

COLLECTION "MA PLUME"



Karl Friedrich GAUSS,
Mathématicien Allemand (1777-1855)

Recueil d'épreuves- Première A-B



Euclide, Mathématicien grec
(IVe-IIIe s av. J.-E.)



$$f(x) = \frac{x+3}{x-1}$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

Auteur : Louis Boniface KOUTON



+229 67 52 39 39 ; 95 33 90 98 ; 67 77 74 66 ; 41 25 25 42



louisbonifacek@gmail.com; hotmailkouton@gmail.com

« Le génie est fait de 1% d'inspiration et de 99% de transpiration »

Avant-propos

Les élèves des classes de première A et B trouveront dans ce fascicule une gamme d'épreuves variées dont les corrigés ne figurent pas dans ce volume. Ces sujets ont été choisis non seulement pour leur valeur d'exemples, mettant en œuvre des calculs, des modes de raisonnement et des notions dont la maîtrise est essentielle mais aussi, de façon à couvrir l'ensemble des questions les plus importantes figurant dans les programmes en vigueur dans les classes de première A et B de l'enseignement secondaire général au Bénin.

Enfin, nous accueillerons avec gratitude les observations, suggestions et critiques que les lecteurs ne manqueront pas de nous adresser.

Ainsi nous espérons que cet ouvrage répondra mieux aux attentes des lecteurs.

Avec la collection "Ma Plume", démystifions les mathématiques...

L'auteur : Louis Boniface Kouton



Conseils pratiques

Les Mathématiques, depuis toujours, sont des mystères pour les élèves, tout simplement parce qu'ils ignorent certains principes d'apprentissage :

- ☞ la connaissance
- ☞ la compréhension
- ☞ l'application
- ☞ l'analyse
- ☞ la synthèse

Ces cinq différents principes sont primordiaux pour assimiler les cours de mathématiques afin de pouvoir aisément traiter des exercices ...

La connaissance

Cette étape passe par la mémorisation des définitions, des propriétés et des formules.

Chaque élève doit être capable de se souvenir simplement, de se rappeler des formules qu'il a vu durant le cours ...

La compréhension

Elle vient après la connaissance ; en effet peut-on comprendre ce qu'on ne connaît pas ?

Comprendre les formules, c'est saisir leur signification afin de pouvoir les traduire, les interpréter, les reformuler.

L'application

C'est utiliser ce qu'on a compris dans des situations nouvelles ; résoudre un exercice qui fait simplement appel à votre mémoire et votre compréhension : passer du général au concret.

L'analyse

Cette étape consiste à décomposer les parties d'un exercice, identifier les formules à utiliser : mettre en relation vos connaissances, votre compréhension et votre attitude à appliquer les formules.

La synthèse

C'est mettre en rapport des connaissances des différentes parties d'une leçon ou de plusieurs leçons.

Etapes de la résolution d'un problème en Mathématiques

La résolution d'un problème passe par les trois étapes suivantes :

- ☞ Comprendre le travail demandé.
- ☞ Rechercher les outils convenables.
- ☞ Faire le travail.

Pour comprendre le travail demandé

- Ayez une disposition intérieure positive, en vous concentrant au plus, en refusant les tremblements, les agitations intérieures et la peur. Acceptez que le travail est de votre niveau et que vous avez les compétences pour le faire.
- Lisez l'énoncé en intégralité une première fois, en vous méfiant des toutes premières impressions ; elles peuvent être trompeuses. Repérez à partir de cette lecture les parties du cours mises en évidence dans l'énoncé.
- Relisez l'énoncé une deuxième fois (voire une troisième fois, ...) en faisant attention à tous les détails possibles surtout mettre à la lumière le travail demandé ; essayez de reformuler s'il y a lieu l'énoncé pour mieux le comprendre.

Pour rechercher les outils convenables

- Dégagez en vous-même ou au brouillon les outils ciblés : ce sont généralement des définitions, des théorèmes, des propriétés, des propositions, des règles ... Par l'énoncé du problème, on peut facilement retrouver les outils nécessaires pour le travail.
- Si la question est de "démontrer que...", si il ne s'agit pas d'un calcul algébrique, ce qu'il faut démontrer est généralement la conclusion d'un théorème ; ce théorème est l'outil approprié pour le travail ; il s'agira alors de démontrer que l'hypothèse ou les hypothèses de ce théorème est ou sont réalisée(s).
- Si la question est "Déduis-en que..", l'outil ou les outils est ou sont souvent dans le travail qui précède cette question, c'est à dire tout juste au-dessus de la question "déduis-en"

Pour faire (ou exécuter) le travail

- 1) Commencez la résolution par la première question (si possible) en respectant les consignes suivantes :

- Mettez sur les copies les données de l'énoncé.
 - Mettez le numéro de la question ; nommez ou conjuguez la question posée ; séparez les questions en sautant des lignes.
 - Exploitez le fait que dans un problème de mathématiques, les questions sont souvent liées les unes aux autres. Souvent les solutions à une question posée sont données vers le bas sous forme de désignation ou de considération.
 - La réponse trouvée à une question devient souvent "une porte de sortie", un "outil" une hypothèse, pour les questions suivantes.
 - En général des questions du genre : **Montre que ... ; Démontre que ... ; Déduis-en que ...**, lorsqu'il ne s'agit pas de calculs algébriques, font souvent appels à des "outils" du cours (théorèmes, propriétés, définitions,...) ; la relation ou la proposition à montrer ou à démontrer est souvent la conclusion d'un théorème, ou d'une propriété : Lorsque vous voulez alors appliquer un théorème comme outil, vérifiez que vous êtes dans le contexte et que les hypothèses sont réunies : (elles sont souvent des données dans l'énoncé, ou des réponses à des questions précédentes).
 - Tirez profit de la formulation et de l'enchaînement des questions. En particulier, une question commençant par : Déduis-en que ..., s'appuie généralement sur le(s) résultat(s) de la (des) question(s) précédente(s).
 - Exploitez les indications ou les méthodes imposées.
 - Respectez les notations imposées et les unités données.
 - L'un des critères d'évaluation de votre copie est la qualité et la rigueur de la rédaction ; n'oubliez donc pas d'expliquer clairement votre raisonnement.
 - Vérifiez si vos résultats sont cohérents, sont logiques :
- 2) Les calculs, les résolutions algébriques pourraient être faits à la brouillonne et rédigés immédiatement sur la copie question après question. Vérifiez les résultats avant de passer à la question suivante.
 - 3) Essayez de vous réserver un quart d'heure pour relire votre copie et faire les dernières mises au point si le temps vous le permet.



Devoirs surveillés

Situation d'évaluation n°1

Contexte

FAGAL est une société spécialisée dans la commercialisation des téléphones portables. Pour l'implantation d'un de ses filiales dans la ville de Porto-Novo, le promoteur Monsieur Mikplonwé procède à une étude approfondie du marché qui lui permet de déterminer (en centaines de francs CFA) pour un nombre x de téléphones portables, le coût d'achat $C(x)$; la recette $R(x)$ et le bénéfice $B(x)$ donnés par les expressions suivantes : $C(x) = 4x^2 - 360x - 6300$; $R(x) = 12x^2 - 600x + 7500$ et $B(x) = R(x) - C(x)$. Mr Mikplonwé voudrait avoir une idée sur les quantités vendues pour juger de la faisabilité de son projet et se pose quelques questions. Son fils Sohouto, élève en classe première littéraire, reconnaît ces expressions et décide d'aider son père à trouver des réponses à partir de ses connaissances mathématiques.

Tâche : Tu vas faire comme Sohouto en utilisant tes connaissances pour résoudre les problèmes suivants :

Problème 1

- 1) Donne un nom aux expressions algébriques $C(x)$ et $R(x)$.
- 2) (a) Ecris sous forme canonique l'expression algébrique $C(x)$.
(b) Factorise si possible $C(x)$ à partir de sa forme canonique.
- 3) (a) Résous dans $\mathbb{R}$ les équations $C(x) = 0$.
(a) Déduis-en le nombre de téléphones portables vendus pour $C(x) = 0$.
- 4) Justifie que $B(x) = 8x^2 - 240x + 13800$.
- 5) Détermine le bénéfice réalisé en centaines de francs CFA pour 105 téléphones portables vendus.

Problème 2

Monsieur Mikplonwé, convaincu de la rentabilité de son projet, contracte un prêt auprès d'une banque de la place à un taux d'intérêt t vérifiant $P(t) = t^3 -$

$4t^2 + 5t - 2$. Il loue ensuite un magasin de forme rectangulaire dont le périmètre est 140 m et la surface est 1200 m^2 .

- 6) (a) Calcule $P(2)$.
(b) Détermine s'il existe un polynôme Q du second degré tel que $P(t) = (t - 2)Q(t)$.
- 7) On note par L la longueur du magasin et l sa largeur.
(a) Calcule $D = L + l$ et $A = L \times l$.
(b) Justifie que L et l sont les solutions de l'équation $x^2 - 70x + 1200 = 0$.
- 8) (a) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 - 70x + 1200 = 0$.
(b) Détermine les dimensions du magasin.
- 9) On pose $f(x) = x^2 - 5x + 4$.
(a) Etudie le signe de $f(x)$.
(b) Résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) > 0$.

Situation d'évaluation n°2

Contexte : Au marché

Pour bien préparer les fêtes de fin d'année, Madame Kodjo a acheté au marché Arzèkè un certain nombre de pièces de tissu pour 43200 F CFA. Si pour la même somme, elle avait eu 2 pièces de moins, la pièce lui aurait coûté 300 F CFA de plus. Eprouvant des difficultés pour déterminer le nombre de pièces qu'elle devra acheter et le prix d'une pièce, elle consulte sa fille Niha en classe de 1^{ère} pour l'aider.

Tâche : Tu devras aider Niha en résolvant les problèmes ci-après.

Problème 1

En désignant par x le nombre de pièces et par y le prix d'une pièce :

- 1) (a) Justifie que x et y sont solutions du système
$$\begin{cases} xy = 43\,200 \\ 300x - 2y - 600 = 0 \end{cases}$$

(b) Démontre que la résolution du système précédent conduit à la l'équation $x^2 - 2x - 288 = 0$.
- 2) On pose $t(x) = x^2 - 2x - 288$.
(a) Détermine les racines de $t(x)$ puis donne une factorisation de $t(x)$.
(b) Déduis-en le nombre de pièces achetées et le prix d'une pièce.

Problème 2

On considère le polynôme $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$.

- 3) Vérifie que -2 est une racine de P .
- 4) (a) Justifie que $P(x) = (x + 2)(x^2 - 4x + 3)$.
(b) Détermine les racines du polynôme $x^2 - 4x + 3$.
(c) Déduis-en une factorisation de $P(x)$.
- 5) Etudie le signe de $P(x)$ pour tout réel x .
- 6) Résous dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $P(x) > 0$.

Situation d'évaluation n°3

Contexte :

Une entreprise de maroquinerie fabrique et vend cinq types A, B, C, D et E de sacs de luxe. Suite à la mévente due à la fermeture des frontières Nigérianes, le PDG décide de contrôler les liquidations. Le comptable lui fournit les informations suivantes. Les bénéfices réalisés après-vente des cinq types A, B, C, D et E de sacs sont respectivement donnés par les fonctions : $f_1(x) = 2(x + 1)(x - 3)$; $f_2(x) = -4x^2 + 10x - 6$; $f_3(x) = -x^2 + 3x - 2$; $f_4(x) = x^3 - 7x + 6$ et $f_5(x) = x^4 - 5x^2 + 4$ où x est le nombre de sac et les bénéfices en milliers de francs. Le PDG doit utiliser chacun des polynômes ci-dessus afin de déterminer le nombre de sacs à fabriquer pour relancer l'économie de l'entreprise. Face à son incapacité de déterminer les racines d'un polynôme du second degré, il invite sa fille Frida, élève en classe de première littéraire à l'aider.

Tâche : Tu t'associeras à Frida en l'aidant à satisfaire les préoccupations de son papa à travers la résolution des deux problèmes suivants.

Problème 1

- 1) (a) Développe ; réduis puis ordonne suivant les puissances croissantes de x , $f_1(x)$.
(b) Donne pour $f_1(x)$ le coefficient du terme de degré 2, du terme de degré 1 et du terme de degré 0.
(c) Ecris $f_1(x)$ sous forme canonique.
- 2) (a) Résous dans $\mathbb{R}$ les équations $f_2(x) = 0$ et $f_3(x) = 0$.
(b) Déduis donc le nombre de sacs de type B et le nombre de sacs de type C à vendre pour avoir zéro bénéfice de l'entreprise.

Problème 2

Le PDG instruit le comptable de regrouper les sacs de type D et les sacs de type C afin de rendre plus facile la gestion de la vente de ces deux cas. Pour cela, le

comptable désigne par d le nombre de sacs de type D et par e le nombre de sacs de type E à vendre pour reprendre à zéro le bénéfice réalisé par la vente de ces types de sacs.

- 3) (a) Justifie que 1 est une racine du polynôme $f_4(x)$.
(b) Détermine a, b et c tels que $f_4(x) = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$.
(c) Achève la résolution de l'équation $f_4(x) = 0$.
- 4) (a) En posant $X = x^2$, ramène l'équation $(E): f_5(x) = 0$ à une équation (E') d'inconnu X .
(b) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation (E') .
(c) Déduis-en les solutions de l'équation $(E): f_5(x) = 0$ dans $\mathbb{R}$.
- 5) On pose $S = d + e = 3$ et $P = d \times e = 1$.
(a) Justifie d et e sont solutions d'une équation à déterminer.
(b) Détermine les valeurs de d et e .
(c) Dis si le PDG a raison et donne le nombre de sacs de chaque type de sacs à vendre pour reprendre à zéro le bénéfice de ces deux types de sacs.

