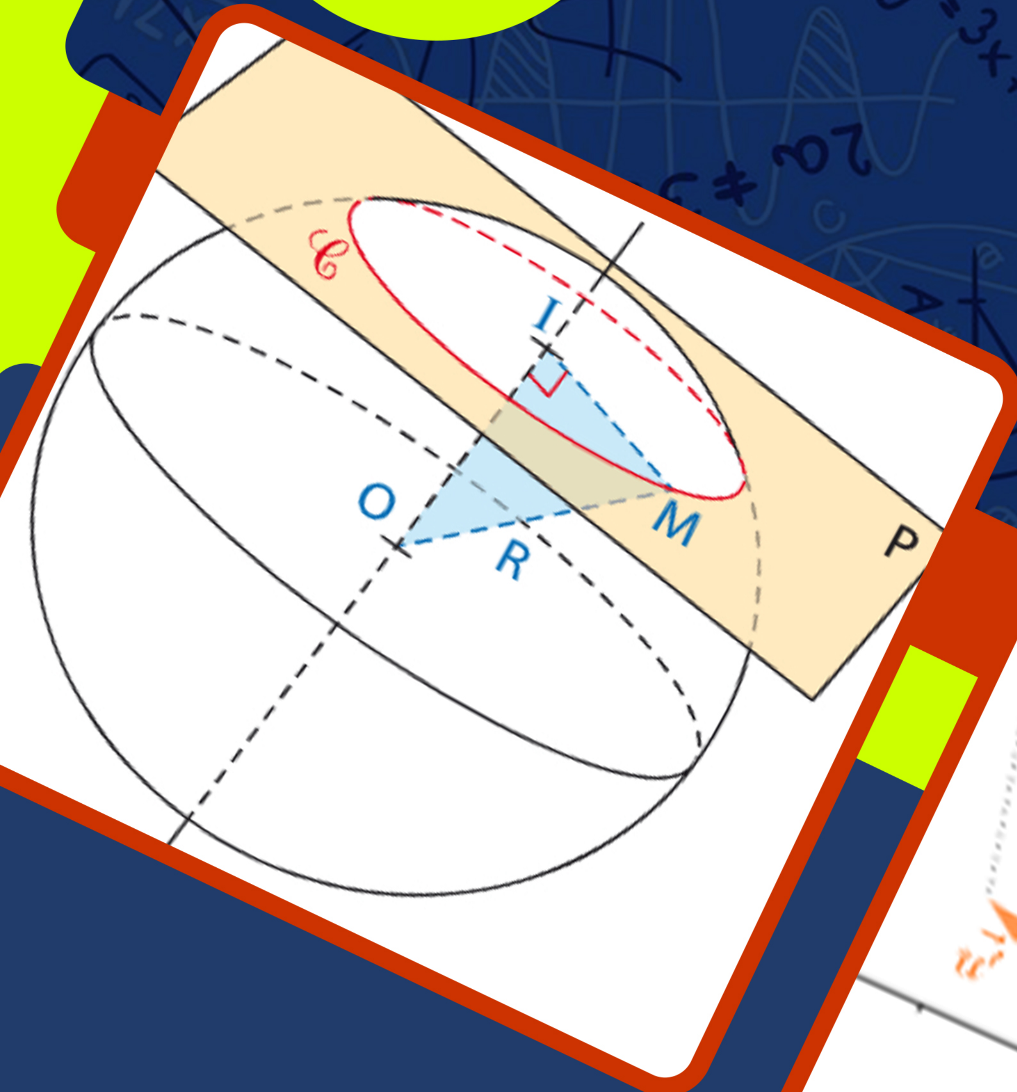
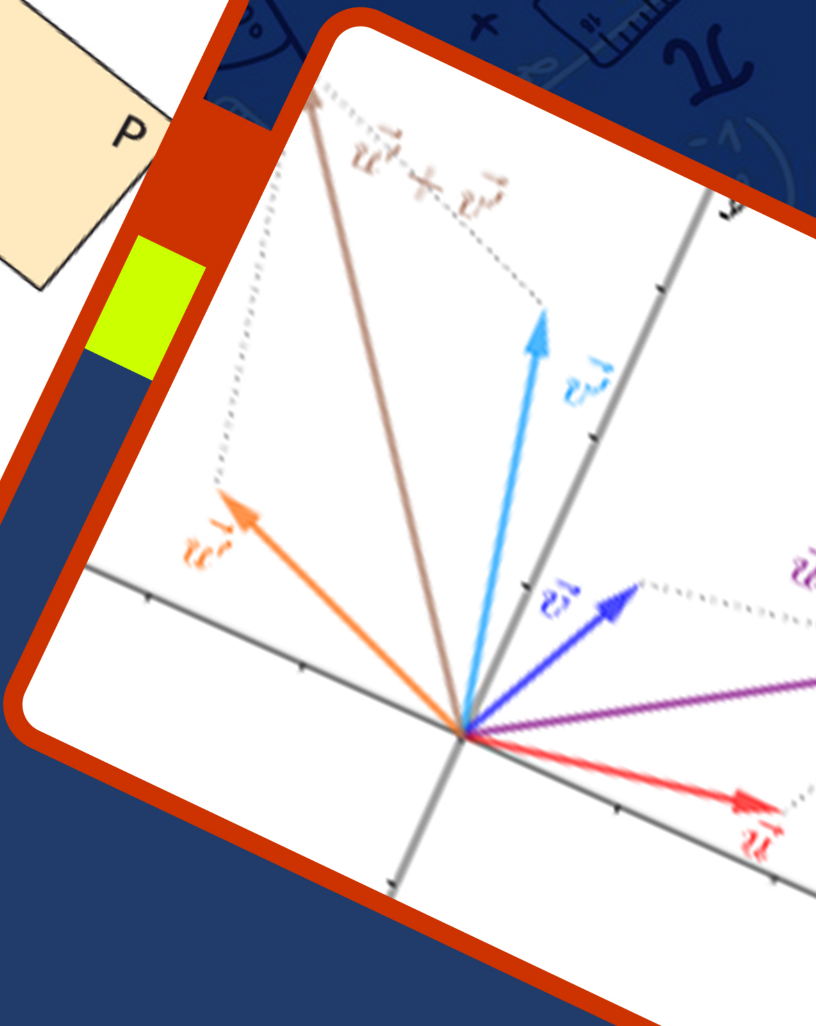
TRAVAUX DIRIGÉS SPÉCIAUX

1$^{\text{ère}}$ C

GPM 5ÈME EDITION

GRATUIT 100%





AVANT PROPOS

Les systèmes éducatifs en Afrique francophone en général et au Cameroun en particulier connaissent de nos jours de nombreux problèmes parmi lesquels la préparation de l'une des étapes les plus importantes qu'est l'évaluation. Cette étape est prise en tenaille à cause de la qualité des ressources pédagogiques nécessaires pour préparer les apprenants à réagir de façon optimale aux évaluations. Chose qui ne facilite pas l'acquisition de savoir et savoir-faire véritables, encore moins les compétences.

Face à de telles situations, un collège d'enseignants Camerounais, réuni dans un forum WhatsApp dénommé ''Grandprofs de maths (GPM)'' a décidé de faire de sa 5ème édition, la confection des fiches de travaux dirigés spéciaux de la 6ème en Tle toutes séries confondues de l'enseignement général. Chaque fiche, pour un chapitre donné est constituée de quatre parties à savoir : les exercices de fixation, les exercices de consolidation, l'apprentissage à l'intégration qui prépare le terrain pour la dernière partie qui est l'activité d'intégration.

Conformes au nouveau programme en vigueur au Cameroun et destinés à mesurer et à consolider les ressources installées pendant la séance d'enseignement/apprentissage en vue de rendre les apprenants compétents, les documents de l'édition 5 n'ont pas pour objectif de substituer les livres inscrits au programme par la haute hiérarchie, mais d'être plutôt le complémentaire de ces derniers. Nous sommes persuadés que cette ressource pédagogique sera sans doute un catalyseur qui mettra en évidence le meilleur qui somnole en chaque apprenant.

Dans un écosystème où le bien-être des enseignants n'est pas encore une effectivité, il a fallu de l'amour, du professionnalisme, de la détermination et de la témérité de ce groupe d'enseignants motivés de bout en bout par les administrateurs de GPM dont en premier *M. Pouokam Léopold Lucien*. **Difficile de ne pas mentionner les collègues** *M. NTAKENDO EMMANUEL ; M. TSOPMO WILFRIED ; M. FANLEU EDDY ; M. OUAFEU TOKAM GUY PAULIN ; M. TACHAGO WILFRIED ; M. SIYAPDJE HENRI ; M. NGUETSE ARNAUD ; M. BAYIHA GHISLAIN* **et** *M. GUELA PIERRE* **dont l'apport dans la fusion et les couvertures ont été capitales ; un coup de chapeau à tous les collègues qui ont cru en la réussite de ce nouveau projet en réalisant au moins une fiche de travaux dirigés sur l'un des 185 chapitres et en apportant des critiques et suggestions qui ont permis de faire tendre le fond et la forme de ces documents vers la perfection**

Nous sommes convaincus que ces productions seront d'un apport certain pour la communauté éducative en général. De même les apprenants pourront mieux faire face aux nombreux défis qui les attendent au sortir du secondaire. Nous vous seront gré de nous faire parvenir via l'une des adresses mails suivantes : leopouokam@gmail.com ou gkppedro@yahoo.fr vos remarques, suggestions et critiques constructives pour l'optimisation de la qualité du contenu de ces documents.

Tous les enseignants ou passionnés de mathématiques désirant faire partie de la famille « GPM » et disponibles à participer aux futurs projets du groupe peuvent écrire via WhatsApp à l'un des administrateurs ci-dessous : M. GUELA KAMDEM Pierre (697 473 953/ 678 009 612), M. POUOKAM NGUEGUIM Léopold Lucien (696 090 236/ 651 993 749) et M. TACHAGO WABO Wilfried Anderson (699 494 671).

NB : Toute utilisation d'un document de cette collection à but lucratif est formellement proscrite.

Les auteurs

TABLE DES MATIERES

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »
ENSEIGNANT : Rolin Cédrique WAMBA
TEL : 653 00 06 05 / 690 06 43 52

ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023
TD : MATHEMATIQUES
CLASSE : 1^{ERE} C
DUREE : ……. HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 1:EQUATIONS ET INEQUATIONS

Savoir-faire :

- ✓ **Résoudre des équations en utilisant leur forme canonique, puis en utilisant le discriminant.**
- ✓ **Dresser le tableau des signes d'un polynôme du second degré puis résoudre des inéquations de degré2**
- ✓ **Factoriser un polynôme de degré 2 en utilisant ses racines éventuelles.**
- ✓ **Résoudre des systèmes d'équations à deux inconnues dont la résolution se ramène à une équation su second degré dans$\mathbb{R}$.**
- ✓ **Vérifier qu'un nombre réel est zéro d'un polynôme.**
- ✓ **Factoriser un polynôme de degré 3 connaissant un de ses zéros, en utilisant la méthode par division euclidienne ou la méthode des coefficients indéterminés.**
- ✓ **Résoudre des équations de degré 3.**
- ✓ **Résoudre des inéquations de degré 3.**
- ✓ **Dresser le tableau des signes d'un polynôme de degré 3.**
- ✓ **Dresser le tableau des signes d'un polynôme ou autre expression dont on connaît tous les zéros éventuels.**
- ✓ **Résoudre des équations irrationnelles du type : (1)$\sqrt{\mathbf{ax+b}}=\mathbf{cx+d}$ par la résolution de l'équation (2) $\mathbf{ax+b}=(\mathbf{cx+d})^2$,**
- ✓ **Résoudre des inéquations du type : $\sqrt{\mathbf{ax+b}} \leq (<) cx+d$.**

I. Exercices de fixation

✍ **Ressource 1 :** Forme canonique/ discriminant

📖 EXERCICE 1**:**

On considère les trinômes de second degré d'expressions : $Q(x)=x^2-3x+1$ et $P(x)=-2x^2-x+3$.

1) La forme canonique de : a. Q est : (i) $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{5}{4}$; (ii) $\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{5}{4}$; (iii) $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{5}{4}$

b. P est : (i) $-2\left(x+\frac{1}{4}\right)^2+\frac{25}{8}$; (ii) $-2\left(x+\frac{1}{4}\right)^2-\frac{25}{8}$; (iii) $-2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{25}{8}$

2) Le Discriminant de : a. Q est : (i) -5 ; (ii) 5 ; (iii) 9. b. $Q(x)$ est : (i) -25 ; (ii) 23 ; (iii) 25

📖 EXERCICE 2:

1) Calculer le discriminant de chacun des polynômes suivants :

a.$P(x)=2x^2-x-6$;**b.**$C(x)=-x^2-x-6$; **c.**$U(x)=x^2-x+1$;
d.$N(x)=2x^2+\frac{3}{2}x-5$; e. $W(x)=-\frac{1}{3}x^2+x+3$; f. $T(x)=\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2}$

2) Mettre chacun des polynômes ci-dessus sous la forme canonique.
3) Le polynôme T défini en (1.f) admet un discriminant positif vrai ou faux ?

📖 EXERCICE 3:

Utiliser la forme canonique pour factoriser chacun des polynômes ci-dessous puis en déduire les solutions de l'équation $P(x)=0$ dans chaque cas.

a) $P(x)=-2x^2-5x+3$; b) $P(x)=x^2+2x-8$; c) $P(x)=-3x^2+6x-2$;

d) $P(x) = x^2 + 6x + 16$; e) $P(x) = -2x^2 - 5x + 3$; f) $P(x) = -2x^2 + 5x - 6$

🕮 EXERCICE 4 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$les équations suivantes :

a) $x^2 - 5x + 2 = 0$; b) $2x^2 - 3x - 5 = 0$; c) $x^2 - 6x + 9 = 0$; d) $x^2 - 2x + 6 = 0$;

e) $x^2 + 16x + 63 = 0$; f) $-2x^2 - 5x + 3 = 0$; g) $-\frac{1}{2}x^2 - \frac{11}{3}x - \frac{7}{6} = 0$; h) $-5x^2 + 2x\sqrt{5} - 1 = 0$.

🕮 EXERCICE 5 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $x(x-3) = 2(x-1)$; b) $(4x+1)(x-2) = (x+3)(x-2)$; c) $a - 3\sqrt{a} - 4 = 0$;

✍ **Ressource 2 :** Equations du second degré-Somme et produit

🕮EXERCICE 1:

On considère les polynômes du second degré suivants :

$E(x) = -2x^2 - x + 6$;$F(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$

1) Sans les déterminer, démontrer que les polynômes E et F admettent chacun deux racines ;
2) La somme des racines du polynôme E est :a.-3 ; b.$\frac{1}{2}$; c.2 ; d. pas de réponse juste ;
3) La somme des racines du polynôme F est : a. 2; b. -3;c.$-\frac{1}{2}$; d. pas de réponse juste ;
4) Le produit des racines du polynôme F est : a. 3 ;b.$\frac{3}{2}$; c. 2 ; d. pas de réponse juste ;
5) Le produit des racines du polynôme E est : a.$-\frac{1}{2}$; b. 3 ; c. -3 ;d. pas de réponse juste.

🕮EXERCICE 2 :

Pour chacun des polynômes ci-dessous, déterminer la somme S et le produit P :

a) $Q(x) = x^2 - 3x + 1$;
b) $P(x) = -2x^2 - x + 3$;
c) $S(x) = -\frac{1}{3}x^2 + x + 3$;
d) $Q(x) = x^2 - 2(1-\sqrt{3})x + 2\sqrt{3}$;
e) $Q(x) = \sqrt{3}x^2 - 6x + 3\sqrt{3}$

NB : Ecrire le résultat le plus simplement possible.

🕮EXERCICE 3 :

Déterminer, s'ils existent, deux nombres réels dont la somme est S et le produit est P dans chacun des cas ci-dessous :

a) $P = 20$ et $S = -9$; b) $S = 3$ et $P = 4$; c) $P = \frac{1}{2}$et $S = \sqrt{2}$; d) $S = -1$ et $P = 12$

✍ **Resource 3** : Factorisation par des racines éventuelles (second degré)

🕮EXERCICE 1 :

Un polynôme du second degré a pour racines -2 et 7. Sa forme factorisée est :

a) $(x-2)(x+7)$; b) $(x+2)(x-7)$; c) $(x-2)(x-7)$; d) $(x+2)(x-7)$

🕮 EXERCICE 2 :

On considère les polynômes suivants :

$P(x) = x^2 - 3x + 1$; $U(x) = x^2 - x + 1$; $T(x) = 4x^2 + 4x + 1$; $Q(x) = 5x^2 - 7x + 3$

Après avoir déterminé les racines de chacun de ces polynômes, donner sa forme factorisée.

✍ **Resource 4** : Tableau de signes/ Inéquations de degré 2

🕮 EXERCICE 1 :

On donne les polynômes suivants :

$P(x) = x^2 - 3x + 1$; $U(x) = x^2 - x + 1$; $T(x) = 4x^2 + 4x + 1$; $Q(x) = 5x^2 - 7x + 3$

1) Pour chacun des polynômes ci-dessus, dresser son tableau de signes
2) En déduire le signe du polynôme $Q(x)$ et $P(x)$
3) En déduire les solutions de l'inéquation $T(x) \leq 0$.

✍ **Resource 6** : systèmes à deux inconnues se ramenant à une équation du second degré.

🕮 EXERCICE 1:

Deux nombres réels ont pour somme et produit respectifs -1 et – 90. Déterminer les.

🕮 EXERCICE 2:

Déterminer les couples $(x\,;y)$ solution de chacun des systèmes d'équations suivants :

a) $\begin{cases} xy = 5 \\ x + y = -24 \end{cases}$; b) $\begin{cases} 10x + 10y = 23 \\ xy = \frac{3}{10} \end{cases}$; c) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5 \\ xy = \frac{1}{6} \end{cases}$; d) $\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 13 \\ xy = -2 \end{cases}$

🕮 EXERCICE 3 :

Déterminer les dimensions d'un champ rectangulaire de superficie$360m^2$ et de périmètre $78m$.

✍ **Resource 7 :** Zéros d'un polynôme, factorisation d'un polynôme de degré 3.

🕮EXERCICE 1 :

On considère les polynômes suivants :

$P(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 10$; $Q(x) = x^4 + 2x^3 - 16x^2 - 2x + 15$

1) Quand dit-on qu'un nombre réel β est une racine d'un polynôme P ?
2) Le nombre réel $\alpha = 2$ est racine du polynôme P **vrai** ou **faux** ?
3) $Q(-3) = 0$ **vrai** ou **faux** ?

🕮EXERCICE 2 :

Dans chacun des cas ci-dessous, montrer que le nombre réel α est une racine du polynôme T.

a) $T(x) = x^4 - x^3 - 13x^2 + x + 12$;$\alpha = 1$ et $\alpha = -1$
b) $T(x) = x^3 - 7x^2 - 7x + 8$;$\alpha = -5$
c) $T(x) = x^3 - \frac{5}{2}x^2 + \frac{5}{2}x - \frac{3}{4}$; $\alpha = \frac{1}{2}$

🕮EXERCICE 3 :

Sachant que le nombre réel $\alpha = -5$ est une racine du polynôme P défini par : $P(x) = x^3 - 7x^2 - 7x + 8$, déterminer les deux autres racines puis en déduire la forme factorisée de $P(x)$.

✍ **Resource 8 :** Résolution des équations de degré 3

📖EXERCICE 1 :

Soit N le polynôme défini pour tout t appartenant à $\mathbb{R}$ par $N(t) = t^3 - 8t^2 + t + 42$

1) L'expression $N(t)$ peut se mettre sous la forme $N(t) = (t-7)(et^2 + dt + c)$, où e, d et c sont des nombres réels **vrai** ou **faux** ? justifier votre réponse.
2) Les nombres réels 3 et -2 sont solutions l'équation $N(t) = 0$ **vrai** ou **faux** ? justifier clairement votre réponse.
3) En déduire dans $\mathbb{R}$ les solutions de l'équation $N(t) = 0$.

📖EXERCICE 2 :

Après avoir déterminé une racine évidente du polynôme P, résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.

a) $P(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$
b) $P(x) = x^3 + 5x^2 + 4x - 6$
c) $P(x) = 2x^3 + x^2 - 5x + 2$
d) $P(x) = x^3 - x^2 - 5x - 3$
e) $P(x) = x^3 + x^2 - x - 1$
f) $P(x) = -3x^3 + \frac{11}{2}x^2 - 3x + \frac{1}{2}$

✍ **Resource 9 :** Tableau de signes/ Inéquations de degré supérieur ou égal à 3

📖EXERCICE 1 :

Soit T le polynôme défini pour tout x appartenant $\mathbb{R}$par $T(x) = x^3 - 8x^2 + x + 1$.

Choisir la bonne réponse parmi celles proposées.

1) Le tableau de signe du polynôme T est :

a.

x	-00		-2		3		7		+00
T(x)		+	0	+	0	-	0	+	

b.

x	-00		-2		3		7		+00
T(x)		-		+		-		+	

c. Pas de réponse juste

2) L'inéquation $T(x) < 0$ a pour solution dans $\mathbb{R}$:

a. $]-\infty; -2] \cup]3; 7]$; b. $]3; 7]$; c. Pas de réponse juste

📖EXERCICE 2:

On considère le polynôme U défini pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$ par : $U(x) = x^3 + x^2 - x - 1$

1) Résoudre l'équation $U(x) = 0$
2) Dresser le tableau de variation du polynôme U.
3) En déduire dans $\mathbb{R}$ les solutions de l'inéquation $U(x) \leq 0$, $U(x) < 0$, $U(x) > 0$, $U(x) \geq 0$

📖EXERCICE 3 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

$x^3 + 5x^2 + 4x - 6 > 0$;$x^3 - x^2 - 5x - 3 \leq 0$; $2x^3 + x^2 - 5x + 2 \geq 0$; $x^3 + \frac{11}{2}x^2 - 3x < 4x^3 - \frac{1}{2}$

✍ **Resource 10 :** Résolution des équations irrationnelles du type $\sqrt{ax+b} = cx + d$

📖 EXERCICE 1 :

✍ Résoudre dans $\mathbb{R}$les équations suivantes :

$\sqrt{x+3} = x-4$;$\sqrt{x-1} = x$; $\sqrt{x} = x-2$;$\sqrt{x-3} = -x+5$;

$\sqrt{-2x+1} = \frac{1}{2}x$;$\sqrt{\frac{3}{2}x-4} = -7$; $\sqrt{2-x} = x+10$; $\sqrt{\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}} = \frac{1}{4}x-1$

Resource 10 : Résolution des inéquations irrationnelles du type $\sqrt{ax+b} \leq (<)cx+d$

EXERCICE 2 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

$\sqrt{x+3} \leq x-4$; $\sqrt{x-1} < x$; $\sqrt{x} < x-2$; $\sqrt{x-3} \leq -x+5$;

$\sqrt{-2x+1} \leq \frac{1}{2}x$; $\sqrt{\frac{3}{2}x-4} = -7$; $\sqrt{2-x} < x+10$; $\sqrt{\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}} = \frac{1}{4}x-1$

II. Exercices de consolidation

Exercice 1 :

Soit le polynôme Q défini par $Q(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 10$

1) Vérifier que 2 est une racine du polynôme Q
2) Factoriser le polynôme Q en utilisant la division euclidienne.
3) Factoriser le polynôme Q en utilisant la méthode d'identification des coefficients

Exercice 2 :

On considère le polynôme P défini par $P(x) = x^4 + 2x^3 - 16x^2 - 2x + 15$

1) Calculer $P(-1)$ et $P(1)$ puis conclure.
2) Factoriser le polynôme P.
3) Dresser le tableau de signe du polynôme P.
4) En déduire le signe du polynôme P.

Exercice 3 :

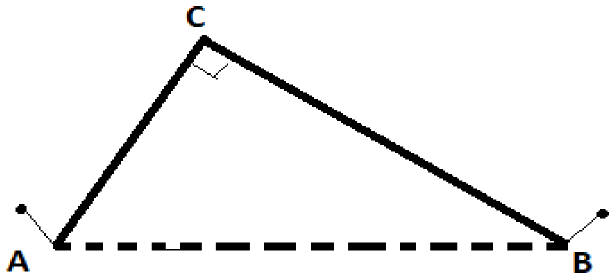
Soit T le polynôme défini par $T(x) = x^3 + ax^2 + bx + 6$; a et b étant des nombres réels.

1) Sachant que $T(-1) = 8$ et $T(-2) = 0$, déterminer a et b.
2) On suppose que $T(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$;
   a) Donner l'expression factorisée de $T(x)$;
   b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $T(x) = 0$;
   c) En déduire dans $\mathbb{R}$ les solutions de l'inéquations $T(x) < 0$;
   d) Trouver dans $\mathbb{R}$ les solutions de l'équation $T(x) = -2$;
   e) Déterminer $\mathbb{R}$ les solutions de l'équation $T(x+4) = 0$;
3) On suppose que $a = 2$ et $b = -1$. Démontrer que -3 est l'unique solution de l'équation $T(x) = 0$.

III. Apprentissage à l'intégration

Exercice 1 :

Une ficelle longue de 89cm est fixée à ses extrémités par deux clous A et B distants de 65cm. Voir la figure ci-dessous.

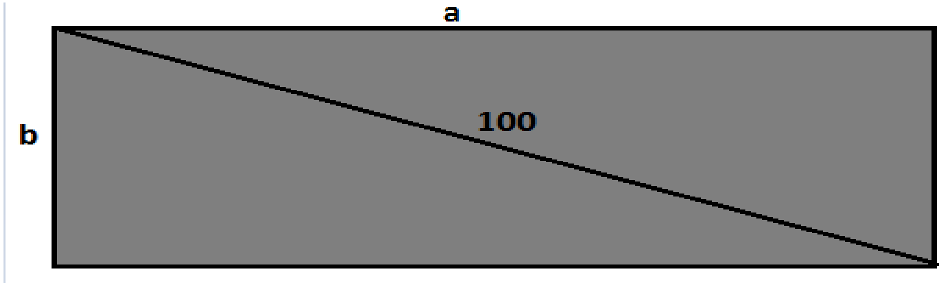


Peut-on tendre la ficelle de manière à ce que le triangle ABC soit rectangle en C ?

IV. Activités d'intégration

📖 **Situation 1** :

Le schéma ci-dessous représente le terrain de M. Nding. Il souhaite utiliser ce terrain rectangulaire pour la culture du maïs. Pour cela, il voudrait utiliser du fil barbelé dont le mètre coûte 210fcfa pour faire trois tours de son terrain afin qu'il soit à l'abri des animaux et des personnes mal intentionnées. M. Nding a semé de tel sorte que deux pieds de maïs sur la largeur et sur la longueur soient distants d'un mètre. Ce dernier a prévu sur chaque coté de son terrain une piste d'un mètre de large. Pendant les récoltes, un commerçant décide d'acheter tout le champ de maïs de à raison de 190fcfa par pied. Après les récoltes, la municipalité a sollicité son terrain et ses environs pour le projet d'implantation d'un parc. Les propriétaires de terrain ont été indemnisés et chacun a reçu 4 500fcfa par mètre carré. La municipalité a décidé de doubler la superficie du terrain de M. Nding de façon à garder sa forme pour la réalisation de ce projet. Pour ce fait elle a décidé d'augmenter la longueur et la largeur par des bandes de même largeur.



Tâches :

1. 173 200fcfa suffiront-ils à M. Nding pour entourer son terrain ? justifier votre réponse.
2. En supposant que le terrain de M. Nding mesure 240 mètres de long et 160 mètres de large, déterminer la largeur des bandes nécessaires et en déduire le montant déboursé par la municipalité pour les indemnisations.
3. Déterminer le prix de vente du maïs après les récoltes sachant que tous les pieds ont produit.

Merci

« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES

LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »

ENSEIGNANT : RICHARD NANA

TEL : 696826822 / 671379231

ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023

TD : MATHEMATIQUES

CLASSE : 1^{ERE} C

DUREE : …4…. HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 2 : SYSTEMES LINEAIRES

- ✓ **Résoudre dans IR^2 un système d'équation par la méthode du déterminant.**
- ✓ **Résoudre dans IR^3 un système d'équation par la méthode par substitution.**
- ✓ **Résoudre dans IR^3 un système d'équation par la méthode du pivot de Gauss.**
- ✓ **Résoudre un problème concret de la vie en utilisant un système de deux équations à deux inconnues**
- ✓ **Résoudre un problème concret de la vie en utilisant un système de trois équations à trois inconnues**

I. Exercices de fixation

Ressource 1 : propriétés de résolution d'un système linéaire dans IR^2 par la méthode du déterminant

EXERCICE : 1

On considère dans IR^2 le système suivant : $(S): \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$; d'inconnue x et y ou $a; b; c; a'; b' et\ c'$ désignent des nombres réels.

1) Le déterminant $dét(s)$ de ce système :

   a) $ab' - a'c$; b) $c'b' - a'c$; c) $ab' - a'b$

2) Le déterminant suivant la variable x $dét(x)$ de ce système :

   a) $c'b' - c'b$; b) $c'b' - a'c$; c) $ab' - a'b$

3) Le déterminant suivant la variable y $dét(y)$ de ce système :

   a) $c'b' - c'b$; b) $ac' - a'c$; c) $ab' - a'b$

4) Le système (S)admet une infinité de solution lorsque :

   a) $dét(s) = dét(x) = dét(y) = 0$; b) $dét(s) \neq 0$ et $dét(x) = 0$ ou $dét(y) = 0$; c) $a = a'$

5) Le système (S) n'admet pas de solution lorsque :

   a) $dét(s) = dét(x) = dét(y) = 0$; b) $dét(s) = 0$ et $dét(x) \neq 0$ ou $dét(y) \neq 0$; c) $c = c'$

6) Le système (S)admet une unique solution lorsque :

   a) $dét(s) = dét(x) = dét(y) = 0$; b) $dét(s) \neq 0$; c) $b = b'$

Ressource 2 : Détermination des solutions d'un système linéaire

EXERCICE : 1

1) le système $s_1 : \begin{cases} 2x - 4y = 9 \\ -x + \frac{1}{2}y = 14 \end{cases}$ admet pour déterminant :

a) 3 ; b) -3 ; c) $\sqrt{3}$

2) Le système $s_2 : \begin{cases} 2x + 6y = 5 \\ x + 3y = -4 \end{cases}$ admet une infinité de solution

a) Vrai ; b) faux

3) Dans IR×IR le système suivant à pour ensemble solution : $(s) : \begin{cases} -x + 2y = 4 \\ -3x + 4y = 18 \end{cases}$

a) $\{(3;-2)\}$; b) $\{(-2;3)\}$; c) $\{(-7;3)\}$; d) $\{-2;3\}$; e) $\{(-10;-3)\}$

4) Le triplet des réels $(1;8;2)$ est solution du système d'équation : $\begin{cases} x - y + z = -5 \\ 2x - y + 5z = 6 \\ 3x + 2y - z = 8 \end{cases}$

a) vrai ; b) faux

5) La solution dans $\mathbb{R}^3$ du système : $\begin{cases} x - 2y + 3z = 2 \\ -x + 4y + z = 4 \\ 2x + 2y - z = 3 \end{cases}$ est :

a) $\{(-5;-2;1)\}$; b) $\{1;1;1\}$; c) $\{(1;1;1)\}$.

✍ Resource 3 : Résolution des systèmes auxiliaires

🕮 EXERCICE : 1

1) On considère dans IR^2 les systèmes : (S) : $\begin{cases} 3x + 2y = 14 \\ -2x + 7y = -1 \end{cases}$

a) Résoudre dans IR^2 par la méthode du déterminant le système (S)

b) En déduire dans IR^2 l'ensemble solution du système : $(S') : \begin{cases} 3x^2 + 2|y-2| = 14 \\ -2x^2 + 7|y-2| = -1 \end{cases}$

c) En déduire dans IR^2 l'ensemble solution système : $(S'') : \begin{cases} \frac{3}{x+2} + 2(y-1)^2 = 14 \\ \frac{-2}{x+2} + 7(y-1)^2 = -1 \end{cases}$

🕮 EXERCICE : 2

1) Résoudre dans IR^3 par la méthode du pivot de Gauss le système suivant :

$$s_1 : \begin{cases} 6x + 3y + 2z = 79 \\ x + y + z = 18 \\ 12x + 3y + 2{,}02z = 139{,}1 \end{cases}$$

2) En déduire dans IR^3 l'ensemble solution du système : $s_2 : \begin{cases} 6x^2 + \frac{3}{y-2} + 2\sqrt{z} = 79 \\ x^2 + \frac{1}{y-2} + \sqrt{z} = 18 \\ 12x^2 + \frac{3}{y-2} + 2{,}02\sqrt{z} = 139{,}1 \end{cases}$

✍ Resource 4: Résolution des systèmes faisant intervenir des équations du second degré ou des équations bicarrées.

🕮 EXERCICE : 1

Soient x et y deux nombres réels vérifiant : $\begin{cases} xy = -2 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$.

1) x et y ont-ils le même signe ? justifier votre réponse.
2) Montrer que x est solution de l'équation : (E) : $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$.
3) Résoudre l'équation (E) et en déduire les valeurs de x et y.

4) Résoudre dans IR^2 les systèmes suivants :

$$S_1:\begin{cases} x^2+y^2=89 \\ xy=40 \end{cases} ; S_2:\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=27 \\ xy=36 \end{cases} ; S_3:\begin{cases} x^2+y^2=125 \\ (x-1)(y-1)=36 \end{cases} ; S_4:\begin{cases} a+b=13 \\ 4a^2-64b^2=41 \end{cases}$$

Resource 5 : Résolution d'un système de 3 équations à 3 inconnues par la méthode du pivot de Gauss et par substitution.

EXERCICE : 4

1) Résoudre dans IR^3 par la méthode du pivot de gauss les systèmes suivants :

$$\boldsymbol{S_1}:\begin{cases} \boldsymbol{2x-y+3z=9} \\ \boldsymbol{x+y+2z=9} \\ \boldsymbol{5x+2y+9z=36} \end{cases} ; \boldsymbol{S_2}:\begin{cases} \boldsymbol{x+2y+3z=10} \\ \boldsymbol{4x+5y-6z=20} \\ \boldsymbol{-7x-8y+9z=30} \end{cases}$$

2) Résoudre dans IR^3 par substitution les systèmes suivant :

$$\boldsymbol{S'_1}:\begin{cases} \boldsymbol{x+y+z=21} \\ \boldsymbol{2x+y=20} \\ \boldsymbol{x+2z=3} \end{cases} \quad \boldsymbol{S''_2}:\begin{cases} \boldsymbol{2x+3y-z=-31} \\ \boldsymbol{x-y+z=20} \\ \boldsymbol{y-z=-17} \end{cases}$$

II. Exercices de consolidation

EXERCICE : 1

1) Résoudre dans IR l'équation : $\boldsymbol{x^2-4x-480=0}$
2) Un chef d'entreprise souhaite partager équitablement la somme de 9600 euros entre les différents employés .S'il exclut les quatre responsables de secteur, la part des autres employés est augmentée de 80 euros. Désignons par $\boldsymbol{x}$ le nombre d'employé et par $\boldsymbol{y}$ la part de chaque employé.
   a) Montrer que $\boldsymbol{x}$ ***et*** $\boldsymbol{y}$ vérifient le système $(\boldsymbol{S})$: $\begin{cases} \boldsymbol{20x-y=80} \\ \boldsymbol{xy=9600} \end{cases}$
   b) Résoudre dans IR^2 le système $(\boldsymbol{S})$.
   c) Quel est le nombre total d'employés ? Quel est la part de chacun ?

EXERCICE : 2

1) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système $(\boldsymbol{s})$: $\begin{cases} \boldsymbol{584x+558y+365z=201800} \\ \boldsymbol{x+y+z=380} \\ \boldsymbol{y-z=20} \end{cases}$

   (On pourra utiliser la substitution ou le pivot de Gauss).
2) Un commerçant remplit chaque semaine trois fûts contenant respectivement de super (essence), de gasoil et de pétrole lampant pour un montant total de 210800F ; le fût de gasoil contient 20 litres de plus que celui de pétrole lampant et la capacité totale de ces trois fûts est de 380 litres.

Tâche : Trouve la capacité de chacun de ces trois fûts sachant qu'un litre de super coûte 584F, un litre de gasoil 558F et un litre de pétrole 365F.

EXERCICE : 3

1) Résoudre dans IR^3 le système d'équations ci-après : $\begin{cases} 8x+3y+z=314 \\ 5x+2y+2z=225. \\ 12x+5y+z=478 \end{cases}$

2) Dans un magasin spécialisé ; NANA, MBONDA et NGAMI ont acheté des articles de mêmes variétés.

NANA a acheté 12 rouleaux de papier peint, 5kg de peinture et 1 kg d'apprêt pour un montant total de 47.800 FCFA.

MBONDA a acheté 5 rouleaux de papier peint, 2kg de peinture et 2 kg d'apprêt pour un montant total de 22.500 FCFA.

NGAMI a acheté 8 rouleaux de papier peint, 3kg de peinture et 1 kg d'apprêt pour un montant total de 31.400 FCFA.

Tâche : Déterminer le prix du rouleau de papier peint, le prix du kilogramme de peinture et le prix d'un kilogramme d'apprêt.

🕮 **EXERCICE : 4**

1) Déterminer le triplet de réels vérifiant le système : $\begin{cases} x+y=21 \\ x+z=10 \\ y+z=19 \end{cases}$

2) Après son succès au baccalauréat, Mme HENRI désire offrir à son fils : un téléphone, un ordinateur et une paire de chaussure. Un commerçant l'informe que : Un téléphone et un ordinateur coûtent ensemble 210.000FCFA ; Un téléphone et une paire de chaussure coutent ensemble 100.000FCFA ; Un ordinateur et une paire de chaussure coûtent ensemble 190.000FCFA

Tâche : Détermine la dépense totale de Mme HENRI pour l'achat de ces 3 articles.

III. Apprentissage à l'intégration

🕮 **EXERCICE 1 :**

En semaine un zoo propose deux tarifs : un tarif adulte et un tarif enfant. Le dimanche le tarif adulte est le même qu'en semaine alors que le tarif entant est réduit de $20\ \%$.

- Lundi, le zoo reçoit 150 adultes et 210 enfants. La recette totale est de 3270 euros
- Dimanche le zoo reçoit 1070 visiteurs dont 350 adultes. La recette totale est 8232 euros

<u>Tâche :</u> trouve le tarif adulte en semaine et celui de l'enfant le dimanche

🕮 **EXERCICE 2 :**

Pour une bonne préparation à l'examen Baccalauréat de fin d'année session 2022, Un groupe d'élèves du collège bilingue LENYA s'organisent pour étudier chaque week-end, tous doivent donner la même somme d'argent pour acheter de quoi manger et le matériel ;ils vôtent un budget de 120.000F.juste avant la cotisation,4 élèves s'ajoutent et la somme de chaque élève est réduite de 1000F.

<u>Tâche :</u> Détermine le nombre d'élèves que comptent ce groupe d'études ainsi que la cotisation la cotisation finale de chacun.

🕮 **EXERCICE 3 :**

Une station-service affiche les prix suivants à la pompe par litre :
Essence super : 650 FCFA, Gasoil : 600 FCFA et Pétrole : 350 FCFA.

Pour un montant de 219 750 FCFA, un entrepreneur remplit trois bidons : l'un avec du super, l'autre avec du gasoil et le dernier avec du pétrole. Le bidon du gasoil contient 15 litres de plus que celui du pétrole. La capacité totale des trois bidons est de 385 litres.

Tâche : Trouver les capacités respectives des trois bidons.

EXERCICE 4 :

A l'occasion du départ à la retraite d'un designer, une cotisation est faite par tous ses collègues pour lui acheter un vélo pour sport coûtant 90.000F.chaque collègue devant donner la même somme pour cet achat.

Tâche : Détermine le nombre d'employés encore en service sachant que si 6 employés ne participent plus, à la cotisation, la cotisation de chaque Employé sera majorée de 750F.

EXERCICE 5 :

Un marchand de jouets désirant attirer chez lui des enfants potentiels distribuait chaque jour le même nombre de bonbons gratuitement aux enfants qui se présentaient chez lui à la sortie de l'école. Le lundi n enfants se sont partagés à égalité les bonbons. Le mardi quatre enfants des n enfants ne vinrent pas ; alors chacun des autres eut 6 bonbons de plus. Le mercredi, certains des n enfants ont ramené des copains, il y avait 12 enfants de plus, de sorte que chacun d'eux eut 6 bonbons de moins.

1) En désignant : B le nombre de bonbons que distribuait le marchand ; b le nombre de bonbons reçus le lundi par chacun des a enfants.

