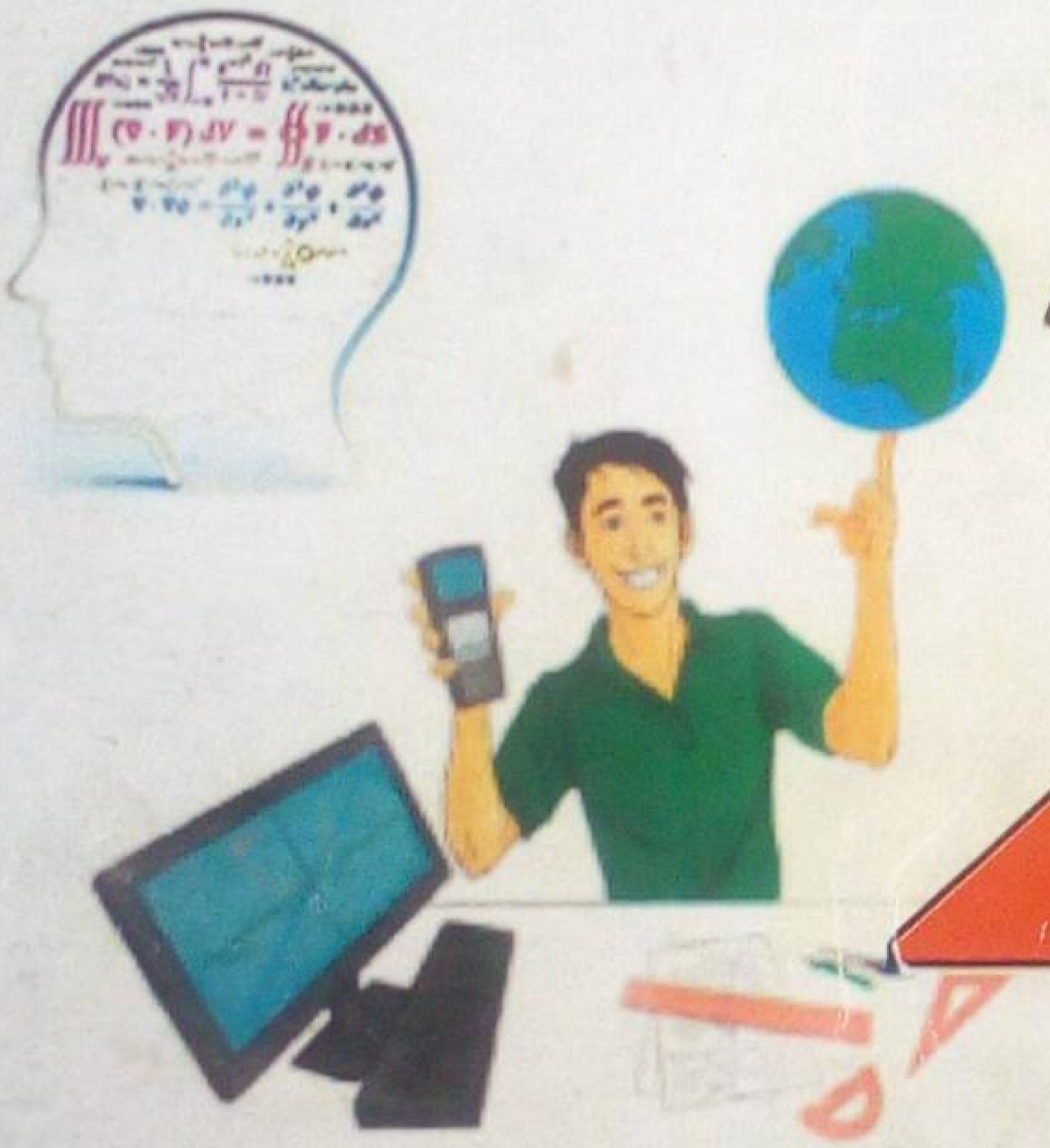
Par
Mr Séverin Bokambelabisso
Professeur Certifié



# Fort en Mathématiques



# 2nde Série C

## L'Essentiel du Cours + Rappel des Formules
## Exercices + Corrigés

**Activités Numériques**
**& Activités Géométriques**

***Mon Passeport pour la Première***

# Quelques formules importantes à retenir

## 1- Amplitude, centre et rayon d'un sous-ensemble borné

Soient a et b deux nombres réels tel que $a \leq x \leq b$.

### 1-1) L'amplitude (A)

$$\boxed{A = b - a}$$

### 1-2) Le rayon (R)

$$\boxed{R = \frac{b-a}{2}} \quad ou \quad \boxed{R = \frac{A}{2}}$$

### 1-3) Le centre (C)

$$\boxed{C = \frac{a+b}{2}}$$

## 2-Les puissances d'un réel

$\forall a, b \in \mathbb{R}^*; \ \forall n, m \in \mathbb{Z}$

$$\boxed{a^n = a \times a \times a \ldots \times a}$$

$$\boxed{a^n \times a^m = a^{n+m}} \ ; \ \boxed{(a^n)^m = a^{n \times m}} \ ; \ \boxed{\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}}$$

$$\boxed{(a \times b)^n = a^n \times b^n} \ ; \ \boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}}$$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ; $\sqrt{a} = a^{1/2}$ ; $\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$

$\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$ ; $(-a)^n = \begin{cases} a^n \text{ si } n \text{ est pair} \\ -a^n \text{ si } n \text{ est impair} \end{cases}$

$\sqrt[n]{a \times b} = (a \times b)^{1/n}$ ; $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{1/n}$

$\sqrt[n]{a^n} = a$

## 3- Les racines carrées

$\forall a, b \in \mathbb{R}_+^*$

$\sqrt{a^2} = \left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ ; $\sqrt{a^2} = |a|$

$\sqrt{a^2} = \begin{cases} -a \text{ si } a \leq 0 \\ +a \text{ si } a \geq 0 \end{cases}$ ; $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ avec $b \neq\neq 0$ ; $a\sqrt{b} \pm c\sqrt{b} = (a \pm c)\sqrt{b}$

$a\sqrt{b} \times c\sqrt{d} = (a \times c)\sqrt{b \times d}$

$$\boxed{\sqrt{a+\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+c}{2}} + \sqrt{\frac{a-c}{2}}}$$

$$\boxed{\sqrt{a-\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+c}{2}} - \sqrt{\frac{a-c}{2}}}$$

$avec\ c^2 = a^2 - b \quad \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b}$

$$\boxed{\sqrt{a+k\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+c}{2}} + \sqrt{\frac{a-c}{2}}}$$

$$\boxed{\sqrt{a-k\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+c}{2}} - \sqrt{\frac{a-c}{2}}}$$

$avec\ c^2 = a^2 - k^2 \times b \quad \Rightarrow \quad c = \sqrt{a^2 - k^2 \times b}$

$où\ k \in \mathbb{R}^*$

## 4- <u>Les identités remarquables</u>

$\forall$ *les réels a et b, on a:*

$\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$ ; $\boxed{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$

$\boxed{a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)}$;

$\boxed{(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}$;

$$\boxed{(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}$$

$$\boxed{a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)}$$

$$\boxed{a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)}$$

## 4- La valeur absolue d'un réel

$\forall x, y \in \mathbb{R}^*$

$$\boxed{|x| = \begin{cases} -x \; si \; x \leq 0 \\ +x \; si \; x \geq 0 \end{cases}}$$

$\boxed{|-x| = |x|}$ ; $\boxed{|x|^2 = |x^2| = x^2}$

$\boxed{|x \times y| = |x| \times |y|}$ $\boxed{\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}}$ $avec \; y \neq 0$

$\boxed{|x+y| \leq |x| + |y|}$ ; $\boxed{|x-y| \leq |x| + |y|}$

$\boxed{|x-y| \geq |x| - |y|}$ ;

$$\boxed{|x| = a (a > 0) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -a \\ x = +a \end{cases}}$$

$$\boxed{|x| = |y| \Leftrightarrow \begin{cases} x = -y \\ x = y \end{cases}}$$

### 4-1) Transformation d'une écriture contenant la valeur absolue en un intervalle

$\forall \, a \in \mathbb{R}; \; \forall \, r \in \mathbb{R}_+^*$

$\boxed{|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a}$ $\Rightarrow x \in ]-a; a[$

$\boxed{|x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a}$ $\Rightarrow x \in [-a; a]$

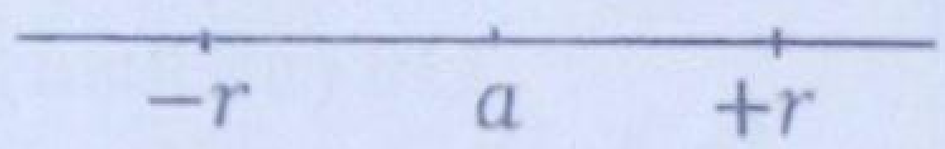
$\boxed{|x - a| < r \Leftrightarrow x \in \ ]a - r\ ; a + r[}$

$\boxed{|x - a| \leq r \Leftrightarrow x \in \ [a - r\ ; a + r]}$

$\boxed{|x - a| > r \Leftrightarrow x \in ]-\infty; a - r[ \cup ]a + r; +\infty[}$

$\boxed{|x - a| \geq r \Leftrightarrow x \in ]-\infty\ ; a - r] \cup [a + r\ ; +\infty[}$

<u>NB :</u> L'intervalle $[a - r\ ; a + r]$ est appelé intervalle fermé de centre a et de rayon r.

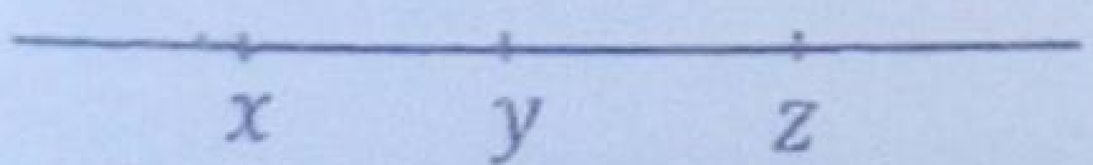



### 4-2) <u>Distance entre deux réels x et y</u>

$\boxed{d(x; y) = |x - y|}$ $ou$ $\boxed{d(x; y) = |y - x|}$

$\boxed{d(x; y) \geq 0}$ ; $\boxed{d(x; y) = 0 \Leftrightarrow x = y}$ ;

$\boxed{d(x; y) = d(y; x)}$




Alors $\boxed{d(x\ ; z) \leq d(x\ ; y) + d(y\ ; z)}$

## 5- <u>Les équations et inéquations irrationnelles dans ℝ</u>

### 5-1) <u>Les équations irationnelles</u>

Soient $A(x)$ $et$ $B(x)$ deux polynômes, on a :

$$\boxed{\sqrt{A(x)} = B(x) \Leftrightarrow \begin{cases} B(x) \geq 0 \\ A(x) = [B(x)]^2 \end{cases}}$$

$$\sqrt{A(x)} = \sqrt{B(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \\ A(x) = B(x) \end{cases}$$

## 5-2) Les inéquations irrationnelles

$$\sqrt{A(x)} < B(x) \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \\ A(x) < [B(x)]^2 \end{cases}$$

$$\sqrt{A(x)} > B(x) \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) < 0 \end{cases} S_1$$

Ou (inclusif)

$$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \\ A(x) > [B(x)]^2 \end{cases} S_2$$

Alors $S = S_1 \cup S_2$

$$\sqrt{A(x)} < \sqrt{B(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \\ A(x) < B(x) \end{cases}$$

$$\sqrt{A(x)} > \sqrt{B(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \\ A(x) > B(x) \end{cases}$$

## 6- Les inéquations avec valeur absolue

$$|A(x)| \leq k \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) \leq k \\ -A(x) \leq k \end{cases} \quad \text{avec } k > 0$$

$|A(x)| \leq |B(x)|$

Pour résoudre une telle inéquation, on peut utiliser successivement les équations équivalentes suivantes :

$$\begin{aligned} |A(x)| \leq |B(x)| &\Leftrightarrow [A(x)]^2 \leq [B(x)]^2 \\ &\Rightarrow [A(x)]^2 - [B(x)]^2 \leq 0 \\ &\Rightarrow [A(x) - B(x)][A(x) + B(x)] \leq 0 \end{aligned}$$

En fin, on utilise les méthodes habituelles

## 7- Les équations du second degré dans $\mathbb{R}$

**7-1) Définition :** Une équation du second degré à une inconnue est une expression de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ avec a, b et c des réels et $a \neq 0$.

### 7-2) Forme canonique du trinôme du second degré $ax^2 + bx + c$

$$ax^2 + bx + c = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right]$$

En posant $\Delta = b^2 - 4ac$

*Alors* $$ax^2 + bx + c = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$$

### 7-3) Résolution de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$

Pour résoudre cette équation on calcule le discriminant noté Δ qui se lit « delta ».

$$\boxed{\Delta = b^2 - 4ac}$$

**Discussion**

Les solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ dépendent du signe du nombre réel $\Delta$.

**1er cas :** Si $\Delta > 0$, l'équation admet deux racines réelles distinctes $x' et\ x''$ telles que : $x = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ $et\ x'' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

Alors $\boxed{S = \left\{\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\ ;\ \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right\}}$

**2ème cas :** Si $\Delta = 0$, l'équation admet une racine réelle double telle que : $x' = x'' = \frac{-b}{2a}$

Alors $\boxed{S = \left\{\frac{-b}{2a}\right\}}$

**3ème cas :** Si $\Delta < 0$, l'équation n'admet pas de solution.

Alors $\boxed{S = \emptyset}$ *ou* $\boxed{S = \{\ \ \}}$

**7-4) Factorisation de trinôme $ax^2 + bx + c$**

**1er cas :** Si $\Delta > 0 \Rightarrow \boxed{ax^2 + bx + c = a(x - x')\ \ (x - x'')}$

**2ème cas :** Si $\Delta = 0 \Rightarrow$ $ax^2 + bx + c = a(x - x')^2$

Ou

$ax^2 + bx + c = a(x - x'')^2$

**3ème cas :** Si $\Delta < 0$, le trinôme $ax^2 + bx + c$ n'admet pas de factorisation.

## 7-5) Somme et produit des racines de l'équation $ax^2 + bx + c$

### a- Somme des racines (S)

$$\boxed{S = x' + x'' = \frac{-b}{a}}$$

### b- Produit des racines (P)

$$\boxed{P = x'.x'' = \frac{c}{a}}$$

### c- Equation et signe des racines d'une équation du second degré

#### a- Existence des racines

- Si $\Delta > 0$, il y a deux racines réelles distinctes $x'$ et $x''$ $\left(x' = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x'' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right)$.
- Si $\Delta = 0$, il y a une racine réelle double $(x' = x'' = \frac{-b}{a})$.
- *Si* $\Delta < 0$, les racines n'existent pas.

#### b- Signe des racines

Les racines d'une équation du second degré existent lorsque $\Delta > 0$.

P et S permettent de connaître le signe des racines $x'$ et $x''$ sans les calculer.

-Si $\begin{cases} \Delta > 0 \Rightarrow \text{Les deux racines sont de signes Contraires} \\ P < 0 \quad (x' < 0 < x'' \text{ ou } x'' < 0 < x') \end{cases}$

-Si $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P < 0 \\ S > 0 \end{cases}$ $\Rightarrow$ les deux racines sont de signes contraires et la plus grande en valeur absolue est **positive**

-Si $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P < 0 \\ S < 0 \end{cases}$ $\Rightarrow$ les deux racines sont de signes contraires ; la plus grande en valeur absolue est **négative**

-Si $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \end{cases}$ $\Rightarrow$ les deux racines sont de même signe $(x' < x'' < 0 \ ou \ \ 0 < x' < x'')$

-Si $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases}$ $\Rightarrow$ les deux racines sont **positives** $(0 < x' < x'')$

-Si $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S < 0 \end{cases}$ $\Rightarrow$ les deux racines sont **négatives** $(x' < x'' < 0)$

-Si $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P = 0 \end{cases}$ $\Rightarrow$ l'une des racines est **nulle** et l'autre est égale à $-\frac{b}{a}$

-Si $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P = 1 \end{cases}$ $\Rightarrow$ l'une des racines est l'**inverse** de l'autre

-Si $\begin{cases} \Delta > 0 \\ S = 0 \end{cases}$ $\Rightarrow$ les deux racines sont **opposées** l'une de l'autre $(x' = -x'') \ ou \ (x'' = -x')$

### 7-7) Signe du trinôme $ax^2 + bx + c$

- Si $\Delta < 0$, le trinôme n'a pas de racine, il a le signe de **a**.

| $x$ | $-\infty$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$ |
|---|---|
| $ax^2 + bx + c$ | **Signe de a** |

- Si $\Delta = 0$, le trinôme est du signe de **a** sauf pour la valeur $x = -\frac{b}{2a}$ où il s'annule.

| $x$ | $-\infty$ | $-b/2a$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $ax^2 + bx + c$ | **Signe de a** | 0 | **Signe de a** |

- Si $\Delta > 0$, le trinôme est du signe de **a** pour les valeurs de $x$ à l'extérieur des racines et du signe contraire de a pour les valeurs de $x$ à l'intérieur des racines.

| $x$ | $-\infty$ | $x'$ | | $x''$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $ax^2 + bx + c$ | **Signe de a** | 0 | **Signe contraire de a** | 0 | **Signe de a** |

## 8- Les vecteurs du plan

### 8-1) Colinéarité de deux vecteurs

Deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ sont colinéaires s'il existe un réel $k \in \mathbb{R}^* / \vec{u} = k\vec{v}$ *ou* $\vec{v} = k\vec{u}$.

**NB :** Le réel k est appelé coefficient de colinéarité ou coefficient de dépendance.

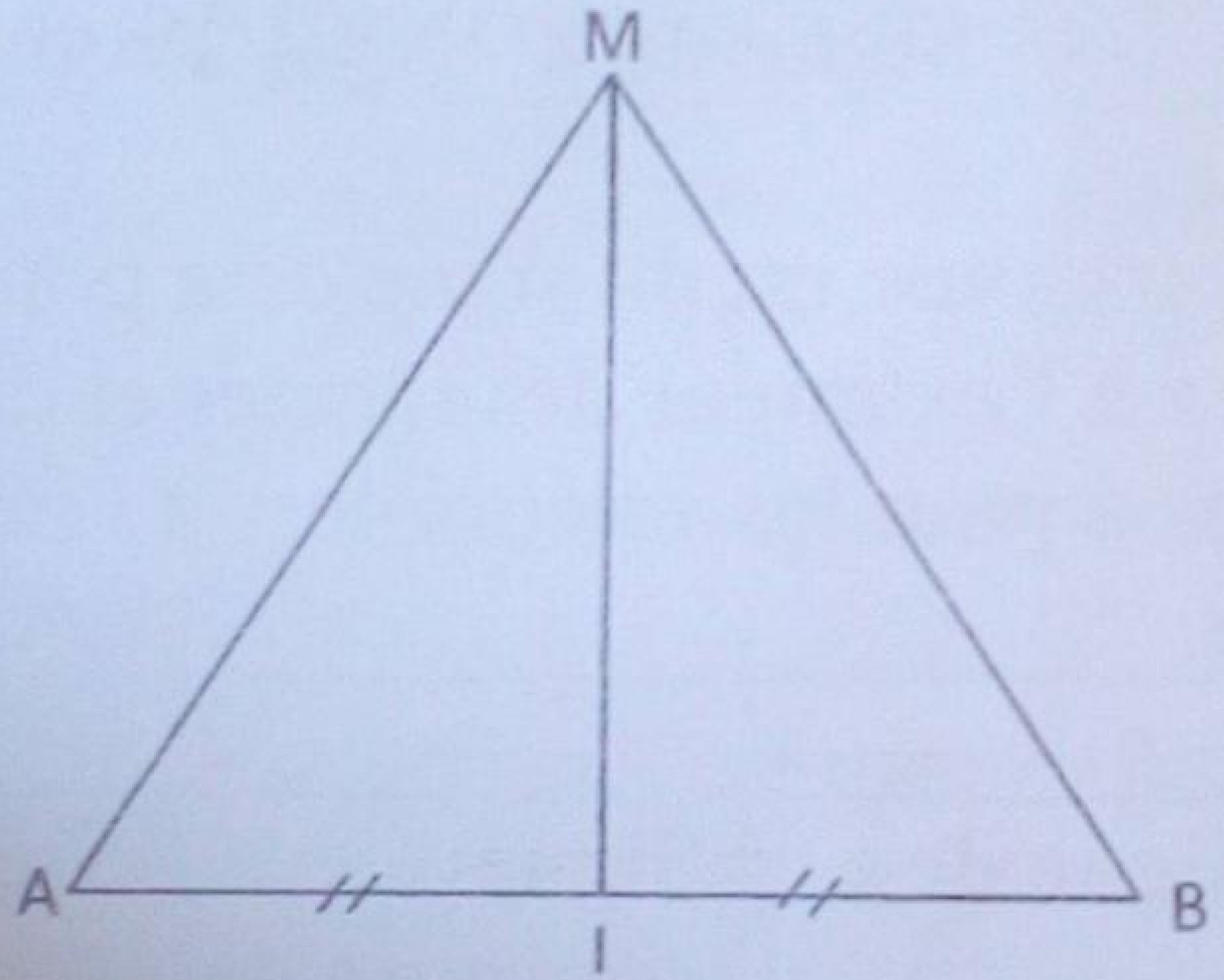
### 8-2) Les droites parallèles

Deux droites $(AB)$ *et* $(CD)$ sont parallèles ⇔ les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires c-à-d $\exists k \in \mathbb{R}^* / \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$ *ou* $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{AB}$.

### 8-3) Les points alignés

Trois points A, B et C sont alignés ⇔ les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires c-à-d $\exists k \in \mathbb{R}^* / \overrightarrow{AB} = k\,\overrightarrow{AC}$ ou $\overrightarrow{AC} = k\,\overrightarrow{AB}$.

### 8-4) Milieu d'un segment dans un triangle




$\boxed{\overrightarrow{MI} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right)}$ et $\boxed{\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}}$ $\boxed{\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}}$

### 8-5) Combinaison linéaire de vecteurs

Soit $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ deux vecteurs.

Le vecteur $\vec{w}$ est combinaison linéaire des vecteurs $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ s'il existe deux réels $\alpha$ *et* $\beta \in \mathbb{R}^2 / \vec{w} = \alpha\,\vec{u} + \beta\,\vec{V}$

## 9- Produit Scalaire

### 9-1) Produit scalaire de deux vecteurs à l'aide d'un angle

Soit $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ deux vecteurs.

Le produit scalaire de $\vec{u}$ par $\vec{v}$ est le nombre réel noté $\vec{u}.\vec{v}$ tel que :

$$\boxed{\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\|.\|\vec{v}\|\cos(\widehat{\vec{u}.\vec{v}})}$$

**NB :** -Le réel $\vec{u}.\vec{v}$ se lit « $\vec{u}$ scalaire $\vec{v}$ ».

- Si les vecteurs $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ sont colinéaires et de même sens, on a :

$$\boxed{\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\|.\|\vec{v}\|}$$

- Si les vecteurs $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ sont colinéaires et de sens contraires, on a :

$$\boxed{\vec{u}.\vec{v} = -\|\vec{u}\|.\|\vec{v}\|}$$

### 9-2) Produit scalaire de $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ à l'aide des normes

$$\boxed{\vec{u}.\vec{v} = \frac{1}{2}[\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u} - \vec{v}\|^2]}$$

### 9-3) Produit scalaire de $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ à l'aide de l'expression analytique

Soit $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ *et* $\vec{v} = x'\vec{i} + y'\vec{j}$

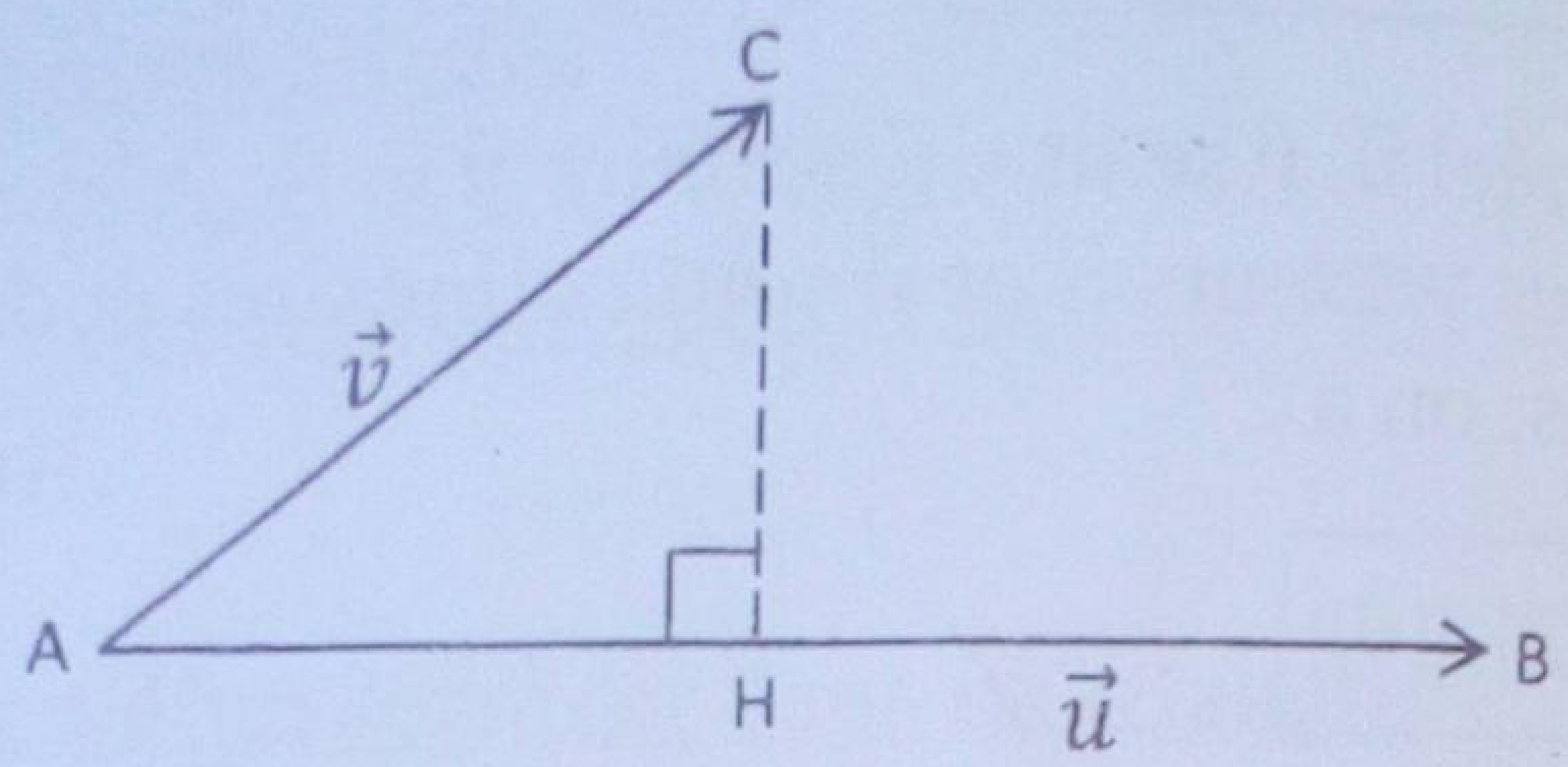
Avec $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ ; $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$

On a : $\boxed{\vec{u}.\vec{v} = xx' + yy'}$

**Remarque :** si $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ sont orthogonaux, alors $\boxed{\vec{u}.\vec{v} = 0}$

donc $\boxed{xx' + yy' = 0}$

## 9-4) Produit scalaire de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ à l'aide de la projection orthogonale




Avec H le projeté orthogonal de C sur (AB).

$$\boxed{\vec{u}.\vec{v} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \overline{AB} \times \overline{AH}}$$

**NB :** Si $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{AH}$ sont de sens contraires, on a :

$$\boxed{\vec{u}.\vec{v} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -\overline{AB} \times \overline{AH}}$$

## 9-5) Norme d'un vecteur

Soit $\vec{u} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath}$ *avec* $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

On a : $\boxed{\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}}$

Où $\|\vec{u}\|$ se lit « norme de vecteur u ».

