. Calculer la longueur d'onde λ de propagation des ondes.
3. On donne $y_{S1} = y_{S2} = a \sin \omega t$. On considère un point M de la surface de l'eau au voisinage du segment situé à une distance $S_1M = d_1$ de S_1 et $S_2M = d_2$ de S_2 . Déterminer l'équation de l'onde:
 - issue de S_1 au point M ;
 - issue de S_2 au point M ;
 - résultante au point M.
4. Déterminer les lieux des points d'amplitude maximale et ceux d'amplitude nulle.
5. Déterminer le nombre de franges d'amplitude maximale et celui des franges d'amplitude nulle.

Solution :

1. En éclairage normale on observe sur la surface libre des rides ayant la forme d'hyperboles ; ce sont des franges d'interférence.

En éclairage stroboscopique, on voit naître des ondes progressives provenant de S_1 et de S_2 qui, en se recoupant, donnent des franges d'interférence.

2. La longueur d'onde λ de propagation : $\lambda = \frac{C}{N} = \frac{0,45}{35} = 0,013\text{m} = 1,3\text{cm}$.

3. L'équation de l'onde:

- issue de S_1 au point M est $y_{S1M} = a \sin \left(\omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda} \right)$;

- issue de S_2 au point M est $y_{S2M} = a \sin \left(\omega t - \frac{2\pi d_2}{\lambda} \right)$;

- résultante au point M est $y_M = a \sin \left(\omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda} \right) + a \sin \left(\omega t - \frac{2\pi d_2}{\lambda} \right) = 2a \cos \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} \sin \left[\omega t - \frac{\pi(d_2 + d_1)}{\lambda} \right]$

4. - Les lieux des points d'amplitude maximale :

$$A = 2a \cos \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} = \pm 2a ; \cos \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} = \pm 1 ; \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} = k\pi.$$

Les points d'amplitude maximale sont tels que la différence de marche $d_2 - d_1 = k\lambda$ avec k entier relatif.

- Les lieux des points d'amplitude nulle :

$$A = 2a \cos \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} = 0 ; \cos \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} = 0 ; \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} = \frac{\pi}{2} + k'\pi = \frac{\pi(1+2k')}{2}$$

Les points d'amplitude nulle sont tels que la différence de marche $d_2 - d_1 = (2k' + 1) \frac{\lambda}{2}$ avec k' entier relatif.

5. - Le nombre de franges d'amplitude maximale : $|d_2 - d_1| \leq S_1 S_2$

$$|k\lambda| \leq S_1 S_2 ; -\frac{S_1 S_2}{\lambda} \leq k \leq \frac{S_1 S_2}{\lambda}$$

$$-\frac{7,2}{1,3} \leq k \leq \frac{7,2}{1,3} ; -5,53 \leq k \leq 5,53. k \in \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\} \quad n = 11$$

- Le nombre de franges d'amplitude nulle : $|d_2 - d_1| \leq S_1 S_2$

$$|(2k' + 1) \frac{\lambda}{2}| \leq S_1 S_2 ; -\frac{2S_1 S_2}{\lambda} \leq 2k' + 1 \leq \frac{2S_1 S_2}{\lambda}$$

$$-1 - \frac{2S_1 S_2}{\lambda} \leq 2k' \leq \frac{2S_1 S_2}{\lambda} - 1 ; -\frac{1}{2} - \frac{S_1 S_2}{\lambda} \leq k' \leq \frac{S_1 S_2}{\lambda} - \frac{1}{2}.$$

$$-0,5 - 5,53 \leq k' \leq 5,53 - 0,5 ; -6,03 \leq k' \leq 5,03 ;$$

$$k' \in \{-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\} \quad n' = 12$$

III.1 Expérience de Melde

- Schéma du dispositif

L'une des extrémités S de la corde est reliée à la lame d'un vibreur en mouvement sinusoïdal de fréquence N ; l'autre extrémité O est liée à un obstacle permettant la réflexion des ondes.

- Observations

Pour une valeur déterminée de la longueur $L = SO$, on observe des ondes stationnaires sous la forme de 1, 2, 3, ... fuseaux. L'éclairage stroboscopique montre que les fuseaux qui apparaissent sont dus à la superposition des ondes incidentes et réfléchies entre S et O. Les extrémités S et O sont des nœuds.



III.2 Interprétation

Soit $y_{iO} = a \sin(\omega t)$ l'équation de l'onde incidente au point O. O étant un nœud, l'équation de l'onde réfléchie en O $y_{rO} = -a \sin(\omega t) = a \sin(\omega t + \pi)$. On considère un point M de la corde entre S et O et situé à une distance $X = OM$. Au point M, l'élongation de l'onde :

- incidente $y_{iM} = a \sin(\omega t + \frac{2\pi X}{\lambda}) = a \sin(\omega t + \frac{2\pi X}{\lambda})$ car l'onde incidente en M est en avance sur l'onde incidente en O ;

- réfléchie $y_{rM} = a \sin[\omega t - \frac{2\pi X}{\lambda} + \pi] = a \sin(\omega t + \pi - \frac{2\pi X}{\lambda})$;

- résultante $y_M = y_{iM} + y_{rM} = a \sin(\omega t + \frac{2\pi X}{\lambda}) + a \sin(\omega t + \pi - \frac{2\pi X}{\lambda}) = 2a \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \cos(\frac{2\pi X}{\lambda})$

Détermination de y_M en utilisant la construction de Fresnel

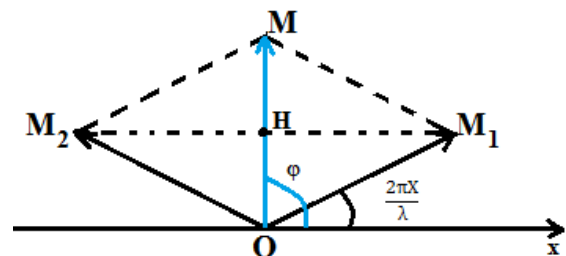
Soient $\vec{OF}_1$ le vecteur de Fresnel associé à $y_{iM} = a \sin(\omega t + \frac{2\pi X}{\lambda})$, $\vec{OF}_2$ le vecteur de Fresnel associé à $y_{rM} = a \sin(\omega t + \pi - \frac{2\pi X}{\lambda})$ et $\vec{OF}$ le vecteur de Fresnel associé à $y_M = 2a \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \cos(\frac{2\pi X}{\lambda})$.

$$\vec{OF} = \vec{OF}_1 + \vec{OF}_2$$

L'angle $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

$$OM = A = 2OH = 2a \sin \frac{2\pi X}{\lambda}$$

$$y_M = 2a \sin \frac{2\pi X}{\lambda} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$



Détermination de y_M en utilisant la relation $\sin p + \sin q = 2 \cos \frac{p-q}{2} \sin \frac{p+q}{2}$

$$y_M = a \sin(\omega t + \frac{2\pi X}{\lambda}) + a \sin(\omega t + \pi - \frac{2\pi X}{\lambda})$$

$$y_M = 2a \cos \left[\frac{\omega t + \frac{2\pi X}{\lambda} - (\omega t + \pi - \frac{2\pi X}{\lambda})}{2} \right] \sin \frac{\omega t + \frac{2\pi X}{\lambda} + \omega t + \pi - \frac{2\pi X}{\lambda}}{2} = 2a \cos \frac{4\pi X - \pi}{2} \sin \frac{2\omega t + \pi}{2}$$

$$y_M = 2a \cos \left(\frac{2\pi X}{\lambda} - \frac{\pi}{2} \right) \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = 2a \sin \frac{2\pi X}{\lambda} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

Positions des nœuds

$A = 2a \sin \frac{2\pi x}{\lambda} = 0$; $\sin \frac{2\pi x}{\lambda} = 0$; $\frac{2\pi x}{\lambda} = k\pi$; $X = k \frac{\lambda}{2}$ avec k entier naturel.

Tous les points M situés à une distance $X = k \frac{\lambda}{2}$ sont des nœuds.

Positions des ventres

$A = 2a \sin \frac{2\pi x}{\lambda} = \pm A$; $\sin \frac{2\pi x}{\lambda} = \pm 1$; $\frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{\pi}{2} + k'\pi = \frac{\pi(1+2k')}{2}$; $X = (2k'+1) \frac{\lambda}{4}$ avec k' entier naturel.

Tous les points M situés à une distance $X = (2k'+1) \frac{\lambda}{4}$ sont des ventres.

La longueur d'un fuseau

Un fuseau est compris entre deux nœuds consécutifs. $X_{k+1} = (k+1) \frac{\lambda}{2}$ et $X_k = k \frac{\lambda}{2}$.

La longueur d'un fuseau $l = X_{k+1} - X_k = (k+1) \frac{\lambda}{2} - k \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2}$.

La distance entre les milieux de deux ventres consécutifs

Cette distance $l' = X_{k'+1} - X_{k'} = [2(k'+1) + 1] \frac{\lambda}{4} - (2k'+1) \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{2}$.

Relation entre le nombre de fuseaux et la longueur $SO = L$.

Si on observe n fuseaux entre S et O, chaque fuseau ayant une longueur $l = \frac{\lambda}{2}$, $L = n \frac{\lambda}{2}$.

Or $\lambda = \frac{v}{f}$ et $C = \sqrt{\frac{v}{\rho}}$; $L = n \frac{v}{2f} = \frac{v}{2f} \sqrt{\frac{\rho}{v}}$.

Exercice 2 d'application

On réalise l'expérience de Melde à l'aide une corde tendue verticalement. L'extrémité S de la corde est reliée à un vibreur animé de mouvement vibratoire sinusoïdal. L'autre extrémité O supporte une masse marquée m permettant la réflexion des ondes.

1. Quels faits observe-t-on entre S et O ?
2. On donne l'équation de l'onde incidente en O $y_{iO} = a \sin \omega t$. On considère un point M de la corde situé à une distance $x = OM$ de O. Déterminer l'équation de l'onde :
 - y_{rO} réfléchi en O ;
 - y_{iM} incidente au point M ;
 - y_{rM} réfléchi au point M ;
 - y_M résultante au point M.
3. Déterminer les lieux des points d'amplitude nulle et ceux d'amplitude maximale.
4. Déterminer la distance séparant deux ventres consécutifs et celle entre deux nœuds consécutifs. En déduire de relation entre la longueur $L = SO$ et le nombre de fuseaux.

Solution

1. On observe des ondes stationnaires sous la forme de 1, 2, 3, ... fuseaux dus à la superposition des ondes incidentes et réfléchies entre S et O. Les extrémités S et O sont des nœuds.

2. L'équation de l'onde :

- y_{rO} réfléchi en O est $y_{rO} = -a \sin \omega t = a \sin(\omega t + \pi)$.

- y_{iM} incidente au point M est $y_{iM} = a \sin \omega(\frac{x}{v} + t) = a \sin(\omega t + \frac{2\pi x}{\lambda})$

- y_{rM} réfléchi au point M est $y_{rM} = a \sin[\omega(\frac{x}{v} - t) + \pi] = a \sin(\omega t + \frac{2\pi x}{\lambda} - \pi)$;

- y_M résultante au point M est $y_M = y_{iM} + y_{rM} = a \sin(\omega t + \frac{2\pi x}{\lambda}) + a \sin(\omega t + \frac{2\pi x}{\lambda} - \pi)$

$$y_M = 2a \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

3. - Les lieux des points d'amplitude nulle ou nœuds

$A = 2a \sin \frac{2\pi x}{\lambda} = 0$; $\sin \frac{2\pi x}{\lambda} = 0$; $\frac{2\pi x}{\lambda} = k\pi$; $X = k \frac{\lambda}{2}$ avec k entier naturel.

Ils sont tels que la distance $X = k \frac{\lambda}{2}$.

- Les lieux des points d'amplitude maximale ou ventres :

$A = 2a \sin \frac{2\pi x}{\lambda} = \pm A$; $\sin \frac{2\pi x}{\lambda} = \pm 1$; $\frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{\pi}{2} + k'\pi = \frac{\pi(1+2k')}{2}$; $X = (2k'+1) \frac{\lambda}{4}$ avec k' entier naturel.

Ils sont tels que la distance $X = (2k'+1) \frac{\lambda}{4}$.

4. - La distance séparant deux nœuds consécutifs : $X_{k+1} = (k+1) \frac{\lambda}{2}$ et $X_k = k \frac{\lambda}{2}$.

$$X_{k+1} - X_k = (k+1) \frac{\lambda}{2} - k \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2}.$$

- La distance séparant deux ventres consécutifs : $l' = X_{k'+1} - X_{k'} = [2(k'+1) + 1] \frac{\lambda}{4} - (2k'+1) \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{2}$.

En déduire de relation entre la longueur $L = SO$ et le nombre n de fuseaux.

La longueur d'un fuseau $l = \frac{\lambda}{2}$ alors $L = n \frac{\lambda}{2}$.

Exercices de maison

Exercice 1

La lame d'un vibreur, reliée à une fourche présentant deux pointes, frappent la surface libre de l'eau en deux points S_1 et S_2 . Les points S_1 et S_2 , sources de vibrations sinusoïdales vibrent avec la même fréquence, sont en phase et ont même amplitude. Soit un point M de la surface libre de l'eau ; l'équation de l'onde issue de S_1 en M est $y_1 = a \sin(\omega t - \frac{\pi}{\delta})$ et celle issue de S_2 en M est

$$y_2 = a \sin(\omega t - \frac{\pi}{3}).$$

1. Enoncer le principe de la superposition des petits mouvements.
2. Appliquer ce principe pour déterminer l'élongation de l'onde résultante au point M :
 - a). en utilisant la construction de Fresnel ;
 - b). en utilisant la relation trigonométrique $\sin p + \sin q = 2 \cos \frac{p-q}{2} \sin \frac{p+q}{2}$.

Exercice 2

Une lame vibrante est munie de deux pointes identiques et parallèles qui frappent verticalement la surface libre de l'eau en deux points S_1 et S_2 . La fréquence des vibrations de la lame est $N = 60\text{Hz}$. L'amplitude de ces vibrations est $a = 2\text{mm}$. La célérité de propagation des ondes est $C = 30\text{cm/s}$. Il n'y a ni amortissement ni réflexion des ondes.

1. Déterminer la longueur d'onde λ .
2. Déterminer l'élongation de l'onde résultante en un point M de la surface libre de l'eau situé à la distance d_1 de S_1 et d_2 de S_2 .
3. Déterminer l'état vibratoire des points suivants :
 - a) M_1 ($d_1 = 3,75\text{cm}$ et $d_2 = 4,5\text{cm}$) ;
 - b) M_2 ($d_1 = 4\text{cm}$ et $d_2 = 5,5\text{cm}$) ;
 - c) M_3 ($d_1 = 4,2\text{cm}$ et $d_2 = 5\text{cm}$) ;

Exercice 3

La lame d'un vibreur, reliée à une fourche présentant deux pointes, frappent la surface libre de l'eau en deux points S_1 et S_2 . On prend $y_{S1} = y_{S2} = a \sin \omega t$. Soit un point M de la surface libre de l'eau situé à la distance d_1 de S_1 et d_2 de S_2 . La fréquence des vibrations de la lame est $N = 100\text{Hz}$, la distance $S_1S_2 = 8\text{cm}$ et la célérité de propagation des ondes $C = 180\text{cm/s}$.

1. Qu'observe-t-on à la surface libre de l'eau ?
2. Déterminer l'élongation de l'onde résultante au point M .

3. Déterminer l'expression de la différence de marche $d_2 - d_1$ des points d'amplitude maximale et des points d'amplitude nulle.
4. Déterminer le nombre de franges d'amplitude maximale et celui de franges d'amplitude nulle.
5. Représenter sur un même schéma le système des franges d'amplitude maximale (en traits pleins) et celui de franges d'amplitude nulle (en pointillés).

Exercice 4

On réalise l'expérience de Melde à l'aide une corde tendue horizontalement. L'extrémité S de la corde est reliée à un vibreur animé de mouvement vibratoire sinusoïdal. L'autre extrémité O supporte une masse marquée m permettant la réflexion des ondes.

1. On donne l'équation de l'onde incidente en O $y_{iO} = a \sin \square t$. On considère un point M de la corde situé à une distance $x = OM$ de O.

Déterminer l'équation y_M de l'onde résultante au point M.

2. Déterminer les positions des nœuds et des ventres.
3. Déterminer la longueur d'un fuseau.
4. La fréquence du vibreur est $N = 50\text{Hz}$, la célérité de propagation des ondes le long de la corde $C = 15\text{m/s}$. Calculer la longueur $L = SO$ permettant d'observer 4 fuseaux.

Exercice 5

1. Une lame d'un vibreur, animée d'un mouvement vibratoire sinusoïdal de fréquence N et d'amplitude, est éclairée à l'aide d'un stroboscope dont la fréquence N_e des éclairs est réglable. La plus grande valeur de la fréquence N_e pour laquelle on observe une lame immobile est 50Hz . Quelle est la fréquence N des vibrations de la lame ?

2. La lame vibrante étant disposée horizontalement, on y attache l'une des extrémités S d'une corde élastique tendue. Un dispositif empêche la réflexion des ondes. L'équation de l'onde en S étant $y_S = a \sin(100 \square \square - \frac{\square}{2})$:

- a) Etablir l'équation de l'onde en un point M de la corde situé à une distance $d = SM$ de S.
 - b) Calculer la longueur d'onde λ . On donne la célérité de propagation des ondes $C = 10\text{m/s}$.
3. On réalise l'expérience de Melde à l'aide de la corde passant dans la gorge d'une poulie et tendue horizontalement avec d'une masse marquée m permettant la réflexion des ondes. L'extrémité S de la corde est reliée à un vibreur animé de mouvement vibratoire sinusoïdal.
 - a) On donne l'équation de l'onde incidente en O $y_{iO} = a \sin \square t$. On considère un point M de la corde situé à une distance $x = OM$ de O.
Déterminer l'équation y_M de l'onde résultante au point M.
 - b) Déterminer les positions des nœuds et des ventres en déduire la longueur d'un fuseau.
 - c) On désigne par M_1 et M_2 les points les plus proches de O, pour lesquels l'amplitude est nulle. Déterminer, en fonction de la longueur d'onde, les positions de ces points.

CHAPITRE 4 Interférences lumineuses

Objectifs :

- Donner le schéma de principe et expliquer le dispositif des fentes de Young ;
- Définir "sources monochromatiques cohérentes" ;
- Associer la présence de franges à la nature ondulatoire de la lumière ;
- Etablir et appliquer l'expression de la différence de marche ;
- Etablir et appliquer l'expression de l'interfrange ;
- Donner l'ordre de grandeur des longueurs d'onde des radiations visibles et situer l'ultraviolet et l'Infrarouge par rapport au visible ;
- Citer des exemples d'ondes électromagnétiques ;
- Réaliser une expérience d'interférences en utilisant une source laser ;
- Mesurer l'interfrange ;

- Calculer le déplacement de la frange centrale.

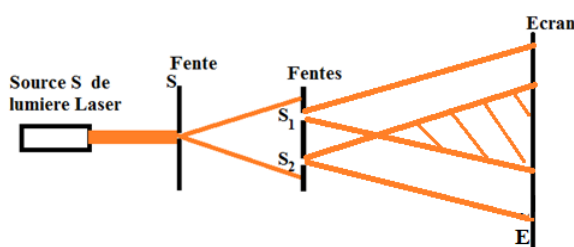
Prérequis :

- L'équation de l'onde résultante en un point M de la surface libre de l'eau où le phénomène d'interférences mécaniques est observé est $y_M = y_M = 2a \cos \frac{\pi(\varphi_2 - \varphi_1)}{\varphi} \sin \left[\omega t - \frac{\pi(\varphi_2 + \varphi_1)}{\varphi} \right]$
- La différence de marche pour les points d'amplitude maximale est $d_2 - d_1 = k \lambda$ avec k entier relatif.
- La différence de marche pour les points d'amplitude nulle est $d_2 - d_1 = (2k' + 1) \frac{\lambda}{2}$ avec k' entier relatif.
- On considère un triangle rectangle ABC : $BC^2 = AB^2 + AC^2$.



I. Expérience des fentes de Young

I.1 Dispositif



I.2 Observations

On éclaire la fente S à l'aide d'une source de lumière d'un Laser les fentes S_1 et S_2 de Young. On observe sur l'écran, dans la partie commune aux faisceaux lumineux issus de S_1 et S_2 (ou champ d'interférences), des franges alternativement brillantes et sombres. On remarque une frange centrale brillante. Ces franges sont observables quelque soit la position de l'écran : on dit que ces franges sont non localisées.



monochromatique. Le phénomène d'interférences est net si la lumière utilisée est monochromatique.

- Il y a moins d'interférences si la fente S est large. La source primaire S doit être infiniment fine.
- Les deux sources doivent avoir la même fréquence (synchrones) et ont un déphasage constant : on dit qu'elles sont cohérentes.

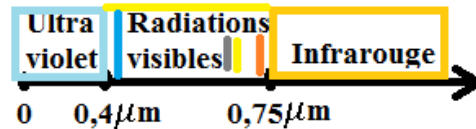
I.3 Interprétation

Pour les franges brillantes, la lumière issue de S_1 s'ajoute à la lumière issue de S_2 pour donner de la lumière. Par contre, pour les franges obscures, la lumière issue de S_1 s'ajoute à la lumière issue de S_2 pour donner de l'obscurité.

Le phénomène observé est semblable au phénomène d'interférences à la surface libre d'un liquide étudié précédemment. Les franges brillantes sont les lieux des points d'amplitude maximale et les franges obscures les lieux des points d'amplitude nulle. La lumière monochromatique est donc considérée comme une onde qui se propage à la célérité $C = 3.10^8 \text{ m/s}$ dans le vide et à la célérité $V = \frac{C}{n}$ dans un milieu d'indice de réfraction n.

I. 4 Ordre de grandeur des longueurs d'onde des radiations visibles et situer l'ultraviolet et l'Infrarouge par rapport au visible

La longueur d'onde des radiations visibles sont comprises entre $0,4 \mu\text{m}$ et $0,75 \mu\text{m}$.
 $0,4 \mu\text{m} < \lambda < 0,75 \mu\text{m}$.

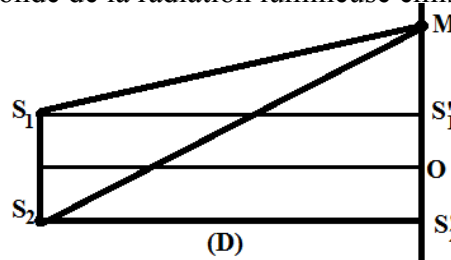


I.5 Les ondes électromagnétiques

II. L'interfrange

II.1 Expression de la différence de marche $d_2 - d_1$

On réalise une expérience à l'aide du dispositif des fentes de Young. La distance $S_1S_2 = a$ et l'écran se trouve à une distance D du plan contenant S_1S_2 . Un point M de l'écran, contenu dans le champ d'interférence, est situé à une distance $x = OM$. Il est situé à une distance $d_1 = S_1M$ de S_1 et $d_2 = S_2M$ de S_2 . Soit λ la longueur d'onde de la radiation lumineuse émise par la source S .



- Le triangle $(S_2S'_2M)$ étant rectangle en S'_2 , $S_2M^2 = S_2S'_2{}^2 + S'_2M^2$; $d_2^2 = D^2 + (x + \frac{a}{2})^2$.

- Le triangle $(S_1S'_1M)$ étant rectangle en S'_1 , $S_1M^2 = S_1S'_1{}^2 + S'_1M^2$; $d_1^2 = D^2 + (x - \frac{a}{2})^2$.

$$d_2^2 - d_1^2 = D^2 + (x + \frac{a}{2})^2 - D^2 + (x - \frac{a}{2})^2 = (x + \frac{a}{2})^2 - (x - \frac{a}{2})^2.$$

$$(d_2 - d_1)(d_2 + d_1) = (x + \frac{a}{2} - x + \frac{a}{2}) = 2ax. \text{ Or, } a \ll D, d_2 + d_1 \cong 2D.$$

$$2D(d_2 - d_1) = 2ax; \text{ La différence de marche } d_2 - d_1 = \frac{ax}{D}.$$

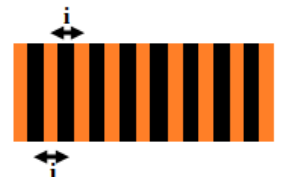
II.2 Définition de l'interfrange

L'interfrange est la distance entre deux franges consécutives de même nature.

II.3 Calcul de l'interfrange

Pour les franges brillantes, la différence de marche $d_2 - d_1 = \frac{a x}{D} = k\lambda$.

$$\text{La distance } OM = x_k = \frac{k\lambda D}{a}. \text{ L'interfrange } i = x_{k+1} - x_k = \frac{(k+1)\lambda D}{a} - \frac{k\lambda D}{a} = \frac{\lambda D}{a}.$$



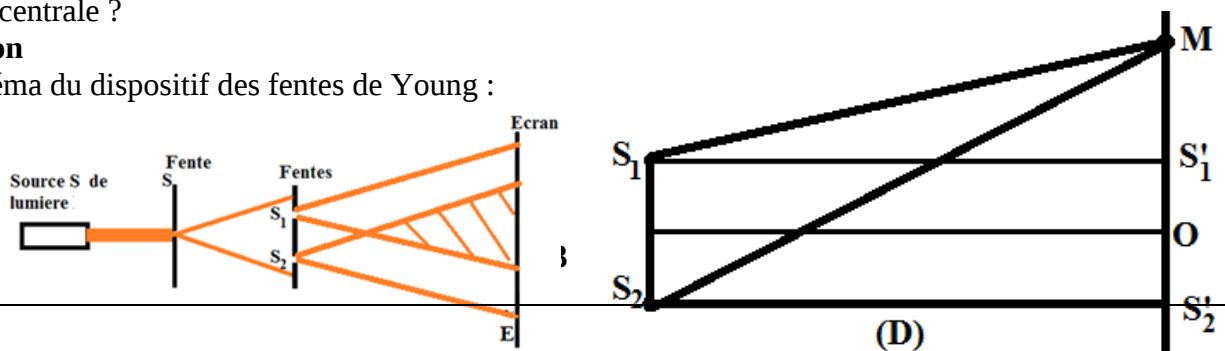
Exercice d'application

On réalise une expérience d'interférences à l'aide du dispositif des fentes de Young. La distance $S_1S_2 = a = 1\text{mm}$ et l'écran se trouve à une distance $D = 2\text{m}$ du plan contenant les fentes S_1 et S_2 . La source S est située à une distance $d = 20\text{cm}$ du plan contenant S_1 et S_2 . Un point M de l'écran, contenu dans le champ d'interférence, est situé à une distance $x = OM$. Il est situé à une distance $d_1 = S_1M$ de S_1 et $d_2 = S_2M$ de S_2 . Soit $\lambda = 0,6 \mu\text{m}$ la longueur d'onde de la radiation lumineuse émise par la source S .

1. Faire le schéma du dispositif des fentes de Young.
2. Quels sont les faits observés sur l'écran ? Interpréter ces faits.
3. a) Etablir l'expression de la différence de marche $d_2 - d_1$.
 b) Définir l'interfrange. Etablir son expression et calculer sa valeur.
4. A quelle distance x se trouve un point de l'écran et situé sur la 6^e frange brillante en partant de la frange centrale ?

Solution

1. Schéma du dispositif des fentes de Young :



2. On observe sur l'écran, dans la partie commune aux faisceaux lumineux issus de S_1 et S_2 (ou champ d'interférences), des franges alternativement brillantes et sombres. Les franges brillantes sont les lieux des points d'amplitude maximale et les franges sombres les lieux des points d'amplitude nulle. La lumière monochromatique est donc considérée comme une onde.

3. a) Expression de la différence de marche $d_2 - d_1$.

- Le triangle ($S_2S'_2M$) étant rectangle en S'_2 , $S_2M^2 = S_2S'_2{}^2 + S'_2M^2$; $d_2^2 = D^2 + (x + \frac{a}{2})^2$.

- Le triangle ($S_1S'_1M$) étant rectangle en S'_1 , $S_1M^2 = S_1S'_1{}^2 + S'_1M^2$; $d_1^2 = D^2 + (x - \frac{a}{2})^2$.

$$d_2^2 - d_1^2 = D^2 + (x + \frac{a}{2})^2 - D^2 + (x - \frac{a}{2})^2 = (x + \frac{a}{2})^2 - (x - \frac{a}{2})^2.$$

$$(d_2 - d_1)(d_2 + d_1) = (x + \frac{a}{2} - x + \frac{a}{2}) = 2ax. \text{ Or, } a \ll D, d_2 + d_1 \cong 2D.$$

$$2D(d_2 - d_1) = 2ax; \text{ La différence de marche } d_2 - d_1 = \frac{ax}{D}.$$

b) L'interfrange est la distance entre deux franges consécutives de même nature.

Son expression :

$$\text{Pour les franges brillantes, la différence de marche } d_2 - d_1 = \frac{a x}{D} = k\lambda.$$

$$\text{La distance } OM = x_k = \frac{k\lambda D}{a}. \text{ L'interfrange } i = x_{k+1} - x_k = \frac{(k+1)\lambda D}{a} - \frac{k\lambda D}{a} = \frac{\lambda D}{a}.$$

$$\text{Sa valeur } i = \frac{0,6 \cdot 10^{-6} \cdot 2}{10^{-3}} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ m.}$$

Exercices de maison

Exercice 1 (Bac D 2008, 2nd groupe)

Une source lumineuse monochromatique S éclaire un écran percé de deux trous S_1 et S_2 ; S , S_1 et S_2 appartiennent à un même plan vertical. S_1 et S_2 sont à la même distance de S .

$$d(S_1S_2) = a = 1,2 \text{ mm. } \lambda = 0,588 \mu\text{m.}$$

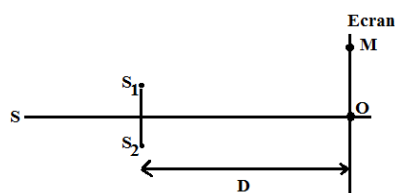
1. Qu'observe-t-on sur l'écran vertical, parallèle à (S_1S_2), situé à la distance $D = 2 \text{ m}$?

2. Un point M de l'écran est situé à une distance x de la frange centrale.

a) Etablir l'expression de la différence de marche $d_2 - d_1$ entre deux rayons S_1M et S_2M .

b) Définir l'interfrange et le calculer.

c) M appartient à la neuvième frange brillante à partir de la frange centrale. Calculer x .



Exercice 2: (Exercice n° 2 du BAC série D 2001)

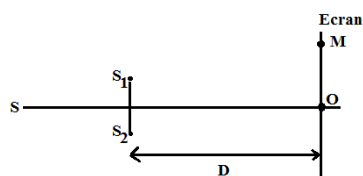
On réalise l'expérience de Young à l'aide d'une fente S équidistante de deux autres fentes très fines S_1 et S_2 , parallèles à S , percées dans un écran E' . La distance des deux fentes S_1 et S_2 est $a = 0,80 \text{ mm}$. Un écran E est placé à la distance $D = HO = 2,40 \text{ m}$ de E' , H étant le milieu du segment S_1S_2 et O la projection orthogonale de S sur l'écran E .

I. La fente S est éclairée par une lumière monochromatique de longueur d'onde λ .

1. Qu'observe-t-on sur l'écran E ?

2.a) Etablir l'expression de la différence de marche δ entre les vibrations lumineuses interférant au point M de l'écran E tel que $OM = x$.

b) Sachant que le point M , défini par $OM = 12,60 \text{ mm}$, est situé au milieu de la septième frange brillante (la frange centrale étant numérotée zéro), calculer la longueur d'onde λ .



