

LES  
ÉDITIONS  
NATURAL  
17063219

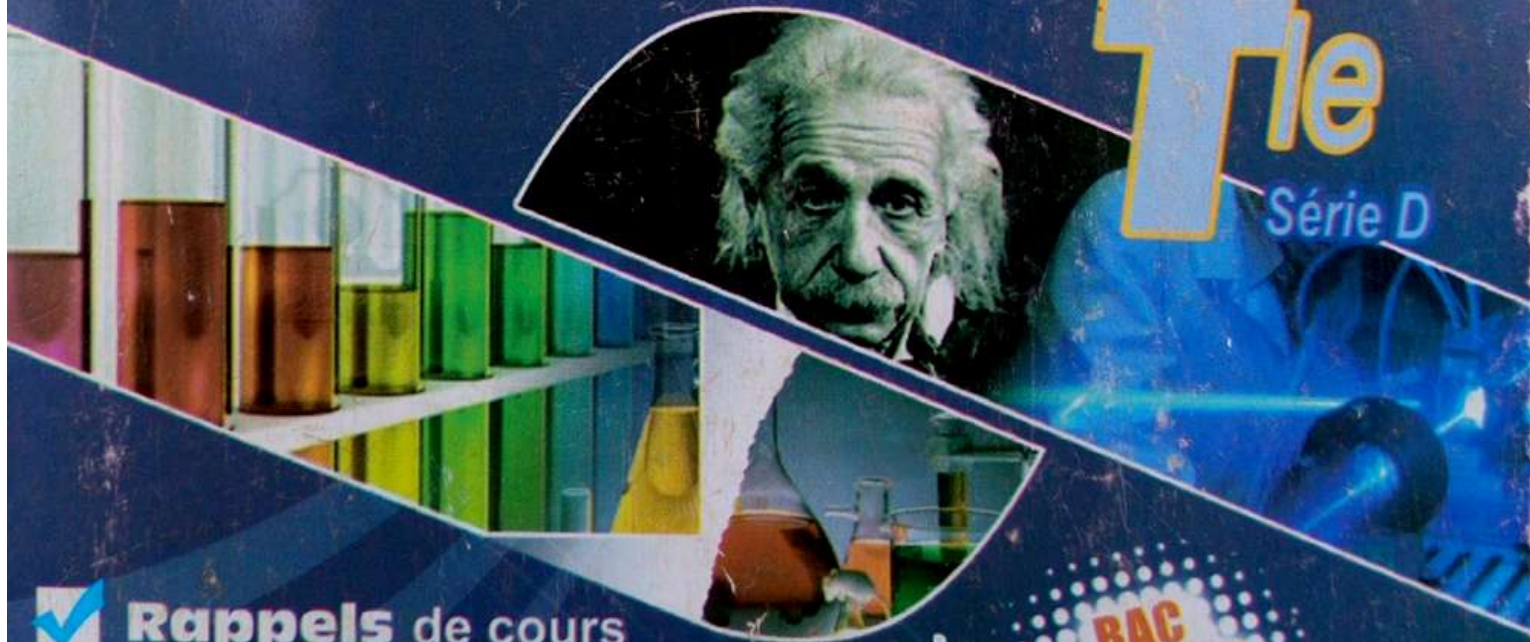
# Les **Annales**

2014



Marc KOUASSI

# Physique & Chimie 1<sup>re</sup> Série D



- ✓ **Rappels** de cours
- ✓ **Méthodes** pratiques
- ✓ **10 derniers** sujets du **BAC** entièrement résolus

**BAC  
2014  
INCLUS**





**Retrouvez aussi dans les bacs  
des Editions Matrice :**



**Bientôt dans nos bacs**

**Amen...Cris et Pleurs** (ADIA AGO, roman) - **La Nitchourdjala** (ADIA AGO, roman)  
**Excisée par amour** (Charles Célestin DJÊ, Nouvelles)  
**Silence...La récréation est terminée** (Mathurin GOLI BI IRIÉ, roman)  
**Le fou du carrefour** (Hyacinthe KAKOU, théâtre)

## Numéros utiles

Les Editions Matrice

M. YAO DENIS	03 07 20 90	07 25 49 25
M. YAO DENIS	03 07 20 90	07 25 49 25
M. KABA MAMOU DOU	03 06 25 43	07 61 24 97
M. KABA MAMOU DOU	03 06 25 43	07 61 24 97
M. SOUMAHORO ROBERT	03 16 40 69	05 45 15 31
M. SOUMAHORO ROBERT	03 16 40 69	05 45 15 31
M. MARC KOUASSI	03 31 01 50	08 45 62 46
M. MARC KOUASSI	03 31 01 50	08 45 62 46
Mlle KOUAKOU	20 01 08 72	40 20 94 43
Mlle KOUAKOU	20 01 08 72	40 20 94 43

**Pour vos achats, prière contacter :**

## Commerciaux mobiles

M. KOFFI Jean Marc 08 19 40 16  
M. LASME Alexandre 07 43 30 23  
M. OUATTARA Oumar 06 48 01 95

**ABOBO**  
M. YAPI 01 13 67 37  
M. BAH 08 29 68 69  
M. TRAORE 24 38 36 99

**ADJAME (Marché de Roxy)**  
M. CAMARA 07 18 78 29  
M. TRAORE 09 21 12 72

**COCODY**  
M. WAMBO 07 98 88 04  
M. EZOUA 03 15 40 22

**PORT BOUET**  
M. N'GUESSAN 02 73 10 40

**YOPOUGON SIPOREX**  
Mme PAULELL 07 94 91 92  
M. SALOMON 05 13 43 63

**ABENGOUROU**  
M. COULIBALY 47 93 0  
M. DIALLO 07 81 11 50

**ADZOPE**  
M. DADIE 03 20 77 40  
M. SERY 01 50 38 21

**AGBOVILLE**  
M. DOUMBIA 01 68 92

**ANYAMA**  
M. KOUAKOU 07 86 19

**BASSAM**  
M. KOUAKOU 07 86 19

**BEOUMI**  
M. AKIM 07 29 25 78  
M. LEGUEDE 02 45 44 4

**BINGERVILLE**  
M. AMANI 03 32 76 77

**BONDOUKOU**  
M. DINGUI 02 66 99 09

**BOUAFLE**  
Mme LOUKOU 08 25 11



# Collection Le TOP CHRONO

Sous la coordination de YAO Denis  
Professeur de Lycée

## PHYSIQUE & CHIMIE

Baccalauréat série D

Marc KOUASSI  
Professeur de Lycée



Les Editions Matrice

23 BP 2605 Abidjan 23

(00255) 20 01 08 72

Email : [matrice.editions@gmail.com](mailto:matrice.editions@gmail.com)

Site web : [www.topmatrice.net](http://www.topmatrice.net)



# AVANT-PROPOS

La collection le **TOP CHRONO** a été conçue pour répondre au besoin, maintes fois, exprimé par les élèves de disposer d'un outil pratique et performant à moindre coût, pour préparer efficacement leur examen de fin d'année.

Cet ouvrage comporte :

- des rappels de cours depuis les classes antérieures,
- des méthodes pratiques permettant de résoudre efficacement les sujets,
- des exercices types Bac entièrement résolus,
- des exercices extraits des sujets de Bac Blanc des Lycées et collèges et d'anciens sujets de Bac ivoirien et d'autres pays,
- les dix(10) derniers sujets officiels du Baccalauréat ivoirien série D entièrement corrigés de 2005 à 2014.

De plus, pour la bonne compréhension des corrections, des commentaires très appropriés sont associés à celles-ci.

Le **TOP CHRONO** est conforme au programme officiel en vigueur en Côte d'Ivoire.

Nous espérons que cet ouvrage vous paraîtra assez attrayant et qu'il sera le précieux auxiliaire de votre travail personnel tout au long de l'année.

Nous osons croire que cet ouvrage contribuera à l'amélioration des résultats de fin d'année des candidats au Baccalauréat série D.

L'auteur remercie d'avance toutes les bonnes volontés pour leurs remarques et suggestions qui permettront d'améliorer à l'avenir le contenu de ce document et en faire un outil incontournable pour le succès au Baccalauréat série D.

Enfin, il remercie tous ceux qui ont contribué, de près ou de loin, à la rédaction de cet ouvrage.

L'auteur.



# SOMMAIRE

	CHAPITRE	PAGE
RAPPELS	Quelques résultats mathématiques utiles en Physique	5 à 11
	Quelques unités et constantes essentielles	12 à 16
	Symboles normalisés de quelques dipôles	17
	Quelques matériels utilisés en sciences physiques	18
	Tableau de classification périodique des éléments chimiques	19
MÉCANIQUE	Cinématique du point	20 à 36
	Mouvement du centre d'inertie d'un système matériel	37 à 50
	Mouvement dans un champ uniforme	51 à 71
	Oscillateurs mécaniques libres	72 à 85
ELECTRO-MAGNÉTISME	Champ magnétique	86 à 95
	Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme	96 à 110
	Force électromagnétique de Laplace	111 à 121
	Auto-induction	122 à 131
	Montages intégrateur et dérivateur	132 à 139
	Oscillations électriques libres	140 à 151
	Circuit RLC série en régime sinusoïdal forcé	152 à 172
PHYSIQUE NUCLEAIRE	Réactions nucléaires spontanées et provoquées	173 à 186
CHIMIE GÉNÉRALE	Solutions aqueuses – Notion de pH	187 à 203
	Acides forts – Bases fortes	204 à 214
	Réaction acide fort – base forte	215 à 230
	Acide faible - Base faible – Classification des couples acide/base	231 à 245
	Réactions acido-basiques - Solutions tampons - Dosages	246 à 271
CHIMIE ORGANIQUE	Généralités sur la chimie organique	272 à 278
	Les alcools	279 à 299
	Les amines	300 à 307
	Acides carboxyliques et dérivés	308 à 333
	Acides $\alpha$ -aminés et protéines	334 à 341
SUJETS OFFICIELS DU BAC IVOIRIEN		343 à 379
CORRECTION DES SUJETS OFFICIELS DU BAC IVOIRIEN		380 à 443



# PREMIERE PARTIE

## L'ENTRAÎNEMENT AU QUOTIDIEN

RAPPELS DE COURS  
METHODES PRATIQUES  
EXERCICES RESOLUS  
EXERCICES DE PERFECTIONNEMENT  
CORRECTIONS D'EXERCICES



# QUELQUES RESULTATS

## MATHEMATIQUES UTILES EN PHYSIQUE

### 1) Trigonométrie

#### 1.1. Unités d'angles

Les unités d'angles les plus utilisées sont le degré et le radian.

On a par exemple :  $180^\circ = \pi \text{ rad}$ .

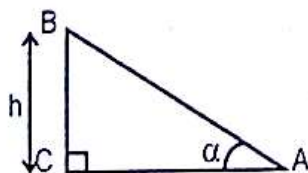
#### 1.2. Relation entre les fonctions

$$\begin{aligned} > \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} ; & \quad \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} & \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \\ > \cos(-\alpha) = \cos(\alpha) ; & \quad \sin(-\alpha) = -\sin(\alpha) ; & \quad \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \\ > \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin \alpha ; & \quad \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \alpha & \quad \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \\ > \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \sin \alpha ; & \quad \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos \alpha \\ > \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha ; & \quad \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha \\ > \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha ; & \quad \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha \\ > \sin 2\alpha = 2 \cos \alpha \sin \alpha ; & \quad \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha \end{aligned}$$

#### 1.3. Mesures d'angles

Angle en degré (°)	0	30	45	60	90	120	180
Angle en radian (rad)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\pi$
Sinus	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0
Cosinus	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-1
Tangente	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$	0

#### 1.4. Propriétés métriques du triangle rectangle



$$\sin \alpha = \frac{\text{coté opposé}}{\text{hypothénuse}} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow h = BC = AB \times \sin \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{coté adjacent}}{\text{hypothénuse}} = \frac{AC}{AB} ; \quad \tan \alpha = \frac{\text{coté opposé}}{\text{coté adjacent}} = \frac{BC}{AC}$$



## 2) Vecteur

### 2.1. Définition

➤ Deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont perpendiculaires ou orthogonaux si  $\text{mes}(\vec{u}; \vec{v}) = 90^\circ$ .

On note  $\vec{u} \perp \vec{v}$ .

➤ Deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires s'ils ont la même direction. On note  $\vec{u} // \vec{v}$ .

Ainsi  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  ont, soit le même sens ( $\vec{u}; \vec{v}) = 0^\circ$ ), soit ils sont de sens contraires ( $\text{mes}(\vec{u}; \vec{v}) = 180^\circ$ ).

### 2.2. Norme ou valeur d'un vecteur

Soient  $\vec{u}$  un vecteur non nul du plan tel que  $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ . On a alors :  $u = \|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$

### 2.3. Produit scalaire

#### a. Définition

Soient  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  deux vecteurs non nuls du plan.

Le produit scalaire de  $\vec{u}$  par  $\vec{v}$  est le réel  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  tel que :

➤ si  $\text{mes}(\vec{u}; \vec{v}) = \alpha$  alors  $\vec{u} \cdot \vec{v} = u \cdot v \cdot \cos \alpha$

➤ si  $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$  et  $\vec{v} = x'\vec{i} + y'\vec{j}$  alors  $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$

#### b. Propriétés

➤  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$

➤ si  $\vec{u} \perp \vec{v}$  alors  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ .

➤ si  $\vec{u} // \vec{v}$  alors  $\vec{u} \cdot \vec{v} = u \cdot v$  ( $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  ont le même sens) ou  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -u \cdot v$  ( $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont de sens contraire).

### 2.4. Produit vectoriel

#### a. Définition

Soient  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  deux vecteurs non nuls du plan.

Le produit vectoriel de  $\vec{u}$  par  $\vec{v}$  est le vecteur  $\vec{u} \wedge \vec{v}$  tel que :

$\|\vec{u} \wedge \vec{v}\| = u \cdot v \cdot \sin \alpha$  avec  $\text{mes}(\vec{u}; \vec{v}) = \alpha$ .

#### b. Propriétés

➤  $\vec{u} \wedge \vec{v} = -\vec{v} \wedge \vec{u}$

➤  $(\vec{u} \wedge \vec{v}) \cdot \vec{w} = (\vec{v} \wedge \vec{w}) \cdot \vec{u} = (\vec{w} \wedge \vec{u}) \cdot \vec{v}$

➤ si  $\vec{u} \perp \vec{v}$  alors  $\|\vec{u} \wedge \vec{v}\| = u \cdot v$

➤ si  $\vec{u} // \vec{v}$  alors  $\|\vec{u} \wedge \vec{v}\| = 0$

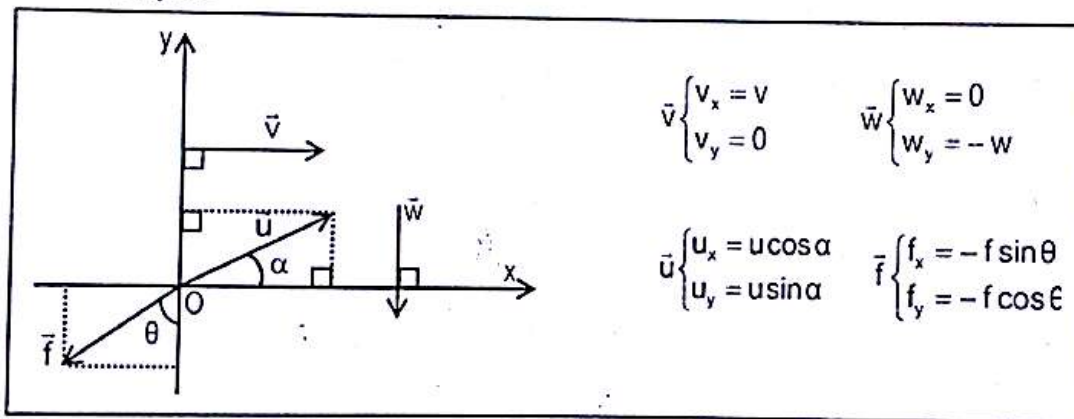


## 2.5. Projection de vecteurs

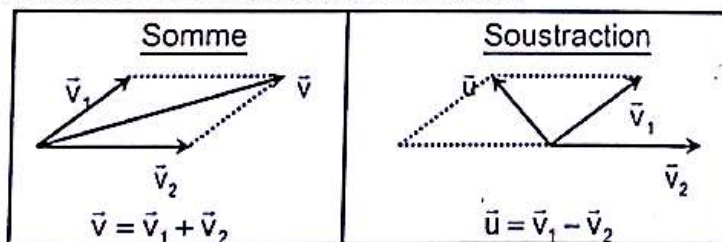
### a. Règle

- La projection sur un axe donné d'un vecteur perpendiculaire à cet axe est nulle.
- La projection sur un axe donné d'un vecteur colinéaire à cet axe est égale à :
  - la valeur de ce vecteur s'il a le même sens que l'axe ;
  - l'opposé de la valeur de ce vecteur s'il est de sens contraire à l'axe.
- La projection sur un axe donné d'un vecteur faisant un angle avec cet axe est égale au :
  - produit de la valeur de ce vecteur par le cosinus ou le sinus de l'angle s'il a le même sens que l'axe ;
  - produit de l'opposé de la valeur de ce vecteur par le cosinus ou le sinus de l'angle s'il est de sens contraire à l'axe.

### b. Exemples



## 2.6. Somme et soustraction de vecteurs



## 3) Dérivées et primitives de fonctions

Soient  $n$  un entier naturel ;  $a, b, c$  et  $k$  des constantes ;  $t$  une variable ;  $u$  et  $v$  des fonctions qui dépendent de la variable  $t$ .

Fonction	0	$a$	$at+b$	$at^2+bt+c$	$t^n$	$\frac{1}{t}$	$\frac{1}{t^n}$	$e^t$
Dérivée	0	0	$a$	$2at+b$	$nt^{n-1}$	$-\frac{1}{t^2}$	$-\frac{n}{t^{n+1}}$	$e^t$
Primitive	$k$	$at+k$	$\frac{1}{2}at^2+bt+k$	$\frac{1}{3}at^3+\frac{1}{2}bt^2+ct+k$	$\frac{1}{n+1}t^{n+1}$	$\ln(t)$	$\frac{-1}{n-1} \times \frac{1}{t^{n-1}}$	$e^t$



## Rappel de cours et énoncés d'exercices - Rappel de cours et énoncés d'exercices

Fonction	$\cos(t)$	$\sin(t)$	$\cos(at)$	$\sin(at)$	$e^{at}$	$\ln(t)$	$\ln(at)$	$e^u$
Dérivée	$-\sin(t)$	$\cos(t)$	$-a\sin(at)$	$a\cos(at)$	$ae^{at}$	$\frac{1}{t}$	$\frac{a}{t}$	$\frac{du}{dt}e^u$
Primitive	$\sin(t)$	$-\cos(t)$	$\frac{1}{a}\sin(at)$	$-\frac{1}{a}\cos(at)$	$\frac{1}{a}e^{at}$			

Fonction	$ku$	$u + v$	$u.v$	$\frac{1}{u}$	$\frac{u}{v}$
Dérivée	$k \frac{du}{dt}$	$\frac{du}{dt} + \frac{dv}{dt}$	$v \frac{du}{dt} + u \frac{dv}{dt}$	$-\frac{1}{u^2} \frac{du}{dt}$	$\frac{1}{v^2} (v \frac{du}{dt} - u \frac{dv}{dt})$

Fonction	$u^n$	$\frac{1}{u^n}$	$\ln(u)$
Dérivée	$nu^{n-1} \frac{du}{dt}$	$-\frac{n}{u^{n+1}} \frac{du}{dt}$	$\frac{1}{u} \frac{du}{dt}$

### 4) Fonction logarithme

#### a) Logarithme népérien

➤ Définition : pour  $x > 0$ ,  $\ln x = y \Rightarrow e^y = x$ .

➤ Propriétés

$$\ln(e^x) = x ; \ln(1) = 0 ; \ln(a.b) = \ln(a) + \ln(b) ;$$

$$\ln(a^n) = n\ln(a) ; \ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln(a) ; \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b).$$

#### b) Logarithme décimal ou logarithme à base 10

➤ Définition : pour  $x > 0$ ,  $\text{Log}(x) = \frac{\ln(x)}{\ln 10}$

➤ Propriétés : si  $\text{Log}(a) = b$  alors  $a = 10^b$

N.B. :  $\ln$  et  $\text{Log}$  ont les mêmes propriétés

#### c) Exponentielle népérienne

➤ Définition : pour tout  $x$ ,  $\exp(x) = e^x$  et  $e^x > 0$

➤ Propriétés :  $e^0 = 1$  ;  $e^{\ln x} = x$  ;  $e^{(a+b)} = e^a \times e^b$  ;  $e^{(a-b)} = e^a \times e^{-b}$

### 5) Equation du premier degré

#### 5.1. Addition et soustraction

Soit  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  des réels non nuls.

➤  $a + b = c + d \Leftrightarrow a = c + d - b \Leftrightarrow b = c + d - a \Leftrightarrow c = a + b - d \Leftrightarrow d = a + b - c$

➤  $a - b = c - d \Leftrightarrow a = c - d + b \Leftrightarrow b = d - c + a \Leftrightarrow c = a - b + d \Leftrightarrow d = b - a + c$

#### 5.2. Multiplication et division

Soit  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  des réels non nuls.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \times d = b \times c \Leftrightarrow a = \frac{b \times c}{d} \Leftrightarrow b = \frac{a \times d}{c} \Leftrightarrow d = \frac{b \times c}{a} \Leftrightarrow c = \frac{a \times d}{b}$$



## 6) Equation du second degré

Soit l'équation du second degré :  $ax^2 + bx + c = 0$  ; le discriminant est :  $\Delta = b^2 - 4ac$ .

- si  $\Delta < 0$  alors l'équation n'admet pas de solution,
- si  $\Delta = 0$  alors l'équation admet une seule solution  $x$  telle que :  $x = -\frac{b}{2a}$
- si  $\Delta > 0$  alors l'équation admet deux solutions  $x_1$  et  $x_2$  telles que :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

## 7) Puissances de 10

L'écriture et la lecture des nombres très petits, par exemple « 0,000 000 000 1 » ou très grand, par exemple « 10 000 000 000 000 » est très difficile.

Pour cela, on a adopté des règles d'écriture plus efficaces : les puissances de 10.

### 7.1. Puissances négatives

Valeur	Puissance de 10
0,1	$10^{-1}$
0,01	$10^{-2}$
0,001	$10^{-3}$
0,000 001	$10^{-6}$
0,000 000 001	$10^{-9}$
0,000 000 000 001	$10^{-12}$

### 7.2. Puissances positives

Valeur	Puissance de 10
10	$10^1$
100	$10^2$
1 000	$10^3$
1 000 000	$10^6$
1 000 000 000	$10^9$
1 000 000 000 000	$10^{12}$

### 7.3. Opération sur les puissances de 10

- $10^a \times 10^b = 10^{a+b}$
- $(10^a)^b = 10^{a \times b}$
- $\frac{1}{10^a} = 10^{-a} \Leftrightarrow \frac{1}{10^{-a}} = 10^a \Rightarrow \frac{10^a}{10^b} = 10^a \times 10^{-b} = 10^{a-b}$



### 8) La règle de trois

Dans les cas suivants a, b, c et d sont des valeurs connues (données). Déterminons x :

➤ **1<sup>er</sup> cas :**

$$\left. \begin{array}{l} a \longrightarrow b \\ c \longrightarrow x \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{b \times c}{a}$$

Exemple :  $\left. \begin{array}{l} 1 \text{ cm} \longrightarrow 20 \text{ N} \\ 2 \text{ cm} \longrightarrow x \text{ (N)} \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{20 \times 2}{1} = 40 \text{ N}$

➤ **2<sup>ème</sup> cas :**

$$\left. \begin{array}{l} a \longrightarrow b \\ x \longrightarrow d \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{a \times d}{b}$$

Exemple :  $\left. \begin{array}{l} 1 \text{ cm} \longrightarrow 20 \text{ N} \\ x \text{ (cm)} \longrightarrow 50 \text{ N} \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{50 \times 1}{20} = 2,5 \text{ cm}$

**Remarque :**

- Dans le 1<sup>er</sup> cas,
  - les grandeurs a et c doivent être exprimées dans la même unité ;
  - les grandeurs b et x doivent être exprimées dans la même unité.
- Dans le 2<sup>ème</sup> cas,
  - les grandeurs a et x doivent être exprimées dans la même unité ;
  - les grandeurs b et d doivent être exprimées dans la même unité.

### 9) Tracé de courbe

Tracer la courbe de y en fonction de x ou  $y = f(x)$  revient à placer :

- y en ordonnées ;
- x en abscisses.

Exemple :  $x = f(t^2)$  ; la longueur x est en ordonnées et le temps au carré  $t^2$  en abscisses.

**Remarque :**

- Si la courbe de  $y = f(x)$  est une droite qui passe par l'origine des axes, alors on dit que les grandeurs y et x sont proportionnelles ; ainsi l'équation de la droite est de la forme :  $y = kx$  où k est le **coefficient de proportionnalité** ou le **coefficient directeur** de la droite.

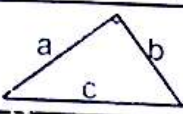
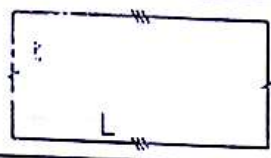
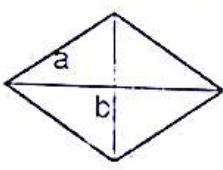
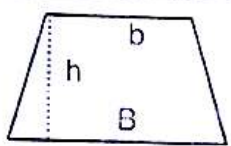
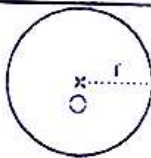
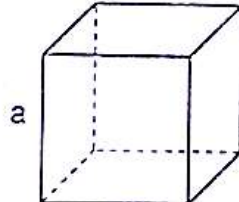
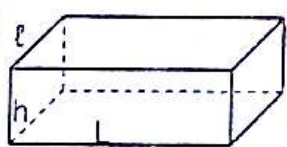
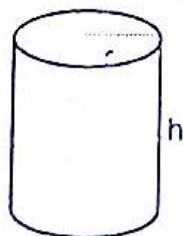

Exemple :  $x = \frac{1}{2}at^2$  (la constante est  $\frac{1}{2}a$ ) ;  $P = m \times g$  (la constante est g).

- Si la courbe de  $y = f(x)$  est une droite qui ne passe pas par l'origine des axes, alors les grandeurs y et x ne sont pas proportionnelles et l'équation de la droite est de la forme :  $y = ax + b$  où a est le coefficient directeur de la droite et b l'ordonnée à l'origine.

Exemple :  $v = at + v_0$  ; le coefficient directeur de la droite est a et  $v_0$  l'ordonnée à l'origine.



**10) Périmètre, surface et volume de quelques figures géométriques**

Figure géométrique	Nom	Périmètre	Surface ou Aire	Volume
	triangle rectangle	$a + b + c$	$\frac{a \times b}{2}$	
	rectangle	Somme des quatre cotés ou $2(l + L)$	$L \times l$	
	losange	Somme des quatre cotés ou $2\sqrt{a^2 + b^2}$	$\frac{a \times b}{2}$	
	trapèze	Somme des quatre cotés	$\frac{(B + b) \times h}{2}$	
	cercle	$2\pi \cdot r = \pi \cdot d$	$\pi \times r^2 = \pi \times \frac{d^2}{4}$	
	cube		$6a^2$	$a \times a \times a = a^3$
	Pavé droit		$2(Ll + hl + Lh)$	$L \cdot l \times h$
	cylindre		$2\pi r \times h$ ou $\pi \times d \times h$	$\pi \cdot r^2 \times h$ ou $\pi \cdot \frac{d^2}{4} \times h$
	sphère		$4\pi r^2 = \pi \times d^2$	$\frac{4}{3} \pi \times r^3 = \frac{1}{6} \pi \times d^3$



# QUELQUES UNITES ET CONSTANTES ESSENTIELLES EN PHYSIQUE

## 1. En physique

Grandeur (notation)	Unité Système Internationale(SI)	Symbole
Accélération (a)	mètre par seconde au carrée	$m/s^2$ ou $m.s^{-2}$
Activité radioactive (A)	becquerel	Bq
Angle ( $\alpha$ , $\beta$ , $\theta$ ...)	radian	rad
Capacité (C)	farad	F
Champ électrostatique (E)	volt par mètre	$V/m$ ou $V.m^{-1}$
Champ magnétique (B)	tesla	T
Constante de raideur (k)	newton par mètre	$N/m$ ou $N.m^{-1}$
Constante radioactive ( $\lambda$ )	par seconde	$s^{-1}$
Durée (t)	seconde	s
Energie (E)	joule	J
Force (F)	newton	N
Fréquence (N)	hertz	Hz
Inductance (L)	henry	H
Intensité électrique (I)	ampère	A
Longueur (l)	mètre	m
Masse (m)	kilogramme	kg
Moment d'une force ( $M$ )	newton mètre	$N.m$
Période (T)	seconde	s
Puissance (P)	watt	W
Résistance (R)	ohm	$\Omega$
Surface (S) ou aire (A)	mètre carrée	$m^2$
Tension électrique ou différence de potentiel (U)	volt	V
Travail (W)	joule	J
Vitesse angulaire ( $\omega$ )	radian par seconde	$rad/s$ ou $rad.s^{-1}$
Vitesse linéaire (v)	mètre par seconde	$m/s$ ou $m.s^{-1}$

## 2. En chimie

Grandeur (notation)	Unité Système Internationale(SI)	Symbole
Concentration massique ( $\gamma$ )	gramme par litre	g/L ou g.L <sup>-1</sup>
Concentration molaire (C)	mole par litre	mol/L ou mol.L <sup>-1</sup>
Masse (m)	gramme	g
Masse molaire (M)	gramme par mole	g/mol ou g.mol <sup>-1</sup>
Masse volumique ( $\rho$ )	gramme par litre	g/L ou g.L <sup>-1</sup>
Quantité de matière ou nombre de moles (n)	mole	mol
Volume (V)	litre	L
Volume molaire (V <sub>m</sub> ou V <sub>0</sub> )	litre par mole	L/mol ou L.mol <sup>-1</sup>

## 3. Les multiples

Préfixe	Abréviation	Valeur	Exemple	Unité utilisée
téra	T	10 <sup>12</sup>	1 TW = 10 <sup>12</sup> W	térawatt(TW)
giga	G	10 <sup>9</sup>	1 GJ = 10 <sup>9</sup> J	gigajoule(GJ)
méga	M	10 <sup>6</sup>	1 MA = 10 <sup>6</sup> A	mégaampère(MA)
kilo	k	10 <sup>3</sup>	1 km = 10 <sup>3</sup> m	kilomètre(km)
hecto	h	10 <sup>2</sup>	1 hg = 10 <sup>2</sup> g	hectogramme(hL)
déca	da	10 <sup>1</sup> = 10	1 dag = 10 g	décagramme(dag)

## 4. Les sous-multiples

Préfixe	Abréviation	Valeur	Exemple	Unité utilisée
déci	d	10 <sup>-1</sup>	1 dm = 10 <sup>-1</sup> m	décimètre(dm)
centi	c	10 <sup>-2</sup>	1 cL = 10 <sup>-2</sup> L	centilitre(cL)
milli	m	10 <sup>-3</sup>	1 mg = 10 <sup>-3</sup> g	milligramme(mg)
micro	$\mu$	10 <sup>-6</sup>	1 $\mu$ A = 10 <sup>-6</sup> A	microampère( $\mu$ A)
nano	n	10 <sup>-9</sup>	1 nJ = 10 <sup>-9</sup> J	nanojoule(nJ)
pico	p	10 <sup>-12</sup>	1 pF = 10 <sup>-12</sup> F	picofarad(pF)



### 5. Exemple du mètre

Multiples et sous-multiples du mètre				
$10^N$	Préfixe	Symbole	Nombre en français	Nombre en chiffre
$10^{24}$	yottamètre	Ym	Quadrillion	1 000 000 000 000 000 000 000 000
$10^{21}$	zettamètre	Zm	Trilliard	1 000 000 000 000 000 000 000
$10^{18}$	examètre	Em	Trillion	1 000 000 000 000 000 000
$10^{15}$	pétamètre	Pm	Billiard	1 000 000 000 000 000
$10^{12}$	téramètre	Tm	Billion	1 000 000 000 000
$10^9$	gigamètre	Gm	Milliard	1 000 000 000
$10^6$	mégamètre	Mm	Million	1 000 000
$10^3$	kilomètre	km	Mille	1 000
$10^2$	hectomètre	hm	Cent	100
$10^1$	décamètre	dam	Dix	10
$10^0$	mètre	m	Un	1
$10^{-1}$	décimètre	dm	Dixième	0,1
$10^{-2}$	centimètre	cm	Centième	0,01
$10^{-3}$	millimètre	mm	Millième	0,001
$10^{-6}$	micromètre	$\mu\text{m}$	Millionième	0,000 001
$10^{-9}$	nanomètre	nm	Milliardième	0,000 000 001
$10^{-12}$	picomètre	pm	Billionième	0,000 000 000 001
$10^{-15}$	femtomètre	fm	Billiardième	0,000 000 000 000 001
$10^{-18}$	attomètre	am	Trillionième	0,000 000 000 000 000 001
$10^{-21}$	zeptomètre	zm	Trilliardième	0,000 000 000 000 000 000 001
$10^{-24}$	yoctomètre	ym	Quadrillionième	0,000 000 000 000 000 000 000 001

## 6. Quelques conversions utiles

Grandeur	Relations	Unités utilisées
Durée	$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$ $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$ $1 \text{ j} = 24 \text{ h}$ $1 \text{ an} = 365,25 \text{ j}$	minute(min) heure(h) jour(j) année(an)
Énergie	$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ $1 \text{ Wh} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ J}$	électron-volt(eV) wattheure(Wh)
Masse	$1 \text{ kg} = 10^3 \text{ g}$ $1 \text{ t} = 10^3 \text{ kg}$ $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ $1 \text{ u} = 931,5 \text{ MeV} \cdot c^{-2}$	gramme(g) tonne(t) unité de masse atomique(u) mégaelectronvolt par célérité au carrée (MeV.c <sup>-2</sup> )
Puissance	$1 \text{ ch} = 736 \text{ W}$	cheval(ch)
Masse volumique	$1 \text{ kg/m}^3 = 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ $1 \text{ kg/dm}^3 = 1 \text{ g/cm}^3$ $1 \text{ g/L} = 1 \text{ kg/m}^3$	kilogramme par mètre cube(kg/m <sup>3</sup> ) kilogramme par décimètre cube(kg/dm <sup>3</sup> ) gramme par litre (g/L)
Surface	$1 \text{ dm}^2 = 10^{-2} \text{ m}^2$ $1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$ $1 \text{ mm}^2 = 10^{-6} \text{ m}^2$	décimètre carré(dm <sup>2</sup> ) centimètre carré(cm <sup>2</sup> ) millimètre carré(mm <sup>2</sup> )
Vitesse	$1 \text{ km/s} = \frac{1}{3,6} \text{ m/s}$	kilomètre par heure(km/h)
Volume et capacité	$1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3 = 1 \text{ L}$ $1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3 = 10^{-3} \text{ L}$ $1 \text{ mm}^3 = 10^{-9} \text{ m}^3 = 10^{-6} \text{ L}$ $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$	décimètre cube(dm <sup>3</sup> ) centimètre cube(cm <sup>3</sup> ) millimètre cube(mm <sup>3</sup> ) millilitre(mL)



## 7. Quelques constantes fréquemment utilisées

Constante	Charge élémentaire	Masse de l'électron	Masse du proton et du neutron
Valeur	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	$m_p = m_n = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Constante	Perméabilité du vide	Intensité de la pesanteur	Permittivité du vide
Valeur	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ SI}$	$g = 9,80 \text{ m.s}^{-2}$	$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} \text{ F/m}$

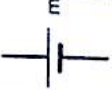
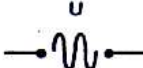
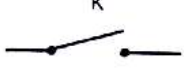

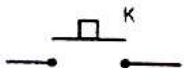

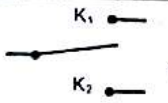
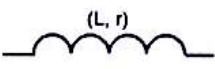



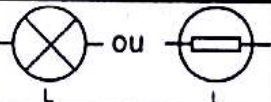
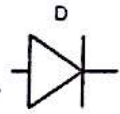
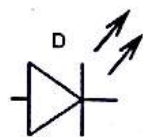
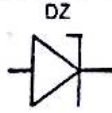

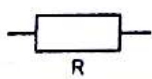
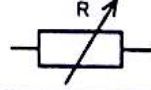
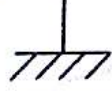

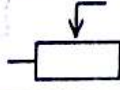
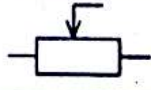

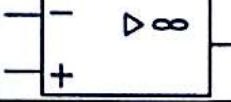
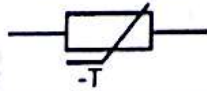
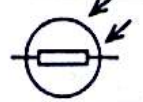
Constante	Volume molaire (CNTP)	Vitesse de la lumière dans le vide ou Célérité	Constate d'Avogadro
Valeur	$V_m = 22,4 \text{ L/mol}$	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	$N_a = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

## 8. Les indicateurs colorés de la vie courante et leurs caractéristiques

Indicateur coloré	Couleur		pK <sub>ln</sub>	Zone de virage
	Acide	Base		
Acide picrique	incolore	jaune	0,38	0,2 – 1,0
Rouge de crésol - 1 <sup>er</sup> virage	rouge	jaune	?	0,4 – 1,8
Bleu de thymol - 1 <sup>er</sup> virage	rouge	jaune	1,5	1,2 – 2,8
Hélianthine ou méthylorange	rouge	jaune	3,7	3,2 – 4,4
Rouge Congo	bleu	rouge	4,0	3,0 – 5,2
Vert de bromocrésol	jaune	bleu	4,7	3,8 – 5,4
Rouge de méthyle	jaune	rouge	5,1	4,8 – 6,0
p-Nitrophénol	incolore	jaune	7,15	5,6 – 7,6
Bleu de bromothymol	jaune	bleu	7,0	6,0 – 7,6
Rouge de phénol	jaune	rouge	7,9	6,8 – 8,4
Rouge de crésol - 2 <sup>nd</sup> virage	jaune	rouge	7,9	7,0 – 8,8
Bleu de thymol - 2 <sup>nd</sup> virage	jaune	bleu	8,9	8,0 – 9,6
Phénolphthaléine	incolore	rose	9,4	8,2 – 10,0
Thymolphthaléine	rouge	jaune	10,0	9,4 – 10,6
Jaune d'alizarine	jaune	rouge	11,0	10,0 – 12,0
2-4-6-Trinitrotoluène	incolore	orange	?	11,5 – 13,0
1,3,5-Trinitrobenzène	incolore	orange	?	12,0 – 14,0



# SYMBOLES NORMALISÉS DE QUELQUES DIPOLES

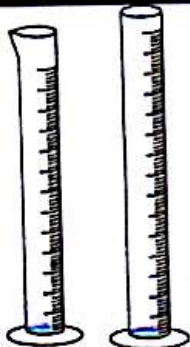
Dipôle	Symbole normalisé	Dipôle	Symbole normalisé
Pile ou générateur de courant continu		Générateur de courant alternatif	
Interrupteur ouvert		Interrupteur fermé	
Bouton poussoir ouvert		Bouton poussoir fermé	
Commutateur		Bobine	
Ampèremètre		Voltmètre	
Moteur à courant continu		Lampe ou ampoule	
Diode		Diode électroluminescente (D.E.L.)	
Diode Zener		Générateur de tension	
Conducteur ohmique		Résistance variable	
Masse		Condensateur	
Rhéostat		Potentiomètre	
Transistor NPN		Amplificateur opérationnel	
Thermistance		Photorésistance (LDR)	



# QUELQUES MATERIELS UTILISES EN SCIENCES PHYSIQUES



Tube à essais



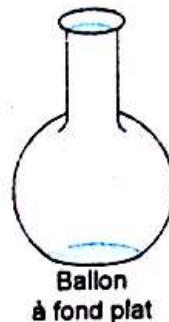
Eprouvette graduée



Fiole jaugée



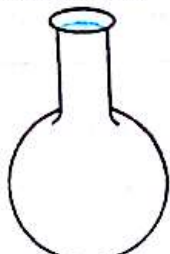
Pipette graduée



Ballon à fond plat



Flacon



Ballon à fond rond



Fiole



Agitateur magnétique



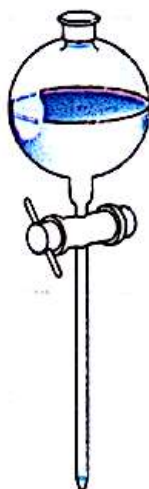
Erlenmeyer



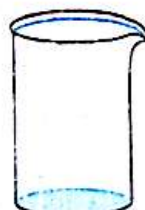
Verre à pied



Cristallisateur



Ampoule à décanter



Bécher



Vase de Bourdeau



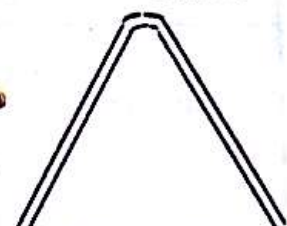
Entonnoir



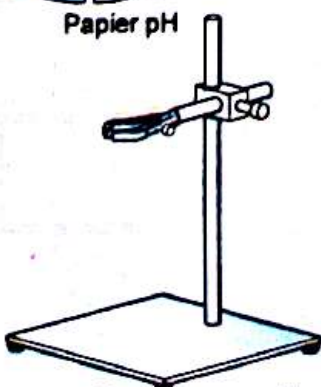
Papier pH



Bec bunsen ou labogaz



Tube coudée



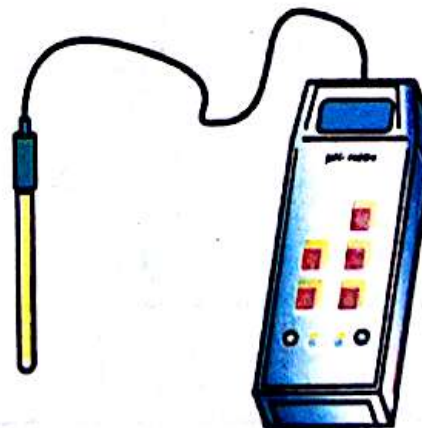
Potence



Pipette jaugée



Pince



pH-mètre



Burette graduée

# TABLEAU DE CLASSIFICATION PERIODIQUE DES ELEMENTS CHIMIQUES

Classification périodique des éléments

Principales colonnes		Principales colonnes	
Couche	Période	I	II
K	1	<sup>1</sup> H hydrogène 1,01	<sup>4</sup> He hélium 4,01
L	2	<sup>3</sup> Li lithium 6,94	<sup>9</sup> Be beryllium 9,01
M	3	<sup>11</sup> Na sodium 23,0	<sup>12</sup> Mg magnésium 24,3
N	4	<sup>19</sup> K potassium 39,1	<sup>20</sup> Ca calcium 40,1
O	5	<sup>37</sup> Rb rubidium 85,5	<sup>38</sup> Sr strontium 87,6
P	6	<sup>55</sup> Cs césium 132,9	<sup>56</sup> Ba barium 137,3
Q	7	<sup>87</sup> Fr francium 223	<sup>88</sup> Ra radium 226,1
		Éléments de transition	
		<sup>21</sup> Sc scandium 45,0	<sup>22</sup> Ti titane 47,9
		<sup>23</sup> V vanadium 50,9	<sup>24</sup> Cr chrome 52,0
		<sup>25</sup> Mn manganèse 54,9	<sup>26</sup> Fe fer 55,8
		<sup>27</sup> Co cobalt 58,9	<sup>28</sup> Ni nickel 58,7
		<sup>29</sup> Cu cuivre 63,5	<sup>30</sup> Zn zinc 65,4
		<sup>31</sup> Ga gallium 69,7	<sup>32</sup> Ge germanium 72,6
		<sup>33</sup> As arsenic 74,9	<sup>34</sup> Se sélénium 78,9
		<sup>35</sup> Br brome 79,9	<sup>36</sup> Kr krypton 83,8
		<sup>37</sup> Rb rubidium 85,5	<sup>38</sup> Sr strontium 87,6
		<sup>39</sup> Y yttrium 88,9	<sup>40</sup> Zr zirconium 91,2
		<sup>41</sup> Nb niobium 92,9	<sup>42</sup> Mo molybdène 95,9
		<sup>43</sup> Tc technetium 98,0	<sup>44</sup> Ru ruthénium 101,1
		<sup>45</sup> Rh rhodium 102,9	<sup>46</sup> Pd palladium 106,4
		<sup>47</sup> Ag argent 107,9	<sup>48</sup> Cd cadmium 112,4
		<sup>49</sup> In indium 114,8	<sup>50</sup> Sn étain 118,7
		<sup>51</sup> Sb antimoine 121,8	<sup>52</sup> Te tellure 127,6
		<sup>53</sup> I iode 126,9	<sup>54</sup> Xe xénon 131,3
		<sup>55</sup> Cs césium 132,9	<sup>56</sup> Ba barium 137,3
		<sup>57</sup> La lanthane 138,9	<sup>58</sup> Ce cerium 140,1
		<sup>59</sup> Pr praseodyme 140,9	<sup>60</sup> Nd néodyme 144,2
		<sup>61</sup> Pm prométhium 145	<sup>62</sup> Sm samarium 150,4
		<sup>63</sup> Eu europium 152,0	<sup>64</sup> Gd gadolinium 157,3
		<sup>65</sup> Tb terbium 158,9	<sup>66</sup> Dy dysprosium 162,5
		<sup>67</sup> Ho holmium 164,9	<sup>68</sup> Er erbium 167,3
		<sup>69</sup> Tm thulium 168,9	<sup>70</sup> Yb ytterbium 173,0
		<sup>71</sup> Lu lutécium 175,0	<sup>72</sup> Hf hafnium 178,5
		<sup>73</sup> Ta tantalum 180,9	<sup>74</sup> W tungstène 183,8
		<sup>75</sup> Re rhenium 186,2	<sup>76</sup> Os osmium 190,2
		<sup>77</sup> Ir iridium 192,2	<sup>78</sup> Pt platine 195,1
		<sup>79</sup> Au or 197,0	<sup>80</sup> Hg mercure 200,6
		<sup>81</sup> Tl thallium 204,4	<sup>82</sup> Pb plomb 207,2
		<sup>83</sup> Bi bismuth 208,9	<sup>84</sup> Po polonium 209
		<sup>85</sup> At astate 210	<sup>86</sup> Rn radon 222
		<sup>87</sup> Fr francium 223	<sup>88</sup> Ra radium 226,1
		<sup>89</sup> Ac actinium 227	<sup>90</sup> Th thorium 232
		<sup>91</sup> Pa protactinium 231	<sup>92</sup> U uranium 238,0
		<sup>93</sup> Np néptunium 237	<sup>94</sup> Pu plutonium 244
		<sup>95</sup> Am américium 243	<sup>96</sup> Cm curium 247
		<sup>97</sup> Bk berkélium 247	<sup>98</sup> Cf californium 251
		<sup>99</sup> Es einsteinium 252	<sup>100</sup> Fm fermium 257
		<sup>101</sup> Md mendelevium 258	<sup>102</sup> No nobélium 259
		<sup>103</sup> Lw livermorium 261	<sup>104</sup> Ts tennessine 261





## CINEMATIQUE DU POINT

Le père jésuite Pierre Varignon  
(né à Caen en 1654 et mort à Paris le 23 décembre 1722)  
Mathématicien Français.

Il est l'auteur d'importantes contributions à la statique, notamment par la formalisation du parallélogramme des forces et des conditions d'équilibre en trois dimensions. Il a formalisé les définitions de la vitesse instantanée et de l'accélération. A l'Académie royale des sciences, le 5 juillet 1698 puis le 20 janvier 1700 il définit tout d'abord la notion de vitesse instantanée puis celle d'accélération en appliquant le calcul différentiel de Leibniz à la trajectoire d'un corps. Il montre enfin, à l'aide de ce même calcul différentiel, qu'il est possible de déduire l'accélération d'un corps à partir de sa vitesse instantanée par une simple opération de dérivation.

### Objectifs spécifiques

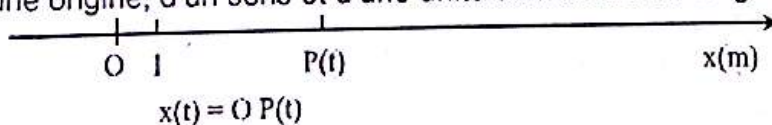
- Définir les vecteurs position, vitesse et accélération d'un point dans un repère donné.
- Etablir l'expression des équations horaires des mouvements uniformes (rectiligne et circulaire) et des mouvements rectilignes uniformément variés.

### RAPPEL DE COURS

#### 1. Cinématique à une dimension

##### 1.1. Définition

C'est le cas particulier de la trajectoire rectiligne. Le mobile est repéré par une coordonnée cartésienne  $x(t)$  sur un axe  $x$  qui coïncide avec la trajectoire. Ceci implique le choix d'une origine, d'un sens et d'une unité de mesure de longueur. (voir figure ci-dessous).



##### 1.2. Vitesse moyenne

La vitesse d'un mobile caractérise la variation de sa position au cours du temps.

Soit deux positions du mobile  $P_1$  et  $P_2$  à deux instants  $t_1$  et  $t_2$  ( $t_1 < t_2$ ). On a :

$v_m(t_1, t_2) = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  où  $x_1$  et  $x_2$  sont les coordonnées des points  $P_1$  et  $P_2$  et  $\Delta x$  est le déplacement du mobile pendant l'intervalle de temps  $[t_1, t_2]$ .

##### 1.3. Vitesse instantanée

La vitesse instantanée d'un point matériel est la dérivée de sa coordonnée spatiale  $x$

par rapport au temps  $t$ , à l'instant considéré :  $v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^t v(t') dt'$

Ceci implique la connaissance de la position du mobile à un instant donné  $t_0$ , soit :  $x(t_0)$ .



Remarque : si  $\Delta t$  est très petit, on peut confondre la vitesse instantanée à la vitesse moyenne : c'est le cas d'un enregistrement sur une table à coussin d'air.

$$v_n = \frac{x_{n+1} - x_{n-1}}{t_{n+1} - t_{n-1}} = \frac{x_{n+1} - x_{n-1}}{2\tau} ; \tau \text{ est l'intervalle de temps entre deux positions consécutives.}$$

#### 1.4. Accélération instantanée

L'accélération d'un mobile caractérise la variation de sa vitesse au cours du temps.

L'accélération instantanée d'un mobile est la dérivée de sa vitesse par rapport au temps,

$$\text{à l'instant considéré : } a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow v(t) = v(t_0) + \int_{t_0}^t a(t') dt'$$

Ceci implique la connaissance de la vitesse du mobile à un instant donné  $t_0$ , soit :  $v(t_0)$

$$\text{Remarque : cas d'enregistrement sur une table à coussin d'air, } a_n = \frac{v_{n+1} - v_{n-1}}{t_{n+1} - t_{n-1}} = \frac{v_{n+1} - v_{n-1}}{2\tau}$$

#### 1.5. Deux cas particuliers de mouvement rectiligne : le MRU et le MRUV

##### a) Mouvement rectiligne uniforme (MRU)

Le MRU est un mouvement rectiligne à vitesse constante :  $v(t) = v_0$ . Par conséquent :

$$a = \frac{dv_0}{dt} \xrightarrow{\text{(en dérivant)}} a = 0$$

$$\frac{dx}{dt} = v_0 \xrightarrow{\text{(en intégrant)}} x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^t v_0 dt' \Rightarrow x(t) = x_0 + v_0(t - t_0)$$

$x_0$  et  $v_0$  représentent respectivement la position et la vitesse à la date initiale.

##### b) Mouvement rectiligne uniformément varié (MRUV)

Le MRUV est un mouvement rectiligne à accélération constante :  $a = a_0$ . Par conséquent :

$$\frac{dv}{dt} = a_0 \xrightarrow{\text{(en intégrant)}} v(t) = v(t_0) + \int_{t_0}^t a_0 dt' \Rightarrow v(t) = v_0 + a_0(t - t_0)$$

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} = v_0 + a_0(t - t_0) &\xrightarrow{\text{(en intégrant)}} x(t) = x_0 + \int_{t_0}^t [v_0 + a_0(t' - t_0)] dt' \\ &\Rightarrow x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2} a_0(t - t_0)^2 \end{aligned}$$

$$\text{Conséquences : } v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$$

##### c) Résumé

- si  $\vec{a} \cdot \vec{v} > 0 \Rightarrow$  mouvement rectiligne accéléré
- si  $\vec{a} \cdot \vec{v} < 0 \Rightarrow$  mouvement rectiligne retardé
- si  $\vec{a} \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow$  mouvement rectiligne uniforme

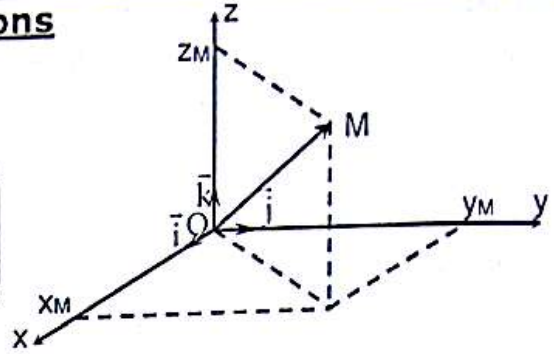


## 2. Cinématique à plusieurs dimensions

### 2.1. Repère cartésien : $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

#### a) Vecteur position

$$\vec{OM} = x_M \vec{i} + y_M \vec{j} + z_M \vec{k} \Rightarrow \vec{OM} \begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix}$$



OM est le module du vecteur  $\vec{OM}$ . Il est donné par :  $OM = \sqrt{x_M^2 + y_M^2 + z_M^2}$

#### b) Vecteur vitesse

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k} = \dot{x} \vec{i} + \dot{y} \vec{j} + \dot{z} \vec{k} \Rightarrow \vec{v} \begin{pmatrix} v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \\ v_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y} \\ v_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z} \end{pmatrix}$$

v est le module du vecteur  $\vec{v}$ . Il est donné par :  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$

#### c) Vecteur accélération

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\dot{x}}{dt} \vec{i} + \frac{d\dot{y}}{dt} \vec{j} + \frac{d\dot{z}}{dt} \vec{k} = \frac{d^2x}{dt^2} \vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \vec{k}$$

$$\vec{a} = \ddot{x} \vec{i} + \ddot{y} \vec{j} + \ddot{z} \vec{k} \Rightarrow \vec{a} \begin{pmatrix} a_x = \frac{d\dot{x}}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} \\ a_y = \frac{d\dot{y}}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y} \\ a_z = \frac{d\dot{z}}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2} = \ddot{z} \end{pmatrix}$$

a est le module du vecteur  $\vec{a}$ . Il est donné par :  $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

### 2.2. Repère curviligne : la base de Frenet $(O, \vec{r}, \vec{n})$

a) Définition : c'est un repère local associé à un point M, décrivant une courbe ( $\mathcal{C}$ ).

b) Abscisse curviligne

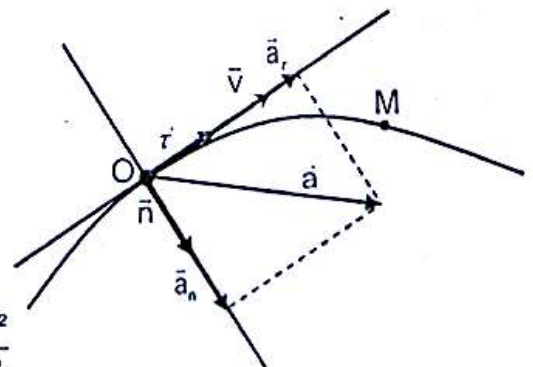
$$OM = s_M$$

c) Vecteur vitesse  $\vec{v}$

$$\vec{v} = \frac{ds}{dt} \vec{r}$$

d) Vecteur accélération

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{r} + \frac{v^2}{R} \vec{n} \text{ avec } a_t = \frac{dv}{dt} \text{ et } a_n = \frac{v^2}{R}$$



### 2.3. Mouvement circulaire uniforme (MCU)

#### a) Définition

Le mouvement est circulaire uniforme si la trajectoire est un cercle et la vitesse constante.

#### b) Equations horaires

$$\theta = \omega t + \theta_0 \text{ et } s = v_0 t + s_0$$

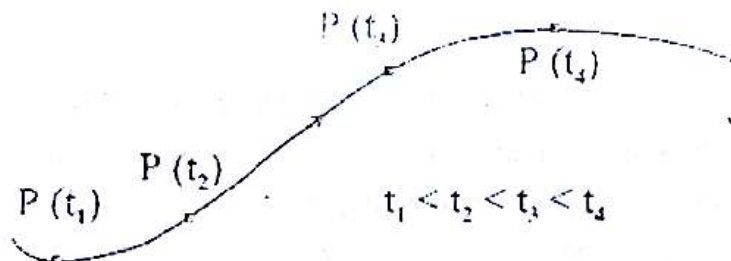
#### c) Quelques grandeurs caractéristiques

Période $T(s)$	Fréquence $N(Hz)$	Abscisse curviligne $s(m)$ et abscisse angulaire $\theta(rad)$	Vitesse angulaire $\omega(rad/s)$	Accélération $a(m/s^2)$
$T = \frac{2\pi}{\omega}$	$N = \frac{1}{T}$	$s = R\theta$	$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{R} \frac{ds}{dt} = \frac{v}{R}$	$\vec{a} = \frac{v^2}{R} \vec{n} = \omega^2 R \vec{n}$

### 3. Etude de la trajectoire

#### 3.1. Définition

On appelle trajectoire d'un mobile l'ensemble des positions successives qu'il occupe au cours du temps (voir figure ci-dessous).



#### 3.2. Nature de la trajectoire

La trajectoire d'un mobile peut-être rectiligne (droite) ou curviligne (courbe).

Elle est déterminée par son équation.

Exemple :

Équation de la trajectoire	Nature de la trajectoire
$y = ax + b$	Droite
$y = ax^2 + bx + c$	Parabole
$x^2 + y^2 = a^2$	Cercle de rayon $a$

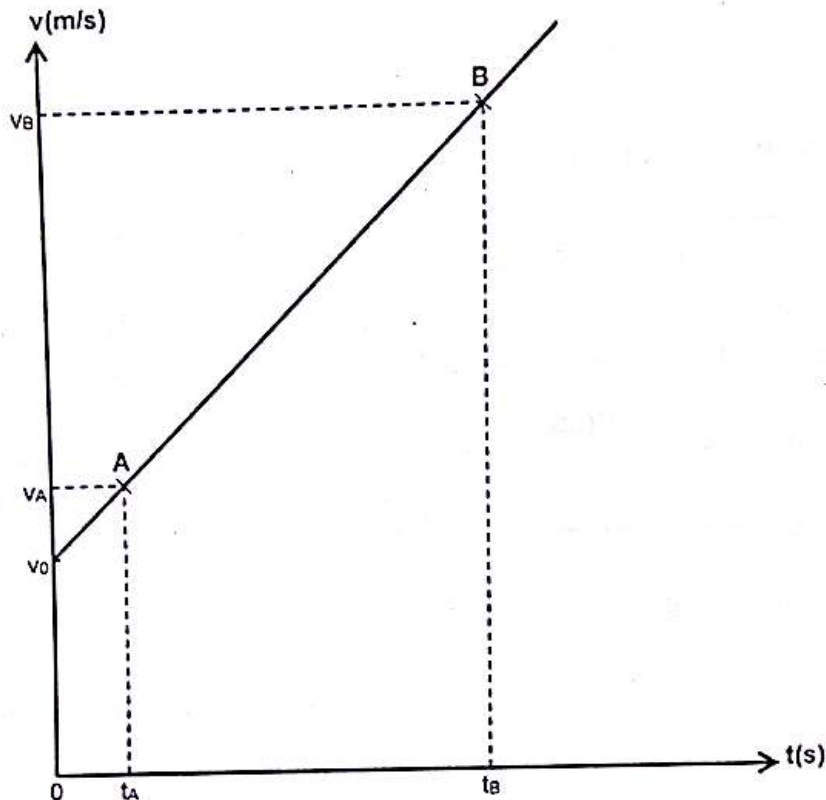
Remarque : le cercle (trajectoire circulaire) est un cas particulier de courbe.



#### 4. Méthode pratique

Comment déterminer l'équation de la droite d'une représentation ?

Exemple : graphe de la vitesse d'un mobile en fonction du temps :  $v = f(t)$ .



- La courbe obtenue est une droite donc son équation est de la forme  $v = kt + b$ 
  - $k$  est le coefficient directeur de la droite ; il est obtenu en utilisant deux couples de points qui appartiennent effectivement à la droite. Ainsi on a :

$$k = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_B - v_A}{t_B - t_A} \quad \text{ou} \quad k = \frac{v_A - v_B}{t_A - t_B}$$

Remarque :

Avant de faire les calculs, il faut s'assurer que les vitesses sont en mètre par seconde (m/s) et les temps en seconde (s) sinon il faudra faire les conversions nécessaires.

$\left. \begin{array}{l} \Delta v \text{ en m/s} \\ \Delta t \text{ en s} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{l'unité de } k \text{ est : } \frac{\text{m/s}}{\text{s}} \text{ ou } \text{m/s}^2 \text{ ou encore } \text{m.s}^{-2}$

$k$  a la même unité que l'accélération  $a$  donc  $k$  correspond à l'accélération du mobile ( $k = a$ ).

$b$  est l'ordonnée à l'origine ; c'est-à-dire la vitesse du mobile à  $t = 0$  donc  $b = v_0$ .

Conclusion : on retrouve l'équation horaire de la vitesse d'un mouvement rectiligne uniformément varié qui est :  $v = at + v_0$ .

## EXERCICES RESOLUS

### Exercice 1

Les équations horaires du mouvement d'un point mobile M sont :

$$\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = 3t + 2 \\ z(t) = 0 \end{cases}$$

1. Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire et donner sa nature.
2. Déterminer le vecteur-vitesse  $\vec{v}$  et le vecteur-accélération  $\vec{a}$  à tout instant.
3. Calculer la vitesse du point M à  $t = 7$  s. Quelle est alors la position du point M ?
4. Quelle est la nature du mouvement du mobile M ? Justifier votre réponse.

### Exercice 2

La représentation graphique de la vitesse  $v = f(t)$  d'un mobile est donnée à la figure ci-contre.

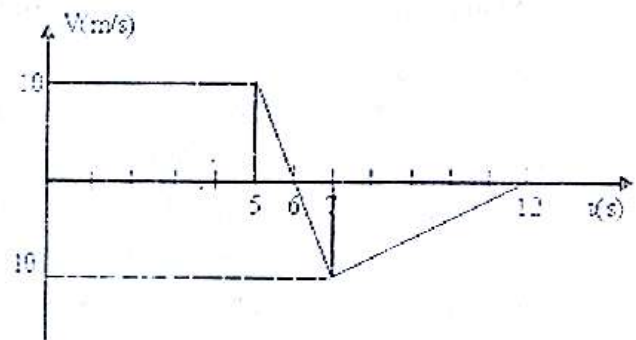
1. Calculer les accélérations du mobile au cours des trois phases du mouvement.

2. Déterminer l'expression  $v = f(t)$ .

On utilisera au début de chaque phase un nouveau repère de temps.

3. Tracer la représentation graphique  $a = g(t)$  de l'accélération  $a$  en fonction du temps, avec  $t \in [0 ; 12]$  en secondes.

Echelle : 1 cm pour 1 s et 1 cm 2 m/s<sup>2</sup>



### Exercice 3

Les composantes du vecteur accélération d'un point mobile sont  $\vec{a}(0, -3, 0)$ .

A l'instant  $t = 0$ , le mobile est en  $M_0(1, 2, 0)$  et son vecteur-vitesse initial est  $\vec{v}_0(1, 1, 0)$ .

1. Donner les équations horaires du mouvement
2. Montrer que le mouvement est plan.
3. Déterminer l'équation de la trajectoire. En déduire la nature du mouvement.
4. Déterminer les coordonnées du vecteur vitesse du mobile à chaque instant.
5. a) En quel point particulier de la trajectoire la vitesse du mobile est minimale ?  
b) Calculer la date en ce point.
6. Déterminer les coordonnées des points où le mobile coupe l'axe (Ox).
7. Déterminer l'intervalle de temps sur lequel le mouvement est accéléré, puis retardé.

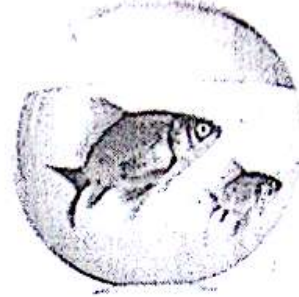


**Exercice 4 : La ronde d'un poisson rouge**

Un poisson rouge se promène dans son bocal. Le mouvement de son centre d'inertie  $M$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  est décrit par les équations paramétriques

$$\text{suivantes : } \begin{cases} x(t) = R \cos(\omega t) \\ y(t) = R \sin(\omega t) \\ z(t) = 0 \end{cases}$$

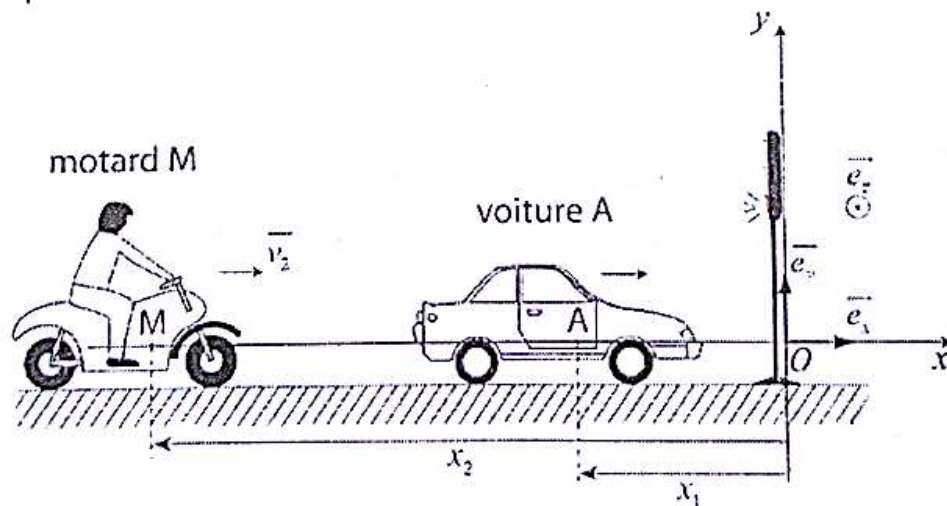
( $\omega$  et  $R$  désignent deux constantes positives).



1. Etablir l'équation paramétrique de la trajectoire du centre d'inertie du poisson et préciser sa nature.
2. Déterminer le vecteur-vitesse correspondant (cartésienne) et en déduire sa norme.
3. Quelle caractéristique le mouvement présente-t-il et que représente la constante  $\omega$  ?
4. Etablir une relation simple entre les vecteurs position  $\vec{OM}$  et accélération  $\vec{a}$  (toujours en cartésienne). En déduire la norme vecteur accélération.
5. Montrer que le module du vecteur accélération est indépendant du repère d'étude.

**Exercice 5**

Une voiture A est arrêtée sur une route horizontale rectiligne à une distance  $d_1 = 3 \text{ m}$  d'un feu rouge. Lorsque le feu passe au vert, à l'instant  $t = 0$ , la voiture démarre avec une accélération constante  $a_1 = 3 \text{ m/s}^2$ . Au même moment un motard M roulant à une vitesse constante  $v_2 = 54 \text{ km/h}$  se trouve à une distance  $d_2 = 24 \text{ m}$  de la voiture. La voiture et le motard considérés comme des points matériels sont repérés à l'instant  $t$  à l'aide de leurs vecteurs positions respectifs  $\vec{OA} = x_1 \vec{i}$  et  $\vec{OM} = x_2 \vec{i}$ . On choisira comme origine O des abscisses la position du feu tricolore.



1. Déterminer les équations horaires  $x_1(t)$  et  $x_2(t)$  de la voiture et du motard respectivement.
2. Déterminer les instants des dépassements ainsi que les positions de la voiture et du motard à ces instants.
3. Si le motard roulait à la vitesse  $v_2 = 36 \text{ km/h}$  pourrait-il rattraper la voiture ? Justifier.
4. Calculer, dans ce cas, l'instant pour lequel la distance qui sépare le motard de la voiture est minimale. En déduire cette distance.



### Exercice 6

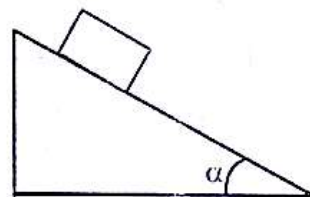
Une motocyclette, au repos à une lumière rouge, accélère uniformément dès que le feu passe au vert avec une accélération de  $1,5 \text{ m/s}^2$ . Elle atteint ainsi une vitesse  $V$  en  $10 \text{ s}$ , vitesse qu'elle maintient pendant  $30 \text{ s}$ . Elle freine ensuite uniformément pendant  $5 \text{ s}$  pour s'immobiliser à un autre feu rouge.

1. Déterminer la vitesse  $V$  atteinte à la fin de la phase d'accélération.
2. Quelle est la distance parcourue pendant son accélération ?
3. Quelle est la valeur  $a_2$  de l'accélération au cours de la deuxième phase ? Justifier.
4. Calculer la distance parcourue pendant qu'elle se déplace à vitesse constante ?
5. Calculer la valeur  $a_3$  de l'accélération au cours du freinage.
6. En déduire l'équation horaire du mouvement au cours du freinage.
7. Déterminer, par deux méthodes différentes, la distance parcourue au cours du freinage.
8. Quelle distance sépare les deux feux rouges ?
9. Tracer le graphique de la vitesse en fonction du temps.

Echelle :  $1 \text{ cm}$  pour  $5 \text{ s}$  et  $1 \text{ cm}$  pour  $5 \text{ m/s}$

### Exercice 7 (extrait Bac D Session Normale 2000)

Un point mobile de masse  $m = 631 \text{ g}$  est abandonné sans vitesse initiale sur une table lisse inclinée d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontale. Le mobile glisse selon la ligne de plus grande pente. On enregistre les positions successives de son centre d'inertie  $G$  à différentes dates séparées de  $\tau = 60 \text{ ms}$ . Les résultats des mesures sont indiqués dans le tableau ci-dessous.



$G_n$	$G_0$	$G_1$	$G_2$	$G_3$	$G_4$	$G_5$	$G_6$
$t_n(\text{s})$	0	$\tau$	$2\tau$	$3\tau$	$4\tau$	$5\tau$	$6\tau$
$x_n(\text{cm})$	0	1,20	2,65	4,30	6,30	8,40	10,80
$v_n(\text{m/s})$							
$a_n(\text{m.s}^{-2})$							

1. a) Recopier le tableau et remplir les deux dernières lignes en précisant les relations utilisées pour le calcul de  $v_n$  et  $a_n$ .  
b) Quelle est la nature du mouvement de  $G$  ? Justifier la réponse.
2. a) Exprimer la vitesse  $v$  du mobile en fonction du temps  $t$  et de  $v_0$  (vitesse en  $G_0$ ).  
b) En déduire la vitesse  $v_0$  du mobile en  $G_0$ .  
c) Peut-on affirmer que le mobile a été abandonné en  $G_0$  ? Pourquoi ?



## EXERCICES DE PERFECTIONNEMENT

### Exercice 1

Une comète (astre du système solaire) se déplace dans le système solaire.

Sa position a pour expression :  $\overrightarrow{OM} = (t - 1)\vec{i} + \frac{t^2}{2}\vec{j}$

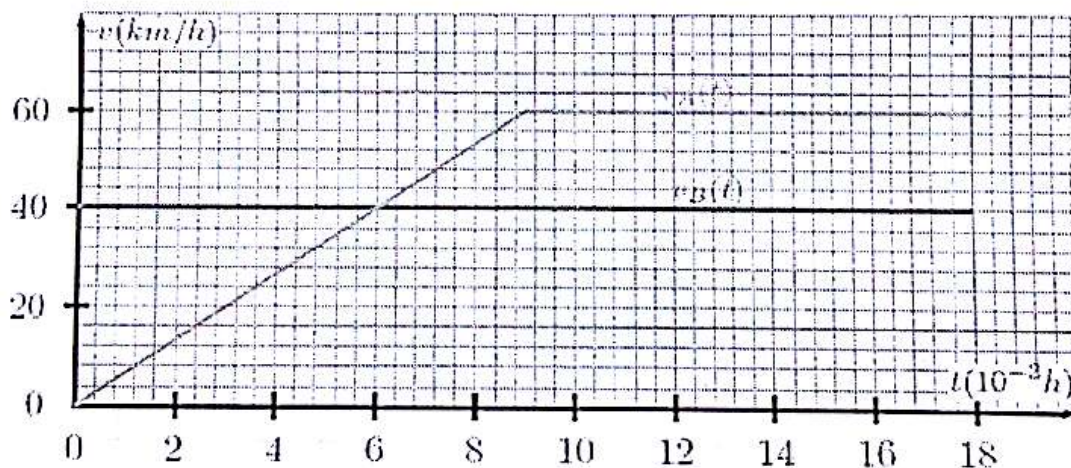
Où O est l'origine du repère (le soleil) et t représente le temps exprimé en secondes.

On suppose que la comète reste dans le plan (xOy) (z = 0).

1. Déterminer les positions de la comète à l'instant  $t = 1$  s.
2. Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire de la comète et en déduire sa nature.
3. Déterminer les composantes des vecteur-vitesse et accélération ainsi que leur norme.
4. Déterminer la composante tangentielle de l'accélération.
5. En déduire la composante normale de l'accélération.
6. Exprimer le rayon de courbure  $\rho$  de la trajectoire en fonction de t.

### Exercice 2

Une voiture A est arrêtée à un feu rouge. Le feu devient vert et A démarre. Au même moment, une deuxième voiture B la dépasse, roulant à vitesse constante. Leurs courbes de vitesse en fonction du temps sont représentées sur la même figure ci-dessous :



- 1) Combien de temps la voiture A a-t-elle mis pour avoir la même vitesse que la voiture B ?
- 2) A ce moment, à quelle distance en avant de la voiture A se trouve la voiture B ?
- 3) Quelle est la voiture qui est en tête et de combien après 0,01 h ?
- 4) A quel instant la voiture A rattrape-t-elle la voiture B ?

### Exercice 3

Sur une autoroute 2 voitures roulent sur la même file avec une vitesse de 40 m/s. Le pare chocs avant A de la seconde voiture est à 40 m derrière le pare chocs arrière B de la première voiture. Le véhicule B freine avec une décélération de  $5 \text{ m/s}^2$ . Le véhicule A distrait freine 2 s après avec la même décélération.

1. Quelle distance parcourt le deuxième véhicule avant de commencer à freiner ?

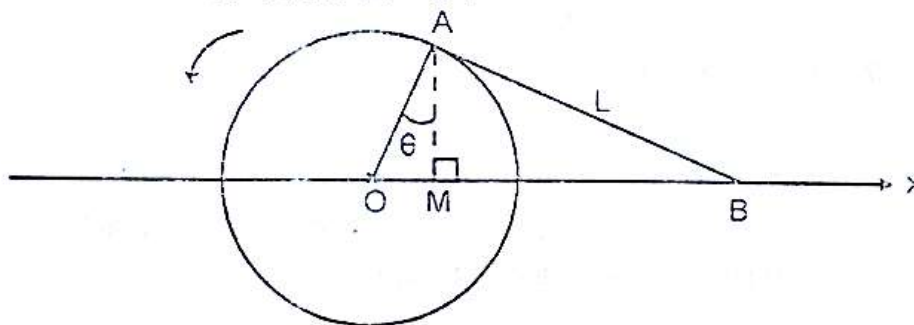


2. Quelle distance parcourt le premier véhicule pendant ce même temps ?
3. Quelle est la distance séparant A et B lorsque le second véhicule commence à freiner ?
4. Quelle est la vitesse du premier véhicule à ce moment ?
5. En prenant comme origine des dates l'instant où débute le freinage du second véhicule et comme origine des espaces la position où il se trouve alors, établir les équations horaires des mouvements de A et B. Un choc aura-t-il lieu ? Si oui à quelle date ?

#### Exercice 4

Dans le système bielle-manivelle, l'extrémité d'une tige de longueur  $\ell$  a un mouvement circulaire uniforme (MCU) avec la vitesse angulaire constante. Elle entraîne une autre tige de longueur  $L > \ell$  dont l'extrémité B peut coulisser sur un axe Ox ; à  $t = 0$ ,  $\theta = 0$ .

- 1) Quelle est l'équation horaire angulaire du point A ?
- 2) Déterminer la hauteur AM à l'instant  $t$ .
- 3) En déduire OM(t) et MB(t) ; puis l'équation horaire  $x(t)$  du mouvement de B.
- 4) Déterminer alors la vitesse du point B.
- 5) En déduire les instants auxquels elle s'annule et les positions correspondantes de B ?
- 6) Mêmes questions (4 et 5) pour l'accélération.
- 7) Que devient le mouvement si  $\ell = L$  ?



#### Exercice 5

Un automobiliste roule sur une route rectiligne à la vitesse de 130 km/h. Soudain, un obstacle fixe apparaît sur la voie à la distance  $D = 120$  m. Le conducteur freine immédiatement et réduit sa vitesse à 105 km/h au bout d'une durée  $\theta = 1$  s.

1. Calculer la valeur de la décélération.
2. Si l'on suppose que la décélération reste constante, à quelle distance de l'obstacle s'arrêtera la voiture ?
3. On envisage maintenant cette éventualité : le conducteur ne réagit pas tout de suite et commence à freiner une seconde après l'apparition de l'obstacle. Il impose alors à son véhicule la décélération calculée au 1.

Calculer la distance que devrait parcourir l'automobile pour s'arrêter ? Conclure.



**Exercice 1**

1. Déterminons l'équation cartésienne de la trajectoire et donnons sa nature.

$$\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = 3t + 2 \\ z(t) = 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{y = 3x + 2}$$

L'équation est sous la forme  $y = ax + b$  donc la trajectoire du mobile est une droite.

2. Déterminons le vecteur-vitesse  $\vec{v}$  et le vecteur-accélération  $\vec{a}$  à tout instant.

➤ vecteur-vitesse :  $\vec{v} \begin{cases} \dot{x}(t) = 1 \text{ m/s}^2 \\ \dot{y}(t) = 3 \text{ m/s}^2 \\ \dot{z}(t) = 0 \end{cases}$

➤ vecteur-accélération :  $\vec{a} \begin{cases} \ddot{x}(t) = 0 \\ \ddot{y}(t) = 0 \\ \ddot{z}(t) = 0 \end{cases}$

3. Calculons la vitesse et la position du point M à  $t = 7 \text{ s}$ .

➤ La vitesse est constante à tout instant donc à  $t = 7 \text{ s}$  on a :

$$v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} = \sqrt{1^2 + 3^2 + 0^2} = \sqrt{10} = 3,16 \text{ m/s}$$

➤ Déterminons la position du point M à cet instant (à  $t = 7 \text{ s}$ )

$$\overline{OM} \begin{cases} x(t) = 7 \text{ m} \\ y(t) = 3 \times 7 + 2 \\ z(t) = 0 \end{cases} \Rightarrow \overline{OM} \begin{cases} x(t) = 7 \text{ m} \\ y(t) = 23 \text{ m} \\ z(t) = 0 \end{cases}$$

4. Déterminons la nature du mouvement du mobile M en justifiant notre réponse.

La vitesse du mobile M est constante à chaque instant et de plus sa trajectoire est une droite d'où le mouvement du mobile est rectiligne uniforme.

**Exercice 2**

1. Calculons les accélérations du mobile au cours des trois phases du mouvement.

L'accélération  $a$  correspond au coefficient directeur de la droite qui vaut :  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

➤ Pour  $t \in [0 ; 5 \text{ s}]$  ;  $a = \frac{10 - 0}{5 - 0} = \frac{10}{5} = 2 \text{ m/s}^2$  ;

➤ Pour  $t \in [5 \text{ s} ; 7 \text{ s}]$  ;  $a = \frac{-10 - 10}{7 - 5} = \frac{-20}{2} = -10 \text{ m/s}^2$  ;

➤ Pour  $t \in [7 \text{ s} ; 12 \text{ s}]$  ;  $a = \frac{0 - (-10)}{12 - 7} = \frac{10}{5} = 2 \text{ m/s}^2$ .

2. Déterminons l'expression  $v = f(t)$ .

L'équation de la vitesse est de la forme :  $v(t) = at + v_0$

Par ailleurs au début de chaque phase  $t = 0$  donc la vitesse initiale vaut :

➤  $v_0 = 10 \text{ m/s}$  pour  $t \in [0 ; 5 \text{ s}]$  ;  $t \in [5 \text{ s} ; 7 \text{ s}]$

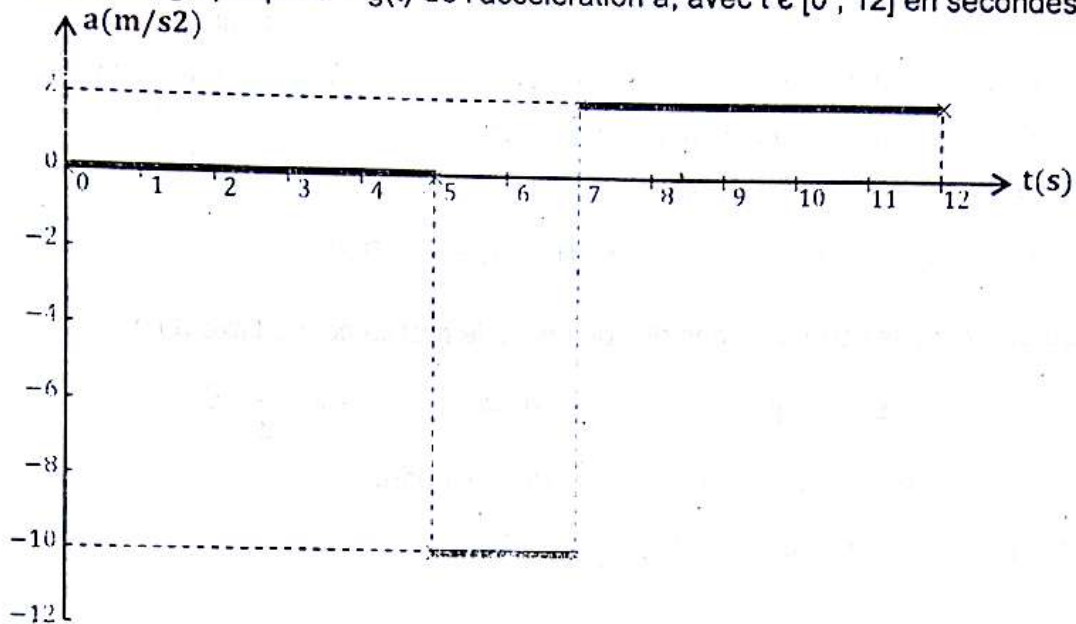
➤  $v_0 = -10 \text{ m/s}$  pour  $t \in [7 \text{ s} ; 12 \text{ s}]$ .

## CORRECTION

Les expressions  $v = f(t)$  sont :

- pour  $t \in [0 ; 5 \text{ s}]$ ,  $v(t) = 0 \times t + 10 \Rightarrow v(t) = 10 \text{ m/s}$
- pour  $t \in [5 \text{ s} ; 7 \text{ s}]$ ,  $v(t) = -10 \times t + 10 \Rightarrow v(t) = -10t + 10 \text{ m/s}$
- pour  $t \in [7 \text{ s} ; 12 \text{ s}]$ ,  $v(t) = 2 \times t - 10 \Rightarrow v(t) = 2t - 10 \text{ m/s}$

3. Représentation graphique  $a = g(t)$  de l'accélération  $a$ , avec  $t \in [0 ; 12]$  en secondes.



### Exercice 3

1. Donnons les équations horaires du mouvement.

L'accélération du mobile est constante donc le mouvement est uniformément varié d'où :

$$\overline{\text{OM}} = \frac{1}{2} \vec{a} t^2 + \vec{v}_0 t + \overline{\text{OM}}_0$$

$$\overline{\text{OM}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} t^2 + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \overline{\text{OM}} \begin{cases} x = t + 1 \\ y = -\frac{3}{2} t^2 + t + 2 \\ z = 0 \end{cases}$$

2. Montrons que le mouvement est plan.

La coordonnée du vecteur position sur l'axe  $(Oz)$  est nulle donc le mouvement se fait dans le plan  $(Ox, Oy)$ .

3. Equation de la trajectoire et nature du mouvement.

$$\begin{cases} x = t + 1 \Rightarrow t = x - 1 \\ y = -\frac{3}{2} (x - 1)^2 + (x - 1) + 2 \Rightarrow y = -\frac{3}{2} (x^2 - 2x + 1) + (x - 1) + 2 \\ y = -\frac{3}{2} x^2 + 3x - \frac{3}{2} + x + 1 \Rightarrow y = -\frac{3}{2} x^2 + 4x - \frac{1}{2} \end{cases}$$

L'équation est de la forme  $y = ax^2 + bx + c$  donc le mouvement est parabolique.



## CORRECTION

4. Coordonnées du vecteur vitesse du mobile à chaque instant.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} \Rightarrow \vec{v} \begin{pmatrix} \dot{x} = 1 \\ \dot{y} = -3t + 1 \\ \dot{z} = 0 \end{pmatrix}$$

5. a) Point particulier de la trajectoire où la vitesse du mobile est minimale

La vitesse du mobile est minimale si  $v = v_x = 1 \text{ m/s}$  ; c'est-à-dire que  $v_y = 0$

Donc nous sommes au sommet S de la trajectoire.

- b) Valeur de la date en ce point

$$\text{En ce point, } \dot{y}_s = 0 \Rightarrow -3t_s + 1 = 0 \Rightarrow t_s = \frac{1}{3} = 0,33 \text{ s.}$$

6. Déterminons les coordonnées des points où le mobile coupe l'axe (Ox).

$$\text{Lorsque le mobile coupe l'axe (Ox), } y = 0 \Rightarrow -\frac{3}{2}x^2 + 4x - \frac{1}{2} = 0$$

On obtient une équation du second degré à résoudre

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \times \left(-\frac{3}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 16 - 3 = 15$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 + \sqrt{15}}{2 \times \left(-\frac{3}{2}\right)} = \frac{-4 + \sqrt{15}}{-3} = 0,04 \text{ m}$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 - \sqrt{15}}{2 \times \left(-\frac{3}{2}\right)} = \frac{4 + \sqrt{15}}{3} = 2,62 \text{ m}$$

Les points de rencontre avec l'axe (Ox) sont donc  $M_1(0,04 ; 0 ; 0)$  et  $M_2(2,62 ; 0 ; 0)$ .

7. Déterminons l'intervalle de temps sur lequel le mouvement est accéléré, puis retardé.

Le mouvement est accéléré si  $\vec{a} \cdot \vec{v} > 0$  et retardé si  $\vec{a} \cdot \vec{v} < 0$ .

$$\vec{a} \cdot \vec{v} = \ddot{x}\dot{x} + \ddot{y}\dot{y} = 0 \times 1 + (-3) \times (-3t + 1) = 3(3t - 1)$$

Le mouvement est donc :

➤ accéléré si  $3(3t - 1) > 0$  c'est à dire si  $t > 0,33 \text{ s}$  ;

➤ retardé si  $3(3t - 1) < 0$  c'est à dire si  $t < 0,33 \text{ s}$ .

## CORRECTION

### Exercice 4 : La ronde d'un poisson rouge

1. Equation paramétrique et nature de la trajectoire du centre d'inertie du poisson.

$$\begin{cases} x(t) = R \cos(\omega t) \\ y(t) = R \sin(\omega t) \\ z(t) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2(t) = R^2 \cos^2(\omega t) \\ y^2(t) = R^2 \sin^2(\omega t) \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 = R^2 \cos^2(\omega t) + R^2 \sin^2(\omega t) \\ \Rightarrow x^2 + y^2 = R^2 [\cos^2(\omega t) + \sin^2(\omega t)] \Rightarrow x^2 + y^2 = R^2$$

La trajectoire du centre d'inertie du poisson est donc un cercle de centre O et de rayon R.

2. Déterminons le vecteur-vitesse correspondant (cartésienne) et sa norme.

$$\overline{OM} = \begin{cases} x(t) = R \cos(\omega t) \\ y(t) = R \sin(\omega t) \\ z(t) = 0 \end{cases} \quad \text{or} \quad \vec{v} = \frac{d\overline{OM}}{dt} \Rightarrow \vec{v} = \begin{cases} \dot{x}(t) = -R\omega \sin(\omega t) \\ \dot{y}(t) = R\omega \cos(\omega t) \\ \dot{z}(t) = 0 \end{cases}$$

$$v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} = \sqrt{R^2\omega^2 \sin^2(\omega t) + R^2\omega^2 \cos^2(\omega t)} \\ \Rightarrow v = \sqrt{R^2\omega^2 [\sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t)]} = \sqrt{R^2\omega^2} = R\omega$$

3. Caractéristique présentée par le mouvement et signification de la constante  $\omega$ .

$v = R\omega = \text{constante}$  donc le mouvement est uniforme.

La constante  $\omega$  représente la vitesse angulaire de rotation.

4. Relation entre les vecteurs position  $\overline{OM}$  et accélération  $\vec{a}$  et norme de  $\vec{a}$ .

$$\vec{v} = \begin{cases} \dot{x}(t) = -\omega R \sin(\omega t) \\ \dot{y}(t) = \omega R \cos(\omega t) \\ \dot{z}(t) = 0 \end{cases} \quad \text{or} \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{a} = \begin{cases} \ddot{x}(t) = -\omega^2 R \cos(\omega t) \\ \ddot{y}(t) = -\omega^2 R \sin(\omega t) \\ \ddot{z}(t) = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{a} = \begin{cases} \ddot{x}(t) = -\omega^2 x(t) \\ \ddot{y}(t) = -\omega^2 y(t) \\ \ddot{z}(t) = 0 \end{cases} \Rightarrow \vec{a} = -\omega^2 \overline{OM}$$

$$\vec{a} = \begin{cases} \ddot{x}(t) = -\omega^2 R \cos(\omega t) \\ \ddot{y}(t) = -\omega^2 R \sin(\omega t) \\ \ddot{z}(t) = 0 \end{cases} \Rightarrow a = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2} = \sqrt{R^2\omega^4 \cos^2(\omega t) + R^2\omega^4 \sin^2(\omega t)}$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{R^2\omega^4 [\cos^2(\omega t) + \sin^2(\omega t)]} = \sqrt{R^2\omega^4} = R\omega^2$$

5. Montrons que le module du vecteur-accélération est indépendant du repère d'étude.

Utilisons la base de Freinet  $(\vec{r}; \vec{n})$  :

$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_n = a_r \vec{r} + a_n \vec{n} \Rightarrow \vec{a} = \begin{cases} a_r = \frac{dv}{dt} = 0 \text{ car } v \text{ est constante} \\ a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(R\omega)^2}{R} = R\omega^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{a} = \vec{a}_n = R\omega^2 \vec{n} \Rightarrow a = a_n = R\omega^2$$

Le module du vecteur-accélération est donc indépendant du repère d'étude.



**Exercice 5**

1. Equations horaires respectives  $x_1(t)$  et  $x_2(t)$  de la voiture et du motard.

➤ Pour la voiture

On a un mouvement rectiligne uniformément varié avec  $v_{01} = 0$  car la voiture est au repos à  $t = 0$ . De plus  $x_{01} = d_1 = -3$  m car la voiture est à 3 m avant le feu (origine).

$$x_1(t) = \frac{1}{2}a_1t^2 + v_{01}t + x_{01} = \frac{1}{2}a_1t^2 + d_1 = \frac{1}{2} \times 3t^2 - 3 \Rightarrow x_1(t) = 1,5t^2 - 3$$

➤ Pour le motard

On a un mouvement rectiligne uniforme avec  $v_2 = 54 \text{ km/h} = \frac{54}{3,6} = 15 \text{ m/s}$ .

De plus à  $t = 0$ ,  $x_{02} = -27$  m car le motard est à 24 m avant la voiture donc à  $24 + 3 = 27$  m avant le feu (origine).

$$x_2(t) = v_2t + x_{02} \Rightarrow x_2(t) = 15t - 27$$

2. Instants des dépassements et positions de la voiture et du motard à ces instants.

Il y a dépassement si et seulement si  $x_1(t) = x_2(t)$ .

$$\Rightarrow 1,5t^2 - 3 = 15t - 27 \Rightarrow 1,5t^2 - 15t + 24 = 0$$

$$\Delta = 15^2 - 4 \times 1,5 \times 24 = 81$$

$$t_1 = \frac{15 - \sqrt{81}}{2 \times 1,5} = 2 \text{ s} \Rightarrow x = 15 \times 2 - 27 = 3 \text{ m}$$

$$t_2 = \frac{15 + \sqrt{81}}{2 \times 1,5} = 8 \text{ s} \Rightarrow x' = 15 \times 8 - 27 = 93 \text{ m}$$

3. Vérifions si le motard peut rattraper la voiture en roulant à la vitesse  $v_2 = 36 \text{ km/h}$ .

$$\text{Si } v_2 = 36 \text{ km/h} = \frac{36}{3,6} = 10 \text{ m/s} \Rightarrow x'_2(t) = v_2t + d_2 = 10t - 27$$

Il y a dépassement si et seulement si  $x_1(t) = x'_2(t)$  ; ce qui revient à résoudre l'équation :

$$1,5t^2 - 3 = 10t - 27 \Rightarrow 1,5t^2 - 10t + 24 = 0$$

$$\Delta = 10^2 - 4 \times 1,5 \times 24 = -44$$

Cette équation n'a pas de solution car  $\Delta$  est négatif donc ils ne vont pas se rencontrer.

4. Instant pour lequel la distance qui sépare le motard de la voiture est minimale.

$$\Delta x = x_1 - x'_2 \Rightarrow 1,5t^2 - 3 - (10t - 27) = 1,5t^2 - 10t + 24$$

Cette distance est minimale si sa dérivée est nulle c'est-à-dire :

$$\Delta \dot{x} = 3t - 10 = 0 \Rightarrow t_{\min} = \frac{10}{3} = 3,33 \text{ s}$$

Déduisons cette distance.

$$\Delta x_{\min} = 1,5t_{\min}^2 - 10t_{\min} + 24 = 1,5 \times 3,33^2 - 10 \times 3,33 + 24 = 7,33 \text{ m}$$

**Exercice 6****1. Vitesse atteinte à la fin de la phase d'accélération**

Le mouvement est rectiligne uniformément accéléré ou varié donc  $v = a_1 t + v_0$

À  $t = 0$  s, la motocyclette est au repos donc  $v_0 = 0$

À la fin de cette phase,  $t = \Delta t_1 = 10$  s  $\Rightarrow v = 1,5 \times 10 + 0 = 15$  m/s

**2. Distance parcourue pendant son accélération**

Le mouvement étant rectiligne uniformément varié on a :  $v^2 - v_0^2 = 2a_1(x - x_0)$

$$\Rightarrow v^2 - v_0^2 = 2a_1 d_1 \Rightarrow d_1 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a_1} = \frac{15^2 - 0^2}{2 \times 1,5} = 75 \text{ m}$$

**3. Valeur  $a_2$  de l'accélération au cours de la deuxième phase**

Lors de cette phase le mouvement est rectiligne uniforme donc  $a_2 = 0$ .

**4. Distance parcourue pendant qu'elle se déplace à vitesse constante**

Le mouvement est rectiligne uniforme donc :  $x = v_0 t + x_0 \Rightarrow x - x_0 = d_2 = v_0 t = v_0 \Delta t$

À la fin de la phase d'accélération,  $v = 15$  m/s ce qui correspond à la vitesse initiale de la deuxième phase. Donc  $d_2 = 15 \times 30 = 450$  m.

**5. Valeur  $a_3$  de l'accélération au cours du freinage.**

Le mouvement est rectiligne uniformément retardé ou varié donc  $v = a_3 t + v_0$

À la fin de la deuxième phase  $v = 15$  m/s (mouvement uniforme) ce qui correspond à la vitesse initiale de la phase de freinage.

À la fin de cette phase,  $t = \Delta t_3 = 5$  s et la motocyclette s'immobilise donc  $v = v_3 = 0$  m/s.

$$\Rightarrow v - v_0 = a_3 \Delta t \Rightarrow a_3 = \frac{v_3 - v_0}{\Delta t_3} = \frac{0 - 15}{5} = -3 \text{ m/s}^2$$

**6. Equation horaire du mouvement au cours du freinage.**

$$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0 = \frac{1}{2} (-3) t^2 + 15 t + 0 \Rightarrow x = -1,5 t^2 + 15 t$$

**7. Distance parcourue au cours du freinage par deux méthodes différentes**

Le mouvement étant rectiligne uniformément varié on a :  $v^2 - v_0^2 = 2a_3(x - x_0)$

$$\Rightarrow v^2 - v_0^2 = 2a_3 d_3 \Rightarrow d_3 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a_3} = \frac{0^2 - 15^2}{2 \times (-3)} = 37,5 \text{ m}$$

Autre méthode (utilisation de l'équation horaire) :  $d_3 = -1,5 \times 5^2 + 15 \times 5 = 37,5$  m

**8. Distance séparant les deux feux rouges**

$$D = d_1 + d_2 + d_3 = 75 + 450 + 37,5 = 562,5 \text{ m}$$

**9. Tracé du graphique de la vitesse en fonction du temps.**

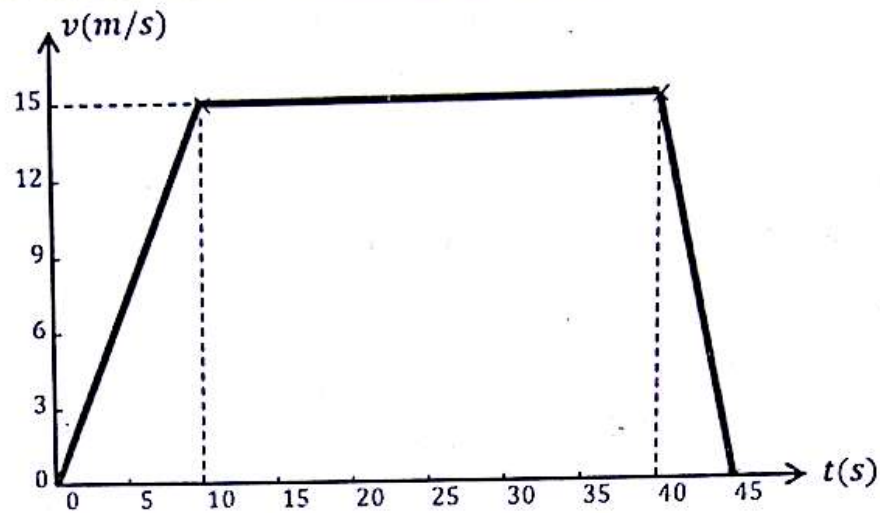
Les équations des différentes phases sont :

➤ pour  $t \in [0 ; 10]$  s,  $v = 1,5t$  : phase d'accélération (durée 10 s) ;

➤ pour  $t \in [10 ; 40]$  s,  $v = 15$  m/s : deuxième phase (durée 30 s) ;

➤ pour  $t \in [40 ; 45]$  s,  $v = -3t + 15$  : phase de freinage (durée 5 s).



**Exercice 7**1. a) Expression et valeur de  $v_n$  et  $a_n$ 

$$v_n = \frac{G_{n-1}G_{n+1}}{t_{n+1} - t_{n-1}} = \frac{x_{n+1} - x_{n-1}}{2\tau} \quad \text{et} \quad a_n = \frac{v_{n+1} - v_{n-1}}{2\tau}$$

Exemple :

$$v_1 = \frac{G_0 G_2}{t_2 - t_0} = \frac{x_2 - x_0}{2\tau} = \frac{(2,65 - 0) \cdot 10^{-2}}{2 \times 60 \cdot 10^{-3}} \approx 0,22 \text{ m/s}$$

$$a_2 = \frac{v_3 - v_1}{2\tau} = \frac{0,3 - 0,22}{2 \times 60 \cdot 10^{-3}} \approx 0,67 \text{ m/s}^2$$

$G_n$	$G_0$	$G_1$	$G_2$	$G_3$	$G_4$	$G_5$	$G_6$
$t_n(\text{s})$	0	$\tau$	$2\tau$	$3\tau$	$4\tau$	$5\tau$	$6\tau$
$x_n(\text{m})$	0	1,20	2,65	4,30	6,30	8,40	10,80
$v_n(\text{m/s})$		0,22	0,26	0,30	0,34	0,38	
$a_n(\text{m.s}^{-2})$			0,67	0,67	0,67		

b) Nature du mouvement en justifiant

a.  $v > 0$  donc le mouvement est rectiligne uniformément accéléré (ou varié).2. a) Expression de la vitesse du mobile en fonction du temps  $t$  et de  $v_0$ 

Le mouvement est rectiligne uniformément varié donc on a :

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 0,67t + v_0.$$

b) Vitesse du mobile en  $G_0$ 

$$v = 0,67t + v_0$$

$$\text{Pour } t = \tau = 60 \text{ ms, } v_1 = 0,67 \times \tau = 1,20 - 0,67 \times 60 \cdot 10^{-3} \Rightarrow v_0 = 0,18 \text{ m.s}^{-1}.$$

c) Montrons si l'on peut affirmer que le solide a été abandonné en  $G_0$ .Non, le solide n'a pas été abandonné en  $G_0$  car la vitesse du mobile en  $G_0$  n'est pas nulle.



Sir Isaac Newton  
(1642-1727)

Mathématicien, Physicien, Astronome, Philosophe, Alchimiste, et Théologien Anglais

En mécanique, il a établi les trois lois universelles du mouvement qui sont : le principe d'inertie, le principe fondamental de la dynamique (ou théorème du centre d'inertie) et le principe des actions réciproques. Son nom a été donné pour l'unité de la valeur d'une force, le newton (N).

# MOUVEMENT DU CENTRE D'INERTIE D'UN SYSTEME MATERIEL

## Objectif spécifique :

- Appliquer la relation  $\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}_G$  à un solide dans un référentiel galiléen.

## RAPPEL DE COURS

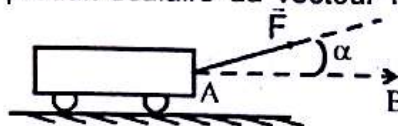
### 1) Travail d'une force constante

#### 1.1. Définition

Lorsqu'une force  $\vec{F}$  s'exerce sur un objet en mouvement, elle lui communique ou lui prend une quantité d'énergie appelée travail  $W(\vec{F})$ , égale au produit scalaire du vecteur force  $\vec{F}$  par le vecteur déplacement  $\overline{AB}$ .

$$W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = \vec{F} \cdot \overline{AB} = F \cdot AB \cdot \cos \alpha \quad \text{où } \alpha = (\vec{F}, \overline{AB})$$

avec  $W(\vec{F})_{A \rightarrow B}$  en joule (J) ; F en newton(N) et AB en mètres(m)



#### 1.2. Conséquences

Le travail d'une force constante est une grandeur algébrique car il peut-être positif ou négatif. Son signe dépend de l'angle entre les vecteurs force et déplacement.

$$W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = \vec{F} \cdot \overline{AB} = F \cdot AB \cdot \cos \alpha \quad \text{où } \alpha = (\vec{F}, \overline{AB})$$

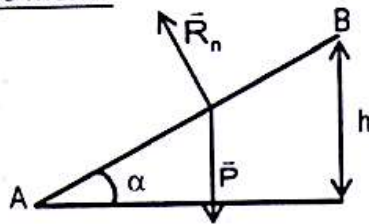
Valeur de $\alpha$	Signe ou valeur de $\cos \alpha$	Signe ou valeur de $W(\vec{F})$	Nature du travail
$0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2} \text{ rad}$	Positif	Positif	Moteur
$\frac{\pi}{2} \text{ rad} < \alpha \leq \pi \text{ rad}$	Négatif	Négatif	Résistant
$\alpha = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$	Nul	Nul	Nul



### 1.3. Travail du poids d'un corps

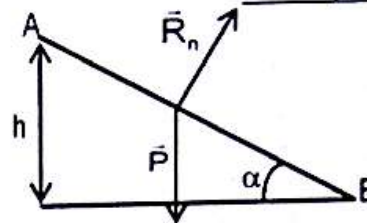
#### a) Plan incliné

Le corps monte



$$W(\vec{P})_{A \rightarrow B} = -mgh = -mgAB \sin \alpha$$

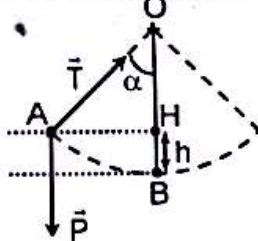
Le corps descend



$$W(\vec{P})_{A \rightarrow B} = mgh = mgAB \sin \alpha$$

NB :  $W(\vec{R}_n)_{B \rightarrow A} = W(\vec{R}_n)_{A \rightarrow B} = 0$  car  $\vec{R}_n \perp \vec{AB}$

#### b) Pendule élastique



$$h = OB - OH = l - l \cos \alpha = l(1 - \cos \alpha)$$

- si le corps monte :  $W(\vec{P})_{B \rightarrow A} = -mgh = -mgl(1 - \cos \alpha)$

- si le corps descend :  $W(\vec{P})_{A \rightarrow B} = mgh = mgl(1 - \cos \alpha)$

où  $l = OA = OB$

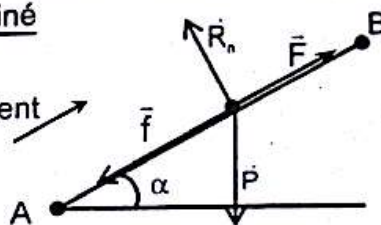
NB :  $W(\vec{T})_{B \rightarrow A} = W(\vec{T})_{A \rightarrow B} = 0$  car  $\vec{T} \perp \vec{\ell}$

### 1.4. Travail de la force motrice et des forces de frottement

Si la force motrice  $\vec{F}$  et les forces de frottement  $\vec{f}$  existent alors on a :

Plan incliné

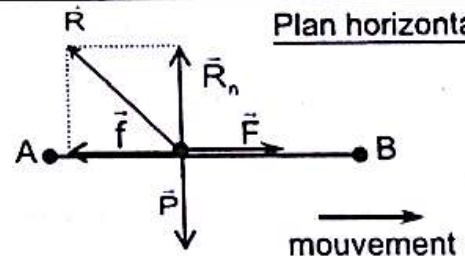
mouvement



$$W(\vec{f})_{A \rightarrow B} = -f \cdot AB$$

$$W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = F \cdot AB$$

Plan horizontal



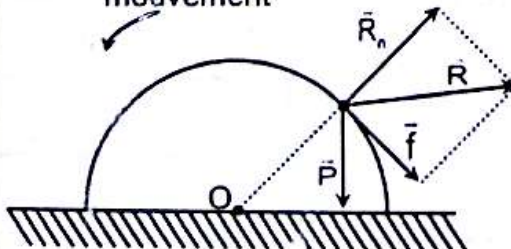
$$W(\vec{f})_{A \rightarrow B} = -f \cdot AB$$

$$W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = F \cdot AB$$

### 1.5. Représentation des forces dans le cas d'un mouvement circulaire

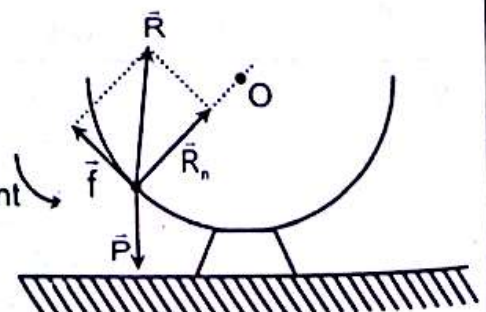
Le solide glisse sur le cercle

mouvement



Le solide glisse dans le cercle

mouvement



Remarque :

- Si les frottements sont nuls, la réaction du plan  $\vec{R}$  est égale à la réaction normale  $\vec{R}_n$ .
- Si les frottements existent, la réaction du plan  $\vec{R}$  est égale à la somme de la force de frottement  $\vec{f}$  et de la réaction normale  $\vec{R}_n \Rightarrow \vec{R} = \vec{f} + \vec{R}_n$  (voir schémas ci-avant).
- Pour le mouvement circulaire, la réaction normale passe par le centre du cercle.

## 2) Puissance d'une force constante

### 2.1. Puissance moyenne

$P_m = \frac{W(\vec{F})}{\Delta t}$  avec  $P_m$  : puissance moyenne en watts (W) ;  $W(\vec{F})$  : travail de la force en joule (J) ;  $\Delta t$  : durée en seconde (s).

### 2.2. Puissance instantanée

$P_i = \vec{F} \cdot \vec{v} = F \times v \times \cos(\vec{F}, \vec{v})$  avec  $P_i$  : puissance instantanée en watts (W) ;  $F$  : valeur de la force en newton (N) ;  $v$  : valeur de la vitesse en mètre par seconde (m/s ou m.s<sup>-1</sup>).

## 3) Théorème du centre d'inertie

### 3.1. Référentiel galiléen ou inertiel

C'est un référentiel dans lequel le principe d'inertie est vérifié c'est-à-dire qu'un objet isolé ou pseudo-isolé est en mouvement de translation rectiligne uniforme au cours du temps.

### 3.2. Énoncé du théorème

Dans un référentiel galiléen, la somme des forces appliquées à un solide est égale au produit de sa masse  $m$  par le vecteur accélération de son centre d'inertie :  $\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}_G$ .

## 4) Théorème de l'énergie cinétique

### 4.1. Expression de l'énergie cinétique

$E_c = \frac{1}{2}mv^2$  avec  $E_c$  : énergie cinétique en joule (J) ;  $m$  : masse du corps en kilogramme (kg) ;  $v$  : vitesse du corps en mètre par seconde (m/s ou m.s<sup>-1</sup>).

### 4.2. Énoncé du théorème

La variation de l'énergie cinétique d'un solide en translation entre deux instants, est égale à la somme algébrique des travaux des forces que subit le solide :  $\Sigma W(\vec{F}_{\text{ext}}) = \Delta E_c$ .

## 5) Méthode de résolution d'un problème en mécanique

- Préciser le système à étudier.
- Préciser le référentiel galiléen utilisé muni d'un repère orthonormé approprié.
- Faire le bilan des forces extérieures, puis les représenter sur un schéma.
- Appliquer le théorème du centre d'inertie ou le théorème de l'énergie cinétique.



## EXERCICES RESOLUS

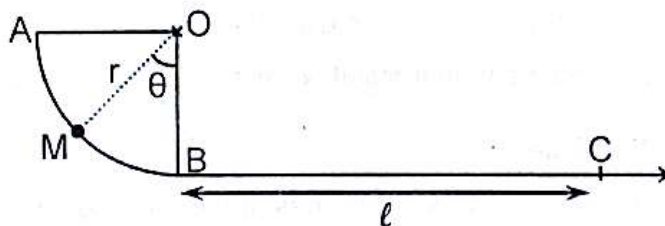
### Exercice 1 : Mouvement d'un skieur tiré par une tige

On considère un skieur S de masse  $m = 80 \text{ kg}$  sur une pente faisant un angle  $\alpha = 10,0^\circ$  avec l'horizontale. Il est tiré par une tige faisant le même angle  $\alpha$  avec l'horizontale. La force de traction  $\vec{T}$  de la tige a une intensité  $T = 400 \text{ N}$ . Le skieur remonte la pente à la vitesse constante  $v = 0,80 \text{ m/s}$ . Les frottements  $\vec{f}$  sont supposés non nuls et constants.

- 1) Faire un schéma et expliciter le bilan des forces s'appliquant sur le skieur.
- 2) Donner la valeur de l'accélération du mouvement du skieur. Justifier votre réponse.
- 3) Appliquer le théorème du centre d'inertie, et exprimer  $f$  en fonction des données du problème :  $g$ ,  $m$ ,  $\alpha$  et  $T$ .
- 4) Calculer la valeur numérique de  $\vec{f}$ . On donne :  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .
- 5) Calculer la distance  $D$  parcourue par le skieur au bout de  $\Delta t = 10,0 \text{ min}$ .

### Exercice 2

Un mobile de masse  $m$ , supposé ponctuel, peut glisser le long d'une piste ABC (voir figure ci-dessous).



1. La partie curviligne AB est un quart de cercle parfaitement lisse, de telle sorte que les forces de frottements y soit négligeables. Le mobile est lancé en A avec une vitesse initiale  $V_A = 2 \text{ m.s}^{-1}$ , verticale et dirigé vers le bas.
  - 1.1 Etablir l'expression de la vitesse  $V_M$  du mobile en un point quelconque de l'arc du cercle en fonction de  $v_A$ ,  $g$ ,  $r$ , et  $\theta$ .  
Faire l'application numérique au point B.
  - 1.2 Etablir l'expression littérale du module  $R$  de la réaction  $\vec{R}$  de la piste sur le mobile en M en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $r$ ,  $\theta$  et  $v_A$ .  
Faire l'application numérique au point B.
2. La portion BC est rectiligne et rugueuse. On peut assimiler les forces de frottements à une force unique  $\vec{f}$ , constante et opposé au mouvement.
  - 2.1 Sachant que  $V_C = 2 \text{ m.s}^{-1}$ , calculer  $f$ .
  - 2.2 Calculer le travail des forces de frottements sur la portion BC.

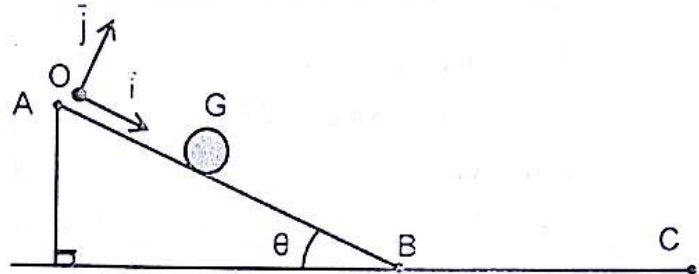
Données :  $m = 150 \text{ g}$  ;  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$  ;  $l = 2 \text{ m}$  ;  $r = 1 \text{ m}$ .

### Exercice 3

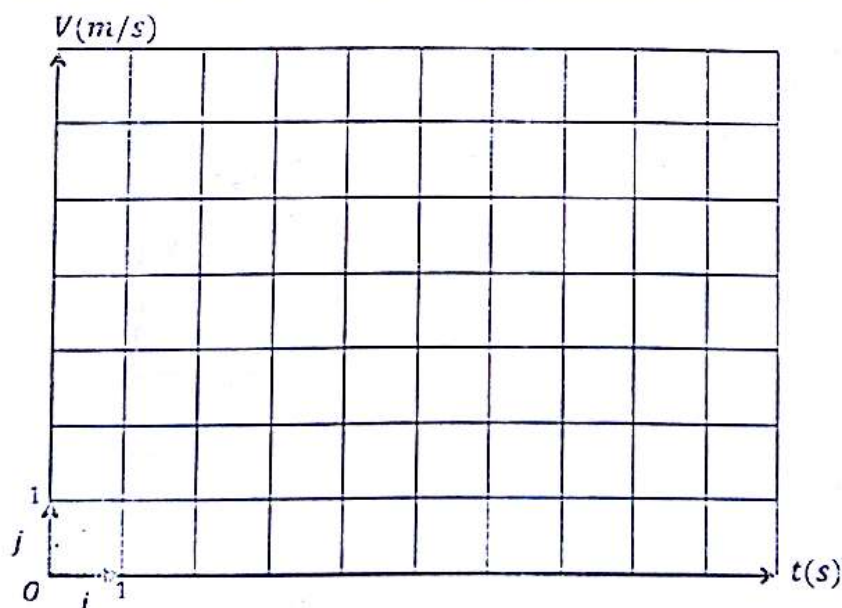
Un solide  $G$  de masse  $m = 500$  g, est lancé avec une vitesse initiale  $\vec{V}_0$  à partir du sommet  $A$  du plan incliné  $\theta = 30^\circ$  sur l'horizontale. Le solide aborde la partie  $AB$  en supposant que les frottements sont négligeables. L'évolution de la vitesse de centre d'inertie  $V$  en fonction du temps  $t$  est donnée par le tableau de valeur ci-dessous. On prendra  $g = 10$  m/s.

Partie AB					
t(s)	0	0,2	0,4	0,8	1
V(m/s)	2	3	4	6	7

Tableau de valeur



- Tracer sur la figure ci-dessous le graphe  $V = f(t)$ .  
Echelle : 1 cm pour 0,1 s et 1 cm pour 1 m/s.
- En déduire de cette courbe :
  - La valeur de la vitesse  $V_A$  qu'a le centre d'inertie du solide à l'instant initial.
  - La valeur de l'accélération  $a_1$  du centre d'inertie du solide.
- En appliquant le théorème du centre d'inertie, déterminer l'accélération  $a_2$  du centre d'inertie du solide.
- Comparer les valeurs de l'accélération du centre d'inertie du solide obtenues en 2.2 et en 3. L'hypothèse prise pour le calcul de l'accélération en 3 est-elle justifiée ?
- Le solide aborde maintenant la partie  $BC$  rectiligne avec les forces de frottements  $f$  et s'arrête en  $C$ .
  - Établir l'expression de la vitesse  $V_B$  au point  $B$  en fonction de  $f$ ,  $L$  et  $m$ .  
Faire l'application numérique de  $V_B$ . On donne :  $f = 50$  N ;  $BC = L = 10$  m.
  - Calculer le temps mis par le solide pour parcourir la distance  $BC$ .





**Exercice 4** (extrait Bac D Madagascar Session 2009)

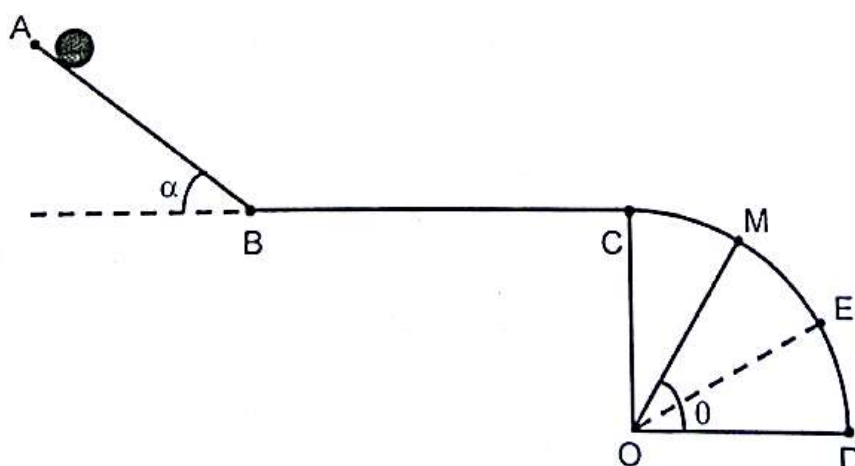
On prend pour l'intensité de pesanteur  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Une bille de masse  $m = 50 \text{ g}$ , assimilable à un point matériel, est abandonnée sans vitesse initiale en un point A d'une gouttière ABCD. Cette gouttière est constituée :

- d'un tronçon rectiligne AB incliné d'un angle  $\alpha = 30^\circ$  par rapport au plan horizontale et de longueur  $AB = 1,6 \text{ m}$  ;
- d'un tronçon horizontal BC ;
- d'un tronçon circulaire CD de centre O et de rayon  $r = 60 \text{ cm}$  et telle que (OC) est perpendiculaire à (BC) (voir figure ci-dessous) ;
- A, B, C appartiennent à un même plan vertical (P).

La force de frottement  $f$  qui s'applique sur la bille ne s'exerce qu'entre B et C ;  $f$  est colinéaire et de sens contraire à la vitesse de la bille ; son intensité est  $f = 0,4 \text{ N}$ .

- 1) Calculer la vitesse de la bille en B.
- 2) Déterminer la longueur BC pour que la bille arrive en C avec une vitesse nulle.
- 3) La bille part du point C avec une vitesse pratiquement nulle et aborde le tronçon circulaire CD. La position de la bille, en un point M de CD, est repérée par l'angle  $\theta = (\overline{OD}, \overline{OM})$ .
  - a- Exprimer en fonction de  $m$ ,  $g$  et  $\theta$  l'intensité de la réaction  $\vec{R}$  de la gouttière sur la bille au point M.
  - b- Sachant que la bille quitte la gouttière au point E tel que  $\theta_1 = (\overline{OD}, \overline{OE})$ , calculer la valeur de  $\theta_1$ .



## EXERCICES DE PERFECTIONNEMENT

### Exercice 1

Sur une table à coussin d'air, incliné d'un angle  $\theta$  par rapport à l'horizontal, un solide (S) de masse  $m = 100$  g, est abandonné sans vitesse initiale en un point A.

On donne:  $\theta = 20^\circ$ ;  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ .

1. Les frottements étant négligeables.

a- Etablir l'expression littérale de

l'accélération du mouvement de (S) en fonction de  $g$  et  $\theta$ .

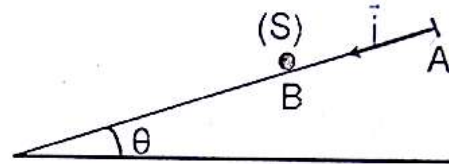
b- En déduire la nature du mouvement.

c- En prenant comme origine des espaces la position du mobile en A et pour origine des dates, l'instant de l'abandon, établir l'équation horaire du mouvement de (S).

d- Déterminer l'instant de passage de (S) en B, sachant que  $AB = 2$  m.

e- Calculer la vitesse  $v$  du mobile en B par deux méthodes différentes.

2. En réalité, la vitesse en B est  $v' = 1,2 \text{ m.s}^{-1}$ . En déduire la valeur de la force de frottement  $f$  constante, parallèle à la table, exercée par celle-ci.



### Exercice 2 (extrait Bac Blanc Lycée Municipal 1 Attécoubé 2012)

Un mobile de masse  $m = 50$  g glisse sur un banc à coussin d'air incliné d'un angle  $\alpha = 10^\circ$  par rapport à l'horizontale. Un dispositif approprié permet de déterminer la vitesse instantanée notée  $v$  du mobile pour des abscisses choisies.

L'intensité de pesanteur  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . On donne le tableau suivant :

$x(\text{cm})$	$x_0$	0	20	40	60	80	100
$v(\text{m/s})$	0	$v_0$	0,92	1,20	1,43	1,63	1,8

1) Etude théorique

On admet l'existence d'une force de frottement  $f$ , de faible intensité, constante et opposée au mouvement. On étudie le mouvement dans le repère (Ox, Oy).

1.1. En appliquant le théorème du centre d'inertie établir l'expression de la valeur algébrique, notée,  $a$  de l'accélération en fonction de  $g$ ,  $f$  et  $\alpha$ .

Déduire la nature du mouvement.

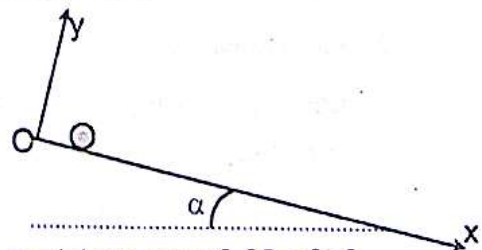
1.2. Etablir la relation liant la vitesse  $v$  et l'abscisse  $x$ .

On note  $v_0$  la valeur de la vitesse lorsque  $x = 0$ .

2) Exploitation des résultats expérimentaux

2.1. Tracer la courbe  $v^2 = f(x)$ . Echelle : 1 cm pour 0,1 m et 1 cm pour 0,25  $\text{m}^2/\text{s}^2$ .

2.2. L'allure de la courbe confirme-t-elle la relation établie en 1.2) ?





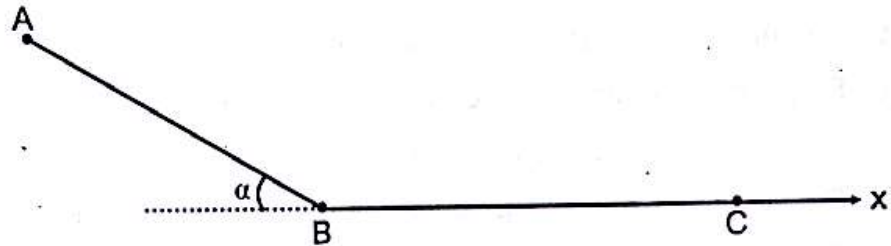
2.3. En exploitant la courbe, déterminer :

- la valeur de l'accélération du mobile ;
- la valeur de  $x_0$  de l'abscisse lorsque  $v = 0$  ;
- la valeur de  $v_0$ .

2.4. Calculer la valeur de la force de frottement  $\vec{f}$ .

**Exercice 3** (extrait Bac série D session normale 2004)

Un solide  $S$  supposé ponctuel de masse  $m = 0,25 \text{ kg}$  glisse sur un trajet ABC situé dans un plan vertical.



**I. Etude sur le trajet AB.**

La partie AB est inclinée d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontale. Le solide quitte le sommet A sans vitesse initiale. Les forces de frottements sont négligeables.

- En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, exprimer la vitesse  $V_B$  de  $S$  en B en fonction de AB,  $\sin \alpha$  et  $g$ .
- Vérifier que  $V_B$  est égale à  $1,2 \text{ m.s}^{-1}$ .

Données :  $AB = 0,18 \text{ m}$  ;  $\sin \alpha = 0,4$  ;  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ .

**II. Etude sur le trajet BC. Existence de force de frottement.**

La vitesse de  $S$  s'annule au point C. Sur ce trajet existe un vecteur force  $\vec{f}$  de frottement de valeur constante et de sens opposé au vecteur vitesse.

- Représenter toutes les forces qui s'exercent sur le solide en mouvement entre B et C.
- En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, exprimer  $f$  en fonction de BC,  $V_B$  et  $m$ .

3. Vérifier que la valeur de  $f$  est  $0,12 \text{ N}$ . Données :  $BC = 1,5 \text{ m}$ .

**III. Étude dynamique et cinématique du mouvement sur le trajet BC.**

- En appliquant le théorème du centre d'inertie au solide  $S$ , calculer l'accélération  $a$  du solide.
- On choisit comme origine des dates l'instant de passage de  $S$  en B et origine des espaces le point B. L'accélération  $a = -0,48 \text{ m.s}^{-2}$ .

2.1. Donner les équations horaires du mouvement (déplacement et vitesse) de  $S$ .

2.2. Calculer la durée du parcours BC.

2.3. Après 1 seconde de parcours, le solide se trouve en un point I entre B et C.

Calculer la position et la vitesse de  $S$  en I.

#### Exercice 4

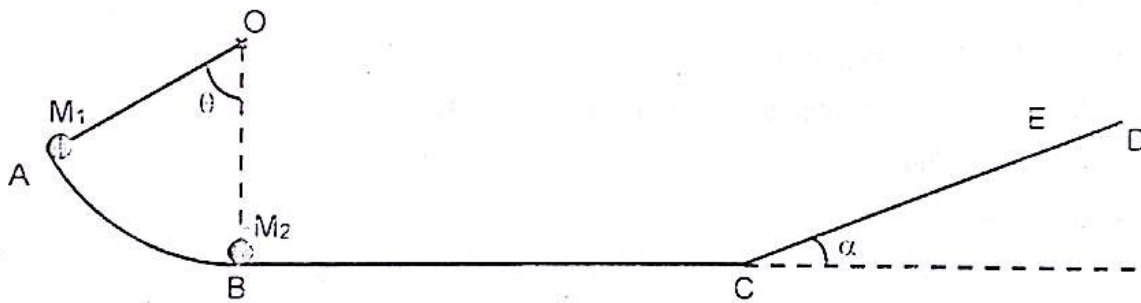
On réalise un essai de freinage sur une piste horizontale d'un véhicule de masse  $m = 1,3$  tonne. Lors d'un parcours  $AB = 68,75$  m, on enregistre en A une vitesse  $v_A = 108 \text{ km.h}^{-1}$  et en B, une vitesse  $V_B = 90 \text{ km.h}^{-1}$

1. Quelles sont les valeurs de la force de freinage et de la distance AC nécessaire pour obtenir l'arrêt du véhicule ?
2. Calculer l'accélération du véhicule et en déduire la nature du mouvement.
3. On choisit comme origine des espaces le point A et comme origine des dates, l'instant de passage en A. Donner les expressions de l'équation horaire et de la vitesse du véhicule. En déduire la date de passage en B.

#### Exercice 5 (extrait Bac D Madagascar session 2013)

Dans tout le problème, on néglige les frottements et on prendra  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ .

Un pendule simple est constitué par une bille ponctuelle  $M_1$  de masse  $m_1$  suspendue au bout d'un fil inextensible de masse négligeable et de longueur  $\ell = 40$  cm (voir figure ci-dessous).



- 1) On écarte le système d'un angle  $\theta = 60^\circ$  par rapport à sa position d'équilibre verticale et on le lâche sans vitesse initiale.

Calculer la vitesse  $V_1$  de la bille  $M_1$  lors de son passage à la position d'équilibre.

- 2) Au passage à la position d'équilibre, la bille  $M_1$  heurte une autre bille ponctuelle  $M_2$  de masse  $m_2$ . Cette dernière part du point B avec la vitesse  $v_2 = 4 \text{ m.s}^{-1}$  et suit une piste BCD qui comprend deux parties :

- une partie rectiligne horizontale BC.
- une partie rectiligne CD inclinée d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontal et raccordée tangentielllement en C à BC.

Les points A, B, C, D se trouvent dans un même plan vertical (voir figure ci-dessus).

La bille  $M_2$  s'arrête au point E de la piste CD.

- 2.1. Calculer l'accélération du mouvement de la bille  $M_2$  sur le plan incliné CD.
- 2.2. Déterminer la distance CE.



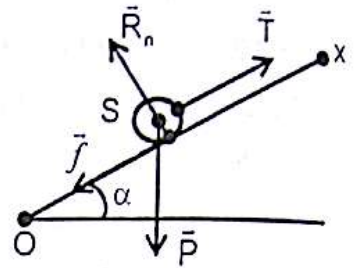
**Exercice 1****1) Schéma et le bilan des forces s'appliquant sur le skieur.**

système : skieur S de masse m

référentiel terrestre supposé galiléen muni du repère (Ox)

bilan des forces :

- le poids  $\vec{P}$  du skieur ;
- la réaction normale  $\vec{R}_n$  de la pente ;
- les forces de frottement  $\vec{f}$  ;
- la force de traction  $\vec{T}$  de la tige.

**2) Donnons la valeur de l'accélération du mouvement du skieur en justifiant notre réponse**

Le skieur remonte la pente à la vitesse constante donc :  $a = \frac{dv}{dt} = 0$

**3) Exprimons  $f$  en fonction des données du problème : m, g,  $\alpha$  et T**

Appliquons le théorème du centre d'inertie :  $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{T} + \vec{R}_n + \vec{f} + \vec{P} = m\vec{a}$

On projette ensuite sur l'axe (Ox) :  $T_x + R_x + f_x + P_x = ma_x$ ,

- $T_x = T$  car  $\vec{T}$  est orientée dans le sens du mouvement du skieur ;
- $R_x = 0$  car  $\vec{R}_n$  est perpendiculaire à l'axe (Ox) ;
- $f_x = -f$  car  $\vec{f}$  est opposée au mouvement du skieur ;
- $P_x = -mg\sin\alpha$  ;
- $a_x = a = 0$  ;

ce qui donne :  $T - f - mg\sin\alpha = 0$ , soit finalement  $f = T - mg\sin\alpha$

**4) Calculons la valeur numérique de  $f$ .**

$$f = 400 - 80 \times 10 \times \sin 10^\circ = 261 \text{ N}$$

**5) Calculons la distance D parcourue par le skieur au bout de  $\Delta t = 10,0$  min**

La vitesse du skieur est constante donc on a :  $D = v \times \Delta t$

Application numérique :  $\Delta t = 10 \times 60 = 600 \text{ s} \Rightarrow D = 0,80 \times 600 = 480 \text{ m}$

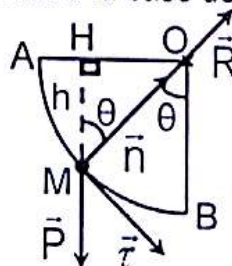
**Exercice 2****1. La partie curviligne AB est un quart de cercle parfaitement lisse.****1.1 Expression de la vitesse  $V_M$  du mobile en fonction de  $v_A$ , g, r, et  $\theta$ .**

système : mobile de masse m

référentiel terrestre supposé galiléen muni de la base de Freinet (M,  $\vec{r}$ ,  $\vec{n}$ ),

bilan des forces :

- le poids  $\vec{P}$  du mobile ;
- la réaction  $\vec{R}$  de la piste ;



## CORRECTION

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre A et M :

$$\Delta E_{c_{A \rightarrow M}} = \sum W_{A \rightarrow M}(\vec{F}_{ext}) \Rightarrow E_{c_M} - E_{c_A} = W_{A \rightarrow M}(\vec{P}) + W_{A \rightarrow M}(\vec{R})$$

$$\frac{1}{2}mv_M^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh + 0 \Rightarrow \frac{1}{2}(v_M^2 - v_A^2) = gh \Rightarrow v_M^2 - v_A^2 = 2gh$$

$$\Rightarrow v_M^2 = 2gh + v_A^2 \Rightarrow v_M = \sqrt{2gh + v_A^2}$$

Par ailleurs en utilisant le triangle OMH rectangle en H on a :

$$\cos \theta = \frac{MH}{OM} = \frac{h}{r} \Rightarrow h = r \cos \theta \text{ d'où on a : } v_M = \sqrt{2gr \cos \theta + v_A^2}$$

Application numérique au point B.

Au point B la mesure de l'angle  $\theta$  est nulle donc on a :

$$v_B = \sqrt{2gr \cos 0^\circ + v_A^2} = \sqrt{2gr + v_A^2} \Rightarrow v_B = \sqrt{2 \times 10 \times 1 + 2^2} = 4,9 \text{ m/s}$$

- 1.2 Expression littérale du module R en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $r$ ,  $\theta$  et  $v_A$ .

Théorème du centre d'inertie appliqué au mobile en M :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

Projection sur l'axe  $(M, \hat{n})$  :  $-P \cos \theta + R = ma_n$  avec  $a_n = \frac{v_M^2}{r}$

$$\Rightarrow R = mg \cos \theta + m \frac{v_M^2}{r} = m \left( g \cos \theta + \frac{v_M^2}{r} \right) = m \left( g \cos \theta + \frac{2gr \cos \theta + v_A^2}{r} \right)$$

$$\Rightarrow R = m(g \cos \theta + 2g \cos \theta + \frac{v_A^2}{r}) = m(3g \cos \theta + \frac{v_A^2}{r})$$

Application numérique au point B.

Au point B la mesure de l'angle  $\theta$  est nulle donc on a :

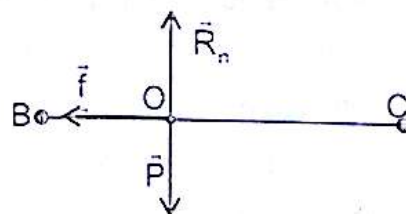
$$R = m(3g \cos 0^\circ + \frac{v_A^2}{r}) = m(3g + \frac{v_A^2}{r}) \Rightarrow R = 0,15 \times (3 \times 10 + \frac{2^2}{1}) = 5,1 \text{ N}$$

2. La portion BC est rectiligne et rugueuse.

- 2.1 Sachant que  $v_C = 2 \text{ m.s}^{-1}$ , calculons  $f$ .

bilan des forces :

- le poids  $\vec{P}$  du mobile,
- la réaction normale  $\vec{R}_n$  de la piste,
- les forces de frottement  $\vec{f}$ .



Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre B et C :

$$\Delta E_{c_{B \rightarrow C}} = \sum W_{B \rightarrow C}(\vec{F}_{ext}) \Rightarrow E_{c_C} - E_{c_B} = W_{B \rightarrow C}(\vec{P}) + W_{B \rightarrow C}(\vec{R}_n) + W_{B \rightarrow C}(\vec{f})$$

$$\frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = 0 + 0 - fBC \Rightarrow \frac{1}{2}m(v_C^2 - v_B^2) = -f\ell \Rightarrow f = \frac{m(v_B^2 - v_C^2)}{2\ell}$$

$$\text{Application numérique : } f = \frac{0,15 \times (4,9^2 - 2^2)}{2 \times 2} = 0,75 \text{ N}$$

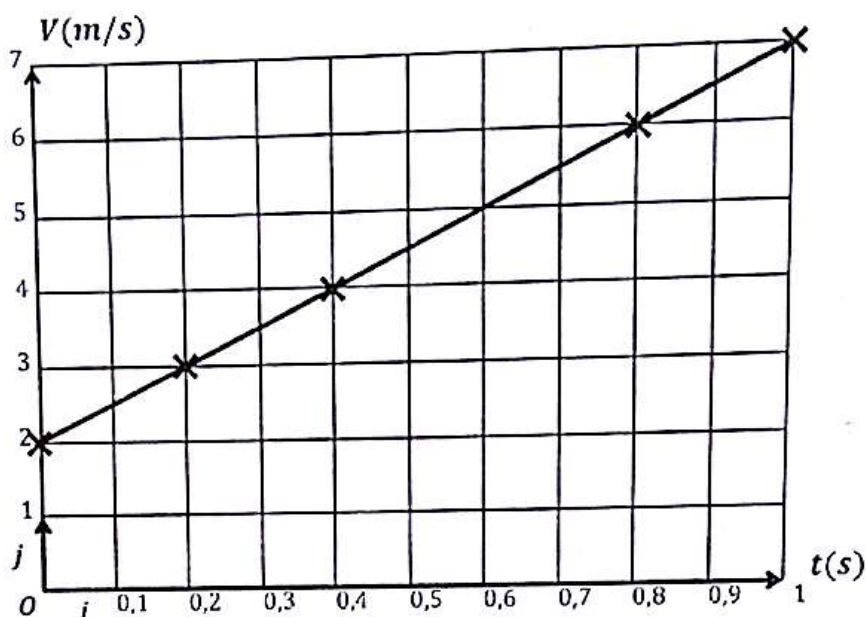
- 2.2 Travail des forces de frottements sur la portion BC.

$$W_{B \rightarrow C}(\vec{f}) = -f\ell = -0,75 \times 2 = -1,5 \text{ J}$$



**Exercice 3**1. Tracé sur la figure du graphe  $V = f(t)$ .

Echelle : 1 cm pour 0,1 s et 1 cm pour 1 m/s.



2. Dédution de cette courbe de :

2.1. La valeur de la vitesse  $V_A$  qu'a le centre d'inertie du solide à l'instant initial.D'après la courbe à  $t = 0$  s,  $V_A = V_0 = 2$  m/s.2.2. La valeur de l'accélération  $a_1$  du centre d'inertie du solide.L'allure de la courbe est une droite ; donc son équation est de la forme :  $V = kt + b$ .➤  $b$  est l'ordonnée à l'origine donc  $b = V_0 = 2$  m/s ;➤  $k$  est le coefficient directeur de la droite :  $k = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{7-2}{1-0} = 5$  m/s<sup>2</sup>Par ailleurs l'équation horaire de la vitesse d'un mouvement rectiligne uniformément varié est :  $V = at + V_0$  donc par identification  $a_1 = k = 5$  m/s<sup>2</sup>.3. Accélération  $a_2$  du centre d'inertie du solide à partir du théorème du centre d'inertie.système : solide G de masse  $m$ référentiel terrestre supposé galiléen muni du repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ 

bilan des forces :

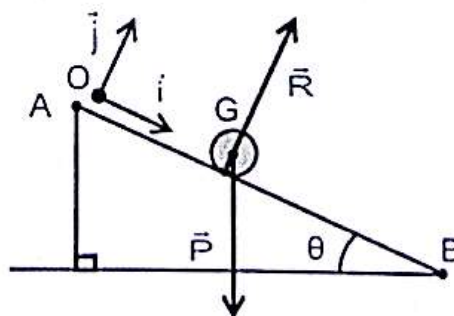
➤ le poids  $\vec{P}$  du solide G ;➤ la réaction  $\vec{R}$  du plan ;

Théorème du centre d'inertie :

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

Projection sur l'axe  $(O, \vec{i})$  :

$$mg \sin \theta + 0 = ma_2 \Rightarrow a_2 = g \sin \theta$$

Application numérique :  $a_2 = 10 \times \sin 30^\circ = 5$  m/s<sup>2</sup>

## CORRECTION

4. Comparons les valeurs de l'accélération du centre d'inertie obtenues en 2.2 et en 3.

On constate que :  $a_1 = a_2 = 5 \text{ m/s}^2$

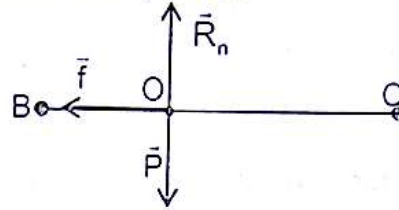
Où l'hypothèse prise pour le calcul de l'accélération en 3 est bien justifiée.

5. Le solide aborde la partie rectiligne BC avec les forces de frottements  $\vec{f}$  et s'arrête en C.

- 5.1. Expression de la vitesse  $V_B$  au point B en fonction de  $f$ ,  $L$  et  $m$ .

bilan des forces :

- le poids  $\vec{P}$  du solide G,
- la réaction normale  $\vec{R}_n$  du plan,
- les forces de frottement  $\vec{f}$ .



Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre B et C :

$$\Delta E_{c_{B \rightarrow C}} = \Sigma W_{B \rightarrow C}(\vec{F}_{\text{ext}}) \Rightarrow E_{c_C} - E_{c_B} = W_{B \rightarrow C}(\vec{P}) + W_{B \rightarrow C}(\vec{R}_n) + W_{B \rightarrow C}(\vec{f})$$

$$0 - \frac{1}{2}mv_B^2 = 0 + 0 - fBC \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 = fL \Rightarrow v_B^2 = \frac{2fL}{m} \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2fL}{m}}$$

Application numérique de  $V_B$  :  $v_B = \sqrt{\frac{2 \times 50 \times 10}{0,5}} = 44,72 \text{ m/s}$

- 5.2. Calculons le temps mis par le solide pour parcourir la distance BC.

Le mouvement est rectiligne uniformément varié sur la partie BC donc on a :

$$V_C = at + V_B \Rightarrow \Delta t = \frac{V_C - V_B}{a} = \frac{0 - V_B}{a} = \frac{-V_B}{a}$$

$$V_C^2 - V_B^2 = 2a(x_C - x_B) \Rightarrow a = \frac{V_C^2 - V_B^2}{2(x_C - x_B)} = \frac{0 - V_B^2}{2BC} = \frac{-V_B^2}{2L} = -\frac{f}{m}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{-V_B}{-\frac{f}{m}} = \frac{mV_B}{f} \Rightarrow \Delta t = \frac{0,5 \times 44,72}{50} = 0,4472 \text{ s} \approx 0,45 \text{ s}$$

### Exercice 4 (extrait Bac D Madagascar Session 2009)

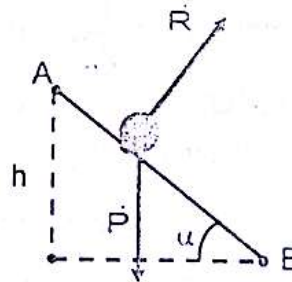
- 1) Calculons la vitesse de la bille en B.

système : bille de masse  $m$

référentiel terrestre supposé galiléen

bilan des forces :

- le poids  $\vec{P}$  de la bille ;
- la réaction  $\vec{R}$  de la gouttière ;



Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre A et B :

$$\Delta E_{c_{A \rightarrow B}} = \Sigma W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{\text{ext}}) \Rightarrow E_{c_B} - E_{c_A} = W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{R})$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - 0 = mgh + 0 \Rightarrow \frac{1}{2}v_B^2 = gh \Rightarrow v_B^2 = 2gh \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh}$$

$$\text{or } \sin \alpha = \frac{h}{AB} \Rightarrow h = AB \sin \alpha \Rightarrow v_B = \sqrt{2gAB \sin \alpha}$$

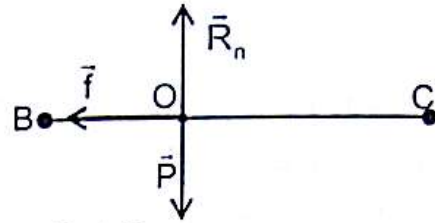
Application numérique :  $v_B = \sqrt{2 \times 10 \times 1,6 \times \sin 30^\circ} = 4 \text{ m/s}$



2) Déterminons la longueur BC pour que la bille arrive en C avec une vitesse nulle.

bilan des forces :

- le poids  $\vec{P}$  de la bille,
- la réaction normale  $\vec{R}_n$  de la gouttière,
- les forces de frottement  $\vec{f}$ .



Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre B et C :

$$\Delta E_{C \rightarrow B} = \sum W_{B \rightarrow C}(\vec{F}_{ext}) \Rightarrow E_{C_C} - E_{C_B} = W_{B \rightarrow C}(\vec{P}) + W_{B \rightarrow C}(\vec{R}_n) + W_{B \rightarrow C}(\vec{f})$$

$$0 - \frac{1}{2}mv_B^2 = 0 + 0 - fBC \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 = fBC \Rightarrow BC = \frac{mv_B^2}{2f}$$

Application numérique :  $BC = \frac{50 \cdot 10^{-3} \times 4^2}{2 \times 0,4} = 1\text{N}$

3) La bille part de C avec une vitesse pratiquement nulle et aborde le tronçon circulaire CD.

a- Exprimons en fonction de  $m$ ,  $g$  et  $\theta$  l'intensité de la réaction  $\vec{R}$  au point M.

bilan des forces :

- le poids  $\vec{P}$  de la bille,
- la réaction  $\vec{R}$  de la gouttière,

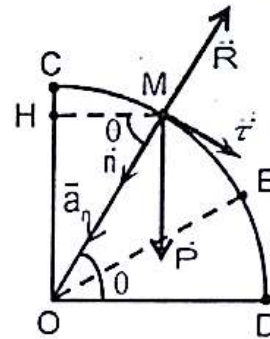
Théorème du centre d'inertie

appliqué à la bille en M :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

Projection sur l'axe  $(M, \vec{n})$  :  $P \sin \theta - R = ma_n$

$$\text{or } a_n = \frac{V_M^2}{r} \Rightarrow R = mg \sin \theta - m \frac{V_M^2}{r} = m \left( g \sin \theta - \frac{V_M^2}{r} \right)$$



Déterminons d'abord la vitesse  $V_M$  au point M

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre C et M :

$$\Delta E_{C \rightarrow M} = \sum W_{C \rightarrow M}(\vec{F}_{ext}) \Rightarrow E_{C_M} - E_{C_C} = W_{C \rightarrow M}(\vec{P}) + W_{C \rightarrow M}(\vec{R})$$

$$\frac{1}{2}mv_M^2 - 0 = mgh + 0 \Rightarrow \frac{1}{2}v_M^2 = gh \Rightarrow v_M^2 = 2gh \Rightarrow v_M = \sqrt{2gh} \text{ avec } h = CH$$

Par ailleurs  $h = OC - OH = r - OH$

En outre en utilisant le triangle OMH rectangle en H on a :

$$\sin \theta = \frac{OH}{OM} = \frac{OH}{r} \Rightarrow OH = r \sin \theta \Rightarrow h = r - r \sin \theta = r(1 - \sin \theta) \text{ d'où : } v_M = \sqrt{2gr(1 - \sin \theta)}$$

$$\Rightarrow R = m \left( g \sin \theta - \frac{2gr(1 - \sin \theta)}{r} \right) = m(g \sin \theta - 2g(1 - \sin \theta))$$

$$\Rightarrow R = m(g \sin \theta - 2g + 2g \sin \theta) = m(3g \sin \theta - 2g) \Rightarrow R = mg(3 \sin \theta - 2)$$

b- Sachant que la bille quitte la gouttière au point E, calculons la valeur de  $\theta_1$ .

La bille quitte la gouttière si et seulement si  $R = 0$  et  $\theta = \theta_1 = (\overline{OD}, \overline{OE})$

$$\text{soit : } mg(3 \sin \theta_1 - 2) = 0 \Rightarrow 3 \sin \theta_1 - 2 = 0 \Rightarrow \sin \theta_1 = \frac{2}{3} \Rightarrow \theta_1 = \sin^{-1} \left( \frac{2}{3} \right) = 41,8^\circ$$



Robert Andrews Millikan

(22 mars 1898 à Morrison, Illinois, États-Unis - 19 décembre 1953 à San Marino, Californie)

Physicien Américain

Il est surtout connu pour ses travaux de précision sur la valeur de la charge de l'électron et l'effet photoélectrique. Il s'intéressa plus tard aux rayons cosmiques. Il est le lauréat du prix Nobel de physique de 1923 « pour ses travaux sur la charge élémentaire de l'électricité et l'effet photoélectrique ». Également, il a reçu la Médaille Hughes en 1923, ainsi que le Faraday Lectureship de la Royal Society of Chemistry en 1924 et la Médaille Franklin en 1937.

## MOUVEMENT DANS UN CHAMP UNIFORME

### Objectif spécifique

- Déterminer les équations du mouvement d'un solide dans un champ de pesanteur.
- Déterminer le mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme

### RAPPEL DE COURS

#### 1. Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme

##### 1.1 ) Chute libre rectiligne

a) Sans vitesse initiale ( $v_0 = 0$ )

$$\vec{a} = \vec{g} \Rightarrow a_z = -g \quad v_z = -gt \Rightarrow z = -\frac{1}{2}gt^2 + z_0$$

a) Avec vitesse initiale ( $v_0 \neq 0$ )

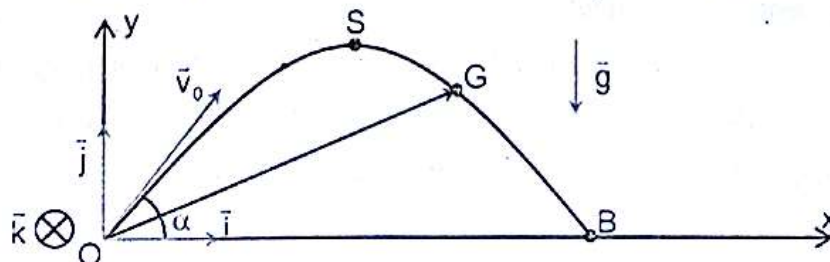
$$a = -g \Rightarrow v = -gt + v_0$$

$$z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + z_0$$

##### 1.2 ) Chute libre parabolique

$$\vec{P} = m\vec{a}_G \text{ or } \vec{P} = m\vec{g} \text{ d'où } \vec{a}_G = \vec{a} = \vec{g} = -g\vec{j} \Rightarrow \vec{a} \begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = -g \\ \ddot{z} = 0 \end{cases}$$

$$v_0 \begin{pmatrix} \dot{x}_0 = v_0 \cos \alpha \\ \dot{y}_0 = v_0 \sin \alpha \\ \dot{z}_0 = 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{v} \begin{pmatrix} \dot{x} = v_0 \cos \alpha \\ \dot{y} = -gt + v_0 \sin \alpha \\ \dot{z} = 0 \end{pmatrix} ; \vec{OG} \begin{pmatrix} x = v_0 t \cos \alpha \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \sin \alpha \\ z = 0 \end{pmatrix}$$



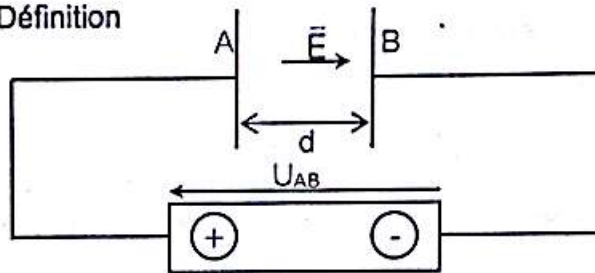


- Équation cartésienne :  $t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha} \Rightarrow y = -\frac{g}{2v_0^2 (\cos \alpha)^2} x^2 + x \tan \alpha$
- Flèche :  $v_s = 0 \Rightarrow t_s = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \Rightarrow y_s = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$
- Portée horizontale :  $y_B = 0 \Rightarrow x_B = OB = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

## 2. Mouvement d'une particule chargée dans un champ $\vec{E}$ uniforme

### 2.1) Champ électrostatique uniforme

#### a. Définition



Une charge  $q$ , en mouvement dans un champ électrostatique uniforme  $\vec{E}$ , est soumise à une force électrostatique constante  $\vec{F}$  telle que  $\vec{F} = q\vec{E}$  ou  $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$

#### b. Conséquences

- $\vec{E}$  et  $\vec{F}$  sont colinéaires (même direction).
- si  $q > 0$  alors  $\vec{E}$  et  $\vec{F}$  ont le même sens.
- si  $q < 0$  alors  $\vec{E}$  et  $\vec{F}$  sont de sens contraires.
- $E = \frac{F}{|q|}$  ou  $F = |q|E$  où  $F$  est la valeur de la force en newton (N) ;  $q$  la charge électrique en coulomb (C) ;  $E$  valeur du champ électrique en volt par mètre (V/m).

Remarque :  $e$  n'est pas l'abréviation d'électron mais la charge élémentaire :  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C.

#### c. Caractéristiques du champ électrostatique

- direction : perpendiculaires aux plaques ;
- sens : celui des potentiels décroissants (ou de la plaque positive à la plaque négative) ;
- valeur :  $E = \frac{|U_{AB}|}{d}$  où  $U_{AB}$  la tension entre les plaques (en V) ;  $d$  la distance entre les plaques (en m) ;  $E$  valeur du champ électrostatique (en V/m).

#### d. Différence de potentiel

La différence de potentiel (d.d.p.) entre les points A et B (ou tension  $U_{AB}$ ) d'un champ électrostatique uniforme  $\vec{E}$  est égale au produit scalaire du vecteur champ par le vecteur déplacement  $\overline{AB}$  :  $U_{AB} = V_A - V_B = \vec{E} \cdot \overline{AB} = E \cdot AB \cdot \cos \alpha$  où  $\alpha = (\vec{E}, \overline{AB})$ .

La différence de potentiel s'exprime en volts (V).

e. Travail de la force électrostatique

Le travail de la force électrostatique  $\vec{F}$  lors d'un déplacement quelconque d'un point A à un point B, est égale au produit scalaire du vecteur force  $\vec{F}$  par le vecteur déplacement  $\vec{AB}$ .

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = q\vec{E} \cdot \vec{AB} = q(V_A - V_B) = qU_{AB}$$

Le travail s'exprime en joule (J).

Remarque : le travail peut aussi s'exprimer en électronvolt (eV) :  $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ .

2.2 ) Étude du mouvement

a) Accélération de particules : vitesse initiale nulle ( $v_0 = 0$ )

Le dispositif est un condensateur plan chargé :  
deux armatures planes, parallèles et distantes de  $d$ ,  
entre lesquelles on applique une tension  $U$ .

Des particules sont produites à la date  $t = 0$ ,

avec une vitesse négligeable, en O au voisinage

de l'armature  $P_1$  de même signe. Elles sont repoussées

par cette armature et attirées par l'armature  $P_2$  (voir figure ci-contre).

Nous déterminons leur mouvement dans le repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  lié au référentiel terrestre supposé galiléen.

Le poids étant négligeable devant la force électrique, le vecteur accélération des particules

$$\text{est : } \vec{F} = q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q\vec{E}}{m} = \frac{qE}{m} \vec{i}$$

• Coordonnées des vecteurs accélération, vitesse initiale et position initiale ( $t = 0$ ) :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = \ddot{x} = \frac{qE}{m} \\ a_y = \ddot{y} = 0 \\ a_z = \ddot{z} = 0 \end{cases} ; \vec{v}_0 \begin{cases} v_{x0} = \dot{x}_0 = 0 \\ v_{y0} = \dot{y}_0 = 0 \\ v_{z0} = \dot{z}_0 = 0 \end{cases} ; OM_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases}$$

• Coordonnées des vecteurs vitesse et position à un instant quelconque ( $t \neq 0$ ) :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = \dot{x} = -\frac{qE}{m}t \\ v_y = \dot{y} = 0 \\ v_z = \dot{z} = 0 \end{cases} ; OM \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \frac{qE}{m} t^2 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

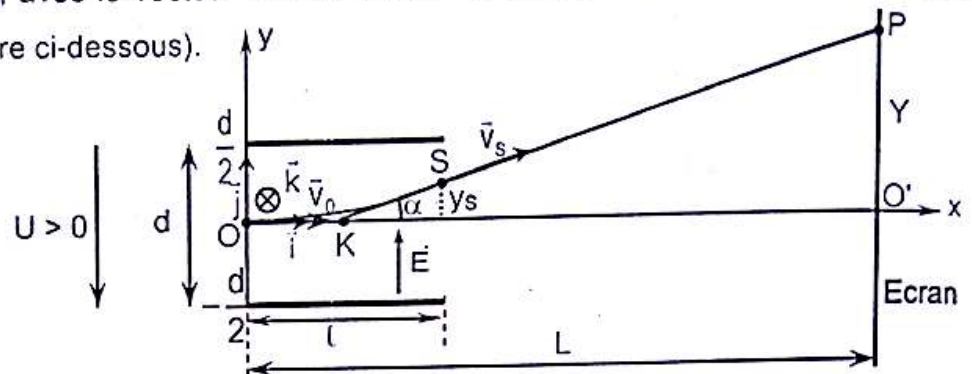
➤ Puisque d'une part :  $a_y = 0$  et  $v_{y0} = 0$ , et d'autre part  $a_z = 0$  et  $v_{z0} = 0$ , il n'y a pas de mouvement sur les axes  $\vec{Oy}$  et  $\vec{Oz}$  et le mouvement s'effectue suivant l'axe  $\vec{Ox}$ .

➤ Sur l'axe  $\vec{Ox}$ , l'accélération est constante et le mouvement est uniformément varié, ses équations horaires s'écrivent :  $\ddot{x} = -\frac{qE}{m}$  ;  $\dot{x} = -\frac{qE}{m}t$  ;  $x = -\frac{1}{2} \frac{qE}{m} t^2$ .



b) Déviation d'un faisceau de particules : vitesse initiale non nulle ( $v_0 \neq 0$ ).

On dévie un faisceau de particules grâce à un condensateur plan chargé sous la tension  $U$ . Soit une particule de charge  $q$  et de masse  $m$  arrivant dans le champ électrique uniforme  $\vec{E}$  en  $O$ , à la date  $t = 0$ , avec le vecteur vitesse initiale  $\vec{v}_0$  perpendiculaire au vecteur champ électrique  $\vec{E}$  (voir figure ci-dessous).



On étudie le mouvement de la particule dans le référentiel terrestre supposé galiléen muni du repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

L'accélération est calculée comme précédemment :  $\vec{F} = q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m} = \frac{qE}{m}\vec{j}$

- Coordonnées des vecteurs accélération, vitesse initiale et position initiale ( $t = 0$ ) :

$$\vec{a} \begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = \frac{qE}{m} \\ \ddot{z} = 0 \end{cases} ; \quad \vec{v}_0 \begin{cases} \dot{x}_0 = v_0 \\ \dot{y}_0 = 0 \\ \dot{z}_0 = 0 \end{cases} ; \quad \overline{OM}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases}$$

- Coordonnées des vecteurs vitesse et position à un instant quelconque ( $t \neq 0$ ) :

$$\vec{v} \begin{cases} \dot{x} = v_0 \\ \dot{y} = \frac{qE}{m}t \\ \dot{z} = 0 \end{cases} ; \quad \overline{OG} \begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2} \frac{qE}{m} t^2 \\ z = 0 \end{cases}$$

- Sur l'axe  $\overline{OZ}$  :  $a_z = 0$  et  $v_{z0} = 0$  ; il n'y a donc pas de mouvement suivant  $\overline{OZ}$  et le mouvement est plan, il s'effectue dans le plan de la figure, c'est-à-dire  $(Ox, Oy)$ .
- Sur l'axe  $\overline{Ox}$ , l'accélération est nulle et le mouvement est uniforme.
- Sur l'axe  $\overline{Oy}$ , l'accélération est constante et le mouvement est uniformément varié.

- Équation cartésienne de la trajectoire :  $t = \frac{x}{v_0} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \frac{qE}{mv_0^2} x^2 = \frac{1}{2} \frac{qU}{mdv_0^2} x^2$

- Déflexion électrostatique

$$\tan \alpha = \frac{O'P}{O'K} = \frac{Y}{L - \frac{l}{2}} = \frac{y_s}{\frac{l}{2}} \Rightarrow Y = 2 \times \left(L - \frac{l}{2}\right) \times \frac{y_s}{l} = \left(L - \frac{l}{2}\right) \times \frac{qU l}{mdv_0^2} \quad \text{où} \quad y_s = \frac{qU x_s^2}{2mdv_0^2} = \frac{qU l^2}{2mdv_0^2}$$

NB : pour que la particule puisse sortir des plaques il faut que :  $y_s < \frac{d}{2} \Rightarrow \frac{qU l^2}{2mdv_0^2} < \frac{d}{2}$

Au delà du point de sortie  $S$ , le mouvement des particules est rectiligne uniforme.



## EXERCICES RESOLUS

### Exercice 1 (extrait Bac Blanc Lycée Municipal 1 Attécoubé 2008)

Dans tout l'exercice, on considérera que le référentiel terrestre est galiléen et on négligera les frottements dus à l'air. On étudie le tir, « drive », d'un joueur de golf.  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

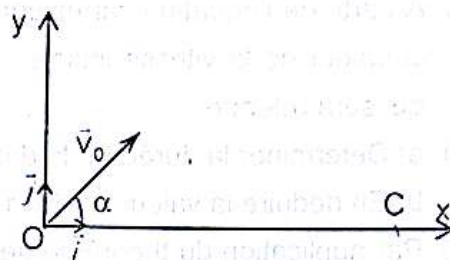
Un golfeur se présente au départ d'un parcours

de golf. Le centre d'inertie  $G$  de la balle qu'il va lancer se trouve en  $O$ .

À  $t = 0$ , la balle supposée ponctuelle, est

lancée dans un plan vertical repéré par  $(Ox, Oy)$

avec une vitesse de  $G$  de valeur  $144 \text{ km/h}$  et faisant un angle  $\alpha = 40^\circ$  avec l'horizontale.



1. Établir les équations horaires  $x(t)$  et  $y(t)$  du mouvement de  $G$ .

2. En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire de  $G$ .

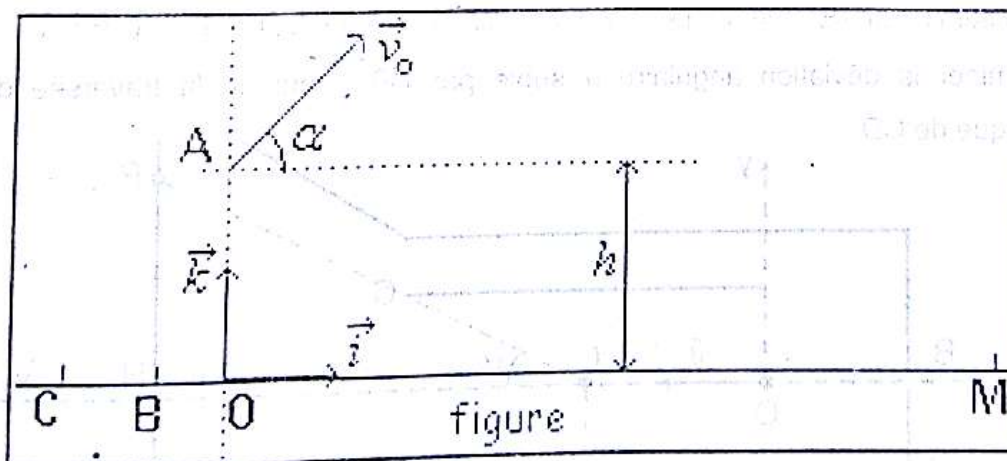
3. Quelle est la hauteur maximum atteinte par la balle ?

4. La balle tombe en un point  $C$ .

Exprimer la distance  $D = OC$  en fonction de  $\alpha$ ,  $g$  et  $v_0$ . En déduire sa valeur.

### Exercice 2

En 2000, l'américain Adam Nelson a remporté aux Jeux Olympiques la médaille d'argent au « lancer de poids » avec une distance  $d = 21,21 \text{ m}$ . Le « poids » est une sphère en métal qui pèse  $7,26 \text{ kg}$  chez les hommes. Le lancer s'effectue à partir d'un cercle en métal de centre  $C$  et de diamètre  $D = 2 \cdot CB$ . La portée du jet ( $d = 21,21 \text{ m}$ ) est mesurée à partir du centre  $C$  du cercle. À l'issue de la phase d'élan, le poids est abandonné en  $A$ , à la hauteur  $OA = h = 2,00 \text{ m}$  au-dessus du sol horizontal.  $CO = 1,4 \text{ m}$  (voir figure ci-dessous).



Le bras qui lance fait alors un angle de  $45^\circ$  avec l'horizontale, valeur préconisée par les entraîneurs et justifiée par la physique. Cet angle  $\alpha = 45^\circ$  sera considéré comme étant celui de la direction du vecteur vitesse initiale  $\vec{V}_0$  avec l'horizontale.

On donne  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$  et on néglige tout frottement.

L'origine des dates est prise à l'instant où le « poids » est abandonné en  $A$ .

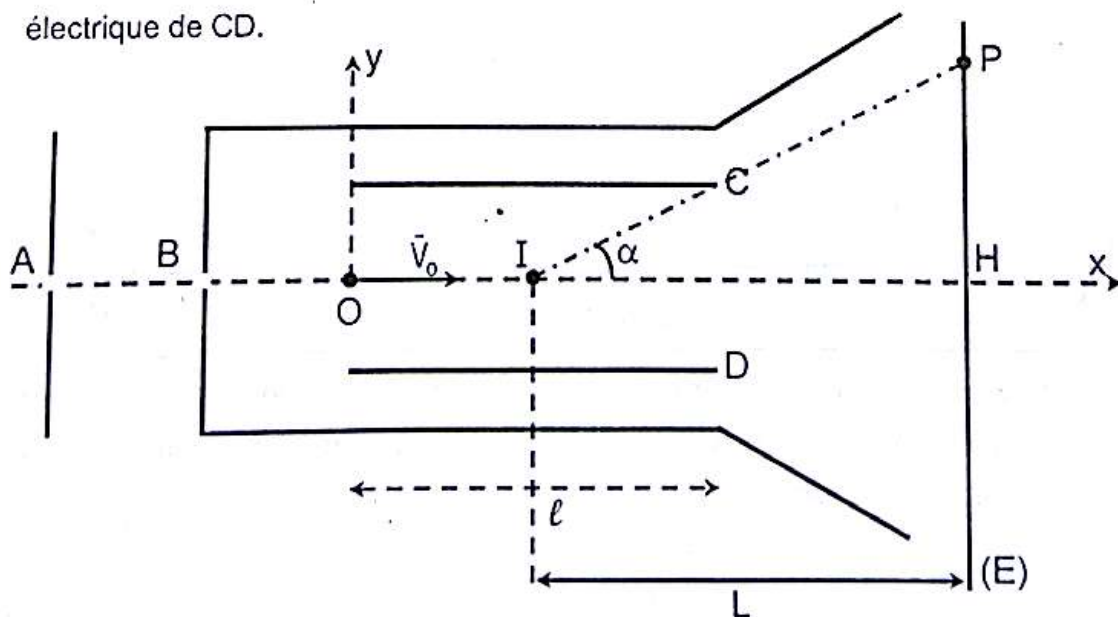


- 1) a) Etablir dans le repère  $(O; \vec{i}; \vec{k})$  les équations horaires du mouvement du « poids ».  
 b) Quelle est la nature du mouvement projeté sur chacun des axes ?  
 c) Donner l'équation cartésienne de la trajectoire (expression littérale et numérique en fonction de  $v_0$ ).
- 2) A partir de l'équation cartésienne de la trajectoire et des paramètres fournis, vérifier que la valeur de la vitesse initiale est voisine de  $13,3 \text{ m.s}^{-1}$ . Dans la suite, c'est cette valeur qui sera retenue.
- 3) a) Déterminer la durée  $t_M$  du déplacement du « poids » entre A et M.  
 b) En déduire la valeur  $v_M$  de la vitesse au moment du contact avec le sol.
- 4) Par application du théorème de l'énergie cinétique retrouver la valeur  $v_M$  de la vitesse au moment du contact avec le sol.

### **Exercice 3**

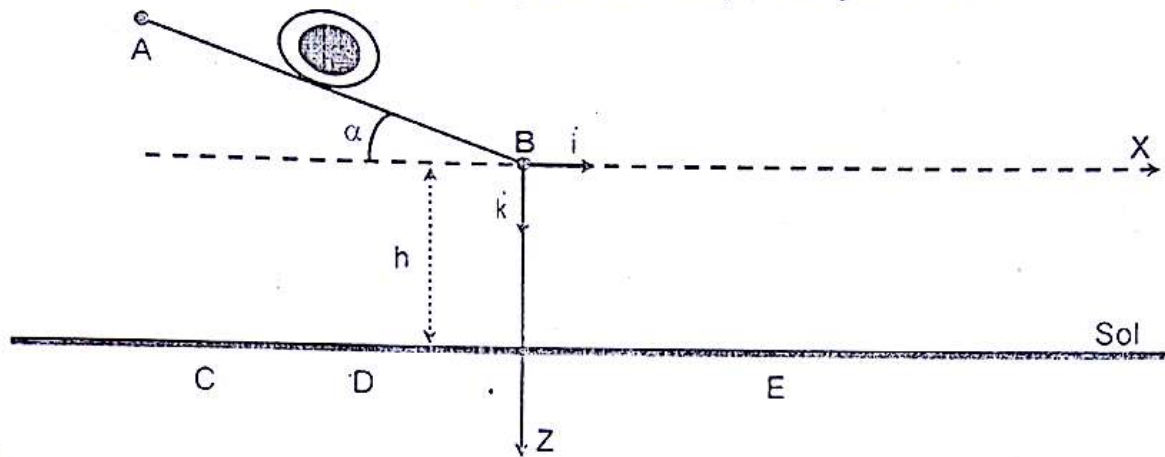
Un noyau d'hélium ( ${}^4\text{He}^{2+}$ ) sort d'une source, pratiquement sans vitesse par l'ouverture A. Il est soumis à l'action d'une tension accélératrice  $U_0$ .

1. Quelle est la vitesse  $V_B$  lorsqu'il passe dans l'ouverture B ?  
 On donne :  $m_{\text{He}} = 6,65 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ;  $U_0 = 1,04 \cdot 10^4 \text{ V}$ .  
 La distance séparant les deux électrodes A et B est  $d = 2 \text{ cm}$ .
2. Quel est le temps mis par le noyau d'hélium pour aller de A à B ? ( $\vec{E}$  est uniforme).
3. Sortant de B, le noyau arrive en O entre C et D, de longueur  $\ell$ , séparées de  $d'$ .  
 $V_D - V_C = U > 0$ . Déterminer l'équation de la trajectoire du noyau entre C et D.
4. Un écran luminescent (E) est placé perpendiculairement à l'axe OX, à la distance L du milieu I du condensateur CD. Déterminer l'ordonnée Y sur l'axe OY du point d'impact du noyau sur l'écran (E). On donne :  $V_0 = 10^6 \text{ m/s}$  ;  $U = 5000 \text{ V}$  ;  $\ell = d' = 10 \text{ cm}$  ;  $L = 20 \text{ cm}$ .
5. Déterminer la déviation angulaire  $\alpha$  subie par  $\text{He}^{2+}$  lors de la traversée du champ électrique de CD.



**Exercice 4** (extrait Bac Blanc série D Lycée Sainte Marie Cocody 2013)

Un plat de riz bien protégé, assimilable à un point matériel est lancé depuis le point A sur un plan incliné d'angle  $\alpha = 30^\circ$  par rapport à l'horizontale. On néglige les frottements sur le plan AB. La longueur du plan AB est  $L = 2 \text{ m}$  (voir figure ci-dessous). Le plat arrive en B avec un vecteur-vitesse  $\vec{V}_B$  de norme  $v_B = 10 \text{ m/s}$ . On prendra  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



1)

1.1) Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le plat entre A et B et les représenter.

1.2) Calculer la vitesse  $V_A$  de lancement au point A.

1.3) Représenter le vecteur-vitesse  $\vec{V}_B$  au point B.

2) A partir du point B, le plat entre dans le champ de pesanteur uniforme.

On néglige les frottements de l'air. Le plat de riz tombe au fond d'une prison à la distance  $h = 5 \text{ m}$  en dessous du point B.

2.1) Déterminer les équations horaires du mouvement du plat dans le repère  $(B, \vec{i}, \vec{k})$ , en considérant qu'à l'instant initial le plat se trouve au point B.

2.2) En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire du plat.

2.3) A quelle date, ce plat arrive-t-il au fond de la prison au point E ?

En déduire l'abscisse  $X_E$  du point E.

3) Deux prisonniers très affamés assimilés à des points matériels mobiles C et D luttent pour arriver premier au point E pour prendre ce plat. L'un, animé d'un mouvement rectiligne uniforme arrive au point C avec la vitesse  $V_C = 12,66 \text{ m/s}$  au moment précis où l'autre part du point D sans vitesse initiale avec une accélération  $a = 4 \text{ m/s}^2$ . On admettra que le plat est au point B au moment où les prisonniers sont aux points C et D.

3.1) Donner l'équation horaire du mouvement de chaque prisonnier selon l'axe  $(B, X)$ .

3.2) Calculer le temps mis par chacun pour arriver au point E.

3.3) Lequel des prisonniers prendra le plat ? Justifier votre réponse.

On donne :  $X_C = -8 \text{ m}$  ;  $X_D = -5 \text{ m}$  ;  $X_C$  et  $X_D$  sont les abscisses des points C et D dans le repère  $(B, \vec{i}, \vec{k})$ .



