

Collection
BEPC EN PRATIQUE

ÉPREUVES DE BEPC

3^e

en

MATHÉMATIQUES

par BADO Kévin

Professeur certifié des collèges

Version d'Octobre 2024

Je dédis ce document à la paix au Faso.
À nos combattants

«Le plus grand secret de la réussite, c'est de se fixer un but et de ne le perdre jamais de vue.» **Christine de Suède**

Le photocopillage, c'est l'usage abusif et collectif de la photocopie sans autorisation des auteurs et des éditeurs. Largement répandu dans les établissements d'enseignement, le photocopillage menace l'avenir du livre, car il met en danger son équilibre économique. Il prive les auteurs d'une juste rémunération. En dehors de l'usage privé du copiste, toute reproduction totale ou partielle de cet ouvrage est interdite.

SOMMAIRE

Présentation	p.4
Conseil de rédaction	p.5

Sessions normales du BEPC

- Session 2010 – 1 ^{er} Tour	p. 6
- Session 2010 – 2 ^e Tour	p. 10
- Session 2011 – 1 ^{er} Tour	p. 14
- Session 2011 – 2 ^e Tour	p. 18
- Session 2012 – 1 ^{er} Tour	p. 22
- Session 2012 – 2 ^e Tour	p. 27
- Session 2013 – 1 ^{er} Tour	p. 31
- Session 2013 – 2 ^e Tour	p. 34
- Session 2014 – 1 ^{er} Tour	p. 38
- Session 2014 – 2 ^e Tour	p. 43
- Session 2015 – 1 ^{er} Tour	p. 49
- Session 2015 – 2 ^e Tour	p. 53
- Session 2016 – 1 ^{er} Tour	p. 57
- Session 2016 – 2 ^e Tour	p. 61
- Session 2017 – 1 ^{er} Tour	p. 65
- Session 2017 – 2 ^e Tour	p. 69
- Session 2018 – 1 ^{er} Tour	p. 73
- Session 2018 – 2 ^e Tour	p. 78
- Session 2019 – 1 ^{er} Tour	p. 83
- Session 2019 – 2 ^e Tour	p. 88
- Session 2020 – 1 ^{er} Tour	p. 93
- Session 2020 – 2 ^e Tour	p. 97
- Session 2021 – 1 ^{er} Tour	p. 101
- Session 2021 – 2 ^e Tour	p. 106
- Session 2022 – 1 ^{er} Tour	p. 110
- Session 2022 – 2 ^e Tour	p. 114
- Session 2023 – 1 ^{er} Tour	p. 118
- Session 2023 – 2 ^e Tour	p. 122
- Session 2024 – 1 ^{er} Tour	p. 127
- Session 2024 – 2 ^e Tour	p. 131

PRÉSENTATION

Le présent livre est une annale des sujets de BEPC au BURKINA FASO.

L'objectif est de permettre aux candidats au BEPC de se familiariser avec les sujets et de connaître les différentes attentes du programme de mathématiques à l'examen.

Aux collègues, une base de données pour le développement de l'APC.

Les éventuelles erreurs d'énoncés ou de rédaction dans ce recueil n'engagent pas la qualité des sujets du BEPC du Burkina Faso. Vous trouverez dans ce livre :

- *les sessions normales de 2010 à 2024 ;*
- *Des corrigés détaillés et commentés.*

Puisse ce livre vous assurer le succès.

L'auteur

Vous pouvez faire un don si ce pdf vous a servi afin de permettre le développement d'autres ouvrages. Merci d'avance

Afin d'améliorer les prochaines éditions, nous remercions d'avance tous ceux qui nous feront parvenir leurs remarques, critiques et suggestions par courriel à badokevinh@gmail.com ou par whatsapp 76095560.

CONSEILS DE RÉDACTION

➤ Les consignes

Démontrer, expliquer, justifier, montrer, prouver :

Faire un raisonnement logique et structuré qui permet d'établir que ce qui est demandé est vraie à partir des données de l'exercice.

Déterminer : trouver de manière précise, par calcul ou d'une autre manière.

Exprimer : écrire une expression en utilisant un ou plusieurs données.

Déduire(en) : répondre à une question en utilisant certaines réponses des questions précédentes.

Résoudre : trouver toutes les solutions d'une équation ou une inéquation.

➤ La rédaction d'un devoir

1. Fais une lecture rapide du sujet.

Il est indispensable de commencer par les exercices que l'on maîtrise le plus. Définir un certain temps pour chaque exercice.

2. Indiques le numéro de la question et la reformuler pour rendre la rédaction compréhensible par le correcteur.

3. Évites les abréviations dans la rédaction.

4. Réponds aux questions par des phrases.

5. Il n'est pas obligé de suivre l'ordre des questions lorsque les questions ne sont pas liées ou l'ordre des exercices.

6. Utilises un brouillon

Fais les calculs et le tracé des figures afin de déterminer l'espace nécessaire à leur exécution sur la copie. Il faut éviter les dessins correspondant à un cas particulier de polygones.

Lorsqu'on demande un triangle ABC, éviter de tracer un triangle isocèle ou équilatéral. Il ne sert à rien de faire tout l'exercice au brouillon avant de le reporter sur la copie d'examen.

7. Indiques les propriétés et les théorèmes utilisés.

On écrira, d'après le théorème de Pythagore ou d'après le théorème de Thalès. Il est important d'indiquer la démarche suivie pour répondre à la question. Une réponse sans justification est inutile.

Exercice 1

À l'approche d'une fête, Tanga et son ami Albert se rendent chez un même marchand pour faire des achats. Tanga achète 8 tissus et 3 pagnes avec la somme de 29 600 F. Albert achète 5 tissus et 6 pagnes avec la somme de 31 700 F.

Quels sont les prix respectifs d'un tissu et d'un pagne ?

Exercice 2

On considère les applications f et g définies de \mathbf{R} vers \mathbf{R} par :

$$f(x) = (2x - 3)^2 - (x - 1)^2 \text{ et } g(x) = (3x - 2)(2x + 5) - (-6x + 4).$$

1- Développer, réduire et ordonner $f(x)$ suivant les puissances décroissantes de x .

2- Mettre $f(x)$ et $g(x)$ sous la forme de produits de facteurs du premier degré.

3- Soit h la fonction rationnelle définie dans \mathbf{R} par : $h(x) = \frac{(3x - 2)(2x + 7)}{(x - 4)(3x - 2)}$.

a) Déterminer son ensemble de définition D_h .

b) Simplifier l'expression de $h(x)$ sur D_h .

c) Calculer $h(\sqrt{3})$ et rendre rationnel le dénominateur de $h(\sqrt{3})$.

d) Résoudre dans D_h , l'inéquation $h(x) \leq 0$.

Problème

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ où l'unité est 2 cm, on donne les points suivants :

$$A\left(1; -\frac{1}{2}\right), B\left(\frac{3}{2}; 1\right) \text{ et } C\left(0; \frac{3}{2}\right).$$

1- Placer les points A, B et C dans ce repère.

2-a) Calculer les distances AB, BC et AC.

b) Quelle est la nature exacte du triangle ABC? Justifier.

3-a) Déterminer les coordonnées du point D, image de C par la translation de vecteur \overrightarrow{BA} .

b) En déduire la nature exacte du quadrilatère ABCD.

4- Soit (C) le cercle de centre M passant par les points A, B et C.

a) Que représente le segment [AC] pour le cercle (C) ?

b) Déterminer les coordonnées de M et calculer le rayon r de (C) .

c) Démontrer que le point D est élément de (C) .

5- Soit la droite (Δ) tangente au cercle (C) au point B. Elle coupe les axes des coordonnées $(O; \vec{i})$ et $(O; \vec{j})$ respectivement aux points K et L.

a) Déterminer une équation de (Δ) .

b) Déterminer les coordonnées de K et L.

Résolution BEPC 2010-1^{er} Tour

Exercice 1

Soit x le prix d'un tissu et y le prix d'un pagne.

Traduisons les énoncés.

8 tissus et 3 pagnes à 29 600 F soit $8x + 3y = 29600$.

5 tissus et 6 pagnes à 31 700 F soit $5x + 6y = 31700$.

On obtient le système $\begin{cases} 8x + 3y = 29600 \\ 5x + 6y = 31700 \end{cases}$.

Résolvons le système par identification.

Exprimons y en fonction de x .

$$\begin{cases} 8x + 3y = 29600 \\ 5x + 6y = 31700 \end{cases} \quad \begin{cases} y = \frac{29600 - 8x}{3} \\ y = \frac{31700 - 5x}{6} \end{cases}$$

$$y = y \quad \begin{cases} \frac{29600 - 8x}{3} = \frac{31700 - 5x}{6} \\ \frac{59200 - 16x}{6} = \frac{31700 - 5x}{6} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 59200 - 16x = 31700 - 5x \\ -11x = -27500 \end{cases} \quad \text{soit } x = 2500$$

Exprimons x en fonction de y .

$$\begin{cases} 8x + 3y = 29600 \\ 5x + 6y = 31700 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{29600 - 3y}{8} \\ x = \frac{31700 - 6y}{5} \end{cases}$$

$$y = y \quad \begin{cases} \frac{29600 - 3y}{8} = \frac{31700 - 6y}{5} \\ \frac{148000 - 15y}{40} = \frac{126800 - 24y}{40} \end{cases}$$

$$148000 - 15y = 126800 - 24y \quad \text{soit } y = 3200.$$

Le prix d'un tissu est 2500 F et le prix d'un pagne est 3200 F.

Exercice 2

$$f(x) = (2x-3)^2 - (x-1)^2 \text{ et } g(x) = (3x-2)(2x+5) - (6x+4)$$

1. Développons, réduisons et ordonnons $f(x)$ suivant les puissances décroissantes de x .

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x-3)^2 - (x-1)^2 \\ &= (4x^2 - 12x + 9) - (x^2 - 2x + 1) \\ &= 3x^2 - 10x + 8 \\ f(x) &= 3x^2 - 10x + 8 \end{aligned}$$

2. Mettons $f(x)$ et $g(x)$ sous la forme de facteurs du premier degré.

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x-3)^2 - (x-1)^2 \\ &= [(2x-3) - (x-1)][(2x-3) + (x-1)] \\ &= (2x-3-x+1)(2x-3+x-1) \\ f(x) &= (x-2)(3x-2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(x) &= (3x-2)(2x+5) - (-6x+4) \\ &= (3x-2)(2x+5) + 2(3x+2) \\ &= (3x-2)[(2x+5) + 2] \\ &= (3x-2)(2x+7) \\ g(x) &= (3x-2)(2x+7) \end{aligned}$$

3. $h(x) = \frac{(3x-2)(2x+7)}{(x-4)(3x-2)}$

a. Déterminons D_h .

$h(x)$ existe si et seulement si $(x-4)(3x-2) \neq 0$.

$$(x-4)(3x-2) \neq 0 \quad \begin{cases} x-4 \neq 0 \\ 3x-2 \neq 0 \end{cases} \quad \text{soit } x \neq 4 \text{ et } x \neq \frac{2}{3} \text{ donc, } D_h = \mathbb{R} \setminus \left\{4; \frac{2}{3}\right\}.$$

b. Simplifions $h(x)$ sur D_h .

Pour $x \neq 4$ et $x \neq \frac{2}{3}$, $h(x) = \frac{(3x-2)(2x+7)}{(x-4)(3x-2)}$

$$h(x) = \frac{2x+7}{x-4}.$$

c. Calculons $h(\sqrt{3}) = \frac{2\sqrt{3}+7}{\sqrt{3}-4}$.

Rendons le dénominateur de h rationnel.

$$\frac{2\sqrt{3}+7}{\sqrt{3}-4} = \frac{(2\sqrt{3}+7)(\sqrt{3}+4)}{(\sqrt{3}-4)(\sqrt{3}+4)} = \frac{34+15\sqrt{3}}{-13}.$$

donc, $h(\sqrt{3}) = \frac{34+15\sqrt{3}}{-13}$.

d. Résolvons $h(x) \leq 0$.

Utilise un tableau de signe de $h(x)$.

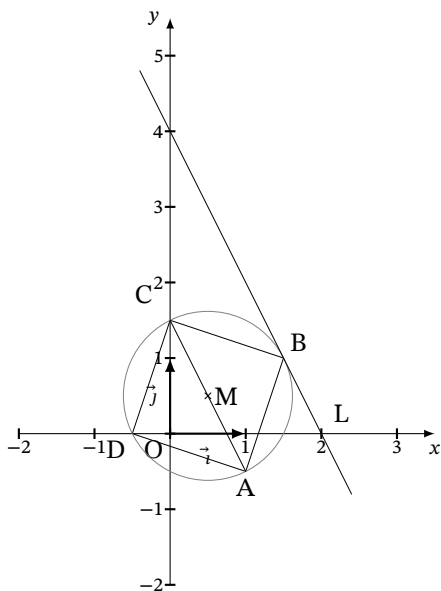
$$2x+7=0 \quad \begin{cases} x = -\frac{7}{2} \\ x-4=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 \end{cases}$$

x	$-\infty$	$-\frac{7}{2}$	$\frac{2}{3}$	4	$+\infty$
$2x+7$	-	0	+	+	+
$x-4$	-	-	-	0	+
$h(x)$	+	-	-	+	+

Donc, $S = \left[-\frac{7}{2}; \frac{2}{3}\right[\cup \left]\frac{2}{3}; 4\right]$.

Problème

Figure



1. voir graphique

2. a. Calculons les distances AB, BC et AC.

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{3}{2} - 1\right)^2 + \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{10}{4}} \end{aligned}$$

Donc, $AB = \frac{1}{2}\sqrt{10}$.

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} \\ &= \sqrt{\left(0 - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2} - 1\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{10}{4}} \end{aligned}$$

Donc, $BC = \frac{1}{2}\sqrt{10}$.

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(0 - 1)^2 + \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{1^2 + (2)^2} \\ &= \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5} \end{aligned}$$

Donc, $BC = \sqrt{5}$.

b. Donnons la nature exacte du triangle ABC.

$AB = BC$ donc le triangle ABC est isocèle en B.

Vérifions si le triangle ABC est rectangle.

$$AB^2 = \frac{10}{4}, BC^2 = \frac{10}{4} \text{ et } AC^2 = 5$$

On a : $\frac{10}{4} + \frac{10}{4} = \frac{20}{4} = 5 \iff AB^2 + BC^2 = AC^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABC est aussi rectangle en B.

Donc, le triangle ABC est isocèle et rectangle en B.

3. a. Déterminons les coordonnées du point D.

$$T_{\overline{BA}}(C) = D \iff \overline{BA} = \overline{CD}. \text{ Or,}$$

$$\overline{BA} \begin{pmatrix} x_A - x_B \\ y_A - y_B \end{pmatrix} \iff \overline{BA} \begin{pmatrix} 1 - \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} - 1 \end{pmatrix} \iff \overline{BA} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

$$\text{et } \overline{CD} \begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix} \iff \overline{CD} \begin{pmatrix} x_D \\ y_D - \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

$$\text{donc, } \begin{cases} x_D = -\frac{1}{2} \\ y_D - \frac{3}{2} = -\frac{3}{2} \end{cases} \iff \begin{cases} x_D = -\frac{1}{2} \\ y_D = 0 \end{cases} \text{ donc, } D \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$$

b. Donnons la nature du quadrilatère ABCD.

$\overline{BA} = \overline{CD} \iff \overline{AB} = \overline{DC}$ donc le quadrilatère ABCD est un parallélogramme. Or, $AB = BC$ et $(AB) \perp (BC)$ par conséquent le quadrilatère ABCD est un carré.

4. a. Le segment [AC] est un diamètre du cercle (C).

b. Calculons les coordonnées du point M. D'après 4.a, le point M est le milieu de [AC].

$$\text{Donc, M milieu de [AC]} \iff M \left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2}\right)$$

$$\iff M \left(\frac{1+0}{2}; \frac{-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}}{2}\right) \iff M \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right).$$

Calculons le rayon R du cercle (C).

$$R = \frac{1}{2}AC \iff R = \frac{1}{2}\sqrt{5}.$$

c. Démontrons que D est un point de (C).

Calculons MD, puis compare à R.

$$\begin{aligned} MD &= \sqrt{(x_D - x_M)^2 + (y_D - y_M)^2} \\ &= \sqrt{\left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(0 - \frac{1}{2}\right)^2} \\ &= \sqrt{(1)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2} \\ MD &= \sqrt{\frac{5}{4}} \end{aligned} \quad \text{Donc, } MD = \frac{1}{2}\sqrt{5}.$$

On a : $MD = R$ donc, $D \in (C)$.

5. a. Déterminons une équation de (Δ).

La tangente (Δ) est perpendiculaire au cercle en B et donc perpendiculaire à la droite (BM).

Soit P(x; y) un point de (Δ).

$P \in (\Delta) \iff \overline{BM}$ et \overline{BP} sont orthogonaux.

Or,

$$\overline{BM} \begin{pmatrix} x_M - x_B \\ y_M - y_B \end{pmatrix} \iff \overline{BM} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} - 1 \end{pmatrix} \iff \overline{BM} \begin{pmatrix} -1 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\overline{BP} \begin{pmatrix} x_P - x_B \\ y_P - y_B \end{pmatrix} \iff \overline{BP} \begin{pmatrix} x - \frac{3}{2} \\ y - 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc, } -\left(x - \frac{3}{2}\right) - \frac{1}{2}(y - 1) = 0$$
$$\iff -x + \frac{3}{2} - \frac{1}{2}y + \frac{1}{2} = 0$$

$$\text{alors } (\Delta) : 2x + y - 4 = 0.$$

b. Déterminons les coordonnées de K et L.

$K(x; 0)$ et $L(0; y)$.

Autrement :

$$2x + y - 4 = 0 \iff 2x + y = 4 \iff \frac{2x}{4} + \frac{y}{4} = \frac{4}{4} \iff \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1$$

donc $K(2; 0)$ et $L(0; 4)$.

Exercice 1

On considère la fonction f définie par : $f(x) = |2x - 4| + x + 1$.

- 1- Montrer que $f(x) = 3x - 3$ si $x \geq 2$ et $f(x) = -x + 5$ si $x \leq 2$.
- 2- Déterminer le sens de variation de f dans l'intervalle $[2 ; +\infty[$ et dans l'intervalle $] -\infty ; 2[$.
- 3- Représenter graphiquement f dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 1 cm.
- 4- Résoudre graphiquement les équations : $f(x) = 3$ et $f(x) = 6$.
- 5- Déterminer graphiquement l'ensemble des solutions de l'inéquation : $f(x) > 6$.

Exercice 2

Lors de la catastrophe naturelle survenue dans notre pays le 1^{er} Septembre 2009, un groupe de 28 élèves d'une classe de 3^e a exprimé sa solidarité à l'égard de leurs amis en leur apportant des dons en nature, consignés dans le tableau ci-dessous :

Dons	Livres	Cahiers	Stylos	Sacs	Boîtes de craies	Total
Effectifs	7	8	3	4	6	28
Fréquences en %	25			14,3		100
Angles en degrés (°)	90	102			78	360

- 1- Compléter le tableau. On arrondira la fréquence au dixième près et l'angle au degré près.
- 2- Représenter le diagramme circulaire des effectifs.

Problème

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points suivants : A (6 ; 5), B (2 ; -3), C (-4 ; 0).

- 1- Placer ces points dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- 2- Calculer les coordonnées des vecteurs : \vec{AB} , \vec{AC} et \vec{BC} , puis exprimer en fonction de \vec{i} et \vec{j} .
- 3- Calculer les distances AB, AC et BC. En déduire la nature du triangle ABC.
- 4- Donner la valeur du sinus de l'angle \widehat{ACB} et en déduire une valeur approchée à un degré près par excès de l'angle \widehat{ACB} .
- 5-a) Déterminer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.
- b) Quelle est la nature exacte du parallélogramme ABCD? Justifier.
- 6- Déterminer une équation de la droite (AC) et les coordonnées de F, point d'intersection de la droite (AC) avec l'axe des ordonnées. On donne :

$\sin a$	0,798	0,809	0,819	0,829
Angle en degré	53	54	55	56

Résolution BEPC 2010-2^e Tour

Exercice 1

1. Exprime $f(x)$ sans le symbole de la valeur absolue.

Utilisons un tableau de signe.

$$2x - 4 = 0 \iff x = 2$$

x	$-\infty$		2	$+\infty$
$ 2x - 4 $	$-2x + 4$	0	$2x - 4$	
$x + 1$	$x + 1$	$x + 1$	$x + 1$	
$f(x)$	$-x + 5$	$3x - 3$		

Donc, pour $x \geq 2$, $f(x) = 3x - 3$ et

pour $x \leq 2$, $f(x) = -x + 5$

2. Déterminons le sens de variation de f sur les intervalles.

Pour $x \geq 2$, $f(x) = 3x - 3$ et $a = 3$ ($a > 0$) donc f est croissante sur $[2; +\infty[$.

Pour $x \leq 2$, $f(x) = -x + 5$ et $a = -1$ ($a < 0$) donc f est décroissante sur $]-\infty; 2]$.

3. Représentons f graphiquement.

Soient les droites $(d) : y = 3x - 3$ et $(d') : y = -x + 5$.

La représentation graphique de f correspond à (d) sur $[2; +\infty[$ et à (d') sur $]-\infty; 2]$.

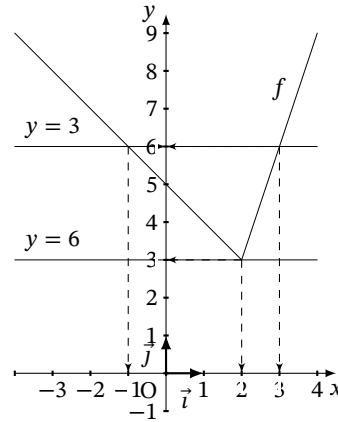
Tableau de valeurs $(d) : y = 3x - 3$

x	y
P_1 0	-3
P'_1 2	3

Tableau de valeurs $(d') : y = -x + 5$

x	y
P_2 0	5
P'_2 2	3

Figure



4. Résolvons graphiquement les équations :

- $f(x) = 3$

La solution est l'abscisse du point d'intersection de la représentation graphique de f et la droite d'équation $y = 3$.

Traçons la droite d'équation $y = 3$.

Sur le graphique, on lit $x = 2$. Donc, $S = \{2\}$

- $f(x) = 6$

De même pour cette équation, on lit $x = -1$ et $x = 3$.

Donc, $S = \{-1; 3\}$.

5. Résolvons $f(x) > 6$.

L'ensemble solution est constitué des abscisses des points d'ordonnée supérieure à 6.

Sur le graphique, on note $]-\infty; -1[$ et $]3; +\infty[$.

Exercice 2

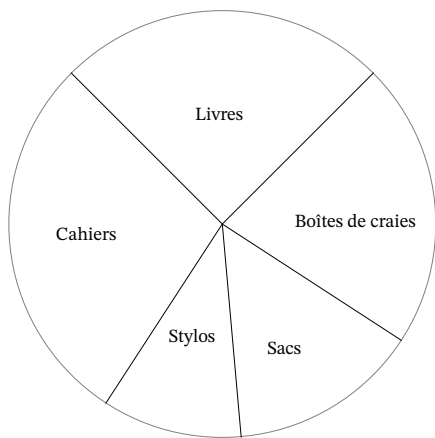
1. Complétons le tableau :

	Dons	Livres	Cahiers
Effectifs	7	8	
Fréquences en %	25	28,6	
Angles en degrés ($^\circ$)	90	102	

Stylos	Sacs	Boîtes de craies	TOTAUX
3	4	6	28
10,7	14,3	21,4	100
38	52	78	360

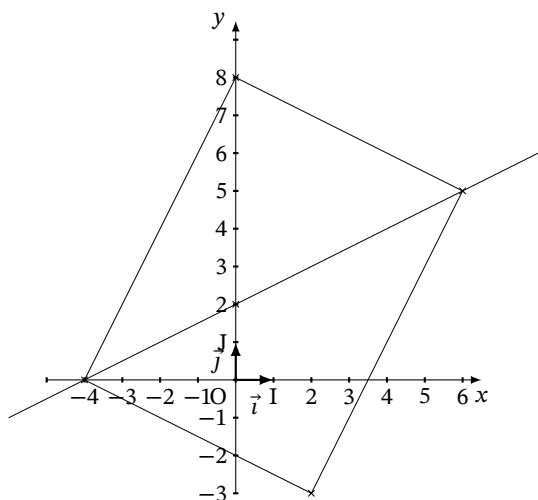
2. Construisons le diagramme circulaire.

Figure



Problème

Figure



1. Voir graphique

2. Calculons les coordonnées des vecteurs :

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \mapsto \vec{AB} \begin{pmatrix} 2 - 6 \\ -3 - 5 \end{pmatrix} \mapsto \vec{AB} \begin{pmatrix} -4 \\ -8 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} \mapsto \vec{AC} \begin{pmatrix} -4 - 6 \\ 0 - 5 \end{pmatrix} \mapsto \vec{AC} \begin{pmatrix} -10 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{BC} \begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} \mapsto \vec{BC} \begin{pmatrix} -4 - 2 \\ 0 + 3 \end{pmatrix} \mapsto \vec{BC} \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Exprimons \vec{AB} , \vec{AC} et \vec{BC} en fonction de \vec{i} et \vec{j} :

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} -4 \\ -8 \end{pmatrix} \mapsto \vec{AB} = -4\vec{i} - 8\vec{j}$$

$$\vec{AC} \begin{pmatrix} -10 \\ -5 \end{pmatrix} \mapsto \vec{AC} = -10\vec{i} - 5\vec{j}$$

$$\vec{BC} \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \end{pmatrix} \mapsto \vec{BC} = -6\vec{i} + 3\vec{j}$$

3. Calculons les distances :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$= \sqrt{(2 - 6)^2 + (-3 - 5)^2}$$

$$AB = \sqrt{80} \quad \text{Donc, } AB = 4\sqrt{5}$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$$

$$= \sqrt{(-4 - 6)^2 + (0 - 5)^2}$$

$$AC = \sqrt{125} \quad \text{Donc, } AC = 5\sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$$

$$= \sqrt{(-4 - 2)^2 + (0 - (-3))^2}$$

$$BC = \sqrt{45} \quad \text{Donc, } BC = 3\sqrt{5}$$

En déduisons la nature du triangle ABC.

$$AB^2 = 80, AC^2 = 125 \text{ et } BC^2 = 45.$$

On a : $80 + 45 = 125 \mapsto AB^2 + BC^2 = AC^2$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

4. Donnons le sinus de l'angle \widehat{ACB} .

Dans le triangle rectangle ABC, $\sin \widehat{ACB} = \frac{AB}{AC}$.

$$\text{Soit } \frac{AB}{AC} = \frac{4\sqrt{5}}{5\sqrt{5}} = 0,8. \text{ Donc, } \sin \widehat{ACB} = 0,8.$$

Encadrons $\sin \widehat{ACB}$.

$$0,798 < \sin \widehat{ACB} < 0,809 \mapsto 53^\circ < \widehat{ACB} < 54^\circ.$$

Donc, une valeur approchée par excès de l'angle \widehat{ACB} est 54° .

5. a. Déterminons les coordonnées du point D.

ABCD est un parallélogramme $\mapsto \vec{AB} = \vec{DC}$.

$$\text{Or, } \vec{DC} \begin{pmatrix} x_C - x_D \\ y_C - y_D \end{pmatrix} \mapsto \vec{DC} \begin{pmatrix} -4 - x_D \\ -y_D \end{pmatrix} \text{ et } \vec{AB} \begin{pmatrix} -4 \\ -8 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc, } \begin{cases} -4 - x_D = -4 \\ -y_D = -8 \end{cases} \mapsto \begin{cases} x_D = 0 \\ y_D = 8 \end{cases}$$

d'où, $D(0;8)$.

b. Le parallélogramme ABCD a deux côtés perpendiculaires $((AB) \perp (BC))$ donc, ABCD est un rectangle.

6. Déterminons une équation de la droite (AC).

Soit $M(x; y) \in (AC)$.

$M \in (AC) \mapsto$ les vecteurs \vec{AC} et \vec{AM} sont colinéaires. On a : $\vec{AC} \begin{pmatrix} -10 \\ -5 \end{pmatrix}$ et $\vec{AM} \begin{pmatrix} x_M - x_A \\ y_M - y_A \end{pmatrix} \mapsto \vec{AM} \begin{pmatrix} x - 6 \\ y - 5 \end{pmatrix}$.

Les vecteurs $\vec{AC} \begin{pmatrix} -10 \\ -5 \end{pmatrix}$ et $\vec{AM} \begin{pmatrix} x - 6 \\ y - 5 \end{pmatrix}$ sont colinéaires, on peut écrire : $-10(y - 5) + 5(x - 6) = 0$

$$\mapsto -10y + 50 + 5x - 30 = 0 \mapsto x - 2y + 4 = 0.$$

Donc, on note (AC) : $x - 2y + 4 = 0$.

Calculons les coordonnées du point F.

$F \in (O; \vec{j}) \iff F(0; y_F)$. Or, $F \in (AC)$ donc ses coordonnées vérifient l'équation de la droite (AC).

$$\text{On a : } x_F - 2y_F + 4 = 0 \iff -2y_F = -4 \iff y_F = 2.$$

D'où, $F(0; 2)$.

Exercice 1

On donne les fonctions polynômes suivantes :

$$f(x) = (-x + 1)(-2 - x) + (x + 2)^2 \text{ et } g(x) = (9 - 3x)(-x + 3) - 12x^2 + 12x - 3.$$

- 1- Développer, réduire et ordonner $f(x)$ suivant les puissances décroissantes de x .
- 2-a) Montrer que $(9 - 3x)(-x + 3) = 3(3 - x)^2$.
 - b) Montrer que $-12x^2 + 12x - 3 = -3(2x - 1)^2$.
- 3- Factoriser $f(x)$ et $g(x)$.
- 4- Résoudre dans \mathbf{R} , les équations $f(x) = 2$ et $f(x) = g(x)$.

Exercice 2

Dans un CSPS, on a recensé les poids en kilogrammes (kg) des enfants reçus en consultation au cours d'une journée. On a obtenu les données suivantes :

14,5	13	8	15,5	3	16	10,5
7,5	10,5	12,5	17,5	6	20	11,5
16	22	5	23,5	9,5	9	15,5
16	16	9,5	18	19,5		

- 1-a) Quelle est la population étudiée?
 - b) Quel est le caractère étudié?
 - c) Quel est l'effectif de cette population?
- 2-a) Après avoir regroupé les données en classe d'amplitude 5, la première étant $[0 ; 5[$, construire le tableau des effectifs, puis l'histogramme des effectifs des classes.
 - b) Calculer les fréquences en pourcentage.
(Arrondir à l'entier le plus proche).
- 3- Déterminer le pourcentage des enfants reçus ayant moins de 15 kg.

Problème

Dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 1 cm, on donne les points A (4 ; 0), B (-2 ; -2) et C (0 ; 4).

- 1- Placer les points A, B et C dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
(On complétera la figure au fur et à mesure.)
- 2-a) Calculer les distances AB, AC et BC.
 - b) En déduire la nature du triangle ABC.
- 3- Soit H le pied de la hauteur issue de B du triangle ABC.
 - a) Justifier que H est le milieu du segment [AC].
 - b) Calculer les coordonnées de H.

c) Déterminer une équation cartésienne de la droite (BH).

4- Soit (Δ) la droite d'équation $y = -3x + 2$.

a) Tracer la droite (Δ) dans le même repère.

b) La droite (Δ) coupe l'axe des abscisses en K et l'axe des ordonnées en L.

Déterminer les coordonnées des points K et L.

5- a) Soit $I(1; -1)$, vérifier que $I \in (\Delta)$.

b) Démontrer que la droite (Δ) est la médiatrice du segment $[AB]$.

6- Soit (C) le cercle circonscrit au triangle ABC.

a) Déterminer les coordonnées du point J centre du cercle (C) .

b) Calculer le rayon R du cercle (C) .

c) Calculer le périmètre du cercle (C) .

d) Calculer l'aire du disque associé au cercle (C) .

Résolution BEPC 2011-1^{er} Tour

Exercice 1

1. Développons, réduisons et ordonnons $f(x)$ suivant les puissances décroissantes de x .

$$\begin{aligned} f(x) &= (-x+1)(-2-x) + (x+2)^2 \\ &= (2x+x^2-2-x) + (x^2+4x+4) \\ &= x^2+x-2+x^2+4x+4 \\ f(x) &= 2x^2+5x+2 \end{aligned}$$

2. a. Montrons que $(9-3x)(-x+3) = 3(3-x)^2$.

Factorise $(9-3x)(-x+3)$.

$$(9-3x)(-x+3) = 3(3-x)(-x+3) = 3(3-x)(3-x)$$

$$(9-3x)(-x+3) = 3(3-x)^2$$

b. Montrons que $-12x^2+12x-3 = -3(2x-1)^2$.

Développe $-3(2x-1)^2$.

$$-3(2x-1)^2 = -3(4x^2-4x+1) = -12x^2+12x-3$$

Reprend et factorise $-12x^2+12x-3$.

3. Factorisons $f(x)$ et $g(x)$.

$$\begin{aligned} f(x) &= (-x+1)(-2-x) + (x+2)^2 \\ &= -(-x+1)(x+2) + (x+2)^2 \\ &= (x+2)[-(-x+1) + (x+2)] \\ &= (x+2)(x-1+x+2) \\ f(x) &= (x+2)(2x+1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(x) &= (9-3x)(-x+3) - 12x^2 + 12x - 3 \\ &= 3(3-x)^2 - 3(2x-1)^2 \\ &= 3[(3-x)^2 - (2x-1)^2] \\ &= 3[(3-x) - (2x-1)][(3-x) + (2x-1)] \\ &= 3(3-x-2x+1)(3-x+2x-1) \\ g(x) &= 3(-3x+4)(x+2) \end{aligned}$$

4. Résolvons les équations :

$$f(x) = 2 \iff -12x^2 + 5x + 2 = 2 \iff -12x^2 + 5x = 0.$$

$$2x^2 + 5x = 0 \iff x(2x+5) = 0 \iff x = 0 \text{ ou } x = -\frac{5}{2}.$$

$$\text{Donc, } S = \left\{ -\frac{5}{2}; 0 \right\}$$

$$\begin{aligned} f(x) = g(x) &\iff (x+2)(2x+1) = 3(-3x+4)(x+2) \\ &\iff (x+2)(2x+1) - 3(-3x+4)(x+2) = 0 \\ &\iff (x+2)[(2x+1) - 3(-3x+4)] = 0 \\ &\iff (x+2)(11x-11) = 0 \\ &\iff x = -2 \text{ ou } x = 1 \end{aligned}$$

$$\text{Donc, } S = \{-2; 1\}.$$

Exercice 2

1. a. La population étudiée est l'ensemble des enfants reçus en une journée.

b. Le caractère est le poids d'un enfant.

c. L'effectif de la population est le nombre total d'enfants reçus.
Soit **Effectif = 26**.

2. La première classe étant $[0; 5[$, les autres sont :

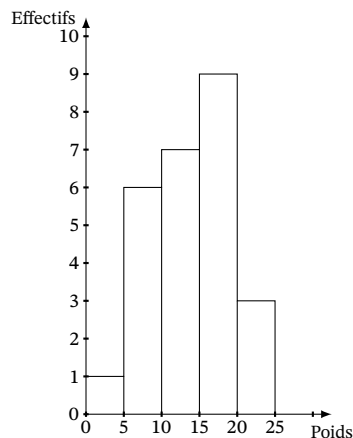
$[5; 10[; [10; 15[; [15; 20[$ et $[20; 25[$ car le poids le plus élevé est 23, 5.

$$\text{Fréquence} = \frac{\text{Effectif de la classe}}{\text{Effectif total}}$$

Classes	Effectifs	Fréquences(%)
[0 ; 5[1	4
[5 ; 10[6	23
[10 ; 15[7	27
[15 ; 20[9	35
[20 ; 25[3	12

Somme des fréquences comprise entre 99 et 101, acceptable.

Histogramme



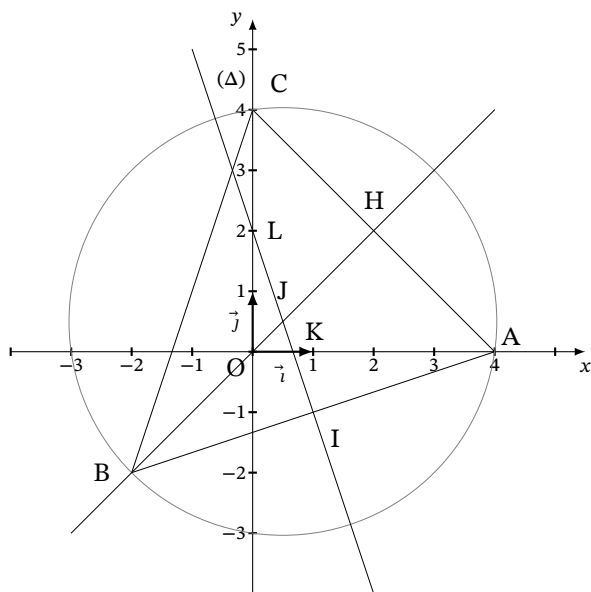
3. Le pourcentage des enfants ayant moins de 15 kg.

Le nombre d'enfants ayant moins de 15 kg est 14.

Soit $\text{Freq} = \frac{14 \times 100}{26}$ donc le pourcentage est **53,85**.

Problème

Figure



1. voir graphique

2. a. Calculons les distances AB, AC et BC.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-2 - 4)^2 + (-2 - 0)^2} = \sqrt{40} \quad \text{Donc, } AB = 2\sqrt{10}.$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(0 - 4)^2 + (4 - 0)^2} = \sqrt{32} \quad \text{Donc, } AC = 4\sqrt{2}.$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(0 - (-2))^2 + (4 - (-2))^2} = \sqrt{40} \quad \text{Donc, } BC = 2\sqrt{10}.$$

- b. Déduisons-en la nature du triangle ABC.

Vérifie les longueurs et le théorème de Pythagore.

On a : $AB = BC$ donc le triangle ABC est isocèle en B.

3. a. Montrons que H est milieu de [AC].

ABC est un triangle isocèle en B, la hauteur [BH] issue du sommet principale est aussi une médiane et une médiatrice du triangle donc, H est le milieu de [AC].

- b. Calculons les coordonnées de H.

$$H \text{ milieu de } [AC] \quad \mapsto H\left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2}\right)$$

$$\mapsto H\left(\frac{4 + 0}{2}; \frac{0 + 4}{2}\right) \text{ donc } H(2; 2).$$

- c. Déterminons une équation cartésienne de la droite (BH).

Soit $M(x; y) \in (BH)$.

$M \in (BH) \mapsto$ les vecteurs \overline{BM} et \overline{BH} sont colinéaires.

On a :

$$\overline{BH} \begin{pmatrix} x_H - x_B \\ y_H - y_B \end{pmatrix} \quad \mapsto \quad \overline{BH} \begin{pmatrix} 2 + 2 \\ 2 + 2 \end{pmatrix}$$

$$\mapsto \quad \overline{BH} \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\overline{BM} \begin{pmatrix} x_M - x_B \\ y_M - y_B \end{pmatrix} \quad \mapsto \quad \overline{BM} \begin{pmatrix} x + 2 \\ y + 2 \end{pmatrix}.$$

Les vecteurs $\overline{BH} \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\overline{BM} \begin{pmatrix} x + 2 \\ y + 2 \end{pmatrix}$ sont colinéaires, on peut écrire : $4(y + 2) - 4(x + 2) = 0$.

Soit $-x + y = 0$. On note (BH) : $y = x$.

4. (Δ) : $y = -3x + 2$

- a. Traçons la droite (Δ). Représentation graphique de f.

	x	y
Tableau de valeurs (Δ) : $y = -3x + 2$	P	0 2
	P'	1 -1

- b. Déterminons les coordonnées des points K et L.

Tous les points de l'axe des abscisses ont pour ordonnée 0. Et tous ceux de l'axe des ordonnées ont pour abscisse 0.

$K \in (OI) \iff K(x;0)$ et $L \in (OJ) \iff L(0;y)$. Or $K \in (\Delta) \iff -3x + 2 = 0$

soit $x = \frac{2}{3}$ donc $K\left(\frac{2}{3}; 0\right)$.

$L \in (\Delta) \iff y = -2 \times 0 + 2$

soit $y = 2$ donc $L(0; 2)$.

5. a. Vérifions que $I(1; -1) \in (\Delta) : y = -3x + 2$.

On a : $-3x_I + 2 = -3 \times 1 + 2 = -1 = y_I$

b. Montrons que (Δ) est la médiatrice de $[AB]$.

Montre que (Δ) est perpendiculaire à $[AB]$ en son milieu.

On a : $I \in (\Delta)$. Donc, montrons que (Δ) est perpendiculaire à (AB)

Un vecteur directeur de (Δ) est $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Un vecteur directeur de (AB) est $\vec{AB} \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Vérification de l'orthogonalité des deux vecteurs

On a : $(-6) \times 1 + (-3) \times (-2) = -6 + 6 = 0$ donc les vecteurs \vec{u} et \vec{AB} sont orthogonaux donc les droites (Δ) et (AB) sont perpendiculaires.

En conclusion, on tire que (Δ) est perpendiculaire à (AB) en son milieu. Donc, (Δ) est une médiatrice de $[AC]$.

6. a. Déterminons les coordonnées du point J.

(BH) et (Δ) sont deux médiatrices du triangle. Donc, J est le point d'intersection des deux droites.

Soit le système $\begin{cases} y = x \\ y = -3x + 2 \end{cases}$.

$\begin{cases} y = x \\ y = -3x + 2 \end{cases} \iff x = -3x + 2 \iff x = \frac{1}{2}$ et $y = x = \frac{1}{2}$

donc, $J\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

b. Calculons le rayon R du cercle.

$R = \frac{1}{2}JC$ or $JC = \sqrt{(x_C - x_J)^2 + (y_C - y_J)^2} \iff$

$JC = \sqrt{\left(0 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(4 - \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{49}{4}}$

soit $JC = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

c. Calculons le périmètre p du cercle.

$p = 2\pi R \iff p = 2\pi \times \frac{5\sqrt{2}}{2}$ donc $p = 5\sqrt{2}$.

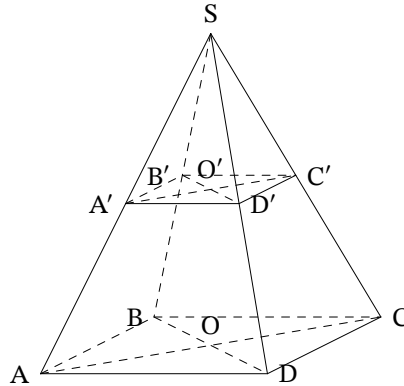
d. Calculons l'aire A du disque.

$A = \pi \times R^2 \iff A = \pi \times \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2$ donc $A = \frac{25}{2} \text{cm}^2$.

Exercice 1

Dans la figure ci-contre, SABCD est une pyramide de base rectangulaire ABCD et de hauteur [SO] où O est le centre du rectangle ABCD.

On donne : $AB = 2\sqrt{7}$ cm, $AD = 4\sqrt{7}$ cm et $OS = 6$ cm.



- 1- Calculer le volume de la pyramide SABCD.
- 2- On coupe le solide par un plan parallèle au plan de la base ABCD. Ce plan coupe [SO] en O' tel que $O'S = 3$ cm. On désigne par A', B', C' et D' les intersections respectives de ce plan avec les droites (SA), (SB), (SC) et (SD). Quelle est la nature de la section A'B'C'D'? Justifier.
- 3- Calculer la distance A'B'.

Exercice 2

ABC est un triangle rectangle en B tel que $AC = 8$ cm et $AB = 4$ cm.

On désigne par I le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

- 1- Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure.
- 2- Calculer la distance BC.
- 3- Soit E le point du segment [AC] tel que $AE = 1$ cm. La droite passant par E et perpendiculaire à la droite (BC) coupe la droite (BI) en F. Calculer les distances IF et EF.
- 4- On considère l'angle \widehat{BAC} .
 - a) Calculer son cosinus et donner sa mesure.
 - b) Calculer en justifiant la mesure de l'angle \widehat{CIB} .

On donne :

Angle en degré	58	59	60	61
Cosinus	0,53	0,52	0,50	0,48

Problème

Soit g et f deux applications polynômes définies sur \mathbf{R} par :

$$g(x) = (9x^2 - 6x + 1) - (x - 1)(1 - 3x) \text{ et } f(x) = 9x^2 - (x - 2)^2.$$

1- Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous la forme de polynômes réduits et ordonnés.

2- Factoriser $f(x)$ et $g(x)$.

3- Montrer que le réel $\frac{1}{\sqrt{2}}$ a pour image $2\sqrt{2}$ par f .

4- Déterminer les antécédents de 2 par g .

5- Soit Q la fonction rationnelle défini par : $Q(x) = \frac{(4x + 4)(2x - 1)}{2(3x - 1)(2x - 1)}$.

a) Déterminer l'ensemble de définition E de Q .

b) Simplifier $Q(x)$ sur E .

c) Calculer $Q\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$. On rendra rationnel le dénominateur de $Q\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

d) Résoudre dans E les équations suivantes : $Q(x) = \frac{2}{3}$ et $|Q(x)| = 6$.

e) Résoudre dans E l'inéquation $Q(x) \geq 0$.

Résolution BEPC 2011-2^e Tour

Exercice 1

1- Calculons le volume de la pyramide $SABCD$.

$$\text{Par définition, } V = \frac{1}{3} S_B \times h.$$

$$S_B(\text{volume du rectangle}) = AB \times AD$$

$$\text{soit } S_B = 2\sqrt{7} \times 4\sqrt{7} \text{ donc, } S_B = 56 \text{ cm}^2.$$

$$\text{d'où, } V = \frac{1}{3} \times 56 \times 6 \text{ alors } V = 112 \text{ cm}^3.$$

2- La section parallèle est de même nature que la base.

Le quadrilatère $A'B'C'D'$ est un rectangle.

3- Calculons la distance $A'B'$.

$(AB) \parallel (A'B')$, les triangles SAB et $SA'B'$ forment une configuration de Thalès. D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{SA'}{SA} = \frac{SB'}{SB} = \frac{A'B'}{AB}.$$

Dans cette relation, il y a beaucoup de distances inconnues

$(A'O') \parallel (AO)$, les triangles $SA'O'$ et SAO forment une configuration de Thalès. D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{SA'}{SA} =$

$$\frac{SO'}{SO} = \frac{A'O'}{AO}. \text{ Soit } \frac{SA'}{SA} = \frac{3}{6} = \frac{A'O'}{AO}.$$

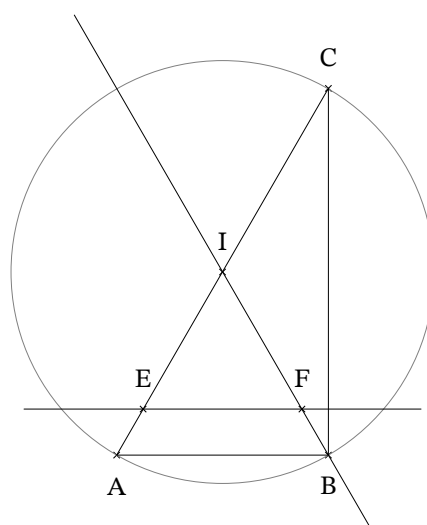
$$\text{donc, } \frac{SA'}{SA} = \frac{3}{6} = \frac{A'B'}{AB} \implies \frac{SA'}{SA} = \frac{3}{6} = \frac{A'B'}{2\sqrt{7}}.$$

$$\text{Prenons, } \frac{3}{6} = \frac{A'B'}{2\sqrt{7}} \implies 6A'B' = 6\sqrt{7}$$

$$\text{donc, } A'B' = \sqrt{7}.$$

Exercice 2

Figure



1- Voir graphique

2- Calculons BC .