PARTIE CHIMIE

THEME 1 : CHIMIE MINERALE

Chapitre 5 : Solutions tampon

Objectifs

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Définir une solution tampon par ses propriétés ;
- Reconnaître l'effet tampon sur une courbe de dosage acide faible- base forte ;
- Donner au moins un exemple de solution tampon ;
- Citer à partir d'un exemple, les méthodes de fabrication d'une solution tampon ;
- Citer quelques applications de l'effet tampon.

Prés requis

- 1) $\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+]$
- 2) $K_a = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+][\text{A}^-]}{[\text{AH}]}$
- 3) $\text{p}K_a = -\log K_a$
- 4) à la demi-équivalence, $\text{pH} = \text{p}K_a$

1. Définition

Une solution tampon est un mélange équimolaire d'un acide faible et de sa base conjuguée.

Exemple : le sang ($\text{pH} = 7,4$)

Exercice 1

Parmi les 3 réponses, choisis celle qui correspond à la définition d'une solution tampon.

- a) Une solution tampon est un mélange d'un acide et de base conjuguée ;
- b) Une solution tampon est un mélange d'un acide fort et de base faible ;
- c) Une solution tampon est un mélange équimolaire d'un acide faible et de sa base conjuguée.

Corrigé :

c) est la bonne réponse.

2. Propriétés d'une solution tampon

Une solution tampon est une solution dont le pH :

- ne varie pas lors d'une dilution modérée;
- diminue peu lors de l'addition d'une quantité modérée

d'acide fort ;

- augmente peu lors de l'addition d'une quantité modérée de base forte.

Exercice 2

Complète les phrases suivantes, en remplaçant les pointillés par les mots ci-dessous qui conviennent : base, varie, modérée.

1) lors d'une dilution modérée, le pH d'une solution tampon ne..... pas ;

le pH d'une solution tampon diminue peu lors de l'addition d'une quantité..... d'acide fort ;

le pH d'une solution tampon augmente peu lors de l'addition d'une quantité modérée deforte.

Corrigé :

1) lors d'une dilution modérée, le pH d'une solution tampon ne varie pas ;

le pH d'une solution tampon diminue peu lors de l'addition d'une quantité modérée d'acide fort ;

le pH d'une solution tampon augmente peu lors de l'addition d'une quantité modérée de base forte.

3. Composition

Lors du dosage d'un acide faible par une base forte ou du dosage d'une base faible par un acide fort, nous avons à la demi-équivalence le pH qui est égal au pka du couple acide/ base dans la solution. L'espèce acide et l'espèce basique étant en quantités égales, cette zone est appelée zone tampon.

4. Préparation

Pour préparer une solution tampon de pH donné, on cherche dans les tables de pH, un couple acide / base dont le pka est égal ou voisin du pH cherché. A cet effet, on dispose de trois méthodes :

1ère méthode : Dosage de l'acide faible par une base forte

Cette méthode consiste à doser un acide faible par une base forte jusqu'à la demi-équivalence. La moitié de l'acide est alors transformé en sa base conjuguée. Le pH obtenu est égal au pka du couple acide/base mis en jeu.

2ème méthode : Dosage de la base faible par un acide fort.

Cette deuxième méthode consiste à doser une base faible par un acide fort jusqu'à la demi-équivalence. La moitié de la base est alors transformée en son acide conjugué. Le pH obtenu est égal au pka du couple acide/base mis en jeu.

3ème méthode : Mélange équimolaire de l'acide faible et de sa base conjuguée. Le pH de la solution obtenue est égale au pka du couple acide /base en présence.

Exercice 3

Une solution d'acide méthanoïque de concentration $C = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$ a un $\text{pH} = 2,4$.

1. Quel volume de solution de méthanoate de sodium de concentration $0,1 \text{ mol/L}$ faut-il ajouter à 100 mL de la solution précédente pour avoir une solution de $\text{pH} = 3,8$?

On donne le pka ($\text{HCOOH}/\text{HCOO}^-$) = $3,8$

2. Quelle est la nature du mélange obtenu ?

3. Quelles sont ses propriétés d'une telle solution?

Corrigé

1. Le volume de solution de méthanoate de sodium

$$C_1V_1 = C_2V_2$$

$$C_2 = \frac{C_1V_1}{V_2}$$

$$\text{A.N: } C_2 = \frac{0,1 \times 0,1}{0,1} = 0,1 \text{ mol/L}$$

2. Le mélange obtenu est une solution tampon

3. Les propriétés de la solution tampon sont :

- ne varie pas lors d'une dilution modérée;

- diminue peu lors de l'addition d'une quantité modérée d'acide fort ;

- augmente peu lors de l'addition d'une quantité modérée de base forte.

5. Usage des solutions tampons

Les solutions tampons jouent un rôle fondamental en chimie et en biologie.

En chimie, elles sont utilisées pour :

- étalonner un pH-mètre car l'emploi de solution à pH fixe est indispensable ;
- un contrôle strict du pH en oxydoréduction.

En biologie :

- Le sang est un milieu tamponné à pH = 7,4 et les réactions enzymatiques dont il est le siège se produisent grâce à la constance du pH. Les mélanges tampon des couples $\text{H}_2\text{PO}_4^-/\text{HPO}_4^{2-}$ et $\text{H}_2\text{CO}_3/\text{HCO}_3^-$ présents dans le sang jouent un rôle essentiel dans ce processus.

- des médicaments sont tamponnés pour favoriser leur assimilation sans danger.

Exercices de recherche

Exercice n°1:

Pour préparer un volume $v = 150\text{ml}$ d'une solution tampon de pH = 9,2, on dispose de 1L de chacune des solutions suivantes :

- solution S1 d'acide chlorhydrique de concentration $C_1 = 10^{-1} \text{ mol/L}$
- solution S2 d'hydroxyde de sodium de concentration $C_2 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$;
- solution S3 d'ammoniac de concentration $C_3 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$
- solution S4 d'acide éthanoïque de concentration $C_4 = 10^{-1} \text{ mol/L}$;
- solution S5 d'éthanoate de sodium (HCOONa) de concentration $C_5 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$.
- solution S6 de chlorure d'ammonium (NH_4Cl) de concentration $C_6 = 10^{-1} \text{ mol/L}$.

On donne les pK_a ($\text{NH}_4^+/\text{NH}_3$) = 9,2 pK_a ($\text{HCOOH}/\text{HCOO}^-$) = 3,7

Indiquer trois méthodes permettant de préparer cette solution tampon.

Corrigé

Les trois méthodes permettant de préparer la solution tampon de pH = 9,2

1^{ère} méthode : En mélangeant les solutions d'ammonium et de chlorure d'ammonium

$$\begin{cases} V_3 + V_6 = 150 \\ C_3 V_3 = C_6 V_6 \end{cases}$$

On trouve $V_6 = 5V_3$

$V_3 = 125\text{mL}$ et $V_6 = 25\text{mL}$

2^{ème} méthode : on dose l'ammoniac avec la solution d'acide chlorhydrique jusqu'à la demi équivalence

$$\begin{cases} V_3 + V_1 = 150 \\ C_3 V_3 = 2C_1 V_1 \end{cases}$$

On trouve $V_3 = 4V_1$

$V_1 = 30\text{mL}$ et $V_3 = 120\text{mL}$

3^{ème} méthode : on dose le chlorure d'ammonium avec la solution d'hydroxyde de sodium jusqu'à la demi équivalence.

$$\begin{cases} V_6 + V_2 = 150 \\ C_6 V_6 = 2C_2 V_2 \end{cases}$$

$V_2 = V_6 = 75\text{mL}$.

Exercice n°2 :

1° On mélange un volume $V_1 = 40\text{ml}$ d'une solution d'acide chlorhydrique à $C_1 = 0,3\text{mol/L}$ et un volume $V_2 = 60\text{mL}$ d'une solution d'ammoniac à $C_2 = 0,2\text{mol/L}$. Le pH de la solution obtenue est égal à 5,1.

Faire le bilan des espèces présentes et calculer leurs concentrations. En déduire la valeur du pK_a du couple $\text{NH}_4^+/\text{NH}_3$.

2° Quel volume d'une solution d'acide chlorhydrique à $0,1\text{mol/L}$ faut-il verser dans 100mL d'une solution

d'ammoniac à $5 \cdot 10^{-1}$ mol/L pour que le pH soit égal au pK_a du couple NH_4^+/NH_3 ?

Corrigé

1. Equation de la réaction entre les solutions d'acide chlorhydrique ($H_3O^+ + Cl^-$) et d'ammoniac (NH_3)
 $NH_3 + (H_3O^+ + Cl^-) \rightarrow H_2O + NH_4^+ + Cl^-$

Les espèces en solution: NH_4^+ , H_3O^+ ; OH^- ; NH_3 , Cl^-

Les concentrations

$$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-5,1} = 7,94 \cdot 10^{-6} \text{ mol/L}$$

$$[OH^-] = 1,26 \cdot 10^{-9} \text{ mol/L}$$

$$[Cl^-] = \frac{C_1 V_1}{V_1 + V_2} = 0,12 \text{ mol/L}$$

L'équation d'électroneutralité de la solution donne :

$$[H_3O^+] + [NH_4^+] = [OH^-] + [Cl^-]$$

$$[NH_4^+] = [OH^-] + [Cl^-] - [H_3O^+] \approx [Cl^-] = 0,12 \text{ mol/L}$$

$$\frac{C_1 V_1}{V_1 + V_2} = 0,12 \text{ mol/L}$$

Conservation de la quantité de matière

$$\frac{C_2 V_2}{V_1 + V_2} = [NH_4^+] + [NH_3]$$

$$[NH_3] = \frac{C_2 V_2}{V_1 + V_2} - [NH_4^+]$$

$$[NH_3] = \frac{C_2 V_2}{V_1 + V_2} - ([Cl^-] - [H_3O^+])$$

$$[NH_3] = [H_3O^+] = 7,94 \cdot 10^{-6} \text{ mol/L}$$

Le pK_a du couple

$$pK_a = pH - \log \frac{[NH_3]}{[NH_4^+]}$$

$$pK_a = 5,1 - \log \frac{7,94 \cdot 10^{-6} \text{ mol/L}}{0,12 \text{ mol/L}} = 9,28$$

2. Le volume de la solution d'acide chlorhydrique à 0,1 mol/l qu'il faut verser dans 100 mL de la solution d'ammoniac à $5 \cdot 10^{-1}$ mol/L pour que le pH soit égal au pK_a du couple NH_4^+/NH_3 .

A la demi-équivalence $pH = pK_a = 9,3$

$$C_3 V_3 = \frac{C_4 V_4}{2}$$

$$C_3 = 0,4 \text{ mol/L} ; C_4 = 0,8 \text{ mol/L}$$

$$V_3 = \frac{C_4 V_4}{2 C_3} = \frac{0,8 \times 100}{2 \times 0,4} = 100 \text{ mL}$$

Exercice n°3

On dose 20 mL d'une solution d'acide éthanoïque de concentration inconnue par une solution d'hydroxyde de sodium (soude) de concentration égal à 10^{-2} mol/L. Les variations du pH en fonction du volume V_b de soude versé sont :

V_b (mL)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	18,5
pH	3,4	3,8	4,2	4,4	4,6	4,8	5	5,15	5,4	5,75	5,9
V_b (mL)	19	19,5	20	20,5	21	21,5	22	24	26	28	30
pH	6,1	6,4	8,6	10,4	10,7	10,9	11	11,3	11,5	11,6	11,7

1) Ecrire l'équation bilan de la réaction.

2) Tracer la courbe $pH = f(V_b)$. Echelle 1 cm pour 2 mL en abscisse et 1 cm par unité de pH en ordonnée. (1pt)

3)

Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'équivalence E et en déduire la concentration de l'acide.

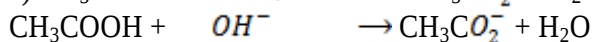
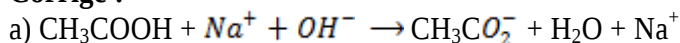
4) Déterminer la valeur de la constante pK_a du couple CH_3COOH/CH_3COO^- .

5). On désire préparer une solution tampon.

a) Qu'est-ce qu'une solution tampon ?

b) Quelles sont ses caractéristiques ?

c) Comment préparer une solution tampon de 168 mL à partir de l'acide et éthanoïque et de soude ?

Corrigé :

2) Tracé la courbe $\text{pH} = f(V_b)$

3) Les coordonnées du point d'équivalence E sont : $E \left(\begin{matrix} V_{bE} = 20\text{mL} \\ \text{pH} = 8,6 \end{matrix} \right)$

à l'équivalence $C_a V_a = C_b V_{bE}$

$$C_a = \frac{C_b V_{bE}}{V_a} = 10^{-2} \text{ mol/L}$$

4) pKa du couple $\text{CH}_3\text{COOH}/\text{CH}_3\text{CO}_2^-$

à la demi-équivalence $\text{pH} = \text{pKa} = 4,8$.

5) a. Définition d'une solution tampon

Une solution tampon est un mélange équimolaire d'un acide faible et de sa base conjuguée.

b) Les propriétés de la solution tampon sont :

- ne varie pas lors d'une dilution modérée;
- diminue peu lors de l'addition d'une quantité modérée d'acide fort ;
- augmente peu lors de l'addition d'une quantité modérée de base forte.

c) Préparation d'une solution tampon de 168mL à partir de l'acide et éthanoïque et de soude

$$V_{\text{acide}} + V_{\text{base}} = 168$$

$$V_a = 2V_b$$

$$V_b = \frac{168}{3} = 56\text{mL}$$

$$V_a = 112\text{mL}.$$

Exercice n°4

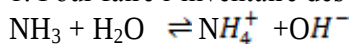
Le pH d'une solution d'ammoniac de concentration $C = 0,10\text{mol/L}$ est 11,1.

1. Faire l'inventaire de toutes les espèces chimiques en solution et calculer leur concentration.
2. En déduire le pKa du couple auquel appartient l'ammoniac.
3. Pour préparer 1L de solution tampon de $\text{pH} = 9,5$.

On dissout 5g de chlorure d'ammonium dans l'eau ; Quel volume de solution d'ammoniac de commerce à 15mol/L faut-il introduire avant de compléter à 1L.

Corrigé :

1. Pour faire l'inventaire des espèces chimiques, il faut écrire l'équation-bilan



Espèces en solution : NH_4^+ ; H_3O^+ ; OH^- ; NH_3 .

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 7,94 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

$$[\text{OH}^-] = 10^{-14+\text{pH}} = 1,26 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

Electroneutralité de la solution

$$[\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{NH}_4^+] = [\text{OH}^-];$$

$$[\text{NH}_4^+] = [\text{OH}^-] - [\text{H}_3\text{O}^+]$$

$$[\text{NH}_4^+] = 1,26 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

Conservation de la quantité de matière

$$C_b = [\text{NH}_4^+] + [\text{NH}_3]$$

$$[\text{NH}_3] = C_b - [\text{NH}_4^+] = 9,87 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

2) Le pKa du couple $\text{NH}_4^+ / \text{NH}_3$

$$\text{pH} = \text{pKa} + \log \frac{[\text{NH}_3]}{[\text{NH}_4^+]}$$

$$\text{pKa} = \text{pH} - \log \frac{[\text{NH}_3]}{[\text{NH}_4^+]} = 9,2.$$

3) La solution à préparer est constituée d'un mélange d'acide faible NH_4^+ et de sa base conjuguée NH_3 . La relation :

$$\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]} = \frac{C_b V_b}{C_a C_a} = \frac{n_{NH_3 \text{ introduit}}}{n_{NH_4Cl \text{ introduit}}} \text{ s'applique.}$$

La quantité de matière de NH_4Cl introduit :

$$\frac{n_{NH_4Cl}}{M(NH_4Cl)} = \frac{5}{53,5} = 9,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol.}$$

La quantité de matière de molécules NH_3 introduites :

$$n_{NH_3 \text{ introduit}} = c v = 15v.$$

La relation $pH = pK_a + \log \frac{[NH_3]}{[NH_4^+]}$ s'écrit alors :

$$9,5 = 9,2 + \log \frac{15v}{9,3 \cdot 10^{-2}} \text{ soit } \log \frac{15v}{9,3 \cdot 10^{-2}} = 0,3 \text{ d'où :}$$

$$\frac{15v}{9,3 \cdot 10^{-2}} = 10^{0,3} = 2 ; v = 12,4 \cdot 10^{-3} \text{ L} = 12,4 \text{ mL.}$$

Exercice n°5

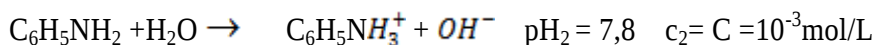
On prépare deux solutions basiques : une solution A de soude de concentration $C = 10^{-3} \text{ mol/L}$ et une solution B d'aniline ($C_6H_5-NH_2$) de même concentration.

1. Les pH de chacune des deux solutions valent respectivement 11 et 7,8. Qu'est-ce qui explique l'écart entre les valeurs des deux pH ?
2. On dose 10 mL de chacune des deux solutions par une solution d'acide chlorhydrique de même concentration C.

Déterminer les volumes v et v' d'acide versés dans chacune des solutions à l'équivalence. Comparer v et v' .

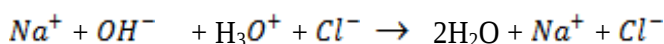
3. Calculer le volume d'acide versé à la demi-équivalence.
4. On désire préparer 450 mL d'une solution tampon de $pH = 10,7$. Déterminer les volumes des solutions à mélanger.

Corrigé :



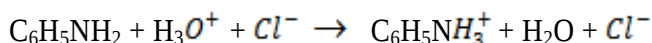
l'écart s'explique par le fait que $NaOH$ est une base forte et que $C_6H_5NH_2$ est une base faible.

2) Les volumes v et v' versés d'acide dans chacune des solutions à l'équivalence :



A l'équivalence $c_a v_{aE} = c_2 v_2$; $v_{aE} = \frac{c_2 v_2}{c_a}$

$$v_{aE_1} = \frac{10^{-3} \cdot 10}{10^{-3}} = 10 \text{ mL}$$



$$c_a v_{aE_2} = c_2 v_2 ; v_{aE_2} = \frac{c_2 v_2}{c_a} = \frac{10^{-3} \cdot 10}{10^{-3}} = 10 \text{ mL}$$

3) Le volume d'acide versé à la demi-équivalence

$$v_{aE_{\frac{1}{2}}} = \frac{10}{2} = 5 \text{ mL}$$

4) $v_S = 450 \text{ mL}$ (volume de la solution tampon)

$$v_a + v_b = 450 \text{ mL}$$

$$v_a = \frac{v_b}{2} ; v_b = 2 v_a$$

$$v_a = 150 \text{ mL} \text{ et } v_b = 300 \text{ mL.}$$

THEME 2: CHIMIE ORGANIQUE

Chapitre 1 : Généralités sur les alcools

Objectifs :

- Définir un alcool et donner sa formule générale ;
- Définir les trois classes d'alcools ;
- Utiliser les règles de leur nomenclature ;
- Nommer un alcool à partir de sa formule semi-développée ;
- Donner la formule semi-développée d'un alcool dont on connaît le nom ;
- Définir un carbone asymétrique ;
- Représenter les énantiomères selon FISCHER ;
- Citer les méthodes de préparation d'un alcool et la possibilité d'obtenir deux alcools isomères dans certains cas ;

Prés requis

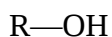
- Les alcanes sont des hydrocarbures saturés de formule brute C_nH_{2n+2} ;
- les alcènes sont des hydrocarbures insaturés de formule brute C_nH_{2n} . La présence de la double liaison permet des réactions d'addition ;
- Règle de Markovnikov : l'addition d'un composé $H-X$ sur la double liaison d'un alcène conduit de façon préférentielle à la fixation du groupe X sur l'atome de carbone le plus substitué, l'atome d'hydrogène se fixant alors sur l'atome de carbone le plus hydrogéné.

1. Définition et nomenclature

a. Définition

Un alcool est une molécule organique comportant un groupement hydroxyle lié à un atome de carbone tétraédrique.

La formule générale d'un alcool est :



R est le groupe carboné alkyle et $-OH$ le groupe fonctionnel hydroxyle.

L'atome de carbone lié au groupe fonctionnel $-OH$ est appelé « carbone fonctionnel ».

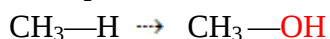
Les alcools ont pour formule générale $C_nH_{2n+1}-OH$. Donc, ils ont pour formule brute $C_nH_{2n+2}O$ et leur masse molaire est $M = 14n + 18$.

b. Nomenclature

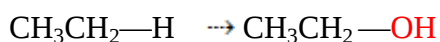
Pour nommer un alcool :

- on cherche la chaîne carbonée la plus longue contenant le carbone fonctionnel et le nom de l'alcane correspondant ;
- on numérote cette chaîne carbonée de façon que le carbone fonctionnel ait le plus petit indice ;
- on remplace la terminaison « e » du nom de l'alcane par le suffixe « ol » précédé de l'indice de position lié au carbone fonctionnel.

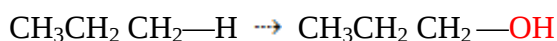
Exemples :



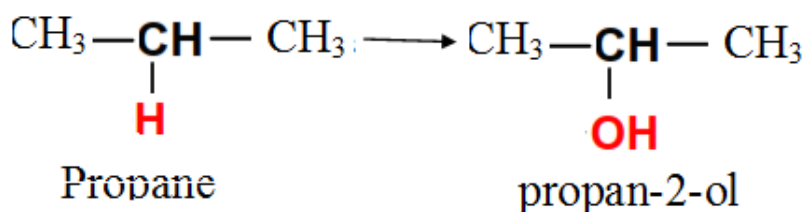
méthan(e) $\rightarrow$ méthanol ;



éthan(e) $\rightarrow$ éthanol

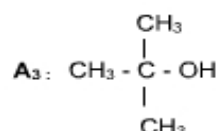
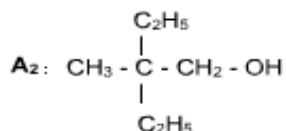
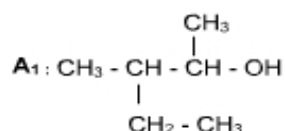


Propane $\rightarrow$ propan-1-ol



Exercice 1 résolu

Nommer les alcools suivants



Corrigé :

A₁ : 3-méthylpentan-2-ol

A₂ : 2-éthyl-2-méthyl butanol

A₃ : 2-méthylpropan-2-ol

2. Les trois classes d'alcools :

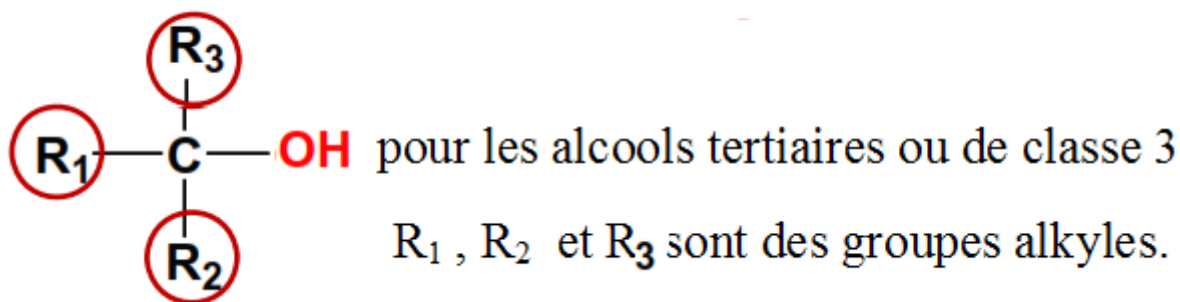
Si le carbone fonctionnel est lié à un, deux ou trois atomes de carbone, l'alcool correspondant est dit respectivement primaire, secondaire ou tertiaire.

Formules générales :

- R-CH₂OH pour les alcools primaires ou de classe 1, R est un groupe alkyle ;

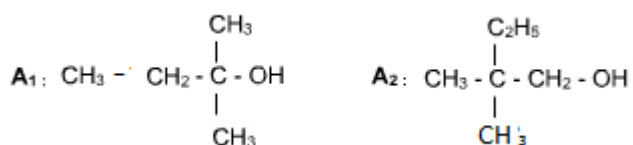
- R₁-CHOH-R₂ pour les alcools secondaires ou de classe 2

R₁ et R₂ sont des groupes alkyles ;



Exercice 2 résolu

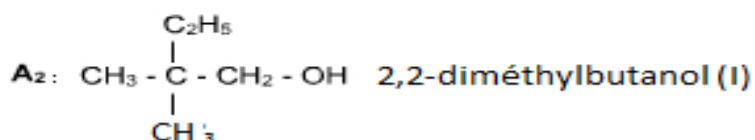
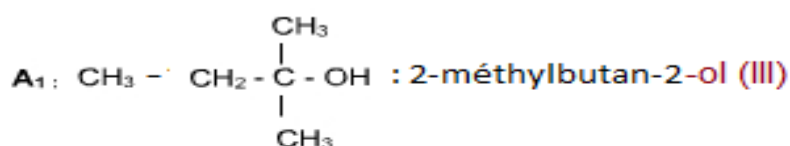
On dispose de deux alcools A₁ et A₂ de formules semi développées respectives :



Donner le nom et la classe de chaque alcool.

Corrigé

Le nom et la classe de chaque alcool.

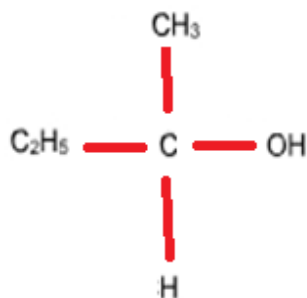


3. Chiralité

a. Carbone asymétrique

Un carbone asymétrique est un carbone tétraédrique lié à quatre groupes différents. Il est noté *C.

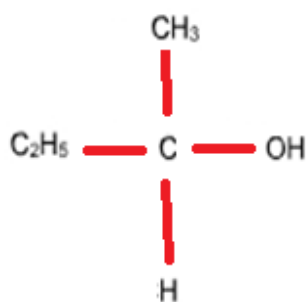
Exemple :



b. Molécule chirale

Une molécule est dite chirale si elle possède un carbone asymétrique. Elle existe sous deux formes dont l'une est l'image de l'autre dans un miroir plan. Ces deux formes ne sont pas superposables : ce sont des énantiomères ou isomères optiques.

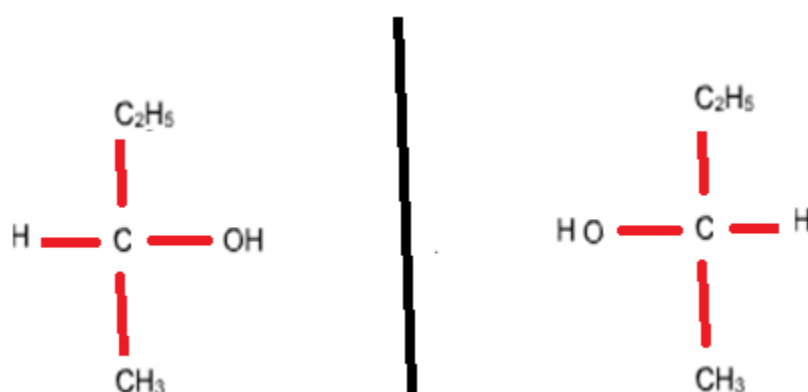
Exemple



c. Représentation de Fisher

Il s'agit d'un mode de représentation plane d'une molécule possédant un carbone asymétrique

1. Exemple : Représentation de Fischer du butan-2-ol



Exercice 3 résolu

1. Ecrire les formules semi-développées de tous les alcools de formule brute $\text{C}_4\text{H}_{10}\text{O}$.

Donner pour chacun d'eux, le nom et la classe.

2. Identifier l'isomère optique et donner sa représentation de Fischer.

Corrigé

1. Les isomères de $\text{C}_4\text{H}_{10}\text{O}$

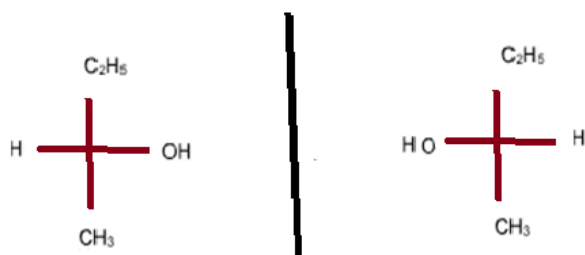
A) $\text{CH}_3 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2\text{OH}$: butan-1-ol (I)

B) $\text{CH}_3 - \text{CH}_2 - \text{CHOH} - \text{CH}_3$: butan-2-ol (II)

C) $\begin{array}{c} \text{CH}_3 - \text{CH} - \text{CH}_2 - \text{OH} \\ | \\ \text{CH}_3 \end{array}$ 2-méthylpropan-1-ol (I)

D) $\begin{array}{c} \text{CH}_3 - \text{COH} - \text{CH}_3 \\ | \\ \text{CH}_3 \end{array}$ 2-méthylpropan-2-ol (III)

2. La molécule de butan-2-ol possède un carbone asymétrique, donc elle présente une isomérisation optique. Représentation de Fischer du butan-2-ol



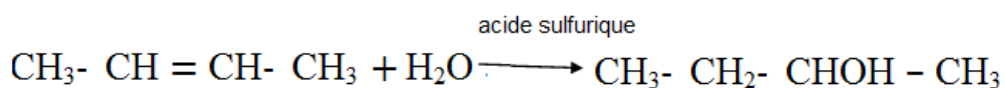
4. Préparation des alcools

a. Hydratation d'un alcène

L'hydratation d'un alcène s'effectue en présence d'un acide fort comme l'acide sulfurique.

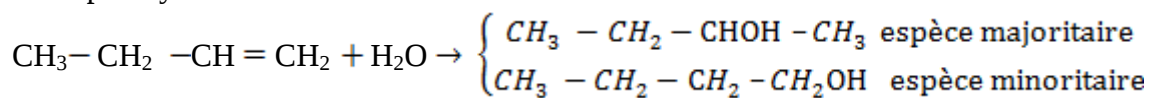
- Si l'alcène est symétrique la réaction conduit à un seul alcool.

Exemple: hydratation du but-2-ène



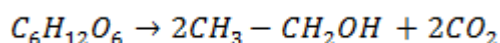
- Si l'alcène est dissymétrique, la réaction conduit à un mélange de deux alcools. L'espèce majoritaire est donnée par la règle de Markovnikov.

Exemple: hydratation du but-1-ène



b. Préparation de l'éthanol par fermentation des glucides

La fermentation de certains sucres (glucose, le saccharose, etc.) conduit à de l'éthanol. Cette réaction est catalysée par des enzymes. Elle s'effectue en présence de la levure de bière.