Situation d'évaluation n°4

Contexte : Le Laboureur et ses enfants

RIO, un riche laboureur sentant sa mort prochaine fit venir ses enfants et leur dit : « je suis sur le point de rejoindre les ancêtres, n'oubliez pas que le travail est un trésor.

☞ J'ai une ferme à Nimbé délimité par un domaine **rectangulaire dont la longueur L et la largeur l sont les racines du polynôme**

$$R(x) = x^2 - 32x + 240.$$

J'y ai semé du maïs et du haricot séparés par les courbes représentatives des fonctions f ; g et h dont les expressions sont :

$$f(x) = 3x^2 + 5x - 2$$

$$g(x) = x^2 - 4x + 4$$

$$h(x) = 2x^2 + 2x + 3$$

☞ J'ai fait cacher dans une partie de notre vaste domaine un trésor précieux. Cette partie est délimitée par des points dont les abscisses sont solutions de l'inéquation $(I_1): x^2 - x - 6 < 0$. Je vous confie ce trésor continua le vieux RIO, fructifiez le, et surtout n'oubliez pas ceci : le travail opiniâtre vient à bout de tout ».

Les enfants de RIO n'ayant pas des aptitudes en mathématiques, sollicite ton aide pour situer la cachette du trésor.

Tâche : Tu vas aider les enfants de RIO à situer la cachette du trésor.

Problème 1

- 1) On considère un polynôme du second degré $P(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \in \mathbb{R}^*$, $(b, c) \in \mathbb{R}^2$.
 - (a) Donne la forme canonique de $P(x)$.
 - (b) Ecris $f(x)$ et $g(x)$ sous forme canonique.
 - (c) Calcule $h(0)$ et $h(1)$.
- 2) (a) Détermine les racines du polynôme $R(x)$.

(b) Déduis-en les dimensions du terrain du vieux RIO.

Problème 2

On pose $P(x) = x^3 - 7x - 6$.

- 3) Justifie que -1 est une racine de $P(x)$.
- 4) Justifie que $P(x) = (x + 1)(x^2 - x - 6)$.
- 5) On pose $Q(x) = x^2 - x - 6$.
 - (a) Factorise $Q(x)$ puis déduis-en une factorisation de $P(x)$.
 - (b) Etudie le signe du polynôme $Q(x)$ suivant les valeurs de x .
- 6) Déduis-en les abscisses possibles de la zone où le trésor est caché.

Situation d'évaluation n°5

Contexte : Promotion de l'excellence

"Les Elites", est une ONG qui intervient dans le domaine de la promotion de l'excellence en milieu scolaire. Elle organise pour la première fois, une soirée appelée « la nuit des meilleurs », au cours de laquelle les meilleurs apprenants des écoles, lycées et collèges sélectionnés dans un bassin pédagogique seront primés.

- ☞ Le nombre x d'invités hommes et y d'invités femmes attendus au cours de cette soirée de gala sont solutions du système d'équations (S) ci-dessous :
$$\begin{cases} 4x + 9y = 2370 \\ 6x - 5y = 410 \end{cases}$$
- ☞ Le nombre u de lauréats et v de lauréates qui recevront des prix au cours de cette soirée sont solutions du système (S') suivant :
$$\begin{cases} 2u + v = 210 \\ u + 3v = 170 \end{cases}$$
- ☞ Le nombre x' d'écopliers et y' d'écoplières auxquels des prix seront remis sont solutions du système (S_1) noté :
$$\begin{cases} x' - y' = 9 \\ 3x' + y' = 91 \end{cases}$$
- ☞ En dehors des lots en nature, une enveloppe financière d'un montant m sera donnée au meilleur élève et celle d'un montant n sera transmise au meilleur écolier sans distinction du genre. Les montants de ces enveloppes sont solutions de l'équation (E) : $x^2 - 9x + 20 = 0$ où m et n sont exprimés en dizaine de mille tel que $m < n$.

Le père de Yotto, élève en classe de 1^{ère} littéraire, est le président du bureau de l'association des parents d'élèves de ce bassin pédagogique et membre du comité d'organisation de cette soirée. Il sollicite l'aide de son fils pour répondre à certaines de ces préoccupations.

Tâche : Tu vas te substituer à Yotto pour apporter des solutions aux préoccupations de son père.

Problème 1

- 1) Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation (E) puis déduis-en les montants m et n qui seront respectivement donné au meilleur élève et au meilleur écolier.
- 2) Résous le système (S) par la méthode d'addition puis déduis-en le nombre total d'invités attendus à ce gala.
- 3) Résous le système (S') par la méthode de substitution puis déduis-en le nombre u de lauréats et le nombre v de lauréates qui recevront de prix.
- 4) Résous le système (S_1) par la méthode de substitution puis déduis-en le nombre d'écopliers x' et d'écoplières y' qui seront primés.

Problème 2

Il est prévu un concert géant après la soirée de remise des prix. Il sera animé par les groupes folkloriques constitués d'apprenants des écoles, lycées et collèges de ce bassin pédagogique. Les organisateurs voudraient placer le podium de sorte que les coordonnées du point désignant son emplacement soient solutions du système : $(\mathcal{R}) : \begin{cases} x + y + 2 \geq 0 \\ -2x + y - 1 \leq 0 \end{cases}$

On considère un repère orthonormé (O, I, J) tel que : $OI = OJ = 1 \text{ cm}$. Soit les droites (D_1) et (D_2) d'équations respectives : $(D_1) : x + y + 2 = 0$; $(D_2) : -2x + y - 1 = 0$.

- 5) Reproduis, puis complète les tableaux suivants :

(D_1)		(D_2)	
x	y	x	y
0		1	
	2		5

- 6) Construis dans le repère (O, I, J) les droites (D_1) et (D_2) .
- 7) Résous le système $(\mathcal{R})$. (Tu hachureras les parties non solution).

Situation d'évaluation n°6

Contexte : L'implantation d'une usine de boulangerie

L'opérateur économique Kouami désire construire à Copargo une usine de boulangerie. Après quelques renseignements sur la bonne foi de cet opérateur économique, les autorités de la commune, intéressés par le nombre d'entreprises que possède cet opérateur économique, ont noté que les nombres u et v , solutions du système $\begin{cases} 2u + 3v = 68 \\ u - v = -11 \end{cases}$ représentent les nombres respectifs de villes et de villages où M. Kouami a au moins une entreprise. L'équipe, chargée de construire l'usine, est composée des nombres a et b respectivement d'ouvriers et de manœuvres. Ces nombres sont solutions du système $\begin{cases} -a + b = 31 \\ 3a + 7b = 437 \end{cases}$. Olivier, élève en première littéraire, est ami et guide de l'opérateur économique. Il vole au secours de son ami Kouami afin de lui faire connaître le nombre des membres de l'équipe de construction et l'emplacement exact du domaine devant accueillir l'usine.

Tâche : Tu vas jouer le rôle d'Olivier en résolvant les deux problèmes suivants.

Problème 1

- 1) Détermine par la méthode de substitution le nombre de villes et de villages où M. Kouami a au moins une entreprise.
- 2) Déduis-en le nombre minimum d'entreprises que possède l'opérateur économique Kouami.
- 3) Détermine par la méthode de combinaison le nombre d'ouvriers et de manœuvres.
- 4) Déduis-en le nombre des membres de l'équipe de construction de l'usine.

Problème 2

Après quelques formalités commerciales, les autorités de la commune attribuent à l'opérateur Kouami un domaine marqué sur le plan de la commune.

Ce domaine est, dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) , solution du système $(S): \begin{cases} 2x + y - 1 \leq 0 \\ x - y + 3 \geq 0 \end{cases}$. Dans ce même repère la maison d'Olivier est représentée par le point Ω de coordonnées $(-1; 2)$. Kouami souhaiterait que le domicile de son ami et guide soit proche de ce domaine afin que ce dernier participe aisément à la supervision des travaux de construction.

- 5) Construis, dans le repère (O, I, J) , les droites d'équations $2x + y - 1 = 0$ et $x - y + 3 = 0$.
- 6) Déduis-en la résolution graphique du système (S) . Tu vas hachurer les parties non solution.
- 7) Vérifie si le souhait de l'opérateur économique Kouami est exaucé.

Situation d'évaluation n°7

Contexte : Projet d'adduction d'eau

Pour faire face au problème de pénurie d'eau, la maire de Boro désire construire de forages de budget 4.140.000 F . Une entreprise de forage propose le tarif suivant : 10.000 F le premier mètre, 12.000 F le deuxième mètre, 14.000 F le troisième mètre et ainsi de suite en ajoutant chaque fois la somme de 2.000 F sur le coût du mètre précédent.

On désigne par U_n le coût du forage du $n^{\text{ième}}$ mètre et par S_n le coût du forage de profondeur n mètres.

Floride, une élève de la classe de première littéraire, fille du maire se propose de déterminer le coût du forage à chaque mètre, la profondeur maximale ainsi que la quantité de sable retiré du sol au cours du forage.

Tâche : Tu es invitée à jouer le rôle de Floride résolvant les problèmes ci-après.

Problème 1

- 1) (a) Calcule le coût des 4^{ème}, 5^{ème} et 6^{ème} mètre.
(b) Exprime U_{n+1} en fonction de U_n puis déduis-en la nature de la suite (U_n) .
(c) Exprime, pour tout entier naturel non nul n , U_n en fonction de n .
- 2) (a) Calcule $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$.
(b) Justifie que $S_n = 1000n^2 + 9000n$.
- 3) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 + 9x - 4140 = 0$.
- 4) Calcule la profondeur maximale du forage pour ce budget.

Problème 2

La quantité de sables (en tonne) à la fin de chaque mètre est donnée par la suite $(V_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par: $V_n = U_n - 3$ où $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est une suite définie par:
$$\begin{cases} U_1 = 9 \\ U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + 2 \end{cases}$$
 avec n un nombre entier naturel désignant le nombre de mètre.

- 5) (a) Calcule V_1 .
(b) Montre que $(V_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison q et le premier terme.
- 6) Exprime alors V_n en fonction de n .
- 7) Calcule la quantité totale de sables au bout de dix mètres.

Situation d'évaluation n°8

Contexte : Financement

Pour financer les études universitaires de ses jumeaux **Christ** et **Christelle**, nés le 1^{er} janvier 2004, M. **Christophe**, leur papa, a épargné pour chacun d'eux, une somme de **300.000 FCFA**. La part de **Christelle** est investie le même jour dans la commercialisation des boîtes de désherbant et génère un **gain annuel fixe de 30.000 FCFA**. La part de **Christ** est aussi placée, le même jour, dans une banque de la place avec un **taux d'intérêt de 6%**. M. **Christophe** dispose également d'un domaine dont il souhaite connaître les limites. Il se pose des questions sur l'argent investie dans le commerce, le taux d'intérêt de la banque et sur les limites de son domaine. Il sollicite donc l'aide de sa fille aînée **Judith** élève en classe de 1^{ère} littéraire. Cette dernière désigne par U_n l'avoir de **Christ** et par V_n celui de **Christelle** après n années tels que $\begin{cases} V_0 = 300.000 \\ V_{n+1} = V_n + 30.000 \end{cases}$ et $U_n = 300.000(1,06)^n$. Il pose ensuite $S = U_0 + U_1 + \dots + U_{18}$ et $S' = V_0 + V_1 + \dots + V_{18}$.

Christ et **Christelle** doivent disposer de leur avoir respectifs à l'âge de 18 ans pour commencer l'université.

Tâche : Tu vas jouer le rôle de **Judith** en résolvant les problèmes suivants.

Problème 1

- 1) (a) Calcule U_0 et U_1 .
(b) Exprime U_{n+1} en fonction de U_n .
(c) Déduis – en que la suite (U_n) est géométrique et précise sa raison et son premier terme.
- 2) Détermine les trois (03) premiers termes de la suite (V_n) .
- 3) (a) Démontre que (V_n) est une suite arithmétique et précise sa raison et son premier terme.
(b) Déduis – en le terme général de la suite (V_n) .

4) Pour la suite, on pose $V_n = 300.000 + 30.000n$.

- (a) Quel sera le montant de **Christ** et de **Christelle** au 1^{er} janvier 2016 ?
(b) Détermine les somme S et S' .

5) Détermine l'année où les deux frères pourront disposer de leurs avoirs respectifs et calcule l'avoir de **Christ** puis celui de **Christelle** en cette année.

Problème 2

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . Le domaine de **M. Christophe** est représenté par l'ensemble des solutions du système (S_1) :

$$\begin{cases} x + y - 3 \leq 0 \\ 3x + y - 3 \geq 0 \\ x - y - 1 \geq 0 \end{cases} \text{ On donne le système } (S_2): \begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ 3x + y - 3 = 0 \end{cases} \text{ et les}$$

droites : $(D_1) : x + y - 3 = 0$; $(D_2) : 3x + y - 3 = 0$ et $(D_3) : x - y - 1 = 0$.

6) Résous le système (S_2) par la méthode d'addition.

7) (a) Trace dans le même plan, les droites (D_1) , (D_2) et (D_3) .

(b) Déduis – en le domaine de **M. Christophe** en hachurant la partie solution du système (S_1) .

Situation d'évaluation n°9

Contexte

Baba est un vieux éleveur de son village. Il vient de bénéficier d'une tontine de 400.000 F CFA. Il voulait construire des enclos pour ses animaux dont le coût total est évalué à 500.000 F CFA. Voyant qu'il ne pourra pas exécuter son projet avec cette somme de 400.000 F CFA, Baba place à intérêts composés cette somme à la banque au taux d'intérêt annuel de 6 %. Il se demande s'il pourra exécuter son projet après 5 ans de placement. Par ailleurs, Baba s'intéresse au poids des 150 cobayes qu'il dispose au début.