Montrer que a et b vérifient le système : $\begin{cases} 6a - 4b = 24 \\ 12b - 6a = 72 \end{cases}$.

2) Déterminer :
   a) Le nombre de bonbons que chaque enfant avait reçus le lundi.
   b) Le nombre d'enfants qui se sont présentés le lundi chez le marchand.
   c) Le nombre de bonbons que le marchand distribuait chaque jour.

IV. Activités d'intégration

Situation 1 :

En janvier 2019 M.EWANE a placé la somme de 1.000.000F dans une banque à un taux d'intérêt composé de x %.Après 2 ans, il retire son capital et l'intérêt d'un montant de 1.081.600F. Il organise alors la dote de sa femme. Pour habiller les membres d'une association de femmes en tenue uniforme dont Mme EWANE est membre; le bureau désigne Mme NANA qui est commissaire au compte, pour l'achat en gros des pagnes et la vente auprès des membres. Avec les $58.500\,F$ que dispose Mme NANA, elle se rend compte qu'elle peut acheter un certain nombre de pagnes dans la boutique de MAMADOU ; mais ABOUBACAR le voisin de MAMADOU lui dit que pour la même somme, elle pourrait acheter chez lui 3 pagnes de plus et à $1.350\,F$ de moins par pagne. Suite à l'accouchement du premier Fils de M.EWANE l'association s'est rendue chez lui pour un voir bébé et au retour du voir bébé certains membres de cette association se sont arrêtés dans un Bar et par la suite 3 d'entre eux ont commandé à boire :

- L'un paye 5300 F pour 3 bouteilles d'eau super mont ; 5 bouteilles de jus orange et 2 bouteilles de bière
- Le second paye 5200 F pour 2 bouteilles d'eau super mont ; 4 bouteilles de jus orange et 3 bouteilles de bière
- Un troisième paye 6600 F pour 5 bouteilles d'eau super mont ; 6 bouteilles de jus orange et 2 bouteilles de bière

Tâches :

1) Déterminer alors le nombre de pagnes que Mme NANA pourrait acheter chez MAMADOU ainsi que le prix d'un pagne dans sa boutique.

Détermine le taux d'intérêt (x) de cette banque

2)
3) Quel était dans ce palace le prix d'une bouteille d'eau super mont ; d'une bouteille de jus orange et d'une bouteille de bière. ?

🕮 Situation 2 :

Le détaillant en électroménager NANA. Sarl a commandé des lampes à incandescence pour la somme de 4375 FCFA et a constaté une erreur à la livraison. Le fabricant a expédié des lampes valant 3,75frs de moins par unité, mais leur nombre est supérieur de 15 au nombre de lampes commandés.
Après la réussite au baccalauréat S ; BOLLORE le fils de NANA. Sarl a réussi a un concours avec une moyenne de 12, il a passé trois épreuves : français (coef :4), mathématiques (coef :3), et culture générale (coef :2). Sans tenir compte des coefficients, la somme de ses trois notes est de 37 et il a eu 8points de plus à l'épreuve de culture générale qu'à celle de mathématiques.
Après une journée de mente, NANA. Sarl rentre chez lui et le lendemain, il envoie son fils BOLLORE acheté des œufs de 29400F dans un complexe avicole. En chemin, il casse 105 œufs. Pour récupérer les 29400F qu'il a dépensés, il revend le reste d'œufs tout en augmentant 5F sur le prix d'un œuf par rapport au prix d'achat.

<u>Tâches :</u>

1) Déterminer le nombre de lampes commandés et le prix d'une lampe
2) Détermine le nombre d'œufs acheté et le prix de revient d'un œuf
3) Déterminer les trois notes obtenues par BOLLORE

🕮 Situation 3

Un élève de la classe de première S dispose de 2400frs pour s'offrir 4 stylos et cinq cahiers de 100 pages, il lui manque alors 250frs, tandis que s'il achète 3 stylos et 4 cahiers de 100 pages, il lui restera la somme de 300frs. Pendant qu'il réfléchit son petit frère LEO va à la caisse et paye 5 cahiers de 100 pages et 8 stylos.

Une fois après ces achats LEO se rendent ensuite à city sport pour acheter une paire de tennis qui coûte 50000 frs et demandent une réduction. Le vendeur accepte de leur faire une réduction de t % et lui dit que t est la solution positive de l'équation :
$t^3 + 3t^2 - 4t - 12 = 0$ tout en le rappelant que -3 est un zéro du polynôme :
$P(t) = t^3 + 3t^2 - 4t - 12$.
Pendant trois jours de la semaine, pour une ration alimentaire équilibrée afin d'assurer la bonne croissance de ses enfants, la mère de LEO a fait les marchés suivants pour sa petite famille (voir tableau).

jours	Nature et Quantités(en kg)			Somme dépensée
	poisson	viande	riz	
lundi	3	2	1	9000
mercredi	1	3	2	8500
jeudi	4	2	3	11500

Tâches :

1) Déterminer la somme d'argent dépensée par le petit frère pour l'achat des cahiers et stylos.
2) Déterminer la somme d'argent finalement dépensée pour l'achat de la paire de tennis après la réduction.
3) Calculer la somme dépensée par la mère pour le marché de samedi où elle a acheté 3kg de poisson ; 2kg de viande et 3kg de riz.

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES

LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »

ENSEIGNANT : GUEGANG DONGMO STEPHAN

TEL : 698760221/652927240

ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023

TD : MATHEMATIQUES

CLASSE : 1^{ERE} C

DUREE : 6 HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 3 : TRIGONOMETRIE

Savoir-faire :

- ✓ **Savoir lire et placer sur le cercle la mesure principale d'un angle**
- ✓ **Déterminer la mesure principale d'un angle**
- ✓ **Utiliser les lignes trigonométriques des angles associés**
- ✓ **Utiliser les formules de duplication et d'addition**
- ✓ **Résoudre les équations du type $\boldsymbol{cosx = a, sinx = b, tanx = c}$ et $\boldsymbol{acosx + bsinx = c}$ avec $\boldsymbol{a, b}$ et $\boldsymbol{c}$ des réels.**
- ✓ **Résoudre les inéquations dans lesquelles $\boldsymbol{cosx}$, $\boldsymbol{sinx}$ ou $\boldsymbol{tanx}$ est comparé à un réel.**

I. Exercices de fixation

Ressource 1 : Mesure principale d'un angle

EXERCICE :

I) Répondre par vrai ou faux :

1) Un cercle trigonométrique est un cercle orienté dont le rayon est égal à l'unité.
2) Le sens trigonométrique est le sens de rotation des aiguilles d'une montre.

II) Choisir la bonne réponse parmi celles proposées

1) La mesure principale de l'angle orienté de mesure $\frac{498\pi}{5}$ est :

a) $-\frac{2\pi}{5}$ b) $\frac{\pi}{5}$ c) $-\frac{\pi}{5}$ d) $\frac{4\pi}{5}$

2) La mesure principale α d'un angle orienté x est tel que :

a) $x = \alpha + 3k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$ b) $x = \alpha + 2k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$ c) $x = \alpha + k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$ d) $x = \alpha + \pi$

3) La mesure principale α d'un angle orienté x est tel que :

a) $sinx = cos\alpha$ et $cosx = sin\alpha$ b) $sinx = -sin\alpha$ et $cosx = cos\alpha$ c) $sinx = sin\alpha$ et $cosx = -cos\alpha$

III) Déterminer la mesure principale des angles orientés suivant : $\frac{59\pi}{3}$; $\frac{87\pi}{5}$; $\frac{57\pi}{5}$; $\frac{-129\pi}{5}$; $3123\,\pi$; $2000\,\pi$.

IV) Calculer le cosinus et le sinus de l`angle $\frac{59\pi}{3}$ et $tan(\frac{13\pi}{4})$.

Ressource 2 : Angles associés et lignes trigonométriques

EXERCICE

Répondre par vrai ou faux :

1) Pour tout réel x, on a :$-1 \leq cosx \leq 1$ et $-1 \leq sinx \leq 1$.
2) Pour tout réel x, on a :$\cos(x + \pi) = cosx$.

3) Pour tout réel x, on a :$\sin(x+2\pi) = sinx$.
4) Pour tout réels x, on a :$cos^2x + sin^2x = 1$.
5) On donne $cosx = -\frac{1}{2}$ et $sinx = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; une valeur de x est alors$-\frac{2\pi}{3}$.

Resource 3 : Formules de duplication et d'addition

EXERCICE :

1) Soit $E(x) =$ 1-2$\sqrt{3}cos2xsin2x$– $2sin^2 2x$; $E(x)$ peut encore s'écrire :

a) $2sin(4x - \frac{\pi}{3})$ b) $\frac{1}{2}cos(4x + \frac{\pi}{3})$ c) $2cos(4x + \frac{\pi}{3})$ d) $\frac{1}{2}cos(2x - \frac{\pi}{3})$

2) Exprimer A, B, C et D en fonction de $cosx, cosy, sinx$ et $siny$.

$A = \cos(x+y) + \cos(x-y)$, $B = \cos(x+y) - \cos(x-y)$

$C = \sin(x+y) + \sin(x-y)$ et $D = \sin(x+y) - \sin(x-y)$

3) Ecrire le plus simplement possible.

$E = \sin(a+x)\sin(a-x) - \cos(a+x)\cos(a-x)$, $F = \sin(\pi - x) - \cos(\frac{\pi}{2} + x)$

$G = \sin(\pi - x) + \cos(5\pi + x) + \sin(4\pi - x) + \cos(8\pi + x)$,

$H = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\frac{7\pi}{2} + x\right)\sin\left(x + \frac{5\pi}{2}\right)$,

$I = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$

Resource 4 : Equations et inéquations trigonométriques

EXERCICE :

I) Choisir la bonne réponse parmi celles proposées

1) $cosx = cosy$ si et seulement si :

a) $x = y + 2k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$ b) $x = y + k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$ c) $x = y + 2k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$ ou $x = -y + 2k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$

d) $x = y + 2k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$ ou $x = \pi - y + 2k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$

2) $sinx = siny$ si et seulement si :

$a)$ $x = y + 2k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$ b) $x = y + k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$ c) $x = y + 2k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$ ou $x = -y + 2k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$

$d)$$x = y + 2k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$ ou $x = \pi - y + 2k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$

3) L'équation $cosx = a$ ou $sinx = a$ n'admet des solutions que si :

a) $-1 \leq a \leq 1$ b) $a \leq 1$ c) $a \leq -1$ d) $a \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$

4) L'équation $tanx = a$ n'admet des solutions que si :

a)$-1 \leq a \leq 1$ b) $a \leq 1$ c) $a \leq -1$ d) $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$

5) Si une fonction trigonométrique ne s'annule pas dans un intervalle, alors :

a) Elle est négative, b) elle est positive, c) elle garde un signe constant, d) elle varie.

II. Exercices de consolidation

Exercice 1 :

Le plan est rapporté au repère orthonormé direct (O, I, J). On désigne par A, B et C les images resp ectives des réels $-\frac{28\pi}{3}, \frac{125\pi}{8}$ et $\frac{4\pi}{3}$.

1. Placer les points A, B et C.
2. Déterminer une mesure de chacun des angles orientés suivants : $(\widehat{\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{OI}})$, $(\widehat{\overrightarrow{BO}, \overrightarrow{CO}})$, $(\widehat{\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{JO}})$.
3. Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $(\widehat{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}})$

🕮 **Exercice 2** :

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $\sqrt{2} + 2cos\ x = 0$; b) $\sqrt{3} = 2sin\ x$

2)a) Résoudre dans $\mathbb{R}$, puis dans $[0; 2\pi]$ l'équation $tan(2x) + \sqrt{3} = 0$.

b) Résoudre dans$[-\pi; \pi]$ l'équation : $cos\ (3x)\ - sin(\frac{\pi}{2} - 2x) = 0$.

c) Résoudre dans$[0; 2\pi]$, l'équation : $2sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{2} = 0$.

🕮 **Exercice 3** :

1-a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l`équation :

$2x^2 + (1 - \sqrt{2})x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$ (on pourra remarquer que ($\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$=1+$\sqrt{2}$)

1-b) résoudre dans $\mathbb{R}$ l`inéquation : $2x^2 + (1 - \sqrt{2})x - \frac{\sqrt{2}}{2} > 0$

2-) Déduire la résolution de l'équation et de l'inéquation suivantes :

a-) $2cos^2x + (1 - \sqrt{2})\ cosx - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$ dans $\mathbb{R}$

b-) $2cos^2x + (1 - \sqrt{2})\ cosx - \frac{\sqrt{2}}{2} > 0$ dans$]-\pi; \pi]$

🕮 **Exercice 4** :

1) Calculer les valeurs exactes de $cos(\frac{\pi}{12})$, $sin(\frac{\pi}{12})$, $cos(\frac{7\pi}{12})$ et de $sin(\frac{7\pi}{12})$.

2) Soit $x\ \in\ \mathbb{R}$ déterminer 4 réels a, b, c et d tels que :

$$\frac{\sqrt{3}}{2}cosx - \frac{1}{2}sinx = acos(x + b)\ et\ \frac{\sqrt{3}}{2}cosx - \frac{1}{2}sinx = csin(x + d)$$

3) a) Démontrer $\forall a, b \in \mathbb{R}$: $2sinacosb =\ sin(a + b)\ + sin(a - b)$

b) En déduire que : $2sin\frac{\pi}{7}\left(cos\frac{\pi}{7} + cos\frac{3\pi}{7} + cos\frac{5\pi}{7}\right) = sin\frac{6\pi}{7}$

🕮 **Exercice 5** :

1) On donne $cos\frac{3\pi}{5} = \frac{1-\sqrt{5}}{4}$

a) Calculer $cos^2\frac{3\pi}{10}$ et $sin^2\frac{3\pi}{10}$

b) Donner la valeur exacte de $cos\frac{3\pi}{10}$ et $sin\frac{3\pi}{10}$

2) On pose $A(x)\ =\ \sqrt{3 +\ \sqrt{5}}\ sinx\ -\ \sqrt{3 -\ \sqrt{5}}\,cosx$

a) Déterminer α et β tels que $A(x)\ = \alpha cos(x + \beta)$ où α et β sont des nombres réels à déterminer.

b) Résoudre dans $[0, 2\pi[$ l'équation $\sqrt{3 +\ \sqrt{5}}\ sinx\ -\ \sqrt{3 -\ \sqrt{5}}\,cosx = 0$

🕮 **Exercice 6** :

On considère l'équation (E) : $2\sqrt{2}\ cos^2 x + (2-\sqrt{2})cosx - 1 = 0$ et le polynôme $P(x) = 2\sqrt{2}x^2 + (2-\sqrt{2})x - 1$ de la variable réelle x.

1-Calculer $P\left(\frac{1}{2}\right)$.

2-Verifier que le polynôme $P(x)$ admet 2 racines distinctes.

3-En utilisant la somme ou le produit des racines, déterminer l'autre racine.

4-En déduire dans l'intervalle $[0\ ;\ 2\pi[$, l'ensemble solutions de l'équation (E).

5- Placer les points images des solutions de (E) sur un cercle trigonométrique.

6- Donner la nature du polygone obtenu et calculer son aire.

Exercice 7 :

1) Résoudre dans $[-\pi\ ,\pi] \times [-\pi, \pi]$ le système suivant :

$$\begin{cases} x + y &= \dfrac{\pi}{3} \\ sinx\ +\ siny &= \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

2. a) Démontrer que $cos^3 x + sin^3 x\ = (sinx\ + cosx)\ (1 - \frac{1}{2}sin2x)$

b) Résoudre dans l'intervalle $[-\frac{3\pi}{2}, 2\pi[$ l'équation $cos^3 x + sin^3 x = 0$

Exercice 8 :

On pose $a = cos\frac{\pi}{5}$ et $b = sin\frac{\pi}{5}$

1- Exprimer $cos\frac{2\pi}{5}$, $sin\frac{2\pi}{5}$ et $sin\frac{3\pi}{5}$ en fonction de a et b.

2- Démontrer que $sin\frac{3\pi}{5} = sin\frac{2\pi}{5}$ et en déduire que a est une solution de l'équation $(E) : 4x^2 - 2x - 1 = 0$.

3- Déterminer alors les valeurs exactes de a et b.

Exercice 9 :

1-) résoudre dans$]-\pi; \pi]$, le système$\begin{cases} sinx \geq -\frac{1}{2} \\ 2cosx + 1 < 0 \end{cases}$

2-) résoudre dans] $[-\pi; \pi]$, $\frac{1-2cosx}{2sinx-\sqrt{3}} \geq 0$

III. Apprentissage à l'intégration

Exercice 1 :

Un couloir de largeur $\sqrt{3}$ mettre tourne a angle droit et sa largeur n`est plus que de 1 mettre

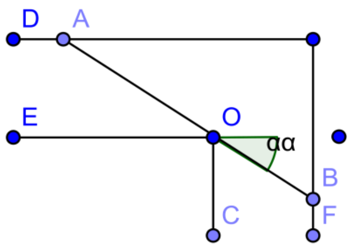
Sur la figure ci-dessous une droite passant par O fait avec l`un des murs un angle α et coupe deux autres murs en A et B

DE=$\sqrt{3}$, CF=1

1-) Exprimer en fonction de α les longueurs OA ; OB et AB

2-) On pose AB=f(α) démontrer f(α)= $\frac{4cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)}{sin2\alpha}$.

3-a) Déterminer α pour que AB=4



b-) déterminer α pour OA=OB

IV. Activités d'intégration

Situation :

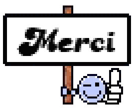
Monsieur ABENA est directeur d'un magasin de fabrique et de vente de jouets en bois. La machine permettant de découper le bois utilise plusieurs batteries et la charge d'une batterie dépend de la tension U en volts qui lui est appliquées et qui est une fonction du temps t en secondes définie par $U(t) = 12sint$. La charge n'a lieu que si la tension est supérieure à 24 volts

Par ailleurs, pour la détente de ses employés à des heures de pause, Monsieur ABENA souhaite bâtir sur un espace circulaire de rayon 5m de sa terre une terrasse. Le technicien acquis pour la tâche lui propose un plan ayant la forme d'un polygone dont les sommets sont situés sur cette portion circulaire et sont images des solutions de l'équation donnée par : (E) : $-4\,(cosx)^2 + 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})\sin x + 4 - \sqrt{6} = 0$. Le coût des travaux sera de 5000 FCFA par mètre carré.

Il souhaite également sur un autre espace circulaire de rayon 10m créer un jardin délimité par les points images sur cette portion circulaire des solutions dans $[-\pi, \pi]$ de l'équation $cos4x - 5cos2x = -3$. Le coût des travaux sera de 15 000 FCFA par mètre carré.

On rappelle que $\left[2\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)\right]^2 = 20 + \sqrt{8}$.

1) Déterminer l'intervalle de temps contenu dans $[0{,}2\pi]$ dans lequel la charge s'effectue.
2) Déterminer le coût de travaux de construction de la terrasse.
3) Déterminer le coût de travaux de Création du jardin.



« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 4: **LIMITES ET CONTINUITE D'UNE FONCTION NUMERIQUE**

Savoir-faire :

- ✓ Conjecturer algébriquement ou graphiquement la limite d'une fonction en un réel.
- ✓ Conjecturer la limite d'une fonction à gauche ou à droite en un réel à partir d'un graphique.
- ✓ Calculer les limites à gauche ou à droite en un réel ;
- ✓ Calculer la limite de $x\square \to \frac{\square a}{x}$ à gauche et à droite de 0 ;
- ✓ Calculer la limite de $x\square \to \square\frac{\square\square\square}{cx\square d}\square$ à gauche et à droite de $\frac{\square d}{c}$ $(c \neq \square\square\square$;
- ✓ Calculer la limite en a de 5 5 dans le cas où $u\square a\square\square\square\square v\square a\square\square\square\square\square\square$
- ✓ Calculer la limite à l'infini de la fonction $x\square \to \square\frac{a}{x}$ $où\ a \neq \square\square$
- ✓ Calculer la limite à l'infini de x^n où n est un entier naturel non nul ;
- ✓ Déterminer la limite des fonctions polynômes et rationnelles à l'infini ;
- ✓ Calculer la limite éventuelle à l'infini d'une fonction comparée à une fonction dont on connaît la limite à l'infini.
- ✓ Utiliser les comparaisons pour calculer certaines limites.
- ✓ Reconnaître sur un graphique si une fonction est continue ou non en un réel donné**;**
- ✓ Identifier des fonctions continues ;
- ✓ Utiliser la propriété : si 5 est continue en a alors la limite de 5 en 5 est (5) » pour calculer des limites des fonctions continues
- ✓ Montrer qu'une fonction est continue en un réel l'en ayant écrite comme somme, ou produit, quotient, composée des fonctions continues usuelles.
- ✓ Conjecturer la continuité d'une fonction à gauche ou à droite en un réel à partir d'un graphique ;
- ✓ Montrer qu'une fonction définie par intervalles est continue en certains réels ;
- ✓ Montrer qu'une fonction admet un prolongement par continuité en un réel donné, puis la définir ;
- ✓ Montrer qu'une fonction est continue sur ensemble donné ;

V. Exercices de fixation

Ressource 1 : limite des fonctions polynômes et rationnelles en un réel et à l'infini

<u>EXERCICE 1 :</u>

Soit l un réel Compléter les pointillés :

$a)\ l+(+\infty) = \ldots$ $b)\ l+(-\infty) = \cdots$ $c)\ l-(+\infty) = \cdots$ $d)\ l-(-\infty) = \cdots$

$e)\ 0\times(+\infty) = \cdots$ $f)\ 0\times(-\infty) = \cdots$ $g)\ \frac{l}{x} = \cdots x\ tend\ à\ zero$ $h)\ \frac{0}{x} = \ldots .x\ tend\ a\ zéro$

$i)\ \frac{l}{+\infty} = \cdots$ $j)\ \frac{l}{-\infty} = \ldots$ $k)\ +\infty\times-\infty = \cdots$ $l)\ -\infty\times+\infty = \cdots$

$m)(+\infty)+(+\infty) = \cdots$ $n)\ (-\infty)+(-\infty) = \cdots$ $o)\ +\infty x(+\infty)$ $p)(-\infty)x(-\infty) = \cdots$

$q)\ \frac{+\infty}{x} = \cdots x\ tend\ à\ zéro$

<u>EXERCICE 2</u>

1. On considère la fonction $f(x) = 5+\frac{4}{6-2x}$

Répondre par ***vrai*** ou ***faux***

1.
   a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{f(x)} = 1$
   b) $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x))^2 = 10$
   c) $\lim\limits_{x\to3+}\frac{1}{f(x)} = -\infty$
   d) $\lim\limits_{x\to3+}\frac{1}{f(x)} = 0$
2. Soit g une fonction telle que pour tout $x>3$
   $5-f(x)\leq g(x)\leq f(x)-5$
   a) $\lim\limits_{x\to3+} g(x) = +\infty$
   b) $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = 0$
   c) $\lim\limits_{x\to3+} g(x) = -\infty$

d) $\lim\limits_{x \to 3+} g(x) = 5$

Resource 3 : limite d'une fonction par méthode analytique
Parmi les affirmations suivantes, laquelle est vraie ?
Pour la figure 1

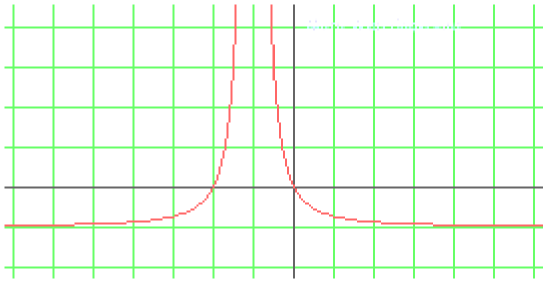


Figure 1

1. ☐ La limite de f en +∞ est égale à -1.
   ☐ La limite de f à droite de -1 est égale à +∞.
   ☐ Lorsque x tend vers +∞, f(x) tend vers -1.

   Pour la figure 2
2. La courbe de la fonction f est la suivante:

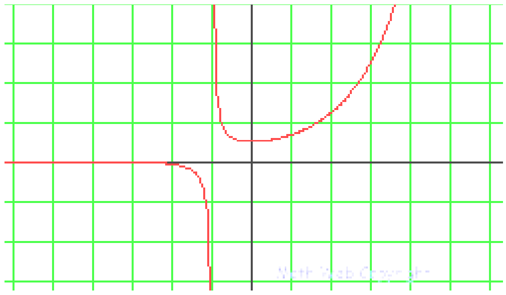


Figure 2

☐ La limite de f en -1 est égale à -∞.

☐ La limite de f en -1 est égale à +∞.

☐ La limite de f en +∞ est égale à +∞.

3. La limite de f(x) lorsque x tend +∞, est égale à -2.

☐ f admet une asymptote horizontale au voisinage de +∞.

☐ f admet une asymptote oblique au voisinage de +∞.

☐ f admet une asymptote verticale au voisinage de +∞.

4. Si la droite d'équation $y = 3x - 2$ est une asymptote à la courbe représentative de la fonction f au voisinage de -∞.
Que peut-on dire de la limite de la fonction f en -∞ ?

☐ La limite de f en -∞ est égale à 3.

☐ La limite de f en -∞ est égale à -∞.

☐ La limite de f en -∞ est égale à +∞.

Ressource 3 : Utilisation des comparaisons pour calculer certaines limites

Cochez la bonne réponse sur les propositions ci-dessous

1. f, g et h sont trois fonctions. On suppose que pour tout réel x, $f(x) < g(x) < h(x)$
Lorsque x tend vers +∞, f(x) tend vers 5 et h(x) tend vers +∞.
Que peut-on dire de la limite de la fonction g en +∞ ?

☐ La limite de g en +∞ peut être égale à 0.

☐ La limite de g en +∞ peut être égale à 5.

☐ La limite de g en +∞ peut être égale à +∞.

2. f et g sont deux fonctions. On sait que :
- la limite en +∞ de f est égale à -∞.
- lorsque x tend vers -∞, g(x) tend vers -2.

☐ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x).g(x) = (-\infty) \times (-2) = +\infty$

☐ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) + g(x) = (-\infty) + (-2) = -\infty$

☐ $\lim\limits_{x \to +\infty} g(f(x)) = -2$

3. f et g sont deux fonctions. Lorsque x tend vers -2 :
- f(x) tend vers + ∞.
- g(x) tend vers -∞.

☐ $\lim\limits_{x \to -2} f(x) + g(x) = (+\infty) + (-\infty) = 0$

- [ ] $\lim_{x\to -2} f(x).g(x) = (+\infty)\times(-\infty) = -\infty$
- [ ] $\lim_{x\to -2} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{(+\infty)}{(-\infty)} = -1$

4. f et g sont deux fonctions. On sait que :
- la limite à gauche de 1 de la fonction f est égale à 4.
- la limite de la fonction g en 1 est égale à 3.

- [ ] Lorsque x tend vers 1, on ne peut pas dire vers quoi tend f(x) + g(x).
- [ ] La limite de f + g en 1 est égale à 7.
- [ ] La limite à gauche de 1 de la fonction f.g est égale à 12.

5. f et g sont deux fonctions. Pour tout réel x,

$$g(x) = \frac{3.x-2}{4.x^2+3} + f(x)$$

6. Lorsque x tend vers -∞, f(x) tend vers 3.

Que peut-on dire de la limite de la fonction g en -∞ ?

- [ ] On ne peut rien dire du tout.
- [ ] Lorsque x tend vers -∞, g(x) tend vers 0.
- [ ] La limite de g en -∞ est aussi égale à 3.

Resource 2 : **continuité d'une fonction**

EXERCICE 1

1. Quelle est la condition première pour qu'une fonction f soit continue en x_0 ?
2. Quelle est la condition seconde pour qu'une fonction f soit continue en x_0 ?
3. Parmi les fonctions suivantes dire celles qui sont continues sur leur domaine de définition.

a)f(x) = fonction polynôme b) g(x) =fonction avec radical c)h(x)=fonction avec valeur absolue d) k(x)=fonction définie par intervalles e) j(x) = fonction cosinus f) i(x) = fonction sinus j) f(x) = fonction rationnelle

VI. Exercices de consolidation

Exercice 1

1. Soit la fonction polynôme f définie par : $f(x) = -2x^3 + x^2 + 4x + 5$.Calculer les limites de f(x) en :

   a)En 0 b) En -1 c) En -∞ d) En +∞

2. Soit les fonction g et h définies par : $g(x) = \frac{x+2}{x+1}$; $h(x) = \frac{x-3}{x^2-x-2}$

   a)Calculer les limites de g(x) en : -2 ; 3 ; -1 ; -∞ ; +∞

   b) Calculer les limites de h(x) en : 3 ; 0 ; 2 ; 1 ; -1 ; -∞ ; +∞

3. Soit les fonctions k et t définies par : $k(x) = \frac{x-2}{x^2-x-2}$; $t(x) = \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$

   a) Calculer les limites de k(x) en : 2 ; en -1 ; en 3 ; en -∞ et en +∞

   b) Calculer les limites de t(x) en : 2 ; en 1 ; en 0 ; en -∞ et en +∞

Exercice 2

1. Calculer les limites des fonctions suivantes :

a) $f(x) = 4$ en 0, en -4, en +∞ et en -∞ b) $f(x) = -3x + 4$ en 0, en 3 , en +∞ et en -∞

c) $f(x) = x^2 - x^3$ en 0, en 2, en -∞ en +∞ d) $f(x) = \frac{x-2}{x+3}$ en 0, en -3^- , en -3^+, en +∞ en -∞

e) $f(x) = \frac{x^4-3x^2-1}{x+1}$ en 0, en -1^- en -1^+ , en -1 , en -∞ et en +∞

f) $f(x) = \frac{x+2}{x^2}$ en 0 , en +∞ et en -∞

2. Calculer les limites des fonctions :

a) $f(x) = \sqrt{x^2+1} - x$ en 0, en $+\infty$ et en $-\infty$ b) $f(x) = \dfrac{x^2-4}{x^2+2x-8}$ en 0, en 2, en $+\infty$ et en $-\infty$

EXERCICE 3 :

Déterminer les limites suivantes à l'aide du théorème de composition :

1) $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{-x^3 + x^2 + x}$ 2) $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{\dfrac{-x+1}{x^2+1}}$ 3) $\lim\limits_{x\to-1+} \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 4) $\lim\limits_{x\to-\infty} \cos\left(\dfrac{\pi x+1}{x+2}\right)$

EXERCICE 4 :

Déterminer *Df* des fonctions *f* suivantes puis les limites aux bornes de *Df* .

1) $f(x) = \frac{x^2+3}{1-x}$ 2) $f(x) = \frac{x+2}{(x+3)^2}$ 3) $f(x) = \frac{x^3}{x^2+1}$

Exercice 5

Soit $f(x) = \frac{1+2\sin x}{1+\sqrt{x}}$ sur $]0; +\infty[$

1) Montrer que si $x > 0$ alors $-\frac{1}{1+\sqrt{x}} \leq f(x) \leq \frac{3}{1+\sqrt{x}}$

2) En déduire que f admet une limite en $+\infty$ dont on précisera la valeur

Soit la fonction f définie sur $\mathbf{R}+$ par: $f(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{x}$

a) En utilisant la quantité conjuguée, montrer que : $\forall x > 0, 0 \leq f(x) \leq \frac{1}{\sqrt{x}}$

b) En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

VII. Apprentissage à l'intégration

EXERCICE 1:

Voici la représentation graphique d'une fonction f.

a) Donner le domaine de définition de f

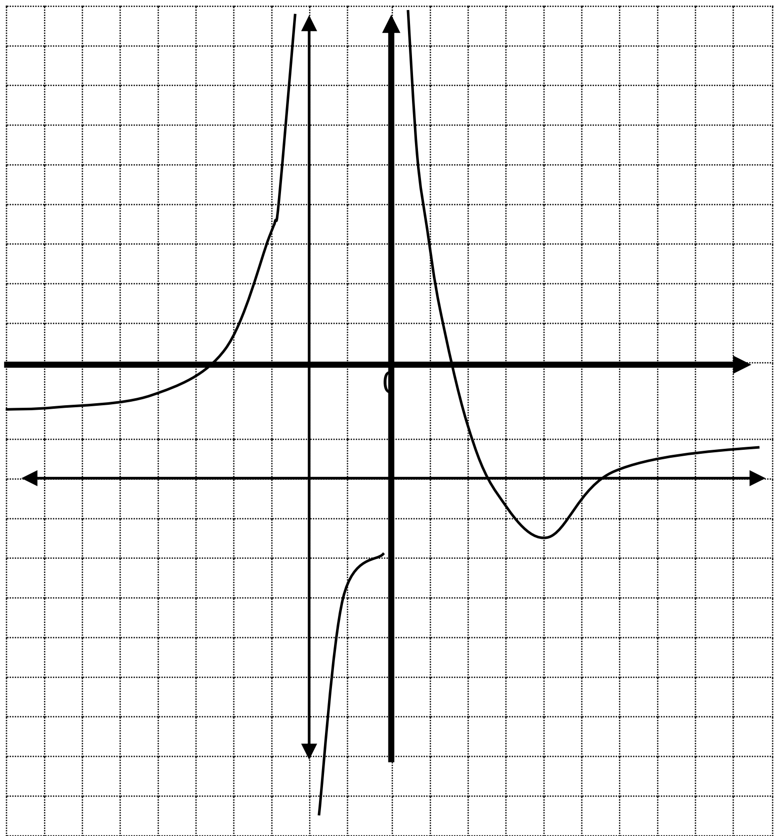
b) Donner les limites de f aux bornes du Df

c) Lire : f(-2) ; f(0) ; f(1) ; f(4)

d) Résoudre :

f(x) = - 4 ; f(x) > 3 ; f(x) < -2

-4<f(x)<0



EXERCICE 2 :

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4 & \text{si } x \leq 2 \\ 3x + 2 & si\ x \succ 2 \end{cases}$

a) donner le domaine de f

b) calculer f(2)

c) calculer a) $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$ b) $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$

d) La fonction f est-elle continue en 2

EXERCICE 3

Soit la fonction f définie sur [0 ; +∞ [par : $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 12.$

1) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans [0 ; +∞ [.

2) Par l'algorithme de dichotomie donner un encadrement à 10^{-3} de α

EXERCICE 4

Soit la fonction f définie sur [0 ; +∞[par : $f(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - 2x + 1.$

1) Dresser le tableau de variations de la fonction f, on donne $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty.$

2) a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions α et β, $(\alpha < \beta)$ et que $\alpha \in [0\,;1]$.
b) Par le balayage d'une calculatrice donner un encadrement de α à 10^{-2}.

VIII. Activités d'intégration

Exercice : C est la courbe d'une fonction *f (figure 3)* . A est le point de C d'abscisse 2.
On a tracé les éventuelles tangentes ou demi-tangentes à C en A.
Dans chacun des 4 cas : • donner *f* (2) puis dites en se justifiant si la fonction *f*

- est continue 2.
  - Si non continue à gauche? à droite?
- est dérivable en 2.
  - Si oui que vaut *f* ′(2).Si non, dérivable à gauche? à droite? Préciser les nombres dérivées à droite ou à gauche

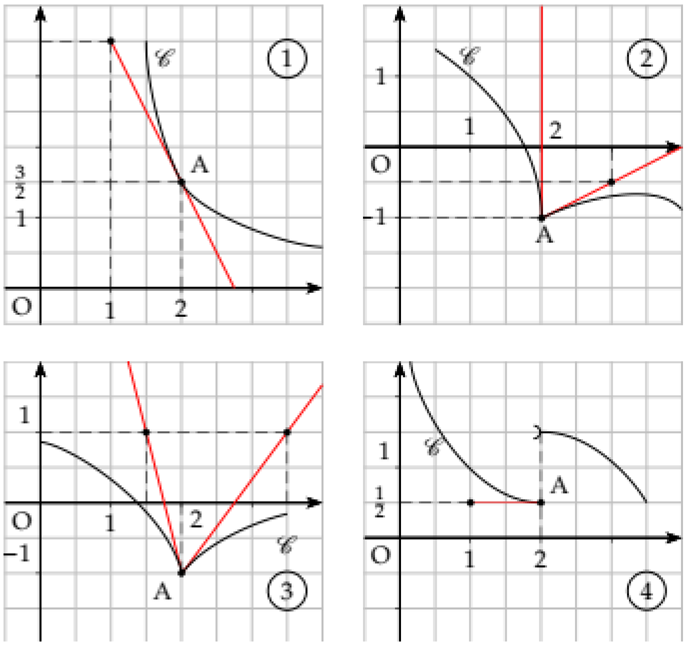


Figure 3

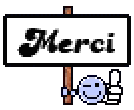
Situation 1 :
Soit f la fonction réelle à valeurs réelles définie par $f(x) = \begin{cases} x \text{ si } x < 1 \\ x^2 \text{ si } 1 \leq x \leq 4 \\ 8\sqrt{x} \text{ si } x > 4 \end{cases}$

1. Tracer le graphe de *f* .
2. f est-elle continue ?
3. Donner la formule définissant *f* –1

Situation 2 :
La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{\sqrt{x^4-8x^2+16}}{(x-2)(x^2+1)} \text{ si } x \neq 2 \\ f(2) = \dfrac{4}{5} \end{cases}$$

Etudier la continuité de la fonction *f* en 2 et en -2.
Situation 3
Soit la fonction *f* définie sur $I\ =]-2\,; +\infty[$ par : $f\,(x) = -\dfrac{x^3}{x+2}$
1) a) Déterminer les limites de f en -2 et en $+\infty$.
b) Déterminer la fonction dérivée $f\,'$ et montrer que $'(x) = -\dfrac{2x^2(x+3)}{(x+2)^2}$.
c) En déduire le tableau de variation de la fonction *f* sur $]-2\,;+\infty[$.
2) a) Démontrer que l'équation *f* (*x*) = 2 admet une unique solution *α* dans l'intervalle $]-2;+\infty\,[$ puis montrer que $-1,5 < \alpha < 0$.
b) A l'aide de l'algorithme de dichotomie donner un encadrement à 10^{-4} de *α* ainsi que le nombre de boucles nécessaires pour l'obtenir.



« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »
ENSEIGNANT : …BASILE OLOMO… …
TEL : …674404311 / 691171842… ……

ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023
TD : MATHEMATIQUES
CLASSE : 1^{ERE} C&E
DUREE : …6…. HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 5 : REPRESENTATION GRAPHIQUE D'UNE FONCTION NUMERIQUE

Savoire faire :

- ✓ **Déterminer par leurs équations les asymptotes parallèles aux axes à une courbe d'une fonction numérique.**
- ✓ **Montrer qu'une droite donnée est asymptote oblique à la courbe d'une fonction ;**
- ✓ **Etudier et représenter graphiquement les fonctions :**
  - **Homographiques ;**
  - **Polynômes de degré inférieur ou égal à 3.**
  - $x \longmapsto \frac{ax^2+bx+c}{dx+e}$ **; a et d tous non nuls.**

I. Exercices de fixation

Ressource 1 : Montrer qu'une droite donnée est asymptote oblique à la courbe d'une fonction

EXERCICE 1**:**

Soit la fonction f définie sur IR − {1}, par : $f(x) = \frac{x^2+x+1}{x-1}$

On note (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. Déterminer trois réels a, b et c tels que : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$
2. Montrer que la droite d'équation $y = x + 2$ est asymptote oblique à (C_f)

EXERCICE 2:

Soit la fonction g définie sur IR − {-1}, par : $g(x) = \frac{x^2+4x+5}{x+1}$

On note (C_g) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.
Montrer que la droite d'équation $y = x + 3$ est asymptote oblique à (C_g)

Ressource 2 : Déterminer par leurs équations les asymptotes parallèles aux axes à une courbe d'une fonction numérique

EXERCICE **:**

Déterminer par leurs équations les asymptotes parallèles aux axes des différentes fonctions suivantes :

1. $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$
2. $g(x) = \frac{2x^2+3x-1}{x-1}$
3. $h(x) = \frac{|-3x+6|}{x+5}$

4. $t(x) = \frac{-7}{-4x-4}$

5. $p(x) = -3 + \frac{x+1}{x-1}$

6. $l(x) = \frac{x^2-5x+6}{x-3}$

✍ **Resource 3** : Etudier et représenter graphiquement les fonctions Homographiques ;

📖 EXERCICE 1:

On considère la fonction $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$ et on note $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative

1) a- Donner le domaine de définition de la fonction f

b- Calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition

c- En déduire l'existence d'éventuelles asymptotes que l'on précisera

2) Justifier que le point P(-1 ;2) est centre de symétrie de toutes les courbes $(\mathcal{C}_f)$

3) a- Calculer la dérivée de f

b- En déduire le tableau de variation de f

4) Construire dans un repère orthonormé $(\mathcal{C}_f)$

5) Construire (en pointillés) dans le même repère la courbe de la fonction g définie par $g(x) = -f(\,|x|\,)$

6) a- Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ vers un intervalle J que l'on précisera

b- résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = f^{-1}(x)$

📖 EXERCICE 2**:**

Etudier et représenter graphiquement les fonctions Homographiques suivantes :

1. $f(x) = \frac{x}{x+1}$
2. $g(x) = \frac{x+1}{2x-1}$

✍ **Resource 4** : Etudier et représenter graphiquement les fonctions Polynômes de degré inférieur ou égal à 3.