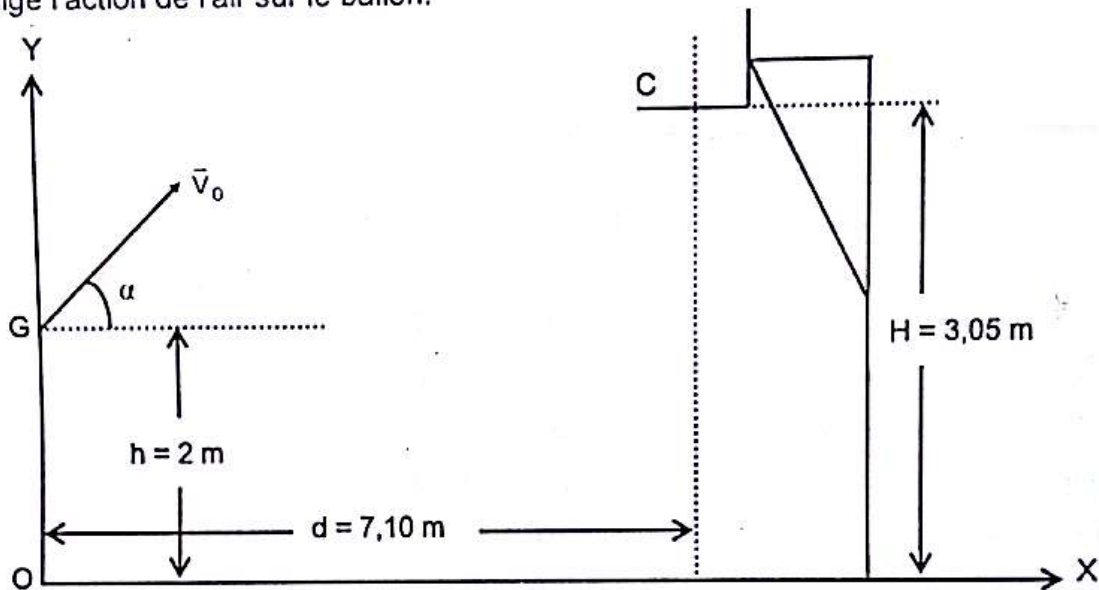
**Exercice 5 :** (extrait Bac D Session normale 2003)

Au cours d'une compétition de basket-ball au palais des sports de Treichville, un basketteur A, tire en direction du panier constitué par un simple cercle métallique, dont le plan horizontal est situé à 3,05 m du sol. Lorsque le ballon est lancé par le joueur A :

- le centre d'inertie G du ballon est à 2,00 m du sol ;
- la distance séparant les verticales passant par le centre C du panier et G est 7,10 m ;
- sa vitesse  $\vec{v}_0$  fait un angle  $\alpha = 45^\circ$  avec l'horizontale (voir figure).

Le panier est marqué ou réussi lorsque le centre du ballon passe par le centre du panier.

On néglige l'action de l'air sur le ballon.



Données numériques : Masse du ballon  $m = 0,60 \text{ kg}$  ;  $g = 9,80 \text{ m.s}^{-2}$ .

1.

1.1. Établir que l'équation de la trajectoire de G dans le repère  $(\overline{OX}, \overline{OY})$  est :

$$y = -\frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha + Y_G, \text{ avec } Y_G = 2 \text{ m.}$$

1.2. Montrer que y peut se mettre sous la forme :  $y = -\frac{9,8}{v_0^2} x^2 + x + 2$ .

2. Calculer la valeur  $v_0$  pour que le panier soit réussi.

3. Dans la suite de l'exercice, la valeur de la vitesse du ballon au départ est  $v_0 = 9,03 \text{ m/s}$ .

3.1. Établir et calculer la durée nécessaire au ballon pour parvenir au centre du panier.

3.2. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, calculer la valeur de la vitesse du ballon lorsque le panier est marqué.

3.3. Un joueur B de l'équipe adverse, situé à 0,9 m du joueur A, entre celui-ci et le panier, tente maintenant d'empêcher le tir en levant verticalement les bras. La hauteur atteinte par B est 2,70 m. Si le ballon part avec la même vitesse  $\vec{v}_0$  que précédemment, le panier sera-t-il marqué ?

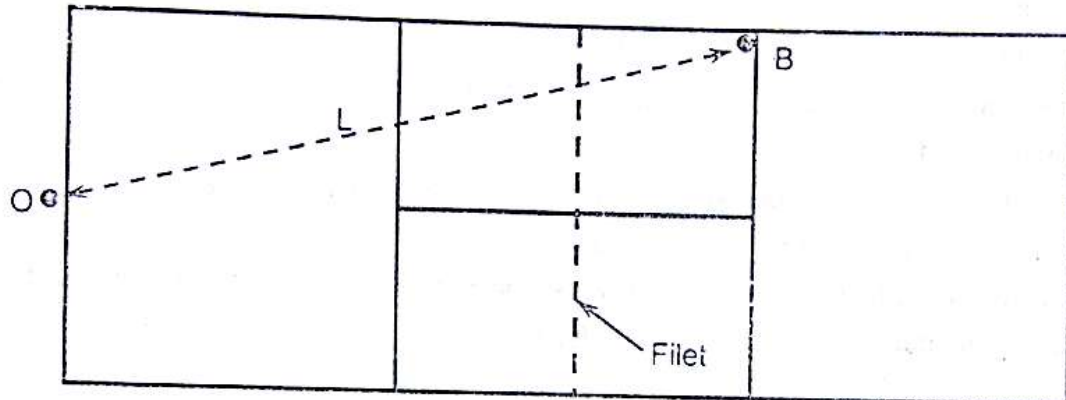
## EXERCICES DE PERFECTIONNEMENT

### Exercice 1: (extrait Bac S Amérique du Sud 2009)

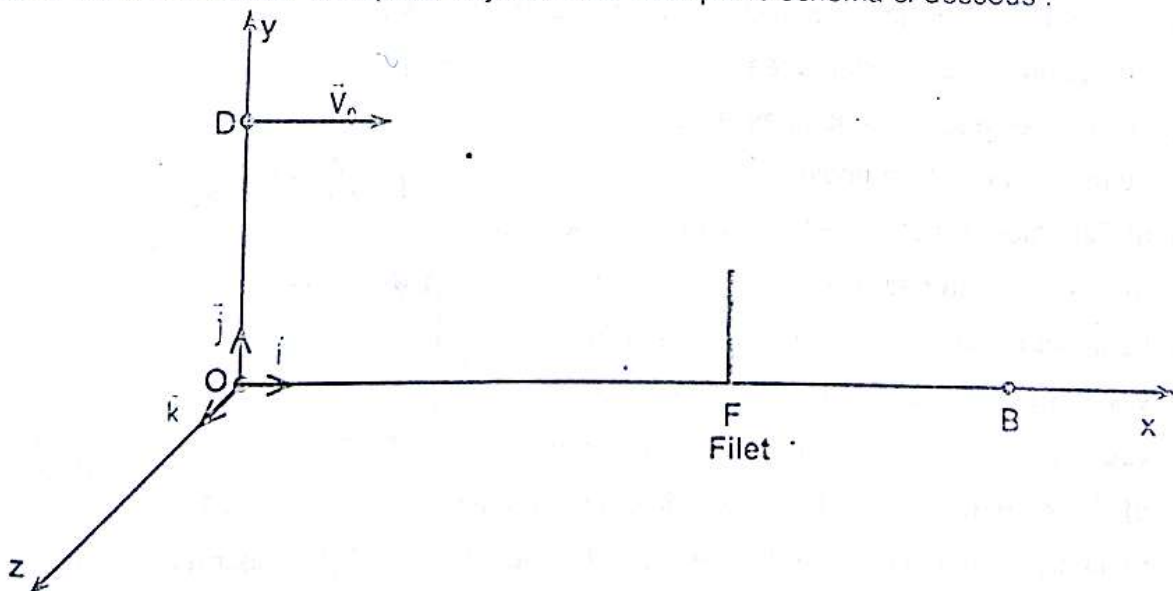
Un terrain de tennis est un rectangle de longueur 23,8 m et de largeur 8,23 m.

Il est séparé en deux dans le sens de la largeur par un filet dont la hauteur est 0,920 m.

Loi: sou'un joueur effectue un service il doit envoyer la balle dans une zone comprise entre le filet et une ligne située à 6,40 m du filet. On étudie un service du joueur placé au point O.



Ce joueur souhaite que la balle frappe le sol en B tel que  $OB = L = 18,7$  m. Pour cela, il lance la batte verticalement et la frappe avec sa raquette en un point D situé sur la verticale de O à la hauteur  $H = 2,20$  m. La balle part alors de D avec une vitesse de valeur  $v_0 = 126$  km/h, horizontale comme le montre le schéma ci-dessous. La balle de masse  $m = 58,0$  g sera considérée comme ponctuelle et on considérera que l'action de l'air est négligeable. L'étude du mouvement sera faite dans le référentiel terrestre, galiléen, dans lequel on choisit un repère Oxyz comme l'indique le schéma ci-dessous :



#### 1) Équations horaires paramétriques et trajectoire.

1.1. Faire le bilan des forces appliquées à la balle pendant son mouvement entre D et B.

En indiquer les caractéristiques (directions, sens, grandeur) et l'expression.



## Rappel de cours et énoncés d'exercices - Rappel de cours et énoncés d'exercices

- 1.2. Établir l'expression du vecteur accélération de la balle au cours de son mouvement.
- 1.3. Montrer que les équations horaires paramétriques du mouvement de la balle sont :

$$x(t) = v_0 t, \quad y(t) = -\frac{gt^2}{2} + H \quad z(t) = 0$$

- 1.4. Montrer que le mouvement de la balle a lieu dans un plan.
- 1.5. Dédurre de la réponse à la question 1.3. l'équation littérale de la trajectoire de la balle dans le plan xOy.
- 2) Qualité du service. On Prendra  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ .
  - 2.1. Sachant que la distance  $OF = 12,2 \text{ m}$ , la balle, supposée ponctuelle passe-t-elle au dessus du filet ?
  - 2.2. Montrer que le service sera considéré comme mauvais, c'est-à-dire que la balle frappera le sol en un point  $B'$  tel que  $OB'$  soit supérieur à  $OB$ .
  - 2.3. En réalité, la balle tombe en B. Quel est le paramètre, non pris en compte dans ce problème qui peut expliquer cette différence ?

### Exercice 2 (extrait Bac série D 2<sup>nd</sup> groupe NIGER session 2014)

Dans une compétition de lancer de poids, un athlète lance une boule métallique (ou boulet) avec une vitesse initiale  $\vec{V}_0$  faisant un angle  $\alpha$  avec l'horizontale, d'un point I situé à une altitude  $H$  du point O au sol (voir Fig. 1). Le mouvement de la boule est étudié dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen. On définit le repère d'espace  $(O, x, y)$  où  $Ox$  est un axe horizontal au niveau du sol et  $Oy$  un axe vertical ascendant. L'origine du temps correspond à l'instant du lancer de la boule au point I. On néglige la résistance de l'air.

- 1) Etablir les expressions des composantes  $V_x$  et  $V_y$  du vecteur-vitesse instantanée  $\vec{v}(t)$ .
- 2) Dédurre les équations horaires  $x(t)$  et  $y(t)$  du mouvement de la boule.
- 3) a) Exprimer l'équation de la trajectoire du mouvement.  
b) Quelle est sa nature ?
- 4) La boule est lancée avec une vitesse initiale  $v_0 = 12 \text{ m.s}^{-1}$  d'une altitude  $H = 2,5 \text{ m}$  et l'angle  $\alpha$  vaut  $40^\circ$ . On donne  $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ . Déterminer :
  - a) l'altitude maximale à laquelle se trouvera la boule.
  - b) la distance à laquelle se trouve le point d'impact au sol P par rapport à l'origine O.
- 5) L'athlète peut monter sur le podium des cérémonies s'il est parmi les trois meilleurs lanceurs. Pour cela, il faut que son jet soit à une distance supérieure ou égale à  $20 \text{ m}$ . Quelle vitesse minimale doit-il communiquer à la boule, en conservant le même angle  $\alpha$  et la même altitude  $H$ , pour être sur le podium ?

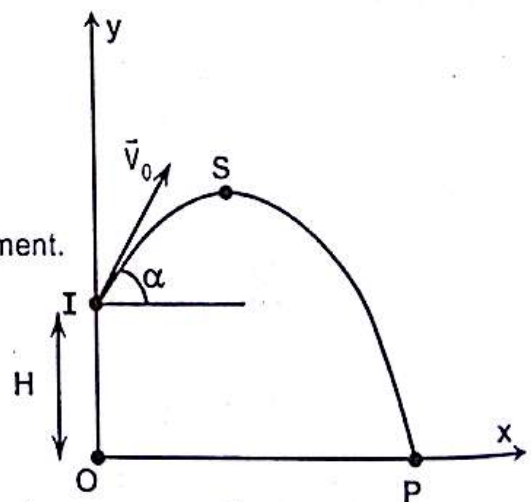
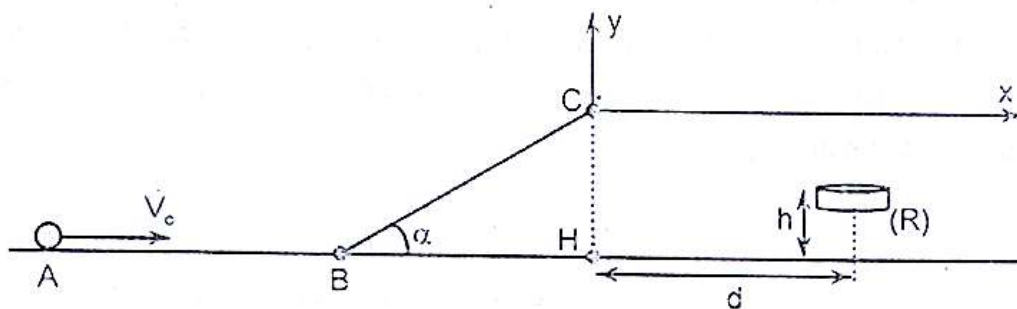


Fig. 1

**Exercice 3 :** (extrait Bac Blanc Lycée Municipal 1 Attécoubé 2013)

Un solide (S) de masse  $m = 2 \text{ g}$  est lancé en un point A avec une vitesse  $V_0$ . Le solide parcourt alors un trajet AB rectiligne où il est soumis à une force de frottement d'intensité constante  $f = 10 \text{ N}$ . Le solide aborde ensuite un plan lisse BC incliné d'angle  $\alpha = 30^\circ$  et de longueur  $BC = \ell = 4 \text{ m}$ . A partir de C, le solide tombe dans le champ de pesanteur dont l'intensité est  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . On étudie le mouvement du centre d'inertie G de (S). L'objectif de l'exercice est de déterminer la valeur de  $V_0$  qui permet de faire tomber le solide dans le réceptacle (R) situé à une hauteur  $h$  de (AB).

On donne :  $AB = L = 3 \text{ m}$  ;  $d = 4 \text{ m}$  ;  $h = 1,2 \text{ m}$ .



1) Etude du mouvement sur AB

Exprimer la vitesse  $V_B$  du solide en fonction de  $V_0$ ,  $f$ ,  $m$  et  $L$ .

2) Etude du mouvement sur BC

2.1. Exprimer l'accélération du solide entre B et C. Déduire la nature du mouvement.

2.2. Exprimer la vitesse  $V_C$  du solide en fonction de  $V_0$ ,  $g$ ,  $\ell$  et  $\alpha$ .

3) Etude du mouvement dans le champ de pesanteur

3.1. Donner la direction et le sens du vecteur vitesse  $\vec{V}_C$  en C.

3.2. Dans le repère  $(Cx, Cy)$ , déterminer les équations horaires du mouvement de (S) au delà de C. On considère qu'à l'instant  $t = 0 \text{ s}$  le solide (S) quitte le point C.

3.3. Montrer que l'équation cartésienne est sous la forme  $y = \frac{-6,66x^2}{V_C^2} + 0,58x$

4) Le solide tombe dans le réceptacle (R).

4.1. Déterminer les coordonnées du réceptacle (R) dans le repère  $(Cx, Cy)$  ?

4.2. Calculer la vitesse  $V_0$  puis  $V_B$ .

4.3. Déduire alors la valeur de  $V_0$  qui permet de placer (S) dans le réceptacle (R).

4.4. Pour cette valeur de  $V_0$ , quelle est la durée mise par le solide pour passer de C au réceptacle ?



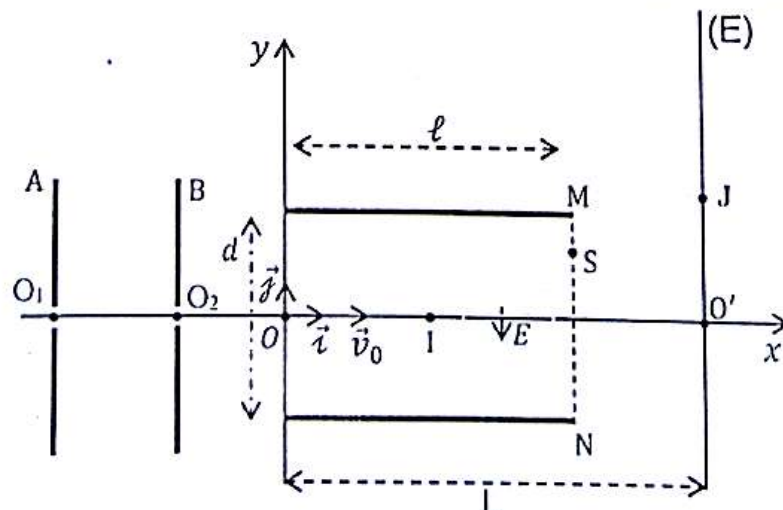
**Exercice 4 :** (extrait Bac Blanc Lycée Municipal 1 Attécoubé 2014)

Dans tout le problème, on suppose que le mouvement des électrons a lieu dans le vide et on néglige leur poids par rapport aux autres forces. On considère le dispositif de la figure ci-dessous. Des électrons sont émis avec une vitesse négligeable en  $O_1$ , ensuite accélérés entre les plaques A et B.

- 1) Préciser le signe de la tension  $U_{AB}$  pour que les électrons soient accélérés de  $O_1$  vers  $O_2$ .
- 2) On posera que  $U_{AB} = V_A - V_B = -U_0$ .
  - 2.1. Déterminer l'expression de la vitesse  $v_{O_2}$  d'un électron en  $O_2$  en fonction de  $e$ ,  $m$ ,  $U_0$ .
  - 2.2. Calculer la valeur de cette vitesse.
- 3) Après la traversée de la plaque B, les électrons pénètrent en O avec une vitesse  $\vec{v}_0$ , entre les plaques horizontales M et N. La tension  $U_{MN} = V_M - V_N = U$ , appliquée à ces plaques crée un champ électrostatique  $\vec{E}$  tel que représenté sur la figure ci dessous. Préciser et justifier le signe de  $U_{MN}$ .
  - 3.1. Montrer que la vitesse  $v_{O_2}$  est égale à  $v_0$ .
  - 3.2. Etablir dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , les équations horaires du mouvement d'un électrons dans la région limitée par les plaques M et N. En déduire l'équation de la trajectoire.
  - 3.3. Vérifie que l'équation de la trajectoire peut se mettre sous la forme :  $y(x) = \frac{U}{4dU_0} x^2$ .
  - 3.4. Déterminer la condition sur la tension  $U$  pour que les électrons sortent du champ  $\vec{E}$  en passant par le point S.
- 4) A la sortie du champ électrostatique en S, les électrons sont reçus en un point J, sur un écran plat (E) placé perpendiculairement à l'axe  $(Ox)$ .
  - 4.1. Donner la nature de la trajectoire des électrons entre le point S et le point J. Justifier
  - 4.2. Exprimer les coordonnées du vecteur vitesse  $\vec{v}_S$  au point S.
  - 4.3. Donner l'expression littérale de la déviation  $O'J$  du spot sur l'écran en fonction de  $U$ ,  $L$ ,  $\ell$ ,  $d$  et  $U_0$ . Faire l'application numérique.

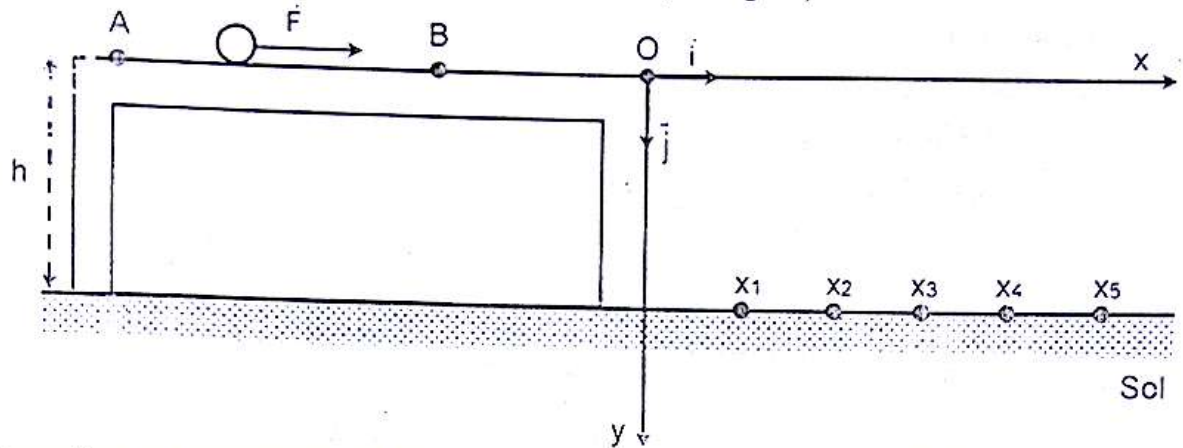
**Données :**  $L = 20 \text{ cm}$  ;  $\ell = 10 \text{ cm}$  ;  $d = 5 \text{ cm}$  ;  $|U| = 10^3 \text{ V}$  ;  $|U_0| = 2.10^3 \text{ V}$  ;

masse d'un électron  $m = 9,1.10^{-31} \text{ kg}$  et la charge élémentaire  $e = 1,6.10^{-19} \text{ C}$ .



**Exercice 5** (extrait Bac Blanc série D Lycée Classique Cocody 2013)

On lance une boule initialement au repos, de masse  $m$ , sur une table parfaitement lisse et horizontale. Elle est lancée grâce à une force  $F$  qui agit uniquement sur la partie  $AB = \ell$ , de la table. La boule, après avoir quittée la table, est recueillie au sol où un dispositif approprié permet d'afficher les abscisses des points de chute (voir figure).



- 1) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, montrer que  $v_B^2 = \frac{2F \cdot AB}{m}$ .
- 2) En déduire que  $v_0 = v_B$ .
- 3) A partir du point O, la boule quitte la table avec le vecteur-vitesse  $\vec{v}_0$  et tombe sur le sol.
  - 3.1. Représenter sans échelle le vecteur  $\vec{v}_0$ .
  - 3.2. Déduire les équations horaires du mouvement de la boule dans le repère  $(O, \vec{i}; \vec{j})$ .
  - 3.3. Montrer que l'équation cartésienne de la trajectoire de la boule est :  $y = \frac{mg}{4F \cdot AB} x^2$ .
- 4) On se propose de déterminer la valeur de la masse  $m$  utilisée.
 

Pour se faire on donne pour différentes valeurs de  $F$ , les abscisses des points de chute pour une hauteur  $h = 1$  m. Les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous.

$x(m)$	0	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12
$x^2(m^2)$							
$F(N)$	0	0,004	0,016	0,035	0,063	0,098	0,141

- 4.1. Reproduire puis compléter le tableau.
- 4.2. À partir de la question 3.3), établir l'expression de  $F$  en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $x$ ,  $y$  et  $AB$ .
- 4.3. Tracer la courbe  $F = f(x^2)$  sur une feuille de papier millimétré.
 

Echelle :  $\begin{cases} \text{abscisse : } 1 \text{ cm} \longleftrightarrow 0,001 \text{ m}^2 \\ \text{ordonnée : } 1 \text{ cm} \longleftrightarrow 0,01 \text{ N} \end{cases}$
- 4.4. Donner la nature de la courbe obtenue et déterminer son équation.
- 4.5. À partir des questions 4.2) et 4.3), déterminer  $m$ .

Données :  $h = 1$  m ;  $g = 9,8$  m/s<sup>2</sup> ;  $AB = \ell = 1$  m



**Exercice 1**

1. Etablissons les équations horaires  $x(t)$  et  $y(t)$  du mouvement de G.

système : balle de masse  $m$

référentiel terrestre supposé galiléen muni du repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

bilan des forces : le poids  $\vec{P}$  de la balle

théorème du centre d'inertie :  $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Leftrightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{g} = \text{cste}$

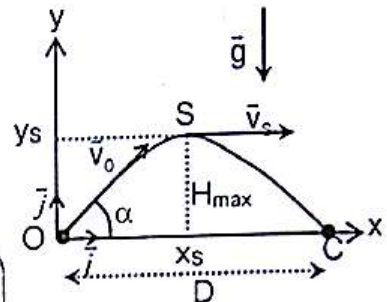
l'accélération est constante donc le mouvement de la balle est uniformément varié

On a :  $\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_0 = \vec{g}t + \vec{v}_0$

$\vec{OG} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0t + \vec{OG}_0 = \frac{1}{2}\vec{g}t^2 + \vec{v}_0t + \vec{OG}_0$

À  $t = 0$ ,  $\vec{a} \begin{pmatrix} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = -g \end{pmatrix}$ ;  $\vec{OG}_0 \begin{pmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{pmatrix}$ ;  $\vec{v}_0 \begin{pmatrix} \dot{x}_0 = v_0 \cos \alpha \\ \dot{y}_0 = v_0 \sin \alpha \end{pmatrix}$ .

À  $t \neq 0$ ,  $\vec{v} \begin{pmatrix} \dot{x} = v_0 \cos \alpha \\ \dot{y} = -gt + v_0 \sin \alpha \end{pmatrix}$ ;  $\vec{OG} \begin{pmatrix} x = v_0 t \cos \alpha \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \sin \alpha \end{pmatrix}$



Application numérique :  $\vec{OG} \begin{cases} x(t) = 40t \cos 40^\circ = 30,64t \\ y(t) = -\frac{1}{2} \times 10t^2 + 40t \sin 40^\circ = -5t^2 + 25,71t \end{cases}$

Remarque : il faudra convertir la vitesse en m/s donc on a :  $v_0 = \frac{144}{3,6} = 40 \text{ m/s}$

2. Déduisons l'équation cartésienne de la trajectoire de G.

$t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha} \Rightarrow y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$

Application numérique :  $y(t) = -\frac{10}{2 \times 40^2 \times \cos^2 40^\circ} x^2 + x \tan 40^\circ = -5,32 \cdot 10^{-3} x^2 + 0,84x$

3. Déterminons la hauteur maximum atteinte par la balle

Au sommet S de la trajectoire,  $x = x_s$ ,  $y = y_s = H_{max}$  et  $\dot{y}(x_s) = 0$

$\Rightarrow -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \times 2 \times x_s + \tan \alpha = 0 \Rightarrow -\frac{g}{v_0^2 \cos^2 \alpha} x_s + \tan \alpha = 0 \Rightarrow x_s = \tan \alpha \times \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{g}$

$\Rightarrow x_s = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \times \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin \alpha \times \cos \alpha}{g} = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \times \cos \alpha}{2g} \Rightarrow x_s = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g}$

$y_s = H_{max} = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \times \left( \frac{v_0^2 \sin \alpha \times \cos \alpha}{g} \right)^2 + \frac{v_0^2 \sin \alpha \times \cos \alpha}{g} \times \tan \alpha$

$\Rightarrow H_{max} = -\frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} + \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g} \Rightarrow H_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$

Application numérique :  $H_{max} = \frac{40^2 \times \sin^2 40^\circ}{2 \times 10} = 33,054 \text{ m}$

Autre méthode :

$v_s = 0 \Rightarrow t_s = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \Rightarrow y_s = -\frac{1}{2}g \left( \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \right)^2 + v_0 \left( \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \right) \sin \alpha \Rightarrow H_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$

4. Exprimons la distance  $D = OC$  en fonction de  $\alpha$ ,  $g$  et  $v_0$ ; puis déduisons sa valeur.

Au point de chute C,  $x = OC = D$  et  $y = 0$ .

$$\Rightarrow -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} D^2 + D \tan \alpha = 0 \Rightarrow D \left( -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} D + \tan \alpha \right) = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} D + \tan \alpha = 0 \Rightarrow D = \frac{2v_0^2 \cos^2 \alpha \tan \alpha}{g} = \frac{2v_0^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g} \Rightarrow D = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

Application numérique :  $D = \frac{40^2 \times \sin(2 \times 40^\circ)}{10} = 3,94 \text{ m}$

### Exercice 2

1) a) Equations horaires du mouvement du « poids » dans le repère  $(O; \vec{i}; \vec{k})$ .

système : « poids » de masse  $m$

référentiel terrestre supposé galiléen muni du repère  $(O; \vec{i}; \vec{k})$

bilan des forces : le poids  $\vec{P}$  du « poids »

théorème du centre d'inertie :

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Leftrightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{g} = \text{cste}$$

l'accélération est constante donc le mouvement de

la balle est uniformément varié

$$\begin{cases} \vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_0 = \vec{g}t + \vec{v}_0 \\ \text{On a : } \vec{OG} = \frac{1}{2} \vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t - \vec{OG}_0 = \frac{1}{2} \vec{g}t^2 + \vec{v}_0 t + \vec{OG}_0 \end{cases}$$

$$\text{A } t=0, \vec{a} \begin{pmatrix} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{z} = -g \end{pmatrix}; \vec{OG}_0 \begin{pmatrix} x_0 = 0 \\ z_0 = OA = h \end{pmatrix}; \vec{v}_0 \begin{pmatrix} \dot{x}_0 = v_0 \cos \alpha \\ \dot{z}_0 = v_0 \sin \alpha \end{pmatrix}$$

$$\text{A } t=0, \vec{v} \begin{pmatrix} \dot{x} = v_0 \cos \alpha \\ \dot{z} = -gt + v_0 \sin \alpha \end{pmatrix}; \vec{OG} \begin{pmatrix} x = v_0 t \cos \alpha \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 - v_0 t \sin \alpha + h \end{pmatrix}$$

$$\text{A.N. : } \vec{OG} \begin{pmatrix} x = v_0 t \cos 45^\circ \\ z = -\frac{1}{2} \times 9,81t^2 + v_0 t \sin 45^\circ + 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{OG} \begin{pmatrix} x = 0,707v_0 t \\ z = -4,905t^2 + 0,707v_0 t + 2 \end{pmatrix}$$

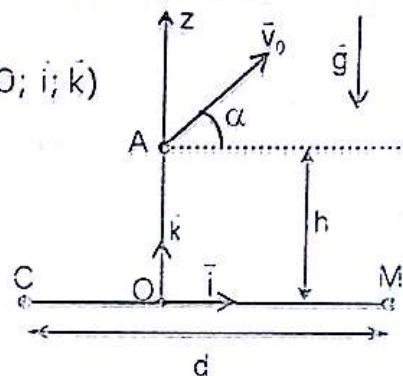
b) La nature du mouvement projeté sur chacun des axes

- Sur l'axe (Ox) le mouvement est uniforme car l'équation horaire est de la forme  $x = kt$  ou bien la vitesse est constante ( $\dot{x} = v_0 \cos \alpha$ );
- Sur l'axe (Oz) le mouvement est uniformément varié car l'équation horaire est de la forme  $z = kt^2 + bt + c$  ou bien la vitesse est de la forme  $v_z = kt + b$ ;

c) Equation de la trajectoire (expression littérale et numérique en fonction de  $v_0$ ).

$$x = v_0 t \cos \alpha \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

$$\Rightarrow z = -\frac{1}{2}g \left( \frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right)^2 - v_0 \left( \frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right) \sin \alpha + h = -\frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha - h$$





## CORRECTION

Application numérique :  $z = -\frac{9,81x^2}{2 \times v_0^2 \cos^2 45^\circ} + x \tan 45^\circ + 2 = -\frac{9,81x^2}{v_0^2} + x + 2$

- 2) Vérifions que la valeur de la vitesse initiale est voisine de  $13,3 \text{ m.s}^{-1}$ .

Au point de chute M,  $x = OM = d - OC$  et  $z = 0$ .

$$\Rightarrow -\frac{9,81OM^2}{v_0^2} + OM + 2 = 0 \Rightarrow OM + 2 = \frac{9,81OM^2}{v_0^2} \Rightarrow v_0^2 = \frac{9,81OM^2}{OM + 2}$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{9,81OM^2}{OM + 2}} \Rightarrow v_0 = OM \sqrt{\frac{9,81}{OM + 2}} \Rightarrow v_0 = (d - OC) \sqrt{\frac{9,81}{d - OC + 2}}$$

A.N. :  $v_0 = (21,21 - 1,4) \times \sqrt{\frac{9,81}{21,21 - 1,4 + 2}} = 13,2859 \text{ m/s} \approx 13,3 \text{ m/s}$

- 3) a) Déterminons la durée  $t_M$  du déplacement du « poids » entre A et M.

$$t_M = \frac{OM}{v_0 \cos \alpha} = \frac{d - OC}{v_0 \cos \alpha} = \frac{21,21 - 1,4}{13,3 \times \cos 45^\circ} = 2,1 \text{ s}$$

- b) Dédution de la valeur  $v_M$  de la vitesse au moment du contact avec le sol.

$$\vec{v}_M \begin{pmatrix} \dot{x}_M = v_0 \cos \alpha \\ \dot{z}_M = -gt_M + v_0 \sin \alpha \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{v}_M \begin{pmatrix} \dot{x}_M = 13,3 \times \cos 45^\circ \\ \dot{z}_M = -9,81 \times 2,1 + 13,3 \times \sin 45^\circ \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \vec{v}_M \begin{pmatrix} \dot{x}_M = 9,4 \text{ m/s} \\ \dot{z}_M = -11,2 \text{ m/s} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow v_M = \sqrt{\dot{x}_M^2 + \dot{z}_M^2} = \sqrt{9,4^2 + (-11,2)^2} = 14,62 \text{ m/s}$$

- 4) Retrouvons la valeur  $v_M$  de la vitesse au moment du contact avec le sol.

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre A et M :

$$\Delta E_{c_{A \rightarrow M}} = \Sigma W_{A \rightarrow M}(\vec{F}_{\text{ext}}) \Rightarrow E_{c_M} - E_{c_A} = W_{A \rightarrow M}(\vec{P})$$

$$\frac{1}{2}mv_M^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh \Rightarrow \frac{1}{2}(v_M^2 - v_A^2) = gh \Rightarrow v_M^2 - v_A^2 = 2gh$$

$$\Rightarrow v_M^2 = 2gh + v_A^2 \Rightarrow v_M = \sqrt{2gh + v_A^2}$$

Application numérique :  $v_M = \sqrt{2 \times 9,81 \times 2 + 13,3^2} = 14,7 \text{ m/s}$

On retrouve approximativement les mêmes valeurs.

### Exercice 3

1. Vitesse  $V_B$  lorsqu'il passe dans l'ouverture B

système : noyau d'hélium

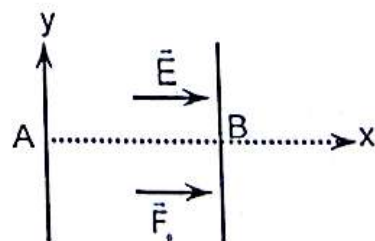
référentiel de laboratoire supposé galiléen muni

du repère (Axy)

bilan des forces : la force électrostatique  $\vec{F}_e$

Remarque :

- >  $U_0$  est une tension accélératrice donc  $U_0 = V_A - V_B > 0$  ;
- >  $U_0 > 0 \Rightarrow V_A > V_B$  donc  $\vec{E}$  est orienté de A vers B car il décroît les potentiels ;
- >  $q = +2e > 0$  donc  $\vec{F}$  et  $\vec{E}$  ont le même sens c'est-à-dire de A vers B.



## CORRECTION

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre A et B :

$$\Delta E_{c_{A \rightarrow B}} = \Sigma W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{ext}) \Rightarrow E_{c_B} - E_{c_A} = W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_e)$$

$$\frac{1}{2} m_{He} v_B^2 - 0 = q(V_A - V_B) \Rightarrow \frac{1}{2} m_{He} v_B^2 = 2eU_0 \Rightarrow v_B^2 = \frac{4eU_0}{m_{He}} \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{4eU_0}{m_{He}}}$$

$$\text{Application numérique : } v_B = \sqrt{\frac{4 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 1,04 \cdot 10^4}{6,65 \cdot 10^{-27}}} = 1,0 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

2. Temps mis par le noyau d'hélium pour aller de A à B ( $\vec{E}$  est uniforme).

D'après le théorème du centre d'inertie,  $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_e = q\vec{E} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$

L'accélération est constante donc le mouvement est uniformément varié.

$$\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_0 = \frac{q\vec{E}}{m}t + \vec{v}_0 \quad \text{et} \quad \vec{OG} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0t + \vec{OG}_0 = \frac{q\vec{E}}{2m}t^2 + \vec{v}_0t + \vec{OG}_0$$

$$\text{À } t = 0 \text{ s, } \vec{a} \left( \begin{array}{l} \ddot{x} = \frac{qE}{m} = \frac{2eE}{m} \\ \ddot{y} = 0 \end{array} \right) ; \vec{v}_0 \left( \begin{array}{l} \dot{x}_0 = 0 \\ \dot{y}_0 = 0 \end{array} \right) ; \vec{OG}_0 \left( \begin{array}{l} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{array} \right)$$

$$\text{À } t \neq 0, \vec{v} \left( \begin{array}{l} \dot{x} = \frac{2eE}{m}t \\ \dot{y} = 0 \end{array} \right) ; \vec{OG} \left( \begin{array}{l} x = \frac{eE}{m}t^2 \\ y = 0 \end{array} \right) \Rightarrow x(t) = \frac{eE}{m}t^2$$

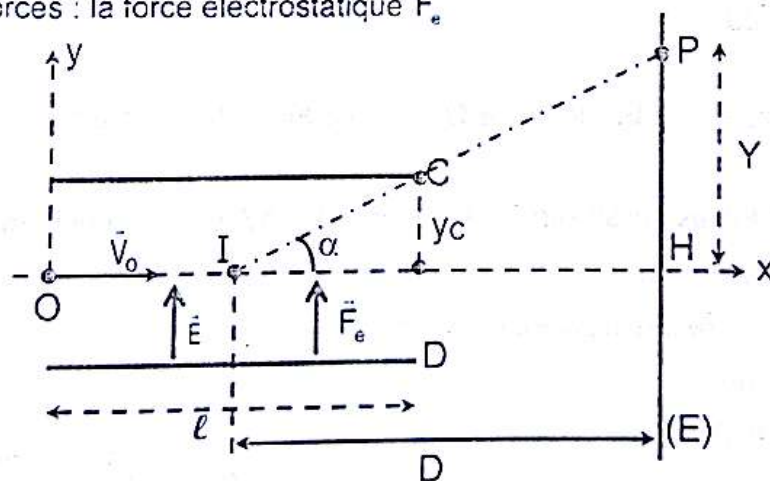
En B,  $x = d = 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$  ; il faut donc résoudre l'équation du 2<sup>nd</sup> degré suivante :

$$\frac{eE}{m}t^2 = d \Rightarrow t^2 = \frac{md}{eE} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{md}{eE}} = \sqrt{\frac{md}{e \frac{U_0}{d}}} = \sqrt{\frac{md^2}{eU_0}}$$

$$\text{Application numérique : } t = \sqrt{\frac{6,65 \cdot 10^{-27} \times (2 \cdot 10^{-2})^2}{1,6 \cdot 10^{-19} \times 1,04 \cdot 10^4}} = 4 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

3. Déterminons l'équation de la trajectoire du noyau entre C et D.

bilan des forces : la force électrostatique  $\vec{F}_e$



Remarque :

- $V_D - V_C > 0 \Rightarrow V_D > V_C$  donc  $\vec{E}$  est orienté de D vers C car il décroît les potentiels ;
- $q = +2e > 0$  donc  $\vec{F}$  et  $\vec{E}$  ont le même sens c'est-à-dire de D vers C.



## CORRECTION

D'après le théorème du centre d'inertie,  $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_e = q\vec{E} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$

L'accélération est constante donc le mouvement est uniformément varié.

$$\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_0 = \frac{q\vec{E}}{m}t + \vec{v}_0 \quad \text{et} \quad \vec{OG} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0t + \vec{OG}_0 = \frac{q\vec{E}}{2m}t^2 + \vec{v}_0t + \vec{OG}_0$$

$$\text{À } t = 0 \text{ s, } \vec{a} \begin{pmatrix} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = \frac{qE}{m} = \frac{2eE}{m} \end{pmatrix} ; \vec{v}_0 \begin{pmatrix} \dot{x}_0 = v_0 \\ \dot{y}_0 = 0 \end{pmatrix} ; \vec{OG}_0 \begin{pmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{À } t \neq 0, \vec{v} \begin{pmatrix} \dot{x} = v_0 \\ \dot{y} = \frac{2eE}{m}t \end{pmatrix} ; \vec{OG} \begin{pmatrix} x = v_0t \\ y = \frac{eE}{m}t^2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = v_0t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0} \\ y = \frac{eE}{m}t^2 = \frac{eE}{m}\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 \Rightarrow y = \frac{eEx^2}{mv_0^2} \end{cases}$$

4. Déterminons l'ordonnée Y sur l'axe OY du point d'impact du noyau sur l'écran (E).

$$\tan \alpha = \frac{y_c}{\frac{\ell}{2}} = \frac{PH}{IH} \Rightarrow \frac{2y_c}{\ell} = \frac{Y}{L} \Rightarrow Y = \frac{2Ly_c}{\ell} \quad \text{avec} \quad y_c = \frac{eEx_c^2}{mv_0^2} = \frac{eU\ell^2}{md'v_0^2}$$

$$\text{donc } Y = \frac{2L \frac{eU\ell^2}{md'v_0^2}}{\ell} = \frac{2LeU\ell}{md'v_0^2} \Rightarrow Y = \frac{2LeU}{mv_0^2} \quad \text{car } \ell = d'$$

$$\text{Application numérique : } Y = \frac{2 \times 0,20 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 5000}{6,65 \cdot 10^{-27} \times (10^6)^2} = 0,048 \text{ m}$$

5. Déviation angulaire  $\alpha$  subie par  $\text{He}^{2+}$  lors de la traversée du champ électrique de CD.

$$\tan \alpha = \frac{Y}{L} = \frac{0,048}{0,20} = 0,24 \Rightarrow \alpha = \tan^{-1}(0,24) \approx 14^\circ$$

### Exercice 4 (extrait Bac Blanc série D Lycée Sainte Marie Cocody 2013)

1)

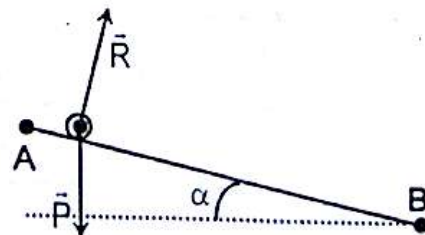
1.1) Bilan des forces qui s'exercent sur le plat entre A et B et représentation.

système : plat de riz de masse m

référentiel terrestre supposé galiléen

bilan des forces :

- le poids  $\vec{P}$  du plat de riz ;
- la réaction normale  $\vec{R}$  du plan incliné.



## CORRECTION

1.2) Calculons la vitesse  $V_A$  de lancement au point A.

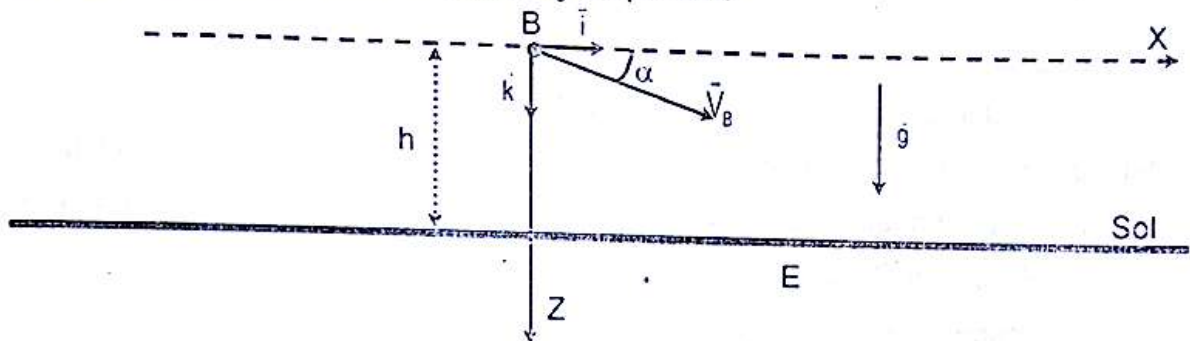
D'après le théorème de l'énergie cinétique,  $\Delta E_{c_{A \rightarrow B}} = \Sigma W(\vec{F}_{ext})_{A \rightarrow B}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}_n) \Rightarrow \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) = mgAB \sin \alpha + 0$$

$$\Rightarrow v_B^2 - v_A^2 = 2gAB \sin \alpha \Rightarrow v_A^2 = v_B^2 - 2gL \sin \alpha \Rightarrow v_A = \sqrt{v_B^2 - 2gL \sin \alpha}$$

Application numérique :  $v_A = \sqrt{10^2 - 2 \times 10 \times 2 \times \sin 30^\circ} \Rightarrow v_A = 8,94 \text{ m/s}$

1.3) Représentons le vecteur-vitesse  $\vec{V}_B$  au point B.



2) A partir du point B, le plat entre dans le champ de pesanteur uniforme.

2.1) Déterminons les équations horaires du mouvement du plat dans le repère  $(B, \vec{i}, \vec{k})$ .

système : le plat de riz de masse  $m$

référentiel terrestre supposé galiléen muni du repère  $(B, \vec{i}, \vec{k})$

bilan des forces : le poids  $\vec{P}$  du plat de riz

théorème du centre d'inertie :

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Leftrightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{g} = \text{cste}$$

l'accélération est constante donc le mouvement du plat est uniformément varié

$$\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_B \quad \text{et} \quad \vec{BG} = \frac{1}{2} \vec{a}t^2 + \vec{v}_B t + \vec{BG}_0$$

$$\text{À } t = 0 \text{ s, } \vec{a} \begin{pmatrix} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{z} = g \end{pmatrix} ; \vec{v}_B \begin{pmatrix} \dot{x}_B = v_B \cos \alpha \\ \dot{z}_B = v_B \sin \alpha \end{pmatrix} ; \vec{BG}_0 \begin{pmatrix} x_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{À } t = 0 \text{ s, } \vec{v} \begin{pmatrix} \dot{x} = v_B \cos \alpha \\ \dot{z} = gt + v_B \sin \alpha \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{BG} \begin{pmatrix} x = v_B \cos \alpha t \\ z = \frac{1}{2} gt^2 + v_B \sin \alpha t \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \vec{BG} \begin{pmatrix} x = 10 \times \cos 30^\circ t = 8,66t \\ z = \frac{10}{2} t^2 + 10 \times \sin 30^\circ t = 5t^2 + 5t \end{pmatrix}$$

2.2) Dédution de l'équation cartésienne de la trajectoire du plat.

$$x = v_B \cos \alpha t \Leftrightarrow t = \frac{x}{v_B \cos \alpha} \Rightarrow z = \frac{g}{2} \left( \frac{x}{v_B \cos \alpha} \right)^2 + v_B \sin \alpha \times \left( \frac{x}{v_B \cos \alpha} \right)$$

$$\Rightarrow z = \frac{g}{2} \frac{x^2}{v_B^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha$$

Application numérique :  $z = \frac{10}{2} \times \frac{x^2}{10^2 \times \cos^2 30^\circ} + x \tan 30^\circ = 0,067x^2 + 0,577x$



## CORRECTION

2.3) Date à laquelle ce plat arrive au fond de la prison au point E

$$\text{Au point E, } z_E = h = \frac{1}{2}gt_E^2 + v_B \sin \alpha t_E \Rightarrow \frac{1}{2}gt_E^2 + v_B \sin \alpha t_E - h = 0$$

$$\Rightarrow 5t_E^2 + 5t_E - 5 = 0 \Rightarrow t_E^2 + t_E - 1 = 0$$

$$\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 5$$

$$t_1 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2 \times 1} < 0 ; t_2 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2 \times 1} = 0,618 \text{ s} \approx 0,62 \text{ s}$$

Le plat arrive au fond de la prison au point E à la date  $t_E = 0,62 \text{ s}$

Déduction de l'abscisse  $X_E$  du point E :  $x_E = v_B \cos \alpha t_E = 10 \times 0,62 = 6,2 \text{ m}$

3) Deux prisonniers C et D luttent pour arriver premier au point E pour prendre ce plat.

3.1) Donnons l'équation horaire du mouvement de chaque prisonnier selon l'axe (B, X).

➤ Prisonnier C :  $x_C(t) = V_C t + X_C = 12,66t - 8$

➤ Prisonnier D :  $x_D(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_D t + X_D = \frac{1}{2} \times 4t^2 + 0 \times t - 5 = 2t^2 - 5$

3.2) Calculons le temps mis par chacun pour arriver au point E.

➤ Prisonnier C :  $V_C t + X_C = X_E \Leftrightarrow 12,66t_C - 8 = 6,2 \Rightarrow t_C = \frac{6,2 + 8}{12,66} = 1,12 \text{ s}$

➤ Prisonnier D :  $\frac{1}{2}at^2 + v_D t + X_D = X_E \Leftrightarrow 2t^2 - 5 = 6,2$

$$\Rightarrow t_D = \sqrt{\frac{6,2 + 5}{2}} = 2,37 \text{ s}$$

3.3) Déterminons le prisonnier qui prendra le plat : c'est le prisonnier C car  $t_C < t_D$

### Exercice 5 (extrait Bac D Session Normale 2003)

1.

1.1. Equation de la trajectoire de G dans le repère  $(\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY})$

système : le ballon

référentiel terrestre supposé galiléen

bilan des forces : le poids  $\vec{P}$  du ballon

théorème du centre d'inertie :

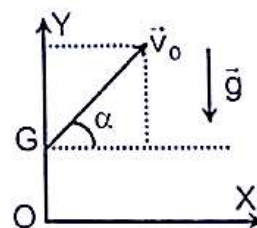
$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Leftrightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

L'accélération est constante donc le mouvement du ballon est uniformément varié

$$\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_0 \quad \text{et} \quad \overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{OG}_0$$

$$\text{À } t = 0 \text{ s, } \vec{a} \begin{pmatrix} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = -g \end{pmatrix} ; \vec{v}_0 \begin{pmatrix} \dot{x}_0 = v_0 \cos \alpha \\ \dot{y}_0 = v_0 \sin \alpha \end{pmatrix} ; \overrightarrow{OG}_0 \begin{pmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = Y_G \end{pmatrix}$$

$$\text{À } t \neq 0 \text{ s, } \vec{v} \begin{pmatrix} \dot{x} = v_0 \cos \alpha \\ \dot{y} = -gt + v_0 \sin \alpha \end{pmatrix} ; \overrightarrow{OG} \begin{pmatrix} x = v_0 t \cos \alpha \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \sin \alpha + Y_G \end{pmatrix}$$



Equation de la trajectoire :

$$x = v_0 t \cos \alpha \Leftrightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha} \Rightarrow y = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha + Y_G.$$

### 1.2. Application numérique

$$y = -\frac{9,8}{2 \times v_0^2 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} x^2 + x \times 1 + 2 \Rightarrow y = -\frac{9,8}{v_0^2} x^2 + x + 2$$

### 2. Valeur de $v_0$ pour que le panier soit réussi

Il faut que  $x = d = 7,10$  m et  $y = H = 3,05$  m

$$H = -\frac{9,8}{v_0^2} d^2 + d + 2 \Rightarrow \frac{9,8 d^2}{v_0^2} = d + 2 - H \Rightarrow \frac{9,8 d^2}{d + 2 - H} = v_0^2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{9,8 d^2}{d + 2 - H}}$$

$$\text{Application numérique : } v_0 = \sqrt{\frac{9,8 \times (7,10)^2}{7,10 + 2 - 3,05}} = 9,04 \text{ m/s}$$

### 3. On donne : $v_0 = 9,03 \text{ m.s}^{-1}$ .

#### 3.1. Durée nécessaire au ballon au centre du panier.

$$\Delta t_c = \frac{d}{v_0 \cos \alpha} = \frac{7,10}{9,03 \times \cos 45^\circ} = 1,1 \text{ s}$$

#### 3.2. Vitesse du ballon lorsque le panier est marqué

Dans ce cas le ballon est au point C

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre G et C :

$$\Delta E_{c_{G \rightarrow C}} = \Sigma W(\vec{F}_{\text{ext}})_{G \rightarrow C}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_c^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = -mg(H - h) \Rightarrow v_c^2 - v_0^2 = -2g(H - h) \Rightarrow v_c = \sqrt{v_0^2 - 2g(H - h)}$$

$$\text{Application numérique : } v_c = \sqrt{9,03^2 - 2 \times 9,8 \times (3,05 - 2)} = 7,8 \text{ m/s}$$

#### 3.3. Montrons si ou non le panier est marqué.

Le panier est marqué si et seulement si  $y_B > 2,70$  m, avec  $x_B = 0,9$  m.

$$y_B = -\frac{9,8}{v_0^2} x_B^2 + x_B + 2 \Rightarrow y_B = -\frac{9,8}{9,03^2} \times 0,9^2 + 0,9 + 2 = 2,80 \text{ m}$$

$2,80 > 2,70 \text{ m} \Rightarrow y_B > 2,70 \text{ m}$  donc le panier est marqué.





## OSCILLATEURS MECANIQUES LIBRES

Heinrich Rudolf Hertz

(né le 22 février 1857 à Hambourg et mort le 1<sup>er</sup> janvier 1894 à Bonn)

Ingenieur et Physicien Allemand

Il est renommé pour avoir découvert les ondes hertziennes auxquelles il a donné son nom.

Il a apporté d'importantes contributions scientifiques au domaine de l'électromagnétisme. À titre d'exemple, la lumière rouge a une fréquence d'environ  $4,6 \cdot 10^{14}$  Hz. Le hertz représente donc un nombre d'oscillations par seconde (ondes) ou plus généralement le nombre de répétition d'un phénomène périodique pendant une seconde. Le 13 novembre 1886, il effectua la première liaison par faisceau hertzien entre un émetteur et un récepteur. Ces résultats ouvraient la voie à la télégraphie sans fil et à la radiophonie. Pour cette raison, les ondes radio sont dites ondes hertziennes, et l'unité S.I. de mesure des fréquences est le hertz (nom en minuscule car il s'agit d'une unité de mesure, en revanche le symbole est Hz).

### Objectif spécifique

- Déterminer les caractéristiques du mouvement d'un oscillateur mécanique non amorti.

### RAPPEL DE COURS

#### 1. Force de rappel ou tension du ressort

C'est la force qui tend à ramener le ressort vers sa position initiale. Elle est caractérisée par :

- sa direction : axe du ressort ;
- son sens : opposé au mouvement du ressort ;
- sa valeur :  $T = kx = k|\ell - \ell_0|$  avec  $k$  en  $\text{N.m}^{-1}$  ;  $x$  en mètre (m) ;  $T$  en newton (N).

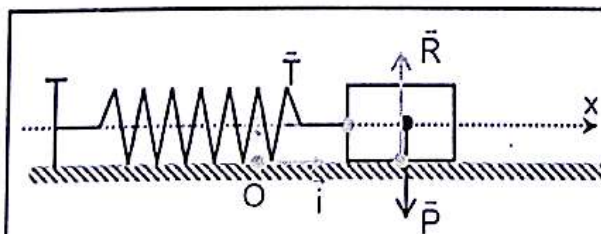


Figure 1 (ressort allongé) :  $\vec{T} = -kx\vec{i}$

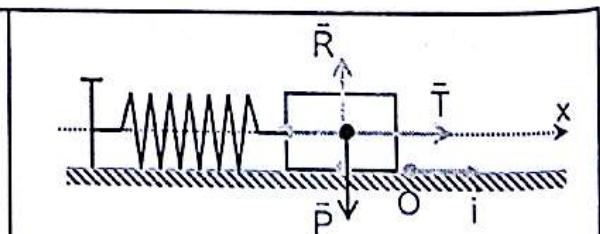


Figure 2 (ressort comprimé) :  $\vec{T} = kx\vec{i}$

#### 2. Oscillateur mécanique

C'est un système mécanique animé d'un mouvement de va et vient (appelé mouvement oscillatoire) autour de sa position d'équilibre.

### 3. Equation différentielle

D'après le théorème du centre d'inertie :  $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{T} + \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_G$

Par projection sur l'axe Ox :

➤ figure 1 :  $-T + 0 + 0 = ma_G \Rightarrow -kx = m\ddot{x} \Rightarrow m\ddot{x} + kx = 0 \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$  ;

➤ figure 2 :  $T + 0 + 0 = m \times (-a_G) \Rightarrow kx = -m\ddot{x} \Rightarrow m\ddot{x} + kx = 0 \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$  .

Dans les deux cas on obtient l'équation différentielle :  $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$

### 4. Solution de l'équation différentielle

La solution de cette équation différentielle est de la forme :  $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

- $X_m$  : amplitude ou élongation maximale du mouvement exprimée en mètres (m) ;
- $\varphi$  : phase à l'origine des temps. Elle s'exprime en radian (rad) ;
- $\omega_0$  : pulsation propre en  $\text{rad.s}^{-1}$  ;
- $\omega_0 t + \varphi$  : phase à la date t. Elle s'exprime en radian (rad).

### 5. Grandeurs caractéristiques

#### 5.1. Pulsation propre

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{avec } k \text{ en } \text{N.m}^{-1} ; m \text{ en kg} ; \omega_0 \text{ en } \text{rad.s}^{-1}$$

#### 5.2. Période propre

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{avec } T_0 \text{ en s}$$

#### 5.3. Fréquence propre

$$N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{avec } \omega_0 \text{ en } \text{rad.s}^{-1} ; N_0 \text{ en Hz}$$

$$\text{Remarque : } \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 2\pi N_0$$

### 6. Etude énergétique

L'énergie mécanique  $E_m$  est constante.

$$E_m = E_c + E_{pE} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kX_m^2 = \frac{1}{2}mV_{max}^2$$

- $E_c = \frac{1}{2}mv^2$  est l'énergie cinétique ;
- $E_{pE} = \frac{1}{2}kx^2$  l'énergie potentielle élastique.



## EXERCICES RESOLUS

Remarque : les frottements seront négligés dans tous les exercices.

### Exercice 1

Une masse  $m = 500 \text{ g}$  oscille à l'extrémité d'un ressort dont la raideur est  $k$ .

Elle effectue cinq oscillations complètes en une seconde.

1. Calculer la période propre, la fréquence propre et la pulsation propre des oscillations.
2. En déduire la raideur  $k$  du ressort.
3. Calculer l'énergie mécanique de l'oscillateur sachant que l'amplitude  $X_m$  vaut  $10 \text{ cm}$ .

### Exercice 2

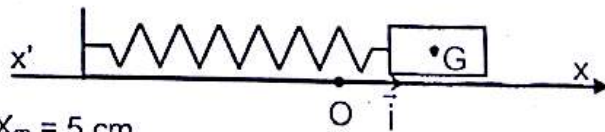
L'équation horaire du mouvement d'un oscillateur harmonique de constante de raideur

$k = 500 \text{ N/m}$  est donnée par la relation :  $x = 4 \cdot 10^{-2} \cos\left(50\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  avec  $x$  en m et  $t$  en s.

1. Identifier l'amplitude et la pulsation propre des oscillations ainsi que la phase à l'origine.
2. Déterminer la vitesse et l'accélération de l'oscillateur à chaque instant.
3. Calculer la vitesse et l'accélération à l'instant  $t = 0$ .
4. Montrer que l'énergie mécanique de l'oscillateur est constante et en déduire sa valeur.

### Exercice 3

Un ressort de suspension de voiture de raideur  $k$  et à spires non jointives est fixé avec une extrémité sur un banc d'essai. Un solide  $S$ , de masse  $m$ , fixé à l'autre extrémité du ressort peut glisser sans frottement sur une tige rigide horizontale  $x'x$ . L'abscisse du centre d'inertie  $G$  de  $S$  est repérée par rapport à la position  $O$  de  $G$  au repos. On écarte  $S$  de sa position d'équilibre et on le lâche, sans vitesse initiale, à l'instant  $t = 0$ . Son abscisse est alors  $x = X_m$ .



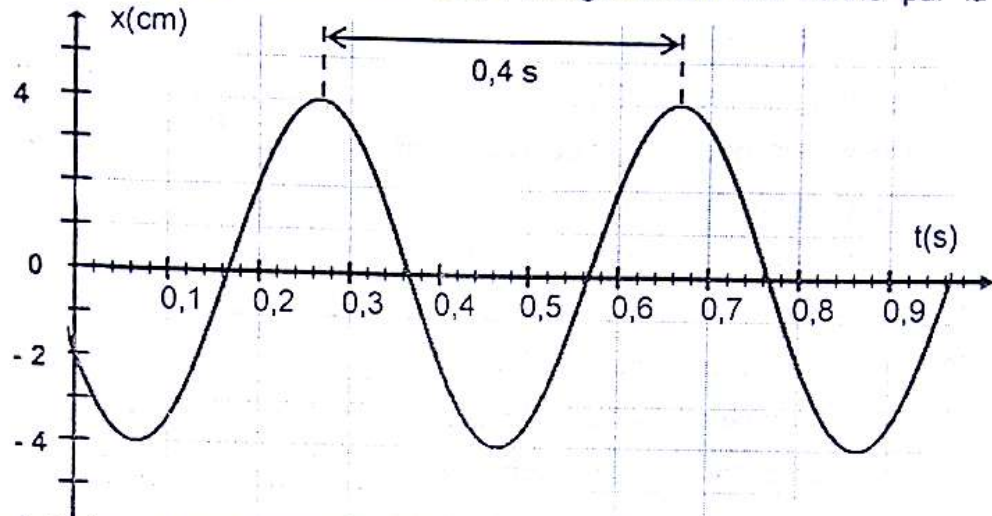
On donne :  $k = 4 \text{ kN/m}$ ,  $m = 100 \text{ kg}$  et  $X_m = 5 \text{ cm}$ .

- 1- Faire le bilan des forces appliquées au solide  $S$  et les représenter.
- 2- Etablir l'équation différentielle du mouvement.
- 3- En déduire l'équation horaire du mouvement de  $S$ .
- 4- Calculer la période pour les mêmes données numériques.
- 5- Montrer que l'énergie mécanique de l'oscillateur est constante et peut se mettre sous la forme  $E_m = \frac{1}{2} m V_m^2$  où  $V_m$  est la vitesse maximale.
- 6- Retrouver l'équation différentielle à partir de l'expression de l'énergie mécanique.



#### Exercice 4

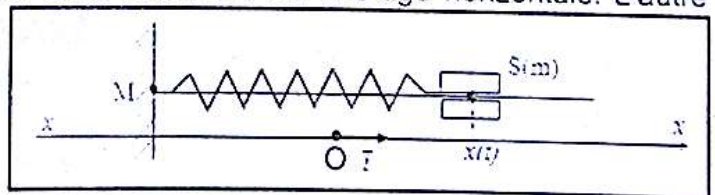
Un solide ponctuel est attaché à un ressort à l'instant  $t = 0$  ; le solide est ramené au point d'abscisse  $x_0$  ; on lui communique une vitesse  $\vec{V}_0$  et on l'abandonne à lui-même, il effectue donc un mouvement rectiligne sinusoïdal dont l'enregistrement est donné par la figure suivante :



- 1) a) En exploitation l'enregistrement déterminer la période propre  $T_0$ , la pulsation du mouvement  $\omega_0$ , l'élongation initiale  $x_0$ , l'amplitude  $X_m$  et la phase initiale  $\phi$ .  
b) En déduire la loi horaire  $x = f(t)$ .
- 2) a) Déterminer l'expression de la vitesse en fonction du temps.  
b) En déduire la valeur algébrique de la vitesse initiale  $\vec{V}_0$ .
- 3) Déterminer la valeur algébrique de la vitesse du solide lors de son premier passage par la position d'abscisse  $x = 2$  cm.

#### Exercice 5

On dispose d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et constante de raideur  $k$ . A l'une des extrémités du ressort, on accroche un solide  $S$  cylindrique creux de masse  $m$ . L'ensemble (ressort + solide) peut glisser sans frottement sur une tige horizontale. L'autre extrémité du ressort est fixée en  $M$  comme l'indique la figure ci-contre. On étudie le mouvement du centre d'inertie  $G$  de  $S$  dans le repère  $(O; \vec{i})$  ;



$O$  étant la position de  $G$  à l'équilibre. On écarte  $S$  de sa position d'équilibre et on le libère sans vitesse initiale. A l'instant  $t_0$ , choisi comme origine des temps, son abscisse est  $x_0$  et sa vitesse  $\vec{V}_0$ . On donne :  $m = 0,2$  kg ;  $k = 5$  N.m<sup>-1</sup> ;  $x_0 = +3$  cm ;  $v_0 = -0,1$  m.s<sup>-1</sup>.

- 1) Calculer l'énergie mécanique de l'oscillateur à l'instant  $t_0$ .
- 2) Par convention, on suppose que l'énergie potentielle est nulle pour la position d'équilibre. En appliquant le principe de conservation de l'énergie mécanique, déterminer :  
a) la vitesse de  $S$  au passage par la position d'équilibre ;  
b) les positions pour lesquelles la vitesse s'annule.
- 3) Etablir l'équation différentielle du mouvement de  $G$ . En déduire l'équation horaire du mouvement en respectant le choix de l'origine des dates plus haut.



## EXERCICES DE PERFECTIONNEMENT

### Exercice 1

#### A - Etude statique

Le ressort à étudier est accroché à une potence. A l'extrémité libre appelée E, on suspend successivement des masses de différentes valeurs (cf. figure 1). Le zéro de la règle correspond à la position de E à vide. Pour chaque masse  $m$  on mesure l'allongement  $\Delta l$  du ressort. On obtient le tableau ci-dessous.

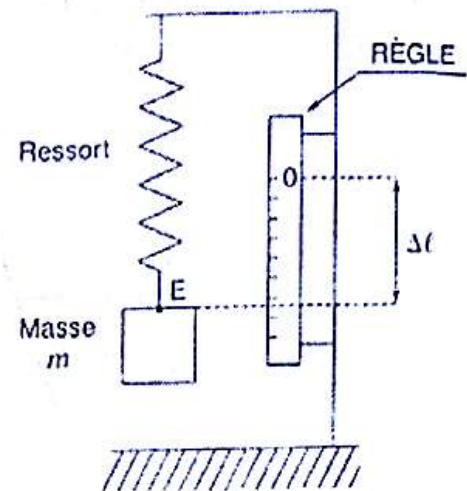


Figure 1

- Tracer le graphe de l'allongement  $\Delta l$  du ressort en fonction de la masse  $m$ .  
En déduire la relation numérique entre  $\Delta l$  et  $m$ .

$m$ (g)	0	200	400	500	700	1000
$\Delta l$ (cm)	0	5	10	12,5	17,5	24,9

- Sur la figure 1, représenter les forces s'exerçant sur la masse  $m$ .  
Exprimer leur somme à l'équilibre.
- En déduire l'expression littérale de la constante de raideur du ressort et calculer la valeur de  $k$ . ( $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ )

#### B - Etude dynamique

Dans cette partie, le ressort précédent est utilisé pour réaliser un oscillateur élastique horizontal. Tous les frottements

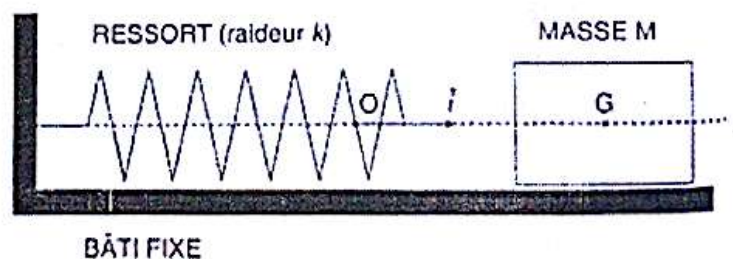


Figure 2

sont négligés. On utilise un axe (Ox) horizontal, orienté par le vecteur unitaire  $\vec{i}$  et on repère la position du centre d'inertie du solide, G, de masse M, de valeur inconnue, par son abscisse  $x$  sur cet axe (cf. figure 2).

A l'équilibre (ressort ni allongé ni comprimé), le point G coïncide avec le point O ( $x = 0$ ). A un instant choisi comme origine des temps, la masse est écartée de sa position d'équilibre et lâchée sans vitesse initiale. Le système se met alors à osciller.

- Compléter la figure 2 en représentant les forces appliquées à la masse M.
- En appliquant le théorème du centre d'inertie, montrer que l'équation différentielle du mouvement peut se mettre sous la forme :  $\ddot{x} + B.x = 0$  où B est une constante que l'on exprimera en fonction de M et de k.

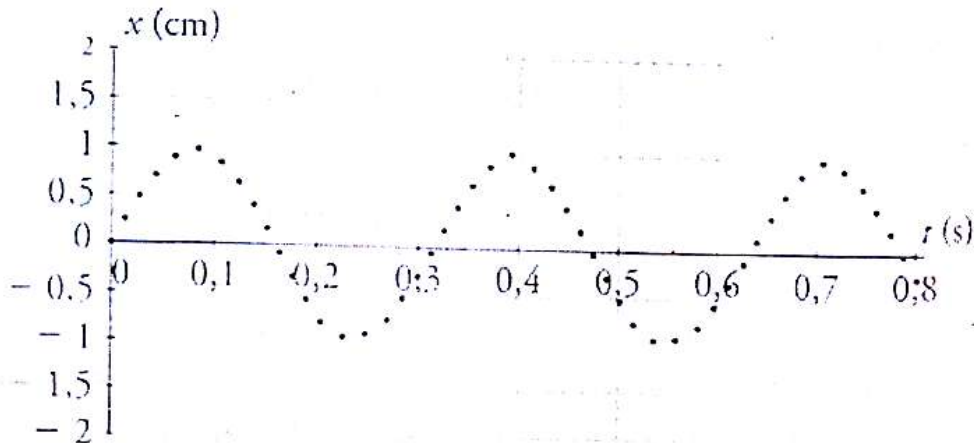


3) Cette équation différentielle admet des solutions du type :  $x(t) = X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ .

Préciser la signification et l'unité des paramètres  $X_m$ ,  $T_0$  et  $\varphi$ .

4) Vérifier que l'expression  $x(t)$  est solution de l'équation différentielle et en déduire l'expression de  $T_0$  en fonction de  $M$  et de  $k$ .

5) Un dispositif informatisé non représenté ici enregistre l'abscisse  $x$  en fonction du temps au cours du mouvement. On obtient la courbe suivante :



Mesurer  $T_0$  et en déduire la valeur de  $M$ .

6) Représenter sur le graphe, l'allure de la courbe que l'on obtiendrait si les frottements n'étaient plus négligeables.

### Exercice 2

1) Pour déterminer la constante de raideur  $k$  du ressort, on accroche une de ses extrémités à un support fixe. Lorsqu'on accroche une masse marquée  $m = 200$  g à son autre extrémité, son allongement vaut 10 cm. (voir figure 1).

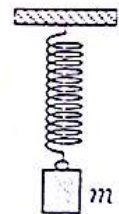


Figure 1

Vérifier que la raideur du ressort vaut  $20 \text{ N.m}^{-1}$ . On prendra  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ .

2) On fixe maintenant le ressort étudié comme l'indique la figure 2. Le ressort est horizontal ; A est son extrémité fixe. On accroche à son autre extrémité un solide S de masse  $m = 200$  g. Ce solide peut se déplacer sans frottement le long d'un axe horizontal  $Ox$ . A l'équilibre, le centre d'inertie G du solide coïncide avec l'origine O du repère.

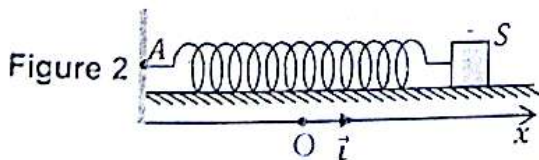


Figure 2

Le solide est supposé en mouvement et dans la position représentée sur la figure 2.

2.1. Faire l'inventaire des forces exercées sur le solide S.

2.2. Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement de G.

2.3. En déduire l'expression de la pulsation propre  $\omega_0$  de cet oscillateur et celle de sa période propre  $T_0$ . Faire l'application numérique de  $\omega_0$  et  $T_0$ . On prendra  $2\pi = 6,3$ .



2.4. Vérifier que  $x = x_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$  est solution de l'équation différentielle précédente.

- 3) On allonge maintenant le ressort en tirant le solide vers la droite. Le point G a alors pour abscisse 0,15 m. A l'instant  $t = 0$ , on lâche le solide sans vitesse initiale.

3.1. Déterminer l'équation horaire  $x(t)$  et la vitesse  $v(t)$  du solide.

On utilisera les valeurs numériques de  $x_m$ ,  $\omega_0$  et  $\varphi$ .

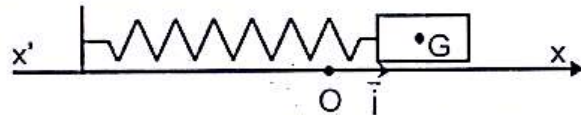
3.2. En déduire la valeur maximale de la vitesse.

3.3. Calculer l'élongation  $x(t)$  et  $v(t)$  pour  $t = 1$  s.

- 4) Montrer que l'énergie mécanique est constante et en déduire sa valeur.

### Exercice 3

Un oscillateur élastique horizontal est constitué par un solide de masse  $m$ , attaché à un ressort de raideur  $k$ . Un photodétecteur permet de déterminer la valeur de sa vitesse instantanée lors du passage par la position de repos. Au cours d'une expérience, il passe par cette position de repos, avec la vitesse de valeur  $V = 0,5 \text{ m.s}^{-1}$ , en se déplaçant dans le sens de l'allongement du ressort ; puis il atteint la position d'abscisse maximale  $X_m = 0,05 \text{ m}$ . On prendra pour origine des temps, l'instant de passage du solide par sa position de repos.



- 1) En utilisant la conservation de l'énergie mécanique, montrer que l'équation différentielle du mouvement du solide est :  $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ .

2) Vérifier que l'équation horaire  $x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$  est solution de l'équation différentielle.

- 3) L'axe du mouvement est orienté dans le sens de l'allongement du ressort ; l'origine de l'axe coïncide avec la position de repos.

3.1. Déterminer les constantes du mouvement :  $X_m$ ,  $\omega_0$  et  $\varphi$ .

3.2. Ecrire l'équation horaire de l'élongation et de la vitesse.

3.3. Calculer fréquence  $f_0$  de la période  $T_0$  de l'oscillateur.

- 4) Calculer la date du premier passage à la position extrême.

- 5) On désire déterminer la masse  $m$  du solide sans démonter l'oscillateur.

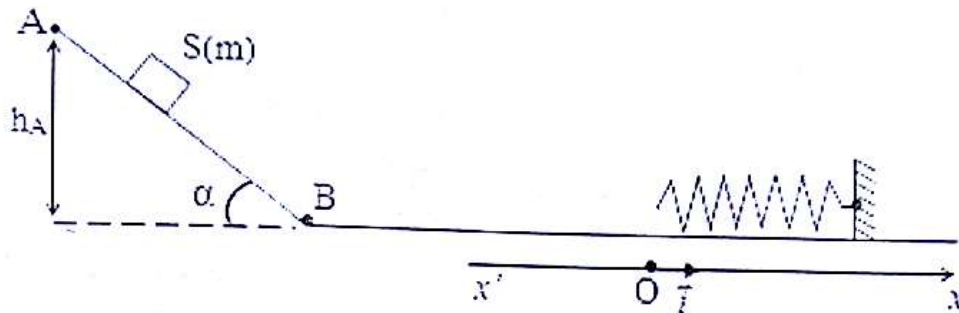
Pour cela, on place sur le solide une surcharge de masse  $m' = 10 \text{ g}$ . On écarte le solide de sa position de repos de  $a = 0,05 \text{ m}$  et on le lâche sans vitesse initiale. Lors de son 1<sup>er</sup> passage par la position de repos, la mesure de la vitesse donne  $v' = 0,48 \text{ m.s}^{-1}$ .

5.1. Exprimer  $T_0$  en fonction de  $a$  et  $V'$  ; puis la calculer.

5.2. Déterminer la masse  $m$  du solide.

- 6) Calculer la valeur de la constante de raideur  $k$  du ressort.

### Exercice 4



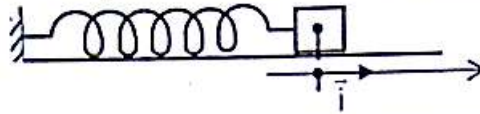
Dans tout l'exercice, on négligera les frottements et on assimilera le solide (S) à un point matériel. On prendra  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ .

- 1) Un solide (S) de masse  $m = 2 \text{ kg}$  est abandonné sans vitesse initiale en un point A d'un plan incliné d'un angle  $\alpha = 30^\circ$  par rapport à l'horizontale, d'altitude  $h_A = 31,25 \text{ cm}$ .
  - 1.1. Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le solide (S) et les représenter sur un schéma.
  - 1.2. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer la vitesse  $V_B$  du solide en B.
- 2) Le solide (S) continue son mouvement sur le plan horizontal contenant B et heurte un ressort de constante de raideur  $k = 200 \text{ N.m}^{-1}$ , fixé par son autre extrémité.
  - 2.1. Quelle est la vitesse  $V_0$  du solide (S) juste avant le choc ?
  - 2.2. Quelle est l'énergie mécanique de (S), juste avant le choc, sachant que son énergie potentielle de pesanteur est nulle au sol.
- 3) Dès que le choc se produit, le solide (S) reste solidaire du ressort. Il effectue des oscillations autour du point O de l'axe  $(x'x)$ , parallèle au sol et horizontal.
  - 3.1. Déterminer l'amplitude  $X_m$  du mouvement de l'oscillateur.
  - 3.2. Etablir l'équation différentielle du mouvement de l'oscillateur.  
En déduire sa pulsation propre et la loi horaire du mouvement.
  - 3.3. Déterminer la période et la fréquence du mouvement.
  - 3.4. Donner l'allure de la courbe  $x(t)$ .
  - 3.5. Déterminer l'instant auquel le solide repasse en O, après l'instant initial.

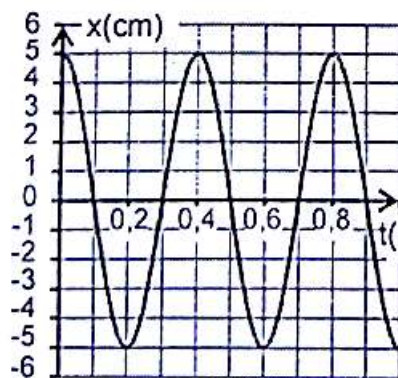


**Exercice 5** (extrait Bac séries S2, S2A, S4 et S5 Sénégal 2011)

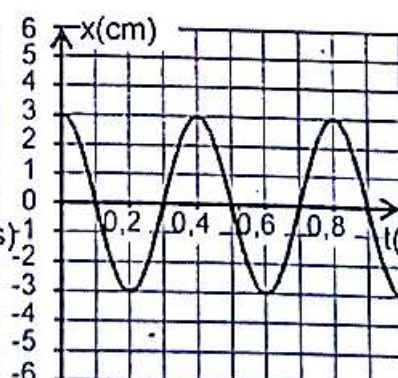
Un oscillateur mécanique libre est constitué d'un ressort élastique de constante de raideur  $k$ , d'axe horizontal, relié à un solide S supposé ponctuel, de masse  $m$ . Le solide S peut se déplacer, sans frottement, sur un plan horizontal, le long de l'axe du ressort.



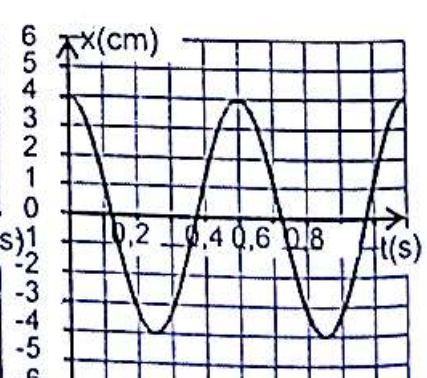
- 1) Schématiser l'oscillateur à un instant où le solide S est écarté de sa position d'équilibre ; représenter à cet instant les forces qui s'exercent sur le solide S.
- 2) Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement du solide ponctuel S.
- 3) La solution de cette équation différentielle est de la forme  $x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ .  
Rappeler la signification des paramètres de cette équation, donner également leurs unités dans le système international.
- 4) L'énergie potentielle de cet oscillateur est nulle quand S est à sa position d'équilibre.
  - 4.1. Exprimer l'énergie potentielle de cet oscillateur en fonction de  $k$ ,  $m$ ,  $x$  et  $\frac{dx}{dt}$ .
  - 4.2. En déduire l'expression de son énergie mécanique en fonction des grandeurs  $k$  et  $X_m$
- 5) On réalise une série d'expériences et on enregistre, avec un dispositif approprié, l'évolution de la position  $x$  du solide ponctuel au cours du mouvement (courbes C1, C2 et C3). Pour la courbe C3, l'enregistrement a été fait avec le solide S supportant une surcharge de masse  $m'$ ; les autres courbes ont été enregistrées avec le solide S sans surcharge.
  - 5.1. L'amplitude du mouvement du solide S influence-t-elle la période de ses oscillations ? Justifier.
  - 5.2. La période des oscillations change-t-elle si on modifie la masse du solide relié au ressort ? Justifier.
  - 5.3. Le solide ponctuel S a une masse  $m = 650$  g. Déterminer la constante de raideur  $k$  du ressort élastique et la masse  $m'$  de la surcharge.



C1 : Oscillation du solide S seul



C2 : Oscillation du solide S seul



C3 : Oscillation du solide S + la surcharge



**Exercice 1**

1. Calculons la période propre, la fréquence propre et la pulsation propre des oscillations

➤ La période est la durée au bout de laquelle on effectue une oscillation complète.

$$\text{Donc } T_0 = \frac{\Delta t}{n} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ s}$$

➤ La fréquence propre :  $N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{0,2} = 5 \text{ Hz}$

➤ La pulsation propre :  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 2\pi N_0 = 2\pi \times 5 = 10\pi \text{ rad/s}$  ou  $31,4 \text{ rad/s}$

2. Calculons la raideur  $k$  du ressort :  $\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow k = m\omega_0^2 = 0,5 \times (10\pi)^2 = 493,5 \text{ N/m}$

3. Calculons l'énergie mécanique de l'oscillateur sachant que l'amplitude  $X_m$  vaut 10 cm.

$$E_m = \frac{1}{2} k X_m^2 = \frac{1}{2} \times 493,5 \times (0,1)^2 \approx 2,5 \text{ J}$$

**Exercice 2**

1. Identifions l'amplitude et la pulsation propre des oscillations ainsi que la phase à l'origine.

La solution générale de l'équation différentielle :  $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ .

L'équation horaire est :  $x = 4 \cdot 10^{-2} \cos\left(50\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ . Donc par identification on a :

➤ L'amplitude des oscillations :  $X_m = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$  ;

➤ La pulsation propre des oscillations :  $\omega_0 = 50\pi \text{ rad/s}$  ;

➤ La phase à l'origine :  $\varphi = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$

2. Déterminons la vitesse  $v$  et l'accélération  $a$  de l'oscillateur à chaque instant.

➤  $x = 4 \cdot 10^{-2} \cos\left(50\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow v = \dot{x} = -4 \cdot 10^{-2} \times 50\pi \sin\left(50\pi t + \frac{\pi}{4}\right) = -2\pi \sin\left(50\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$

➤  $v = -2\pi \sin\left(50\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow a = \dot{v} = -2\pi \times 50\pi \cos\left(50\pi t + \frac{\pi}{4}\right) = -100\pi^2 \cos\left(50\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$

3. Calculons la vitesse et l'accélération à l'instant  $t = 0 \text{ s}$ .

➤  $v_0 = -2\pi \sin\left(50\pi \times 0 + \frac{\pi}{4}\right) = -2\pi \sin \frac{\pi}{4} = -2 \times \pi \times \sin \frac{\pi}{4} = -4,44 \text{ m/s}$

➤  $a_0 = -100\pi^2 \cos\left(50\pi \times 0 + \frac{\pi}{4}\right) = -100\pi^2 \cos \frac{\pi}{4} = -100 \times \pi^2 \times \cos \frac{\pi}{4} = -697,9 \text{ m/s}^2$

4. Montrons que l'énergie mécanique de l'oscillateur est constante et déduisons sa valeur.

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m (-\omega_0 X_m \sin(\omega_0 t + \varphi))^2 + \frac{1}{2} k (X_m \cos(\omega_0 t + \varphi))^2$$

$$\Rightarrow E_m = \frac{1}{2} m \omega_0^2 X_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} k X_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi) \text{ or } \omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

$$\Rightarrow E_m = \frac{1}{2} k X_m^2 (\sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \cos^2(\omega_0 t + \varphi)) = \frac{1}{2} k X_m^2 \times 1 = \frac{1}{2} k X_m^2 = \text{cste}$$

Application numérique :  $E_m = \frac{1}{2} \times 500 \times (4 \cdot 10^{-2})^2 = 0,4 \text{ J}$

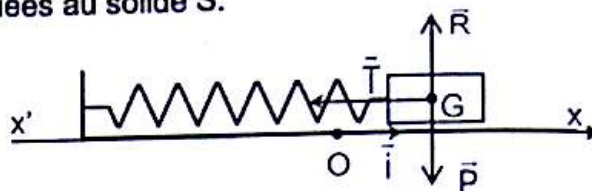


**Exercice 3****1- Bilan et représentation des forces appliquées au solide S.**

système : solide S de masse m

référentiel terrestre supposé galiléen

bilan des forces :



➤ le poids  $\vec{P}$  du solide, la réaction normale  $\vec{R}$  de l'axe et la tension  $\vec{T}$  du ressort.

**2- Equation différentielle du mouvement.**D'après le théorème du centre d'inertie :  $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{T} + \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_G$ Par projection sur l'axe  $(x'x)$  :  $T + 0 + 0 = ma_G \Rightarrow -kx = m\ddot{x} \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ L'équation différentielle du mouvement est donc :  $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ **3- Déduisons l'équation horaire du mouvement de S.**

➤ Détermination de la pulsation propre :  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{4000}{100}} = 6,32 \text{ rad.s}^{-1}$

➤ Détermination de la phase  $\varphi$  : la solution générale de l'équation différentielle est :

$x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$  ; à  $t = 0$ ,  $x(0) = X_m = 5 \text{ cm} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ .

$x(0) = X_m \cos(\omega_0 \cdot 0 + \varphi) \Rightarrow X_m = X_m \cos(\varphi) \Rightarrow \cos(\varphi) = \frac{X_m}{X_m} = 1 \Rightarrow \varphi = 0^\circ$

L'équation horaire devient :  $x(t) = 5 \cdot 10^{-2} \cos(6,32t)$ .**4- Calculons la période pour les mêmes données numériques.**

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2 \times \pi \times \sqrt{\frac{100}{4000}} = 0,993 \Rightarrow T_0 \approx 1 \text{ s}$$

**5- Montrons que l'énergie mécanique est constante et peut se mettre sous  $E_m = \frac{1}{2} m V_m^2$ .**

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m (-\omega_0 X_m \sin(\omega_0 t + \varphi))^2 + \frac{1}{2} k (X_m \cos(\omega_0 t + \varphi))^2$$

$$\Rightarrow E_m = \frac{1}{2} m \omega_0^2 X_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} k X_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi) \quad \text{or } \omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow k = m \omega_0^2$$

$$\Rightarrow E_m = \frac{1}{2} k X_m^2 (\sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \cos^2(\omega_0 t + \varphi)) \quad \text{or } \omega_0 X_m = V_m \Rightarrow X_m = \frac{V_m}{\omega_0} \quad \text{et } k = m \omega_0^2$$

$$\Rightarrow E_m = \frac{1}{2} k X_m^2 = \frac{1}{2} m \omega_0^2 \frac{V_m^2}{\omega_0^2} = \frac{1}{2} m V_m^2 = \text{cste car } m \text{ et } V_m \text{ sont des constantes.}$$

**6- Retrouvons l'équation différentielle à partir de l'expression de l'énergie mécanique.**

$$E_m = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \text{cste} \Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{d\left(\frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k x^2\right)}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 m \dot{x} \ddot{x} + \frac{1}{2} \times 2 k x \dot{x} = 0 \Rightarrow \dot{x} (m \ddot{x} + k x) = 0 \Rightarrow m \ddot{x} + k x = 0$$

Or  $\dot{x} \neq 0$  donc  $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ . On retrouve donc l'équation différentielle du mouvement.

**Exercice 4**

1) a) En exploitation l'enregistrement déterminons :

➤ la période  $T_0$  : c'est le temps mis pour parcourir une oscillation complète.

Donc d'après la courbe  $T_0 = 0,4 \text{ s} = 4 \cdot 10^{-1} \text{ s}$

➤ la pulsation du mouvement  $\omega_0$

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} \Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4 \cdot 10^{-1}} = 5\pi \text{ rad/s} \text{ ou } \omega_0 = 15,708 \text{ rad/s}$$

➤ la fréquence :  $N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{4 \cdot 10^{-1}} = 2,5 \text{ Hz}$

➤ l'élongation initiale  $x_0$  : d'après la courbe, on a : à  $t = 0$ ,  $x(0) = -2 \text{ cm} = -2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

➤ l'amplitude  $X_m$  : c'est l'amplitude ou la valeur maximale de l'élongation  $x$ .

Donc d'après la courbe,  $X_m = 4 \text{ cm} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

➤ la phase initiale  $\varphi$ .

$$\text{À } t = 0, x(0) = -2 \text{ cm} = -\frac{X_m}{2}.$$

$$x(0) = X_m \cos(\omega_0 \times 0 + \varphi) \Rightarrow -\frac{X_m}{2} = X_m \cos(\varphi) \Rightarrow \cos(\varphi) = -\frac{X_m}{2X_m} = -\frac{1}{2}$$

$$\cos(\varphi) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = \frac{2\pi}{3} \text{ ou } \varphi = -\frac{2\pi}{3}$$

$$\dot{x}(0) = -\omega_0 X_m \sin(\omega_0 \times 0 + \varphi) \Rightarrow v_0 = -\omega_0 X_m \sin(\varphi) \Rightarrow \sin(\varphi) = -\frac{v_0}{\omega_0 X_m}$$

D'après l'enregistrement la vitesse  $\bar{v}_0$  est communiquée dans le sens des abscisses négatives donc  $v_0 < 0$ .

$\omega_0$  et  $X_m$  étant des valeurs positives et  $v_0 < 0$ , alors  $\sin(\varphi) = -\frac{v_0}{\omega_0 X_m} > 0$ .

$\sin(\varphi) > 0$  donc la valeur de l'angle à choisir est :  $\varphi = \frac{2\pi}{3}$

b) Dédisons la loi horaire  $x = f(t)$ .

$$x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi) = 4 \cdot 10^{-2} \cos\left(5\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

2) a) Déterminons l'expression de la vitesse en fonction du temps.

$$\dot{x}(t) = -X_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) = -4 \cdot 10^{-2} \times 5\pi \sin\left(5\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\dot{x}(t) = -0,2\pi \sin\left(5\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) = -0,628 \sin\left(5\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

a) Dédisons la valeur algébrique de la vitesse initiale  $\bar{v}_0$ .

$$\text{à } t = 0, \dot{x}(0) = v_0 = -0,628 \sin\left(5\pi \times 0 + \frac{2\pi}{3}\right) = -0,628 \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -0,544 \text{ m/s}$$

Donc  $v_0 = -0,544 \text{ m/s}$



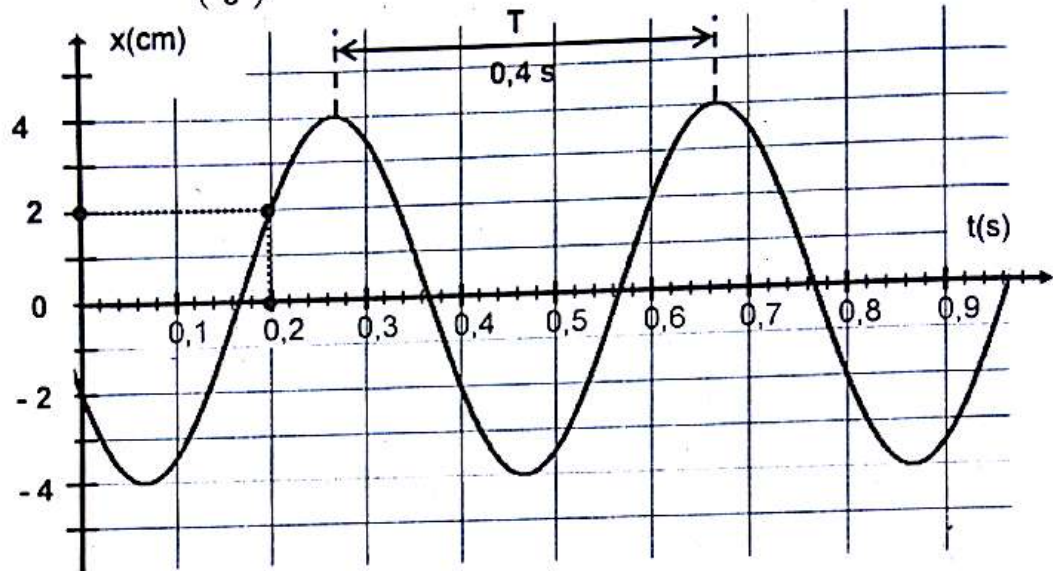
## CORRECTION

3) Valeur algébrique de la vitesse du solide lors de son 1<sup>er</sup> passage par la position  $x = 2$  cm.

D'après l'enregistrement, lors du 1<sup>er</sup> passage du solide par la position  $x = 2$  cm,  $t = 0,2$  s

Donc on a :  $\dot{x}(t = 0,2) = -0,628 \sin\left(5\pi \times 0,2 + \frac{2\pi}{3}\right) = -0,628 \sin\left(\pi + \frac{2\pi}{3}\right)$

$\dot{x}(t = 0,2) = -0,628 \sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) = 0,544$  m/s. D'où  $v_{t=0,2s} = 0,544$  m/s



### Exercice 5

1) Calculons l'énergie mécanique de l'oscillateur à l'instant  $t_0$ .

$$Em_0 = Ep_0 + Ec_0 = \frac{1}{2}kx_0^2 + \frac{1}{2}mv_0^2$$

Application numérique :  $Em_0 = \frac{1}{2} \times 5 \times (3 \cdot 10^{-2})^2 + \frac{1}{2} \times 0,2 \times (-0,1)^2 = 3,25 \cdot 10^{-3}$  J

2) En appliquant le principe de conservation de l'énergie mécanique, déterminons :

a) la vitesse de S au passage par la position d'équilibre E ;

Par convention, l'énergie potentielle est nulle pour la position d'équilibre :  $Ep_E = 0$

$$Em_E = Ep_E + Ec_E = 0 + \frac{1}{2}mv_E^2 = \frac{1}{2}mv_E^2$$

Or l'énergie mécanique du système se conserve donc  $Em_E = Em_0$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_E^2 = Em_0 \Rightarrow v_E^2 = \frac{2Em_0}{m} \Rightarrow v_E = \sqrt{\frac{2Em_0}{m}}$$

Application numérique :  $v_E = \sqrt{\frac{2 \times 3,25 \cdot 10^{-3}}{0,2}} = 0,18$  m/s

b) les positions pour lesquelles la vitesse s'annule.

A cette position on a :  $Em = Ep + Ec = \frac{1}{2}kx^2 + 0 = \frac{1}{2}kx^2$

Or l'énergie mécanique du système se conserve donc  $Em = Em_0$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}kx^2 = Em_0 \Rightarrow x^2 = \frac{2Em_0}{k} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{2Em_0}{k}} \text{ ou } x = -\sqrt{\frac{2Em_0}{k}}$$

Application numérique :  $x = \sqrt{\frac{2 \times 3,25 \cdot 10^{-3}}{5}} = 0,036$  m ou  $x = -0,036$  m

## CORRECTION

### 3) Etablissement de l'équation différentielle du mouvement de G.

$$E_m = \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} m\dot{x}^2 = \text{constante} \Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = 0$$

$$\text{Or } \frac{dE_m}{dt} = \frac{d\left(\frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} m\dot{x}^2\right)}{dt} = \frac{1}{2} \times 2kx\dot{x} + \frac{1}{2} \times 2m\dot{x}\ddot{x} = \dot{x}(kx + m\ddot{x}) = m\dot{x}\left(\frac{k}{m}x + \ddot{x}\right)$$

$$\text{Donc } \frac{dE_m}{dt} = 0 \Rightarrow m\dot{x}\left(\frac{k}{m}x + \ddot{x}\right) = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{k}{m}x + \ddot{x} = 0} \text{ car } m\dot{x} \neq 0$$

### 4) Equation horaire du mouvement en respectant le choix de l'origine des dates plus haut.

L'équation horaire est de la forme :  $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$  et  $\dot{x}(t) = -\omega_0 X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$

A  $t = 0$ ,  $x_0 = 3 \text{ cm} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$  ;  $v_0 = -0,1 \text{ m/s}$

➤  $X_m$  correspond à la valeur de la position pour laquelle la vitesse s'annule donc :

$$\underline{X_m = 0,036 \text{ m} = 3,6 \text{ cm}}$$

$$\text{➤ } x(0) = X_m \cos(\omega_0 \times 0 + \varphi) \Rightarrow x_0 = X_m \cos(\varphi) \Rightarrow \cos \varphi = \frac{x_0}{X_m} = \frac{3 \cdot 10^{-2}}{0,036} = 0,83$$

$$\Rightarrow \varphi = \cos^{-1}(0,83) \approx 0,6 \text{ rad ou } \varphi = -0,6 \text{ rad}$$

$$\text{➤ } \dot{x}(0) = -\omega_0 X_m \sin(\omega_0 \times 0 + \varphi) \Rightarrow v_0 = -\omega_0 X_m \sin(\varphi) \Rightarrow \sin \varphi = -\frac{v_0}{\omega_0 X_m}$$

$$\text{Or } \sin \varphi = -\frac{(-0,1)}{\omega_0 X_m} = \frac{0,1}{\omega_0 X_m} > 0 \text{ donc } \varphi > 0 \Rightarrow \underline{\varphi = 0,6 \text{ rad}}$$

$$\text{➤ } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{5}{0,2}} = \underline{5 \text{ rad/s}}$$

L'équation horaire devient :  $\underline{x(t) = 3,6 \cdot 10^{-2} \cos(5t + 0,6)}$ .





# CHAMP MAGNETIQUE

**André-Marie Ampère**

(né à Lyon le 20 janvier 1775 et mort à Marseille le 10 juin 1836)

**Mathématicien, Physicien, Chimiste et Philosophe Français**

Il fit d'importantes découvertes dans le domaine de l'électromagnétisme. Il en édifia les fondements théoriques et découvrit les bases de l'électronique de la matière. Il est également l'inventeur de nombreux dispositifs et appareils tels que le solénoïde, le télégraphe électrique et l'électroaimant. Ampère est considéré comme le précurseur de la mathématisation de la physique, et comme l'un des derniers savants universels. Créateur du vocabulaire de l'électricité (il inventa les termes de courant et de tension), son nom a été donné à l'unité internationale de l'intensité du courant électrique : l'ampère (A). En 1820, il étudia la relation entre magnétisme et électricité. Il découvrit que la direction dans laquelle se déplace l'aiguille d'une boussole dépend de la direction du courant électrique qui circule à proximité et en déduisit la règle dite du « bonhomme d'Ampère ».

## Objectifs spécifiques

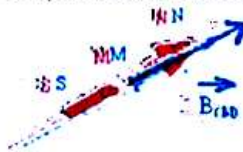
- Déterminer les caractéristiques de quelques champs magnétiques.

## RAPPEL DE COURS

### 1. Vecteur champ magnétique

Il règne un champ magnétique dans une région de l'espace, lorsqu'une aiguille aimantée y subit des actions. Les caractéristiques du vecteur champ magnétique sont :

- **point d'application** : le point M considéré ;
- **direction** : celle d'une aiguille aimantée placée au point M ;
- **sens** : celui du SUD vers le NORD d'une aiguille aimantée placée au point M ;
- **valeur** : dépend de la source et du point considéré. Elle s'exprime en tesla (T).

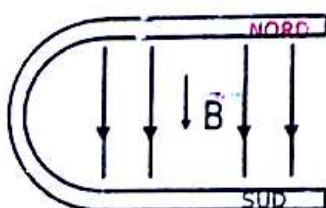


### 2. Champ magnétique créé par un aimant

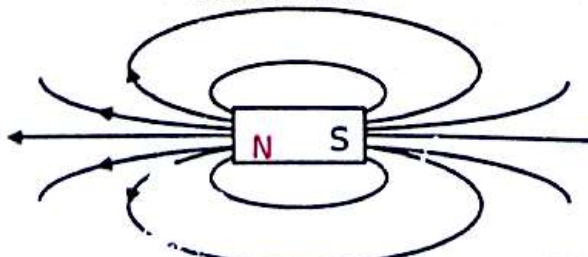
Une ligne de champ est une ligne tangente en chacun de ses points au vecteur champ magnétique et orientée dans le même sens que celui-ci.

Le spectre magnétique est l'ensemble des lignes de champ magnétique.

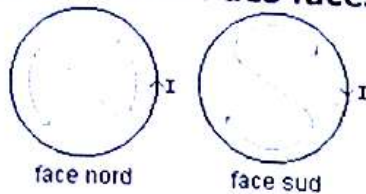
Aimant en U



Aimant droit



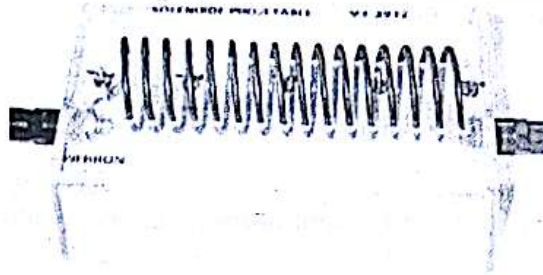
### 3. Détermination des faces d'une bobine



### 4. Champ magnétique à l'intérieur du solénoïde

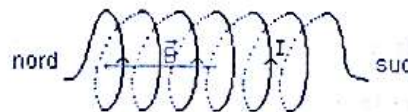
#### 4.1. Définition d'un solénoïde long

Un solénoïde est dit "long" si sa longueur  $L$  est supérieure à dix fois son rayon  $r$  ( $L > 10.r$ ).



#### 4.2. Règle du bonhomme d'Ampère

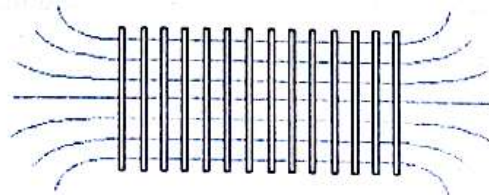
Un bonhomme d'Ampère placé sur les fils du solénoïde, le courant entrant par ses pieds et sortant par sa tête, indique le sens du champ magnétique par son bras gauche lorsqu'il regarde le centre du solénoïde.



#### 4.3. Spectre magnétique

A l'intérieur d'un solénoïde :

- Les lignes de champ sont parallèles.
- Le champ magnétique est uniforme.

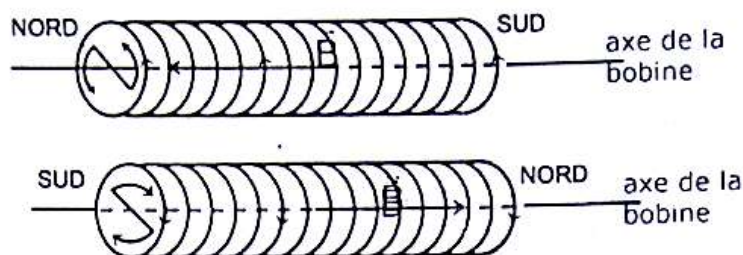


#### 4.4. Caractéristiques

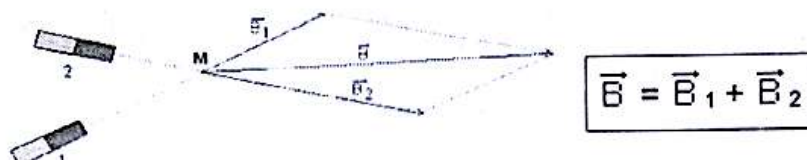
- **direction** : celle de l'axe de la bobine ;
- **sens** : dans le sens SUD-NORD de la bobine ;
- **valeur** :  $B = \mu_0 n I = \mu_0 \frac{N}{L} I$ 
  - $B$  : Champ magnétique à l'intérieur du solénoïde en teslas (T).
  - $\mu_0 = 4.\pi.10^{-7}$  S.I (perméabilité magnétique du vide)
  - $n$  : nombre de spires par mètre du solénoïde (spires.m<sup>-1</sup>).
  - $N$  : nombre de spires du solénoïde
  - $L$  : longueur du solénoïde en mètres (m).
  - $I$  : Intensité du courant circulant dans le solénoïde en ampères (A)



#### 4.5. Représentation



#### 5. Superposition de champs magnétiques



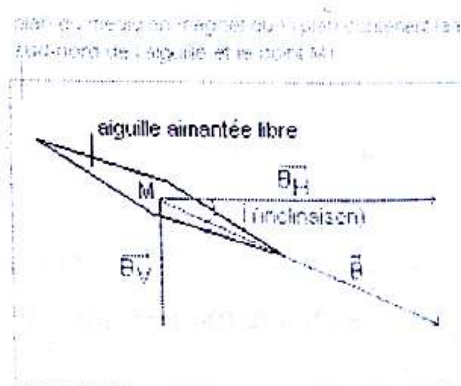
Si les champs magnétiques  $\vec{B}_1$  et  $\vec{B}_2$  sont perpendiculaires alors  $B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$

#### 6. Champ magnétique terrestre

Le champ magnétique terrestre peut-être considéré comme le champ créé par un aimant droit placé au centre de la Terre. Ce champ magnétique est la résultante de deux composantes:

- $\vec{B}_H$ : composante horizontale du champ magnétique terrestre au point M.
- $\vec{B}_V$ : composante verticale du champ magnétique terrestre au point M.

$$\vec{B} = \vec{B}_H + \vec{B}_V$$

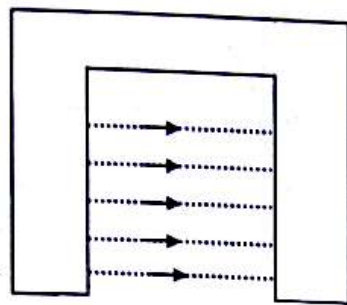


## EXERCICES RESOLUS

### Exercice 1

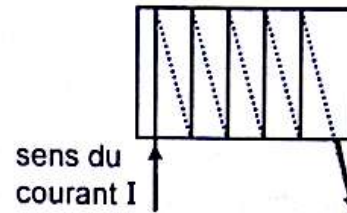
Dans chacun des deux cas suivants indiquer le pôle NORD et le pôle SUD de l'aimant.

Cas n°1



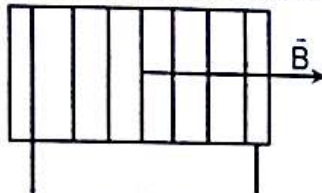
lignes de champ

Cas n°2

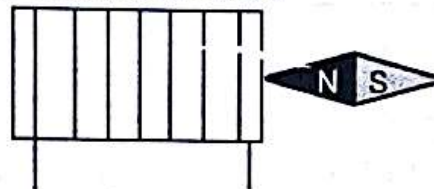


### Exercice 2

Déterminer le sens du courant dans chacun des deux cas suivants :



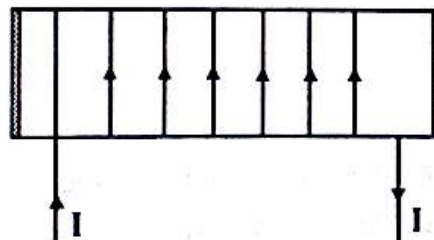
Cas n°1



Cas n°2

### Exercice 3 (Extrait Bac Blanc Lycée Municipal 1 Attécoubé 2014)

Un solénoïde long parcouru par un courant continu d'intensité  $I$  crée un champ magnétique  $\vec{B}$ .



Reproduire et représenter sur la figure ci-dessus :

1. Les lignes de champs et leur sens à l'intérieur du solénoïde ;
2. Le champ magnétique à l'intérieur du solénoïde (direction et sens) ;
3. En déduire les faces du solénoïde.

### Exercice 4 (Extrait Bac Blanc Lycée Municipal 1 Attécoubé 2013)

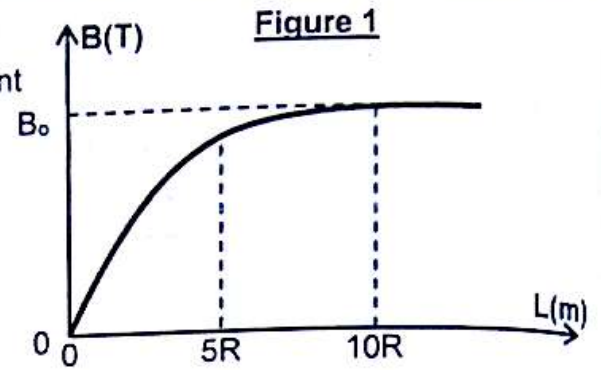
On désire étudier les caractéristiques du champ magnétique  $\vec{B}$  créé par une bobine de longueur  $L$ , de nombre de spires  $N$  et parcourue par un courant d'intensité  $I$ . On note  $R$  le rayon d'une spire.

Pour une bobine suffisamment longue, appelée solénoïde, le champ magnétique est constant à l'intérieur.



1) Influence de la longueur de la bobine.

On a représenté sur la figure 1 la courbe donnant l'intensité  $B$  du champ magnétique au centre d'une bobine en fonction de sa longueur  $L$ .



1.1. Faire un schéma simple du dispositif permettant de mesurer le champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde.

1.2. A partir de la courbe dire quelle doit être la longueur minimale d'une bobine de rayon  $R = 10$  cm, pour la considérer comme suffisamment longue.

2) Influence de l'intensité du courant

On a relevé grâce à une sonde à effet Hall les valeurs de l'intensité du champ magnétique en fonction de l'intensité  $I$  du courant.

$I(A)$	1	2	3	4	5
$B(T)$	$6,2 \cdot 10^{-4}$	$12,4 \cdot 10^{-4}$	$18,6 \cdot 10^{-4}$	$24,8 \cdot 10^{-4}$	$31 \cdot 10^{-4}$

2.1. Rappeler l'expression de l'intensité du champ créée par une bobine en fonction de sa longueur  $L$ , son nombre de spires  $N$ , de la perméabilité magnétique du vide  $\mu_0$  et de l'intensité du courant.

2.2. Tracer la courbe  $B = f(I)$ . **Echelle** : 1 cm  $\rightarrow$  0,5 A et 1 cm  $\rightarrow$   $3 \cdot 10^{-4}$  T.

2.3. Que traduit l'allure de la courbe ?

2.4. Déduire de la courbe la valeur du nombre de spires si  $L = 1,2$  m et  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  S.I.

3) Action sur une aiguille aimantée

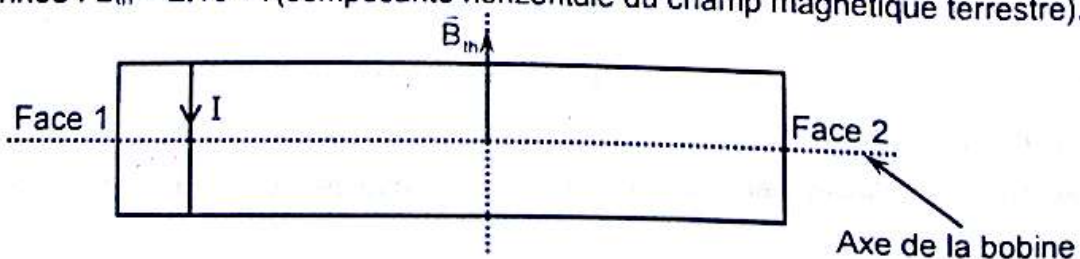
On considère que maintenant le solénoïde de longueur 1,2 m comporte 500 spires. Son axe horizontal est perpendiculaire au méridien magnétique (figure 2). Dans la région centrale, une petite aiguille aimantée, mobile autour d'un axe vertical, fait un angle  $\alpha = 30^\circ$  avec l'axe du solénoïde.

3.1. Reproduire le schéma et représenter l'aiguille aimantée.

3.2. Dessiner le champ et indiquer si les faces 1 et 2 sont NORD ou SUD.

3.3. Calculer l'intensité  $I$  du courant qui parcourt le solénoïde.

Donnée :  $B_{th} = 2 \cdot 10^{-5}$  T (composante horizontale du champ magnétique terrestre).



**Figure 2 : vue de dessus**

## EXERCICES DE PERFECTIONNEMENT

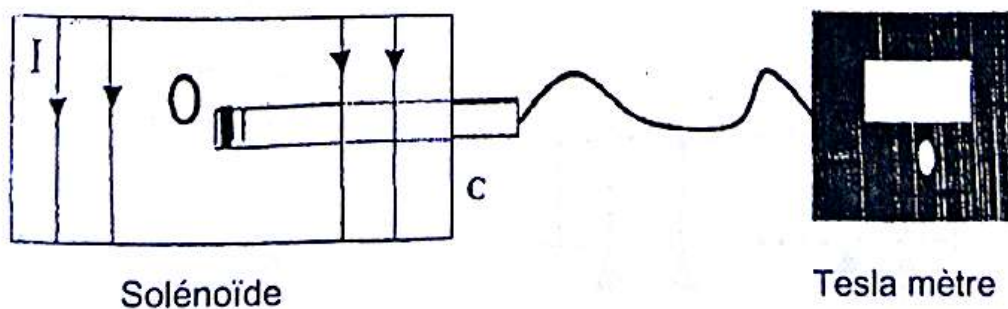
### Exercice 1 (extrait Bac série D 1<sup>er</sup> groupe NIGER session 2014)

Une sonde d'un tesla-mètre est placée au centre O d'un solénoïde. On mesure l'intensité du champ en fonction de l'intensité du courant électrique qui circule dans le solénoïde. Les résultats des mesures sont donnés par le tableau suivant :

I(A)	0	1	2	3	4	5
B(mT)	0	2,51	5,03	7,54	10,05	12,60

- 1) Représenter la fonction  $B = f(I)$ . Quel type de courbe obtient-on ?  
On donne comme échelle : 2 cm pour 1 A ; 2 cm pour 5 mT.
- 2) Le solénoïde comporte  $N = 800$  spires. Il est considéré comme infiniment long.  
En utilisant le tracé obtenu, déterminer sa longueur  $\ell$ . On donne  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  SI.
- 3) On place une aiguille aimantée à l'intérieur de ce solénoïde, au centre. En l'absence du courant dans le solénoïde, l'aiguille prend la direction du champ magnétique terrestre  $\vec{B}_H$ , perpendiculaire à l'axe du solénoïde. En présence du courant, l'aiguille tourne d'un angle  $\alpha$  par rapport à sa position initiale. On règle l'intensité du courant à  $I = 4,6$  mA ; l'angle prend alors la valeur  $\alpha = 30^\circ$ .
  - a) Préciser sur un schéma le sens de circulation du courant dans le solénoïde et représenter sur le même schéma les champs magnétiques qui agissent sur l'aiguille.
  - b) Exprimer l'intensité du champ magnétique créé par le solénoïde en fonction de  $N$ ,  $\ell$  et  $I$ .
  - c) Déterminer la valeur de l'intensité de la composante horizontale du champ magnétique terrestre  $\vec{B}_H$ .

### Exercice 2 (extrait Bac Blanc Lycée Sainte Marie Cocody 2013)





## Rappel de cours et énoncés d'exercices - Rappel de cours et énoncés d'exercices

La sonde à effet Hall d'un tesla mètre est placée au centre O d'un solénoïde de longueur  $L = 40 \text{ cm}$  (figure ci-dessus). Les valeurs  $B_0$  du champ magnétique, mesurées en fonction de l'intensité  $I$  du courant, sont regroupées dans le tableau suivant : On négligera le champ magnétique terrestre.

$I(\text{A})$	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$B_0(\text{mT})$	0,6	1,2	1,9	2,5	3,1	3,8	4,4	5

1)

1.1. Tracer la représentation graphique de  $B_0 = f(I)$ .

Echelle :  $2 \text{ cm} \rightarrow 0,5 \text{ A}$  et  $2 \text{ cm} \rightarrow 1 \text{ mT}$ ,

1.2. Déterminer l'équation de la courbe obtenue

2) Donner l'expression théorique de la valeur de  $B_0$  au centre du solénoïde.

En déduire le nombre  $N$  de spires du solénoïde étudié.  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ S.I.}$

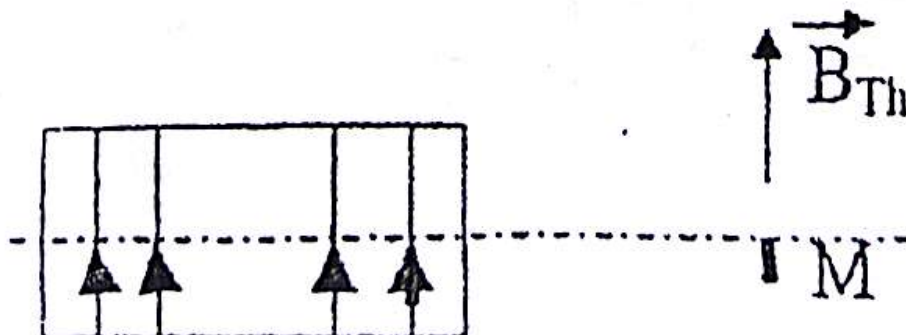
3) Donner la direction et le sens du champ magnétique  $B_0$  au point O et indiquer l'orientation d'une aiguille alimentée placée devant la face A du solénoïde sur un schéma clair.

4)

4.1. Maintenant en tenant compte du champ magnétique terrestre  $B_{Th}$ , horizontal, orthogonal à l'axe d'une bobine comportant 1600 spires par mètre de longueur et parcourue par un courant d'intensité  $I = 10 \text{ mA}$ , placée à une distance  $d$  d'un point M (voir figure); de quel angle  $\alpha$  (par rapport à l'axe de la bobine) tournerait une aiguille aimantée placée au point M si  $B_{Th} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$  ? (Faire un schéma clair).

4.2. Calculer la valeur  $B_1$  du champ résultant.

4.3. Comment ajouter une deuxième bobine identique, placée à la même distance  $d$  de M pour que le champ total résultant soit nul en ce point ? Faire le schéma et calculer l'intensité  $I$  du courant qui doit traverser cette bobine dans ce cas.



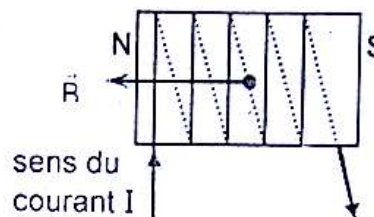
**Exercice 1**

Dans chacun des cas, indiquons le pôle Nord et le pôle Sud de l'aimant.

Cas n°1 (aimant U)



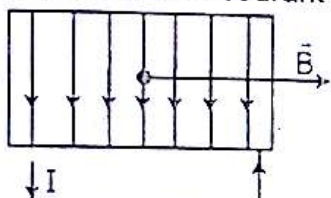
Cas n°2 (bobine)



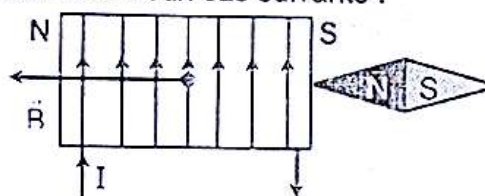
- Cas n°1 : le champ  $\vec{B}$  à l'intérieur d'un aimant en U est orienté du Nord vers le Sud.
- Cas n°2 : en utilisant la règle du bonhomme d'Ampère on en déduit que le champ magnétique à l'intérieur de la bobine est orienté de la droite vers la gauche. De plus le champ magnétique à l'intérieur d'une bobine est orienté de la face Sud vers la face Nord.

**Exercice 2**

Déterminons le sens du courant dans chacun des deux cas suivants :



Cas n°1



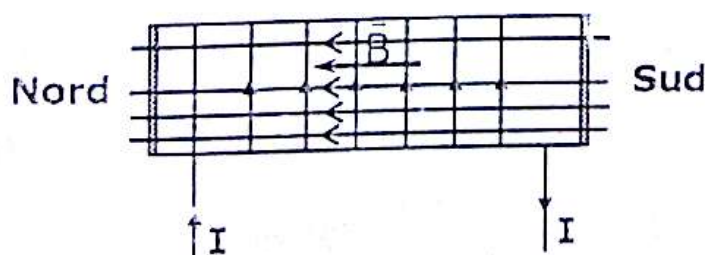
Cas n°2

- Cas n°1 : en utilisant la règle du bonhomme d'Ampère on en déduit que le courant est orienté du haut vers le bas.
- Cas n°2 : la face de la bobine en contact avec le pôle Nord de l'aiguille aimantée est la face Sud car c'est deux pôles de noms différents qui s'attirent. Et comme le champ à l'intérieur d'une bobine est orienté du Sud vers le Nord donc en utilisant la règle du bonhomme d'Ampère on en déduit que le courant est orienté du bas vers le haut.

**Exercice 3** (Extrait Bac Blanc Lycée Municipal 1 Attécoubé 2014)

1. Représentation des lignes de champs et leur sens à l'intérieur du solénoïde ;

Les lignes de champ à l'intérieur d'un solénoïde sont semblables à celles d'un aimant droit. Elles sont parallèles entre elles et sont orientées à l'aide de la règle du Bonhomme d'Ampère (Un bonhomme d'Ampère placé sur les fils du solénoïde, le courant entrant par ses pieds et sortant par sa tête, indique le sens du champ magnétique par son bras gauche lorsqu'il regarde le centre du solénoïde).





## CORRECTION

2. Représentation du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde (direction et sens) ;  
Le champ magnétique  $\vec{B}$  à l'intérieur du solénoïde est tangent aux lignes de champ et de sens donné par l'orientation des lignes de champ (voir figure ci-dessus).

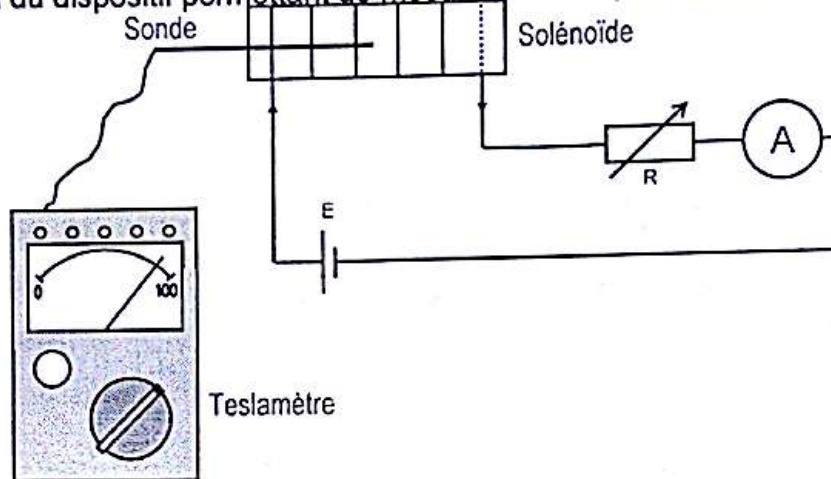
3. Déduction des faces du solénoïde.

Le champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde est orienté de la face Sud vers la face Nord (voir figure ci-dessus).

### Exercice 4 (Extrait Bac Blanc Lycée Municipal 1 Attécoubé 2013)

1) Influence de la longueur de la bobine.

1.1. Schéma du dispositif permettant de mesurer le champ  $\vec{B}$  à l'intérieur d'un solénoïde.



1.2. Longueur minimale d'une bobine de rayon  $R = 10 \text{ cm}$ .

Pour la considérer comme suffisamment longue, le champ magnétique à l'intérieur de la bobine doit être constant donc d'après la courbe la bobine doit avoir une longueur minimale de  $10R$  ; c'est-à-dire  $10 \times 10 = 100 \text{ cm}$ .

2) Influence de l'intensité du courant

2.1. Expression de l'intensité du champ créée par une bobine en fonction de  $L$ ,  $N$ ,  $\mu_0$  et  $I$ .

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} I$$

2.2. Tracé de la courbe  $B = f(I)$ . Echelle :  $1 \text{ cm} \rightarrow 0,5 \text{ A}$  et  $1 \text{ cm} \rightarrow 3 \cdot 10^{-4} \text{ T}$  (Voir courbe).

2.3. Traduction de l'allure de la courbe

On obtient une droite qui, si elle est prolongée, passe par l'origine du repère donc on peut dire que  $B$  et  $I$  sont proportionnels.

2.4. Déduction de la valeur du nombre de spires si  $L = 1,2 \text{ m}$  et  $\mu_0 = 4 \cdot 10^{-7} \text{ S.I.}$

$B$  et  $I$  sont proportionnels donc l'équation de la droite est de la forme  $B = kI$  où  $k$  est

le coefficient directeur :  $k = \frac{\Delta B}{\Delta I} = \frac{31 \cdot 10^{-4} - 6,2 \cdot 10^{-4}}{5 - 1} = 6,2 \cdot 10^{-4} \text{ T/A}$

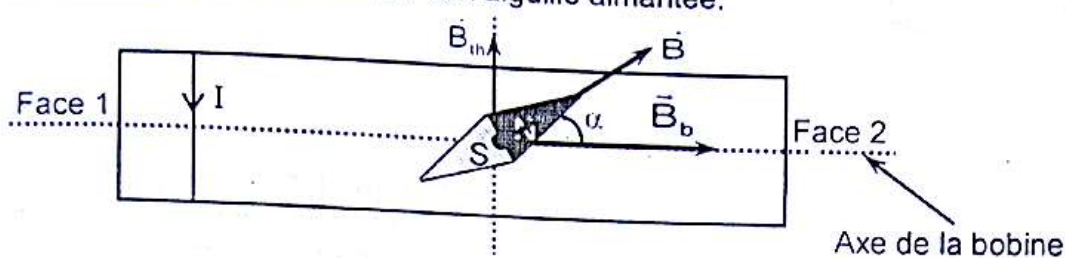
Par ailleurs :  $B = \mu_0 \frac{N}{L} I = kI$  donc par identification on a :  $\mu_0 \frac{N}{L} = k \Rightarrow N = \frac{kL}{\mu_0}$

Application numérique :  $N = \frac{6,2 \cdot 10^{-4} \times 1,2}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 592 \text{ spires}$

## CORRECTION

### 3) Action sur une aiguille aimantée

#### 3.1. Schéma et représentation de l'aiguille aimantée.



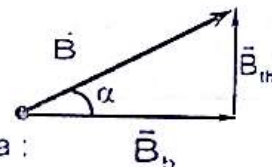
#### 3.2. Dessinons le champ et indiquons si les faces 1 et 2 sont NORD ou SUD.

Le sens du champ magnétique  $\vec{B}$  à l'intérieur du solénoïde est donné par la règle du Bonhomme d'Ampère ; ici orienté de la face 1 vers la face 2 (voir figure ci-dessus).

Le champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde est orienté de la face Sud vers la face Nord donc la face 1 est SUD et la face 2 est NORD.

#### 3.3. Calculons l'intensité $I$ du courant qui parcourt le solénoïde.

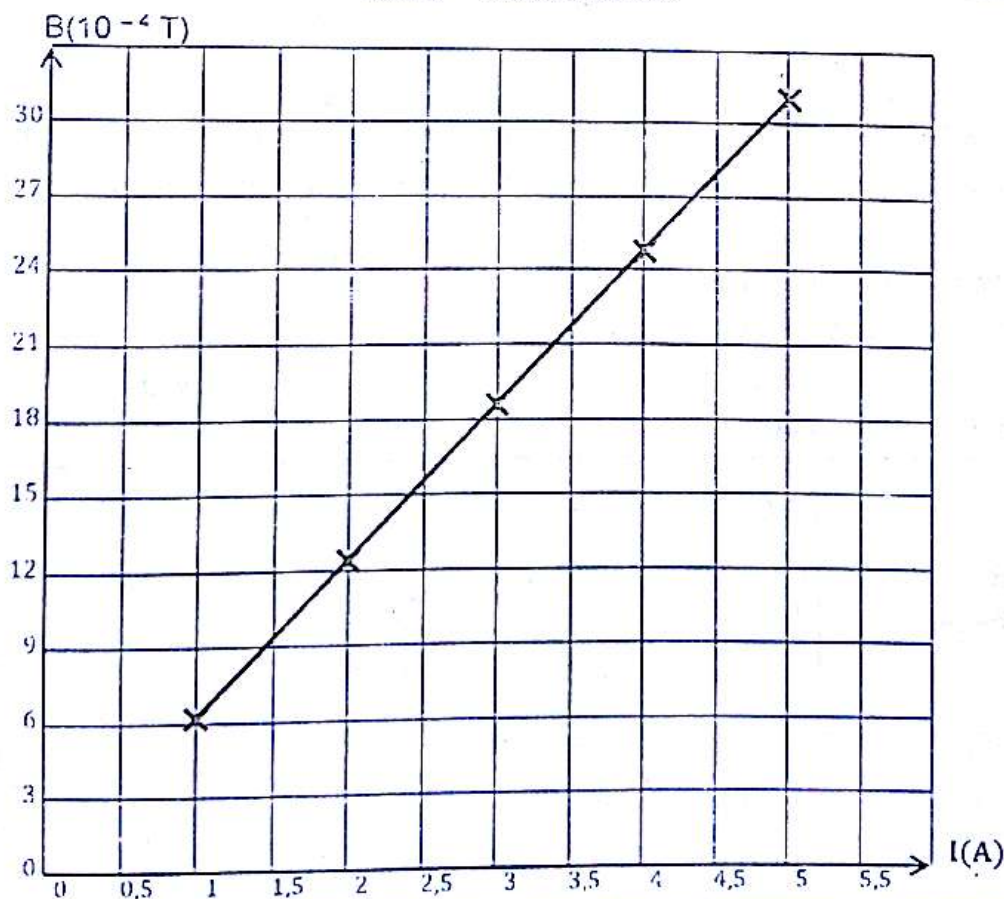
$$\vec{B} = \vec{B}_{th} + \vec{B}_s$$



En utilisant les propriétés métriques du triangle rectangle on a :

$$\tan \alpha = \frac{B_{th}}{B_s} = \frac{B_{th}}{\mu_0 \frac{N}{L} I} \Rightarrow I = \frac{L B_{th}}{\mu_0 N \tan \alpha}$$

Application numérique :  $I = \frac{1,2 \times 2 \cdot 10^{-5}}{4\pi \cdot 10^{-7} \times 500 \times \tan 30^\circ} = 0,066 \text{ A} = 6,6 \cdot 10^{-2} \text{ A}$







Francis William Aston

(1<sup>er</sup> septembre 1877 à Harborne, Birmingham, Angleterre - 20 novembre 1945 à Cambridge, Angleterre)  
Chimiste et Physicien Anglais.

Il a reçu, en 1922, le prix Nobel de chimie « pour sa découverte, au moyen de son spectromètre de masse, des isotopes d'un grand nombre d'éléments non radioactifs et pour sa formulation de la règle des nombres entiers ». Il se consacre dès lors à l'étude des courants de particules chargées positivement. Il en déduit qu'il est possible, au moyen de champs magnétiques et électriques, de séparer les particules en fonction du rapport entre leur masse et leur charge. Grâce au spectromètre de masse, qu'il a perfectionné (1919), Aston découvre que de nombreux corps sont formés du mélange de deux ou de plusieurs isotopes légèrement différents.

# MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGÉE DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME

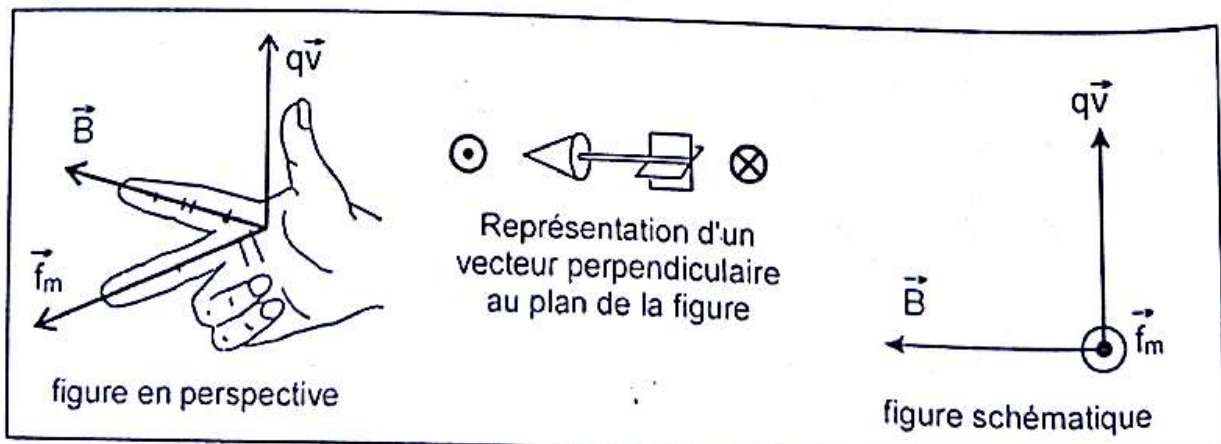
## Objectifs spécifiques

- Connaître les caractéristiques de la force de Lorentz
- Appliquer la relation  $\Sigma \vec{f} = m\vec{a}$  pour étudier le mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme (cas où le vecteur-vitesse initial est normal au vecteur champ magnétique).

## RAPPEL DE COURS

### 1) Force de LORENTZ

- Une particule de charge  $q$  animée d'une vitesse  $\vec{v}$  qui pénètre dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  est soumise à une force  $\vec{f}$  appelée force de Lorentz et définie par :  $\vec{f} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ . Elle est caractérisée par :
  - Direction :  $\vec{f}$  est perpendiculaire à la fois à  $\vec{v}$  et à  $\vec{B}$
  - Sens : le trièdre  $(q\vec{v}, \vec{B}, \vec{f})$  est direct
  - Valeur :  $f = |q|vB\sin(\vec{v}, \vec{B})$  où  $f$  en newton(N) ;  $q$  en coulomb(C) ;  $v$  en m/s ;  $B$  en tesla(T)
  - Règle du trièdre direct





## 2) Mouvement d'une particule chargée dans un champ $\vec{B}$ uniforme

Une particule de masse  $m$ , de charge  $q$  et de vecteur vitesse  $\vec{v}_0$  pénètre dans une région de l'espace où règne un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$ . On suppose que  $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$ . On néglige le poids de la particule. Montrons que le mouvement est plan, uniforme et circulaire.

### 2.1. Mouvement plan

Appliquons le théorème du centre d'inertie à la particule dans le repère  $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

$$\vec{f} = q\vec{v} \wedge \vec{B} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{v} \wedge \vec{B}}{m}. \text{ Le repère } R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}) \text{ est tel que } \vec{k} // \vec{B} \text{ et } (\vec{i}, \vec{j}) \perp \vec{B}$$

$$a_z = \ddot{z} = \vec{a} \cdot \vec{k} = 0 \text{ car } \vec{a} \perp \vec{k} \Rightarrow v_z = 0 \text{ car } v_{0z} = 0 \Rightarrow z = 0 \text{ car la particule est en } O \text{ à } t_0.$$

$\Rightarrow$  Le mouvement se déroule dans le plan orthogonal à  $\vec{B}$ , c'est à dire dans le plan  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

### 2.2. mouvement uniforme

$$\text{La puissance } p = \vec{F} \cdot \vec{v} = 0 \text{ et } p = \frac{W_{(\vec{F})}}{\Delta t} = 0 \text{ donc } W_{(\vec{F})} = 0$$

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique  $\Delta E_c = W_{(\vec{F})} = 0$  donc  $v = v_0 = \text{constante}$ .

### 2.3. Mouvement circulaire

Pour un mouvement curviligne on a :  $\vec{a} = \frac{v^2}{R} \vec{n} + \frac{dv}{dt} \vec{t}$  or  $v = v_0 = \text{constante}$  donc  $\frac{dv}{dt} = 0$

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R} \vec{n} = \frac{q\vec{v} \wedge \vec{B}}{m} \Leftrightarrow \frac{v^2}{R} = \frac{|q|vB}{m} \Rightarrow R = \frac{mv}{|q|B}$$

$m, v, q$  et  $B$  sont constants donc  $R$  est constant  $\Rightarrow$  Le mouvement est donc circulaire.

### 2.4. Conclusion générale : nature du mouvement

Une particule chargée entrant dans un champ magnétique avec une vitesse perpendiculaire au champ décrit un mouvement circulaire et uniforme dans un plan perpendiculaire au champ. Le rayon de la trajectoire est donné par l'expression :  $R = \frac{mv}{|q|B}$

## 3) APPLICATIONS

### 3.1. Spectrographe de masse

Le spectrographe de masse sert à séparer les isotopes d'un même élément.

Il est formé de trois chambres où règne un vide très poussé.

#### ➤ Chambre d'ionisation

On y produit des ions de même charge  $q$  mais de masses  $m_1$  et  $m_2$  différentes.

#### ➤ Chambre d'accélération

A travers une première fente, les ions pénètrent dans cette chambre avec une vitesse

négligeable. Ils sont accélérés par la tension  $U > 0$  et sortent avec la vitesse  $v_0 = \sqrt{\frac{2|q|U}{m}}$

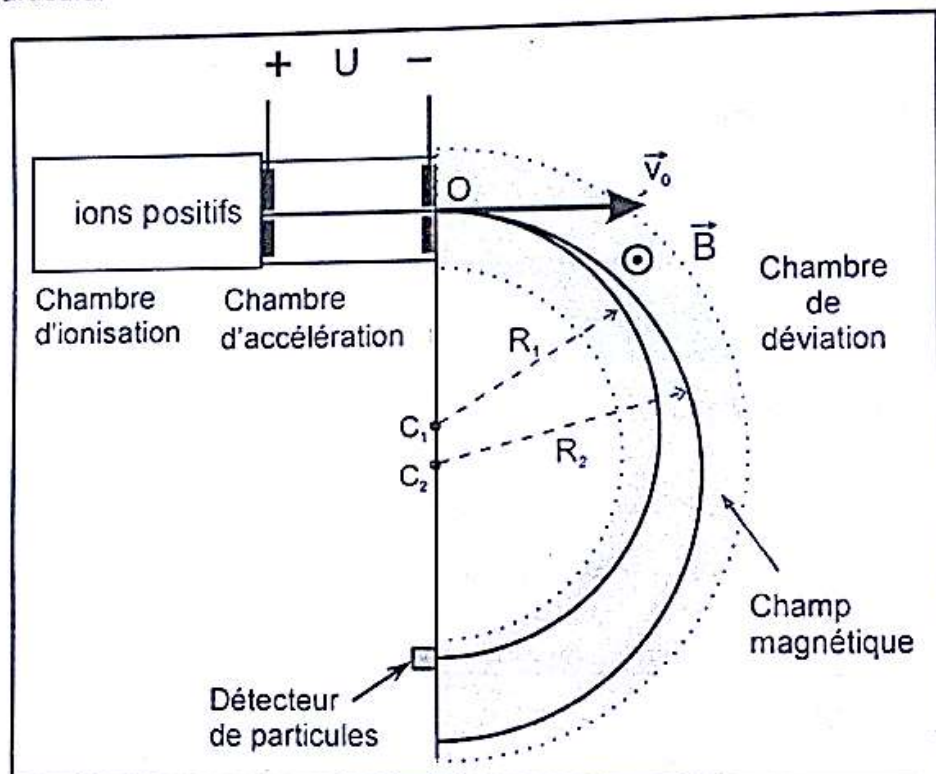


> **Chambre de déviation**

Les ions sont déviés par un champ magnétique  $B$  et ont pour trajectoire des demi-cercles dont les rayons  $R_1$  et  $R_2$  dépendent des masses  $m_1$  et  $m_2$  tel que :

$$R_1 = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2m_1 U}{|q|}} \quad \text{et} \quad R_2 = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2m_2 U}{|q|}}$$

Le rayon de la trajectoire augmente avec la masse. On arrive ainsi à recueillir sur le détecteur des particules de même masse ; la position du détecteur permet de déterminer le rayon  $R$  de la trajectoire. Connaissant la charge  $q$ , on détermine la masse  $m$  de la particule.



### 3.2. La déflexion magnétique

L'image, sur un écran de télévision, est donnée par l'impact d'un faisceau d'électrons. Ce faisceau balaye l'écran de gauche à droite, de haut en bas. Il est dévié par des champs magnétiques créés par des bobines déflectrices. Pour simplifier, nous allons considérer le champ magnétique  $\vec{B}$  uniforme et constant (voir figure ci-après).

Considérons un électron pénétrant en O dans le champ magnétique avec la vitesse  $\vec{v}_0$  perpendiculaire à  $\vec{B}$ . Dans la région où règne le champ magnétique, il décrit un arc de cercle OM. Après le point M, son mouvement est rectiligne et uniforme car il n'est plus soumis à aucune force. Sa trajectoire est la tangente en M à l'arc OM. Il arrive sur l'écran en P. Evaluons la distance  $Y = O'P$  appelée **déflexion magnétique**.

## Rappel de cours et énoncés d'exercices - Rappel de cours et énoncés d'exercices

Le dispositif est tel que :  $\ell \ll L$  et  $\ell \ll R$ . On a :  $R = \frac{mv_0}{eB}$

La déviation angulaire est :  $\alpha = \frac{OM}{R} = \frac{\ell}{R}$  car  $\ell \ll R$

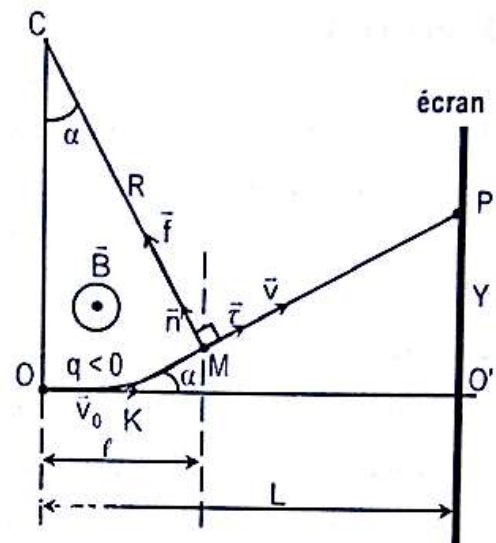
En remplaçant  $R$  par son expression,

$$\text{on obtient : } \alpha = \frac{\ell}{R} = \frac{\ell}{\frac{mv_0}{eB}} = \frac{eB\ell}{mv_0}$$

$$\text{Par ailleurs, } \tan \alpha = \frac{O'P}{O'K} = \frac{Y}{L - \frac{\ell}{2}} \approx \frac{Y}{L} \quad (\text{car } \ell \ll L).$$

Comme  $\alpha$  est petit ( $\alpha < 10^\circ$ ),  $\tan \alpha \approx \alpha$  d'où  $\alpha = \frac{Y}{L}$ .

$$\text{Soit : } Y = \alpha L = \frac{eB\ell}{mv_0} \times L \Rightarrow Y = \frac{e\ell LB}{mv_0}$$



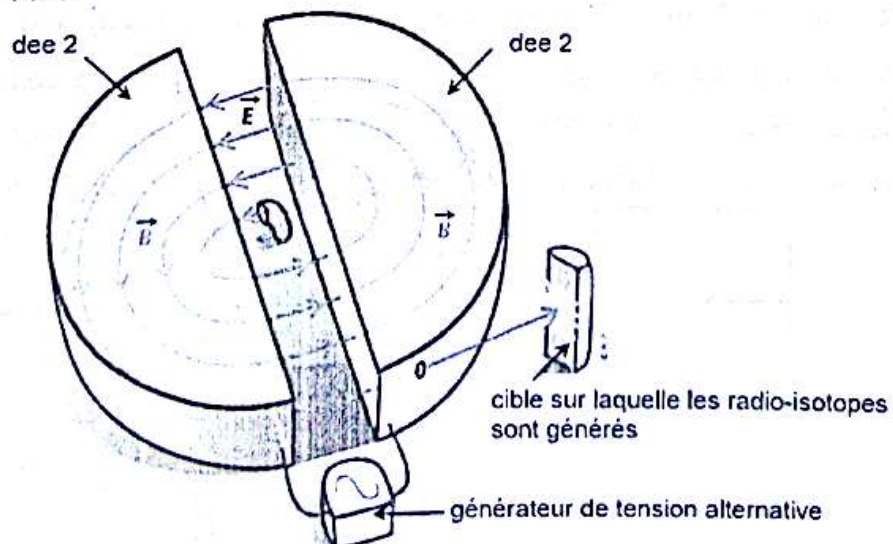
### 3.3. Le cyclotron

Le cyclotron est un accélérateur de particules. Il utilise à la fois un champ électrique  $\vec{E}$  (accélérateur) et un champ magnétique  $\vec{B}$  (déviateur). Le dispositif comporte deux demi-cylindres appelés « D » ou « Dees », entre lesquels on établit un champ électrique alternatif (voir figure ci-dessous). A l'intérieur des « D », existe un champ magnétique uniforme. Les particules de charge  $q$  sont accélérées à chaque passage entre les « D ». Pour cela, la fréquence  $N$  du champ électrique  $\vec{E}$  est égale à celle du mouvement des particules. En négligeant le temps de leur passage entre les « D », les particules font un tour en :  $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{v} \times R = \frac{2\pi}{v} \times \frac{mv}{|q|B} \Rightarrow T = \frac{2\pi m}{|q|B}$  soit  $N = \frac{1}{T} = \frac{|q|B}{2\pi m}$ .

Soit  $U = V_{D1} - V_{D2}$ , la différence de potentielle entre les « D ».

Après chaque tour, l'énergie cinétique des particules s'accroît de :  $\Delta E_c = 2|q|U$ .

Après  $n$  tours,  $\Delta E_c = 2n|q|U$ .



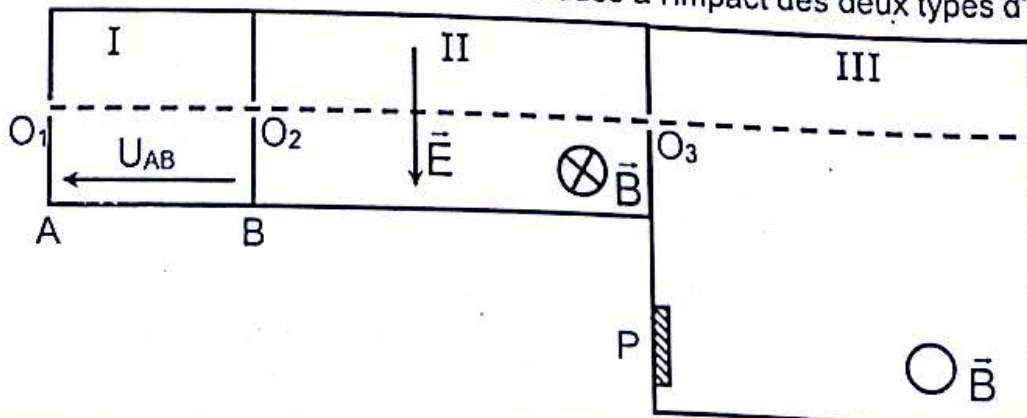


## EXERCICES RESOLUS

### Exercice 1: Etude du Spectrographe de masse

Un spectrographe de masse est composé de 3 enceintes notées (I), (II), (III). Voir figure.

- 1) Des ions zinc  $\text{Zn}^{2+}$  pénètrent sans vitesse initiale dans l'enceinte (I) par l'ouverture  $O_1$  et sont ensuite accélérés par une tension  $U_{AB} = U$  appliquée entre les plaques A et B.  
Etablir l'expression de la vitesse  $v$  des ions à leur sortie en  $O_2$  en fonction de leur charge  $q$  et de leur masse  $m$ .
- 2) Ces ions pénètrent par l'ouverture  $O_2$  dans l'enceinte (II) où règnent simultanément un champ électrique  $\vec{E}$  et un champ magnétique  $\vec{B}$  dont les directions et sens sont indiqués sur le schéma ci-dessous.
  - a- Déterminer les caractéristiques (direction, sens et module) des forces électrique  $\vec{F}_e$  et magnétique  $\vec{F}_m$  agissant sur un ion  $\text{Zn}^{2+}$  à son entrée en  $O_2$ .
  - b- En déduire que seuls les ions dont la vitesse est telle que  $v = \frac{E}{B}$  pourront sortir par l'ouverture  $O_3$ .
  - c- Les valeurs de  $E$  et  $B$  sont fixées:  $E = 5.10^4 \text{ V/m}$  et  $B = 0,5 \text{ T}$ .  
Quelle valeur doit-on donner à la tension accélératrice  $U$  pour sélectionner les ions de l'isotope  $^{68}_{30}\text{Zn}$ . On donne :  $e = 1,6.10^{-19} \text{ C}$  et  $m_p = 1,67.10^{-27} \text{ kg}$ .
- 3) Les ions ainsi sélectionnés pénètrent dans l'enceinte (III) par l'ouverture  $O_3$  et ne sont plus soumis qu'au seul champ magnétique  $\vec{B}$  (champ précédent). On observe sur la plaque sensible (P), une trace due à l'impact des ions. On donne :  $U = 1774 \text{ V}$ .
  - a- Donner le sens du vecteur  $\vec{B}$  qui permet aux ions d'être déviés vers la plaque (P).
  - b- Montrer que la trajectoire de ce type d'ion est un cercle dont on donnera le rayon  $R$  en fonction de  $m_p$ ,  $e$ ,  $B$  et  $U$ .
  - c- Calculer le rayon  $R$ . Déduire la distance  $O_3T$  où est la trace due à l'impact de  $^{68}_{30}\text{Zn}^{2+}$ .
- 4) On désigne par  $R'$  le rayon du demi-cercle décrit par les ions de l'isotope  $^{70}_{30}\text{Zn}$ .
  - a- Donner, sans démonstration, l'expression de  $R'$  en fonction de  $m_p$ ,  $B$ ,  $e$ ,  $U$ .
  - b- Calculer la distance  $TT'$  entre les traces dues à l'impact des deux types d'ions.





### Exercice 2 (Déviation magnétique)

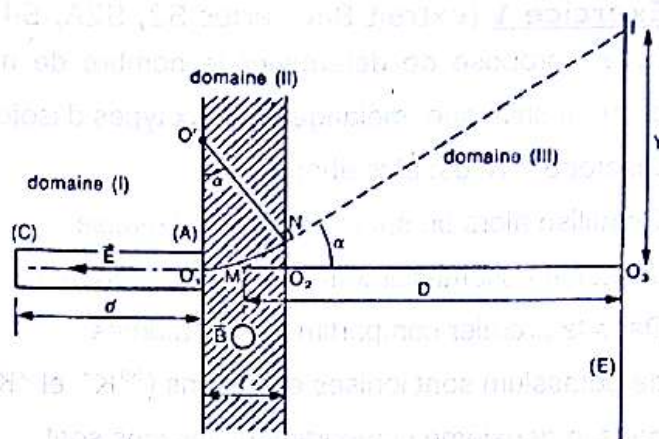
$D = 40 \text{ cm}$  ;  $\ell = 1 \text{ cm}$  ;  $d = 10 \text{ cm}$  ;  $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ;  $E = 5 \cdot 10^4 \text{ V.m}^{-1}$ .

Dans tout l'exercice, on négligera le poids des électrons devant les autres forces.

- 1) Des électrons de masse  $m$  sont émis sans vitesse initiale par la cathode (C).

a) Donner la nature du mouvement de l'électron entre (C) et (A) où existe un champ  $\vec{E}$ .

b) Que vaut la vitesse  $v_0$  d'un électron au point  $O_1$  ?



- 2) Arrivés en  $O_1$ , les électrons sont soumis sur une distance  $\ell$  (domaine II) à un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  perpendiculaire au plan de la figure. On donne :  $B = 2 \cdot 10^{-3} \text{ T}$ .

a) Quel doit être le sens du vecteur  $\vec{B}$  pour que les électrons décrivent l'arc  $O_1N$  ?

b) Établir l'expression du rayon  $R = O_1O_2 = O_2N$  de cet arc de cercle. Calculer  $R$ .

- 3) Quelle est la nature de la trajectoire des électrons dans le domaine II ?

- 4) Le domaine III est limité par un écran (E) sur lequel arrivent les électrons.

Exprimer en fonction de  $m$ ,  $e$ ,  $B$ ,  $D$ ,  $\ell$  et  $v_0$  la déflexion magnétique  $Y$ . On supposera que  $M$  se trouve au milieu du domaine II et que l'angle  $\alpha$  est faible. Calculer  $Y$ .

### Exercice 3 (Cyclotron)

Dans un cyclotron à protons, on donne :  $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ;  $m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .

- la valeur du champ magnétique uniforme dans les dees est  $B = 1,00 \text{ T}$ ,
- la tension maximale alternative sinusoïdale établie entre les dees est  $U_m = 2 \cdot 10^3 \text{ V}$ .

- 1.) Montrer que dans un dee, le mouvement d'un proton est circulaire uniforme.

- 2.) a) Exprimer littéralement le temps mis par un proton pour effectuer un demi-tour.

b) Ce temps dépend-il de la vitesse du proton ? Calculer sa valeur numérique.

- 3.) En déduire la valeur de la fréquence  $N$  de la tension alternative qu'il faut établir entre les dees pour que les protons subissent une accélération maximale à chaque traversée de l'intervalle entre les dees. Le temps de traversée de l'intervalle étant négligeable.

- 4.) Calculer l'énergie cinétique transmise au proton lors de chacune de ses accélérations.

- 5.) La vitesse d'injection des protons étant négligeable, on désire que sa vitesse atteigne la valeur  $v = 2 \cdot 10^4 \text{ km.s}^{-1}$ . Calculer le nombre de tours décrit par le proton dans le cyclotron.

- 6.) A quel rayon sont-ils extraits sachant qu'ils sont émis à proximité immédiate du centre ?



## EXERCICES DE PERFECTIONNEMENT

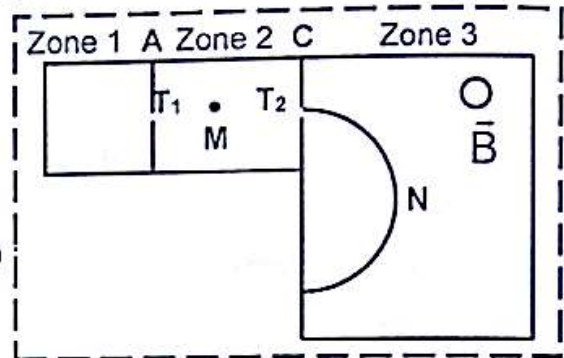
### Exercice 1 (extrait Bac séries S2, S2A, S4 et S5 Sénégal 2011)

On se propose de déterminer le nombre de masse de l'un des isotopes du potassium, élément chimique, mélange de deux types d'isotopes :  $^{39}\text{K}$  et  $^{41}\text{K}$

L'isotope  $^{39}\text{K}$  est plus abondant.

On utilise alors un spectrographe de masse constitué essentiellement de trois compartiments.

Dans le premier compartiment, les atomes de potassium sont ionisés en cations ( $^{39}\text{K}^+$  et  $^{41}\text{K}^+$ ) ; dans le deuxième compartiment, les ions sont accélérés, leurs vitesses initiales étant



négligeables et dans le troisième compartiment, les ions sont soumis à l'action d'un champ magnétique ; en fin de course, ils atteignent un écran luminescent.

Données : Le mouvement des particules a lieu dans le vide ;

le poids d'un ion est négligeable devant la force électrique et la force magnétique.

La charge élémentaire est  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ; la tension  $U$  établie entre les plaques A et C a pour valeur  $U = V_A - V_C = 1,0 \cdot 10^3 \text{ V}$  ; l'intensité du champ magnétique régnant dans la zone 3 est  $B = 100 \text{ mT}$  ; la masse d'un nucléon est  $m_0 = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  ; la masse de l'ion  $^{39}\text{K}^+$  est  $m_1 = 39m_0$  ; la masse de l'ion  $^{41}\text{K}^+$  est  $m_2 = 41m_0$ .

1) Entre les plaques A et C, les ions sont accélérés par un champ électrique uniforme.

Leur vitesse au point  $T_1$  de la plaque A est supposée nulle.

1.1. Reproduire la figure sur la feuille de copie et représenter la force électrique s'exerçant sur un ion potassium se trouvant en M.

1.2. Montrer que, arrivés au niveau de la plaque C, en  $T_2$ , tous les ions potassium ont la même énergie cinétique.

1.3. Montrer alors qu'en  $T_2$ , la vitesse de chaque ion  $^{39}\text{K}^+$  a pour expression :

$$V_1 = \sqrt{\frac{2eU}{39m_0}}. \text{ En déduire, sans démonstration, l'expression de la vitesse } V_2 \text{ des isotopes } ^{41}\text{K}^+ \text{ en } T_2.$$

2) A partir de  $T_2$ , les ions pénètrent dans la zone 3 avec des vitesses perpendiculaires à la plaque C. Chaque type d'isotope effectue, dans le plan de la figure, un mouvement circulaire uniforme.

2.1. En un point N de l'une des trajectoires, représenter sur la figure déjà reproduite, la vitesse d'un ion potassium et la force magnétique qui s'exerce sur cet ion.



2.2. Compléter la figure en représentant le sens du champ magnétique régnant dans la zone 3.

3) Montrer que le rayon de la trajectoire des ions  $^{39}\text{K}^+$  a pour expression  $R_1 = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{78m_0 U}{e}}$

En déduire l'expression du rayon  $R_2$  de la trajectoire des isotopes  $^x\text{K}^+$ .

4) Déterminer, par calcul, la valeur du rayon  $R_1$  de la trajectoire des ions  $^{39}\text{K}^+$ .

5) Les deux types d'isotopes rencontrent l'écran luminescent en deux points d'impact  $I_1$  et  $I_2$ ; le point d'impact  $I_1$  étant plus lumineux.

5.1. Préciser, en justifiant, le point d'impact de chaque type d'isotopes.

5.2. Montrer que le rapport des rayons des trajectoires des isotopes du potassium dans la

zone 3 est  $\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{39}{x}}$ .

5.3. La distance entre les points d'impact est  $d = 2,5 \text{ cm}$

Déterminer la valeur du nombre de masse  $x$  de l'isotope  $^x\text{K}^+$ .

## Exercice 2

$|U_0| = 4,00 \cdot 10^3 \text{ V}$ ;  $B = 1,00 \cdot 10^{-1} \text{ T}$ ;  $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

1) Des ions de masse  $m$  et de charge  $q < 0$  sont produits dans la chambre d'ionisation (I) avec une vitesse pratiquement nulle. Ils entrent en E dans l'enceinte A, sous vide, où ils sont accélérés et ressortent en S. Les orifices E et S sont pratiquement ponctuels, et on note  $U_0 = V_E - V_S$  la différence de potentiel accélératrice. La vitesse des ions reste suffisamment faible pour que les lois de la mécanique classique soient applicables.

Etablir l'expression littérale de la norme du vecteur-vitesse d'un ion à sa sortie en S, en fonction de  $m$ ,  $q$  et  $U_0$ .

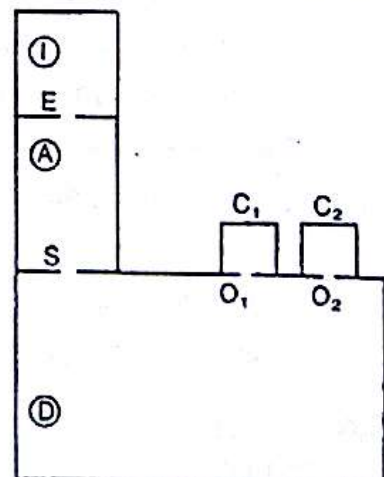
2) A leur sortie en S, les ions pénètrent dans une deuxième enceinte sous vide D, dans laquelle règne un champ magnétique uniforme vertical.

a) Quel doit être le sens du vecteur champ magnétique pour que les ions puissent atteindre les points  $O_1$  ou  $O_2$ ? Justifier la réponse.

b) En S, le vecteur-vitesse des ions est perpendiculaire à la droite passant par les points  $O_2$ ,  $O_1$  et S.

o Montrer que la trajectoire d'un ion dans l'enceinte D est plane.

o Montrer que la vitesse de l'ion est constante, que la trajectoire est un cercle de rayon  $R$ . Déterminer l'expression du rayon  $R$ .

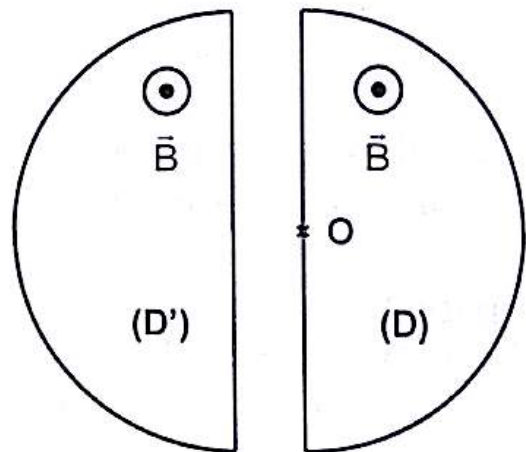




- 3) Le jet d'ions sortant de la chambre d'ionisation est un mélange d'ions  $^{79}\text{Br}^-$ , de masse  $m_1 = 1,3104 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$  et d'ions  $^{81}\text{Br}^-$ , de masse  $m_2 = 1,3436 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$ .
- Dans quel collecteur sont reçus les ions de masse  $m_1$  ? Justifier la réponse.
  - Calculer la distance entre les entrées  $O_1$  et  $O_2$  des deux collecteurs  $C_1$  et  $C_2$  chargés de récupérer les deux types d'ions.
  - En une minute, les quantités d'électricité reçues respectivement par les collecteurs  $C_1$  et  $C_2$  sont  $q_1 = -6,60 \cdot 10^{-8} \text{ C}$  et  $q_2 = -1,95 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ .  
Déterminer la composition du mélange d'ions. Justifier votre réponse.

### **Exercice 3**

Un cyclotron est constitué par deux boîtes demi-cylindres  $D$  et  $D'$  à l'intérieur desquelles règne un champ magnétique  $\vec{B}$ . Dans l'espace régnant entre ces deux boîtes, on établit une tension alternative  $U$ . Des ions positifs sont injectés en  $O$  avec une vitesse négligeable.



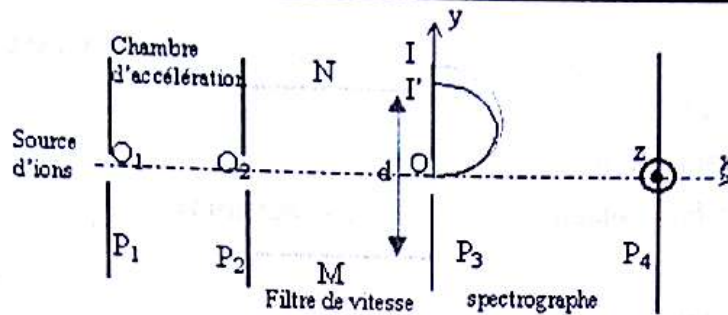
**vue de dessus**

- Exprimer et calculer l'énergie cinétique des ions à leur première arrivée en  $D'$ .  
Données :  $q = 2e$  ;  $m = 0,33 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$  ;  $U = 100 \text{ kV}$ .
- Les ions pénètrent dans  $D'$ . On donne :  $B = 1,0 \text{ T}$ .
  - Donner la nature de leur mouvement ultérieur.
  - Exprimer le rayon  $R_1$  de leur trajectoire en fonction de  $B$ ,  $q$ ,  $U$  et  $m$ .
- Les ions ressortent  $D'$  et sont accélérés à nouveau par la tension  $U$ .
  - Etablir l'expression de leur énergie et de leur vitesse à l'entrée en  $D$ .
  - Exprimer le rayon de la trajectoire des électrons dans  $D$ .
  - Généraliser : donner l'expression du rayon de la trajectoire en fonction de  $R_1$  (puis de  $B$ ,  $q$ ,  $U$  et  $m$ ) et du nombre  $n$  de passage entre  $D$  et  $D'$ .
- Calculer la durée d'un demi-tour. En déduire la fréquence de la tension alternative  $U$ .
- Le rayon du cyclotron est de  $49,5 \text{ cm}$ . Calculer le nombre total de tours décrits par les ions et leur énergie à la sortie du cyclotron.

### **Exercice 4**

Des ions positifs isotopes du zinc de même charge  $q = 2e$  avec  $e = 1,610 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , de masse respective  $m = 68u$  et  $m' = xu$  avec  $u = 6,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ , émis à partir du point  $O_1$  avec une vitesse initiale négligeable, sont accélérés entre  $O_1$  et  $O_2$  par la tension  $|U_0| = |U_{P_1P_2}| = 5 \text{ kV}$  existant entre les plaques  $P_1$  et  $P_2$ . Ils se déplacent dans le vide suivant la direction  $Ox$ . On négligera le poids devant les autres forces.





➤ **Accélération des ions**

- 1) Quel est le signe de la tension  $U_0$  ?
- 2) Calculer la vitesse  $v$  de l'isotope  $^{68}\text{Zn}^{2+}$  en  $\text{O}_2$ .
- 3) Si  $v$  et  $v'$  désignent respectivement les vitesses en  $\text{O}_2$  des deux isotopes, donner la relation entre  $v$ ,  $v'$ ,  $m$  et  $m'$ .
- 4) Le rapport  $\frac{v'}{v} = 1,03$ . En déduire la valeur entière  $x$  du nombre de masse de l'ion  $^x\text{Zn}^{2+}$ .

➤ **Filtre de vitesse.** Arrivés en  $\text{O}_2$ , les ions pénètrent dans un filtre de vitesse constitué par :

- Deux plaques horizontales M et N distantes de  $d = 20 \text{ cm}$  entre lesquelles on établit une différence de potentiel  $U = V_M - V_N = 1,68 \text{ kV}$ .
- Un dispositif du type bobines de Helmholtz qui crée dans l'espace interplaques un champ magnétique de direction  $\text{O}_2\text{Z}$ , perpendiculaire aux vitesses  $v$  et  $v'$  ainsi qu'au champ électrique  $E$ .

- 1) Quel doit être le sens du champ magnétique  $B$  pour que les ions  $^{68}\text{Zn}^{2+}$  arrivant en  $\text{O}_2$  avec la vitesse  $v$  traversent le dispositif en ligne droite ?
- 2) Exprimer  $B$  en fonction de  $v$ ,  $U$ ,  $d$ . Calculer  $B$  en mT.
- 3) Répondre par vrai ou faux à la proposition suivante : " les ions  $^x\text{Zn}^{2+}$  qui arrivent en  $\text{O}_2$  avec la vitesse  $v'$  sont déviés vers la plaque N".
- 4) Quelle doit être la valeur de  $B'$  du champ magnétique pour que les ions  $^x\text{Zn}^{2+}$  traversent le dispositif sans subir de déviation.

➤ **Spectrographe de masse.** En faisant varier la valeur du champ magnétique dans le filtre de vitesse, on peut faire passer par le point O l'un ou l'autre des isotopes. Les ions pénètrent alors dans un champ magnétique  $B_0$  dirigé suivant  $\text{Oz}$  tel que  $B_0 = 0,5 \text{ T}$ .

- 1) Quel doit être le sens de ce champ pour que les ions soient déviés vers les  $y$  positifs ?
- 2) Donner l'expression du rayon  $r$  de la trajectoire de l'ion de masse  $m$  et de charge  $q$  et de vitesse  $v$ .
- 3) Exprimer la différence  $R - R'$  des rayons des trajectoires que décrivent les deux sortes d'ions en fonction de  $R$  et de  $x$ .
- 4) La distance entre les points d'impact I et I' sur la plaque  $\text{P}_3$  est  $\text{II}' = a = 7,2 \text{ mm}$ . Exprimer en fonction de  $a$  et  $R$  le nombre de masse  $x$  de l'ion  $^x\text{Zn}^{2+}$  et calculer sa valeur numérique.



**Exercice 1:** Etude du Spectrographe de masse

**1) Expression de la vitesse  $v$  des ions à leur sortie en  $O_2$  en fonction de  $q$ ,  $U$  et de  $m$ .**

système : ions zinc  $Zn^{2+}$

référentiel de laboratoire supposé galiléen

bilan des forces : la force électrostatique  $\vec{F}_e$  (voir schéma)

Remarque :

- $U_{AB}$  est une tension accélératrice donc  $U = U_{AB} = V_A - V_B > 0$
- $U_{AB} > 0 \Rightarrow V_A > V_B$  donc  $\vec{E}$  est orienté de A vers B car il décroît les potentiels ;
- $q = +2e > 0$  donc  $\vec{F}$  et  $\vec{E}$  ont le même sens c'est-à-dire de A vers B.

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre A et B :

$$\Delta E_{c_{A \rightarrow B}} = \Sigma W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{ext}) \Rightarrow E_{c_B} - E_{c_A} = W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_e)$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - 0 = q(V_A - V_B) \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = qU \Rightarrow v^2 = \frac{2qU}{m} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$$

**2) Ces ions pénètrent par  $O_2$  dans II où règnent un champ  $\vec{E}$  et un champ  $\vec{B}$ .**

**a- Caractéristiques (direction, sens et module) des forces  $\vec{F}_e$  et  $\vec{F}_m$  en  $O_2$ .**

- La particule  $Zn^{2+}$  est un ion de charge positive ( $q > 0$ ) ; elle subit de la part du champ électrique  $\vec{E}$  une force électrique  $\vec{F}_e$  de direction verticale, de même sens que  $\vec{E}$  c'est-à-dire vers le bas et de module :  $F_e = qE = eE$  (voir schéma).
- La particule  $Zn^{2+}$  est un ion de charge positive ( $q > 0$ ) ; elle subit de la part du champ magnétique  $\vec{B}$  une force magnétique de Lorentz  $\vec{F}_m$  de direction perpendiculaire au plan défini par  $(\vec{v}, \vec{B})$ , de sens tel que le trièdre  $(\vec{v}, \vec{B}, \vec{F}_m)$  soit direct c'est à dire vers le haut et de norme :  $F_m = qvB = evB$  (voir schéma).

**b- Montrons que seuls les ions dont la vitesse  $v = \frac{E}{B}$  pourront sortir par l'ouverture  $O_3$ .**

Système : ions zinc  $Zn^{2+}$

Référentiel de laboratoire considéré comme galiléen,

Bilan des forces :

- la force électrostatique  $\vec{F}_e$  ;
- force magnétique de Lorentz  $\vec{F}_m$

La particule étant en mouvement rectiligne uniforme est pseudo-isolée.

La somme des forces qui s'exerce sur elle est donc nulle soit :  $\vec{F}_e + \vec{F}_m = \vec{0}$

Ces deux forces doivent être directement opposées c'est à dire de même direction, de sens contraire et de même norme soit :  $F_e = F_m \Leftrightarrow eE = evB \Rightarrow E = vB \Rightarrow v = \frac{E}{B}$

Ainsi parmi les particules entrant en  $O_2$ , seules celles ayant la vitesse  $v = \frac{E}{B}$  atteindront le point  $O_3$  ; on a réalisé ainsi un « filtre de vitesse ».



## CORRECTION

- c- Valeur à donner à la tension accélératrice  $U$  pour sélectionner les ions de  ${}^{68}_{30}\text{Zn}$ .

$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \frac{E}{B} \Rightarrow \frac{2 \times 2eU}{m} = \frac{E^2}{B^2} \Rightarrow U = \frac{mE^2}{4eB^2} = \frac{68m_p E^2}{4eB^2} = \frac{17m_p E^2}{eB^2}$$

$$\text{Application numérique : } U = \frac{17 \times 1,67 \cdot 10^{-27} \times (5 \cdot 10^4)^2}{1,6 \cdot 10^{-19} \times 0,5^2} = 1774,375 \text{ V}$$

- 3) Les ions pénètrent dans l'enceinte **III** par l'ouverture  $O_3$  et ne sont plus soumis qu'à  $\vec{B}$ .

- a- Donnons le sens du vecteur  $\vec{B}$  qui permet aux ions d'être déviés vers la plaque (P).

Tout ion qui pénètre dans le champ  $\vec{B}$  est soumis à la force de Lorentz tel que  $\vec{f} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ . La charge des ions  $\text{Zn}^{2+}$  est positive donc  $\vec{v}$  et  $q\vec{v}$  ont le même sens. Pour que les ions soient déviés vers la plaque (P) il faut que le trièdre  $(q\vec{v}, \vec{B}, \vec{f})$  soit direct. Le champ  $\vec{B}$  doit donc être orienté vers l'avant ou sortant (voir schéma).

- b- Nature de la trajectoire de l'ion et expression du rayon  $R$  en fonction de  $m_p$ ,  $e$ ,  $B$  et  $U$ .