Tâche : Tu es invité à aider Baba à travers la résolution des deux problèmes suivants :

Problème 1

On désigne par C_n la valeur acquise par les 400.000 F CFA au bout de n années.

- 1) Calcule C_1 , C_2 et C_3 .
- 2) (a) Exprime C_{n+1} en fonction de C_n .
(b) Déduis-en que C_n est une suite géométrique dont tu préciseras le premier terme et la raison.
- 3) (a) Exprime C_n en fonction de n .
(b) Déduis-en la valeur acquise par ce capital au bout de 5 ans.
(c) Baba peut-il exécuter son projet après les 5 ans de placement ?

Problème 2

L'analyse des poids de cobayes fournit les résultats consignés dans le tableau suivant :

Poids des cobayes en Kg	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de cobayes	8	20	10	a	14	30	16	21

- 4) Justifie que $a = 31$.
- 5) Donne le mode de cette série statistique en justifiant ta réponse

- 6) Détermine le poids moyen $\bar{x}$ des cobayes.
- 7) Détermine le poids médian Me des cobayes.

Situation d'évaluation n°10

Contexte :

Dans un club sportif, le nombre d'athlètes et leurs poids en kilogrammes, se répartissent de la façon suivante :

Poids	[70; 75[	[75; 80[	[80; 85[	[85; 90[	[90; 95[
Effectifs	6	10	12	15	7

Le salaire annuel actuel de chaque athlète est de 1000000 f CFA. Ce salaire augmente de 5% chaque année et la durée du contrat des athlètes est de 10 ans. Digba l'un des athlètes et élève en classe de première littéraire, décide de faire une étude statistique sur le poids des athlètes puis de déterminer son salaire total pendant la durée du contrat.

Tâche : Tu es invité(e) à te mettre à la place de Digba en résolvant les problèmes suivants

Problème 1

- 1) (a) Construis les polygones des effectifs cumulés croissants et décroissants de cette série.
(b) Déduis-en le poids médian de la série
- 2) Calcule le pourcentage des athlètes ayant un poids.
- 3) (a) Inférieur à 85 kg ;
(b) Supérieur ou égal à 80 kg ;
(c) Compris entre 75 kg et 90 kg.
- 4) (a) Détermine la classe modale.
(b) Calcule le poids moyen et l'écart-type de la série.

Problème 2

On désigne par U_n le salaire de l'année n d'un athlète et U_0 le salaire actuel (salaire de 2020).

- 5) (a) Détermine le salaire de chaque athlète en 2021 et en 2022.

(b) Justifie que $U_{n+1} = 1,05 U_n$ puis déduis-en la nature, la raison et le premier terme de la suite (U_n) .

- 6) (a) Ecris U_n en fonction de n puis calcule le salaire d'un athlète en 2029.
(b) Ecris en fonction de n le salaire total d'un athlète après n année puis déduis-en le salaire total de Digba pendant la durée du contrat.

Situation d'évaluation n°11

Contexte : Construction d'un enclos

Biga, un éleveur du village de Soro, vient de bénéficier d'une tontine de 400.000 F CFA. Il voudrait construire des enclos pour ses animaux dont le coût total est évalué à 500.000 F CFA. Voyant qu'il ne pourra pas exécuter son projet avec cette somme de 400.000 F CFA, Baba place à **intérêts composés** cette somme à la banque au **taux d'intérêt annuel de 6 %**. Il se demande s'il pourra exécuter son projet après 5 ans de placement. Par ailleurs, Baba s'intéresse au poids des 150 cobayes qu'il dispose au début. Pour ce fait, il sollicite l'aide de son fils Bigou, élève en classe de première littéraire qui devra ;

- ☞ vérifier si éventuellement le projet de son père pourra être exécuté ;
- ☞ faire une étude statistique du poids des cobayes dont dispose son père.

Tâche : Tu es invité à aider Baba à travers la résolution des deux problèmes suivants.

Problème 1

On désigne par C_n la valeur acquise par les 400.000 F CFA au bout de n années.

- 1) Calcule C_1 , C_2 et C_3 .
- 2) (a) Justifie que $C_{n+1} = 1,06 \times C_n$.
(b) Déduis-en que C_n est une suite géométrique dont tu préciseras le premier terme et la raison.
- 3) (a) Exprime C_n en fonction de n .
(b) Déduis-en la valeur acquise par ce capital au bout de 5 ans.
(c) Baba peut-il exécuter son projet après les 5 ans de placement ?

Problème 2

L'analyse des poids de cobayes fournit les résultats consignés dans le tableau suivant :

Poids des cobayes en kg	[0; 4[	[4; 6[	[6; 10[	[10; 12[	Total

Nombre de cobayes n_i	30	60	40	20	150
ECC					
ECD					
Centre c_i					
$n_i c_i$					
$c_i - \bar{x}$					
$n_i (c_i - \bar{x})^2$					

- 4) Recopie puis complète le tableau précédent.
- 5) Donne la classe modale de cette série statistique en justifiant ta réponse
- 6) Détermine le poids moyen $\bar{x}$ des cobayes.
- 7) (a) Représente le polygone des effectifs cumulés croissants et décroissants de cette série statistique.
(b) Déduis-en graphiquement, le poids médian M_e des cobayes puis interprète le résultat obtenu.
- 8) Détermine la variance et l'écart-type de cette série.

Situation d'évaluation n°12

Contexte : La banque et ses avantages

Un père de famille désire déposer une somme V_0 de **1.000.000F CFA** afin de pouvoir payer les frais d'étude de son fils dans quelques années. Ces frais sont évalués exactement à **2.078.928F CFA**. Les banques de la place lui ont proposé plusieurs taux à intérêt composé. Ces taux en pourcentage sont :

3 ; 4 ; 5 ; 3 ; 4 ; 5 ; 5 ; 5 ; 5 ; 3 ; 5 ; 4 ; 5 ; 6 ; 6 ; 6 ; 5 ; 3 ; 5 ; 4 ; 5 ; 6 ; 4 ; 4 ; 5.

Bio et Hicham, deux élèves en classe de première littéraire se proposent de faire une étude statistique des taux bancaires. Bio affirme : si le père de famille fait son placement dans une banque qui pratique un taux d'intérêt composé annuel de **5%**, il lui faudra 15ans au moins pour atteindre un capital de **2.078.928F CFA**. Hicham dit : après 14ans de placement à ce même taux, le père peut atteindre le capital de **2.078.928F CFA**.

Tâche : Tu es invité à aider les deux amis dans leur étude et à les départager en résolvant les problèmes suivants.

Problème 1

Les deux amis se proposent d'étudier les caractéristiques de position et de dispersion de la série des taux bancaires.

- 1) Établis le tableau des effectifs et des fréquences de cette série statistique.
- 2) (a) Quel est le taux pratiqué par le plus grand nombre des banques ?
(b) Dis ce que représente ce taux pour la série statistique.
(c) Détermine le taux médian de cette série statistique.
- 3) Ils veulent calculer la moyenne $\bar{x}$; la variance V , et l'écart-type σ de cette série statistique. Pour cela,
(a) Reproduis puis complète le tableau des données ci-dessous :

Taux (modalités x_i) en %	3	4	5	6	Total
Effectifs (n_i)					
$n_i x_i$					
$(x_i - \bar{x})^2$					
$n_i (x_i - \bar{x})^2$					

(b) Calcule la moyenne $\bar{x}$ de cette Série statistique.

(c) Calcule la variance V de cette série puis déduis-en son écart-type.

Problème 2

On suppose que ce père de famille a déposé la somme V_0 dans une banque qui pratique un taux d'intérêt composé annuel de **5%**. On désigne par V_n la valeur acquise par le capital au bout de n années de placement.

- 4) Calcule V_1 ; V_2 et V_3 .
- 5) Exprime V_{n+1} en fonction de V_n puis déduis-en que (V_n) est une suite géométrique dont tu détermineras la raison.
- 6) Sachant que $V_n = (1,05)^n \times V_0$,
(a) Calcule V_{14} et V_{15} .
(b) Dis lequel des deux amis a raison en justifiant ta réponse.

Situation d'évaluation n°13

Contexte :

Au cours de la campagne de vaccination, les agents vaccinateurs ont recueilli des informations dans une des maisons des quartiers Kpénou de la commune de Kandi. Au cours de la phase de renseignement sur les âges des enfants de la maison : les agents vaccinateurs ont reçu les informations suivantes :

- Le plus petit des six enfants de la maison a un âge de 3ans ;
 - Les âges des enfants évoluent en progression arithmétique de raison 2 ;
- Les agents vaccinateurs éprouvent ainsi des difficultés concernant la détermination des âges de ces six enfants.

Tâche : Paul élève en classe en classe première littéraire est invité à aider ces agents vaccinateurs en résolvant les problèmes suivants :

Problème 1

- 1) Définis cette suite arithmétique.
- 2) Calcule les âges des six enfants.
- 3) Soit une suite numérique (U_n) définie par $U_n = 2n + 3$.
 - (a) Ecris U_{n+1} en fonction de (U_n) .
 - (b) Calcule la somme de trente-six (36) premiers termes de cette suite.

Problème 2

Le tableau suivant présente les poids en kilogrammes de 50 enfants vaccinés lors de la vaccination dans cette maison.

Poids	[20 ; 25[	[25 ; 30[	[30 ; 35[	[35 ; 40[	[40 ; 45[
Effectif n_i	9	10	12	15	7

- 4)
 - (a) Donne la nature du caractère étudié.
 - (b) Cite deux caractéristiques de position et deux caractéristiques de dispersion.
- 5) (a) Construis le tableau des effectifs cumulés croissant et décroissant.

(b) Construis les polygones des effectifs cumulés croissant et décroissant.

- 6) Calcule la moyenne et la médiane.
- 7) Détermine la variance et l'écart-type de cette série.

Situation d'évaluation n°14

Contexte : La société KONIBADJE

La société KONIBADJE est spécialisée dans la production de pains. Elle utilise un personnel composé des personnes qui consomment l'un au moins des deux sortes de pains (Bata et non sucré). 12 personnes consomment le pain bata, 8 personnes consomment le pain non sucré et 5 personnes consomment les deux sortes de pains.

Cette société place, le 31 Janvier 2018, à intérêts composés, ses recettes estimées à 1.000.000 FCFA à la BOA, au taux d'intérêt annuel de 5%. U_n est la valeur acquise par ce capital au bout de l'année 2018 + n .

L'ONG YAWA commande 10 pains dont 2 pains bata et 8 pains non sucrés pour le contrôle de qualité.

Konibadjè a des difficultés à étudier la suite (U_n) . Il voudrait en savoir plus sur les valeurs acquises de son capital et sur les poids moyens et médians du pain bata.

Tâche : Tu vas l'aider en résolvant les deux problèmes suivants.

Problème 1

- 1) (a) Détermine l'effectif du personnel de la société Konibadjè.
(b) Détermine le nombre de personnes consommant uniquement du pain bata.
- 2) (a) Calcule U_1 et U_2
(b) Justifie que $U_{n+1} = 1,05U_n$
(c) Ecris U_n en fonction de n .
(d) Calcule la valeur acquise par le capital le 31/01/2025
- 3) On tire successivement et avec remise 3 pains des dix pains commandés par l'ONG YAWA.
(a) Détermine le nombre de tirages possibles.
(b) Détermine le nombre de tirages d'avoir des pains de chaque sorte.

(c) Détermine le nombre de tirages d'avoir dans cet ordre : 2 pains bata et un pain non sucré.

Problème 2

Les poids en dag d'un échantillon de pains bata sont représentés dans le tableau suivant.

Poids en dag	[0; 4[	[4; 6[	[6; 10[	[10; 12[
Nombre de pains batas n_i	6	7	8	4

- 4) (a) Construis un histogramme de cette série
(b) Détermine la classe modale et le mode
- 5) Calcule la moyenne et l'écart type de cette série
- 6) (a) Construis la courbe des effectifs cumulés croissants
(b) Déduis-en graphiquement, le poids médian (médiane) du pain bata.

Situation d'évaluation n°15

Contexte : Un jeune styliste

Dans le but de faire valoir la culture africaine et de contribuer à la réduction de la pauvreté, Rico un jeune styliste s'est installé dans la ville de Boukombé avec son équipe, où ils confectionnent des chaussures en peau d'animaux sauvages. Une visite effectuée dans son entreprise nous permet de constater la commande suivante :

Pointures	38	39	40	41	42	43	44	45
Effectifs n_i	30	10	10	200	20	200	20	10

Rock, l'un des visiteurs, élève en 1^{ère} A est intéressé par ce tableau statistique pour étudier les caractéristiques de position.

Tâche : Tu es invité à aider Rock dans son travail en répondant aux questions suivantes :

Problème 1

- 1) Détermine le (s) mode (s) de cette série statistique.
- 2) Dresse le tableau des effectifs cumulés croissants et décroissants.
- 3) (a) Déduis-en la médiane.
(b) Donne une interprétation de cette médiane.
- 4) Calcule la pointure moyenne de cette commande.

Problème 2

Par ailleurs, les pointures données dans le tableau statistique constituent le second souci de Rock. Il sait qu'il s'agit des termes consécutifs d'une suite.

- 5) (a) De quelle suite numérique s'agit-il ?
(b) Précise le terme et la raison de cette suite numérique.
- 6) On désigne par (U_n) cette suite et $U_0 = 3$. Exprime U_n en fonction de n .
Calcule : u_1 ; u_2 et u_3 .

- 7) Soit S la somme des nombres entiers naturels plus grands que 37 et plus petits que 46. Calcule S (en utilisant une formule relative aux suites arithmétiques).