**NB :** $\boxed{\|\lambda\vec{u}\| = |\lambda| \times \|\vec{u}\|}$ avec $\lambda \in \mathbb{R}$

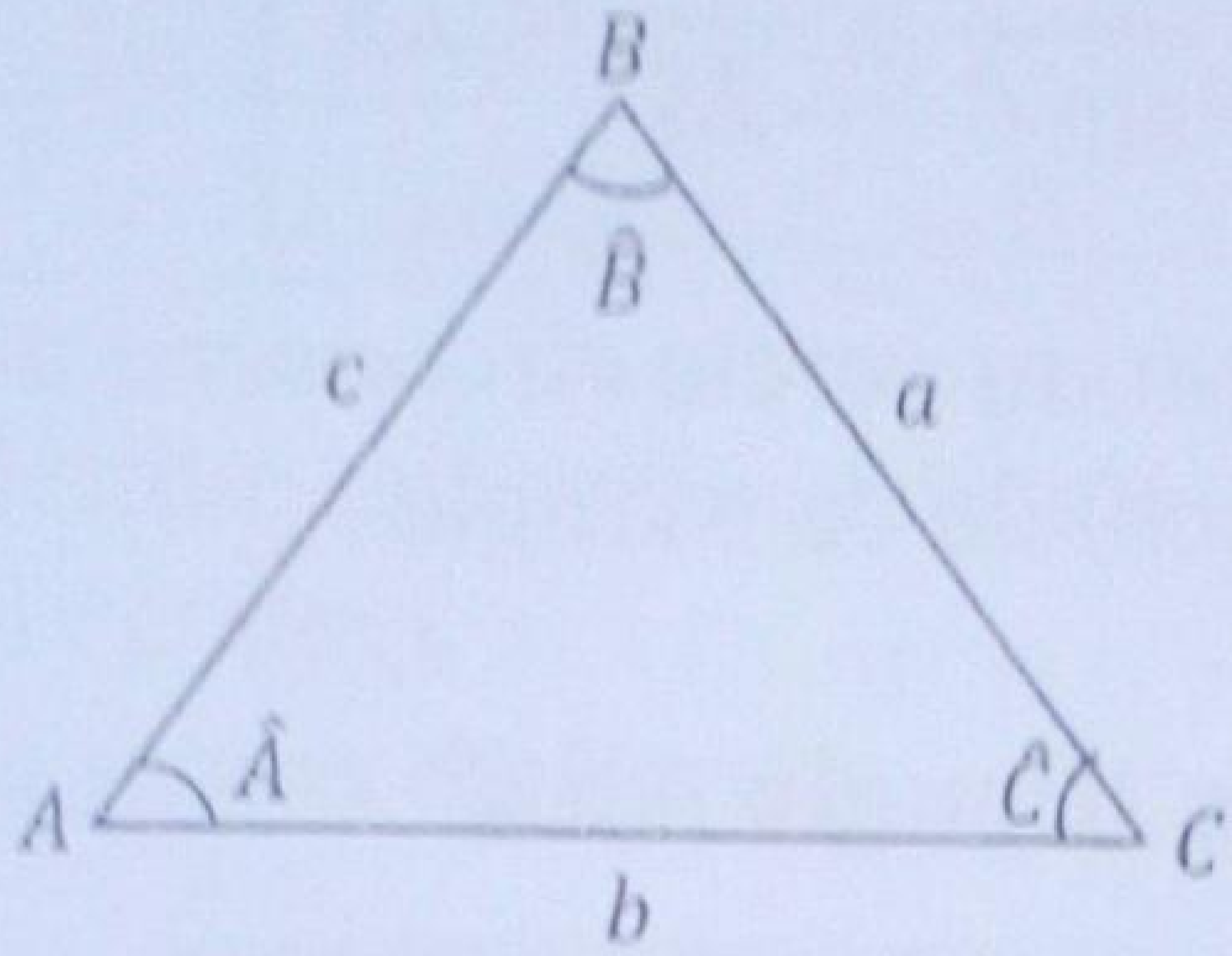
## 9-6) Distance d'un point à une droite définie par son équation cartésienne

Soit $A(x_A; y_A)$ un point du plan et $(\Delta): ax + bx + c = 0$ une droite d'équation cartésienne.

On a : $\boxed{d(A,\Delta) = \frac{|ax_A+by_A+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}}$

**9-7) <u>Théorème d'AL-KASHI ou théorème des cosinus</u>**

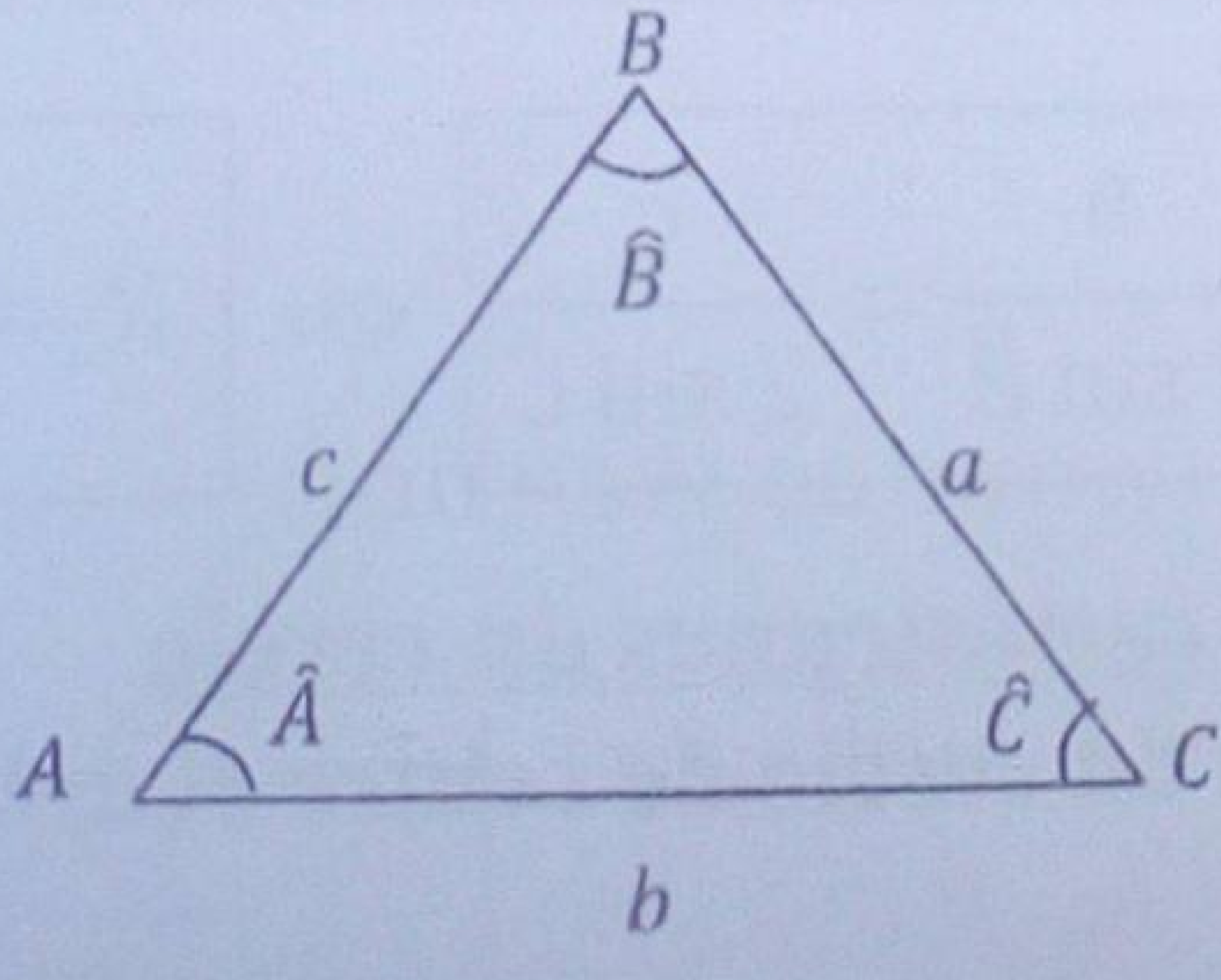
Soit ABC un triangle avec $BC = a$ ; $AC = b$ et $AB = c$




$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\ \cos\hat{A}} \quad ; \quad \boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\ \cos\hat{B}}$$

$$\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\ \cos\hat{C}}$$

**9-8 ) <u>Théorème des sinus</u>**



$$\boxed{\frac{BC}{\sin\hat{A}} = \frac{AC}{\sin\hat{B}} = \frac{AB}{\sin\hat{C}} = \frac{AB \times AC \times BC}{2S} = 2R}$$

Ou

$$\boxed{\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{b}{\sin\hat{B}} = \frac{c}{\sin\hat{C}} = \frac{abc}{2S} = 2R}$$

Où R est le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC et S l'aire (surface) de ce triangle.

**Calcul d'aire du triangle ABC**

$$\boxed{S = \frac{1}{2}bc\sin\hat{A}} \quad ou \quad \boxed{S = \frac{1}{2}ac\sin\hat{B}}$$

Ou encore

$$\boxed{S = \frac{1}{2}ab\sin\hat{C}}$$

**Calcul du rayon du cercle circonscrit au triangle ABC**

$$\boxed{R = \frac{a}{2\sin\hat{A}} = \frac{b}{2\sin\hat{B}} = \frac{c}{2\sin\hat{C}}} \quad ou \quad \boxed{R = \frac{abc}{4S}}$$

## 9-9) Equations cartésiennes du cercle

### a) Equation du cercle de centre $I(a; b)$ et de rayon R

$$\boxed{\frac{BC}{\sin\hat{A}} = \frac{AC}{\sin\hat{B}} = \frac{AB}{\sin\hat{C}} = \frac{AB \times AC \times BC}{2S} = 2R}$$

Ou

$$\boxed{\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{b}{\sin\hat{B}} = \frac{c}{\sin\hat{C}} = \frac{abc}{2S} = 2R}$$

Où R est le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC et S l'aire (surface) de ce triangle.

**<u>Calcul d'aire du triangle ABC</u>**

$$\boxed{S = \frac{1}{2}bc\sin\hat{A}} \quad ou \quad \boxed{S = \frac{1}{2}ac\sin\hat{B}}$$

Ou encore

$$\boxed{S = \frac{1}{2}ab\sin\hat{C}}$$

**<u>Calcul du rayon du cercle circonscrit au triangle ABC</u>**

$$\boxed{R = \frac{a}{2\sin\hat{A}} = \frac{b}{2\sin\hat{B}} = \frac{c}{2\sin\hat{C}}} \quad ou \quad \boxed{R = \frac{abc}{4S}}$$

**9-9) <u>Equations cartésiennes du cercle</u>**

**a) Equation du cercle de centre $I(a;b)$ et de rayon R**

$$\boxed{(x-a)^2+(y-b)^2=R^2}$$

Ou

$$\boxed{x^2+y^2-2ax-2by+a^2+b^2-R^2=0}$$

En posant $A=-2a\,;\ B=-2b\ et\ C=a^2+b^2-R^2$

On a : $\boxed{x^2+y^2+Ax+By+C=0}$

Cette relation définie la forme générale de l'équation cartésienne d'un cercle.

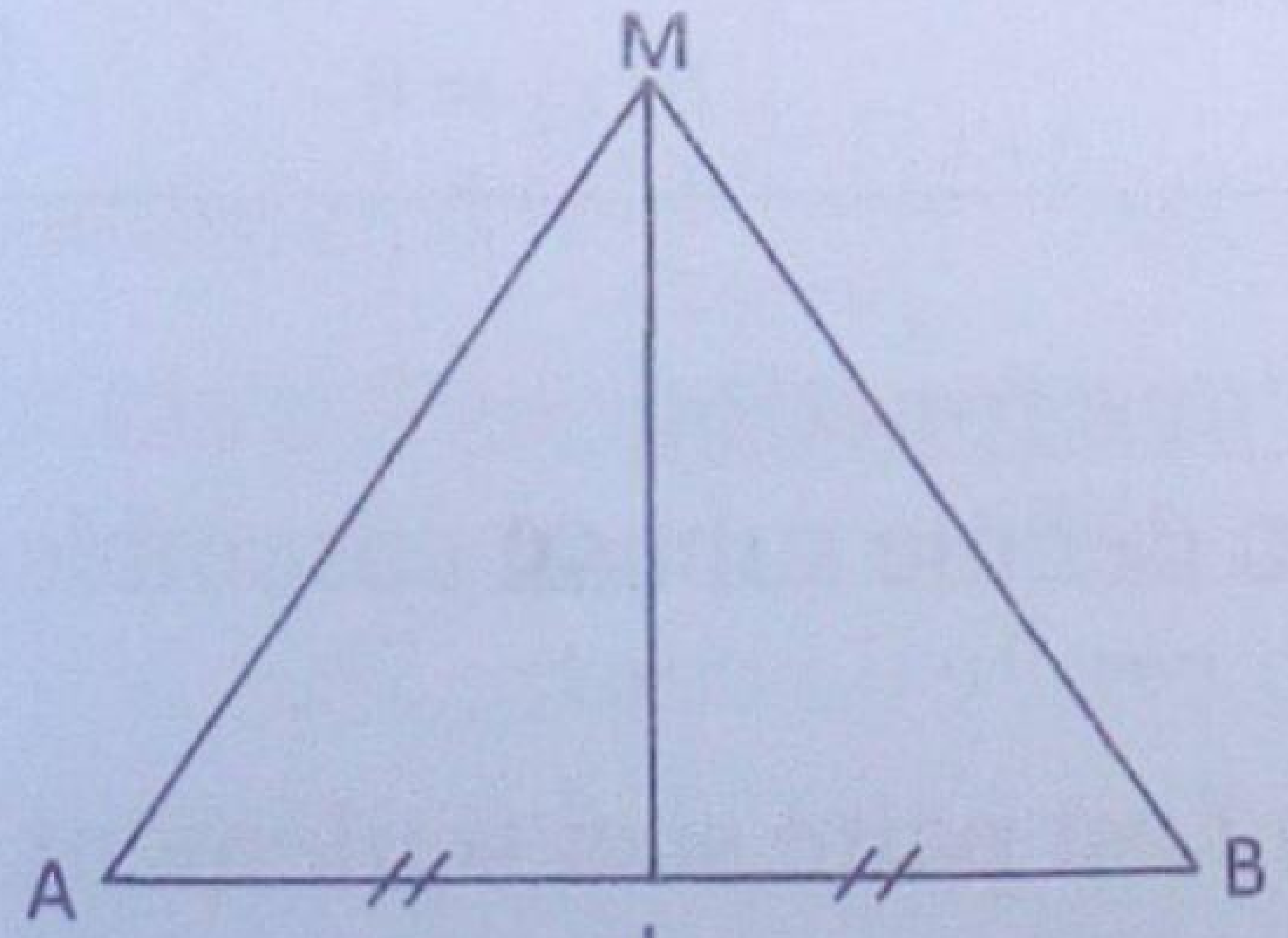
- **Calcul du rayon du cercle**

$$C=a^2+b^2-R^2 \quad \Rightarrow \boxed{R=\sqrt{a^2+b^2-c}}$$

**b) Equation du cercle de diamètre $[AB]$ avec A$(x_{A;}y_A)$ et $B(x_{B;}y_B)$**

On a : $\boxed{(x-x_A)(x-x_B)+(y-y_A)(y-y_B)=0}$

## 9-10) Théorème de la médiane



Soient A et B deux points du plan et I milieu du segment $[AB]$. Alors pour tout point M du plan, on a :

$$\boxed{MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + \frac{AB^2}{2}}$$

Où MI est la médiane du triangle ABM.

## 10- Les fonctions numériques

### 10-1) Ensemble de définition d'une fonction

| Fonctions | Conditions d'existence |
|---|---|
| polynôme | $\mathbb{R}$ |
| $f(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$ | $B(x) \neq 0$ |
| $f(x) = \sqrt{A(x)}$ | $A(x) \geq 0$ |
| $f(x) = \frac{\sqrt{A(x)}}{B(x)}$ | $\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \neq 0 \end{cases}$ |
| $f(x) = \frac{A(x)}{\sqrt{B(x)}}$ | $B(x) > 0$ |
| $f(x) = \frac{\sqrt{A(x)}}{\sqrt{B(x)}}$ | $\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) > 0 \end{cases}$ |
| $f(x) = \sqrt{\frac{A(x)}{B(x)}}$ | $\frac{A(x)}{B(x)} \geq 0$ et $B(x) \neq 0$ $\Rightarrow \begin{cases} A(x) \times B(x) \geq 0 \\ \text{et} \\ B(x) \neq 0 \end{cases}$ |

### 10-2) La parité d'une fonction

Soit f une fonction définie sur son ensemble de définition $E_f$.

- La fonction f est paire si et seulement si

$$\boxed{\forall x \in E_f, \forall(-x) \in E_f \,/\, f(-x) = f(x)}$$

- La fonction f est impaire si et seulement si

$$\boxed{\forall x \in E_f, \forall(-x) \in E_f \,/ f(-x) = -f(x)}$$

### 10-3) La monotonie d'une fonction

Soit f une fonction définie sur un intervalle $I = ]a\,;b[$.

- La fonction f est croissante sur I si et seulement si $\forall(x_1, x_2) \in I \; avec \; x_1 < x_2$

On a : $\boxed{\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1} \geq 0}$

- La fonction f est décroissante sur I si et seulement si $\forall(x_1, x_2) \in I \; avec \; x_1 < x_2$

On a : $\boxed{\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1} \leq 0}$

- La fonction f est constante sur I si et seulement si si $\forall(x_1, x_2) \in I \; avec \; x_1 < x_2$

On a : $\boxed{\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1} = 0}$

NB : Le nombre réel $\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$ est appelé taux de variation ou taux d'accroissement.

## Sujet n°1

e 1 :
ue signifie les ensembles suivants : a$\mathbb{N}$ et $D_a$
vec $a \in R$
éterminer les ensembles suivants : 4$\mathbb{N}$ ; 6$\mathbb{N}$ ;
$_{12}$ et $D_{18}$
éterminer les ensembles A et B suivants :
$= 4\mathbb{N} \cap 6\mathbb{N}$ et $B = D_{12} \cap D_{18}$
alculer ensuite PPCM (4 ; 6) et PGCD (12 ; 18).
éterminer le nombre de diviseurs que contient
ensemble $D_{28}$

e 2 : Déterminer :
e PGCD et le PPCM des nombres 3150 et 6468.
e PGCD et le PPCM des nombres 6 ; 12 et 150.

e 3 : On donne deux nombres X et Y tels que :
321321321321321 ...
21321321321321 ...
ontrer que $x = -1 - y$
e nombre Y est-il rationnel ou irrationnel ?
stifiez votre réponse.
onner l'écriture fractionnaire de Y.
déduire celle de X.

4 : Calculer et donner l'écriture décimale puis
scientifique de A tel que :

$$\frac{0^2 \times 1{,}7.10^2}{.10^5 \times 10^3}$$



**Exercice 5** : Comparer les réels suivants :

a) $\sqrt{7 - 2\sqrt{10}}$ et $\sqrt{5} - \sqrt{2}$
b) $\sqrt{4 - \sqrt{7}}$ et $\sqrt{4 + \sqrt{7}}$
c) $\frac{3}{7}$ et $\frac{3+\sqrt{7}}{7}$
d) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$ et $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{11}}{\sqrt{5}+\sqrt{11}}$
e) $5\sqrt{13}$ et 18.

## Sujet n°2

**Exercice 1** :
On donne le nombre X = 2,323232………
1) Montrer que X peut s'écrire sous la forme X=2+a
Déterminer a
2) On pose Y= 0,323232……..
Donner une écriture fractionnaire de Y
3) En déduire l'écriture fractionnaire de X.

**Exercice 2** :
a et b sont deux réels tels que : $a = 2 - 2\sqrt{2}$ et
$b = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$
1) Comparer 2 et $2\sqrt{2}$
En déduire le signe de a
2) a- Calculer $a^2$ $et$ $b^2$
b- Etablir une relation entre $a^2$ $et$ $b^2$
c- Déduire de ce qui précède, une relation entre a et b.

**Exercice 3** :
1) Montrer que 137 est un nombre premier.

2) a- Donner l'ensemble des diviseurs de 137 et de 37.
b- Donner l'ensemble des diviseurs communs à 137 et 37
c- Déduire le PGCD (137 ; 37).
Que peut-on dire des nombres 137 et 37 ?
3) Donner l'écriture fractionnaire de X = 2,18181818….

**Exercice 4** :
On donne l'intervalle $K = [-7; 6]$
Calculer l'amplitude, de rayon et le centre de l'intervalle K.

**Exercice 5** :
On donne le nombre X = 0,07070707…….
1) Montre que $X = \frac{7}{99}$ si et seulement si $100x = 7 + X$
2) Préciser pour x :
a) La période ;
b) La longueur ;
c) La troncature décimale d'ordre 4 ;
d) L'arrondi d'ordre 3.

## Sujet n°3

**Exercice 1** :
Soient A, B et C trois points non alignés du plan (P).
1) Construire le point M du plan (P) tel que : $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$.
2) Exprimer alors $\overrightarrow{CM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.



3) D et E sont les points du mêr
$\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AC}$. Qu
quadrilatère ADME ?
4) Construire le point N du pla
$\overrightarrow{AN} = -3\overrightarrow{AB}$.
5) Exprimer $\overrightarrow{CN}$ en fonction de
des points N, C et M ?

**Exercice 2** :
Soit ABC un triangle.
1) Placer les points A et E tels
$\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.
2) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AE}$ en
$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
3) Montrer que les vecteurs
colinéaires. En déduire le
dépendance.

**Exercice 3** :
Soit ABC un triangle.
Les points M et N sont définis
$\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.
1) Démontrer que les droi
parallèles.
2) Les points T et S sont l
segments$[MN]$ et $[BC]$.
Démontrer que les points

## Sujet n°4

nbre $x = 3{,}571428571428571428\ldots$
x est-il rationnel ou irrationnel ?
otre réponse.
our x :
de ;
ueur ;
ature décimale d'ordre 3 ;
di d'ordre 5.
l'écriture fractionnaire de x ;
que le PGCD (3571425 ; 999999) =
ontrer que $x = \frac{25}{7}$.

les égalités suivantes :
$\ldots 8)^{11} \times (\sqrt{7} - \sqrt{8})^{9} = 4\sqrt{14} - 15$
$\ldots \overline{72} + \sqrt{11 + \sqrt{72}} = 6$
l'aide d'intervalles : $d(x; -1) \leq \frac{5}{2}$
l'aide de la notation valeur absolue :
$\ldots 5] \cup [3; +\infty[$

gle.
es points D, E et F tels que : $\overrightarrow{AD} =$
$\ldots \overrightarrow{E} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BF} = 3\overrightarrow{BA}$
point Q tel que $\overrightarrow{AQ} = 2\overrightarrow{AB}$. Quelle
du quadrilatère AQDC ?



3. Exprimer les valeurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{FC}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
4. Montrer que $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AE}$. Que dire des points A, E et D ?
5. Quelle est la position relative des droites (FC) et (AE) ?