📖 EXERCICE 1 :

On considère la fonction numérique f définie par : $\mathrm{f}(x) = 2x^3 - 6x + 5$ et (C) sa courbe dans un repère orthonormé (O, I, J).

1- Déterminer Df puis les limites aux bornes de Df

2- Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\mathrm{f}'(x) = 6x^2 - 6$ puis déduire le signe de $f'(x)$

3- Dresser le tableau de variation de f

4-Construire alors (C)

📖 EXERCICE 2 :

Etudier et représenter graphiquement les fonctions Polynômes suivantes :

1. $f(x) = 2x^2 + x + 1$
2. $g(x) = |-x^2 - x + 2|$
3. $h(x) = x^3 - 3x + 1$

✍ **Resource 5** : Etudier et représenter graphiquement les fonctions $x \longmapsto \frac{ax^2+bx+c}{dx+e}$; a et d tous non nuls**.**

📖 EXERCICE 1:

Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J). On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2-5x+15}{x-2}$ et (C) sa représentation graphique

1- Déterminer le domaine de définition de f

2- Calculer les limites aux bornes du domaine de définition de f

3- En déduire l'équation de l'asymptote verticale

4- a) Déterminer l'équation de la droite (D) asymptote oblique à la courbe de f

b) Étudier les positions relatives de (C) et (D)

5- Démontrer que le point d'intersection I des deux asymptotes est le centre de symétrie pour (C)

6- Calculer la dérivée de f et montrer que $f'(x) = \frac{(x-5)(x+1)}{(x-2)^2}$

7- Établir le tableau de variation de f

8- Donner une équation de la tangente(T) à (C) au point d'abscisse $x = 1$

9- Construire (C)

🕮 EXERCICE2 :

Etudier et représenter graphiquement les fonctions suivantes :

1. $f(x) = \frac{x^2+x+1}{x-1}$
2. $g(x) = \frac{-x^2+3x+1}{2x-1}$

🕮 EXERCICE 3 :

Le plan est muni du repère orthonormée (O, i, j) .on considère la fonction rationnelle f définie par :

$$f(x) = \frac{3x^2+ax+b}{x^2+1}$$

1. Déterminer les nombres réels a et b pour que la courbe représentative de f soit tangent au point d'abscisse 0 à la droite d'équation $y = 4x + 3$
2. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f et les limites aux bornes de cet ensemble
3. Déterminer la fonction dérivée f' et dresser le tableau de variation de f
4. Démontrer que le point I (0 ; 3) est un centre de symétrie à la courbe représentative de f
5. Déterminer l'équation de la tangente au point I
6. Tracer (C) et la tangente au point I
7. En déduire la courbe (C') de la fonction g définie par $g(x) = -f(x)$

II. Exercices de consolidation

🕮 **Exercice 1** :

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, I, J)

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{ax^2-x+b}{cx+3}$;

où a, b et c sont des réels. On désigne par (C_f) la courbe représentative de f

Déterminer a, b et c sachant que :

- La droite d'équation $y = 2x + 3$ est asymptote à (C_f)
- (C_f) rencontre l'axe des ordonnées au point d'ordonnée $\frac{1}{3}$ et admet au point d'abscisse $\frac{1}{2}$ une tangente parallèle à l'axe des abscisses

🕮 **Exercice 2** :

I-

1- La fonction g est définie d'un ensemble A vers un ensemble B.

a) Déterminer les ensembles A et B.

b) Dire en justifiant si g est injective, surjective, bijective.

2- Déterminer l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles on a :

a) g(x)=0 b) $g(x)>0$ c) $g(x)-f(x)\leq 0$.

3- Etudier la position relative de (Cg) Par rapport à la droite (D).

II-

Détermination de la fonction g et de la fonction h, tel que $h(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$

1- Déterminer l'ensemble de définition de la fonction h.

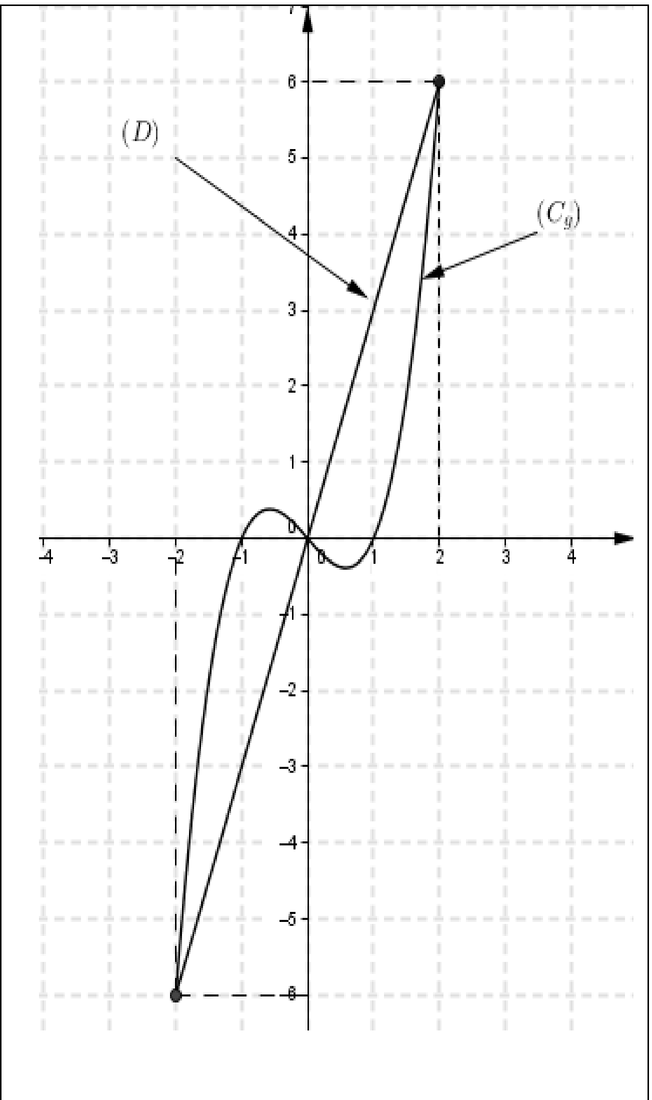
2- On suppose que g(x)=ax^3+bx^2+cx où a, b et c sont des nombres réels.

i) Sachant que la courbe (Cg) passe par les points (−2;−6), (−1;0) et (1/2;−3/8)

Montrer que les nombres a, et c vérifient le système (s) $\begin{cases} a-b+c=0 \\ a+2b+4c=-3 \\ 4a-2b+c=3 \end{cases}$

ii) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$, le système (s).

iii) On admet que $f(x)$=3x, vérifier alors que $h(x)=\frac{3}{x^2-1}$



🕮 **Exercice 3** :

On considère la fonction g définie par $g(x)=\frac{-2x^2-x+1}{2x+3}$; on désigne par (Cg) sa courbe représentative

1. déterminer les réels m, n et p tels que pour tout $x\epsilon\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{3}{2}\right\}$, $g(x)=mx+n+\frac{p}{2x+3}$
2. pour tout $x\epsilon\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{3}{2}\right\}$, calculer la dérivée g'(x)
   Etudier le signe de g'(x) et en déduire le sens de variation de g
3. calculer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition
   Dresser son tableau de variations
4. Démontrer que la droite (D) d'équation $y=-x+1$ est asymptote à (Cg) en -∞ et en +∞
   Préciser en justifiant l'équation d'une autre asymptote à (Cg)
5. Préciser les points d'intersection de (Cg) avec les axes de coordonnées
6. Etudier les positions relatives de (Cg) et de (D)
7. Démontrer que le point Ω $\left(-\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right)$ est centre de symétrie de (Cg)
8. Tracer (Cg)

🕮 **Exercice 4 :**

Soit la fonction f définie sur $IR\setminus\{-1\}$ par : $f(x)=\frac{x^2+3x+3}{x+1}$ et (C) est sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ d'unité sur les axes $1cm$.

1- Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
2- a) Calculer la dérivée f' de f et en déduire ses variations.
   b) Dresser le tableau de variation de f.
3- a) Déterminer les réels a, b et c pour lesquels on a : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$.
   b) Démontrer que la droite $D: y = x + 2$ est asymptote à la courbe C et déterminer l'autre asymptote.
   c) Apres avoir déterminé les coordonnées du point d'intersection Ω des deux asymptotes, montrer qu'il est centre de symétrie de la courbe C.
4- Tracer **avec soin** la courbe C.
5- Déterminer graphiquement suivant les valeurs du paramètre réel m le nombre et le signe des solutions de l'équation : $(E): x^2 + (3-m)x + 3 - m = 0$.
6- On désire tracer dans le même repère en traits interrompus la courbe C' de la fonction g définie par : $g(x) = \frac{x^2+3x+3}{|x+1|}$.

a- Soit x un réel différent de -1, écrit $f(x)$ en fonction de $g(x)$.

b- En déduire le lien qui existe entre la courbe de f et celle de g.

c- Trace alors la courbe de g dans le repère orthonormé $(O;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

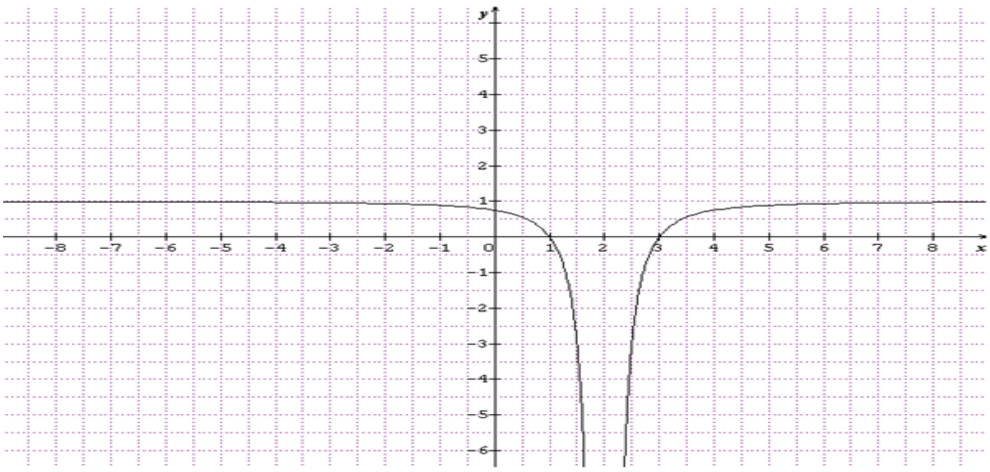
III. Apprentissage à l'intégration

📖 **Exercice 1** :

Soit f la fonction numérique définie par $\begin{cases} f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1} & si\ x \geq 0 \\ f(x) = x^2 - 1 & si\ \ x < 0 \end{cases}$

1) Après avoir étudié la continuité et la dérivabilité en $x_0=0$, tracer la courbe représentative (C) de f

📖 **Exercice 2** :



Soit la représentation graphique f' ci-dessus de la dérivée d'une fonction f

En suppose que f(x) s'écrit sous la forme $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}\ avec\ a, b, c \in \mathbb{R}$

1) Déterminer les réels a, b et c sachant que l'antécédent de -2,5 est 0

2) Tracer la courbe représentative (C_f) de f

📖 **Exercice 3** :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I , J). Le tableau ci-dessous est une partie du tableau de variation d'une fonction paire f de courbe représentative (C).

x	0 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $-\infty$
$f'(x)$	$-$
$f(x)$	2 $\searrow$ 0

1- Donner le domaine de définition de f

2- a- Déterminer les limites de f aux bornes de son domaine de définition

b- Quel est asymptote à la courbe de f

c- Quel est l'élément de symétrie

3- Quel est le signe de f' sur$]0\ ,\ +\infty[$?

4- Recopier et compléter le tableau de variation de f

5- On admet que $f(x) = \frac{\mathrm{a}x^2+\mathrm{b}}{x^2+1}$ où a et b sont des réels. Déterminer a et b

6- Construire la courbe de f (on complétera le tableau ci-dessous

x	-2	-1	1	2
f(x)				

IV. Activités d'intégration

Situation 1 :

M. OLOMO un jeune camerounais, décide de proposer un concept pour la réalisation d'un monument à sa mairie. Il a trois idées qui sont à sa portée pour après les concevoir en 3D.

La première idée consiste à choisir la fonction f définit par : $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$ de la construire sur l'intervalle [-5 ; 4] et de faire une réalisation de ce qu'on obtient en 3D.

La deuxième idée consiste à choisir la fonction g définit par : $g(x) = \frac{x^2-2x+1}{x+2}$ de la construire sur l'intervalle [-8 ; 6] et de faire une réalisation de ce qu'on obtient en 3D.

La troisième idée consiste à choisir la fonction h définit par : $h(x) = x^2 - 2x$ de la construire sur l'intervalle [-2 ; 4] et de faire une réalisation de ce qu'on obtient en 3D.

Tâche 1 : Si M. OLOMO choisit la première idée, quel serait l'allure de son schémas ?

Tâche 2 : Si M. OLOMO choisit la deuxième idée, quel serait l'allure de son schémas ?

Tâche 3 : Si M. OLOMO choisit la troisième idée, quel serait l'allure de son schémas ?

« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES

LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »

ENSEIGNANT : **NCHARE SOUFON ABDOULAYE**

TEL : **679 32 58 93**

ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023

TD : MATHEMATIQUES

CLASSE : 1^{ERE} C&E

DUREE : 8 HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 6 : SUITES NUMERIQUES

Savoir-faire :

- ✓ **Calculer des termes d'une suite numérique.**
- ✓ **Construire sur l'un des axes des termes consécutifs d'une suite numérique.**
- ✓ **Montrer qu'une suite est arithmétique ou géométrique et préciser sa raison.**
- ✓ **Déterminer la relation entre deux termes quelconque d'une suite arithmétique ou géométrique.**
- ✓ **Déterminer l'expression du terme général d'une suite arithmétique, géométrique.**
- ✓ **Déterminer une somme finie des termes consécutifs d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique.**
- ✓ **Résoudre des problèmes concrets de la vie courante en utilisant les suites numériques**

I. Exercices de fixation

✍ **Ressource 1 :** Calcul des termes d'une suite numérique

🕮 EXERCICE

i. Trouvez la fonction f à valeurs réelles telle que, pour tout n, $U_n = f(n)$, et calculez les termes de u_0 à u_5.

a) $U_n = -3n + 5$

b) $U_n = \frac{n^2}{\sqrt{n+2}}$

c) $U_n = \frac{n^2-1}{n+2}$

d) $U_n = cos\left(n\frac{\pi}{3}\right)$

e) $U_n = sin\left[(n+1)\frac{\pi}{2}\right]$

f) $U_n = -3n + (-1)^{n+1}$

ii. Trouvez la fonction f à valeurs réelles telle que, pour tout n, $U_{n+1} = f(U_n)$, et calculez les termes de u_1 à u_5.

a) $\begin{cases} u_0 = 1 \\ U_{n+1} = \sqrt{U_n + 5} \end{cases}$

b) $\begin{cases} u_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{-1+U_n}{U_n} \end{cases}$

c) $\begin{cases} u_0 = 5 \\ U_{n+1} = \frac{2U_n}{U_n+1} \end{cases}$

d) $\begin{cases} u_0 = -1 \\ U_{n+1} = (U_n + 1)^2 \end{cases}$

iii. La suite (U_n) est définie par la donnée explicite de U_n pour tout n. Exprimez en fonction de n, les termes U_{n-1}, U_{n+1} , U_{2n} , U_{2n+5}

a) $U_n = -3n^2 + 5$

b) $U_n = \frac{n^2-n+1}{2n+3}$

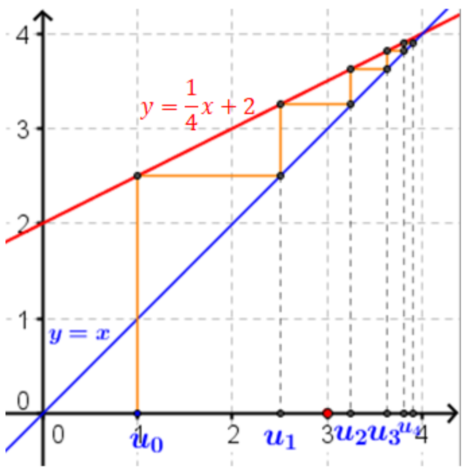
c) $U_n = sin\left[(n+1)\frac{\pi}{2}\right]$

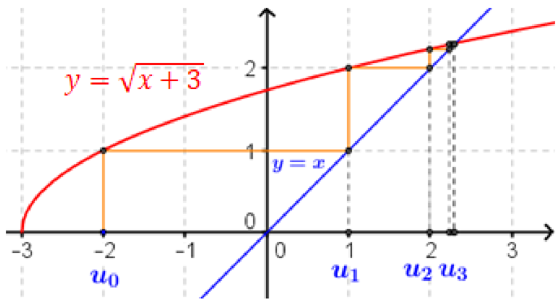
d) $U_n = -3n + (-1)^{n+1}$

Ressource 2 : Construction sur l'un des axes des termes consécutifs

EXERCICE 1 :

Sur chacune des figures suivantes, on a représenté les premiers termes d'une suite définie par récurrence. Donner le terme initial de chaque suite, ainsi que l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n





EXERCICE 2 :

Calculer les quatre premiers termes des suites définies ci-dessous et les représenter.

a) $\boldsymbol{u_n = n^2 - n}$;

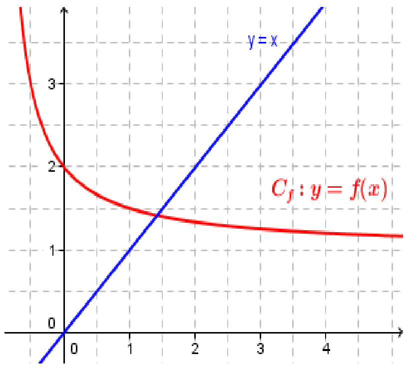
b) $\boldsymbol{u_n = 2n^3 + 1}$;

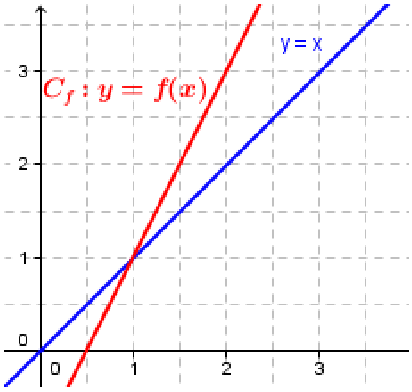
c) $\begin{cases} \boldsymbol{u_0 = 2} \\ \boldsymbol{u_{n+1} = \frac{1}{2u_n}} \end{cases}$;

d) $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 3u_n + 2 \end{cases}$.

EXERCICE 3 :

Sur chacun des graphiques ci-dessous on a représenté la courbe d'une fonction f et la droite d'équation $y = x$. Représenter sur l'axe des abscisses, sans autre calcul, les quatre premiers termes de la suite (u_n)





$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$ $\quad\quad$ $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

- **Resource 3** : Suite arithmétique - Suite géométrique.

EXERCICE 1 **:**

1. On considère les deux suites de nombres ci-dessous dont on donne les sept premiers termes :

- $3\ ;\ 5\ ;\ 7\ ;\ 10\ ;\ 12\ ;\ 14\ ;\ 16$
- $6\ ;\ 3{,}5\ ;\ 1\ ;\ -1{,}5\ ;\ -4\ ;\ -6{,}5\ ;\ -9$

Pour chacune des questions, peut-on conjecturer que la suite est une suite arithmétique ? Si oui, donner le premier terme et la raison. Sinon, justifier votre rejet de cette affirmation.

2. (u_n) est une suite arithmétique de raison -7 et de premier terme $u_0 = 2$.

a) Calculer $u_1\ ;\ u_2\ ;\ u_3\ et\ u_4$ sans utiliser la formule explicite.

b) Donner la formule explicite, puis calculer $u_{15}\ et\ u_{40}$.

3. La suite (u_n) est une suite arithmétique de raison a et de premier terme u_0. Dans chacun des cas suivants :

a) Déterminer la raison a et de premier terme u_0

b) Déterminer l'expression du terme u_n en fonction de la valeur de n.

a) $u_{14} = 2$ et $u_{20} = 0$; $\quad$ b) $u_6 = 7$ et $u_8 = 1$;

c) $u_{15} = 54$ et $u_{99} = 180$.

4. (u_n) est la suite définie par $u_0 = 1$. Pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n}$

a) Calculer $u_1\ ;\ u_2\ ;\ u_3, u_4\ et\ u_5$

b) Si $u_n \neq 0$, on pose $v_n = \frac{1}{u_n}$. Calculer $v_1\ ;\ v_2\ ;\ v_3, v_4\ et\ v_5$

c) Prouver que la suite (v_n) est arithmétique.

d) Exprimer (u_n) en fonction de n.

EXERCICE 2 **:**

1. On considère les deux suites de nombres ci-dessous où sont donnés les six premiers termes :

- $8\,;\,4\,;\,2\,;\,1\,;\frac{1}{2};\frac{1}{4}$
- $1\,;\,3\,;\,9\,;\,18\,;\,54\,;\,162$

Pour chacune des questions, peut-on conjecturer que la suite est une suite géométrique ? Si oui, préciser le premier terme et la raison. Sinon, justifier votre rejet de la conjecture.

2. (u_n) est une suite géométrique de raison $q = -7$ et de premier terme $u_0 = 5$.

a) Calculer $u_1\,;\,u_2\,;\,u_3\ et\ u_4$ sans utiliser la formule explicite.

b) Donner la formule explicite, puis calculer $u_{15}\ et\ u_{40}$.

3. La suite (u_n) est une suite géométrique de raison q.

a) $u_4 = 8$ et $q = 2$. Calculer $u_2\ et\ u_6$

b) $u_4 = 10$ et $q = -0{,}5$ calculer $u_0\ et\ u_{10}$

c) $u_5 = 64$ et $u_7 = 256$. Calculer $q\ et\ u_{10}$ avec $q > 0$

d) $u_{123} = 1\,000$ et $u_{128} = \frac{125}{4}$. Calculer u_{118} et u_{133}

4. (u_n) est la suite définie par $u_0 = 2$. Pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 2u_n + 5$

a) Calculer $u_1\,;\,u_2\,;\,u_3, u_4\ et\ u_5$

b) Pour tout entier naturel n, on pose $v_n = 2u_n + 5$. Calculer $v_1\,;\,v_2\,;\,v_3, v_4\ et\ v_5$

c) Prouver que la suite (v_n) est géométrique.

d) Exprimer (u_n) en fonction de n.

Resource 4 : Détermination d'une somme finie des termes consécutifs d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique

EXERCICE 1 **:**

1. (u_n) est une suite géométrique de raison $q = 3$ et $u_4 = 12$. Calculer $u_4 + u_5 + u_6 + \cdots + u_{10}$

2. Calculer $s_n = 1 + 3^1 + 3^2 + \cdots + 3^n$

3. Calculer $s = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \cdots + \frac{1}{1\,048\,576}$

EXERCICE 2 **:**

1. Calculer $T = 6\ +\ 8\ +\ 10\ +\ \ldots\ +\ 224\ +\ 226.$

2. (u_n) est une suite arithmétique ; $u_{10} = -12$ et $u_{20} = -32$

a) Calculer u_0 et la raison r

b) Calculer $u_{10} + u_{20} + u_{30} + \cdots + u_{100}$

3. Calculer $s_n = 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1)$.

II. Exercices de consolidation

Exercice 1 : **Q.C.M**

Pour chaque question, plusieurs propositions peuvent être exactes. Indiquer lesquelles en justifiant

1. Si $a, b\ et\ c$ sont dans cet ordre trois termes consécutifs d'une suite arithmétique alors la moyenne arithmétique b est donnée par :

a) $b = \frac{a+c}{2}$

b) $b = \frac{c-a}{2}$

c) $b = \frac{a-c}{2}$

d) $b = \sqrt{ac}$

2. Si $a, b\ et\ c$ sont dans cet ordre trois termes consécutifs d'une suite géométrique alors la moyenne géométrique b est donnée par :

a) $b = \frac{ac}{2}$

b) $b = ac$

c) $b = \frac{c}{a}$

d) $b = \sqrt{ac}$

3. La population mondiale au 1^er^ janvier 2019 était de 7 637 millions d'habitants. On admet que cette population augmente chaque année de $1{,}4\%$. Au 1^er^ janvier 2035, la population mondiale sera de :

a) 9 739, 59 millions d'habitants

b) 9 539, 59 millions d'habitants

c) 9 939, 59 millions d'habitants

d) 9 639, 59 millions d'habitants

4. On place un capital de $100\ 000\ FCFA$ à 5% par an à intérêts simples. Au bout de 5 ans, le capital disponible est de :

a) 127 628 FCFA

b) 150 000 FCFA

c) 50 000 FCFA

d) 125 000 FCFA

5. La suite (u_n) est définie pour tout entier naturel par n, $u_n = \frac{3n+2}{n+1}$.

a) La suite (u_n) est strictement croissante

b) La suite (u_n) est arithmétique

c) La suite (u_n) est à termes positifs

d) La suite (u_n) converge vers 2

6. La suite (u_n) est définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier naturel non nul n, $u_{n+1} = \frac{u_n}{3-u_n}$.

a) La suite (t_n) définie pour tout entier naturel n par $t_n = \frac{1}{u_n}$ est arithmétique

b) La suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par $w_n = v_n - \frac{1}{2}$ est géométrique

c) Pour tout entier naturel n $u_n = \frac{2}{3^n+1}$

d) La suite (u_n) est à termes strictement positifs

Exercice 2 : vrai ou faux

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$, $u_1 = 1$ et, pour tout entier naturel, $u_{n+2} = \frac{1}{3}u_{n+1} + \frac{2}{3}u_n$.

On définit les suites (v_n) et (w_n) par $v_n = u_{n+1} - u_n$ et $w_n = u_{n+1} + \frac{2}{3}u_n$

1) La suite (v_n) est arithmétique.
2) La suite (w_n) est constante.
3) Pour tout entier naturel n, on a $u_n = \frac{3}{5}(w_n - v_n)$.

Exercice 3 :

Pour les questions suivantes, (u_n) est une suite arithmétique.

1. Calculer r et u_0 sachant que $u_9 = -15$ et $u_5 + u_6 + u_7 = -27$.
2. Calculer r et u_0 sachant que $u_3 = 7$ et $u_1 + u_2 + \cdots + u_8 = 196$.

Exercice 4 :

1. Trouver trois réels a, b et c en progression arithmétique tels que $\begin{cases} a+b+c = 39 \\ a^2+b^2+c^2 = 525 \end{cases}$.
2. Cinq nombres sont en progression arithmétiques. Leur somme est 55 et celle de leurs carrés est 665. Trouver ces nombres.

Exercice 5 :

Pour les questions suivantes, (u_n) est une suite géométrique.

1. Calculer u_0 et u_{10} sachant que $u_5 = 486$ et $u_7 = 4\,374$ avec $q > 0$.
2. Calculer q et u_0 sachant que $u_2 = -1{,}92$ et $u_4 = -1{,}2288$ avec $q > 0$.
3. Pour tout entier naturel n, $u_{n+2} = u_n + u_{n+1}$. Tous les termes sont non nuls et la raison q est positive. Trouver q.

Exercice 6 :

1. Déterminer trois termes consécutifs a, b et c d'une suite géométrique croissante, sachant que $a + b + c = 19$ et $ac = 36$.
2. Trouver trois réels a, b et c en progression géométrique tels que $\begin{cases} a+b+c = 21 \\ 2a+b-c = 27 \end{cases}$.
3. Déterminer le terme général de la suite géométrique (u_n) tels que $\begin{cases} u_1+u_2+u_3 = 19 \\ u_1 \times u_3 = 36 \end{cases}$.

📖 **Exercice 7** :

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; I, J)$. f est la fonction définie sur l'intervalle $[0, +\infty[$ par $(x) = \frac{2x}{x+1}$. (C) sa courbe représentative dans le repère $(O; I, J)$.

1) Dresser le tableau de variation de f sur sur l'intervalle $[0, +\infty[$ et construire (C).
2) Justifier que f réalise une bijection de l'intervalle $[0, +\infty[$ vers l'intervalle $[0, 2[$.
3) (U_n) est la suite définie par $U_1 = 1$ et $U_{n+1} = f(n) \times U_n$.

a) Calculer U_2 et U_3.

b) (V_n) est la suite définie par $V_n = nU_n$. Démontrer que (V_n) est une suite géométrique.

c) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.

📖 **Exercice 8** :

(U_n) est la suite définie par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = 4U_n + 1 \end{cases}$. (V_n) est la suite définie par $V_n = U_n + \frac{1}{3}$.

1) Démontrer que (V_n) est une suite géométrique dont on caractérisera la raison et le premier terme.
2) Exprimer V_n, puis U_n en fonction de n.
3) On pose $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$ et $T_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$.

a) Calculer T_n, puis S_n en fonction de n.

b) Déterminer les limites de T_n et S_n en $+\infty$.

📖 **Exercice 9** : suites et équations

On considère une suite géométrique (W_n) strictement croissante dont les termes W_3 et W_4 sont les racines de l'équation (E'): $x^2 - x + \frac{4}{25} = 0$.

1. Déterminer le premier terme W_1 et la raison q de cette suite.
2. La suite (W_n) est-elle convergente ?
3. Soit $T_n = W_1 + W_2 + \cdots + W_n$, déterminer le nombre de termes additionné tel que $T_n = \frac{273}{16}$.

📖 **Exercice 10** : suites et équations

On considère l'équation (E): $x^2 + P_n x + Q_n = 0$ où P_n et Q_n sont des entiers. Soit (U_n) une suite arithmétique de raison $r = -1$ et de premier terme $U_0 = 2$.

1. Exprimer U_n en fonction de n.
2. On admet que (E) a pour solutions deux termes consécutifs U_n *et* U_{n+1} de la suite (U_n).

Exprimer P_n, puis Q_n en fonction de n.

3. On pose $V_n = 10^{-P_n}$.

a) Démontrer que (V_n) est une suite géométrique dont on caractérisera.

b) Exprimer en fonction de n, le produit $W_n = V_1 \times V_2 \times \cdots \times V_n$.

📖 **Exercice 11**:

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{9}{6-u_n}$. On considère la suite (v_n) définie par $v_n = \frac{1}{u_n - 3}$

1) Montrer que (v_n) est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison.
2) Exprimer v_n, puis u_n en fonction de n.

3) On pose $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$. Calculer S_n.

🕮 Exercice 12 suite et barycentre

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. On considère dans ce repère les points $A(1; -1)$, $B(5; 3)$ et I est le milieu de $[AB]$. Soit (G_n) la suite définie par

- ♣ $G_0 = 0$,
- ♣ Pour tout entier naturel n, G_{n+1} est le barycentre du système $\{(G_n; 2), (A; 1), (B; 1)\}$. On appelle $(x_n; y_n)$ les coordonnées de G_n.

1) Montrer que les points G_1, G_2 et G_3 sont alignés
2) Montrer que quel que soit n, G_{n+1} est l'image de G_n par i'homothétie de centre I et de rapport $0{,}5$
3) Montrer que la suite (u_n) définie par $u_n = x_n - 3$ est géométrique de premier terme -3 et de raison $0{,}5$.
4) Montrer que pour tout $n, x_n = 3\left(1 - \frac{1}{2^n}\right)$

🕮 Exercice 13 : suites et trigonométrie

On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_1 = 140 \\ u_{n+1} = 1{,}5u_n \cos(2x) + 220sin^2(x) \end{cases}$ $pour\ tout\ x \in \mathbb{R}\ n \in \mathbb{N}^*$

1) a-Montrer que $u_2 = 210 - 200sin^2(x)$

   b- déterminer dans $[-\pi; \pi[$, les valeurs de x pour lesquelles $u_2 = 160$

2) Dans la suite, on suppose que $x = \frac{\pi}{6}$ et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $v_n = 1{,}5u_n - 330$.

   a- Montrer que la suite (v_n) est géométrique en précisant sa raison et son premier terme.

   b- Exprimer (v_n) puis (u_n) en fonction de n

🕮 Exercice 14 : suites et fonctions

<u>Partie A</u> Soit la fonction h définie par $h(x) = \begin{cases} \frac{x^2+3}{x+1} & si\ x < -1 \\ \frac{x+4}{x+1} & si\ x > -1 \end{cases}$ et C_h sa courbe représentative dans un repère$(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Déterminer le domaine de définition $D_h$de h et les limites aux bornes de D_h.
2. Montrer que la courbe C_h admet une asymptote verticale (D_1) et une asymptote horizontale D_2 à préciser.
3. Pour $x < -1$, déterminer trois réels $a, b\ et\ c$ tels que $h(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$.
4. En déduire que la courbe C_h admet une asymptote oblique $D_3\ en - \infty$ à préciser.
5. Calculer la dérivée de h, puis en déduire son sens de variation.
6. Dresser le tableau de variation de h.
7. Construire la courbe C_h et la droite $(d): y = x$.

<u>Partie B</u> On désigne par (U_n) la suite définie par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{U_n+4}{U_n+1} \end{cases}$ et (V_n) la suite définie par $V_n = \frac{U_n-2}{U_n+2}$.

1. Construire sur l'axe des abscisses les cinq premiers termes de la suite(U_n).
2. Conjecturer la limite de la suite(U_n) .
3. Montrer que(V_n) est une suite géométrique dont on caractérisera.
4. Exprimer V_n et U_n en fonction de n.
5. Calculer la somme $S_n = V_1 + V_2 + \cdots + V_{n-1}$ en fonction de n.

III. Apprentissage à l'intégration

📖 **Exercice** :

Léo et Abdoulaye ont placé chacun un capital de 100 000 FCFA le premier janvier 2020 dans une banque de la ville de Yaoundé à 6% de taux d'intérêt annuel. Ils auront besoin de leur épargne le deux janvier 2036.Ils avaient le choix entre deux options.

- ♣ Option 1 : un placement à intérêt simple chaque année. Chaque année, seul le capital initial produit des intérêts.
- ♣ Option 2 Un placement à intérêts composés. À la fin de chaque année, les intérêts sont ajoutés au capital pour former un nouveau capital.

Léo a choisi l'option 1 et Abdoulaye l'option 2. Ils souhaitent savoir quelle est l'option la plus intéressante.

Soit n un entier naturel. On désigne par u_n , le capital que dispose Léo le premier janvier de l'année $2020 + n$ et par v_n , le capital que dispose Abdoulaye le premier janvier de l'année $2020 + n$. $u_0 = v_0 = 100\,000$

1) Calculer u_1, u_2, v_1 et v_2
2) Démontrer que la suite (u_n) est arithmétique de raison 6000 puis exprimer u_n en fonction de n.
3) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $1{,}06$ puis exprimer u_n en fonction de n.
4) Quelle est l'option la plus intéressante ?

VI. Activités d'intégration

📖 **Situation 1** : M Nchare souhaite concevoir en un seul jour 11 maquettes de solides de l'espace, pour pouvoir dispenser aisément ses cours sur la géométrie de l'espace durant l'année scolaire. Il entame la conception à 7h et souhaite terminer avant 13h14, car il doit recevoir des amis. Pour concevoir une maquette, il met 4 minutes de plus que le temps mis pour la précédente.

Question : quel temps maximal doit mettre M Nchare pour concevoir la première maquette s'il veut terminer avant l'arrivée de ses amis ?

📖 **Situation 2** :

Monsieur Soufon a ouvert un compte dans une microfinance où le taux d'intérêt annuel simple est de 5%. À l'ouverture du compte le 14 février 2010, il a versé une somme de 150 000 frs. Le 15 févier 2015, il a retiré un montant pour aménager un point d'eau dans sa cour. La somme restant dans son compte est alors considérée comme nouveau capital placé. En date du 16 février 2022 ce compte a un montant de 135 000 Frs.

Question : Combien monsieur Soufon avait-il retiré le 15 février pour ses travaux ?

Situation 3 :

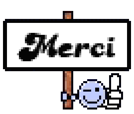
La valeur marchande d'un manuel augmente 10% chaque année. En 2015, ce manuel coutait 2 500 FCFA.

Question : A partir de quelle année le prix va-t-il doubler ?

Situation 4 :

Deux villes A et B sont peuplées au premier janvier 2022, respectivement de 100 000 et 50 000 âmes.la population de la ville A s'accroît de 1% par an et cette de la ville B s'accroît de 5% par an.

Question : À partir de quelle année la taille de la population de la ville B dépassera-t-elle celle de la ville A



« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES

LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »

ENSEIGNANT : NGONGANG NIVEL

TEL : 695996813/676370804

ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023

TD : MATHEMATIQUES

CLASSE : 1^{ERE} C

DUREE : …4…. HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 7 : SERIES STATISTIQUES REGROUPEES EN CLASSES

Savoir-faire :

- ✓ **Calculer la moyenne,**
- ✓ **Déterminer la classe modale, le mode, la médiane d'une série regroupée en classes**
- ✓ **Déterminer la classe modale, le mode, la médiane d'une série regroupée en classes**
- ✓ **Calculer l'écart moyen, la variance, l'écart-type d'une série regroupée en classes**
- ✓ **Interpréter dans des situations contextuelles la signification des différents paramètres (de position ou de dispersion)**
- ✓ **Construire et interpréter un histogramme**
- ✓ **Construire et interpréter la courbe des effectifs ou des fréquences cumulées.**
- ✓ **Déterminer la valeur exacte de la médiane par la méthode d'interpolation linéaire.**

I. Exercices de fixation

✍ Ressource 1 : Paramètres de positions et de dispersions

📖 EXERCICE 1 : Compléter les pointilles :

On considère une série statistique regroupée en classe de la forme $[x_i;\ x_{i+1}[$ d'effectif n_i, d'effectif total N et n_p l'effectif de la dernière classe.

1) L'amplitude de la classe $[x_i;\ x_{i+1}[$ est : $a_i = \cdots;$
2) Le centre de la classe $[x_i;\ x_{i+1}[$ est : $c_i = \cdots$;
3) La densité de la classe $[x_i;\ x_{i+1}[$ est : $d_i = \cdots;$
4) La fréquence de la classe $[x_i\ ;\ x_{i+1}[$ est $f_i = \cdots$
5) La formule de la moyenne est $\bar{x} = \frac{\cdots}{N}$
6) La formule de la variance de cette série est $V = \cdots$ et celle de l'écart type est $\sigma = \cdots$
7) La formule de l'écart-moyen de cette série est $e_m = \cdots$
8) Le mode, la moyenne et la médiane sont appelés caractéristiques de … car…
9) L'écart-moyen, la variance et l'écart type sont appelés caractéristiques de …car…

📖 EXERCICE 2**:**

On s'est intéressé aux notes sur 20 en mathématiques des candidats à un concours. Les résultats de cette enquête, regroupés en classes sont consignés dans le tableau ci-dessous :

Classes des notes	$[0;4[$	$[4;8[$	$[8;12[$	$[12;16[$	$[16;20]$	N
Nombre d'élèves n_i	25	30	20	15	10	
Centre c_i						
Amplitude a_i						
Fréquence f_i						

ECC						
$n_i \times c_i$						
$n_i \times {c_i}^2$						
$\lvert c_i - \bar{x} \rvert$						
$n_i \times \lvert c_i - \bar{x} \rvert$						

1) Compléter les pointilles : la population étudiée est …, son effectif total est $= \cdots$, le caractère étudié est… il est de nature…les modalités de cette série sont… l'effectif 20 est celui de la modalité…l'étendu de cette série est…
2) Compléter soigneusement de la 3ème à la 8ème ligne du tableau ci-dessus.
3) Déterminer la classe modale, calculer le mode et donner une interprétation du résultat.
4) En déduire de ce tableau :
   a) Le nombre d'élèves ayant obtenu au moins 8 sur 20.
   b) La moyenne des notes sur 20 en mathématiques.
5) a) Compléter les deux dernières lignes du tableau.
   b) En déduire la variance, l'écart type, et l'écart-moyen.
6) a) Déterminer l'intervalle médian.

   b) Calculer la médiane par interpolation linéaire puis interpréter le résultat.