SCIENCES DE LA VIE ET DE LA TERRE

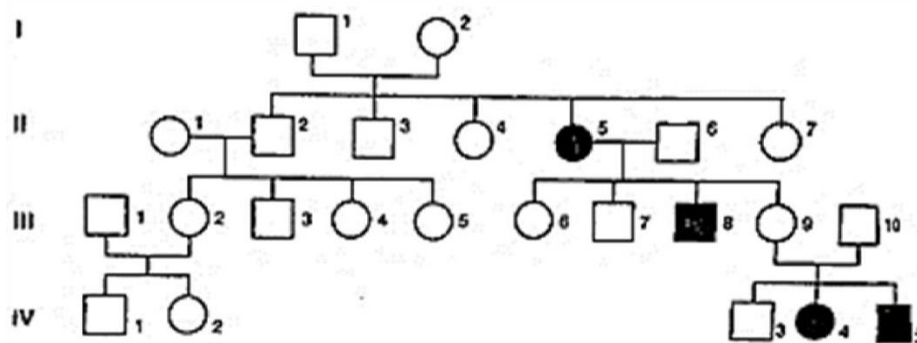
1^{ère} Partie: l'information génétique (suite)
THEME N°5- HEREDITE ET GENETIQUE HUMAINE
CHAPITRE 5.1 : Transmission des caractères héréditaires chez l'Homme

Objectifs du chapitre 5-1

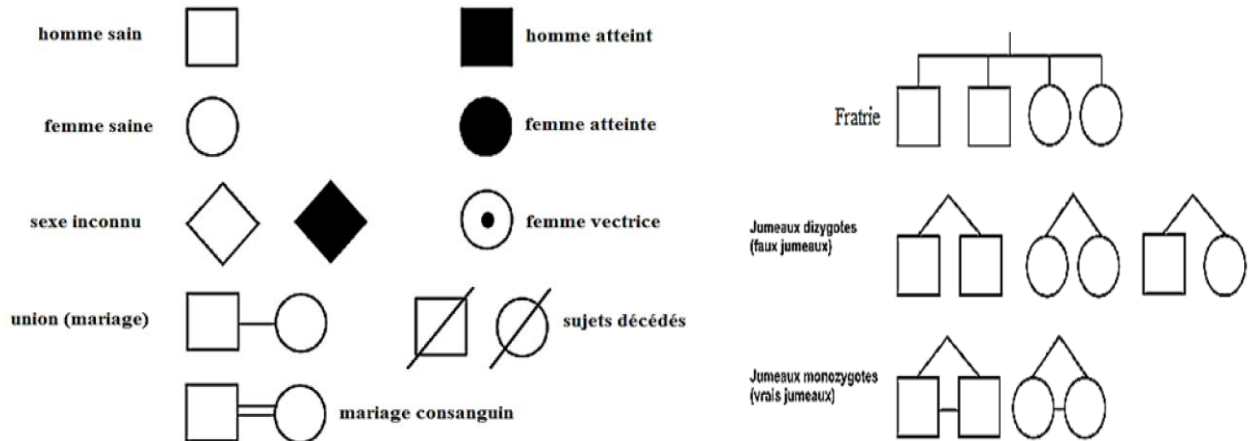
- **Etablir un arbre généalogique**
- **Expliquer les étapes à suivre pour résoudre un exercice de génétique humaine**
- **Identifier à l'aide d'exemples les caractéristiques des différents types d'allèles : dominant, récessif et codominant**
- **Déterminer si l'hérédité est autosomale ou gonosomale**
- **Calculer la probabilité de survenance d'un risque génétique**

I. Etablir un arbre généalogique

1. Exemple d'arbre généalogique ou pedigree



2. Signification des symboles utilisés pour l'établissement d'un pedigree



3. Comment établir un arbre généalogique?

On se propose d'étudier la transmission d'une tare, la microcéphalie caractérisée par une atrophie (diminution du volume) de l'encéphale dans une famille.

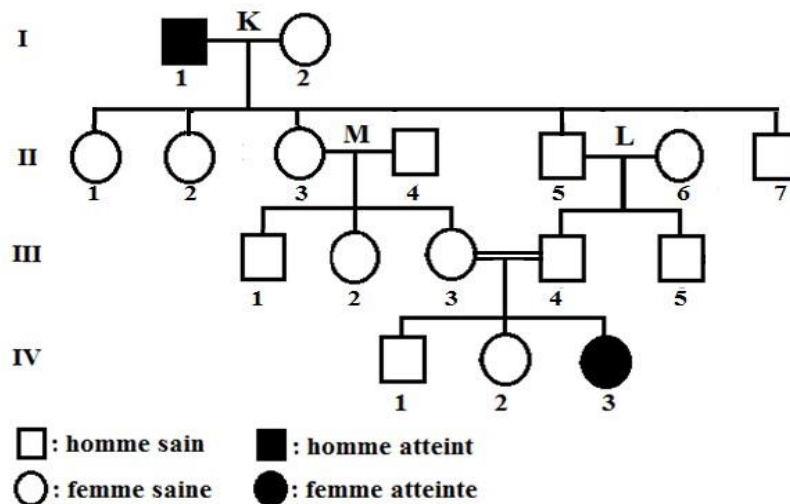
Un homme microcéphale épouse une femme à encéphale normal. Ce couple est noté K et possède 5 enfants dont 3 filles et 2 garçons tous normaux. L'un des garçons du couple K épouse une femme à encéphale normal et donne 2 frères tous normaux. Ce couple est noté L.

L'une des filles du couple K est mariée à un homme normal et ils ont 2 filles et un garçon tous normaux. Ce couple est noté M.

L'un des garçons du couple L se marie avec l'une des filles du couple M et ils ont 3 enfants : 1 garçon et 2 filles dont l'une est microcéphale.

Reconstituer le pedigree de cette famille.

Reconstitution du pedigree de la famille :



Evaluation

1) Par quels symboles sont représentés sur un pedigree :

- Les sujets masculins sains?
- Les sujets masculins atteints?
- Les sujets féminins sains?
- Les sujets féminins atteints?
- Les sujets féminins sains mais porteurs de l'allèle de la maladie (vectrices)?
- Les sujets de sexe inconnu?
- Les vrais jumeaux?
- Les faux jumeaux?
- Les générations et les individus de chaque génération.

NB: Illustrer par un schéma dans chaque cas.

2) Comment représente-t-on le mariage entre un homme et une femme sur un pedigree?

3) Comment représente-t-on le mariage consanguin entre un homme et une femme sur un pedigree?

Exercice

On étudie la transmission de l'hémophilie et du daltonisme dans une famille. Monsieur Ali hémophile, épouse une femme normale. Ce couple noté A, donne une descendance composée de 3 garçons dont 2 daltoniens et 3 filles normales : Hawa, Fati et Amina. Hawa se marie avec un homme normal. Ce couple noté B donne naissance à un garçon hémophile. Le fils de Hawa se marie avec une femme saine et ce couple attend un enfant dont le sexe n'est pas encore connu.

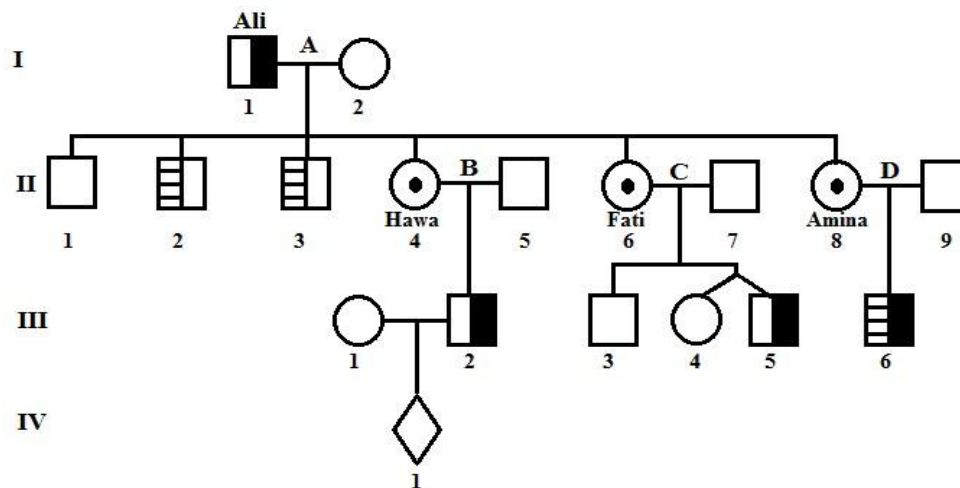
Fati se marie avec un homme normal. Ce couple noté C donne naissance à un garçon sain et deux jumeaux dont une fille saine et un garçon hémophile.

Amina se marie avec un homme normal. Ce couple noté D donne naissance à un garçon à la fois hémophile et daltonien.

Représentez l'arbre généalogique de cette famille en utilisant la légende suivante :

Homme sain : □ ; Homme daltonien : ■ ; Femme saine : ○ ; Femme vectrice : ⊙
Homme hémophile : ◻ ; Homme hémophile et daltonien : ◻

Corrigé de l'exercice



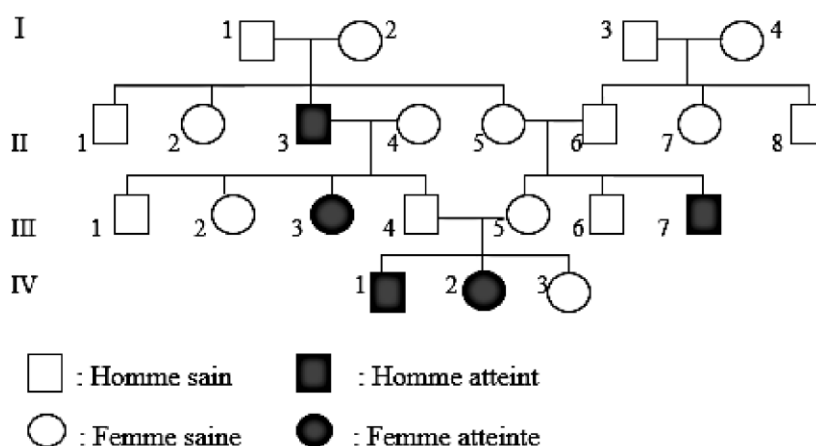
Homme sain : ; Homme daltonien : ; Femme saine : ; Femme vectrice : ;
 Homme hémophile : ; Homme hémophile et daltonien : ; Femme daltonnienne : ;
 Sexe inconnu :

II. Les étapes à suivre pour résoudre un exercice de génétique humaine

- Détermination du rapport de dominance/récessivité ou codominance entre les différents allèles en jeu;
- Localisation chromosomique du gène étudié;
 - gène porté par un autosome?
 - gène porté par le gonosome X ou Y?
- Détermination des génotypes et/ou phénotypes des individus.

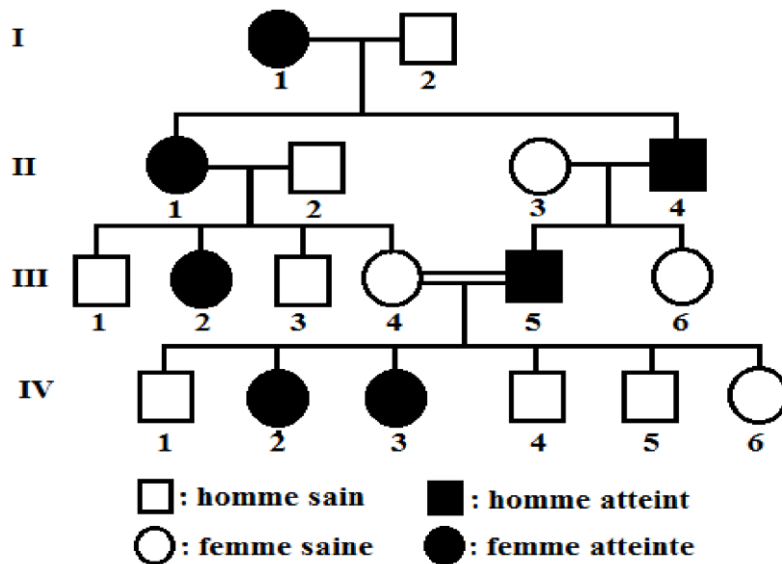
1) Détermination du rapport de dominance/récessivité ou codominance entre les différents allèles en jeu

Exemple 1 :



Le pedigree ci-dessus montre des sujets atteints (II₃, III₇, IV₁ et IV₂) dont les parents sont phénotypiquement sains. Cela montre que l'allèle de la maladie ou de l'anomalie est présent chez les parents à l'état masqué ; l'allèle de la maladie ou de l'anomalie est donc récessif par rapport à l'allèle normal qui est dominant.

Exemple 2 :

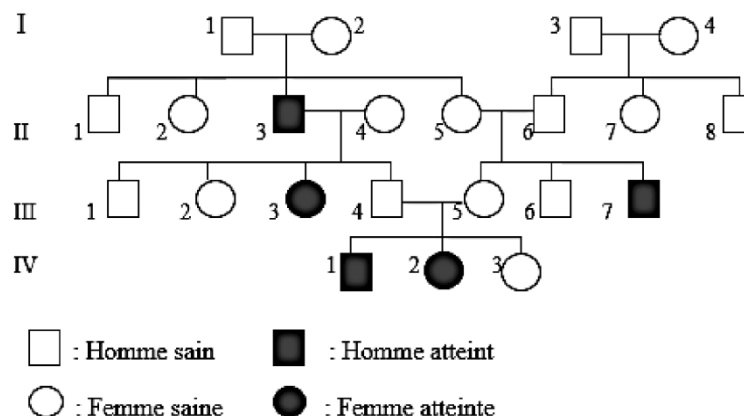


Le pedigree ci-dessus montre que chaque sujet atteint (II_1 , II_4 , III_2 , III_5 , IV_2 et IV_3) a au moins un de ses parents atteints. Il n'y a pas de saut de génération. Cela montre que l'allèle de la maladie ou de l'anomalie est dominant par rapport à l'allèle normal qui est récessif.

2) Localisation chromosomique du gène étudié

a) Lorsque l'allèle de la maladie (ou anomalie) est récessif

Exemple 1 :



Symboles :

m =allèle de la maladie

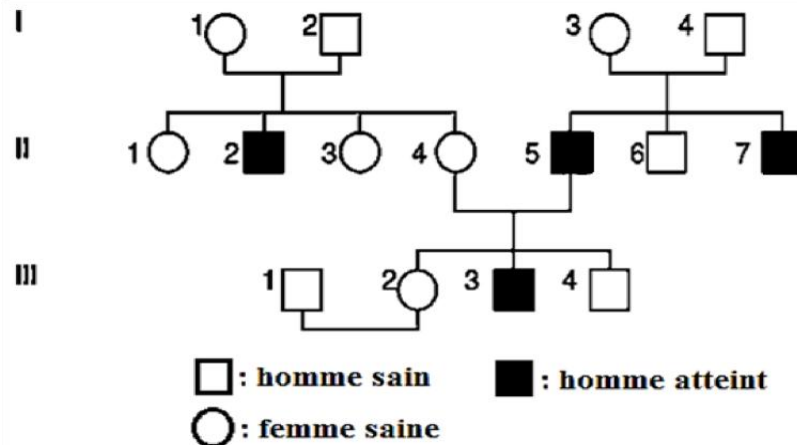
N =allèle normal

- Si le gène était porté par le gonosome Y aucun sujet féminin ne doit être atteint car il n'y a pas de gonosome Y chez les sujets féminins. Ce qui n'est pas le cas car le pedigree ci-dessus montre des sujets féminins (III_3 et IV_2) atteints ; le gène n'est donc pas porté par le gonosome Y.

- Si le gène était porté par le gonosome X, tout sujet féminin atteint serait homozygote récessif de génotype $X^m // X^m$ et aurait forcément son père qui serait de génotype $X^m // Y$, atteint. Ce qui n'est pas le cas car le pedigree montre que la fille IV_2 a son père III_4 sain. le gène n'est donc pas porté par le gonosome X.

Le gène n'étant ni porté par X ni par Y, il est donc porté par un autosome.

Exemple 2 :



Symboles :

m = allèle de la maladie

N = allèle normal

- Si le gène était porté par le gonosome Y tout sujet masculin atteint doit forcément avoir son père et toute sa descendance masculine atteinte car il hérite Y de son père et transmet Y à tous ses garçons. Ce qui n'est pas le cas car le pedigree ci-dessus montre des sujets masculins (II_2 , II_5 , II_7 et III_3) atteints dont les pères sont sains; le gène n'est donc pas porté par le gonosome Y.

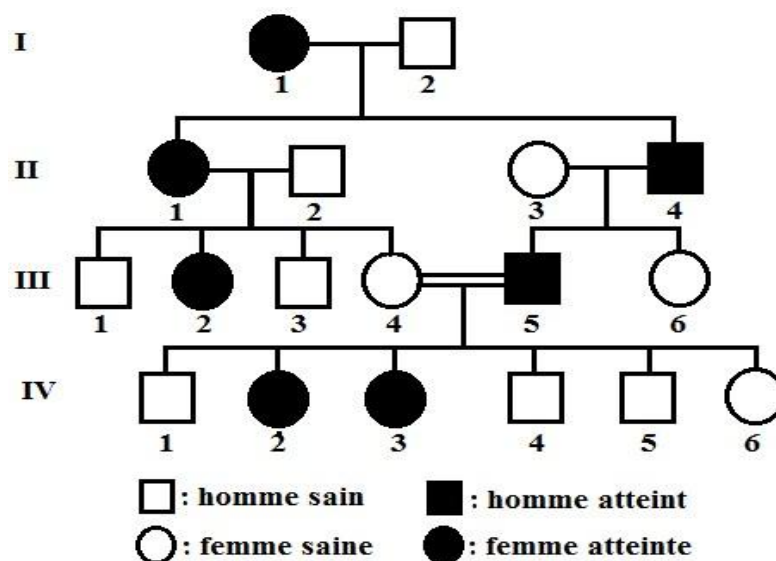
- Si le gène était porté par le gonosome X, les sujets masculins atteints auront comme génotype X^m/Y et leurs mères vectrices de génotype X^N/X^m ; cette hypothèse est bien possible.

- Si le gène était porté par un autosome, les sujets atteints dont les parents sont sains ont leurs parents tous hétérozygotes de génotype N/m ; cette hypothèse est aussi possible.

Cependant, le pedigree montre que la maladie ne touche que les sujets masculins; l'hypothèse du gène porté par le gonosome X est donc la plus probable. On retiendra alors, que le gène est porté par le gonosome X.

b) Lorsque l'allèle de la maladie (ou anomalie) est dominant

Exemple 1 :



Symboles :

M = allèle de la maladie

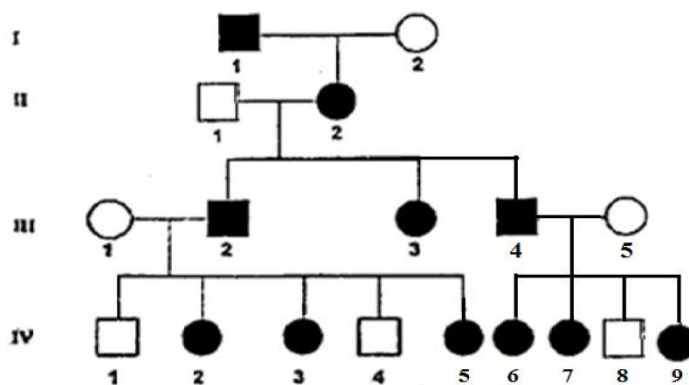
n =allèle normal

- Si le gène était porté par le gonosome Y aucun sujet féminin ne doit être atteint car il n'y a pas de gonosome Y chez les sujets féminins. Ce qui n'est pas le cas car le pedigree ci-dessus montre des sujets féminins (I_1 , II_1 , III_2 , IV_2 et IV_3) atteints ; le gène n'est donc pas porté par le gonosome Y.

- Si le gène était porté par le gonosome X, tout sujet masculin atteint serait de génotype X^M/Y et aurait forcément sa mère qui lui transmet X^M et toutes ses filles à qui il transmet X^M atteintes. Ce qui n'est pas le cas car le pedigree montre que le sujet III_5 a sa père II_3 et sa fille IV_6 saines. Le gène n'est donc pas porté par le gonosome X.

- Le gène n'étant ni porté par X ni par Y, il est donc porté par un autosome.

Exemple 2 :



Symboles :

M =allèle de la maladie

n =allèle normal

- Si le gène était porté par le gonosome Y, aucun sujet féminin ne doit être atteint car il n'y a pas de gonosome Y chez les sujets féminins. Ce qui n'est pas le cas car le pedigree ci-dessus montre des sujets féminins (II_2 , III_3 , IV_2 , IV_3 , IV_5 , IV_6 , IV_7 et IV_9) atteints ; le gène n'est donc pas porté par le gonosome Y.

- Si le gène était porté par le gonosome X, tout sujet masculin atteint aurait comme génotype X^M/Y et sa mère qui lui donne X^M et toutes ses filles à qui il transmet X^M , atteintes. Cette hypothèse est bien possible.

- Si le gène était porté par un autosome, la maladie toucherait les deux sexes et tout sujet atteint a au moins un de ses parents atteint ; cette hypothèse est aussi possible.

Cependant, le pedigree montre que les sujets masculins atteints (III_2 , III_4) ont leur mère II_2 et toutes leurs filles atteintes ; l'hypothèse du gène porté par le gonosome X est donc la plus probable. On retiendra alors, que le gène est porté par le gonosome X.

3) Détermination des génotypes et/ou phénotypes des individus

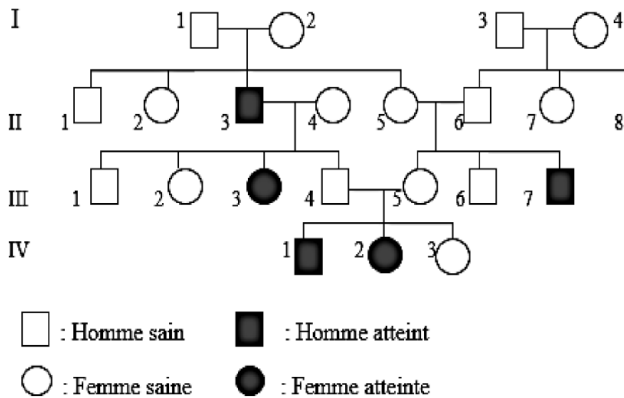
a) Allèle de la maladie autosomal récessif

Symboles des allèles:

N : allèle normal (ou sain)

m : allèle de la maladie

Génotypes des individus



$\frac{m}{m}$
II₃, III₃, III₇, IV₁, IV₂:
I₁, I₂, II₄, II₅, II₆, III₁, III₂, III₄, III₅:
I₃, I₄, II₁, II₂, II₇, II₈, III₆, IV₃:

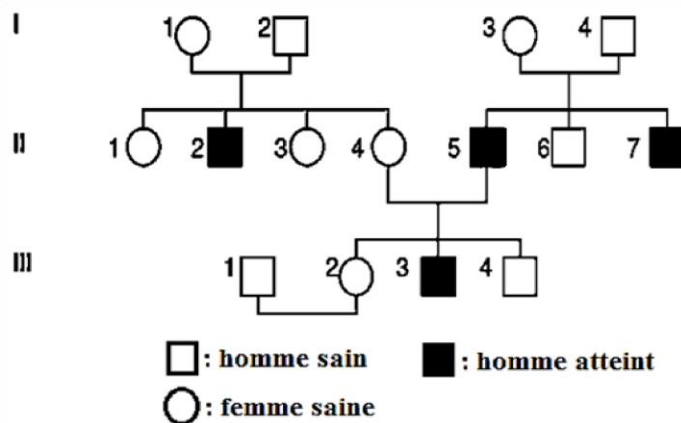
b) Allèle de la maladie récessif gonosomal (porté par X)

Symboles des allèles:

N: allèle normal (ou sain)

m: allèle de la maladie

Génotypes des individus



I₁, I₃, II₄, III₂: $\frac{X^N}{X^m}$
 $\frac{X^N}{Y}$
I₂, I₄, II₆, III₁, III₄: $\frac{X^m}{Y}$
 $\frac{X^N}{X^N}$ ou $\frac{X^N}{X^m}$
II₂, II₅,

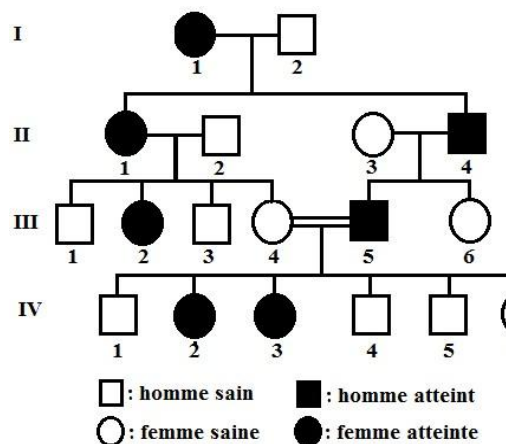
c) Allèle de la maladie dominant autosomal

Symboles des allèles:

n: allèle normal (ou sain)

M: allèle de la maladie

Génotypes des individus



I₁: $\frac{M}{M}$ ou $\frac{M}{n}$
 $\frac{M}{n}$
II₁, II₄, III₂, III₅, IV₂ et IV₃: $\frac{n}{n}$

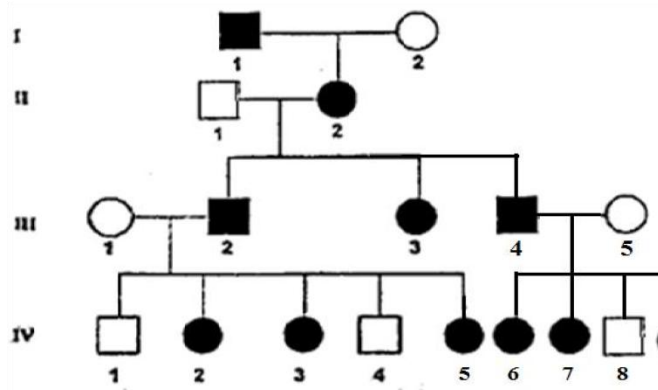
d) Allèle de la maladie dominant gonosomal (porté par X)

Symboles des allèles:

n: allèle normal (ou sain)

M: allèle de la maladie

Génotypes des individus



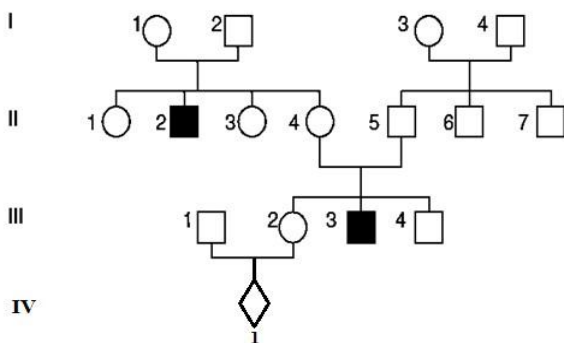
$$I_1, III_2, III_4: \frac{X^M}{Y}$$

$$\frac{X^n}{Y}$$

$$II_1, IV_1, IV_4: \frac{X^n}{X^n}$$

$$I_2, III_1, III_5: \frac{X^M}{X^n}$$

III. Calcul de la probabilité de survenance d'un risque génétique



L'arbre généalogique ci-contre est celui d'une famille dont certains membres sont atteints d'une maladie récessive dont le gène responsable est porté par le gonosome X. Le couple III₁, III₂ attend un enfant. Evaluer le risque pour l'enfant attendu par ce couple d'être atteint.

Evaluation du risque pour l'enfant attendu d'être atteint :

Soient N= allèle normal et m= allèle de la maladie

- Pour que l'enfant attendu par ce couple soit atteint, il faut que sa mère III₂ soit hétérozygote.
- Le risque pour que III₂ soit hétérozygote est de ½ car elle a deux génotypes possibles

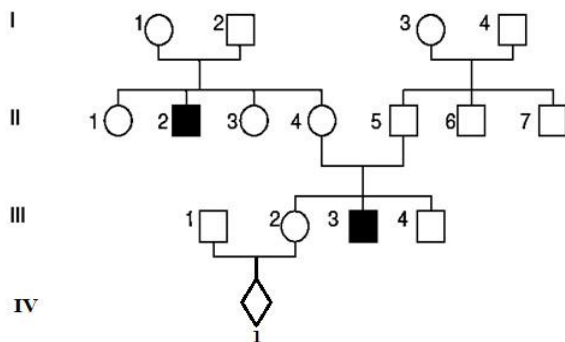
$$\left(\frac{X^N}{X^N} \text{ ou } \frac{X^N}{X^m} \right).$$

- Lorsqu'elle est hétérozygote, le risque pour que l'enfant soit atteint est de ¼ car chacun des deux parents produira deux types de gamètes équiprobables comme le montre l'échiquier ci-dessous.

$\text{III}_2 \backslash \text{III}_1$	$\frac{1}{2} \text{ } \overline{\text{X}^{\text{N}}}$	$\frac{1}{2} \text{ } \overline{\text{Y}}$
$\frac{1}{2} \text{ } \overline{\text{X}^{\text{N}}}$	$\frac{\text{X}^{\text{N}}}{\text{X}^{\text{N}}}$ $\frac{1}{4} \text{ } \text{♀ [N]}$	$\frac{\text{X}^{\text{N}}}{\text{Y}}$ $\frac{1}{4} \text{ } \text{♂ [N]}$
$\frac{1}{2} \text{ } \overline{\text{X}^{\text{m}}}$	$\frac{\text{X}^{\text{N}}}{\text{X}^{\text{m}}}$ $\frac{1}{4} \text{ } \text{♀ [N]}$	$\frac{\text{X}^{\text{m}}}{\text{Y}}$ $\frac{1}{4} \text{ } \text{♂ [m]}$

Le risque pour ce couple d'avoir un enfant atteint est donc : $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$.

IV. Calcul de la probabilité de survenance d'un risque génétique



L'arbre généalogique ci-contre est celui d'une famille dont certains membres sont atteints d'une maladie récessive dont le gène responsable est porté par le gonosome X. Le couple $\text{III}_1, \text{III}_2$ attend un enfant. *Evaluer le risque pour l'enfant attendu par ce couple d'être atteint.*

Evaluation du risque pour l'enfant attendu d'être atteint :

Soient N = allèle normal et m = allèle de la maladie

- Pour que l'enfant attendu par ce couple soit atteint, il faut que sa mère III_2 soit hétérozygote.
- Le risque pour que III_2 soit hétérozygote est de $\frac{1}{2}$ car elle a deux génotypes possibles

($\frac{\text{X}^{\text{N}}}{\text{X}^{\text{N}}}$ ou $\frac{\text{X}^{\text{N}}}{\text{X}^{\text{m}}}$).

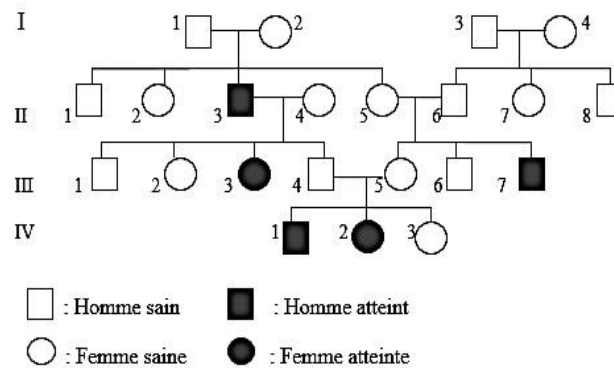
- Lorsqu'elle est hétérozygote, le risque pour que l'enfant soit atteint est de $\frac{1}{4}$ car chacun des deux parents produira deux types de gamètes équiprobables comme le montre l'échiquier ci-dessous.

$\text{III}_2 \backslash \text{III}_1$	$\frac{1}{2} \text{ } \overline{\text{X}^{\text{N}}}$	$\frac{1}{2} \text{ } \overline{\text{Y}}$
$\frac{1}{2} \text{ } \overline{\text{X}^{\text{N}}}$	$\frac{\text{X}^{\text{N}}}{\text{X}^{\text{N}}}$ $\frac{1}{4} \text{ } \text{♀ [N]}$	$\frac{\text{X}^{\text{N}}}{\text{Y}}$ $\frac{1}{4} \text{ } \text{♂ [N]}$
$\frac{1}{2} \text{ } \overline{\text{X}^{\text{m}}}$	$\frac{\text{X}^{\text{N}}}{\text{X}^{\text{m}}}$ $\frac{1}{4} \text{ } \text{♀ [N]}$	$\frac{\text{X}^{\text{m}}}{\text{Y}}$ $\frac{1}{4} \text{ } \text{♂ [m]}$

Le risque pour ce couple d'avoir un enfant atteint est donc : $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$.

