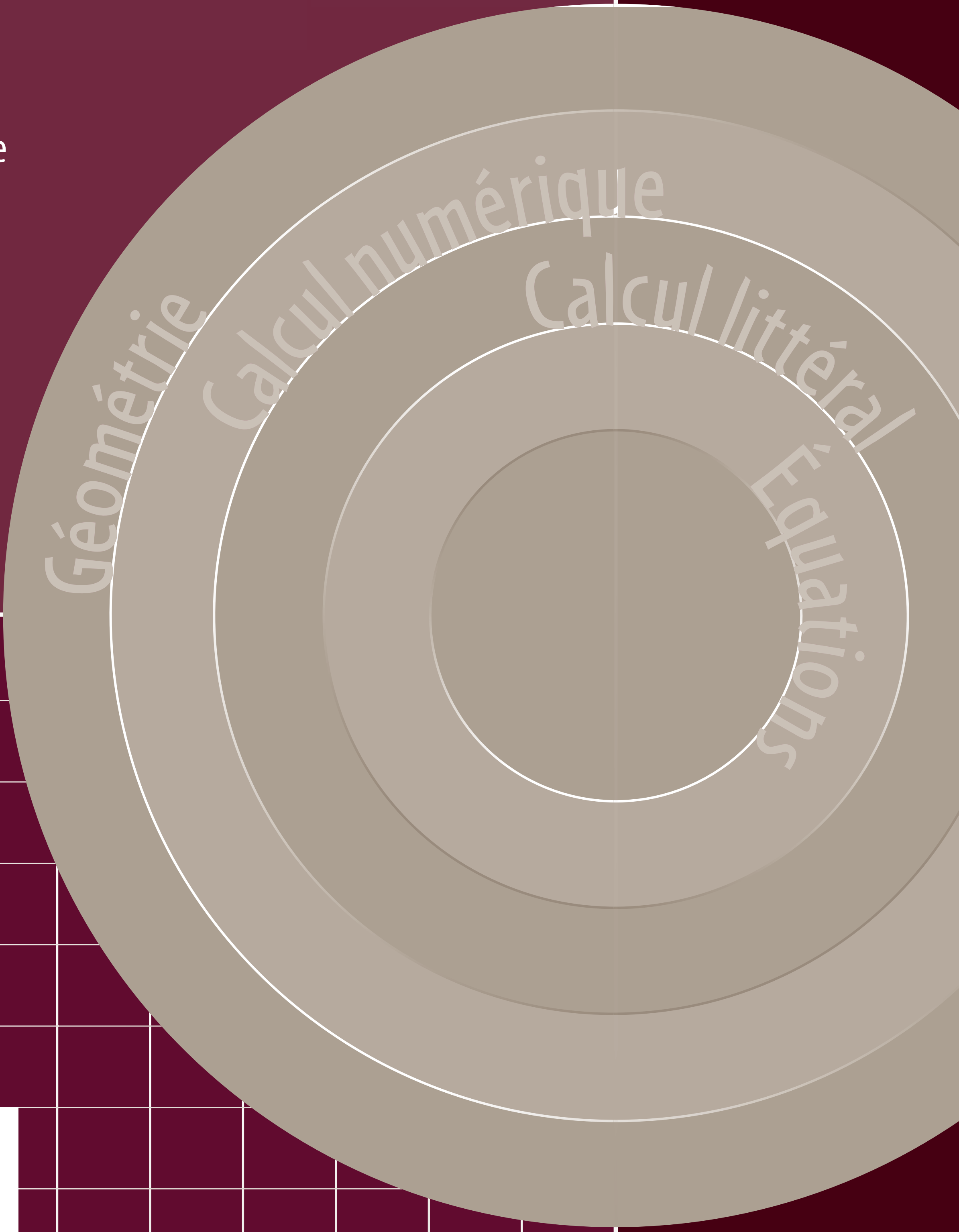
# Math pour Réussir

## 2

Philippe Ancia
Pascal Dewaele
Aline Want



calculer
construire
utiliser
remédier
expliquer

VAN IN

# Math pour Réussir

## 2

Philippe Ancia
Pascal Dewaele
Aline Want

VAN IN

# Math pour Réussir 2

**Auteurs :** **Philippe Ancia**
**Pascal Dewaele**
**Aline Want**

Couverture : Isobel Head
Mise en page : Isobel Head

Les photocopieuses sont d'un usage très répandu et beaucoup y recourent de façon constante et machinale.
Mais la production de livres ne se réalise pas aussi facilement qu'une simple photocopie. Elle demande bien plus d'énergie, de temps et d'argent.
La rémunération des auteurs, et de toutes les personnes impliquées dans le processus de création et de distribution des livres, provient exclusivement de la vente de ces ouvrages.
En Belgique, la loi sur le droit d'auteur protège l'activité de ces différentes personnes.
Lorsqu'il copie des livres, en entier ou en partie, en dehors des exceptions définies par la loi, l'usager prive ces différentes personnes d'une part de la rémunération qui leur est due.
C'est pourquoi les auteurs et les éditeurs demandent qu'aucun texte protégé ne soit copié sans une autorisation écrite préalable, en dehors des exceptions définies par la loi.

L'éditeur s'est efforcé d'identifier tous les détenteurs de droits. Si, malgré cela, quelqu'un estime entrer en ligne de compte en tant qu'ayant droit, il est invité à s'adresser à l'éditeur.

© Éditions VAN IN, Louvain-la-Neuve – Wommelgem, 2011

Tous droits réservés.
En dehors des exceptions définies par la loi, cet ouvrage ne peut être reproduit, enregistré dans un fichier informatisé ou rendu public, même partiellement, par quelque moyen que ce soit, sans l'autorisation écrite de l'éditeur.

1re édition : 2011

ISBN 978-90-306-5821-4
D/2011/0078/693
Art. 538553/01

# Table des matières

## Section 5 Équations

## Section 6 Diviseurs – Multiples

## Section 7 Géométrie

Nom : …………………… Prénom : …………………… Classe : ……………

# Section 1 • Calcul numérique dans Z

## Fiche 1.1 Rappel du calcul de 1$^{re}$ année

Les exercices 1 à 6 constituent un petit test qui va te permettre de réactiver les règles de calculs sur les nombres entiers. Si le résultat à ce test s'avère insuffisant, nous te conseillons de revoir les fiches de 1$^{re}$ année relatives à ces différentes règles.

### 1) Somme de deux nombres entiers

**Calcule les sommes suivantes.**

−5 − 6 = ……………
6 − 9 = ……………
−3 + 8 = ……………
−2 − 5 = ……………
−9 + 7 = ……………

7 − 16 = ……………
−7 − 16 = ……………
−7 + 16 = ……………
16 − 7 = ……………
7 + 16 = ……………

−35 + 26 = ……………
−25 − 18 = ……………
12 − 46 = ……………
−19 + 21 = ……………
−45 + 45 = ……………

15 − 28 = ……………
−37 + 17 = ……………
−25 + 36 = ……………
65 − 56 = ……………
−18 − 18 = ……………

### 2) Somme de plusieurs nombres entiers

**Calcule les sommes suivantes.**

−8 + 2 − 5 + 7 = ……………
6 − 3 − 5 − 7 = ……………
−1 + 2 + 9 − 4 = ……………
−6 − 4 − 5 + 6 = ……………
−8 + 4 − 7 + 8 = ……………
8 − 9 − 1 + 12 = ……………
9 − 21 − 18 − 9 = ……………

−6 + 12 − 5 + 7 = ……………
−4 + 2 − 5 + 9 = ……………
−3 − 6 + 5 − 2 = ……………
−7 − 1 + 8 + 14 = ……………
15 − 12 + 6 − 3 = ……………
−12 − 10 + 8 + 4 = ……………
−7 + 5 − 6 + 2 = ……………

### 3) Règle des signes successifs

**Utilise la règle des signes successifs, puis additionne.**

(+6) + (−4) = …………… = ……………
(−4) − (+7) = …………… = ……………
(−6) + (+9) = …………… = ……………
(+8) − (−2) = …………… = ……………
(+1) − (−1) = …………… = ……………
(+5) − (+9) = …………… = ……………

−(+7) + (−6) = …………… = ……………
10 + (−12) = …………… = ……………
(−15) − (−15) = …………… = ……………
−9 − (−5) = …………… = ……………
−(−3) + (−8) = …………… = ……………
18 − (+10) = …………… = ……………

Nom : ..............................  Prénom : ..............................  Classe : ..................

## 4) Produit de deux nombres entiers

**Calcule les produits suivants.**

$5 . (-2) =$ ..........
$8 . (-8) =$ ..........
$-6 . (-9) =$ ..........
$-1 . 12 =$ ..........
$(-5) . (-2) =$ ..........
$-7 . (-6) =$ ..........
$10 . (-2) =$ ..........
$-1 . (-1) =$ ..........
$(-5) . 2 =$ ..........
$7 . (-2) =$ ..........
$20 . 5 =$ ..........
$1 . (-15) =$ ..........
$-5 . 2 =$ ..........
$(-2) . (-2) =$ ..........
$(-4) . 12 =$ ..........
$0 . (-4) =$ ..........

## 5) Produit de plusieurs nombres entiers

**Calcule les produits suivants.**

$2 . (-3) . (-5) . (-4) =$ ..........
$-2 . (-2) . (-2) . (-2) =$ ..........
$-5 . (-6) . (-2) . 4 =$ ..........
$2 . (-3) . 3 . (-2) =$ ..........
$3 . (-6) . 5 . (-2) . 1 =$ ..........
$-2 . (-3) . 2 . 3 . (-1) =$ ..........
$-8 . (-25) . (-4) . 2 . 5 =$ ..........
$10 . (-10) . 2 . (-2) . 3 =$ ..........
$2 . 6 . (-3) . 3 . 5 =$ ..........
$-5 . (-2) . (-4) . (-1) . (-3) =$ ..........

## 6) Puissances de nombres entiers

**Calcule les puissances suivantes.**

$2^3 =$ ..........
$(-2)^2 =$ ..........
$2^4 =$ ..........
$(-2)^3 =$ ..........
$(-2)^6 =$ ..........
$(-3)^2 =$ ..........
$3^3 =$ ..........
$(-3)^4 =$ ..........
$(-3)^5 =$ ..........
$3^2 =$ ..........
$(-5)^3 =$ ..........
$(-4)^2 =$ ..........
$10^2 =$ ..........
$10^4 =$ ..........
$(-1)^7 =$ ..........
$(-7)^2 =$ ..........
$(-2)^5 =$ ..........
$4^3 =$ ..........
$1^{15} =$ ..........
$(-4)^3 =$ ..........

## 7) Exercices de synthèse

**Calcule après avoir reconnu l'opération.**

$2 - 5 =$ ..........
$-5 . (-2) =$ ..........
$(-10)^3 =$ ..........
$-7 + 10 =$ ..........
$-5 . 2 =$ ..........
$-5 - 2 =$ ..........
$-3 - 10 =$ ..........
$(-6)^2 =$ ..........
$(-5)^2 =$ ..........
$10^3 =$ ..........
$-10 + 3 =$ ..........
$3 . (-9) =$ ..........
$(-2)^5 =$ ..........
$3 . (-10) =$ ..........
$-3 . (-10) =$ ..........
$12 - 25 =$ ..........

**Calcule.**

$4 - 8 - 9 + 7 =$ ..........
$-8 + 3 - 5 - 3 + 7 - 9 =$ ..........
$-3 . (-7) . 2 =$ ..........
$-3 . 2 . (-4) . 3 . (-2) =$ ..........
$8 . (-10) . (-5) =$ ..........
$15 - 2 - 7 - 4 + 8 =$ ..........
$-8 - 10 - 5 =$ ..........
$-10 . 2 . (-4) . 25 . (-1) =$ ..........

Nom : .............................................. Prénom : .................................................. Classe : ..................

# Fiche 1.2 Codage et décodage

## 1) Vocabulaire de base

Le **codage** permet de transformer une **phrase** en un **calcul**.
*Exemple :* la somme de 8 et de 5 ⟶ 8 + 5

Le **décodage** permet de transformer un **calcul** en une **phrase**.
*Exemples :* 5 **+** 3 ⟶ la **somme** de 5 **et** de 3
5 **.** 3 ⟶ le **produit** de 5 **par** 3
5 **–** 3 ⟶ la **différence entre** 5 et 3

**Associe chaque phrase à son expression mathématique.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| La somme de 5 et de 4 | • | • | $4^3$ |
| Le produit de 5 par 4 | • | • | 5 . 4 |
| Le double de 5 | • | • | –5 |
| L'opposé de 5 | • | • | 5 + 4 |
| Le carré de 5 | • | • | $5^2$ |
| Le triple de 4 | • | • | 5 – 4 |
| Le cube de 4 | • | • | 2 . 5 |
| La différence entre 5 et 4 | • | • | 3 . 4 |

**Exprime chaque phrase par un calcul (code).**

La somme de 3 et de l'opposé de 7 ..........................................................................................

Le produit de 6 par l'opposé de 8 ..........................................................................................

La somme des opposés de 9 et de 2 ..........................................................................................

L'opposé du cube de 10 ..............................  Le cube de l'opposé de 10 ..............................

Le double de 5 ..............................  Le triple de 4 ..............................

**Traduis chaque calcul par une phrase (décode).**

$(-5)^2$ ..........................................................................................

–5 . 4 ..........................................................................................

5 + (–4) ..........................................................................................

(–5) + (–4) ..........................................................................................

2 . (–5) ..........................................................................................

3 . (–5) ..........................................................................................

$(-5)^3$ ..........................................................................................

Nom : …………………………………… Prénom : ………………………………………… Classe : ………………

## 2) Puissances et décodage

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Ne pas confondre :* | $5^2$ | est le carré de 5. | $5^2 = 5 . 5 = 25$ |
| | $(-5)^2$ | est le carré de l'opposé de 5. | $(-5)^2 = (-5) . (-5) = 25$ |
| | $-5^2$ | est l'opposé du carré de 5. | $-5^2 = - 5 . 5 = - 25$ |

**Décode les calculs, puis effectue-les.**

$(-2)^3$ ………………………………………………………… et $(-2)^3 =$ ……………………

$6^2$ ………………………………………………………… et $6^2 =$ ……………………

$2^3$ ………………………………………………………… et $2^3 =$ ……………………

$-7^2$ ………………………………………………………… et $-7^2 =$ ……………………

$(-4)^2$ ………………………………………………………… et $(-4)^2 =$ ……………………

$-3^3$ ………………………………………………………… et $-3^3 =$ ……………………

**Sans calculer, complète par = ou ≠.**

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $(-9)^2$ | ………… | $9^2$ | $7^5$ | ………… | $-7^5$ | $-(-6)^3$ | ………… | $6^3$ |
| $-8^2$ | ………… | $(-8)^2$ | $8^4$ | ………… | $(-8)^4$ | $-10^4$ | ………… | $-(-10)^4$ |
| $15^3$ | ………… | $(-15)^3$ | $(-6)^4$ | ………… | $-6^4$ | $-(-13)^2$ | ………… | $13^2$ |
| $(-8)^3$ | ………… | $-8^3$ | $-1^9$ | ………… | $(-1)^9$ | $4^{10}$ | ………… | $(-4)^{10}$ |

## 3) Codage et opération principale

**Pour chaque exercice :**

- **lis la phrase et son codage, effectue en utilisant les règles de priorité,**
- **détermine l'opération principale (la dernière) et**
- **souligne dans la phrase et dans le dernier calcul le mot qui traduit cette opération.**

Le <u>produit</u> de 5 par la somme de 3 et de 4 $5 . (3 + 4) = 5 \underline{.} 7 = 35$

La somme de 5 et du produit de 3 par 4 $5 + 3 . 4 =$ ……………………………………

Le carré du double de 5 $(2 . 5)^2 =$ ……………………………………

Le double du carré de 5 $2 . 5^2 =$ ……………………………………

Le carré de la somme de 3 et de 4 $(3 + 4)^2 =$ ……………………………………

La somme des carrés de 3 et de 4 $3^2 + 4^2 =$ ……………………………………

Le carré de la somme des opposés de 5 et de 4 $((-5) + (-4))^2 =$ ……………………………………

La somme de l'opposé de 5 et du carré de 4 $(-5) + 4^2 =$ ……………………………………

Le double de la somme de 5 et de 4 $2 . (5 + 4) =$ ……………………………………

La somme des doubles de 5 et de 4 $2 . 5 + 2 . 4 =$ ……………………………………

La somme du double de 5 et de 4 $2 . 5 + 4 =$ ……………………………………

Nom : .................................................. Prénom : ....................................................... Classe : ....................

## 4) Phrase → Codage mathématique

**Exprime chaque phrase par un calcul et effectue-le.**

La somme de 3 et du triple de 7 ..........................................................

Le double du produit de 3 par 7 ..........................................................

Le triple de la somme de 3 et de 7 ..........................................................

L’opposé de la somme de 3 et de 7 ..........................................................

La somme des opposés de 3 et de 7 ..........................................................

La somme de 3 et de l’opposé de 7 ..........................................................

Le carré de la somme de 3 et de 7 ..........................................................

La somme des carrés de 3 et de 7 ..........................................................

La somme du triple de 2 et du carré de 5 ..........................................................

Le produit de 5 par le cube de 2 ..........................................................

Le carré du produit de 5 par 2 ..........................................................

Le produit des carrés de 5 et de 2 ..........................................................

L’opposé du carré de la somme de 5 et de 2 ..........................................................

## 5) Codage mathématique → Phrase

**Effectue le calcul en appliquant les règles de priorité et traduis-le par une phrase.**

$(-3) + (-2) =$ .............................. ..........................................................

$2 \,.\, 5 =$ .............................. ..........................................................

$-7^2 =$ .............................. ..........................................................

$(-4)^2 =$ .............................. ..........................................................

$2 \,.\, (5 + 3) =$ .............................. ..........................................................

$2 + 5 \,.\, 4 =$ .............................. ..........................................................

$2 \,.\, 5 + 4^2 =$ .............................. ..........................................................

$(5 + 4)^2 =$ .............................. ..........................................................

$3^2 + 5^2 =$ .............................. ..........................................................

$3 - 5^2 =$ .............................. ..........................................................

$-(3 \,.\, 5)^2 =$ .............................. ..........................................................

$(3 - 5)^2 =$ .............................. ..........................................................

$(3 \,.\, 5)^2 =$ .............................. ..........................................................

## 6) Exercices de synthèse

**Associe le calcul, la phrase qui le décode et le résultat.**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $(3 + 7)^2$ | ● | ● | le double de la somme de 3 et de 7 | ● | ● | 58 |
| $3 + 7^2$ | ● | ● | le carré de la somme de 3 et de 7 | ● | ● | 147 |
| $2 \,.\, (3 + 7)$ | ● | ● | la somme des carrés de 3 et de 7 | ● | ● | 20 |
| $3^2 + 7^2$ | ● | ● | la somme de 3 et du carré de 7 | ● | ● | 52 |
| $3 \,.\, 7^2$ | ● | ● | le triple du carré de 7 | ● | ● | 100 |
| $-(3 - 7)$ | ● | ● | la somme des opposés de 3 et de 7 | ● | ● | 9 |
| $(-3) + (-7)$ | ● | ● | l'opposé du carré de 3 | ● | ● | –21 |
| $-3^2$ | ● | ● | l'opposé de la différence entre 3 et 7 | ● | ● | –10 |
| $(-3)^2$ | ● | ● | l'opposé du produit de 3 par 7 | ● | ● | –9 |
| $-(3 \,.\, 7)$ | ● | ● | le carré de l'opposé de 3 | ● | ● | 4 |

## 7) Codage mathématique littéral

**Traduis par un codage littéral.**

La somme de a et de b …………………………

La différence entre b et c …………………………

Le produit de x par y …………………………

Le carré de l'opposé de b …………………………

Le triple de x …………………………

Le double de c …………………………

Le triple du cube de x …………………………

L'opposé du cube de a …………………………

Le carré de la somme de a et de b …………………………

La différence entre le double de a et le carré de b …………………………

L'opposé de la somme de x et de y …………………………

Le produit de a par l'opposé de b …………………………

Le carré du produit de c par d …………………………

Le triple de la somme de x et de y …………………………

La somme des triples de x et de y …………………………

Le double de la différence entre a et b …………………………

Le produit des opposés de c et de d …………………………

La somme des carrés de a et de b …………………………

La différence entre le cube de a et le triple de b …………………………

La somme des opposés de x et de y …………………………

Le produit du carré de a par le cube de b …………………………

Le triple du produit du carré de a par b …………………………

Nom : …………………………… Prénom : …………………………… Classe : ……………

# Fiche 1.3 Règles de priorité des opérations

## 1) Règles de priorité et nombres entiers

Règle 1 : on effectue en **priorité** les calculs entre **parenthèses**.

Règle 2 : on effectue dans l'ordre les **puissances**, les **produits** puis les **sommes**.

*Exemple*

$-2 + 3 \,.\, (\underline{6 - 9})^2$ On effectue le calcul entre parenthèses.

$= -2 + 3 \,.\, \underline{(-3)^2}$ On effectue la puissance.

$= -2 + \underline{3 \,.\, 9}$ On effectue le produit.

$= -2 + 27$ On effectue la somme.

$= 25$

**Effectue en commençant par le(s) calcul(s) souligné(s).**

$\underline{6 \,.\, 3} - 4 =$ ……………………………

$5 - \underline{5 \,.\, 2} =$ ……………………………

$-7 + \underline{3 \,.\, (-2)} =$ ……………………………

$\underline{-7 \,.\, (-2)} + \underline{4 \,.\, 3} =$ ……………………………

$5 - \underline{9 \,.\, 3} - 7 =$ ……………………………

$3 \,.\, (\underline{4 - 9})$ ……………………………

$3 + \underline{2^4} =$ ……………………………

$(\underline{5 - 9}) \,.\, (\underline{3 - 7}) =$ ……………………………

$(\underline{5 - 9})^3 =$ ……………………………

$\underline{(-5)^2} + \underline{2^3} =$ ……………………………

**Calcule en utilisant les règles de priorité. N'oublie pas de souligner à chaque étape le calcul prioritaire.**

$7 \,.\, 2 - 5 =$ ……………………………

$-6 \,.\, (5 - 3) =$ ……………………………

$10 - 3 \,.\, 4 =$ ……………………………

$(-7 + 3)^2 =$ ……………………………

$3 + 4 \,.\, (-2)^4 =$ ……………………………

$-3 + 2 \,.\, (-2)^5 =$ ……………………………

$5 \,.\, (-2)^3 + 2 \,.\, (-5)^2 =$ ……………………………

$-3 + (-2)^3 \,.\, 5 - 10 =$ ……………………………

$5 - (-3)^2 \,.\, (6 - 7) =$ ……………………………

$(-5 + 3) \,.\, (-4)^3 =$ ……………………………

$(3 - 5)^3 \,.\, (-2 + 7)^2 =$ ……………………………

$5 \,.\, (-2)^3 + (8 - 4)^3 =$ ……………………………

$2 - 5 \,.\, (3 - 8)^2 =$ ……………………………

$(2 - 5)^2 - (3 - 8)^2 =$ ……………………………

$(-5 + 2) \,.\, (-3)^3 + 6 =$ ……………………………

Nom : ............................................ Prénom : ................................................ Classe : ..................

**Relie chaque calcul à son résultat.**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-4 . 3 - 5 . 2$ | • | • | $16$ | $-4 . (3 - 5)^2$ | • | • | $-2$ |
| $-4 . (3 - 5) . 2$ | • | • | $9$ | $-4 . 3 - 5^2$ | • | • | $-37$ |
| $-4 - 3 . (-5) - 2$ | • | • | $2$ | $-4 . (3^2 - 5^2)$ | • | • | $71$ |
| $(-4 - 3) . (-5) - 2$ | • | • | $-22$ | $(-4 + 3)^5 . 2$ | • | • | $-16$ |
| $-4 . (-3) - 5 . 2$ | • | • | $33$ | $-4 + 3 . 5^2$ | • | • | $64$ |

## 2) Calculs de valeurs numériques

Pour calculer la valeur numérique d'une expression littérale :

- on remplace les lettres par leur valeur ;
- on calcule en appliquant les règles de priorité des opérations.

*Exemples*

Si $a = -2$, $b = 5$ et $c = 3$ ,

alors $3a + b = \underline{3 . (-2)} + 5 = -6 + 5 = 1$

$a^3 + 2c = \underline{(-2)^3} + 2 . 3 = -8 + \underline{2 . 3} = -8 + 6 = -2$

**Si a = 3, calcule la valeur numérique des expressions suivantes après avoir remplacé a par sa valeur ; n'oublie pas les éventuelles parenthèses.**

$a^2 =$ ........................................ $(-a)^2 =$ ........................................ $-a^2 =$ ........................................

$a^3 =$ ........................................ $(-a)^3 =$ ........................................ $-a^3 =$ ........................................

**Si a = −4, calcule la valeur numérique des expressions suivantes après avoir remplacé a par sa valeur ; n'oublie pas les éventuelles parenthèses.**

$a^2 =$ ........................................ $(-a)^2 =$ ........................................ $-a^2 =$ ........................................

$a^3 =$ ........................................ $(-a)^3 =$ ........................................ $-a^3 =$ ........................................

**Complète le tableau ci-dessous en ne notant que les réponses finales.**

| a | b | c | a + b | (a + b) . c | b . c | a − b . c |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | −5 | −4 | | | | |
| −3 | 4 | 2 | | | | |
| −2 | −4 | 3 | | | | |
| −2 | 6 | −1 | | | | |
| −4 | −3 | −5 | | | | |

Nom : ................................................ Prénom : ...................................................... Classe : ....................

**Calcule la valeur numérique des expressions suivantes si $a = -3$, $b = 2$, $c = -5$ et $d = 4$.**

$a + b + c + d =$ ................................................................

$a \, . \, b \, . \, c \, . \, d =$ ................................................................

$a + 3b - 2c =$ ................................................................

$3c - 2a - 5d =$ ................................................................

$2a \, . \, (c - d) =$ ................................................................

$2a^2 - 3b^3 =$ ................................................................

$-c^2 + d^2 - a^2 =$ ................................................................

$a \, . \, (b - c)^2 =$ ................................................................

$d \, . \, (a + b)^3 =$ ................................................................

$(a + b)^3 \, . \, (c - d)^2 =$ ................................................................

$a^3 - (c + b)^2 =$ ................................................................

$a \, . \, b \, . \, (-c - d)^2 =$ ................................................................

$a^3 - 3a^2 + 2a =$ ................................................................

$=$ ................................................................

$5a^2 - b \, . \, (d - c) =$ ................................................................

$=$ ................................................................

**Mélanie et Thibaud se livrent un combat très «matheux». Ils doivent calculer la valeur numérique des six expressions algébriques ci-dessous sachant que :**

**$a = -5$, $b = 2$, $c = -1$ et $d = 3$**

**Pour chaque expression, entoure la réponse correcte. Celui ou celle qui a le plus de bonnes réponses sera le gagnant.**

| | Mélanie | Thibaud |
|---|---|---|
| $a - b - c + d$ | $-3$ | $-5$ |
| $2ab$ | $-20$ | $20$ |
| $3b - 4c$ | $2$ | $10$ |
| $a^2 + bc$ | $-2$ | $23$ |
| $c^3 - 2d$ | $-7$ | $-9$ |
| $(a - b) \, . \, (d - c)$ | $-28$ | $-3$ |

**Qui est le gagnant ?** ................................................................

Nom : ……………………………… Prénom : ……………………………… Classe : ………………

# Fiche 1.4 Propriétés des puissances

## 1) Connaissance des propriétés

a) Pour multiplier des puissances de même base, on **conserve** la **base** et on **additionne** les **exposants**.

*Exemples* : $\mathbf{3^2 \,.\, 3^3 = 3^{2+3} = 3^5}$ $\mathbf{(-2)^2 \,.\, (-2)^4 = (-2)^{2+4} = (-2)^6}$

b) Pour élever une puissance à une autre puissance, on **conserve** la **base** et on **multiplie** les **exposants**.

*Exemples* : $\mathbf{(5^2)^3 = 5^{2\cdot 3} = 5^6}$ $[(-\mathbf{2})^2]^4 = (-\mathbf{2})^{2\cdot 4} = (-\mathbf{2})^8$

c) Pour élever un produit de facteurs à une puissance, on **élève chaque facteur** à **cette puissance**.

*Exemples* : $(2 \,.\, 5)^3 = 2^3 \,.\, 5^3$ $(-3 \,.\, 2)^4 = (-3)^4 \,.\, 2^4$

**Applique les propriétés des puissances.**

Propriété a

$2^4 \,.\, 2^7 =$ ……………………………

$3 \,.\, 3^6 =$ ……………………………

$(-5)^2 \,.\, (-5)^4 =$ ……………………

Propriété b

$(4^3)^2 =$ ……………………………

$(2^3)^5 =$ ……………………………

$[(-3)^2]^3 =$ ……………………………

Propriété c

$(3 \,.\, 5)^2 =$ ……………………

$(4 \,.\, 3)^3 =$ ……………………

$(-2 \,.\, 6)^4 =$ ……………………

**Reconnais la propriété en notant a, b ou c dans les parenthèses et applique-la.**

(…) $(6^2)^3 =$ ………………

(…) $(2 \,.\, 7)^4 =$ ………………

(…) $3^2 \,.\, 3^7 =$ ………………

(…) $4^2 \,.\, 4 =$ ………………

(…) $(8^3)^3 =$ ………………

(…) $(7 \,.\, 5)^2 =$ ………………

(…) $(-3 \,.\, 4)^2 =$ ………………

(…) $(-2)^3 \,.\, (-2)^4 =$ ………………

(…) $[(-4)^3]^2 =$ ………………

**Vrai ou faux ? Si cela est faux, recopie l'égalité en corrigeant le membre de droite.**

| | VRAI | FAUX | Correction |
|---|---|---|---|
| $3^2 \,.\, 3^5 = 3^{10}$ | | | |
| $5^3 \,.\, 3^3 = (5 \,.\, 3)^3$ | | | |
| $2^5 \,.\, 2^5 = 2^{25}$ | | | |
| $(3^2)^3 = 3^8$ | | | |
| $(-7 \,.\, 2)^2 = (-7)^2 \,.\, 2^2$ | | | |
| $(-2)^2 \,.\, (-2) \,.\, (-2)^5 = (-2)^7$ | | | |
| $[(-4)^3]^2 = (-4)^6$ | | | |
| $10^6 \,.\, 10^6 = 10^{12}$ | | | |
| $(7^2)^3 = 7^5$ | | | |

Nom : ............................................ Prénom : ................................................ Classe : ..................

## 2) Utilisation des propriétés des puissances

**Repère la propriété à appliquer et écris sous la forme d'une puissance d'un nombre.**

$3^2 . 3^7 =$ ..............................

$2 . 2^5 =$ ..............................

$(5^3)^2 =$ ..............................

$4^3 . 7^3 =$ ..............................

$5^5 . 2^5 =$ ..............................

$6^2 . 6^3 =$ ..............................

$[(-7)^3]^4 =$ ..............................

$2^4 . 2^3 . 2 =$ ..............................

$(3^4)^4 =$ ..............................

$3^2 . 5^2 =$ ..............................

$(5^2)^5 =$ ..............................

$5^2 . 5^5 =$ ..............................

$2^6 . 2^2 =$ ..............................

$(-8) . (-8)^2 =$ ..............................

$(-2)^3 . (-2)^5 =$ ..............................

$(-2)^3 . (-5)^3 =$ ..............................

$[(-3)^5]^2 =$ ..............................

$(-5)^4 . (-5) =$ ..............................

$2^8 . (-5)^8 =$ ..............................

$5^2 . 5^3 . 5 =$ ..............................

$(-3)^4 . 2^4 =$ ..............................

$10^3 . 10^2 =$ ..............................

$10 . 10^7 =$ ..............................

$(10^3)^2 =$ ..............................

$10^4 . 2^4 =$ ..............................

$[(-10)^4]^2 =$ ..............................

$(10^2)^7 =$ ..............................

$[(-10)^3]^4 =$ ..............................

## 3) Exercices de synthèse

**Entoure la bonne réponse.**

| | Réponse 1 | Réponse 2 | Réponse 3 |
|---|---|---|---|
| $2^3 . 2^5$ | $2^{15}$ | $2^8$ | $4^8$ |
| $(5^2)^3$ | $5^6$ | $5^8$ | $5^5$ |
| $3^2 . 5^2$ | $15^4$ | $8^2$ | $15^2$ |
| $(-3)^2 . (-3)^2$ | $6^2$ | $-3^4$ | $(-3)^4$ |
| $10^4 . 10^3$ | $20^7$ | $10^7$ | $10^{12}$ |
| $[(-7)^3]^2$ | $(-7)^6$ | $-7^6$ | $(-7)^5$ |
| $(-2)^2 . (-2)^3$ | $4^6$ | $(-2)^5$ | $(-2)^6$ |
| $(4 . 3)^2$ | $4 . 3^2$ | $4^2 . 3^2$ | $4^2 . 3$ |
| $(-2 . 5)^3$ | $2^3 . 5^3$ | $-2 . 5^3$ | $(-2)^3 . 5^3$ |

**Complète les pointillés par le nombre naturel qui convient.**

$2^6 . 2^{\dots} = 2^8$

$2^4 . 5^4 = (2 . 5)^{\dots}$

$(3^5)^{\dots} = 3^{25}$

$5^2 . 5^{\dots} = 5^5$

$(2^4)^{\dots} = 2^{12}$

$(5^{\dots})^3 = 5^{18}$

$7^4 . 7^{\dots} = 7^5$

$6^2 . 2^{\dots} = 12^2$

$(4 . 3)^{\dots} = 4^2 . 3^2$

$6^3 . 6^{\dots} = 6^6$

$[(-7)^3]^{\dots} = (-7)^9$

$(4^{\dots})^2 = 4^2$

$(-3)^{\dots} . (-3)^4 = (-3)^9$

$(-8)^4 . (-8)^{\dots} = (-8)^{16}$

$(2 . 7)^3 = 2^{\dots} . 7^{\dots}$

$[(-6)^{\dots}]^3 = (-6)^{15}$

Nom : ………………………… Prénom : ………………………… Classe : …………

## Fiche 1.5 Puissances de 10 et notation scientifique

### 1) Puissances de 10

Les puissances de 10 à exposants **positifs** sont généralement des **grands** nombres.

*Exemples* : $10^3 = 1\underbrace{\mathbf{000}}_{\text{3 zéros}}$ $\qquad 10^7 = 1\underbrace{\mathbf{0\ 000\ 000}}_{\text{7 zéros}}$

Les puissances de 10 à exposants **négatifs** sont généralement des **petits** nombres.

*Exemples* : $10^{-3} = \dfrac{1}{10^3} = \dfrac{1}{\mathbf{1000}} = 0,\underbrace{\mathbf{001}}_{\text{3 décimales}}$

*Exemples* : $10^{-7} = \dfrac{1}{10^7} = \dfrac{1}{\mathbf{10\ 000\ 000}} = 0,\underbrace{\mathbf{000\ 000\ 1}}_{\text{7 décimales}}$

**Achève de compléter le tableau ci-dessous à l'aide de puissances de 10.**

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0001 | 0,001 | 0,01 | 0,1 | 1 | 10 | 100 | 1000 | 10 000 |
| ………… | ………… | ………… | $10^{-1}$ | $10^0$ | $10^1$ | ………… | ………… | ………… |

**Utilise le tableau ci-dessus pour transformer les puissances de 10 et effectuer les produits.**

$31 \;.\; 10^3 = 31 \;.$ ………… = …………

$42 \;.\; 10^{-2} = 42 \;.$ ………… = …………

$452 \;.\; 10^2 = 452 \;.$ ………… = …………

$120 \;.\; 10^4 = 120 \;.$ ………… = …………

$230 \;.\; 10^{-3} = 230 \;.$ ………… = …………

$2,4 \;.\; 10^2 = 2,4 \;.$ ………… = …………

$3,5 \;.\; 10^{-2} = 3,5 \;.$ ………… = …………

$130 \;.\; 10^{-4} = 130 \;.$ ………… = …………

$0,02 \;.\; 10^3 = 0,02 \;.$ ………… = …………

$3,1 \;.\; 10^{-4} = 3,1 \;.$ ………… = …………

**Entoure les réponses correctes.**

| | Réponse 1 | Réponse 2 | Réponse 3 | Réponse 4 |
|---|---|---|---|---|
| $10^{-2} =$ | 100 | –100 | 0,01 | $\dfrac{1}{100}$ |
| $10^3 =$ | –1000 | 1000 | $\dfrac{1}{1000}$ | 0,001 |
| $10^{-1} =$ | 0,1 | $\dfrac{1}{10}$ | 10 | –10 |
| $10^5 =$ | 100 000 | –100 000 | $\dfrac{1}{100\ 000}$ | 0,000 01 |
| $10^{-4} =$ | $\dfrac{1}{10\ 000}$ | – 10 000 | 0,0001 | 10 000 |

**Transforme en un produit d'un nombre entier le plus petit possible et d'une puissance de 10, en suivant les exemples :** **$32\ 000 = 32 . 1000 = 32 . 10^{3}$** **$0,05 = 5 . 0,01 = 5 . 10^{-2}$**

20 000 = .................................... = ......................

1,04 = ......................................... = ......................

5 000 000 = ............................. = ......................

0,000 21 = ................................ = ......................

610 000 = .................................. = ......................

0,056 = .................................... = ......................

300 000 = ......................... = ......................

0,0023 = .................................. = ......................

1500 = ...................................... = ......................

2,005 = .................................... = ......................

## 2) Notation scientifique

Un nombre en **notation scientifique** s'écrit sous la forme d'un **produit** de **deux facteurs** :

- le **premier** est un nombre **décimal** dont la **partie entière** est un nombre d'un chiffre **différent de 0** et
- le **second** est une **puissance de 10** à **exposant entier** (positif ou négatif).

*Exemples :* l'écriture scientifique de 2015 est $2,015 . 10^{3}$
l'écriture scientifique de 0,000 79 est $7,9 . 10^{-4}$

**Entoure la notation scientifique des nombres proposés.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 58 300 000 | $5,83 . 10^{7}$ | $58,3 . 10^{6}$ | $583 . 10^{5}$ |
| 0,000 000 15 | $15 . 10^{-8}$ | $1,5 . 10^{-7}$ | $0,15 . 10^{-6}$ |
| 21,01 | $210,1 . 10^{-1}$ | $2101 . 10^{-2}$ | $2,101 . 10$ |

**Barre les mauvaises réponses et entoure la notation scientifique.**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 72 000 = | $7,2 . 10^{4}$ | $72 . 10^{3}$ | $72 . 10^{-3}$ | $0,72 . 10^{5}$ |
| 0,056 = | $56 . 10^{-3}$ | $0,56 . 10^{-1}$ | $5,6 . 10^{-2}$ | $5,6 . 10^{-1}$ |
| 0,000 002 87 = | $2,87 . 10^{-5}$ | $2,87 . 10^{-6}$ | $28,7 . 10^{-7}$ | $287 . 10^{-8}$ |
| 350 000 000 = | $0,35 . 10^{9}$ | $35 . 10^{7}$ | $3,5 . 10^{7}$ | $3,5 . 10^{8}$ |

**Écris les nombres en notation scientifique.**

274 000 000 = ...................................................

0,004 05 = ...........................................................

0,000 123 = .........................................................

12 000 000 = .......................................................

9 800 000 = .........................................................

0,000 034 = ..............................................................

506 000 = ....................................................................

31 000 = .......................................................................

0,0005 = .......................................................................

0,022 = .........................................................................

Nom : ................................................ Prénom : ...................................................... Classe : ....................

**Transforme en notation scientifique en suivant l'exemple :**

**$372 . 10^{7} = 3,72 . 10^{2} . 10^{7} = 3,72 . 10^{9}$**

$34 . 10^{-6} =$ ......................................................................................................

$546 . 10^{8} =$ ......................................................................................................

$325\,000 . 10^{-9} =$ ......................................................................................................

$0,000\,006 . 10^{-5} =$ ......................................................................................................

$1250 . 10^{7} =$ ......................................................................................................

$0,003\,54 . 10^{9} =$ ......................................................................................................

$61\,000\,000 . 10^{-5} =$ ......................................................................................................

$173 . 10^{-8} =$ ......................................................................................................

$730\,000\,000 . 10^{12} =$ ......................................................................................................

Certains calculs peuvent s'effectuer en passant par les puissances de 10 et en exprimant le résultat en notation scientifique.