✍ **Resource 2** : Histogramme **et courbes cumulatives**

📖 EXERCICE 1**:**

Après un devoir de mathématiques dans une classe de première C, on a relevé les notes obtenues par les élèves et on a effectué un regroupement en classe dans le tableau ci-contre.

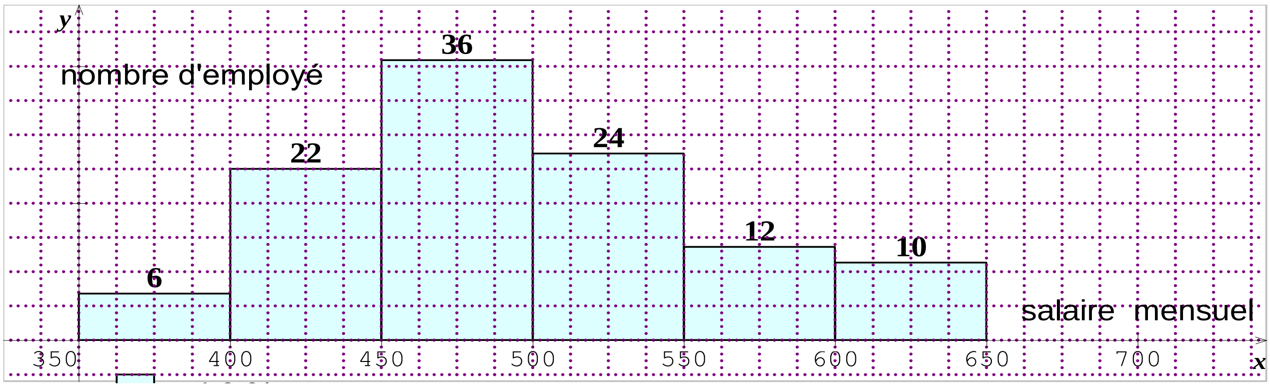
Notes	[0 ;5[	[5 ;8[	[8 ;10[	[8 ;10[	[15 ;20]
Effectif n_i	25	30	30	13	2
Amplitude a_i					
Densité d_i					
ECC					
ECD					
FCC					

1) Compléter la ligne des amplitudes a_i et conclure.
2) Compléter la ligne des densités d_i.
3) Déterminer la classe modale et calculer le mode.
4) Compléter les lignes des ECC, ECD et des FCC.
5) Construire les polygones des ECD et des FCC puis en déduire graphiquement la médiane.
6) Construction de l'histogramme
   a) On note h_1, h_2 , h_3, h_4 et h_5 les hauteurs respectives des rectangles associes aux classes [0 ;5[, [5 ;8[, [8 ;10[, [8 ;10[et [15 ;20]. Sachant que : $\frac{h_1}{d_1} = \frac{h_2}{d_2} = \frac{h_3}{d_3} = \frac{h_4}{d_4} = \frac{h_5}{d_5}$ et en prenant $h_5 = 0{,}4$, determiner h_1, h_2 , h_3 et h_4.
   b)Construire l'histogramme de cette série puis déduire graphiquement la classe modale.

II. Exercices de consolidation

📖 Exercice 1 :

Une étude statistique portant sur les salaires mensuels, en millier de FCFA, des employés d'une entreprise a donné l'histogramme suivant :



1) Quel est le nombre d'employés dans cette entreprise ?
2) Quel est le salaire du plus grand nombre d'employé de cette entreprise ?
3) Dresser le tableau des effectifs
4) Calculer le salaire moyen
5) Déterminer le salaire médian.

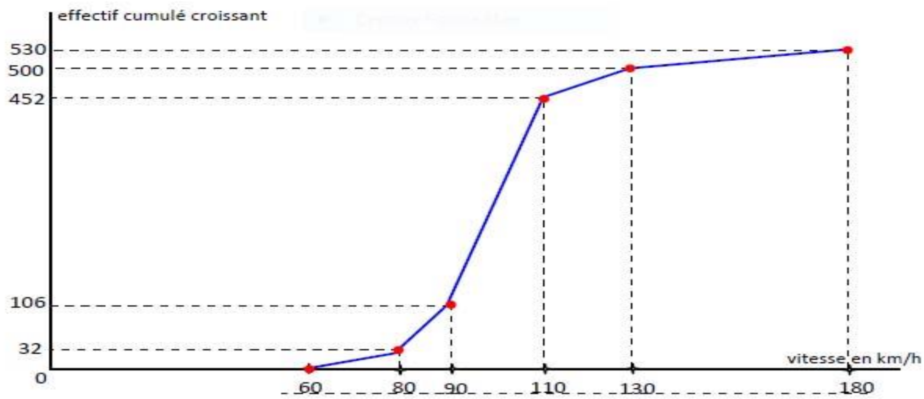
📖 Exercice 2 :

Un contrôle de vitesse a été effectué sur une autoroute où la vitesse est limitée à 130 km/h. La série statistique obtenue est représentée ci-contre par son polygone des effectifs cumulés croissants.

1) Établir le tableau des effectifs de cette série.
2) a) Quel est le pourcentage de véhicule en infraction ?

   b) On décide de ne verbaliser que les conducteurs roulant à une vitesse strictement supérieure à 140km/h. Combien d'amendes va-t-on- donner ?

3) Déterminer la classe modale et la moyenne de cette série.



📖 Exercice 3 :

1) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système (S): $\begin{cases} x + 4y + 10z = 730 \\ x + y + z = 139 \\ x + y = 85 \end{cases}$

2) Les 250 ouvriers d'une entreprise sont répartis suivant leur salaire journalier (en milliers de francs) dans le tableau ci-dessous, tableau incomplet car certains effectifs ont été remplacés par les lettres a, b et c. On se rappelle cependant que l'effectif cumulé de la modalité $[8;12[$ est de 160, la moyenne de la série est de 7,036.

salaire	$[0;2[$	$[2;6[$	$[6;8[$	$[8;12[$	$[8;16[$
effectif	a	b	75	c	36

3) Montrer que a, et c vérifient le système (S) de la question **1)**

4) On suppose que $a = 50$; $b = 35$ et $c = 54$.

a) Dresser le tableau des fréquences et des effectifs cumulés croissants et décroissants de cette série.

b) Calculer la variance et l'écart-type de cette série.

c) L'entreprise jouit d'une bonne autorité si et seulement si, 90% au moins de l'effectif a un salaire journalier appartenant à l'intervalle $[x - \sigma; x + \sigma[$.

L'entreprise jouit-elle d'une bonne autorité ?

🕮 Exercice 4 :

Une étude sur le budget consacré aux vacances auprès de manages a donné les résultats suivants.

Budget	$[800;1\,000[$	$[1\,000;1\,400[$	$[1\,400;1\,600[$	$[1\,600;\beta[$	$[\beta;2\,400[$	$[2\,400;\alpha[$
FCC	0,08	0,18	0,34	0,64	0,73	1
Fréquence						

1) Calculer la borne manquante α sachant que l'étendue de la série est égale à $3\,200$.

2) Compléter la ligne des fréquences.

3) Calculer la borne manquante β dans les deux cas suivants :

a) Le budget moyen est égal à 1995

b) Le budget médian est égal à 1920

🕮 Exercice 5 :

On considère la série statistique ci-dessous pourtant sur les exploitations agricoles d'une certaine région, classées d'après leur superficie.

Superficie en hectare	$[0;1[$	$[1;2[$	$[2;3[$	$[3;5[$	$[5;10[$	$[10;24[$	$[24;40[$
Nombre d'exploitations	20	50	60	80	160	100	30

1) Représenter l'histogramme relatif à cette distribution.

2) Représenter sur le même repère, le polygone des ECC et le polygone des ECD.

3) Par lecture graphique, déterminer la médiane puis donner un interprétation du résultat.

4) Déterminer le nombre de ces exploitations dont la superficie est :

a) Inferieure à $2{,}75$ hectares ;

b) Supérieure à $5{,}5$ hectares ;

c) Comprise entre $3{,}2$ et $10{,}7$ hectares.

🕮 Exercice 6 :

Une entreprise de transport a relevé pour 100 camions ; la distance parcourue avant leur mise en reforme.

Distance parcourue en milliers de km	$[0; 100[$	$[100; 120[$	$[120; 140[$	$[14; 160[$	$[160; 180[$
Effectif	7	11	23	38	21

1) Représenter cette série par un histogramme.
2) Reproduire le tableau et compléter les lignes des effectifs cumulés croissants et des effectifs cumulés décroissants.
3) Construire les polygones des effectifs cumulés croissants et des effectifs cumulés décroissants de cette série.
4) Déterminer l'intervalle médian de cette série.
5) Calculer la moyenne $\bar{x}$ et l'écart type σ de cette série.
6) Calculer le pourcentage des camions dont la distance parcourue est :
   a) Supérieure è la moyenne $\bar{x}$;
   b) Comprise dans l'intervalle $[\bar{x} - \sigma; \ \bar{x} + \sigma]$

III. Apprentissage à l'intégration

🕮 **Exercice 1** :

On considéré la série statistique donc les fréquences sont consignées dans le tableau suivant :

Classes	$[0; 3[$	$[3; 5[$	$[5; 7[$	$[7; 10[$
Fréquences en %	10	25	35	30

1) Calculer la moyenne, la variance et l'écart type de cette série.
2) Sachant que l'effectif total de la population est 60, dresser le tableau des effectifs de cette série.

🕮 **Exercice 2** :

Un enquêteur a relevé les superficies des 60 exploitations agricoles d'un village. Il a regroupé les données en 4 classes : moins de $4ha$, de $4ha$ à $6ha$, de $6ha$ à $8ha$, et de $8ha$ à $14ha$.

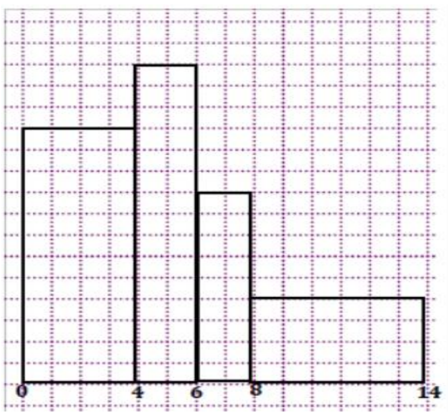
La série statistique obtenue est représentée par l'histogramme ci-contre :

1) Dresser le tableau des effectifs et des fréquences (en %) de cette série.

2) Quel est le mode de cette série statistique ?

3) Calculer la moyenne, la variance et l'écart-type de cette série.

4) Calculer la médiane Me de cette série statistique.



Exercice 3 :

Jean et Mathieu sont deux candidats à un concours de bourse lancé par le ministère des relations extérieures pour une place disponible. Voici ci-contre données leurs fiches de notes :

Fiche de Jean

Matière	maths	français	anglais
Note/20	18	12	4
coefficients	4	3	3

Fiche de Mathieu

Matière	maths	français	anglais
Note/20	11,25	16	9
coefficients	4	3	3

1) Lequel des deux sera retenu pour l'attribution de la bourse ?

Exercice 4 :

A la fin du deuxième trimestre dans une classe de première, les moyennes sur 20 arrondies à l'entier directement inferieur des 60 élèves de cette classe sont les suivantes : 5 ; 6 ; 9 ; 10 ; 5 ; 7 ; 7 ; 11 ; 15 ; 13 ; 11 ;10 ; 7 ; 8 ; 13 ; 5 ; 9 ; 8 ; 4 ; 8 ; 10 ; 10 ; 14 ; 12 ; 10 ; 12 ; 13 ; 12 ; 11 ; 15 ; 6 ; 12 ; 10 ; 15 ; 10 ; 13 ; 11 ; 11 ; 10 ;17 ; 16 ; 10 ; 16 ; 10 ; 10 ; 15 ; 11 ; 6 ; 13 ; 12 ; 4 ; 9 ; 9 ; 8 ; 8 ; 15 ; 15 ; 13 ; 14 ; 17. Le professeur principal doit classer ces notes en quatre catégories : Faible dans $[0; 8[$; insuffisante $[8; 10[$; Encouragement $[10; 14[$; Félicitations $[14; 20[$. Au terme de ce classement, le professeur affirme que 20% des élèves ont moins de 10 sur 20.

1) Dresser le tableau des effectifs et des fréquences (en %) de cette série.
2) L'affirmation du professeur est-elle vraie ?

IV. Activités d'intégration

Situation 1 :

Voici la répartition des achats dans une boutique au cours d'une semaine.

Montant en centaines de francs	$[5; 10[$	$[10; 20[$	$[20; 40[$	$[40; 80[$	$[80; 200[$
Nombre de clients	57	135	104	52	12

La boutique a décidé de récompenser les 150 clients ayant dépensé plus d'argent dans cette boutique au cours d'une semaine.

1) Dresser le tableau des effectifs cumules décroisant
2) Quelle est la plus petite dépense faite par ces heureux choisis ?

Situation 2 :

Dans une classe de première C comportant N elèves, une enquête est menée sur la distance hebdomadaire en kilomètre parcourue par chaque élève pour se rendre au lycée. Le résultat est consigné dans le tableau incomplet ci-dessous, la fréquence en pourcentage de la classe $[3; 5[$ est 25.

Distance	$[0; 3[$	$[3; 5[$	$[5; y[$	$[y; 11[$	$[11; 13[$	total
Effectif n_i	a	x	z	10	2	N
Centre c_i			6			
ECC	25					
$n_i \times c_i$			192			

1) Déterminer , y, z, x et N

2) Déterminer le mode et donner une interprétation.

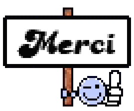
3) Calculer la distance moyenne.

Situation 3 :

M. Talla possède une entreprise de fabrication de yaourts. Le tableau suivant donne la répartition des 50 ouvriers de son entreprise en fonction de leurs âges respectifs. Il aimerait déterminer l'âge médian de cette série pour faire des projections.

Ages	$[20; 30[$	$[30; 40[$	$[40; 50[$	$[50; 60[$	$[60; 70[$
Nombres d'ouvriers	$n^2 + n$	14	7	6	n

1) Aide M. Talla à déterminer l'âge médian de cette série.



« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES

LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »

ENSEIGNANT : JIOKENG ERIK

TEL : 674731066

ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023

TD : MATHEMATIQUES

CLASSE : 1ERE C

DUREE : 12 HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 8: DENOMBREMENT

Savoir-faire :

- ✓ ***Definition des termes.***
- ✓ ***Déterminer le cardinal de deux ensembles finis connaissant celui de leur réunion ou de leur intersection à l'aide de diagramme de Venn.***
- ✓ ***Déterminer le nombre d'élément du produit cartésien de deux ensembles finis à l'aide d'un tableau ou d'un arbre de choix.***
- ✓ **Déterminer le nombre de p-uplets d'un ensemble fini**
- ✓ **Résoudre dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{N}$ les les équations comportant les arrangements.**
- ✓ **Résoudre dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{N}$ les les équations comportant les combinaisons.**
- ✓ **Définir la notion de factorielle d'un ensemble fini.**
- ✓ **Définir l'anagramme d'un mot.**
- ✓ ***Déterminer le cardinal du complémentaire d'un ensemble fini.***
- ✓ **Utiliser le triangle de Pascal pour calculer les combinaisons.**
- ✓ **Utiliser la formule du binôme de Newton et le triangle de Pascal pour résoudre les problèmes de dénombrement.**
- ✓ **Déterminer le nombre de sous ensemble à p éléments d'un ensemble à n éléments.**

I. Exercices de fixation

Ressource 1 : compléments sur les ensembles finis

EXERCICE 1 :

A) On considère les ensembles suivants : E= $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$; $A = \{2,4,6,8,10\}$; D=$\{0,1,2,3,4, \dots .\}$; $C = \{\dots, -2, -1,0,1,2 \dots\}$; $B = \{1,3,5,6,8,9,10\}$.

1) Parmi ces ensembles, détermine :

a) Ceux qui sont finis et ceux qui sont infinis.

b) L'ensemble des éléments qui appartiennent à la fois à l'ensemble A et l'ensemble B.

c) L'ensemble des éléments qui appartiennent à l'ensemble A ou l'ensemble B.

d) $A \setminus B$ (ce sont les éléments de l'ensemble A qui n'appartiennent pas à l'ensemble B).

e) C_E^A (complémentaire de A dans E, ce sont les éléments de E qui ne sont pas dans A).

f) Le cardinal de l'ensemble E.

g) Compare card(C_E^A) et card(E)$-card(A)$.

B) Définir les termes suivants:

1- Ensemble fini

2- Cardinal d'un ensemble.

3- Réunion de deux ensembles A et B (illustrer par un diagramme).

4- Intersection de deux ensembles A et B (faire un diagramme).

5- Quand dit-on qu'un ensemble A est un sous ensemble de l'ensemble B? (Faire un diagramme).

6- Anagramme d'un mot.

7-

Exercice 2 :

C) Chacun des 80 élèves d'une classe de première littéraire d'un établissement quelconque étudie l'Arabe ou l'Allemand. On sait que 70 élèves étudient l'allemand et que 50 étudient l'arabe.

1) Déterminer le nombre d'élèves qui étudient les deux langues.
2) Déterminer le nombre d'élèves qui étudient uniquement l'arabe puis le nombre d'élèves qui étudient uniquement l'allemand.
3) En déduire le nombre d'élèves qui étudient une et une seule langue.

II) Lors d'un sondage, 438 personnes ont déclaré avoir un chien ; 651 personnes ont déclaré avoir un chat. Parmi elles, 116 ont déclaré avoir à la fois un chien et un chat. Combien y a-t- il de personnes interrogées ?

III) A et B sont deux ensembles finis tels que : $Card(A) = 7;\ card(B) = 9;\ \ card(AUB) = 10$.
Calculer $Card(A \cap B)$.

Exercice 3 :

60 filles constituent 75% de l'effectif d'un centre linguistique. Dans ce centre, 75% des garçons aiment le français. 5 garçons aiment le français et l'anglais. 45 filles aiment l'anglais. Chaque élève aime au moins une langue. 17,5% d'élèves aiment les deux langues.

1) Quel est l'effectif de la classe ?
2) Combien de filles aiment les deux langues ?
3) Combien de filles aiment seulement le français ?
4) Combien de garçons aiment le français ?
5) Combien d'élèves aiment une seule des deux langues.

Exercice 4

Dans un groupe de 40 élèves, on pratique le volley, le handball et le basket. Une enquete dans ce groupe relève que 20% des élèves font les trois sports à la fois, 30% font le basket et le vollet; 10% font le basket et le hand et 11% font le vollet et le hand. L'enquete montre auussi que 22 élèves ne font qu'un seul sport parmi lesquels 9 élèves font le basket et 5 élèves font le hand.

1) Combien d'élèves pratiquent seulement le vollet?
2) Combien d'élèves pratiquent seulement deux sports?
3) Combien y a-t-il d'inaptes dans ce groupe?
4) On choisit trois des 17 élèves qui pratiquent au moins 2 sports pour représenter le groupe au championnat regional.

a) Combien de trios peut-on former?
b) Combien de ces trios sont constitués des élèves qui pratiquent les trois sports à la fois?

✍ Ressource 2 : Produit cartésien d'ensemble.

📖 EXERCICE 5 :

1- Définir Produit cartésien de deux ensembles A et B.

a) On donne les ensembles $A = \{a, b, c\}\ et\ B = \{1, 2, 3\}$. Determiner AXB et BXA.
b) A l'aide d'un tableau à double entrée, lister tous les éléments de $A^2\ , puis\ de\ B^2$.
c) Déterminer l'ensemble des parties de A. combien existe-t-il de partitions de A?

2) A, B et C sont trois ensembles finis tels que : Card(A)$\neq 1, Card(AXB) = 18; Card(AXC) = 15$. Déterminer $Card(A), Card(B) et\ Card(C)$.
3) Soit E l'ensemble tel que: $E = \{4, 8, 9, 10, 15, 16, 21\}$. On désigne par $M_2\ et\ M_3$ les ensembles d'éléments de E qui sont respectivement multiples de 2 et de 3.

a) Démontrer que $M_2\ et\ M_3$ forment une partition de E.
b) En est-t-il de même si on remplace E par F tel que $F = \{4, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 21\}$?

Exercice 6

I- On lance un dé rouge et un dé vert, chacun d'eux ayant ses faces numérotées de 1 à 6. Le résultat d'un lancer est le couple de nombres apparaissant sur la face supérieure de chaque dé.

1) Combien y a-t-il de résultats possibles?
2) Combien y a-t-il de résultats pour lesquels la somme des deux nombres est supérieure ou égale à 9?

II- On lance deux fois de suite un dé cubique parfait dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et l'on note a le résultat du premier lancer et b le résultat du second lancer. On considère alors l'équation du second degré : $x^2 + ax + b = 0$.

a) Quel est le nombre de possibilités pour que cette équation admette une solution double ?

b) Quel est le nombre de possibilités pour que cette équation admette deux solutions distinctes ?

c) Quel est le nombre de possibilités pour que cette équation n'admette pas de solutions ?

Exercice 7

1) Une femme a dans sa garde robe 3 jupes(j_1, j_2, j_3) *et* 3 *chemisiers* (c_1, c_2, c_3). Elle souhaite s'habiller en portant une jupe et un chemisier. A l'aide d'un arbre de choix, determiner le nombre de façons différentes dont elle peut s'habiller.
2) Pour se rendre à un mariage, un homme doit choisir la chemise, le pantalon et la veste qu'il portera. Il possède 5 chemises, 3 pantalons et 2 vestes. En utilisant un arbre de choix, trouver le nombre de choix distincts qu'il peut effectuer?
3) Pour chaque élève d'un lycée, l'infirmière remplit une fiche dans laquelle elle note le sexe, l'âge et le groupe sanguine de l'élève. Déterminer le nombre maximum de fiches distinctes sachant que les élèves ont un âge compris entre 11 et 18 ans et qu'il existe 8 groupes sanguins.
4) Un self-service propose des menus comportant une entée, un plat et un dessert. Les clients peuvent choisir parmi 5 entrées, 4 plats et 3 desserts. Combien y a-t-il de menus possibles?

✍ **Resource 3** : P-uplets, arrangements et combinaisons

🕮 EXERCICE 8 :

A) Soient p et n deux entiers naturels tels que p$\leq n$,

a) Démontrer que $C_n^p = C_n^{n-p}$ et que si de plus $1 \leq p \leq n$ alors, $C_{n-1}^{p-1} + C_{n-1}^{p} = C_n^p$.

b) Résoudre dans l'ensemble ℕ les équations suivantes :

c) $C_n^2 = 190$

d) $A_n^2 = 15$

e) $C_{n+10}^{n+4} = C_{n+10}^{2n-10}$

f) $C_n^1 - C_n^2 = 5n$.

B) Déterminer le nombre d'éléments d'un ensemble E dans les cas suivants:
1) Le nombre de couple de E est 56.
2) Le nombre de triplets de E est 120.
3) Le chef d'un village dispose de 3 masques différents. Dix villageois seulement peuvent porter l'un ou l'autre de ces masques. Calculer le nombre de repartitions possible.

C) Un jeu consiste à tirer simultanément trois boule d'une urne contenant 3 boules rouges, 2 boules bleus et 3 boules noires. Le tirage d'une boule rouge permet de gagner mille francs, celui d'une boule bleue fait perdre cinq cent francs et celui d'une boule noire ne fait gagner et ne fait perdre aucun franc. Déterminer le nombre de tirages possibles permettant à un joueur:

1) De gagner mille cinq cent francs.

2) De perdre mille cinq cent francs

3) De gagner trois mille francs

4) De ne gagner et de ne perdre aucun franc.

📖 Exercice 9:

I) Un jury est composé de six membres pris dans une liste comportant dix hommes et sept femmes. Combien peut-on former de jury comportant:

a) Seulement des hommes?
b) Quatre hommes et deux femmes?
c) Au plus deux femmes.

II) Un magazine propose pour un sondage, une liste de 15 chanteurs, numéroter de 1 à 15. On demande au lecteur d'entourer les noms de ses trois chanteurs préférés.

1) Combien y a-t-il de choix possibles?
2) Combien y a-t-il de choix comportant le chanteur numéro 1?
3) Combien y a-t-il de choix ne contenant que des chanteurs de numéros pairs?

III) Seize personne se rencontrent. Chacune d'elle serre la main a chacune des autres.

a) Que lest le nombre total de poignées de mains échangées?
b) Résoudre dans $\mathbb{N}$ l'équation $C_n^2 = 780$
c) Sachant qu'au début d'un conseil de cabinet à l'immeuble étoile, y a eu 780 poignées de mains entre membres du gouvernement ; déterminer le nombre de membre du gouvernement ayant pris part à ce conseil.

📖 Exercice 10:

A) On dispose d'un jeu de 32 cartes. On choisit au hasard 5 cartes du jeu (on dit que l'on a une main de 5 cartes).

1) Combien y a-t-il de mains différentes de 5 cartes ?
2) Combien y a-t-il de mains de 5 cartes ne contenants que des figures (valets, dames, rois) ?
3) Combien y a-t-il de mains de 5 cartes ne contenant aucun roi.
4) Combien y a-t-il de mains de 5cartes contenant au moins un roi ?
5) Combien y a-t-il de mains de 5 cartes contenant exactement un roi et exactement 3 cœurs ?

B) Dans un championnat de football, chacune des 16 équipes doit rencontrer dans un match aller et dans un match retour toutes les autres équipes.

1) Calculer le nombre total de matchs de ce championnat.
2) Pour réduire le nombre de matchs, les 16 équipes sont reparties en 4 poules de 4 équipes, le vainqueur de chaque poule participe à une poule finale. Sachant qu'à l'intérieur de poule chaque équipe rencontre les trois autres dans un match aller et dans un match retour, calculer le nombre total de matchs.

II. Exercices de consolidation

📖 Exercice 11 :

Une urne contient 5 boules numérotées de 1 à 5. On tire 3 boules de cette urne. Déterminer le nombre de résultats possibles dans chacun des cas suivants.

1) Les boules sont tirées l'une après l'autre en remettant chaque fois la boule tirée dans l'urne.
2) Les boules sont tirées l'une après l'autre sans les remettre dans l'urne.
3) Les boules sont tirées par paquets de 3.

📖 Exercice 12 :

I- Dans une salle de classe de PD, il Ya 9 garçons et 5 filles. Ces élèves décident de constituer un comité comprenant : un président (garçon), un trésorier et une secrétaire (fille)

1) De combien de façons différentes peuvent-ils constituer ce comité ?
2) De combien de façons différentes peuvent-ils constituer ce comité sachant que le trésorier est :
a) Un garçon ?
b) Une fille ?

II- Au Cameroun, un numéro de téléphone est le choix de 9 chiffres de 0 à 9. Combien y a-t-il de numéros de téléphone possibles ?

III- Déterminer le nombre d'anagramme du mot mathématiques**.**

IV- Une urne A contient 3 boules noirs et 2 boules blanches. Une urne B contient 2 boules noires et deux boules blanches. On tire simultanément deux boules de A et une boule de B.

1) Quel est le nombre total de tirage possibles.
2) Quel est le nombre total de tirages ou les trois boules obtenues sont de même couleur ?
3) Quel est le nombre de tirage comportant exactement une boule blanche ?
4) Quel est le nombre de tirage comportant exactement deux boules blanches ?

V) Monsieur BILOUGA a 4 enfants qui fréquentent un lycée de la place, et parmi eux x font la série C et y font la série D ($x \geq 1$ et $y \geq 1$). On choisit au hasard et simultanément deux enfants parmi les 4. Soit $P(x)$ le nombre de possibilités pour qu'ils fassent la même série. Montrer que $P(x) = x^2 - 4x + 6$.

Exercice 13

On lance trois dés de couleurs différentes dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et on s'intéresse au nombre qui apparait sur la face supérieure de chacun d'eux.

1) Déterminer le nombre de tirage possible.
2) Déterminer le nombre de résultat comportant :
a) Un seul six .
b) Au moins un six.
3) Déterminer le nombre de résultats tels que la somme des nombres est égale à 13.

Exercice 14

A) Un clavier de 9 touches permet de composer le code d'entrée d'un immeuble à l'aide d'une lettre suivie d'un nombre de 3 chiffres distincts ou non.

1	2	3
4	5	6
A	B	C

1) combien de code différents peut-on former?

2) Combien y a-t-il de codes sans le chiffre 1?

3) Combien y a-t-il de codes comportant au moins une fois le chiffre 1?

B) Un sac contient 4 boules blanches, 5 boules noires et deux boules rouges toutes indiscernables au toucher. On tire simultanément trois boules du sac.

1) Quel est le nombre de tirages possibles?

2) Quel est le nombre de tirage bicolores?

III. Activités d'intégration

Situation 1 :

Les dimensions d'une salle de classe de première littéraire sont telles que l'aire est 89,25 m^2 et le périmètre est 38 m. dans cette classe, les élèvent étudient particulièrement trois disciplines qui sont : **la philosophie, l'anglais et les mathématiques**. Sachant que chaque élève étudie au moins une discipline, on dénombre :

- 9 élèves qui étudient les trois disciplines.
- 17 élèves qui étudient la philosophie et les mathématiques,
- 16 élèves étudient les mathématiques et l'anglais,
- 14 élèves étudient l'anglais et la philosophie.
- 25 élèves étudient les mathématiques,
- 30 élèves étudient l'anglais,
- 11 élèves étudient seulement la philosophie.

Une commission d'enquête choisit au hasard 4 élèves pour représenter la classe au conseil de discipline ;
Les quatre élèves sont choisis parmi ceux qui étudient seulement l'anglais et les mathématiques.

Tâche 1 : Déterminer les dimensions de la salle de classe.

Tâche 2 : Déterminer le nombre d'élèves de cette classe.

Tâche 3 : Déterminer le nombre de possibilités de choix des élèves pour représenter la classe au conseil de discipline.

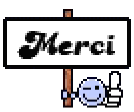
Situation 2

Trois élèves Jean, Pierre et paul sont appelés à effectuer un jeu qui consiste à tirer 3 boules dans une urne contenant 5 boules blanches, 4 boules bleus et trois boules jaunes, toutes indiscernables au toucher.

- Jean effectue un tirage simultané de trois boules dans l'urne. Pour gagner, il doit obtenir au moins une boule Jaune.
- Pierre effectue un tirage successif sans remise de trois boules dans l'urne. Pour gagner, il doit obtenir exactement une boule jaune.
- Paul effectue un tirage successif avec remise de trois boules dans l'urne. Pour gagner, il doit obtenir une boule de chaque couleur.

Taches:

1- Déterminer le nombre de tirages possibles que peut effectuer Jean pour gagner.
2- Déterminer le nombre de tirages possibles que peut effectuer pierre pour gagner.
3- Déterminer le nombre de tirages possibles que peut effectuer Paul pour gagner.



« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES

LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »

ENSEIGNANT : Gilles TCHELIMBO

TEL : 675117424

ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023

TD : MATHEMATIQUES

CLASSE : 1ERE C

DUREE : …6…. HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 9:INTRIDUCTION A LA THEORIE DES GRAPHES

Savoir-faire :

- ✓ **Justifier qu'une représentation graphique est un graphe.**
- ✓ **Justifier qu'un graphe est simple ou orienté ; complet.**
- ✓ **Déterminer l'ordre d'un graphe ;**
- ✓ **Déterminer le degré d'un sommet.**
- ✓ **Reconnaitre deux sommets adjacents.**
  Résoudre des problèmes concrets de la vie courante à l'aide des graphes.

I. Exercices de fixation

Ressource 1 : vocabulaire dans la théorie des graphes

EXERCICE 1 **:**

Définir :

L'ordre d'un graphe ; Degré d'un sommet ; Sommet adjacents ; sommet isolé ; graphe simple ; graphe orienté ; graphe complet.

EXERCICE 2 **:**

Les figures suivantes représentent-elles le même graphe :

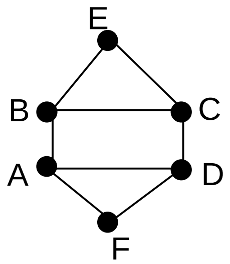


FIGURE 1

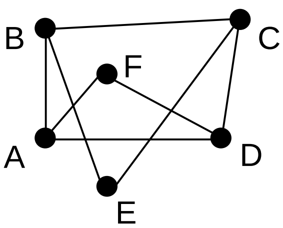


FIGURE 2

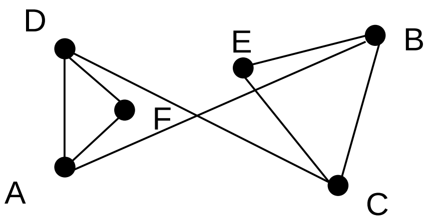


FIGURE 3

EXERCICE 3 **:**

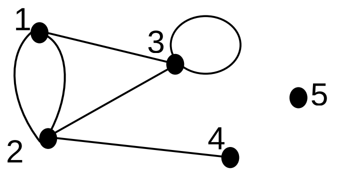
Compléter par les mots suivants **: chaîne ; cycle ; arêtes ; longueur ; fermée.**

Une ………………. est une suite d'……… consécutives. Sa ……………..est nombre d'arêtes qu'elle comporte. Une chaine………… est une chaîne dont deux extrémités sont confondues. Un …….est une chemin fermée composée d'arêtes distinctes.

II. Exercices de consolidation

📖 **Exercice 1** :

On considère le graphe ci-dessous, répondre par vrai ou faux.



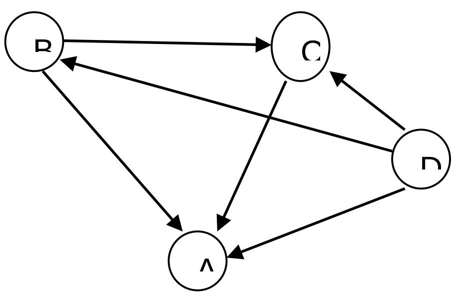
1- Ce graphe est d'ordre 4.
2- 1-2-4-2-3 est une chaîne de longueur 4.
3- 4-2-3-1-2-4est un chemin fermée.
4- 4-2-3-1-2-4est un cycle.
5- Le sommet 3 a pour degré 4
6- Le sommet 5 est isolé.
7- Le sommet 3 est a des arêtes multiples.

📖 **Exercice 2** :

1- Construire un graphe d'ordre 3 dont un sommet est de degré pair et les deux autres de sommets de degré impairs.
2- Construire un graphe simple d'ordre 4 ; puis donner le nombre d'arêtes.
3- Justifier pourquoi il n'existe pas de graphe d'ordre 5 dont un et un seul des sommets est de degré impair.

📖 **Exercice 3**:

1- Soit $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$, et G un graphe ayant X pour ensemble de sommets : on dit que G est un « graphe de divisibilité pour X » si pour tous a et b dans X, l'arête « $a - b$ » signifie « $a\ divise\ b\ ou\ b\ divise\ a$ ». représenter G le graphe de divisibilité pour X, est-il un graphe simple ?
2- Soit $X = \{1; 2; 3; 4\}$, et G un graphe orienté ayant X pour ensemble de sommets : on défini le graphe orienté G par : pour tous sommets x et y, si « $PGCD(x; y) = d$ » alors « $x \rightarrow d$ et $y \rightarrow d$ ». représenter le graphe G.
3- On se donne un graphe orienté G, représenter ci-dessous dont les sommets sont des sous-ensembles de $\mathbb{R}$ et entre deux sommets A et B, l'arc $A \rightarrow B$ code la relation « $A \subset B\ et\ A \neq B$ ».



a) Déterminer $D \cup A$; $D \cap B$; $D \cap C$ où ∩= intersection d'ensemble et ∪= réunion d'ensemble.
b) Parmi les ensembles $A, B, C\ et\ D$ quelle est le plus petit ensemble, le plus grand ensemble ?justifier.

III. Apprentissage à l’intégration

Exercice 1 :
Est-il possible de relier 9 ordinateurs de sorte que chaque appareil soit relié avec exactement trois autres ?

Exercice 2 :
Trois pays envoient chacun à une conférence deux espions ; chacun espions doit espionner tous les espions des autres pays mais pas son propre collègue.
Quel est le nombre espionnages possible ?

Exercice 3 :
Dans un groupe de six adhérents,

1- Est-il possible que quatre exactement d’entre eux aient chacun trois amis et que les deux autres aient chacun un ami ?

2- Est-il possible que trois exactement d’entre eux aient chacun trois amis et les trois autres aient chacun deux amis ?

IV. Activités d’intégration

Situation 1 : Il existe quatre groupes sanguins :
- AB pour les personnes ayant des antigènes A et B,
- A pour les personnes ayant des antigènes A mais pas d’antigènes B,
- B pour les personnes ayant des antigènes B mais pas d’antigènes A,
- O pour les personnes n’ayant ni d’antigènes A ni d’antigènes B.

Il existe également deux rhésus sanguins :
- positif (+),
- négatif (-).

On admet que les seuls interdits biologiques pour recevoir du sang sont les suivants :
- recevoir du sang possédant un antigène dont on est dépourvu,
- recevoir du sang ayant un rhésus positif si on est rhésus négatif.

Tâche 1
Tracer le graphe orienté dont $\{AB+;\ AB-;\ A+;\ A-;\ B+; B-\ ;\ O+; O-.\}$ est l’ensemble des sommets et dont les arcs désignent les possibilités de donner du sang sans violer les interdits biologiques.

Tâche 2
Donner le demi-degré sortant $d^+(v)$ et le demi-degré entrant $d^+(v)$ de chaque nœud (ou sommet) v.

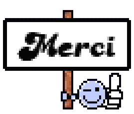
Tache 3
Quel est le groupe sommet appelé receveur universel et le sommet appelé donneur universel.

Situation 2 :
Un championnat de football baptisé « coupe du Roi » est organisé dans le village BATIE. Il comprend 6 équipes et chaque équipe doit affronter toutes les autres en allé simple ; on note que trois matchs seront jouer par jour.

Tâche 1
Construire un graphe simple représentant tous les matchs possibles.

Tâche 2
Combien de temps va durer le championnat ?

Tâche 3
Proposer un programme de matchs sachant que chaque équipe joue une fois par jour.



« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l’exécution d’un travail. ».

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 10 : BARYCENTRES

Savoir-faire

o Déterminer le barycentre de deux points pondérés ;
o Construire le barycentre de deux points pondérés ;
o Déterminer le barycentre de trois ou quatre points pondérés ;
o Construire le barycentre de trois ou quatre points pondérés ;
o Faire une association judicieuse de certains points du système pour :
- Construire un barycentre de manière performante ;
- Montrer que trois points sont alignés ;
- Montrer que des droites sont concourantes ;

o Réduire l'expression vectorielle $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i\, MA_i$ selon que la somme des coefficients est nulle ou non.
o Déterminer, caractériser et construire l'ensemble des points M du plan tels que :
- $MA^2 + MB^2 = k$;
- $MA^2 - MB^2 = k$;
- $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = k$;
- $\frac{MA}{MB}$ =k ;
- $\|\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \overrightarrow{MA_i}\| = k$

I. Exercices de fixation

Ressource 1 : Détermination du barycentre de deux points pondérés

EXERCICE 1**:**

ABC est un triangle.

1) Construire les point L, M et N tels que $\overrightarrow{CL} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{8}\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$.
2) Exprimer B comme barycentre des point A et M .
3) Exprimer C comme barycentre des points A et L .
4) Déterminer l'ensemble des réels m pour que le barycentre de $\{(A, 3m); (B, -2m^2)\}$ existe.

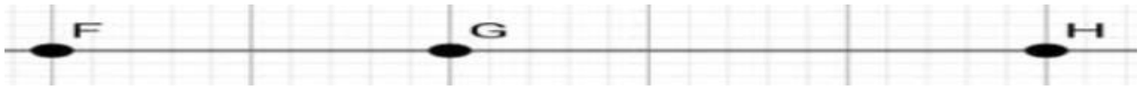
EXERCICE 2**:**

ABC est un trianble quelconque tel que $AC = 4\ cm$,$BC = 6\ cm$ et $AB = 5\ cm$.Les point I,J et K sont tels que $-\overrightarrow{AJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{AK} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$ et $3\overrightarrow{BI}$+2$\overrightarrow{CB}$=$\vec{o}$

1-Construire le triangle ABC ainsi que les points I, J et K.
2-a)Ecrire J comme barycentre des points A et C affectés des coefficients à déterminés.
b) Ecrire k comme barycentre des points A et B affectés des coefficients à déterminés.
c) Ecrire C comme barycentre des points I et B affectés des coefficients à déterminés.

EXERCICE 3**:** QCM

Soient F,G et H des points tels sur la figure ci-dessous. Choisir la ou les bonnes réponses aux propositions ci-dessous



1) $G = bar\{(F\,;5)\,,(H\,;2)\}$
2) $F = bar\{(G\,;-5)\,,(H\,;2)\}$
3) $H = bar\{(F\,;3)\,,(G\,;5)\}$

EXERCICE 4**:** VRAI ou FAUX

1) ABC est un triangle, On peut écrire A comme barycentre de B et C
2) ABC est un triangle, G son centre de gravité, I le milieu de $[AB]$, On peut écrire I comme barycentre de G et C.