Le triangle ABC est rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore $AC^2 = AB^2 + BC^2$. Soit $8^2 = 4^2 + BC^2 \iff BC^2 = 64 - 16 \iff BC = \sqrt{48}$ donc $BC = 4\sqrt{3}$

3- Calculons les distances IF et EF.

$(AB) \perp (BC)$ et $(EF) \perp (BC)$ donc $(AB) \parallel (EF)$.

Deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles.

$(AB) \parallel (EF)$, les triangles IEF et IAB forment une configuration de Thalès. D'après le théorème de Thalès, $\frac{IE}{IA} = \frac{IF}{IB} = \frac{EF}{AB}$.

$IA = IB = IC = 4$, $IE = IA - AE = 3$

$$\frac{IE}{IA} = \frac{IF}{IB} = \frac{EF}{AB} \iff \frac{3}{4} = \frac{IF}{4} = \frac{EF}{4}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{IF}{4} \iff IF = 3$$

$$\frac{3}{4} = \frac{EF}{4} \iff EF = 3$$

4-a) Calculons $\cos \widehat{BAC}$.

Dans le triangle ABC rectangle en B,

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{AB}{AC} \iff \cos \widehat{BAC} = \frac{4}{8} = 0,5$$

donc $\cos \widehat{BAC} = 0,5$.

Or $\cos 60^\circ = 0,5$ donc $\widehat{BAC} = 60^\circ$.

b) Calculons la mesure de l'angle \widehat{CIB} .

L'angle \widehat{BAC} est l'angle inscrit associé à l'angle au centre \widehat{CIB}
donc $\widehat{BAC} = \frac{1}{2} \widehat{CIB}$ d'où $\widehat{CIB} = 120^\circ$.

Problème

1- Écrivons $f(x)$ et $g(x)$ sous forme réduite et ordonné.

$$f(x) = 9x^2 - (x-2)^2 = 9x^2 - (x^2 - 4x + 4) \text{ soit } f(x) = 8x^2 + 4x - 4$$

$$\begin{aligned} g(x) &= (9x^2 - 6x + 1) - (x-1)(1-3x) \\ &= 9x^2 - 6x + 1 - (x - 3x^2 - 1 + 3x) \\ &= 9x^2 - 6x + 1 - x + 3x^2 + 1 - 3x \end{aligned}$$

$$g(x) = 12x^2 - 10x + 2$$

2- Factorisons $f(x)$ et $g(x)$.

$$\begin{aligned} f(x) &= 9x^2 - (x-2)^2 = (3x)^2 - (x-2)^2 \\ &= [3x - (x-2)][3x + (x-2)] \\ &= (3x - x + 2)(3x + x - 2) \\ &= (2x + 2)(4x - 2) \end{aligned}$$

$$f(x) = 4(x+1)(2x-1)$$

$$\begin{aligned} g(x) &= (9x^2 - 6x + 1) - (x-1)(1-3x) \\ &= (3x-1)^2 - (x-1)(1-3x) \\ &= (3x-1)^2 + (x-1)(3x-1) \\ &= (3x-1)[(3x-1) + (x-1)] \\ &= (3x-1)(3x-1+x-1) \\ &= (3x-1)(4x-2) \end{aligned}$$

$$g(x) = 2(3x-1)(2x-1)$$

3- Calculons l'image de $\frac{1}{\sqrt{2}}$ par f .

Utilise la forme développée.

$$\begin{aligned} f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) &= 8 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + 4 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) - 4 \\ &= \frac{8}{2} + \frac{4\sqrt{2}}{2} - 4 \\ f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) &= 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

4- Déterminons l'antécédent de 2 par g .

Résous $g(x) = 2$.

$$g(x) = 2 \iff 12x^2 - 10x + 2 = 2 \iff 12x^2 - 10x = 0$$

$$\text{soit } x(12x - 10) = 0 \iff x = 0 \text{ et } x = \frac{5}{6}$$

$$\text{Donc, } S = \left\{0; \frac{5}{6}\right\}$$

5- $Q(x) = \frac{(4x+4)(2x-1)}{2(3x-1)(2x-1)}$

a) Déterminons l'ensemble E.

$$Q(x) \text{ existe si et seulement si } 2(3x-1)(2x-1) \neq 0 \iff 3x-1 \neq 0 \text{ et } 2x-1 \neq 0 \text{ soit } x \neq \frac{1}{3} \text{ et } x \neq \frac{1}{2}. \text{ Donc, } R \setminus \left\{\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right\}$$

b) Simplifions $Q(x)$ sur E.

$$Q(x) = \frac{(4x+4)(2x-1)}{2(3x-1)(2x-1)} = \frac{4(x+1)(2x-1)}{2(3x-1)(2x-1)}$$

$$\text{donc pour } x \neq \frac{1}{3} \text{ et } x \neq \frac{1}{2}, Q(x) = \frac{2x+2}{3x-1}$$

c) Calculons $Q\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

Utilise la forme développée.

$$\begin{aligned} Q\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) &= \frac{2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} + 2}{3 \times \frac{1}{\sqrt{2}} - 1} = \frac{2 + 2\sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}} \\ &= \frac{(2 + 2\sqrt{2})(3 + \sqrt{2})}{(3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})} \\ &= \frac{10 + 8\sqrt{2}}{9 - 2} \\ Q\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) &= \frac{10 + 8\sqrt{2}}{7} \end{aligned}$$

d) Résolvons dans E :

Utilise la forme simplifiée.

$$\bullet Q(x) = \frac{2}{3} \iff \frac{2x+2}{3x-1} = \frac{2}{3}$$

$$\iff 6(x+1) = 6x-2$$

$$\iff 6x+6 = 6x-2$$

$$\iff 6 = -2 \text{ qui est faux. Donc, } S = \{\}$$

• $|Q(x)| = 6 \iff Q(x) = 6 \text{ ou } Q(x) = -6.$

Soit $\frac{2x+2}{3x-1} = 6$ et $\frac{2x+2}{3x-1} = -6.$

$\frac{2x+2}{3x-1} = 6 \iff 2x+2 = 18x-6$

$\iff -16x = -8 \iff x = \frac{1}{2}.$

$\frac{2x+2}{3x-1} = -6 \iff 2x+2 = -18x+6$

$\iff 20x = 4 \iff x = \frac{1}{5}.$

e) Résolvons dans E, l'inéquation $Q(x) \geq 0.$

Pour les inéquations, utilise un tableau de signe.

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$2x+2$	-	0	+	+	+
$3x-1$	-	-	0	+	+
$Q(x)$	+	-	+	+	+

Donc, $S =]-\infty ; 1] \cup \left] \frac{1}{3} ; \frac{1}{2} \right[\cup \left] \frac{1}{2} ; +\infty \right[.$

PREMIÈRE PARTIE

Dans cette partie toutes les questions sont indépendantes.

1- Recopier seulement le numéro de la question et la lettre de la bonne réponse.

1. $E = 2 - 5x - 3(2x + 1)$ s'écrit simplement :

a) $E = -11x - 1$ b) $E = -30x - 1$ c) $E = -11x + 5$ d) $E = -11x + 3$

2. Soit l'équation $x + \frac{1}{2} < \frac{5}{6}$. L'ensemble des solutions de cette équation est :

a) $\left] \frac{1}{3}; +\infty \right[$ b) $\left] -\infty; \frac{4}{3} \right[$ c) $\left] -\infty; \frac{1}{3} \right[$ d) $\left] \frac{4}{3}; +\infty \right[$

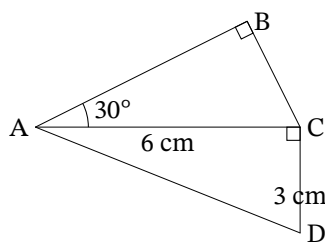
2- Résoudre dans $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$, en utilisant la méthode des combinaisons linéaires, le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} 3x - y = -1 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$$

3- Soit f l'application linéaire définie par $f(-6) = 3$.

Déterminer $f(x) = ax$ de cette application linéaire.

4- Soit la figure suivante :



a) Calculer la distance BC.

b) Calculer la distance AD.

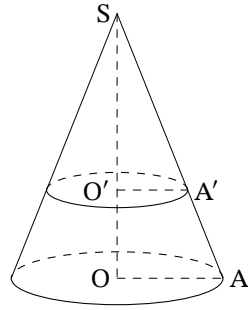
On donne : $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$

5-a) Montrer que $(\sqrt{3} - 1)^2 = 4 - 2\sqrt{3}$.

b) Donner une écriture simplifiée de $A = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$ sous la forme $a + b\sqrt{3}$ où a et b sont des entiers relatifs.

6- \widehat{AOB} est un angle de 65° . $\widehat{A'O'B'}$ est l'image de \widehat{AOB} par la translation de vecteur \overrightarrow{OA} . Donner une mesure de l'angle $\widehat{A'O'B'}$.

7- La figure ci-dessous représente un cône avec $O'A' = 12$; $OS = 36$; $SO' = 21,6$ et $(O'A') \parallel (OA)$.



Sans reproduire la figure, calculer la distance OA.

8- Soit f la fonction rationnelle définie de $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ vers \mathbb{R} par $f(x) = \frac{-x+1}{2x}$.

Calculer l'image de $\sqrt{5}$ par f . (On donnera le résultat avec un dénominateur entier.)

9- Dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, I, J) , on donne :

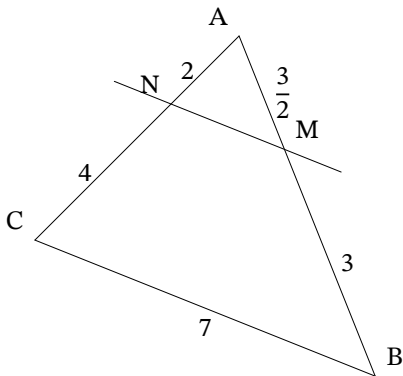
$$\overrightarrow{AB} = 4\vec{i} - 3\vec{j} \text{ et } \overrightarrow{CD} = -\vec{i} + \frac{3}{4}\vec{j} . \text{ Sans faire la figure :}$$

- a) montrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles;
- b) sachant que $\overrightarrow{OM} = -2\overrightarrow{CD}$, calculer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{OM} .

10- Dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, I, J) (unité : 1 cm).

- a) Représenter la droite $(D_1) : y = -\frac{1}{2}x + 3$.
- b) Déterminer une équation de la droite (D_2) perpendiculaire à (D_1) et passant par l'origine du repère.

11- Soit la figure ci-dessous :



Sachant que (MN) est parallèle à (BC) , calculer le rapport de projection k de (AB) sur (AC) parallèlement à (BC) .

DEUXIÈME PARTIE

Les parties I et II sont indépendantes.

I- Afin de venir en aide à un village sinistré, un opérateur économique fait une première commande de 15 tonnes de mil et de 20 tonnes de maïs à 6 000 000 F puis une deuxième commande de 30 tonnes de maïs et de 35 tonnes de mil à 11 500 000 F.

1. Étant donné que le prix du mil et du maïs n'ont pas changé entre la première commande et la seconde, déduire de l'énoncé un système d'équations. On désignera par x le prix d'une tonne de mil et par y le prix d'une tonne de maïs.

2. Déterminer le prix d'une tonne de mil et celui d'une tonne de maïs.

II- Dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, I, J) , l'unité étant le centimètre, on considère les points $A(2; 3)$, $B(5; 6)$, $C(7; 4)$ et $D(4; 1)$.

1. Faire une figure.

2. Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{DC} . En déduire la nature du quadrilatère ABCD.

3. Calculer les distances AC et BD.

4. En déduire que ABCD est un rectangle.

Résolution BEPC 2012-1^{er} Tour

PREMIÈRE PARTIE

1. 1) La bonne réponse est 1.a.

2) La bonne réponse est 2.c.

2. Résolvons par la méthode des combinaisons linéaires le système :

$$\begin{cases} 3x - y = -1 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$$

Éliminons y :

$$\begin{array}{l} (3) \times \begin{cases} 3x - y = -1 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases} \\ (1) \times \begin{cases} 3x - y = -1 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases} \end{array} \quad \longmapsto \quad \begin{cases} 9x - 3y = -3 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$$

On obtient : $11x = 2 \quad \longmapsto \quad x = \frac{2}{11}$.

Éliminons x :

$$\begin{array}{l} (-2) \times \begin{cases} 3x - y = -1 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases} \\ (3) \times \begin{cases} 3x - y = -1 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases} \end{array} \quad \longmapsto \quad \begin{cases} -6x + 2y = 2 \\ 6x + 9y = 15 \end{cases}$$

On obtient : $11y = 17 \quad \longmapsto \quad y = \frac{17}{11}$.

Donc, $S_R = \left\{ \left(\frac{2}{11}; \frac{17}{11} \right) \right\}$.

3. Déterminons $f(x)$.

f est une application linéaire, on écrit que $f(x) = ax$ avec a un réel non nul.

On a : $f(-6) = 3$. En remplaçant dans l'expression de f , on trouve $-6a = 3$ soit $a = -\frac{1}{2}$.

Alors, une expression de f est $f(x) = -\frac{1}{2}x$.

4. a. Calculons la distance BC.

Dans le triangle rectangle ABC, $\sin \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC}$.

$$\text{soit } \sin 60^\circ = \frac{BC}{6} \quad \longmapsto \quad \frac{1}{2} = \frac{BC}{6} \quad \longmapsto \quad 6 = 2BC$$

donc $BC = 3$.

b. Calculons la distance AD.

ACD est un triangle rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore $AD^2 = AC^2 + DC^2$.

$$AD^2 = AC^2 + DC^2 \quad \longmapsto \quad AD^2 = 6^2 + 3^2 \quad \longmapsto \quad AD^2 = 45 \\ \longmapsto \quad AD = \sqrt{45} \text{ donc, } AD = 3\sqrt{5}.$$

5. a. Développe $(\sqrt{3} - 1)^2$ en utilisant $a^2 - 2ab + b^2$.

$$(\sqrt{3} - 1)^2 = (\sqrt{3})^2 - 2 \times \sqrt{3} + 1^2 = 3 - 2\sqrt{3} + 1$$

donc, $(\sqrt{3} - 1)^2 = 4 - 2\sqrt{3}$.

b. Simplifions A.

$$A = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} = |\sqrt{3} - 1|.$$

Comme $\sqrt{3} > 1 \quad \longmapsto \quad |\sqrt{3} - 1| = \sqrt{3} - 1$

donc, $A = \sqrt{3} - 1$.

6. La translation est une isométrie donc $\widehat{A'O'B'} = 65^\circ$.

7. Calculons la distance OA.

Applique le théorème de Thalès.

$(O'A) \parallel (OA)$, les triangles SOA et $SO'A'$ forment une configuration de Thalès. D'après le théorème de Thalès, $\frac{SO'}{SO} = \frac{SA'}{SA} = \frac{O'A'}{OA}$.

$$\text{soit } \frac{SO'}{SO} = \frac{SA'}{SA} = \frac{O'A'}{OA} \quad \longmapsto \quad \frac{21,6}{36} = \frac{SA'}{SA} = \frac{12}{OA}.$$

Prenons $\frac{21,6}{36} = \frac{12}{OA} \iff 21,6OA = 36 \times 12 \iff OA = \frac{36 \times 12}{21,6}$.

Donc, **OA = 20**.

8. Calculons l'image de $\sqrt{5}$ par h .

$$h(\sqrt{5}) = \frac{-\sqrt{5} + 1}{2\sqrt{5}} = \frac{(-\sqrt{5} + 1)\sqrt{5}}{2 \times 5}$$

$$h(\sqrt{5}) = \frac{-5 + \sqrt{5}}{10}$$

9. a. Montrons que $(AB) \parallel (CD)$.

Exprime \overrightarrow{AB} en fonction de \overrightarrow{CD} .

$\overrightarrow{CD} = -\vec{i} + \frac{3}{4}\vec{j} \iff -4\overrightarrow{CD} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$ donc $-4\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$
alors les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont colinéaires par conséquent, les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

b. Calculons les coordonnées du vecteur \overrightarrow{OM} .

$$\overrightarrow{OM} = -2\overrightarrow{CD} = -2\left(-\vec{i} + \frac{3}{4}\vec{j}\right) = 2\vec{i} - \frac{3}{2}\vec{j}$$

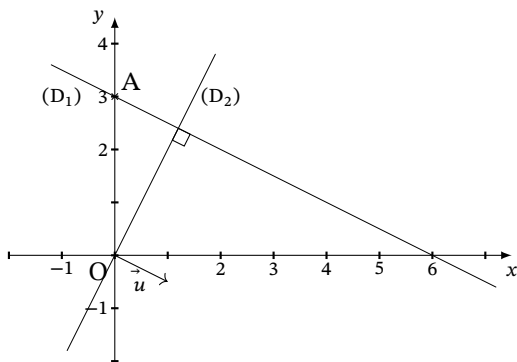
Donc, $\overrightarrow{OM} \left(\begin{matrix} 2 \\ -\frac{3}{2} \end{matrix} \right)$.

10. a. Représentons la droite (D) .

Méthode 1 : un point de la droite et le vecteur directeur.

Soit $A(0; 3)$ un point de (D) et $\vec{u} \left(\begin{matrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \end{matrix} \right)$ un vecteur directeur de (D) .

Figure

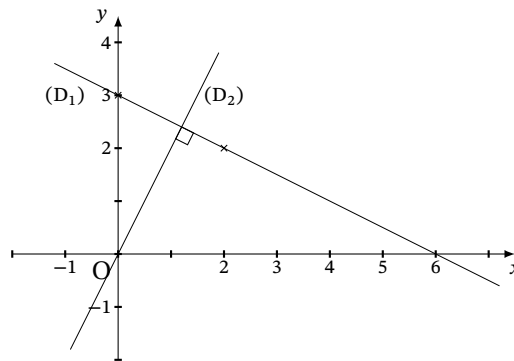


Méthode 2 : Deux points de la droite (D) .

$$y = -\frac{1}{2}x + 3$$

x	y
P 0	3
P' 2	2

Figure



b. Déterminons une équation de la droite (D_2) .

Soit $(D_2) : y = ax + b$.

(D_2) passe par l'origine du repère donc, $b = 0$.

Une équation partielle de (D_2) est : $y = ax$.

$$(D_2) \perp (D_1) \iff a \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1 \iff a = 2$$

Donc, $(D_2) : y = 2x$.

11. Calculons k .

$$\left. \begin{matrix} P(A) = A \\ P(B) = C \end{matrix} \right\} \text{ donc } k = \frac{AC}{AB} = \frac{\frac{6}{9}}{\frac{2}{3}} \text{ donc, } k = \frac{4}{3}$$

DEUXIÈME PARTIE

I- 1. Traduisons l'énoncé.

15 tonnes de mil et 20 tonnes de maïs à 6 000 000 F soit
 $15x + 20y = 6000000$.

30 tonnes de mil et 35 tonnes de maïs à 11 500 000 soit
 $30x + 35y = 11500000$.

On obtient le système : $\begin{cases} 15x + 20y = 6000000 \\ 30x + 35y = 11500000 \end{cases}$

2. Déterminons le prix d'une tonne de mil et celui d'une tonne de maïs.

Résolvons le système :

$$\begin{cases} 15x + 20y = 6000000 \\ 30x + 35y = 11500000 \end{cases} \iff \begin{cases} 3x + 4y = 1200000 \\ 7x + 6y = 2300000 \end{cases}$$

Par combinaison :

$$\begin{matrix} (-3) \times & \begin{cases} 3x + 4y = 1200000 \\ 7x + 6y = 2300000 \end{cases} \\ (2) \times & \end{matrix}$$

$$\iff \begin{cases} -9x - 12y = -3600000 \\ 14x + 12y = 4600000 \end{cases}$$

On obtient : $5x = 1000000 \iff x = 200000$.

À partir de ce stade, on peut remplacer x par sa valeur dans une des équations et trouver la valeur de y ou continuer par combinaison.

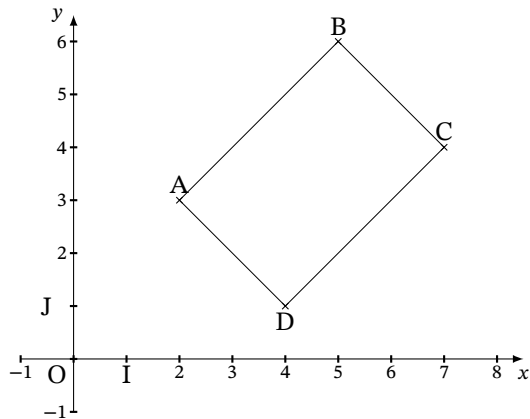
$$\begin{array}{l} (-7) \times \\ (3) \times \end{array} \begin{cases} 3x + 4y = 1200000 \\ 7x + 6y = 2300000 \end{cases}$$

$$\longmapsto \begin{cases} -21x - 28y = -8400000 \\ 21x + 18y = 6900000 \end{cases}$$

On obtient : $-10y = -1500000 \longmapsto y = 150000$.

Le prix d'une tonne de mil est 200 000 F et celui d'une tonne de maïs 150 000 F.

II- Figure



1. Voir graphique

2. Calculons les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{DC} .

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \longmapsto \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5 - 2 \\ 6 - 3 \end{pmatrix} \longmapsto \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} x_C - x_D \\ y_C - y_D \end{pmatrix} \longmapsto \overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} 7 - 4 \\ 4 - 1 \end{pmatrix} \longmapsto \overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

On a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \longmapsto$ le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

3. Calculons les distances AC et BD.

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(7 - 2)^2 + (4 - 3)^2} \quad \text{Donc, } AC = \sqrt{26}. \end{aligned}$$

$$AC = \sqrt{26}$$

$$\begin{aligned} BD &= \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2} \\ &= \sqrt{(4 - 5)^2 + (1 - 6)^2} \quad \text{Donc, } BD = \sqrt{26}. \end{aligned}$$

$$BD = \sqrt{26}$$

4. Déduisons-en que ABCD est un rectangle.

ABCD est un parallélogramme dont les diagonales [AC] et [BD] sont égaux donc **ABCD est un rectangle.**

PREMIÈRE PARTIE

Dans cette partie, toutes les questions sont indépendantes.

1- Rendre rationnel le dénominateur de $A = \frac{2 - 3\sqrt{5}}{-4 + \sqrt{5}}$.

(On donnera le résultat sous la forme $\frac{a + b\sqrt{5}}{c}$ ou a, b et c sont des nombres entiers relatifs.)

2- Deux nombres réels z et t sont tels que $2 \leq z \leq 7$ et $-5 \leq t \leq -3$.

L'encadrement de $z - t$ est alors :

- a) $-3 \leq z - t \leq 4$ b) $10 \leq z - t \leq 21$ c) $5 \leq z - t \leq 12$ d) $7 \leq z - t \leq 10$

Recopier seulement le numéro qui correspond à la bonne réponse.

3- Représenter graphiquement l'application linéaire f telle que $f(-1) = -2$ dans un repère orthonormé (O; I; J) d'unité graphique 1 cm en justifiant la construction.

4- Soit EFG un triangle tel que $EF = 4$ cm, $EG = 6$ cm et $FG = 2\sqrt{5}$ cm.

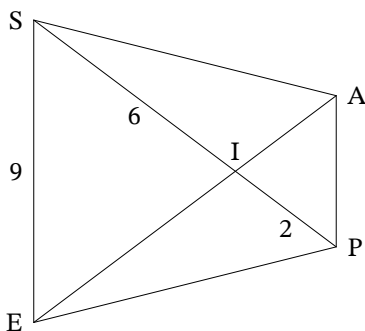
- a) Démontrer que EFG est un triangle rectangle en F.
- b) Construire le triangle EFG.
- c) Calculer le rapport de projection orthogonale k de la droite (EG) sur la droite (EF).

(On donnera k sous la forme d'une fraction irréductible.)

5- Dans la figure ci-dessous, SAPE est un trapèze de base [SE] et [AP].

Ses diagonales se coupent en I. On donne : $SE = 9$ cm, $IS = 6$ cm et $IP = 2$ cm.

NB : On ne demande pas au candidat de reproduire la figure sur la copie.



- a) Justifier que les triangles ISE et IAP forment une configuration de Thalès.
- b) Déterminer la longueur de la petite base [AP] du trapèze SAPE.

6- Soit h la fonction rationnelle définie de \mathbf{R} vers \mathbf{R} par : $h(x) = \frac{x^2 - 9}{3x(x - 3)}$.

- a) Déterminer l'ensemble de définition D_h de h .
- b) Simplifier $h(x)$ sur D_h .

7- Dans un repère cartésien (O, I, J), on considère les points N et P tels que N(1; -2) et

$\overrightarrow{PN} \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix}$. Déterminer les coordonnées du point P.

DEUXIÈME PARTIE

Les parties I et II sont indépendantes.

I- Awa et Noélie se rendent au marché. Awa achète 4 kg de riz et 3 kg de poisson à 4600 F tandis que Noélie achète 2 kg de riz et 1 kg de poisson à 1850 F

1- Dédurre de l'énoncé un système d'équations en désignant par x le prix d'un kilogramme de riz et par y le prix d'un kilogramme de poisson.

2- Quel est le prix d'un kilogramme de riz et celui d'un kilogramme de poisson?

II- Dans un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 1 cm, on considère les points A(-4; 3), B(-2; -1) et C(4; 2).

1- Placer les points A, B et C dans le repère (O, I, J). On complétera la figure progressivement.

2- Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC} .

3- Montrer que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC} sont orthogonaux et en déduire la nature du triangle ABC.

4- Calculer le sinus de l'angle \widehat{BAC} .

5- Soit K le milieu du segment [AC].

a) Calculer les coordonnées de K.

b) Déterminer une équation de la droite (D) passant par K et parallèle à (AB).

Résolution BEPC 2012-2^e Tour

PREMIÈRE PARTIE

1. Rendons le dénominateur de A rationnel.

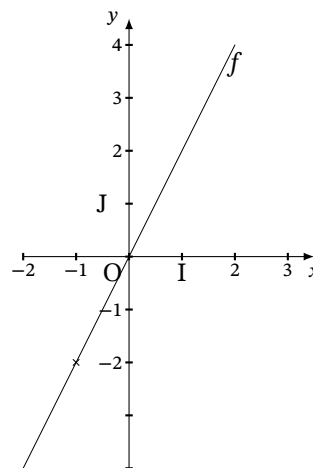
$$\begin{aligned} A &= \frac{2 - 3\sqrt{5}}{-4 + \sqrt{5}} = \frac{(2 - 3\sqrt{5})(4 + \sqrt{5})}{(-4 + \sqrt{5})(4 + \sqrt{5})} \\ &= \frac{8 - 15 + 2\sqrt{5} - 12\sqrt{5}}{5 - 16} = \frac{-7 - 10\sqrt{5}}{-11} \\ A &= \frac{7 + 10\sqrt{5}}{11} \end{aligned}$$

2. Encadre $-t$, puis $z - t$. La réponse est 2.c.

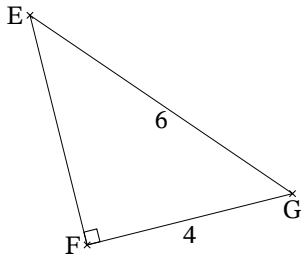
3. Représentons graphiquement f .

f est une application linéaire donc sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère. Étant donné que $f(-1) = -2$, cette droite passe aussi par le point de coordonnées (-1; -2).

Figure



4. Figure



a. Démontrons que EFG est un triangle rectangle en F.

$$\left. \begin{array}{l} EF^2 = 4^2 = 16 \\ EG^2 = 6^2 = 36 \\ FG^2 = (2\sqrt{5})^2 = 20 \end{array} \right\} \text{donc } EF^2 + FG^2 = EG^2.$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle EFG est rectangle en F.

b. Voir graphique

c. Calculons le rapport de projection k .

$$\left. \begin{array}{l} P(E) = E \\ P(G) = F \end{array} \right\} \text{donc } k = \frac{EF}{EG} = \frac{4}{6}. \text{ Soit } k = \frac{2}{3}.$$

5. a. Justifions que les triangles ISE et IAP forment une configuration de Thalès.

SAPÉ est un trapèze de bases [AP] et [SE] $\parallel (AP) // (SE)$.

$(AP) // (SE)$, les triangles ISE et IAP forment une configuration de Thalès.

b. Déterminons la longueur de [AP].

Les triangles ISE et IAP forment une configuration de Thalès, d'après le théorème de Thalès, $\frac{IP}{IS} = \frac{IA}{IE} = \frac{AP}{SE}$.

$$\frac{IP}{IS} = \frac{IA}{IE} = \frac{AP}{SE} \implies \frac{2}{6} = \frac{IA}{IE} = \frac{AP}{9}.$$

$$\text{Prenons } \frac{2}{6} = \frac{AP}{9} \implies 6AP = 18 \implies AP = 3.$$

6. $h(x) = \frac{x^2 - 9}{3x(x - 3)}$

a. Déterminons D_h .

$h(x)$ existe si et seulement si $3x(x - 3) \neq 0$.

$$3x(x - 3) \neq 0 \implies 3x \neq 0 \text{ et } x - 3 \neq 0 \implies x \neq 0 \text{ et } x \neq 3.$$

Donc, $D_h = \mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$.

b. Simplifions $h(x)$ sur D_h .

$$h(x) = \frac{x^2 - 9}{3x(x - 3)} = \frac{(x - 3)(x + 3)}{3x(x - 3)}$$

$$\text{Pour } x \neq 0 \text{ et } x \neq 3, h(x) = \frac{x + 3}{3x}.$$

7. Déterminons les coordonnées du point P.

Par définition, $\overrightarrow{PN} \begin{pmatrix} x_N - x_P \\ y_N - y_P \end{pmatrix} \parallel \overrightarrow{PN} \begin{pmatrix} 1 - x_P \\ -2 - y_P \end{pmatrix}$. Or,

$$\overrightarrow{PN} \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ donc } \begin{cases} 1 - x_P = -5 \\ -2 - y_P = 3 \end{cases} \implies \begin{cases} x_P = 6 \\ y_P = -5 \end{cases}.$$

D'où, $P(6; -5)$

DEUXIÈME PARTIE

I- 1. Traduisons les énoncés.

Soit x le prix du kilogramme de riz et y le prix du kilogramme de poisson.

4 kg de riz et 3 kg de poisson à 4600 F, soit $4x + 3y = 4600$.

2 kg de riz et 1 kg de poisson à 1850 F, soit $2x + y = 1850$.

On obtient le système $\begin{cases} 4x + 3y = 4600 \\ 2x + y = 1850 \end{cases}$.

2. Déterminons le prix d'un kilogramme de riz et le prix d'un kilogramme de poisson.

Résolvons le système.

$$\begin{array}{l} (1) \times \begin{cases} 4x + 3y = 4600 \\ 2x + y = 1850 \end{cases} \implies \begin{cases} 4x + 3y = 4600 \\ -6x - 3y = -5550 \end{cases} \\ (-3) \times \end{array}$$

$$\text{On obtient : } -2 = -950 \implies x = 475.$$

Le prix d'un kilogramme de riz est 475 F.

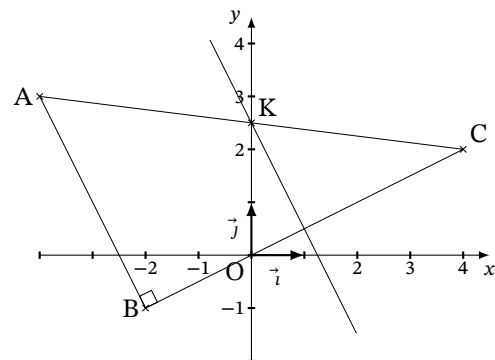
$$\begin{array}{l} (1) \times \begin{cases} 4x + 3y = 4600 \\ 2x + y = 1850 \end{cases} \implies \begin{cases} 4x + 3y = 4600 \\ -4x - 2y = -3700 \end{cases} \\ (-2) \times \end{array}$$

$$\text{On obtient : } y = 900.$$

Le prix d'un kilogramme de poisson est 900 F.

Utilise la méthode de combinaison pour résoudre les systèmes des problèmes concrets afin d'éviter les doubles erreurs.

II- 1. Figure



2. Calculons les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC} .

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \implies \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -2 + 4 \\ -1 - 3 \end{pmatrix} \implies \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} \implies \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 4 + 2 \\ 2 + 1 \end{pmatrix} \implies \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

3. Montrons que \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC} sont orthogonaux.

Appliquons la condition d'orthogonalité :

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

On a : $2 \times 6 + (-4) \times 3 = 12 - 12 = 0$ donc les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC} sont orthogonaux.

$(AB) \perp (BC)$ donc ABC est un triangle rectangle en B.

4. Calculons le sinus de l'angle \widehat{ABC} .

Dans le triangle rectangle ABC, $\sin \widehat{ABC} = \frac{BC}{AC}$.

Calculons les longueurs BC et AC.

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(4 - (-2))^2 + (2 - (-1))^2} \text{ Donc, } BC = 3\sqrt{5}.$$

$$BC = \sqrt{45}$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(4 - (-4))^2 + (2 - 3)^2} \text{ Donc, } AC = \sqrt{65}.$$

$$AC = \sqrt{65}$$

$$\text{D'où, } \sin \widehat{ABC} = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{65}} = \frac{3\sqrt{5} \times \sqrt{65}}{\sqrt{65} \times \sqrt{65}} = \frac{3\sqrt{13}}{13}$$

$$\text{alors, } \sin \widehat{ABC} = \frac{3\sqrt{13}}{13}.$$

5.a- Calculons les coordonnées du point K.

$$K \text{ milieu de } [AC] \quad \vdash \vdash K \left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2} \right)$$

$$\vdash \vdash K \left(\frac{-4 + 4}{2}; \frac{3 + 2}{2} \right) \text{ donc, } K \left(0; \frac{5}{2} \right).$$

b- Déterminons une équation de la droite (D).

Soit (D) : $ax + by + c = 0$.

(D) // (AB) $\vdash \vdash \overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de (D).

Or, $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \vdash \vdash \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -2 + 4 \\ -1 - 3 \end{pmatrix} \vdash \vdash \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ donc, une équation partielle de (D) est $-4x - 2y + c = 0$.

$K \in (D) \vdash \vdash -4x_K - 2y_K + c = 0 \vdash \vdash -5 + c = 0$ soit $c = 5$.
Donc, (D) : $4x + 2y - 5 = 0$.

Essaie avec deux autres méthodes.

PREMIÈRE PARTIE

Dans cette partie, toutes les questions sont indépendantes.

1- Écrire seulement la ou les lettres du ou des couples qui vérifient l'inéquation suivante : $2x + 3y > 6$.

- a)** (1; 2) **b)** (2; 0) **c)** (0; 2) **d)** (2; 1)

2- Soit f le polynôme tel que $f(x) = 3x^2 + 2x\sqrt{3} + 1$.

Factoriser $f(x)$ en utilisant l'identité remarquable qui convient.

3- Soit g le polynôme tel que : $g(x) = (x - 1)^2 + 3(x + 3)(x - 1) - (x - 2)(x - 1)$.

Factoriser $g(x)$.

4- Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan, résoudre graphiquement dans \mathbb{R} le système suivant : $\begin{cases} 2x + y = \\ x - 3y = \end{cases}$

5- Soit h une application affine telle que : $h(x) = (1 - \sqrt{2})x + \frac{5}{3}$. Donner le sens de variation de h .

6- Soient a et b deux réels tels que $a = 3\sqrt{5}$ et $b = 2\sqrt{11}$. Comparer a et b .

7- Soit ABC un triangle rectangle en B tel que $AB = 6$, $BC = 8$ et $AC = 10$.

Sans faire la figure,

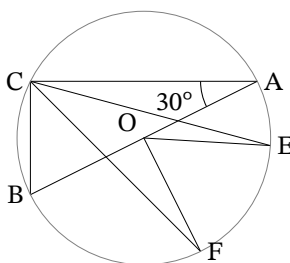
- a)** calculer le sinus de l'angle \widehat{BAC} ;
b) trouver la mesure de l'angle \widehat{BAC} à un degré près (1°) par excès. On donne :

sinus	0,7880	0,7986	0,8090	0,8192	0,8290
Angle	52	53	54	55	56

DEUXIÈME PARTIE

Les parties I et II sont indépendantes.

I- Soit la figure suivantes : (Le candidat ne reproduira pas la figure).



On donne : $OE = 4$, OEF est un triangle équilatéral.

- 1-** Trouver, en justifiant la réponse, la mesure de l'angle \widehat{ECF} et celle de l'angle \widehat{BFC} .
2- Montrer que ABC est un triangle rectangle.

(On précisera le sommet de l'angle droit.)

3- Justifier que la longueur du segment [AC] est égale à $4\sqrt{3}$. On donne :

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} \qquad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

4- Déterminer la longueur du segment [BC].

II- À l'occasion du succès de son fils à l'examen du BEPC, un père veut organiser une fête. Il décide d'acheter des poulets et des pintades. Il souhaite avoir plus de 12 volailles.

1- En désignant par x le nombre de pintades et y celui des poulets, traduire cette situation par une inéquation.

2- Le père voudrait dépenser moins de 45 000 F pour l'achat des volailles. Sachant qu'une pintade coûte 2500 F et un poulet 3000 F, trouver une inéquation qui traduit cette situation.

3-a) À partir des questions précédentes, montrer que l'on obtient le système suivant : $\begin{cases} x + y > 12 \\ 5x + 6y < 90 \end{cases}$

b) Combien de poulets le père peut-il obtenir s'il veut 6 pintades? Donner toutes les possibilités.

Résolution BEPC 2013-1^{er} Tour

PREMIÈRE PARTIE

1. Les couples (1 ; 2) et (2 ; 1) vérifient l'inéquation.

Les réponses sont 1.a et 1.d.

2. Factorisons $f(x)$. *Utilise $a^2 + 2ab + b^2$.*

$$f(x) = 3x^2 + 2x\sqrt{3} + 1 = (x\sqrt{3})^2 + 2x\sqrt{3} + 1^2$$

$$f(x) = (x\sqrt{3} + 1)^2$$

3. Factorisons $g(x)$.

Mettre en évidence un facteur commun.

$$g(x) = (x-1)^2 + 3(x+3)(x-1) - (x-2)(x-1)$$

$$= (x-1)[(x-1) + 3(x+3) - (x-2)]$$

$$= (x-1)(x-1 + 3x + 9 - x + 2)$$

$$g(x) = (x-1)(3x+10)$$

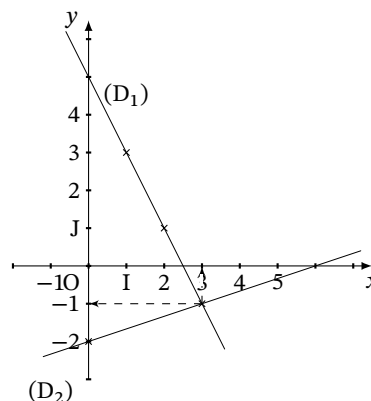
4. Résolution graphique du système.

Traçons les droites $(D_1) : 2x + y = 5$ et $(D_2) : x - 3y = 6$.

Tableau de valeurs $(D_1) : 2x + y = 5$	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="border: none;"> </td><td style="border: none;">x</td><td style="border: none;"> </td><td style="border: none;">y</td><td style="border: none;"> </td></tr> <tr><td style="border: none;">P₁</td><td style="border: 1px solid black;">2</td><td style="border: 1px solid black;"> </td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: none;"> </td></tr> <tr><td style="border: none;">P'₁</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;"> </td><td style="border: 1px solid black;">3</td><td style="border: none;"> </td></tr> </table>		x		y		P ₁	2		1		P' ₁	1		3	
	x		y													
P ₁	2		1													
P' ₁	1		3													

Tableau de valeurs $(D_2) : x - 3y = 6$	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="border: none;"> </td><td style="border: none;">x</td><td style="border: none;"> </td><td style="border: none;">y</td><td style="border: none;"> </td></tr> <tr><td style="border: none;">P₂</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;"> </td><td style="border: 1px solid black;">-2</td><td style="border: none;"> </td></tr> <tr><td style="border: none;">P'₂</td><td style="border: 1px solid black;">3</td><td style="border: 1px solid black;"> </td><td style="border: 1px solid black;">-1</td><td style="border: none;"> </td></tr> </table>		x		y		P ₂	0		-2		P' ₂	3		-1	
	x		y													
P ₂	0		-2													
P' ₂	3		-1													

Figure



$$S = \{(3; -1)\}.$$

5. Donnons le sens de variation de h .

Le sens de variation d'une application affine dépend du signe de son coefficient directeur.

$$h(x) \text{ a pour coefficient directeur } a = 1 - \sqrt{2}.$$

$$\text{On a : } 1 < 2 \text{ } \vdash \text{ } 1 < \sqrt{2} \text{ } \vdash \text{ } 1 - \sqrt{2} < 0.$$

donc, le coefficient directeur $a < 0$ d'où h est décroissante.

6. Comparons a et b .

Comparer leurs carrés

$$a^2 = (3\sqrt{5})^2 = 9 \times 5 = 45$$

$$b^2 = (2\sqrt{11})^2 = 4 \times 11 = 44.$$

$$45 > 44 \implies \sqrt{45} > \sqrt{44} \implies 3\sqrt{5} > 2\sqrt{11} \text{ donc } a > b.$$

7. a. Calculons $\sin \widehat{BAC}$.

Dans le triangle rectangle ABC, $\sin \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC}$.

$$\frac{BC}{AC} = \frac{8}{10} = 0,8 \text{ donc } \sin \widehat{BAC} = 0,8.$$

b. Trouvons la mesure de l'angle \widehat{BAC} au degré près par excès.

Encadrons la valeur du sinus à partir du tableau.

$0,7986 < 0,8 < 0,8090 \implies 53^\circ < \widehat{BAC} < 54^\circ$ donc **une mesure au degré près par excès de \widehat{BAC} est 54° .**

DEUXIÈME PARTIE

I- 1. Trouvons la mesure des angles :

\widehat{ECF} : *Il n'y a pas d'angle inscrit qui intercepte le même arc que \widehat{ECF} . Il faut passer par la propriété de l'angle au centre.*

L'angle \widehat{ECF} est l'angle inscrit associé à l'angle au centre \widehat{EOF} donc, $\widehat{ECF} = \frac{1}{2}\widehat{EOF}$.

Le triangle OEF étant équilatéral $\widehat{EOF} = 60^\circ$.

Alors, $\widehat{ECF} = 30^\circ$.

\widehat{BFC} : L'angle inscrit \widehat{BFC} intercepte le même arc que l'angle inscrit \widehat{BAC} . Donc, $\widehat{BFC} = \widehat{BAC}$.

Alors, $\widehat{BFC} = 30^\circ$.

2. Montrons que le triangle ABC est rectangle.

Le triangle ABC est inscrit dans un demi-cercle dont le diamètre est son côté [AB] donc le triangle ABC est rectangle en C.

3. Justifions que $AC = 4\sqrt{3}$.

Dans le triangle rectangle ABC, $\cos \widehat{BAC} = \frac{AC}{AB}$.

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{AC}{AB} \implies \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AC}{8} \implies AC = \frac{8\sqrt{3}}{2} \text{ donc, } AC = 4\sqrt{3}.$$

4. Calculons BC.

ABC est un triangle rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore $AB^2 = BC^2 + AC^2$.

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 \implies 8^2 = BC^2 + (4\sqrt{3})^2$$

$$\text{donc, } BC^2 = 16 \implies BC = 4.$$

II- 1. Traduisons l'énoncé en inéquation.

On a : $x + y > 12$.

2. Traduisons l'énoncé en inéquation.

Les x pintades coûtent : $2500x$ et les y poulets coûtent $3000y$.
Soit $2500x + 3000y < 45000$.

3. a- On a : $2500x + 3000y < 45000 \implies 5x + 6y < 90$.

$$\text{On obtient le système } \begin{cases} x + y > 12 \\ 5x + 6y < 90 \end{cases}$$

b- Le nombre de poulets possibles.

$$\text{Pour } x = 6, \text{ le système devient } \begin{cases} y > 12 + 6 \\ 6y < 90 + 30 \end{cases}$$

$$\text{Soit } \begin{cases} y > 6 \\ y < 10 \end{cases} \implies 6 < y < 10.$$

Les valeurs possibles sont : 7; 8; 9.

Le père peut avoir 7; 8 ou 9 poulets.

PREMIÈRE PARTIE

1- Quels sont les couples de réels (x, y) solutions de l'équation $7x - 5y - 3 = 0$?

- a) $(2; 4)$ b) $(-1; -2)$ c) $(0; -\frac{3}{5})$ d) $(-4; 5)$.

Recopier seulement les lettres des bonnes réponses.

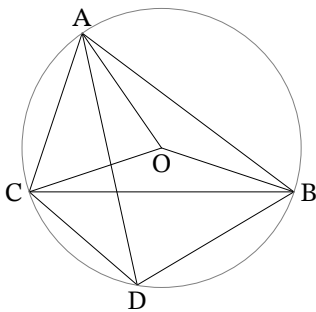
2- f est une application affine telle que $f(2) = 1$ et $f(5) = 3$. L'expression de cette application affine est :

- a) $f(x) = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$ b) $f(x) = \frac{2}{3}x + 1$ c) $f(x) = \frac{3}{2}x - 2$ d) $f(x) = 2x - 3$

Recopier seulement la lettre de la bonne réponse.

3- Écrire l'expression $A = |2 - x|$ sans le symbole de la valeur absolue.

4- (C) est un cercle de centre O.



Quel est l'angle au centre associé à l'angle inscrit \widehat{ABC} ?

5- Un triangle ABC est tel que $AB = 40$, $BC = 30$ et $AC = 50$.

Quelle est la nature du triangle ABC?

6- Soit $A = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$ et $B = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$. Calculer $A \times B$ en utilisant une identité remarquable.

7- Soit la droite (D) d'équation $\frac{3}{2}x - y + 5 = 0$. Donner un vecteur directeur de (D).

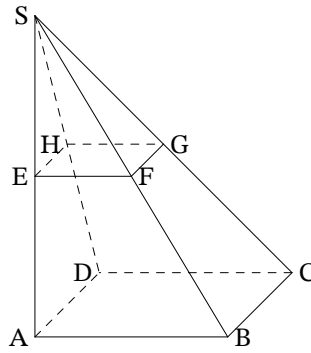
8- Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) , unité 1 cm, on considère les applications f et g définies sur \mathbf{R} par $f(x) = 2x - 1$ et $g(x) = -x + 5$.

Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$.

9- SABCD est une pyramide à base carrée de hauteur [SA].

On donne $AB = 9$ cm et $SA = 12$ cm.

(La figure n'est pas en vraie grandeur, elle n'est pas à reproduire.)



EFGH est la section de la pyramide SABCD par un plan parallèle à la base telle que $SE = 3$ cm. Calculer EF.

10- Résoudre dans $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$ le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 4 \\ -\frac{x}{2} + \frac{y}{4} = -2 \end{cases} .$$

11- BPG est un triangle rectangle en B avec $BG = 7$ et $\tan \hat{P} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Calculer BP.

DEUXIÈME PARTIE

Les parties I et II sont indépendantes.

I- Avant de partir au marché, Bintou possède 1200 F¹ de plus que sa sœur Mariam. Au marché, elles dépensent chacune 3600 F. Bintou possède après les achats deux fois plus d'argent que Mariam.

- 1- En désignant par x l'avoir de Mariam avant le départ au marché, exprimer en fonction de x l'avoir de sa sœur Bintou avant le départ au marché.
- 2- Traduire l'énoncé par une équation.
- 3- De quelle somme disposait Mariam avant le départ au marché?

II- On donne les polynômes suivants : $f(x) = (x - 3)(2x - 5) + x^2 - 9$;

$$g(x) = (4x - 3)^2 - (x - 1)^2 \text{ et } h(x) = 2x^2 - 12x + 18.$$

- 1- Développer, réduire et ordonner $g(x)$.
- 2- Factoriser $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$.
- 3- Résoudre dans \mathbf{R} : **a.** $f(x) = g(x)$ **b.** $h(x) = 2$
- 4- Calculer $h(\sqrt{2})$.