EXERCICES

Exercice 1:



L'arbre généalogique ci-dessus est celui d'une famille dont certains membres sont atteints de la drépanocytose ou hématie falciforme (leur hémoglobine est incapable de fixer l'oxygène). A partir de l'exploitation de cet arbre généalogique,

- 1) **Déterminer en justifiant si l'allèle responsable de la drépanocytose est dominant ou récessif.**
- 2) **Déterminer en justifiant si le gène responsable de la drépanocytose est porté par un gonosome (X ou Y) ou un autosome.**
- 3) **Ecrire les génotypes des individus atteints et ceux de leurs parents.**

Corrigé de l'exercice 1

- 1) Le sujet **II₃** malade a ses deux parents **I₁** et **I₂** tous sains. L'allèle responsable de la drépanocytose est donc récessif.

On désignera par **N** l'allèle sain et **d** l'allèle responsable de la drépanocytose.

- 2) - Si le gène était porté par le gonosome X, **IV₂** atteinte serait homozygote récessive de génotype X^d/X^d et aurait forcément son père **III₄** de génotype X^d/Y atteint. Ce qui n'est pas le cas car son père est sain. Le gène n'est donc pas porté par le gonosome X.

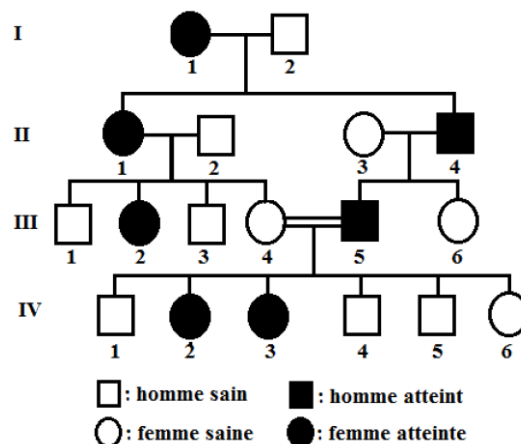
- Si le gène était porté par le gonosome Y, aucun sujet féminin ne serait atteint car il n'y a pas de gonosome Y chez les sujets féminins; ce qui n'est pas le cas car les sujets féminins **III₃** et **IV₂** sont atteints.

- Le gène n'étant ni porté par X ni par Y, il est donc **porté par un autosome**.

- 3) – génotype des sujets atteints **II₃, III₃, III₇, IV₁, IV₂**: **d//d**

– génotypes des parents des sujets atteints **I₁, I₂, II₄, II₅, II₆, III₄, III₅**: **N//d**

Exercice 2 :



L'arbre généalogique ci-dessus indique la transmission dans une famille d'une anomalie héréditaire, la brachydactylie, caractérisée par des mains à doigts très courts.

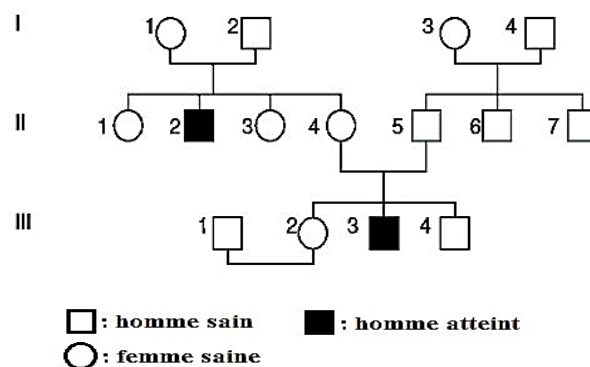
- 1) **A partir de l'exploitation de cet arbre généalogique, déterminer en justifiant :**
 - a) **Si l'allèle responsable de cette anomalie est dominant ou récessif**

- b) *Si le gène est porté par un autosome ou un chromosome sexuel (X ou Y)*
 2) *Écrire et justifier les génotypes des individus atteints et ceux des individus non atteints.*
 3) *La consanguinité du mariage entre III₄ et III₅ a-t-elle aggravé le risque de transmission de la brachydactylie dans cette famille? Justifier la réponse.*

Corrigé de l'exercice 2

- 1) a) Le pedigree montre qu'il n'y a pas de saut de génération; chaque sujet atteint a au moins un de ses parents atteint. L'allèle de la maladie est donc dominant.
 On désignera par **B** l'allèle responsable de la brachydactylie et **n** l'allèle normal.
 b) – Si le gène était porté par le gonosome X, II₄ atteint serait de génotype X^B/Y et aurait forcément sa fille III₆ à laquelle il transmet X^B, atteinte. Ce qui n'est pas le cas, car sa fille III₆ est saine. Le gène n'est donc pas porté par le gonosome X.
 – Si le gène était porté par le gonosome Y, aucun sujet féminin ne serait atteint car il n'y a pas de gonosome Y chez les sujets féminins; ce qui n'est pas le cas, car les sujets féminins I₁, II₁, III₂, IV₂ et IV₃ sont atteints.
 – Le gène n'étant ni porté par X ni par Y, il est donc **porté par un autosome**.
- 2) – génotype des sujets atteints:
 I₁ : **B//B ou B//n** car elle a ses deux enfants II₁ et II₄ tous atteints
 II₁, II₄, III₂, III₅, IV₂ et IV₃ : **B//n** car ils ont tous un de leurs parents sains.
- génotypes des sujets non atteints:
 I₂, II₂, II₃, III₁, III₃, III₄, III₆, IV₁, IV₄, IV₅ et IV₆ : **n//n** car tous les sujets sains sont forcément homozygotes récessifs.
- 3) La consanguinité du mariage entre III₄ et III₅ n'a pas aggravé le risque de transmission de la brachydactylie dans cette famille car le risque aurait été le même quelle que soit la femme saine que le sujet III₅ aurait marié.

Exercice 3 :



L'hémophilie est un trouble de la coagulation du sang. Chez les sujets atteints, les hémorragies sont difficiles à contrôler. L'arbre généalogique ci-dessus est celui d'une famille dont certains membres sont atteints.

On signale que la maladie n'est pas connue dans les familles de I₂ et II₅. On sait, par ailleurs, que l'hémophilie est une maladie de garçons et que son allèle est létal à l'état homozygote.

1. *En argumentant de façon précise, indiquer :*

a- *Si l'allèle responsable de la maladie est dominant ou récessif ;*

b- *Si le gène est porté par un chromosome sexuel ou par un autosome.*

2. *Ecrire et justifier les génotypes des individus I₂, II₂, II₄ et III₂.*

3. *La femme III₂ attend un enfant. Estimer le risque pour ce couple d'avoir un enfant hémophile.*

Corrigé de l'exercice 3

1) a) Les sujets **II**₂ et **III**₃ atteints ont leurs parents **I**₁, **I**₂, **II**₄ et **II**₅ tous sains. L'allèle responsable de l'hémophilie est donc récessif.

On désignera par **H** l'allèle sain et **h** l'allèle responsable de l'hémophilie.

b) – Si le gène était porté par un autosome, les sujets **II**₂ et **III**₃ atteints auraient forcément leurs parents **I**₁, **I**₂, **II**₄ et **II**₅ tous hétérozygotes de génotype **H/h** ; ce qui n'est pas possible pour **I**₂ et **II**₅ qui ne sont pas porteurs de l'allèle de la maladie. Le gène n'est donc pas porté par un autosome.

– Si le gène était porté par le gonosome Y, les sujets masculins **II**₂ et **III**₃ atteints auraient forcément leurs pères **I**₂ et **II**₅ tous atteints, car ils reçoivent le gonosome Y de leurs pères. Ce qui n'est pas le cas car **I**₂ et **II**₅ sont tous sains. Le gène n'est donc pas porté par le gonosome Y.

– Le gène n'étant ni sur un autosome, ni sur le gonosome Y, il est donc porté par le gonosome X.

2) Génotypes :

I₂ : **X^H//Y** car il est sain ;

II₂ : **X^h//Y** car il est atteint ;

II₄ : **X^H//X^h** car elle est saine et son fils **III**₃ est atteint ;

III₂ : **X^H//X^H** ou **X^H//X^h** car elle est saine, son père est sain et sa mère est vectrice.

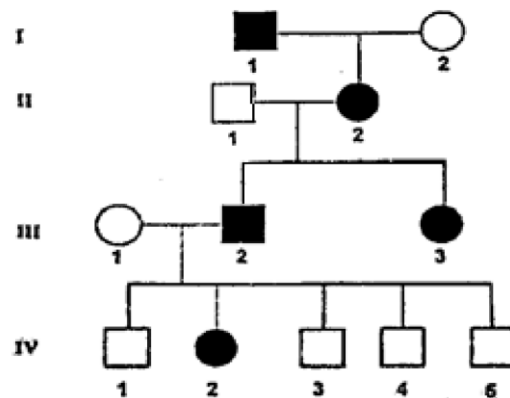
3)

- Pour que l'enfant attendu par ce couple soit atteint, il faut que sa mère **III**₂ soit hétérozygote.
- Le risque pour que **III**₂ soit hétérozygote est de $\frac{1}{2}$ car elle a deux génotypes possibles (**X^H//X^H** ou **X^H//X^h**).
- Lorsqu'elle est hétérozygote, le risque pour que l'enfant soit atteint est de $\frac{1}{4}$ car chacun des deux parents produira deux types de gamètes équiprobables comme le montre l'échiquier ci-dessous.

III ₂ \ III ₁	$\frac{1}{2}$ X^H	$\frac{1}{2}$ Y
$\frac{1}{2}$ X^H	$\frac{1}{4}$ X^H//X^H $\frac{1}{4}$ ♀ [H]	$\frac{1}{4}$ X^H//Y $\frac{1}{4}$ ♂ [H]
$\frac{1}{2}$ X^h	$\frac{1}{4}$ X^H//X^h $\frac{1}{4}$ ♀ [H]	$\frac{1}{4}$ X^h//Y $\frac{1}{4}$ ♂ [h]

Le risque pour ce couple d'avoir un enfant atteint est donc : $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$.

Exercice 4 :



□ : homme sain ■ : homme atteint
○ : femme saine ● : femme atteinte

Le pedigree ci-dessus montre la transmission d'une forme de rachitisme (carence en vitamine D) qui se traduit par une déformation des os des membres inférieurs dans une famille sur 4 générations.

1) Dans le but de rechercher le mode de transmission de cette anomalie, discuter à partir de l'exploitation du pedigree chacune des hypothèses suivantes :

Hypothèse 1 : l'anomalie est déterminée par un allèle dominant autosomal.

Hypothèse 2 : l'anomalie est déterminée par un allèle dominant situé sur le chromosome X.

Hypothèse 3 : l'anomalie est déterminée par un allèle récessif situé sur le chromosome X.

Filles		Garçons	
Atteintes	Saines	Atteints	Sains
24	0	0	25

2) Le tableau ci-dessus regroupe les résultats statistiques concernant les descendance de pères atteints de la forme rachitique envisagée et de mères normales. A partir de ces données statistiques, indiquer en justifiant votre réponse, l'hypothèse à retenir concernant le mode de transmission de cette anomalie.

3) Ecrire les génotypes des individus rachitiques.

Corrigé de l'exercice 4

1) Exploitation du pedigree

- L'hypothèse 1 est possible car le pedigree montre que l'allèle de la maladie est dominant puisque chaque individu atteint a au moins un de ses parents atteint et la maladie touche les deux sexes avec pratiquement la même fréquence.

- L'hypothèse 2 est aussi possible car le pedigree montre que l'allèle de la maladie est dominant puisque chaque individu atteint a au moins un de ses parents atteint et chaque sujet masculin atteint a sa mère et sa descendance féminine atteinte.

- L'hypothèse 3 est à rejeter car le pedigree montre que l'allèle de la maladie n'est pas récessif.

2) **Exploitation du tableau** : le tableau montre que lorsque le père est atteint et la mère normale, toutes les filles sont atteintes et les garçons, sains. Ceci s'explique par le fait que les filles héritent de leur père atteint, le gonosome X portant l'allèle de la maladie alors que les garçons héritent de leur mère normale le gonosome X portant l'allèle normal. Par conséquent, c'est l'hypothèse 2 qui est à retenir.

3) Génotypes des sujets rachitiques

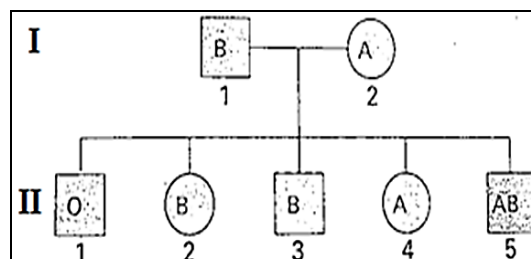
Choix de symboles: R: allèle de la maladie et n: allèle normal

Garçons atteints I_1 et III_2 : X^R/Y ; filles atteintes II_2 , III_3 et IV_2 : X^R/X^n

V. Transmission des groupes sanguins et facteur Rhésus

1) Groupes sanguins ABO

Les groupes sanguins du système ABO sont déterminés par un gène présentant trois allèles : A, B et O.



Le pedigree ci-dessus montre la transmission du groupe sanguin dans une famille.

- Déterminez à partir de ce pedigree le rapport de dominance/récessivité ou codominance entre les allèles en jeu et la localisation du gène.
- Ecrire les génotypes des parents et ceux des enfants.

Eléments de réponse

a) L'enfant II_1 de groupe O montre la présence chez ses parents, de l'allèle O à l'état masqué d'où la dominance des allèles A et B sur l'allèle O. Le groupe sanguin AB de l'enfant II_5 montre la codominance entre les allèles A et B.

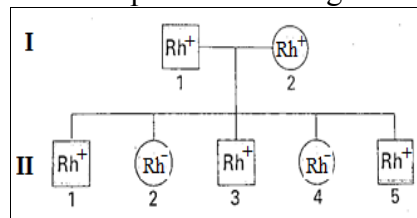
Le gène du système ABO n'est pas porté par le gonosome Y car le caractère groupe sanguin concerne aussi les sujets féminins alors qu'il n'y a pas de gonosome Y chez les sujets féminins. Si le gène était porté par le gonosome X, l'enfant II_3 qui doit recevoir Y de son père et X^A ou X^O de sa mère ne doit pas être de groupe sanguin [B] ; il doit être de groupe sanguin [A] ou [O]. De même, la fille II_4 ne peut pas être de groupe sanguin [A] mais de groupe sanguin [B] ou [AB]. Le gène du système ABO n'est donc pas porté par X. Le gène est donc porté par un autosome car il n'est ni sur X ni sur Y.

b) Génotypes :

- Parents : I_1 : B//O ; I_2 : A//O
- Enfants : II_1 : O//O ; II_2 et II_3 : B//O ; II_4 : A//O et II_5 : A//B

2) Facteur Rhésus :

Le facteur Rhésus est sous la dépendance d'un gène avec deux allèles : Rh^+ et Rh^- .



Le pedigree ci-dessus montre la transmission du facteur Rhésus dans une famille.

- Déterminez à partir de ce pedigree le rapport de dominance/récessivité entre les allèles en jeu et la localisation du gène.
- Ecrire les génotypes des parents et ceux des enfants.

Eléments de réponse

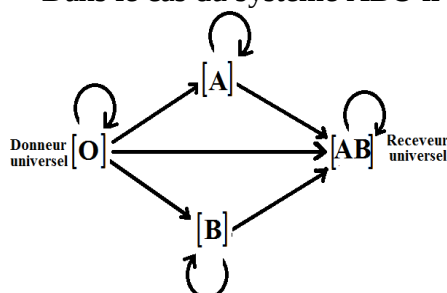
a) Les enfants II_2 et II_4 qui sont $[Rh^-]$ montre que les deux parents sont tous porteurs de l'allèle Rh^- à l'état masqué d'où la dominance de l'allèle Rh^+ sur Rh^- .

Le gène du facteur Rhésus n'est pas porté par le gonosome Y car le caractère facteur Rhésus concerne aussi les sujets féminins alors qu'il n'y a pas de gonosome Y chez les sujets féminins. Si le gène était porté par X, les filles II_2 et II_4 qui doivent recevoir forcément de leur père I_1 X^{Rh+} devaient être toutes de phénotype $[Rh+]$ et non $[Rh-]$. Le gène du facteur Rhésus est donc porté par un autosome car il n'est ni porté par X ni par Y.

- Génotypes : Parents I_1 et I_2 : $Rh+//Rh-$;
Enfants : II_1 , II_3 , II_5 : $Rh+//Rh+$ ou $Rh+//Rh-$; II_2 et II_4 : $Rh-//Rh-$.

Remarque : Les différentes possibilités de transfusion sanguine

- Dans le cas du système ABO il y a quatre groupes sanguins : [A], [B], [AB] et [O]



- Pour le facteur Rhésus, un individu $[Rh^+]$ ne doit pas donner du sang à un individu $[Rh-]$.

EXERCICES

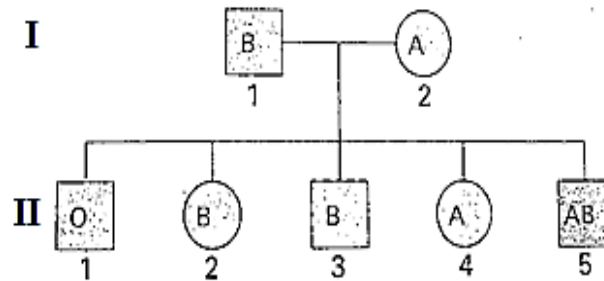
Exercice 1:

Les deux systèmes de groupes sanguins les plus importants pour les transfusions sanguines sont les systèmes ABO et Rhésus.

Les groupes sanguins du système ABO sont déterminés par un gène situé sur le chromosome n°9 et présentant trois allèles : **A**, **B** et **O**. Les allèles **A** et **B** gouvernent respectivement la synthèse des marqueurs de surface A et B situés sur la membrane des hématies. L'allèle **O**, inactif, ne permet aucune synthèse.

L'arbre généalogique ci-dessous représente la transmission de ces groupes sanguins dans une famille.

- 1) *A partir de l'analyse de cet arbre généalogique, déterminer le rapport de dominance entre les différents allèles.*
- 2) *Ecrire les génotypes possibles des membres de cette famille.*
- 3) *Calculer la probabilité des différents phénotypes possibles dans la descendance d'un tel couple (échiquier obligatoire).*



A, B, AB et O : groupes sanguins du système ABO

Corrigé de l'exercice 1

- 1) Détermination du rapport de dominance entre les différents allèles:
Le sujet II₁ est de groupe sanguin [o] alors que ses deux parents I₁ et I₂ sont respectivement de groupes sanguins [B] et [A]. Cela montre les deux parents sont porteurs de l'allèle o à l'état masqué. L'allèle o est donc récessif par rapport aux allèles A et B.
Le sujet II₅ est de groupe sanguin [AB] alors que ses deux parents I₁ et I₂ sont respectivement de groupes sanguins [B] et [A]. Les allèles A et B sont donc codominants.
- 2) Génotypes des membres de la famille: le gène est porté autosomal
I₁, II₂, II₃: B//O ; I₂, II₄: A//O ; II₁: O//O ; II₅: A//B
- 3) Calcul de la probabilité des différents phénotypes possibles dans la descendance de ce couple

Parents : I_1 x I_2

Phénotypes: [B] [A]

Génotypes: $\frac{B}{o}$ $\frac{A}{o}$

Gamètes: $\frac{1}{2} \frac{B}{o}$ $\frac{1}{2} \frac{A}{o}$

Probabilité des différents phénotypes:
 $\frac{1}{4}[AB]$; $\frac{1}{4}[A]$; $\frac{1}{4}[B]$ et $\frac{1}{4}[o]$

$I_2 \backslash I_1$	$\frac{1}{2} \frac{B}{o}$	$\frac{1}{2} \frac{o}{o}$
$\frac{1}{2} \frac{A}{o}$	$\frac{A}{B}$ $\frac{1}{4}[AB]$	$\frac{A}{o}$ $\frac{1}{4}[A]$
$\frac{1}{2} \frac{o}{o}$	$\frac{B}{o}$ $\frac{1}{4}[B]$	$\frac{o}{o}$ $\frac{1}{4}[o]$

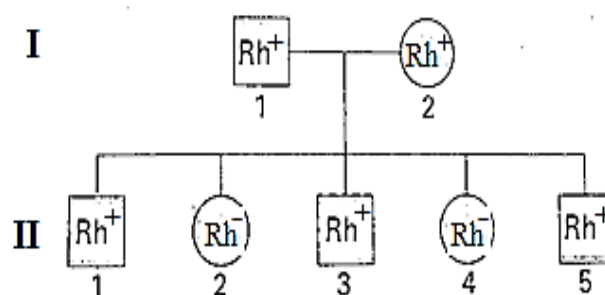
Exercice 2:

Les deux systèmes de groupes sanguins les plus importants pour les transfusions sanguines sont les systèmes ABO et Rhésus.

Le facteur Rhésus est sous la dépendance d'un gène supposé unique et situé sur le chromosome n°1. Ce gène a deux allèles : Rh^+ et Rh^- . L'allèle Rh^+ gouverne la synthèse du marqueur de surface Rh porté par la membrane des hématies alors que l'allèle Rh^- est inactif.

L'arbre généalogique ci-dessous représente la transmission du système Rhésus dans une famille.

- 1) *A partir de l'analyse de cet arbre généalogique, déterminer le rapport de dominance entre les deux allèles.*
- 2) *Ecrire les génotypes possibles de tous les membres de cette famille.*
- 3) *Calculer la probabilité des différents phénotypes possibles dans la descendance d'un tel couple (échiquier obligatoire).*



Rh+ : Rhésus positif et Rh- : Rhésus négatif

Corrigé de l'exercice 2

- 1) Détermination du rapport de dominance entre les deux allèles:
 Les sujets II_2 et II_4 sont de facteur $[Rh^-]$ alors que leurs deux parents I_1 et I_2 sont tous de facteur $[Rh^+]$. Cela montre que les deux parents sont porteurs de l'allèle Rh^- à l'état masqué. L'allèle Rh^- est donc récessif par rapport à l'allèle Rh^+ .
- 2) Génotypes des membres de la famille:
 I_1, I_2 : $Rh^+//Rh^-$;
 II_1, II_3, II_5 : $Rh^+//Rh^+$ ou $Rh^+//Rh^-$;
 II_2, II_4 : $Rh^-//Rh^-$.
- 3) Calcul de la probabilité des différents phénotypes possibles dans la descendance de ce couple

- Parents : I_1 x I_2
- Phénotypes: $[Rh^+]$ $[Rh^+]$
- Génotypes: $\frac{Rh^+}{Rh^-}$ $\frac{Rh^+}{Rh^-}$
- Gamètes: $\frac{1}{2} \frac{Rh^+}{Rh^-}$ $\frac{1}{2} \frac{Rh^+}{Rh^-}$
- Probabilité des différents phénotypes
En résumé on a: $\frac{3}{4} [Rh^+]$ et $\frac{1}{4} [Rh^-]$

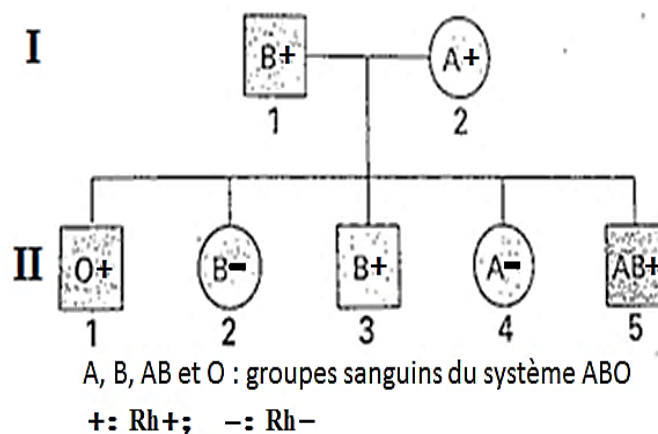
$I_2 \backslash I_1$	$\frac{1}{2} Rh^+$	$\frac{1}{2} Rh^-$
$\frac{1}{2} Rh^+$	$\frac{Rh^+}{Rh^+}$ $\frac{1}{4} [Rh^+]$	$\frac{Rh^+}{Rh^-}$ $\frac{1}{4} [Rh^+]$
$\frac{1}{2} Rh^-$	$\frac{Rh^+}{Rh^-}$ $\frac{1}{4} [Rh^+]$	$\frac{Rh^-}{Rh^-}$ $\frac{1}{4} [Rh^-]$

Exercice 3

Les deux systèmes de groupes sanguins les plus importants pour les transfusions sanguines sont les systèmes ABO et Rhésus. Les groupes sanguins du système ABO sont déterminés par un gène situé sur le chromosome n° 9 et présentant trois allèles : A, B et O. Le facteur Rhésus est sous la dépendance d'un gène situé sur le chromosome n°1 et présentant deux allèles : Rh^+ et Rh^- .

L'arbre généalogique ci-dessous représente la transmission de ces groupes sanguins dans une famille.

- 1) *A partir de l'analyse de cet arbre généalogique (dominance/récessivité, codominance, localisation) préciser le mode de transmission des deux gènes.*
- 2) *Les deux gènes sont-ils liés ou indépendants? Justifier la réponse à partir du texte.*
- 3) *Ecrire les génotypes des parents.*
- 4) *Indiquez la probabilité des différents phénotypes possibles dans la descendance d'un tel couple (échiquier obligatoire).*



Corrigé de l'exercice 3

- 1) – Pour le système ABO:
Le père I_1 de groupe sanguin B et la mère I_2 de groupe sanguin A ont donné naissance à un enfant II_1 de groupe sanguin O; cela montre que les deux parents sont porteurs de l'allèle O à l'état masqué. L'allèle O est donc récessif par rapport aux allèles A et B. L'enfant II_5 de groupe sanguin AB montre qu'il y a codominance entre les allèles A et B.

- Le gène du système ABO n'est pas porté par le gonosome Y car le gène est présent chez les sujets féminins alors qu'il n'y a pas de gonosome Y chez les sujets féminins.
 - Le gène n'est pas non plus porté par le gonosome X car si tel était le cas, l'enfant II₄ qui reçoit forcément le gonosome $\underline{X}^B$ de son père I₁ et $\underline{X}^A$ ou $\underline{X}^O$ de sa mère I₂ devait être de groupe sanguin AB ou B; ce qui n'est pas le cas.
 - Le gène n'est ni porté par X ni par Y; il est donc porté par un autosome.
- Pour le facteur Rhésus:
Le père I₁ et la mère I₂ sont tous Rh⁺ et ont donné naissance à des enfants II₂ et II₄ Rh⁻. Les deux parents sont donc porteurs de l'allèle Rh⁻ à l'état masqué. L'allèle Rh⁻ est donc récessif par rapport à l'allèle Rh⁺.
- Le gène du facteur Rhésus n'est pas porté par le gonosome Y car le gène est présent chez les sujets féminins alors qu'il n'y a pas de gonosome Y chez les sujets féminins.
 - Le gène n'est pas non plus porté par le gonosome X car si tel était le cas, les filles II₂ et II₄ qui reçoivent forcément le gonosome $\underline{X}^{Rh+}$ de leur père I₁ devaient être de phénotype [Rh⁺] comme leur père ce qui n'est pas le cas.
 - Le gène n'est ni porté par X ni par Y; il est donc porté par un autosome.
- 2) Les deux gènes sont indépendants car dans l'énoncé il est précisé que « *les groupes sanguins du système ABO sont déterminés par un gène situé sur le chromosome n° 9 et le facteur Rhésus est sous la dépendance d'un gène situé sur le chromosome n° 1* »
- 3) Génotypes des parents I₁ et I₂
- Pour le système ABO, les deux parents sont hétérozygotes car leur enfant II₁ de groupe sanguin [O] montre qu'ils sont tous porteurs de l'allèle O à l'état masqué.
 - Pour le facteur Rhésus, les deux parents sont aussi hétérozygotes car leurs enfants II₂ et II₄ qui sont de phénotype [Rh⁻] montrent qu'ils sont tous porteurs de l'allèle Rh⁻ à l'état masqué.
- Ainsi, les génotypes des parents sont:
- $$I_1: \begin{array}{c} \underline{B} \\ \underline{O} \end{array} \quad \begin{array}{c} \underline{Rh+} \\ \underline{Rh-} \end{array}$$
- $$I_2: \begin{array}{c} \underline{A} \\ \underline{O} \end{array} \quad \begin{array}{c} \underline{Rh+} \\ \underline{Rh-} \end{array}$$
- 4) Probabilité des différents phénotypes dans la descendance du couple I₁ et I₂

Parents:	I_1	I_2
Phénotypes:	[B,Rh+]	[A,Rh+]
Génotypes:	$\frac{B}{O} \frac{Rh+}{Rh-}$	$\frac{A}{O} \frac{Rh+}{Rh-}$
Gamètes:	$\frac{1}{4} \frac{B}{O} \frac{Rh+}{Rh-}$ $\frac{1}{4} \frac{B}{O} \frac{Rh-}{Rh-}$ $\frac{1}{4} \frac{O}{O} \frac{Rh+}{Rh-}$ $\frac{1}{4} \frac{O}{O} \frac{Rh-}{Rh-}$	$\frac{1}{4} \frac{A}{O} \frac{Rh+}{Rh-}$ $\frac{1}{4} \frac{A}{O} \frac{Rh-}{Rh-}$ $\frac{1}{4} \frac{O}{O} \frac{Rh+}{Rh-}$ $\frac{1}{4} \frac{O}{O} \frac{Rh-}{Rh-}$

$I_1 \backslash I_2$	$\frac{1}{4} \frac{A}{O} \frac{Rh+}{Rh-}$	$\frac{1}{4} \frac{A}{O} \frac{Rh-}{Rh-}$	$\frac{1}{4} \frac{O}{O} \frac{Rh+}{Rh-}$	$\frac{1}{4} \frac{O}{O} \frac{Rh-}{Rh-}$
$\frac{1}{4} \frac{B}{O} \frac{Rh+}{Rh-}$	$\frac{A}{B} \frac{Rh+}{Rh+}$ $\frac{1}{16} [AB, Rh+]$	$\frac{A}{B} \frac{Rh+}{Rh-}$ $\frac{1}{16} [AB, Rh-]$	$\frac{B}{O} \frac{Rh+}{Rh+}$ $\frac{1}{16} [B, Rh+]$	$\frac{B}{O} \frac{Rh+}{Rh-}$ $\frac{1}{16} [B, Rh-]$
$\frac{1}{4} \frac{B}{O} \frac{Rh-}{Rh-}$	$\frac{A}{B} \frac{Rh-}{Rh+}$ $\frac{1}{16} [AB, Rh+]$	$\frac{A}{B} \frac{Rh-}{Rh-}$ $\frac{1}{16} [AB, Rh-]$	$\frac{B}{O} \frac{Rh-}{Rh+}$ $\frac{1}{16} [B, Rh+]$	$\frac{B}{O} \frac{Rh-}{Rh-}$ $\frac{1}{16} [B, Rh-]$
$\frac{1}{4} \frac{O}{O} \frac{Rh+}{Rh-}$	$\frac{A}{O} \frac{Rh+}{Rh+}$ $\frac{1}{16} [A, Rh+]$	$\frac{A}{O} \frac{Rh+}{Rh-}$ $\frac{1}{16} [A, Rh-]$	$\frac{O}{O} \frac{Rh+}{Rh+}$ $\frac{1}{16} [O, Rh+]$	$\frac{O}{O} \frac{Rh+}{Rh-}$ $\frac{1}{16} [O, Rh-]$
$\frac{1}{4} \frac{O}{O} \frac{Rh-}{Rh-}$	$\frac{A}{O} \frac{Rh-}{Rh+}$ $\frac{1}{16} [A, Rh+]$	$\frac{A}{O} \frac{Rh-}{Rh-}$ $\frac{1}{16} [A, Rh-]$	$\frac{O}{O} \frac{Rh-}{Rh+}$ $\frac{1}{16} [O, Rh+]$	$\frac{O}{O} \frac{Rh-}{Rh-}$ $\frac{1}{16} [O, Rh-]$

La probabilité des différents phénotypes est:

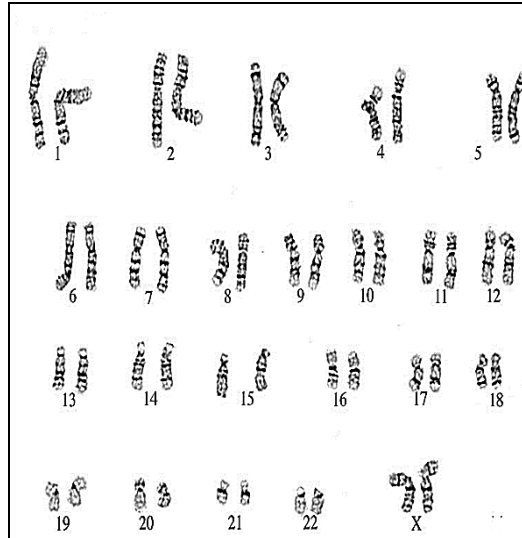
$3/16[AB, Rh+]$; $1/16[AB, Rh-]$; $3/16[A, Rh+]$; $1/16[A, Rh-]$; $3/16[B, Rh+]$; $1/16[B, Rh-]$; $3/16[O, Rh+]$; $1/16[O, Rh-]$;

1^{ère} Partie: l'information génétique (suite)

THEME N°5- HEREDITE ET GENETIQUE HUMAINE

CHAPITRE 5.2 : Anomalies chromosomiques

Rappel sur le caryotype humain



- Nombre total de chromosomes: 46
- Chromosomes rangés par paires et par ordre décroissant de taille
- Formule chromosomique: $2n=46$
- 23^e paire constituée de deux chromosomes identiques XX; donc caryotype d'un sujet féminin

NB: si la 23^e paire est constituée de deux chromosomes différents XY, il s'agit du caryotype d'un sujet masculin

Objectifs du chapitre 5-2

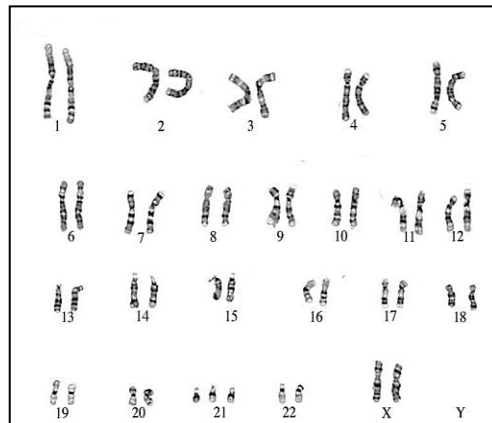
- Identifier chaque anomalie chromosomique à partir de l'étude des caryotypes
- Expliquer l'origine de chacune de ces anomalies chromosomiques

I. LA TRISOMIE 21 OU SYNDROME DE DOWN

Activité 1 :

Observez attentivement le caryotype ci-dessous.