*Exemples* : $23\,000\,000 . 2000 = 23 . 10^{6} . 2 . 10^{3} = 46 . 10^{9} = 4,6 . 10 . 10^{9} = 4,6 . 10^{10}$

$0,000\,07 . 0,0002 = 7 . 10^{-5} . 2 . 10^{-4} = 14 . 10^{-9} = 1,4 . 10 . 10^{-9} = 1,4 . 10^{-8}$

$32\,000 . 0,0004 = 32 . 10^{3} . 4 . 10^{-4} = 128 . 10^{-1} = 1,28 . 10^{2} . 10^{-1} = 1,28 . 10$

$2000^{5} = (2 . 10^{3})^{5} = 2^{5} . (10^{3})^{5} = 32 . 10^{15} = 3,2 . 10 . 10^{15} = 3,2 . 10^{16}$

$0,04^{3} = (4 . 10^{-2})^{3} = 4^{3} . (10^{-2})^{3} = 64 . 10^{-6} = 6,4 . 10 . 10^{-6} = 6,4 . 10^{-5}$

**Calcule en appliquant les démarches utilisées dans les exemples proposés ci-dessus. La réponse finale de chaque calcul sera écrite sous forme de notation scientifique.**

$21\,000 . 50\,000 =$ ......................................................................................................

$0,000\,006 . 0,000\,03 =$ ......................................................................................................

$0,03 . 0,0025 =$ ......................................................................................................

$700\,000 . 0,004 =$ ......................................................................................................

$4\,000\,000 . 200\,000 =$ ......................................................................................................

$25\,000 . 0,000\,005 =$ ......................................................................................................

$0,008 . 125\,000 =$ ......................................................................................................

$40\,000^{3} =$ ......................................................................................................

$0,000\,02^{4} =$ ......................................................................................................

$0,0006^{3} =$ ......................................................................................................

$3\,000\,000^{5} =$ ......................................................................................................

Nom : ............................................ Prénom : ................................................ Classe : ...................

# Section 2 • Calcul littéral

## Fiche 2.1 Réduction de sommes et de produits

### 1) Somme algébrique

Pour réduire une **somme** algébrique de termes **semblables,** il faut

- **conserver** la partie **littérale** et
- **additionner** les parties **numériques** (coefficients).

*Exemples :* $\overbrace{\boxed{3}\,a + \boxed{2}\,a}^{3\,+\,2} = \boxed{5}\,a$ $\qquad$ $\overbrace{\boxed{-6}\,b + \boxed{2}\,b}^{-6\,+\,2} = \boxed{-4}\,b$

**À chaque ligne, entoure les termes semblables.**

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 2a | $3a^2b$ | $2a^2$ | 3a | a | $4a^3b$ | $2ab^2$ | $ab^3$ |
| $3ab^2$ | 3 | 5a | 5 | $b^2$ | $a^3$ | $a^2$ | $a^2b$ | 1 |
| $2y^3$ | $2ay^3$ | $y^3$ | 2 | $-y^3$ | y | $-3a^3y$ | $-3y^3$ | $xy^3$ |

**Associe chaque expression à sa forme réduite.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2a − 3a ● | ● −5a | $4a^2 - 6a^2$ ● | ● $10a^2$ |
| −2a − 3a ● | ● a | $-4a^2 - 6a^2$ ● | ● $2a^2$ |
| −2a + 3a ● | ● −a | $4a^2 + 6a^2$ ● | ● $-10a^2$ |
| 2a + 3a ● | ● 5a | $-4a^2 + 6a^2$ ● | ● $-2a^2$ |

**Réduis, si cela est possible, les expressions suivantes.**

xy + 5xy = ....................................................

−2ab + 3ab = ....................................................

a − 4a = ....................................................

2x − 5xy = ....................................................

2ab − 7ab = ....................................................

$3x^2 - 6x$ = ....................................................

2ac + 2bc = ....................................................

$2a^2 - 3a^2$ = ....................................................

−xy − xy = ....................................................

$-5ab^2 + 2a^2b$ = ....................................................

**Souligne les termes semblables comme dans l'exemple et réduis les expressions suivantes.**

*Exemple* : $\underline{-4a}\ \underline{\underline{-\,b}}\ \underset{\cdots}{-\,2c}\ \underline{\underline{+\,2b}}\ \underset{\cdots}{+\,c}\ \underline{+\,a} = -3a + b - c$

2x − y − 3z + 2y + x − 2z = ....................................................

−a + c − b + 2c + a − 2b = ....................................................

4a − 3b + a − 2b − 5a = ....................................................

−6 + 4a − 2 − 3b + a − 3b = ....................................................

$1 + 6x + 3x^2 - x + x^2 - 6 =$ ..........................................................................................

$-4x^2 + 2x - 4 - 3x + 2x^2 - 4 =$ ..........................................................................................

$2x^2 - 6x - 8x^2 + 15x + 6x^2 - 3 =$ ..........................................................................................

$4a^2 + 4 - 6a - 3a - 3 + 2a^2 - 1 =$ ..........................................................................................

## 2) Suppression des parenthèses

Dans une somme algébrique, on peut **supprimer** les **parenthèses** et le signe « **+** » qui les précède **sans changer** le **signe** des **termes** compris dans ces parenthèses.

*Exemple* : $4a + (-2b + 3c) = 4a - 2b + 3c$

Dans une somme algébrique, on peut **supprimer** les **parenthèses** et le signe « – » qui les précède **à condition** de **changer** le **signe** des **termes** compris dans ces parenthèses.

*Exemple* : $5x - (-4y + 2z) = 5x + 4y - 2z$

**Relie les expressions égales.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| $a - (b + c)$ • | • $a + b + c$ | $-(a + b) - c$ • | • $-a - b + c$ |
| $a - (b - c)$ • | • $a + b - c$ | $-(a - b) + c$ • | • $-a - b - c$ |
| $a - (-b + c)$ • | • $a - b - c$ | $-(a + b) + c$ • | • $-a + b - c$ |
| $a - (-b - c)$ • | • $a - b + c$ | $-(a - b) - c$ • | • $-a + b + c$ |

**Supprime les parenthèses et réduis les éventuels termes semblables.**

$(a - b) - (2b - a) =$ ..........................................................................................

$(2y - 3) - (-4x - y) =$ ..........................................................................................

$-(2a + 4) + (-3a - 6) =$ ..........................................................................................

$-(x - y) + (y - x) =$ ..........................................................................................

$(2x + 7) - (7 - 2x) =$ ..........................................................................................

$-(2a - b) - (3a - 6) =$ ..........................................................................................

$-(2ab - a + 2b) - (3a - 2ab) =$ ..........................................................................................

$-(-2ab - a + 2) - (3a - 7 + 2ab) =$ ..........................................................................................

$(x + 2) - (-2 - x) - (4x + 3) - 1 =$ ..........................................................................................

$(-3x + 2x^2) + (-2x - 3x^2 + 3) =$ ..........................................................................................

$-(2x^2 - 2) + (4x - x^2 - 1) =$ ..........................................................................................

$(3x^2 + 2x + 2) - (2x - 3x^2) =$ ..........................................................................................

## 3) Produit algébrique

**Signe** du **produit** de **deux** facteurs

Si les facteurs ont le **même signe**, alors le produit est **positif**.

$-a \,.\, (-b) = +ab$ $\qquad$ $a \,.\, b = (+a) \,.\, (+b) = +ab$

Si les facteurs ont des **signes différents**, alors le produit est **négatif**.

$-a \,.\, b = -a \,.\, (+b) = -ab$ $\qquad$ $a \,.\, (-b) = (+a) \,.\, (-b) = -ab$

**Signe** du **produit** de **plusieurs** facteurs

Si le nombre de facteurs **négatifs** est **pair**, alors le produit est **positif**.

$-a \,.\, (-b) \,.\, c \,.\, d = +abcd$

Si le nombre de facteurs **négatifs** est **impair**, alors le produit est **négatif**.

$-a \,.\, (-b) \,.\, (-c) \,.\, d = -abcd$

**Réduis les produits suivants.**

$-a \,.\, (-2) =$ ……………………

$3a \,.\, (-2) =$ ……………………

$-2 \,.\, 2a =$ ……………………

$-a \,.\, a =$ ……………………

$-3a \,.\, (-a) =$ ……………………

$2a \,.\, (-2b) =$ ……………………

$-2a \,.\, (-b) =$ ……………………

$2ab \,.\, (-3) =$ ……………………

$-3ab \,.\, (-2) =$ ……………………

$-2ab \,.\, (-2b) =$ ……………………

$-2a \,.\, (-2b) \,.\, 2 =$ ……………

$-3a \,.\, (-3) \,.\, (-2b) =$ ……………

$a \,.\, (-2) \,.\, 3a =$ ……………

$-a \,.\, (-2a) \,.\, 2 =$ ……………

$-ab \,.\, (-2a) \,.\, (-3) =$ ……………

**Complète les produits par l’expression algébrique qui convient.**

$-3a \,.\,$ ………… $= 6a^2$

$-3a \,.\,$ ………… $= 6a$

$-3 \,.\,$ ………… $= 6a$

$3 \,.\,$ ………… $= 6a^2$

$-3a \,.\,$ ………… $= -6a^2$

$-3 \,.\,$ ………… $= -6a$

$3 \,.\,$ ………… $= -6a^2$

$3a \,.\,$ ………… $= -6a$

## 4) Exercices de synthèse

**Réduis les expressions qui peuvent l’être.**

$2a - b =$ ……………

$2a \,.\, b =$ ……………

$a \,.\, (-2b) =$ ……………

$a - (-2b) =$ ……………

$-a \,.\, (-b) =$ ……………

$3x - 5x =$ ……………

$-3x \,.\, 5x =$ ……………

$-3x - 5x =$ ……………

$-3x \,.\, (-5x) =$ ……………

$-3x + 5x =$ ……………

$-2a \,.\, (-2) =$ ……………

$-2a - 2 =$ ……………

$-2a \,.\, a =$ ……………

$-a + 2a =$ ……………

$2a \,.\, (-2a) =$ ……………

$6a^2 \,.\, (-2) =$ ……………

$6a^2 - (-2) =$ ……………

$-6a^2 \,.\, (-2) =$ ……………

$6a^2 \,.\, 2a =$ ……………

$6a^2 + 2a =$ ……………

**Complète les pointillés par « + » ou « . ».**

$-2x$ …… $2x = 0$

$-2x$ …… $2x = -4x^2$

$-2x$ …… $(-2x) = -4x$

$-2x$ …… $(-2x) = 4x^2$

Nom : ................................................ Prénom : ..................................................... Classe : ....................

# Fiche 2.2 Distributivités

## 1) Distributivité simple

La distributivité simple permet de multiplier une somme par un nombre.

*Exemples :* $\boxed{a} . (b + c) = \boxed{a} . b + \boxed{a} . c$ $\quad$ $\boxed{2} . (3x + 4) = \boxed{2} . 3x + \boxed{2} . 4$

$= ab + ac$ $\quad$ $= 6x + 8$

Cette règle s'applique également aux nombres négatifs.

*Exemples :* $a . (b - c) = a . (b + (-c))$ $\quad$ $-2 . (3x - 4) = -2 . (3x + (-4))$

$= a . b + a . (-c)$ $\quad$ $= -2 . 3x + (-2) . (-4)$

$= ab + (-ac)$ $\quad$ $= -6x + 8$

$= ab - ac$

**Après avoir transformé les différences en sommes, applique la distributivité simple en complétant les égalités.**

$3 . (3a - 2)$ = 3 . (.............. + ..............) $\qquad$ $-x . (3x - 2) = -x .$ ( .............. + .............. )

= ........ . .......... + .......... . .......... $\qquad$ = ........ . .......... + .......... . ..........

= .................... + .................... $\qquad$ = .................... + ....................

= ........................................ $\qquad$ = ........................................

$-3a . (b - 1) = -3a .$ (........ + ..............) $\qquad$ $-2 . (-a - b) =$ .......... . (.............. + ..............)

= .......... . ........ + .......... . .......... $\qquad$ = .......... . .......... + .......... . ..........

= .................... + .................... $\qquad$ = .................... + ....................

= ........................................ $\qquad$ = ........................................

Tu peux également distribuer en tenant compte du signe de chaque terme.

*Exemples :* $\overset{a\,.\,(-c)}{\overset{a\,.\,b}{a . (b - c)}} = ab - ac$ $\qquad$ $\overset{-2\,.\,(-4)}{\overset{-2\,.\,3x}{-2 . (3x - 4)}} = -6x + 8$

**Applique directement la distributivité simple.**

$-2x . (x + 3) =$ ........................................ $\qquad$ $x . (-2x - 4) =$ ........................................

$3x . (-5x + 2) =$ ........................................ $\qquad$ $-x . (-x + 2) =$ ........................................

$-2 . (3x - 3) =$ ........................................ $\qquad$ $2x . (-x + 1) =$ ........................................

$-3 . (-4x - 1) =$ ........................................ $\qquad$ $-3x . (3x - 1) =$ ........................................

## 2) Distributivité double

La distributivité double permet de multiplier une somme par une somme.

*Exemple :* $(a + b)\ .\ (c + d) = a\ .\ c + a\ .\ d + b\ .\ c + b\ .\ d$

$= ac + ad + bc + bd$

Cette règle s'applique également aux nombres négatifs.

*Exemple :* $(a - b)\ .\ (c - d) = (a + (-b))\ .\ (c + (-d))$

$= a\ .\ c + a\ .\ (-d) + (-b)\ .\ c + (-b)\ .\ (-d)$

$= a\ .\ c + (-ad) + (-bc) + bd$

$= ac - ad - bc + bd$

**Après avoir transformé les différences en sommes, applique la distributivité double en complétant les égalités.**

(x + 3) . (2y − 1) = ( ………… + ………… ) . ( ………… + ………… )

= ………… . ………… + ………… . ………… + ………… . ………… + ………… . …………

= ………………… + ………………… + ………………… + …………………

= ……………………………………………………………………

(2x − 1) . (3x − 2) = ( ………… + ………… ) . ( ………… + ………… )

= ………… . ………… + ………… . ………… + ………… . ………… + ………… . …………

= ………………… + ………………… + ………………… + …………………

= ……………………………………………………………………

(−a − 2b) . (4a − b) = ( ………… + ………… ) . ( ………… + ………… )

= ………… . ………… + ………… . ………… + ………… . ………… + ………… . …………

= ………………… + ………………… + ………………… + …………………

= ……………………………………………………………………

Tu peux également distribuer en tenant compte du signe de chaque terme.

*Exemple :* $$\overset{a\,.\,(-d)}{\overset{a\,.\,c}{\underset{(-b)\,.\,(-d)}{\underset{(-b)\,.\,c}{(\underline{a}\ \underline{-\,b})\ .\ (\underline{c}\ \underline{-\,d})}}}} = ac - ad - bc + bd$$

Nom : ........................................ Prénom : ............................................ Classe : ..................

**Applique directement la distributivité double.**

$(x - 2) . (y + 3) =$ ..............................................................................

$(3 - x) . (-5 + y) =$ ..............................................................................

$(a - 2) . (3 - 3b) =$ ..............................................................................

$(x - 3) . (-2 - y) =$ ..............................................................................

$(-1 - x) . (-y + 2) =$ ..............................................................................

**Applique la distributivité double et réduis les éventuels termes semblables.**

$(x - 5) . (3x - 1)=$ ..............................................................................

$(2a - 3) . (-4a + 2) =$ ..............................................................................

$(2x - 7) . (x + 1) =$ ..............................................................................

$(5 - a) . (a - 3) =$ ..............................................................................

$(a - 1) . (1 + a) =$ ..............................................................................

$(a - 4b) . (-2a + b) =$ ..............................................................................

$(-x + y) . (-x - y) =$ ..............................................................................

$(3a - 2b) . (5b + 4a) =$ ..............................................................................

## 3) Distributivité et suppression des parenthèses

L'introduction de nouvelles parenthèses n'est indispensable que pour écrire le résultat d'une double distributivité précédée d'un signe « – ». Dans les autres cas, l'introduction de parenthèses n'est pas indispensable.

*Exemples*

$$\begin{aligned} -3x . (5x - 2) - 4x . (5x + 3) &= -15x^2 + 6x - 20x^2 - 12x \\ &= -35x^2 - 6x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\big((3x - 1) . (-2 + x)\big) + (2x - 1) . (3x + 4) &= -\big(-6x + 3x^2 + 2 - x\big) + 6x^2 + 8x - 3x - 4 \\ &= 6x - 3x^2 - 2 + x + 6x^2 + 8x - 3x - 4 \\ &= 3x^2 + 12x - 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x . (3 - 2x) - \big((x + 2) . (x - 3)\big) &= 6x - 4x^2 - \big(x^2 - 3x + 2x - 6\big) \\ &= 6x - 4x^2 - x^2 + 3x - 2x + 6 \\ &= -5x^2 + 7x + 6 \end{aligned}$$

Nom : .................................................. Prénom : ....................................................... Classe : .....................

**Place les parenthèses qui seront indispensables pour effectuer les calculs suivants.**

$a \,.\, (b + c) \;+\; (a - 1) \;.\; (1 + b)$

$- \;\; a \;\;.\;\; (b + c) \;\;-\;\; (a - 1) \;\;.\;\; (1 + b)$

$- \;\; (a + 1) \;\;.\;\; (b + c) \;\;-\;\; a \,.\, (1 + b)$

$- \;\; a \,.\, (b + c) \;\;-\;\; b \,.\, (a - 1)$

$- \;\; (a + 1) \,.\, (b + c) \;\;+\;\; (a - 1) \,.\, (1 + b)$

$- \;\; (a + 1) \,.\, (b + c) \;\;-\;\; (a - 1) \,.\, (1 + b)$

$- \;\; (a + 1) \;\;-\;\; (b + c) \,.\, (a - 1) \;\;-\;\; (1 + b)$

$(a + 1) \,.\, (b + c) \;\;-\;\; (a - 1) \,.\, (1 + b)$

**Dans l'énoncé, place les parenthèses indispensables et réduis les expressions suivantes.**

$x \,.\, (5 - 2x) - 2 \,.\, (x - 1)$ = ..........................................................................................................

= ..........................................................................................................

= ..........................................................................................................

$-3x \,.\, (4 + 2x) + 5 \,.\, (-x + 1)$ = ..................................................................................................

= ..................................................................................................

= ..................................................................................................

$3x \,.\, (5x - 2) - (2 + x) \,.\, (x - 1)$ = ..........................................................................................

= ..........................................................................................

= ..........................................................................................

$3x \,.\, (x - 1) - 2 \,.\, (x + 4)$ = ..........................................................................................................

= ..........................................................................................................

= ..........................................................................................................

$- (x + 2) \,.\, (5x - 2) + (2 - x) \,.\, (x + 3)$ = ..................................................................................

= ..................................................................................

= ..................................................................................

$(x - 2) \,.\, (-x + 3) - 2x \,.\, (x + 3)$ = ..........................................................................................

= ..........................................................................................

= ..........................................................................................

$-2x \,.\, (-3x + 2) - (2x + 4) \,.\, (-x - 3)$ = ..................................................................................

= ..................................................................................

= ..................................................................................

Nom : ………………………………… Prénom : ………………………………… Classe : ……………

## Fiche 2.3 Propriétés des puissances

### 1) Produit de puissances de même base

Pour multiplier des puissances de même base,
on **conserve** la **base** et
on **additionne** les **exposants**.

$$a^m . a^n = a^{m+n}$$

$$a^3 . a^5 = \underbrace{\underbrace{a . a . a}_{3 \text{ facteurs}} . \underbrace{a . a . a . a . a}_{5 \text{ facteurs}}}_{3 + 5 = 8 \text{ facteurs}} = a^8$$

$$a^3 . a^5 = a^{3+5} = a^8$$

**Réduis les expressions en notant les détails de ta démarche.**

$a^2 . a^4 =$ ……………………………………

$a . a^6 =$ ……………………………………

$a^3 . a^3 =$ ……………………………………

$a^5 . a^2 =$ ……………………………………

$a^3 . a^2 . a =$ ……………………………………

$a^3 . a . a^6 =$ ……………………………………

$a^2 . a^3 . b^4 . b^2 =$ ……………………………………

$a . a^2 . b^3 . b^4 =$ ……………………………………

$a^2 . b^2 . a^3 . b^5 =$ ……………………………………

$b . a . b^4 . a . b^3 =$ ……………………………………

**Complète par des nombres naturels.**

$a^3 . a^{\dots} = a^6$

$a . a^{\dots} = a^4$

$a^3 . a^{\dots} = a^3$

$a^2 . a^{\dots} . a^2 = a^8$

$a^2 . a^5 . a^{\dots} = a^{20}$

$a^3 . a^3 . a^{\dots} = a^9$

$a^3 . b . a^{\dots} . b^{\dots} = a^6b^3$

$a^{\dots} . b^3 . b^{\dots} . a^3 = a^4b^5$

$b . a^5 . a^{\dots} . b^{\dots} = a^5b^2$

Les puissances possèdent parfois un coefficient numérique.

*Exemples*

$$\begin{aligned} a^2 . 5a^4 &= a^2 . 5 . a^4 \\ &= 5 . (a^2 . a^4) \\ &= 5a^6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4a . 3a &= 4 . a . 3 . a \\ &= (4 . 3) . (a^1 . a^1) \\ &= 12a^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2a . 3a^2 &= -2 . a . 3 . a^2 \\ &= (-2 . 3) . (a^1 . a^2) \\ &= -6a^3 \end{aligned}$$

**Réduis les expressions en notant les détails de ta démarche.**

$2a^3 . 3a^2 =$ ……………………………………

$a^2 . 2a =$ ……………………………………

$-2b^2 . 4b =$ ……………………………………

$3a^3 . (-5a^2) =$ ……………………………………

$-2a . (-a^2) =$ ……………………………………

$5b^3 . (-5b^2) =$ ……………………………………

**Réduis directement les expressions.**

$3a^2 . 2a^3 =$ ……………………

$a^5 . (-5a^2) =$ ……………………

$-3a^2 . 3a =$ ……………………

$2a . (-2a) =$ ……………………

$-2a^4 . a^3 =$ ……………………

$-a^5 . (-4a) =$ ……………………

$-7a . 2a^3 =$ ……………………

$-4a^3 . 4a^3 =$ ……………………

$-a^2 . (-2) . a^2 =$ ……………………

$-3a . (-2) . a^2 =$ ……………………

$4a^2 . 2a^2 . (-1) =$ ……………………

$-2a^2 . a^3 . 2a =$ ……………………

## 2) Puissance d'une puissance

Pour élever une puissance à une autre puissance,
on **conserve** la **base** et
on **multiplie** les **exposants**.

$$(a^m)^n = a^{m.n}$$

$$\begin{aligned}(a^2)^4 &= a^2 \,.\, a^2 \,.\, a^2 \,.\, a^2\\ &= (a\,.\,a)\,.\,(a\,.\,a)\,.\,(a\,.\,a)\,.\,(a\,.\,a)\\ &= a\,.\,a\,.\,a\,.\,a\,.\,a\,.\,a\,.\,a\,.\,a\\ &= a^8\end{aligned}$$

*Exemples*

$$\begin{aligned}(a^3)^4 &= a^{3\,.\,4}\\ &= a^{12}\end{aligned} \qquad \begin{aligned}(b^3)^3 &= b^{3\,.\,3}\\ &= b^9\end{aligned} \qquad \begin{aligned}(c^5)^3 &= c^{5\,.\,3}\\ &= c^{15}\end{aligned}$$

**Réduis les expressions en notant les détails de ta démarche.**

$(a^2)^6 =$ ……………………………………… $(a^5)^5 =$ ………………………………………

$(a^2)^5 =$ ……………………………………… $(a^2)^3 =$ ………………………………………

**Complète par des nombres naturels.**

$(a^4)^{\dots} = a^8$ $(a^2)^{\dots} = a^6$ $(a^{\dots})^5 = a^{10}$

$(a^{\dots})^3 = a^6$ $(a^{\dots})^5 = a^{15}$ $(a^3)^{\dots} = a^3$

Attention, dans certains cas, nous sommes tenus d'appliquer deux propriétés, l'une à la suite de l'autre.

*Exemple* : $a^3 \,.\, (a^2)^2 = a^3 \,.\, a^4$ Puissance d'une puissance
$= a^7$ Produit de puissances de même base

**Réduis les expressions en notant les détails de ta démarche.**

$(a^3)^4 \,.\, a^2 =$ ……………………………………… $a^2 \,.\, (b^3)^2 \,.\, (a^2)^3 =$ ………………………………………

$a \,.\, (a^3)^3 =$ ……………………………………… $(b^4)^3 \,.\, (a^2)^3 \,.\, b^2 =$ ………………………………………

$a^2 \,.\, (a^5)^2 =$ ……………………………………… $a^2 \,.\, (b^2)^3 \,.\, b =$ ………………………………………

## 3) Puissance d'un produit

Pour élever un produit de facteurs à une puissance,
on **élève chaque facteur** à **cette puissance**.

$$(a\,.\,b)^m = a^m \,.\, b^m$$

$$\begin{aligned}(ab)^4 &= (a\,.\,b)^4\\ &= (a\,.\,b)\,.\,(a\,.\,b)\,.\,(a\,.\,b)\,.\,(a\,.\,b)\\ &= \underbrace{a\,.\,a\,.\,a\,.\,a}_{4\text{ facteurs}} \,.\, \underbrace{b\,.\,b\,.\,b\,.\,b}_{4\text{ facteurs}}\\ &= a^4 \,.\, b^4\end{aligned}$$

*Exemples*

$$\begin{aligned}(3a)^2 &= (3\,.\,a)^2\\ &= 3^2\,.\,a^2\\ &= 9a^2\end{aligned} \qquad \begin{aligned}(-2a)^3 &= (-2\,.\,a)^3\\ &= (-2)^3\,.\,a^3\\ &= -8a^3\end{aligned} \qquad \begin{aligned}(2a^4)^3 &= (2\,.\,a^4)^3\\ &= 2^3\,.\,(a^4)^3\\ &= 8a^{12}\end{aligned} \qquad \begin{aligned}(a^2b^3)^4 &= (a^2\,.\,b^3)^4\\ &= (a^2)^4\,.\,(b^3)^4\\ &= a^8b^{12}\end{aligned}$$

**Réduis les expressions.**

$(a \,.\, b)^3 =$ ..............................................................

$(5 \,.\, x)^2 =$ ..............................................................

$(-2 \,.\, y)^4 =$ ..............................................................

$(-10 \,.\, c)^3 =$ ..............................................................

$(3 \,.\, a \,.\, b)^2 =$ ..............................................................

$(-5 \,.\, a \,.\, c)^2 =$ ..............................................................

$(xy)^3 =$ ..............................................................

$(2a)^4 =$ ..............................................................

$(-4abc)^3 =$ ..............................................................

$(-3a)^2 =$ ..............................................................

$(2ab)^4 =$ ..............................................................

$(-ab)^3 =$ ..............................................................

> Attention, dans certains cas, nous sommes tenus d'appliquer deux propriétés, l'une à la suite de l'autre.
>
> *Exemple :* $(a^2b^3)^4 = (a^2)^4 \,.\, (b^3)^4$ Puissance d'un produit
> $= a^8b^{12}$ Puissance d'une puissance

**Réduis les expressions en notant les détails de ta démarche.**

$(a^2 .\, b^4)^3 =$ ..............................................................

$(a^3 \,.\, b)^4 =$ ..............................................................

$(2 \,.\, a^3)^4 =$ ..............................................................

$(-3 \,.\, a^2)^2 =$ ..............................................................

$(a^3b)^3 =$ ..............................................................

$(3ab^2)^3 =$ ..............................................................

$(-2a^2b)^4 =$ ..............................................................

$(-5a^2b^3)^3 =$ ..............................................................

**Réduis rapidement les expressions.**

$(a \,.\, b^4)^2 =$ ....................................

$(-2 \,.\, a^2 \,.\, b^3)^3 =$ ....................................

$(-a^3 \,.\, b^4 \,.\, c)^2 =$ ....................................

$(a^2 \,.\, b \,.\, c^4)^3 =$ ....................................

$(4a^2)^3 =$ ....................................

$(-4a^2)^3 =$ ....................................

$(-3a^3)^2 =$ ....................................

$(2xy^2)^3 =$ ....................................

$(-5a^2b^3c^2)^2 =$ ....................................

$(2a^3bc^2)^3 =$ ....................................

$(-3a^2bc)^2 =$ ....................................

$(2abc^2)^4 =$ ....................................

## 4) Applications des propriétés

**Reconnais la propriété à appliquer pour simplifier l'écriture des expressions suivantes et réduis-les.**

Produit de puissances de même base •

Puissance d'une puissance •

Puissance d'un produit •

- $b^3 \,.\, b^5 =$ ....................
- $(a^2)^4 =$ ....................
- $(ab)^4 =$ ....................
- $3a^2 .\, 2a^3 =$ ....................
- $(2a)^3 =$ ....................
- $(b^5)^2 =$ ....................

Nom : …………………………… Prénom : …………………………… Classe : ……………

**Indique dans les crochets le(s) numéro(s) de la (des) propriété(s) qu'il faut utiliser pour réduire les expressions suivantes, ensuite applique-les pour simplifier l'écriture.**

**1** « *Produit de puissances de même base* » ; **2** « *Puissance d'une puissance* » et
**3** « *Puissance d'un produit* »

[…………] $4a^2 . 5a^3 =$ ……………………………

[…………] $(-4a^2)^3 =$ ……………………………

[…………] $(a^4)^2 =$ ……………………………

[…………] $(-4a)^2 =$ ……………………………

[…………] $-4a . 5a^2 =$ ……………………………

[…………] $(-10x^4)^3 =$ ……………………………

[…………] $(3ab)^2 =$ ……………………………

[…………] $-2a . ( -3a) =$ ……………………………

[…………] $(-2x)^5 =$ ……………………………

[…………] $-4 . (a^5)^2 =$ ……………………………

[…………] $(3a^3)^3 =$ ……………………………

[…………] $(-5a^2)^2 =$ ……………………………

[…………] $-5a^2 . a^2 =$ ……………………………

[…………] $-3 . (a^3)^2 =$ ……………………………

[…………] $-5a^5 . 5a^5 =$ ……………………………

[…………] $(-5a^5)^3 =$ ……………………………

**Entoure la bonne réponse parmi les trois proposées.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| $3a^3 . 2a^2 =$ | $5a^6$ | $6a^6$ | $6a^5$ |
| $4a . 4a^4 =$ | $16a^5$ | $8a^5$ | $16a^4$ |
| $(a^3)^3 =$ | $a^6$ | $a^9$ | $a^{27}$ |
| $(5a^5)^2 =$ | $10a^{10}$ | $25a^7$ | $25a^{10}$ |
| $(-4a^4)^2 =$ | $16a^8$ | $-8a^8$ | $8a^6$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| $5a . a^5 =$ | $6a^6$ | $5a^6$ | $5a^5$ |
| $(2ab)^3 =$ | $8ab^3$ | $6a^3b^3$ | $8a^3b^3$ |
| $2(a^3b)^2 =$ | $2a^6b^2$ | $8a^6b^2$ | $2a^5b^2$ |
| $-a^3 . 3a =$ | $2a^3$ | $-3a^4$ | $2a^4$ |
| $-3a . 2a =$ | $-a$ | $-6a^2$ | $-5a$ |

**Relie chaque expression à sa forme réduite.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| $(3a^3)^2$ • | • $9a^5$ | $(-2x^3)^2$ • | • $-2x^5$ |
| $3a^3 . 3a^2$ • | • $3a^6$ | $-(2x^3)^2$ • | • $-2x^6$ |
| $3a^3 . a^2$ • | • $3a^5$ | $-2(x^3)^2$ • | • $4x^6$ |
| $3(a^2)^3$ • | • $9a^6$ | $-2x^3 . x^2$ • | • $-4x^6$ |

**Réduis les expressions.**

$a^5 . a^3 =$ ……………………

$(x^3)^4 =$ ……………………

$-3x . 2x =$ ……………………

$(3a)^3 =$ ……………………

$(-5x) . x =$ ……………………

$(2ab^2)^3 =$ ……………………

$(-ab^3)^2 =$ ……………………

$-2a^2 . 2a^2 =$ ……………………

$(-2b^3)^4 =$ ……………………

$(-6x)^2 =$ ……………………

$(-a^3bc^2)^4 =$ ……………………

$(-a^2bc^3)^3 =$ ……………………

$(b^2)^3 =$ ……………………

$2a^2 . 3a^3 =$ ……………………

$-2a^2 . (-a^2) =$ ……………………

$(-3a^2b)^2 =$ ……………………

$-(3a^2b)^2 =$ ……………………

$-3(a^2b)^2 =$ ……………………

Nom : …………………………………… Prénom : …………………………………………… Classe : ………………

## 5) Gestion des parenthèses

| N° | Cas rencontrés | | Réduction de l’expression |
|---|---|---|---|
| 1. | Simple produit | $3a \cdot (-2) =$ | $-6a$ |
| 2. | Puissance d’un produit | $(3a)^2 =$ | $(3 \cdot a)^2 = 3^2 \cdot a^2 = 9a^2$ |
| 3. | Puissance d’un produit puis simple produit | $2 \cdot (-2a)^3 =$ | $2 \cdot (-2)^3 \cdot a^3 = 2 \cdot (-8) \cdot a^3 = -16a^3$ |
| 4. | Distributivité simple | $3 \cdot (a + 2) =$ | $3a + 6$ |
| 5. | Distributivité double | $(3 + a^2) \cdot (a + 2) =$ | $3a + 6 + a^3 + 2a^2$ |
| 6. | Suppression de parenthèses précédées de «–» | $3a - (a^2 - 2) =$ | $3a - a^2 + 2$ |
| 7. | Suppression de parenthèses précédées de «+» | $3a + (a^2 - 2) =$ | $3a + a^2 - 2$ |

**Indique dans les crochets le(s) numéro(s) du (des) cas rencontré(s), ensuite écris plus simplement les expressions.**

[……] $(6x)^2 =$ ……………………………………

[……] $6 \cdot (x + 3) =$ ……………………………………

[……] $6x \cdot (-3) =$ ……………………………………

[……] $-6 - (x - 3) =$ ……………………………………

[……] $(-2x)^7 =$ ……………………………………

[……] $-3 \cdot (2x + 3) =$ ……………………………………

[……] $6x \cdot (-3) =$ ……………………………………

[……] $(-3x)^2 =$ ……………………………………

[……] $-6 \cdot (x - 3) =$ ……………………………………

[……] $2 \cdot (3x)^2 =$ ……………………………………

[……] $-3 - (2x - 3) =$ ……………………………………

[……] $6x + (-3 + x) =$ ……………………………………

[……] $-3 \cdot (3x)^2 =$ ……………………………………

[……] $-4 \cdot (x - 3) =$ ……………………………………

[……] $(-5a^2)^3 =$ ……………………………………

[……] $-5 + (-a^2 - 3) =$ ……………………………………

[……] $(-5a)^2 \cdot 3 =$ ……………………………………

[……] $(5 + a^2) \cdot (a + 3) =$ ……………………………………

[……] $(a^3 - 5) \cdot (a^2 + 3) =$ ……………………………………

[……] $5 - (-a^2 - 1) =$ ……………………………………

[……] $(5a^2)^2 =$ ……………………………………

[……] $-5 + (a^2 + 3) =$ ……………………………………

[……] $4 + a^2 \cdot (a + 2) =$ ……………………………………

[……] $(4 + a^2) \cdot (a + 2) =$ ……………………………………

[……] $5a^7 \cdot (-a^2)^3 =$ ……………………………………

[……] $-2a \cdot (a^2 + a) =$ ……………………………………

[……] $-5 - (-a^2 - 3) =$ ……………………………………

[……] $(-3 + a^2) \cdot (-a + 2) =$ ……………………………………

**Réduis les expressions.**

$-5a \cdot 4a - 4a =$ ……………………………………………………………………

$(2a - 1) \cdot (a^2 + 2) =$ ……………………………………………………………………

$2a^2 - (2a^2)^2 =$ ……………………………………………………………………

$4a - (a^2 - a) =$ ……………………………………………………………………

$4a + a \cdot (a^2 - 2) =$ ……………………………………………………………………

Nom : ………………………… Prénom : ………………………… Classe : …………

## Fiche 2.4 Mise en évidence

Distribuer

$$\underline{a\,.}\,(b + c) = \underline{a\,.}\,b + \underline{a\,.}\,c$$

**Mettre en évidence**

### 1) Mise en évidence sans puissance

Lorsque **tous** les **termes** d'une **somme** possèdent un (ou plusieurs) **facteur**(s) **commun**(s), on peut le(s) **mettre en évidence**.

*Exemples*

$3a + 3b = \underline{3\,.}\,a + \underline{3\,.}\,b = \underline{3\,.}\,(a + b)$

$5ab - 5ac = \underline{5\,.\,a\,.}\,b - \underline{5\,.\,a\,.}\,c = \underline{5a\,.}\,(b - c)$

$2a + 2 = \underline{2\,.}\,a + \underline{2\,.}\,1 = \underline{2\,.}\,(a + 1)$

**Mets le(s) facteur(s) commun(s) en évidence.**

$7x + 7y =$ ……………………………………

$3xy + 2xz =$ ……………………………………

$3xy - 3xz =$ ……………………………………

$2ax - 2bx =$ ……………………………………

$4ab + 4a =$ ……………………………………

$12bc + 12cd =$ ……………………………………

Il est parfois utile de décomposer les facteurs numériques afin de faire apparaître le facteur numérique commun (leur PGCD).

*Exemples :* $6a + 9b = 3\,.\,2a + 3\,.\,3b = 3\,.\,(2a + 3b)$

$24x - 36y = 12\,.\,2x - 12\,.\,3y = 12\,.\,(2x - 3y)$

**Parmi les trois propositions de mise en évidence de facteurs communs de chaque exercice, barre celle qui est fausse et entoure la meilleure.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 30a + 20b | 5 | 10 | 20 |
| 28x + 42y | 7 | 14 | 28 |
| 10ab − 50cd | 5 | 10 | 50 |
| 12ab + 18ac | a | 6a | 12a |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 24ab − 36ac | 6a | 24a | 12a |
| 4abc + 12ab | 4abc | 4ab | 4a |
| 40abd + 16abc | 4ab | 16ab | 8ab |
| 50a − 75ab | 50a | 25a | 5a |

**Décompose les facteurs numériques pour faire apparaître leur PGCD. Souligne le(s) facteur(s) commun(s) et mets le(s) en évidence.**

$5x - 15y =$ ……………………………………………………………

$24x + 32y =$ ……………………………………………………………

$27ab + 18ac =$ ……………………………………………………………

$24y - 32xy =$ ……………………………………………………………

$8y - 16xy =$ ……………………………………………………………

Nom : ................................ Prénom : ................................ Classe : ..............

**Mets le(s) facteur(s) commun(s) en évidence.**

$12x + 16y =$ ..............................

$7ab - 7ac =$ ..............................

$3ab + 2ac =$ ..............................

$12x - 18y =$ ..............................

$35ax + 25bx =$ ..............................

$30xy - 45x =$ ..............................

$12a - 24 =$ ..............................

$6a + 6 =$ ..............................

## 2) Mise en évidence avec puissances

La décomposition de chaque terme de la somme doit faire apparaître le(s) facteur(s) commun(s) parmi lesquels peut se trouver une puissance.

*Exemples*

$3a + 5a^2 = 3 . a + 5 . a . a$
$= a . (3 + 5a)$

$5a^3 + 10a^2 = 5 . a^2 . a + 5 . 2 . a^2$
$= 5a^2 . (a + 2)$

$3a^5 + 5a^3 = 3 . a^3 . a^2 + 5 . a^3$
$= a^3 . (3a^2 + 5)$

**Les facteurs communs ayant été mis en évidence, complète les égalités.**

$50x^2 + 75x = 25x$ . ( ........ + ........ )

$8a + 16a^2c = 8a$ . ( ........ + ........ )

$15a^2 - 5ab = 5a$ . ( ........ − ........ )

$12x^2 + 8x = 4x$ . ( ........ + ........ )

$12x^2y - 18x = 6x$ . ( ........ − ........ )

$27x^2 + 24x^3 = 3x^2$ . ( ........ + ........ )

$35x^5 - 25x^3 = 5x^3$ . ( ........ − ........ )

$12x^6 + 4x^2 = 4x^2$ . ( ........ + ........ )

**Parmi les trois propositions de mise en évidence de facteurs communs de chaque exercice, barre celle qui est fausse et entoure la meilleure proposition.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| $6a^2 + 9a$ | $3a$ | $3$ | $3a^2$ |
| $x^5 - x^3$ | $x$ | $x^3$ | $x^5$ |
| $7a^7 + 2a^2$ | $2a^2$ | $a$ | $a^2$ |
| $14x^3 - 21x^2$ | $7x$ | $14x^2$ | $7x^2$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| $32a^3 + 16a^2$ | $16$ | $16a^2$ | $8a^3$ |
| $16a^3 - 8a^2 - 4a$ | $4$ | $4a$ | $4a^2$ |
| $x^3 + x^6 + x^9$ | $x^3$ | $x^6$ | $x$ |
| $8a^3 + 4a^2 + 2a$ | $a$ | $8a$ | $2a$ |

**Mets le(s) facteur(s) commun(s) en évidence.**

$5x^2 + 7x =$ ..............................

$4x^2 - x =$ ..............................

$3x^6 + 4x^3 =$ ..............................