## Sujet n°5

**Exercice 1** :

A tout réel m, on associe la droite
$(D_m) : (2m-1)x + (3-m)y - 7m + 6 = 0$

1) Montrer que pour tout réel m, $(D_m)$ est une droite.
2) Déterminer m pour que :
   a) $(D_m)$ passe par le point A(1 ;2) ;
   b) $(D_m)$ soit parallèle à l'axe $(ox)$ ;
   c) $(D_m)$ soit parallèle à l'axe $(oy)$ ;
   d) $(D_m)$ passe par l'origine des axes ;
   e) $(D_m)$ ait pour coefficient directeur 3 ;
   f) $(D_m)$ soit parallèle à la droite $(\Delta) : 2x - 3y + 1 = 0$;
   g) $(D_m)$ soit perpendiculaire à la droite $(\Delta) : 2x - 3y + 1 = 0$.
3) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de $(D_1)$ et de $(\Delta) : 2x - 3y + 1 = 0$.
4) Donner une représentation paramétrique de la droite $(D')$ perpendiculaire à la droite $(D_1)$ et passant par le point $B(2; -3)$.
5) Montrer que $(D_m)$ passe par un point fixe que l'on précisera les coordonnées.

6) Déterminer une équation cartésienne de la droite $(D'')$ passant par le point C(1 ;-2) et parallèle à la droite $(\Delta)$ :$2x - 3y + 1 = 0$. Donner sa représentation paramétrique.

7) On donne la représentation paramétrique de la droite

$$(\Delta): \begin{cases} x = 2\lambda - 1 \\ y = -\lambda + 3 \end{cases} \quad \text{avec } \lambda \in \mathbb{R}$$

   a) Donner l'équation cartésienne de la droite $(\Delta')$ ;
   b) En déduire ses vecteurs directeur et normal.

**Exercice 2** :

Soit un système de points pondérés $\{(A,2);(B,-4);(C,6)\}$.

1) Former la fonction de LEIBNIZ $\overrightarrow{f(M)}$ associée à ce système.
2) Exprimez $\overrightarrow{f(A)} - \overrightarrow{f(B)}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ puis $\overrightarrow{f(B)} - \overrightarrow{f(C)}$ en fonction de $\overrightarrow{BC}$.
3) Montrer que $\vec{f}$ est bijective et que G : $bary\{(A,2);(B,-4);(C,6)\}$ Existe.
4) Soit G' : $bary$: $\{(B,-4);(C,6)\}$, démontrer que $\overrightarrow{f(M)} = 4\overrightarrow{MG'} + 2\overrightarrow{G'A}$.
5) Déterminer deux réels x et y pour que G : $bary\{(A,x);(B,y)\}$ $et$ $2\overrightarrow{GA} - 3\overrightarrow{AB} = \vec{0}$.

## Sujet n°6

**Exercice 1** : ABC est un triangle quelconque tels que $BC = a = 4$ $AC = b = 3$ $AB = c = 2$



1. Déterminer $\cos\hat{A}$; $\cos\hat{B}$; et $\cos\hat{C}$
2. En déduire les valeurs en degré des angles $\hat{A}; \hat{B}$ et $\hat{C}$
3. Calculer $Sin\hat{A}$; $Sin\hat{B}$; et $Sin\,\hat{C}$
4. Calculer le rayon de cercle circonscrit au tria ABC.
5. Calculer la surface et le périmètre du triangl ABC.
6. Soit A' le milieu du segment $[BC]$. Calculer longueur de la médiane AA'.

**Exercice 2** : Calculer le produit scalaire $\vec{u}.\vec{v}$ dans suivants :

a) $\|\vec{u}\| = \sqrt{2} - 1$; $\|\vec{v}\| = \sqrt{3} - 1$ $et$ $\alpha = \frac{3\pi}{4}$

b) $\|\vec{u}\| = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\|\vec{v}\| = 3$ $et\alpha = \frac{2\pi}{3}$

**Exercice 3** : On donne les expressions $X = \sqrt{x$

Et $Y = \sqrt{\frac{x+\sqrt{x^2-y}}{2}} + \sqrt{\frac{x-\sqrt{x^2-y}}{2}}$

On suppose que x et y sont des nombres ration positifs tel que $x^2 - y \geq 0$.

1) Vérifier que X=Y
2) On pose $A = \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$ $et$ $B = \sqrt{6 - 2\sqrt{}}$
   a) Calculer $A^2 + B^2$ puis$A \times B$.
   b) Déduire le calcul de $(A + B)^2$ et A +

## Sujet n°7

### ACTIVITES NUMERIQUE

**Exercice 1** :

On donne $f_m(x) = x^2 - 3x + 2(m+1)$

1. Résoudre suivant les valeurs de m l'équation $f_m(x) = 0$
2. Ecrire $f_m(x)$ sous la forme canonique.
3. Pour $m = 0$, factorise $f_o(x)$ et étudier son signe.
4. Déterminer si possible, le réel m pour que l'on ait : $\frac{1}{x'} + \frac{1}{x''} = 3$.

**Exercice 2** :

1. Résoudre dans ℝ les équations et l'inéquation ci-après :

   a) $\sqrt{1+x} - \sqrt{3x-4} = 0$; b) $\frac{x^2-4x+3}{x^2+16} \leq 0$;

   c) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$
2. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système d'équation suivant ci-après : $\begin{cases} 3mx + (m-2)y = m-1 \\ (6m+1)x + 2my = 3m+1 \end{cases}$

### ACTIVITES GEOMETRIQUES :

**Exercice 3**

Soit $(D_m)$: $(1+m)x + (1-m)y - 3 - m = 0$.

1. Déterminer m pour $(D_m)$:

   a) Ait pour pente 2.

   b) Passe sur l'origine du repère.

   c) Soit parallèle à la droite $(\Delta)$: $2x - 3y + 5 = 0$.

   d) Soit perpendiculaire à la droite $(D)$: $2x - 2y + 1 = 0$.
2. Montrer que $(D_m)$ admet un point fixe I que l'on déterminera.

**Exercice 4** :

On considère un triangle ABC de côté 3cm. A', B' et C' sont les milieux respectifs des segments$[BC]$, $[AC]$, $et$ $[AB]$.

Calculer les produits scalaires :

$\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$; $\overrightarrow{AA}.\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BB'}$.

**Exercice 5** :

ABC est un triangle, on désigne par G le barycentre des points pondérés (A,1), (B,4), et (C,-3).

1. a) Construire le point I barycentre des points pondérés (B,4) et (C,-3).

   b) Montrer que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GI} = 0$. Déduire la position du point G sur la droite (AI).
2. Donner les coordonnées du point G lorsque A(1,2), B(2,-1) et C(-1,-1).
3. Démontrer que $\forall\, m \epsilon\, p$, on a : $\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{BM} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MG}$



## Sujet n°8

### I- Activités Numériques :

**Exercice 1** :

Les racines $x' et\ x''$ de l'équation paramétrique du deuxième degré vérifient les relations suivantes :

$$(E)\begin{cases} x' + x'' = 3x'x'' \\ (mx'' - 1)x' = 1 + x'' \end{cases}$$

1. Qu'appelle-t-on équation du second degré ?
2. Former cette équation (E).
3. Discuter suivant les valeurs du paramètre m les solutions de l'équation (E).
4. On suppose que $x' et\ x''$ sont les côtés d'un triangle rectangle dont l'hypoténuse est $\sqrt{2}$.

Déterminer m.

**Exercice 2** :

On considère l'équation paramétrique (E) telle que :
$(E): x^2 - 2(m-2)x + m^2 - 4m = 0$.
On désigne par S et P respectivement la somme et le produit des racines de (E).

1. Discuter suivant les valeurs du paramètre m, les solutions de l'équation (E).
2. a) Exprimer le produit P en fonction de la somme S.
   b) En déduire une relation indépendante de m entre les racines $x' et\ x'' de\ (E)$.
3. On considère l'équation
   $(E'): (2+\sqrt{3})x^2 - (2\sqrt{3}+1)x + \sqrt{3} - 1 = 0$.

En utilisant les expressions de la somme et du produit des racines de $(E')$, calculer :

$A = \frac{1}{x'} + \frac{1}{x''} et\ B = x'^2 + x''^2$

**Sujet n°9**

**I. Activités numériques**



**Exercice 1 :**

Résoudre dans ℝ et discuter suivant les valeurs du paramètre m les équations et inéquations suivantes :

a) $\begin{cases} (m^2+3m)x = m^2 - 9; \\ m > 2 \end{cases}$ b) $x - 5m > 2(1 + 3mx$

c) $m^2x - 3 = x + 3m$; d) $m^2x - 3 \geq x + 3m$

**Exercice 2 :**

Résoudre dans ℝ les équations et inéquations suivante

a) $\sqrt{1+x} = \sqrt{3x-3}$; b) $\sqrt{x^2-4} = x + 3$;

c) $|5x-2| \geq |x-1|$ ; d) $\frac{|3-5x|}{|x+2|} < 1$ ;

e) $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+3} = 3$

**II. Activités géométrique**

**Exercice 1 :**

Dans un repère orthonormé$(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on considère les vecteurs $\vec{u}(m-1{,}3) et\ \vec{v}(3;-2)$

a) Déterminer la valeur de m pour que les vecteur et $\vec{v}$ soient orthogonaux.
b) Calculer la norme de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

**Exercice 2 :**

Le plan est muni d'un repère orthonormé$(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. On donne les points $A(3,-2); B(1;3)\ et\ C(-4;1)$

a) Calculer les produits scalaires $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$ ; $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{BC}$ e $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{AC}$
b) Déterminer l'équation cartésienne du cercle de diamètre $[AB]$.

**Exercice 3 :**

On donne le cercle $(C): x^2 + y^2 - 2x - 3y = 0$

a) Caractériser le cercle $(C)$.

Déterminer la distance du point $D(2;-2)$ par rapport à la droite $(\Delta): x - 2y + 3 = 0$

Déterminer la puissance du cercle par rapport à un point $E(-1\,;0)$.

**n°10**

**tés Numériques**

**ce 1 :**

dre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

$1)^2 + x(1-2x) = 4x^2 - 1;\ \frac{x+1}{x-2} - \frac{x-1}{x+2};$

$< 3x - 2$

**ce 2 :**

ésoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation et l'inéquation uivantes :

$-2)x + 2m - 3 = (2m+5)x + 3 - m;$

$-1)x - 6m + 9 \leq x \ (m \in \mathbb{R})$

ésoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système d'équations suivant :

$x - y = -m + 6$

$nx + (1-m)y = 2m$

**3 :**

e dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

$x^2 - 2(1+\sqrt{2})x + 1 + 3\sqrt{2} = 0;$

$+1 > 0;\ \ -4x^2 + 4x - 1 < 0$

**Géométriques**

**4 :**

barycentre des points A,B et C affectés ment des coefficients $2\lambda;\ \ -1+\lambda\,; et\ \ 2+\lambda$



*avec* $\lambda \neq 0$

1) Déterminer les valeurs de $\lambda$ pour lesquelles barycentre G existe ou (est défini)
2) Déterminer les coordonnées de G dans le r $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ en fonction de $\lambda$
3) On pose $\lambda = -1$
   a) Construire le barycentre G
   b) Pour tout point M du plan, démontr $-2\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = -3\overrightarrow{MG}$

**Exercice 5 :**

Dans le plan muni d'un repère orthonormé$(o, \vec{\imath},$ considère les droites (D), $(D')\ et\ (D_m)$ d'équati suivantes :

(D) $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 5 + 2t \end{cases} t \in \mathbb{R};$ (D') $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

$(Dm); mx + (m-2)y + m - 1 = 0$

1) Démontrer que les droites $(D')\ et\ (D)$ sor perpendiculaires
2) Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection ou de rencontre I
3) Déterminer la valeur de m pour que $(Dm$ par $A(2;3)$
4) Déterminer la valeur de m pour que $(Dm$ parallèle à la droite (D)
5) Déterminer la valeur de m pour que $(Dm$ pour pente 3.

**Sujet n°11**

I. **Activités numériques**

**Exercice 1 :**

1. Qu'appelle-t-on Zéro ou racine d'un poly

2. Développer l'expression
$A(x) = (x+3)(x+2)(x-5)$
3. On considère le polynôme h défini par :
$h(x) = x^3 - 19x - 30$
   a) Quel est le degré de $h(x)$ ? Préciser son coefficient ?
   b) Calculer $h(-3)$ puis conclure
   c) Déterminer le polynôme q tel que $h(x) = (x+3)q(x)$
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ :
   a) $h(x) = 0$;
   b) En déduire les solutions de $h(x) \geq 0$

**NB :** $h(x) = ax^2 + bx + c$

**Exercice 2 :**

1. Du point de vue forme, quelle est la différence entre une équation et une inéquation ?
2. Dans une équation ou inéquation paramétrique, que représente :
   a) $m$?
   b) $x$ ?
3. Soit $\Delta_P$, le déterminant principal d'un système : donner
   a) La position éventuelle des droites, $si\ \Delta_P \neq 0$
   b) Les deux positions possibles des droites, $si\ \Delta_P = 0$
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations et inéquations suivantes :
   a) $x = x$
   b) $\frac{x}{x-4} + \frac{1}{x-5} = 1$
   c) $(2m+1)x + 2mx + 25m + 12 = (m+3)x + 6$
   d) $|x-4| - |x+5| = x - 1$



   e) $|2m+1| < |x|$

**Exercice 3 :**

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$, le système suivant : $\begin{cases} 3x + 2y = 14 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$

Donner l'interprétation géométrique de ce système.

2. En déduire les solutions du système :

$\begin{cases} 3(x-1)^2 + 2y^2 = 14 \\ 2(x-1)^2 - 3y^2 = 5 \end{cases}$

## II. Activités Géométriques

**Exercice 1 :**

Soit G le barycentre des oints pondérés $(A; m^2)$ $et$ $(B; 4)$

1. Pour quelle(s) valeur(s) de m :
   a) Le point G est isobarycentre des points A et B
   b) Le point G existe ?
2. G est-il à l'intérieur du segment $[AB]$? Pourquoi ?

**Exercice 2 :**

1. Est-ce que le barycentre d'un système est une relation vectorielle ou un point ?
2. On considère dans le plan P, les points distincts A, B et C . M un autre point tel que :
$3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$
   a) Montrer que le point M est barycentre des points A, B et C affectés des coefficients que l'on précisera.
   b) Exprimer $\overrightarrow{OG}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OC}$.
3. a- Exprimer $\overrightarrow{AG}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

b- En déduire les coordonnées de G dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

4. a- Démontrer que $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AM}$

   b- En déduire une construction des points G et M.

5. Soit $f(\overrightarrow{M}) = 3\overrightarrow{AM} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$, une fonction vectorielle de Leibniz, f est-elle une application bijective ?

## Sujet n°12

### I. Activités numériques

**Exercice N°1 :**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

1) $x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6} = 0$; 2) $\frac{1-2x}{x} < 4$;

3) $\sqrt{x+2} \geq 4$ ; 4) $|6 - 3x| - 9 = 0$

**Exercice N°2 :**

Soit l'équation d'inconnue x

$(E): (m-2)x^2 - 2(m+3)x + 5m = 0$

1) Pour quelle valeur de m l'équation (E) est-elle du premier degré ?
2) Pour quelles valeurs de m l'équation (E) est-elle du second degré ?
3) Pour quelles valeurs de m l'équation (E) admet-elle une solution double ?
4) Pour quelles valeurs de m l'équation (E) admet-elle deux solutions distinctes ?
5) x' et x'' étant les solutions de (E), calculer S=x'+x'' et P=x'.x'' en fonction du paramètre m
6) Pour m=0, résolvez dans $\mathbb{R}$ l'équation (E).

### II. Activité

**Exercice N°1 :**

ABCD est un

BCF est un tri

1) Faire la

2) Calculer

$\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{DA}; \overrightarrow{DA}.\overrightarrow{BI}$

## Résolution sujet n°1

**Solution 1** :

1) **Signification de** :

$a\mathbb{N}$ est l'ensemble des multiples de $a$.

$Da$ est l'ensemble de diviseurs de $a$.

2) **Déterminons les ensembles** :

$4\mathbb{N}=\{0; 4; 8; 12; 16; 20; 24; 28; 32; ...\}$

$6\mathbb{N}=\{0; 6; 12; 18; 24; 30; 36; 42; ...\}$

$D_{12} = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$

$D_{18} = \{1; 2; 3; 6; 9; 18\}$

3) **Déterminons les ensembles A et B** :

$A= 4N \cap 6N = \{0; 12; 24; ...\}$

$B= D12 \cap D18 = \{1; 2; 3; 6\}$

4) **Calculons ensuite** :

PPCM (4 ;6)=12 et PGCD (12 ;18)=6

5) **Déterminons le nombre de diviseurs que contient l'ensemble $D_{28}$**

$D_{28} = \{1; 2; 4; 7; 14; 28\}$

Donc l'ensemble $D_{28}$ contient 6 diviseurs.

**Solution 2** :

a) $3150 = 2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 et\ 6468 = 2^2 \times 3 \times 7^2 \times 11$

PGCD (3150 ; 6468)= $2 \times 3 \times 7 = 42$

PPCM (3150 ; 6468)= $2^2 \times 3^2 \times 7^2 \times 5^2 \times 11 =$
$485100$

b) $6 = 2 \times 3$

$12 = 2^2 \times 3$

$150 = 2 \times 5^2 \times 3$

PGCD (6 ; 12 ; 150)=$2 \times 3 = 6$

PPCM (6 ; 12 ; 150)=$2^2 \times 3 \times 5^2 = 300$

**Solution 3** :

$X = -1,321321321321 ...$

$Y = 0,321321321321321 \ldots$

a) **Montrons que $X = -1 - Y$**

$X = -1,321321321 \ldots$

$= -1(1,321321321 \ldots)$

$= -(1 + 0,321321 \ldots) = -(1 + Y)$

Donc $X = -1 - Y$

b) Le nombre $Y = 0,321321321 \ldots$ est rationnel car il admet un développement illimité périodique.

c) **Ecriture fractionnaire de Y**

$Y = 0,321321321321 \ldots$

$Y = \frac{P}{10^L - 1}$ avec $P = 321$ et $L = 3$; P : la période et L : la longueur de la période.

$$Y = \frac{321}{10^3 - 1} = \frac{321}{1000 - 1} = \frac{321}{999} = \frac{3 \times 107}{3 \times 333} = \frac{107}{333}$$

d) **Déduisons l'écriture fractionnaire de X**

$$X = -1 - Y = -1 - \frac{107}{333} = \frac{-333 - 107}{333} = \frac{-440}{333}$$

**Solution 4** :

Calculons et donnons l'écriture décimale puis l'écriture scientifique de A

$$A = \frac{2,6.10^2 \times 1,7.10^2}{0,2.10^5 \times 10^3} = \frac{2,6 \times 1,7.10^{2+2}}{0,2.10^{5+3}} = \frac{4,42.10^4}{0,2.10^8}$$

Ecriture décimale : $A = 22,1.10^{4-8} = \mathbf{22,1.10^{-4}}$

Ecriture scientifique : **$A = 2,21.10^{-3}$**

**Solution 5** :

Comparaison des réels

a) $\sqrt{7 - 2\sqrt{10}}$ *et* $\sqrt{5} - \sqrt{2}$



$$\left(\sqrt{7 - 2\sqrt{10}}\right)^2 = 7 - 2\sqrt{10}$$

$$(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 = 5 - 2\sqrt{10} + 2 = 7 - 2\sqrt{10}$$

Comme $\left(\sqrt{7 - 2\sqrt{10}}\right)^2 = (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2$

Donc $\sqrt{7 - 2\sqrt{10}} = \sqrt{5} - \sqrt{2}$

b) $\sqrt{4 - \sqrt{7}}$ et $\sqrt{4 + \sqrt{7}}$

$$\left(\sqrt{4 - \sqrt{7}}\right)^2 = 4 - \sqrt{7} \text{ et } \left(\sqrt{4 + \sqrt{7}}\right)^2 = 4 + \sqrt{7}$$

$$(\sqrt{4 - 7})^2 - (\sqrt{4 + 7})^2 = 4 - \sqrt{7} - 4 - \sqrt{7}$$

$$(\sqrt{4 - 7})^2 - (\sqrt{4 + 7})^2 = -2\sqrt{7} < 0$$

$$(\sqrt{4 - 7})^2 - (\sqrt{4 + 7})^2 < 0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{4 - 7})^2 < (\sqrt{4 + 7})^2$$

Donc $\boxed{\sqrt{4 - \sqrt{7}} < \sqrt{4 + \sqrt{7}}}$

c) $\frac{3}{7}$ *et* $\frac{3+\sqrt{7}}{7}$

Les dénominateurs des deux fractions étant égaux comparons leurs numérateurs

$$3 < 3 + \sqrt{7} \Rightarrow \frac{3}{7} < \frac{3 + \sqrt{7}}{7}$$

d) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$ *et* $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{11}}{\sqrt{5}+\sqrt{11}}$

$$\frac{\ldots\sqrt{11}) - \sqrt{5}(\sqrt{6}+\sqrt{11})}{\ldots\sqrt{5}(\sqrt{5}+\sqrt{11})}$$

$$= \frac{\sqrt{66}-\sqrt{55}}{5+\sqrt{55}} > 0$$

$$> \frac{\sqrt{6}+\sqrt{11}}{\sqrt{5}+\sqrt{11}}$$

$8)^2$

$\ldots e\ X = 2 + a$

$323232\ldots$

$32\ldots$

**naire de y**

$L = 2 \Rightarrow$

**ionnaire de x**

$X = 2 + 0{,}323232\ldots\ldots \Rightarrow X = 2 + Y$ *avec* $Y = \frac{32}{99} \Rightarrow$

$$X = 2 + \frac{32}{99} = \frac{198+32}{99} = \frac{230}{99}$$

**Exercice 2** :

$a = 2 - 2\sqrt{2}$ *et* $b = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$

1) **Comparons 2 et $2\sqrt{2}$**

$(2)^2 = 4$ *et* $\left(2\sqrt{2}\right)^2 = 4 \times 2 = 8$

$4 < 8 \Rightarrow (2)^2 < \left(2\sqrt{2}\right)^2$ Donc $2 < 2\sqrt{2}.$

**Déduisons le signe de $a$**

$a = 2 - 2\sqrt{2}$ *or* $2 < 2\sqrt{2} \Rightarrow 2 - 2\sqrt{2} < 0 \Rightarrow a < 0$

2) a- **Calculons $a^2$ et $b^2$**

$a^2 = \left(2 - 2\sqrt{2}\right)^2 = (2)^2 - 2(2)\left(2\sqrt{2}\right) + \left(2\sqrt{2}\right)^2$

$= 4 - 8\sqrt{2} + 8 \Rightarrow a^2 = 12 - 8\sqrt{2}$

$$b^2 = \left(\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}\right)^2 = 3 - 2\sqrt{2} \Rightarrow b^2 = 3 - 2\sqrt{2}$$

b- **Etablissons une relation entre $a^2$ et $b^2$**

$a^2 = 4\left(3 - 2\sqrt{2}\right)$ *avec* $b^2 = 3 - 2\sqrt{2} = \Rightarrow$

$a^2 = 4b^2$ *ou* $a^2 = (2b)^2$

c- **Déduisons une relation entre $a$ et $b$**

$$a^2 = (2b)^2 \Leftrightarrow a = 2b \Rightarrow a = 2b \text{ ou } \frac{a}{2} = b$$

**Exercice 3** :

1) **Montrons que 137 est un nombre premier**

$137 = 2 \times 68 + 1$

$137 = 5 \times 27 + 2$

$137 = 7 \times 19 + 4$

$137 = 11 \times 12 + 5$ ; Comme la division euclidienne de 137 par tous les nombres premiers qui lui sont férieurs donne un reste non nul, **donc 137 est un nombre premier.**

a- **Ensemble des diviseurs communs à 137 et 37**

$D_{137} = \{1; 137\}$ et $D_{37} = \{1; 37\}$

b- **Ensemble des diviseurs communs à 137 et 37**

$D_{137} \cap D_{37} = \{1\}$

c- **Déduisons le PGCD**

PGCD (137 ; 37)=1. Les nombres 137 et 37 sont premiers entre eux car PGCD (137 ; 37)=1.