Appliquons le théorème du centre d'inertie à la particule

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{f} = q\vec{v} \wedge \vec{B} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{v} \wedge \vec{B}}{m} \Rightarrow a = \frac{qvB}{m} = \frac{2evB}{m}$$

Pour un mouvement curviligne on a :

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t = a_n \vec{n} + a_t \vec{t} = \frac{v^2}{R} \vec{n} + \frac{dv}{dt} \vec{t} \quad \text{or } v = \text{constante donc } \frac{dv}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{v^2}{R} \vec{n} = \frac{q\vec{v} \wedge \vec{B}}{m} \Leftrightarrow \frac{v^2}{R} = \frac{qvB}{m} \Rightarrow \frac{R}{v} = \frac{m}{qB} \Rightarrow R = \frac{mv}{qB} = \frac{mv}{2eB}$$

$$\Rightarrow R = \frac{m \times \sqrt{\frac{4eU}{m}}}{2eB} = \sqrt{\frac{m^2 \times 4eU}{4e^2 B^2}} = \sqrt{\frac{mU}{eB^2}} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{68m_p U}{e}}$$

$m_p$ ,  $U$ ,  $e$  et  $B$  sont constants donc  $R$  est constant. La trajectoire est donc circulaire.

- c- Calcul du rayon  $R$

$$R = \frac{1}{0,5} \times \sqrt{\frac{68 \times 1,67 \cdot 10^{-27} \times 1774,375}{1,6 \cdot 10^{-19}}} \approx \underline{0,071 \text{ m} = 7,1 \text{ cm}}$$

Déduction de la distance  $O_3T$

$O_3T$  correspondant au diamètre  $D$  du cercle donc  $O_3T = 2R = 2 \times 7,1 = \underline{14,2 \text{ cm}}$

- 4) On désigne par  $R'$  le rayon du demi-cercle décrit par les ions de l'isotope  ${}^{70}_{30}\text{Zn}$ .

- c- Donnons, sans démonstration, l'expression de  $R'$  en fonction de  $m_p$ ,  $B$ ,  $e$ ,  $U$ .

$$R' = \sqrt{\frac{m'U}{eB^2}} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{70m_p U}{e}}$$

- d- Calculer la distance  $TT'$  entre les traces dues à l'impact des deux types d'ions.

D'après l'expression des rayons on constate que l'isotope de plus grande masse a le plus grand rayon donc  $R' > R$  d'où  $O_3T' > O_3T$ .

Ainsi on a :  $TT' = O_3T' - O_3T = 2R' - 2R = 2(R' - R)$

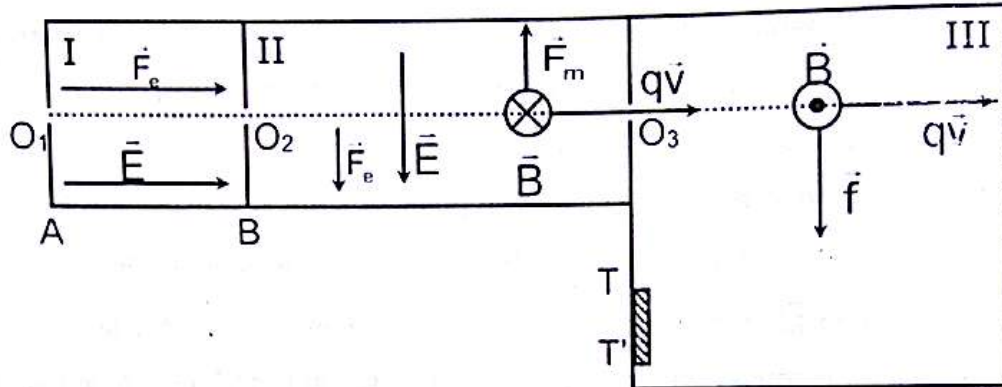


## CORRECTION

Application numérique :

$$\text{➤ } R' = \frac{1}{0,5} \times \sqrt{\frac{70 \times 1,67 \cdot 10^{-27} \times 1774}{1,6 \cdot 10^{-19}}} \approx 0,072 \text{ m} = 7,2 \text{ cm}$$

$$\text{➤ } TT' = 2 \times (7,2 - 7,1) = 0,2 \text{ cm} = 2 \text{ mm}$$



### Exercice 2 (Déviation magnétique)

1) Des électrons de masse  $m$  sont émis sans vitesse initiale par la cathode (C)

a) Donnons la nature du mouvement de l'électron entre (C) et (A) où existe un champ  $E$   
système : les électrons

référentiel de laboratoire supposé galiléen

bilan des forces : force électrostatique  $F$

théorème du centre d'inertie :

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \vec{a}_G \Rightarrow \vec{F} = m \vec{a}_G$$

$$\Rightarrow q\vec{E} = m \vec{a}_G \Rightarrow \vec{a}_G = \frac{q\vec{E}}{m} = \text{cste}$$

Donc le mouvement de l'électron entre (C) et (A) est rectiligne uniformément varié.

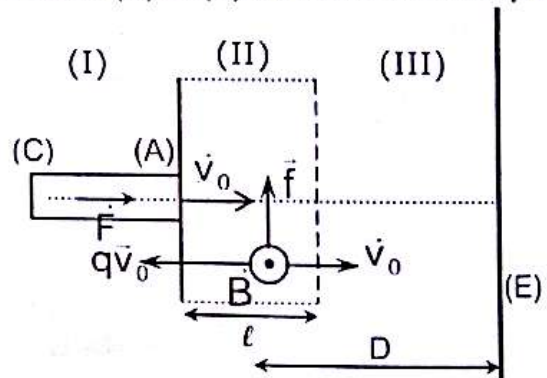
b) Valeur de la vitesse  $v_0$  d'un électron au point  $O_1$

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre (C) et (A) :

$$\Delta E_{C \rightarrow A} = \Sigma W_{C \rightarrow A}(\vec{F}_{ext}) \Rightarrow E_{CA} - E_{CC} = W_{C \rightarrow A}(\vec{F}) \Rightarrow \frac{1}{2} m v_A^2 - \frac{1}{2} m v_C^2 = q \vec{E} \cdot \overline{CA}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_0^2 - 0 = -e(-E)d \Rightarrow \frac{1}{2} m v_0^2 = eEd \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2eEd}{m}}$$

$$\text{Application numérique : } v_0 = \sqrt{\frac{2 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 5 \cdot 10^4 \times 0,1}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 4,2 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$



2) Les électrons sont soumis, sur une distance  $l$ , à un champ magnétique uniforme  $B$

a) Sens du vecteur  $B$  pour que les électrons décrivent l'arc  $O_1N$

Tout électron qui pénètre dans le champ magnétique est soumis à la force de Lorentz.

La charge des électrons est négative donc  $\vec{v}$  et  $q\vec{v}$  sont de sens contraire.

Pour que les électrons décrivent l'arc  $O_1N$  il faut que le trièdre  $(q\vec{v}, B, \vec{f})$  soit direct.

Le champ  $B$  doit donc être orienté vers l'avant c'est-à-dire sortant (voir schéma).

## CORRECTION

b) Expression et valeur du rayon  $R = O'O_1 = O'N$  de cet arc de cercle.

Appliquons le théorème du centre d'inertie à la particule

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{f} = q\vec{v} \wedge \vec{B} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{v} \wedge \vec{B}}{m} \Rightarrow a = \frac{evB}{m}$$

Par ailleurs :  $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t = a_n \vec{n} + a_t \vec{t} = \frac{v^2}{R} \vec{n} + \frac{dv}{dt} \vec{t}$  or  $v = v_0 = \text{constante}$  donc  $\frac{dv}{dt} = 0$

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{v_0^2}{R} \vec{n} = \frac{q\vec{v}_0 \wedge \vec{B}}{m} \Leftrightarrow \frac{v_0^2}{R} = \frac{ev_0 B}{m} \Rightarrow R = \frac{mv_0}{eB}$$

Application numérique :  $R = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \times 4,2 \cdot 10^7}{1,6 \cdot 10^{-19} \times 2 \cdot 10^{-3}} = 0,1194375 \text{ m} \approx 0,12 \text{ m}.$

3) La nature de la trajectoire des électrons dans le domaine II

Le rayon  $R$  de la trajectoire et la vitesse  $v_0$  des électrons sont constants.

Donc le mouvement des électrons dans le champ magnétique est circulaire et uniforme.

4) Exprimons en fonction de  $m, e, B, D, \ell$  et  $v_0$  la déflection magnétique  $Y$ , puis calculons  $Y$ .

$$\tan \alpha = \frac{IO_3}{MO_3} = \frac{Y}{D} \Rightarrow Y = D \tan \alpha$$

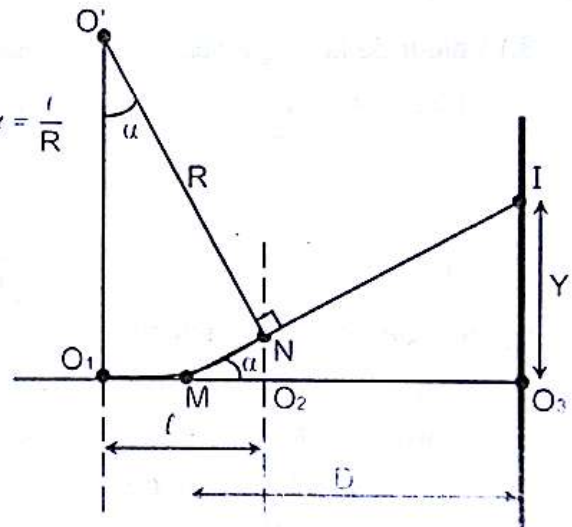
$$O_1N \approx \ell = R\alpha \text{ car } \alpha \text{ est très petit donc } \alpha \approx \tan \alpha = \frac{\ell}{R}$$

$$\Rightarrow Y = D \times \frac{\ell}{R} = D \times \frac{\ell}{\frac{mv_0}{eB}}$$

$$\Rightarrow Y = \frac{eB(D\ell)}{mv_0}$$

$$\text{A.N. : } Y = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \times 2 \cdot 10^{-3} \times 10^{-2} \times 40 \cdot 10^{-2}}{9,1 \cdot 10^{-31} \times 4,2 \cdot 10^7}$$

$$\Rightarrow Y = 0,0335 \text{ m} = 33,5 \text{ mm}$$



### Exercice 3 (Cyclotron)

1.) Montrons que dans un dee, le mouvement d'un proton est circulaire uniforme

système : proton

référentiel de laboratoire supposé galiléen muni de la base de Frenet

bilan des forces : force de Lorentz  $\vec{f}$

➤ **Mouvement uniforme** :  $\vec{f} \perp \vec{v} \Rightarrow p = \vec{f} \cdot \vec{v} = 0$  et  $p = \frac{W_{(t)}}{\Delta t} = 0$  donc  $W_{(t)} = 0$

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique  $\Delta E_c = W_{(t)} = 0 \Rightarrow v = v_0 = \text{constante}.$

➤ **Mouvement circulaire** : appliquons le théorème du centre d'inertie à la particule

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{f} = q\vec{v} \wedge \vec{B} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{v} \wedge \vec{B}}{m} \Rightarrow a = \frac{|q|vB}{m}$$

Pour un mouvement curviligne on a :  $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t = a_n \vec{n} + a_t \vec{t} = \frac{v^2}{R} \vec{n} + \frac{dv}{dt} \vec{t}$



## CORRECTION

or  $v = v_0 = \text{constante}$  donc  $\frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{a} = \frac{v^2}{R} \vec{n} = \frac{q\vec{v} \wedge \vec{B}}{m} \Leftrightarrow \frac{v^2}{R} = \frac{|q|vB}{m} \Rightarrow R = \frac{mv}{|q|B}$

$m, v, q$  et  $B$  sont constants donc  $R$  est constant. Le mouvement est donc circulaire.

D'où le proton dans le champ magnétique a un mouvement circulaire uniforme.

2.) a) Expression littérale du temps mis par un proton pour effectuer un demi-tour.

Lorsque le proton effectue un demi-tour il parcourt la distance  $d = \frac{2\pi R}{2} = \pi R$

$$R = \frac{mv}{|q|B} \Rightarrow v = \frac{|q|BR}{m} \quad \text{or} \quad t = \frac{d}{v} = \frac{\pi R}{\frac{|q|BR}{m}} = \frac{\pi m}{|q|B} \Rightarrow t = \frac{\pi m}{|q|B}$$

c) Voyons si ce temps dépend de la vitesse du proton ; puis calculons sa valeur

$t = \frac{\pi m}{|q|B}$  ; il n'y a pas de vitesse dans l'expression du temps donc le temps ne dépend pas de la vitesse du proton.

Application numérique :  $t = \frac{\pi \times 1,67 \cdot 10^{-27}}{1,6 \cdot 10^{-19} \times 1} \approx 3,3 \cdot 10^{-8} \text{ s}$

3.) Valeur de la fréquence  $N$  de la tension alternative à établir entre les dees.

La fréquence de la tension est aussi la fréquence du mouvement circulaire uniforme

$$N = \frac{1}{T} \quad \text{or} \quad T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{|q|B} \quad 2t \Rightarrow N = \frac{1}{2t} = \frac{|q|B}{2\pi m}$$

Application numérique :  $N = \frac{1}{2 \times 3,3 \cdot 10^{-8}} = 1,5 \cdot 10^7 \text{ Hz}$

4.) Énergie cinétique transmise au proton lors de ses accélérations entre les dees.

Entre les deux dees on établit une tension électrique  $U_m$  donc il y règne un champ électrostatique et le proton y est soumis à une force électrostatique.

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre les dees :  $\Delta E_{c_{i \rightarrow f}} = \Sigma W(\vec{F}_{\text{ext}})_{i \rightarrow f}$

$$\Rightarrow E_{c_f} - E_{c_i} = W(\vec{F}) \Rightarrow E_{c_0} - 0 = q(U_m) \Rightarrow E_c = qU_m = 1,6 \cdot 10^{-19} \times 2 \cdot 10^3 = 3,2 \cdot 10^{-16} \text{ J}$$

5.) Nombre de tours que le proton devra décrire dans le cyclotron.

Pour un tour, le proton parcourt les deux dees ; ainsi l'énergie cinétique transmise au proton est  $2E_{c_0}$ . Donc pour  $n$  tour, l'énergie cinétique est  $2nE_{c_0}$  où  $E_{c_0}$  est l'énergie cinétique transmise au proton lors de chacune de ses accélérations entre les dees.

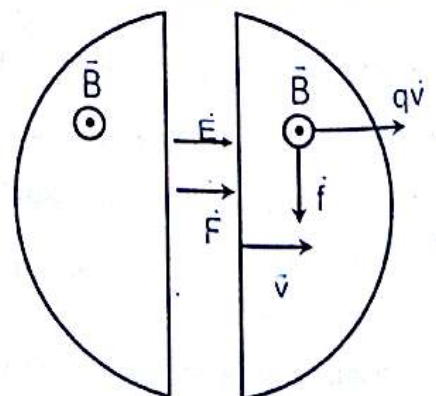
$$2nE_{c_0} = E_c \Rightarrow 2nE_{c_0} = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow n = \frac{mv^2}{4E_{c_0}}$$

Application numérique :

$$n = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \times (2 \cdot 10^7)^2}{4 \times 3,2 \cdot 10^{-16}} \approx 522 \text{ tours}$$

6.) Calcul du rayon décrit par les protons

$$R = \frac{mv}{|q|B} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \times 2 \cdot 10^7}{1,6 \cdot 10^{-19} \times 1} = 0,20875 \text{ m} \approx 209 \text{ mm}$$







**Aimé Auguste Cotton**  
(né à Bourg-en-Bresse le 9 octobre 1869, et mort à Sèvres le 16 avril 1951)  
**Physicien Français**

En 1900, il invente une balance, appelé balance de Cotton, pour mesurer la valeur  $B$  d'un champ magnétique. Cette balance est constituée de deux fléaux. On mesure l'intensité de la force électromagnétique en équilibrant les deux forces appliquées aux bras de la balance : d'un côté la force de Laplace (dépendant directement de l'intensité de la force électromagnétique) et de l'autre côté de la force de pesanteur.

# FORCE ELECTROMAGNETIQUE DE LAPLACE

## Objectif spécifique

- Appliquer la loi de Laplace à un élément de circuit parcouru par un courant continu et placé dans un champ magnétique uniforme.

## RAPPEL DE COURS

### 1) Equilibre d'un solide tournant autour d'un axe fixe

#### 1.1. Moment d'une force par rapport à un axe

Le moment d'une force par rapport à un axe de rotation ( $\Delta$ ) est une grandeur qui caractérise l'effet de cette force sur un solide en rotation autour de cet axe. On le note  $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F})$ .

Sa valeur est le produit de la valeur de cette force par la distance  $d$  qui sépare le support de cette force à l'axe de rotation. Il s'exprime en N.m. C'est une grandeur algébrique :

- si la force tend à faire tourner le solide dans le sens positif choisi alors son moment est positif :  $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = +F \times d > 0$  (voir figure 1) ;
- si la force tend à faire tourner le solide dans le sens contraire du sens positif choisi alors son moment est négatif :  $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = -F \times d < 0$  (voir figure 2) ;
- si la force coupe l'axe de rotation alors son moment est nul :  $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = 0$  (voir figure 3).

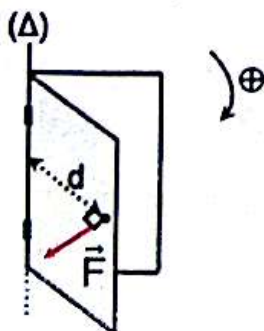


Figure 1

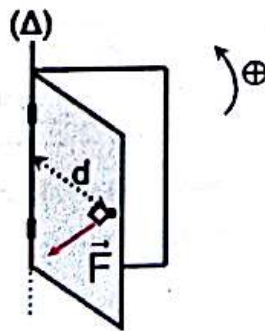


Figure 2

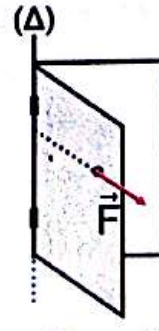


Figure 3

#### 1.2. Conditions d'équilibre

- La somme des moments des forces appliquées au solide est nulle :  $\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_{\text{ext}}) = 0$
- La somme des forces appliquées au solide est nulle :  $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$



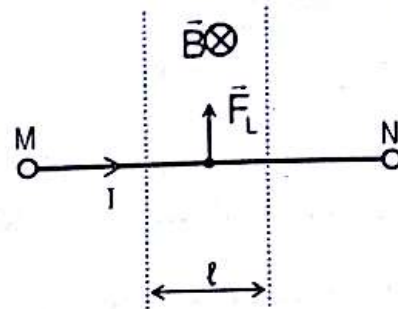
## 2) Force de Laplace

### 2.1. Définition

Un conducteur rectiligne parcouru par un courant électrique d'intensité  $I$ , dans une portion de longueur  $\ell$  et plongée dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$ , subit une force magnétique appelée force de Laplace, définie par :  $\vec{F}_L = I(\vec{\ell} \wedge \vec{B})$ .

### 2.2. Caractéristiques

- ✓ point d'application : milieu de la longueur plongée dans le champ magnétique ;
- ✓ direction : perpendiculaire au plan  $(\vec{\ell}, \vec{B})$  ;
- ✓ sens : tel que  $(\vec{\ell}, \vec{B}, \vec{F}_L)$  forme un trièdre direct ;
- ✓ valeur :  $F_L = I\ell B \sin \alpha$  avec  $\alpha = (\vec{\ell}, \vec{B})$ .



### 2.3. Propriétés

- ✓ si  $\vec{B}$  et  $\vec{\ell}$  parallèles ( $\alpha = 0$  ou  $\alpha = \pi$ )  $\Rightarrow F_L = 0$  ;
- ✓ si  $\vec{B}$  et  $\vec{\ell}$  perpendiculaires ( $\alpha = \frac{\pi}{2}$ )  $\Rightarrow F_L = I\ell B$ .

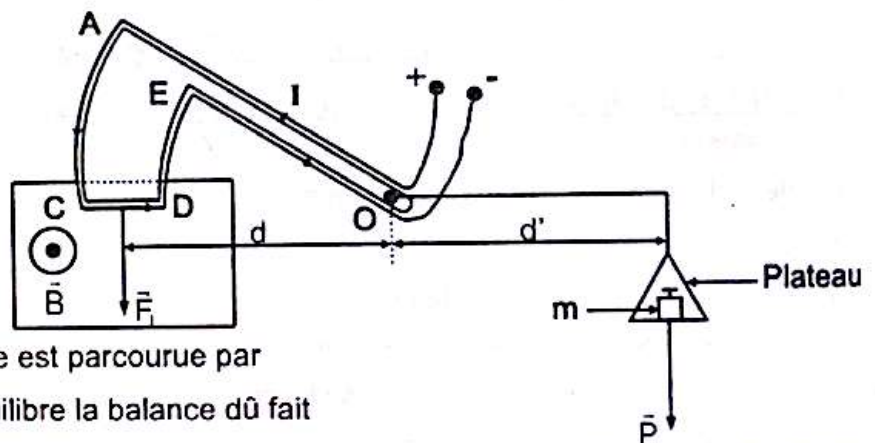
## 3) Applications

### 3.1. Balance de Cotton

C'est une balance dont une extrémité porte un plateau.

L'autre extrémité, plongée dans le champ magnétique d'un aimant, est un cadre rigide en cuivre qui, lorsqu'elle est parcourue par un courant électrique, déséquilibre la balance dû fait

de la force de Laplace. Pour l'équilibrer, il faut placer des masses marquées dans le plateau.

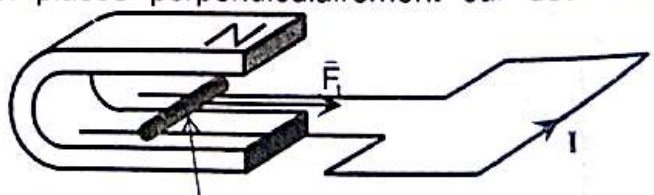


### 3.2. Rails de Laplace

Une tige conductrice mobile en cuivre est placée perpendiculairement sur deux rails conducteurs horizontaux, également en cuivre. L'ensemble est plongé dans le champ magnétique d'un aimant en U.

Lorsque le courant électrique traverse la tige

en cuivre, elle se déplace dans un sens ou dans l'autre selon le sens du courant électrique.



Tige conductrice mobile de longueur  $l$

## 4) Loi de Pouillet

Dans un circuit électrique en série, l'intensité du courant est le quotient de la différence entre la somme des forces électromotrices f.é.m. et la somme des forces contre électromotrices f.c.é.m. par la somme des résistances :

$$I = \frac{\sum E - \sum E'}{\sum R}$$

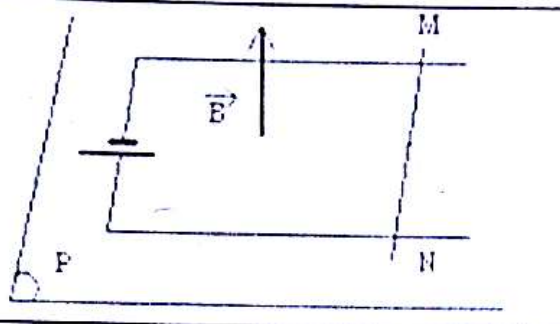


## EXERCICES RESOLUS

### Exercice 1

On dispose du circuit indiqué sur le schéma suivant :

Pile :  $E = 4,5 \text{ V}$  ;  $r = 1 \Omega$   
 Résistance du barreau  $R = 1 \Omega$   
 $B = 50 \text{ mT}$   
 $MN = 25 \text{ cm}$ .



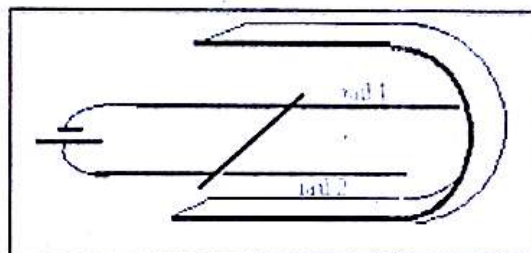
- 1) Représenter ce circuit vu de dessus, lorsque l'observateur se situe au dessus du plan P.
- 2) Indiquer sur ce schéma les vecteurs  $\vec{I}$ ,  $\vec{B}$ , et  $\vec{F}$ , en justifiant leur orientation.  
Indiquer également le sens de l'intensité électrique dans le circuit.
- 3) Calculer la valeur de l'intensité électrique  $I$ .
- 4) Déterminer la valeur de l'angle  $\alpha$ , en précisant entre quels vecteurs il est pris.
- 5) Déterminer l'intensité de la force de Laplace.

### Exercice 2

Deux rails conducteurs rectilignes sont disposés horizontalement comme indiqué sur la figure.

Ils sont distants de  $L = 10 \text{ cm}$ . Une tige de cuivre de masse  $m = 20 \text{ g}$  est libre de se déplacer sur ces deux rails et assure le contact électrique.

L'ensemble est placé à l'intérieur d'un aimant en U



qui crée un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  vertical de valeur  $B = 100 \text{ mT}$ .

1. Si la tige est parcourue par un courant  $I$ , elle se déplace de la gauche vers la droite.  
Représenter et nommer la force responsable de ce déplacement.
2. Indiquer le sens du courant puis en déduire le sens du champ magnétique dans l'aimant.
3. Calculer la valeur de la force  $\vec{F}$  lorsque  $I = 2,00 \text{ A}$ .
4. A l'instant  $t = 0$ , la tige est placée à l'extrémité gauche des rails et le circuit est fermé.  
Faire l'inventaire des forces agissant sur la tige et les représenter sur un schéma.  
Les forces de frottements seront notées  $\vec{f}$ .
5. On s'intéresse à la phase d'accélération pendant laquelle la tige parcourt  $2,0 \text{ cm}$  de rail.  
La force  $F = 0,02 \text{ N}$  et on peut négliger les frottements.  
Calculer le travail de chacune des forces pendant cette phase.
6. Quelle est la variation d'énergie cinétique pendant cette phase ?
7. En déduire la vitesse de la tige à la fin de cette phase d'accélération.
8. Que vaut la variation d'énergie potentielle de pesanteur lors de cette accélération ?
9. Après avoir accéléré, on ne peut plus négliger les forces de frottements et la tige possède alors une vitesse constante. En déduire la valeur de la force  $\vec{f}$  de frottements.



### Exercice 3

Une balance de Cotton sous l'action d'une force de Laplace  $\vec{F}$ , équilibrée par des masses marquées est régie par la relation :  $Fd = Pd'$ .

Afin de déterminer la valeur du champ magnétique  $\vec{B}$ , on effectue les mesures suivantes aux différentes valeurs de l'intensité du courant.

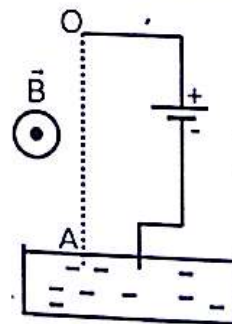
I(A)	0	1	2	3	4	5
m(g)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1

- 1) Préciser sur une figure les forces agissant sur la balance, ainsi que le sens du courant dans le fil conducteur.
- 2) Ecrire la condition d'équilibre de cette balance.
- 3) Tracer la représentation graphique de la fonction  $m = f(I)$ .  
Echelle : 1 cm pour 0,5 A et 1 cm pour 0,1 g.
- 4) Déterminer à l'aide du graphique la valeur de B.

On donne : longueur du conducteur subissant le champ:  $\ell = 2 \text{ cm}$  ;  
 $g = 10 \text{ m/s}^2$  ;  $d = d'$ .

### Exercice 4

Un fil de cuivre rigide, rectiligne, homogène, de longueur  $\ell$  est susceptible de se mouvoir dans un plan vertical, autour d'une de ses extrémités. L'autre extrémité plonge dans un bac de mercure qui permet de maintenir le contact électrique avec un générateur de tension continue. L'intensité du courant dans le circuit est  $I$ . Le dispositif peut être plongé dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$ , horizontal, et orthogonal au plan de la figure ci-contre :



1. Que se passe-t-il lorsque :

- Premier cas :  $I = 0$ ,  $B \neq 0$  ;
- Deuxième cas :  $I \neq 0$ ,  $B = 0$  ;
- Troisième cas :  $I \neq 0$ ,  $B \neq 0$  ;

Modifie-t-on quelque chose quand on permute les bornes du générateur ?

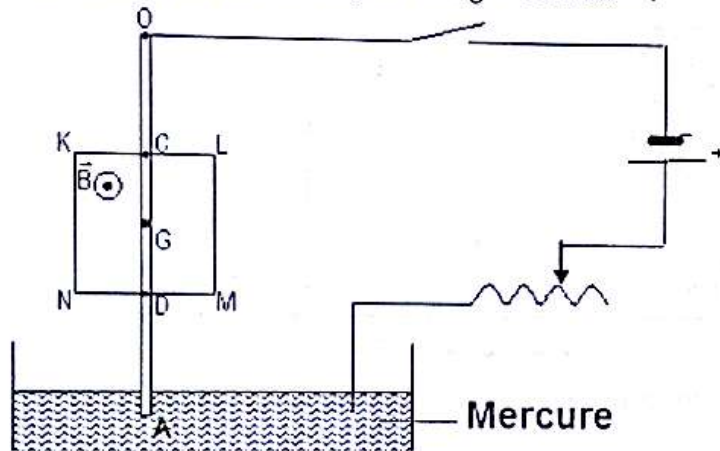
2. On négligera longueur de la partie de la tige située dans le mercure, on admet d'autre part que la ligne d'action de la force électromagnétique passe par le milieu de la tige. Calculer la déviation angulaire de la tige quand elle atteint sa position d'équilibre dans le cas où :  $I = 6 \text{ A}$ ,  $B = 2 \cdot 10^{-2} \text{ T}$ ,  $\ell = 10 \text{ cm}$ . Le poids de la tige est  $8 \cdot 10^{-2} \text{ N}$ .



## EXERCICES DE PERFECTIONNEMENT

### Exercice 1 (extrait Bac série D Madagascar session 2008)

On réalise l'expérience représentée par la figure ci-dessous. La tige OA est un conducteur électrique rigide, homogène, de masse  $m = 50 \text{ g}$  et de longueur  $OA = \ell = 40 \text{ cm}$ . Elle peut osciller, dans le plan vertical, autour d'un axe horizontal passant par le point O. Une partie CD de cette tige, de longueur  $CD = \frac{\ell}{2} = 20 \text{ cm}$ , est plongée dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  d'intensité  $B = 3,25 \cdot 10^{-2} \text{ T}$ . Le champ magnétique est délimité dans le plan vertical par le rectangle KLMN. Le centre d'inertie G de la tige se trouve au milieu de [CD]. On ferme l'interrupteur, un courant d'intensité  $I = 20 \text{ A}$  passe dans le circuit. La tige s'incline d'un angle  $\alpha$  par rapport à la verticale. Tous les frottements sont négligeables et on prendra  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ .



- 1) Représenter les forces appliquées à la tige OA lorsqu'elle est en équilibre.
- 2) A l'équilibre, déterminer l'angle  $\alpha$ .

### Exercice 2

Une tige de cuivre MN, de masse  $m = 20 \text{ g}$  et de section constante est placée sur deux rails parallèles et horizontaux (PQ) et (RS), perpendiculairement aux rails. Les rails sont reliés par un générateur débitant un courant électrique d'intensité  $I = 3 \text{ A}$ . L'ensemble est placé dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$ , vertical et descendant d'intensité  $B = 0,2 \text{ T}$ . (Voir figure 1). On admettra que la tige ne peut que glisser sans frottement sur les rails.

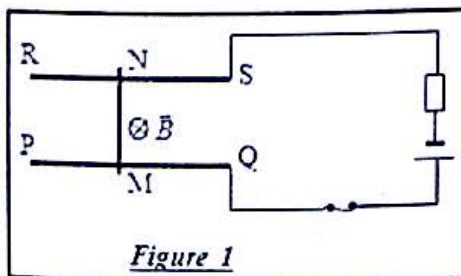


Figure 1

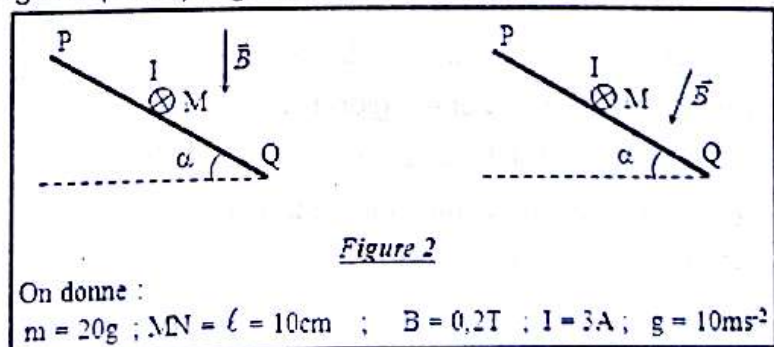


Figure 2

On donne :

$m = 20 \text{ g}$  ;  $MN = \ell = 10 \text{ cm}$  ;  $B = 0,2 \text{ T}$  ;  $I = 3 \text{ A}$  ;  $g = 10 \text{ ms}^{-2}$

- 1) Faire le bilan des forces appliquées à la tige et les représenter sur un schéma.
- 2) Déterminer l'accélération de la tige et en déduire la nature du mouvement.
- 3) Etablir les équations horaires  $v(t)$  et  $x(t)$  du mouvement.

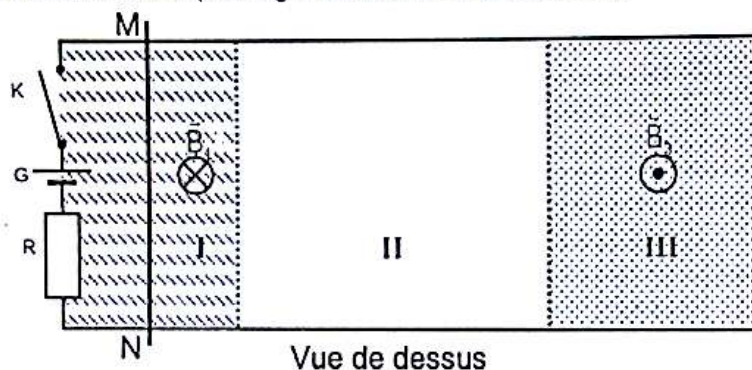


- 4) Déterminer la vitesse de la tige 0,5 s après la fermeture du circuit.
- 5) De quel angle  $\alpha$  doit-on incliner les rails (PQ) et (RS) pour que la tige soit en équilibre dans les deux cas suivants (figure 2) :  $\vec{B}$  reste perpendiculaire aux rails ;  $\vec{B}$  est vertical.

### Exercice 3

Dans tout l'exercice, on néglige le champ magnétique terrestre.

Un circuit électrique est composé d'un générateur G, d'un interrupteur K, de deux rails métalliques parallèles, horizontaux, d'une résistance R de protection et d'un barreau métallique mobile MN horizontal, de masse m, pouvant glisser sans frottement en restant perpendiculaire aux rails (voir figure, circuit vu de dessus).



Le courant débité par le générateur G a une intensité  $I$  supposée constante, les contacts électriques en M et N n'introduisent pas de résistances supplémentaires.

- 1) La région I du schéma est soumise à l'action d'un champ magnétique  $\vec{B}_1$  perpendiculaire au plan des rails et dirigé comme l'indique la figure. Le barreau MN étant immobile, on ferme l'interrupteur K à l'instant  $t = 0$  s.
  - a- Dresser la liste des forces que subit alors le barreau mobile MN en donnant les caractéristiques de chacune d'elles. Représenter ces forces suivant la vue de face.
  - b- Exprimer et calculer l'accélération  $a_1$  pris par le barreau lors de son mouvement dans la région I. On donne :  $I = 5$  A,  $B_1 = 6 \cdot 10^{-1}$  T,  $m = 50$  g,  $MN = \ell = 10$  cm.
  - c- Déterminer la vitesse  $v_1$  du barreau MN quand il sort de la région I après avoir parcouru la distance  $d_1 = 5$  cm.
- 2) Le barreau traverse une région II de longueur  $d_2 = 10$  cm où le champ est nul.
  - a- Quelle est la nature de son mouvement ?
  - b- Calculer le temps mis pour la traverser.
- 3) Le barreau entre alors dans une région III et subit l'action d'un champ magnétique uniforme  $\vec{B}_3$  d'intensité  $B_3 = 6 \cdot 10^{-3}$  T et orienté comme l'indique la figure.
  - a- Donner les caractéristiques du vecteur accélération  $\vec{a}_3$  du barreau lors de son mouvement dans la région III.
  - b- A quelle date le barreau repassera-t-il par sa position initiale de la question 1) ?



#### Exercice 4

On réalise une expérience afin d'étudier la force de Laplace. Une bobine de fil est placée dans un champ magnétique, généré par un aimant de manière à ce que seule sa portion supérieure soit dans ce champ magnétique. Elle est posée sur une balance de précision dont on a fait la tare. La balance indique donc  $m = 0$  g en début d'expérience. On admettra que la valeur de l'intensité de la force exercée par la balance sur le système, ou réaction, notée  $\vec{R}$ , est  $R = m.g$ , avec  $m$  étant la masse indiquée par la balance.

A l'aide d'un générateur et d'un rhéostat, on fait varier l'intensité électrique qui circule dans la bobine, cette dernière est mesurée à l'aide d'un ampèremètre. La bobine comporte 50 tours de fils. Elle est carrée et fait 5 cm d'arête.

- 1) Faire un schéma du circuit électrique employé dans cette expérience.
- 2) On prend comme système mécanique l'ensemble, support + bobine.

Représenter et nommer les forces qui s'appliquent sur ce système.

Vérifier la direction et le sens de la force de

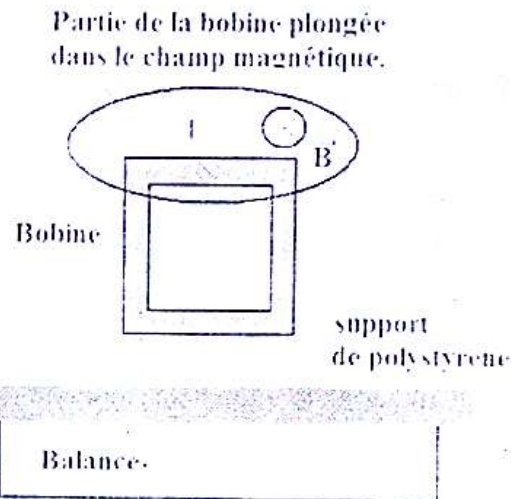
Laplace (notée  $\vec{F}_T$  pour Force de Laplace totale : celle exercée par la totalité des 50 fils).

- 3) Pourquoi a-t-on fait la tare en début d'expérience ?

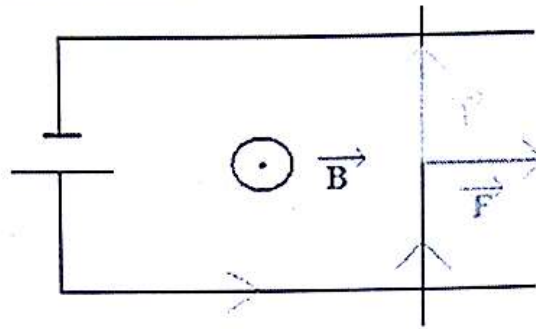
Quelle relation peut-on établir, une fois la tare faite, entre  $R$  et  $F_T$  ( $F_T$  : intensité de la force de Laplace exercée sur la totalité des 50 portions de fil). En conclure une écriture de  $F$  en fonction de  $m$ . On a effectué les mesures suivantes :

$I$ (A)	0,5	1,0	1,2	1,5	2,0
$m$ (g)	2,5	5,0	6,0	7,5	10
$F_T$ (N)					
$F_1$ (N)					

- 4) La force de Laplace est une force de quel type ?
- 5) Compléter le tableau en déterminant les valeurs de  $F_T$  puis de  $F_1$  qui représente la force de Laplace exercée sur un seul fil.
- 6) Tracer la courbe  $F_1 = f(I)$ . Déterminer l'équation de cette courbe.
- 7) Quel type de relation relie  $F$  et  $I$  ?
- 8) Quelle est la valeur de l'angle  $\alpha$  ? Préciser entre quels vecteurs il est pris.
- 9) A l'aide de l'équation établie à la question 6, déterminer la valeur  $B$  de l'intensité du champ magnétique.





**Exercice 1****1) Représentation du circuit vu de dessus****2) Indication sur le schéma du circuit des vecteurs,  $\vec{\ell}$ ,  $\vec{B}$ , et  $\vec{F}$  ainsi que celui de  $\vec{I}$ .**

Vu la position du générateur on en déduit que le courant  $I$  est orienté de N vers M (voir figure). Pour déterminer le sens de  $\vec{F}$ , on a appliqué la règle des 3 doigts.

Le courant est orienté de N vers M (voir figure) et le champ magnétique est vertical et orienté vers le haut (sortant) ; donc pour que le trièdre  $(\vec{\ell}, \vec{B}, \vec{F})$  soit direct, il faut que la force de Laplace soit orientée vers la droite.

**3) Calculons la valeur de l'intensité électrique  $I$** 

Il s'agit d'un circuit en série, on peut donc y appliquer la loi de Pouillet :  $I = \frac{E}{R + r}$

Application numérique :  $I = \frac{4,5}{1 + 1} = 2,25 \text{ A}$ .

**4) Déterminons la valeur de l'angle  $\alpha$ , en précisant entre quels vecteurs il est pris**

L'angle  $\alpha$  se situe entre les vecteurs  $\vec{\ell}$  et  $\vec{B}$ . Il est donc égal à  $90^\circ$  puisque  $\vec{\ell}$  est dans le plan P et  $\vec{B}$  est perpendiculaire au plan.

**5) Déterminons l'intensité de la force de Laplace**

On a  $F = I \cdot \ell \cdot B \cdot \sin \alpha = 2,25 \times 0,25 \times 0,05 \times \sin 90 = 0,028 \text{ N}$ .

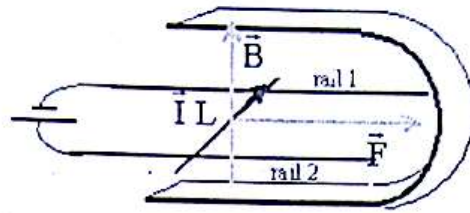
**Exercice 2****1. Représentons et nommons la force responsable de ce déplacement.**

Le conducteur mobile sur les rails, traversé par un courant  $I$  et placé dans le champ magnétique  $\vec{B}$  est soumis à une force de Laplace  $\vec{F} = I \vec{\ell} \wedge \vec{B}$ , perpendiculaire au plan défini par le conducteur et le champ puis orientée de la gauche vers la droite (voir schéma ci-dessous).

**2. Indiquons le sens du courant puis en déduisons le sens du champ  $\vec{B}$  dans l'aimant.**

Vu la position du générateur on en déduit que le courant  $I$  est orienté du rail 1 vers le rail 2 (voir figure). Pour déterminer le sens de  $\vec{B}$ , on a appliqué la règle des 3 doigts.

Le courant est orienté du rail 1 vers le rail 2 et la force de Laplace est orientée vers la droite ; donc pour que le trièdre  $(\vec{\ell}, \vec{B}, \vec{F})$  soit direct, il faut que le champ magnétique soit vertical et orienté vers le haut (sortant).



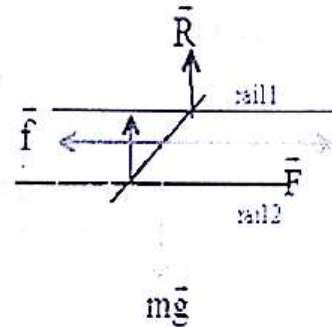
3. Calculons la valeur de la force  $\vec{F}$  lorsque  $I = 2,00 \text{ A}$ .

$$F = I \times L \times B = 2 \times 0,1 \times 0,1 = 0,02 \text{ N.}$$

4. Inventaire des forces agissant sur la tige et représentation sur un schéma système : tige de cuivre de masse  $m$   
référentiel terrestre supposé galiléen

bilan des forces :

- la force de Laplace  $\vec{F}$  ;
- le poids  $\vec{P}$  de la tige ;
- la réaction  $\vec{R}$  des rails.
- Les forces de frottements  $\vec{f}$



5. Calculons le travail de chacune des forces pendant cette phase

- Le poids et l'action des rails, perpendiculaires à la vitesse ne travaillent pas.
- Travail moteur de  $\vec{F}$  :  $W(\vec{F}) = F \times d = 0,02 \times 0,02 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ J}$
- Les frottements sont négligés.

6. Variation d'énergie cinétique pendant cette phase

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique on a :

$$\Delta E_c = \sum W(\vec{F}) \Rightarrow \Delta E_c = W(\vec{F}) + W(\vec{P}) + W(\vec{R})$$

$$\Rightarrow \Delta E_c = W(\vec{F}) + 0 + 0 \Rightarrow \Delta E_c = W(\vec{F}) = 4 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

Ainsi la variation d'énergie cinétique est égale au travail de la force de Laplace.

7. Déduisons la vitesse de la tige à la fin de cette phase d'accélération.

$$\Delta E_c = E_{c_{\text{fin}}} - E_{c_{\text{initial}}} \Rightarrow E_{c_{\text{fin}}} - 0 = W(\vec{F}) \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = W(\vec{F}) \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2W(\vec{F})}{m}}$$

$$\text{Application numérique : } v = \sqrt{\frac{2 \times 2 \cdot 10^{-4}}{0,02}} = 0,14 \text{ m/s}$$

8. Variation d'énergie potentielle de pesanteur lors de cette accélération

La tige se déplace dans le plan horizontal : l'énergie potentielle de pesanteur ne varie pas.

9. Déduisons la valeur de la force  $\vec{f}$  de frottements

Le mouvement de la tige est rectiligne uniforme : la tige est pseudo-isolée.

Le poids et l'action des rails sont opposés.

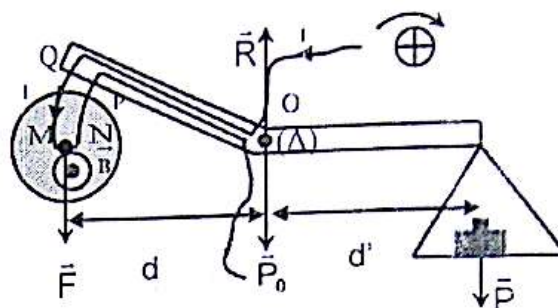
La force de Laplace et les frottements sont opposés d'où  $f = F = 0,02 \text{ N}$



**Exercice 3****1) Forces agissant sur la balance et sens du courant dans le fil conducteur.**

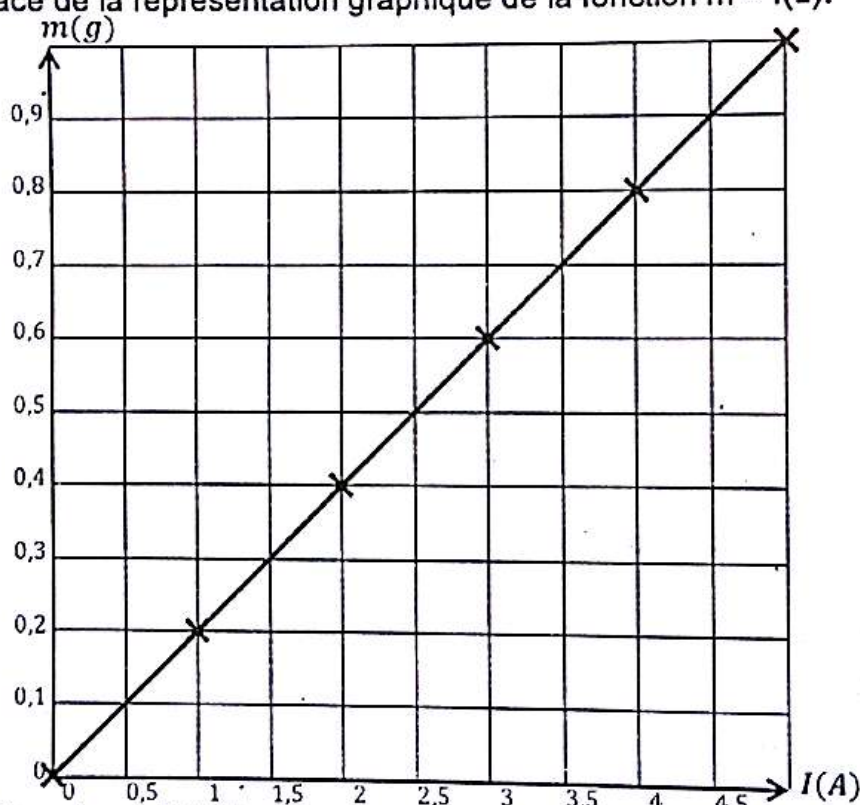
système : la balance de masse  $m$   
référentiel terrestre supposé galiléen  
bilan des forces :

- la force de Laplace  $\vec{F}$  ;
- le poids  $\vec{P}_0$  de la balance ;
- le poids  $\vec{P}$  de la masse marquée ;
- la réaction  $\vec{R}$  de l'axe de rotation ( $\Delta$ ).

**2) Condition d'équilibre de cette balance.**

La balance tourne autour de l'axe ( $\Delta$ ) ; donc à l'équilibre on a :  $\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_{\text{ext}}) = 0$

$$\Rightarrow \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}_0) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = 0.$$

**3) Tracé de la représentation graphique de la fonction  $m = f(I)$ .**

Echelle :

1 cm pour 0,5 A

1 cm pour 0,1 g

**4) Déterminons à l'aide du graphique la valeur de B.**

➤ Calcul des moments des forces et application de la condition d'équilibre de la balance

- $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$  car  $\vec{R}$  coupe l'axe de rotation ( $\Delta$ ).
- $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}_0) = 0$  car  $\vec{P}_0$  coupe l'axe de rotation ( $\Delta$ ).
- $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = P \times d'$  car  $\vec{P}$  fait tourner la balance dans le sens positif choisi.
- $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = -F \times d$  car  $\vec{F}$  fait tourner la balance dans le sens contraire au sens positif.

Or on a :  $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}_0) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = 0$

$$\Rightarrow -F \times d + P \times d' = 0 \Rightarrow P \times d' = F \times d \quad \text{or} \quad d = d' \quad \text{donc} \quad P = F$$

$$\Rightarrow mg = I \ell B \Rightarrow m = \frac{I \ell B}{g}$$

➤ **Exploitation de la courbe**

Le graphe de  $m = f(I)$  est une droite qui passe par l'origine des axes dont l'équation est de la forme  $m = kI$  où  $k$  est son coefficient directeur.

$$k = \frac{\Delta m}{\Delta I} = \frac{(1 \ 0) \cdot 10}{5 \ 0} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ kg/A}$$

➤ **Détermination de la valeur du champ magnétique**

$$\left. \begin{array}{l} m = \frac{rB}{g} I \\ m = kI \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{rB}{g} = k \Rightarrow B = \frac{kg}{r} \Rightarrow B = \frac{2 \cdot 10^{-4} \times 10}{2 \cdot 10^{-2}} = 10 \cdot 10^{-2} \text{ T ou } 0,1 \text{ T}$$

**Exercice 4**

## 1. Ce qu'il se passe dans les différents cas :

En tenant compte de la relation donnant la force de Laplace :

$F = I\ell B \sin(\vec{\ell}, \vec{B})$  on peut faire l'analyse suivante :

- **Premier cas** :  $I = 0$  ,  $B = 0$  : la force de Laplace est nulle. La tige n'est soumise qu'à son poids et à la réaction de l'axe. Sa position d'équilibre est verticale.
- **Deuxième cas** :  $I \neq 0$  ,  $B = 0$  : la force de Laplace est encore nulle la tige garde la position précédente.
- **Troisième cas** :  $I \neq 0$  ,  $B \neq 0$  : La tige est soumise à la force de Laplace.

La règle de la main droite permet de dire que  $\vec{F}$  est orientée vers la gauche (voir figure).

Lorsqu'on permute les bornes du générateur, la force de Laplace change de sens.

2. Calcul de la déviation angulaire  $\theta$  de la tige

- **Système** : la tige

- **Forces extérieures** :

- $\vec{P}$  : Poids de la tige, s'applique au centre de gravité G.
- $\vec{F}$  : La force de Laplace, s'exerce en G car toute la tige plonge dans le champ  $\vec{B}$ .
- $\vec{R}$  : la réaction de l'axe en O, dont le moment est nul

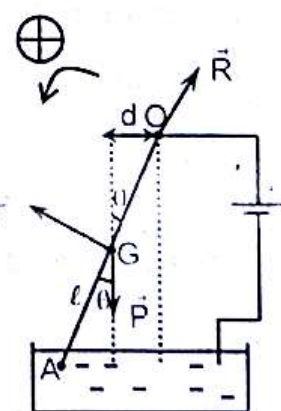
- **Condition d'équilibre** :  $M_{\Delta}(\vec{P}) + M_{\Delta}(\vec{F}) + M_{\Delta}(\vec{R}) = 0 \quad (1)$

Le sens positif choisi, ces moments deviennent :

- $M_{\Delta}(\vec{P}) = Pd$  avec  $d = \frac{\ell}{2} \sin \theta$  soit  $M_{\Delta}(\vec{P}) = P \frac{\ell}{2} \sin \theta$
- $M_{\Delta}(\vec{F}) = - FOG = - I\ell B \frac{\ell}{2}$
- $M_{\Delta}(\vec{R}) = 0$  car  $\vec{R}$  coupe l'axe  $\Delta$

La relation (1) donne :  $P \frac{\ell}{2} \sin \theta - I\ell B \frac{\ell}{2} = 0$  soit  $\sin \theta = \frac{I\ell B}{P}$

Application numérique :  $\sin \theta = \frac{6 \times 0,1 \times 2 \cdot 10^{-2}}{8 \cdot 10^{-2}} = 0,15 \Rightarrow \theta = \sin^{-1}(0,15) = 8,6^\circ$







# AUTO-INDUCTION

Joseph Henry

(né le 17 décembre 1797 à Albany (New York), mort le 13 mai 1878 à Washington)

Physicien Américain

il découvrit l'auto-induction et le principe de l'induction électromagnétique des courants induits.

En 1832, il créa l'unité de mesure d'induction électrique qui fut nommée le henry (H) en son honneur. Henry expérimenta et améliora l'électroaimant, inventé en 1823 par l'Anglais William Sturgeon. Dès 1829, il avait développé des électroaimants d'une grande puissance de levée. En 1831, il fabriqua le premier télégraphe électromagnétique opérationnel. Henry conçut et construisit également l'un des premiers moteurs électriques...

En 1847, alors qu'il était secrétaire de l'Institut Smithsonian des États-Unis, il instaure un système d'observations météorologiques. Les bulletins télégraphiques de tous les observatoires du pays sont centralisés à l'Institut, et les informations analysées tous les jours. Une grande carte est établie, et un bulletin est adressé au Washington Evening Post. Il a effectué de nombreux travaux sur l'électromagnétisme. Il a découvert le courant de rupture. Il a perfectionné l'électroaimant.

## Objectifs spécifiques

- Appliquer les lois de l'électromagnétisme pour expliquer le phénomène d'auto-induction.

## RAPPEL DE COURS

### 1. Définition

L'auto-induction est l'apparition d'une force électromotrice (f.é.m.) aux bornes d'un circuit traversé par un courant d'intensité variable.

### 2. Inductance d'un solénoïde

On appelle inductance d'un solénoïde la constante  $L$  définie par :  $L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S$

- $L$  : l'inductance du solénoïde exprimée en henry (H) ;
- $N$  : le nombre de spires ;
- $\ell$  : la longueur du solénoïde (en m) ;
- $S$  : la surface d'une spire (en  $m^2$ ) :  $S = \pi r^2 = \pi \frac{d^2}{4}$  où  $r$  est le rayon (en m) et  $d$  le diamètre (en m) d'une spire ;
- $\mu_0$  : la perméabilité du milieu ( $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  S.I.).

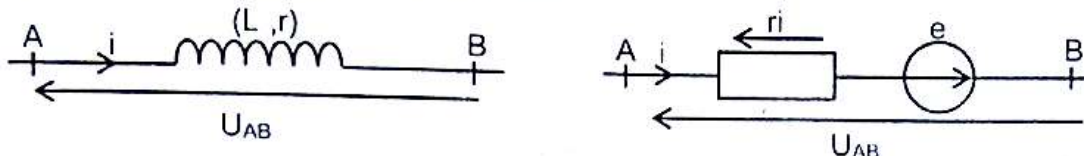
### 3. Force électromotrice auto-induite

#### 3.1 ) Définition de la f.é.m. d'auto-induction

Par définition la f.é.m. d'auto-induction dans une bobine d'inductance  $L$  est :  $e = -L \frac{di}{dt}$

- $e$  : la f.é.m. d'auto-induction en volts (V) ;
- $i$  : l'intensité du courant dans la bobine en ampère (A) ;
- $L$  : l'inductance de la bobine en henry (H).

#### 3.2 ) Tension aux bornes d'une bobine



- si  $r \neq 0$  (cas d'une bobine réelle) alors  $U_{AB} = ri - e = ri + L \frac{di}{dt}$
- si  $r = 0$  (cas d'une bobine idéale) alors  $U_{AB} = -e = L \frac{di}{dt}$

#### 3.3 ) Constante de temps d'un dipôle (R,L)

La constante de temps d'un dipôle (R,L) est le quotient  $\tau = \frac{L}{R}$ . Il est homogène à une durée.

La constante de temps fournit un ordre de grandeur de la durée de l'établissement ou de l'annulation du courant dans le dipôle.

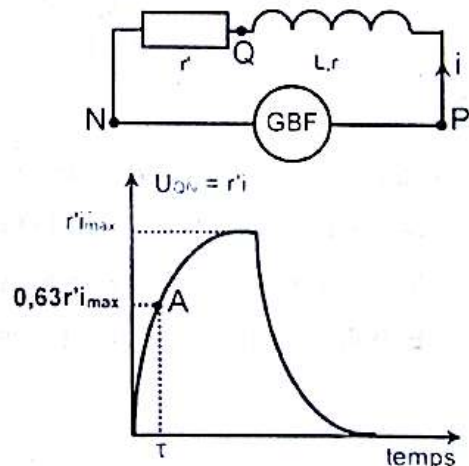
##### ➤ Comment déterminer la constante de temps $\tau$ sur un oscillogramme

Soit le circuit représenté ci-contre.

La résistance totale du dipôle PN est  $R = r + r'$  ;

sa constante de temps a pour expression :  $\tau = \frac{L}{R}$

L'image des variations de l'intensité  $i$  du courant est obtenue en réalisant l'oscillogramme de la tension  $U_{QN} = r'i$  aux bornes du conducteur ohmique de résistance  $r'$ . On sait qu'à la date  $\tau$  l'établissement du courant est réalisé à 63% ; il suffit donc de repérer sur l'oscillogramme obtenu l'abscisse du point A d'ordonnée  $0,63r'i_{\max}$ .



#### 3.4 ) Energie emmagasinée dans une bobine idéale

$$E = \frac{1}{2} Li^2 \quad \text{avec}$$

- $E$  : l'énergie emmagasinée en joule (J) ;
- $i$  : l'intensité du courant en ampère (A) ;
- $L$  : l'inductance de la bobine en henry (H).

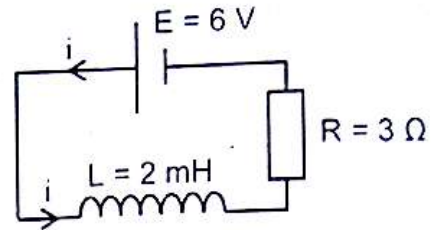


## EXERCICES RESOLUS

### Exercice 1

On considère le circuit série ci-contre dans lequel le générateur délivre un courant  $i$  constant.

- 1.) Déterminer l'intensité  $i$  du courant dans le circuit.
- 2.) Calculer l'énergie emmagasinée par la bobine.



### Exercice 2

L'établissement du courant dans une bobine obéit à la loi suivante :

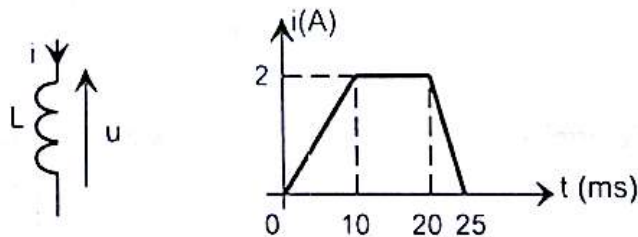
$i = 2(1 - e^{-t/5})$  avec  $i$  en ampère et  $t$  en seconde.

A l'instant  $t = 0$ , la force électromotrice d'auto-induction de la bobine vaut  $e = -0,5$  V.

- 1.) Calculer l'inductance de cette bobine.
- 2.) Calculer l'énergie emmagasinée par la bobine lorsque le régime permanent est établi.

### Exercice 3

La variation du courant  $i$  traversant une bobine idéale d'inductance  $L = 10$  mH est donnée par le graphe suivant :

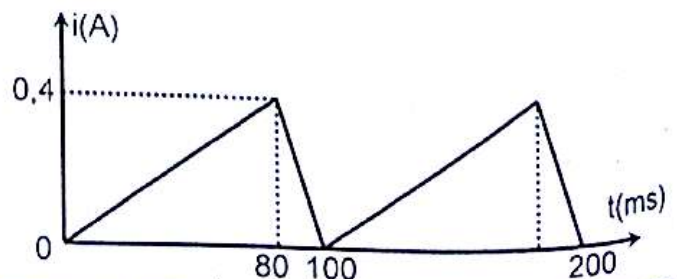


- 1.) Déterminer l'expression de l'intensité du courant  $i(t)$  pour chaque intervalle de temps.
- 2.) Calculer la valeur de la force électromotrice d'auto-induction  $e$  et en déduire celle de la tension  $u$  aux bornes de la bobine sur les mêmes intervalles de temps.
- 3.) Représenter les variations de  $e(t)$  et  $u(t)$  dans le même repère.

**Echelle :** 1 cm pour 5 ms et 1 cm pour 2 V.

### Exercice 4

1. Soit une bobine de longueur  $l = 40$  cm, comportant  $N = 1600$  spires de surface  $15$  cm<sup>2</sup>.  
Calculer son inductance  $L$ .
2. La bobine est parcourue par un courant  $I = 0,6$  A.
  - 2.1 Donner les caractéristiques du champ magnétique  $\vec{B}$ .
  - 2.2 Faire un schéma.



3. La bobine est maintenant parcourue par un courant dont l'intensité varie avec le temps selon la figure ci-dessus. On suppose que l'inductance de la bobine vaut  $L = 0,6 \text{ H}$ .

- 3.1 Montrer que la bobine est le siège d'un phénomène d'auto-induction.
- 3.2 Calculer la f.é.m. auto-induite  $e$  qui apparaît aux bornes de la bobine dans l'intervalle  $[0 ; 100 \text{ ms}]$ .
- 3.3 En déduire la tension  $u_{AC}$  aux bornes de la bobine dans l'intervalle  $[0 ; 100 \text{ ms}]$ .
- 3.4 Représenter  $u_{AC}(t)$  pour  $t \in [0 ; 100 \text{ ms}]$ .

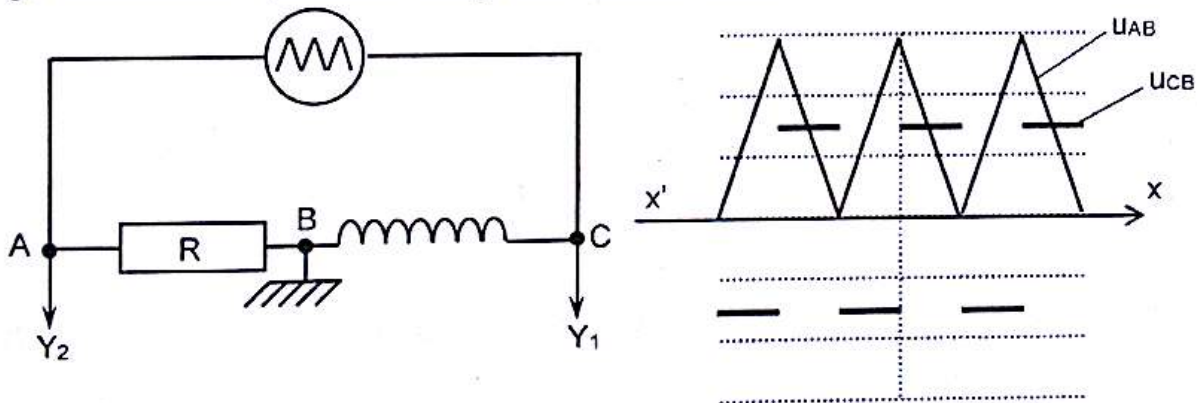
Echelle : 1 cm pour 3 V et 1 cm pour 20 ms.

### Exercice 5

Le montage de la figure ci-dessous représente un circuit qui comporte un conducteur ohmique de résistance  $R = 1000 \Omega$  et une bobine de résistance négligeable et d'inductance  $L$  montés en série. Ce circuit est alimenté par un générateur de tension délivrant des signaux triangulaires. On applique :

- d'une part, sur la voie 1, la tension  $u_{CB}$  aux bornes de la bobine ;
- d'autre part, sur la voie 2, la tension  $u_{AB}$  aux bornes de la résistance.

La figure ci-dessous représente l'image obtenue sur l'écran.



On a réglé :

- la base de temps sur la sensibilité  $10^{-3}$  seconde par division ;
- la sensibilité verticale :
  - sur 20 millivolts par division pour la voie 1 ;
  - sur 2 volts par division pour la voie 2.

- 1) On observe que la tension  $u_{AB}$  forme une trace pratiquement triangulaire. Justifier la trace en créneaux observée pour la tension  $u_{CB}$  sur l'oscillogramme.
- 2) Calculer l'inductance  $L$  de la bobine.
- 3) Calculer l'énergie maximale emmagasinée dans la bobine.



## EXERCICES DE PERFECTIONNEMENT

### Exercice 1

Soit un solénoïde (A, C) de résistance négligeable, supposé idéal, de longueur  $L = 12 \text{ cm}$ , de rayon  $r = 2 \text{ cm}$ , comportant  $n = 2500$  spires par mètre. Ce circuit est orienté arbitrairement de A vers C (figure 1).

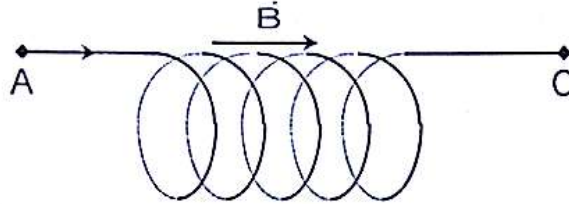


Figure 1

1. Le solénoïde est placé dans un champ magnétique  $\vec{B}$ , parallèle à son axe, dont l'intensité croît au cours du temps.
  - a) Montrer que le solénoïde est le siège d'une f.é.m. induite.
  - b) Les bornes A et C du solénoïde étant court-circuitées, indiquer le sens que prend ce courant induit. Le justifier sur une figure claire.
2. Le solénoïde est maintenant parcouru par un courant périodique dont l'intensité varie au cours du temps comme l'indique la figure 2.
  - a) Calculer l'inductance  $L$  de ce solénoïde.
  - b) Donner l'expression de l'intensité  $i$  du courant qui parcourt le solénoïde dans la première demi-période, puis dans la seconde.
  - c) Déterminer la valeur de la f.é.m. auto induite  $e$  pendant chacun de ces deux intervalles de temps.
  - d) Représenter, sur le même graphe, les variations de  $i$  et de  $e$  en fonction du temps.

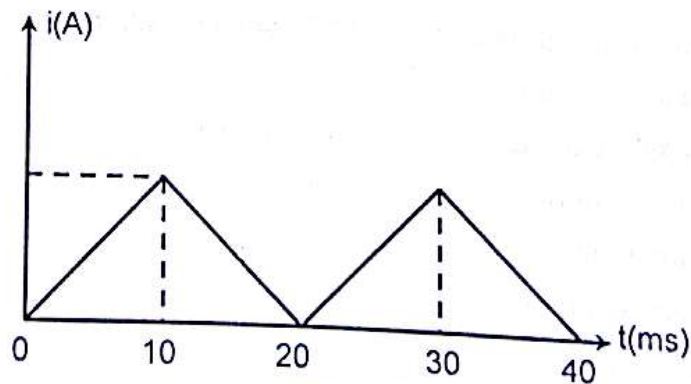


Figure 2

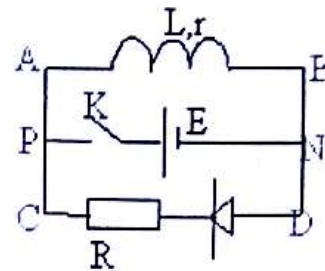
### Exercice 2

$E = 12 \text{ V}$  ;  $R$  résistance chauffante ;

le générateur a une résistance interne négligeable ;

$L = 0,12 \text{ H}$  et  $r = 3 \Omega$ . La diode est idéale.

On ferme l'interrupteur  $K$ , un courant s'établit dans le circuit.



1) a) La résistance  $R$  s'échauffe-t-elle et pourquoi ?

b) Quel est le sens du courant qui s'établit ?

2) Quel est la nature du courant en régime permanent ? Calculer son intensité  $I$  ?

3) On ouvre l'interrupteur  $K$ . On constate un bref échauffement de la résistance  $R$ .

a) Montrer qu'un courant transitoire traverse la résistance  $R$ , en précisant son sens, ainsi que le phénomène physique mis en jeu.

b) D'où provient l'énergie ayant permis cet échauffement ?

c) Donner son expression en fonction de  $L$  et de l'intensité calculée en 2).

### Exercice 3

I. Un solénoïde de longueur  $\ell = 10 \text{ cm}$  de diamètre  $d = 1 \text{ mm}$ , comporte  $N = 10^4$  spires et a une résistance négligeable. On le branche aux bornes d'un générateur de courant continu, de f.é.m.  $E = 9 \text{ V}$  et de résistance interne  $r = 9 \Omega$ . On donne :  $\mu_0 = 4\pi^2 \cdot 10^{-7} \text{ S.I.}$

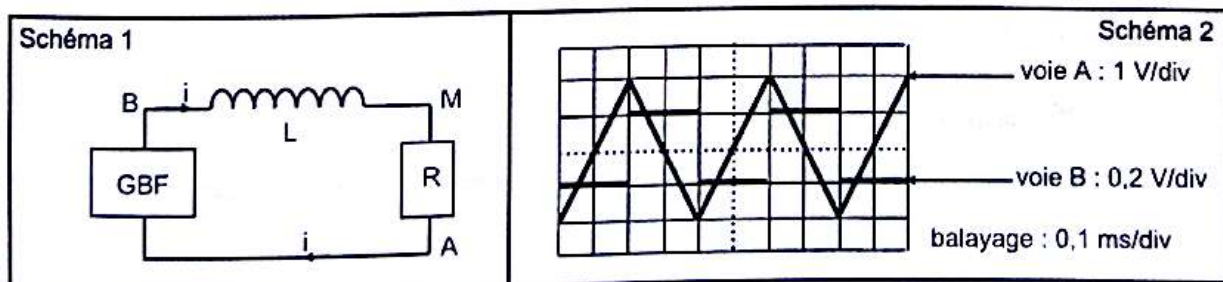
1.

1.1. Donner l'expression de l'intensité  $I$  du courant dans le circuit et la calculer.

1.2. Etablir l'expression de l'inductance  $L$  en fonction de  $\mu_0$ ,  $N$ ,  $\ell$  et  $d$ . La calculer.

2. Déterminer la valeur du champ magnétique au centre du solénoïde.

II. On monte la bobine précédente en série avec un conducteur ohmique de résistance  $R = 100 \Omega$ . L'ensemble est cette fois-ci alimenté par un générateur basse fréquence (voir schéma 1). On désire visualiser la tension  $u_{BM}$  à la voie B d'un oscilloscope bicourbe et la tension  $u_{AM}$  à la voie A.



1. Proposer, sur un schéma clair, le branchement de l'oscilloscope.

2. Trouver une relation entre  $u_{BM}$  et  $u_{AM}$  et justifier la forme de l'oscilloscope de la voie B par rapport à celle de la voie A (voir schéma 2).

Entre quelles valeurs varient les tensions observées ?

3. Déterminer l'inductance  $L$  du solénoïde et la comparer à la valeur de la partie I.



**Exercice 1**

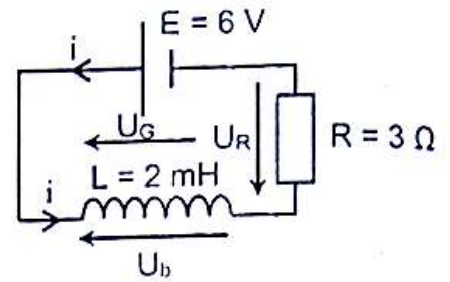
1.) Déterminons l'intensité  $i$  du courant dans le circuit.

D'après la loi des tensions :  $U_G = U_R + U_b$

$$\Rightarrow E = Ri + L \frac{di}{dt}$$

or le courant est continu donc  $i$  est constant  $\Rightarrow \frac{di}{dt} = 0$

$$\text{Par conséquent, } E = Ri \Rightarrow i = \frac{E}{R} = \frac{6}{3} = 2 \text{ A}$$



2.) Calculons l'énergie emmagasinée par la bobine.

$$\epsilon_m = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} \times 2 \cdot 10^{-3} \times 2^2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

**Exercice 2**

1.) Calculons l'inductance de cette bobine.

$$e = -L \frac{di}{dt} = -L \frac{d[2(1 - e^{-0.5t})]}{dt} = -L[2 \times 0.5 \times e^{-0.5t}] = -L \times e^{-0.5t}$$

$$\Rightarrow L = -\frac{e}{e^{-0.5t}} = -e \times e^{0.5t}$$

$$\text{Or à } t = 0, e = -0.5 \text{ V donc } \Rightarrow L = -(-0.5) \times e^{0.5 \times 0} = 0.5 \text{ H}$$

2.) Calculons l'énergie emmagasinée par la bobine lorsque le régime permanent est établi.

Quand le régime permanent est établi le courant est maximum donc  $i = 2 \text{ A}$ .

$$\text{Donc on a : } \epsilon_m = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} \times 0.5 \times 2^2 = 1 \text{ J}$$

**Exercice 3**

1.) Déterminons l'expression de l'intensité du courant  $i(t)$  pour chaque intervalle de temps

• Pour  $t \in [0; 10 \text{ ms}]$ ,  $i(t) = kt$  avec  $k = \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{2 - 0}{10 \cdot 10^{-3} - 0} = 200 \text{ A.s}^{-1} \Rightarrow \underline{i(t) = 200t}$

• Pour  $t \in [10 \text{ ms}; 20 \text{ ms}]$ ,  $\underline{i(t) = 2 \text{ A}}$

• Pour  $t \in [20; 25 \text{ ms}]$ ,  $i(t) = kt + b$  avec  $k = \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{2 - 0}{(20 - 25) \times 10^{-3}} = -400 \text{ A.s}^{-1}$

à  $t = 25 \text{ ms}$ ,  $i(t) = 0$  donc  $-400 \times 25 \cdot 10^{-3} + b = 0 \Rightarrow b = 10 \text{ A} \Rightarrow \underline{i(t) = -400t + 10}$

2.) Calculons la valeur de la f.é.m.  $e$  et celle de la tension  $u$  d'auto-induction

$$e = -L \frac{di}{dt} \text{ et pour une bobine idéale, } r = 0 \Rightarrow u_{AB} = -e = L \frac{di}{dt}$$

• Pour  $t \in [0; 10 \text{ ms}]$ ,  $e = -L \frac{d(200t)}{dt} = -10 \cdot 10^{-3} \times 200 \Rightarrow \underline{e = -2 \text{ V}}$  et  $\underline{u = 2 \text{ V}}$

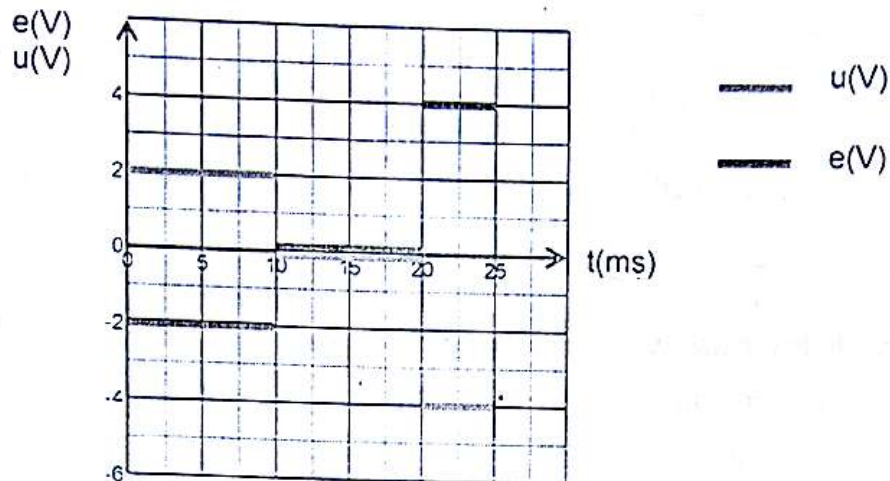
• Pour  $t \in [10 \text{ ms}; 20 \text{ ms}]$ ,  $e = -L \frac{d(2)}{dt} \Rightarrow \underline{e = 0 \text{ V}}$  et  $\underline{u = 0 \text{ V}}$

• Pour  $t \in [20 \text{ ms}; 25 \text{ ms}]$ ,  $e = -L \frac{d(-400t + 10)}{dt} = -10 \cdot 10^{-3} \times (-400) \Rightarrow \underline{e = 4 \text{ V}}$  et  $\underline{u = -4 \text{ V}}$

## CORRECTION

3.) Représentons les variations de  $e(t)$  et  $u(t)$  dans le même repère.

Echelle : 1 cm pour 5 ms et 1 cm pour 2 V.



### Exercice 4.

1. Inductance de la bobine de longueur  $\ell = 40$  cm, de  $N = 1600$  spires et de surface  $15$  cm<sup>2</sup>.

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} \pi r^2$$

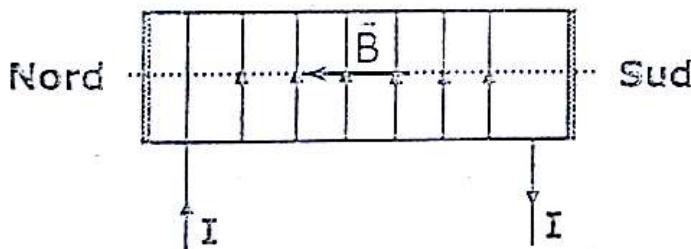
Application numérique :  $L = 4 \times \pi \cdot 10^{-7} \times \frac{1600^2}{40 \cdot 10^{-2}} \times \pi \times (15 \cdot 10^{-2})^2 \approx \underline{0,57 \text{ H}}$

2. La bobine est parcourue par un courant  $I = 0,6$  A.

2.1 Donnons les caractéristiques du champ magnétique  $\vec{B}$ .

- direction : celle de l'axe de la bobine ;
- sens : dans le sens SUD-NORD de la bobine ;
- valeur :  $B = \mu_0 n I = \mu_0 \frac{N}{\ell} I = 4 \times \pi \cdot 10^{-7} \times \frac{1600}{40 \cdot 10^{-2}} \times 0,6 = \underline{3 \cdot 10^{-3} \text{ T}}$

2.2 Schéma.



NB : si on change le sens du courant, il faudra également changer le sens du champ magnétique et par conséquent inverser les faces de la bobine.

3. La bobine est maintenant parcourue par un courant dont l'intensité varie avec le temps.

3.1 Montrons que la bobine est le siège d'un phénomène d'auto-induction

La bobine est le siège d'un phénomène d'auto-induction car l'intensité qui la parcourt varie en fonction du temps (elle n'est pas constante).



## CORRECTION

3.2 Calculons la f.é.m. auto-induite  $e$  aux bornes de la bobine pour  $t \in [0; 100 \text{ ms}]$

- pour  $t \in [0; 80 \text{ ms}]$ ,  $i = kt$  avec  $k = \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{0,4 - 0}{(80 - 0) \cdot 10^{-3}} = 5 \text{ A/s}$

$$\Rightarrow e = -L \frac{di}{dt} = -L \frac{d(5t)}{dt} = -0,6 \times 5 = -3 \text{ V} \Rightarrow \underline{e = -3 \text{ V}}$$

- pour  $t \in [80; 100 \text{ ms}]$ ,  $i = kt + b$  avec  $k = \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{0,4 - 0}{(80 - 100) \cdot 10^{-3}} = -20 \text{ A/s}$

$$\Rightarrow e = -L \frac{di}{dt} = -L \times \frac{d(-20t + b)}{dt} = -0,6 \times (-20) = 12 \text{ V} \Rightarrow \underline{e = 12 \text{ V}}$$

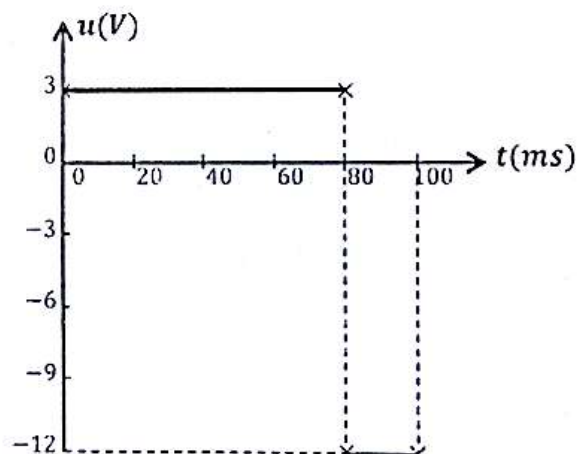
3.3 Valeur de la tension  $u_{AC}$  aux bornes de la bobine dans l'intervalle  $[0; 100 \text{ ms}]$ .

La résistance interne  $r$  de la bobine étant négligeable on a :  $u_{AC} = -e$

- Pour  $t \in [0; 80 \text{ ms}]$ ,  $u_{AC} = 3 \text{ V}$  ;
- Pour  $t \in [80; 100 \text{ ms}]$ ,  $u_{AC} = -12 \text{ V}$ .

3.4 Représentation de  $u_{AC}(t)$  pour  $t \in [0; 100 \text{ ms}]$ .

Échelle : 1 cm pour 20 ms et 1 cm pour 3 V



**Exercice 5**

1) Justifions la trace en créneaux observée pour la tension  $u_{CB}$  sur l'oscillogramme.

- Déterminons d'abord la relation entre  $u_{CB}$  et  $u_{AB}$

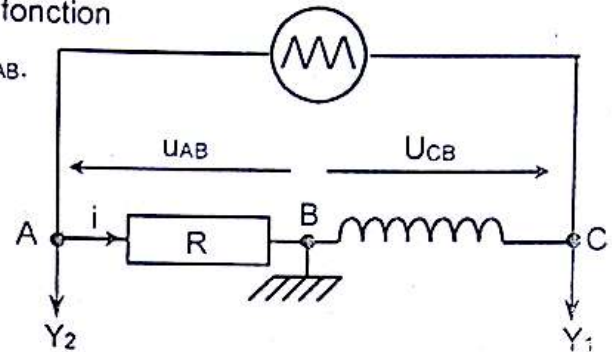
On choisit un sens positif du courant en fonction

duquel on exprime les tensions  $u_{CB}$  et  $u_{AB}$ .

$$u_{CB} = -(-e) = e = -L \frac{di}{dt}$$

$$u_{AB} = Ri \Rightarrow i = \frac{u_{AB}}{R}$$

$$\Rightarrow u_{CB} = -L \frac{d\left(\frac{u_{AB}}{R}\right)}{dt} = -\frac{L}{R} \frac{du_{AB}}{dt}$$



- Justification de la forme de  $u_{CB}$  par rapport  $u_{AB}$

$u_{AB}$  est un signal triangulaire.

On a donc des fonctions affines par intervalles de la forme  $u_{AB} = kt + b$

$$\Rightarrow \frac{du_{AB}}{dt} = \frac{d(kt + b)}{dt} = k \Rightarrow u_{CB} = -\frac{L}{R} k = \text{cste}$$

D'où la forme en créneaux ou carrée de  $u_{CB}$  observée.

2) Calculons l'inductance  $L$  de la bobine.

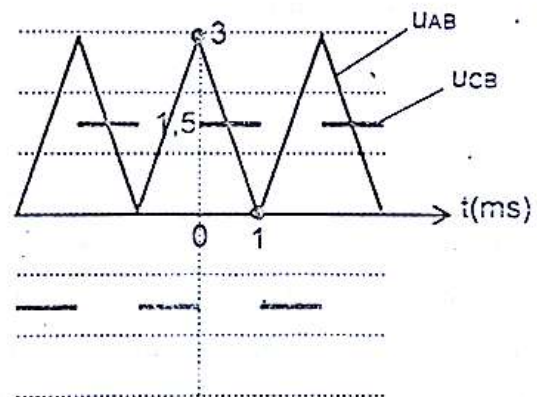
$$u_{CB} = -\frac{L}{R} k \Rightarrow L = -\frac{Ru_{CB}}{k}$$

Pour  $t \in [0; 10^{-3} \text{ s}]$ , calculons  $k$  et  $u_{CB}$  :

$$k = \frac{\Delta u_{AB}}{\Delta t} = \frac{3 \times 2 - 0}{0 - 10^{-3}} = -6 \cdot 10^3 \text{ V/s} ;$$

$$u_{CB} = 1,5 \times 20 \cdot 10^{-3} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

$$\Rightarrow L = \frac{1000 \times 3 \cdot 10^{-2}}{-6 \cdot 10^3} = 0,005 \text{ H} = 5 \text{ mH}$$



Remarque : entre 0 et 1 ms ( $10^{-3} \text{ s}$ ),

- $u_{AB}$  varie de 3 divisions à 0 division donc d'après l'échelle correspondante (échelle de la voie  $Y_2$  : 2 volts par division)  $u_{AB}$  varie de  $3 \times 2 = 6 \text{ V}$  à  $0 \text{ V}$ .
- $u_{CB}$  est constante et est équivalente à 1,5 division donc d'après l'échelle correspondante (échelle de  $Y_1$  : 20 millivolts par division)  $u_{CB} = 1,5 \times 20 \cdot 10^{-3} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ V}$ .

3) Calculons l'énergie maximale emmagasinée dans la bobine.

$$\left. \begin{aligned} E_{\max} &= \frac{1}{2} L i_{\max}^2 \\ i_{\max} &= \frac{u_{AB\max}}{R} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_{\max} = \frac{1}{2} L \left( \frac{u_{AB\max}}{R} \right)^2$$

$$\text{Or } u_{AB\max} = 2 \times 3 = 6 \text{ V} \text{ donc } E_{\max} = \frac{1}{2} \times 5 \cdot 10^{-3} \times \left( \frac{6}{1000} \right)^2 = 9 \cdot 10^{-8} \text{ J}$$





John Bardeen

(23 mai 1908 à Madison, Wisconsin, États-Unis - 30 janvier 1991 à Boston)

Physicien Américain.

Il est co-lauréat avec William Shockley et Walter Houser Brattain du prix Nobel de physique de 1956 pour leurs travaux sur les semi-conducteurs et le transistor dont l'Amplificateur Opérationnel est une application directe. Il est également co-lauréat avec Leon Neil Cooper et John Robert Schrieffer du prix Nobel de physique de 1972 pour leurs travaux sur la supraconductivité. Il est la seule personne à avoir reçu deux prix Nobel de physique. Il fut également lauréat de la Médaille Franklin en 1975 pour ses travaux sur la supraconductivité et les semi-conducteurs.

## MONTAGES DERIVATEUR ET INTEGRATEUR

### Objectifs spécifiques

- Interpréter les résultats des montages dérivateur et intégrateur.

### RAPPEL DE COURS

#### 1. Lois de Kirchhoff

Dans un circuit électrique, une **branche** représente un ensemble d'éléments reliés en série et donc traversés par un même courant, un **nœud** correspond au point d'intersection de plusieurs branches, et une **maille** est un ensemble de branches constituant un parcours fermé. Dans un circuit comportant plusieurs branches, on peut alors appliquer les deux lois énoncées par le physicien allemand Gustav Kirchhoff.

- D'après la loi des nœuds, la somme des courants partant d'un nœud est égale à la somme des courants qui y aboutissent.
- D'après la loi des mailles, la somme des tensions le long d'une maille est nulle.

Ces deux lois sont utilisées pour déterminer les intensités ou tensions d'un circuit électrique.

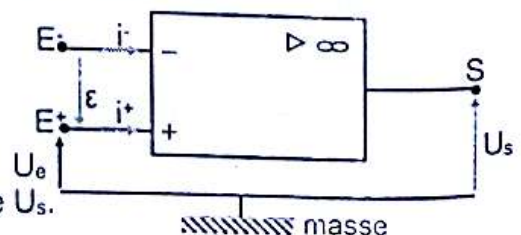
#### 2. Amplificateur opérationnel

##### 2.1. Définition et description

Un amplificateur opérationnel (A.O.) est un circuit intégré qui permet d'amplifier des tensions électriques et de réaliser des opérations mathématiques. Il possède :

- deux entrées (inverseuse  $E^-$ , non-inverseuse  $E^+$ ) avec une ddp  $\epsilon$  et des courants d'entrées  $i^-$  et  $i^+$ ,
- une sortie  $S$ .

Il est alimenté par les tensions d'entrée  $U_e$  et de sortie  $U_s$ .



## 2.2. Quelques propriétés

Pour un A.O idéal (parfait), on retiendra que :  $i^+ = i^- = 0$  et  $\varepsilon = 0$

En régime linéaire, le gain en tension d'un montage avec un A.O. est le quotient  $G = \frac{U_s}{U_e}$

La tension de saturation  $V_{sat}$  de l'A.O est telle que  $|U_s| < V_{sat}$ .

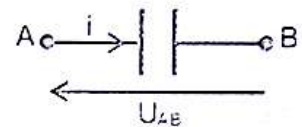
En régime saturé.  $U_s = \pm V_{sat}$ .

## 3. Condensateur

### 3.1. Définition et symbole

Un condensateur est un composant électronique capable d'emmagasiner une charge électrique. Il se compose de deux plaques conductrices ou armatures, séparées par une couche isolante appelée diélectrique.

Le diélectrique peut être de l'air(du vide), du verre, du mica etc.



### 3.2. Capacité

C'est le coefficient de proportionnalité entre la charge  $Q_A$  portée par l'une des armatures et la tension  $U_{AB}$  aux bornes d'un condensateur.

Il est notée  $C$  et est donnée par la relation suivante :  $Q_A = CU_{AB}$

- $Q_A$  charge portée par l'armature A en coulomb (C) ;
- $C$  : capacité du condensateur en farad (F) ;
- $U_{AB}$  : tension aux bornes du condensateur en volt (V)

### 3.3. Charge et décharge

L'intensité du courant électrique traversant un condensateur est proportionnelle à la dérivée de la tension aux bornes de ce condensateur.

Elle est donnée par la relation suivante :  $i = \frac{dq_A}{dt} = C \frac{dU_{AB}}{dt}$

- Lors de la charge,  $q_A$  augmente,  $\frac{dq_A}{dt} > 0$  et  $i > 0$
- Lors de la décharge,  $q_A$  diminue,  $\frac{dq_A}{dt} < 0$  et  $i < 0$

### 3.4. Énergie emmagasinée

L'énergie stockée ou emmagasinée par un condensateur est donnée par la relation

suivante :  $E_{mc} = \frac{1}{2} QU_{AB} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} CU_{AB}^2$ .

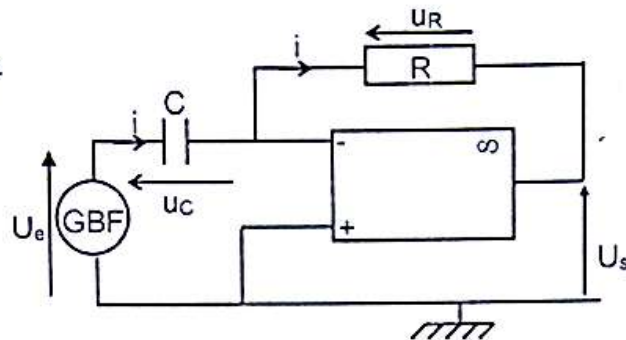
Elle est exprimée en joule (J).



#### 4. Montage dérivateur

La tension de sortie  $U_s$  est proportionnelle à la dérivée par rapport au temps de la tension d'entrée  $U_e$ .

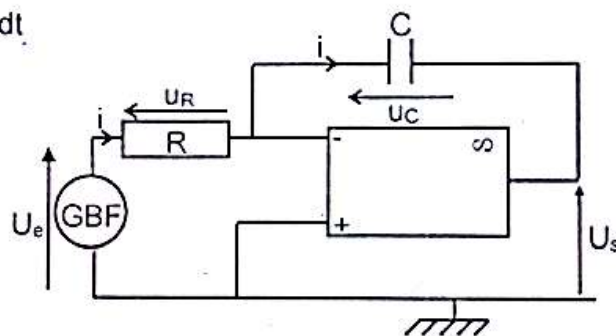
$$\dot{U}_s = -RC \frac{dU_e}{dt}$$



#### 5. Montage intégrateur

La tension de sortie  $U_s$  est proportionnelle à une intégrale ou une primitive de la tension d'entrée  $U_e$ .

$$U_s = -\frac{1}{RC} \int_0^t U_e dt$$



## EXERCICES RESOLUS

### Exercice 1

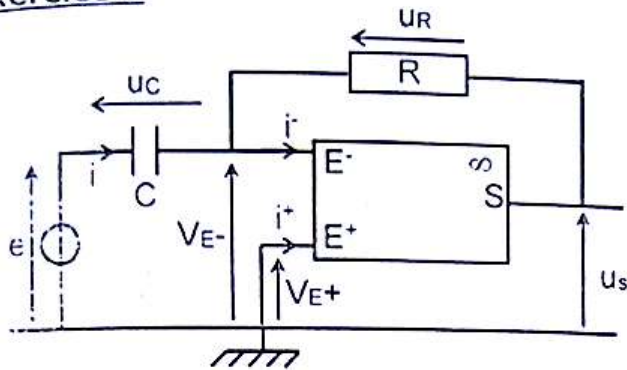


Figure 1

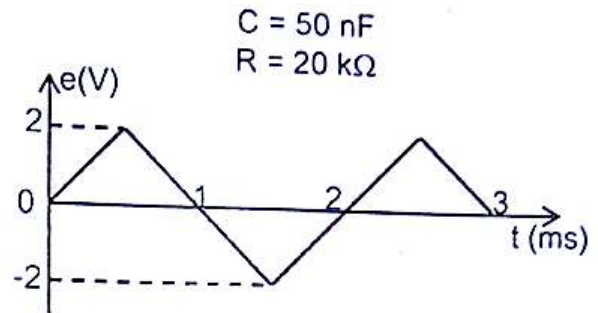


Figure 2

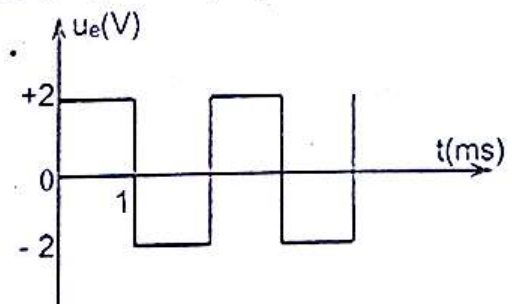
Dans le montage ci-dessus (voir figure 1), l'amplificateur opérationnel est idéal et fonctionne en régime linéaire, c'est-à-dire :  $V_{E^+} = V_{E^-}$  et  $i^+ = i^- = 0$ .

1. En respectant les conventions utilisées sur le schéma, exprimer les tensions  $u_c$  en fonction de  $e$  et  $u_R$  en fonction de  $u_s$ .
2.
  - 2.1. Exprimer la tension de sortie  $u_s$  en fonction de  $R$ ,  $C$  et de la dérivée  $\frac{de}{dt}$ .
  - 2.2. De quel type de montage s'agit-il ? Justifier votre réponse.
3. La tension d'entrée  $e(t)$  est une tension « en dents de scie » dont les caractéristiques sont portées sur le graphe ci-dessus (voir figure 2).
  - 3.1. Déterminer la période  $T$  et la fréquence de ce signal.
  - 3.2. Exprimer le signal de sortie  $u_s(t)$ .
  - 3.3. Représenter sur le même graphe  $e(t)$  et  $u_s(t)$ . Échelle : 1 cm  $\leftrightarrow$  0,5 ms ; 1 cm  $\leftrightarrow$  1 V.

### Exercice 2

On applique à un montage intégrateur une tension d'entrée  $u_e$ , carrée, représentée ci-contre.

1. Faire le schéma du montage.
2. Quelles sont l'amplitude  $U_{e\max}$ , la période  $T$  et la fréquence  $N$  de  $u_e$  ?
3. On obtient à la sortie une tension triangulaire  $u_s$ .
  - 3.1. Etablir la relation entre  $u_e$ ,  $R$ ,  $C$  et  $\frac{du_s}{dt}$ .



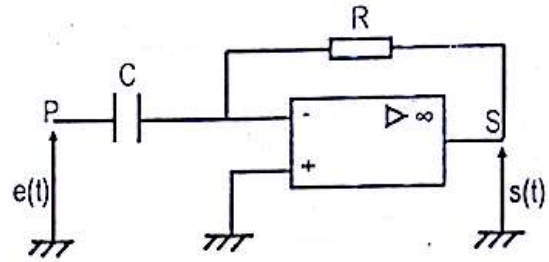
- 3.2. En déduire l'expression de  $u_s$  pour  $t \in [0; \frac{T}{2}]$ , sachant qu'à  $t = 0$ ,  $u_s = 0$ .
4. On donne  $R = 4 \text{ k}\Omega$ .
  - 4.1. Pour quelle valeur de  $t$ ,  $u_s$  prend-elle pour la première fois, sa valeur minimale ?
  - 4.2. Calculer la valeur de la capacité  $C$  du condensateur pour que cette valeur minimale soit égale à  $-10 \text{ V}$ .



## EXERCICES DE PERFECTIONNEMENT

### Exercice 1 (extrait Bac Blanc série D EMPT Bingerville avril 2012)

Dans le montage de la figure ci-contre, l'amplificateur opérationnel (AO) est parfait et il fonctionne en régime linéaire. Ses tensions de saturation  $\pm V_{sat}$  sont égales à  $\pm 13V$ .

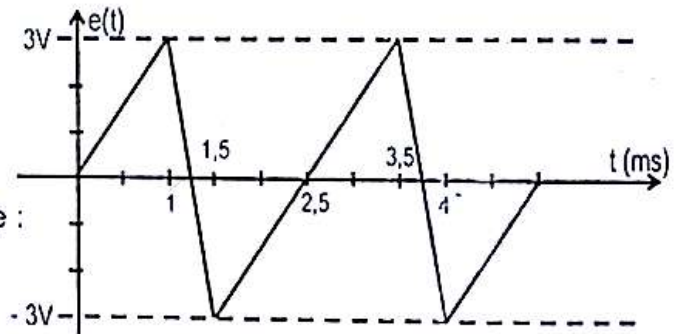


On donne :  $C = 50 \text{ nF}$  et  $R = 20 \text{ k}\Omega$ .

- Établir de façon littérale, la tension de sortie  $s(t)$  en fonction de  $R$ ,  $C$  et de la dérivée par rapport au temps de  $e(t)$ . De quel type de montage s'agit-il ?
- La tension d'entrée  $e(t)$  est la tension en dent de scie représentée ci-dessous.

En déduire :

- la période  $T$  et la fréquence  $N$  de ce signal,
  - la forme du signal de sortie  $s(t)$ .
- Représenter ces signaux sur une feuille de papier millimétré en adoptant l'échelle :
    - en abscisse : 1 cm pour 0,5 ms
    - en ordonnée : 1 cm pour 1 Volt



### Exercice 2

On considère le montage intégrateur de la figure 1. On donne :  $C = 0,1 \mu\text{F}$  ;  $R = 40 \text{ k}\Omega$ .

Figure 1

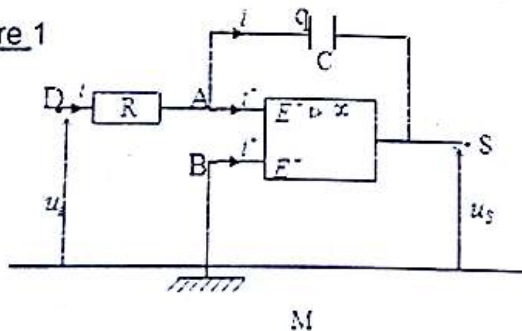
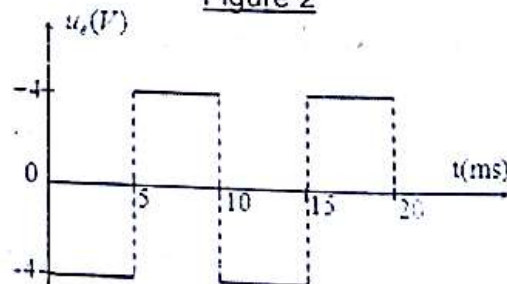


Figure 2



- Exprimer la tension de sortie  $u_s$  en fonction de la tension d'entrée  $u_e$ .
- On applique à l'entrée, la tension  $u_e$ , d'amplitude  $U$  et de profil représenté à la figure 2.
  - Déterminer la période et la fréquence de la tension d'entrée  $u_e$ .
  - Déterminer les variations de  $u_s(t)$  si le condensateur est initialement déchargé.
  - Représenter  $u_s(t)$ . Échelle : 1 cm  $\leftrightarrow$  5 ms ; 1 cm  $\leftrightarrow$  2,5 V.

## CORRECTION

### Exercice 1

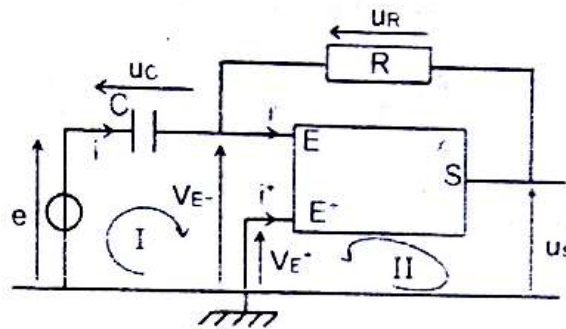
#### 1. Expression des tensions $u_C$ en fonction de $e$ et $u_R$ en fonction de $u_S$ .

D'après la loi des mailles dans I on a :

$$e - u_C = 0 \Rightarrow e = u_C$$

D'après la loi des mailles dans II on a :

$$u_S + u_R = 0 \Rightarrow u_S = -u_R$$



2.

#### 2.1. Expression de $u_S$ en fonction de $R$ , $C$ et de la dérivée $\frac{de}{dt}$

$$e = u_C = \frac{q}{C} \Rightarrow q = Ce \text{ Or } i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Ce)}{dt} = C \frac{de}{dt} \quad (1)$$

$$u_S = -u_R = -Ri \Rightarrow i = -\frac{u_S}{R} \quad (2)$$

Les relations (1) et (2) donnent :  $\frac{u_S}{R} = C \frac{de}{dt} \Rightarrow u_S = -RC \frac{de}{dt}$

#### 2.2. Nom du montage

D'après la relation entre les tensions  $u_S$  et  $e$  on peut dire que c'est un montage dérivateur.

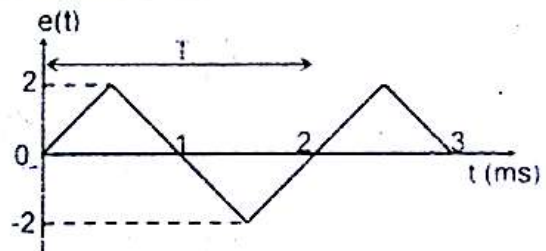
#### 3. La tension d'entrée $e(t)$ est une tension « en dents de scie »

##### 3.1. Période $T$ et fréquence de ce signal

- la période : c'est le temps mis pour faire un tour complet d'une oscillation donc d'après la courbe,

$$T = 2 \text{ ms} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

- la fréquence :  $N = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-3}} = 500 \text{ Hz}$



##### 3.2. Expression du signal de sortie $u_S(t)$ .

• Pour  $t \in [0; 0,5 \text{ ms}]$ ,  $e = at$  avec  $a = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{2 - 0}{0,5 \cdot 10^{-3} - 0} = 4 \cdot 10^3 \text{ V.s}$

$$\Rightarrow e = 4 \cdot 10^3 t \text{ or } u_S = -RC \frac{de}{dt} \Rightarrow u_S = -20 \cdot 10^{-3} \times 50 \times 10^3 \cdot \frac{d(4 \cdot 10^3 t)}{dt}$$

$$\Rightarrow u_S = -50 \times 10^{-6} \times 20 \cdot 10^3 \times 4 \cdot 10^3 = -4 \text{ V}$$



## CORRECTION

• Pour  $t \in [0,5 \text{ ms} ; 1,5 \text{ ms}]$ ,  $e = ct + d$  avec  $c = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{2 - (-2)}{(0,5 - 1,5) \cdot 10^{-3}} = -4 \cdot 10^3 \text{ V.s}^{-1}$

à  $t = 2 \text{ ms}$ ,  $e = 0 \text{ V} \Rightarrow d = 4 \cdot 10^3 \times 2 \cdot 10^{-3} - 8 \text{ V} \Rightarrow e = -4 \cdot 10^3 t + 8$

or  $u_s = -RC \frac{de}{dt} \Rightarrow u_s = -50 \times 10^{-9} \times 20 \cdot 10^3 \times \frac{d(-4 \cdot 10^3 t + 8)}{dt}$

$\Rightarrow u_s = 50 \times 10^{-9} \times 20 \cdot 10^3 \times 4 \cdot 10^3 = 4 \text{ V}$

• Pour  $t \in [1,5 \text{ ms} ; 2 \text{ ms}]$ ,  $e = c't + d'$  avec  $c' = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{0 - (-2)}{(2 - 1,5) \cdot 10^{-3}} = 4 \cdot 10^3 \text{ V.s}^{-1}$

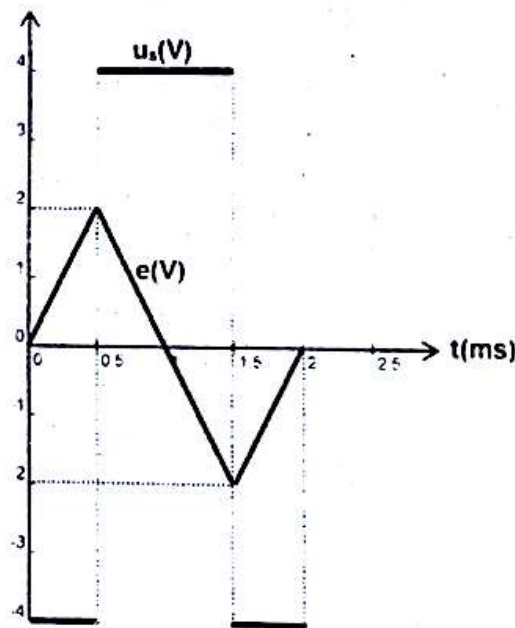
à  $t = 2 \text{ ms}$ ,  $e = 0 \text{ V} \Rightarrow d' = -4 \cdot 10^3 \times 2 \cdot 10^{-3} = -8 \text{ V} \Rightarrow e = 4 \cdot 10^3 t - 8$

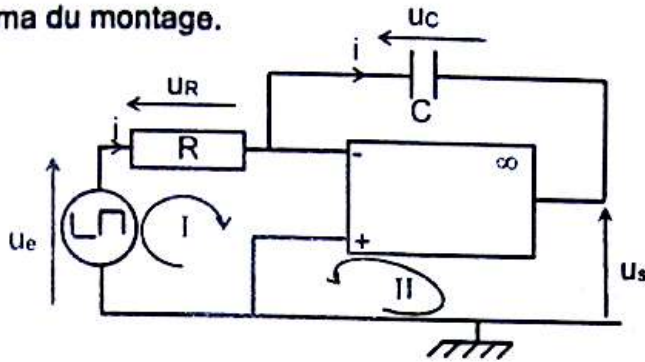
or  $u_s = -RC \frac{de}{dt} \Rightarrow u_s = -50 \times 10^{-9} \times 20 \cdot 10^3 \times \frac{d(4 \cdot 10^3 t - 8)}{dt}$

$\Rightarrow u_s = -50 \times 10^{-9} \times 20 \cdot 10^3 \times 4 \cdot 10^3 = -4 \text{ V}$

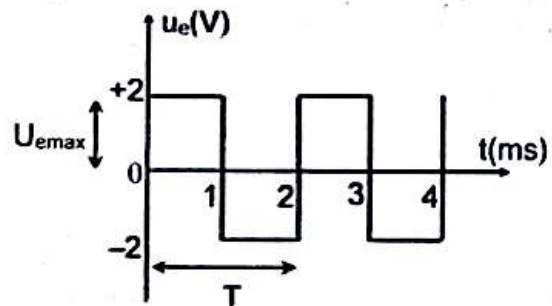
### 3.3. Représentation sur le même graphe de $e(t)$ et $u_s(t)$ .

Échelle : 1 cm, . 0,5 ms ; 1 cm, . 1 V.



**Exercice 2****1. Schéma du montage.****2. Amplitude  $U_{\text{emax}}$ , période  $T$  et fréquence  $N$  de  $u_e$  ?**

- amplitude :  $U_{\text{emax}} = 2 \text{ V}$
- période :  $T = 2 \text{ ms} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$
- fréquence :  $N = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-3}} = 500 \text{ Hz}$

**3. On obtient à la sortie une tension triangulaire  $u_s$ .****3.1. Relation entre  $u_e$ ,  $R$ ,  $C$  et  $\frac{du_s}{dt}$ .**

D'après la loi des mailles dans I on a :  $u_e - u_R = 0 \Rightarrow u_e = u_R = Ri \Rightarrow i = \frac{u_e}{R}$  (1)

D'après la loi des mailles dans II on a :  $u_s + u_C = 0 \Rightarrow u_s = -u_C = -\frac{q}{C} \Rightarrow q = -Cu_s$

$$\text{Or } i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(-Cu_s)}{dt} = -C \frac{du_s}{dt} \quad (2)$$

Les relations (1) et (2) donnent :  $-C \frac{du_s}{dt} = \frac{u_e}{R} \Rightarrow \frac{du_s}{dt} = -\frac{u_e}{RC}$

**3.2. Expression de  $u_s$  pour  $t \in \left[0; \frac{T}{2}\right]$ , sachant qu'à  $t = 0$ ,  $u_s = 0$ .**

Pour  $t \in \left[0; \frac{T}{2}\right]$ ,  $u_e = +2 \text{ V} = \text{constante}$ .

$$\Rightarrow \frac{du_s}{dt} = -\frac{u_e}{RC} \Rightarrow u_s = -\frac{1}{RC} \int u_e dt = -\frac{2}{RC} \int dt = -\frac{2}{RC} t + b$$

$$\text{En plus, à } t = 0, u_s = 0 \Rightarrow u_s = 0 + b = 0 \Rightarrow b = 0 \text{ d'où } u_s = -\frac{2}{RC} t$$

**4. On donne  $R = 4 \text{ k}\Omega$ .****4.1. Valeur de  $t$ , pour que  $u_s$  prenne pour la première fois, sa valeur minimale.**

La première valeur minimale de  $u_s$  est  $u_s = -\frac{2}{RC}$  ; en ce moment  $t = 1 \text{ ms}$ .

**4.2. Capacité  $C$  du condensateur pour que cette valeur minimale soit égale à  $-10 \text{ V}$ .**

$$u_s = -\frac{2}{RC} \Rightarrow C = -\frac{2}{Ru_s} = -\frac{2}{4 \cdot 10^3 \times (-10)} \Rightarrow C = 5 \cdot 10^{-5} \text{ F}$$





## OSCILLATIONS ELECTRIQUES LIBRES

**Michael Faraday**

(Newington, 22 septembre 1791 - Hampton Court, 25 août 1867)

**Physicien et Chimiste Britannique**

En 1821, après la découverte du phénomène de l'électromagnétisme par le chimiste danois Ørsted, Faraday construit deux appareils pour produire une rotation électromagnétique : le mouvement circulaire continu d'une force magnétique autour d'un fil, en fait la démonstration d'un moteur électrique. Dix ans plus tard, en 1831, il commence une longue série d'expériences durant lesquelles il découvre l'induction électromagnétique. Ces expériences forment la base de la technologie électromagnétique moderne. Dans son travail sur le courant continu, il démontre que la charge se situe seulement à l'extérieur d'un conducteur chargé, et que celle-ci n'a aucun effet sur ce qui peut être situé à l'intérieur : c'est l'effet de "blindage", utilisé dans la cage de Faraday. Il a été l'un des principaux fondateurs de l'électrochimie en tant que discipline scientifique. Il a donné son nom à l'unité SI de capacité électrique, le farad (F), ainsi qu'à une charge électrique, la constante de Faraday.

### Objectifs spécifiques

- Etablir l'équation différentielle, sa solution et les caractéristiques d'un circuit LC donné

### RAPPEL DE COURS

#### 1. Caractéristiques d'un condensateur

##### 1.1. Charge et décharge

- Lors de la charge de l'énergie électrique est "transférée" du générateur au condensateur sous forme de déplacement d'électrons d'une armature à une autre. La tension  $U$  aux bornes du condensateur croît jusqu'à devenir égale à celle aux bornes du générateur. L'intensité  $i$  du courant décroît jusqu'à s'annuler.
- Lors de la décharge le condensateur restitue l'énergie précédemment stockée sous forme de déplacement d'électrons. La tension  $U$  aux bornes du condensateur et la valeur de l'intensité  $i$  décroissent jusqu'à s'annuler.

##### 1.2. Quantité d'électricité ou charge électrique

La quantité d'électricité emmagasinée par un condensateur chargé par un courant électrique continu (constant) d'intensité  $I$  est donnée par la relation :  $Q = I \times \Delta t$

- $Q$  : quantité d'électricité ou charge en coulomb (C) ;
- $\Delta t$  : durée de la charge en seconde (s) ;
- $I$  : intensité du courant électrique en ampère (A).

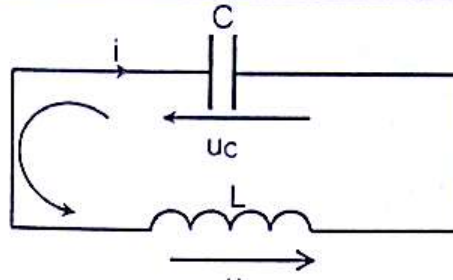
## 2. Equation différentielle

➤ La tension aux bornes du

Condensateur est :  $u_c = \frac{q}{C}$

➤ La tension aux bornes de

la bobine est :  $u_L = L \frac{di}{dt}$



D'après la loi des mailles :  $u_c(t) + u_L(t) = 0 \Rightarrow \frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} = 0$

or  $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$  donc  $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$  ou  $\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$

## 3. Solution de l'équation différentielle

La solution de l'équation différentielle de variable  $q$  d'un circuit LC est de la forme :

$$q(t) = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

- $Q_m$  : amplitude des oscillations ou charge maximale exprimée en coulomb (C) ;
- $\varphi$  : phase à l'origine des temps. Elle s'exprime en radian (rad) ;
- $\omega_0$  : pulsation propre en  $\text{rad.s}^{-1}$  ;

## 4. Grandeurs caractéristiques

- Pulsation propre :  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  exprimée en  $\text{rad.s}^{-1}$  ;  
 $L$  : l'inductance de la bobine exprimée en henry (H) ;  
 $C$  : la capacité du condensateur exprimée en farad (F).
- Période propre :  $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}$  ;  $T_0$  exprimée en seconde (S).
- Fréquence propre :  $N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$  ;  $N_0$  exprimée en hertz (Hz).

## 5. Etude énergétique

### 5.1. Energie électrique emmagasinée dans un condensateur

$$E_c = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} C u^2 = \frac{1}{2} q u.$$

$$\text{Sa valeur maximale est : } E_{c\max} = \frac{1}{2} \frac{Q_m^2}{C} = \frac{1}{2} C U_m^2 = \frac{1}{2} Q_m U_m$$

### 5.2. Energie magnétique emmagasinée dans une bobine

$$E_L = \frac{1}{2} L i^2. \text{ Sa valeur maximale est : } E_{L\max} = \frac{1}{2} L I_m^2$$

### 5.3. Energie totale emmagasinée dans un circuit oscillant non amorti

$$E_T = E_c + E_L = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} \frac{Q_m^2}{C} = \frac{1}{2} L I_m^2 = \text{Constante}$$



#### 5.4. Circuit oscillant amorti

L'énergie totale d'un circuit oscillant amorti n'est pas constante, elle diminue progressivement. Toute fois la perte de l'énergie peut-être compensée par un dispositif d'entretien.

#### 6. Analogie entre grandeurs mécaniques et grandeurs électriques

SYSTEME		OSILLATEUR MECANIQUE	CIRCUIT OSCILLANT LC
Non amorti	Equation différentielle	$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$	$\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$
	Pulsation propre	$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
	Equation de l'oscillation	$x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$	$q = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$
	Energie mécanique à l'instant t	$E_m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ $E_m = \text{cste}$	$E_T = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ $E_T = \text{cste}$
	Autres expression de l'énergie d'oscillation	Energie cinétique maximale : $E_{Cmax} = \frac{1}{2}mV_m^2$ Energie potentielle élastique maximale : $E_{Pmax} = \frac{1}{2}kX_m^2$	Energie magnétique maximale de la bobine : $E_{Lmax} = \frac{1}{2}LI_m^2$ Energie électrique maximale condensateur : $E_{Cmax} = \frac{1}{2}\frac{Q_m^2}{C}$
Analogies entre grandeurs mécanique et électriques		m (masse)	L (inductance)
		k(constante de raideur)	$\frac{1}{C}$ , C(capacité)
		x(élongation)	q(charge électrique)
		$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = v$ (vitesse)	$\dot{q} = \frac{dq}{dt} = i$ (intensité)
		F = kx (force)	u = $\frac{q}{C}$ (tension)
		$\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2} = a$ (accélération)	$\ddot{q} = \frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$ (dérivée de i)

## EXERCICES RESOLUS

### Exercice 1

Un condensateur de capacité  $C = 200 \text{ nF}$ , préalablement chargé sous la tension continue  $U_0 = 20 \text{ V}$ , se décharge à travers une bobine d'inductance  $L$  et de résistance négligeable. On observe des oscillations électriques de période :  $T_0 = 1,26 \text{ ms}$ .

- 1) Calculer la valeur de l'inductance  $L$ .
- 2) La période propre  $T_0$  du circuit dépend-elle de la valeur  $U_0$  de la tension de charge ?

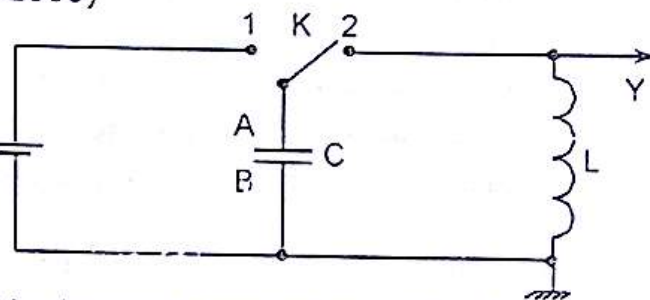
### Exercice 2 (extrait Examen France juin 2000)

Un circuit est constitué par un condensateur de capacité  $C = 1,0 \text{ } \mu\text{F}$  et une bobine d'inductance  $L$  et de résistance négligeable.

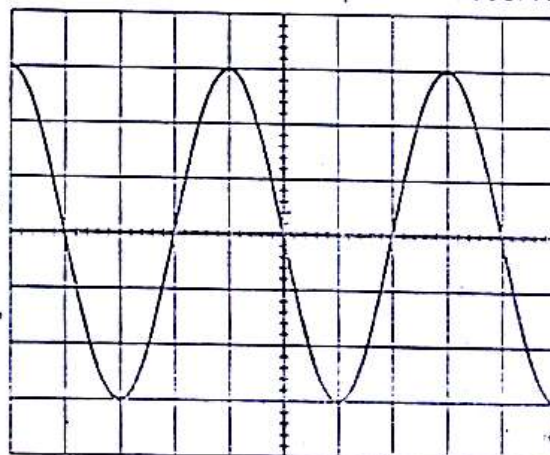
Le condensateur est chargé sous une tension  $U_{AB} = U_0 = 3 \text{ V}$ , l'interrupteur  $K$

étant en position 1. Il est ensuite relié à la bobine lorsque  $K$  est placé en position 2.

On étudie l'évolution, au cours du temps, de la tension instantanée  $u_{AB} = u$  que l'on observe sur la voie Y de l'oscilloscope.



- 1) Établir l'équation différentielle du circuit oscillant LC vérifiée par la charge  $q(t)$ .
- 2) Proposer une solution de l'équation différentielle et la vérifier. En déduire l'expression de  $\omega_0$ .
- 3) Déduire de l'oscillogramme représenté ci-contre,
  - a) la période propre des oscillations ;
  - b) la pulsation propre des oscillations ;
  - c) la fréquence propre des oscillations ;
  - d) la valeur de l'inductance  $L$  de la bobine ;
  - e) la valeur maximale de l'intensité du courant dans le circuit.



Sensibilité verticale :  $1 \text{ V/div}$   
Sensibilité horizontale :  $0,5 \text{ ms/div}$

### Exercice 3

Un circuit  $(L, C)$  est caractérisé par :  $L = 0,2 \text{ H}$  ;  $\omega_0 = 500 \text{ rad.s}^{-1}$ .

- 1) Calculer la valeur de la capacité  $C$  du condensateur.
- 2) À l'instant  $t = 0$ , la charge  $q$  portée par l'armature A vaut  $q_0 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ C}$  et l'intensité  $i = 0$ .
  - a) Déterminer l'expression numérique pour la charge  $q(t)$ .
  - b) Déduire l'expression numérique de l'intensité  $i(t)$  du courant.
  - c) Déterminer l'expression numérique des tensions  $u_C(t)$  aux bornes du condensateur et  $u_L(t)$  aux bornes de la bobine.



**Exercice 4** (extrait Examen France septembre 2004)

On considère le circuit électrique fermé comprenant un condensateur AB de capacité C et une bobine d'inductance  $L = 40 \text{ mH}$  et de résistance négligeable. La tension aux bornes du condensateur a pour expression  $u_{AB} = 2\cos(5000t)$  [ $u_{AB}$  en V,  $t$  en s]

- 1) Donner l'amplitude de la tension aux bornes du condensateur et la pulsation propre.
- 2) Calculer la capacité C du condensateur.
- 3) Etablir successivement les expressions de la charge  $q(t)$  portée par l'armature A du condensateur et de l'intensité  $i(t)$  du courant circulant dans le circuit.

Indiquer le sens positif de  $i$  sur un schéma électrique.

- 4) Démontrer que l'énergie électromagnétique emmagasinée dans le circuit est constante. Calculer sa valeur numérique. En déduire la valeur de la tension  $u_{AB}$  au moment où l'intensité du courant vaut  $i = 8 \text{ mA}$ .
- 5) Que deviennent ces oscillations, si la résistance de la bobine n'est pas négligeable ?

**Exercice 5** (extrait Bac D Troisième Session 2004)

On place une bobine d'inductance L et de résistance négligeable entre les points A et B d'un circuit électrique parcouru par un courant d'intensité  $i$ .



- 1) Cette bobine emmagasine une énergie  $E = 3 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ , lorsqu'elle est parcourue par un courant d'intensité  $I = 0,1 \text{ A}$ .
  - 1.1. Calculer l'inductance de la bobine.
  - 1.2. Un condensateur de capacité C soumis à une tension  $U = 10 \text{ V}$  peut stocker la même énergie.
    - 1.2.1) Calculer la capacité C de ce condensateur.
    - 1.2.2) Calculer sa charge maximale  $Q_m$ .

- 2) Le condensateur chargé est relié à la bobine selon le schéma ci-dessous :

- 2.1. Donner les expressions de la tension :

- $u_c$  aux bornes du condensateur ;
- $u_L$  aux bornes de la bobine.

- 2.2. Déterminer l'équation différentielle du circuit oscillant.

- 2.3. En déduire la pulsation propre  $\omega_0$ .

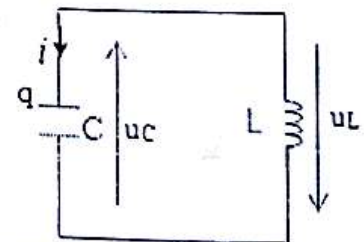
- 2.4. Déterminer l'expression de la charge en fonction du temps, sachant qu'à la date  $t = 0$ , la charge du condensateur est maximale.

- 2.5. Calculer la charge du condensateur aux dates suivantes :

$$t = 0 ; t = \frac{T}{4} ; t = \frac{T}{2} ; t = \frac{3T}{4} \text{ et } t = T$$

$$\text{avec } q = Q_m \cos \frac{2\pi}{T} t \quad (T \text{ est la période des oscillations électriques})$$

- 2.6. Donner l'allure de la fonction  $q(t)$ .



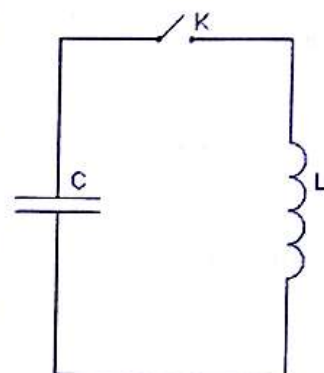


## EXERCICES DE PERFECTIONNEMENT

### Exercice 1

Un condensateur de capacité  $C = 2200 \mu\text{F}$  est initialement chargé sous une tension  $E = 6 \text{ V}$  puis inséré dans le montage ci-contre.

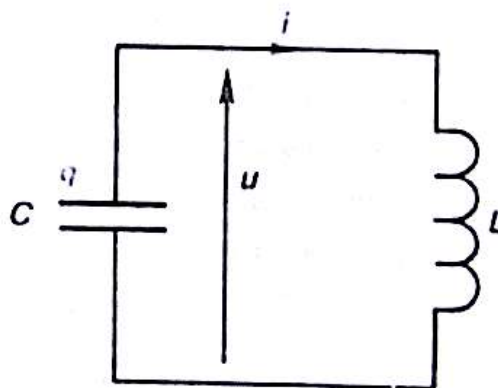
On considère que la bobine d'inductance  $L = 1,1 \text{ H}$  a une résistance interne négligeable. À  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur  $K$ .



- 1) En appliquant la loi d'additivité des tensions, établir une relation [1] entre  $u_L$ , tension aux bornes de la bobine et  $u_C$ , tension aux bornes du condensateur.
  - 2) Exprimer  $u_L$  en fonction de l'intensité  $i$ .
  - 3) Exprimer l'intensité  $i$  en fonction de la capacité  $C$  et de la tension  $u_C$ .
  - 4) À l'aide de la relation [1], établir l'équation différentielle à laquelle obéit  $u_C$ .
  - 5) Une solution de cette équation différentielle est de la forme:  $u_C = a \cdot \cos(\omega_0 t + b)$ .
    - a. En reportant cette expression dans la relation [1], déterminer l'expression de  $\omega_0$ .
    - b. À  $t = 0$ , quelle particularité la tension  $u_C$  présente-t-elle ? Quelle est alors sa valeur ?
    - c. À  $t = 0$ , quelle particularité l'intensité du courant traversant le circuit présente-t-elle ?
- En déduire les constantes  $b$  et  $a$ . Quelle est l'expression de  $u_C$  en fonction du temps.

### Exercice 2

On réalise un circuit oscillant en associant, comme l'indique la figure à côté, un condensateur de capacité  $C$  et une bobine d'inductance  $L = 40 \text{ mH}$  et de résistance négligeable. Le circuit est le siège d'oscillations électriques de fréquence  $f = 800 \text{ Hz}$ .



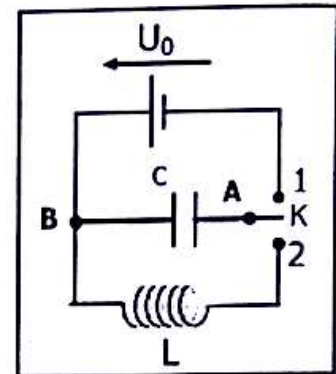
- 1) Calculer la pulsation propre  $\omega_0$  du circuit et la valeur de la capacité  $C$ .
- 2) Avec les conventions indiquées à la figure, l'intensité  $i$  à l'instant  $t = 0$  est maximale et a pour valeur  $i = I_{\max} = 2 \text{ A}$ . Donner l'expression de l'intensité  $i$  en fonction du temps.
- 3) Exprimer la tension  $u$  aux bornes du condensateur en fonction du temps.
- 4) A quelles dates la charge  $q$  est-elle, pour la première fois
  - a) positive et maximale ?
  - b) négative et minimale ?

Calculer l'énergie présente dans le circuit à ces deux dates. Sous quelle(s) forme(s) existe-t-elle ?
- 5) Calculer l'énergie électrostatique et l'énergie magnétique aux instants  $t' = 6,25 \cdot 10^{-4} \text{ s}$  et  $t'' = 2 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ .



### Exercice 3

Un condensateur de capacité  $C$  est chargé à l'aide d'une tension continue  $U_0$ . A un instant qu'on choisit comme origine des dates ; on relie les bornes A et B du condensateur chargé à celle d'une bobine d'inductance  $L = 1 \text{ H}$  et de résistance négligeable.



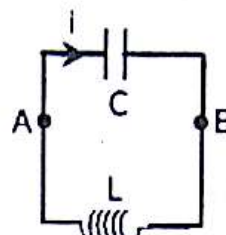
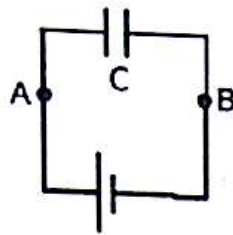
- 1) a) Exprimer l'énergie totale  $W$  du circuit en fonction de  $q$  (la charge instantanée de l'armature A),  $L$ ,  $C$  et  $i$  (l'intensité du courant dans la bobine).  
 b) Justifier la constance de l'énergie totale  $W$  du circuit oscillant. Exprimer  $W$  en fonction de  $C$  et  $U_0$ .
- 2) a) Dédire l'équation différentielle du circuit en fonction de la charge  $q$  de l'armature A du condensateur,  $L$ ,  $C$  et  $\frac{d^2q}{dt^2}$ .  
 b) Exprimer cette équation différentielle en fonction de  $C$ ,  $L$ ,  $u_C$  et  $\frac{d^2u_C}{dt^2}$ .  
 c) En déduire l'expression de la pulsation propre de l'oscillateur.
- 3) On donne dans le tableau ci-dessous les variations de  $u_C^2$  en fonction de  $i^2$  :

$u_C^2 (10^2 \text{ V}^2)$	100	80	60	40	20	0
$i^2 (10^{-3} \text{ A}^2)$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1

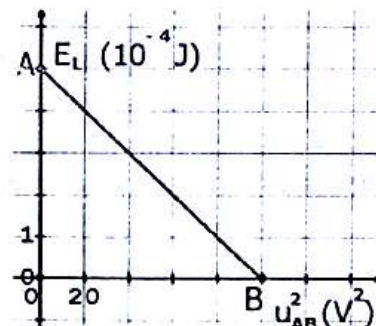
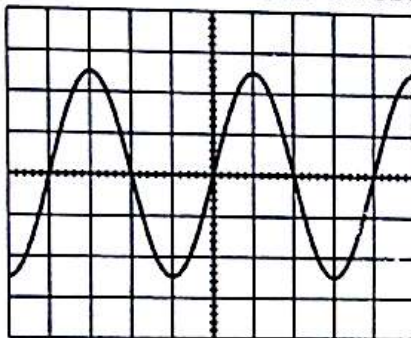
- a) Tracer la courbe  $u_C^2 = f(i^2)$ .
- b) Etablir la relation entre  $u_C^2$ ,  $i^2$ ,  $L$ ,  $\omega_0$  et  $U_0$ .
- c) Déterminer les valeurs de  $U_0$ ,  $\omega_0$ ,  $C$  et l'énergie totale  $W$ .
- d) Exprimer  $i = f(t)$ ,  $q = g(t)$  et  $u_C = h(t)$ .
- e) Exprimer  $W_e$  et  $W_L$  en fonction du temps ( $W_e$  et  $W_L$  désignent respectivement les énergies emmagasinées dans le condensateur et dans la bobine à  $t$  quelconque).
- f) Sur un même système d'axes, représenter  $W_e$  et  $W_L$  en fonction du temps sur l'intervalle  $[0 ; 2T_0]$ .
- g) En déduire graphiquement, dans cet intervalle, les dates correspondant à la décharge totale du condensateur.

### Exercice 4

Un condensateur de capacité  $C$  est chargé à l'aide d'un générateur (voir figure ci-dessous) :



A un instant qu'on choisit comme origine des dates, on relie les bornes A et B du condensateur chargé à celles d'une bobine d'inductance  $L$  et de résistance négligeable. A l'aide d'un oscilloscope, on visualise les variations, en fonction du temps, de la tension  $u_{AB}$  aux bornes du condensateur. On obtient l'oscillogramme ci-dessous :



- 1) Faire le schéma du montage, en précisant les connexions à l'oscilloscope.
- 2) Justifier théoriquement l'allure de l'oscillogramme.
- 3) On donne la représentation graphique de l'énergie magnétique  $E_L$  emmagasinée par la bobine en fonction de  $u_{AB}^2$ .
  - a) Justifier théoriquement l'allure de cette courbe en établissant l'expression de  $u_{AB}^2$  en fonction de  $E_L$ .
  - b) Déterminer la capacité  $C$  du condensateur.
  - c) Déterminer l'énergie totale du circuit.
  - d) L'inductance de la bobine étant égale à  $L = 0,163 \text{ H}$ , exprimer en fonction du temps :
    - La charge  $q$  de l'armature A.
    - L'intensité  $i$  du courant qui traverse le circuit.
- 4) Déterminer la sensibilité verticale (en V/division) et la sensibilité horizontale (en s/division) utilisées pour obtenir l'oscillogramme proposé.
- 5) a) Etablir l'expression des variations, en fonction du temps, de :
  - l'énergie magnétique  $E_L(t)$  emmagasinée par la bobine ;
  - la tension  $u_L(t)$  aux bornes de la bobine.
- b) Représenter sur le même graphe et sur l'intervalle  $[0 ; 2T_0]$ , les variations de  $u_L(t)$  et  $E_L(t)$ .
- c) Par le calcul, déterminer dans cet intervalle, les dates correspondant au partage égal de l'énergie entre le condensateur et la bobine avec  $i > 0$ .
- d) Déterminer à ces dates les valeurs de  $u_L$ .



**Exercice 1**

1) Calculons la valeur de l'inductance L.

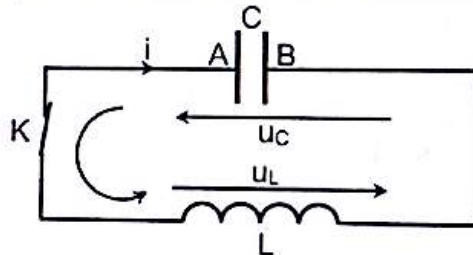
$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow L = \frac{1}{C\omega_0^2} = \frac{1}{C\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2} = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C}$$

$$\text{Application numérique : } L = \frac{(1,26 \cdot 10^{-3})^2}{4\pi^2 \times 200 \cdot 10^{-9}} = 0,2 \text{ H}$$

2) Vérifions si la période propre  $T_0$  du circuit dépend de la valeur  $U_0$  de la tension.

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC}}} = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{L\frac{Q_0}{U_0}} = 2\pi\sqrt{\frac{LQ_0}{U_0}}$$

$T_0$  est fonction de  $U_0$  donc on peut affirmer que la période propre  $T_0$  du circuit dépend de la valeur  $U_0$  de la tension de charge.

**Exercice 2** (extrait Examen France juin 2000)1) Etablissons l'équation différentielle du circuit oscillant LC vérifiée par la charge  $q(t)$ .

La tension aux bornes du condensateur est :  $u_C(t) = \frac{q(t)}{C}$

La tension aux bornes de la bobine est :  $u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}$

$$\text{Or } i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \Rightarrow \frac{di(t)}{dt} = \frac{d^2q(t)}{dt^2} = \ddot{q}(t) \text{ donc } u_L(t) = L\ddot{q}(t)$$

Par ailleurs, d'après la loi des mailles dans le circuit précédent :  $u_C(t) + u_L(t) = 0$

$$\Rightarrow \frac{q(t)}{C} + L\ddot{q}(t) = 0 \Rightarrow L\left(\ddot{q}(t) + \frac{1}{LC}q(t)\right) = 0 \Rightarrow \ddot{q}(t) + \frac{1}{LC}q(t) = 0$$

2) Proposons une solution de cette équation différentielle et vérifions sa validité.

La solution générale de l'équation différentielle est de la forme :  $q(t) = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$$q(t) = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi) \Rightarrow \dot{q}(t) = -\omega_0 Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi) \Rightarrow \ddot{q}(t) = -\omega_0^2 Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\Rightarrow \ddot{q}(t) = -\omega_0^2 q(t) \Rightarrow \ddot{q}(t) + \omega_0^2 q(t) = 0$$

On retrouve l'équation différentielle précédente avec :  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$

Donc la fonction  $q(t)$  est bien solution de cette équation différentielle.

Expression de  $\omega_0$ .

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

## CORRECTION

3) Dédisons de l'oscillogramme représenté :

a) la période propre des oscillations :  $T = 4 \times 0,5 \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ .

b) la pulsation propre des oscillations :  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2 \cdot 10^{-3}} = 1000\pi \text{ rad/s} = 3141,6 \text{ rad/s}$

c) la fréquence propre des oscillations

$$N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-3}} = 500 \text{ Hz}$$

d) la valeur de l'inductance L de la bobine

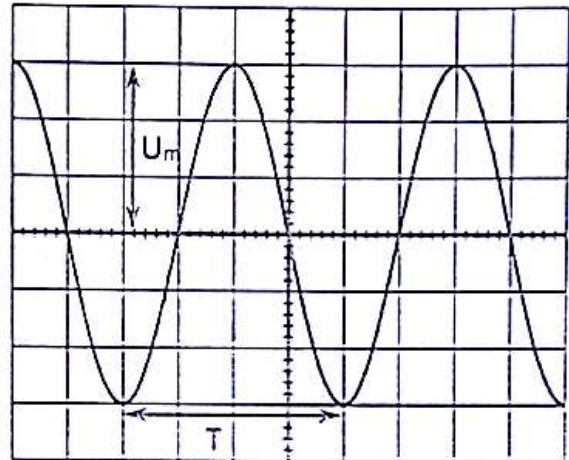
$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow L = \frac{1}{C\omega_0^2}$$

$$\text{A.N. : } L = \frac{1}{10^{-6} \times (1000\pi)^2} = 0,1 \text{ H}$$

e) la valeur maximale de l'intensité

$$I_m = \omega_0 Q_m = \omega_0 C U_{AB} = 1000 \times \pi \times 10^{-6} \times 3$$

$$\Rightarrow I_m = 9,42 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 9,42 \text{ mA}$$



Sensibilité verticale : 1 V/div

Sensibilité horizontale : 0,5 ms/div

### Exercice 3

1) Calculons la valeur de la capacité C du condensateur.

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow C = \frac{1}{L\omega_0^2} \Rightarrow C = \frac{1}{0,2 \times 500^2} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ F}$$

2) À l'instant  $t = 0$ , la charge q portée par l'armature A vaut  $q_0 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ C}$  et l'intensité  $i = 0$ .

a) Déterminons l'expression numérique pour la charge  $q(t)$ .

$$q(t) = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi) \text{ et } i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -\omega_0 Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\text{A } t = 0 \text{ s, } q_0 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ C et } i = 0$$

$$q(0) = Q_m \cos(\omega_0 \times 0 + \varphi) \Rightarrow Q_m \cos(\varphi) = q_0 \Rightarrow \cos(\varphi) = \frac{q_0}{Q_m} > 0$$

$$i(0) = -\omega_0 Q_m \sin(\omega_0 \times 0 + \varphi) \Rightarrow -\omega_0 Q_m \sin(\varphi) = 0 \Rightarrow \sin(\varphi) = 0 \Rightarrow \varphi = 0 \text{ ou } \varphi = \pi$$

la bonne solution est  $\varphi = 0$  car pour  $\varphi = \pi$ ,  $\cos(\varphi) = -1 < 0$

$$\Rightarrow \cos(\varphi) = \cos(0^\circ) = 1 \Rightarrow \frac{q_0}{Q_m} = 1 \Rightarrow Q_m = q_0 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ C}$$

$$\text{On obtient donc : } q(t) = 4 \cdot 10^{-3} \cos(500t)$$

b) Dédons de l'expression numérique de l'intensité  $i(t)$  du courant.

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{d[4 \cdot 10^{-3} \cos(500t)]}{dt} = -500 \times 4 \cdot 10^{-3} \sin(500t) \Rightarrow i(t) = -2 \sin(500t)$$

c) Expression numérique des tensions  $u_C(t)$  et  $u_L(t)$ .

$$u_C(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \cos(500t)}{2 \cdot 10^{-5}} \Rightarrow u_C(t) = 200 \cos(500t)$$

$$u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = L \frac{d[-2 \sin(500t)]}{dt} = -0,2 \times 500 \times 2 \cos(500t) \Rightarrow u_L(t) = -200 \cos(500t)$$



## CORRECTION

### Exercice 4 (extrait Examen France septembre 2004)

#### 1) Amplitude de la tension aux bornes du condensateur et pulsation propre

On a :  $u_{AB} = 2\cos(5000t) = U_m \cos(\omega_0 t)$ , donc par identification :

➤ l'amplitude de la tension aux bornes du condensateur est :  $U_m = 2 \text{ V}$

➤ la pulsation propre est :  $\omega_0 = 5000 \text{ rad/s}$

#### 2) Calculons la capacité C du condensateur

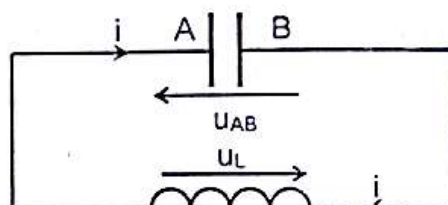
$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow C = \frac{1}{L\omega_0^2} \Rightarrow C = \frac{1}{40 \cdot 10^{-3} \times (5000)^2} = 10^{-6} \text{ F} = 1 \mu\text{F}$$

#### 3) Expressions de la charge q(t) et de l'intensité i(t)

- $q(t) = Cu_{AB}(t) \Rightarrow q(t) = 2 \cdot 10^{-6} \cos(5000t)$

- $i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -2 \cdot 10^{-6} \times 5000 \sin(5000t) \Rightarrow i(t) = -10^{-2} \sin(5000t)$

- Schéma du circuit avec le sens positif de i



#### 4) Démontrons que l'énergie électromagnétique emmagasinée dans le circuit est constante.

$$E_T = E_C + E_L = \frac{1}{2} Cu_{AB}^2 + \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} \times 10^{-6} \times (2\cos 5000t)^2 + \frac{1}{2} \times 40 \cdot 10^{-3} \times (-10^{-2} \sin 5000t)^2$$

$$\Rightarrow E_T = 2 \cdot 10^{-6} \cos^2(5000t) + 2 \cdot 10^{-6} \sin^2(5000t) = 2 \cdot 10^{-6} (\cos^2(5000t) + \sin^2(5000t))$$

$$\Rightarrow E_T = 2 \cdot 10^{-6} \text{ J} = \text{constante}$$

Valeur de la tension  $u_{AB}$  au moment où l'intensité du courant vaut  $i = 8 \text{ mA}$

$$E_T = \frac{1}{2} (Cu_{AB}^2 + Li^2) \Rightarrow Cu_{AB}^2 + Li^2 = 2E_T \Rightarrow u_{AB}^2 = \frac{2E_T - Li^2}{C} \Rightarrow u_{AB} = \sqrt{\frac{2E_T - Li^2}{C}}$$

$$\text{Application numérique : } u_{AB} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \cdot 10^{-6} - 40 \cdot 10^{-3} \times (8 \cdot 10^{-3})^2}{10^{-6}}} = 1,2 \text{ V}$$

#### 5) Ce que deviennent ces oscillations, si la résistance de la bobine n'est pas négligeable

Les oscillations seront amorties car il y a une perte d'énergie par effet Joule due à la résistance.

### Exercice 5 (extrait Bac D Troisième Session 2004)

#### 1) La bobine emmagasine $E = 3 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ , lorsqu'elle est parcourue par un courant $I = 0,1 \text{ A}$ .

##### 1.1. Calculons l'inductance de la bobine.

$$E = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow L = \frac{2E}{I^2} = \frac{2 \times 3 \cdot 10^{-3}}{0,1^2} \Rightarrow L = 0,6 \text{ H}$$

##### 1.2. Un condensateur de capacité C soumis à $U = 10 \text{ V}$ peut stocker la même énergie.

###### 1.2.1) Calculons la capacité C de ce condensateur.

$$E = \frac{1}{2} CU^2 \Rightarrow C = \frac{2E}{U^2} \Rightarrow C = \frac{2 \times 3 \cdot 10^{-3}}{10^2} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ F}$$

###### 1.2.2) Calculons sa charge maximale $Q_m$ .

$$Q_m = CU = 6 \cdot 10^{-5} \times 10 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ C} \Rightarrow Q_m = 6 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

2) Le condensateur chargé est relié à la bobine selon le schéma ci-dessous :

2.1. Donnons les expressions de la tension :

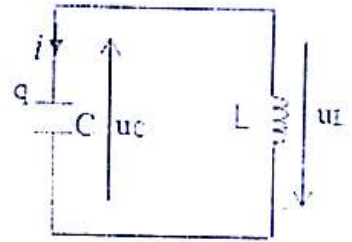
- $u_C$  aux bornes du condensateur :  $u_C(t) = \frac{q(t)}{C}$
- $u_L$  aux bornes de la bobine :  $u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}$

2.2. Equation différentielle du circuit oscillant.

D'après la loi des mailles :  $u_C(t) + u_L(t) = 0$

Or  $i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \Rightarrow \frac{di(t)}{dt} = \frac{d^2q(t)}{dt^2} = \ddot{q}(t)$  donc  $u_L(t) = L\ddot{q}(t)$

$$\Rightarrow \frac{q(t)}{C} + L\ddot{q}(t) = 0 \Rightarrow L\left(\ddot{q}(t) + \frac{1}{LC}q(t)\right) = 0 \Rightarrow \ddot{q}(t) + \frac{1}{LC}q(t) = 0$$



2.3. Déduisons la pulsation propre  $\omega_0$ .

La solution générale de l'équation différentielle est de la forme :  $q(t) = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$$q(t) = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi) \Rightarrow \dot{q}(t) = -\omega_0 Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi) \Rightarrow \ddot{q}(t) = -\omega_0^2 Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\Rightarrow \ddot{q}(t) = -\omega_0^2 q(t) \Rightarrow \ddot{q}(t) + \omega_0^2 q(t) = 0$$

On retrouve l'équation différentielle précédente avec :  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

Application numérique :  $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{6 \cdot 10^{-5} \times 0,6}} = 166,67 \text{ rad/s}$

2.4. Déterminons l'expression de la charge en fonction du temps.

- A  $t = 0$ ,  $q_A(0) = Q_0$  et la charge est maximale donc  $Q_m = Q_0 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ C}$ .

- La solution de l'équation différentielle est  $q_A(t) = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$  avec  $LC\omega_0^2 = 1$ .

A  $t = 0$ ,  $q_A(0) = Q_m \cos(0 \times t + \varphi) = Q_m \cos \varphi = Q_m$  car  $q_A(0) = Q_m$

$$\cos \varphi = \frac{Q_m}{Q_m} = 1 \Rightarrow \varphi = 0^\circ \text{ ou } 0 \text{ rad} \Rightarrow q_A(t) = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi) = 6 \cdot 10^{-4} \cos 166,67t$$

2.5. Calculons la charge du condensateur aux dates suivantes :

$$q(t) = Q_m \cos \omega_0 t = Q_m \cos \frac{2\pi}{T} t$$

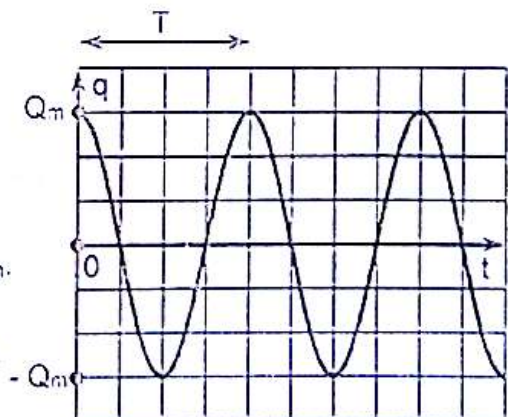
➤ à  $t = 0$ ,  $\cos\left(\frac{2\pi}{T} \times 0\right) = \cos 0 = 1$  donc  $q = Q_m$ .

➤ à  $t = \frac{T}{4}$ ,  $\cos\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{4}\right) = \cos \frac{\pi}{2} = 0$  donc  $q = 0$ .

➤ à  $t = \frac{T}{2}$ ,  $\cos\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{2}\right) = \cos \pi = -1$  donc  $q = -Q_m$ .

➤ à  $t = \frac{3T}{4}$ ,  $\cos\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{3T}{4}\right) = \cos \frac{3\pi}{2} = 0$  donc  $q = 0$ .

➤ à  $t = T$ ,  $\cos\left(\frac{2\pi}{T} \times T\right) = \cos 2\pi = 1$  donc  $q = Q_m$ .



2.6. Donnons l'allure de la fonction  $q(t)$ .

D'après les résultats de la question précédente, on obtient la courbe ci-dessus.





## CIRCUIT RLC SERIE EN REGIME SINUSOIDAL FORCE

Georg Simon Ohm  
(16 mars 1789 à Erlangen en Allemagne et mort à 65 ans le 6 juillet 1854 à Munich)  
Physicien Allemand.

En utilisant du matériel de sa propre invention, Ohm détermine qu'il y a une relation de proportionnalité directe entre la différence de potentiel appliquée aux bornes d'un conducteur et le courant électrique qui le traverse, ce qu'on appelle maintenant la loi d'Ohm. Utilisant ces résultats expérimentaux, il détermine les relations fondamentales entre courant, tension et résistance électrique, ce qui constitue le départ de l'analyse des circuits électriques. Le nom de Ohm a également été donné à l'unité dérivée du système international pour la résistance, le ohm (symbole  $\Omega$ ).

### Objectifs spécifiques

- Appliquer les lois de l'électrocinétique à un circuit RLC série soumis à un régime sinusoïdal forcé.
- Comprendre le phénomène de résonance dans un circuit RLC série en régime sinusoïdal forcé.
- Connaître les expressions de la puissance et de l'énergie échangées dans un circuit RLC série en régime sinusoïdal forcé.

## RAPPEL DE COURS

### 1. Le courant alternatif sinusoïdal

Un courant alternatif sinusoïdal est un courant électrique dont l'intensité est une fonction du temps :  $i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi)$

- $I_m$  : intensité maximale (en A) ;
- $\varphi$  : phase à l'origine (en rad) ;
- $\omega$  : pulsation (en  $\text{rad.s}^{-1}$ ) ;
- $\omega t + \varphi$  : phase à la date  $t$  (en rad).

### 2. Grandeurs efficaces

#### 2.1. Intensité efficace

C'est la valeur de l'intensité mesurée par un ampèremètre :  $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$

Remarque :  $I_m = I\sqrt{2}$ .

## 2.2. Tension efficace

C'est la valeur de la tension mesurée par un voltmètre :  $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$

Remarque :  $U_m = U\sqrt{2}$

## 3. Notion de phase.

La phase de la tension  $u$  par rapport à l'intensité  $i$  est notée  $\varphi$ .

Elle est donnée par l'expression suivante :  $|\varphi| = \frac{2\pi}{T} \tau$

- $\varphi$  : phase de la tension  $u$  par rapport à l'intensité  $i$  en radians (rad) ;
- $T$  : période en seconde (s) ;
- $\tau$  : décalage horaire entre  $u$  et  $i$  en seconde (s).

Deux cas se présentent :

Cas 1	Cas 2
$i(t) = I_m \cos \omega t$ ( $i$ est pris comme référence) $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$ $\varphi$ est la phase de la tension par rapport à l'intensité	$u(t) = U_m \cos \omega t$ ( $u$ est pris comme référence) $i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi')$ $\varphi'$ est la phase de l'intensité par rapport à la tension
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ si <math>\varphi &gt; 0</math>, alors <math>u</math> est en avance sur <math>i</math> (ou <math>i</math> est en retard sur <math>u</math>)</li> <li>➤ si <math>\varphi &lt; 0</math>, alors <math>u</math> est en retard sur <math>i</math> (ou <math>i</math> est en avance sur <math>u</math>)</li> <li>➤ si <math>\varphi = 0</math> alors <math>u</math> et <math>i</math> sont en phase</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ si <math>\varphi' &gt; 0</math>, alors <math>i</math> est en avance sur <math>u</math> (ou <math>u</math> est en retard sur <math>i</math>)</li> <li>➤ si <math>\varphi' &lt; 0</math>, alors <math>i</math> est en retard sur <math>u</math> (ou <math>u</math> est en avance sur <math>i</math>)</li> <li>➤ si <math>\varphi' = 0</math> alors <math>u</math> et <math>i</math> sont en phase</li> </ul>

Remarque :

- Les phases  $\varphi$  et  $\varphi'$  sont opposées ( $\varphi = -\varphi'$ ).
- Supposons que l'expression de la tension  $u = U_m \cos \omega t$  est imposée. Ainsi on a :
  - si la tension  $u$  est en **avance** par rapport à l'intensité  $i$  alors l'expression de  $i$  est :  
 $i = I_m \cos(\omega t - \varphi)$  ;
  - si la tension  $u$  est en **retard** par rapport à l'intensité  $i$  alors l'expression de  $i$  est :  
 $i = I_m \cos(\omega t + \varphi)$  ;



#### 4. Notion d'impédance

##### a. Définition

- L'impédance d'une portion de circuit soumise à un régime sinusoïdal est définie comme suit :

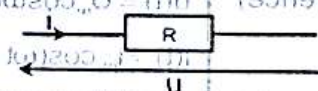
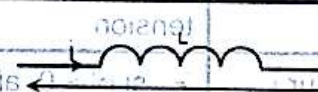
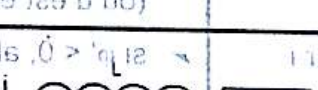
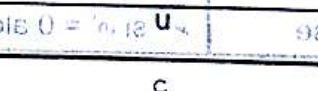
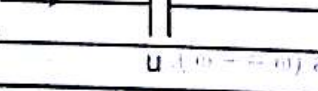
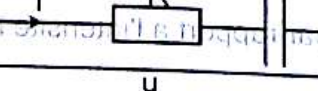
$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I}$$

Z s'exprime en ohms ( $\Omega$ )

- L'impédance Z peut aussi s'exprimer en fonction des caractéristiques du circuit RLC.

$$Z = \sqrt{(R + r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

##### b. Cas particuliers

DIPOLES CONSIDERES	SCHEMA	IMPEDANCE
Conducteur ohmique		$Z = R$
Bobine purement inductive (ou bobine idéale : $r = 0$ )		$Z = L\omega$
Bobine résistive (ou bobine réelle : $r \neq 0$ )		$Z = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}$
Condensateur		$Z = \frac{1}{C\omega}$
Condensateur et conducteur ohmique		$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}$
Circuit RLC série		$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$

## 5. Construction de Fresnel

DIPOLES CONSIDERES	CONSTRUCTION DE FRESNEL	PHASE $\varphi$
Conducteur ohmique		$\varphi = 0$
Bobine non résistive		$\varphi = +\frac{\pi}{2}$
Bobine résistive		$\tan \varphi = \frac{L\omega}{r}$
Condensateur		$\varphi = -\frac{\pi}{2}$
Condensateur et conducteur ohmique		$\tan \varphi = \frac{-1}{RC\omega}$
Circuit RLC série		$\tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} > 0$
		$\varphi = 0$
		$\tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} < 0$

### Remarque

Un circuit RLC est globalement :

- inductif si  $\omega > \omega_0$  ou  $\varphi > 0$  (1<sup>er</sup> cas notion de phase) ou  $L\omega > \frac{1}{C\omega}$   
ou encore  $U_L > U_C$
- capacitif si  $\omega < \omega_0$  ou  $\varphi < 0$  (1<sup>er</sup> cas notion de phase) ou  $L\omega < \frac{1}{C\omega}$   
ou encore  $U_L < U_C$
- à la résonance d'intensité si  $\omega = \omega_0$  ou  $\varphi = 0$  ou  $L\omega = \frac{1}{C\omega}$  ou encore  $U_L = U_C$



## 6. Résonance d'intensité

### 6.1 ) Définition

A la résonance d'intensité :

- $u$  et  $i$  sont en phase  $\Rightarrow \varphi = 0$
- l'intensité efficace passe par une valeur maximale  $I_0$ .
- $Z$  est minimale,  $Z = \Sigma R$  (somme des résistances)
- $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  ( $\omega_0$  est la pulsation propre du circuit)
- la tension aux bornes du condensateur est égale à la tension aux bornes de l'inductance ( $U_C = U_L$ ) et est supérieure à la tension aux bornes du générateur.

### 6.2 ) Bande passante à 3 db

La bande passante est  $\Delta N = N_2 - N_1 = \frac{\Sigma R}{2\pi L}$  (en Hz) ou  $\Delta \omega = \omega_2 - \omega_1 = 2\pi \Delta N = \frac{\Sigma R}{L}$  (rad/s)

### 6.3 ) Facteur de qualité

Il est défini par  $Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{\omega_0}{\Delta \omega} = \frac{2\pi L N_0}{\Sigma R}$  et  $L \omega_0 = \frac{1}{C \omega_0} \Rightarrow \frac{L \omega_0}{\Sigma R} = \frac{1}{\Sigma R C \omega_0}$  ;  $Q$  est sans unité.

A la résonance :  $U_L = L \omega_0 I_0 = L \omega_0 \frac{U}{\Sigma R} = \frac{L \omega_0}{\Sigma R} U = \frac{1}{\Sigma R C \omega_0} U = Q U = U_C$

## 7. Puissance et énergie électrique échangée

### 7.1 ) Puissance instantanée

Soit  $u(t) = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$  et  $i(t) = I\sqrt{2} \cos \omega t$ .

La puissance instantanée est définie par :  $p = u(t) \times i(t) = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi) \times I\sqrt{2} \cos \omega t$ .

### 7.2 ) Puissance moyenne

La puissance moyenne consommée par un dipôle est donnée par :  $P = UI \cos \varphi$

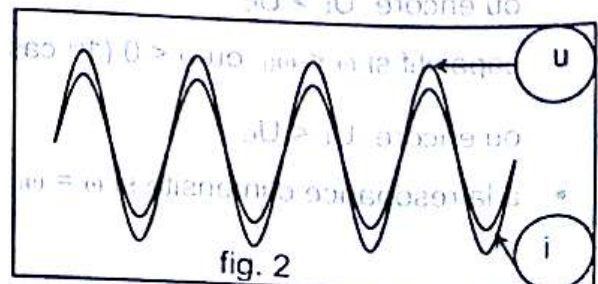
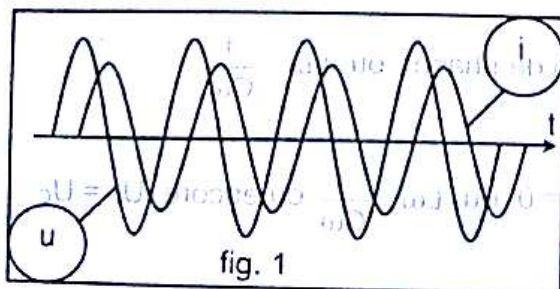
avec  $U, I$  : Puissance apparente en volt ampère (V.A) ;  $\cos \varphi$  : facteur de puissance ;

$P$  : puissance moyenne en watt (W).

## 8. Méthode pratique

Comment déceler la notion d'avance, de retard ou de phase ?

- On dit que  $u$  est en avance par rapport à  $i$  si  $u$  atteint, dans le temps, son maximum avant  $i$ .  
On dit aussi que  $i$  est en retard par rapport à  $u$  (voir fig. 1).
- On dit que  $u$  et  $i$  sont en phase s'ils atteignent leur maximum en même temps (voir fig. 2).

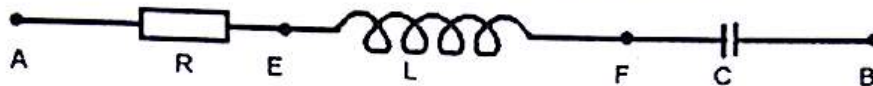




## EXERCICES RESOLUS

### Exercice 1 (extrait Bac Série D Madagascar 2002)

Entre deux points A et B, on relie en série, un conducteur ohmique de résistance  $R = 15 \, \Omega$ , une bobine de résistance négligeable et d'inductance  $L = 0,08 \, \text{H}$  et un condensateur de capacité  $C = 3,8 \, \mu\text{F}$ . On néglige la résistance des fils de jonction. On applique entre les bornes A et B une tension sinusoïdale de valeur efficace  $U = 220 \, \text{V}$  et de fréquence  $N = 50 \, \text{Hz}$  (voir figure).



Figure

- 1) Vérifier que l'impédance du circuit entre A et B est environ  $Z = 813 \, \Omega$ .
- 2) En déduire la valeur de l'intensité efficace  $I$  du courant dans le circuit.
- 3) Calculer la phase  $\varphi$  de la tension par rapport à l'intensité du courant.  
En déduire la nature du circuit (capacitif ou inductif).
- 4) Calculer la tension efficace  $U_{AF}$  entre les points A et F.
- 5) Calculer le facteur de puissance du dipôle RLC.

### Exercice 2 (extrait Bac Série D Madagascar 2000)

Un dipôle AB comprend en série une bobine de résistance  $R = 400 \, \Omega$ , d'inductance  $L = 1 \, \text{H}$  et d'un condensateur de capacité  $C = 1 \, \mu\text{F}$ . On applique aux bornes de ce dipôle une tension sinusoïdale de valeur efficace  $U = 100 \, \text{V}$ , de fréquence  $N$  variable.

- 1) Faire le schéma de ce circuit ( $R, L, C$ ) en précisant les sens du courant instantané  $i(t)$  et la tension instantanée  $u(t)$  aux bornes du dipôle AB.  
Faire apparaître sur ce schéma, les branchements d'un oscilloscope qui permettent de visualiser sur la voie 1, la tension aux bornes du circuit et, sur la voie 2, une tension proportionnelle à l'intensité du courant qui traverse le circuit.
- 2) Pour une valeur  $N_0$  correspondant à la résonance d'intensité déterminer :
  - l'impédance  $Z_0$  de ce circuit ;
  - l'intensité efficace  $I_0$  ;
  - la pulsation propre  $\omega_0$  ;
  - la fréquence de résonance  $N_0$  ;
  - les valeurs des tensions efficaces  $U_{R0}$ ,  $U_{L0}$  et  $U_{C0}$  aux bornes de chaque composante.



**Exercice 3** (extrait Bac Série D Madagascar 2001)

Entre deux points M et N, on relie, en série, un conducteur ohmique de résistance  $R = 155 \, \Omega$ , une bobine de résistance négligeable et d'inductance  $L = 1 \, \text{H}$  et un condensateur de capacité  $C = 20 \, \mu\text{F}$ . On néglige la résistance des fils de jonction. On applique entre les bornes M et N une tension sinusoïdale  $u(t) = U\sqrt{2} \cos(100\pi t)$  volt, où  $U = 120 \, \text{V}$ .

- 1) Calculer l'impédance  $Z$  de ce dipôle RLC.
- 2) Déterminer l'expression de l'intensité  $i(t)$  du courant qui traverse le dipôle.
- 3) Construire le diagramme de FRESNEL relatif à ce circuit. Echelle : 1 cm pour 25 V.

**Exercice 4** (extrait Bac Série D Madagascar 2009)

Alimentée sous une tension continue  $U = 12 \, \text{V}$ , une bobine de résistance  $R$  et d'inductance  $L$  est parcourue par un courant d'intensité  $I = 0,30 \, \text{A}$ .

Alimentée sous une tension alternative sinusoïdale de valeur efficace  $U = 12 \, \text{V}$  et de fréquence  $50 \, \text{Hz}$ , cette bobine est parcourue par un courant d'intensité efficace  $I = 0,073 \, \text{A}$ .

- 1) Calculer la valeur de la résistance  $R$  et celle de l'inductance  $L$  de la bobine.
- 2) Cette bobine est montée en série avec un condensateur de capacité  $C$ , l'ensemble est alimenté sous la tension alternative  $U = 12 \, \text{V}$ ,  $f = 50 \, \text{Hz}$ .  
Calculer la valeur de la capacité  $C$  pour que l'intensité efficace soit maximale.
- 3) Avec cette condition, calculer la puissance moyenne consommée par le dipôle RLC et la tension efficace aux bornes de la bobine.

**Exercice 5**

On dispose en série une bobine de résistance interne  $R$ , d'inductance  $L$  et un condensateur de capacité  $C$ . On maintient aux bornes de l'ensemble une tension efficace  $U = 40 \, \text{V}$  de fréquence  $N$  variable.

1. On a relevé l'intensité efficace pour quelques valeurs de la fréquence  $N$ .

N(Hz)	260	280	300	310	320	330	340	360	380
I(A)	0,47	0,72	1,28	1,76	1,99	1,62	1,21	0,75	0,54

Représenter la fonction  $I = f(N)$ . Echelle : 1 cm pour 10 Hz ; 1 cm pour 0,2 A.

NB : On commencera à graduer l'axe des abscisses à partir de 260 Hz.

2. Déterminer graphiquement la fréquence  $N_0$  de résonance d'intensité et l'intensité efficace  $I_0$  correspondante. En déduire la valeur de la résistance  $R$  de la bobine.
3. Déterminer graphiquement la largeur de la bande passante du circuit.  
En déduire la valeur de l'inductance  $L$  de la bobine.



4. Dédire des résultats précédents la valeur de la capacité du condensateur.
5. Comparer la tension efficace  $U$  aux bornes de l'ensemble et la tension efficace  $U_C$  aux bornes du condensateur puis conclure.
6. Calculer numériquement le facteur de qualité.

**Exercice 6** (extrait Bac D Session Normale 2004)

Lors d'une séance de travaux pratiques de physiques, chaque groupe d'élèves dispose de :

- un conducteur ohmique de résistance  $R = 4 \Omega$ ,
- une bobine d'inductance variable  $L$  et de résistance négligeable,
- un condensateur de capacité  $C = 8 \mu F$ ,
- un générateur basses fréquences (GBF),
- un oscilloscope bicourbe et des fils de connexion.

Le professeur fait réaliser le montage de la figure 1.

L'expérience consiste à faire varier l'inductance  $L$  de la bobine et à déterminer sa valeur. Pour deux valeurs différentes de l'inductance, on obtient les oscillogrammes suivants (fig. 2).

Echelle des temps : 1 div correspond à 1 ms.

Echelle des tensions : voie 1 : 1 div correspond à 0,1 V ; voie 2 : 1 div correspond à 0,25 V.

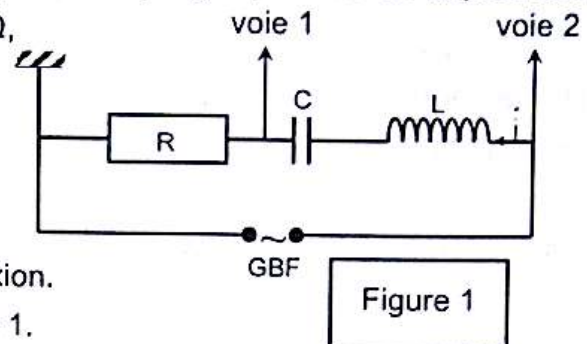
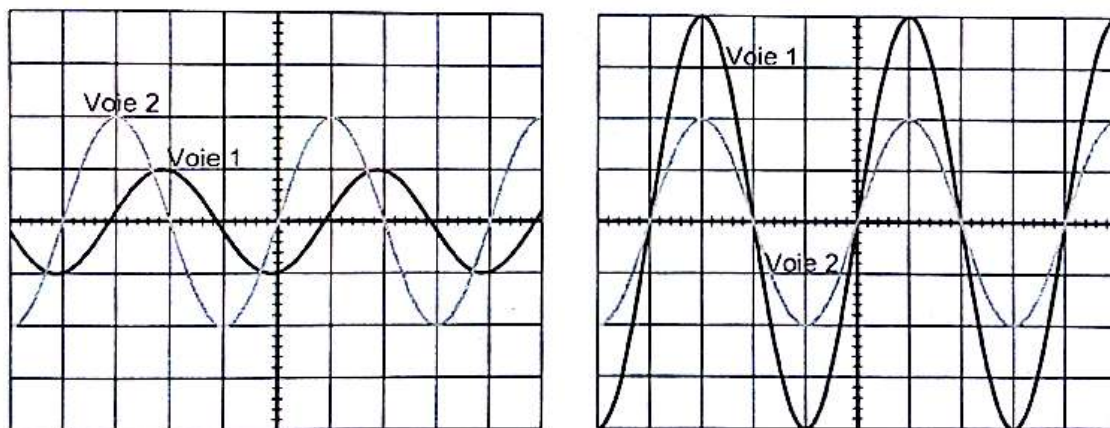


Figure 1



Expérience a

Figure 2

Expérience b

1. Quelles sont les tensions visualisées sur les voies 1 et 2.
2. Déterminer à l'aide des oscillogrammes :
  - 2.1. La période du signal obtenu.
  - 2.2. La pulsation  $\omega$  de la tension variable produite par le G.B.F.
3.
  - 3.1. A l'aide de l'oscillogramme de l'expérience (a), déterminer les amplitudes :
    - de la tension  $u_1$  aux bornes du conducteur ohmique,
    - de la tension  $u_2$  aux bornes du dipôle R, L, C.
  - 3.2. Calculer l'amplitude de l'intensité  $i$  dans le circuit R, L, C.
  - 3.3. En déduire l'impédance  $Z$  du dipôle RLC et l'inductance  $L$  dans l'expérience (a).



4.

4.1. Quel est le phénomène physique observé dans l'expérience (b) ?

Justifier votre réponse.

4.2. Calculer la valeur de l'inductance dans l'expérience (b).

**Exercice 7** (Extrait Bac Série S2 Sénégal 2006)

On considère un dipôle (D) de nature inconnue monté en série avec un conducteur ohmique de résistance  $R = 100 \, \Omega$  et un générateur basse fréquence de tension sinusoïdale dont la fréquence et la tension efficace sont réglables. On utilise un oscilloscope dont les réglages sont les suivants : balayage horizontal ( $100 \, \mu\text{s}/\text{div}$ ), déviation verticale (pour la voie 1 :  $1 \, \text{V}/\text{div}$  ; pour la voie 2 :  $2 \, \text{V}/\text{div}$ ). On reproduit une photographie de l'écran lorsque l'oscilloscope est branché selon le schéma ci-après (voir figures 1 et 2).

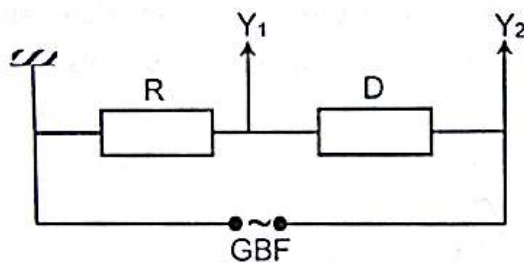


Figure 1

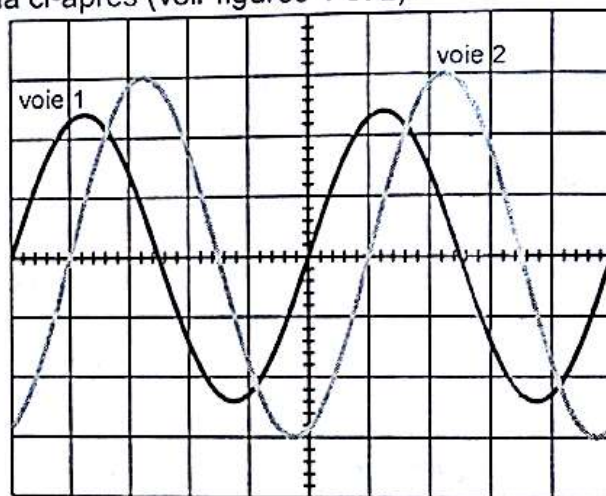


Figure 2

1. En déduire :

1.1. la fréquence de la tension sinusoïdale ;

1.2. les valeurs efficaces de l'intensité instantanée  $i(t)$  qui traverse le circuit et de la tension instantanée  $u(t)$  aux bornes du générateur ;

1.3. le déphasage  $\varphi$  de la tension  $u(t)$  par rapport à l'intensité  $i(t)$ .

Préciser s'il y a avance ou retard de  $u(t)$  par rapport à  $i(t)$ .

1.4. On envisage pour (D) certaines hypothèses :

- (D) est un conducteur ohmique,
- (D) est une bobine de résistance  $r$  et d'inductance  $L$ ,
- (D) est un condensateur,
- (D) est une bobine de résistance  $r$  et d'inductance  $L$  en série avec un condensateur de capacité  $C$ .

Sans calcul et en justifiant les réponses, éliminer les hypothèses non vraisemblables.

2. La tension aux bornes du générateur étant maintenue constante à la valeur  $U_0 = 12 \, \text{V}$ , on fait varier la fréquence et on relève à chaque fois la valeur de l'intensité efficace.

Pour une fréquence  $N_0 = 2150 \, \text{Hz}$ , on constate que l'intensité efficace passe par un maximum de valeur  $I_0 = 107 \, \text{mA}$ .