$7x^5 - x^2 =$ ..............................

$3x^2 + 3x^5 =$ ..............................

$2x^8 + 8x^2 =$ ..............................

$12x^3 + 4x^2 =$ ..............................

$x^2 + 5x^4 =$ ..............................

$7a + 14a^2 =$ ..............................

$-24x^3 + 8x^2 =$ ..............................

Nom : ……………………………… Prénom : ……………………………… Classe : ………………

# Fiche 2.5 Produits remarquables

## 1) Carré d'une somme ou d'une différence

Formule du carré d'une somme **$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$**

| | |
|---|---|
| $(a + b)^2 = (a + b) . (a + b)$ | Définition d'une puissance |
| $= a . a + a . b + b . a + b . b$ | Double distributivité |
| $= a^2 \underline{+ ab} \underline{+ ab} + b^2$ | Produits simples |
| $= a^2 + 2ab + b^2$ | Réduction de termes semblables |

Formule du carré d'une différence **$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$**

| | |
|---|---|
| $(a - b)^2 = (a - b) . (a - b)$ | Définition d'une puissance |
| $= a . a + a . (-b) + (-b) . a + (-b) . (-b)$ | Double distributivité |
| $= a^2 \underline{- ab} \underline{- ab} + b^2$ | Produits simples |
| $= a^2 - 2ab + b^2$ | Réduction de termes semblables |

**Réduis les doubles produits ci-dessous.**

$2 . 4a . b =$ …………………… $2 . 6x . 1 =$ …………………… $2 . 3a . 5b^3 =$ ……………………

$2 . 3a . 5b =$ …………………… $2 . a^2 . 5b =$ …………………… $2 . a^2 . 3a =$ ……………………

**Calcule les carrés.**

$(3a)^2 =$ …………… $(x^3)^2 =$ …………… $(4x^3)^2 =$ …………… $(4a^4)^2 =$ ……………

$(5b)^2 =$ …………… $(5a^2)^2 =$ …………… $(ab)^2 =$ …………… $(2ab)^2 =$ ……………

**Complète les développements ci-dessous.**

$(\underline{2a} + \underline{\underline{3}})^2 = (\underline{\quad\quad})^2 + 2 . (\underline{\quad\quad}) . (\underline{\underline{\quad}}) + (\underline{\underline{\quad}})^2$

$=$ ………… $+$ ……………………… $+$ …………

$(\underline{3a^2} + \underline{\underline{1}})^2 = (\underline{\quad\quad})^2 + 2 . (\underline{\quad\quad}) . (\underline{\underline{\quad\quad}}) + (\underline{\underline{\quad\quad}})^2$

$=$ ………… $+$ ……………………… $+$ …………

$(\underline{ab} - \underline{\underline{2}})^2 = (\underline{\quad\quad})^2 - 2 . (\underline{\quad\quad}) . (\underline{\underline{\quad}}) + (\underline{\underline{\quad}})^2$

$=$ ………… $-$ ……………………… $+$ …………

$(\underline{2a} - \underline{\underline{b^3}})^2 = (\underline{\quad\quad})^2 - 2 . (\underline{\quad\quad}) . (\underline{\underline{\quad\quad}}) + (\underline{\underline{\quad\quad}})^2$

$=$ ………… $-$ ……………………… $+$ …………

**Utilise la même démarche pour développer les carrés ci-dessous.**

$(2a - 5)^2 =$ ……………………………………

$=$ ……………………………………

$(a^2 + 3a)^2 =$ ……………………………………

$=$ ……………………………………

$(4a + 1)^2 =$ ……………………………………

$=$ ……………………………………

$(5a^2 - 4)^2 =$ ……………………………………

$=$ ……………………………………

$(5a - 3)^2 =$ ……………………………………

$=$ ……………………………………

$(3x + x^3)^2 =$ ……………………………………

$=$ ……………………………………

$(3a^2 + 4)^2 =$ ……………………………………

$=$ ……………………………………

$(a^2 + b)^2 =$ ……………………………………

$=$ ……………………………………

$(3 + 2x)^2$ = ………………………………

= ………………………………

$(5 + 2a^3)^2$ = ………………………………

= ………………………………

$(2b - a^2)^2$ = ………………………………

= ………………………………

$(x + 2y^2)^2$ = ………………………………

= ………………………………

$(3 - 4x^2)^2$ = ………………………………

= ………………………………

$(3b - 5a)^2$ = ………………………………

= ………………………………

$(x + y^3)^2$ = ………………………………

= ………………………………

$(6a^2 - 7a^3)^2$ = ………………………………

= ………………………………

## 2) Produit de 2 binômes conjugués

Formule du produit de deux binômes conjugués **$(a + b) . (a - b) = a^2 - b^2$**

$(a + b) . (a - b) = a . a + a . (-b) + b . a + b . (-b)$ Double distributivité

$= a^2 \underline{- ab} \underline{+ ab} - b^2$ Produits simples

$= a^2 - b^2$ Réduction de termes semblables

**Complète les développements ci-dessous.**

$(\underline{x} - \underline{\underline{3}}) . (\underline{x} + \underline{\underline{3}}) = (\underline{\quad\quad})^2 - (\underline{\underline{\quad\quad}})^2$

= ……………… − ………………

$(a + 3b) . (a - 3b) = (\underline{\quad\quad})^2 - (\underline{\underline{\quad\quad}})^2$

= ……………… − ………………

**Utilise la même démarche pour développer les produits de binômes conjugués ci-dessous.**

$(x + 8) . (x - 8)$ = ………………………………

= ………………………………

$(2a + 1) . (2a - 1)$ = ………………………………

= ………………………………

$(5x - 4) . (5x + 4)$ = ………………………………

= ………………………………

$(5 - 10x) . (5 + 10x)$ = ………………………………

= ………………………………

$(2a - 3b) . (2a + 3b)$ = ………………………………

= ………………………………

$(7x - 6) . (7x + 6)$ = ………………………………

= ………………………………

**Modifie légèrement l'écriture de l'énoncé pour que le produit de binômes conjugués apparaisse plus clairement, ensuite applique la formule.**

$(3a + 1) . (1 - 3a)$ = ………………………………………………………………

$(-a + 4) . (4 + a)$ = ………………………………………………………………

$(-2b + 5) . (2b + 5)$ = ………………………………………………………………

$(2a + b) . (b - 2a)$ = ………………………………………………………………

$(3a + 1) . (-3a + 1)$ = ………………………………………………………………

$(2a + 5) . (-5 + 2a)$ = ………………………………………………………………

Nom : ............................................. Prénom : .................................................. Classe : ...................

## 3) Exercices de synthèse

**À chaque ligne, retrouve les expressions équivalentes et entoure-les.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| $(a + b)^2$ | $a^2 - 2ab + b^2$ | $(a - b)^2$ | $(a - b) . (a + b)$ |
| $a^2 - b^2$ | $(a - b) . (a + b)$ | $a^2 - 2ab + b^2$ | $(a + b)^2$ |
| $(a - b)^2$ | $a^2 + 2ab + b^2$ | $(a + b)^2$ | $a^2 - b^2$ |

**Relie les expressions équivalentes.**

| | |
|---|---|
| $(2a + b)^2$ ● | ● $4a^2 + b^2$ |
| $(2a + b) . (2a - b)$ ● | ● $4a^2 - 4ab + b^2$ |
| $(2a - b)^2$ ● | ● $4a^2 - b^2$ |
| $(2a)^2 + (b)^2$ ● | ● $4a^2b^2$ |
| $(2a . b)^2$ ● | ● $4a^2 + 4ab+ b^2$ |

**Complète par $=$ ou $\neq$.**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $(a + b)^2$ | .............. | $a^2 + 2ab + b^2$ | $(a - b)^2$ | .............. | $a^2 - 2ab - b^2$ |
| $(a . b)^2$ | .............. | $a^2\ b^2$ | $(ab)^2$ | .............. | $(a + b)^2$ |
| $a^2 + b^2$ | .............. | $(a + b) . (a + b)$ | $(a^2 - b^2)$ | .............. | $(a + b) . (a - b)$ |

**Applique les formules en écrivant tout le détail de ton raisonnement comme le montrent les exemples.**

*Exemples :* $(3a + 5)^2 = (3a)^2 + 2 . 3a . 5 + 5^2 = 9a^2 + 30a + 25$

$(5x - 3) . (5x + 3) = (5x)^2 - 3^2 = 25x^2 - 9$

$(x + 3)^2 =$ ..............................................................................................................................

$(2x - 5y)^2 =$ ..............................................................................................................................

$(3x - 4y) . (3x + 4y) =$ ..............................................................................................................

$(5 + 2x) . (5 - 2x) =$ ..................................................................................................................

$(4a + 3b)^2 =$ ..............................................................................................................................

$(1 + 3x) . (3x - 1) =$ ..................................................................................................................

$(2x + 5)^2 =$ ..............................................................................................................................

$(1 + ab) . (ab - 1) =$ ..................................................................................................................

$(3x^2 - 4x)^2 =$ ..........................................................................................................................

$(x^3 + 3)^2 =$ ..............................................................................................................................

Nom : …………………………… Prénom : …………………………… Classe : ……………

**Applique les formules en écrivant immédiatement la réponse finale.**

$(2a - 5)^2 =$ ……………………………

$(x - 2) . (x + 2) =$ ……………………………

$(4a + 1)^2 =$ ……………………………

$(5x - 4) . (5x + 4) =$ ……………………………

$(3 + 2x)^2 =$ ……………………………

$(a + 4) . (4 - a) =$ ……………………………

$(5x + 3)^2 =$ ……………………………

$(3a + 1) . (-1 + 3a) =$ ……………………………

$(3a + 1) . (1 - 3a) =$ ……………………………

$(2 - 3x)^2 =$ ……………………………

$(5a - 3)^2 =$ ……………………………

$(x^3 + 4) . (x^3 - 4) =$ ……………………………

$(2x + 1)^2 =$ ……………………………

$(x^2 - 2x)^2 =$ ……………………………

$(3a^2 + 4)^2 =$ ……………………………

$(-2b + b^3) . (b^3 + 2b) =$ ……………………………

**Identifie l’exercice en précisant s’il s’agit d’une distributivité simple (DS), d’une distributivité double (DD), d’une somme au carré (SC), d’une différence au carré (DC), d’un produit de deux binômes conjugués (BC), d’une suppression de parenthèses (SP) ou d’une puissance d’un produit (PP) puis effectue.**

| | |
|---|---|
| | $(5 + a)^2 =$ …………………………… |
| | $(5a)^2 =$ …………………………… |
| | $5 . (a + 2) =$ …………………………… |
| | $(a - 5)^2 =$ …………………………… |
| | $(a + 5) . (a - 5) =$ …………………………… |
| | $(a + 5) - (a - 5) =$ …………………………… |
| | $(a + 5) . (a - 2) =$ …………………………… |
| | $5 - (a + 2) =$ …………………………… |
| | $(a + 2) . (a + 2) =$ …………………………… |
| | $(a - 5) . 2 =$ …………………………… |
| | $(5 + 2a) . (2a - 5) =$ …………………………… |
| | $(1 - 2a)^2 =$ …………………………… |
| | $(-5 + 2a) - (2a - 5) =$ …………………………… |
| | $(1 - 2a) . (2a + 1) =$ …………………………… |

Nom : ……………………………… Prénom : ………………………………… Classe : …………

# Fiche 2.6 Factorisation et produits remarquables

**Factoriser** une **somme** algébrique, c'est la transformer en un **produit** de **facteurs**.

## 1) Produits remarquables

En utilisant les développements des produits remarquables, on peut également factoriser une somme algébrique.

**Une différence de deux carrés se factorise en un produit de deux binômes conjugués.**

$$\mathbf{a^2 - b^2 = (a + b) \,.\, (a - b)}$$

*Exemples :* $9 - x^2 = 3^2 - x^2$
$= (3 + x) \,.\, (3 - x)$

$25x^2 - 16y^2 = (5x)^2 - (4y)^2$
$= (5x + 4y) \,.\, (5x - 4y)$

**Un trinôme carré parfait se factorise en une somme ou une différence au carré.**

$$\mathbf{a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2}$$
$$\mathbf{a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2}$$

*Exemples :* $x^2 + 6x + 9 = \underline{x}^2 \boxed{+} 2 \,.\, \underline{x} \,.\, \underline{\underline{3}} + \underline{\underline{3}}^2$
$= (\underline{x} \boxed{+} \underline{\underline{3}})^2$

$9x^2 - 6xy + y^2 = (\underline{3x})^2 \boxed{-} 2 \,.\, \underline{3x} \,.\, \underline{\underline{y}} + (\underline{\underline{y}})^2$
$= (\underline{3x} \boxed{-} y)^2$

**Souligne dans chaque trinôme les deux carrés de la somme algébrique.**

$9a^2 + 12a + 4$ $36a^2 + 9 + 36a$ $16ab + 16a^2 + 4b^2$

$4 + 16a^2 + 16a$ $1 + 4a + 4a^2$ $64a + 16 + 64a^2$

**Écris les expressions sous la forme du carré d'un produit.**

$4b^2 = (\ldots\ldots)^2$ $a^4 = (\ldots\ldots)^2$ $16x^8 = (\ldots\ldots)^2$ $4x^4 = (\ldots\ldots)^2$

$9a^2 = (\ldots\ldots)^2$ $16a^2 = (\ldots\ldots)^2$ $a^2b^2 = (\ldots\ldots)^2$ $25x^2y^2 = (\ldots\ldots)^2$

**Factorise les expressions suivantes en un produit de deux binômes conjugués en notant les détails de ton raisonnement.**

$4 - 9a^2 = (\ldots\ldots)^2 - (\ldots\ldots)^2 = (\ldots\ldots + \ldots\ldots) \,.\, (\ldots\ldots - \ldots\ldots)$

$81x^2 - 16 = (\ldots\ldots)^2 - (\ldots\ldots)^2 = (\ldots\ldots + \ldots\ldots) \,.\, (\ldots\ldots - \ldots\ldots)$

$25a^2 - 1 =$ ……………………………………………………………………………

$49 - 16a^2 =$ ……………………………………………………………………………

$9x^2 - 16y^2 =$ ……………………………………………………………………………

$4a^2 - b^2 =$ ……………………………………………………………………………

Nom : …………………………………… Prénom : …………………………………………… Classe : ………………

**Factorise directement.**

$25 - a^2 =$ ……………………………………………

$x^2 - 16 =$ ……………………………………………

$1 - 4x^2 =$ ……………………………………………

$9a^2 - 4b^2 =$ ……………………………………………

$4 - a^2 =$ ……………………………………………

$36x^2 - 25 =$ ……………………………………………

**Factorise les expressions suivantes en un carré d'une somme ou d'une différence en notant les détails de ton raisonnement.**

$4x^2 + 12x + 9 =$ $(\ldots\ldots)^2 + 2 \cdot (\ldots\ldots) \cdot (\ldots\ldots) + (\ldots\ldots)^2 = (\ldots\ldots + \ldots\ldots)^2$

$x^2 - 6x + 9 =$ $(\ldots\ldots)^2 - 2 \cdot (\ldots\ldots) \cdot (\ldots\ldots) + (\ldots\ldots)^2 = (\ldots\ldots - \ldots\ldots)^2$

$a^2 + 8ab + 16b^2 =$ $(\ldots\ldots)^2 + 2 \cdot (\ldots\ldots) \cdot (\ldots\ldots) + (\ldots\ldots)^2 = (\ldots\ldots + \ldots\ldots)^2$

$16a^2 + 8a + 1 =$ ……………………………………………………………………………………

$25b^2 - 30ab + 9a^2 =$ ………………………………………………………………………………

$9b^2 -12ab + 4a^2 =$ ………………………………………………………………………………

## 2) Exercices de synthèse

**Factorise en utilisant un des produits remarquables.**

$a^2 - 9 =$ ……………………………………………

$x^2 + 6x + 9 =$ ……………………………………………

$y^2 - 8y + 16 =$ ……………………………………………

$25 - 4y^2 =$ ……………………………………………

$4x^2 - 12x + 9 =$ ……………………………………………

$16 - a^2 =$ ……………………………………………

$49 - 64x^2 =$ ……………………………………………

$25 + 4a^2 - 20a =$ ……………………………………………

**Factorise par la mise en évidence ou un des produits remarquables.**

$a^3 - a^2 =$ ……………………………………………

$x^2 - 16 =$ ……………………………………………

$x^2 - 8x + 16 =$ ……………………………………………

$9x^2 - 16 =$ ……………………………………………

$15a^5 - 25a^2 =$ ……………………………………………

$9x^2 + 4 - 12x =$ ……………………………………………

$3a^3 - 3a^2 =$ ……………………………………………

$x^2 + 1 + 2x =$ ……………………………………………

**Mets les facteurs communs en évidence, puis utilise un des produits remarquables.**

$3a^2 - 75 =$ ……………………………………………………………………………………

$2a^2 - 12a + 18 =$ ………………………………………………………………………………

$75x^3 + 30x^2 + 3x =$ …………………………………………………………………………

$2 - 72a^2 =$ ……………………………………………………………………………………

$3a^2 + 27 + 18a =$ ………………………………………………………………………………

Nom : .................................................. Prénom : ....................................................... Classe : .....................

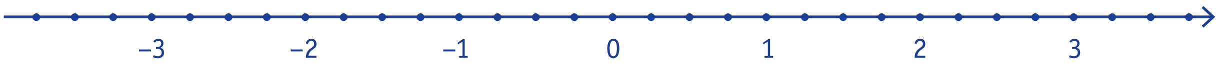
# Section 3 • Fractions numériques

## Fiche 3.1 Valeurs approchées d'une fraction

### 1) Encadrement d'une fraction à l'unité

**Place les fractions suivantes sur la droite graduée et encadre-les par deux entiers consécutifs.**

$\frac{1}{2}$ $\quad\frac{-3}{2}$ $\quad\frac{7}{4}$ $\quad\frac{-3}{4}$ $\quad\frac{5}{2}$ $\quad\frac{-5}{2}$



.............. $< \frac{1}{2} <$ ..............

.............. $< \frac{-3}{2} <$ ..............

.............. $< \frac{7}{4} <$ ..............

.............. $< \frac{-3}{4} <$ ..............

.............. $< \frac{5}{2} <$ ..............

.............. $< \frac{-5}{2} <$ ..............

**Complète les encadrements par des entiers consécutifs.**

.............. $< \frac{a}{b} < -2$

$-4 < \frac{a}{b} <$ ..............

.............. $< \frac{a}{b} < -9$

**Complète les encadrements par deux entiers consécutifs.**

.............. $< \frac{7}{2} <$ ..............

.............. $< \frac{-9}{2} <$ ..............

.............. $< \frac{21}{4} <$ ..............

.............. $< \frac{-17}{3} <$ ..............

.............. $< \frac{43}{7} <$ ..............

.............. $< \frac{-45}{6} <$ ..............

### 2) Valeurs approchées d'une fraction positive

Une fraction peut être **encadrée** par des **valeurs approchées** (V.A.). On distingue :

- les **valeurs** approchées par **défaut** (V.A.D.) plus **petites** que la fraction et
- les **valeurs** approchées par **excès** (V.A.E.) plus **grandes** que la fraction.

*Exemple :* $\frac{22}{7} = 3{,}142\ 857\ 14\ldots$

$\mathbf{3} < \frac{22}{7} < \mathbf{4}$ — **3** et **4** sont les V.A. à **l'unité** près.

$\mathbf{3{,}1} < \frac{22}{7} < \mathbf{3{,}2}$ — **3,1** et **3,2** sont les V.A. au **dixième** près.

$\mathbf{3{,}14} < \frac{22}{7} < \mathbf{3{,}15}$ — **3,14** et **3,15** sont les V.A. au **centième** près.

$\mathbf{3{,}142} < \frac{22}{7} < \mathbf{3{,}143}$ — **3,142** et **3,143** sont les V.A. au **millième** près.

↓ V.A.D. de $\frac{22}{7}$ ↓ V.A.E. de $\frac{22}{7}$

Nom : .................................... Prénom : .................................... Classe : ..................

**Donne les encadrements successifs (unité, dixième, centième, millième) des fractions proposées.**

$\frac{9}{7} = 1,\ 285\ 714\ 28...$

.............. $< \frac{9}{7} <$ ..............

.............. $< \frac{9}{7} <$ ..............

.............. $< \frac{9}{7} <$ ..............

.............. $< \frac{9}{7} <$ ..............

$\frac{54}{13} = 4{,}153\ 846\ 15...$

.............. $< \frac{54}{13} <$ ..............

.............. $< \frac{54}{13} <$ ..............

.............. $< \frac{54}{13} <$ ..............

.............. $< \frac{54}{13} <$ ..............

**Donne les valeurs approchées demandées.**

$x = \frac{4}{7} = 0{,}571\ 428\ 57...$

V.A.D. de x à l'unité près ..............

V.A.D. de x à 0,01 près ..............

V.A.E. de x à 0,01 près ..............

$x = \frac{37}{12} = 3{,}083\ 333\ 33...$

V.A.E. de x à l'unité près ..............

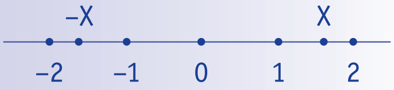
V.A.E. de x à 0,01 près ..............

V.A.D. de x à 0,001 près ..............

## 3) Valeurs approchées d'une fraction négative

La recherche des valeurs approchées d'un nombre négatif est basée sur la propriété suivante :
si $a < x < b$, alors $-b < -x < -a$

*Exemple* : si $1 < x < 2$, alors $-2 < -x < -1$



**Complète les implications par les valeurs approchées adéquates.**

$3 < a < 4 \Rightarrow$ .......... $< -a <$ ..........

$2{,}1 < a < 2{,}2 \Rightarrow$ .......... $< -a <$ ..........

$3{,}12 < a < 3{,}13 \Rightarrow$ .......... $< -a <$ ..........

$7 < a <$ .......... $\Rightarrow$ .......... $< -a <$ ..........

.......... $< a < 4{,}8 \Rightarrow$ .......... $< -a <$ ..........

.......... $< a < 3{,}35 \Rightarrow$ .......... $< -a <$ ..........

**Donne les valeurs approchées demandées.**

$x = \frac{24}{13} = 1{,}846\ 153\ 8...$

V.A.D. de x à l'unité près ..............

V.A.D. de x à 0,01 près ..............

V.A.E. de x à 0,01 près ..............

V.A.E. de x à 0,001 près ..............

$-x = -\frac{24}{13} = -1{,}846\ 153\ 8...$

V.A.D. de –x à l'unité près ..............

V.A.D. de –x à 0,01 près ..............

V.A.E. de –x à 0,01 près ..............

V.A.E. de –x à 0,001 près ..............

Nom : ................................................ Prénom : ..................................................... Classe : ...................

# Fiche 3.2 Égalité de deux fractions

## 1) Signe d'une fraction

Une fraction est **positive** si ses deux termes sont de **même signe**.
Une fraction est **négative** si ses deux termes sont de **signes différents**.

*Exemples* : Fractions positives : $\frac{3}{4}$, $\frac{-5}{-7}$ Fractions négatives : $\frac{-3}{4}$, $\frac{2}{-5}$

Remarque : La fraction $-\frac{7}{5}$ est l'opposé d'une fraction positive, elle est donc négative.

**Entoure les fractions négatives.**

$\frac{1}{2}$ $\frac{-3}{2}$ $\frac{3}{-4}$ $\frac{-5}{-2}$ $-\frac{5}{2}$ $-\frac{17}{-42}$ $-\frac{-3}{-2}$

## 2) Critères d'égalité de deux fractions

Deux fractions sont **égales** si elles représentent le **même nombre décimal.**

$\frac{3}{4} = \frac{75}{100}$ car $\frac{3}{4} = \mathbf{0{,}75}$ et $\frac{75}{100} = \mathbf{0{,}75}$

Deux fractions sont **égales** si leur **forme irréductible** est la **même**.

$\frac{6}{8} = \frac{9}{12}$ car $\frac{6}{8} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}$ et $\frac{9}{12} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}$

Deux fractions sont **égales** si, en **multipliant** les deux **termes** de **l'une** par un **même nombre** entier non nul, on obtient les deux **termes** de **l'autre**.

$\frac{6}{8} = \frac{18}{24}$ car $\frac{6 \,.\, \mathbf{3}}{8 \,.\, \mathbf{3}} = \frac{18}{24}$

Deux fractions sont **égales** si, en les **réduisant au même dénominateur**, elles ont **même numérateur**.

$\frac{6}{8} = \frac{9}{12}$ car $\frac{6}{8} = \frac{\mathbf{18}}{\mathbf{24}}$ et $\frac{9}{12} = \frac{\mathbf{18}}{\mathbf{24}}$

Deux fractions sont **égales** si les **produits** obtenus en multipliant le **numérateur** de **l'une** par le **dénominateur** de **l'autre** sont **égaux**.

$\frac{\mathbf{6}}{\mathit{8}} = \frac{\mathit{9}}{\mathbf{12}}$ car $\mathbf{6 \,.\, 12} = \mathit{9 \,.\, 8}$

**Complète par = ou ≠ et justifie numériquement en utilisant à chaque exercice une règle différente.**

$\frac{4}{3}$ .................. $\frac{8}{6}$ car ..................................................................................................

$\frac{10}{12}$ .................. $\frac{5}{8}$ car ..................................................................................................

$\frac{35}{21}$ .................. $\frac{10}{6}$ car ..................................................................................................

$\frac{73}{100}$ .................. $\frac{3}{4}$ car ..................................................................................................

$\frac{5}{6}$ .................. $\frac{3}{4}$ car ..................................................................................................

Nom : .................................... Prénom : .................................... Classe : ..................

**Complète les égalités suivantes.**

$\frac{11}{6} = \frac{\quad}{18}$ $\frac{-6}{20} = \frac{\quad}{30}$ $\frac{-9}{12} = \frac{6}{\quad}$ $\frac{24}{4} = \frac{18}{\quad}$ $\frac{-4}{7} = -\frac{48}{\quad}$

$\frac{4}{7} = \frac{-12}{\quad}$ $\frac{18}{4} = \frac{\quad}{10}$ $\frac{12}{25} = \frac{\quad}{-125}$ $\frac{-4}{16} = \frac{\quad}{60}$ $\frac{3}{5} = -\frac{\quad}{20}$

## 3) Recherche d'un nombre inconnu

Une fraction est **nulle** si son **numérateur** est **nul.**
Une fraction est **égale** à **1** si son **numérateur** est **égal** à son **dénominateur.**
Une fraction est **égale** à **–1** si son **numérateur** est **égal** à **l'opposé** de son **dénominateur.**
Une fraction est **égale** à son **numérateur** si son **dénominateur** est **1.**

**En utilisant les phrases ci-dessus, détermine l'entier que représente le nombre x.**

$\frac{x}{7} = 1 \Rightarrow x =$ ........ $\frac{x}{3} = 0 \Rightarrow x =$ ........ $\frac{-4}{x} = -1 \Rightarrow x =$ ........ $\frac{-x}{3} = 1 \Rightarrow x =$ ........

$\frac{-9}{x} = 1 \Rightarrow x =$ ........ $\frac{x}{8} = -1 \Rightarrow x =$ ........ $\frac{-x}{5} = 0 \Rightarrow x =$ ........ $\frac{7}{-x} = -1 \Rightarrow x =$ ........

**En utilisant les phrases ci-dessus, détermine l'entier que représente le nombre x. Attention, ton raisonnement doit comprendre 2 ou 3 étapes comme le montrent les exemples.**

$\frac{x-2}{4} = 0 \Rightarrow x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$ $\frac{3x-6}{3} = 1 \Rightarrow 3x - 6 = 3 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3$

$\frac{x+2}{5} = 1 \Rightarrow$ .................... $\Rightarrow$ .................... $\frac{2x+8}{3} = 0 \Rightarrow$ .................... $\Rightarrow$ ................ $\Rightarrow$ ............

$\frac{x-8}{3} = 1 \Rightarrow$ .................... $\Rightarrow$ .................... $\frac{3x-2}{4} = 1 \Rightarrow$ .................... $\Rightarrow$ ................ $\Rightarrow$ ............

$\frac{x-6}{4} = -1 \Rightarrow$ .................... $\Rightarrow$ .................... $\frac{5x-1}{6} = -1 \Rightarrow$ .................... $\Rightarrow$ ................ $\Rightarrow$ ............

## 4) Condition d'existence d'une fraction

Le dénominateur d'une fraction ne peut être nul. La fraction $\frac{a}{b}$ existe si **$b \neq 0$**

*Exemples :* $\frac{a}{3b}$ existe si $3b \neq 0$ ou $b \neq 0$ $\frac{a}{b-3}$ existe si $b - 3 \neq 0$ ou $b \neq 3$

**Complète les phrases ci-dessous.**

$\frac{4}{x}$ existe si $x \neq$ ................ $\frac{5}{2x-6}$ existe si $x \neq$ .......... $\frac{4}{-5x}$ existe si $x \neq$ ................

$\frac{-2}{3x}$ existe si $x \neq$ ................ $\frac{-5}{4x+8}$ existe si $x \neq$ .......... $\frac{1}{2-x}$ existe si $x \neq$ ..............

Nom : ………………………………… Prénom : ………………………………… Classe : …………………

## Fiche 3.3 Comparaison de deux fractions

### 1) Comparaison de fractions positives

Si deux fractions ont le **même dénominateur,** la **plus petite** est celle qui a le **plus petit numérateur.**

Si deux fractions ont le **même numérateur**, la **plus petite** est celle qui a le **plus grand dénominateur.**

*Exemples :* $\frac{2}{\mathbf{5}} < \frac{4}{\mathbf{5}}$ car $2 < 4$ $\frac{\mathbf{3}}{5} < \frac{\mathbf{3}}{4}$ car $5 > 4$

Si deux fractions ont des **dénominateurs** et des **numérateurs différents**, il faut chercher des **fractions égales** ayant le **même dénominateur** ou le **même numérateur**, puis les comparer.

*Exemples :* $\frac{2}{3} < \frac{6}{7}$ car $\frac{14}{\mathbf{21}} < \frac{18}{\mathbf{21}}$ $\frac{2}{3} < \frac{6}{7}$ car $\frac{\mathbf{6}}{9} < \frac{\mathbf{6}}{7}$

**Complète par < ou >.**

$\frac{3}{7}$ …… $\frac{5}{7}$ $\frac{5}{8}$ …… $\frac{13}{24}$ $\frac{11}{7}$ …… $\frac{9}{7}$ $\frac{10}{9}$ …… $\frac{10}{7}$

$\frac{7}{9}$ …… $\frac{7}{13}$ $\frac{7}{9}$ …… $\frac{5}{6}$ $\frac{12}{25}$ …… $\frac{7}{15}$ $\frac{6}{23}$ …… $\frac{9}{32}$

### 2) Comparaison de fractions négatives (cas particuliers)

Les règles de comparaison de fractions positives restent valables si les fractions sont négatives à condition que les dénominateurs (numérateurs) identiques soient positifs.

*Exemples :* $\frac{-7}{\mathbf{9}} < \frac{-5}{\mathbf{9}}$ car $-7 < -5$ $\frac{\mathbf{7}}{-8} < \frac{\mathbf{7}}{-11}$ car $-8 > -11$

**Complète par < ou > et justifie.**

$\frac{-3}{7}$ …… $\frac{-4}{7}$ car …………… $\frac{3}{-4}$ …… $\frac{3}{-7}$ car …………… $\frac{-5}{2}$ …… $\frac{-3}{2}$ car ……………

$\frac{3}{-8}$ …… $\frac{3}{-5}$ car …………… $\frac{-3}{5}$ …… $\frac{-1}{5}$ car …………… $\frac{2}{-5}$ …… $\frac{2}{-3}$ car ……………

**Rends les dénominateurs (numérateurs) identiques positifs. Complète par < ou > et justifie.**

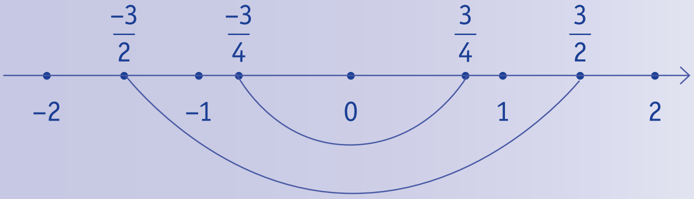
$\frac{3}{-5}$ et $\frac{-2}{5}$ → — …… — car …………… $\frac{3}{-4}$ et $\frac{-3}{2}$ → —— …… —— car ……………

$\frac{-7}{5}$ et $\frac{-7}{6}$ → —— …… —— car …………… $\frac{5}{-12}$ et $\frac{7}{-12}$ → —— …… —— car ……………

## 3) Comparaison de fractions négatives et droite graduée

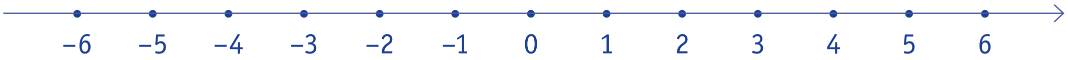
Pour comparer deux fractions négatives, il est parfois intéressant de les placer sur une droite graduée en repérant d'abord leurs fractions positives opposées.

*Exemple :* Pour comparer les fractions $\frac{-3}{2}$ et $\frac{-3}{4}$, il suffit de placer les fractions $\frac{3}{2}$ et $\frac{3}{4}$ sur une droite graduée, puis les fractions $\frac{-3}{2}$ et $\frac{-3}{4}$.



On obtient : $\frac{-3}{2} < \frac{-3}{4}$.

**Avant de compléter par < ou >, place approximativement les fractions sur la droite graduée en repérant d'abord leurs fractions positives opposées.**



$\frac{-11}{2}$ ........ $\frac{-17}{4}$ $\frac{-3}{4}$ ........ $\frac{-4}{3}$ $\frac{-17}{5}$ ........ $\frac{-5}{2}$ $\frac{-4}{3}$ ........ $\frac{-5}{2}$

## 4) Exercices de synthèse

**Complète par < ou >.**

$\frac{-7}{4}$ ........ $\frac{3}{8}$ $\frac{-3}{10} > \frac{-2}{5}$ $\frac{-2}{5}$ ........ $\frac{-2}{7}$ $\frac{-8}{3}$ ........ $\frac{-5}{4}$

$\frac{-7}{4}$ ........ $\frac{-3}{4}$ $\frac{-3}{5}$ ........ $\frac{-3}{4}$ $\frac{-3}{2}$ ........ $\frac{-2}{3}$ $\frac{-5}{9}$ ........ $\frac{-7}{12}$

$\frac{7}{-4}$ ........ $\frac{7}{-3}$ $\frac{13}{5}$ ........ $\frac{-13}{4}$ $\frac{-1}{3}$ ........ $\frac{-1}{4}$ $\frac{-8}{7}$ ........ $\frac{-3}{4}$

**Range les fractions par ordre croissant (de la plus petite à la plus grande)**

$\frac{-5}{4}$ $\frac{-3}{8}$ $\frac{-3}{2}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{-1}{8}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{9}{2}$ $\frac{-7}{8}$ $\frac{-13}{2}$

........ < ........ < ........ < ........ < ........ < ........ < ........ < ........ < ........ < ........

$\frac{-2}{9}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{5}{9}$ $\frac{-9}{7}$ $\frac{-9}{5}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{7}{3}$ $\frac{37}{11}$ $\frac{-49}{15}$ $\frac{-3}{7}$

........ < ........ < ........ < ........ < ........ < ........ < ........ < ........ < ........ < ........

Nom : ………………………………… Prénom : ………………………………… Classe : ………………

# Fiche 3.4 Simplification de fractions numériques

## 1) Simplification de fractions positives

**Rends chaque fraction irréductible.**

$\frac{15}{33} =$ ………… $\frac{26}{78} =$ ………… $\frac{42}{14} =$ ………… $\frac{100}{150} =$ …………

$\frac{25}{60} =$ ………… $\frac{60}{84} =$ ………… $\frac{15}{27} =$ ………… $\frac{54}{126} =$ …………

$\frac{12}{40} =$ ………… $\frac{48}{96} =$ ………… $\frac{45}{22} =$ ………… $\frac{135}{165} =$ …………

$\frac{25}{45} =$ ………… $\frac{28}{32} =$ ………… $\frac{25}{75} =$ ………… $\frac{72}{120} =$ …………

## 2) Simplification et signe d'une fraction

Une fraction négative peut s'écrire de plusieurs manières mais on évitera d'utiliser un dénominateur négatif.

*Exemple* : $\frac{-7}{10}$ peut aussi s'écrire $-\frac{7}{10}$ et on évitera l'écriture $\frac{7}{-10}$

**Entoure les fractions qui sont égales à …**

$\frac{3}{7}$ $\frac{-3}{7}$ $\frac{-3}{-7}$ $-\frac{3}{7}$ $\frac{3}{-7}$ $-\frac{-3}{7}$ | $\frac{-5}{9}$ $\frac{5}{-9}$ $\frac{-5}{9}$ $-\frac{5}{9}$ $-\frac{-5}{9}$ $-\frac{-5}{-9}$

**Simplifie les fractions en utilisant un minimum de signes négatifs.**

$-\frac{15}{-23} =$ ………… $-\frac{-2}{-7} =$ ………… $\frac{-5}{-6} =$ ………… $-\frac{-10}{11} =$ …………

## 3) Exercices de synthèse

**Après en avoir déterminé le signe, rends chaque fraction irréductible.**

$\frac{20}{-30} =$ ………… $\frac{10}{-25} =$ ………… $-\frac{-45}{-60} =$ ………… $\frac{121}{-55} =$ …………

$-\frac{21}{27} =$ ………… $\frac{-36}{-12} =$ ………… $\frac{72}{-16} =$ ………… $-\frac{-126}{-81} =$ …………

$-\frac{-30}{45} =$ ………… $-\frac{25}{-125} =$ ………… $-\frac{32}{-38} =$ ………… $\frac{320}{-240} =$ …………

$\frac{-36}{-45} =$ ………… $\frac{42}{-49} =$ ………… $\frac{-16}{-20} =$ ………… $\frac{-150}{-420} =$ …………

Nom : …………………………………… Prénom : …………………………………… Classe : ……………

# Fiche 3.5 Addition de fractions numériques

## 1) Somme de fractions numériques simples

Pour **additionner** deux fractions, il suffit
- de les **simplifier**, si possible ;
- de les **réduire** au **même dénominateur** ;
- d'**additionner** les nouveaux **numérateurs** en conservant le dénominateur et
- de **simplifier**, si possible, la fraction ainsi obtenue.

*Exemples :* $\frac{3}{2}+\frac{5}{3}=\frac{9}{\mathbf{6}}+\frac{10}{\mathbf{6}}=\frac{9+10}{6}=\frac{19}{6}$

$\frac{-3}{4}+\frac{5}{6}=\frac{-9}{\mathbf{12}}+\frac{10}{\mathbf{12}}=\frac{-9+10}{12}=\frac{1}{12}$

**Effectue mentalement.**

$\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=$ ……… $\frac{2}{3}-\frac{5}{6}=$ ……… $\frac{-1}{3}+\frac{1}{2}=$ ……… $1-\frac{5}{3}=$ ………

$\frac{1}{4}-\frac{1}{2}=$ ……… $\frac{-7}{8}+\frac{1}{4}=$ ……… $\frac{-3}{5}-\frac{1}{10}=$ ……… $\frac{3}{4}-1=$ ………

**Effectue en réduisant d'abord les fractions au même dénominateur.**

$\frac{3}{4}-\frac{2}{5}=$ ……………………………………

$\frac{-2}{9}+\frac{7}{6}=$ ……………………………………

$\frac{-4}{15}-\frac{7}{5}=$ ……………………………………

$\frac{15}{8}-\frac{7}{10}=$ ……………………………………

$\frac{-3}{10}+\frac{7}{15}=$ ……………………………………

$\frac{-2}{7}+\frac{2}{3}=$ ……………………………………

$-\frac{3}{14}-\frac{5}{21}=$ ……………………………………

$\frac{3}{25}+\frac{-3}{10}=$ ……………………………………

$3-\frac{6}{7}=$ ……………………………………

$\frac{-7}{12}-2=$ ……………………………………

## 2) Somme de fractions numériques et problème de signe

Avant de réduire les fractions au même dénominateur, il faut simplifier au maximum les fractions de l'énoncé et rendre les dénominateurs positifs.