**Ecriture fractionnaire de X**

$X = 2{,}181818\ldots = 2 + 0{,}181818\ldots = 2 + \frac{P}{10^L - 1}$

avec $P = 18$ et $L = 2$

$$X = 2 + \frac{18}{10^2 - 1} = 2 + \frac{18}{99} = \frac{198 + 18}{99} = \frac{216}{99}$$

$$= \frac{9 \times 24}{9 \times 11} = \frac{24}{11}$$

**Exercice 4** :

$K = [-7; 6]$

**Conclusions**

L'amplitude (A) : $K = [a; b] \Rightarrow A = b - a$

$A = 6 + 7 = 13$

Le rayon (R) : $R = \frac{b-a}{2} = \frac{A}{2} = \frac{13}{2}$

Le centre (C) : $C = \frac{b+a}{2} = \frac{-7+6}{2} = \frac{-1}{2}$

**Exercice 5** : X=0,070707…

**Montrons que $X = \frac{7}{99}$ si et seulement si $100x = 7 + x$**

$100x = 7 + x \Rightarrow 100x - x = 7 \Rightarrow 99x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{99}$

**Précisons pour x :**



a) **La période (p)** :$X = 0{,}0707\ldots \Rightarrow P = 07$

b) **Longueur (L)** :$P = 07 \Rightarrow L = 2$

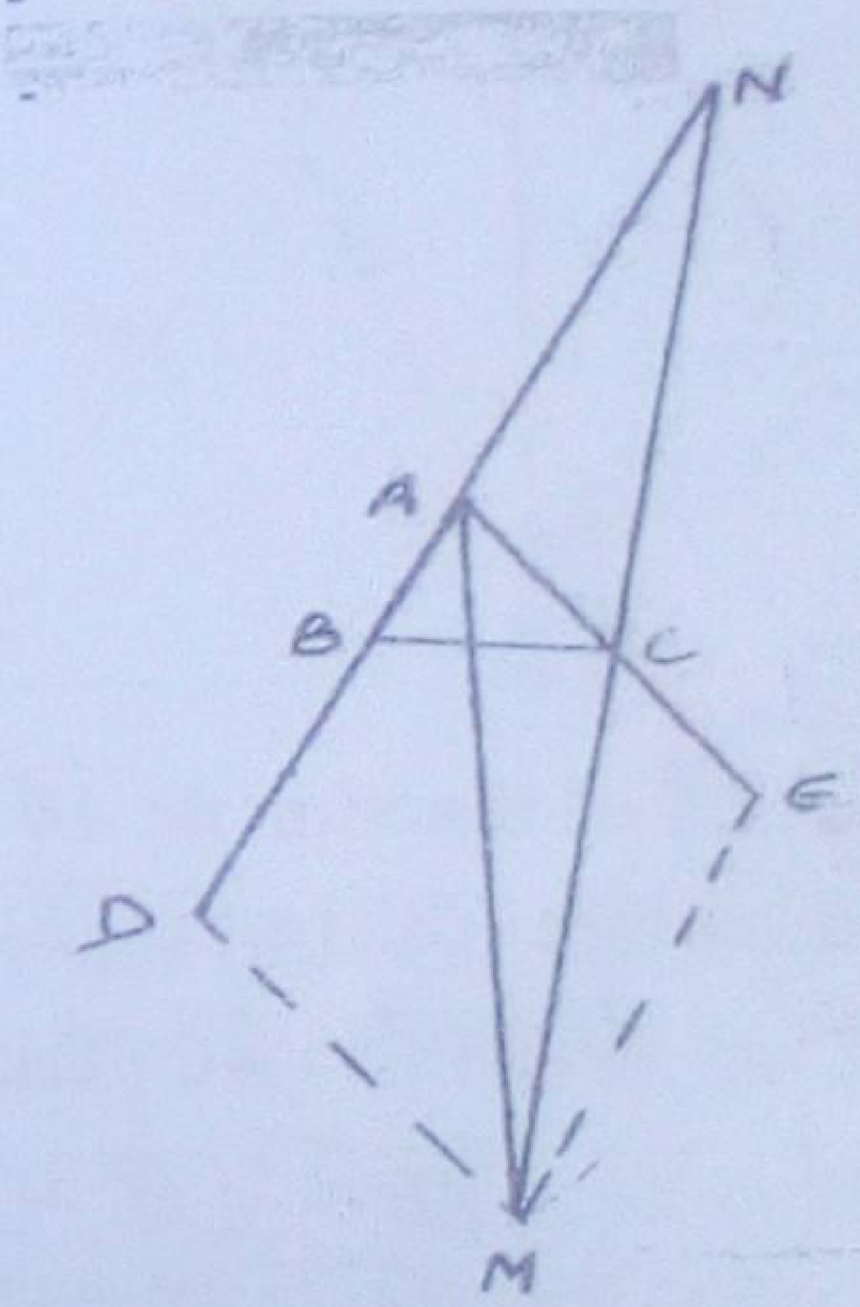
c) **La troncature** décimale d'ordre 4 de x est **0,0707.**

d) **L'arrondi** de x d'ordre 3 est **0,071.**

**Résolution sujet n°3**

**Solution 1 :** $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$

1.




2. **Exprimons $\overrightarrow{CM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$**

$\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AC}$ (Triangle AMC) $\Rightarrow \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AC}$

$\Rightarrow \overrightarrow{CM} = 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{CM} = 3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

3. Le quadrilatère ADME est un parallélogram

4. Voir figure.

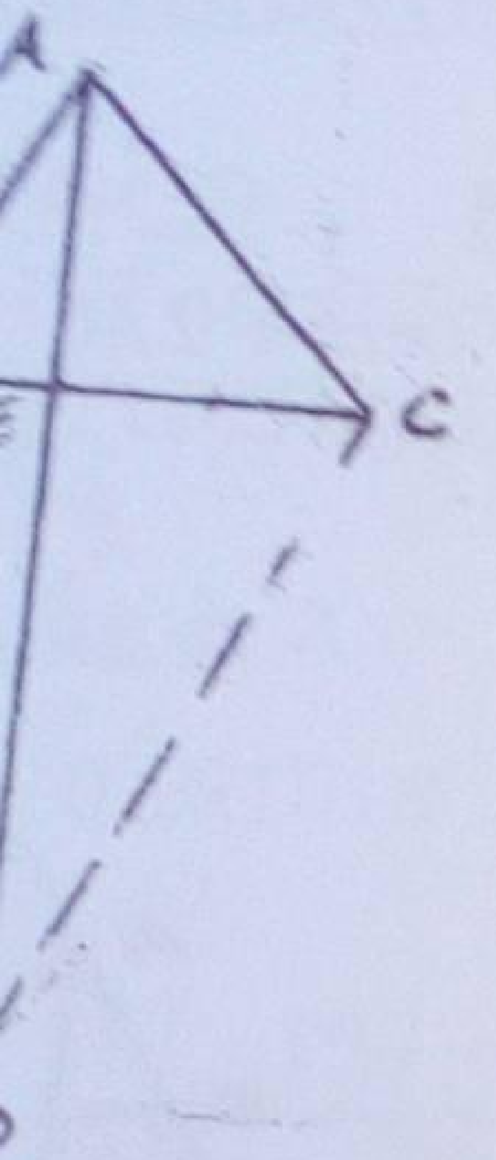
5. **Exprimons $\overrightarrow{CN}$ *en fonction de* $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$**

$\overrightarrow{AN} = -3\overrightarrow{AB}$ Fixons le point C dans $\overrightarrow{AN}$

$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN} = -3\overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{CN} = -3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

Les points N, C et M sont alignés.

$\overrightarrow{E} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$




onction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

ABE) avec $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ (Triangle ABC)

$\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\right)$

$= \left(1 - \frac{1}{3}\right)\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

$\frac{1}{3}\left(2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right)$

$\overrightarrow{AE}$ ***sont colinéaires***

$\overrightarrow{D}$ *avec* $k \in \mathbb{R}$

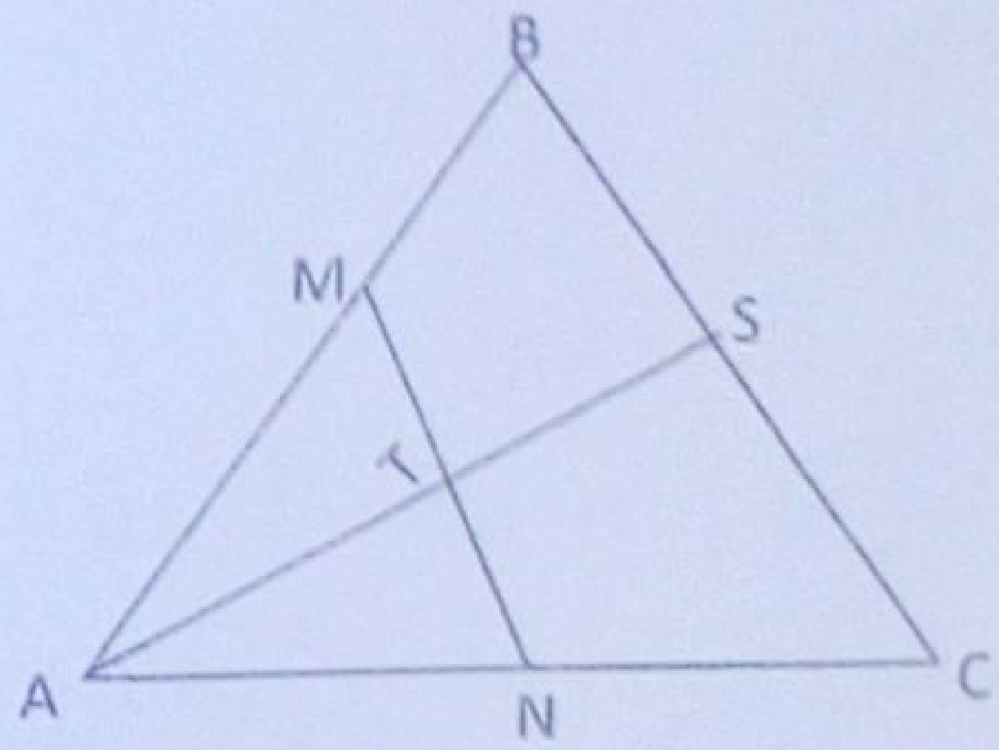
(1) dans (2)

$\Rightarrow \overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ *avec* $k = \frac{1}{3}$ *ou*

$\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AE}$ *avec* $k = 3$

**Solution 3:**

$\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$




1) **Montrons que (MN) // (BC):**$\Leftrightarrow \overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires c'est-à dire $\overrightarrow{MN} = k\overrightarrow{BC}$ *ou* $\overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{MN}$ *avec* $k \in \mathbb{R}$.

$\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN}$ *(Triangle AMN)*

$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM}$

*avec* $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} \Rightarrow$

$\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}\right) = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ *avec*

$K = \frac{2}{3}$ *ou* $\overrightarrow{BC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{MN}$ *avec* $k = \frac{3}{2}.$

**, T et S sont alignés** $\Leftrightarrow \overrightarrow{AT}$ et $\overrightarrow{AS}$
es c'est-à dire $\overrightarrow{AT} = k\overrightarrow{AS}$ ou $\overrightarrow{AS} =$
$\in \mathbb{R}$.
t S sont les milieux respectifs des
$et[BC]$. D'après le théorème du
gment, on a :

$\overrightarrow{AN})$

$\overrightarrow{C})$

t $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AC})$ $\begin{cases} \overrightarrow{AT} = \frac{2}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \\ \overrightarrow{AS} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \end{cases}$

$\begin{cases} 3\overrightarrow{AT} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \quad (1) \\ 2\overrightarrow{AS} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \quad (2) \end{cases}$

a : $3\overrightarrow{AT} = 2\overrightarrow{AS} \Rightarrow \overrightarrow{AT} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AS}$

avec $\mathbf{k = \frac{3}{2}}$

428 ...
onnel car il admet un
mal illimité périodique.



b) La longueur : $\boxed{L_P = 6}$

c) La troncature décimale d'ordre 3 est 3,571.
d) L'arrondi d'ordre 5 est 3,57143.

3. a- Je donne l'écriture fractionnaire de x

$$x = 3{,}571428571428 \ldots$$
$$x = 3 + 0{,}571428571428 \ldots$$
$$x = 3 + \frac{P}{10^{Lp} - 1} \quad avec\ P = 571428\ et\ L_p = 6$$
$$x = 3 + \frac{571428}{10^6 - 1} = 3 + \frac{571428}{999999}$$
$$x = \frac{3 \times 999999 + 571428}{999999} = \frac{2999\,997 + 571428}{999999}$$

$$\boxed{x = \frac{3571425}{999999}}$$

b- Je montre que $x = \frac{25}{7}$

$$x = \frac{3571425}{999999} \quad or\ PGCD(3571425; 999999) = 142857$$
$$x = \frac{3571425 : 142857}{999999 : 142857} = \frac{25}{7}$$

d'où $\boxed{x = \frac{25}{7}}$ CQFM

**Solution 2 :**

1. Je démontre les égalités suivantes :

a) $(\sqrt{7} - \sqrt{8})^{11} \times (\sqrt{7} + \sqrt{8})^{9} = 4\sqrt{14} - 15$

$\sqrt{7}+\sqrt{8})^9$

$\overline{7}-\sqrt{8})^9 \times (\sqrt{7}+\sqrt{8})^9$

$\overline{7}-\sqrt{8})(\sqrt{7}+\sqrt{8})]^9$

$-8)(7-8)^9$

$)(-1)^9$

$1)$

$\boxed{\times (\sqrt{7}+\sqrt{8})^9 = 4\sqrt{14}-15}$

$-\sqrt{72} = 6$

$\sqrt{\frac{a-c}{2}}$ et $\sqrt{a-\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+c}{2}} - \sqrt{\frac{a-c}{2}}$

$= \sqrt{11^2-72} = \sqrt{121-72}$

$+\sqrt{\frac{11-7}{2}}$

$3-\sqrt{2}$

$\sqrt{72} = 3+\sqrt{2}+3-\sqrt{2}$

$= 3+3$

$= 6$

$\boxed{72 = 6}$

2. Je traduis à l'aide d'intervalles :

$d(x;-1) \leq \frac{5}{2}$ *or* $d(x;y) = |x-y|$

$\Rightarrow |x+1| \leq \frac{5}{2}$

$\Leftrightarrow \frac{-5}{2} \leq x+1 \leq \frac{5}{2}$

$\frac{-5}{2} - 1 \leq x \leq \frac{5}{2} - 1$

$\frac{-5-2}{2} \leq x \leq \frac{5-2}{2}$

$$\boxed{\frac{-7}{2} \leq x \leq \frac{3}{2} \Rightarrow \ x \in \left[\frac{-7}{2};\frac{3}{2}\right]}$$

3. Je déduis à l'aide de la valeur absolu

$x \in ]-\infty;-5] \cup [3;+\infty[$

$Or\ |x = a| \geq r \Leftrightarrow x \in ]-\infty; a-r] \cup [a+r;+\infty[$

Par identification, on a : $\begin{cases} a-r = -5 \ (1) \\ a+r = 3 \ (2) \end{cases}$

$(1)+(2) \Rightarrow 2a = -2 \Rightarrow a = -\frac{2}{2} \Rightarrow a = -1$

Je remplace a=-1 dans (2)

$-1+r = 3 \Rightarrow r = 3+1 \Rightarrow r = 4$

$On\ a{:}\ |x-a| \geq r \Rightarrow |x+1| \geq 4$

D'où $\boxed{x \in ]-\infty;-5] \cup [3;+\infty[ \Leftrightarrow |x+1| \geq 4}$

**Solution 3 :**

1. Je construis les points D, E et F tels que :

$$\boxed{\overrightarrow{FC} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}$$

4. Je montre que $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AE}$

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{ED}$ (Relation de Chasles)

$Or\ \overrightarrow{ED} = 2\overrightarrow{AE}$

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AE} + 2\overrightarrow{AE}$

$$\boxed{\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AE}}$$

Comme les vecteurs $\overrightarrow{AD} et \overrightarrow{AE}$ sont colinéaires, alors les points A, E et D sont alignés.

5. Je donne la position relative des droites (FC) et (AE)

$Or\ \overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\left(2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right)\ et\ \overrightarrow{FC} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{FC}\ \ ou\ \ \overrightarrow{FC} = 3\overrightarrow{AE}$

Comme les vecteurs $\overrightarrow{FC}$ et $\overrightarrow{AE}$ sont colinéaires, alors les droites (FC) et (AE) sont parallèles.

## Résolution sujet n°5

**Solution 1 :**

$(D_m): (2m-1)x + (3-m)y - 7m + 6 = 0$

1. **Montrons que $(D_m)$ est une droite:**

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m-1 \neq 0 \\ 3-m \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \neq \frac{1}{2} \\ m \neq 3 \end{cases}$$

2. a- **Valeur de m pour $A(1;2) \in (D_m)$**

$On\ pose\ y = y \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

$\Rightarrow \frac{-x+1}{2} = \frac{2x+1}{3} \Rightarrow 3(-x+1) = 2(2x+1) \Rightarrow x = \frac{1}{7}$

$y = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{7}\right) + \frac{1}{2} = \frac{-1}{14} + \frac{1}{2} = \frac{-1+7}{14} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7} \Rightarrow y = \frac{3}{7}$

$Or\ I(x;y) \Rightarrow I\left(\frac{1}{7};\frac{3}{7}\right)$

4. **La représentation paramétrique de $(D') \perp (D_1)$ et passant par B(2 ;-3)**

$(D_1): y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\ \ et\ \ (D'): y = m'x + p'$

$(D') \perp (D_1) \Leftrightarrow m.m' = -1 \Rightarrow -\frac{1}{2}m' = -1 \Rightarrow m = 2$

Alors $(D'): y = \mathbf{2x + p'}$

$B(2;-3) \in (D') \Leftrightarrow -3 = 2(2) + p' = -7$

Alors $(D'): y = \mathbf{2x - 7}$ $\quad soit\ \ (D'): 2x - y + 7 = 0$

$\Rightarrow \vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$

$(D'): \begin{cases} x = x_B + ak \\ \\ y = y + ak \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 + k \\ \\ y = -3 + 2k \end{cases}$ avec $k \in \mathbb{R}$

5. **Montrons que $(D_m)$ passe par un point fixe $I(x_0; y_0)$**

$(D_m): (2m-1)x + (3-m)y - 7m + 6 = 0.$

$\Leftrightarrow (2m-1)x_0 + (3-m)y_0 - 7m + 6 = 0$

$\Rightarrow 2mx_0 - x_0 + 3y_0 - my_0 - 7m + 6 = 0$

$(2mx_0 - my_0 - 7m) + (-x_0 + 3y_0 + 6) = 0$

$(2x_0 - y_0 - 7)m + (-x_0 + 3y_0 + 6) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_0 - y_0 - 7 = 0 \\ \\ = -x_0 + 3y_0 + 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x_0 - y_0 = 7 \\ \\ -x_0 + 3y_0 = -6 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \\ y_0 = -1 \end{cases} \quad Donc\ I(3;-1)$$

6. **Déterminons une équation cartésienne $(D'')//(\Delta)$ et passant par $C(1;-2)$**

$(D''): y = m''x + p''(\Delta): y = \frac{2}{3}x + p''$

$(D'')//(\Delta) \Leftrightarrow m = m'' = \frac{2}{3} \Rightarrow (D''): y = \frac{2}{3}x + p''$

$et\ (1;-2) \in (D'') \Leftrightarrow -2 = \frac{2}{3}(1) + p'' \Rightarrow p'' = -\frac{8}{3}$

$Alors\ (D''): y = \frac{2}{3}x - \frac{8}{3} \quad soit\ 3y = 2x - 8$

$\Rightarrow (D''): 2x - 3y - 8 = 0$

**Donnons la représentation paramétrique de $(D'')$**

$(D''): 2x - 3y - 8 = 0 \Rightarrow \vec{u}\binom{3}{2}\ et\ C(1;-2)$

$$(D''): \begin{cases} x = x_C + ak \\ y = y_C + bk \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 + 3k \\ y = -2 + 2k \end{cases}$$

7. **a- Donnons l'équation cartésienne de $(\Delta')$**

$$(\Delta') \begin{cases} x = 2\lambda - 1 \\ y = -\lambda + 3 \end{cases} \quad avec\ \lambda \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} x = 2\lambda - 1 \\ y = -\lambda + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2\lambda - 1 \\ 2y = -2\lambda + 6 \end{cases}$$

$\Rightarrow x + 2y = 2\lambda - 2\lambda - 1 + 6 \Rightarrow x + 2y = 5$

$\Rightarrow (\Delta'): x + 2y - 5 = 0$



**b- Déduisons ses vecteurs directeur et normal**

$(\Delta'): x + 2y - 5 = 0$

**Vecteur directeur :** $\vec{u}\binom{-2}{1}$ **Vecteur normal** $\vec{n}\binom{1}{2}$

**Solution 2 :**

$\{(A,2);(B,-4)\};(C,6)$

1. **Je forme la fonction de LEIBNIZ** $f(\overrightarrow{M})$

$$\boxed{f(\overrightarrow{M}) = 2\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + 6\overrightarrow{MC}}$$

2. **J'exprime** $f(\overrightarrow{A}) - f(\overrightarrow{B})$ **en fonction de** $\overrightarrow{AB}$

$f(\overrightarrow{M}) = 2\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + 6\overrightarrow{MC}$

$\Rightarrow f(\overrightarrow{A}) = 2\overrightarrow{AA} - 4\overrightarrow{AB} + 6\overrightarrow{AC} \Rightarrow \underline{f(\overrightarrow{A}) = -4\overrightarrow{AB} + 6\overrightarrow{AC}}$

$f(\overrightarrow{B}) = 2\overrightarrow{BA} - 4\overrightarrow{BB} + 6\overrightarrow{BC} \Rightarrow \underline{f(\overrightarrow{B}) = -2\overrightarrow{AB} + 6\overrightarrow{BC}}$

$$\begin{aligned} \text{Alors } f(\overrightarrow{A}) - f(\overrightarrow{B}) &= -4\overrightarrow{AB} + 6\overrightarrow{AC} - \left(-2\overrightarrow{AB} + 6\overrightarrow{BC}\right) \\ &= -4\overrightarrow{AB} + 6\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AB} - 6\overrightarrow{BC} \\ &= -2\overrightarrow{AB} + 6\overrightarrow{AC} - 6\overrightarrow{BC} \\ &= -2\overrightarrow{AB} + 6\left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}\right) \\ &= -2\overrightarrow{AB} + 6\overrightarrow{AB} \\ &= 4\overrightarrow{AB} \end{aligned}$$

d'où $\boxed{f(\overrightarrow{A}) - f(\overrightarrow{B}) = 4\overrightarrow{AB}}$

**J'exprime** $f(\overrightarrow{B}) - f(\overrightarrow{C})$ **en fonction de** $\overrightarrow{BC}$

$f(\overrightarrow{M}) = 2\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + 6\overrightarrow{MC}$

$\vec{)} = 2\overrightarrow{CA} - 4\overrightarrow{CB} + 6\overrightarrow{CC} \Rightarrow f(\overrightarrow{C}) = 2\overrightarrow{CA} + 4\overrightarrow{BC}$

$$\begin{aligned} f(\overrightarrow{B}) - f(\overrightarrow{C}) &= -2\overrightarrow{AB} + 6\overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{CA} - 4\overrightarrow{BC} \\ &= -2\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{BC} \\ &= -2\left(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}\right) + 2\overrightarrow{BC} \\ &= -2\overrightarrow{CB} + 2\overrightarrow{BC} \\ &= 2\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{BC} \\ &= 4\overrightarrow{BC} \end{aligned}$$

$\boxed{f(\overrightarrow{B}) - f(\overrightarrow{C}) = 4\overrightarrow{BC}}$

$f(\overrightarrow{M}) = 2\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + 6\overrightarrow{MC}$

$+ 6 = 4 \neq 0$. Comme la somme des coefficients

n nulle, alors f est bijective.

le barycentre G existe tel que $f(\overrightarrow{G}) = \vec{0}$

$f(\overrightarrow{G}) = 2\overrightarrow{GA} - 4\overrightarrow{GB} + 6\overrightarrow{GC}$ $avec$ $f(\overrightarrow{G}) = \vec{0}$

$\boxed{2\overrightarrow{GA} - 4\overrightarrow{GB} + 6\overrightarrow{GC} = \vec{0}}$

$': bary\{(B,-4);(C,6)\}$

**ontre que** $f(\overrightarrow{M}) = 4\overrightarrow{MG'} + 2\overrightarrow{G'A}$

$+ 2 \neq 0$ *Alors le barycentre G' existe tel que*

$+ 6\overrightarrow{G'C} = \vec{0}$

$= 2\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + 6\overrightarrow{MC}$

$2\left(\overrightarrow{MG'} + \overrightarrow{G'A}\right) - 4\left(\overrightarrow{MG'} + \overrightarrow{G'B}\right)$

$+ \overrightarrow{G'C})$

$2\overrightarrow{MG'} + 2\overrightarrow{G'A} - 4\overrightarrow{MG'} - 4\overrightarrow{G'B} + 6\overrightarrow{MG'} + 6\overrightarrow{G'C}$

$(2-4+6)\overrightarrow{MG'} + 2\overrightarrow{G'A} - 4\overrightarrow{G'B} + 6\overrightarrow{G'C}$

$4\overrightarrow{MG'} + 2\overrightarrow{G'A} - 4\overrightarrow{G'B} + 6\overrightarrow{G'C}$



$or\ -4\overrightarrow{G'B} + 6\overrightarrow{G'C} = \vec{0}$

$\Rightarrow f(\overrightarrow{M}) = 4\overrightarrow{MG'} + 2\overrightarrow{G'A} + \vec{0}$

d'où $\boxed{f(\overrightarrow{M}) = 4\overrightarrow{MG'} + 2\overrightarrow{G'A}}$ <u>CQFD</u>

5. **<u>Je détermine les réels x et y</u>**

$G: bary\{(A,x);(B,y)\}$ $et$ $2\overrightarrow{GA} - 3\overrightarrow{AB} = \vec{0}$

$G\exists \Leftrightarrow x + y \neq 0$

$x\overrightarrow{GA} + y\overrightarrow{GB} = \vec{0}$

$x\overrightarrow{GA} + y\left(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB}\right) = \vec{0}$

$x\overrightarrow{GA} + y\overrightarrow{GA} + y\overrightarrow{AB} = \vec{0}$

$(x+y)\overrightarrow{GA} + y\overrightarrow{AB} = \vec{0}$ $or$ $2\overrightarrow{GA} - 3\overrightarrow{AB} = \vec{0}$

Par identification, on a : $\begin{cases} x + y = 2 & (1) \\ y = -3 & (2) \end{cases}$

Je remplace $y = -3$ $dans$ (1)