Résolution BEPC 2013-2^e Tour

PREMIÈRE PARTIE

1. Seul les couples $(-1; -2)$ et $(0; -\frac{3}{5})$ vérifient l'équation. Les réponses sont **1.b** et **1.c**.

2. Calcule $f(2)$ et $f(5)$ dans chaque cas.

La réponse est **2.a**

3. Écrivons A sans le symbole de la valeur absolue.

$$|2-x| = \begin{cases} 2-x & \text{si } 2-x \geq 0 \\ -2+x & \text{si } 2-x \leq 0 \end{cases} \quad \vdash A = \begin{cases} 2-x & \text{si } x \leq 0 \\ x-2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

4. L'angle au centre associé à l'angle inscrit \widehat{ABC} est l'angle \widehat{AOC} .

5. La nature du triangle ABC.

Applique la réciproque du théorème de Pythagore.

$$AB^2 = 40^2 = 1600, BC^2 = 30^2 = 900 \text{ et } AC^2 = 50^2 = 2500.$$

On a : $1600 + 900 = 2500 \quad \vdash AB^2 + BC^2 = AC^2$ d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABC est rectangle en B.

6. Calculons $A \times B$.

Applique l'identité remarquable $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

$$\begin{aligned} A \times B &= (3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) \\ &= (3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2 \\ &= 18 - 12 \\ A &= 6 \end{aligned}$$

7. Un vecteur directeur de (D) est $\vec{u} \left(\begin{matrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{matrix} \right)$.

8. Résolvons graphiquement $f(x) = g(x)$.

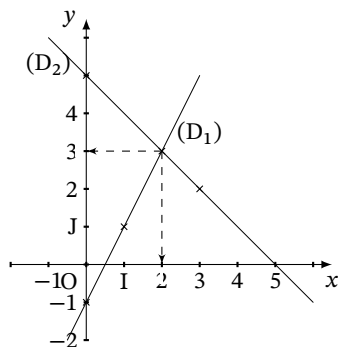
Traçons les représentations graphiques des applications affines f et g .

Soient $(D_1) : y = 2x - 1$ la représentation graphique de l'application affine f et $(D_2) : y = -x + 5$ celle de g .

	x	y
Tableau de valeurs $(D_1) : y = 2x - 1$	P_1	0 -1
	P'_1	1 1

	x	y
Tableau de valeurs $(D_2) : y = -x + 5$	P_2	0 5
	P'_2	3 2

Figure



La solution de l'équation est l'abscisse du point d'intersection de (D_1) et (D_2) .

Donc, sur le graphique $S = \{2\}$.

9. Calculons SE.

Applique le théorème de Thalès sur la configuration de Thalès, SEF et SAB.

$(AB) \parallel (EF)$ (car toutes deux perpendiculaires à (SA)),

les triangles SEF et SAB forment une configuration de Thalès. D'après le théorème de Thalès,

$$\text{on a : } \frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SB} = \frac{EF}{AB}.$$

$$\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SB} = \frac{EF}{AB} \quad \vdash \quad \frac{3}{12} = \frac{SF}{SB} = \frac{EF}{9}$$

$$\text{Prenons : } \frac{3}{12} = \frac{EF}{9} \quad \vdash \quad EF = \frac{3 \times 9}{12} \quad \vdash \quad EF = \frac{9}{4}.$$

10. Résolvons le système.

Rendre linéaire les équations en multipliant l'équation 1 par 6 et l'équation 2 par 4, puis applique la méthode que tu maîtrises le mieux.

$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 4 & (\times 6) \\ -\frac{x}{2} + \frac{y}{4} = -2 & (\times 4) \end{cases} \quad \vdash \quad \begin{cases} 2x + 3y = 24 \\ -2x + y = -8 \end{cases}$$

Par combinaisons, on a :

$$\begin{array}{r} 2x + 3y = 24 \\ -2x + y = -8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4y = 16 \\ y = 4 \end{array} \quad \text{et } -2x + 4 = -8 \quad \vdash \quad x = 6.$$

Donc, $S = \{(6; 4)\}$.

11. Calculons BP.

Dans le triangle rectangle BPG, $\tan \hat{P} = \frac{BG}{BP}$

$$\tan \hat{P} = \frac{BG}{BP} \quad \vdash \quad \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{7}{BP} \quad \vdash \quad BP\sqrt{3} = 3 \times 7$$

$$\text{soit } BP = \frac{3 \times 7}{\sqrt{3}} = \frac{3 \times 7 \times \sqrt{3}}{3} \quad \text{donc, } BP = 7\sqrt{3}.$$

DEUXIÈME PARTIE

I- 1. Soit x l'avoir de Mariam.

Bintou possède 1200 F de plus que Mariam donc Bintou possède $x + 1200$.

2. Traduisons l'énoncé.

	Mariam	Bintou
Avant le marché	x	$x + 1200$
Après les achats	$x - 3600$	$x + 1200 - 3600$

Après les achats, Bintou possède 2 fois plus d'argent que Mariam soit $x + 1200 - 3600 = 2(x - 3600)$

$$\vdash x - 2400 = 2x - 7200.$$

3. Résolvons l'équation $x - 2400 = 2x - 7200$.

$$x - 2400 = 2x - 7200 \quad \vdash \quad x = 4800.$$

Mariam avait 4800 F avant le marché.

II- $f(x) = (x - 3)(2x - 5) + x^2 - 9$; $g(x) = (4x - 3)^2 - (x - 1)^2$ et
 $h(x) = 2x^2 - 12x + 18$.

1. Développons, réduisons et ordonnons $g(x)$.

$$\begin{aligned} g(x) &= (4x - 3)^2 - (x - 1)^2 \\ &= (16x^2 - 24x + 9) - (x^2 - 2x + 1) \\ &= 16x^2 - x^2 - 24x + 2x + 9 - 1 \\ g(x) &= 15x^2 - 22x + 8 \end{aligned}$$

2. Factorisons :

$$\begin{aligned} f(x) &= (x - 3)(2x - 5) + x^2 - 9 \\ &= (x - 3)(2x - 5) + (x - 3)(x + 3) \\ &= (x - 3)[(2x - 5) + (x + 3)] \\ f(x) &= (x - 3)(3x - 2) \\ g(x) &= (4x - 3)^2 - (x - 1)^2 \\ &= [(4x - 3) - (x - 1)][(4x - 3) + (x - 1)] \\ &= (4x - 3 - x + 1)(4x - 3 + x - 1) \\ g(x) &= (3x - 2)(5x - 4) \\ h(x) &= 2x^2 - 12x + 18 \\ &= 2(x^2 - 6x + 9) \\ &= 2(x^2 - 2 \times 3x + 3^2) \\ h(x) &= 2(x - 3)^2 \end{aligned}$$

3. Résolvons dans \mathbf{R} :

a- $f(x) = g(x)$

Utilise la forme factorisée.

$$f(x) = g(x) \iff f(x) - g(x) = 0$$

$$\text{soit } (x - 3)(3x - 2) - (3x - 2)(5x - 4) = 0.$$

$$\begin{aligned} (x - 3)(3x - 2) - (3x - 2)(5x - 4) &= 0 \\ (3x - 2)[(x - 3) - (5x - 4)] &= 0 \\ (3x - 2)(x - 3 - 5x + 4) &= 0 \\ (3x - 2)(-4x + 1) &= 0 \end{aligned}$$

$$3x - 2 = 0 \text{ ou } -4x + 1 = 0 \iff x = \frac{2}{3} \text{ ou } x = \frac{1}{4}$$

$$\text{donc, } S = \left\{ \frac{2}{3}; \frac{1}{4} \right\}.$$

b- $h(x) = 2$

Utilise la forme factorisée.

$$\begin{aligned} h(x) = 2 \iff 2(x - 3)^2 = 2 \iff (x - 3)^2 - 1 = 0. \\ (x - 3)^2 - 1 = 0 \iff [(x - 3) - 1][(x - 3) + 1] = 0 \\ \iff (x - 4)(x - 2) = 0 \\ \iff x - 4 = 0 \text{ ou } x - 2 = 0 \\ \iff x = 4 \text{ ou } x = 2 \end{aligned}$$

$$\text{donc, } S = \{2; 4\}.$$

4. Calculons $h(\sqrt{2})$.

Utilise la forme développée.

$$\begin{aligned} h(\sqrt{2}) &= 2(\sqrt{2})^2 - 12 \times \sqrt{2} + 18 \\ &= 2 \times 2 - 12\sqrt{2} + 18 \\ &= 4 - 12\sqrt{2} + 18 \\ h(\sqrt{2}) &= 22 - 12\sqrt{2} \end{aligned}$$

L'épreuve comporte deux parties indépendantes à traiter obligatoirement.

PREMIÈRE PARTIE

Dans cette partie, toutes les questions sont indépendantes.

1- f est une application polynôme définie dans \mathbf{R} par : $f(x) = 8x^2 - 18 - (2x + 3)^2$.

a) Développer, réduire et ordonner $f(x)$.

b) Factoriser $f(x)$.

2- Sachant que : $2,345 < x < 2,346$ et $-7,3 < y < -7,2$, encadrer $x + y$.

3- Résoudre dans $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$ par la méthode d'identification le système suivant :
$$\begin{cases} y = \frac{1}{3}x - 4 \\ 3x + 2y - 14 = 0 \end{cases} .$$

4- Dans un repère cartésien $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on donne : $\vec{u} = 3\vec{i} - \frac{3}{4}\vec{j}$, $\vec{v} \left(\begin{array}{c} -5 \\ 2 \\ 1 \end{array} \right)$ et $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$.

Calculer les coordonnées du vecteur \vec{w} .

5- Soit g une application affine telle que $g(x) = -\frac{4}{3}x + \frac{1}{2}$. Représenter graphiquement l'application g dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, I, J) , unité graphique 1 cm.

6- Soit l'inéquation $3x - 4y < \frac{7}{2}$. Parmi les couples de réels suivants, deux couples sont solutions de cette inéquation :

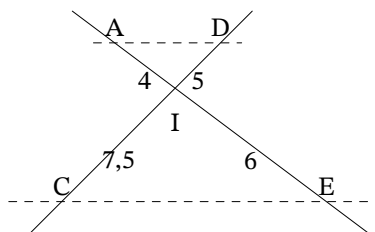
a) $(0; -3)$ b) $(2; 5)$ c) $\left(\frac{5}{2}; 1\right)$ d) $(4; -3)$ e) $(-1; 4)$.

Recopier seulement les lettres des bonnes réponses.

7- Soit h l'application définie par $h(x) = |-2x + 1| + 5x$.

Montrer que h est une application affine par intervalles.

8- Dans la figure suivante, les droites (AE) et (CD) se coupent en I . Démontrer que les droites (AD) et (CE) sont parallèles.



9- (D) est la droite d'équation $3x - 4y - 1 = 0$. Déterminer le coefficient directeur de (D) .

10- Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points $A\left(-3; -\frac{5}{2}\right)$ et $M(2; -1)$.

Calculer les coordonnées du point A' symétrique de A par rapport à M .

DEUXIÈME PARTIE

Les parties I et II sont indépendantes.

I- Soit h une fonction rationnelle telle que $h(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{(1-x)(5x-4)}$.

- 1- Déterminer l'ensemble de définition D_h de h .
- 2- Justifier que sur D_h , $h(x) = \frac{1-x}{5x-4}$.
- 3- Calculer si possible l'image de chacun des réels -2 et $\frac{4}{5}$ par h .
- 4- Calculer $h(\sqrt{2})$. (On rendra entier le dénominateur de $h(\sqrt{2})$.)
- 5- Résoudre dans D_h :
 - a) l'équation $h(x) = 3$,
 - b) l'inéquation $h(x) \leq 0$.

II- Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$, unité graphique 1 cm, on donne les points A(3; -1), B(-1; 2) et C(2; 6).

- 1- Placer les points A, B et C dans le repère.
- 2- Calculer les distances AB, BC et AC. En déduire la nature du triangle ABC.
- 3- Soit (C) le cercle circonscrit au triangle ABC de centre M et de rayon R.
 - a) Tracer (C).
 - b) Calculer les coordonnées de M et le rayon R.
- 4- Soit (T) la tangente à (C) en A. Déterminer une équation cartésienne de (T).

Résolution BEPC 2014-1^{er} Tour

PREMIÈRE PARTIE

1. a. Développons, réduisons et ordonnons $f(x)$.

$$\begin{aligned} f(x) &= 8x^2 - 18 - (2x + 3)^2 \\ &= 8x^2 - 18 - ((2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2) \\ &= 8x^2 - 18 - 4x^2 - 12x - 9 \\ f(x) &= 4x^2 - 12x - 27 \end{aligned}$$

- b. Factorisons $f(x)$.

$$\begin{aligned} f(x) &= 8x^2 - 18 - (2x + 3)^2 \\ &= 2(4x^2 - 9) - (2x + 3)^2 \\ &= 2(2x - 3)(2x + 3) - (2x + 3)(2x + 3) \\ &= (2x + 3)[2(2x - 3) - (2x + 3)] \\ f(x) &= (2x + 3)(2x - 9) \end{aligned}$$

2. Encadrons $x + y$.

Faire la somme membre à membre.

$$2,345 < x < 2,346$$

$$-7,3 < y < -7,2$$

$$2,345 - 7,3 < x + y < 2,346 - 7,2$$

$$\text{donc } -4,955 < x + y < -4,854.$$

3. Résolvons par la méthode d'identification.

Exprimer une même inconnue en fonction de l'autre dans les deux équations. Dans ce cas, y est plus approprié.

$$\begin{cases} y = \frac{1}{3}x - 4 \\ 3x + 2y - 14 = 0 \end{cases} \quad \longmapsto \quad \begin{cases} y = \frac{1}{3}x - 4 \\ y = -\frac{3}{2}x + 7 \end{cases}$$

$$y = y \quad \longmapsto \quad \frac{1}{3}x - 4 = -\frac{3}{2}x + 7 \quad \longmapsto \quad 2x - 24 = -9x + 42$$

$$11x = 66 \quad \longmapsto \quad x = 6. \text{ et } y = \frac{1}{3} \times 6 - 4 = 2 - 4 = -2.$$

Donc, $S_R = \{(6; -2)\}$

4. Calculons les coordonnées de \vec{w} .

Déterminer les coordonnées de \vec{v} , puis faire la somme des coordonnées pour trouver les coordonnées de \vec{w} .

$$\vec{u} = 3\vec{i} - \frac{3}{4}\vec{j} \quad \longmapsto \vec{u} \left(\begin{array}{c} 3 \\ -\frac{3}{4} \end{array} \right)$$

$$\text{donc, } (\vec{u} + \vec{v}) \left(\begin{array}{c} 3 - \frac{5}{2} \\ -\frac{3}{4} + 1 \end{array} \right) \text{ alors } \vec{w} \left(\begin{array}{c} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} \end{array} \right).$$

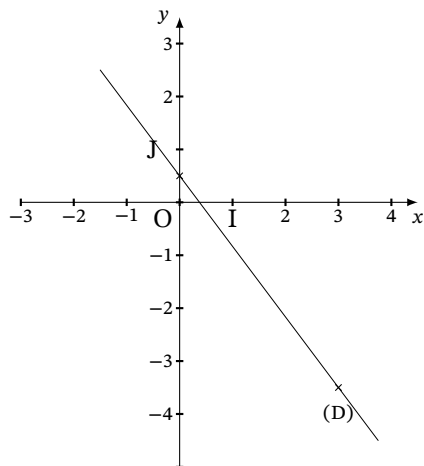
5. g est une application affine, sa représentation graphique est la droite d'équation $y = -\frac{4}{3}x + \frac{1}{2}$.

$$\text{Soit (D) : } y = -\frac{4}{3}x + \frac{1}{2}.$$

$$\text{(D) : } y = -\frac{4}{3}x + \frac{1}{2}$$

	x	y
A	0	0,5
B	3	-3,5

Figure



6. Retenir les couples qui vérifient l'inéquation.

Les réponses sont : 6.b et 6.e

7. Montrons que h est une application affine par intervalles.

Il faut exprimer $h(x)$ sans le symbole de la valeur absolue.

$$-2x + 1 = 0 \quad \longmapsto x = \frac{1}{2}$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$ -2x + 1 $	$-2x + 1$	0	$2x - 1$
5x	5x		5x
$h(x)$	$3x + 1$		$7x - 1$

En conclusion :

$$\text{Pour } x \in]-\infty; \frac{1}{2}], h(x) = 3x + 1$$

$$\text{Pour } x \in [\frac{1}{2}; +\infty[, h(x) = 7x - 1$$

h correspond à une application affine sur chacun des intervalles $]-\infty; \frac{1}{2}]$ et $[\frac{1}{2}; +\infty[$ donc h est une application affine par intervalles.

8. Démontrons que les droites (AD) et (CE) sont parallèles.

Nous ne sommes pas dans un repère. Avec les distances données, il faut penser à la réciproque du théorème de Thalès.

$$\text{On a : } \frac{IA}{IE} = \frac{4}{6} = \frac{2}{5} \text{ et } \frac{ID}{IC} = \frac{5}{7.5} = \frac{2}{5}$$

donc $\frac{IA}{IE} = \frac{ID}{IC}$. Aussi, les points A, I et E d'une part et les points D, I et C d'autre part sont alignés dans le même ordre d'après la réciproque du théorème de Thalès, (AD) // (CE).

9. Déterminons le coefficient directeur de la droite (D).

Exprimer y en fonction de x .

$$\text{(D) : } 3x - 4y - 1 = 0 \quad \longmapsto \text{(D) : } -4y = -3x + 1 \quad \longmapsto y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$$

La droite (D) a pour coefficient directeur $m = \frac{3}{4}$.

10. Calculons les coordonnées du point A' .

$$S_M(A) = A' \quad \longmapsto \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MA'}$$

Calculons les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AM} et $\overrightarrow{MA'}$.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AM} \left(\begin{array}{c} x_M - x_A \\ y_M - y_A \end{array} \right) &\longmapsto \overrightarrow{AM} \left(\begin{array}{c} 2 + 3 \\ -1 + \frac{5}{2} \end{array} \right) \\ &\longmapsto \overrightarrow{AB} \left(\begin{array}{c} 5 \\ \frac{3}{2} \end{array} \right) \end{aligned}$$

$$\overrightarrow{MA'} \left(\begin{array}{c} x_{A'} - x_M \\ y_{A'} - y_M \end{array} \right) \longmapsto \overrightarrow{MA'} \left(\begin{array}{c} x_{A'} - 2 \\ y_{A'} + 1 \end{array} \right)$$

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MA'} \quad \longmapsto \begin{cases} x_{A'} - 2 = 5 \\ y_{A'} + 1 = \frac{3}{2} \end{cases} \quad \longmapsto \begin{cases} x_{A'} = 7 \\ y_{A'} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

donc $A' \left(7; \frac{1}{2} \right)$.

DEUXIÈME PARTIE

I- 1. Déterminons D_h .

$h(x)$ existe si et seulement si $(1-x)(5x-4) \neq 0$.

$$(1-x)(5x-4) \neq 0 \quad \begin{cases} \longleftarrow 1-x \neq 0 \text{ et } 5x-4 \neq 0 \\ \longleftarrow x \neq 1 \text{ et } x \neq \frac{4}{5} \end{cases}$$

donc, $D_h = \mathbb{R} - \left\{1; \frac{4}{5}\right\}$

2. Simplifions $h(x)$.

Pour $x \neq 1$ et $x \neq \frac{4}{5}$, $h(x) = \frac{(x-1)^2}{(1-x)(5x-4)}$.

Soit $h(x) = \frac{1-x}{5x-4}$.

3. Calculons les images si possible.

$-2 \in D_h$ donc, $h(-2) = \frac{1+2}{5(-2)-4} = \frac{3}{-14}$.

Soit $h(-2) = -\frac{3}{14}$.

$\frac{4}{5} \notin D_h$ donc l'image de $\frac{4}{5}$ n'est pas possible.

4. Calculons $h(\sqrt{2})$.

$$h(\sqrt{2}) = \frac{1-\sqrt{2}}{5\sqrt{2}-4}$$

Toujours exprimer sans radical au dénominateur.

$$\frac{1-\sqrt{2}}{5\sqrt{2}-4} = \frac{(1-\sqrt{2})(5\sqrt{2}+4)}{(5\sqrt{2}-4)(5\sqrt{2}+4)} = \frac{\sqrt{2}-6}{34}$$

Donc, $h(\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}-6}{34}$.

5. Résolvons dans D_h :

a- l'équation $h(x) = 3$.

Utiliser toujours la forme simplifiée.

$$h(x) = 3 \longleftarrow \frac{1-x}{5x-4} = 3$$

Faire le produit en croix.

donc $1-x = 3(5x-4) \longleftarrow 1-x = 15x-12 \longleftarrow 16x = 13$

d'où $x = \frac{13}{16}$ alors $S_R = \left\{\frac{13}{16}\right\}$.

b- Résolvons $h(x) \leq 0$.

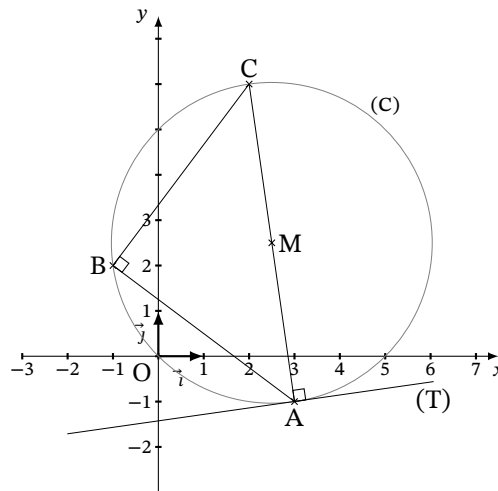
Il faut au préalable déterminer le signe de $h(x)$ dans un tableau.

$$1-x = 0 \longleftarrow x = 1 \text{ et } 5x-4 = 0 \longleftarrow x = \frac{4}{5}$$

x	$-\infty$	$\frac{4}{5}$	1	$+\infty$
$1-x$	+	+	0	-
$5x-4$	-	0	+	+
$h(x)$	-	+	-	

D'après le tableau, $S =]-\infty; \frac{4}{5}[\cup]1; +\infty[$.

II- 1. Figure



2. Calculons les distances AB, BC et AC.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-1 - 3)^2 + (2 - (-1))^2} \quad \text{Donc, } AB = 5$$

$$AB = \sqrt{25}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(2 - (-1))^2 + (6 - 2)^2} \quad \text{Donc, } BC = 5$$

$$BC = \sqrt{25}$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(2 - 3)^2 + (6 - (-1))^2} \quad \text{Donc, } AC = 5\sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{50}$$

La nature du triangle ABC.

$AB = BC \longleftarrow$ le triangle ABC est isocèle en B.

Vérifions si ABC est rectangle.

$$AB^2 = 25, BC^2 = 25 \text{ et } AC^2 = 50.$$

On a : $25 + 25 = 50$ donc $AB^2 + BC^2 = AC^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est aussi un triangle rectangle B.

En conclusion, ABC est un triangle rectangle et isocèle en B.

Un triangle ne peut pas être rectangle en point et être isocèle en un autre.

3. a- voir graphique

b- Calculons les coordonnées du point M.

Le cercle circonscrit au triangle ABC a pour diamètre le segment [AC] donc M est le milieu de [AC].

$$M \text{ milieu de } [AC] \quad \vdash \quad x_M = \frac{x_A + x_C}{2} \text{ et } y_M = \frac{y_A + y_C}{2}.$$

$$x_M = \frac{3 + 2}{2} \quad \vdash \quad x_M = \frac{5}{2} \text{ et}$$

$$y_M = \frac{-1 + 6}{2} \quad \vdash \quad y_M = \frac{5}{2} \text{ donc, } M \left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2} \right).$$

Calculons le rayon du cercle.

$$R = \frac{1}{2}AC \text{ or } AC = 5\sqrt{2} \text{ donc, } R = \frac{5\sqrt{2}}{2}.$$

4. Déterminons une équation de la tangente (T).

Soit $P(x, y) \in (T)$. $P \in (T) \quad \vdash \quad$ les vecteurs \overrightarrow{AP} et \overrightarrow{AC} sont orthogonaux.

Calculons les coordonnées de \overrightarrow{AP} et \overrightarrow{AC} .

$$\overrightarrow{AP} \begin{pmatrix} x_P - x_A \\ y_P - y_A \end{pmatrix} \quad \vdash \quad \overrightarrow{AP} \begin{pmatrix} x - 3 \\ y + 1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} \quad \vdash \quad \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 2 - 3 \\ 6 + 1 \end{pmatrix} \quad \vdash \quad \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\text{Les vecteurs } \overrightarrow{AP} \begin{pmatrix} x - 3 \\ y + 1 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \end{pmatrix}$$

sont orthogonaux $\vdash \vdash -(x - 3) + 7(y + 1) = 0$

$$\vdash \vdash -x + 7y + 10 = 0. \text{ Donc, } (T) : -x + 7y + 10 = 0.$$

L'épreuve comporte deux parties indépendantes à traiter obligatoirement.

PREMIÈRE PARTIE

Dans cette partie toutes les questions sont indépendantes.

1- Écrire sous forme d'intervalles ou de réunion d'intervalles les ensembles suivants :

- a) l'ensemble des réels x tels que $x \leq -2$ ou $x > 1$.
- b) l'ensemble des réels y tels que $-10 \leq y \leq 5$
- c) $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

2- La solution du système (S) défini par : $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ 5x + 3y = 7 \end{cases}$ est le couple :

- a) (2; 1) b) (3; 2) c) (2; -1) d) $(-3; \frac{1}{2})$

3- Simplifier l'écriture du réel X défini par $X = \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2}$.

4- On donne deux polynômes P et Q définis par :

$$P(x) = (2x - 5)^2 - (3 - x)^2 \text{ et } Q(x) = (2x - 1)^2 - 2x(1 - 2x).$$

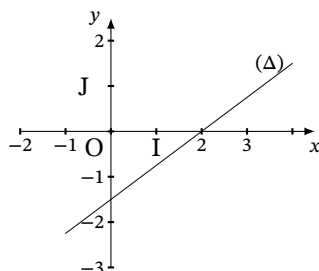
- a) Développer, réduire et ordonner $P(x)$.
- b) Factoriser $P(x)$ et $Q(x)$.

5- Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, le système (S) : $\begin{cases} x - 2y < 1 \\ 2x + y > 2 \end{cases}$.

6- On considère la fonction rationnelle Q telle que : $Q(x) = \frac{2x^2 - 3x + 1}{(x - 1)(2x - 1)}$.

- a) Montrer que $2x^2 - 3x + 1 = 2(x - 1)(x - \frac{1}{2})$.
- b) Déterminer l'ensemble de définition D de Q .
- c) Simplifier $Q(x)$ sur D .

7- Soit (C) la courbe représentative de l'application affine f définie par $f(x) = ax + b$ où a et b sont des réels.



a) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = -\frac{3}{2}$.

b) Utiliser les données du graphique pour déterminer les réels a et b .

8- Dans quels cas les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires ?

a) $\vec{u} + 3\vec{v} = \vec{0}$ b) $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ c) $\vec{u} \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} \\ 2 \end{pmatrix}$

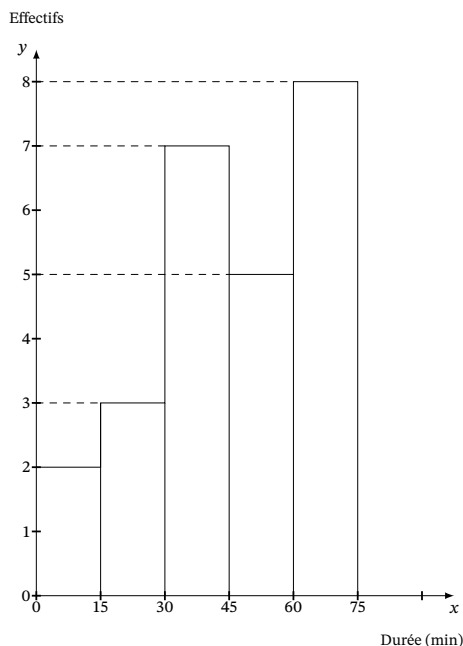
Recopier seulement la lettre qui correspond à la bonne réponse.

9- Soit $A(-5; 2)$ et $B(1; -\frac{2}{3})$ deux points du plan. Déterminer les coordonnées du vecteur directeur de la droite (AB).

DEUXIÈME PARTIE

Les parties I et II sont indépendantes.

I- Le graphique suivant représente une étude sur 25 élèves de la classe de 3^e ayant suivi (en entier ou en partie) une émission de télévision.



1- Quel est le nom de ce graphique ?

2- Reproduire et compléter le tableau suivant :

Durée (min)	Effectifs	Centre des classes
]0 ; 15]		
]15 ; 30]		
]30 ; 45]		
]45 ; 60]		
]60 ; 75]		

3- Quelle est la classe modale ?

4- Calculer la durée moyenne passée devant le poste de télévision par les 25 élèves.

II- Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points A (1 ; 3), B (3 ; 1) et C (0 ; -2) (unité : 2 cm).

1- Placer les points A, B et C dans le plan.

2- a) Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC} .

b) Montrer que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC} sont orthogonaux.

c) En déduire la nature du triangle ABC.

3- Déterminer une équation de la droite (AC).

4- Soit (Δ) la droite d'équation $x + 5y - 3 = 0$.

a) Tracer (Δ) .

b) Montrer que (Δ) est une médiatrice du segment [AC].

5- Soit (c) le cercle circonscrit au triangle ABC.

a) Calculer les coordonnées de son centre I, puis placer I dans le plan.

b) Tracer (c) .

c) Calculer $\sin \widehat{BCA}$.

Résolution BEPC 2014-2^e Tour

PREMIÈRE PARTIE

1. Écrivons sous forme d'intervalles ou de réunion d'intervalles :

a. $x \leq -2$ ou $x > 1 \iff x \in]-\infty ; -2] \cup]1 ; +\infty[$

b. $-10 \leq y \leq 5 \iff x \in [-10 ; 5]$

c. $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\} \iff x \in]-\infty ; 2[\cup]2 ; +\infty[$

2. Le couple $(2; -1)$ vérifie les deux équations du système simultanément. La réponse est 2.c.

3. Simplifions le réel X.

$$X = \sqrt{(1 - \sqrt{3})} = |1 - \sqrt{3}|$$

Déterminons le signe de $1 - \sqrt{3}$.

$$\text{On a : } 1 < 3 \iff 1 < \sqrt{3} \iff 1 - \sqrt{3} < 0$$

$$\text{donc } X = \sqrt{3} - 1.$$

4. a. Développons, réduisons et ordonnons P(x).

Applique l'identité remarquable $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ sur les deux termes.

$$\begin{aligned} P(x) &= (2x - 5)^2 - (3 - x)^2 \\ &= (4x^2 - 20x + 25) - (9 - 6x + x^2) \\ P(x) &= 3x^2 - 14x + 16 \end{aligned}$$

b. Factorisons P(x).

Applique l'identité remarquable sous cette forme

$$(A)^2 - (B)^2 = [(A) - (B)][(A) + (B)].$$

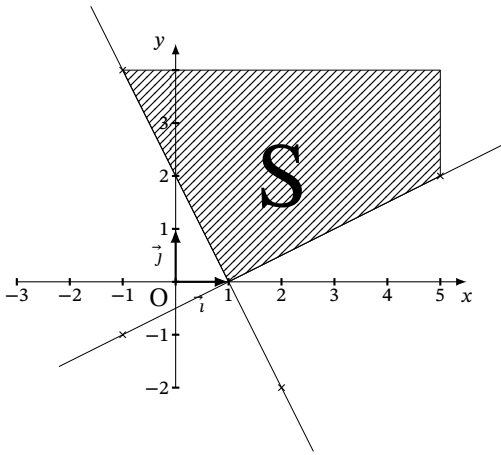
$$\begin{aligned} P(x) &= (2x - 5)^2 - (3 - x)^2 \\ &= [(2x - 5) - (3 - x)][(2x - 5) + (3 - x)] \\ &= (2x - 5 - 3 + x)(2x - 5 + 3 - x) \\ P(x) &= (3x - 8)(x - 2) \end{aligned}$$

Factorisons Q(x). *Un facteur commun est : $(2x - 1)$.*

$$\begin{aligned} Q(x) &= (2x - 1)^2 - 2x(1 - 2x) \\ Q(x) &= (2x - 1)^2 + 2x(2x - 1) \\ &= (2x - 1)[(2x - 1) + 2x] \\ Q(x) &= (2x - 1)(4x - 1) \end{aligned}$$

5. Résolvons graphiquement le système

Figure



6. a. Montrons que $2x^2 - 3x + 1 = 2(x-1)\left(x - \frac{1}{2}\right)$.

Difficile de partir de $2x^2 - 3x + 1$ pour aboutir à $2(x-1)\left(x - \frac{1}{2}\right)$. Fais l'inverse.

$$\begin{aligned} 2(x-1)\left(x - \frac{1}{2}\right) &= 2\left(x^2 - \frac{1}{2}x - x + \frac{1}{2}\right) \\ &= 2\left(x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}\right) \\ &= 2x^2 - 3x + 1 \end{aligned}$$

donc $2x^2 - 3x + 1 = 2(x-1)\left(x - \frac{1}{2}\right)$.

b. Déterminons l'ensemble D.

$Q(x)$ existe si et seulement si $(x-1)(2x-1) \neq 0$.

$$(x-1)(2x-1) \neq 0 \iff x-1 \neq 0 \text{ et } 2x-1 \neq 0 \iff x \neq 1 \text{ et } x \neq \frac{1}{2}.$$

Donc, $D = \mathbb{R} \setminus \left\{1; \frac{1}{2}\right\}$.

c. Simplifions $Q(x)$.

$$\text{On a : } Q(x) = \frac{2(x-1)\left(x - \frac{1}{2}\right)}{(x-1)(2x-1)} = \frac{(x-1)(2x-1)}{(x-1)(2x-1)}.$$

Pour $x \neq 2$ et $x \neq \frac{1}{2}$, $Q(x) = 1$.

7. a. Résolvons graphiquement l'équation $f(x) = -\frac{3}{2}$.

La solution est l'abscisse du point d'intersection de la courbe (C) et la droite d'équation $y = -\frac{3}{2}$.

Sur le graphique, on a : $x = 0$. Donc, $S = \{0\}$.

b. Déterminons graphiquement a et b .

Dans l'équation $y = ax + b$, b est l'ordonnée à l'origine

On a : $f(x) = ax - \frac{3}{2}$ or $f(2) = 0$ (voir graphique)

$$\text{donc, } a \times 2 - \frac{3}{2} = 0 \iff a = \frac{3}{4}.$$

Alors, $f(x) = \frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$.

8. Applique la condition de colinéarité dans les cas b); c). Et dans le cas a), exprimer \vec{u} en fonction de \vec{v} .

La réponse est 8.a) $\vec{u} + 3\vec{v} = \vec{0} \iff \vec{u} = -3\vec{v}$.

9. Déterminons un vecteur directeur de la droite (AB).

La droite (AB) a pour vecteur directeur \overrightarrow{AB} :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} &\iff \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 + 5 \\ -\frac{2}{3} - 2 \end{pmatrix} \\ &\iff \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 6 \\ -\frac{8}{3} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

DEUXIÈME PARTIE

I- 1. Ce graphique est un histogramme.

2. Complétons le tableau :

Durée (min)	Effectifs	Centre des classes
]0 ; 15]	2	7,5
]15 ; 30]	3	22,5
]30 ; 45]	7	37,5
]45 ; 60]	5	52,5
]60 ; 75]	8	67,5

3. La classe modale est la classe de plus grand effectif.

La classe modale est [60 ; 75[.

4. Calculons la durée moyenne Moy par la méthode des centres de classes.

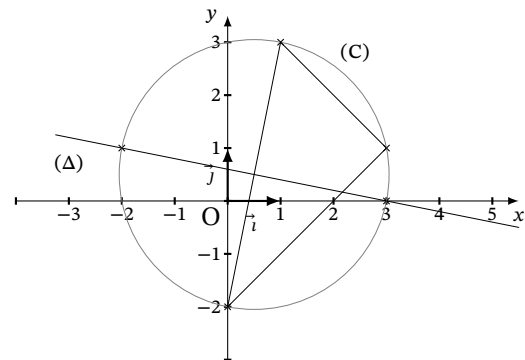
$$\text{Moy} = \frac{2 \times 7,5 + 3 \times 22,5 + 7 \times 37,5 + 5 \times 52,5 + 8 \times 67,5}{25}$$

$$\text{Moy} = \frac{1147,5}{25}$$

La durée moyenne est 45,9 min.

Cette moyenne n'est pas une moyenne exacte.

II- Figure



1. voir figure

2. a- Calculons les coordonnées des vecteurs :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} &\iff \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 - (-2) \\ -3 - 3 \end{pmatrix} \\ &\iff \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} \begin{matrix} \longmapsto \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 0 - 3 \\ -2 - 1 \end{pmatrix} \\ \longmapsto \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

b- Montrons que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC} sont orthogonaux.

Appliquons la condition d'orthogonalité :

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix}$$

On a : $2 \times (-3) + (-2) \times (-3) = -6 + 6 = 0$ donc les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC} sont orthogonaux.

c- Déterminons la nature du triangle ABC.

Les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC} sont orthogonaux. Donc, les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires. Alors, le triangle ABC est rectangle en B.

3. Déterminons une équation de la droite (AC).

Soit $M(x; y) \in (AC)$.

$M \in (AC) \longmapsto$ les vecteurs \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{AM} sont colinéaires. On a :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} &\longmapsto \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 0 - 1 \\ -2 - 3 \end{pmatrix} \\ &\longmapsto \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x_M - x_A \\ y_M - y_A \end{pmatrix} &\longmapsto \overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x - 1 \\ y - 3 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Les vecteurs $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x - 1 \\ y - 3 \end{pmatrix}$ sont colinéaires, on peut écrire : $-(y - 3) + 5(x - 1) = 0$.

Soit $5x - y - 2 = 0$. On note (AC) : $5x - y - 2 = 0$.

4. (Δ) : $x + 5y - 3 = 0$

a- voir graphique

$$(\Delta) : x + 5y - 3 = 0 \quad \begin{array}{c|c|c} & x & y \\ \hline P & 3 & 0 \\ \hline P' & -2 & 1 \end{array}$$

b- Montrons que (Δ) est une médiatrice du segment [AC].

La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire au segment en son milieu. Procédons par deux étapes.

Étape 1 : Montrons que le milieu de [AC] appartient à la droite (Δ).

Soit M le milieu de [AC].

Calcul des coordonnées du point M.

$$\begin{aligned} M \text{ milieu de } [AC] &\longmapsto M \left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2} \right) \\ &\longmapsto M \left(\frac{1 + 0}{2}; \frac{3 - 2}{2} \right) \longmapsto M(0,5; 0,5). \end{aligned}$$

Vérification

$$\frac{1}{2} + 5 \times \frac{1}{2} - 3 = 3 - 3 = 0 \text{ donc } M \in (\Delta). \text{ (Info 1)}$$

Étape 2 : Montrons que (Δ) est perpendiculaire à (AC)

$$\text{Un vecteur directeur de } (\Delta) \text{ est } \vec{u} \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Un vecteur directeur de } (AC) \text{ est } \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

Vérification de l'orthogonalité des deux vecteurs

On a : $(-5) \times (-1) + 1 \times (-5) = 5 - 5 = 0$ donc les vecteurs \overrightarrow{AC} et \vec{u} sont orthogonaux donc les droites (Δ) et (AC) sont perpendiculaires. (Info 2)

De **Info 1** et **Info 2**, on tire que (Δ) est perpendiculaire à (AC) en son milieu. Donc, (Δ) est une médiatrice de [AC].

5. a- Calculons les coordonnées du centre I.

ABC est un triangle rectangle en B, son cercle circonscrit a donc pour diamètre le segment [AC]. D'où, I milieu du segment [AC].

Plus haut, nous avons calculé les coordonnées du milieu M de [AC]. Donc, les points I et M sont confondus.

Alors, **I(0,5; 0,5)**

b- voir graphique

c- Calculons $\sin \widehat{BCA}$.

Dans le triangle rectangle ABC en B,

$$\sin \widehat{BCA} = \frac{AB}{AC}.$$

Calculons les distances AB et AC.

$$AB(2; -2) \longmapsto AB = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$AC(-1; -5) \longmapsto AC = \sqrt{(-1)^2 + (-5)^2} = \sqrt{26}$$

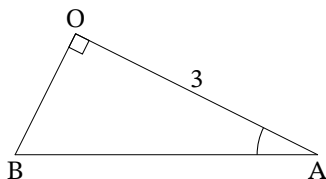
$$\text{donc, } \frac{AB}{AC} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{26}} = \frac{2\sqrt{2} \times \sqrt{26}}{26} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$$

$$\text{d'où, } \sin \widehat{BCA} = \frac{2\sqrt{13}}{13}.$$

PREMIÈRE PARTIE

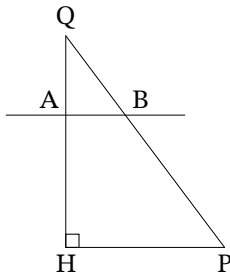
Dans cette partie toutes les questions sont indépendantes.

- 1- En utilisant l'identité remarquable qui convient, factoriser le polynôme $f(x) = 5x^2 + 4x\sqrt{5} + 4$.
- 2- Soit MNP un triangle tel que : $MN = \frac{5}{2}$, $NP = 6$ et $MP = 6,5$.
Montrer que ce triangle est rectangle en N.
- 3- Une parcelle de forme carrée a une superficie comprise strictement entre 400 m^2 et 900 m^2 .
Déterminer un encadrement du côté de cette parcelle.
- 4- Soit (O, I, J) un repère orthonormé du plan d'unité graphique 1 cm. Construire la droite (D) d'équation $x - 2y + 1 = 0$.
- 5- On considère la fonction rationnelle Q définie sur $\mathbf{R} - \left\{-\frac{5}{2}\right\}$ par : $Q(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{2x + 5}$.
Calculer l'image de -2 par Q .
- 6- Dans le plan muni d'un repère orthonormé, la droite (D) a pour coefficient directeur $m = \frac{5}{4}$ et la droite (D') a pour coefficient directeur $m' = -\frac{4}{5}$.
Justifier que ces deux droites sont perpendiculaires.
- 7- Lors d'une course de vitesse au 100 mètres plat en EPS (Éducation physique et sportive), le professeur a relevé le t par un groupe d'élèves :
- | | | | | | | | | |
|----|------|------|----|----|------|------|------|------|
| 14 | 16,5 | 15,5 | 13 | 12 | 15,6 | 11,8 | 13,2 | 14,4 |
|----|------|------|----|----|------|------|------|------|
- Calculer la moyenne de cette série statistique.
- 8- Soit IJK un triangle tel que $\widehat{J\hat{I}K} = 75^\circ$.
 \vec{u} est un vecteur non nul. On désigne par $I'J'K'$ l'image de IJK par la translation de vecteur \vec{u} . Sans construire les deux triangles, quelle est la mesure de l'angle $\widehat{I'J'K'}$?
Justifier la réponse.
- 9- Soit h une application affine de \mathbf{R} dans \mathbf{R} et décroissante. Comparer $h(-3)$ et $h(-7)$.
- 10- Dans la figure suivante, le triangle OAB est rectangle en O. Sachant que $\tan \widehat{OAB} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.



Calculer la distance OB.

11- Dans la figure suivante, les droites (AB) et (HP) sont parallèles.



Compléter les égalités suivantes :

$$\frac{QA}{QH} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

DEUXIÈME PARTIE

Dans cette partie, I et II sont indépendants.

I- Un ouvrier a travaillé pendant 30 jours au total sur deux sites d'orpaillage. Sur le premier site, il gagnait 5000 F par jour et sur le second 6000 F par jour. Il a gagné au total 160 000 F sur les deux sites.

- 1- En désignant par x le nombre de jours de travail sur le premier site et par y le nombre de jours de travail sur le second site, traduire les données du problème par un système d'équations.
- 2- Déterminer le nombre de jours de travail sur chaque site.

II- On considère la fonction f définie de \mathbf{R} vers \mathbf{R} par : $f(x) = (3x - 2)^2 - 4(x^2 - 5x + 1)$.

- 1- Développer, réduire et ordonner $f(x)$.
- 2- Résoudre dans \mathbf{R} , l'équation $f(x) = 0$.
- 3- On pose $g(x) = \frac{5x^2 + 8x}{x(2 - x)}$.
 - a) Déterminer l'ensemble de définition D_g de g .
 - b) Simplifier $g(x)$ sur D_g .
 - c) Déterminer l'antécédent de 3 par g .
 - d) Résoudre dans \mathbf{R} , l'inéquation $g(x) \geq 0$.

Résolution BEPC 2015-1^{er} Tour

PREMIÈRE PARTIE

1. Factorisons $f(x)$. Utilisons l'identité remarquable $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

$$\begin{aligned} f(x) &= 5x^2 + 4x\sqrt{5} + 4 \\ f(x) &= (\sqrt{5}x)^2 + 2 \times x\sqrt{5} + 2^2 \text{ donc,} \\ f(x) &= (x\sqrt{5} + 2)^2 \end{aligned}$$

2. Appliquons la réciproque du théorème de Pythagore.

$$MN^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 2,5^2 = 6,25, NP^2 = 36 \text{ et } MP^2 = 6,5^2 = 42,25.$$

$$\text{On a : } 6,25 + 36 = 42,25 \quad \vdash \quad MN^2 + NP^2 = MP^2.$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle MNP est rectangle en N.

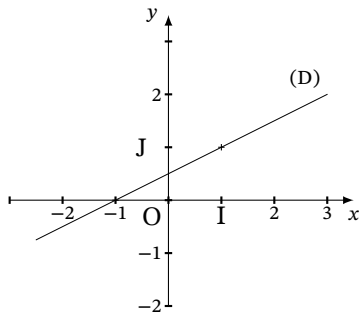
3. Déterminons un encadrement du côté c .

$$\text{On sait que : } 400 < c^2 < 900 \quad \vdash \quad 20^2 < c^2 < 30^2 \text{ donc } 20 < c < 30.$$

4. Construisons (D) : $x - 2y + 1 = 0$.

$$(D) : x - 2y + 1 = 0 \quad \begin{array}{c|c|c} & x & y \\ \hline A & -1 & 0 \\ \hline B & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Représentation graphique



5. Calculons $Q(2)$.

Vérifier que 2 n'est pas une valeur interdite.

$$2 \in \mathbb{R} - \left\{ -\frac{5}{2} \right\}, \text{ donc } Q(-2) = \frac{(-2)^2 - 3 \times (-2) + 1}{2 \times (-2) + 5}$$

alors $Q(-2) = 11$.

6. $m \times m' = \frac{5}{4} \times -\frac{4}{5} = -1$, $(D) \perp (D')$.

7. Il faut calculer la moyenne comme pour les disciplines. Le quotient de la somme des notes par le nombre de notes.

$$\text{Moy} = \frac{14 + 16,5 + 15,5 + 13 + 12 + 15,6 + 11,8 + 13,2 + 14,4}{9} = \frac{126}{9}$$

Moy = 14.

8. La translation est une isométrie donc elle conserve les angles d'où $\widehat{J'I'K'} = 75^\circ$.

9. Comparons $h(-3)$ et $h(-7)$.

h étant décroissante, l'ordre des inégalités est modifié donc $-7 < -3 \implies f(-7) > f(-3)$.

10. Calculons OB .

$$\text{Par définition, } \tan \widehat{OAB} = \frac{OB}{OA}$$

$$\tan \widehat{OAB} = \frac{OB}{OA} \implies \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{OB}{3} \implies OB = \sqrt{3}$$

11. $(AB) \parallel (HP)$, les triangles QAB et QHP forment une configuration de Thalès. D'après le théorème de Thalès,

$$\text{on a : } \frac{QA}{QH} = \frac{QB}{QP} = \frac{AB}{HP}$$

DEUXIÈME PARTIE

I- 1. Traduisons les données.