Ressource 2 : Construction du barycentre de deux points pondérés ;

EXERCICE 1**:**

Soit A et B deux points distincts tels que AB=12 cm. Soit G le barycentre du système $\{(A,4)\,;(B\,,2)\}$

1) Montrer que $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$
2) En déduire la construction de G.

EXERCICE 2**:**

ABC est un trianble quelconque tel que $AC = 4\ cm$,$BC = 6\ cm$ et $AB = 5\ cm$.
1)Construire le point K tel que $K = bar\ \{(B,1);(C,2)\}$.
2) Construire le point I tel que $I = bar\ \{(A,3);(B,-2)\}$.
3) Construire le point I tel que $J = bar\ \{(A,-3);(C,-2)\}$.

Resource 3 : Détermination du barycentre de trois ou quatre points pondérés ;

EXERCICE **:**

ABCD est un rectangle de centre O

1) Ecrire le point D comme barycentre des points A,B et C affectés des coefficients que l'on déterminera.
2) Ecrire le point A comme barycentre des points D,B et C affectés des coefficients que l'on déterminera.
3) Ecrire le point O comme barycentre des points A,B,D et C affectés des coefficients que l'on déterminera.

Resource 4 : Construction du barycentre de trois ou quatre points pondérés ;

EXERCICE **:**

ABC est un trianble quelconque.
1) Construire le point H tel que : H= bar $\{(A,-2)(B,-1);(C,1)\}$
2) Construire l'isobarycentre de A, B et C.

Resource 5 : Construction du barycentre à l'aide du barycentre partiel

EXERCICE 1 **:**

ABC est un triangle tel que $AC = 4\ cm$, $BC = 6\ cm$ et $AB = 5\ cm$.Les point I, J et K sont tel que $\overrightarrow{AJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$, $I = bar\ \{(B,1);(C,2)\}$; $K = bar\{(A,4)\,;(B,6)\}$
1-Construire le point K.
3)Soit le point D tel que $D = bar\{(A,2);(B,3);(C,6)\}$

a/Ecrire D comme barycentre de K et C affecté des coefficients à déterminer.
b/ Déduire la Construction du point D.

4) Soit le point F tel que $F = bar\{(A,1);(B,-3);(C,3);(A,-2)\}$
  a/ Construire le point J .
  b/ Déduire la Construction du point F.

📖EXERCICE 2 **:** VRAI ou FAUX

Soit G = bar $\{(A,-2)(B,-1);(C,1)\}$

1) On peut définir un barycentre partiel avec B et C

2) On peut définir un barycentre partiel avec B et A

3) On peut définir un barycentre partiel avec A et C

✍ **Resource 6** : Points alignés

📖 EXERCICE 1 **:**

ABC est un triangle rectangle en C tel que $BC = 2$ et $AC = 3$. Le point I est le barycentre du système $\{(A,2)(B,5);(C,-3)\}$ et J le point du plan tel que $\overrightarrow{BJ} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$.
1) Montrer que le point J est barycentre des points B et C affectés des coefficients que l'on précisera.
2) Montrer que les points A ,I et J sont alignés.

📖 EXERCICE 2 **:**

ABD est un triangle et M le milieu du segment $[AD]$.
1)Placer les points I et C tels que : $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{DI}$.
2)Démontrer que les points B, C et M sont alignés.

📖EXERCICE 3 **:** VRAI ou FAUX

1)Si G = bar $\{(A,-2)(B,-1)\}$ alors G ∈ [AB) et G ∉ [AB]

2) Si G = bar $\{(A,2)(B,1)\}$ alors G ∈ [AB]

3) Si G = bar $\{(A,2)(B,-1)\}$ alors G ∈ (AB]

4) Si G = bar $\{(A,-2)(B,1)\}$ alors G ∈ [AB]

✍ **Resource 7** : Cordonnées du barycentre
📖 EXERCICE **:**

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,$\vec{\imath},\vec{\jmath}$) .On donne A$\binom{2}{-3}$; B$\binom{1}{5}$; C$\binom{4}{1}$; D$\binom{0}{-1}$

1) Déterminer les coordonnées du point $G = bar\{(A,7)(B,-5)\}$

2) Déterminer les coordonnées du point $K = bar\{(A,2)(B,5);(C,-3)\}$

3) Déterminer les coefficients des points A, B et C pour que D soit leur barycentre.

✍ **Resource 8** : Droites concourantes

📖 EXERCICE **:**

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,$\vec{\imath},\vec{\jmath}$) ,on considère les points $A(1;1)$,$B(7;1)$, $C(1;7)$. On note I le milieu de $[BC]$, K, J et G tels que $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ et G le barycentre du système de points pondérés {(A;2);(B;1);(C;1) }.

1- Placer les points A, B, C, I et G dans le repère.
2- Ecrire I comme barycentre de B et C, J comme barycentre de A et B, puis K comme barycentre de A et C.
3- Déduire G comme barycentre de B et k , G comme barycentre de A et I et G comme barycentre de C et J.
4- Montrer que les droites (AI), (BK) et (CJ) sont concourantes.

✍ **Resource 9** : Réduction de l'expression vectorielle $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \, MA_i$

🕮 EXERCICE :

Soit le vecteur $\vec{v} = 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}$ un vecteur du plan

1. Montrer que $\vec{v} = \overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$
2. Soit $I = bar\{(A;2),(B;1)\}$ et $G = bar\{(A;4),(B;2)\}$

 a/ Montrer que $\vec{v} = -3\,\overrightarrow{IC}$

 b/ Montrer que $4\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = 6\,\overrightarrow{MG}$

 c/ Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que

 $(4\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}) \cdot (2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}) = 0$

✍ **Resource 10** : Détermination, caractérisation et construction de l'ensemble des points M du plan tels que $MA^2 + MB^2 = k$;

🕮 EXERCICE 1 :

Soient A et B deux points du plan tel que AB=5cm. On désigne par I le milieu de $[AB]$. Déterminer l'ensemble (E) des points M tels que
a) $MA^2 + MB^2 = 25$; b) $MA^2 + MB^2 = 50$; c) $MA^2 + MB^2 = -20$.

🕮 EXERCICE 2 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,$\vec{\imath}, \vec{\jmath}$), On considère les points $A(1;1)$,$B(7;1)$,Soit (E) l'ensemble des points M$\binom{x}{y}$ du plan tels que $MA^2 + MB^2 = 100$

1) Déterminer l'équation cartésienne de (E) .

2) Déduire les éléments caractéristiques de (E)

✍ **Resource 11** : Détermination, caractérisation et construction de l'ensemble des points M du plan tels que $MA^2 - MB^2 = k$;

🕮 EXERCICE :

Soient A et B deux points du plan tel que AB=5cm . On désigne par I le milieu de $[AB]$. Déterminer l'ensemble (E) des points M tels que
a) $MA^2 - MB^2 = 25$; b) $MA^2 - MB^2 = 0$; c) $MA^2 - MB^2 = -20$.

✍ **Resource 12** : Détermination, caractérisation et construction de l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = k$;

🕮 EXERCICE 1 :

A et B étant deux point du plan tel que AB= 4 cm . Déterminer et construire dans chacun des cas l'ensemble des points M du plan tel que :

a) $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = -12$ *b)* $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0$ *c)* $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 5$

🕮 EXERCICE 2 **:**

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,$\vec{\imath},\vec{\jmath}$), On considère les points $A(2;1)$, $B(-3;1)$,Soit

(E) l'ensemble des points M$\binom{x}{y}$ du plan tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 100$

1) Déterminer l'équation cartésienne de (F) .

2) Déduire les éléments caractéristiques de (F).

✍ **Resource 13** : Détermination, caractérisation et construction de l'ensemble des points M du plan tels que $\frac{MA}{MB} = \mathrm{k}$;

🕮 EXERCICE **:**

A et B étant deux point du plan tel que $AB = 6\ cm$. Déterminer et construire dans chacun des cas l'ensemble des points M du plan tel que :

a) $\frac{MA}{MB} = -12$ *b)* $\frac{MA}{2MB} = \frac{1}{2}$ *c)* $\frac{MA}{MB} = 2$

✍ **Resource 14** : Détermination, caractérisation et construction de l'ensemble des points M du plan tels que $\|\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \overrightarrow{MA_i}\| = k$

🕮 EXERCICE **:**

Soit ABC un triangle équilatéral de côté 4cm.Soit I le barycentre des points pondérés $(A,1)$ et $(B,3)$,K le milieu de [AB] puis le barycentre J des points pondérés $(A,3)$ et $(C,1)$ .Soit M un point du plan .Construire l'ensemble des point du plan tel que :

a)(Γ_1): $\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}\| = 4$; b) (Γ_2): $\|3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\| = 12$;

c)(Γ_3): $\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}\| = \|3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\|$ d) (Γ_4): $||\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}|| = ||2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}||$

II. Exercices de consolidation

🕮 **Exercice 1** :

I/Soit ABC un triangle tel que $AB = 6\ cm$; $BC = 5\ cm$ et $CA = 7cm$. On donne les points D, E, F et K tels que B soit le milieu de $[CD]$; $2\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC} = \vec{0}$; $F = bar\ \{(A,2)\ ;\ (B,3)\}$; $\overrightarrow{AK} = \frac{3}{7}\overrightarrow{AC}$; M un point du plan. Soit le point Q du plan tel que $13\overrightarrow{AQ} = -9\overrightarrow{MA} + 6\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}$

1-Réduire le vecteur $-9\overrightarrow{MA} + 6\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}$.

2-Démontrer que Q est le barycentre de A, B et C affectés des coefficients 4 : 6 et 3 respectivement

3- Construire les points E, F, Q et K.

4- Montrer que les droites (AE) , (BK) et (CF) sont concourantes en Q.

5-Ecrire D comme barycentre de B et C.

6-Montrer que $D = bar\ \{(A\ ;-4)\ ;\ (B\ ;-6)\ ;(K\ ;7)\}$

7- Montrer que les points D, F et K sont alignés.

II/ Soit LKM un triangle équilatéral de cote 4 cm. I le milieu de $[LK]$, on pose $f(M) = ML^2 + MK^2$ et $g(M) = ML^2 - MK^2$

1-a/Montrer que $f(M) = 2MI^2 + \mathbf{8}$

b/Déterminer l'ensemble (E) des points M vérifiant l'égalité $f(M) = 12$.

c/ Justifier que le point L n'appartient pas à (E)

2-a/Montrer que $g(M) = 2\,\overrightarrow{\mathrm{IM}}.\overrightarrow{\mathrm{LK}}$

b/ Soit (F) l'ensemble des points M vérifiant l'égalité $g(M) = 10$. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de (F).

🕮 **Exercice 2** :

ABC est un triangle isocele en A tel que $AB = 13$, $BC = 10$. I milieu de $[BC]$. J est le point tel que $3\overrightarrow{AJ} = 2\overrightarrow{AB}$, K est le symétrique de J par rapport à (AI).

1. Montrer que $AI = 12$ puis calculer AG, BG et CG où $G = bar\{(A,1),(B,2),(C,2)\}$.
2. Montrer que $(BK),(AI)$ et (CJ) ont concourantes.
3. On définit l'application du plan f par $f(M) = AM^2 + 2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}$.
   a. Montrer que $(M) = 5MG^2 + f(G)$.
   b. Montrer que $f(G) = \frac{76}{5}$ puis déduire la ligne de niveau $\frac{701}{5}$ de f.
   c. Déterminer l'ensemble (E) des points M du plan tels que $\frac{701}{5} \leq f(M) \leq \frac{976}{5}$.

🕮 **Exercice 3** :

Dans le plan orienté,ABC est un triangle tel que $AB = AC = 5cm$ et $BC = 6cm$. O, I, J et Ksont des points tels que : $2\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AJ} + 3\overrightarrow{OJ} = \vec{0}$, $3\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OC}$ et $K = bar\{(A,-1);(O,3)\}$.

1. a. Justifier que J est barycentre des points pondérés $(A;2),(B;3)$ et $(C;3)$.
   b. Montrer que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 7$ puis calculer JA et JB.
2. Soit (H) l'ensemble des points M du plan tels que $\left(\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MO}\right).\left(-\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MO}\right) = 0$.
   a. Donner la nature et les éléments caractéristiques de (H).
   b. Construire (H).
   c. Donner dans le repère $(O;I;J)$ les coordonnées de A, J et K puis une équation de(H) .

🕮 **Exercice 4** :

Soient I et J deux points distincts du plan tels que IJ=10, K le milieu de [IJ] et M un point du plan et L le barycentre du système {(I, 2) ;(J ,2) ;(K,4)}.

1) Montrer que $\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{MJ}$ = MK² - $\frac{IJ^2}{4}$.

2) En déduire l'ensemble (E) des points M tels que $\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{MJ}$= -25.

3) Déterminer l'ensemble (F) des points M tels que ||$2\overrightarrow{MI} + 2\overrightarrow{MJ} + 4\overrightarrow{MK}$||=24.

4) Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, $\vec{u}$, $\vec{v}$) ;on donne I$\binom{5}{1}$, $J\binom{-1}{9}$ et $C\binom{0}{1}$; Soit (H) l'ensemble des points M$\binom{x}{y}$ du plan tels que $(\overrightarrow{MI} + 2\overrightarrow{MJ} + 4\overrightarrow{MK}).\overrightarrow{MC}$= 0

a / Déterminer les coordonnées de L.

b / Déterminer une équation cartésienne de (H).

c/ En déduire la nature et les éléments caractéristiques de (H)

📖 **Exercice 5** :

On considère un parallélogramme ABCD.
m étant un réel, on note G_m le barycentre de $(A; 2m); (B; 1-m)$ et $(C; 2-m)$.

1) Montrer que G_m existe pour tout réel m.
2) Caractériser G_1 et le placer sur un dessin.
3) Exprimer $\overrightarrow{AG_m}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
4) En déduire que $\overrightarrow{G_1G_m} = \frac{1-m}{3}\overrightarrow{AD}$.
5) Quel est l'ensemble (Δ) des points G_m lorsque m décrit $\mathbb{R}$? Représenter cet ensemble sur le dessin.
6) Démontrer que dans le repère $(A; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AB})$ les coordonnées de G_m sont $x_m = 2-m$ et $y_m = 3-2m$ et en déduire dans ce repère là une équation cartésienne (Δ) .

📖 **Exercice 6** :

Soit t un nombre entier naturel. On considère dans le plan euclidien rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$ les points suivants. $A(4; -3), B(6-2t; t)$ et $C\left(6-3t\, ; \frac{1}{4}(t+1)\right)$.

1-a) Dire pourquoi les points A, B et C affectés respectivement des coefficients 1, -3 et 4 admettent un barycentre.

b) Montrer que le point $G(5-3t\, ; -1-t)$ est barycentre des points cités plus hauts.

2) Déterminer le nombre t sachant qu'on a $\|\overrightarrow{GA}\| = \|\overrightarrow{GB}\|$. Puis calculer dans ce cas les coordonnées des points G, B et C.

3) Démontrer que dans le cas où $t = 3$, l'ensemble (E) des points M du plan tels que $MA^2 - 3MB^2 + 4MC^2 = 38$ est un cercle de centre G passant par O dont on précisera le rayon.

📖 **Exercice 7** :

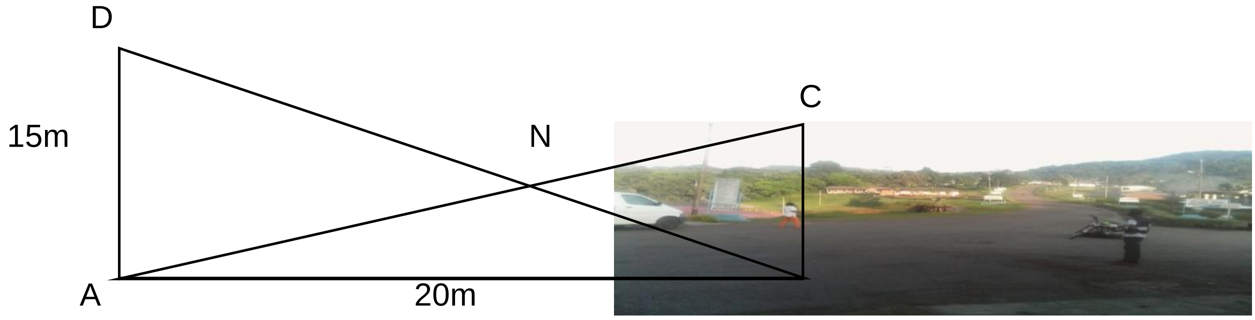
ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = a$ et $AC = 2a$ avec $a \in \mathbb{R}_+^*$.
I désigne le milieu du segment $[AC]$, J le milieu du segment $[AI]$ et G le barycentre des points pondérés $(A; 3), (B; -2)$ et $(C; 1)$.

1. Démontrer que G est le barycentre du système $\{(A; 2), (B; -2), (A; 1), (C; 1)\}$
2. Démontrer que les points B, J et G sont alignés.
3. Faire une figure.
4. Montrer que le quadrilatère $ABIG$ est un parallélogramme.
5. Montrer que $GA = a\sqrt{2}, GB = a\sqrt{5}$ et $GC = a\sqrt{2}$.
6. A tout point M du plan, on associe le réel $f(M) = 3MA^2 - 2MB^2 + MC^2$
   a) Exprimer $f(M)$ en fonction de MG et de a .
   b) Déterminer et construire l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que $f(M) = 2a^2$.
7. A tout point M du plan, on associe le réel $h(M) = MA^2 - MC^2$
   a) Démontrer qu'il existe un vecteur $\vec{u}$ non nul tel que $h(M) = \overrightarrow{IM} \cdot \vec{u}$
   b) On désigne par (Δ) l'ensemble des points M du plan tels que $h(M) = -2a^2$
      i) Vérifier que le point J appartient à (Δ).
      ii) Déterminer (Δ).
      iii) Construire (Δ).

III. Apprentissage à l'intégration

📖 **Exercice 1** :

Un urbaniste veut aménager des zones de détente dans un camp de vacances hébergent des gens de plusieurs âges. Le camp contient des maisons en A,B,C et D tels que ABCD est un trapèze rectangle avec AD=15m , AB=20m et BC=7,5m comme l'indique la figure ci-dessous.



Les plus âgés sont logés dans les maisons construites en B et C ; les plus jeunes dans les maisons construites en D et A. Pour certaines raisons, le propriétaire voudrait que l'intersection N de (DB) et (AC) appartienne au contour de la frontière entre les zones de détente des vieux et des jeunes. Il voudrait aussi que tous les autres points de ce contour aient les mêmes positions relatives que N par rapport à D et B. Nous voulons déterminer et tracer la frontière à l'intérieur du camp.

1) Montrer que $ND = 2NB$
2) Calculer DB
3) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble des points M du plan tels que $\frac{MD}{MB} = 2$
4) Tracer les contours de la frontière.

📖 **Exercice 2** :

Monsieur OUAFEU possède une grande cour sur laquelle il veut implanter un jardin de gazon. Son architecte repère deux points A et B de la cour, il dit à Monsieur OUAFEU que ce jardin de gazon sera l'ensemble des points M du sol plat tels que $2\mathrm{MA}^2 + 3\mathrm{MB}^2 = 50$ avec AB=10m. Le jardinier implante le mètre carré de gazon à 500FCFA . L'architecte souhaite aussi encadrer ce jardin avec une clôture en fer forgé dont le ferrailleur exige 10000FCFA par mètre. L'architecte ayant été appelé pour une urgence avant d'avoir fait un devis complet, il vous revient de déterminer le cout total pour la réalisation de ce jardin.

1) Déterminer l'ensemble (E) des points M du pan tels que $2\mathrm{MA}^2 + 3\mathrm{MB}^2 = 50$
2) Déterminer le périmètre et l'aire de (E).
3) Déduire les frais pour le jardinier et le ferrailleur.
4) Déduire le cout total de ce jardin.

IV. Activités d'intégration

📖 **Situation 1** :

Compétence visée : Utilisation des lignes de niveaux pour la localisation d'un lieu.

Dans le plan d'aménagement d'un quartier, trois maisons d'habitations A,B et C non alignées sont prévus à une zone spécifique. A et B sont distantes de 20m, B et C de 10m, A et C de 15m. Il est aussi prévu des bouches d'eau à incendie, la première E et la seconde F , aux environs. La société de distribution d'eau WATER doit installer une source souterraine d'eau pour l'approvisionnement principal en un point M, tel que $\overrightarrow{ME} = \overrightarrow{\mathrm{MA}} + \overrightarrow{\mathrm{MB}}$ et $\overrightarrow{MF} = \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}$. Le protocole de la société WATER exige que la source principale soit d'abord construite avant la construction des bouches d'eau.

L’échelle de travail est de 0,25 cm pour 1 m. Les ingénieurs ont trois options, et l’on vous demande de produire trois maquettes différentes du projet.

Option 1 : $MA^2 - MB^2 = 40$;

Option 2 : $||2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}|| = ||\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}||$;

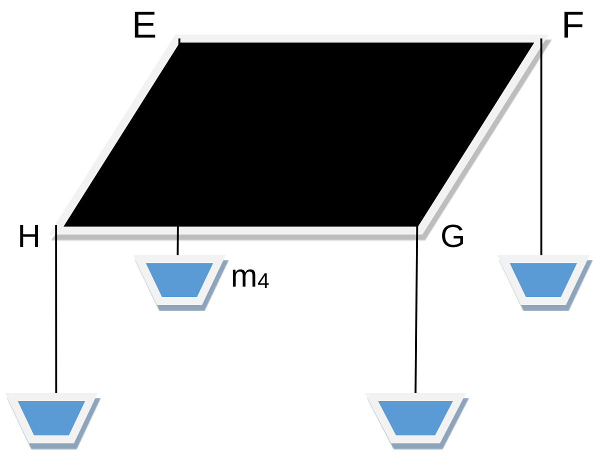
Option 3 : $MA = \sqrt{2}MB$.

Tâches :

1) Déterminer une position possible de la première bouche d'eau pour l'option 1
2) Déterminer une position possible de la deuxième bouche d'eau pour l'option 2.
3) Déterminer une position possible pour la source principale pour l'option 3.

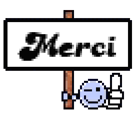
Situation 2 :

Paulin reviens de la rivière où il était allé chercher de l’eau. Il dispose de deux systèmes de levages. Le premier est une tige « AB »rigide et homogène de masse m_1 = 1kg à laquelle on a suspendu avec des fils de même longueur deux petits sceau d’eau de masses m_2= 1kg et m_3=2kg. Le deuxième est un plateau parallélépipédique rectangulaire en bois homogène dur « EFGH » de masse négligeable, de longueur 1,5 m et de largeur 1m. Il suspend aux quatre sommets du plateau quatre petits sceaux d’eau de masses identiques m_4=1kg. Apres 200m de route, un sceau du plateau relié au point F se renverse. Voici l’illustration graphique de ces systèmes.



Tâches :

1) Déterminer la position où Paulin doit arrêter la tige par la main pour qu’elle soit en équilibre.
2) Déterminer la position où Paulin doit poser le plateau sur la tête pour qu’il soit en équilibre après les 200 premiers mètres de route.
3) Déterminer la position où Paulin doit poser le plateau sur la tête pour qu’il soit en équilibre pendant les 200 premiers mètres.



« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 11 : TRNSFORMATION AFFINE DU PLAN

Savoir-faire :

- ✓ **Caractériser les applications affines planes.**
- ✓ **Composer les applications affines planes**
- ✓ **Déterminer les images des points par une application affine et par leurs composées**
- ✓ **Décomposer les applications affines planes.**
- ✓ **Reconnaitre les applications affines planes.**
- ✓ **Donner les expressions analytiques des applications affines planes et de leurs composées.**
- ✓ **Résoudre des problèmes de lieux géométriques.**
- ✓ **Résoudre des problèmes de vie à travers les applications affines planes.**

I. Exercices de fixation

(Concevoir des exercices mettant en exergue une ressource particulière de niveau facile et moyen, graduellement : on pourra utiliser les QCM, QRO, ROC,….)

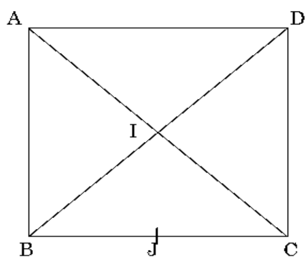
Ressource 1 : Composée d'applications/ Images et expressions analytiques

EXERCICE **:**

ABCD est un carré direct de centre O. Soit I, J, K, L les milieux respectifs des côtés $[AB], [BC], [CD], [DA]$.

1. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques des transformations suivantes :
$t_{\overrightarrow{DA}} \circ t_{\overrightarrow{DC}}$; $S_{(AD)} \circ S_{(IK)}$; $S_{(DB)} \circ S_{(DC)}$; $R\left(O; \frac{\pi}{4}\right) \circ R\left(O; \frac{3\pi}{4}\right)$.
2. Déterminer les images des points A, B, C, D, I, J, K, L par les transformations $S_{(BD)} \circ S_O$ et $S_{(AC)} \circ S_O$.
3. On muni pour la suite du problème le plan du repère orthogonal $\left(O; \overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB}\right)$
Déterminer les coordonnées des points A, B, C, D, I, J, J, K et L dans ce repère puis déterminer les expressions analytiques des transformations : $t_{\overrightarrow{DA}}$; S_A ; $S_A \circ t_{\overrightarrow{DA}}$
4. ABC est un triangle. Soit *h et h'* les homothéties de centres respectifs B et C, de rapports respectifs 2 et $-\frac{1}{3}$. Démontrer que $h \circ h'$ est une homothétie et préciser son rapport.

Ressource 2 : Composée d'applications/ Décomposition d'applications



EXERCICE **:**

ABCD est un carré direct dont les diagonales se coupent en I . On appelle J le milieu de [BC], r est la rotation de centre I et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et t est la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.

1. a. Comment choisir la droite (D) pour avoir $t = S_{(IJ)} \circ S_{(D)}$?
   b. Comment choisir la droite $(D0)$ pour avoir $r = S_{(DO)} \circ S_{(IJ)}$?

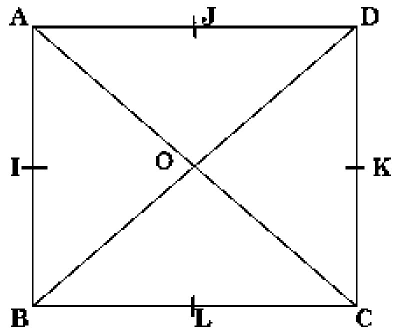
2. A l'aide de la question 1. Déterminer la nature de la transformation $r_0 t$.

✍ **Resource 3** : Nature et l'élément caractéristique de la composée d'applications

📖 EXERCICE :

ABCD est un carré direct de centre O. On note I,J,K et L les milieux respectifs des côtés $[AB]$; $[AD]$; $[DC]$ et $[BC]$. On considère les rotations : $r_1 = r\left(A\,;\frac{\pi}{2}\right)$; $r_2 = r\left(C\,;-\frac{\pi}{2}\right)$; $r_3 = r\left(O\,;\frac{\pi}{2}\right)$.

1. Déterminer la nature et l'élément caractéristique de $r_2 \circ r_1$.
2. Déterminer la nature et l'élément caractéristique de $r_3 \circ r_1$.
3. Déterminer la nature et l'élément caractéristique de $r_3 \circ r_2$.
4. Déterminer la nature et l'élément caractéristique de $t_{\overrightarrow{AD}} \circ t_{\overrightarrow{AB}}$.
5. Déterminer la nature et l'élément caractéristique de $r_1 \circ t_{\overrightarrow{DA}}$.



✍ **Resource 4** : Homothéties/ Barycentres

📖 EXERCICE :

Dans le plan (P) on considère trois points non alignés A, B et C et $I = bar\{(A,3)\,;(B,2)\,;(C,-1)\}$.
Soient les transformations du plan h et t définies ci-dessous :

$h\,(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = 3\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{CM}$ et $t(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{BM}$

I.

1. Montrer que h est une homothétie dont on donnera le centre et le rapport
2. Montrer que t est une translation dont on donnera le vecteur
3. Déterminer $h(I)$ et $t(A)$
4. Soient $A' = h(A)$, $B' = h(B)$ et $C' = h(C)$ .Montrer que $3\overrightarrow{A'I} + 2\overrightarrow{B'I} - \overrightarrow{C'I} = \vec{0}$

II. Le plan (P) est maintenant muni d'un repère orthonormé (O; $\vec{i}$, $\vec{j}$). Les points A,B et C ont respectivement pour coordonnées $(2{,}1), (-1{,}3)$ et $(0{,}2)$

1. Calculer les coordonnées du point I
2. Déterminer l'expression analytique de transformation du plan h et celle de t
3. Donner l'expression analytique de hot et de toh (composée de h et de t)
4. Déduire la nature et les éléments caractéristique de hot et de toh
5. Déterminer une équation (C') et (D') images respectives de (C) et (D) par hot d'équations respectives $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 = 0$ et $x - y + 2 = 0$.
6. Déduire les éléments caractéristiques et l'aire de (C').

II. Exercices de consolidation

(Concevoir des exercices de synthèse mettant en exergue plusieurs ressources, d'un niveau élevé et très élevé, de façon graduelle. on pourra utiliser les QCM, …)

📖 **Exercice 1** :

L'unité de longueur est le cm. ABC est un triangle équilatéral direct de côté 6cm et de centre de gravité G. Le point D est l'image du point C par la translation qui applique A sur B. Le point O est le centre de gravité du triangle BCD. Les points I et J sont les milieux respectifs des segments $[BC]$ et $[AB]$.A' est le symétrique de A par rapport à B.

1. Faire une figure.
2. Déterminer une mesure en radian des angles orientés $(\widehat{\overrightarrow{BO};\overrightarrow{BC}})$ et $(\widehat{\overrightarrow{BO};\overrightarrow{BA}})$
3. Démontrer que le point O appartient à la médiatrice du segment $[AA']$
4. Démontrer qu'il existe une rotation r qui transforme A en A' et C en B puis déterminer son centre et son angle.
5. On donne $A(2\,;1)$; $B(-3\,;2)$; $C(-1\,;4)$.On note (γ) l'ensemble des points $(x\,;y)$ du plan tel que $MA^2 + 2MI^2 = k$

Déterminer suivant le réel k l'ensemble (γ).

a. Déduire la nature de (γ) pour $k = 66$.
b. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'image de (γ) par r.

6. Soit h l'homothétie de centre J qui transforme A en A'.
   a. Déterminer le rapport de cette homothétie.
   b. Déterminer l'expression analytique de h.
   c. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'image de (γ) par h puis déduire son aire.

🕮 **Exercice 2** :

ABC est un triangle tel que *AB=3cm ; AC=4cm*. A tout point M, on associe le point M' le barycentre des points $(A;1)(B;1)(M;1)$.

2. Justifier l'existence de M'.
3. Écrire la relation vectorielle liant les points *A, B, M et M'*.
4. On note f l'application qui a tout point M on associe M'.
   a. montre qu'il existe un unique point I invariant par *f*.
   b. Trouver une relation entre $\overrightarrow{IM'}$ et $\overrightarrow{IM}$ puis conclure sur la nature de f

🕮 **Exercice 3** :

P et Q sont deux points. G est un barycentre des points $(P, -3)$ *et* $(Q, 1)$.

Soit *f* l'application du plan dans lui même qui à tout point M associe le point M' tels que $\overrightarrow{PM'} = \overrightarrow{PQ} + 3\overrightarrow{PM}$. Démonter que f est une homothétie dont on précisera les éléments caractéristiques

🕮 **Exercice 4** :

Dans un plan affine, on considère 3 points non alignés A, B et C. Pour tout réel α, on définit l'application f_α du plan dans lui-même qui à tout point M associe le point M' tel que :
$\overrightarrow{MM'} = 2\alpha\overrightarrow{MA} - \alpha\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$

1. Montrer que f_1 est une translation que l'on caractérisera (Poser I milieu du segment *[BC])*
2. On suppose $\alpha \neq 1$
   a. Montrer que f_α admet un point invariant unique G_α
   b. Montrer que $\overrightarrow{CG_\alpha} = k(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ où *k* est un réel dépendant de α que l'on déterminera
   c. Déterminer l'ensemble des points G_α lorsque α décris $\mathbb{R} - \{1\}$
3. α étant toujours supposé différent de 1.
   a. Exprimer $\overrightarrow{G_\alpha M'}$ en fonction de $\overrightarrow{G_\alpha M}$
   b. En déduire que f_2 est une application constante
   c. En déduire que si $\alpha \neq \{1,2\}$ alors f_α est une homothétie dont on précisera le centre et le rapport.

🕮 **Exercice 5** :

Le plan est orienté et l'unité de longueur est le Cm. On considère le rectangle ABCD tel que $AB = 10$; $BC = 4$; $(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}}) = \frac{\pi}{2}$. E est le point du segment $[DC]$ tel que $DE = 2$.

1. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{EA}.\overrightarrow{EB}$
2. On note (σ) l'ensemble des points M du plan tel que $MA^2 + MB^2 = 100$.
   a. Démontrer que (σ) est un cercle dont on précisera le centre I et le rayon R.
   b. Tracer le cercle (σ).
3. On considère la rotation *r* de centre E et d'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{EA};\overrightarrow{EB}}\right)$.
   a. Construire le point I' image de I par *r*.
   b. Préciser la nature de (σ') image de (σ) par *r*.
   c. Montrer que (σ') *et* (σ) sont sécants

Tracer sur la même figure (σ').

📖 **Exercice 6** :

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct (O, I, J).

On désigne par (D) et (D') les droites d'équations respectives $x - 2y + 1 = 0$ et $x + y - 3 = 0$

S_D et $S_{D'}$ sont respectivement les symétries orthogonales d'axes (D) et (D').

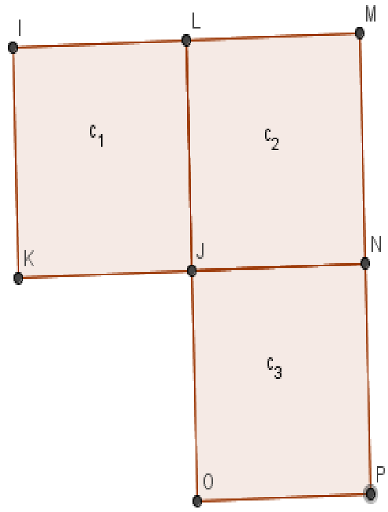
1. Quelle est la nature de $S_{D'} \circ S_D$?
2. Déterminer l'un des éléments caractéristiques de $S_{D'} \circ S_D$.
3. Déterminer les expressions analytiques de S_D et $S_{D'}$ puis en déduire l'expression analytique de $S_{D'} \circ S_D$.

📖 **Exercice 7** :

ABCD est un carré de sens direct ; l'unité de longueur est le centimètre. On pose $AB = 4$. On note r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{12}$ et r′ sa transformation réciproque (rotation de centre A et d'angle $-\frac{\pi}{12}$). On considère les points E, F et G tels que $r(B) = E$, $r'(D) = G$ et $AEFG$ est un losange.

1. Faire une figure.
2. Démontrer que $Mes\left(\widehat{\overrightarrow{AG}, \overrightarrow{AE}}\right) = -\frac{\pi}{3}$.
3. Soit I le projeté orthogonal de E sur (AG) et J le projeté orthogonal de E sur (GF).
   a. Montrer que I et J sont respectivement milieux des segments [AG] et [GF].
   b. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques des transformations f et g telles que : $f = S_{(EF)} \circ S_{(AG)}$ et $g = S_{(GF)} \circ S_{(AE)}$.
4. Démontrer que $f \circ g = g \circ f = t_{\overrightarrow{AF}}$.

III. Apprentissage à l'intégration



(Concevoir des exercices où la résolution d'une tâche ou deux est décomposée en étapes.)

📖 **Exercice 1** :

Sur la figure suivante, c_1, c_2 et c_3 sont des carrés de même côté.

1. Où doit-on placer un miroir pour que c1 ait pour image c_3 par ce miroir?
2. Comment doit faire glisser c_1 pour se retrouver à c_3?
3. A partir de quel point et de quel angle doit-on tourner c_2 pour avoir c_1?

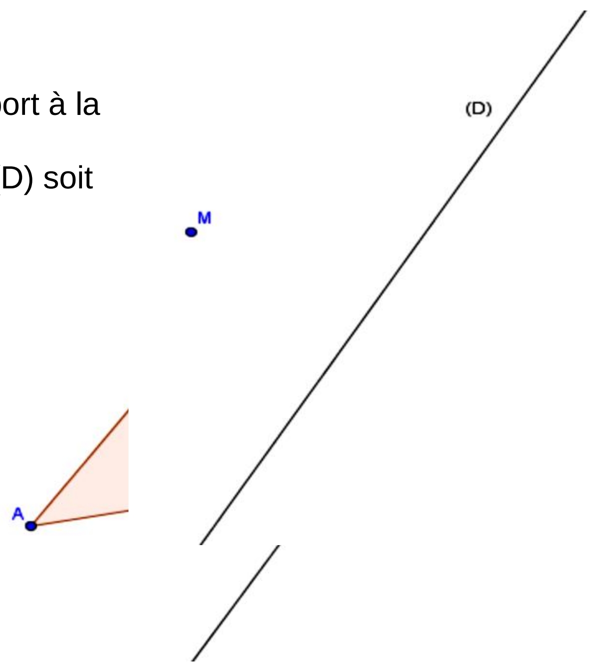
📖 **Exercice 2** :

1. Voici un point M et une droite (D).

   a. Construis un point M' tel que (D) soit la médiatrice de [MM']

   b. Comment sont les points M et M0 par rapport à la droite (D)?

   c. Soit I le milieu de [MM']. Caractérise le fait que (D) soit la médiatrice de [MM'] par deux propriétés.



2. Soit le triangle ABC suivant:

   a. Construis les symétriques A', B' et C' respectifs des points A, B et C par la symétrie par rapport à (Δ).

   b. Compare les propriétés géométriques des deux figures (nature, distances, aires, sens des angles orientés).

ABCD est un carré de sens direct et t la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$. On suppose que (A; $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$) est un repère orthonormé du plan.

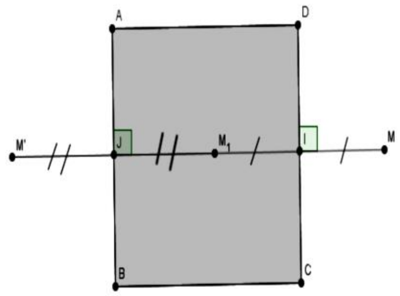
1. Quelles sont les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ dans le repère (A; $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$) ?
2. Soit M$\binom{x}{y}$ un point du plan et M′ $\binom{x'}{y'}$ son image par t.

a. Justifier que $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$

b. Exprimer x' et y' en fonction de x et y.

Exercice 3 :

ABCD est un carré de sens direct. Soit M un point du plan, M_1 son symétrique par rapport à la droite (CD) et M’ le symétrique de M_1 par rapport à (AB) ; I et J les projetés orthogonaux respectifs de M sur (CD) et (AB).



1. Démontrer que $\overrightarrow{MM'} = 2\overrightarrow{CB}$
2. On pose $f = S_{(AB)}{^\circ}S_{(CD)}$

a. Vérifie que $f(M) = M'$

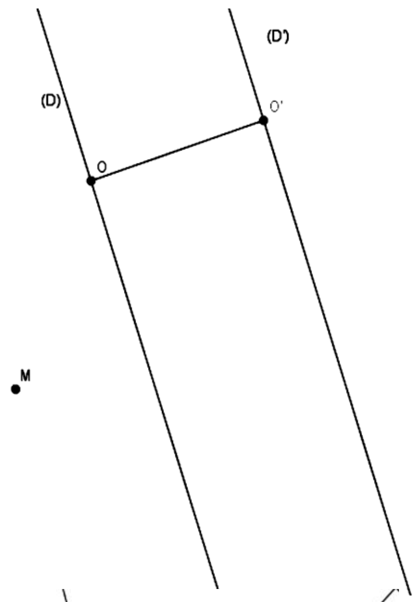
b. Justifie que f est une translation de vecteur $2\overrightarrow{CB}$

3. On suppose que (A; $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$) est un repère orthonormé du plan. Soit M$\binom{x}{y}$ un point du plan et M′ $\binom{x'}{y'}$ son symétrique par rapport à la droite (AB)

Justifier que dans ce repère $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$

Exercice 4 :

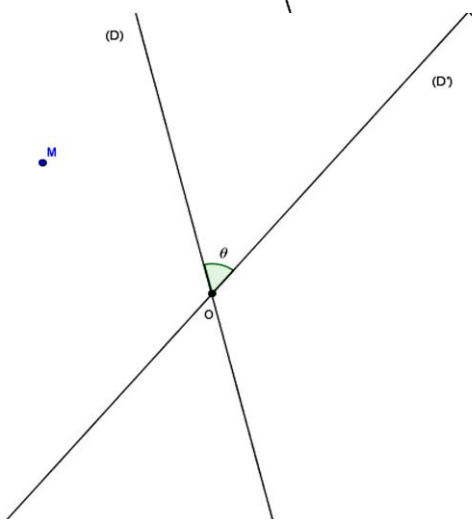
Soient (D) et (D') deux axes parallèles, O un point de (D) et O’ un point de (D’) tels que $(\mathrm{OO}') \perp (\mathrm{D})$.