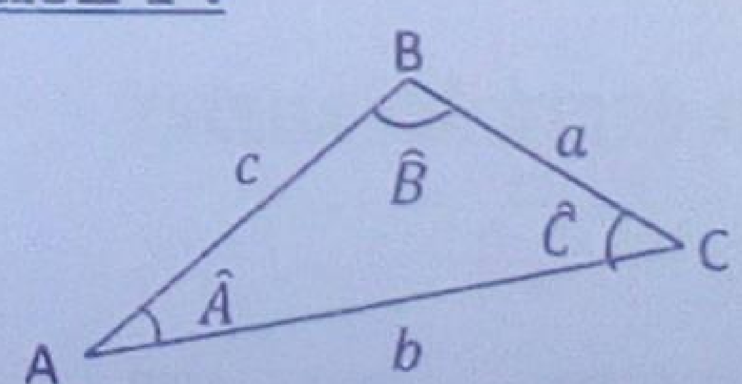
$x - 3 = 2 \Rightarrow x = 2 + 3 \Rightarrow x = 5$

d'où $\boxed{x = 5 \ et \ y = -3}$

Alors $G: bary\ \{(A,5);(B,-3)\}$

**<u>Résolution sujet n°6</u>**

**<u>Solution 1 :</u>**




$BC = a = 4$

$AC = b = 3$

$AB = c = 2$

1. **<u>Je détermine $cos\hat{A}$, $cos\hat{B}$ et $cos\hat{C}$</u>**

D'après le théorème d'AL-KASHI, on a :

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\, cos\hat{A} \Rightarrow$
$2bc\, cos\hat{A} = b^2 + c^2 - a^2$

$$\Rightarrow \boxed{Cos\hat{A} = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}}$$

$$Cos\hat{A} = \frac{3^2 + 2^2 - 4^2}{2 \times 3 \times 2} = \frac{9 + 4 - 16}{12} = -0{,}25$$

$$\boxed{Cos\hat{A} = -0{,}25}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\, Cos\hat{B} \Rightarrow \boxed{Cos\hat{B} = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}}$$

$$Cos\hat{B} = \frac{4^2 + 2^2 - 3^2}{2 \times 4 \times 2} = \frac{16 + 4 - 9}{16} = \frac{11}{16} = 0{,}6875$$

$\boxed{Cos\hat{B} = \frac{11}{16}}$ ou $\boxed{Cos\hat{B} = 0{,}6875}$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ac\, Cos\hat{C} \Rightarrow \boxed{Cos\hat{C} = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ac}}$$

$$Cos\hat{C} = \frac{4^2 + 3^2 - 2^2}{2 \times 4 \times 3} = \frac{16 + 9 - 4}{24} = \frac{21}{24}$$

$\boxed{Cos\hat{C} = \frac{21}{24}}$ ou $\boxed{Cos\hat{C} = 0{,}875}$

2. **Je déduis les valeurs en degré des angles $\hat{A}, \hat{B}$ et $\hat{C}$**

$cos\hat{A} = -0{,}25 \Rightarrow \hat{A} = cos^{-1}(-0{,}25) = 104{,}47°$

d'où $\boxed{\hat{A} = 104{,}47°}$

$cos\hat{B} = 0{,}6875 \Rightarrow \hat{B} = cos^{-1}(0{,}6875) = 46{,}5$

d'où $\boxed{\hat{B} = 46{,}56°}$

$cos\hat{C} = 0{,}875 \Rightarrow \hat{C} = cos^{-1}(0{,}875) = 28{,}95$

d'où $\boxed{\hat{C} = 28{,}95°}$

3. **Je calcule $sin\hat{A}, sin\hat{B}$ et $sin\hat{C}$**

$\sin \hat{A} = \sin(104{,}47) = 0{,}96 \Rightarrow$ $\boxed{\sin \hat{A} = 0}$

$\sin \hat{B} = \sin(46{,}56) = 0{,}72 \Rightarrow$ $\boxed{\sin \hat{B} = (}$

$\sin \hat{C} = \sin(28{,}95) = 0{,}48 \Rightarrow$ $\boxed{\sin \hat{C} =}$

4. **Je calcule le rayon du cercle circo triangle ABC**

D'après le théorème des sinus, on a :

$$\frac{a}{sin\hat{A}} = \frac{b}{sin\hat{B}} = \frac{c}{sin\hat{C}} = \frac{abc}{2S} = 2R$$

$$\frac{a}{sin\hat{A}} = 2R \Rightarrow \boxed{R = \frac{a}{2sin\hat{A}}}$$

$$R = \frac{4}{2 \times 0{,}96} = 2{,}08 \quad \Rightarrow \boxed{R = 2{,}08}$$

$A \Rightarrow$

2

$\frac{9+4-16}{12} = -0,25$

$\Rightarrow \boxed{Cos\hat{B} = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}}$

$\frac{16+4-9}{16} = \frac{11}{16} = 0,6875$

$\boxed{= 0,6875}$

$\Rightarrow \boxed{Cos\hat{C} = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ac}}$

$\frac{6+9-4}{24} = \frac{21}{24}$

$\boxed{0,875}$

**s en degré des angles**

$^{-1}(-0,25) = 104,47°$



d'où $\boxed{\hat{A} = 104,47°}$

$cos\hat{B} = 0,6875 \Rightarrow \hat{B} = cos^{-1}(0,6875) = 46,56°$

d'où $\boxed{\hat{B} = 46,56°}$

$cos\hat{C} = 0,875 \Rightarrow \hat{C} = cos^{-1}(0,875) = 28,95°$

d'où $\boxed{\hat{C} = 28,95°}$

3. **Je calcule $sin\widehat{A}$, $sin\widehat{B}$ et $sin\widehat{C}$**

$\sin\hat{A} = \sin(104,47) = 0,96 \Rightarrow \boxed{\sin\hat{A} = 0,96}$

$\sin\hat{B} = \sin(46,56) = 0,72 \Rightarrow \boxed{\sin\hat{B} = 0,72}$

$\sin\hat{C} = \sin(28,95) = 0,48 \Rightarrow \boxed{\sin\hat{C} = 0,48}$

4. **Je calcule le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC**

D'après le théorème des sinus, on a :

$$\frac{a}{sin\hat{A}} = \frac{b}{sin\hat{B}} = \frac{c}{sin\hat{C}} = \frac{abc}{2S} = 2R$$

$$\frac{a}{sin\hat{A}} = 2R \Rightarrow \boxed{R = \frac{a}{2sin\hat{A}}}$$

$$R = \frac{4}{2\times0,96} = 2,08 \quad \Rightarrow \boxed{R = 2,08}$$

$$2AA'^2 = \frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{2} \Rightarrow AA'^2 = \frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{4}$$

$$\Rightarrow AA' = \sqrt{\frac{2b^2+2c^2-a^2}{4}}$$

Alors $\boxed{AA' = \frac{\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}}{2}}$

$$AA' = \frac{\sqrt{2 \times 3^2 + 2 \times 2^2 - 4^2}}{2} = \frac{\sqrt{18 + 8 - 16}}{2} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

d'où $\boxed{AA' = \frac{\sqrt{10}}{2}}$ $\quad ou \quad$ $\boxed{AA' = 1{,}58}$

**<u>Solution 2 :</u>**

**<u>Je calcule le produit scalaire $\vec{u}.\vec{v}$</u>**

a) $\|\vec{u}\| = \sqrt{2} - 1;\ \|\vec{v}\| = \sqrt{3} - 1\ et\ \ \alpha = \frac{3\pi}{4}$

$$\boxed{\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \cos\alpha}$$

$$\vec{u}.\vec{v} = (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{3} - 1)\cos\frac{3\pi}{4}$$

$$= (\sqrt{6} - \sqrt{2} - \sqrt{3} + 1)\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$= -\frac{1}{2}(\sqrt{12} - \sqrt{4} - \sqrt{6} + \sqrt{2})$$

$$= -\frac{1}{2}(2\sqrt{3} - 2 - \sqrt{6} + \sqrt{2})$$

$$\boxed{\vec{u}.\vec{v} = \frac{1}{2}(-2\sqrt{3} + 2 + \sqrt{6} - \sqrt{2})}$$

b) $\|\vec{u}\| = \frac{\sqrt{3}}{2};\ \|\vec{v}\| = 3\ et\ \alpha = \frac{2\pi}{3}$

$$Y^2 = \left(\sqrt{\frac{x+\sqrt{x^2-y}}{2}}\right)^2 + 2\left(\sqrt{\frac{x+\sqrt{x^2-y}}{2}}\right)$$

$$\left(\sqrt{\frac{x+\sqrt{x^2-y}}{2}}\right) + \left(\sqrt{\frac{x-\sqrt{x^2-y}}{2}}\right)^2$$

$$Y^2 = \frac{x+\sqrt{x^2-y}}{2} + 2\sqrt{\frac{\left(x+\sqrt{x^2-y}\right)\left(x-\sqrt{x^2-y}\right)}{4}}$$

$$+\frac{x-\sqrt{x^2-y}}{2}$$

$$Y^2 = \frac{x+\sqrt{x^2-y}+x-\sqrt{x^2-y}}{2} + \frac{2\sqrt{x^2-(x^2-y)}}{2}$$

$$Y^2 = \frac{2x}{2} + \sqrt{x^2-x^2+y}$$

$$\underline{Y^2 = x+\sqrt{y}}$$

Comme $X^2 = Y^2 \Rightarrow \boxed{X = Y}$

**2)** $A = \sqrt{6+2\sqrt{5}}$ *et* $B = \sqrt{6-2\sqrt{5}}$

**a)** <u>**Je calcule $A^2 + B^2$ puis $A \times B$**</u>

$$A^2 + B^2 = \left(\sqrt{6+2\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\sqrt{6-2\sqrt{5}}\right)^2$$

$$= 6+2\sqrt{5}+6-2\sqrt{5}$$

$$= 6+6$$

$$\boxed{A^2 + B^2 = 12}$$

$\sqrt{6+2\sqrt{5}}\Big)\Big(\sqrt{6-2\sqrt{5}}\Big)$

$\sqrt{(6+2\sqrt{5})(6-2\sqrt{5})}$

$\sqrt{6^2-(2\sqrt{5})^2}$

$\sqrt{36-20}=\sqrt{16}=4$

**s le calcul de $(A+B)^2$ et $A+B$**

$A^2+2A\times B+B^2$

$A^2+B^2+2A\times B$

$12+2\times 4$

$12+8$

$\boxed{20}$

$0 \Rightarrow A+B=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

**ujet n°7**

**ériques**

$3x+2(m+1)$

**s suivant les valeurs de m l'équation**

**0**

$m+1)=0$

$=-3$ et $c=2(m+1)=2m+2$

$a=1\neq 0$, *l'équation est du second degré en x*

$\Delta = b^2-4ac$

$\Delta = (-3)^2-4(1)(2m+2)$

$\Delta = 9-8m-8$

$\Delta = -8m+1$

**Signe de $\Delta$**

On pose $\Delta = 0 \Rightarrow -8m+1=0 \Rightarrow m=\frac{1}{8}$

| $m$ | $-\infty$ | $\frac{1}{8}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $\Delta = -8m+1$ | $+$ | $0$ | $-$ |

**Discussion**

Si $m\in \left]-\infty\,;\frac{1}{8}\right[$, $\Delta>0$

*l'équation admet deux racines réelles distinctes $x'$ et $x''$ telles que :*

$$x'=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{3-\sqrt{-8m+1}}{2(1)}=\frac{3-\sqrt{-8m+1}}{2}$$

$$x''=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{3+\sqrt{-8m+1}}{2(1)}=\frac{3+\sqrt{-8m+1}}{2}$$

d'où $\boxed{S=\left\{\frac{3-\sqrt{-8m+1}}{2};\frac{3+\sqrt{-8m+1}}{2}\right\}}$

$Si\ m=\frac{1}{8}\Rightarrow \Delta=-8\left(\frac{1}{8}\right)+1=-1+1=0$

$\Rightarrow \Delta=0$

*l'équation admet une racine réelle double telle que*

$= x'' = \frac{-b}{2a}$

$x'' = \frac{3}{2(1)} = \frac{3}{2}$

$\boxed{S = \left\{\frac{3}{2}\right\}}$

$\in \left]\frac{1}{8}; +\infty\right[$ $\Delta < 0$, *l'équation n'admet pas de*
e.

$\boxed{S = \emptyset}$

**J'écris $f_m(x)$ *sous la forme canonique***

$) = x^2 - 3x + 2(m+1)$

$a = 1; b = -3$ *et* $c = 2(m+1)$ *or* $ax^2 + bx +$

$\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$

$3x + 2(m+1) = 1\left[\left(x + \frac{-3}{2(1)}\right)^2 - \frac{(-8m+1}{4a^2}\right]$

$3x + 2(m+1) = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{8m-1}{4}$

$\left(\frac{x-3}{2}\right)^2 + \frac{8m-1}{4}$

$\frac{-3)^2 + 8m - 1}{4}$

$$\boxed{f_m(x) = \frac{(2x-3)^2 + 8m - 1}{4}}$$



**3. Pour $m = 0$, je factorise $f_0(x)$ et j'étudie son signe**

$f_m(x) = \frac{(2x-3)^2 + 8m - 1}{4}$ *avec* $m = 0$

$\Rightarrow f_o(x) = \frac{(2x-3)^2 - 1}{4}$

$= \frac{(2x-3-1)(2x-3+1)}{4}$

$= \frac{(2x-4)(2x-2)}{4}$

$= \frac{4(x-2)(x-1)}{4}$

$= (x-2)(x-1)$

*d'où* $\boxed{f_o(x) = (x-2)\,(x-1)}$

**J'étudie le signe de $f_o(x)$**

On pose $f_o(x) = 0$

$\Rightarrow (x-2)\,(x-1) = 0$

$\begin{cases} (x-2) = 0 \\ (x-1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$

**Tableau de signe**

| $x$ | $-\infty$ | 1 | | 2 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x-2$ | $-$ | | $-$ | 0 | $+$ |
| $x-1$ | $-$ | 0 | $+$ | | $+$ |
| $f_o(x)$ | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ |

$\boxed{\forall x \in [-1; 2], f_o(x) \leq 0}$ *et*

$$\boxed{\forall x \in ]-\infty; 1[ \cup ]2; +\infty[, f_o(x) > 0}$$

**4. <u>Je détermine si possible, le réel m</u>**

$\frac{1}{x'} + \frac{1}{x''} = 3 \Rightarrow \frac{x' + x''}{x'x''} = 3$ $or$ $S = x' + x''$ $et$ $P = x'x''$

$\Rightarrow \frac{S}{P} = 3$

$or$ $f_m(x) = x^2 - 3x + 2(m+1)$ $avec$ $a = 1; b = -3$ $et$ $c = 2(m+1)$

$S = \frac{-b}{a} = \frac{3}{1} = 3$ $et$ $P = \frac{c}{a} = \frac{2(m+1)}{1} = 2(m+1)$

On a : $\frac{3}{2(m+1)} = 3 \Rightarrow 6(m+1) = 3$

$6m + 6 = 3 \Rightarrow 6m = -6 + 3$

$= 6m = -3$

$m = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}$

$d'où$ $\boxed{m = -\frac{1}{2}}$

**<u>Solution n°2</u>**

**1. <u>Je résous dans ℝ les équations et l'inéquation ci-après</u>**

a) $\sqrt{1+x} - \sqrt{3x-4} = 0$

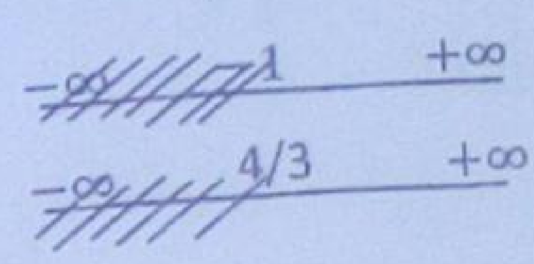
$$\sqrt{1+x} = \sqrt{3x-4} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + x \geq 0 \\ 3x - 4 \geq 0 \\ \left(\sqrt{x+1}\right)^2 = \left(\sqrt{3x-4}\right)^2 \end{cases}$$

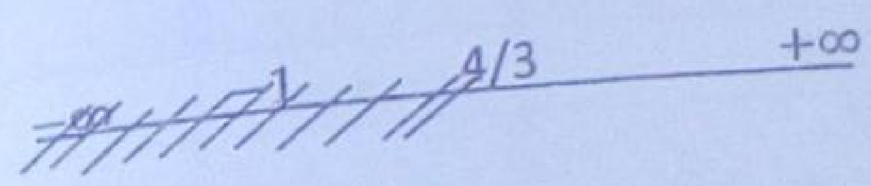


$$\Rightarrow \begin{cases} 1 + x \geq 0 \\ 3x - 4 \geq 0 \\ 1 + x = 3x - 4 \end{cases}$$

**<u>Domaine de validité</u>**

$\begin{cases} 1 + x \geq 0 \\ 3x - 4 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x \geq -1 \\ x \geq \frac{4}{3} \end{matrix}$




$Alors$ $x \in \left[\frac{4}{3}; +\infty\right[$

Je résous : $1 + x = 3x - 4$

$3x - x = 1 + 4$

$2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$

Comme $\frac{5}{2} \in \left[\frac{4}{3}; +\infty\right[$

$d'où$ $\boxed{S = \left\{\frac{5}{2}\right\}}$

b) $\frac{x^2-4x+3}{x^2+16} \leq 0$

$On\ pose$ $\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 16} = 0$

$\begin{cases} \forall x \in \mathbb{R}\ x^2 + 16 > 0 \\ x^2 - 4x + 3 = 0 \end{cases}$

$\Delta' = b'^2 - ac$ $\quad avec$ $a = 1; b' = \frac{-4}{2} = -2$ $et$ $c = 3$

$\Delta' = (-2)^2 - (1)(3)$

$\Delta' = 4 - 3 = 1 \Rightarrow \Delta' = 1$

$$x' = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{2-\sqrt{1}}{1} = 2-1 = 1$$

$$x' = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{2+\sqrt{1}}{1} = 2+1 = 3$$

**Tableau de signe**

| $x$ | $-\infty$ | | 1 | | 3 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^2-4x+3$ | | + | 0 | − | 0 | + | |
| $x^2+16$ | | + | | + | | + | |
| $\frac{x^2-4x+3}{x^2+16}$ | | + | 0 | − | 0 | + | |

d'où $\boxed{S = [1;3]}$

c) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$

$(x^2)^2 - 5x^2 - 36 = 0$

On pose : $t = x^2$ $avec$ $t \geq 0$

On a : $t^2 - 5t - 36 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$ $avec$ $a = 1;$ $b = -5; et\ c = -36$

$\Delta = (-5)^2 - 4(1)(-36)$

$\Delta = 25 + 144$

$\Delta = 169$

$$t' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5-\sqrt{169}}{2(1)} = \frac{5-13}{2} = -4$$

$$t'' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5+\sqrt{169}}{2(1)} = \frac{5+13}{2} = 9$$

Alors $t = -4$ $et$ $t = 9$

$t = -4 < 0$ $seul$ $t = 9 > 0$ $donc$ $\underline{t = 9}$

$or\ x^2 = t$

$x^2 = 9 \Rightarrow x^2 - 9 = 0$



$$(x-3)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-3=0 \\ x+3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$$

d'où $\boxed{S = \{-3;3\}}$

2. **Je résous dans $\mathbb{R}^2$ le système d'équation**

$$\begin{cases} 3mx + (m-2)y = m-1 \\ (6m+1)x + 2my = 3m+1 \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} 3m & m-2 \\ 6m+1 & 2m \end{vmatrix} = 6m^2 - (6m+1)(m-2)$$

$= 6m^2 - (6m^2 - 12m - 2)$

$= 6m^2 - 6m^2 + 11m + 2$

$= 11m + 2$

$\underline{D = 11m + 2}$

$$D_x = \begin{vmatrix} m-1 & m-2 \\ 3m+1 & 2m \end{vmatrix}$$

$= 2m(m-1) - (3m+1)(m-2)$

$= 2m^2 - 2m - (3m^2 - 6m + m - 2)$

$= 2m^2 - 2m - 3m^2 + 5m + 2$

$\underline{D_x = -m^2 + 3m + 2}$

$$D_y = \begin{vmatrix} 3m & m-1 \\ 6m+1 & 3m+1 \end{vmatrix}$$

$= 3m(3m+1) - (6m+1)(m-1)$

$= 9m^2 + 3m - (6m^2 - 6m + m - 1)$

$= 9m^2 + 3m - 6m^2 + 5m + 1$

$\underline{D_y = 3m^2 + 8m + 1}$

**Discussion**

**1er Cas :** Si $D \neq 0 \Rightarrow 11m + 2 \neq 0 \Rightarrow m \neq -\frac{2}{11}$

Le système est de CRAMER , il admet un couple unique solution dans $\mathbb{R}^2$ tel que :

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-m^2 + 3m + 2}{11m + 2}$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{3m^2 + 8m + 1}{11m + 2}$$

d'où $\boxed{S = \left\{\left(\frac{-m^2 + 3m + 2}{11m + 2} ; \frac{3m^2 + 8m + 1}{11m + 2}\right)\right\}}$

**2ème Cas :** Si $D = 0 \Rightarrow 11m + 2 = 0 \Rightarrow m = \frac{2}{11}$

$$D_x = -\left(\frac{2}{11}\right)^2 + 3\left(\frac{2}{11}\right) + 2$$

$$D_x = \frac{-4}{121} + \frac{6}{11} + 2$$

$$D_x = \frac{-4}{121} + \frac{28}{11}$$

$$D_x = \frac{-4 + 28 \times 11}{121} = \frac{-4 + 308}{121} = \frac{304}{121}$$

$$D_y = 3\left(\frac{2}{11}\right)^2 + 8\left(\frac{2}{11}\right) + 1$$

$$D_y = 3\left(\frac{4}{121}\right) + \frac{16}{11} + 1$$

$$D_y = \frac{12}{121} + \frac{27}{11}$$



$$D_y = \frac{12}{121} + \frac{27}{11}$$

$$D_y = \frac{12 + 27 \times 11}{121} = \frac{12 + 297}{121} = \frac{309}{121}$$

Comme $D = 0$; $D_x \neq 0$ et $D_y \neq 0$, alors le système n'admet pas de solution.

d'où $\boxed{S = \emptyset}$

**Activités géométriques**

**Solution 3**

$(D_m) : (1 + m)x + (1 - m)y - 3 - m = 0$

**1. Je détermine m pour que $(D_m)$ :**

**a) Ait pour pente 2**

$(1 + m)x + (1 - m)y - 3 + 1 = 0$

$\Rightarrow (1 - m)y = -(1 + m)x + 3 + m$

$\Rightarrow y = -\left(\frac{1+m}{1-m}\right)x + \frac{3+m}{1-m}$

Pente 2 $\Leftrightarrow -\left(\frac{1+m}{1-m}\right) = 2 \Rightarrow -(1 + m) = 2(1 - m)$

$\Rightarrow -1 - m = 2 - 2m$

$\Rightarrow -m + 2m = 2 + 1 \Rightarrow m = 3$

d'où $\boxed{m = 3}$

**b) Passe par l'origine du repère 0(0 ;0)**

$(1 + m)x + (1 - m)y - 3 - m = 0$ *avec* $x = 0$ *et* $y = 0$

*On a:* $(1 + m)(0) + (1 - m)(0) - 3 - m = 0$

$\Rightarrow 0 + 0 - 3 - m = 0 \Rightarrow -m = 3 \Rightarrow m = -3$

d'où $\boxed{m = -3}$

**c) Soit parallèle à la droite $(\Delta): 2x - 3y + 5 = 0$**

$$\begin{vmatrix} 1+m & 2 \\ 1-m & -3 \end{vmatrix} = 0$$

$\Rightarrow -3(1+m) - 2(1-m) = 0$

$-3 - 3m - 2 + 2m = 0$

$-m - 5 = 0 \Rightarrow -m = 5 \Rightarrow m = -5$

$d'où$ $\boxed{m = -5}$

**d) Soit perpendiculaire à la droite $(\Delta): 2x - 2y + 1 = 0$**

$\Leftrightarrow \left(\frac{-a}{b}\right)\left(\frac{-a'}{b'}\right) = -1$

$\Rightarrow \left(\frac{-1-m}{1-m}\right)\left(\frac{2}{2}\right) = -1 \Rightarrow \frac{-1-m}{1-m} = -1$

$\Rightarrow -1 - m = -(1-m)$

$-1 - m = -1 + m \Rightarrow 2m = -1 + 1$

$2m = 0 \Rightarrow m = 0$

$d'où$ $\boxed{m = 0}$

**2. Je montre que $(D_m)$ admet un point fixe I que l'on déterminera**

$Soit\ I(x_I; y_I)$

$(D_m): (1+m)x + (1-m)y - 3 - m = 0$

$\Leftrightarrow (1+m)x_I + (1-m)y_I - 3 - m = 0$

$x_I + mx_I + y_I - my_I - 3 - m = 0$

$(mx_I - my_I - m) + (x_I + y_I - 3) = 0$

$(x_I - y_I - 1)m + (x_I + y_I - 3) = 0$

$\begin{cases} x_I - y_I - 1 = 0 \\ x_I + y_I - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_I - y_I = 1\ (1) \\ x_I + y_I = 3\ (2) \end{cases}$