Situation d'évaluation n°16

Contexte :

Dans une classe de 1^{ère} littéraire de 50 élèves, 27 jouent au basket-ball, 23 jouent au football et 10 pratiquent les deux sports. Les moyennes de notes obtenues par les 50 élèves de cette classe sont réparties comme suit :

Classe	[0; 4[	[4; 8[	[8; 12[	[12; 16[	[16; 20[
Effectif	5	14	20	7	4

Alicia, un élève de cette classe décide de connaître le nombre d'élèves ne pratiquant aucun des deux sports et faire une étude de la série statistique. Il éprouve des difficultés.

Tâche : Tu vas aider Alicia à trouver solution à ses préoccupations en résolvant les problèmes ci-après.

Problème 1

- 1) Dresse le tableau des effectifs cumulés croissants et décroissants puis construis les polygones des effectifs cumulés croissants et décroissants.
- 2) Donne la classe modale de cette série statistique en justifiant ta réponse.
- 3) (a) Représente le polygone des effectifs cumulés croissants et décroissants de cette série statistique.
(b) Déduis-en graphiquement une valeur approchée de la médiane M_e .
- 4) Détermine la variance et l'écart-type de cette série. (Tu donneras les résultats à 10^{-3} près).

Problème 2

On désigne par B l'ensemble des élèves qui pratiquent le basket-ball, par F celui des élèves qui pratiquent le football et par E l'ensemble des élèves de cette classe.

- 5) Élabore un diagramme permettant de présenter la situation.

- 6) Détermine $\text{card}(E)$; $\text{card}(B)$; $\text{card}(F)$; $\text{card}(B \cap F)$ puis $\text{card}(B \cup F)$.
- 7) (a) Détermine le nombre N_1 d'élèves qui pratiquent uniquement le basket-ball.
(b) Détermine le nombre N_2 d'élèves qui pratiquent uniquement le football.
(c) Détermine le nombre N_3 d'élèves qui ne pratiquent aucun de ces deux sports.

Situation d'évaluation n°17

Contexte :

Biga est un professeur de sport dans une classe de première littéraire au collège "Le Savoir". A l'issue d'une évaluation sommative, il réalise le tableau statistique ci-après :

Notes	[0; 4[	[4; 8[	[8; 12[	[12; 16[	[16; 20[	Total
Effectifs n_i	10	10	8	12	10	50
ECC						
ECD						
Centre c_i						
$n_i c_i$						

Afin de dénombrer le nombre d'élèves inaptes (**ne pratiquant aucun sport**) dans cette classe d'un **effectif total de 50 élèves** où sont pratiqués deux sports (football et basketball), Biga procède à un sondage et obtient les résultats suivants :

- ✎ 23 élèves pratiquent le Football
- ✎ 27 élèves pratiquent le Basketball
- ✎ 10 élèves pratiquent les deux sports

Ne sachant plus comment continuer, il te fait appel afin de l'aider à :

- ☞ compléter et analyser les données du tableau statistique ;
- ☞ déterminer le nombre d'élèves inaptes au sport.

Tâche : Tu vas aider le professeur de sport à relever sa difficulté en résolvant les problèmes suivants.

Problème 1

- 1) Reproduis puis complète le tableau précédent.
- 2) Donne la classe modale de cette série statistique en justifiant ta réponse.
- 3) Détermine la note moyenne $\bar{x}$.

- 4) (a) Représente le polygone des effectifs cumulés croissants et décroissants de cette série statistique. (**Echelle : 1 cm pour 2 sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 5 sur l'axe des ordonnées**).
- (b) Déduis-en graphiquement une valeur approchée de la note médiane M_e .

Problème 2

On désigne par B l'ensemble des élèves qui pratiquent le basket-ball, par F celui des élèves qui pratiquent le football et par E l'ensemble des élèves de cette classe.

- 5) Élabore un diagramme permettant de présenter la situation.
- 6) Détermine $Card(E)$; $Card(B)$; $Card(F)$; $Card(B \cap F)$ puis $Card(B \cup F)$.
- 7) (a) Détermine le nombre N_1 d'élèves qui pratiquent uniquement le basket-ball.
- (b) Détermine le nombre N_2 d'élèves qui pratiquent uniquement le football.
- 8) Réponds à la deuxième préoccupation du professeur de sport.

Situation d'évaluation n°18

Contexte :

Une compagnie veut gratifier ses chauffeurs. Pour cela, elle a relevé la distance parcourue par chacun des 150 taxis entre leur mise en circulation et leur première panne. Les résultats d'enquête sont résumés dans le tableau ci-dessous, les distances étant exprimés en milliers de Km.

Distance parcourue	[0; 5[	[5,7[	[7; 9[	[9; 15[	Total
Effectif n_i	15	78	36	21	

Jean fils du chef de la compagnie est en classe de 1^{ère} et veut aider à étudier la résistance de ces taxis.

Tâche : Tu es invité (e) à aider Jean en résolvant les problèmes suivants.

Problème 1

- 1) Représente le polygone des effectifs cumulés.
- 2) Détermine la médiane de cette série statistique.
- 3) Détermine le pourcentage des taxis qui peuvent faire au moins 7000Km avant de trouver leur 1^{ère} panne.
- 4) Calcule la moyenne de cette série statistique.
- 5) Calcule la variance $V(x)$ et l'écart type $\sigma(x)$.

Problème 2

A la fin de la journée, certains chauffeurs se distraient avec les jeux de cartes avant de regagner leur famille. Un jeu de 32 cartes est constitué de 4 « couleur » pique, cœur, carreau, trèfle contenant chacun l'As, le Roi, la Dame, le Valet, le 10, le 8 et le 7. Le jeu consiste à tirer simultanément 5 cartes de ce jeu.

- 6) Calcule le nombre de tirage distincts dans les cas suivants.
 - (a) Les 5 cartes sont quelconques ;
 - (b) il y a exactement 2As parmi les 5 cartes ;
 - (c) il y a exactement 1As parmi les 5 cartes ;

(d) les 5 cartes sont de la même « couleur ».

Situation d'évaluation n°19

Contexte

Mr Jean lance une balle verticalement, vers le haut, à partir du sol, et à un instant $t = 0$ pour origine où $t \in [0; 9]$.

On admet que la hauteur $x(t)$ mètres de la balle, à l'instant t en secondes, est donnée par : $x(t) = -\frac{t^2}{2} + \frac{9t}{2}$. On admet que la vitesse $v(t)$ de la balle est $x'(t)$.

M. Jean se demande quelle est la vitesse de la balle à son point le plus haut. A cet effet, il considère la fonction g de $[0; 9]$ vers $\mathbb{R}$ définie par $g(x) = \frac{(9-x)x}{2}$ et dont la courbe représentative est (C) .

Tâche : Tu vas aider M. Jean en résolvant les deux problèmes suivants.

Problème 1

- 1) (a) Calcule $g(0)$; $g(9)$ et $g\left(\frac{9}{2}\right)$.
(b) Détermine la fonction dérivée g' de g et étudie son signe sur $[0; 9]$.
(c) Dresse le tableau de variation de g sur $[0; 9]$.
- 2) (a) Détermine l'équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse $\frac{9}{2}$.

(b) Reproduis puis complète le tableau suivant :

x	2	4	5	7
$g(x)$				

- (c) Construis (C) et (T) dans le même repère orthonormé $(O; I; J)$.
- 3) (a) La courbe (C) admet-elle de maximum ? si oui, précise ce maximum et la valeur pour laquelle il est atteint.
(b) Réponds à la préoccupation de M. Jean.

Situation d'évaluation n°20

Contexte :

Aitchédji est un chasseur disposant d'une fortune en or. Pour des raisons de sécurité, il a caché ses dix cauris en or quelque part dans l'une des forêts qu'il a l'habitude de fréquenter pour la chasse. Il a fait ceci lorsque son enfant aîné Gougnitandé est encore à la fleur de l'âge. Avant sa mort, Aitchédji a laissé son testament dans lequel des indications sont données pouvant reconnaître l'endroit où se trouvent les dix cauris en or. Parmi ces indications deux pistes sont matérialisées par des courbes superposées. Dans un plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) ces deux courbes sont assimilables aux représentations graphiques des fonctions f et g définies de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{x-5}{2x+3}$ et $g(x) = \frac{2x-5}{x-1}$.

Gougnitandé est maintenant élève en classe de 1^{ère} littéraire, il s'engage donc à la recherche de cette fortune. Il est impressionné de l'allure que donnent ces deux pistes. Pour cela, il veut donc étudier quelques points particuliers des représentations graphiques de ces deux fonctions.

Tâche : Pour ton évaluation, tu es invité à jouer le rôle de Gougnitandé en résolvant les deux problèmes suivants :

Problème 1

- 1) (a) Détermine le domaine de définition de D de f .
(b) Détermine le nombre dérivé de f en $x_0 = -1$.
(c) Détermine l'équation de la tangente à la courbe représentative (C) de f au point d'abscisse $x_0 = -1$.
- 2) (a) Détermine l'ensemble de définition D de g .
(b) Détermine deux nombres réels a et b tels que pour tout $x \in D$, $g(x) = a + \frac{b}{x-1}$.
(c) Détermine de deux manières différentes, la dérivée de la fonction g .

- 3) Détermine les intersections de la courbe représentative (Γ) de la fonction g avec les axes du repère.
- 4) Vérifie si les points $A(0; 4)$, $B(\sqrt{2}; -2\sqrt{3})$ et $C\left(1; -\frac{4}{5}\right)$ appartiennent à la courbe (C) .

Problème 2

A la vue des dix cauris. Gougnitandé a constaté qu'il y a trois cauris rouges, quatre blancs et trois verts. Enthousiasmé, il a tiré successivement et sans remise trois cauris du sac dans lequel se trouvent les dix cauris.

- 5) Détermine le nombre de tirage possible.
- 6) Détermine le nombre de tirage permettant d'obtenir trois boules de même couleur.
- 7) Détermine le nombre de tirage permettant d'obtenir trois boules de couleur différente.
- 8) Détermine le nombre de tirage permettant d'obtenir au plus deux boules blanches.
- 9) Détermine le nombre de tirage permettant d'obtenir exactement une boule verte.

Situation d'évaluation n°21

Contexte :

Steve un élève en classe de première littéraire aimerait connaître l'effectif de son collège en 2012. Pour cela, il se rapproche de son professeur de mathématique qui condition de lui donner l'information s'il réussit d'abord à lui déterminer les domaines de définition des fonctions f, g et h définies respectivement sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{x-5}{2x+3}$; $g(x) = -3x^2 + x - 2$ et $h(x) = x - \frac{2}{x^2-25}$ d'une part et d'autre part d'étudier la parité des fonctions i et j définies par $i(x) = x^3 - x$ et $j(x) = x^2 - 10$.

Steve ne comprenant rien solliciter ton aide. Mais ce dernier se voit incapable de lui répondre.

Tâche : Tu aider Steve à résoudre les problèmes suivants :

Problème 1

- 1) Détermine les ensembles de définition D_f, D_g et D_h respectifs des fonctions f, g et h .
- 2) Etudie la parité des fonctions i et j .
- 3) Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .
- 4) (a) Reproduis puis complète le tableau ci-dessous :

x	-4	-2	-1	0	2	3	4
$j(x)$							

- (b) Construis la courbe représentative de la fonction j sur l'intervalle $[-4 ; 4]$.

Problème 2

Après avoir fourni les résultats du travail demander par le professeur, ce dernier lui dit ceci « l'effectif total du collège en 2004 était de 5000 élèves. Cet effectif a évolué suivant une progression géométrique de raison 1,5 ».

On note u_n l'effectif du collège en 2004 + n . Ainsi $u_0 = 5000$.

- 5) Exprime u_n en fonction de n .
- 6) Quelle était l'effectif du collège en 2004 ?

Avec "Ma Plume", c'est passionnant de faire les maths !

Situation d'évaluation n°22

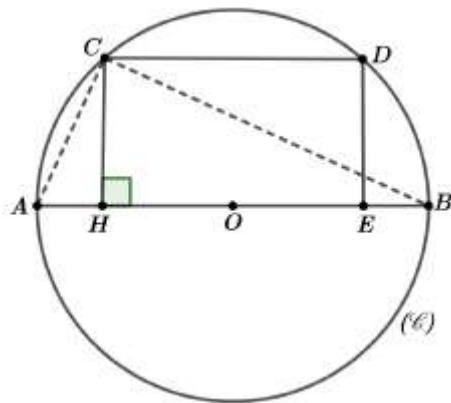
Contexte : Ensemble, préservons notre environnement...

La protection de l'environnement consiste à prendre des mesures pour limiter ou supprimer l'impact négatif des activités de l'Homme sur son environnement.

Au-delà de la simple conservation de la nature, il s'agit de comprendre le fonctionnement systémique, et éventuellement planétaire de l'environnement ; d'identifier les actions humaines qui l'endommagent au point de porter préjudice aux générations actuelles ou futures; et de mettre en place les actions de correction.

Pour atténuer les effets néfastes des changements climatiques et assurer la conservation de la diversité biologique, il a été initié un projet de plantation des plants d'une espèce très recherchée. En 2020, le prix d'un plant était de 75000f. En 2021, ce prix a subi une augmentation de 30% avant de subir une diminution de 5% en 2022. Une zone circulaire (voir figure) de centre O et de diamètre $d = 50m$ a été particulièrement réservée pour recevoir ces plants.

Amour-de-Dieu, une technicienne du piquetage se demande où placer le point H pour que la distance CH soit supérieure ou égale à $20m$



Tâche : En t'imaginant à la place de **Amour-de-Dieu**, tu vas déterminer le prix d'un plant en 2022 puis étudier le piquetage.