2.1. Quelle est la nature du dipôle (D) ? Justifier la réponse.

2.2. En déduire toutes les valeurs numériques qui le caractérisent.

## EXERCICES DE PERFECTIONNEMENT

### Exercice 1

On considère trois dipôles : un conducteur ohmique de résistance  $R$ , un condensateur de capacité  $C$ , une bobine de résistance  $r$  et d'inductance  $L$ , enfermés dans trois boîtes différentes.

1. On branche successivement ces trois dipôles sur une alimentation continue délivrant une tension de 12 V. On mesure l'intensité du courant (en régime permanent). On obtient:

- Pour la boîte 1,  $I_1 = 0$  ;
- Pour les boîtes 2 et 3,  $I_2 = I_3 = 240 \text{ mA}$ .

Quelles sont les conclusions que l'on peut tirer de ces résultats ?

2. On branche successivement ces trois dipôles sur une alimentation alternative délivrant une tension efficace de 24 V de fréquence 50 Hz.

On mesure l'intensité efficace du courant traversant chaque dipôle. On obtient :

- Pour la boîte 1,  $I_1 = 75 \text{ mA}$  ;
- Pour la boîte 2,  $I_2 = 480 \text{ mA}$  ;
- Pour la boîte 3,  $I_3 = 406 \text{ mA}$ .

a- Calculer les impédances des trois dipôles.

b- Préciser le contenu de chacune des boîtes. Calculer  $R$ ,  $r$ ,  $L$  et  $C$ .

3. On monte ces trois dipôles en série. On alimente ce circuit ( $R$ ,  $L$ ,  $C$ ) en courant alternatif de tension efficace de 24 V et de fréquence variable.

a- Faire la représentation de Fresnel de ce circuit.

a.1 Calculer la phase de la tension par rapport à l'intensité.

a.2 Calculer la phase de la tension aux bornes de la bobine par rapport à l'intensité.

b- Pour quelle fréquence l'intensité et la tension seront-elles en phase ?

c- Quelle est alors l'intensité efficace du courant ?



## Exercice 2

On branche le circuit représenté sur la figure N°1 aux bornes d'un générateur délivrant une tension alternative sinusoïdale  $u$  de pulsation  $\omega$ .

On utilise un oscillographe dont réglages sont les suivants :

Sensibilité verticale : Voie 1 : 2 V/div

Voie 2 : 0,25 V/div

Sensibilité horizontale: 2 ms/div

1. On obtient l'oscillogramme de la figure N°2.

a- Définir l'état particulier dans lequel se trouve le circuit en justifiant la réponse.

b- Déduire de l'oscillogramme de la figure N°2, la période  $T$ , la fréquence  $f$  de la tension sinusoïdale, la pulsation  $\omega$  et la résistance  $r$  de la bobine.

2. La bobine est remplacée par une résistance de valeur  $r$ . On observe sur l'écran l'oscillogramme de la figure N°3, avec les mêmes réglages que précédemment.

a- Calculer la phase  $\varphi$  de  $u_{AD}(t)$  par rapport à l'intensité du courant  $i(t)$ .

b- Ecrire les expressions horaires de  $u_{AD}(t)$  et  $i(t)$ .

c- A l'aide d'une construction de Fresnel, trouver une relation entre  $\varphi$ ,  $R$ ,  $C$  et  $\omega$ .

d- Calculer les valeurs de  $L$  et  $C$ .

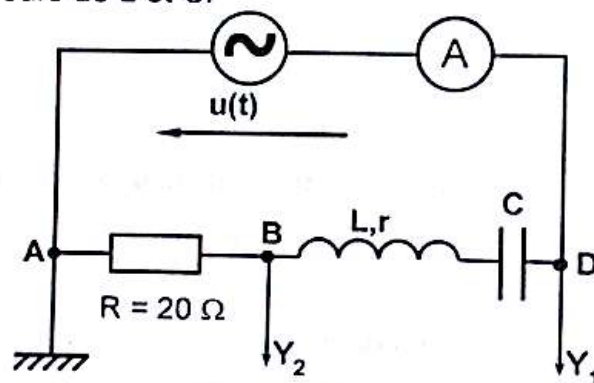


Figure N°1

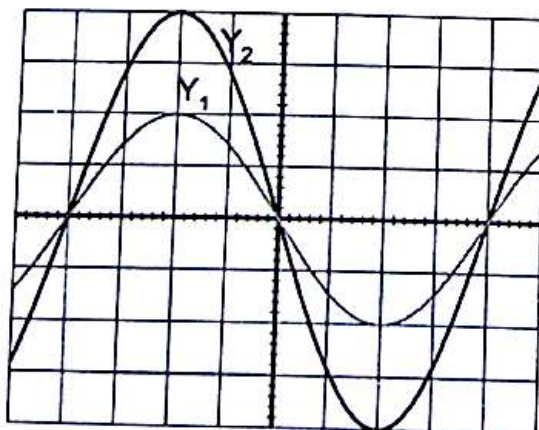


Figure N°2

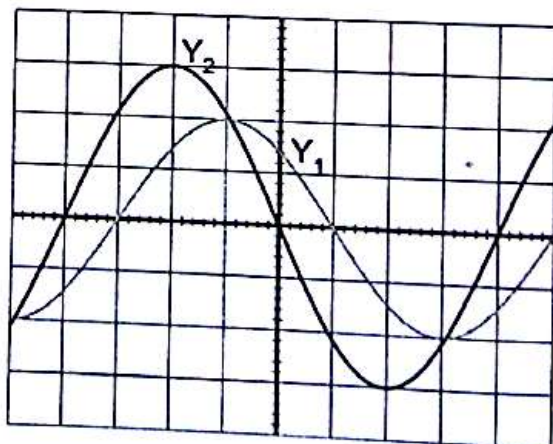


Figure N°3

**Exercice 3** (Extrait Bac D Session Normale 2003)

Un générateur de tension alternative sinusoïdale maintient entre ses bornes une tension  $u_{QM} = U\sqrt{2}\sin\omega t$ . On place en série aux bornes de ce générateur un résistor MN de résistance  $R = 15\ \Omega$  et une bobine d'inductance  $L$  et de résistance  $r$ .

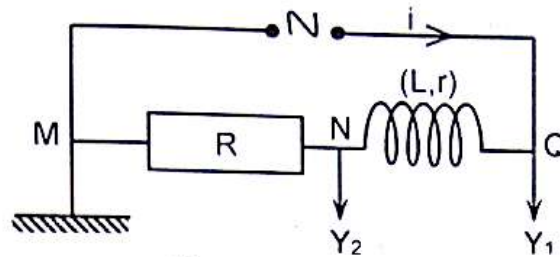


Figure 1

On observe sur l'écran d'un oscilloscope les courbes représentant les tensions  $u_{NM}$  et  $u_{QM}$  en fonction du temps.

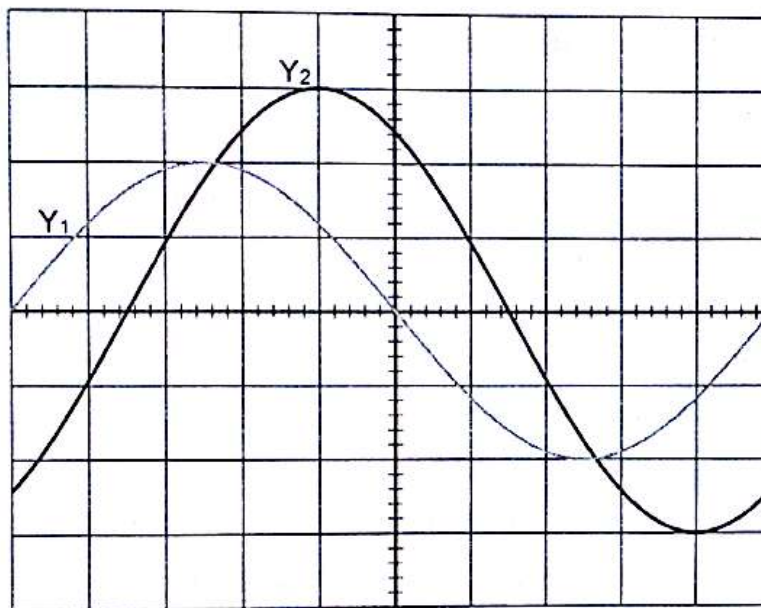


Figure 2

La sensibilité choisie pour visualiser  $u_{QM}$  est  $3\text{ V.cm}^{-1}$ , celle pour visualiser  $u_{NM}$  est  $1\text{ V.cm}^{-1}$ . La base de temps est sur la graduation  $2\text{ ms.cm}^{-1}$ .

1. Déterminer à partir de la figure 2 :

- 1.1. la fréquence  $N$  de la tension délivrée par le générateur ;
- 1.2. la valeur de la phase de la tension par rapport à l'intensité du courant ;
- 1.3. la tension efficace aux bornes du résistor de résistance  $R$  ;
- 1.4. la tension efficace aux bornes du générateur.

2. Déterminer :

- 2.1. l'intensité efficace du courant électrique ;
- 2.2. l'impédance totale  $Z_T$  du circuit ;
- 2.3. la résistance interne  $r$  et l'inductance  $L$  de la bobine.



**Exercice 4** (Extrait Bac Séries S2, S2A, S4 et S5 Sénégal 2011)

Sous le contrôle de leur professeur, un groupe d'élèves se propose de déterminer les caractéristiques électriques d'une bobine et d'un condensateur démontés d'un poste récepteur radio. Ces élèves associent, en série la bobine ( $L, r$ ), le condensateur de capacité  $C$ , un conducteur ohmique de résistance  $R = 80 \, \Omega$  et un ampèremètre de résistance négligeable.

Aux bornes de cette association, ils branchent un générateur de basse fréquence (G.B.F.) délivrant une tension sinusoïdale de valeur efficace  $U = 3 \, \text{V}$  et de fréquence  $N$  variable.

- 1) Représenter, par un schéma clair et annoté, le circuit électrique réalisé par ces élèves.
- 2) Ces élèves font varier la fréquence  $N$  de la tension et notent la valeur de l'intensité efficace  $I$  du courant traversant le circuit. Ils obtiennent le tableau suivant :

N(Hz)	800	820	840	850	860	863	870	880	890	900	920	940	1000
I(mA)	7,1	10,1	16,8	23,1	29,4	30,0	27,5	20,7	15,4	12,1	8,3	6,3	3,7

2.1. Tracer la courbe représentant les variations de l'intensité efficace en fonction de la fréquence :  $I = f(N)$ . Echelle : 1 cm Erreur ! 25 Hz ; 1 cm Erreur ! 4,0 mA.

On commencera à graduer l'axe des abscisses à partir de 800 Hz.

2.2. Déterminer, graphiquement, la valeur  $N_0$  de la fréquence de la tension pour laquelle l'intensité efficace du courant atteint sa valeur maximale  $I_0$  que l'on précisera.

2.3. Déduire, de l'expression de l'intensité efficace maximale  $I_0$ , l'impédance  $Z$  du circuit et la valeur de la résistance  $r$  de la bobine.

- 3) La bande passante du circuit est délimitée par les fréquences, notées  $N_1$  et  $N_2$ , de la tension délivrée par le G.B.F. et correspondant aux intensités efficaces  $I_1$  et  $I_2$  du courant telles que  $I_1 = I_2 = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ .

3.1. Déterminer, graphiquement, la largeur de la bande passante de ce circuit.

3.2. En déduire le facteur de qualité du circuit.

3.3. Calculer l'inductance  $L$  de la bobine.

3.4. Calculer la valeur de la capacité  $C$  du condensateur.

- 4) Pour vérifier que le mode de fonctionnement du circuit correspond à l'intensité efficace maximale du courant, les élèves branchent aux bornes du conducteur ohmique d'une part, aux bornes du GBF d'autre part, un oscillographe bicourbe. Ils observent effectivement, sur l'écran de l'oscillographe, deux courbes disposées comme prévues.

4.1. Représenter le schéma du circuit en indiquant les branchements de l'oscillographe.

4.2. Représenter, qualitativement, les courbes observées sur l'écran de l'oscillographe.



### Exercice 5

Une portion de circuit PQ alimentée par une tension sinusoïdale d'expression  $u(t) = 8,4\sqrt{2}\cos(100\pi t + \varphi)$ , comprend un conducteur ohmique de résistance interne  $R_1$  et une bobine de résistance interne  $R_2$  et d'inductance  $L$ .

(Voir figure 1).

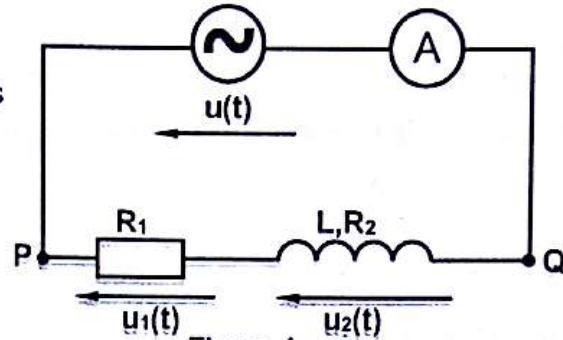


Figure 1

- Répondre par vrai ou faux aux affirmations suivantes :
  - $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$
  - $U = U_1 + U_2$
  - $U_m = U_{1m} + U_{2m}$
  - $Z = Z_1 + Z_2$
- Ecrire les expressions de  $Z_1$ ,  $Z_2$  et  $Z$  en fonction de  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $L$  et  $\omega$  (pulsation de  $u(t)$ ).
- L'ampèremètre indique un courant d'intensité  $I = 0,7$  A. A l'aide d'un voltmètre, on mesure les tensions  $U_1 = 5,6$  V et  $U_2 = 4,76$  V.
  - Calculer  $Z_1$ ,  $Z_2$  et  $Z$ .
  - En déduire les valeurs de  $R_1$ ,  $R_2$  et  $L$ .
  - Calculer la phase  $\varphi$  de  $u(t)$  par rapport à l'intensité du courant  $i(t)$ .

Ecrire l'expression horaire de  $i(t)$ .

- On introduit un condensateur de capacité  $C$  variable dans la portion PQ précédente. L'amplitude et la pulsation de la tension  $u(t)$  ne change pas (voir figure 2).

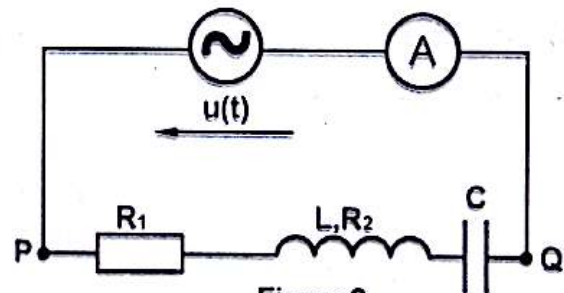


Figure 2

- Déterminer, en utilisant la construction de Fresnel, la capacité  $C$  du condensateur afin que le facteur de puissance du dipôle reste inchangé.
  - Calculer la puissance moyenne consommée par le dipôle PQ.
- On fixe la capacité du condensateur à  $C = 506,6$   $\mu\text{F}$ .
    - Calculer l'impédance du circuit. Conclusion ?
    - Calculer l'intensité efficace du courant lorsque la puissance moyenne consommée par le dipôle PQ est maximale.
    - Calculer la largeur, en fréquence, de la bande passante.
    - Calculer le facteur de qualité.

En déduire les tensions aux bornes du condensateur et de la bobine.



## CORRECTION

### Exercice 1 (extrait Bac Série D Madagascar 2002)

1) Vérifions que l'impédance du circuit entre A et B est environ  $Z = 813 \Omega$ .

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = \sqrt{R^2 + \left(2\pi NL - \frac{1}{2\pi NC}\right)^2}$$

$$\text{A.N. : } Z = \sqrt{15^2 + \left(2 \times \pi \times 50 \times 0,08 - \frac{1}{2 \times \pi \times 50 \times 3,8 \cdot 10^{-6}}\right)^2} = 812,66 \Omega \approx \underline{813 \Omega}$$

2) Dédution de la valeur de l'intensité efficace  $I$  du courant dans le circuit.

$$Z = \frac{U}{I} \Rightarrow I = \frac{U}{Z}$$

$$\text{Application numérique : } I = \frac{220}{813} = \underline{0,27 \text{ A}}$$

3) Calculons la phase  $\varphi$  de la tension par rapport à l'intensité du courant.

$$\tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} = \frac{2\pi NL - \frac{1}{2\pi NC}}{R}$$

$$\text{Application numérique : } \tan \varphi = \frac{2 \times \pi \times 50 \times 0,08 - \frac{1}{2 \times \pi \times 50 \times 3,8 \cdot 10^{-6}}}{15} = -54,17$$

$$\Rightarrow \varphi = \tan^{-1}(-54,17) = -88,94^\circ \text{ ou } -1,55 \text{ rad}$$

Dédution de la nature du circuit (capacitif ou inductif)..

Le circuit est capacitif car  $\varphi < 0$ .

4) Calculons la tension efficace  $U_{AF}$  entre les points A et F.

D'après la loi d'additivité des tensions on a :  $U_{AF} = U_{AE} + U_{EF}$

- $U_{AE} = RI$  : tension aux bornes du conducteur ohmique de résistance  $R$  ;
- $U_{EF} = L\omega I$  : tension aux bornes de la bobine idéale d'inductance  $L$ .

$$\Rightarrow U_{AF} = RI + L\omega I = (R + L\omega)I \Rightarrow U_{AF} = (R + 2\pi NL)I$$

$$\text{Application numérique : } U_{AF} = (15 + 2 \times \pi \times 50 \times 0,08) \times 0,27 = \underline{6,21 \text{ V}}$$

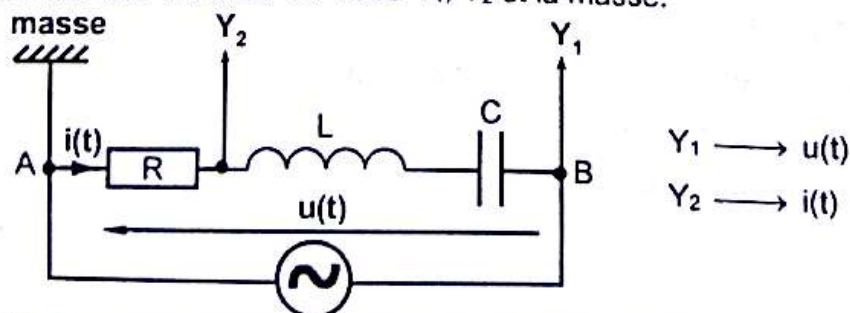
5) Calculons le facteur de puissance du dipôle RLC

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{15}{813} = 0,01845$$

### Exercice 2 (extrait Bac Série D Madagascar 2000)

1) Schéma du circuit RLC en précisant les sens du courant  $i(t)$  et de la tension  $u(t)$ .

Le schéma doit être fait sans les voies  $Y_1$ ,  $Y_2$  et la masse.



## CORRECTION

Faisons apparaître les branchements d'un oscilloscope sur le schéma

- la voie 1 ( $Y_1$ ) permet de visualiser la tension aux bornes du circuit ou celle aux bornes du générateur c'est-à-dire  $u(t)$  ;
- la voie 2 ( $Y_2$ ) permet de visualiser la tension aux bornes du conducteur ohmique ou une tension proportionnelle à l'intensité du courant qui traverse le circuit c'est-à-dire  $i(t)$ .

2) Pour une valeur  $N_0$  correspondant à la résonance d'intensité déterminons :

- l'impédance  $Z_0$  de ce circuit : à la résonance d'intensité,  $Z_0 = R = 400 \, \Omega$
- l'intensité efficace :  $Z_0 = \frac{U}{I_0} \Rightarrow I_0 = \frac{U}{Z_0} = \frac{U}{R} \Rightarrow I_0 = \frac{100}{400} = 0,25 \, \text{A}$
- pulsation propre :  $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{1 \times 10^{-6}}} = 1000 \, \text{rad/s}$
- fréquence de résonance :  $N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1000}{2\pi} = 159,15 \, \text{Hz}$
- les valeurs des tensions efficaces  $U_{R0}$ ,  $U_{L0}$  et  $U_{C0}$  aux bornes de chaque dipôle.
  - $U_{R0} = RI_0 = 400 \times 0,25 = 100 \, \text{V}$
  - $U_{L0} = L\omega_0 I_0 = 1 \times 1000 \times 0,25 = 250 \, \text{V}$
  - $L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0} \Rightarrow L\omega_0 I_0 = \frac{I_0}{C\omega_0} \Rightarrow U_{L0} = U_{C0} = 250 \, \text{V}$

**Exercice 3** (extrait Bac Série D Madagascar 2001)

1) Calculons l'impédance  $Z$  de ce dipôle RLC.

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

Or  $u(t) = U\sqrt{2} \cos(100\pi t) = U_m \cos(\omega t)$  donc  $\omega = 100\pi \, \text{rad}$

Application numérique :  $Z = \sqrt{155^2 + \left(1 \times 100 \times \pi - \frac{1}{20 \cdot 10^{-6} \times 100 \times \pi}\right)^2} = 219,2 \, \Omega$

2) Déterminons l'expression de l'intensité  $i(t)$  du courant qui traverse le dipôle.

On a :  $u(t) = U\sqrt{2} \cos(100\pi t)$  donc  $i(t) = I\sqrt{2} \cos(100\pi t + \varphi)$  avec :

- $Z = \frac{U}{I} \Rightarrow I = \frac{U}{Z} = \frac{120}{219,2} = 0,547 \, \text{A}$

- $\varphi$  est la phase de la tension par rapport à l'intensité

$$\tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} = \frac{1 \times 100 \times \pi - \frac{1}{20 \cdot 10^{-6} \times 100 \times \pi}}{155} = 1$$

$$\Rightarrow \varphi = \tan^{-1}(1) = 45^\circ \text{ ou } \varphi = \frac{\pi}{4} \, \text{rad}$$

D'où  $i(t) = I\sqrt{2} \cos\left(100t + \frac{\pi}{4}\right) = 0,547 \times \sqrt{2} \cos\left(100t + \frac{\pi}{4}\right)$

$$\Rightarrow i(t) = 0,77 \cos\left(100t + \frac{\pi}{4}\right)$$



## CORRECTION

### 3) Construction du diagramme de FRESNEL relatif à ce circuit.

$$U_R = RI = 155 \times 0,547 \approx 85 \text{ V}$$

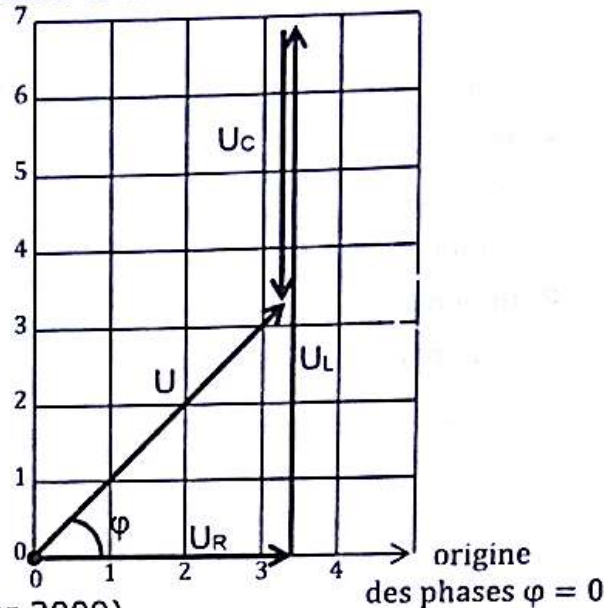
$$U_L = L\omega I = 1 \times 100 \times \pi \times 0,547 \approx 172 \text{ V}$$

$$U_C = \frac{I}{C\omega} = \frac{0,547}{20 \cdot 10^{-6} \times 100 \times \pi} = 87 \text{ V}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ cm} \longrightarrow 25 \text{ V} \\ x \text{ (cm)} \longrightarrow 85 \text{ V} \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{85}{25} = 3,4 \text{ cm}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ cm} \longrightarrow 25 \text{ V} \\ y \text{ (cm)} \longrightarrow 172 \text{ V} \end{array} \right\} \Rightarrow y = \frac{172}{25} \approx 6,9 \text{ cm}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ cm} \longrightarrow 25 \text{ V} \\ z \text{ (cm)} \longrightarrow 87 \text{ V} \end{array} \right\} \Rightarrow z = \frac{87}{25} \approx 3,5 \text{ cm}$$



### Exercice 4 (extrait Bac Série D Madagascar 2009)

#### 1) Calculons la valeur de la résistance R et celle de l'inductance L de la bobine.

La tension aux bornes d'une bobine est donnée par :  $U = Ri + L \frac{di}{dt}$

- sous une tension continue, l'intensité du courant parcourue par la bobine est constante et vaut  $I = 0,30 \text{ A}$ . Donc  $\frac{di}{dt} = \frac{dI}{dt} = 0$

$$\text{d'où : } U = Ri + L \times 0 = Ri \Rightarrow R = \frac{U}{I} = \frac{12}{0,30} = 40 \, \Omega$$

- dans le cas d'un courant alternatif, la valeur efficace de la tension alternative aux bornes de la bobine est donnée par :  $U = ZI$  avec  $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} = \sqrt{R^2 + (2\pi N L)^2}$

$$U = \sqrt{R^2 + (2\pi N L)^2} I \Rightarrow \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + (2\pi N L)^2} \Rightarrow \frac{U^2}{I^2} = R^2 + (2\pi N L)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{U^2}{I^2} - R^2} = 2\pi N L \Rightarrow L = \frac{1}{2\pi N} \sqrt{\frac{U^2}{I^2} - R^2}$$

$$\text{Application numérique : } L = \frac{1}{2 \times \pi \times 50} \times \sqrt{\frac{12^2}{(0,073)^2} - 40^2} = 0,50 \text{ H}$$

#### 2) Calculons la valeur de la capacité C pour que l'intensité efficace soit maximale.

Si l'intensité efficace est maximale c'est que le circuit est à la résonance d'intensité.

$$\text{Ainsi on a : } LC\omega_0^2 = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{L\omega_0^2} = \frac{1}{L \times (2\pi f_0)^2} \Rightarrow C = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 L}$$

$$\text{Application numérique : } C = \frac{1}{4 \times \pi^2 \times 50^2 \times 0,50} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ F}$$

#### 3) Puissance consommée par le dipôle RLC et tension efficace aux bornes de la bobine.

- $P = UI \cos \varphi$  avec  $\varphi = 0$  car le circuit est à la résonance d'intensité.

$$\Rightarrow U_b = Z_b I = \sqrt{R^2 + (L\omega_0)^2} I = \sqrt{R^2 + (2\pi f_0 L)^2} I$$

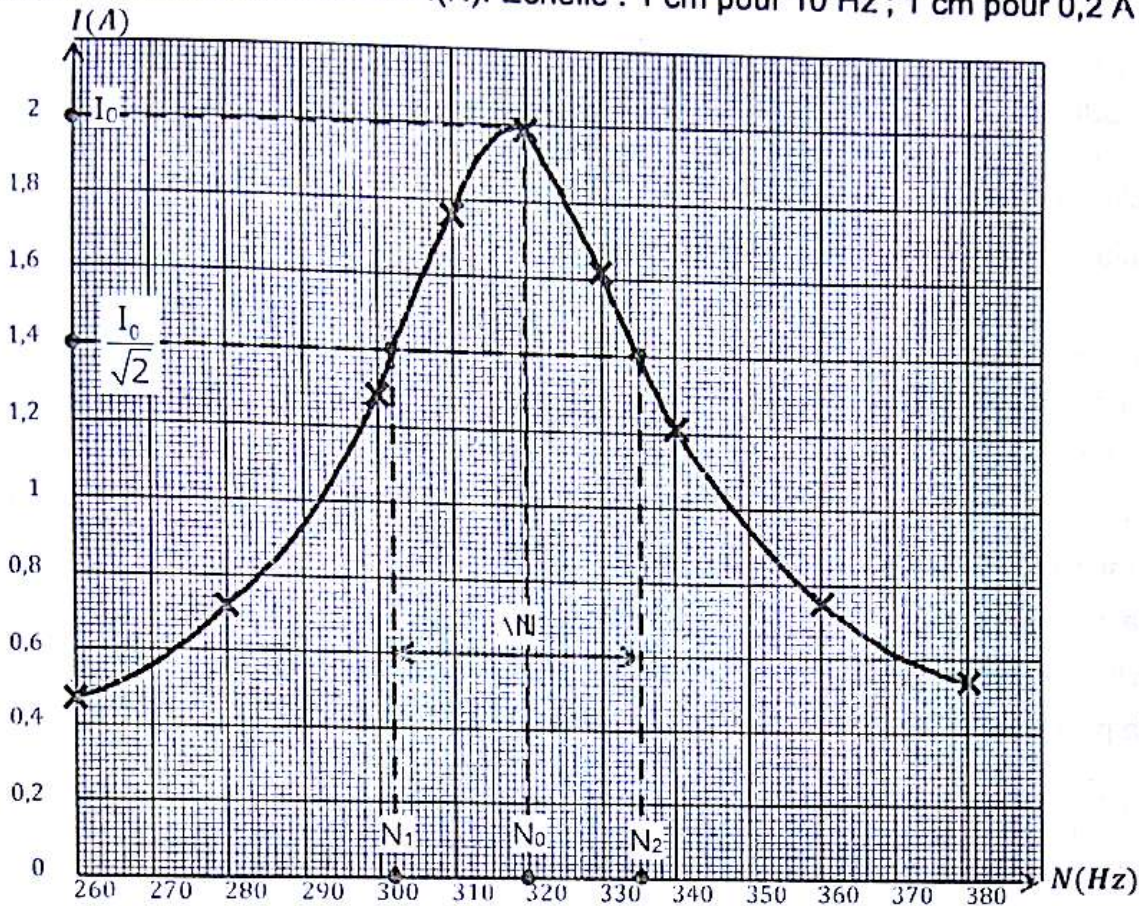
$$\text{Application numérique : } P = 12 \times 0,073 \times \cos 0^\circ = 0,876 \text{ W}$$

$$U_b = \sqrt{40^2 + (2 \times \pi \times 50 \times 0,5)^2} \times 0,073 = 11,83 \text{ V}$$



**Exercice 5**

1. Représentons la fonction  $I = f(N)$ . Echelle : 1 cm pour 10 Hz ; 1 cm pour 0,2 A



2. Détermination graphique de la fréquence  $N_0$  et l'intensité  $I_0$  de résonance d'intensité

À la résonance, l'intensité efficace est maximale donc  $I_0 = I_m = 1,99$  A.

La fréquence correspondante est  $N_0 = 320$  Hz.

Déduction de la valeur de la résistance  $R$  de la bobine.

À la résonance d'intensité,  $Z = R$  avec  $Z = \frac{U}{I_0} = \frac{40}{1,99} = 20,1 \Omega \Rightarrow \underline{R = 20,1 \Omega}$

3. Déterminons graphiquement la largeur de la bande passante du circuit.

La bande passante est le domaine de fréquence pour lequel la réponse en intensité  $I$  du

circuit est supérieure à  $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$ . Ainsi pour  $I_1 = I_2 = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{1,99}{\sqrt{2}} = 1,4$  A, on a :

$N_1 = 302$  Hz et  $N_2 = 335$  Hz  $\Rightarrow \Delta N = N_2 - N_1 = 335 - 302$  Hz = 33 Hz.

Déduction de la valeur de l'inductance  $L$  de la bobine.

$$\Delta N = \frac{R}{2\pi L} \Rightarrow L = \frac{R}{2\pi \Delta N} = \frac{20,1}{2 \times \pi \times 33} = 0,097 \text{ H}$$

4. Déduction de la capacité du condensateur à partir des résultats précédents.

À la résonance d'intensité,  $LC\omega_0^2 = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{L\omega_0^2} = \frac{1}{L \times (2\pi N_0)^2} \Rightarrow C = \frac{1}{4\pi^2 N_0^2 L}$

Application numérique :  $C = \frac{1}{4 \times \pi^2 \times 320^2 \times 0,097} = 2,55 \cdot 10^{-6} \text{ F}$



5. Comparaison des tensions efficaces  $U$  et  $U_c$  puis conclusion

$$U_c = \frac{I_0}{C\omega_0} = \frac{I_0}{2\pi N_0 C} = \frac{1,99}{2 \times \pi \times 320 \times 2,55 \cdot 10^{-6}} \approx 388 \text{ V}$$

$$\frac{U_c}{U} = \frac{388}{40} = 9,7 \Rightarrow U_c = 9,7U \Rightarrow U_c \text{ est très supérieure à } U.$$

Conclusion : il y a surtension à la résonance aux bornes du condensateur.

6. Calculons numériquement le facteur de qualité :  $Q = \frac{N_0}{\Delta f} = \frac{320}{33} = 9,7$ **Exercice 6** (extrait Bac L Session Normale 2004)

## 1. Tensions visualisées sur les voies 1 et 2.

- La Voie 1 visualise la tension aux bornes de la résistance  $R$ .
- La Voie 2 visualise la tension aux bornes du générateur (G.B.F.) ou du dipôle RLC.

## 2. Déterminons à l'aide des oscillogrammes :

## 2.1. la période du signal

Elle correspond à 4 divisions  $\Rightarrow T = 4 \times 10^{-3} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 4 \text{ ms}$ .

2.2. la pulsation  $\omega$  de la tension variable produite par le G.B.F.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times \pi}{4 \cdot 10^{-3}} = 500\pi \text{ rad.s}^{-1} \text{ ou } \omega = 1570,8 \text{ rad.s}^{-1}.$$

## 3. A l'aide de l'oscillogramme de l'expérience (a) :

## 3.1. déterminons les amplitudes de :

- la tension aux bornes de la résistance :  $U_{1m} = 1 \times 0,1 = 0,1 \text{ V}$ .
- la tension aux bornes du générateur :  $U_m = 2 \times 0,25 = 0,5 \text{ V}$ .

3.2. déterminons l'amplitude de l'intensité  $i$  dans le circuit RLC.

$$U_{1m} = RI_m \Rightarrow I_m = \frac{U_{1m}}{R} = \frac{0,1}{4} = 0,025 \text{ A} = 25 \text{ mA}.$$

3.3. Impédance  $Z$  du dipôle RLC et valeur de l'inductance  $L$  dans l'expérience (a).

$$\text{➤ Impédance : } U_m = ZI_m \Rightarrow Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{0,5}{0,025} = 20 \Omega ;$$

➤ Inductance :

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \Leftrightarrow \begin{cases} L\omega - \frac{1}{C\omega} = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{20^2 - 4^2} = 19,6 \\ L\omega - \frac{1}{C\omega} = -\sqrt{Z^2 - R^2} = -\sqrt{20^2 - 4^2} = -19,6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} L\omega - \frac{1}{C\omega} = 19,6 \Rightarrow L = \frac{1}{\omega} \left( \frac{1}{C\omega} + 19,6 \right) = 0,063 \text{ H} \Rightarrow \text{circuit inductif} \\ L\omega - \frac{1}{C\omega} = -19,6 \Rightarrow L = \frac{1}{\omega} \left( \frac{1}{C\omega} - 19,6 \right) = 0,038 \text{ H} \Rightarrow \text{circuit capacitif} \end{cases}$$

Or d'après l'oscillogramme de l'expérience (a) la tension  $u$  (voie 2) est en avance sur l'intensité  $i$  (voie 1) donc le circuit est inductif. D'où  $L = 0,063 \text{ H} = 63 \text{ mH}$ .

4.

**4.1. Nature du phénomène physique observé .**

C'est la résonance d'intensité car les deux sinusoïdes sont en phase.

**4.2. Valeur de l'inductance :**

$$LC\omega_0^2 = 1 \Rightarrow L = \frac{1}{C\omega_0^2} = \frac{1}{8 \cdot 10^{-6} \times 500 \times \pi} \Rightarrow L = 5 \cdot 10^{-2} \text{ H} = 50 \text{ mH}.$$

**Exercice 7** (Extrait Bac Série S2 Sénégal 2006)**1. Dédution de l'oscillogramme :****1.1. la fréquence de la tension sinusoïdale**

- La période est  $T = s_H \times n$  ; où  $n$  est le nombre de divisions correspondant à une période et  $s_H$  la sensibilité horizontale. or  $n = 5$  ; donc  $T = 100 \cdot 10^{-6} \times 5 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ .
- La fréquence est l'inverse de la période :  $N = \frac{1}{T} = \frac{1}{5 \cdot 10^{-4}} = 2000 \text{ Hz}$

**1.2. valeurs efficaces de l'intensité et de la tension**

- La tension maximale aux bornes de la résistance est :  $U_{Rm} = S_1 \times n_1$   
 $S_1$  est la sensibilité verticale sur la voie 1 et  $S_1 = 1 \text{ V/div}$   
 $n_1$  est le nombre de divisions correspondant aux maximum de la tension sur la voie 1 ;  $n_1 = 2,4 \text{ div}$ . Donc  $U_{Rm} = 1 \times 2,4 = 2,4 \text{ V}$

- L'intensité maximale correspondante est :

$$U_{Rm} = R I_m \Rightarrow I_m = \frac{U_R}{R} = \frac{2,4}{100} = 2,4 \cdot 10^{-2} \text{ A} = 240 \text{ mA}$$

$$\text{L'intensité efficace est : } I_{\text{eff}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{2,4 \cdot 10^{-2}}{\sqrt{2}} = 1,7 \cdot 10^{-2} \text{ A} = 170 \text{ mA}$$

- La tension maximale aux bornes du générateur :  $U_m = S_2 \times n_2$   
 $S_2$  est la sensibilité verticale sur la voie 2 et  $S_2 = 2 \text{ V/div}$   
 $n_2$  est le nombre de divisions correspondant aux maximum de la tension sur la voie 2 ;  $n_2 = 3 \text{ div}$ . Donc  $U_m = 2 \times 3 = 6 \text{ V}$

$$\text{La tension efficace : } U_{\text{eff}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 4,2 \text{ V}$$

**1.3. Déphasage de la tension par rapport à l'intensité**

Le nombre de divisions suivant l'horizontale, correspondant à l'écart temporel  $\tau = 2 \text{ div}$ . donc on a :  $|\varphi| = \frac{2\pi\tau}{T} = \frac{2\pi}{5 \cdot 10^{-4}} \times 1 \cdot 10^{-4} = \frac{2\pi}{5} \text{ rad}$

L'oscillogramme montre que la tension aux bornes de la résistance atteint son maximum avant que la tension aux bornes du générateur n'atteigne le sien. Donc l'intensité est en avance sur la tension ou bien la tension est en retard sur l'intensité.

$$\text{D'où } \varphi < 0 \Rightarrow \varphi = -\frac{2\pi}{5} \text{ rad}$$



#### 1.4. Hypothèses non vraisemblables

- (D) est un conducteur ohmique car le cas échéant la tension et l'intensité seraient en phase.
- (D) est une bobine de résistance  $r$  et d'inductance  $L$  car le cas échéant la tension serait en avance sur l'intensité.
- (D) est un condensateur car le cas échéant la tension serait en retard sur l'intensité avec  $\varphi = -\frac{\pi}{2}$  rad.

2. Pour  $N_0 = 2150$  Hz, l'intensité efficace passe par un maximum de valeur  $I_0 = 107$  mA

#### 2.1. Nature du dipôle (D) inconnu

Le dipôle (D) est une bobine de résistance  $r$  et d'inductance  $L$  en série avec un condensateur de capacité  $C$  car pour  $N = N_0 = 2150$  Hz, il se produit un phénomène de résonance d'intensité.

#### 2.2. Caractéristiques du dipôle (D)

A la résonance :  $U_0 = (R + r)I_0 \Rightarrow \frac{U_0}{I_0} = R + r \Rightarrow r = \frac{U_0}{I_0} - R$

Application numérique :  $r = \frac{12}{107 \cdot 10^{-3}} - 100 = 12 \Omega$

Pour  $N = 2000$  Hz,  $\varphi = -\frac{2\pi}{5}$  rad et  $\tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R + r} \Rightarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} = (R + r) \tan \varphi$

Pour  $N_0 = 2150$  Hz,  $\varphi = 0 \Rightarrow L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0}$

$$\begin{cases} L\omega - \frac{1}{C\omega} = (R + r) \tan \varphi & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0} & (2) \end{cases}$$

De ce système on tire :

(2)  $L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0} \Rightarrow \frac{1}{C} = L\omega_0^2$

(1)  $L\omega - \frac{1}{C\omega} = (R + r) \tan \varphi \Rightarrow L\omega - \frac{1}{\omega} \times L\omega_0^2 = (R + r) \tan \varphi$   
 $\Rightarrow L\omega^2 - L\omega_0^2 = \omega(R + r) \tan \varphi \Rightarrow L(\omega^2 - \omega_0^2) = \omega(R + r) \tan \varphi$   
 $\Rightarrow L = \frac{\omega(R + r) \tan \varphi}{\omega^2 - \omega_0^2} = \frac{2\pi N(R + r) \tan \varphi}{(2\pi N)^2 - (2\pi N_0)^2}$

Application numérique :  $L = \frac{2 \times \pi \times 2000 \times (100 + 12) \times \tan\left(-\frac{2\pi}{5}\right)}{(2 \times \pi \times 2000)^2 - (2 \times \pi \times 2150)^2} = 0,18 \text{ H}$

$\frac{1}{C} = L\omega_0^2 \Rightarrow C = \frac{1}{L\omega_0^2} = \frac{1}{(2\pi N_0)^2 L}$

Application numérique :  $C = \frac{1}{(2 \times \pi \times 2150)^2 \times 0,18} = 3,1 \cdot 10^{-8} \text{ F}$



Sir Ernest Rutherford

(30 août 1871 à Brightwater, Nouvelle-Zélande - 19 octobre 1937 à Cambridge, Angleterre)

Physicien et Chimiste Britannique

Il est considéré comme le père de la physique nucléaire. Il découvrit les rayonnements  $\alpha$ , les rayonnements  $\beta$  ; il découvrit aussi que la radioactivité s'accompagnait d'une désintégration des éléments chimiques, ce qui lui valut le prix Nobel de chimie en 1908. C'est encore lui qui mit en évidence l'existence d'un noyau atomique, dans lequel étaient réunies toute la charge positive et presque toute la masse de l'atome, et qui réussit la toute première transmutation artificielle. Si, pendant la première partie de sa vie, il se consacra exclusivement à sa recherche, il passa la deuxième moitié de sa vie à enseigner et à diriger le laboratoire Cavendish à Cambridge, où fut découvert le neutron et où vinrent se former les physiciens Niels Bohr et Robert Oppenheimer.

### Objectifs spécifiques

- Connaître la nature des particules  $\alpha$ ,  $\beta^+$ ,  $\beta^-$  et du rayonnement  $\gamma$
- Comprendre la décroissance radioactive
- Expliquer le principe de la fission et de la fusion nucléaire

## RAPPEL DE COURS

### 1) ATOME

#### 1.1. Définition

Un atome est la partie infiniment petite de la matière constituée d'un noyau et des électrons qui y gravitent autour.

#### 1.2. Constitution

##### a) Noyau

- Le noyau d'un atome est constitué de **N** neutrons (de charge nulle) et de **Z** protons (de charge positive  $q_p = +e = +1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ) tous appelés **nucléons** et noté **A**.
- **A = Z + N** est le nombre de nucléons ou nombre de masse ;  
**Z** est le nombre de protons ou numéro atomique ou nombre de charge ;  
**N** est le nombre de neutrons ( $N = A - Z$ ).
- Pour simplifier les calculs on suppose que le neutron et le proton ont la même masse  $m_n = m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .
- La masse totale du noyau d'un atome est :  $A \times m_p$ .
- La charge totale du noyau d'un atome est positive et vaut :  $Z \times e$ .



### b) Electrons

- L'électron est chargé négativement de charge  $q_{e^-} = -e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .
- La masse d'un électron est  $m_{e^-} = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .
- Le nombre d'électrons d'un atome est égal au numéro atomique  $Z$ .
- La masse totale des électrons d'un atome est :  $Z \times m_{e^-}$ .
- La charge totale des électrons d'un atome est négative et vaut :  $Z \times (-e) = -Z \times e$ .

#### Remarque :

- $e$  n'est pas l'abréviation d'électron mais indique la charge élémentaire :  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .
- L'atome est électriquement neutre car la charge totale des électrons ( $-Z \times e$ ) est l'opposée de celle du noyau ( $Z \times e$ ).

### 1.3. Eléments chimiques

C'est l'ensemble des atomes caractérisés par une même valeur de  $Z$ .

#### Exemples :

- élément Oxygène(O) :  $Z = 8$  ;
- Elément Chlore(Cl) :  $Z = 17$

### 1.4. Nucléide

C'est l'ensemble des atomes caractérisés par des valeurs déterminées du nombre de charge  $Z$  et du nombre de masse  $A$ . On le note  ${}_Z^AX$ .

Exemple :  ${}_6^{12}\text{C}$

### 1.5. Isotopie

Plusieurs nucléides peuvent avoir le même numéro atomique  $Z$  ; ils diffèrent alors par leur nombre de neutrons  $N$  et donc par leur nombre de masse  $A$  : ce sont des isotopes.

Exemple :  ${}_6^{12}\text{C}$  ;  ${}_6^{13}\text{C}$  ;  ${}_6^{14}\text{C}$

### 1.6. Unité de masse atomique ( u.m.a ou u)

C'est le douzième de la masse de l'atome de carbone 12.

Elle est adaptée à la mesure de la masse des particules élémentaires.

$$1u = \frac{1}{12} m({}_6^{12}\text{C}) = \frac{1}{12} M({}_6^{12}\text{C}) \times n({}_6^{12}\text{C}) = \frac{1}{12} M({}_6^{12}\text{C}) \times \frac{1}{N_A} = \frac{1}{12} \times 12 \times 6,03 \cdot 10^{23} = 1,66 \cdot 10^{-24} \text{ g}$$

Ainsi on a :  $1u = 1,66 \cdot 10^{-24} \text{ g} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .

## 2) RADIOACTIVITÉ NATURELLE OU SPONTANÉE

### 2.1 ) Définition

- C'est la désintégration (ou décomposition) spontanée des noyaux instables.
- L'équation générale de la désintégration  ${}^A_ZX \longrightarrow {}^{A_1}_{Z_1}X_1 + {}^{A_2}_{Z_2}X_2$  suit les lois de :
  - Conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie cinétique :  $\Delta E_c = 0$  ;
  - Conservation du nombre de masse :  $A = A_1 + A_2$  ;
  - Conservation du nombre de charge :  $Z = Z_1 + Z_2$ .
- Les différents types de radioactivité spontanée sont :
  - La radioactivité  $\alpha$  :  ${}^A_ZX \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^4_2\text{He}$
  - La radioactivité  $\beta^-$  :  ${}^A_ZX \longrightarrow {}^A_{Z+1}Y + {}^0_{-1}e$
  - La radioactivité  $\beta^+$  :  ${}^A_ZX \longrightarrow {}^A_{Z-1}Y + {}^0_{+1}e$
  - La radioactivité  $\gamma$  :  ${}^{A_1}_{Z_1}Y^* \longrightarrow {}^{A_1}_{Z_1}Y + {}^0_0\gamma$   

noyau fils instable
noyau fils stable

### 2.2 ) Décroissance radioactive

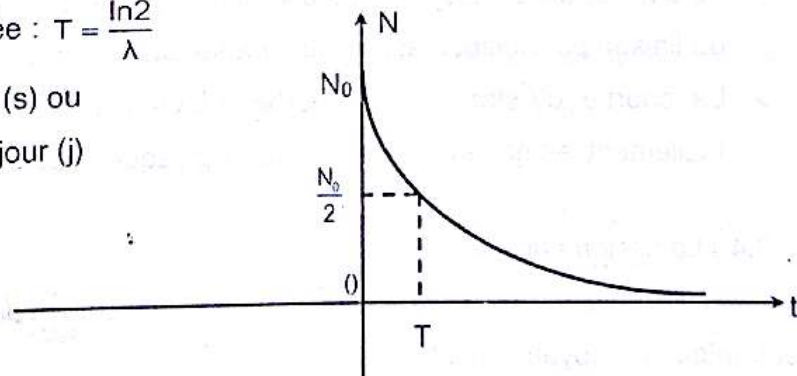
La loi de décroissance radioactive est donnée par la relation :  $dN = -\lambda N dt \Rightarrow N = N_0 e^{-\lambda t}$

- $N$  est le nombre de noyaux à l'instant  $t$  ;
- $N_0$  le nombre initial de noyaux (à  $t_0$ ) ;
- $dN$  le nombre de noyau désintégré pendant la durée  $dt$  ;
- $\lambda$  constante radioactive en  $s^{-1}$ .

### 2.3 ) Période radioactive ou demi-vie d'un nucléide radioactif

Elle est notée  $T$  et est égale au temps nécessaire pour que la moitié des noyaux initiaux  $N_0$  de ce nucléide soit désintégrée :  $T = \frac{\ln 2}{\lambda}$

avec  $T$  exprimée en seconde (s) ou minute (min) ou heure (h) ou jour (j) ou mois (m) ou année (an).



### 2.4 ) Activité d'une source radioactive

C'est le nombre de désintégrations par seconde.

On la note  $A$  ou  $a$  et elle s'exprime en Becquerel (Bq).

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t} \quad \text{avec} \quad A_0 = \lambda N_0$$



### 3) RADIOACTIVITÉ PROVOQUEE

#### 3.1 ) Défaut de masse

Pour un noyau  ${}^A_ZX$ , on définit le défaut de masse  $\Delta m$  telle que :

$$\Delta m = (Z.m_{\text{proton}} + N.m_{\text{neutron}}) - m_{\text{noyau}} = (Z.m_{\text{proton}} + (A - Z).m_{\text{neutron}}) - m_{\text{noyau}} \quad \text{avec } \Delta m > 0$$

Il peut s'exprimer en kg, en u ou en MeV.c<sup>-2</sup> avec  $1 \text{ u} = 1,66.10^{-27} \text{ kg} = 931,5 \text{ MeV.c}^{-2}$ .

#### 3.2 ) Energie de liaison

C'est l'énergie qu'il faut fournir au noyau pour le dissocier en ses nucléons, qui s'attirent du fait de l'interaction. Ainsi sa masse augmente de  $\Delta m$  et son énergie de  $\Delta m.c^2$ .

On en déduit que l'énergie de liaison d'un noyau a pour expression :  $E_l = \Delta m.c^2$

- $E_l$  : énergie de liaison du noyau en joules (J) ;
- $\Delta m$  : masse du système en kilogrammes (kg) ;
- $c$  : vitesse de la lumière dans le vide ( $c = 3,0.10^8 \text{ m.s}^{-1}$ ).

Remarque :

- $E_l$  s'exprime usuellement en MeV avec  $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV} = 1,6.10^{-13} \text{ J}$ .
- Lorsque le noyau se forme à partir de ses nucléons libres, le milieu extérieur reçoit l'énergie  $E_l = |\Delta m|.c^2$  (la masse du système diminue et  $\Delta m < 0$ ).

#### 3.3 ) Energie de liaison par nucléon

C'est le quotient de son énergie de liaison par le nombre de ses nucléons. On la note  $E_A$ .

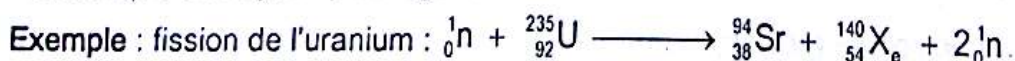
$$E_A = \frac{E_l}{A} \quad \text{où } E_A \text{ s'exprime MeV/nucléon.}$$

Remarque :

- $E_A$  permet de comparer la stabilité des noyaux entre eux. Les noyaux dont l'énergie de liaison par nucléon est la plus grande sont les plus stables.
- La courbe d'Aston est la courbe  $-E_A = f(A)$ . Cette courbe permet de visualiser facilement les noyaux les plus stables puisque ceux-ci se trouvent au bas du graphe.

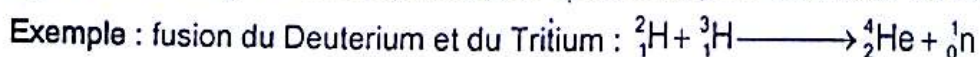
#### 3.4 ) La fission nucléaire

On appelle fission la dislocation d'un noyau lourd sous l'action de bombardement neutronique en noyaux plus légers.



#### 3.5 ) La fusion nucléaire

Il y a fusion lorsque deux noyaux légers s'unissent pour constituer un noyau plus lourd.





## EXERCICES RESOLUS

### Exercice 1 (extrait Bac série D Madagascar 2002)

Le noyau d'Astate  $^{211}_{85}\text{At}$  est radioactif de type  $\alpha$ . La demi-vie du noyau est  $T = 7$  heures.

- 1) a) Donner la composition du noyau  $^{211}_{85}\text{At}$ .  
b. Ecrire l'équation traduisant la désintégration radioactive de l'Astate  $^{211}_{85}\text{At}$ .
- 2) On considère un échantillon contenant  $N_0 = 4.10^{21}$  noyaux radioactifs de l'Astate  $^{211}_{85}\text{At}$  à l'instant  $t = 0$  s.  
a) Calculer l'activité radioactive de l'échantillon à l'instant  $t_1 = 21$  heures.  
b) Calculer la masse de l'échantillon restant à l'instant  $t_2 = 14$  heures.

On donne : Extrait du tableau de la classification périodique :  $^{83}\text{Bi}$   $^{84}\text{Po}$   $^{85}\text{At}$   $^{86}\text{Rn}$   $^{87}\text{Fr}$   
 $M(\text{At}) = 211 \text{ g.mol}^{-1}$  ;  $\ln 2 = 0,69$  ; Nombre d'Avogadro :  $N_A = 6,02.10^{23} \text{ mol}^{-1}$

### Exercice 2 (extrait Bac série D Madagascar 2006)

- 1) On considère les 2 variétés  $^{235}_{92}\text{U}$  et  $^{238}_{92}\text{U}$  du radioélément d'Uranium.  
a) Que peut-on dire de ces 2 variétés ?  
b) Calculer l'énergie de liaison par nucléon de l'Uranium 235 en MeV / nucléon.
- 2) On considère la réaction suivante :  $^{235}_{92}\text{U} + {}^1_0\text{n} \longrightarrow {}^{95}_{39}\text{Y} + {}^{140}_{53}\text{I} + 2({}^1_0\text{n})$   
Donner le nom de ce type de réaction puis déterminer A et Z.
- 3) La période radioactive de  $^{95}_{39}\text{Y}$  est de 10 minutes. Un échantillon contient  $10^6$  noyaux  $^{95}_{39}\text{Y}$  à l'instant  $t = 0$ . Combien en restera-t-il au bout d'une heure ?

On donne :  $1 \text{ u} = 931,5 \text{ MeV.c}^{-2}$  ; Masse d'un proton :  $m_p = 1,00727 \text{ u}$

Masse d'un neutron :  $m_n = 1,00865 \text{ u}$  ; Masse d'un noyau d'uranium :  $m(^{235}_{92}\text{U}) = 234,9934 \text{ u}$

### Exercice 3 (extrait Bac série D Madagascar 2008)

Le noyau de sodium  $^{24}_{11}\text{Na}$  est radioactif de type  $\beta^-$ . Sa constante radioactive est de  $\lambda = 1,283.10^{-5} \text{ s}^{-1}$ . On précise que le noyau fils est obtenu dans un état excité.

- 1) Ecrire l'équation de désintégration du noyau de sodium  $^{24}_{11}\text{Na}$ .
- 2) Un échantillon contient une masse  $m_0 = 4 \text{ mg}$  de noyau de sodium  $^{24}_{11}\text{Na}$  à la date  $t = 0$ .  
a) Exprimer sa période ou demi-vie  $T$  et en déduire sa valeur en heure.  
b) Calculer, en becquerels, l'activité radioactive de l'échantillon à la date  $t = 45$  heures.

On donne : - Extrait du tableau de classification périodique

Numéro atomique	9	10	11	12	13
Symbole	F	Ne	Na	Mg	Al

- Nombre d'Avogadro :  $N_A = 6,02.10^{23} \text{ mol}^{-1}$

- Masse molaire atomique du sodium 24 :  $M(\text{Na}) = 24 \text{ g.mol}^{-1}$



**Exercice 4**

Le polonium est un élément métallique radioactif rare de symbole Po. Son numéro atomique est 84. Le Polonium 210 se désintègre en émettant des particules  $\alpha$  ( ${}^4_2\text{He}$ ).

On donne un extrait de la classification périodique des éléments :

Symbole	Th	Pb	Bi	P	At
Numéro atomique	81	82	83	84	85

1. Écrire l'équation traduisant la désintégration de ce noyau.
2. Soit  $N(t)$  le nombre de noyaux radioactifs d'un échantillon de polonium, non désintégrés à la date  $t$ . A  $t = 0$ , on note  $N_0$  le nombre de noyaux radioactifs initial.

Un détecteur de radioactivité  $\alpha$  associé à un compteur à affichage numérique permet d'effectuer les mesures regroupées dans le tableau ci-dessous :

t (jours)	0	40	80	120	160	200	240
$\frac{N(t)}{N_0}$	1	0,79	0,62	0,49	0,38	0,30	0,24
$-\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right)$							

Compléter la ligne 3 du tableau ci-dessus.

3. a) Sur une feuille de papier millimétré, tracer la courbe  $-\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = f(t)$  en respectant l'échelle :
  - ✓ en abscisse : 1 cm représente 20 jours ;
  - ✓ en ordonnées : 1 cm représente 0,1.
- b) Rappeler la loi de décroissance du nombre de noyaux non désintégrés d'un échantillon contenant initialement  $N_0$  noyaux.
- c) Est-elle en accord avec la représentation graphique précédente ?  
Justifier la réponse.
4. Calculer la pente du graphe et déterminer  $\lambda$  constante de radioactivité caractéristique de l'isotope 210 du Polonium. Quelle est l'unité de  $\lambda$  ?
5. Donner l'expression de la durée de demi-vie de l'échantillon notée  $t_{1/2}$  et la calculer.
6. Retrouver graphiquement la valeur de la durée de demi-vie de l'échantillon.

## EXERCICES DE PERFECTIONNEMENT

### Exercice 1 : (extrait Bac série D Madagascar 2007)

Un noyau de polonium  ${}^{218}_{84}\text{Po}$  se transforme en noyau  ${}^A_Z\text{X}$  en émettant une particule  $\alpha$  constituée de noyau d'hélium  ${}^4_2\text{He}$ .

- 1- Calculer en MeV l'énergie de liaison par nucléon du noyau d'hélium.
- 2- Ecrire l'équation de désintégration du  ${}^{218}_{84}\text{Po}$ .
- 3- La période radioactive du  ${}^{218}_{84}\text{Po}$  est de 3 min 03 s. Un échantillon renferme 2 mg de  ${}^{218}_{84}\text{Po}$  à l'instant initial. Soit  $m$  la masse de  ${}^{218}_{84}\text{Po}$  qui reste à l'instant  $t$ .

b) Reproduire et compléter le tableau suivant :

$t$	0	T	2T	3T
$m(\text{mg})$				

c) Calculer l'activité  $A_0$  à l'instant  $t = 0$  du  ${}^{218}_{84}\text{Po}$  de cet échantillon.

d) A l'instant  $t_1$ , l'activité sera  $A_1 = \frac{A_0}{10}$ . Calculer  $t_1$ .

Données :      unité de masse atomique :  $1\text{u} \approx 931,5 \text{ MeV} \cdot \text{c}^{-2}$   
                   masse du proton :  $m_p \approx 1,0073 \text{ u}$   
                   masse du neutron :  $m_n \approx 1,0087 \text{ u}$   
                   masse du noyau d'hélium :  $m_{\text{He}} \approx 4,0015 \text{ u}$

Extrait du tableau de classification périodique :

${}^{80}\text{Hg}$	${}^{81}\text{Tl}$	${}^{82}\text{Pb}$	${}^{83}\text{Bi}$	${}^{84}\text{Po}$	${}^{85}\text{At}$	${}^{86}\text{Rn}$
--------------------	--------------------	--------------------	--------------------	--------------------	--------------------	--------------------

### Exercice 2 (extrait Bac série D Madagascar 2000)

L'expérience de CURIE publiée dans les comptes rendus de l'Académie des sciences le 15 janvier 1934, consistait à bombarder des noyaux d'Aluminium par des particules  $\alpha$ , l'une des

types de réactions simultanées est :  ${}^{27}_{13}\text{Al} + \alpha \longrightarrow {}^{30}_{15}\text{P} + {}^A_Z\text{X}$

- 1) a Donner la constitution des noyaux  ${}^{30}_{15}\text{P}$  et  ${}^{27}_{13}\text{Al}$ .  
 c. Calculer l'Energie de liaison par nucléon du noyau  ${}^{27}_{13}\text{Al}$ .
- 2) a Déterminer  $A$  ;  $Z$  et  $X$ .  
 b. Le noyau phosphore  ${}^{30}_{15}\text{P}$  obtenu est radioactif de type  $\beta^+$  et de période  $T = 3 \text{ mn}$ .  
 Ecrire l'équation de désintégration radioactive du  ${}^{30}_{15}\text{P}$ .  
 c. Calculer la constante radioactive  $\lambda$  ( $\text{s}^{-1}$ ).



- 3) L'activité radioactive d'un échantillon de phosphore à l'instant  $t = 0$  est  $A_0 = 6,9 \cdot 10^{20}$  Bq.
- Définir l'Activité radioactive.
  - Déterminer la masse initiale  $m_0$  de l'échantillon.
  - Au bout de combien de temps, 2% de l'échantillon initial sera-t-il désintégré ?

On donne :

- Masse du noyau d'Aluminium :  $m \approx 25131,87 \text{ MeV} \cdot c^{-2}$
- Masse du proton :  $m_p \approx 938,28 \text{ MeV} \cdot c^{-2}$
- Masse du neutron :  $m_n \approx 939,57 \text{ MeV} \cdot c^{-2}$
- Nombre d'Avogadro :  $N_A \approx 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- Masse molaire du phosphore :  $M(P) = 30 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

- Extrait du tableau périodique

Numéro atomique	13	14	15	16	17
Symbole	Al	Si	P	S	Cl

**Exercice 3** (Extrait Bac D Session Normale 1995)

Le nucléide  $^{210}_{84}\text{Po}$  est radioactif : c'est un émetteur  $\alpha$ .

- Ecrire l'équation de la désintégration d'un noyau de polonium  $^{210}_{84}\text{Po}$ , en précisant les lois utilisées. On donne :  $^{82}_{82}\text{Pb}$ ,  $^{83}_{83}\text{Bi}$ ,  $^{84}_{84}\text{Po}$ ,  $^{85}_{85}\text{At}$ ,  $^{86}_{86}\text{Rn}$
- Calculer l'énergie libérée (en MeV) par la désintégration d'un noyau de polonium.  
On donne :  $1 \text{ u} = 1,6606 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 931,5 \text{ MeV} \cdot c^{-2}$ ;  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ;  $M_\alpha = 4,00150 \text{ u}$ ;  
 $m(^{210}_{84}\text{Po}) = 209,9368 \text{ u}$ ;  $m(\text{noyau fils}) = 205,9295 \text{ u}$ .
- A une date  $t = 0$ , un échantillon de polonium contient  $N_0$  noyaux radioactifs. A une date  $t$  on détermine le nombre  $N$  de noyaux non désintégrés. On obtient les résultats suivants :

t(jours)	0	40	80	100	120	150
$\frac{N}{N_0}$	1	0,82	0,67	0,61	0,55	0,47

- Définir la période radioactive  $T$  d'un radionucléide. Le tableau précédent permet de donner un encadrement de celle du polonium ; lequel ?

- Tracer la courbe  $-\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = f(t)$ .

Echelle : 1 cm  $\leftrightarrow$  0,05 unité de  $-\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = f(t)$  et 1 cm  $\leftrightarrow$  10 j.

- En déduire la valeur de la période  $T$ .
- Etablir l'expression de la constante radioactive  $\lambda$  en fonction de  $T$ . Calculer  $\lambda$ .

**Exercice 4** : à propos de la radioactivité (extrait de Bac Polynésie 2008)

**1. La radioactivité  $\beta^-$**

Certains noyaux atomiques instables sont la source de rayonnements, désignés par les trois premières lettres de l'alphabet grec : alpha ( $\alpha$ ), bêta ( $\beta$ ) et gamma ( $\gamma$ ).

[...] La radioactivité  $\beta^-$  fut observée sous la forme d'un rayonnement qui était dévié par des champs électriques ou des aimants en sens contraire du rayonnement alpha. Elle est donc portée par des charges électriques négatives.

[...] Un exemple de radioactivité  $\beta^-$  est celui d'un isotope naturel à vie très longue du potassium, le potassium 40, dont 4000 noyaux se désintègrent par seconde dans le corps humain.

On donne un extrait de la classification périodique des éléments :

Élément	Chlore	Argon	Potassium	Calcium	Scandium
Symbole	Cl	Ar	K	Ca	Sc
Numéro atomique	17	18	19	20	21

1.1. Définir un noyau radioactif.

1.2. Donner la composition du noyau de potassium 40.

1.3. En indiquant les lois de conservation, donner l'équation de la désintégration de ce noyau en supposant que le noyau fils n'est pas obtenu dans un état excité.

1.4. Le noyau fils obtenu est-il un isotope du potassium ? Justifier la réponse.

**2. La radioactivité  $\alpha$**

Un exemple de désintégration alpha est celui, historique, du radium 226 qui se transforme en un noyau de radon en éjectant une particule alpha. La réaction libère 4,6 MeV. Le noyau résiduel de radon est un gaz rare lui-même radioactif, ce qui permit à Rutherford de le détecter en 1898 à Montréal.

Données : La masse des noyaux peut être exprimée en unité de masse atomique (u), définie par :  $1 \text{ u} = 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .

Masse des noyaux :  $m(^{226}\text{Ra}) = 225,97701 \text{ u}$  ;  $m(^4\text{He}) = 4,00150 \text{ u}$  ;  
 $m(^{222}\text{Rn}) = 221,97029 \text{ u}$

Célérité de la lumière dans le vide :  $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$  ;  $1 \text{ MeV} = 1,60 \cdot 10^{-13} \text{ J}$

2.1. Écrire l'expression littérale, en fonction des données, de l'énergie libérée par la désintégration du radium 226 :  $^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow ^{222}_{86}\text{Rn} + ^4_2\text{He}$

Calculer cette énergie en J puis en MeV.

2.2. Montrer que l'écart relatif entre la valeur de cette énergie et celle indiquée dans le texte est inférieur à 7%.



### 3. Le curie

L'activité d'une source radioactive a longtemps été exprimée en curie (Ci). L'activité était alors calculée par rapport au radium 226 considéré comme un étalon : le curie étant l'activité d'un gramme de radium 226 soit 37 milliards de désintégration par seconde.

3.1. Exprimer la valeur du curie avec l'unité légale du système international.

3.2. On se propose de retrouver cette valeur à partir des données suivantes :

Constante radioactive du radium 226 :  $\lambda = 1,4 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1}$

Masse molaire du radium 226 :  $M = 226 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Constante d'Avogadro :  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

On rappelle que l'activité d'un échantillon est donnée par la relation  $A = \lambda \cdot N$ , où  $\lambda$  représente la constante radioactive et  $N$  le nombre de noyaux radioactifs.

3.2.1. Exprimer  $A$  en fonction de  $\lambda$ ,  $M$ ,  $N_A$  et la masse  $m$  de l'échantillon ne contenant que du radium 226.

3.2.2. Faire l'application numérique et comparer à la valeur obtenue à la question 3.1.

### 4. Corriger les mesures pour améliorer la précision des âges.

La plus connue des techniques de datation est la datation au carbone 14.

[...] Le calcul suppose que le taux de formation du carbone 14 atmosphérique n'a pas varié par rapport au moment où le fossile vivait. Ceci n'est pas tout à fait vrai et il est nécessaire de recalculer dans le temps et d'effectuer des corrections.

[...] Pour des datations peu anciennes, l'étalonnage de la formation de radiocarbone en fonction des années repose sur la "dendrochronologie", c'est-à-dire l'examen des troncs d'arbres abattus. La section d'un tronc d'arbre est un extraordinaire témoin de la vie végétale. Chaque anneau correspond au bois formé une année donnée. En comptant les anneaux, on date l'année. En mesurant la teneur en carbone 14 d'un anneau, on mesure l'activité d'un échantillon de l'année en question. On recalcule ainsi la datation au carbone 14.

L'objectif de cette question est de montrer comment on peut déterminer l'activité  $A_0$  d'un échantillon de bois ancien à la date de sa mort.

On rappelle que l'activité  $A$  d'un échantillon subit la loi de décroissance radioactive.

Donnée : Demi-vie du carbone 14 :  $t_{1/2} = 5,73 \cdot 10^3 \text{ ans}$

4.1. On considère un anneau d'un arbre dont la mort, déterminée grâce à la dendrochronologie, remonte à  $t = 1570 \text{ ans}$ . On mesure son activité actuelle  $A$ .

Exprimer l'activité  $A_0$  de cet anneau à la date de sa mort en fonction des grandeurs  $A$ ,  $t_{1/2}$  et  $t$ .

4.2. Faire l'application numérique pour obtenir  $A_0$  en fonction de  $A$ .

## CORRECTION

### Exercice 1 (extrait Bac série D Madagascar 2002)

1) a) Donnons la composition du noyau  ${}_{85}^{211}\text{At}$ .

Ce noyau est composé de  $A = 211$  nucléons dont :

- $Z = 85$  protons ;
- $N = A - Z = 211 - 85 = 126$  neutrons.

b. Equation traduisant la désintégration radioactive de l'Astate  ${}_{85}^{211}\text{At}$ .

De manière générale on a :  ${}_{85}^{211}\text{At} \longrightarrow {}_2^4\text{He} + {}_Z^AY$

Appliquons les lois de conservation de la charge et du nombre de masse :

- Nombre de masse :  $211 = 4 + A$  donc  $A = 211 - 4 = 207$
- Charge électrique :  $85 = 2 + Z$  donc  $Z = 85 - 2 = 83$  d'où d'après l'extrait du tableau de la classification périodique le noyau fils est le bismuth Bi.

L'équation de désintégration devient donc :  ${}_{85}^{211}\text{At} \longrightarrow {}_2^4\text{He} + {}_{83}^{207}\text{Bi}$

2) Un échantillon contient  $N_0 = 4.10^{21}$  noyaux radioactifs de l'Astate  ${}_{85}^{211}\text{At}$  à l'instant  $t = 0$  s.

a) Calculons l'activité radioactive de l'échantillon à l'instant  $t_1 = 21$  heures.

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N \Rightarrow \int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt \Rightarrow [\ln N]_{N_0}^N = -\lambda [t]_0^t \Rightarrow \ln N - \ln N_0 = -\lambda(t - 0)$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\lambda t \Rightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow N = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow A = A_0 e^{-\lambda t}$$

À  $t_1 = 21$  h, on a :  $21 \text{ h} = 3 \times 7 \text{ h}$  donc  $t_1 = 3T$

$$\Rightarrow A_1 = A_0 e^{-\lambda t_1} = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} \cdot 3T} = \lambda N_0 e^{-3 \ln 2} = \frac{\ln 2}{T} N_0 e^{\ln(2^{-3})} = 2^{-3} \times \frac{\ln 2}{T} N_0 = \frac{1}{2^3} \times \frac{\ln 2}{T} N_0$$

$$\Rightarrow A_1 = \frac{\ln 2}{T} \times \frac{N_0}{2^3} = \frac{0,69}{7 \times 3600} \times \frac{4.10^{21}}{8} \approx 1,37.10^{16} \text{ Bq}$$

b) Calculons la masse de l'échantillon restant à l'instant  $t_2 = 14$  heures.

$$\left. \begin{aligned} m &= n \times M(\text{At}) = \frac{N}{N_a} \times M(\text{At}) \\ m_0 &= n_0 \times M(\text{At}) = \frac{N_0}{N_a} \times M(\text{At}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{m}{m_0} = \frac{\frac{N}{N_a} \times M(\text{At})}{\frac{N_0}{N_a} \times M(\text{At})} = \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow m = m_0 e^{-\lambda t}$$

À  $t_2 = 14$  h, on a :  $14 \text{ h} = 2 \times 7 \text{ h}$  donc  $t_2 = 2T$

$$\Rightarrow m_2 = m_0 e^{-\lambda t_2} = m_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} \cdot 2T} = m_0 e^{-2 \ln 2} = m_0 e^{\ln(2^{-2})} = 2^{-2} \times m_0 = \frac{1}{2^2} \times \frac{N_0}{N_a} \times M(\text{At})$$

$$\Rightarrow m_2 = \frac{N_0}{N_a} \times \frac{M(\text{At})}{2^2} = \frac{4.10^{21}}{6,02.10^{23}} \times \frac{211}{4} = 0,367 \text{ g}$$



## CORRECTION

### Exercice 2 (extrait Bac série D Madagascar 2006)

1) On considère les 2 variétés  $^{235}_{92}\text{U}$  et  $^{238}_{92}\text{U}$  du radioélément d'Uranium.

a) Nom de ces 2 variétés de l'uranium

Ces deux variétés sont des isotopes de l'uranium.

b) Calculons l'énergie de liaison par nucléon de l'Uranium 235 en MeV / nucléon.

$$E_A = \frac{E_r}{A} = \frac{\Delta mc^2}{A} \text{ avec } \Delta m = Zm_p + Nm_n - m_{\text{noyau}} = Zm_p + (A - Z)m_n - m(^{235}_{92}\text{U})$$

$$E_A = \frac{1}{235} \times (92 \times 1,00727 + (235 - 92) \times 1,00865 - 234,993) \times 931,5 \text{ MeV}/c^2$$

$$E_A = 7,582 \text{ MeV/nucléon}$$

2) On considère la réaction suivante :  $^{235}_{92}\text{U} + {}^1_0\text{n} \longrightarrow {}^{95}_{39}\text{Y} + {}^{139}_{53}\text{I} + 2({}^1_0\text{n})$

Donnons le nom de ce type de réaction puis déterminons A et Z.

Il s'agit d'une réaction de fission nucléaire.

➤ Conservation du nombre de masse :

$$235 + 1 = 95 + A + 2 \times 1 \Rightarrow A = 235 + 1 - 95 - 2 \Rightarrow A = 139$$

➤ Conservation de charge :  $92 + 0 = 39 + Z + 2 \times 0 \Rightarrow Z = 92 - 39 \Rightarrow Z = 53$

3) La période radioactive de  $^{95}_{39}\text{Y}$  est de 10 minutes. Nombre du noyau restant à  $t = 1$  heure.

À  $t = 1 \text{ h} = 60 \text{ min}$ , on a :  $60 \text{ min} = 6 \times 10 \text{ min}$  donc  $t = 6T$

$$N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} \times 6T} = N_0 e^{-6 \ln 2} = N_0 e^{\ln(2^{-6})} = 2^{-6} \times N_0 = \frac{N_0}{2^6}$$

$$\text{Application numérique : } N = \frac{10^6}{2^6} = \frac{10^6}{64} = \underline{15625 \text{ noyaux}}$$

### Exercice 3 (extrait Bac série D Madagascar 2008)

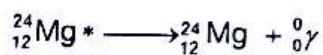
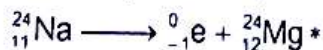
1) Equation de désintégration du noyau de sodium  $^{24}_{11}\text{Na}$ .

De manière générale on a :  $^{24}_{11}\text{Na} \longrightarrow {}^0_{-1}\text{e} + {}^A_Z\text{Y}$

Appliquons les lois de conservation de la charge et du nombre de masse :

• Nombre de masse :  $24 = A + 0$  donc  $A = 24$

• Charge électrique :  $11 = Z - 1$  donc  $Z = 12$  d'où le noyau fils est le magnésium Mg.



2) Un échantillon contient une masse  $m_0 = 4 \text{ mg}$  de noyau de sodium  $^{24}_{11}\text{Na}$  à la date  $t = 0$ .

a) Exprimons sa période ou demi-vie T et déduisons sa valeur en heure.

$$\left. \begin{array}{l} N = N_0 e^{-\lambda t} \\ \text{à } t = T, N = \frac{N_0}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda T} \Rightarrow \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\lambda T \Rightarrow -\ln 2 = -\lambda T \Rightarrow T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

$$\text{Application numérique : } T = \frac{\ln 2}{1,283 \cdot 10^{-5}} = 54025,50 \text{ s} \Rightarrow T = \frac{54025,50}{3600} = \underline{15 \text{ h}}$$

## CORRECTION

b) Calculons, en becquerels, l'activité radioactive de l'échantillon à la date  $t = 45$  heures.

À  $t = 45$  h, on a :  $45 \text{ h} = 3 \times 15 \text{ h}$  donc  $t = 3T$

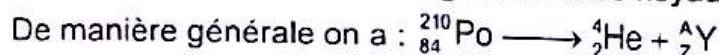
$$A = A_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} \cdot 3T} = \lambda N_0 e^{-3 \ln 2} = \lambda N_0 e^{\ln(2^{-3})} = 2^{-3} \times \lambda N_0 = \frac{\lambda N_0}{2^3}$$

$$\text{Or } m_0 = \frac{N_0}{N_a} \times M(\text{Na}) \Rightarrow N_0 = \frac{m_0 N_a}{M(\text{Na})}$$

$$\Rightarrow A = \frac{\lambda}{2^3} N_0 = \frac{\lambda}{2^3} \times \frac{m_0 N_a}{M(\text{Na})} = \frac{1,283 \cdot 10^{-5}}{8} \times \frac{4 \cdot 10^{-3} \times 6,02 \cdot 10^{23}}{24} = 1,6 \cdot 10^{14} \text{ Bq}$$

### Exercice 4

1. Équation traduisant la désintégration de ce noyau.



Appliquons les lois de conservation de la charge et du nombre de masse :

- Nombre de masse :  $210 = 4 + A$  donc  $A = 210 - 4 = 206$
- Charge électrique :  $84 = 2 + Z$  donc  $Z = 84 - 2 = 82$  d'où d'après l'extrait du tableau de la classification périodique le noyau fils est le plomb Pb.

L'équation de désintégration devient donc :  ${}_{84}^{210}\text{Po} \longrightarrow {}_2^4\text{He} + {}_{82}^{206}\text{Pb}$

2. Complétons la ligne 3 du tableau.

t (jours)	0	40	80	120	160	200	240
$\frac{N(t)}{N_0}$	1	0,79	0,62	0,49	0,38	0,30	0,24
$-\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right)$	0	0,24	0,48	0,71	0,97	1,20	1,43

3. a) Tracé de la courbe  $-\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = f(t)$  : voir courbe ci-après à la page suivante.

b) Rappelons la loi de décroissance radioactive :  $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$

c) Montrons si elle est en accord avec la représentation graphique précédente

Oui la loi de décroissance est en accord avec la représentation graphique.

Justification de la réponse.

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = -\lambda t \Rightarrow -\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = \lambda t$$

L'équation est de la forme  $y = kx$  qui est celle d'une droite qui passe par l'origine.

4. Calculons la pente  $k$  et déterminons la constante radioactive  $\lambda$  ainsi que son unité.

D'après l'équation de la droite, la pente  $k$  correspond ici à la constante radioactive  $\lambda$ .

$$\text{Donc on a : } k = \lambda = \frac{\Delta\left[-\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right)\right]}{\Delta t} = \frac{1,2 - 0}{200 - 0} = \frac{1,2}{200} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ j}^{-1}$$

La constante radioactive  $\lambda$  est exprimée en  $\text{j}^{-1}$  car le temps  $t$  est en jours.



## CORRECTION

5. Donnons l'expression de la durée de demi-vie de l'échantillon notée  $t_{1/2}$  et calculons-la.

$$\text{à } t = t_{1/2}, N(t) = \frac{N_0}{2} \Rightarrow -\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = \lambda t_{1/2} \Rightarrow -\ln\left(\frac{1}{2}\right) = \lambda t_{1/2} \Rightarrow \ln 2 = \lambda t_{1/2} \Rightarrow t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Application numérique :  $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{6.10^{-3}} = 115,5 \text{ j}$

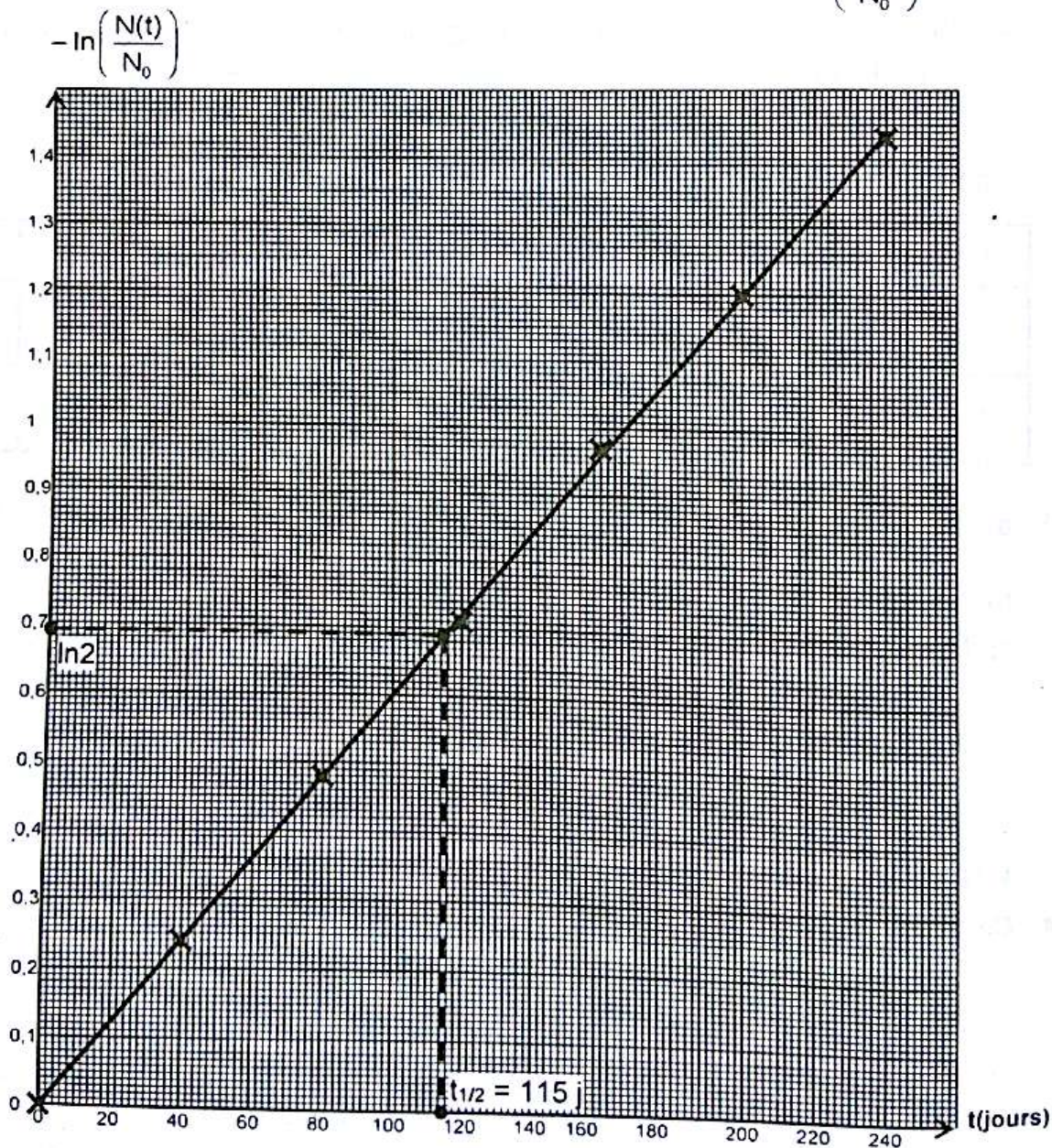
6. Retrouvons graphiquement la valeur de la durée de demi-vie de l'échantillon

$$\text{à } t = t_{1/2}, N(t) = \frac{N_0}{2} \Rightarrow -\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = \ln 2$$

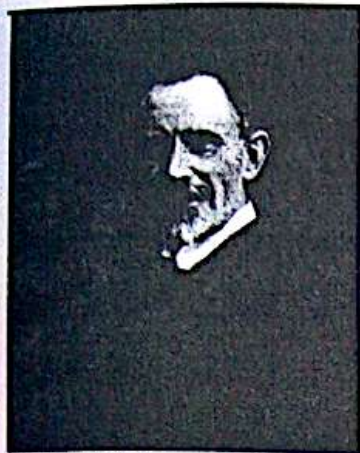
On trouve graphiquement  $t_{1/2} = 115 \text{ j}$ .

courbe  $-\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = f(t)$

Echelle : 1 cm pour 20 jours et 1 cm pour 0,1 unité de  $-\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right)$ .







Søren Peder Lauritz Sørensen

(9 janvier 1868 à Havrebjerg au Danemark - 12 février 1939)

Chimiste Danois

Il est connu pour l'introduction du concept de pH, l'échelle permettant de mesurer l'acidité ou la basicité. De 1901 à 1938, il dirige le laboratoire de Carlsberg à Copenhague. Il commence bientôt à étudier les acides aminés, les protéines, les enzymes et notamment l'effet de la concentration des ions dans l'analyse de ces protéines. La concentration des ions hydrogène jouant un rôle central dans les réactions enzymatiques, il trouve un moyen simple d'exprimer celle-ci : il s'aperçoit qu'une échelle convenable peut être établie en prenant l'opposé du logarithme décimal de la concentration de ces ions. C'est ainsi qu'en 1909, il introduit le concept du potentiel hydrogène. Dans l'article où il introduit cette échelle, il utilise la notation pH et décrit deux nouvelles méthodes pour mesurer l'acidité. La première utilise des électrodes tandis que la seconde consiste à comparer la couleur d'échantillons à un ensemble d'indicateurs de référence.

### Objectifs spécifiques

- Énoncer quelques propriétés de l'eau.
- Déterminer expérimentalement le pH d'une solution aqueuse.

## RAPPEL DE COURS

### 1) Quelques ions monoatomiques

Formule	$\text{Cu}^{2+}$	$\text{Fe}^{2+}$	$\text{Fe}^{3+}$	$\text{Br}^-$	$\text{Zn}^{2+}$
Nom	ion cuivre II	ion fer II ou ion ferreux	ion fer III ou ion ferrique	ion bromure	ion zinc

Formule	$\text{Al}^{3+}$	$\text{Ca}^{2+}$	$\text{K}^+$	$\text{Cl}^-$	$\text{Na}^+$
Nom	ion aluminium	ion calcium	ion potassium	ion chlorure	ion sodium

### 2) Quelques ions polyatomiques

Formule	$\text{OH}^-$	$\text{NO}_3^-$	$\text{SO}_4^{2-}$	$\text{CO}_3^{2-}$
Nom	ion hydroxyde	ion nitrate	ion sulfate	ion carbonate



Formule	$\text{NH}_4^+$	$\text{H}_3\text{O}^+$	$\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$	$\text{MnO}_4^-$
Nom	ion ammonium	ion hydronium	ion bichromate	ion permanganate

### 3) Les composés ioniques

#### 3.1. Nom

On donne d'abord le nom de l'anion suivi de celui du cation.

**Exemple :** chlorure de sodium ( $\text{NaCl}$ )

L'anion est l'ion chlorure ( $\text{Cl}^-$ ) et le cation est l'ion sodium ( $\text{Na}^+$ ).

#### 3.2. Quelques exemples

Nom	Chlorure de sodium	Sulfate de cuivre	Carbonate de sodium	Chlorure d'ammonium
Formule ionique	$(\text{Na}^+, \text{Cl}^-)$	$(\text{Cu}^{2+}, \text{SO}_4^{2-})$	$(2\text{Na}^+, \text{CO}_3^{2-})$	$(\text{NH}_4^+, \text{Cl}^-)$
Formule statistique	$\text{NaCl}$	$\text{CuSO}_4$	$\text{Na}_2\text{CO}_3$	$\text{NH}_4\text{Cl}$

Nom	Chlorure de baryum	Hydroxyde de Fer III	Nitrate d'argent	Sulfate de sodium
Formule ionique	$(\text{Ba}^{2+}, 2\text{Cl}^-)$	$(\text{Fe}^{3+}, 3\text{OH}^-)$	$(\text{Ag}^+, \text{NO}_3^-)$	$(2\text{Na}^+, \text{SO}_4^{2-})$
Formule statistique	$\text{BaCl}_2$	$\text{Fe}(\text{OH})_3$	$\text{AgNO}_3$	$\text{Na}_2\text{SO}_4$

Nom	Hydroxyde de cuivre II	Chlorure de fer III	Bichromate de potassium	Sulfate d'aluminium
Formule ionique	$(\text{Cu}^{2+}, 2\text{OH}^-)$	$(\text{Fe}^{3+}, 3\text{Cl}^-)$	$(2\text{K}^+, \text{Cr}_2\text{O}_7^{2-})$	$(2\text{Al}^{3+}, 3\text{SO}_4^{2-})$
Formule statistique	$\text{Cu}(\text{OH})_2$	$\text{FeCl}_3$	$\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$	$\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$

4) Tableau récapitulatif des tests d'identification de quelques ions

	Ion testé	Réactif utilisé (solution employée)	Observations Équation bilan de la réaction
Cations	Ion argent $\text{Ag}^+$	Ion chlorure $\text{Cl}^-$ (chlorure de sodium)	Précipité blanc de chlorure d'argent qui noircit à la lumière. $\text{Ag}^+ + \text{Cl}^- \longrightarrow \text{AgCl}$
	Ion baryum $\text{Ba}^{2+}$	Ion sulfate $\text{SO}_4^{2-}$ (Sulfate de zinc)	Précipité blanc de sulfate de baryum $\text{Ba}^{2+} + \text{SO}_4^{2-} \longrightarrow \text{BaSO}_4$
	Ion sodium $\text{Na}^+$	La flamme	Flamme jaune
	Ion cuivre $\text{Cu}^{2+}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>La flamme</li> <li>Ion hydroxyde <math>\text{OH}^-</math> (hydroxyde de sodium)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Flamme bleu-verte</li> <li>Précipité bleu d'hydroxyde de cuivre II qui se dissout dans un excès d'ammoniaque.</li> <li><math>\text{Cu}^{2+} + 2\text{OH}^- \longrightarrow \text{Cu(OH)}_2</math></li> </ul>
	Ion fer II $\text{Fe}^{2+}$	Ion hydroxyde $\text{OH}^-$ (hydroxyde de sodium)	Précipité vert d'hydroxyde de fer II $\text{Fe}^{2+} + 2\text{OH}^- \longrightarrow \text{Fe(OH)}_2$
	Ion fer III $\text{Fe}^{3+}$	Ion hydroxyde $\text{OH}^-$ (hydroxyde de sodium)	Précipité rouille d'hydroxyde de fer III $\text{Fe}^{3+} + 3\text{OH}^- \longrightarrow \text{Fe(OH)}_3$
	Ion zinc $\text{Zn}^{2+}$	Ion hydroxyde $\text{OH}^-$ (hydroxyde de sodium)	Précipité blanc d'hydroxyde de zinc qui se dissout dans un excès d'hydroxyde de sodium. $\text{Zn}^{2+} + 2\text{OH}^- \longrightarrow \text{Zn(OH)}_2$
Anions	Ion chlorure $\text{Cl}^-$	Ion argent $\text{Ag}^+$ (nitrate d'argent)	Précipité blanc de chlorure d'argent qui noircit à la lumière. $\text{Ag}^+ + \text{Cl}^- \longrightarrow \text{AgCl}$
	Ion hydroxyde $\text{OH}^-$	Ion métallique $\text{M}^{n+}$ (solution ion métallique) Ex : ion cuivre II $\text{Cu}^{2+}$ (Sulfate de cuivre II)	Précipité d'hydroxyde de métal M $\text{M}^{n+} + n\text{OH}^- \longrightarrow \text{M(OH)}_n$ Ex : précipité bleu d'hydroxyde de cuivre II $\text{Cu}^{2+} + 2\text{OH}^- \longrightarrow \text{Cu(OH)}_2$
	Ion sulfate $\text{SO}_4^{2-}$	Ion baryum $\text{Ba}^{2+}$ (chlorure de baryum)	Précipité blanc de sulfate de baryum $\text{Ba}^{2+} + \text{SO}_4^{2-} \longrightarrow \text{BaSO}_4$
	Ion carbonate $\text{CO}_3^{2-}$	Acide sulfurique ( $\text{SO}_4^{2-}, 2\text{H}^+$ )	Dégagement de dioxyde de carbone qui trouble l'eau de chaux. $\text{CO}_3^{2-} + 2\text{H}^+ \longrightarrow \text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O}$
	Ion nitrate $\text{NO}_3^-$	métal cuivre $\text{Cu}$ + acide nitrique ( $\text{H}^+, \text{NO}_3^-$ )	Coloration bleue de la solution et dégagement de vapeurs rousses de dioxyde d'azote $\text{NO}_2$ .
	Ion phosphate $\text{PO}_4^{3-}$	Ion argent $\text{Ag}^+$ (nitrate d'argent)	Précipité jaunâtre de phosphate d'argent. $3\text{Ag}^+ + \text{PO}_4^{3-} \longrightarrow \text{Ag}_3\text{PO}_4$



## 5) Masse molaire et quantité de matière

La masse molaire  $M$  d'une espèce donnée est la masse d'une mole de cette espèce.

La quantité de matière  $n$  d'une espèce donnée est le nombre de mole de cette espèce.

Elles sont liées par la relation suivante :  $n = \frac{m}{M}$  ou  $M = \frac{m}{n}$

- $m$  : la masse de l'espèce chimique en g ;
- $n$  : la quantité de matière de l'espèce chimique en mol ;
- $M$  : la masse molaire de l'espèce chimique en g/mol.

## 6) Les solutions aqueuses

### 6.1) Définition

Une solution aqueuse est un mélange homogène dans lequel l'eau est le **solvant**.

Le corps dissous est appelé **soluté** et l'opération est appelée **dissolution**.

### 6.2) Effet thermique

La dissolution d'un composé ionique peut être :

- **athermique** : se fait à une température constante ;
- **exothermique** : se fait avec une élévation de température ;
- **endothermique** : se fait avec une diminution de température.

### 6.3) Réaction chimique

#### a) Equation bilan

L'équation-bilan d'une réaction chimique traduit une relation de proportionnalité entre les quantités de matières des réactifs ayant effectivement réagi et des produits formés.

Soit le composé ionique solide  $AB_s$ .

L'équation-bilan de sa dissolution dans l'eau est donnée par :  $AB_s \xrightarrow{H_2O} A^+_{aq} + B^-_{aq}$

**Exemple** : on dissout le chlorure de calcium dans l'eau ; on obtient une solution aqueuse.

L'équation-bilan s'écrit :  $CaCl_2 \xrightarrow{H_2O} Ca^{2+} + 2Cl^-$

#### b) Bilan molaire

Soit la réaction d'équation-bilan :  $aA + bB \rightarrow cC + dD$

Soient  $n_A$ ,  $n_B$ ,  $n_C$  et  $n_D$  les quantités de matière respectives de A, B, C et D

Le bilan molaire de la réaction s'écrit :  $\frac{n_A}{a} = \frac{n_B}{b} = \frac{n_C}{c} = \frac{n_D}{d}$

**Exemple** :  $CaCl_2 \xrightarrow{H_2O} Ca^{2+} + 2Cl^-$

Le bilan molaire de la réaction s'écrit :  $\frac{n(CaCl_2)}{1} = \frac{n(Ca^{2+})}{1} = \frac{n(Cl^-)}{2}$

### c) Proportions stœchiométriques

Les proportions définies par l'équation-bilan de la réaction sont appelées proportions stœchiométriques.

- Une réaction est dans les proportions stœchiométriques si les réactifs sont pris dans les proportions de l'équation-bilan. Dans ce cas une réaction totale consomme entièrement tous les réactifs et les produits sont obtenus en quantités proportionnelles aux coefficients stœchiométriques.
- Si les réactifs ne sont pas dans les proportions stœchiométriques, l'un d'eux est en excès et l'autre en défaut, appelé réactif limitant. Dans ce cas une réaction totale ne consomme entièrement que le (ou les) réactif(s) en défaut ; le mélange final comporte alors les produits de la réaction mais aussi le(s) réactif(s) initialement en excès.

**Exemple :** considérons l'équation-bilan :  $4\text{Al} + 3\text{O}_2 \rightarrow 2\text{Al}_2\text{O}_3$

- Le mélange de 8 mol d'aluminium Al et de 6 mol de dioxygène  $\text{O}_2$  est stœchiométrique car :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{n_{\text{Al}}}{4} = \frac{8}{4} = 2 \\ \frac{n_{\text{O}_2}}{3} = \frac{6}{3} = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{n_{\text{Al}}}{4} = \frac{n_{\text{O}_2}}{3}$$

La quantité d'oxyde d'aluminium ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) obtenue est :

D'après le bilan molaire de la réaction :  $\frac{n_{\text{Al}}}{4} = \frac{n_{\text{O}_2}}{3} = \frac{n_{\text{Al}_2\text{O}_3}}{2} \Rightarrow n_{\text{Al}_2\text{O}_3} = 2 \times \frac{n_{\text{Al}}}{4} = 2 \times 2 = 4 \text{ mol}$

- Le mélange de 10 mol d'aluminium (Al) et de 9 mol de dioxygène ( $\text{O}_2$ ) n'est pas stœchiométrique car :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{n_{\text{Al}}}{4} = \frac{10}{4} = 2,5 \\ \frac{n_{\text{O}_2}}{3} = \frac{9}{3} = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{n_{\text{Al}}}{4} \neq \frac{n_{\text{O}_2}}{3}$$

Ainsi :

- le réactif en défaut est l'aluminium (Al) car  $\frac{n_{\text{Al}}}{4} < \frac{n_{\text{O}_2}}{3}$  ;
- le réactif en excès est le dioxygène ( $\text{O}_2$ ) car  $\frac{n_{\text{O}_2}}{3} > \frac{n_{\text{Al}}}{4}$ .

La quantité d'oxyde d'aluminium ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) obtenue est :

D'après le bilan molaire de la réaction :  $\frac{n_{\text{Al}}}{4} = \frac{n_{\text{Al}_2\text{O}_3}}{2} \Rightarrow n_{\text{Al}_2\text{O}_3} = 2 \times \frac{n_{\text{Al}}}{4} = 2 \times 2,5 = 5 \text{ mol}$

**Remarque :** ici on travaille avec le réactif en défaut et non avec le réactif en excès.



#### 6.4 ) Concentration molaire

La concentration molaire d'une espèce chimique A présente dans une solution de volume V

est :  $C_A = [A] = \frac{n_A}{V}$

- $C_A$  ou  $[A]$  : concentration molaire de l'espèce chimique A en mol/L ;
- $n_A$  : quantité de matière du soluté A en mole(mol) ;
- V : volume de la solution en litres(L).

#### 6.5 ) Concentration massique

La concentration massique d'une espèce chimique A présente dans une solution de volume

V est :  $\mathcal{C}_A = \frac{m_A}{V}$

- $\mathcal{C}_A$  : concentration massique de espèce chimique A en g/L ;
- $m_A$  : masse du soluté A en grammes (g) ;
- V : volume de la solution en litres (L).

Remarque : on montre que la masse molaire  $M_A$ , la concentration molaire  $C_A$  et la concentration massique  $\mathcal{C}_A$  d'une espèce A sont liées par la relation :  $\mathcal{C}_A = M_A \times C_A$ .

Démonstration :  $\mathcal{C}_A = \frac{m_A}{V} = \frac{M_A \times n_A}{V} = M_A \times \frac{n_A}{V} = M_A \times C_A$

#### 6.6 ) Solution commerciale

La concentration C d'une solution commerciale est donnée par :  $C = \frac{\% \times \rho}{M}$

- C : concentration de la solution commerciale (en mol/L) ;
- % : pourcentage massique de soluté ;
- M : masse molaire du soluté (en g/mol) ;
- $\rho = \frac{m}{V}$  ou  $\rho = d \times \rho_{\text{eau}}$  : masse volumique du soluté (en g/L)

avec masse m (en g), volume V (en L), densité d (sans unité) et  $\rho_{\text{eau}} = 10^3 \text{ g/L}$ .

#### 6.7 ) Dilution

Diluer une solution, c'est diminuer la concentration des espèces chimiques qu'elle contient en lui ajoutant soit de l'eau pure soit une autre solution. Ainsi lors d'une dilution, la quantité

de matière n de soluté ne varie pas. Ce qui donne :  $n_f = n_i \Leftrightarrow C_f V_f = C_i V_i \Leftrightarrow C_f = \frac{C_i V_i}{V_f}$

où f représente la solution finale (solution diluée) et i la solution initiale (solution non diluée).

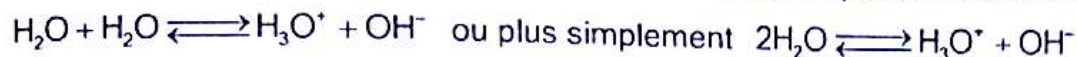
Remarque :

On appelle rapport ou coefficient ou taux de dilution le nombre r tel que :  $r = \frac{V_f}{V_i} = \frac{C_i}{C_f}$ .

## 7) L'autoprotolyse de l'eau

### 7.1) Définition

Deux molécules d'eau peuvent réagir entre elles selon l'équation-bilan suivante :



### 7.2) Le produit ionique de l'eau

L'équation de l'autoprotolyse de l'eau est caractérisée par une constante  $K_e$  appelée produit ionique de l'eau telle que :  $K_e = [\text{H}_3\text{O}^+] \times [\text{OH}^-]$ . Cette constante est sans unité.

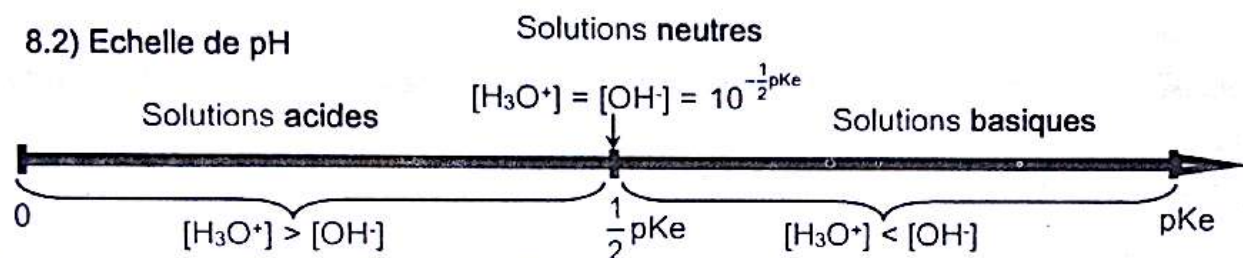
Remarque :  $K_e$  dépend de la température ; par exemple à  $25^\circ\text{C}$ ,  $K_e = 10^{-14}$ .

## 8) pH des solutions aqueuses

### 8.1) Définition

Le pH d'une solution aqueuse et sa concentration en ion hydronium  $[\text{H}_3\text{O}^+]$  sont liés par la relation :  $\text{pH} = -\text{Log}[\text{H}_3\text{O}^+]$  ou  $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}}$  avec  $10^{-13} \text{ mol.L}^{-1} < [\text{H}_3\text{O}^+] < 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$

### 8.2) Echelle de pH



Remarque :  $K_e = 10^{-\text{p}K_e}$  ;  $\text{p}K_e = -\text{Log}K_e$

Le pH dépend de la température. Par exemple, à  $25^\circ\text{C}$  ( $K_e = 10^{-14}$  ;  $\text{p}K_e = 14$ ) :

- si  $[\text{H}_3\text{O}^+] > [\text{OH}^-]$  alors la solution est acide et  $\text{pH} < 7$  ;
- si  $[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] = 10^{-7} \text{ mol/L}$  alors la solution est neutre et  $\text{pH} = 7$  ;
- si  $[\text{H}_3\text{O}^+] < [\text{OH}^-]$  alors la solution est basique et  $\text{pH} > 7$ .

## 9) Electroneutralité d'une solution

### 9.1) Définition

Dans une solution aqueuse, la quantité de charge positive est égale à la quantité de charge négative : on dit que la solution est électriquement neutre.

### 9.2) Vérification

Dans une solution aqueuse :

- la concentration en charges apportées par un cation  $\text{X}^{n+}$  est  $n \times [\text{X}^{n+}]$  ;
- la concentration en charges apportées par un anion  $\text{X}^{m-}$  est  $m \times [\text{X}^{m-}]$ .

Exemple : dans la solution aqueuse de sulfate de sodium  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  :

- un ion  $\text{Na}^+$  a une seule charge positive donc  $[\text{Charge}] = [\text{Na}^+]$  ;
- un ion  $\text{SO}_4^{2-}$  a deux charges négatives donc  $[\text{Charge}] = 2 \times [\text{SO}_4^{2-}]$  ;
- l'équation de l'électroneutralité est :  $[\text{Na}^+] = 2 \times [\text{SO}_4^{2-}]$ .



## 10) Quelques indicateurs colorés courants

Indicateur coloré	Teinte acide	Zone de virage	Teinte basique
Hélianthine	Rouge	3,1 – 4,4	Jaune
Bleu de bromothymol	Jaune	6,0 – 7,6	Bleu
Phénolphtaléine	Incolore	8,2 – 10	Rose

## 11) Méthodes pratiques

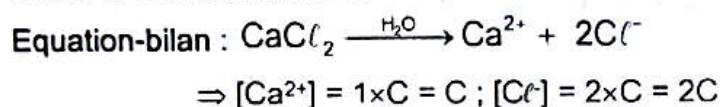
➤ Comment calculer la concentration molaire d'une espèce chimique dans une solution donnée ?

a. Solution S de concentration C contenant l'espèce chimique X

La concentration molaire de l'espèce X est donnée par :  $[X] = kC$

k est le coefficient stœchiométrique devant l'espèce X dans l'équation-bilan de dissolution du composé.

**Exemple :** concentration molaire des ions  $\text{Ca}^{2+}$  et  $\text{Cl}^-$  dans la solution de chlorure de calcium  $\text{CaCl}_2$  de concentration C.

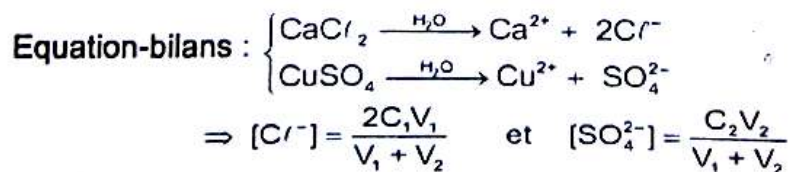


b. Mélange d'une solution  $S_1$  de concentration  $C_1$  et de volume  $V_1$  contenant l'espèce X avec une solution  $S_2$  de concentration  $C_2$  et de volume  $V_2$  ne contenant pas l'espèce X.

La concentration molaire de l'espèce X est donnée par :  $[X] = \frac{kC_1V_1}{V_1 + V_2}$

k est le coefficient stœchiométrique devant l'espèce X dans l'équation-bilan de dissolution du composé contenant X.

**Exemple :** concentration molaire des ions  $\text{Cu}^{2+}$  et  $\text{Cl}^-$  dans la solution obtenue en mélangeant une solution  $S_1$  de chlorure de calcium  $\text{CaCl}_2$  de concentration  $C_1$  et de volume  $V_1$  avec une solution  $S_2$  de sulfate de cuivre II  $\text{CuSO}_4$  de concentration  $C_2$  et de volume  $V_2$ .

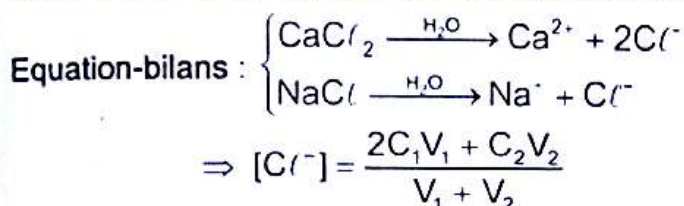


**c. Mélange d'une solution  $S_1$  de concentration  $C_1$  et de volume  $V_1$  avec une solution  $S_2$  de concentration  $C_2$  et de volume  $V_2$  toutes deux contenant l'espèce  $X$ .**

La concentration molaire de l'espèce  $X$  est donnée par :  $[X] = \frac{k_1 C_1 V_1 + k_2 C_2 V_2}{V_1 + V_2}$

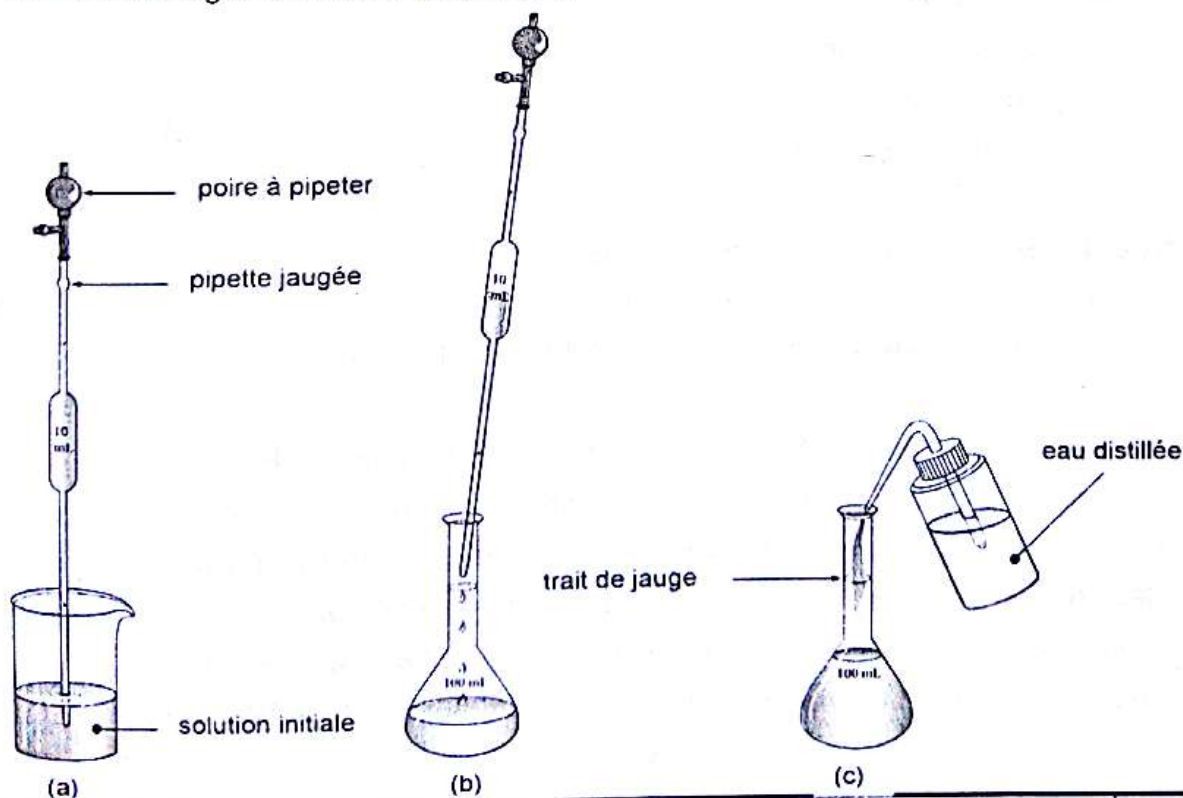
$k_1$  et  $k_2$  sont les coefficients stœchiométriques respectifs devant l'espèce  $X$  dans l'équation bilan de dissolution des deux composés.

**Exemple :** concentration molaire des ions  $Cl^-$  dans la solution obtenue en mélangeant une solution  $S_1$  de chlorure de calcium  $CaCl_2$  de concentration  $C_1$  et de volume  $V_1$  avec une solution  $S_2$  de chlorure de sodium  $NaCl$  de concentration  $C_2$  et de volume  $V_2$ .



➤ **Comment diluer une solution (mode opératoire) ?**

- Verser une certaine quantité de la solution initiale (à diluer) dans un bécher ;
- Prélever dans ce bécher, la quantité de la solution à diluer à l'aide d'une pipette (a) ;
- Verser la quantité de solution prélevée dans une fiole jaugée (b) ;
- Compléter la fiole jaugée avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge à l'aide d'une pissette préalablement remplie d'eau distillée (c) ;
- Rendre homogène la solution obtenue.





## EXERCICES RESOLUS

### Exercice 1

A 20°C, quel volume de chlorure d'hydrogène gazeux faut-il dissoudre dans un litre d'eau pour obtenir une solution de concentration  $10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$ . On suppose que la dissolution s'effectue sans variation de volume. On donne volume molaire  $V_m = 24 \text{ L.mol}^{-1}$ .

### Exercice 2 Acide ou basique ?

On donne :  $K_e = 2,5 \cdot 10^{-13}$  à 80°C.

- 1) Une solution aqueuse a, à cette température, un pH égal à 6,5. Quelle est sa nature ?
- 2) Un volume de 200 mL d'une solution aqueuse contient  $1,0 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$  d'ions hydroxyde. Quel est son pH à 80°C ?
- 3) Le pH d'une solution aqueuse est 4,7 à 80°C. En déduire sa concentration en ions  $\text{OH}^-$ .
- 4)  $K_e$  augmente lorsque la température augmente. Dans le corps humain, à 37°C, le sang a un pH d'environ 7,4 et  $pK_e = 13,6$ . Le sang est-il un liquide neutre, acide ou basique ? En déduire l'échelle de pH à cette température.

### Exercice 3 (Sirop de menthe)

1. Un sirop de menthe contient 200 g de glucides pour 2 L.
  - 1.1. Quelle est la concentration massique de glucides contenu dans le sirop.
  - 1.2. En déduire sa concentration molaire. On donne :  $M = 180 \text{ g.mol}^{-1}$ .
2. On verse 20 mL de sirop dans un verre puis on ajoute 180 mL d'eau.
  - 2.1. Calculer le volume de liquide contenu dans le verre.
  - 2.2. Combien de fois le sirop a-t-il été dilué ? Justifier votre réponse.
  - 2.3. Calculer la masse de glucides contenue dans un verre.

### Exercice 4 : Solution de chlorure de cobalt (II)

On introduit dans une fiole jaugée de 250,0 mL, une masse  $m = 1,19 \text{ g}$  de chlorure de cobalt (II) hexahydraté  $\text{CoCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$  et on remplit la fiole avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge.

Données :  $M_{\text{Co}} = 58,9 \text{ g.mol}^{-1}$  ;  $M_{\text{Cl}} = 35,5 \text{ g.mol}^{-1}$  ;  $M_{\text{H}} = 1,0 \text{ g.mol}^{-1}$  ;  $M_{\text{O}} = 16 \text{ g.mol}^{-1}$

- 1) Calculer la concentration molaire de la solution S obtenue.
- 2) Ecrire l'équation de la dissolution du chlorure de cobalt (II) hexahydraté.
- 3) En déduire les concentrations molaires des ions présents dans la solution.
- 4) Quel volume de solution S faut-il prélever pour obtenir une solution S' de volume 100,0 mL et de concentration en chlorure de cobalt (II)  $C' = 4,00 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ .
- 5) Comment doit-on procéder (matériel utilisé, manipulation) ?

### Exercice 5

Soit une solution commerciale  $A_0$  d'acide sulfurique  $H_2SO_4$  de densité par rapport à l'eau égale à 1,815 et contenant 90% en masse d'acide pur de  $H_2SO_4$ .

1. Calculer la concentration molaire de la solution commerciale d'acide sulfurique .
2. On prépare un litre d'une solution  $A_1$  de  $H_2SO_4$  en prélevant 10,0 mL de la solution  $A_0$ .
  - 2.1. Comment appelle-t-on cette opération ?
  - 2.2. Quelle est la concentration de la solution  $A_1$  obtenue ?

Données : masse molaire (en  $g \cdot mol^{-1}$ ), S : 32 ; O : 16 ; H : 1.

### Exercice 6

En solution aqueuse, l'acide nitrique ( $HNO_3$ ) est totalement dissocié en ions hydronium  $H_3O^+$  et en ions nitrate  $NO_3^-$ . Il en est de même de l'acide chlorhydrique (HCl) qui est dissocié en ions  $H_3O^+$  et en ions  $Cl^-$ . On donne : en  $g/mol$  : H = 1 ; O = 16 ; Cl = 35,5 ; N = 14 ; Ca = 40

Dans une fiole jaugée de 250 mL, on introduit successivement les composés suivants :

- une solution d'acide chlorhydrique de volume  $V_1 = 40$  mL et de concentration  $C_1 = 0,3$  mol/L ;
- une solution d'acide nitrique de volume  $V_2 = 25$  mL et de concentration  $C_2 = 0,4$  mol/L ;
- une masse  $m_3 = 1$  g de chlorure de calcium solide ( $CaCl_2$ ) ;
- une masse  $m_4 = 2$  g de nitrate de calcium solide  $Ca(NO_3)_2$ .

On complète le tout à 250 mL avec de l'eau distillée.

- 1)
  - a) Ecrire les équations de dissolution des quatre (4) composés ci-dessus cités et celle de l'autoprotolyse de l'eau.
  - b) Faire le bilan des différentes espèces chimiques présentes dans la solution.
- 2) Déterminer la quantité de matière de chacun des ions présents dans cette solution sachant qu'aucune réaction chimique n'a lieu.
- 3) En déduire leur concentration.
- 4) Vérifier que les concentrations trouvées sont en accord avec l'équation d'électroneutralité.
- 5) Déterminer le pH de la solution.



## EXERCICES DE PERFECTIONNEMENT

### Exercice 1 pH d'une solution diluée

Une solution aqueuse de méthanoate de potassium  $\text{CH}_3\text{OK}$  a un  $\text{pH} = 10,0$  à  $25^\circ\text{C}$ .

Pour cette solution, on admet que la concentration molaire  $C$  apportée est égale à la concentration en ions hydroxyde dans la solution. On donne :  $\text{O} : 16$  ;  $\text{C} : 12$  ;  $\text{H} : 1$  ;  $\text{K} : 39$ .

1) Quelle est la concentration en ions hydronium ? En ions hydroxyde ?

En déduire la concentration apportée  $C$  de cette solution.

2) Quelle masse  $m$  de soluté solide a servi à la préparation de  $50\text{ mL}$  de cette solution ?

3) On dilue 10 fois  $5,0\text{ mL}$  de cette solution.

a) Quelle verrerie utilise-t-on ? Comment doit-on procéder ?

b) Quelle est la concentration de la solution diluée préparée ?

c) Quel est le  $\text{pH}$  de la solution diluée ?

### Exercice 2

Au cours d'une séance de travaux pratique au laboratoire du collège. Le professeur utilise une fiole jaugée de  $500\text{ mL}$  pour préparer une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium ( $\text{NaOH}$ ) de concentration molaire  $0,5\text{ mol/L}$ .

1) Calculer la masse de  $\text{NaOH}$  solide utilisée.

2) Il prélève ensuite  $25\text{ mL}$  de la solution qu'il mélange à de la solution aqueuse de chlorure de sodium. Les ions présents dans le mélange obtenu ne réagissent pas entre eux.

a) Calculer la concentration de chaque ion présent dans le mélange

b) En déduire le  $\text{pH}$  de cette solution.

3) Enfin, le professeur prélève un volume du mélange et y verse une solution aqueuse de sulfate de cuivre II utilisée en excès. Il se forme un précipité bleu d'hydroxyde de cuivre II. Ce précipité a une masse  $m = 96,7\text{ mg}$ .

a) Ecrire l'équation bilan de la réaction de formation du précipité.

b) Calculer le volume de solution prélevée.

On donne : masses molaires atomiques  $\text{O} : 16$  ;  $\text{Cu} : 63,5$  ;  $\text{H} : 1$  ;  $\text{Cl} : 35,5$  (en  $\text{g/mol}$ ).

### Exercice 3

On dissout une masse  $m$  de chlorure de sodium dans l'eau et on obtient  $V_1 = 100\text{ cm}^3$  d'une solution A de concentration  $C_1 = 0,1\text{ mol/L}$ . On prélève le quart ( $1/4$ ) de cette solution qu'on place dans un bécher et on complète avec de l'eau distillée de façon à obtenir  $V_2 = 200\text{ cm}^3$  d'une solution B de concentration  $C_2$ . On prélève  $V_2 = 10\text{ cm}^3$  de la solution B qu'on dilue 20 fois ; on obtient une solution de concentration  $C_3$ . On donne en  $\text{g/mol}$  :  $\text{Na} : 23$  ;  $\text{Cl} : 35,5$ .

1. Calculer la masse  $m$  du chlorure de sodium utilisé.

2. Calculer la concentration molaire en ions  $\text{Na}^+$  et  $\text{Cl}^-$  de la solution A.

3. Calculer la concentration molaire  $C_2$  de la solution B.

4. Calculer la concentration molaire  $C_3$  de la solution C.



#### Exercice 4

- On dispose d'une solution  $S_1$  de chlorure de baryum  $BaCl_2$  de volume  $V_1 = 500 \text{ cm}^3$  contenant  $m_1$  (g) de  $BaCl_2$ . On donne en g/mol : Ba : 137,7 ; Cl : 35,5.
  - Calculer  $m_1$  sachant que  $[Cl^-] = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$ .
  - En déduire la concentration molaire  $C_1$  de la solution  $S_1$ .
- On mélange  $100 \text{ cm}^3$  de  $S_1$  avec un volume  $V_2$  d'une solution  $S_2$  de chlorure d'hydrogène de concentration molaire  $C_2 = 10^{-2} \text{ mol/L}$ .
  - Écrire l'équation-bilan liée à la mise en solution du chlorure d'hydrogène.
  - Quelles sont les espèces chimiques présentes dans le mélange ?
  - Sachant que  $[Ba^{2+}] = 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$  dans le mélange, déterminer le volume  $V_2$  utilisé pour la solution  $S_2$ .
  - Calculer la concentration molaire espèces chimiques, exceptés les ions  $H_3O^+$  et  $OH^-$ .
  - Écrire l'équation d'électroneutralité et en déduire la nature et le pH du mélange.

#### Exercice 5

On dispose :

- d'une solution de nitrate de potassium  $KNO_3$  à  $0,5 \text{ mol/L}$ ,
- d'une solution de nitrate de calcium  $Ca(NO_3)_2$  à  $0,8 \text{ mol/L}$ ,
- d'une solution chlorure de potassium à  $1 \text{ mol/L}$ ,
- de chlorure magnésium cristallisé de  $MgCl_2 \cdot 6H_2O$ .

On souhaite préparer 1 L de solution contenant les ions  $Mg^{2+}$  ;  $Ca^{2+}$  ;  $K^+$  ;  $NO_3^-$  ;  $Cl^-$  tels que :  $[Mg^{2+}] = 0,2 \text{ mol/L}$  ;  $[NO_3^-] = 0,25 \text{ mol/L}$  ;  $[Ca^{2+}] = 0,1 \text{ mol/L}$  ;  $[K^+] = 0,25 \text{ mol/L}$ .

- Déterminer les volumes des solutions et la masse de solide à mélanger pour préparer cette solution, que l'on complète à 1 L avec de l'eau distillée
- Calculer directement la concentration  $[Cl^-]$ .
- Vérifier l'électroneutralité de la solution.

#### Exercice 6 pH d'une eau industrielle

Une eau industrielle, ne contenant que de l'acide chlorhydrique comme impureté, a un pH égal à 4,2. Quelle dilution faut-il faire à cette eau avant de la rejeter si l'on veut que son pH soit supérieur à 6,0 ? On admettra que l'eau utilisée pour cette dilution a un pH égal à 7,0.

#### Exercice 7 Précision dans la mesure du pH

Avec un pH-mètre, on mesure  $pH = 3,44 \pm 0,01$ .

- Quel est l'encadrement de la valeur réelle du pH de cette solution ?
- En déduire l'encadrement de la valeur réelle de la concentration en ions hydronium de cette solution.
- En déduire l'erreur sur la concentration en ions hydronium puis, en pourcentage, la précision de la mesure de concentration.



**Exercice 1**

Volume de HCl à dissoudre dans 1 litre d'eau pour obtenir une solution de  $10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$ .

$$V_{\text{gaz}} = n \times V_m \text{ or } n = C \times V \text{ donc } V_{\text{gaz}} = C \times V \times V_m = 10^{-1} \times 1 \times 24 \Rightarrow V_{\text{gaz}} = 0,24 \text{ L} = 240 \text{ mL}$$

**Exercice 2** Acide ou basique ?

- 1) Une solution aqueuse a, à  $80^\circ\text{C}$ , un pH égal à 6,5. Déterminons sa nature.

Calculons d'abord la concentration en ions  $\text{H}_3\text{O}^+$  et  $\text{OH}^-$

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-6,5} = 3,16 \cdot 10^{-7} \text{ mol/L}$$

$$K_e = [\text{H}_3\text{O}^+] \times [\text{OH}^-] \Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = \frac{2,5 \cdot 10^{-13}}{3,16 \cdot 10^{-7}} = 7,9 \cdot 10^{-7} \text{ mol/L}$$

Nature de la solution aqueuse :  $[\text{OH}^-] > [\text{H}_3\text{O}^+]$  donc la solution est basique.

- 2) pH, à  $80^\circ\text{C}$ , de 200 mL d'une solution aqueuse contenant  $1,0 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$  d'ions  $\text{OH}^-$ .

$$[\text{OH}^-] = \frac{n(\text{OH}^-)}{V} = \frac{1,0 \cdot 10^{-4}}{0,2} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L}$$

$$K_e = [\text{H}_3\text{O}^+] \times [\text{OH}^-] \Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{K_e}{[\text{OH}^-]} = \frac{2,5 \cdot 10^{-13}}{5 \cdot 10^{-4}} = 5 \cdot 10^{-10} \text{ mol/L}$$

$$\Rightarrow \text{pH} = -\text{Log}[\text{H}_3\text{O}^+] = -\text{Log}(5 \cdot 10^{-10}) = 9,3$$

- 3) Le pH d'une solution aqueuse est 4,7 à  $80^\circ\text{C}$ . Déduisons sa concentration en ions  $\text{OH}^-$ .

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-4,7} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ mol/L}$$

$$K_e = [\text{H}_3\text{O}^+] \times [\text{OH}^-] \Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = \frac{2,5 \cdot 10^{-13}}{2 \cdot 10^{-5}} = 1,25 \cdot 10^{-8} \text{ mol/L}$$

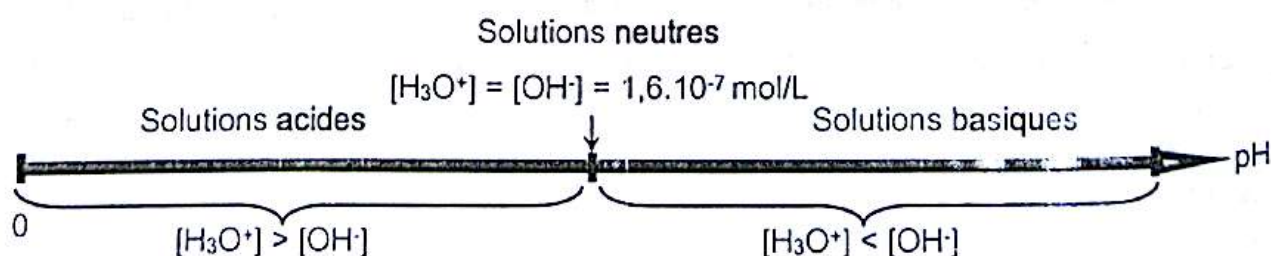
- 4) Dans le corps humain, à  $37^\circ\text{C}$ , le sang a un pH d'environ 7,4 et  $\text{p}K_e = 13,6$ .

➤ Déterminons sa nature

$$\text{On a : } \frac{1}{2} \text{p}K_e = \frac{13,6}{2} = 6,8$$

Or  $7,4 > 6,8$  donc  $\text{pH} > \frac{1}{2} \text{p}K_e$  d'où le sang est un liquide basique à  $37^\circ\text{C}$ .

➤ Déduisons l'échelle de pH à cette température



**Exercice 3** (Sirop de menthe)

1. Un sirop de menthe contient 200 g de glucides pour 2 L.

1.1. Calculons la concentration massique de glucides contenu dans le sirop.

$$\gamma = \frac{m}{V} = \frac{200}{2} = 100 \text{ g/L}$$

1.2. Déduisons sa concentration molaire

$$\gamma = \frac{m}{V} = \frac{M \times n}{V} = M \times \frac{n}{V} = M \times C \Rightarrow C = \frac{\gamma}{M} = \frac{100}{180} \Rightarrow C = 0,55 \text{ mol/L}$$

2. On verse 20 mL de sirop dans un verre puis on ajoute 180 mL d'eau

2.1. Calculons le volume de liquide contenu dans le verre.

$$V_f = V_i + V_{\text{eau}} = 20 + 180 = 200 \text{ mL}$$

2.2. Calculons le rapport ou coefficient ou taux de dilution r.

$$r = \frac{V_f}{V_i} = \frac{200}{20} = 10 \text{ Donc le sirop a été dilué 10 fois.}$$

2.3. Calculons la masse de glucides contenue dans un verre.

$$\gamma = \frac{m}{V_i} \Rightarrow m = \gamma \times V_i = 100 \times 0,2 = 20 \text{ g}$$

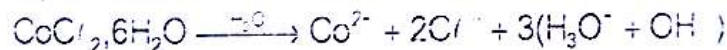
**Exercice 4** : Solution de chlorure de cobalt (II)

1) Calculons la concentration molaire de la solution S obtenue.

$$C_s = \frac{n_{\text{CoCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}}}{V_s} = \frac{m_{\text{CoCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}}}{M_{\text{CoCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}} \times V_s}$$

$$\text{Application numérique : } C_s = \frac{1,19}{(58,9 + 35,5 \times 2 + 6 \times (2 + 16)) \times 0,25} = 2,10^{-2} \text{ mol/L}$$

2) Equation de la dissolution du chlorure de cobalt (II) hexahydraté dans l'eau.



3) Dédution des concentrations molaires des ions présents dans la solution.

Bilan des différents ions de la solution :  $\text{Co}^{2+}$  ;  $\text{Cl}^-$  ;  $\text{H}_3\text{O}^+$  ;  $\text{OH}^-$

$$\text{D'après le bilan molaire de l'équation précédente on a : } \frac{n_{\text{CoCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}}}{1} = \frac{n_{\text{Co}^{2+}}}{1} = \frac{n_{\text{Cl}^-}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{n_{\text{CoCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}}}{V_s} = \frac{n_{\text{Co}^{2+}}}{V_s} = \frac{n_{\text{Cl}^-}}{2V_s} \Rightarrow C_s = [\text{Co}^{2+}] = \frac{[\text{Cl}^-]}{2} \Rightarrow [\text{Co}^{2+}] = C_s \text{ et } [\text{Cl}^-] = 2C_s$$

$$\text{Application numérique : } [\text{Co}^{2+}] = 2,10^{-2} \text{ mol/L et } [\text{Cl}^-] = 2 \times 2,10^{-2} = 4,10^{-2} \text{ mol/L}$$

Le chlorure de cobalt (II) hexahydraté est un composé ionique donc sa solution aqueuse est neutre d'où on a :  $[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] = 10^{-7} \text{ mol/L}$ .

4) Volume de S à prélever pour obtenir S' de  $V' = 100,0 \text{ mL}$  et de  $C' = 4,00 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ .

Il s'agit ici d'une dilution au cours de laquelle la quantité de matière se conserve.

$$n_s = n_{s'} \Rightarrow C_s V_s = C_{s'} V_{s'} \Rightarrow V_s = \frac{C_{s'} V_{s'}}{C_s}$$

$$\text{Application numérique : } V_s = \frac{4,00 \cdot 10^{-3} \times 0,1}{2,10^{-2}} = 0,02 \text{ L} = 20 \text{ mL}$$



## 5) Mode opératoire (matériel utilisé, manipulation)

- Verser une certaine quantité de la solution S de chlorure de cobalt dans un bécher ;
- Prélever dans ce bécher, 20 mL de la solution S à l'aide d'une pipette ;
- Verser les 20 mL de solution prélevée dans une fiole jaugée de 100 mL ;
- Compléter la fiole jaugée avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge à l'aide d'une pissette préalablement remplie d'eau distillée ;
- Rendre homogène la solution obtenue.

**Exercice 5**

## 1.) Calculons la concentration de la solution commerciale

$$C_0 = \frac{\% \times \rho}{M} \text{ avec } C_0 \text{ en mol/L ; } M \text{ en g/mol et } \rho \text{ en g/L}$$

$$d = \frac{\rho}{\rho_{\text{eau}}} \Rightarrow \rho = \rho_{\text{eau}} \times d = 1 \times 1,815 = 1,815 \text{ g/cm}^3 = 1,815 \text{ kg/dm}^3 = 1815 \text{ g/L}$$

$$\text{Application numérique : } C_0 = \frac{90 \times 1815}{100 \times (2 + 32 + 16 \times 4)} = 16,67 \text{ mol/L}$$

2.) On prépare un litre d'une solution A<sub>1</sub> de H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> en prélevant 10,0 mL de la solution A<sub>0</sub>.

## 2.1. Le nom de cette opération

Il s'agit d'une dilution.

2.2. La concentration de la solution A<sub>1</sub> obtenue

$$n_1 = n_0 \Rightarrow C_1 V_1 = C_0 V_0 \Leftrightarrow C_1 = \frac{C_0 V_0}{V_1}$$

$$\text{Application numérique : } C_1 = \frac{16,67 \times 10}{1000} = 1,667 \cdot 10^{-1} \text{ mol/L}$$

**Exercice 6**

1)

## a) Equations de dissolution des 4 composés et celle de l'autoprotolyse de l'eau.

- acide chlorhydrique :  $\text{HCl} + \text{H}_2\text{O} \longrightarrow \text{H}_3\text{O}^+ + \text{Cl}^-$
- acide nitrique :  $\text{HNO}_3 + \text{H}_2\text{O} \longrightarrow \text{H}_3\text{O}^+ + \text{NO}_3^-$
- chlorure de calcium :  $\text{CaCl}_2 \xrightarrow{\text{H}_2\text{O}} \text{Ca}^{2+} + 2\text{Cl}^-$
- nitrate de calcium :  $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2 \xrightarrow{\text{H}_2\text{O}} \text{Ca}^{2+} + 2\text{NO}_3^-$
- autoprotolyse de l'eau :  $2\text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{H}_3\text{O}^+ + \text{OH}^-$

## b) Bilan des différentes espèces chimiques présentes dans la solution.

$\text{Cl}^- ; \text{NO}_3^- ; \text{Ca}^{2+} ; \text{H}_3\text{O}^+ ; \text{OH}^- ; (\text{ou } \text{H}_2\text{O})$

## CORRECTION

2) Quantité de matière de chacun des ions présents dans cette solution.

➤ Ion chlorure  $\text{Cl}^-$  : intervient dans les solutions de  $\text{HCl}$  et  $\text{CaCl}_2$

$$\Rightarrow n_{\text{Cl}^-} = n_{\text{HCl}} + 2 \times n_{\text{CaCl}_2} = C_1 V_1 + 2 \times \frac{m_{\text{CaCl}_2}}{M_{\text{CaCl}_2}}$$

$$\text{A.N. : } n_{\text{Cl}^-} = 0,3 \times 40 \cdot 10^{-3} + 2 \times \frac{1}{40 + 35,5 \times 2} = 0,012 + 0,018 = \underline{0,03 \text{ mol}}$$

➤ Ion calcium  $\text{Ca}^{2+}$  : intervient dans les solutions de  $\text{CaCl}_2$  et  $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$

$$\Rightarrow n_{\text{Ca}^{2+}} = n_{\text{CaCl}_2} + n_{\text{Ca}(\text{NO}_3)_2} = \frac{m_{\text{CaCl}_2}}{M_{\text{CaCl}_2}} + \frac{m_{\text{Ca}(\text{NO}_3)_2}}{M_{\text{Ca}(\text{NO}_3)_2}}$$

$$\text{A.N. : } n_{\text{Ca}^{2+}} = \frac{1}{40 + 35,5 \times 2} + \frac{2}{40 + (14 + 3 \times 16) \times 2} = 0,009 + 0,0122 = \underline{0,0212 \text{ mol}}$$

➤ Ion nitrate  $\text{NO}_3^-$  : intervient dans les solutions de  $\text{HNO}_3$  et  $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$

$$\Rightarrow n_{\text{NO}_3^-} = n_{\text{HNO}_3} + 2 \times n_{\text{Ca}(\text{NO}_3)_2} = C_2 V_2 + 2 \times \frac{m_{\text{Ca}(\text{NO}_3)_2}}{M_{\text{Ca}(\text{NO}_3)_2}}$$

$$\text{A.N. : } n_{\text{NO}_3^-} = 0,4 \times 25 \cdot 10^{-3} + 2 \times \frac{2}{40 + (14 + 3 \times 16) \times 2} = 0,01 + 0,0244 = \underline{0,0344 \text{ mol}}$$

➤ Ion hydronium  $\text{H}_3\text{O}^+$  : intervient dans les solutions de  $\text{HCl}$  et  $\text{HNO}_3$

$$\Rightarrow n_{\text{H}_3\text{O}^+} = n_{\text{HCl}} + n_{\text{HNO}_3} = C_1 V_1 + C_2 V_2$$

$$\text{A.N. : } n_{\text{H}_3\text{O}^+} = 0,3 \times 40 \cdot 10^{-3} + 0,4 \times 25 \cdot 10^{-3} = 0,012 + 0,01 = \underline{0,022 \text{ mol}}$$

➤ Ion hydroxyde  $\text{OH}^-$  : n'intervient dans aucune des solutions donc sa quantité de matière dans le mélange est pratiquement nulle.

3) Déduisons leur concentration.

$$\Rightarrow [\text{Cl}^-] = \frac{n_{\text{Cl}^-}}{V_s} = \frac{0,03}{0,25} = \underline{0,12 \text{ mol/L}}$$

$$\Rightarrow [\text{Ca}^{2+}] = \frac{n_{\text{Ca}^{2+}}}{V_s} = \frac{0,0212}{0,25} = \underline{0,0848 \text{ mol/L}}$$

$$\Rightarrow [\text{NO}_3^-] = \frac{n_{\text{NO}_3^-}}{V_s} = \frac{0,0344}{0,25} = \underline{0,1376 \text{ mol/L}}$$

$$\Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{n_{\text{H}_3\text{O}^+}}{V_s} = \frac{0,022}{0,25} = \underline{0,088 \text{ mol/L}}$$

$$\Rightarrow K_e = [\text{H}_3\text{O}^+] \times [\text{OH}^-] \Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = \frac{10^{-14}}{0,088} = \underline{1,14 \cdot 10^{-13} \text{ mol/L}}$$

4) Vérifions que les concentrations sont en accord avec l'équation d'électroneutralité.

$$[\text{Cl}^-] + [\text{NO}_3^-] + [\text{OH}^-] = 0,12 + 0,1376 + 1,14 \cdot 10^{-13} = \underline{0,2576 \text{ mol/L}}$$

$$2 \times [\text{Ca}^{2+}] + [\text{H}_3\text{O}^+] = 2 \times 0,0848 + 0,088 \text{ mol/L} = \underline{0,2576 \text{ mol/L}}$$

$$\Rightarrow [\text{Cl}^-] + [\text{NO}_3^-] + [\text{OH}^-] = 2 \times [\text{Ca}^{2+}] + [\text{H}_3\text{O}^+]$$

Les concentrations trouvées sont bien en accord avec l'équation d'électroneutralité.

5) Déterminons le pH de la solution.

$$\text{pH} = -\text{Log}[\text{H}_3\text{O}^+] = -\text{Log}(0,088) \approx 1$$





## ACIDES FORTS BASES FORTES

Johann Rudolf Glauber

(10 mars 1604 à Karlstadt am Main en Allemagne et mort le 16 mars 1670 à Amsterdam)

Chimiste, Pharmacien et Alchimiste Allemand.

Glauber fait partie des précurseurs de la chimie contemporaine. Ses travaux et ses expériences permirent la découverte de plusieurs méthodes analytiques, et il fut le premier scientifique moderne à fabriquer de l'acide chlorhydrique, un acide fort. Parmi d'autres composés chimiques, Glauber découvrit le permanganate et le sulfate de sodium, qui fut baptisé d'après son nom (sel de Glauber).

### Objectifs spécifiques

- Définir les notions d'acide fort et de base forte à partir des solutions aqueuses de chlorure d'hydrogène et d'hydroxyde de sodium.

### RAPPEL DE COURS

#### 1.) Les acides forts

##### 1.1 ) Définition

Un acide HA est dit fort s'il réagit totalement avec l'eau selon la réaction :



Exemples :

- acide chlorhydrique :  $\text{HCl} + \text{H}_2\text{O} \longrightarrow \text{H}_3\text{O}^+ + \text{Cl}^-$
- acide bromhydrique :  $\text{HBr} + \text{H}_2\text{O} \longrightarrow \text{H}_3\text{O}^+ + \text{Br}^-$
- acide iodhydrique :  $\text{HI} + \text{H}_2\text{O} \longrightarrow \text{H}_3\text{O}^+ + \text{I}^-$

##### 1.2 ) pH d'une solution d'acide fort

###### a) Définition

Si  $C_a$  est la concentration molaire de la solution d'acide fort, exprimée en  $\text{mol.L}^{-1}$ , on a :

$\text{pH} = -\log(C_a)$  avec  $10^{-6} \text{ mol/L} \leq C_a \leq 10^{-2} \text{ mol/L}$ .

Remarque : pour un diacide fort tel que l'acide sulfurique  $\text{H}_2\text{SO}_4$ ,  $\text{pH} = -\log(2C_a)$  car il libère deux (2) ions hydronium  $\text{H}_3\text{O}^+$  ; l'équation-bilan de la réaction de dissolution est :



###### b) Influence de la dilution

Une solution acide, aussi diluée soit-elle ne peut jamais être basique.

## 2.) Les bases fortes

### 2.1 ) Définition

Une base BOH est dite forte si ses ions sont totalement dispersés dans l'eau selon la réaction :  $\text{BOH} \xrightarrow{\text{H}_2\text{O}} \text{B}^+ + \text{OH}^-$ .

Exemples :

- hydroxyde de sodium :  $\text{NaOH} \xrightarrow{\text{H}_2\text{O}} \text{Na}^+ + \text{OH}^-$
- hydroxyde de potassium :  $\text{KOH} \xrightarrow{\text{H}_2\text{O}} \text{K}^+ + \text{OH}^-$
- ion éthanolate :  $\text{C}_2\text{H}_5\text{O}^- + \text{H}_2\text{O} \longrightarrow \text{C}_2\text{H}_5\text{OH} + \text{OH}^-$

Cet ion est obtenu par une réaction totale entre l'éthanol  $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$  et le sodium Na

selon l'équation-bilan :  $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH} + \text{Na} \longrightarrow \text{C}_2\text{H}_5\text{O}^- + \text{Na}^+ + \frac{1}{2}\text{H}_2$

### 2.2 ) pH d'une solution de base forte

#### a) Définition

Si  $C_b$  est la concentration molaire de la base forte, exprimée en  $\text{mol.L}^{-1}$ , on a alors à  $25^\circ\text{C}$

$\text{pH} = 14 + \log(C_b)$  avec  $10^{-6} \text{ mol/L} \leq C_b \leq 10^{-2} \text{ mol/L}$ .

Remarque : pour une dibase forte telle que l'hydroxyde de calcium  $\text{Ca(OH)}_2$ ,

$\text{pH} = 14 + \log(2C_b)$  car elle libère deux(2) ions hydroxyde  $\text{OH}^-$  ; l'équation-bilan de la réaction

de dissolution est :  $\text{Ca(OH)}_2 \xrightarrow{\text{H}_2\text{O}} \text{Ca}^{2+} + 2\text{OH}^-$

#### b) Influence de la dilution

Une solution basique aussi diluée soit-elle ne peut jamais être acide.

## 3.) Méthode pratique

- Comment écrire l'équation-bilan de la réaction entre un acide fort HA et l'eau ?

De manière générale on a :  $\text{HA} \xrightarrow{\text{H}_2\text{O}} \text{H}^+ + \text{A}^-$

Or en solution aqueuse on a :  $\text{H}^+ + \text{H}_2\text{O} \longrightarrow \text{H}_3\text{O}^+$

Ce qui donne :  $\text{HA} + \text{H}_2\text{O} \longrightarrow (\text{H}^+ + \text{H}_2\text{O}) + \text{A}^-$

Ou bien :  $\text{HA} + \text{H}_2\text{O} \longrightarrow \text{H}_3\text{O}^+ + \text{A}^-$



## EXERCICES RESOLUS

### Exercice 1

On dissout un volume  $v = 1,2$  L de chlorure d'hydrogène dans un volume  $V = 0,5$  L d'eau. (pas de variation de volume pendant la dissolution). Donnée : volume molaire  $V_m = 24$  L/mol.

- 1) Ecrire l'équation-bilan de dissolution du chlorure d'hydrogène dans l'eau.
- 2) Calculer la concentration de la solution obtenue.
- 3) En déduire son pH.

### Exercice 2

On dissout une masse  $m = 0,2$  g d'hydroxyde de sodium dans un volume  $V = 200$  cm<sup>3</sup> d'eau pure. On donne les masses molaires en g/mol : Na : 23 ; H : 1 ; O : 16.

1. Ecrire l'équation bilan de la dissolution.
2. Calculer la concentration de la solution obtenue.
3. Calculer le pH de la solution.
4. Quel volume d'eau faut-il ajouter à  $v_i = 20$  mL de la solution précédente pour obtenir une solution à pH = 11 ?

### Exercice 3

Une solution d'acide nitrique ( $\text{HNO}_3$ ) a une valeur de pH = 2,7 .

- 1) Ecrire son équation d'ionisation dans l'eau.
- 2) Calculer la concentration molaire initiale en acide nitrique.
- 3) Calculer la concentration de toutes les espèces chimiques présentes.

### Exercice 4

Une solution d'hydroxyde de potassium ( $[\text{KOH}] = 5,0 \cdot 10^{-4}$  mol.L<sup>-1</sup>) a un pH = 10,7.

1. Montrer qu'il s'agit d'une base forte.
2. Ecrire l'équation-bilan de dissolution de KOH dans l'eau.
3. Calculer la concentration de toutes les espèces chimiques présentes.

### Exercice 5

On considère que l'acide sulfurique  $\text{H}_2\text{SO}_4$  est un diacide fort.

- 1) Ecrire l'équation-bilan de dissolution de  $\text{H}_2\text{SO}_4$  dans l'eau.
- 2) Quel est le pH d'une solution aqueuse d'acide sulfurique à  $3 \cdot 10^{-3}$  mol/L ?

### Exercice 6

L'hydroxyde de calcium  $\text{Ca}(\text{OH})_2$  est soluble dans l'eau à raison de 1,9 g.L<sup>-1</sup> à 25°C.

On obtient une solution saturée. On donne : Ca : 40 ; O : 16 ; H : 1 g.mol<sup>-1</sup>.

1. Ecrire l'équation-bilan de dissolution de  $\text{Ca}(\text{OH})_2$  dans l'eau.
2. Calculer la concentration molaire de l'hydroxyde de calcium dissout, de l'ion  $\text{Ca}^{2+}$  et  $\text{OH}^-$ .
3. Montrer que le pH d'une telle solution vaut 12,7.



### Exercice 7

On dissout  $m = 0,253$  g d'acide perchlorique ( $\text{HClO}_4$ ) dans un volume  $V = 2$  L d'eau.

Le pH de la solution est égal à 2,9. On donne en g/mol : H : 1 ; O : 16 ; Cl : 35,5.

- 1) Montrer que l'acide perchlorique est un acide fort.
- 2) Ecrire l'équation-bilan de dissolution de  $\text{HClO}_4$  dans l'eau.
- 3) Quel volume d'eau distillée faut-il ajouter à 40 mL d'une solution d'acide perchlorique de  $\text{pH} = 1,7$  pour obtenir une solution de  $\text{pH} = 2,4$  ?

### Exercice 8

Dans un bécher, on mélange les solutions suivantes :

- acide chlorhydrique :  $V_1 = 15$  mL et  $C_1 = 10^{-3}$  mol.L $^{-1}$  ;
- acide nitrique :  $V_2 = 7,5$  mL et  $C_2 = 10^{-4}$  mol.L $^{-1}$  ;
- acide bromhydrique :  $V_3 = 7,5$  mL et  $C_3 = 10^{-3}$  mol.L $^{-1}$  ;
- de l'eau distillée :  $V_4 = 970$  mL.

1. Calculer la concentration des espèces chimiques présentes dans la solution finale.
2. Calculer le pH de la solution finale.
3. Vérifier l'électroneutralité de cette solution.

### Exercice 9

A 25°C, on dissout 0,1 g de potasse (ou hydroxyde de potassium) dans 250 mL d'eau pure. Puis, on ajoute 500 mL d'une solution d'hydroxyde de sodium de  $\text{pH} = 11$  à la solution obtenue. Quel est le pH de la solution finale ?

On donne les masses molaires en g/mol : Na : 23 ; H : 1 ; O : 16 ; K : 39.

### Exercice 10

La lessive de soude est une solution concentrée d'hydroxyde de sodium que l'on trouve facilement dans les grandes surfaces. On donne  $K_e = 10^{-14}$  à 25°C.

- 1) Un flacon commercial de 1 L de lessive de soude, de densité 1,333 contient en masse 35% d'hydroxyde de sodium NaOH pur.

Quelle est la concentration de la lessive de soude ?

- 2) On désire préparer pour une séance de travaux pratiques, 500 mL d'une solution de lessive de soude de concentration  $C = 0,5$  mol/L par dilution d'un volume  $V_0$  de solution commerciale de lessive de soude. Déterminer  $V_0$ .
- 3) Dans un autre flacon, on dispose d'une solution d'hydroxyde de calcium  $\text{Ca}(\text{OH})_2$  de  $\text{pH} = 12$ . Quelles est la concentration des ions présents dans cette solution ?
- 4) On prélève un volume  $V_1 = 200$  mL de la solution diluée de NaOH de concentration  $C_1 = 0,5$  mol/L. On y ajoute un volume  $V_2 = 50$  mL d'une solution de  $\text{Ca}(\text{OH})_2$  de concentration  $C_2 = 0,01$  mol/L. On obtient une solution S. Calculer le pH de la solution S.

Données : masses molaires(g/mol) : Na : 23 ; H : 1 ; O : 16 ; Ca : 40 et  $\rho_{\text{eau}} = 1$  g/cm $^3$ .



## EXERCICES DE PERFECTIONNEMENT

### Exercice 1

- Soit une solution  $S_1$  d'acide chlorhydrique  $HCl$  de concentration  $C_1 = 10^{-2} \text{ mol/L}$  et de volume  $V_1 = 200 \text{ mL}$ . Le pH de cette solution vaut 2 à  $25^\circ\text{C}$ . Donnée :  $K_e = 10^{-14}$  à  $25^\circ\text{C}$ .
  - Justifier que l'acide chlorhydrique  $HCl$  est un acide fort.
  - Ecrire l'équation de la réaction de  $HCl$  avec l'eau.
  - Calculer les concentrations des espèces chimiques présentes dans la solution  $S_1$ .
- On mélange avec une solution  $S_2$  d'acide iodhydrique  $HI$  (acide fort) de concentration  $C_2 = 10^{-3} \text{ mol/L}$  et de volume  $V_2 = 300 \text{ mL}$  la solution  $S_1$ . On obtient une solution  $S$ .
  - Ecrire l'équation de la dissolution de  $HI$  avec l'eau.
  - Calculer la concentration molaire volumique des ions  $H_3O^+$  dans le mélange  $S$ .
  - En déduire le pH du mélange.

### Exercice 2

- Dans  $500 \text{ mL}$  d'eau pure, on dissout une masse de  $0,73 \text{ g}$  de chlorure d'hydrogène.
  - Déterminer le volume de gaz dissout dans les C.N.T.P.
  - Ecrire l'équation-bilan de la réaction entre le chlorure d'hydrogène et l'eau.
  - Calculer le pH de la solution obtenue.
- On prélève  $50 \text{ mL}$  de la solution précédente.  
Quel volume d'eau faut-il ajouter pour préparer une solution de  $\text{pH} = 4$  ?
- On ajoute un volume  $V = 10 \text{ mL}$  d'eau pure à la solution précédente.
  - Déterminer la valeur du pH du mélange.
  - Conclure sur l'effet de la dilution sur les acides forts.

### Exercice 3

Au cours d'une séance de T.P., on mesure à  $25^\circ\text{C}$  le pH de plusieurs solutions aqueuses d'un même acide de différentes concentrations. Le tableau reproduit les résultats obtenus.

- En vérifiant par calcul le pH de ces solutions, montrer que l'acide utilisé est fort.
- Calculer la concentration de toutes les espèces chimiques présentes dans la solution A à la température de l'expérience.
- Les solutions utilisées sont celles d'acide chlorhydrique.

Indiquer un fait expérimental permettant d'identifier exactement cet acide.

- On mélange  $300 \text{ mL}$  de la solution A avec  $200 \text{ mL}$  d'une solution de nitrate d'argent ( $AgNO_3$ ) de concentration  $7,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$ .

4.1. Ecrire l'équation de la réaction qui a lieu.

4.2. Calculer la masse du produit obtenu.

4.3. Calculer le pH de ce mélange.

Solutions	A	B	C	D
C ( $10^{-2} \text{ mol/L}$ )	5,0	4,0	3,0	2,0
pH	1,3	1,4	1,5	1,7



## Rappel de cours et énoncés d'exercices - Rappel de cours et énoncés d'exercices

### Exercice 4 (extrait Bac Blanc Lycée Sainte Marie Cocody 1998)

On prépare une solution aqueuse  $S_1$  d'hydroxyde de potassium KOH en dissolvant 2,8 mg de KOH dans 500 mL d'eau.

- 1) Calculer la concentration molaire de la solution  $S_1$ .
- 2) Le pH de la solution  $S_1$  est égal à 10.
  - a) Montrer que KOH est une base forte.
  - b) Ecrire l'équation-bilan de la dissolution dans l'eau de KOH.
  - c) Quel volume d'eau pure faut-il ajouter à  $V_0 = 50 \text{ cm}^3$  de la solution  $S_1$  pour avoir une solution de pH = 9,5 ?
- 3) On mélange  $V_1 = 200 \text{ mL}$  de la solution  $S_1$  à  $V_2 = 300 \text{ mL}$  d'une solution aqueuse  $S_2$  d'hydroxyde de sodium (qui est une base forte) de concentration  $C_2 = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ .
  - a) Calculer les concentrations molaires des espèces présentes dans le mélange  $S_1 + S_2$ .
  - b) En déduire le pH du mélange.

### Exercice 5 (extrait Bac Blanc Lycée Municipal 1 Attécoubé 2013)

- 1) Au laboratoire du Lycée Municipal 1 d'Attécoubé on dispose d'une solution commerciale d'acide nitrique  $S_0$  dont l'étiquette sur la bouteille porte les indications suivantes :

- Masse volumique :  $1420 \text{ kg/m}^3$  ;
- Pourcentage en masse d'acide nitrique pur : 62% ;
- Masse molaire moléculaire  $M = 63 \text{ g/mol}$ .

1.1. Calculer la concentration molaire  $C_0$  de la solution  $S_0$ .

1.2. On prélève un volume  $V_0$  que l'on complète à 500 mL avec de l'eau distillée.

On obtient une solution  $S_1$  de concentration  $C_1 = 0,14 \text{ mol/L}$ .

1.2.1. Comment appelle-t-on l'opération permettant de passer de  $S_0$  à  $S_1$  ?

1.2.2. Déterminer le volume  $V_0$  de la solution à prélever si  $C_0 = 14 \text{ mol/L}$ .

1.2.3. Citer deux noms de matériels que l'on utilise pour une telle opération.

1.3. Calculer le volume  $V_e$  d'eau distillée à ajouter à  $V_1 = 20 \text{ mL}$  de  $S_1$  pour obtenir une solution  $S_2$  de concentration  $C_2 = 7 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$ .

- 2) On dispose maintenant des solutions de bases fortes  $B_1$  et  $B_2$  suivantes :

- Solution  $B_1$  : solution d'hydroxyde de potassium de volume  $V_1 = 50 \text{ mL}$  et  $\text{pH}_1 = 12,2$  ;
- Solution  $B_2$  : solution d'hydroxyde de sodium de volume  $V_2 = 100 \text{ mL}$  et  $\text{pH}_2 = 11,7$ .

2.1. Ecrire les équations de dissolution de ces composés dans l'eau.

2.2. Calculer les concentrations respectives  $C_1$  et  $C_2$  de  $B_1$  et  $B_2$ .

2.3. Quelles masses  $m_1$  et  $m_2$  respectives d'hydroxyde de potassium et d'hydroxyde de sodium doit-on utiliser pour préparer 1 L de chacune de ces solutions ?

2.4. On mélange  $B_1$  et  $B_2$ . On obtient B.

2.4.1. Calculer la concentration de B en ions hydroxyde.

2.4.2. Déduire le pH de B.

On donne les masses molaires atomiques en g/mol : K : 39 ; Na : 23 ; O : 16 ; H : 1.



**Exercice 1**

1) Equation-bilan de dissolution du chlorure d'hydrogène dans l'eau.



2) Calculons la concentration de la solution obtenue.

$$C_a = \frac{n_{\text{HCl}}}{V} = \frac{\frac{v}{V_m}}{V} = \frac{v}{V_m \times V} \Rightarrow C_a = \frac{1,2}{24 \times 0,5} = 0,1 \text{ mol/L}$$

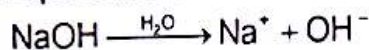
3) Déduisons son pH.

HCl est un acide fort donc il obéit à la relation  $\text{pH} = -\text{Log}C_a$

Application numérique :  $\text{pH} = -\text{Log}(0,1) = 1$ .

**Exercice 2**

1. Equation bilan de la dissolution.



2. Calculons la concentration de la solution obtenue.

$$C_b = \frac{n_{\text{NaOH}}}{V} = \frac{\frac{m}{M_{\text{NaOH}}}}{V} = \frac{m}{M_{\text{NaOH}} \times V}$$

$$\text{Application numérique : } C_b = \frac{0,2}{(23 + 16 + 1) \times 0,2} = 0,025 \text{ mol/L} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

3. Calculons le pH de la solution.

NaOH est une base forte donc on a :  $\text{pH} = 14 + \text{Log}C_b$

Application numérique :  $\text{pH} = 14 + \text{Log}(2,5 \cdot 10^{-2}) = 12,4$ .

4. Volume d'eau à ajouter à  $V_i = 20 \text{ mL}$  de NaOH pour obtenir une solution à  $\text{pH} = 11$ .

Il s'agit d'une dilution au cours de laquelle la quantité de matière se conserve.

$$n_i = n_f \Leftrightarrow C_i V_i = C_f V_f \Leftrightarrow V_f = \frac{C_i V_i}{C_f};$$

$$\text{De plus } V_f = V_i + V_{\text{eau}} \Rightarrow V_{\text{eau}} = V_f - V_i$$

$$\Rightarrow V_{\text{eau}} = \frac{C_i V_i}{C_f} - V_i = \frac{C_b V_i}{10^{\text{pH}-14}} - V_i$$

$$\text{Application numérique : } V_{\text{eau}} = \frac{2,5 \cdot 10^{-2} \times 20}{10^{11-14}} - 20 = 480 \text{ mL}$$

Remarque : pour une base forte on a :

$$\text{pH} = 14 + \log C_b \Rightarrow \log C_b = \text{pH} - 14 \Rightarrow C_b = 10^{\text{pH} - 14}$$

## CORRECTION

### Exercice 3

- 1) Equation d'ionisation dans l'eau.



- 2) Calculons la concentration molaire initiale en acide nitrique.

$\text{HNO}_3$  est un acide fort donc il obéit à la relation  $\text{pH} = -\text{Log}C_a \Rightarrow C_a = 10^{-\text{pH}}$ .

Application numérique :  $C_a = 10^{-2.7} = 2.10^{-3} \text{ mol/L}$ .

- 3) Calculons la concentration de toutes les espèces chimiques présentes.

Bilan des espèces chimiques dans la solution :  $\text{H}_3\text{O}^+$  ;  $\text{NO}_3^-$  ;  $\text{OH}^-$  ; (ou  $\text{H}_2\text{O}$ )

**Remarque :** Il n'y a pas de  $\text{HNO}_3$  dans le bilan des espèces chimiques car la réaction de dissolution d'un acide fort dans l'eau est totale. À la fin de la réaction, il ne reste donc plus de  $\text{HNO}_3$  dans la solution.

D'après l'équation-bilan on a :  $[\text{NO}_3^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] = C_a = 2.10^{-3} \text{ mol/L}$ .

$$K_e = [\text{H}_3\text{O}^+] \times [\text{OH}^-] \Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = \frac{10^{-14}}{2.10^{-3}} = 5.10^{-12} \text{ mol/L}$$

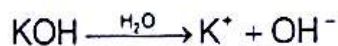
### Exercice 4

1. Montrons qu'il s'agit d'une base forte.

$$14 + \log[\text{KOH}] = 14 + \log(5.0.10^{-4}) = 14 - 3,3 = 10,7 = \text{pH}$$

On a :  $\text{pH} = 14 + \log[\text{KOH}]$  donc il s'agit bien base forte.

2. Equation-bilan de dissolution de KOH dans l'eau.



3. Calculons la concentration de toutes les espèces chimiques présentes.

Bilan des espèces chimiques dans la solution :  $\text{H}_3\text{O}^+$  ;  $\text{K}^+$  ;  $\text{OH}^-$  ; (ou  $\text{H}_2\text{O}$ )

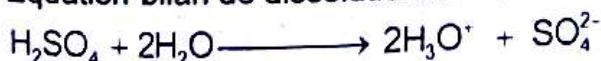
**Remarque :** Il n'y a pas de KOH dans le bilan des espèces chimiques car la réaction de dissolution d'une base forte dans l'eau est totale. À la fin de la réaction, il ne reste donc plus de KOH dans la solution.

D'après l'équation-bilan on a :  $[\text{K}^+] = [\text{OH}^-] = [\text{KOH}] = 5.10^{-4} \text{ mol/L}$ .

$$K_e = [\text{H}_3\text{O}^+] \times [\text{OH}^-] \Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{K_e}{[\text{OH}^-]} = \frac{10^{-14}}{5.10^{-4}} = 2.10^{-11} \text{ mol/L}$$

### Exercice 5

- 1) Equation-bilan de dissolution de  $\text{H}_2\text{SO}_4$  dans l'eau.



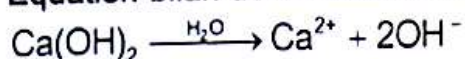
- 2) pH d'une solution aqueuse d'acide sulfurique à  $3.10^{-3} \text{ mol/L}$

Pour un diacide fort,  $\text{pH} = -\log(2C_a) \Rightarrow \text{pH} = -\log(2 \times 3.10^{-3}) = 2,2$



**Exercice 6**

1. Equation-bilan de dissolution de
- $\text{Ca(OH)}_2$
- dans l'eau.



2. Concentration molaire de l'hydroxyde de calcium dissout, de l'ion
- $\text{Ca}^{2+}$
- et
- $\text{OH}^-$

$$\gamma = \frac{m_b}{V} = \frac{n_b \times M}{V} = \frac{n_b}{V} \times M = C_b \times M \Rightarrow C_b = \frac{\gamma}{M}$$

$$\text{Application numérique : } C_b = \frac{1,9}{40 + (16 + 1) \times 2} \approx 2,6 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

D'après l'équation-bilan de dissolution on a :

$$\frac{n_{\text{Ca(OH)}_2}}{1} = \frac{n_{\text{Ca}^{2+}}}{1} = \frac{n_{\text{OH}^-}}{2} \Rightarrow \frac{n_{\text{Ca(OH)}_2}}{V} = \frac{n_{\text{Ca}^{2+}}}{V} = \frac{n_{\text{OH}^-}}{2V} \Rightarrow C_b = [\text{Ca}^{2+}] = \frac{[\text{OH}^-]}{2}$$

$$\Rightarrow [\text{Ca}^{2+}] = C_b = 2,6 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L} \quad \text{et} \quad [\text{OH}^-] = 2C_b = 2 \times 2,6 \cdot 10^{-2} = 5,2 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

3. Montrons que le pH d'une telle solution vaut 12,7.

$\text{Ca(OH)}_2$  est une dibase forte donc on a :  $\text{pH} = 14 + \text{Log}(2C_b) = 14 + \text{Log}[\text{OH}^-]$

Application numérique :  $\text{pH} = 14 + \text{Log}(5,2 \cdot 10^{-2}) = 12,7$ .

**Exercice 7**

- 1) Montrons que l'acide perchlorique est un acide fort.

Soit  $C_a$  la concentration molaire de l'acide perchlorique  $\text{HClO}_4$ .

$$\left. \begin{aligned} C_a &= \frac{n_{\text{HClO}_4}}{V} \\ n_{\text{HClO}_4} &= \frac{m_{\text{HClO}_4}}{M_{\text{HClO}_4}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow C_a = \frac{m_{\text{HClO}_4}}{V \times M_{\text{HClO}_4}} = \frac{0,253}{2 \times (1 + 35,5 + 16 \times 4)} = 1,2587 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

L'acide perchlorique est un acide fort si et seulement si  $-\log(C_a)$  est égal au pH de la solution c'est-à-dire 2,9.

$-\log(C_a) = -\log(1,2587 \cdot 10^{-3}) = 2,9$  donc l'acide perchlorique est bel et bien un acide fort.

- 2) Equation-bilan de dissolution de
- $\text{HClO}_4$
- dans l'eau.



- 4) Volume d'eau à ajouter à 40 mL de
- $\text{HClO}_4$
- pour obtenir une solution de
- $\text{pH} = 2,4$

Il s'agit d'une dilution au cours de laquelle la quantité de matière se conserve.

$$n_i = n_f \Leftrightarrow C_i V_i = C_f V_f \Leftrightarrow V_f = \frac{C_i V_i}{C_f}; \text{ de plus } V_f = V_i + V_{\text{eau}} \Rightarrow V_{\text{eau}} = V_f - V_i$$

$$V_{\text{eau}} = \frac{C_i V_i}{C_f} - V_i \Rightarrow V_{\text{eau}} = \frac{10^{-1,7} \times 40}{10^{-2,4}} - 40 = \frac{2 \cdot 10^{-2} \times 40}{4 \cdot 10^{-3}} - 40 = 160 \text{ mL}$$

**Exercice 8**

1. Calculons la concentration des espèces chimiques présentes dans la solution finale.

➤ Equations de dissolution des 3 composés et celle de l'autoprotolyse de l'eau.

- acide chlorhydrique :  $\text{HCl} + \text{H}_2\text{O} \longrightarrow \text{H}_3\text{O}^+ + \text{Cl}^-$
- acide nitrique :  $\text{HNO}_3 + \text{H}_2\text{O} \longrightarrow \text{H}_3\text{O}^+ + \text{NO}_3^-$
- acide bromhydrique :  $\text{HBr} + \text{H}_2\text{O} \longrightarrow \text{H}_3\text{O}^+ + \text{Br}^-$
- autoprotolyse de l'eau :  $2\text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{H}_3\text{O}^+ + \text{OH}^-$

➤ Bilan des différentes espèces chimiques présentes dans la solution.

$\text{Cl}^-$  ;  $\text{NO}_3^-$  ;  $\text{Br}^-$  ;  $\text{H}_3\text{O}^+$  ;  $\text{OH}^-$  ; (ou  $\text{H}_2\text{O}$ )

➤ Calcul des concentrations des espèces chimiques.

$$\bullet [\text{Cl}^-] = \frac{n_{\text{Cl}^-}}{V_s} = \frac{C_1 V_1}{V_1 + V_2 + V_3 + V_4} = \frac{10^{-3} \times 15}{15 + 7,5 + 7,5 + 970} = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ mol/L}$$

$$\bullet [\text{NO}_3^-] = \frac{n_{\text{NO}_3^-}}{V_s} = \frac{C_2 V_2}{V_1 + V_2 + V_3 + V_4} = \frac{10^{-4} \times 7,5}{15 + 7,5 + 7,5 + 970} = 7,5 \cdot 10^{-7} \text{ mol/L}$$

$$\bullet [\text{Br}^-] = \frac{n_{\text{Br}^-}}{V_s} = \frac{C_3 V_3}{V_1 + V_2 + V_3 + V_4} = \frac{10^{-3} \times 7,5}{15 + 7,5 + 7,5 + 970} = 7,5 \cdot 10^{-6} \text{ mol/L}$$

$$\bullet [\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{n_{\text{H}_3\text{O}^+}}{V_s} = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2 + C_3 V_3 + C_4 V_4}{V_1 + V_2 + V_3 + V_4}$$

$$\Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{10^{-3} \times 15 + 10^{-4} \times 7,5 + 10^{-3} \times 7,5 + 10^{-7} \times 970}{15 + 7,5 + 7,5 + 970} = 2,33 \cdot 10^{-5} \text{ mol/L}$$

$$\bullet K_e = [\text{H}_3\text{O}^+] \times [\text{OH}^-] \Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = \frac{10^{-14}}{2,33 \cdot 10^{-5}} = 4,3 \cdot 10^{-10} \text{ mol/L}$$

Remarque : l'eau distillée est neutre donc on a :  $C_4 = [\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] = 10^{-7} \text{ mol/L}$ .

2. Calculons le pH de la solution.

$$\text{pH} = -\text{Log}[\text{H}_3\text{O}^+] = -\text{Log}(2,33 \cdot 10^{-5}) = 4,6$$

3. Vérifions l'électroneutralité de la solution.

$$[\text{Cl}^-] + [\text{NO}_3^-] + [\text{Br}^-] + [\text{OH}^-] = 1,5 \cdot 10^{-5} + 7,5 \cdot 10^{-7} + 7,5 \cdot 10^{-6} + 4,3 \cdot 10^{-10} = 2,325 \cdot 10^{-5} \text{ mol/L}$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 2,33 \cdot 10^{-5} \text{ mol/L}$$

$\Rightarrow [\text{Cl}^-] + [\text{NO}_3^-] + [\text{Br}^-] + [\text{OH}^-] \approx [\text{H}_3\text{O}^+]$  donc l'électroneutralité de la solution est vérifiée.

**Exercice 9**

Calcul du pH de la solution finale

La solution est un mélange de base forte donc son pH obéit à :  $\text{pH} = 14 + \text{Log}[\text{OH}^-]$

Pour calculer la concentration des ions  $\text{OH}^-$  dans le mélange il faut connaître les quantités de matière des ions  $\text{OH}^-$  apportées par chacune des deux solutions. Ainsi on a :

➤ pour 0,1 g de KOH dissous dans les 250 mL,  $n_{\text{OH}^-} = \frac{m_{\text{KOH}}}{M_{\text{KOH}}} = \frac{0,1}{39 + 16 + 1} = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$  ;

➤ dans 500 L de NaOH à pH = 11,  $n(\text{OH}^-) = C(\text{NaOH}) \times V(\text{NaOH}) = 10^{11-14} \times 0,5 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$ .



## CORRECTION

Remarque : pour une base forte,  $\text{pH} = 14 + \text{Log}C_b \Rightarrow \text{Log}C_b = \text{pH} - 14 \Rightarrow C_b = 10^{\text{pH}-14}$

$$\Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{n_1(\text{OH}^-) + n_2(\text{OH}^-)}{V_1 + V_2} = \frac{1,8 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-4}}{0,25 + 0,5} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

$$\Rightarrow \text{pH} = 14 + \text{Log}(\text{OH}^-) = 14 + \text{Log}(3 \cdot 10^{-3}) = 11,5.$$

### Exercice 10

1) Un flacon commercial de 1 L de lessive de soude ( $d = 1,333$ ) contient 35% de NaOH pur.

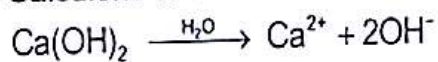
Déterminons la concentration de la lessive de soude

$$C_0 = \frac{\% \times \rho}{M} = \frac{0,35 \times 1,333 \times 1000}{23 + 16 + 1} = 11,66375 \text{ mol/L}$$

2) Déterminons  $V_0$ .

$$C_0 V_0 = CV \Rightarrow V_0 = \frac{CV}{C_0} = \frac{0,5 \times 500}{11,66375} = 21,4 \text{ mL}$$

3) Calculons la concentration des ions présents dans cette solution



Inventaires des ions présents dans cette solution :  $\text{Ca}^{2+}$  ;  $\text{OH}^-$  ;  $\text{H}_3\text{O}^+$

$$\bullet \text{ pH} = 14 + \log(2C_b) \Rightarrow 2C_b = 10^{\text{pH}-14} = 10^{12-14} = 10^{-2} \Rightarrow C_b = \frac{10^{-2}}{2} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

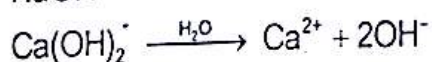
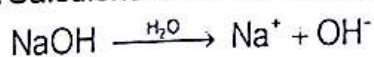
$$\bullet [\text{Ca}^{2+}] = C_b = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

$$\bullet [\text{OH}^-] = 2C_b = 2 \times 5 \cdot 10^{-3} = 10^{-2} \text{ mol/L}$$

$$\bullet [\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{K_e}{[\text{OH}^-]} = \frac{10^{-14}}{10^{-2}} = 10^{-12} \text{ mol/L}$$

4) On mélange  $V_1 = 200 \text{ mL}$  de NaOH de  $C_1 = 0,5 \text{ mol/L}$  et  $V_2 = 50 \text{ mL}$  de  $\text{Ca}(\text{OH})_2$  de  $C_2 = 0,01 \text{ mol/L}$ . On obtient une solution S.