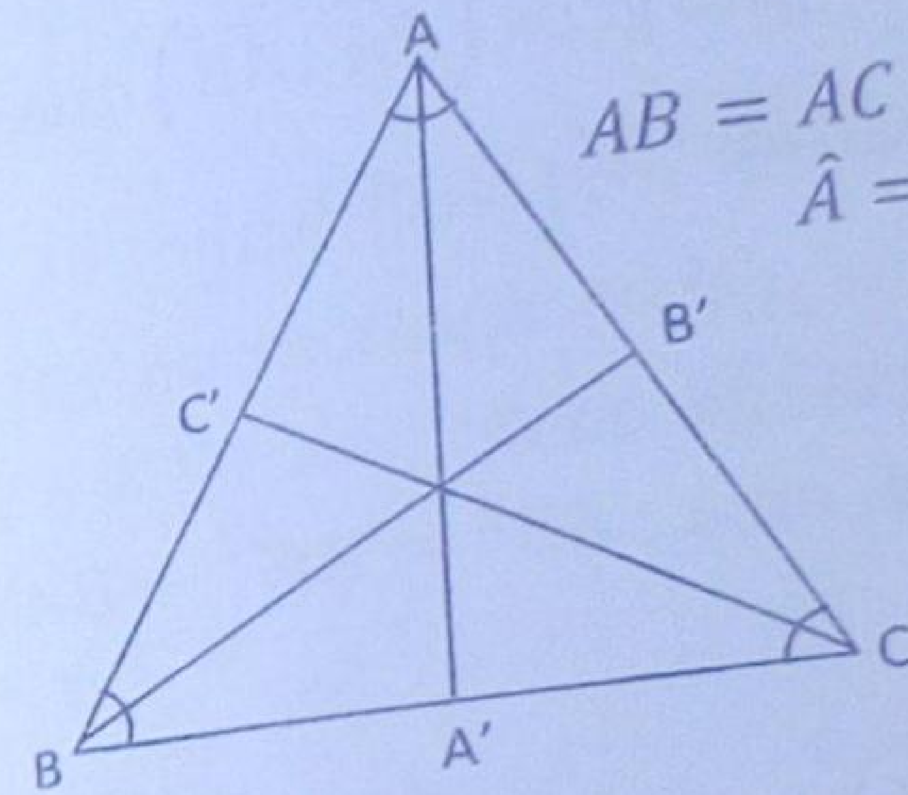
(1)+(2)$\Rightarrow 2x_I = 4 \Rightarrow x_I = \frac{4}{2} = 2$

Je remplace $x_I = 2\ dans\ (2): 2 + y_I = 3 \Rightarrow y_I$

$y_I = 1$

$or\ I(x_I; y_I) \Rightarrow$ $\boxed{I(2;1)}$

**Solution 4 :**




$AB = AC = BC$

$\hat{A} = \hat{B} =$

**Je calcul les produits scalaires**

$\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} = \|\overrightarrow{BA}\| \times \|\overrightarrow{BC}\| cos\hat{B}$

$= 3 \times 3cos60$

$= \frac{9}{2}$

$\boxed{\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} = \frac{9}{2}}$

Ou $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA'}.\overrightarrow{BC} = BA' \times BC$ or $BA'$

$\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} = \frac{BC}{2} \times BC = \frac{BC^2}{2} = \frac{(3)^2}{2} = \frac{9}{2}$

$\boxed{\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} = \frac{9}{2}}$

$= \|\overrightarrow{CA}\| \times \|\overrightarrow{CB}\| \cos\hat{c}$

$= 3 \times 3\cos 60$

$= \frac{9}{2}$

$\boxed{\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB} = \frac{9}{2}}$

$\overrightarrow{AA'}.\overrightarrow{AB} = \|\overrightarrow{AA'}\| \times \|\overrightarrow{AB}\| \cos\left(\widehat{\overrightarrow{AA'},\overrightarrow{AB}}\right)$ avec

$\left(\widehat{\overrightarrow{AA'},\overrightarrow{AB}}\right) = \frac{60°}{2} = 30°$

che $\|\overrightarrow{AA'}\| = AA'$

e ABA' rectangle en A'

Pythagore, on a : $AB^2 = AA'^2 + BA'^2$

$BA' = \frac{BC}{2}$

$AB^2 = AA'^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2 \Rightarrow AA'^2 = AB^2 - \frac{BC^2}{4}$

$$AA'^2 = \frac{4AB^2 - BC^2}{4}$$

$$AA' = \frac{\sqrt{4AB^2 - BC^2}}{2}$$

$$AA' = \frac{\sqrt{4 \times 3^2 - 3^2}}{2}$$

$$AA' = \frac{\sqrt{36-9}}{2} = \frac{\sqrt{27}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$AA' = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

$\overrightarrow{AA'}.\overrightarrow{AB} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \times 3\cos 30$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2} \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{9}{4}\sqrt{9}$$

$$= \frac{9 \times 3}{4} = \frac{27}{4}$$

$\boxed{\overrightarrow{AA'}.\overrightarrow{AB} = \frac{27}{4}}$

$\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BB'} = \|\overrightarrow{BA}\| \times \|\overrightarrow{BB'}\| \cos\left(\widehat{\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BB'}}\right)$

Le triangle ABB' est rectangle en B'

On a : $AB^2 = BB'^2 + AB'^2$ avec $AB' = \frac{AC}{2}$

Alors $BB' = AA' = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

$\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BB'} = 3 \times \frac{3\sqrt{3}}{2}\cos 30$

$\boxed{\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BB'} = \frac{27}{4}}$

**Solution 5 :**

$G: bary\{(A,1),(B,4),(C,-3)\}$

1. a) **Je construis le point I barycentre des points pondérés $(B,4),(C,-3)$**

Comme $4-3=1 \neq 0$ le barycentre I existe:

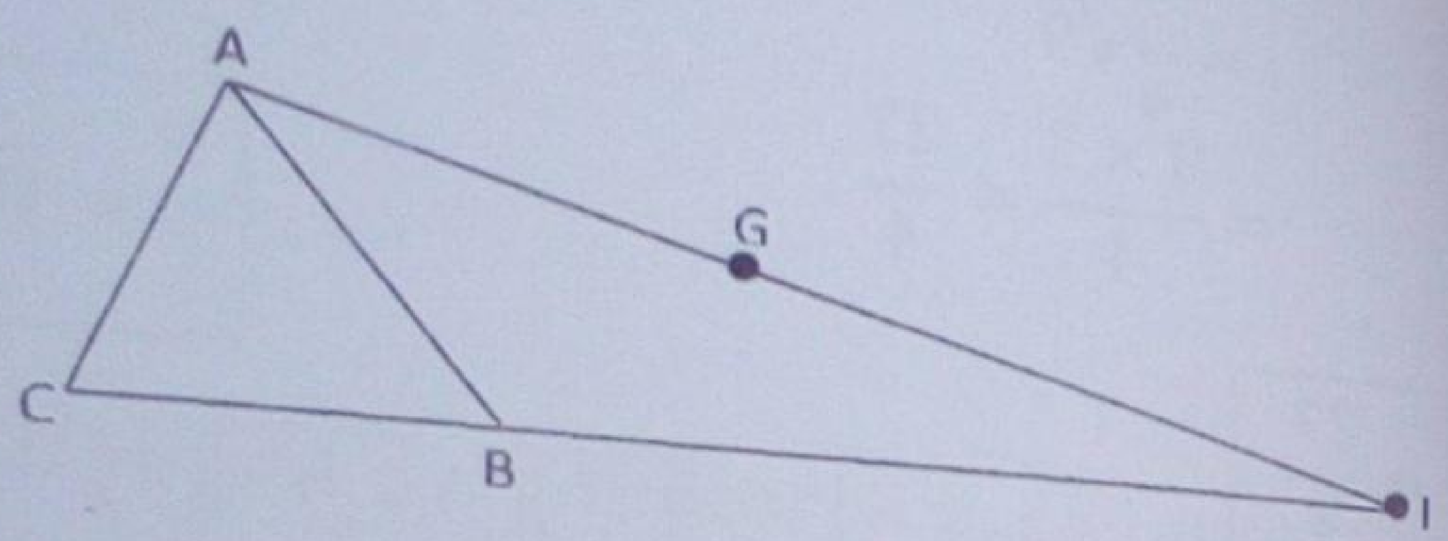
$4\overrightarrow{IB} - 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$

$4\overrightarrow{IB} - 3(\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BC}) = \vec{0}$

$4\overrightarrow{IB} - 3\overrightarrow{IB} - 3\overrightarrow{BC} = \vec{0}$

$\boxed{\overrightarrow{IB} - 3\overrightarrow{BC} = \vec{0}}$

$-\overrightarrow{BI} = 3\overrightarrow{BC} \Rightarrow \quad \overrightarrow{BI} = -3\overrightarrow{BC}$




b- **Je montre que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GI} = 0$**

$G: bary\{(A,1)(B,4)(C,-3)\}$

$Comme\ 1 + 4 - 3 = 2 \neq 0\ \ G\ existe$

$\overrightarrow{GA} + 4\overrightarrow{GB} - 3\overrightarrow{GC} = \vec{0}$

$\overrightarrow{GA} + 4(\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IB}) - 3(\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IC}) = \vec{0}$

$\overrightarrow{GA} + 4\overrightarrow{GI} + 4\overrightarrow{IB} - 3\overrightarrow{GI} - 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$

$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GI} + 4\overrightarrow{IB} - 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$

$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GI} + 4\overrightarrow{IB} - 3(\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BC}) = \vec{0}$

$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GI} + 4\overrightarrow{IB} - 3\overrightarrow{IB} - 3\overrightarrow{BC} = \vec{0}$

$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IB} - 3\overrightarrow{BC} = \vec{0}$

$or\ d'après\ 1 - a)\overrightarrow{IB} - 3\overrightarrow{BC} = \vec{0}$

$\Rightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GI} + \vec{0} = \vec{0}$

$d'où\ \boxed{\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GI} = \vec{0}}$

**Je déduis la position du point G sur la droite (AI)**

$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GI} = \vec{0}$

$-2\overrightarrow{AG} = -\overrightarrow{AI}$

$\Rightarrow \boxed{\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AI}}$

Donc les points A, G et I sont alignés et de plus G e
milieu du segment $[AI]$.

2. **Je donne les coordonnées du point G lorsque**

$A(1,2), B(2,-1)\ et\ C(-1,-1)$

$Avec\ (A,1), (B,4)\ et\ (C,-3)$

$$\begin{cases} x_G = \frac{\alpha}{\alpha+\beta+\gamma}x_A + \frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}x_B + \frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}x_C \\ y_G = \frac{\alpha}{\alpha+\beta+\gamma}y_A + \frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}y_B + \frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma} \end{cases}$$

où $\alpha = 1;\ \beta = 4\ \ et\ \gamma = -3$

$$\begin{cases} x_G = \frac{1}{1+4-3}(1) + \frac{4}{1+4-3}(2) + \frac{-3}{1+4-3}(-1) \\ y_G = \frac{1}{1+4-3}(2) + \frac{4}{1+4-3}(-1) + \frac{-3}{1+4-} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_G = \frac{1}{2} + \frac{8}{2} + \frac{3}{2} \\ y_G = \frac{2}{2} - \frac{4}{2} + \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{1+8+3}{2} = \frac{12}{2} = 6 \\ y_G = \frac{2-4+3}{2} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_G = 6 \\ y_G = \frac{1}{2} \end{cases}$$

or $G(x_G; y_G) \Rightarrow \boxed{G\left(6; \frac{1}{2}\right)}$

**3. Je démontre que $\forall m \in P$, on a: $\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MG}$**

$G: bary\{(A,1),(B,4),(C,-3)\}$

$1 + 4 - 3 = 2 \neq 0 \Rightarrow G$ existe

$\overrightarrow{GA} + 4\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{CG} = \vec{0}$

$\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MA} + 4(\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MB}) - 3(\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MC}) = \vec{0}$

$\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{GM} + 4\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{GM} - 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

$(1 + 4 - 3)\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

$2\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

$\Rightarrow \overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = -2\overrightarrow{GM}$

d'où $\boxed{\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MG}}$

## Résolution sujet n°8

### Solution 1 :

$(E)$: $\begin{cases} x' + x'' = 3x'x'' \\ (mx'' - 1)x' = 1 + x'' \end{cases}$

1. On appelle équation du second degré, toute expression de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a, b, c$ des réels et $a \neq 0$.

2. **Je forme cette équation (E)**

$\begin{cases} x' + x'' = 3x'x'' \\ (mx'' - 1)x' = 1 + x'' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x' + x'' = 3x'x'' \\ mx'x'' - x' = 1 + x'' \end{cases}$

Or $P = x'x''$ et $S = x' + x''$

$\begin{cases} x' + x'' = 3x'x'' \\ mx'x'' - (x' + x'') = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} S = 3P \ (1) \\ mP - S = 1 \ (2) \end{cases}$

(1) dans (2): $mP - 3P = 1 \Rightarrow P(m - 3) = 1$

$\Rightarrow P = \frac{1}{m-3}$ (3)

(3)dans(1): $S = \frac{3}{m - 3}$

Cette équation est de la forme $x^2 - Sx + P = 0$

$x^2 - \frac{3}{m-3}x + \frac{1}{m-3} = 0 \Rightarrow \frac{(m-3)x^2 - 3x + 1}{m - 3} = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} m - 3 \neq 0 \\ (m - 3)x^2 - 3x + 1 = 0 \end{cases}$

d'où $\boxed{(E): (m - 3)x^2 - 3x + 1 = 0}$

3. **Je discute suivant les valeurs du paramètre m les solutions de l'équation (E)**

$(m - 3)x^2 - 3x + 1 = 0$

Si $a = 0 \Rightarrow m - 3 = 0 \Rightarrow m = 3$ l'équation est du 1er degré en $x$.

On a: $(3 - 3)x^2 - 3x + 1 = 0$

$0x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow -3x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$

$$\begin{cases} x_G = 6 \\ y_G = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$or\ G(x_G; y_G) \Rightarrow$ $\boxed{G\left(6; \frac{1}{2}\right)}$

3. **Je démontre que $\forall m \in P$, on a: $\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MG}$**

$G: bary\{(A,1),(B,4),(C,-3)\}$

$1 + 4 - 3 = 2 \neq 0 \Rightarrow G\ existe$

$\overrightarrow{GA} + 4\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{CG} = \vec{0}$

$\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MA} + 4(\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MB}) - 3(\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MC}) = \vec{0}$

$\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{GM} + 4\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{GM} - 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

$(1 + 4 - 3)\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

$2\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

$\Rightarrow \overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = -2\overrightarrow{GM}$

$d'où$ $\boxed{\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MG}}$

**Résolution sujet n°8**

**Solution 1 :**

$(E)$: $\begin{cases} x' + x'' = 3x'x'' \\ (mx'' - 1)x' = 1 + x'' \end{cases}$

On appelle équation du second degré, toute expression de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ $avec\ a, b, c$ $réels\ et\ a \neq 0$.



2. **Je forme cette équation (E)**

$\begin{cases} x' + x'' = 3x'x'' \\ (mx'' - 1)x' = 1 + x'' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x' + x'' = 3x'x'' \\ mx'x'' - x' = 1 + x'' \end{cases}$

Or $P = x'x''$ et $S = x' + x''$

$\begin{cases} x' + x'' = 3x'x'' \\ mx'x'' - (x' + x'') = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} S = 3P\ (1) \\ mP - S = 1\ (2) \end{cases}$

$(1)\ dans\ (2): mP - 3P = 1 \Rightarrow P(m - 3) = 1$

$\Rightarrow P = \frac{1}{m-3}(3)$

$(3) dans (1): S = \frac{3}{m-3}$

Cette équation est de la forme $x^2 - Sx + P = 0$

$x^2 - \frac{3}{m-3}x + \frac{1}{m-3} = 0 \Rightarrow \frac{(m-3)x^2 - 3x + 1}{m-3} = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} m - 3 \neq 0 \\ (m-3)x^2 - 3x + 1 = 0 \end{cases}$

$d'où$ $\boxed{(E): (m-3)x^2 - 3x + 1 = 0}$

3. **Je discute suivant les valeurs du paramètre m les solutions de l'équation (E)**

$(m-3)x^2 - 3x + 1 = 0$

Si $a = 0 \Rightarrow m - 3 = 0 \Rightarrow m = 3$ $l'équation\ est\ du\ 1^{er}$ $degré\ en\ x.$

$On\ a: (3-3)x^2 - 3x + 1 = 0$

$0x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow -3x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$

$d'où \quad \boxed{S = \left\{\frac{1}{3}\right\}}$

$Si\ a \neq 0 \Rightarrow m - 3 \neq 0 \Rightarrow m \neq 3$ *L'équation est du second degré en x.*

$\Delta = b^2 - 4ac \ avec\ a = m - 3;\ b = -3\ et\ c = 1$

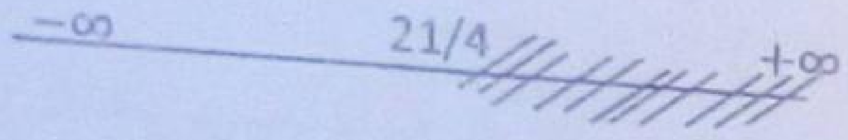
$\Delta = (-3)^2 - 4(m-3)(1)$

$\Delta = 9 - 4m + 12 \Rightarrow \underline{\Delta = -4m + 21}$

**Discussion**

**<u>1<sup>er</sup> cas :</u>** $Si\ \Delta > 0 > \Rightarrow -4m + 21 > 0 \Rightarrow -4m > -21$

$\Rightarrow \quad m < \frac{21}{4}$




$m \in \left]-\infty; \frac{21}{4}\right[$ L'équation admet deux racines distinctes x' et x'' telles que :

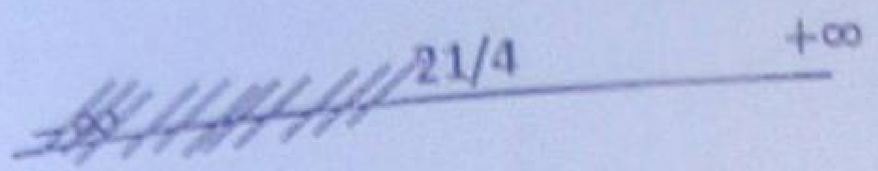
$$x' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 - \sqrt{-4m+21}}{2(m-3)} = \frac{3 - \sqrt{-4m+21}}{2m-6}$$

$$x'' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 + \sqrt{-4m+21}}{2(m-3)} = \frac{3 + \sqrt{-4m+21}}{2m-6}$$

$$d'où \quad \boxed{S = \left\{\frac{3 - \sqrt{-4m+21}}{2m-6}; \frac{3 + \sqrt{-4m+21}}{2m-6}\right\}}$$

**<u>2<sup>ème</sup> cas :</u>** $Si\ \Delta < 0 \Rightarrow -4m + 21 < 0 \Rightarrow -4m < -21$






$\Rightarrow \quad m > \frac{21}{4}$

$m \in \left]\frac{21}{4}; +\infty\right[$ L'équation n'admet pas de racine

$d'où \quad \boxed{S = \emptyset}$

<u>3<sup>ème</sup> cas</u> : $Si\ \Delta = 0 \Rightarrow -4m + 21 = 0 \Rightarrow 4m = 21$

$\Rightarrow \quad m = \frac{21}{4}$ L'équation admet une racine réelle double

$$x' = x'' = \frac{-b}{2a}$$

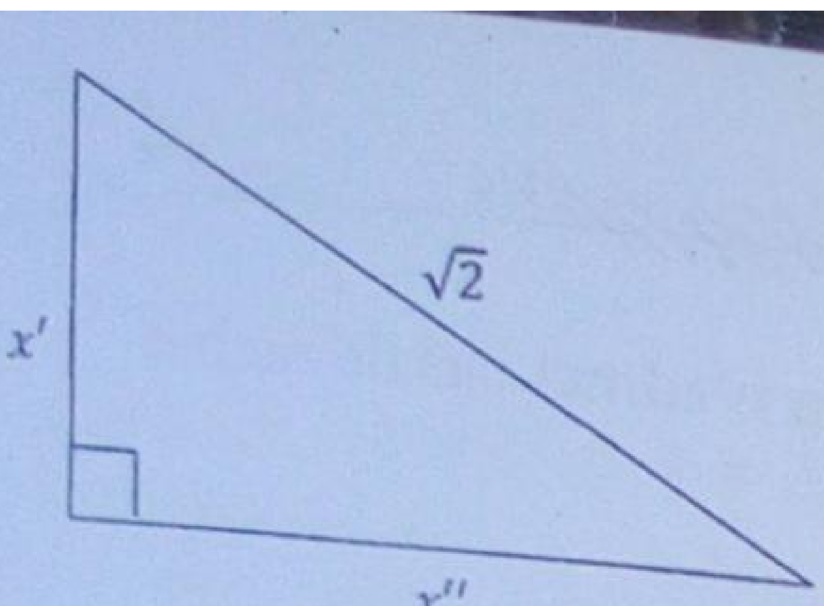
$$x' = x'' = \frac{3}{2(m-3)} = \frac{3}{2m-6} \quad avec\ m = \frac{21}{4}$$

$$x' = x'' = \frac{3}{2\left(\frac{21}{4}\right) - 6} = \frac{3}{\frac{21}{2} - 6} = \frac{3}{\frac{21-12}{2}} = \frac{3}{\frac{9}{2}}$$

$$x' = x'' = 3 \times \frac{2}{9} = \frac{2}{3}$$

$d'où \quad \boxed{S = \left\{\frac{2}{3}\right\}}$

**4. <u>Je détermine m</u>**




D'après Pythagore, on a : $x'^2 + x''^2 = \left(\sqrt{2}\right)^2$

$\Rightarrow x'^2 + x''^2 = 2$

$or\ (x' + x'')^2 = x'^2 + 2x'x'' + x''^2$

$\Rightarrow x' + x'' = (x' + x'')^2 - 2x'x''$

$\Rightarrow (x' + x'')^2 - 2x'x'' = 2 \quad avec\ S = x' + x''\ et\ P = x'x''$

$S^2 - 2P = 2\ \ or\ \ S = \dfrac{3}{m-3}\ \ et\ \ P = \dfrac{1}{m-3}$

$\Rightarrow \left(\frac{3}{m-3}\right)^2 - \frac{2}{m-3} = 2 \Rightarrow \frac{9}{(m-3)^2} - \frac{2}{m-3} - 2 = 0$

$$\frac{9}{(m-3)^2} - \frac{2(m-3)}{(m-3)^2} - \frac{2(m-3)^2}{(m-3)^2} = 0$$

$$\frac{9 - 2(m-3) - 2(m-3)^2}{(m-3)^2} = 0$$

$$\frac{9 - 2m + 6 - 2(m^2 - 6m + 9)}{(m-3)^2} = 0$$

$$\frac{15 - 2m - 2m^2 + 12m - 18}{(m-3)^2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{-2m^2 + 10m - 3}{(m-3)^2} = 0$$

$or\ (m-3)^2 > 0 \Rightarrow -2m^2 + 10m - 3 = 0$

$\Rightarrow 2m^2 - 10m + 3 = 0$

$\Delta' = b'^2 - ac\ \ avec\ a =$ … $\dfrac{-10}{2} = -5\ et\ c = 3$

$\Delta' = (-5)^2 - (2)(3)$

$\Delta' = 25 - 6$

$\Delta' = 19$

$$m' = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{5 - \sqrt{19}}{2}$$

$$m'' = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{5 + \sqrt{19}}{2}$$

$$d'où\ \boxed{m = \frac{5 - \sqrt{19}}{2}\ \ ou\ \ m = \frac{5 + \sqrt{19}}{2}}$$

**Solution 2**

(E) : $x^2 - 2(m-2)x + m^2 - 4m = 0$

1. **Je discute suivant les valeurs du paramètre m les solutions de l'équation (E)**

$x^2 - 2(m-2)x + m^2 - 4m = 0$

*Comme* $a = 1 \neq 0$, *alors l'équation est du second degré*

$\Delta' = b'^2 - ac\ avec\ a = 1; b' = \dfrac{-2(m-2)}{2} = -(m-2)$

$et\ \ c = m^2 - 4m$

$\Delta' = [-(m-2)]^2 - (1)(m^2 - 4m)$

$\Delta' = (m-2)^2 - m^2 + 4m$

$\Delta' = m^2 - 4m + 4 - m^2 + 4m$

$\Delta' = 4 \quad \Rightarrow \Delta' > 0,$ *l'équation admet deux racines réelles distinctes* $x'$ *et* $x''$ *telles que:*

$$x' = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{m - 2 - \sqrt{4}}{1} = m - 2 - 2$$

$x' = m - 4$

$$x' = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{m - 2 + \sqrt{4}}{1} = m - 2 + 2$$
$$x'' = m$$

d'où $\boxed{S = \{m; m - 4\}}$

**2.** a- **J'exprime le produit P en fonction de la somme S**

$$x^2 - 2(m-2)x + m^2 - 4m = 0$$
$$P = \frac{c}{a} = \frac{m^2 - 4m}{1} = m^2 - 4m$$
$$P = m(m-4)$$
$$S = \frac{-b}{a} = \frac{2(m-2)}{1} = 2m - 4$$
$$S = 2m - 4$$
$$\begin{cases} P = m(m-4) & (1) \\ S = 2m - 4 & (2) \end{cases}$$
$$(2) \Rightarrow 2m = S + 4 \Rightarrow m = \frac{S+4}{2} \quad (3)$$
$$(3)\,dans\,(1): P = \left(\frac{S+4}{2}\right)\left(\frac{S+4}{2} - 4\right)$$
$$P = \left(\frac{S+4}{2}\right)\left(\frac{S+4-8}{2}\right)$$
$$P = \left(\frac{S+4}{2}\right)\left(\frac{S-4}{2}\right)$$

d'où $\boxed{P = \frac{1}{4}(S+4)(S-4)}$ ou $\boxed{P = \frac{1}{4}(S^2 - 16)}$

ou encore $4P = S^2 - 16 \Rightarrow \boxed{4P - S^2 + 16 = 0}$



b- **Je déduis une relation indépendante de m entre les racines $x'$ et $x''$**

$$4P - S^2 + 16 = 0 \text{ avec } P = x'x'' \text{ et } S = x' + x''$$
$$4x'x'' - (x' + x'')^2 + 16 = 0$$
$$4x'x'' - (x'^2 + 2x'x'' + x''^2) + 16 = 0$$
$$4x'x'' - x'^2 - 2x'x'' - x''^2 + 16 = 0$$
$$\boxed{2x'x'' - (x'^2 + x''^2) + 16 = 0}$$

3. $(E'): (2 + \sqrt{3})x^2 - (2\sqrt{3} + 1)x + \sqrt{3} - 1 = 0$

avec $a = 2 + \sqrt{3}$; $b = -(2\sqrt{3} + 1)$ et $c = \sqrt{3} - 1$

**Je calcule A et B**

$$P = \frac{C}{a} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2 + \sqrt{3}} \quad et \quad S = \frac{-b}{a} = \frac{2\sqrt{3} + 1}{2 + \sqrt{3}}$$
$$A = \frac{1}{x'} + \frac{1}{x''} = \frac{x' + x''}{x'x''} \text{ or } S = x' + x'' \text{ et } P = x'x''$$
$$A = \frac{S}{P} = \frac{\frac{2\sqrt{3}+1}{2+\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{3}-1}{2+\sqrt{3}}} = \left(\frac{2\sqrt{3}+1}{2+\sqrt{3}}\right)\left(\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}\right) = \frac{2\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$$
$$A = \frac{(2\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$$
$$\boxed{A = \frac{7 + 3\sqrt{3}}{2}}$$

$'^2 + x''^2$

$+ x'')^2 = x'^2 + 2x'x'' + x''^2$

$x''^2 = (x' + x'')^2 - 2x'x''$

$x''^2 = S^2 - 2P$

$S^2 - 2P = \left(\frac{2\sqrt{3}+1}{2+\sqrt{3}}\right)^2 - 2\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2+\sqrt{3}}\right)$

$\frac{3+1)^2 - 2(\sqrt{3}-1)(2+\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})^2}$

$\frac{3)^2 + 4\sqrt{3} + 1 - 2(2\sqrt{3} + 3 - 2 - \sqrt{3})}{4 + 4\sqrt{3} + 3}$

$\frac{4\sqrt{3} + 1 - 4\sqrt{3} - 2 + 2\sqrt{3}}{7 + 4\sqrt{3}} = \frac{11 + 2\sqrt{3}}{7 + 4\sqrt{3}}$

$\frac{2\sqrt{3})(7 - 4\sqrt{3})}{4\sqrt{3})(7 - 4\sqrt{3})} = \frac{77 - 44\sqrt{3} + 14\sqrt{3} - 24}{7^2 - (4\sqrt{3})^2}$

$\frac{30\sqrt{3}}{48} = 53 - 30\sqrt{3}$

$\boxed{0\sqrt{3}}$

**sujet n°9**

**ns ℝ et je discute suivant les valeurs de m**
**s et inéquations :**

$)x = x^2 - 9 \ (1)$

$(2)$

$+ 3m)x = x^2 - 9$

$+ 3)x = (m - 3)(m + 3)$

**Discussion**

**1^er cas** : $Si\ a \neq 0 \Rightarrow m(m+3) \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m + 3 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -3 \end{cases}$

$m(m+3)x = (m-3)(m+3)$

$\Rightarrow x = \frac{(m-3)(m+3)}{m(m+3)} = \frac{m-3}{m}$

$\boxed{S_1 = \left\{\frac{m-3}{m}\right\}}$

**2^ème cas :** $Si\ a = 0 \Rightarrow m(m+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m + 3 = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -3 \end{cases}$

$Pour\ m = 0 \Rightarrow 0(0+3)x = (0+3)(0-3)$

$0x = -9\ \ impossible$

$S_2 = \emptyset$

$Pour\ m = -3 \Rightarrow -3(-3+3)x = (-3+3)(-3-3)$

$0x = 0$

$S_3 = \mathbb{R}$

Je fais la confrontation de la valeur de x trouvée avec 2.