Problème 1

- 1) Détermine le prix d'un plant de l'espèce en 2021 puis le prix d'un plant de l'espèce en 2022.
- 2) Peut-on dire que de 2020 à 2022, le prix d'un plant de l'espèce a subi une augmentation de 25%? Justifie par calcul ta réponse.

Problème 2

Afin de connaître la valeur de x , Amour-de-Dieu après avoir supposé que la distance CH vaut $20m$, pose $AH = x$.

- 3) Justifie que le triangle ABC est rectangle en un point à préciser.
- 4) Exprime HB en fonction de x .
- 5) Établis que $(50 - x)x = 400$.
- 6) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $(50 - x)x = 400$.
- 7) Déduis-en l'ensemble des solutions de l'inéquation $(50 - x)x \leq 400$.
- 8) Réponds à la préoccupation de Amour-de-Dieu.

Situation d'évaluation n°23

Contexte : Microfinance digitale

Pour promouvoir la finance digitale au BENIN le gouvernement a décidé d'octroyer de micro crédit aux groupements de femmes via leur compte téléphonique. A cet effet, le groupement ALAFIA décide d'ouvrir un compte mobile money pour l'obtention de ce crédit. Pour bien sécuriser le compte, la responsable a décidé de créer un code de 8 caractères composés de chiffres et de lettres. Pour écrire le code, elle a utilisé le clavier qui contient les **chiffres de 0 à 9** et les **lettres de A à Z**. On peut toutefois mélanger les chiffres et les lettres de l'alphabet français. Benjamin, fils de la responsable du groupement est sollicité par sa mère pour le type de code à choisir.

Tâche : tu es invité à aider Benjamin à travers la résolution des problèmes ci-après.

Problème 1

- 1) Détermine le nombre de caractères à utiliser pour écrire le code
- 2) Détermine le nombre de codes possibles si on peut répéter plusieurs caractères dans un même code
- 3) Détermine le nombre de codes possibles si l'on veut utiliser seulement les voyelles et les chiffres impaires sachant qu'on peut répéter un même caractère plusieurs fois dans un même code
- 4) Détermine le nombre de codes possibles si l'on veut utiliser seulement les lettres de l'alphabet français sachant on peut répéter plusieurs caractères dans un même code.

Problème 2

Afin de rembourser le crédit avec intérêt, le groupement ALAFIA a prévu une production mensuelle croissante estimée par une suite numérique (U_n) . On désigne par U_n la quantité en tonne du miel produit par ce groupement au bout de n mois. On donne : $U_n = 3(5)^{n+1}$

- 5) Calcule u_0 et u_1
- 6) Justifie qu' U_n est une géométrie dont tu préciseras la raison
- 7) Calcule $s = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_9$.

Situation d'évaluation n°24

Contexte : Gestion d'une petite entreprise

Akouvi a contracté le 1^{er} janvier 2019 un prêt auprès d'une amie, pour installer une petite entreprise de production de jus d'annanas. Elle a engagé huit ouvriers qu'elle a répartis en deux catégories : la catégorie A des ouvriers qui pressent l'ananas et la catégorie B de ceux qui conditionnent le jus en bouteille.

Akouvi paie 1500 F par jour à chaque ouvrier de la catégorie A et 1000 F à chaque ouvrier de la catégorie B. Elle dépense quotidiennement 10 500 F pour payer tous les ouvriers.

Akouvi se préoccupe de savoir en quelle année elle finira de rembourser sa dette.

Tâche : Tu vas déterminer le nombre d'ouvriers de chaque catégorie et répondre à la préoccupation de Akouvi.

Problème 1

Tu désigneras par x le nombre d'ouvriers de la catégorie A et par y le nombre d'ouvriers de la catégorie B.

- 1) Justifie que les nombres x et y vérifient $\begin{cases} x + y = 8 \\ 3x + 2y = 21 \end{cases}$.
- 2) Détermine le nombre d'ouvriers de chaque catégorie.

Problème 2

Akouvi a emprunté 750.000 F auprès de son amie. Elle rembourse le 1^{er} janvier de chaque année, à partir de 2020 un montant total de 10.000 F augmentés des 40% de ce qu'elle reste devoir à son amie, jusqu'au règlement définitif.

- 3) (a) Détermine le montant remboursé par Akouvi le 1^{er} janvier 2020.
(b) Déduis-en la somme qu'elle reste devoir à son amie après ce remboursement.
- 4) Soit (U_n) la somme (en franc) que Akouvi reste devoir à son amie en $(2019 + n)$ où n est un nombre entier naturel.
(a) Justifie que $U_0 = 750.000$ et $U_1 = 440.000$.
(b) Prouve que pour tout entier naturel, $U_{n+1} = \frac{3}{5}U_n - 10.000$.

(c) Calcule U_2 .

- 5) $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est la suite numérique définie par : $V_n = U_n + 25\,000$.

(a) Calcule V_0 .

(b) Démontre que $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont tu préciseras la raison.

(c) Exprime V_n en fonction de n pour tout n élément de $\mathbb{N}$.

(d) Justifie que pour tout élément n de N . $U_n = 775 \times \left(\frac{3}{5}\right)^n - 25\,000$.

- 6) (a) Calcule U_6 .

(b) Déduis-en l'année à laquelle Akouvi finira de rembourser sa dette et précise à l'unité près le montant qu'elle aura à payer cette année-là.

Situation d'évaluation n°25

Contexte :

Une usine de production de jus d'ananas occupe un domaine rectangulaire de périmètre 10hm et de superficie 6hm . La recette après production de l'usine en 2021 est $Q(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ où x est le nombre de tonnes d'ananas utilisé. Le chef service commercial de l'usine trouve qu'en cette même année, l'usine a connu une perte de ses recettes se traduisant par $Q(x) < 0$. Le chef service commercial se préoccupe de déterminer les inconnues sur la production de l'usine mais envisage aussi de renforcer son personnel d'ouvriers avec **20 ouvriers** pour la production d'un nouveau type **A** de jus d'ananas et avec **30 ouvriers** pour la production d'un autre type **B** de jus d'ananas. Ce renfort en personnel a une incidence salariale d'un coût total de **950.000F** par mois. Sonon, élève en classe de première littéraire, ayant pris connaissance de ces informations sur l'usine, décide de déterminer les dimensions du domaine occupé par l'usine puis d'aider le chef commercial dans ses préoccupations en utilisant ses connaissances en mathématiques.

Tâche : Tu vas aider Sonon et le chef commercial en résolvant les deux problèmes suivants.

Problème 1

- 1) Justifie que la longueur L et la largeur l du domaine rectangulaire vérifient $L + l = 5$ et $L \times l = 6$.
- 2) (a) Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation $x^2 - 5x + 6 = 0$.
(b) Déduis-en les dimensions L et l du domaine rectangulaire.
- 3) Vérifie que -2 est une racine de Q .
- 4) (a) Justifie que $Q(x) = (x + 2)(x^2 - 4x + 3)$.
(b) Factorise le polynôme $x^2 - 4x + 3$.
(c) Déduis-en une factorisation de $Q(x)$.
- 5) Résous dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $Q(x) < 0$.

Problème 2

Pour le chef commercial le choix de 10 ouvriers pour le jus de type A et 40 ouvriers pour les jus de type B a un coût salarial total de 850.000F par mois x et y désignent respectivement le salaire mensuel d'un ouvrier de jus de type A et celui d'un ouvrier de jus de type B.

- 6) Justifie que x et y vérifient le système d'équation
 $(S): \begin{cases} 2x + 3y = 95.000 \\ x + 4y = 85.000 \end{cases}$.
- 7) Résous dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système (S) par la méthode de substitution.
- 8) Déduis le salaire mensuel d'un ouvrier de jus de type A et celui d'un ouvrier de jus de type B

Situation d'évaluation n°26

Contexte :

Le congrès du regroupement des fils et filles de l'arrondissement de Piou-Piou dénommé RFAP qui s'organise chaque 8 Mars a été cette année non seulement riche en activités mais a également connu une forte mobilisation de la population de Piou-Piou. Pour l'édition 2024 du congrès, la préparation sera supervisée par le président du comité d'organisation du congrès, qui a confié à son fils Tadégla, élève en classe de première littéraire, les informations suivantes :

- ✓ la première édition du congrès tenue le 08 Mars 2020, a enregistré 3125 participants;
- ✓ d'une édition à la suivante, le nombre de participants augmente de 20% ;

En désignant par U_n le nombre de participants à l'édition du 08 Mars de l'année $(2018 + n)$, où n est un entier naturel, Tadégla voudrait donner une estimation du nombre de participants qui seront présents 2024.

Plusieurs activités ont marqué la fête. Sur la liste des activités, on peut citer entre autres le basketball et le football.

Midou, un élève en classe de première littéraire et membre de l'association, fait sienne certaines préoccupations du président du comité d'organisation.

Tâche : Tu es invité(e) à aider Tadégla à trouver des réponses à ses préoccupations en résolvant les deux problèmes suivants.

Problème 1

- 1) (a) Précise le nombre U_0 de participants à l'édition du 08 Mars 2020.
(b) Calcule le nombre U_1 de participants à l'édition du 08 Mars 2021.
- 2) (a) Justifie que pour tout entier naturel n , $U_{n+1} = 1,2U_n$.
(b) Déduis-en la nature de la suite (U_n) puis précise son premier terme et sa raison.
(c) Exprime U_n en fonction de l'entier naturel n .

- 3) Déduis-en le nombre de participants qu'enregistrera l'édition du 08 Mars 2024.

Problème 2

Après un sondage, il ressort que sur 50 participants :

- ✎ 23 participants pratiquent le Football
 - ✎ 27 participants pratiquent le Basketball
 - ✎ 10 participants pratiquent les deux sports
- 4) Détermine le nombre de participants qui pratiquent au moins un des deux sports.
 - 5) Détermine le nombre de participants qui pratiquent :
(a) uniquement le Football ;
(b) uniquement le Basketball ;
(c) Un et un seul sport.
 - 6) Détermine le nombre de participants qui ne pratiquent aucun sport.

Situation d'évaluation n°27

Contexte :

FAGAL est une société spécialisée dans la commercialisation des téléphones portables. Pour l'implantation d'un de ses filiales dans la ville de Piou-Piou, le promoteur Monsieur Sonon procède à une étude approfondie du marché qui lui permet de déterminer (en centaines de francs CFA) pour un nombre x de téléphones portables, le coût d'achat $C(x)$; la recette $R(x)$ et le bénéfice $B(x)$ donnés par les expressions suivantes :

$$\hookrightarrow C(x) = 4x^2 - 360x - 6300$$

$$\hookrightarrow R(x) = 12x^2 - 600x + 7500$$

$$\hookrightarrow B(x) = R(x) - C(x)$$

Mr Sonon voudrait avoir une idée sur les quantités vendues pour juger de la faisabilité de son projet et se pose quelques questions. Son fils Sohouto, élève en classe première littéraire, reconnaît ces expressions et décide d'aider son père à trouver des réponses à partir de ses connaissances mathématiques.

Tâche : Tu vas faire comme Sohouto en utilisant tes connaissances pour résoudre les problèmes suivants :

Problème 1

10) (a) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $C(x) = 0$.

(b) Déduis-en le nombre de téléphones portables vendus pour $C(x) = 0$.

11) (a) Justifie que $B(x) = 8x^2 - 240x + 13800$.

(b) Détermine le bénéfice réalisé en centaines de francs CFA pour 105 téléphones portables vendus.

12) Justifie que pour tout réel x , $B(x) > 0$.

Problème 2

Monsieur Sonon, convaincu de la rentabilité de son projet, contracte un prêt auprès d'une banque de la place et loue ensuite un magasin de forme rectangulaire dont le périmètre est 140 m et l'aire de la surface est 1200 m^2 .

13) On note par L la longueur du magasin et l sa largeur.

(a) Calcule $D = L + l$ et $A = L \times l$.

(b) Justifie que L et l sont les solutions de l'équation $x^2 - 70x + 1200 = 0$.

14) (a) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 - 70x + 1200 = 0$.

(b) Détermine les dimensions du magasin.

15) On pose $f(x) = x^2 - 5x + 4$.

Résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) > 0$

Situation d'évaluation n°28

Contexte : Projet d'adduction d'eau

Pour faire face au problème de pénurie d'eau, la maire de Piou-Piou désire construire de forages de budget 4.140.000 F. Une entreprise de forage propose le tarif suivant : 10.000 F le premier mètre, 12.000 F le deuxième mètre, 14.000 F le troisième mètre et ainsi de suite en ajoutant chaque fois la somme de 2.000 F sur le coût du mètre précédent.

On désigne par U_n le coût du forage du $n^{\text{ième}}$ mètre et par S_n le coût du forage de profondeur n mètres.

Sonon, une élève de la classe de première littéraire, fils du maire se propose de déterminer le coût du forage à chaque mètre, la profondeur maximale ainsi que la quantité de sable retiré du sol au cours du forage.

Tâche : Tu es invitée à jouer le rôle de Floride résolvant les problèmes ci-après.

Problème 1

- 1) (a) Calcule le coût des 4^{ème}, 5^{ème} et 6^{ème} mètre.
(b) Exprime U_{n+1} en fonction de U_n puis déduis-en la nature de la suite (U_n) .
(c) Exprime, pour tout entier naturel non nul n , U_n en fonction de n .
- 2) (a) Calcule $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$.
(b) Justifie que $S_n = 1000n^2 + 9000n$.
(c) Déduis-en que n vérifie $n^2 + 9n - 4140 = 0$.
- 3) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E): x^2 + 9x - 4140 = 0$.
- 4) Calcule la profondeur maximale du forage pour ce budget.

Problème 2

Pour la réussite des travaux, le chef chantier décide de renforcer son personnel en ouvriers répartie en deux catégories A et B dont **20 ouvriers** pour la catégorie A et **30 ouvriers** pour la catégorie B. Ce renfort en ouvriers a une incidence salariale d'un coût total de **950000F** par jour.