*Exemples :* $\frac{5}{-6}-\frac{-5}{8}=\frac{-5}{6}+\frac{5}{8}=\frac{-20}{24}+\frac{15}{24}=\frac{-20+15}{24}=\frac{-5}{24}$

$\frac{-10}{-15}+\frac{35}{-20}=\frac{2}{3}-\frac{7}{4}=\frac{8}{12}-\frac{21}{12}=\frac{8-21}{12}=\frac{-13}{12}$

Nom : ………………………………… Prénom : ………………………………………… Classe : ………………

**Simplifie les fractions (signes y compris), réduis-les au même dénominateur et additionne-les.**

$\frac{3}{-5} - \frac{-7}{3} =$ ……………………………………

$\frac{-3}{-8} + \frac{-9}{10} =$ ……………………………………

$\frac{-4}{-5} + \frac{-7}{25} =$ ……………………………………

$\frac{15}{14} - \frac{3}{-21} =$ ……………………………………

$\frac{1}{-10} - \frac{-7}{25} =$ ……………………………………

$-\frac{30}{-50} - \frac{10}{14} =$ ……………………………………

$-\frac{3}{18} + \frac{-6}{-27} =$ ……………………………………

$-\frac{3}{-5} - \frac{6}{-12} =$ ……………………………………

## 3) Valeurs numériques

**Calcule la valeur numérique des expressions ci-dessous si tu sais que**

$$a = \frac{5}{6},\ b = \frac{-1}{4},\ c = \frac{3}{8},\ \text{et } d = \frac{-1}{9}$$

$a + d =$ …………………………

$b - d =$ …………………………

$b + c =$ …………………………

$d - a =$ …………………………

$-c - b =$ …………………………

$-d + c =$ …………………………

## 4) Nombres décimaux et fractions

**Calcule le plus simplement possible en utilisant des nombres décimaux ou des fractions.**

$\frac{3}{4} - 0{,}5 =$ …………………………

$0{,}25 - \frac{5}{2} =$ …………………………

$-0{,}72 + \frac{3}{4} =$ …………………………

$\frac{-2}{7} + 0{,}75 =$ …………………………

$\frac{1}{3} - 0{,}3 =$ …………………………

$-2{,}25 - \frac{-4}{9} =$ …………………………

Nom : …………………………………………… Prénom : ……………………………………………… Classe : ………………

## Fiche 3.6 Multiplication de fractions numériques

### 1) Produit de fractions numériques simples

Pour **multiplier** deux fractions, il suffit
- de **multiplier** les **numérateurs** et les **dénominateurs entre eux** et
- de **simplifier**, si possible, avant d'effectuer les produits.

*Exemples :* $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10}{21}$ $\quad$ $\frac{4}{9} \cdot \frac{-6}{5} = \frac{4 \cdot (\cancel{-6})^{-2}}{{}_{3}\cancel{9} \cdot 5} = \frac{-8}{15}$

**Effectue mentalement.**

$\frac{3}{4} \cdot \frac{-5}{2} =$ …………… $\quad \frac{10}{7} \cdot \frac{-1}{5} =$ …………… $\quad \frac{-4}{5} \cdot \frac{-3}{2} =$ …………… $\quad 3 \cdot \frac{-5}{7} =$ ……………

$\frac{-1}{3} \cdot \frac{-1}{2} =$ …………… $\quad \frac{-4}{3} \cdot \frac{-1}{3} =$ …………… $\quad \frac{-2}{5} \cdot \frac{2}{5} =$ …………… $\quad \frac{-3}{5} \cdot (-2) =$ ……………

**Effectue en écrivant d'abord le produit des numérateurs et des dénominateurs, puis en simplifiant la fraction ainsi obtenue.**

$\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} =$ …………………………………………… $\quad \frac{-21}{5} \cdot \frac{-25}{24} =$ ……………………………………………

$\frac{5}{4} \cdot \frac{-12}{25} =$ …………………………………………… $\quad \frac{-8}{21} \cdot \frac{16}{24} =$ ……………………………………………

$\frac{-4}{9} \cdot \frac{6}{-5} =$ …………………………………………… $\quad \frac{-5}{51} \cdot \frac{17}{-20} =$ ……………………………………………

$\frac{5}{-8} \cdot \frac{-12}{35} =$ …………………………………………… $\quad 3 \cdot \frac{20}{27} =$ ……………………………………………

### 2) Produit de fractions numériques et problème de signe

Dans un produit de fractions, il est conseillé de déterminer d'abord le signe avant d'effectuer.

*Exemples :* $\frac{-5}{3} \cdot \frac{-7}{15} = + \frac{{}^{1}\cancel{5} \cdot 7}{3 \cdot \cancel{15}_{3}} = \frac{7}{9}$ $\quad$ $\frac{-5}{-12} \cdot \frac{-8}{7} = - \frac{5 \cdot \cancel{8}^{2}}{{}_{3}\cancel{12} \cdot 7} = - \frac{10}{21}$

$- \frac{12}{5} \cdot \frac{-15}{7} = + \frac{12 \cdot \cancel{15}^{3}}{{}_{1}\cancel{5} \cdot 7} = \frac{36}{7}$ $\quad$ $\frac{-2}{3} \cdot \frac{-9}{5} \cdot \frac{-7}{8} = - \frac{{}^{1}\cancel{2} \cdot \cancel{9}^{3} \cdot 7}{{}_{1}\cancel{3} \cdot 5 \cdot \cancel{8}_{4}} = - \frac{21}{20}$

Nom : ……………………………… Prénom : ……………………………… Classe : ………………

**Effectue les produits en donnant des fractions irréductibles comme réponses finales.**

$\frac{-7}{-15} \cdot \frac{25}{-21} =$ ……………………

$\frac{12}{-49} \cdot \frac{-35}{15} =$ ……………………

$-\frac{1}{9} \cdot \frac{-15}{22} =$ ……………………

$\frac{-8}{27} \cdot \frac{-45}{7} =$ ……………………

$-5 \cdot \frac{-2}{-45} =$ ……………………

$\frac{-35}{24} \cdot \frac{-8}{9} \cdot \frac{-6}{25} =$ ……………………………………………

$\frac{-48}{5} \cdot \frac{25}{-28} \cdot \frac{-1}{-5} =$ ……………………………………………

$-3 \cdot \frac{-1}{33} \cdot \frac{55}{28} =$ ……………………………………………

$\frac{-13}{-5} \cdot \frac{-10}{52} \cdot 5 =$ ……………………………………………

$-3 \cdot \frac{9}{14} \cdot \frac{-2}{-9} =$ ……………………………………………

## 3) Valeurs numériques

**Calcule la valeur numérique des expressions ci-dessous si tu sais que**

$$a = \frac{5}{6}, \; b = \frac{-1}{10}, \; c = \frac{3}{20} \text{ et } d = \frac{-2}{9}$$

$a \cdot c =$ ……………………………

$b \cdot d =$ ……………………………

$d \cdot a =$ ……………………………

$ab =$ ……………………………………………

$bcd =$ ……………………………………………

$-abd =$ ……………………………………………

## 4) Nombres décimaux et fractions

**Calcule le plus simplement possible en utilisant des nombres décimaux ou des fractions.**

$\frac{1}{5} \cdot 0{,}75 =$ ……………………………

$0{,}5 \cdot \frac{2}{5} =$ ……………………………

$\frac{-8}{5} \cdot 0{,}125 =$ ……………………………

$0{,}25 \cdot \frac{-2}{3} =$ ……………………………

$\frac{-2}{7} \cdot 0{,}77 =$ ……………………………

$0{,}5 \cdot \frac{1}{20} =$ ……………………………

Nom : ………………………… Prénom : ………………………… Classe : ……………

# Fiche 3.7 Puissances de fractions numériques

## 1) Puissance d'une fraction

Pour **élever** une fraction à une puissance, on **élève chaque terme** de la fraction à cette **puissance.**

*Exemples :* $\left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{5^2}{4^2} = \frac{25}{16}$ $\qquad$ $\left(\frac{-2}{5}\right)^2 = \frac{(-2)^3}{5^3} = \frac{-8}{125}$

**Effectue en écrivant le détail comme dans les exemples ci-dessus.**

$\left(\frac{-3}{5}\right)^2 = \ldots\ldots$ $\qquad$ $\left(\frac{-3}{2}\right)^4 = \ldots\ldots$ $\qquad$ $\left(\frac{1}{-4}\right)^3 = \ldots\ldots$

$\left(\frac{-4}{5}\right)^3 = \ldots\ldots$ $\qquad$ $\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \ldots\ldots$ $\qquad$ $\left(\frac{-7}{-4}\right)^2 = \ldots\ldots$

**Effectue mentalement en déterminant d'abord le signe du résultat.**

$\left(\frac{1}{5}\right)^3 = \ldots$ $\quad$ $\left(\frac{-4}{3}\right)^3 = \ldots$ $\quad$ $\left(\frac{-9}{4}\right)^2 = \ldots$ $\quad$ $\left(\frac{-3}{10}\right)^4 = \ldots$ $\quad$ $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \ldots$

$\left(\frac{-2}{7}\right)^2 = \ldots$ $\quad$ $\left(\frac{1}{-2}\right)^5 = \ldots$ $\quad$ $\left(-\frac{8}{5}\right)^2 = \ldots$ $\quad$ $\left(\frac{-1}{10}\right)^5 = \ldots$ $\quad$ $\left(\frac{-2}{-5}\right)^3 = \ldots$

**Complète par = ou ≠.**

$\left(\frac{-2}{3}\right)^3 \ldots \left(-\frac{2}{3}\right)^3$ $\quad$ $\left(\frac{-4}{7}\right)^3 \ldots -\left(\frac{4}{7}\right)^3$ $\quad$ $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \ldots \frac{2^3}{3}$ $\quad$ $\left(\frac{-1}{4}\right)^3 \ldots \frac{1}{(-4)^3}$

$\left(\frac{-5}{-2}\right)^5 \ldots \left(\frac{5}{2}\right)^5$ $\quad$ $\left(\frac{-1}{4}\right)^4 \ldots -\left(\frac{1}{4}\right)^4$ $\quad$ $\left(-\frac{5}{2}\right)^3 \ldots \frac{(-5)^3}{(-2)^3}$ $\quad$ $\left(\frac{-1}{4}\right)^3 \ldots \left(\frac{-1}{2}\right)^6$

## 2) Carré, cube, …

**Complète les égalités.**

$\frac{8}{125} = \left(\frac{\ }{\ }\right)^3$ $\quad$ $\frac{36}{25} = \left(\frac{\ }{\ }\right)^2$ $\quad$ $\frac{-64}{27} = \left(\frac{\ }{\ }\right)^3$ $\quad$ $\frac{-1}{1000} = \left(\frac{\ }{\ }\right)^3$ $\quad$ $\frac{64}{100} = \left(\frac{\ }{\ }\right)^2$

**Complète les égalités par une puissance d'une fraction.**

$\frac{16}{81} = \ldots$ $\quad$ $\frac{-1}{32} = \ldots$ $\quad$ $\frac{-125}{64} = \ldots$ $\quad$ $\frac{49}{10\,000} = \ldots$ $\quad$ $\frac{-27}{216} = \ldots$

Nom : ................................................ Prénom : ...................................................... Classe : ....................

## Fiche 3.8 Symétriques d'une fraction numérique

### 1) Opposé et inverse d'une fraction

La fraction $-\dfrac{4}{5}$ est **l'opposé** de la fraction $\dfrac{4}{5}$ car $\dfrac{4}{5} + \left(-\dfrac{4}{5}\right) = 0$ (neutre pour l'addition)

La fraction $\dfrac{5}{4}$ est **l'inverse** de la fraction $\dfrac{4}{5}$ car $\dfrac{4}{5} \cdot \dfrac{5}{4} = 1$ (neutre pour la multiplication)

**Complète les phrases suivantes.**

L'opposé de $\dfrac{3}{4}$ est ........ car ................ = ........ L'inverse de $\dfrac{1}{7}$ est ........ car ................ = ........

L'inverse de $\dfrac{5}{3}$ est ........ car ................ = ........ L'opposé de $\dfrac{1}{4}$ est ........ car ................ = ........

L'opposé de $\dfrac{-2}{3}$ est ........ car ................ = ........ L'inverse de 2 est ........ car ................ = ........

L'inverse de $\dfrac{-2}{5}$ est ........ car ................ = ........ L'opposé de –3 est ........ car ................ = ........

**Complète le tableau par des fractions.**

| a | $\frac{5}{3}$ | $\frac{-2}{7}$ | –5 | $\frac{1}{3}$ | 0 | 1 | 3 | $\frac{-1}{4}$ | $\frac{7}{9}$ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| –a | | | | | | | | | | $\frac{3}{2}$ | | | $\frac{-1}{3}$ | |
| $\frac{1}{a}$ | | | | | | | | | | | $\frac{5}{3}$ | $\frac{-2}{7}$ | | $\frac{-1}{4}$ |

### 2) Opposé et inverse d'un nombre décimal

**En suivant l'exemple proposé, complète les phrases.**

0,6 = $\dfrac{6}{10}$, son opposé vaut $\dfrac{-6}{10}$ = –0,6 et son inverse vaut $\dfrac{10}{6}$ = 1,6666...

0,75 = ———, son opposé vaut ——— = ........ et son inverse vaut ——— = ........................

2,5 = ———, son opposé vaut ——— = ........ et son inverse vaut ——— = ........................

–0,3 = ———, son opposé vaut ——— = ........ et son inverse vaut ——— = ........................

–2,7 = ———, son opposé vaut ——— = ........ et son inverse vaut ——— = ........................

Nom : .............................................. Prénom : .................................................... Classe : ....................

# Fiche 3.9 Division par une fraction numérique

## 1) Quotient de deux fractions numériques

Pour **diviser** une fraction par une fraction (non nulle), il suffit de **multiplier** la **première** par **l'inverse** de la **seconde**.

*Exemples :*

$$\frac{5}{9} : \boxed{\frac{2}{7}} = \frac{5}{9} \cdot \boxed{\frac{7}{2}} = \frac{5 \cdot 7}{9 \cdot 2} = \frac{35}{18} \qquad \frac{8}{7} : \boxed{\frac{-12}{5}} = \frac{8}{7} \cdot \boxed{\frac{-5}{12}} = \frac{{}^{2}\cancel{8} \cdot (-5)}{7 \cdot \cancel{12}_{\,3}} = \frac{-10}{21}$$

$$: \rightarrow \cdot \qquad\qquad : \rightarrow \cdot$$

**Transforme le produit en quotient, puis effectue. Attention, tes réponses doivent être des fractions irréductibles.**

$\frac{3}{4} : \frac{7}{5} =$ ................................................ $\frac{5}{27} : \frac{-8}{36} =$ ................................................

$\frac{-5}{2} : \frac{4}{3} =$ ................................................ $\frac{-1}{27} : \frac{-4}{9} =$ ................................................

$\frac{-8}{9} : \frac{6}{5} =$ ................................................ $\frac{-5}{-18} : \frac{-15}{12} =$ ................................................

$\frac{-14}{15} : \frac{-21}{25} =$ ................................................ $-\frac{1}{24} : \frac{-5}{36} =$ ................................................

## 2) Quotient par un nombre entier

Pour éviter toute erreur, il suffit de transformer le nombre entier en une fraction.

*Exemple :* $\frac{15}{2} : 35 = \frac{15}{2} : \frac{35}{\mathbf{1}} = \frac{15}{2} \cdot \frac{\mathbf{1}}{35} = \frac{{}^{3}\cancel{15} \cdot 1}{2 \cdot \cancel{35}_{\,7}} = \frac{3}{14}$

**Écris les nombres entiers sous forme de fractions, transforme les produits en quotients, puis effectue. Attention, tes réponses doivent être des fractions irréductibles.**

$\frac{9}{8} : 6 =$ ................................................ $12 : \frac{-15}{8} =$ ................................................

$\frac{-14}{25} : (-21) =$ ................................................ $\frac{5}{6} : (-12) =$ ................................................

## 3) Différentes écritures d'un quotient de deux fractions

Le quotient de $\frac{3}{2}$ par $\frac{7}{5}$ peut s'écrire $\dfrac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{5}}$. On a donc $\dfrac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{5}} = \frac{3}{2} : \frac{7}{5} = \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{7} = \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 7} = \frac{15}{14}$

Le quotient de $\frac{5}{3}$ par 8 peut s'écrire $\dfrac{\frac{5}{3}}{8}$. On a donc $\dfrac{\frac{5}{3}}{8} = \frac{5}{3} : \frac{8}{1} = \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{8} = \frac{5 \cdot 1}{3 \cdot 8} = \frac{5}{24}$

Remarque : le quotient avec plusieurs barres de fractions sera appelé quotient «à étages»

**Transforme le quotient « à étages » en quotient « normal » puis calcule.**

$\dfrac{\frac{8}{3}}{\frac{7}{9}} =$ ……………………………………………… $\dfrac{\frac{-4}{9}}{\frac{-12}{5}} =$ ………………………………………………

$\dfrac{\frac{-5}{8}}{\frac{11}{12}} =$ ……………………………………………… $\dfrac{9}{\frac{2}{3}} =$ ………………………………………………

$\dfrac{\frac{-1}{2}}{\frac{-7}{5}} =$ ……………………………………………… $\dfrac{\frac{9}{2}}{3} =$ ………………………………………………

## 4) Valeurs numériques de quotient

**Calcule la valeur numérique des expressions ci-dessous si tu sais que**

$$a = \frac{5}{6}, \ b = \frac{-1}{4}, \ c = \frac{3}{8} \text{ et } d = \frac{-1}{9}$$

$a : d =$ ……………………………………………… $b : c =$ ………………………………………………

$\frac{a}{c} =$ ……………………………………………… $\frac{d}{a} =$ ………………………………………………

$\frac{-b}{d} =$ ……………………………………………… $\frac{-c}{-b} =$ ………………………………………………

Nom : ………………………… Prénom : ………………………… Classe : …………

## Fiche 3.10 Opérations sur les fractions numériques - Synthèse

### 1) Reconnaissance des opérations

**Remplace les pointillés par le signe opératoire qui convient ( + , − , . , :).**

$\frac{3}{4}$ …… $\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ $\frac{3}{4}$ …… $\frac{1}{2} = \frac{3}{8}$ $\frac{3}{4}$ …… $\frac{1}{2} = \frac{5}{4}$ $\frac{3}{4}$ …… $\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

$\frac{-2}{5}$ …… $\frac{-3}{4} = \frac{3}{10}$ $\frac{-2}{5}$ …… $\frac{-3}{4} = \frac{8}{15}$ $\frac{-2}{5}$ …… $\frac{-3}{4} = \frac{-23}{20}$ $\frac{-2}{5}$ …… $\frac{-3}{4} = \frac{7}{20}$

**Entoure la bonne réponse.**

$\frac{-1}{5} + \frac{-1}{5} =$ $\frac{-2}{5}$ $\frac{1}{25}$ $0$ $\frac{-2}{10}$

$\frac{1}{3} \cdot \frac{-1}{3} =$ $0$ $\frac{-1}{6}$ $\frac{-1}{9}$ $\frac{-2}{9}$

$\frac{5}{2} - \frac{2}{5} =$ $\frac{-3}{7}$ $\frac{-4}{25}$ $-1$ $\frac{21}{10}$

$\frac{-2}{3} : \frac{-3}{2} =$ $\frac{4}{9}$ $0$ $1$ $\frac{-4}{9}$

### 2) Calcul mental

**Complète chaque case du tableau avec un nombre entier ou une fraction irréductible.**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a | $\frac{-2}{5}$ | $\frac{2}{5}$ | $\frac{-1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $-3$ | $\frac{3}{2}$ | $\frac{-3}{4}$ | $\frac{-1}{10}$ | $\frac{-2}{3}$ |
| b | $\frac{3}{5}$ | $\frac{-2}{3}$ | $\frac{2}{5}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{2}{9}$ | $5$ | $2$ | $\frac{-1}{5}$ | $\frac{3}{2}$ |
| a + b | | | | | | | | | |
| a − b | | | | | | | | | |
| a . b | | | | | | | | | |
| a : b | | | | | | | | | |
| $a^3$ | | | | | | | | | |
| $b^2$ | | | | | | | | | |
| 2a | | | | | | | | | |
| −3b | | | | | | | | | |

## 3) Synthèse

**Calcule.**

$\frac{5}{8} - \frac{1}{12} =$ ……………………………………

$\frac{-18}{5} \cdot \frac{15}{-8} =$ ……………………………………

$\frac{-4}{5} : \frac{-10}{9} =$ ……………………………………

$\left(\frac{-7}{9}\right)^2 =$ ……………………………………

$\frac{-21}{-10} \cdot \frac{-5}{12} =$ ……………………………………

$\frac{-2}{9} + \frac{-5}{12} =$ ……………………………………

$\left(\frac{-5}{3}\right)^3 =$ ……………………………………

$\frac{(-4)^3}{7} =$ ……………………………………

$-\frac{1}{24} : \frac{-5}{36} =$ ……………………………………

$\frac{-1}{4} + \frac{2}{9} =$ ……………………………………

$\frac{-14}{15} : \frac{21}{25} =$ ……………………………………

$\frac{7}{5} - 5 =$ ……………………………………

## 4) Priorité des opérations

Les règles de priorité vues avec les nombres naturels, puis avec les nombres entiers s’appliquent aux fractions.

On effectue par **priorité** les **calculs** entre **parenthèses**.
On effectue dans **l’ordre** les **puissances**, les **produits (quotients)** et les **sommes**.

**À chaque étape, effectue mentalement le calcul souligné.**

$\frac{1}{2} + \underline{\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}} = \frac{1}{2} + \underline{\qquad} = \underline{\qquad}$

$\frac{1}{9} \cdot \left(\underline{\frac{13}{5} - 2}\right) = \frac{1}{9} \cdot \underline{\qquad} = \underline{\qquad}$

$\underline{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} + 2 = \underline{\qquad} + 2 = \underline{\qquad}$

$\frac{1}{5} \cdot \underline{\left(\frac{-1}{2}\right)^3} = \frac{1}{5} \cdot \underline{\qquad} = \underline{\qquad}$

$\left(\frac{1}{2} + 3\right) \cdot \frac{15}{14} = \underline{\qquad} \cdot \frac{15}{14} = \underline{\qquad}$

$25 \cdot \underline{\left(\frac{-1}{10}\right)^2} - 2 = \underline{25 \cdot \underline{\qquad}} - 2 = \underline{\qquad} - 2 = \underline{\qquad}$

$\left(\frac{2}{3} - 1\right)^2 = \left(\underline{\qquad}\right)^2 = \underline{\qquad}$

$\frac{3}{5} \cdot \left(\underline{\frac{1}{3} - 2}\right)^3 = \frac{3}{5} \cdot \underline{\left(\frac{\qquad}{\qquad}\right)^3} = \frac{3}{5} \cdot \underline{\qquad} = \underline{\qquad}$

Nom : ………………………………… Prénom : ………………………………… Classe : ……………

**Calcule en respectant les règles de priorité. N'oublie pas de souligner les calculs prioritaires.**

$\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} - \frac{7}{3} =$ …………………………………………

$\left(\frac{3}{5} - \frac{7}{3}\right) \cdot \frac{1}{2} =$ …………………………………………

$\frac{2}{15} - \frac{2}{3} : \frac{1}{4} =$ …………………………………………

$\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{7}{3} - \frac{1}{2}\right) =$ …………………………………………

$2 - \frac{8}{3} \cdot \frac{1}{5} =$ …………………………………………

$\frac{3}{5} \cdot \left(\frac{-2}{3}\right)^3 =$ …………………………………………

$5 \cdot \left(\frac{-4}{3}\right)^2 =$ …………………………………………

$\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{2} =$ …………………………………………

$2 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{2}\right)^2 =$ ……………………………………………………………………………………

$\frac{1}{3} : \left(\frac{-2}{7} + \frac{4}{3}\right) =$ ……………………………………………………………………………………

$\left(\frac{1}{2} - \frac{7}{11}\right) \cdot \left(\frac{-1}{5} + \frac{7}{2}\right) =$ ………………………………………………………………………………

$\left(\frac{-1}{2} \cdot \frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(-2 - \frac{1}{2}\right)^3 =$ ……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

## 5) Priorité des opérations et parenthèses « cachées »

Certains exercices complexes semblent ne pas comporter de parenthèses et pourtant …

*Exemple :* $\dfrac{\frac{3}{2} + \frac{1}{4}}{\frac{7}{5} - \frac{1}{2}}$ peut s'écrire $\left[\frac{3}{2} + \frac{1}{4}\right] : \left[\frac{7}{5} - \frac{1}{2}\right]$ avec parenthèses obligatoires.

Nous pourrons donc écrire que :

$$\dfrac{\frac{3}{2} + \frac{1}{4}}{\frac{7}{5} - \frac{1}{2}} = \dfrac{\left[\frac{3}{2} + \frac{1}{4}\right]}{\left[\frac{7}{5} - \frac{1}{2}\right]} = \dfrac{\left[\frac{6}{4} + \frac{1}{4}\right]}{\left[\frac{14}{10} - \frac{5}{10}\right]} = \dfrac{\frac{7}{4}}{\frac{9}{10}} = \frac{7}{4} \cdot \frac{10}{9} = \frac{7 \cdot \overset{5}{\cancel{10}}}{\underset{2}{\cancel{4}} \cdot 9} = \frac{35}{18}$$

Nom : ................................................ Prénom : ..................................................... Classe : ....................

**Calcule en utilisant la structure prédéfinie.**

$$\frac{2+\frac{1}{5}}{3-\frac{1}{5}} = \frac{\left(\underline{\quad}+\underline{\quad}\right)}{\left(\underline{\quad}-\underline{\quad}\right)} = \frac{\underline{\quad}}{\underline{\quad}} = \underline{\qquad\quad}\cdot\underline{\qquad\quad} = \frac{\cdot}{\cdot} = \underline{\qquad\quad}$$

$$\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{\frac{3}{5}-\frac{2}{3}} = \frac{\left(\underline{\quad}+\underline{\quad}\right)}{\left(\underline{\quad}-\underline{\quad}\right)} = \frac{\underline{\quad}}{\underline{\quad}} = \underline{\qquad\quad}\cdot\underline{\qquad\quad} = \frac{\cdot}{\cdot} = \underline{\qquad\quad}$$

**Fais apparaître les parenthèses «cachées», puis calcule en utilisant les règles de priorité.**

$$\frac{1-\frac{2}{3}}{\frac{3}{2}-1} =$$ ....................................................................................................

$$\frac{-\frac{3}{2}+3}{-5\cdot\frac{2}{3}} =$$ ....................................................................................................

$$\frac{\frac{3}{2}-\frac{4}{3}}{\frac{3}{5}+\frac{-1}{2}} =$$ ....................................................................................................

$$\frac{\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{4}\right)^2}{\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{2}\right)^3} =$$ ....................................................................................................

## 6) Valeurs numériques

**Calcule les valeurs numériques des expressions ci-dessous, si tu sais que**

$$a = \frac{-2}{3},\ b = \frac{3}{4},\ c = \frac{3}{2},\ \text{et } d = \frac{-1}{5}$$

$ab =$ ..............................................................

$-3a^2 =$ ..............................................................

$cd =$ ..............................................................

$2a + 3d =$ ..............................................................

$2d^3 =$ ..............................................................

$-2b - 4c =$ ..............................................................

Nom : ................................................ Prénom : ..................................................... Classe : ....................

$a^3 + a + 1 =$ ........................................................................................................................

$a^2 - 3a - 5 =$ ........................................................................................................................

$b^3 : 2d =$ ........................................................................................................................

$\frac{a \cdot b}{c \cdot d} =$ ........................................................................................................................

$\frac{c - b}{a \cdot d} =$ ........................................................................................................................

$\frac{a \cdot c^2}{a^2 \cdot b} =$ ........................................................................................................................

$\frac{1 + b}{1 - d} =$ ........................................................................................................................

$\frac{a + b}{c + d} =$ ........................................................................................................................

$\frac{2c - d}{3a + d} =$ ........................................................................................................................

$\frac{5a + 2d}{2b - 3c} =$ ........................................................................................................................

$\frac{c^2 - b^2}{a^3 \cdot b^3} =$ ........................................................................................................................

Nom : .................................................. Prénom : ....................................................... Classe : .....................

# Section 4 • Fractions littérales

## Fiche 4.1 Simplification de fractions littérales

### 1) Simplification d'une fraction littérale SANS coefficient numérique

Pour simplifier une fraction littérale dont le numérateur et le dénominateur sont des produits de puissances, il suffit

- d'écrire chaque puissance sous forme d'un produit de facteurs égaux,
- de supprimer les facteurs communs au dénominateur et au numérateur et
- de réduire les produits restants.

*Exemples :* $\frac{a^5b^3}{a^2b^5} = \frac{\cancel{a}\,.\,\cancel{a}\,.\,a\,.\,a\,.\,a\,.\,\cancel{b}\,.\,\cancel{b}\,.\,\cancel{b}}{\cancel{a}\,.\,\cancel{a}\,.\,b\,.\,b\,.\,\cancel{b}\,.\,\cancel{b}\,.\,\cancel{b}} = \frac{a\,.\,a\,.\,a}{b\,.\,b} = \frac{a^3}{b^2}$

$\frac{a^2bc^2}{ab^3c^2} = \frac{\cancel{a}\,.\,a\,.\,\cancel{b}\,.\,\cancel{c}\,.\,\cancel{c}}{\cancel{a}\,.\,b\,.\,b\,.\,\cancel{b}\,.\,\cancel{c}\,.\,\cancel{c}} = \frac{a}{b\,.\,b} = \frac{a}{b^2}$

**Décompose chaque puissance en un produit de facteurs égaux, barre les facteurs communs au numérateur et au dénominateur et réduis.**

$\frac{a^5b^2}{a^3b^4} =$ ..........................................................

$\frac{ab}{a^2b^3} =$ ..........................................................

$\frac{ab^4}{a^3b^2} =$ ..........................................................

$\frac{a^4}{a} =$ ..........................................................

$\frac{a^2b}{a^3b} =$ ..........................................................

$\frac{b^2}{b^5} =$ ..........................................................

$\frac{ab}{ab^3} =$ ..........................................................

$\frac{abc^2}{a^2bc} =$ ..........................................................

### 2) Simplification d'une fraction littérale – Procédé «rapide»

En pratique, la simplification peut se faire mentalement à condition de simplifier successivement et entre elles les puissances de même base.

*Exemples :* $\frac{a^3\,.\,b^5}{a^4\,.\,b^2} = \frac{\enclose{circle}{a^3}\,.\,\boxed{b^5}}{\enclose{circle}{a^4}\,.\,\boxed{b^2}} = \frac{\enclose{circle}{1}\,.\,\boxed{b^3}}{\enclose{circle}{a}\,.\,\boxed{1}} = \frac{b^3}{a}$ ou $\frac{a^3\,b^5}{a^4b^2} = \frac{\enclose{circle}{a^3}\,.\,\boxed{b^5}}{\enclose{circle}{a^4}\,.\,\boxed{b^2}} = \frac{\boxed{b^3}}{\enclose{circle}{a}}$

**Simplifie mentalement les fractions suivantes.**

$\frac{a^5b^2}{a^2b^5} =$ ........................................

$\frac{ab}{a^2b^3} =$ ........................................

$\frac{a^3b^2c^9}{a^3b^6c^3} =$ ........................................

$\frac{ab^3}{a^3b} =$ ........................................

$\frac{a^2b^6}{a^4b^3} =$ ........................................

$\frac{a^3b^2c}{abc^3} =$ ........................................

Nom : ............................................ Prénom : ................................................ Classe : ..................

## 3) Simplification d'une fraction littérale AVEC coefficient numérique

Pour simplifier une fraction dont le numérateur et le dénominateur sont des produits de nombres et de puissances, il suffit de simplifier d'abord les facteurs numériques puis les puissances de même base entre elles.

*Exemple :* $\frac{12a^3b^5}{18a^4b^2} = \frac{12}{18}\boxed{\frac{a^3}{a^4}}\frac{b^5}{b^2} = \frac{2}{3}\cdot\boxed{\frac{1}{a}}\cdot\frac{b^3}{1} = \frac{2b^3}{3a}$ ou $\frac{12a^3b^5}{18a^4b^2} = \frac{12}{18}\cdot\boxed{\frac{a^3}{a^4}}\cdot\frac{b^5}{b^2} = \frac{2b^3}{3a}$

**Simplifie les fractions suivantes.**

$\frac{6a^2}{9a^3} =$ ..................................... $\frac{25ab^2}{35ab} =$ ..................................... $\frac{-5a^3b}{15ab^4} =$ .....................................

$\frac{-8a^3}{12a^5} =$ ..................................... $\frac{-14a^4b^5}{42a^5b} =$ ..................................... $\frac{-16a^4b^6}{-24a^6b^3} =$ .....................................

$\frac{36a}{24a^4} =$ ..................................... $\frac{49a^2b^3}{21a^2b} =$ ..................................... $\frac{-9a^8b^3}{-18a^2b^9} =$ .....................................

## 4) Simplification : prudence

Si le numérateur et (ou) le dénominateur d'une fraction se présentent sous forme d'une somme, il faut les (la) réduire ou les (la) factoriser pour obtenir des produits avant de simplifier.

*Exemples :* $\frac{3a+2a}{4b+b} = \frac{5a}{5b} = \frac{a}{b}$ $\frac{5ab+3ab}{6ab} = \frac{8ab}{6ab} = \frac{4}{3}$

$\frac{4a+2b}{6a+3b} = \frac{2\,.\,(2a+b)}{3\,.\,(2a+b)} = \frac{2}{3}$

**Si les termes sont semblables, additionne-les. S'ils ne le sont pas, mets le(s) facteur(s) commun(s) en évidence pour obtenir un produit.**

$12a + 7a =$ ..................................... $15a - 10b =$ .....................................

$12a + 8b =$ ..................................... $15a - 10a =$ .....................................

$6ab + 9ac =$ ..................................... $10ab + 5b =$ .....................................

**Simplifie les fractions suivantes.**

$\frac{3a+5a}{12b-4b} =$ ..................................... $\frac{4a+2b}{6} =$ .....................................

$\frac{ab+ac}{ac} =$ ..................................... $\frac{4a-2a}{6} =$ .....................................

$\frac{5ab+2ab}{3b+b} =$ ..................................... $\frac{12a+6b}{2ab+b^2} =$ .....................................

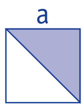
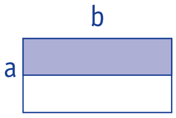
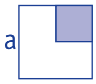
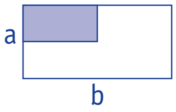
$\frac{6ab+8ac}{4a} =$ ..................................... $\frac{7ab-3ab}{6a} =$ .....................................

Nom : .................................................. Prénom : ....................................................... Classe : .....................

# Fiche 4.2 Opérations sur les fractions littérales

## 1) Aires de figures

**Parmi les expressions proposées, barre celle qui ne convient pas pour exprimer l'aire de la partie grisée ?**

| | | | |
|---|---|---|---|
|  | $\frac{a^2}{2}$ $\frac{a}{2}\cdot\frac{a}{2}$ $\frac{1}{2}a^2$ $\frac{1}{2}a.a$ |  | $\frac{ab}{2}$ $\frac{1}{2}ab$ $\frac{a}{2}\,.\,b$ $\frac{a}{2}\cdot\frac{b}{2}$ |
|  | $\frac{a}{2}\cdot\frac{a}{2}$ $\frac{a^2}{4}$ $\frac{1}{2}a\,.\,a$ $\frac{1}{4}a^2$ |  | $\frac{ab}{4}$ $\frac{1}{4}ab$ $\frac{a}{2}\,.\,b$ $\frac{a}{2}\cdot\frac{b}{2}$ |

**Complète par = ou ≠.**

$\frac{a}{2}$ .............. $\frac{1}{2}a$ $\frac{1}{9}a^2$ .............. $\frac{a^2}{9}$ $\frac{a}{2}\cdot\frac{a}{2}$ .............. $\frac{a^2}{2}$ $\frac{1}{6}a^2$ .............. $\frac{1}{2}a\,.\,\frac{1}{3}a$

$\frac{3a}{2}$ .............. $\frac{3}{2}a$ $\frac{a^2}{5}$ .............. $\frac{1}{5}a^2$ $\frac{a}{5}\cdot\frac{a}{5}$ .............. $\frac{a^2}{25}$ $\frac{2}{5}a$ .............. $\frac{2a}{5}$

$\frac{1}{3}a$ .............. $\frac{3a}{3}$ $\frac{a^2}{6}$ .............. $\frac{1}{3}\,.\,2a^2$ $\frac{1}{4}\,.\,ab$ .............. $\frac{a}{4}\cdot\frac{b}{4}$ $\frac{2}{3}a$ .............. $2\,.\,\frac{a}{3}$

**Un élève a commencé à exprimer l'aire des parties grisées de chaque figure. Continue le travail en réduisant au maximum les expressions algébriques proposées par cet élève. Tu peux, si tu le désires, vérifier ton travail sur la figure.**

Figure 1

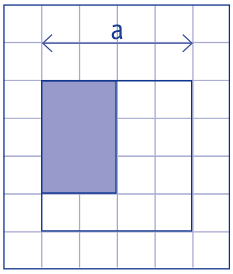


Figure 2

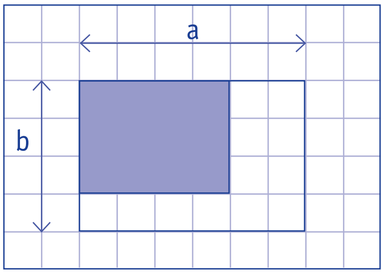


Figure 3

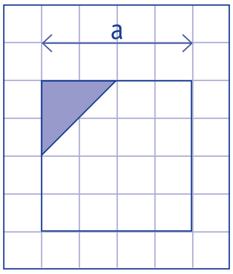


Figure 1 Aire : $\frac{1}{2}a\,.\,\frac{3}{4}a =$ ....................................................................................................

Figure 2 Aire : $\frac{4}{6}a\,.\,\frac{3}{4}b =$ ....................................................................................................

Figure 3 Aire : $\frac{1}{2}\,.\left[\frac{1}{2}a\,.\,\frac{1}{2}a\right] =$ ........................................................................................