4.1. Calculons la concentration des ions présents dans la solution S.



Inventaires des ions présents dans la solution S :  $\text{Ca}^{2+}$  ;  $\text{OH}^-$  ;  $\text{H}_3\text{O}^+$  ;  $\text{Na}^+$

$$> [\text{Na}^+] = \frac{C_1 V_1}{V_1 + V_2} = \frac{0,5 \times 200}{250} = 0,4 \text{ mol/L}$$

$$> [\text{Ca}^{2+}] = \frac{C_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{0,01 \times 50}{250} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

$$> [\text{OH}^-] = \frac{C_1 V_1 + 2C_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{0,5 \times 200 + 2 \times 0,01 \times 50}{250} = 0,404 \text{ mol/L}$$

$$> [\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{K_e}{[\text{OH}^-]} = \frac{10^{-14}}{0,404} \approx 2,5 \cdot 10^{-14} \text{ mol/L}$$

4.2. Déduisons le pH de la solution S.

$$\text{pH} = 14 + \log[\text{OH}^-] = 14 + \log(0,404) = 13,6$$

$$\text{ou } \text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+] = -\log(2,5 \cdot 10^{-14}) = 13,6$$



William Lewis  
(1714 Londres - 21 janvier 1781)  
Chimiste et Médecin Anglais

Il est connu pour ses travaux en pharmacie et médecine, et pour ses recherches sur les métaux, notamment le platine. La première utilisation d'un indicateur coloré pour un dosage acide-base a eu lieu en 1767. C'est W. Lewis qui eut l'idée d'utiliser un changement de couleur pour caractériser l'équivalence. En effet il choisit d'employer un extrait de tournesol (virant entre  $\text{pH} = 5$  et  $\text{pH} = 8$ ) pour caractériser le point d'équivalence d'un dosage. Jusqu'alors, on utilisait le carbonate de potassium  $\text{K}_2\text{CO}_3$  comme base. On observait un dégagement gazeux à l'équivalence. Il faut noter que de nos jours, la teinture de tournesol est de moins en moins utilisée, au profit du bleu de Bromothymol (BBT) notamment.

## REACTION ACIDE FORT - BASE FORTE

### Objectifs spécifiques

- Interpréter la courbe de variation du pH au cours d'une réaction acide - base.

### RAPPEL DE COURS

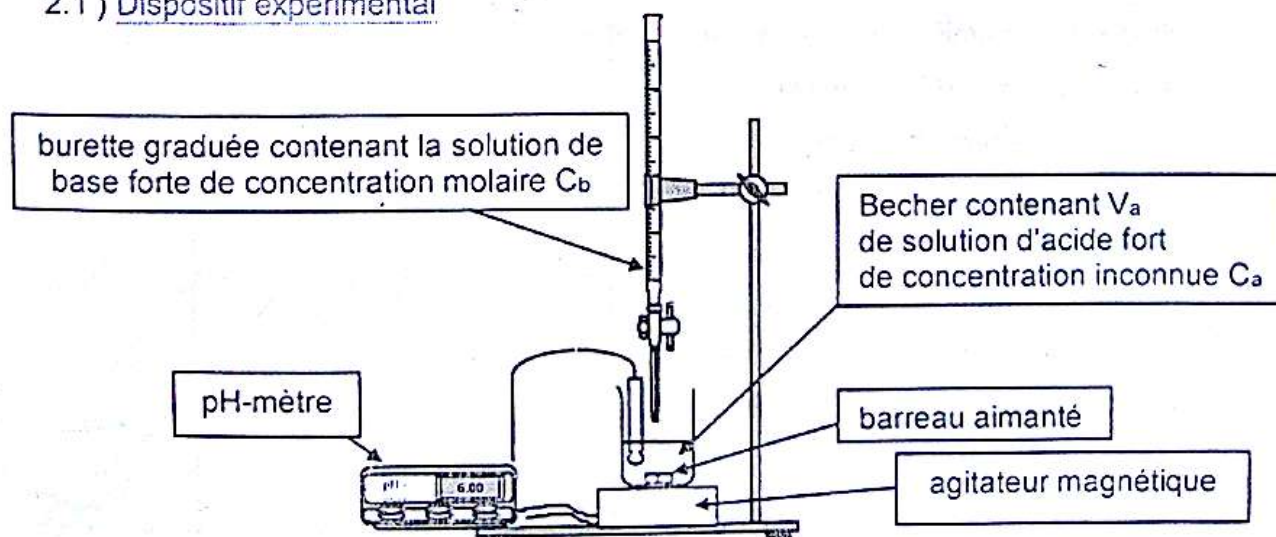
#### 1.) Etude de la réaction

La réaction entre un acide fort quelconque et une base forte quelconque est une réaction totale et exothermique se déroulant entre les ions  $\text{H}_3\text{O}^+$  et  $\text{OH}^-$  d'équation-bilan :



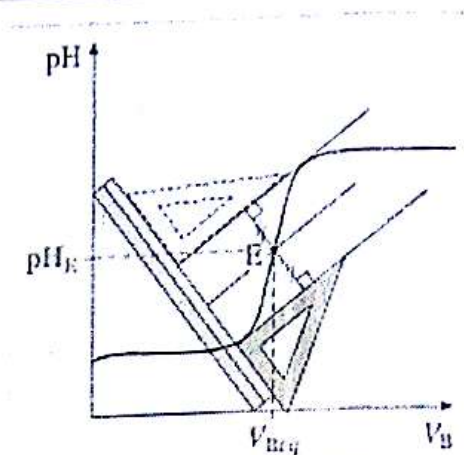
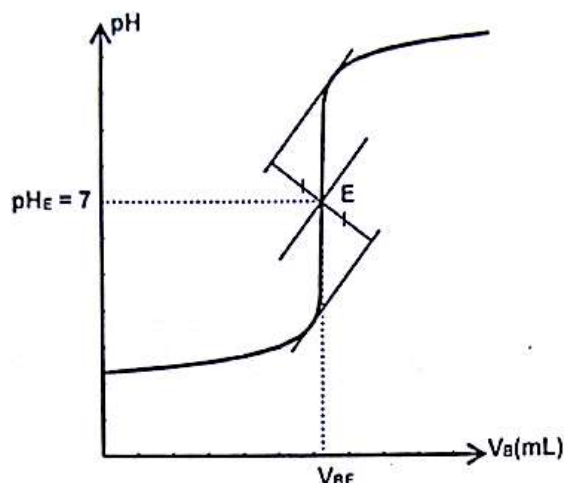
#### 2.) Etude de l'évolution du pH du mélange

##### 2.1) Dispositif expérimental





## 2.2 ) Allure de la courbe



Détermination du point équivalent par la méthode des tangentes.

La courbe admet un point particulier E (point d'inflexion) appelé point d'équivalence.

## 2.3 ) Détermination graphique du point d'équivalence

- Méthode des tangentes parallèles (voir figures ci-dessus).
- Utilisation des indicateurs colorés : le bleu de Bromothymol (BBT) est adapté (car sa zone de virage contient le pH à l'équivalence).

## 2.4 ) Relation d'équivalence

A l'équivalence le nombre de moles de base ( $OH^-$ ) versés est égale au nombre de moles d'acide ( $H_3O^+$ ) initial :  $n_{OH^-}(\text{versé}) = n_{H_3O^+}(\text{initial})$  ou  $C_b V_{bE} = C_a V_a$

Remarque : à l'équivalence on a :  $[Cl^-] = [Na^+] = \frac{C_a V_a}{V_a + V_{bE}} = \frac{C_b V_{bE}}{V_a + V_{bE}}$

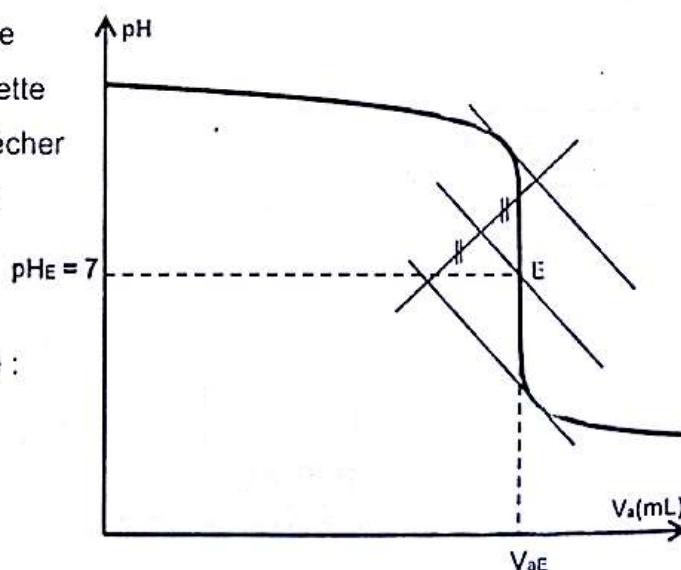
Le pH à l'équivalence est 7 à 25°C.

Remarque :

Si lors de la manipulation, on verse la solution d'acide fort dans la burette et celle de la base forte dans le bécher alors on obtient une réaction qui a les mêmes caractéristiques que précédemment mais dont l'allure est donnée par la courbe ci-contre :

A l'équivalence on a :

- $C_a V_{aE} = C_b V_b$  ;
- $pH_E = 7$  à 25°C.



### 3.) Méthode pratique

#### ➤ Comment déterminer la nature d'un mélange acide fort-base forte ?

On calcule d'abord les quantités de matières apportées par chacune des solutions.

- Pour l'acide :  $n_a = C_a V_a$
- Pour la base :  $n_b = C_b V_b$

#### 3.1 ) si $n_a > n_b$ alors le mélange obtenu est acide

Les ions  $H_3O^+$  de l'acide réagissent avec ceux de  $OH^-$  de la base et à la fin de la réaction le mélange obtenu contient majoritairement des ions  $H_3O^+$ . On a alors :

- Quantité d'ions  $H_3O^+$  restant en solution :  $n(H_3O^+) = n_a - n_b = C_a V_a - C_b V_b$
- Concentration d'ions  $H_3O^+$  restant en solution :  $[H_3O^+] = \frac{n_a - n_b}{V_a + V_b} = \frac{C_a V_a - C_b V_b}{V_a + V_b}$
- pH du mélange obtenu :  $pH = -\text{Log}[H_3O^+]$ .

#### 3.2 ) si $n_a < n_b$ alors le mélange obtenu est basique

Les ions  $H_3O^+$  de l'acide réagissent avec ceux de  $OH^-$  de la base et à la fin de la réaction le mélange obtenu contient majoritairement des ions  $OH^-$ . On a alors :

- Quantité d'ions  $OH^-$  restant en solution :  $n(OH^-) = n_b - n_a = C_b V_b - C_a V_a$
- Concentration d'ions  $OH^-$  restant en solution :  $[OH^-] = \frac{n_b - n_a}{V_a + V_b} = \frac{C_b V_b - C_a V_a}{V_a + V_b}$
- pH du mélange obtenu :  $pH = 14 + \text{Log}[OH^-]$

#### 3.3 ) si $n_a = n_b$ alors le mélange obtenu est neutre

Les ions  $H_3O^+$  de l'acide réagissent avec ceux de  $OH^-$  de la base et à la fin de la réaction le mélange obtenu contient, en quantité égale, les ions  $H_3O^+$  et  $OH^-$ . On a alors :

- Quantité d'ions  $H_3O^+$  et  $OH^-$  en solution :  $n(H_3O^+) = n(OH^-) = C_b V_b = C_a V_a$ .
- Concentration d'ions  $H_3O^+$  et  $OH^-$  :  $[H_3O^+] = [OH^-] = \sqrt{K_e} = \sqrt{10^{-14}} = 10^{-7} \text{ mol/L}$ .
- pH du mélange obtenu :  $pH = -\text{Log}[H_3O^+] = 7$ .



## EXERCICES RESOLUS

NB : Toutes les solutions sont étudiées à 25°C.

### Exercice 1

Il faut verser un volume  $V_b = 12 \text{ mL}$  d'une solution de soude de concentration  $C_b = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$  dans un volume  $V_a = 8 \text{ mL}$  d'une solution d'acide chlorhydrique pour atteindre l'équivalence. On donne : volume molaire  $V_m = 24 \text{ L/mol}$ .

1. Ecrire l'équation bilan de la réaction.
2. Calculer la concentration  $C_a$  de la solution acide.
3. Calculer le volume  $V_a'$  de chlorure d'hydrogène gazeux qu'il a fallu dissoudre dans un volume  $V_e = 100 \text{ mL}$  d'eau pour obtenir cette solution.

### Exercice 2

On verse dans  $V_a = 200 \text{ mL}$  d'acide chlorhydrique une solution de soude ( $C_b = 0,5 \text{ mol/L}$ ). On mesure le pH en fonction du volume  $V_b$  de soude versé.

$V_b \text{ (mL)}$	0	1,0	2,0	2,5	3,0	4,0	4,5	4,9	5,0	5,1	5,5	6,0	7,0	10,0	12,0
pH	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,6	2,9	3,6	5,1	10,3	11,0	11,3	11,6	11,8	11,9

- 1.) Faire le schéma annoté du montage.
- 2.) Tracer la courbe  $\text{pH} = f(V_b)$ . Echelle : 1 cm pour 1 unité pH et 1 cm pour 1 mL.
- 3.) Déterminer le point d'équivalence par la méthode des tangentes.  
Quel est le pH à l'équivalence ?
- 4.) En déduire la concentration molaire  $C_a$  de la solution d'acide.
- 5.) Calculer les diverses concentrations pour  $V_b = 3 \text{ mL}$ .

### Exercice 3

Un bécher contient  $V_1 = 10 \text{ cm}^3$  de soude. On y ajoute progressivement une solution d'acide chlorhydrique ( $C_2 = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ ). Le saut de pH se fait pour un volume d'acide versé  $V_2 = 18 \text{ cm}^3$ .

1. Donner l'allure de la courbe  $\text{pH} = f(V)$ .
2. Déterminer la concentration molaire  $C_1$  de la solution initiale de soude.
3. Vers quelle valeur tend le pH de la solution finale ?
4. Calculer la masse  $m$  de chlorure de sodium se trouvant dans la solution à l'équivalence.  
Cette masse augmente-t-elle après l'équivalence ?

On donne : Masses molaires atomiques en g/mol : H : 1 ; O : 16 ; Na : 23 ; Cl : 35,5.

#### Exercice 4

Un volume  $V_b = 50,0 \text{ mL}$  d'hydroxyde de calcium (considérée comme base forte) est dosé par l'acide nitrique (acide fort) de concentration  $C_a = 9 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ . L'équivalence est obtenue pour  $V_a = 12,0 \text{ mL}$ .

1. Ecrire l'équation de la réaction acide – base.
2. En déduire la concentration  $C_b$  de l'hydroxyde de calcium.
3. Calculer le pH de la base de départ ainsi que le pH de l'acide utilisé pour faire ce dosage.
4. Calculer la masse  $m$  de nitrate de calcium formé.

On donne : Masses molaires atomiques en g/mol : H : 1 ; O : 16 ; Ca : 40 ; N : 14.

#### Exercice 5

On veut préparer un volume  $V = 1 \text{ L}$  de solution d'acide chlorhydrique ( $C = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$ ) à partir d'une solution concentrée à  $C' = 10 \text{ mol.L}^{-1}$ .

1. Indiquer avec précision comment il faut procéder.
2. A un volume  $V_a = 2,0 \text{ mL}$  de la solution acide à  $0,1 \text{ mol.L}^{-1}$  on ajoute un volume  $V_s = 100 \text{ mL}$  d'une solution de soude de concentration  $C_s = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ .
  - a. Déterminer la nature de la solution obtenue.
  - b. En déduire l'équation bilan de la réaction.
  - c. Calculer les concentrations des espèces chimiques dans le mélange.
  - d. Déduire son pH.

#### Exercice 6

A  $V_a = 10 \text{ mL}$  d'une solution d'acide chlorhydrique de concentration  $C_a$  inconnue, on ajoute  $V_b = 12,5 \text{ mL}$  d'une solution d'hydroxyde de potassium de concentration massique  $C'_b = 4,48 \text{ g/L}$ .

1. Calculer la concentration molaire  $C_b$  de la solution d'hydroxyde de potassium.
2. Ecrire l'équation bilan de la réaction.
3. Calculer, à l'équivalence, la concentration molaire  $C_a$  de l'acide chlorhydrique.
4. On mélange maintenant  $V'_a = 20 \text{ cm}^3$  d'acide à  $V'_b = 16 \text{ cm}^3$  de base des solutions initiales.
  - a. L'équivalence acido-basique est-elle atteinte suite à ce mélange ? Justifier.
  - b. Quel est le pH de la solution obtenue ?
  - c. Au cas où l'équivalence n'est pas atteinte, calculer le volume en supplément de l'espèce qu'il faut ajouter pour l'atteindre.

On donne : Masses molaires atomiques en g/mol : H : 1 ; O : 16 ; K : 39 ; Cl : 35,5.



**Exercice 7** (extrait Bac Blanc Collèges Modernes IPES & Rodin Yopougon 2011)

L'éthanol réagit avec le sodium selon une réaction totale pour donner l'éthanolate de sodium ( $\text{C}_2\text{H}_5\text{O}^- + \text{Na}^+$ ) et un dégagement de dihydrogène. Cette réaction est appelée **réaction 1**.

L'ion éthanolate formé au cours de cette réaction réagit avec l'eau en donnant quantitativement de l'éthanol et des ions hydroxyde ; l'équation-bilan de sa réaction avec l'eau est appelée **réaction 2**.

**Protocole.**

- Dans 20 mL d'éthanol pur on introduit 1,0 g de sodium ; une réaction assez vive, exothermique, se produit, accompagnée d'un dégagement gazeux important.
- Après s'être assuré que tout le sodium a disparu, on refroidit le mélange réactionnel. On le verse dans une fiole jaugée de 200 mL contenant déjà un peu d'eau distillée. On complète jusqu'au trait de jauge avec de l'eau distillée. Soit S la solution ainsi obtenue.
- On dose une prise d'essai de 10,0 mL de la solution S par une solution d'acide chlorhydrique de concentration  $1,0 \cdot 10^{-1} \text{ mol/L}$ .

**Données :**

- Masses molaires atomiques en g/mol : C : 12 ; H : 1 ; O : 16 ;
- Masse volumique de l'éthanol :  $\rho = 790 \text{ g/L}$ .
- Volume molaire :  $V_m = 22,4 \text{ L/mol}$ .

**1. Etude des réactions 1 et 2.**

1.1. Ecrire l'équation-bilan de la **réaction 1**.

1.2. Montrer que l'éthanol est introduit en excès par rapport au sodium.

1.3. En déduire la quantité (en mol) d'ions éthanolate formé et le volume de dihydrogène dégagé lors de la **réaction 1**.

1.4. L'ion éthanolate est une base forte.

a) Donner la définition d'une base forte.

b) Ecrire l'équation-bilan de la **réaction 2** et donner ses caractéristiques.

**2. Dosage de la solution S.**

2.1. Le volume de la solution d'acide chlorhydrique versé pour atteindre l'équivalence est

$V_a = 21,4 \text{ mL}$ . Par quelles méthodes peut-on repérer cette équivalence ?

2.2. Faire le schéma annoté du dispositif utilisé pour réaliser le dosage de la solution S.

2.3. Ecrire l'équation-bilan de la réaction de dosage.

2.4. Déduire du volume d'acide chlorhydrique, versé à l'équivalence, la quantité (en mol) d'ions hydroxyde présents dans les 200 mL de la solution S.

2.5. Montrer que ce résultat est en accord avec la réponse donnée à la question 1.3°).



**EXERCICES DE PERFECTIONNEMENT****Exercice 1** (extrait Bac série D 2<sup>nd</sup> groupe NIGER session 2014)

On prélève un volume  $V_1 = 20 \text{ cm}^3$  d'une solution d'acide chlorhydrique de concentration  $C_1 = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$  et on y ajoute à l'aide d'une burette un volume  $V_2$  d'une solution d'hydroxyde de sodium de concentration  $C_2 = 0,8 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$  jusqu'à l'équivalence acido-basique.

- 1) Ecrire l'équation bilan de la réaction.
- 2) Répondre aux questions suivantes en les justifiant :
  - a) Quelle est la valeur du pH de la solution acide de départ ?
  - b) Quel est le volume  $V_2$  de solution d'hydroxyde de sodium versé ?
  - c) Quelle est la valeur du pH à l'équivalence ?

**Exercice 2**

Les parties I et II sont indépendantes.

**Partie I** (mélange) : On mélange  $V_1 = 30 \text{ cm}^3$  d'une solution d'acide chlorhydrique de molarité  $C_1 = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$  et un volume  $V_2$  de soude de concentration molaire initiale  $C_2 = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ . On ajoute quelques gouttes de bleu de bromothymol.

1. Calculer la valeur de  $V_2$  quand le pH est égal à 2,5.
2. Calculer la concentration des espèces chimiques présentes en solution à pH = 2,5.
3. Calculer le volume de soude à verser pour que la solution obtenue soit de couleur verte.

**Partie II** (dosage) : Dans un bécher contenant 100 mL d'acide chlorhydrique, on verse, à l'aide d'une burette, une solution d'éthanolate de sodium de concentration  $0,1 \text{ mol.L}^{-1}$ . Le tableau ci-dessous indique pour différentes valeurs du volume  $V$  en mL de la solution de base versée, les valeurs correspondantes du pH.

V(mL)	0	1,5	3	5	7	7,5	8	8,5	8,7	9,3	9,5	10	10,5	11	13	15	17
pH		2,2	2,3	2,4	2,7	2,8	3	3,4	3,7	10	10,4	10,8	11	11,2	11,4	11,6	11,7

1. Construire le graphe  $\text{pH} = f(V)$  en précisant l'échelle.
2. Écrire l'équation bilan de la réaction entre l'ion éthanolate et l'acide chlorhydrique.
3. Quelle est la concentration en  $\text{mol.L}^{-1}$  de la solution d'acide chlorhydrique ?
4. Compléter le tableau de valeur à  $V = 0 \text{ mL}$ .
5. Parmi les trois indicateurs colorés suivants, quel sont ceux qui pourraient servir au dosage de l'acide ? Comment serait repéré le volume à l'équivalence ?

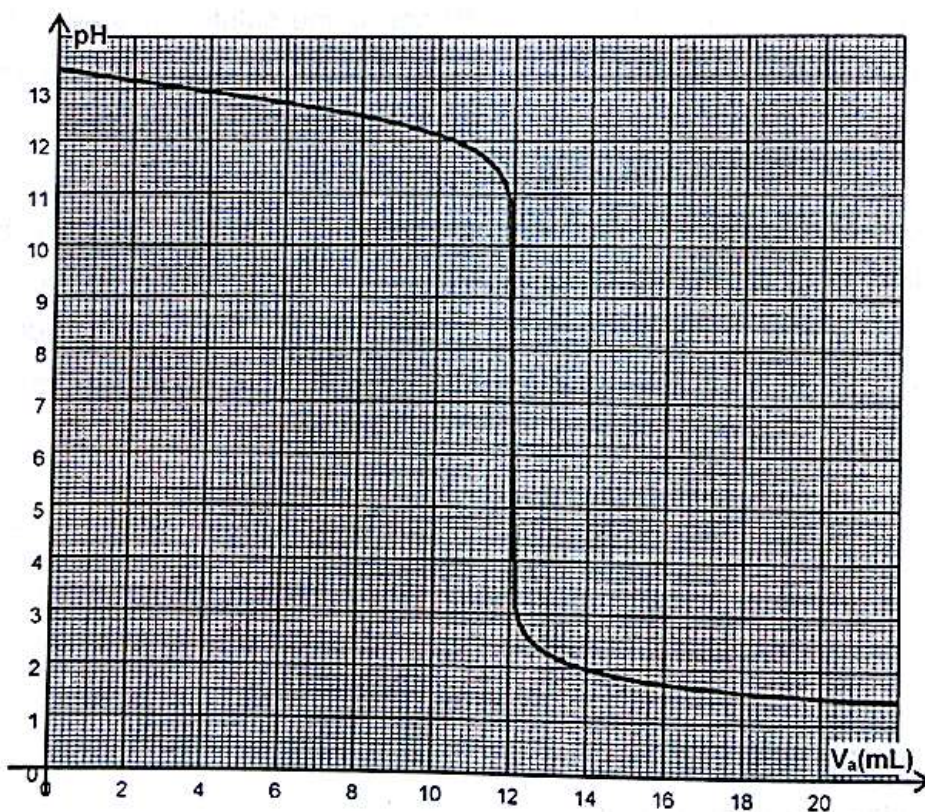
Indicateurs	Valeur du pH			
Hélianthine	Rouge 3,1	Orange 4,4	Jaune	
BBT	Jaune 6,0	Vert 7,4	Bleu	
Jaune d'alizarine	jaune 10,1	violet 12,1	lilas	



**Exercice 3 : Attention soude caustique !**

Dans un laboratoire, on retrouve près de deux kilogrammes de pastilles blanches que les chimistes reconnaissent immédiatement : il s'agit de pastilles de soude. Le problème est qu'il n'y a aucune indication sur la pureté de ces pastilles et que la soude est très dangereuse lorsqu'elle est pure, ou même très concentrée (voir le film Fight club de David Fincher). On décide donc d'analyser ces pastilles en faisant deux dosages pour être plus sûr. Par dissolution de 2,0 g de ces pastilles dans une fiole de 10 mL, on fabrique une solution  $S_0$  initiale. Pour permettre de répéter les manipulations en cas de problème et par prudence au cas où les pastilles seraient très concentrées, on fabrique une solution  $S_1$ , 20 fois plus diluée que  $S_0$ .

- 1) Écrire le protocole des deux étapes (dissolution et dilution) en n'oubliant pas les précautions à respecter.
- 2) On dose 5,0 mL de la solution  $S_1$  par une solution aqueuse d'acide chlorhydrique de concentration  $C_A = 0,10 \text{ mol/L}$ . La courbe de dosage obtenue est la figure ci-dessous.



- 2.1. Écrire l'équation de la réaction de dosage.
- 2.2. Déduire graphiquement le volume  $V_E$  de solution aqueuse d'acide chlorhydrique versé à l'équivalence.
- 2.3. Écrire la relation existant entre  $C_A$ ,  $V_1$ ,  $C_1$  et  $V_E$  à l'équivalence ;  $C_1$  étant la concentration de la solution  $S_1$  et  $V_1$  le volume dosé.
- 2.4. En déduire la valeur de la concentration molaire  $C_1$ .
- 2.5. Déterminer la quantité d'hydroxyde de sodium contenu dans les 2,0 g de pastilles.
- 2.6. En déduire le pourcentage de pureté de ces pastilles.



**Exercice 4** (extrait Bac Blanc Régional DRENET Abidjan 3 Session 2014)

Un professeur de Physique-Chimie fait déterminer la concentration molaire d'une solution d'hydroxyde de sodium par un groupe d'élèves. Pour cela, il remet au groupe d'élèves une bouteille contenant une solution commerciale  $S_0$  d'hydroxyde de sodium. Sur cette bouteille, on peut lire les inscriptions suivantes : Masse molaire = 40 g/mol ; Densité = 1,2 ; Pourcentage en masse d'hydroxyde de sodium = 20,83%.

- Vérifier que la concentration de la solution commerciale  $S_0$  est  $C_0 \approx 6,25$  mol/L.
- Afin de préparer une solution  $S_b$  d'hydroxyde de sodium de volume  $V = 500$  mL, le groupe d'élèves prélève un volume  $V_0 = 2$  mL de  $S_0$ . Le groupe dispose du matériel suivant :

- 01 pissette
- 03 béchers (50 mL ; 100 mL ; 250 mL)
- 03 erlenmeyers (125 mL ; 250 mL ; 500 mL)
- 04 fioles jaugées (100 mL ; 250 mL ; 500 mL ; 1 L)
- 04 pipettes munies de propipettes (1 mL ; 2 mL ; 5 mL ; 10 mL)
- 03 éprouvettes graduées (10 mL ; 25 mL ; 50 mL)
- de l'eau distillée

2.1. Préciser la liste de matériels permettant au groupe de préparer la solution  $S_b$  et donner le mode opératoire complet de la dilution.

2.2. Calculer la concentration molaire  $C_b$  de la solution  $S_b$  ainsi préparée.

- Afin de vérifier cette concentration  $C_b$  trouvée au 2.2, le groupe procède à un dosage de la solution  $S_b$  par une solution A d'acide nitrique de concentration  $C_a = 5 \cdot 10^{-2}$  mol/L. Il prélève alors un volume  $V_b = 20$  mL de la solution  $S_b$  qu'il met dans un bécher et à l'aide d'une burette graduée, le groupe verse progressivement la solution A et mesure après chaque ajout, le pH du mélange. Les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous

$V_a$ (mL)	0	2	3	4	5	5,5	6,5	7,5	8	8,5	9	9,5
pH	12,4	12,3	12,2	12,1	12,0	11,9	11,8	11,7	11,6	11,4	11,2	10,9
$V_a$ (mL)	10	10,5	11	11,5	12	12,5	14	15	18	20		
pH	7	3,1	2,8	2,6	2,5	2,4	2,2	2,1	2,0	1,9		

3.1. Faire le schéma expérimental permettant de réaliser le dosage.

3.2. Ecrire l'équation bilan de la réaction

3.3. Tracer sur une feuille de papier millimétré, le graphe  $pH = f(V_a)$  et déterminer les coordonnées du point d'équivalence E.

Echelle : 1 cm  $\rightarrow$  1 mL et 1 cm  $\rightarrow$  1 unité de pH.

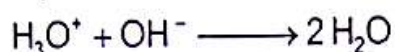
3.4. Définir l'équivalence acido-basique

3.5. En déduire la concentration  $C_b$  de la solution  $S_b$  dosée. Comparer avec le résultat de la question 2.2.



**Exercice 1**

1. Equation bilan de la réaction.



2. Calculons la concentration
- $C_a$
- de la solution acide.

$$\text{A l'équivalence on a : } C_a V_a = C_b V_b \Rightarrow C_a = \frac{C_b V_b}{V_a}$$

$$\text{Application numérique : } C_a = \frac{5,0 \cdot 10^{-2} \times 12}{8} = 0,075 \text{ mol/L} = 7,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L.}$$

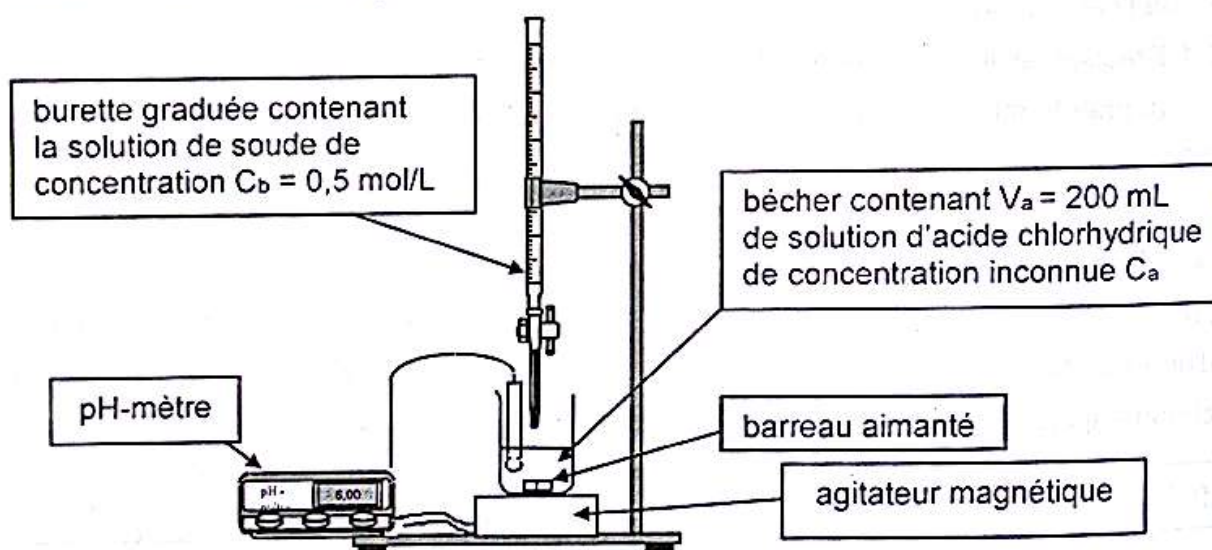
3. Volume
- $V_a'$
- de
- $\text{HCl}$
- à dissoudre dans
- $V_e = 100 \text{ mL}$
- d'eau pour obtenir cette solution.

$$C_a = \frac{n_{\text{HCl}}}{V_e} = \frac{V_a'}{V_m} = \frac{V_a'}{V_m \times V_e} \Rightarrow V_a' = C_a \times V_m \times V_e$$

$$\text{Application numérique : } V_a' = 7,5 \cdot 10^{-2} \times 24 \times 0,1 = 0,18 \text{ L} = 180 \text{ mL}$$

**Exercice 2**

- 1.) Schéma annoté du montage.



- 2.) Tracé de la courbe
- $\text{pH} = f(V_b)$
- . Echelle : 1 cm pour 1 unité pH et 1 cm pour 1
- $\text{cm}^3$
- .

Voir courbe ci-après.

- 3.) Détermination du point d'équivalence par la méthode des tangentes et de
- $\text{pH}_E$
- .

On trouve graphiquement  $E(V_{bE} = 5,05 \text{ mL} ; \text{pH}_E = 7)$ . Voir courbe ci-après.

- 4.) Déduction de la concentration molaire
- $C_a$
- de la solution d'acide.

$$\text{A l'équivalence on a : } C_a V_a = C_b V_{bE} \Rightarrow C_a = \frac{C_b V_{bE}}{V_a}$$

$$\text{Application numérique : } C_a = \frac{0,5 \times 5,05}{200} = 0,012625 \text{ mol/L} = 1,2625 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$



## CORRECTION

5.) Calcul des diverses concentrations molaires pour  $V_b = 3 \text{ mL}$ .

Pour  $V_b = 3 \text{ mL}$  d'acide fort versé,  $\text{pH} = 2,3$

bilan des espèces chimiques :  $\text{H}_3\text{O}^+$ ,  $\text{OH}^-$ ,  $\text{Na}^+$ ,  $\text{Cl}^-$  ; (ou  $\text{H}_2\text{O}$ )

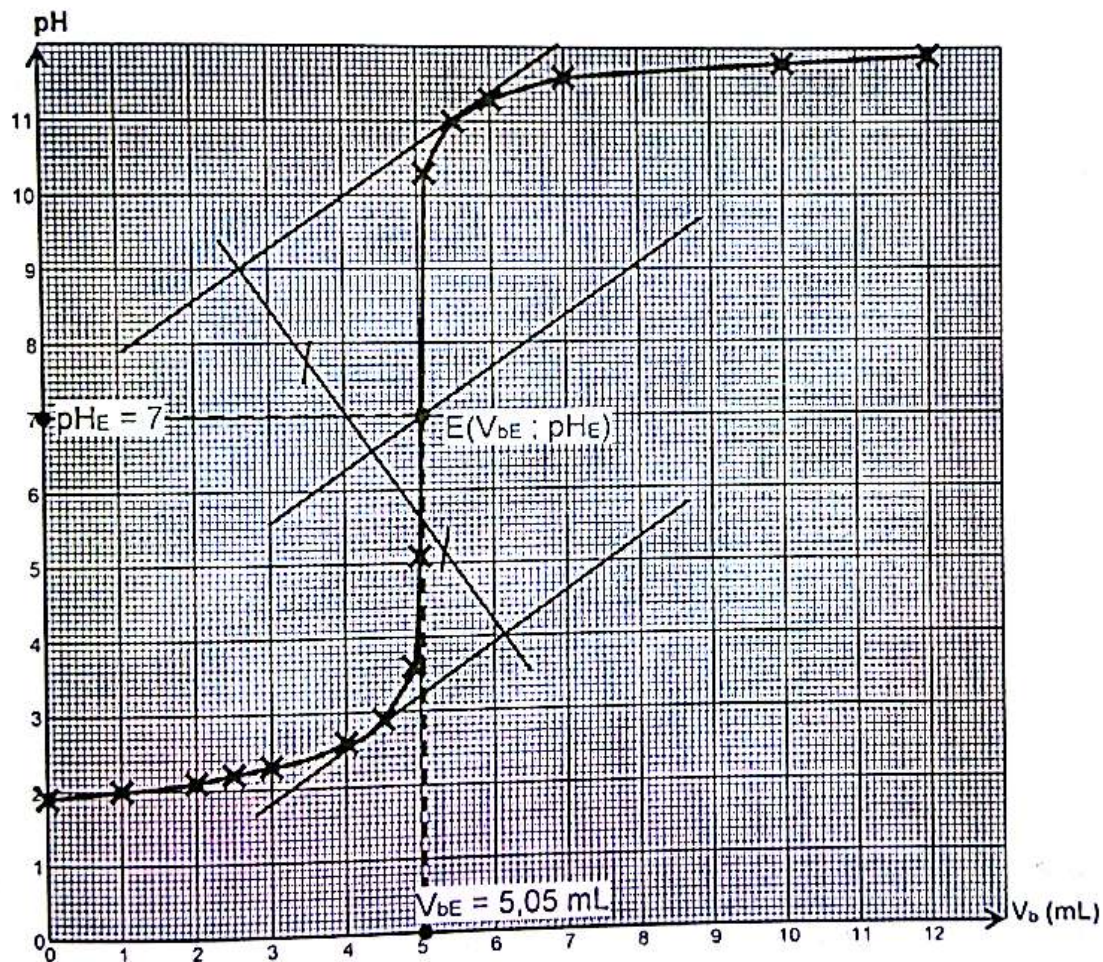
➤  $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-2,3} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$  ;

➤  $[\text{OH}^-] = 10^{\text{pH}-14} = 10^{2,3-14} = 2 \cdot 10^{-12} \text{ mol/L}$  ;

➤  $[\text{Cl}^-] = \frac{C_a V_a}{V_a + V_b} = \frac{1,2625 \cdot 10^{-2} \times 200}{200 + 3} = 1,244 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$

➤  $[\text{Na}^+] = \frac{C_b V_b}{V_a + V_b} = \frac{0,5 \times 3}{200 + 3} = 7,4 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$

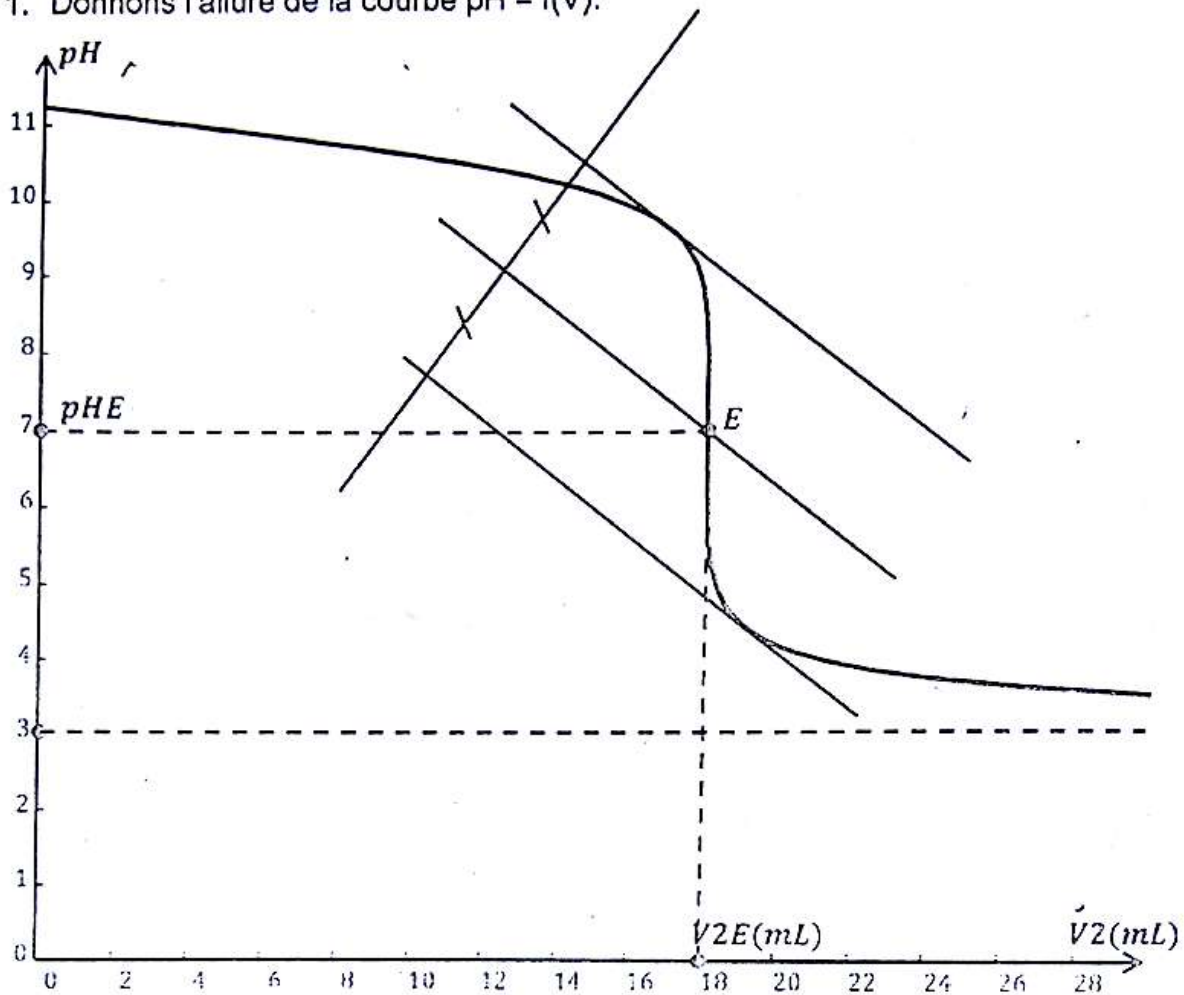
Courbe  $\text{pH} = f(V_b)$ . Echelle : 1 cm pour 1 unité pH et 1 cm pour 1  $\text{cm}^3$





**Exercice 3**

1. Donnons l'allure de la courbe  $\text{pH} = f(V)$ .



Remarque :

- pH de la solution initiale de soude est :  $\text{pH} = 14 + \log C_1 = 14 + \log(1,8 \cdot 10^{-3}) \approx 11,3$
- A l'équivalence de cet dosage,  $\text{pH}_E = 7$  et  $V_{2E} = 18$  mL.
- Pour  $V_2$  très grand, on a :  $\text{pH}_{\text{lim}} = -\log(C_2) = -\text{Log}(10^{-3}) = 3$ .

2. Déterminons la concentration molaire  $C_1$  de la solution initiale de soude.

A l'équivalence on a :  $C_1 V_1 = C_2 V_{2E} \Rightarrow C_1 = \frac{C_2 V_{2E}}{V_1}$

Application numérique :  $C_1 = \frac{10^{-3} \times 18}{10} = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$

3. Valeur vers laquelle tend le pH de la solution finale.

Dans la solution finale, le volume  $V_2$  d'acide fort versé devient très grand. Ainsi le volume de base forte ( $V_1 = 10$  mL) devient négligeable devant celui d'acide fort versé ; le mélange tend alors vers une solution d'acide fort. Ainsi le pH de la solution tendra vers la valeur suivante :  $\text{pH} = -\text{Log}(C_2) = -\text{Log}(10^{-3}) = 3$ .

## CORRECTION

4. Calculons la masse  $m$  de chlorure de sodium se trouvant dans la solution à l'équivalence.

L'équation-bilan donne :  $(\text{H}_3\text{O}^+ + \text{Cl}^-) + (\text{Na}^+ + \text{OH}^-) \longrightarrow 2 \text{H}_2\text{O} + (\text{Na}^+ + \text{Cl}^-)$

Le mélange obtenu est la solution de chlorure de sodium ( $\text{Na}^+ + \text{Cl}^-$ )

Après évaporation de l'eau on obtient les cristaux de chlorure de sodium  $\text{NaCl}$ .

D'après le bilan molaire on a :  $n_{\text{NaCl}} = n_1 = n_2 \Rightarrow \frac{m_{\text{NaCl}}}{M_{\text{NaCl}}} = C_2 V_{2E} \Rightarrow m = C_2 V_{2E} M_{\text{NaCl}}$

A.N :  $m = 10^{-3} \times 18,10^{-3} \times (23 + 35,5) = 1,053 \cdot 10^{-3} \text{ g} = 1,053 \text{ mg}$ .

Non, la masse de  $\text{NaCl}$  après l'équivalence n'augmente plus, puisque l'excès d'acide apporte des ions  $\text{Cl}^-$ , mais pas d'ions  $\text{Na}^+$ .

### Exercice 4

1. Equation de la réaction acide – base.



2. Dédution de la concentration  $C_b$  de l'hydroxyde de calcium.

A l'équivalence, on a :  $n_{\text{H}_3\text{O}^+} = n_{\text{OH}^-}$

L'équation-bilan de dissociation de la base forte est :  $\text{Ca}(\text{OH})_2 \xrightarrow{\text{H}_2\text{O}} \text{Ca}^{2+} + 2\text{OH}^-$

D'après le bilan molaire de cette équation :  $\frac{n_{\text{OH}^-}}{2} = \frac{n_{\text{Ca}(\text{OH})_2}}{1} \Rightarrow n_{\text{OH}^-} = 2 n_{\text{Ca}(\text{OH})_2} = 2 n_b$

Donc on a :  $n_{\text{H}_3\text{O}^+} = n_{\text{OH}^-} \Rightarrow n_a = 2 n_b \Rightarrow C_a V_{aE} = 2 C_b V_b \Rightarrow C_b = \frac{C_a V_{aE}}{2 V_b}$

Application numérique :  $C_b = \frac{9 \cdot 10^{-2} \times 12,0}{2 \times 50,0} = 0,0108 \text{ mol/L} = 1,08 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$

3. Calcul du pH de la base de départ ainsi que du pH de l'acide utilisé pour faire ce dosage.

➤  $\text{Ca}(\text{OH})_2$  est une dibase forte donc son pH obéit à la relation :  $\text{pH} = 14 + \text{Log}(2C_b)$

Application numérique :  $\text{pH} = 14 + \text{Log}(2 \times 1,08 \cdot 10^{-2}) \approx 12,3$ .

➤  $\text{HNO}_3$  est un acide fort donc son pH obéit à la relation :  $\text{pH} = -\text{Log} C_a$

Application numérique :  $\text{pH} = -\text{Log}(9 \cdot 10^{-2}) \approx 1$ .

4. Calculons la masse  $m$  de nitrate de calcium formé.

L'équation-bilan :  $2 (\text{H}_3\text{O}^+ + \text{NO}_3^-) + (\text{Ca}^{2+} + 2 \text{OH}^-) \longrightarrow 4 \text{H}_2\text{O} + (\text{Ca}^{2+} + 2 \text{NO}_3^-)$

Le mélange obtenu est la solution de nitrate de calcium ( $\text{Ca}^{2+} + 2 \text{NO}_3^-$ )

Après évaporation de l'eau on obtient les cristaux de nitrate de calcium  $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$ .

D'après le bilan molaire de l'équation précédente on a :

$\frac{n_{\text{Ca}(\text{NO}_3)_2}}{1} = \frac{n_a}{2} = \frac{n_b}{1} \Rightarrow \frac{m_{\text{Ca}(\text{NO}_3)_2}}{M_{\text{Ca}(\text{NO}_3)_2}} = \frac{C_a V_{aE}}{2} \Rightarrow m = \frac{C_a V_{aE} M_{\text{Ca}(\text{NO}_3)_2}}{2}$

A.N :  $m = \frac{9 \cdot 10^{-2} \times 12,0 \cdot 10^{-3} \times (40 + 2 \times (14 + 3 \times 16))}{2} = 0,08856 \text{ g} = 88,56 \text{ mg}$



**Exercice 5**

1. Indiquons avec précision comment il faut procéder.

➤ Détermination du volume de solution à prélever.

Il s'agit ici d'une dilution au cours de laquelle la quantité de matière se conserve.

$$n = n' \Rightarrow CV = C'V' \Rightarrow V' = \frac{CV}{C'}$$

$$\text{Application numérique : } V' = \frac{0,1 \times 1}{10} = 0,01 \text{ L} = 10 \text{ mL}$$

➤ Mode opératoire

- Verser une certaine quantité de la solution concentrée d'acide chlorhydrique dans un bécher ;
- Prélever dans ce bécher, 10 mL de la solution concentrée à l'aide d'une pipette ;
- Verser les 10 mL de solution prélevée dans une fiole jaugée de 1000 mL ;
- Compléter la fiole jaugée avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge à l'aide d'une pissette préalablement remplie d'eau distillée ;
- Rendre homogène la solution obtenue.

2. A  $V_a = 2,0 \text{ mL}$  d'acide à  $0,1 \text{ mol.L}^{-1}$  on ajoute  $V_s = 100 \text{ mL}$  de soude de  $C_s = 10^{-2} \text{ mol/L}$ .

a. Déterminons la nature de la solution obtenue.

Calculons les quantités de matières d'acide et de base introduites dans le mélange.

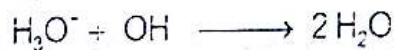
$$\text{➤ } n(\text{H}_3\text{O}^+) = C_a \times V_a = 0,1 \times 2 \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$$

$$\text{➤ } n(\text{OH}^-) = C_s \times V_s = 10^{-2} \times 100 \cdot 10^{-3} = 10^{-3} \text{ mol}$$

$$\Rightarrow n(\text{H}_3\text{O}^+) < n(\text{OH}^-) \text{ donc la solution obtenue est basique.}$$

b. Déduction de l'équation bilan de la réaction.

Il y a donc eu réaction entre les ions  $\text{H}_3\text{O}^+$  et ceux de  $\text{OH}^-$ .



c. Calculons les concentrations des espèces chimiques dans le mélange.

bilan des espèces chimiques :  $\text{H}_3\text{O}^+$ ,  $\text{OH}^-$ ,  $\text{Na}^+$ ,  $\text{Cl}^-$  ; (ou  $\text{H}_2\text{O}$ )

Les ions  $\text{H}_3\text{O}^+$  ont réagi avec ceux de  $\text{OH}^-$  et à la fin de la réaction le mélange obtenu contient majoritairement des ions  $\text{OH}^-$  étant donné qu'il est basique.

Sa concentration vaut  $C = [\text{OH}^-]$  et son volume est  $V = V_a + V_s = 2 + 100 = 102 \text{ mL}$ .

$$\text{➤ } [\text{Cl}^-] = \frac{C_a V_a}{V_a + V_s} = \frac{0,1 \times 2,0}{2 + 100} = 1,96 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

$$\text{➤ } [\text{Na}^+] = \frac{C_s V_s}{V_a + V_s} = \frac{10^{-2} \times 100}{2,0 + 100} = 9,8 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

$$\text{➤ } [\text{OH}^-] = \frac{C_s V_s - C_a V_a}{V_a + V_s} = \frac{10^{-3} - 2 \cdot 10^{-4}}{(2,0 + 100) \cdot 10^{-3}} = 7,84 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

$$\text{➤ } K_e = [\text{H}_3\text{O}^+] \times [\text{OH}^-] \Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{K_e}{[\text{OH}^-]} = \frac{10^{-14}}{7,84 \cdot 10^{-3}} = 1,275 \cdot 10^{-12} \text{ mol/L}$$

d. Déduction de son pH.

$$\text{Par définition, } \text{pH} = -\text{Log}[\text{H}_3\text{O}^+] = -\text{Log}(1,275 \cdot 10^{-12}) = 11,9.$$

**Exercice 6**

1. Calculons la concentration molaire  $C_b$  de la solution d'hydroxyde de potassium.

$$C_b = \frac{m_b}{V_b} = \frac{n_b \times M_b}{V_b} = \frac{n_b}{V_b} \times M_b = C_b \times M_b \Rightarrow C_b = \frac{C'_b}{M_b}$$

Application numérique :  $C_b = \frac{4,48}{39 + 16 + 1} = 0,08 \text{ mol/L} = 8 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$

2. Ecrivons l'équation bilan de la réaction.



3. Calculons, à l'équivalence, la concentration molaire  $C_a$  de l'acide chlorhydrique.

A l'équivalence on a :  $C_a V_a = C_b V_b \Rightarrow C_a = \frac{C_b V_b}{V_a} \Rightarrow C_a = \frac{8 \cdot 10^{-2} \times 12,5}{10} = 10^{-1} \text{ mol/L}$

4. On mélange  $V'_a = 20 \text{ cm}^3$  d'acide à  $V'_b = 16 \text{ cm}^3$  de base des solutions initiales.

- a. Montrons, en justifiant, si l'équivalence acido-basique est atteinte suite à ce mélange.

Calculons les quantités de matières d'acide et de base introduites dans le mélange.

$$\text{> } n_a = C_a \times V'_a = 10^{-1} \times 20 \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

$$\text{> } n_b = C_b \times V'_b = 8 \cdot 10^{-2} \times 16 \cdot 10^{-3} = 1,28 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

$\Rightarrow n_a \neq n_b$  donc l'équivalence acido-basique n'est pas atteinte.

- b. Calculons le pH de la solution obtenue

On a :  $n_a > n_b$  donc le mélange est acide.

$$\text{Donc : } [\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{n_a - n_b}{V_a + V_b} = \frac{2 \cdot 10^{-3} - 1,28 \cdot 10^{-3}}{(20 + 16) \cdot 10^{-3}} = 0,02 \text{ mol/L}$$

$$\text{Par définition, } \text{pH} = -\text{Log}[\text{H}_3\text{O}^+] = -\text{Log}(2 \cdot 10^{-2}) = 1,7$$

- c. Calculons le volume en supplément de l'espèce qu'il faut ajouter pour l'atteindre.

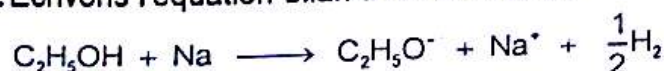
$$\text{A l'équivalence, } C_a V'_a = C_b V_{bE} \Rightarrow V_{bE} = \frac{C_a V'_a}{C_b} \Rightarrow V'_b + V_b^* = \frac{C_a V'_a}{C_b} \Rightarrow V_b^* = \frac{C_a V'_a}{C_b} - V'_b$$

$$\text{Application numérique : } V_b^* = \frac{10^{-1} \times 20 \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 10^{-2}} - 16 \cdot 10^{-3} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ mL}$$

**Exercice 7** (extrait Bac Blanc Collèges Modernes IPES & Rodin Yopougon 2011)

1. Etude des réactions 1 et 2.

- 1.1. Ecrivons l'équation-bilan de la réaction 1



- 1.2. Montrons que l'éthanol est introduit en excès par rapport au sodium.

$$n_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}} = \frac{m_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}}}{M_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}}} = \frac{\rho_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}} \times V_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}}}{M_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}}} = \frac{790 \times 20 \cdot 10^{-3}}{2 \times 12 + 6 + 16} = 3,4 \cdot 10^{-1} \text{ mol}$$

$$n_{\text{Na}} = \frac{m_{\text{Na}}}{M_{\text{Na}}} = \frac{1,0}{23} = 4,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$$

$n_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}} > n_{\text{Na}}$  donc l'éthanol est introduit en excès par rapport au sodium



1.3. Déduisons la quantité d'ions éthanolate formé et le volume de dihydrogène dégagé.

➤ La quantité d'ions éthanolate formé

La quantité (en mol) d'ions éthanolate formé est égale à celle du réactif en défaut.

$$\text{Donc } n_{\text{C}_2\text{H}_5\text{O}^-} = n_{\text{Na}} = 4,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$$

➤ Le volume de dihydrogène dégagé

$$\text{D'après le bilan molaire de la réaction 1 on a : } \frac{n_{\text{H}_2}}{\frac{1}{2}} = \frac{n_{\text{Na}}}{1} \Rightarrow n_{\text{H}_2} = \frac{n_{\text{Na}}}{2}$$

$$V_{\text{H}_2} = n_{\text{H}_2} \times V_m = \frac{n_{\text{Na}}}{2} \times V_m = \frac{4,3 \cdot 10^{-2}}{2} \times 22,4 = 0,4816 \text{ L}$$

1.4. L'ion éthanolate est une base forte.

a) Définition d'une base forte. : c'est une base qui réagit totalement avec l'eau.

b) Ecrivons l'équation-bilan de la réaction 2 et donnons ses caractéristiques



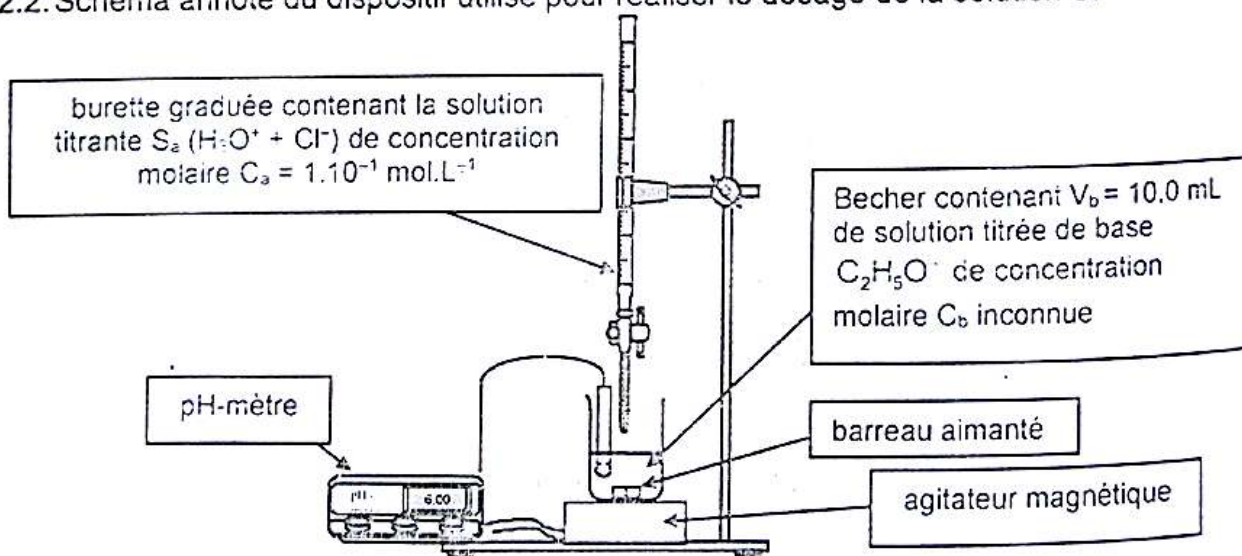
La réaction 2 est une réaction totale et exothermique.

2. Dosage de la solution S.

2.1. Méthodes par lesquelles on peut repérer cette équivalence

On peut utiliser la méthode pH-métrique ou la méthode colorimétrique.

2.2. Schéma annoté du dispositif utilisé pour réaliser le dosage de la solution S.



2.3. Ecrivons l'équation-bilan de la réaction de dosage.



2.4. Déduisons la quantité d'ions hydroxyde présents dans les 200 mL de la solution S.

$$\text{A l'équivalence, } C_b V_b = C_a V_{aE} \Rightarrow C_b = \frac{C_a V_{aE}}{V_b} = \frac{1 \cdot 10^{-1} \times 21,4}{10} = 0,214 \text{ mol/L}$$

$$n_{\text{OH}^-} = C_b V_s = 0,214 \times 0,2 = 0,0428 \approx 4,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$$

2.5. Montrons que ce résultat est en accord avec la réponse donnée à la question 1.3°).

Ce résultat est en accord avec la réponse de la question 1.3°) car on a :  $n_{\text{OH}^-} = n_{\text{C}_2\text{H}_5\text{O}^-}$





Friedrich Wilhelm Ostwald  
(2 septembre 1853 à Riga, Lettonie, Empire russe - 4 avril 1932 à Grossbothen, Allemagne)  
Chimiste Germano-Balte.

Il a mis au point en 1900, avec son gendre Eberhard Brauer, un procédé de synthèse de l'acide nitrique à partir d'ammoniac, le **procédé Ostwald**.

Il a été récompensé par le prix Nobel de chimie en 1909 pour ses travaux sur la catalyse chimique et ses recherches sur les principes fondamentaux qui gouvernent l'équilibre chimique et les vitesses de réaction.

Il a également été lauréat du Faraday Lectureship de la Royal society of chemistry en 1904.

Il est aussi connu pour ses travaux sur la théorie de la dilution qui débouchèrent notamment sur la loi de la dilution qui porte son nom : la **loi de dilution d'Ostwald**. Cette loi concerne les réactions acido-basiques sur l'eau, qui dit que la dilution augmente la dissociation de l'acide (respectivement la protonation de la base).

### Objectifs spécifiques

- Définir un acide faible et une base faible à partir des solutions aqueuses d'acide éthanoïque et d'éthanoate de sodium.
- Définir un acide et une base selon Brönsted.
- Reconnaître l'espèce acide et l'espèce basique.
- Classer les couples acide/base suivant leur constante d'acidité  $K_A$  ou de leur  $pK_A$ .
- Déterminer l'expression du pH en fonction du  $pK_A$  du couple acide/base.
- Savoir qu'un équilibre chimique résulte de la coexistence de deux réactions opposées

## RAPPEL DE COURS

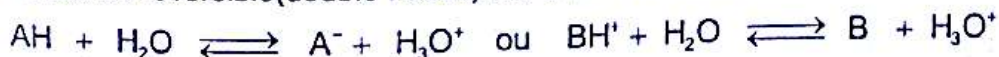
### 1.) Définition

Selon Brönsted :

- un acide est une substance susceptible céder un ou plusieurs protons :  
$$\text{acide} \rightleftharpoons \text{base} + \text{H}^+$$
- une base est une substance susceptible de capter un ou plusieurs protons :  
$$\text{base} + \text{H}^+ \rightleftharpoons \text{acide}$$

### 2.) Acide faible

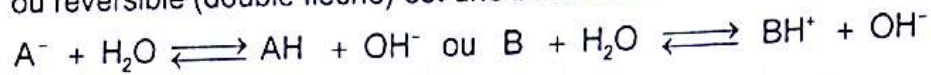
Une substance ( $\text{AH}$  ou  $\text{BH}^+$ ) qui dans l'eau produit des ions  $\text{H}_3\text{O}^+$  suivant une réaction limitée ou réversible (double flèche) est un acide faible.





### 3.) Base faible

Une substance ( $A^-$  ou  $B$ ) qui dans l'eau produit des ions  $OH^-$  suivant une réaction limitée ou réversible (double flèche) est une base faible.



### 4.) Couple acide/base

L'action d'un acide faible ou d'une base faible sur l'eau conduit à un équilibre chimique entre l'acide et la base. Ainsi acide et base constituent un couple acide/base.

- Acide faible sur l'eau :  $\text{acide} + H_2O \rightleftharpoons \text{base} + H_3O^+$
- Base faible sur l'eau :  $\text{base} + H_2O \rightleftharpoons \text{acide} + OH^-$

### 5.) Constante d'acidité

L'équilibre chimique entre un acide et sa base conjuguée est caractérisée par une constante

$$K_A \text{ appelée constante d'acidité : } K_A = \frac{[BASE] \times [H_3O^+]}{[ACIDE]}$$

On définit aussi le  $pK_A$  tel que :  $pK_A = -\log K_A \Rightarrow K_A = 10^{-pK_A}$

$$pK_A = -\log \frac{[BASE] \times [H_3O^+]}{[ACIDE]} = -\log \frac{[BASE]}{[ACIDE]} - \log [H_3O^+] \Rightarrow pH = pK_A + \log \frac{[BASE]}{[ACIDE]}$$

### 6.) Domaine de prédominance des formes acide et basique

Le domaine de prédominance de la forme acide ou de la forme basique d'un couple acide/base en solution varie en fonction du pH du milieu :

- si  $pH < pK_A$  la forme acide est majoritaire ;
- si  $pH = pK_A$  la forme acide et la forme basique sont en proportion identique ;
- si  $pH > pK_A$  la forme basique est majoritaire.

### 7.) Indicateur coloré

#### 7.1. Définition

Un indicateur coloré est une substance naturelle ou synthétique qui change de couleur selon la nature de la solution.

#### 7.2. Principe

Les indicateurs colorés sont des acides ou des bases organiques dont les formes acide et basique sont de couleurs différentes. Le couple acido-basique correspondant aux deux formes de l'indicateur coloré est caractérisé par son  $pK_A$ . Lorsque la forme basique est majoritaire, la solution a la couleur de la base ; dans le cas contraire, c'est la forme acide qui donne sa couleur à la solution. On définit ainsi une zone de virage de l'indicateur coloré, correspondant au passage d'un domaine à l'autre et se traduisant par un changement de coloration de la solution.



### 7.3. Quelques exemples d'indicateurs colorés

Indicateur coloré	Teinte acide	Zone de virage (Teinte sensible)	Teinte basique
Hélianthine	Rouge	3,1 – 4,4 (orange)	Jaune
Rouge de méthyle	Rouge	4,2 – 6,2 (marron)	Jaune
Bleu de bromothymol	Jaune	6,0 – 7,6 (vert)	Bleu
Phénolphthaléine	Incolore	8,2 – 10 (rose claire)	Rose

## 8.) Classification des couples acide/base

### 8.1. Coefficient d'ionisation ou de dissociation $\alpha$

- Pour un acide faible AH de concentration  $C_a$

équation-bilan d'ionisation :  $\text{AH} + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{A}^- + \text{H}_3\text{O}^+$

$$\text{coefficient de dissociation : } \alpha = \frac{[\text{A}^-]}{C_a} = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{C_a} = \frac{10^{-\text{pH}}}{C_a}$$

- Pour une base faible B de concentration  $C_b$

équation-bilan d'ionisation :  $\text{B} + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{BH}^+ + \text{OH}^-$

$$\text{coefficient de dissociation : } \alpha = \frac{[\text{BH}^+]}{C_b} = \frac{[\text{OH}^-]}{C_b} = \frac{10^{\text{pH}-14}}{C_b}$$

Remarque : de deux acides (ou bases) de même concentration le plus fort (ou la plus forte) est celui (ou celle) qui a son coefficient d'ionisation élevé.

### 8.2. Force d'un acide ou d'une base

- Un acide est d'autant plus fort que son  $K_A$  est grand ou que son  $\text{p}K_A$  est petit.
- Une base est d'autant plus forte que son  $K_A$  est petit ou que son  $\text{p}K_A$  est grand.
- De deux acides faibles de même concentration, le plus fort a le pH le plus bas.
- De deux bases faibles de même concentration, le plus fort a le pH le plus grand.

## 9.) Méthodes pratiques

### 9.1. Comment comparer la force de deux acides ou de deux bases ?

- Comparer les constantes  $\text{p}K_A$  ou  $K_A$  des couples si ces constantes sont données.
- Comparer les coefficients d'ionisation ou de dissociation  $\alpha$  de chaque acide ou base si les solutions ont la même concentration.
- Comparer les pH des espèces si celles-ci ont la même concentration.

### 9.2. Comment appliquer la conservation de la quantité de matière à une solution ?

a) Solution unique d'acide faible AH ou  $\text{BH}^+$  de concentration  $C_a$

$$C_a = [\text{AH}] + [\text{A}^-] \quad \text{ou} \quad C_a = [\text{BH}^+] + [\text{B}]$$

Exemples :

- solution d'acide méthanoïque ( $\text{HCOOH}$ ) :  $C_a = [\text{HCOOH}] + [\text{HCOO}^-]$
- solution de chlorure d'ammonium ( $\text{NH}_4\text{Cl}$ ) :  $C_a = [\text{NH}_4^+] + [\text{NH}_3]$



b) Solution unique de base faible  $A^-$  ou B de concentration  $C_b$

$$C_b = [AH] + [A^-] \quad \text{ou} \quad C_b = [BH^+] + [B]$$

Exemples :

➤ solution d'éthanoate de sodium( $CH_3COONa$ ) :  $C_b = [CH_3COOH] + [CH_3COO^-]$

➤ solution d'ammoniac ( $NH_3$ ) :  $C_b = [NH_4^+] + [NH_3]$

c) Mélange d'une solution d'acide faible AH ou  $BH^+$  de concentration  $C_a$  et de volume  $V_a$  avec une solution de base forte de volume  $V_b$

$$\frac{C_a V_a}{V_a + V_b} = [AH] + [A^-] \quad \text{ou} \quad \frac{C_a V_a}{V_a + V_b} = [BH^+] + [B]$$

Exemples :

➤ mélange d'acide méthanoïque( $HCOOH$ ) et d'hydroxyde de sodium( $NaOH$ ) :

$$\frac{C_a V_a}{V_a + V_b} = [HCOOH] + [HCOO^-]$$

➤ mélange de chlorure d'ammonium( $NH_4Cl$ ) et d'hydroxyde de sodium( $NaOH$ ) :

$$\frac{C_a V_a}{V_a + V_b} = [NH_4^+] + [NH_3]$$

d) Mélange d'une solution de base faible  $A^-$  ou B de concentration  $C_b$  et de volume  $V_b$  avec une solution d'acide fort de volume  $V_a$

$$\frac{C_b V_b}{V_a + V_b} = [AH] + [A^-] \quad \text{ou} \quad \frac{C_b V_b}{V_a + V_b} = [BH^+] + [B]$$

Exemples :

➤ mélange de méthanoate de sodium( $HCOONa$ ) et d'acide chlorhydrique( $HCl$ ) :

$$\frac{C_b V_b}{V_a + V_b} = [HCOOH] + [HCOO^-]$$

➤ mélange d'ammoniac( $NH_3$ ) et d'acide chlorhydrique( $HCl$ ) :  $\frac{C_b V_b}{V_a + V_b} = [NH_4^+] + [NH_3]$

e) Mélange d'une solution d'acide faible AH ou  $BH^+$  de concentration  $C_a$  et de volume  $V_a$  et une solution de sa base conjuguée  $A^-$  ou B de concentration  $C_b$  et de volume  $V_b$

$$\frac{C_a V_a}{V_a + V_b} + \frac{C_b V_b}{V_a + V_b} = [HA] + [A^-] \quad \text{ou} \quad \frac{C_a V_a}{V_a + V_b} + \frac{C_b V_b}{V_a + V_b} = [BH^+] + [B]$$

Exemples :

➤ mélange d'acide éthanoïque( $CH_3COOH$ ) et d'éthanoate de sodium( $CH_3COONa$ ) :

$$\frac{C_a V_a}{V_a + V_b} + \frac{C_b V_b}{V_a + V_b} = [CH_3COOH] + [CH_3COO^-]$$

➤ mélange de chlorure d'ammonium( $NH_4Cl$ ) et d'ammoniac( $NH_3$ ) :

$$\frac{C_a V_a}{V_a + V_b} + \frac{C_b V_b}{V_a + V_b} = [NH_4^+] + [NH_3]$$



## EXERCICES RESOLUS

### Exercice 1

- 1) Une solution d'acide benzoïque  $C_6H_5COOH$  de concentration molaire  $C_a = 0,1 \text{ mol/L}$  a un  $pH = 2,6$ . Toutes les expériences se font à  $25^\circ C$  ;  $K_e = 10^{-14}$  ;  $pK_a(NH_4^+/NH_3) = 9,2$ .
  - 1.1. Déterminer la masse d'acide benzoïque  $C_6H_5COOH$  que l'on doit dissoudre dans l'eau pure pour obtenir  $V_a = 200 \text{ cm}^3$  d'une solution de concentration  $C_a = 0,1 \text{ mol/L}$ . On donne :  $M_H = 1 \text{ g/mol}$  ;  $M_C = 12 \text{ g/mol}$  ;  $M_O = 16 \text{ g/mol}$ .
  - 1.2. L'acide benzoïque est-il un acide fort ou faible ? Justifier.
  - 1.3. Écrire l'équation-bilan de la réaction avec l'eau.
  - 1.4. Calculer les concentrations molaires des espèces chimiques dans la solution.
  - 1.5. En déduire le coefficient de dissociation  $\alpha$  de l'acide dans l'eau et conclure.
  - 1.6. Donner l'expression de la constante d'acidité  $K_a$  du couple acide/base, calculer sa valeur ainsi que son  $pK_a$ .
  - 1.7. Comparer la force de cet acide avec celui du couple  $NH_4^+/NH_3$ . Justifier.
- 2) Sur l'étiquette d'une bouteille de soda on peut lire entre autres : **conservateur : benzoate de sodium ( $C_6H_5COONa$ )**. Les mesures effectuées sur la solution contenue dans cette bouteille donne :  $pH = 8$  et  $C_b = 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ .
  - 2.1. Écrire les équations-bilan des réactions qui ont lieu.
  - 2.2. Calculer les concentrations molaires des espèces chimiques dans la solution.
  - 2.3. Retrouver la valeur du  $pK_a$  calculée à la question 1.6).

### Exercice 2 (extrait Bac Blanc Lycée Sainte Marie Cocody 2013)

Les expériences sont faites à  $25^\circ C$ . On donne en  $\text{g/mol}$  :  $M_H = 1$  ;  $M_C = 12$  ;  $M_N = 14$ .

1. On prépare une solution aqueuse en dissolvant  $m = 6,2 \text{ g}$  de méthylamine  $CH_3NH_2$  par litre de solution. La mesure du  $pH$  donne la valeur 12.
  - 1.1. Calculer la concentration molaire  $C$  de la solution obtenue.
  - 1.2. Montrer que la méthylamine est une base faible.
  - 1.3. Écrire l'équation de sa réaction avec l'eau.
  - 1.4. Faire l'inventaire des espèces chimiques présentes dans la solution et déterminer la concentration molaire de chacune.
  - 1.5. Enduire le  $pK_a$  du couple correspondant qu'on notera  $pK_{a1}$ .
2. A  $V_a = 10 \text{ cm}^3$  d'une solution d'acide éthanóïque  $CH_3COOH$  de concentration molaire  $C_a = 0,5 \text{ mol/L}$ , on ajoute  $V_b = 15 \text{ cm}^3$  d'une solution d'éthanoate de sodium de concentration molaire  $C_b = 0,333 \text{ mol/L}$ . Le  $pH$  du mélange obtenu est égal à 4,8.
  - 2.1. Faire le bilan des espèces chimiques dans le mélange et calculer leur concentration.
  - 2.2. Calculer le rapport  $\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}$  et en déduire le  $pK_a$  du couple qu'on notera  $pK_{a2}$ .



3.

- 3.1. Entre la méthylamine et l'ion éthanoate quelle est la base la plus forte ? Justifier.  
 3.2. Placer sur un axe gradué en unité pH, les domaines de prédominances des couples étudiés aux questions 1 et 2.

### Exercice 3

On dissout dans l'eau pure un acide faible, l'hélianthine, dont on schématise la formule par  $R-SO_3H$ . Le  $pK_a$  du couple correspondant à cet acide faible est 3,5.

- 1) Écrire l'équation de la réaction de cet acide avec l'eau.
- 2) La forme acide du couple correspondant à l'hélianthine donne à la solution une coloration rouge si sa concentration est dix fois supérieure à celle de la forme basique et une coloration jaune si la concentration de la forme basique est dix fois supérieure à celle de la forme acide. En agissant sur le pH de la solution on peut faire varier la coloration des deux formes acide et base en présence.
  - a) Déterminer les valeurs de pH pour lesquelles l'hélianthine a d'une part, la coloration nette de la forme acide et d'autre part, la coloration nette de la forme basique.
  - b) Faire un diagramme de pH. Préciser les différents domaines et sa zone de virage.
- 3) On ajoute quelques gouttes de la solution d'hélianthine à une solution de chlorure d'ammonium de pH = 5,1. Le pH de cette solution n'est pas modifié par cette adjonction. Quelle est la couleur observée ? Justifier votre réponse.

### Exercice 4 (extrait Bac Blanc Lycée Sainte Marie Cocody 2011)

- 1) Afin de déterminer la constante d'acidité du couple  $CH_3NH_3^+/CH_3NH_2$ , un laborantin verse progressivement une solution de chlorure de méthylammonium ( $Cl^-$ ,  $CH_3NH_3^+$ ) de concentration  $C_1 = 0,1 \text{ mol/L}$  dans un volume  $V_2 = 30 \text{ cm}^3$  d'une solution de méthylamine ( $CH_3NH_2$ ) de concentration  $C_2 = 0,1 \text{ mol/L}$ .

Lorsqu'il a versé  $V_1 = 9,5 \text{ cm}^3$ , le pH du mélange obtenu est 11,20.

1.1. Calculer la concentration des espèces chimiques présentes dans le mélange.

1.2. Déterminer le  $pK_a$  du couple  $CH_3NH_3^+/CH_3NH_2$ .

1.3. On note  $r = \frac{[CH_3NH_2]}{[CH_3NH_3^+]}$ . Etablir une relation entre  $r$ ,  $V_1$  et  $V_2$ . Exprimer alors  $\log r$ .

- 2) A la fin de son expérience, le laborantin se rend compte qu'il a oublié de relever certaines valeurs. Aidez-le à remplir le tableau ci-dessous. Justifier les calculs.

Mélange	A	B	C
$V_1 \text{ (cm}^3\text{)}$	15		40
pH		10,7	

- 3) Le laborantin réalise à partir des deux solutions précédentes un mélange de volume  $V = 83 \text{ cm}^3$  et de pH = 11,20.

3.1. Sans faire de calcul, identifier l'espèce prépondérante dans le mélange. Justifier.

3.2. Déterminer les volumes  $V_1$  d'ions méthylammonium et  $V_2$  de méthylamine mélangés.



## EXERCICES DE PERFECTIONNEMENT

### Exercice 1

On considère une solution aqueuse d'hydrogénosulfate de sodium  $\text{NaHSO}_4$  de concentration molaire  $0,01 \text{ mol/L}$ .

Ce composé est totalement ionisé en solution aqueuse en ion sodium  $\text{Na}^+$  et ion hydrogénosulfate  $\text{HSO}_4^-$ . Ce dernier se comporte dans l'eau comme un monoacide faible.

- 1- Ecrire l'équation bilan de mise en solution de cet ion dans l'eau. Identifier les couples acido-basiques en présence. Donner l'expression du  $K_a$  de cet ion.
- 2- Etablir l'expression littérale de la concentration des espèces chimiques en solution.
- 3- Le pH mesuré de cette solution est égal à 2,2.
  - a) En déduire les valeurs des concentrations des espèces chimiques en solution.
  - b) Calculer la constante d'acidité  $K_a$  de l'ion  $\text{HSO}_4^-$ . En déduire son  $\text{p}K_a$ .
- 4- Est-ce un acide plus fort que l'acide éthanóïque dont le  $\text{p}K_a$  est égal à 4,75 à la même température ? Justifier votre réponse.

### Exercice 2

1. On prélève  $V_0 = 10 \text{ mL}$  d'une solution acide éthanóïque de concentration  $C_0 = 10^{-2} \text{ mol/L}$ . On ajoute un volume  $V$  d'eau distillée.
  - a) Ecrire l'équation bilan de la réaction de l'acide avec l'eau.
  - b) Soit  $C$  la nouvelle concentration de la solution. Etablir la relation entre  $C$ ,  $C_0$ ,  $V_0$ ,  $V$ .
2. On mesure le pH des solutions obtenues pour différentes valeurs de  $V$ .

V(mL)	10	20	30	40	90
pH	3,37	3,52	3,61	3,72	3,87
C(mol/L)					
- logC					

- a) Recopier et compléter le tableau.
- b) Tracer la courbe  $\text{pH} = f(-\log C)$ .  
Echelle : 5 cm  $\leftrightarrow$  1 unité de pH et 5 cm  $\leftrightarrow$  1 unité de  $-\log C$ .
- c) Déterminer l'équation de la courbe.
- d) Calculer les concentrations des différentes espèces chimiques présentes dans la solution correspondant à  $V = 40 \text{ cm}^3$  d'eau ajoutée.
- e) En déduire que :  $\frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]} \approx \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{C}$  (E)
- f) Donner l'expression de la constante d'acidité  $K_a$  du couple  $\text{CH}_3\text{COOH}/\text{CH}_3\text{COO}^-$ .
- g) En admettant que la relation (E) établie ci-dessus est valable pour les autres valeurs de  $V$ , montrer que  $K_a = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]^2}{C}$ .
- h) Etablir la relation entre pH,  $\text{p}K_a$  et  $\log C$  et en déduire  $\text{p}K_a$ .



### Exercice 3

La méthylamine  $\text{CH}_3\text{NH}_2$  est une base faible dont le  $\text{pK}_a$  du couple auquel il appartient est égal à 10,7.

- Après avoir défini une base faible, rappeler la différence entre une base faible et une base forte.
- Une solution aqueuse de méthylamine de concentration molaire  $C$  inconnue, a un  $\text{pH} = 11,5$ . Après avoir fait le bilan des espèces chimiques en présence,
  - Calculer le  $K_a$  de la méthylamine.
  - Déterminer les concentrations molaires de ces espèces.
  - En déduire  $C$  et calculer le coefficient  $\alpha_1$ .
- A 60 mL de la solution précédente on ajoute 20 mL d'eau et on obtient un  $\text{pH} = 10,7$ . Calculer les concentrations molaires des espèces en solution et le coefficient  $\alpha_2$ .
- Comparer  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  puis conclure.
- On donne :

Couples	$\text{NH}_4^+/\text{NH}_3$	$\text{CH}_3\text{COOH}/\text{CH}_3\text{COO}^-$
$\text{pK}_a$	9,2	4,8

- La méthylamine est-elle plus ou moins basique que l'ion éthanoate ?
- Classer par ordre d'acidité croissante les acides des deux couples du tableau.

### Exercice 4

Une solution de chlorure d'ammonium ( $\text{NH}_4^+ + \text{Cl}^-$ ) de concentration molaire  $C = 6 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$  a un  $\text{pH} = 5,2$ . Données :  $\text{pK}_a(\text{NH}_4^+/\text{NH}_3) = 9,2$ .

- Écrire l'équation de la réaction de l'ion ammonium avec l'eau.
- Donner l'expression et la valeur de la constante d'acidité du couple considéré.
- Déterminer la concentration de chacune des espèces dans la solution.
- Calculer le rapport  $[\text{NH}_3]/[\text{NH}_4^+]$ .

Quelle est, parmi ces deux espèces, celle qui prédomine ? Justifier.

- Quelle serait la teinte prise par chacun des indicateurs colorés suivants : le bleu de bromothymol et le rouge de méthyle dans cette solution ?

Les zones de virage

Les zones de virage				
Rouge de méthyle	rouge	marron virage	jaune	
Bleu de bromothymol	jaune		vert virage	bleu
<div><div></div><div>2</div><div>4</div><div>6</div><div>8</div><div>10</div><div>12</div><div>pH</div></div>				

**Exercice 5** (extrait Bac Blanc Lycée des Jeunes Filles de Yopougon 2010)

On mesure le pH de solutions contenant ces espèces chimiques. On donne :

- Une solution  $S_1$  d'éthanoate de sodium, de concentration molaire  $C_1 = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$  ;
- Une solution  $S_2$  d'acide éthanoïque, de concentration molaire  $C_2 = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$  .

On dispose de matériel suivant : verrerie : 1 bécher de 50 mL, 1 bécher de 100 mL, 1 pipette jaugée de 10 mL, 1 pipette jaugée de 20 mL, 1 burette de 50 mL graduée en mL, un pH-mètre préalablement étalonné, un agitateur magnétique, un support de burette.

**1- Les mesures du pH :**

On admettra que les proportions de  $S_1$  et  $S_2$  sont telles que pour chaque mélange :

$$\frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]} = \frac{V_1}{V_2}.$$

Avec le pH-mètre on effectue les mesures de pH pour les mélanges allant de  $M_1$  à  $M_9$ .

Mélange	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$	$M_5$	$M_6$	$M_7$	$M_8$	$M_9$
Volume $V_1$ (mL) de $S_1$	4	10	20	30	40	40	40	40	40
Volume $V_2$ (mL) de $S_2$	40	40	40	40	40	30	20	10	4
pH	3,6	4	4,3	4,5	4,6	4,7	4,9	5,2	5,6
$\log\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$									

1.1. Compléter le tableau ci-dessous après avoir reproduit ses deux dernières lignes.

1.2. Quelle est la particularité du mélange  $M_5$  ? Justifier.

En déduire le  $pK_a$  du couple étudié.

1.3. Tracer la courbe représentant :  $\text{pH} = f\left(\log \frac{V_1}{V_2}\right)$ , soit  $\text{pH} = f\left(\log \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]}\right)$

Echelles : 10 cm pour 1 unité de  $\log\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$  et 2 cm pour 1 unité de pH.

**2- Exploitations des résultats :**

2.1. Quelle est l'allure de la courbe tracée ?

2.2. En déduire la relation entre pH et  $\log \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]}$ .

2.3. Écrire l'équation-bilan représentant la réaction de l'acide éthanoïque avec l'eau.

2.4. Donner la relation définissant la constante d'acidité  $K_a$  du couple  $\text{CH}_3\text{COOH}/\text{CH}_3\text{COO}^-$ .

2.5. En déduire la relation entre le pH d'une solution contenant à la fois l'acide éthanoïque et des ions éthanoate et le  $pK_a$  du couple.

2.6. Déduire des questions précédentes la valeur du  $pK_a$  du couple  $\text{CH}_3\text{COOH}/\text{CH}_3\text{COO}^-$  que ces mesures permettent d'obtenir.



**Exercice 1**

1) Solution de  $\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}$  de concentration molaire  $C_a = 0,1 \text{ mol/L}$  et de  $\text{pH} = 2,6$ .

1.1. Masse d'acide à dissoudre dans l'eau pour avoir  $V_a = 200 \text{ cm}^3$  de  $C_a = 0,1 \text{ mol/L}$ .

$$m_{\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}} = n_{\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}} \times M_{\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}} = C_a \times V_a \times M_{\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}}$$

$$\text{Application numérique : } m_{\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}} = 0,1 \times 0,2 \times (6 \times 12 + 5 \times 1 + 12 + 2 \times 16 + 1) = \underline{2,44 \text{ g}}$$

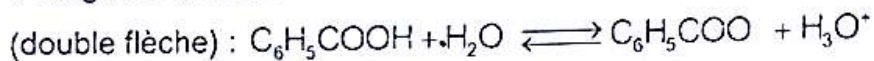
1.2. Montrons en justifiant si l'acide benzoïque est un acide fort ou faible.

$$-\log C_a = -\log(0,1) = 1 \neq 2,6$$

On a :  $\text{pH} \neq -\log C_a$  donc l'acide benzoïque est un acide faible.

1.3. Équation-bilan de la réaction avec l'eau.

Il s'agit de la réaction entre un acide faible et l'eau donc la réaction est partielle



1.4. Calculons les concentrations molaires des espèces chimiques dans la solution.

Bilan des espèces :  $\text{H}_3\text{O}^+$ ,  $\text{OH}^-$ ,  $\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}$ ,  $\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-$ , (ou  $\text{H}_2\text{O}$ )

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-2,6} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L} ; [\text{OH}^-] = 10^{-14 - \text{pH}} = 10^{-11,4} = 4 \cdot 10^{-12} \text{ mol/L}$$

$$\text{Electroneutralité : } [\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] + [\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-]$$

$$\Rightarrow [\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] - [\text{OH}^-] \approx [\text{H}_3\text{O}^+] = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

$$\text{Conservation de la matière : } C_a = [\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-] + [\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}]$$

$$\Rightarrow [\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}] = C_a - [\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-] \Rightarrow [\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}] = 0,1 - 2,5 \cdot 10^{-3} = 9,75 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

1.5. Déduction du coefficient de dissociation  $\alpha$  de l'acide dans l'eau et conclusion.

$$\alpha = \frac{[\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-]}{C_a} = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{C_a} = \frac{10^{-\text{pH}}}{C_a} = \frac{2,5 \cdot 10^{-3}}{0,1} = 0,025 \text{ soit } 2,5\%$$

$\Rightarrow \alpha < 1$  ou  $\alpha < 100\%$  donc cela confirme que l'acide benzoïque est un acide faible.

1.6. Expression et valeur de la constante  $K_a$  du couple acide/base ainsi que le  $\text{pK}_a$ .

$$K_a = \frac{[\text{Base}] \times [\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{Acide}]} = \frac{[\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-] \times [\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}]} = \frac{2,5 \cdot 10^{-3} \times 2,5 \cdot 10^{-3}}{9,75 \cdot 10^{-2}} = 6,41 \cdot 10^{-5}$$

$$\text{pK}_a = -\log(K_a) = -\log(6,41 \cdot 10^{-5}) \approx 4,2$$

1.7. Comparaison de la force de cet acide avec celui du couple  $\text{NH}_4^+/\text{NH}_3$  de  $\text{pK}_a = 9,2$ .

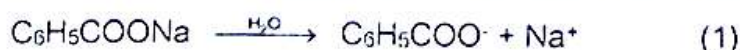
Plus un acide est fort plus le  $\text{pK}_a$  du couple acide/base correspondant est faible.

$\text{pK}_a(\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}/\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-) < \text{pK}_a(\text{NH}_4^+/\text{NH}_3)$  donc l'acide  $\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}$  est plus fort que  $\text{NH}_4^+$ .

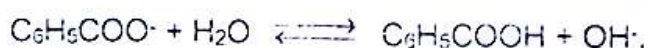
2) Conservateur : benzoate de sodium ( $\text{C}_6\text{H}_5\text{COONa}$ ) :  $\text{pH} = 8$  et  $C_b = 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$ .

2.1. Equations-bilan des réactions qui ont lieu.

- Dissociation du benzoate de sodium dans l'eau : réaction totale (une seule flèche)



- Réaction de l'ion benzoate avec l'eau : réaction limitée (double flèche)





## CORRECTION

### 2.2. Calculons les concentrations molaires des espèces chimiques dans la solution.

Inventaire des espèces chimiques :  $\text{H}_3\text{O}^+$ ,  $\text{OH}^-$ ,  $\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-$ ,  $\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}$ ,  $\text{Na}^+$

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-8} \text{ mol/L} ; [\text{OH}^-] = 10^{\text{pH}-14} = 10^{8-14} = 10^{-6} \text{ mol/L}.$$

D'après l'équation de la réaction (1),  $[\text{Na}^+] = [\text{C}_6\text{H}_5\text{COONa}] = C_b = 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$

Electroneutralité :  $[\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{Na}^+] = [\text{OH}^-] + [\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-]$

$$\Rightarrow [\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{Na}^+] - [\text{OH}^-] \approx [\text{Na}^+] = 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

Conservation de la matière :  $C_b = [\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}] + [\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-]$

$$\Rightarrow [\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}] = C_b - [\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-]$$

$$\Rightarrow [\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}] = C_b - [\text{H}_3\text{O}^+] - [\text{Na}^+] + [\text{OH}^-] \approx [\text{OH}^-] = 10^{-6} \text{ mol/L}.$$

### 2.3. Retrouvons la valeur du pKa calculée à la question 1.6).

$$\text{pH} = \text{pKa} + \log \frac{[\text{Base}]}{[\text{Acide}]} = \text{pKa} + \log \frac{[\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-]}{[\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}]} \Rightarrow \text{pKa} = \text{pH} - \log \frac{[\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-]}{[\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}]}$$

$$\text{Application numérique : } \text{pKa} = 8 - \log \left( \frac{6,3 \cdot 10^{-3}}{10^{-6}} \right) = 4,2$$

### Exercice 2 (extrait Bac Blanc Lycée Sainte Marie Cocody 2013)

1. On dissout  $m = 6,2 \text{ g}$  de  $\text{CH}_3\text{NH}_2$  par litre de solution. La mesure du pH donne 12.

#### 1.1. Calculons la concentration molaire $C$ de la solution obtenue.

$$C_b = \frac{n_{\text{CH}_3\text{NH}_2}}{V_s} = \frac{\frac{m_{\text{CH}_3\text{NH}_2}}{M_{\text{CH}_3\text{NH}_2}}}{V_s} = \frac{m_{\text{CH}_3\text{NH}_2}}{M_{\text{CH}_3\text{NH}_2} \times V_s} \Rightarrow C_b = \frac{6,2}{(12 + 3 \times 1 + 14 + 2 \times 1) \times 1} = 0,2 \text{ mol/L}$$

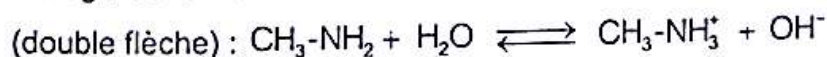
#### 1.2. Montrons que la méthylamine est une base faible.

$$14 + \log(C_b) = 14 + \log(0,2) = 13,3 \neq 12.$$

$\Rightarrow \text{pH} \neq 14 + \log(C_b)$  donc la méthylamine est une base faible.

#### 1.3. Equation de sa réaction avec l'eau.

Il s'agit de la réaction entre une base faible et l'eau donc la réaction est partielle



#### 1.4. Inventaire des espèces chimiques dans la solution et leur concentration molaire.

➤ Inventaire des espèces chimiques :  $\text{H}_3\text{O}^+$ ,  $\text{OH}^-$ ,  $\text{CH}_3\text{NH}_3^+$ ,  $\text{CH}_3\text{NH}_2$  ; (ou  $\text{H}_2\text{O}$ )

➤ Calcul des concentrations des espèces chimiques.

- $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-12} \text{ mol/L}$  ;

- $[\text{OH}^-] = 10^{\text{pH}-14} = 10^{12-14} = 10^{-2} \text{ mol/L}$ .

- Electroneutralité :  $[\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{CH}_3\text{NH}_3^+] = [\text{OH}^-]$

$$\Rightarrow [\text{CH}_3\text{NH}_3^+] \approx [\text{OH}^-] = 10^{-2} \text{ mol/L}$$

- Conservation de la matière :  $C_b = [\text{CH}_3\text{NH}_3^+] + [\text{CH}_3\text{NH}_2]$

$$\Rightarrow [\text{CH}_3\text{NH}_2] = C_b - [\text{CH}_3\text{NH}_3^+] \Rightarrow [\text{CH}_3\text{NH}_2] = 0,2 - 10^{-2} = 0,19 \text{ mol/L}$$



1.5. Dédution du pKa du couple correspondant noté pKa<sub>1</sub>.

$$\text{pH} = \text{pKa}_1 + \log \frac{[\text{Base}]}{[\text{Acide}]} = \text{pKa}_1 + \log \frac{[\text{CH}_3\text{NH}_2]}{[\text{CH}_3\text{NH}_3^+]} \Rightarrow \text{pKa}_1 = \text{pH} - \log \frac{[\text{CH}_3\text{NH}_2]}{[\text{CH}_3\text{NH}_3^+]}$$

$$\text{Application numérique : } \text{pKa}_1 = 12 - \log \left( \frac{0,19}{10^{-2}} \right) = 10,72$$

2. A V<sub>a</sub> = 10 cm<sup>3</sup> de CH<sub>3</sub>COOH de C<sub>a</sub> = 0,5 mol/L, on ajoute V<sub>b</sub> = 15 cm<sup>3</sup> de CH<sub>3</sub>COONa de C<sub>b</sub> = 0,333 mol/L. Le pH du mélange obtenu est égal à 4,8.

2.1. Bilan des espèces chimiques dans le mélange et leur concentration molaire

➤ Ecriture des équations-bilan des différentes réactions.

- Réaction de l'acide éthanóique avec l'eau : réaction limitée (double flèche)  

$$\text{CH}_3\text{COOH} + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{CH}_3\text{COO}^- + \text{H}_3\text{O}^+$$
- Dissociation de l'éthanoate de sodium dans l'eau : réaction totale (une flèche)  

$$\text{CH}_3\text{COONa} \xrightarrow{\text{H}_2\text{O}} \text{CH}_3\text{COO}^- + \text{Na}^+$$
- Réaction de l'ion éthanoate avec l'eau : réaction limitée (double flèche)



➤ Inventaire des espèces chimiques : H<sub>3</sub>O<sup>+</sup>, OH<sup>-</sup>, CH<sub>3</sub>COO<sup>-</sup>, CH<sub>3</sub>COOH, Na<sup>+</sup>

➤ Calcul des concentrations

$$[ \text{H}_3\text{O}^+ ] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-4,8} = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ mol/L ;}$$

$$[ \text{OH}^- ] = 10^{\text{pH}-14} = 10^{4,8-14} = 6,3 \cdot 10^{-10} \text{ mol/L.}$$

$$[ \text{Na}^+ ] = \frac{C_b V_b}{V_a + V_b} = \frac{0,333 \times 15}{10 + 15} = 0,2 \text{ mol/L}$$

$$\bullet \text{ Electroneutralité : } [ \text{H}_3\text{O}^+ ] + [ \text{Na}^+ ] = [ \text{OH}^- ] + [ \text{CH}_3\text{COO}^- ]$$

$$\Rightarrow [ \text{CH}_3\text{COO}^- ] = [ \text{H}_3\text{O}^+ ] - [ \text{Na}^+ ] - [ \text{OH}^- ] = [ \text{Na}^+ ] = 0,2 \text{ mol/L}$$

$$\bullet \text{ Conservation de la matière : } \frac{C_a V_a}{V_a + V_b} - \frac{C_b V_b}{V_a + V_b} = [ \text{CH}_3\text{COOH} ] - [ \text{CH}_3\text{COO}^- ]$$

$$\Rightarrow [ \text{CH}_3\text{COOH} ] = \frac{C_a V_a}{V_a + V_b} + \frac{C_b V_b}{V_a + V_b} - [ \text{CH}_3\text{COO}^- ]$$

$$\Rightarrow [ \text{CH}_3\text{COOH} ] = \frac{C_a V_a}{V_a + V_b} + \frac{C_b V_b}{V_a + V_b} - \frac{C_b V_b}{V_a + V_b} = \frac{C_a V_a}{V_a + V_b}$$

$$\text{Application numérique : } [ \text{CH}_3\text{COOH} ] = \frac{0,5 \times 10}{10 + 15} = 0,2 \text{ mol/L}$$

2.2. Calculons le rapport  $\frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]}$  et déduisons le pKa du couple qu'on notera pKa<sub>2</sub>.

$$\frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]} = \frac{0,2}{0,2} = 1$$

$$\text{pH} = \text{pKa}_2 + \log \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]} \quad \left. \begin{array}{l} \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]} = 1 \\ \text{pH} = 4,8 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{pH} = \text{pKa}_2 + \log(1) \Rightarrow \text{pKa}_2 = \text{pH} = 4,8$$

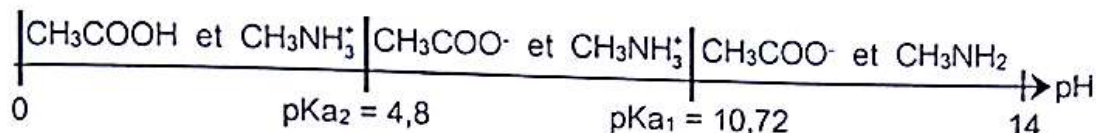
3.

3.1. Déterminons la base la plus forte entre la méthylamine et l'ion éthanoate.

Plus une base est forte plus le  $pK_a$  du couple acide/base correspondant est grand.

$pK_{a1} > pK_{a2}$  donc la base  $CH_3NH_2$  est plus forte que  $CH_3COO^-$ .

3.2. Plaçons les domaines de prédominances des couples étudiés aux questions 1 et 2.



### Exercice 3

1) Equation-bilan de la réaction de l'acide faible avec l'eau

Il s'agit de la réaction d'un acide faible avec l'eau donc la réaction est limitée (double flèche) :  $R-SO_3H + H_2O \rightleftharpoons R-SO_3^- + H_3O^+$

2)

a) Valeur du pH correspondant aux différentes colorations de l'Hélianthine

$$\bullet \text{ si } [R-SO_3H] > 10 [R-SO_3^-] \Rightarrow \frac{[R-SO_3H]}{[R-SO_3^-]} > 10 \Rightarrow \frac{[R-SO_3^-]}{[R-SO_3H]} < \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow \log \frac{[R-SO_3^-]}{[R-SO_3H]} < \log \frac{1}{10} \Rightarrow pH - pK_A < -1 \Rightarrow pH < pK_A - 1$$

$$\Rightarrow pH < 3,5 - 1 \Rightarrow pH < 2,5$$

$$\bullet \text{ si } [R-SO_3^-] > 10 [R-SO_3H] \Rightarrow \frac{[R-SO_3^-]}{[R-SO_3H]} > 10 \Rightarrow \log \frac{[R-SO_3^-]}{[R-SO_3H]} > \log 10$$

$$\Rightarrow pH - pK_A > 1 \Rightarrow pH > pK_A + 1 \Rightarrow pH > 3,5 + 1 \Rightarrow pH > 4,5$$

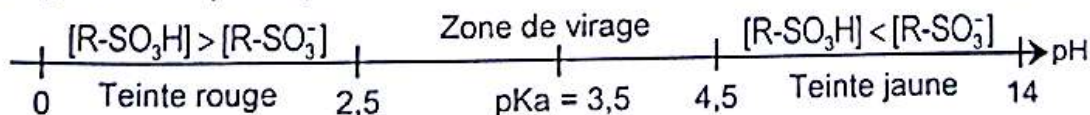
Conclusion :

➤ Si  $pH < 2,5$  l'Hélianthine a la coloration nette de la forme acide (teinte rouge).

➤ Si  $pH > 4,5$  l'Hélianthine a la coloration nette de la forme basique (teinte jaune).

$$\text{Remarque : } pH = pK_A + \log \frac{[R-SO_3^-]}{[R-SO_3H]} \Rightarrow \log \frac{[R-SO_3^-]}{[R-SO_3H]} = pH - pK_A$$

b) Diagramme de pH en précisant les différents domaines et sa zone de virage.



➤ Si  $pH < 2,5$  c'est l'espèce acide ( $R-SO_3H$ ) qui prédomine ;

➤ Si  $pH > 4,5$  c'est l'espèce basique ( $R-SO_3^-$ ) qui prédomine.

3) Couleur observé lorsqu'on ajoute quelques gouttes d'Hélianthine

$pH = 5,1 \Rightarrow pH > 4,5$  donc la couleur observée est celle de la forme basique (jaune).



**Exercice 4** (extrait Bac Blanc Lycée Sainte Marie Cocody 2011)

1) Lorsque le laborantin a versé  $V_1 = 9,5 \text{ cm}^3$ , le pH du mélange obtenu est 11,20.

1.1. Calcul de la concentration des espèces chimiques présentes dans le mélange.

Inventaire des espèces chimiques :  $\text{H}_3\text{O}^+$ ,  $\text{OH}^-$ ,  $\text{CH}_3\text{NH}_3^+$ ,  $\text{CH}_3\text{NH}_2$ ,  $\text{Cr}^-$ ; (ou  $\text{H}_2\text{O}$ )

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-11,20} = 6,3 \cdot 10^{-12} \text{ mol/L};$$

$$[\text{OH}^-] = 10^{\text{pH}-14} = 10^{11,20-14} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}.$$

$$[\text{Cr}^-] = \frac{C_1 V_1}{V_1 + V_2} = \frac{0,1 \times 9,5 \cdot 10^{-3}}{(9,5 + 30) \cdot 10^{-3}} = 2,4 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

$$\text{Electroneutralité : } [\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{CH}_3\text{NH}_3^+] = [\text{OH}^-] + [\text{Cr}^-]$$

$$\Rightarrow [\text{CH}_3\text{NH}_3^+] = [\text{OH}^-] + [\text{Cr}^-] - [\text{H}_3\text{O}^+] \approx [\text{Cr}^-] = \frac{C_1 V_1}{V_1 + V_2} = 2,4 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

$$\text{Conservation de la matière : } \frac{C_1 V_1}{V_1 + V_2} + \frac{C_2 V_2}{V_1 + V_2} = [\text{CH}_3\text{NH}_3^+] + [\text{CH}_3\text{NH}_2]$$

$$\Rightarrow [\text{CH}_3\text{NH}_2] = \frac{C_1 V_1}{V_1 + V_2} + \frac{C_2 V_2}{V_1 + V_2} - [\text{CH}_3\text{NH}_3^+]$$

$$\Rightarrow [\text{CH}_3\text{NH}_2] = \frac{C_1 V_1}{V_1 + V_2} + \frac{C_2 V_2}{V_1 + V_2} - \frac{C_1 V_1}{V_1 + V_2} = \frac{C_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{0,1 \cdot 30}{9,5 + 30} = 7,6 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

1.2. Déterminons le  $\text{pK}_a$  du couple  $\text{CH}_3\text{NH}_3^+/\text{CH}_3\text{NH}_2$

$$K_a = \frac{[\text{CH}_3\text{NH}_2] \times [\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{CH}_3\text{NH}_3^+]} = \frac{7,6 \cdot 10^{-2} \times 6,3 \cdot 10^{-12}}{2,4 \cdot 10^{-2}} = 2 \cdot 10^{-11}$$

$$\text{pK}_a = -\log K_a = -\log(2 \cdot 10^{-11}) = 10,7$$

1.3. On note  $r = \frac{[\text{CH}_3\text{NH}_2]}{[\text{CH}_3\text{NH}_3^+]}$ . Etablissons une relation entre  $r$ ,  $V_1$  et  $V_2$  et exprimons  $\log r$ .

$$r = \frac{[\text{CH}_3\text{NH}_2]}{[\text{CH}_3\text{NH}_3^+]} = \frac{\frac{C_2 V_2}{V_1 + V_2}}{\frac{C_1 V_1}{V_1 + V_2}} = \frac{C_2 V_2}{C_1 V_1} \quad \text{or } C_1 = C_2 \text{ donc } r = \frac{V_2}{V_1}$$

$$\text{pH} = \text{pK}_a + \log\left(\frac{[\text{CH}_3\text{NH}_2]}{[\text{CH}_3\text{NH}_3^+]}\right) = \text{pK}_a + \log\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \text{pK}_a + \log r \Rightarrow \log r = \text{pH} - \text{pK}_a$$

2) Aidons-le à remplir le tableau ci-dessous en justifiant les calculs.

$$\text{On utilise la relation : } \text{pH} = \text{pK}_a + \log\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = 10,7 + \log\left(\frac{30}{V_1}\right)$$

Remarque : le volume de méthylamine ( $\text{CH}_3\text{NH}_2$ ) ne change pas ; elle vaut :  $V_2 = 30 \text{ cm}^3$

$$\text{➤ Mélange A : } \text{pH} = 10,7 + \log\left(\frac{30}{15}\right) = 10,7 + \log(2) = 11$$

$$\text{➤ Mélange B : } 10,7 = 10,7 + \log\left(\frac{30}{V_1}\right) \Rightarrow \log\left(\frac{30}{V_1}\right) = 0 \Rightarrow \frac{30}{V_1} = 1 \Rightarrow V_1 = 30 \text{ cm}^3$$

$$\text{➤ Mélange C : } \text{pH} = 10,7 + \log\left(\frac{30}{40}\right) = 10,7 + \log(0,75) = 10,575 \approx 10,6$$

# CORRECTION

Mélange	A	B	C
$V_1 \text{ (cm}^3\text{)}$	15	30	40
pH	11	10,7	10,6

3) Le laborantin réalise un mélange de volume  $V = 83 \text{ cm}^3$  et de  $\text{pH} = 11,20$ .

3.1. Identifions, en justifiant, l'espèce acide ou basique prépondérante dans le mélange.

$11,20 > 10,7 \Rightarrow \text{pH} > \text{pK}_a$  donc d'après le diagramme de prédominance, l'espèce prépondérante est la base c'est-à-dire la méthylamine  $\text{CH}_3\text{NH}_2$ .

3.2. Déterminons les volumes  $V_1$  de méthylammonium et  $V_2$  de méthylamine mélangés.

$$\text{On a : } V_1 + V_2 = V = 83 \text{ cm}^3 \quad (1)$$

$$\text{De plus : } \text{pH} = \text{pK}_a + \log\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \Rightarrow 11,20 = 10,7 + \log\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$\Rightarrow \log\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = 11,20 - 10,7 \Rightarrow \log\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = 0,5 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 10^{0,5} \Rightarrow V_2 = 10^{0,5} V_1 \quad (2)$$

$$\text{D'après (1) on a : } V_1 + 10^{0,5} V_1 = 83 \Rightarrow (1 + 10^{0,5}) V_1 = 83 \Rightarrow V_1 = \frac{83}{1 + 10^{0,5}} = 19,94 \text{ cm}^3$$

$$\text{D'après (2) on a : } V_2 = 10^{0,5} V_1 = 10^{0,5} \times 19,94 = 63,06 \text{ cm}^3$$





# REACTIONS ACIDO-BASIQUES SOLUTIONS TAMPONS DOSAGES

**Louis Joseph Gay-Lussac**

(né Saint-Léonard-de-Noblat le 6 décembre 1778 et mort à Paris le 9 mai 1850)

Chimiste et Physicien Français

En 1808, en collaboration avec le chimiste français Louis Jacques Thénard, Gay-Lussac travaille à la préparation du potassium, par chauffage au rouge d'un mélange de fer pur et de potasse, et du sodium, et découvre le bore. L'étude des propriétés du potassium amène les chimistes à l'utiliser pour isoler le bore de l'acide borique. En 1815, ces travaux sur les prussiates (cyanures) le conduisent à découvrir le cyanogène et l'acide cyanhydrique. Dans le domaine de la chimie industrielle, il améliore les procédés de fabrication de l'acide sulfurique et de l'acide oxalique et met au point des méthodes de contrôle par dosage notamment celle avec la teinture de tournesol, tirée des lichens, comme indicateur coloré.

## Objectifs spécifiques

- Ecrire l'équation-bilan de la réaction acido-basique.
- Reconnaître et analyser la courbe de variation de pH lors de la réaction d'un acide faible avec une base forte, ou d'un acide fort avec une base faible.
- Déterminer graphiquement le  $pK_A$  d'un couple acide/base.
- Expliquer pourquoi la solution est acide ou basique à l'équivalence.
- Connaître les propriétés d'une solution tampon.
- Savoir la technique du dosage et justifier le choix d'un indicateur au cours du dosage.

## RAPPEL DE COURS

### 1.) REACTION ENTRE UN ACIDE FAIBLE ET UNE BASE FORTE

#### 1.1) Etude de la réaction

La réaction entre un acide faible ( $AH$  ou  $BH^+$ ) quelconque et une base forte quelconque est une réaction totale (une seule flèche) et exothermique entre l'acide faible et les ions hydroxyde  $OH^-$  d'équation-bilan :  $AH + OH^- \longrightarrow A^- + H_2O$  ou  $BH^+ + OH^- \longrightarrow B + H_2O$

#### 1.2) Etude de l'évolution du pH

##### a) Equivalence acido-basique

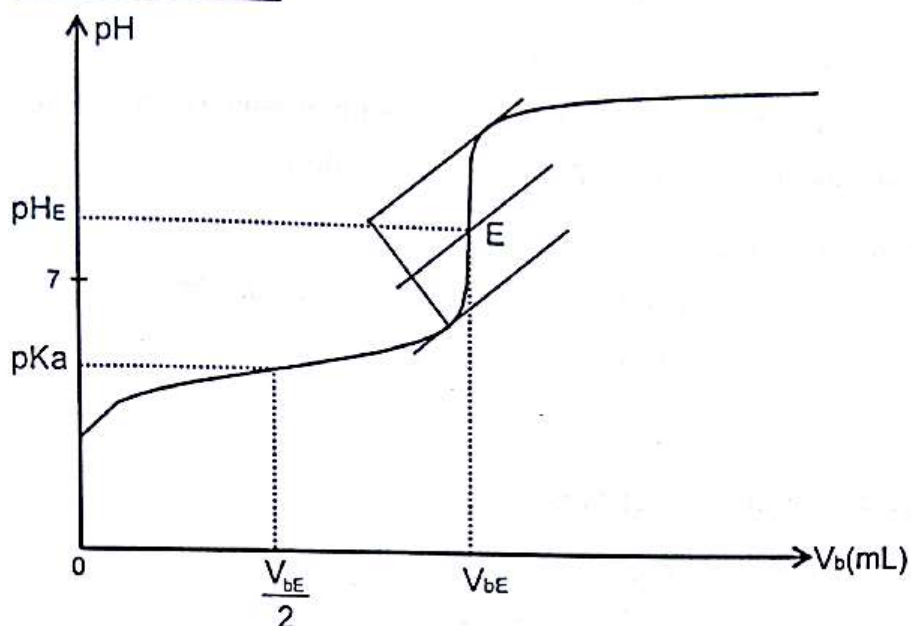
A l'équivalence :  $n_{OH^-} \text{ (versé)} = n_{\text{acide faible}} \text{ (initial)} \Rightarrow C_b V_{bE} = C_a V_a$

avec  $V_{bE}$  volume de base à l'équivalence et le pH du mélange est supérieur à 7.

##### b) Demi-équivalence

A la demi-équivalence, le volume de base versé est :  $V_{base} \text{ (versé)} = \frac{V_{bE}}{2}$  et le  $pH = pK_A$

c) Allure de la courbe



2.) REACTION ENTRE UNE BASE FAIBLE ET UN ACIDE FORT

2.1) Etude de la réaction

La réaction entre une base faible quelconque ( $A^-$  ou  $B$ ) et un acide fort quelconque est une réaction totale (une seule flèche) et exothermique entre la base faible et l'ion  $H_3O^+$  d'équation-bilan :  $A^- + H_3O^+ \longrightarrow AH + H_2O$  ou  $B + H_3O^+ \longrightarrow BH^+ + H_2O$

2.2) Etude de l'évolution du pH du mélange

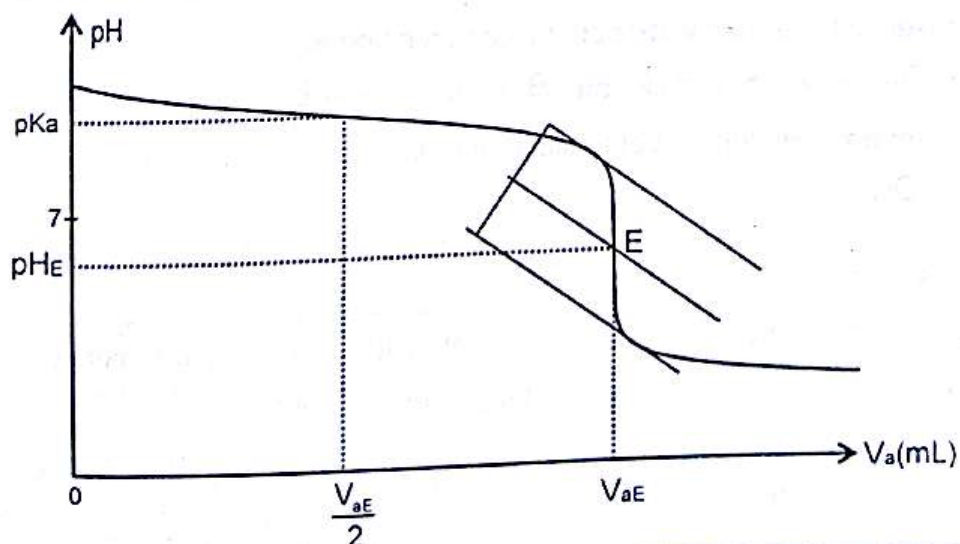
a) Equivalence acido-basique

A l'équivalence,  $n_{H_3O^+}(\text{versé}) = n_{\text{base faible}}(\text{initial}) \Rightarrow C_a V_{aE} = C_b V_b$  et le  $pH < 7$ .

b) Demi-équivalence

A la demi-équivalence, le volume d'acide fort versé est :  $V_{\text{acide}}(\text{versé}) = \frac{V_{aE}}{2}$  et  $pH = pK_a$ .

c) Allure de la courbe





### 3.) SOLUTIONS TAMPONS

#### 3.1 ) Définition (propriétés)

Une solution tampon est une solution dont :

- le pH varie peu quand on lui ajoute des quantités modérées d'acide ou de base ;
- le pH reste invariable sous l'effet d'une dilution modérée.

#### 3.2 ) Méthode de préparation

##### a) Mélange équimolaire d'acide faible et de sa base conjuguée

On mélange des quantités égales d'un acide faible et de sa base conjuguée :

$$n_{\text{acide faible}} = n_{\text{base faible}} \Leftrightarrow C_a V_a = C_b V_b$$

##### b) Mélange d'un acide faible et d'une base forte

À un volume d'acide faible, on ajoute la quantité de base forte pour atteindre

la demi-équivalence :  $n_{\text{base forte}} = \frac{n_{\text{acide faible}}}{2} \Leftrightarrow C_b V_b = \frac{C_a V_a}{2}$

##### c) Mélange d'un acide fort et d'une base faible

À une quantité donnée de base faible on ajoute la quantité d'acide fort pour atteindre

la demi-équivalence :  $n_{\text{acide fort}} = \frac{n_{\text{base faible}}}{2} \Leftrightarrow C_a V_a = \frac{C_b V_b}{2}$

### 4.) DOSAGES

#### 4.1 ) Définition

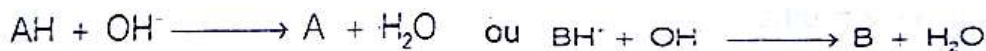
Doser ou titrer une espèce chimique dans une solution, c'est déterminer sa concentration.

#### 4.2 ) Principe

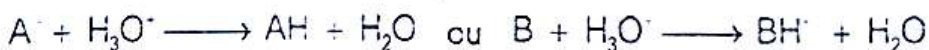
La réaction de dosage ou de titrage doit être unique, totale et rapide

#### 4.3 ) Exemples

- Pour doser un acide faible on peut utiliser une base forte.



- Pour doser une base faible on peut utiliser un acide fort.



- Pour doser un acide fort on peut utiliser une base forte ou vice-versa.



#### 4.4 ) Méthodes de dosage

- Dosage pH-métrique : tracer la courbe  $pH = f(V_{\text{versé}})$  et déterminer le volume à l'équivalence  $V_E$  par la méthode des tangentes parallèles.
- Dosage colorimétrique : déterminer le point d'équivalence par le changement de couleur de l'indicateur coloré dont la zone de virage contient le pH à l'équivalence.



## EXERCICES RESOLUS

### Exercice 1 (extrait Bac D Madagascar 2008)

On considère une solution aqueuse d'acide monochloroéthanoïque  $\text{CH}_2\text{ClCOOH}$  de concentration molaire  $C_A = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ . A  $25^\circ\text{C}$ , le pH de cette solution vaut 2,1.

- 1) Vérifier que l'acide monochloroéthanoïque est un acide faible.
- 2) Calculer le  $\text{pK}_A$  du couple  $\text{CH}_2\text{ClCOOH} / \text{CH}_2\text{ClCOO}^-$ .
- 3) Quel volume  $V_B$  d'une solution d'hydroxyde de sodium de concentration molaire  $C_B = 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$  doit-on ajouter à un volume  $V_A = 20 \text{ mL}$  de la solution d'acide monochloroéthanoïque pour obtenir une solution dont le pH est égal au  $\text{pK}_A$  ?

### Exercice 2 (extrait Bac D Madagascar 2009)

On neutralise  $10 \text{ cm}^3$  d'une solution de l'éthylamine  $\text{C}_2\text{H}_5\text{NH}_2$  par une solution d'acide chlorhydrique de concentration  $10^{-1} \text{ mol/L}$ . Il a fallu  $8,3 \text{ cm}^3$  d'acide pour atteindre le point d'équivalence. On a remarqué les points suivants :

$V_A(\text{mL})$	0	4,15	8,3
pH	11,8	10,8	6,6

- 1) Donner l'équation de la réaction acide base et le  $\text{pK}_A$  du couple  $\text{C}_2\text{H}_5\text{NH}_3^+ / \text{C}_2\text{H}_5\text{NH}_2$ .
- 2) Calculer la concentration de la solution basique.
- 3) Pour  $V_A = 0$ , calculer les concentrations des espèces chimiques dans la solution.

### Exercice 3 (extrait Bac série S2 Sénégal 2006)

- 1) On fabrique  $100 \text{ mL}$  d'une solution d'acide chlorhydrique à  $0,05 \text{ mol.L}^{-1}$  par dilution d'un volume  $V_1$  de solution d'acide chlorhydrique de concentration molaire à  $1 \text{ mol.L}^{-1}$ .

Déterminer le volume  $V_1$  et expliquer comment on réalise pratiquement cette opération.

- 2) La solution d'acide chlorhydrique  $0,05 \text{ mol.L}^{-1}$  est ajoutée progressivement à  $20 \text{ mL}$  d'une solution aqueuse de monoéthylamine ( $\text{C}_2\text{H}_5\text{NH}_2$ ) dans le but de doser celle-ci.

Un pH-mètre permet de suivre l'évolution du pH du mélange au cours de cette manipulation. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau ci-après où  $V_a$  représente le volume d'acide versé.

$V_a (\text{mL})$	0	5	10	15	20	25	30	35	36	38	40	43	45	50
pH	11,8	11,4	11,1	10,9	10,7	10,5	10,2	9,8	9,7	9,3	6,1	2,7	2,4	2,1

2.1. Ecrire l'équation de la réaction de dosage.

2.2. Tracer la courbe  $\text{pH} = f(V_a)$ . On prendra comme échelles :

en abscisses  $1 \text{ cm}$  pour  $4 \text{ mL}$ , en ordonnées  $1 \text{ cm}$  pour une unité de pH.



2.3. Déterminer les coordonnées du point équivalent par une méthode que l'on précisera.

2.4. En déduire :

a) La concentration molaire  $C_b$  de la solution de monoéthylamine.

b) Le  $pK_a$  du couple associé à la monoéthylamine.

3) Calculer les concentrations molaires volumiques des espèces présentes dans le mélange lorsque le volume d'acide versé est de 30 mL.

Retrouver la valeur du  $pK_a$  à l'aide des valeurs trouvées.

4) On désire préparer une solution tampon.

4.1. Qu'est ce qu'une solution tampon ? Quelles sont ses propriétés caractéristiques ?

4.2. Préciser la manière d'obtenir 100 mL d'une solution tampon à partir de la solution de monoéthylamine précédente et de la solution d'acide chlorhydrique  $0,05 \text{ mol.L}^{-1}$ .

**Exercice 4** (extrait Bac Blanc Lycée de Garçons de Bingerville 2003)

L'acide lactique, contenu dans le lait est un acide faible, de formule  $\text{CH}_3\text{CHOHCOOH}$ .

1. a) Ecrire l'équation-bilan de la réaction entre l'eau et l'acide lactique.

b) Préciser les couples acide-base intervenant dans cette réaction et le rôle de l'eau.

2. On dose  $V_a = 20 \text{ mL}$  de lait frais par une solution de soude de concentration  $C_b = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$ . On obtient le tableau de mesure suivant :

$V_b \text{ (mL)}$	0	2	4	6	8	10	11	11,5	12	12,5	13	14	16
pH	2,9	3,2	3,6	3,9	4,2	4,6	4,9	6,3	8	10,7	11	11,3	11,5

a) Tracer le graphe de la variation du pH en fonction du volume  $V_b$  de soude versé.

Echelle : 1 cm pour 1 mL et 1 cm pour 1 unité de pH

b) Ecrire l'équation-bilan de la réaction entre l'acide lactique et la soude.

c) Donner les coordonnées du point d'équivalence E.

d) Donner les coordonnées du point de demi-équivalence E'

- En déduire le  $pK_a$  de l'acide lactique.

- Quelles sont les propriétés du mélange obtenu.

e) Calculer la masse d'acide lactique contenu dans  $V = 1$  litre de lait frais.

f) On dispose des indicateurs colorés suivants :

- phénolphtaléine (8 – 10) ;

- rouge de crésol (7,2 – 8,8) ;

- rouge de méthyle (4,2 – 6,2).

Dire lequel convient pour ce dosage.



**Exercice 5** (extrait Bac D session normale 2003)

On prépare une solution A en versant dans un récipient 9,2 g d'acide méthanoïque  $\text{HCOOH}$  et la quantité d'eau distillée nécessaire pour que le volume total de la solution soit égal à 2 litres. Le pH de A est 2,4.

1. Ecrire l'équation d'ionisation de l'acide méthanoïque dans l'eau.
2.
  - 2.1. Montrer que la concentration molaire de la solution A vaut :  $C_A = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$ .
  - 2.2. L'acide méthanoïque est-il un acide fort ou un acide faible ? Justifier la réponse.
3. On dispose d'une solution B de soude de concentration molaire  $C_B = 1 \text{ mol.L}^{-1}$ .  
Calculer le volume  $V_B$  de la solution B qu'il faut ajouter à  $V_A = 0,5$  litre de la solution A pour arriver à l'équivalence acido-basique.
4. On prépare une solution C en versant, dans  $V_1 = 500 \text{ cm}^3$  de la solution A, un volume  $V_2 = 25 \text{ cm}^3$  de la solution B. Le pH de C est égal à 3,2.
  - 4.1. Calculer les concentrations molaires des diverses espèces chimiques présentes dans la solution C.
  - 4.2. En déduire le  $\text{pK}_a$  de l'acide méthanoïque.
  - 4.3. Quelles sont les propriétés de ce mélange ?

On donne :  $M(\text{H}) = 1 \text{ g.mol}^{-1}$  ;  $M(\text{C}) = 12 \text{ g.mol}^{-1}$  ;  $M(\text{Na}) = 23 \text{ g.mol}^{-1}$  ;  $M(\text{O}) = 16 \text{ g.mol}^{-1}$ .

**Exercice 6** (Extrait Bac D Session Normale 1999)

Toutes les expériences sont réalisées à  $25^\circ\text{C}$ .

On dispose d'une solution aqueuse d'acide méthanoïque  $\text{HCOOH}$  de concentration  $C = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$  et dont le pH est égal à 2,4.

- 1)
  - 1.1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction de cet acide avec l'eau.
  - 1.2. Calculer les concentrations des espèces chimiques présentes dans cette solution.
- 2) Dans un bécher contenant 25 mL de cet acide, on ajoute progressivement un volume  $V_b$  d'une solution d'hydroxyde de sodium de concentration  $C_b = 0,2 \text{ mol.L}^{-1}$ .
  - 2.1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction.
  - 2.2. Calculer le volume  $V_{be}$  d'hydroxyde de sodium à verser pour atteindre l'équivalence.
  - 2.3. A l'équivalence, le  $\text{pH} = 8,3$ . Expliquer pourquoi le mélange est basique.
  - 2.4. Le pH vaut 3,8 quand on a versé un volume d'hydroxyde de sodium  $V = 6,25 \text{ mL}$ .  
Montrer que cette valeur du pH correspond à celle du  $\text{pK}_a$  du couple  $\text{HCOOH}/\text{HCOO}^-$ .
  - 2.5. Vers quelle limite tend la valeur du pH de la solution finale quand on ajoutera une très grande quantité de solution d'hydroxyde de sodium ?
  - 2.6. En tenant compte des points remarquables, tracer l'allure de la courbe de variation du pH en fonction du volume  $V_b$  de solution d'hydroxyde de sodium versé.



### Exercice 7 : La vitamine C

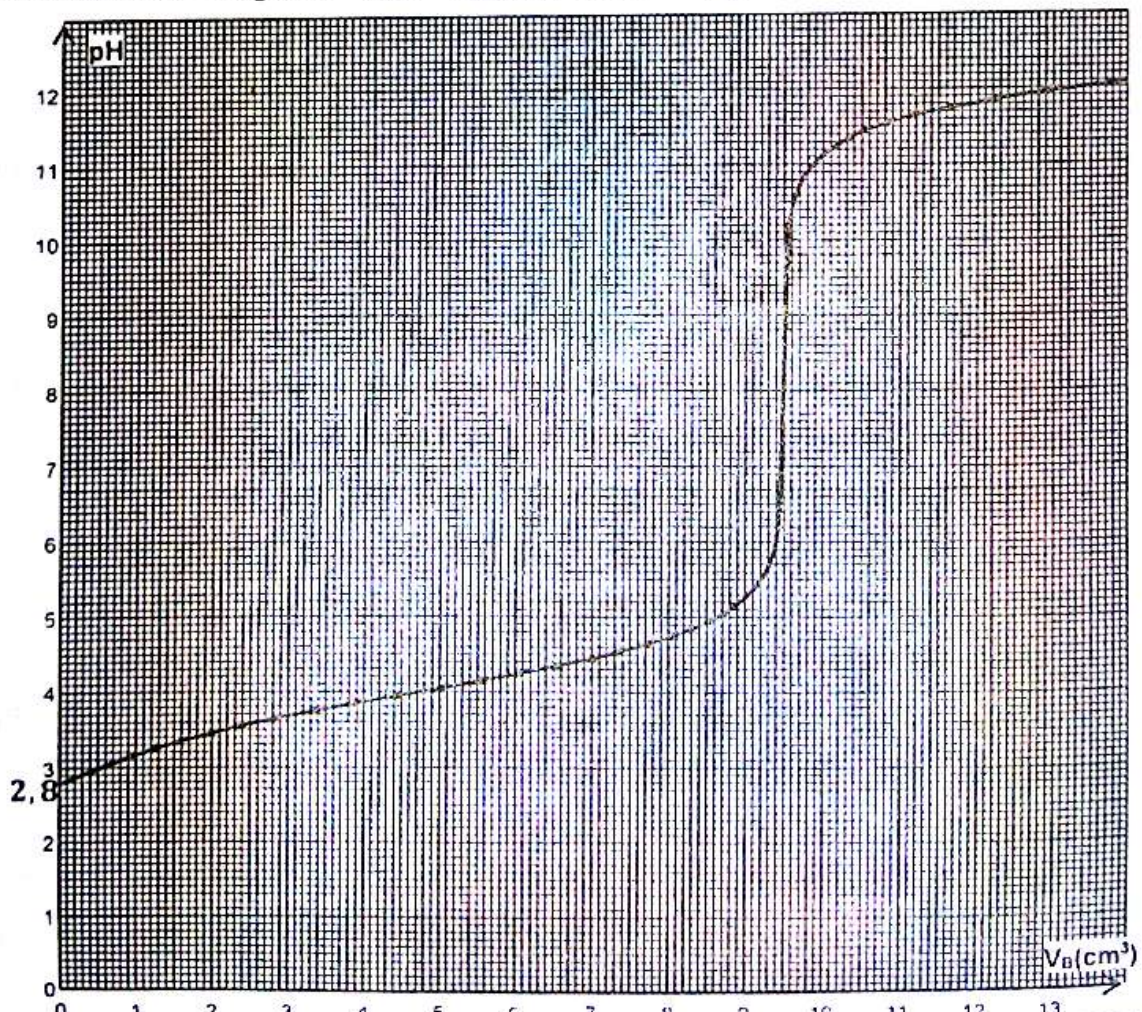
La vitamine C est de l'acide ascorbique de formule  $C_6H_8O_6$  que l'on considérera comme un monoacide. On dissout un comprimé contenant cette vitamine dans  $100,0 \text{ cm}^3$  d'eau distillée et on dose cette solution A par une solution d'hydroxyde de sodium à  $3,00 \cdot 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$ .

Seules les réactions acido-basiques seront prises en compte.

On obtient la courbe ci-dessous.

- 1- a- L'acide ascorbique est-il un acide fort ou faible ? Justifiez.  
b- Ecrivez l'équation bilan de sa réaction avec l'eau puis avec la soude.
- 2- A l'aide de cette courbe déterminez :  
a- les coordonnées du point d'équivalence ;  
b- le  $pK_a$  du couple acide base étudié ;  
c- la concentration de l'acide dans la solution A et la masse d'acide ascorbique dissoute dans les  $100,00 \text{ cm}^3$  d'eau.
- 3- a- Déterminez les concentrations de toutes les espèces présentes dans la solution A.  
b- Déduisez  $K_a$  et  $pK_a$  et comparer au résultat du 2b.
- 4- Calculez le coefficient d'ionisation de l'acide dans la solution A. Conclure

Données :  $M_C = 12 \text{ g.mol}^{-1}$  ;  $M_H = 1 \text{ g.mol}^{-1}$  ;  $M_O = 16 \text{ g.mol}^{-1}$ .





**Exercice 8** (Extrait Bac série S2 Sénégal 2000)

Un composé organique B a pour formule brute :  $C_2H_7N$

- 1) Donner les formules semi-développées possibles, les noms et classes de ces isomères.
- 2) Une solution aqueuse (S) du composé B de concentration molaire volumique  $C_b = 6,93 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$  a un pH égal à 11,8 à 25°C.

2.1. Le composé B est-il une base faible ou une base forte ? Pourquoi ?

2.2. Déterminer théoriquement la valeur du pKa du couple acide/base relatif à B.

- 3) Pour vérifier la valeur du pKa on procède au dosage d'un volume  $V_b = 30 \text{ mL}$  de (S). Ce dosage est réalisé avec une solution d'acide chlorhydrique de concentration molaire volumique  $C_a = 0,10 \text{ mol/L}$ . La courbe de variation du pH du milieu réactionnel est représentée sur une feuille de papier millimétré ci-dessous.

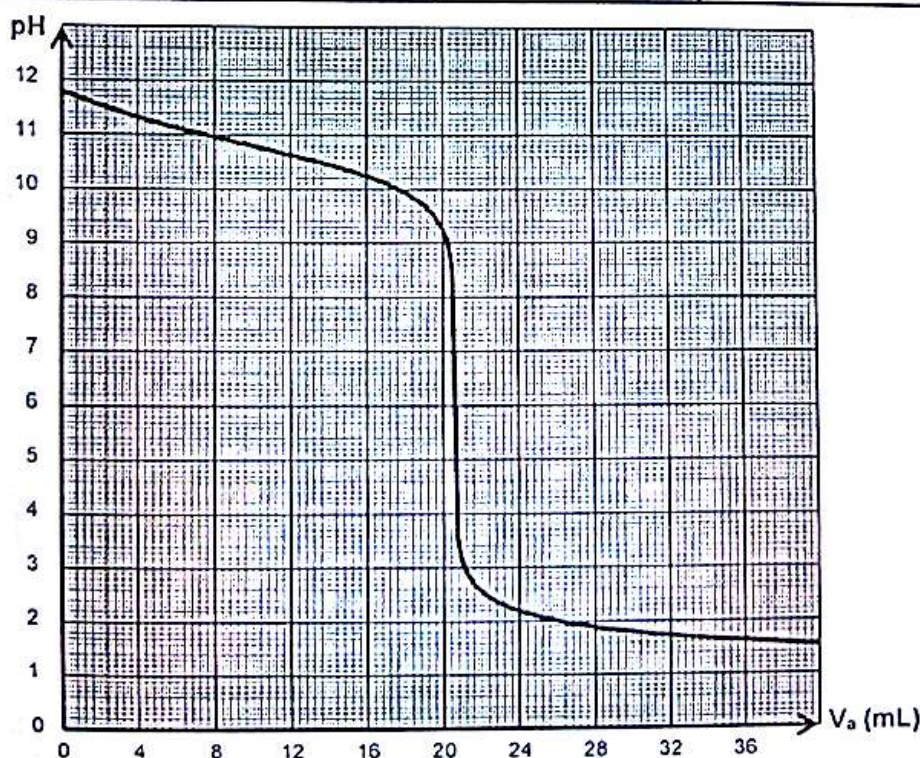
3.1. Déterminer graphiquement le point d'équivalence et en déduire ses coordonnées.

3.2. En quoi la courbe  $\text{pH} = f(V_a)$  confirme-t-elle la force de la base B explicitée à la question 2.1 ?

3.3. Déterminer graphiquement la valeur du pKa du couple acide/base relatif au composé B et la comparer à celle déterminée théoriquement à la question 2.2.

- 4) Lors du dosage de (S), on peut repérer le point d'équivalence en utilisant un indicateur coloré. Parmi les indicateurs colorés suivants, quel est le plus approprié pour repérer le point d'équivalence ? (Justification à l'appui).

Indicateur	Hélianthine	B.B.T.	Phénolphthaléine
Zone de virage	3,1 – 4,4	6,0 – 7,6	8,2 – 10





## EXERCICES DE PERFECTIONNEMENT

### Exercice 1 (extrait Bac série D 1<sup>er</sup> groupe NIGER session 2014)

- 1) a) Qu'appelle-t-on concentration massique, concentration molaire ?  
b) Calculer la concentration molaire de l'acide benzoïque lorsqu'on dissout une masse  $m$  de 122 g dans un litre d'eau. Données en  $\text{g.mol}^{-1}$  :  $M(\text{C}) = 12$  ;  $M(\text{O}) = 16$  ;  $M(\text{H}) = 1$ .
- 2) Le pH de cette solution vaut 2,1. Montrer que cet acide est faible et calculer son  $\text{pK}_a$ .
- 3) On se propose de doser cette solution avec une solution d'hydroxyde de potassium.
  - a) Faire un schéma annoté du dispositif expérimental permettant de réaliser le dosage. Ce dernier permettra de tracer la courbe  $\text{pH} = f(V)$  où  $V$  est le volume de l'hydroxyde de potassium versé.
  - b) Donner l'allure de la courbe  $\text{pH} = f(V)$  qu'on peut obtenir.
  - c) Situer le pH au point de l'équivalence par rapport au pH de l'eau pure et placer sur le graphe la valeur du  $\text{pK}_a$  du couple acide benzoïque / ion benzoate.

### Exercice 2

On dose  $20 \text{ cm}^3$  d'une solution d'acide éthanoïque de concentration  $C_a$  par une solution d'hydroxyde de sodium de concentration  $C_b$  et, à l'aide d'un pH-mètre, on suit l'évolution du pH. On obtient le tableau suivant :

$V_b (\text{cm}^3)$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
pH	2,85	3,8	4,2	4,4	4,6	4,7	4,8	4,9	5,1	
$V_b (\text{cm}^3)$	9	9,5	9,8	10	10,2	10,5	10,8	11	12	13
pH	5,4	5,9	7	8,75	10,5	11,4	11,8	12	12,4	12,6

- 1- Ecrire l'équation de réaction de dosage.
- 2- Tracer la courbe  $\text{pH} = f(V_b)$ .
- 3- Déterminer graphiquement les coordonnées du point équivalent et la valeur du  $\text{pK}_a$  du couple  $\text{CH}_3\text{COOH}/\text{CH}_3\text{COO}^-$ .
- 4- En utilisant le pH initial, déterminer la valeur de la concentration de l'acide éthanoïque  $C_a$  et en déduire celle de la solution d'hydroxyde de sodium  $C_b$ .
- 5- Parmi les indicateurs suivants, lequel pourrait-on choisir pour repérer l'équivalence ?

Indicateur	Couleur	pH	pH	Couleur
Phénolphtaléine	incolore	8,2	9,8	rouge – violet
Rouge de méthyl	rouge	4,4	6,2	jaune – orange
BBT	jaune	6,0	7,6	bleu



- 6- Comparer la force de cet acide à celle de l'acide méthanoïque sachant que le  $pK_a$  de  $HCOOH/HCOO^-$  est 3.8.
- 7- Donner deux méthodes, sans calculs, permettant d'obtenir une solution tampon de pH égal au  $pK_a$  du couple  $CH_3COOH/CH_3COO^-$  à partir de la solution d'acide éthanoïque précédente.

**Exercice 3** (extrait Bac Blanc Lycée Classique d'Abidjan 2008)

Au cours d'une séance de TP, des élèves réalisent par pH-métrie, le dosage de 20 mL d'une solution aqueuse d'ammoniac ( $NH_3$ ) de concentration molaire inconnue  $C_b$  par une solution d'acide chlorhydrique de concentration  $C_a = 0,10 \text{ mol/L}$ . Ils notent dans un tableau les résultats :

$V_A \text{ (mL)}$	0	0,5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
pH	10,90	10,60	10,35	10,05	9,85	9,70	9,50	9,35	9,20	9,00	8,80	8,40

$V_A \text{ (mL)}$	10,5	10,85	11	11,05	11,10	11,20	11,50	12	13	14	15	16
pH	8,10	7,45	6,20	5,05	3,70	3,20	2,80	2,50	2,15	2	1,90	1,80

- 1- Faire le schéma annoté du montage expérimental.
- 2- Tracer la courbe  $pH = f(V_A)$ . Echelle : 1 cm pour 1 mL ; 1 cm pour 1 unité de pH.
- 3- Déterminer graphiquement :
  - 3.1. les coordonnées du point d'équivalence E.
  - 3.2. le  $pK_a$  du couple  $NH_4^+/NH_3$ .
- 4- Calculer la concentration molaire  $C_b$  de la solution dosée.
- 5- Justifier pourquoi le  $pH_E$  à l'équivalence est inférieur à 7.
- 6- Donner le nom et les propriétés du mélange au cours du dosage pour  $pH = pK_a$ .
- 7- Calculer les concentrations molaires des espèces chimiques présentes dans le mélange à la demi-équivalence.
- 8- Parmi les indicateurs colorés suivants choisir celui qui convient pour ce dosage.  
Justifier la réponse.

Indicateurs colorés	phénolphtaléine	hélianthine	rouge de méthyle	bleu de bromothymol
Zone de virage	8,2 – 10	3,1 – 4,4	4,2 – 6,2	6,0 – 7,6



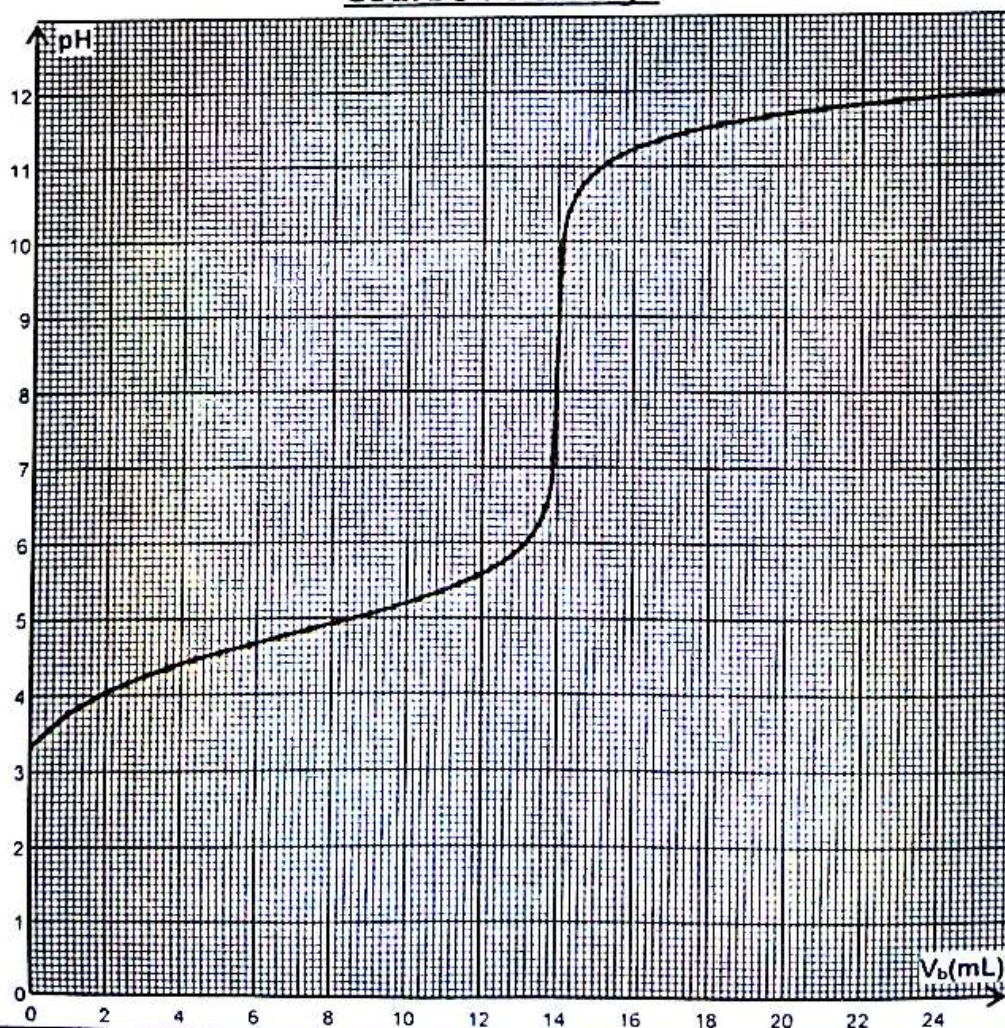
#### Exercice 4

On dose au pHmètre 100 mL d'une solution d'acide éthanóique par de l'hydroxyde de sodium de concentration molaire égale à  $0,10 \text{ mol.L}^{-1}$ .

- 1- Quelles électrodes faut-il utiliser pour ce dosage ?
- 2- Déterminer sur la courbe ci-dessous le pH et le volume de soude au point d'équivalence.
- 3- En déduire la concentration initiale  $C_0$  d'acide éthanóique.
- 4- Quelle constante caractéristique peut-on déduire à la demi-équivalence ?
- 5- Etablir la relation donnant le pH de la solution initiale d'acide éthanóique en fonction de  $C_0$  et de la constante trouvée précédemment.  
Calculer la valeur de ce pH et la comparer à celle qui est lue sur le graphe.
- 6- Quel indicateur coloré conviendrait pour repérer l'équivalence de ce dosage ?
- 7- Citer une autre méthode instrumentale de dosage de l'acide éthanóique.

Indicateur	Couleur	pH	pH	Couleur
Phénolphtaléine	incolore	8,2	9,8	rouge – violet
Rouge de méthyl	rouge	4,4	6,2	jaune – orange
BBT	jaune	6,0	7,6	bleu

**Courbe de dosage**





**Exercice 5** (extrait Bac séries S1 & S3 Sénégal 2013)

1) L'acide méthanoïque de formule  $\text{HCO}_2\text{H}$  a pour masse molaire  $M(\text{HCO}_2\text{H}) = 46,0 \text{ g.mol}^{-1}$ . Dans ce qui suit, la solution commerciale  $S_0$  d'acide méthanoïque utilisée a une masse volumique  $\rho = 1,15 \text{ kg.L}^{-1}$  et contient en masse 80,0% d'acide méthanoïque pur.

1.1. Montrer que la concentration  $C_0$  de la solution commerciale  $S_0$  est environ  $20 \text{ mol.L}^{-1}$ .

1.2. Un professeur propose, en TP, à un groupe d'élèves de préparer un volume  $V = 1,00 \text{ L}$  d'une solution  $S$  d'acide méthanoïque de concentration  $C = 5.10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ .

1.2.1. Déterminer le volume  $V_0$  de la solution  $S_0$  à prélever pour préparer  $S$ .

1.2.2. Décrire le protocole expérimental de préparation de la solution  $S$ .

1.2.3. La mesure du pH de la solution  $S$  obtenue montre que la concentration des ions hydronium est  $[\text{H}_3\text{O}^+] = 2,50.10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ .

Montrer que l'acide méthanoïque réagit partiellement avec l'eau.

2) Pour réaliser le dosage de 10 mL de la solution  $S$ , on dispose au laboratoire de solutions aqueuses de soude (ou d'hydroxyde de sodium).

2.1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction du dosage de l'acide méthanoïque par la soude.

2.2. Définir l'équivalence acido-basique.

2.3. Pour réaliser le dosage le groupe d'élèves dispose sur la paillasse de deux solutions aqueuses de soude  $S_1$  et  $S_2$  de concentrations molaires respectives :  $C_1 = 2,00.10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$  et  $C_2 = 2,5.10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ . Quelle est parmi ces deux solutions de soude, celle qui semble la plus adaptée au dosage ? Justifier votre réponse.

Données :  $\text{pK}_e = 14,0$  ;  $\text{pK}_a (\text{HCO}_2\text{H}/\text{HCOO}^-) = 3,8$ .

**Exercice 6** (extrait BTS AB 1993)

On souhaite réaliser une réaction enzymatique dans un milieu tamponné à  $\text{pH} = 7,4$ .

1- Connaissant les  $\text{pK}_a$  de l'acide phosphorique ( $\text{H}_3\text{PO}_4$ ), indiquer quel est le couple qui permet de réguler ce pH. Justifier la réponse. Que peut-on dire des autres espèces dérivant de l'acide phosphorique ?

On donne :  $\text{pK}_1 = 2,15$        $\text{pK}_2 = 7,2$        $\text{pK}_3 = 12,3$

2-

a- Ecrire la réaction prépondérante qui a lieu à  $\text{pH} = 7,4$ .

b- Calculer le rapport des concentrations des deux espèces prédominantes.

c- Sachant que la concentration totale de ces deux espèces est  $0,450 \text{ mol.L}^{-1}$ , en déduire la concentration de chacune d'elles.

3- La réaction enzymatique étudiée libère  $5,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$  d'ions  $\text{H}_3\text{O}^+$ .

a- Quel sera le pH de ce milieu tamponné ?

b- Quel serait ce pH dans l'eau pure, en l'absence de tampon ?



**Exercice 7** (extrait Bac D session normale 2004)

Dans cet exercice, les parties A et B sont indépendantes.

**Partie A**

Deux flacons, sans étiquettes, contiennent deux solutions acides  $A_1$  et  $A_2$ .

L'une est de l'acide méthanoïque et l'autre de l'acide chlorhydrique.

Pour identifier les solutions  $A_1$  et  $A_2$ , le professeur fournit à ses élèves les données suivantes :

- La mesure du pH de chaque solution est :  
pour  $A_1$ ,  $\text{pH} = 2,7$  ;  
pour  $A_2$ ,  $\text{pH} = 2$ .
- Le dosage d'un volume  $V_a = 50 \text{ mL}$  de chaque solution acide, par une solution d'hydroxyde de sodium de concentration  $C_b = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$  donne à l'équivalence :  
pour  $A_1$ ,  $V_{b1} = 25 \text{ mL}$  ;  
pour  $A_2$ ,  $V_{b2} = 10 \text{ mL}$ .

1. Calculer les concentrations initiales des solutions  $A_1$  et  $A_2$ .
2. Identifier les solutions  $A_1$  et  $A_2$ . Justifier votre réponse.
3. Ecrire l'équation bilan de la réaction pour chaque solution acide pendant le dosage.

**Partie B**

On dispose d'une solution d'acide HA de concentration molaire  $C_a = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$  dont le pH est égal à 2,7.

1. Ecrire l'équation de dissociation de cet acide dans l'eau.
2. Recenser et calculer les concentrations des espèces chimiques contenues dans cette solution.
3. En déduire le  $\text{pK}_a$  du couple  $\text{HA/A}^-$ .
4.
  - 4.1. Calculer le volume de solution d'hydroxyde de sodium de concentration  $C_b = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$  à verser dans 20 mL de la solution d'acide HA pour atteindre la demi-équivalence.
  - 4.2. Donner, pour la solution ainsi obtenue :
    - 4.2.1. le pH ;
    - 4.2.2. le nom et les propriétés.

**Exercice 8** (extrait Bac séries S2 Sénégal 2001)

On donne :  $M(H) = 1 \text{ g/mol}$  ;  $M(C) = 12 \text{ g/mol}$  ;  $M(N) = 14 \text{ g/mol}$ .

On prépare une solution aqueuse d'une monoamine saturée B en versant une masse  $m = 5,9 \text{ g}$  de cette amine dans de l'eau pure afin d'obtenir un volume  $V = 2 \text{ litres}$  de solution. On dose ensuite un volume  $V_B = 20 \text{ mL}$  de cette solution (B) à l'aide d'une solution (A) d'acide sulfurique (diacide fort) de concentration  $C_A = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$ .

Le pH-mètre permet de suivre l'évolution du pH du mélange au cours du dosage.

- 1) Donner l'allure de la courbe  $\text{pH} = f(V_A)$  avec  $V_A$  le volume de solution (A) versé
- 2) Cette courbe présente deux points remarquables :

- le point D de coordonnées  $V_D = 5 \text{ mL}$  et  $\text{pH}_D = 9,8$  ;
- le point équivalent E de coordonnées  $V_E = 10 \text{ mL}$  et  $\text{pH}_E = 6,0$ .

- a) Définir l'équivalence acido-basique.
  - b) Déterminer la concentration molaire volumique  $C_B$  de la solution (B).
  - c) Déterminer, alors, la formule brute de l'amine B.
- 3) On note  $\text{BH}^+$  l'acide conjugué de l'amine B.
- a) Ecrire l'équation bilan de la réaction de dosage.
  - b) En justifiant brièvement, donner la valeur du  $\text{pK}_A$  de ce couple acide/base.
  - c) Expliquer la valeur du pH à l'équivalence.
- 4) On donne le tableau suivant :

Amine	$\text{NH}_3$	$(\text{CH}_3)_2\text{NH}$	$(\text{CH}_3)_3\text{N}$
$\text{pK}_A$	9,2	10,8	9,8
Amine	$(\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{NH}$	$(\text{C}_2\text{H}_5)_3\text{N}$	$\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}_2\text{NH}_2$
$\text{pK}_A$	11,1	10,6	10,6

En déduire la formule semi-développée de l'amine B et son nom.

- 5) On revient au dosage de la question 1.
- a) Calculer les concentrations molaires volumiques des différentes espèces chimiques présentes dans la solution lorsqu'on se trouve au point D ( $V_D = 5 \text{ mL}$ ,  $\text{pH}_D = 9,8$ ).
  - b) Quelles sont les caractéristiques de cette solution ?
- 6) On donne la zone de virage du bleu de Bromothymol (BBT) :

0	jaune	6,2	verte	7,6	bleu	14
<div style="border-top: 1px solid black; width: 100%; margin-top: 5px;"></div>						
zone de virage						

Le BBT aurait-il pu être utilisé lors du dosage pour repérer l'équivalence ? Justifier.



**Exercice 1**

1) Vérifions que l'acide monochloroéthanoïque est un acide faible.

$$-\log C_A = -\log(5 \cdot 10^{-2}) = 1,3 \neq 2,1$$

On a :  $\text{pH} \neq -\log C_a$  donc l'acide monochloroéthanoïque est un acide faible.

2) Calculons le  $\text{pK}_a$  du couple  $\text{CH}_2\text{ClCOOH} / \text{CH}_2\text{ClCOO}^-$ .

Équation-bilan de la réaction de l'acide faible avec l'eau :



Inventaire des espèces chimiques :  $\text{H}_3\text{O}^+$ ,  $\text{OH}^-$ ,  $\text{CH}_2\text{ClCOO}^-$ ,  $\text{CH}_2\text{ClCOOH}$

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-2,1} = 7,94 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L} ;$$

$$[\text{OH}^-] = 10^{\text{pH}-14} = 10^{2,1-14} = 1,26 \cdot 10^{-12} \text{ mol/L}.$$

$$\text{Electroneutralité : } [\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] + [\text{CH}_2\text{ClCOO}^-]$$

$$\Rightarrow [\text{CH}_2\text{ClCOO}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] - [\text{OH}^-] \approx [\text{H}_3\text{O}^+] = 7,94 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

$$\text{Conservation de la matière : } C_a = [\text{CH}_2\text{ClCOO}^-] + [\text{CH}_2\text{ClCOOH}]$$

$$\Rightarrow [\text{CH}_2\text{ClCOOH}] = C_a - [\text{CH}_2\text{ClCOO}^-]$$

$$\Rightarrow [\text{CH}_2\text{ClCOOH}] = 5 \cdot 10^{-2} - 7,94 \cdot 10^{-3} = 4,206 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

$$\text{pH} = \text{pK}_a + \log \frac{[\text{Base}]}{[\text{Acide}]} = \text{pK}_a + \log \frac{[\text{CH}_2\text{ClCOO}^-]}{[\text{CH}_2\text{ClCOOH}]} \Rightarrow \text{pK}_a = \text{pH} - \log \frac{[\text{CH}_2\text{ClCOO}^-]}{[\text{CH}_2\text{ClCOOH}]}$$

$$\text{Application numérique : } \text{pK}_a = 2,1 - \log \left( \frac{7,94 \cdot 10^{-3}}{4,206 \cdot 10^{-2}} \right) = 2,82$$

3) Volume  $V_B$  de  $\text{NaOH}$  de  $C_B = 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  à ajouter à  $V_A = 20 \text{ mL}$  de  $\text{CH}_2\text{ClCOOH}$ .

Une solution dont le pH est égal au  $\text{pK}_a$  est une solution tampon qui est obtenue à la demi-équivalence. Ainsi on a :

$$n_{\text{base forte}} = \frac{n_{\text{acide faible}}}{2} \Leftrightarrow C_B V_B = \frac{C_A V_A}{2} \Rightarrow V_B = \frac{C_A V_A}{2 C_B}$$

$$\text{Application numérique : } V_B = \frac{5 \cdot 10^{-2} \times 20}{2 \times 10^{-1}} = 5 \text{ mL}$$



## CORRECTION

### Exercice 2 (extrait Bac D Madagascar 2009)

1) Equation de la réaction acide / base et  $pK_a$  du couple  $C_2H_5NH_3^+/C_2H_5NH_2$ .

Il s'agit d'une réaction de dosage donc la réaction est totale (une seule flèche).



A l'équivalence,  $V_{AE} = 8,3 \text{ cm}^3$  donc pour  $V_A = \frac{V_{AE}}{2} = \frac{8,3}{2} = 4,15 \text{ cm}^3$  on est à la demi-équivalence où  $pH = pK_a$ ; d'où d'après le tableau  $pK_a = 10,8$ .

2) Calculons la concentration de la solution basique.

$$\text{A l'équivalence, } C_B V_B = C_A V_{AE} \Rightarrow C_B = \frac{C_A V_{AE}}{V_B}$$

$$\text{Application numérique : } C_B = \frac{10^{-1} \times 8,3}{10} = 8,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

3) Pour  $V_A = 0$ , calculons les concentrations des espèces chimiques dans la solution.

Inventaire des espèces chimiques :  $H_3O^+$ ,  $OH^-$ ,  $C_2H_5NH_3^+$ ,  $C_2H_5NH_2$ ; (ou  $H_2O$ )

D'après le tableau, pour  $V_A = 0$ ,  $pH = 11,8$ .

- $[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-11,8} \text{ mol/L} = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ mol/L}$ ;

- $[OH^-] = 10^{pH-14} = 10^{11,8-14} = 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$ .

- Electroneutralité :  $[H_3O^+] + [C_2H_5NH_3^+] = [OH^-]$

$$\Rightarrow [C_2H_5NH_3^+] \approx [OH^-] = 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

- Conservation de la matière :  $C_B = [C_2H_5NH_3^+] + [C_2H_5NH_2]$

$$\Rightarrow [C_2H_5NH_2] = C_B - [C_2H_5NH_3^+]$$

$$\Rightarrow [C_2H_5NH_2] = 8,3 \cdot 10^{-2} - 6,3 \cdot 10^{-3} = 7,67 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

### Exercice 3 (extrait Bac série S2 Sénégal 2006)

1) Déterminons le volume  $V_1$  et expliquons comment on réalise cette opération.

Il s'agit d'une dilution au cours de laquelle la quantité de matière ne varie pas.

$$C_1 V_1 = C_2 V_2 \Rightarrow V_1 = \frac{C_2 V_2}{C_1} = \frac{0,05 \times 100 \cdot 10^{-3}}{1} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ L} = 5 \text{ mL}$$

Mode opératoire (comment on réalise cette opération)

- Verser une certaine quantité de la solution initiale de HCl dans un bécher ;
- Prélever dans ce bécher, 5 mL de cette solution à l'aide d'une pipette ;
- Verser les 5 mL de solution prélevée dans une fiole jaugée de 100 mL ;
- Compléter la fiole jaugée avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge à l'aide d'une pissette préalablement remplie d'eau distillée ;
- Rendre homogène la solution obtenue.



## CORRECTION

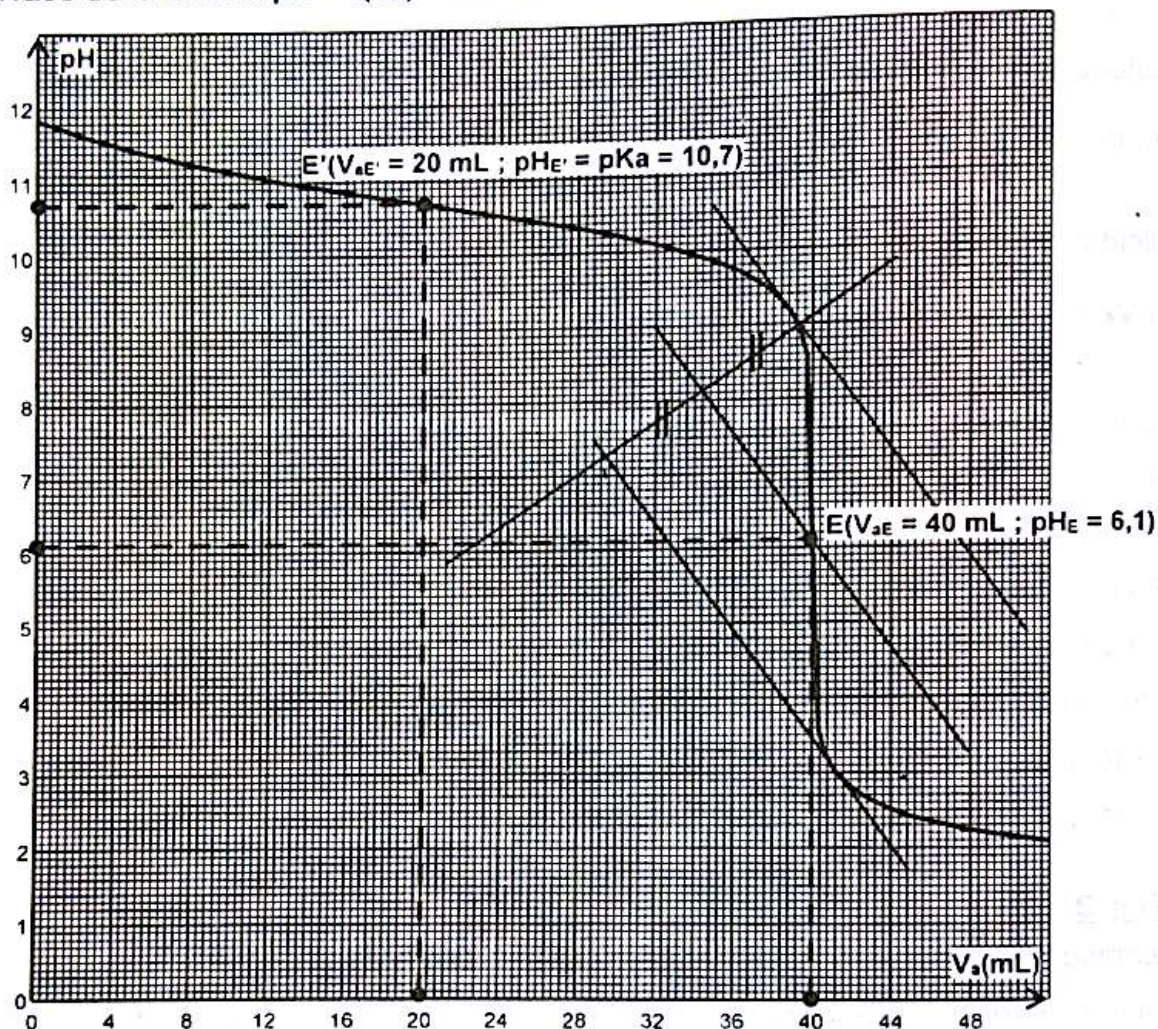
2) Dosage de 20 mL de monoéthylamine ( $\text{C}_2\text{H}_5\text{NH}_2$ ) par l'acide chlorhydrique à  $0,05 \text{ mol.L}^{-1}$

### 2.1. Equation de la réaction de dosage.

Il s'agit d'une réaction de dosage donc la réaction est totale (une seule flèche).



2.2. Tracé de la courbe  $\text{pH} = f(V_a)$ . Echelle : 1 cm pour 4 mL ; 1 cm pour une unité de pH



2.3. Déterminons les coordonnées du point équivalent en précisant la méthode utilisée.

On utilise la méthode des tangentes parallèles (voir courbe ci-dessus).

On trouve :  $E(V_{aE} = 40 \text{ mL} ; \text{pH} = 6,1)$

2.4. Déduisons :

a) La concentration molaire  $C_b$  de la solution de monoéthylamine.

$$\text{A l'équivalence, } C_a V_{aE} = C_b V_b \Rightarrow C_b = \frac{C_a V_{aE}}{V_b} = \frac{0,05 \times 40}{20} = 10^{-1} \text{ mol/L}$$

b) Le  $\text{pK}_a$  du couple associé à la monoéthylamine.

$$\text{A la demi-équivalence, } V_a = \frac{V_{aE}}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ mL et le pH correspondant est } 10,7$$

Donc le  $\text{pK}_a = \text{pH} = 10,7$



## CORRECTION

### 3) Concentrations molaires des espèces chimiques lorsque le volume versé est de 30 mL.

Remarque : lorsque le volume d'acide versé est de 30 mL, le pH du mélange vaut 10,2.

Inventaire des espèces chimiques :  $\text{H}_3\text{O}^+$ ,  $\text{OH}^-$ ,  $\text{CH}_3\text{NH}_3^+$ ,  $\text{CH}_3\text{NH}_2$ ,  $\text{Cl}^-$ ; (ou  $\text{H}_2\text{O}$ )

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-10,2} \approx 6,3 \cdot 10^{-11} \text{ mol/L}; [\text{OH}^-] = 10^{\text{pH}-14} = 10^{10,2-14} = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L}.$$

$$[\text{Cl}^-] = \frac{n_a}{V_a + V_b} = \frac{C_a V_a}{V_a + V_b} = \frac{5 \cdot 10^{-2} \times 30 \cdot 10^{-3}}{(30 + 20) \cdot 10^{-3}} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

$$\text{Electroneutralité : } [\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{CH}_3\text{NH}_3^+] = [\text{OH}^-] + [\text{Cl}^-]$$

$$\Rightarrow [\text{CH}_3\text{NH}_3^+] = [\text{OH}^-] + [\text{Cl}^-] - [\text{H}_3\text{O}^+] \approx [\text{Cl}^-] = \frac{C_a V_a}{V_a + V_b} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

$$\text{Conservation de la matière : } \frac{C_b V_b}{V_a + V_b} = [\text{CH}_3\text{NH}_3^+] + [\text{CH}_3\text{NH}_2]$$

$$\Rightarrow [\text{CH}_3\text{NH}_2] = \frac{C_b V_b}{V_a + V_b} - [\text{CH}_3\text{NH}_3^+] = \frac{C_b V_b}{V_a + V_b} - \frac{C_a V_a}{V_a + V_b} = \frac{C_b V_b - C_a V_a}{V_a + V_b}$$

$$\text{Application numérique : } [\text{CH}_3\text{NH}_2] = \frac{10^{-1} \times 20 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^{-2} \times 30 \cdot 10^{-3}}{(30 + 20) \cdot 10^{-3}} = 10^{-2} \text{ mol/L}$$

### 4) On désire préparer une solution tampon.

#### 4.1. Définition et propriétés caractéristiques d'une solution tampon

Une solution tampon est une solution contenant des composés qui s'opposent à la variation du pH. Plus précisément, une solution tampon est un mélange particulier capable de stabiliser la valeur du pH lorsqu'une petite quantité d'acide, de base ou de solvant lui est ajoutée.

#### 4.2. Manière d'obtenir 100 mL d'une solution tampon à partir des solutions précédentes

A la demi-équivalence d'un mélange de base faible et d'acide fort on a :

$$n_{\text{acide fort}} = \frac{n_{\text{base faible}}}{2} \Leftrightarrow C_a V_a = \frac{C_b V_b}{2} \Rightarrow 0,05 \times V_a = \frac{0,1 \times V_b}{2} \Rightarrow V_a = V_b$$

$$\text{Or } V_a + V_b = 100 \Rightarrow V_a + V_a = 100 \Rightarrow 2V_a = 100 \Rightarrow V_a = V_b = \frac{100}{2} = 50 \text{ cm}^3$$

Donc il faut 50 cm<sup>3</sup> de HCl à 0,05 mol/L et 50 cm<sup>3</sup> de monoéthylamine à 0,1 mol/L.

### Exercice 4 (extrait Bac Blanc Lycée de Garçons de Bingerville 2003)

#### 1. a) Equation-bilan de la réaction entre l'eau et l'acide lactique.

Il s'agit de la réaction d'un acide faible avec l'eau donc la réaction est limitée (double flèche) :  $\text{CH}_3\text{CHOHCOOH} + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{H}_3\text{O}^+ + \text{CH}_3\text{CHOHCOO}^-$

#### b) Couples acide-base intervenant dans cette réaction et le rôle de l'eau.

- **Couples acide/base**

- Couple de l'acide lactique :  $\text{CH}_3\text{CHOHCOOH} / \text{CH}_3\text{CHOHCOO}^-$  ;

- Couple de l'eau :  $\text{H}_3\text{O}^+ / \text{H}_2\text{O}$ .

- **Rôle de l'eau** : c'est un solvant (sert à dissoudre l'acide lactique).

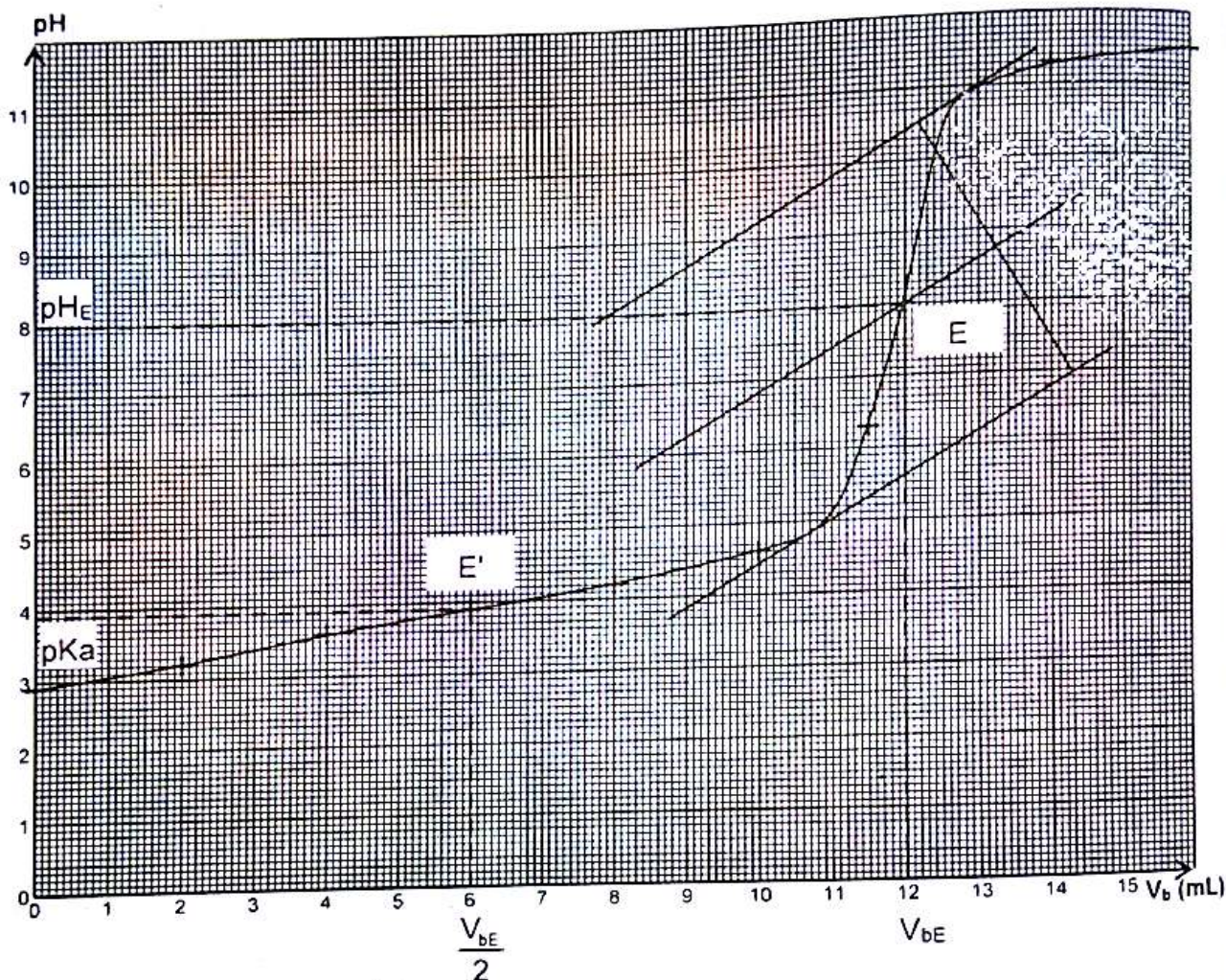


## CORRECTION

2. On dose  $V_a = 20$  mL de lait frais par une solution de soude de  $C_b = 5 \cdot 10^{-2}$  mol/L.

a) Graphe de la variation du pH en fonction du volume  $V_b$  de soude versé.

Echelle : 1 cm  $\rightarrow$  1 mL et 1 cm  $\rightarrow$  1 unité de pH



b) Equation-bilan de la réaction entre l'acide lactique et la soude.

Il s'agit d'une réaction de dosage d'un acide faible par une base forte ; c'est une réaction totale (une seule flèche) :



c) Coordonnées du point d'équivalence E.

En utilisant la méthode des tangentes parallèles (voir courbe ci-dessus) on obtient :  $E(V_{bE} = 12 \text{ mL} ; \text{pH}_E = 8)$ .

d) Coordonnées du point de demi-équivalence  $E'$

$$V_{bE} = 12 \text{ mL} \text{ donc } \frac{V_{bE}}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ mL}$$

Pour  $V_b = 6 \text{ mL}$  ;  $\text{pH} = 3,9$  donc on a :  $E'(V_{bE'} = 6 \text{ mL} ; \text{pH}_{E'} = 3,9)$ .

-  $\text{pKa}$  de l'acide lactique.

A la demi-équivalence,  $\text{pH} = \text{pKa}$  donc  $\text{pKa} = 3,9$ .



## CORRECTION

- Les propriétés du mélange obtenu.

A la demi-équivalence du dosage d'un acide faible par une base forte la solution obtenue est une solution tampon dont :

- le pH varie peu quand on lui ajoute des quantités modérées d'acide ou de base ;
- le pH reste invariable sous l'effet d'une dilution modérée.

e) Masse d'acide lactique contenu dans  $V = 1$  litre de lait frais.

$$m_a = n_a \times M_a = C_a \times V \times M_a ;$$

$$\text{A l'équivalence on a : } C_a V_a = C_b V_{bE} \Rightarrow C_a = \frac{C_b V_{bE}}{V_a} = \frac{5 \cdot 10^{-2} \times 12}{20} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

$$\Rightarrow m_a = 3 \cdot 10^{-2} \times 1 \times (12 \times 3 + 1 \times 6 + 16 \times 3) = 2,7 \text{ g}$$

f) L'indicateur coloré qui convient pour ce dosage.