Par ailleurs, le choix de 10 ouvriers pour la catégorie A et 40 ouvriers pour la catégorie B a un coût salarial total de **850000F** par jour. On désigne par x et y respectivement le salaire journalier d'un ouvrier de la catégorie A et celui d'un ouvrier de la catégorie B.

- 5) Justifie que x et y vérifient le système d'équation $(S): \begin{cases} 2x + 3y = 95000 \\ x + 4y = 85000 \end{cases}$.
- 6) Résous dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système (S) par la méthode de substitution.
- 7) Déduis le salaire mensuel d'un ouvrier de type A et celui d'un ouvrier de type B.

Situation d'évaluation n°29

Le congrès du regroupement des fils et filles de l'arrondissement de Piou-Piou dénommé RFAP qui s'organise chaque 8 Mars a été cette année non seulement riche en activités mais a également connu une forte mobilisation de la population de Piou-Piou. A cette occasion, trois postes du bureau de l'association sont renouvelés. Lesdits postes sont : Président, Secrétaire et Trésorier. Pour briguer ces postes, il y a eu 20 volontaires dont 8 femmes. Selon les statuts de l'association, le cumul de charge n'est pas autorisé et les membres du bureau sont choisis simultanément. Parmi les volontaires, on note un homme du nom de Sonon. Plusieurs activités ont marqué la fête. Sur la liste des activités, on peut citer entre autres le basketball et le football. Après un sondage, il ressort que :

- ✍ 23 élèves pratiquent le Football
- ✍ 27 élèves pratiquent le Basketball
- ✍ 10 élèves pratiquent les deux sports

Midou, un élève en classe de première littéraire et membre de l'association, fait sienne certaines préoccupations du président du comité d'organisation.

Tâche : Tu vas aider Midou en résolvant les deux problèmes suivants.

Problème 1

- 1) Détermine le nombre de participants qui pratiquent au moins un des deux sports.
- 2) Détermine le nombre de bureaux possibles.
- 3) Détermine le nombre de bureaux qu'on peut former :
 - (a) si exactement une femme doit être membre de ce bureau.
 - (b) si tous les membres du bureau doivent avoir le même sexe.
 - (c) si Sonon doit faire partie du bureau.
- 4) Le parking du palais où se tient le congrès comprend cinq (5) places disponibles. Trois automobilistes se présentent au parking et doivent

stationner au hasard l'un après l'autre. Chaque véhicule ne peut occuper qu'une seule place.

Détermine le nombre de rangements possibles.

Problème 2

Avant le début des diverses activités, une étude statistique a été faite sur le poids des différents participants à ces activités. Les poids en kilogrammes, se répartissent donc de la façon suivante :

Poids	[70; 75[	[75; 80[	[80; 85[	[85; 90[	[90; 95[
Effectifs	6	10	12	15	7

- 5) Précise la classe modale de cette série statistique.
- 6) Dresse le tableau des effectifs cumulés croissants et décroissants de cette série statistique.
- 7) Détermine le nombre de participants ayant un poids.
 - (a) Inférieur à 85 kg ;
 - (b) Supérieur ou égal à 75 kg ;
 - (c) Compris entre 75 kg et 90 kg.
- 8) Calcule le poids moyen et l'écart-type de cette série statistique.

Situation d'évaluation n°30

Contexte : Projet d'adduction d'eau

Pour faire face au problème de pénurie d'eau, la maire de Piou-Piou désire construire de forages de budget 4.140.000 F. Une entreprise de forage propose le tarif suivant : 10.000 F le premier mètre, 12.000 F le deuxième mètre, 14.000 F le troisième mètre et ainsi de suite en ajoutant chaque fois la somme de 2.000 F sur le coût du mètre précédent.

On désigne par U_n le coût du forage du $n^{\text{ième}}$ mètre et par S_n le coût du forage de profondeur n mètres.

Sonon, une élève de la classe de première littéraire, fils du maire se propose de déterminer le coût du forage à chaque mètre, la profondeur maximale ainsi que la quantité de sable retiré du sol au cours du forage.

Tâche : Tu es invitée à jouer le rôle de Floride résolvant les problèmes ci-après.

Problème 1

- 8) (a) Calcule le coût des 4^{ème}, 5^{ème} et 6^{ème} mètre.
(b) Exprime U_{n+1} en fonction de U_n puis déduis-en la nature de la suite (U_n) .
(c) Exprime, pour tout entier naturel non nul n , U_n en fonction de n .
- 9) (a) Calcule $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$.
(b) Justifie que $S_n = 1000n^2 + 9000n$.
(c) Déduis-en que n vérifie $n^2 + 9n - 4140 = 0$.
- 10) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E): x^2 + 9x - 4140 = 0$.
- 11) Calcule la profondeur maximale du forage pour ce budget.

Problème 2

Pour la réussite des travaux, le chef chantier décide de renforcer son personnel en ouvriers répartie en deux catégories A et B dont **20 ouvriers** pour la catégorie A et **30 ouvriers** pour la catégorie B. Ce renfort en ouvriers a une incidence salariale d'un coût total de **950000F** par jour.

Par ailleurs, le choix de 10 ouvriers pour la catégorie A et 40 ouvriers pour la catégorie B a un coût salarial total de 850000F par jour. On désigne par x et y respectivement le salaire journalier d'un ouvrier de la catégorie A et celui d'un ouvrier de la catégorie B.

12) Justifie que x et y vérifient le système d'équation

$$(S): \begin{cases} 2x + 3y = 95000 \\ x + 4y = 85000 \end{cases}$$

13) Résous dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système (S) par la méthode de substitution.

14) Déduis le salaire mensuel d'un ouvrier de jus de type A et celui d'un ouvrier de jus de type B.

Situation d'évaluation n°31

Contexte : Projet d'adduction d'eau

Pour faire face au problème de pénurie d'eau, la maire de Piou-Piou désire construire de forages de budget 4.140.000 F . Une entreprise de forage propose le tarif suivant : 10.000 F le premier mètre, 12.000 F le deuxième mètre, 14.000 F le troisième mètre et ainsi de suite en ajoutant chaque fois la somme de 2.000 F sur le coût du mètre précédent.

On désigne par U_n le coût du forage du $n^{\text{ième}}$ mètre et par S_n le coût du forage de profondeur n mètres.

Sonon, une élève de la classe de première littéraire, fils du maire se propose de déterminer le coût du forage à chaque mètre, la profondeur maximale ainsi que la quantité de sable retiré du sol au cours du forage.

Tâche : Tu es invitée à jouer le rôle de Floride résolvant les problèmes ci-après.

Problème 1

15) (a) Calcule le coût des 4^{ème}, 5^{ème} et 6^{ème} mètre.

(b) Exprime U_{n+1} en fonction de U_n puis déduis-en la nature de la suite (U_n) .

(c) Exprime, pour tout entier naturel non nul n , U_n en fonction de n .

16) (a) Calcule $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$.

(b) Justifie que $S_n = 1000n^2 + 9000n$.

(c) Déduis-en que n vérifie $n^2 + 9n - 4140 = 0$.

17) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E): x^2 + 9x - 4140 = 0$.

18) Calcule la profondeur maximale du forage pour ce budget.

Problème 2

La quantité de sables (en tonne) à la fin de chaque mètre est donnée par la suite $(V_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par : $V_n = U_n - 3$ où $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est une suite définie

par :
$$\begin{cases} U_1 = 9 \\ U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + 2 \end{cases}$$
 avec n un nombre entier naturel désignant le nombre de mètre.

19) (a) Calcule V_1 .

(b) Montre que $(V_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison q et le premier terme.

20) Exprime alors V_n en fonction de n .

21) Calcule la quantité totale de sables au bout de dix mètres.

Situation d'évaluation n°32

Contexte : Encouragement d'un fils par son père

Afin d'encourager son fils à étudier les mathématiques, **Dodo** accepte de lui donner **100 FCFA** pour chaque problème correctement résolu. Mais il lui prend **50 FCFA** dans le cas contraire. Après **36** problèmes, son fils obtient de lui **750 FCFA**.

Tâche : Tu es invité (e) à traiter les problèmes suivants.

Problème 1

- 1) En désignant par x le nombre de problèmes correctement résolus et par y le nombre de problèmes mal résolus, traduis la situation du contexte en un système d'équations.
- 2) Déduis-en les nombres x et y .

Problème 2

L'un des problèmes mal résolus par le fils est le suivant :

Le plan est muni du repère (O, I, J) . Soit la fonction $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$ et (C_f) sa représentation graphique.

- 1) (a) Détermine l'ensemble de définition D_f de f .
(b) Calcule les limites de f aux bornes de D_f .
- 2) (a) Calcule $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f .
(b) En quels points la courbe (C_f) coupe-t-elle les axes des coordonnées ?
(c) Construis (C_f) et ses asymptotes.

Situation d'évaluation n°33

Contexte : Célébration de la fête patronale de Dougou

Chaque année au mois d'octobre, depuis 2010, les populations de la région lacustre de Dougou célèbrent leur fête patronale. Vingt (20) touristes composés d'africains et d'européens y ont assisté à l'édition de 2010. Le nombre d'européens est le double de celui des africains diminué de 1. La prestation de l'agence de voyage ayant enregistré les touristes a fait l'objet de la signature d'un contrat.

D'une édition à une autre, le nombre de touristes présents à cette **fête double**. Dodo, un natif de Dougou et élève en classe de terminale littéraire, se propose de déterminer le nombre de touristes prévus pour l'édition de 2021 afin de savoir si les infrastructures hôtelières de la région peuvent suffire pour leur hébergement. Pour cela il désigne par U_n le nombre de touristes ayant assisté à la fête de l'année $(2010 + n)$. Il désire également connaître le nombre de touristes européens et celui des africains ayant assisté à l'édition de 2010.

Tâche : Tu es invité(e) à trouver des réponses aux préoccupations de Dodo en résolvant les deux problèmes suivants.

Problème 1

- 1) (a) Précise U_0 .
(b) Exprime, pour tout $n \in \mathbb{N}$, U_{n+1} en fonction de U_n .
(c) Déduis-en l'expression de U_n en fonction de n .
- 2) Détermine le nombre de touristes attendus à l'édition 2021 de la fête patronale de Dougou.
- 3) (a) Justifie que le nombre x de touristes africains et celui y de touristes européens, sont liés par les relations : $x + y - 20 = 0$ et $2x - y - 1 = 0$.
(b) Détermine dans ce groupe, le nombre de touristes de chacun des deux continents présents en 2010.

Problème 2

Le coût $C(n)$ de la prestation de l'agence de voyage ayant enregistré ces touristes, exprimé en dizaines de milliers de francs CFA pour n personnes (n , entier naturel) est donné par : $C(n) = n^2 + an + b$.

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + ax + b$, où a et b sont des nombres réels.

- 4) (a) Calcule $f(0)$ et $f(1)$ en fonction de a et b .
(b) Sachant que $f(0) = 1$ et $f(1) = 0$, démontre que $a = -2$ et $b = 1$.
- 5) Etudie le sens de variation de f et dresse son tableau de variations.
- 6) Dans un repère orthonormé (O, I, J) trace la courbe représentative (C) de f pour x appartenant à l'intervalle $[0; 10]$.
- 7) Calcule le coût du contrat pour les 20 touristes.

Situation d'évaluation n°34

Contexte : Le mini-marathon de Piko

Chaque année, depuis 2016, la ville de Piko accueille l'organisation d'un mini-marathon international. En faisant le point des éditions passées devant la presse en 2022, les organisateurs ont annoncé que le nombre de participants en 2016 était de 250 et que d'une année à la suivante, le nombre de participants augmente de 8%. Les organisateurs estiment que cette tendance va se maintenir sur les années à venir.

Sonon, un élève en classe terminale littéraire, est curieux de connaître le nombre de participants en 2025 ainsi que quelques particularités du circuit de ce mini-marathon. Pour cela, il désigne par u_n le nombre de participants en l'an $(2016 + n)$, n étant un entier naturel.

Tâche : Tu es invité(e) à trouver des réponses aux préoccupations de Sonon en résolvant les deux problèmes suivants.

Problème 1

- 1) Précise u_0 .
- 2) Calcule u_1 et u_2 .
- 3) (a) Justifie que pour tout entier naturel n , on a : $u_{n+1} = 1,08u_n$.
(b) Déduis-en que (u_n) est une suite géométrique et précise sa raison et son premier terme.
- 4) (a) Pour tout entier naturel n , exprime u_n en fonction de n .
(b) Détermine la valeur approchée, à l'unité près, du nombre de participants en 2025 au mini-marathon de Piko.

Problème 2

Dans un repère orthonormé (O, I, J) , le circuit du mini-marathon de Piko est assimilé à une branche de la courbe représentative de la fonction f de variable réelle x telle que : $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$.

- 5) (a) Détermine l'ensemble de définition D de la fonction f .

- (b) Calcule les limites de f aux bornes de D .
- (c) Précise les équations des deux asymptotes de la courbe (C) .
- 6) (a) Calcule $f'(x)$ pour tout x appartenant à D puis précise son signe.
(b) Dresse le tableau de variation de f .
- 7) Construis la courbe (C) .

Situation d'évaluation n°35

Contexte : A la découverte d'un cardiogramme

Kokou, un candidat au baccalauréat, découvre dans les archives de son oncle Bola, un médecin cardiologue les informations relatives aux cardiogrammes ; mouvements du cœur de trois patients. Bola a associé à ces mouvements trois fonctions numériques d'une variable réelle x définies par : $f(x) = x^2 - 4x$

; $g(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$ et $h(x) = x^3 + 2x$.