Nom : ………………………… Prénom : ………………………… Classe : ……………

## 2) Somme de fractions littérales

**Effectue.**

$\frac{a}{2} + \frac{a}{3} =$ ……………………………

$a^2 - \frac{a^2}{3} =$ ……………………………

$\frac{3a}{2} + a =$ ……………………………

$\frac{3}{5}a^2 + a^2 =$ ……………………………

$\frac{1}{2}a + \frac{1}{4}a =$ ……………………………

$\frac{2}{3}a - \frac{5a}{2} =$ ……………………………

$\frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{4} =$ ……………………………

$\frac{5a}{4} - 2a =$ ……………………………

$\frac{1}{5}a^2 + \frac{1}{3}a^2 =$ ……………………………

$\frac{4a}{3} - \frac{1}{5}a =$ ……………………………

$a + \frac{a}{4} =$ ……………………………

$\frac{a^2}{2} - \frac{2}{5}a^2 =$ ……………………………

## 3) Produit de fractions littérales

**Effectue.**

$\frac{a}{2} \cdot \frac{a}{3} =$ ……………………………

$2a \cdot \frac{-1}{6}b =$ ……………………………

$\frac{3a}{2} \cdot \frac{5b}{3} =$ ……………………………

$-3a \cdot \frac{a}{6} =$ ……………………………

$a \cdot \frac{3a}{4} =$ ……………………………

$\frac{-a}{2} \cdot \frac{-2b}{5} =$ ……………………………

$\frac{2}{5}a \cdot \frac{3}{4}b =$ ……………………………

$-\frac{5a}{2} \cdot \frac{a}{4} =$ ……………………………

$\frac{3a}{5} \cdot \frac{5a}{2} =$ ……………………………

$\frac{-5a}{7} \cdot \frac{-7a}{5} =$ ……………………………

$\frac{1}{4}a \cdot 3b =$ ……………………………

$\frac{5}{3}a \cdot \frac{-2}{15}a =$ ……………………………

**Effectue les produits.**

$2 \cdot \frac{3a}{2} \cdot \frac{b}{7} =$ ……………………………

$2 \cdot a \cdot \frac{b}{7} =$ ……………………………

$2 \cdot \frac{5a}{3} \cdot \frac{3b}{2} =$ ……………………………

$2 \cdot \frac{2}{3}a \cdot \frac{7}{4}b =$ ……………………………

$2 \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{b}{5} =$ ……………………………

$2 \cdot \frac{3a}{2} \cdot \frac{2}{9}b =$ ……………………………

## 4) Puissance de fractions littérales

**Effectue.**

$\left(\frac{2a}{3}\right)^2 =$ ……………………………………

$\left(\frac{a}{4}\right)^3 =$ ……………………………………

$\left(\frac{-3a}{5}\right)^2 =$ ……………………………………

$\left(\frac{-5a}{3}\right)^3 =$ ……………………………………

$\left(\frac{-a}{2}\right)^4 =$ ……………………………………

$\left(\frac{-a}{10}\right)^5 =$ ……………………………………

$\left(\frac{2}{5}a\right)^3 =$ ……………………………………

$\left(\frac{-3}{10}a\right)^3 =$ ……………………………………

## 5) Exercices de synthèse

**Relie chaque calcul à sa réponse.**

$\frac{a}{2} \cdot \frac{a}{3}$ •

$\frac{a}{2} + \frac{a}{3}$ •

$\frac{a}{2} - \frac{a}{3}$ •

$\frac{a}{3} - \frac{a}{2}$ •

• $\frac{-a}{6}$

• $\frac{a^2}{6}$

• $\frac{5a}{6}$

• $\frac{a}{6}$

$\left(\frac{2a}{3}\right)^3$ •

$\frac{2}{3} \cdot \frac{a^3}{3}$ •

$-2a \cdot \left(\frac{-a}{3}\right)^2$ •

$\left(\frac{-2a}{3}\right)^3$ •

• $\frac{2a^3}{9}$

• $\frac{-8a^3}{27}$

• $\frac{-2a^3}{9}$

• $\frac{8a^3}{27}$

**Effectue.**

$\frac{a^2}{3} + \frac{a^2}{4} =$ ……………………………………

$\frac{a}{5} \cdot \frac{a}{4} =$ ……………………………………

$\left(\frac{a}{4}\right)^2 =$ ……………………………………

$\frac{1}{2}a \cdot \frac{3}{4}a =$ ……………………………………

$\frac{1}{2}a + \frac{3}{4}a =$ ……………………………………

$a \cdot \frac{2}{3}b =$ ……………………………………

$\left(\frac{-2a}{5}\right)^3 =$ ……………………………………

$\frac{1}{4}a - a =$ ……………………………………

$2a \cdot \frac{-a}{4} =$ ……………………………………

$\left(\frac{-3a}{2}\right)^5 =$ ……………………………………

$\frac{b}{2} - b =$ ……………………………………

$2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{b}{3} =$ ……………………………………

$\frac{-3a}{2} \cdot \frac{6b}{5} =$ ……………………………………

$\frac{(-2a)^3}{3} =$ ……………………………………

Nom : ………………………………… Prénom : ……………………………………… Classe : ………………

$\frac{2a}{3} - \frac{a}{4} =$ ……………………………………………

$\frac{3a}{2} \cdot \frac{2a}{5} =$ ……………………………………………

$\left(\frac{1}{3}a\right)^4 =$ ……………………………………………

$-\frac{1}{2}b \cdot \frac{-a}{3} =$ ……………………………………………

$\left(\frac{-2a}{3}\right)^2 =$ ……………………………………………

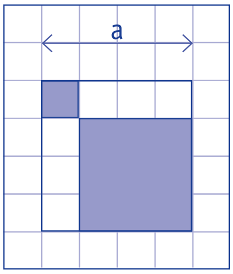
$2 \cdot \frac{-a}{5} \cdot \frac{3a}{2} =$ ……………………………………………

**Détermine une expression réduite de l'aire des parties grisées de chaque figure.**

Aire = ……………………………………………

……………………………………………

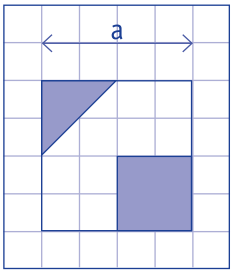
……………………………………………



Aire = ……………………………………………

……………………………………………

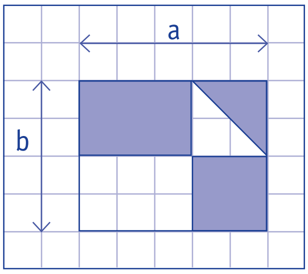
……………………………………………



Aire = ……………………………………………

……………………………………………

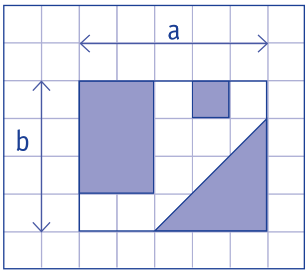
……………………………………………



Aire = ……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………



Nom : ................................................ Prénom : ..................................................... Classe : ....................

# Section 5 • Équations

## Fiche 5.1 Introduction aux équations

### 1) Vocabulaire

**Complète le texte avec les mots suivants :** *membre, solution, égalité, inconnue, équation***.**

L'expression 3x + 4 = 10 est une ..................................................................... qui contient une lettre appelée ............................................................... ; c'est une ....................................................................... . Celle-ci comprend deux ................................................................... séparés par le symbole d'égalité ; le nombre 2 en est la .........................................................................................................................

### 2) Différents types d'équations

**Indique le type d'équation dont il s'agit.**

$x + a = b$ (1) $ax = b$ (2) $\frac{x}{a} = b$ (3) $ax + b = c$ (4) $ax + b = cx + d$ (5)

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $3x + 4 = 5$ | (.........) | $3x = 12$ | (.........) | $x + 3 = 12$ | (.........) |
| $\frac{x}{3} = 4$ | (.........) | $5 = x + 4$ | (.........) | $2x - 1 = x + 3$ | (.........) |
| $-15 = 5x$ | (.........) | $2 + 5x = 4$ | (.........) | $2 = 4 - 3x$ | (.........) |

### 3) Solutions d'une équation

**Relie chaque nombre à l'équation dont il est solution.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| $-12$ • | • $x + 3 = 15$ | $1$ • | • $2x + 6 = 10$ |
| $-5$ • | • $3x = 15$ | $-2$ • | • $6 = 4x + 2$ |
| $12$ • | • $15 + x = 3$ | $2$ • | • $3 - 2x = 7$ |
| $5$ • | • $15x = 3$ | $6$ • | • $\frac{x}{6} = -1$ |
| $\frac{1}{5}$ • | • $-3x = 15$ | $-6$ • | • $\frac{2x}{3} = 4$ |

**Un seul des nombres proposés est solution de l'équation ; entoure-le.**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $2x + 8 = 4$ | $6$ | $-\frac{1}{2}$ | $-2$ | $\frac{1}{2}$ | $2$ |
| $7 = 2x - 9$ | $-8$ | $1$ | $8$ | $-1$ | $\frac{1}{8}$ |
| $3 - 5x = 7$ | $\frac{5}{4}$ | $\frac{4}{5}$ | $2$ | $-\frac{4}{5}$ | $-\frac{5}{4}$ |
| $x - \frac{1}{4} = 2$ | $\frac{7}{4}$ | $\frac{3}{4}$ | $\frac{9}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $-\frac{9}{4}$ |
| $\frac{1}{2} = x - \frac{2}{5}$ | $\frac{1}{10}$ | $-\frac{9}{10}$ | $-\frac{1}{10}$ | $\frac{3}{7}$ | $\frac{9}{10}$ |

Nom : ……………………………… Prénom : ……………………………… Classe : …………………

# Fiche 5.2 Résolution d'équations élémentaires

## 1) Équations du type $x + a = b$

Pour résoudre une équation de ce type, tu dois neutraliser le **terme** « gêneur » en **ajoutant** son **opposé** aux deux membres.

*Exemples*

$$\begin{array}{rrcll} -3 & 3+x & = & -5 & -3 \\ \hookrightarrow & \mathbf{-3}+3+x & = & -5\mathbf{-3} & \hookleftarrow \\ & x & = & -8 & \end{array} \qquad \begin{array}{rrcll} +2 & 4 & = & x-2 & +2 \\ \hookrightarrow & \mathbf{+2}+4 & = & x-2\mathbf{+2} & \hookleftarrow \\ & 6 & = & x & \end{array}$$

Remarque : la première étape de la résolution peut ne pas être écrite.

**Pour chaque équation, indique les flèches et l'opération que tu dois effectuer dans chaque membre pour neutraliser le nombre « gêneur » et détermine la solution.**

$x - 5 = -2$ $\qquad$ $6 + x = -6$ $\qquad$ $x + 7 = 12$

$-9 + x = 5$ $\qquad$ $-4 = x + 3$ $\qquad$ $-3 = -1 + x$

$-2 + x = \frac{1}{5}$ $\qquad$ $\frac{1}{6} = -2 + x$ $\qquad$ $x - \frac{3}{2} = \frac{1}{4}$

## 2) Équations du type $ax = b$

Pour résoudre une équation de ce type, tu dois neutraliser le **facteur** « gêneur » **multiplicateur** en **divisant** les deux membres **par celui-ci**.

*Exemples*

$$\begin{array}{rrcll} :2 & 2x & = & -6 & :2 \\ \hookrightarrow & \frac{2x}{\mathbf{2}} & = & \frac{-6}{\mathbf{2}} & \hookleftarrow \\ & x & = & -3 & \end{array} \qquad \begin{array}{rrcll} :4 & 8 & = & 4x & :4 \\ \hookrightarrow & \frac{8}{\mathbf{4}} & = & \frac{4x}{\mathbf{4}} & \hookleftarrow \\ & 2 & = & x & \end{array}$$

Remarque : la première étape de la résolution peut ne pas être écrite.

Nom : ................................................ Prénom : ..................................................... Classe : ....................

**Pour chaque équation, indique les flèches et l'opération que tu dois effectuer dans chaque membre pour neutraliser le nombre « gêneur » et détermine la solution.**

| | | |
|---|---|---|
| $2x = 18$ | $-3x = 21$ | $4x = -16$ |
| $-2x = 5$ | $-12 = 3x$ | $21 = -7x$ |
| $3x = 7$ | $-4x = 3$ | $-9 = -5x$ |

### 3) Équations du type $\frac{x}{a} = b$

Pour résoudre une équation de ce type, tu dois neutraliser le **facteur** « gêneur » **diviseur** en **multipliant** les deux membres **par celui-ci**.

*Exemples*

$$\cdot 3 \left\lfloor \begin{aligned} \frac{x}{3} &= 5 \\ \frac{x}{3}\,\mathbf{.\,3} &= 5\,\mathbf{.\,3} \end{aligned} \right\rfloor \cdot 3 \qquad\qquad \cdot 2 \left\lfloor \begin{aligned} -8 &= \frac{x}{2} \\ -8\,\mathbf{.\,2} &= \frac{x}{2}\,\mathbf{.\,2} \end{aligned} \right\rfloor \cdot 2$$

$$x = 15 \qquad\qquad\qquad\qquad -16 = x$$

Remarque : la première étape de la résolution peut ne pas être écrite.

**Pour chaque équation, indique les flèches et l'opération que tu dois effectuer dans chaque membre pour neutraliser le nombre « gêneur » et détermine la solution.**

| | | |
|---|---|---|
| $\frac{x}{2} = 6$ | $\frac{x}{5} = -2$ | $-5 = \frac{x}{3}$ |
| $4 = \frac{x}{5}$ | $\frac{x}{5} = \frac{1}{3}$ | $-\frac{1}{3} = \frac{x}{2}$ |

## 4) Équations du type $\frac{ax}{b} = c$ ou $\frac{ax}{b} = \frac{c}{d}$

Pour résoudre une équation d'un de ces deux types, tu dois neutraliser deux nombres : un **facteur multiplicateur** (a) et un **facteur diviseur** (b).
Il est conseillé de neutraliser d'abord le facteur diviseur.

*Exemples*

$$\cdot 5 \quad \left[\; \frac{3x}{5} = 6 \;\right] \quad \cdot 5$$

$$\mathbf{5} \cdot \frac{3x}{5} = 6 \cdot \mathbf{5}$$

$$: 3 \quad \left[\; 3x = 30 \;\right] \quad : 3$$

$$3x \mathbin{\mathbf{:}} \mathbf{3} = 30 \mathbin{\mathbf{:}} \mathbf{3}$$

$$x = 10$$

$$\cdot 3 \quad \left[\; \frac{2x}{3} = \frac{5}{7} \;\right] \quad \cdot 3$$

$$\mathbf{3} \cdot \frac{2x}{3} = \frac{5}{7} \cdot \mathbf{3}$$

$$: 2 \quad \left[\; 2x = \frac{15}{7} \;\right] \quad : 2$$

$$2x \mathbin{\mathbf{:}} \mathbf{2} = \frac{15}{7} \mathbin{\mathbf{:}} \mathbf{2}$$

$$x = \frac{15}{14}$$

Remarque : les deuxième et quatrième étapes de la résolution peuvent ne pas être écrites.

**Pour chaque équation, indique les flèches et l'opération que tu dois effectuer dans chaque membre pour neutraliser les facteurs « gêneurs » et détermine la solution.**

$\frac{5x}{3} = 7$ $\qquad$ $\frac{2x}{7} = -3$ $\qquad$ $\frac{-7x}{3} = \frac{21}{4}$

$\frac{-4x}{5} = \frac{-2}{15}$ $\qquad$ $5 = \frac{-3x}{4}$ $\qquad$ $\frac{2}{7} = \frac{3x}{5}$

## 5) Équations du type $\frac{ax}{b} = c$ et $\frac{ax}{b} = \frac{c}{d}$ avec a = -1

Pour résoudre une équation d'un de ceux deux types, tu dois **d'abord** neutraliser le **facteur diviseur** (b), **puis** le facteur multiplicateur **(–1)**.

*Exemples*

$$\begin{array}{lrcll} .\ 2 & \frac{-x}{2} & = & 4 & .\ 2 \\ & \mathbf{2\ .}\ \frac{-x}{2} & = & 4\ \mathbf{.\ 2} & \\ :(-1) & -x & = & 8 & :(-1) \\ & -x\ \mathbf{:(-1)} & = & 8\ \mathbf{:(-1)} & \\ & x & = & -8 & \end{array}$$

$$\begin{array}{lrcll} .\ 2 & \frac{7}{5} & = & \frac{-x}{2} & .\ 2 \\ & \mathbf{2\ .}\ \frac{7}{5} & = & \frac{-x}{2}\ \mathbf{.\ 2} & \\ :(-1) & \frac{14}{5} & = & -x & :(-1) \\ & \frac{14}{5}\ \mathbf{:(-1)} & = & -x\ \mathbf{:(-1)} & \\ & -\frac{14}{5} & = & x & \end{array}$$

Remarque : les deuxième et quatrième étapes de la résolution peuvent ne pas être écrites.

**Pour chaque équation, indique les flèches et l'opération que tu dois effectuer dans chaque membre pour neutraliser les facteurs « gêneurs » et détermine la solution.**

$$\frac{-x}{3} = 6$$

$$-5 = \frac{-x}{7}$$

$$\frac{-x}{2} = \frac{3}{5}$$

$$-\frac{5}{9} = \frac{-x}{4}$$

Nom : .................................................... Prénom : .......................................................... Classe : ......................

## 6) Synthèse des équations élémentaires

**Pour chaque équation, indique les flèches et l'opération que tu dois effectuer dans chaque membre pour neutraliser le nombre « gêneur » et détermine la solution.**

$x + 7 = -7$ $\qquad$ $5x = 20$ $\qquad$ $-4 + x = \frac{1}{4}$

$12 = -4x$ $\qquad$ $11 = x - 2$ $\qquad$ $-18 = 3x$

$-15 = -5x$ $\qquad$ $\frac{1}{3} = -3 + x$ $\qquad$ $-\frac{1}{5} = \frac{x}{3}$

$-2x = 6$ $\qquad$ $-2 + x = \frac{2}{3}$ $\qquad$ $\frac{x}{4} = \frac{3}{5}$

$-\frac{5}{7} = \frac{3x}{2}$ $\qquad$ $\frac{-x}{2} = \frac{4}{7}$ $\qquad$ $\frac{-2x}{3} = -7$

$\frac{5}{2} = 3x$ $\qquad$ $\frac{1}{6} = \frac{-2}{3} + x$ $\qquad$ $\frac{x}{5} = \frac{-3}{7}$

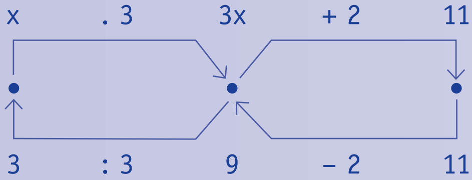
Nom : ................................................ Prénom : ..................................................... Classe : ...................

# Fiche 5.3 Résolution d’équations du type ax + b = c

## 1) Équations du type ax + b = c

Pour résoudre une équation de ce type, on neutralise **d’abord** le **terme** « gêneur », **puis** le **facteur** « gêneur ».

*Exemple*



$$
\begin{aligned}
-2 \quad & 3x \underline{+ 2} = 11 \quad -2\\
& 3x = 11 - 2\\
:3 \quad & \underline{\underline{3}}x = 9 \quad :3\\
& x = 9 : 3\\
& x = 3
\end{aligned}
$$

Remarques : Un terme « gêneur » est relié à l’inconnue par une somme.
Un facteur « gêneur » est relié à l’inconnue par un produit.

**Dans chaque équation, souligne une fois le terme à neutraliser et deux fois le facteur.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| $2x + 8 = 18$ | $6 = 2x - 5$ | $5 = -7 + 3x$ | $5 + 7x = -2$ |
| $6x + \frac{1}{2} = 3$ | $-9 + 3x = 3$ | $-\frac{3}{2} + 5x = 4$ | $\frac{x}{2} + 1 = \frac{5}{4}$ |

**Résous les équations en adoptant la disposition pratique de l’exemple ci-dessus.**

| | | |
|---|---|---|
| $2x + 7 = 15$ | $5x - 12 = -27$ | $-8 + 2x = 10$ |
| $23 = 7x + 2$ | $4 + 3x = -5$ | $-4 = 5x + 16$ |

$$\frac{x}{4} + 2 = \frac{1}{2}$$

$$3 = -2 + \frac{x}{5}$$

$$3 + \frac{x}{3} = -3$$

$$2 + \frac{3x}{2} = -3$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{2x}{5}$$

$$\frac{5}{8} = \frac{3x}{4} - \frac{1}{2}$$

## 2) Équations du type ax + b = c avec a = -1

*Exemples :*

$$\begin{array}{rcl} & -x + 1 = 7 & \\ -1 & & -1 \\ & -x = 7 - 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} & -5 = -x - 3 & \\ +3 & & +3 \\ & -5 + 3 = -x & \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} & -x = 6 & \\ :(-1) & & :(-1) \\ & x = -6 & \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} & -2 = -x & \\ :(-1) & & :(-1) \\ & 2 = x & \end{array}$$

**Résous les équations en adoptant la disposition pratique de l'exemple ci-dessus.**

$-x + 12 = -8$

$5 - x = 8$

$-4 = -x + 1$

Nom : .................................................. Prénom : ....................................................... Classe : ....................

## Fiche 5.4 Résolution d’équations du type $ax + b = cx + d$

### 1) Résolution pas à pas

Pour résoudre ce genre d’équation, il faut effectuer des neutralisations successives.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Tu neutralises d’abord un des deux termes en « x » ; généralement le plus petit (3x). | **− 3x** | $5x + 10 = \mathbf{3x} + 4$<br>$5x - 3x + 10 = 4$ | **− 3x** |
| Tu neutralises ensuite le terme indépendant de l’autre membre (+ 10). | **− 10** | $2x \mathbf{+ 10} = 4$<br>$2x = 4 - 10$ | **− 10** |
| Tu neutralises enfin le facteur multiplicateur « gêneur » (2). | **: 2** | $\mathbf{2x} = -6$<br>$x = -3$ | **: 2** |

**Résous pas à pas les équations ci-dessous.**

| | | |
|---|---|---|
| $5x + 7 = 3x + 3$ | $x + 6 = 3x + 2$ | $2 + 3x = x - 7$ |
| $4x + 1 = -2x + 7$ | $1 - x = 3x + 3$ | $2 + x = 4x - 1$ |
| $6 + 4x = 6x + 4$ | $7 - 3x = 2x - 3$ | $-15 + 5x = 6 - 2x$ |

## 2) Résolution plus rapide

Tu soulignes le terme en « x » que tu veux neutraliser (3x) et le terme indépendant de l'autre membre (+ 10).

Tu neutralises ces deux termes dans la même étape.

Tu obtiens une équation du type ax = b. Tu neutralises enfin le facteur multiplicateur « gêneur » (2).

$$\begin{array}{rcl} \begin{array}{r} -\,3x \\ -\,10 \end{array} & \begin{array}{c} 5x \underline{+ 10} = \underline{3x} + 4 \\ \downarrow \\ 5x - 3x = 4 - 10 \end{array} & \begin{array}{l} -\,3x \\ -\,10 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} :2 & \begin{array}{c} 2x = -6 \\ \downarrow \\ x = -3 \end{array} & :2 \end{array}$$

**Dans chacune des équations ci-dessous, souligne le terme en « x » que tu veux neutraliser et le terme indépendant de l'autre membre ; ensuite, résous-les rapidement.**

$5x - 1 = 3x - 2$

$x + 1 = -2x - 2$

$5x - 3 = -2x + 1$

$2x - 4 = -3x + 2$

$-4 - x = x + 3$

$x + 4 = 3x - 2$

$1 + 4x = -3x - 2$

$-5 + 2x = 5x - 4$

$12 - 4x = 2x - 2$

$8 + x = 2x - 5$

$2 - 3x = x + 1$

$2 + x = 3x - 1$

$8 - x = 2 + 3x$

$5 + 3x = -3x - 1$

$4 - 10x = -5x - 6$

Nom : .................................................. Prénom : ....................................................... Classe : .....................

# Fiche 5.5 Résolution d'équations « complexes »

## 1) Équations sans parenthèses

Si au moins un des **membres** de l'équation comprend **plus de deux termes**, alors il est préférable de le **réduire** (additionner les termes semblables) avant de résoudre l'équation.

*Exemple :*

$$\underline{3x}\ \underline{\underline{+\ 2}}\ \underline{\underline{-\ 1}}\ \underline{+\ 2x} = \underline{\underline{5}}\ \underline{-\ 2x}\ \underline{+\ x}\ \underline{\underline{-\ 1}}$$

$$5x\ \underline{+\ 1} = \underline{-x} + 4$$

$$5x + x = 4 - 1$$

$$6x = 3$$

$$x = \frac{1}{2}$$

**Résous les équations ci-dessous en réduisant d'abord chaque membre séparément si cela est possible.**

$3x - 2x + 5 - 1 = 4x + 3 - x - 4$

$-2x + 15 + x = 8 - 2x - 5$

$-x + 15 - 1 - 2x = 4x + 3 - 3x$

$5 - 2x + 5x + 4 = x + 3 - 5x$

$-4x + 3 + 2x - 1 = 5 - 3x - 7$

$3x - 12 + 5x = 7x - 8 - x$

## 2) Équations avec parenthèses

Si l'équation comprend des **parenthèses**, il faut les faire **disparaître**

- soit en appliquant les règles de **suppression** des parenthèses précédées du signe **« + »** ou du signe **« – »** ;
- soit en appliquant la **distributivité**.

*Exemple :*

$$\begin{aligned} 8 + 2 \mathbin{\boldsymbol{.}} \mathbf{(}x - 1\mathbf{)} &= 7 - \mathbf{(}x + 4\mathbf{)} \\ 8 + 2x - 2 &= 7 - x - 4 \\ 6 + 2x &= 3 - x \\ 2x + x &= 3 - 6 \\ 3x &= -3 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

**Résous les équations ci-dessous en commençant par faire disparaître les parenthèses.**

$5 \,.\, (2x - 3) = -(x + 3)$

......................................................................................

......................................................................................

......................................................................................

......................................................................................

......................................................................................

$3 \,.\, (x - 2) = 4x - (10x - 2)$

......................................................................................

......................................................................................

......................................................................................

......................................................................................

......................................................................................

$-3 \,.\, (x - 4) = 10x - (8x + 8)$

......................................................................................

......................................................................................

......................................................................................

......................................................................................

......................................................................................

$4x - 3 \,.\, (2x + 5) = 10x - 3 - 14x$

......................................................................................

......................................................................................

......................................................................................

......................................................................................

......................................................................................

$5 \,.\, (x - 4) + 2 = 3x + 2 \,.\, (-x + 5)$

......................................................................................

......................................................................................

......................................................................................

......................................................................................

......................................................................................

$3x - (x - 2) = 2x - 3 \,.\, (x + 1)$

......................................................................................

......................................................................................

......................................................................................

......................................................................................

......................................................................................

Nom : .................................................. Prénom : ....................................................... Classe : ....................

# Fiche 5.6 Équations et proportions

Une proportion est une égalité entre deux rapports qui se note $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Dans toute proportion, le **produit** des **extrêmes** est égal au **produit** des **moyens**.

$$\frac{\mathbf{a}}{b} = \frac{c}{\mathbf{d}} \Leftrightarrow \mathbf{a \cdot d} = b \cdot c$$

Une équation se présente parfois sous forme d'une proportion : $\frac{\mathbf{x+2}}{5} = \frac{x-1}{\mathbf{2}}$

On peut alors appliquer la propriété fondamentale des proportions énoncée ci-dessus afin d'obtenir une équation sans fraction. $\mathbf{2 \cdot (x+2)} = 5 \cdot (x-1)$

Cette nouvelle équation se résout par les techniques habituelles.

$$\begin{aligned} 2x + 4 &= 5x - 5 \\ 4 + 5 &= 5x - 2x \\ 9 &= 3x \\ 3 &= x \end{aligned}$$

**Parmi les équations ci-dessous, entoure celles qui se présentent sous la forme d'une proportion.**

$\frac{2x}{4} = \frac{1}{5}$ $2x + \frac{1}{4} = \frac{1}{5}$ $\frac{2x+1}{4} = \frac{1}{5}$ $\frac{x-1}{2} = \frac{2x+3}{5}$ $\frac{x}{2} - \frac{1}{3} = \frac{2x}{5} + \frac{3}{4}$

**Résous les équations ci-dessous en utilisant la propriété fondamentale des proportions.**

$\frac{7}{2} = \frac{x}{4}$ $\frac{x}{25} = \frac{8}{10}$ $\frac{-25}{15} = \frac{x}{6}$

$\frac{x-1}{3} = \frac{2x+1}{5}$ $\frac{2x+3}{4} = \frac{2-x}{3}$

$\frac{x-3}{2} = \frac{3+5x}{5}$ $\frac{x}{5} = \frac{-3+x}{2}$

Nom : ………………………………… Prénom : ……………………………………… Classe : …………………

$$2x = \frac{4x - 5}{3}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{-3x + 1}{4}$$

Dans certains cas, il n'est pas nécessaire d'utiliser la propriété fondamentale des proportions pour résoudre ce genre d'équations.
L'utilisation des méthodes vues à la fiche 5.2 permet d'arriver rapidement à la solution.

*Exemples :*

$$\begin{tikzcd} 3x = \frac{7}{5} \arrow[d, ": 3"'] \arrow[d, ": 3"] \\ x = \frac{7}{15} \end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd} \frac{x}{3} = \frac{5}{7} \arrow[d, ". 3"'] \arrow[d, ". 3"] \\ x = \frac{15}{7} \end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd} \frac{2x}{5} = \frac{3}{7} \arrow[d, ". 5"'] \arrow[d, ". 5"] \\ 2x = \frac{15}{7} \arrow[d, ": 2"'] \arrow[d, ": 2"] \\ x = \frac{15}{14} \end{tikzcd}$$

**Résous les équations en utilisant une des méthodes employées dans les exemples ci-dessus.**

$$2x = \frac{9}{7}$$

$$\frac{8x}{5} = \frac{9}{7}$$

$$\frac{x}{4} = \frac{8}{9}$$

$$\frac{-2x}{3} = 5$$

$$\frac{x}{3} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{3x}{5} = \frac{7}{8}$$

$$3x = \frac{6}{5}$$

$$\frac{4x}{5} = -8$$

$$\frac{-3x}{5} = \frac{-5}{6}$$

Nom : ............................................... Prénom : .................................................... Classe : ....................

**Utilise la méthode que tu trouves la plus facile pour résoudre les équations ci-dessous.**

$$\frac{x + 1}{2} = \frac{2 - 3x}{3}$$

$$\frac{2x}{3} = \frac{-3}{5}$$

$$\frac{-3 + x}{5} = \frac{-7}{15}$$

$$\frac{-3x}{5} = \frac{-7}{15}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{-x + 3}{3}$$

$$\frac{1 - 3x}{2} = \frac{x + 1}{7}$$

$$\frac{-x}{2} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{-3}{2} = \frac{-x}{7}$$

Nom : ................................................ Prénom : ...................................................... Classe : ....................

## Fiche 5.7 Équations : exercices de synthèse

**Sans résoudre les équations, dis si les nombres proposés sont solutions des équations données en écrivant une croix dans la bonne case.**

| Équation | Solution | V | F |
|---|---|---|---|
| $x - 2 = 9$ | $7$ | | |
| $x - 7 = 7 - x$ | $7$ | | |
| $\frac{7x}{2} = 3$ | $\frac{7}{6}$ | | |
| $10 = 3x - 2$ | $4$ | | |
| $\frac{5x}{9} = \frac{7}{9}$ | $\frac{2}{9}$ | | |

| Équation | Solution | V | F |
|---|---|---|---|
| $3x = \frac{-1}{2}$ | $\frac{-1}{6}$ | | |
| $x + \frac{3}{4} = \frac{5}{7}$ | $\frac{2}{3}$ | | |
| $2x - 1 = 5x + 2$ | $-1$ | | |
| $\frac{x}{2} - \frac{x}{5} = 2$ | $\frac{20}{3}$ | | |
| $-6x + 3 = 5x + 1$ | $\frac{11}{2}$ | | |

**Sans résoudre les équations, réponds par VRAI ou FAUX à chacune des affirmations suivantes.**

Les équations $2x + 5 = 3$ et $4x - 4 = 0$ ont la même solution. ..............................

Les équations $3x = 3$ et $x + 1 = 0$ ont la même solution. ..............................

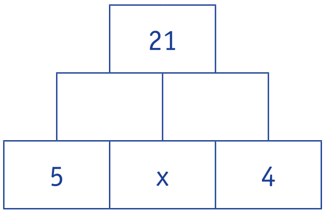
Les équations $5x + 1 = 6$ et $2x + 2 = 0$ ont des solutions opposées. ..............................

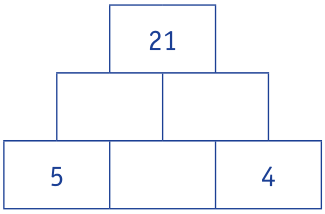
Les équations $3x - 2 = 5$ et $6x + 1 = 4 - x$ ont des solutions inverses. ..............................

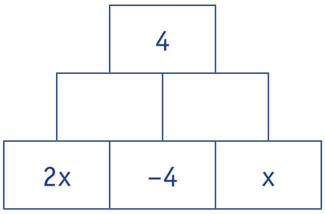
**Voici six équations ; elles admettent toutes la même solution sauf une ! Entoure-la.**

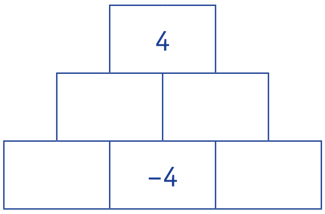
$4x = 6$ $\quad 18x = 27$ $\quad -5 + x = \frac{-7}{2}$ $\quad x + 1 = \frac{5}{2}$ $\quad 3x - 1 = 1$ $\quad 2x + 7 = 10$

**Chacune des pyramides ci-dessous est construite selon le même principe : chaque brique est la somme des deux briques sur lesquelles elle repose. Après avoir déterminé la valeur de x, complète par des nombres les cases de la pyramide de droite.**









Nom : ............................................ Prénom : ................................................ Classe : ..................

**Relie chaque équation à sa solution.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| $2x + 7 = 15$ • | • $-3$ | $\frac{x}{2} - 3 = 3$ • | • $-3$ |
| $5x - 12 = -27$ • | • $1$ | $5 = \frac{x}{3} + 6$ • | • $9$ |
| $14 = 8 + 2x$ • | • $4$ | $\frac{2x}{3} + 1 = 7$ • | • $12$ |
| $2 = 7x - 5$ • | • $3$ | $\frac{3}{2} = -1 + \frac{x}{2}$ • | • $6$ |
| $-3x + 2 = 8$ • | • $-2$ | $4 = 5 - \frac{x}{6}$ • | • $5$ |

**Résous les équations.**

$x + 3 = 4$

$3x = 4$

$\frac{x}{3} = 4$

$5 = x - 2$

$4 - 2x = 6$

$-1 = 5 + 3x$

$8 + 3x = -1$

$x - \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$

$4 = \frac{3}{2} + x$

$3x + 5 = 14$

$8 + 3x = -1$

$-2 = - 5 - 3x$

$4x - 3 = 5$

Nom : ............................................... Prénom : ..................................................... Classe : ....................

$5x + 7 = 4x + 5$

$12x + 5 = 10x - 3$

$4x - 2 = 7x - 5$

$9 - 3x = 4x - 4$

$-4x + 3 = 3x - 4$

$5 - x = 3x - 7$

$5x = \frac{4}{3}$

$\frac{4}{9} = \frac{5x}{8}$

$\frac{-3 + x}{4} = -2$

$3 . (x - 2) = 2 . (x + 3)$

$x - (2 + 3x) = -7 . (x + 2)$

$\frac{-1 + x}{3} = \frac{2x - 1}{2}$

$\frac{x - 1}{2} = \frac{2x + 3}{5}$

Nom : ............................................ Prénom : ................................................ Classe : ..................

# Fiche 5.8 Problèmes et équations

## 1) Lecture d'un énoncé et choix de l'inconnue

**Si tu sais que x représente l'âge de Thomas et que Pascal a 7 ans de plus que lui, associe chaque proposition à l'expression qu'elle traduit.**

| | |
|---|---|
| l'âge de Pascal • | • $x - 1$ |
| la somme des âges de Thomas et de Pascal • | • $x - 2$ |
| l'âge que Thomas avait il y a 2 ans • | • $x + 7$ |
| le double de l'âge de Pascal • | • $2x$ |
| l'âge de Pascal il y a 8 ans • | • $2x + 7$ |
| le double de l'âge de Thomas • | • $2 . (x + 7)$ |

**Si tu sais que x est un nombre naturel, complète par des expressions littérales afin qu'elles représentent ...**

trois nombres consécutifs dont x est le plus petit : x, .............................. et .............................. .

trois nombres consécutifs dont x est le plus grand : .............................. , .............................. et x.

trois nombres pairs consécutifs : .............................. , 2x et .............................. .

deux nombres impairs consécutifs : .............................. et 2x + 3.

deux multiples de 5 consécutifs : 5x et .............................. .

deux multiples de 3 consécutifs : .............................. et 3x + 6.

**Sachant que x représente le nombre d'euros qu'Aurélien possède et que Benoît en a 20 de plus que lui, donne une expression littérale ...**

de l'avoir de Benoît : ....................................

du double de l'avoir d'Aurélien : ..............................

de la moitié de l'avoir de Benoît : ..............

du triple de l'avoir de Benoît : ..............................

du total des sommes possédées par Aurélien et Benoît : ......................................................................

de l'avoir d'Aurélien si Benoît lui donnait la moitié de ce qu'il possède : ..........................................

**Pour chaque situation, complète par une expression littérale tenant compte du choix de l'inconnue.**

Coline et Romane collectionnent des bracelets. Romane en possède deux fois plus que Coline.

| | Coline | Romane |
|---|---|---|
| Nombre de bracelets | x | |
| Nombre de bracelets | | x |

Nom : ................................................ Prénom : ..................................................... Classe : ....................

Au second contrôle de mathématiques, Thomas a obtenu 4 points en plus qu'au premier.

| | Contrôle 1 | Contrôle 2 |
|---|---|---|
| Cote sur 40 | x | |
| Cote sur 40 | | x |

Isabelle pèse 6 kg de plus que Romane.

| | Isabelle | Romane |
|---|---|---|
| Masse en kg | x | |
| Masse en kg | | x |

À la sortie de l'hiver, Freddy décide de reprendre son vélo et il programme trois randonnées. Celle du lundi est deux fois plus longue que celle du samedi et celle du mercredi deux fois plus longue que celle du lundi.

| | Samedi | Lundi | Mercredi |
|---|---|---|---|
| Distance en km | x | | |
| Distance en km | | x | |
| Distance en km | | | x |

Un rectangle est tel que sa longueur vaut le triple de sa largeur.

| Longueur | Largeur | Périmètre |
|---|---|---|
| x | | |
| | x | |

Dans un triangle ABC rectangle en A, l'amplitude de l'angle $\hat{B}$ vaut 15° de plus que celle de $\hat{C}$.

| $\lvert\hat{B}\rvert$ | $\lvert\hat{C}\rvert$ | $\lvert\hat{A}\rvert + \lvert\hat{B}\rvert + \lvert\hat{C}\rvert$ |
|---|---|---|
| x | | |
| | x | |

## 2) Lecture d'un énoncé et mise en équation

**Dans chaque cas, entoure l'équation qui traduit l'énoncé du problème.**

Le double de la somme d'un nombre (x) et de 3 vaut 36. Quel est ce nombre ?

$2x + 3 = 36$ $2 . (x + 3) = 36$ $2x - 3 = 36$

Si on soustrait 2 du triple d'un nombre (x) et qu'on multiplie cette différence par 4, on obtient 10. Quel est ce nombre ?

$3 . (x - 2) . 4 = 10$ $(2 - 3x) . 4 = 10$ $(3x - 2) . 4 = 10$

La longueur d'un rectangle est le double de sa largeur (x) et son périmètre est de 150 cm. Détermine les dimensions de ce rectangle.

$2x + x = 150$ $(x + 2) + x = 150$ $(2x + x) . 2 = 150$

La longueur d'un terrain de jeu rectangulaire mesure 50 m de plus que sa largeur (x). Sachant que le périmètre est de 820 m, détermine les dimensions de ce terrain.

$x + x + 50 = 820$ $x . (x + 50) = 820$ $(x + x + 50) . 2 = 820$

Détermine ce que possédait Aurélien (x) si tu sais qu'il a dépensé 150 € et qu'il lui reste les deux-tiers de ce qu'il possédait.

$\frac{x - 150}{3} = 2x$ $\frac{2x}{3} = 150$ $x - 150 = \frac{2x}{3}$

La somme de trois nombres consécutifs vaut 42. Détermine ces nombres si x représente le plus petit d'entre eux.

$x + x + x = 42$ $x + x + 1 + x + 2 = 42$ $x + 2x + 3x = 42$

Un des angles aigus d'un triangle rectangle mesure 17° de plus que l'autre angle aigu (x). Détermine les amplitudes des angles de ce triangle.

$x + x - 17 = 90$ $x + x - 17 = 180$ $x + x + 17 = 90$

**Thomas a acheté 9 baguettes, 19 sodas et 10 pains au chocolat. Il a payé 51 €. Si tu sais que le prix d'un pain au chocolat est la moitié de celui d'une boîte de soda et que le prix d'une baguette vaut trois fois celui du soda, réponds aux questions suivantes.**

a) Trouve l'expression algébrique de chaque achat en fonction de l'inconnue choisie.

| | Choix 1 | Choix 2 |
|---|---|---|
| Prix d'un soda | x | |
| Prix de 19 sodas | | |
| Prix d'un pain au chocolat | | x |
| Prix de 10 pains au chocolat | | |
| Prix d'une baguette | | |
| Prix de 9 baguettes | | |

b) Pour chaque choix, écris une équation exprimant que la somme totale des achats est de 51 €.

Choix 1 : ................................................................................................................................................

Choix 2 : ................................................................................................................................................

**Pour chaque problème, complète les tableaux avec des expressions algébriques.**

La longueur d'un rectangle mesure 15 cm de plus que sa largeur et son périmètre mesure 238 cm. Quelles sont les dimensions de ce rectangle ?

| Largeur | Longueur | Périmètre |
|---|---|---|
| x |  | = 238 |

Détermine l'amplitude des trois angles d'un triangle ABC rectangle en C si tu sais que l'amplitude de l'angle aigu de sommet B vaut 15° de moins que celle de l'autre angle aigu.

| $\lvert\hat{A}\rvert$ | $\lvert\hat{B}\rvert$ | $\lvert\hat{C}\rvert$ | Somme des trois amplitudes |
|---|---|---|---|
| x |  |  | = 180 |

La somme de trois nombres consécutifs vaut 123. Quels sont ces trois nombres ?

| $1^{er}$ nombre | $2^{e}$ nombre | $3^{e}$ nombre | Somme des trois nombres |
|---|---|---|---|
|  |  |  | = 123 |

La somme des âges de Pierre et de ses parents est 57 ans. Si tu sais que l'âge de la mère vaut 6 fois celui de Pierre et que le père a 5 ans de plus que la mère, détermine l'âge de chacun.

| Âge de Pierre | Âge de la mère | Âge du père | Somme des trois âges |
|---|---|---|---|
|  |  |  | = 57 |

Alain, Cédric et Thomas se sont partagés 202 billes. Sachant qu'Alain en a le triple de Thomas et que Thomas en a 17 de moins que Cédric, détermine le nombre de billes de chacun.

| Part d'Alain | Part de Cédric | Part de Thomas | Nombre total de billes |
|---|---|---|---|
|  |  |  | = 202 |

Nom : …………………………………… Prénom : …………………………………………… Classe : ………………

# **Section 6** • Diviseurs - Multiples

## **Fiche 6.1** Division euclidienne

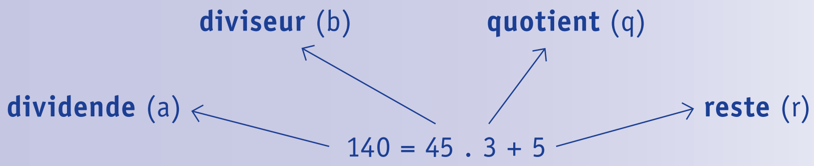
### 1) Quotient

**Quotient entier ou non ?**

135 : 45 **est** un quotient **entier** car 135 = 45 . 3

140 : 45 **n'est pas** un quotient **entier** car 140 = 45 . 3 **+ 5**

**Vocabulaire**



**Complète la première partie des phrases suivantes par « est » ou « n'est pas » et la seconde par une égalité.**

72 : 20 ………………… un quotient entier car ……………………………………………………………

45 : 5 ………………… un quotient entier car ……………………………………………………………

117 : 25 ………………… un quotient entier car ……………………………………………………………

168 : 14 ………………… un quotient entier car ……………………………………………………………

**Vrai ou faux ? Justifie par une égalité ne comprenant que des nombres naturels.**

32 est divisible par 8 ………………… car ………………… = ……………………………………

40 est divisible par 12 ………………… car ………………… = ……………………………………

212 est divisible par 20 ………………… car ………………… = ……………………………………

103 est divisible par 25 ………………… car ………………… = ……………………………………

91 est divisible par 7 ………………… car ………………… = ……………………………………

227 est divisible par 15 ………………… car ………………… = ……………………………………

### 2) Division euclidienne

**Formule**

Si on divise le nombre naturel **a** par le nombre naturel **b** non nul, alors il existe deux nombres naturels **q** et **r** tels que

$$a = b . q + r \qquad (r < b)$$

Nom : .................................................. Prénom : ....................................................... Classe : .....................