1. Construis $\mathrm{M}_1 = \mathrm{S}_{(\mathrm{D})}(\mathrm{M})$ et $\mathrm{M}' = \mathrm{S}_{(\mathrm{D}')}(\mathrm{M}_1)$
2. Donne une relation entre $\mathrm{S}_{(\mathrm{D})}$, $\mathrm{S}_{(\mathrm{D}')}$, M et M'.
3. Exprime le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{MM}'}$ en fonction de $\overrightarrow{\mathrm{OO}'}$
4. Quelle transformation (non composée) fait passer M à M'
5. En déduire la nature et les éléments caractéristiques de $\mathrm{S}_{(\mathrm{D}')}{^\circ}\mathrm{S}_{(\mathrm{D})}$

Exercice 5 :

Soient (D) et (D') deux axes sécants en O tels que l’angle aigu entre (D) et (D’) est θ.



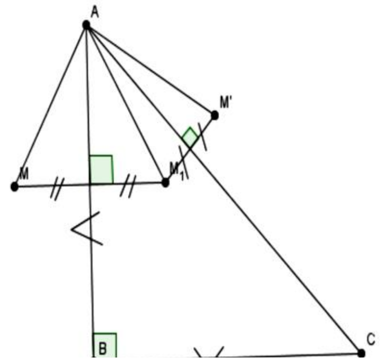
1. Construis $\mathrm{M}_1 = \mathrm{S}_{(\mathrm{D})}(\mathrm{M})$ et $\mathrm{M}' = \mathrm{S}_{(\mathrm{D}')}(\mathrm{M}_1)$
2. Donne une relation entre $\mathrm{S}_{(\mathrm{D})}$, $\mathrm{S}_{(\mathrm{D}')}$, M et M'.
3. Exprime le vecteur OM en fonction de OM' et $Mes\left(\widehat{\overrightarrow{OM};\overrightarrow{OM'}}\right)$ en fonction de θ.
4. Quelle transformation fait passer M à M'
5. En déduire la nature et les éléments caractéristiques de $\mathrm{S}_{(\mathrm{D}')}{^\circ}\mathrm{S}_{(\mathrm{D})}$

Exercice 6 :

ABC est un triangle rectangle isocèle en B de sens direct. Soit M un point du plan, M_1 son symétrique par rapport à la droite (AB) et M’ le symétrique de M_1 par rapport à (AC).

1. Démontrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{AM};\ \overrightarrow{AM_1}}\right) = 2\left(\widehat{\overrightarrow{AB};\ \overrightarrow{AM_1}}\right)$ et $\left(\widehat{\overrightarrow{AM_1};\ \overrightarrow{AM'}}\right) = 2\left(\widehat{\overrightarrow{AM_1};\ \overrightarrow{AC}}\right)$

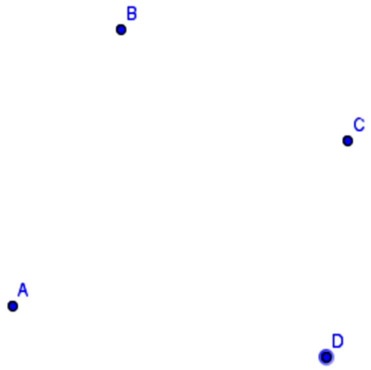
2. En déduire que Mes$\left(\widehat{\overrightarrow{AM}\ ;\ \overrightarrow{AM'}}\right) = \frac{\pi}{2}$
3. On pose $f = S_{(AC)}{}^{\circ}S_{(AB)}$. Justifier que $f(M) = M'$ puis en déduire que $f = r\left(A\ ;\ \frac{\pi}{2}\right)$
4. Soit $r_1 = r\left(A;\ \frac{\pi}{2}\right)$, $r_2 = r\left(A;\ \frac{\pi}{4}\right)$, N un point du plan et N'son image par $r_1{}^{\circ}\, r_2$
   a. Démontrer que $r_1{}^{\circ}\, r_2(A) = A$
   b. Démontrer que Mes$\left(\widehat{\overrightarrow{AN}\ ;\ \overrightarrow{AN'}}\right) = \frac{3\pi}{4}$
   c. En déduire que $r = r_1{}^{\circ}\, r_2$



Exercice 7 :

Soient A, B, C et D quatre points du plan.

1. On considère les rotations
   $\mathrm{r} = \mathrm{r}\left(\mathrm{A}; \frac{\pi}{2}\right)$ et $\mathrm{r} = \mathrm{r}\left(\mathrm{B}; -\frac{\pi}{2}\right)$
   a. Calcule la somme des angles de r et r' et dire si cette somme est sous la forme $2k\pi$.
   b. Construis les images C' et D' des points C et D respectivement par $r{\circ}r'$.
   c. Comment sont les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{C'D'}$?
   d. Déduis-en la nature et les éléments caractéristiques de $r{\circ}r'$.



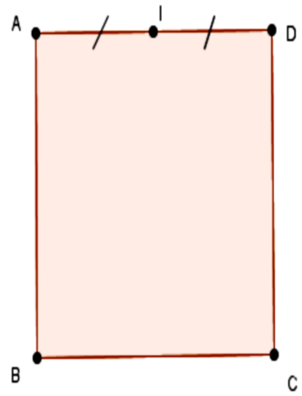
2. On suppose $\mathrm{r} = \mathrm{r}\left(\mathrm{A}; \frac{\pi}{6}\right)$ et $\mathrm{r} = \mathrm{r}\left(\mathrm{A}; \frac{\pi}{3}\right)$
   a. Calcule la somme des angles de r et r' et dire si cette somme est sous la forme $2k\pi$.
   b. Construis l'image C' du point C par $r{\circ}r'$.
   c. Montrer que $AC = AC'$ et calcule Mes$\left(\widehat{\overrightarrow{AC}\ ;\ \overrightarrow{AC'}}\right)$
   d. Déduis-en la nature et les éléments caractéristiques de $r{\circ}r'$.

Exercice 8 :

1. Soit f une application du plan qui à tout point $M\binom{x}{y}$ associe le point $M'\binom{x'}{y'}$ tel que $\begin{cases} x' = x + 3 \\ y' = y - 2 \end{cases}$.
   Soit $N\binom{x_1}{y_1}$ ayant pour image le point $N'\binom{x'_1}{y'_1}$ par f. Comparer les distances MN et M' N'

2. ABCD est un carré de centre O et de sens direct, I le milieu du segment [AD]. r est la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et t la translation de vecteur $\overrightarrow{DA}$. On pose $f = r\circ t$

a. Trouve une droite (Δ_1) telle que $r = S_{(\Delta_1)}{}^{\circ}S_{(AB)}$
b. Trouve une droite (Δ_2) telle que $t = S_{(AB)}{}^{\circ}S_{(\Delta_2)}$
c. En déduire que $f = S_{(\Delta_1)}{}^{\circ}S_{(\Delta_2)}$
d. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f



Exercice 9 :

ABC est un triangle tel que *AB=3cm ; AC=4cm*. A tout point M, on associe le point M' le barycentre des points $(A;1)(B;1)(M;1)$.

1. Justifier l'existence de M'.
2. Écrire la relation vectorielle liant les points *A, B, M et M'*.
3. On note f l'application qui a tout point M on associe M'.
   c. montre qu'il existe un unique point I invariant par f.
   d. Trouver une relation entre $\overrightarrow{IM'}$ et $\overrightarrow{IM}$ puis conclure sur la nature de f

📖 **Exercice 10** :

1. On considère un point M et un point O.

a. Construis un point M' tel que $\overrightarrow{OM'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OM}$

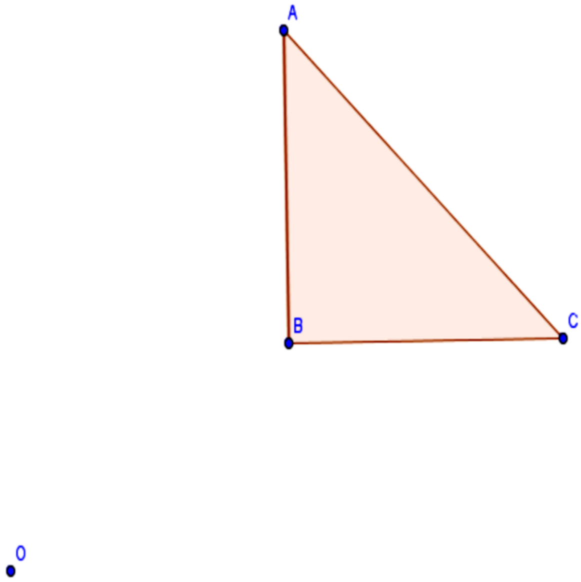
b. Quelle application dépendant de O et $\frac{1}{2}$ transforme M en M'?

2. On considère un triangle rectangle ABC et un point O

a. Construis les images A', B' et C' des points A, B et C par l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{1}{2}$

b. Compare la nature des deux triangles et leurs angles

c. Complète avec $\frac{1}{2}$ *ou* $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ les pointillés suivants : $A'B' = \cdots AB$; $A_{A'B'C'} = \cdots A_{ABC}$



📖 **Exercice 11** :

ABCD est un carré direct de centre O. On considère l'homothétie h de centre O et de rapport $\frac{1}{2}$ et la rotation r de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

1. Construis l'image A'B'C'D' de ce carré ABCD par hor.
2. Compare les propriétés géométriques des deux figures (distances, angles, aires...)
3. hor est-elle une rotation? Une homothétie?

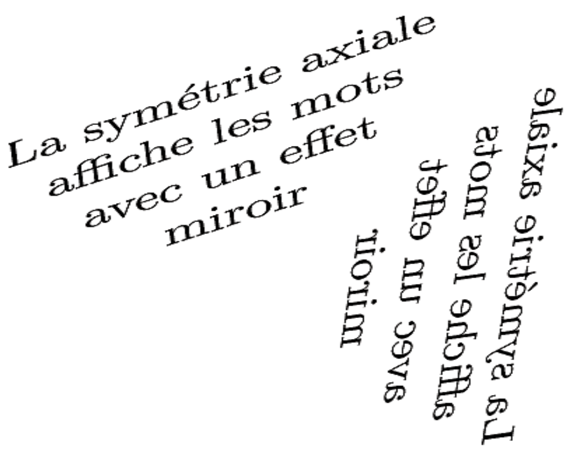
Donne la nature et les ´éléments caractéristiques de hor.

IV. Activités d'intégration

(Concevoir des activités type évaluation des compétences.)

📖 **Situation 1** :

Monsieur Ambroise a un hangar près d'un puits ayant la forme d'un pentagone. Ce hangar lui sert de lieu de repos en journée. En journée, il constate que les enfants le trouble avec ses collègues sous son hangar, il décide d'en construire un autre au-delà du puits de telle sorte que ce puits soit le centre de symétrie de ces deux hangars. Comment peut-il faire pour le second hangar ?



📖 **Situation 2** :

Monsieur Ambroise a un terrain où il a construit une maison ayant la forme d'un pentagone. Il possède un autre terrain au-delà de la route rectiligne qui passe devant sa concession. Il décide d'en construire une autre maison identique à celle qu'il habite au-delà de cette route de telle sorte que cette route soit l'axe de symétrie de ces deux maisons. Comment peut-il faire pour la seconde maison ?

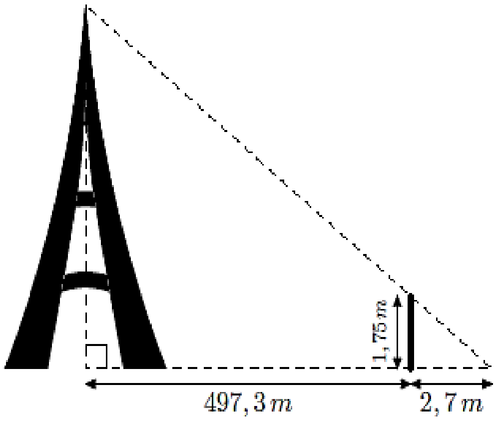
📖 **Situation 3** :

1. Déterminer l'axe de symétrique composé par ces deux textes
2. Comparer les dimensions de ces deux textes
3. Quels sont les effets que possèdent les isométries planes sur les figures géométriques planes et les solides de l'espace ?

📖 **Situation 4** :

Un homme mesurant 1,75*m* se tenant droit aux alentours de la tour Eiffel se place de sorte que l'ombre lui passe juste au-dessus de la tête. Son ombre tombe à 2,7*m* de lui et celle-ci se trouve à 500m du centre de la tour Eiffel.

Quel est le rapport qui existe entre la hauteur de la tour Eiffel et la hauteur de cet homme ?

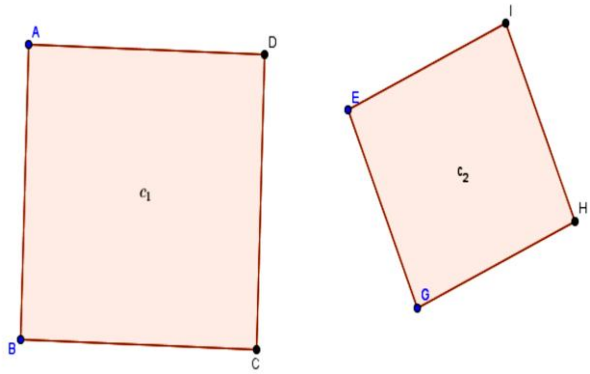


📖 **Situation 5** :

Ali et Bouba disposent respectivement de loupes de grandissement 2 et 4. Ils accolent les deux loupes pour observer un objet. Ali dit alors que l'objet a grandi de $2 + 4 = 6$ fois sa taille alors que Bouba propose que l'objet a grandi de $2 \times 4 = 8$ fois sa taille. L'un des deux élèves a raison. Dis lequel et explique géométriquement pourquoi pour convaincre celui qui a tort.

📖 **Situation 6** :

On considère les deux carrés C_1 et C_2 suivants:



Quelle est la nature et les éléments caractéristiques de la transformation qui fait passer C_1 à C_2?

Merci

« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES

LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »

ENSEIGNANT : ……Franzo SOTCH………

TEL : …… 676163920/694885429 ……….

ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023

TD : MATHEMATIQUES

CLASSE : 1ERE C&TI

DUREE : …4…. HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 12 : ARCS CAPABLES

Savoir-faire :

- ✓ **Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que $Mes(\widehat{AMB}) = x$, où x est un réel.**
- ✓ **Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que $Mes(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) = x + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$, où x est réel.**
- ✓ **Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que $Mes(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) = x + k\pi, k \in \mathbb{Z}$, où x est réel.**

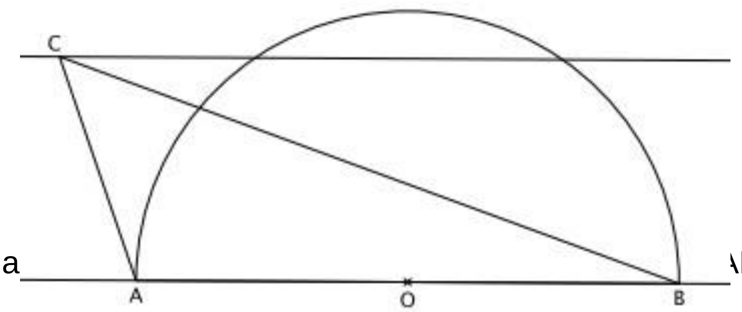
I. Exercices de fixation

(Concevoir des exercices mettant en exergue une ressource particulière de niveau facile et moyen, graduellement : on pourra utiliser les QCM, QRO, ROC,….)

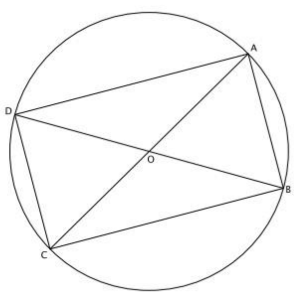
Ressource 1 : angles opposés/alternes/internes

EXERCICE :

1/En sachant que O est le centre du cercle et que $AB = OB$, calcule tous les angles de la figure ci-dessous.



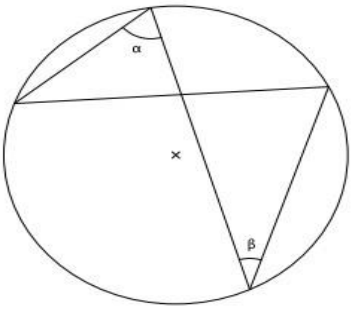
2/ Construire quatre tria … AB et la même hauteur que le triangle ABC



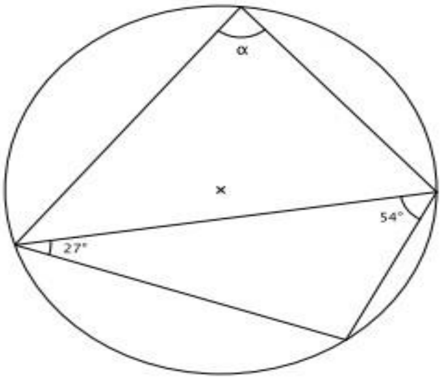
Ressource 2 : Angles inscrits/Angles au centre

EXERCICE **:**

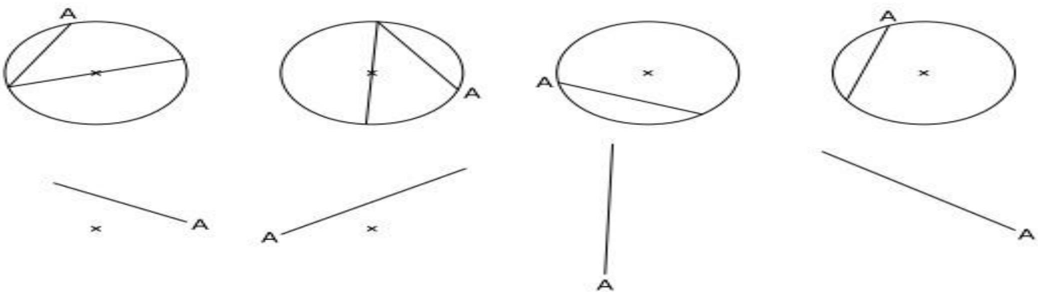
1/ a)Calcule tous les angles de la figure ci-dessous, sachant que $\alpha = 67.9°$ et $\beta = 35.5°$



b) Détermine la valeur de α.



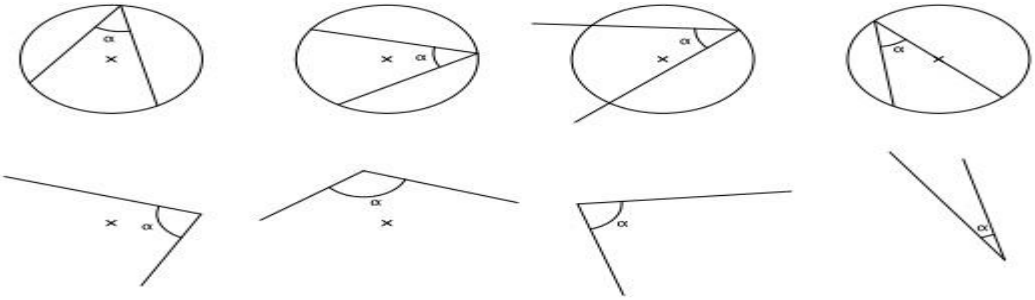
2/ a) Dans chaque figure ci-dessous, dessine un angle droit en A. Pour faire cela, utilise juste la règle et le compas uniquement.



II. Exercices de consolidation

Exercice 1 :

Dans chaque figure ci-dessous, dessine un angle β égale à α. Utilise pour cela le principe de l'arc capable, le compas et la règle uniquement.



📖 **Exercice 2** :
Observe la figure ci-dessous et complète le texte qui suit.

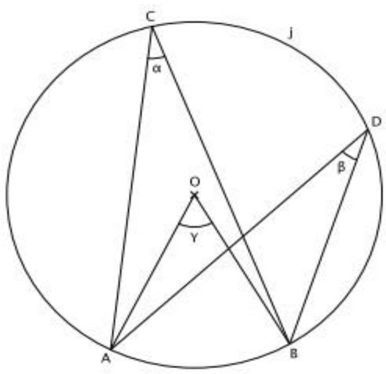
α est un ___________ inscrit interceptant l'arc _____________.
β est un _____________ inscrit interceptant l'arc ____________.
C voit _______________ sous l'angle α. D voit _________ sous l'angle β.
α et β ________________ le même arc.
O ________ l'arc AB sous __________ qui mesure le double de celui sous lequel on voit C.

III. Apprentissage à l'intégration

(Concevoir des exercices où la résolution d'une tâche ou deux est décomposée en étapes.)
📖 **Exercice 1** :
📖 **Exercice 2** :
…………..

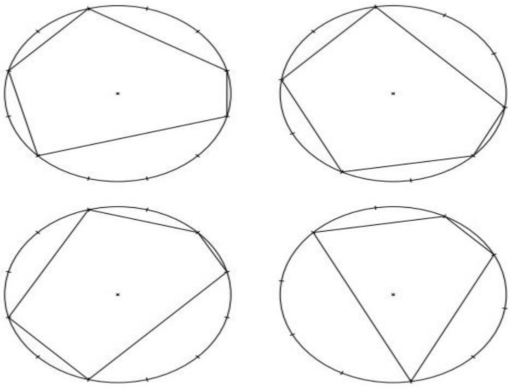
IV. Activités d'intégration

(Concevoir des activités type évaluation des compétences.)
📖 **Situation 1** :
Un bateau navigue sur le Wouri dans la nuit nuageuse. Son GPS tombe en panne. Le capitaine aperçoit au loin trois points lumineux A, B et C. Il mesure l'angle entre A, lui et B et trouve 30°. Puis l'angle entre B, lui et C, et trouve 45°.



Trouve sa position.

Situation 2 :
Maxime un élève en classe de Père C au lycée de Djoss voudrait fabriquer des cerfs-volants pour son petit frère en classe de $5^{ème}$. Il a pour cela trouvé certains schémas au net pour les fabriquer avec son carton. Cependant le technicien des cerfs-volants qui n'est pas dans la ville, l'a conseillé de fabriquer dont les angles sont tous inférieurs à 150° pour que ce soit bien équilibrer. Voici les schémas en question :



Comment pouvez-vous l'aider ?

« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »
ENSEIGNANT : NGA Laetitia
TEL : 699750130

ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023
TD : MATHEMATIQUES
CLASSE : 1^{ERE} C
DUREE : …8…. HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES
CHAPITRE 13 : ESPACES VECTORIELS SUR $\mathbb{R}$ ET APPLICATIONS LINEAIRES

Savoir-faire :

- ✓ **Montrer qu'une loi de composition est externe.**
- ✓ **Montrer qu'un ensemble est un espace vectoriel sur $\mathbb{R}$.**
- ✓ **Montrer qu'un sous ensemble est stable par une loi.**
- ✓ **Montrer sur des exemples simples (ensemble des vecteurs du plan, $\mathbb{R}^2$, $\mathbb{R}^3$) qu'une partie d'un espace vectoriel est un sous espace vectoriel.**
- ✓ **Montrer qu'une famille finie est génératrice, libre, liée**
- ✓ **Montrer qu'une famille finie est une base d'un espace vectoriel ;**
- ✓ **Déterminer la dimension d'un espace vectoriel**
- ✓ **Montrer qu'une application définie entre deux espaces vectoriels est stable pour l'addition et pour la multiplication par un réel ;**
- ✓ **Dire si une application est un endomorphisme ;**
- ✓ **Connaissant les images des vecteurs de base par une application linéaire, calculer les coordonnées de l'image d'un vecteur quelconque par cette application linéaire**
- ✓ **Connaissant la définition analytique d'une application linéaire, calculer les coordonnées de l'image d'un vecteur quelconque par une application linéaire**
- ✓ **Déterminer une équation caractéristique, une base du noyau et de l'image d'une application linéaire ;**
- ✓ **Montrer qu'une application linéaire est bijective à partir de l'exploitation de son écriture analytique, de la détermination de son noyau ou de celle de son image.**

I. Exercices de fixation

✍ **Ressource 1 :** loi de composition

🕮 **EXERCICE :** Questions de cours
1 – Qu'est-ce qu'une loi de composition interne ?
2 – Qu'est-ce qu'une loi de composition externe ?
3 – Donner deux exemples de lois de compositions internes.
4 – Donner deux exemples de lois de compositions externes.

🕮 **EXERCICE :** Notions de groupe
1 – Qu'est-ce qu'un groupe ? Quand est-ce qu'un groupe est abélien ?
2 – Pour chacun des couples suivants, dire s'il s'agit d'un groupe ou non :
$(\mathbb{Z};+)$; $(\mathbb{Q};\div)$; $(\mathbb{R};\times)$.

🕮 **EXERCICE :** Soit $*$ l'application définie de $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ dans $\mathbb{N}$ par $a*b=a+b+ab$.
1 – $*$ est-elle une loi de composition interne sur $\mathbb{N}$?
2 – Montrer que 0 est l'élément neutre de la lois $*$.
3 – Est-elle associative ? Est-elle commutative ?

🕮 **EXERCICE :** On considère l'ensemble $\mathbb{V}$ des vecteurs du plan.
1 – Donner une loi de composition interne sur $\mathbb{V}$.
2 – Donner une loi de composition externe sur $\mathbb{V}$.

🕮 **EXERCICE :** La division est-elle une loi de composition interne sur $\mathbb{Q}$? Justifier.

🕮 **EXERCICE :** Soient $\perp$, $\circledast$, $\boxplus$ des applications définies de $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ par

$$a \perp b = ab - 1$$
$$a \circledast b = (2^a)^b$$
$$a \boxplus b = 3^{a+b}$$

1 – Sont-elles des lois de composition interne sur $\mathbb{R}$?
2 – Dire celles qui sont associatives, commutatives.

✍ **Ressource 2 :** Espaces vectoriels et sous espaces vectoriels réels

🕮 **EXERCICE :** Question de cours
1 – Définir espace vectoriel.
2 – Définir sous espace vectoriel.
3 – Citer trois espaces vectoriels que vous connaissez.

🕮 **EXERCICE :**
1 – Déterminer, pour chacun des ensembles suivants, s'ils définissent ou non un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^2$.
$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, xy \geq 0\}$; $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x^2 + y^2 = 1\}$;

2 – Montrer que $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + y = 0\}$ est sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$.

🕮 **EXERCICE :**
1 – Dire si les familles de $\mathbb{R}^2$ suivantes sont libres ou liées.
$\{(1,0), (2,1), (3,3)\}$; $\{(1, \pi), (\sqrt{7}, 1), (\sqrt{2}, 1)\}$; $\{(1,4), (2, -1)\}$.
2 – Pour chacune des familles suivantes de vecteurs de $\mathbb{R}^3$, indiquer s'il s'agit d'une base, d'une famille libre, d'une famille génératrice, en précisant pourquoi :

$$\left\{\begin{pmatrix}1\\-1\\-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\2\\6\end{pmatrix}\right\}; \quad \left\{\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix}\right\}; \quad \left\{\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\2\\1\end{pmatrix}\right\}; \quad \left\{\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}\right\}.$$

🕮 **EXERCICE :** Soit E un $\mathbb{R}$-espace vectoriel et $(x, y, z) \in E^3$ tels que la famille $\{x, y, z\}$ soit libre. Posons $u = x + y$, $v = y + z$ et $w = z + x$.
1 – Montrer que $\{u, v, w\}$ est une famille libre.
2 – Supposons que $\{x, y, z\}$ est une base, $\{u, v, w\}$ est telle une base ?

✍ **Resource 3** : Applications linéaires

🕮 **EXERCICE :** Soit $u: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ définie pour tout $x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ par

$$u(x) = (x_1 + x_2 + x_3, 2x_1 + x_2 - x_3)$$

1 – Montrer que u est linéaire.
2 – Déterminer $\ker u$.

🕮 **EXERCICE :** Les applications suivantes sont-elles linéaire ? Justifiez.
1 – $f_1 : x \in \mathbb{R} \mapsto \sin(x) \in \mathbb{R}$.

2 – $f_2: (x,y) \in \mathbb{R}^2 \longmapsto (xy, x+y) \in \mathbb{R}^2$.
3 – $f_3: (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mapsto (y+z, x+z, x+y) \in \mathbb{R}^3$.
4 – $f_4: (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \longmapsto (y,0) \in \mathbb{R}^2$.

📖 **EXERCICE :** Parmi les applications suivantes, dire celles qui sont des endomorphismes, des automorphismes, des isomorphismes.
1 – On note $B = \{e_1, e_2, e_3\}$ la base canonique de $\mathbb{R}^3$. Soit $u: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ une application telle que que

$$u(e_1) = -2e_1 + 2e_3; \qquad u(e_2) = 3e_2; \qquad u(e_3) = -4e_1 + 4e_3$$

2 – Soit $v: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ une application telle que pour tout $a = (x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ par $v(a) = x + y - 4z$.

II. Exercices de consolidation

(Concevoir des exercices de synthèse mettant en exergue plusieurs ressources, d'un niveau élevé et très élevé, de façon graduelle. on pourra utiliser les QCM, …)
📖 **Exercice 1** : Soit $B = (i,j,k)$ la base canonique de $\mathbb{R}^3$.
Soit u un endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ défini par :

$$u(i) = 2i + j + 3k\,; \qquad u(j) = j - 3k\,; \qquad u(k) = -2j + 2k\,.$$

1 – Soit $x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ un vecteur. Déterminer l'image par u du vecteur x. (calculer $u(x)$).
2 – Soient $E = \{x \in \mathbb{R}^3, u(x) = 2x\}$ et $F = \{x \in \mathbb{R}^3, u(x) = -x\}$. Montrer que E et F sont des sous espaces vectoriels de $\mathbb{R}^3$.
3 – Déterminer une base de E et une base de F.

📖 **Exercice 2** : Soit $J = \left\{\begin{pmatrix}1\\1\\\alpha\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\\alpha\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}\alpha\\1\\1\end{pmatrix}\right\}$ une famille de vecteurs de $\mathbb{R}^3$.
1 – Déterminer les valeurs de $\alpha \in \mathbb{R}$ pour lesquelles J est une famille liée.
2 – Déterminer les valeurs de $\alpha \in \mathbb{R}$ pour lesquelles J est une famille libre.
3 – Déterminer les valeurs de $\alpha \in \mathbb{R}$ pour lesquelles J est une base.

📖 **Exercice 3** : Soit $\beta = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de $\mathbb{R}^3$. Soit u une application linéaire de $\mathbb{R}^3$ dans $\mathbb{R}^3$ définie par :

$$u(e_1) = -3e_1 + 2e_2 - 4e_3$$
$$u(e_2) = e_1 - e_2 + 2e_3$$
$$u(e_3) = 4e_1 - 2e_2 + 5e_3$$

1 – Montrer que $E = \{x \in \mathbb{R}^3, u(x) = x\}$ est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$. Montrer que la dimension de E est 1 et donner un vecteur non nul a de E.
2 – Montrer que $F = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3, -2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0\}$ est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$. Donner une base (b, c) de F.
3 – Montrer que $\beta' = (a, b, u(b))$ est une base de $\mathbb{R}^3$.
4 – Montrer que $E \oplus F = \mathbb{R}^3$.
5 – Déterminer $u(a)$, $u(b)$ et $u(u(b))$ dans la base β'.

📖 **Exercice 4** : On considère l'application $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ définie pour tout $u = (x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ par

$$f(u) = \begin{cases} x' = -3x - y + z \\ y' = 8x + 3y - 2z \\ z' = -4x - y + 2z \end{cases}$$

1 – Déterminer une base du noyau de f et sa dimension.
2 – L'application f est-elle injective ? Est-elle surjective ?
3 – Déterminer une base de $Im(f)$.

III. Apprentissage à l’intégration

(Concevoir des exercices où la résolution d’une tâche ou deux est décomposée en étapes.)

Exercice 1 :

Exercice 2 :

…………..

IV. Activités d’intégration

Situation 1 : L’espace est rapporté au repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$.

MESSI, en mission d’espionnage pour les services de renseignement camerounais, doit fournir les informations sur les variations du flux financier en millions de FCFA d’un groupe terroriste. Il ne peut communiquer avec ses chefs qu’une seule fois tous les trois mois et pour se faire il envoie les informations des 03 mois ayant précédé la communication sous forme de message codé. Chaque mois, le groupe terroriste a une semaine de temps mort où aucune transaction financière n’est effectuée. Il a envoyé les informations des trois premiers mois dans le tableau suivant :

1	2	0
-2	1	1
0	-4	0

Chaque colonne représente un vecteur d’informations chiffrées. Pour décoder ce message lorsque la famille de vecteur forme une base, le gouvernement se sert d’un endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ définie par $f(\vec{\imath}) = -\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + 2\vec{k}$; $f(\vec{\jmath}) = 2\vec{\imath} - 4\vec{\jmath}$; $f(\vec{k}) = \vec{\jmath}$. Décoder ce message revient à trouver l’image par f de chacun de ces vecteurs dans la base qu’ils forment et de ranger ces images dans le même ordre que les vecteurs dans le tableau.

Une fois le message décodé, le signe « $-$ » signifie qu’il s’agit d’une sortie d’argent et le signe « $+$ » signifie qu’il s’agit d’une rentrée d’argent. Le gouvernement considère que les énormes sorties d’argent du groupe terroriste servent à financer l’achat des armes.

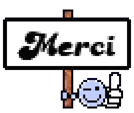
Le trimestre suivant, il relève les informations

1	0	0
0	1	0
0	0	1

Il doit les crypter avant de les envoyer à ses supérieurs.

Tâche 1 : A quelle semaine le groupe terroriste est-il susceptible d’avoir acheté le plus d’armes au cours du premier trimestre ?

Tâche 2 : Quel est le message crypté que MESSI doit envoyer à ses supérieurs pour le second trimestre ?



« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l’exécution d’un travail. ».

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »
ENSEIGNANT : FOTSING FOKUE PATRICK
TEL : 699640101 / 673155638

ANNEE SCOLAIRE:2022/2023
TD : MATHEMATIQUES
CLASSE : 1ERE C&E
DUREE : …8…. HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 14: ORTHOGONALITE DANS L'ESPACE

Savoir-faire :

Sur des solides vus au 1er cycle :
- ✓ Montrer que deux droites sont coplanaires ou non ;
- ✓ Montrer que deux droites sont perpendiculaires ou orthogonales ;
- ✓ Montrer que deux plans sont orthogonaux ;
- ✓ Montrer qu'une droite est orthogonale à un plan.

I. Exercices de fixation

Ressource 1 : droites coplanaires

📖 EXERCICE1 :

ABCDEFGH est un cube de centre O. On pose $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{v}$ et $\overrightarrow{AE} = \vec{w}$.

(a) Exprimer les vecteurs : $\overrightarrow{BG}$, $\overrightarrow{CH}$, $\overrightarrow{OG}$, $\overrightarrow{FD}$ en fonction de $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$.

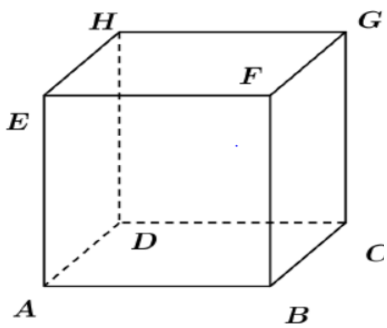
(b) Soit G le barycentre des points pondérés (A ; -1), (B; 2), (E; 1) et (D; 2) et I milieu du segment [BD]. Démontrer que les points A, E, G et I sont coplanaires.

(c) Nomme trois droites non coplanaire à (FG).

Ressource 2 : droites perpendiculaires ou orthogonales

📖 EXERCICE :

Observe le cube ci-contre et répond par vrai ou faux en justifiant.

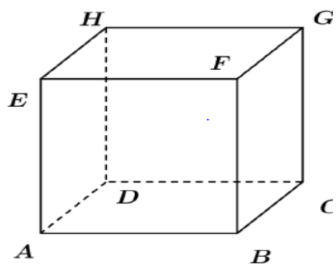


1. Les droites (AE) et (BC) sont orthogonales.
2. Les droites (AE) et (GC) sont orthogonales.
3. Les droites (FE) et (GC) sont orthogonales.
4. Les droites (FE) et (HE) sont orthogonales.
5. Les droites (FE) et (FH) sont orthogonales.
6. Les droites (FE) et (BD) sont orthogonales.
7. Les droites (FH) et (AC) sont orthogonales.

Resource 3 : plans orthogonaux

📖 EXERCICE :

Observe le cube ci-contre et répond par vrai ou faux en justifiant.

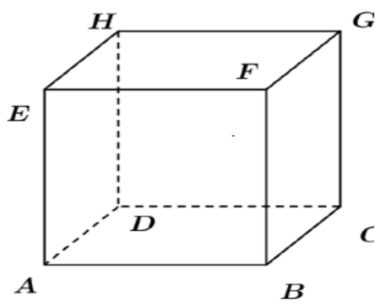


1. Le droite (DH) est orthogonale au plan (ABC).
2. Le droite (HE) est orthogonale au plan (ABF).
3. les plan (ABC) et (DHG) sont perpendiculaires.
4. les plan (ABF) et (DHG) sont perpendiculaires.

✍ **Resource 4** : droite orthogonale à un plan

✍ 🕮 EXERCICE **:**

1. Le projeté orthogonal du point C sur la droite (AB) est le point B.
2. Le projeté orthogonal de la droite (DC) sur la droite (AB) est le point (AB).
3. Le projeté orthogonal de la droite (AD) sur la droite (AB) est le point A.
4. Le projeté orthogonal du point H sur le plan (ABF) est le point E.
5. Le projeté orthogonal de la droite (DG) sur le plan (ABF) est le point (AF).



II. Exercices de consolidation

🕮 **Exercice 1** :
ABCDEFGH est un cube, I et J sont les milieux respectifs de [CG] et [FG]
1- Montrer que $(HG) \perp (GFC)$ et déduire alors que $(HG) \perp (IJ)$.
2- Montrer que $(IJ) \perp (BH)$. (On pourra remarquer que (HB) est contenu dans le plan (HBG))

🕮 **Exercice 2** : Soit ABCDEFGH un cube.
Le point I est un point de l'arête [GC]. Les points M et N sont les milieux respectifs des segments [ID] et [IB]. Montrer que les droites (MN) et (AC), d'une part, (MN) et (EG), d'autre part, sont orthogonales.

🕮 **Exercice 3** : Soit ABCDEFGH un cube.
1. Répond par vrai ou faux.
(GC) ⊥ (BC), (GC) ⊥ (EH) , (BC) ⊥ (EH), (GC) n'est pas orthogonale au plan (BCH)
2. Montrer que (DG) est orthogonale au plan (BCH).
3. Montrer que (AF) est orthogonale au plan (BCH).
4. En déduire que (AF) est orthogonale à (EC)

🕮 **Exercice 4** : ABCDEFGH est un cube.
1. Montrer que la droite (BG) est orthogonale au plan (CEF).
2. En déduire que les droites (BG) et (CE) sont orthogonales.
3. Démontrer que la droite (CE) est orthogonale au plan (BDG).

🕮 **Exercice 5** :

Soit ABCD un tétraèdre régulier (c'est-à-dire un polyèdre à 4 sommets dont les 6 arêtes sont de même longueur), G le centre de gravité du triangle BCD et I le milieu de [CD].
1. Montrer que : (CD) ⊥ (ABI).
2. En déduire que : (AG) ⊥ (BCD).

🕮 **Exercice 6** : ABCDA'B'C'D' est un cube.
1. Démontrer que la droite (AB') est orthogonale au plan (A'BC).
En déduire que les droites (AB') et (A'C) sont orthogonales.
2. Démontrer que les droites (AD') et (A'C) sont orthogonales.
3. Démontrer que (A'C) est orthogonale à (AB'D').

III. Apprentissage à l'intégration

Exercice 1 :

A l'occasion des olympiades de mathématiques, l'organisateur a décidé de remettre aux meilleurs des trophées ayant chacun la forme d'un tétraèdre de type 3. De ce fait, le concepteur dispose d'un morceau d'or ayant la forme d'un cube ABCDEFGH qui devrai le servir à cet effet.