- 1) Déterminez le nombre total de chromosomes présents sur ce caryotype en précisant le nombre d'autosomes et de gonosomes.
- 2) Ce caryotype est-il normal? Quelle particularité présente-t-il?
- 3) Donnez la formule chromosomique de ce sujet.
- 4) Précisez le sexe du sujet en le justifiant.
- 5) Comment constatée sur ce



peut-on qualifier l'anomalie caryotype?

Eléments de réponse

- 1) Ce caryotype présente 47 chromosomes dont 45 autosomes et 2 gonosomes X.
- 2) Ce caryotype est anormal. Il présente trois (3) chromosomes 21 au lieu de deux (2): il y a donc anomalie (ou aberration) chromosomique. Le caryotype présente un chromosome 21 surnuméraire.
- 3) La formule chromosomique du sujet est $2n=47$ soit $2n= 45 \text{ autosomes} + XX$
- 4) Le sujet est de sexe féminin car le caryotype montre la présence de deux gonosomes X à la 23^e paire.
- 5) L'anomalie observable sur ce caryotype est appelée trisomie 21 ou syndrome de Down.

A. Quelques caractéristiques de la trisomie 21 ou syndrome de Down.

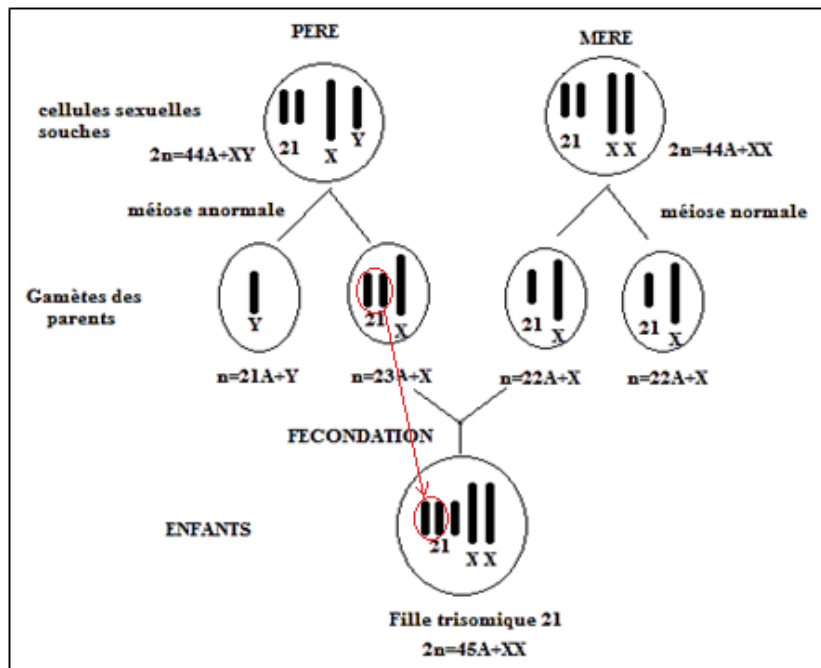


- Mains aux doigts courts
- Membres réduits
- Visage arrondi, plat avec un nez large
- Langue épaisse qui a tendance à sortir
- Pli palmaire unique
- Cou court
- Yeux obliques et exophtalmiques (yeux qui font saillie dehors)
- Nuque aplatie
- Retard mental
- Etc.

B. Origine de la trisomie 21 ou syndrome de Down.

La trisomie 21 ou syndrome de Down résulte de la non-disjonction de la paire de chromosomes 21 chez l'un des parents (cas du père ici) lors de la méiose conduisant à la formation des gamètes. La rencontre du gamète anormal du père contenant deux chromosomes 21 et un gonosome X avec un gamète normal de la mère contenant un chromosome 21 et un gonosome X conduit à un enfant trisomique 21.

NB: la non disjonction de la paire de chromosome 21 peut se produire également chez la mère.



EVALUATION

Choisissez la bonne réponse

1) La paire de chromosomes défectueuse est :

- a. 13^{ième} paire
- b. 21^{ième} paire
- c. 7^{ième} paire

2) Combien de chromosomes un enfant trisomique a-t-il?

- a. 46
- b. 47
- c. 44

3) Quel est le type de malformation la plus courante chez les nouveau-nés trisomiques?

- a. Malformation cardiaque
- b. Malformation des membres inférieurs et supérieurs
- c. Malformation du tube digestif

4) Le caryotype d'un garçon atteint de trisomie 21, comporte:

- a. 22 autosomes + XY
- b. 22 paires d'autosomes + XY
- c. 45 autosomes + XY
- d. 45 paires d'autosomes + XY

5) Le caryotype d'une fille atteinte de trisomie 21 comporte:

- a. 22 autosomes + XX
- b. 22 paires d'autosomes + XX
- c. 45 autosomes + XX
- d. 45 paires d'autosomes + XX

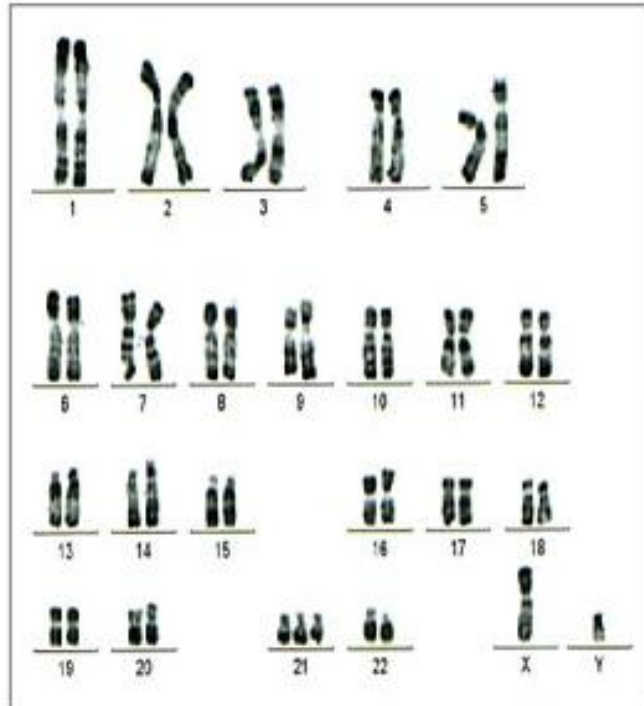
6) La trisomie 21 est une anomalie qui a pour origine:

- a. Mitose anormale
- b. Méiose anormale
- c. Fécondation anormale
- d. Accouchement prématuré

EXERCICE

Le syndrome de Down résulte d'une anomalie qui s'est produite au cours de la formation des gamètes. Les individus atteints de cette anomalie présentent les symptômes suivants : petite taille, tête ronde, visage large, membres réduits, yeux obliques et exophtalmiques, arriération mentale..., ils sont féconds. La figure ci-dessous montre le caryotype d'un individu présentant ce syndrome.

- 1) Que déduisez-vous de l'analyse complète de ce caryotype ?
 - 2) Sachant que les deux parents sont normaux, expliquez avec des schémas à l'appui, comment cette anomalie a pu apparaître chez cet individu.
- NB :** on ne considérera pour la réalisation des schémas, que les chromosomes de la 21^e paire et les gonosomes.



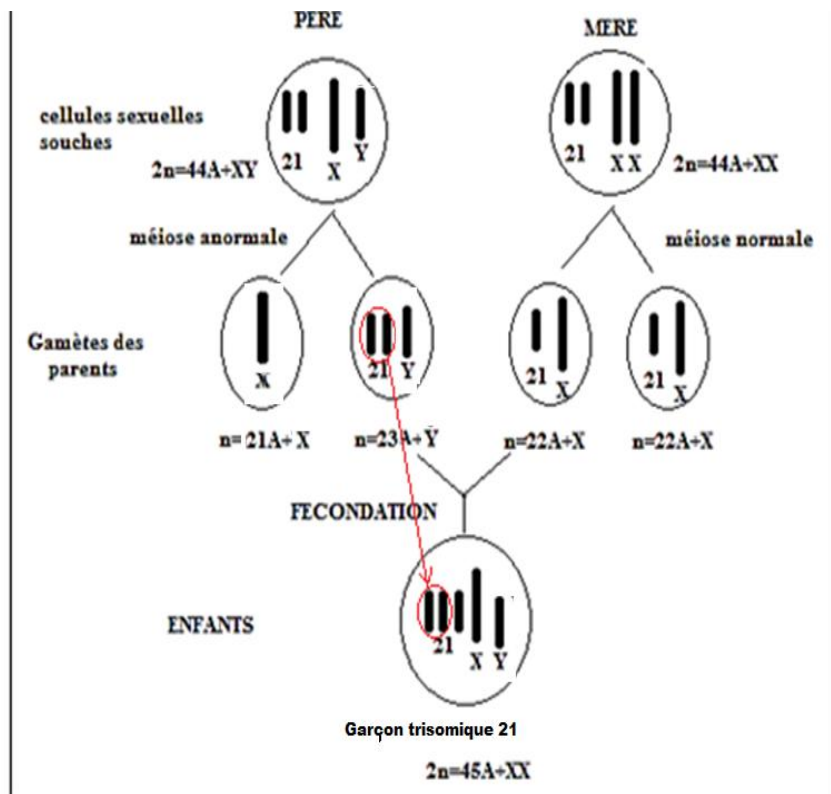
Corrigé de l'exercice

1) L'observation du caryotype montre 47 chromosomes au total dont 45 autosomes et une paire de gonosomes notés X et Y.

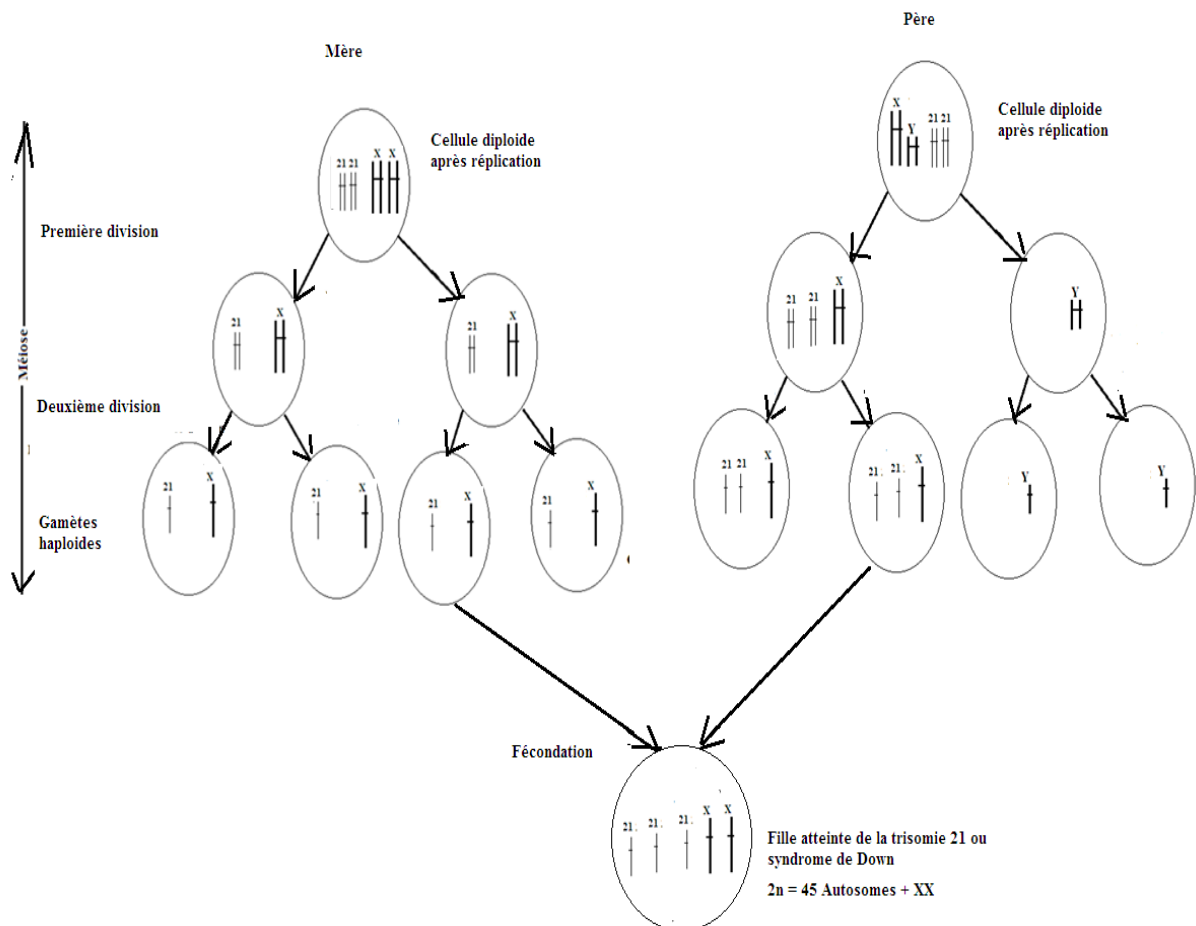
Ces chromosomes sont rangés deux à deux par ordre décroissant de taille. Chaque chromosome est à deux chromatides reliées par un centromère. On remarque que le chromosome 21 est en trois exemplaires au lieu de deux. Ce sujet est donc atteint de la trisomie 21 ou syndrome de Down. Ce caryotype appartient à un sujet masculin car il y a présence du gonosome Y. La formule chromosomique est $2n = 45 \text{ autosomes} + XY$.

2) Non disjonction de la paire de chromosomes 21 chez le père lors de la méiose conduisant à la formation des gamètes anormaux. La rencontre du gamète anormal contenant deux chromosomes 21 et un chromosome Y venant du père avec un gamète normal contenant un chromosome 21 et un chromosome X venant de la mère conduit à un garçon trisomique 21.

NB: la non-disjonction de la paire de chromosomes 21 peut aussi se produire chez la mère.



ou

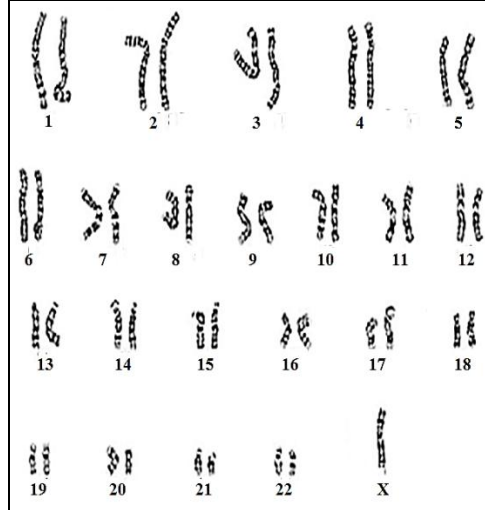


II. LE SYNDROME DE TURNER

Activité 2 :

Le document ci-dessous montre le caryotype d'un sujet.

- 1) Déterminez le nombre total de chromosomes présents sur ce caryotype en précisant le nombre d'autosomes et de gonosomes.
- 2) Ce caryotype est-il normal? Quelle particularité présente-t-il?
- 3) Donnez la formule chromosomique de ce sujet.
- 4) Précisez le sexe du sujet en le justifiant.
- 5) De quoi peut-on qualifier l'anomalie constatée sur ce caryotype?



Eléments de réponse

- 1) Ce caryotype présente 45 chromosomes dont 44 autosomes et 1 gonosome X.
- 2) Ce caryotype est anormal. Il présente un seul gonosome au lieu de deux (2): il y a donc anomalie chromosomique. Le caryotype présente un seul gonosome X.
- 3) La formule chromosomique du sujet est $2n=45$ soit $2n= 44 \text{ autosomes} + X$
- 4) Le sujet est de sexe féminin car le caryotype montre l'absence du gonosome Y à la 23^e position.
- 5) L'anomalie observable sur ce caryotype est appelée syndrome de Turner.

A. **syndrome de Turner.**

- Petite taille
- Visage un peu rond ;
- Palmures du cou rejoignant les épaules
- Caractères sexuels secondaires très peu ou pas du tout développés (absence des seins et des règles à la puberté)
- Stérilité

Quelques caractéristiques du



EVALUATION

Choisissez la bonne réponse

- 1) **Le syndrome de Turner affecte la:**
 - a. 13^{ième} paire
 - b. 23^{ième} paire
 - c. 7^{ième} paire
- 2) **Combien de chromosomes un enfant présentant le syndrome de Turner a-t-il?**
 - a. 46
 - b. 47
 - c. 45
- 3) **Quel est le type de malformation la plus courante chez le sujet atteint du syndrome de Turner à l'âge pubère**
 - a. L'absence du développement des seins
 - b. Malformation des membres inférieurs et supérieurs
 - c. Malformation du tube digestif
- 4) **Le caryotype d'une fille atteinte du syndrome de Turner comporte:**
 - a. 22 autosomes + XY
 - b. 22 paires d'autosomes + X
 - c. 45 autosomes + XX
 - d. 45 paires d'autosomes + XY
- 5) **Le caryotype d'une fille atteinte de syndrome de Turner comporte:**
 - a. un seul gonosome X
 - b. deux gonosomes XX
 - c. deux gonosomes XY
 - d. trois gonosomes XXY
- 6) **Le syndrome de Turner est une anomalie qui a pour origine:**
 - a. Mitose anormale
 - b. Méiose anormale
 - c. Fécondation anormale
 - d. Accouchement prématuré

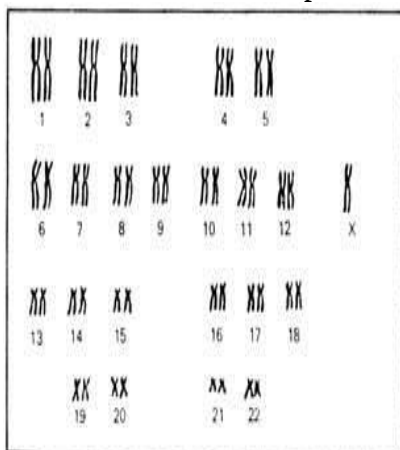
Exercice

Le syndrome de Turner se traduit chez les femmes atteintes par une petite taille et l'absence de développement des caractères sexuels secondaires.

Le document ci-dessous correspond au caryotype d'un sujet atteint.

- 1) Que déduisez-vous de l'analyse complète de ce caryotype ?
- 2) Sachant que les deux parents sont normaux, expliquez avec des schémas à l'appui, comment cette anomalie a pu apparaître chez cet individu.

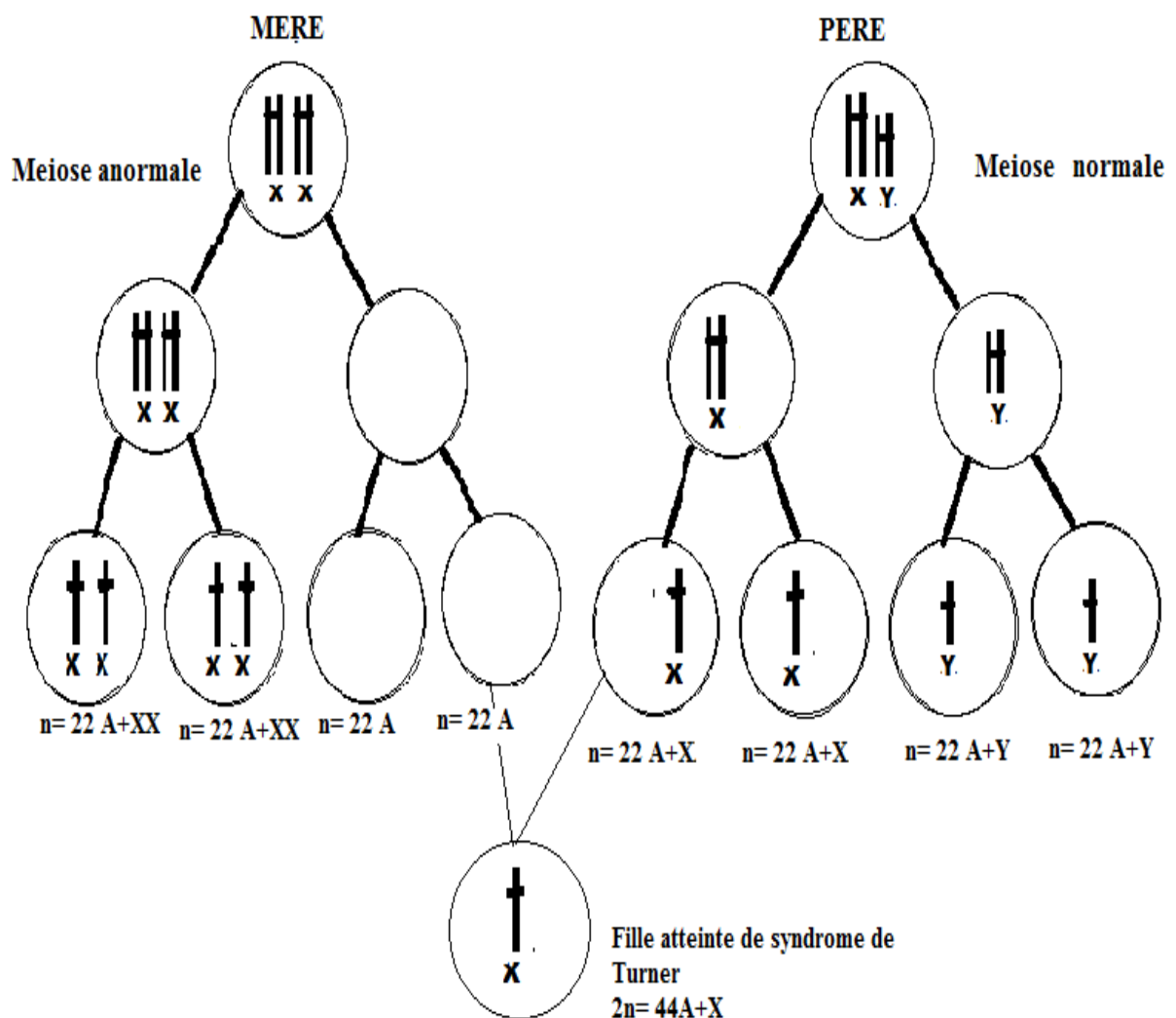
NB : on ne considérera pour la réalisation des schémas, que la paire de gonosomes.



Corrigé de l'exercice

- 1) L'observation du caryotype montre 45 chromosomes au total dont 44 autosomes et un gonosome X. Les chromosomes sont rangés deux à deux par ordre décroissant de taille sauf à la 23ème position. Chaque chromosome est à deux chromatides reliés par un centromère. On remarque à la 23^e position il y a un seul gonosome X au lieu de deux. La seule présence du gonosome X montre que ce sujet est donc atteint du syndrome de Turner et est de sexe féminin. La formule chromosomique est $2n = 44 \text{ autosomes} + X$.

- 2) Explication de l'apparition de l'anomalie chez le sujet atteint
Il y a non-disjonction de la paire de gonosomes chez la mère lors de l'anaphase I de méiose conduisant à la formation des gamètes anormaux.
La rencontre du gamète anormal de la mère ne contenant que 22 autosomes avec le gamète normal du père contenant 22 autosomes et un gonosome X conduit à une fille atteinte du **syndrome de Turner**.

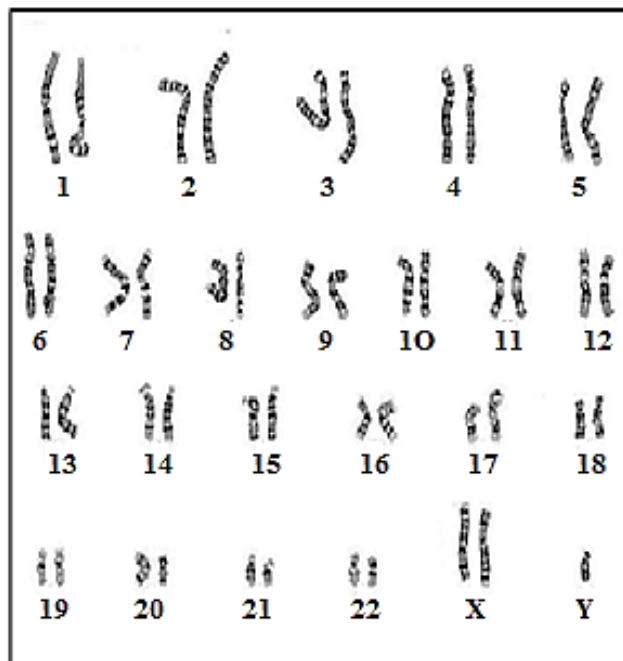


III. LE SYNDROME DE KLINEFELTER

Activité 2 :

Le document ci-dessous montre le caryotype d'un sujet.

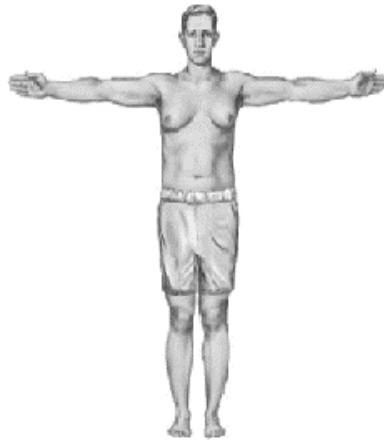
- 1) Déterminez le nombre total de chromosomes présents sur ce caryotype en précisant le nombre d'autosomes et de gonosomes.
- 2) Ce caryotype est-il normal? Quelle particularité présente-t-il?
- 3) Donnez la formule chromosomique de ce sujet.
- 4) Précisez le sexe du sujet en le justifiant.
- 5) De quoi peut-on qualifier l'anomalie constatée sur ce caryotype?



Eléments de réponse

- 1) Ce caryotype présente 47 chromosomes dont 44 autosomes, 2 gonosomes X et 1 gonosome Y.
- 2) Ce caryotype est anormal. Il présente 3 chromosomes sexuels au lieu de deux (2 gonosomes X et 1 gonosome Y): il y a donc anomalie (ou aberration) chromosomique. Le caryotype présente un gonosome X surnuméraire.
- 3) La formule chromosomique du sujet est $2n=47$ soit $2n= 44 \text{ autosomes} + XXY$
- 4) Le sujet est de sexe masculin car le caryotype montre la présence d'un gonosome Y en plus des gonosomes X à la 23^e position.
- 5) L'anomalie observable sur ce caryotype est appelée syndrome de Klinefelter.

A. Quelques caractéristiques du syndrome de Klinefelter.



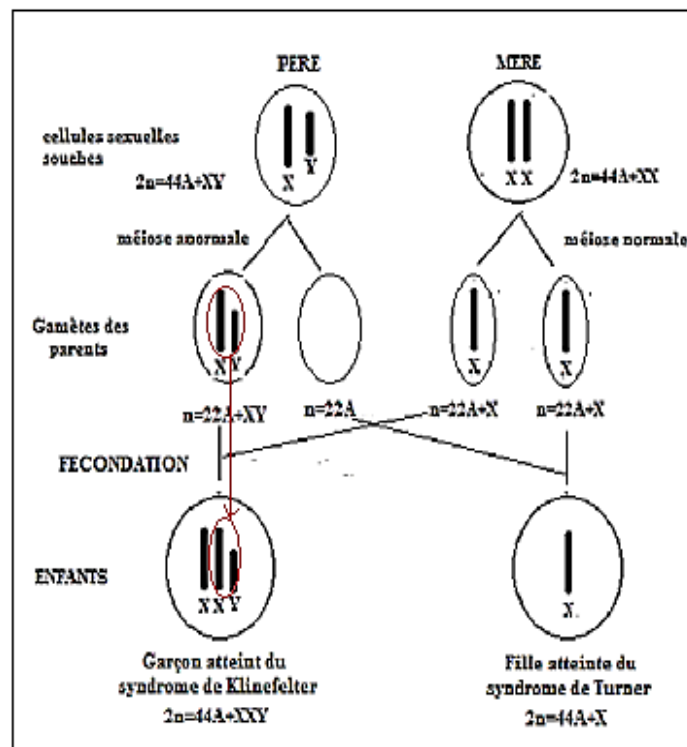
- Développement des caractères sexuels secondaires à la fois masculins et féminins à la puberté (musculature, seins, bassin large)
- testicules atrophiés
- Stérilité

B. Origine des syndromes de Turner et de Klinefelter.

Il y a non-disjonction de la paire de gonosomes chez l'un des parents (le père ici) lors de l'anaphase I ou des chromatides sœurs à l'anaphase II de méiose conduisant à la formation des gamètes.