**Complète le tableau suivant par des nombres naturels.**

| Dividende | Diviseur | Calcul | Quotient | Reste | Égalité a = b . q + r |
|---|---|---|---|---|---|
| 126 | 60 | 126 : 60 | | | |
| 76 | 10 | | | | |
| 113 | 25 | | | | |
| 609 | 150 | | | | |
| 445 | 45 | | | | |

**Complète le tableau suivant par des nombres naturels.**

| Dividende | Diviseur | Calcul | Quotient | Reste | Égalité a = b . q + r |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 176 : 25 | | | |
| | 8 | | 12 | 7 | |
| 79 | | | 7 | 9 | |
| 69 | | | 17 | | |
| 34 | | | | 3 | |

## 3) Applications directes

**Dans une division euclidienne, le diviseur est 7, le quotient est 5 et le reste vaut 3.
Quel est le dividende ?**

..........................................................................................................

**Dans une division euclidienne, le dividende est 102, le quotient est 4 et le reste vaut 6.
Quel est le diviseur ?**

..........................................................................................................

**Le quotient entier de la division d'un nombre par 7 est 10 et le reste est 4. Quel est ce nombre ?**

..........................................................................................................

**Dans une division euclidienne, le diviseur est 5 et le quotient 10. Quels sont les dividendes possibles ?**

..........................................................................................................

..........................................................................................................

..........................................................................................................

## 4) Problèmes

**Le moniteur d'un stage de basket-ball dispose de 19 garçons et de 12 filles. Combien d'équipes de garçons, d'équipes de filles et d'équipes mixtes de 5 joueurs peut-il former avec les participants au stage ?**

### Questions pour résoudre le problème

Combien d'équipes de garçons peut-il former avec 19 garçons ? ................................................

Combien de garçons seront alors inactifs ? ................................................

Combien d'équipes de filles peut-il former avec 12 filles ? ................................................

Combien de filles seront alors inactives ? ................................................

Combien d'équipes mixtes peut-il former avec 31 participants ? ................................................

Combien de jeunes seront alors inactifs ? ................................................

**La « Bataille » utilise, en principe, toutes les cartes d'un jeu y compris les 2 jokers, soit 54 cartes. Combien me restera-t-il de cartes si j'en distribue le même nombre aux 5 joueurs d'une partie ?**

### Questions pour résoudre le problème

Que représente le dividende dans ce problème ? ................................................

................................................ Quelle est sa valeur ? ................................................

Que représente le diviseur dans ce problème ? ................................................

................................................ Quelle est sa valeur ? ................................................

Que représente le quotient dans ce problème ? ................................................

................................................ Quelle est sa valeur ? ................................................

Que représente le reste dans ce problème ? ................................................

................................................ Quelle est sa valeur ? ................................................

**Maman décide de ranger les revues hebdomadaires « Le tricot pour tous » de 2009 et 2010 dans des caisses d'archives. Elle parvient à comprimer 11 revues dans chaque boîte. Combien lui faudra-t-il de boîtes et combien de revues contiendra la dernière ?**

................................................

................................................

................................................

................................................

................................................

................................................

Nom : .................................................. Prénom : ....................................................... Classe : .....................

## Fiche 6.2 Écriture algébrique de nombres

### 1) Recherche des écritures algébriques les plus simples

**Calcule les valeurs numériques des différentes expressions pour les valeurs de n proposées. Si une valeur numérique est négative, note un point d'interrogation.**

| n | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| n – 1 | | | | | | | |
| n + 1 | | | | | | | |
| n + 2 | | | | | | | |
| 2n – 2 | | | | | | | |
| 2n – 1 | | | | | | | |
| 2n | | | | | | | |
| 2n + 1 | | | | | | | |
| 2n + 2 | | | | | | | |
| 2n + 3 | | | | | | | |
| 3n – 3 | | | | | | | |
| 3n | | | | | | | |
| 3n + 1 | | | | | | | |
| 3n + 3 | | | | | | | |

**Parmi les expressions algébriques de la première colonne du tableau ci-dessus, quelles sont celles dont la valeur numérique est toujours ...**

un nombre pair ? ........................... ........................... ...........................

un nombre impair ? ........................... ........................... ...........................

un multiple de 3 ? ........................... ........................... ...........................

**En utilisant le tableau ci-dessus, trouve l'expression algébrique la plus simple ...**

d'un nombre pair ........................... d'un nombre impair ...........................

d'un multiple de 3 ........................... d'un multiple de 2 ...........................

de deux nombres consécutifs ................ et ................

de trois nombres consécutifs ................ , ................ et ................

de deux nombres pairs consécutifs ................ et ................

de deux nombres impairs consécutifs ................ et ................

de deux multiples de 3 consécutifs ................ et ................

Nom : ............................................ Prénom : ................................................ Classe : ...................

## 2) Recherche de nombres particuliers

**La somme de deux nombres pairs consécutifs vaut 70. Quels sont ces nombres ?**

Les écritures algébriques des nombres que je cherche sont : 2n et ..............................

La somme de ces deux nombres s'écrit .............................. ; elle vaut 70.

Le problème se traduit par l'égalité : .............................. = ..........

Cette égalité est une équation dont la solution est .............................. = ..........

.............................. = ..........

.............................. = ..........

Les nombres que je cherche sont .................. et ..................

Vérification : ..............................

**La somme de deux nombres consécutifs vaut 87. Quels sont ces nombres ?**

**La somme de deux multiples de 3 consécutifs vaut 75. Quels sont ces nombres ?**

Nom : ................................................ Prénom : ..................................................... Classe : ....................

## 3) Justification

Pour prouver que le nombre naturel **a** est **multiple** du nombre naturel **b**, il faut trouver un nombre naturel **n** tel que **a = b . n**

*Exemples :* 28 est un multiple de 7 car 28 = 7 . **4** et 4 est un nombre naturel.
2n + 6 est un multiple de 2 car 2n + 6 = 2 . (**n + 3**) et n + 3 est un nombre naturel.
12n est un multiple de 3 car 12n = 3 . **4n** et 4n est un nombre naturel.

*Contre-exemples :* 26 n'est un multiple de 4 car 26 = 4 . **6,5** et 6,5 n'est pas un nombre naturel.
2n + 5 n'est pas un multiple de 2 car 2n + 5 = 2 . (**n + 2,5**) et n + 2,5 n'est pas un nombre naturel.

**Complète les phrases en utilisant les modèles du pavé ci-dessus.**

2n + 4 est un multiple de 2 car ..........................................................................

3n + 9 est un multiple de 3 car ..........................................................................

6n + 15 est un multiple de 3 car ..........................................................................

15n est un multiple de 5 car ..........................................................................

12n + 18 est un multiple de 6 car ..........................................................................

**Vrai ou faux ? Justifie.**

9n + 27 est un multiple de 9 ? .............. car ..........................................................................

..........................................................................

15n + 10 est un multiple de 5 ? .............. car ..........................................................................

..........................................................................

2n + 7 est un multiple de 2 ? .............. car ..........................................................................

..........................................................................

3n + 1 est un multiple de 3 ? .............. car ..........................................................................

..........................................................................

12n + 6 est un multiple de 3 ? .............. car ..........................................................................

..........................................................................

**Démontre que la somme de trois nombres pairs consécutifs est un multiple de 6.**

Illustre cet énoncé par des exemples numériques en sachant que le premier nombre est

6, ..........................................................................................................

14, ..........................................................................................................

Pour démontrer cet énoncé, il faut utiliser l'écriture algébrique de 3 nombres pairs consécutifs en notant le premier par l'expression 2n.

Les trois nombres sont : 2n, ................ et ................

La somme des trois nombres s'écrit ..........................................................................................

L'expression réduite de cette somme est ..........................................................................................

L'expression trouvée représente-t-elle un multiple de 6 ? Justifie.

..........................................................................................................

**Démontre que la somme de quatre nombres consécutifs est un nombre pair.**

Illustre cet énoncé par des exemples numériques en sachant que le premier nombre est

7, ..........................................................................................................

16, ..........................................................................................................

Pour démontrer cet énoncé, il faut utiliser l'écriture algébrique de 4 nombres consécutifs en notant, par exemple, le premier par la lettre n.

Les quatre nombres sont : n, ........................ , ........................ et ........................

La somme des quatre nombres s'écrit ..........................................................................................

L'expression réduite de cette somme est ..........................................................................................

L'expression trouvée représente-t-elle un nombre pair ? Justifie.

..........................................................................................................

**Démontre que la somme de trois nombres impairs consécutifs est un multiple de trois.**

..........................................................................................................

..........................................................................................................

..........................................................................................................

..........................................................................................................

..........................................................................................................

..........................................................................................................

..........................................................................................................

Nom : ................................................ Prénom : ...................................................... Classe : ....................

# Fiche 6.3 PGCD de deux nombres

## 1) Utilité du PGCD de deux nombres

Le PGCD de deux nombres permet de rendre **irréductible** une fraction.

*Exemple :* Pour rendre **irréductible** la fraction $\frac{48}{54}$ , on **divise** ses deux termes par leur **PGCD** (6).

On obtient la fraction $\frac{8}{9}$ dont les termes (8 et 9) sont des nombres **premiers entre eux.**

**Parmi les paires de nombres, entoure les nombres premiers entre eux.**

4 et 12 15 et 35 7 et 8 9 et 20 9 et 12 45 et 16

**Dans chaque cas, détermine le PGCD des deux nombres proposés puis rends la fraction irréductible.**

Le PGCD de 27 et 36 est .............. , $\frac{27}{36} = \frac{\quad}{\quad}$ Le PGCD de 25 et 35 est .................. , $\frac{25}{35} = \frac{\quad}{\quad}$

Le PGCD de 16 et 24 est .............. , $\frac{16}{24} = \frac{\quad}{\quad}$ Le PGCD de 42 et 63 est ................. , $\frac{42}{63} = \frac{\quad}{\quad}$

## 2) Vérification du PGCD de deux nombres

Les quotients de deux nombres par leur PGCD sont des nombres premiers entre eux.

*Exemple :* Le PGCD de 48 et 60 est 12.
En effet, 18 : 12 = **4** et 60 : 12 = **5** et les nombres **4** et **5** sont premiers entre eux.

**Vrai ou faux ? Justifie.**

Le PGCD de 45 et 75 est 15 ............................ En effet, 45 : 15 = .................... ; 75 : 15 = ......................................

et les nombres .......................... et ..............................................................................................................................

Le PGCD de 60 et 24 est 6 ............................ En effet, .................... = .................... ; .................................. = ......................................

et les nombres .......................... et ..............................................................................................................................

Le PGCD de 56 et 24 est 8 ............................ En effet, ..............................................................................................................

...............................................................................................................................................................................

Le PGCD de 150 et 225 est 25 ............................ En effet, ..............................................................................................................

...............................................................................................................................................................................

Le PGCD de 48 et 54 est 6 ............................ En effet, ..............................................................................................................

...............................................................................................................................................................................

Nom : ............................................... Prénom : ..................................................... Classe : ....................

## 3) Recherche du PGCD de deux nombres : cas particuliers

Si deux nombres sont **premiers entre eux**, alors leur **PGCD** est **1.**

*Exemple :* le PGCD de 25 et 12 est **1.**

Si **l'un** des deux nombres est **multiple** de **l'autre**, alors leur **PGCD** est le plus **petit** des deux nombres.

*Exemple :* le PGCD de **12** et 36 est **12.**

**Parmi les paires de nombres, entoure les paires de nombres premiers entre eux et souligne les paires de nombres dont l'un est multiple de l'autre.**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 6 et 18 | 4 et 14 | 9 et 8 | 9 et 18 | 9 et 15 | 45 et 15 |
| 8 et 75 | 9 et 25 | 9 et 24 | 12 et 36 | 12 et 15 | 17 et 15 |

**Détermine le PGCD des deux nombres en utilisant un des cas particuliers.**

12 et 36 .................. 8 et 9 .................. 21 et 7 .................. 7 et 9 ..................

15 et 75 .................. 15 et 8 .................. 24 et 72 .................. 16 et 25 ..................

## 4) Recherche du PGCD : cas général

**« Petits » nombres**

Lorsque les nombres sont **petits**, on peut déterminer leur **PGCD** en **comparant** leurs ensembles de **diviseurs.**

*Exemple :* le PGCD de 24 et 36 est **12.**

En effet, div 24 = {1, 2, 3, 4, 6, 8, **12**, 24}

et div 36 = {1, 2, 3, 4, 6, 9, **12**, 18, 36}

**« Grands » nombres : cas simples**

*Exemples :* le PGCD de 240 et 360 est 120 car le PGCD de 24 et 36 est 12.

le PGCD de 900 et 600 est 300 car le PGCD de 9 et 6 est 3.

**« Grands » nombres : cas complexes**

Après avoir **décomposé** chaque nombre en un produit de **puissances** de facteurs **premiers**, le **PGCD** de ces nombres s'obtient en **multipliant** les facteurs **communs**, chacun d'eux étant affecté de son plus **petit exposant.**

*Exemples :*

$$\left.\begin{array}{l} 360 = \mathbf{2^{3}} \,.\, 3^{2} \,.\, 5 \\ \\ 336 = 2^{4} \,.\, \mathbf{3} \,.\, 7 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{PGCD de 360 et 336} = \mathbf{2^{3}} \,.\, \mathbf{3} = 24$$

**Détermine mentalement le PGCD des nombres proposés.**

24 et 36 ..........
120 et 180 ..........
27 et 45 ..........
54 et 36 ..........

150 et 100 ..........
35 et 45 ..........
24 et 60 ..........
80 et 90 ..........

42 et 63 ..........
45 et 60 ..........
210 et 70 ..........
80 et 120 ..........

12 et 20 ..........
90 et 135 ..........
20 et 9 ..........
18 et 6 ..........

**Détermine le PGCD des nombres proposés connaissant leur décomposition en facteurs premiers.**

$a = 2^3 \,.\, 5^2 \,.\, 7$ et $b = 2^5 \,.\, 3 \,.\, 5$ ⇒ PGCD de a et b ..........................................................................

$a = 2^2 \,.\, 5^2 \,.\, 7$ et $b = 2^4 \,.\, 3 \,.\, 5$ ⇒ PGCD de a et b ..........................................................................

$a = 2^4 \,.\, 3 \,.\, 5^3$ et $b = 2 \,.\, 3 \,.\, 5^3$ ⇒ PGCD de a et b ..........................................................................

**Détermine le PGCD des nombres proposés en les décomposant en facteurs premiers.**

180 et 168

180 = ..........................................
168 = ..........................................
PGCD de 180 et 168 =
....................................................

96 et 72

96 = ..........................................
72 = ..........................................
PGCD de 96 et 72 =
....................................................

360 et 840

360 = ..........................................
840 = ..........................................
PGCD de 360 et 840 =
....................................................

## 5) PGCD de deux nombres et simplification de fractions

**Rends les fractions irréductibles en divisant leur numérateur et leur dénominateur par leur PGCD.**

$\frac{27}{36} =$ ______ $\frac{90}{60} =$ ______ $\frac{240}{180} =$ ______ $\frac{45}{75} =$ ______ $\frac{77}{66} =$ ______

$\frac{280}{210} =$ ______ $\frac{35}{56} =$ ______ $\frac{420}{490} =$ ______ $\frac{150}{450} =$ ______ $\frac{24}{25} =$ ______

Nom : ............................................ Prénom : ................................................. Classe : ...................

# Fiche 6.4 PPCM de deux nombres

## 1) Utilité du PPCM de deux nombres

Pour additionner deux fractions, il faut les réduire au même dénominateur. Celui-ci est le PPCM des dénominateurs des deux fractions.

*Exemples :* $\frac{2}{9} + \frac{4}{15} = \frac{10}{45} + \frac{12}{45} = \frac{22}{45}$ $\frac{5}{36} + \frac{7}{24} = \frac{10}{72} + \frac{21}{72} = \frac{31}{72}$

**Additionne les fractions après les avoir réduites au même dénominateur.**

$\frac{5}{8} + \frac{1}{6} =$ ........................................................

$\frac{3}{10} + \frac{7}{25} =$ ........................................................

## 2) Vérification du PPCM de deux nombres

Les quotients du PPCM de deux nombres par ceux-ci sont des nombres premiers entre eux.

*Exemple :* Le PPCM de 12 et 16 est 48. En effet, 48 : 12 = **4** et 48 : 16 = **3**
et les nombres **4** et **3** sont premiers entre eux.

**Vrai ou faux ? Justifie.**

Le PPCM de 50 et 75 est 150. .......... En effet, 150 : 50 = .......... ; 150 : 75 = ..........

et les nombres .......... et ..................................................

Le PPCM de 60 et 45 est 180. .......... En effet, .......... = .......... ; .......... = ..........

et les nombres .......... et ..................................................

Le PPCM de 9 et 6 est 54. .......... En effet, ..................................................

..................................................

Le PPCM de 45 et 30 est 90. .......... En effet, ..................................................

..................................................

## 3) Recherche du PPCM de deux nombres : cas particuliers

Si deux nombres sont **premiers entre eux**, alors leur **PPCM** est **le produit des deux nombres**.

*Exemple :* le PPCM de 9 et 8 est **72**.

Si **l'un** des deux nombres est **multiple** de **l'autre**, alors leur **PPCM** est le plus **grand** des deux nombres.

*Exemple :* le PPCM de 12 et **36** est **36**.

**Parmi les paires de nombres, entoure les nombres premiers entre eux et souligne les paires de nombres dont l'un est multiple de l'autre.**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 7 et 28 | 15 et 8 | 9 et 8 | 12 et 18 | 25 et 12 | 12 et 60 |
| 16 et 35 | 15 et 75 | 6 et 30 | 24 et 72 | 24 et 15 | 15 et 14 |

**Détermine le PPCM des deux nombres en utilisant un des cas particuliers.**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12 et 36 | ........ | 10 et 11 | ........ | 20 et 9 | ........ | 8 et 15 | ........ |
| 15 et 75 | ........ | 24 et 72 | ........ | 5 et 32 | ........ | 25 et 125 | ........ |

## 4) Recherche du PPCM de deux nombres en utilisant leur PGCD

Le **PPCM** de deux nombres est le **produit** des deux nombres **divisé** par leur **PGCD**.

*Exemple :* PGCD de 120 et 300 est 60.

PPCM de 120 et 300 est 600. En effet, $\frac{120 \cdot 300}{60} = \frac{^{2}\cancel{120} \cdot 300}{\cancel{60}_{1}} = 600$

**Détermine le PPCM des nombres proposés en utilisant leur PGCD.**

44 et 55 PGCD de 44 et 55 : .................... PPCM de 44 et 55 : ________________ = ............

100 et 75 PGCD de 100 et 75 : .................... PPCM de 100 et 75 : ________________ = ............

54 et 36 PGCD de 54 et 36 : .................... PPCM de 54 et 36 : ________________ = ............

64 et 80 PGCD de 64 et 80 : .................... PPCM de 64 et 80 : ________________ = ............

## 5) Recherche du PPCM de deux nombres : méthodes générales

**Comparaison des ensembles de multiples**

Lorsque les nombres sont **petits**, on peut déterminer leur **PPCM** en **comparant** leurs ensembles de **multiples** (tables de multiplication).

*Exemple :* Le PPCM de 12 et 15 est **60**.
En effet, 12 , 24 , 36 , 48 , **60** , 72 , 84 , ...
15 , 30 , 45 , **60** , 75 , 90 , ...

**Détermine mentalement le PPCM des nombres proposés**

8 et 6 ....................  15 et 25 ....................  10 et 25 ....................  9 et 12 ....................

50 et 75 ....................  16 et 10 ....................  16 et 12 ....................  14 et 10 ....................

Nom : .................................................. Prénom : ....................................................... Classe : .....................

**Décomposition en facteurs premiers**

Après avoir **décomposé** chaque nombre en un produit de **puissances** de facteurs **premiers**, le **PPCM** de ces nombres s'obtient en **multipliant tous** les facteurs **communs ou non**, chacun d'eux étant affecté de son plus **grand exposant**.

*Exemple :*

$$\left.\begin{aligned} 75 &= 3 \,.\, \mathbf{5^2} \\ 90 &= \mathbf{2} \,.\, \mathbf{3^2} \,.\, 5 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \text{PPCM de 75 et 90} = \mathbf{2 \,.\, 3^2 \,.\, 5^2} = 2 \,.\, 9 \,.\, 25 = 450$$

**Détermine le PPCM des nombres proposés en utilisant leur décomposition en facteurs premiers.**

$a = 2^3 \,.\, 7$ et $b = 2 \,.\, 3 \,.\, 5$ ⇒ PPCM de a et b : ..................................................................

$a = 2 \,.\, 5^2$ et $b = 2^4 \,.\, 5$ ⇒ PPCM de a et b : ..................................................................

$a = 2^4 \,.\, 3$ et $b = 3^2 \,.\, 5^2$ ⇒ PPCM de a et b : ..................................................................

**Détermine le PPCM des nombres proposés en les décomposant en facteurs premiers.**

| 40 et 16 | 90 et 48 | 80 et 84 |
|---|---|---|
| 40 = .................................... | 90 = .................................... | 80 = .................................... |
| 16 = .................................... | 48 = .................................... | 84 = .................................... |
| PPCM de 40 et 16 = | PPCM de 90 et 48 = | PPCM de 80 et 84 = |
| .............................................. | .............................................. | .............................................. |

## 6) PPCM de deux nombres et somme de fractions

**Additionne les fractions après les avoir réduites au même dénominateur.**

$\frac{5}{12} + \frac{1}{9} =$ .................................................. $\frac{3}{8} + \frac{3}{10} =$ ..................................................

$\frac{4}{15} + \frac{5}{12} =$ .................................................. $\frac{3}{10} + \frac{5}{14} =$ ..................................................

$\frac{7}{25} + \frac{8}{75} =$ .................................................. $\frac{7}{54} + \frac{5}{36} =$ ..................................................

$\frac{5}{12} + \frac{2}{5} =$ .................................................. $\frac{15}{64} + \frac{9}{80} =$ ..................................................

Nom : ............................................... Prénom : .................................................... Classe : ...................

# Fiche 6.5 PGCD et PPCM de deux nombres (synthèse)

## 1) PGCD et PPCM de deux nombres

**Cas particuliers**

| | PGCD | PPCM |
|---|---|---|
| nombres premiers entre eux | 1 | produit des deux nombres |
| un nombre multiple de l'autre | le plus petit | le plus grand |

**Cas généraux**

| | PGCD | PPCM |
|---|---|---|
| petits nombres | comparaison des diviseurs | comparaison des multiples |
| grands nombres | décomposition en facteurs premiers | |
| | facteurs communs plus petits exposants | facteurs communs ou non plus grands exposants |
| | | produit des deux nombres divisé par leur PGCD |

**Complète chaque case du tableau en notant le PGCD des 2 nombres proposés dans la partie inférieure de la case et le PPCM dans la partie supérieure (voir l'exemple).**

| PPCM<br>PGCD | 10 | 8 | 12 | 15 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 20<br>2 | | | | |
| 6 | | | | | |
| 5 | | | | | |
| 20 | | | | | |
| 25 | | | | | |

| PPCM<br>PGCD | 18 | 54 |
|---|---|---|
| 27 | | |
| 63 | | |

| PPCM<br>PGCD | 100 | 125 |
|---|---|---|
| 120 | | |
| 150 | | |

Nom : ................................................ Prénom : ..................................................... Classe : ....................

**Complète le tableau en utilisant le pavé théorique de la page précédente.**

| Nombres | Condition | PGCD | PPCM |
|---|---|---|---|
| a et b | a et b sont premiers entre eux. | | |
| a et b | | | a |
| a et b | | a | |
| x et y | | 1 | |
| x et y | x est le double de y. | | |

**Vrai ou faux ?**

Le PPCM de 12 et 36 est 12. ..................... Le PGCD de 25 et 35 est 5. .....................

Le PGCD de 7 et 8 est 8. ..................... Le PPCM de 20 et 30 est 10. .....................

## 2) Utilité du PGCD et du PPCM de deux nombres

**Complète les phrases suivantes.**

Pour rendre une fraction irréductible, je divise son numérateur et son dénominateur par leur

..........................................................................................................

Pour additionner deux fractions, je dois les réduire au même dénominateur en utilisant

le ................................................................................................ des dénominateurs.

**Rends irréductibles les fractions suivantes.**

$\frac{125}{175} = \_\_\_\_$ $\frac{80}{60} = \_\_\_\_$ $\frac{250}{350} = \_\_\_\_$ $\frac{35}{55} = \_\_\_\_$ $\frac{33}{121} = \_\_\_\_$

$\frac{140}{350} = \_\_\_\_$ $\frac{21}{77} = \_\_\_\_$ $\frac{360}{390} = \_\_\_\_$ $\frac{120}{600} = \_\_\_\_$ $\frac{32}{55} = \_\_\_\_$

**Additionne les fractions suivantes.**

$\frac{2}{5} + \frac{1}{9} =$ ........................................ $\frac{5}{16} + \frac{3}{20} =$ ........................................

$\frac{7}{12} + \frac{11}{24} =$ ........................................ $\frac{1}{18} + \frac{7}{54} =$ ........................................

$\frac{3}{14} + \frac{5}{42} =$ ........................................ $\frac{4}{25} + \frac{3}{70} =$ ........................................

## 3) Problèmes liés au PGCD et PPCM de deux nombres

**Je peux ranger ma collection de Jokers par paquets de 10 ou de 15 et il ne m'en reste aucun.**

- Ce problème fait appel à la notion de multiples ou de diviseurs ? ..................................................
- Quel est le mot de l'énoncé qui te permet de répondre à cette question ? ....................................
- Quel est le nombre minimum de Jokers qui composent ma collection ? ..........................................
- Parmi les nombres suivants, entoure ceux qui peuvent convenir pour le nombre de Jokers de ma collection : 150 – 200 – 250 – 300 – 320 – 350 – 360 – 400 – 420 – 450 – 600 – 700.
- Combien ai-je de Jokers dans ma collection si le nombre est compris entre 400 et 430?

  ....................................................................................................................................

**Je dispose de deux lattes de bois de 1 m 50 et 2 m 40 que je vais scier pour obtenir de petits tuteurs de même longueur pour mes plantes d'intérieur.**

- Ce problème fait appel à la notion de multiples ou de diviseurs ? ..................................................
- Quel est le mot de l'énoncé qui te permet de répondre à cette question ? ....................................
- Exprime en centimètres les dimensions des deux lattes : ..............................................................
- Parmi les nombres suivants, entoure ceux qui peuvent convenir si tu sais que mes tuteurs ont un nombre entier de centimètres : 10 – 15 – 20 – 25 – 30 – 45 – 60 – 75.
- Si je désire obtenir les tuteurs de longueur égale mais les plus grands possible, quelle dimension dois-je utiliser pour couper ces lattes de bois ? ................................................

**À l'occasion de la fancy-fair, le cuisinier de l'école se propose de réaliser de grandes pizzas. Pour leur cuisson, il utilise une platine de 108 cm sur 84 cm. Quel est le nombre minimum de pizzas carrées qu'il peut obtenir en découpant une grande pizza et en évitant les déchets si tu sais que ces mini-pizzas mesurent un nombre entier de centimètres ?**

- Ce problème fait appel à la notion de multiples ou de diviseurs ? ..................................................
- Quel est le mot de l'énoncé qui te permet de répondre à cette question ? ....................................
- Parmi les nombres suivants, entoure ceux qui peuvent convenir comme dimensions pour les mini-pizzas : 3 – 5 – 6 – 8 – 10 – 12 – 15 – 20 – 24 .
- Quelle est la dimension maximale de ces mini-pizzas ? ..................................................................
- Combien de mini-pizzas de cette dimension peut-on obtenir à partir d'une grande pizza ?

  ....................................................................................................................................

Nom : ................................................ Prénom : ...................................................... Classe : ....................

# Section 7 • Géométrie

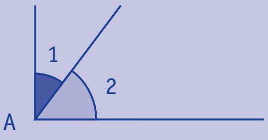
## Fiche 7.1 Angles particuliers

### 1) Reconnaissance d'angles particuliers

**Définitions**

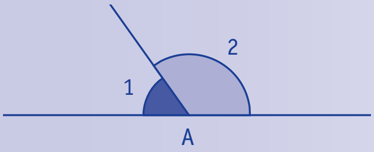
**Angles formés par deux droites sécantes**

Angles complémentaires



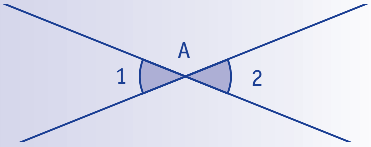
$|\hat{A}_1| + |\hat{A}_2| = 90^\circ$

Angles supplémentaires



$|\hat{A}_1| + |\hat{A}_2| = 180^\circ$

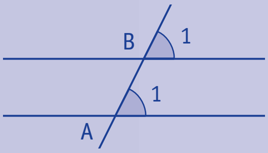
Angles opposés par le sommet



$|\hat{A}_1| = |\hat{A}_2|$

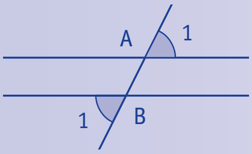
**Angles formés par deux droites parallèles et une droite sécante**

Angles correspondants



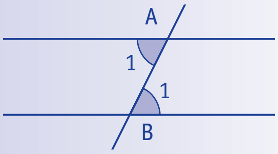
$|\hat{A}_1| = |\hat{B}_1|$

Angles alternes internes



$|\hat{A}_1| = |\hat{B}_1|$

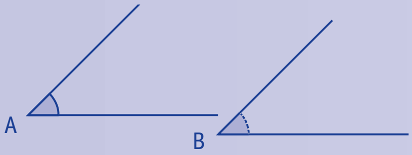
Angles alternes externes



$|\hat{A}_1| = |\hat{B}_1|$

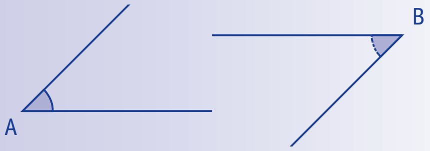
**Angles à côtés parallèles**

Angles à côtés parallèles et de même sens



$|\hat{A}| = |\hat{B}|$

Angles à côtés parallèles et de sens contraires



$|\hat{A}| = |\hat{B}|$

**Complète les phrases.**

La somme de nos amplitudes vaut 90°, nous sommes des angles ..........................................

Nous sommes formés par deux droites sécantes et nous avons la même amplitude, nous sommes des angles ..........................................

Nous sommes formés par deux droites sécantes et nous n'avons pas la même amplitude, nous sommes des angles ..........................................

Nous sommes formés par deux droites parallèles et une sécante commune et nous sommes situés de part et d'autre de la sécante, nous sommes des angles ..........................................

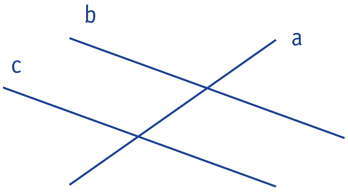
Nom : ........................ Prénom : ........................ Classe : ..............

Nous sommes formés par deux droites parallèles et une sécante commune, nous sommes situés de part et d'autre de la sécante et à l'intérieur des parallèles, nous sommes des angles ........................................................................

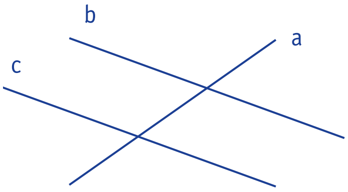
Nous sommes formés par deux droites parallèles et une sécante commune, nous sommes situés du même côté de la sécante, l'un à l'intérieur et l'autre à l'extérieur des parallèles, nous sommes des angles ........................................................................

**Colorie une paire d'angles demandés.**

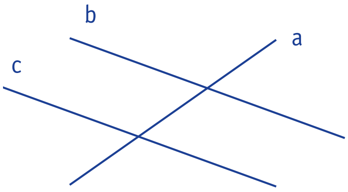
alternes internes aigus



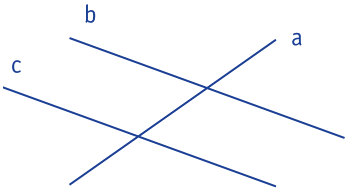
alternes externes obtus



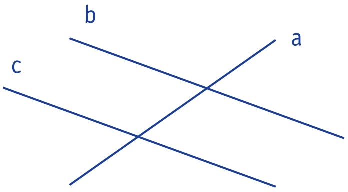
supplémentaires de même sommet



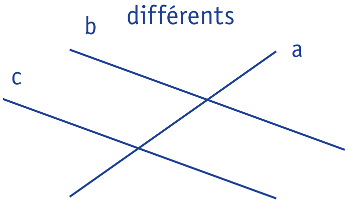
opposés par le sommet obtus



correspondants aigus



supplémentaires de sommets différents



**Complète avec un minimum de mots.**

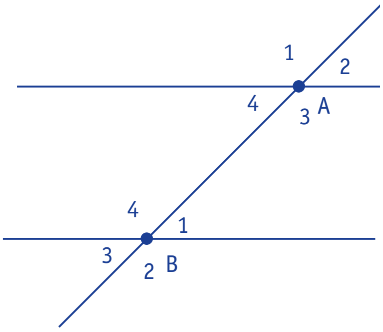
$\hat{A}_1$ et $\hat{B}_4$ sont des angles ........................................................

$\hat{A}_2$ et $\hat{A}_4$ sont des angles ........................................................

$\hat{A}_2$ et $\hat{B}_3$ sont des angles ........................................................

$\hat{A}_4$ et $\hat{B}_1$ sont des angles ........................................................

$\hat{B}_1$ et $\hat{B}_2$ sont des angles ........................................................



**Complète.**

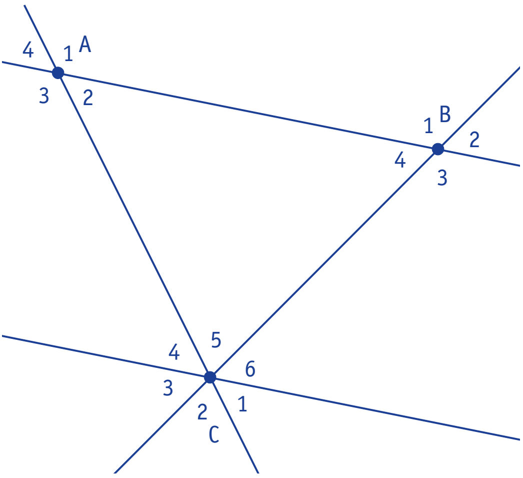
$\hat{A}_2$ et ........ sont des angles alternes internes.

$\hat{C}_6$ et ........ sont des angles opposés par le sommet.

.............. et $\hat{B}_3$ sont des angles adjacents supplémentaires.

........ et $\hat{B}_2$ sont des angles alternes externes.

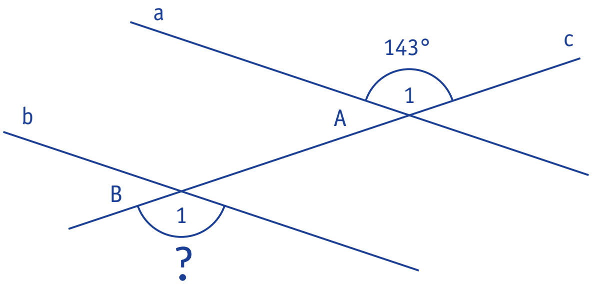
$\hat{C}_6$ et ........ sont des angles correspondants.



Nom : ………………………… Prénom : ………………………… Classe : ……………

## 2) Recherche d'amplitudes d'angles

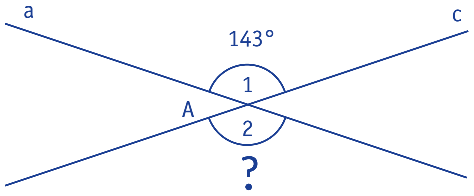
*Exemple* : Recherche de l'amplitude de l'angle $\hat{B}_1$



Les angles $\hat{A}_1$ et $\hat{B}_1$ sont **alternes externes** $\Rightarrow |\hat{A}_1| = |\hat{B}_1|$

Or, $|\hat{A}_1| = 143° \Rightarrow |\hat{B}_1| = 143°$

**Complète les raisonnements en suivant le modèle ci-dessus.**

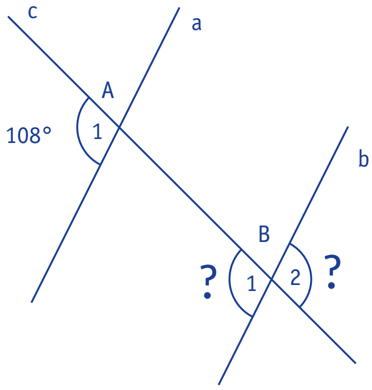


Détermine l'amplitude de l'angle $\hat{A}_2$.

Les angles $\hat{A}_1$ et $\hat{A}_2$ sont ……………………………

…………………………… $\Rightarrow$ ……………………………

Or, $|\hat{A}_1| = 143° \Rightarrow |\hat{A}_2| =$ ……………………………



Détermine l'amplitude de l'angle $\hat{B}_1$.

……………………………………………………

……………………………………………………

……………………………………………………

Détermine l'amplitude de l'angle $\hat{B}_2$.

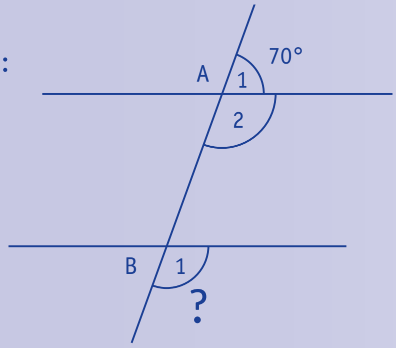
……………………………………………………

……………………………………………………

……………………………………………………

Pour déterminer l'amplitude de l'angle $\hat{B}_1$, connaissant celle de $\hat{A}_1$, il faut utiliser un angle intermédiaire.