Sur le premier site, l'ouvrier a obtenu $5000x$

Sur le second site, il a obtenu $6000y$.

Pour les 30 jours, cela fait $5000x + 6000y$.

Donc, $x + y = 30$ et $5000x + 6000y = 160000 \implies 5x + 6y = 160$.

On obtient le système $\begin{cases} x + y = 30 \\ 5x + 6y = 160 \end{cases}$.

2. Déterminons x et y .

Résolvons le système par combinaison.

Cette méthode évite de faire faux sur les deux valeurs par rapport aux autres.

Multiplions l'équation 1 par (-6) et additionnons membre à membre à l'équation 2, on obtient :

$$-6x - 6y + 5x + 6y = -180 + 160 \implies -x = -20 \implies x = 20.$$

Multiplions l'équation 1 par (-5) et additionnons membre à membre à l'équation 2, on obtient :

$$-5x - 5y + 5x + 6y = -150 + 160 \implies y = 10.$$

L'ouvrier a fait 20 jours sur le site 1 et 10 jours sur l'autre.

II- 1. Développons, réduisons et ordonnons f .

$$\begin{aligned} f(x) &= (3x - 2)^2 - 4(x^2 - 5x + 1) \\ &= 9x^2 - 12x + 4 - 4x^2 + 20x - 4 \\ f(x) &= 5x^2 + 8x \end{aligned}$$

2. Résolvons $f(x) = 0$.

$$f(x) = 0 \implies 5x^2 + 8x = 0 \implies x(5x + 8) = 0.$$

$$\text{Soit } x = 0 \text{ et } x = -\frac{8}{5}. \text{ Donc, } S_R = \left\{ 0; -\frac{8}{5} \right\}.$$

3. $g(x) = \frac{5x^2 + 8x}{x(2 - x)}$

a- Déterminons D_g .

$g(x)$ existe si et seulement si $x(2 - x) \neq 0$.

$$x(2 - x) \neq 0 \implies x \neq 0 \text{ et } 2 - x \neq 0 \implies x \neq 0 \text{ et } x \neq 2.$$

$$\text{Donc, } D_g = \mathbb{R} - \{0; 2\}.$$

b- Simplifions $g(x)$.

$$\text{Pour } x \neq 0 \text{ et } x \neq 2, g(x) = \frac{x(5x + 8)}{x(2 - x)}$$

$$\text{donc, } g(x) = \frac{5x + 8}{2 - x}.$$

c- Déterminons l'antécédent de 3 par g .

Penser à résoudre l'équation $g(x) = 3$.

$$g(x) = 3 \implies \frac{5x + 8}{2 - x} = 3 \implies 5x + 8 = 6 - 3x.$$

$$\text{soit } x = -\frac{1}{4} \text{ donc l'antécédent de 3 est } -\frac{1}{4}.$$

d- Résolvons $g(x) \geq 0$.

Déterminer le signe de $g(x)$. Pour cela, on prendra la forme simplifiée de $g(x)$.

Tableau de signe

$$5x + 8 = 0 \iff x = -\frac{8}{5} \text{ et } 2 - x = 0 \iff x = 2.$$

x	$-\infty$	$-\frac{8}{5}$	0	2	$+\infty$
$5x + 8$	-	0	+	+	+
$2 - x$	+	+	+	0	-
$\frac{5x + 8}{2 - x}$	-	0	+	+	-

D'après le tableau, $S =]-\frac{8}{5}; 0[\cup]0; 2[.$

PREMIÈRE PARTIE

Dans cette partie toutes les questions sont indépendantes.

- 1- Écrire l'expression $T = \sqrt{147} - 2\sqrt{27} + \sqrt{3 \times 36}$ sous la forme $a\sqrt{3}$ où a est un entier naturel.
- 2- Soit f l'application affine par intervalles définie de \mathbf{R} vers \mathbf{R} par :

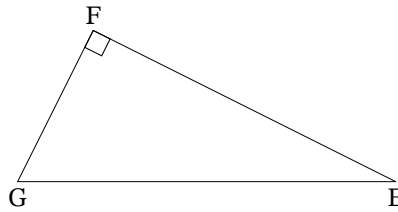
$$f(x) = \begin{cases} -2x - 5 & \text{si } x \in]-\infty ; -3] \\ 1 & \text{si } x \in [-3 ; 1] \\ 4x - 3 & \text{si } x \in [1 ; +\infty[\end{cases} .$$

Représenter graphiquement f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 3- Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Déterminer une équation de la droite (D) passant par le point $P(-2; 1)$ et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- 4- Utiliser l'identité remarquable qui convient pour factoriser $A(x) = 4 - 44x + 121x^2$.
- 5- Dans la figure ci-dessous, le triangle EFG est rectangle en F.



On donne $EF = 4,5\text{cm}$ et $\cos \hat{E} = 0,5$. Calculer la longueur du côté $[EG]$.

- 6- Résoudre dans \mathbf{R} l'équation $4(1 - x)^2 - (2x + 1)(-3 + 2x) = 0$.
- 7- Dans un repère orthonormé (O, I, J) , on donne les droites (D_1) d'équation $-3x + 2y + 2 = 0$ et (D_2) d'équation $y = \frac{3}{2}x + 3$. Montrer que (D_1) et (D_2) sont parallèles.

- 8- Résoudre graphiquement dans $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$, le système d'inéquations suivant : $\begin{cases} 2x + y - 1 < 0 \\ -3x + 2y + 1 > 0 \end{cases}$.

NB : On hachurera la partie non solution.

- 9- Soit la droite (Δ) passant par le point $K(1, 1)$ et de coefficient directeur -2 .
Construire (Δ) dans un repère orthonormé (O, I, J) .

DEUXIÈME PARTIE

Les questions I et II sont indépendantes.

- I- Une enquête menée par un comptable auprès des agents d'une entreprise sur le nombre d'heures supplémentaires qu'ils ont assurées au cours d'un trimestre a donné les résultats indiqués dans le tableau ci-dessous :

Nbre d'heures sup	$0 \leq t < 4$	$4 \leq t < 8$	$8 \leq t < 12$
Nbre d'agents	10	a	40

$12 \leq t < 16$	$16 \leq t < 20$	$20 \leq t < 24$	Total
13	b	10	100

NB :Nbre=nombre, Sup=supplémentaire

- 1- Déterminer les effectifs a et b sachant que $a = 2b$.
- 2- Calculer la fréquence correspondant à la classe dont l'effectif est le plus élevé.
On donnera la réponse sous forme de nombre décimal.
- 3- Dans la suite, on prendra $a = 18$ et $b = 9$.
 - a) Reproduire et compléter le tableau par les centres des classes.
 - b) En déduire le nombre moyen d'heures supplémentaires assurées par les agents de l'entreprise.

II- Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) , on donne : $P(-1; 1)$ et $\vec{IS} \left(\begin{matrix} 1 \\ 7 \end{matrix} \right)$.

- 1- Déterminer les coordonnées du point S.
- 2- Dans la suite, on prendra $S(2; 7)$.
 - a) Faire une figure, on construira le triangle PIS en prenant 1 cm comme unité graphique.
 - b) Montrer que les vecteurs \vec{PS} et \vec{PI} sont orthogonaux.
 - c) En déduire la nature du triangle PIS.
- 3- Calculer le sinus de l'angle \widehat{PIS} .
(On rendra entier le dénominateur du résultat en simplifiant le plus possible.)

Résolution BEPC 2015-2^e Tour

PREMIÈRE PARTIE

1. Écrivons T sous la forme $a\sqrt{3}$.

$$\begin{aligned}
 T &= \sqrt{147} - 2\sqrt{27} + \sqrt{3 \times 36} \\
 &= \sqrt{3 \times 7^2} - 2\sqrt{3 \times 3^2} + \sqrt{3 \times 6^2} \\
 &= 7\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 6\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$T = 7\sqrt{3}$$

2. Représentons graphiquement f .

Soit $(d_1) : y = -2x - 5$, $(d_2) : y = 1$ et $(d_3) : y = 4x - 3$.

Traçons les droites (d_1) , (d_2) et (d_3) .

$$(d_1) : y = -2x - 5 \quad \begin{array}{c|c|c} & x & y \\ \hline P_1 & -3 & 1 \\ \hline P'_1 & -2 & -1 \end{array}$$

La droite $(d_2) : y = 1$ est parallèle à l'axe des abscisses en 1.

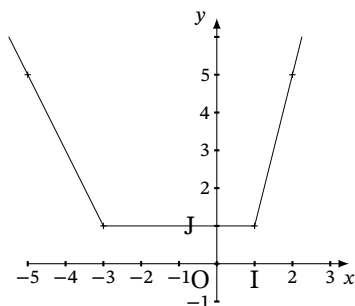
$$(d_3) : y = 4x - 3 \quad \begin{array}{c|c|c} & x & y \\ \hline P_2 & 1 & 1 \\ \hline P'_2 & 2 & 5 \end{array}$$

La fonction f correspond :

- sur $]-\infty ; -3]$, à la portion de la (D_1) d'origine le point d'abscisse -3 se trouvant dans la partie $(-\infty)$. C'est une demi-droite.
- sur $[-3 ; 1]$ à la portion de la droite de la droite (D_2) se trouvant entre les droites d'équations $x = -3$ et $x = 1$. C'est un segment.

- sur $[1; +\infty[$ à la portion de la droite (D_3) d'origine le point d'abscisse 1 se trouvant dans la partie « $+\infty$ ». C'est une demi-droite.

Représentation graphique



3. Une équation de la droite (D) .

Soit $M(x; y) \in (D)$.

$M \in (D)$ signifie que les vecteurs \overrightarrow{PM} et \vec{u} sont colinéaires.

Appliquons la condition de colinéarité.

Coordonnées des vecteurs.

$$\overrightarrow{PM} \begin{pmatrix} x_M - x_P \\ y_M - y_P \end{pmatrix} \quad \text{---} \quad \overrightarrow{PM} \begin{pmatrix} x + 2 \\ y - 1 \end{pmatrix}$$

$\overrightarrow{PM} \begin{pmatrix} x + 2 \\ y - 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$ sont colinéaires donc :

$$-(x + 2) - 5(y - 1) = 0 \quad \text{---} \quad -x - 5y + 3 = 0 \quad \text{---} \quad x + 5y - 3 = 0.$$

Donc, $(D) : x + 5y - 3 = 0$.

4. Factorisons $A(x)$.

$$A(x) = 4 - 44x + 121x^2 = 2^2 - 2 \times 2 \times 11x + (11x)^2$$

donc, $A(x) = (2 - 11x)^2$.

5. Calculons la longueur du côté $[EG]$.

Par définition, dans le triangle EFG rectangle en F ,

$$\text{on a : } \cos \hat{E} = \frac{EF}{EG} \quad \text{---} \quad 0,5 = \frac{4,5}{EG} \quad \text{---} \quad 0,5EG = 4,5$$

soit $EG = 9$.

6. Résolvons l'équation $4(1 - x)^2 - (2x + 1)(-3 + 2x) = 0$.

Il n'y a pas de facteur commun. Développer l'expression.

$$\begin{aligned} 4(1 - x)^2 - (2x + 1)(-3 + 2x) &= 0 \\ 4(1 - 2x + x^2) - (-6x + 4x^2 - 3 + 2x) &= 0 \\ 4 - 8x + 4x^2 + 4x - 4x^2 + 3 &= 0 \\ -4x + 7 &= 0 \\ x &= \frac{7}{4} \end{aligned}$$

Donc, $S_R = \left\{ \frac{7}{4} \right\}$.

7. Montrons que (D_1) et (D_2) sont parallèles.

$(D_1) : -3x + 2y + 2 = 0 \quad \text{---} \quad (D_1) : y = \frac{3}{2}x - 1$. Donc, un vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}$.

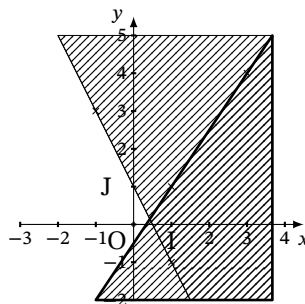
$(D_2) : \frac{3}{2}x + 3$ donc un vecteur directeur $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}$.

On a : $\vec{u} = \vec{v}$, les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires donc **les droites (D_1) et (D_2) sont parallèles.**

8. Résolvons le système d'inéquation.

Les systèmes d'inéquations se résolvent graphiquement.

On trace les droites d'équations $2x + y - 1 = 0$ et $-3x + 2y + 1 = 0$ et on détermine les régions du plan correspondant aux inéquations $2x + y - 1 < 0$ et $-3x + 2y + 1 > 0$. Ne pas oublier d'hachurer les parties non solution.

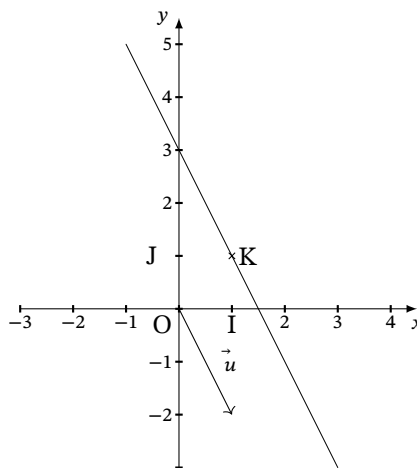


9. Construisons la droite (Δ) .

(Δ) a pour coefficient directeur -2 donc un vecteur directeur de (Δ) est $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

La droite (Δ) est parallèle au support du \vec{u} passant par le point K .

Figure



DEUXIÈME PARTIE

- I- 1. Déterminons les effectifs a et b .

L'effectif total est 100 donc,

$$10 + a + 40 + 13 + b + 10 = 100 \quad \text{---} \quad a + b + 73 = 100 \quad \text{or} \\ 2b + b = 27 \quad \text{---} \quad b = 9 \quad \text{et} \quad a = 18.$$

2. La classe d'effectif élevé est $[8 ; 12[$.

Son effectif est 40 donc $\text{Fréq} = \frac{40}{100}$ soit $\text{Fréq} = 0,4$.

3. a- Complétons le tableau :

Nbre d'heures sup	$0 \leq t < 4$	$4 \leq t < 8$	$8 \leq t < 12$
Centre de classe	2	6	10
Nbre d'agents	10	a	40

$12 \leq t < 16$	$16 \leq t < 20$	$20 \leq t < 24$	Total
13	14	18	22
13	b	10	100

b- Déterminons la moyenne par la méthode des centres de classe.

$$\text{Moy} = \frac{2 \times 10 + 6 \times 18 + 10 \times 40 + 14 \times 13 + 18 \times 9 + 22 \times 10}{100}$$

$$\text{Moy} = \frac{1092}{100}$$

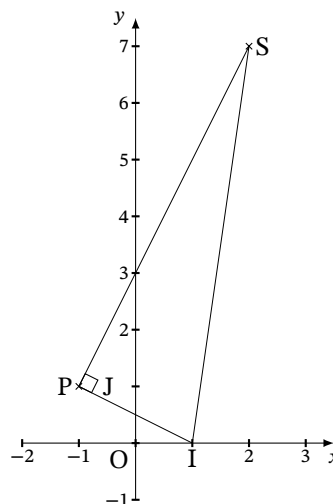
Le nombre moyen d'heures supplémentaires assurées est 10,92.

II- 1. Déterminons les coordonnées du point S.

Par définition : $\vec{IS} \begin{pmatrix} x_S - x_I \\ y_S - y_I \end{pmatrix} \text{---} \vec{IS} \begin{pmatrix} x_S - 1 \\ y_S \end{pmatrix}$ or $\vec{IS} \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}$ donc $\begin{cases} x_S - 1 = 1 \\ y_S = 7 \end{cases} \text{---} \begin{cases} x_S = 2 \\ y_S = 7 \end{cases}$.

D'où, $S(2;7)$.

2. a- Figure



b- Montrons que les vecteurs \vec{PS} et \vec{PI} sont orthogonaux.

Calcul des coordonnées de \vec{PS} et \vec{PI} .

$$\vec{PS} \begin{pmatrix} x_S - x_P \\ y_S - y_P \end{pmatrix} \text{---} \vec{PS} \begin{pmatrix} 2 + 1 \\ 7 - 1 \end{pmatrix} \text{---} \vec{PS} \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\vec{PI} \begin{pmatrix} x_I - x_P \\ y_I - y_P \end{pmatrix} \text{---} \vec{PI} \begin{pmatrix} 1 + 1 \\ 0 - 1 \end{pmatrix} \text{---} \vec{PI} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

On a : $3 \times 2 + 6 \times (-1) = 6 - 6 = 0$ donc les vecteurs \vec{PS} et \vec{PI} sont orthogonaux.

c- Donnons la nature du triangle PIS. Dans le triangle PIS, $(PS) \perp (PI)$ car \vec{PS} et \vec{PI} sont orthogonaux donc le triangle PIS est rectangle en P.

3. Calculons le sinus de l'angle \widehat{PSI} .

Dans le triangle PSI, $\sin \widehat{PSI} = \frac{PI}{IS}$.

Déterminons d'abord les longueurs PI et IS.

$$PI = \sqrt{(x_I - x_P)^2 + (y_I - y_P)^2}$$

$$PI = \sqrt{(1 - (-1))^2 + (0 - 1)^2} = \sqrt{5};$$

$$IS = \sqrt{(x_S - x_I)^2 + (y_S - y_I)^2}$$

$$IS = \sqrt{(2 - 1)^2 + (7 - 0)^2} = 5\sqrt{2}.$$

Donc, $\sin \widehat{PSI} = \frac{\sqrt{5}}{5\sqrt{2}}$ d'où $\sin \widehat{PSI} = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

PREMIÈRE PARTIE

- 1- Un champ rectangulaire a sa largeur ℓ comprise strictement entre 38 m et 39 m tandis que sa longueur L est strictement comprise entre 64 m et 65 m.

Déterminer un encadrement de sa surface $S = L \times \ell$.

- 2- Développer l'expression $f(x) = (x\sqrt{3} - 1)^2$ en utilisant une identité remarquable que l'on précisera.

- 3- Réduire autant que possible l'expression $p(x) = 1 + 5x^2 + 7x - 13x^2 + 2x - 49 + 8x^2 - 15x - 1$.

- 4- Résoudre par substitution, dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, le système (S) :
$$\begin{cases} -3x + y = 5 \\ 5x - 4y = 1 \end{cases}$$

- 5- On donne la fonction rationnelle q définie de \mathbb{R} vers \mathbb{R} par :

$$q(x) = \frac{(2x - 3)(2 - x)}{(x - 3)(2 - x) + (x - 3)(-3x + 1)}. \text{ L'ensemble de définition de } q \text{ est :}$$

a) $D_q = \mathbb{R} - \left\{2; 3; \frac{1}{3}\right\}$ b) $D_q = \mathbb{R} - \{2; 3\}$ c) $D_q = \mathbb{R} - \left\{\frac{3}{4}; 3\right\}$

d) $D_q = \left\{2; 3; \frac{1}{3}\right\}$ e) $D_q = \left\{\frac{1}{3}; 2\right\}$ f) $D_q = \left\{\frac{3}{4}; 3\right\}$

Il y a une seule bonne solution. Écrire la lettre correspondante à cette bonne réponse.

- 6- Dans un repère cartésien $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on donne le point $A(3; -4)$. Déterminer une équation de la droite (D) passant par A et parallèle à l'axe des abscisses. (La figure n'est pas demandée.)

- 7- Les pointures de 200 chaussures contenues dans une caisse sont réparties selon le tableau suivant :

Pointures	35	36	37	38	39	40
Effectifs	25	30	15	40	35	55

Reproduire le tableau en le complétant par les effectifs cumulés croissants.

- 8- Dans un repère cartésien, on donne le vecteur $\vec{v} \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$ et le point $M(-1; 3)$.

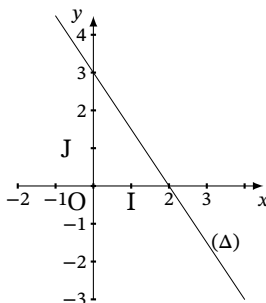
Calculer les coordonnées de l'image M' de M par la translation de vecteur \vec{v} .

- 9- Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, soit (Δ_1) la droite de coefficient directeur $m_1 = \frac{3}{\sqrt{3}}$ et soit (Δ_2)

la droite de coefficient directeur $m_2 = \sqrt{3}$.

Montrer que (Δ_1) et (Δ_2) sont parallèles.

- 10- Dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, (Δ) représente graphiquement une application affine g .



D'après la représentation graphique, l'équation $g(x) = 0$ a pour ensemble solution :

- a) $S = \{3\}$ b) $S = \{2\}$ c) $S = \{0\}$ d) $S = \{2; 3\}$.

Il y a une seule bonne réponse. Écrire la lettre qui lui correspond.

DEUXIÈME PARTIE

Exercice 1

Soit f la fonction définie de \mathbb{R} vers \mathbb{R} par $f(x) = 3x - \left|1 - \frac{1}{2}x\right|$.

1- Montrer que f est l'application affine par intervalles définie par : $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x - 1 & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{5}{2}x + 1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$.

2- Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = -1$.

Exercice 2

Un maraîcher utilise une motopompe pour déverser de l'eau dans un bassin afin d'arroser ses légumes. La motopompe déverse 16,5 litres d'eau toutes les 11 secondes dans un bassin. Soit V le volume d'eau déversée en x secondes dans le bassin.

1- Montrer que l'expression de V en fonction de x est $V(x) = 1,5x$.

2- Utiliser $V(x)$ pour déterminer :

- a) le temps mis (en secondes) pour déverser 315 litres d'eau dans le bassin.
b) le volume d'eau qui est déversée en 360 secondes (c'est-à-dire en 6 min).

Exercice 3

ETA est un triangle tel que $ET = 9$; $AT = 15$; $EA = 12$.

1- Montrer que ETA est un triangle rectangle. On précisera le sommet de l'angle droit.

2- Calculer la tangente de l'angle \widehat{ETA} .

(La figure n'est pas demandée sur la copie.)

PREMIÈRE PARTIE

1. Déterminons un encadrement de sa surface S.

Un encadrement de ℓ : $38 < \ell < 39$.

Un encadrement de L : $64 < L < 65$.

On a : $S = L \times \ell$ donc $38 \times 64 < \ell \times L < 39 \times 65$.

Par conséquent, $2432 < S < 2535$.

2. Développons $f(x)$.

Utilisons l'identité : $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

$$f(x) = (x\sqrt{3} - 1)^2 = (x\sqrt{3})^2 - 2 \times x\sqrt{3} + 1^2.$$

Donc, $f(x) = 3x^2 - 2x\sqrt{3} + 1$.

3. Réduisons $p(x)$.

$$p(x) = -13x^2 + 8x^2 + 5x^2 + 7x + 2x + 1 - 49 - 1$$

$p(x) = 9x - 49$.

4. Résolvons le système par substitution.

Exprimons y en fonction de x dans l'équation (1).

$$-3x + y = 5 \iff y = 3x + 5.$$

Remplaçons y par son expression $3x + 5$ dans l'équation (2).

$$5x - 4(3x + 5) = 1 \iff 5x - 12x - 20 = 1 \iff -7x = 21 \iff x = -3 \text{ et } y = 3 \times (-3) + 5 = -4.$$

Donc, $S = \{(-3; -4)\}$.

5. Ensemble de définition de $q(x)$.

$q(x)$ existe si et seulement si $(x-3)(2-x) + (x-3)(-3x+1) \neq 0$

La réponse est 5.c.

6. Déterminons une équation de la droite (D).

(D) étant parallèle à l'axe des abscisses, (D) : $y = b$.

Donc, (D) : $y = -4$.

7. Complétons le tableau par les effectifs cumulés croissantes.

Pointures	35	36	37	38	39	40
Effectifs	25	30	15	40	35	55
Eff c.c	25	55	70	110	145	200

Eff c.c : Effectif cumulé croissante.

8. Calculons les coordonnées du point M' .

$$M' = T_{\vec{v}}(M) \iff \vec{v} = \overrightarrow{MM'}$$

Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{MM'}$.

$$\overrightarrow{MM'} \begin{pmatrix} x_{M'} - x_M \\ y_{M'} - y_M \end{pmatrix} \iff \overrightarrow{MM'} \begin{pmatrix} x_{M'} + 1 \\ y_{M'} - 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} = \overrightarrow{MM'} \iff \begin{cases} x_{M'} + 1 = -2 \\ y_{M'} - 3 = -2 \end{cases} \iff \begin{cases} x_{M'} = -3 \\ y_{M'} = 1 \end{cases}$$

donc $M'(-3; 1)$.

9. Montrons que (Δ_1) et (Δ_2) sont parallèles.

Nous vérifierons l'égalité des coefficients directeurs.

$$m_1 = \frac{3}{\sqrt{3}} \iff m_1 = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \iff m_1 = \sqrt{3}$$

donc $m_1 = m_2$ d'où les (Δ_1) et (Δ_2) sont parallèles.

10. La solution est l'abscisse du point d'intersection de la droite (Δ) avec l'axe des abscisses.

La réponse est 10.b.

DEUXIÈME PARTIE

Exercice 1

1. Exprimons $f(x)$ sans le symbole de la valeur absolue.

Utilisons un tableau : $|1 - \frac{1}{2}x| = 0 \iff x = 2$.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$ 1 - \frac{1}{2}x $	$1 - \frac{1}{2}x$	0	$-1 + \frac{1}{2}x$

Pour $x \in [-\infty; 2[$:

On a : $f(x) = 3x - (1 - \frac{1}{2}x) = 3x - 1 + \frac{1}{2}x = -1 + \frac{7}{2}x$.

Pour $x \in]2; +\infty]$:

On a : $f(x) = 3x - (-1 + \frac{1}{2}x) = 3x + 1 - \frac{1}{2}x = 1 + \frac{5}{2}x$.

Donc, $f(x) = \begin{cases} \frac{7}{2}x - 1 & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{5}{2}x + 1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$.

2. Résolvons $f(x) = -1$.

On résous l'équation sur chacun des intervalles, puis on retient le réel trouvé s'il appartient à l'intervalle en question.

Pour $x \in [-\infty; 2[$:

$$f(x) = -1 \iff \frac{7}{2}x - 1 = -1 \iff x = 0$$

or $0 \in [-\infty; 2[$ donc, 0 est une solution.

Pour $x \in]2; +\infty]$:

$$f(x) = -1 \iff \frac{5}{2}x + 1 = -1 \iff x = -\frac{4}{5}$$

or $-\frac{4}{5} \notin]2; +\infty]$ donc, $-\frac{4}{5}$ n'est pas solution.

D'où, $S = \{0\}$.

Exercice 2

Déterminons la quantité d'eau d versée en une seconde : $d = \frac{16,5}{11} = 1,5\ell$.

La motopompe déverse $1,5\ell$ d'eau par seconde.

1. Exprimons V en fonction de x .

En une seconde, nous avons $1,5\ell$ donc $V(x) = 1,5x$.

2. Déterminons :

- a. le temps t mis.

On a : $V(x) = 315 \iff 1,5x = 315 \iff x = 210$.

Il faut 210 secondes pour déverser 315ℓ .

- b. le volume d'eau déversé en 360 secondes.

$V(360) = 1,5 \times 360 = 540$.

Il se déverse 540ℓ d'eau en 360 secondes.

Exercice 3

1. Montrons que le triangle ETA est rectangle.

Avec les longueurs données, il faut songer à appliquer la réciproque du théorème de Pythagore.

$$ET^2 = 9^2 = 81 \quad AT^2 = 15^2 = 225 \quad \text{et} \quad EA^2 = 12^2 = 144.$$

Comme $144 + 81 = 225$, nous pouvons écrire $EA^2 + ET^2 = AT^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ETA est rectangle en E.

2. Calculons la tangente de l'angle \widehat{ETA} .

Faire une figure au brouillon pour éviter les erreurs.

$$\tan \widehat{ETA} = \frac{EA}{ET} \iff \tan \widehat{ETA} = \frac{12}{9}.$$

$$\text{Donc, } \tan \widehat{ETA} = \frac{4}{3}.$$

PREMIÈRE PARTIE

Dans cette partie toutes les questions sont indépendantes.

- 1- Simplifier l'écriture du nombre réel
- 2- Factoriser en utilisant l'identité remarquable qui convient, $P(x) = 3x^2 - 4x\sqrt{3} + 4$.
- 3- Résoudre dans \mathbf{R} , $5(x - 2) - x(x - 2) = 0$.
- 4- Soit la fonction rationnelle q définie sur $\mathbf{R} - \left\{\frac{1}{3}\right\}$ par $q(x) = \frac{1 - 2x}{3x + 1}$.
Calculer l'image de $-\frac{3}{2}$ par q .
- 5- f étant une application affine croissante, comparer $f(-\pi)$ et $f(-3)$.
- 6- ABC est un triangle rectangle en B, O est un point du plan et A'B'C' est l'image de ABC par la symétrie de centre O. Justifier que les droites (A'B') et (B'C') sont perpendiculaires.
(La figure n'est pas demandée.)
- 7- IJK est un triangle rectangle en I. Sans construire la figure, calculer la longueur de [IJ] sachant que $IK = 3 \text{ cm}$; $\widehat{IKJ} = 60^\circ$.
On donne $\sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 60 = \frac{1}{2}$, $\tan 60 = \sqrt{3}$.
- 8- Dans le plan muni d'un repère cartésien (O, I, J), on donne le vecteur $\overrightarrow{AB} \left(\begin{matrix} -3 \\ \frac{1}{2} \end{matrix} \right)$ et le point B(5; -4).
Calculer les coordonnées du point A.
- 9- Le plan est muni d'un repère (O, I, J).
Sans construire le repère, déterminer une équation de la droite (Δ) passant par A(-3; 2) et de vecteur directeur $\vec{u} \left(\begin{matrix} -5 \\ 3 \end{matrix} \right)$.
- 10- Soit (D₁) et (D₂) les droites d'équations respectives $-3x + 2y - 5 = 0$ et $3x - 2y - 4 = 0$. Sans construire ces droites, montrer qu'elles sont parallèles.

DEUXIÈME PARTIE

Exercice 1

Une entreprise de la place a dix employés répartis en deux catégories : une catégorie A et une catégorie B. Les employés de la catégorie A travaillent chacun à 7000 F par jour et ceux de la catégorie B à 3000 F par jour. L'entreprise paye au total 58 000 F à l'ensemble des employés à la fin de la journée.

- 1- En désignant par x le nombre d'employés de la catégorie A et par y celui des employés de la catégorie B, traduire l'énoncé sous la forme d'un système d'équations.
- 2- Déterminer le nombre d'employés de chaque catégorie.

Exercice 2

Les notes obtenus par des candidats à l'issue d'un test de recrutement pour complément d'effectif dans un lycée ont été réparties selon le tableau ci-dessous :

Notes	$[0 ; 5[$	$[5 ; 10[$	$[10 ; 15[$	$[15 ; 20[$
Effectifs	10	20	8	2

- 1- Calculer la moyenne des notes de cette série statistique.
- 2- Construire l'histogramme des effectifs de cette série statistique.

Échelle : axe des abscisses : 1 cm pour 5 points ; axe des ordonnées : 1 cm pour 4 élèves.

Exercice 3

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, unité graphique 1 cm, on donne A(1; 1), B(3; 0), C(7; -2) et D(2; 3).

- 1- Placer les points A, B, C et D.
- 2- Montrer que les points A, B et C sont alignés.
- 3- On donne $AB = \sqrt{5}$, $AC = 3\sqrt{5}$, $AD = \sqrt{5}$ et $BD = \sqrt{10}$.
Montrer que le triangle isocèle ABD est aussi un triangle rectangle.
- 4- Soit (Δ) la droite parallèle à (BD) et passant par C.
 - a) Construire (Δ) .
 - b) En utilisant le théorème de Thalès, calculer la distance CE où E est le point d'intersection des droites (Δ) et (AD).

Résolution BEPC 2016-2^e Tour

PREMIÈRE PARTIE

1. Simplifions A.

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{\sqrt{7}-2}{\sqrt{3}} \right) \left(\frac{\sqrt{7}+2}{\sqrt{3}} \right) \\ &= \frac{(\sqrt{7}-2)(\sqrt{7}+2)}{\sqrt{3}\sqrt{3}} \\ &= \frac{7-4}{3} \\ \mathbf{A} &= \mathbf{1} \end{aligned}$$

2. Factorisons P(x).

Utilisons l'identité remarquable $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$.

$$P(x) = (x\sqrt{3})^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{3} + 2^2$$

$$P(x) = (x\sqrt{3} - 2)^2$$

3. Résolvons dans \mathbf{R} .

Factorisons l'expression et appliquons la méthode de résolution des équations produits

$$\begin{aligned} 5(x-2) - x(x-2) = 0 &\iff (x-2)(5-x) = 0 \\ &\iff x-2 = 0 \text{ ou } 5-x = 0 \\ &\iff x = 2 \text{ ou } x = 5 \end{aligned}$$

Donc, $\mathbf{S} = \{2; 5\}$.

4. Calculons l'image de $-\frac{3}{2}$ par q.

$$-\frac{3}{2} \in \mathbf{R} - \left(\frac{1}{3}\right) \text{ donc } q\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{1 - 2 \times \left(-\frac{3}{2}\right)}{3 \times \left(-\frac{3}{2}\right) + 1}$$

$$\text{donc, } q\left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{8}{7}.$$

5. Comparons $f(-\pi)$ et $f(-3)$.

$-\pi < -3$, f étant croissante, l'ordre est conservé donc $f(-\pi) < f(-3)$.

6. La symétrie centrale est une isométrie donc elle conserve les angles.

Dans le triangle rectangle ABC, on a : $(AB) \perp (BC)$. donc, $(A'B') \perp (B'C')$.

7. Calculons la longueur de [IJ]. *Nous ne connaissons pas l'hypoténuse directement, nous allons utiliser la tangente.*

Dans le triangle IJK rectangle en I, on a : $\tan \widehat{IKJ} = \frac{IJ}{IK}$.

$$\tan \widehat{IKJ} = \frac{IJ}{IK} \iff \tan 60^\circ = \frac{IJ}{3} \iff IJ = 3 \tan 60$$

donc, $\mathbf{IJ} = 3\sqrt{3}$.

8. Calculons les coordonnées du point A.

Par définition, $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.

On a : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5 - x_A \\ -4 - y_A \end{pmatrix}$. Or $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

$$\text{donc } \begin{cases} 5 - x_A = -3 \\ -4 - y_A = \frac{1}{2} \end{cases} \iff \begin{cases} x_A = 8 \\ y_A = -\frac{9}{2} \end{cases}$$

d'où $\mathbf{A} \left(8; -\frac{9}{2} \right)$

9. Déterminons une équation de la droite (Δ).

Posons (Δ) : $ax + by + c = 0$.

Le vecteur \vec{u} étant un vecteur directeur de (Δ) donc,

$$-b = -5 \iff b = 5 \text{ et } a = 3.$$

Une équation partielle de (Δ) est : $3x + 5y + c = 0$.

$A \in (\Delta)$ donc $3x_A + 5y_A + c = 0 \iff -9 + 10 + c = 0$

soit $c = -1$ d'où (Δ) : $\mathbf{3x + 5y - 1 = 0}$.

10. Montrons que (D_1) et (D_2) sont parallèles. *Nous pouvons montrer que leurs vecteurs directeurs sont colinéaires ou montrer que leurs coefficients directeurs sont égaux.*

Déterminons leurs coefficients directeurs.

Étant donné une droite d'équation $ax + by + c = 0$, un vecteur directeur a pour coordonnées $\vec{u} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$.

(D_1) : $-3x + 2y - 5 = 0$: un vecteur directeur est $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$.

(D_2) : $3x - 2y - 4 = 0$: un vecteur directeur est $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

On note que : $\vec{u} = -\vec{v}$ donc \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.

On en déduit que les droites (D_1) et (D_2) sont parallèles.

DEUXIÈME PARTIE

Exercice 1

1. Traduisons l'énoncé.

L'entreprise compte 10 employés soit $x + y = 10$.

Équation 1

L'ensemble des x employés de catégorie A coûte $7000x$ dans la journée.

L'ensemble des y employés de catégorie B coûte $3000y$ dans la journée.

Soit un total de $7000x + 3000y = 58000$

$$\rightarrow 7x + 3y = 58. \text{ Équation 2}$$

Nous obtenons le système suivant :
$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 7x + 3y = 58 \end{cases}$$

2. Déterminons le nombre d'employés de chaque catégorie.

Réolvons le système.

$x + y = 10 \rightarrow y = 10 - x$ dans l'équation 2, on obtient :

$$7x + 3(10 - x) = 58 \rightarrow 7x + 30 - 3x = 58 \rightarrow 4x = 28 \text{ soit } x = 7 \text{ et } y = 10 - 7 = 3.$$

La catégorie A compte 7 employés et la B compte 3.

Exercice 2

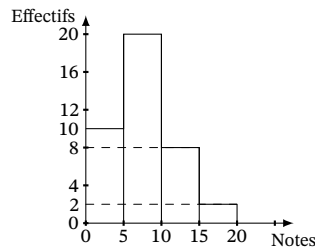
1. Calculons la moyenne N des notes par la méthode des centres de classe.

Notes	[0 ; 5[[5 ; 10[[10 ; 15[[15 ; 20[
Effectifs	10	20	8	2
Centre de classe	2,5	7,5	12,5	17,5

$$N = \frac{10 \times 2,5 + 20 \times 7,5 + 8 \times 12,5 + 2 \times 17,5}{10 + 20 + 8 + 2}$$

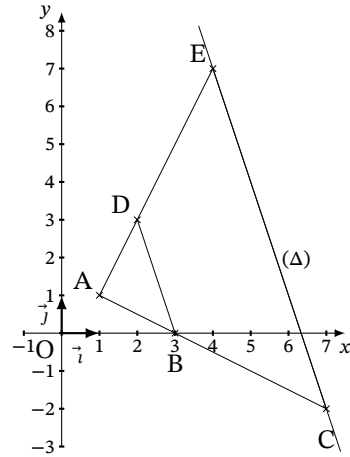
$$N = \frac{310}{40} \text{ donc } N = 7,75.$$

2. Histogramme des effectifs.



Exercice 3

1. Figure



2. Montrons que les points A, B et C sont alignés.

Pour montrer que des points sont alignés, il suffit de montrer que des vecteurs qu'ils forment sont colinéaires.

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \rightarrow \vec{AB} \begin{pmatrix} 3 - 1 \\ 0 - 1 \end{pmatrix} \rightarrow \vec{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} \rightarrow \vec{AC} \begin{pmatrix} 7 - 1 \\ -2 - 1 \end{pmatrix} \rightarrow \vec{AC} \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}$$

3. Montrons que le triangle ABD est rectangle.

$$AB^2 = 5, AD^2 = 5 \text{ et } BD^2 = 10.$$

$5 + 5 = 10 \rightarrow AB^2 + AD^2 = BD^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABD est rectangle en A.

4. a. Voir figure précédente

b. Calculons la distance CE.

$(CE) \parallel (BD)$, les triangles ABD et ACE forment une configuration de Thalès.

$$\text{D'après le théorème de Thalès, on a : } \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE} = \frac{BD}{CE}.$$

$$\text{Soit } \frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{AE} = \frac{\sqrt{10}}{CE}.$$

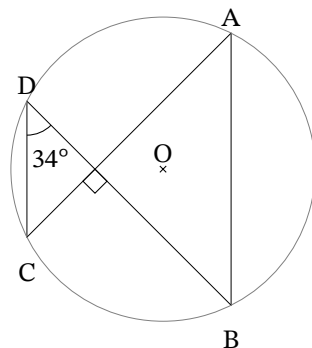
$$\text{Prenons : } \frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{CE} \rightarrow CE = \frac{3\sqrt{5} \times \sqrt{10}}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{donc, } CE = 3\sqrt{10}.$$

PREMIÈRE PARTIE

Dans cette partie, toutes les questions sont indépendantes.

- 1- Ordonner le polynôme $f(x) = 4x^3 + 5x^4 + 3 - 2x$ suivant les puissances décroissantes de x .
- 2- Écrire sans le symbole de la valeur absolue $g(x) = |-3x + 6|$.
- 3- Les points A, B, C et D sont sur le cercle (C) de centre O.



Que vaut la mesure de l'angle \widehat{BAC} ? Justifier la réponse.

- 4- EGF est un triangle rectangle en F tel que $EG = 2$ et $\sin \widehat{FEG} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Calculer la distance FG.

- 5- Soit h une application affine définie par : $h(x) = ax + b$ où a et b sont des réels.
Déterminer les valeurs de a et b sachant que $h(0) = 1$ et $h(2) = -2$.
- 6- UPC est un triangle rectangle en U de hauteur [UH] tel que $UP = 6$, $UC = 8$ et $PC = 10$. En utilisant la relation métrique qui convient, calculer UH.
- 7- On a relevé dans un CSPPS, par âge, sur une période donnée, le nombre de personnes reçues en consultation pour des cas de paludisme, selon le tableau suivant :

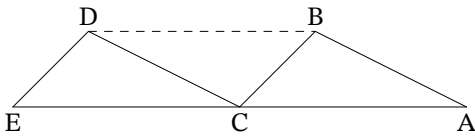
Age(en année)	Effectif	fréquence(%)
[0 ; 10[80	
[10 ; 20[40	
[20 ; 30[10	
[30 ; 40[30	
[40 ; 60[15	
[60 ; 80[25	

Reproduire le tableau et compléter la ligne des fréquences en pourcentage.

- 8- Soit q la fonction rationnelle définie sur $\mathbb{R} - \left\{-3; \frac{5}{2}\right\}$ par $q(x) = \frac{4x^2 - 25}{(2x - 5)(x + 3)}$.

Simplifier $q(x)$.

9- Soit la figure ci-dessous :



ABC est un triangle rectangle en B. Par la translation de vecteur \overrightarrow{AC} , les points A, B et C ont pour images respectives les points C, D et E dans la figure ci-dessus.

Justifier que l'angle \widehat{CDE} a pour mesure 90° .

DEUXIÈME PARTIE

Exercice 1

Un club de Judo propose deux formules de prix à ses clients.

La formule A : La séance coûte 600 F sans carte d'affiliation.

La formule B : La séance coûte 350 F pour un client possédant la carte d'affiliation qui vaut 3500 F.

1- Reproduire et compléter le tableau ci-dessous :

Nombre de séances	5	10	20	30
Coût formule A				
Coût formule B				

2- Exprimer $A(x)$ et $B(x)$, les coûts de x séances respectivement par les formules A et B.

3- Représenter graphiquement dans un repère orthogonal les applications $A(x)$ et $B(x)$ définies par : $A(x) = 600x$ et $B(x) = 350x + 3500$.

(On prendra 1 cm pour une séance en abscisses et 1 cm pour 1000 francs en ordonnées.)

4- Calculer le nombre de séances pour lequel les coûts des deux formules sont les mêmes.

Exercice 2

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, I, J) (unité : 1cm).

1- Placer les points $E(-2; -2)$, $F(-3; 2)$ et $G(6; 0)$.

2- Démontrer que les droites (EF) et (EG) sont perpendiculaires.

3- Montrer que le point $M\left(\frac{3}{2}; 1\right)$ est le milieu du segment $[FG]$.

4- On désigne par (C) le cercle circonscrit au triangle EFG rectangle en E.

a) Justifier que le point M est le centre du cercle (C) .

b) Déterminer la valeur exacte de son rayon.

5-a) Déterminer une équation de la droite (D) passant par F et perpendiculaire à la droite (FG) .

b) Que représente la droite (D) pour le cercle (C) ? Justifier la réponse.

Résolution BEPC 2017-1^{er} Tour

PREMIÈRE PARTIE

- Ordonnons le polynôme $f(x)$. $f(x) = 5x^4 + 4x^3 - 2x + 3$.
- Écrivons $g(x)$ sans le symbole de la valeur absolue.

$$-3x + 6 = 0 \quad | \quad -1x = 2$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$ -3x + 6 $	$-3x + 6$	0	$3x - 6$

En conclusion :

Pour $x \in]-\infty ; 2]$, $f(x) = -3x + 6$

Pour $x \in [2 ; +\infty[$, $f(x) = 3x - 6$

- L'angle \widehat{BAC} est un angle inscrit qui intercepte le même arc \widehat{CB} que l'angle \widehat{CDB} . Donc, $\widehat{BAC} = \widehat{CDB}$ soit $\widehat{BAC} = 34^\circ$.

- Calculons la distance FG.

Faire une figure à main levée au brouillon.

Par définition, dans le triangle rectangle EGF,

$$\sin \widehat{FEG} = \frac{FG}{EG} \quad | \quad FG = EG \times \sin \widehat{FEG}$$

donc, $FG = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ soit $FG = \sqrt{3}$.

- Déterminons les valeurs de a et b .

On a : $h(x) = ax + b$.

$h(0) = 1 \quad | \quad a \times 0 + b = 1 \quad | \quad b = 1$ donc $h(x) = ax + 1$.

Aussi, $h(2) = -2 \quad | \quad a \times 2 + 1 = -2 \quad | \quad 2a = -3 \quad | \quad a = -\frac{3}{2}$.

D'où, $a = -\frac{3}{2}$ et $b = 1$.

- Calculons la longueur UH.

Un dessin vaut mieux que mille mots. Deux relations métriques font intervenir la hauteur. Celle qui convient est celle dont la seule valeur inconnue est la hauteur.

On a : $UH \times PC = PU \times UC \quad | \quad UH \times 10 = 6 \times 8$

donc, $UH = \frac{6 \times 8}{10}$ soit $UH = 2,8$.

- Complétons le tableau.

Les effectifs sont proportionnelles à 10. Lorsqu'on calcule la fréquence de 10, il suffit de multiplier par 8 ; 4 ; 3, etc pour obtenir les autres fréquences.

Age(en année)	Effectif	fréquence(%)
[0 ; 10[80	40
[10 ; 20[40	20
[20 ; 30[10	5
[30 ; 40[30	15
[40 ; 60[15	7,5
[60 ; 80[25	12,5

- Simplifions la fonction rationnelle q .

Pour simplifier une fonction rationnelle, il faut :

- donner ses valeurs interdites;
- factoriser le numérateur et le dénominateur si possible;
- écrire pour les valeurs interdites, l'expression de la fonction sans le(s) facteur(s) communs au numérateur et au dénominateur.

Factorisons le numérateur.

$$N = 4x^2 - 25 = (2x)^2 - 5^2 = (2x - 5)(2x + 5).$$

Pour $x \neq \frac{5}{2}$ et $x \neq -3$, $q(x) = \frac{(2x - 5)(2x + 5)}{(2x - 5)(x + 3)}$

qui se simplifie en $q(x) = \frac{2x + 5}{x + 3}$.

- La translation est une isométrie, par conséquent, elle conserve les angles donc $\widehat{CDE} = 90^\circ$.

DEUXIÈME PARTIE

Exercice 1

- Complétons le tableau.

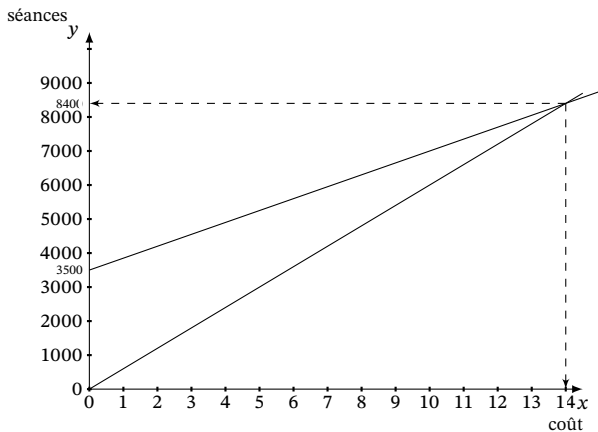
Nombre de séances	5	10	20	30
Coût formule A	3000	6000	12000	18000
Coût formule B	5250	7000	10500	14000

- Exprimons $A(x)$ et $B(x)$ en fonction de x .