La rencontre du gamète anormal du père contenant les 22 autosomes (aucun gonosome) avec le gamète normal de la mère contenant 22 autosomes et un gonosome X conduit à une fille atteinte de la **monosomie X** ou **syndrome de Turner**.

La rencontre du gamète anormal du père contenant 22 autosomes et deux gonosomes (X et Y) avec un gamète normal de la mère contenant 22 autosomes et un gonosome X conduit à un garçon atteint du **syndrome de Klinefelter**.



EVALUATION

Choisissez la bonne réponse

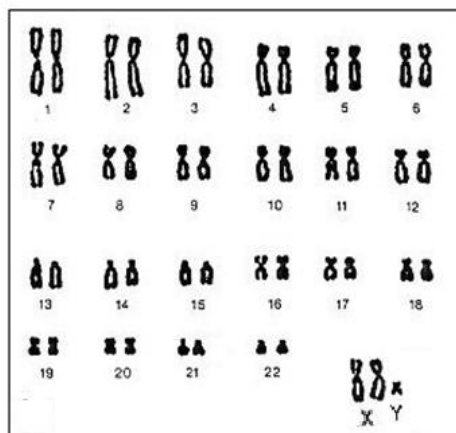
- 1) **Le syndrome de Klinefelter affecte la:**
 - a. 21^{ième} paire
 - b. 23^{ième} paire
 - c. 10^{ème} paire
- 2) **Combien de chromosomes un enfant présentant le syndrome de Klinefelter a-t-il?**
 - a. 46
 - b. 47
 - c. 45
- 3) **Quel est le type de malformation la plus courante chez le sujet atteint du syndrome de Turner a l'âge pubère**
 - a. L'absence du développement des seins
 - b. Malformation des membres inférieurs et supérieurs
 - c. Le développement des seins
- 4) **Le caryotype d'un garçon atteint du syndrome de Klinefelter comporte:**
 - a. 22 autosomes + XY
 - b. 22 paires d'autosomes + XY
 - c. 44 autosomes + XXY
 - d. 45 paires d'autosomes + XXY
- 5) **Le caryotype d'un garçon atteint de syndrome de Klinefelter comporte:**
 - a. un seul gonosome X
 - b. deux gonosomes XX
 - c. deux gonosomes XY
 - d. trois gonosomes XXY
- 6) **Le syndrome de Klinefelter est une anomalie qui a pour origine:**
 - a. Mitose anormale
 - b. Méiose anormale
 - c. Fécondation anormale
 - d. Accouchement prématuré

EXERCICE

Le syndrome de Klinefelter affecte les sujets masculins. A l'âge pubère les sujets atteints présentent un développement des caractères sexuels secondaires à la fois masculins et féminins. Le document ci-contre illustre le caryotype d'un tel sujet.

- 1) Que déduisez-vous à partir de l'analyse complète d'un tel document?
- 2) Expliquez à l'aide de schémas l'origine de la maladie.

NB : on ne considérera pour la réalisation des schémas, que la paire de gonosomes.



Corrigé de l'exercice

- 1) L'observation du caryotype montre 47 chromosomes au total dont 44 autosomes et trois gonosomes deux X et un Y. Les chromosomes sont rangés deux à deux par ordre décroissant de taille sauf à la 23^e position. Chaque chromosome est à deux chromatides reliés par un

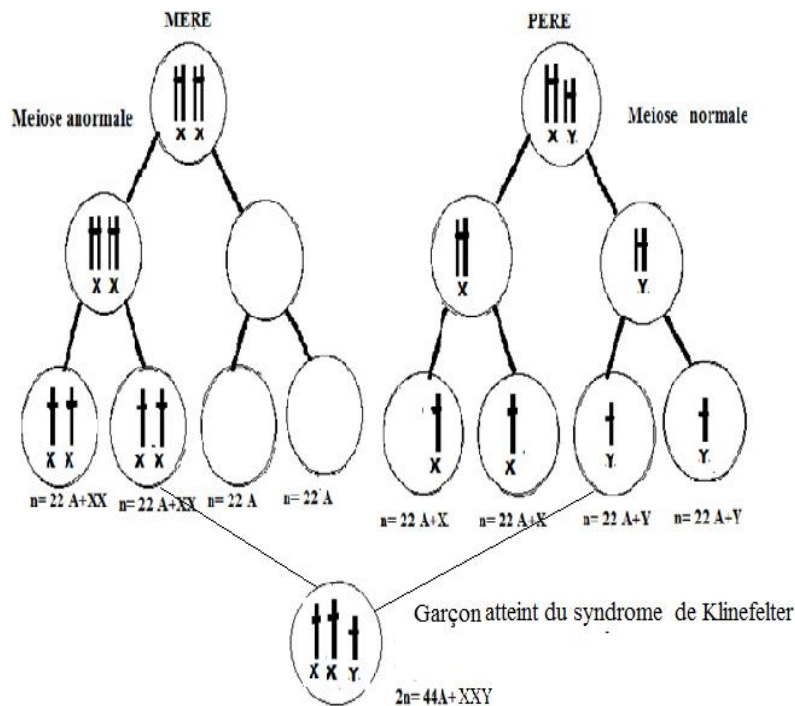
centromère. On remarque à la 23^e position il y a trois gonosomes au lieu de deux. La seule présence du gonosome X surnuméraire montre que ce sujet est donc atteint du syndrome de Klinefelter et est masculin. La formule chromosomique est $2n = 44 \text{ autosomes} + \text{XXY}$.

2) Explication de l'origine de la maladie chez le sujet atteint

Il y a non-disjonction de la paire de gonosomes chez la mère lors de l'anaphase I de méiose conduisant à la formation des gamètes anormaux.

La rencontre du gamète anormal de la mère contenant 22 autosomes+ XX avec le gamète normal du père contenant 22 autosomes et un gonosome Y conduit à un garçon atteint du syndrome de Klinefelter.

NB: la non-disjonction de la paire de gonosomes XY peut aussi se produire chez le père.



Références bibliographiques

1. Programme officiel de l'enseignement des SVT en Terminale D
2. Biologie, Terminale D, Collection ADN Hachette, 1991.
3. Biologie, Terminale D, Nathan, 1989.
4. Sciences de la vie et de la terre 1ere S. Hachette, 2006.
5. Sciences de la vie et de la terre, Terminale S, Bordas, 1994.
6. Biologie, Terminale D, Collection tavernier, Bordas, 1994.
7. Down, fr.123rf.com Cathy Yeulet banques d'images ID 33604661
8. Klinefelter, www. Netterimages. com, ELS Netterimages @ elservien.com, variante ID 30475
9. Turner, par Nina. N. Powell-Hamilton, MD, Sidney Kimmel medical college at Thomas Jefferson University

2^{ème} Partie: PHYSIOLOGIE DE L'ORGANISME

THEME N°6 : COMMUNICATION PAR VOIES NERVEUSE ET HUMORALE

CHAPITRE 6.1 : Tissu nerveux et notions de reflexes

Objectifs du chapitre

- Rappeler les notions de réflexes, de l'arc réflexe et de l'organisation du système nerveux
- Schématiser la structure d'un neurone
- Expliquer les propriétés du tissu nerveux (excitabilité et conductibilité)
- Expliquer le processus du conditionnement
- Réaliser des expériences de mise en évidence d'un réflexe de flexion chez la grenouille
- Déterminer les caractéristiques des réflexes innés et conditionnés
- Réaliser les schémas fonctionnels des arcs réflexes inné et conditionné
- Schématiser le trajet de l'influx nerveux à l'échelle cellulaire dans un acte réflexe médullaire simple

I. ORGANISATION DU SYSTEME NERVEUX

Activité 1: organisation du système nerveux de l'Homme

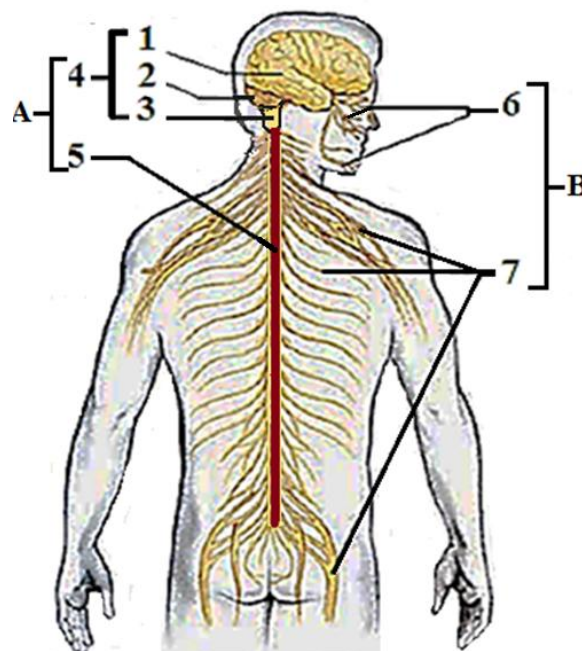
Le système nerveux de l'Homme est constitué par l'encéphale logé dans la boîte crânienne, la moelle épinière logée dans le canal rachidien de la colonne vertébrale et les nerfs qui relient l'encéphale et la moelle épinière aux différentes parties de l'organisme.

L'encéphale comprend le cerveau, le cervelet et le bulbe rachidien et forme avec la moelle épinière l'axe cérébro-spinal ou système nerveux central (SNC).

Il y a 12 paires de nerfs crâniens rattachés à l'encéphale et 31 paires de nerfs rachidiens rattachés à la moelle épinière chacun par deux racines. L'ensemble des nerfs forme le système nerveux périphérique (SNP).

A partir de vos connaissances et du texte ci-dessus, légendez en utilisant les mots ou expressions soulignés, le schéma ci-dessous représentant l'organisation du système nerveux de l'Homme.

NB: ne pas reprendre le schéma.



Organisation du système nerveux de l'homme

Éléments de réponse

A. système nerveux central (SNC)

1. Cerveau
2. Cervelet
3. Bulbe rachidien
4. Encéphale
5. Moelle épinière

B. système nerveux périphérique (SNP)

6. Nerfs crâniens
7. Nerfs rachidiens

Résumé

Le système **nerveux** de l'homme comprend :

- les **centres nerveux** : constitués par l'**encéphale** et **moelle épinière** logés respectivement dans la **boîte crânienne** et dans le **canal rachidien** de la colonne vertébrale. Encéphale et moelle épinière forment l'**axe cérébro-spinal** ou **système nerveux central (SNC)**.
- les **nerfs** dont **12 paires de nerfs crâniens** rattachés à l'encéphale et **31 paires de nerfs rachidiens** rattachés à la moelle épinière. L'ensemble des nerfs forme le **système nerveux périphérique (SNP)**.

Activité 2: Structure de la moelle épinière

Tâche 1: Observation macroscopique de la coupe transversale de la moelle épinière

La moelle épinière constitue avec l'encéphale, le système nerveux central. C'est un cordon blanchâtre d'environ 45 à 50 cm de long et 1 cm de diamètre chez l'adulte, logé dans le canal rachidien de la colonne vertébrale. L'observation de la coupe transversale de la moelle épinière montre une zone périphérique blanche appelée **substance blanche** entourant une zone centrale en forme de lettre H appelée **substance grise** présentant de part et d'autre un lobe antérieur appelé **corne ventrale** ou antérieure et un lobe postérieur appelé **corne dorsale** ou postérieure. La moelle épinière est traversée à son centre par un long canal appelé **canal de l'épendyme** et présente un **sillon ventral** ou antérieur court et large et un **sillon dorsal** ou postérieur long et étroit.

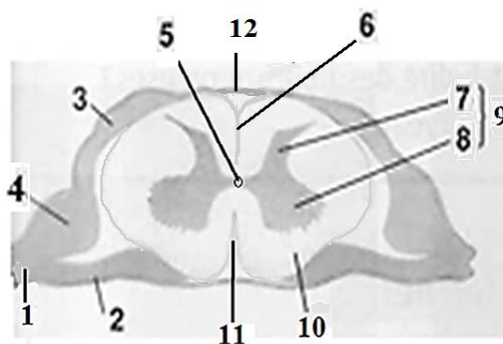
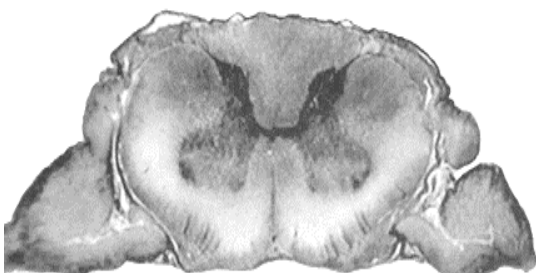
La moelle épinière est entourée par trois enveloppes protectrices appelées **méninges** (qui sont de l'intérieur vers l'extérieur: *la pie-mère, l'arachnoïde et la dure-mère*).

Chaque **nerf rachidien** communique avec la moelle épinière par deux racines. Une **racine ventrale** ou antérieure et une **racine dorsale** ou postérieure portant un renflement appelé **ganglion spinal**.

La photographie ci-dessous et son schéma d'interprétation représentent la coupe transversale de la moelle épinière.

A partir de vos connaissances et en vous aidant du texte ci-dessus, légendez ce document en utilisant les mots ou expressions soulignés dans le texte.

NB: ne pas reprendre le schéma.



Éléments de réponse

- | | | | |
|----|-------------------------------------|-----|--------------------------------------|
| 1. | Nerf rachidien | 8. | Corne ventrale de la substance grise |
| 2. | Racine ventrale ou antérieure | 9. | Substance grise |
| 3. | Racine dorsale ou postérieure | 10. | Substance blanche |
| 4. | Ganglion spinal | 11. | Sillon ventral |
| 5. | Canal de l'épendyme | 12. | Méninges |
| 6. | Sillon dorsal | | |
| 7. | Corne dorsale de la substance grise | | |

Résumé

L'observation macroscopique de la coupe transversale de la moelle épinière montre une zone périphérique blanche appelée **substance blanche** entourant une zone centrale en forme de lettre H appelée **substance grise**.

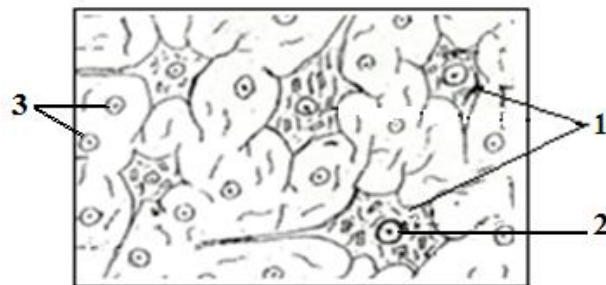
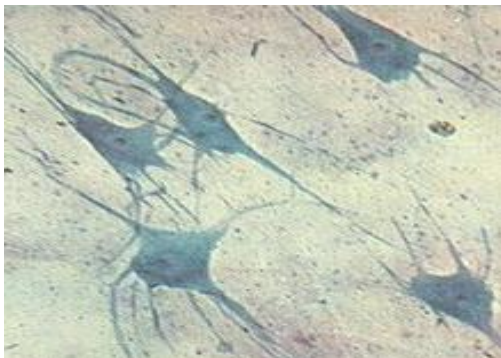
La moelle épinière est entourée par trois enveloppes protectrices appelées méninges (qui sont de l'intérieur vers l'extérieur: *la pie-mère, l'arachnoïde et la dure-mère*)

Activité 2: Structure de la moelle épinière

Tâche 2: Observation microscopique de la substance grise

L'observation microscopique réalisée au niveau de la substance grise de la moelle épinière montre la présence de nombreux corps étoilés contenant des organites cellulaires (**noyau**, réticulum endoplasmique, appareil de Golgi, mitochondries) entourés par des **cellules gliales**. Ces structures étoilées observables sur la photographie ci-dessous et leurs schémas d'interprétation représentent les corps cellulaires des neurones ou **péricaryons**.

Légender le schéma d'interprétation



Portion de la corne antérieure de la substance grise

Éléments de réponse

- | | |
|----|----------------------------------|
| 1. | Péricaryons ou corps cellulaires |
| 2. | Noyau |
| 3. | Cellules gliales |

Résumé

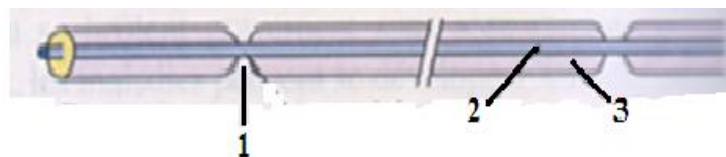
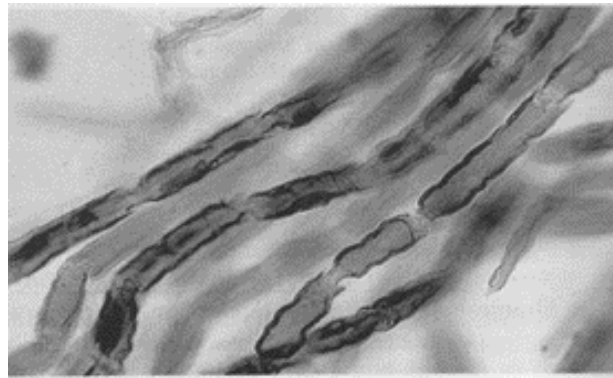
La substance grise de la moelle épinière est constituée de nombreux corps cellulaires de neurones appelés péricaryons et des cellules gliales.

Activité 2 : Structure de la moelle épinière

Tâche 3: Observation microscopique de la substance blanche

L'observation microscopique réalisée au niveau de la substance blanche de la moelle épinière montre de **nombreuses fibres nerveuses** dont l'**axone** est entouré d'une **gaine de myéline** interrompue par endroit pour former les **nœuds de Ranvier**.

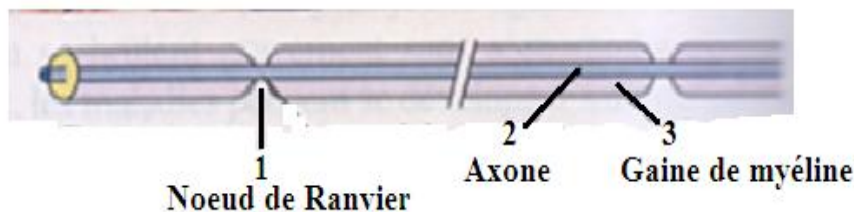
La photographie ci-dessous et son schéma d'interprétation représentent l'observation microscopique d'une portion de la substance blanche.



4. Titre:

A partir de vos connaissances et en vous aidant du texte ci-dessus, légendez le schéma d'interprétation en utilisant les mots ou expressions soulignés.

Éléments de réponse



4. Titre: Fibre nerveuse myélinisée

Résumé

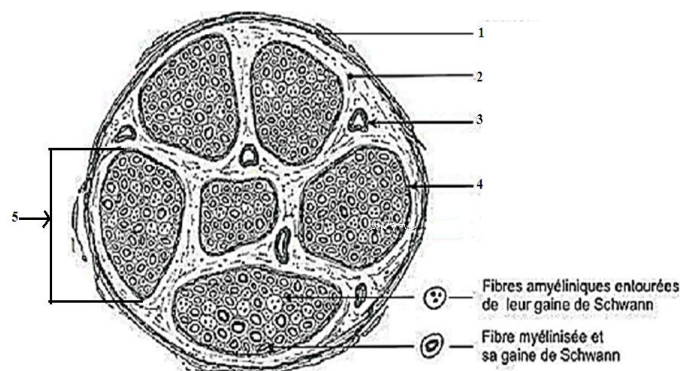
La substance blanche de la moelle épinière renferme de nombreuses fibres nerveuses myélinisées.

Activité 3: Structure du nerf

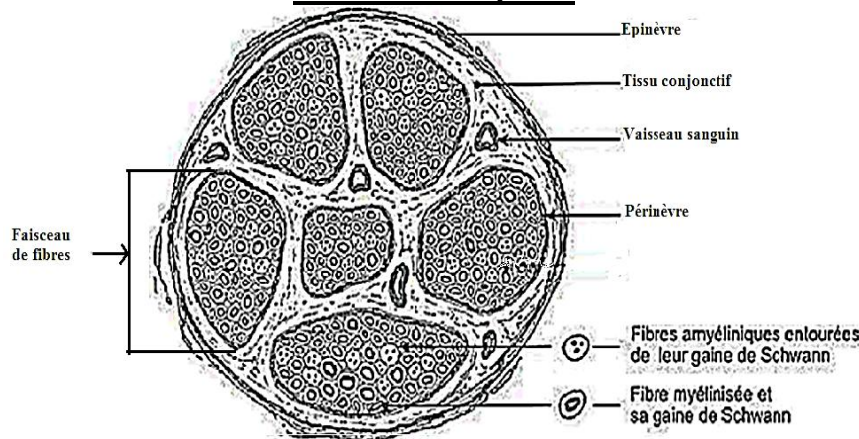
Tâche 1: Observation de la coupe transversale d'un nerf

L'observation de la coupe transversale d'un nerf montre de nombreuses fibres nerveuses myélinisées et amyéliniques, groupées en faisceaux disposés dans du tissu conjonctif et entourés d'une gaine appelée périnèvre. On note également la présence de vaisseaux sanguins. Le nerf est entouré d'une gaine protectrice appelée épinèvre.

Légendez le schéma ci-dessous de la coupe transversale du nerf en plaçant les mots ou expressions soulignés dans le texte.



Éléments de réponse



Résumé

Le nerf est constitué de nombreuses fibres nerveuses groupées en faisceaux disposés dans du tissu conjonctif.

Activité 3: Structure du nerf

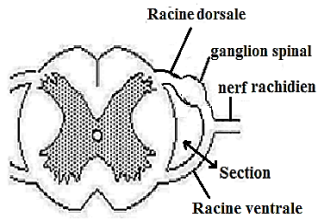
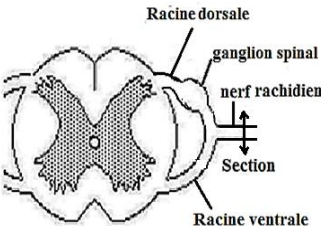
Tâche 2: Rôle des racines d'un nerf rachidien (expérience de Magendie)

Afin de déterminer le rôle des racines du nerf rachidien, Magendie a mis à nu le nerf sciatique innervant la pâte postérieure d'un chien jusqu'à sa jonction avec la moelle épinière. Les résultats obtenus suite à la section de chacune des racines de ce nerf et à la stimulation de l'animal sont présentés dans les tableaux suivants.

Interprétez le résultat de chaque expérience afin de dégager le rôle de chacune des racines du nerf rachidien.

Éléments de réponse de la tâche 2 (expérience de Magendie)

Expériences de Magendie		
Expérience 1	Résultat	Interprétation
<i>Section de la racine dorsale et stimulation de la pâte innervée.</i>	La pâte innervée par le nerf rachidien dont la racine dorsale est sectionnée perd toute sensibilité mais conserve sa motricité.	La racine dorsale du nerf rachidien contient des fibres nerveuses sensibles conductrices de l'influx nerveux sensitif.

Expérience 2	Résultat	Interprétation
 <i>Section de la racine ventrale et stimulation de la pâte innervée.</i>	La pâte innervée par le nerf rachidien dont la racine ventrale est sectionnée perd toute motricité mais conserve sa sensibilité.	La racine ventrale du nerf rachidien contient des fibres nerveuses motrices conductrices de l'influx nerveux moteur.
Expérience 3	Résultat	Interprétation
 <i>Section du nerf rachidien et stimulation de la pâte innervée.</i>	La pâte innervée par le nerf rachidien sectionné perd toute sensibilité et toute motricité.	Le nerf rachidien contient des fibres nerveuses sensibles et des fibres nerveuses motrices. Il conduit à la fois le message sensitif et le message moteur. c'est un nerf mixte.

Résumé

La racine dorsale du nerf rachidien contient des fibres nerveuses sensibles conductrices du message nerveux sensitif tandis que la racine ventrale contient des fibres nerveuses motrices conductrices du message nerveux moteur.

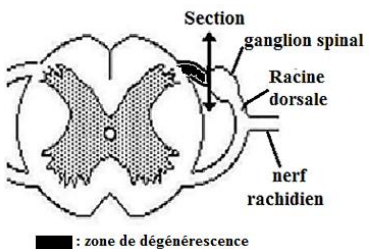
Activité 3: Structure du nerf

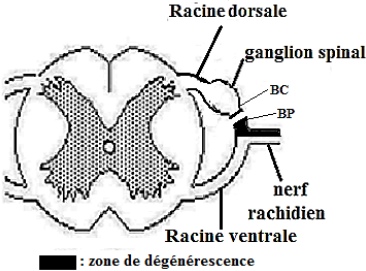
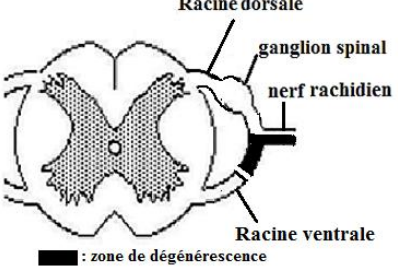
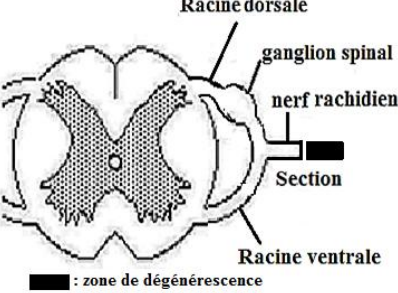
Tâche 3: localisation des corps cellulaires des neurones sensitifs et moteurs du nerf rachidien (expérience de dégénérescence wallérienne).

Afin de déterminer la localisation des corps cellulaires des neurones passant par les racines dorsale et ventrale du nerf rachidien Waller a réalisé des expériences de section de la racine dorsale avant puis après le ganglion spinal et de la racine ventrale. Les résultats obtenus sont présentés dans les tableaux suivants.

Interprétez le résultat de chaque expérience afin de déterminer la localisation des corps cellulaires des neurones sensitifs et moteurs du nerf rachidien.

Eléments de réponse de la tâche 3 (expérience de dégénérescence wallérienne).

Expérience de dégénérescence wallérienne		
Expérience 1	Résultat	Interprétation
 <i>Section de la racine dorsale</i>	Il y a dégénérescence de la partie située entre le ganglion spinal et la moelle épinière.	Les neurones sensitifs passant par la racine dorsale ont leur corps cellulaire localisé du côté du ganglion spinal

entre le ganglion spinal et la moelle épinière.		
Expérience 2	Résultat	Interprétation
 Section de la racine dorsale entre le ganglion spinal et la jonction entre les deux racines	Il y a dégénérescence de la partie située entre le ganglion spinal et la jonction entre les deux racines ainsi que la moitié du nerf rachidien.	Les neurones sensitifs passant par la racine dorsale ont leur corps cellulaire localisé dans le ganglion spinal.
Expérience 3	Résultat	Interprétation
 Section de la racine ventrale.	Il y a dégénérescence de la partie isolée de la moelle épinière ainsi que la moitié du nerf rachidien.	Les neurones moteurs passant par la racine ventrale ont leur corps cellulaire localisé dans la moelle épinière.
Expérience 4	Résultat	Interprétation
 Section du nerf rachidien.	Il y a dégénérescence de la partie isolée de la moelle épinière.	les neurones passant par le nerf rachidien ont leur corps cellulaire du côté de la moelle épinière.

Résumé

Les neurones sensitifs passant par la racine dorsale du nerf rachidien ont leurs corps cellulaires localisés dans le ganglion spinal tandis que les neurones moteurs passant par la racine ventrale du nerf rachidien ont leurs corps cellulaires localisés dans la substance grise de la moelle épinière.

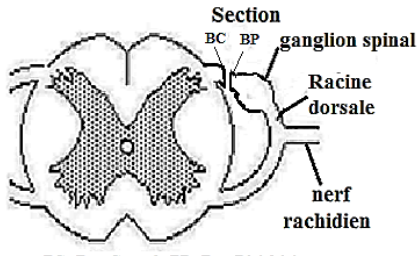
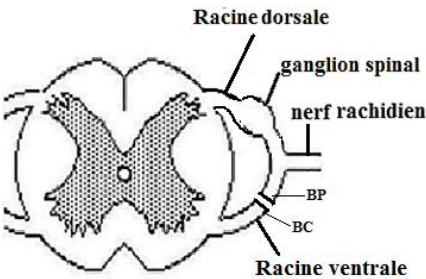
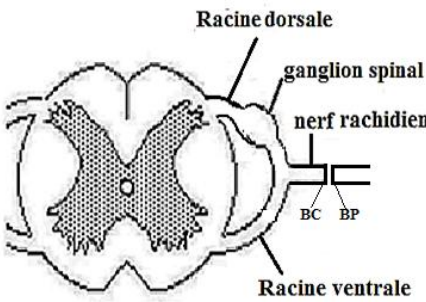
Activité 3: Structure du nerf

Tâche 4: Sens de conduction du message nerveux par les racines rachidiennes..

Afin de préciser le sens de conduction du message nerveux par les racines du nerf rachidien, des expériences de stimulation des bouts périphériques et centraux des racines rachidiennes sectionnées ont été effectuées. Les résultats obtenus sont présentés dans les tableaux suivants.

Interprétez le résultat de chaque expérience afin de préciser le sens de conduction du message nerveux par chacune des racines du nerf rachidien.

Eléments de réponse de la tâche 4 (Sens de conduction du message nerveux par les racines rachidiennes).

Expériences de stimulation des bouts périphériques et centraux des racines rachidiennes sectionnées		
Expérience 1	Résultat	Interprétation
 BC= Bout Central; BP= Bout Périphérique Stimulation du BP et du BC de la racine dorsale sectionnée.	La stimulation du bout périphérique est sans effet alors que celle du bout central entraîne une sensibilité et une réaction motrice de la région innervée.	La racine dorsale conduit l'influx nerveux sensitif par voie afférente ou centripète (c'est-à-dire du récepteur vers la moelle épinière)
Expérience 2	Résultat	Interprétation
 BC= Bout Central; BP= Bout Périphérique Stimulation du BP et du BC de la racine ventrale sectionnée.	La stimulation du bout central est sans effet alors que celle du bout périphérique entraîne une réaction motrice de la région innervée.	La racine ventrale conduit l'influx nerveux moteur par voie efférente ou centrifuge (c'est-à-dire de la moelle épinière vers l'effecteur)
Expérience 3	Résultat	Interprétation
 BC= Bout Central; BP= Bout Périphérique Stimulation du BP et du BC du nerf rachidien sectionné.	La stimulation du bout périphérique entraîne une réaction motrice de la seule région innervée et celle du bout central entraîne une sensibilité de la région innervée qui reste cependant immobile.	Le nerf rachidien conduit l'influx nerveux sensitif afférent et l'influx nerveux moteur efférent.

Résumé

La racine dorsale du nerf rachidien conduit le message nerveux sensitif par voie afférente ou centripète tandis que la racine ventrale conduit le message nerveux moteur par voie efférente ou centrifuge.

Le nerf rachidien conduit à la fois le message nerveux sensitif afférent et le message nerveux moteur efférent: c'est un nerf mixte.