La phénolphthaléine et le rouge de crésol peuvent être utilisés pour ce dosage car leurs zones de virage contiennent le pH à l'équivalence.

Déterminons le plus approprié.

$$\Delta \text{pH}_{\text{phénolphthaléine}} = 10 - 8 = 2 ; \Delta \text{pH}_{\text{rouge de crésol}} = 8,8 - 7,2 = 1,6$$

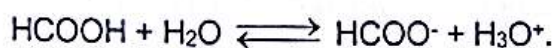
Donc le plus approprié de ces deux indicateurs colorés est le rouge de crésol car :

$$\Delta \text{pH}_{\text{rouge de crésol}} < \Delta \text{pH}_{\text{phénolphthaléine}}.$$

### Exercice 5 (Extrait Bac D Session Normale 2003)

#### 1. Equation d'ionisation de l'acide méthanoïque

Il s'agit de la réaction d'un acide faible avec l'eau ; c'est une réaction limitée (double flèche)



#### 2. Déterminons :

##### 2.1. la concentration molaire de A

$$C_A = \frac{n_{\text{HCOOH}}}{V_A} = \frac{m_{\text{HCOOH}}}{M_{\text{HCOOH}} \times V_A} = \frac{9,2}{46 \times 2} = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}.$$

##### 2.2. la nature de l'acide méthanoïque HCOOH

$$\text{pH} = 2,4 \text{ et } -\text{Log} C_A = 1 \Rightarrow \text{pH} \neq -\text{Log} C_A$$

D'où l'acide méthanoïque HCOOH est un acide faible.

#### 3. Volume $V_B$ de la solution B à ajouter à $V_A = 0,5$ L de A pour atteindre l'équivalence.

$$\text{A l'équivalence, } C_A V_A = C_B V_B \Rightarrow V_B = \frac{C_A V_A}{C_B}.$$

$$\text{Application numérique : } V_B = \frac{0,1 \times 0,5}{1} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ L} = 50 \text{ cm}^3$$



## CORRECTION

4. On verse  $V_2 = 25 \text{ cm}^3$  de B dans  $V_1 = 500 \text{ cm}^3$  de A et on obtient la solution C

### 4.1. Concentration des espèces chimiques présentes dans la solution C

Bilan des espèces :  $\text{H}_3\text{O}^+$ ,  $\text{OH}^-$ ,  $\text{Na}^+$ ,  $\text{HCOOH}$ ,  $\text{HCOO}^-$ ,  $\text{H}_2\text{O}$

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-3,8} = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L} ;$$

$$[\text{OH}^-] = 10^{\text{pH}-14} = 10^{3,8-14} = 6,3 \cdot 10^{-11} \text{ mol/L}.$$

$$[\text{Na}^+] = \frac{C_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{1 \times 25}{500 + 25} = 4,76 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

$$\text{Electroneutralité : } [\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{Na}^+] = [\text{OH}^-] + [\text{HCOO}^-]$$

$$\Rightarrow [\text{HCOO}^-] = [\text{Na}^+] + [\text{H}_3\text{O}^+] - [\text{OH}^-] \approx [\text{Na}^+] = 4,76 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

$$\text{Conservation de la matière : } \frac{C_1 V_1}{V_1 + V_2} = [\text{HCOO}^-] + [\text{HCOOH}]$$

$$\Rightarrow [\text{HCOOH}] = \frac{C_1 V_1}{V_1 + V_2} - [\text{HCOO}^-] = \frac{C_1 V_1}{V_1 + V_2} - \frac{C_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{C_1 V_1 - C_2 V_2}{V_1 + V_2}$$

$$\Rightarrow [\text{HCOOH}] = \frac{0,1 \times 500 - 1 \times 25}{500 + 25} = 4,76 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

### 4.2. Valeur du $\text{pK}_a$

$$\text{pH} = \text{pK}_a + \log \frac{[\text{HCOO}^-]}{[\text{HCOOH}]} \Rightarrow \text{pK}_a = \text{pH} - \log \frac{[\text{HCOO}^-]}{[\text{HCOOH}]}$$

$$\text{or } [\text{HCOO}^-] = [\text{HCOOH}] = 4,76 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L} \text{ donc } \log \frac{[\text{HCOO}^-]}{[\text{HCOOH}]} = \log 1 = 0$$

$$\text{d'où } \text{pK}_a = \text{pH} = 3,8$$

### 4.3. Propriétés du mélange

C'est une solution tampon dont :

- le pH varie peu quand on lui ajoute des quantités modérées d'acide ou de base ;
- le pH reste invariable sous l'effet d'une dilution modérée.

**Exercice 6** (Extrait Bac D Session Normale 1999)

1)

1.1. Ecrivons l'équation-bilan de la réaction de cet acide avec l'eau.

HCOOH est un acide faible donc sa réaction avec l'eau est limitée (double flèche) :



1.2. Calcul des concentrations des espèces chimiques présentes dans cette solution.

- Bilan des espèces en présence : HCOOH ; HCOO<sup>-</sup> ; H<sub>3</sub>O<sup>+</sup> ; OH<sup>-</sup>

- Calcul des concentrations

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-2,4} \approx 4 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L ;}$$

$$[\text{OH}^-] = 10^{\text{pH} - 14} = 10^{2,4 - 14} = 2,5 \cdot 10^{-12} \text{ mol/L ;}$$

$$\text{Electroneutralité : } [\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] + [\text{HCOO}^-]$$

$$\Rightarrow [\text{HCOO}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] - [\text{OH}^-] \approx [\text{H}_3\text{O}^+] = 4 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

$$\text{Conservation de la matière : } C = [\text{HCOOH}] + [\text{HCOO}^-]$$

$$\Rightarrow [\text{HCOOH}] = C - [\text{HCOO}^-] \Rightarrow [\text{HCOOH}] = 0,1 - 4 \cdot 10^{-3} = 9,6 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

2) Dans un bécher contenant 25 mL de cet acide, on ajoute V<sub>b</sub> de NaOH (C<sub>b</sub> = 0,2 mol.L<sup>-1</sup>).

2.1. Ecriture de l'équation-bilan de la réaction.

Il s'agit d'une réaction de dosage d'un acide faible par une base forte ; c'est une réaction totale (une seule flèche) :



2.2. Calcul du volume V<sub>be</sub> d'hydroxyde de sodium à verser pour atteindre l'équivalence.

$$\text{A l'équivalence on a : } C_a V_a = C_b V_{be} \Rightarrow V_{be} = \frac{C_a V_a}{C_b}$$

$$\text{Application numérique : } V_{be} = \frac{0,1 \times 25}{0,2} = 12,5 \text{ mL}$$

2.3. A l'équivalence, le pH = 8,3. Expliquons pourquoi le mélange est basique.

A l'équivalence, tout l'acide a été consommé il ne reste que la base (HCOO<sup>-</sup> ; Na<sup>+</sup>).

2.4. Le pH vaut 3,8 quand on a versé un volume d'hydroxyde de sodium V = 6,25 mL.

Montrons que la valeur du pH correspond à celle du pK<sub>a</sub> du couple HCOOH/HCOO<sup>-</sup>

$$6,25 \text{ mL} = \frac{12,5}{2} = \frac{V_{be}}{2}$$

Donc nous sommes à la demi-équivalence quand on a versé un volume d'hydroxyde de sodium V = 6,25 mL. De plus à la demi-équivalence, pH = pK<sub>a</sub> donc pK<sub>a</sub> = 3,8.

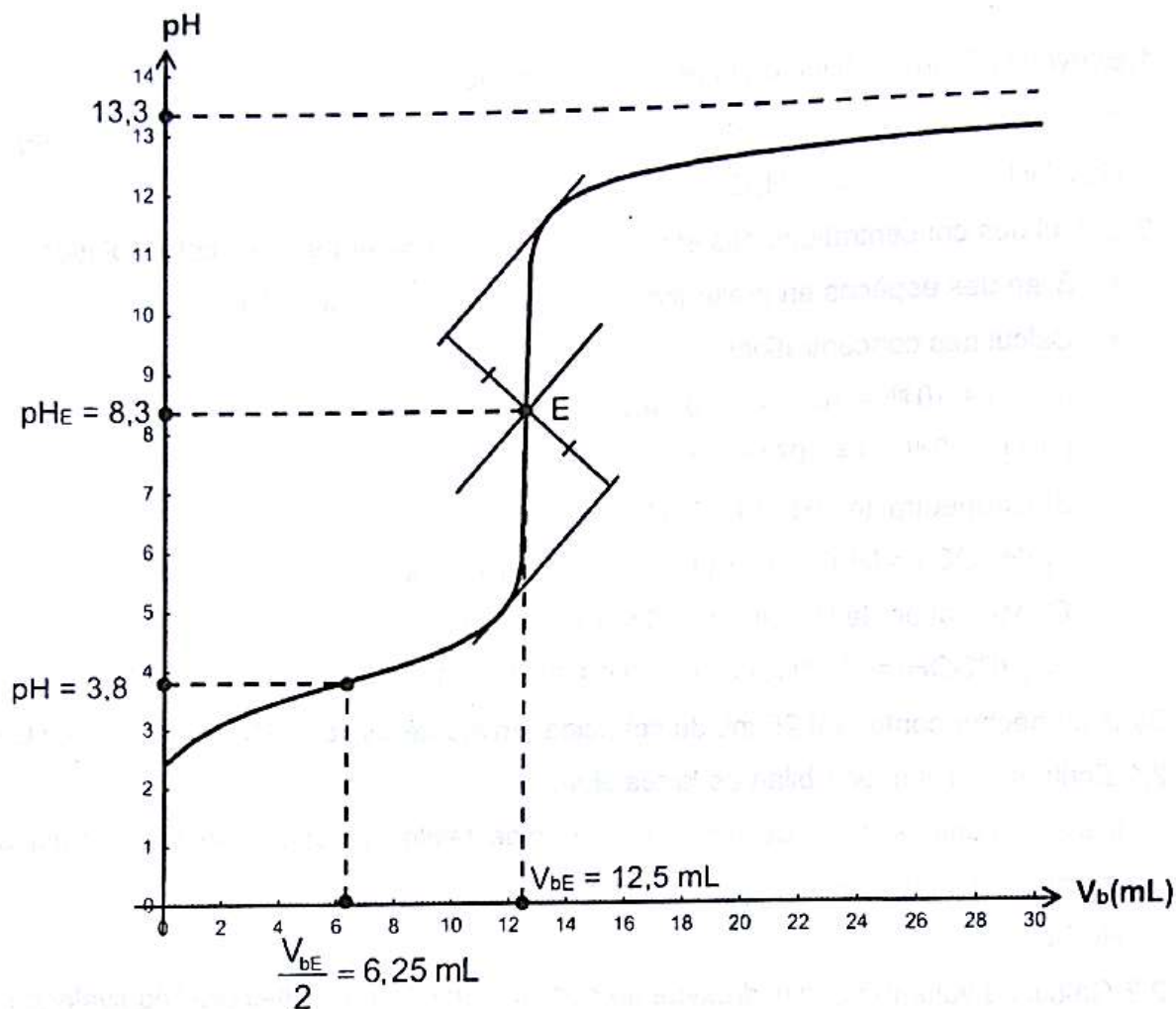
2.5. Valeur limite du pH de la solution quand on ajoute une très grande quantité de NaOH

Quand on ajoute une très grande quantité de solution d'hydroxyde de sodium la solution finale tend vers une solution d'hydroxyde de sodium qui est une base forte.

Donc le pH tend vers la valeur limite suivante :  $14 + \log C_b = 14 + \log(0,2) = 13,3$ .



2.6. Allure de la courbe de  $\text{pH} = f(V_b)$  en tenant compte des points remarquables.



- A l'équivalence de cet dosage,  $\text{pH}_E = 8,3 > 7$  et  $V_{bE} = 12,5 \text{ mL}$ .
- A la demi-équivalence,  $\text{pH} = \text{pK}_a = 3,8$  et  $V_b = \frac{V_{bE}}{2} = \frac{12,5}{2} = 6,25 \text{ mL}$ .
- Pour  $V_b$  très grand, on a :  $\text{pH}_{\text{lim}} = 14 + \log(C_b) = 14 + \log(2 \cdot 10^{-1}) = 13,3$ .

### Exercice 7 : La vitamine C

1- a- Montrons si l'acide ascorbique est un acide fort ou faible.

On remarque que le pH à l'équivalence est supérieur à 7 ; l'acide ascorbique est donc un acide faible. On peut également remarquer que la courbe de dosage présente deux points d'inflexion (à l'équivalence et à la demi-équivalence).

b- Equation bilan de sa réaction avec l'eau puis avec la soude.

➤ Réaction de l'acide faible avec l'eau (réaction limitée donc double flèche) :



➤ Réaction de l'acide faible avec la soude (réaction totale donc une flèche) :



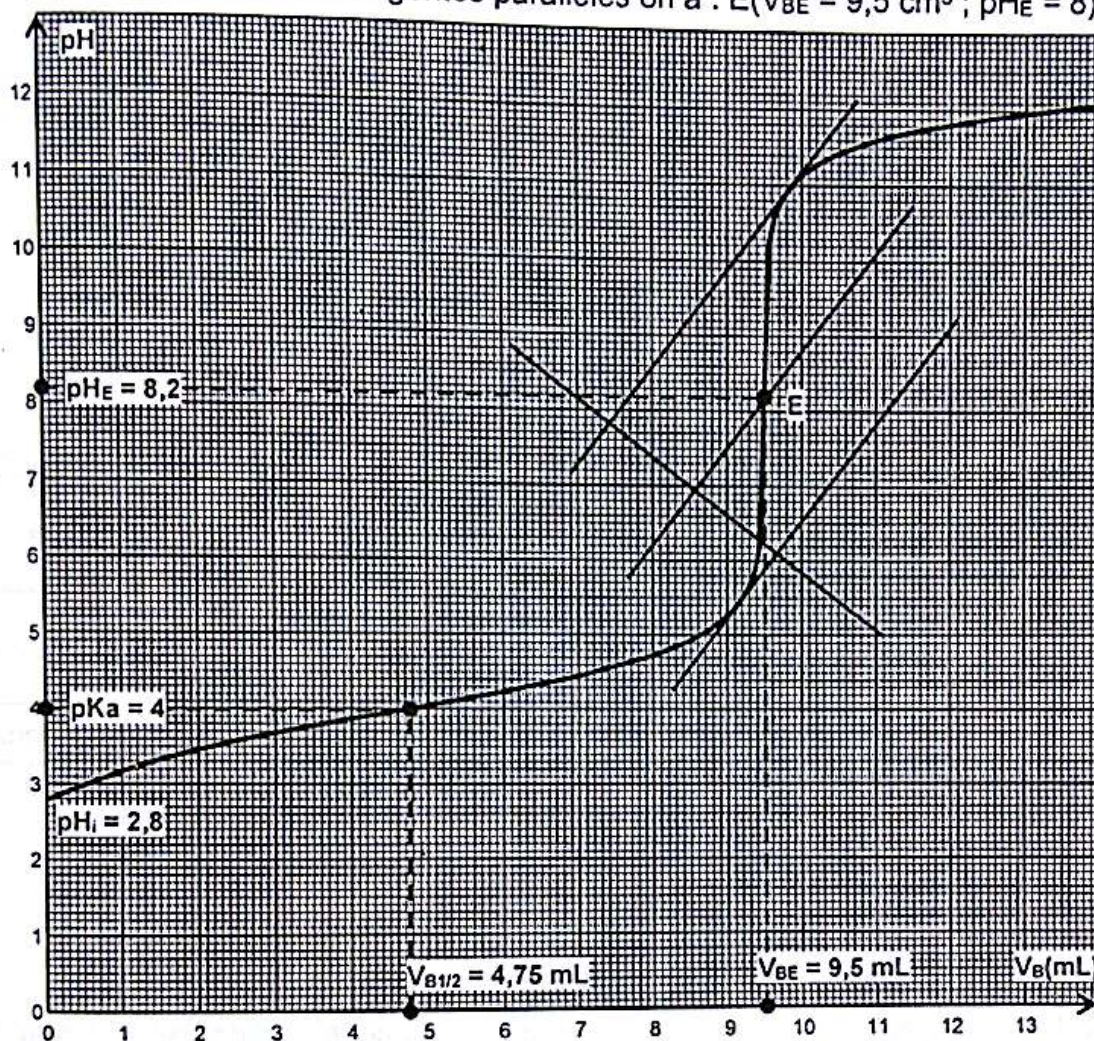


## CORRECTION

2- A l'aide de la courbe déterminons :

a- Les coordonnées du point d'équivalence E.

D'après la méthode des tangentes parallèles on a :  $E(V_{BE} = 9,5 \text{ cm}^3 ; \text{pH}_E = 8)$



b- le  $\text{pKa}$  du couple acide/base étudié ;

A la demi-équivalence,  $V_{B1/2} = \frac{V_{BE}}{2} = \frac{9,5}{2} = 4,75 \text{ cm}^3$  et  $\text{pH} = \text{pKa}$  donc  $\text{pKa} = 4$ .

c- la concentration de l'acide dans A et la masse d'acide dissoute dans  $100 \text{ cm}^3$  d'eau.

A l'équivalence,  $C_B V_{BE} = C_A V_A \Rightarrow C_A = \frac{C_B V_{BE}}{V_A} \Rightarrow C_A = \frac{3 \cdot 10^{-1} \times 9,5}{100} = 2,85 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$

$m_{\text{acide}} = n_0 \times M_{\text{acide}} = C_A V_A M_{\text{acide}} = 2,85 \cdot 10^{-2} \times 0,1 \times (6 \times 12 + 8 + 6 \times 16) = 0,5016 \text{ g}$

3- a- Déterminons les concentrations des espèces présentes dans la solution A.

Inventaire des espèces chimiques :  $\text{H}_3\text{O}^+$ ,  $\text{OH}^-$ ,  $\text{C}_6\text{H}_7\text{O}_6^-$ ,  $\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_6$ .

D'après la courbe le pH de la solution initiale d'acide ascorbique est  $\text{pH} = 2,8$ .

$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-2,8} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$  ;  $[\text{OH}^-] = 10^{\text{pH}-14} = 10^{2,8-14} = 6,3 \cdot 10^{-12} \text{ mol/L}$ .

Electroneutralité :  $[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] + [\text{C}_6\text{H}_7\text{O}_6^-]$

$\Rightarrow [\text{C}_6\text{H}_7\text{O}_6^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] - [\text{OH}^-] \approx [\text{H}_3\text{O}^+] = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$

Conservation de la matière :  $C_A = [\text{C}_6\text{H}_7\text{O}_6^-] + [\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_6]$

$\Rightarrow [\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_6] = C_A - [\text{C}_6\text{H}_7\text{O}_6^-] \Rightarrow [\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_6] = 2,85 \cdot 10^{-2} - 1,6 \cdot 10^{-3} = 2,69 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$



## CORRECTION

c- Déduisons  $K_a$  et  $pK_a$  et comparons au résultat du 2b.

$$K_a = \frac{[\text{Base}] \times [\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{Acide}]} = \frac{[\text{C}_6\text{H}_7\text{O}_6^-] \times [\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_6]} = \frac{1,6 \cdot 10^{-3} \times 1,6 \cdot 10^{-3}}{2,69 \cdot 10^{-2}} = 9,5 \cdot 10^{-5}$$

$$pK_a = -\log(K_a) = -\log(9,5 \cdot 10^{-5}) \approx 4,02$$

Le  $pK_a$  trouvé correspond à celui lu sur la courbe de dosage.

4- Calculons le coefficient d'ionisation de l'acide dans la solution A et conclusion.

$$\alpha = \frac{[\text{C}_6\text{H}_7\text{O}_6^-]}{C_A} \simeq \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{C_A} = \frac{10^{-\text{pH}}}{C_A} = \frac{1,6 \cdot 10^{-3}}{2,85 \cdot 10^{-2}} = 0,056 \text{ soit } 5,6\%$$

$\Rightarrow \alpha < 1$  ou  $\alpha < 100\%$  donc cela confirme que l'acide ascorbique est un acide faible.

### Exercice 8 (Extrait Bac série S2 Sénégal 2000)

1) Formules semi-développées possibles, noms et classes de ces isomères

Formule brute	Formule semi-développée	Nom	Classe
$\text{C}_2\text{H}_7\text{N}$	$\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-NH}_2$	éthanamine ou éthylamine	amine primaire
	$\text{CH}_3\text{-NH-CH}_3$	diméthylamine	amine secondaire

2) Une solution aqueuse (S) de B de  $C_b = 6,93 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$  a un  $\text{pH} = 11,8$  à  $25^\circ\text{C}$

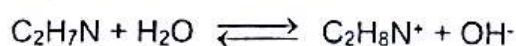
2.1. Déterminons la force de la base

$$14 + \log C_b = 14 + \log(6,93 \cdot 10^{-2}) = 12,8 \neq 11,8$$

$\text{pH}$  différent de  $14 + \log C_b$ , on peut dire que la base est faible.

2.3. Déterminons théoriquement la valeur du  $pK_a$  du couple acide/base relatif à B.

✓ Equation bilan de la réaction de la base faible avec l'eau



✓ Bilans des espèces chimiques :  $\text{H}_3\text{O}^+$  ;  $\text{OH}^-$  ;  $\text{C}_2\text{H}_8\text{N}^+$  ;  $\text{C}_2\text{H}_7\text{N}$

✓ Calcul des concentrations :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-11,8} \approx 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ mol/L ;}$$

$$[\text{OH}^-] = 10^{\text{pH}-14} = 10^{11,8-14} = 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L.}$$

$$\text{Electroneutralité : } [\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{C}_2\text{H}_8\text{N}^+] = [\text{OH}^-]$$

$$\Rightarrow [\text{C}_2\text{H}_8\text{N}^+] = [\text{OH}^-] - [\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] = 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

$$\text{Conservation de la matière : } C_b = [\text{C}_2\text{H}_8\text{N}^+] + [\text{C}_2\text{H}_7\text{N}]$$

$$\Rightarrow [\text{C}_2\text{H}_7\text{N}] = C_b - [\text{C}_2\text{H}_8\text{N}^+] = 6,93 \cdot 10^{-2} - 6,3 \cdot 10^{-3} = 6,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

✓ Valeur du  $pK_a$

$$K_a = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+] \times [\text{C}_2\text{H}_7\text{N}]}{[\text{C}_2\text{H}_8\text{N}^+]} = \frac{1,6 \cdot 10^{-12} \times 6,3 \cdot 10^{-2}}{6,3 \cdot 10^{-3}} = 1,6 \cdot 10^{-11}$$

$$pK_a = -\log K_a = -\log(1,6 \cdot 10^{-11}) = 10,8$$



## CORRECTION

3) Pour vérifier la valeur du  $pK_a$  on procède au dosage d'un volume  $V_b = 30 \text{ mL}$  de (S)

### 3.1. Détermination graphique de E

D'après la méthode des tangentes parallèles (voir courbe ci-après) on trouve :  
 $E(V_E = 20,6 \text{ mL} ; pH_E = 6,1)$

### 3.2. Confirmation de la force de la base B par la courbe $pH = f(V_a)$

À l'équivalence  $pH < 7$  (ou bien la courbe présente deux points d'inflexion) montre que la base est faible.

### 3.3. Déterminons graphiquement la valeur du $pK_a$ du couple acide/base

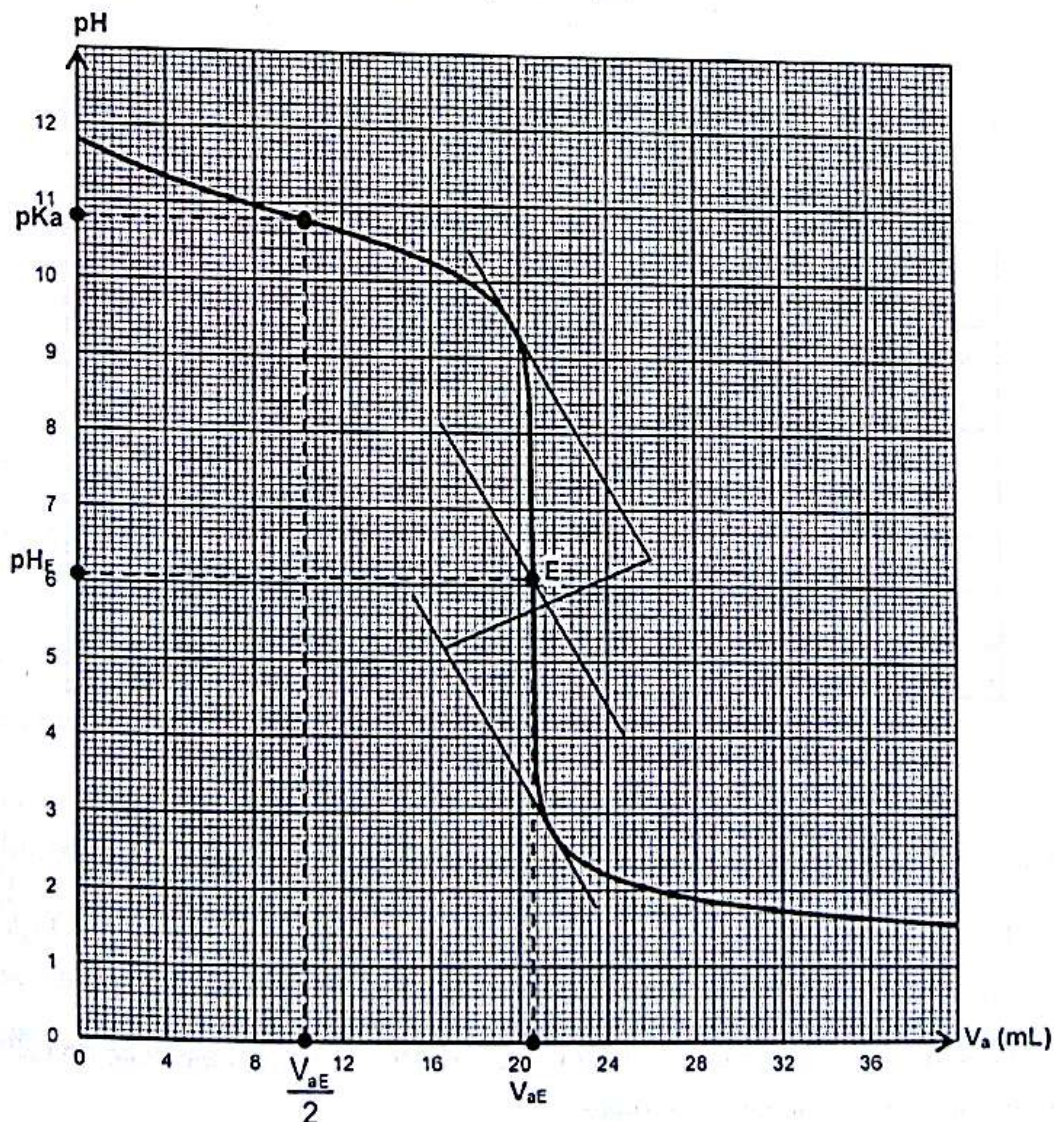
On détermine d'abord le volume à la demi-équivalence :  $V_{\frac{1}{2}E} = \frac{V_E}{2} = \frac{20,6}{2} = 10,3 \text{ mL}$

On utilise la courbe (voir figure ci-dessous) pour chercher l'ordonnée du point d'abscisse  $V = 10,3 \text{ mL}$ . On trouve  $pH = pK_a = 10,8$

Comparaison à celle déterminée à la question 2.2) : On trouve le même résultat.

### 4) Détermination de l'indicateur le plus approprié pour repérer le point d'équivalence

L'indicateur approprié est le BBT car  $6 < pH_E < 7,6$ .







## GENERALITES SUR LA CHIMIE ORGANIQUE

August Wilhelm von Kolbe  
(né à Ellrichhausen près de Hanovre le 27 septembre 1818 - mort à Leipzig le 25 novembre 1884)

Kolbe pensait que les composés organiques pouvaient être obtenus directement ou indirectement à partir des composés inorganiques par des procédés de substitutions. Il valida cette théorie en convertissant en plusieurs étapes du disulfure de carbone ( $\text{CS}_2$ ) en acide acétique (1843-1845). En introduisant une nouvelle représentation des radicaux, il contribua à l'établissement des théories structurales. Il prédit l'existence des alcools secondaires et tertiaires. Ses recherches sur les alcools lui valurent la Médaille Davy en 1884.

### RAPPEL DE COURS

#### 1. MOLES ET GRANDEURS MOLAIRES

Grandeurs chimiques	Symbole	Unité	Formules
Constante d'Avogadro	$N_a$	$\text{mol}^{-1}$	$N = n \times N_a$
Nombre d'entités élémentaires	N	sans unité	$n = \frac{N}{N_a}$
Quantité de matière ou nombre de moles	n	mol	$m = n \times M$ $n = \frac{m}{M}$
Masse molaire	M	$\text{g/mol}$ ou $\text{g.mol}^{-1}$	$V = n \times V_m$
Masse	m	g	$n = \frac{V}{V_m}$
Volume molaire (gaz)	$V_m$	$\text{L/mol}$ ou $\text{L.mol}^{-1}$	$M = 29d$
Volume (gaz)	V	L	$d = \frac{M}{29}$
Densité (gaz)	d	sans unité	

#### 2. ANALYSE D'UNE COMPOSÉE ORGANIQUE

##### 2.1. Densité

- La densité **d** d'un liquide ou d'un solide est exprimée par rapport à l'eau :  $d = \frac{\rho_c}{\rho_{\text{eau}}}$   
 $\rho_c$  est la masse volumique du corps considéré et  $\rho_{\text{eau}}$  celle de l'eau ( $\rho_{\text{eau}} = 1 \text{ g/cm}^3$ ).
- La densité **d** d'un gaz est exprimée par rapport à l'air :  $d = \frac{M}{29}$   
M est la masse molaire du gaz considéré en  $\text{g/mol}$  et  $29 \text{ g/mol}$  est celle de l'air.
- La densité d'un corps n'a pas d'unité.

## 2.2. Analyse élémentaire quantitative

### a. But

Elle consiste à déterminer la composition centésimale d'un corps ou le pourcentage massique de chaque élément contenu dans le composé et à en déduire sa formule brute.

### b. Définition

Le pourcentage massique d'un élément A dans un composé est donné par les expressions :

$$\%A = \frac{\text{nombre d'atomes de A} \times \text{masse molaire de A}}{\text{masse molaire du composé}} \times 100 \quad \text{ou} \quad \%A = \frac{\text{masse de A}}{\text{masse du composé}} \times 100$$

Remarque : dans un composé organique la somme des pourcentages massiques de tous les éléments est égale à 100.

### c. Exemple 1

Considérons un composé organique de formule brute  $C_xH_yO_z$  et de masse molaire M.

- pourcentage massique des éléments :  $\%C = \frac{12x}{M} \times 100$  ;  $\%H = \frac{y}{M} \times 100$  ;  $\%O = \frac{16z}{M} \times 100$
- formule brute :  $x = \frac{\%C \times M}{1200}$  ;  $y = \frac{\%H \times M}{100}$  ;  $z = \frac{\%O \times M}{1600}$
- masse molaire du composé :  $\frac{M}{100} = \frac{12x}{\%C} = \frac{y}{\%H} = \frac{16z}{\%O}$

### d. Exemple 2

La combustion d'un composé organique  $C_xH_yO_z$  de masse m donne  $m(CO_2)$  de dioxyde de carbone et  $m(H_2O)$  d'eau.

- masse et pourcentage massique de carbone :

il y a 12 g de C dans 44 g de  $CO_2$  donc dans  $m(CO_2)$  il y aura  $m(C)$  :

$$\Rightarrow m(C) = \frac{12 \times m(CO_2)}{44} = \frac{3m(CO_2)}{11} \quad \text{et} \quad \%C = \frac{m(C)}{m} \times 100$$

- masse et pourcentage massique d'hydrogène :

il y a 2 g de H dans 18 g de  $H_2O$  donc dans  $m(H_2O)$  il y aura  $m(H)$  :

$$\Rightarrow m(H) = \frac{2 \times m(H_2O)}{18} = \frac{m(H_2O)}{9} \quad \text{et} \quad \%H = \frac{m(H)}{m} \times 100$$

- pourcentage massique d'oxygène :  $\%O = 100 - (\%C + \%H)$

## 3. MÉTHODES PRATIQUES

### 3.1. Comment déterminer la masse molaire M d'un composé $C_xH_yO_z$ ?

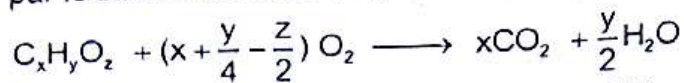
- par la relation la liant à sa masse m et à son nombre de moles n :  $M = \frac{m}{n}$
- par sa densité par rapport à l'air :  $M = 29.d$
- par ses pourcentages massiques :  $M = \frac{1200x}{\%C} = \frac{100y}{\%H} = \frac{1600z}{\%O}$



### 3.2. Comment déterminer la formule brute d'un composé $C_xH_yO_z$ ?

a) par sa masse molaire :  $12x + y + 16z = M$

b) par le bilan molaire de l'équation de sa combustion :



$$\frac{n(C_xH_yO_z)}{1} = \frac{n(O_2)}{x + \frac{y}{4} - \frac{z}{2}} = \frac{n(CO_2)}{x} = \frac{n(H_2O)}{\frac{y}{2}}$$

c) par ses pourcentages massiques :  $x = \frac{\%C \times M}{1200}$  ;  $y = \frac{\%H \times M}{100}$  ;  $z = \frac{\%O \times M}{1600}$

### 3.3. Comment déterminer le rendement $r$ au cours d'une réaction chimique ?

$$r = \frac{\text{nombre de mol final du produit}}{\text{nombre de mol initial du réactif}} \times 100$$

Exemple : le rendement de la transformation d'un corps A en un corps B est :  $r = \frac{n(B)}{n(A)} \times 100$

où  $n$  est la quantité de matière (en mol) du corps considéré et  $r$  le rendement (sans unité).

## 4. ALCANES

### 4.1. Définition

Ceux sont les hydrocarbures saturés (les liaisons sont simples) de formule générale  $C_nH_{2n+2}$ .

### 4.2. Nomenclature

#### a) Alcane à chaîne linéaire

Le nom d'un alcane à chaîne linéaire se forme en associant un préfixe qui indique le nombre d'atomes de carbone de la chaîne à la terminaison « ane », à l'exception des quatre premiers qui portent des noms usuels.

Remarque : pour signifier que la molécule est linéaire (normale), on fait précéder son nom par « n- » à partir de quatre atomes de carbone (où on peut avoir une chaîne ramifiée).

Exemples :

Nbre d'atome de carbone	1	2	3	4	5
Formule brute	CH <sub>4</sub>	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>
Nom	méthane	éthane	propane	n-butane	n-pentane

Nbre d'atome de carbone	6	7	8	9	10
Formule brute	C <sub>6</sub> H <sub>14</sub>	C <sub>7</sub> H <sub>16</sub>	C <sub>8</sub> H <sub>18</sub>	C <sub>9</sub> H <sub>20</sub>	C <sub>10</sub> H <sub>22</sub>
Nom	n-hexane	n-heptane	n-octane	n-nonane	n-décane

b) Groupe alkyle

C'est un groupe monovalent d'atomes obtenu en retirant un atome d'hydrogène à un alcane. Son nom est obtenu en remplaçant, dans le nom de l'alcane correspondant, le suffixe « -ane » par le suffixe « -yle ». Sa formule générale est  $-C_nH_{2n+1}$ .

Exemples :

Nombre d'atomes de carbone	Formule	Nom
1	$-CH_3$	méthyle
2	$-CH_2-CH_3$	éthyle
3	$-CH_2-CH_2-CH_3$	propyle
	$\begin{array}{c} -CH-CH_3 \\   \\ CH_3 \end{array}$	1-méthyléthyle ou méthyléthyle ou isopropyle
4	$-CH_2-CH_2-CH_2-CH_3$	butyle
	$\begin{array}{c} -CH-CH_2-CH_3 \\   \\ CH_3 \end{array}$	1-méthylpropyle
	$\begin{array}{c} -CH_2-CH-CH_3 \\   \\ CH_3 \end{array}$	2-méthylpropyle
	$\begin{array}{c} CH_3 \\   \\ -C-CH_3 \\   \\ CH_3 \end{array}$	1,1-diméthyléthyle ou diméthyléthyle

c) Alcane à chaîne ramifiée

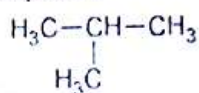
Son nom est constitué des noms des groupes alkyles (privés de la voyelle e) précédés de leur indice de position et suivis du nom de l'alcane linéaire de même chaîne principale.

Le principe est le suivant :

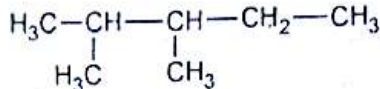
- chercher la chaîne carbonée la plus longue, appelée chaîne principale : le nombre d'atome de cette chaîne détermine le nom de l'alcane ;
- déterminer la position des groupes alkyles en numérotant les atomes de carbone de la chaîne principale. Cette numérotation se fait dans n'importe quel sens de telle sorte que le sens choisis donne l'ensemble des indices les plus bas possible ;
- si un groupe alkyle est plusieurs fois présent, son nom est précédé des préfixes di- (2), tri- (3), tétra- (4), etc. ;
- si l'alcane est constitué de différents groupes alkyles, ils sont énoncés dans l'ordre alphabétique.



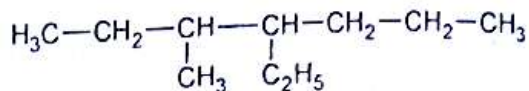
**Exemples :**



2-méthylpropane



2,3-diméthylpentane

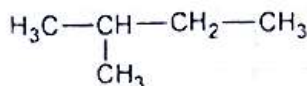


4-éthyl-3-méthylheptane

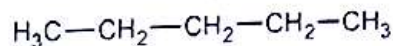
#### **d) Isomérisation**

Deux composés sont dits isomères s'ils ont la même formule brute mais des formules développées différentes.

**Exemple :**



2-méthylbutane



n-pentane

### **5. ALCÈNES**

#### **5.1. Définition**

Ceux sont des hydrocarbures insaturés (toutes les liaisons ne sont pas simples) de formule générale  $\text{C}_n\text{H}_{2n}$  avec  $n \geq 2$ . Ils comportent une seule double liaison  $\text{C}=\text{C}$ .

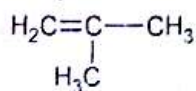
#### **5.2. Nomenclature**

Le nom d'un alcène comporte toujours la terminaison « -ène » précédé de l'indice de position de la double liaison  $\text{C}=\text{C}$  dans la chaîne principale.

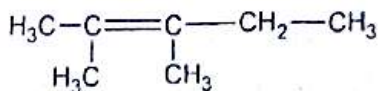
Le principe est le suivant :

- déterminer la chaîne carbonée la plus longue, appelée chaîne principale, contenant la double liaison ;
- numérotiser les atomes de carbone de la chaîne principale de telle sorte que l'indice de la double liaison soit le plus bas possible ; cet indice est le numéro du premier carbone rencontré participant à la double liaison. Il se place entre le préfixe indiquant le nombre de carbone de la chaîne principale et le suffixe « -ène » ;
- pour les alcènes ramifiés, on procède comme chez les alcanes.

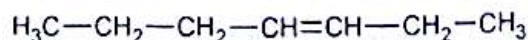
**Exemples :**



2-méthylpropène



2,3-diméthylpent-2-ène

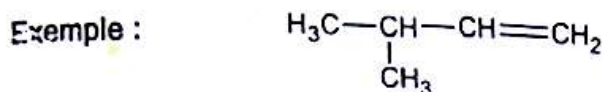


hept-3-ène

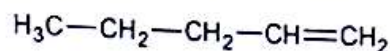
### 5.3. Isomérisation

#### a. Isomérisation de constitution

➤ **Isomérisation de chaîne** : ces isomères ne diffèrent que par leur chaîne carbonée.

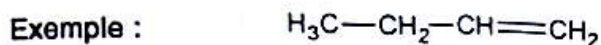


3-méthylbut-1-ène



pent-1-ène

➤ **Isomérisation de position** : ces isomères ne diffèrent que par la position de la double liaison.



but-1-ène



but-2-ène

#### b. Isomérisation E-Z

Ces isomères ne diffèrent que par la position des groupes alkyles par rapport à l'axe de la double liaison C=C.

$\begin{array}{c} \text{R} \quad \text{H} \\ \diagdown \quad \diagup \\ \text{C}=\text{C} \\ \diagup \quad \diagdown \\ \text{H} \quad \text{R} \end{array}$ <p>Isomère E</p> <p>Les groupes alkyles sont de part et d'autre de la double liaison C=C</p>	$\begin{array}{c} \text{R} \quad \text{R} \\ \diagdown \quad \diagup \\ \text{C}=\text{C} \\ \diagup \quad \diagdown \\ \text{H} \quad \text{H} \end{array}$ <p>Isomère Z</p> <p>Les groupes alkyles sont du même côté de la double liaison C=C</p>
<p>Exemple :</p> $\begin{array}{c} \text{H}_3\text{C} \quad \text{H} \\ \diagdown \quad \diagup \\ \text{C}=\text{C} \\ \diagup \quad \diagdown \\ \text{H} \quad \text{CH}_3 \end{array}$ <p>(E)but-2-ène</p>	$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{C} \quad \text{CH}_3 \\ \diagdown \quad \diagup \\ \text{C}=\text{C} \\ \diagup \quad \diagdown \\ \text{H} \quad \text{H} \end{array}$ <p>(Z)but-2-ène</p>

## 6. ALCYNES

### 6.1. Définition

Ceux sont des hydrocarbures insaturés de formule générale  $\text{C}_n\text{H}_{2n-2}$  avec  $n \geq 2$ .

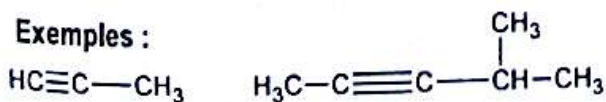
Ils comportent une seule triple liaison  $\text{C} \equiv \text{C}$ .

### 6.2. Nomenclature

Le nom d'un alcène comporte toujours la terminaison « -yne » précédé de l'indice de position de la triple liaison  $\text{C} \equiv \text{C}$  dans la chaîne principale.

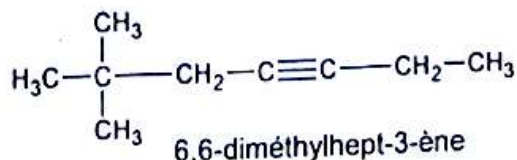
Le principe est le même que chez les alcènes.

Exemples :



propyne

4-méthylpent-2-yne



6,6-diméthylhept-3-ène

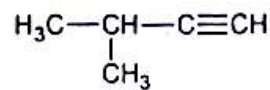


### 6.3. Isomérisation

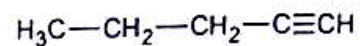
#### a. Isomérisation de chaîne

Ces isomères ne diffèrent que par leur chaîne carbonée.

Exemple :



3-méthylbut-1-yne

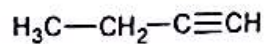


pent-1-yne

#### b. Isomérisation de position

Ces isomères ne diffèrent que par la position de la triple liaison.

Exemple :



but-1-yne



but-2-yne

## 7. COMBUSTION COMPLETE

Les hydrocarbures (alcane, alcène, alcyne) brûlent dans le dioxygène.

Lorsque la combustion est complète, il se forme du dioxyde de carbone et de l'eau selon les équations-bilan suivantes :

- hydrocarbures :  $\text{C}_x\text{H}_y + \left(x + \frac{y}{4}\right)\text{O}_2 \longrightarrow x\text{CO}_2 + \frac{y}{2}\text{H}_2\text{O}$
- alcanes :  $\text{C}_n\text{H}_{2n+2} + \frac{3n+1}{2}\text{O}_2 \longrightarrow n\text{CO}_2 + (n+1)\text{H}_2\text{O}$
- alcènes :  $\text{C}_n\text{H}_{2n} + \frac{3n}{2}\text{O}_2 \longrightarrow n\text{CO}_2 + n\text{H}_2\text{O}$
- alcynes :  $\text{C}_n\text{H}_{2n-2} + \frac{3n-1}{2}\text{O}_2 \longrightarrow n\text{CO}_2 + (n-1)\text{H}_2\text{O}$



Hermann von Fehling

(né à Lübeck le 9 juin 1812 et mort à Stuttgart en juillet 1885)  
Chimiste Allemand

Il entre à l'Université de Heidelberg en 1835. Après en avoir été diplômé, il travaille pour Liebig à Giessen, où il trouvera la composition du paraldéhyde et du métaldéhyde. Son travail le plus connu est une méthode d'analyse des sucres par la solution de Fehling (ou liqueur de Fehling) qui porte son nom. Il a aussi travaillé sur l'acide succinique et le benzonitrile, avant d'être principalement occupé par des questions de santé publique.

# LES ALCOOLS

## Objectifs spécifiques

- Connaître les trois classes d'alcool.
- Connaître les méthodes de préparation d'un alcool.
- Connaître les propriétés chimiques des alcools.
- Connaître la nature et les noms des produits d'oxydation des alcools primaires et secondaires.
- Connaître la nomenclature des aldéhydes et des cétones et les réactifs qui permettent de les identifier.

## RAPPEL DE COURS

### 1. ALCOOL

#### 1.1 ) Définition

C'est un composé organique comportant un groupement fonctionnel hydroxyle(-OH).

La formule générale brute d'un alcool saturé est  $C_nH_{2n+2}O$ .

Cette formule peut s'écrire sous la forme  $C_nH_{2n+1}-OH$  ou  $R-OH$ .

#### 1.2 ) Nomenclature

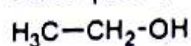
Le nom d'un alcool dérive de celui de l'alcane correspondant en remplaçant la terminaison « e » de l'alcane par « ol » puis on indique, si nécessaire, le numéro de l'atome de carbone où le groupe hydroxyle est fixé (carbone fonctionnel).

Si la molécule est ramifiée on procède comme suit :

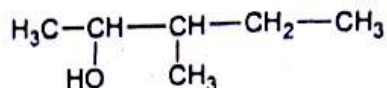
- on détermine la chaîne principale contenant le carbone fonctionnel ;
- on indique, si nécessaire, l'indice du carbone fonctionnel. Cet indice doit être le plus bas possible et est placé entre le nom de l'alcane correspondant à la chaîne principale (privé de la voyelle « e ») et le suffixe « -ol ».



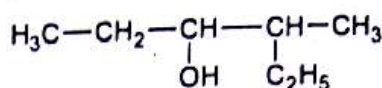
Exemples :



éthanol



3-méthylpentan-2-ol



4-méthylhexan-3-ol

### 1.3 ) Les trois classes d'alcool

Classe	Alcool primaire	Alcool secondaire	Alcool tertiaire
Nombre d'atomes de carbone auquel le carbone fonctionnel est lié	0 ou 1	2	3
Formule semi-développée	$\text{R}-\text{CH}_2-\text{OH}$	$\begin{array}{c} \text{R}_1-\text{CH}-\text{R}_2 \\   \\ \text{OH} \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{R}_3 \\   \\ \text{R}_1-\text{C}-\text{R}_2 \\   \\ \text{OH} \end{array}$

Remarque : R, R<sub>1</sub>, R<sub>2</sub> et R<sub>3</sub> sont des groupes carbonés (ils sont différents de H).

### 1.4 ) Polyols ou polyalcools

Ce sont les molécules qui possèdent plusieurs groupes hydroxyles OH.

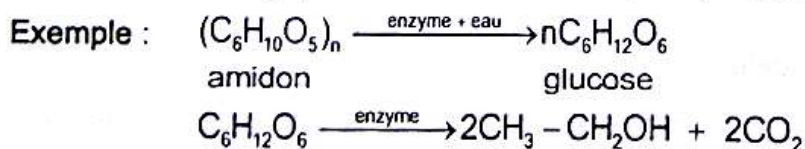
Exemples :

Formule semi-développée	$\text{HO}-\text{CH}_2-\text{CH}_2-\text{OH}$	$\begin{array}{c} \text{HO}-\text{CH}_2-\text{CH}-\text{CH}_2-\text{OH} \\   \\ \text{OH} \end{array}$
nom	glycol (ou éthan-1,2-diol)	glycérol (ou propan-1,2,3-triol)

### 1.5 ) Préparation des alcools

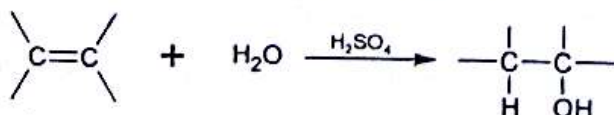
#### a) Fermentation des jus sucrés

L'éthanol est obtenu par fermentation alcoolique à partir de jus sucrés (palme, cacao, ananas, canne, sorgho...), ou à partir de produits contenant de l'amidon (céréales, pomme de terre, manioc...) qui donnent des sucres par hydrolyse.



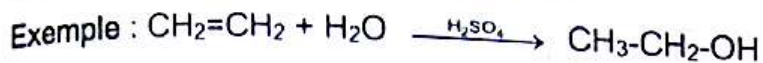
#### b) Hydratation des alcènes

En milieu acide, l'hydratation d'un alcène conduit à un alcool.



• Hydratation d'un alcène symétrique

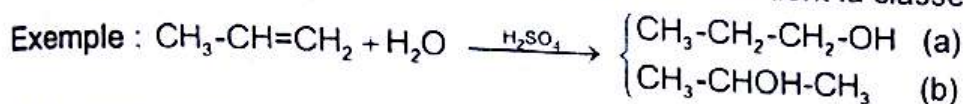
Dans ce cas, on obtient un seul produit.



• Hydratation d'un alcène dissymétrique

Dans ce cas, on obtient deux produits dont l'un est majoritaire et l'autre minoritaire.

Pour les identifier, on applique la règle de **Markovnikov** qui dit que l'hydratation d'un alcène dissymétrique conduit de façon majoritaire à l'alcool dont la classe est la plus élevée.

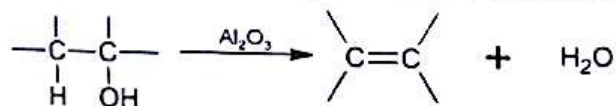


Ici le produit (a) est un alcool primaire et (b) est un alcool secondaire donc le produit obtenu majoritairement est (b) et celui obtenu minoritairement est (a).

### 1.6 ) Propriétés chimiques des alcools

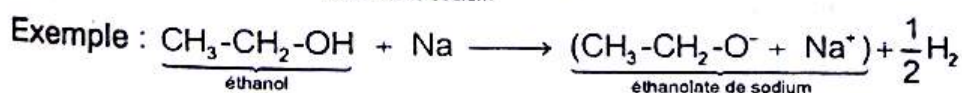
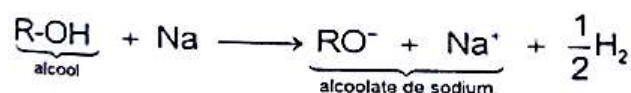
#### a) Déshydratation

La déshydratation en présence d'alumine  $\text{Al}_2\text{O}_3$  d'un alcool conduit à un alcène.



#### b) Réaction avec le sodium

Le sodium réagit avec les alcools selon une réaction d'oxydoréduction :



Remarque :

Les enzymes, l'acide sulfurique  $\text{H}_2\text{SO}_4$ , l'alumine  $\text{Al}_2\text{O}_3$  (qui figurent dans les équations-bilans des réactions chimiques précédentes) sont des **catalyseurs**, substances qui modifient la vitesse d'une réaction chimique sans être transformées par la réaction.

On en distingue plusieurs.



## 2. ALDEHYDES ET CETONES

### 2.1 ) Définition

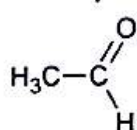
Composés carbonylés	Aldéhyde	Cétone
Formule générale particulière	$\begin{array}{c} R \\   \\ C=O \\   \\ H \end{array}$	$\begin{array}{c} R \\   \\ C=O \\   \\ R' \end{array} \quad R \neq H \text{ et } R' \neq H$
Groupe fonctionnel(carbonyle) commun	$\begin{array}{c} \diagup \\ C=O \\ \diagdown \end{array}$	
Formule générale brute commune	$C_nH_{2n}O$	

### 2.2 ) Nomenclature des aldéhydes

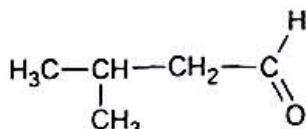
Pour nommer un aldéhyde, on remplace le « e » final de l'alcane correspondant par le suffixe « -al ». Si la molécule est ramifiée, le principe est le suivant :

- déterminer la chaîne principale contenant le carbone fonctionnel ;
- numéroter les carbones de la chaîne principale en commençant par le carbone fonctionnel.

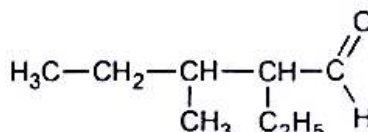
Exemples :



éthanal



3-méthylbutanal



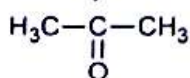
2-éthyl-3-méthylpentanal

### 2.3 ) Nomenclature des cétones

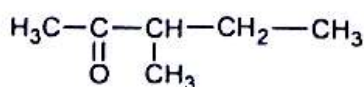
Pour nommer une cétone, on remplace le « e » final de l'alcane correspondant par le suffixe « -one ». Le principe est le suivant :

- déterminer la chaîne principale contenant le carbone fonctionnel ;
- indiquer, si nécessaire, l'indice du carbone fonctionnel. Cet indice doit être le plus bas possible et est placé entre le préfixe indiquant le nombre de carbone de la chaîne principale et le suffixe « -one » ;
- si la molécule est ramifiée, procéder comme chez les hydrocarbures.

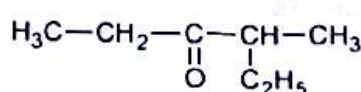
Exemples :



propanone



3-méthylpentan-2-one



4-méthylhexan-3-one

## 2.4 ) Propriétés chimiques

- Les aldéhydes et les cétones donnent avec la DNPH un précipité jaune (propriété commune).
- Les aldéhydes rosissent le réactif de Schiff.
- Les aldéhydes réduisent l'ion diamine argent en donnant un miroir ou dépôt d'argent (réactif de Tollens).
- Les aldéhydes réduisent la liqueur de Fehling en donnant un précipité rouge brique (foncé).

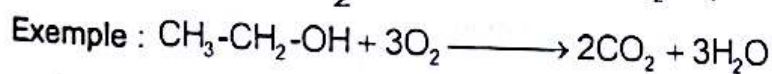
Remarque : La couleur rouge brique est due à la formation d'un précipité d'oxyde de cuivre I ( $\text{Cu}_2\text{O}$ ). Un précipité est la formation dans une solution (parfois colorée mais transparente) de minuscules particules insolubles : la solution se trouble (translucide).

## 3. OXYDATION DES ALCOOLS

### 3.1 ) Combustion

C'est l'action de brûler ; combinaison, dégageant de la chaleur, d'un corps avec l'oxygène. La réaction de combustion est une oxydation brutale.

La combustion des alcools dans le dioxygène donne du dioxyde de carbone et de l'eau.

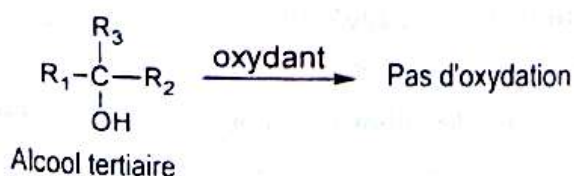
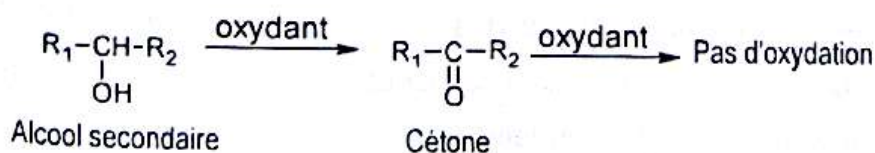
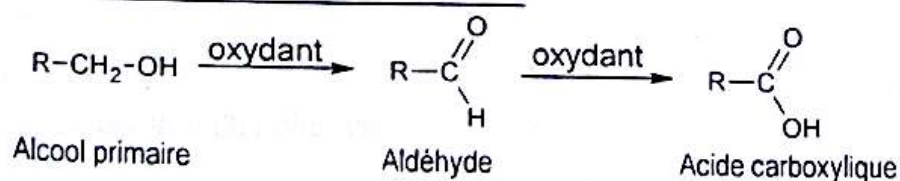


### 3.2 ) Oxydation ménagée

#### a) Définition

Une oxydation ménagée est une oxydation douce au cours de laquelle le squelette carboné de la molécule est conservé.

#### b) Oxydation en fonction de leur classe





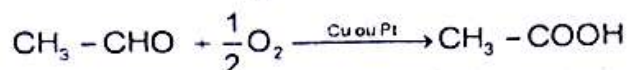
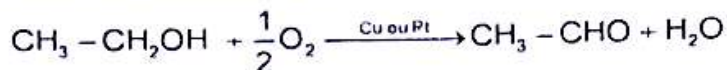
c) Oxydation par l'oxygène de l'air

C'est l'expérience de la lampe sans flamme.

Elle se fait en présence de métaux cuivre (Cu) ou platine (Pt).

Exemple :

En présence de cuivre ou de platine, l'éthanol brûle dans l'oxygène de l'air pour donner successivement l'éthanal puis l'acide éthanóique.

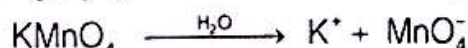
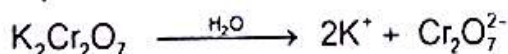


d) Oxydation par un oxydant.

Elle se fait en présence d'une solution acidifiée de permanganate de potassium ( $\text{KMnO}_4$ ) ou de bichromate de potassium ( $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ ).

Les ions dichromate ( $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$ ) et permanganate ( $\text{MnO}_4^-$ ) sont obtenus en dissolvant respectivement les composés ioniques  $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$  et  $\text{KMnO}_4$  dans l'eau.

➤ Équations-bilan de dissolution



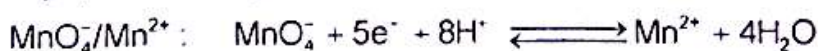
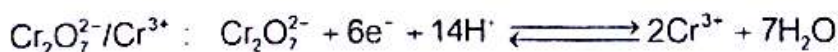
➤ Couple oxydant/réducteur et demi-équation électronique

Un couple oxydant/réducteur se note Ox/Red.

Sa demi-équation électronique est donnée par :



Exemples :



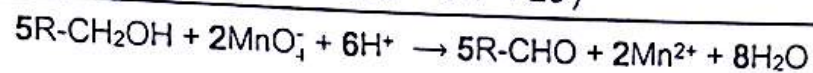
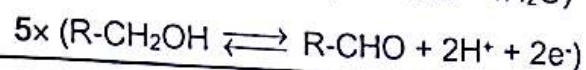
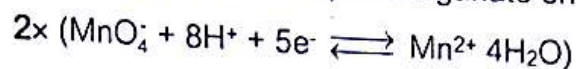
#### 4. MÉTHODE PRATIQUE

➤ Comment écrire l'équation-bilan d'une réaction d'oxydation d'un alcool.

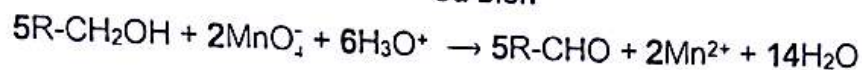
- Déterminer les couples oxydant/réducteur en présence ;
- Écrire les demi-équations électroniques des couples en présence ;
- Multiplier ces demi-équations par les coefficients qu'il faut pour avoir le même nombre d'électrons dans les demi-équations ;
- Additionner membre à membre les deux demi-équations ;
- Simplifier les termes apparaissant à la fois dans les deux membres ;
- Transformer les ions  $\text{H}^+$  en ions  $\text{H}_3\text{O}^+$  en ajoutant le nombre de molécules d'eau qu'il faut à chacun des membres de l'équation-bilan (nécessaire si demandé).

## Rappel de cours et énoncés d'exercices - Rappel de cours et énoncés d'exercices

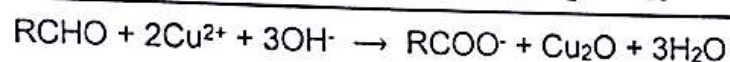
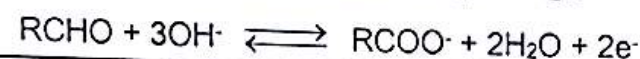
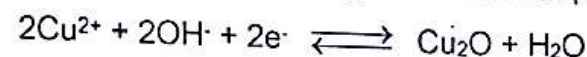
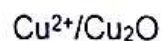
**Exemple 1 :** Oxydation de R-CH<sub>2</sub>OH par l'ion permanganate en défaut en milieu acide.



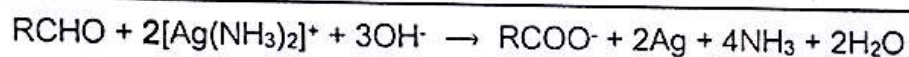
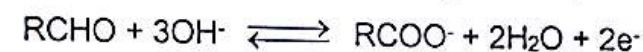
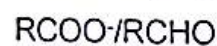
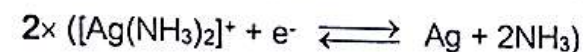
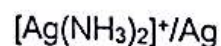
ou bien



**Exemple 2 :** Réaction avec la liqueur de Fehling en milieu basique



**Exemple 3 :** Réaction avec le nitrate d'argent ammoniacal en milieu basique



## 5. TABLEAU RECAPITULATIF DE QUELQUES REACTIONS

	Aldéhyde	Cétone	Alcool primaire ou secondaire	Alcool tertiaire	Acide carboxylique
2,4-DNPH	précipité jaune	précipité jaune	-	-	-
Réactif de Schiff	coloration rose	-	-	-	-
Réactif de Tollens	dépôt d'argent	-	-	-	-
Liqueur de Fehling	précipité rouge brique	-	-	-	-
Papier pH	-	-	-	-	coloration rouge
Solution oxydante + H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> concentré	décoloration	-	décoloration	-	-



## **EXERCICES RESOLUS**

### **Exercice 1.** (Extrait Bac D Madagascar session 2001)

- 1) a) Donner la formule brute d'un monoalcool saturé X.  
b) Déterminer la formule brute de l'alcool X si sa masse molaire est  $M = 74 \text{ g.mol}^{-1}$ .  
c) Donner les formules semi-développées, les noms et les classes des isomères de cet alcool.
- 2) Un des isomères de l'alcool X, noté A, réagit avec le permanganate de potassium ( $\text{KMnO}_4$ ) en excès pour donner l'acide butanoïque.
  - a) Donner la formule semi-développée et le nom de A.
  - b) Ecrire l'équation-bilan de la réaction d'oxydo-réduction entre le  $\text{KMnO}_4$  et l'alcool A.

### **Exercice 2**

L'analyse élémentaire d'un composé B a donné 62% de carbone, 27,6% d'oxygène et 10,4% d'hydrogène. Données :  $M_H = 1 \text{ g/mol}$  ;  $M_C = 12 \text{ g/mol}$  ;  $M_O = 16 \text{ g/mol}$  ;  $M_B = 58 \text{ g/mol}$ .

1. Montrer que B a pour formule brute  $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}$ .
2. On introduit dans un tube à essai qui contient le composé B quelques gouttes de la 2,4 DNPH. On observe alors la formation d'un précipité jaune.  
Déduire de ce test les formules semi-développées possibles pour B en indiquant les noms des composés correspondants.
3. Le composé B réagit avec le réactif de Schiff en donnant une coloration rose.  
Quelle est la fonction chimique de B ? Identifier B.
4. Le composé B a été obtenu par oxydation ménagée d'un alcool A par l'oxygène de l'air.
  - 4.1. Donner la classe, la formule semi-développée et le nom de l'alcool A.
  - 4.2. Ecrire l'équation-bilan de la réaction d'oxydation de l'alcool A.

### **Exercice 3**

On place dans un tube à essai une masse  $m = 2,96 \text{ g}$  d'alcool D à chaîne saturée non cyclique avec un excès de sodium métal. On observe un dégagement de gaz qui recueilli, a un volume  $V = 480 \text{ mL}$ .

- 1) Quel est le nom de ce gaz qui se dégage ? Ecrire l'équation-bilan de la réaction.
- 2) En déduire la masse molaire  $M_D$  de l'alcool D ainsi que sa formule brute.
- 3) La chaîne carbonée de D est ramifiée et son produit d'oxydation réagit positivement avec la 2,4-D.N.P.H et le réactif de Schiff. Déduire sa formule semi-développée et son nom.

On donne :

- Masses molaires atomiques en  $\text{g.mol}^{-1}$  : H : 1 ; C : 12 ; O : 16 ; Na : 23.
- Volume molaire :  $V_m = 24 \text{ L/mol}$ .



#### Exercice 4

1. Un alcène a pour formule brute  $C_4H_8$ .

Ecrire les formules semi-développées des isomères possibles.

2. On dispose un de ces isomères. Afin de l'identifier, on réalise son hydratation.

Donner la formule du (ou des) alcool(s) susceptible(s) d'être obtenu(s) à partir de chaque isomère. Préciser la classe de chacun de ces alcools.

3. L'expérience montre que l'on obtient deux alcools A et B de classes différentes.

Que peut-on déduire de ce renseignement ?

4. Bien que A soit en quantité nettement inférieure à celle de B, une méthode physique appropriée permet de les séparer. On réalise l'oxydation ménagée de A et B avec une faible quantité d'un oxydant approprié. Seul A s'oxyde et donne un nouveau composé A' qui donne un test positif à la DNPH et au réactif de schiff.

A l'aide de ces renseignements, identifier l'isomère de l'alcène dont il est question. Donner la formule semi-développée et le nom de A'.

#### Exercice 5

- 1) La combustion complète de 0,37 g de deux alcools aliphatiques saturés isomères ( $A_1$ ) et ( $A_2$ ) nécessite un volume  $V = 0,72$  L de dioxygène dans les conditions de température et de pression où le volume molaire des gaz est égal à  $24 \text{ L.mol}^{-1}$ .

On donne en  $\text{g.mol}^{-1}$  :  $M(C) = 12$ ,  $M(H) = 1$  et  $M(O) = 16$ .

a) Ecrire l'équation de la combustion complète d'un alcool.

b) Montrer que la formule brute des deux alcools ( $A_1$ ) et ( $A_2$ ) est  $C_4H_{10}O$ .

- 2) On réalise leur oxydation ménagée par une solution de bichromate de potassium acidifiée.

- ( $A_1$ ) ne donne rien.

- ( $A_2$ ) donne un composé ( $B_2$ ).

- ( $B_2$ ) donne un test positif avec la D.N. P. H et un test négatif avec le réactif de Schiff.

a) Préciser en le justifiant la classe de chacun des alcools ( $A_1$ ) et ( $A_2$ ).

b) Donner la formule semi-développées et le nom de ( $B_2$ ).

c) Donner la formule semi développées et le nom de ( $A_1$ ) et ( $A_2$ ).

- 3) On réalise la déshydratation intramoléculaire de ( $A_1$ ) en présence de l'acide sulfurique.

On obtient un composé organique  $C_1$ .

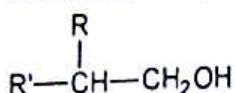
a) Ecrire l'équation de la réaction en utilisant les formules semi-développées.

b) Préciser le nom de  $C_1$ .



### Exercice 6

Un alcool A a pour formule :



R et R' sont des radicaux alkyles -  $\text{C}_n\text{H}_{2n+1}$

- Quelle est la classe de cet alcool A ?
- On effectue une oxydation ménagée de cet alcool par l'ion  $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$  en milieu acide.
  - Quels sont les corps susceptibles de se former ?
  - Ecrire l'équation-bilan d'oxydation de l'alcool dans le cas où la solution oxydante est en défaut puis en excès.
- Pour déterminer la formule complète de l'alcool précédent, on oxyde avec un excès d'oxydant  $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$  une masse  $m = 15,0$  g de A. On obtient un composé B. Le composé B est étudié avec une solution de soude (hydroxyde de sodium) de concentration molaire  $2,00 \text{ mol.L}^{-1}$ . L'équivalence acido-basique est obtenue lorsque l'on a versé  $V_b = 85,2 \text{ cm}^3$  de solution basique.
  - Quelle est la masse molaire de l'alcool A ? En déduire sa formule brute.
  - Quelle est la formule semi-développée de l'alcool A ? Quel est son nom ?

### Exercice 7 (extrait Bac D deuxième Session 2004)

- On réalise dans le dioxygène la combustion complète d'un hydrocarbure non cyclique, de formule brute  $\text{C}_n\text{H}_{2n}$ , où  $n$  désigne le nombre d'atomes de carbone.  
La combustion complète d'une mole de l'hydrocarbure produit 72 g d'eau.
  - Ecrire l'équation-bilan de la réaction de combustion en fonction de  $n$ .
  - Calculer la valeur de  $n$  et donner la formule brute de cet hydrocarbure.
- On suppose que l'hydrocarbure contient quatre atomes de carbone.  
Ecrire les formules semi-développées et les noms des isomères possibles.
- L'hydratation de l'un des isomères nommé A ne donne qu'un seul produit B.
  - Quels sont les formules semi-développées et les noms de A et de B ?
  - Ecrire l'équation-bilan de l'hydratation de A.
- Le corps B est oxydé en milieu acide par le permanganate de potassium. Il se forme un seul produit C.
  - Quelle est la fonction de C ? Donner sa formule semi-développée et son nom.
  - Proposer un test permettant d'identifier C.

On donne :  $M(\text{H}) = 1 \text{ g.mol}^{-1}$ ;  $M(\text{O}) = 16 \text{ g.mol}^{-1}$ ;  $M(\text{C}) = 12 \text{ g/mol}$ .



## EXERCICES DE PERFECTIONNEMENT

**Exercice 1** (extrait Bac série D 2<sup>nd</sup> groupe NIGER session 2014)

- 1) Donner les formules semi-développées des isomères d'un alcool de formule brute  $C_4H_{10}$ .
- 2) On considère 3 alcools, A, B, C de formule brute  $C_4H_{10}$ , dont on désire déterminer la formule semi-développée. Pour cela on réalise les expériences suivantes :
  - a) On ajoute à chacun de ces alcools une petite quantité d'une solution de dichromate de potassium acidifiée par l'acide sulfurique; on observe un changement de couleur uniquement pour les solutions B et C.
  - b) L'oxydation ménagée de B conduit à un composé D capable de réagir avec la liqueur de Fehling. L'oxydation ménagée de C conduit à un composé E donnant un précipité jaune avec la 2,4-dinitrophénylhydrazine (D.N.P.H) et ne réagit pas avec la liqueur de Fehling.
  - c) Chauffée en présence d'un catalyseur, une molécule de B donne une molécule d'eau et une molécule de butène-1.

Quel(s) renseignement(s) peut-on déduire de chacun des tests ?

En déduire les formules semi-développées des alcools A, B, C.

**Exercice 2** (extrait Bac Blanc Lycée Classique Abidjan 2012)

Un composé organique liquide B a pour formule brute  $C_4H_8O$ .

Avec ce composé, on réalise les expériences suivantes:

1. On introduit dans un tube à essais qui contient de la 2,4-dinitrophénylhydrazine (2,4-DNPH) quelques gouttes du composé B. On observe alors la formation d'un précipité jaune.
  - 1.1. Ecrire et nommer le groupe fonctionnel mis en évidence par la 2,4-DNPH.
  - 1.2. Donner les fonctions chimiques possibles de B.
  - 1.3. Ecrire et nommer les formules semi-développées possibles de B.
2. On fait agir le composé B avec le réactif de Tollens (nitrate d'argent ammoniacal). Ce test se révèle négatif. Déduire la fonction chimique du composé B.
3. Le composé B étudié a été obtenu par oxydation d'un alcool A par le dichromate de potassium ( $K_2Cr_2O_7$ ) en milieu acide. On donne couple redox :  $Cr_2O_7^{2-}/Cr^{3+}$ .
  - 3.1. Donner la classe, la formule semi-développée et le nom de A.
  - 3.2. Ecrire les deux demi-équations électroniques puis l'équation-bilan de la réaction d'oxydation de A.
4. L'alcool A a été préparé par hydratation du but-1-ène.
  - 4.1. Ecrire l'équation-bilan de cette réaction.
  - 4.2. Ecrire la formule semi développée et le nom de l'autre alcool qui peut se former au cours de cette réaction.



**Exercice 3** (extrait Bac Blanc Lycée Sainte Marie Cocody 2012)

1. Un alcène A subit une hydratation en milieu acide, on obtient deux alcools B et B' (B en quantité prépondérante). Les deux alcools sont isolés et on cherche à les identifier, B et B' sont mis en présence d'un oxydant : B n'est pas oxydé alors que B' s'oxyde en un composant D qui réagit avec la liqueur de Fehling.

1.1. Préciser la classe des deux alcools B et B'.

1.2. En déduire la formule semi-développée et le nom de l'alcène A sachant qu'il contient cinq atomes de carbones. Justifier.

1.3. Donner les formules semi-développées et noms de B, B' et D.

1.4. Le rendement global des opérations de 1 à D est : 12%.

Calculer la masse de D obtenu à partir de  $m_A = 120$  g d'alcène.

2. Soit un composé E de formule brute  $C_xH_{2x}O$ .

La combustion complète de  $m_B = 2,58$  g de E dans le dioxygène donne  $m_{CO_2} = 6,6$  g de dioxyde de carbone et de l'eau.

2.1. Ecrire l'équation bilan de la combustion.

2.2. Déterminer la formule brute réelle de E.

2.3. E donne un précipité jaune avec la 2,4-D.N.P.H.

Quelles sont les hypothèses sur la nature de E ?

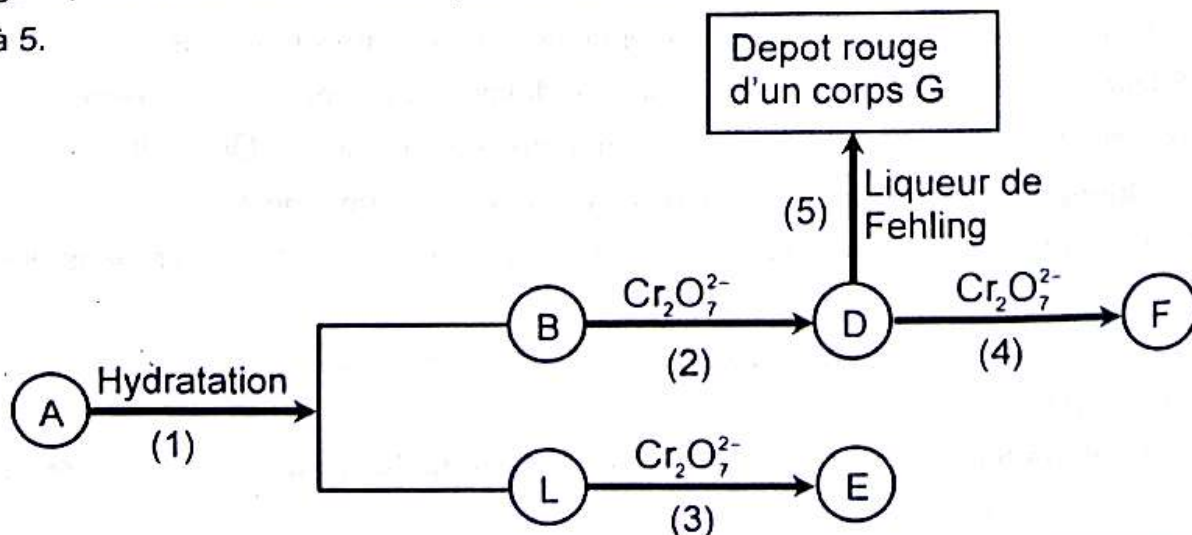
2.4. Le composé E ne réagit pas avec le nitrate d'argent ammoniacal. Conclusion ?

3. E provient de l'oxydation de F qui lui même est obtenu de façon minoritaire à côté de F' (majoritaire) lors de l'hydratation d'un alcène G. sachant que F' n'est pas oxydable à froid. donner les formules semi-développées et noms de E, F, F' et G. Justifier.

Données :  $M_C = 12$ ,  $M_O = 16$ ,  $M_H = 1$  (en g/mol).

**Exercice 4** (extrait Bac Blanc Lycée Sainte Marie Cocody 2013)

On considère le schéma ci-dessous où A ; B ; C ; D ; E et F sont des composés organiques. Les réactions chimiques sont représentées par des flèches numérotées de 1 à 5.





- 1) A est un alcène de masse molaire moléculaire  $M_A = 70$  g/mol.
  - 1.1. Déterminer sa formule brute.
  - 1.2. Donner les formules semi-développées et les noms des isomères ramifiés de A.
- 2) B est le 3-méthylbutan-1-ol. Ecrire sa formule semi-développée et identifier A.
- 3) Après analyse du schéma réactionnel :
  - 3.1. Déterminer la formule semi-développée et le nom de chacun des composés organiques L ; D ; E et F en justifiant.
  - 3.2. Ecrire l'équation-bilan des réactions 3 (en milieu acide) et 5 (en milieu basique).
  - 3.3. Donner le nom et la formule brute de G.
  - 3.4. Calculer la concentration molaire C de la solution de dichromate de potassium acidifiée de volume  $V = 150$  mL nécessaire pour transformer 15 g du composé L en E. On donne :  $M_H = 1$  g/mol ;  $M_O = 16$  g/mol ;  $M_C = 12$  g/mol.

**Exercice 5** (extrait Bac Blanc Lycée Classique Abidjan 2013)

Par hydratation d'un alcène ramifié A en présence d'acide sulfurique ( $H_2SO_4$ ), on obtient deux produits isomères B et D dont l'un est majoritaire.

- 1) Donner la fonction chimique de B et D.
- 2) L'analyse élémentaire des produits B et D montre qu'ils contiennent, en masse 68,18% de carbone.
  - 2.1. Donner l'expression de la masse molaire moléculaire commune M de B et D en fonction de n, nombre d'atomes de carbone qu'ils contiennent.
  - 2.2. Montrer que B et D ont pour formule brute  $C_5H_{12}O$ .
- 3) Pour identifier les produits B et D, on procède à leur oxydation ménagée :
  - Le composé B ne donne aucune réaction avec les oxydants usuels ;
  - Le composé D réagit avec le permanganate de potassium en milieu acide. Le composé organique E résultant de cette réaction donne un précipité jaune avec la 2,4-DNPH et est sans action sur le réactif de Schiff.
  - 3.1. En déduire la formule semi-développée du composé organique B. Le nommer.
  - 3.2. Donner la fonction chimique du composé E.  
En déduire la formule semi-développée. Le nommer.
  - 3.3. En déduire la formule semi-développée du composé D. Le nommer.
  - 3.4. Ecrire la formule semi-développée de l'alcène A. Le nommer.
- 4) Ecrire l'équation-bilan de la réaction d'oxydation ménagée du composé D par le permanganate de potassium en milieu acide. (On utilisera les formules semi-développées).

Données :  $M_C = 12$  g/mol ;  $M_H = 1$  g/mol ;  $M_O = 16$  g/mol ; couple :  $MnO_4^- / Mn^{2+}$



**Exercice 1.** (Extrait Bac D Madagascar session 2001)

1) a) Donnons la formule brute d'un monoalcool saturé X.

C'est  $C_nH_{2n+2}O$ .

b) Déterminons la formule brute de l'alcool X si sa masse molaire est  $M = 74 \text{ g.mol}^{-1}$ .

Méthode simple : examiner la liste des premiers alcools et comparer leur masse molaire moléculaire à celle indiquée.

Le 1<sup>er</sup> :  $CH_4O$  ;  $M = 32 \text{ g.mol}^{-1}$ . Le 2<sup>ème</sup> :  $C_2H_6O$  ;  $M = 46 \text{ g.mol}^{-1}$ .

Le 3<sup>ème</sup> :  $C_3H_8O$  ;  $M = 60 \text{ g.mol}^{-1}$ . Le 4<sup>ème</sup> :  $C_4H_{10}O$  ;  $M = 74 \text{ g.mol}^{-1}$ .

C'est donc bien de cette dernière formule qu'il s'agit.

Méthode plus élaborée : Résoudre la question à l'aide d'une équation.

La masse molaire moléculaire d'un alcool de formule brute  $C_nH_{2n+2}O$  est :

$$M = n \times M_C + (2n + 2) \times M_H + M_O = n \times 12 + (2n + 2) \times 1 + 16 = 14n + 18$$

Alors, si  $M = 74 \text{ g.mol}^{-1}$ , on résout l'équation :  $14n + 18 = 74$  ; soit :  $n = \frac{74 - 18}{14} = 4$ .

Ainsi la formule brute de X s'écrit :  $C_4H_{10}O$ .

c) Donnons les formules semi-développées, noms et classes des isomères de cet alcool.

Il faut citer tous les alcools ayant quatre(4) atomes de carbone.

Formule semi-développée	Nom	Classe
$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2OH$	butan-1-ol	Alcool primaire
$\begin{array}{c} H_3C-CH_2-CH-CH_3 \\   \\ OH \end{array}$	butan-2-ol	Alcool secondaire
$\begin{array}{c} CH_3 \\   \\ H_3C-CH-CH_2-OH \end{array}$	2-méthylpropan-1-ol	Alcool primaire
$\begin{array}{c} CH_3 \\   \\ H_3C-C-CH_3 \\   \\ OH \end{array}$	2-méthylpropan-2-ol	Alcool tertiaire

2) L'isomère A de l'alcool X réagit avec le  $KMnO_4$  en excès pour donner l'acide butanoïque.

a) Donnons la formule semi-développée et le nom de A.

L'isomère A de X réagit avec le permanganate de potassium ( $KMnO_4$ ) en excès pour donner l'acide butanoïque  $CH_3-CH_2-CH_2-COOH$  donc l'alcool A est primaire ; de plus sa chaîne carbonée est linéaire. D'où l'isomère A recherché est le **butan-1-ol** :  $CH_3-CH_2-CH_2-CH_2OH$ .

b) Equation-bilan de la réaction d'oxydo-réduction entre le  $KMnO_4$  et l'alcool A.

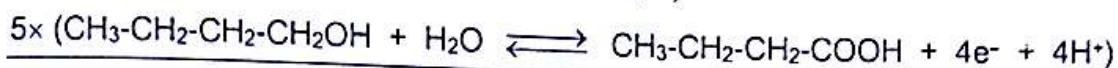
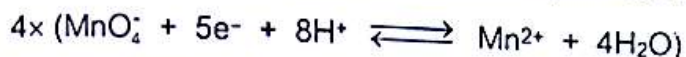
C'est une réaction d'oxydoréduction entre les couples oxydant / réducteur suivants :

>  $MnO_4^- / Mn^{2+}$  ;

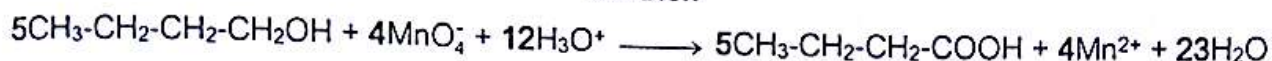
>  $CH_3-CH_2-CH_2-COOH / CH_3-CH_2-CH_2-CH_2OH$

## CORRECTION

On écrit les demi-équations de ces couples et on fait leur somme membre à membre.



Ou bien



### Exercice 2

1. Montrons que B a pour formule brute  $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}$ .

Soit  $\text{C}_x\text{H}_y\text{O}_z$  la formule du composé organique B. Déterminons les nombres x, y et z.

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{\%C \times M}{1200} = \frac{62 \times 58}{1200} \approx 3 \\ y &= \frac{\%H \times M}{100} = \frac{10,4 \times 58}{100} \approx 6 \\ z &= \frac{\%O \times M}{1600} = \frac{27,6 \times 58}{1600} \approx 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{la formule brute de B est } \text{C}_3\text{H}_6\text{O}$$

2. Formules semi-développées possibles pour B et noms des composés correspondants.

Le composé B réagit avec la 2,4 DNPH en donnant un précipité jaune donc B est un composé carbonylé (aldéhyde ou cétone).

Famille	Formule semi-développée	Nom
Aldéhyde	$\text{H}_3\text{C}-\text{CH}_2-\overset{\text{O}}{\underset{\text{H}}{\text{C}}}$	propanal
Cétone	$\text{H}_3\text{C}-\overset{\text{O}}{\underset{\text{O}}{\text{C}}}-\text{CH}_3$	propanone ou propan-2-one

3. Déterminons la fonction chimique de B et identifions-le.

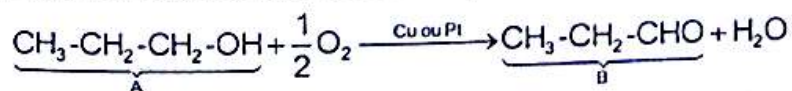
B rosit le réactif de Schiff donc B est un aldéhyde : c'est le propanal  $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-CHO}$ .

4. Le composé B a été obtenu par oxydation ménagée d'un alcool A par l'oxygène de l'air.

4.1. Donnons la classe, la formule semi-développée et le nom de l'alcool A.

Le propanal (aldéhyde) est obtenu par oxydation ménagée d'un alcool primaire donc A est un alcool primaire : le propan-1-ol de formule  $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{OH}$ .

4.2. Equation-bilan de la réaction d'oxydation de l'alcool A.





**Exercice 3**

## 1.) Nom du gaz dégagé et équation-bilan de la réaction

Il s'agit de la réaction d'un alcool avec le sodium métal. Au cours de celle-ci, il se dégage du dihydrogène ( $H_2$ ).

L'équation-bilan de la réaction est :  $R-OH + Na \longrightarrow RO^- + Na^+ + \frac{1}{2}H_2$

## 2.) Masse molaire et formule brute de D

le bilan molaire de la réaction est :  $\frac{n_r}{1} = \frac{n_p}{1} \Rightarrow n_D = 2n_{H_2}$

$$\Rightarrow \frac{m_D}{M_D} = 2 \times \frac{V}{V_m} \Rightarrow M_D = m_D \times \frac{V_m}{2V} = 2,96 \times \frac{24}{2 \times 0,48} = 74 \text{ g/mol}$$

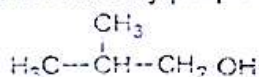
$$M_D = M(C_nH_{2n+2}O) = 12n + 2n + 2 + 16 = 14n + 18 \Rightarrow n = \frac{M_D - 18}{14} = \frac{74 - 18}{14} = 4$$

La formule brute de D est donc  $C_4H_{10}O$ .

## 3.) Formule semi-développée et nom de D

Le produit d'oxydation de D réagit positivement avec la 2,4-D.N.P.H et le réactif de Schiff donc D est un alcool primaire.

Le seul alcool primaire ayant 4 atomes de carbone dont la chaîne carbonée est ramifiée est le 2-méthylpropan-1-ol. Sa formule semi-développée est :

**Exercice 4**1. Formules semi-développées des isomères possibles de l'alcène de formule brute  $C_4H_8$ .

Nom	Formule semi-développée
but-1-ène	$\text{CH}_3-\text{CH}_2-\text{CH}=\text{CH}_2$
but-2-ène	$\text{CH}_3-\text{CH}=\text{CH}-\text{CH}_3$
2-méthylpropène	$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{C}-\text{C}=\text{CH}_2 \\   \\ \text{CH}_3 \end{array}$

## 2. Formule et classe du (ou des) alcool(s) obtenu(s) à partir de chaque isomère.

Alcène	Alcool obtenu	Nom	Classe
$\text{CH}_3-\text{CH}=\text{CH}-\text{CH}_3$	$\text{CH}_3-\text{CH}_2-\text{CH}_2-\text{CH}_2\text{OH}$	butan-1-ol	alcool primaire
$\text{CH}_3-\text{CH}_2-\text{CH}=\text{CH}_2$	$\text{CH}_3-\text{CH}_2-\text{CH}_2-\text{CH}_2\text{OH}$	butan-1-ol	alcool primaire
	$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{C}-\text{CH}_2-\text{CH}-\text{CH}_3 \\   \\ \text{OH} \end{array}$	butan-2-ol	alcool secondaire
$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{C}-\text{C}=\text{CH}_2 \\   \\ \text{CH}_3 \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{CH}_3 \\   \\ \text{H}_3\text{C}-\text{CH}-\text{CH}_2-\text{OH} \end{array}$	2-méthylpropan-1-ol	alcool primaire
	$\begin{array}{c} \text{CH}_3 \\   \\ \text{H}_3\text{C}-\text{C}-\text{CH}_3 \\   \\ \text{OH} \end{array}$	2-méthylpropan-2-ol	alcool tertiaire

## CORRECTION

3. Ce que l'on peut déduire du fait qu'on obtient deux alcools A et B de classes différentes.

Ce renseignement indique que l'alcène recherché ne peut-être un alcène symétrique c'est-à-dire le but-2-ène car ce dernier ne peut donner qu'un seul produit par hydratation. L'alcène recherché peut-être plutôt le but-1-ène ou le 2-méthylpropène.

4. A l'aide des renseignements, identifions l'isomère de l'alcène dont il est question.

Seul A s'oxyde et conduit à un nouveau composé A' qui donne un test positif à la DNPH et au réactif de Schiff donc A' est un aldéhyde ce qui induit que A est un alcool primaire.

De plus B ne s'oxyde pas donc B est un alcool tertiaire (le 2-méthylpropan-2-ol).

De ces deux résultats on conclue que l'alcène recherché est le 2-méthylpropène.

Donnons la formule semi-développée et le nom de A'.

A' est l'aldéhyde issu de l'oxydation ménagée du 2-méthylpropan-1-ol donc A' est le 2-méthylpropanal.

Composé	Formule semi-développée	Nom
alcène	$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{C}-\text{C}=\text{CH}_2 \\   \\ \text{CH}_3 \end{array}$	2-méthylpropène
A	$\begin{array}{c} \text{CH}_3 \\   \\ \text{H}_3\text{C}-\text{CH}-\text{CH}_2\cdot\text{OH} \end{array}$	2-méthylpropan-1-ol
B	$\begin{array}{c} \text{CH}_3 \\   \\ \text{H}_3\text{C}-\text{C}-\text{CH}_3 \\   \\ \text{OH} \end{array}$	2-méthylpropan-2-ol
A'	$\begin{array}{c} \text{O} \\    \\ \text{H}_3\text{C}-\text{CH}-\text{C} \\   \quad   \\ \text{CH}_3 \quad \text{H} \end{array}$	2-méthylpropanal

### Exercice 5

- 1) a) Equation de combustion complète de l'alcool (A).

La combustion d'un l'alcool ( $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}\text{O}$ ) se fait en présence de dioxygène ( $\text{O}_2$ ) et elle produit du dioxyde de carbone ( $\text{CO}_2$ ) et de l'eau ( $\text{H}_2\text{O}$ ).



- b) Montrons que la formule brute des deux alcools ( $\text{A}_1$ ) et ( $\text{A}_2$ ) est  $\text{C}_4\text{H}_{10}\text{O}$ .

Établissons le bilan molaire de l'équation précédente :  $\frac{n_{\text{A}_1}}{1} = \frac{n_{\text{O}_2}}{\frac{3n}{2}} = \frac{n_{\text{CO}_2}}{n} = \frac{n_{\text{H}_2\text{O}}}{n+1}$

Les données sont la masse  $m_{\text{A}_1}$  de l'alcool  $\text{A}_1$  et le volume  $V_{\text{O}_2}$  de dioxygène  $\text{O}_2$ .

La masse molaire de l'alcool  $\text{A}_1$  de formule générale  $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}\text{O}$  est :

$$M_{\text{A}_1} = 12n + 2n + 2 + 16 = 14n + 18$$

$$\frac{n_{\text{A}_1}}{1} = \frac{n_{\text{O}_2}}{\frac{3n}{2}} \Rightarrow \frac{m_{\text{A}_1}}{M_{\text{A}_1}} = \frac{V_{\text{O}_2}}{\frac{3n}{2}} \Rightarrow \frac{m_{\text{A}_1}}{14n+18} = \frac{2V_{\text{O}_2}}{3nV_0} \Rightarrow 3nV_0m_{\text{A}_1} = (14n+18)2V_{\text{O}_2}$$



# CORRECTION

$$3nV_0m_{A_1} - 14n \times 2V_{O_2} = 18 \times 2V_{O_2} \Rightarrow (3V_0m_{A_1} - 28V_{O_2})n = 36V_{O_2}$$

$$n = \frac{36V_{O_2}}{3V_0m_{A_1} - 28V_{O_2}} = \frac{36 \times 0,72}{3 \times 24 \times 0,37 - 28 \times 0,72} \Rightarrow n = 4$$

Donc la formule brute de  $A_1$  est  $C_4H_{10}O$  et comme  $A_1$  et  $A_2$  sont isomères donc ils ont la même formule brute.

2) On réalise leur oxydation ménagée par la solution de bichromate de potassium acidifiée.

a) Précisons en le justifiant la classe de chacun des alcools ( $A_1$ ) et ( $A_2$ ).

➤ ( $A_1$ ) ne donne rien donc c'est un alcool tertiaire.

➤ Le produit d'oxydation ( $B_2$ ) de ( $A_2$ ) donne un test positif avec la D.N.P.H et un test négatif avec le réactif de Schiff. Donc ( $B_2$ ) est une cétone et ( $A_2$ ) un alcool secondaire

b) Donnons la formule semi développées et le nom de ( $B_2$ ).

La seule cétone ayant quatre atomes de carbone est la butanone ou butan-2-one.

c) Donnons la formule semi développées et le nom de ( $A_1$ ) et ( $A_2$ ).

Tous les alcools correspondant à  $C_4H_{10}O$  sont donnés à la question 1°c) de l'exo 1.

✓ Le seul alcool tertiaire est ( $A_1$ ) ; son nom est le 2-méthylpropan-2-ol.

✓ Le seul alcool secondaire est ( $A_2$ ) ; son nom est le butan-2-ol.

3) Par déshydratation de l'alcool ( $A_1$ ) en présence de l'acide sulfurique, on obtient ( $C_1$ ).

a) Equation-bilan de la réaction en utilisant les formules semi-développées.



b) Précisons le nom de  $C_1$ .

La déshydratation d'un l'alcool donne un alcène : il s'agit ici du 2-méthylpropène.

Tableau récapitulatif des différents composés organiques.

Composé	Famille	Formule semi-développée	Nom
$A_1$	Alcool (tertiaire,	$\begin{array}{c} \text{CH}_3 \\   \\ \text{H}_3\text{C}-\text{C}-\text{CH}_3 \\   \\ \text{OH} \end{array}$	2-méthylpropan-2-ol ou méthylpropan-2-ol.
$A_2$	Alcool (secondaire)	$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{C}-\text{CH}_2-\text{CH}-\text{CH}_3 \\   \\ \text{OH} \end{array}$	butan-2-ol
$B_2$	Cétone	$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{C}-\text{CH}_2-\text{C}-\text{CH}_3 \\    \\ \text{O} \end{array}$	butanone ou butan-2-one
$C_1$	Alcène	$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{C}-\text{C}=\text{CH}_2 \\   \\ \text{CH}_3 \end{array}$	2-méthylpropène ou méthylpropène

**Exercice 6****1. La classe de l'alcool A**

A est un alcool primaire.

**2. On effectue une oxydation ménagée de cet alcool par l'ion  $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$  en milieu acide.****a) Les corps susceptibles de se former**

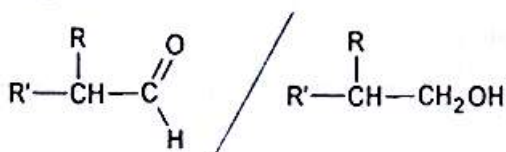
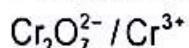
On peut former un aldéhyde et un acide carboxylique

Alcool A	Corps obtenu	Famille
$\begin{array}{c} \text{R} \\   \\ \text{R}'-\text{CH}-\text{CH}_2\text{OH} \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{R} \\   \\ \text{R}'-\text{CH}-\text{C} \begin{array}{l} \nearrow \text{O} \\ \searrow \text{H} \end{array} \end{array}$	aldéhyde
	$\begin{array}{c} \text{R} \\   \\ \text{R}'-\text{CH}-\text{C} \begin{array}{l} \nearrow \text{O} \\ \searrow \text{OH} \end{array} \end{array}$	acide carboxylique

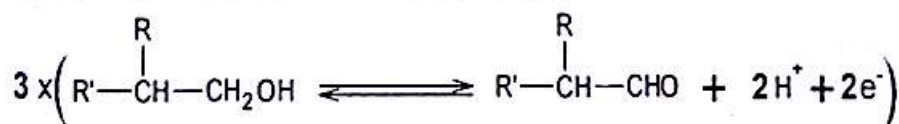
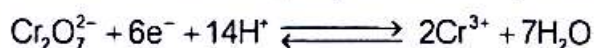
**b) Equation-bilan d'oxydation de l'alcool :****> Cas où la solution oxydante est en défaut.**

Dans ce cas on obtient un aldéhyde.

C'est une réaction d'oxydoréduction entre les couples oxydant/réducteur suivants :

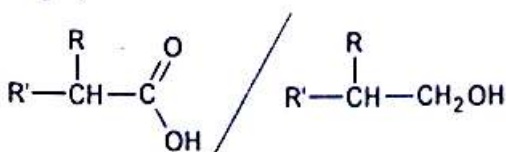
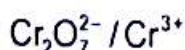


On écrit les demi-équations électroniques et on fait leur somme.

**> Cas où la solution oxydante est en excès.**

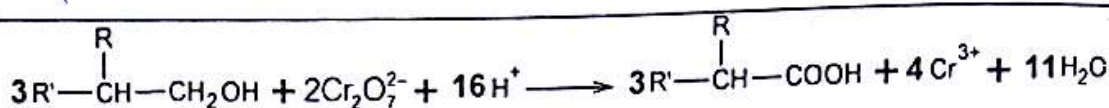
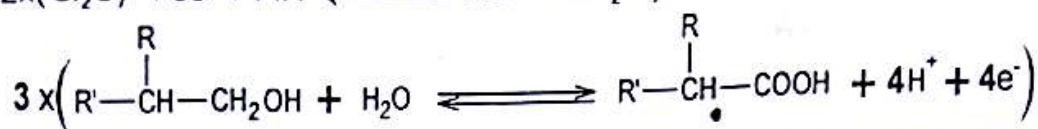
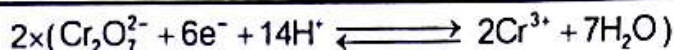
Dans ce cas on obtient un acide carboxylique.

C'est une réaction d'oxydoréduction entre les couples oxydant/réducteur suivants :





## CORRECTION



3. On oxyde avec un excès d'oxydant  $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$  une masse  $m = 15,0$  g de A. On obtient B.

a) Calculons la masse molaire et formule brute de l'alcool A.

A l'équivalence acido-basique,  $n_{\text{base(b)}} = n_{\text{acide(B)}} \Rightarrow C_b V_{bE} = C_B V_B$

Par ailleurs le bilan molaire de l'équation précédente donne :  $\frac{n_{\text{alcool(A)}}}{3} = \frac{n_{\text{acide(B)}}}{3}$

$$\Rightarrow \frac{n_A}{3} = \frac{n_B}{3} \Rightarrow n_A = n_B = C_b V_{bE}$$

$$\Rightarrow M_A = \frac{m_A}{n_A} = \frac{m}{C_b V_{bE}} = \frac{15}{2 \times 85,2 \cdot 10^{-3}} = 88 \text{ g/mol}$$

La formule brute de l'alcool A est  $\text{C}_5\text{H}_{12}\text{O}$ .

b) Déterminons la formule développée et le nom de l'alcool A.

La masse molaire moléculaire d'un alcool de formule brute  $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}\text{O}$  est :

$$M = n \times M_C + (2n + 2) \times M_H + M_O = n \times 12 + (2n + 2) \times 1 + 16 = 14n + 18$$

Alors, si  $M = 88 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ , on résout l'équation :  $14n + 18 = 88$  ; soit :  $n = \frac{88 - 18}{14} = 5$ .

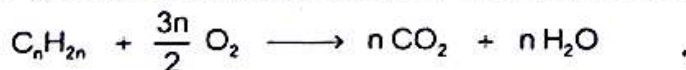
Donc d'après la formule générale initiale de A on a :

Composé	Formule générale	Formule semi-développée	Nom
A	$\text{R}'-\overset{\text{R}}{\underset{ }{\text{CH}}}-\text{CH}_2\text{OH}$	$\text{H}_3\text{C}-\text{CH}_2-\overset{\text{CH}_3}{\underset{ }{\text{CH}}}-\text{CH}_2-\text{OH}$	2-méthylbutan-1-ol

### Exercice 7 (extrait Bac D deuxième Session 2004)

1) La combustion complète d'une mole de l'hydrocarbure produit 72 g d'eau.

1.1. Equation-bilan de la réaction de combustion en fonction de n.



1.2. Calculons la valeur de n et donnons la formule brute de cet hydrocarbure.

$$\text{Bilan molaire : } \frac{n_{\text{C}_n\text{H}_{2n}}}{1} = \frac{n_{\text{O}_2}}{\frac{3n}{2}} = \frac{n_{\text{CO}_2}}{n} = \frac{n_{\text{H}_2\text{O}}}{n}$$

$$\frac{n_{\text{C}_n\text{H}_{2n}}}{1} = \frac{n_{\text{H}_2\text{O}}}{n} \Rightarrow n_{\text{C}_n\text{H}_{2n}} = \frac{m_{\text{H}_2\text{O}}}{M_{\text{H}_2\text{O}}} \Rightarrow n_{\text{C}_n\text{H}_{2n}} = \frac{m_{\text{H}_2\text{O}}}{n \times M_{\text{H}_2\text{O}}} \Rightarrow n = \frac{m_{\text{H}_2\text{O}}}{n_{\text{C}_n\text{H}_{2n}} \times M_{\text{H}_2\text{O}}}$$

$$\text{Application numérique : } n = \frac{72}{1 \times (2 + 16)} = 4$$

La formule brute de cet hydrocarbure est  $\text{C}_4\text{H}_8$ .

## CORRECTION

### 2) Formules semi-développées et noms des isomères possibles.

Ses formules semi-développées possibles sont les suivantes :

Formule semi-développée	Nom
$\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-CH=CH}_2$	but-1-ène
$\text{CH}_3\text{-CH=CH-CH}_3$	but-2-ène
$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{C}-\text{C}=\text{CH}_2 \\   \\ \text{CH}_3 \end{array}$	2-méthylpropène

### 3) L'hydratation de l'un des isomères nommé A ne donne qu'un seul produit B.

#### 3.1. Formules semi-développées et noms de A et de B

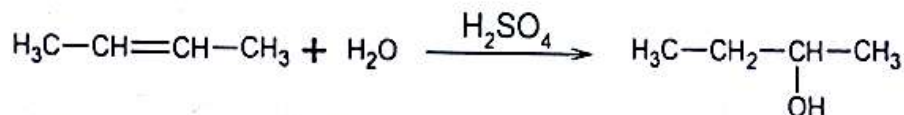
L'hydratation de A ne donne qu'un seul produit B donc A est un alcène symétrique.

Parmi les isomères ci-dessus, le seul alcène symétrique est le **but-2-ène**.

Le produit d'hydratation B du but-2-ène est le **butan-2-ol**.

Composé	Nom	Formule semi-développée
A	but-2-ène	$\text{CH}_3\text{-CH=CH-CH}_3$
B	butan-2-ol	$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{C}-\text{CH}_2-\text{CH}-\text{CH}_3 \\   \\ \text{OH} \end{array}$

#### 3.2. Equation-bilan de l'hydratation de A.



### 4) Le corps B est oxydé en milieu acide par le $\text{KMnO}_4$ . Il se forme un seul produit C.

#### 4.1. Fonction, formule semi-développée et son nom de C.

Le produit d'oxydation d'un alcool secondaire est une cétone.

D'où C est la **butan-2-one** ou **butanone**.

Composé	Nom	Formule semi-développée
C	butanone	$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{C}-\text{CH}_2-\text{C}-\text{CH}_3 \\    \\ \text{O} \end{array}$

#### 4.2. Proposons un test permettant d'identifier C.

C réagit positivement avec la 2,4-DNPH en donnant un précipité jaune mais ne réagit pas avec la liqueur de Fehling ou le réactif de Schiff ou encore le réactif de Tolens.





# LES AMINES

**Charles Adolphe Wurtz**

(né à Strasbourg le 26 novembre 1817 et mort à Paris le 12 mai 1884)

Médecin et Chimiste Français d'origine Alsacienne

Il est connu pour avoir découvert les amines (1849), le glycol (1855), l'aldol qui est un aldéhyde incolore (1872) et a établi la constitution de la glycérine.

Il a imaginé une méthode de synthèse générale en chimie organique grâce à l'emploi du sodium (1854).

Il a donné son nom à la réaction de Wurtz et est le découvreur, avec le chimiste allemand Rudolf Fittig, de la synthèse Würtz-Fittig, une méthode de combinaison des composés organiques halogènes.

## Objectifs spécifiques

- Connaître la nomenclature et quelques propriétés des amines.

## RAPPEL DE COURS

### 1.) Généralités

#### 1.1) Présentation

Les amines sont obtenues en remplaçant dans la molécule d'ammoniac ( $\text{NH}_3$ ) un, deux ou trois atomes d'hydrogène par un groupe carboné ( $\text{R}-$ ). Leur formule générale est  $\text{C}_n\text{H}_{2n+3}\text{N}$ .

#### 1.2) Les trois classes des amines

Classe de l'amine	amine primaire	amine secondaire	amine tertiaire
Nombre de groupes carbonés auquel l'atome d'azote est lié	1	2	3
Formule semi-développée	$\text{R}-\text{NH}_2$	$\text{R}_1-\text{NH}-\text{R}_2$	$\begin{array}{c} \text{R}_1-\text{N}-\text{R}_2 \\   \\ \text{R}_3 \end{array}$

#### 1.3) Nomenclature

Deux nomenclatures sont utilisées :

- on ajoute la terminaison « amine » au nom du groupe carboné  $\text{R}$ ,
- on utilise le nom de l'alcane correspondant en remplaçant la voyelle « e » par « amine ».

#### Remarque

Les noms des groupes carbonés liés à l'atome d'azote sont précédés par la lettre « N ».

Exemples :

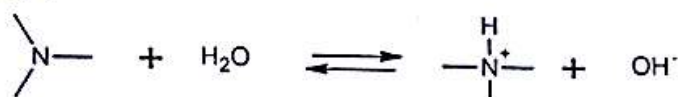
Formule semi-développée	$\text{H}_3\text{C}-\text{NH}_2$	$\text{H}_3\text{C}-\text{CH}_2-\text{NH}-\text{CH}_3$	$\text{H}_3\text{C}-\text{CH}_2-\text{N}(\text{CH}_3)_2$
Nom	méthylamine ou méthanamine	N-méthyléthylamine ou N-méthyléthanamine	N,N-diméthyléthylamine ou N,N-diméthyléthanamine

## 2.) Propriétés des amines

### 2.1 ) Caractère basique

Les amines sont des bases faibles dues au doublet non liant de l'atome d'azote (N).

Elles réagissent avec l'eau en donnant l'acide conjugué correspondant selon l'équation-bilan suivante :



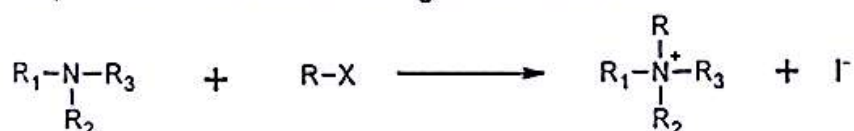
Exemple :



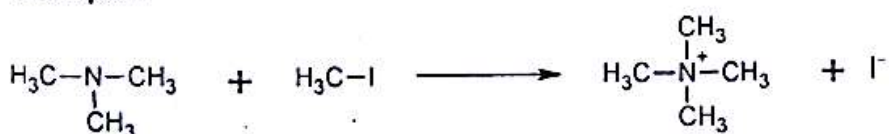
### 2.2 ) Caractère nucléophile : la réaction d'Hofmann

C'est la réaction entre une amine tertiaire et un halogénoalcane de formule R-X.

Le produit obtenu est un halogénure d'ammonium.



Exemple :



Ici on obtient l'iodure de tetraméthylammonium.

Remarque : une amine primaire peut réagir successivement avec un halogénoalcane, si ce dernier est en excès, pour donner un halogénure d'ammonium.

Exemple :

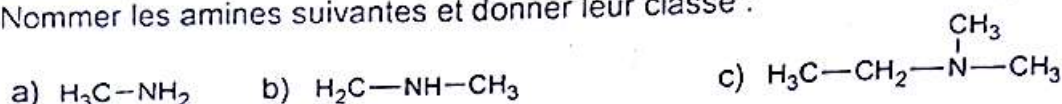




## EXERCICES RESOLUS

### Exercice 1

1) Nommer les amines suivantes et donner leur classe :



2) Ecrire les formules développées des amines suivantes et indiquer leur classe :

a) 2,2-diméthylbutanamine      b) N-méthylpropylamine      c) triméthylamine

### Exercice 2

- Donner la formule brute d'une monoamine aliphatique primaire contenant  $n$  atomes de carbone. Exprimer en fonction de  $n$  le pourcentage en masse d'azote qu'elle contient.
- Une masse de 15 g d'une telle amine contient 3,56 g d'azote. Quelle est sa formule brute ? Ecrire les formules semi développées, les noms et les classes des isomères possibles des amines, qui sont compatibles avec la formule brute trouvée.

### Exercice 3

- Un échantillon de 18 g d'une amine primaire est dissous dans un litre d'eau.  
On prélève 10 mL de la solution obtenue que l'on dose par une solution d'acide chlorhydrique de concentration molaire  $C_a = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$  en présence du B.B.T.  
La solution change de couleur lorsqu'on a versé 40 mL de solution acide.
- Ecrire l'équation de la réaction et préciser les couples acide/base mis en jeu.
  - Calculer la concentration molaire de la solution d'amine.
  - Déterminer la masse molaire de l'amine et déduire sa formule brute et son nom.
  - Calculer la masse du solide que l'on obtient en faisant évaporer la solution obtenue après changement de couleur.

### Exercice 4

On dissout 7,5 g d'une amine aliphatique A dans l'eau pure ; ce qui permet d'obtenir un litre de solution. Un échantillon de cette solution dosée révèle une concentration de  $0,1027 \text{ mol/L}$ .

- En déduire la masse molaire de l'amine A et sa formule brute.  
On donne les masses molaires en g/mol : C = 12 ; H = 1 ; N = 14 ; O = 16.
- L'action de l'iodométhane sur l'amine A permet d'obtenir une amine secondaire, une amine tertiaire, ainsi qu'un iodure d'ammonium quaternaire.  
Quelles sont les formules semi développées possible de A ?
- L'amine obtenue contient un carbone lié à 4 groupements différents.  
Donner sa formule semi-développée.
- a) Ecrire l'équation bilan de la réaction de dissolution de cette amine dans l'eau.  
b) Quelle est le caractère mise ici en évidence ?
- a) Quelles sont les formules semi-développées et les noms des amines et de l'ion ammonium quaternaire obtenus par l'action de l'iodométhane avec l'amine A.  
b) Ecrire l'équation bilan de la réaction de l'iodométhane sur l'amine tertiaire.  
c) Préciser le caractère mise en évidence.



## EXERCICES DE PERFECTIONNEMENT

### Exercice 1 (Extrait Bac séries S2, S2A, S4 et S5 Sénégal 2011)

Les amines ont une odeur caractéristique, forte et désagréable. A l'état naturel, elles proviennent de la dégradation de la matière animale.

- 1) On considère les amines dont les molécules sont saturées et non cycliques.

Ecrire la formule générale de telles amines si on désigne par  $n$  le nombre d'atomes de carbone par molécule.

- 2) On dissout dans de l'eau distillée une masse  $m = 10,35$  g d'une amine A de cette catégorie. On obtient alors 1 L de solution. On prélève un volume  $V_1 = 40$  mL de cette solution. En présence d'un indicateur coloré approprié, on dose ce prélèvement par une solution d'acide chlorhydrique de concentration  $C_2 = 0,20$  mol.L<sup>-1</sup>. Le virage de l'indicateur se produit quand on a versé un volume  $V_2 = 20,5$  mL.

2.1. Déterminer la masse molaire de A et sa formule brute.

2.2. On considère trois amines de classes différentes admettant la même formule brute que A.

a) Ecrire les formules semi-développées de ces amines. Nommer chaque amine.

b) La molécule de l'amine A étudiée est symétrique.

Préciser alors la formule semi développée et le nom de A.

### Exercice 2 (extrait Bac Blanc Lycée Sainte Marie Cocody 2008)

- 1) En combien de classes les amines peuvent-elles être réparties ?

Donner un exemple de chaque classe en précisant le nom du corps.

- 2) Une amine aliphatique de masse  $m = 1,77$  g contient 0,42 g d'azote.

Montrer que cette amine a pour formule brute  $C_3H_9N$ .

- 3) On considère l'amine tertiaire notée B de cette formule brute.

3.1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction de cette amine sur l'eau.

3.2. Quel est le caractère de l'amine mis en évidence ? Justifier la réponse.

3.3. Le pH d'une solution aqueuse de cette amine est égal à 11,4.

a) Calculer les concentrations molaires des espèces chimiques de cette solution sachant que la constante d'acidité du couple relatif à l'amine est  $K_A = 1,56 \cdot 10^{-10}$ .

b) En déduire la concentration molaire  $C$  de cette solution.

- 4) Cette amine B réagit sur l'iodure d'éthyle en solution dans l'éthanol.

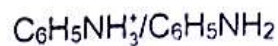
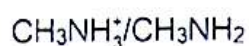
4.1. Ecrire l'équation-bilan de cette réaction.

4.2. Quel est le nom du produit obtenu ?

4.3. Quel est le caractère de l'amine mis ainsi en évidence ? Justifier la réponse.



5) On donne le  $K_A$  des couples acide/base suivants :



$$K_{A1} = 2,7 \cdot 10^{-11}$$

$$K_{A2} = 1,56 \cdot 10^{-10}$$

$$K_{A3} = 2,51 \cdot 10^{-5}$$

5.1. Classer ces amines par force basique croissante.

5.2. A concentration égale, la méthylamine se protonise plus que l'amine tertiaire B.

De ces deux solutions basiques, quelle est la solution de pH le moins élevé.

Justifier la réponse.

On donne :  $M_H = 1 \text{ g/mol}$  ;  $M_C = 12 \text{ g/mol}$  ;  $M_N = 14 \text{ g/mol}$ .

### Exercice 3 (Extrait Bac séries S2, S2A, S4 et S5 Sénégal 2008)

La fonction amine recouvre un ensemble très étendu de composés organiques azotés dont l'intérêt réside, entre autres, dans l'utilisation qu'on en fait dans l'industrie.

La méthylamine et l'éthylamine sont utilisées comme solvants et comme matières premières dans la synthèse de colorants et d'insecticides. Quant à la diéthylamine ou N-éthyléthanamine, de formule brute  $\text{C}_4\text{H}_{11}\text{N}$ , elle est utilisée comme inhibiteur de corrosion dans la fabrication de résines ainsi que dans le domaine pharmaceutique. On pourrait citer bien d'autres utilisations industrielles des amines.

1. Ecrire la formule semi-développée de la diéthylamine. Préciser la classe de l'amine.
2. Ecrire l'équation-bilan de la réaction de la diéthylamine avec l'eau.

Préciser les couples acide/base mis en jeu.

3. La solution obtenue est-elle acide, base ou neutre ? Justifier la réponse.

Proposer une expérience simple permettant de vérifier cela.

4. On dispose au laboratoire, d'une solution de diéthylamine peu diluée.

La concentration molaire volumique de la solution est  $C_1$ .

4.1. Faire l'inventaire des espèces chimiques en solution.

4.2. Rappeler l'expression du produit ionique de l'eau  $K_e$  et donner sa valeur à  $25^\circ\text{C}$ .

4.3. Quelle relation existe-t-il entre le pH de la solution, le  $pK_a$  du couple ion diéthylammonium/diéthylamine, la concentration en diéthylamine et la concentration en ion diéthylammonium dans la solution à l'équilibre ?

4.4. En usant des approximations qu'il est légitime de faire, montrer que le pH de la solution de diéthylamine peut se mettre sous la forme :

$$\text{pH} = \frac{1}{2} (\text{p}K_e + \text{p}K_a - \text{p}C_1) \text{ relation où } \text{p}C_1 = -\log C_1.$$

Calculer alors le pH d'une solution de diéthylamine à  $10^{-1} \text{ mol/L}$ .

On prendra  $\text{p}K_a = 10,5$ .

## CORRECTION

### Exercice 1

#### 1) Nom et classe des amines

Question	Formule semi-développée	Nom	Classe
a)	$\text{H}_3\text{C}-\text{NH}_2$	méthylamine ou méthanamine	primaire
b)	$\text{H}_2\text{C}-\text{NH}-\text{CH}_3$	diméthylamine ou N-méthylméthanamine	secondaire
c)	$\begin{array}{c} \text{CH}_3 \\   \\ \text{H}_3\text{C}-\text{CH}_2-\text{N}-\text{CH}_3 \end{array}$	N,N-diméthyléthylamine ou N,N-diméthyléthylamine	tertiaire

#### 2) Formules semi-développées et classe des amines

Question	Nom	Formule semi-développée	Classe
a)	2,2-diméthylbutanamine	$\begin{array}{c} \text{CH}_3 \\   \\ \text{H}_3\text{C}-\text{CH}_2-\text{C}-\text{CH}_2-\text{NH}_2 \\   \\ \text{CH}_3 \end{array}$	primaire
b)	N-méthylpropylamine	$\text{H}_3\text{C}-\text{NH}-\text{CH}_2-\text{CH}_2-\text{CH}_3$	secondaire
c)	triméthylamine	$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{C}-\text{N}-\text{CH}_3 \\   \\ \text{CH}_3 \end{array}$	tertiaire

### Exercice 2

#### 1. Formule brute d'une monoamine aliphatique primaire contenant n atomes de carbone.



Exprimons en fonction de n le pourcentage en masse d'azote qu'elle contient.

$$\%N = \frac{14 \times 100}{M} = \frac{1400}{12n + 2n + 3 + 14} = \frac{1400}{14n + 17}$$

#### 2. Une masse de 15 g de l'amine contient 3,56 g d'azote. Déterminons sa formule brute.

$$\%N = \frac{1400}{14n + 17} = \frac{m_N}{m_{\text{amine}}} \times 100 \Rightarrow \frac{14}{14n + 17} = \frac{m_N}{m_{\text{amine}}} \Rightarrow \frac{14n + 17}{14} = \frac{m_{\text{amine}}}{m_N}$$

$$\Rightarrow 14n + 17 = \frac{14 \times m_{\text{amine}}}{m_N} \Rightarrow 14n = \frac{14 \times m_{\text{amine}}}{m_N} - 17 \Rightarrow n = \frac{1}{14} \times \left( \frac{14 \times m_{\text{amine}}}{m_N} - 17 \right)$$

$$\text{Application numérique : } n = \frac{1}{14} \times \left( \frac{14 \times 15}{3,56} - 17 \right) \approx 3$$

La formule brute de l'amine est :  $\text{C}_3\text{H}_9\text{N}$ .



## CORRECTION

Formules semi-développées, nom et classe des isomères possibles de l'amine.

Formule semi-développée	Nom	Classe
$\text{H}_3\text{C}-\text{CH}_2-\text{CH}_2-\text{NH}_2$	propanamine ou propylamine	amine primaire
$\begin{array}{c} \text{NH}_2 \\   \\ \text{H}_3\text{C}-\text{CH}-\text{CH}_3 \end{array}$	1-méthyléthanamine ou 1-méthyléthylamine	amine primaire
$\text{H}_3\text{C}-\text{CH}_2-\text{NH}-\text{CH}_3$	N-méthyléthanamine ou N-méthyléthylamine	amine secondaire
$\begin{array}{c} \text{CH}_3 \\   \\ \text{H}_3\text{C}-\text{N}-\text{CH}_3 \end{array}$	triméthylamine	amine tertiaire

### Exercice 3

1. Écrivons l'équation de la réaction et précisons les couples acide/base mis en jeu

➤ Equation-bilan : il s'agit d'une réaction de dosage (dosage d'une base faible par un acide fort) donc la réaction est totale (une seule flèche).



➤ Les couples mis en jeu :  $\text{R-NH}_3^+/\text{R-NH}_2$  et  $\text{H}_3\text{O}^+/\text{H}_2\text{O}$

2. Déterminons la concentration molaire de la solution d'amine dosée

La solution change de couleur à l'équivalence acido-basique où la quantité d'acide chlorhydrique versé est égale à celle de l'amine dosée. Ainsi on a :

$$C_a V_a = C_b V_b \Rightarrow C_b = \frac{C_a V_a}{V_b} = \frac{0,1 \times 40}{10} \Rightarrow C_b = 0,4 \text{ mol/L}$$

3. Déterminons la masse molaire de l'amine et déduisons sa formule brute et son nom.

Déterminons d'abord la quantité de matière  $n_b$  d'amine dissous dans un litre d'eau.

$$n_b = C_b V = 0,4 \times 1 = 0,4 \text{ mol}$$

$$\text{Enfin la masse molaire } M_b \text{ de l'amine est : } M_b = \frac{m_b}{n_b} = \frac{18}{0,4} \Rightarrow M_b = 45 \text{ g/mol}$$

Formule brute et nom de l'amine

La formule brute générale d'une amine est  $\text{C}_n\text{H}_{2n+3}\text{N}$ .

$$\text{Sa masse molaire générale est : } M_b = 12n + 2n + 3 + 14 = 14n + 17$$

$$\text{Ainsi on a : } 14n + 17 = 45 \Rightarrow n = \frac{45 - 17}{14} = 2$$

Formule brute	Formule semi-développée	Nom
$\text{C}_2\text{H}_7\text{N}$	$\text{CH}_3-\text{CH}_2-\text{NH}_2$	éthanamine ou éthylamine

4. Masse du solide que l'on obtient en faisant évaporer la solution obtenue à l'équivalence

On obtient le chlorure d'éthylammonium ( $\text{C}_2\text{H}_5\text{-NHCl}$ ) à l'équivalence.

La réaction de dosage est totale donc d'après le bilan molaire :  $n_{\text{amine}} = n_{\text{solide}} = 0,4 \text{ mol}$

$$m_{\text{solide}} = n_{\text{solide}} \times M_{\text{solide}} = 0,4 \times (12 \times 2 + 6 + 14 + 35,5) \Rightarrow m_{\text{solide}} = 32,6 \text{ g}$$

## CORRECTION

### Exercice 4

1. Déterminons la masse molaire de l'amine A et sa formule brute.

$$M_A = \frac{m_A}{n_A} = \frac{m_A}{C_A V_A} = \frac{7,5}{1 \times 0,1027} = 73 \text{ g/mol}$$

$$M_A = 12n + 2n + 3 + 14 = 14n + 17 \Rightarrow n = \frac{M_A - 17}{14} = \frac{73 - 17}{14} = 4$$

La formule brute de l'amine A est  $C_4H_{11}N$

2. Formules semi développées possible de l'amine A.

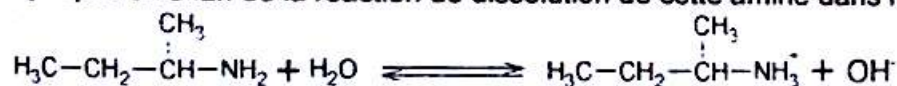
L'action de l'iodométhane sur A permet d'obtenir une amine secondaire, une amine tertiaire, ainsi qu'un iodure d'ammonium quaternaire donc A est une amine primaire.

Formule semi-développée	Nom
$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-NH_2$	butanamine ou butylamine
$\begin{array}{c} CH_3 \\   \\ H_3C-CH_2-CH-NH_2 \end{array}$	1-méthylpropanamine ou 1-méthylpropylamine
$\begin{array}{c} CH_3 \\   \\ H_2C-CH-CH_2-NH_2 \end{array}$	2-méthylpropanamine ou 2-méthylpropylamine
$\begin{array}{c} CH_3 \\   \\ H_3C-C-NH_2 \\   \\ CH_3 \end{array}$	1,1-diméthyléthanamine ou 1,1-diméthyléthylamine

3. Donnons la formule semi-développée de A.

L'amine obtenue contient un carbone lié à 4 groupements différents donc d'après le tableau ci-dessus, A est le 1-méthylpropanamine ou 1-méthylpropylamine.

4. a) Equation bilan de la réaction de dissolution de cette amine dans l'eau.



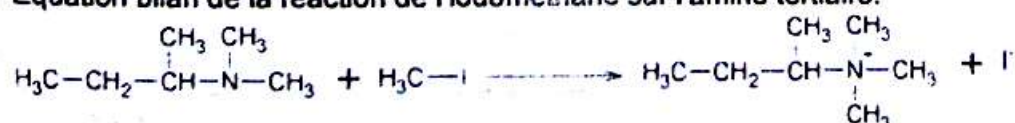
- b) Précisons le caractère mise ici en évidence

C'est le caractère basique car l'amine (base) capte un proton pour devenir un acide

5. a) Formules semi-développées et noms des amines et de l'ion ammonium quaternaire.

Formule semi-développée	Nom	Classe
$\begin{array}{c} CH_3 \\   \\ H_2C-CH_2-CH-NH-CH_3 \end{array}$	N-méthyl-1-méthylpropylamine	amine secondaire
$\begin{array}{c} CH_3 \quad CH_3 \\   \quad   \\ H_3C-CH_2-CH-N-CH_3 \end{array}$	N,N-diméthyl-1-méthylpropylamine	amine tertiaire
$\begin{array}{c} CH_3 \quad CH_3 \\   \quad   \\ H_3C-CH_2-CH-N^+-CH_3 \\   \\ CH_3 \end{array}$	ion N,N,N-triméthyl-1-méthylpropylammonium	ion ammonium quaternaire

- b) Equation bilan de la réaction de l'iodométhane sur l'amine tertiaire.



- c) Caractère mise en évidence : c'est le caractère nucléophile (réaction de Hofmann)





Michel-Eugène Chevreul  
(31 août 1786 - 9 avril 1889)  
Chimiste Français

## ACIDES CARBOXYLIQUES ET DERIVES

Il est connu pour son travail sur les **acides gras**, la **saponification**, la découverte de la **creatine** et sa contribution à la **théorie des couleurs**. Ces travaux lui valurent la médaille Copley en 1857.  
En 1813 il isole l'acide **margarique** qui n'est en fait qu'une composition d'acide **stearique** et de l'acide **palmitique** qui est l'un des trois acides gras qui entrent dans la composition de la plupart des matières grasses animales, les deux autres étant l'acide **oléique** et l'acide **stearique**. En 1823 il explique la réaction de **saponification** et la composition de la **stearine**. Il démontre que les corps gras sont formés d'une combinaison entre le **glycérol** et des **acides gras**. Il isole les acides **steariques** et **oléiques**, auxquels il donne leur nom.

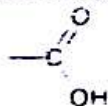
### Objectifs spécifiques

- Connaître la nomenclature et quelques propriétés chimiques des acides carboxyliques.
- Interpréter les réactions d'estérification et d'hydrolyse
- Connaître les caractéristiques de la réaction de saponification
- Écrire les équations-bilans de passage de l'acide carboxylique aux fonctions dérivées et la réaction d'obtention d'un ester à partir d'un anhydride d'acide ou d'un chlorure d'acyle.

### RAPPEL DE COURS

#### 1.) ACIDES CARBOXYLIQUES

C'est un composé organique comportant un groupement fonctionnel carboxyle



La formule générale d'un acide carboxylique saturé est  $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$  (brute) ou  $\text{R-COOH}$

Pour nommer un acide carboxylique, on remplace le « e » final de l'alcane correspondant par le suffixe « oïque ». Le nom final est précédé du mot « acide »

Exemples :

Formule semi-développée	$\text{H}_3\text{C}-\text{C}(=\text{O})\text{OH}$	$\text{H}_3\text{C}-\text{CH}(\text{CH}_3)-\text{C}(=\text{O})\text{OH}$	$\text{C}_6\text{H}_5-\text{C}(=\text{O})\text{OH}$
Nom	acide éthanoïque	acide 2-méthylpropanoïque	acide benzoïque

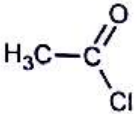
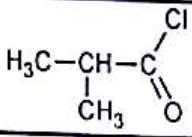
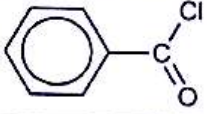
## 2.) DERIVES D'ACIDES

### 2.1) Les chlorures d'acyle

La formule générale d'un chlorure d'acyle est  $C_nH_{2n-1}OCl$  (brute) ou  $R-COCl$ .

Le nom du chlorure d'acyle est obtenu à partir du nom de l'acide dont il dérive en remplaçant le mot « **acide** » par « **chlorure de** » et la terminaison « **oïque** » par « **oyle** »

Exemples :

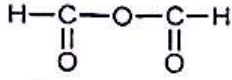
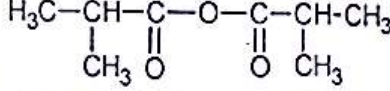
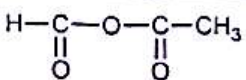
Formule semi-développée			
Nom	chlorure d'éthanoyle	chlorure de 2-méthylpropanoyle	chlorure de benzoyle

### 2.2) Les anhydrides d'acide

La formule générale d'un anhydride d'acide est  $C_nH_{2n-2}O_3$  (brute) ou  $R-COOOC-R$ .

Le nom de l'anhydride d'acide est obtenu à partir du ou des noms de l'acide ou des acides dont il dérive en remplaçant le mot « **acide** » par « **anhydride** ».

Exemples :

Formule semi-développée			
Nom	Anhydride méthanoïque	Anhydride 2-méthylpropanoïque	Anhydride éthanoïque et méthanoïque

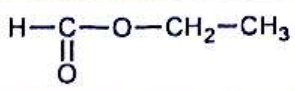
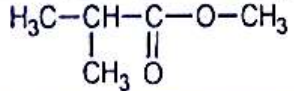
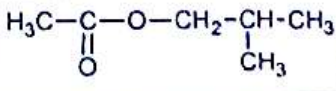
### 2.3) Les esters

La formule générale d'un ester est  $C_nH_{2n}O_2$  (brute) ou  $R-COO-R'$ .

Le nom d'un ester s'obtient à partir du nom de l'acide carboxylique dont il dérive :

- en supprimant le mot « **acide** »,
- en remplaçant la terminaison « **-oïque** » par « **-oate** »,
- en ajoutant la préposition « **de** » ou « **d'** »,
- en faisant suivre le nom obtenu par celui du groupement  $R'$ .

Exemples :

Formule semi-développée			
Nom	méthanoate d'éthyle	2-méthylpropanoate de méthyle	éthanoate de 2-méthylpropyle



## 2.4 ) Les amides

La formule générale d'un amide est  $C_nH_{2n-1}ON$  (bruteà ou  $R_1-CONR_2R_3$ ).

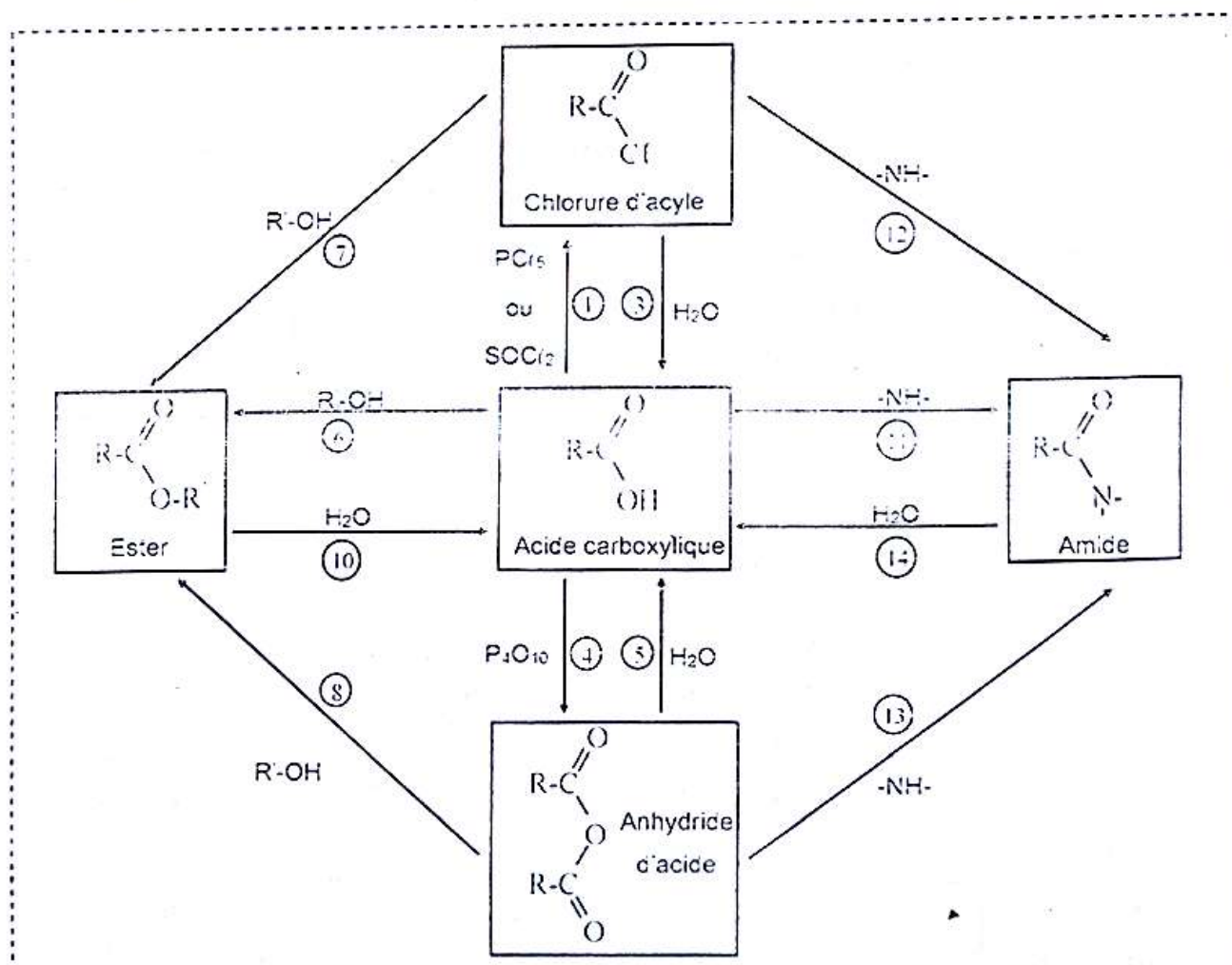
Le nom d'un amide est obtenu à partir du nom de l'acide dont il dérive en supprimant le mot « acide » et en remplaçant la terminaison « oïque » par « amide ».

Les noms des groupes carbonés rattachés à l'atome d'azote N, sont précédés de la lettre « N » dans le nom de l'amide.

Exemples :

Formule semi- développée	$H-C(=O)-NH_2$	$H_3C-CH(CH_3)-C(=O)-NH_2$	$H_3C-C(=O)-N(CH_3)_2$
nom	méthanamide	2-méthylpropanamide	N,N-diméthyléthananamide

## 3.) PRINCIPALES REACTIONS AVEC UN ACIDE CARBOXYLIQUE



NB :  $-NH-$  correspond à l'ammoniac, une amine primaire (I) ou une amine secondaire (II).

#### 4.) EQUATION-BILANS DES PRINCIPALES REACTIONS

N°	Equation-bilan de la réaction	Nom	Caractéristiques et autres notes
1a	$\text{R}-\overset{\text{O}}{\underset{\text{OH}}{\text{C}}} + \text{PCl}_5 \longrightarrow \text{R}-\overset{\text{O}}{\underset{\text{Cl}}{\text{C}}} + \text{HCl} + \text{POCl}_3$	Synthèse d'un chlorure d'acyle	Totale et exothermique PCl <sub>5</sub> : pentachlorure de phosphore SOCl <sub>2</sub> : chlorure de thionyle
1b	$\text{R}-\overset{\text{O}}{\underset{\text{OH}}{\text{C}}} + \text{SOCl}_2 \longrightarrow \text{R}-\overset{\text{O}}{\underset{\text{Cl}}{\text{C}}} + \text{HCl} + \text{SO}_2$		
2	$\text{R}-\overset{\text{O}}{\underset{\text{OH}}{\text{C}}} + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{R}-\overset{\text{O}}{\underset{\text{O}^-}{\text{C}}} + \text{H}_3\text{O}^+$	Hydrolyse d'un acide carboxylique	Lente et réversible
3	$\text{R}-\overset{\text{O}}{\underset{\text{Cl}}{\text{C}}} + \text{H}_2\text{O} \longrightarrow \text{R}-\overset{\text{O}}{\underset{\text{OH}}{\text{C}}} + \text{HCl}$	Hydrolyse d'un chlorure d'acyle	Violente, totale et exothermique
4	$\begin{array}{c} \text{R}-\overset{\text{O}}{\text{C}} \\   \\ \text{OH} \\   \\ \text{OH} \\   \\ \text{R}-\overset{\text{O}}{\text{C}} \end{array} \xrightarrow{\text{P}_4\text{O}_{10}} \begin{array}{c} \text{R}-\overset{\text{O}}{\text{C}} \\   \\ \text{O} \\   \\ \text{R}-\overset{\text{O}}{\text{C}} \end{array} + \text{H}_2\text{O}$	Synthèse d'un anhydride d'acide symétrique	Totale et exothermique P <sub>4</sub> O <sub>10</sub> : Décaoxyde de tétraphosphore
5	$\begin{array}{c} \text{O}=\text{C}-\text{O}-\text{C}=\text{O} \\   \quad \quad   \\ \text{R} \quad \quad \text{R} \end{array} + \text{H}_2\text{O} \longrightarrow 2 \text{R}-\overset{\text{O}}{\underset{\text{OH}}{\text{C}}}$	Hydrolyse d'un anhydride d'acide symétrique	Totale, exothermique et lente à froid
6	$\text{R}-\overset{\text{O}}{\underset{\text{OH}}{\text{C}}} + \text{R}'-\text{OH} \rightleftharpoons \text{R}-\overset{\text{O}}{\underset{\text{O}-\text{R}'}{\text{C}}} + \text{H}_2\text{O}$	Estérification directe	- Lente (catalysée par H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> et une élévation de la température) - Limitée (réversible) - Athermique
7	$\text{R}-\overset{\text{O}}{\underset{\text{Cl}}{\text{C}}} + \text{R}'-\text{OH} \longrightarrow \text{R}-\overset{\text{O}}{\underset{\text{O}-\text{R}'}{\text{C}}} + \text{HCl}$	Estérification via chlorure d'acyle (indirecte)	- Rapide
8	$\begin{array}{c} \text{R}-\overset{\text{O}}{\text{C}} \\   \\ \text{O} \\   \\ \text{R}-\overset{\text{O}}{\text{C}} \end{array} + \text{R}'-\text{OH} \longrightarrow \text{R}-\overset{\text{O}}{\underset{\text{O}-\text{R}'}{\text{C}}} + \text{R}-\overset{\text{O}}{\underset{\text{OH}}{\text{C}}}$	Estérification via anhydride d'acide (indirecte)	- Totale - Exothermique
9	$\text{R}-\overset{\text{O}}{\underset{\text{O}-\text{R}'}{\text{C}}} + \text{OH}^- \longrightarrow \text{R}-\overset{\text{O}}{\underset{\text{O}^-}{\text{C}}} + \text{R}'-\text{OH}$	Saponification	Totale mais lente

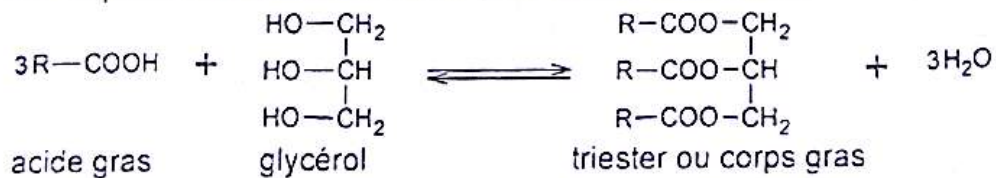


N°	Equation-bilan de la réaction	Nom	Caractéristiques et autres notes
10	$R-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-O-R' + H_2O \rightleftharpoons R-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-OH + R'-OH$	Hydrolyse d'un ester	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Lente (catalysée par <math>H_2SO_4</math> et une élévation de la température)</li> <li>- Limitée (réversible)</li> <li>- Athermique</li> </ul>
11	$R-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-OH + -NH- \rightleftharpoons R-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-N- + H_2O$	Synthèse directe d'un amide	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Limitée et lente</li> <li>- La réaction passe par un carboxylate d'ammonium</li> </ul> $R-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-O^- \quad NH_2^+$
12	$R-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-Cl + -NH- \longrightarrow R-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-N- + HCl$	Synthèse d'un amide via chlorure d'acyle	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Rapide</li> <li>- Totale</li> </ul>
13	$\begin{array}{c} O \\ \parallel \\ R-C-O-C-O \\ \parallel \\ R \end{array} + -NH- \longrightarrow R-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-N- + R-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-OH$	Synthèse d'un amide via anhydride d'acide	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Exothermique</li> </ul>
14	$R-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-N- + H_2O \rightleftharpoons R-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-OH + -NH-$	Hydrolyse d'un amide	Lente et limitée

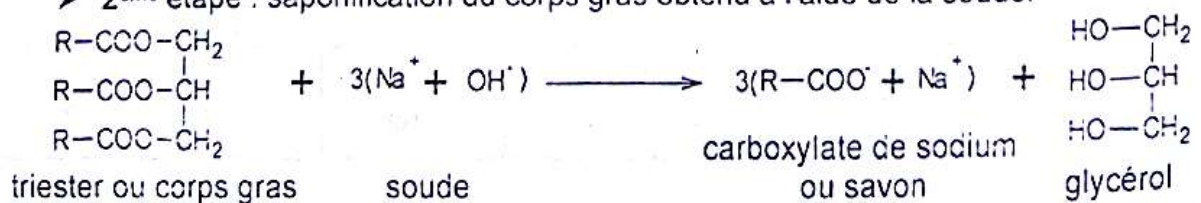
Remarque :

- NH- correspond à l'ammoniac, une amine primaire (I) ou une amine secondaire (II).
- Saponification d'un triester ou corps gras (fabrication du savon)

➤ 1<sup>ère</sup> étape : estérification de l'acide gras à l'aide du glycérol.



➤ 2<sup>ème</sup> étape : saponification du corps gras obtenu à l'aide de la soude.



5.) **TABLEAU RECAPITULATIF DE QUELQUES COMPOSES ORGANIQUES**

Famille ou fonction chimique	Groupe caractéristique	Formule brute générale
alcools	(R)-OH groupe hydroxyle OH.	$C_nH_{2n+2}O$
éthers oxydes	(R)-O-(R') groupe oxyde O.	
aldéhydes	$\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ \text{(R)-C} \\   \\ \text{H} \end{array} \text{ ou (R)-CHO}$ groupe carbonyle CO en bout de chaîne.	$C_nH_{2n}O$
cétones	$\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ \text{(R)-C-(R')} \end{array} \text{ ou (R)-CO-(R')}$ groupe carbonyle CO en milieu de chaîne.	
acides carboxyliques	$\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ \text{(R)-C} \\   \\ \text{OH} \end{array} \text{ ou (R)-CO}_2\text{H}$ groupe carboxyle CO <sub>2</sub> H	$C_nH_{2n}O_2$
esters	$\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ \text{(R)-C} \\   \\ \text{O-(R')} \end{array} \text{ ou (R)-CO}_2\text{-(R')}$	
chlorures d'acyle	$\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ \text{(R)-C} \\   \\ \text{Cl} \end{array} \text{ ou (R)-COCl}$	$C_nH_{2n-1}OCl$
anhydrides d'acides	$\begin{array}{c} \text{O} \quad \text{O} \\ \parallel \quad \parallel \\ \text{(R)-C-O-C-(R)} \end{array} \text{ ou } \begin{array}{c} \text{O} \quad \text{O} \\ \parallel \quad \parallel \\ \text{(R)-C-O-C-(R')} \end{array}$ (R)-COOOC-(R) ou bien (R)-COOOC-(R')	$C_nH_{2n-2}O_3$
amides	$\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ \text{(R}_1\text{)-C} \\   \\ \text{N-(R}_3\text{)} \\   \\ \text{(R}_2\text{)} \end{array} \text{ ou (R}_1\text{)-CON(R}_2\text{)(R}_3\text{)}$	$C_nH_{2n+1}ON$
amines	$\begin{array}{c} \text{(R}_1\text{)-N-(R}_3\text{)} \\   \\ \text{(R}_2\text{)} \end{array} \text{ ou (R}_1\text{)-N(R}_2\text{)(R}_3\text{)}$	$C_nH_{2n+3}N$



## EXERCICES RESOLUS

Remarque : dans tous les exercices on prendra comme masses molaires atomiques en g/mol : H : 1 ; C : 12 ; N : 14 ; O : 16 ; Cl : 35,5 ; K : 39 ; Na : 23

### Exercice 1

1. On fait réagir l'acide éthanóïque avec un alcool saturé A. On obtient un ester B de masse molaire  $M = 102 \text{ g/mol}$ .
  - 1.1 Déterminer la formule brute de l'ester B.
  - 1.2 Donner la formule brute de l'alcool A.
2. L'oxydation ménagée de l'alcool A en présence de dichromate de potassium acidifié donne un corps C qui ne colore pas le réactif de Schiff.
  - 2.1 Ecrire la formule semi-développée de l'alcool A. Le nommer.
  - 2.2 Ecrire la formule semi-développée de l'ester B. Le nommer.
3. Ecrire l'équation-bilan de la réaction de l'acide éthanóïque sur A.  
Nommer la réaction et donner ses caractéristiques.
4. On veut obtenir l'ester B à partir de A d'un chlorure d'acyle D.
  - 4.1 Donner la formule semi-développée et le nom de D.
  - 4.2 Ecrire l'équation-bilan de la réaction.

### Exercice 2

On dissout  $m = 3,145 \text{ g}$  d'un acide carboxylique A à chaîne carbonée saturée dans de l'eau pure. La solution obtenue a un volume  $V = 1 \text{ L}$ . On prélève un volume  $V_A = 10 \text{ cm}^3$  que l'on dose à l'aide d'une solution d'hydroxyde de sodium de concentration  $C_B = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$ . L'équivalence est atteinte quand on a versé un volume  $V_B = 8,5 \text{ cm}^3$  de la solution d'hydroxyde de sodium.

1. Calculer la concentration  $C_A$  de la solution d'acide.
2. En déduire la formule brute de l'acide A, sa formule semi développée et son nom.
3. On fait réagir sur A le pentachlorure de phosphore. On obtient un corps B.
  - 3.1. Donner l'équation bilan de la réaction et le nom du composé obtenu.
  - 3.2. Donner une autre méthode de préparation de ce composé.
4. On chauffe un mélange équimolaire de A avec de l'oxyde de phosphore  $\text{P}_4\text{O}_{10}$ .  
Donner l'équation bilan de la réaction et le nom du composé obtenu.
5. On fait réagir sur B le butan-2-ol.
  - 5.1. Donner la formule semi développée et le nom du composé obtenu.
  - 5.2. Donner le nom et les caractéristiques de cette réaction.



### Exercice 3

De nombreux lipides sont des glycérides ; c'est-à-dire des triesters du glycérol et des acides gras.

1. Ecrire la formule semi-développée du glycérol ou propan-1,2,3-triol.
2. Ecrire l'équation générale d'estérification par le glycérol d'un acide gras  $\text{RCOOH}$ .
3. On fait agir sur le lipide (triester) obtenu un excès d'une solution d'hydroxyde de sodium à chaud. Il se forme du glycérol et un produit S.
  - a) Ecrire l'équation générale de cette réaction.
  - b) Quel est le nom général donné au produit S ?
  - c) Comment nomme-t-on ce type de réaction ?
4. Dans le cas où le corps gras utilisé dérive de l'acide oléique ( $\text{C}_{17}\text{H}_{33}\text{-CO}_2\text{H}$ ) et où l'on fait agir l'hydroxyde de sodium sur  $m = 2.10^3$  kg de ce corps gras, écrire l'équation de la réaction et calculer la masse du produit S obtenu.

### Exercice 4 (extrait Bac Blanc Lycée Municipal 1 Attécoubé 2013)

On désire faire la synthèse d'un ester E de formule  $\text{C}_7\text{H}_{14}\text{O}_2$  en utilisant un acide carboxylique A et un alcool B ou un dérivée d'acide et l'alcool B. On note que la chaîne carbonée de l'alcool B est ramifiée.

#### 1) Utilisation de l'acide carboxylique et l'alcool

##### 1.1. Identification de l'acide carboxylique A

La densité de vapeur de l'acide A est  $d = 2,06$ .

1.1.1. Montrer que l'acide carboxylique a pour formule  $\text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2$ .

1.1.2. Déduire sa formule semi-développée et son nom.

##### 1.2. Identification de l'alcool B

1.2.1. Donner en justifiant la formule brute de B.

1.2.2. Ecrire les formules semi-développées possibles de B.

1.2.3. B est l'alcool minoritaire obtenu par hydratation du 3-méthylbut-1-ène.

a) Ecrire la formule semi-développée du 3-méthylbut-1-ène.

b) Déduire la formule semi-développée de l'alcool B.

##### 1.3. Synthèse de l'ester E

1.3.1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction de formation de l'ester E.

1.3.2. On mélange 0,6 mol de chaque réactif. Calculer la masse de chacun des produits lorsque la réaction n'évolue plus.

#### 2) Utilisation d'un dérivé d'acide et l'alcool

La synthèse de E peut utiliser un anhydride d'acide D et l'alcool B.

2.1. Ecrire la formule semi-développée de cet anhydride d'acide.

2.2. Ecrire l'équation-bilan de la réaction entre l'anhydride d'acide et l'alcool B.



### Exercice 5

On fait réagir un acide organique X sur un alcool primaire A. On obtient un produit E de formule brute  $C_4H_8O_2$ .

1. Quelles sont les formules semi-développées possibles de ce produit E ?

Donner les noms correspondants.

2. En faisant réagir l'ammoniac sur l'acide organique X, on obtient un carboxylate d'ammonium Y. Celui-ci par chauffage, se déshydrate. On obtient un corps Z de formule  $C_3H_7ON$ . Ecrire les formules semi-développées et donner les noms de A, E X, Y et Z.

3. Ecrire l'équation-bilan de la transformation de l'acide organique en carboxylate d'ammonium, puis celle correspondante à la formation de Z.

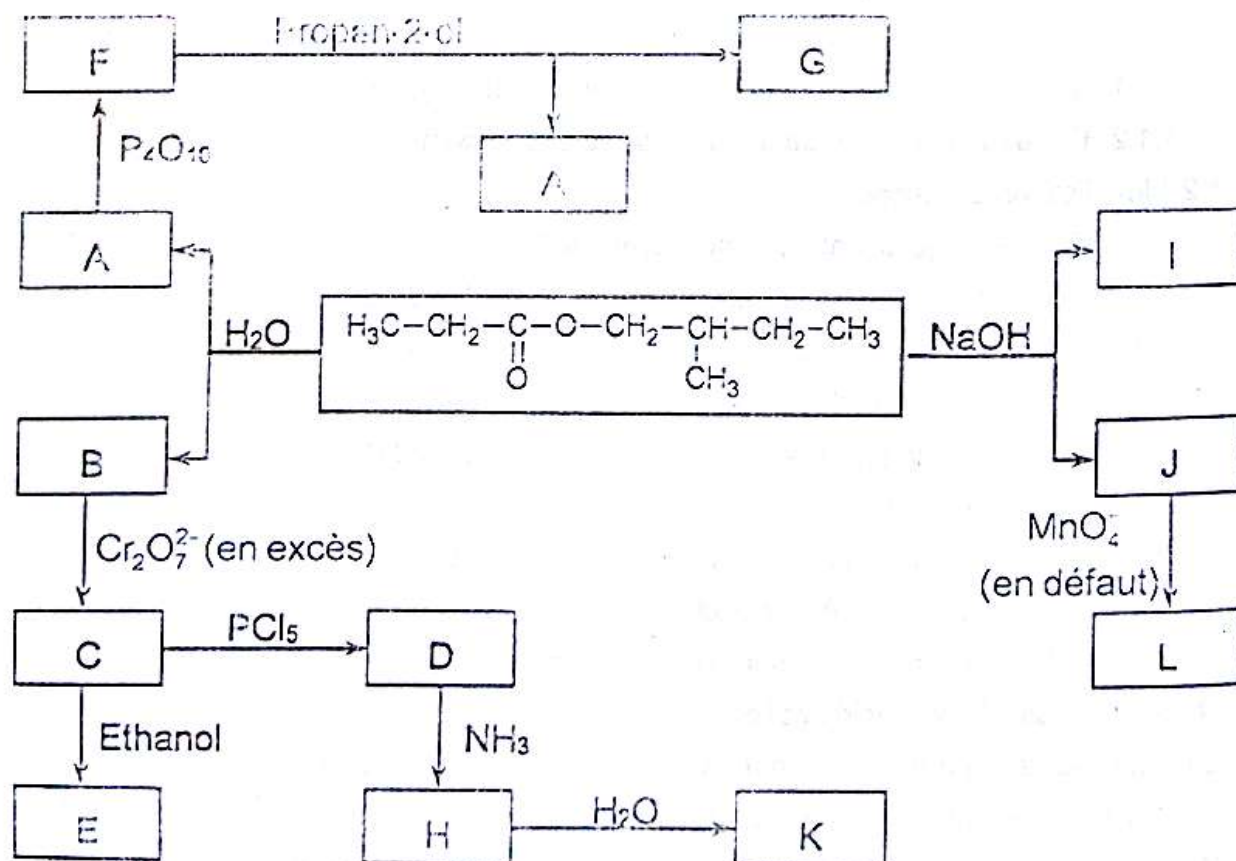
4. On a obtenu 14.6 g du composé Z de formule  $C_3H_7ON$ . Sachant que le rendement de la réaction de déshydratation est de 85%, déterminer la masse de carboxylate d'ammonium utilisée.

### Exercice 6 (extrait Bac Blanc Collège N'KOUAN Akoupé 2012)

1. On donne la suite réactionnelle ci-dessous.

Donner les formules semi-développées et les noms des corps organiques A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K et L.

2. Écrire l'équation-bilan de la réaction d'obtention de I et J. Donner ses caractéristiques.





**Exercice 7** (extrait Bac D Deuxième Session 2003)

Soit un composé organique A à chaîne carbonée ramifiée, ne possédant qu'une seule fonction organique. On désire déterminer la formule semi-développée de A.

1. Sur 7,4 g de A, on fait réagir du chlorure d'éthanoyle en excès.

Il se forme un ester (B) et du chlorure d'hydrogène.

1.1. Quelle est la fonction chimique portée par le composé A ?

1.2. Ecrire l'équation-bilan de la réaction (utiliser pour A et B des formules générales).

1.3. Donner les caractéristiques de cette réaction.

1.4. La quantité de matière du chlorure d'hydrogène recueilli est  $n_{\text{HCl}} = 0,1$  mole.

La réaction entre A et le chlorure d'éthanoyle s'effectue mole à mole.

Déterminer la masse molaire de A et montrer que sa formule brute est  $\text{C}_4\text{H}_{10}\text{O}$ .

1.5. Ecrire les formules semi-développées des isomères de A et les nommer.

2. Sur une partie de A, on fait agir du dichromate de potassium en milieu acide. Il se forme un produit C qui donne avec la liqueur de Fehling à chaud un précipité rouge brique.

2.1. Quelle est la fonction chimique de C ?

2.2. Préciser en justifiant, le nom et la formule semi-développée du composé A.

**Exercice 8** (extrait Bac D session normale 2004)

Un hydrocarbure non cyclique de formule brute  $\text{C}_x\text{H}_y$  possède une composition massique de 85,7% de carbone et 14,3% d'hydrogène.

1. Déterminer les valeurs de x et de y sachant que la masse molaire du composé est  $M = 56 \text{ g.mol}^{-1}$ . A quelle famille d'hydrocarbure appartient-il ?

2. On suppose que cet hydrocarbure a pour formule brute  $\text{C}_4\text{H}_8$ .

Ecrire et nommer les formules semi-développées possibles de cet hydrocarbure.

3. L'hydratation du 2-méthylpropène conduit à deux produits (A) et (B). Le produit (A) est majoritaire.

3.1. Ecrire les deux équations bilans de cette réaction d'hydratation.

3.2. Nommer les produits (A) et (B).

3.3. Par oxydation ménagée de (B) avec une solution de dichromate de potassium en milieu acide, on obtient un composé (B') qui réagit positivement avec la liqueur de Fehling. Donner la famille, la formule semi-développée et le nom de (B').

3.4. On fait réagir le 2-méthylpropan-1-ol et le chlorure de propanoyle pour obtenir un produit (C) et du chlorure d'hydrogène.

3.4.1. Ecrire l'équation bilan de cette réaction.

3.4.2. Donner le nom de cette réaction et préciser ses caractéristiques.

On donne les masses molaires atomiques en g/mol : C : 12 ; H : 1.

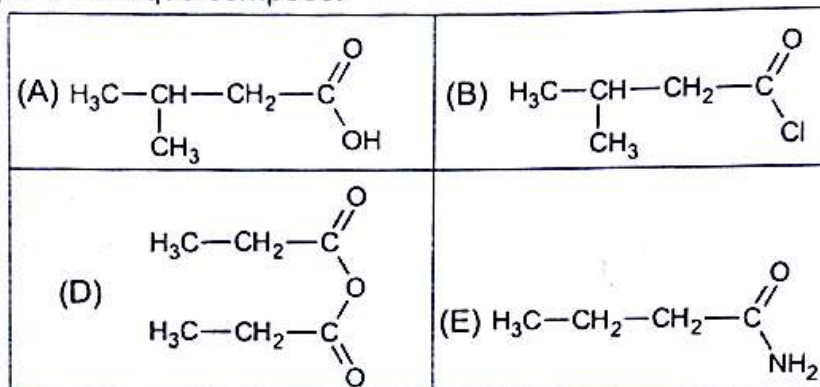


**EXERCICES DE PERFECTIONNEMENT****Exercice 1** (extrait Bac séries S2, S2A, S4 & S5 Sénégal 2013)

Les parties A et B sont indépendantes.

**PARTIE A**

- 1) Nommer les composés organiques A, B, D, E dont les formules suivent et préciser la famille chimique de chaque composé.

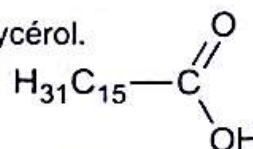


- 2) Ecrire l'équation-bilan d'une réaction qui permet d'obtenir :
- le composé B à partir du corps A ;
  - le composé D à partir de l'acide propanoïque ;
  - le composé E par une réaction rapide et totale.

**PARTIE B**

Traditionnellement, dans nos campagnes africaines les femmes recyclaient les graisses et les huiles d'origine animale ou végétale pour en faire du savon. Le savon est également fabriqué en usine. On donne en  $\text{g.mol}^{-1}$  :  $M(\text{C}) = 12$  ;  $M(\text{H}) = 1$  ;  $M(\text{O}) = 16$  ;  $M(\text{Na}) = 23$ .

- 3) Les graisses et les huiles sont des corps gras. Les corps gras sont pour la plupart des triglycérides. Rappeler ce qu'est un triglycéride.
- 4) Rappeler la formule semi-développée du propan-1,2,3-triol ou glycérol.
- 5) L'acide palmitique ou acide hexadécanoïque a pour formule :



En faisant réagir le glycérol sur l'acide hexadécanoïque on obtient un composé organique nommé palmitine.

5.1. Ecrire, à l'aide de formules semi-développées, l'équation-bilan de la réaction du glycérol sur l'acide hexadécanoïque. Donner les caractéristiques de cette réaction.

5.2. La palmitine est aussi présente dans l'huile de palme. Dans une usine de la place on fabrique du savon à partir de la palmitine provenant d'huile de palme. Pour cela, on y réalise la saponification de la palmitine contenue dans 1500 kg d'huile de palme renfermant, en masse, 47% de palmitine. La base forte utilisée est une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium.

5.2.1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction de saponification de la palmitine par l'hydroxyde de sodium et entourer la formule du produit qui correspond au savon.

5.2.2. Calculer la masse de savon obtenue si le rendement de la réaction est de 80%.



**Exercice 2** (extrait Bac D session normale 2003)

1. L'hydratation d'un alcène ramifié A donne un mélange de deux composés B et C.
  - 1.1. L'action d'une solution de dichromate de potassium acidifiée sur le composé B ne donne rien. Donner la fonction chimique et le groupe fonctionnel de B.
  - 1.2. L'action de la même solution de dichromate de potassium sur C donne un composé  $C_1$  qui rosit le réactif de Schiff, puis un composé  $C_2$  qui est un acide carboxylique. Donner la fonction chimique et le groupe fonctionnel des composés  $C_1$  et  $C_2$ .
2. La densité en phase gazeuse de A par rapport à l'air est  $d = 2,4$ .  
Montrer que la formule brute du composé est  $C_5H_{10}$ .
3. Donner la formule semi-développée et le nom des composés A,  $C_1$  et  $C_2$ .
4. On fait agir  $C_2$  sur de l'éthanol en présence d'acide sulfurique.
  - 4.1. Ecrire l'équation bilan de la réaction.
  - 4.2. Donner les caractéristiques de la réaction.

**Exercice 3**

Un composé organique A a pour formule brute  $C_7H_{14}O_2$ .

1. L'hydrolyse de A donne un acide B et un alcool C. L'acide B réagit avec le pentachlorure de phosphore pour donner un composé D. Par action de l'ammoniac sur D on obtient un composé organique E à chaîne carbonée saturée, ramifiée, de masse molaire moléculaire :  $M = 87 \text{ g.mol}^{-1}$ .
  - 1.1. Préciser les fonctions chimiques de A, D et E.
  - 1.2. Donner les formules semi-développées et les noms de E, D et B.
  - 1.3. Ecrire les formules semi-développées de A.
2. L'alcool C est oxydé par une solution de dichromate de potassium en milieu acide. Il se forme un composé organique F donnant un précipité jaune avec la 2,4-dinitrophénylhydrazine (D.N.P.H) mais ne réagissant pas avec la liqueur de Fehling.
  - 2.1. Donner la fonction chimique de F et les formules semi-développées de F et C ainsi que leurs noms.
  - 2.2. Ecrire l'équation de l'oxydation ménagée de C par le dichromate de potassium en milieu acide.
3. On réalise la saponification de 13 g de A par un excès de soude avec un rendement de 90%.
  - 3.1. Ecrire l'équation bilan de la réaction de saponification de A.  
Nommer les produits formés.
  - 3.2. Calculer la masse du carboxylate de sodium obtenu.



**Exercice 4** (extrait Bac séries S1 & S3 Sénégal 2005)

Une solution aqueuse d'amine aliphatique saturée B de concentration molaire  $C_B$  a un  $pH = 11,9$  à  $25^\circ C$ . On donne : masses molaires en g/mol : H : 1 ; C : 12 ; N : 14 ; O : 16.

- 1) On dose un volume  $V_B = 250 \text{ mL}$  d'une solution de l'amine B par une solution d'acide sulfurique de concentration molaire  $C_A = 0,1 \text{ mol/L}$ . Le volume d'acide versé pour atteindre la demi-équivalence est de :  $V_A = 62,5 \text{ mL}$ . Montrer à l'aide de ces données que la concentration molaire de l'amine B vaut  $C_B = 0,1 \text{ mol/L}$ .
- 2) Après avoir précisé la force de l'amine B, calculer le  $pK_A$  du couple acide-base.
- 3) Pour préparer  $250 \text{ mL}$  de cette solution, il a fallu dissoudre  $1,125 \text{ g}$  d'amine B. Déterminer la formule brute de l'amine.

Ecrire les formules semi-développées des isomères et nommez-les.

- 4) On fait réagir l'amine secondaire B avec un acide carboxylique A. On obtient après chauffage un composé C de formule brute  $C_xH_yON$  dont l'analyse de  $0,645 \text{ g}$  montre qu'il contient  $0,07 \text{ g}$  d'azote.

4.1. Déterminer la formule brute précise du composé C.

4.2. Ecrire la formule semi-développée du composé C sachant que la molécule d'acide possède une chaîne carbonée linéaire et le nommer.

4.3. Ecrire l'équation-bilan de formation du composé C.

**Exercice 5**

1. Préciser la formule brute générale d'un monoalcool linéaire.
2. Ecrire et équilibrer l'équation bilan de la combustion complète d'un tel alcool.
3. Au cours de la combustion complète de  $46,5 \text{ g}$  d'un alcool A on a obtenu un mélange gazeux dont  $60,5 \text{ L}$  sont absorbables par la potasse. On donne le volume molaire des gaz  $V_{\text{mol}} = 24 \text{ L/mol}$ .

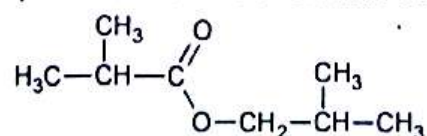
3.1 Déterminer la formule brute de A.

3.2 Donner la formule semi-développée, le nom et la classe de chaque alcool isomère de A.

3.3 L'oxydation ménagée de A avec l'oxydant en défaut, conduit à un mélange de deux composés organiques  $A_1$  et  $A_2$ .

Préciser les fonctions chimiques possibles des corps  $A_1$  et  $A_2$ .

3.4  $A_2$  peut réagir avec A pour donner E de formule semi-développée :



3.4.1 Indiquer le nom et la fonction chimique de E.

3.4.2 Ecrire les formules semi-développées de A,  $A_1$  et  $A_2$ . Nommer  $A_1$  et  $A_2$ .



**Exercice 6** (extrait Bac série D 1<sup>er</sup> groupe NIGER session 2014)

- 1) Donner le nom et la fonction chimique de chacun des composés suivants :  
 A.  $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-CH}(\text{CH}_3)\text{-CH}_2\text{-OH}$  ; B.  $\text{CH}_3\text{-CH}(\text{CH}_3)\text{-CH}(\text{OH})\text{-CH}_3$  ; C.  $\text{CH}_3\text{-COOH}$  ;  
 D.  $\text{CH}_3\text{-COCl}$  ; E.  $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-CO-O-CO-CH}_2\text{-CH}_3$
- 2) L'éthanoate d'amyle, arôme artificiel entrant dans la composition des bonbons est en fait un mélange de deux esters qu'on notera respectivement  $\text{E}_1$  et  $\text{E}_2$ . Pour les obtenir, on réalise les deux réactions suivantes :  
 Réaction 1 : A + C donne  $\text{E}_1$  + eau  
 Réaction 2 : B + C donne  $\text{E}_2$  + eau  
 On rappelle que les formules semi-développées des composés A, B, C sont celles de la question 1.
  - a) Ecrire l'équation bilan de chacune des réactions 1 et 2.
  - b) Comment pourrait-on accélérer chacune de ces deux réactions ?
- 3) Au laboratoire du lycée, lors de la synthèse d'un arôme artificiel, on procède comme suit
  - a) Pour la réaction 1, on part de 0,6 g du corps C et 8,8 g de corps A.  
 A l'équilibre, il se forme 8,67 g de  $\text{E}_1$ . Quel est le rendement de la réaction 1 ?
  - b) Pour la réaction 2, on part de 6,0 g de C et 8,8 g de B. En utilisant les informations ci-dessous, calculer la masse de  $\text{E}_2$  formée à l'équilibre.

Classe de l'alcool	Primaire	Secondaire	Tertiaire
Limite d'estérification	66,7%	60%	5%

- 4) En examinant la liste des composés A, B, C, D et E. Il est possible d'obtenir  $\text{E}_1$  autrement.
  - a) Ecrire l'équation de la réaction permettant d'obtenir  $\text{E}_1$ .
  - b) Quel avantage tirerait-on en procédant de la sorte ?
 Données en  $\text{g.mol}^{-1}$  :  $\text{M}(\text{C}) = 12$  ;  $\text{M}(\text{O}) = 16$  ;  $\text{M}(\text{H}) = 1$

**Exercice 7** (extrait Bac D Session Normale 2000)

Un composé organique A de formule brute  $\text{C}_x\text{H}_y\text{O}$  contient en masse 66,67% de carbone, 11,11% d'hydrogène et 22,22% d'oxygène.

1. Quelle est sa formule brute ? La chaîne carbonée est saturée, non cyclique et linéaire.  
 En déduire les formules semi-développées possibles et leurs noms
2. Une solution de A donne un test positif avec la 2,4 dinitrophenylhydrazine (2,4-DNPH) et réagit avec une solution de dichromate de potassium acidifiée.
  - 2.1. Donner la fonction chimique de A.
  - 2.2. Citer deux autres réactifs permettant de préciser sa fonction après le test à la DNPH.
  - 2.3. Quel produit B, A donne-t-il avec une solution de dichromate de potassium acidifiée ?



3. On fait réagir B sur du chlorure de thionyle ( $\text{SOCl}_2$ ).
  - 3.1. Ecrire l'équation bilan de la réaction.
  - 3.2. Donner le nom du composé organique C obtenu.
4. On fait réagir de l'éthanol sur B puis sur C.
  - 4.1. Nommer et écrire les équations bilans des réactions correspondantes.  
Préciser leurs caractéristiques respectives.
  - 4.2. Quel est le nom du composé organique D obtenu dans les deux cas ?

**Exercice 8** (extrait Bac Blanc Régional DRENET Abidjan 3 Session 2014)

Données en  $\text{g.mol}^{-1}$  :  $M(\text{C}) = 12$  ;  $M(\text{H}) = 1$  ;  $M(\text{O}) = 16$ .

On considère un corps pur A, liquide, à chaîne carbonée saturée et non cyclique :

- ce corps pur à l'état liquide ne conduit pas le courant électrique ;
  - il peut réagir avec le sodium en produisant un dégagement de dihydrogène ;
  - il peut aussi subir une déshydratation intramoléculaire conduisant à la formation d'un alcène.
  - son pourcentage massique en hydrogène est de 13,51% et il est monofonctionnel.
1. Préciser la fonction chimique du corps. Justifier la réponse.
  2. Rappelle la formule brute générale du corps en fonction du nombre d'atomes de carbone et déduit que sa formule brute est  $\text{C}_4\text{H}_{10}\text{O}$ .
  3. Détermine toutes les formules semi-développées possibles pour ce corps et nomme-les.
  4. Afin d'identifier les différents isomères de A, on réalise des expériences dont les résultats sont les suivants :
    - l'isomère noté (a) ne peut pas subir une oxydation ménagée ;
    - les isomères (a) et (b) dérivent d'un même alcène  $\text{A}_1$  par hydratation ;
    - l'oxydation ménagée de l'isomère noté (d) par une solution de permanganate de potassium acidifiée, en excès, conduit à la formation d'un composé organique  $\text{A}_2$  qui n'a aucune action sur la 2,4-DNPH mais jaunit le bleu de bromothymol.
  - 4.1. Identifie chacun des isomères (a), (b), (c) et (d) par sa formule semi-développée.
  - 4.2. Ecris les formules semi-développées des composés  $\text{A}_1$  et  $\text{A}_2$  puis nomme-les.
  - 4.3. Ecris l'équation-bilan de la réaction d'oxydoréduction entre (d) et la solution de permanganate de potassium.
  5. On introduit dans un tube 3,7 g de l'isomère (a) et 4,4 g du composé  $\text{A}_2$ .  
Le tube est scellé et chauffé. Déterminer :
    - 5.1. La quantité de matière  $n_0$  d'éthanol introduite dans chaque ampoule.
    - 5.2. La quantité de matière  $n_r$  d'acide éthanoïque ayant réagi.
    - 5.3. La quantité de matière  $n_e$  d'alcool estérifié.
    - 5.4. Le pourcentage d'alcool estérifié.



**Exercice 1**

1. On fait réagir l'acide éthanoïque avec un alcool A. On a un ester B de  $M = 102 \text{ g/mol}$ .

1.1 Déterminons la formule brute de l'ester B.

La masse molaire  $M_B$  de l'ester B de formule générale  $C_nH_{2n}O_2$  est :

$$M_B = 12n + 2n + 2 \times 16 = 14n + 32 \Rightarrow n = \frac{M_B - 32}{14} = \frac{102 - 32}{14} = 5$$

La formule brute de l'ester B est :  $C_5H_{10}O_2$ .

1.2 Donnons la formule brute de l'alcool A.

Pour avoir le nombre d'atomes de carbone  $n_A$  de l'alcool A, il faut retrancher le nombre d'atomes de carbone de l'acide éthanoïque (2) à celui de l'ester B (5). Ainsi on a :

$$n_A = 5 - 2 = 3. \text{ Or la formule générale de l'alcool saturé est } C_nH_{2n+2}O.$$

Donc la formule brute de l'alcool A est :  $C_3H_8O$ .

2. L'oxydation ménagée de A en présence de dichromate de potassium acidifié donne C.

2.1 Formule semi-développée et nom de l'alcool A.

Le produit d'oxydation C de l'alcool A ne colore pas le réactif de Schiff en rose donc C est une cétone. De plus seul un alcool secondaire peut donner une cétone par oxydation ménagée d'où A est l'alcool secondaire de formule  $C_3H_8O$  : le propan-2-ol.