Dans la formule A, chaque séance coûte 600 F : $A(x) = 600x$.

Dans la formule B, la carte fait 3500 F et chaque séance coûte 350 F : $B(x) = 3500 + 350x$.

3. graphique



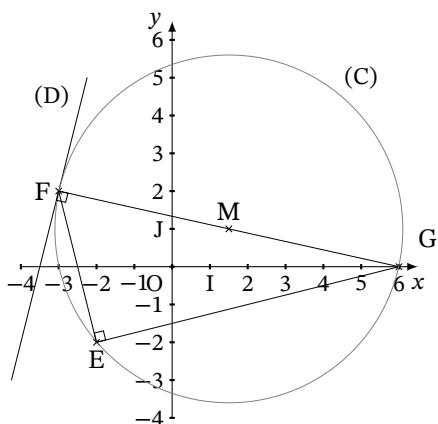
4. Les deux formules sont les mêmes pour les valeurs de x telles que $A(x) = B(x)$.

$$A(x) = B(x) \iff 600x = 3500 + 350x \iff x = 14.$$

Les deux formules sont identiques pour 14 séances.

Exercice 2

1. Figure



2. Démontrons que les droites (EF) et (EG) sont perpendiculaires.

Avec les coordonnées des points, il est plus simple de passer par les vecteurs directeurs orthogonaux.

Les droites (EF) et (EG) ont pour vecteurs directeurs respectifs \vec{EF} et \vec{EG} .

On a :

$$\vec{EF} \begin{pmatrix} x_F - x_E \\ y_F - y_E \end{pmatrix} \iff \vec{AB} \begin{pmatrix} -3 - (-2) \\ 2 - (-2) \end{pmatrix} \iff \vec{EF} \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{EG} \begin{pmatrix} x_G - x_E \\ y_G - y_E \end{pmatrix} \iff \vec{EG} \begin{pmatrix} 6 - (-2) \\ 0 - (-2) \end{pmatrix} \iff \vec{EG} \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Appliquons la condition d'orthogonalité aux deux vecteurs. On a : $-1 \times 8 + 4 \times 2 = -8 + 4 = 0$ donc les vecteurs \vec{EF} et \vec{EG} sont orthogonaux. Ainsi, on peut conclure que les droites (EF) et (EG) sont perpendiculaires.

3. Montrons que le point M est milieu de [FG]. Utilisons une fois de plus les vecteurs.

$$\vec{FM} \begin{pmatrix} x_M - x_F \\ y_M - y_F \end{pmatrix} \iff \vec{FM} \begin{pmatrix} \frac{3}{2} + 3 \\ 1 - 2 \end{pmatrix} \iff \vec{FM} \begin{pmatrix} \frac{9}{2} \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{MG} \begin{pmatrix} x_M - x_G \\ y_M - y_G \end{pmatrix} \iff \vec{MG} \begin{pmatrix} 6 - \frac{3}{2} \\ 0 - 1 \end{pmatrix} \iff \vec{MG} \begin{pmatrix} \frac{9}{2} \\ -1 \end{pmatrix}$$

On a : $\vec{FM} = \vec{MG}$ donc, le point M est le milieu du segment [FG].

4. a. Justifions que M est le centre du cercle (C).

(EF) \perp (EG), le triangle EFG est rectangle en E. Donc, le cercle circonscrit au triangle a pour diamètre son hypoténuse [FG]. Or, M est le milieu de [FG] d'où, le point M est son centre.

b. Déterminons le rayon R du cercle (C).

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{2}FG \iff R = \frac{1}{2}\sqrt{(x_G - x_F)^2 + (y_G - y_F)^2} \\ &\iff R = \frac{1}{2}\sqrt{(6 + 3)^2 + (0 - 2)^2} \\ &\iff R = \frac{\sqrt{85}}{2} \end{aligned}$$

$$\text{Donc, } R = \frac{1}{2}\sqrt{85}$$

5. a. Déterminons une équation de la droite (D).

L'idée de perpendiculaire doit évoquer en vous la condition d'orthogonalité. Attention à ne plus utiliser le point M.

Soit $P(x; y) \in (D)$.

$M \in (D) \iff$ les vecteurs \vec{FP} et \vec{FG} sont orthogonaux.

Calculons les coordonnées de \vec{FP} et \vec{FG} .

$$\vec{FP} \begin{pmatrix} x_M - x_P \\ y_P - y_F \end{pmatrix} \iff \vec{FP} \begin{pmatrix} x + 3 \\ y - 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{FG} \begin{pmatrix} x_F - x_G \\ y_F - y_G \end{pmatrix} \iff \vec{FG} \begin{pmatrix} 6 + 3 \\ 0 - 2 \end{pmatrix} \iff \vec{FG} \begin{pmatrix} 9 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Appliquons la condition d'orthogonalité.

$$\text{On a : } 9(x + 3) + (y - 2)(-2) = 0 \iff 9x + 3y + 31 = 0.$$

La droite (D) : $9x + 3y + 31 = 0$.

b. La droite (D) coupe le cercle en un unique point M et est perpendiculaire au rayon [FM] donc, la droite (D) est une tangente au cercle (C).

PREMIÈRE PARTIE

Dans cette partie toutes les questions sont indépendantes.

1- Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité 1 cm. Construire la droite passant par A (-1 ; 2) et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$.

2- On considère les polynômes Q et P tels que :

$$Q(x) = (2x + 1)(x + 3) - 4x^2 - 2x \text{ et } P(x) = 4x^2 + 12x + 9.$$

Écrire P(x) et Q(x) sous la forme de produits de facteurs du premier degré.

3- Dans le plan muni du repère (O, I, J), on donne A (-5 ; -2) et $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Déterminer les coordonnées du point B.

4- Écrire sous forme d'intervalles les ensembles suivants :

- a) l'ensemble des réels x tels que $x < 2$,
- b) l'ensemble des réels x tels que $-2 \leq x < 0$,
- c) l'ensemble des réels tels que $-3 \leq x \leq 4$.

5- Dans le plan muni d'un repère cartésien, on donne $\vec{v} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 9 \end{pmatrix}$.

Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{u} = \frac{3}{2}\vec{v}$.

6- Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, le système suivant :

$$(S) : \begin{cases} 2x + y = -3 \\ x + 2y = 0 \end{cases} \text{ (On se placera dans un repère orthonormé (O, I, J) d'unité 1 cm.)}$$

7- Soit f l'application linéaire telle que $f(2) = -6$. Déterminer f(x) pour tout réel x.

8- Parmi les couples de réels ci-dessous, un seul est solution de l'inéquation $x + 2y - 1 < 2$ dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$:

- a) (1 ; 4)
- b) $\left(-1 ; \frac{7}{2}\right)$
- c) (1 ; -2)
- d) (3 ; 0).

Recopier seulement la lettre qui correspond à la bonne réponse.

9- Dans le plan muni d'un repère cartésien (O; I; J), on donne la droite (T) d'équation $y = -2x + 1$ et la droite (Δ) d'équation $4x + 2y - 5 = 0$. Démontrer que (T) et (Δ) sont parallèles.

DEUXIÈME PARTIE

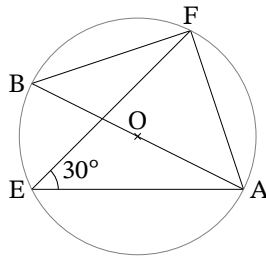
Exercice 1

Soit f l'application affine par intervalles définie par : $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x \in]-\infty ; 1] \\ -x + 4 & \text{si } x \in [1 ; 3] \\ x - 2 & \text{si } x \in [3 ; +\infty[\end{cases}$.

- 1- Calculer $f(0)$ et $f(5)$.
- 2- Représenter graphiquement f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$. (unité graphique : 1 cm).
- 3- Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 2$.

Exercice 2

Dans la figure ci-dessous, (C) est un cercle de centre O et de diamètre $[AB]$. E et F sont deux points du cercle.



On donne : $\widehat{AEF} = 30^\circ$; $FB = 2\sqrt{3}$; $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

- 1- Déterminer la mesure de l'angle \widehat{ABF} .
- 2- a) Justifier que AFB est un triangle rectangle dont on précisera le sommet de l'angle droit.
b) Calculer AF .
c) Calculer AB .

Exercice 3

Une assemblée compte au départ 30 femmes de plus que d'hommes. 7 hommes et 7 femmes viennent s'y ajouter. L'assemblée compte alors trois fois plus de femmes que d'hommes.

On désigne par x le nombre de femmes et par y le nombre d'hommes qui composaient cette assemblée au départ.

- 1- Démontrer que x et y vérifient le système : $\begin{cases} x - y = 30 \\ x - 3y = 14 \end{cases}$.
- 2- Trouver le nombre de femmes et le nombre d'hommes qui composaient l'assemblée au départ.

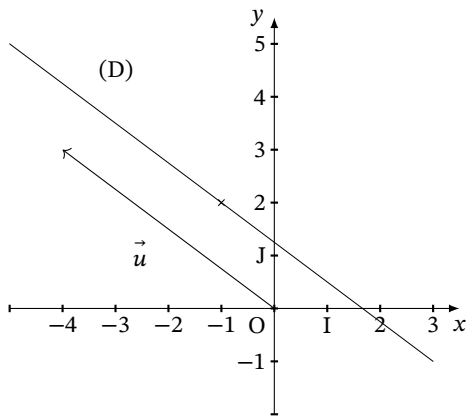
Résolution BEPC 2017-2^e Tour

PREMIÈRE PARTIE

1. Il faut penser à construire le vecteur \vec{u} d'origine le point O et d'extrémité le point de coordonnées $(-4; 3)$.

La droite est obtenue en traçant la parallèle au support de \vec{u} et passant par le point A .

Figure



2. On demande juste de factoriser les expressions.

$$P(x) = 4x^2 + 12x + 9 = (2x)^2 + 2 \times 3 \times 2x + 3^2$$

$$P(x) = (2x + 3)^2$$

$$\begin{aligned} Q(x) &= (2x + 1)(x + 3) - 4x^2 - 2x \\ &= (2x + 1)(x + 3) - 2(2x + 1) \\ &= (2x + 1)[(x + 3) - 2] \end{aligned}$$

$$Q(x) = (2x + 1)(x + 1)$$

3. Déterminons les coordonnées du point B.

$$\text{Par définition, } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \longmapsto \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B + 5 \\ y_B + 2 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Or, } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ donc } \begin{cases} x_B + 5 = 2 \\ y_B + 2 = 3 \end{cases} \longmapsto \begin{cases} x_B = -3 \\ y_B = 1 \end{cases}.$$

D'où, $B(-3; 1)$

4. Écrivons sous forme d'intervalles :

a. $x < 2 \longmapsto x \in]-\infty ; 2[$

b. $-2 \leq x < 0 \longmapsto x \in [-2 ; 0[$

c. $-3 \leq x \leq 4 \longmapsto x \in [-3 ; 4]$

5. Déterminons les coordonnées de \vec{u} .

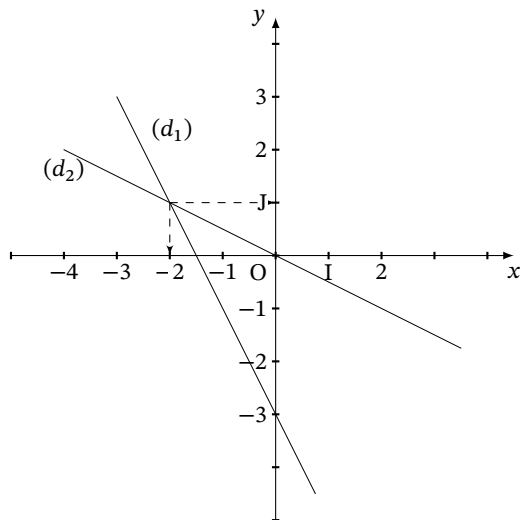
$$\vec{u} = \frac{3}{2}\vec{v} \longmapsto \vec{u} \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \times 4 \\ \frac{3}{2} \times \left(-\frac{2}{9}\right) \end{pmatrix} \longmapsto \vec{u} \begin{pmatrix} 6 \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

6. Résolvons graphiquement le système. *La solution est le couple coordonnées du point d'intersection des droites d'équations chacune des équations du système.*

Posons : $(D_1) : 2x + y = -3$ et $(D_2) : x + 2y = 0$.

$$(D_1) : 2x + y = -3 \quad \begin{array}{c|c|c} | & x & | & y & | \\ \hline P_1 & 0 & | & -3 & | \\ \hline P_2 & -1 & | & -1 & | \end{array}$$

$$(D_2) : x + 2y = 0 \quad \begin{array}{c|c|c} | & x & | & y & | \\ \hline P'_1 & 0 & | & 0 & | \\ \hline P'_2 & -2 & | & 1 & | \end{array}$$



$$S = \{(-2; 1)\}$$

7. Déterminons $f(x)$.

$f(x)$ est une application linéaire donc $f(x) = ax$.

$$f(2) = -6 \longmapsto 2a = -6 \longmapsto a = -3.$$

Donc, $f(x) = -3x$.

8. *Il faut remplacer pour chaque cas, les valeurs de x et y et voir si l'équation est vraie.*

La seule réponse est 8.c.

9. Démontrons que les droites (T) et (Δ) sont parallèles.

Avec les équations des deux droites, la méthode directe est d'utiliser leurs coefficients directeurs. Il suffit de montrer qu'ils sont égaux.

$(T) : y = -2x + 1$, son coefficient directeur est $m = -2$.

$(\Delta) : 4x + 2y - 5 = 0$, l'équation réduite de (Δ) est : $y = -2x + \frac{5}{2}$ donc, son coefficient directeur $m' = -2$.

On observe que $m = m'$ donc les droites (T) et (Δ) sont parallèles.

DEUXIÈME PARTIE

Exercice 1

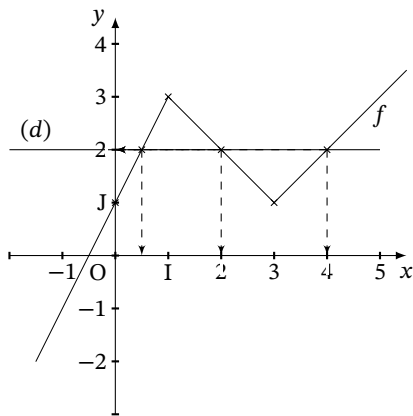
1. Calculons $f(0)$ et $f(5)$.

$$f(0) : 0 \in]-\infty ; 1] \text{ donc, } f(0) = 2 \times 0 + 1 \longmapsto f(0) = 1.$$

$$f(5) : 5 \in [3 ; +\infty[\text{ donc, } f(5) = 5 - 2 \longmapsto f(5) = 3.$$

2. Représentons graphiquement f .

Figure



3. Résolvons graphiquement l'équation $f(x) = 2$.

Nous allons déterminer sur le repère les abscisses des points d'intersection de la droite d'équation $y = 2$ avec la représentation graphique de f .

On obtient à partir du graphique les abscisses $\frac{1}{2}$; 2 et 4.

Donc, $S = \left\{ \frac{1}{2}; 2; 4 \right\}$.

Exercice 2

1. L'angle inscrit \widehat{ABF} intercepte le même arc que l'angle inscrit \widehat{AEF} donc, ils ont la même mesure. D'où, $\widehat{ABF} = 30^\circ$.

2. a. Le triangle AFB est inscrit dans un cercle dont le diamètre est un côté donc, le triangle AFB est rectangle en F.

b. Calculons la longueur AF.

Dans le triangle rectangle AFB, $\tan \widehat{ABF} = \frac{AF}{BF}$.

$$\tan \widehat{ABF} = \frac{AF}{BF} \quad \text{---} \quad \tan 30^\circ = \frac{AF}{BF}$$

$$\text{---} \quad AF = BF \times \tan 30^\circ \quad \text{---} \quad AF = 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Donc, } AF = 2.$$

c. Calculons AB.

Le triangle AFB est rectangle en F, d'après le théorème de Pythagore, $AB^2 = BF^2 + FA^2$.

$$\text{On a : } AB^2 = (2\sqrt{3})^2 + 2^2 \quad \text{---} \quad AB^2 = 16 \text{ donc } AB = 4.$$

Exercice 3

Soit x le nombre de femmes et y le nombre d'hommes.

Au départ : le nombre de femmes est 30 fois plus que le nombre d'hommes donc $x = y + 30$.

Avec les arrivées : le nombre de femmes devient $x + 7$ et celui des hommes $y + 7$.

Or ce nouveau nombre de femmes est le triple du nouveau nombre des hommes donc $x + 7 = 3(y + 7)$.

1. Démontrons que x et y vérifie le système.

$$x = y + 30 \quad \text{---} \quad x - y = 30 \text{ et}$$

$$x + 7 = 3(y + 7) \quad \text{---} \quad x + 7 = 3y + 21 \quad \text{---} \quad x - 3y = 21 - 7 \text{ soit } x - 3y = 14.$$

$$\text{On obtient le système donné : } \begin{cases} x - y = 30 \\ x - 3y = 14 \end{cases}$$

2. Résolvons le système :

Pour la résolution des systèmes des problèmes concrets, nous pouvons mélanger toutes les méthodes.

Exprimons x en en fonction de y dans la première équation. On obtient : $x = y + 30$.

En remplaçant la nouvelle expression dans la deuxième équation, on obtient $y + 30 - 3y = 14 \quad \text{---} \quad -2y = -16 \quad \text{---} \quad y = 8$.

Il y avait au départ 8 hommes et 38 femmes.

Méthode

On pouvait résoudre ce problème en utilisant une inconnue. Par exemple, soit n le nombre d'hommes au départ.

Il y a donc $(n + 30)$ femmes au départ.

Avec l'arrivée de 7 dans chaque groupe,

le nombre d'hommes devient $n + 7$ et celui des femmes $n + 30 + 7 = n + 37$.

Ce qui correspond, on triple du nombre d'hommes après l'arrivée.

Donc, on peut écrire que : $n + 37 = 3(n + 7)$.

En résolvant l'équation, on trouve $n = 8$. Donc, il y avait au départ 8 hommes et 38 femmes.

PREMIÈRE PARTIE

Dans cette partie toutes les questions sont indépendantes.

I- Pour chacune des questions ci-dessous, écrire le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

1- Parmi les couples de réels suivants, un seul est solution de l'inéquation $x + 2y - 3 < 0$.

Lequel?

a) (3; 0) b) (1; 4) c) $(-1; \frac{7}{2})$ d) (1; -2)

2- Le développement de $f(x) = (\frac{1}{2} + 3x)^2$ est :

a) $\frac{1}{4} + 9x^2$ b) $\frac{1}{4} - 9x^2$ c) $\frac{1}{4} - 3x + 9x^2$ d) $9x^2 + 3x + \frac{1}{4}$

3- FGT est un triangle rectangle en F tel que $FG = 8$, $FT = 6$ et $GT = 10$. $\tan \hat{G}$ vaut :

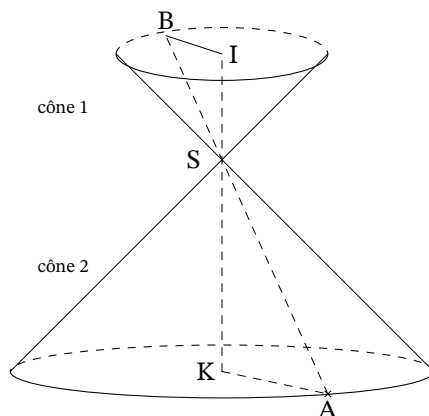
a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{4}{3}$

4- Soient la droite (D) d'équation $y = x\sqrt{2} + \frac{1}{2}$ et la droite (Δ) d'équation $y = mx + 2$.

Pour quelle valeur de m , (D) et (Δ) sont-elles parallèles?

a) $-\sqrt{2}$ b) $\frac{2}{\sqrt{2}}$ c) $\frac{1}{2}$ d) 1

5- Les cônes de rayon KA et IB sont opposés par le sommet. Les droites (BI) et (KA) sont parallèles.



$KA = 4,2$ cm ; $KS = 6$ cm ; $SI = 4$ cm.

La valeur de BI en cm est :

a) 2,8 b) 2 c) 1,5 d) 5

II- 1- Dans chacun des cas suivants, représenter sur une droite graduée l'ensemble des réels x tels que :

a) $x \in]1 ; 4[$ b) $x \in]-\infty ; -3]$

Hachurer les parties non convenables.

2- Résoudre dans $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$ par la méthode d'identification le système :
$$\begin{cases} 4x - y = 9 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$$

3- Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$, on donne : A(2; -3) et B(-1; 5).

Déterminer un vecteur directeur de la droite passant par A et B.

4- Le tableau ci-dessous indique la répartition (en %) des accidents de la route selon les heures de la journées.

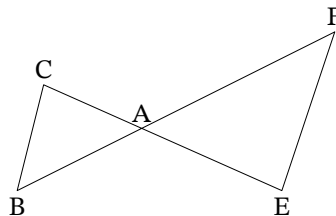
Tranche horaire	Freq	Freq c.c
[0 ; 4[5%	
[4 ; 8[11%	
[8 ; 12[14%	
[12 ; 16[20%	
[16 ; 20[35%	
[20 ; 24[15%	

NB : Dans le tableau : Freq= fréquence et Freq c.c= fréquence cumulée croissante.

a) Reproduire le tableau en le complétant.

b) Quelle est la classe modale?

5- On considère la figure suivante dans laquelle les points E, A et C sont alignés et les points F, A et B sont alignés, AF = 12 cm, AC = 5 cm, AB = 7,5 cm et AE = 8 cm.



La figure n'est pas en dimensions réelles et n'est pas à reproduire.

Montrer que (BC) et (EF) sont parallèles.

DEUXIÈME PARTIE

Les parties I et II sont indépendantes.

I- Dans le plan muni d'une repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (Unité graphique : 1 cm).

1- Placer les points A(3; -1), B(2; 3) et C(-2; 2).

2- Calculer les distances AB, AC et BC.

3- Démontrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle.

4- Calculer les coordonnées du point D image de C par la translation de vecteur \overrightarrow{BA} .

5- Déterminer une équation de la droite (D) passant par A et parallèle à la droite (BC).

6- Dans le même repère, résoudre graphiquement le système : $\begin{cases} -x + 4y - 10 \leq 0 \\ -x + 4y + 7 \geq 0 \end{cases}$.

Hachurer les parties non solutions.

II- Soient $f(x) = x^2 - 9 + (x + 3)(1 - 4x)$ et $g(x) = (2x - 1)(3x + 2)$.

1- Factoriser $f(x)$.

2- Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation $g(x) = 0$.

3- On donne $q(x) = \frac{(x + 3)(-3x - 2)}{(3x + 2)(2x - 1)}$.

a) Déterminer l'ensemble de définition D_q de q .

b) Montrer que $q(x) = \frac{x + 3}{-2x + 1}$.

4- Quel est l'antécédent de $\frac{2}{3}$ par q ?

Résolution BEPC 2018-1^{er} Tour

PREMIÈRE PARTIE

I- 1. Seul le couple $(1; -2)$ vérifie l'inéquation

$$x + 2y - 3 < 0.$$

$$1 + 2 \times (-2) - 3 < 0 \quad \text{---} \quad -6 < 0 : \text{vrai}$$

La réponse est 1.d.

$$2. \left(\frac{1}{2} + 3x\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \times \frac{1}{2} \times 3x + (3x)^2$$

$$\text{soit } \left(\frac{1}{2} + 3x\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{2}x + 9x^2. \text{ La réponse est 2.d.}$$

3. La réponse est 3.c.

4. Les droites (D) et (D') sont parallèles si et seulement si elles ont le même coefficient directeur. Soit $m = \sqrt{2}$. La réponse est 4.b.

5. Pour déterminer la valeur de BI, on utilisera le théorème de Thalès.

(BI) // (KA), les triangles SBI et SKA forment une configuration de Thalès. D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{SB}{SA} =$

$$\frac{SI}{SK} = \frac{BI}{AK}.$$

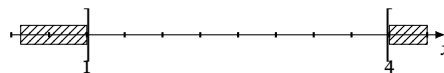
$$\text{Soit } \frac{SB}{SA} = \frac{4}{6} = \frac{BI}{4,2}.$$

$$\text{Écrivons } \frac{4}{6} = \frac{BI}{4,2} \quad \text{---} \quad 4 \times 4,2 = 6BI$$

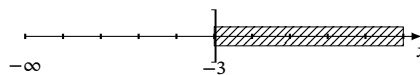
donc $BI = 2,8$. La réponse est 5.a.

II- Représentons graphiquement les intervalles :

1. a) $x \in]1; 4[$



b) $x \in]-\infty; -3]$



2. Résolution par la méthode d'identification.

$$\text{Soit } \begin{cases} 4x - y = 9 & (1) \\ 3x + 2y = 4 & (2) \end{cases}$$

Exprimons y en fonction de x dans l'équation (1).

$$4x - y = 9 \quad \text{---} \quad y = 4x - 9$$

Exprimons y en fonction de x dans l'équation (2).

$$3x + 2y = 4 \quad \text{---} \quad y = -\frac{3}{2}x + 2.$$

$$\text{Donc, } y = y \quad \text{---} \quad 4x - 9 = -\frac{3}{2}x + 2.$$

$$\text{On obtient } x = 2 \text{ et } y = 4 \times 2 - 9 = -1.$$

Alors, $S_R = (2; -1)$

On pouvait choisir d'exprimer x en fonction de y . Le résultat ne change pas.

3. Le vecteur \overrightarrow{AB} est un vecteur directeur de la droite (AB).

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \mapsto \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -1 - 2 \\ 5 + 3 \end{pmatrix} \\ \mapsto \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ 8 \end{pmatrix}$$

4. a- Complétons le tableau :

Tranche horaire	Freq	Freq c.c
[0 ; 4[5%	5%
[4 ; 8[11%	16%
[8 ; 12[14%	30%
[12 ; 16[20%	50%
[16 ; 20[35%	85%
[20 ; 24[15%	100%

b- La classe modale est la classe [16 ; 20].

5. Montrons que les droites (BC) et (EF) sont parallèles.

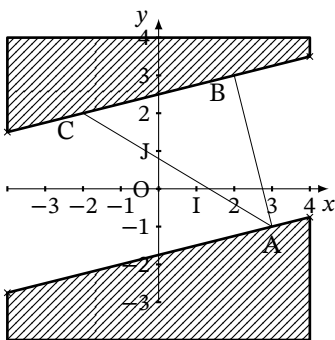
$$\text{On a : } \frac{AE}{AC} = \frac{8}{5} \text{ et } \frac{AF}{AB} = \frac{12}{7,5} = \frac{8}{5}.$$

Les points B, A et F d'une part et les points C, A et E d'autre part sont alignés dans le même ordre et $\frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB}$, d'après la réciproque du théorème de

Thalès, les droites (BC) et (EF) sont parallèles.

DEUXIÈME PARTIE

I- 1. Figure



2. Calculons les distances :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\ = \sqrt{(2 - 3)^2 + (3 + 1)^2} \\ = \sqrt{1^2 + 4^2} \\ = \sqrt{17}$$

$$AB = \sqrt{17}$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \\ = \sqrt{(-2 - 3)^2 + (2 + 1)^2} \\ = \sqrt{(-5)^2 + 3^2} \\ = \sqrt{34}$$

$$AC = \sqrt{34}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} \\ = \sqrt{(-2 - 2)^2 + (2 - 3)^2} \\ = \sqrt{(-4)^2 + (-1)^2} \\ = \sqrt{17}$$

3. Démontrons le triangle ABC est rectangle et isocèle.

On a : $AB = BC$ donc le triangle ABC est isocèle en B.

Utilisons la réciproque du théorème de Pythagore.

On a : $AB^2 = 17$, $AC^2 = 34$ et $BC^2 = 17$.

$17 + 17 = 34$ soit $AB^2 + BC^2 = AC^2$; d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B. Or, il est aussi isocèle en B. Donc, le triangle ABC est rectangle et isocèle en B.

4. Calculons les coordonnées du point D.

$$D = T_{\overrightarrow{BA}}(C) \mapsto \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$$

$$\overrightarrow{BA} \begin{pmatrix} x_A - x_B \\ y_A - y_B \end{pmatrix} \mapsto \overrightarrow{BA} \begin{pmatrix} 3 - 2 \\ -1 - 3 \end{pmatrix} \\ \mapsto \overrightarrow{BA} \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix} \mapsto \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} x_D + 2 \\ y_D - 2 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} \mapsto \begin{cases} x + 2 = 1 \\ y - 2 = -4 \end{cases} \mapsto \begin{cases} x_D = -1 \\ y_D = -2 \end{cases}$$

Le point D a pour coordonnées $D(-1; -2)$.

5. Déterminons une équation de la droite (D).

Soit $M(x; y) \in (D)$.

$M \in (D) \mapsto$ les vecteurs \overrightarrow{AM} et \overrightarrow{BC} sont colinéaires.

On a :

$$\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} \mapsto \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -2 - 2 \\ 2 - 3 \end{pmatrix} \\ \mapsto \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x_M - x_A \\ y_M - y_A \end{pmatrix} \mapsto \overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x - 3 \\ y + 1 \end{pmatrix}$$

Les vecteurs $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x - 3 \\ y + 1 \end{pmatrix}$ étant colinéaires, la condition de colinéarité est vérifiée donc

$-4(y + 1) + (x - 3) = 0 \mapsto x - 4y - 7 = 0$ d'où
(D) : $x - 4y - 7 = 0$.

6. Soit le système : $\begin{cases} -x + 4y - 10 \leq 0 \\ -x + 4y + 7 \geq 0 \end{cases}$

Étant donné une droite $(\Delta) : ax + by + c = 0$, elle divise le plan en deux régions correspondant à chacune des inéquations $ax + by + c < 0$ et $ax + by + c > 0$ de frontière la droite (Δ) .

Traçons les droites $(D_1) : -x + 4y + 7 = 0$ et $(D_2) : -x + 4y - 10 = 0$.

Les droites (D_1) et (D_2) correspondent respectivement aux droites (D) et (BC) .

voir graphique

II- $f(x) = x^2 - 9 + (x + 3)(1 - 4x)$ et $g(x) = (2x - 1)(3x + 2)$.

1. Factorisons $f(x)$.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 9 + (x + 3)(1 - 4x) \\ &= (x - 3)(x + 3) + (x + 3)(1 - 4x) \\ &= (x + 3)[(x - 3) + (1 - 4x)] \\ &= (x + 3)(x - 3 + 1 - 4x) \\ &= (x + 3)(-3x - 2) \\ f(x) &= -(x + 3)(3x + 2) \end{aligned}$$

2. Résolvons dans \mathbf{R} , $g(x) = 0$.

$$\begin{aligned} g(x) = 0 &\iff (2x - 1)(3x + 2) = 0 \\ &\iff 2x - 1 = 0 \text{ ou } 3x + 2 = 0 \\ &\iff x = \frac{1}{2} \text{ ou } x = -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$S_{\mathbf{R}} = \left\{ -\frac{2}{3}; \frac{1}{2} \right\}$$

3. $q(x) = \frac{(x + 3)(-3x - 2)}{(3x + 2)(2x - 1)}$.

a- Déterminons l'ensemble D_q .

q existe si et seulement si $(3x + 2)(2x - 1) \neq 0$ soit $x \neq -\frac{2}{3}$ et $x \neq \frac{1}{2}$. Donc, $D_q = \mathbf{R} \setminus \left\{ -\frac{2}{3}; \frac{1}{2} \right\}$.

b- Simplifions q .

$$\begin{aligned} &\text{Pour } x \neq -\frac{2}{3} \text{ et } x \neq \frac{1}{2}, \\ q(x) &= \frac{(x + 3)(-3x - 2)}{(3x + 2)(2x - 1)} = \frac{-(x + 3)\cancel{(3x + 2)}}{\cancel{(3x + 2)}(2x - 1)} = \frac{-x - 3}{2x - 1} \end{aligned}$$

$$\text{soit } q(x) = \frac{x + 3}{-2x + 1}.$$

4. Déterminons l'antécédent de $\frac{2}{3}$ par q .

L'antécédent de $\frac{2}{3}$ par q est la solution de l'équation $q(x) = \frac{2}{3}$. Pour la résolution, on utilisera toujours la forme simplifiée de la fonction q .

$$\begin{aligned} q(x) = \frac{2}{3} &\iff \frac{x + 3}{-2x + 1} = \frac{2}{3} \\ &\iff 3(x + 3) = 2(-2x + 1) \\ &\iff 3x + 9 = -4x + 2 \\ &\iff 7x = -7 \\ &\iff x = -1 \end{aligned}$$

L'antécédent de $\frac{2}{3}$ par q est le réel -1 .

PREMIÈRE PARTIE

Dans cette partie, toutes les questions sont indépendantes.

1- Soient deux vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} x+1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ y-6 \end{pmatrix}$.

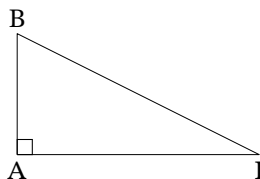
Déterminer les réels x et y pour que les vecteurs \vec{u} et \vec{v} soient égaux.

2- On donne $B = \frac{\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}$, rendre rationnel le dénominateur de B .

3- Dans la figure suivante, ABI est un triangle rectangle en A .

Sachant que $AI = 2\sqrt{2}$ et $BI = 3\sqrt{2}$.

- a) Calculer la distance AB .
- b) Calculer $\sin \hat{B}$.



4- Une application linéaire f est telle que $f\left(\frac{2}{3}\right) = 3$. Déterminer l'expression de $f(x)$.

5- Dans le repère cartésien $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on donne : $\vec{u} = -5\vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{v} = -2\vec{i} - \vec{j}$ et $\vec{s} = \vec{u} - \vec{v}$. Exprimer \vec{s} en fonction de \vec{i} et \vec{j} .

6- Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation suivante : $-9x + 4 < 2(1 - 3x)$.

7- Dans le plan muni d'un repère orthonormal, on donne :

$\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \end{pmatrix}$. Ces deux vecteurs sont-ils orthogonaux? Justifier.

8- Écrire la lettre correspondant à la bonne réponse. Un réel x est tel que $-4 \leq x \leq -2$, l'encadrement de $-2x$ est :

- a) $[4 ; 8]$ b) $[1 ; 2]$ c) $[-8 ; -4]$ d) $[-2 ; -1]$.

9- Développer, réduire et ordonner $B(x) = (2x - 5)^2 - (x + 3)(x - 3)$ suivant les puissances décroissantes de x .

10- Soit la fonction h définie par $h(x) = |1 - 5x|$.

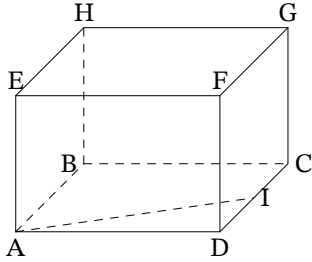
Écrire $h(x)$ sans le symbole de la valeur absolue.

11- Alexis a regroupé sous forme de série statistique l'âge de ses cousins.

Âges	9	10	12	14	17	3
Effectifs	1	3	1	2	1	1

Calculer l'âge moyen des cousins d'Alexis.

12- On considère le parallélépipède rectangle ABCDEHGF ci-dessous tel que $AD = 4$ et $DI = 2$.



- a) Quelle est la nature du triangle ADI?
- b) Calculer la distance AI.

DEUXIÈME PARTIE

Exercice 1

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O; I; J)$ (unité graphique 1 cm), on donne :

$A(2; 0)$, $B(-3; 3)$ et $C(0; 8)$.

- 1-** Placer les points A, B et C.
- 2-a)** Calculer les distances AB, AC et BC.
- b)** En déduire la nature exacte du triangle ABC.
- 3-** Calculer les coordonnées du milieu K de [AC].
- 4-** Soit (c) le cercle de diamètre [AC] circonscrit au triangle ABC. Calculer son rayon R.
- 5-** Soit D le symétrique du point B par rapport à K.
 - a) Calculer les coordonnées du point D.
 - b) Le point D appartient-il au cercle (c) ?
 - c) Quelle est la nature exacte du quadrilatère ABCD?

Exercice 2

Lors d'un match de football, des tickets de 1000 F et des tickets de 500 F sont proposés pour l'entrée au stade. Soit x le nombre de tickets de 1000 F vendus et y le nombre de tickets de 500 F vendus.

Sachant qu'au total 300 tickets ont été vendus pour une recette de 250 000 F :

- 1-** traduire l'énoncé sous la forme d'un système d'équations à deux inconnues x et y ;
- 2-** résoudre le système :
$$\begin{cases} x + y = 300 \\ 2x + y = 500 \end{cases}$$
 ;
- 3-** en déduire le nombre de tickets de chaque sorte vendu.

Résolution BEPC 2018-2^e Tour

PREMIÈRE PARTIE

1. Déterminons les réels x et y .

$$\vec{u} = \vec{v} \iff \begin{cases} x + 1 = 2 \\ y - 6 = 1 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 2 \\ y = 7 \end{cases}$$

2. Exprimons B sans radical au dénominateur.

$$B = \frac{\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(1 - \sqrt{2})}{(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2})} = 2 - \sqrt{2}.$$

Soit $B = 2 - \sqrt{2}$.

3. a. Calculons la distance AB .

Le triangle ABI est rectangle en A , d'après le théorème de Pythagore, on peut écrire :

$$AB^2 + AI^2 = BI^2 \iff AB^2 + (2\sqrt{2})^2 = (3\sqrt{2})^2$$

soit $AB^2 + 18 = 8 \iff AB^2 = 10 \iff AB = \sqrt{10}$.

- b. Calculons le sinus de l'angle \hat{B} .

Dans le triangle rectangle ABI , $\sin \hat{B} = \frac{AI}{BI}$.

$$\sin \hat{B} = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{2}{3} \text{ soit } \sin \hat{B} = \frac{2}{3}.$$

4. Déterminons l'expression de $f(x)$.

L'application f est linéaire donc $f(x) = ax$.

$$f\left(\frac{2}{3}\right) = 3 \iff \frac{2}{3}a = 3 \iff a = \frac{9}{2}.$$

Soit $f(x) = \frac{9}{2}x$.

5. Exprimons \vec{s} en fonction de \vec{i} et \vec{j} .

$$\begin{aligned} \vec{s} &= \vec{u} - \vec{v} \\ &= (-5\vec{i} + 3\vec{j}) - (-2\vec{i} - \vec{j}) \\ &= -5\vec{i} + 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{j} \end{aligned}$$

$$\vec{s} = -3\vec{i} + 4\vec{j}$$

6. Résolvons dans \mathbb{R} , l'inéquation :

$$-9x + 4 < 2(1 - 3x) \iff -3x < -2 \iff x > \frac{2}{3}.$$

Donc, $S_{\mathbb{R}} = \left] \frac{2}{3}; +\infty \right[$.

7. Vérifions l'orthogonalité des vecteurs \vec{u} et \vec{v} .

$$\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{v} \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

On a : $-2 \times 10 + 5 \times 4 = -20 + 20 = 0$, donc les vecteurs

\vec{u} et \vec{v} sont orthogonaux.

8. Un encadrement de $-2x$

$$-4 \leq x \leq -2 \iff -8 \leq 2x \leq -4 \iff 4 \leq -2x \leq 8.$$

La réponse est 8.a

9. Soit $B(x) = (2x - 5)^2 - (x + 3)(x - 3)$. On a :

$$(2x - 5)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 5 + 5^2 = 4x^2 - 20x + 25 \text{ et}$$

$$(x + 3)(x - 3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9. \text{ Soit,}$$

$$B = 4x^2 - 20x + 25 - (x^2 - 9) = 4x^2 - x^2 - 20x + 25 + 9 \text{ donc } B = 3x^2 - 20x + 34.$$

10. Exprimons $h(x)$ sans la valeur absolue.

Utilisons des inéquations. $1 - 5x = 0$ signifie $x = \frac{1}{5}$

$$|1 - 5x| = \begin{cases} 1 - 5x & \text{si } 1 - 5x \geq 0 \\ -(1 - 5x) & \text{si } 1 - 5x \leq 0 \end{cases}$$

$$\text{soit } |1 - 5x| = \begin{cases} 1 - 5x & \text{si } x \leq \frac{1}{5} \\ 5x - 1 & \text{si } x \geq \frac{1}{5} \end{cases}$$

Pour $x \in \left] \frac{1}{5}; +\infty \right]$, $h(x) = 5x - 1$

11. Calculons l'âge moyen A_{moy}

$$A_{\text{moy}} = \frac{9 \times 1 + 10 \times 3 + 12 \times 1 + 14 \times 2 + 17 \times 1 + 3 \times 1}{1 + 3 + 1 + 2 + 1 + 1}$$

$$A_{\text{moy}} = \frac{99}{9} \text{ soit } A_{\text{moy}} = 11.$$

L'âge moyen des cousins est 11 ans.

12. a. Les côtés $[AD]$ et $[DI]$ sont perpendiculaires. Donc, le triangle ADI est rectangle en D .

- b. Calculons la distance AI .

Le triangle ADI est rectangle en D , d'après le théorème de Pythagore, $AD^2 + DI^2 = AI^2$.

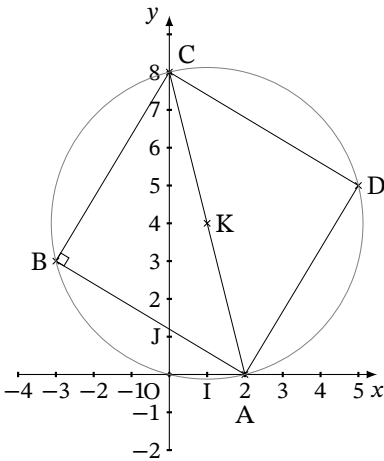
$$\text{On a : } AD^2 + DI^2 = AI^2 \iff 4^2 + 2^2 = AI^2$$

donc $AI^2 = 20$ soit $AI = 2\sqrt{5}$.

DEUXIÈME PARTIE

Exercice 1

1. Figure



2. a. Calculons les distances :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$AB = \sqrt{(-5)^2 + 3^2} \text{ soit } AB = \sqrt{34}.$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$$

$$AC = \sqrt{(-2)^2 + 8^2} \text{ soit } AC = 2\sqrt{17}.$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$$

$$BC = \sqrt{3^2 + 5^2} \text{ soit } BC = \sqrt{34}.$$

- b. La nature exacte du triangle.

On commence d'abord, par vérifier s'il n'y a pas de côtés égaux. Ensuite, la réciproque du théorème de Pythagore

$BC = AB$, le triangle ABC est isocèle en B.

On a : $AB^2 = 34$, $AC^2 = 68$ et $BC^2 = 34$.

De $34 + 34 = 68$, on peut écrire $AB^2 + BC^2 = AC^2$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est aussi rectangle en B.

En conclusion, le triangle ABC est rectangle et isocèle en B.

3. Calculons les coordonnées du milieu K du segment [AC].

$$K \text{ milieu de } [AC] \implies x_K = \frac{x_A + x_C}{2} \text{ et } y_K = \frac{y_A + y_C}{2}.$$

$$\text{On a : } x_K = \frac{2 + 0}{2} = 1 \text{ et } y_K = \frac{0 + 8}{2} = 4.$$

Soit $K(1; 4)$

4. Calculons le rayon R du cercle.

Le cercle a pour diamètre [AC].

$$\text{Donc } R = \frac{1}{2}AC \implies R = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{17} \text{ soit } R = \sqrt{17}.$$

5. K est le milieu du segment [DB]

- a. Calculons les coordonnées du point D.

Appliquons la formule du milieu.

$$K \text{ milieu de } [DB] \implies x_K = \frac{x_D + x_B}{2} \text{ et } y_K = \frac{y_D + y_B}{2}.$$

$$\text{On a : } x_K = \frac{x_D + x_B}{2} \implies 1 = \frac{x_D - 3}{2} \implies x_D = 5.$$

$$\text{et } y_K = \frac{y_D + y_B}{2} \implies 4 = \frac{y_D + 3}{2} \implies y_D = 5.$$

Donc, $D(5; 5)$.

- b. Vérifions si le point D appartient au cercle de centre K.

Pour cela, nous allons calculer la distance KD.

$$KD = \sqrt{(x_D - x_K)^2 + (y_D - y_K)^2} \implies KD = \sqrt{4^2 + 1^2}$$

soit $KD = \sqrt{17}$ donc $KD = R$ d'où le point $D \in (C)$.

- c. Donnons la nature exacte du quadrilatère ABCD.

Les natures qu'on pourrait rencontrer, trapèze, parallélogramme, rectangle, losange et enfin carré.

Dans le quadrilatère ABCD, les diagonales se coupent en leur milieu K, donc ABCD est un parallélogramme. Aussi, les côtés [AB] et [BC] sont perpendiculaires

(car ABC est un triangle rectangle en B).

D'où, le parallélogramme est un rectangle.

De plus, les côtés consécutifs [AB] et [BC] sont égaux (car le triangle est aussi isocèle).

On conclut que le rectangle ABCD est un carré.

Exercice 2

Soit x le nombre des tickets de 1000 F vendus et y celui des tickets de 500 F vendus.

1. Traduisons l'énoncé sous forme de système.

Le nombre total de tickets vendus est 300

donc $x + y = 300$ **Équation 1.**

La recette total est 250 000 F.

Or les x tickets de 1000 F ont rapporté $1000x$ et les y tickets de 500 F ont rapporté $500y$

donc $1000x + 500y = 250000$.

En simplifiant l'équation par 500, on obtient : $2x + 5y = 500$ **Équation 2.**

Donc, le système est : (S) : $\begin{cases} x + y = 300 \\ 2x + 5y = 500 \end{cases}$

2. Résolvons (S) par substitution.

Exprimons y en fonction de x dans l'équation 1, on obtient : $y = 300 - x$.

Remplaçons l'expression $y = 300 - x$ dans l'équation 2.

On obtient : $2x + 300 - x = 500 \implies x = 200$.

Donc, $y = 300 - 200 = 100$.

$S_R = \{(200; 100)\}$.

3. À partir de la question 2, on tire qu'il y a **200 tickets** de 1000 F et **100 tickets** de 500 vendus.

PREMIÈRE PARTIE

Dans cette partie toutes les questions sont indépendantes.

I- Pour chacune des questions ci-dessous, écrire le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

1- Parmi les couples de réels suivants, un seul est solution du système $\begin{cases} 5x - 3y = 0 \\ x + y = 24 \end{cases}$.

Lequel? **a) (11 ; 13)** **b) (8 ; 16)** **c) (9 ; 15)** **d) (10 ; 14)**

2- (C) est un cercle de centre A et de rayon $r = 4$ et (D) une droite du plan.

La distance du point A à la droite (D) est égale à 3.

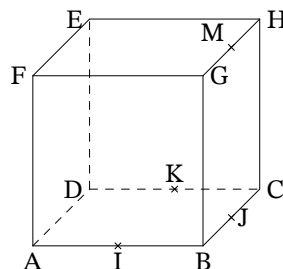
La droite (D) coupe le cercle (C) en :

a) un point **b) deux points** **c) trois points** **d) aucun point** .

3- ABCDFGHE est un cube. I, J, K et M sont les milieux respectifs de [AB], [BC], [CD] et [GH].

Parmi les triangles suivants, lequel est rectangle ?

a) AJH **b) BKH** **c) IDA** **d) AKH**



II- 1- Résoudre dans \mathbf{R} , l'équation $\frac{3x - 5}{2} = \frac{4 - x}{3}$.

2- Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points $M(-1; 3)$ et $P(-4; -2)$. Calculer la distance MP.

3- Soit f la fonction rationnelle définie par $f(x) = \frac{3x^2 - 4}{(1 + x)(2x - 3)}$.

Déterminer l'ensemble de définition D_f de la fonction f .

4- Soit [MN] un segment de longueur 9 cm. En utilisant le théorème de Thalès, construire le point A sur [MN] tel que $MA = \frac{3}{4}MN$.