**1^er cas** :

$x = \frac{m-3}{m}\ or\ x > 2$

$\Rightarrow \frac{m-3}{m} > 2 \Rightarrow \frac{m-3}{m} - 2 > 0$

$\frac{m-3-2m}{m} > 0 \Rightarrow \frac{-m-3}{m} > 0$

On p[illegible] $\frac{-m-3}{m} = 0$



Scanned by TapScanner

$$\Rightarrow \begin{cases} -m-3=0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=-3 \\ m \neq 0 \end{cases}$$

**Tableau de signes**

| $m$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-m-3$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | |
| $m$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $\dfrac{-m-3}{m}$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $-$ | |

$\boxed{S = ]-3;0[}$

**2ème cas** :

$\begin{cases} S_2 = \emptyset \\ x > 2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{S = \emptyset}$

**3ème cas :**

$\begin{cases} S_3 = \mathbb{R} \\ x > 2 \end{cases}$

$-\infty \quad 2 \quad +\infty$

$\boxed{S = ]2;+\infty[}$

c) $x - 5m > 2(1 + 3mx)$

$x - 5m > 2 + 6mx$

$x - 6mx > 5m + 2$

$(1 - 6m)x > 5m + 2$

**Discussion :**

**1er cas :** $si\ a > 0 \Rightarrow 1 - 6m > 0 \Rightarrow m < \frac{1}{6}$

$(1 - 6m)x > 5m + 2 \Rightarrow x > \dfrac{5m+2}{1-6m}$



$-\infty \quad \dfrac{5m+2}{1-6m} \quad +\infty$

$\boxed{S = \left]\dfrac{5m+2}{1-6m}; +\infty\right[}$

**2ème cas** : $si\ a < 0 \Rightarrow 1 - 6m < 0 \Rightarrow m > \frac{1}{6}$

$-\infty \quad \dfrac{5m+2}{1-6m} \quad +\infty$

$\boxed{S = \left]-\infty; \dfrac{5m+2}{1-6m}\right[}$

**3ème cas :** $si\ a = 0 \Rightarrow 1 - 6m = 0 \Rightarrow m = \frac{1}{6}$

$(1 - 6m)x > 5m + 2\ \ avec\ m = \dfrac{1}{6}$

$\left[1 - 6\left(\dfrac{1}{6}\right)\right]x > 5\left(\dfrac{1}{6}\right) + 2$

$ox > \dfrac{17}{6}\ impossible$

$\boxed{S = \emptyset}$

c) $m^2x - 3 = x + 3m$

$m^2x - x = 3m + 3$

$(m^2 - 1)x = 3m + 3$

$(m - 1)(m + 1)x = 3(m + 1)$

**Discussion :**

__1^er^ cas :__ *si* $a \neq 0 \Rightarrow (m-1)(m+1) \neq 0$

$\Rightarrow \begin{cases} m-1 \neq 0 \\ m+1 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq -1 \end{cases}$

$(m-1)(m+1)x = 3(m+1)$

$x = \frac{3\cancel{(m+1)}}{(m-1)\cancel{(m+1)}}$

$x = \frac{3}{m-1}$

$\boxed{S = \left\{\frac{3}{m-1}\right\}}$

__2^ème^ cas__ : $a = 0 \Rightarrow (m-1)(m+1) = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} m-1 = 0 \\ m+1 = 0 \end{cases} \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}$

$(m-1)(m+1)x = 3(m+1)$

$Pour\ m = 1 \Rightarrow (1-1)(1+1)x = 3(1+1)$

$0x = 6\ impossible$

$\boxed{S = \emptyset}$

$Pour\ m = -1 \Rightarrow (-1-1)(-1+1)x = 3(-1+1)$

$0x = 0\ vrai\ \forall x \in \mathbb{R}$

$d'où$ $\boxed{S = \mathbb{R}}$

d) $m^2x - 3 \geq x + 3m$

$m^2x - x \geq 3m + 3$

$(m-1)(m+1)x \geq 3(m+1)$

**J'étudie le signe de a**

Avec $a = (m-1)(m+1)$

On pose $a = 0 \Rightarrow (m-1)(m+1) = 0$



$\Rightarrow \begin{cases} m-1 = 0 \\ m+1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}$

**Tableau de signes**

| $m$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $m$ | | $-$ | | $-$ | 0 | $+$ | |
| $m-1$ | | $-$ | 0 | $+$ | | $+$ | |
| $m+1$ | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | |
| a | | | | | | | |

__Discussion__

__1^er^ cas__ : $\forall m \in \left]-\infty\,; -1\right[ \cup \left]1\,; +\infty\right[, a > 0$

$(m-1)(m+1)x \geq 3(m+1) \Rightarrow x \geq \frac{3\cancel{(m+1)}}{(m-1)\cancel{(m+1)}}$

$x \geq \frac{3}{m-1}$

$-\infty \quad \frac{3}{m-1} \quad +\infty$

$\boxed{S = \left[\frac{3}{m-1}\,; +\infty\right[}$

__2^ème^ cas :__ $\forall m \in \left]-1\,; 1\right[, a < 0$

$(m-1)(m+1)x \geq 3(m+1)$

$\Rightarrow x \geq \frac{3\cancel{(m+1)}}{(m-1)\cancel{(m+1)}}$

$x \geq \frac{3}{m-1}$ $\qquad -\infty \quad \frac{3}{m-1} \quad +\infty$

$\boxed{S = \left]-\infty; \frac{3}{m-1}\right]}$

$= -1 \ ou \ m = 1 \Rightarrow a = 0$

$+1)x \geq 3(m+1)$

$1 \ \Rightarrow (1-1)(-1+1)x \geq 3(-1+1)$

$i \ \forall x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow (1-1)(1+1)x \geq 3(1+1)$

ossible

s $\mathbb{R}$ les équations et inéquations :

$\sqrt{3x-3} \Rightarrow \begin{cases} 1+x \geq 0 \\ 3x-3 \geq 0 \\ 1+x = 3x-3 \end{cases}$

<u>validité (D)</u>

$0 \Rightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \geq 1 \end{cases}$

$x = 3x - 3$

$-x = 1 + 3$

$2x = 4$

$x = \frac{4}{2}$

$x = 2$

$[2; +\infty[$



*d'où* $\boxed{S = \{2\}}$

b) $\sqrt{x^2-4} = x+3$

$\Rightarrow \begin{cases} x+3 \geq 0 \\ x^2-4 = (x+3)^2 \end{cases}$

**<u>Domaine de validité</u>**

$x + 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3$

<u>$D = [-3; +\infty[$</u>

Je résous $x^2 - 4 = (x+3)^2$

$x^2 - 4 = x^2 + 6x + 9$

$-4 = 6x + 9 \Rightarrow 6x = -4 - 9$

$6x = -13$

$x = -\frac{13}{6}$

$Comme -\frac{13}{6} = -2{,}16 \in [-3; +\infty[$

$d'où$ $\boxed{S = \left\{-\frac{13}{6}\right\}}$

c) $|5x-2| \geq |x-1|$

$\Leftrightarrow (5x-2)^2 \geq (x-1)^2$

$(5x-2)^2 - (x-1)^2 \geq 0$

$[(5x-2) - (x-1)][(5x-2) + (x-1)] \geq 0$

$(5x - 2 - x + 1)(5x - 2 + x - 1)$

$(4x-1)(6x-3) \geq 0$

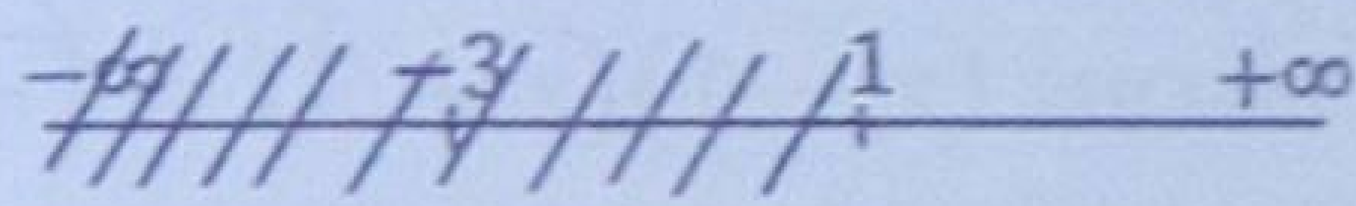
$On \ pose \ (4x-1)(6x-3) = 0$

e) $\sqrt{x-1}+\sqrt{x+3}=3$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x+3 \geq 0 \\ \left(\sqrt{x-1}+\sqrt{x+3}\right)^2 = 3^2 \end{cases}$$

## Domaine de validité $D_1$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x+3 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 1 \\ x \geq -3 \end{cases}$$




$D_1 = [1; +\infty[$

Je résous $\left(\sqrt{x-1}+\sqrt{x+3}\right)^2 = 3^2$

$$\left(\sqrt{x-1}\right)^2 + 2\sqrt{(x-1)(x+3)} + \left(\sqrt{x+3}\right)^2 = 9$$

$$x-1+2\sqrt{(x-1)(x+3)}+x+3=9$$

$$2x+2+2\sqrt{(x-1)(x+3)}=9$$

$$2\sqrt{(x-1)(x+3)} = -2x+9-2$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x-1)(x+3)} = \frac{-2x+7}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{-2x+7}{2} \geq 0 \\ (x-1)(x+3) = \left(\frac{-2x+7}{2}\right)^2 \end{cases}$$

## Domaine de validité $D_2$

$$\frac{-2x+7}{2} \geq 0 \Rightarrow -2x+7 \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{7}{2}$$

$D_2 = \left]-\infty; \frac{7}{2}\right]$

$3m - 3 - 6 = 0 \Rightarrow 3m - 9 = 0 \Rightarrow 3m = 9$

$\Rightarrow m = \frac{9}{3} = 3 \quad \Rightarrow \boxed{m = 3}$

$Alors\ \vec{u}(2;3)\ et\ \vec{v}(3;-2)$

b) **<u>Je calcule la norme de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$</u>**

$\vec{u}(2;3)\ et\ \vec{v}(3,-2)$

$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}\ \ avec\ x = 2\ et\ y = 3$

$\|\vec{u}\| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$

$$\boxed{\|\vec{u}\| = \sqrt{13}}$$

$\vec{u}(2;3)\ et\ \vec{v}(3,-2)$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}\ \ avec\ x = 3\ et\ y = -2$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$

$$\boxed{\|\vec{v}\| = \sqrt{13}}$$

**<u>Solution 2 :</u>**

$A(3;-2); B(1;3)\ et\ C(-4;1); O(0;0)$

a) **<u>Je calcule les produits scalaires $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$</u>**

$\overrightarrow{OB}.\overrightarrow{BC}\ et\ \overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix} x_A - x_O \\ y_A - y_O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 - 0 \\ -2 - 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{OA}\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix} x_B - x_O \\ y_B - y_O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - 0 \\ 3 - 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{OB}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 - 3 \\ 1 + 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -7 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = xx' + yy'$



soient

Scanned by TapScanner

$.\overrightarrow{OB} = 3 \times 1 + (-2) \times 3 = 3 - 6 = -3$

$\boxed{.\overrightarrow{OB} = -3}$

$\overrightarrow{BC} = 3(-5) + (-2)(-2) = -15 + 4 = -11$

$\boxed{\overrightarrow{BC} = -11}$

$\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{AC} = -[3(-7) + 3(-2)]$
$= -(-21 - 6) = 27$

$\boxed{\overrightarrow{AC} = 27}$

**Je détermine l'équation cartésienne du cercle de diamètre $[AB]$**

t $M(x\,;y) \in (C) \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \perp \overrightarrow{MB} \Rightarrow \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0$

$\begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_B - x \\ y_B - y \end{pmatrix} = 0$ avec $A(3;-2)$ et $B(1;3)$

$\begin{pmatrix} -x \\ 2-y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1-x \\ 3-y \end{pmatrix} = 0$

$-x)(1-x) + (-2-y)(3-y) = 0$

$3x - x + x^2 - 6 + 2y - 3y + y^2 = 0$

$+ y^2 - 4x - y - 3 = 0$

ù $\boxed{(C): x^2 + y^2 - 4x - y - 3 = 0}$

__ution 3 :__

$: x^2 + y^2 - 2x - 3y = 0$

__Je caractérise le cercle (C)__

: le centre $I(a;b)$ et le rayon R

(C) est de la forme $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$



Avec $\begin{cases} 2a = 2 \\ 2b = 3 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{2} \\ b = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{3}{2} \end{cases}$

d'où $\boxed{I(1;3/2)}$

$R = \sqrt{a^2 + b^2 - c} = \sqrt{1^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 0} = \sqrt{1 + \frac{9}{4}}$

$R = \sqrt{\frac{13}{4}} = \frac{\sqrt{13}}{2}$

$\boxed{R = \frac{\sqrt{13}}{2}}$

b) **Je détermine la distance de $D(2;-2)$ par rappor**
**$(\Delta): x - 2y + 3 = 0$**

$d(D,\Delta) = \frac{|ax_D + by_D + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ avec $a = 1; b = -2;$ et c

$x_D = 2$ et $y_D = -2$

$d(D,\Delta) = \frac{|1 \times 2 + (-2)(-2) + 3|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{|2+4+3|}{\sqrt{1+4}} =$

$= \frac{9}{\sqrt{5}} = \frac{9\sqrt{5}}{5}$

d'où $\boxed{d(D,\Delta) = \frac{9\sqrt{5}}{5}}$

**c) Je détermine la puissance du cercle par rapport à $E(-1\,;0)$**

Or le centre de (C) est $I(1;3/2)$ et $R = \frac{\sqrt{13}}{2}$

$P = IE^2 - R^2$

avec $IE = \sqrt{(x_E - x_I)^2 + (y_E - y_I)^2}$

$$IE^2 = (x_E - x_I)^2 + (y_E - y_I)^2$$

$$IE^2 = (-1-1)^2 + \left(0 - \frac{3}{2}\right)^2$$

$$IE^2 = 4 + \frac{9}{4} = \frac{16+9}{4} = \frac{25}{4}$$

$$IE^2 = \frac{25}{4}$$

$$P = \frac{25}{4} - \left(\frac{\sqrt{13}}{2}\right)^2$$

$$P = \frac{25}{4} - \frac{13}{4} = \frac{25-13}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

d'où $\boxed{P = 3}$

**<u>Résolution sujet n°10</u>**

**<u>Activités numériques :</u>**

**<u>Exercice 1 :</u>**

Résolvons dans $\mathbb{R}$

$(2x-1)^2 + x(1-2x) = 4x^2 - 1$



$E = \mathbb{R}$

$(2x-1)^2 + x(1-2x) = 4x^2 - 1$

$\Rightarrow (2x-1)(2x-1) - x(2x-1) = (2x-1)(2x+1)$

$\Rightarrow (2x-1)(2x-1) - x(2x-1) - (2x-1)(2x+1) = 0$

$\Rightarrow (2x-1)[(2x-1) - x - (2x+1)] = 0$

$\Rightarrow (2x-1)[\cancel{2x} - 1 - x - \cancel{2x} - 1] = 0$

$\Rightarrow (2x-1)(-x-2) = 0$

$\Rightarrow x = \frac{1}{2}$ ou $x = -2$

$\boxed{S = \left\{-2; \frac{1}{2}\right\}}$

$$\frac{x+1}{x-2} - \frac{x-1}{x+2} \geq \frac{x}{x^2-4}$$

$E = \mathbb{R}\setminus\{-2;2\}$

ou

$E = ]-\infty;-2[ \cup ]-2;2[ \cup ]2;+\infty[$

$$\frac{x+1}{x-2} - \frac{x-1}{x+2} \geq \frac{x}{x^2-4}$$

$$\Rightarrow \frac{(x+1)(x+2)-(x-1)(x-2)}{(x-2)(x+2)} \geq \frac{x}{(x-2)(x+2)}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2+2x+x+2-(x^2-2x-x+2)}{(x-2)(x+2)} \geq \frac{x}{(x-2)(x+2)}$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{x^2}+3x+\cancel{2}-\cancel{x^2}+3x-\cancel{2}}{(x-2)(x+2)} - \frac{x}{(x-2)(x+2)} \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{6x-x}{(x-2)(x+2)} \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{5x}{(x-2)(x+2)} \geq 0$$

**<u>Tableau de signe</u>**

$$\begin{cases} x \geq -4 \\ \quad \text{Et} \\ x \geq \dfrac{2}{3} \\ \quad \text{Et} \\ x \in ]-\infty ; 0[ \cup ]19/9 ; +\infty[ \end{cases}$$

$-\infty \quad -4 \quad 0 \quad 2/3 \quad 13/9 \qquad +\infty$

$$\boxed{S = ]13/9 ; +\infty[}$$

<u>**Exercice 2 :**</u> Résolvons dans $\mathbb{R}$

$(m-2)x + 2m - 3 = (2m+5)x + 3 - m$

$$E = \mathbb{R}$$

$(m-2)x + 2m - 3 = (2m+5)x + 3 - m$

$(m-2)x - (2m+5)x = 3 - m - 2m + 3$

$\Rightarrow (m - 2 - 2m - 5)x = -3m + 6$

$\Rightarrow (-m-7)x = -3m + 6$

<u>**1er cas :**</u> $a = 0 \Rightarrow -m - 7 = 0$

$\Rightarrow m = -7$

$Si$ $\underline{m = -7}$ L'équation devient

$ox = 27 \quad faux$

d'où $\boxed{S = \emptyset}$

<u>**2ème cas :**</u> $a \neq 0 \Rightarrow -m - 7 \neq 0$

$m \neq -7$

$on\ a$: $(-m-7)x = -3m + 6$

$\Rightarrow x \geq \dfrac{6m-9}{m-2}$

$$\boxed{S = \left]\frac{6m-9}{m-2}; +\infty\right]}$$

Résolvons dans $\mathbb{R}$ le système

$$\begin{cases} mx - y = -m + 6 \\ 2mx + (1-m)y = 2m \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} m & -1 \\ 2m & 1-m \end{vmatrix} = m - m^2 + 2m$$

$D = -m^2 + 3m = m(-m+3)$

<u>$1^{er}$ cas :</u> $D = 0$

$D = 0 \Rightarrow m = 0 \; ou \; m = 3$

<u>$si\, m = 0$</u> *le système devient*

$$\begin{cases} -y = 6 \\ \;\; y = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{S = \emptyset}$$

<u>$si\, m = 3$</u> *le système devient*

$$\begin{cases} 3x - y = 3 \\ 6x - 2y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - y = 3 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$$

$$\boxed{S = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, 3x - y = 3\}}$$

<u>$2^{ème}$ cas</u> : $D \neq 0$

c-à-d $m \neq 0$ et $m \neq 3$

$]-\infty; 0[\, \cup\, ]3; +\infty[$

$$\begin{vmatrix} -m+6 & -1 \\ 2m & 1-m \end{vmatrix}$$

$+ m^2 + 6 - 6m + 2m$

$- 5m + 6$

$- 3m - 2m + 6$

$ı - 3) - 2(m - 3)$

$(m - 3)(m - 2)$

$$\begin{vmatrix} m & -m+6 \\ 2m & 2m \end{vmatrix}$$

$2m^2 + 2m^2 - 12m$

$4m^2 - 12m$

$m(m - 3)$

$= \frac{(m-3)(m-2)}{m(-m+3)} = \frac{m-2}{-m}$

$\frac{y}{ɔ} = \frac{4\cancel{m}(m\cancel{-}3)}{-\cancel{m}(m\cancel{-}3)} = -4$

$\boxed{\frac{-m+2}{m}; -4)\}}$

**e 3 :**

ns dans $\mathbb{R}$

$)x^2 - 2(1+\sqrt{2})x + 1 + 3\sqrt{2} = 0$

$E = \mathbb{R}$

$- 4ac$

$- \sqrt{2})^2 - (1 - \sqrt{2})(1 + 3\sqrt{2})$

$2 + 2\sqrt{2} - (1 + 3\sqrt{2} - \sqrt{2} - 6)$

$2\sqrt{2} - (-5 + 2\sqrt{2})$

$\cancel{2\sqrt{2}} + 5 - \cancel{2\sqrt{2}}$



$\Delta' => 0$ *l'équation admet deux solutions distin...*

$x' = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{8}}{1-\sqrt{2}} = \frac{1+\sqrt{2}-2\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$

$= \frac{1-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = 1$

$x'' = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{1+\sqrt{2}+\sqrt{8}}{1-\sqrt{2}} = \frac{1+\sqrt{2}+2\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$

$= \frac{1+3\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = \frac{(1+3\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}$

$= \frac{1+\sqrt{2}+3+\sqrt{2}+6}{1-2} = \frac{7+4\sqrt{2}}{-1}$

$x'' = -7 - 4\sqrt{2}$

$\boxed{S = \{-7 - 4\sqrt{2}; 1\}}$

$2x^2 - x + 1 > 0$

Equation associée

$2x^2 - x + 1 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= 1 - 4(2)(1)$

$= 1 - 8$

$\Delta = -7$ *pas de racine*

$2x^2 - x + 1$ *est positif*

**Tableau de signe**

| $x$ | $-\infty$ |
|---|---|
| $2x^2 - x + 1$ | + |

$\boxed{S = ]-\infty; +\infty[ = \mathbb{R}}$

$x^2 + 4x - 1 < 0$

$E = \mathbb{R}$

Equation associée

$-4x^2 + 4x - 1 = 0$

$\Delta' = b'^2 - 4ac$

$= 4 - (-4)(1)$

$= 4 - 4$

$\Delta' = 0$

$$x' = x'' = -\frac{b}{2a} = -\frac{b'}{a} = -\frac{2}{-4} = \frac{1}{2}$$

**Tableau de signe**

| $x$ | $-\infty$ | | $1/2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $-4x^2 + 4x - 1$ | | $-$ | $0$ | $-$ | |

$\boxed{S = ]-\infty; 1/2[ \cup ]1/2; +\infty[}$

**Activités géométriques**

**Exercice 4**

1) **Déterminons les valeurs de $\lambda$ pour lesquelles le barycentre G existe.**

$G\ existe \Leftrightarrow 2\lambda - 1 + \lambda + 2 + \lambda \neq 0$

$\Rightarrow 4\lambda + 1 \neq 0$

$\Rightarrow \lambda \neq -\frac{1}{4}$

$\boxed{G\ existe \Leftrightarrow \lambda \in \mathbb{R}^* \backslash \left\{-\frac{1}{4}\right\}}$



2) **Déterminons les coordonnées de G dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$**

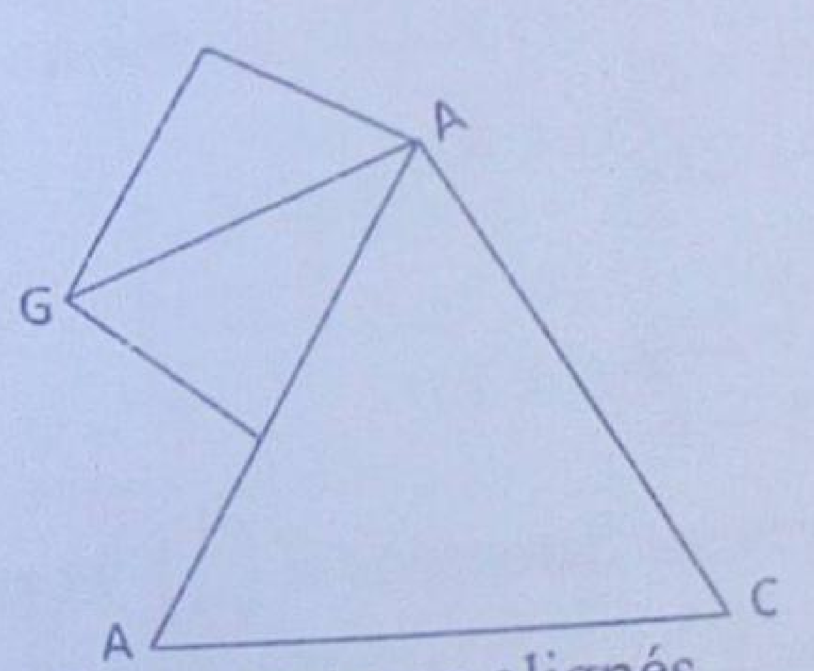
$$\boxed{\overrightarrow{AG} = \frac{-1+\lambda}{4\lambda+1}\overrightarrow{AB} + \frac{2+\lambda}{4\lambda+1}\overrightarrow{AC}}$$

3) **Construisons le barycentre G lorsque $\lambda = -1$**

On a : $\overrightarrow{AG} = \frac{-2}{-3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{-3}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

$(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ étant un repère donc les points A , B et C ne sont pas alignés .