*Exemple* :

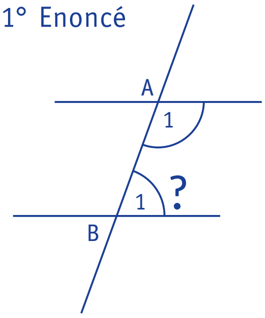


- Les angles $\hat{A}_1$ et $\hat{A}_2$ sont adjacents supplémentaires $\Rightarrow |\hat{A}_1| + |\hat{A}_2| = 180°$
  Or, $|\hat{A}_1| = 70° \Rightarrow |\hat{A}_2| = 110°$
- Les angles $\hat{A}_2$ et $\hat{B}_1$ sont correspondants $\Rightarrow |\hat{A}_2| = |\hat{B}_1|$
  Or, $|\hat{A}_2| = 110° \Rightarrow |\hat{B}_1| = 110°$

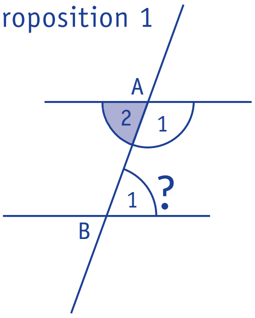
Nom : …………………………………………… Prénom : …………………………………………… Classe : ………………

**Pour déterminer l'amplitude de l'angle $\hat{B}_1$ connaissant celle de l'angle $\hat{A}_1$, tu dois utiliser un angle intermédiaire $\hat{A}_2$. Pour chaque exercice, une proposition parmi les trois ne convient pas. Entoure-la.**

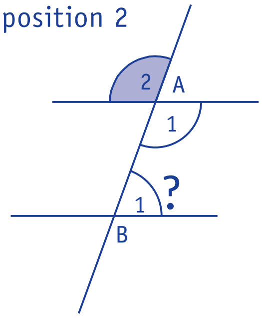
1° Enoncé



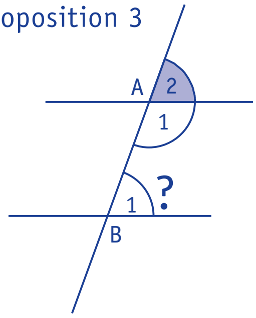
Proposition 1



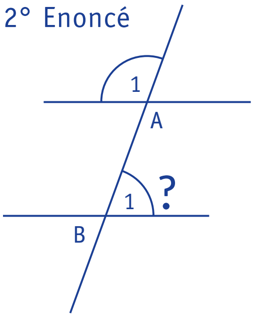
Proposition 2



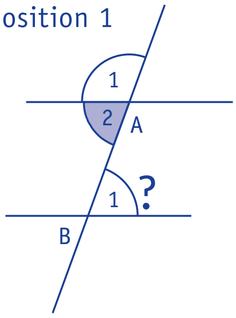
Proposition 3



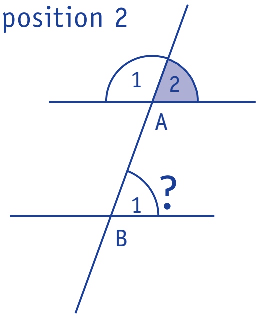
2° Enoncé



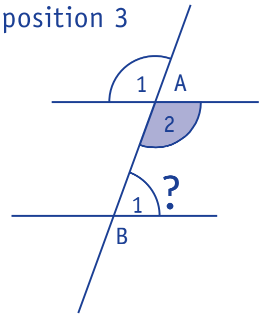
Proposition 1



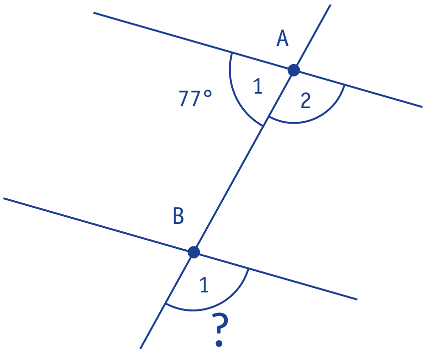
Proposition 2



Proposition 3

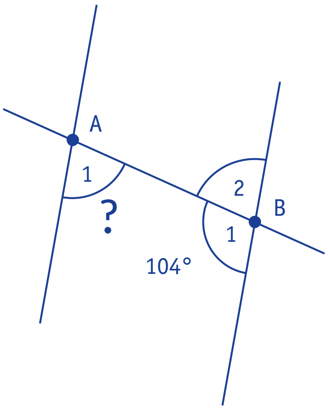


**Détermine l'amplitude de l'angle $\hat{B}_1$ connaissant celle de l'angle $\hat{A}_1$.**



- Les angles $\hat{A}_1$ et ……… sont ……………………………………………
  …………………………………………… ⇒ ……………………………………………
  Or, $|\hat{A}_1|$ = 77° ⇒ ………… = ……………………………………………
- Les angles ……… et $\hat{B}_1$ sont ……………………………………………
  …………………………………………… ⇒ ……………………………………………
  Or, ………… = ……………………… ⇒ $|\hat{B}1|$ = ……………………

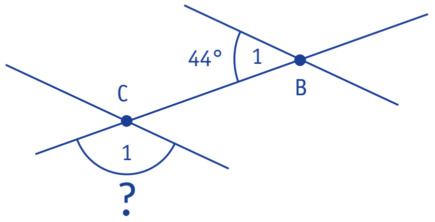
**Détermine l'amplitude de l'angle $\hat{A}_1$ connaissant celle de l'angle $\hat{B}_1$.**



- ……………………………………………………………………
  ……………………………………………………………………
  ……………………………………………………………………
- ……………………………………………………………………
  ……………………………………………………………………
  ……………………………………………………………………

Nom : ................................................ Prénom : ..................................................... Classe : ....................

**Détermine l'amplitude de l'angle $\hat{C}_1$ connaissant celle de l'angle $\hat{B}_1$. Indique sur la figure les éventuels angles intermédiaires.**



• ..........................................................................................

..........................................................................................

..........................................................................................

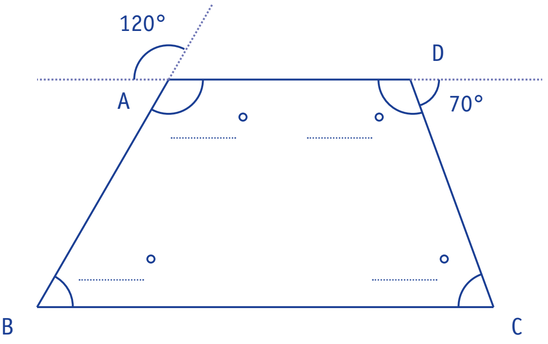
• ..........................................................................................

..........................................................................................

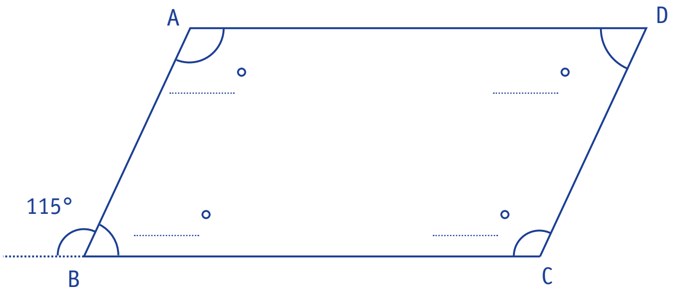
..........................................................................................

**Détermine les amplitudes des angles intérieurs de chaque quadrilatère et note-les dans la figure.**

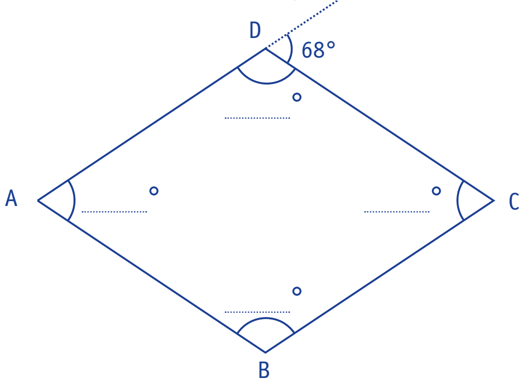
ABCD est un trapèze.



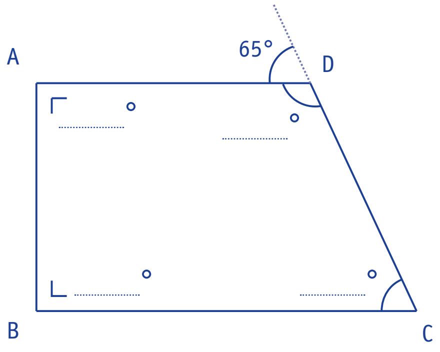
ABCD est un parallélogramme.



ABCD est un losange.

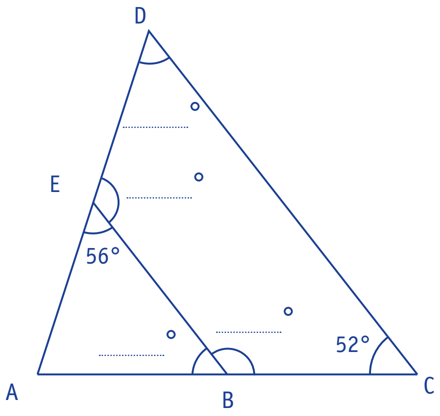


ABCD est un trapèze rectangle.

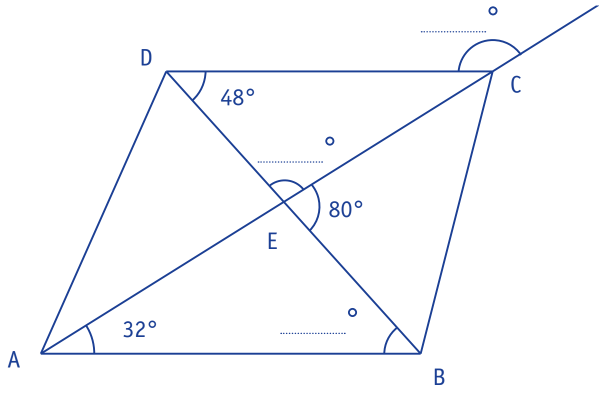


**Sur chaque figure, indique les amplitudes des angles manquantes.**

[BE] // [CD]



[AB] // [CD]



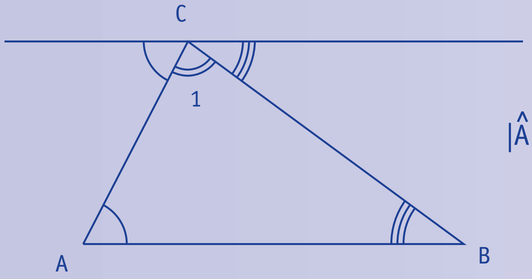
Nom : ............................................ Prénom : ................................................. Classe : ...................

# Fiche 7.2 Somme des amplitudes des angles d'un triangle, d'un quadrilatère

## 1) Amplitudes des angles d'un triangle

**Propriété**

La **somme** des **amplitudes** des angles intérieurs d'un **triangle** vaut **180°**.

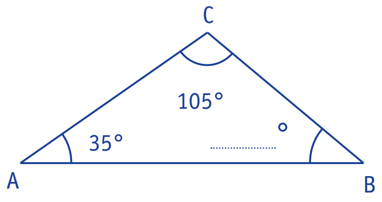


$$|\hat{A}| + |\hat{B}| + |\hat{C}_1| = 180°$$

**En utilisant les données fournies par chaque dessin, précise la nature de chaque triangle et détermine les amplitudes de ses angles.**

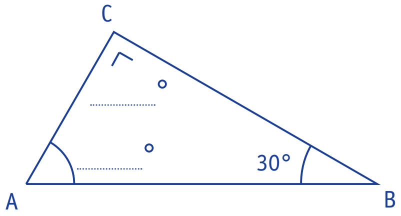
ABC est un triangle

..............................................



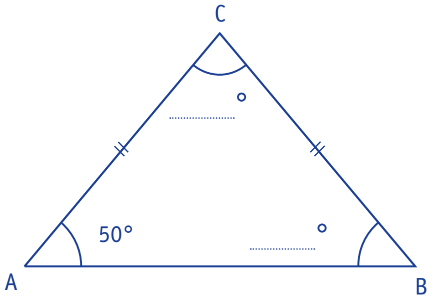
ABC est un triangle

..............................................



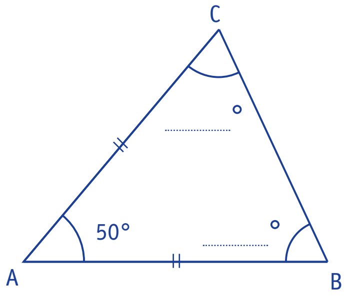
ABC est un triangle

..............................................



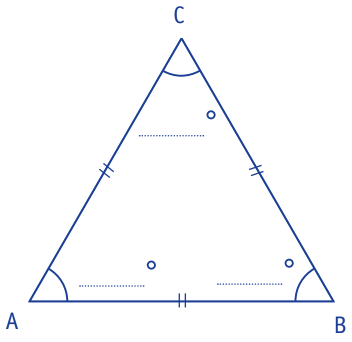
ABC est un triangle

..............................................



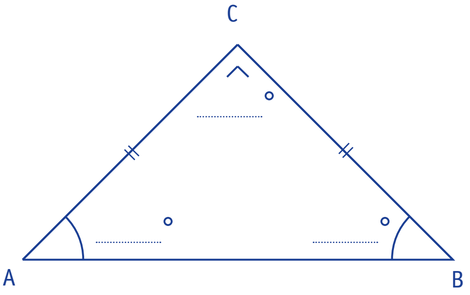
ABC est un triangle

..............................................



ABC est un triangle

..............................................

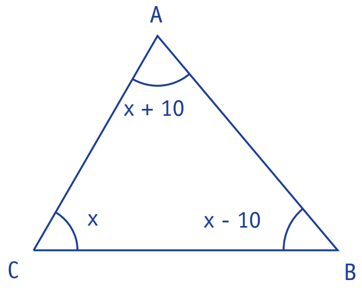


Nom : ................................................ Prénom : ..................................................... Classe : ....................

**Complète le tableau ci-dessous.**

| $\lvert\hat{X}\rvert$ | $\lvert\hat{Y}\rvert$ | $\lvert\hat{Z}\rvert$ | |
|---|---|---|---|
| | | | XYZ est un triangle isocèle rectangle en Y. |
| | | | XYZ est un triangle équilatéral. |
| | | 80° | XYZ est un triangle isocèle en Z. |
| | 40° | 70° | XYZ est un triangle isocèle acutangle. |
| | 90° | 30° | XYZ est un triangle en |
| 75° | 75° | | XYZ est un triangle en |
| 60° | | 60° | XYZ est un triangle |
| 45° | | 90° | XYZ est un triangle en |
| | 30° | 75° | XYZ est un triangle en |

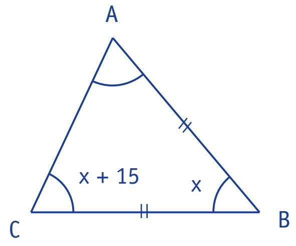
**Utilise une équation pour déterminer l'amplitude des angles de chaque triangle.**



$|\hat{A}|$ = ........................ °

$|\hat{B}|$ = ........................ °

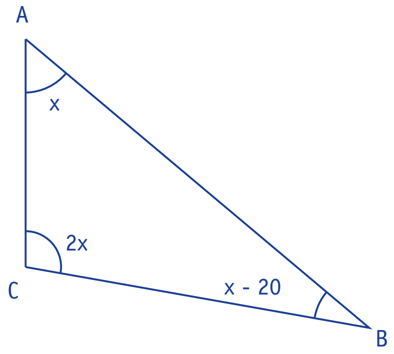
$|\hat{C}|$ = ........................ °



$|\hat{A}|$ = ........................ °

$|\hat{B}|$ = ........................ °

$|\hat{C}|$ = ........................ °



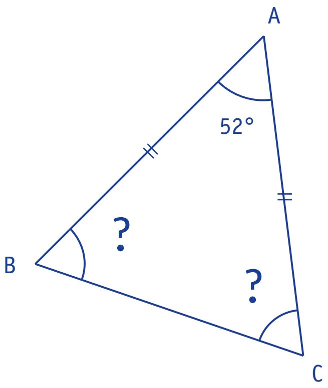
$|\hat{A}|$ = ........................ °

$|\hat{B}|$ = ........................ °

$|\hat{C}|$ = ........................ °

Nom : ........................................ Prénom : ........................................ Classe : ....................

**Détermine l'amplitude des angles de chaque triangle en expliquant ton raisonnement.**



Dans un triangle, la somme des amplitudes des angles intérieurs est égale à ........................................

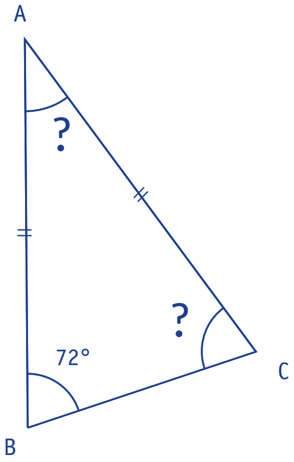
⇒ $|\hat{A}| + |\hat{B}| + |\hat{C}| =$ ........................................

Or, $|\hat{A}| = 52°$ ⇒ $|\hat{B}| + |\hat{C}| =$ ........................................

$|AB| = |AC|$ ⇒ ABC est un triangle ........................................

en .................... ⇒ .................................... = ........................................

Or, comme $|\hat{B}| + |\hat{C}| =$ .................... ⇒ $|\hat{B}| = |\hat{C}| =$ ....................



$|AB| = |AC|$ ⇒ ABC est un triangle ........................................

en .......... ⇒ .......... = .......... Or, $|\hat{B}| = 72°$ ⇒ ....................

Dans un triangle, la somme des amplitudes des angles intérieurs est égale à ........................................

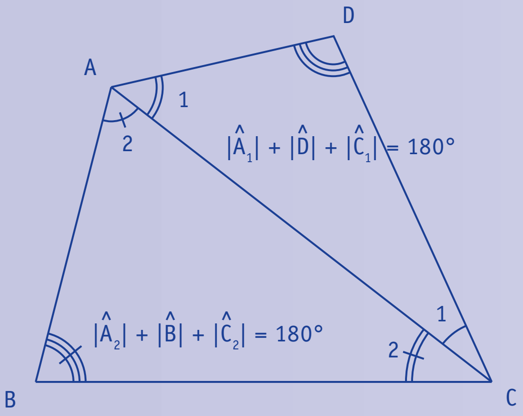
⇒ $|\hat{A}| + |\hat{B}| + |\hat{C}| =$ ........................................

Or, $|\hat{B}| + |\hat{C}| =$ .................... ⇒ $|\hat{A}| =$ ....................

## 2) Amplitudes des angles d'un quadrilatère

**Propriété**

La **somme** des **amplitudes** des angles intérieurs d'un **quadrilatère** vaut **360°.**



Dans les triangles ABC et ACD, on a

$\underline{|\hat{A}_2|} + |\hat{B}| + \underline{\underline{|\hat{C}_2|}} = 180°$ et

$\underline{|\hat{A}_1|} + |\hat{D}| + \underline{\underline{|\hat{C}_1|}} = 180°$

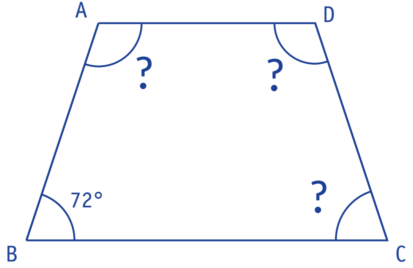
⇓

$\underline{|\hat{A}|} + |\hat{B}| + \underline{\underline{|\hat{C}|}} + |\hat{D}| = 360°$

Nom : ……………………………… Prénom : ……………………………… Classe : ……………

**Sans mesurer et en n'utilisant que les données fournies par chaque dessin, calcule l'amplitude des angles des quadrilatères.**

AD // BC et |AB| = |CD|

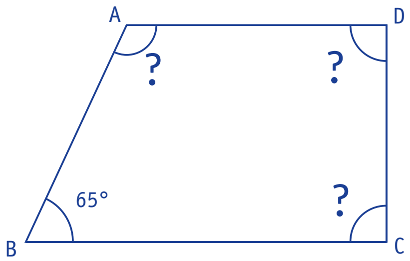


$|\hat{A}|$ = ……………

$|\hat{C}|$ = ……………

$|\hat{D}|$ = ……………

AD ⊥ CD et BC ⊥ CD

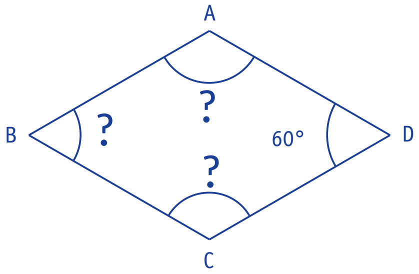


$|\hat{A}|$ = ……………

$|\hat{C}|$ = ……………

$|\hat{D}|$ = ……………

|AB| = |BC| = |CD| = |AD|

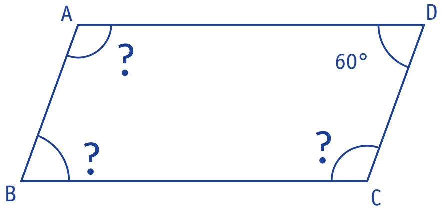


$|\hat{A}|$ = ……………

$|\hat{B}|$ = ……………

$|\hat{C}|$ = ……………

|AD| = |BC| et |AB| = |CD|

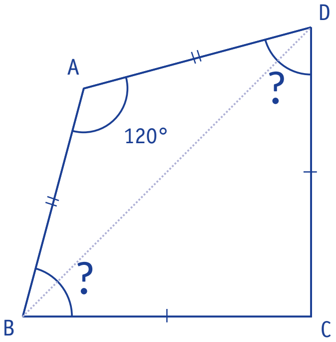


$|\hat{A}|$ = ……………

$|\hat{B}|$ = ……………

$|\hat{C}|$ = ……………

|AD| = |AB|, |BC| = |CD| et BC ⊥ CD

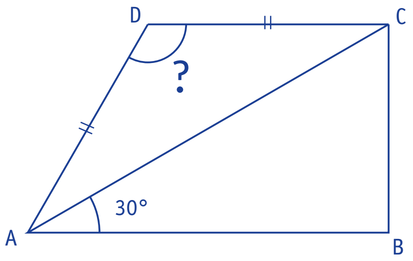


$|\hat{B}|$ = ……………

$|\hat{C}|$ = ……………

$|\hat{D}|$ = ……………

|AD| = |DC|, AB ⊥ BC et AB // CD



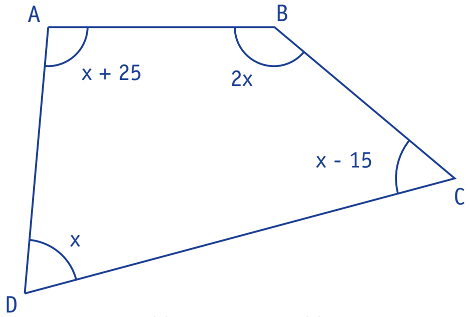
$|\hat{A}|$ = ……………

$|\hat{B}|$ = ……………

$|\hat{C}|$ = ……………

$|\hat{D}|$ = ……………

**Utilise une équation pour déterminer l'amplitude des angles de chaque quadrilatère.**



……………………………………………………………

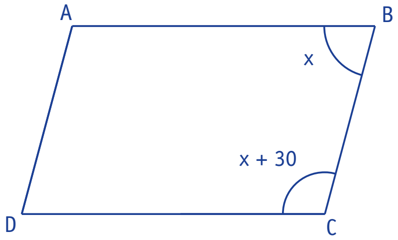
……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

$|\hat{A}|$ = …………… $|\hat{B}|$ = …………… $|\hat{C}|$ = …………… $|\hat{D}|$ = ……………

AB // CD et AD // BC



……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

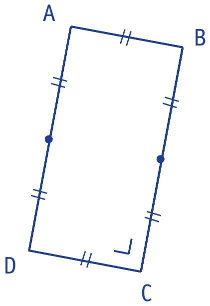
$|\hat{A}|$ = …………… $|\hat{B}|$ = …………… $|\hat{C}|$ = …………… $|\hat{D}|$ = ……………

Nom : ……………………………… Prénom : ……………………………… Classe : ………………

# Fiche 7.3 Axes et centres de symétrie

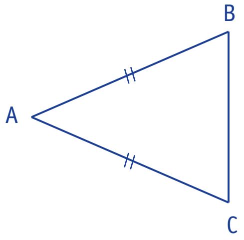
## 1) Axes de symétrie de quadrilatères

**Construis l’image des figures ci-dessous par la symétrie orthogonale d’axe BC.**



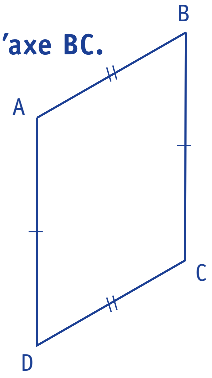
AA’D’D est un

……………………………………



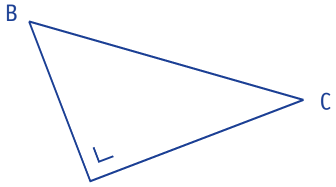
ABA’C est un

……………………………………



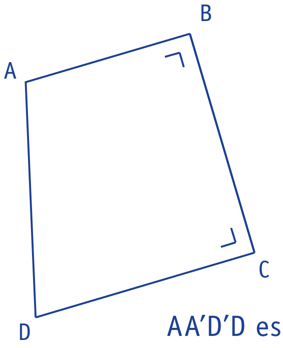
ABA’D’CD est un

……………………………………



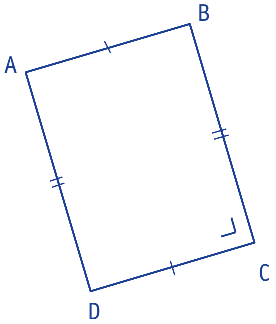
ABA’C est un

……………………………………



AA’D’D est un

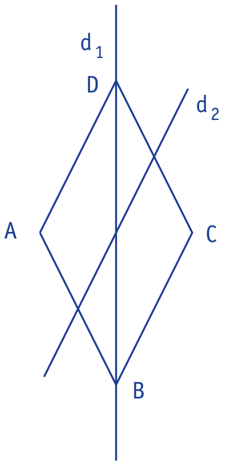
……………………………………

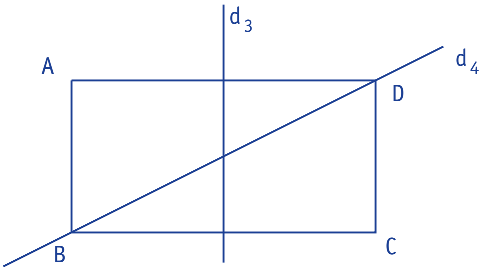


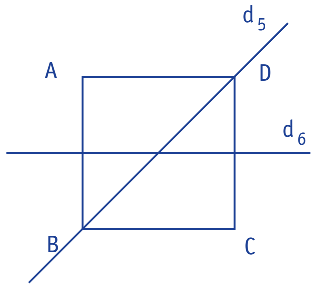
AA’D’D est un

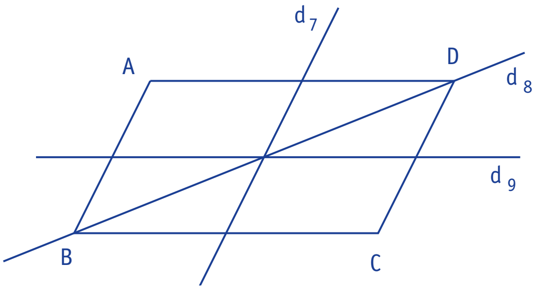
……………………………………

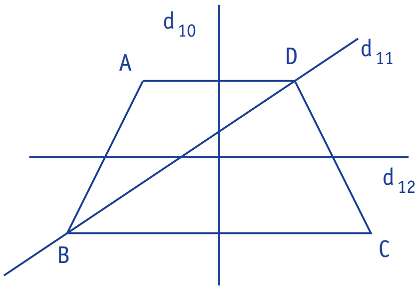
**En utilisant les exercices ci-dessus, complète le tableau par V (vrai) ou F (faux).**







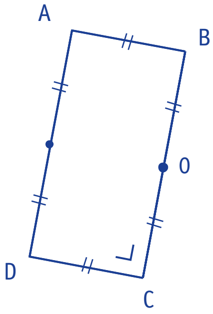




| La droite … | $d_1$ | $d_2$ | $d_3$ | $d_4$ | $d_5$ | $d_6$ | $d_7$ | $d_8$ | $d_9$ | $d_{10}$ | $d_{11}$ | $d_{12}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| … est un axe de symétrie. | | | | | | | | | | | | |

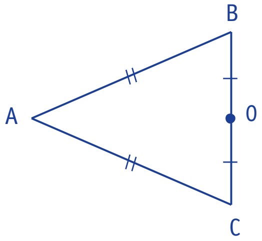
## 2) Centres de symétrie de quadrilatères

**Construis l'image des figures ci-dessous par la symétrie centrale de centre O, milieu du segment [BC].**



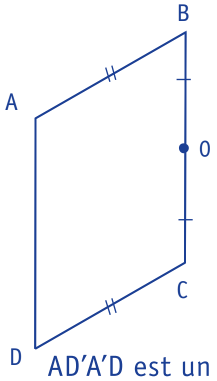
AD'A'D est un

..........................................................



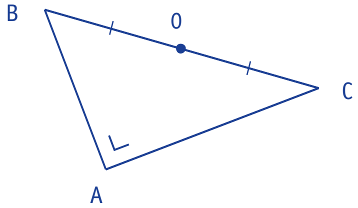
ABA'C est un

..........................................................



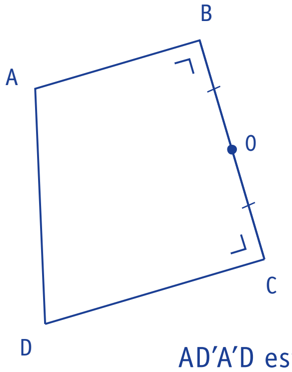
AD'A'D est un

..........................................................



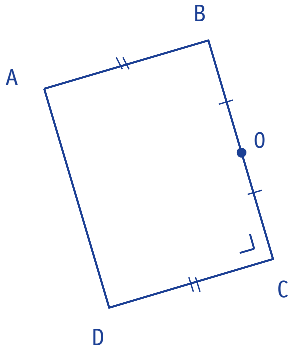
ABA'C est un

..........................................................



AD'A'D est un

..........................................................

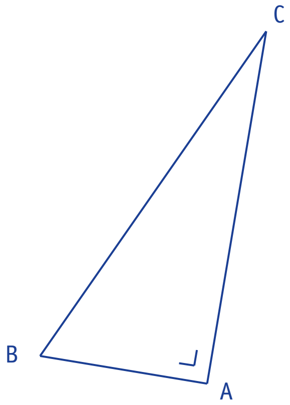


AD'A'D est un

..........................................................

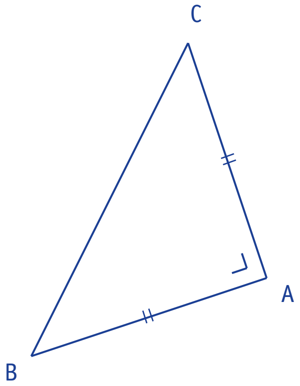
## 3) Axes de symétrie de triangles

**Construis l'image de chaque triangle ABC par la symétrie orthogonale d'axe AC.**



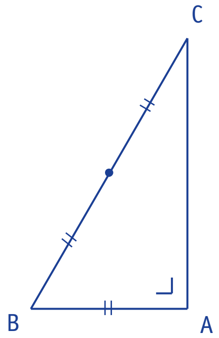
BCB' est un

..........................................................



BCB' est un

..........................................................

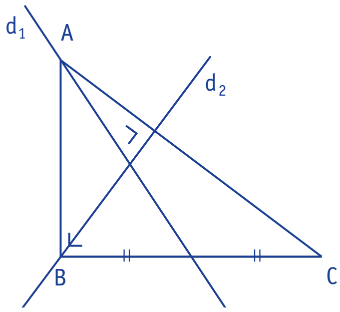


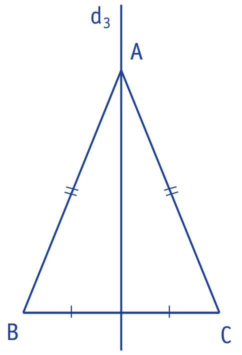
BCB' est un

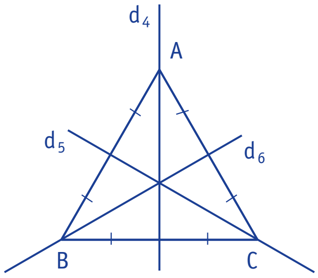
..........................................................

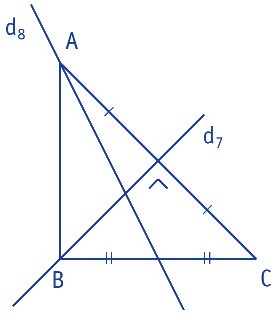
Nom : .................................................. Prénom : ....................................................... Classe : .....................

**En utilisant les exercices précédents, complète par V (vrai) ou F (faux).**





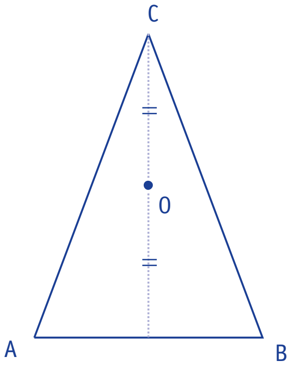


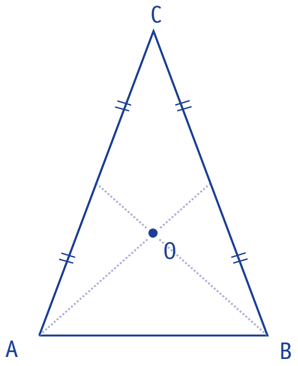


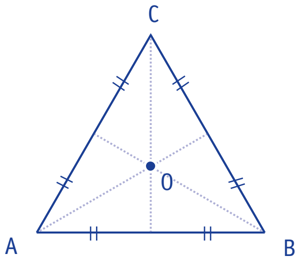
| La droite … | $d_1$ | $d_2$ | $d_3$ | $d_4$ | $d_5$ | $d_6$ | $d_7$ | $d_8$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| … est un axe de symétrie. | | | | | | | | |

## 4) Centres de symétrie de triangles

**Construis l'image A'B'C' du triangle ABC par la symétrie centrale de centre O.**







## 5) Synthèse

**En utilisant les exercices des pages précédentes, place une croix dans les bonnes colonnes.**

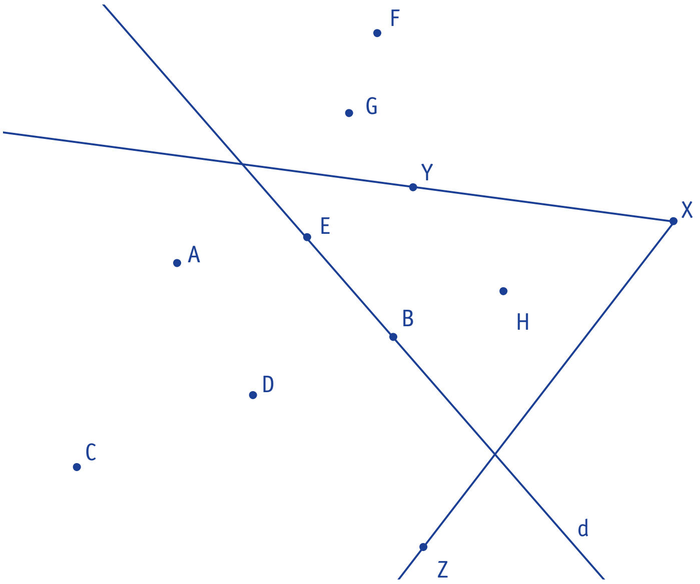
| | 1 centre | 1 axe | 2 axes | 3 axes | 4 axes |
|---|---|---|---|---|---|
| Triangle scalène | | | | | |
| Triangle isocèle | | | | | |
| Triangle équilatéral | | | | | |
| Triangle rectangle | | | | | |
| Triangle isocèle rectangle | | | | | |
| Trapèze quelconque | | | | | |
| Trapèze isocèle | | | | | |
| Parallélogramme | | | | | |
| Rectangle | | | | | |
| Losange | | | | | |
| Carré | | | | | |

## Fiche 7.4 Lieux géométriques

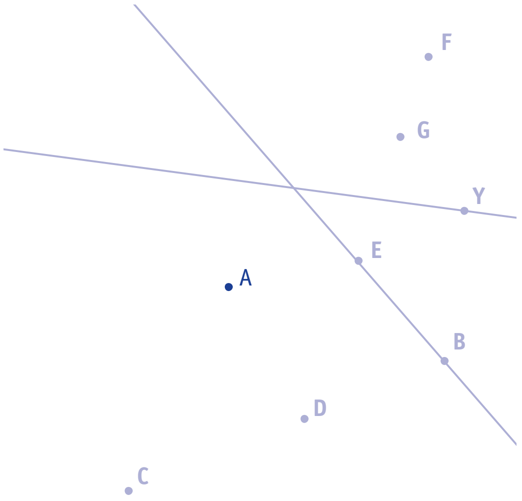
### 1) Lieux simples

**Parmi les noms de points cités dans la 2$^e$ colonne, entoure ceux qui répondent à la condition énoncée.**

| | |
|---|---|
| Points situés à 30 mm du point A. | A B C D E F G H X Y Z |
| Points situés à 15 mm de la droite d. | A B C D E F G H X Y Z |
| Points situés à égale distance des points A et B. | A B C D E F G H X Y Z |
| Points situés à égale distance des demi-droites [XY et [XZ. | A B C D E F G H X Y Z |



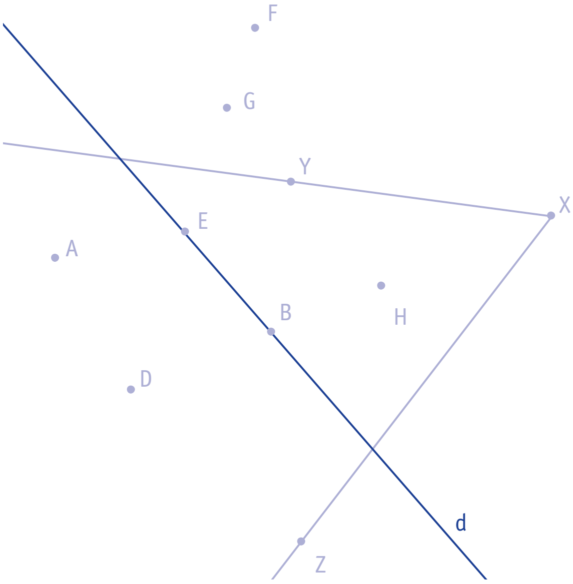
Détermine l'ensemble de tous les points situés à 30 mm du point A.



Pour déterminer rapidement tous les points demandés, il suffit de tracer ..............................

..................................................................................

Détermine l'ensemble de tous les points situés à 15 mm de la droite d.

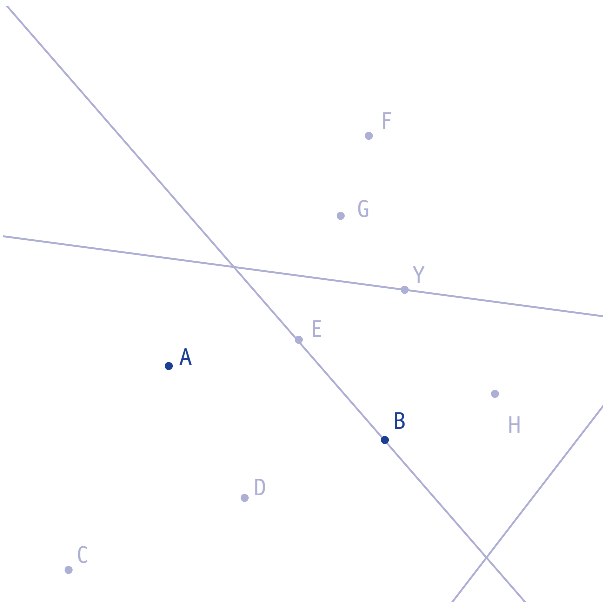


Pour déterminer rapidement tous les points demandés, il suffit de tracer ..............................

..................................................................................

Nom : …………………………………… Prénom : ………………………………………… Classe : ………………

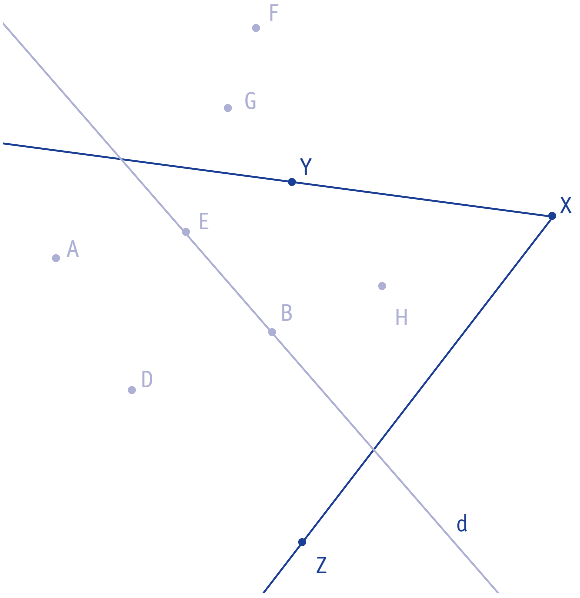
**Détermine l'ensemble de tous les points situés à égale distance des points A et B.**



Pour déterminer rapidement tous les points demandés, il suffit de tracer ………………………

…………………………………………………………

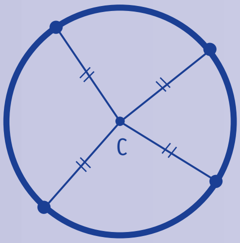
**Détermine l'ensemble de tous les points situés à égale distance des demi-droites [XY et [XZ.**



Pour déterminer rapidement tous les points demandés, il suffit de tracer ………………………

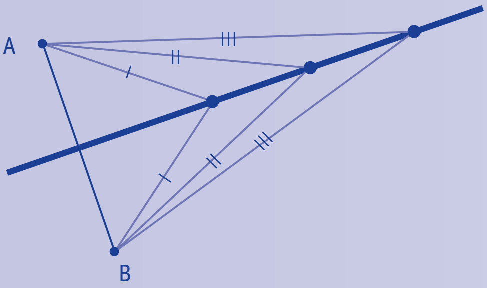
…………………………………………………………

Le lieu des points **équidistants** d'un **point** est un **cercle**.