5- Le triangle BEP est rectangle en E tel que $BE = 4$, $EP = 2$, $BP = 2\sqrt{5}$.

Calculer $\sin \widehat{BPE}$.

6- Soit APQ un triangle d'aire 14 cm^2 , O un point quelconque du plan.

On note $A'P'Q'$ l'image du triangle APQ par la symétrie de centre O .

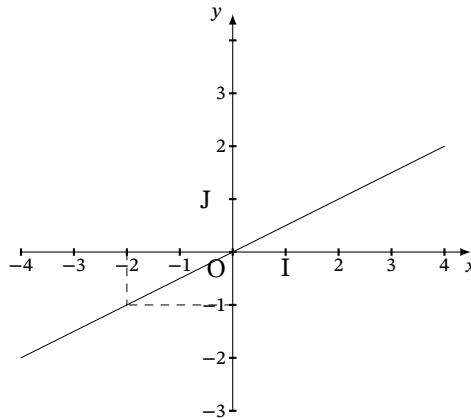
Sans faire une figure, justifier que l'aire du triangle $A'P'Q'$ est 14 cm^2 .

7- Soit $A = 3\sqrt{12} - 2\sqrt{75} - 4\sqrt{3}$. Écrire A sous la forme $a\sqrt{b}$ où $a \in \mathbf{Z}$ et $b \in \mathbf{N}$.

8- Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on donne les droites $(D) : 4x + y - 1 = 0$ et $(D') : y = \frac{1}{4}x - \frac{3}{5}$. Justifier que les droites (D) et (D') sont perpendiculaires.

9- La figure ci-dessous est la représentation graphique d'une application linéaire f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, (unité graphique 1 cm).

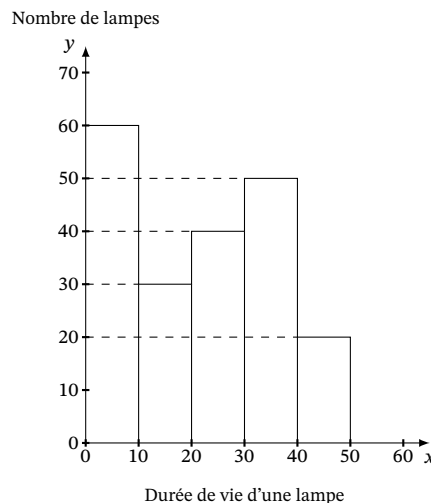
Déterminer l'expression $f(x)$ pour tout réel x .



DEUXIÈME PARTIE

Dans cette partie, I et II sont indépendantes.

I- Une étude statistique portant sur la durée de vie de lampes électriques a permis d'établir l'histogramme suivant :



NB : Durée de vie exprimée en mois.

1- Reproduire et compléter le tableau suivant :

Durée de vie (mois)	[0 ; 10[[10 ; 20[[20 ; 30[[30 ; 40[[40 ; 50[
Effectifs					
Fréquences					
Fréquences cumulées croissantes					
Centre des classes					

2- Quelle est la classe modale ?

3- En utilisant les centres des classes, calculer la durée de vie moyenne d'une lampe.

II- Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique 1 cm).

On donne les points A (1 ; 2), B (-2 ; 0) et C (4 ; 0).

1-a) Placer les points A, B et C.

b) Déterminer une équation de la droite (Δ) passant par les points A et B.

c) En utilisant l'équation de la droite (Δ) , vérifier que E (4 ; 4) est un point de (Δ) .

2- On note C' le symétrique du point C par rapport au point A.

a) Placer le point C'.

b) Calculer les coordonnées de C'.

3- Démontrer que les vecteurs \vec{CE} et \vec{CB} sont orthogonaux.

Résolution BEPC 2019-1^{er} Tour

PREMIÈRE PARTIE

I- 1. Seul le couple (9 ; 15) vérifie les deux équations du système.
Donc, la réponse est 1.c.

2. La distance d du point A à la droite (D) étant inférieure au rayon, la droite (D) coupe le cercle en deux points. (Voir propriété du cours).

La réponse est 2.b.

3. La base ABCD est un carré, d'où $(AD) \perp (AI)$ donc IDA est un triangle rectangle. Réponse : 3.c.

II- 1. Résolution de l'équation :

$$\begin{aligned} \frac{3x-5}{2} &= \frac{4-x}{3} & \text{---} & 3(3x-5) = 2(4-x) \\ & & \text{---} & 9x-15 = 8-2x \\ & & \text{---} & 11x = 23 \\ & & \text{---} & x = \frac{23}{11} \end{aligned}$$

donc, $S_R = \left\{ \frac{23}{11} \right\}$.

2. La distance $MP = \sqrt{(x_P - x_M)^2 + (y_P - y_M)^2}$.

Soit $MP = \sqrt{(-4+1)^2 + (-2-3)^2} = \sqrt{9+25}$

Donc, $MP = \sqrt{34}$.

3. Ensemble de définition de f .

$f(x)$ existe si et seulement si $(1+x)(2x-3) \neq 0$.

$(1+x)(2x-3) \neq 0 \iff (1+x) \neq 0 \text{ et } (2x-3) \neq 0$

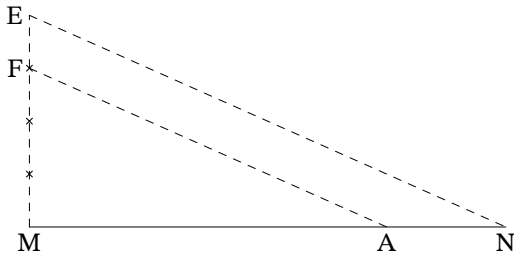
$x \neq -1 \text{ et } x \neq \frac{3}{2}$ donc, $D_f = \mathbb{R} - \left\{ -1, \frac{3}{2} \right\}$

4. Appliquons le théorème de Thalès.

Construisons deux segments de sommet commun le point M tel que $MN = 9$ et $ME = 4$.

Plaçons le point F du segment ME tel que $MF = 3$. Par le point F, traçons la parallèle à (EN), elle coupe le segment [MN] en A.

Figure



5. $\sin \widehat{BPE} = \frac{BE}{BP} = \frac{4}{2\sqrt{5}}$ donc, $\sin \widehat{BPE} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

6. La symétrie centrale est une isométrie donc elle conserve les longueurs, les aires. D'où, le triangle $A'P'Q'$ a une aire de 14 cm^2 .

7. Écrivons le réel A sous la forme $a\sqrt{b}$.

$$\begin{aligned} A &= 3\sqrt{12} - 2\sqrt{75} - 4\sqrt{3} \\ &= 3\sqrt{4 \times 3} - 2\sqrt{25 \times 3} - 4\sqrt{3} \\ &= 3\sqrt{2^2 \times 3} - 2\sqrt{5^2 \times 3} - 4\sqrt{3} \\ &= 6\sqrt{3} - 10\sqrt{3} - 4\sqrt{3} \\ &= -8\sqrt{3} \end{aligned}$$

donc, $A = -8\sqrt{3}$.

8. Justifions que les droites (D) et (D') sont perpendiculaires.

Méthode 1 : Utilisons les coefficients directeurs.

La droite (D) a pour équation réduite $y = -4x + 1$ donc son coefficient directeur est $m = -4$.

La droite (D') a pour équation réduite $y = \frac{1}{4}x - \frac{3}{5}$ donc son coefficient directeur est $m' = \frac{1}{4}$.

On a : $m \times m' = -4 \times \frac{1}{4} = -1$. On conclut que les droites (D) et (D') sont perpendiculaires.

Méthode 2 : Utilisons les vecteurs directeurs.

Un vecteur directeur de (D) est : $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$.

Un vecteur directeur de (D') est : $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Vérifions l'orthogonalité des vecteurs \vec{u} et \vec{v} .

On a : $1 \times 1 + (-4) \times \frac{1}{4} = 1 - 1 = 0$, les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont orthogonaux.

Deux droites de vecteurs directeurs orthogonaux sont perpendiculaires. On conclut que les droites (D) et (D') sont perpendiculaires.

9. Déterminons une expression de f.

f est une application linéaire, on écrit que $f(x) = ax$ avec a un réel non nul.

On a : $f(-2) = -1$. En remplaçant dans l'expression de f, on trouve $-2a = -1$ soit $a = \frac{1}{2}$.

Alors, une expression de f est $f(x) = \frac{1}{2}x$.

DEUXIÈME PARTIE

	Durée de vie (mois)	[0 ; 10[[10 ; 20[
	Effectifs	60	30
I- 1.	Fréquences(%)	30	15
	Fréquences cumulées croissantes	30	45
	Centre des classes	5	15

[20 ; 30[[30 ; 40[[40 ; 50[
40	50	20
20	25	10
65	90	100
25	35	45

2. La classe modale est l'intervalle dont l'effectif est le plus élevé.

La classe modale est [0 ; 10[.

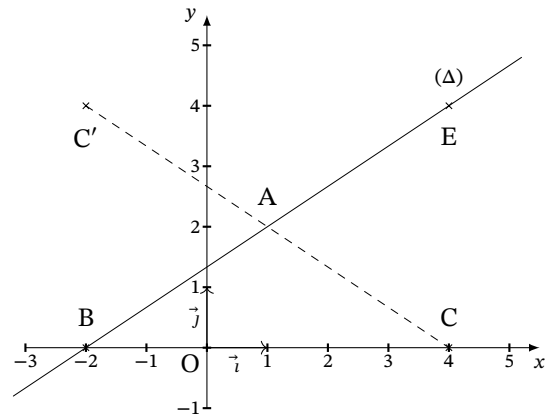
3. La moyenne Moy est :

$$\text{Moy} = \frac{5 \times 60 + 15 \times 30 + 25 \times 40 + 35 \times 50 + 45 \times 20}{60 + 30 + 40 + 50 + 20}$$

$$\text{Moy} = \frac{4400}{200}$$

soit Moy = 22. La moyenne est 22.

II- 1. Figure



a- voir graphique

b- Une équation de la droite (Δ).

Soit $M(x; y) \in (\Delta)$.

$M \in (\Delta) \iff$ les vecteurs \overline{AB} et \overline{AM} sont colinéaires. On a :

$$\overline{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \iff \overline{AB} \begin{pmatrix} -2 - 1 \\ 0 - 2 \end{pmatrix} \iff \overline{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\overline{AM} \begin{pmatrix} x_M - x_A \\ y_M - y_A \end{pmatrix} \iff \overline{AM} \begin{pmatrix} x - 1 \\ y - 2 \end{pmatrix}.$$

Les vecteurs $\overline{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\overline{AM} \begin{pmatrix} x - 1 \\ y - 2 \end{pmatrix}$ sont colinéaires, on peut é

$$-3(y - 2) + 2(x - 1) = 0.$$

Soit $2x - 3y + 4 = 0$. On note $(\Delta) : 2x - 3y + 4 = 0$.

- c- Vérifions si le point $E(4, 4) \in (\Delta)$. Remplaçons les coordonnées du point E dans l'équation de la droite (Δ) . On a :

$$2x_E - 3y_E + 4 = 2 \times 4 - 3 \times 4 + 4 = 8 - 12 + 4 = 0. \text{ On en déduit que le point } E \in (\Delta).$$

2. a- voir graphique

- b- Calculons les coordonnées du point C' .

$$S_A(C) = C' \quad \text{---} \quad \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AC'}. \text{ On a :}$$

$$\overrightarrow{CA} \begin{pmatrix} x_A - x_C \\ y_A - y_C \end{pmatrix} \text{---} \overrightarrow{CA} \begin{pmatrix} 1 - 4 \\ 2 - 0 \end{pmatrix} \text{---} \overrightarrow{CA} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC'} \begin{pmatrix} x_{C'} - x_A \\ y_{C'} - y_A \end{pmatrix} \text{---} \overrightarrow{AC'} \begin{pmatrix} x - 1 \\ y - 2 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AC'} \text{---} \begin{cases} x - 1 = -3 \\ y - 2 = 2 \end{cases} \text{---} \begin{cases} x = -2 \\ y = 4 \end{cases}$$

d'où $C'(-2; 4)$.

3. Démontrons que \overrightarrow{CE} et \overrightarrow{CB} sont orthogonaux.

$$\overrightarrow{CE} \begin{pmatrix} x_E - x_C \\ y_E - y_C \end{pmatrix} \text{---} \overrightarrow{CE} \begin{pmatrix} 4 - 4 \\ 4 - 0 \end{pmatrix} \text{---} \overrightarrow{CE} \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{CB} \begin{pmatrix} x_B - x_C \\ y_B - y_C \end{pmatrix} \text{---} \overrightarrow{CB} \begin{pmatrix} -2 - 4 \\ 0 - 0 \end{pmatrix} \text{---} \overrightarrow{CB} \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{CE} \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{CB} \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

On a : $0 \times 6 + 4 \times 0 = 0$, donc les vecteurs \overrightarrow{CE} et \overrightarrow{CB} sont orthogonaux.

PREMIÈRE PARTIE

Dans cette partie toutes les questions sont indépendantes.

I- Pour chacune des questions ci-dessous, écrire le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

1- On considère dans $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$, l'équation : $7x - 5y - 3 = 0$. Un couple solution de l'équation ci-dessus est :

- a) (2; 4) b) (1; -2) c) $\left(0; -\frac{3}{5}\right)$ d) (-4; 5)

2- Parmi les expressions suivantes, une seule est celle d'une application affine. Laquelle ?

- a) $2 - 3x$ b) $3x^2 - 1$ c) $3\sqrt{x} + 4$ d) $-2 + x^2$

3- On donne la droite (Δ) d'équation : $-x + 3y + 5 = 0$.

Le coefficient directeur de cette droite est :

- a) 3 b) $-\frac{1}{3}$ c) -1 d) $\frac{1}{3}$

4- EFG est un triangle rectangle en F tel que $EG = \sqrt{10}$ et $\cos \hat{E} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. La longueur du côté [EF] vaut

- a) 10 b) $\sqrt{5}$ c) $2\sqrt{5}$ d) $4\sqrt{5}$

II-

1- Soit g le polynôme défini par : $g(x) = -12x^3 - 1 + 7x + x^5 - 3x^2 + 7x^4$.

Ordonner $g(x)$ suivant les puissances décroissantes de x .

2- On donne le polynôme h tel que $h(x) = (3 + 2x)(3 - 2x)$.

Développer le polynôme h en utilisant l'identité remarquable qui convient.

3- Résoudre dans $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$ par la méthode des combinaisons linéaires le système

$$\text{suisant : } \begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 3y = 6 \end{cases}$$

4- On définit l'application f par $f(x) = -2x + 3$.

Représenter f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (unité graphique 1 cm).

5- f est l'application définie par : $f(x) = |2x - 4| + x + 1$.

Écrire $f(x)$ sans le symbole de la valeur absolue suivant les valeurs de x .

6- A, B et C sont trois points alignés. On désigne par les points A', B' et C' les images respectives de A, B et C par une symétrie centrale. Justifier que les points A', B' et C' sont alignés.

7- \vec{u} et \vec{v} sont deux vecteurs tels que : $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ \frac{5}{2} \end{pmatrix}$.

Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{u} + \vec{v}$.

- 8-** Une étude portant sur la taille d'un échantillon de nouveau né dans une maternité a donné les résultats suivants :

Taille	[45 ; 50[[50 ; 55[[55 ; 60[[60 ; 65[
Effectifs	9	11	9	6

Construire l'histogramme des effectifs de cette série statistique.

Échelle : 1 cm pour 5 avec à l'origine 45 (en abscisses).

1 cm pour 1 avec à l'origine 0 (en ordonnées).

DEUXIÈME PARTIE

Exercice 1

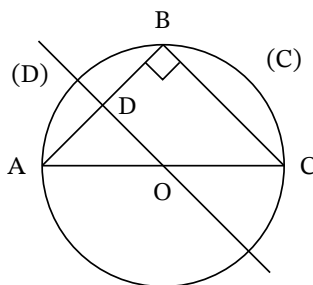
Dans le plan muni d'une repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points A (2 ; 3), B (6, 5 ; 0) et C (7, 5 ; -5). (unité graphique 1 cm).

- 1-** Placer les points A, B et C dans le repère.
- 2-a)** Calculer les coordonnées des vecteurs \vec{AB} et \vec{OC} .
 - b)** En déduire que les droites (AB) et (OC) sont parallèles.
- 3-** Calculer les coordonnées du vecteur \vec{AO} , puis en déduire que les vecteurs \vec{AO} et \vec{OC} sont orthogonaux.
- 4-** Quelle est la nature exacte du quadrilatère OABC? Justifier.
- 5-** Soit (D) la droite d'équation : $8x + 5, 5y - 32, 5 = 0$. Soient (x; y) les coordonnées d'un point de (D).
 - a)** Calculer x pour y = 5.
 - b)** Calculer y pour x = 7, 5.
 - c)** Construire alors la droite (D).

Exercice 2

On considère la figure ci-dessous où (C) est le cercle de centre O et de diamètre [AC] et B un point du cercle tel que AB = 8 cm et AC = 10 cm.

NB : La figure n'est pas à reproduire et n'est pas en dimension réelle.



- 1-a)** Justifier que le triangle ABC est rectangle en B.
- b)** Calculer BC.

2- La droite (D) est parallèle à la droite (BC).

Calculer le rapport de projection k de (AB) sur (AC) parallèlement à (D).

3-a) Calculer le cosinus de l'angle \widehat{BAC} .

b) En déduire un encadrement de l'angle \widehat{BAC} au degré près.

On donne :

\widehat{A}	34	35	36	37	38
$\cos \widehat{A}$	0,8290	0,8192	0,8090	0,7986	0,7880

Résolution BEPC 2019-2^e Tour

PREMIÈRE PARTIE

I- 1. Le couple $(0; -\frac{3}{5})$ vérifie l'équation

$$(7 \times 0 - 5 \times (-\frac{3}{5}) - 3 = 3 - 3 = 0).$$

La réponse est 1.c.

2. La réponse est 2.a.

3. Une équation réduite de la droite (Δ) est

$$y = \frac{1}{3}x - 5. \text{ La réponse est 3.d.}$$

4. Dans le triangle EFG rectangle en F, $\cos \widehat{E} = \frac{EF}{EG}$ donc

$$EF = EG \times \cos \widehat{E} = \sqrt{10} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{20}}{2} \text{ soit } EF = \sqrt{5}. \text{ La réponse est 4.b.}$$

II- 1. $g(x) = x^5 + 7x^4 - 12x^3 - 3x^2 + 7x - 1$

2. Appliquons l'identité remarquable

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2.$$

$$h(x) = (3 + 2x)(3 - 2x) = 3^2 - (2x)^2 = 9 - 4x^2$$

3. Résolvons le système par combinaison :

Éliminons x :

$$\begin{array}{l} (1) \times \begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 3y = 6 \end{cases} \\ (-2) \times \begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 3y = 6 \end{cases} \end{array} \quad \longmapsto \quad \begin{cases} 2x + y = 5 \\ -2x + 6y = -12 \end{cases}$$

On obtient : $7y = -7 \longmapsto y = 1.$

Éliminons y :

$$\begin{array}{l} (3) \times \begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 3y = 6 \end{cases} \\ (1) \times \begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 3y = 6 \end{cases} \end{array} \quad \longmapsto \quad \begin{cases} 6x + 3y = 15 \\ x - 3y = 6 \end{cases}$$

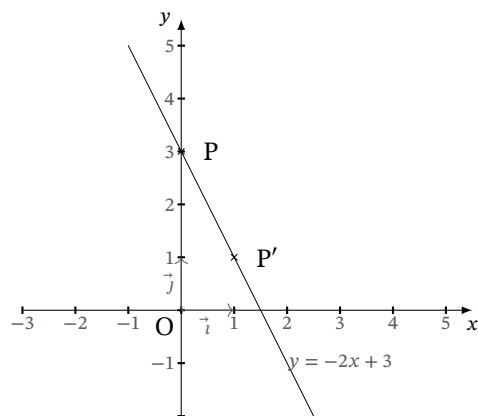
On obtient : $7x = 21 \longmapsto x = 3.$

Donc, $S_R = \{(3; -1)\}$

4. Représentation graphique de f .

	x	y
Tableau de valeurs :	P	0 3
	P'	1 1

Figure



5. Exprimons $f(x)$ sans le symbole de la valeur absolue.

Méthode 1

Exprimons d'abord $|2x - 4|$.

$$|2x - 4| = \begin{cases} 2x + 4 & \text{si } 2x - 4 \geq 0 \\ -(2x - 4) & \text{si } 2x - 4 < 0 \end{cases}$$

$$\text{soit } |2x - 4| = \begin{cases} 2x - 4 & \text{si } x \geq 2 \\ -2x - 4 & \text{si } x \leq 2 \end{cases} \quad \text{donc}$$

$$\begin{aligned} \text{Si } x \geq 2, f(x) &= |2x - 4| + x + 1 \\ &= 2x - 4 + x + 1 \\ &= 3x - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Si } x \leq 2, f(x) &= |2x - 4| + x + 1 \\ &= -2x + 4 + x + 1 \\ &= -x + 5 \end{aligned}$$

En conclusion :

Pour $x \in [2; +\infty[$, $f(x) = 3x - 3$

Pour $x \in]-\infty; 2]$, $f(x) = -x + 5$

Méthode 2 Avec un tableau

$$2x - 4 = 0 \iff x = 2$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$ 2x - 4 $	$-2x + 4$	0	$2x - 4$
$x + 1$	$x + 1$		$x + 1$
$f(x)$	$-x + 5$		$3x - 3$

Le tableau est simplifié en mettant le signe de l'expression $2x - 4$ au-dessus dans chaque intervalle.

En conclusion :

Pour $x \in [2; +\infty[$, $f(x) = 3x - 3$

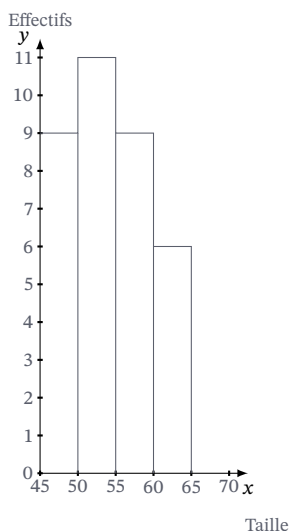
Pour $x \in]-\infty; 2]$, $f(x) = -x + 5$

6. La symétrie centrale est une isométrie donc les images de points alignés sont aussi alignés. D'où, Les points images A' , B' et C' sont alignés.

7. Les coordonnées de la somme de deux vecteurs est la somme des coordonnées.

$$(\vec{u} + \vec{v}) \begin{pmatrix} 2-1 \\ -\frac{3}{2} + \frac{5}{2} \end{pmatrix} \text{ soit } (\vec{u} + \vec{v}) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

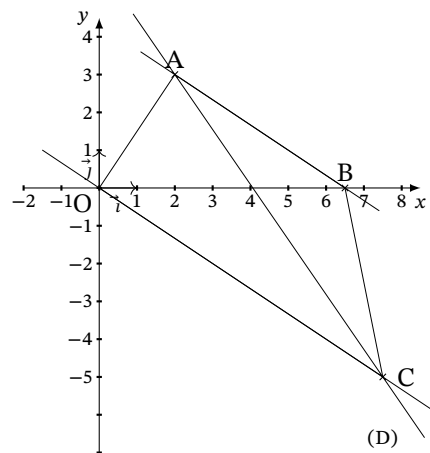
8. Histogramme des effectifs



DEUXIÈME PARTIE

Exercice 1

Figure



1. voir graphique

2. a. Calculons les coordonnées des vecteurs \vec{AB} et \vec{OC} .

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \iff \vec{AB} \begin{pmatrix} 6, 5 - 2 \\ 2 - 3 \end{pmatrix} \\ \iff \vec{AB} \begin{pmatrix} 4, 5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$C(7, 5; -5) \iff \vec{OC} \begin{pmatrix} 7, 5 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

b. Montrons que les droites (AB) et (OC) sont parallèles.

Il faut se rappeler que deux droites sont parallèles si leurs vecteurs directeurs sont colinéaires.

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} 4, 5 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{OC} \begin{pmatrix} 7, 5 \\ -5 \end{pmatrix}$$

On a : $4,5 \times (-5) - (-3) \times (7,5) = -22,5 + 22,5 = 0$, donc les vecteurs \vec{AB} et \vec{OC} sont colinéaires.

On en déduit que les droites (AB) et (OC) sont parallèles.

3. Calcul des coordonnées du vecteur \vec{AO} .

$$A(2; 3) \iff \vec{OA} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \iff \vec{AO} \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Vérifions l'orthogonalité de } \vec{AO} \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{OC} \begin{pmatrix} 7, 5 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

On a : $-2 \times 7,5 + (-3) \times (5) = -15 + 15 = 0$ donc les vecteurs \vec{AO} et \vec{OC} sont orthogonaux.

4. La nature du quadrilatère OABC.

Dans le quadrilatère OABC, les côtés consécutifs [AO] et [OC] sont perpendiculaires et les côtés [AB] et [OC] sont parallèles. Or, les côtés [AO] et [BC] ne sont pas parallèles donc, le quadrilatère OABC est un **trapèze rectangle en O**.

5. (D) : $8x + 5,5y - 32,5$

a. Pour $y = 5$

$$8 \times x + 5,5 \times 5 - 32,5 = 0$$

$$8x + 16,5 - 32,5 = 0$$

$$8x = 16$$

$$x = 2$$

b. Pour $x = 7,5$

$$8 \times 7,5 + 5,5 \times y - 32,5 = 0$$

$$60 + 5,5y - 32,5 = 0$$

$$5,5y = -27,5$$

$$y = -5$$

c. voir graphique

Exercice 2

1. a. Le triangle ABC est inscrit dans un cercle de diamètre son côté [AC] donc le triangle ABC est rectangle en B.

b. Le triangle ABC est rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore : $AB^2 + BC^2 = AC^2$.

$$\text{On a : } AB^2 + BC^2 = AC^2 \quad | \quad 8^2 + BC^2 = 10^2 \quad | \quad BC^2 = 100 - 64 = 36 \quad \text{soit } BC = 6.$$

2. Calculons le rapport de projection k de (AB) sur (AC) parallèlement à (D).

$$\left. \begin{array}{l} P(A) = A \\ P(B) = C \end{array} \right\} \text{ donc } k = \frac{AC}{AB} = \frac{10}{8}. \text{ Soit } k = \frac{5}{4}.$$

3. a. Calculons le cosinus de l'angle \widehat{BAC} .

$$\text{Dans le triangle rectangle ABC, } \cos \widehat{BAC} = \frac{AB}{AC}.$$

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{AB}{AC} = \frac{8}{10}. \text{ Soit } \cos \widehat{BAC} = 0,8.$$

b. Encadrons $\cos \widehat{BAC}$.

À partir du tableau de valeur, on écrit que :

$$0,7986 < 0,8 < 0,8090 \text{ soit } 36^\circ < \cos \widehat{BAC} < 37^\circ.$$

PREMIÈRE PARTIE

Dans cette partie toutes les questions sont indépendantes.

I- Pour les cinq (5) questions du I), reproduire le tableau suivant et le compléter par la lettre correspondant à la réponse.

Numéro de la question	1	2	3	4	5
Lettre correspondant à la bonne réponse					

1- Soit E l'ensemble des réels x tels que $-\frac{2}{3} > x$. Laquelle des égalités suivantes est vraie ?

- a) $E =]-\frac{2}{3}; +\infty[$ b) $E =]-\infty; -\frac{2}{3}[$ c) $E =]-\frac{2}{3}; +\infty[$ d) $E =]-\infty; -\frac{2}{3}[$

2- Soit f une application linéaire telle que $f(\sqrt{2}) = 2$. Quelle est l'expression f(x) de f ?

- a) 2x b) $\sqrt{2}.x$ c) $2\sqrt{2}.x$ d) $\frac{\sqrt{2}}{2}.x$

3- PQR est un triangle rectangle en Q tel que PQ = 4 cm et $\tan \widehat{PRQ} = \sqrt{3}$.
Quelle est la mesure en cm du côté [QR] ?

- a) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ b) $\frac{4}{3}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ d) $4\sqrt{3}$

4- Soit le vecteur $\vec{u} \left(\begin{matrix} -\frac{1}{2} \\ 3 \end{matrix} \right)$. Quelles sont les coordonnées du vecteur $2.\vec{u}$?

- a) $\left(\begin{matrix} -1 \\ 3 \end{matrix} \right)$ b) $\left(\begin{matrix} -\frac{1}{2} \\ 6 \end{matrix} \right)$ c) $\left(\begin{matrix} -1 \\ 6 \end{matrix} \right)$ d) $\left(\begin{matrix} 6 \\ -1 \end{matrix} \right)$

5- Quelle est la forme factorisée du polynôme $9x^2 + 6\sqrt{2}.x + 2$?

- a) $(9x + \sqrt{2})^2$ b) $(3x + 2)^2$ c) $(3x^2 + \sqrt{2})^2$ d) $(3x + \sqrt{2})^2$

II-

1- Résoudre graphiquement dans $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$ le système :

$$\begin{cases} x + 2y - 2 = 0 \\ -2x + 2y + 1 = 0 \end{cases}$$

2- Soit f l'application affine définie par : $f(x) = (2 - \pi)x + 1$.

Quel est le sens de variation de f ? Justifier.

3- Soit ABC un triangle tel que : $AB = 2\sqrt{2}$, $AC = 5$ et $BC = \sqrt{17}$.

Montrer que ABC est un triangle rectangle en B.

4- Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan, on donne : $B\left(3; \frac{1}{2}\right)$ et $\overrightarrow{AB}\left(\begin{array}{c} 2 \\ -1 \end{array}\right)$.

Quelles sont les coordonnées du point A ?

5- Raogo est un fonctionnaire âgé de 51 ans. Il partira à la retraite à 60 ans et à cet âge, son premier fils Rabila sera trois (3) fois moins âgé que lui.

Quel est l'âge actuel de Rabila ?

DEUXIÈME PARTIE

Exercice 1

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(1; 1)$; $B(5; 0)$; $C(7; -2)$ et $D(2; 5)$.

1-a) Placer les points A, B, C et D dans le repère.

b) Calculer les distances AB, AC et AD.

c) Montrer que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AD} sont orthogonaux.

d) Quelle est la nature exacte du triangle ABD ? Justifier.

2- Déterminer une équation de la droite (Δ) passant par C et parallèle à (BD).

3- Soit (C) le cercle circonscrit au triangle ABD.

a) Calculer le rayon de (C) , puis déterminer les coordonnées de son centre I.

b) Construire (C) dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Exercice 2

Soit f la fonction rationnelle définie par : $f(x) = \frac{3x^2 - 6x}{(x - 2)(2x - 3)}$.

1- Déterminer l'ensemble de définition D_f de f .

2- Montrer que pour tout $x \in D_f$, $f(x) = \frac{3x}{2x - 3}$.

3- Déterminer les images par f des réels suivants : 0 ; $\frac{1}{2}$ et 2 .

4- Déterminer l'antécédent de -6 par f .

Résolution BEPC 2020-1^{er} Tour

PREMIÈRE PARTIE

I-
$$\frac{1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5}{b \quad b \quad a \quad c \quad d}$$

II-

1. (E) : $-\frac{2}{3} > x \iff x < -\frac{2}{3}$ donc, $x \in]-\infty; -\frac{2}{3}[$.

2. f est de la forme $f(x) = ax$.

$$f(\sqrt{2}) = 2 \iff a \times \sqrt{2} = 2 \iff a = \frac{2}{\sqrt{2}} \text{ soit } a = \sqrt{2}. \text{ Donc, } f(x) = x\sqrt{2}.$$

3. Le triangle PQR étant rectangle en Q, on peut écrire que $\tan \widehat{PRQ} = \frac{PQ}{QR}$.

$$\tan \widehat{PRQ} = \frac{PQ}{QR} \iff QR = \frac{PQ}{\tan \widehat{PRQ}} \iff QR = \frac{4}{\frac{4}{\sqrt{3}}} \text{ soit } QR = \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

4. $\vec{u} \left(-\frac{1}{2} \right) \iff 2\vec{u} \left(2 \times \left(-\frac{1}{2} \right) \right) \iff 2\vec{u} \left(-1 \right)$

5. $9x^2 + 6\sqrt{2}x + 2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$.

$$9x^2 + 6\sqrt{2}x + 2 = (3x + \sqrt{2})^2.$$

1. Résolvons graphiquement le système.

Posons : $(d_1) : x + 2y - 2 = 0$ et $(d_2) : -2x + 2y + 1 = 0$.

$$(d_1) : x + 2y - 2 = 0 : \begin{array}{c|c|c} x & y & \\ \hline 2 & 0 & \\ \hline 0 & 1 & \end{array}$$

$$(d_2) : -2x + 2y + 1 = 0 : \begin{array}{c|c|c} x & y & \\ \hline 0 & -\frac{1}{2} & \\ \hline \frac{1}{2} & 0 & \end{array}$$

Donc, $S = \left\{ \left(1; \frac{1}{2} \right) \right\}$.

2. $a = 2 - \pi < 0$ donc, l'application affine $f(x) = (2 - \pi)x + 1$ est décroissante.

3. Montrons que le triangle ABC est rectangle en B.

$$AB^2 = (2\sqrt{2})^2 = 4 \times 2 = 8; AC^2 = 5^2 = 25;$$

$BC^2 = (\sqrt{17})^2 = 17$ tels que $25 = 8 + 17 \iff AC^2 = AB^2 + BC^2$.
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

4. Les coordonnées du point A.

Par définition,

$$\overline{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \iff \overline{AB} \begin{pmatrix} 3 - x_A \\ \frac{1}{2} - y_A \end{pmatrix}.$$

Or, $\overline{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ donc, $3 - x_A = 2$ et $\frac{1}{2} - y_A = -1$ soit $x_A = 1$ et $y_A = \frac{3}{2}$. Donc, $A \left(1; \frac{3}{2} \right)$.

5. Déterminons l'âge de Rabila.

Soit x l'âge actuel de Rabila.

Dans 9 ans, l'âge de Rabila sera le tiers de l'âge de son père qui aura en ce moment 60 ans.

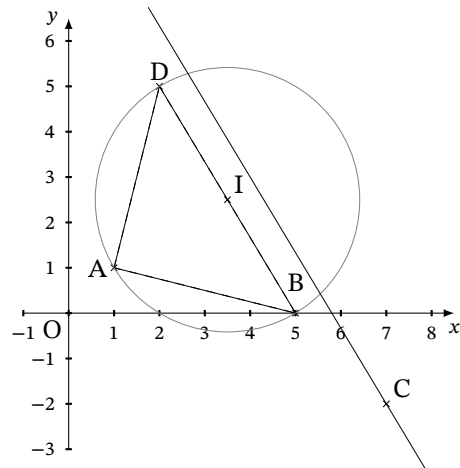
$$\text{Soit } x + 9 = \frac{60}{3} \iff x + 9 = 20 \iff x = 11.$$

L'âge actuel de Rabila est 11 ans.

DEUXIÈME PARTIE

Exercice 1

1. Figure



a. Voir graphique

b. Calculons les distances :

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(5 - 1)^2 + (0 - 1)^2} \\ &= \sqrt{4^2 + (-1)^2} \\ AB &= \sqrt{17} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(7-1)^2 + (-2-1)^2} \\ &= \sqrt{6^2 + (-3)^2} \\ AC &= 3\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AD &= \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(2-1)^2 + (5-1)^2} \\ &= \sqrt{1^2 + 4^2} \\ AD &= \sqrt{17} \end{aligned}$$

c. Montrons que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AD} sont orthogonaux.

$$\text{On a : } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \perp \overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} x_D - x_A \\ y_D - y_A \end{pmatrix}$$

$$\text{donc, } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

$$\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} x_D - x_A \\ y_D - y_A \end{pmatrix} \perp \overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} 2-1 \\ 5-1 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc, } \overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

ainsi, $4 \times 1 + (-1) \times 4 = 4 - 4 = 0$. Ce qui signifie que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AD} sont orthogonaux.

d. La nature exacte du triangle ABD.

Les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AD} étant orthogonaux, alors le triangle ABD est rectangle en A.

Et $AB = AD = \sqrt{17}$, alors le triangle ABD est aussi isocèle en A.

Donc, le triangle ABD est un triangle rectangle isocèle en A.

2. Déterminons une équation de la droite (Δ) passant par le point C et parallèle à la droite (BD).

Soit un point $M(x; y) \in (\Delta)$.

$M \in (\Delta) \perp$ les vecteurs \overrightarrow{CM} et \overrightarrow{BD} sont colinéaires.

$$\text{On a : } \overrightarrow{CM} \begin{pmatrix} x_M - x_C \\ y_M - y_C \end{pmatrix} \perp \overrightarrow{BD} \begin{pmatrix} x_D - x_B \\ y_D - y_B \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BD} \begin{pmatrix} x_D - x_B \\ y_D - y_B \end{pmatrix} \perp \overrightarrow{BD} \begin{pmatrix} 2-5 \\ 5-0 \end{pmatrix} \perp \overrightarrow{BD} \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Appliquons la condition de colinéarité.

$$5(x-7) - (-3)(y+2) = 0 \perp 5x - 35 + 3y + 6 = 0$$

$$\perp 5x + 3y - 29 = 0. \text{ Donc, } (\Delta) : 5x + 3y - 29 = 0.$$

3. a. Calculons le rayon R de (C).

Le triangle ABD étant rectangle en A, alors l'hypoténuse [BD] est le diamètre du cercle circonscrit au triangle ABD.

$$\text{Donc, } R = \frac{1}{2}BD \text{ alors } R = \frac{1}{2}\sqrt{(-3)^2 + 5^2} = \frac{1}{2}\sqrt{34}.$$

$$\text{D'où, } R = \frac{1}{2}\sqrt{34}.$$

Calculons les coordonnées du point I, centre du circonscrit au triangle ABD.

I milieu de l'hypoténuse [BD]

$$\perp x_I = \frac{x_B + x_D}{2} = \frac{5+2}{2} = \frac{7}{2} \text{ et}$$

$$y_I = \frac{y_B + y_D}{2} = \frac{0+5}{2} = \frac{5}{2}. \text{ Donc, } I \left(\frac{7}{2}; \frac{5}{2} \right).$$

b. voir graphique

Exercice 2

1. Déterminons l'ensemble de définition D_f de $f(x)$.

$f(x)$ existe si et seulement si $(x-2)(2x-3) \neq 0$.

$$(x-2)(2x-3) \neq 0 \perp x-2 \neq 0 \text{ et } 2x-3 \neq 0$$

$$\perp x \neq 2 \text{ et } x \neq \frac{3}{2} \text{ donc, } D_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{3}{2}; 2 \right\}.$$

2. Montrons que pour tout $x \in D_f$, $f(x) = \frac{3x}{2x-3}$.

$$\text{On a : } f(x) = \frac{3x^2 - 6x}{(x-2)(2x-3)} = \frac{3x(x-2)}{(x-2)(2x-3)}.$$

$$\text{Pour } x \in D_f, f(x) = \frac{3x}{2x-3}.$$

3. Déterminons les images des réels par f :

$$f(0) = \frac{3 \times 0}{2 \times 0 - 3} = \frac{0}{-3} = 0 \text{ donc, } f(0) = 0.$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3 \times \frac{1}{2}}{2 \times \frac{1}{2} - 3} = \frac{\frac{3}{2}}{-2} = \frac{3}{-4} \text{ donc, } f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}.$$

$2 \notin D_f$, alors il n'a pas d'image par f .

4. Déterminons l'antécédent de -6 par $f(x)$.

$$f(x) = -6 \perp \frac{3x}{2x-3} = -6 \perp 3x = -6 \times (2x-3)$$

$$\perp 3x = -12x + 18 \perp 15x = 18 \perp x = \frac{18}{15} = \frac{6}{5}.$$

Donc, l'antécédent de -6 par f est $\frac{6}{5}$.

PREMIÈRE PARTIE

Dans cette partie toutes les questions sont indépendantes.

I- Pour les 5 questions du I), reproduire le tableau suivant et le compléter par la lettre correspondant à la bonne réponse.

Numéro de la question	1	2	3	4	5
Lettre correspondant à la bonne réponse					

1- Soient x et y deux réel positifs. Sachant que : $0,2 \leq x \leq 5$ et $1,02 \leq y \leq 2,05$, quel est le bon encadrement du produit xy ?

- a) $1,22 \leq xy \leq 7,05$ b) $20,4 \leq xy \leq 12,5$ c) $0,204 \leq xy \leq 10,25$ d) $0,82 \leq xy \leq 2,95$

2- On considère les applications f , g , h et k définies par : $f(x) = -2x + 3$; $g(x) = 5$; $h(x) = 8x$ et $k(x) = |1 - x| + 15x - 7$. Laquelle de ces expressions est celle d'une application linéaire?

- a) $f(x)$ b) $g(x)$ c) $h(x)$ d) $k(x)$

3- Soit h la fonction rationnelle définie par $h(x) = \frac{-x + 2}{3x + 1}$.

Quelle est l'image $h(0)$ du réel 0 par h ?

- a) $\frac{1}{2}$ b) -2 c) $-\frac{1}{3}$ d) 2

4- Dans un repère orthonormé du plan, on donne les points K(2; 5) et U(7; 3).

Quelles sont les coordonnées du vecteur \overrightarrow{UK} ?

- a) $\begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 9 \\ 8 \end{pmatrix}$

5- Soit DEF un triangle rectangle en E tel que $\sin \widehat{EDF} = \frac{1}{2}$ et $DF = 4$ cm.

Quelle est la longueur du côté [EF] ?

- a) $\frac{1}{8}$ b) 2 c) $\frac{9}{2}$ d) $\frac{2}{4}$

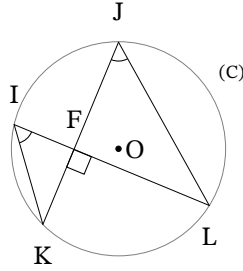
II- 1- Considérons le polynôme f définie par $f(x) = \left(\frac{1}{2}x - 5\right)^2 + (3 - x)^2$. Utiliser l'identité remarquable qui convient pour développer $f(x)$.

2- Soient I, J, K et L quatre(4) points distincts sur un cercle (c) de centre O.

(Voir figure ci-dessous.) On donne : $\widehat{KIL} = 50^\circ$ et $\widehat{KFL} = 90^\circ$.

Quelle est la mesure de l'angle \widehat{KJL} ? Justifier.

NB : La figure n'est pas à reproduire.



3- Soient \vec{u} et \vec{v} tels que $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ \frac{5}{2} \end{pmatrix}$.

Les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont-ils colinéaires? Justifier.

4- Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on donne les droites (D) d'équation $y = -\frac{2}{5}x - \frac{4}{5}$ et (D') de vecteur directeur $\vec{w} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Justifier que les droites (D) et (D') sont perpendiculaires.

5- Un triangle ABC rectangle en B est tel que : $AB = 4$ cm, $BC = 3$ cm et $AC = 5$ cm.

(La figure n'est pas exigée.)

a) Calculer le sinus de l'angle \widehat{BAC} .

b) Trouver la mesure de l'angle \widehat{BAC} à un degré près par excès.

On donne :

Angle	34°	35°	36°	37°
Sinus	0,5592	0,5776	0,5878	0,6018

DEUXIÈME PARTIE

Exercice 1

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, unité graphique 1 cm.

On donne : $\vec{OA} = -4\vec{i} + 3\vec{j}$; $\vec{BO} = 2\vec{i} + \vec{j}$ et $C(4; 2)$.

1- Placer les points A, B et C dans le repère.

2- Soit la droite (D) : $y = -2x + \frac{5}{2}$.

Déterminer les coordonnées d'un vecteur directeur \vec{u} de (D), puis tracer (D) dans le repère.

3- Déterminer une équation de la droite (Δ) passant par C et perpendiculaire à la droite (D), puis tracer (Δ) dans le repère.

4- La droite (D) coupe le segment [AC] en M et (Δ) au point L.

a) Déterminer les coordonnées du point L.

b) Calculer les distances AB, BC et CL.

c) En utilisant le théorème de Thalès, calculer la distance ML.

Exercice 2

Le tableau suivant donne la répartition de dix-huit (18) élèves d'une classe de 4^e selon la taille.

Taille	[150 ; 155[[155 ; 160[[160 ; 165[[165 ; 170[[170 ; 175[[175 ; 180[
Effectif	3	4				
Centre des classes						

- 1- Reproduire le tableau et compléter la ligne « **centre des classes** » .
- 2- Quelle est la classe modale de cette série statistique ?
- 3- En utilisant les centres des classes, calculer la moyenne de cette série statistique.
- 4- Construire l'histogramme des effectifs de cette série.

Échelle :

Sur l'axe des abscisses : 2 cm → 5 cm de taille avec à l'origine 150.

Sur l'axe des ordonnées : 1 cm → 1 élève

Résolution BEPC 2020-2^e Tour

PREMIÈRE PARTIE

I-
$$\frac{1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5}{c \quad c \quad d \quad a \quad b}$$

- 1- Donnons un encadrement de xy .

$$\begin{aligned} 0,2 &\leq x \leq 5 \\ 1,02 &\leq y \leq 2,05 \end{aligned}$$

$$0,2 \times 1,02 \leq xy \leq 5 \times 2,05$$

donc $0,204 \leq xy \leq 10,25$

2- $h(x) = 8x$

3- $h(x) = \frac{-x+2}{3x+1} \mid \rightarrow h(0) = \frac{-0+2}{3 \times 0 + 1} = 2.$

4- $\overrightarrow{UK} \begin{pmatrix} x_K - x_U \\ y_K - y_U \end{pmatrix} \mid \rightarrow \overrightarrow{UK} \begin{pmatrix} 2-7 \\ 5-3 \end{pmatrix} \mid \rightarrow \overrightarrow{UK} \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix}$

5- $\sin \widehat{EDF} = \frac{EF}{DF} \mid \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{EF}{4} \mid \rightarrow EF = 2.$

II-

- 1- Développons $f(x)$.

$$\begin{aligned} f(x) &= \left(\frac{1}{2}x - 5\right)^2 + (3-x)^2 \\ &= \left(\frac{1}{2}x\right)^2 - 2 \times \frac{1}{2}x \times 5 + 5^2 + 3^2 - 2 \times 3x + x^2 \\ &= \frac{1}{4}x^2 - 5x + 25 + 9 - 6x + x^2 \\ &= \frac{5}{4}x^2 - 11x + 34 \end{aligned}$$

- 2- Les angles \widehat{KJL} et \widehat{KIL} sont des angles inscrits qui interceptent le même arc donc, $\widehat{KJL} = \widehat{KIL} = 50^\circ$

- 3- Appliquons la condition de colinéarité.

On a : $2 \times \frac{5}{2} - 5(-1) = 10 \neq 0$, les vecteurs \vec{u} et \vec{v} ne sont pas colinéaires.

- 4- Justifions que les droites (D) et (D') sont perpendiculaires.

La droite (D) : $y = -\frac{2}{5}x - \frac{4}{5}$ a pour vecteur directeur

$$\vec{w} \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{2}{5} \end{pmatrix}.$$

Montrons que les vecteurs \vec{w} et \vec{w}' sont orthogonaux.

On a : $2 \times 1 + 5 \times \left(-\frac{2}{5}\right) = 2 - 2 = 0$ donc, les vecteurs \vec{w} et \vec{w}' sont orthogonaux d'où les droites (D) et (D') sont perpendiculaires.

- 5-a) Calculons le sinus de l'angle \widehat{BAC} .

$$\sin \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{5} = 0,6.$$

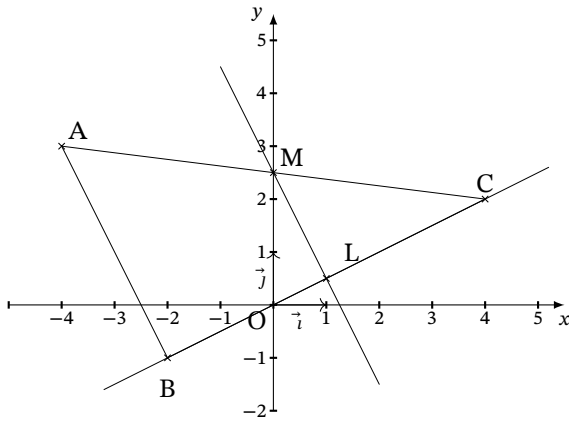
- b) La mesure de l'angle \widehat{BAC} à un degré près par excès.

$$0,5878 < 0,6 < 0,6018 \mid \rightarrow 36^\circ < \widehat{BAC} < 37^\circ.$$

La mesure de l'angle \widehat{BAC} à un degré près est 37°.