Les points A, B et C ne sont pas alignés

donc $\boxed{G\left(\frac{-1+\lambda}{4\lambda+1}; \frac{2+\lambda}{4\lambda+1}\right)}$

Dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

**b) Pour tout point M, Démontrons que $-2\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = -3\overrightarrow{MG}$**

$\lambda = -1, G\ barycentre\ de\ (A, -2), (B, -2)\ et\ (C, 1)$

$$\Leftrightarrow -2\overrightarrow{GA} - 2\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

$$-2\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$$
$$= -2\left(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA}\right) - 2\left(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB}\right) + \left(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC}\right)$$
$$= -2\overrightarrow{MG} - 2\overrightarrow{GA} - 2\overrightarrow{MG} - 2\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC}$$
$$= -2\overrightarrow{MG} - 2\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MG} - 2\overrightarrow{GA} - 2\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$$
$$= -3\overrightarrow{MG} - \underbrace{2\overrightarrow{GA} - 2\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}}_{0}$$

$$\boxed{-2\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = -3\overrightarrow{MG}}$$

<u>Exercice 5 :</u>

1) <u>**Démontrons que les droites (D) et (D') sont perpendiculaires**</u>

$$(D)\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 5 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

$$(D')\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

(D) a pour vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ et pour coefficient directeur $\alpha = 2$

(D') a pour vecteur directeur $\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ et pour coefficient directeur $\alpha' = -\frac{1}{2}$

$(D) \perp (D') \Leftrightarrow \vec{u} \perp \vec{v}$

$$\vec{u}.\vec{v} = (1)(2) + (2)(-1)$$
$$= 2 - 2$$
$$\vec{u}.\vec{v} = 0$$

$$\begin{cases} 2x - y + 11 = 0 \\ x + 2y + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - y = -11 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$$

**Cherchons x**

$$2x\begin{cases} 2x - y = -11 \\ x + 2y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x - 2y = -22 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$$

$$5x = -23$$

$$x = -\frac{23}{5}$$

**Cherchons y**

$$2x\begin{cases} 2x - y = -11 \\ x + 2y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = -11 \\ -2x - 4y = 2 \end{cases}$$

$$-5y = -9$$

$$y = \frac{9}{5}$$

$$\boxed{I = \left(-\frac{23}{5}; \frac{9}{5}\right)}$$

3) **Déterminons m pour que (Dm) passe par A(2 ;3)**

$A \in (Dm) \Rightarrow mx_A + (m-2)y_A + m - 1 = 0$

$\Rightarrow m(2) + (m-2)(3) + m - 1 = 0$

$2m + 3m - 6 + m - 1 = 0$

$\Rightarrow 6m - 7 = 0$

$$\Rightarrow \boxed{m = \frac{7}{6}}$$



4) **Déterminons m pour que (Dm) soit parallèle à (D)**

(Dm) a pour vecteur $\vec{w}\begin{pmatrix} -m+2 \\ m \end{pmatrix}$ et pour coefficient directeur $\alpha'' = \frac{m}{m+2}$

$(D)/\!/(Dm) \Leftrightarrow \vec{u}$ et $\vec{w}$ Sont colinéaires c-à-d

$det(\vec{u}, \vec{w}) = 0$

$det(\vec{u}, \vec{w}) = 0$

$\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & -m+2 \\ 2 & m \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow m - 2(-m+2) = 0$

$\Rightarrow m + 2m - 4 = 0$

$\Rightarrow 3m - 4 = 0$

$$\Rightarrow \boxed{m = \frac{4}{3}}$$

Ou bien

$(D)/\!/(Dm) \Leftrightarrow \alpha' = \alpha''$

$\Rightarrow 2 = \dfrac{m}{-m+2}$

$\Rightarrow -2m + 4 = m$

$\Rightarrow -2m - m = 4$

$\Rightarrow -3m = -4$

$$\Rightarrow \boxed{m = \frac{4}{3}}$$

5) **Déterminons m pour que (Dm) ait pour pente 3**

$\alpha'' = 3 \Rightarrow \dfrac{m}{-m+2} = 3$

$\Rightarrow m = -3m + 6$

$\Rightarrow m + 3m = 6$

$\Rightarrow \; 4m = 6$

$\Rightarrow m = \frac{6}{4}$

$\Rightarrow \boxed{m = \frac{3}{2}}$

**Résolution n°11**

I. **Activités Numériques**

**Exercice 1 :**

1. On appelle zéro ou racine d'un polynôme, la valeur du réel x qui annule le polynôme.
2. Développons $A(x) = (x+3)(x+2)(x-5)$

$A(x) = (x^2 + 5x + 6)(x-5)$

$= x^3 - \cancel{5x^2} + \cancel{5x^2} - 25x + 6x - 30$

$\boxed{A(x) = x^3 - 19x - 30}$

3. On donne $h(x) = x^3 - 19x - 30$

a) Degré du $h(x)$

- Le degré de $h(x)$ est $\boxed{d^\circ h = 3}$

- Coefficient de $x^3$

Le coefficient du terme dominant est 1

b) Calculons $h(-3)$

$h(-3) = (-3)^3 - 19(-3) - 30 = -27 + 57 - 30 = 0$

**Conclusion :** $-3$ est la racine de $h(x)$.

c) Déterminons le polynôme q/ $h(x) = (x+3)\, q(x)$

$h(x) = (x+3)\, q(x) \Rightarrow h(x) \,\Big|\, \frac{x+3}{q(x)}$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 19x - 30 & \frac{x+3}{q(x)} \\ \underline{-x^3 - 3x^2} & \\ -3x^2 - 19x - 30 & \\ \underline{3x^2 + 9x} & \\ -10x - 30 & \\ \underline{10x + 30} & \\ 0 & \end{array}$$

$\Rightarrow \boxed{q(x) = x^2 - 3x - 10}$

4. Résolvons dans $\mathbb{R}$

a) $h(x) = 0 \Rightarrow (x+3)(x^2 - 3x - 10) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 3 = 0 \\ \text{Ou} \\ x^2 - 3x - 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 3 = 0 \\ \text{ou} \\ (x+2)(x-5) = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 3 = 0 \\ ou \\ x + 2 = 0 \\ x - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ \text{ou} \\ x = -2 \\ x = 5 \end{cases}$$

| $x$ | $-\infty$ ... $-3$ | $-3$ ... $-2$ | $-2$ ... $5$ | $5$ ... $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| $x+3$ | $-$ | $+$ | $+$ | $+$ |
| $x+2$ | $-$ | $-$ | $+$ | $+$ |
| $x-5$ | $-$ | $-$ | $-$ | $+$ |
| $f(x)$ | $-$ | $+$ | $-$ | $+$ |

$\boxed{S = [-3;-2] \cup [5;+\infty[}$

**Exercice 2 :**

1) On reconnait une équation par le symbole d'égalité et l'inéquation par le symbole d'inégalité.

2) a- m représente le paramètre
b- x représente l'inconnue

3) a- $Si\ \Delta_P \neq 0$, les droites sont sécantes
b- $Si\ \Delta_P = 0,\ alors$:
droites sont confondues
droites sont parallèles

Résolvons dans $\mathbb{R}$

$= x \Rightarrow x - x = 0 \Rightarrow ox = 0,\ \boxed{S = \mathbb{R}}$

$\frac{}{4} + \frac{1}{x-5} = 1$

Ensemble de définition

ons $\left\{\begin{array}{c} x-4 \neq 0 \\ \text{Et} \\ x-5 \neq 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{c} x \neq 4 \\ \\ x \neq 5 \end{array}\right.$

Résolution

$\frac{5) + (x-4)}{4)(x-5)} = 1 \Rightarrow x(x-5) + x - 4$

$4)(x-5)$



$\Rightarrow \cancel{x^2} - 5x + x - 4 - \cancel{x^2} + 9x - 20 = 0$

$\Rightarrow 5x - 24 = 0 \Rightarrow x = \frac{24}{5}$

$\boxed{S = \left\{\frac{24}{5}\right\}}$

c) $(2m+1)x + 2mx + 25m + 12 = (m+3)x + 6$
$\Rightarrow 2mx + x + 2mx - mx - 3x + 25m + 12 - 6 = 0$
$\Rightarrow (3m-2)x + 25m + 6 = 0 \Rightarrow$

$\boxed{(3m-2)x = -25m - 6}$

**Discussion :**

- $Si\ 3m - 2 \neq 0$
$m \neq \frac{2}{3}, alors \quad x = \frac{-25m-6}{3m-2}$

$\boxed{S = \left\{\frac{-25m-6}{3m-2}\right\}}$

$Si\ 3m - 2 = 0 \Rightarrow m = \frac{2}{3}, \Rightarrow ox = \frac{68}{3}\ impossible$

$D'où\ \boxed{S = \emptyset}$

d) $|x-4| - |x+5| = x - 1$

| $x$ | $-\infty$ ... $-5$ | $-5$ ... $4$ | $4$ ... $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $\lvert x-4\rvert$ | $-x+4$ | $-x+4$ | $x-4$ |
| $\lvert x+5\rvert$ | $-x-5$ | $x+5$ | $x+5$ |
| $\lvert x-4\rvert - \lvert x+5\rvert$ | $9$ | $-2x-1$ | $-9$ |

$\forall x \in ]-\infty;-5], 9 = x - 1 \Rightarrow x = 10 \notin ]-\infty;-5]$
$\forall x \in [-5;4], -2x - 1 = x - 1 \Rightarrow -3x = 0 \Rightarrow x = 0$
$0 \in [-5;4]$
$\forall x \in [4;+\infty[, -9 = x - 1 \Rightarrow x = -8 \notin [4;+\infty[$

$D'où \quad \boxed{S = \{0\}}$

$e) |2x+1| < |x|$

$\forall x \in \mathbb{R}, \quad on\ a: (2x+1)^2 < x^2$
$\Rightarrow (2x+1)^2 - x^2 < 0 \Rightarrow$
$(2x+1-x)(2x+1+x) < 0$
$\Rightarrow (x+1)(3x+1) < 0$
On pose $(x+1)(3x+1) = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+1 = 0 \\ 3x+1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $-1/3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x+1$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $3x+1$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $(x+1)(3x+1)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

$\boxed{S = ]-1;-1/3[}$

**Exercice 3 :**

1. Résolvons dans $\mathbb{R}^2$, le système $\begin{matrix} 3x+2y = 14 \\ 2x-3y = 5 \end{matrix}$

- Cherchons $\Delta_P$ :

$\Delta_P = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = -9 - 4 \Rightarrow \underline{\Delta_P = -13}$

- Cherchons $D_x$ :



$\Delta_x = \begin{vmatrix} 14 & \\ 5 & \end{vmatrix}$

- Cherch

$\Delta_y = \begin{vmatrix} 3 & \\ 2 & \end{vmatrix}$

__Trouvons x__

$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_P} = \frac{-5}{-1}$

$y = \frac{\Delta_y}{\Delta_P} = \frac{-13}{-13}$

$\boxed{S = \{(4;1)\}}$

__Interprétatio__

Les deux dro

2. Déduction

$\begin{cases} 3(x-1) \\ 2(x-1) \end{cases}$

Posons : $*(x$

$\Rightarrow (x-1) - 2$

$\begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$

$*y^2 = 1 \Rightarrow y$

$\begin{cases} y = 1 \\ y = -1 \end{cases}$

$D'où \quad S = \{($

$(B; 4)\}$

m pour que G soit l'isobarycentre de

$^2 = 4 \;\Rightarrow\; \boxed{m = \{-2; 2\}}$

our que G existe

$0 \;\Rightarrow\; \boxed{m^2 \neq -4}$

ur du segment $[AB]$ car il est
e A et B.

'un système est un point.
$1$ est le barycentre de A,B et C.
$MC = \vec{0}$
A,B et C car $3 - 2 + 1 = 2 \neq 0$,
1).

nction de $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OC}$

$3\overrightarrow{GA} - 2\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

an, fixons 0.

$- 2\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OC} = \vec{O}$

$\overrightarrow{OC} = \vec{O}$

$- \overrightarrow{OC} = \vec{O}$

$\boxed{+ \overrightarrow{OC})}$

n fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$



On sait que $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}(3\overrightarrow{OA} - 2\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$

Pour tout $O = A$, on a $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}(3\overrightarrow{AA} - 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

$\Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}(-2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

$$\boxed{\overrightarrow{AG} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}}$$

b) Coordonnées de G dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

$$\boxed{G = \left(-1; \frac{1}{2}\right)}$$

4) a) Démontrons que $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AM}$

*$\overrightarrow{AG} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

*$3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$

Fixons le point A.

$3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} = 0$

$2\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \vec{0} \;\Rightarrow\; 2\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

$\Rightarrow \; \overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

En conclusion : $\begin{cases} \overrightarrow{AG} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \end{cases}$

D'où $\boxed{\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AM}}$

b) Les points G et M sont confondus dans la figure.

$) \overrightarrow{f(M)} = 3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$

bijective car $3 - 2 + 1 = 2 \neq 0$

**lution sujet n°12**

**Activités numériques**

**ion 1 :**

**ous dans ℝ les équations et inéquations**

$x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6} = 0$

${}^2 - 4ac \; avec \; a = 1; b = -(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \; et \; c = \sqrt{6})$

$-(\sqrt{2} + \sqrt{3})]^2 - 4(1)(\sqrt{6})$

$\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - 4\sqrt{6}$

$2\sqrt{6} + 3 - 4\sqrt{6}$

$2\sqrt{6} \quad or \quad (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 = 5 - 2\sqrt{6}$

$\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$

$$\frac{-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2}}{2(1)}$$

$$\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$\frac{+\sqrt{\Delta}}{a} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2}}{2(1)}$$

$$\frac{3 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$\boxed{\{\sqrt{2}; \sqrt{3}\}}$

2) $\frac{1-2x}{x} < 4 \Rightarrow \frac{1-2x}{x} - 4 < 0$

$$\frac{1 - 2x - 4x}{x} < 0 \Rightarrow \frac{1 - 6x}{x} < 0$$

$On\ pose\ \frac{1 - 6x}{x} = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ 1 - 6x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x = \frac{1}{6} \end{cases}$$

Tableau de signes

| $x$ | $-\infty$ | 0 | | 1/6 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $1-6x$ | + | | + | 0 | − |
| $x$ | − | 0 | + | | + |
| $\frac{1-6x}{x}$ | − | ‖ | + | | − |

$\boxed{S = ]-\infty; 0[ \cup ]1/6; +\infty[}$

3) $\sqrt{x+2} \geq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 \geq 0 \\ (\sqrt{x+2})^2 \geq 4^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2 \geq 0 \\ x + 2 \geq 16 \end{cases}$

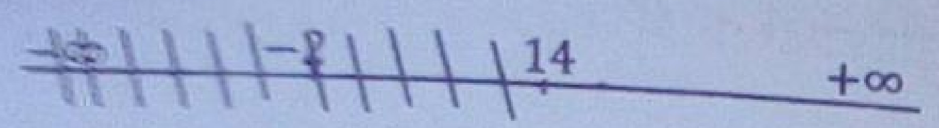
$$\begin{cases} x \geq -2 \\ x \geq 16 - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \geq 14 \end{cases}$$

−2 +∞

14 +∞

$$\begin{cases} x \in [-2; +\infty[ \\ x \in [14; +\infty[ \end{cases}$$

Alors $S = [-2; +\infty[ \cap [14; +\infty[$




d'où $\boxed{S = [14; +\infty[}$

4) $|6 - 3x| - 9 = 0 \Rightarrow |6 - 3x| = 9$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6 - 3x = -9 \\ 6 - 3x = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x = -9 - 6 \\ -3x = 9 - 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x = -15 \\ -3x = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{15}{3} \\ x = \frac{-3}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -1 \end{cases}$$

d'où $\boxed{S = \{-1; 5\}}$

**Solution 2**

$(E): (m-2)x^2 - (m+3)x + 5 = 0$

1) **Valeur de m pour laquelle l'équation (E) est du $1^{er}$ degré**

$\Leftrightarrow a = 0 \Rightarrow m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2$

d'où $\boxed{m = 2}$

2) **Valeurs de m pour lesquelles l'équation (E) est du second degré**

$\Leftrightarrow a \neq 0 \Rightarrow m - 2 \neq 0 \Rightarrow m \neq 2$

d'où $\boxed{m \neq 2}$ ou $\boxed{m \in \mathbb{R} - \{2\}}$

3) **Valeurs de m pour lesquelles l'équation (E) admet une solution double**

$\Leftrightarrow \Delta = 0$ ou $\Delta' = 0$

$(E): (m-2)x^2 - 2(m+3)x + 5m = 0$

$\Delta' = b'^2 - 4ac$ avec $a = m - 2$ et $b' = \frac{-2(m+3)}{2} = -(m+3)$ et $c = 5m$

$\Delta' = [-(m+3)]^2 - (m-2)(5m)$

$\Delta' = m^2 + 6m + 9 - (5m^2 - 10m)$

$\Delta' = m^2 + 6m + 9 - 5m^2 + 10m$

$\Delta' = -4m^2 + 16m + 9$

$\Delta' = 0 \Rightarrow -4m^2 + 16m + 9 = 0$

$\Delta'_m = b'^2 - ac$ avec $a = -4; b' = \frac{16}{2} = 4; c = 9$

$\Delta'_m = 4^2 - (-4)(9)$

$\Delta'_m = 16 + 36 = 52$

$$m' = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'_m}}{a} = \frac{-4 - \sqrt{52}}{-4} = \frac{4 + \sqrt{52}}{4}$$

$$m'' = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'_m}}{a} = \frac{-4 + \sqrt{52}}{-4} = \frac{4 - \sqrt{52}}{4}$$

d'où $\boxed{m = \frac{4 - \sqrt{52}}{4} \text{ et } m = \frac{4 + \sqrt{52}}{4}}$

4) **Valeurs de m pour lesquelles l'équation (E) admet deux solutions distinctes**

$\Leftrightarrow \Delta > 0$ ou $\Delta' > 0$

D'après 3) $\Delta' = -4m^2 + 16m + 9$

Or $\Delta' > 0 \Rightarrow -4m^2 + 16m + 9$

On pose $-4m^2 + 16m + 9 = 0$

Alors $m = \frac{4-\sqrt{52}}{4}$ et $m = \frac{4+\sqrt{52}}{4}$

| $m$ | $-\infty$ | | $\frac{4-\sqrt{52}}{4}$ | | $\frac{4+\sqrt{52}}{4}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-4m^2+16m+9$ | | − | 0 | + | 0 | − | |

d'où $\boxed{m \in \left]\frac{4-\sqrt{52}}{4};\frac{4+\sqrt{52}}{4}\right[}$

5) **Je calcule S et P en fonction du paramètre m**

$(E): (m-2)x^2 - 2(m+3)x + 5m = 0$

$avec\ a = m-2;\ b = -2(m+3)\ et\ c = 5m$

$S = \frac{-b}{a} = \frac{2(m+3)}{m-2} = \frac{2m+6}{m-2}$

D'où $\boxed{S = x' + x'' = \frac{2m+6}{m-2}}$

$P = \frac{c}{a} = \frac{5m}{m-2} \Rightarrow \boxed{P = x'.x'' = \frac{5m}{m-2}}$

6) **Pour = 0 , Je résous dans ℝ l'équation (E)**

$P = x'.x'' = \frac{5(0)}{0-2} = 0$

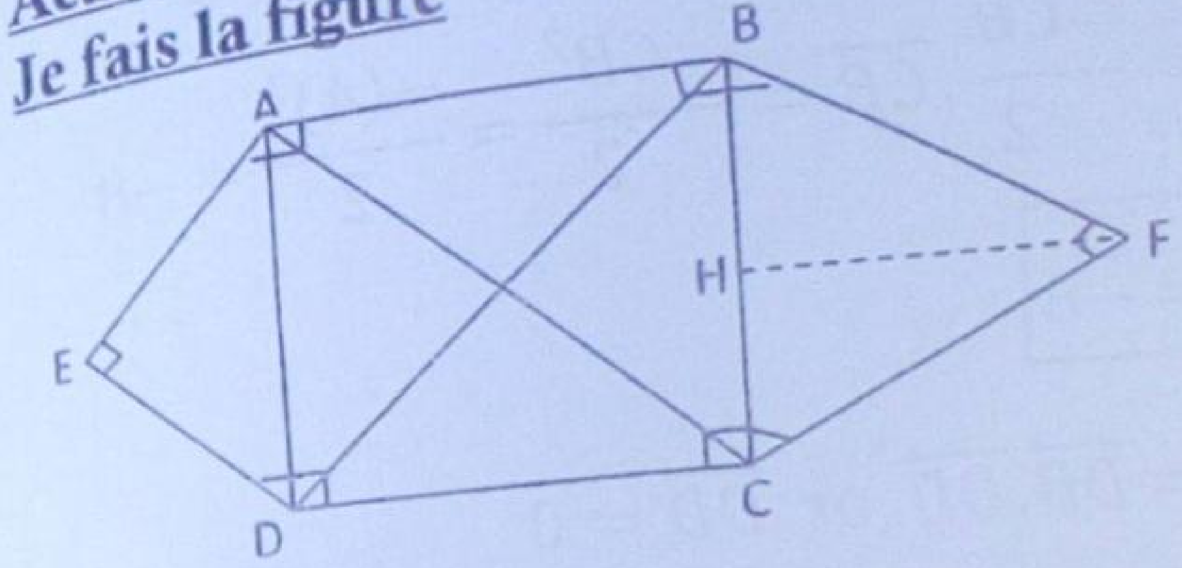
$S = x' + x'' = \frac{2(0)+6}{0-2} = \frac{6}{-2} = -3$

$\begin{cases} x'.x'' = 0 \\ x' + x'' = -3 \end{cases}$ Donc l'une des racines est nulle et l'autre est égale à -3

d'où $\boxed{S = \{-3;0\}}$

II. **Activités géométriques**

1) **Je fais la figure**




$AB = BC = DC = AD = BF = CF = AE = 4$

$\hat{B} = \hat{C} = \hat{F} = 60°$

2) **Je calcule les produits scalaires :**

$\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA}.\overrightarrow{DA} = DA^2 = 4^2 = 16$

$\boxed{\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{DB} = 16}$

$\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{DA}.\overrightarrow{BI}$ or $\overrightarrow{BI} = \frac{\overrightarrow{BC}}{2}$

$\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{DA}.\frac{\overrightarrow{BC}}{2}$ or $\overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{DA}$

$\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{BF} = -\overrightarrow{DA}.\frac{\overrightarrow{DA}}{2} = -\frac{DA^2}{2} = -\frac{(4)^2}{2} = -8$

$\boxed{\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{BF} = -8}$

$\overrightarrow{EA}.\overrightarrow{AC} = \|\overrightarrow{EA}\|.\|\overrightarrow{AC}\| cos(\widehat{\overrightarrow{EA},\overrightarrow{AC}})$

Avec $(\widehat{\overrightarrow{EA},\overrightarrow{AC}}) = 90° \Rightarrow \cos 90° = 0$

D'où $\boxed{\overrightarrow{EA}.\overrightarrow{AC} = 0}$

$$\overrightarrow{FC}.\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{FC}.\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{IC}.\overrightarrow{CB} \text{ or } \overrightarrow{IC} = -\frac{\overrightarrow{CB}}{2}$$

$$\overrightarrow{FC}.\overrightarrow{DA} = -\frac{\overrightarrow{CB}}{2}.\overrightarrow{CB} = -\frac{CB^2}{2} = \frac{-(4)^2}{2} = -8$$

$$\boxed{\overrightarrow{FC}.\overrightarrow{DA} = -8}$$

$$\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DD} \text{ or } \overrightarrow{DD} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DE} = 0}$$