2.2 Formule semi-développée et nom de l'ester B.

L'ester obtenu à partir de l'acide éthanoïque et du propan-2-ol est l'éthanoate de 1-méthyléthyle ou éthanoate de méthyléthyle ou encore éthanoate d'isopropyle.

Composé	Formule semi-développée	Nom
acide carboxylique	$CH_3-COOH$	acide éthanoïque
alcool A	$\begin{array}{c} H_3C-CH-CH_3 \\   \\ OH \end{array}$	propan-2-ol
ester B	$\begin{array}{c} H_3C-C-O-CH-CH_3 \\    \quad   \\ O \quad CH_3 \end{array}$	éthanoate de méthyléthyle
cétone C	$\begin{array}{c} H_3C-C-CH_3 \\    \\ O \end{array}$	propanone

3. Equation-bilan de la réaction de l'acide éthanoïque sur A.

La réaction entre un acide carboxylique et un alcool est limitée donc double flèche.



Nom et caractéristiques de la réaction.

C'est une réaction d'estérification directe ; elle est lente, limitée et athermique.



## CORRECTION

4. On veut obtenir l'ester B à partir de A d'un chlorure d'acyle D.

4.1 Donnons la formule semi-développée et le nom de D.

Le chlorure d'acyle D doit être un dérivé de l'acide éthanóique : c'est le chlorure d'éthanóyle  $\text{CH}_3\text{-COCl}$ .

4.2 Equation-bilan de la réaction.

La réaction entre un acide carboxylique et un dérivé d'acide est totale (une flèche).



### Exercice 2

1. Calculons la concentration  $C_A$  de la solution d'acide.

A l'équivalence,  $C_B V_B = C_A V_A \Rightarrow C_A = \frac{C_B V_B}{V_A}$

Application numérique :  $C_A = \frac{5 \cdot 10^{-2} \times 8,5}{10} = 4,25 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$

2. Formule brute, formule semi-développée et son nom de l'acide A.

$$M_A = \frac{m_A}{n_A} = \frac{m_A}{C_A V} = \frac{3,145}{4,25 \cdot 10^{-2} \cdot 1} = 74 \text{ g/mol}$$

Remarque : pour le calcul de  $M_A$ , il faut plutôt utiliser  $V = 1 \text{ L}$  car la masse  $m = 3,145 \text{ g}$  d'acide carboxylique a été dissoute dans  $1 \text{ L}$  d'eau.

La masse molaire  $M_A$  de l'acide carboxylique A de formule générale  $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$  est :

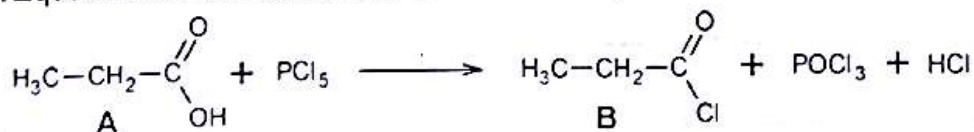
$$M_A = 12n + 2n + 2 \times 16 = 14n + 32 \Rightarrow n = \frac{M_A - 32}{14} = \frac{74 - 32}{14} = 3$$

La formule brute de l'acide carboxylique A est :  $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_2$ .

C'est l'acide propanoïque de formule  $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-COOH}$ .

3. On fait réagir sur A le pentachlorure de phosphore. On obtient un corps B.

3.1. Equation bilan de la réaction et nom du composé obtenu.



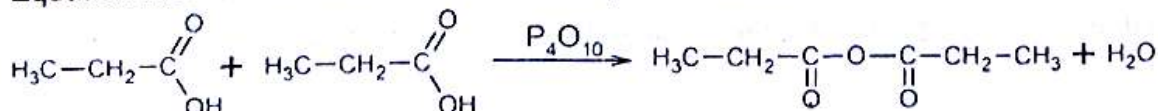
Le composé B obtenu est le chlorure de propanoyle.

3.2. Donnons une autre méthode de préparation de ce composé.

Pour avoir B, on pouvait aussi fait réagir sur A, le chlorure de thionyle  $\text{SOCl}_2$ .

4. On chauffe un mélange équimolaire de A avec de l'oxyde de phosphore  $\text{P}_4\text{O}_{10}$ .

Equation bilan de la réaction et nom du composé obtenu.

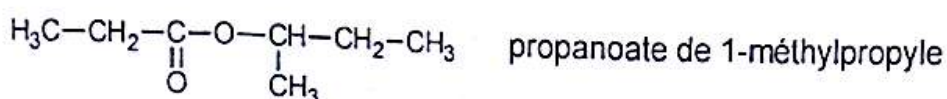


Le composé obtenu est l'anhydride propanoïque.

5. On fait réagir sur B le butan-2-ol.

5.1. Donnons la formule semi-développée et le nom du composé obtenu.

L'ester obtenu à partir du chlorure de propanoyle et du butan-2-ol est le **propanoate de 1-méthylpropyle**.

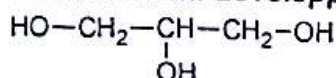


5.2. Nom et caractéristiques de cette réaction

C'est une réaction d'estérification indirecte ; elle est rapide, totale et exothermique.

### Exercice 3

1. Formule semi-développée du glycérol ou propan-1,2,3-triol.



2. Equation générale d'estérification par le glycérol d'un acide gras RCOOH.

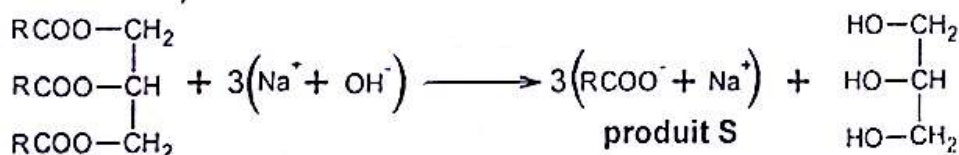
La réaction entre un acide carboxylique et un alcool est limitée donc double flèche.



3. On fait agir sur le triester un excès d'une solution d'hydroxyde de sodium à chaud.

a) Equation générale de cette réaction.

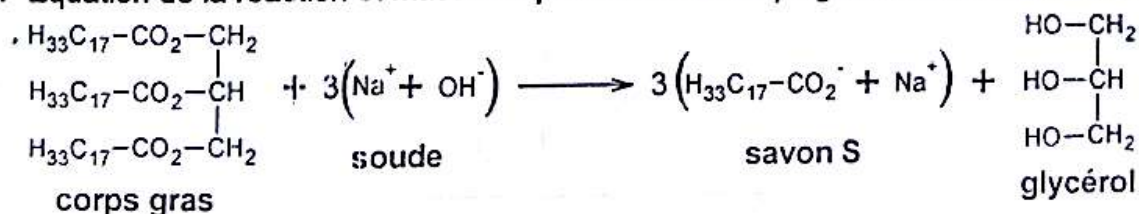
L'action du triester sur l'hydroxyde de sodium est une réaction lente mais totale (une seule flèche).



b) Nom général donné au produit S : c'est le carboxylate de sodium ou savon.

c) Nom de ce type de réaction : c'est une réaction de saponification.

4. Equation de la réaction et masse du produit S si le corps gras dérive de l'acide oléique.



D'après le bilan molaire de cette équation on a :

$$\frac{n_{\text{corps gras}}}{1} = \frac{n_s}{3} \Rightarrow n_s = 3n_{\text{corps gras}} \Rightarrow \frac{m_s}{M_s} = 3 \frac{m_{\text{corps gras}}}{M_{\text{corps gras}}} \Rightarrow m_s = \frac{3M_s m_{\text{corps gras}}}{M_{\text{corps gras}}}$$

$$\text{Application numérique : } m_s = \frac{3 \times (17 \times 12 + 33 + 12 + 2 \times 16) \times 2 \cdot 10^3}{3 \times (17 \times 12 + 33 + 12 + 2 \times 16) + 12 \times 3 + 5} = 1,9 \cdot 10^3 \text{ kg}$$



**Exercice 4** (extrait Bac Blanc Lycée Municipal 1 Attécoubé 2013)

## 1) Utilisation de l'acide carboxylique et l'alcool

## 1.1. Identification de l'acide carboxylique A

1.1.1. Montrons que l'acide carboxylique a pour formule  $C_2H_4O_2$ .

$$M_A = 29 \times d = 29 \times 2,06 = 60 \text{ g/mol}$$

La formule générale d'un acide carboxylique est  $C_nH_{2n}O_2$ .

$$M_A = M(C_nH_{2n}O_2) = 12n + 2n + 2 \times 16 = 14n + 32$$

$$\Rightarrow 14n + 32 = 60 \Rightarrow n = \frac{60 - 32}{14} = 2. \text{ Donc la formule brute de A est : } C_2H_4O_2.$$

## 1.1.2. Déduisons sa formule semi-développée et son nom.

Sa formule semi-développée est :  $CH_3-COOH$  ; c'est l'acide éthanoïque.

## 1.2. Identification de l'alcool B

## 1.2.1. Donnons en justifiant la formule brute de B.

L'ester ayant 7 atomes de carbone et l'acide carboxylique ayant 2 atomes donc l'alcool B a :  $7 - 2 = 5$  atomes. Or la formule générale d'un alcool est  $C_nH_{2n-2}O$  d'où la formule brute de B est  $C_5H_{12}O$ .

## 1.2.2. Ecrivons les formules semi-développées possibles de B.

N.B. : la chaîne carbonée de l'alcool B est ramifiée donc les chaînes linéaires ne sont pas admises ici.

Formule brute	Formule semi-développée	Nom	Classe
$C_5H_{12}O$	$\begin{array}{c} H_3C-CH_2-CH-CH_2-OH \\   \\ CH_3 \end{array}$	2-méthylbutan-1-ol	alcool primaire
	$\begin{array}{c} CH_3 \\   \\ H_3C-C-CH_2-CH_3 \\   \\ OH \end{array}$	2-méthylbutan-2-ol	alcool tertiaire
	$\begin{array}{c} H_3C-CH-CH_2-CH_2-OH \\   \\ CH_3 \end{array}$	3-méthylbutan-1-ol	alcool primaire
	$\begin{array}{c} H_3C-CH-CH-CH_3 \\   \quad   \\ CH_3 \quad OH \end{array}$	3-méthylbutan-2-ol	alcool secondaire
	$\begin{array}{c} CH_3 \\   \\ H_3C-C-CH_2-OH \\   \\ CH_3 \end{array}$	2,2-diméthylpropan-1-ol	alcool primaire

## CORRECTION

1.2.3. B est l'alcool minoritaire obtenu par hydratation du 3-méthylbut-1-ène.

a) Ecrivons la formule semi-développée du 3-méthylbut-1-ène.

Formule semi-développée	Nom
$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{C}-\text{CH}-\text{CH}=\text{CH}_2 \\   \\ \text{CH}_3 \end{array}$	3-méthylbut-1-ène

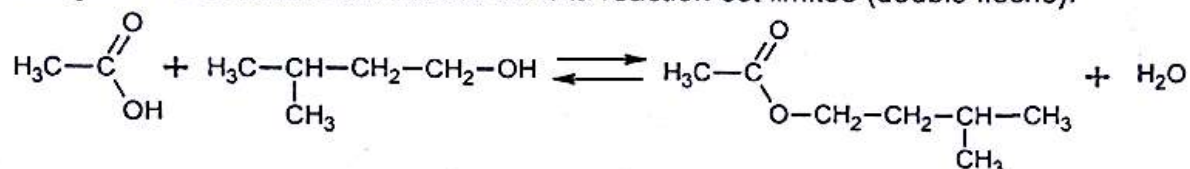
b) Déduisons la formule semi-développée de l'alcool B.

L'hydratation du 3-méthylbut-1-ène donne deux alcools (le 3-méthylbutan-1-ol et le 3-méthylbutan-2-ol) dont l'un est minoritaire et l'autre majoritaire. D'après la règle de Markovnikov le produit **minoritaire** a la **classe la moins élevée**. Donc B est le **3-méthylbutan-1-ol** (voir tableau ci-avant).

### 1.3. Synthèse de l'ester E

1.3.1. Ecrivons l'équation-bilan de la réaction de formation de l'ester E.

Il s'agit d'une estérification directe donc la réaction est limitée (double flèche).



1.3.2. On mélange 0,6 mol de chaque réactif.

Calculons la masse de chacun des produits lorsque la réaction n'évolue plus.

Lorsque la réaction n'évolue plus seulement  $\frac{2}{3}$  de l'acide a disparu donc on a :

$$n_E = n_{\text{eau}} = \frac{2}{3} n_A \Rightarrow \frac{m_E}{M_E} = \frac{m_{\text{eau}}}{M_{\text{eau}}} = \frac{2}{3} n_A \Rightarrow m_E = \frac{2}{3} n_A \times M_E \text{ et } m_{\text{eau}} = \frac{2}{3} n_A \times M_{\text{eau}}$$

$$\text{Application numérique : } m_E = \frac{2}{3} \times 0,6 \times 130 = 52 \text{ g et } m_{\text{eau}} = \frac{2}{3} \times 0,6 \times 18 = 7,2 \text{ g}$$

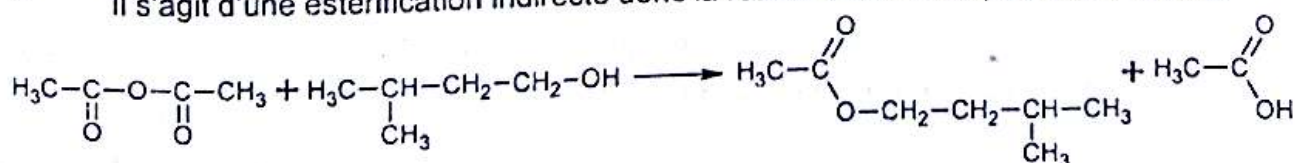
### 2) Utilisation d'un dérivé d'acide et l'alcool

2.1. Ecrivons la formule semi-développée de cet anhydride d'acide.

Composé	Formule semi-développée	Nom
D	$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{C}-\overset{\text{O}}{\underset{\text{O}}{\text{C}}}-\text{O}-\overset{\text{O}}{\underset{\text{O}}{\text{C}}}-\text{CH}_3 \end{array}$	anhydride éthanoïque

2.2. Ecrivons l'équation-bilan de la réaction entre l'anhydride d'acide et l'alcool B.

Il s'agit d'une estérification indirecte donc la réaction est totale (une seule flèche).





## CORRECTION

### Exercice 5

1. Formules semi-développées possibles et noms correspondant à ce produit.

La réaction d'un acide carboxylique sur un alcool conduit à un ester (E).

Formule brute	Formule semi-développée	Nom
ester E $C_4H_8O_2$	$H_3C-CH_2-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-O-CH_3$	propanoate de méthyle
	$H_3C-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-O-CH_2-CH_3$	éthanoate d'éthyle
	$H-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-O-CH_2-CH_2-CH_3$	méthanoate de butyle
	$H-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-O-\underset{\underset{CH_3}{ }}{CH}-CH_3$	méthanoate de méthyléthyle

2. Formules semi-développées et noms de A, E, X, Y et Z.

En faisant réagir l'ammoniac sur l'acide organique X, on obtient un carboxylate d'ammonium Y. Celui-ci par chauffage, se déshydrate. On obtient un composé Z de formule  $C_3H_7ON$ . Donc Z est un amide. De plus Z dérive de l'acide carboxylique X d'où X a aussi trois atomes de carbone : c'est l'acide propanoïque. Ainsi d'après le tableau ci-dessus, l'ester E qu'on peut obtenir à partir de l'acide propanoïque est le propanoate de méthyle. Donc l'alcool A est le méthanol.

Composé	Formule semi-développée	Nom	Famille
A	$CH_3-OH$	méthanol	alcool
E	$H_3C-CH_2-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-O-CH_3$	propanoate de méthyle	ester
X	$H_3C-CH_2-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-OH$	acide propanoïque	acide carboxylique
Y	$H_3C-CH_2-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-O^- NH_4^+$	propanoate d'ammonium	carboxylate d'ammonium
Z	$H_3C-CH_2-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-NH_2$	propanamide	amide

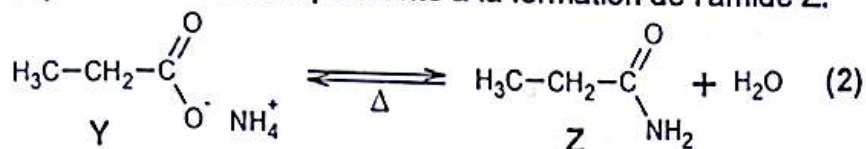
3. Equation-bilan de la transformation de l'acide organique en carboxylate d'ammonium.  
La réaction entre un acide carboxylique et l'ammoniac est une réaction lente et limitée (double flèche) qui se déroule en deux étapes (1) et (2).





## CORRECTION

Equation-bilan correspondante à la formation de l'amide Z.



4. Déterminons la masse de carboxylate d'ammonium utilisée.

Soit  $r$  le rendement de la réaction 2. D'après l'équation-bilan de cette réaction on a :

$$r = \frac{n_z}{n_y} \Rightarrow n_y = \frac{n_z}{r} \Rightarrow \frac{m_y}{M_y} = \frac{m_z}{r \times M_z} \Rightarrow m_y = \frac{m_z \times M_y}{r \times M_z}$$

$$\text{Application numérique : } m_y = \frac{14,6 \times (3 \times 12 + 9 + 2 \times 16 + 14)}{0,85 \times (3 \times 12 + 7 + 16 + 14)} = \underline{21,41 \text{ g}}$$

### Exercice 6 (extrait Bac Blanc Collège N'KOUAN Akoupé 2012)

1. Formules semi-développées et noms des corps A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K et L

- L'ester de départ a pour nom le propanoate de 2-méthylbutyle.
- L'ester, le propanoate de 2-méthylbutyle, réagit avec l'eau pour donner un acide carboxylique et un alcool. Le composé B peut ensuite s'oxyder par l'ion dichromate donc B est l'alcool et (A) est l'acide carboxylique. Vu la formule de l'ester on conclue que (A) est l'acide propanoïque et (B) est le 2-méthylbutan-1-ol.
- Le 2-méthylbutan-1-ol (B) réagit avec le dichromate de potassium en excès pour donner un acide carboxylique (C) : l'acide 2-méthylbutanoïque.
- L'acide 2-méthylbutanoïque (C) réagit avec l'agent chlorurant  $\text{PCl}_5$  pour donner un chlorure d'acyle (D) : le chlorure de 2-méthylbutanoyle.
- L'acide 2-méthylbutanoïque (C) réagit avec l'éthanol pour donner un ester (E) : le 2-méthylbutanoate d'éthyle.
- L'acide propanoïque (A) réagit avec l'agent déshydratant  $\text{P}_4\text{O}_{10}$  pour donner un anhydride d'acide (F) : l'anhydride propanoïque.
- L'anhydride propanoïque (F) réagit avec le propan-2-ol pour donner l'acide propanoïque (A) et un ester (G) : le propanoate d'isopropyle ou propanoate de 1-méthyléthyle ou propanoate de méthyléthyle.
- Le chlorure de 2-méthylbutanoyle (D) réagit avec l'ammoniac  $\text{NH}_3$  pour donner un amide (H) : le 2-méthylbutanamide.
- le propanoate de 2-méthylbutyle réagit avec la soude pour donner un alcool et un carboxylate de sodium. Le composé (J) réagit ensuite avec l'ion permanganate donc (J) est l'alcool et (I) est le carboxylate de sodium. Vu la formule de l'ester, on en déduit que (J) est le 2-méthylbutan-1-ol et (I) est le propanoate de sodium.
- Le 2-méthylbutanamide (H) réagit avec l'eau  $\text{H}_2\text{O}$  pour donner l'acide carboxylique dont il dérive (K) : l'acide 2-méthylbutanoïque.



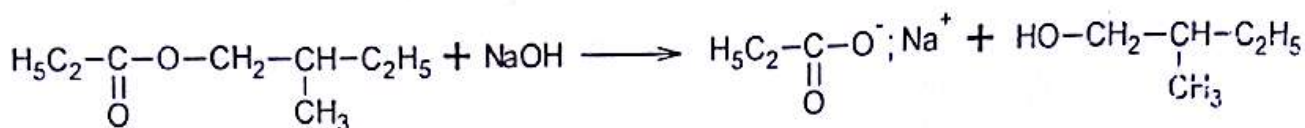
## CORRECTION

- le 2-méthylbutan-1-ol (J) réagit avec l'ion permanganate en défaut pour donner un aldéhyde (L) : le 2-méthylbutanal

Voir tableau ci-dessous pour les formules semi-développées des composés.

### 2. Equation-bilan de la réaction d'obtention de I et J.

C'est une réaction de saponification ; la réaction est totale donc une seule flèche.



Donnons ses caractéristiques.

Elle est totale mais lente.

Tableau récapitulatif des formules semi-développées des composés.

Composé	Nom	Formule semi-développée	Famille
A	acide propanoïque	$\text{H}_3\text{C}-\text{CH}_2-\underset{\text{O}}{\underset{\parallel}{\text{C}}}-\text{OH}$	Acide carboxylique
B ; J	2-méthylbutan-1-ol	$\text{HO}-\text{CH}_2-\underset{\text{CH}_3}{\underset{ }{\text{CH}}}-\text{CH}_2-\text{CH}_3$	Alcool
C ; K	acide 2-méthylbutanoïque	$\text{HO}-\underset{\text{CH}_3}{\underset{ }{\text{C}}}-\text{CH}-\text{CH}_2-\text{CH}_3$	Acide carboxylique
D	chlorure de 2-méthylbutanoyle	$\text{Cl}-\underset{\text{CH}_3}{\underset{ }{\text{C}}}-\text{CH}-\text{CH}_2-\text{CH}_3$	Chlorure d'acyle
E	2-méthylbutanoate d'éthyle	$\text{H}_5\text{C}_2-\text{O}-\underset{\text{CH}_3}{\underset{ }{\text{C}}}-\text{CH}-\text{CH}_2-\text{CH}_3$	Ester
F	anhydride propanoïque	$\text{H}_3\text{C}-\text{CH}_2-\underset{\text{O}}{\underset{\parallel}{\text{C}}}-\text{O}-\underset{\text{O}}{\underset{\parallel}{\text{C}}}-\text{CH}_2-\text{CH}_3$	Anhydride d'acide
G	propanoate de méthyléthyle	$\text{H}_3\text{C}-\text{CH}_2-\underset{\text{O}}{\underset{\parallel}{\text{C}}}-\text{O}-\underset{\text{CH}_3}{\underset{ }{\text{CH}}}-\text{CH}_3$	Ester
H	2-méthylbutanamide	$\text{H}_2\text{N}-\underset{\text{CH}_3}{\underset{ }{\text{C}}}-\text{CH}-\text{CH}_2-\text{CH}_3$	Amide
I	propanoate de sodium	$\text{H}_3\text{C}-\text{CH}_2-\underset{\text{O}}{\underset{\parallel}{\text{C}}}-\text{O}^-; \text{Na}^+$	Carboxylate de sodium
L	2-méthylbutanal	$\text{H}-\underset{\text{CH}_3}{\underset{ }{\text{C}}}-\text{CH}-\text{CH}_2-\text{CH}_3$	Aldéhyde

## CORRECTION

### Exercice 7 (extrait Bac D Deuxième Session 2003)

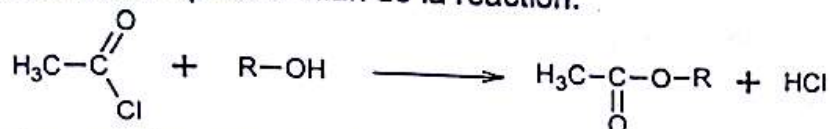
1. La chaîne carbonée de A est ramifiée et ne possède qu'une seule fonction organique.

1.1. La fonction chimique portée par le composé A

Sur 7,4 g de A, on fait réagir du chlorure d'éthanoyle en excès.

Il se forme un ester (B) et du chlorure d'hydrogène donc A est un alcool.

1.2. Ecrivons l'équation-bilan de la réaction.



1.3. Donnons les caractéristiques de cette réaction.

C'est une réaction d'estérification directe donc elle est rapide, totale et exothermique.

1.4. Déterminons la masse molaire de A.

$$\text{D'après le bilan molaire, on a : } n_{\text{HCl}} = n_{\text{A}} = \frac{m_{\text{A}}}{M_{\text{A}}} \Rightarrow M_{\text{A}} = \frac{m_{\text{A}}}{n_{\text{HCl}}} = \frac{7,4}{0,1} = 74 \text{ g/mol}$$

Montrons que la formule brute de A est  $\text{C}_4\text{H}_{10}\text{O}$ .

$$M_{\text{C}_4\text{H}_{10}\text{O}} = 4 \times 12 + 10 + 16 = 74 \text{ g/mol}$$

$$M_{\text{A}} = M_{\text{C}_4\text{H}_{10}\text{O}} = 74 \text{ g/mol} \text{ donc la formule brute de A est bien } \text{C}_4\text{H}_{10}\text{O}$$

$$\text{Autre méthode : } M_{\text{C}_n\text{H}_{2n+2}\text{O}} = n \times 12 + 2n + 2 + 16 = 14n + 18 = 74 \Rightarrow n = \frac{74 - 18}{14} = 4$$

1.5. Ecrivons les formules semi-développées des isomères de A et nommons-les.

Formule semi-développée	Nom
$\text{H}_3\text{C}-\text{CH}_2-\text{CH}_2-\text{CH}_2-\text{OH}$	Butan-1-ol
$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{C}-\text{CH}_2-\text{CH}-\text{CH}_3 \\   \\ \text{OH} \end{array}$	Butan-2-ol
$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{C}-\text{CH}-\text{CH}_2-\text{OH} \\   \\ \text{CH}_3 \end{array}$	2-méthylpropan-1-ol
$\begin{array}{c} \text{CH}_3 \\   \\ \text{H}_3\text{C}-\text{C}-\text{CH}_3 \\   \\ \text{OH} \end{array}$	2-méthylpropan-2-ol

2. Sur une partie de A, on fait agir du dichromate de potassium en milieu acide.

2.1. La fonction chimique de C

Le composé C donne avec la liqueur de Fehling à chaud un précipité rouge brique donc C est un aldéhyde.

2.2. Précisons en justifiant la réponse, le nom et la formule semi-développée de A.

L'oxydation ménagée de A donne un aldéhyde donc A est un alcool primaire.

De plus sa chaîne carbonée est ramifiée donc on a :

Formule semi-développée de A	Nom de A
$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{C}-\text{CH}-\text{CH}_2-\text{OH} \\   \\ \text{CH}_3 \end{array}$	2-méthylpropan-1-ol



**Exercice 8** (extrait Bac D session normale 2004)**1. Valeurs de x et de y, puis famille de l'hydrocarbure**

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{\%C \times M}{1200} = \frac{85,7 \times 56}{1200} = 4 \\ y &= \frac{\%H \times M}{100} = \frac{14,3 \times 56}{1200} = 8 \end{aligned} \right\} \Rightarrow C_4H_8$$

L'hydrocarbure étudié appartient à la famille des **alcènes** car sa formule brute respecte la formule générale des alcènes  $C_nH_{2n}$ .

**2. Formules semi-développées possibles et noms.**

Il recenser tous les alcènes ayant la formule brute  $C_4H_8$ .

Formule semi-développée	Nom
$CH_3-CH_2-CH=CH_2$	but-1-ène
$CH_3-CH=CH-CH_3$	but-2-ène
$\begin{array}{c} CH_3 \\   \\ H_3C-C=CH_2 \end{array}$	2-méthylpropène ou méthylpropène

**3.****3.1. Equations-bilan de la réaction d'hydratation.**

On obtient un alcool primaire et un alcool tertiaire. Le produit **majoritaire** est l'alcool **tertiaire** car cette classe est **supérieure** à la classe **primaire**. Par conséquent le produit (A) (qui est majoritaire) est l'alcool **tertiaire** et (B) est l'alcool **primaire**.

**3.2. Nom des produits (A) et (B)**

(A) : 2-méthylpropan-2-ol ou méthylpropan-2-ol ;

(B) : 2-méthylpropan-1-ol ou méthylpropan-1-ol.

**3.3. Donnons la famille, la formule semi-développée et le nom de (B').**

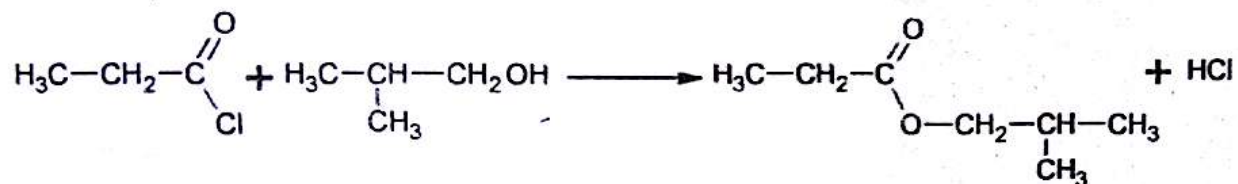
(B') réagit positivement avec la liqueur de Fehling donc c'est un **aldéhyde**.

Famille de B'	Formule semi-développée de B'	Nom de B'
Aldéhyde	$\begin{array}{c} O \\    \\ H_3C-CH-C \\   \quad   \\ CH_3 \quad H \end{array}$	2-méthylpropanal ou méthylpropanal

## CORRECTION

3.4. On fait réagir le 2-méthylpropan-1-ol et le chlorure de propanoyle

3.4.1. Equation bilan de la réaction



3.4.2. Nom et caractéristiques de la réaction.

C'est une estérification indirecte. Elle est rapide, totale et exothermique.





**Pierre Jean Robiquet**  
(né à Rennes le 14 janvier 1780 et mort à Paris le 29 avril 1840)

**Chimiste Français**

Il est l'auteur d'avancées fondatrices dans l'identification des acides aminés, avec la reconnaissance du premier d'entre eux l'asparagine, dans l'émergence de l'industrie des colorants industriels, avec l'identification de l'alizarine, et de l'élaboration des médicaments de synthèse, avec l'identification de la codéine.

Collaborateur de Louis-Nicolas Vauquelin, en 1805, il participe à l'obtention, à partir des asperges, dont les propriétés diurétiques sont connues depuis longtemps, de l'asparagine, substance qui en est le principe actif et le tout premier des acides aminés identifiés dans les tissus vivants, dont l'obtention fixa l'attention des chimistes par la limpidité et la beauté de ses cristaux.

# ACIDES $\alpha$ -AMINES ET PROTEINES

## Objectif spécifique

- Connaître la formule générale des acides  $\alpha$ -aminés (nomenclature et nom usuel).

## RAPPEL DE COURS

### 1.) PRESENTATION

#### 1.1) Définition

Un acide aminé (ou aminoacide) est un composé comportant à la fois une fonction acide carboxylique ( $-\text{COOH}$ ) et une fonction amine ( $-\text{NH}_2$ ). L'acide est dit  $\alpha$ -aminé lorsque la fonction amine est portée par l'atome C lié à la fonction acide carboxylique. Sa formule est :



#### 1.2) Différents acides $\alpha$ -amines

Certains acides  $\alpha$ -amines (Gly, Ala, ...) sont synthétisés par l'organisme ; d'autres (Phe, ...) doivent être apportés par l'alimentation : ils sont dits essentiels.

Il existe vingt principaux acides  $\alpha$ -amines.

#### 1.3) Nomenclature

Deux types de nomenclature sont utilisés :

- la nomenclature systématique en considérant que le groupe  $-\text{NH}_2$  est un substituant appelé groupe amino ;
- la nomenclature avec les noms courants ou usuels.

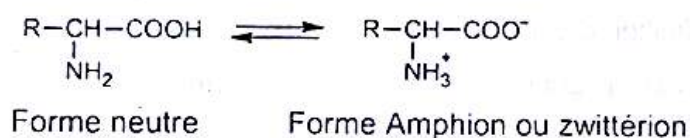
Exemples :

Formule semi-développée	$\begin{array}{c} \text{H}-\text{CH}-\text{C} \\   \quad \diagup \quad \diagdown \\ \text{NH}_2 \quad \text{O} \quad \text{OH} \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{NH}_2 \quad \text{OH} \\   \quad \diagup \quad \diagdown \\ \text{H}_3\text{C}-\text{CH}-\text{C} \\ \quad \quad \quad \text{O} \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{NH}_2 \quad \text{OH} \\   \quad \diagup \quad \diagdown \\ \text{H}_5\text{C}_6-\text{CH}_2-\text{CH}-\text{C} \\ \quad \quad \quad \text{O} \end{array}$
Noms	acide 2-aminoéthanoïque ou glycine(Gly)	acide 2-aminopropanoïque ou alanine(Ala)	acide 3-phényl- 2-aminopropanoïque ou phénylalanine(Phe)

## 2.) PROPRIETES ACIDO-BASIQUES

### 2.1) Différentes formes de la molécule

L'acide  $\alpha$ -aminé se trouve de façon majoritaire sous la forme d'un ion dipolaire appelé amphion ou zwitterion.



### 2.2) L'acide $\alpha$ -aminé en solution aqueuse

L'Amphion peut se comporter comme

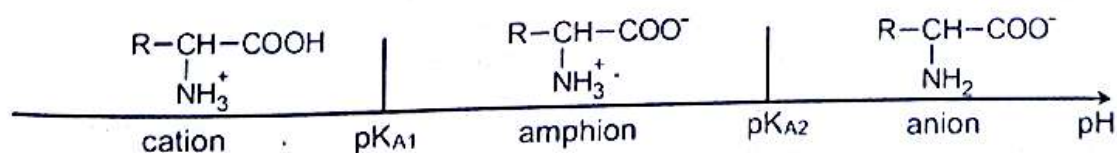
#### a) une base faible



#### b) un acide faible



### 2.3) Domaine de prédominance

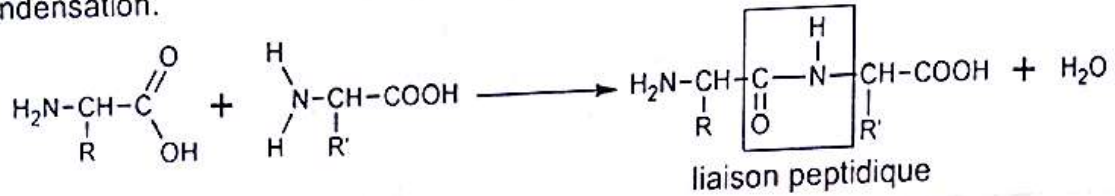




### 3.) PROTEINES

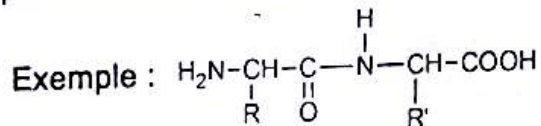
#### 3.1) La liaison peptidique

Elle résulte de l'élimination d'une molécule d'eau entre la fonction acide d'une molécule d'acide  $\alpha$ -aminé et la fonction amine d'une autre molécule : c'est une réaction de condensation.



#### 3.2) Dipeptide

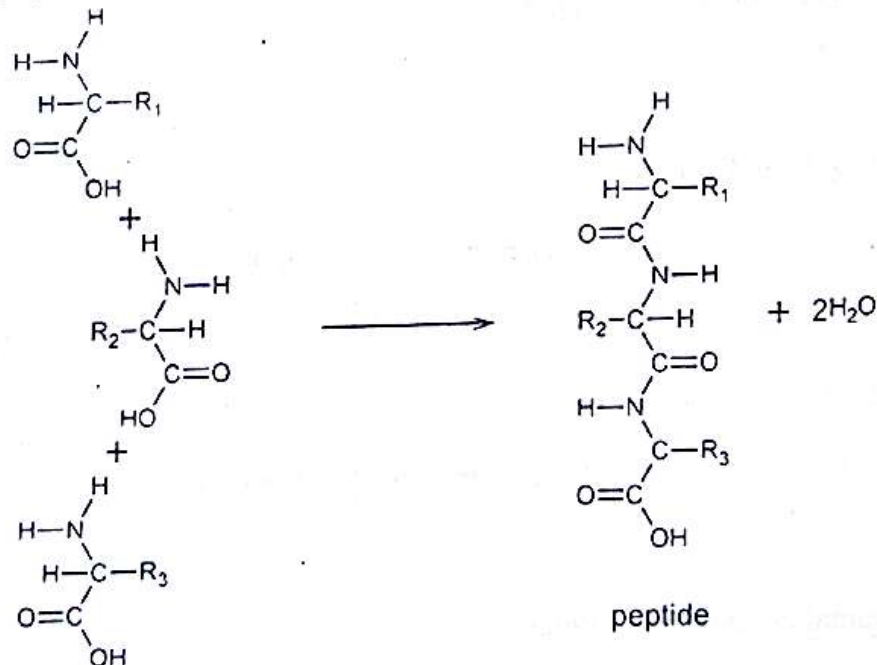
Un dipeptide est composé de deux molécules d'acides  $\alpha$ -aminés reliées entre elles par une liaison peptidique.



#### 3.3) Définition d'une protéine

Une protéine est un peptide ou polypeptide ayant un nombre très important de molécules d'acides  $\alpha$ -aminés reliées entre elles par des liaisons peptidiques.

Exemple : ce peptide est un tripeptide car il comporte trois molécules d'acides  $\alpha$ -aminés



Remarque :

- Les groupes carbonés  $\text{R}_1, \text{R}_2, \text{R}_3, \dots, \text{R}_n$  sont appelés résidus.
- La réaction de condensation entre 2 acides  $\alpha$ -aminés conduit à 4 dipeptides différents.

#### 3.4) Hydrolyse d'un peptide

Les acides  $\alpha$ -aminés proviennent de l'hydrolyse des protéines.

## EXERCICES RESOLUS

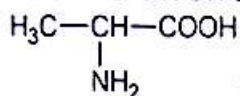
### Exercice 1

Un acide  $\alpha$ -aminé A a pour formule moléculaire brute  $C_3H_7O_2N$ .

1. Donner sa formule développée et son nom.
2. On élimine une molécule de dioxyde de carbone de A par chauffage.  
On obtient alors une amine B.
  - 2.1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction.
  - 2.2. Préciser la formule semi-développée de l'amine B obtenue, sa classe et son nom.

### Exercice 2

- 1) L'alanine est un acide  $\alpha$ -aminé de formule :

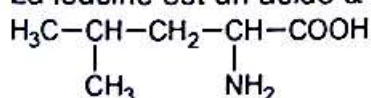


Donner le nom de l'alanine en nomenclature officielle.

- 2) Une solution d'alanine contient 3 espèces chimiques en équilibre, provenant de l'alanine.
  - 2.1. Ecrire les formules semi-développées de chacune d'elles et préciser le couple acide/base introduit.
  - 2.2. Les « pKa de l'alanine » sont  $\text{pKa}_1 = 2,3$  et  $\text{pKa}_2 = 9,9$ .  
Attribuer ces valeurs aux couples acide/base de l'alanine. Justifier votre réponse.
  - 2.3. Quelle est l'espèce prépondérante à  $\text{pH} = 2$  et à  $\text{pH} = 11$  ?
- 3) La condensation d'une molécule d'alanine et d'une molécule de glycine (acide 2-amino-éthanoïque) conduit à un dipeptide.
  - 3.1. Ecrire l'équation de la condensation qui conduit au dipeptide dont le groupement carboxyle libre est celui de l'alanine.
  - 3.2. Quel est le type particulier de liaison dans ce dipeptide ?

### Exercice 3 (extrait Bac séries S2, S2A, S4 et S5 Sénégal 2010)

1. La leucine est un acide  $\alpha$ -aminé de formule semi-développée :



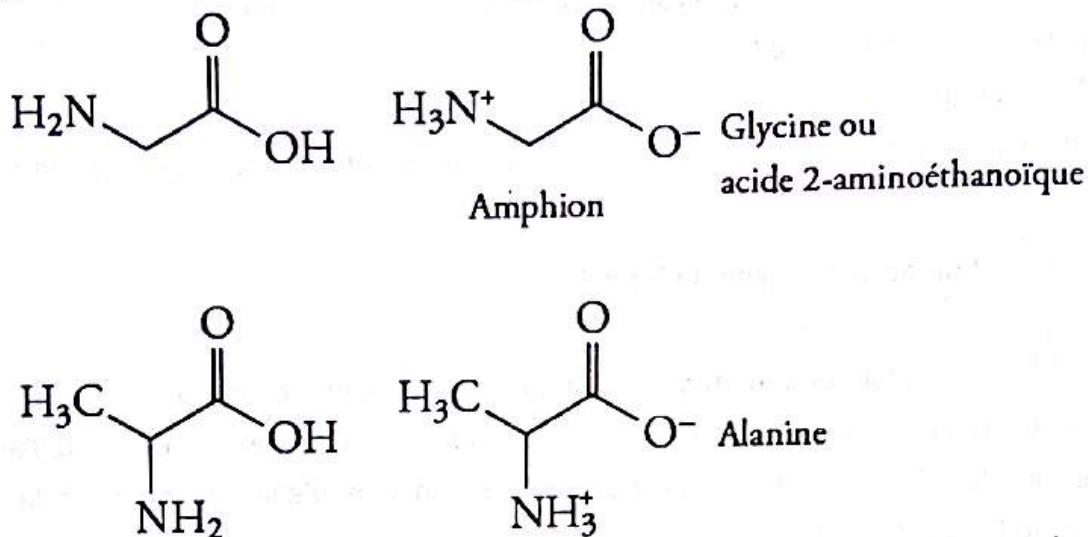
- 1.1. Donner, en nomenclature systématique, le nom de la leucine.
- 1.2. Ecrire la formule semi-développée de l'amphion correspondant à la molécule de la leucine.
2. On fait réagir la leucine avec un acide  $\alpha$ -aminé A de formule :
$$\begin{array}{c} \text{R}-\text{CH}-\text{CO}_2\text{H} \\ | \\ \text{NH}_2 \end{array}$$
où R est un radical alkyle ou un atome d'hydrogène.  
Dans cette réaction la leucine est N-terminale (son groupement amine est bloqué).  
On obtient un dipeptide P dont la masse molaire est égale à  $188 \text{ g.mol}^{-1}$ .
  - 2.1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction de condensation qui se produit.
  - 2.2. Déterminer R puis la formule semi-développée et le nom de l'acide  $\alpha$ -aminé A.



## EXERCICES DE PERFECTIONNEMENT

### Exercice 1 Étude d'acides aminés

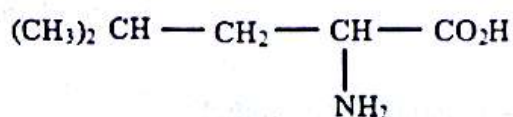
La glycine, ou acide 2-amino éthanoïque, et l'alanine sont les acides  $\alpha$ -aminés les plus simples.



1. Identifier les groupes caractéristiques présents sur ces deux molécules.
2. En solution aqueuse, il se forme presque exclusivement un ion dipolaire, appelé amphion ou zwitterion (représenté dans le tableau précédent).
  - 2.1. Définir un acide et une base selon Brønsted.
  - 2.2. Quel est l'acide conjugué de cet amphion (on donne  $\text{pK}_{\text{A}1} = 9,9$ ) ?  
Écrire alors l'équation de la réaction de cet amphion avec l'eau.  
Quel est ici le rôle de l'eau ? Celui de l'amphion ?
  - 2.3. Quelle est la base conjuguée de cet amphion (on donne  $\text{pK}_{\text{A}2} = 2,3$ ) ?  
Écrire alors l'équation de la réaction de cet amphion avec l'eau.  
Quel est ici le rôle de l'eau et celui de l'amphion ?
  - 2.4. Comment peut-on qualifier cet amphion ?
3. Les valeurs des  $\text{pK}_{\text{A}}$  des couples acido-basiques sont  $\text{pK}_{\text{A}1} = 2,3$  et  $\text{pK}_{\text{A}2} = 9,9$ .
  - 3.1. Sur un axe, indiquer les domaines de prédominance de chaque couple de l'alanine.
  - 3.2. On acidifie la solution aqueuse de l'alanine, on obtient un pH de 2. Quelle est l'espèce majoritaire ? Que se passe-t-il si la solution a un pH = 6, un pH = 11 ?

### Exercice 3 (extrait Bac séries S1 et S3 Sénégal 2002)

1) La leucine est un composé organique de formule semi-développée :



Préciser la nature de ce composé et donner son nom en nomenclature systématique.



2) On fait réagir la leucine avec un acide  $\alpha$ -aminé

On obtient un dipeptide dont la masse molaire est égale à 202 g/mol.

2.1. Déterminer la formule semi-développée et donner le nom systématique de cet acide  $\alpha$ -aminé.

2.2. Préciser, en justifiant, le nombre de dipeptides que le mélange des acides, ci-dessus cités, permet d'obtenir (les formules ne sont pas demandées).

3) On veut synthétiser uniquement le dipeptide pour lequel la leucine est l'acide N-terminal (son groupement amine est bloqué).

Préciser les différentes étapes de cette synthèse et nommer le dipeptide obtenu.

On donne : H = 1 g/mol ; C = 12 g/mol ; N = 14 g/mol ; O = 16 g/mol.

**Exercice 3** (extrait Bac séries S2, S2A, S4 et S5 Sénégal 2012)

Les acides  $\alpha$ -aminés jouent un rôle important dans la vie, en particulier en biochimie. Ce sont les éléments constitutifs des protéines.

1) L'acide  $\alpha$ -aminé A, de formule semi-développée  $\text{CH}_3\text{-CH}(\text{CH}_3)\text{-CH}(\text{NH}_2)\text{-CO}_2\text{H}$  fait partie des vingt principaux acides  $\alpha$ -aminés des organismes vivants.

Donner, dans la nomenclature officielle, le nom de l'acide  $\alpha$ -aminé A.

2) On réalise la réaction de condensation d'un acide  $\alpha$ -aminé B de formule semi-développée  $\text{R-CH}(\text{NH}_2)\text{-CO}_2\text{H}$  sur l'acide  $\alpha$ -aminé A (R est un radical alkyl ou un atome d'hydrogène). On ne tiendra pas compte, dans cette question, de l'isomérisation optique et on ne considérera que les réactions possibles entre A et B.

2.1. Combien de dipeptides peut-on alors obtenir ?

Ecrire les équations des réactions mises en jeu.

2.2. Encadrer la liaison peptidique pour chaque dipeptide obtenu.

2.3. Sachant que chaque dipeptide a une masse molaire  $M = 174 \text{ g.mol}^{-1}$ , déterminer la formule semi-développée et le nom de l'acide  $\alpha$ -aminé B.

3) L'acide  $\alpha$ -aminé B ressemble beaucoup, quand il est pur, à un corps à structure ionique. Il se présente en effet sous la forme d'un ion bipolaire (amphion ou zwitterion).

3.1. Ecrire la formule semi développée de cet ion bipolaire.

3.2. Justifier son caractère amphotère.

3.3. En déduire les couples acide/base qui lui sont associés.

3.4. Les  $\text{pK}_a$  de ces couples acide/base ont pour valeur  $\text{pK}_{a1} = 2,3$  et  $\text{pK}_{a2} = 9,8$ .

a) Associer à chaque couple acide/base un  $\text{pK}_a$ .

b) Compléter le diagramme ci-dessous en y indiquant les espèces acido-basiques majoritaires de l'acide  $\alpha$ -aminé B pour chaque domaine de pH.





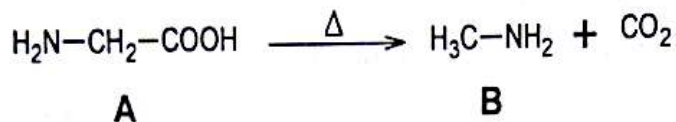
**Exercice 1**

1. Donnons la formule développée et le nom de l'acide  $\alpha$ -aminé A :  $C_2H_5O_2N$ .

$NH_2-CH_2-COOH$  : acide amino-2-éthanoïque

2. On élimine une molécule de  $CO_2$  de A par chauffage. On obtient une amine B.

2.1. Equation-bilan de la réaction.



2.2. Précisons la formule développée de l'amine B obtenue, sa classe et son nom.

$CH_3-NH_2$  : méthylamine ou méthanammine ; amine primaire

**Exercice 2**

1) Donnons le nom de l'alanine en nomenclature officielle.

Formule semi-développée	Nom en nomenclature officielle
$\begin{array}{c} H_3C-CH-COOH \\   \\ NH_2 \end{array}$	acide 2-aminopropanoïque

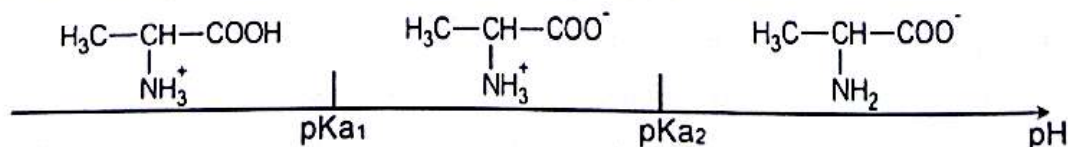
2) Une solution d'alanine contient 3 espèces chimiques en équilibre.

2.1. Formules semi-développées de chacune d'elles et couple acide/base introduit.

	cation	amphion	anion
Espèces chimiques	$\begin{array}{c} H_3C-CH-COOH \\   \\ NH_3^+ \end{array}$	$\begin{array}{c} H_3C-CH-COO^- \\   \\ NH_3^+ \end{array}$	$\begin{array}{c} H_3C-CH-COO^- \\   \\ NH_2 \end{array}$
Couple acide/base	$\begin{array}{c} H_3C-CH-COOH \\   \\ NH_3^+ \end{array} / \begin{array}{c} H_3C-CH-COO^- \\   \\ NH_3^+ \end{array}$		$\begin{array}{c} H_3C-CH-COO^- \\   \\ NH_3^+ \end{array} / \begin{array}{c} H_3C-CH-COO^- \\   \\ NH_2 \end{array}$

2.2. Attribuons, en justifiant, les valeurs de  $pK_a$  aux couples acide/base de l'alanine.

L'échelle de pH des domaines de prédominance donne :



$$\Rightarrow pK_{a1} = pK_{a_{\text{cation/amphion}}} = 2,3 \quad \text{et} \quad pK_{a2} = pK_{a_{\text{amphion/anion}}} = 9,9.$$

2.3. Espèce prépondérante à  $pH = 2$  et à  $pH = 11$ .

D'après l'échelle de pH des domaines de prédominance :

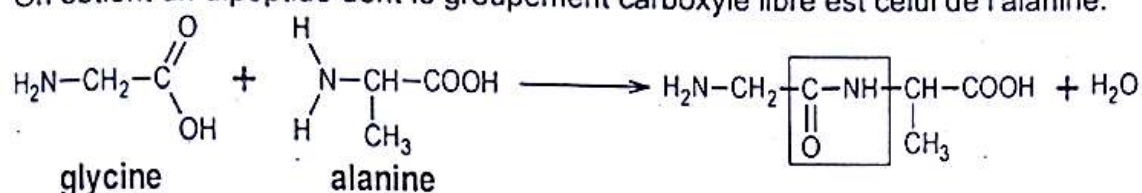
- pour  $pH = 1$  on a  $pH < pK_{a1}$  alors c'est le cation qui est majoritaire ;
- pour  $pH = 11$  on a  $pH > pK_{a2}$  alors c'est l'anion qui est majoritaire.

## CORRECTION

3) La condensation d'une molécule d'alanine et de celle de glycine conduit à un dipeptide.

### 3.1. Equation de la condensation.

On obtient un dipeptide dont le groupement carboxyle libre est celui de l'alanine.



### 3.2. Type particulier de liaison dans ce dipeptide.

C'est la liaison peptidique (liaison encadrée).

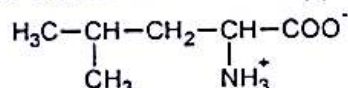
**Exercice 3** (extrait Bac séries S2, S2A, S4 et S5 Sénégal 2010)

1. La leucine est un acide  $\alpha$ -aminé

1.1. Donnons, en nomenclature systématique, le nom de la leucine.

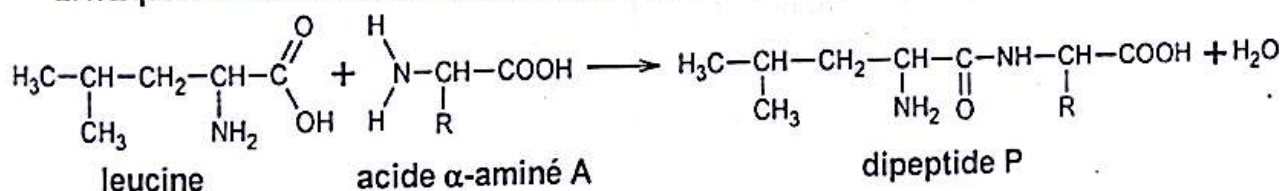
Formule semi-développée	Nom
$  \begin{array}{c} \text{H}_3\text{C}-\text{CH}-\text{CH}_2-\text{CH}-\text{COOH} \\   \quad \quad   \\ \text{CH}_3 \quad \text{NH}_2 \end{array}  $	acide 2-amino-4-méthylpentanoïque

1.2. Formule semi-développée de l'amphion correspondant à la molécule de la leucine.



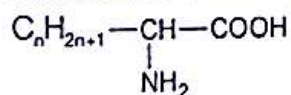
2. On fait réagir la leucine avec un acide  $\alpha$ -aminé A.

2.1. Equation-bilan de la réaction de condensation qui se produit.



2.2. Déterminons R puis la formule semi-développée et le nom de l'acide  $\alpha$ -aminé A.

La formule de l'acide  $\alpha$ -aminé inconnu est la suivante :



$M_{\text{dipeptide}} = M(\text{leucine}) + M(\text{acide } \alpha\text{-aminé A}) - M(\text{H}_2\text{O})$  ; avec :

- $M(\text{leucine}) = 2 \times 15 + 13 + 14 + 13 + 16 + 12 + 2 \times 16 + 1 = 131 \text{ g/mol}$
- $M(\text{acide } \alpha\text{-aminé A}) = 14n + 1 + 13 + 16 + 12 + 2 \times 16 + 1 = 14n + 75$
- $M(\text{H}_2\text{O}) = 2 \times 1 + 16 = 18 \text{ g/mol}$

$$\Rightarrow M_{\text{dipeptide}} = 131 + 14n + 75 - 18 = 14n + 188 = 188 \text{ g/mol}$$

$$\Rightarrow 14n + 188 = 188 \Rightarrow n = 0 \text{ donc } \text{R} = \text{H} \text{ (atome d'hydrogène).}$$

L'acide  $\alpha$ -aminé A est donc  $\text{NH}_2-\text{CH}_2-\text{COOH}$  : acide 2-aminoéthanoïque ou glycine.



# DEUXIEME PARTIE

## Le top 10 : 10 sujets de Bac entièrement résolus

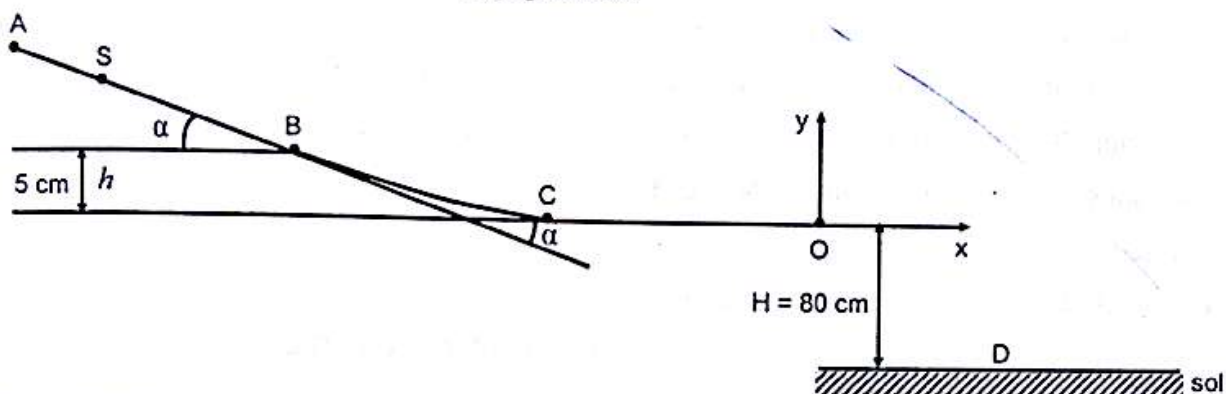
Numéro de l'épreuve	Année de l'épreuve	Enoncé	Correction
Sujet 1	Bac D 2005	343 à 345	380 à 383
Sujet 2	Bac D 2006	346 à 348	384 à 387
Sujet 3	Bac D 2007	349 à 351	388 à 393
Sujet 4	Bac D 2008	352 à 354	394 à 399
Sujet 5	Bac D 2009	355 à 358	400 à 406
Sujet 6	Bac D 2010	359 à 362	407 à 413
Sujet 7	Bac D 2011	363 à 366	414 à 422
Sujet 8	Bac D 2012	367 à 370	423 à 429
Sujet 9	Bac D 2013	371 à 374	430 à 435
Sujet 10	Bac D 2014	375 à 379	436 à 443

# **SUJET 1 : BAC SERIE D SESSION NORMALE 2005**

## **Exercice 1**

On étudie le mouvement d'un solide  $S$  supposé ponctuel, de masse  $m$ , qui glisse sur la piste schématisée ci-dessous, situé dans un plan vertical.

On suppose tous les frottements négligeables.



La partie CO est rectiligne et horizontale.

La partie BC est curviligne.

La partie AB, rectiligne, de longueur  $L$ , fait l'angle  $\alpha$  avec la partie CO.

On suppose que les parties AB et CO sont respectivement tangentes en B et C à la courbe BC. On appelle  $h$  la différence d'altitude entre les points B et C.

On donne :  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$  ;  $m = 100 \text{ g}$  ;  $AB = L = 30 \text{ cm}$  ;

$\alpha = 12^\circ$  ( $\sin \alpha = 0,208$  ;  $\cos \alpha = 0,978$ ) ;  $h = 5 \text{ cm}$ .

### **1. Mouvement sur la partie rectiligne AB**

Le solide est lâché en A sans vitesse initiale.

- 1.1. Faire le bilan des forces extérieures exercées sur  $S$ . Les représenter sur un schéma.
- 1.2. Exprimer l'intensité  $a$  du vecteur accélération de  $S$ , en fonction de  $g$  et  $\alpha$ .
- 1.3. Calculer la valeur numérique de  $a$ .
- 1.4. Calculer la durée  $t$  du trajet AB.
- 1.5. Exprimer  $V_B$ , la vitesse de  $S$  en B en fonction de  $\alpha$  et  $L$  et la calculer.

### **2. Mouvement sur la partie BC**

Calculer  $V_C$ , vitesse de  $S$  en C.

### **3. Mouvement sur la partie CD**

Le solide  $S$  atteint le point O et fait une chute. On suppose qu'à l'instant  $t = 0$ , le solide  $S$  est en O.

- 3.1. Déterminer les équations horaires du mouvement de  $S$ .
- 3.2. Établir l'équation de sa trajectoire.
- 3.3. Déterminer les coordonnées du point de chute (D) de  $S$ .
- 3.4. Calculer sa vitesse au sol.



### Exercice 2

Soit un solénoïde (A,C) de longueur  $\ell = 41,2 \text{ cm}$  et de résistance négligeable. Il comporte  $N = 400$  spires de rayon  $r = 2,5 \text{ cm}$ . Il est orienté arbitrairement de A vers C.

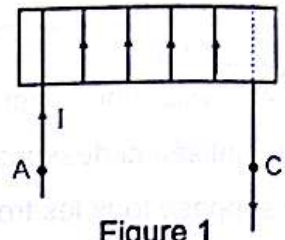


Figure 1

1. Le solénoïde est parcouru par un courant d'intensité  $I = 5 \text{ A}$ .
  - 1.1. Représenter quelques lignes du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde ainsi que le vecteur champ  $\vec{B}$  (direction et sens).
  - 1.2. Donner l'expression littérale de l'intensité  $B$  du champ magnétique, à l'intérieur du solénoïde en fonction de  $\mu_0$ ,  $N$ ,  $\ell$ , et  $I$ .
  - 1.3. Calculer la valeur de  $B$ .
  - 1.4. Calculer la valeur de l'inductance  $L$  de la bobine.
2. Le solénoïde est maintenant parcouru par un courant électrique  $i(t)$  dont l'intensité varie avec le temps comme l'indique la figure 2.

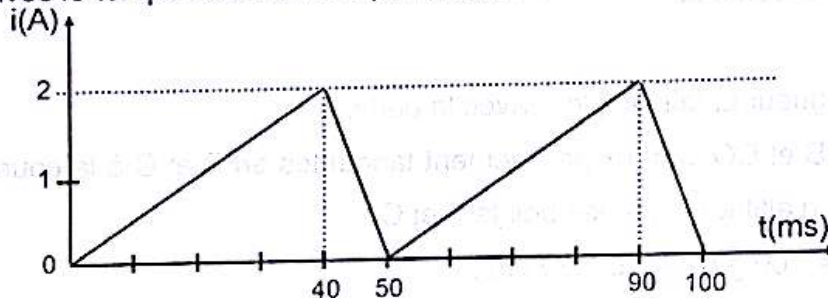


Figure 2

Un phénomène d'auto-induction prend naissance dans le solénoïde.



Figure 3

- 2.1. Donner l'expression de la tension  $u_{AC}$  en fonction de  $L$  et  $\frac{di}{dt}$  (voir la figure 3).

- 2.2. Calculer  $u_{AC}$  sur une période :  $t \in [0 ; 50 \text{ ms}]$  en prenant  $L = 10^{-3} \text{ H}$ .

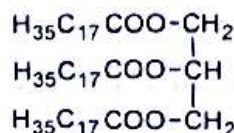
- 2.3. Tracer la courbe  $u_{AC}(t)$ .

Echelle : 1 cm représente 50 mV et 1 cm représente 10 ms.

Données :  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ SI}$ .

### Exercice 3

ANANGAMAN mélange 12 g d'un corps gras avec 20 cm<sup>3</sup> de soude de concentration molaire  $C = 2,5 \text{ mol.L}^{-1}$ . Il chauffe suffisamment longtemps ce mélange et obtient un composé A. Le corps gras est constitué d'un triester de formule :



## Sujets officiels du Bac ivoirien entièrement corrigés

1. Comment appelle-t-on cette opération ?
  2.
    - 2.1. Ecrire l'équation bilan de cette réaction.
    - 2.2. Indiquer sur l'équation les noms des produits formés.
  3. Quelles sont les propriétés de cette réaction ?
  4. Rechercher le réactif en excès.
  5. Déterminer la masse du composé A formé.
  6. AKAFOU voudrait fabriquer le composé A. Il dispose d'un acide gras de formule  $C_{17}H_{35}COOH$ , du glycérol et de la soude.  
Quelles sont les opérations à effectuer ?
- Données : masses molaires atomiques en  $g.mol^{-1}$  : C : 12 ; H : 1 ; O : 16 ; Na : 23.

### **Exercice 4**

On dispose de cinq flacons contenant des solutions aqueuses différentes, mais de même concentration  $C = 10^{-2} mol.L^{-1}$  : l'acide éthanoïque ; l'acide chlorhydrique ; le chlorure de potassium ; l'hydroxyde de potassium et l'ammoniaque. Les étiquettes A, B, C, D et E de ces flacons ont été mélangées lors d'un rangement. Les pH sont mesurés à  $25^{\circ}C$ .

#### **1. Identification des solutions**

Le pH de la solution B est égal à 12. Le dosage de B par C donne un pH égal à 7 à l'équivalence.

- 1.1. Identifier B et C.
- 1.2. Au cours du dosage de D par B, le pH à l'équivalence est égal à 8,2. Identifier D.
- 1.3. Le pH de la solution A est égal à 7. Identifier A.
- 1.4. Dédurre des questions précédentes, la nature de la solution E.

#### **2. Détermination de pKa du couple ion ammonium/ammoniac.**

On désire déterminer le pKa du couple ammonium/ammoniac. Le pH de la solution d'ammoniaque est 10,6.

- 2.1. Ecrire l'équation bilan de la réaction de l'ammoniac avec l'eau.
- 2.2. Calculer les concentrations molaires des espèces chimiques présentes en solution.
- 2.3. Calculer le pKa du couple ammonium/ammoniac.

#### **3. Préparation d'une solution tampon.**

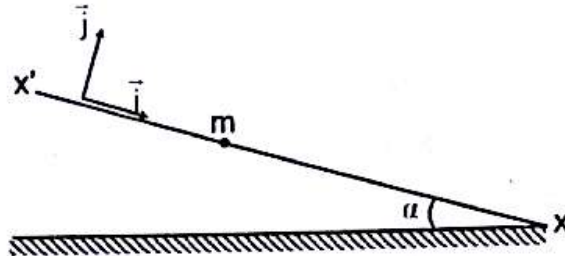
On veut préparer une solution tampon à partir de la solution d'ammoniaque et de l'acide chlorhydrique.

- 3.1. Calculer le volume  $V_A$  d'acide chlorhydrique à ajouter à  $V_B = 25 cm^3$  de la solution d'ammoniaque pour obtenir la solution tampon.
- 3.2. Citer les propriétés du mélange obtenu.



**SUJET 2 : BAC SERIE D SESSION NORMALE 2006****Exercice 1**

Un mobile de masse  $m$ , assimilable à un point matériel est lâché sans vitesse initiale sur une table inclinée d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontale (voir figure). On suppose que le mobile est soumis au cours du mouvement à une force de frottement  $\vec{f}$  opposée à sa vitesse.



1.

1.1. Faire le bilan des forces agissant sur le mobile et les représenter sur un schéma.

1.2. Montrer que l'accélération du centre d'inertie G du mobile vaut  $a = g \sin \alpha - \frac{f}{m}$ .

2. Un relevé des distances parcourues par le centre d'inertie du mobile au cours du temps à partir de l'instant  $t = 0$  s, a donné le tableau suivant :

$t(s)$	0,00	0,12	0,18	0,24	0,30	0,36	0,42
$d (10^{-2} \text{ m})$	0,0	1,1	2,5	4,4	6,9	10,0	13,6
$t^2 (10^{-2} \text{ s}^2)$	0,00	1,4	3,2	5,8	9,0	13,0	17,6

2.1. Représenter le graphique  $d = f(t^2)$ .

Echelles :

➤ en abscisses : 1 cm représente  $10^{-2} \text{ s}^2$  et

➤ en ordonnées : 1 cm représente  $10^{-2} \text{ m}$ .

2.2. Déterminer la pente ou le coefficient directeur  $k$  du graphe.

2.3. L'équation horaire du mouvement est de la forme :  $d = \frac{1}{2} at^2$ .

En déduire la valeur de l'accélération du mouvement.

2.4. Calculer la valeur de la force de frottement qui agit sur le mobile dans ce cas.

Données :  $\alpha = 30^\circ$  ;  $m = 0,5 \text{ kg}$  ;  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ .

**Exercice 2**

On veut étudier un circuit R, L, C série soumis à une tension alternative sinusoïdale  $u(t)$  de fréquence  $N$  et de valeur efficace  $U$ .

On dispose pour cela d'un résistor de résistance  $R$ , d'une bobine d'inductance  $L$  et de résistance  $r$ , d'un condensateur de capacité  $C$ , d'un générateur basses fréquences (GBF) délivrant la tension alternative sinusoïdale  $u(t)$  et des fils de connexions.

## Sujets officiels du Bac ivoirien entièrement corrigés

1. Faire un schéma du circuit R, L, C série.
2. On veut visualiser avec un oscilloscope bicourbe les variations de la tension  $u(t)$  aux bornes du circuit R, L, C (voie 2) et celles de l'intensité  $i(t)$  qui traverse le circuit (voie 1). Indiquer sur le schéma de la question 1 le branchement de l'oscilloscope.
3. On donne  $R = 40 \, \Omega$ ,  $L = 50 \, \text{mH}$ ,  $r = 10 \, \Omega$  (résistance interne de la bobine) et  $C = 10 \, \mu\text{F}$ . La tension  $u(t)$  a pour valeur efficace  $10 \, \text{V}$  et pour fréquence  $N = 100 \, \text{Hz}$ .
  - 3.1. Donner l'expression de l'impédance  $Z$  du circuit en fonction de  $r$ ,  $R$ ,  $L$ ,  $\omega$  et  $C$ .
  - 3.2.
    - 3.2.1. Montrer que l'impédance  $Z$  peut s'écrire  $Z = \sqrt{(R + r)^2 + \left(2\pi N L - \frac{1}{2\pi N C}\right)^2}$ .
    - 3.2.2. Calculer  $Z$ . On prendra pour cela  $2\pi N L = 31,41 \, \Omega$  ;  $\frac{1}{2\pi N C} = 159,15 \, \Omega$ .
  - 3.3. Déterminer la valeur efficace  $I$  de l'intensité du courant dans le circuit.
  - 3.4. Déterminer la phase de la tension  $u(t)$  par rapport à  $i(t)$ .  
Le circuit est-il inductif ou capacitif ?
  - 3.5. Représenter qualitativement la construction de Fresnel associée à ce circuit.
4.
  - 4.1. Déterminer la valeur qu'il faudrait donner à la capacité du condensateur pour que l'on puisse observer le phénomène de résonance d'intensité, les autres dipôles du circuit restant inchangés, la fréquence de la tension  $u(t)$  aussi.
  - 4.2. Déterminer la valeur de l'intensité efficace qui traverserait alors le circuit.

### Exercice 3

Un groupe d'élèves décide de déterminer la constante d'acidité du couple acide benzoïque/ion benzoate. On dose  $10 \, \text{cm}^3$  de solution d'acide benzoïque  $\text{C}_6\text{H}_5\text{-COOH}$  de concentration inconnue par une solution d'hydroxyde de sodium (soude) de concentration  $10^{-1} \, \text{mol.L}^{-1}$ . Les variations du pH en fonction du volume  $V$  de soude versée sont :

$V(\text{cm}^3)$	0	1	2	3	5	6	8	9	9,5
pH	2,6	3,2	3,6	3,8	4,2	4,4	4,8	5,2	5,5

$V(\text{cm}^3)$	9,8	9,9	10	10,1	11	12	14	16
pH	5,9	6,2	8,5	10,7	11,7	12	12,4	12,7

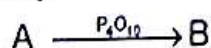


1.
  - 1.1. Tracer la courbe  $\text{pH} = f(V)$ . On prendra pour échelle :  
1 cm pour 1 cm<sup>3</sup> (en abscisse) et 1 cm pour 1 unité de pH (en ordonnée).
  - 1.2. Déterminer graphiquement le point d'équivalence.
2.
  - 2.1. Ecrire l'équation bilan de la réaction.
  - 2.2. Calculer la concentration de la solution d'acide benzoïque.
3. Déterminer graphiquement la valeur de la constante  $\text{pK}_a$  du couple  $\text{C}_6\text{H}_5\text{-COOH}/\text{C}_6\text{H}_5\text{-COO}^-$ . En déduire la constante d'acidité  $K_a$  du couple.
4. On dispose de deux indicateurs colorés :
  - l'hélianthine (zone de virage 3,2 – 4,4) ;
  - la phénolphthaléine (zone de virage 8 – 10).
 Reporter ces zones de virage sur le graphe  $\text{pH} = f(V)$ .  
 Lequel de ces deux indicateurs colorés utiliseriez-vous pour effectuer ce dosage.  
 Justifier votre réponse.

#### **Exercice 4**

Dans tout l'exercice, on prendra : masse molaire atomique en g.mol<sup>-1</sup> : C : 12 ; H : 1 ; O : 16.

1. On fait agir de l'acide carboxylique A, de formule brute  $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ), sur un composé D (propan-2-ol) en présence de catalyseurs adéquats. On obtient un composé dioxygéné E et de l'eau.
  - 1.1. Donner le nom de la réaction produite entre l'acide carboxylique et l'alcool.
  - 1.2. Donner les caractéristiques de cette réaction.
  - 1.3. Ecrire la formule semi-développée du groupe fonctionnel de E.
2. La masse de 0,5 mole de cet acide carboxylique est de 30 g.
  - 2.1. Déterminer la valeur de l'entier naturel n.
  - 2.2. Donner les formules semi-développées et les noms des produits A et E.
3. On réalise la chaîne de réactions ci-dessous avec les composés A et E définis ci-dessus.  
 Les corps B et F sont des composés organiques.



- 3.1. Sans écrire les équations, donner les formules semi-développées et les noms des corps B et F.
- 3.2. Donner le nom et les caractéristiques de la réaction marquée (1).

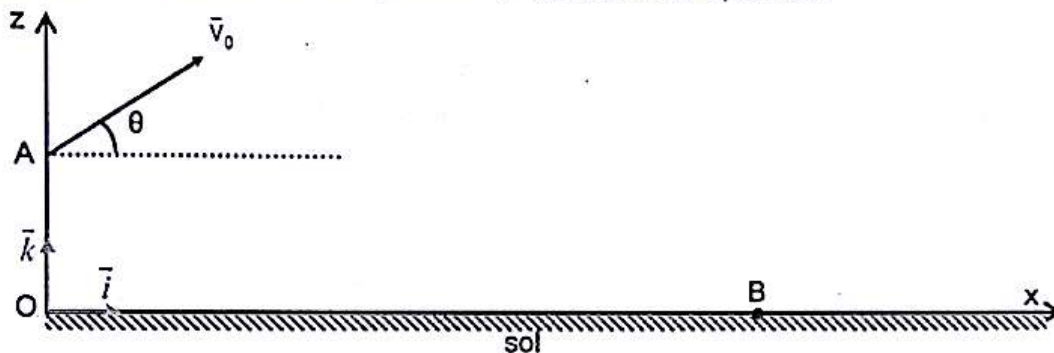
**SUJET 3 : BAC SERIE D SESSION NORMALE 2007****Exercice 1**

Au cours d'une séance d'Education Physique et Sportive (EPS), Yao est choisi comme premier lanceur. Il soulève le « poids » de masse  $m = 5,00 \text{ kg}$ , de centre d'inertie  $G$  et le lance dans l'espace de réception. Lorsque l'objet quitte sa main :

- le centre d'inertie  $G$  se trouve au point  $A$  tel que  $OA = h = 1,70 \text{ m}$  ;
- le vecteur vitesse  $\vec{v}_0$  fait un angle  $\theta$  avec le plan horizontal.

Lorsque le « poids » arrive au sol,  $G$  coïncide avec le point  $B$ .

On prendra  $t = 0$  l'instant où le « poids » quitte la main au point  $A$ .



On négligera l'action de l'air et on prendra  $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ .

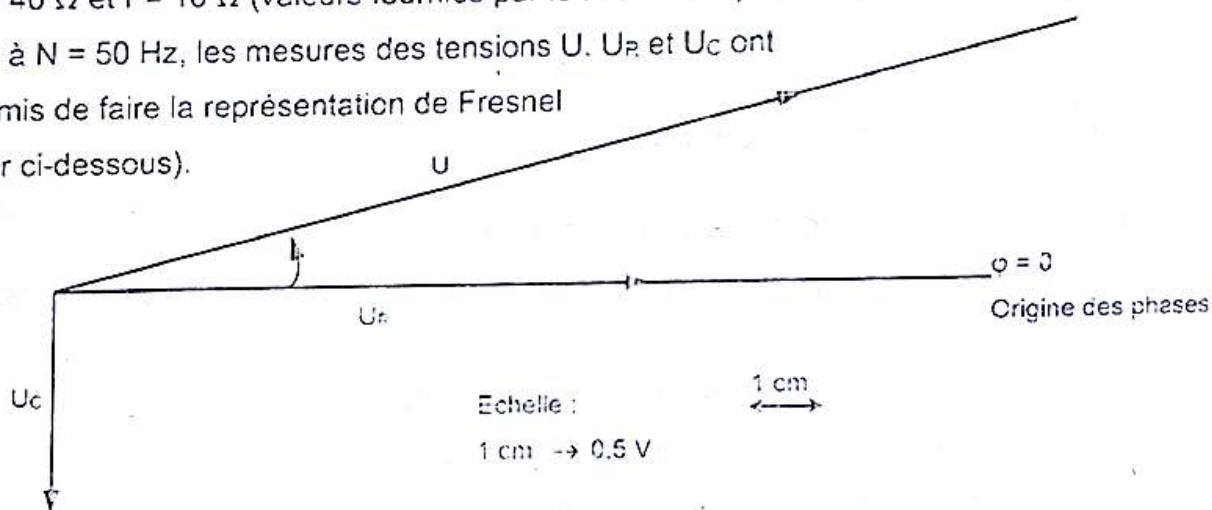
1. Etablir les équations horaires du mouvement de  $G$  dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{k})$ , puis l'équation cartésienne de la trajectoire.
  2. Donner la nature de la trajectoire et la tracer qualitativement.
- Yao effectue trois essais et on retient la meilleure performance.
3. Premier essai :  $\theta = 30^\circ$  ;  $OB = X_1 = 8,74 \text{ m}$ .
    - 3.1. Déterminer l'expression de :
      - 3.1.1. la vitesse  $v_0$  en fonction de  $g$ ,  $\theta$ ,  $X_1$  et  $h$ .
      - 3.1.2. la hauteur maximale  $H_{\max}$ , par rapport au sol atteinte par le « poids ».
    - 3.2. Calculer la valeur numérique de  $v_0$  et de  $H_{\max}$ .
  4. Deuxième essai :  $\theta = 45^\circ$ ,  $v_0$  a la même valeur qu'au premier lancer et  $OB = X_2$ .  
Déterminer  $X_2$ . Comparer  $X_1$  et  $X_2$ .
  5. Troisième essai :  $\theta = 60^\circ$ ,  $v_0 = 8,60 \text{ m.s}^{-1}$  et  $OB = X_2$ .
    - 5.1. Déterminer  $X_3$ .
    - 5.2. Comparer  $X_2$  et  $X_3$ .
  6.
    - 6.1. Quel est le meilleur essai ?
    - 6.2. Pour une vitesse initiale donnée, comment doit-on lancer le « poids » pour obtenir la meilleure performance ?



### **Exercice 2**

Au cours d'une séance de T.P., les élèves de Terminale scientifique doivent faire l'étude d'un dipôle RLC série. Le laboratoire du Lycée dispose d'un conducteur ohmique de résistance  $R$ , d'une bobine d'inductance  $L$  et de résistance  $r$  et d'un condensateur de capacité  $C$ . Pour déterminer les caractéristiques des dipôles, ils réalisent des expériences.

1. Une tension constante  $U = 5 \text{ V}$  est appliquée aux bornes du conducteur ohmique et l'intensité du courant mesurée vaut  $I_1 = 125 \text{ mA}$ . La même tension est ensuite appliquée aux bornes de l'ensemble {conducteur ohmique + bobine}. L'intensité du courant vaut alors  $I_2 = 100 \text{ mA}$ . Déterminer les valeurs de  $R$  et  $r$ .
2. Un générateur de tension sinusoïdale et de fréquence  $N$  variable est maintenant branché aux bornes de l'ensemble {conducteur ohmique + bobine + condensateur} en série. La tension efficace est maintenue constante et égale à  $U = 5 \text{ V}$ . Pour la suite, on prendra  $R = 40 \Omega$  et  $r = 10 \Omega$  (valeurs fournies par le Professeur). La valeur de la fréquence étant fixé à  $N = 50 \text{ Hz}$ , les mesures des tensions  $U$ ,  $U_R$  et  $U_C$  ont permis de faire la représentation de Fresnel (voir ci-dessous).



- 2.1. Déduire de la figure les valeurs des tensions  $U_R$  et  $U_C$ .
- 2.2. Reproduire la figure et la compléter par la construction de Fresnel de la tension  $U_L$  aux bornes de la bobine.
- 2.3. En déduire la valeur de  $U_L$ .
- 2.4. Déterminer la phase  $\phi_{U_L/i}$  de la tension  $U_L$  par rapport à l'intensité  $i$ .
- 2.5. Déterminer la valeur efficace  $I$  de l'intensité du courant puis les valeurs de  $L$  et  $C$ .
3. Déterminer la valeur de la fréquence pour que l'impédance soit égale à la résistance totale du circuit. Comment appelle-t-on cet état ?

### **Exercice 3**

Votre Professeur de Sciences Physiques vous propose de faire l'étude d'un produit commercial qui, selon le fabricant, contient essentiellement de l'ammoniac.

1. Il prélève 10 mL de ce produit de concentration inconnue  $C_3$  qu'il dose par pHmétrie avec une solution d'acide chlorhydrique  $10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$ .



## Sujets officiels du Bac ivoirien entièrement corrigés

Les mesures sont consignées dans le tableau ci-dessous.

$V_A(\text{mL})$	0	1	2	3	4	5	6	7
pH	11,0	10,0	9,7	9,4	9,2	9,0	8,7	8,4

$V_A(\text{mL})$	7,5	8	8,5	9,5	10	13	16	18
pH	8,0	5,3	2,5	2,1	2,0	1,7	1,5	1,4

- 1.1. Faire un schéma annoté du dispositif expérimental.
- 1.2. Tracer la courbe  $\text{pH} = f(V_A)$ . Echelle : 1 cm  $\leftrightarrow$  1 mL ; 1,5 cm  $\leftrightarrow$  1 unité de pH.
- 1.3. A partir de la courbe, montrer que l'ammoniac est une base faible.
2. Exploitation de la courbe  $\text{pH} = f(V_A)$ .
  - 2.1. Déterminer le point d'équivalence E.
  - 2.2. En déduire la valeur de la concentration molaire volumique de l'ammoniac  $C_B$ .
  - 2.3. Déterminer la demi-équivalence et le  $\text{pK}_a$  du couple  $\text{NH}_4^+/\text{NH}_3$ .
  - 2.4. Quelle est la nature du mélange à l'équivalence ? Justifier.
3. Déterminer la concentration massique volumique en ammoniac en g/L en vue d'étiqueter le produit. On donne :  $M_H = 1 \text{ g.mol}^{-1}$  ;  $M_N = 14 \text{ g.mol}^{-1}$ .

### Exercice 4

Les parties I et II sont indépendantes.  $M_C = 12 \text{ g.mol}^{-1}$  ;  $M_H = 1 \text{ g.mol}^{-1}$  ;  $M_O = 16 \text{ g.mol}^{-1}$ .

#### I. Détermination de la formule brute

Un composé organique A de formule brute  $\text{C}_x\text{H}_y\text{O}$  contient 64,86 % en masse de carbone.

1. Déterminer sa formule brute, sachant que  $M_A = 74 \text{ g.mol}^{-1}$ .
2. Ecrire toutes les formules semi-développées possibles sachant que A est un alcool.  
Nommer chaque isomère et préciser sa classe.

II. L'oxydation ménagée d'un composé A' de formule brute  $\text{C}_4\text{H}_{10}\text{O}$  par une solution de dichromate de potassium acidifiée, conduit à un composé organique B à chaîne ramifiée et de formule brute  $\text{C}_4\text{H}_8\text{O}$ .

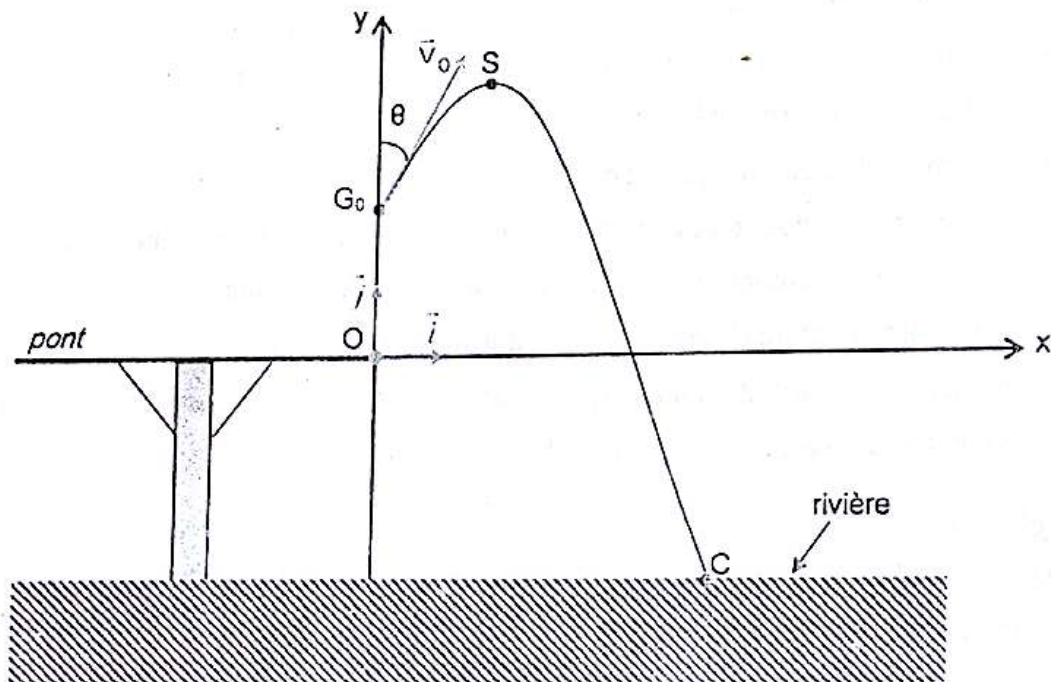
1. Ecrire la formule semi-développée de B et le nommer.
2. Ecrire la formule semi-développée de A'.
3. L'oxydation ménagée de B donne un composé organique C. On fait réagir C avec du chlorure de thionyle, on obtient un composé organique D.  
Ecrire les formules semi-développées et les noms des composés organiques C et D.
4. On fait réagir de l'éthanol sur C.
  - 4.1. Nommer cette réaction et préciser ses caractéristiques.
  - 4.2. Ecrire l'équation bilan de cette réaction et nommer le composé organique E.
  - 4.3. A quelle famille appartient E ? Préciser son groupe fonctionnel ou caractéristique



**SUJET 4 : BAC SERIE D SESSION NORMALE 2008****Exercice 1**

Pour se baigner, des enfants sautent du point O d'un pont et plongent dans la rivière dont le niveau est 3 m plus bas. On se propose d'étudier le mouvement du centre d'inertie d'un plongeur. On négligera dans tout l'exercice le mouvement de rotation du plongeur autour de son centre d'inertie G ainsi que les frottements avec l'air.

Le repère d'étude est  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (voir schéma). On prendra  $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ .



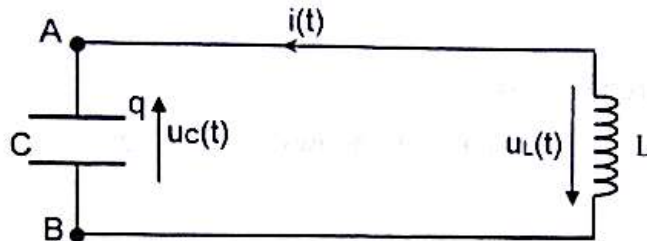
Après s'être lancé, le plongeur quitte le pont qui sert de tremplin à la date  $t = 0$  avec un vecteur vitesse  $\vec{v}_0$  incliné de  $\theta = 30^\circ$  par rapport à la verticale. Son centre d'inertie est alors au point  $G_0$  de coordonnées  $x_0 = 0 \text{ m}$ ,  $y = 1 \text{ m}$ .

1. Établir les équations horaires  $x(t)$  et  $y(t)$  du mouvement du centre d'inertie dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire.
2. Le plongeur est au sommet de sa trajectoire au point S d'abscisse  $x_S = 1,1 \text{ m}$ . Déterminer :
  - 2.1. L'expression de  $v_0$  en fonction de  $x_S$ ,  $g$  et  $\theta$ , puis calculer sa valeur.
  - 2.2. L'ordonnée du sommet S.
3. Le plongeur pénètre dans l'eau en C. (On prendra  $v_0 = 5 \text{ m.s}^{-1}$ )
  - 3.3. Déterminer la distance  $d$  entre les verticales passant par O et C.
  - 3.4. Calculer la durée du saut.
  - 3.5. Déterminer la valeur de sa vitesse en C  
(On appliquera le théorème de l'énergie cinétique).

**Exercice 2**

Le montage ci-dessous comprend : un condensateur de capacité  $C = 0,1 \mu\text{F}$  ; une bobine d'inductance  $L = 1,0 \text{ H}$  et de résistance négligeable.

A la date  $t = 0$ , le condensateur, initialement chargé sous une tension  $U_0 = 12 \text{ V}$ , est connecté à la bobine. On note  $i(t)$  l'intensité algébrique du courant à l'instant  $t$  et  $q(t)$  la charge portée par l'armature du condensateur reliée au point A.



1. Calculer l'énergie emmagasinée dans le condensateur en fin de charge.

2.

2.1. Établir l'équation différentielle  $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$  du circuit, où  $q$  est la charge portée par A.

2.2. Vérifier que la solution de cette équation différentielle est de la forme :

$$q(t) = Q_m \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \varphi\right)$$

2.3. Déterminer  $Q_m$  et  $\varphi$ .

2.4. Calculer la pulsation propre  $\omega_0$  et la période propre  $T_0$  du circuit.

3. On se propose maintenant d'étudier l'évolution des énergies emmagasinées dans le condensateur et dans la bobine au cours du temps.

3.1. Déterminer les expressions en fonction du temps de :

3.1.1. l'intensité  $i(t)$  du courant électrique ;

3.1.2. l'énergie  $E_C(t)$  emmagasinée dans le condensateur ;

3.1.3. l'énergie  $E_L(t)$  emmagasinée dans la bobine.

3.2. Montrer qu'à chaque instant l'énergie totale  $E$  est conservée.

**Exercice 3**

Dans cet exercice, les solutions sont à  $25^\circ\text{C}$  et le produit ionique de l'eau à cette température  $K_e = 10^{-14}$ .

**1. La solution d'acide bromhydrique (HBr)**

Une solution A d'acide bromhydrique centimolaire ( $10^{-2} \text{ mol/L}$ ) à un  $\text{pH} = 2$ .

1.1. Montrer que l'acide bromhydrique est un acide fort.

1.2. Écrire l'équation-bilan de la réaction avec l'eau.

1.3. Citer un autre exemple d'acide fort.



**2. La solution de méthylamine ( $\text{CH}_3\text{NH}_2$ )**

On dispose de 5 mL d'une solution B de méthylamine de concentration molaire volumique  $C_B = 8,2 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$ , de  $\text{pH} = 11,8$ .

- 2.1. Écrire l'équation-bilan de la réaction de la méthylamine avec l'eau.
- 2.2. Faire l'inventaire des espèces chimiques et calculer leur concentration.
- 2.3. Calculer le  $\text{pK}_a$  du couple  $\text{CH}_3\text{NH}_3^+/\text{CH}_3\text{NH}_2$ .

**3. Mélange de solutions**

On mélange les deux solutions précédentes.

- 3.1. Écrire l'équation-bilan de la réaction qui a lieu entre l'acide bromhydrique et la méthylamine.
- 3.2. Quel volume  $V_{AE}$  de solution A d'acide bromhydrique faut-il verser dans 5 mL de la solution B de méthylamine pour atteindre l'équivalence acido-basique ?
- 3.3. Quelle est la nature du mélange à l'équivalence acido-basique ? Justifier.
- 3.4. On mélange un volume  $V_A = 20,5 \text{ mL}$  de solution A à un volume  $V_B = 5 \text{ mL}$  de la solution B. Donner le  $\text{pH}$ , le nom et les propriétés de ce mélange.
- 3.5. Donner l'allure de la courbe de dosage de B par A (préciser les points caractéristiques).

**Exercice 4**

A est un composé organique de formule brute  $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_2$ .

1. A quelles familles le composé A peut-il appartenir ?
2. Écrire toutes les formules semi-développées possibles et les nommer.
3. La solution aqueuse du composé A conduit le courant électrique et jaunit le bleu de Bromothymol. Identifier le composé A.
4. Le composé A se transforme, en présence du pentachlorure de phosphore, en un composé B.
  - 4.1. A quelle famille appartient B ?
  - 4.2. Préciser le groupe fonctionnel.
  - 4.3. Donner la formule semi-développée et le nom de B.
5. On fait réagir B sur un alcool ( $\text{R-OH}$ ).
  - 5.1. Écrire l'équation-bilan et donner les caractéristiques de cette réaction.
  - 5.2. La densité de la vapeur par rapport à l'air de l'ester formé est  $d = 3,51$ .
    - 5.2.1. Quelles sont les formules semi-développées de l'ester et de l'alcool ?
    - 5.2.2. Donner leur nom et préciser la classe de l'alcool.

On donne :  $M_C = 12 \text{ g/mol}$  ;  $M_H = 1 \text{ g/mol}$  ;  $M_O = 16 \text{ g/mol}$ .

**SUJET 5 : BAC SERIE D SESSION NORMALE 2009****Exercice 1****Le jeu de Volley-ball**

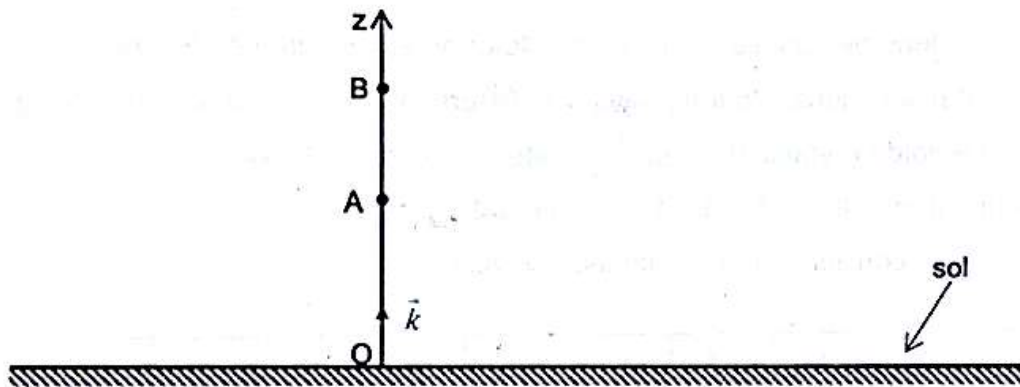
Les parties I et II sont indépendantes. On prendra  $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ .

Au cours d'un match de volley-ball, un joueur effectue le service. Le service est réussi si la balle passe au dessus du filet et tombe à moins de 9 m derrière celui-ci.

**I. Première phase**

Le joueur lance la balle verticalement vers le haut d'un point A situé à une hauteur  $h_A = 1,80 \text{ m}$  du sol.

La balle atteint le sommet de trajectoire au point B tel que  $h_B = OB = 3,10 \text{ m}$  (voir figure).



- Déterminer la vitesse  $v_A$  avec laquelle la balle a été lancée en A.
- Établir l'expression de la vitesse  $v(t)$  du centre d'inertie G de la balle dans le repère  $(O, \vec{k})$ .
- Déterminer la durée du trajet AB.

**II. Deuxième phase**

Il frappe la balle quand celle-ci est au point B et lui communique une vitesse horizontale.

- Établir les équations horaires  $x(t)$  et  $z(t)$  du mouvement de G dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{k})$  (voir feuille annexe). En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire. L'instant où la balle quitte le point B est choisi comme origine des dates.
- La balle passe par le point C de coordonnées  $x_C = 9,3 \text{ m}$  et  $z_C = 2,5 \text{ m}$ , situé à la verticale du filet.
  - Exprimer la vitesse en fonction de  $g$ ,  $x_C$ ,  $z_C$  et  $z_B$ .
  - Représenter sur la courbe en annexe les vecteurs vitesse  $\vec{V}_0$  et  $\vec{V}_C$  selon une échelle de votre choix.
- La balle tombe sur le sol au point D.
  - Calculer l'abscisse  $x_D$  du point D. On prendra  $v_0 = 26,6 \text{ m.s}^{-1}$ .
  - Le service est-il réussi ? Justifier votre réponse.



**Exercice 2**

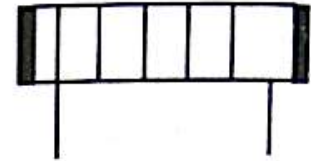
Étude du champ magnétique créé par un solénoïde long

Les deux parties sont indépendantes.

**Partie A**

Un solénoïde parcouru par un courant continu d'intensité  $I$  crée un champ magnétique  $\vec{B}$ .

1. Reproduire le schéma du solénoïde ci-dessous et représenter :



1.1. Le sens choisi du courant :

1.2. Les lignes de champ et leur sens

1.3. Le champ magnétique à l'intérieur du solénoïde (direction et sens).

2. Compléter le schéma ci-contre en y indiquant les faces du solénoïde.

**Partie B**

Pour utiliser ce solénoïde, on se propose de déterminer le nombre de spires qui n'est malheureusement pas indiqué. Pour ce faire, on mesure la valeur du champ magnétique  $\vec{B}$  à l'intérieur du solénoïde en faisant varier l'intensité du courant  $I$  qui le traverse.

1. Faire un schéma annoté du dispositif expérimental.

2. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

$I(A)$	0	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
$B(mT)$	0	0,63	0,94	1,25	1,55	1,89	2,15	2,48	2,80

2.1. Tracer la courbe  $B = f(I)$ .

Échelle : 1 cm pour 0,5 A et 1 cm pour 0,5 mT.

2.2. Déduire de la courbe que  $B$  est proportionnelle à  $I$  et déterminer le coefficient de proportionnalité  $k$  (en unité SI).

2.3. Donner l'expression de  $B$  en fonction de la longueur du solénoïde  $\ell$ , du nombre de spires  $N$ , de l'intensité  $I$  du courant et de la perméabilité du vide  $\mu_0$ .

2.4. Déterminer le nombre de spires  $N$ .

Données :  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  (unité SI) ;  $\ell = 40$  cm ; section de base  $S = 20$  cm<sup>2</sup>.

3. Donner l'expression de l'inductance de ce solénoïde et calculer sa valeur (prendre  $N = 200$  spires).

**Exercice 3**

On dose 10 mL d'une solution d'acide benzoïque  $C_6H_5COOH$  de concentration  $C_a$  inconnue par une solution d'hydroxyde de sodium(soude) décimolaire (0,1 mol/L).

On note les résultats suivants :

$V_b(\text{mL})$	0	1	2	3	5	6	8	9	9,5
pH	2,6	3,2	3,6	3,8	4,2	4,4	4,8	5,1	5,5

$V_b(\text{mL})$	9,8	9,9	10	10,1	11	12	14	16
pH	5,9	6,2	8,4	10,7	11,7	12	12,4	12,7

- Schématiser et annoter le dispositif expérimental.
- Écrire l'équation-bilan de la réaction de dosage.
- Construire la courbe  $\text{pH} = f(V_b)$ . **Échelle** : 1 cm pour 1 mL et 1 cm pour 1 unité de pH
- A l'aide de la courbe, déterminer le point d'équivalence E et le point de demi-équivalence E'.
  - En déduire la concentration molaire volumique  $C_a$  de la solution d'acide benzoïque ainsi que la valeur du  $\text{pK}_a$  du couple A/B.
- Pour  $V = 3 \text{ mL}$  de soude versée, faire l'inventaire des espèces et calculer leur concentration molaire volumique. Retrouver la valeur du  $\text{pK}_a$ .
- On dispose des indicateurs colorés suivants :

Indicateur coloré	Zone de virage
alpha-naphtolphtaléine	7,5 – 8,6
phénolphtaléine	8,2 – 10,0

- Montrer que ces deux indicateurs colorés conviennent au dosage précédent.
  - Lequel est le plus précis ? Justifier votre réponse.



**Exercice 4**

On veut établir la carte d'identité (nom, formule semi-développée, fonction chimique) d'un composé D de formule brute  $C_6H_{12}O_2$ . Pour cela, on réalise une série d'expériences.

1. Le corps D est obtenu par action d'un chlorure d'acyle A sur un alcool B.
  - 1.1. Donner la formule et le nom de l'autre corps obtenu au cours de cette réaction.
  - 1.2. Donner les caractéristiques de cette réaction chimique.
2. Le corps D subit ensuite une hydrolyse qui donne deux composés E et F.

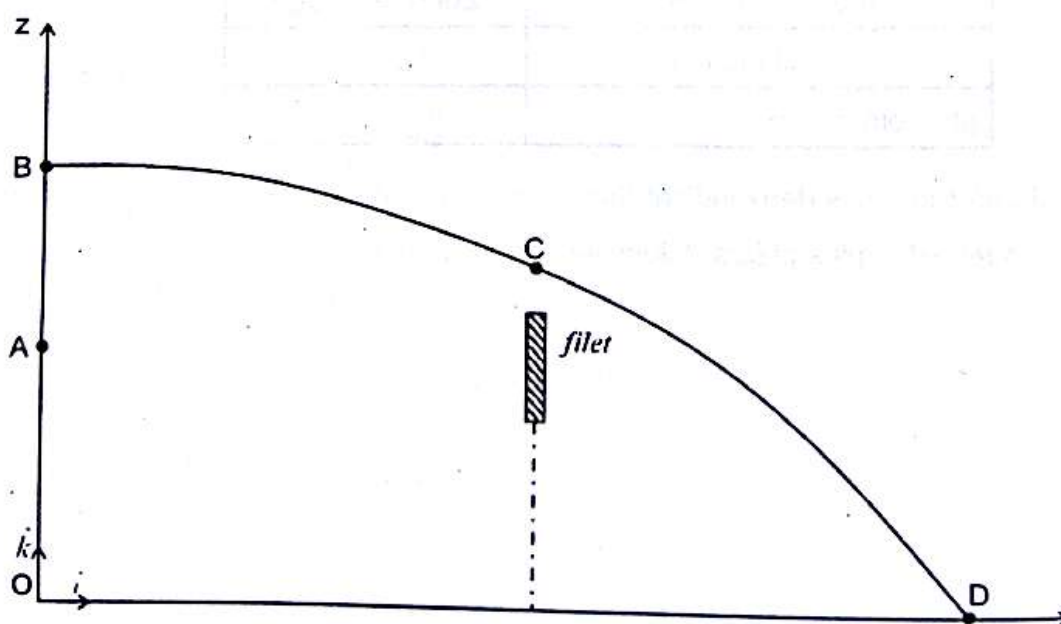
E est un acide carboxylique contenant en élément oxygène 53,3% de sa masse molaire.

  - 2.1. Déterminer la formule semi-développée de E.
  - 2.2. Donner le nom de E.
  - 2.3. En déduire la formule brute de F.
3. On obtient un corps G par action de l'ion permanganate en milieu acide sur F.

La solution de nitrate d'argent ammoniacal est sans action sur G.

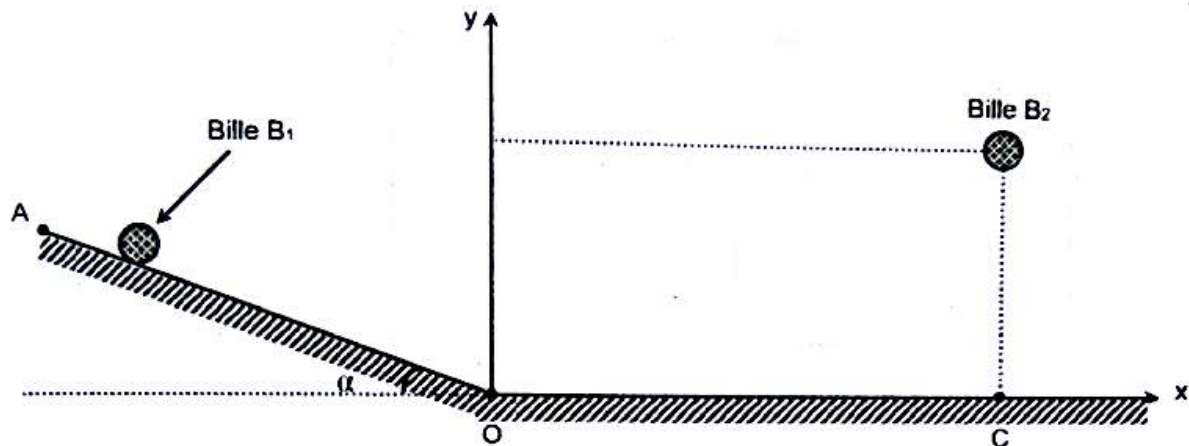
  - 3.1. Donner la formule semi-développée, le nom et la famille de F.
  - 3.2. En déduire la formule semi-développée et le nom de G.
  - 3.3. Écrire l'équation de la réaction de l'ion permanganate sur le corps F.
  - 3.4. Donner la formule semi-développée, la fonction chimique et le nom du composé D.

**Feuille annexe à rendre avec la copie**



# SUJET 6 : BAC SERIE D SESSION NORMALE 2010

## Exercice 1



Une bille  $B_1$  supposée ponctuelle, de masse  $m_1$ , est abandonnée sans vitesse initiale en A. Elle glisse alors sur la piste AOC représentée par la figure ci-dessus.

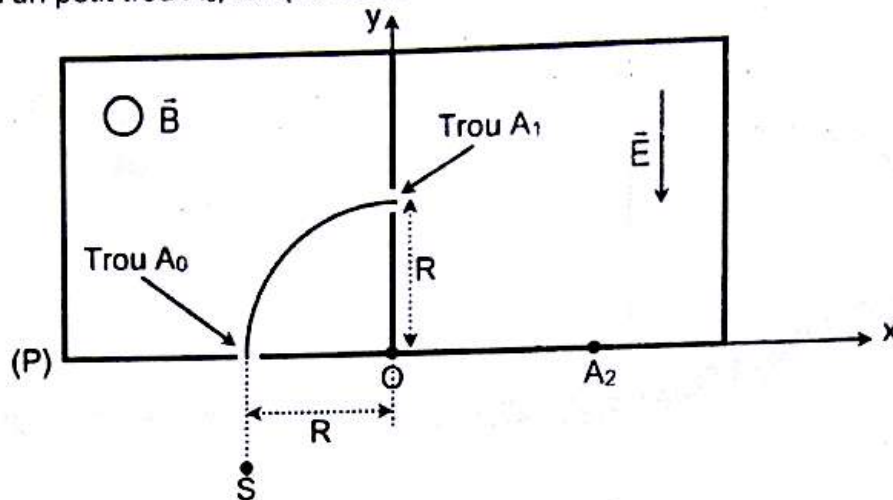
On donne :  $m_1 = 100 \text{ g}$  ;  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  ;  $\alpha = 30^\circ$  ;  $OA = 1 \text{ m}$  ;  $f = 0,3 \text{ N}$ .

- 1- Lors du parcours AO, la bille  $B_1$  est soumise à une force de frottement  $\vec{f}$ .
  - 1.1. Faire l'inventaire des forces qui agissent sur la bille  $B_1$ .
  - 1.2. Représenter ces forces sur un schéma.
  - 1.3. Déterminer l'accélération  $a_1$  de la bille  $B_1$ .
  - 1.4. En déduire la nature du mouvement de la bille  $B_1$ .
  - 1.5. Déterminer la valeur de la vitesse  $v_0$  de la bille  $B_1$  à son arrivée au point O.
- 2- Lors du parcours OC, les forces de frottements sont supposées négligeables.
  - 2.1. Faire l'inventaire des forces appliquées sur la bille  $B_1$ .
  - 2.2. Déterminer l'accélération  $a_1$  de la bille  $B_1$ .
  - 2.3. En déduire la nature du mouvement de la bille  $B_1$ .
  - 2.4. Donner la valeur  $v_C$  de la vitesse en C.
- 3- A la verticale passant par le point C, à une hauteur  $h = 2 \text{ m}$ , on accroche une bille  $B_2$  de masse  $m_2 = m_1$ .  
 Au passage de  $B_1$  en O, on lâche sans vitesse initiale la bille  $B_2$ .  
 On choisit comme origine des espaces le point O et origine des dates l'instant  $t$  où la bille  $B_1$  arrive au point O.
  - 3.1. Déterminer les équations horaires du mouvement de la bille  $B_1$ .
  - 3.2. Déterminer les équations horaires du mouvement de la bille  $B_2$ .
  - 3.3. Déterminer la distance OC pour que les billes  $B_1$  et  $B_2$  se croisent en C.



**Exercice 2**

Un faisceau de protons est émis en un point S avec une vitesse suffisamment faible pour être négligée. A une certaine distance de S, est disposée une plaque métallique horizontale (P) percée d'un petit trou  $A_0$ , tel que la droite  $SA_0$  soit verticale. (Voir figure ci-dessous).



On établit entre S et P une différence de potentiel  $U_0 = V_S - V_P = 250 \text{ V}$ . Le faisceau se déplace dans le vide et on néglige le poids des protons devant les autres forces.

On donne : charge du proton  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ; Masse du proton  $m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .

- 1- Exprimer la vitesse  $v_0$  des protons lorsqu'ils traversent le trou  $A_0$  en fonction de  $m$ ,  $e$  et  $U_0$ . Calculer sa valeur.
- 2- Le faisceau pénètre ensuite dans une région où règne un champ magnétique  $\vec{B}$ . Les protons décrivent un quart de cercle de rayon  $R = 12 \text{ cm}$  et sortent par le trou  $A_1$ .
  - 2.1. Indiquer sur un schéma le sens du vecteur champ magnétique  $\vec{B}$ .
  - 2.2. Exprimer  $B$  en fonction de  $R$ ,  $m$ ,  $U_0$  et  $e$ . Calculer sa valeur.
  - 2.3. Donner les caractéristiques du vecteur vitesse  $\vec{v}_1$  des protons à la traversée du trou  $A_1$ .
- 3- Le faisceau de protons pénètre en  $A_1$  dans une région où règne un champ électrostatique uniforme  $\vec{E}$  parallèle à l'axe  $Oy$ . (Voir figure ci-dessus).
  - 3.1. Faire l'inventaire des forces extérieures appliquées à un proton et les représenter sur un schéma.
  - 3.2. Etablir les équations horaires du mouvement d'un proton. L'origine des espaces est le point O. L'origine des dates est l'instant où le proton arrive en  $A_1$ .
  - 3.3. En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire du proton.
  - 3.4. Donner la nature de la trajectoire des protons.
  - 3.5. Le proton vient frapper enfin la plaque (P) au point  $A_2$ .  
Déterminer les coordonnées du point  $A_2$ .  
On donne :  $E = 5 \cdot 10^3 \text{ V.m}^{-1}$ .

**Exercice 3**

Sali, une élève de terminale D reçoit un flacon contenant une solution limpide  $S_0$ . Son professeur de sciences physiques lui demande d'identifier cette solution. Elle procède aux tests suivants :

**Test 1 :** elle fait tomber une goutte de solution  $S_0$  sur une flamme de bec bunsen : la flamme devient jaune.

**Test 2 :** elle verse quelques gouttes de sulfate de cuivre II dans un échantillon de  $S_0$  ; elle observe la formation d'un précipité bleu d'hydroxyde de cuivre II.

1-

1.1. Analyser les résultats du test 1 et du test 2.

1.2. En déduire la nature de la solution  $S_0$ .

2- Koffi, un autre élève de la même classe prélève  $v_0 = 5 \text{ mL}$  de solution  $S_0$ . Il la dilue cent(100) fois pour obtenir une solution  $S_1$  de concentration molaire volumique  $C_1$ . Il mesure le pH de  $S_1$  et trouve la valeur 12.

2.1. A partir de la liste de matériel ci-dessous, indiquer la liste des matériels nécessaires à Koffi pour préparer la solution  $S_1$ .

Matériel mis à la disposition de Koffi	
Agitateur magnétique	Eprouvettes graduées
Béchers : 100 mL ; 200 mL	Pipettes : 5 mL ; 10 mL ; 20 mL
Verres à pied	Pissette + eau distillée
Fioles jaugées : 100 mL ; 250 mL ; 500 mL	

2.2. Proposer un mode opératoire à Koffi lui permettant de préparer la solution  $S_1$ .

2.3.  $S_1$  est une solution de base forte.

2.3.1. Calculer la concentration molaire volumique  $C_1$  de  $S_1$ .

2.3.2. En déduire la concentration molaire volumique  $C_0$  de  $S_0$ .

3- Dans le but de déterminer la concentration  $C_2$  d'une solution  $S_2$  d'acide méthanoïque, Koffi dose un volume  $v_2 = 10 \text{ mL}$  de  $S_2$ , additionnée de quelques gouttes de phénolphtaléine, par une solution S de soude de concentration  $C = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ .

Quand l'indicateur coloré vire au rose, Koffi a versé un volume  $v_B = 20 \text{ mL}$  de soude S.

3.1. La valeur du pH à l'équivalence montre que le mélange est basique.

Expliquer pourquoi le mélange est basique.

3.2. Déterminer la concentration molaire volumique  $C_2$ .



4- Sali propose d'étudier la solution d'acide méthanoïque avant le dosage.

Soit la solution initiale constituée uniquement d'acide méthanoïque de concentration  $C' = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$  et de  $\text{pH} = 2,9$ .

4.1. Faire l'inventaire des espèces chimiques présentes dans cette solution.

4.2. Calculer la concentration molaire volumique de chaque espèce.

4.3. Déterminer le  $\text{pK}_a$  du couple acide/base  $\text{HCO}_2\text{H}/\text{HCO}_2^-$ .

#### **Exercice 4**

Un alcool saturé A a pour densité de vapeur par rapport à l'air  $d = 2,07$ .

1- On désire déterminer sa formule semi-développée.

1.1. Donner la formule générale d'un alcool saturé dont la molécule renferme  $n$  atomes de carbone.

1.2. Déterminer la masse molaire moléculaire  $M_A$  de l'alcool A.

1.3. Montrer que la formule brute de l'alcool A est  $\text{C}_3\text{H}_8\text{O}$ .

1.4. Ecrire les formules semi-développées possibles de l'alcool A et les nommer.

2- L'oxydation ménagée de l'alcool A en milieu acide par les ions dichromates  $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$  en défaut donne un composé B. Le composé B donne un précipité jaune avec la 2,4-D.N.P.H. et possède des propriétés réductrices.

2.1. Donner la fonction chimique du composé B.

2.2. En déduire les formules semi-développées et les noms des composés B et A.

2.3. Etablir l'équation-bilan de l'oxydation de A par les ions dichromates  $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$  en milieu acide pour donner le composé B. On donne le couple  $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}/\text{Cr}^{3+}$ .

3- L'oxydation ménagée du composé B donne un composé C. Le composé C réagit avec l'éthanol pour donner un ester E.

3.1. Donner la formule semi-développée et le nom du composé C.

3.2. Ecrire l'équation-bilan de la réaction entre le composé C et l'éthanol.

3.3. Donner les caractéristiques de cette réaction.

3.4. Donner le nom de l'ester E.

On donne :

- C : 12 g/mol ;

- H : 1 g/mol ;

- O : 16 g/mol.

**SUJET 7 : BAC SERIE D SESSION NORMALE 2011****Exercice 1**

Un circuit électrique comporte en série un générateur basse fréquence (GBF), un résistor de résistance  $R$ , un condensateur de capacité  $C$  et une bobine d'inductance  $L$  et de résistance interne  $r$ . On donne  $L = 0,1 \text{ H}$ .

1- On se propose de mesurer les tensions efficaces  $U$  et  $U_R$  respectivement aux bornes du dipôle (RLC) et aux bornes du résistor ainsi que l'intensité  $I$  du courant dans le circuit. Faire le schéma du montage avec les différents branchements.

2- Le montage étant fait, on règle le GBF sur la fréquence  $N = 159 \text{ Hz}$ .

Les mesures effectuées donnent les résultats suivants :

$$U = 4,5 \text{ V} ; U_R = 3,5 \text{ V} \text{ et } I = 0,1 \text{ A.}$$

2.1. Déterminer :

2.1.1. La résistance  $R$  du résistor.

2.1.2. L'impédance  $Z$  du circuit.

2.2. Sans changer le montage, on se propose de visualiser, à l'aide d'un oscilloscope bicourbe, la tension  $u(t)$  aux bornes du circuit RLC sur la voie  $Y_1$  et le courant  $i(t)$  dans le circuit sur la voie  $Y_2$ .

2.2.1. Refaire le schéma du montage en indiquant le branchement de l'oscilloscope.

2.2.2. L'oscillogramme obtenu montre que  $u(t)$  et  $i(t)$  sont en phase.

a) Donner le nom du phénomène observé.

b) Déterminer la résistance  $r$  de la bobine et la capacité  $C$  du condensateur.

3- La tension  $U$  est toujours fixée à  $4,5 \text{ V}$  et on impose cette fois la fréquence  $N_1 = 100 \text{ Hz}$  au circuit. Pour la suite de l'exercice, on prendra  $R = 35 \Omega$  et  $r = 10 \Omega$ .

3.1. Déterminer :

3.1.1. L'impédance  $Z_1$  du circuit.

$$\text{On donne : } 2\pi L N_1 = 63 \Omega \text{ et } \frac{1}{2\pi C N_1} = 159 \Omega$$

3.1.2. L'intensité  $I_1$  du courant dans le circuit.

3.2. Faire la construction de FRESNEL en utilisant les impédances.

$$\text{Echelle : } 1 \text{ cm} \leftrightarrow 10 \Omega$$

3.3. Déterminer :

3.3.1. La phase  $\varphi_{u/i}$  de la tension  $u(t)$  par rapport à l'intensité  $i(t)$ .

3.3.2. Le circuit est-il inductif ou capacitif ?

Justifier la réponse.



### Exercice 2

Pour pallier le manque de matériel, le garçon de laboratoire de ton lycée décide de fabriquer sur une table un dispositif d'étude de la chute parabolique.

Pour ce faire, il utilise un ressort à spires non jointives, de raideur  $k = 25 \text{ N/m}$  et de masse négligeable et une bille B de masse  $m = 5 \text{ g}$ .

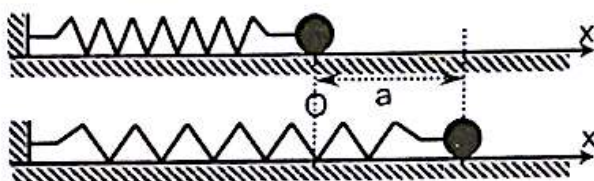
Pour tout l'exercice, on prendra le niveau de la table comme niveau de référence des énergies potentielles de pesanteur.

#### PHASE I : Etude des oscillations

Le garçon de laboratoire accroche la bille B à l'extrémité libre du ressort.

Il l'écarte de sa position d'équilibre de  $a = 2 \text{ cm}$  et l'abandonne sans vitesse initiale.

Le système (ressort-bille) se met à osciller.



1-

1.1. Faire l'inventaire des forces extérieures appliquées à la bille et les représenter sur un schéma

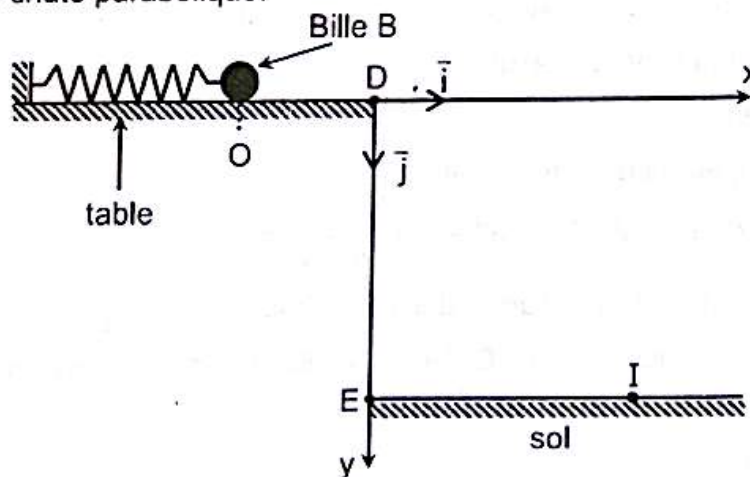
1.2. Etablir l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie de la bille B.

2- Etablir l'équation horaire du mouvement de la bille B.

On prendra l'instant du lâcher comme origine des dates.

3- Calculer l'énergie mécanique du système (Terre-bille B-ressort).

#### PHASE II : Etude de la chute parabolique.



L'expérience consiste à lancer la bille B posée sur la table à l'aide du ressort précédent et à déterminer son point d'impact I sur le sol. Le garçon de laboratoire met la bille B en contact avec l'extrémité libre du ressort. Le ressort est comprimé de  $2 \text{ cm}$  et l'ensemble (bille B-ressort) est abandonné sans vitesse initiale. La bille B quitte le ressort au point O et arrive au point D. On négligera tous les frottements.

## Sujets officiels du Bac ivoirien entièrement corrigés

- 1- Etablir l'expression de la vitesse  $V_D$  de la bille B au point D en utilisant la conservation de l'énergie mécanique du système (Terre-bille-ressort).
  - 2- Calculer la valeur de cette vitesse  $V_D$ .
  - 3- La bille B quitte le point D avec la vitesse  $\vec{V}_D$  horizontale de valeur  $V_D = 1,4 \text{ m/s}$ .
    - 3.1. Faire le bilan des forces extérieures appliquées à la bille et les représenter sur un schéma.
    - 3.2. Etablir les équations horaires du mouvement de la bille B dans le repère  $(D, \vec{i}, \vec{j})$ .
    - 3.3. Dédire l'équation cartésienne de la trajectoire et donner sa nature.
    - 3.4.
      - 3.4.1. Déterminer le temps  $t_1$  mis par la bille B pour atteindre le sol au point I.
      - 3.4.2. Déterminer les coordonnées du point d'impact I de la bille sur le sol.
- On donne  $DE = 1 \text{ m}$  ;  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

### Exercice 3

Afin d'identifier un acide carboxylique A, on le dose par une solution aqueuse B d'hydroxyde de sodium (soude) de concentration molaire  $C_B = 0,1 \text{ mol/L}$ . On prépare 1 L de solution de A en introduisant une masse  $m_A = 4,6 \text{ g}$  dans une fiole jaugée. On prélève dans un bécher un volume  $V_A = 30 \text{ mL}$  de solution A que l'on dose par la solution de soude B.

Les variations du pH en fonction du volume  $V_B$  de soude versée sont données dans le tableau ci-dessous.

$V_B(\text{mL})$	0	5	10	15	20	24	28	30	32	34	36	40
pH	2,4	3,4	3,6	3,7	3,9	4,3	5	5,5	10,9	11,4	11,5	11,6

- 1- Tracer la courbe  $\text{pH} = f(V_B)$   
Echelles : 1 cm  $\leftrightarrow$  5 mL en abscisse  
1 cm  $\leftrightarrow$  1 unité de pH en ordonnée
- 2- Déterminer graphiquement le point d'équivalence E et donner ses coordonnées.
- 3-
  - 3.1. Déterminer la valeur de la concentration  $C_A$  de la solution A d'acide.
  - 3.2.
    - 3.2.1. La formule générale brute de l'acide carboxylique A en fonction du nombre n d'atomes de carbone est  $C_nH_{2n}O_2$ .  
Déterminer la masse molaire et la formule brute de l'acide carboxylique.
    - 3.2.2. Donner la formule semi-développée et le nom de l'acide.
  - 3.3. Déterminer graphiquement le  $\text{pK}_a$  du couple acide carboxylique/ion carboxylate considéré.



4- On considère le mélange pour lequel  $V_B = 15 \text{ mL}$  et  $\text{pH} = 3,7$ .

4.1. Faire l'inventaire des espèces chimiques présentes dans le mélange et calculer leurs concentrations.

4.2. En déduire le  $\text{pK}_a$  du couple acide carboxylique/ion carboxylate.

4.3. Donner :

4.3.1. La nature du mélange.

4.3.2. Les propriétés du mélange.

Données : C : 12 g/mol

H : 1 g/mol

O : 16 g/mol

#### **Exercice 4**

Le propanoate d'éthyle et l'éthanoate de propyle sont deux (02) isomères d'un ester G de formule brute  $\text{C}_5\text{H}_{10}\text{O}_2$ . En séance de travaux pratiques, le professeur de sciences physiques se propose de préparer avec ses élèves, l'un de ces deux isomères.

1- Le professeur met à leur disposition trois (03) flacons ①, ②, ③ contenant respectivement :

- ① Alcool A, le propan-2-ol
- ② Alcool B, le propan-1-ol
- ③ Une solution aqueuse de dichromate de potassium acidifiée.

1.1. Ecrire les formules semi-développées des alcools A et B.

1.2. Les élèves font réagir en excès du dichromate de potassium sur les composés A et B. Ils obtiennent les composés C et C'.

• Le composé C réagit positivement au test de la DNPH.

• Le composé C' réagit avec le bleu de Bromothymol (BBT) pour donner une coloration jaune.

1.2.1. Donner la famille des composés C et C'.

1.2.2. Donner les formules semi-développées des composés C et C'.

2- En plus des composés C et C' précédents, le professeur leur donne deux (02) autres flacons contenant l'un de l'éthanol (E) et l'autre du chlorure de propanoyle (F). Une bonne combinaison des composés C, C', E et F permet de préparer l'ester G.

2.1. Ecrire les formules semi-développées des composés E et F.

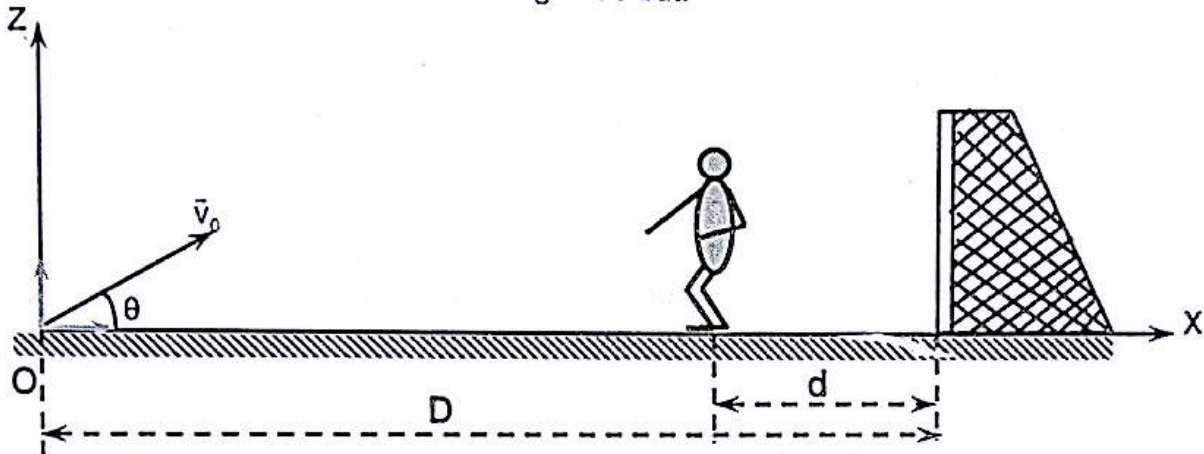
2.2. Donner les noms des composés que les élèves peuvent utiliser pour préparer l'ester G.

2.3. Ecrire les équations bilans des réactions qui donnent l'ester G, à partir des composés de la question 2.2.

**SUJET 8 : BAC SERIE D SESSION NORMALE 2012****Exercice 1**

Les forces de frottement dues à l'air sont négligées et le ballon est assimilé à un point matériel de masse  $m$ .

Au cours d'une phase de jeu de football, Bilé, un attaquant, voyant la position avancée du gardien de but adverse, tente de marquer le but en lobant ce dernier. Le gardien de but se trouve à une distance  $d = 5 \text{ m}$  de la ligne de but.



Bilé communique au ballon placé au point O, à une distance  $D = 35 \text{ m}$  de la ligne de but une vitesse dont la direction fait un angle  $\theta$  avec le plan horizontal. On prendra comme origine des dates l'instant où Bilé frappe le ballon et comme origine des espaces le point O.

1. Etablir les équations horaires  $x(t)$  et  $z(t)$  en fonction de  $v_0$ ,  $g$  et  $\theta$  du mouvement du centre d'inertie G du ballon dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{k})$ .
2. Faire l'application numérique.
3. En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire et donner sa nature.
4. Déterminer :
  - 4.1. la date  $t_1$  à laquelle le ballon arrive sur la ligne de but.
  - 4.2. la hauteur  $h$  par rapport au sol à cette date  $t_1$ .
5. A la date  $t = 0$  où Bilé frappe le ballon, un défenseur de l'équipe du gardien qui se trouvait sur la même ligne que lui à la distance  $d$  de la ligne de but, s'élance sans vitesse initiale vers les buts avec une accélération  $a = 3 \text{ m/s}^2$ . Il voudrait empêcher le but. Pour cela, il faut qu'il arrive avant le ballon sur la ligne de but. Son mouvement est rectiligne suivant l'axe  $(Ox)$ .
  - 5.1. Montrer que l'équation horaire du mouvement du centre d'inertie du défenseur selon l'axe  $(Ox)$  est :  $x(t) = 1,5t^2 + 30$ .
  - 5.2. Déterminer la date  $t_2$  à laquelle le défenseur arrive sur la ligne de but.
  - 5.3. Le but est-il marqué ? Justifier votre réponse.

Données :  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$  ;  $\theta = 30^\circ$  ;  $v_0 = 21 \text{ m.s}^{-1}$  ;  $D = 35 \text{ m}$  ;  $d = 5 \text{ m}$ .



**Exercice 2**

Des élèves d'une classe de terminale scientifique désirent déterminer l'inductance  $L$  et la résistance  $r$  d'une bobine. Pour ce faire, ils appliquent aux bornes de la bobine une tension alternative sinusoïdale  $u = 12\sqrt{2}\cos(100\pi.t + 0,92)$ , délivrée par un générateur basses fréquences (GBF). Un ampèremètre branché dans un circuit électrique indique la valeur efficace  $I = 1,2$  A de l'intensité du courant électrique.

1. Donner les valeurs de :
  - 1.1. la tension efficace  $U$  du GBF ;
  - 1.2. la pulsation  $\omega$  du GBF ;
  - 1.3. la phase  $\varphi_{ui}$  de la tension par rapport à l'intensité  $i$  du courant électrique.
2. Calculer l'impédance  $Z$  du dipôle.
3.
  - 3.1. Rappeler les expressions de  $\cos\varphi$  (facteur de puissance) et de  $\tan\varphi$ .
  - 3.2. Déterminer les valeurs de :
    - 3.2.1. la résistance  $r$  de la bobine ;
    - 3.2.2. l'inductance  $L_{\text{exp}}$  de la bobine.(On prendra  $\varphi = 52,7^\circ$ ).
4. Ils veulent obtenir le phénomène de la résonance d'intensité du courant électrique en insérant dans le circuit électrique un condensateur de capacité  $C$  afin de déterminer la valeur du facteur de qualité  $Q$  du circuit rLC ainsi constitué.
  - 4.1. Déterminer la valeur de la capacité  $C$  du condensateur.
  - 4.2. Pour la suite de l'exercice, on prendra  $C = 400 \mu\text{F}$  ;  $r = 6,0 \Omega$ .
    - 4.2.1. Déterminer la valeur maximale  $I_0$  de l'intensité efficace dans le circuit.
    - 4.2.2. En déduire la valeur efficace  $U_C$  de la tension aux bornes du condensateur.
    - 4.2.3. Calculer le facteur de qualité  $Q$ .
5. Le groupe d'élève désire de vérifier par calcul la valeur de l'inductance  $L$  de la bobine. Sur la bobine de longueur  $\ell = 40$  cm et de section  $s = 3,18 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$ , ils lisent  $N = 500$  spires.
  - 5.1. Donner l'expression de l'inductance  $L$  de la bobine en fonction de  $N$ ,  $\mu_0$ ,  $\ell$  et  $s$ .
  - 5.2. Calculer la valeur de l'inductance  $L_{\text{th}}$  de la bobine.
  - 5.3. Comparer les deux valeurs de  $L$ .

Donnée :  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ SI}$ .

## Sujets officiels du Bac ivoirien entièrement corrigés

### Exercice 3

Dans cet exercice, toutes les solutions sont prises à 25°C.

Dans le laboratoire de chimie du lycée, votre professeur constate qu'une bouteille contenant une solution aqueuse d'une base B, a perdu son étiquette. Afin de ranger la bouteille dans le bon casier, le professeur vous demande de déterminer le nom et la concentration de cette base. Pour cela, il réalise un dosage pH-métrique d'un volume  $V_b = 10 \text{ mL}$  de la solution précédente, par une solution d'acide chlorhydrique de concentration molaire volumique  $C_a = 10^{-1} \text{ mol/L}$ . Les résultats obtenus lors du dosage figurent dans le tableau :

$V_a(\text{mL})$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
pH	11,9	11,5	11,2	11,0	10,9	10,8	10,7	10,5	10,3	10,1

$V_a(\text{mL})$	10	11	11,5	12	12,5	13	14	15	18	20
pH	9,9	9,5	9,2	5,9	2,7	2,3	2,1	1,9	1,6	1,5

1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction entre la base et l'acide chlorhydrique (le candidat notera l'acide conjugué de la base B :  $\text{BH}^+$ ).
2. Tracer, sur le papier millimétré, la courbe  $\text{pH} = f(V_a)$ .  
Echelles : 1 cm pour 2 mL et 1 cm pour 1 unité de pH.
3. Déterminer graphiquement le point d'équivalence E ( $V_{aE}$  ;  $\text{pH}_E$ ).
4. En déduire que B est une base faible en justifiant votre réponse.
5. Calculer la concentration molaire volumique  $C_b$  de la solution aqueuse basique.
6.
  - 6.1. Déterminer graphiquement le  $\text{pK}_a$  du couple acide-base  $\text{BH}^+/\text{H}$ .
  - 6.2. En déduire le  $K_a$ .
  - 6.3. Identifier la base B en utilisant le tableau suivant :

Base	Diméthylamine	Ethylamine	Méthylamine
$K_a$	$10^{-11}$	$1,6 \cdot 10^{-11}$	$2 \cdot 10^{-11}$

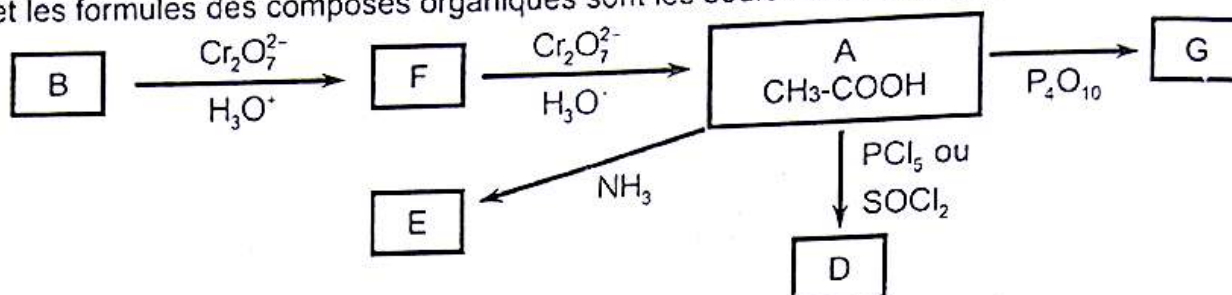
- 6.4. Quelles indications doit-on porter sur l'étiquette de la solution de base B ?
- 6.5. Donner le nom et la formule de l'acide conjugué de la base B.
- 6.6. Pour  $V_a = 5 \text{ mL}$  d'acide versé :
  - 6.6.1. Faire l'inventaire des espèces chimiques présentes dans le mélange ;
  - 6.6.2. Calculer les concentrations molaires volumiques de ces espèces chimiques et retrouver la valeur du  $\text{pK}_a$  déterminé graphiquement.



**Exercice 4**

Cet exercice comporte deux parties indépendantes.

**1<sup>ère</sup> partie :** Dans cet organigramme, les réactifs utilisés sont notés sur les flèches. Les noms et les formules des composés organiques sont les seules informations demandées.



1. A partir de l'organigramme, reproduire le tableau suivant et le compléter.

Composés	Formule semi-développée	Nom	Groupe fonctionnel
B			
F			
G			
D			
E			

- Pour obtenir le produit (B), il faut ajouter de l'eau à un alcène en milieu acide sulfurique.
  - Ecrire l'équation-bilan de la réaction et nommer l'alcène.
  - Comment appelle-t-on la réaction chimique entre l'alcène et l'eau ?
- L'oxydation ménagée du composé B par une solution de dichromate de potassium en milieu acide conduit au composé F.
  - Ecrire l'équation-bilan de la réaction chimique entre le composé B et l'ion dichromate ( $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$ ).
  - Déterminer le volume  $V_0$  de la solution oxydante de dichromate de potassium de concentration molaire volumique  $C_0 = 1 \text{ mol.L}^{-1}$  nécessaire pour oxyder une masse  $m = 0,20 \text{ g}$  de B. Données :  $M_C = 12 \text{ g.mol}^{-1}$  ;  $M_O = 16 \text{ g.mol}^{-1}$  ;  $M_H = 1 \text{ g.mol}^{-1}$ .

**2<sup>ème</sup> Partie :**

Un chimiste obtient un composé organique unique à partir de deux (2) réactions chimiques :

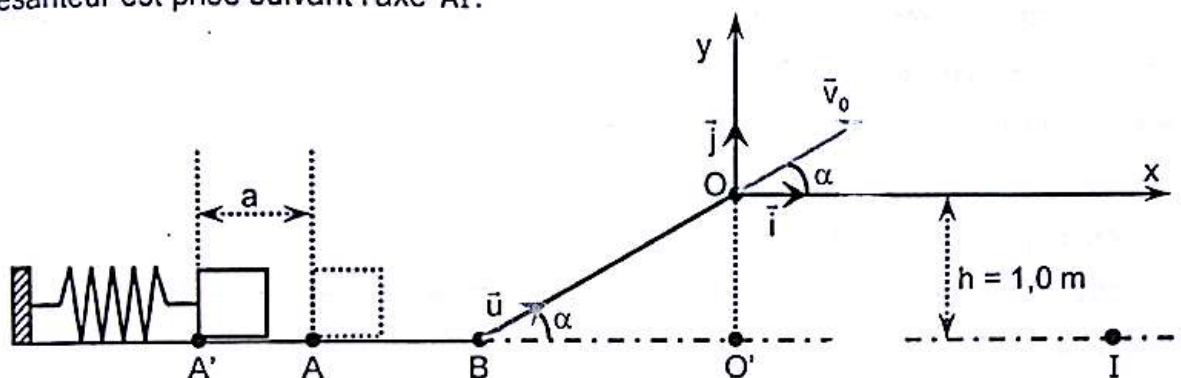
- l'acide éthanoïque sur l'éthanol ;
- le chlorure d'éthanoyle sur l'éthanol.

- Ecrire les deux équations-bilans et nommer le composé organique obtenu.
- Donner le nom de la réaction chimique de l'acide éthanoïque sur l'éthanol et préciser ses caractéristiques.
- Répondre aux mêmes questions pour la réaction du chlorure d'éthanoyle sur l'éthanol.

**SUJET 9 : BAC SERIE D SESSION NORMALE 2013****Exercice 1**

Un jeu d'enfant consiste à lancer un palet d'un lanceur. Le Palet doit atterrir dans un réceptacle placé sur le sol horizontal en un point I tel que  $O'I = 1,10 \text{ m}$ .

Le lanceur constitué d'un ressort à spires non jointives et de constante de raideur  $k = 125 \text{ N.m}^{-1}$  permet de communiquer au palet de masse  $m = 50 \text{ g}$ , une vitesse  $v_A$  au point A. (Voir figure). On négligera les forces de frottements. L'origine de l'énergie potentielle de pesanteur est prise suivant l'axe  $\vec{A}\vec{I}$ .

**1- Etude énergétique**

Le chef de groupe comprime le ressort d'une distance  $a = 10 \text{ cm}$  de sa position initiale A (ressort au repos) et place le palet juste à l'extrémité libre A' du ressort puis le relâche.

1-1. Nommer la forme d'énergie que possède l'ensemble {palet-ressort} au point A' juste avant le relâchement. Donner l'expression de cette énergie.

1-2. Nommer la forme d'énergie que possède le palet au point A lorsque le ressort reprend sa position initiale. Donner l'expression de cette énergie.

1-3. Déterminer alors la vitesse du palet en A.

**2- Etude du mouvement du centre d'inertie du palet sur BO.**

Le palet aborde en B, la partie inclinée de la piste de lancement avec la vitesse  $v_B = 5,0 \text{ m.s}^{-1}$ .

2-1. Faire le bilan des forces appliquées au palet. Les représenter sur un schéma.

2-2. On note  $\vec{a} = a \cdot \vec{u}$  le vecteur accélération du centre d'inertie du palet.

Etablir l'expression de l'accélération  $a$ .

2-3. En déduire la nature du mouvement du palet sur ce trajet.

**3- Etude du mouvement du centre d'inertie G du palet dans le champ de pesanteur uniforme  $\vec{g}$** 

Le palet arrive au point O, avec une vitesse  $v_0 = 2,2 \text{ m.s}^{-1}$ . (Voir figure)

3-1. Déterminer les équations horaires  $x(t)$  et  $y(t)$  du mouvement du centre d'inertie G du palet dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .



3-2. En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire.

3-3. Montrer que le palet atterrit dans le réceptacle.

Donnée :  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$  ;  $h = 1,0 \text{ m}$  ;  $\alpha = 30^\circ$ .

### **Exercice 2**

Dans le laboratoire de Physique-Chimie, un groupe d'élèves de terminale D découvre une bobine, à section circulaire ayant les caractéristiques suivantes :

- Rayon  $R = 2 \text{ cm}$  ;
- Nombre total de spires  $N = 500$  spires ;
- Résistance de la bobine  $r = 10 \Omega$  ;
- Longueur de la bobine  $\ell = 40 \text{ cm}$  ;
- Inductance  $L$  inconnue.
- On prendra  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ SI}$  et  $\pi^2 = 10$ .

Le groupe désire vérifier la valeur de la résistance interne de la bobine et déterminer son inductance  $L$ .

#### **A- Etude théorique**

Une bobine peut être considérée comme un solénoïde si  $\ell > 10 R$ .

1- Justifier que cette bobine est un solénoïde.

2- Ce solénoïde est traversé par un courant électrique d'intensité constante  $I = 5 \text{ A}$ .

2-1. Donner l'expression de l'intensité du champ magnétique  $\vec{B}$  créé au centre du solénoïde en fonction de  $\mu_0$ ,  $N$ ,  $\ell$  et  $I$ . Calculer sa valeur  $B$ .

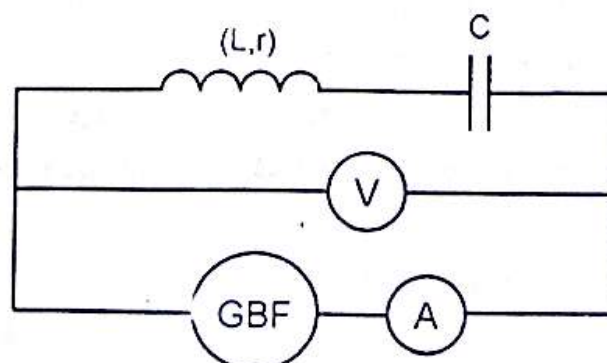
2-2. Sachant que l'inductance théorique de la bobine est  $L_{th} = 4\pi^2 \cdot 10^{-7} \frac{N^2 R^2}{\ell}$ , calculer la valeur de  $L_{th}$ .

#### **B- Etude expérimentale**

Afin de confirmer la valeur de la résistance interne  $r$  de ce solénoïde, le chef du groupe le monte en série avec un condensateur de capacité  $C = 100 \mu\text{F}$ .

Le circuit rLC ainsi constitué est alimenté par un générateur de basses fréquences.

(Voir schéma ci-dessous).



## Sujets officiels du Bac ivoirien entièrement corrigés

Pour une fréquence  $f = 500 \text{ Hz}$ , le circuit rLC entre en résonance d'intensité.

Les appareils de mesures indiquent alors :  $I_0 = 0,2 \text{ A}$  et  $U_0 = 2 \text{ V}$ .

- 1- Citer deux caractéristiques du circuit à la résonance d'intensité.
- 2- Déterminer les valeurs de  $r$  et  $L_{\text{exp}}$ .
- 3- Conclure.

### Exercice 3

Au cours d'une séance de Travaux Pratiques, un professeur de Physique-Chimie demande à un groupe d'élève de déterminer :

- La concentration molaire volumique  $C_B$  d'une solution aqueuse d'éthylamine ;
- Le  $pK_a$  du couple acide/base,  $\text{C}_2\text{H}_5\text{NH}_3^+ / \text{C}_2\text{H}_5\text{NH}_2$ , par deux méthodes différentes.

#### 1- Détermination expérimentale de la concentration molaire volumique $C_B$ et du $pK_a$

Dans un bêcher, le groupe introduit un volume  $V_B = 30 \text{ cm}^3$  d'une solution aqueuse d'éthylamine de concentration molaire  $C_B$  inconnue dans laquelle il verse progressivement une solution aqueuse d'acide chlorhydrique de concentration  $C_A = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$  contenue dans une burette. Les résultats du dosage pH-métrique obtenus sont consignés dans le tableau ci-dessous.

$V_A (\text{cm}^3)$	0	5	9	15	16	17	18	19	20	21	25	30
pH	11,8	11,2	10,8	10,1	9,9	9,5	6,1	2,7	2,4	2,1	1,9	1,7

1-1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction de dosage.

1-2. Tracer la courbe de variation du pH en fonction du volume  $V_A$  d'acide versé ( $\text{pH} = f(V_A)$ ). Echelles : 1 cm pour  $2 \text{ cm}^3$  et 1 cm pour 1 unité de pH.

1-3. Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'équivalence E.

1-4. En déduire la concentration molaire  $C_B$  de la base.

1-5. Déterminer graphiquement les coordonnées du point de demi-équivalence F.

1-6. Donner le nom de la solution obtenue en ce point et préciser ses propriétés.

1-7. En déduire le  $pK_a$  du couple acide/base  $\text{C}_2\text{H}_5\text{NH}_3^+ / \text{C}_2\text{H}_5\text{NH}_2$ .

#### 2- Détermination théorique du $pK_a$

La solution initiale d'éthylamine ( $\text{C}_2\text{H}_5\text{NH}_2$ ) de concentration molaire volumique  $C_B = 6.10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$  a pour  $\text{pH} = 11,8$ .

2-1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction de l'éthylamine avec l'eau.

2-2. Faire l'inventaire des espèces chimiques présentes dans la solution.

2-3. Calculer la concentration molaire volumique de chacune des espèces.

2-4. En déduire le  $pK_a$  du couple acide/base.



3- Comparaison des deux valeurs de pKa

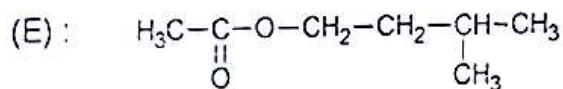
3-1. Comparer la valeur expérimentale du pKa et la valeur théorique calculée.

3-2. Conclure

**Exercice 4**

La molécule E, représentée ci-après, possède une forte odeur de banane mûre.

Un groupe d'élèves de la classe de terminale D dans un lycée de la place, se propose d'étudier la synthèse de ce composé organique.



1- Etude de l'estérification directe

1-1. Donner la fonction chimique et le nom de E.

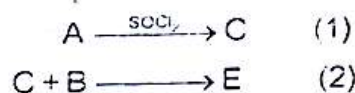
1-2. Ecrire les formules semi-développées et les noms de l'acide carboxylique A et de l'alcool B qui permettent de synthétiser E.

1-3. Ecrire l'équation-bilan de cette réaction.

1-4. Donner les caractéristiques de cette réaction.

2- Amélioration du rendement de la réaction

En vue d'améliorer le rendement de la réaction précédente, le groupe d'élèves se propose de réaliser la suite de réactions suivantes :



2-1. Préciser la formule semi-développée de C. Donner son nom.

2-2. Ecrire l'équation-bilan de la réaction (2).

2-3. Nommer cette réaction. Préciser ses caractéristiques.

2-4. Pour le mélange initial, constitué de  $n_C = 1$  mol de C et  $n_B = 1$  mol de B, déterminer la composition du mélange en fin de réaction.

**SUJET 10 : BAC SERIE D SESSION NORMALE 2014****Exercice 1**

Dans tout l'exercice, on suppose que les frottements sont négligeables.

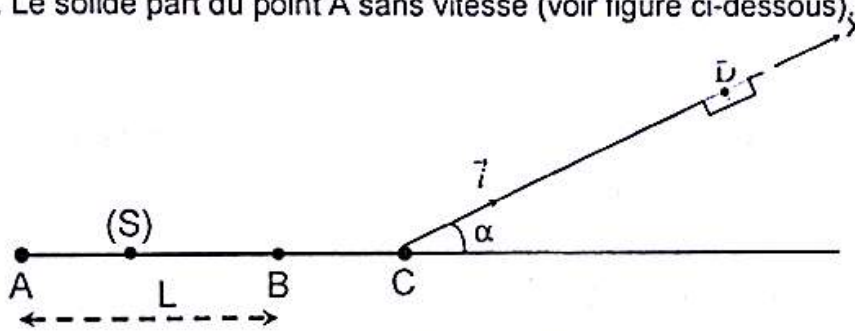
On donne  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Une piste de jeu de kermesse est constituée de deux parties :

- la partie AC est horizontale ;
- la partie CD de longueur  $\ell = 1 \text{ m}$ , fait un angle  $\alpha = 30^\circ$  avec l'horizontale.

Pour gagner, le joueur doit faire arriver le solide (S) de masse  $m = 5 \text{ kg}$  dans le réceptacle en D en partant du point A.

Un élève de Terminale pousse le solide (S) à partir du point A sur une distance  $L = AB = 4,5 \text{ m}$ , en exerçant une force  $\vec{F}$  constante et horizontale pendant une durée  $\Delta t = 3 \text{ s}$ . Le solide part du point A sans vitesse (voir figure ci-dessous)



1. Étude du mouvement du solide sur le trajet AB.

Le mouvement du solide sur le trajet AB est uniformément accéléré.

1.1. Déterminer la valeur algébrique  $a$  de l'accélération du mouvement du solide (S).

1.2. Calculer la valeur  $v_B$  de la vitesse au point B.

1.3. Faire l'inventaire des forces extérieures appliquées au solide (S) et les représenter sur un schéma.

1.4. Déterminer la valeur de la force  $\vec{F}$ .

2. Étude du mouvement du solide (S) sur le trajet BC.

Au point B, l'action de la force  $\vec{F}$  cesse, le solide poursuit son mouvement rectiligne.

2.1. Faire l'inventaire des forces extérieures appliquées au solide et les représenter sur un schéma.

2.2. Déterminer la nature du mouvement de (S) en appliquant le théorème du centre d'inertie.

2.3. En déduire la vitesse  $v_C$  du mouvement du solide au point C.

3. Étude du mouvement du solide (S) sur le trajet CD.

Le solide (S) aborde le trajet CD avec la vitesse de valeur  $v_C = 3 \text{ m/s}$  et s'arrête en un point D'. L'accélération du mouvement est notée  $\vec{a}' = a'_x \cdot \vec{i}$



3.1 Faire l'inventaire des forces extérieures appliquées au solide et les représenter sur un schéma.

3.2 Déterminer :

3.2.1. la valeur algébrique  $a_x$  de l'accélération du mouvement en fonction de  $\alpha$  et  $g$  ;

3.2.2. la nature du mouvement.

3.3 Déterminer la longueur  $\ell' = CD'$ .

3.4 Dire si l'élève a gagné à ce jeu. Justifier la réponse.

### **Exercice 2**

Au cours d'une séance de Travaux Pratiques, un groupe d'élèves d'un établissement de la place décide de vérifier expérimentalement les valeurs de l'inductance  $L$  et de la résistance  $r$  d'une bobine, de deux façons différentes.

#### **1- Première expérience**

##### **• Montage 1**

Le groupe alimente d'abord la bobine à l'aide d'un générateur délivrant une tension continue. Le circuit est constitué du générateur de tension continue, de la bobine, d'un ampèremètre et d'un voltmètre. Le voltmètre mesure la tension  $U_1 = 12 \text{ V}$  aux bornes du générateur. L'ampèremètre indique une intensité  $I_1 = 0,24 \text{ A}$  dans le circuit.

##### **• Montage 2**

La bobine est ensuite alimentée par un générateur de basses fréquences (GBF) délivrant une tension alternative sinusoïdale de fréquence  $f = 200 \text{ Hz}$ , de valeur efficace  $U_2 = 5 \text{ V}$ , mesurée par un voltmètre. L'ampèremètre mesure une intensité efficace  $I_2 = 10 \text{ mA}$ .

1.1. Faire les schémas des deux montages en y faisant figurer le voltmètre et l'ampèremètre.

1.2. Déterminer la valeur de  $r$ .

1.3. Déterminer l'impédance  $Z_b$  de la bobine.

1.4. En déduire la valeur de l'inductance  $L$  de la bobine.

#### **2- Deuxième expérience.**

Le groupe réalise un dipôle constitué par l'association en série de la bobine, d'un condensateur de capacité  $C = 1 \mu\text{F}$ , d'un générateur de basses fréquences (GBF) et d'un ampèremètre. Le groupe dispose aussi d'un voltmètre qu'il branche aux bornes du GBF. La valeur efficace  $U$  de la tension aux bornes du générateur est maintenue constante et égale à  $5 \text{ V}$ .

2.1 Faire le schéma du montage.

2.2 Donner l'expression littérale de l'impédance totale du circuit.

## Sujets officiels du Bac ivoirien entièrement corrigés

2.3 Pour une fréquence  $f = f_0 = 252 \text{ Hz}$ , la valeur de l'intensité efficace passe par une valeur maximale  $I_0 = 0,1 \text{ A}$ .

2.3.1. Nommer ce phénomène.

2.3.2. Déterminer l'impédance totale du circuit à la fréquence  $f_0$ .

2.3.3. Déterminer les valeurs de  $r$  et de  $L$ .

2.3.4. Comparer les valeurs de  $r$  et de  $L$  trouvées au cours des deux expériences.

2.3.5. Déterminer la valeur de la tension efficace  $U_c$  aux bornes du condensateur dans ces conditions.

2.3.6. Comparer les valeurs efficaces de la tension d'alimentation  $U$  et de la tension  $U_c$ . Conclure.

### Exercice 3

Toutes les solutions sont à  $25^\circ\text{C}$  et le produit ionique de l'eau est  $K_e = 10^{-14}$ .

Un groupe d'élèves de Terminale D désire préparer puis doser une solution d'acide éthanoïque.

#### 1- Préparation de la solution d'acide éthanoïque.

Le groupe d'élèves dispose d'une solution mère ( $S_1$ ) d'acide éthanoïque de concentration  $C_1 = 0,1 \text{ mol/L}$  et d'eau distillée.

À partir de la solution mère, le groupe souhaite préparer un volume  $V_2 = 100 \text{ mL}$  d'une solution ( $S_2$ ) de cet acide de concentration  $C_2 = 10^{-2} \text{ mol/L}$ . Pour cela il dispose :

- de deux pipettes (10 mL et 5 mL) ;
- d'une fiole jaugée de 100 mL ;
- d'un bécher ;
- d'une pissette contenant de l'eau distillée.

1.1. Vérifier que le volume de ( $S_1$ ) à prélever est  $V_0 = 10 \text{ mL}$ .

1.2. Décrire le mode opératoire de la préparation de la solution ( $S_2$ ).

1.3. Le pH de la solution ( $S_2$ ) est  $\text{pH} = 3,4$ .

1.3.1. Écrire l'équation-bilan de la réaction entre l'acide éthanoïque et l'eau.

1.3.2. Faire l'inventaire des espèces chimiques présentes dans cette solution.

1.3.3. Déterminer la concentration molaire volumique de chaque espèce chimique.

1.3.4. Calculer la constante d'acidité  $K_A$  du couple acide éthanoïque / ion éthanoate.

1.3.5. Vérifier que le  $\text{p}K_A$  du couple est égal à 4,8.



**2- Dosage de la solution (S<sub>2</sub>) d'acide éthanoïque.**

Le groupe dose un volume  $V_A = 20 \text{ mL}$  de solution (S<sub>2</sub>) par une solution B d'hydroxyde de sodium de concentration  $C_B = 10^{-2} \text{ mol/L}$ .

Le pH du mélange est mesuré au fur et à mesure que l'on verse la solution de soude.

Le graphe  $\text{pH} = f(V_B)$  est donné sur la *feuille annexe*.

2.1 Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'équivalence E.

2.2 Retrouver la valeur de C<sub>2</sub>.

2.3 Donner la nature (acide ou basique) du mélange obtenu à l'équivalence.

Justifier la réponse.

2.4 Retrouver graphiquement la valeur du pK<sub>a</sub>.

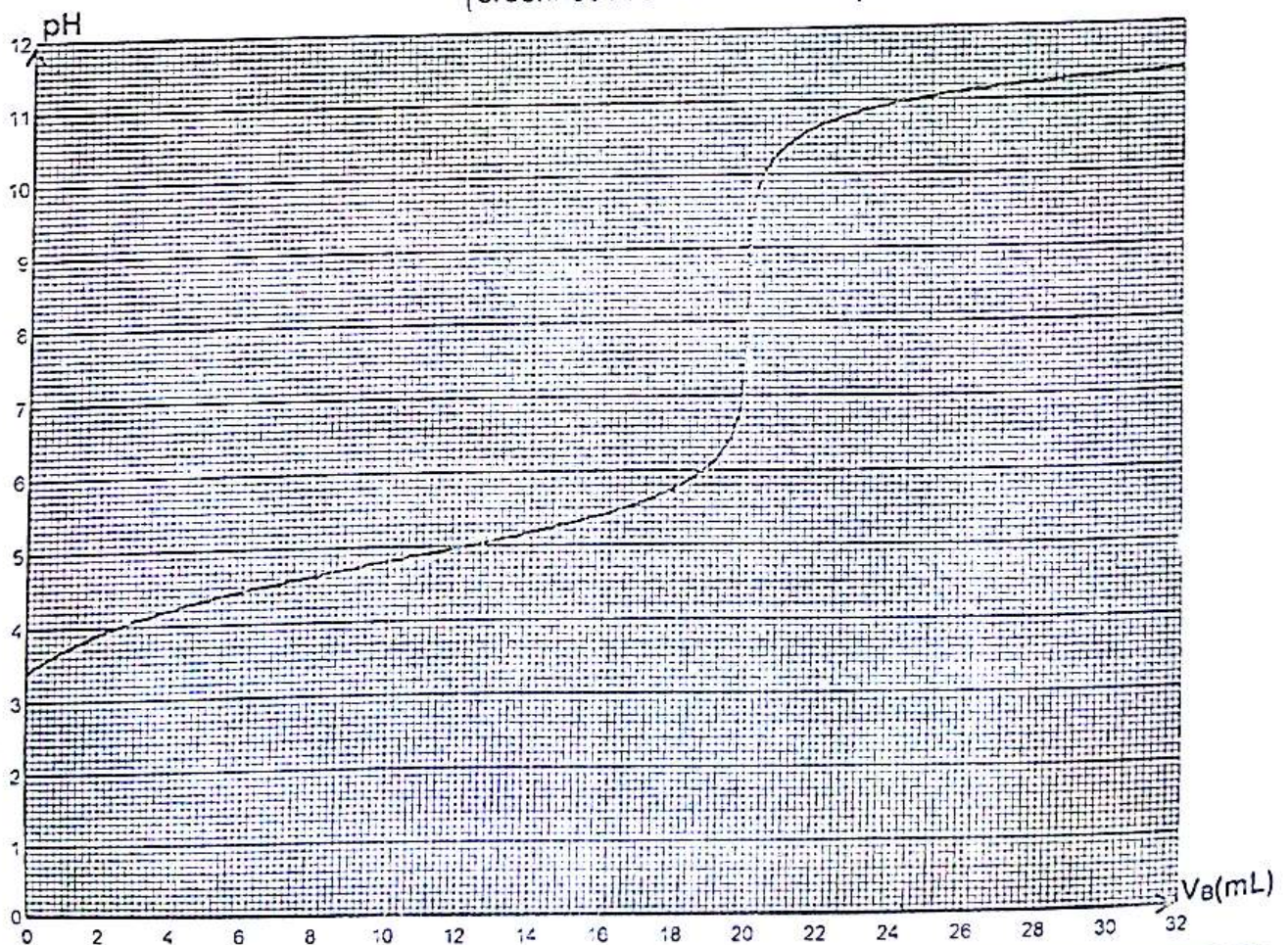
2.5 Choisir parmi les indicateurs colorés ci-dessous celui qui convient à ce dosage.

Justifier la réponse.

Indicateurs colorés	Hélianthine	Bleu de bromothymol (BST)	Phénolphtaléine
Zone de virage	3,1 – 4,4	6,0 – 7,6	8,2 – 10

**Feuille annexe à rendre avec la copie**

Echelle { abscisse : 1 cm ↔ 2 mL  
ordonnée : 1 cm ↔ 1 unité de pH





**Exercice 4**

- 1- La combustion complète d'une mole d'un composé organique A, de formule brute  $C_xH_yO$  fournit quatre moles de molécules de dioxyde de carbone et quatre moles de molécules d'eau. La molécule de A renferme un seul atome d'oxygène.
  - 1.1. Écrire l'équation-bilan de la réaction.
  - 1.2. Montrer que la formule brute du composé A est  $C_4H_8O$ .
  - 1.3. Donner les formules semi-développées des différents isomères possibles de A.
- 2- Parmi ces différents isomères, un seul réagit avec la 2,4-D.N.P.H et donne un test négatif en présence de liqueur de Fehling.
  - 2.1 Préciser la fonction chimique de cet isomère.
  - 2.2 Donner la formule semi-développée et le nom de cet isomère.
- 3- L'un des isomères de A, le butanal, est traité par une solution de permanganate de potassium acidifiée. Il donne un composé B.
  - 3.1 Écrire la formule semi-développée et donner le nom du composé B.
  - 3.2 Le produit B réagit avec le pentachlorure de phosphore ( $PCl_5$ ) pour donner un composé organique C.
    - 3.2.1 Écrire l'équation-bilan de la réaction.
    - 3.2.2 Donner le nom du composé C.
- 4- On fait réagir l'éthanol sur le composé C. On obtient entre autres un composé organique D.
  - 4.1 Écrire l'équation-bilan de la réaction.
  - 4.2 Donner :
    - 4.2.1 le nom de cette réaction chimique.
    - 4.2.2 les caractéristiques de cette réaction chimique.
    - 4.2.3 le nom du composé organique D.
  - 4.3 On fait réagir également l'éthanol sur le composé B. On obtient entre autres le même composé organique D.
    - 4.3.1 Écrire l'équation-bilan de la réaction.
    - 4.3.2 Donner le nom et les caractéristiques de cette réaction.

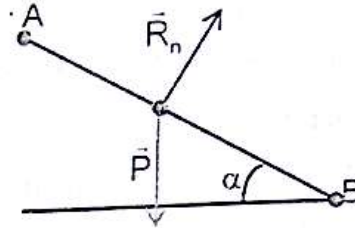


**CORRECTION DU SUJET 1 : BAC SESSION NORMALE 2005****Exercice 1****1. Mouvement sur la partie rectiligne AB.****1.1. Bilan et représentation des forces extérieures s'exerçant sur S**

système : solide S de masse m

référentiel terrestre supposé galiléen

bilan des forces :

➤ le poids  $\vec{P}$  du solide➤ la réaction normale  $\vec{R}_n$  du plan incliné**1.2. Expression de l'intensité a du vecteur accélération de S en fonction de g et  $\alpha$ .**Appliquons le théorème du centre d'inertie :  $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R}_n = m\vec{a}$ Projection sur l'axe (AB) suivant  $\vec{AB}$  :  $mg \sin \alpha + 0 = ma \Rightarrow a = g \sin \alpha$ **1.3. Valeur numérique :  $\alpha = 10 \times 0,208 = 2,08 \text{ m.s}^{-2}$ .****1.4. Durée t du trajet AB**

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{1}{2}at^2 + v_A t + x_A \\ \text{A } t=0 \text{ s. } x_0 &= x_A = 0 \text{ et } v_0 = v_A = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = L = \frac{1}{2}at^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2L}{a}} = \sqrt{\frac{2 \times 0,3}{2,08}} = 0,54 \text{ s}$$

**1.5. Expression de la vitesse  $V_B$  de S en B en fonction de a et L, puis valeur**

$$v_B^2 - v_A^2 = 2a(x_B - x_A) \Rightarrow v_B = \sqrt{2aL} = \sqrt{2 \times 2,08 \times 0,3} = 1,12 \text{ m.s}^{-1}$$

**2. Mouvement sur la partie BC.**

$$\text{Vitesse en C : } \Delta E_{C \rightarrow B} = \Sigma W(\vec{F}_{ext})_{B \rightarrow C} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = mgh \Rightarrow v_C = \sqrt{v_B^2 + 2gh}$$

$$\text{Application numérique : } v_C = \sqrt{(1,12)^2 + 2 \times 10 \times 0,05} = 1,50 \text{ m.s}^{-1}$$

**3. Mouvement sur la partie CD.****3.1. Déterminons les équations horaires du mouvement de S.**bilan des forces : le poids  $\vec{P}$  du solidethéorème du centre d'inertie :  $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Leftrightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{g} = \text{cte}$  $\vec{a}(\ddot{x} = 0; \ddot{y} = -g)$  ;  $OG(x_0 = 0; y_0 = 0)$  ;  $\vec{v}_0(\dot{x}_0 = v_C; \dot{y}_0 = 0)$ 

$$\vec{v}(\dot{x} = v_C; \dot{y} = -gt)$$
 ;  $OG\left(x = v_C t; y = -\frac{1}{2}gt^2\right)$ . Ainsi on a :  $x = v_C t$  ;  $y = -\frac{1}{2}gt^2$

$$\text{3.2. Equation de la trajectoire : } t = \frac{x}{v_C} \Rightarrow y = -\frac{gx^2}{2v_C^2}$$

$$\text{3.3. Coordonnées du point de chute : } y_D = -H \Rightarrow -H = -\frac{gx_D^2}{2v_C^2} \Rightarrow x_D = \sqrt{\frac{2Hv_C^2}{g}}$$

$$\Rightarrow D \left( \begin{aligned} x_D &= \sqrt{\frac{2Hv_C^2}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 0,80 \times 1,5^2}{10}} = 0,60 \text{ m} \\ y_D &= -H = -0,80 \text{ m} \end{aligned} \right)$$

3.1. Vitesse au sol :  $\Delta E_{C \rightarrow D} = \Sigma W(\vec{F}_{ext})_{C \rightarrow D} \Rightarrow \frac{1}{2} m v_D^2 - \frac{1}{2} m v_C^2 = m g H \Rightarrow v_D = \sqrt{v_C^2 + 2 g H}$

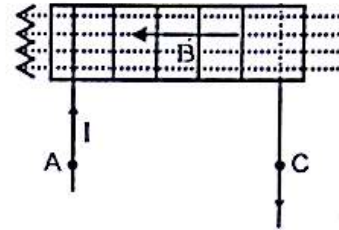
Application numérique :  $v_D = \sqrt{(1,5)^2 + 2 \times 10 \times 0,80} = 4,27 \text{ m.s}^{-1}$

### Exercice 2

1.

#### 1.1. Représentation des lignes de champ

À l'intérieur du solénoïde, les lignes de champ sont parallèles et orientées de C vers A.



1.2. Expression littérale du champ :  $B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I$ .

1.3. Calcul de la valeur du champ :  $B = 4 \times \pi \times 10^{-7} \times \frac{400}{0,412} \times 5 = 6,1 \cdot 10^{-3} \text{ T}$ .

1.4. Valeur de l'inductance :  $L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} \pi r^2 = 4 \times \pi^2 \times 10^{-7} \times \frac{400^2}{0,412} \times (2,5 \cdot 10^{-2})^2 = 9,6 \cdot 10^{-4} \text{ H}$ .

2. Le solénoïde est parcouru par un courant variable  $i(t)$ .

2.1. Expression de la tension  $u_{AC}$  en fonction de  $L$  et  $\frac{di}{dt}$  :  $u_{AC} = -e = L \frac{di}{dt}$

2.2. Calcul de  $u_{AC}$  sur une période

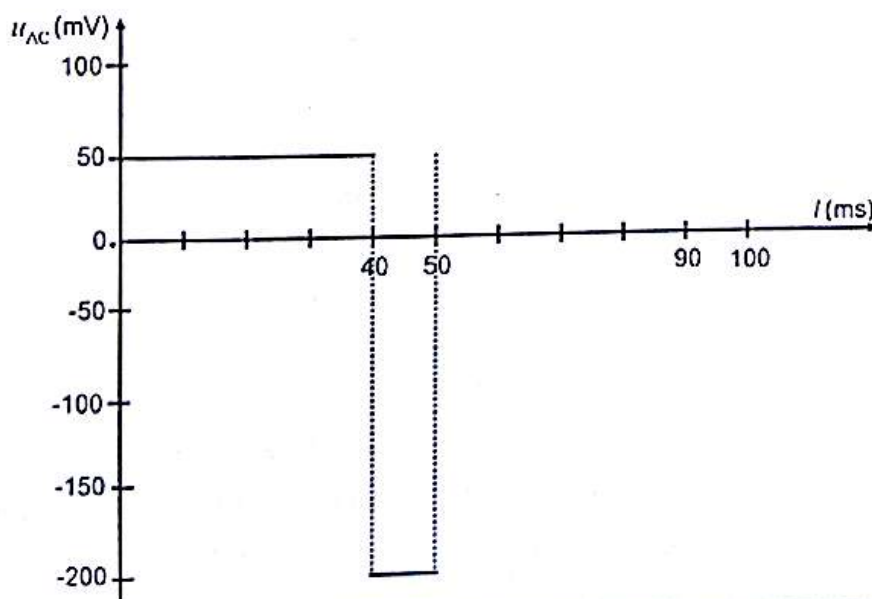
• Pour  $t \in [0 \text{ ms} ; 40 \text{ ms}]$ ,  $i(t) = at$  où  $a = \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{2-0}{(40-0) \cdot 10^{-3}} = 50 \text{ A.s}^{-1}$

2.  $\Rightarrow i(t) = 50t \Rightarrow u_{AC} = L \frac{d(50t)}{dt} = 10^{-3} \times 50 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ V} = 50 \text{ mV}$

• Pour  $t \in [40 \text{ ms} ; 50 \text{ ms}]$ ,  $i(t) = ct + d$  où  $c = \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{0-2}{(50-40) \cdot 10^{-3}} = -200 \text{ A.s}^{-1}$

$\Rightarrow i(t) = -200t + d \Rightarrow u_{AC} = L \frac{d(-200t + d)}{dt} = 10^{-3} \times (-200) = -0,2 \text{ V} = -200 \text{ mV}$

2.1. Tracer de la courbe  $u_{AC} = f(t)$



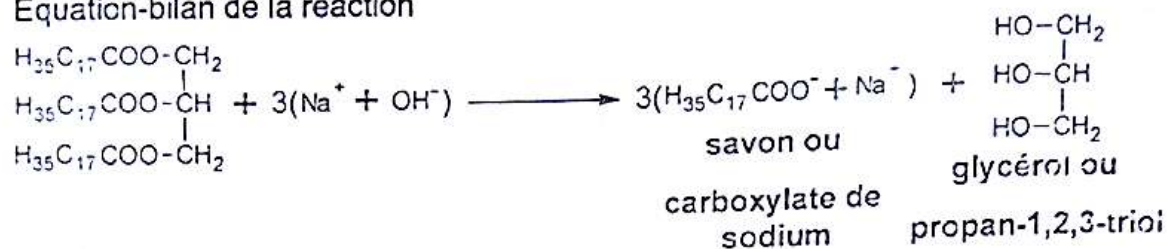


### Exercice 3

1. Nom de l'opération effectuée

Cette opération est une saponification.

2. Equation-bilan de la réaction



3. Propriétés de la réaction

La réaction de saponification d'un ester est lente et totale.

4. Recherche du réactif en excès.

➤ Soit  $n_1$  le nombre de mole du corps gras :

$$n_1 = \frac{m_1}{M_1} = \frac{12}{3 \times (17 \times 12 + 35 + 12 + 32) + 36 + 5} = \frac{12}{890} = 0,013 \text{ mol}$$

➤ Soit  $n_2$  le nombre de mole de soude :  $n_2 = CV_2 = 2,5 \times 20 \cdot 10^{-3} = 0,050 \text{ mol}$ .

➤ D'après l'équation-bilan de la réaction de saponification, il faut 3 moles de soude pour 1 mole de corps gras or  $n_2 > 3n_1$  donc la soude est en excès.

5. Masse de savon A obtenu.

La soude étant en excès, tout le corps gras sera consommé.

Soit  $n_A$  le nombre de mole de savon obtenu.

D'après l'équation de la réaction,  $n_A = 3n_1$ .

$$\Rightarrow m_A = n_A \times M_A = 3n_1 \times M_A = 3 \times 0,013 \times 306 = 11,93 \text{ g.}$$

6. Les opérations à effectuer par AKAFOU

➤ 1<sup>ère</sup> étape : estérification entre acide gras et glycérol ;

➤ 2<sup>ème</sup> étape : saponification du corps gras obtenu à l'aide de la soude.

### **Exercice 4**

#### **1. Identification des solutions**

##### **1.1. Identification de B et C**

- B est une base forte (hydroxyde de sodium) car on a :  
 $pH_B = 14 + \log C_B = 14 + \log 10^{-2} = 12$ .
- C est un acide fort (acide chlorhydrique) car  $pH_{\text{eq}} = 7$  ; le dosage d'une base forte par un acide fort donne un  $pH = 7$  à l'équivalence.

##### **1.2. Identification de D**

D est un acide faible (acide éthanóïque) car, dosé par une base forte,  $pH_{\text{eq}} > 7$ .

##### **1.3. Identification de A**

C'est une solution neutre (chlorure de potassium) car  $pH_A = 7$ .

##### **1.4. Nature de la solution E**

Il ne reste que la solution d'ammoniaque (E).

#### **2. Détermination de $pK_a$ du couple ion ammonium / ammoniac**

##### **2.1. Equation bilan de la réaction de l'ammoniac avec l'eau**

L'ammoniac est une base faible donc la réaction est réversible (double flèche).