NB :
- Un tétraèdre de type 1 si toutes ses faces ont la même aire.
- un tétraèdre de type 2 si toutes ses arêtes opposées sont orthogonales deux à deux.
- Un tétraèdre de type 3 s'il est à la fois de type 1 et de type 2.

Tache : Précise le type de EAFH.

IV. Activités d'intégration

Situation 1 :

Monsieur BOUBA veut réaliser un monument de forme tétraédrique ABCD. Pour cela il se fixe une distance **a** de telle façon que : BC = CD = DB = **a** et AB = AC = AD = 2**a.** Il nomme I comme milieu de [BC]. La droite orthogonale au plan (BCD) passant par A, coupe le (BCD) en O. Pour continuer l'évaluation du matériel nécessaire, il déduit que :

1- La droite (BC) est orthogonale au plan (AID).

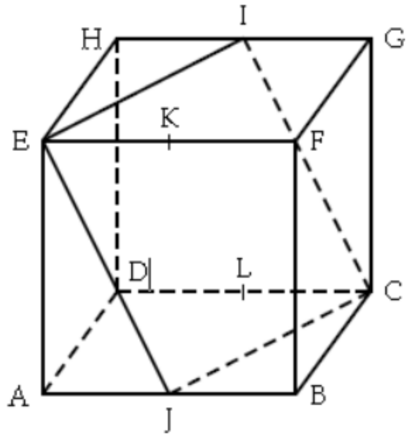
2- La distance AO est $\mathbf{a}\sqrt{\frac{11}{3}}$.

3- Le volume du monument est $\mathbf{a}^3\,\frac{\sqrt{11}}{12}$.

A-t-il raison dans les trois cas?

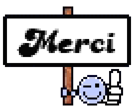
Situation 2 :

Le gâteau d'anniversaire de bébé Bryan a la forme d'un cube de coté 40 cm comme l'indique la figure ci-contre. Dans l'optique de servir ce gâteau en deux temps, la maman décide de le couper en deux de façon avec le souhait d'avoir une section carrée. Pour cela, elle fait des marques symbolisées par les points I, J, K et L milieux respectifs de [GH], [AB], [EF] et [CD].



1- La coupure selon GKJC respecte-t-elle le souhait de la maman ?

2- La coupure selon EICJ respecte-t-elle le souhait de la maman ?



« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 15 : GENERALITES SUR LES FONCTIONS NUMERIQUES

Savoir-faire :

- o Déterminer par calculs l'ensemble de définition d'une fonction numérique.
- o Déterminer la restriction d'une fonction numérique sur un intervalle.
- o Justifier qu'une application est injective, surjective, bijective.
- o Déterminer la composée de deux applications.
- o Expliciter la bijection réciproque d'une fonction bijective.
- o Calculer la somme, le produit de deux polynômes ;
- o Donner la condition d'existence d'un quotient de deux polynômes ;
- o Déterminer l'ensemble de définition d'une somme, d'un produit, d'un quotient et de la composée de deux fonctions numériques.
- o Montrer qu'une fonction est paire ; impaire ou périodique.
- o Justifier qu'un point est centre de symétrie d'une courbe.
- o Justifier qu'une droite d'équation $x=a$ est un axe de symétrie d'une courbe.
- o Montrer qu'un point de cordonnées connues appartient à la courbe d'une fonction ;
- ✓ o Conjecturer l'ensemble de définition ; le sens des variations ; les asymptotes éventuelles, les éléments de symétrie par lecture graphique.
- o A partir de la courbe d'une fonction f, représenter les fonctions : $x \mapsto f(x-a)$; $x \mapsto f(x)+b$; $x \mapsto f(x-a)+b$; $x \mapsto -f(x)$; $x \mapsto f(-x)$; $x \mapsto |f(x)|$; $x \mapsto f(|x|)$.
- o Tirer quelques informations sur les courbes des fonctions associées à une fonction donnée ; sens des variations ; parité, éléments de symétrie ; etc.

I. Exercices de fixation

✍ Ressource 1 : **Ensemble de définition d'une fonction numérique.**

☐ EXERCICE :

1) Déterminer l'ensemble de définition des fonctions numériques d'une variable réelle suivantes :

a) f(x) = $\frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + 4x - 2$ c) h(x) = $3x^2 + 5x - 1$ e) t(x) = $\frac{2x-3}{x+1}$

b) g(x) = $\sqrt{x^2 - x - 6}$ d) j(x) = $\begin{cases} x^2 - 2x & si\ x \leq 0 \\ \frac{2x+1}{x^2-1} & si\ x > 0 \end{cases}$

2) QCM, choisir la bonne réponse

2-1) l'ensemble de définition de la fonction f définie par f(x) = $\frac{x+4}{|x-1|}$ est :

a) $\mathbb{R}$ b) $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ c) $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ d) pas de bonne réponse

2-2) l'ensemble de définition de la fonction f définie par f(x) = $\frac{x+4}{|x| - 1}$ est :

a) $\mathbb{R}$ b) $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ c) $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ d) pas de bonne réponse

2-3) l'ensemble de définition de la fonction f définie par f(x) = $\frac{x+4}{|x| + 1}$ est :

a) $\mathbb{R}$ b) $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ c) $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ d) pas de bonne réponse

✍ Ressource 2 : **Restriction d'une fonction numérique sur un intervalle.**

 EXERCICE :

1) La restriction de la fonction g définie par g(x) = $\frac{4x^2-9}{|2x-3|}$ sur l'intervalle]-∞ ; $\frac{3}{2}$ [est la fonction h définie par :

a) h(x)= 2x – 3 b) h(x)= 2x + 3 c) h(x)= - 2x + 3 d) h(x)= - 2x - 3

Resource 3 : Bijection réciproque d'une fonction bijective.

 EXERCICE :

Soit f : $\mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R} \setminus \{2\}$ et h : $\mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R} \setminus \{0\}$

x $\longmapsto \frac{2x}{x-1}$ x $\longmapsto \frac{2}{x}$ deux fonctions.

a) f et h sont-elles des applications. Justifier votre réponse.
b) Démontrer que f est bijective et définir sa bijection réciproque f^{-1}.

Resource 4: **Ensemble de définition d'une somme, d'un produit, d'un quotient et de la composée de deux fonctions numériques**

 EXERCICE 1 :

On considère les fonctions f,g et h définies par : f(x) = $\sqrt{\boldsymbol{x-2}}$; g(x) = $\sqrt{\boldsymbol{9x-18}}$ et h(x) = 3$|\boldsymbol{x-2}|$.

1) Préciser l'ensemble de définition de chacune de ces trois fonctions ; puis celui de la fonction f×g.

2) Déterminer (f×g)(x)

3) Les fonctions h et (f×g) sont –elles égales ?

 EXERCICE 2 :

On considère les fonctions f, g et h définies par : f(x) = $x - \frac{1}{x}$; g(x) = $x + \frac{1}{x}$ et h(x) = $\frac{x^2-1}{x^2+1}$

1) Préciser l'ensemble de définition de chacune de ces trois fonctions, puis celui de la fonction $\frac{f}{g}$.

2) Déterminer ($\frac{f}{g}$)(x).

3) Les fonctions h et $\frac{f}{g}$ sont-elles égales ?

EXERCICE 3 :

Soit f, g et h des fonctions numériques d'une variable réelle.

1) Démontrer que : (f + g)o h = (f o g) + (g o h).

2) On suppose que les fonctions f, g et h sont définies par : h(x) = $\frac{x+3}{x+1}$; g(x) = $\frac{2x+3}{x-1}$ et f(x) = $2x^2$

   a) Déterminer les fonctions f o (g + h) et (f o g) + (f o h)

   b) Ces fonctions sont-elles égales ?

Resource 5 : **Fonction est paire ; impaire ou périodique.**

 <u>**EXERCICE**</u> : 1

1) On considère les fonctions numériques d'une variable réelle suivante : f(x) = $x^3 - 4x$;

g(x)= x^2 -2x +1 et h(x)=$\frac{3x^2+2}{x^2-1}$ Etudier la parité des fonctions f, g et h.

2) Montrer que la fonction j(t) = cos(2t + 3) est périodique de période T= π.

3) Montrer que la fonction k(t) = cos(100 π t) est périodique de période $T=\frac{1}{50}$.

4) Déterminer la période de la fonction t(x)= sin(3x + 5)

EXERCICE : 2

On a donné ci-dessous une partie du tableau de variation d'une fonction f définie sur définie [-5 ; 5]. Compléter ce tableau dans les cas suivants :

a) f est une fonction paire

b) f est une fonction impaire

x	-5		-2		0
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
f	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	0

EXERCICE 3 :

Soit f et g deux fonctions.

Etudier la parité de la fonction, g o f lorsque :

1) Les fonctions f et g sont paires ;

2) Les fonctions f et g sont impaires

3) La fonction f est paire et la fonction g est impaire

4) La fonction f est impaire et la fonction g est paire

Resource 6 : **Centre de symétrie et axe de symétrie d'une courbe**

□ EXERCICE :

1) La courbe de la fonction f(x) = $x^2 - 4x + 3$ admet pour axe de symétrie la droite (D) d'équation :

a) x = 4 b) x = - 4 c) x = 2 d) x = - 2

2) La courbe de la fonction f(x) = $\frac{x^2-4x+3}{x+1}$ admet pour centre de symétrie le point I de coordonnée :

a) (-1 ;3) b) (-1 ; 6) c) (-1 ; - 3) d) (-1 ; - 6)

Resource 7 : **A partir de la courbe d'une fonction f, représenter les fonctions : $x \mapsto f(x-a)$; $x \mapsto f(x)+b$; $x \mapsto f(x-a)+b$; $x \mapsto -f(x)$; $x \mapsto f(-x)$; $x \mapsto |f(x)|$; $x \mapsto f(|x|)$.**

□ EXERCICE 1 :

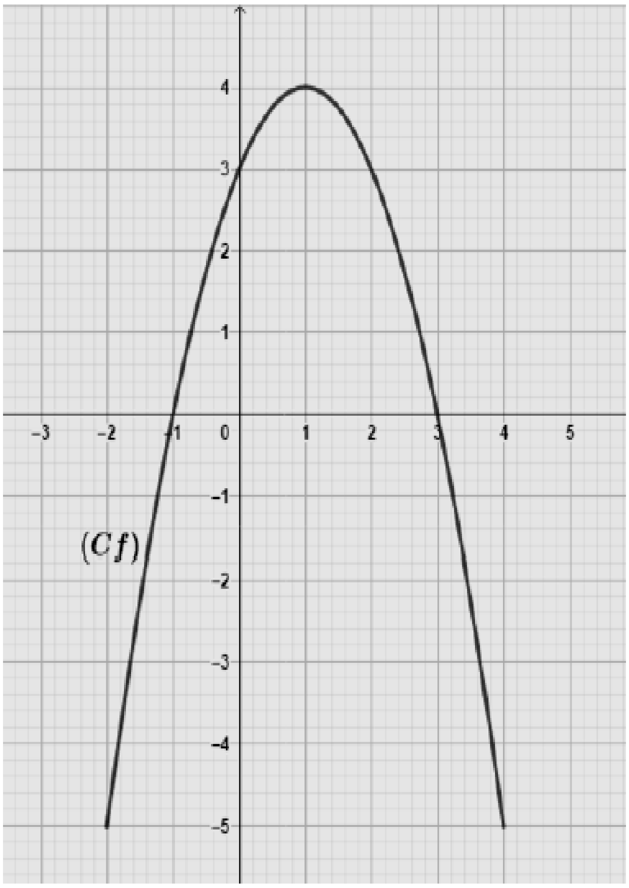
1. On considère une fonction f définie sur [-5; 4] dont le tableau de variation est donné ci-contre, Donner dans chaque cas le tableau de variation des fonctions associées à f définies ci-dessous:

a) $g(x) = f(x-2)$; b) $h(x) = f(x) - 3$ c) $k(x) = f(x+1) + 2$

x	-5		1		2		4
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	3

EXERCICE 2 :

A l'aide de la courbe ci –dessous répondre aux questions suivantes :



On considère une fonction $\boldsymbol{f}$ définie sur [-2; 4] dont la courbe (C_f) est donné ci-contre, tracer dans chaque cas la courbe des fonctions associées à f définies ci-dessous:

a) $\boldsymbol{g(x) = f(x-2)}$; c) $\boldsymbol{h(x) = f(x) - 3}$

b) $\boldsymbol{j(x) = |f(x)|}$;d) $\boldsymbol{k(x) = f(x+1) + 2}$

e) $m(x) = f(|x|)$

✍ **Resource 8** : **Tirer quelques informations sur les courbes des fonctions associées à une fonction donnée ; sens des variations ; parité, éléments de symétrie ; etc.**

□ **<u>EXERCICE</u>** :

Dans chacun des cas suivants, indiquer l'ensemble de définition de la fonction g, puis dresser son tableau des variations à partir de celui de f.

g(x) = f(x – 2) – 1 b) g(x) = - f(x) c) g(x) = f($|x|$) d) g(x)= $|\boldsymbol{f(x)}|$ e) g(x) = - f(-x)

x	-3	-1	0	3	6		
f(x)		2			1		
			0				
						0	- 2

II. Exercices de consolidation

<u>EXERCICE 1</u>

On considère la fonction g définie de]1; +∞[vers] -4 ; +∞[par $g(x) = x^2 - 2x - 3$.

1) Démontrer que g est une bijection et déterminer sa bijection réciproque g^{-1}.
2) Soit $f : \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{-3}{2}\right\} \to \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\}$ et $h : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R} \setminus \{0\}$
   $x \longmapsto \frac{x-1}{2x+3}$ $x \longmapsto \frac{-5}{4x}$ deux fonctions.

   a) f et g sont-elles des applications. Justifier votre réponse.
   b) Déterminer le domaine de définition de foh et calculer $(foh)(x)$.
   c) Montrer que la courbe de f se déduit de la courbe de h par une transformation que l'on précisera.

d) Construire (C_h) et (C_f) dans un même repère. 1pt (Échelle : suivant (OI) :1 unité correspond à 1cm ; suivant (OJ) : 1 unité correspond à 2cm).

EXERCICE 2 :

1) Soit f, g et h trois fonctions définies telles que $f(x) = 2x - 1$; $g(x) = \frac{2x-3}{-x+1}$ et $h(x) = \frac{1}{x}$

a)Déterminer le domaine de définition de $f \circ g$

b)pour x élémemt de $D_{f\circ g}$ donner la forme explicite de $f \circ g(x)$

2) a) Déterminer trois réels $a; b$ et c tels que $g(x) = \frac{b}{x-a} + c$

b) pour a, b et c trouvés montrer que h et g sont des fonctions associées et en déduire la nature de l'application qui permet de passer de la courbe de h à celle de g

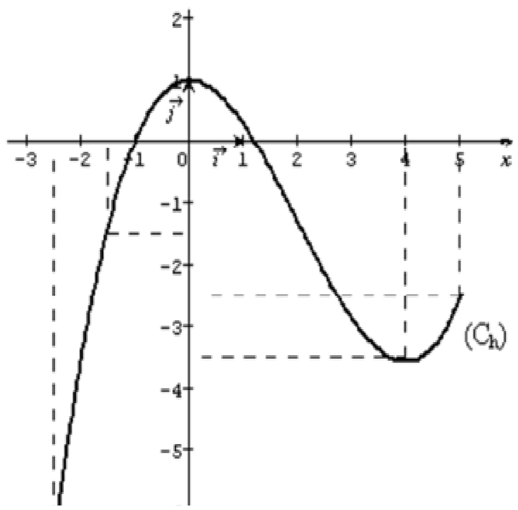
3) Démontrer que le point A(1 ;-2) est un centre de symétrie à la courbe de g

EXERCICE 3 :

I. Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I ,J). soit la fonction numérique d'une variable réelle définie par : $f(x) = x^2 - 4x + 12$ et $g(x) = x^2$

1) Montrer que $f(x) = (x - 2)^2 + 8$.
2) Montrer que la droite $x = 2$ est axe de symétrie a la courbe de f
3) Exprimer $f(x)$ en fonction de $g(x)$ et en déduire le programme de construction de la courbe (Cf) de f a partir de la courbe (Cg) de g.
4) Construire (Cg) et déduire la construire de la courbe (Cf).

II. la figure ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction h dans un repère orthonormé (O,I,J). (C_h)



1) Déterminer graphiquement
   a) L'ensemble de définition D_h de h.
   b) $h(0)$ et $h(1)$.
   c) les solutions : $h(x) = 0$; $h(x) \leq 0$.
   d) le maximum et le minimum de h sur D_h.
2) reproduire la courbe de h. 0,5pt
3) sur le même graphique, construire la courbe de la fonction k telle que $k(x) = |h(x)|$.

EXERCICE 4 :

1)On considère la fonction t définie par $t(x) = \frac{x^2+1}{x^2+5}$

a)Donner la forme canonique de $t(x)$

b)Montrer que pour x élément de $\mathbb{R}$ on a $0 < \frac{1}{x^2+1} \leq \frac{1}{5}$ et en déduire que $\frac{1}{5} \leq f(x) < 1$

2) On considère deux fonctions p et q définies telles que $D_p = [-3; 4]$ et $q(x) = p(x+3) - 2$

a)Déterminer D_q

b)Sachant que $p(x) = -x^2$, tracer sur le même repère la courbe de p puis celle de q

3) On considère une fonction f impaire définie par $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$.

Sachant que : 1 est racine de f et que la courbe de f passe par le point A(2,6)

a)Déterminer $f(-1)$ et $f(-2)$

b) Déterminer a , b et c

III. Apprentissage à l'intégration

Exercice 1 : coût de fabrication

Dans une savonnerie, les charges liées à la fabrication d'un savon sont de 250FCFA.
A ces charges variables, s'ajoutent des charges fixes d'un montant mensuel de 15.000FCFA.
Le coût de fabrication unitaire d'un savon est la somme des charges variables et des charges fixes unitaires. La fabrication de ces savons est rentable pour un coût unitaire inferieur à 300FCFA

1) Calculer le coût de fabrication unitaire de 100, 200, 400, et 500 savons
2) Représenter graphiquement la fonction coût de fabrication unitaire sur l'intervalle [100 ;500] dans un repère orthogonal où 1cm représente 100 savons en abscisse et 100FCFA en ordonnée
3) Déterminer le nombre minimal de savons à fabriquer pour atteindre le seuil de rentabilité.

IV. Activités d'intégration

Situation 1 : coût d'un lopin de terre

Afin d'augmenter sa production d'ananas, Mvondo désire acheter un lopin de terre en forme carrée. Trois localités lui sont proposées. Les plus grands lots achetables ont une superficie d'un hectare. Dans la première localité, le prix d'achat du terrain est de 5.000FCFA par m^2. Dans la deuxième localité, le prix d'achat du terrain est de 5.000FCFA par m^2. La longueur du côté du lopin est augmentée de 20m et le prix du lopin de terre est diminué de 2.020.000FCFA.
Dans la troisième localité, le prix d'achat du terrain est de 5.000F CFA par m^2. La longueur du côté du lopin est diminuée de 20m et le prix du lopin de terre est augmenté de 1.980.000FCFA.

Tâche 1 : Quelle est la plus grande valeur du côté du lopin de terrain dans la 1ere localité ?
Tâche 2 : Quelle est la plus grande valeur du côté du lopin de terrain dans la 2ème localité ?
Tâche 3 : Quelle est la plus grande valeur du côté du lopin de terrain dans la 3ème localité ?

Situation 2 :

La figure ci-dessous est la représentation graphique dans un repère bien choisi d'une fonction f. Cette représentation est le motif de décoration du tissu pagne de la fête des enseignants. Le concepteur de ce motif n'étant pas satisfait décide de l'améliorer. Pour cela il propose 3 améliorations au technicien qui s'est chargé de le représenté sur ordinateur.

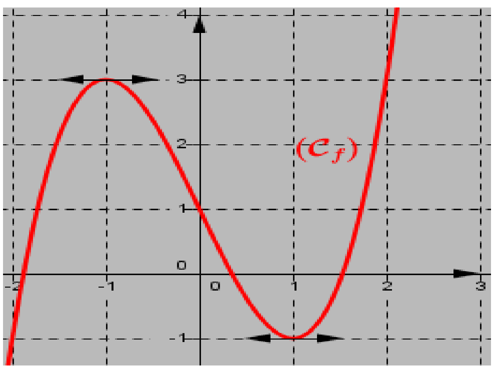
PROPOSITION 1 : compléter ce motif par la représentation dans le même repère de la courbe de la fonction g définie par g(x) = f(x- 2) – 3.

PROPOSITION 2 : compléter ce motif par la représentation dans le même repère de la courbe de la fonction h définie par h(x) = $|f(x)|$.

PROPOSITION 3 : compléter ce motif par la représentation dans le même repère de la courbe de la fonction m définie par m(x) = f($|x|$)

Taches :

1) Représenter le nouveau motif issu de la **PROPOSITION 1**.
2) Représenter le nouveau motif issu de la **PROPOSITION 2**.
3) Représenter le nouveau motif issu de la **PROPOSITION 3**.



« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES

LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »

ENSEIGNANT : DJOUMESSI JOSEPH………

TEL : 673500298/696944485 ……….

ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023

TD : MATHEMATIQUES

CLASSE : 1^{ERE} E&C

DUREE : …10…. HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 16 : DERIVATION

Savoir-faire :

- ✓ **Etudier la dérivabilité d'une fonction en un point donné et sur un intervalle donné.**
- ✓ **Donner une interprétation graphique du nombre dérivé en un point donné.**
- ✓ **Calculer la dérivée des fonctions élémentaires.**
- ✓ **Effectuer des opérations sur les dérivées des fonctions.**
- ✓ **Déterminer une équation de la tangente en un point d'une courbe.**
- ✓ **Déterminer la fonction dérivée de la composée d'une fonction affine par une fonction donnée.**
- ✓ **Donner le sens de variations d'une fonction en utilisant sa dérivée.**
- ✓ **Déterminer les extrema d'une fonction sur un intervalle donné**
- ✓ **Dresser le tableau des variations d'une fonction sur un intervalle donné.**

I. Exercices de fixation

🕮 **EXERCICE 1 :** Pour chacune des affirmations suivantes, réponds par ''**vrai**'' ou ''**faux**''

1- Toute fonction continue en un point est dérivable en ce point.
2- Une fonction est décroissante sur un intervalle si sa dérivée est négative sur cet intervalle.
3- Toute fonction dérivable à gauche et à droite en un point est dérivable en ce point.
4- La dérivée seconde d'un binôme est toujours nulle.
5- La tangente à la courbe d'une fonction en un point est parallèle à l'axe des abscisses si le nombre dérivé de la fonction en ce point est nul.

🕮 **EXERCICE 2 :** Pour chacune des affirmations suivantes, une seule est vraie. Choisir le numéro de la question suivie de la lettre correspondante à la bonne réponse.

1) La fonction $x \mapsto \sqrt{x}$ est dérivable sur l'intervalle :
   a) $\mathbb{R}$ b) $[0,+\infty[$ c) $]-\infty,0]$ d) $]0,+\infty[$.
2) La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=cos(-2x+3)$ a pour dérivée :
   a) $f'(x)= -sin(-2x+3)$ b) $f'(x)=2sin(-2x+3)$ c) $f'(x)=2\sin(2x-3)$ d) $f'(x)=-2$.
3) $g(x)=x-\frac{1}{x}$. Une équation cartésienne de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse $a=1$ est :
   a) $y=2x-2$ b) $y=1$ c) $y=-2x+1$ d) $y=x-1$.

II. Exercices de consolidation

🕮 **Exercice 1** :

Dans chacun des cas suivants, montrer que la fonction f est dérivable au point a en utilisant la définition du nombre dérivé, puis préciser $f'(a)$.

et calculer sa valeur au point a.

1) $f(x) = -4x+3;\quad a=3$, 2) $f(x)=x^2-5x+2$; $a=5$, 3) $f(x)=x^3+1;\quad a=-2$
4) $f(x)=\sqrt{x+2};\quad a=7$, 5) $f(x)=\frac{4}{1-x};\quad a=a=-3$, 6) $f(x)=\frac{-1}{(x+3)^2};\quad a=0$.

Exercice 2 :

Soit f la fonction définie par $f(x)=\frac{1}{x^2}$. On pose $g\,(h)=\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$.

1) Montrer que $(h)=\frac{-1-h}{(1+h)^2}$.
2) Montrer que f est dérivable au point 1 et préciser $f'(1)$.
3) Donner une équation cartésienne de la tangente à (C_f) au point d'abscisse 1.

Exercice 3 :

Soit f la fonction définie par $f(x)=\begin{cases} x^2-1 & si\;\; x<0 \\ x-1 & si\;\; x\geq 0\end{cases}$

1. Montrer que la fonction f est continue en 0.
2. Montrer que la fonction f est dérivable à gauche et à droite en 0.
3. La fonction f est-elle dérivable en 0 ? Donner une interprétation graphique de ce résultat.
4. Déterminer les équations respectives des demi-tangentes à gauche et à droite à (C_f) en 0.

Exercice 4 :

Déterminer la dérivée de chacune des fonctions suivantes.

1) $f(x)=3x^4-2x^3+5x-7$; 2) $g(x)=\sqrt{x}\,(1-\frac{1}{x})$; 3) $h(x)=\frac{x+5}{x^2-1}$; 4) $m(x)=\sqrt{x^3+4}$;
5) $k(x)=\frac{-2x^2-3x+5}{1-x}$; 6) $t(x)=(3x^2-4)^3$; ; 7) $p(x)=\frac{4x+9}{-x+2}$; 8) $m(x)=(2x-5)\sqrt{-x+3}$

Exercice 5 :

On considère la fonction f défini par $f(x)=x^3-4x^2+4x$.

1) Justifier que f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
2) Calculer la dérivée f' de .
3) Etudier le signe de f'.
4) En déduire le tableau de variation de f. On précisera les éventuels extrema.
5) Ecrire une équation de la tangente à (C_f) au point d'abscisse $x_0=-1$.

Exercice 6 :

Soit (C_f) la représentation graphique de la fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ par $f(x)=\frac{x^2+ax+b}{x-2}$, où a et b sont des réels.

1) Déterminer $'(x)$.
2) Déterminer les réels a et b pour que la droite d'équation $y=8$ soit tangente à (C_f) au point d'abscisse 3.
3) Déterminer l'abscisse de l'autre point de (C_f) où la tangente est horizontale.
4) Etudier les variations de f.
5) Dresser le tableau des variations de f.

Exercice 7 :

f est la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x)=\frac{x^2-3x+1}{x}$

1) Calculer les limites de f.
2) Justifier que f est dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$ et pour tout réel sur $x>0$, $f'(x)=\frac{(x+1)(x-1)}{x^2}$.
3) Etudier le signe de f', puis donner le sens de variation de f.
4) Dresser le tableau de variation de f sur $]0\,;\,+\infty[$.
5) Déterminer une équation cartésienne de la tangente à (C_f) au point d'abscisse 2.

6) Existe-t-il des points de (C_f) où la tangente est parallèle à la droite d'équation $(D): y = 3x + 5$?

🕮 **Exercice 8** :

On considère la fonction g définie par $g(x) = \sqrt{x^2 - 4x}$.

1) Déterminer l'ensemble de définition de g.
2) Calculer les limites de g en 4 et en $+\infty$.
3) Etudier la dérivabilité de g au point d'abscisse $x_0 = 4$. Interpréter ce résultat.
4) Calculer $g'(x)$ pour $x > 4$.
5) Etudier les variations de g sur l'intervalle $]4\,,\ +\infty[$.

🕮 **Exercice 9** :

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$.

1) Calculer le rapport $\frac{f(h)-f(0)}{h}$.
2) En déduire que f est dérivable en 0. Que vaut ce nombre dérivé ?
3) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 0.
4) Etudier les variations de f.
5) Dresser le tableau des variations de f.

🕮 **Exercice 10** :

Une parabole (P) admet pour équation $= ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

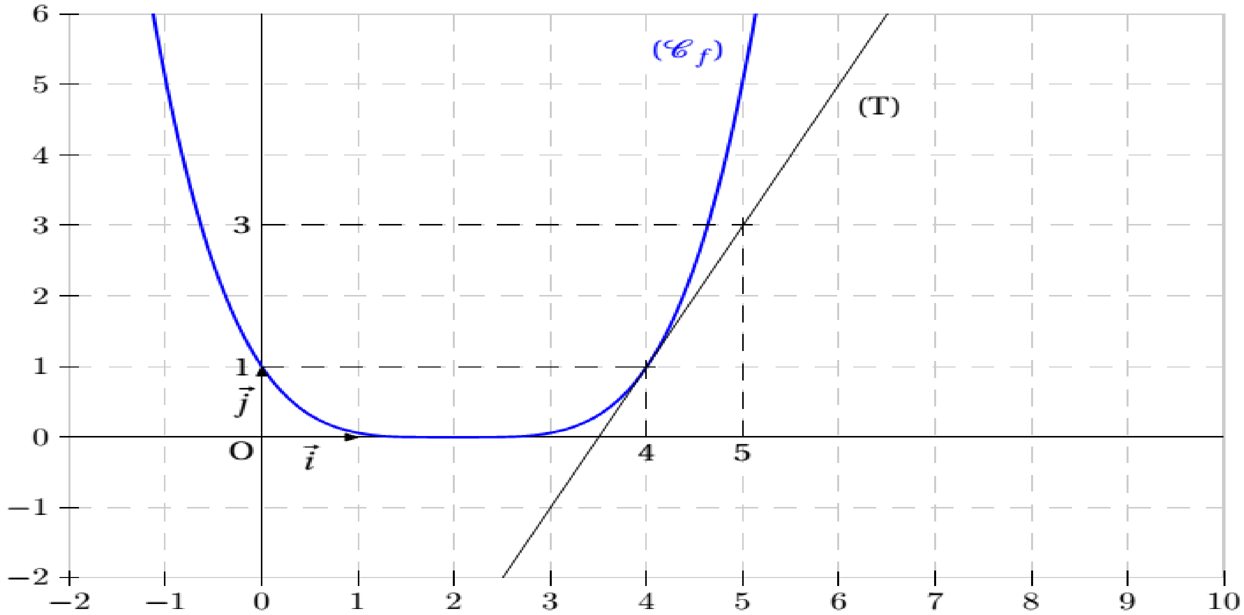
1) Déterminer les réels a, b et c pour que (P) coupe l'axe des abscisses au point B d'ordonnée 2 et qu'elle admet en ce point la droite d'équation $y = 2x + 2$ pour tangente **.**
2) Déterminer l'abscisse du second point d'intersection de (P) avec l'axe (OI).

Etudier les variations de (P) sur $\mathbb{R}$.

🕮 **Exercice 11** :

Sur le graphique ci-dessous sont représentés la courbe (C_f) de la fonction f définie par $f(x) = \left(1 - \frac{x}{2}\right)^4$ ainsi que la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse $x_0 = 4$.

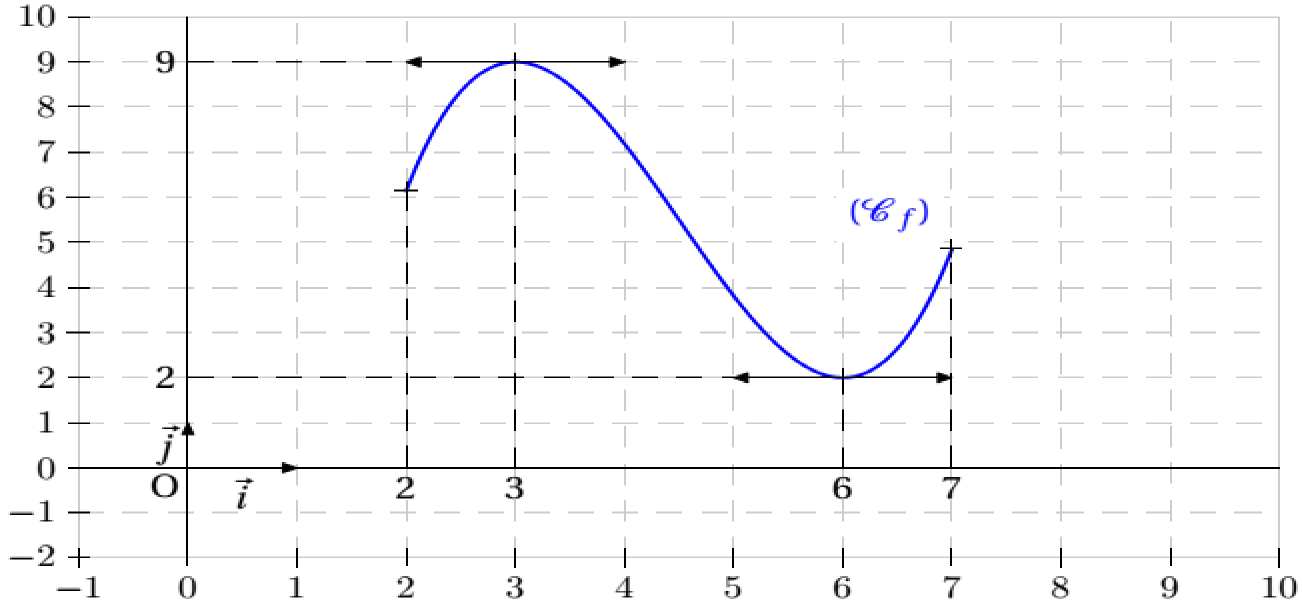
1) Donner, par lecture graphique, la valeur des réels $f(4)$ et $f'(4)$.
2) Donner une équation de la tangente (T).
3) Déterminer, à l'aide du calcul de la dérivée de f, la valeur du nombre $f'(3)$.



🕮 **Exercice 12** :

Ci-dessous est donné la courbe (C_f) de la fonction f définie et dérivable sur $[2\ ;\ 7]$.

1) Par lecture graphique, donner les valeurs de $f(3)$; $f'(3)$; $f(6)$ et $f'(6)$.
2) Le graphique ne permet pas la lecture de $f'(4)$. Préciser néanmoins son signe. Expliquer.
3) Donner une équation de la tangente à (C_f) au point d'abscisse $x_0 = 6$.



III. Apprentissage à l'intégration

📖 **Exercice 1** :

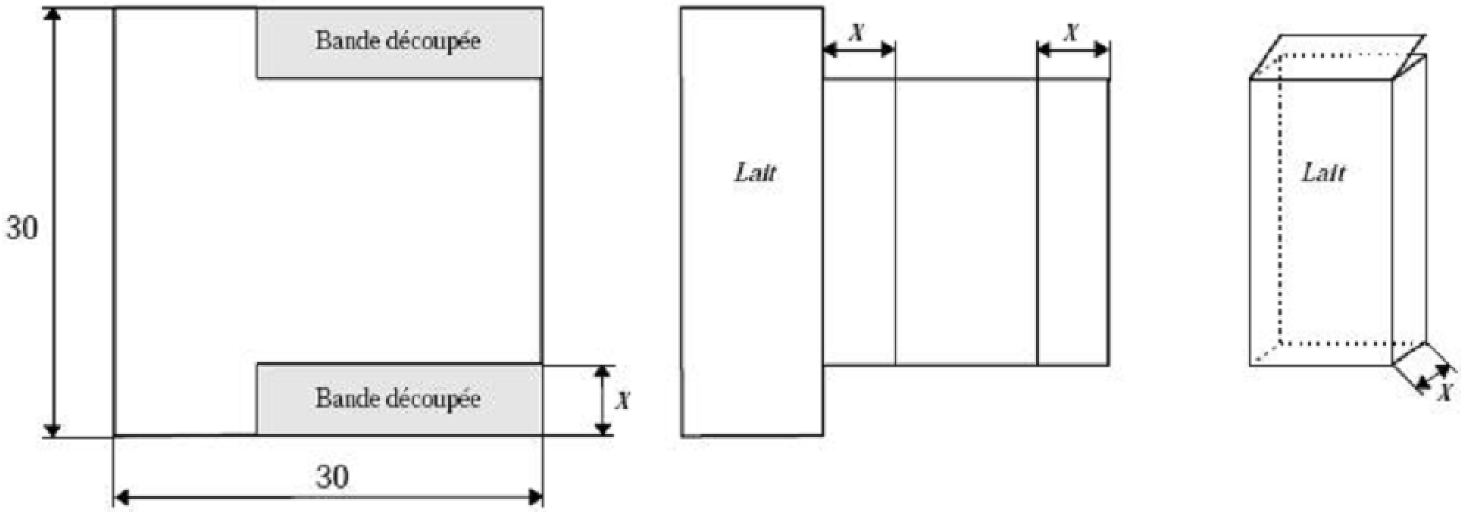
Un fermier décide de réaliser un poulailler de forme rectangulaire long d'un mûr de sa maison. Ce poulailler devra avoir une aire de $392\ m^2$. Le but du problème est de savoir où placer les piquets A et B pour que la longueur de la clôture soit minimale.

La figure ci-dessus représente le poulailler accolé à la ferme en vue de dessus. On appelle x la distance séparant chaque piquet au mur et y la distance entre deux piquets A et B. On a donc $x > 0$ et $y > 0$.

1) Sachant que l'aire du poulailler est égale à $392\ m^2$, exprimer y en fonction de x.
2) Démontrer que la longueur $l(x)$ du grillage est : $l(x) = \frac{2x^2+392}{x}$.
3) Calculer la dérivée l' de l. En déduire le tableau de variations de l.
4) En déduire les dimensions x et y pour lesquelles la clôture a une longueur minimale. Préciser cette longueur.

📖 **Exercice 2** :

Un fabriquant envisage la production de briques de lait en carton obtenues en découpant même largeur dans une feuille carrée. Le côté de la feuille mesure 30 cm et on désigne par x la mesure (en centimètres) de la largeur des bandes découpées. On suppose que $0 < x < 15$.



1) Démontrer que le volume $V(x)$ (en cm^3) de la boîte est $V = 2x^3 - 60x^2 + 450x$.
2) Pour quelle valeur de x le volume $V(x)$ est-il maximal ? Préciser la valeur de ce volume en litres.

IV. Activités d'intégration

📖 **Situation 1** :

Un camion doit faire un trajet de 150 km/h. Sa consommation de gasoil est de $(6 + \frac{v^2}{300})$ litres par heure, où v désigne sa vitesse par km/h. Le prix du gasoil est de 0,9 euros le litre et on paie le chauffuer 12 euros par heure.

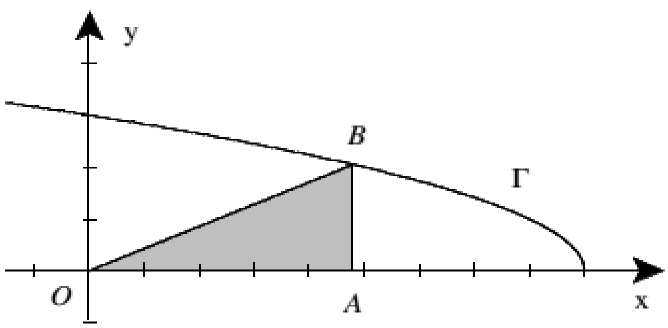
1) Soit t la durée du trajet en heure. Exprimer t en fonction de la vitesse v.
2) Calculer le prix de revient $P(v)$ du trajet en fonction de v.
3) Quelle doit être la vitesse v du camion pour que le prix de revient $P(v)$ de la course soit minimale ?

📖 **Situation 2** :

Une entreprise vend des jus de fruits. Le bénéfice mensuel de de cette entreprise en dizaine de milles est estimé à $f(x) = -x^2 + 10x - 17$, où x est le nombre de travailleurs qu'elle a recrutés. Déterminer le nombre de travailleurs que l'entreprise doit recruter pour avoir un bénéfice maximal ? Préciser ce bénéfice.

📖 **Situation 3** :

On considère le triangle OAB situé dans le premier quadrant dont le point B parcourt la courbe (Γ) d'équation $= \sqrt{9 - x}$.

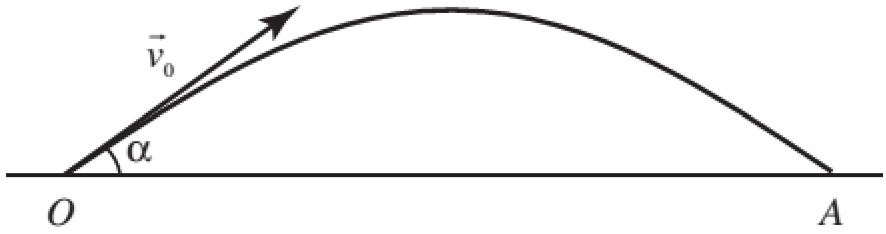


Déterminer les coordonnées du point A pour que l'aire du triangle OAB soit maximale.