DEUXIÈME PARTIE

Exercice 1



1- voir graphique

2- Déterminons un vecteur directeur de (D).

$$(D) : y = -2x + \frac{5}{2} \quad \vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

3- Déterminons une équation de (Δ).

$$\text{Soit } (\Delta) : y = ax + b.$$

$$(\Delta) \perp (D) \quad a \times (-2) = -1 \quad a = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Une équation partielle donne } (\Delta) : y = \frac{1}{2}x + b.$$

$$C \in (\Delta) \quad y_C = \frac{1}{2}x_C + b \quad 2 = \frac{1}{2} \times 4 + b \quad b = 0.$$

$$\text{Donc, } (\Delta) : y = \frac{1}{2}x.$$

4-a) Déterminons les coordonnées du point L.

$$L \in (D) \quad y_L = -2x_L + \frac{5}{2} \quad \text{et } L \in (\Delta) \quad y_L = \frac{1}{2}x_L$$

$$\text{donc, } \frac{1}{2}x_L = -2x_L + \frac{5}{2} \quad \frac{5}{2}x_L = \frac{5}{2} \quad x_L = 1 \quad \text{et}$$

$$y_L = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}. \quad \text{D'où, } L \left(1; \frac{1}{2} \right).$$

b) Calculons les distances :

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(-2 + 4)^2 + (-1 - 3)^2} \quad \text{donc, } AB = 2\sqrt{5}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} \\ &= \sqrt{(4 + 2)^2 + (2 + 1)^2} \quad \text{donc, } BC = 3\sqrt{5}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CL &= \sqrt{(x_L - x_C)^2 + (y_L - y_C)^2} \\ &= \sqrt{(1 - 4)^2 + \left(\frac{1}{2} - 2\right)^2} \quad \text{donc,} \end{aligned}$$

$$CL = \frac{3\sqrt{5}}{2}.$$

c) Calculons ML.

$(ML) \parallel (AB)$, les triangles CML et CAB forment une configuration de Thalès. D'après le théorème de Thalès, on peut écrire $\frac{CM}{CA} = \frac{CL}{CB} = \frac{ML}{AB}$.

$$\text{Soit } \frac{CM}{CA} = \frac{3\sqrt{5}}{2} = \frac{ML}{2\sqrt{5}}.$$

$$\text{Prenons, } \frac{3\sqrt{5}}{2} = \frac{ML}{2\sqrt{5}} \quad \frac{1}{2} = \frac{ML}{2\sqrt{5}}.$$

$$\text{Donc, } ML = \sqrt{5}.$$

Exercice 2

1- Complétons le tableau.

Taille	[150 ; 155[[155 ; 160[
Effectif	3	4
Centre des classes	152,5	157,5

[160 ; 165[[165 ; 170[[170 ; 175[[175 ; 180[
3	6	1	1
162,5	167,5	172,5	177,5

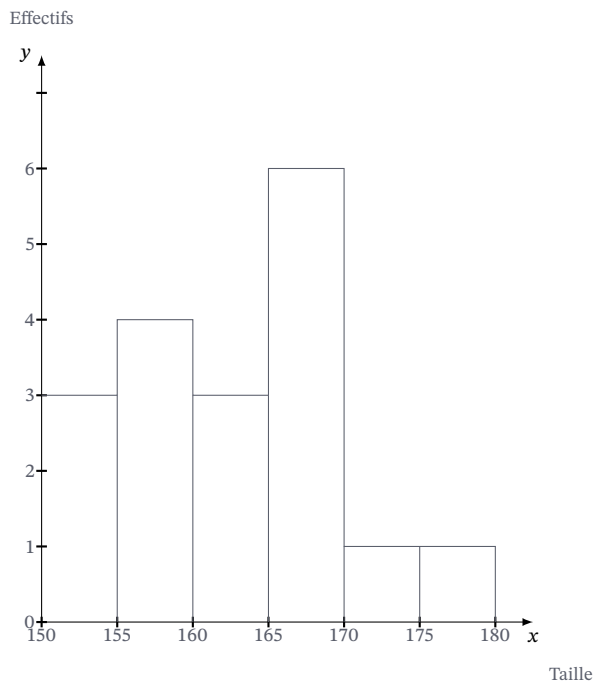
2- La classe modale est l'intervalle [165 ; 170[.

3- Calculons la moyenne M.

$$M = \frac{3 \times 152,5 + 4 \times 157,5 + 3 \times 162,5 + 6 \times 167,5 + 172,5 + 177,5}{18}$$

$$M = \frac{2930}{18} \quad \text{donc, } M = 162,78.$$

4- Histogramme des effectifs



PREMIÈRE PARTIE

Dans cette partie toutes les questions sont indépendantes.

I- Pour chacune des questions ci-dessous, écrire le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

1- Parmi les couples de réels suivants, lequel est solution de l'inéquation

$$2x + 5y - 4 > 0 \text{ dans } \mathbf{R} \times \mathbf{R} ?$$

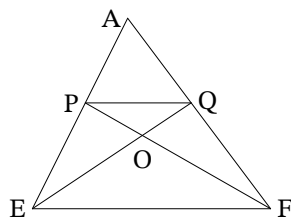
a) $(2; -2)$

b) $(-2; 2)$

c) $\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$

d) $(0; 0)$

2- Dans la figure suivante, le quadrilatère PQF est un trapèze de bases [PQ] et [EF].



Quels sont les triangles qui forment une configuration de Thalès ?

a) OPE et OFQ

b) PFQ et PEQ

c) APF et AQE

d) OPQ et OFE

3- Soit f une application linéaire telle que $f(-2) = \frac{1}{2}$. Quelle est l'expression $f(x)$ pour tout réel x ?

a) $f(x) = \frac{1}{2}x$

b) $f(x) = -x$

c) $f(x) = -2x$

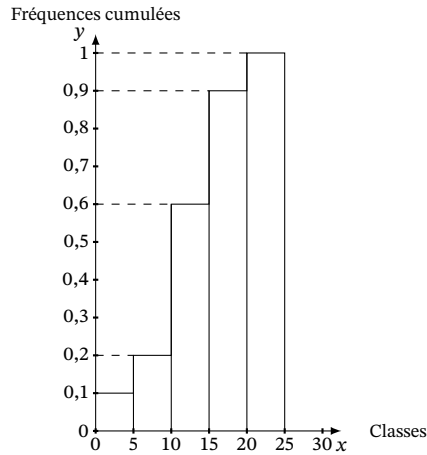
d) $f(x) = -\frac{1}{4}x$

II- 1- Factoriser $Q(x) = (x - 1)^2 - 5(1 - x)$ en produit de facteur du premier degré.

2- OIT est un triangle rectangle en I tel que $IT = 2$ cm et $\tan(\widehat{TOI}) = \frac{1}{2}$. Calculer OI.

3- Développer $(x\sqrt{2} - 3)(x\sqrt{2} + 3)$ en utilisant l'identité remarquable qui convient.

4- L'histogramme suivant représente les fréquences cumulées croissantes d'une série statistique.



Quelle est la fréquence cumulée croissante de la classe $[10 ; 15[$?

5- Soit (D) la droite d'équation $2x - \frac{1}{3}y + 5 = 0$ et E $(x ; -3)$ un point de la droite (D).

Déterminer l'abscisse x du point E.

6- Utiliser l'identité remarquable qui convient pour factoriser $49x^2 + 14x + 1$.

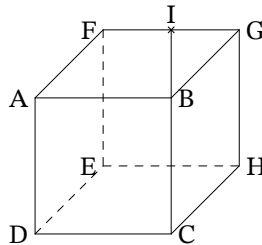
7- Démontrer que les droites (D) : $2x - 3y - 3 = 0$ et (D') : $-4x + 6y + 1 = 0$ sont parallèles.

8- ODE est un triangle tel que $OD = 2$, $DE = 3$ et $EO = \sqrt{13}$. Démontrer que le triangle ODE est un triangle rectangle dont on précisera le sommet de l'angle droit.

9- Résoudre graphiquement le système : $\begin{cases} x + 3y - 1 = 0 \\ -x - y + 3 = 0 \end{cases}$ dans $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$.

(On prendra 1 cm comme unité graphique.)

10- Dans la figure suivante, ABGFDCHE est un cube d'arête 4 cm. I est le milieu de [FG]. Calculer BI.



DEUXIÈME PARTIE

Exercice 1

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité le centimètre.

1- Placer les points A $(-4 ; 1)$, B $(3 ; 0)$ et C $(0 ; -3)$.

2- a) Calculer les distances AB, AC et BC.

b) En déduire que le triangle ABC est rectangle en C.

3- Soit (c) le cercle circonscrit au triangle ABC

- a) Déterminer les coordonnées du centre I de (C) .
- b) Déterminer une équation de la tangente (T) au cercle (C) en C.
- c) Construire (C) et (T) dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Exercice 2

On considère la fonction rationnelle Q définie par $Q(x) = \frac{(1-2x)(2-x)}{(1+x)(4x-2)}$.

- 1- Déterminer l'ensemble de définition D_Q de Q.
- 2- Montrer que $Q(x) = \frac{x-2}{2(x+1)}$ pour tout réel de D_Q .
- 3-a) Calculer $Q(\sqrt{2})$ et rendre rationnel le dénominateur.
- b) Donner un encadrement de $Q(\sqrt{2})$ à 10^{-2} près.

On donne : $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$.

Résolution BEPC 2021-1^{er} Tour

PREMIÈRE PARTIE

I- 1. b 2. d 3. d

II- 1- Factorisons $Q(x)$.

$$\begin{aligned} Q(x) &= (x-1)^2 - 5(1-x) \\ &= (x-1)^2 + 5(x-1) \\ &= (x-1)(x-1+5) \\ Q(x) &= (x-1)(x+4) \end{aligned}$$

2- Calculons OI.

Dans le triangle OIT, $\tan(\widehat{TOI}) = \frac{IT}{OI}$

soit $\frac{1}{2} = \frac{2}{OI} \iff OI = 4$. Donc, $OI = 4$.

3- Développons $(x\sqrt{2}-3)(x\sqrt{2}+3)$.

Développe en utilisant l'identité remarquable

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2.$$

$$(x\sqrt{2}-3)(x\sqrt{2}+3) = (x\sqrt{2})^2 - 3^2 = 2x^2 - 9.$$

4- La fréquence cumulée croissante de la classe $[10; 15[$ est 0,6.

5- Déterminons l'abscisse x du point E.

$$E \in (D) \iff 2x - \frac{1}{3}(-3) + 5 = 0 \iff x = -3$$

6- Factorisons $49x^2 + 14x + 1$.

Développe en utilisant l'identité remarquable $a^2 - 2ab + b^2$.

$$49x^2 + 14x + 1 = (7x)^2 + 2(7x)(1) + 1^2 = (7x+1)^2.$$

7- Démontrons que les droites (D) : $2x - 3y - 3 = 0$ et (D') : $-4x + 6y + 1 = 0$ sont parallèles.

Méthode 1

Démontre que les vecteurs directeurs des deux droites sont colinéaires.

$(\Delta) : ax + by + c = 0$ donc $\vec{u} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (Δ) .

$\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (D).

$\vec{v} \begin{pmatrix} -6 \\ -4 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (D').

$$\text{On a : } -6 \times 2 - (-4) \times 3 = -12 + 12 = 0$$

donc les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.

D'où (D) et (D) sont parallèles.

Méthode 2

Montre que leurs pentes sont égales.

$$(D) : 2x - 3y - 3 = 0 \iff (D) : y = \frac{2}{3}x - 1 \iff m = \frac{2}{3} \text{ et}$$

$$(D') : -4x + 6y + 1 = 0 \iff (D') : y = \frac{2}{3}x - 1 \iff m = \frac{2}{3}$$

$m = m'$ donc les droites (D) et (D') sont parallèles.

8- Démontrer que le triangle ODE est un triangle rectangle.

Dans le triangle ODE, $OD^2 = 4$, $DE^2 = 9$ et $EO^2 = 13$ tels que $OD^2 + DE^2 = EO^2$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ODE est rectangle en D.

9- Résolvons graphiquement le système.

$$a) \begin{cases} x - 2y + 4 = 0 \\ 2x + y - 7 = 0 \end{cases}$$

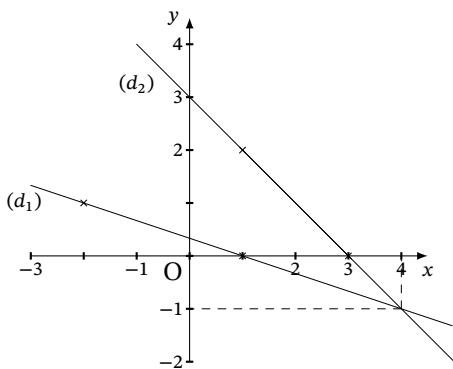
Posons $(d_1) : x + 3y - 1 = 0$ et $(d_2) : -x - y + 3 = 0$.

Traçons (d_1) et (d_2) .

$$(d_1) : x + 3y - 1 = 0 : \begin{array}{c|c|c} x & y & \\ \hline P_1 & 1 & 0 \\ \hline P_2 & -2 & 1 \end{array}$$

$$(d_2) : -x - y + 3 = 0 : \begin{array}{c|c|c} x & y & \\ \hline P'_1 & 3 & 0 \\ \hline P'_2 & 1 & 2 \end{array}$$

Figure



Le point d'intersection des droites (d_1) et (d_2) a pour coordonnées $(4; -1)$ donc, $S = \{(4; -1)\}$.

10- Calculons BI.

La face ABGF est un carré donc le triangle BGI est rectangle en G.

Appliquons le théorème de Pythagore dans le triangle BGI. On a :

$$BI^2 = GI^2 + GB^2 \text{ soit } BI^2 = 2^2 + 4^2 \text{ soit } BI = \sqrt{20}.$$

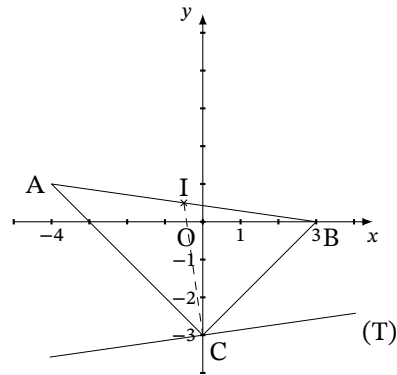
Donc, $BI = 2\sqrt{5}$.

DEUXIÈME PARTIE

Exercice 1

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité le centimètre.

1- Figure



2-a) Calculons les distances AB, AC et BC.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\ = \sqrt{(3 + 4)^2 + (0 - 0)^2} = \sqrt{49} \\ \text{donc, } AB = 7.$$

donc, $AB = 7$.

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \\ = \sqrt{(0 - (-4))^2 + (-3 - 0)^2} = \sqrt{25} \\ \text{donc, } AC = 5.$$

donc, $AC = 5$.

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} \\ = \sqrt{(0 - 3)^2 + (-3 - 0)^2} = \sqrt{18} \\ \text{donc, } BC = 3\sqrt{2}.$$

donc, $BC = 3\sqrt{2}$.

b) Montrons que le triangle ABC est rectangle en C.

Dans le triangle ABC, $AB^2 = 49$, $AC^2 = 25$ et $BC^2 = 18$ tels que $18 + 25 = 43 \neq 49 = AB^2 = AC^2 + BC^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C.

3-a) Déterminons les coordonnées du centre I de (C).

Le centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle est le milieu de l'hypoténuse.

Le centre I est le milieu de l'hypoténuse [AB].

$$\text{Donc, } I \left(\frac{x_B + x_A}{2}; \frac{y_B + y_A}{2} \right) = I \left(\frac{-4 + 3}{2}; \frac{0 + 0}{2} \right) \text{ donc } I \left(-\frac{1}{2}; 0 \right).$$

b) Déterminons une équation de la tangente (T) au cercle (C) en C.

Soit $M(x; y)$ un point de (T).

(T) est la perpendiculaire à (IC) en C donc les vecteurs

$$\vec{IC} \left(\frac{1}{2}; 0 \right) \text{ et } \vec{CM} \left(\begin{array}{c} x \\ y + 3 \end{array} \right) \text{ sont orthogonaux.}$$

$$\text{Donc, } \frac{1}{2}x - \frac{7}{2}(y+3) \iff x - 7y - 21 = 0.$$

$$\text{D'où, (D) : } x - 7y - 21 = 0.$$

c) voir figure.

Exercice 2

$$Q(x) = \frac{(1-2x)(2-x)}{(1+x)(4x-2)}.$$

1- Déterminons l'ensemble de définition de Q.

$$Q(x) \text{ existe si et seulement si } (1+x)(4x-2) \neq 0.$$

$$(1+x)(4x-2) \neq 0 \iff x \neq -1 \text{ et } x \neq \frac{1}{2} \text{ donc}$$

$$D_Q = \mathbf{R} - \left\{ -1; \frac{1}{2} \right\}.$$

2- Simplifions Q(x).

$$\text{Pour } x \neq -1 \text{ et } x \neq \frac{1}{2},$$

$$Q(x) = \frac{(1-2x)(2-x)}{-2(1+x)(-2x+1)} = \frac{x-2}{2(x+1)}$$

3-a) Calculons $Q(\sqrt{2})$.

$$Q(\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}-2}{2(\sqrt{2}+1)} = \frac{2-\sqrt{2}-2\sqrt{2}+2}{2}$$

$$\text{donc } Q(\sqrt{2}) = \frac{4-3\sqrt{2}}{2}.$$

b) Encadrons $Q(\sqrt{2})$ à 10^{-2} près.

$$1,414 < \sqrt{2} < 1,415 \iff -4,245 < -3\sqrt{2} < -4,242$$

$$-0,245 < 4 - 3\sqrt{2} < -0,242$$

$$-0,1225 < \frac{4-3\sqrt{2}}{2} < -0,121$$

$$\text{À } 10^{-2} \text{ } -0,13 < Q(\sqrt{2}) < -0,12$$

PREMIÈRE PARTIE

Dans cette partie toutes les questions sont indépendantes.

I- Pour chacune des questions ci-dessous, écrire le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

1- MNP est un triangle rectangle en N tel que :

$$NP = \sqrt{6} \text{ et } \sin(\widehat{NMP}) = \frac{3}{2}.$$

Quelle est la longueur du côté [MP] ?

a) $2\sqrt{2}$ b) $3\sqrt{2}$ c) $2\sqrt{3}$ d) $\sqrt{2}$

2- Soient u et v deux réels positifs. Sachant que $1,75 \leq u \leq 2,02$ et $2,4 \leq v \leq 3,5$, quelle est l'encadrement du produit $u.v$?

a) $7,07 \leq u.v \leq 8,02$ b) $4,2 \leq u.v \leq 5,05$ c) $4,2 \leq u.v \leq 7,07$ d) $4,2 \leq u.v \leq 7,7$

3- Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan, on donne $A(-1; 2)$. On désigne par (D_1) la droite de coefficient directeur -2 . Laquelle des équations suivantes est une équation de la droite (D_2) perpendiculaire à (D_1) et passant par A ?

a) $y = \frac{1}{2}x - 1$ b) $x + 2y - 5 = 0$ c) $x - 2y + 5 = 0$ d) $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$

4- Quelle est la forme réduite et ordonnée du polynôme

$$P(x) = -2x^3 - 5x - 11x^2 - 24 + x^3 + 12x - 1?$$

a) $P(x) = -x^3 + 22x - 11x^2 - 25$ b) $-x^3 - 11x^2 + 7x + 25$

c) $P(x) = -25 + 7x - 12x^2 - x^3$ d) $P(x) = -25 + 7x - 11x^2 - x^3$

5- Dans un repère cartésien $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan, on donne les points B, C et D.

Dans lequel des cas suivants, les points B, C et D sont alignés ?

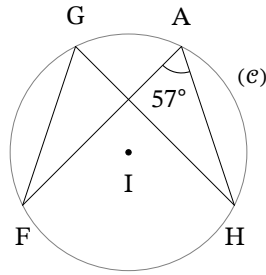
a) $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ b) $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BD} \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

c) $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BD} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ d) $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$

II- 1- Soit la fonction rationnelle définie sur $\mathbf{R} - \left\{-\frac{5}{2}\right\}$ par $q(x) = \frac{3-x}{2x+5}$.

Calculer si possible les images par q des réels -3 et $-2,5$.

2- Soient A, H, F et G quatre points distincts sur un cercle (c) de centre I. (Voir figure ci-dessous)



NB : la figure n'est pas à reproduire.

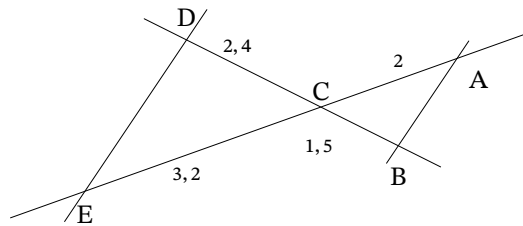
On donne $\widehat{FAH} = 57^\circ$. Quelle est la mesure de l'angle \widehat{FGH} ? Justifier.

- 3- Une étude hebdomadaire sur l'âge des personnes infectées de la COVID-19 d'une ville a donné les résultats suivants :

Age	[0 ; 10[[10 ; 20[[20 ; 30[[30 ; 40[[40 ; 50[[50 ; 60[[60 ; 70[
Effectifs	42	120	74	110	143	75	155

Calculer l'âge moyen des infectés de la COVID-19 au cours de cette semaine en utilisant les centres des classes.

- 4- On considère la figure ci-dessous. On donne : $AC = 2$; $CE = 3,2$; $BC = 1,5$ et $CD = 2,4$.



La figure n'est pas en dimension réelle et n'est pas à reproduire.

Démontrer en utilisant la propriété qui convient que les droites (AB) et (BC) sont parallèles.

- 5- Développer $(5x - \sqrt{2})^2$ en utilisant l'identité remarquable qui convient.
- 6- On donne un triangle ABC rectangle en C de hauteur [CH] tel que $AB = 9$ et $BC = 6$.
(La figure n'est pas exigée.)
Calculer BH en utilisant la relation métrique qui convient.
- 7- Un triangle IJK rectangle en J est tel que : $IJ = 8$; $JK = 6$ et $IK = 10$. (La figure n'est pas exigée.)
Calculer la tangente de l'angle \widehat{JKI} .

DEUXIÈME PARTIE

Exercice 1

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan, on donne les points $E(1; 4)$, $F(0; 1)$ et $G(-3; 2)$. Unité graphique : 1 cm.

- 1- Placer les points E, F et G dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (On complétera la figure au fur et à mesure.)
- 2-a) Montrer que les vecteurs \vec{EF} et \vec{FG} sont orthogonaux.

- b) En déduire la nature du triangle EFG. Justifier.
- 3-a) Calculer les coordonnées du point K milieu du segment [EG].
- b) Calculer les coordonnées du point H symétrique de F par rapport à K.
- 4- Démontrer que le quadrilatère EFGH est un carré.

Exercice 2

Lors des nuits atypiques de Koudougou (NAK), on propose à l'entrée, des tickets de 600 F (pour adultes) et des tickets de 200 F (pour enfants).

Soit x le nombre de tickets de 200 F et y le nombre de tickets de 600 F vendus. 500 tickets ont été vendus pour une recette de 180 000 F.

- 1- Traduire l'énoncé sous forme d'un système d'équations à deux inconnues x et y .
- 2- Résoudre dans $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$, le système :
$$\begin{cases} x + y = 500 \\ x + 3y = 900 \end{cases}$$
- 3- En déduire le nombre de tickets de chaque type vendus.

Résolution BEPC 2021-2^e Tour

PREMIÈRE PARTIE

I- 1. a 2. c 3. c 4. d 5) b

II- 1- Calculons les réels.

$$-3 \in D_Q \text{ donc } q(-3) = \frac{3+3}{-6+5} \text{ d'où } q(-3) = -6.$$

$$-2, 5 \in D_Q \text{ donc } q(-2, 5) \text{ n'existe pas.}$$

2- Les angles \widehat{FGH} et \widehat{FAH} sont deux angles inscrits qui interceptent le même arc alors $\widehat{FGH} = \widehat{FAH}$ donc $\widehat{FGH} = 57^\circ$.

3- Calculons l'âge moyen m des infectés de la COVID-19 au cours de cette semaine en utilisant les centres des classes.

Age	[0 ; 10[[10 ; 20[[20 ; 30[
Effectifs	42	120	74
centre de classe	5	15	25

[30 ; 40[[40 ; 50[[50 ; 60[[60 ; 70[
110	143	75	155
35	45	55	65

$$m = \frac{72 \times 5 + 120 \times 15 + 74 \times 25 + 110 \times 35}{719} + \frac{143 \times 45 + 75 \times 55 + 155 \times 65}{719}$$

donc $m = 39,42$. La moyenne est donc **39 ans**

4- Démontrons que les droites (AB) et (BC) sont parallèles.

Les points A, C et E d'une part et les points B, C et D d'autre part sont alignés dans le même ordre.

$$\text{De plus, } \frac{AC}{CE} = \frac{2}{3,2} = \frac{5}{8} \text{ et } \frac{BC}{CD} = \frac{1,5}{2,4} = \frac{5}{8} \implies \frac{AC}{CE} = \frac{BC}{CD}.$$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AB) et (DE).

5- Développons $(5x - \sqrt{2})^2$.

Utilise l'identité $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

$$(5x - \sqrt{2})^2 = (2x)^2 - 2(5x)\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$$

$$\text{donc } (5x - \sqrt{2})^2 = 25x^2 - 10\sqrt{2}x + 2.$$

6- Calculons BH.

Dans le triangle rectangle ABC, on a :

$$BC^2 = AB \times BH \text{ soit } 36 = 9BH \text{ donc } BH = 4$$

7- Calculons la tangente de l'angle \widehat{JK} .

$$\tan(\widehat{JK}) = \frac{JK}{IJ} \text{ soit } \tan(\widehat{JK}) = \frac{6}{8} \text{ donc}$$

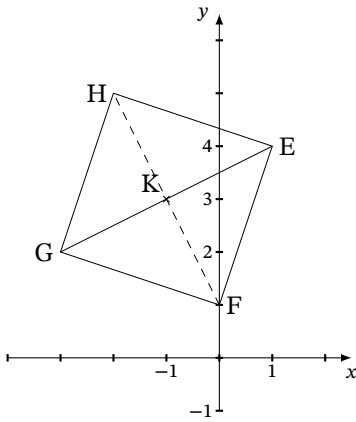
$$\tan(\widehat{JK}) = \frac{3}{4}$$

DEUXIÈME PARTIE

Exercice 1

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan, on donne les points E(1 ; 4), F(0 ; 1) et G(-3 ; 2). Unité graphique : 1 cm.

1- Figure



2-a) Montrons que les vecteurs \vec{EF} et \vec{FG} sont orthogonaux.

$$\vec{EF} \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{FG} \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

On a : $(-1) \times (-3) + (-3) \times (1) = 3 - 3 = 0$ donc les vecteurs \vec{EF} et \vec{FG} sont orthogonaux.

b) Déterminons la nature du triangle EFG.

$\vec{EF} \perp \vec{FG}$ donc le triangle EFG est rectangle en F.

3-a) Calculons les coordonnées du point K.

$$K \text{ milieu de } [EG] \quad \mapsto K \left(\frac{x_E + x_G}{2}; \frac{y_E + y_G}{2} \right)$$

$$\mapsto K \left(\frac{-3 + 1}{2}; \frac{2 + 4}{2} \right) \text{ donc } K(-1; 3).$$

b) Calculons les coordonnées du point H.

H symétrique de F par rapport à K \mapsto K milieu de [FH]

$$\text{Par définition, } K \left(\frac{x_F + x_H}{2}; \frac{y_F + y_H}{2} \right).$$

$$\text{Soit } K \left(\frac{0 + x_H}{2}; \frac{1 + y_H}{2} \right).$$

Or $K(-1; 3)$, donc $\frac{x_H}{2} = -1$ et $\frac{1 + y_H}{2} = 3$ d'où $H(-2; 5)$.

4- Démontrons que le quadrilatère EFGH est un carré.

Déterminons les longueurs des côtés.

$$EF = \sqrt{(1)^2 + (-3)^2} \mapsto EF = \sqrt{10}$$

$$GH = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} \mapsto GH = \sqrt{10}$$

$$FG = \sqrt{(-3)^2 + (1)^2} \mapsto FG = \sqrt{10}$$

$$HE = \sqrt{(-3)^2 + (1)^2} \mapsto HE = \sqrt{10}$$

On sait que $EF = FG = GH = HE$.

Or un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur est un losange donc EFGH est un losange.

On sait maintenant que EFGH est losange et $\vec{EF} \perp \vec{FG}$.

Or un losange qui possède un angle droit est un carré. Donc, le quadrilatère EFGH est un carré.

Exercice 2

1- Traduisons l'énoncé sous forme d'un système d'équations à deux inconnues x et y .

Il y a x ticket de 200 F et y tickets de 600 F et au total 500 tickets ont été vendus donc $x + y = 500$.

Les x ticket de 200 F rapportent $200x$ et les y tickets de 600 F rapportent $600y$.

Et la recette total est 180 000 F donc

$$200x + 600y = 180000 \quad \mapsto 2x + 6y = 1800 \quad \mapsto x + 3y = 900.$$

On obtient le système $\begin{cases} x + y = 500 \\ x + 3y = 900 \end{cases}$.

2- *Il est conseillé de résoudre les systèmes d'équations des problèmes concret par combinaison.*

La résolution donne $x = 200$ et $y = 600$.

Le système a pour solution $S = \{(300; 200)\}$.

3- Nous trouvons 300 tickets de 200 F et 200 tickets de 600 F.

Cette épreuve comporte deux (2) parties indépendantes à traiter obligatoirement

PREMIÈRE PARTIE

Dans cette partie toutes les questions sont indépendantes.

I- Pour les six (6) questions du I), reproduire le tableau suivant et le compléter par la lettre correspondant à la bonne réponse.

Numéro de la question	1	2	3	4	5	6
Lettre correspondant à la bonne réponse						

1- Soit f une application affine croissante. Parmi les affirmations suivantes laquelle est vraie?

- a) $f(-8) > f(1)$ b) $f(5) < f(-7)$ c) $f(-5) < f(8)$ d) $f(-4) \geq f(6)$

2- Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on donne : $A\left(\frac{7}{2}; -2\right); B\left(2; -\frac{3}{2}\right)$.

Quelles sont les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} ?

- a) $\begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ \frac{7}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$

3- BIC est un triangle rectangle en B tel que $IC = 6$ cm et $\sin(\widehat{CIB}) = \frac{1}{2}$.

Quelle est la valeur de BC?

- a) 6 b) 3 c) 12 d) 14

4- Laquelle des expressions $f(x)$ suivantes est celle d'une application linéaire?

- a) $(\sqrt{2} - 1)x + 1$ b) $-3x + \frac{3}{2}$ c) $\frac{-1}{\sqrt{2}x}$ d) $3x^2$

5- Soit q la fonction rationnelle définie sur $\mathbb{R} - \{-3\}$ par $q(x) = \frac{x - \frac{1}{2}}{x + 3}$.

Quelle est l'image par q du réel $-\frac{1}{2}$?

- a) 0 b) $-\frac{2}{5}$ c) $-\frac{4}{5}$ d) $-\frac{5}{4}$

6- Lequel des vecteurs suivants est un vecteur directeur de la droite (D) dont le coefficient directeur est égal à $-\frac{3}{4}$?

- a) $\vec{V}\begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{3}{4} \end{pmatrix}$ b) $\vec{V}\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{3}{4} \end{pmatrix}$ c) $\vec{V}\begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{3}{4} \end{pmatrix}$ d) $\vec{V}\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{4}{3} \end{pmatrix}$

II- 1- En utilisant l'identité remarquable qui convient, développer le polynôme $A = (2\sqrt{2} - x)^2$.

2- Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, le système (S) : $\begin{cases} 2x - y = -\frac{3}{2} \\ x - 3y = -7 \end{cases}$ en utilisant la méthode de substitution.

3- Dans un repère orthonormé du plan, on donne les points $A(-1; 3)$; $B(-4; 5)$ et $C(-\frac{5}{2}; 4)$.

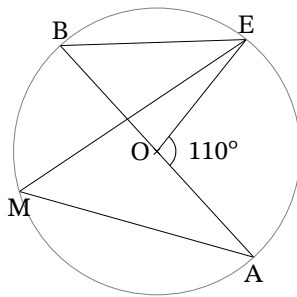
Montrer que les points A, B et C sont alignés.

4- Déterminer une équation de la droite (D) passant par le point $A(3; 4)$ et perpendiculaire à la droite (Δ) d'équation : $x + y - 2 = 0$.

5- ABC est un triangle rectangle en C de hauteur [CH] tel que $AB = 3\sqrt{2}$; $AC = 4$ et $BC = \sqrt{2}$.

Calculer la distance [CH].

6- Dans la figure suivante, (c) est le cercle de centre O. Les points B, E et M appartiennent à (c). On donne : $\widehat{AOE} = 110^\circ$.



Calculer les mesures des angles \widehat{AME} et \widehat{OBE} . (La figure n'est pas à reproduire.)

DEUXIÈME PARTIE

Exercice 1

Jean dispose de x francs. Il dépense la moitié pour son loyer et le tiers pour la scolarité de son fils. La somme de ses dépenses est inférieure ou égale à 50 000 francs et supérieure ou égale à 45 000 francs. Déterminer un encadrement de x .

Exercice 2

La série statistique suivante représente les notes obtenues par les élèves d'une classe lors d'une composition.

Notes	[7 ; 9[[9 ; 11[[11 ; 13[[13 ; 15[[15 ; 17[Total
Effectifs	9	15	22	16	2	x

1- Déterminer la valeur de x .

2- Construire l'histogramme de cette série statistique (On prendra en abscisse 1 cm pour une note égale à 2 et en ordonnée 1 cm pour un effectif de 2).

3- Calculer la moyenne de cette série statistique en utilisant les centres de classes.

4- Calculer le pourcentage d'élèves ayant obtenu une note au moins égale à 11.

PREMIÈRE PARTIE

I-

1	2	3	4	5	6
c	c	n	b	c	a

II-1- Développons le polynôme A.

$$A = (2\sqrt{2} - x)^2 = (2\sqrt{2})^2 - 2 \times 2\sqrt{2} + x^2$$

$$A = 8 - 4\sqrt{2}x + x^2$$

2- Résolvons le système par substitution.

$$\begin{cases} 2x - y = -\frac{3}{2} & (1) \\ x - 3y = -7 & (2) \end{cases}$$

Exprimons y en fonction de x dans l'équation (1).

On obtient $y = 2x + \frac{3}{2}$. Puis, remplaçons y par son expression dans l'équation (2).

L'équation (2) dévient :

$$x - 3\left(2x + \frac{3}{2}\right) = -7 \iff x - 6x - \frac{9}{2} = -7 \iff x = \frac{1}{2}$$

Déterminons y.

$$y = 2x + \frac{3}{2} = 2\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\text{Donc; } S = \left\{ \left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2} \right) \right\}.$$

3- Montrons que les points A, B et C sont alignés.

Il suffit de montrer que deux vecteurs qu'ils forment sont colinéaires.

Montrons d'abord que les vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} sont colinéaires.

Pour cela, calculons leur coordonnées.

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \iff \vec{AB} \begin{pmatrix} -4 + 1 \\ 5 - 3 \end{pmatrix} \iff \vec{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} \iff \vec{AC} \begin{pmatrix} -\frac{5}{2} + 1 \\ 4 - 3 \end{pmatrix} \iff \vec{AC} \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Appliquons la condition de colinéarité.

On a : $-3 \times 1 - 2 \times \left(\frac{3}{2}\right) = -3 + 3 = 0$ donc, les vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} sont colinéaires. par conséquent les points A, B et C sont alignés.

4- Déterminons une équation de la droite (D).

Méthode 1

On déterminera le coefficient directeur de (D) en appliquant la propriété de deux droites perpendiculaires

Soit (D) : $y = mx + p$.

L'équation réduite de (Δ) est $y = -x + 2$ donc son coefficient directeur est -1 .

Or (Δ) \perp (D) \iff que $m \times (-1) = -1$ donc $m = 1$.

Une équation partielle de (D) est $y = x + p$.

On déterminera le réel p en remplaçant les coordonnées du point A dans l'équation réduite.

$A \in (D) \iff y_A = x_A + p$ soit $4 = 3 + p$ donc $p = 1$.

Une équation de (D) est $y = x + 1$.

Méthode 2

On détermine un vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ de la droite (Δ) puis, on applique la condition de colinéarité sur les vecteurs \vec{AM} et \vec{u} .

5- Calculons CH.

Le triangle ABC est rectangle en C, les relations métriques permettent d'écrire que $CH \times AB = AC \times BC$.

$$\text{Soit } CH \times 3\sqrt{2} = 4 \times \sqrt{2} \text{ Donc, } CH = \frac{4}{3}.$$

6-

Calculons les mesures des angles.

L'angle \widehat{AME} est l'angle inscrit associé à l'angle au centre \widehat{AOE} donc, $\widehat{AME} = \frac{1}{2}\widehat{AOE}$. D'où, $\widehat{AME} = 55^\circ$.

L'angle $\widehat{OBE} = \widehat{ABE}$. Or Les angles \widehat{ABE} et \widehat{AME} sont des angles inscrits qui interceptent un même arc donc, $\widehat{ABE} = \widehat{AME} = 55^\circ$.

Par conséquent, $\widehat{OBE} = 55^\circ$.

DEUXIÈME PARTIE

Exercice 1

1- Jean Dépense la moitié pour son loyer soit $\frac{1}{2}x$.

Le tiers pour la scolarité soit $\frac{1}{3}x$.

$$\text{La somme des dépenses est : } \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x = \frac{5}{6}x.$$

La somme de ses dépenses est inférieure ou égale à 50 000 francs et supérieure ou égale à 45 000 francs. On peut donc écrire $45\,000 \leq \frac{5}{6}x \leq 50\,000$.

Déterminons un encadrement de x.

$$45\,000 \leq \frac{5}{6}x \leq 50\,000 \iff 54\,000 \leq x \leq 60\,000.$$

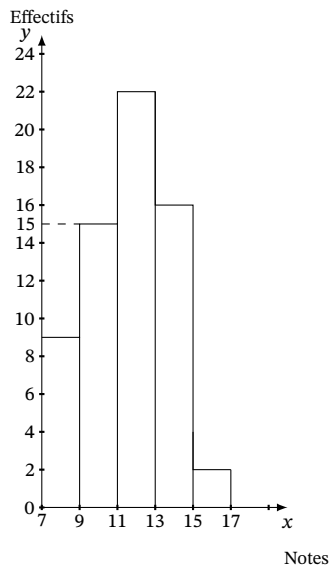
Exercice 2

1- Déterminons la valeur de x .

x représente l'effectif total.

$$\text{On a : } x = 9 + 15 + 22 + 16 + 2 = 64.$$

2- L'histogramme



3- Calculons le pourcentage d'élèves ayant obtenu une note au moins égale à 11.

Le nombre N des élèves ayant obtenu une note au moins égale à 11.

$$N = 22 + 16 + 2 = 40$$

$$\text{Le pourcentage } p \text{ est : } p = \frac{40 \times 100}{64} = 62,5 \%$$

Cette épreuve comporte deux (2) parties indépendantes à traiter obligatoirement.

PREMIÈRE PARTIE

Dans cette partie toutes les questions sont indépendantes.

1- Écrire la lettre correspondant à la bonne réponse :

Le nombre réel -9 est une solution de l'inéquation :

- a) $x < -9$ b) $2x - 2 > \sqrt{3}$ c) $4x + 3 \geq 0$ d) $8 + 2x < -2x + 9$

2- En utilisant une identité remarquable convenable, factoriser le polynôme

$Q(x) = (x + 5)^2 - (2x + 3)^2$ en produit de facteurs du premier degré.

3- Soit f la fonction rationnelle définie par $f(x) = \frac{(x - 1)^2}{(x + 1)(x - 1)}$.

a) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f .

b) Simplifier $f(x)$ pour tout $x \in D_f$.

4- On donne $A(x) = |7x - 4| - 2x + 3$. Écrire $A(x)$ dans le symbole de la valeur absolue.

5- Résoudre par substitution dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, le système suivant :
$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 5x + 3y = 1 \end{cases}$$

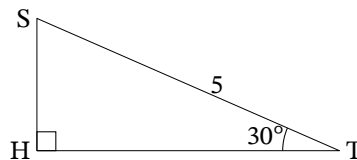
6- Soit f l'application affine définie par $f(x) = -5x + 3$.

Représenter graphiquement f dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (Unité graphique 1 cm).

7- Soit ABC un triangle tel que $AB = 6\sqrt{3}$; $BC = 12$ et $AC = 6$.

Démontrer que le triangle ABC est rectangle.

8- Dans la figure ci-dessous, SHT est un triangle rectangle en H. On donne $ST = 5$, la mesure de l'angle \widehat{STH} est 30° et $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$.



Calculer la distance SH.

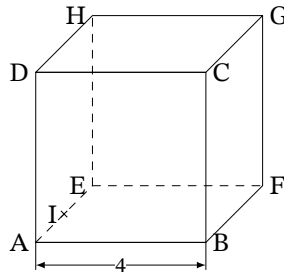
NB : Ne pas reproduire la figure.

9- Le plan est muni d'un repère cartésien. Soit (T) la droite d'équation $2x - y + 7 = 0$.

Déterminer une équation de la droite (D) passant par le point A (3; -4) et parallèle à la droite (T).

10- ABCDEFGH est un cube d'arête 4 et I est le milieu du segment [AE].

(Voir la figure qu'on ne reproduira pas).



- a) Donner la nature du triangle ABI.
- b) Calculer la distance BI.

DEUXIÈME PARTIE

Les parties I et II sont indépendantes.

Exercice 3

Les notes obtenues par les élèves d'une classe lors d'un devoir de mathématiques sont :

6 4 8 9 10 9 8 11 12 13 13 13 13
13 11 12 12 14 15 16 14 11 11 14 13

- 1- Reproduire et compléter le tableau suivant :

Notes	[4 ; 8[[8 ; 12[[12 ; 16[[16 ; 20[
Effectifs				

- 2- Calculer la moyenne des notes en utilisant les centres des classes.
- 3- Construire l'histogramme des effectifs de la série statistique obtenue à la question 1.

Echelle : $\left\{ \begin{array}{l} \text{Axe des abscisses : 1 cm pour 4 points} \\ \text{Axe des ordonnées : 1 cm pour 1 élève} \end{array} \right.$

Exercice 4

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 1 cm, on considère les points $A(-2; 6)$, $B(1; 1)$ et $C(-4; -2)$.

- 1- Placer les points A, B et C.
- 2-a) Calculer les distances AB et BC.
 - b) Montrer que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC} sont orthogonaux.
 - c) En déduire la nature exacte du triangle ABC.
- 3- On note (C) le cercle de circonscrit au triangle ABC.
 - a) Déterminer les coordonnées du centre H du cercle (C) .
 - b) Construire le cercle (C) .
- 4- Soit E(0; y) le point d'intersection de la droite (AB) avec l'axe des ordonnées. Déterminer la valeur exacte de y.

Résolution BEPC 2022-2^e Tour

PREMIÈRE PARTIE

1- La bonne réponse est la lettre **d**.

2- Factorisons $Q(x)$.

Utilisons l'identité remarquable :

$$(A)^2 - (B)^2 = [(A) - (B)][(A) + (B)].$$

$$\begin{aligned} Q(x) &= (x + 5)^2 - (2x + 3)^2 \\ &= [(x + 5) - (2x + 3)][(x + 5) + (2x + 3)] \\ &= (x + 5 - 2x - 3)(x + 5 + 2x + 3) \\ &= (-x - 3)(3x + 8) \end{aligned}$$

donc, $Q(x) = (-x - 3)(3x + 8)$.

3- $f(x) = \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)}$.

a) Déterminons D_f .

$f(x)$ existe si et seulement si $(x+1)(x-1) \neq 0 \iff x+1 \neq 0$ et $x-1 \neq 0$ soit $x \neq -1$ et $x \neq 1$.

Donc, $D_f = \mathbf{R - \{-1; 1\}}$.

b) Simplifions $f(x)$

Pour tout $x \neq -1$ et $x \neq 1$, on a : $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$.

4- Écrivons $A(x)$ sans le symbole de la valeur absolue.

$$7x - 4 = 0 \iff x = \frac{4}{7}.$$

Pour $x \leq \frac{4}{7}$, on a : $|7x - 4| = -7x + 4$ soit

$$A(x) = -7x + 4 - 2x + 3 = -9x + 7$$

Pour $x \geq \frac{4}{7}$, on a : $|7x - 4| = 7x - 4$ soit

$$A(x) = 7x - 4 - 2x + 3 = 5x - 1$$

En conclusion,

$$\text{Pour tout } x \in \left] -\infty ; \frac{7}{4} \right], A(x) = -9x + 7$$

$$\text{Pour tout } x \in \left[\frac{7}{4} ; +\infty \right[, A(x) = 5x - 1$$

5- Résolvons par substitution.

$$\begin{aligned} 2x - y &= 7 & (1) \\ 5x + 3y &= 1 & (2) \end{aligned}$$

Exprimons y en fonction de x dans l'équation (1).

On obtient $y = 7 - 2x$.

Remplaçons y par son expression dans l'équation (2).

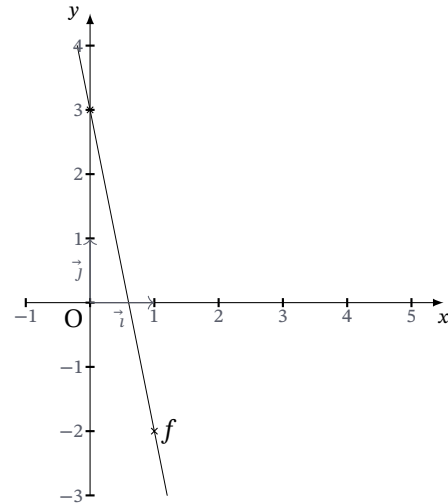
On a : $5x + 3(7 - 2x) = 1 \iff 5x + 21 - 6x = 1$ donc $x = 20$.

Déterminons la valeur de y .

$y = 7 - 2x = 7 - 2(20) = -33$ donc, $S = \{(20; -33)\}$.

6- La représentation graphique de f est la droite d'équation $y = -5x + 3$.

	x	y
P	0	3
P'	1	-2



7- Démontrons que le triangle ABC est rectangle.

Appliquons la réciproque du théorème de Pythagore.

On $AB^2 = (6\sqrt{3})^2 = 36 \times 3 = 108$, $BC^2 = 12^2 = 144$ et $AC^2 = 36$.

$108 + 36 = 144$ soit $AB^2 + AC^2 = BC^2$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

8- Calculons la distance SH.

Par définition, $\sin \angle SHT = \frac{SH}{ST}$ soit $\sin 30^\circ = \frac{SH}{5} \iff SH = \frac{1}{2} \times 5$. Donc, $SH = \frac{5}{2}$.

9- Déterminons une équation de la droite (D).

Soit (D) : $ax + by + c = 0$.

(D) \parallel (T) \iff (D) : $2x - y + c = 0$.

Déterminons le réel c .

Comme $A(3; -4) \in (D)$ alors, $2x_A - y_A + c = 0$ soit $2(3) - (-4) + c = 0$ donc, $c = 10$.

Une équation de (D) est $2x - y + 10 = 0$.