Conclusion:

- Les neurones passant par la racine dorsale du nerf rachidien conduisent le message nerveux sensitif centripète (c'est-à-dire du récepteur sensoriel vers le centre nerveux) et leurs corps cellulaires sont localisés dans le ganglion spinal.
- Les neurones passant par la racine ventrale du nerf rachidien conduisent le message nerveux moteur centrifuge (c'est-à-dire du centre nerveux vers l'effecteur) et leurs corps cellulaires sont localisés dans la moelle épinière.

Activité 4: Structure du neurone

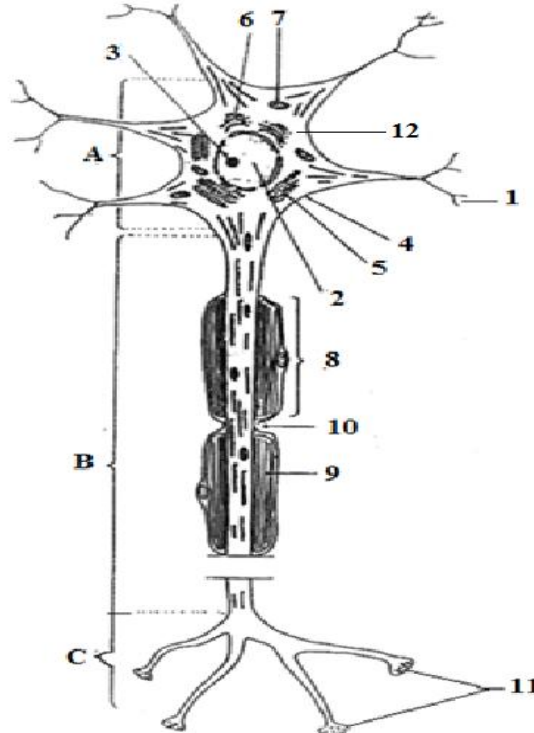
Tâche 1: Les différentes parties d'un neurone

La cellule nerveuse ou le neurone présente trois parties principales:

- Le corps cellulaire (ou péricaryon) présentant de nombreuses ramifications appelées dendrites et contenant des organites cellulaires tels que le noyau, le réticulum endoplasmique, l'appareil de Golgi, les mitochondries, baignant dans l'axoplasme;
- L'axone entouré ou non d'une gaine de myéline et d'une cellule de Schwann interrompues par endroit pour former les nœuds de Ranvier;
- Et une arborisation terminale présentant des boutons synaptiques.

Le document ci-dessous montre la structure d'un neurone ou cellule nerveuse.

A partir de vos connaissances et en vous aidant du texte ci-dessus, légendez ce document en utilisant les mots ou expressions soulignés.



Éléments de réponse

A. Corps cellulaire (ou péricaryon)

B. Axone

C. Arborisation terminale

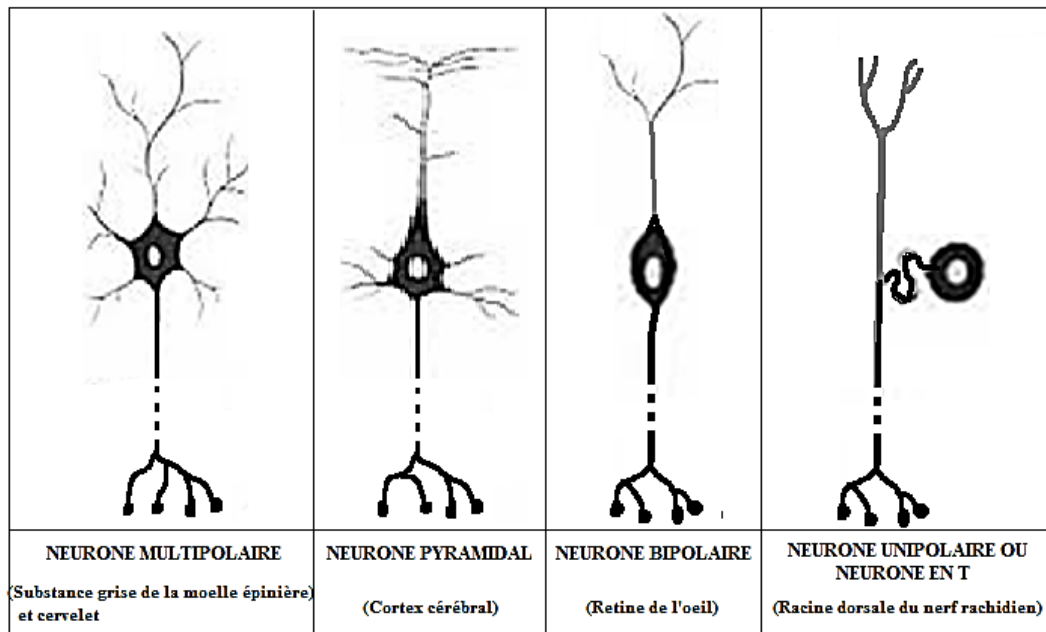
1. Dendrites
2. Noyau
3. Nucléole
4. Membrane cytoplasmique
5. Réticulum endoplasmique

6. Appareil de Golgi
7. Mitochondrie
8. Cellule de Schwann
9. Gaine de myéline
10. Nœud de Ranvier
11. Boutons synaptiques
12. Axoplasme

Résumé

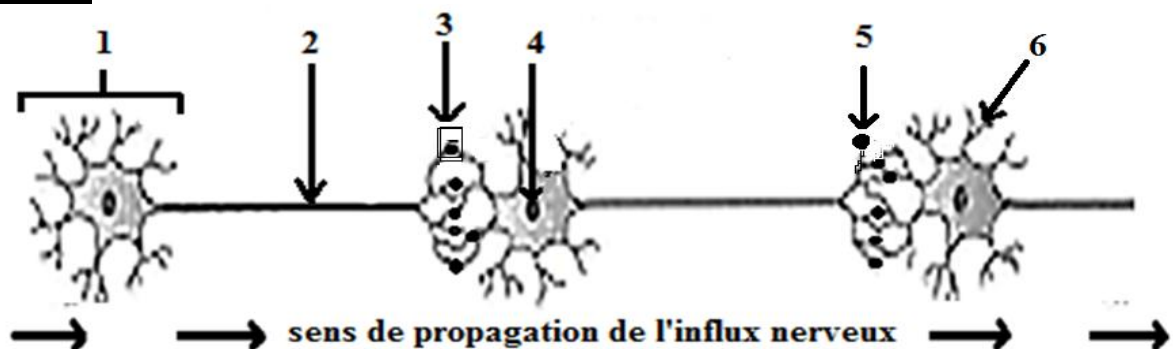
Le neurone ou cellule nerveuse, présente trois parties: le *corps cellulaire*, l'*axone* et l'*arborisation terminale*.

Remarque: il existe différents types de neurones caractérisant chacun un centre nerveux.



Activité 4: Structure du neurone

Tâche 2: la chaîne nerveuse

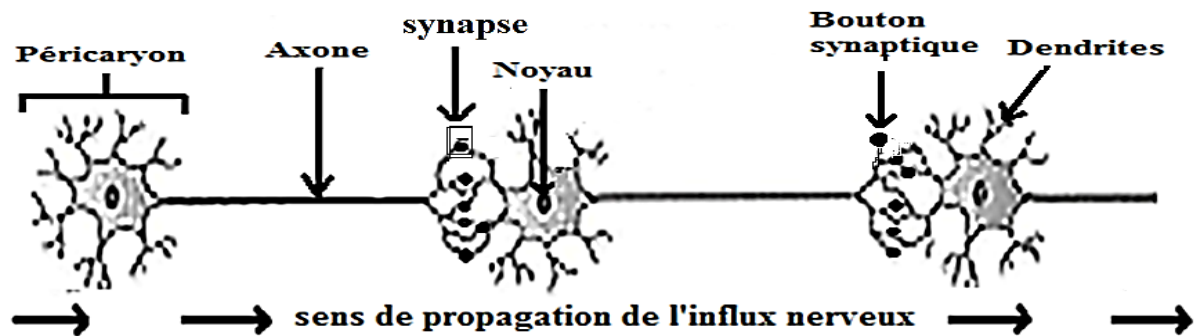


Le document ci-dessus représente une chaîne nerveuse.

- 1) **Légendez ce document en utilisant les chiffres indiqués.**
- 2) **Qu'est-ce qu'une synapse?**
- 3) **Qu'est-ce qu'une chaîne nerveuse?**
- 4) **Quel est le sens de propagation de l'influx nerveux au niveau d'une chaîne nerveuse?**

Éléments de réponse

1)



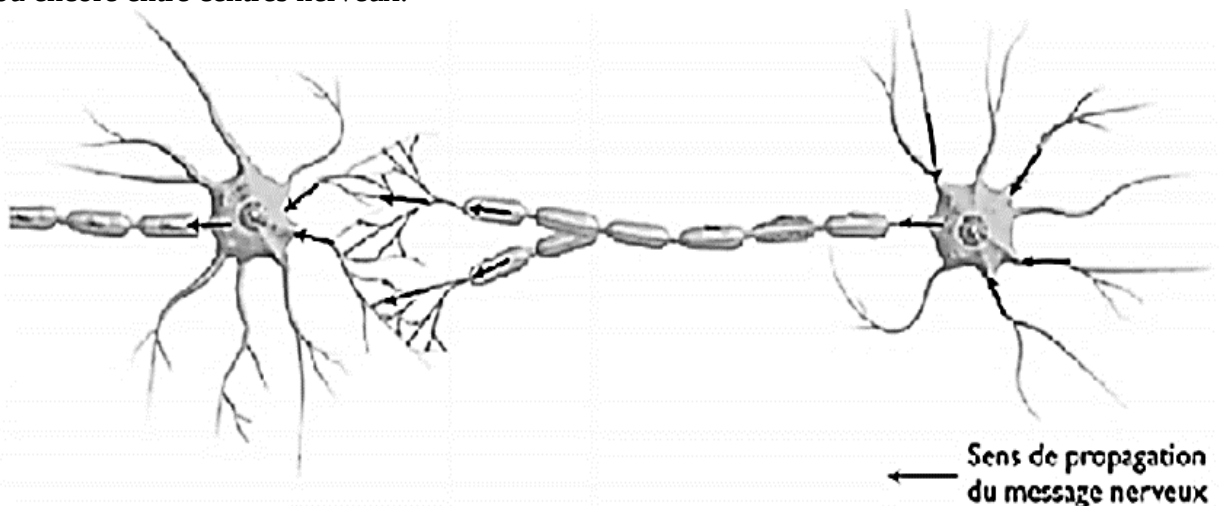
2) Une synapse c'est la zone de contact entre deux neurones.

3) Une chaîne nerveuse est une suite de neurones unis les uns aux autres au niveau des synapses.

4) L'influx nerveux circule en général de l'arborisation terminale du premier neurone vers le corps cellulaire du suivant.

Résumé

Une **chaîne nerveuse** est une suite de neurones unis les uns aux autres au niveau des **synapses** et assurant la conduction du message nerveux d'un récepteur sensoriel vers un centre nerveux (ex. moelle épinière) ou d'un centre nerveux vers un effecteur (ex. muscle) ou encore entre centres nerveux.



Evaluation

Les affirmations suivantes peuvent comporter une ou plusieurs bonnes réponses. Choisissez la ou les bonnes réponses dans chaque cas.

1) **Le système nerveux des vertébrés est en partie constitué :**

a) De l'encéphale; b) De ganglions nerveux; c) De la moelle épinière; d) Des nerfs rachidiens; e) Toutes les réponses sont bonnes

2) **Laquelle de ces structures fait partie du système nerveux central:**

a) Le ganglion rachidien; b) La moelle épinière; c) Le nerf optique; d) La moelle osseuse; e) Toutes les réponses sont bonnes.

3) **Le corps cellulaire du neurone:**

a) Se trouve principalement dans la substance blanche de la moelle épinière; b) Est indispensable à l'intégrité de l'axone mais pas à celle des dendrites; c) Peut être détruit

sans détruire pour autant les fibres nerveuses; **d)** Se prolonge de dendrites afférentes et d'un axone efférent; **e)** Toutes les réponses sont bonnes.

4) Dans un neurone, il y a :

a) Seulement une dendrite; **b)** Une ou plusieurs dendrites; **c)** Seulement un axone; **d)** Un ou plusieurs axones; **e)** Toutes les réponses sont bonnes

5) Un neurone se compose :

a) D'un corps cellulaire, de plusieurs axones et d'une dendrite; **b)** D'un corps cellulaire, d'un axone et de nombreuses dendrites; **c)** D'un corps cellulaire, d'un axone et d'une dendrite; **d)** Toutes les réponses sont bonnes

6) La substance grise du système nerveux c'est :

a) Les corps cellulaires des neurones; **b)** Les extensions du corps cellulaire; **c)** Les dendrites et les axones; **d)** Les dendrites seulement; **e)** Toutes les réponses sont bonnes

7) La substance blanche du système nerveux c'est :

a) Les corps cellulaires des neurones; **b)** Les extensions du corps cellulaire; **c)** Les dendrites et les axones; **d)** Les axones seulement; **e)** Toutes les réponses sont bonnes

8) Les dendrites

a) Reçoivent les influx nerveux; **b)** Transportent les influx vers d'autres corps cellulaires; **c)** Sont des cellules nerveuses éclatées; **d)** Sont ramifiées; **e)** Toutes les réponses sont bonnes

9) Les nerfs peuvent généralement conduire des informations :

a) Issues des organes récepteurs; **b)** Issues des centres nerveux et allant vers des organes moteurs; **c)** Ces deux types d'information à la fois; **d)** Un de ces deux types d'information suivant qu'ils sont sensitifs ou moteurs; **e)** Toutes les réponses sont bonnes.

10) Un nerf:

a) Est constitué toujours que d'un seul type de fibres; **b)** Peut contenir des fibres afférentes ou efférentes ou même les deux types; **c)** Est constitué d'une seule fibre nerveuse protégée par la myéline; **d)** Est un ensemble de fibres de nature variable (myélinisé ou non); **e)** Toutes les réponses sont bonnes.

Corrigé de l'évaluation

- | | | | |
|----|----|-----|------------|
| 1) | e. | 6) | a et b. |
| 2) | b. | 7) | d. |
| 3) | d. | 8) | a, b et d. |
| 4) | c. | 9) | e. |
| 5) | b. | 10) | b et d. |

Exercice

Le document 1 représente le schéma d'une coupe transversale de moelle épinière d'un mammifère. Les documents 2 et 3 représentent à fort grossissement les régions encadrées.

1) Identifiez les structures désignées 1 à 16.

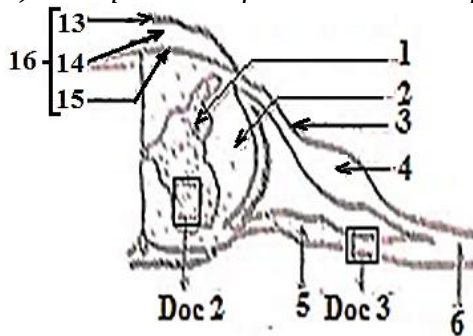
De très nombreuses méthodes ont été proposées pour découvrir les relations entre les structures des documents 2 et 3. Par exemple, on peut observer l'amplitude et la direction de la dégénérescence consécutive à des sections de racines rachidiennes. Le document 4 indique la position des sections et, en hachures, la direction des zones dégénérantes.

2) Quelle(s) conclusion (s) tirez-vous de ces observations ?

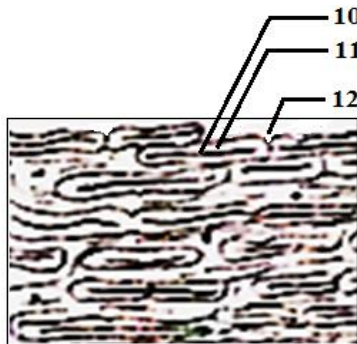
Des expériences de section et de stimulation des bouts périphériques et centraux des racines rachidiennes sectionnées montrent que:

- les sections (b) et (c) de la racine postérieure entraînent la perte de toute sensibilité de la région innervée et que la stimulation du bout périphérique est sans effet alors que celle du bout central entraîne une sensibilité et une réaction motrice.

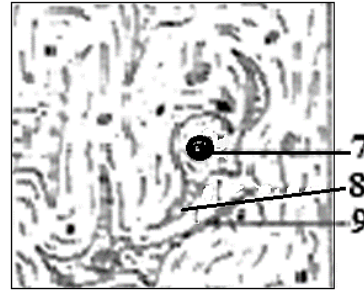
- la section (a) de la racine antérieure entraîne la perte de toute motricité de la région innervée qui reste cependant sensible et que la stimulation du bout central est sans effet alors que celle du bout périphérique entraîne une réaction motrice de la région innervée.
- 3) A partir de ces observations dégager le rôle des racines rachidiennes.
- 4) Pourquoi le nerf rachidien est-il qualifié de nerf mixte ?



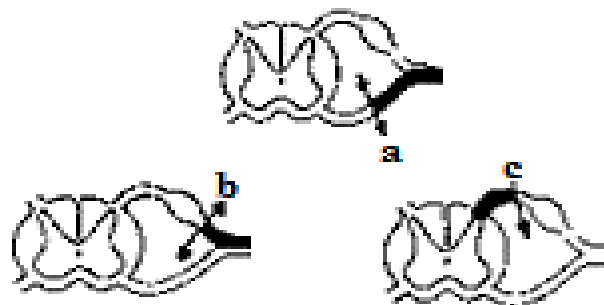
Document 1



Document 3



Document 2



Document 4

Corrigé de l'exercice

1)

1. Substance grise; 2. substance blanche; 3. racine dorsale; 4. ganglion spinal; 5. racine ventrale; 6. nerf rachidien; 7. noyau; 8. dendrite; 9. axone; 10. axone; 11. gaine de myéline; 12. nœud de Ranvier; 13. dure-mère; 14. arachnoïde; 15. pie-mère; 16. méninges.

2) - Les corps cellulaires des neurones passant par la racine dorsale sont localisés dans le ganglion spinal. Ce sont des neurones en T.

- Les corps cellulaires des neurones passant par la racine ventrale sont localisés dans la moelle épinière.

3) La **racine dorsale** du nerf rachidien **conduit le message nerveux sensitif centripète** (c'est-à-dire du récepteur sensoriel vers le centre nerveux) tandis que la **racine ventrale** du nerf rachidien **conduit le message nerveux moteur centrifuge** (c'est-à-dire du centre nerveux vers l'effecteur).

4) Le nerf rachidien est qualifié de nerf mixte parce qu'il est constitué de fibres nerveuses sensibles qui conduisent l'influx nerveux sensitif afférent ou centripète et de fibres nerveuses motrices qui conduisent l'influx nerveux moteur efférent ou centrifuge.

II. LES REFLEXES

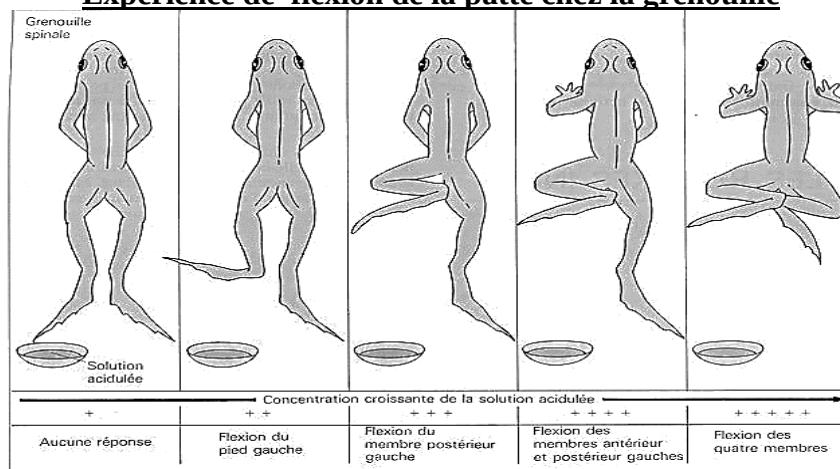
Activité 1: Mise en évidence d'un réflexe de flexion chez la grenouille

Une grenouille spinale (décérébrée) est suspendue à une potence jambes pendantes. On plonge l'extrémité de sa patte postérieure gauche dans une solution d'acide de concentrations croissantes en prenant soin de rincer la patte en passant d'une concentration à une autre.

Le schéma ci-dessous montre les résultats obtenus suite aux différentes stimulations portées sur l'animal.

- 1) *Analysez ces résultats.*
- 2) *Quelle (s) conclusion (s) tirez-vous?*
- 3) *Proposez à partir des réactions de l'animal observées sur le schéma, une définition du mouvement observé.*

Expérience de flexion de la patte chez la grenouille



Eléments de réponse

1) Analyse des résultats:

- La première concentration, très faible, n'a engendré aucune réponse de l'animal.
- La deuxième concentration, plus importante que la précédente, a provoqué la flexion de la seule patte gauche dont l'extrémité est plongée dans la solution d'acide.
- La troisième concentration, plus importante que la précédente, a provoqué la flexion de tout le membre postérieur gauche de l'animal.
- La quatrième concentration, plus importante que la précédente, a provoqué la flexion des membres, postérieur et antérieur gauches de l'animal.
- La cinquième concentration, plus importante que la précédente, a provoqué la flexion des quatre membres de l'animal.

Plus l'intensité de la stimulation augmente, plus la réaction de l'animal est plus importante.

2) Conclusion:

Ces *réactions involontaires* et *inconscientes* de la grenouille sont qualifiées de **mouvements réflexes**.

3) Un **réflexe** est une réponse immédiate, inconsciente et involontaire d'un organe ou d'une partie du corps déclenchée par le système nerveux à la suite d'une stimulation sensitive ou sensorielle.

Résumé

Une grenouille décérébrée réagit par des **mouvements involontaires** et **inconscients** de flexions des membres suite aux stimulations portées sur elle. Ces réactions sont de **mouvements réflexes**.

Un **réflexe** est une réponse immédiate, inconsciente et involontaire d'un organe ou d'une partie du corps déclenchée par le système nerveux à la suite d'une stimulation sensitive ou sensorielle. Il existe deux types de reflexes : le **réflexe inné** et le **réflexe conditionné** ou **conditionnel** ou **acquis**.

Activité 2: Le réflexe inné

Tâche 1: Caractéristiques des réflexes innés

Lorsqu'on pèle les oignons, les larmes coulent des yeux. A la vue d'un mets succulent, la bouche se remplit de salive. Lorsque la main touche par mégarde un objet chaud ou frais, il y a un brusque retrait de celle-ci. Lorsqu'on touche par mégarde un fil électrique dénudé, il y a un brusque retrait de la main.

- 1) Quelles caractéristiques communes présentent ces différentes observations?
- 2) Comment peut-on alors qualifier ces différentes réactions?
- 3) Quels sont selon vous les différents organes intervenant dans la réalisation de ces réactions ainsi que leurs rôles respectifs?
- 4) Proposez un schéma fonctionnel du mouvement de retrait de la main au contact du courant électrique.

Eléments de réponse

- 1) Les différentes réactions observées sont involontaires, automatiques, inconscientes, inéluctables.
- 2) Ces différentes réactions sont qualifiées de réflexes **innés**.
- 3) Les réflexes innés, font intervenir :
 - un **récepteur sensoriel** (la peau de la main), qui reçoit l'excitation;
 - un **centre nerveux** (la moelle épinière), qui reçoit le message sensitif qu'elle convertit en message moteur;
 - un **effecteur** (les muscles du bras), qui se contractent pour permettre le retrait de la main;
 - des **voies nerveuses centripètes** et **centrifuges** (des fibres d'un ou plusieurs nerfs), qui conduisent les messages nerveux.
- 4)

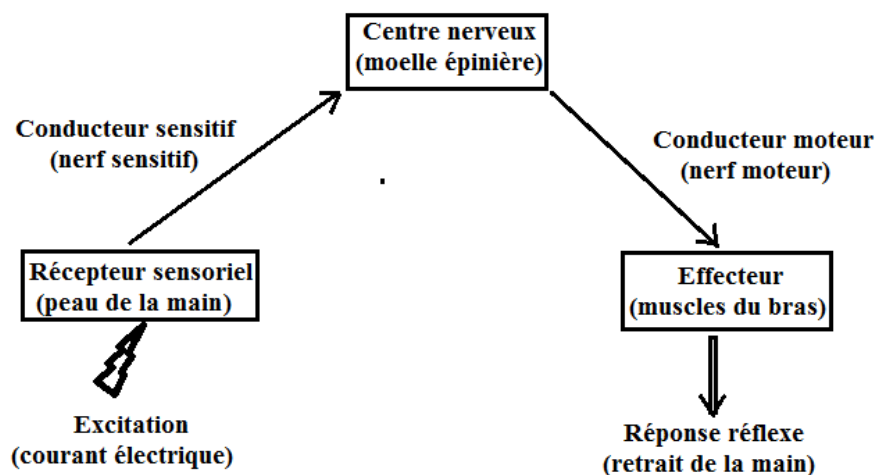


Schéma fonctionnel du réflexe inné de retrait de la main

Résumé

Les réflexes **innés** ne nécessitent aucun apprentissage; ce sont des réactions automatiques, involontaires, inconscientes, inéluctables et stéréotypées en réponse à une stimulation. Ils font intervenir:

- un **récepteur sensoriel** (ex. la peau), qui reçoit l'excitation;
- un **centre nerveux** (la moelle épinière), qui reçoit le message sensitif qu'elle convertit en message moteur;
- un **effecteur** (les muscles ou glandes), qui exécutent la réponse ;

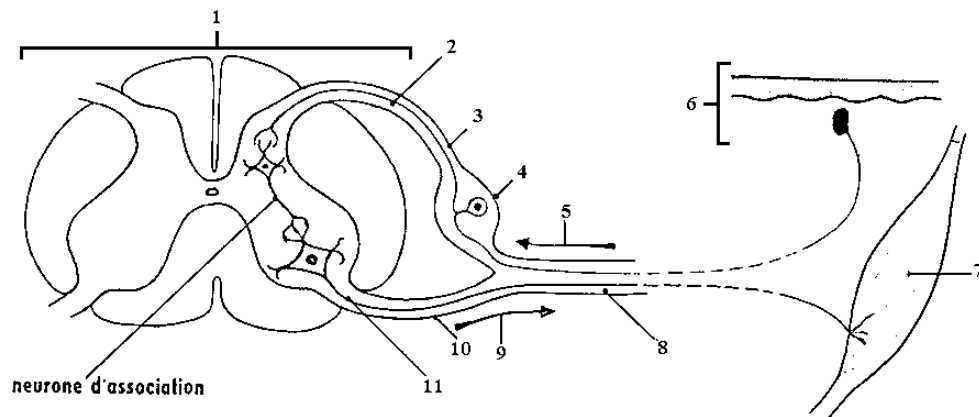
- des **voies nerveuses centripètes** et **centrifuges** (des fibres d'un ou plusieurs nerfs), qui conduisent les messages nerveux.

Activité 2: Le réflexe inné

Tâche 2: Notion d'arc réflexe

Le schéma ci-dessous montre le trajet suivi par l'influx nerveux depuis le point excité jusqu'à l'effecteur.

- 1) Annotez ce schéma en utilisant les numéros.
- 2) Décrivez le trajet suivi par l'influx nerveux au niveau cellulaire dans le cas de cet acte réflexe médullaire simple.
- 3) Proposez une définition de l'arc réflexe.



12. Titre:

Éléments de réponse

- 1) **Annotation du schéma**
1. Moelle épinière
2. Neurone sensitif
3. Racine postérieure
4. Ganglion spinal
5. Sens de conduction du message sensitif
6. Peau (récepteur sensoriel)
7. Muscle (effecteur)
8. Nerf rachidien
9. Sens de conduction du message moteur
10. Racine antérieure
11. Neurone moteur
12. Titre: Schéma d'un arc réflexe médullaire simple

2) La stimulation portée sur le récepteur sensoriel (peau) donne naissance à un influx nerveux sensitif véhiculé par les neurones sensitifs passant par la racine postérieure du nerf rachidien jusqu'au centre nerveux (moelle épinière). La moelle épinière convertit cet influx nerveux sensitif en influx nerveux moteur qui est véhiculé par les neurones moteurs passant par la racine antérieure du nerf rachidien jusqu'à l'effecteur (muscle) qui se contracte et entraîne le mouvement réflexe.

3) Un **arc réflexe** est le trajet suivi par l'influx nerveux du point excité (récepteur sensoriel) jusqu'à l'effecteur (glande ou muscle).

Résumé

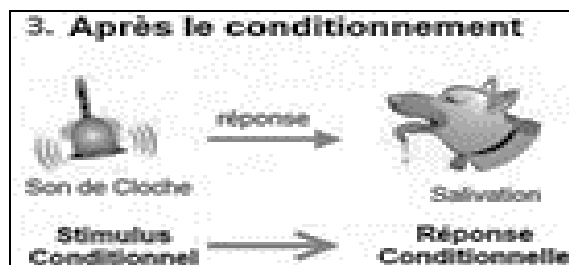
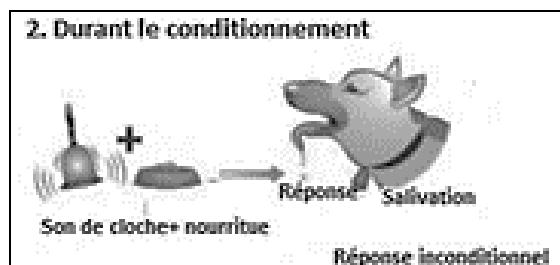
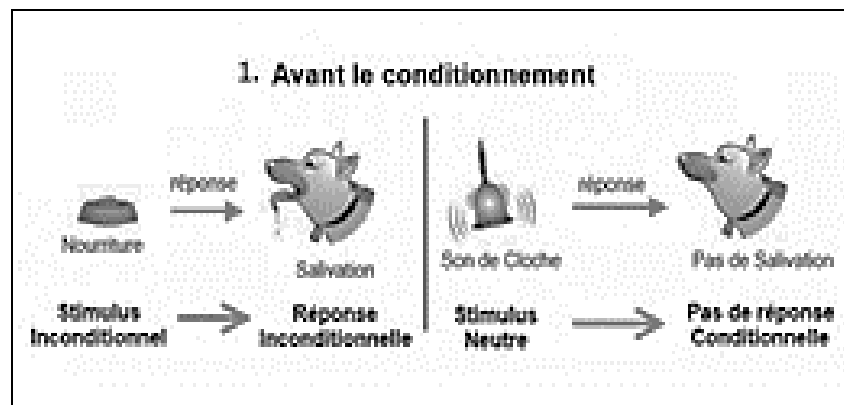
L'**arc réflexe** est le trajet suivi par l'influx nerveux du point excité au niveau du récepteur sensoriel jusqu'à l'effecteur (glande ou muscle). Il fait intervenir successivement:

- Un récepteur sensoriel
- Un conducteur sensitif
- Un centre nerveux
- Un conducteur moteur
- Un effecteur

Activité 3: Le réflexe conditionnel

Tâche 1: le processus du conditionnement (Expérience de Pavlov)

Le réflexe conditionnel de salivation a été mis en évidence par PAVLOV et son équipe dès 1889. Ces derniers travaillèrent sur des chiens auxquels ils font entendre d'abord le son d'une cloche puis leur donnent de la nourriture. Les différentes phases de ces expériences sont regroupées dans les documents ci-après.



1) Analysez l'expérience de Pavlov.

2) Quelle définition du réflexe conditionnel pouvez-vous donner à partir de cette expérience?

3) Quelles sont les caractéristiques du réflexe conditionnel?

4) Proposez un schéma fonctionnel des arcs réflexes inné et conditionnel de salivation chez le chien de Pavlov.