📖 **Situation 4** :

La portée $P = OA$ d'un projectile lancé (dans le vide) avec une vitesse initiale v_0 et un angle d'élévation

α est donné par $P = \frac{v_0^2.\sin(2\alpha)}{g}$, g étant l'accélération de la pesanteur.



Pour une vitesse initiale donnée, déterminer la valeur de l'angle α pour laquelle la portée est maximale.

Situation 5 :

Un quotidien gratuit est distribué aux usagers des transports en commun. Les frais de fabrication en euros pour x exemplaires de ce quotidien sont donnés par

$C\,(\,x\,) = 0{,}0001\,x^2 - 0{,}4x + 1000,$ avec $x \in [0; 5000]$;

A ces frais s'ajoutent les coûts dûs à la distribution des exemplaires. Ils s'élèvent à 0,2 € par exemplaire.

Déterminer le nombre d'exemplaires à distribuer pour avoir un coût moyen minimal.

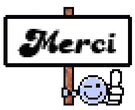
Situation 6 :

Avec un disque de rayon R, on souhaite confectionner un cône de révolution ouvert (sans la base). Pour cela, on enlève un secteur angulaire du disque et on note h la hauteur du cône.

La base du cône a pour rayon r et on pose $k = \frac{r}{R}$.

1) Montrer que le volume du cône est $(k) = \frac{\pi R^3}{3} k^2 \sqrt{1 - k^2}$.

2) Déterminer la hauteur du cône de volume maximal, puis donner ce volume.



« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES

LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »

ENSEIGNANT : NGUEFO Amour

TEL : 679985838

ANNÉE SCOLAIRE : 2022-2023

TD : MATHÉMATIQUES

CLASSE : 1^{ERE} C

DURÉE : ……. HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGÉS

CHAPITRE 17 : GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE DU PLAN

Savoir-faire :

Dans un plan muni d'un repère orthonormé :

- ✓ Donner un vecteur normal d'une droite ;
- ✓ Calculer la distance d'un point à une droite du plan ;
- ✓ Ecrire une équation normale d'une droite

Déterminer les équations paramétriques d'un cercle à partir :

- ✓ de son centre et de son rayon ;
- ✓ d'une de ses équations cartésiennes.

- ✓ Déterminer une équation cartésienne d'une tangente en un point d'un cercle.
- ✓ Déterminer une équation d'une tangente à un cercle, passant par un point extérieur à ce cercle.

I. Exercices de fixation

Ressource 1 : Distance d'un point à une droite /Equation normale d'une droite

EXERCICE 1 : Choisir la bonne réponse

Dans un repère orthonormé, une droite (D): $ax+by+c=0$ et $A(x_0;y_0)$.

a. La distance du point A à la droite (D) est : (i) $\frac{ax_0+by_0+c}{a^2+b^2}$; (ii) $\frac{ax_0+by_0+c}{\sqrt{a^2+b^2}}$; (iii) $\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

b. Un vecteur directeur de (D) est: (i) $\vec{u}(a;b)$; (ii) $\vec{u}(1;a)$; (iii)$\vec{u}(-b;a)$.

c. Un vecteur normal de (D) est: (i) $\vec{n}(a;b)$; (ii) $\vec{n}(a;-1)$; (iii)$\vec{n}(-b;a)$.

EXERCICE 2 : Compléter

a. Pour que (D): $ax+by+c=0$ soit une équation normale de (D), il faut que $a^2+b^2=\cdots$

b. Dans ce cas, la distance du point $A(x_0;y_0)$ à la droite (D) est tout simplement…

c. Soit (D): $x\sqrt{3}-y+6=0$. Une équation normale de (D) est……………….……...car………………

Une autre est aussi…………………………. Car………………….

Les équations normales de (D) sont sous la forme $x\cos t+y\sin t+c=0$. Les valeurs de $t\in]-\pi;\pi]$ sont ……

Resource 2 : Equations paramétriques d'un cercle du plan

Exercice 1 : compléter

a) Soit Ω un point du plan et $r>0$.

- L'ensemble des points M du plan tels que $\Omega\mathrm{M}=\mathrm{r}$ est ……..

- L'ensemble des points M du plan tels que $\Omega M < r$ est ……..
- L'ensemble des points M du plan tels que $\Omega M \leq r$ est ……..
- L'ensemble des points M du plan tels que $\Omega M > r$ est ……..

b) L'ensemble des points $M(x; y)$ du plan tels que $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ est ….

c) L'ensemble des points $M(x; y)$ du plan tels que $\begin{cases} x = a + rcost \\ y = b + rsint \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ est ….

Son équation réduite est …….

d) Une équation paramétrique de $(C): (x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$ est ….

e) L'ensemble des points $M(x; y)$ du plan tels que $\begin{cases} x = -1 + 3cost \\ y = 2 + 3sint \end{cases} (t \in [0; \pi])$ est ……………

Représenter cet ensemble

✍ **Resource 3** : Tangente en un point du cercle.

🕮 **Exercice 1** : Compléter

Soit $\Omega(\mathrm{a}; \mathrm{b}), A(x_0; y_0)$, (D) une droite, et $(C): (x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$.

a) Si $d(\Omega; (D)) = r$, alors la droite (D) est …. au cercle (C) . Faire une esquisse

b) Si (D) est tangente à (C) en A, alors (D) passe par le point …… et a pour vecteur normal ……

c) Si $d(\Omega; (D)) < r$, alors (D) et (C) sont…….. Faire une esquisse

d) Si $d(\Omega; (D)) > r$, alors (D) et (C) sont…….. Faire une esquisse

e) Si $A \in (C)$, alors il existe … tangente à (C) passant par A.

f) Si A est extérieur à (C), alors il existe … tangentes à (C) passant par A.

g) Si A est intérieur à (C), alors il existe … tangente à (C) passant par A.

II. Exercices de consolidation

🕮 **Exercice 1** :

1) Calculer la distance du point $A(2; -1)$ à la droite $(D): -4x + 3y - 9 = 0$
2) Déterminer une équation normale de la droite (D) et l'utiliser pour refaire la question précédente
3) Déterminer une équation normale de la droite (L) passant par A et parallèle à la droite (D).
4) Déterminer une équation normale de la droite (L) passant par A et perpendiculaire à la droite (D).
5) Déterminer une équation normale de la droite (AB) avec $B(-3; 1)$

🕮 **Exercice 2** :

1) Caractériser l'ensemble des points $M(x; y)$ du plan tels que :

a) $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 16$. b) $\begin{cases} x = 4 + 5cost \\ y = -2 + 5sint \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ c) $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$

$d) x^2 + y^2 + 6x - 2y + 10 = 0$ e) $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 14 = 0$

2) Si $A(1;-4)$ et $B(-3;6)$, alors déterminer une équation réduite de l'ensemble des points $M(x;y)$ du plan tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0$ de deux manières puis écrire une de ses équations paramétriques. Que représente $[AB]$ pour cet ensemble ?

Exercice 3 :

Déterminer une équation paramétrique du cercle (C) de centre $A(2;-1)$ tangent à $(D): 4x - 3y + 8 = 0$

Exercice 4 :

1) Tracer un cercle (C) de centre O, placer $A \in (C)$ et tracer soigneusement la tangente à (C) en A.
2) Tracer un cercle (C) de centre O, placer M à l'extérieur de (C) et tracer soigneusement les deux tangentes à (C) passant par M.

Exercice 5 :

1) Vérifier que $A(2;-3)$ est situé sur $(C): (x-3) + (y+1)^2 = 10$.
2) Déterminer une équation cartésienne de la tangente à (C) en A ;

Exercice 6 :

1) Résoudre par substitution le système : $\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases}$
2) Justifier que $(S): \begin{cases} x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0 \\ x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0 \\ x - y - 4 = 0 \end{cases}$ et résoudre (S).
3) Déterminer graphiquement puis analytiquement la position relative et les coordonnées des éventuels points d'intersection de :
   a) $(D): x + y - 2 = 0$ et $(C): (x-2) + (y+1)^2 = 25$.
   b) $(C): (x-2) + (y+1)^2 = 25$ et $(C'): (x-3) + (y+2)^2 = 25$
   c) $(D): x + 3y - 10 = 0$ et $(C): (x-2) + (y-1)^2 = 5$.
   d) $(C): (x-2) + (y+1)^2 = 25$ et $(C'): (x+1) + (y+2)^2 = 17$

III. Apprentissage à l'intégration

Exercice 1 : équation de la tangente à un cercle par **« dédoublement »**

1) Soit $(C): x^2 + y^2 + \boldsymbol{\alpha} x + \boldsymbol{\beta} y + \boldsymbol{\gamma} = 0$ un cercle de centre Ω, de rayon r et $A(x_0; y_0) \in (C)$
   a) Déterminer les coordonnées de Ω en fonction de α et β.
   b) Déterminer une équation cartésienne de la tangente (T) à (C) en A en fonction de $\alpha; \beta; x_0$ et y_0.
   c) Sachant que $A(x_0; y_0) \in (C)$, déterminer une relation entre $\alpha; \beta; \gamma; x_0$ et y_0.

d) Vérifier que $(T): xx_0 + yy_0 + \frac{\alpha}{2}(x + x_0) + \frac{\beta}{2}(y + y_0) + \gamma = 0$. C'est une équation cartésienne de la tangente à un cercle par « ***dédoublement ».***

2) Soit $(C): x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$ et $A(6; 2)$

a) Caractériser (C).

b) Vérifier que $A \in (C)$

c) Déterminer alors une équation cartésienne de la tangente à (C) en A de deux manières.

📖 **Exercice 2** :

Soit $(C): x^2 + y^2 - 6x - 2y = 0$ et $E(7; -1)$

1) Vérifier que E est extérieur à (C).

Il existe deux tangentes (T_A) et (T_B) à (C) passant par E où $A(x_0; y_0)$ et B sont deux points de (C).

2) Faire une esquisse et écrire une équation de (T_A) en fonction de x_0 et y_0.

3) En remarquant que $E \in (T_A)$, justifier que $y_0 = 2x_0 - 10$.

4) En remarquant que $A \in (C)$, justifier que $x_0^2 - 10x_0 + 24 = 0$.

5) Déterminer les coordonnées de A et B puis des équations de (T_A) et (T_B).

📖 **Exercice 3** :

Vérifier que $E(8;\ 1)$ est extérieur à $(C) :\ (x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 5$ et déterminer une équation cartésienne de chacune des tangentes à (C) passant par E.

📖 **Exercice 2 BIS** :

Soit $(C): x^2 + y^2 - 6x - 2y = 0$ de centre Ω et $E(7; -1)$

1) Vérifier que E est extérieur à (C). Il existe deux tangentes (T_A) et (T_B) à (C) passant par E où $A(x_0; y_0)$ et B sont deux points de (C). Soit (C') le cercle de diamètre $[\Omega E]$.

2) Faire une esquisse

3) Quelle est la nature des triangles ΩEA et ΩEB ? Justifier.

4) Que représentent les droites (EA) et (EB) pour (C)?

5) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de (C) et (C') puis des équations de (T_A) et (T_B).

📖 **Exercice 3 BIS** :

Vérifier que $E(8;\ 1)$ est extérieur à $(C) :\ (x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 5$ et déterminer une équation cartésienne de chacune des tangentes à (C) passant par E.

IV. Activités d'intégration

📖 **Situation 1** :

Du retour de l'aéroport de Garoua, des élèves doivent choisir une entreprise à visiter. Ils doivent choisir entre l'usine de Chaussures de Bafoussam située sur la nationale N°4 et l'usine de transformation d'énergie d'Edéa située sur la nationale N°3.

Leur encadreur leur propose de de se rendre à l'entreprise la plus proche à vol d'oiseaux, mais dans l'hélicoptère utilisé pour la visite il reste une quantité de kérosène équivalent à $90\ km$. Dans le plan muni d'un repère orthonormé d'unité 1km, la ville de Garoua est repérée par le point $(8;\ 12)$, la

nationale N°3 est caractérisée par la droite $(D): 3x + 2y - 6 = 0$ et la nationale N°4 est caractérisée par la droite $(L): 4x + y + 4 = 0$.
Quelle entreprise ces élèves vont-ils visiter ?

Situation 2 :

Votre papa a caché les codes de la PlayStation dans un repère orthonormé d'unité un km sur l'ensemble (Γ) des points $M(x; y)$ de son terrain plan tels que $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$. Vous devez travailler votre cours de mathématiques avant de jouer à la PS. Lorsque vous affirmez avoir fini d'étudier, vous recevez l'autorisation de fouiller les codes, mais en vain et lorsque vous êtes en $A(3; 4)$ votre père vous indique que les cachettes se trouvent exactement aux points de tangences à (Γ) issues de votre position. Avez-vous réellement bien travaillé votre cours ?

« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »
ENSEIGNANT : DEH NKENGNI RIGOBERT
TEL : 679767867/656782576

ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023
TD : MATHEMATIQUES
CLASSE : 1ERE C&E
DUREE : ……. HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES
CHAPITRE 18 : GEOMETRIE ANALYTIQUES DANS L'ESPACE

Savoir-faire :

- ✓ **Déterminer les coordonnées d'un vecteur dans une base.**
- ✓ **Reconnaitre un repère de l'espace.**
- ✓ **Placer un point dans un repère de l'espace.**
- ✓ **Lire les coordonnées d'un point dans un repère de l'espace.**
- ✓ **Donner un système d'équations paramétriques d'une droite connaissant un vecteur directeur ou deux points.**
- ✓ **Reconnaitre une représentation paramétrique d'une droite et donner un repère de cette dernière.**
- ✓ **Déterminer les équations cartésiennes d'une droite dans l'espace.**
- ✓ **Montrer que deux droites sont coplanaires ; parallèles, sécantes**
- ✓ **Donner un système d'équations paramétriques d'un plan connaissant un point et deux vecteurs non colinéaires ou trois points.**
- ✓ **Déterminer l'équation cartésienne d'un plan.**
- ✓ **Déterminer le vecteur normal d'un plan.**
- ✓ **Montrer que deux plans sont parallèles, sécantes ; perpendiculaires.**
- ✓ **Détermination analytique de la position relative d'une droite et d'un plan de l'espace.**
- ✓ **Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal d'un point sur un plan, sur une droite.**
- ✓ **Distance d'un point à un plan et d'un point à une droite.**

I. Exercices de fixation

RESSOURCE 1 : Repère de l'espace.

📖 **EXERCICE 1 :**

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath};\vec{k})$.

1. Les points $A(1;4;6), B(-5;2;0)$ et $C(-2;3;-3)$ sont-ils alignés ?
2. Les points $A(1;4;6), B(-5;2;0), C(-2;3;-3)$ et $D(2;-2;-4)$ sont-ils coplanaires ?
3. Trouver un point M sur l'axe des abscises situé à 12 cm de $E(-3;4;8)$.
4. On considère les points $P(3;-1;2), Q(0;-4;2)$ et $R(-3;2;1)$.
   a) Justifier que le triangle PQR est isocèle.
   b) Déterminer les coordonnées du centre de gravité de PQR.

RESSOURCE 2 : Equations paramétriques-Equations cartésiennes des droites, positions relatives des droites dans l'espace.

📖 **EXERCICE 2** :

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath};\vec{k})$. On considère la droite (D) passant par les points A et B. Désignons par M un point de (D).

1. Justifier qu'il existe un réel non nul k tel que $\overrightarrow{AM}=k\overrightarrow{AB}$ ou $\overrightarrow{BM}=k\overrightarrow{BM}$.
2. En déduire qu'une équation paramétrique de la droite est (D): $\begin{cases} x=k(x_B-x_A)+x_A \\ y=k(y_B-y_A)+y_A \\ z=k(z_B-z_A)+z_A \end{cases}$.

3. Pour $A(2; 3; -7)$ *et* $B(2; -9; 6)$ déduire l'équation paramétrique de la droite (D).
4. Déterminer l'équation cartésienne de la droite (D') passant par $A(2; 7; 0)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(1; 3; 9)$.

📖 **EXERCICE 3** :

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath}; \vec{k})$. On considère la droite (D_1) d'équation paramétrique $\begin{cases} x = k+1 \\ y = -2k+3 \\ z = 3k-1 \end{cases}$, les points $A(3; -1; 5)$ $B(5; a; b)$ et $C(p^2; q-2; 11)$.

1. Justifier que le point A appartient à la droite (D_1).
2. Déterminer les réels a et b pour que le point B appartient à la droite (D_1).
3. Déterminer les réels p et q pour que le point C appartient à la droite (D_1)

📖 **EXERCICE 3** :

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath}; \vec{k})$. On considère les deux ensembles suivants :

(D_2): $\begin{cases} x = r-5 \\ y = -5r+1 \\ z = 2r + \frac{3}{4} \end{cases}$ et (D_3): $\begin{cases} x+y-z+1 = 0 \\ 2x-y+2z-1 = 0 \end{cases}$.

1. Justifier que (D_2) est la représentation paramétrique d'une droite de l'espace dont on donnera les caractéristiques. En déduire son équation cartésienne.
2. Justifier que (D_3) est l'équation cartésienne d'une droite de l'espace dont on donnera les caractéristiques. En déduire son équation paramétrique.
3. Justifier que les droites (D_2) et (D_3) sont sécantes et déterminer leur point d'intersection.

RESOURCE 3 : **Equations paramétriques et équations cartésiennes d'un plan.**

📖 **EXERCICE 4:**

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath}; \vec{k})$. On considère les points A ; B et C.

1. Justifier que si les points A, B et C sont coplanaires alors ils existent deux réels α et β tels que pour tout point M du plan (ABC), $\overrightarrow{AM} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$.
2. En déduire la forme de l'équation paramétrique du plan passant par A, B et C.
3. Déterminer une paramétrique du plan passant par $A(1; -1; 2), B(2; 1; 5)$ et $C(4; 2; 8)$.

📖 **EXERCICE 5:**

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath}; \vec{k})$. On considère les points $A(1; -1; 2), B(2; -1; 3)$ *et* $C(1; 2; 3)$.

1. Déterminer le système d'équation paramétrique du plan (π) passant par A, B et C.
2. En déduire l'équation cartésienne du plan (π).
3. Déterminer l'équation paramétrique de la droite passant par $P(2\,;\,6\,;\,-7)$ et orthogonale à (π).
4. En déduire les coordonnées du point Q projeté orthogonal de P sur (π).

📖 **EXERCICE 6:**

Resource 4 : **Projeté orthogonal d'un point sur une droite ou sur un plan.**

✍ **Resource 5** :

📖 **Exercice 1** :

On considère la droite (D) passant par $A(1, -2, 0)$ et dirigé par $\vec{u}(1, 1, -1)$. Soit $B(0, 1, -2)$ un point de l'espace.

1. Déterminer les coordonnées du point H, projeté orthogonal de B sur (D).

2. Calculer la distance de B à la droite (D).

Exercice 2 :

On considère les plans (P) et (P') d'équations respectives : $x-y+z+1=0$ et $2x+y-z-1=0$.

1. Vérifier que ces deux plans ne sont pas parallèles.
2. Déterminer une représentation paramétrique de leur intersection (D).
3. Donner une équation cartésienne du plan (P'') passant par $A(1,1,0)$ et perpendiculaire aux deux plans (P) et (P').

Exercice 3 :

On considère les plans (P) et (P') d'équations respectives $3x-4y+1=0$ et $2x-3y+6z-1=0$.

Déterminer l'ensemble des points équidistants de (P) et (P').

II. Exercices de consolidation

Exercice 1 :

A- Soit ABCDEFGH un cube d'arrête a, I le centre du carré BCGF et J le milieu du segment [GH]. On veut montrer de deux façons différentes que le triangle AIJ est rectangle en I.

Méthode 1 :

1. Démontrer que la droite (FC) est orthogonale au plan (ABG).
2. En déduire que les droites (BH) et (FC) sont orthogonales
3. Démontrer que la droite (BH) est orthogonale au plan (ACF)
4. En déduire que les droites (BH) et (AI) sont orthogonales
5. Déduire de la question précédente que le triangle AJI est rectangle en I.

Méthode 2 : L'espace est muni du repère orthonormé $(A,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$, tels que $\overrightarrow{AB}=a\vec{\imath}$; $\overrightarrow{AD}=a\vec{\jmath}$ et $\overrightarrow{AE}=a\vec{k}$.

1. Déterminer en fonction de a les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{IJ}$.
2. En déduire que le triangle AIJ est rectangle en I.

B- L'espace est muni du repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. On considère les points $A(1,2,0)$; $B(-1,2,2)$; $C(-3,0,-1)$. (S) est l'ensemble des points M de l'espace tels que $MA^2-2MB^2=-1$.

1. Ecrire une équation cartésienne du plan (P) passant par C et de vecteur normal $\vec{n}=3\vec{\imath}-4\vec{k}$.
2. Montrer que (S) a pour équation cartésienne : $x^2+y^2+z^2+6x-4y-8z+12=0$.
3. En déduire que (S) est une sphère dont on précisera le centre et le rayon.
4. Montrer que l'intersection de (S) et (P) est un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

Exercice 2 :

1- Résoudre dans IR^3, le système d'équations : $\begin{cases} x+y+z=2 \\ x-2y+3z=5 \\ x+6y-3z=11 \end{cases}$.

2- L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O;\ \vec{\imath};\ \vec{\jmath};\ \vec{k})$. On désigne par ($P_1$), ($P_2$) et ($P_3$) les plans d'équations cartésiennes respectives :

$x+y+z-2=0$; $x-2y+3z-5=0$ et $x+6y-3z-11=0$.

a) Déterminer l'intersection de ces trois plans.
b) Calculer la distance de O au plan (P_1).
c) Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) perpendiculaire au plan (P_1) et passant par le point A(2 ; 1 ; 0).

Exercice 3 :

On donne dans l'espace la droite (D) qui pour système d'équations cartésiennes $\begin{cases} x-2y+z=0 \\ 2x-y+z-1=0 \end{cases}$

et les points A(-1 ; 2 ; -1) ; B(1 ; 1 ; 0) ; $C\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};0\right)$ et S(0 ; 1 ; 2).

1- Placer les points A, B, C et S dans un repère orthonormé de l'espace.
2- Ecrire une équation cartésienne du plan (P) passant par A et orthogonal à (D).
3- a) Vérifier que $S \in (D); B \in (P)$ et $C \in (P)$.
   b) Justifier que le triangle ABC est rectangle en C.
   c) Calculer l'aire du triangle ABC.
   d) Calculer la distance de S au plan (P).
4- Justifier que SACB est un tétraèdre ; puis calculer son volume.

📖 **Exercice 4** :

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath}; \vec{k})$. On considère les points $A(-1; 2; 1)$; $B(1; -6; -1)$; $C(2; 2; 2)$ et $D(0; 1; -1)$.

1. a) Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

   b) Déterminer une équation du plan (ABC)

2. vérifier que D n'appartient pas au plan (ABC) et déterminer la nature de ABCD.

3. Soient (P) le plan d'équation $x + y - 3z + 2 = 0$ et (Q) le plan de repère $(O; \vec{\imath}; \vec{k})$.
   a) Montrer que les plans (P) et (Q) sont sécants.
   b) Donner une représentation paramétrique de leur droite d'intersection.
4. Ecrire une équation cartésienne de la sphère (S) de centre D et de rayon 2.
5. Soient J et K les points de coordonnées (-2 ; 0 ; 0) et (1 ; 0 ; 1) respectivement. Déterminer avec soin l'intersection de (S) et de la droite (JK).

📖 **Exercice 5** :

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$. On considère :

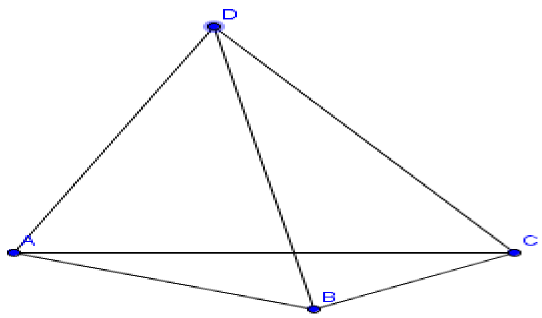
- Le plan (P) passant par B(1, -2, 1) et de vecteur normal $\vec{n}(-2,1,5)$
- Le plan (Q) d'équation cartésienne : $x + 2y - 7 = 0$
- (D) l'intersection des plans (P) et (Q).
- Le point A(5, -2, -1).

1- Déterminer une équation cartésienne de (P), puis montré que (P) et (Q) sont perpendiculaires.
2- a) Calculer la distance du point A au plan (P), puis la distance du point A au plan (Q).
   b) En déduire la distance du point A à la droite (D).
3. a) Trouver une représentation paramétrique de la droite (D).
   b) Soit M un point de (D) de paramètre t. On pose : $\varphi(t) = AM^2$.
   - Exprimer $\varphi(t)$ en fonction de t.
   - Montrer que la fonction φ admet un minimun en un point t_0 .

Interpréter géométriquement le nombre $\sqrt{\varphi(t_0)}$

III. Apprentissage à l'intégration

📖 **Exercice 1** :



Soit ABCD un tétraèdre régulier : On pose $\overrightarrow{AB} = \vec{\imath}$; $\overrightarrow{AC} = \vec{\jmath}$; $\overrightarrow{AD} = \vec{h}$. On désigne par I, J et K les points définis par : $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\vec{\imath}$; $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\vec{\jmath}$ et $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}\vec{\imath}$.

1. Justifier que $(\vec{\imath};\, \vec{\jmath};\, \vec{h})$ est une base.
2. Déterminer dans cette base un couple de vecteurs directeurs du plan (IJK).
3. Démontrer que les droites (CD) et le plan (IJK) sont sécants.
4. Déterminer alors les coordonnées de leur point d'intersection E, dans le repère $(A;\, \vec{\imath};\, \vec{\jmath};\, \vec{h})$.
5. Soit F le barycentre de $(I;\, -1)$ et $(J; 2)$. Démontrer que G est le point d'intersection des droites (BC) et (EF).
6. Démontrer que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BC} = \vec{0}$.

En déduire que si (AB) est orthogonale à (CD) et (AC) orthogonale à (BD) alors (AD) est orthogonale à (BC)

Exercice 2 :

Le plan affine euclidien E est rapporté à un repère orthonormé $(A;\, \vec{\imath};\, \vec{\jmath};\, \vec{h})$. On considère les points A et B de coordonnées respectives $(1, 1, 1)$ et $(-1, 1, 2)$, le vecteur $\vec{u} = 3\vec{\imath} - \vec{\jmath} + \vec{k}$, la droite (D) passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$, le plan (P) contient B et orthogonal à (D) en un point C.

1. Écrire une équation cartésienne de (P).
2. Calculer les coordonnées de C.
3. En déduire la distance du point B à la droite (D).

Exercice 3 :

Dans l'espace rapporté a un repère orthonormé, on donne le point $A(4;\, -3; 5)$ et le plan (P) d'équation cartésienne : $3x - 2y + z + 5 = 0$.

1. Montrer que le vecteur $\vec{n}(3;\, -2; 1)$ est un vecteur normal du plan (P).
2. Soit (D) la droite passant par A et orthogonale à (P).
   a) Déterminer une représentation paramétrique de (D).
   b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection H de la droite (D) et (P).
3. En déduire la distance de A à (P).

Exercice 4 :

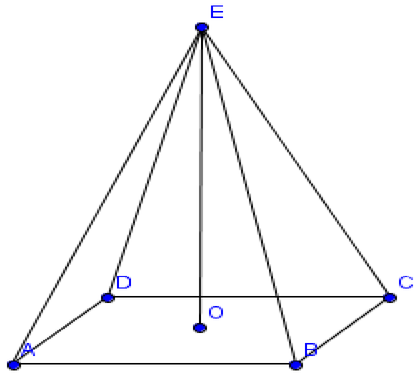
Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O;\, \vec{\imath};\, \vec{\jmath};\, \vec{h})$, on considère les points $A(2, 0, 0)$; $B(0, 3, 0)$ et $C(0, 0, 4)$.

1. Démontrer que les points A, B et C définissent un plan.
2. Donner une représentation paramétrique du plan (ABC).
3. On considère le plan (Q) d'équation cartésienne $x - 2z - 2 = 0$.
   a) Démontrer que les plans (ABC) et (Q) sont orthogonaux.
   c) Déterminer une représentation paramétrique de leur intersection.

Exercice 5 :

Dans l'espace on considère la pyramide régulière ABCDE dont la base est le carré ABCD et la hauteur (EO), droite perpendiculaire en O au plan ABC. I et J désignent les milieux respectifs des arêtes [BE] et [DE]. Les faces sont des triangles équilatéraux. On suppose dans cette partie AB = 4cm.

1. Démontrer que les droites (IJ) et (EO) sont perpendiculaires.
2. Dessiner en dimensions réelles le triangle DEB.
3. Calculer la valeur exacte de EO.
4. Calculer l'aire latérale de la pyramide. 1 pt



5. On réalise la section de cette pyramide par le plan (DEB).
6. Déterminer la nature et le volume du solide DBCE.

IV. Activités d'intégration

(Concevoir des activités type évaluation des compétences.)

- **Situation 1** :
- **Situation 2** :

« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES

LES GRANDPROFS DE MATHS « GPM »

ENSEIGNANT : Keith KENYO

TEL : 693208441

ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023

TD : MATHEMATIQUES

CLASSE : 1^{ERE} C&E

DUREE : 6 HEURES

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES

CHAPITRE 19 : MATRICES D'UNE APPLICATION LINEAIRE

Savoir-faire :

- ✓ **Traduire la représentation des données par une matrice ;**
- ✓ **Calculer la somme de deux matrices, le produit d'une matrice par un réel, le produit de deux matrices ;**
- ✓ **Ecrire la matrice d'une application linéaire dans une base donnée.**
- ✓ **Donner la matrice de l'automorphisme réciproque d'un automorphisme du plan.**
- ✓ **Calculer le déterminant d'une matrice carrée d'ordre 2**
- ✓ **Résoudre d'autres problèmes tels que les systèmes de deux équations linéaires dans $\mathbb{R}^2$.**
- ✓ **Calculer les coordonnées de l'image d'un vecteur en utilisant un produit de deux matrices.**
- ✓ **Montrer qu'une matrice carrée d'ordre 2 est inversible.**
- ✓ **Déterminer l'inverse d'une matrice carrée inversible.**
- ✓ **Déterminer la matrice de la somme de deux applications linéaires, du produit d'une application linéaire par un réel, de la composée de deux applications linéaires.**

I. Exercices de fixation

✍ **Ressource 1 :** Calculer la somme, le produit de deux matrices, le produits d'une matrice par un réel

📖 EXERCICE **: 1**

Soit A = $\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ la matrice de l'application f dans une base B définie de E dans E et A' = $\begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix}$ la matrice de l'application g dans une base B définie de E dans E. On appelle I la matrice de l'application identique.

Complète les pointillés suivants :

4) A = A' veut dire : ……………..
……………..
……………..
……………..
5) La matrice de l'application $f+g$ s'écrit ……………………
6) La matrice de l'application λf s'écrit ……………………
7) Que représente la matrice A+N où N est l'application nulle ? ………………………
8) a. Calculer A×A' ? …………………………..
   b. Calculer A'×A ? …………………………..
   c. A-t-on toujours A×A' = A'×A ? ………………………
9) a. La matrice I×A est égal à ………………………………..
   b. La matrice A×I est égal à ………………………………..

c. Que peut-on dire concernant la matrice I par rapport à l'opération × ?

📖 EXERCICE : **2**

On pose A = $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ et B = $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ les matrices respectives de f et g dans la base B

Calculer

a. A+B

b. -2A

c. A-2B

d. I×A

e. A×B

f. B×A

g. A

II. Exercices de consolidation

Exercice 1 :

Soit la matrice A = $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

Démontrer qu'il existe deux réels a et b tels que A² = $aA + bI$ avec I la matrice identité.

Exercice 2 :

Soit la matrice A = $\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$

Calculer A², A^3, A^4, … ; en déduire A^n, pour tout n entier naturel.

Exercice 3 :

Soit E un espace vectoriel de base B = (i, j). f une application linéaire de E dans E telle que M(f, B) = A Soit $\vec{e}$ et $\vec{e'}$ deux vecteurs définis par $\vec{e} = -2\vec{i} + \vec{j}$ et $\vec{e'} = \vec{i} + \vec{j}$

1) Montrer que B' = $(\vec{e}, \vec{e'})$ est une base de E
2) Donner la matrice de f dans la base B
3) Donner la matrice de passage de la base B à la base B'
4) Déterminer $A' = M(f, B')$

Exercice 4 :

Soit f une application linéaire de E dans E. $B = (i, j)$ est une base de E. A la matrice de f dans la base B

On pose A = $\begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

1) Déterminer un réel k pour qu'il existe au moins un vecteur X non nul qui vérifie $f(X) = kX$
2) On donne $i' = 2i - j$ et $j' = 2i + j$

   a) Démontrer que B' = (i', j') est une base de E

   b) Déterminer $M(f, B')$

Exercice 5 :

Soit E un espace vectoriel sur IR muni d'une base $B = (i, j)$. f une application linéaire de E dans E définie par : $\begin{cases} f : E \to E \\ \vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \vec{u'}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \text{ tel que } \begin{cases} x' = -2x + y \\ y' = 2x + y \end{cases} \end{cases}$

1) Déterminer les images des vecteurs de E suivants par f : $u = (-2, 0)$ et $v = (1, 2)$

2) a) Donner la matrice de f dans la base B

   b) Montrer que f est un isomorphisme d'espace vectoriel

3) Déterminer $Ker\ (f)$ et $Im\ (f)$, et en déduire leur dimension

4) Soit $e = -2i + j$ et $e' = 2i + j$ deux vecteurs de E

a) Montrer que le système B'= (e, e ') est une base de E

b) Donner la matrice de passage P de la base B à la base B'

c) Justifier que P est inversible et déterminer son inverse P^{-1}

d) Donner les coordonnées du vecteur u ci-dessus dans la base B'

e) Donner la matrice de f dans la base B'

5) On définit l'application linéaire g de E dans E définie par $g(i) = \frac{1}{2}i + 2j$ et $g(j) = i + 4j$

a) Déterminer N (f) et Im (f), préciser si possible une base de chaque ensemble

b) En déduire que g n'est pas une application linéaire bijective ?

c) Déterminer l'expression analytique de $f°g$

d) $f°g$ est-elle bijective ? justifier votre réponse

📖 **Exercice 6** :

Soit E un espace vectoriel rapporté à une base orthonormée $B = (i, j)$. On considère l'application linéaire f de E dans E telle que : $f(i) = i + j\sqrt{3}$ et $f(j) = i\sqrt{3} - j$

1) a) Donner la matrice de f dans la base B

b) Prouver que f est bijective

2) On définit l'application g de E dans E par $g(X) = a\,f(X)$ où a est un réel et X est un vecteur de E

a) Prouver que g est une application linéaire

b) Trouver les valeurs de a pour lesquelles det $M(g, B)$ = -1

Dans toute la suite on pose $a = -1$

a) Déterminer D_1 l'ensemble des vecteurs u de E tels que $g(u) = -u$ en précisant une base de D_1

b) Déterminer D_2 l'ensemble des vecteurs u de E tels que $g(u) = u$ en précisant une base de D_2

c) Montrer que D_1 et D_2 sont des sous espaces vectoriels orthogonaux de E

📖 **Exercice 7** :

Soit E un espace vectoriel réel de dimension 2, (i, j) une base de E. Soit m un réel. On définit l'application linéaire f de E dans E par : $\begin{cases} f(\vec{i}) = m\vec{i} + (m+1)\vec{j} \\ f(\vec{j}) = (m-1)\vec{i} + (m-2)\vec{j} \end{cases}$

I- Soit u un vecteur de E de coordonnées (x, y) dans la base (i, j)

1) Déterminer $f(u)$ en fonction de m, x, y, i et j

2) a) Quelle est la matrice A de f dans la base (i, j) ?

b) Pour quelle valeur de m l'application f est-elle bijective ?

3) a) Calculer A^2

b) Pour quelle valeur de m l'application f est-elle involutive ? (C'est-à-dire $f{\circ}f = IdE$)

c) Déterminer dans ce cas l'ensemble des vecteurs invariants par f

II-On suppose $m = 3$

1) Soit k un réel et F = $\{u \in E \,/\, f(u) = ku\}$

a) Démontrer que pour tout k réel, $0_E \in F$

b) Démontrer que F est un sous espace vectoriel de E

2) Déterminer les sous espace vectoriels D_1 et D_2 de E définis par :

$D_1 = \{u \in E \,/\, f(u) = -u\}$ et $D_2 = \{u \in E \,/\, f(u) = 5u\}$

(On donnera une base dans chaque cas)

3) Soit u_1 une base de D_1 et u_2 une base de D_2

a) Démontrer que (u_1, u_2) est une base de E

b) Quelle est la matrice de f dans cette base

📖 **Exercice 8** :

E est un espace vectoriel euclidien rapporté à une base orthonormée B = (i, j). On désigne par f l'endomorphisme de E qui à tout vecteur $u = xi + yj$ associe le vecteur $f(u) = \left(\left(\sqrt{2}\cos t - 1\right)x + y\cos t\right)i + \left(2x\sin t + \left(\sqrt{2}\cos t + 1\right)y\right)j$ où t est un paramètre réel

1) Donner la matrice de f dans la base B

2) a) Pour quelles valeurs de t f n'est-elle pas bijective ?

b) Représenter les valeurs de t ainsi trouvées sur un cercle trigonométrique

On suppose dans tout le reste du problème que $t = \frac{\pi}{4}$

3) Pour tout $u = xi + yj$ donner l'expression de $f(u)$

4) A tout nombre réel λ, on associe le sous-ensemble F_λ de E tel que $F_\lambda = \{u \in E / f(u) = \lambda u\}$

a) Montrer que F_λ est un sous espace vectoriel de E

b) Montrer qu'un vecteur u appartient à F_λ si et seulement si son couple de coordonnées (x, y) est solution du système : $\begin{cases} -\lambda x + \frac{\sqrt{2}}{2}y = 0 \\ \sqrt{2}x + (2-\lambda)y = 0 \end{cases}$

c) Déterminer λ pour qu'il existe au moins un vecteur non nul appartenant à F_λ

5-On désigne par F l'ensembles de vecteurs u de E tels que $f(u) = \left(1-\sqrt{2}\right)u$ et par G l'ensemble des vecteurs v de E tels que : $f(v) = \left(1+\sqrt{2}\right)v$

a) Montrer que F et G sont deux sous espaces vectoriels de E de dimension 1

b) Soient $i' = i + (\sqrt{2}-2)j$ et $j' = \left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)i + j$

i) Montrer que B' = (i', j') est une base de E

ii) Montrer que i' appartient à F et que j' appartient à G

iii) En déduire la matrice de f dans la base B'.

📖 **Exercice 9** :

Soient E un plan vectoriel réel et B = (i, j) une base de E. m étant un réel quelconque, on appelle f_m l'endomorphisme de E dont la matrice Am par rapport à la base B est Am = $\begin{pmatrix} m & 1 \\ 1 & m \end{pmatrix}$

1. Déterminer les réels m pour lesquels f_m est un automorphisme.
2. Trouver le noyau de chacun des endomorphismes f_m qui ne sont pas des automorphismes.

📖 **Exercice 9** :

On considère un plan vectoriel E. Soit *B* = (i, j) une base de E et f un endomorphisme de E dont la matrice dans *B* est définie par : A = $\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$

I/

1- Montrer que $fof = \theta$ où θ est l'endomorphisme nul de E. En déduire que f n'est pas bijectif.

2- Déterminer le noyau E_1 de f

3- Déterminer l'image E_2 de f puis comparer E_1 et E_2

4- Soit *u* un vecteur non nul de E_1, montrer qu'il existe un vecteur *v* de E tel que f(*v*) = *u*. Montrer que (*u*, *v*) est une base de E et écrire la matrice de f dans la base (*u*, *v*)

II/

On considère l'ensemble ***F*** des endomorphisme de E de la forme $g = af + b\,IdE$ où a et b

désignent des réels quelconques et Id_E l'application identique de E.

1- Montrer que ***F*** muni de l'addition des endomorphismes et de la multiplication des endomorphismes par un réel est un IR-e-v

2- Montrer que (IdE, f) est une base de ***F***

3- Montrer que ***F*** est stable pour la loi o de composition des applications

4- Déterminer a et b pour que $g = af + bIdE$ admette un symétrique dans *F* pour la loi o
Soit g^{-1} ce symétrique. Exprimer g^{-1} en fonction de f et IdE

5- Déterminer l'ensemble des éléments g de *F* tels que $gog = IdE$

« La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail. ».