10- a) Le triangle ABI est rectangle en A.

b) Calculons BI.

Le triangle ABI est rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, $BI^2 = AI^2 + AB^2$.

Avec $AB = 4$ et $AI = \frac{1}{2}AE = 2$

$AE=BA$

Soit $BI^2 = 4^2 + 2^2$ donc, $BI = 2\sqrt{5}$.

DEUXIÈME PARTIE

Exercice 1

1- Complétons le tableau.

Notes	[4 ; 8[[8 ; 12[[12 ; 16[[16 ; 20[
Effectifs	2	9	13	1
Centres	6	10	14	18

2- Calculons la moyenne Moy des notes en utilisant les centres de classes.

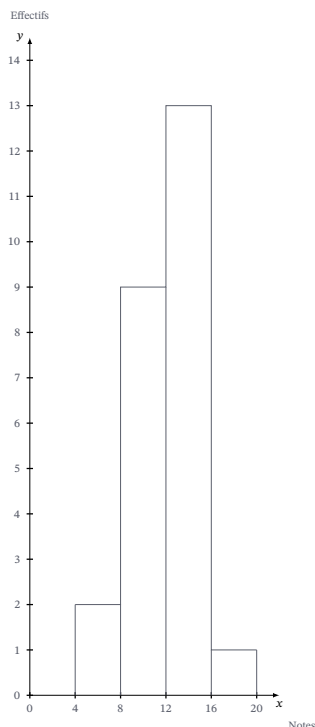
Déterminons les centres de classes. (Voir tableau ci-dessus).

$$\text{Moy} = \frac{2 \times 6 + 9 \times 10 + 13 \times 14 + 1 \times 18}{25}$$

$$\text{Moy} = \frac{302}{25} = 12.08$$

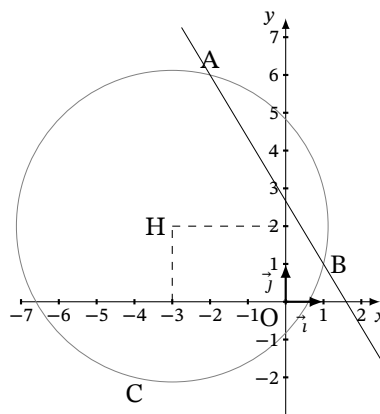
La moyenne est **12.08**.

3- L'histogramme des effectifs.



Exercice 2

1- Figure



2-a) Calculons les distances AB et BC

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$= \sqrt{(1 - (-2))^2 + (-2 - 6)^2}$$

$$AB = \sqrt{34}$$

Donc, $AB = \sqrt{34}$.

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$$

$$= \sqrt{(-4 - 1)^2 + (-2 - (-1))^2}$$

$$BC = \sqrt{34}$$

Donc, $BC = \sqrt{34}$.

b) Montrer que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC} .

Déterminons les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC} .

Graphiquement, on obtient :

$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \end{pmatrix}$. Appliquons la condition d'orthogonalité.

On a : $3(-5) + (-5)(-3) = -15 + 15 = 0$ donc, les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC} sont orthogonaux.

c) La nature du triangle ABC.

$AB = BC$, le triangle ABC est isocèle en B.

Aussi, les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC} étant orthogonaux, on peut affirmer que les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires. En conclusion, le triangle ABC est rectangle et isocèle en B.

3-a) Le cercle (C) circonscrit au triangle rectangle ABC a pour centre le milieu du segment [AC]. Donc, H est le milieu de [AC]. Graphiquement, on obtient $H(-3; 2)$.

b) voir graphique

4- Déterminons la valeur exacte de y.

Déterminons une équation de la droite (AB).

On a : (AB) : $5x + 3y = 8$.

$E(0; y) \in (AB) \iff 5x_E + 3y_E = 8$ soit $5(0) + 3y_E = 8$ donc,
 $y = \frac{8}{3}$.

Cette épreuve comporte deux (2) parties indépendantes à traiter obligatoirement.

PREMIÈRE PARTIE

Dans cette partie toutes les questions sont indépendantes.

I- Pour chacune des questions ci-dessous, écrire le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

1- Laquelle des expressions suivantes est celle d'une application linéaire ?

a) $-\frac{3}{4}x + y - 1$

b) $-5x^2$

c) $\frac{x}{2} + x$

d) $-5x$

2- Soit (D) la droite d'équation : $2x - \frac{1}{3}y - 3 = 0$. Quel est le coefficient directeur de la droite (D) ?

a) $\frac{1}{3}$

b) 2

c) 6

d) $\frac{1}{6}$

3- Quelle est la distance entre les réels 11 et -3 ?

a) 11

b) 14

c) $\frac{11}{3}$

d) $-\frac{3}{11}$

II- 1- Rendre rationnel le dénominateur de l'expression suivante : $F = \frac{-2}{2 + \sqrt{3}}$.

2- Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, le système (E) :
$$\begin{cases} 3x + y - 5 = 0 \\ x - 2y + 3 = 0 \end{cases}$$

3- Factoriser le polynôme suivant : $t(x) = (x - 2)(2x - 3) - (x + 1)(2 - x)$

4- Soit q la fonction rationnelle définie par $q(x) = \frac{2x}{x + \frac{1}{2}}$.

Déterminer l'ensemble de définition de q noté D_q .

5- Dans un repère cartésien $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on donne $M(-3; 5)$ et $P\left(-\frac{5}{2}; 7\right)$.

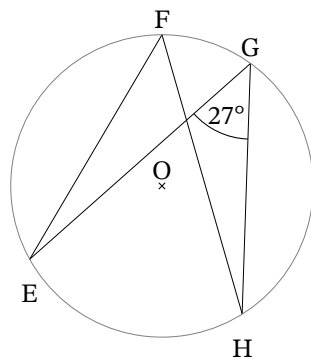
Calculer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{MP} .

6- ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 4$ cm et $BC = 5$ cm.

Calculer le rapport de projection orthogonal k de (BC) sur (AB).

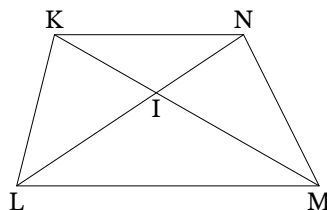
7- Justifier que les droites (D) : $y = -\frac{1}{2}x + 3$ et (D') : $-2x + y - 6 = 0$ sont perpendiculaires.

8- On considère la figure ci-contre où (c) est le cercle de centre O et E, F, G et H des points du cercle. On donne l'angle $\widehat{EGH} = 27^\circ$.



Déterminer les valeurs des angles \widehat{EOH} et \widehat{EFH} .

9- Dans la figure ci-dessous la droite (KN) est parallèle à la droite (LM).



Identifier deux triangles qui forment une configuration de Thalès.

DEUXIÈME PARTIE

Exercice 5

Un jardin rectangulaire mesure 10 m de longueur sur 6 m de largeur. On augmente sa longueur, puis sa largeur de x mètres (x strictement positif).

1- Justifier que le périmètre du nouveau jardin est $P = 4x + 32$.

On rappelle $P = 2(L + l)$.

2- Déterminer l'ensemble des valeurs possibles de x pour lesquelles le périmètre P reste inférieur ou égal à 96 m.

Exercice 6

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, unité graphique 1 cm.

On donne les points : $A(1; 3)$, $B(-3; 1)$ et $C(0; -5)$. Le repère n'est pas exigé.

1-a) Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{BC} .

b) En déduire que les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires.

2- Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).

3- Soit (Δ) la droite la droite d'équation cartésienne $y = -5x + 2$ dans un repère du plan. Les points $E(a; 2)$ et $F(-2; b)$ appartiennent à la droite (Δ) .

Déterminer les réels a et b .

PREMIÈRE PARTIE

I-
$$\frac{1 \quad 2 \quad 3}{d \quad c \quad b}$$

II-1- Rendons rationnel le dénominateur de l'expression F.

$$F = \frac{-2}{2 + \sqrt{3}} = \frac{-2(2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})}$$

$$F = \frac{-2(2 - \sqrt{3})}{2^2 - \sqrt{3}^2} = \frac{-2(2 - \sqrt{3})}{4 - 3}$$

donc, $F = -4 + 2\sqrt{3}$.

2- Résolvons le système (E).

Utilisons la méthode substitution.

$$\begin{cases} 3x + y - 5 = 0 & (1) \\ x - 2y + 3 = 0 & (2) \end{cases}$$

Exprimons x en fonction de y dans l'équation (2).

On obtient : $x = 2y - 3$. Puis, remplaçons x par son expression dans l'équation (1).

On obtient à nouveau : $3(2y - 3) + y - 5 = 0 \iff 7y - 9 - 5 = 0$
soit $y = \frac{14}{7}$

Donc, $y = 2$.

Déterminons la valeur de x.

$$x = 2y - 3 = 2(2) - 3 = 1.$$

La solution du système est : $S = \{(1, 2)\}$.

3- Factorisons t(x).

$$t(x) = (x - 2)(2x - 3) - (x + 1)(2 - x) \text{ Prenons comme facteur commun } (x - 2)$$

$$t(x) = (x - 2)(2x - 3) - (x + 1)(2 - x)$$

$$t(x) = (x - 2)(2x - 3) + (x + 1)(x - 2)$$

$$t(x) = (x - 2)[(2x - 3) + (x + 1)] = (x - 2)(3x - 2).$$

$$\text{Donc, } t(x) = (x - 2)(3x - 2).$$

4- Déterminons l'ensemble de définition de q.

$$q(x) \text{ existe si et seulement si } x + \frac{1}{2} \neq 0.$$

$$x + \frac{1}{2} \neq 0 \iff x \neq -\frac{1}{2} \text{ donc, } D_q = \mathbf{R - \left\{ -\frac{1}{2} \right\}}.$$

5- Les coordonnées du vecteur \overline{MP} .

$$\overline{MP} \left(\begin{matrix} x_P - x_M \\ y_P - y_M \end{matrix} \right) \iff \overline{MP} \left(\begin{matrix} -\frac{5}{2} + 3 \\ 7 - 5 \end{matrix} \right) \text{ donc } \overline{MP} \left(\begin{matrix} \frac{1}{2} \\ 2 \end{matrix} \right).$$

6- Le rapport de projection orthogonal k de (BC) sur (AB) est $k = \frac{AB}{BC}$. Donc, $k = \frac{4}{5}$

7- Justifions que les droites (D) et (D') sont perpendiculaires.

Déterminons d'abord leurs coefficients directeurs.

$$(D) : y = -\frac{1}{2}x + 3 \iff a = -\frac{1}{2}$$

$$(D') : -2x + y - 6 = 0 \iff y = 2x + 6 \iff a' = 2.$$

On a : $a \times a' = -\frac{1}{2} \times 2 = -1$ donc, les droites (D) et (D') sont perpendiculaires.

8- L'angle \widehat{EOH} est l'angle au centre associé à l'angle inscrit \widehat{EGH} donc $\widehat{EOH} = 2\widehat{EGH}$ donc, $\widehat{EOH} = 54^\circ$.

Les angles inscrits \widehat{EFH} et \widehat{EGH} interceptent le même arc donc, $\widehat{EFH} = \widehat{EGH} = 27^\circ$ donc, $\widehat{EFH} = 27^\circ$.

9- (KN) || (LM), les triangles INK et ILM forment une configuration de Thalès.

DEUXIÈME PARTIE

Exercice 1

1- Justifions que $P = 4x + 32$.

Après l'augmentation, la longueur dévient $L = 10 + x$ et la largeur $\ell = 6 + x$.

$$\text{Donc, } P = 2((10 + x) + (6 + x)) = 2(16 + 2x) = 4x + 32.$$

$$\text{D'où, } P = 4x + 32.$$

2- Les valeurs possibles de x.

x est positif

$$4x + 32 \leq 96 \iff 4x \leq 64 \iff x \leq 16.$$

Les valeurs de x sont inclus dans l'intervalle $[0; 16]$.

Exercice 2

1-a) Les coordonnées des vecteurs \overline{AB} , \overline{AC} et \overline{BC} .

$$\overline{AB} \left(\begin{matrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{matrix} \right) \iff \overline{AB} \left(\begin{matrix} -3 - 1 \\ 1 - 3 \end{matrix} \right) \iff \overline{AB} \left(\begin{matrix} -4 \\ -2 \end{matrix} \right).$$

$$\overline{AC} \left(\begin{matrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{matrix} \right) \iff \overline{AC} \left(\begin{matrix} 0 - 1 \\ -5 - 3 \end{matrix} \right) \iff \overline{AC} \left(\begin{matrix} -1 \\ -8 \end{matrix} \right).$$

$$\overline{BC} \left(\begin{matrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{matrix} \right) \iff \overline{BC} \left(\begin{matrix} 0 + 3 \\ -5 - 1 \end{matrix} \right) \iff \overline{BC} \left(\begin{matrix} 3 \\ -6 \end{matrix} \right).$$

b) Déduisons-en que les (AB) \perp (BC).

Pour montrer que les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires, il suffit que montrer que les vecteurs \overline{AB} et \overline{BC} sont orthogonaux.

Montrons que les vecteurs \overline{AB} et \overline{BC} sont orthogonaux.

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix}$$

Appliquons la condition d'orthogonalité.

On a : $-4 \times 3 + (-2)(-6) = 12 + 12 = 0$, donc les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC} sont orthogonaux. Par conséquent, les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires.

2- Une équation cartésienne de la droite (AB).

Soit M(x; y) un point de la droite (AB).

$M(x; y) \in (AB) \iff$ les vecteurs \overrightarrow{AM} et \overrightarrow{AB} sont colinéaires.

$$\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x-1 \\ y-3 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Appliquons la condition colinéarité sur les vecteurs \overrightarrow{AM} et \overrightarrow{AB} .

On a : $(-2(x-1) + 4(y-3) = 0 \iff -2x + 4y + 2 - 12 = 0$
 $\iff -2x + 4y - 10 = 0$ donc, (AB) : $-2x + 4y - 10 = 0$.

3- Déterminons les réels a et b.

$E(a; 2) \in (\Delta) \iff 2 = -5(a) + 2 \iff a = 0$.

$F(-2; b) \in (\Delta) \iff b = -5(-2) + 2 \iff b = 12$.

Cette épreuve comporte deux (2) parties indépendantes à traiter obligatoirement.

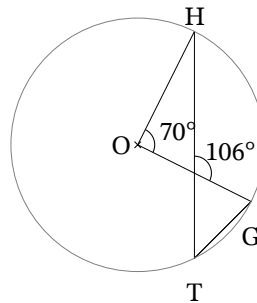
PREMIÈRE PARTIE

Dans cette partie toutes les questions sont indépendantes.

I- Pour les six (6) questions du I), reproduire le tableau suivant et le compléter par la lettre correspondant à la bonne réponse.

Numéro de la question	1	2	3	4	5	6
Lettre correspondant à la bonne réponse						

1- On considère la figure ci-contre où (c) est un cercle de centre O. Quelle est la mesure de l'angle \widehat{HTG} ?



- a) 70° b) 106° c) 35° d) 53°

2- Parmi les expressions suivantes laquelle est celle d'une application affine?

- a) 5 b) $5x^2 - 1$ c) $\sqrt{5x} + 1$ d) $5\sqrt{x} + 1$

3- Quel est le coefficient directeur de la droite (D) d'équation $-2x + y - 4 = 0$?

- a) -2 b) 1 c) $\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ d) 2

4- Soient $\vec{U} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\vec{V} \begin{pmatrix} -1 \\ -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$ deux vecteurs du plan.

Quelles sont les coordonnées du vecteur $\vec{U} + \vec{V}$?

- a) $\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{11}{3} \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 3 \\ -\frac{7}{3} \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{11}{3} \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} -1 \\ -\frac{11}{3} \end{pmatrix}$

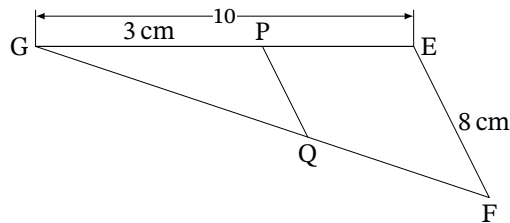
5- Dans quel cas les droites (MN) et (OP) sont-elles parallèles?

- a) $\vec{OP} = 2\vec{OM} + \frac{1}{2}\vec{ON}$ b) $2\vec{MN} + \frac{1}{2}\vec{OP} = \vec{0}$ c) $\vec{MP} + \vec{ON} = \vec{0}$ d) $2\vec{MO} + \vec{OP} + \vec{ON} = \vec{0}$

6- Lequel des couples suivants est solution de l'équation : $2x + \frac{3}{2}y - 1 = 0$?

- a) $\left(\frac{2}{3}; 0\right)$ b) $\left(1; -\frac{2}{3}\right)$ c) $\left(-\frac{2}{3}; 0\right)$ d) (2; 2)

- II- 1- Ordonner et réduire le polynôme $P(x) = x^2 - 2x^3 + x^4 - 5x^2 + 3x^3 + 3$ suivant les puissances décroissantes de x .
- 2- Résoudre le système (S) : $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x - 2y = -6 \end{cases}$ par la méthode de combinaison linéaire.
- 3- Écrire l'expression suivante sans le symbole de la valeur absolue suivant les valeurs de x . $A = |1 - 2x| - 5x + 3$.
- 4- Soient (Δ) et (D) deux droites de coefficients directeurs respectifs $-\frac{3}{2}$ et $\frac{2}{3}$. Justifier que (Δ) et (D) sont perpendiculaires.
- 5- BEP est un triangle rectangle en B tel que $EP = 10$ cm et l'angle $\widehat{BEP} = 60^\circ$. Sans faire la figure, calculer BE sachant que $\cos(60^\circ) = \frac{1}{2}$.
- 6- On considère la figure ci-dessous dans laquelle, les droites (EF) et (PQ) sont parallèles. Calculer PQ sachant que $EF = 8$ cm ; $GE = 10$ cm et $GP = 3$ cm.



NB : La figure n'est pas en dimensions réelles.

DEUXIÈME PARTIE

Exercice 7

On considère l'application f définie par $f(x) = |2x - 4| + |-2x + 2|$.

- 1- Montrer que f est une application affine par intervalles.
- 2- Étudier les variations de f sur les intervalles $]-\infty ; 1]$, $[1 ; 2]$ et $[2 ; +\infty[$.
- 3- Représenter graphiquement f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. Unité graphique : 1 cm.
- 4- Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$.

Exercice 8

Soient les polynômes f et g définis par : $f(x) = 4x^2 - 9 - (4x + 6)$ et $g(x) = (2x - 5)(x + 3)$.

- 1- Factoriser $f(x)$.
- 2- Résoudre dans \mathbf{R} , l'équation : $f(x) = g(x)$.
- 3- On pose $h(x) = \frac{(2x + 3)(2x - 5)}{(2x - 5)(x + 3)}$.
- a) Déterminer l'ensemble de définition D_h de h .
- b) Simplifier $h(x)$ pour tout $x \in D_h$.
- c) Déterminer l'image de $\frac{1}{2}$ par h .

d) Déterminer l'antécédent de 1 par h .

Résolution BEPC 2023-2^e Tour

PREMIÈRE PARTIE

I-

1	2	3	4	5	6
c	c	a	c	b	e t c

II- 1- On a : $x^4 + x^3 - 4x^2 + 3$

2- Résolvons le système par combinaison linéaire.

$$\begin{cases} x + 2y = 4 & (1) \\ 2x - 2y = -6 & (2) \end{cases}$$

Éliminons l'inconnue y .

Additionnons les deux équations :

$$\begin{array}{r} x + 2y = 4 \\ 2x - 2y = -6 \\ \hline 3x = -2 \\ x = -\frac{2}{3} \end{array}$$

Éliminons l'inconnue x .

Multiplions l'équation (1) par -2 . On obtient :

$$\begin{array}{r} -2x - 4y = -8 \\ 2x - 2y = -6 \\ \hline -6y = -14 \\ y = \frac{7}{3} \end{array}$$

donc, $S = \left\{ \left(-\frac{2}{3}; \frac{7}{3} \right) \right\}$.

3- Écrivons A sans valeur absolue

$$A = |1 - 2x| - 5x + 3.$$

$$1 - 2x = 0 \iff x = \frac{1}{2}.$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$ 1 - 2x $	$1 - 2x$	0	$-1 + 2x$
$1 - 2x$	$-5x + 3$		$-5x + 3$
A	$-7x + 4$		$-3x + 2$

Pour $x \in]-\infty; \frac{1}{2}]$: $A = 1 - 2x - 5x + 3 = -7x + 4$.

Pour $x \in \left[\frac{1}{2}; +\infty[\right]$: $A = -1 + 2x - 5x + 3 = -3x + 2$.

4- Justifions que (Δ) et (D) sont perpendiculaires.

On a : $-\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = -1$ donc, les droites (Δ) et (D) sont perpendiculaires.

5- Calculons BE

Le triangle BEP est rectangle en B , par définition, on a : $\cos(\widehat{BEP}) = \frac{BE}{EP} \iff BE = \cos(\widehat{BEP}) \times EP$

soit $BE = \frac{1}{2} \times 10$ donc, $BE = 5 \text{ cm}$.

6- Calculons PQ .

$(EF) \parallel (PQ)$, les triangles GPQ et GEF forment une configuration de Thalès.

D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{GP}{GE} = \frac{GQ}{GF} = \frac{PQ}{EF}$.

Soit $\frac{3}{10} = \frac{GQ}{GF} = \frac{PQ}{8}$.

Prenons, $\frac{3}{10} = \frac{PQ}{8}$ donc, $PQ = 8 \times \frac{3}{10} = \frac{12}{5}$.

$PQ = \frac{12}{5}$.

DEUXIÈME PARTIE

Exercice 1

$$f(x) = |2x - 4| + |-2x + 2|.$$

1- Montrons que f est une application affine par intervalles.

Exprimons d'abord $f(x)$ sans le symbole de la valeur absolue.

$$f(x) = |2x - 4| + |-2x + 2|$$

$$2x - 4 = 0 \iff x = 2 \text{ et } -2x + 2 = 0 \iff x = 1$$

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$ 2x - 4 $	$-2x + 4$	$-2x + 4$	0	$2x - 4$
$ -2x + 2 $	$-2x + 2$	0	$2x - 2$	$2x - 2$
E	$-4x + 6$		2	$4x - 6$

Pour $x \in]-\infty; 1]$: $f(x) = -2x + 4 - 2x + 2 = -4x + 6$.

Pour $x \in [1; 2]$: $f(x) = -2x + 4 + 2x - 2 = 2$.

Pour $x \in [2; +\infty[$: $f(x) = 2x - 4 + 2x - 2 = 4x - 6$.

Sur chacun des intervalles, $f(x)$ correspond à une application affine donc, $f(x)$ est une application affine par intervalles.

2- Étudions les variations de $f(x)$.

Sur $]-\infty ; 1]$, $f(x)$ est décroissante.

Sur $[1 ; 2]$, $f(x)$ est constantes.

Sur $[2 ; +\infty[$, $f(x)$ est croissante.

3- Représentons $f(x)$ graphiquement .

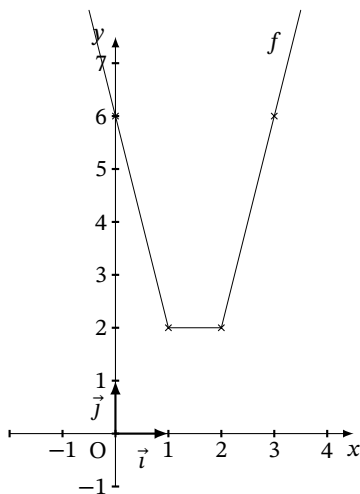
Soient les droites $(d_1) : y = -4x + 6$, $(d_2) : y = 2$ et $(d_3) : y = 4x - 6$.

La représentation graphique de f correspond à (d_1) sur $]-\infty ; 1]$, à (d_2) sur $[1 ; 2]$ et à (d_3) sur $[2 ; +\infty[$.

	x	y
Tableau de valeurs $(d_1) : y = -4x + 6$	P_1	0
	P'_1	6

	x	y
Tableau de valeurs $(d_3) : y = 4x - 6$	P_2	2
	P'_2	6

Figure



4- La solution est l'abscisse du point d'intersection de la représentation graphique de f et l'axe des abscisse

Donc, $S = \{ \}$

Exercice 2

$$f(x) = 4x^2 - 9 - (4x + 6) \text{ et } g(x) = (2x - 5)(x + 3).$$

1- Factorisons $f(x)$.

$$f(x) = 4x^2 - 9 - (4x + 6) = (2x - 3)(2x + 3) - 2(2x + 3)$$

$$f(x) = (2x + 3)[(2x - 3) - 2]$$

$$f(x) = (2x + 3)(2x - 5).$$

2- Résolvons $f(x) = g(x)$.

$$f(x) = g(x) \iff (2x + 3)(2x - 5) = (2x - 5)(x + 3)$$

$$\iff (2x + 3)(2x - 5) - (2x - 5)(x + 3) = 0$$

$$\iff (2x - 5)[(2x + 3) - (x + 3)] = 0$$

$$\iff (2x - 5)(x) = 0$$

$$\iff 2x - 5 = 0 \text{ ou } x = 0$$

$$\iff x = \frac{5}{2} \text{ ou } x = 0 \text{ donc, } S = \left\{ 0; \frac{5}{2} \right\}.$$

3- $h(x) = \frac{(2x + 3)(2x - 5)}{(2x - 5)(x + 3)}$.

a) Déterminons D_h . $h(x)$ existe si et seulement si $(2x - 5)(x + 3) \neq 0$ $\iff 2x - 5 \neq 0$ et $x + 3 \neq 0$.

$$\text{Donc, } x \neq \frac{5}{2} \text{ et } x \neq -3. \text{ Par conséquent, } D_h = \mathbf{R} - \left\{ -3; \frac{5}{2} \right\}.$$

b) Simplifions $h(x)$.

$$\text{Pour } x \neq \frac{5}{2} \text{ et } x \neq -3, h(x) = \frac{2x + 3}{x + 3}.$$

c) Déterminons l'image de $\frac{1}{2}$ par h .

$$h\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2 \times \frac{1}{2} + 3}{\frac{1}{2} + 3} = \frac{8}{7} \text{ donc, } h\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{8}{7}.$$

d) Déterminons l'antécédent de 1 par h .

$$h(x) = \frac{1}{2} \iff \frac{2x + 3}{x + 3} = 1 \iff 2x + 3 = x + 3 \iff x = 0.$$

$0 \in D_f$ donc, l'antécédent de 1 par h est 0.

Cette épreuve comporte deux (2) parties indépendantes à traiter obligatoirement.

PREMIÈRE PARTIE

Dans cette partie toutes les questions sont indépendantes.

I- Pour les six (6) questions du I), reproduire le tableau suivant et le compléter par la lettre correspondant à la bonne réponse.

Numéro de la question	1	2	3	4	5	6
Lettre correspondant à la bonne réponse						

1- Soit (D) la droite d'équation : $2x - 3y + 7 = 0$ et \vec{u} un vecteur directeur de (D).

Lequel des couples de réels suivants représente les coordonnées du vecteur \vec{u} ?

- a) $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

2- ABCD est un carré de côté 5 cm. Parmi les réels ci-dessous, un seul est la mesure en cm de la diagonale [AC]. Lequel ?

- a) $2\sqrt{5}$ b) $5\sqrt{2}$ c) $3\sqrt{5}$ d) $5\sqrt{3}$

3- ABC est un triangle rectangle en A tel que : AB = 8 cm, AC = 6 cm et BC = 10 cm.

Laquelle des valeurs ci-dessous est égale à $\sin \hat{C}$?

- a) 0,6 b) 0,7 c) 0,8 d) 0,9

4- Parmi les intervalles suivants, un seul est l'ensemble des solutions dans \mathbf{R} de l'inéquation $-2x + 3 \geq 0$. Lequel ?

- a) $\left[\frac{3}{2}; +\infty[\right.$ b) $\left] -\infty; \frac{3}{2} \right]$ c) $\left] -\infty; \frac{3}{2} \right[\right.$ d) $\left] -\infty; -\frac{3}{2} \right]$

5- Soit la série statistique Y donnant le score d'un élève à des épreuves différentes de même coefficients.
Série Y : 9; 13; 14; 6; 12; 12.

Laquelle des valeurs suivantes est la moyenne de Y ?

- a) 9 b) 10 c) 12 d) 11

6- Dans le plan muni d'un repère cartésien, on donne le vecteur $\vec{W} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ et le point H(-2; -3). Le point B est défini par $\vec{HB} = \vec{W}$.

Quelles sont les coordonnées du point B ?

- a) (1; -1) b) (-1; 1) c) (3; 4) d) (3; -4)

II- 1- P un polynôme défini par : $P(x) = x^2 - 4 + (6 - 3x)(3x + 1)$.

Développer, réduire et ordonner P(x) suivant les puissances décroissantes de x.

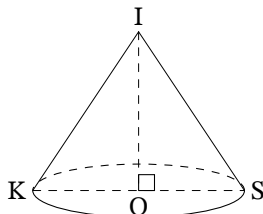
2- Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ par la méthode de combinaison linéaire, le système suivant :

$$\begin{cases} x - 2y + 7 = 0 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

3- La figure ci-contre représente un cône de révolution de sommet I et le point O désigne le milieu du diamètre [KS] de la base.

Les dimensions de cette figure ne sont pas respectées et on donne :

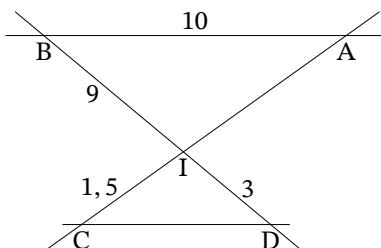
KS = 10 cm ; IO = 12 cm. Calculer IK.



4- RSP est un triangle rectangle en R tel que : SP = 7 cm et RP = 2 cm. Calculer RS.

5- On pose $A = \sqrt{45} + 3\sqrt{20} - \frac{1}{5}\sqrt{125}$. Écrire A sous la forme de $a\sqrt{5}$ où a est un entier naturel.

6- Soit la figure ci-contre. Les dimensions ne sont pas respectées et les droites (AB) et (CD) sont parallèles. On pose IB = 9 cm, ID = 3 cm, IC = 2,5 cm et AB = 10 cm. Calculer AI.



DEUXIÈME PARTIE

Exercice 1

Les données du tableau ci-dessous ont été enregistrées dans un centre sanitaire durant le dernier trimestre de l'année 2023. Quarante-vingt-dix (90) patients ont été reçus.

Maladies	Paludisme	Dengue	Dermatose	Fièvre typhoïde
Nombre de patients	25	30	15	20

- 1- Quelle est la population étudiée ?
- 2- Quel est le mode de cette série statistique ?
- 3- Construire le diagramme circulaire des effectifs.

Exercice 2

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique : 1 cm), on considère les points suivants : A(0; 3), B(4; 1) et C(0; -2).

- 1- Placer les points A, B et C dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 2- Calculer les distances AB, AC et BC.
- 3- En déduire la nature exacte du triangle ABC. Justifier.
- 4-a) Déterminer les coordonnées du milieu E du segment [AB].
- b) Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) passant par E et perpendiculaire à la droite (AB).

Résolution BEPC 2024-1^{er} Tour

PREMIÈRE PARTIE

I-
$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline c & b & c & b & d & b \end{array}$$

II- 1- Développons, réduisons et ordonnons P(x) suivant les puissances décroissantes de x.

$$P(x) = x^2 - 4 + (18x + 6 - 9x^2 - 3x)$$

$$P(x) = x^2 - 4 + 18x + 6 - 9x^2 - 3x$$

$$\text{donc } P(x) = -8x^2 + 15x + 2.$$

2- Résolvons par combinaison linéaire.

$$\begin{cases} x - 2y + 7 = 0 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \quad \longmapsto \quad \begin{cases} x - 2y + 7 = 0 \\ 2x - y - 1 = 0 \end{cases}$$

Éliminons l'inconnue y.

Multiplions l'équation (2) par -2. On obtient :

$$\begin{array}{r} x - 2y + 7 = 0 \\ -4x + 2y + 2 = 0 \\ \hline -3x + 9 = 0 \\ x = 3 \end{array}$$

Éliminons l'inconnue x.

Multiplions l'équation (1) par -2. On obtient :

$$\begin{array}{r} -2x + 4y - 14 = 0 \\ 2x - y - 1 = 0 \\ \hline 3y = 15 \\ y = 5 \end{array}$$

$$\text{donc, } S = \{(3; 5)\}.$$

3- Calculons IK.

Le segment IK est la hauteur du cône donc le triangle IKO est rectangle en O. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$IK^2 = IO^2 + OK^2 \text{ avec } IO = 12 \text{ et } OK = \frac{1}{2}KS = 5 \text{ donc}$$

$$IK^2 = 12^2 + 5^2 \quad \longmapsto \quad IK^2 = 169 \text{ donc, } IK = 13.$$

4- Le triangle RSP est rectangle en R, d'après le théorème de Pythagore, on a : $RS^2 + RP^2 = SP^2$ soit $RS^2 + 2^2 = 7^2$ donc, $RS^2 = 49 - 4$ d'où $RS^2 = 45$.

$$\text{En conclusion, } RS = 3\sqrt{5}.$$

5- Écrivons A sous la forme $a\sqrt{5}$.

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{45} + 3\sqrt{20} - \frac{1}{5}\sqrt{125} \\ &= 3\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - \frac{1}{5} \times 5\sqrt{5} \quad \text{donc, } A = 8\sqrt{5} \\ &= 3\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - \sqrt{5} \end{aligned}$$

6- Calculons AI.

(AB)
(CD), les triangles IAB et IDC forment une configuration de Thalès.

$$\text{D'après le théorème de Thalès, on a : } \frac{IB}{ID} = \frac{IA}{IC} = \frac{AB}{CD}$$

$$\text{soit } \frac{9}{3} = \frac{IA}{2,5} = \frac{10}{CD}.$$

$$\text{Prenons, } \frac{9}{3} = \frac{IA}{2,5} \text{ donc, } IA = \frac{9 \times 2,5}{3}.$$

$$\text{En conclusion, } IA = 7,5.$$

DEUXIÈME PARTIE

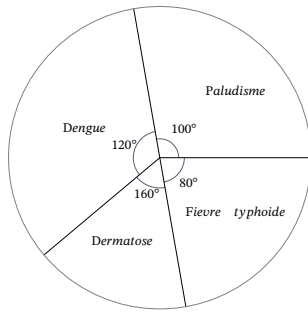
Exercice 9

- 1- La population étudiée est l'ensemble des 90 patients reçus au dernier trimestre de 2023.
- 2- Le mode est : **Dengue**.
- 3- Le diagramme circulaire des effectifs.

Déterminons les secteurs angulaires.

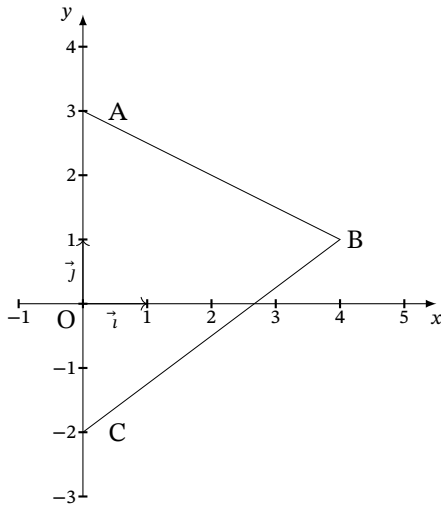
Maladie	Angles
Paludisme	$\frac{360 \times 25}{90} = 100$
Dengue	$\frac{360 \times 30}{90} = 120$
Dermatose	$\frac{360 \times 15}{90} = 60$
Fièvre typhoïde	$\frac{360 \times 20}{90} = 80$

Diagramme circulaire



Exercice 10

1- Figure



2- Calculons les distances AB, BC et AC.

$$\begin{aligned}
 AB &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\
 &= \sqrt{(4 - 0)^2 + (1 - 3)^2} \quad \text{Donc, } AB = 2\sqrt{5}. \\
 AB &= \sqrt{20}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 AC &= \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \\
 &= \sqrt{(0 - 0)^2 + (-2 - 3)^2} \quad \text{Donc, } AC = 5. \\
 AC &= \sqrt{25} \\
 BC &= \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} \\
 &= \sqrt{(0 - 4)^2 + (-2 - 1)^2} \quad \text{Donc, } BC = 5. \\
 BC &= \sqrt{25}
 \end{aligned}$$

3- $AC = BC$, le triangle ABC est isocèle en C.

4-a) Déterminons les coordonnées du point E.

$$E \text{ milieu de } [AB] \iff x_E = \frac{x_A + x_B}{2} \text{ et } y_E = \frac{y_A + y_B}{2}.$$

$$\text{Soit } x_E = \frac{0 + 4}{2} = 2 \text{ et } y_E = \frac{3 + 1}{2} = 2.$$

Donc, $E(2; 2)$.

b) Déterminons une équation cartésienne de la droite (D).

$M(x; y) \in (D) \iff$ les vecteurs \overrightarrow{EM} et \overrightarrow{AB} sont orthogonaux.

Déterminons d'abord les coordonnées ces vecteurs \overrightarrow{EM} et \overrightarrow{AB} .

$$\overrightarrow{EM} \begin{pmatrix} x_M - x_E \\ y_M - y_E \end{pmatrix} \iff \overrightarrow{EM} \begin{pmatrix} x - 2 \\ y - 2 \end{pmatrix} \text{ et}$$

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \iff \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Appliquons la condition d'orthogonalité aux deux vecteurs.

$$\overrightarrow{EM} \perp \overrightarrow{AB} \iff 4(x - 2) - 2(y - 2) = 0$$

$$\text{soit } 4x - 8 - 2y + 4 = 0.$$

Donc, (D) : $4x - 2y - 4 = 0$.

Cette épreuve comporte deux (2) parties indépendantes à traiter obligatoirement.

PREMIÈRE PARTIE

Dans cette partie toutes les questions sont indépendantes.

I- Dans chacune des questions ci-dessous, écrire le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

1- Soit I l'ensemble des réels x tels que : $-1 < -2x + 3 \leq 4$. Laquelle des propositions suivantes est vraie?

- a) $I = \left] -\frac{1}{2}; 2 \right]$ b) $I = \left[\frac{1}{2}; 2 \right[$ c) $I = \left[-\frac{1}{2}; 2 \right[$ d) $I = \left] -2; \frac{1}{2} \right]$

2- Quelle est la forme factorisée de $x^2 + x + \frac{1}{4}$?

- a) $\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right)^2$ b) $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$ c) $\left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^2$ d) $\left(x + \frac{1}{4}\right)^2$

3- L'image d' un rectangle EFGH par une isométrie est le rectangle IJKL. Sachant que EF=6 et FG=3, laquelle des propositions suivantes est vraie?

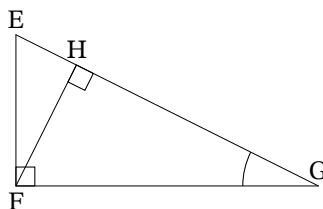
- a) IL = 6 b) IJ = 3 c) KL = 6 d) JK = 6

4- IJK est un triangle rectangle en J tel que : KI = 4, KJ = $\sqrt{3}$ et IJ = $\sqrt{13}$.

Quel est le rapport de projection orthogonale de la droite (IK) sur la droite (IJ)?

- a) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ c) $\frac{4}{\sqrt{13}}$ d) $\frac{\sqrt{13}}{4}$

5- Dans la figure ci-dessous, EFG est un triangle rectangle en F et H le pied de la hauteur issue de F? Laquelle des égalités suivantes est fausse?



- a) $FH^2 = HE \times HG$ b) $EH^2 = EF \times FG$ c) $EF^2 = EH \times EG$ d) $EF \times FG = FH \times EG$

6- On donne dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -5 \\ b \end{pmatrix}$ où a et b sont des nombres réels. Laquelle des égalités indique que les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires?

- a) $ab + 10 = 0$ b) $2a - 5b = 0$ c) $2a + 5b = 0$ d) $5a + 2b = 0$

II- 1- On donne dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, le vecteur $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 - \sqrt{3} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$.

Calculer les coordonnées du vecteur $-4\overrightarrow{AB}$.

2- On considère dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, la droite (D) d'équation $-x + 3y = 2\sqrt{2}$ et $A(x; \sqrt{2})$ où x est un nombre réel. Déterminer la valeur exacte de x sachant que le point A appartient à la droite (D).

3- (D) et (D') sont droites d'équations respectives $y = \frac{1}{2}x + 7$ et $-x + 2y + \sqrt{3} = 0$.

Montrer que les droites (D) et (D') sont parallèles.

4- ZIP est un triangle tel que : $ZI = 2\sqrt{3}$, $ZP = 2$ et $IP = 4$. Montrer que le triangle ZIP est rectangle en Z.

5- Une facture d'électricité se compose d'une taxe de 1280 FCFA à laquelle s'ajoute le prix de la consommation d'électricité (en kilowattheures). Le prix du kilowattheure est de 75 FCFA.

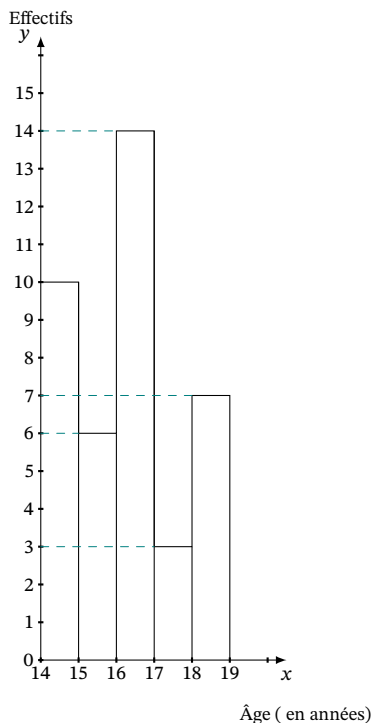
Déterminer le montant $f(x)$ à payer si x kilowattheures ont été consommés.

6- Déterminer le signe de $4 - \sqrt{17}$.

DEUXIÈME PARTIE

Les parties I et II sont indépendantes.

I- La représentation ci-dessous nous renseigne sur le nombre d'élèves présents à un cours de mathématiques dans une classe de 3^e selon le critère d'âge.



1- Comment appelle-t-on ce type de représentation graphique ?

2- Préciser le caractère étudié.

3- Combien d'élèves sont présents à ce cours ?

4- Quelles est la classe modale ?

5- Calculer le pourcentage des élèves ayant un âge supérieur ou égal à 16 ans.

6- En utilisant le centre des classes, calculer l'âge moyen des élèves présents à ce cours.

NB : La figure n'est pas à reproduire.

II- (C) est le cercle de diamètre [EF] et G un point de (C) tels que : $EF = 8$ cm et $EG = 4$ cm.

1- Faire la figure

2- Quelle est la nature du triangle EFG ? Justifier votre réponse.

3-a) Calculer $\cos(\widehat{EFG})$.

b) En déduire une mesure de \widehat{EFG} . On donne :

Angle	30°	45°	60°	90°
Cosinus	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Résolution BEPC 2024-2^e Tour

PREMIÈRE PARTIE

I- $\frac{1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5}{c \quad b \quad c \quad b \quad b}$

II- 1- Calculer les coordonnées de $-4\overline{AB}$.

$$\overline{AB} \begin{pmatrix} 1 - \sqrt{3} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix} \quad \text{donc} \quad -4\overline{AB} \begin{pmatrix} -4(1 - \sqrt{3}) \\ -4\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

$$-4\overline{AB} \begin{pmatrix} -4 + 4\sqrt{3} \\ -4\sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

2- Le point A appartient à la droite (D) signifie que ses coordonnées vérifient l'équation de (D).

$$A(x; \sqrt{2}) \in (D) \quad \text{donc} \quad -x + 3(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}.$$

La résolution de l'équation donne $x = \sqrt{2}$.

3- Deux droites parallèles ont le même coefficient directeur ou ont des vecteurs directeur colinéaires.

Déterminons d'abord les coefficients directeurs des droites (D) et (D').

$$y = \frac{1}{2}x + 7 \quad \text{donc} \quad a = \frac{1}{2}.$$

$$-x + 2y + \sqrt{3} = 0 \quad \text{donc} \quad y = \frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{donc} \quad a' = \frac{1}{2}.$$

Les droites (D) et (D') ont le même coefficient donc, elles sont parallèles.

4- Appliquons la réciproque du théorème de Pythagore.

$$\text{On a : } ZI^2 = (2\sqrt{3})^2 = 12, \quad ZP^2 = 2^2 = 4$$

$$\text{et } IP^2 = 4^2 = 16.$$

$12 + 4 = 16$ soit $ZI^2 + ZP^2 = IP^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ZIP est rectangle en Z.

5- Le kilowattheure coûte 75 FCFA donc une consommation de x kilowattheure révient à 75x. En plus de la prime fixe, on aura $75x + 1280$.

Donc, le montant est $f(x) = 75x + 1280$.

6- Pour déterminer le signe de l'expression $4 - \sqrt{17}$, on compare 4 et $\sqrt{17}$

Comparons d'abord 4 et $\sqrt{17}$.

$$4^2 = 16 \text{ et } \sqrt{17}^2 = 17.$$

On a $16 < 17 \quad \text{donc} \quad 4 < \sqrt{17} \quad \text{donc} \quad 4 - \sqrt{17}$ est négatif.

DEUXIÈME PARTIE

I- 1- Cet diagramme est un histogramme.

2- Le caractère étudié est l'âge

3- L'effectif des élèves.

L'effectif se détermine en faisant la somme des hauteurs de chaque rectangle.

$$\text{Effectif} = 3 + 6 + 7 + 10 + 14 = 40.$$

Il y a 40 élèves à ce cours.

4- La classe modale (Graphiquement, c'est l'intervalle du rectangle qui a la plus grande hauteur.) est [16 ; 17[.

5- Le pourcentage des élèves ayant un âge supérieur ou égal à 16 ans.

Déterminons d'abord le nombre N des élèves correspondant à ce critère.

$$N = 14 + 3 + 7 = 24.$$

Le pourcentage p est donc $p = \frac{24 \times 100}{40}$. Soit 60 %.

6- Calculons l'âge moyen par la méthode des centres de classe.

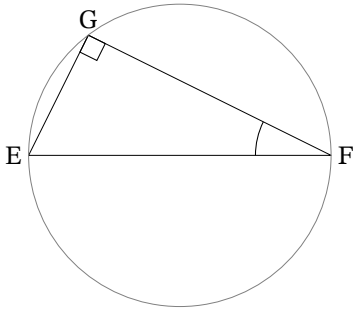
Déterminons d'abord les centres de classes.

Âge	[14 ; 15[[15 ; 16[[16 ; 17[[17 ; 18[[18 ; 19[
Centre	14,5	15,5	16,5	17,5	18,5
Effectifs	10	6	14	3	7

$$\text{Moy} = \frac{14,5 \times 10 + 15,5 \times 6 + 16,5 \times 14 + 17,5 \times 3 + 18,5 \times 7}{40}$$

$$\text{Moy} = \frac{651}{40} = 16,275$$

II- 1- Figure



- 2- Le triangle EFG est inscrit dans le cercle (C) de diamètre son côté [EF] donc le triangle EFG est rectangle en G.

- 3- Montrons que $FG = 4\sqrt{3}$.

Le triangle EFG est rectangle en G, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$EG^2 + FG^2 = EF^2 \text{ soit } 4^2 + FG^2 = 8^2 \iff FG^2 = 64 - 16$$

$$\text{donc, } FG = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}.$$

En conclusion, $FG = 4\sqrt{3}$.

- 4-a) Calculons $\cos(\widehat{EFG})$.

$$\cos(\widehat{EFG}) = \frac{FG}{EF} = \frac{4\sqrt{3}}{8} \text{ donc } \cos(\widehat{EFG}) = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

- b) $\cos(\widehat{EFG}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ donc, $\widehat{EFG} = 30^\circ$.