Très intéressé par ces informations, Kokou décide d'avoir quelques précisions sur les fonctions f ; g et h afin de se faire une idée sur le fonctionnement du cœur.

Tâche : Tu es invité(e) à aider Kokou en résolvant les problèmes suivants.

Problème 1

- 1) Détermine les ensembles de définition respectifs D_f et D_h des fonctions f et h .
- 2) Etudie la **parité** de la fonction h sur D_h .
- 3) Démontre que la droite $(D) : x = 2$ est un **axe de symétrie** de la courbe (C_f) de f .

Problème 2

Pour certaines simulations, Kokou désigne par (T) la courbe représentative de la fonction g dans le plan muni du repère (O, I, J) .

- 4) Justifie que l'ensemble de définition de la fonction g est $D_g =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$.
- 5) Calcule les limites de g aux bornes de D_g .
- 6) Justifie que pour tout réel $x \in D_g$, on a : $g(x) = x + 1 + \frac{2}{x-1}$.
- 7) Démontre que le point $A(1 ; 2)$ est un **centre de symétrie** de la courbe (T) de la fonction g .

Situation d'évaluation n°36

Contexte : « Le Bénin vert »

Moussa est membre de l'Entreprise « Le Bénin Vert ». Avec les autres membres du bureau du syndicat, il doit suivre les explications du Comité de Direction de l'Entreprise, qui veut acquérir à grand frais, de nouveaux plants d'anacardier. Ceux-ci sont censés améliorer nettement la production annuelle. Avec les anciens plants, la production annuelle par plant est donnée par une suite (U_n) . Avec les nouveaux plants, la production annuelle par plant est donnée par la formule : $f(x) = x^2 - 2x + 1$, où x désigne le nombre d'année depuis la mise en terre du plant. Moussa doit mener une étude sommaire de la fonction f et de la suite (U_n) pour pouvoir suivre les explications du Comité de Direction de l'Entreprise et ainsi apprécier, en tant que représentant des travailleurs, s'il est vraiment avantageux de faire cet investissement.

Tâche : Tu es invité(e) à assister Moussa tout en résolvant les deux problèmes infra.

Problème 1

- 1) Détermine l'ensemble de définition de la fonction f .
- 2) Etudie le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $]1; +\infty[$.
- 3) Dis comment évolue la production avec les nouveaux plants au fil des ans.

Problème 2

La suite (U_n) est définie par la formule $U_n = \frac{5}{4}n - 3$, où n est le rang de l'année et $n = 0$ correspond à l'année où le plant est mis en terre.

Avec les nouveaux plants, le poids total des productions de l'année $x = 2$ à l'année $x = 20$ est $P' = 84$.

- 4) Justifie que la suite (U_n) est une suite arithmétique et précise sa raison.
- 5) Calcule U_2 et U_{20} .

- 6) (a) Calcule la somme P des productions depuis $n = 2$ à $n = 20$, pour les anciens plants.
(b) Compare P à P' et dis si c'est avantageux d'acquérir ces nouveaux plants.

Situation d'évaluation n°37

Contexte : A la Foire du festival international de Boro

Pendant les congés de fin d'année, **Soro** élève en classe de Terminale littéraire, profite de son repos pour se rendre à la foire du festival international de Boro où il achète un boubou brodé. Sur les lieux, il est impressionné par un tableau d'art exposé dont l'esquisse est représentée ci-dessous :

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-1	$+\infty$	7	$+\infty$	

Soro désire découvrir la fonction dont les variations sont indiquées dans le tableau ainsi que les propriétés mathématiques que cache son boubou.

Tâche : Tu vas aider **Soro** à trouver des solutions à ses préoccupations en résolvant les problèmes suivants.

Problème 1

- Après lecture du tableau de variation de la fonction f , précise :
 - le domaine de définition D_f de la fonction f .
 - les limites de f aux bornes de son domaine de définition.
 - les asymptotes éventuelles à la courbe de la fonction f .
 - le signe de la dérivée f' et le sens de variation de f suivant les valeurs de x .
- Donne les extrémums relatifs (minimum et maximum) de la fonction f .

Problème 2

La route menant à la foire est assimilable à une portion de la courbe représentative (C) dans un repère orthonormé (O, I, J) de la fonction h définie par : $h(x) = x^3 - 3x + 1$

- Détermine l'ensemble de définition D_h de la fonction h .
 - Calcule les limites de h aux bornes de D_h .
- Justifie que le point $\Omega(0; 1)$ est un centre de symétrie à la courbe (C) .
- Détermine la fonction dérivée h' de la fonction h .
 - Etudie le sens de variation de h .
 - Dresse le tableau de variation de h .
- Détermine une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point $\Omega(0; 1)$.
 - Place le point Ω ; construis la tangente (T) et la courbe (C) dans le repère orthonormé (O, I, J) .

Situation d'évaluation n°38

Contexte : Projet de construction de routes

Pour rendre fluide la circulation à Boro, l'Etat décide de construire un échangeur au carrefour HDM. L'entrepreneur Soro est chargé de concevoir le plan de l'échangeur. Les différentes routes qui constituent l'échangeur peuvent être assimilées aux portions des courbes représentatives des fonctions numériques

f , g et h , de la variable réelle x définies par : $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}$; $g(x) = \frac{3x+5}{x-2}$; $h(x) = ax^2 + 8x + b$ (a et b des réels), tracées dans un repère orthonormé $(O ; I ; J)$.

Il est prévu des ponts péages sur les voies assimilées aux courbes représentatives des fonctions f et g . Une étude de prévision économique a montré que les fonds qui seront collectés par jour au niveau de chaque pont péage et exprimés en milliers de francs CFA, est la limite en $+\infty$ des fonctions f et g . Thélesphore, fils de l'Architecte Soro aimerait connaître le pont péage qui sera le mieux rentable et se demande les connaissances mathématiques qui expliquent ces dispositions.

Tâche : Tu vas aider Thélesphore à satisfaire ses préoccupations en traitant les deux problèmes suivants.

Problème 1

- 1) Détermine les ensembles de définition respectifs D_f et D_g des fonctions f et g .
- 2) Démontre que la fonction f est une fonction paire.
- 3) Soit h un nombre réel tel que $(2 + h)$ appartient à D_g .
 - (a) Prouve que : $(2 - h) \in D_g$.
 - (b) Démontre que le point $T(2 ; 3)$ est un centre de symétrie de la courbe représentative (C_g) de la fonction g .
- 4) Calcule les limites de g aux bornes de D_g .

Problème 2

La courbe représentative (C) de h dans un repère orthonormé (O, I, J) passe par les points $A(0 ; 14)$ et $B(-2 ; 2)$.

- 5) Déterminer a et b .
- 6) On suppose que $a = 1$ et $b = 14$.
 - (a) Calcule les limites de h en $-\infty$ et en $+\infty$.
 - (b) Justifie que pour tout nombre réel x ; $h(x) = (x + 4)^2 - 2$.
 - (c) Démontre que la droite (D) d'équation $x = -4$ est un axe de symétrie à la courbe (C) de h .
- 7)
 - (a) Détermine la limite de la fonction f en $+\infty$.
 - (b) Donne le nom du pont péage qui est le plus rentable.

Situation d'évaluation n°39

Contexte : Asphaltage chez nous

Dans le but d'attirer et attirer son pays et le hisser au rang des pays modernes, M. Soro président de la république de Dougou a entrepris un vaste projet de bitumage des voies de son pays. A cet effet la voie Boro-Konou a été confiée au cabinet HIT pour étude et construction. Stone un cadre du cabinet a modélisé la voie dans le plan muni d'un repère orthonormé par la courbe (C) de la fonction numérique d'une variable réelle définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 60$ et propose au directeur des travaux publics la construction d'un pont au niveau de la dépression et un feu tricolore au poste de poste assimilé au point $A(2 ; 38)$. A la présentation du projet, Azon le directeur des travaux publics se demande où se situe la dépression et quelle serait la durée de vie des infrastructures.

Tâche : Tu vas aider Azon en résolvant les deux problèmes suivants :

Problème 1

- 1) Justifie que le point A appartient à la courbe (C) .
- 2) (a) Calcule les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
(b) Calcule $f'(x)$ où f' représente la fonction dérivée de f pour tout x élément de $\mathbb{R}$.
(c) Déduis-en le sens de variation de f et son tableau de variation.
- 3) (a) Démontre que la voie possède une dépression.
(b) Détermine alors là où le pont sera construit.

Problème 2

Dans la quête d'une bonne résistance des infrastructures deux bitumes ont été proposé au cabinet dont les indices d'amortissement sont définis par $n(x) = \frac{10x^2+3}{x^2+1}$ et $m(x) = \frac{x^2-5x+7}{x-1}$ avec x le nombre de jours après utilisation. Afin d'opérer un bon choix Azon considère les fonctions numériques d'une variable réelle g et h et définies respectivement par $g(x) = n(x)$ et $h(x) = m(x)$.

- 4) Détermine les ensembles de définition des fonctions g et h .
- 5) Calcule les limites des fonctions g et h aux bornes de leur ensemble de définition.
- 6) Calcule $g'(x)$ où g' représente la fonction dérivée de g .
- 7) Quel bitume proposerais-tu à M. Azon pour la réalisation de cet ouvrage ?

Situation d'évaluation n°40

Contexte : Préparatifs d'un tournoi de vacances

L'arrondissement de Dakpota s'est rendu célèbre par l'organisation pendant les vacances d'un tournoi de football, qui met en compétition les équipes de jeunes des arrondissements de Togomè. La finale dudit tournoi, qui, se joue le 15 Août de chaque année, draine d'une année à une autre davantage de spectateurs.

Pour l'édition 2019 du tournoi, la préparation de l'équipe locale est supervisée par le président du comité d'organisation du tournoi, qui a confié à son fils Tadégla, élève en classe de terminale littéraire, les informations suivantes :

- ✓ la finale de la première édition du tournoi, jouée le 15 Août 2014, a enregistré 3125 spectateurs ;
- ✓ d'une finale à la suivante, le nombre de spectateurs augmente de 20% ;
- ✓ pour le renforcement de la condition physique des joueurs de l'équipe locale, les séances d'échauffement doivent suivre un circuit spécial, qui commence par un point A et qui est assimilable à une portion de courbe (C).

En désignant par U_n le nombre de spectateurs à la finale d 15 Août de l'année $(2014 + n)$, où n est un entier nature, Tadégla voudrait donner une estimation du nombre de spectateurs qui suivront la finale de 2019. Par ailleurs, il voudrait avoir une idée de la forme du circuit d'échauffement de l'équipe locale lors de la phase de préparation du tournoi.

Tâche : Tu es invité(e) à aider Tadégla à trouver des réponses à ses préoccupations en résolvant les deux problèmes suivants.

Problème 1

- 7) (a) Précise le nombre U_0 de spectateurs présents à la finale du 15 Août 2014.
(b) Calcule le nombre U_1 de spectateurs présents à la finale du 15 Août 2015.

- 8) (a) Exprime U_{n+1} en fonction de U_n , pour tout entier naturel n .
(b) Déduis-en que U_n est une suite géométrique dont tu préciseras la raison q .
(c) Exprime U_n en fonction de l'entier naturel n .
- 9) Déduis-en le nombre de spectateurs qu'enregistrera la finale du 15 Août 2019.

Problème 2

Dans un repère orthonormé (O, I, J) du plan, les coordonnées du point A sont données par $A(1 ; 2)$. La courbe (C) est celle représentative de la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^2 + 2x - 3$.

- 10) (a) Détermine l'ensemble de définition de la fonction f .
(b) Détermine $f'(x)$ pour tout x élément de D , où f' est la fonction dérivée de f .
(c) Etudie le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x .
(d) Déduis-en le sens de variation de la fonction f sur chacun des intervalles $]-\infty; -1]$ et $[-1; +\infty[$.
- 11) Détermine une équation de la tangente (T) à la courbe (C) en A.
- 12) (a) Recopie et complète le tableau ci-dessous.
(b) Construis la courbe (C).

Situation d'évaluation n°41

Contexte : Les mathématiques face aux questions sociales

Un nouveau marché est en construction dans la commune de Koutiéguou. Pour acquérir une place dans ce marché, chaque commerçant devra payer la somme de **1.500.000 F CFA** avant **décembre 2021**. Madame N'Boti, une productrice d'huile d'arachide qui veut une place dans ce marché pour la vente de son huile, s'est engagée à faire un paiement par mensualités, selon les conditions suivantes :

- ☞ elle a payé **150.000 F CFA** comme première mensualité à la fin du mois de **janvier 2021** ;
- ☞ chaque mensualité **suivante** sera **égale** à la mensualité **précédente** **augmentée** de **3 %** jusqu'à ce qu'elle finisse de payer.
- ☞ On désigne par u_n la $n^{\text{ième}}$ mensualité.

Madame N'Boti se demande si elle pourra payer le plus tôt possible une place dans le marché en construction. Elle se confie donc à son fils Farina, élève en classe terminale littéraire pour des explications. Ce dernier décide utiliser ses connaissances mathématiques pour élucider la préoccupation de sa mère et aussi étudier l'itinéraire assimilable à la **courbe** (C) d'une fonction f que suivra sa mère pour se rendre au nouveau marché éventuellement si elle y trouvait une place.

Tâche : Tu es invité(e) à jouer le rôle de Farina en résolvant les problèmes suivants.

Problème 1

- 1) Démontre que la deuxième mensualité est égale à **154.500 F CFA**.
- 2) (a) Donne l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n pour tout entier naturel **non nul** n .
(b) Dédus-en que (u_n) est une suite géométrique de raison $q = 1,03$ et de premier terme 15.000.