Éléments de réponse

1) Analyse de l'expérience de Pavlov

- Avant le conditionnement, lorsqu'on présente de la **nourriture** à un chien, celui-ci salive: c'est la réponse automatique et innée à un **stimulus inconditionnel** ou **absolu** (ici la nourriture). Cependant, la présentation du son de la cloche ne déclenche pas la salivation du chien: le **son de la cloche** est alors qualifié de **stimulus neutre**.
- Pendant le conditionnement, la présentation du son de la cloche suivie de celle de la nourriture déclenche la salivation du chien après plusieurs essais: c'est la **période de conditionnement**.
- Après le conditionnement, le son de la cloche à lui seul déclenche la salivation chez le chien: le son de la cloche qui au début était neutre est devenu un **stimulus conditionnel**.

2) Définition du réflexe conditionnel:

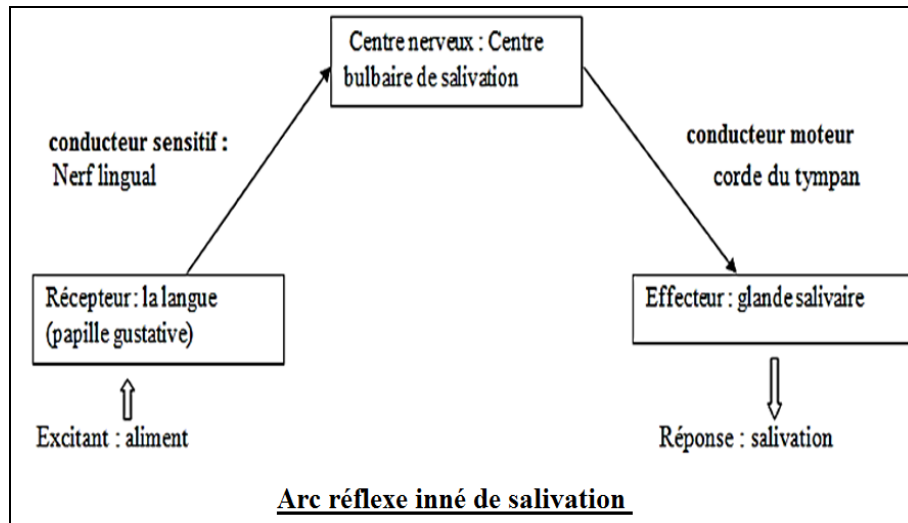
Le réflexe conditionnel est une réaction automatique provoquée chez un sujet après l'avoir conditionné à réagir à un stimulus.

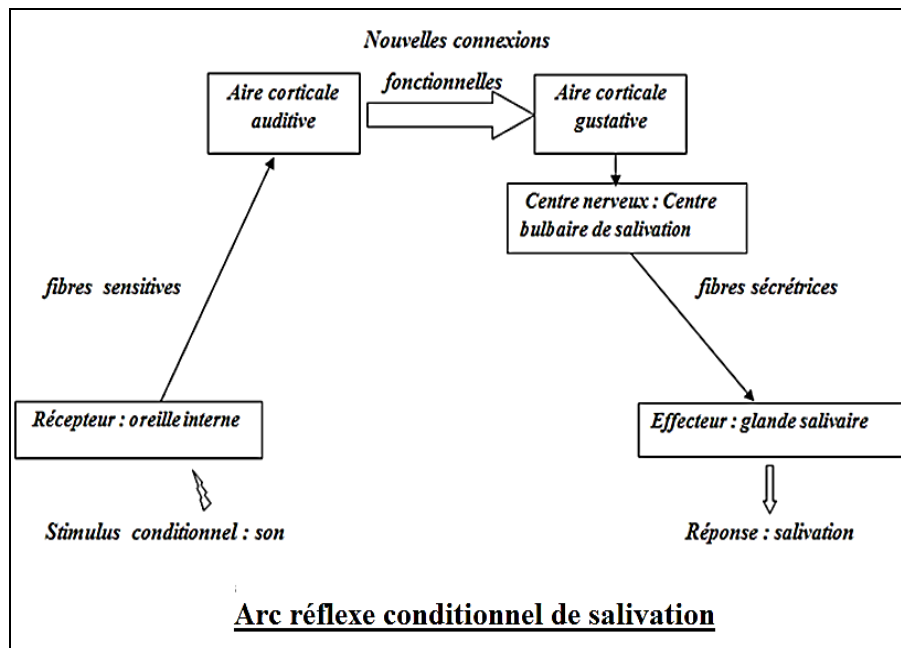
3) Les caractéristiques du réflexe conditionnel:

- Le réflexe conditionnel nécessite un **apprentissage** ou conditionnement;
- Le conditionnement ne s'installe que si le stimulus conditionnel **précède** le stimulus absolu et que si cette association est répétée plusieurs fois;
- Une fois installé, le réflexe conditionnel nécessite une **période de révision** (association de temps en temps du stimulus conditionnel et du stimulus absolu), sans quoi il s'atténue ou même s'éteint;

Pour se maintenir, le réflexe conditionnel doit donc être entretenu par une association régulière des deux stimuli.

4) Schémas fonctionnels des arcs reflexes inné et conditionnel de salivation





Résumé

- Le réflexe conditionnel est une réaction automatique provoquée chez un sujet après l'avoir conditionné à réagir à un stimulus.
- Le réflexe conditionnel nécessite un **apprentissage** ou conditionnement;
- Le conditionnement ne s'installe que si le stimulus conditionnel **précède** le stimulus absolu et que si cette association est répétée plusieurs fois ;
- Une fois installé, le réflexe conditionnel nécessite une **période de révision** (association de temps en temps du stimulus conditionnel et du stimulus absolu), sans quoi il s'atténue ou même s'éteint;

Pour se maintenir, le réflexe conditionnel doit donc être entretenu par une association régulière des deux stimuli.

Evaluation

A. Répondez par « vrai » ou « faux » aux affirmations suivantes.

- 1) Un réflexe est une réponse involontaire à une excitation.
- 2) Un réflexe inné est commun à tous les individus d'une même espèce.
- 3) Le réflexe conditionnel de salivation peut être chez n'importe quel chien.
- 4) On peut obtenir un réflexe conditionnel en présentant le stimulus neutre après le stimulus absolu.
- 5) S'il n'est pas entretenu par une réassociation périodique du stimulus conditionnel et du stimulus absolu, un réflexe conditionnel s'éteint progressivement.
- 6) Le réflexe inné a pour siège la moelle épinière et le bulbe.

B. Relevez, pour les items suivants, une ou deux réponse(s) correcte(s).

1- Un stimulus absolu (ou inconditionnel) :

- a- est un stimulus neutre.
- b- déclenche un réflexe conditionnel.
- c- peut être associé à un stimulus neutre.
- d- est un stimulus qui déclenche un réflexe inné.

2- La salivation d'un chien suite à une excitation lumineuse est un réflexe :

- a- inné.
- b- conditionnel.

3- Le réflexe conditionnel :

- a- est acquis à la suite d'un apprentissage.
- b- persiste même s'il n'est pas entretenu.
- c- résulte de l'association répétée du stimulus absolu suivi d'un stimulus neutre.

d- résulte de l'association répétée d'un stimulus neutre suivi du stimulus absolu.

4- Les centres nerveux impliqués dans le réflexe salivaire conditionnel est :

a- le cervelet.

b- le cerveau.

c- le bulbe rachidien.

d- la moelle épinière.

5- Le retrait de la main au toucher d'un objet chaud :

a- est un réflexe inné.

b- a pour but la protection.

c- demande un apprentissage.

d- est un réflexe conditionnel.

C. Pour chacun des items suivants (de 1 à 3), précisez la (ou les) réponse(s) correcte(s).

1- Maintenir son équilibre sur une bicyclette est une action :

a- réflexe.

b- acquise.

c- involontaire.

d- provoquée par un stimulus extérieur.

2- La salivation suite à la prise d'un aliment est une réaction:

a- innée.

b- réflexe.

c- acquise.

d- automatique.

3- L'ordre correct des éléments impliqués dans le réflexe inné est:

a- récepteur sensoriel- centre nerveux- voie nerveuse centripète -voie nerveuse centrifuge – effecteur.

b- récepteur sensoriel- voie nerveuse centripète- centre nerveux- effecteur- voie nerveuse centrifuge.

c- voie nerveuse centripète- récepteur sensoriel- centre nerveux- voie nerveuse centrifuge – effecteur.

d- récepteur sensoriel- voie nerveuse centripète- centre nerveux- voie nerveuse centrifuge – effecteur.

Corrigé de l'évaluation

A. Répondez par « vrai » ou « faux » aux affirmations suivantes.

1) Un réflexe est une réponse involontaire à une excitation. « **vrai** »

2) Un réflexe inné est commun à tous les individus d'une même espèce. « **vrai** »

3) Le réflexe conditionnel de salivation peut être chez n'importe quel chien. « **faux** »

4) On peut obtenir un réflexe conditionnel en présentant le stimulus neutre après le stimulus absolu. « **faux** »

5) S'il n'est pas entretenu par une réassociation périodique du stimulus conditionnel et du stimulus absolu, un réflexe conditionnel s'éteint progressivement. « **vrai** »

6) Le réflexe inné a pour siège la moelle épinière et le bulbe. « **vrai** »

B. Relevez, pour les items suivants, une ou deux réponse(s) correcte(s).

1- Un stimulus absolu (ou inconditionnel) :

c- peut être associé à un stimulus neutre.

d- est un stimulus qui déclenche un réflexe inné.

2- La salivation d'un chien suite à une excitation lumineuse est un réflexe :

b- conditionnel.

3- Le réflexe conditionnel :

a- est acquis à la suite d'un apprentissage.

d- résulte de l'association répétée d'un stimulus neutre suivi du stimulus absolu.

4- Les centres nerveux impliqués dans le réflexe salivaire conditionnel est :

b- le cerveau.

c- le bulbe rachidien.

5- Le retrait de la main au toucher d'un objet chaud :

a- est un réflexe inné.

b- a pour but la protection.

C. Pour chacun des items suivants (de 1 à 3), précisez la (ou les) réponse(s) correcte(s).

1- Maintenir son équilibre sur une bicyclette est une action :

a- réflexe.

b- acquise.

2- La salivation suite à la prise d'un aliment est une réaction:

a- innée.

b- réflexe.

d- automatique.

3- L'ordre correct des éléments impliqués dans le réflexe inné est:

d- récepteur sensoriel- voie nerveuse centripète- centre nerveux- voie nerveuse centrifuge – effecteur.

EXERCICES

Exercice 1:

En repassant vos habits avec un fer électrique, votre main a touché par mégarde les fils sectionnés du fer et vous avez reçu une décharge assez violente qui vous a fait enlever rapidement votre main.

1. Comment appelle-t-on ce type de mouvement effectué par votre main?

2. Donnez les caractéristiques d'un tel mouvement.

3. Quel est l'excitant qui a provoqué ce mouvement?

4. Tracez un schéma fonctionnel indiquant le trajet des messages nerveux conduisant à ce mouvement.

Corrigé de l'exercice 1:

1. Ce mouvement effectué par la main est un réflexe inné.

2. Les caractéristiques des réflexes innés:

Les réflexes **innés** ne nécessitent aucun apprentissage; ce sont des réactions automatiques, involontaires, inconscientes, inéluctables et stéréotypées

3. L'excitant qui a provoqué le mouvement de retrait de la main est le courant électrique.

4.

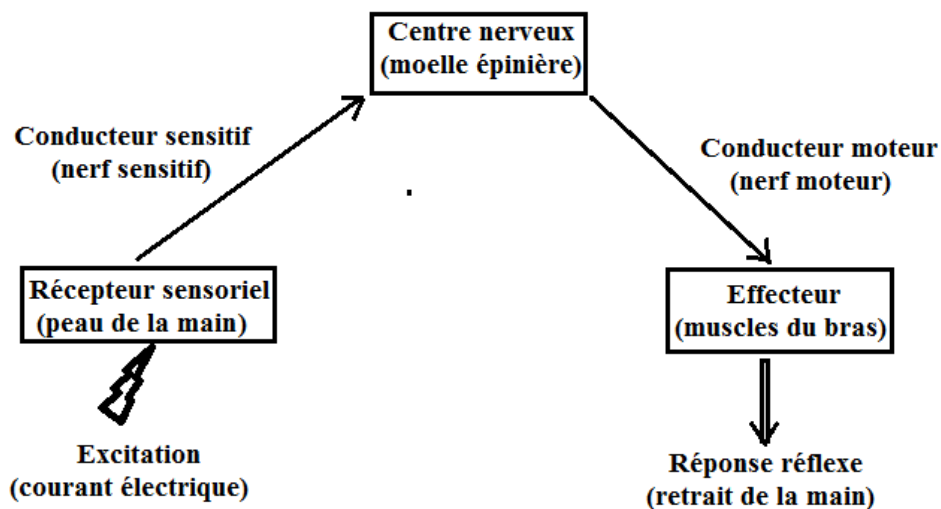


Schéma fonctionnel du réflexe inné de retrait de la main

Exercice 2:

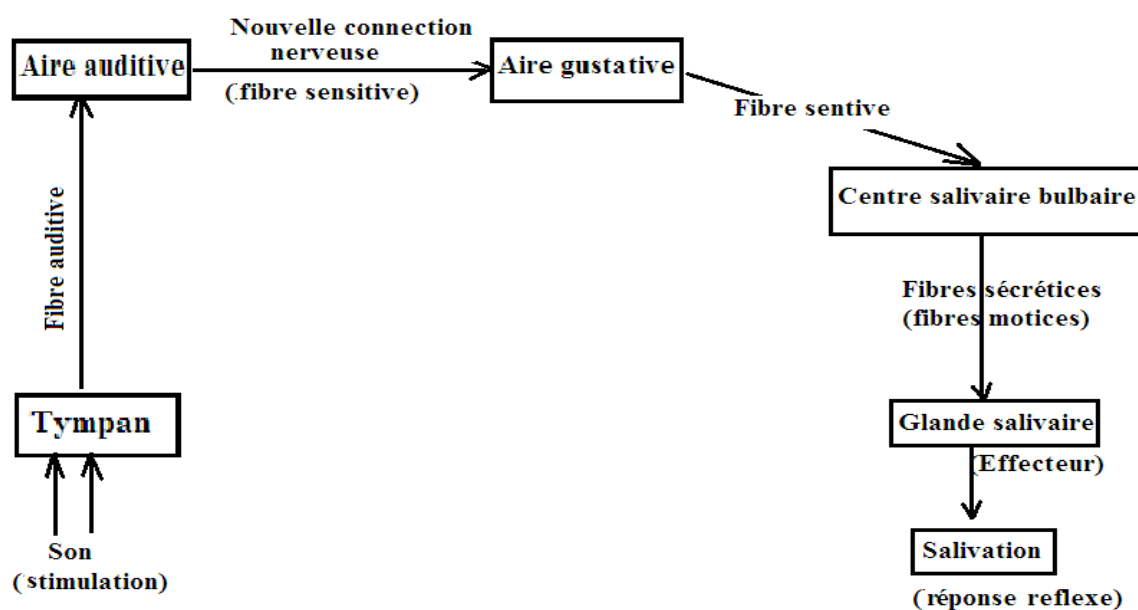
Un chien a été préalablement conditionné à saliver quand il entend un son de fréquence 1000 Hz sur présentation d'un morceau de viande. Dans l'expérience suivante, toutes les 15 mn, on lui fait entendre un son dont la fréquence est indiquée dans le tableau du document 1 et on recueille la salive pendant 30 secondes. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau ci-dessous.

Heure	Fréquence de son (Hz)	Gouttes de salive recueillies
14 H 00 mn	1000	18
14 H 15 mn	1012	00
14 H 30 mn	1000	18
14 H 45 mn	1005	18
15 H 00 mn	1012	00
15 H 15 mn	1020	00
15 H 30 mn	1000	18
15 H 45 mn	1000	18

- 1) Indiquez ce que représente le son de fréquence 1000 Hz avant le conditionnement de l'animal, puis après l'acquisition du réflexe.
- 2) Analysez les résultats obtenus.
- 3) Déduisez-en la caractéristique essentielle du réflexe conditionnel mis en évidence dans cette expérience.
- 4) Représentez par un schéma le circuit nerveux mis en place à l'issue de l'acquisition du réflexe.

Corrigé de l'exercice 2:

- 1) Avant l'expérience, le son de 1000 Hz est un stimulus neutre. Après l'acquisition du réflexe de salivation, le son devient un réflexe conditionnel.
- 2) Analyse des résultats : lorsque la fréquence du son émis est de 1000 Hz ou voisine (1500), il y a salivation et la quantité de salive recueillie est constante (18 gouttes). Pour des fréquences plus élevées, il n'y a pas de salivation.
- 3) Caractéristique essentielle : ce type de réflexe nécessite un stimulus conditionnel précis.
- 4) Schéma du circuit mis en place suite à l'acquisition du réflexe



Circuit neuronique dans le cas du réflexe conditionnel de salivation

Exercice 3:

A- On conditionne un chien à saliver par association d'un agent primitivement indifférent (éclair de lumière blanche) suivi d'un agent gustatif efficace (viande). Au bout d'un certain nombre d'associations, la seule vue de la lumière provoque la salivation.

1) Citer les étapes de ce conditionnement en précisant à chaque fois le trajet des messages nerveux.

B- Un singe est soumis au même traitement. Le conditionnement étant acquis chez l'animal, on poursuit l'expérience en utilisant des éclairs de lumière colorée. Les résultats figurent dans le tableau ci-dessous.

2) Expliquez ces résultats

Temps	Type d'éclair lumineux	résultats	
		Chien	Singe
0 mn	Eclair de lumière blanche	10 gouttes de salive	10 gouttes de salive
15 mn	Eclair de lumière verte	10 gouttes de salive	0 gouttes de salive
30 mn	Eclair de lumière bleu	10 gouttes de salive	0 gouttes de salive
45 mn	Eclair de lumière blanche	10 gouttes de salive	10 gouttes de salive
60 mn	Eclair de lumière rouge	10 gouttes de salive	0 gouttes de salive

Corrigé de l'exercice 3:

1) Les étapes du conditionnement et le trajet suivi par les messages nerveux:

- Association du stimulus neutre (éclair de lumière blanche) avec le stimulus absolu (viande);
- Répétition de cette association plusieurs fois;
- Salivation du chien à la seule vue de l'éclair de lumière blanche (acquisition du réflexe conditionnel de salivation).
- La salivation du chien face au stimulus absolu (viande) est un réflexe inné faisant intervenir successivement la langue (récepteur sensoriel), le nerf lingual (conducteur sensitif), le bulbe rachidien (centre nerveux du réflexe salivaire), la corde du tympan (conducteur moteur) et les glandes salivaires (effecteur).
- La salivation du chien à la seule vue de l'éclair de lumière est un réflexe conditionnel faisant intervenir successivement la rétine de l'œil (récepteur sensoriel), le nerf optique (conducteur sensitif), l'aire visuelle puis l'aire gustative du cortex cérébral, le bulbe rachidien (centre nerveux du réflexe salivaire), la corde du tympan (conducteur moteur) et les glandes salivaires (effecteur).

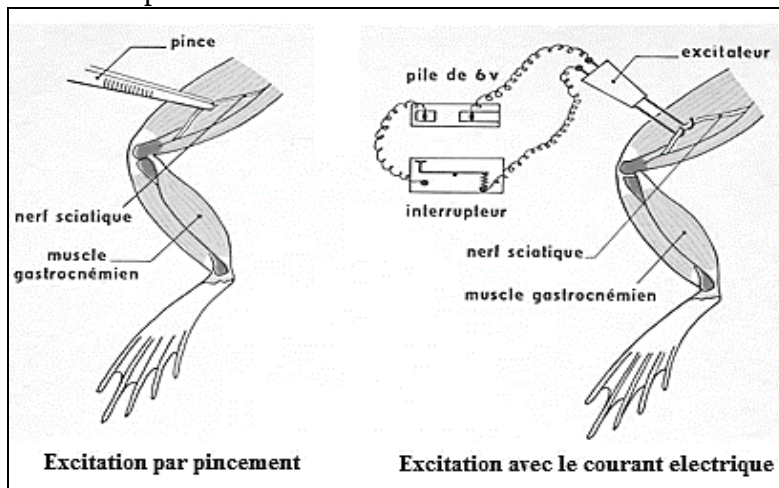
2) On constate que le chien salive quelle que soit la couleur de l'éclair de lumière alors que le singe ne salive qu'à l'éclair de lumière blanche. Ce résultat montre que le singe arrive à faire la distinction entre les différentes couleurs, ce qui n'est pas le cas du chien. L'aire visuelle du singe est donc plus développée que celle du chien.

III. PROPRIETES DU TISSU NERVEUX (EXCITABILITE ET CONDUCTIBILITE)

Activité 1: Propriétés du tissu nerveux

Tâche 1: mise en évidence de l'excitabilité et de la conductibilité nerveuse.

Par dissection, on met à nu le muscle de la cuisse d'une grenouille et le nerf qui l'innerve. L'excitation efficace du nerf, par pincement ou avec du courant électrique entraîne la contraction de ce muscle et une flexion de la patte.



- 1) Analysez cette expérience.
- 2) Quelles propriétés du tissu nerveux montre-t-elle?
- 3) Quelles sont les différentes catégories d'excitants du tissu nerveux? Citez deux exemples dans chaque cas.

Éléments de réponse

- 1) **Analyse de l'expérience:**
Après excitation du nerf il y a naissance et propagation d'un message nerveux du point excité jusqu'au muscle entraînant ainsi sa contraction. Le message nerveux qui se propage le long du nerf excité est appelé **influx nerveux**.
- 2) Cette expérience montre que :
 - le nerf réagit à une excitation efficace, il est donc **excitable** ;
 - le nerf conduit le message nerveux du point excité jusqu'au muscle qui se contracte, il est **conducteur**.

L'excitabilité et **la conductibilité** sont les deux propriétés du nerf mises en évidence dans cette expérience.
- 3) les excitants du tissu nerveux peuvent être répartis en trois catégories:
 - **Les excitants mécaniques** (exemple: choc, pincement; piqûre, ...)
 - **Les excitants chimiques** (exemple: acides, bases, alcool, drogues,...)
 - **Les excitants physiques** (exemple: courant électrique, température, ondes,...)

L'excitant le plus utilisé pour les expériences sur le tissu nerveux est le courant électrique pour sa facilité de manipulation.

Activité 1: Propriétés du tissu nerveux

Tâche 2: la courbe d'excitabilité d'un nerf

On veut déterminer les caractéristiques de l'excitabilité du nerf sciatique de grenouille. On stimule ce nerf à l'aide du courant électrique à des durées croissantes ; pour chaque durée choisie, on détermine expérimentalement l'intensité minimale efficace. Les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous :

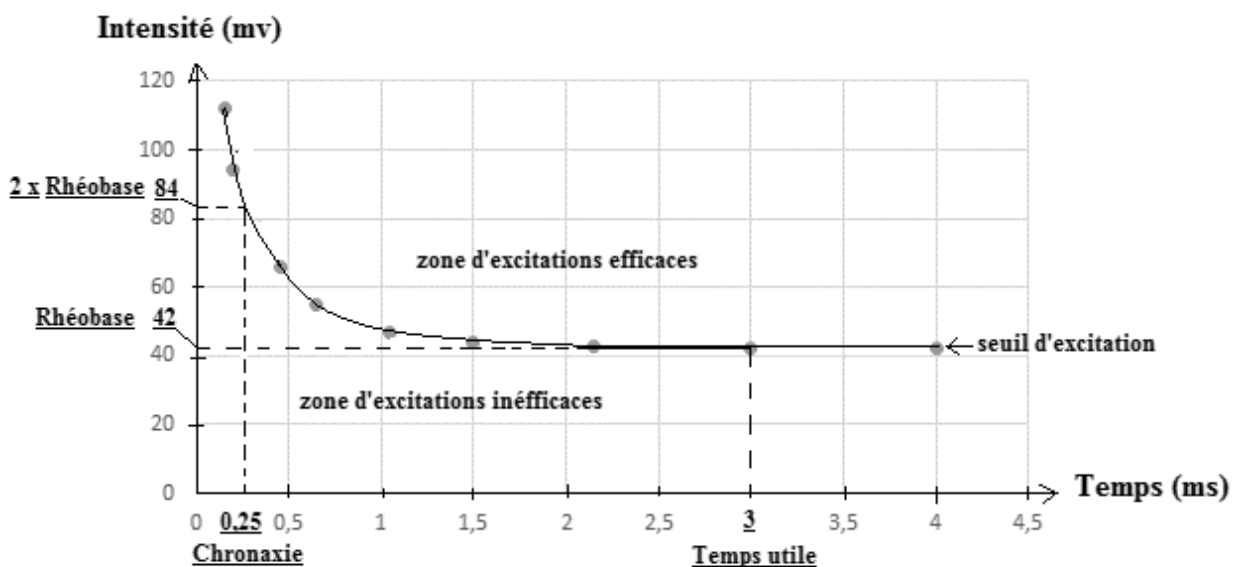
Durée de l'excitation (en millisecondes)	0,15	0,20	0,45	0,65	1,05	1,50	2,15	3,00	4,00
Intensité minimale efficace	112	94	66	55	47	44	43	42	42

(en millivolts)									
-----------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 1) En utilisant les données de ce tableau, tracez la courbe montrant l'évolution de l'intensité des stimulations en fonction du temps. (échelle : 1 cm pour 0,5 ms et 1cm pour 20 mV).
- 2) Comment appelle-t-on une telle courbe ?
- 3) Déterminez graphiquement, les paramètres de l'excitabilité du nerf étudié.
- 4) Définir chacun de ces paramètres de l'excitabilité du nerf.

Éléments de réponse

- 1) Tracé de la courbe



Courbe de l'évolution de l'intensité des stimulations en fonction du temps

- 2) Cette courbe est appelée courbe d'excitabilité du nerf.

- 3) Voir graphique.

- 4) Définitions des paramètres d'excitabilité du nerf:

La rhéobase: intensité minimale de stimulation capable d'engendrer une réponse du nerf.

Le temps utile: durée minimale d'application d'un stimulus dont l'intensité est égale à la rhéobase pour engendrer une réponse du nerf.

La chronaxie: durée minimale d'application d'un stimulus dont l'intensité est égale au double de la rhéobase pour engendrer une réponse du nerf.

Résumé

- le nerf réagit à une excitation efficace et conduit le message nerveux du point excité jusqu'au muscle qui se contracte, il est donc **excitable** et **conducteur**;
- l'**excitabilité** et la **conductibilité** sont les deux propriétés essentielles du nerf;
- Les paramètres d'excitabilité du nerf sont:
 - **La rhéobase:** intensité minimale de stimulation capable d'engendrer une réponse du nerf;
 - **Le temps utile:** durée minimale d'application d'un stimulus dont l'intensité est égale à la rhéobase pour engendrer une réponse du nerf;
 - **La chronaxie:** durée minimale d'application d'un stimulus dont l'intensité est égale au double de la rhéobase pour engendrer une réponse du nerf.

EXERCICE

On applique sur un nerf des intensités de plus en plus croissantes dans le but d'étudier leur seuil d'excitabilité. Les résultats obtenus sont consignés dans les tableaux ci-après.

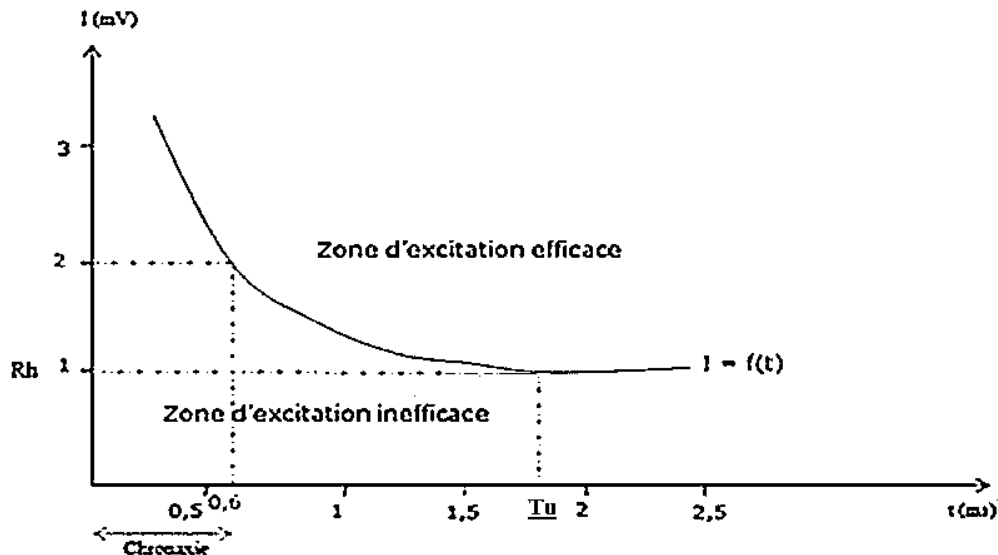
Temps (ms)	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	2,1	2,4
Intensité (mV)	3,3	2,0	1,5	1,2	1,1	1,0	1,0	1,0

- 1) A partir des résultats du tableau ci-dessus tracer la courbe d'excitabilité du nerf $I = f(t)$. prendre pour échelle 1cm pour 0,3ms et 1cm pour 1mv.

- 2) Indiquez la rhéobase(Rh), le temps utile (Tu), la chronaxie (Ch), la zone des excitations efficaces et la zone des excitations inefficaces sur la courbe tracée.
- 3) Définir : rhéobase, temps utile, chronaxie.
- 4) Quelles sont les valeurs de la rhéobase, du temps utile et de la chronaxie pour ce nerf.

CORRIGE DE L'EXERCICE

- 1) Tracé de la courbe



Courbe d'excitabilité du nerf $I = f(t)$.

- 2) Voir graphique

- 3) Définitions:

La rhéobase: intensité minimale de stimulation capable d'engendrer une réponse du nerf.

Le temps utile: durée minimale d'application d'un stimulus dont l'intensité est égale à la rhéobase pour engendrer une réponse du nerf.

La chronaxie: durée minimale d'application d'un stimulus dont l'intensité est égale au double de la rhéobase pour engendrer une réponse du nerf.

- 4) **Rhéobase** (Rh) = 1mV

Temps utile (Tu) = 1,8 ms

Chronaxie (Ch) = 0,6 ms

Références bibliographiques

1. Programme officiel de l'enseignement des SVT en Terminale D
2. Biologie, Terminale D, Collection ADN Hachette, 1991.
3. Biologie, Terminale D, Nathan, 1989.
4. Biologie humaine 1ere AB, Collection Escalier Nathan, 1988.
5. Biologie géologie Terminale S, Collection Calamand Hachette, 1994.
6. Sciences de la vie et de la terre, Terminale S, Bordas, 1994.
7. Sciences de la vie et de la terre, Terminale S, Nathan, 1994.
8. Biologie, Terminale D, Collection tavernier, Bordas, 1994.
9. Livre de Sciences De La Vie Et De La Terre, page 164 (République Tunisienne, Ministère de l'éducation)
10. SVT. Rennes-Académie de Rennes, www.Pédagogique.ac-aix-marseille.fr ou www.Passeport.Univ-Lille1.fr
11. www.sunudaara.com
12. Livre SVT TS P158 R. Tavernier, C. Lizeaux
13. www.Pst.cher-alice.fr (TP-TD 10 le système de communication de l'organisme cours 1^{ère} S)
14. Anatomie tissu nerveux, Médecine et Santé C 1999-208 Seven Mice SARL
15. © howstuffwork.Com/Avril 2010, Roland Bouchet, Professeur Honoraire