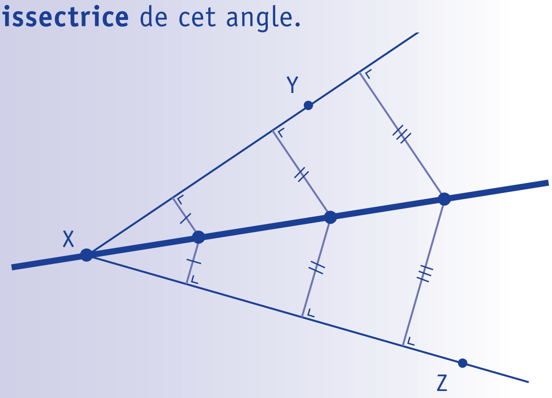


Le lieu des points **équidistants** d'une **droite** est une **paire** de **droites parallèles** à celle-ci.

Le lieu des points **équidistants** des extrémités d'un **segment** est la **médiatrice** de ce segment.



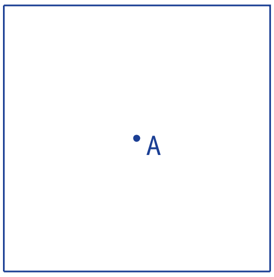
Le lieu des points **équidistants** des côtés d'un **angle** ou de leurs prolongements est la **bissectrice** de cet angle.



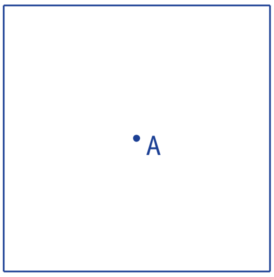
Nom : .................................................. Prénom : ....................................................... Classe : .....................

**Colorie à l'intérieur du cadre, l'ensemble des points situés ...**

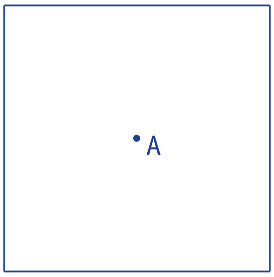
... à moins de 15 mm
du point A.



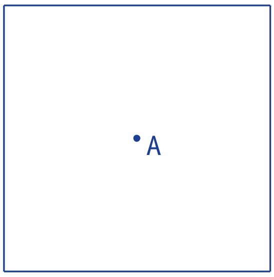
... à plus de 15 mm
du point A.



...à 15 mm ou moins
du point A.

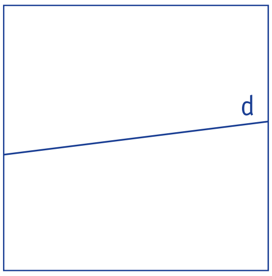


... à 15 mm ou plus
du point A.

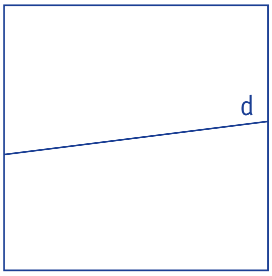


**Colorie à l'intérieur du cadre, l'ensemble des points situés ...**

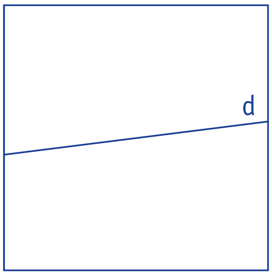
... à moins de 10 mm
de la droite d.



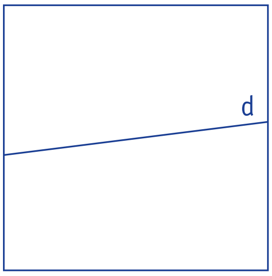
... à plus de à 10 mm
de la droite d.



... à 10 mm au plus
de la droite d.

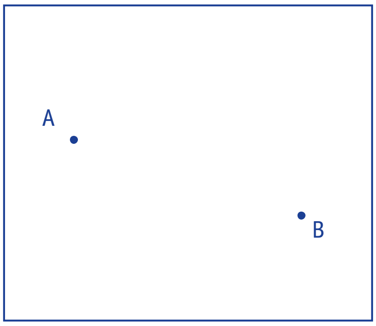


... à 10 mm au moins
de la droite d.

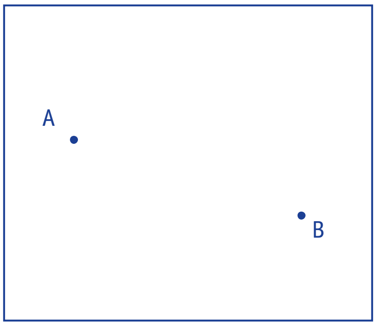


**Colorie à l'intérieur du cadre, l'ensemble des points situés ...**

... plus près du point A
que du point B.

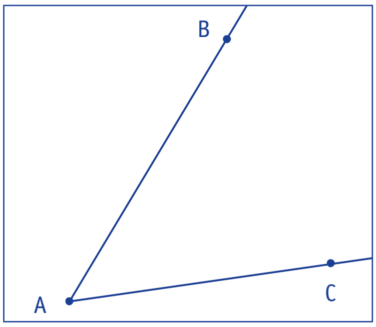


... à la même distance ou plus près du
point A que du point B.

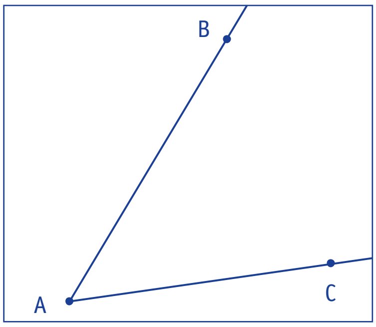


**Colorie à l'intérieur de l'angle $\widehat{BAC}$ et dans le cadre, l'ensemble des points situés ...**

... plus près de la demi-droite [AB
que de la demi-droite [AC.

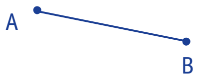


... à la même distance ou plus près de la
demi-droite [AB que de la demi-droite [AC.

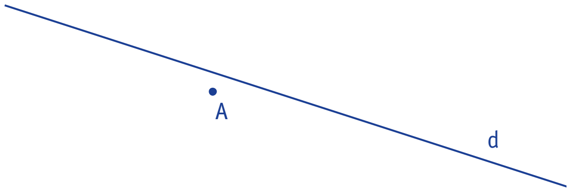


## 2) Intersection de deux lieux

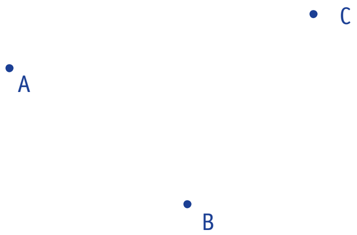
Détermine l'ensemble des points situés à la fois à 15 mm du point A et à 10 mm du point B.



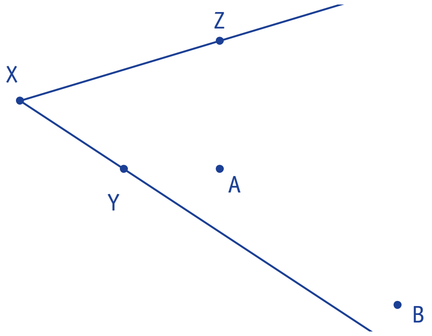
Détermine l'ensemble des points situés à la fois à 15 mm du point A et à 10 mm de la droite d.



Détermine l'ensemble des points situés à la fois à 20 mm du point A et à égale distance des points B et C.

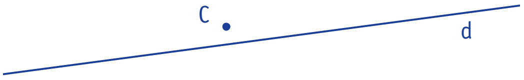


Détermine l'ensemble des points situés à la fois à égale distance des points A et B et à égale distance des demi-droites [XY et [XZ.



## 3) Lieux complexes

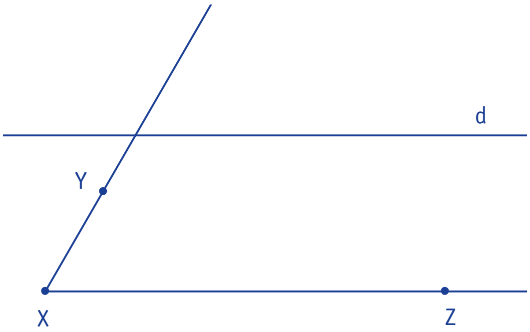
Construis l'ensemble des points situés à la fois à 20 mm du point C et à moins de 10 mm de la droite d.



Construis l'ensemble des points situés à la fois à moins de 20 mm du point C et à 10 mm de la droite d.

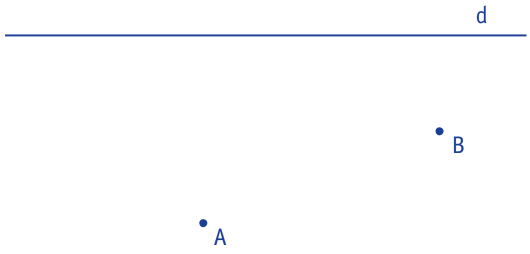
Construis l'ensemble des points situés à la fois à moins de 20 mm du point C et à égale distance des points A et B.

Construis l'ensemble des points situés à la fois à moins de 10 mm de la droite d et à égale distance des demi-droites [XY et [XZ.

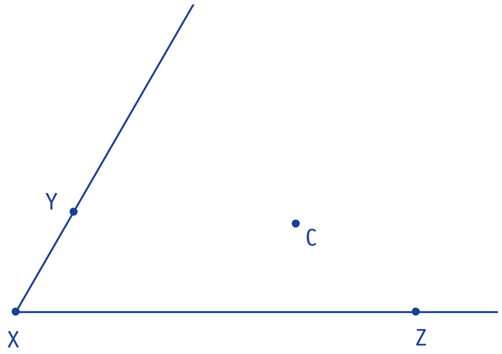


Nom : ................................................ Prénom : ..................................................... Classe : ....................

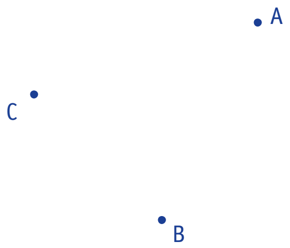
Construis l'ensemble des points situés à égale distance des points A et B et à moins de 15 mm de la droite d.



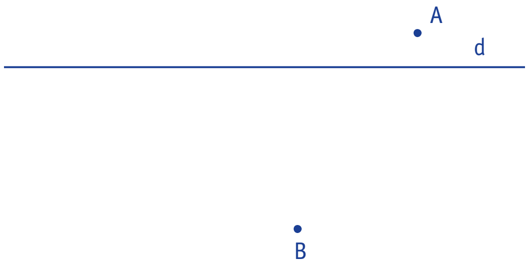
Construis l'ensemble des points situés à moins de 20 mm du point C et à égale distance des demi-droites [XY et [XZ.



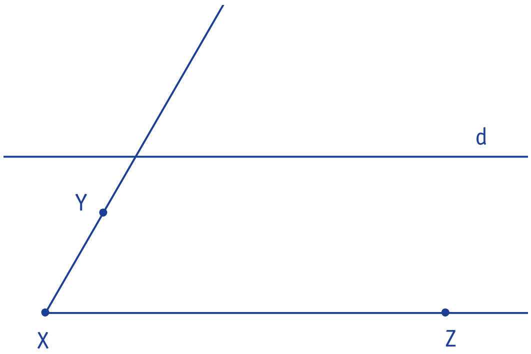
Construis l'ensemble des points situés à moins de 15 mm du point C et plus près de B que de A.



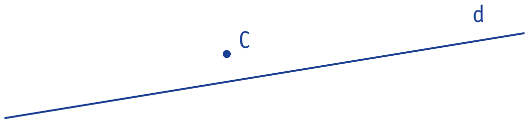
Construis l'ensemble des points situés à moins de 15 mm de la droite d et plus près de A que de B.



À l'intérieur de l'angle $\widehat{YXZ}$, construis l'ensemble des points situés à moins de 15 mm de la droite d et plus près de la demi droite [XY que de la demi-droite [XZ.



Construis l'ensemble des points situés à plus de 10 mm de la droite d et à moins de 20 mm du point C.



Nom : .................................................. Prénom : ....................................................... Classe : .....................

# Fiche 7.5 Inégalité triangulaire

## 1) Positions relatives de trois points

**On te demande d'essayer de repérer trois points (A, B et C) répondant à des conditions de distances. Dans chaque cas, on a représenté les deux points séparés par la plus grande distance. Par des arcs de cercle, recherche une position pour le 3<sup></sup>e point et complète par =, < ou >.**

|AB| = 40 mm

|AC| = 25 mm, |BC| = 15 mm

A B

|AB| .......... |AC| + |BC|

|AB| = 40 mm

|AC| = 30 mm, |BC| = 25 mm

A B

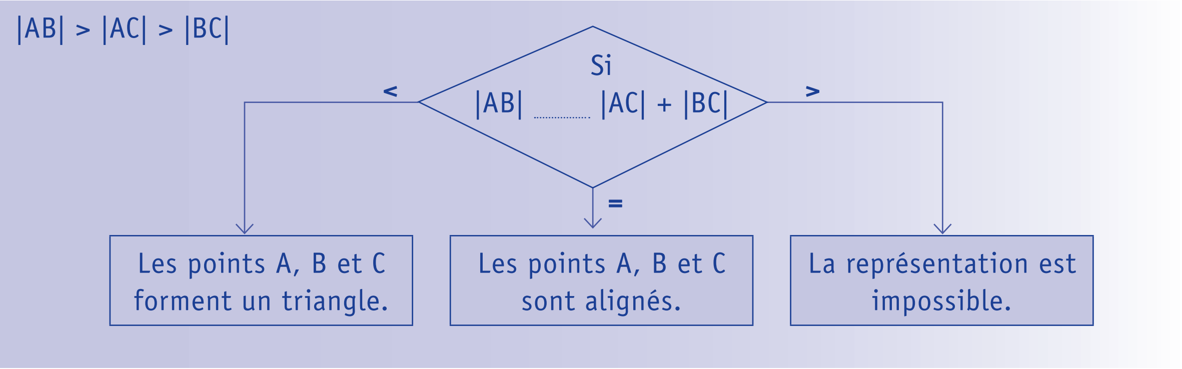
|AB| .......... |AC| + |BC|

|AB| = 40 mm

|AC| = 20 mm, |BC| = 10 mm

A B

|AB| .......... |AC| + |BC|



**On te demande d'essayer de repérer trois points (X, Y et Z) répondant à des conditions de distances. Dans chaque cas, on a représenté les deux points séparés par la plus petite distance. Par des arcs de cercle, recherche une position pour le 3<sup></sup>e point et complète par =, < ou >.**

|XY| = 20 mm
|XZ| = 35 mm, |YZ| = 15 mm

X Y

|XY| .......... |XZ| – |YZ|

|XY| = 20 mm
|XZ| = 50 mm, |YZ| = 40 mm

X Y

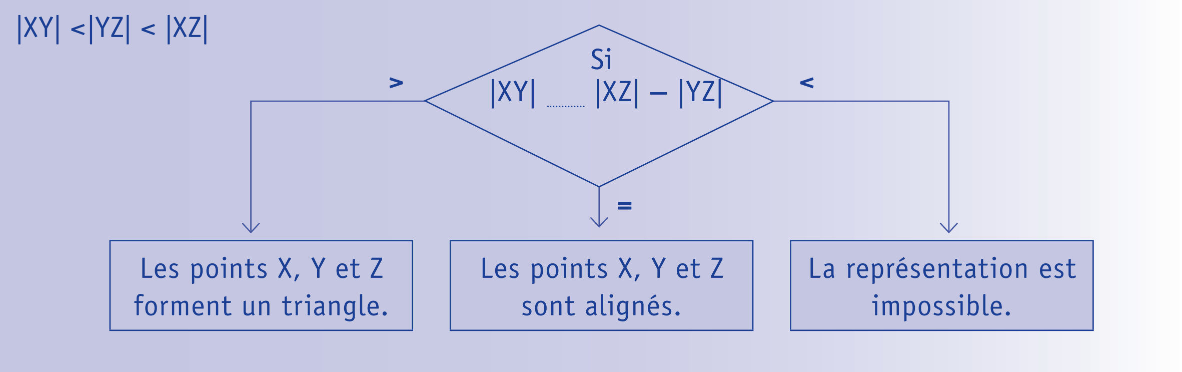
|XY| .......... |XZ| – |YZ|

|XY| = 20 mm
|XZ| = 50 mm, |YZ| = 25 mm

X Y

|XY| .......... |XZ| – |YZ|

Nom : ................................................ Prénom : ..................................................... Classe : .....................



**Sans faire le dessin, indique dans chaque cas s'il est possible de construire les points A, B et C. Si c'est le cas, précise la position de ces points.**

| \|AC\| | \|BC\| | \|AB\| | Impossible | Possible | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Les 3 points sont alignés. | Les 3 points forment un triangle. |
| 8 | 12 | 5 | | | |
| 13 | 7 | 4 | | | |
| 9 | 15 | 6 | | | |
| 4,5 | 2,3 | 2,9 | | | |
| 8,7 | 11,3 | 2,6 | | | |
| 24,7 | 11,8 | 12,9 | | | |

**Si cela est possible, représente un triangle dont les longueurs des côtés sont données, sinon explique pourquoi.**

| | | |
|---|---|---|
| 4 cm, 3 cm et 2 cm | 4 cm, 3 cm et 1 cm | 4 cm, 2,5 cm et 1,5 cm |
| 40 mm, 20 mm et 15 mm | 45 mm, 25 mm et 20 mm | 25 mm, 45 mm et 30 mm |

Nom : ................................................ Prénom : .................................................... Classe : ....................

## 2) Inégalité triangulaire

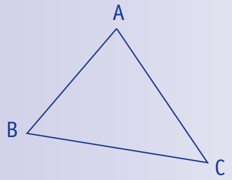
Dans un **triangle**, la longueur d'un côté est **inférieure** à la **somme** des longueurs des deux autres côtés et **supérieure** à leur **différence** (positive).

Si ABC est un triangle et si $|BC| \geq |AC| \geq |AB|$,

alors $|AC| - |AB| < |BC| < |AC| + |AB|$

$|BC| - |AB| < |AC| < |BC| + |AB|$

$|BC| - |AC| < |AB| < |BC| + |AC|$



**Dans chacun des cas ci-dessous, donne l'encadrement de la longueur du troisième côté du triangle.**

Dans le triangle XYZ, si $|XY| = 7$ cm et $|XZ| = 5$ cm, alors .................... $< |YZ| <$ ....................

Dans le triangle ABC, si $|AB| = 20$ mm et $|BC| = 45$ mm, alors .................... $< |AC| <$ ....................

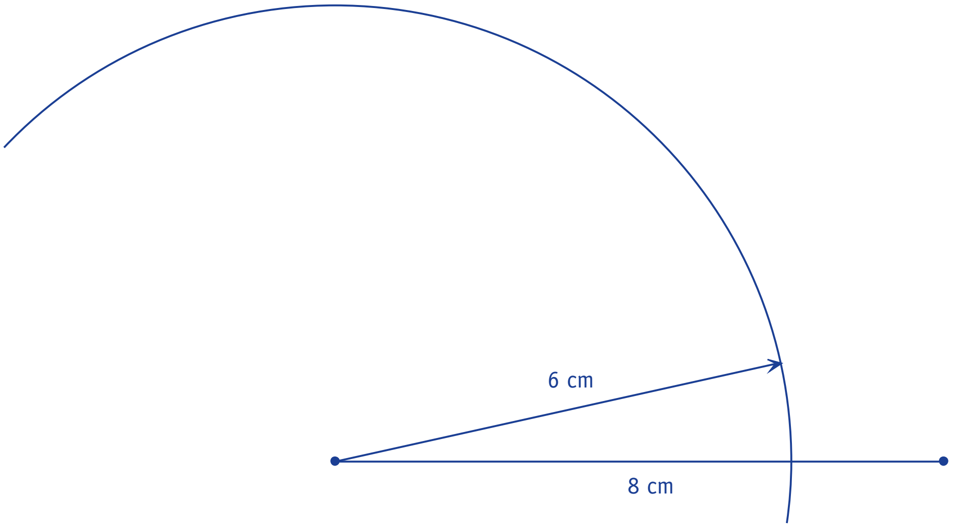
Dans le triangle TUV, si $|TU| = 28$ mm et $|UV| = 62$ mm, alors .................... $< |TV| <$ ....................

**Les mesures de deux côtés d'un triangle étant données, détermine, parmi les cinq dimensions proposées pour le troisième côté, les deux qui peuvent convenir. Représente une de ces deux solutions en utilisant le dessin fourni.**

Mesures des deux premiers côtés : 8 cm et 6 cm

Mesures proposées pour le 3$^{e}$ côté : 1 cm, 2 cm , 4 cm, 12 cm et 14 cm

Solutions acceptables : 8 cm, 6 cm et .................... ou 8 cm, 6 cm et ....................



**Dans un triangle ABC, les longueurs de deux de ses côtés mesurent 5 cm et 7 cm. Détermine les longueurs possibles du troisième côté sachant qu'elles sont des multiples de 5.**

..........................................................................................

..........................................................................................

**Dans un triangle ABC isocèle en A, la longueur des deux côtés de même mesure est de 5 cm. Détermine les longueurs possibles du troisième côté sachant qu'elles sont divisibles par 3.**

..........................................................................................

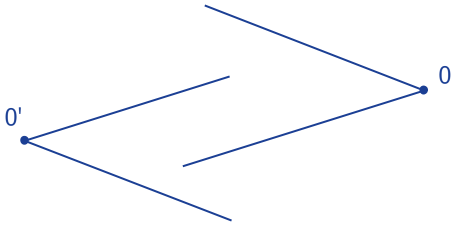
..........................................................................................

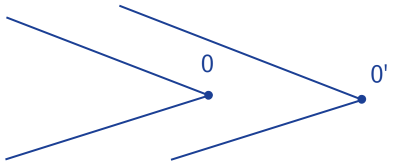
Nom : ............................................ Prénom : .................................................. Classe : ...................

# Fiche 7.6 Constructions à l'économie

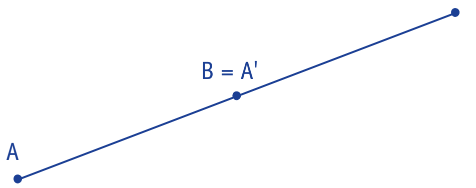
## 1) Reconnaissance d'une transformation du plan

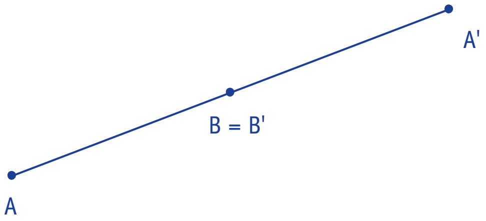
**Pour quelle transformation l'angle de sommet O' est-il l'image de l'angle de sommet O ? Détermine son élément caractéristique.**



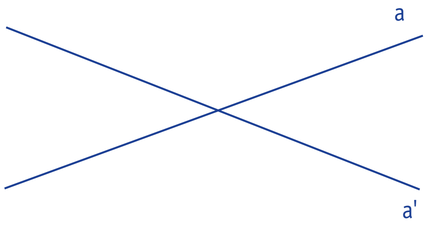


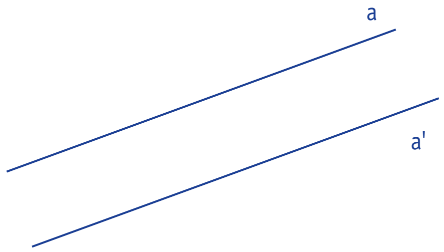
**Pour quelle(s) transformation(s) le segment [A'B'] est-il l'image du segment [AB] ? Détermine son élément caractéristique.**





**Pour quelle(s) transformation(s) la droite a' est-elle l'image de la droite a ? Détermine son élément caractéristique.**

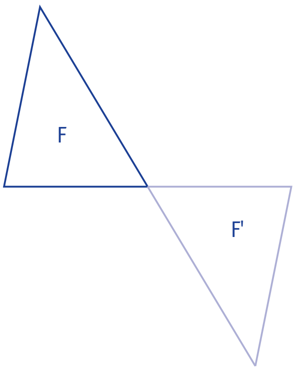


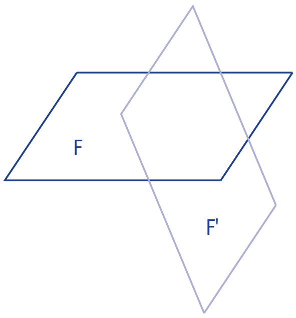


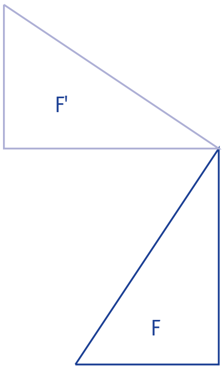
**Propriétés propres à certaines isométries**

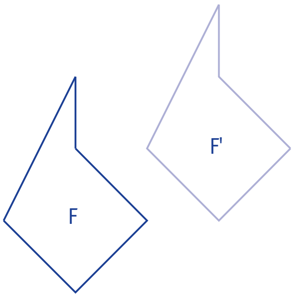
- Par une **translation** et une **symétrie centrale**, l'image d'une **droite** est une **droite parallèle.**
- Par une **translation**, l'image d'une **demi-droite** est une **demi-droite parallèle** et de **même sens**.
- Par une **symétrie centrale**, l'image d'une **demi-droite** est une **demi-droite parallèle** et de **sens contraire.**

**Reconnais la transformation du plan qui applique la figure F sur la figure F'. Repère l'(les) éventuel(s) point(s) fixe(s) de la figure F pour cette transformation.**





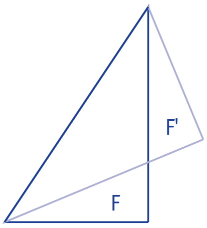


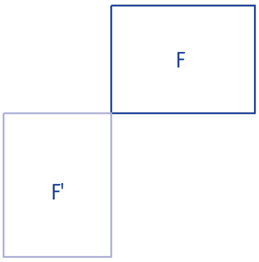


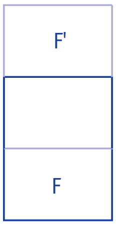
............................................. ............................................. ............................................. .............................................

............................................. ............................................. ............................................. .............................................

**La figure F' est l'image de la figure F par une symétrie orthogonale. Repère sur chaque dessin le(s) point(s) fixe(s) de la figure F pour cette transformation.**







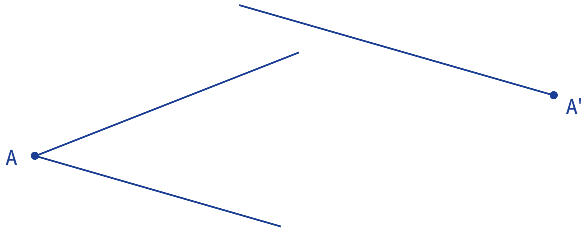
**Points fixes et isométries**

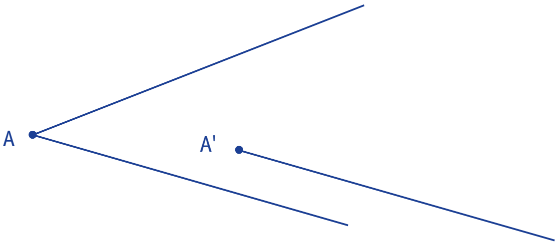
- Une **symétrie orthogonale** admet une **infinité** de **points fixes** : les **points** de **l'axe**.
- Une **symétrie centrale** admet **un** seul **point fixe** : son **centre**.
- Une **translation** non nulle n'admet **pas** de **point fixe**.
- Une **rotation** d'amplitude non nulle admet **un** seul **point fixe** : son **centre**.

## 2) Constructions à l'économie d'images simples

**Dans chaque cas, un élève a commencé à dessiner l'image de l'angle de sommet A par une transformation du plan.**

**Détermine de quelle transformation il s'agit et achève l'image sans en déterminer l'élément caractéristique.**



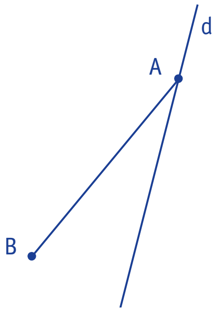


........................................................................ ........................................................................

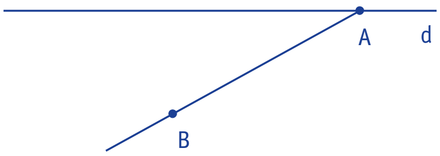
Nom : .................................................. Prénom : ....................................................... Classe : .....................

**Dans chaque cas, détermine l'image demandée en utilisant un point fixe et l'image d'un seul autre point.**

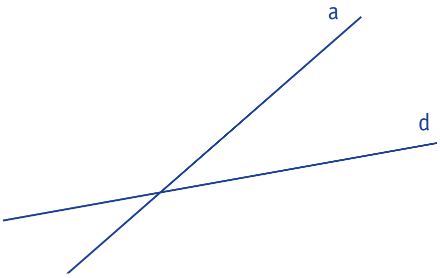
$S_d([AB])$



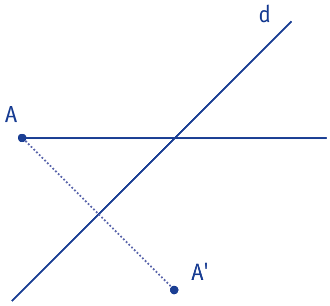
$S_d([AB)$

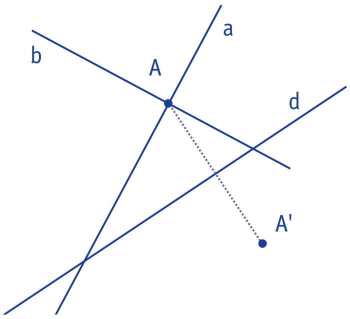


$S_d(a)$

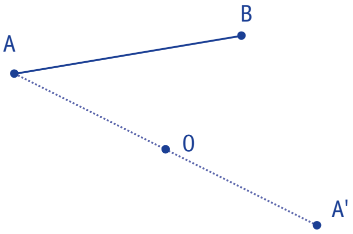


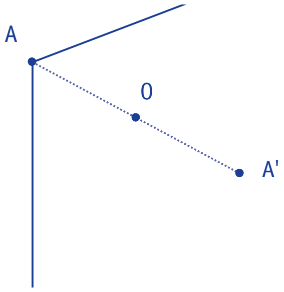
**Dans chaque cas, un élève a commencé à construire l'image de l'objet par une symétrie orthogonale d'axe d. Achève celle-ci en ne construisant aucune autre image de point.**





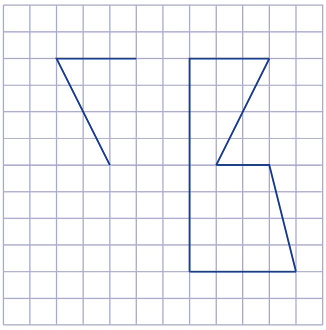
**Dans chaque cas, un élève a commencé à construire l'image de l'objet par une symétrie centrale de centre O. Achève celle-ci en ne construisant aucune autre image de point.**

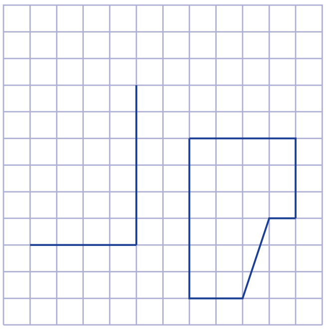


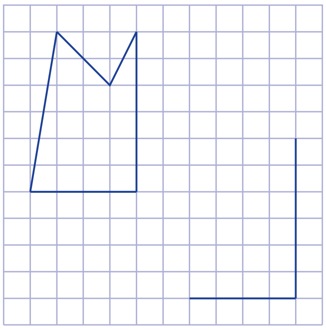


## 3) Constructions à l'économie d'images de polygones

**Dans chaque cas, un élève a commencé à dessiner l'image d'un polygone par une transformation du plan. Détermine de quelle transformation il s'agit et achève l'image sans déterminer l'élément caractéristique de la transformation.**







..................................................................... ..................................................................... .....................................................................

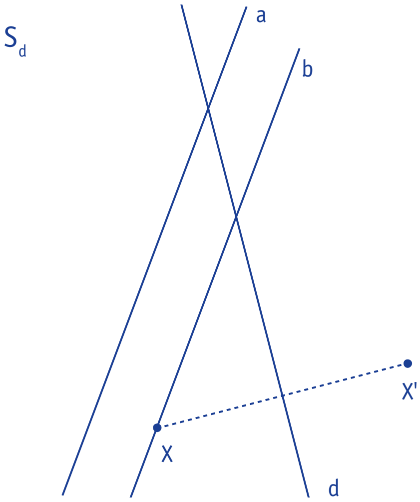
Nom : ................................................ Prénom : ..................................................... Classe : ....................

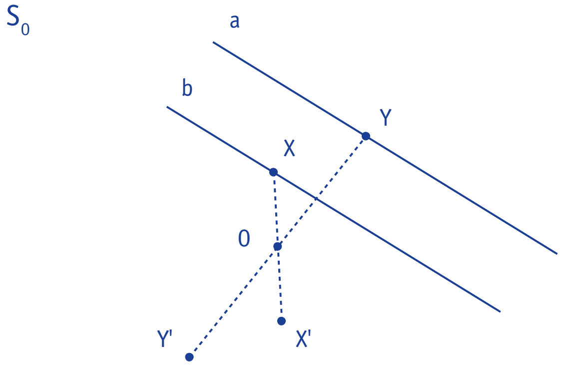
## 4) Constructions d'images de droites parallèles ou perpendiculaires

**Quelques invariants communs aux isométries**

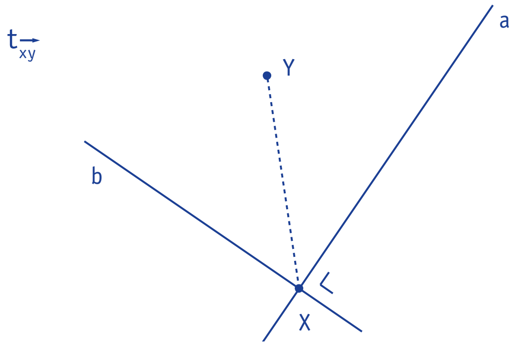
- Par une **isométrie**, deux **droites parallèles** ont pour images deux **droites parallèles**.
- Par une **isométrie**, deux **droites perpendiculaires** ont pour images deux **droites perpendiculaires**.

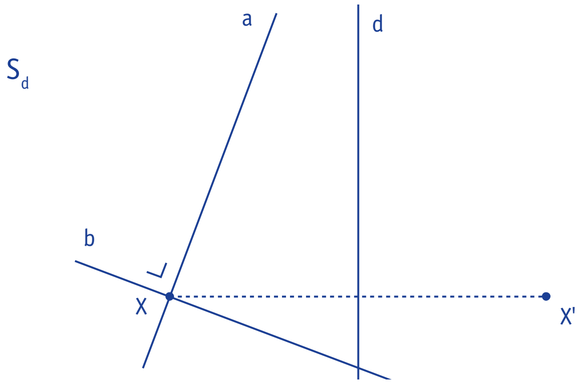
**Dans chaque cas, un élève a commencé à dessiner l'image de deux droites parallèles (a et b) par la transformation du plan indiquée. Achève l'image des deux droites sans déterminer d'autres images de points.**



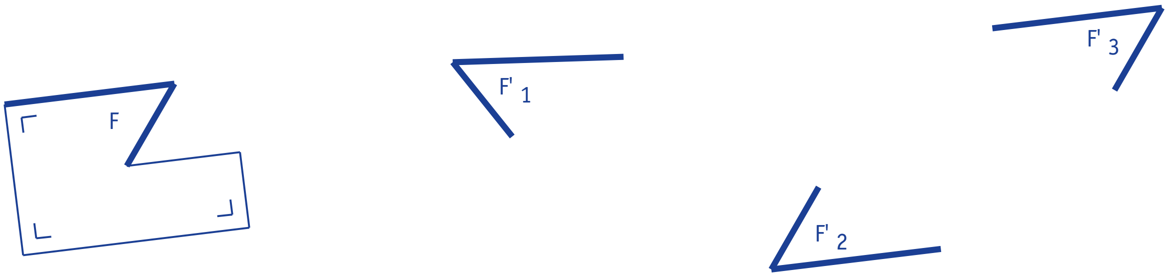


**Dans chaque cas, un élève a commencé à dessiner l'image de deux droites perpendiculaires (a et b) par la transformation du plan indiquée. Achève l'image des deux droites sans déterminer d'autres images de points.**





**Un élève a commencé à dessiner l'image du polygone F par trois transformations du plan différentes. Il a seulement construit l'image de deux côtés. Achève le travail sans déterminer les éléments caractéristique de chaque transformation utilisée.**



Nom : ................................................ Prénom : ...................................................... Classe : ....................

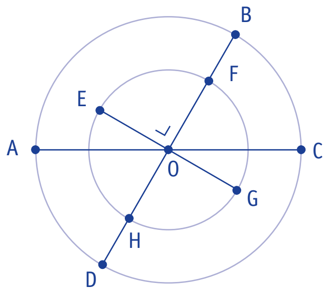
# Fiche 7.7 Propriétés des diagonales des quadrilatères

## 1) Rappel des différentes propriétés

| | Les diagonales se coupent en leur milieu. | Les diagonales ont la même longueur. | Les diagonales sont perpendiculaires. |
|---|---|---|---|
| Parallélogramme | x | | |
| Rectangle | x | x | |
| Losange | x | | x |
| Carré | x | x | x |

## 2) Applications des propriétés

**Trace sur le dessin ci-contre le quadrilatère AFCH.**
**Quelle est la nature de ce quadrilatère ? Justifie.**

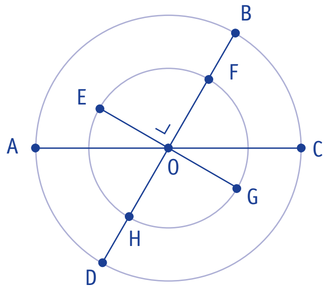


...............................................................................................................

...............................................................................................................

...............................................................................................................

**Trace sur le dessin ci-contre le quadrilatère ABCD.**
**Quelle est la nature de ce quadrilatère ? Justifie.**



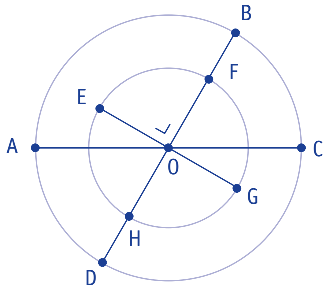
...............................................................................................................

...............................................................................................................

...............................................................................................................

...............................................................................................................

**Trace sur le dessin ci-contre le quadrilatère EBGD.**
**Quelle est la nature de ce quadrilatère ? Justifie.**

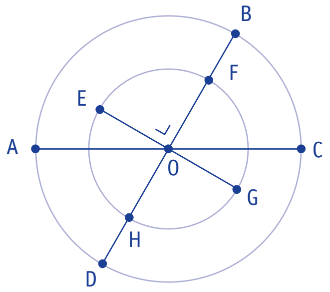


...............................................................................................................

...............................................................................................................

...............................................................................................................

**Trace sur le dessin ci-contre le quadrilatère EFGH.**
**Quelle est la nature de ce quadrilatère ? Justifie.**



...............................................................................................................

...............................................................................................................

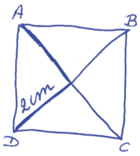
...............................................................................................................

Nom : ………………………………………… Prénom : ……………………………………………… Classe : ………………

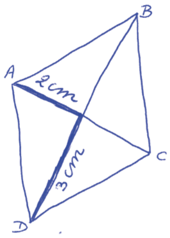
## 3) Exercices de construction

**En utilisant tes instruments de dessin, construis avec précision les quadrilatères dessinés à main levée.**

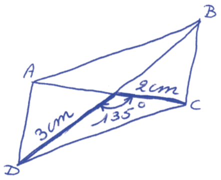
ABCD est un carré.



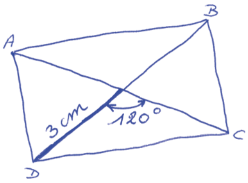
ABCD est un losange.



ABCD est un parallélogramme.



ABCD est un rectangle.



**En utilisant tes instruments de dessin, construis, dans chaque cas, un quadrilatère répondant aux conditions ci-dessous. Note le nombre de solutions possibles.**

Construis un rectangle dont les diagonales mesurent 5 cm.

……………………………………………………………

Construis un losange dont les diagonales mesurent 5 cm et 3 cm.

……………………………………………………………

Construis un carré dont les diagonales mesurent 5 cm.

……………………………………………………………

Construis un parallélogramme dont les diagonales mesurent 6 cm et 4 cm.

……………………………………………………………

calculer

construire

utiliser

remédier

expliquer

www.vanin.be

ISBN 978-90-306-5821-4

**538553**

VAN IN
a Sanoma company