- 3) Exprime u_n en fonction de n pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1.
- 4) Justifie que la **huitième** mensualité est égale à **184.481 F CFA** (arrondis à l'unité).
- 5) (a) Justifie que la **somme des n premières mensualités** est égale à **5.000.000[(1,03) n - 1]**.
(b) Madame N'Boti pourra-t-elle **bénéficier** d'une place dans le nouveau marché ?

Problème 2

L'itinéraire que suivra madame N'Boti pour se rendre au marché peut être représenté dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) par une portion de la courbe (C) de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{2x-3}{3x-4}$.

- 6) (a) Détermine l'ensemble de définition D de la fonction f .
(b) Calcule les limites de f aux bornes de D .
(c) Précise les équations des asymptotes éventuelles à (C) .
- 7) Détermine $f'(x)$ pour tout x élément de D .
- 8) Dresse le **tableau** des **variations** de la fonction f .
- 9) Construis (C) .

Situation d'évaluation n°42

Contexte: “10 millions d’âmes, 10 millions d’arbres” pour un Bénin verdoyant... Lancé officiellement depuis le jeudi 11 juillet 2013, le projet “10 millions d’âmes, 10 millions d’arbres” poursuit son petit bonhomme de chemin. En effet, pour permettre à notre pays d’atténuer les effets néfastes des changements climatiques et d’assurer la conservation de la diversité biologique, le ministère de l’environnement et de l’urbanisme avec le soutien du gouvernement a initié le projet “10 millions d’âmes, 10 millions d’arbres”, un projet de plantation d’arbres sur toute l’étendue du territoire national. Ainsi, les élus locaux sont invités à créer des espaces aménagés et à marquer par la mise en terre d’un plant tous les événements importants de la vie : les naissances, les baptêmes, etc.

Dans l’une des communes, deux zones ont été particulièrement réservées pour recevoir ces plants. La première est un carré d’aire 1356 dm^2 et la seconde est un espace rectangulaire de dimensions 15 dm sur 10 dm . Le nombre d’espèces à planter sur chaque zone devant être proportionnel à son aire, Sokoka, le technicien agricole invité, se demande combien de plants recevra la seconde zone sachant que la première doit recevoir 904 plants. Les deux zones sont séparées par une rivière qu’on assimile ici à la courbe (C) de la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{x^2}{x+2}$ dans un repère orthogonal. Par ailleurs, Sokoka se demande comment effectuer le piquetage à partir du point $E(-2; -4)$.

Tâche : En t’imaginant à la place de Sokoka, tu vas déterminer le nombre de plants et les piquets à travers la résolution des deux problèmes ci-après.

Problème 1

- 1) Évalue en dm^2 l’aire de la zone rectangulaire.
- 2) Déduis-en le nombre d’arbres à planter sur cette zone.

Problème 2

Les espèces sélectionnées sont le mimosa et le cerisier, qui doivent être plantées respectivement sur deux lignes représentant dans un repère, les courbes (C_1) et (C_2) respectivement de la fonction g et de la fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4 - 2x^2$.

- 3) Démontre que le point E est un centre de symétrie de (C_1) .
- 4) (a) Détermine l’ensemble de définition D_f de f .
(b) Calcule les limites de f aux bornes de D_f .
- 5) Calcule $f'(x)$ pour tout réel x puis dresse le tableau de variation de f .
- 6) En quels points la courbe (C_2) coupe-t-elle les axes des coordonnées ?
- 7) Construis (C_2) dans le repère orthonormé $(O; I; J)$.

Situation d'évaluation n°43

Contexte : Une heureuse initiative de production avicole

Le jeune Nari, après avoir hérité d'une portion du domaine familiale de 2 000 000 F, décide d'entreprendre la production de pintadeaux. Il utilise une partie de l'argent pour acquérir une couveuse artisanale, construire un poulailler et ériger une clôture de grillage pour la basse-cour. La couveuse permet de produire 2 400 pintadeaux chaque année.

Première année, Nari exploite seule cette couveuse. A partir de la deuxième année, elle décide d'augmenter la production en acquérant chaque année une couveuse de même capacité que la première. Ainsi Nari estime que la production P_{n+1} de pintadeaux à la $(n + 1)^{ième}$ année dépassera de 2 400 unités celle P_n de la $n^{ième}$ année. Elle pense amortir les investissements initiaux lorsque la production totale cumulée aura atteint 50 000 pintadeaux.

Yondo, la petite sœur de Nari, élève en terminale littéraire, est séduite par la forme de la clôture de la basse-cour et se demande si Nari peut amortir de tels investissements.

Tâche : Tu es invité(e) à trouver des réponses aux préoccupations de Yondo en résolvant les deux problèmes ci-après.

Problème 1

- 1) Précise le nombre P_1 de pintadeaux produits la première année.
- 2) Justifie que (P_n) est une suite arithmétique dont tu préciseras la raison et le premier terme.
- 3) Justifie que pour tout entier naturel non nul n , $P_n = 2400n$.
- 4) Détermine le nombre total cumulé de pintadeaux produits par Nari en n ($n \in \mathbb{N}^*$) années depuis le démarrage.
- 5) Détermine le nombre d'années au bout desquelles ce total cumulé aura dépassé 50 000.

Problème 2

La clôture de la basse-cour matérialise une portion de la courbe (C) représentative de la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = -4x^2 + 4x + 3$.

- 6) (a) calcule $f'(x)$ pour tout x élément de $\mathbb{R}$ et étudie son signe.
(b) Etudie le sens de variation de f .
- 7) Détermine les coordonnées des points d'intersections de la courbe (C) avec l'axe des abscisses.

Situation d'évaluation n°44

Contexte : Réhabilitation d'un verger

Dèdomè, élève en classe de terminale littéraire, a entrepris de réhabiliter le verger vieillissant de son père par la mise en terre de plants d'une nouvelle variété de mangue très prisée sur le marché. Pour la beauté du verger, les plants ont été disposés dans des parties assimilées à des régions ayant pour frontière des portions de la courbe (C) représentative dans un repère orthonormé $(O; I, J)$, de la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$. Dèdomè espère la première récolte de mangues à la saison 2017 et se préoccupe de la quantité de mangues produites à l'horizon 2023.

Tâche : Tu es invité(e) à trouver des réponses aux préoccupations de Dèdomè en résolvant les deux problèmes suivants.

Problème 1

- 1) (a) Détermine l'ensemble de définition D_f de la fonction f .
(b) Calcule les limites de f aux bornes de D_f .
(c) Précise les équations des deux asymptotes de la courbe (C).
- 2) (a) Calcule $f'(x)$ pour tout x appartenant à D_f puis précise son signe.
(b) Dresse le tableau de variation de f .
- 3) Construis la courbe (C).

Problème 2

Pour tout entier naturel n , le nombre U_n de mangues produites par le verger en l'an $(2017 + n)$ est égal à $600n + 550$.

- 4) Calcule U_0 et U_1 , nombre de mangues que produira le verger respectivement en 2017 et en 2018.
- 5) Démontre que la suite (U_n) est une suite arithmétique dont tu préciseras la raison.
- 6) Calcule le nombre total de mangues que produira le verger du début de l'année 2017 à la fin de l'année 2023.

Situation d'évaluation n°45

Contexte : Effets d'une déconcentration des activités portuaires



Le transfert d'une partie des activités portuaires vers le site de Messè a provoqué un boom économique et un accroissement prodigieux de la population humaine dans la région de Messè. Les statistiques révèlent en effet que l'effectif de cette population, qui étaient de u_0 en l'an 2000 avec $u_0 = 80000$), augmente chaque année de 5%. Par ailleurs, deux voies de desserte du site, fréquentées par de nombreux usagers, sont assimilées à une portion d'une courbe (C) dans un plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . Cette courbe (C) possède un centre de symétrie H représentant un endroit où a été érigée une tour de contrôle.

Abiba, une élève en classe de terminale littéraire, se préoccupe d'une part de l'expression de l'effectif u_n de la population de Messè en l'an $(2000 + n)$ où n est un entier naturel et d'autre part de la précision sur le point H .

Tâche : Tu es invité(e) à répondre aux préoccupations de Abiba en résolvant les deux problèmes suivants.

Problème 1

- 1) Calcule u_1, u_2 et u_3 .
- 2) Détermine, pour tout entier naturel n , u_{n+1} en fonction de u_n .
- 3) (a) Déduis-en que (u_n) est une suite géométrique dont tu préciseras la raison et le premier terme.
(b) Exprime, pour tout entier naturel n , u_n en fonction de n .

- 4) Précise l'effectif de la population de Messè en l'an 2017.

Problème 2

La courbe (C) représente la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \frac{x-2}{x+3}$.

- 5) Détermine l'ensemble de définition D_f de f .
- 6) (a) Calcule les limites de f aux bornes de D_f .
(b) Déduis-en les asymptotes à la courbe (C) .
- 7) Démontre que le couple $(-3; 1)$ est le couple des coordonnées du point H .

Situation d'évaluation n°46

Contexte : Elections et état d'âme d'un administratif vertueux



A la veille des élections législatives de 2019, Boda le chef de l'arrondissement de Tonko, s'est engagé pour un succès retentissant de cet événement. Il a consulté minutieusement les fichiers électoraux de son arrondissement à partir de celui de 2015. Il constate que les nombres des électeurs inscrits sont $P_0 = 53200$ en 2015, et $P_1 = 54796$. Il s'est rendu compte qu'entre les années $(2015 + n)$ et $(2015 + n + 1)$, (avec $n \in \mathbb{N}$), le taux d'accroissement t du nombre des inscrits est constant. Boda est soucieux de la mobilisation des inscrits pour le scrutin et surtout de l'état des différentes voies à emprunter par les électeurs pour rallier les bureaux de vote de Kingui, un village d'accès difficile. Le fils de Boda, fait observer à son père que la route menant du chef-lieu Tonko à Kingui, peut être représentée par une branche d'une courbe qu'il a appris à construire à travers les cours de mathématiques. Pour trouver le nombre d'électeurs en 2019, il désigne par P_n le nombre d'électeurs inscrits sur la liste électorale en l'an $(2015 + n)$.

Tâche : Tu es invité(e) à jouer le rôle du fils de Boda en résolvant les deux problèmes suivants :

Problème 1

- 1) (a) Justifie que le taux t est tel que $53200 + 53200 \times t = 54796$.
(b) Déduis-en que $t = 3\%$.

- 2) Calcule le nombre des inscrits en 2017 sur le fichier électoral de l'arrondissement de Tonko.
- 3) (a) Justifie que la suite (P_n) est une suite géométrique de raison $q = 1,03$.
(b) Exprime P_n en fonction de n .
(c) Déduis-en à l'unité près, le nombre des électeurs de l'arrondissement de Tonko inscrits sur le fichier électoral de 2019.

Problème 2

La route menant de Tonko à Kingui est représentée dans un repère orthonormé (O, I, J) par une branche de la courbe représentative (C) de la fonction f de variable réelle x définie par : $f(x) = \frac{2x-3}{x-1}$. La courbe (C) coupe l'axe des abscisses au point T et l'axe des ordonnées au point K .

- 4) Détermine l'ensemble de définition D_f de la fonction f .
- 5) Calcule les coordonnées des points T et K .
- 6) (a) Etudie les limites de la fonction f aux bornes de D_f .
(b) Déduis-en les asymptotes de la courbe (C) .
- 7) (a) Détermine par son expression, la fonction dérivée f' de f .
(b) Etudie le signe de $f'(x)$ pour $x \in D_f$ puis dresse le tableau de variation de f .
- 8) Dans le repère (O, I, J) , place les points T et K puis construis la courbe (C) ainsi que ses asymptotes.

Situation d'évaluation n°47

Contexte : Célébration de la fête de l'igname



Soto est un petit village du département « des Monts » célèbre dans la production d'ignames. Soto organise une fête de l'igname au mois d'août de chaque année depuis 2016, année au cours de laquelle la production annuelle d'ignames, en kilogrammes, est $u_0 = 10^6$.

Il a été établi que d'une année à la suivante, la production d'ignames augmente de 10%. On désigne par u_n la quantité (en kg) d'ignames produite au cours de l'année $(2016 + n)$ où n est un entier naturel.

Pour agrémenter les festivités de l'édition d'août 2020 de la fête de l'igname, il est prévu l'organisation d'un concours de danses traditionnelles sur la place publique du village. Le circuit des balles sera assimilé à une portion d'une courbe (C) . Ananou une élève en classe de terminale littéraire, fille du président du comité d'organisation, se préoccupe de la forme de la courbe (C) . Elle voudrait par ailleurs avoir une estimation de la quantité d'ignames que Soto produira en 2022.

Tâche : Tu es invité(e) à aider Ananou à trouver des solutions à ses préoccupations en résolvant les deux problèmes suivants :

Problème 1

- 1) (a) Détermine en kg la quantité d'ignames produite à Soto en 2017.
(b) Calcule u_2 .
- 2) (a) Exprime u_{n+1} en fonction de u_n .

(b) Déduis-en que (u_n) est une suite géométrique dont tu préciseras la raison et le premier terme.

(c) Exprime u_n en fonction de n .

- 3) Donne une estimation de la quantité d'ignames qui sera produite en 2022 dans le village de Soto.

Problème 2

En réalité (C) est la courbe représentative, dans un repère orthonormé du plan, de la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \frac{x+3}{x-2}$.

- 4) (a) Détermine le domaine de définition D_f de la fonction f .
(b) Calcule les limites de f aux bornes de D_f .
- 5) (a) Détermine $f'(x)$ pour tout x élément de D_f .

A méditer

La Motivation, le sens du Sacrifice et de l'Effort, le Don de soi-même, l'Abnégation à toute épreuve, l'Endurance devant l'adversité, l'Humilité sont les qualités que vous devez posséder pour atteindre vos ambitions les plus folles quel que soit le domaine dans lequel vous aurez décidé de vous lancer.



Correction des S.E