##### **2.2. Calcul des concentrations des espèces chimiques présentes en solution.**

Inventaire des espèces chimiques :  $H_3O^+$ ,  $OH^-$ ,  $NH_4^+$ ,  $NH_3$  ; (ou  $H_2O$ ).

$$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-10,6} = 2,5 \cdot 10^{-11} \text{ mol/L} ; [OH^-] = 10^{pH-14} = 10^{10,6-14} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L}.$$

Electroneutralité :

$$[H_3O^+] + [NH_4^+] = [OH^-] \Rightarrow [NH_4^+] = [OH^-] - [H_3O^+] = [OH^-] = 4 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L}$$

Conservation de la matière :

$$C = [NH_4^+] + [NH_3] \Rightarrow [NH_3] = C - [NH_4^+] = 10^{-2} - 4 \cdot 10^{-4} = 9,6 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

##### **2.3. Valeur du $pK_a$ du couple ion ammonium / ammoniac.**

$$pH = pK_a + \log \frac{[NH_3]}{[NH_4^+]} \Rightarrow pK_a = pH - \log \frac{[NH_3]}{[NH_4^+]} = 10,6 - \log \left( \frac{9,6 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-4}} \right) = 9,2$$

#### **3. Préparation d'une solution tampon.**

##### **3.1. Volume $V_A$ d'acide chlorhydrique à prélever.**

La solution tampon est obtenue à la demi-équivalence où  $2C_A V_A = C_B V_B$ .

$$\Leftrightarrow V_A = \frac{C_B V_B}{2C_A} = \frac{V_B}{2} = \frac{25}{2} = 12,5 \text{ cm}^3 \text{ car } C_A = C_B = C.$$

##### **3.2. Propriétés de la solution tampon**

- le  $pH$  varie peu quand on lui ajoute des quantités modérées d'acide ou de base ;
- le  $pH$  reste invariable sous l'effet d'une dilution modérée.



**CORRECTION DU SUJET 2 : BAC SESSION NORMALE 2006****Exercice 1**

1.

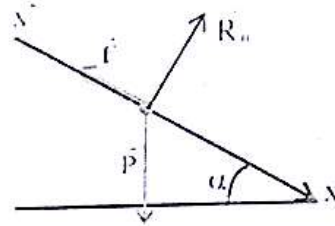
## 1.1. Bilan et représentations des forces agissant sur le mobile

système : mobile de masse  $m$ 

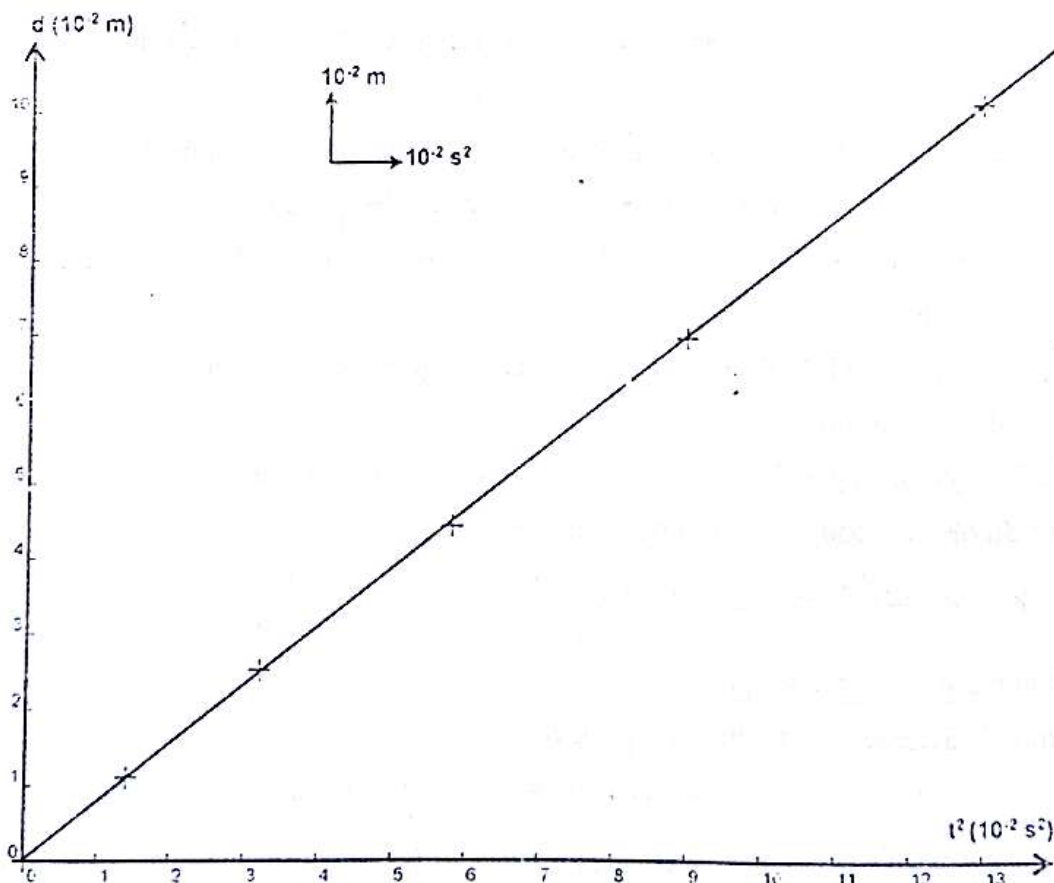
référentiel terrestre supposé galiléen

bilan des forces :

- ✓ poids  $\vec{P}$  du mobile ;
- ✓ force de frottement  $\vec{f}$  ;
- ✓ réaction normale  $\vec{R}_n$  de la piste.

1.2. Détermination de l'accélération  $a$  du centre d'inertie du mobileThéorème du centre d'inertie :  $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R}_n + \vec{f} = m\vec{a}$ Projection sur l'axe  $(x'x)$  :  $mg \sin \alpha + 0 - f = ma \Rightarrow a = g \sin \alpha - \frac{f}{m}$ 

2.

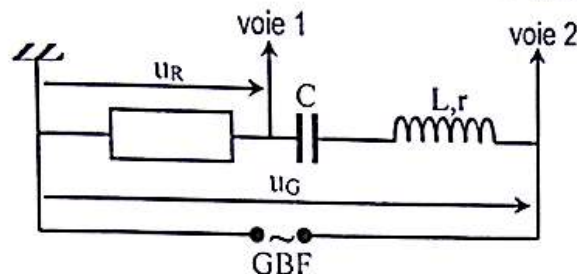
2.1. Représentation graphique  $d = f(t^2)$ 2.2. Pente ou coefficient directeur du graphe :  $k = \frac{\Delta d}{\Delta t^2} = \frac{(10 - 0.00) \cdot 10^{-2}}{(13 - 0.00) \cdot 10^{-2}} = 0.77 \text{ m.s}^{-2}$ 2.3. Valeur de l'accélération :  $d = \frac{1}{2}at^2 = kt^2 \Rightarrow a = 2k = 2 \times 0.77 = 1.54 \text{ m.s}^{-2}$

**2.1. Valeur de la force de frottement**

$$a = g \sin \alpha - \frac{f}{m} \Rightarrow f = m(g \sin \alpha - a) = 0,5 \times (10 \times \sin 30^\circ - 1,54) = 1,73 \text{ N.}$$

**Exercice 2**

1. Schéma du circuit R,L,C (sans les indications de branchement de l'oscilloscope).



2. Branchement de l'oscilloscope : voir schéma ci-dessus.

3.

3.1. Expression de l'impédance :  $Z = \sqrt{(R + r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$

3.2.

3.2.1. Autre expression :  $\omega = 2\pi N \Rightarrow Z = \sqrt{(R + r)^2 + \left(2\pi N L - \frac{1}{2\pi N C}\right)^2}$

3.2.2. Application numérique :  $Z = \sqrt{(40 + 10)^2 + (31,41 - 159,15)^2} = 137,2 \Omega$

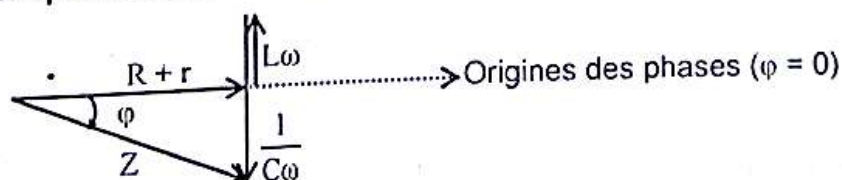
3.3. Valeur efficace de l'intensité du courant :  $U = Z \cdot I \Rightarrow I = \frac{U}{Z} = \frac{10}{137,2} = 0,073 \text{ A} = 73 \text{ mA.}$

3.4. Phase de  $u(t)$  par rapport à  $i(t)$  et nature du circuit

$$\tan \varphi = \frac{2\pi N L - \frac{1}{2\pi N C}}{R + r} = \frac{31,41 - 159,15}{40 + 10} = -2,55 \Rightarrow \varphi = -68,7^\circ \text{ ou } \varphi = -1,2 \text{ rad}$$

Le circuit est donc capacitif car  $\varphi < 0$  (ou  $2\pi N L < \frac{1}{2\pi N C}$ )

3.5. Représentation qualitative de la construction de Fresnel.



4.

4.1. Déterminons la capacité du condensateur à la résonance.

$$LC\omega_0^2 = 1 \Leftrightarrow LC(2\pi N_0)^2 = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{4\pi^2 N_0^2 L} = \frac{1}{4 \times \pi^2 \times 100^2 \times 50 \cdot 10^{-3}} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ F}$$

4.2. Déterminons l'intensité efficace à la résonance

A la résonance,  $Z = R + r$  ; or  $U = Z_0 I_0 \Rightarrow I_0 = \frac{U}{R+r} = \frac{10}{40+10} = 0,2 \text{ A} = 200 \text{ mA.}$

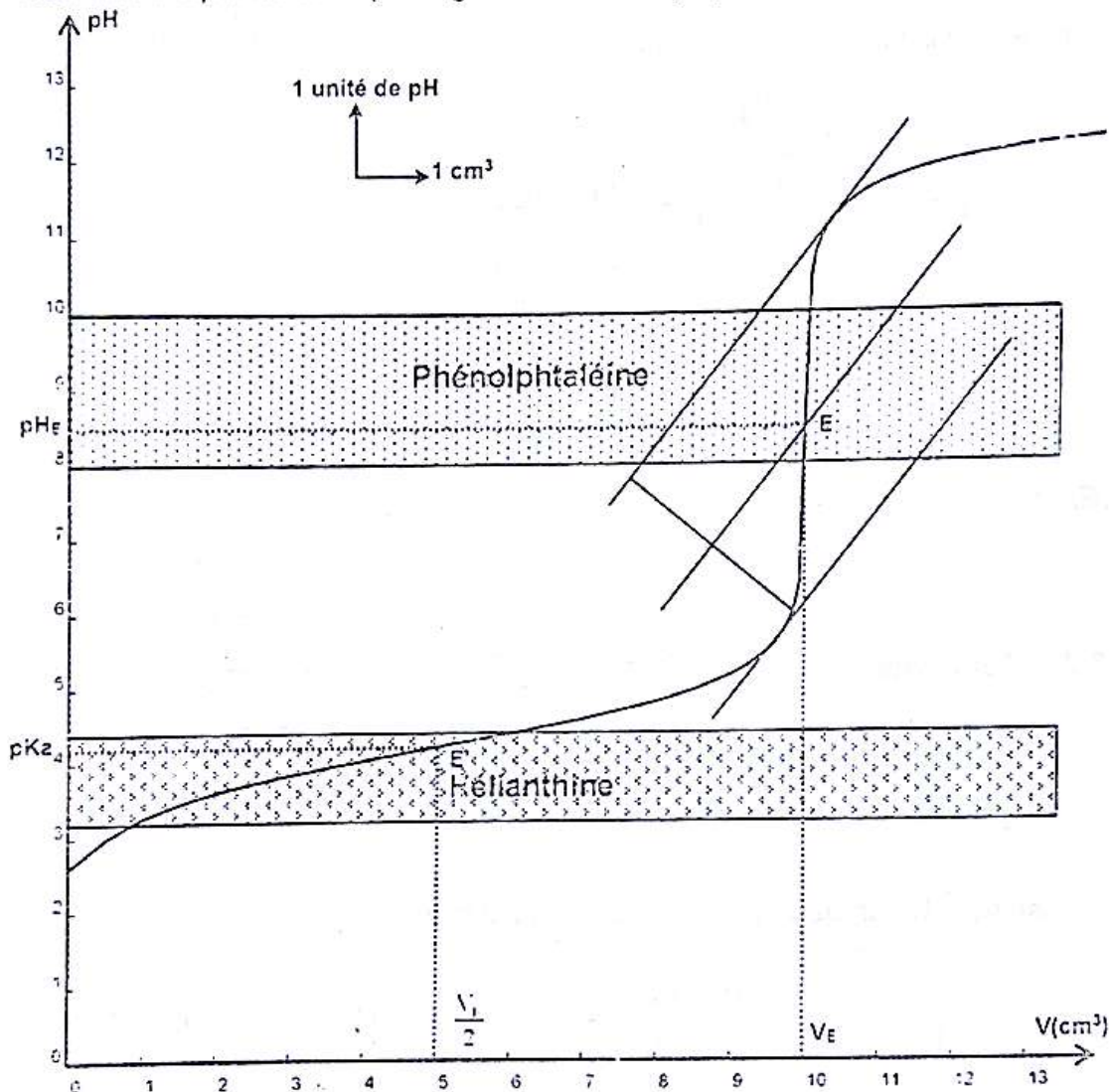


**Exercice 3**

1.

1.1. Tracé de la courbe  $\text{pH} = f(V)$  (voir figure ci-dessous)

1.2. Point d'équivalence : (voir figure ci-dessous)  $E(V_E = 10 \text{ cm}^3 ; \text{pH}_E = 8,5)$ .



2.

2.1. Equation-bilan de la réaction :  $\text{C}_6\text{H}_5\text{-COOH} + \text{OH}^- \longrightarrow \text{C}_6\text{H}_5\text{-COO}^- + \text{H}_2\text{O}$ .

2.2. Concentration de la solution d'acide benzoïque

$$\text{A l'équivalence, } C_A V_A = C_B V_E \Rightarrow C_A = \frac{C_B V_E}{V_A} = \frac{10^{-1} \times 10}{10} = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}.$$

3. Détermination graphique du  $\text{pK}_a$  du couple  $\text{C}_6\text{H}_5\text{-COOH}/\text{C}_6\text{H}_5\text{-COO}^-$  et déduction du  $K_a$ .

➤ A la demi-équivalence,  $V_E = \frac{V_E}{2} = 5 \text{ cm}^3$  et  $\text{pH} = \text{pK}_a = 4,2$

➤  $\text{pK}_a = -\text{Log}K_a \Rightarrow K_a = 10^{-\text{pK}_a} = 10^{-4,2} = 6,31 \cdot 10^{-5}$ .

4. Voir courbe ci-dessus pour le report des zones de virage des indicateurs colorés.

On utilisera la phénolphthaléine car sa zone de virage contient le  $\text{pH}$  à l'équivalence  $\text{pH}_E$ .

**Exercice 4**

1. On fait agir l'acide carboxylique A sur le propan-2-ol

- 1.1. Nom de la réaction entre l'acide et l'alcool : c'est une estérification directe.
- 1.2. Caractéristiques : c'est une réaction lente, athermique et limitée (ou réversible).
- 1.3. Formule semi-développée du groupe fonctionnel de E

On obtient un ester E dont le groupe fonctionnel est dans le tableau ci-dessous.

2.

2.1. Déterminons la valeur de l'entier naturel n.

Soit n' le nombre de mole d'acide carboxylique.

$$\text{On a : } m = n' \times M \Rightarrow M = \frac{m}{n'} = \frac{30}{0,5} = 60 \text{ g/mol}$$

$$\text{Par ailleurs, } M = M(C_nH_{2n}O_2) = 14n + 32 \Rightarrow n = \frac{M - 32}{14} = \frac{60 - 32}{14} = 2.$$

2.2. Formules semi-développées et noms des produits A et E

La formule brute de A est  $C_2H_4O_2$  : c'est l'acide éthanoïque.

L'alkyle R' de l'ester provient du propan-2-ol ; c'est le méthyléthyle ou l'isopropyle.

Composé	Formule semi-développée	Groupe fonctionnel	Nom
A	$\begin{array}{c} \text{OH} \\   \\ \text{H}_3\text{C}-\text{C} \\    \\ \text{O} \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{O} \\    \\ -\text{C} \\   \\ \text{Cl} \end{array}$	acide éthanoïque
E	$\begin{array}{c} \text{O} \\    \\ \text{H}_3\text{C}-\text{C} \\   \\ \text{O}-\text{CH}-\text{CH}_3 \\   \\ \text{CH}_3 \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{O} \\    \\ -\text{C} \\   \\ \text{O}-\text{R} \end{array}$ avec $R \neq H$ .	éthanoate de méthyléthyle ou éthanoate d'isopropyle

3.

3.1. Formules semi-développées et noms de B et F

B est l'anhydride d'acide qui dérive de l'acide A : c'est le l'anhydride éthanoïque.

F est le chlorure d'acyle qui dérive de l'acide A : c'est le chlorure d'éthanoyle.

Composé	Formule semi-développée	Nom
B	$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{C}-\text{C}-\text{O}-\text{C}-\text{CH}_3 \\    \quad \quad    \\ \text{O} \quad \quad \text{O} \end{array}$	anhydride éthanoïque
F	$\begin{array}{c} \text{Cl} \\   \\ \text{H}_3\text{C}-\text{C} \\    \\ \text{O} \end{array}$	chlorure d'éthanoyle

3.2. Nom et caractéristiques de la réaction marquée (1)

C'est une estérification indirecte ; elle est totale, rapide et exothermique.



**CORRECTION DU SUJET 3 : BAC SESSION NORMALE 2007****Exercice 1**

1. Equations horaires du mouvement de G dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{k})$

système : le « poids » de masse m

référentiel terrestre supposé galiléen

bilan des forces : le poids  $\vec{P}$  du « poids »

théorème du centre d'inertie :  $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Leftrightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{g} = \overline{cste}$

➤ à  $t = 0$  s,  $\vec{a} \begin{pmatrix} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{z} = -g \end{pmatrix}$ ;  $\vec{OG}_0 \begin{pmatrix} x_0 = 0 \\ z_0 = h \end{pmatrix}$ ;  $\vec{v}_0 \begin{pmatrix} \dot{x}_0 = v_0 \cos \theta \\ \dot{z}_0 = v_0 \sin \theta \end{pmatrix}$ .

➤ à  $t > 0$  s,  $\vec{v} \begin{pmatrix} \dot{x} = v_0 \cos \theta \\ \dot{z} = -gt + v_0 \sin \theta \end{pmatrix}$ ;  $\vec{OG} \begin{pmatrix} x = v_0 t \cos \theta \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \sin \theta + h \end{pmatrix}$

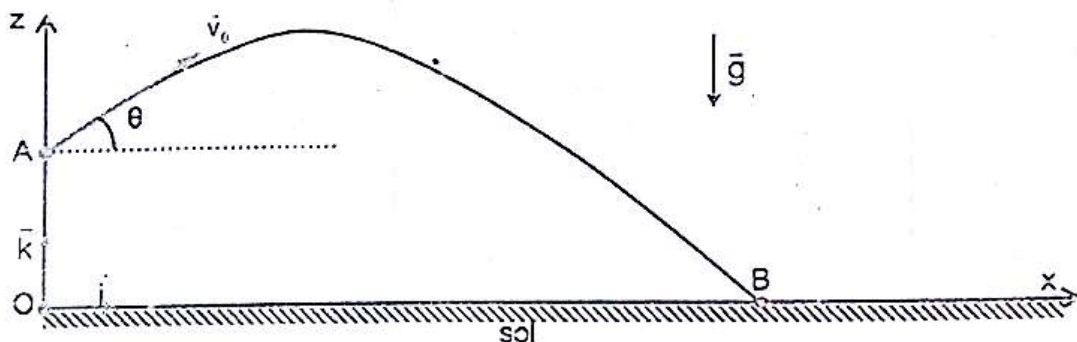
Equation cartésienne de la trajectoire

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \theta} \Rightarrow z = -\frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \theta} + x \tan \theta + h$$

2. Nature de la trajectoire

C'est une parabole (ou trajectoire parabolique).

Tracé qualitatif de la trajectoire (voir courbe ci-dessous)



3. Premier essai

3.1. Expression de :

3.1.1. la vitesse  $v_0$  en fonction de  $g$ ,  $\theta$ ,  $X_1$  et  $h$

en B,  $x_B = X_1$  et  $z_B = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow v_0 = \frac{X_1}{\cos \theta} \sqrt{\frac{g}{2(X_1 \tan \theta + h)}} \quad 0 = -\frac{gX_1^2}{2v_0^2 \cos^2 \theta} + X_1 \tan \theta + h$$

### 3.1.2. la hauteur maximale $H_{\max}$

$$\text{en S, } z_s = 0 \Rightarrow t_s = \frac{v_0 \sin \theta}{g}$$

$$\Rightarrow z_s = H_{\max} = -\frac{1}{2}g \left( \frac{v_0 \sin \theta}{g} \right)^2 + v_0 \left( \frac{v_0 \sin \theta}{g} \right) \sin \theta + h$$

$$\Rightarrow H_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g} + h$$

### 3.2. Application numérique

$$\triangleright v_0 = \frac{8,74}{\cos 30^\circ} \times \sqrt{\frac{9,80}{2 \times (8,74 \times \tan 30^\circ + 1,70)}} = 8,60 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\triangleright H_{\max} = \frac{8,60^2 \times \sin^2 30}{2 \times 9,80} + 1,70 = 2,64 \text{ m.}$$

## 4. Deuxième essai

### $\triangleright$ Détermination de $X_2$

$$-\frac{9,80}{2 \times 8,60^2 \times \cos^2 45^\circ} \times X_2^2 + X_2 \times \tan 45^\circ + 1,70 = 0$$

$$\Rightarrow -0,13X_2^2 + X_2 + 1,70 = 0 \Rightarrow \Delta = 1^2 + 4 \times 0,13 \times 1,70 = 1,88$$

$$\Rightarrow X_2 = \frac{-1 - \sqrt{1,88}}{2 \times (-0,13)} = 9,12 \text{ m}$$

Remarque : l'autre solution est négative donc impossible (le lancer se fait dans les  $x > 0$ ).

$\triangleright$  Comparaison entre  $X_2$  et  $X_1$  : on a  $X_2 > X_1$  (ou  $X_1 < X_2$ )

## 5. Troisième essai

### 5.1. Détermination de $X_3$

$$-\frac{9,80}{2 \times 8,60^2 \times \cos^2 60^\circ} \times X_3^2 + X_3 \times \tan 60^\circ + 1,70 = 0$$

$$\Rightarrow -0,26X_3^2 + 1,73X_3 + 1,70 = 0 \Rightarrow \Delta = 1,73^2 + 4 \times 0,26 \times 1,70 = 4,76$$

$$\Rightarrow X_3 = \frac{-1 - \sqrt{4,76}}{2 \times (-0,26)} = 7,52 \text{ m}$$

Remarque : l'autre solution est négative donc impossible.

### 5.2. Comparaison entre $X_3$ et $X_2$

On a :  $X_3 < X_2$  (ou  $X_2 > X_3$ ).

## 6.

### 6.1. Détermination du meilleur essai

Le deuxième essai est le meilleur car  $X_2 > X_1 > X_3$ .

### 6.2. Comment il faut lancer le « poids »

\* La meilleure performance est obtenue pour  $\theta = 45^\circ$ .



**Exercice 2**

**1. Calcul des résistances R et r**

$$> U = R \cdot I_1 \Rightarrow R = \frac{U}{I_1} = \frac{5}{0.125} = 40 \, \Omega ;$$

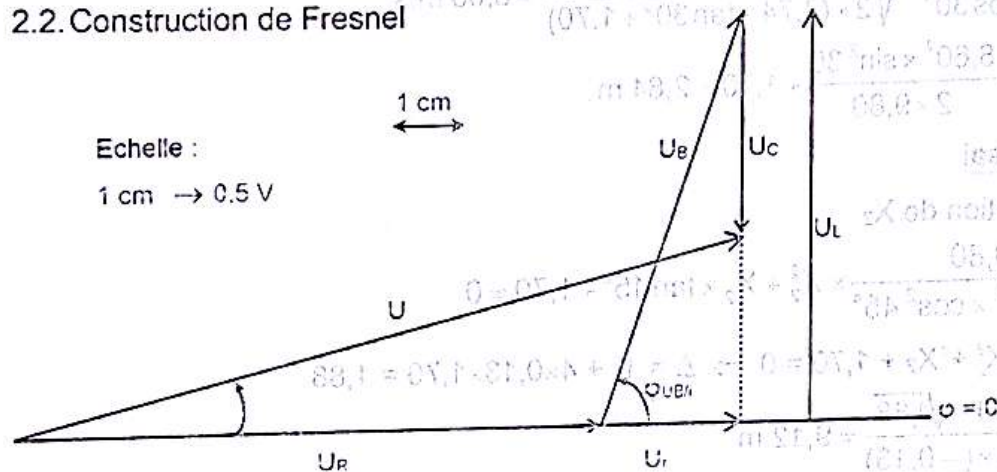
$$> U = (R + r) \cdot I_2 \Rightarrow r = \frac{U}{I_2} - R = \frac{5}{0.1} - 40 = 10 \, \Omega.$$

**2.**

**2.1. Calcul des tensions**

$$U_R = 0,5 \times 8 = 4 \, \text{V} ; U_C = 0,5 \times 3 = 1,5 \, \text{V}.$$

**2.2. Construction de Fresnel**



**2.3. Calcul de la tension  $U_B$**

$$U_B = 0,5 \times 5,85 = 2,9 \, \text{V} \text{ (ou } U_B = \sqrt{U_1^2 + U_2^2} = \sqrt{5,5^2 + 2^2} \times 0,5 = 2,9 \, \text{V})$$

**2.4. Détermination de la phase  $\varphi_{U_B/I}$  de la tension  $U_B$  par rapport à l'intensité  $i$**

$$\tan \varphi_{U_B/I} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{5,5}{2} = 2,75 \Rightarrow \varphi_{U_B/I} = 70^\circ \text{ ou } \varphi_{U_B/I} = 1,22 \, \text{rad}$$

**2.5. Calcul de l'intensité efficace du courant**

$$U_R = R \cdot I \Rightarrow I = \frac{U_R}{R} = \frac{4}{10} = 0,1 \, \text{A} \text{ (ou } U_C = r \cdot I \Rightarrow I = \frac{U_C}{r} = \frac{2 \times 0,5}{10} \text{)}$$

**Calcul de la capacité**

$$U_C = \frac{I}{C\omega} = \frac{I}{C(2\pi N)} \Rightarrow C = \frac{I}{2\pi N U_C} = \frac{0,1}{2 \times \pi \times 50 \times 1,5} = 2,12 \cdot 10^{-4} \, \text{F}$$

**Calcul de l'inductance**

$$U_L = L\omega I = L(2\pi N)I \Rightarrow L = \frac{U_L}{2\pi N I} = \frac{5,5 \times 0,5}{2 \times \pi \times 50 \times 0,1} = 8,75 \cdot 10^{-2} \, \text{H}.$$

**3. Calcul de la fréquence  $N_0$  pour que  $Z = R + r$**

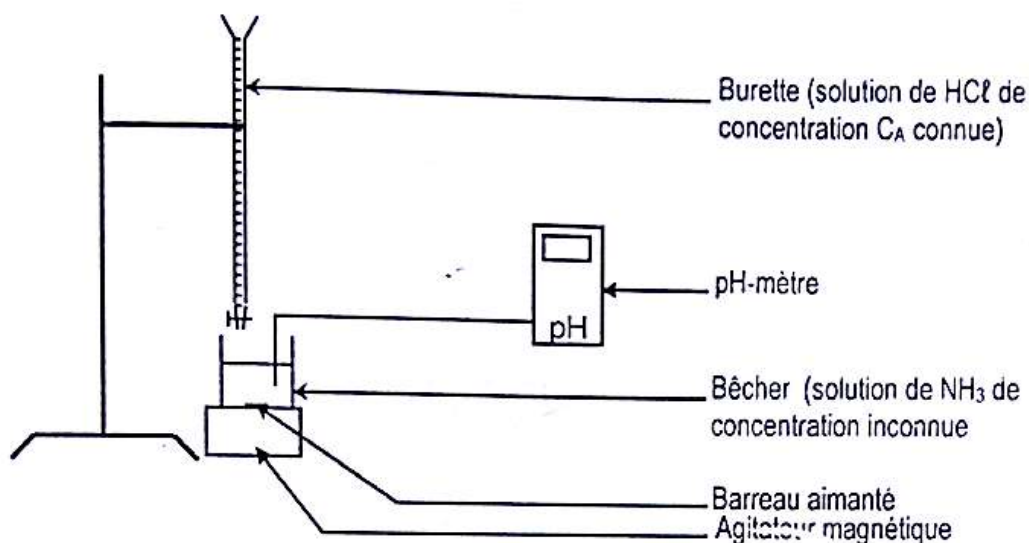
$$LC\omega_0^2 = 1 \Rightarrow L(2\pi N_0)^2 = 1 \Rightarrow N_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} = \frac{1}{2 \times \pi \times \sqrt{8,75 \cdot 10^{-2} \times 2,12 \cdot 10^{-4}}} = 37 \, \text{Hz} ;$$

Nom de l'état : c'est la résonance d'intensité.

**Exercice 3**

1.

**1.1. Schéma annoté**



**1.2. Tracé de la courbe  $\text{pH} = f(V_A)$  (voir courbe ci-après).**

**1.3. Montrons que l'ammoniac est une base faible**

L'ammoniac est une base faible car sa courbe de dosage présente quatre parties distinctes et deux(2) points d'inflexion.

2.

**2.1. Point d'équivalence**

D'après la courbe,  $E(V_{AE} = 8 \text{ mL} ; \text{pH}_E = 5,3)$ .

**2.2. Concentration de l'ammoniac**

$$\text{A l'équivalence, } C_A V_{AE} = C_B V_B \Rightarrow C_B = \frac{C_A V_{AE}}{V_B} = \frac{0,1 \times 8}{10} = 8 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}.$$

**2.3. Demi-équivalence**

$$E'(V_{AE}' = \frac{V_{AE}}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ mL} ; \text{pH}_{E'} = 9,2)$$

$\text{pK}_a$  du couple : pour 4 mL on lit sur le graphe  $\text{pH} = \text{pK}_a = 9,2$ .

**2.4. Nature du mélange à l'équivalence**

Le mélange est acide car  $\text{pH}_E = 5,3 < 7$ .

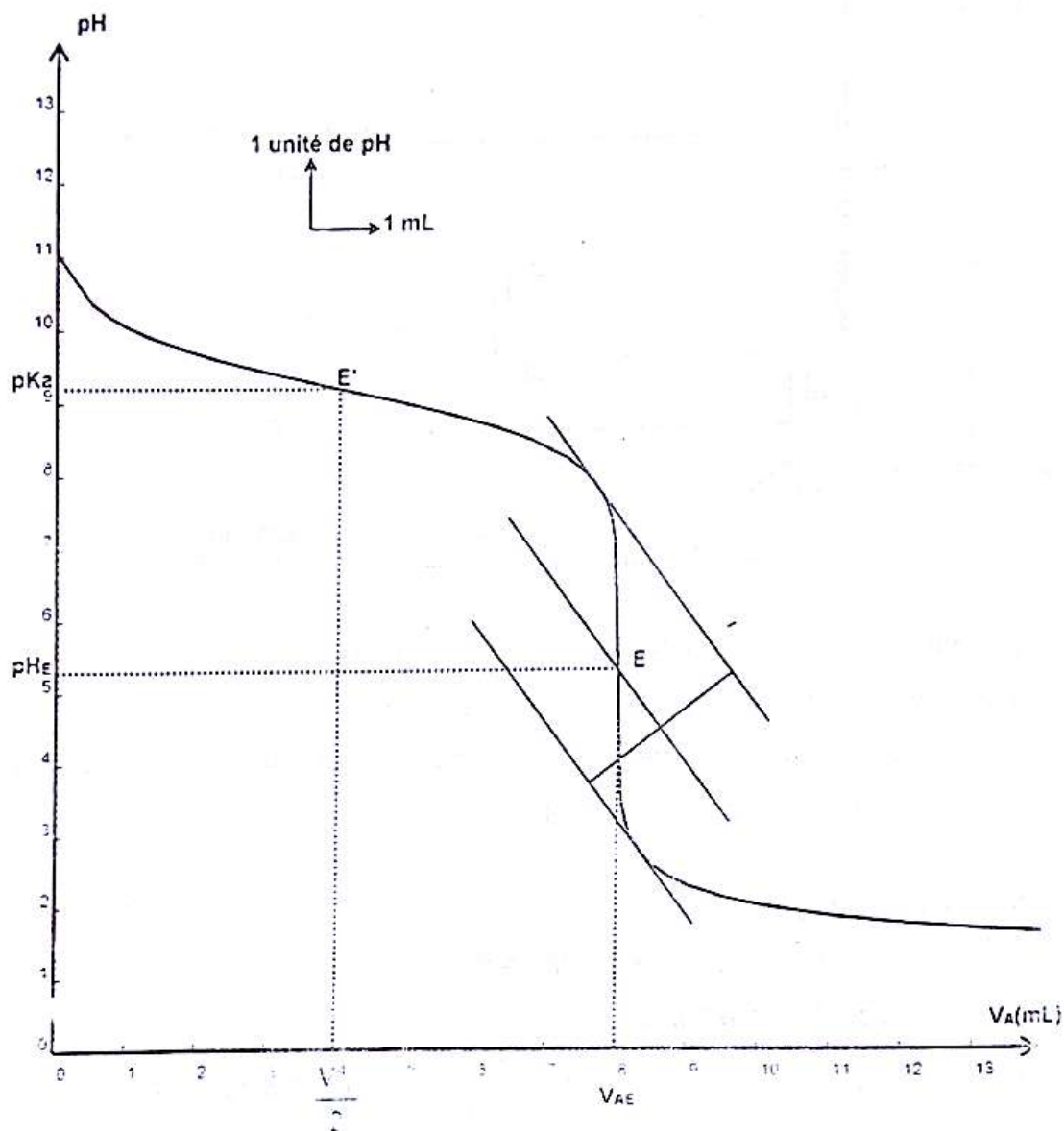
De plus on a une solution de chlorure d'ammonium qui est un acide faible.

**3. Concentration massique**

$$C_B = \frac{C_m}{M} \Rightarrow C_m = C_B \times M_B = 8 \cdot 10^{-2} \times (14 + 1 \times 3) = 1,36 \text{ g.L}^{-1}.$$



Tracé de la courbe  $\text{pH} = f(V_A)$



**Exercice 4**

I. Détermination de la formule brute de l'alcool A

1. Formule brute de A sachant que  $M_A = 74 \text{ g/mol}$ .

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{\%C \times M_A}{1200} = \frac{64,8 \times 74}{1200} = 4 \\ M_A &= 12 \times 4 + y + 16 \Rightarrow y = M_A - 64 = 74 - 64 = 10 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{C}_4\text{H}_{10}\text{O}$$

## Sujets officiels du Bac ivoirien entièrement corrigés

### 2. Formules semi-développées, noms et classes possibles de A

Formule semi-développée	Nom	Classe
$\text{H}_3\text{C}-\text{CH}_2-\text{CH}_2-\text{CH}_2\text{OH}$	butan-1-ol	Alcool primaire
$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{C}-\text{CH}-\text{CH}_2-\text{CH}_3 \\   \\ \text{OH} \end{array}$	butan-2-ol	Alcool secondaire
$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{C}-\text{CH}-\text{CH}_2-\text{OH} \\   \\ \text{CH}_3 \end{array}$	2-méthylpropan-1-ol	Alcool primaire
$\begin{array}{c} \text{CH}_3 \\   \\ \text{H}_3\text{C}-\text{C}-\text{CH}_3 \\   \\ \text{OH} \end{array}$	2-méthylpropan-2-ol	Alcool tertiaire

### II. L'oxydation ménagée de A' donne B à chaîne ramifiée

- Formule semi-développée et nom de B (voir tableau ci-dessous).
- Formule semi-développée de A' (voir tableau ci-dessous).
- Formule semi-développée et nom de C et D (voir tableau ci-dessous).

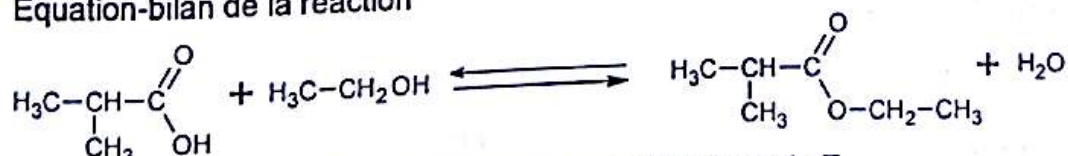
Composé	Formule semi-développée	Nom
B	$\begin{array}{c} \text{O} \\    \\ \text{H}_3\text{C}-\text{CH}-\text{C} \\   \quad   \\ \text{CH}_3 \quad \text{H} \end{array}$	2-méthylpropanal ou méthylpropanal
A'	$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{C}-\text{CH}-\text{CH}_2-\text{OH} \\   \\ \text{CH}_3 \end{array}$	2-méthylpropan-1-ol
C	$\begin{array}{c} \text{O} \\    \\ \text{H}_3\text{C}-\text{CH}-\text{C} \\   \quad   \\ \text{CH}_3 \quad \text{OH} \end{array}$	acide 2-méthylpropanoïque
D	$\begin{array}{c} \text{O} \\    \\ \text{H}_3\text{C}-\text{CH}-\text{C} \\   \quad   \\ \text{CH}_3 \quad \text{Cl} \end{array}$	chlorure de 2-méthylpropanoyle

4.

#### 4.1. Nom et caractéristiques de la réaction

C'est une estérification directe. Elle est lente, limitée(réversible) et athermique.

#### 4.2. Equation-bilan de la réaction



#### 4.3. Famille et groupe fonctionnel ou groupe caractéristique de E

Famille	Formule semi-développée	Nom	Groupe fonctionnel
Ester	$\begin{array}{c} \text{O} \\    \\ \text{H}_3\text{C}-\text{CH}-\text{C} \\   \quad   \\ \text{CH}_3 \quad \text{O}-\text{CH}_2-\text{CH}_3 \end{array}$	2-méthylpropanoate d'éthyle	$\begin{array}{c} \text{O} \\    \\ -\text{C} \\   \\ \text{O}-\text{R} \end{array}$

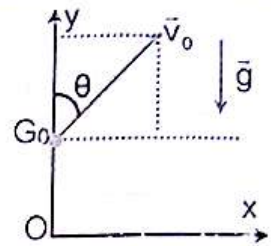


## CORRECTION DU SUJET 4 : BAC SESSION NORMALE 2008

## Exercice 1

1. Equations horaires  $x(t)$  et  $y(t)$ 

système : le plongeur

référentiel terrestre supposé galiléen muni du repère  $(Ox, Oy)$ bilan des forces : le poids  $\vec{P}$  du plongeurthéorème du centre d'inertie :  $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Leftrightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{g} = \text{cste}$  $\vec{a}(\ddot{x} = 0; \ddot{y} = -g)$  ;  $\overline{OG_0}(x_0 = 0; y_0 = 1)$  ;  $\vec{v}_0(\dot{x}_0 = v_0 \sin \theta; \dot{y}_0 = v_0 \cos \theta)$ . $\vec{v}(\dot{x} = v \sin \theta; \dot{y} = -gt + v_0 \cos \theta)$  ;  $\overline{OG}(x = v_0 t \sin \theta; y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \cos \theta + y_0)$ 

Equation cartésienne de la trajectoire

$$1. \quad \frac{x}{v_0 \sin \theta} \Rightarrow y = -\frac{gx^2}{2v_0^2 \sin^2 \theta} + \frac{1}{\tan \theta}x + y_0 \quad \text{ou} \quad y = -\frac{gx^2}{2v_0^2 \sin^2 \theta} + (\cot \theta)x + y_0$$

## 2.

2.1. Expression de  $v_0$  en fonction de  $x_s$ ,  $g$  et  $\theta$ 

$$\text{Au sommet S, } \frac{dy}{dv} = 0 \Rightarrow -\frac{gx}{v_0^2 \sin^2 \theta} + \frac{1}{\tan \theta} = 0 \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{gx}{\sin \theta \cos \theta}} = \sqrt{\frac{2gx_s}{\sin 2\theta}}$$

$$\text{Application numérique : } v_0 = \sqrt{\frac{9.8 \times 1.1}{\sin 30^\circ \cos 30^\circ}} = \sqrt{\frac{2 \times 9.8 \times 1.1}{\sin 60^\circ}} = 5 \text{ m/s}$$

## 2.2. Ordonnée du sommet S

$$y_s = -\frac{9.8 \times (1.1)^2}{2 \times 5^2 \times \sin^2 30^\circ} + 1.1 \times \frac{1}{\tan 30^\circ} + 1 = 1.95 \text{ m}$$

## 3.

3.1. Distance  $d$  entre les verticales passant par O et C ( $d = OC$ )

$$y_C = -3 \text{ m or } y_C = -\frac{gx_C^2}{2v_0^2 \sin^2 \theta} + \frac{1}{\tan \theta}x_C + y_0 \Rightarrow -3 = -\frac{9.8 \times x_C^2}{2 \times 5^2 \times \sin^2 30^\circ} + \frac{1}{\tan 30^\circ}x_C + 1$$

$$0.78x_C^2 - 1.73x_C - 4 = 0 \Rightarrow \Delta = (-1.73)^2 - 4(-4 \times 0.78) = 15.5$$

$$x_C = d = \frac{1.73 + \sqrt{15.5}}{2 \times 0.78} = 3.63 \text{ m. (L'autre solution est négative donc impossible).}$$

## 3.2. La durée du saut

$$\Delta t_C = \frac{x_C}{v_0 \sin \theta} = \frac{3.63}{5 \times \sin 30^\circ} = 1.45 \text{ s}$$

## 3.3. La vitesse en C

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre  $G_0$  et C.

$$\Delta E_{c_{G_0 \rightarrow C}} = \Sigma W(\vec{F}_{ext})_{G_0 \rightarrow C} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = mg(y_0 - y_C) \Rightarrow v_C = \sqrt{v_0^2 + 2g(y_0 - y_C)}$$

$$\text{Application numérique : } v_C = \sqrt{5^2 + 2 \times 9.8 \times (1 + 3)} = 10.17 \text{ m.s}^{-1}$$

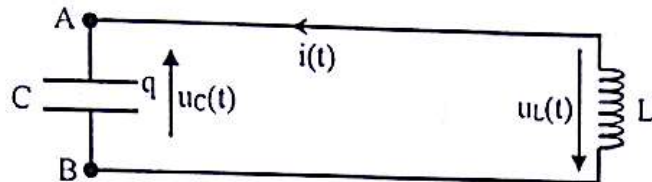
**Exercice 2**

**1. Energie emmagasinée dans le condensateur**

$$E = \frac{1}{2} C U_0^2 = \frac{1}{2} \times 0,10 \cdot 10^{-6} \times 12^2 = 7,2 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

2.

**2.1. Equation différentielle du circuit**



La tension aux bornes du condensateur est  $u_C = \frac{q}{C}$  et celle aux bornes de la bobine

est  $u_L = L \frac{di}{dt}$ . D'après la loi des tensions :  $u_C(t) + u_L(t) = 0 \Rightarrow \frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} = 0$

or  $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$  donc on a  $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0$  ou  $\ddot{q} + \frac{1}{LC} q = 0$

**2.2. Vérifions que la solution de cette équation est de la forme**

$$q(t) = Q_m \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \varphi\right)$$

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{Q_m}{\sqrt{LC}} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \varphi\right) \Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2} = -\frac{Q_m}{LC} \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \varphi\right)$$

$$\Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = -\frac{Q_m}{LC} \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \varphi\right) + \frac{Q_m}{LC} \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \varphi\right) = 0$$

Par conséquent  $q(t) = Q_m \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \varphi\right)$  est une solution de l'équation différentielle.

**2.3. Calcul de  $Q_m$  et  $\varphi$**

$$q(t) = Q_m \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \varphi\right) \Rightarrow i = \frac{dq}{dt} = -\frac{Q_m}{\sqrt{LC}} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \varphi\right)$$

$$\text{à } t = 0 \text{ s } \begin{cases} q_0 = Q_m \cos \varphi = C U_0 & (1) \\ i_0 = -\frac{Q_m}{\sqrt{LC}} \sin \varphi & (2) \end{cases}$$

(2)  $\Rightarrow \sin \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0$  ou  $\pi$  or d'après (1),  $\cos \varphi > 0$  donc  $\varphi = 0$

$$(1) \Rightarrow Q_m = \frac{C U_0}{\cos \varphi} = \frac{0,10 \cdot 10^{-6} \times 12}{\cos 0^\circ} = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

**2.4. Calcul de la pulsation et de la période**

$$> \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{1 \times 0,10 \cdot 10^{-6}}} = 3,16 \cdot 10^3 \text{ rad/s ;}$$

$$> T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2 \times \pi}{3,16 \cdot 10^3} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$



### 3. Etude du circuit LC au cours du temps

#### 3.1. Expressions de :

##### 3.1.1. Intensité $i(t)$ du courant électrique

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = -3,79 \cdot 10^{-3} \sin(3,16 \cdot 10^3 t).$$

##### 3.1.2. Energie $E_c(t)$ emmagasinée dans le condensateur

$$E_c(t) = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{Q_m^2}{2C} \cos^2(\omega_0 t).$$

$$\Rightarrow E_c(t) = \frac{(1,2 \cdot 10^{-6})^2}{2 \times 0,1 \cdot 10^{-6}} \cos^2(3,16 \cdot 10^3 t) = 7,2 \cdot 10^{-6} \cos^2(3,16 \cdot 10^3 t)$$

##### 3.1.3. Energie $E_L(t)$ emmagasinée dans la bobine

$$E_L(t) = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{Q_m^2}{2C} \sin^2(\omega_0 t).$$

$$\Rightarrow E_L(t) = \frac{(1,2 \cdot 10^{-6})^2}{2 \times 0,1 \cdot 10^{-6}} \sin^2(3,16 \cdot 10^3 t) = 7,2 \cdot 10^{-6} \sin^2(3,16 \cdot 10^3 t)$$

#### 3.2. Montrons qu'à chaque instant l'énergie totale est conservée

$$E = E_c(t) + E_L(t)$$

$$\Rightarrow E = 7,2 \cdot 10^{-6} (\cos^2(3,16 \cdot 10^3 t) + \sin^2(3,16 \cdot 10^3 t)) = 7,2 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

$E = \text{constante}$  donc l'énergie totale est conservée à chaque instant.

### Exercice 3

#### 1. La solution d'acide bromhydrique(HBr)

1.1. Montrons que HBr est un acide fort : c'est un acide fort car  $\text{pH} = -\text{Log}(10^{-2}) = 2$

1.2. Equation-bilan de la réaction avec l'eau :  $\text{HBr} + \text{H}_2\text{O} \longrightarrow \text{Br}^- + \text{H}_3\text{O}^+$ .

1.3. Citons un autre exemple d'acide fort : l'acide chlorhydrique(HCl).

#### 2. La solution de méthylamine( $\text{CH}_3\text{NH}_2$ )

2.1. Equation-bilan de la réaction avec l'eau :  $\text{CH}_3\text{NH}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{CH}_3\text{NH}_3^+ + \text{OH}^-$

2.2. Inventaire des espèces chimiques :  $\text{H}_3\text{O}^+$ ,  $\text{OH}^-$ ,  $\text{CH}_3\text{NH}_3^+$ ,  $\text{CH}_3\text{NH}_2$ ; (ou  $\text{H}_2\text{O}$ )

Calcul des concentrations des espèces chimiques

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-11,8} = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ mol/L}; [\text{OH}^-] = 10^{-14 + \text{pH}} = 10^{-14 + 11,8} = 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}.$$

Electroneutralité :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{CH}_3\text{NH}_3^+] = [\text{OH}^-] \Rightarrow [\text{CH}_3\text{NH}_3^+] = [\text{OH}^-] - [\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] = 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

Conservation de la matière :  $C = [\text{CH}_3\text{NH}_3^+] + [\text{CH}_3\text{NH}_2]$

$$\Rightarrow [\text{CH}_3\text{NH}_2] = C - [\text{CH}_3\text{NH}_3^+] = 8,2 \cdot 10^{-2} - 6,3 \cdot 10^{-3} = 7,57 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

#### 2.3. Valeur du $\text{pK}_a$ du couple

$$\text{pH} = \text{pK}_a + \text{Log} \frac{[\text{CH}_3\text{NH}_2]}{[\text{CH}_3\text{NH}_3^+]} \Rightarrow \text{pK}_a = \text{pH} - \text{Log} \frac{[\text{CH}_3\text{NH}_2]}{[\text{CH}_3\text{NH}_3^+]} = 11,8 - \text{Log} \frac{7,57 \cdot 10^{-2}}{6,3 \cdot 10^{-3}} = 10,7.$$

### 3. Mélange des solutions de l'acide bromhydrique et la méthylamine

#### 3.1. Equation-bilan de la réaction

Il s'agit d'une réaction dosage d'une base faible par un acide fort ; c'est une réaction totale (une seule flèche) :  $\text{CH}_3\text{NH}_2 + \text{H}_3\text{O}^+ \longrightarrow \text{CH}_3\text{NH}_3^+ + \text{H}_2\text{O}$ .

#### 3.2. Volume $V_{AE}$ de solution A de HBr à verser pour atteindre l'équivalence

A l'équivalence,  $C_A V_{AE} = C_B V_B \Rightarrow V_{AE} = \frac{C_B V_B}{C_A} = \frac{8,2 \cdot 10^{-2} \times 5}{10^{-2}} = 41 \text{ mL}$

#### 3.3. Nature du mélange à l'équivalence

Le mélange est acide car on a une solution de bromure de méthylammonium qui est un acide faible.

#### 3.4. pH, nom et propriétés du mélange :

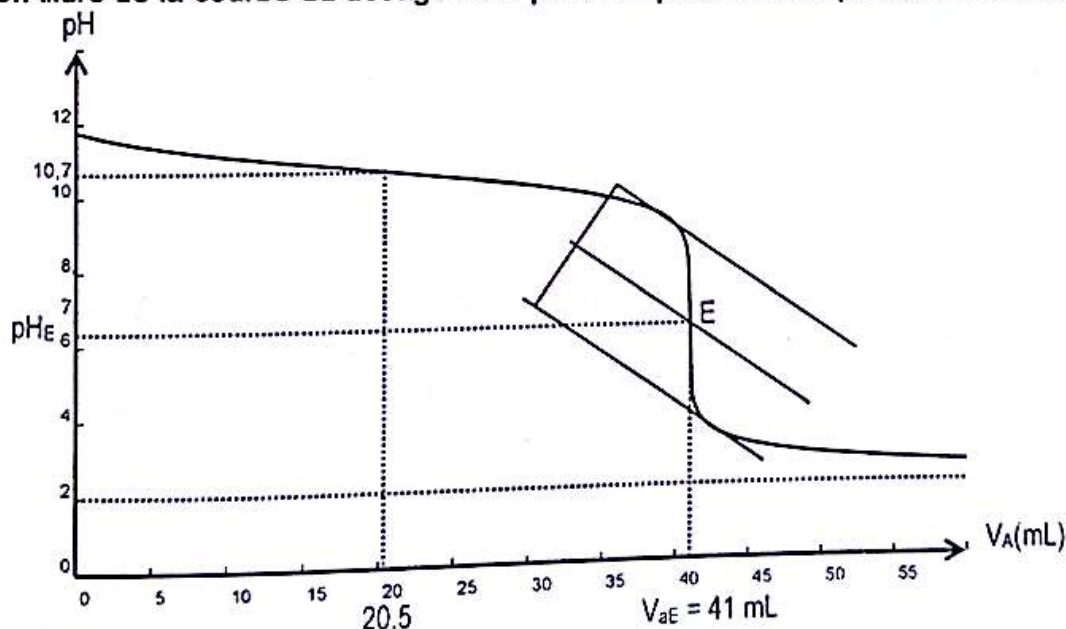
$20,5 = \frac{41}{2} \Rightarrow V_A = \frac{V_{AE}}{2}$  donc nous sommes à la demi-équivalence.

Le mélange obtenu est donc une solution tampon et son  $\text{pH} = \text{pKa} = 10,7$ .

C'est une solution dont :

- le pH varie peu quand on lui ajoute des quantités modérées d'acide ou de base ;
- le pH reste invariable sous l'effet d'une dilution modérée.

#### 3.5. Allure de la courbe du dosage de B par A en précisant les points caractéristiques.



**Remarque :**

- > Le pH à l'équivalence  $\text{pH}_E$  doit être inférieur à 7 car il s'agit du dosage d'une base faible par un acide fort. Par ailleurs, le volume à l'équivalence est  $V_{AE} = 41 \text{ mL}$ .
- > La courbe doit être construite de telle sorte que le pH du mélange tende vers la valeur limite 2 (mais  $\text{pH} > \text{pH}_{\text{lim}}$ ) car si le volume d'acide ajouté est très grand (la base devient donc négligeable), le pH du mélange est :  $\text{pH}_{\text{lim}} = -\text{Log}(C_A) = -\text{Log}(10^{-2}) = 2$ .
- > A la demi-équivalence,  $V_A = \frac{V_{AE}}{2} = \frac{41}{2} = 20,5 \text{ mL}$  et  $\text{pH} = \text{pKa} = 10,7$ .



**Exercice 4**

1. Familles de A

A peut-être un acide carboxylique ou un ester car il respecte la formule générale  $C_nH_{2n}O_2$ .

2. Formules semi-développées possibles et nom (voir tableau ci-dessus).

Il faut citer tous les acides carboxyliques et esters qui respectent la formule  $C_3H_6O_2$ .

Famille	Formule semi-développée	Nom
Acide carboxylique	$H_3C-CH_2-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-OH$	acide propanoïque
Ester	$H_3C-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-O-CH_3$	éthanoate de méthyle
	$H-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-O-CH_2-CH_3$	méthanoate d'éthyle

3. Identification de A : c'est l'acide carboxylique qui peut conduire le courant électrique et jaunir le bleu de bromothymol. Donc A est l'acide propanoïque.

4. Identification de B

4.1. Famille : B est obtenu par l'action du pentachlorure de phosphore  $PCl_5$  sur un acide(A) donc B est un chlorure d'acyle.

4.2. Groupe fonctionnel : voir tableau ci-dessous.

4.3. Nom et formule semi-développée

Le chlorure d'acyle qui dérive de l'acide propanoïque est le chlorure de propanoyle.

Famille	Groupe fonctionnel	Formule semi-développée	Nom
Chlorure d'acyle	$\begin{array}{c} O \\ \parallel \\ -C \\   \\ Cl \end{array}$	$H_3C-CH_2-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-Cl$	chlorure de propanoyle

5. Réaction de B sur un alcool

5.1. Equation-bilan de la réaction

C'est une estérification via un dérivé d'acide(chlorure d'acyle) donc une seule flèche.



Caractéristiques de la réaction : elle est rapide, totale et exothermique

**5.2. Identification de l'ester et de l'alcool**

**5.2.1. Formules semi-développées de l'ester et de l'alcool (voir tableau ci-dessous)**

$$M(\text{ester}) = 29d = 29 \times 3,51 = 102 \text{ g/mol}$$

R est un groupe alkyle de formule générale  $-C_nH_{2n+1}$

$$\text{or } M(\text{ester}) = M(\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-COO-}C_nH_{2n+1}) = 14n + 74 \Rightarrow 102 = 14n + 74$$

$$\Rightarrow n = \frac{102 - 74}{14} = 2 \text{ donc R a pour formule } -C_2H_5 \text{ ou } -CH_2\text{-CH}_3$$

**5.2.2. Nom de l'ester et de l'alcool ainsi que la classe de l'alcool**

L'alcool possédant deux atomes de carbone est l'éthanol ; c'est un alcool primaire.

L'ester formé à partir de l'acide propanoïque et d'éthanol est le propanoate d'éthyle.

Composé	Formule semi-développée	Nom	Classe
Alcool	$H_3C\text{-}CH_2\text{-}OH$	éthanol	Alcool primaire
Ester	$  \begin{array}{c}  O \\  \parallel \\  H_3C\text{-}CH_2\text{-}C \\  \diagdown \\  O\text{-}CH_2\text{-}CH_3  \end{array}  $	propanoate de d'éthyle	



**CORRECTION DU SUJET 5 : BAC SESSION NORMALE 2009****Exercice 1****I. Première phase****1. Vitesse  $v_A$  avec laquelle la balle a été lancée en A**

système : la balle

référentiel terrestre supposé galiléen muni du repère  $(O, \vec{k})$ bilan des forces : le poids  $\vec{P}$  de la ballethéorème du centre d'inertie :  $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Leftrightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{g} = \text{cte}$ 

donc on a un mouvement uniformément varié.

La projection sur l'axe Oz de  $\vec{a}$  donne  $a_z = -g$  ; (voir figure ci-après)on a donc  $v_B^2 - v_A^2 = 2a_z(z_B - z_A) = -2g(h_B - h_A)$ 

Au sommet B, la vitesse de la balle est nulle.

$$\Rightarrow v_A = \sqrt{2g(h_B - h_A)} = \sqrt{2 \times 9.8 \times (3.10 - 1.80)} = 5.05 \text{ m.s}^{-1}$$

Remarque : on pouvait aussi appliquer le théorème de l'énergie cinétique entre A et B.

**2. Vitesse  $v(t)$  du centre d'inertie G de la balle dans le repère  $(O, \vec{k})$** le mouvement est uniformément varié donc  $v = at + v_0$ Par projection sur (Oz),  $v(t) = a_z t + v_0$  avec  $v_0 = v_A \Rightarrow v(t) = -gt + v_A = -9.8t + 5.05$ **3. Durée du trajet AB**

$$\text{en B, } v_B = 0 \Rightarrow -gt_B + v_A = -9.8t_B + 5.05 = 0 \Rightarrow t_B = \frac{v_A}{g} = \frac{5.05}{9.8} = 0.51 \text{ s}$$

**II. Deuxième phase****1. Equations horaires du mouvement  $x(t)$  et  $z(t)$  dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{k})$ .**référentiel terrestre supposé galiléen muni du repère  $(O, \vec{i}, \vec{k})$ théorème du centre d'inertie :  $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Leftrightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{g} = \text{cte}$  $\vec{a} (\ddot{x} = 0 ; \ddot{z} = -g) ; \text{OG}_0 (x_0 = 0 ; z_0 = z_B) ; \vec{v}_0 (\dot{x}_0 = v_0 ; \dot{z}_0 = 0)$ 

$$\vec{v} (\dot{x} = v_0 ; \dot{z} = -gt) ; \text{OG} \left( x = v_0 t ; z = -\frac{1}{2}gt^2 + z_B \right)$$

$$\text{Equation cartésienne de la trajectoire : } t = \frac{x}{v_0} \Rightarrow z = -\frac{gx^2}{2v_0^2} + z_B$$

**2. Au point C,  $x_C = 9.3 \text{ m}$  et  $z_C = 2.5 \text{ m}$ .****2.1. Expression de la vitesse en fonction de  $g$ ,  $x_C$ ,  $z_C$ , et  $z_B$** 

$$\text{au point C on a, } z_C = -\frac{gx_C^2}{2v_0^2} + z_B \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{gx_C^2}{2(z_B - z_C)}} = x_C \sqrt{\frac{g}{2(z_B - z_C)}}$$

$$\text{Application numérique : } v_0 = 9.30 \sqrt{\frac{9.8}{2(3.10 - 2.50)}} = 26.57 = 26.6 \text{ m.s}^{-1}$$

**2.2. Représentation des vecteurs vitesse  $\vec{v}_0$  et  $\vec{v}_C$  (voir courbe ci-après)**

**3. La balle tombe sur le sol au point D.**

**3.1. Calcul de l'abscisse  $x_D$  du point D**

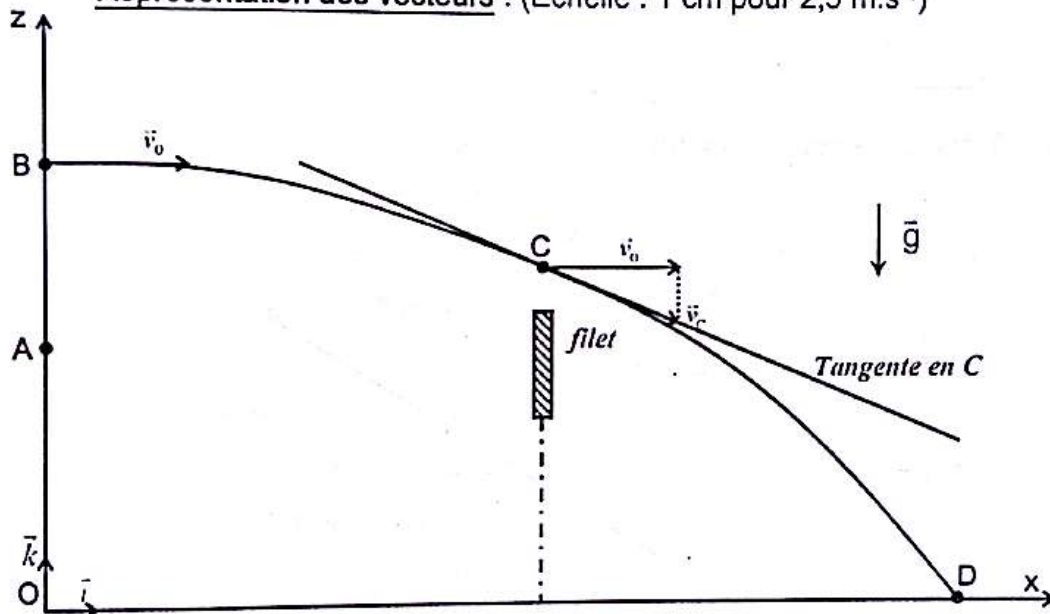
au point D,  $z_D = 0 \Rightarrow 0 = -\frac{gx_D^2}{2v_0^2} + z_B \Rightarrow x_D = \sqrt{\frac{2z_B v_0^2}{g}} = v_0 \sqrt{\frac{2z_B}{g}}$

Application numérique :  $x_D = 26,6 \times \sqrt{\frac{2 \times 3,10}{9,8}} = 21,16 \text{ m}$

**3.2. Montrons si oui ou non le service est réussi**

$x_D = 21,16 \text{ m}$  ; la ligne « arrière » du terrain se trouve à  $9 + 9,3 = 18,30 \text{ m}$  de O.  
 $21,16 - 9,3 = 11,86 \text{ m}$ . Ainsi on a :  $11,86 \text{ m} > 9 \text{ m}$  donc le service n'est pas réussi.

Représentation des vecteurs : (Echelle : 1 cm pour  $2,5 \text{ m.s}^{-1}$ )



**Exercice 2**

**Partie A**

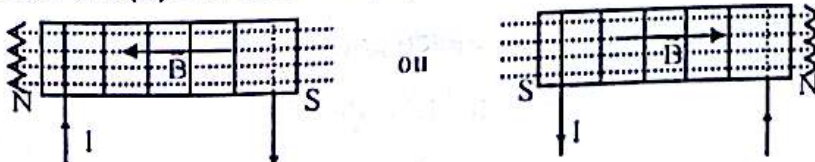
**1. Reproduction du schéma du solénoïde et représentation : voir schéma ci-dessous**

**1.1. du sens choisi du courant** : il est soit de la gauche vers la droite, soit de la droite vers la gauche.

**1.2. des lignes de champ et leurs sens** : à l'intérieur du solénoïde, elles sont parallèles et orientées du Sud vers le Nord.

**1.3. du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde** : il a pour direction l'axe du solénoïde et orienté du Sud vers le Nord.

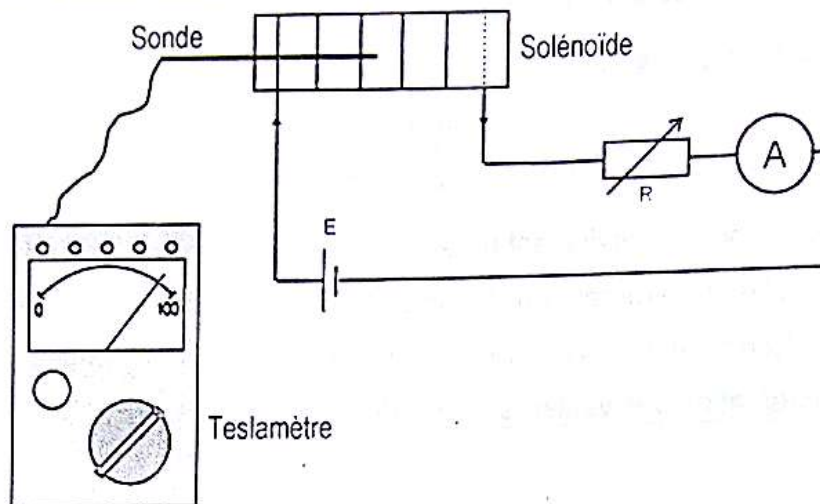
**2. Les faces du solénoïde** : le champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde est orienté de la face Sud(S) à la face Nord(N).





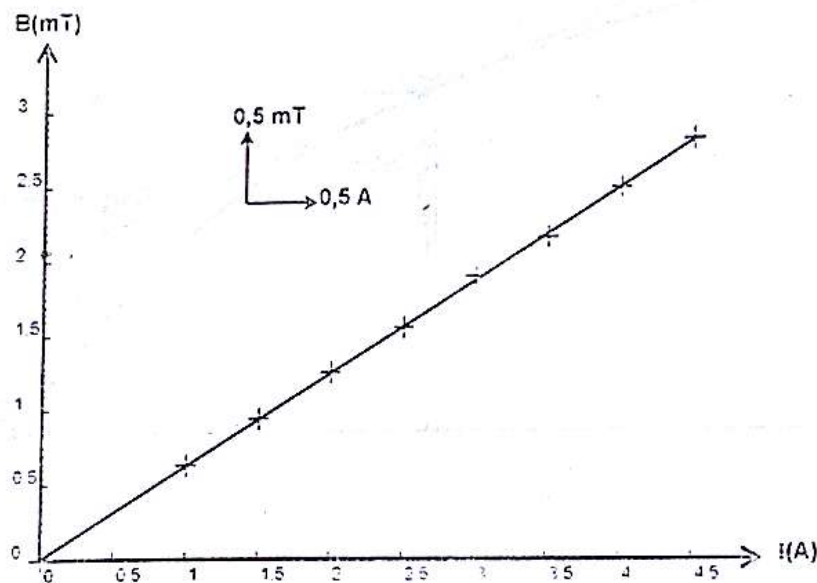
**Partie B**

**1. Schéma annoté du dispositif expérimental**



2.

**2.1. Tracé de la courbe  $B = f(I)$**



**2.2. Exploitation de la courbe**

$B$  est proportionnel à  $I$  car le graphe obtenu est une droite passant par l'origine des axes ou le graphe est de la forme  $B = kI$ .

Coefficient de proportionnalité :  $k = \frac{\Delta B}{\Delta I} = \frac{(2.80 - 1.25) \cdot 10^{-3}}{4.5 - 2} = 6.2 \cdot 10^{-4} \text{ T/A}$

**2.3. Expression du champ  $B$  en fonction de  $\ell$ ,  $N$ ,  $I$  et  $\mu_0$**

$$B = \mu_0 n I \text{ or } n = \frac{N}{\ell} \Rightarrow B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I.$$

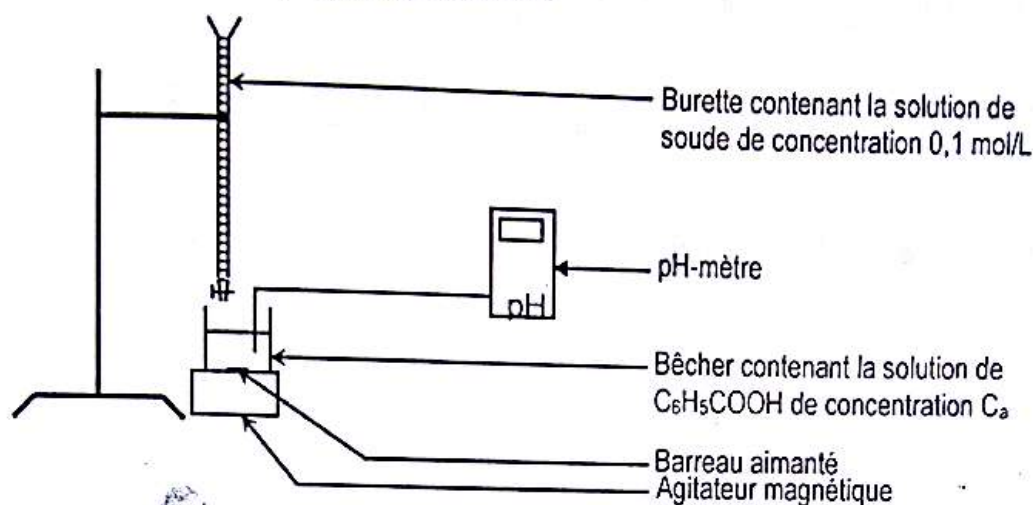
**2.4. Calcul du nombre de spires :**  $k = \frac{\Delta B}{\Delta I} = \mu_0 \frac{N}{\ell} \Rightarrow N = \frac{k\ell}{\mu_0} = \frac{6.2 \cdot 10^{-4} \times 0.4}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 197$

**3. Expression et valeur de l'inductance du solénoïde pour  $N = 200$  spires**

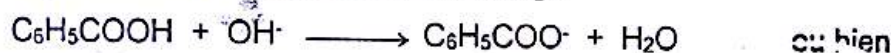
$$L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{200^2}{0.4} \times 2 \cdot 10^{-3} = 2.5 \cdot 10^{-4} \text{ H} = 25 \text{ mH}.$$

**Exercice 3**

**1. Schéma annoté du dispositif expérimental**



**2. Equation-bilan de la réaction de dosage**



**3. Construction de la courbe pH = f(V<sub>b</sub>) : voir courbe ci-après.**

4.

**4.1. Le point d'équivalence E**

Il est donné par la méthode des tangentes parallèles ; E(V<sub>E</sub> = 10 mL ; pH<sub>E</sub> = 8,4).

**Le point de demi-équivalence E'**

A la demi-équivalence,  $V_{bE'} = \frac{V_{bE}}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ mL}$  et pH = 4,2  $\Rightarrow$  E'(V<sub>E'</sub> = 5 mL ; pH<sub>E'</sub> = 4,2).

**4.2. Concentration molaire C<sub>a</sub> de l'acide benzoïque et pK<sub>a</sub> du couple A/B.**

À l'équivalence,  $C_b V_{bE} = C_a V_a \Rightarrow C_a = \frac{C_b V_{bE}}{V_a} = \frac{0,1 \times 10}{10} = 0,1 \text{ mol/L}$

À la demi-équivalence E', V<sub>bE'</sub> = 5 mL et pH = pK<sub>a</sub> = 4,2

**5. Inventaire et calcul des concentrations des espèces chimiques**

**Inventaire des espèces :** H<sub>3</sub>O<sup>+</sup>, OH<sup>-</sup>, Na<sup>+</sup>, C<sub>6</sub>H<sub>5</sub>COOH, C<sub>6</sub>H<sub>5</sub>COO<sup>-</sup>, H<sub>2</sub>O

**Concentrations des espèces chimiques :**

Pour V = 3 mL, on note dans le tableau pH = 3,8.

[H<sub>3</sub>O<sup>+</sup>] = 10<sup>-pH</sup> = 10<sup>-3,8</sup> = 1,6.10<sup>-4</sup> mol/L ; [OH<sup>-</sup>] = 10<sup>pH-14</sup> = 10<sup>3,8-14</sup> = 6,3.10<sup>-11</sup> mol/L.

$[\text{Na}^+] = \frac{C_b V}{V_a + V} = \frac{0,1 \times 3}{10 + 3} = 2,30.10^{-2} \text{ mol/L}$

Electroneutralité : [H<sub>3</sub>O<sup>+</sup>] + [Na<sup>+</sup>] = [OH<sup>-</sup>] + [C<sub>6</sub>H<sub>5</sub>COO<sup>-</sup>]

$\Rightarrow [\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-] = [\text{Na}^+] + [\text{H}_3\text{O}^+] - [\text{OH}^-] \approx [\text{Na}^+] = 2,30.10^{-2} \text{ mol/L}$



Conservation de la matière :  $\frac{C_a V_a}{V_a + V} = [C_6H_5COO^-] + [C_6H_5COOH]$

$$\Rightarrow [C_6H_5COOH] = \frac{C_a V_a}{V_a + V} - [C_6H_5COO^-] = \frac{C_a V_a - C_b V}{V_a + V} = \frac{0,1 \times 10 - 0,1 \times 3}{10 + 3} = 5,40 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

Valeur du  $pK_a$  :  $pK_a = pH - \log \frac{[C_6H_5COO^-]}{[C_6H_5COOH]} = 3,8 - \log \frac{2,30 \cdot 10^{-2}}{5,40 \cdot 10^{-2}} = 4,2$

6.

6.1. Montrons que ces deux indicateurs colorés conviennent au dosage

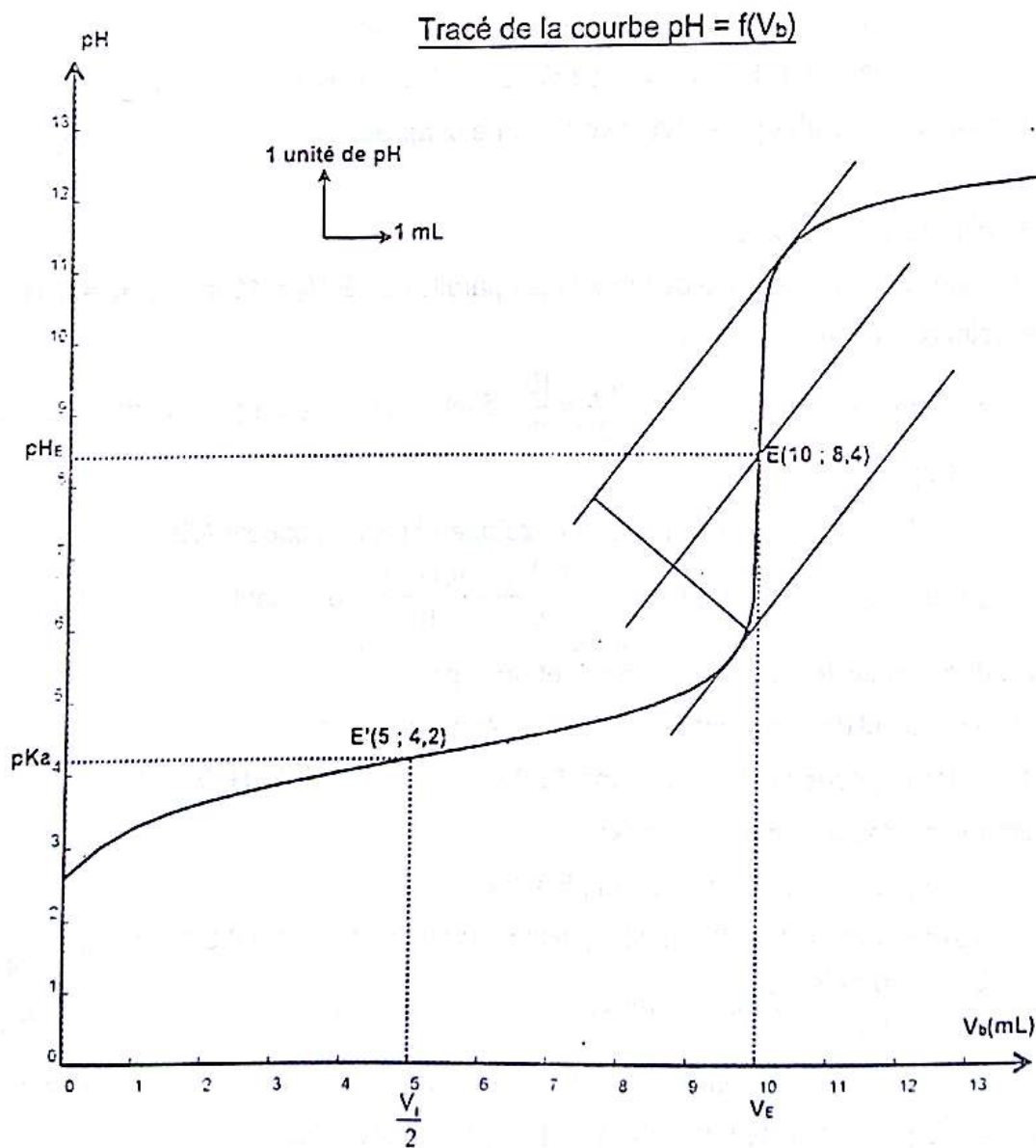
$pH_E \in [7,5 ; 8,6]$  et  $pH_E \in [8,2 ; 10,0]$  donc les deux indicateurs colorés conviennent.

6.2. Déterminons l'indicateur coloré le plus précis

• Pour l'Alpha-naphtolphtaléine,  $\Delta pH_1 = 8,6 - 7,5 = 1,1$ .

• Pour la phénolphtaléine,  $\Delta pH_2 = 10,0 - 8,2 = 1,8$ .

$\Rightarrow$  L'indicateur le plus précis est l'Alpha-naphtolphtaléine car  $\Delta pH_1 < \Delta pH_2$ .



**Exercice 4**

**1. Détermination de l'autre corps**

**1.1. Nom et formule**

A(chlorure d'acyle) + B(alcool) Erreur ! D + autre corps (1)

Il s'agit de la réaction d'estérification à partir d'un chlorure d'acyle et un alcool. Les produits obtenus sont un ester et un chlorure d'hydrogène.

L'autre corps est donc le chlorure d'hydrogène de formule HCl.

**1.2. Caractéristiques de cette réaction chimique**

C'est une réaction d'estérification indirecte ; elle est totale, rapide et exothermique.

**2. Détermination du composé E**

**2.1. Formule semi-développée**

$D + H_2O \rightleftharpoons E(\text{acide carboxylique}) + F$  (2)

E est un acide carboxylique de formule générale  $C_nH_{2n}O_2$

Donc  $M_E = M(C_nH_{2n}O_2) = 14n + 32$

Par ailleurs,  $M_1 = \frac{1600}{n(1)} = \frac{1600 \times 2}{53,3} = 60 \text{ g.mol}^{-1}$

Donc  $14n + 32 = 60 \Rightarrow n = \frac{60 - 32}{14} = 2$

La formule brute de E est donc  $C_2H_4O_2$ .

Sa formule semi-développée est  $CH_3-COOH$ .

**2.2. Nom de E**

C'est l'acide éthanoïque (ou acide acétique).

**2.3. Formule brute de F**

D'après (2), F est un alcool de formule générale  $C_{n'}H_{2n'+2}O$  ;

$n' = \text{nombre d'atome de carbone de D} - n = 6 - 2 = 4$ .

Donc sa formule brute est  $C_4H_{10}O$ .

**3. Détermination de F, G et D**

Voir tableau ci-après pour les formules semi-développées et noms.

**3.1. Formule semi-développée, nom et famille de F**

F(alcool) +  $MnO_2$  Erreur ! G

➤ G ne réagit pas avec la solution de nitrate d'argent ammoniacal donc G est une cétone. G est obtenu à partir de F donc sa formule brute  $C_4H_8O$ .

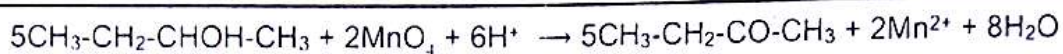
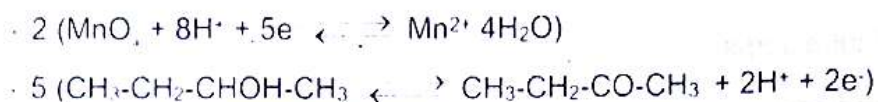
➤ L'oxydation ménagée de F donne une cétone donc F est un alcool secondaire.

**3.2. Formule semi-développée et nom de G**

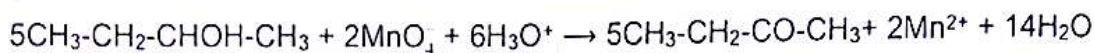
C'est la butanone ou butan-2-one.



**3.3. Équation de la réaction de l'ion permanganate sur le corps F.**



ou bien



**3.4. Formule semi-développée, fonction chimique et nom de D**

D'après les équations-bilan (1) et (2), D est un ester : l'éthanoate de 1-méthylpropyle.

Tableau récapitulatif des formules semi-développées et noms

Composé	Formule semi-développée	Nom	Famille
E	$\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ \text{H}_3\text{C}-\text{C} \\   \\ \text{OH} \end{array}$	acide éthanoïque	Acide carboxylique
F	$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{C}-\text{CH}-\text{CH}_2-\text{CH}_3 \\   \\ \text{OH} \end{array}$	butan-2-ol	Alcool
G	$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{C}-\text{C}-\text{CH}_2-\text{CH}_3 \\ \parallel \\ \text{O} \end{array}$	butanone	Cétone
D	$\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ \text{H}_3\text{C}-\text{C} \\   \\ \text{O}-\text{CH}-\text{CH}_2-\text{CH}_3 \\   \\ \text{CH}_3 \end{array}$	éthanoate de 1-méthylpropyle	Ester

**CORRECTION DU SUJET 6 : BAC SESSION NORMALE 2010****Exercice 1**

1- Lors du parcours AO, la bille B<sub>1</sub> est soumise à une force de frottement  $\vec{f}$ .

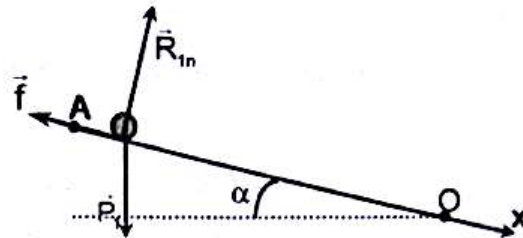
1.1. Inventaire des forces qui agissent sur la bille B<sub>1</sub>.

système : bille B<sub>1</sub> de masse m<sub>1</sub>

référentiel terrestre supposé galiléen

bilan des forces :

- le poids  $\vec{P}_1$  de la bille B<sub>1</sub>,
- la réaction normale  $\vec{R}_{1n}$  de la piste,
- les forces de frottement  $\vec{f}$



1.2. Représentation des forces sur un schéma : (voir schéma ci-dessus)

1.3. Déterminons l'accélération a<sub>1</sub> de la bille B<sub>1</sub>.

théorème du centre d'inertie :  $\Sigma \vec{F}_{ext} = m_1 \vec{a}_1 \Rightarrow \vec{P}_1 + \vec{R}_{1n} + \vec{f} = m_1 \vec{a}_1$

projection sur l'axe (Ax) :  $m_1 g \sin \alpha + 0 - f = m_1 a_1$

$$\Rightarrow m_1 g \sin \alpha - f = m_1 a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{m_1 g \sin \alpha - f}{m_1} \Rightarrow a_1 = g \sin \alpha - \frac{f}{m_1}$$

Application numérique :  $a_1 = 9,8 \times \sin 30^\circ - \frac{0,3}{0,100} \Rightarrow a_1 = 1,9 \text{ m/s}^2$

1.4. Dédution de la nature du mouvement de la bille B<sub>1</sub>.

L'accélération est une constante et la trajectoire est une droite donc le mouvement de la bille B<sub>1</sub> est rectiligne uniformément varié (accéléré car  $\vec{a}_1 \cdot \vec{v}_1 = 0$ ).

1.5. Déterminons la valeur de la vitesse v<sub>0</sub> de la bille B<sub>1</sub> à son arrivée au point O.

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre A et O.

$$\Delta E_{c_{A \rightarrow O}} = \Sigma W(\vec{F}_{ext})_{A \rightarrow O} \Rightarrow E_{c_O} - E_{c_A} = W(\vec{P}_1)_{A \rightarrow O} + W(\vec{R}_{1n})_{A \rightarrow O} + W(\vec{f})_{A \rightarrow O}$$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 - 0 = m_1 g O A \sin \alpha + 0 - f O A \Rightarrow v_0^2 = 2 O A \left( g \sin \alpha - \frac{f}{m_1} \right) = 2 O A a_1$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{2 O A \left( g \sin \alpha - \frac{f}{m_1} \right)} = \sqrt{2 O A a_1} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2 \times 1 \times 1,9} = 1,95 \text{ m/s}$$

Autre méthode (plus simple)

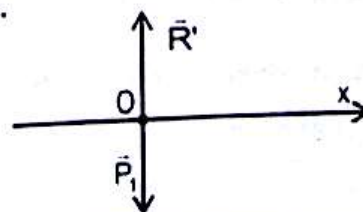
$$v_0^2 - v_A^2 = 2 a_1 (x_0 - x_A) \Rightarrow v_0^2 - 0 = 2 a_1 O A \Rightarrow v_0^2 = 2 a_1 O A \Rightarrow v_0 = \sqrt{2 a_1 O A}$$

2- Lors du parcours OC, les forces de frottements sont supposées négligeables.

2.1. Inventaire des forces appliquées sur la bille B<sub>1</sub>.

bilan des forces :

- le poids  $\vec{P}_1$  de la bille B<sub>1</sub>,
- la réaction  $\vec{R}'$  de la piste (OC).





**2.2. Déterminons l'accélération  $a_1'$  de la bille  $B_1$ .**

théorème du centre d'inertie :  $\Sigma \vec{F}_{ext} = m_1 \vec{a}_1' \Rightarrow \vec{P}_1 + \vec{R}' = m_1 \vec{a}_1'$

projection sur l'axe (Ox) :  $0 + 0 = m_1 a_1'$  or  $m_1 \neq 0 \Rightarrow a_1' = 0 \text{ m/s}^2$ .

**2.3. Déduction de la nature du mouvement de la bille  $B_1$ .**

L'accélération est nulle et la trajectoire est une droite donc le mouvement de la bille  $B_1$  est rectiligne uniforme.

**2.4. Donnons la valeur  $v_c$  de la vitesse en C.**

Le mouvement de la bille  $B_1$  étant uniforme sur cette partie alors  $v_c = v_0 = 1,95 \text{ m/s}$ .

**3- Au passage de  $B_1$  en O, on lâche sans vitesse initiale la bille  $B_2$ .**

**3.1. Déterminons les équations horaires du mouvement de la bille  $B_1$ .**

Le mouvement de la bille  $B_1$  étant rectiligne uniforme l'équation horaire est de la forme :  $x_1 = v_0 t + x_0$  ; où  $v_0 = 1,95 \text{ m/s}$  et  $x_0 = x_O = 0$ .

On obtient alors comme équations horaires :

$$\vec{a}_1 \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \end{cases} ; \quad \vec{v}_1 \begin{cases} v_{1x} = v_0 = 1,95 \text{ m/s} \\ v_{1y} = 0 \end{cases} ; \quad \overrightarrow{OM_1} \begin{cases} x_1 = v_0 t = 1,95t \\ y_1 = 0 \end{cases}$$

**3.2. Déterminons les équations horaires du mouvement de la bille  $B_2$ .**

système : bille  $B_2$  de masse  $m_2$

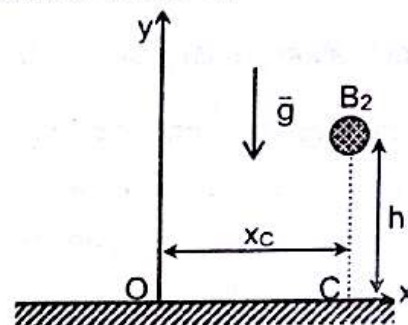
référentiel terrestre supposé galiléen

bilan des forces : le poids  $\vec{P}_2$  de la bille  $B_2$

Appliquons le théorème du centre d'inertie :

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m_2 \vec{a}_2 \Rightarrow \vec{P}_2 = m_2 \vec{g} = m_2 \vec{a}_2 \Leftrightarrow \vec{a}_2 = \vec{g} = \text{cste}$$

Donc le mouvement de la bille  $B_2$



est uniformément varié ainsi on a :  $\vec{v}_2 = \vec{a}_2 t + \vec{v}_{02}$  et  $\overrightarrow{OM_2} = \frac{1}{2} \vec{a}_2 t^2 + \vec{v}_{02} t + \overrightarrow{OM_{02}}$

$B_2$  est lâchée sans vitesse initiale à une hauteur  $h$  donc à  $t = 0$ ,  $v_{02} = 0$ ,  $y_{02} = h$ .

$$\vec{a}_2 \begin{cases} a_{2x} = 0 \\ a_{2y} = -g = -9,8 \text{ m/s}^2 \end{cases} ; \quad \vec{v}_2 \begin{cases} v_{2x} = 0 \\ v_{2y} = -gt = -9,8t \end{cases} ; \quad \overrightarrow{OM_2} \begin{cases} x_2 = x_c \\ y_2 = -\frac{1}{2}gt^2 + h = -4,9t^2 + 2 \end{cases}$$

**3.3. Déterminons la distance OC pour que les billes  $B_1$  et  $B_2$  se croisent en C.**

Calculons d'abord le temps  $t_c$  de la rencontre au point C.

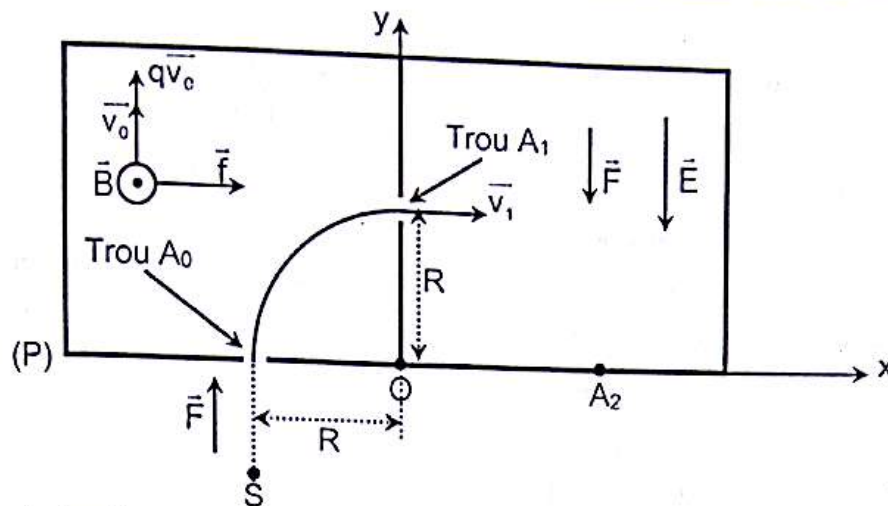
Pour que les billes  $B_1$  et  $B_2$  se croisent en C, il faut que  $y_2 = y_c$ .

$$\Rightarrow -4,9t_c^2 + 2 = 0 \Rightarrow t_c^2 = \frac{2}{4,9} \Rightarrow t_c = \sqrt{\frac{2}{4,9}} = 0,64 \text{ s}$$

Donc les billes  $B_1$  et  $B_2$  se croisent en C à la date  $t_c = 0,64 \text{ s}$ .

La distance OC est alors :  $x_c = 1,95t_c = 1,95 \times 0,64 = 1,25 \text{ m}$ .

**Exercice 2**



- 1- Expression de la vitesse  $v_0$  des protons en fonction de  $m$ ,  $e$   $U_0$ , puis sa valeur.

système : protons de masse  $m$

référentiel de laboratoire supposé galiléen

bilan des forces : force électrostatique  $\vec{F}$

théorème de l'énergie cinétique entre S et P :

$$\Delta E_{C_{S \rightarrow P}} = \Sigma W(\vec{F}_{ext})_{S \rightarrow P} \Rightarrow E_{C_P} - E_{C_S} = W(\vec{F})_{S \rightarrow P} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_P^2 - \frac{1}{2}mv_S^2 = q(V_S - V_P)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 - 0 = eU_0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = eU_0 \Rightarrow v_0^2 = \frac{2eU_0}{m} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}$$

Application numérique :  $v_0 = \sqrt{\frac{2 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 250}{1,67 \cdot 10^{-27}}} = 2,2 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ .

- 2- Le faisceau pénètre ensuite dans une région où règne un champ magnétique  $\vec{B}$ .

2.1. Indiquons sur un schéma le sens du vecteur champ magnétique  $\vec{B}$ .

Tout proton qui pénètre dans le champ magnétique est soumis à la force de Lorentz.

La charge des protons est positive donc  $\vec{v}_0$  et  $q\vec{v}_0$  ont le même sens.

Pour que les protons sortent par le trou  $A_1$ , il faudrait que la force de Lorentz soit orientée vers la droite (de  $A_0$  vers O). De plus pour que le trièdre  $(q\vec{v}_0, \vec{B}, \vec{f})$  soit direct, le champ  $\vec{B}$  doit être orienté vers l'avant (sortant). Voir schéma ci-dessus.

2.2. Exprimons B en fonction de R, m,  $U_0$  et e. Puis calculons sa valeur.

bilan des forces : force de Lorentz  $\vec{f}$

Appliquons le théorème du centre d'inertie aux protons

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{f} = q\vec{v}_0 \wedge \vec{B} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{v}_0 \wedge \vec{B}}{m} \Rightarrow a = \frac{ev_0 B}{m}$$

Pour un mouvement curviligne on a :

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t = a_n \vec{n} + a_t \vec{t} = \frac{v_0^2}{R} \vec{n} + \frac{dv_0}{dt} \vec{t} \text{ or } v_0 = \text{constante donc } \frac{dv_0}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{v_0^2}{R} \vec{n} = \frac{q\vec{v}_0 \wedge \vec{B}}{m} \Leftrightarrow \frac{v_0^2}{R} = \frac{ev_0 B}{m} \Rightarrow \frac{v_0}{R} = \frac{eB}{m} \Rightarrow B = \frac{mv_0}{eR} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{2mU_0}{e}}$$



Application numérique :  $B = \frac{1}{0,12} \times \sqrt{\frac{2 \times 1,67 \cdot 10^{-27} \times 250}{1,6 \cdot 10^{-19}}} = 1,9 \cdot 10^{-2} \text{ T} = 19 \text{ mT}$

2.3. Caractéristiques du vecteur vitesse  $\vec{v}_1$  des protons à la traversée du trou  $A_1$ .

Le mouvement dans le champ  $\vec{B}$  est uniforme donc  $v_1 = v_0$ .

Les protons arrivent au trou  $A_1$  avec une vitesse  $\vec{v}_1$  horizontale orientée vers la droite (de  $A_0$  vers  $O$ ) et de valeur  $v_1 = v_0 = 2,2 \cdot 10^5 \text{ m/s}$  dont l'origine est le point  $A_1$ .

3- Le faisceau de protons pénètre en  $A_1$  dans une région où règne un champ uniforme  $\vec{E}$ .

3.1. Inventaire et représentation des forces extérieures appliquées à un proton.

bilan des forces : force électrostatique  $\vec{F} = e\vec{E}$  (le poids des protons est négligeable devant cette force).

La charge des protons est positive donc le champ  $\vec{E}$  et la force  $\vec{F}$  ont le même sens.

Pour la représentation voir schéma ci-dessus.

3.2. Etablissons les équations horaires du mouvement d'un proton.

D'après le théorème du centre d'inertie,

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_e = q\vec{E} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m} = \frac{e\vec{E}}{m}$$

L'accélération est constante donc le mouvement est uniformément varié.

$$\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_0 = \frac{e\vec{E}}{m}t + \vec{v}_0 \quad \text{et} \quad \vec{OG} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0t + \vec{OG}_0 = \frac{e\vec{E}}{2m}t^2 + \vec{v}_0t + \vec{OG}_0$$

$$\text{À } t = 0 \text{ s, } \vec{a} \begin{pmatrix} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = -\frac{eE}{m} \end{pmatrix} ; \vec{v}_0 \begin{pmatrix} \dot{x}_0 = v_1 = v_0 \\ \dot{y}_0 = 0 \end{pmatrix} ; \vec{OG}_0 \begin{pmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = R \end{pmatrix}$$

$$\text{À } t = 0 \text{ s, } \vec{v} \begin{pmatrix} \dot{x} = v_0 \\ \dot{y} = -\frac{eE}{m}t \end{pmatrix} ; \vec{OG} \begin{pmatrix} x = v_0t \\ y = -\frac{eE}{2m}t^2 + R \end{pmatrix}$$

3.3. Déduction de l'équation cartésienne de la trajectoire du proton.

$$x = v_0t \Leftrightarrow t = \frac{x}{v_0} \Rightarrow y = -\frac{eE}{2m} \left( \frac{x}{v_0} \right)^2 + R = -\frac{eE}{2mv_0^2} x^2 + R$$

3.4. Donnons la nature de la trajectoire des protons.

L'équation cartésienne nous indique que les protons ont une trajectoire parabolique.

3.5. Déterminons les coordonnées du point  $A_2$ .

En  $A_2$ ,  $y = 0$  puisque  $A_2$  se trouve sur l'axe des abscisses ( $Ox$ ).

$$\Rightarrow 0 = -\frac{eE}{2mv_0^2} x_{A_2}^2 + R \Rightarrow \frac{eE}{2mv_0^2} x_{A_2}^2 = R \Rightarrow x_{A_2}^2 = \frac{2mv_0^2 R}{eE} \Rightarrow x_{A_2} = \sqrt{\frac{2mv_0^2 R}{eE}}$$

$$\Rightarrow x_{A_2} = v_0 \sqrt{\frac{2mR}{eE}} = 2,2 \cdot 10^5 \times \sqrt{\frac{2 \times 1,67 \cdot 10^{-27} \times 12 \cdot 10^{-2}}{1,6 \cdot 10^{-19} \times 5 \cdot 10^3}} = 0,156 \text{ m} = 15,6 \text{ cm}$$

$$\text{Les coordonnées du point } A_2 \text{ sont : } A_2 \begin{pmatrix} x_{A_2} = 0,156 \text{ m} \\ y_{A_2} = 0 \end{pmatrix}$$



**Exercice 3**

1-

**1.1. Analysons les résultats du test 1 et du test 2.**

La flamme jaune nous indique que la solution  $S_0$  contient des ions sodium  $Na^+$ .

Le précipité d'hydroxyde de cuivre révèle la présence d'ions hydroxydes  $OH^-$  dans  $S_0$ .

**1.2. Dédution la nature de la solution  $S_0$ .**

La solution  $S_0$  contient à la fois les ions sodium  $Na^+$  et hydroxyde  $OH^-$  : c'est une solution d'hydroxyde de sodium (ou soude)  $NaOH$ .

2- Koffi prélève  $v_0 = 5$  mL de solution  $S_0$ . Il la dilue cent fois pour obtenir une solution  $S_1$ .

**2.1. Indiquons la liste des matériels nécessaires à Koffi pour préparer la solution  $S_1$ .**

La solution initiale  $S_0$  est diluée 100 fois et on obtient la solution finale  $S_1$ .

Donc le volume de  $S_1$  est :  $v_1 = v_0 \times 100 = 5 \times 100 = 500$  mL.

D'où les matériels à utiliser sont :

Fliale jaugée de 500 mL ; Pipette de 5 mL ; Pissette + eau distillée.

**2.1. Proposons un mode opératoire à Koffi lui permettant de préparer la solution  $S_1$ .**

- Verser une quantité de la solution  $S_0$  dans un bécher ;
- Prélever dans ce bécher, 5 mL de solution  $S_0$  à l'aide de la pipette de 5 mL ;
- Verser les 5 mL de solution prélevée dans une fiole jaugée de 500 mL ;
- Compléter la fiole jaugée avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge à l'aide de la pissette préalablement remplie d'eau distillée ;
- Rendre homogène la solution obtenue.

**2.2.  $S_1$  est une solution de base forte.**

**2.3.1. Calculons la concentration molaire volumique  $C_1$  de  $S_1$ .**

$S_1$  est une solution de base forte donc sa concentration obéit à la relation :

$$pH = 14 + \log C_1 \Rightarrow pH - 14 = \log C_1 \Rightarrow C_1 = 10^{pH - 14} = 10^{-2} \text{ mol/L.}$$

**2.3.2. Dédution de la concentration molaire volumique  $C_0$  de  $S_0$ .**

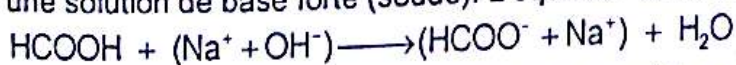
Lors de la dilution la quantité de matière se conserve donc  $n_0 = n_1$ .

$$C_0 v_0 = C_1 v_1 \Rightarrow C_0 = \frac{C_1 v_1}{v_0} = \frac{10^{-2} \times 500}{5} \Rightarrow C_0 = 1 \text{ mol/L ou } C_0 = 100 C_1$$

3- Dosage de l'acide méthanoïque par une solution de soude.

**3.1. Expliquons pourquoi le mélange est basique.**

Il s'agit d'une réaction de dosage d'un acide faible (acide méthanoïque) par une solution de base forte (soude). L'équation-bilan de la réaction est :



On obtient à l'équivalence une solution de méthanoate de sodium ( $HCOO^- + Na^+$ ) qui est une base faible. Le mélange est donc basique.



3.2. Déterminons la concentration molaire volumique  $C_2$ .

A l'équivalence, la quantité de matière de l'acide est égale à celle de la base :

$$n_2 = n_B \Rightarrow C_2 v_2 = C v_B \Rightarrow C_2 = \frac{C v_B}{v_2} = \frac{10^{-2} \times 20}{10} \Rightarrow C_2 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

4- Solution initiale d'acide méthanoïque de concentration  $C' = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$  et de  $\text{pH} = 2,9$ .

4.1. Inventaire des espèces chimiques présentes dans cette solution.

Ecrivons d'abord l'équation-bilan de la réaction de l'acide méthanoïque avec l'eau :



Bilan des espèces :  $\text{H}_3\text{O}^+$ ,  $\text{OH}^-$ ,  $\text{HCOOH}$ ,  $\text{HCOO}^-$ , (ou  $\text{H}_2\text{O}$ )

4.2. Calculons la concentration molaire volumique de chaque espèce.

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-2,9} = 1,26 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L} ; [\text{CH}_3^-] = 10^{\text{pH}-14} = 10^{2,9-14} = 7,94 \cdot 10^{-12} \text{ mol/L}$$

$$\text{Electroneutralité : } [\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] + [\text{HCOO}^-]$$

$$\Rightarrow [\text{HCOO}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] - [\text{OH}^-] \approx [\text{H}_3\text{O}^+] = 1,26 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

$$\text{Conservation de la matière : } C = [\text{HCOO}^-] + [\text{HCOOH}]$$

$$[\text{HCOOH}] = C - [\text{HCOO}^-] \Rightarrow [\text{HCOOH}] = 10^{-2} - 1,26 \cdot 10^{-3} = 8,74 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

4.3. Déterminons le  $\text{pK}_a$  du couple acide/base  $\text{HCO}_2\text{H}/\text{HCO}_2^-$ .

$$\text{pH} = \text{pK}_a + \log \frac{[\text{HCOO}^-]}{[\text{HCOOH}]} \Rightarrow \text{pK}_a = \text{pH} - \log \frac{[\text{HCOO}^-]}{[\text{HCOOH}]} = 2,9 - \log \left( \frac{1,26 \cdot 10^{-3}}{8,74 \cdot 10^{-3}} \right) = 3,74$$

#### **Exercice 4**

1- Détermination de la formule semi-développée d'un alcool saturé A de densité  $d = 2,07$ .

1.1. Formule générale d'un alcool saturé dont la molécule renferme  $n$  atomes de carbone.

La formule générale d'un alcool saturé est  $\text{C}_n\text{H}_{2n-2}\text{O}$  ou  $\text{C}_n\text{H}_{2n+1}\text{OH}$ .

1.2. Déterminons la masse molaire moléculaire  $M_A$  de l'alcool A.

$$d = \frac{M_A}{29} \Rightarrow M_A = 29d = 29 \times 2,07 \Rightarrow M_A = 60,03 \text{ g/mol}$$

1.3. Montrons que la formule brute de l'alcool A est  $\text{C}_3\text{H}_8\text{O}$ .

$$M_A = 12n + 2n + 2 + 16 = 14n + 18 \Rightarrow n = \frac{M_A - 18}{14} = \frac{60,03 - 18}{14} = 3$$

Conclusion : la formule brute de l'alcool A est  $\text{C}_3\text{H}_8\text{O}$ .

1.4. Formules semi-développées et noms possibles de l'alcool A.

Il faut citer tous les alcools ayant trois(3) atomes de carbone.

Ce sont : le propan-1-ol ( $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-OH}$ ) et propan-2-ol ( $\text{CH}_3\text{-CHOH-CH}_3$ ).

2- L'oxydation ménagée de l'alcool A en milieu acide par les ions  $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$  en défaut donne B.

2.1. Donnons la fonction chimique du composé B.

Le composé B donne un précipité jaune avec la 2,4-D.N.P.H. et possède des propriétés réductrices donc B est un aldéhyde.



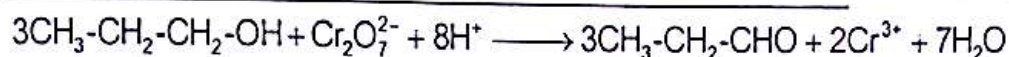
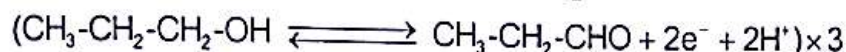
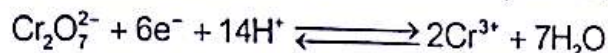
## Sujets officiels du Bac ivoirien entièrement corrigés

### 2.2. Déduction des formules semi-développées et noms des composés B et A.

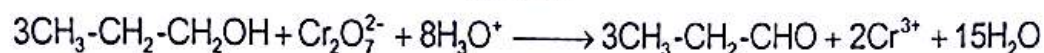
Le produit d'oxydation B de l'alcool A est un aldéhyde donc A est alcool primaire.  
Des deux isomères de A cités précédemment, c'est le propan-1-ol.

B est l'aldéhyde obtenu à partir du propan-1-ol : c'est le propanal ( $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-CHO}$ )

### 2.3. Equation-bilan de l'oxydation de A par les ions $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$ en milieu acide pour donner B.



ou bien



### 3- L'oxydation ménagée de B donne C qui réagit avec l'éthanol pour donner un ester E.

#### 3.1. Donnons la formule semi-développée et le nom du composé C.

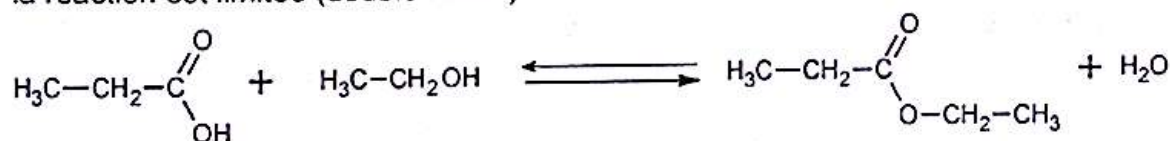
L'oxydation ménagée d'un aldéhyde donne un acide carboxylique.

On obtient ici l'acide propanoïque ( $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-COOH}$ ).

#### 3.2. Equation-bilan de la réaction entre le composé C et l'éthanol.

Il s'agit d'une estérification directe entre l'acide propanoïque et l'éthanol :

la réaction est limitée (double flèche) :



#### 3.3. Donnons les caractéristiques de cette réaction.

C'est une réaction lente, limitée(ou réversible) et athermique.

#### 3.4. Donnons le nom de l'ester E.

On obtient l'ester dérivé de l'acide propanoïque : c'est le propanoate d'éthyle.

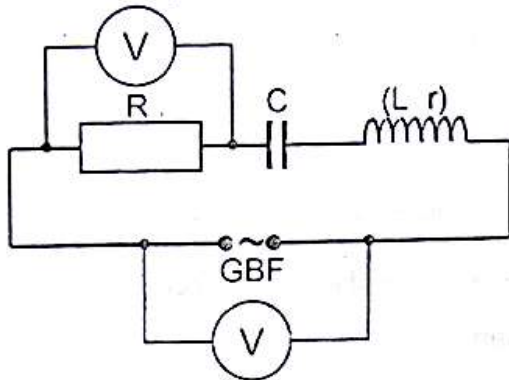
Tableau récapitulatif des formules semi-développées et noms

Composé	Formule semi-développée	Nom	Famille
A	$\text{H}_3\text{C}-\text{CH}_2-\text{CH}_2-\text{OH}$	propan-1-ol	Alcool
B	$\text{H}_3\text{C}-\text{CH}_2-\overset{\text{O}}{\underset{\text{O}}{\text{C}}}-\text{H}$	propanal	Aldéhyde
C	$\text{H}_3\text{C}-\text{CH}_2-\overset{\text{O}}{\underset{\text{O}}{\text{C}}}-\text{OH}$	acide propanoïque	Acide carboxylique
E	$\text{H}_3\text{C}-\text{CH}_2-\overset{\text{O}}{\underset{\text{O}-\text{CH}_2-\text{CH}_3}{\text{C}}}$	propanoate d'éthyle	Ester



**CORRECTION DU SUJET 7 : BAC SESSION NORMALE 2011****Exercice 1**

1. Schéma du montage avec les différents branchements

2. On règle le GBF sur la fréquence  $N = 159 \text{ Hz}$  ;  $U = 4,5 \text{ V}$  ;  $U_R = 3,5 \text{ V}$  et  $I = 0,1 \text{ A}$ .

2.1. Déterminons :

2.1.1. La résistance  $R$  du résistor

$$U_R = RI \Rightarrow R = \frac{U_R}{I} = \frac{3,5}{0,1} = 35 \Omega$$

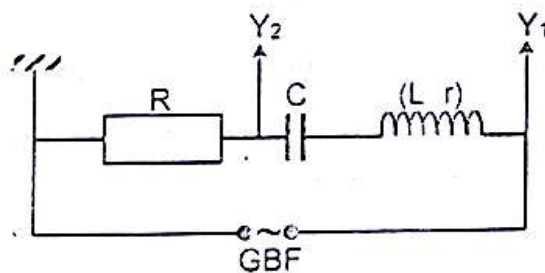
2.1.2. L'impédance  $Z$  du circuit

$$U = ZI \Rightarrow Z = \frac{U}{I} = \frac{4,5}{0,1} = 45 \Omega$$

2.2. Sans changer le montage, on se propose de visualiser la tension  $u(t)$  et l'intensité  $i(t)$ 

1.2.3. Schéma du montage avec le branchement de l'oscilloscope

- la tension  $u(t)$  aux bornes du circuit RLC est visualisée sur la voie  $Y_1$
- le courant  $i(t)$  dans le circuit (ou la tension aux bornes du dipôle  $R$ ) est visualisée sur la voie  $Y_2$ .

1.2.4. L'oscillogramme obtenu montre que  $u(t)$  et  $i(t)$  sont en phase.

a) Nom du phénomène observé

C'est la résonance d'intensité.

b) La résistance  $r$  de la bobine et la capacité  $C$  du condensateur.➤ La résistance  $r$  de la bobineA la résonance, l'impédance est minimale donc :  $Z = R + r$ 

$$\Rightarrow r = Z - R = 45 - 35 = 10 \Omega$$

➤ La capacité C du condensateur

$$\text{A la résonance, } L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0} \Rightarrow LC\omega_0^2 = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{L\omega_0^2} \Rightarrow C = \frac{1}{L(2\pi N_0)^2}$$

$$\text{Application numérique : } C = \frac{1}{0,1 \times (2 \times \pi \times 159)^2} = 10^{-5} \text{ F}$$

3. La tension  $U = 4,5 \text{ V}$  et  $N_1 = 100 \text{ Hz}$  ;  $R = 35 \Omega$  ;  $r = 10 \Omega$ .

3.1. Déterminons :

3.1.1. L'impédance  $Z_1$  du circuit

$$Z_1 = \sqrt{(R+r)^2 + \left(L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1}\right)^2} = \sqrt{(R+r)^2 + \left(2\pi N_1 L - \frac{1}{2\pi N_1 C}\right)^2}$$

$$\text{Application numérique : } Z_1 = \sqrt{(35+10)^2 + (63-159)^2} = 106 \Omega$$

3.1.2. L'intensité  $I_1$  du courant dans le circuit.

$$U = Z_1 I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{4,5}{106} = 4,2 \cdot 10^{-2} \text{ A}$$

3.2. Construction de FRESNEL en utilisant les impédances : voir papier millimétré

- $R + r = 35 + 10 = 45 \Omega$  ;
- $Z_L = L\omega = 2\pi N_1 L = 63 \Omega$  ;
- $Z_C = \frac{1}{2\pi N_1 C} = 159 \Omega$  ;
- $Z_1 = 106 \Omega$ .

Echelle : 1 cm pour 10  $\Omega$

Donc on a :

- $R + r$  correspond à 4,5 cm ;
- $Z_L$  correspond à 6,3 cm ;
- $Z_C$  correspond à 15,9 cm ;
- $Z_1$  correspond à 10,6 cm.

3.3. Déterminons :

3.3.1. La phase  $\varphi_{u/i}$  de la tension  $u(t)$  par rapport à l'intensité  $i(t)$ .

$$\tan \varphi_{u/i} = \frac{L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1}}{R+r} = \frac{2\pi N_1 L - \frac{1}{2\pi N_1 C}}{R+r}$$

$$\text{Application numérique : } \tan \varphi_{u/i} = \frac{63-159}{35+10} = -2,13$$

$$\Rightarrow \varphi_{u/i} = \tan^{-1}(-2,13) = -64,9^\circ \text{ ou } \varphi_{u/i} = -1,13 \text{ rad}$$

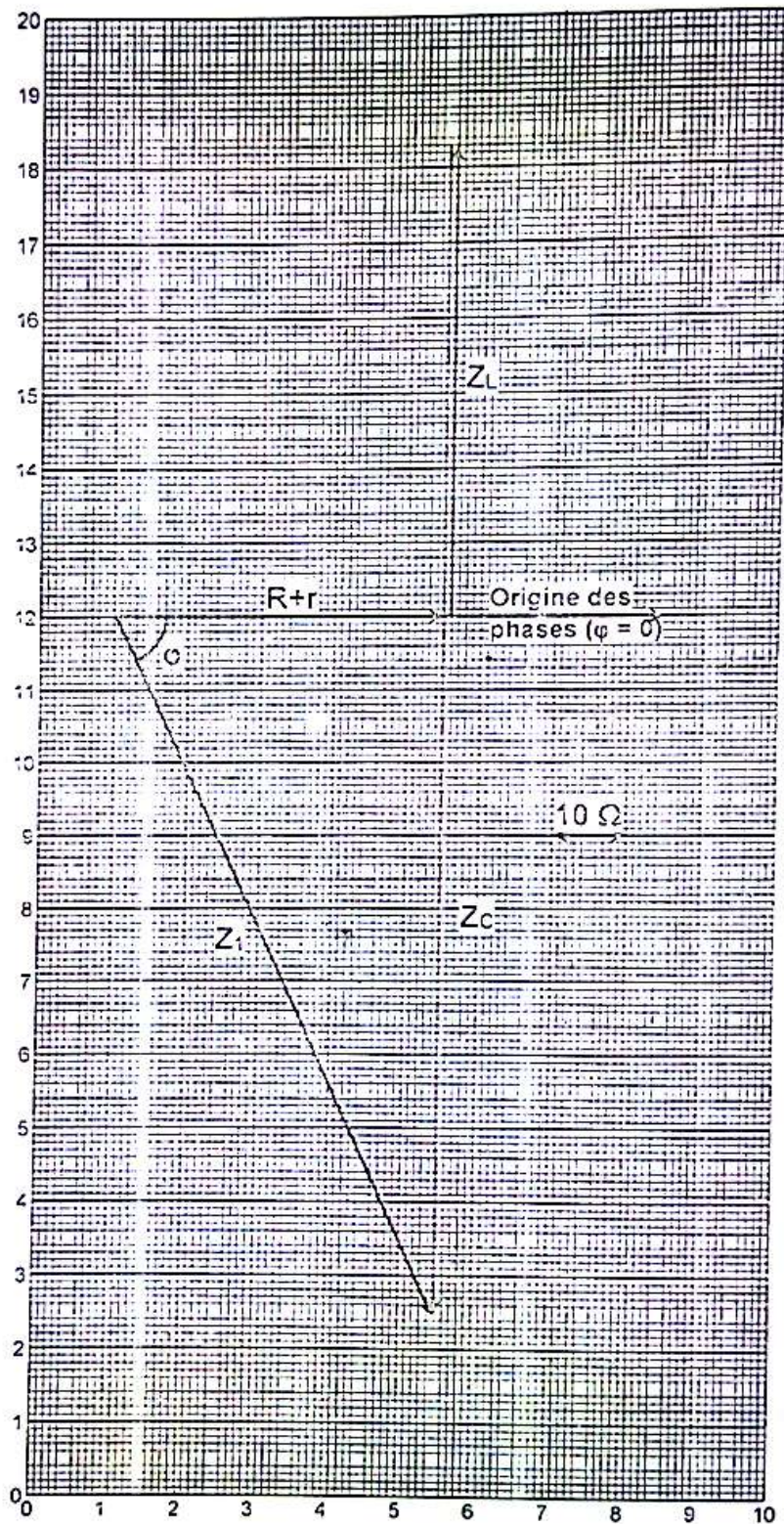
3.3.2. La nature du circuit

Le circuit est capacitif

Justification :  $\varphi_{u/i} < 0$  ou bien  $Z_L < Z_C$ .



Construction de FRESNEL en utilisant les impédances





**Exercice 2**

**PHASE I : Etude du mouvement.**

1-

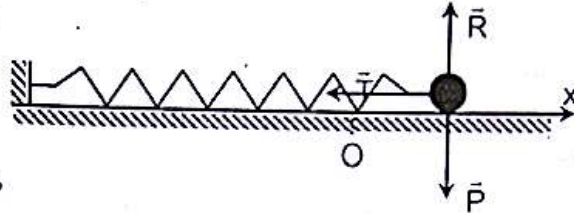
1.1. Inventaire des forces appliquées à la bille et représentons-les sur un schéma.

système : bille B de masse m

référentiel terrestre supposé galiléen

bilan des forces :

- le poids  $\vec{P}$  de la bille,
- la réaction normale  $\vec{R}$  de la table,
- la tension  $\vec{T}$  du ressort.



1.2. Etablissons l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie de la bille.

D'après le théorème du centre d'inertie :  $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{T} + \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_G$

Par projection sur l'axe (Ox) :  $-T + 0 + 0 = ma_G \Rightarrow -kx = m\ddot{x} \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$

L'équation différentielle du mouvement est donc :  $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$

2- Etablissons l'équation horaire du mouvement de la bille B

- La solution de l'équation différentielle est de la forme :  $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ .

De plus on a :  $v(t) = \dot{x}(t) = -X_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$

à  $t = 0$ ,  $x_0 = a = 2 \text{ cm} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$  et  $\dot{x}_0 = v_0 = 0 \text{ m/s}$ .

(1) à  $t = 0$ ,  $x(0) = X_m \cos(\omega_0 \cdot 0 + \varphi) \Rightarrow 2 \cdot 10^{-2} = X_m \cos(\varphi) \Rightarrow \cos(\varphi) > 0$ .

(2) à  $t = 0$ ,  $\dot{x}(0) = -X_m \omega_0 \sin(\varphi) = 0 \Rightarrow \sin(\varphi) = 0 \Rightarrow \varphi = \pi \text{ rad ou } \varphi = 0$ .

si  $\varphi = \pi$ , l'équation (1) n'est pas vérifiée car  $\cos(\pi) = -1 < 0$  donc  $\varphi = 0 \text{ rad}$ .

- d'après l'équation (1),  $X_m = \frac{x_0}{\cos(0)} = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{1} \Rightarrow X_m = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 2 \text{ cm}$

- $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{25}{5 \cdot 10^{-3}}} = 70,71 \text{ rad.s}^{-1}$

Autre méthode plus simple

- à  $t = 0$ ,  $x_0 = a$  et  $v_0 = 0 \text{ m/s}$  donc  $X_m = a = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ .

- à  $t = 0$ ,  $x(0) = X_m \cos(\omega_0 \cdot 0 + \varphi) \Rightarrow X_m = X_m \cos(\varphi) \Rightarrow \cos(\varphi) = \frac{X_m}{X_m} = 1 \Rightarrow \varphi = 0$ .

Ce qui est confirmé par : à  $t = 0$ ,  $\dot{x}(0) = -X_m \omega_0 \sin(\varphi) = 0 \Rightarrow \sin(\varphi) = 0$ .

Donc l'équation horaire du mouvement de la bille B est :  $x(t) = 2 \cdot 10^{-2} \cos(70,71t)$ .

3- Calculons l'énergie mécanique du système (Terre-bille B-ressort)

$$E_M = \frac{1}{2} k X_m^2 = \frac{1}{2} k a^2$$

Application numérique :  $E_M = \frac{1}{2} \times 25 \times (2 \cdot 10^{-2})^2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ J}$



**PHASE II : Etude de la chute parabolique.**

1. Etablissons l'expression de la vitesse  $V_D$  de la bille B au point D

$$E_{m0} = E_{mD} \Rightarrow E_{m0} = E_{cD} + E_{pD} \Rightarrow E_{m0} = E_{cD} \text{ car } E_{pD} = 0$$

$$\Rightarrow E_{m0} = \frac{1}{2} m V_D^2 \Rightarrow \frac{2E_{m0}}{m} = V_D^2 \Rightarrow V_D = \sqrt{\frac{2E_{m0}}{m}}$$

$$\text{Ou bien : } \frac{1}{2} k a^2 = \frac{1}{2} m V_D^2 \Rightarrow k a^2 = m V_D^2 \Rightarrow \frac{k a^2}{m} = V_D^2 \Rightarrow V_D = \sqrt{\frac{k a^2}{m}} = a \sqrt{\frac{k}{m}} = a \omega_0$$

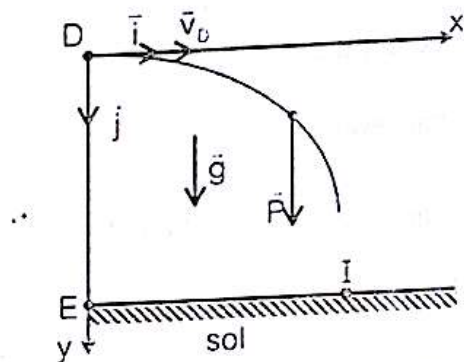
2. Calculons la valeur de cette vitesse D

$$\text{Application numérique : } V_D = \sqrt{\frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-3}}} = 1,41 \text{ m/s} \text{ ou } V_D = 2 \cdot 10^{-2} \times 70,71 = 1,41 \text{ m/s.}$$

3. La bille B quitte le point D avec la vitesse  $V_D$  horizontale de valeur  $V_D = 1,4 \text{ m/s}$

- 3.1. Bilan des forces extérieures appliquées à la bille B représentons-les sur un schéma

La bille est dans le champ de pesanteur, il n'est donc soumis qu'à son poids  $\vec{P}$ .



- 3.2. Etablissons les équations horaires du mouvement de la bille dans le repère  $(D, i, j)$

Théorème du centre d'inertie :  $\Sigma \vec{F}_{ext} = m \vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m \vec{a} \Leftrightarrow m \vec{g} = m \vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{g} = \text{cste}$

L'accélération est constante donc le mouvement de la bille est uniformément varié :

$$\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_D \text{ et } D\vec{G} = \frac{1}{2} \vec{a}t^2 + \vec{v}_D t + D\vec{G}_0$$

$$\text{À } t = 0 \text{ s, } \vec{a} \begin{pmatrix} x=0 \\ y=g \end{pmatrix} ; \vec{v}_D \begin{pmatrix} \dot{x}_0 = v_D \\ \dot{y}_0 = 0 \end{pmatrix} ; D\vec{G}_0 \begin{pmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{À } t = 0 \text{ s, } \vec{v} \begin{pmatrix} x = v_D \\ y = gt \end{pmatrix} \text{ et } D\vec{G} \begin{pmatrix} x = v_D t \\ y = \frac{1}{2} g t^2 \end{pmatrix} \Rightarrow D\vec{G} \begin{pmatrix} x = 1,4t \\ y = \frac{10}{2} t^2 = 5t^2 \end{pmatrix}$$

- 3.3. Dédisons l'équation cartésienne de la trajectoire donnons sa nature

$$x = v_D t \Leftrightarrow t = \frac{x}{v_D} \Rightarrow y = \frac{g}{2} \left( \frac{x}{v_D} \right)^2 = \frac{10}{2 \times 1,4^2} x^2 \Rightarrow y = 2,55 x^2$$

Nature : la trajectoire de la bille est parabolique (ou une parabole).

- 3.4.

- 3.4.1. Déterminons le temps  $t_1$  mis par la bille B pour atteindre le sol au point I

$$\text{Au sol en I, } y_1 = DE = \frac{1}{2} g t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2DE}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 1}{10}} \Rightarrow t_1 \approx 0,45 \text{ s}$$

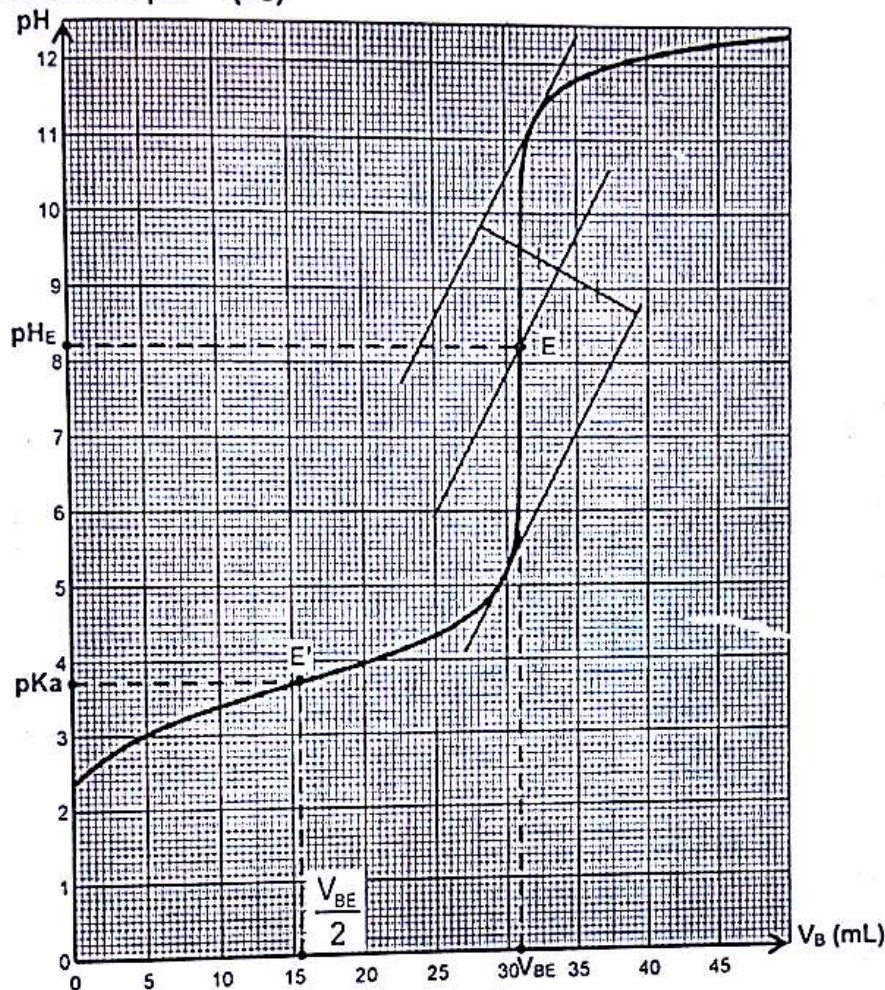
- 3.4.2. Déterminons les coordonnées du point d'impact I de la bille B sur le sol

$$x_1 = v_D t_1 = 1,4 \times 0,45 = 0,63 \text{ m d'où } I(x_1 = 0,63 \text{ m ; } y_1 = 1 \text{ m})$$



**Exercice 3**

1. Traçons la courbe  $pH = f(V_B)$



2. Déterminons graphiquement le point d'équivalence E et donnons ses coordonnées  
D'après la méthode des tangentes parallèles on a : E ( $V_{BE} = 31$  mL ;  $pH_E = 8,2$ )

3.

3.1. Déterminons la valeur de la concentration  $C_A$  de la solution A.

$$\text{A l'équivalence, } C_A V_A = C_B V_{BE} \Rightarrow C_A = \frac{C_B V_{BE}}{V_A} = \frac{0,1 \times 31}{30} = 0,1 \text{ mol/L}$$

3.2.

3.2.1. Déterminons la masse molaire et la formule brute de l'acide carboxylique A

$$M_A = \frac{m_A}{n_A} = \frac{m_A}{C_A V} = \frac{4,6}{0,1 \times 1} = 46 \text{ g/mol}$$

$$M_A = 12n + 2n + 2 \times 16 = 14n + 32 \Rightarrow n = \frac{M_A - 32}{14} = \frac{46 - 32}{14} = 1$$

La formule brute de l'acide carboxylique A est donc :  $\text{CH}_2\text{O}_2$ .

3.2.2. Donnons la formule semi-développée et le nom de l'acide A.

A est l'acide méthanoïque de formule  $\text{HCOOH}$ .



3.3. Déterminons graphiquement le pKa du couple acide carboxylique/ion carboxylate

A la demi-équivalence,  $V_B = \frac{V_{BE}}{2} = \frac{31}{2} = 15,5 \text{ mL}$  ; ce qui correspond à  $\text{pH} = 3,7$

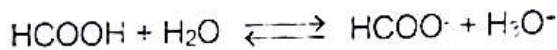
Donc  $\text{pKa} = \text{pH} = 3,7$

4. On considère un mélange pour lequel  $V_B = 15 \text{ mL}$  et  $\text{pH} = 3,7$

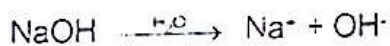
4.1. Faisons l'inventaire des espèces chimiques et calculons leurs concentrations

- Ecrivons les équation-bilans de réaction de l'acide et de la base avec l'eau.

➤ Dissociation de l'acide méthanoïque dans l'eau :



➤ Dissociation de l'hydroxyde de sodium dans l'eau :



- Bilan des espèces chimiques :  $\text{HCOOH}$  ;  $\text{HCOO}^-$  ;  $\text{H}_3\text{O}^+$  ;  $\text{Na}^+$  ;  $\text{OH}^-$
- Calcul des concentrations molaires :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-3,7} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L}$$

$$[\text{OH}^-] = 10^{-14 + \text{pH}} = 10^{-14 + 3,7} = 5 \cdot 10^{-11} \text{ mol/L}$$

$$[\text{Na}^+] = \frac{C_B V_B}{V_A + V_B} = \frac{0,1 \times 15}{30 + 15} = 3,33 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

$$\text{Electroneutralité : } [\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{Na}^+] = [\text{OH}^-] + [\text{HCOO}^-]$$

$$\Rightarrow [\text{HCOO}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{Na}^+] - [\text{OH}^-] \approx [\text{Na}^+] = 3,33 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

$$\text{Conservation de la matière : } \frac{C_A V_A}{V_A + V_B} = [\text{HCOO}^-] + [\text{HCOOH}]$$

$$\Rightarrow [\text{HCOOH}] = \frac{C_A V_A}{V_A + V_B} - [\text{HCOO}^-] = \frac{C_A V_A}{V_A + V_B} - \frac{C_B V_B}{V_A + V_B} = \frac{C_A V_A - C_B V_B}{V_A + V_B}$$

$$\Rightarrow [\text{HCOOH}] = \frac{0,1 \times 30 \cdot 10^{-3} - 0,1 \times 15 \cdot 10^{-3}}{(30 + 15) \cdot 10^{-3}} = 3,33 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

4.2. Déduisons le pKa du couple acide carboxylique/ion carboxylique

$$\text{pH} = \text{pKa} + \log \frac{[\text{HCOO}^-]}{[\text{HCOOH}]}$$

$$\text{Or } [\text{HCOOH}] = [\text{HCOO}^-] \text{ donc } \text{pKa} = \text{pH} = 3,7$$

4.3. Donnons :

4.3.1. La nature du mélange

$\text{pH} = \text{pKa}$  donc le mélange est une solution tampon.

4.3.2. Les propriétés du mélange

C'est une solution dont :

- le pH varie peu ou est insensible quand on lui ajoute des quantités modérées d'acide ou de base,
- le pH reste invariable ou est insensible sous l'effet d'une dilution modérée.

**Exercice 4**

1. Le professeur met à la disposition des élèves trois flacons

1.1. Formules semi-développées et des alcools A et B

Alcool	Nom	Formules semi-développées
A	propan-2-ol	$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{C}-\text{CH}-\text{CH}_3 \\   \\ \text{OH} \end{array}$
B	propan-1-ol	$\text{CH}_3-\text{CH}_2-\text{CH}_2-\text{OH}$

1.2. Les élèves font réagir un excès de  $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$  sur les composés A et B

1.2.1. Donnons la famille des composés C et C'

L'oxydation d'un alcool par un excès d'oxydant ne peut donner qu'un acide carboxylique (si l'alcool est primaire) ou une cétone (si l'alcool est secondaire).

Ainsi :

- le composé C réagit positivement au test de la DNPH donc C est une cétone.
- Le composé C' réagit avec le bleu de Bromothymol (BBT) pour donner une coloration jaune donc C' est un acide carboxylique.

1.2.2. Formules semi-développées des composés C et C'

Composé	Formules semi-développées	Nom
C	$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{C}-\text{C}-\text{CH}_3 \\    \\ \text{O} \end{array}$	propan-2-one ou propanone
C'	$\text{H}_3\text{C}-\text{CH}_2-\text{C} \begin{array}{l} \nearrow \text{O} \\ \searrow \text{OH} \end{array}$	acide propanoïque

2. Une bonne combinaison des composés C, C', E et F permet de préparer l'ester G

2.1. Ecrivons les formules semi-développées et des composés C et C'

Composé	Nom	Formules semi-développées
E	éthanol	$\text{CH}_3-\text{CH}_2-\text{OH}$
F	chlorure de propanoyle	$\text{H}_3\text{C}-\text{CH}_2-\text{C} \begin{array}{l} \nearrow \text{O} \\ \searrow \text{Cl} \end{array}$



2.2. Donnons les noms des composés que les élèves peuvent utiliser pour préparer G.

L'esther G peut être préparé par :

- action d'un acide sur un alcool : estérification directe ;
- action d'un dérivé d'acide sur un alcool : estérification indirecte.

Donc les composés que les élèves peuvent utiliser pour préparer G sont :

- l'acide propanoïque (C') ;
- l'éthanol (E) ;
- le chlorure de propanoyle (F).

2.3. Ecrivons les équations bilans des réactions qui donnent l'esther G

- Estérification directe



- Estérification indirecte ;



# **CORRECTION DU SUJET 8 : BAC SESSION NORMALE 2012**

## **Exercice 1**

1. Equations horaires  $x(t)$  et  $z(t)$  en fonction de  $v_0$ ,  $g$  et  $\theta$  de G du ballon dans  $(O, \vec{i}, \vec{k})$ .

système : ballon de masse  $m$

référentiel terrestre supposé galiléen

bilan des forces : le poids  $\vec{P}$  du ballon

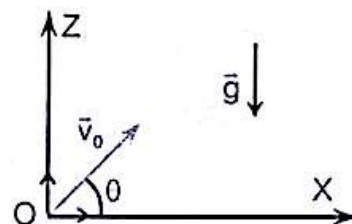
théorème du centre d'inertie :  $\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Leftrightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{g} = \text{cste}$

L'accélération est constante donc le mouvement du ballon est uniformément varié

On a : 
$$\begin{cases} \vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_0 = \vec{g}t + \vec{v}_0 \\ \vec{OG} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0t + \vec{OG}_0 = \frac{1}{2}\vec{g}t^2 + \vec{v}_0t + \vec{OG}_0 \end{cases}$$

A  $t = 0$ ,  $\vec{a} \left( \begin{matrix} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{z} = -g \end{matrix} \right)$ ;  $\vec{OG}_0 \left( \begin{matrix} x_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{matrix} \right)$ ;  $\vec{v}_0 \left\{ \begin{matrix} \dot{x}_0 = v_0 \cos \theta \\ \dot{z}_0 = v_0 \sin \theta \end{matrix} \right.$

A  $t \neq 0$ ,  $\vec{v} \left( \begin{matrix} v_x(t) = v_0 \cos \theta \\ v_z(t) = -gt + v_0 \sin \theta \end{matrix} \right)$ ;  $\vec{OG} \left( \begin{matrix} x(t) = v_0 t \cos \theta \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \sin \theta \end{matrix} \right)$



2. Application numérique.

$$\vec{OG} \left\{ \begin{matrix} x(t) = 21t \cos 30^\circ = 18,186t \approx 18,2t \\ z(t) = -\frac{1}{2} \times 10t^2 + 21t \sin 30^\circ = -5t^2 + 10,5t \end{matrix} \right.$$

3. Déduisons l'équation cartésienne de la trajectoire et donnons sa nature.

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \theta} \Rightarrow z = -\frac{1}{2}g \left( \frac{x}{v_0 \cos \theta} \right)^2 + v_0 \sin \theta \times \left( \frac{x}{v_0 \cos \theta} \right)$$

$$z = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta} x^2 + x \tan \theta$$

A.N. :  $z = -\frac{10}{2 \times 21^2 \times \cos^2 30^\circ} x^2 + x \tan 30^\circ \Rightarrow z = -0,0151x^2 + 0,577x$

L'équation de la trajectoire est de la forme  $z = ax^2 + bx + c$  donc la trajectoire est parabolique (ou bien la trajectoire est une parabole).

4. Déterminons :

4.1. la date  $t_1$  à laquelle le ballon arrive sur la ligne de but.

D'après la question 3) on a :  $t = \frac{x}{v_0 \cos \theta}$ . Or sur la ligne de but,  $x = D$ .

Donc on a :  $t_1 = \frac{D}{v_0 \cos \theta} = \frac{35}{21 \times \cos 30^\circ} \Rightarrow t_1 = 1,92 \text{ s}$

4.2. la hauteur  $h$  par rapport au sol à cette date  $t_1$ .

La hauteur  $h$  est représentée par l'ordonnée  $z(t)$  du centre d'inertie G du ballon.

Donc on a :  $h = z(t_1) = -5t_1^2 + 10,5t_1, h = -5 \times (1,92)^2 + 10,5 \times 1,92 \Rightarrow h = 1,72 \text{ m}$



5. A  $t = 0$ , un défenseur s'élance sans vitesse initiale avec une accélération  $a = 3 \text{ m/s}^2$ .

5.1. Montrons que l'équation horaire du défenseur selon l'axe (Ox) est :  $x(t) = 1,5t^2 + 30$ .

L'accélération est constante et la trajectoire est une droite donc le mouvement du centre d'inertie du défenseur est rectiligne uniformément varié. D'où on a :

$$\overline{OM} = \frac{1}{2}at^2 + \vec{v}_0t + \overline{OM}_0$$

Selon l'axe (Ox) ;  $x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$

à  $t = 0$ ,  $a_x = 3 \text{ m/s}^2$  ;  $v_0 = 0$  ;  $x_0 = x_{\text{défenseur}} = D - d = 35 - 5 = 30 \text{ m}$

Application numérique :  $x(t) = \frac{1}{2} \times 3t^2 - 0 \times t + 30 \Rightarrow x(t) = 1,5t^2 + 30$ .

5.2. Déterminons la date  $t_2$  à laquelle le défenseur arrive sur la ligne de but.

Le défenseur arrive sur la ligne de but quand  $x = D = 35 \text{ m}$ . Donc on a :

$$D = 1,5t_2^2 + 30 \Rightarrow D - 30 = 1,5t_2^2 \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{D-30}{1,5}} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{35-30}{1,5}} \Rightarrow t_2 = 1,82 \text{ s}$$

5.3. Montrons, en justifiant notre réponse, si oui ou non le but est marqué.

$1,82 \text{ s} < 1,92 \text{ s} \Rightarrow t_2 < t_1$ . Donc le défenseur arrive avant le ballon sur la ligne de but. Le but n'est donc pas marqué.

### Exercice 2

1. Donnons les valeurs de  $U$ ,  $\omega$  et  $\phi_{u/i}$

L'expression de la tension alternative est :  $u = 12\sqrt{2}\cos(100\pi t + 0,92)$ . Or l'expression générale est :  $u = U_m\cos(\omega t + \phi) = u = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \phi)$ . Donc par identification on a :

1.1. la tension efficace  $U$  du GBF ;

$$U = 12 \text{ V}$$

1.2. la pulsation  $\omega$  du GBF ;

$$\omega = 100\pi \text{ rad/s} \text{ ou } \omega = 314,16 \text{ rad/s}$$

1.3. la phase  $\phi_{u/i}$  de la tension par rapport à l'intensité  $i$  du courant électrique.

$$\phi_{u/i} = 0,92 \text{ rad} \text{ ou } \phi_{u/i} = 52,7^\circ$$

2. Calculons l'impédance  $Z$  du dipôle.

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{12}{1,2} \Rightarrow Z = 10 \Omega$$

3.

3.1. Rappelons les expressions de  $\cos\phi$  (facteur de puissance) et de  $\tan\phi$ .

$$\cos\phi = \frac{r}{Z}$$

$$\tan\phi = \frac{L\omega}{r}$$

3.2. Déterminons les valeurs de :

3.2.1. la résistance  $r$  de la bobine ;

$$\cos\varphi = \frac{r}{Z} \Rightarrow r = Z\cos\varphi = 10 \times \cos 52,7^\circ \Rightarrow r = 6 \, \Omega$$

3.2.2. l'inductance  $L_{\text{exp}}$  de la bobine.

$$\tan\varphi = \frac{L_{\text{exp}}\omega}{r} \Rightarrow L_{\text{exp}} = \frac{r\tan\varphi}{\omega} = \frac{6 \times \tan 52,7}{100 \times \pi} \Rightarrow L_{\text{exp}} = 0,025 \, \text{H} = 2,5 \cdot 10^{-2} \, \text{H}$$

4. Ils veulent obtenir le phénomène de la résonance d'intensité du courant électrique .

4.1. Déterminons la valeur de la capacité  $C$  du condensateur.

$$\text{A la résonance, } L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0} \Rightarrow LC\omega_0^2 = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{L\omega_0^2}$$

$$\text{Application numérique : } C = \frac{1}{0,025 \times (100 \times \pi)^2} = 4,05 \cdot 10^{-4} \, \text{F}$$

4.2. Pour la suite de l'exercice, on prendra  $C = 400 \, \mu\text{F}$  ;  $r = 6,0 \, \Omega$ .

4.2.1. Déterminons la valeur maximale  $I_0$  de l'intensité efficace dans le circuit.

A la résonance, l'impédance est minimale donc :  $Z_0 = r = 6,0 \, \Omega$

$$Z_0 = \frac{U}{I_0} \Rightarrow I_0 = \frac{U}{Z_0} = \frac{12}{6,0} \Rightarrow I_0 = 2 \, \text{A}$$

4.2.2. Déduisons la valeur efficace  $U_c$  de la tension aux bornes du condensateur.

$$U_c = \frac{I_0}{C\omega_0} = \frac{2}{400 \cdot 10^{-6} \times 100 \times \pi} \Rightarrow U_c = 15,9 \, \text{V}$$

4.2.3. Calculons le facteur de qualité  $Q$ .

$$Q = \frac{U_c}{U} = \frac{15,9}{12} \Rightarrow Q = 1,32$$

Autre méthode :

$$Q = \frac{L\omega_0}{r} = \frac{1}{rC\omega_0} = \frac{1}{6,0 \times 400 \cdot 10^{-6} \times 100 \times \pi} \Rightarrow Q = 1,32$$

5. On lit sur la bobine de longueur  $\ell = 40 \, \text{cm}$  et de section  $s = 3,18 \cdot 10^{-2} \, \text{m}^2$ ,  $N = 500$  spires.

5.1. Donnons l'expression de l'inductance  $L$  de la bobine en fonction de  $N$ ,  $\mu_0$ ,  $\ell$  et  $s$ .

$$L_{\text{th}} = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} s$$

5.2. Calculons la valeur de l'inductance  $L_{\text{th}}$  de la bobine.

$$L_{\text{th}} = 4 \times \pi \cdot 10^{-7} \times \frac{500^2}{40 \cdot 10^{-2}} \times 3,18 \cdot 10^{-2} \Rightarrow L = 0,02497 \, \text{H} \approx 0,025 \, \text{H}$$

5.3. Comparons les deux valeurs de  $L$ .

Les deux valeurs de  $L$  sont les mêmes ( $L_{\text{th}} = L_{\text{exp}}$ ).



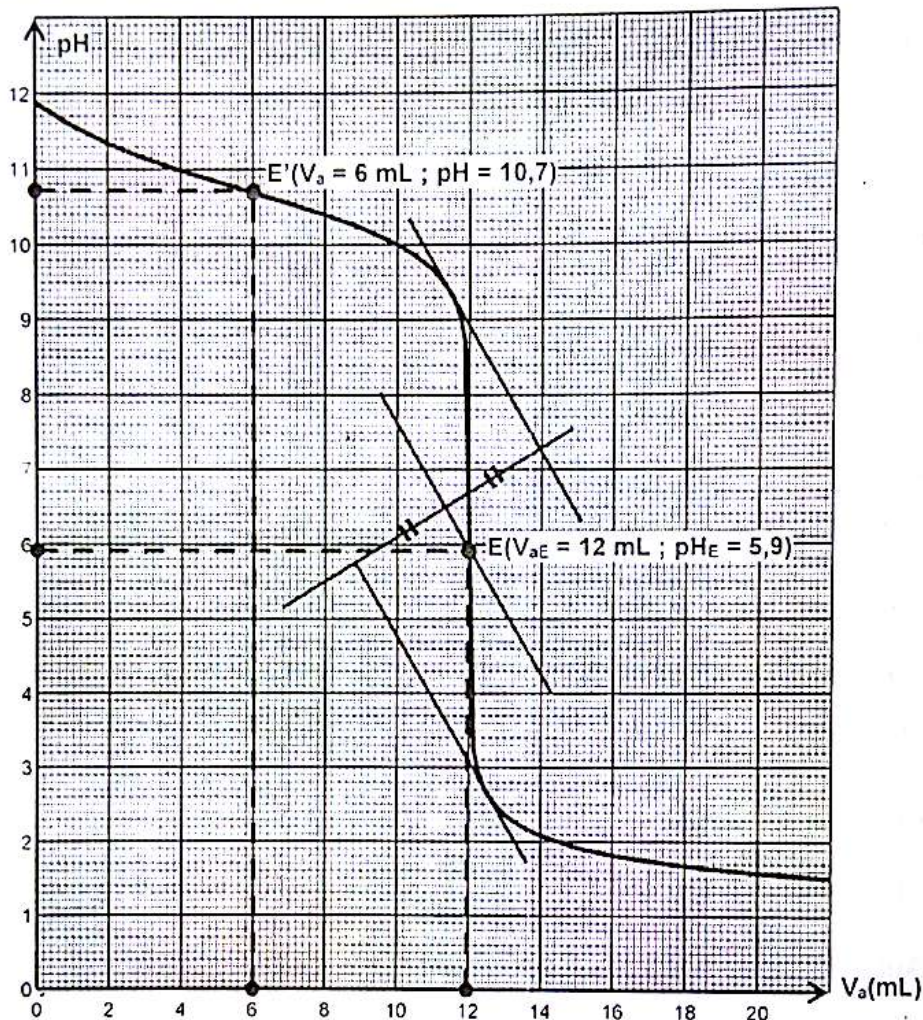
**Exercice 3**

1. Ecrivons l'équation-bilan de la réaction entre la base et l'acide chlorhydrique.

Il s'agit d'une réaction de dosage donc totale (une seule flèche).



2. Traçons, sur le papier millimétré, la courbe  $pH = f(V_a)$ .



3. Déterminons graphiquement le point d'équivalence E ( $V_{aE}$  ;  $pH_E$ ).

D'après la méthode des tangentes parallèles on a : E ( $V_{aE} = 12 \text{ mL}$  ;  $pH_E = 5,9$ ).

4. Déduisons que B est une base faible en justifiant notre réponse.

B est une base faible car le pH à l'équivalence est inférieur à 7.

Ou bien

B est une base faible car la courbe de  $pH = f(V_a)$  comporte deux points d'inflexion.

5. Calculons la concentration molaire volumique  $C_b$  de la solution aqueuse basique.

$$\text{A l'équivalence, } C_b V_b = C_a V_{aE} \rightarrow C_b = \frac{C_a V_{aE}}{V_b}$$

$$\text{Application numérique : } C_b = \frac{10^{-1} \times 12}{10} = 0,12 \text{ mol/L}$$



6.

6.1. Déterminons graphiquement le pKa d'un couple acide-base  $BH^+/B$ .

A la demi-équivalence,  $V_a = \frac{V_{aE}}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ mL}$  ; ce qui correspond à  $pH = 10,7$

Donc  $pKa = pH = 10,7$

6.2. Déduisons le  $K_a$ .

$$K_a = 10^{-10,7} \approx 2 \cdot 10^{-11}$$

6.3. Identifions la base B en utilisant le tableau

$K_a = 2 \cdot 10^{-11}$  donc la base B étudiée est la méthylamine.

6.4. Indications à porter sur l'étiquette de la solution de base B

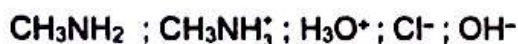
- Solution de méthylamine  $CH_3NH_2$
- Concentration  $C_b = 0,12 \text{ mol/L}$ .

6.5. Donnons le nom et la formule de l'acide conjugué de la base B.

C'est l'ion méthylammonium de formule  $CH_3NH_3^+$

6.6. Pour  $V_a = 5 \text{ mL}$  d'acide versé :

6.6.1. Faisons l'inventaire des espèces chimiques présentes dans le mélange ;



6.6.2. Concentrations molaires des espèces chimiques et retrouvons la valeur du pKa

- Concentrations molaires des espèces chimiques

Pour  $V_a = 5 \text{ mL}$  d'acide versé,  $pH = 10,8$

$$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-10,8} = 1,6 \cdot 10^{-11} \text{ mol/L} ;$$

$$[OH^-] = 10^{pH-14} = 10^{10,8-14} = 6,3 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L} ;$$

$$[Cl^-] = \frac{C_a V_a}{V_a + V_b} = \frac{10^{-1} \times 5}{5 + 10} = 3,33 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

$$\text{Electroneutralité : } [H_3O^+] + [CH_3NH_3^+] = [Cl^-] + [OH^-]$$

$$\Rightarrow [CH_3NH_3^+] = [OH^-] + [Cl^-] - [H_3O^+] \approx [Na^+] = 3,33 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

$$\text{Conservation de la matière : } \frac{C_b V_b}{V_a + V_b} = [CH_3NH_3^+] + [CH_3NH_2]$$

$$\Rightarrow [CH_3NH_2] = \frac{C_b V_b}{V_a + V_b} - [CH_3NH_3^+] = \frac{C_b V_b}{V_a + V_b} - \frac{C_a V_a}{V_a + V_b} = \frac{C_b V_b - C_a V_a}{V_a + V_b}$$

$$\Rightarrow [CH_3NH_2] = \frac{0,12 \times 10 \cdot 10^{-3} - 10^{-1} \times 5 \cdot 10^{-3}}{(10 + 5) \cdot 10^{-3}} \approx 4,7 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

- Valeur du pKa du couple

$$pH = pKa + \log \frac{[CH_3NH_2]}{[CH_3NH_3^+]} \Rightarrow pKa = pH - \log \frac{[CH_3NH_2]}{[CH_3NH_3^+]}$$

$$\text{Application numérique : } pKa = 10,8 - \log \left( \frac{4,7 \cdot 10^{-2}}{3,33 \cdot 10^{-2}} \right) = 10,65 \approx 10,7$$



**Exercice 4**

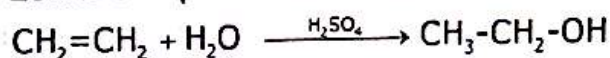
**1<sup>ère</sup> partie**

1. A partir de l'organigramme, reproduisons et complétons le tableau.

Composés	Formule semi-développée	Nom	Groupe fonctionnel
B	$\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-OH}$	éthanol	$\begin{array}{c}   \\ \text{---C---OH} \\   \end{array}$
F	$\begin{array}{c} \text{O} \\ // \\ \text{H}_3\text{C---C} \\   \\ \text{H} \end{array}$	éthanal	$\begin{array}{c} \text{O} \\ // \\ \text{---C} \\   \\ \text{H} \end{array}$
G	$\begin{array}{c} \text{O} \quad \quad \text{O} \\ // \quad // \\ \text{H}_3\text{C---C---O---C---CH}_3 \\   \quad \quad   \\ \text{O} \quad \quad \text{O} \end{array}$	Anhydride éthanoïque	$\begin{array}{c} \text{O} \quad \quad \text{O} \\ // \quad // \\ \text{---C---O---C---} \\   \quad \quad   \\ \text{O} \quad \quad \text{O} \end{array}$
D	$\begin{array}{c} \text{O} \\ // \\ \text{H}_3\text{C---C} \\   \\ \text{Cl} \end{array}$	Chlorure d'éthanoyle	$\begin{array}{c} \text{O} \\ // \\ \text{---C} \\   \\ \text{Cl} \end{array}$
E	$\begin{array}{c} \text{O} \\ // \\ \text{H}_3\text{C---C} \\   \\ \text{NH}_2 \end{array}$	éthanamide	$\begin{array}{c} \text{O} \\ // \\ \text{---C} \\   \\ \text{N---} \\   \end{array}$

2. Pour obtenir le produit (B), il faut ajouter de l'eau à un alcène en milieu acide sulfurique.

2.1. Ecrivons l'équation-bilan de la réaction et nommons l'alcène.



L'alcène utilisé est l'éthylène ou éthène

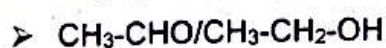
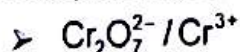
2.2. Nom de la réaction chimique entre l'alcène et l'eau

C'est une réaction d'hydratation.

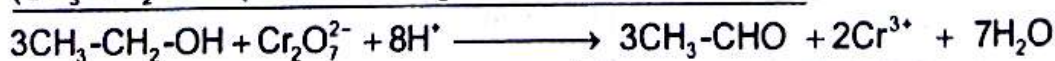
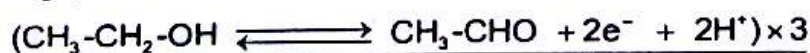
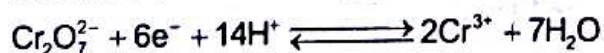
3. L'oxydation ménagée de B par du dichromate de potassium en milieu acide conduit à F.

3.1. Ecrivons l'équation-bilan de la réaction entre B et l'ion dichromate ( $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$ ).

Les couples oxydant/réducteur en présence sont :



On écrit ainsi les demi-équations de ces couples puis on fait leur somme membre à membre pour avoir l'équation-bilan de la réaction.



ou bien



3.2. Déterminons le volume  $V_0$  de la solution oxydante de dichromate de potassium.

Le bilan molaire de la réaction d'oxydation donne :

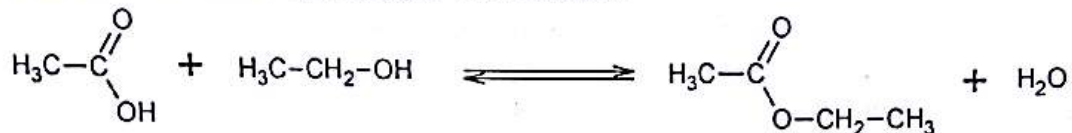
$$\frac{n_B}{3} = \frac{n_O}{1} \Rightarrow \frac{m_B}{3M_B} = C_O V_O \Rightarrow V_O = \frac{m_B}{3M_B C_O}$$

$$\text{Application numérique : } V_O = \frac{0,20}{3 \times (12 \times 2 + 6 + 16) \times 1} = 1,45 \cdot 10^{-3} \text{ L} = 1,45 \text{ mL}$$

**2<sup>ème</sup> Partie :**

1. Ecrivons les deux équations-bilans et nommons le composé organique obtenu.

- Réaction de l'acide éthanóique sur l'éthanol



- Réaction du chlorure d'éthanóyle sur l'éthanol.



- Le composé organique obtenu est l'éthanoate d'éthyle.

2. Nom et caractéristiques de la réaction chimique de l'acide éthanóique sur l'éthanol.

C'est une réaction d'estérification directe. Elle est lente, limitée (ou réversible) et athermique.

3. Répondons aux mêmes questions pour la réaction du chlorure d'éthanóyle sur l'éthanol.

C'est une réaction d'estérification indirecte. Elle est rapide, totale et exothermique.



**CORRECTION DU SUJET 9 : BAC SESSION NORMALE 2013****Exercice 1****1- Etude énergétique**

1-1. Nom et expression de l'énergie que possède l'ensemble {palet-ressort} au point A'.

Juste avant le relâchement en A', le ressort est raccourci donc l'ensemble {palet-ressort} possède une énergie potentielle élastique ; son expression est :  $E_{pe} = \frac{1}{2}ka^2$

1-2. Nom et expression de l'énergie que possède le palet au point A.

Lorsque le ressort reprend sa position initiale au point A, le palet a une vitesse donc il possède une énergie cinétique ; son expression est :  $E_{c_A} = \frac{1}{2}mv_A^2$

1-3. Déterminons alors la vitesse du palet en A.

En l'absence de frottements, l'énergie mécanique se conserve. Donc on a :

$$E_{c_A} = E_{pe} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}ka^2 \Rightarrow v_A^2 = \frac{ka^2}{m} \Rightarrow v_A = \sqrt{\frac{ka^2}{m}} \Rightarrow v_A = a\sqrt{\frac{k}{m}}$$

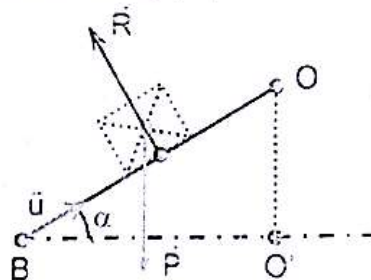
$$\text{Application numérique : } v_A = 10 \cdot 10^{-2} \times \sqrt{\frac{125}{50 \cdot 10^{-3}}} = 5 \text{ m/s}$$

**2- Etude du mouvement du centre d'inertie du palet sur BO.**

2-1. Bilan et représentation sur un schéma des forces appliquées au palet.

système : palet de masse  $m$   
référentiel terrestre supposé galiléen  
muni du repère d'axe  $(B, \vec{u})$   
bilan des forces :

- le poids  $\vec{P}$  du palet
- la réaction  $\vec{R}$  de la piste BO



2-2. On note  $\vec{a} = a\vec{u}$  le vecteur-accelération du centre d'inertie du palet.

Etablissons l'expression de l'accélération  $a$ .

D'après le théorème du centre d'inertie,  $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = ma\vec{u}$

Projection suivant le repère d'axe  $(B, \vec{u})$  :  $-mg\sin\alpha + 0 = ma \Rightarrow a = -g\sin\alpha$ .

2-3. En déduire la nature du mouvement du palet sur ce trajet.

La trajectoire du palet est une droite et  $\vec{a} \cdot \vec{v} = -gv\sin\alpha < 0$  donc le mouvement du palet est rectiligne uniformément retardé (ou décéléré).

N.B. : on peut aussi dire que la trajectoire du palet est une droite et l'accélération est constante donc le mouvement du palet est rectiligne uniformément varié.

**3- Etude du mouvement du centre d'inertie G du palet dans le champ de pesanteur  $\vec{g}$**

**3-1. Equations horaires  $x(t)$  et  $y(t)$  du mouvement de G du palet dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .**

système : palet de masse  $m$

référentiel terrestre supposé galiléen

muni du repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

bilan des forces : le poids  $\vec{P}$  du palet

théorème du centre d'inertie :  $\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}$

$$\Rightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Leftrightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

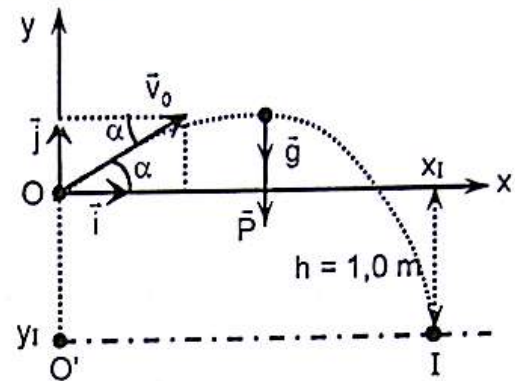
L'accélération est constante donc

le mouvement du skieur est uniformément varié

$$\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_0 \quad \text{et} \quad \overline{OG} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0t + \overline{OG}_0$$

$$\text{À } t = 0 \text{ s, } \vec{a} \begin{pmatrix} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = -g \end{pmatrix} ; \vec{v}_0 \begin{pmatrix} \dot{x}_0 = v_0 \cos \alpha \\ \dot{y}_0 = v_0 \sin \alpha \end{pmatrix} ; \overline{OG}_0 \begin{pmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{À } t \neq 0 \text{ s, } \vec{v} \begin{pmatrix} \dot{x}(t) = v_0 \cos \alpha \\ \dot{y}(t) = -gt + v_0 \sin \alpha \end{pmatrix} ; \overline{OG} \begin{pmatrix} x(t) = v_0 t \cos \alpha \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \sin \alpha \end{pmatrix}$$



**3-2. Dédution de l'équation cartésienne de la trajectoire.**

$$x = v_0 t \cos \alpha \Leftrightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha.$$

**3-3. Montrons que le palet atterrit dans le réceptacle.**

Le palet atterrit dans le réceptacle si et seulement si les coordonnées du point I ( $x_I = O'I = 1,10 \text{ m}$  ;  $y_I = -h = -1,0 \text{ m}$ ) vérifient l'équation cartésienne de la trajectoire.

$$y_I = -\frac{1}{2}g \frac{x_I^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} + x_I \tan \alpha$$

$$\text{A.N. : } y_I = -\frac{1}{2} \times 10 \times \frac{(1,10)^2}{(2,2)^2 \times \cos^2 30^\circ} + 1,10 \times \tan 30^\circ = -1,03 \text{ m} \approx -1,0 \text{ m}$$

$y_I \approx -h$  donc le palet atterrit bel et bien dans le réceptacle.



**Exercice 2**

**A- Etude théorique**

1- Justifions que cette bobine est un solénoïde.

$$10 R = 10 \times 2 = 20 \text{ cm} \text{ or } l = 40 \text{ cm} \text{ donc } l > 10 R$$

$$\text{Autre méthode : } \frac{l}{R} = \frac{40}{2} = 20 \Rightarrow \frac{l}{R} > 10 \Rightarrow l > 10 R$$

Donc cette bobine est un solénoïde.

2- Ce solénoïde est traversé par un courant électrique d'intensité constante  $I = 5 \text{ A}$ .

2-1. Expression de l'intensité du champ magnétique  $B$  en fonction de  $\mu_0$ ,  $N$ ,  $l$  et  $I$ .

$$B = \mu_0 n I = \mu_0 \frac{N}{l} I$$

Calculons sa valeur  $B$ .

$$B = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{500}{40 \cdot 10^{-2}} \times 5 = 7,85 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

2-2. Sachant que l'inductance théorique est  $L_{th} = 4\pi^2 \cdot 10^{-7} \frac{N^2 R^2}{l}$ , calculons sa valeur.

$$L_{th} = 4\pi^2 \cdot 10^{-7} \times \frac{500^2 \times (2 \cdot 10^{-2})^2}{40 \cdot 10^{-2}} = 0,001 \text{ H} = 10^{-3} \text{ H}$$

**B- Etude expérimentale**

1- Citons deux caractéristiques du circuit à la résonance d'intensité.

A la résonance d'intensité on a :

$$\bullet Z = Z_0 = r$$

$$\bullet LC\omega_0^2 = 1$$

$$\bullet N = N_0$$

$\bullet u$  et  $i$  sont en phase...

2- Déterminons les valeurs de  $r$  et  $L_{exp}$ .

$$\bullet r = Z_0 = \frac{U_0}{I_0} = \frac{2}{0,2} = 10 \Omega \Rightarrow r = 10 \Omega$$

$$\bullet L_{exp} C \omega_0^2 = 1 \Rightarrow L_{exp} = \frac{1}{C \omega_0^2} = \frac{1}{C(2\pi f)^2}$$

$$L_{exp} = \frac{1}{100 \cdot 10^{-6} \times (2 \times \pi \times 500)^2} = 0,00101 \text{ H} = 1,01 \cdot 10^{-3} \text{ H}$$

3- Conclusion.

$$L_{exp} \approx L_{th}$$

Les deux valeurs de l'inductance sont identiques.

L'expérience a été bien menée.



**Exercice 3**

**1- Détermination expérimentale de la concentration molaire volumique  $C_B$  et du  $pK_a$**

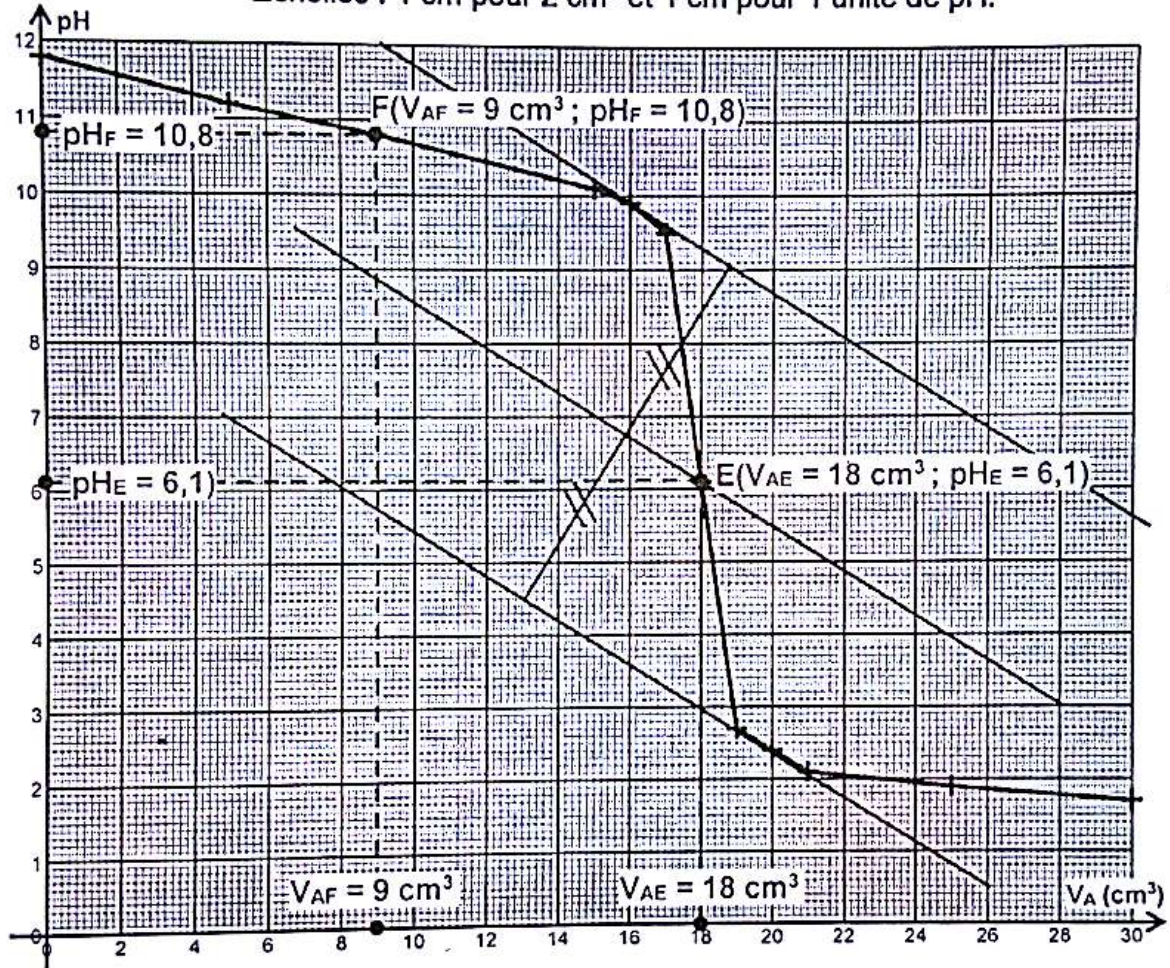
**1-1. Ecrivons l'équation-bilan de la réaction de dosage.**

Il s'agit d'une réaction de dosage donc la réaction est totale (une seule flèche).



**1-2. Traçons la courbe de variation du pH en fonction de  $V_A$  d'acide versé ( $pH = f(V_A)$ ).**

Echelles : 1 cm pour 2 cm<sup>3</sup> et 1 cm pour 1 unité de pH.



**1-3. Déterminons graphiquement les coordonnées du point d'équivalence E.**

En utilisant la méthode des tangentes parallèles (voir courbe ci-dessus) on obtient :

$E(V_{AE} = 18 \text{ cm}^3 ; pH_E = 6,1)$ .

**1-4. En déduire la concentration molaire  $C_B$  de la base.**

A l'équivalence on a :  $C_B V_B = C_A V_{AE} \Rightarrow C_B = \frac{C_A V_{AE}}{V_B}$

Application numérique :  $C_B = \frac{0,1 \times 18}{30} = 0,06 \text{ mol/L} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$

**1-5. Déterminons graphiquement les coordonnées du point de demi-équivalence F.**

$V_{AE} = 18 \text{ mL}$  donc  $\frac{V_{AE}}{2} = \frac{18}{2} = 9 \text{ cm}^3$ .

Pour  $V_A = 9 \text{ cm}^3 ; pH = 10,8$  donc on a :  $F(V_{AF} = 9 \text{ cm}^3 ; pH_F = 10,8)$ .



1-6. Donnons le nom de la solution obtenue en ce point et précisons ses propriétés.

A la demi-équivalence du dosage d'un acide faible par une base forte la solution obtenue est une solution tampon dont :

- le pH varie peu quand on lui ajoute des quantités modérées d'acide ou de base ;
- le pH reste invariable sous l'effet d'une dilution modérée.

1-7. Dédution du pKa du couple acide/base  $C_2H_5NH_3^+ / C_2H_5NH_2$ .

A la demi-équivalence,  $pH = pKa$  donc  $pKa = 10,8$ .

## 2- Détermination théorique du pKa

2-1. Ecrivons l'équation-bilan de la réaction de l'éthylamine avec l'eau.

Il s'agit de la réaction d'une base faible avec l'eau donc la réaction est limitée (double flèche) :  $C_2H_5NH_2 + H_2O \rightleftharpoons C_2H_5NH_3^+ + OH^-$

2-2. Inventaire des espèces chimiques présentes dans la solution.

$H_3O^+$  ;  $OH^-$  ;  $C_2H_5NH_3^+$  ;  $C_2H_5NH_2$  ;  $H_2O$ .

2-3. Calcul de la concentration molaire volumique de chacune des espèces.

$$[H_3O^+] = 10^{-11,8} = 10^{-11,8} = 1,58 \cdot 10^{-12} \text{ mol/L} \approx 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ mol/L} ;$$

$$[OH^-] = 10^{-2,8} = 10^{-2,8} = 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}.$$

$$\text{Electroneutralité : } [H_3O^+] + [C_2H_5NH_3^+] = [OH^-]$$

$$\Rightarrow [C_2H_5NH_3^+] = [OH^-] - [H_3O^+] \approx [OH^-] = 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

$$\text{Conservation de la matière : } C_2 = [C_2H_5NH_3^+] + [C_2H_5NH_2]$$

$$\Rightarrow [C_2H_5NH_2] = C_2 - [C_2H_5NH_3^+] = 6,10^{-2} - 6,3 \cdot 10^{-3} = 5,37 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

2-4. Déduisons le pKa du couple acide/base.

$$Ka = \frac{[H_3O^+][C_2H_5NH_2]}{[C_2H_5NH_3^+]} = \frac{1,6 \cdot 10^{-12} \times 5,37 \cdot 10^{-2}}{6,3 \cdot 10^{-3}} = 1,36 \cdot 10^{-11}$$

$$pKa = -\log Ka = -\log(1,36 \cdot 10^{-11}) = 10,86.$$

$$\text{Autre méthode : } pH = pKa + \log \frac{[C_2H_5NH_2]}{[C_2H_5NH_3^+]} \Rightarrow pKa = pH - \log \frac{[C_2H_5NH_2]}{[C_2H_5NH_3^+]}$$

$$pKa = 11,8 - \log \left( \frac{5,37 \cdot 10^{-2}}{6,3 \cdot 10^{-3}} \right) = 10,86$$

## 3- Comparaison des deux valeurs de pKa

3-1. Comparaisons de la valeur expérimentale du pKa et de la valeur théorique calculée.

$$10,86 \approx 10,8 \text{ donc } pKa_{exp} \approx pKa_{théo}$$

Les valeurs expérimentale et théorique calculée sont pratiquement les mêmes.

3-2. Conclusion

Les deux valeurs sont en accord donc l'expérience a été bien menée.

**Exercice 4**

**1- Etude de l'estérification directe**

1-1. Donnons la fonction chimique et le nom de E.

(E) est un **ester** ; son nom est l'**éthanoate de 3-méthylbutyle**.

1-2. Formules semi-développées et noms de l'acide A et de l'alcool B qui donnent E.

Corps	Fonction chimique	Formule semi-développée	Nom
E	Ester	$\text{H}_3\text{C}-\underset{\text{O}}{\underset{\parallel}{\text{C}}}-\text{O}-\text{CH}_2-\text{CH}_2-\underset{\text{CH}_3}{\underset{ }{\text{CH}}}-\text{CH}_3$	éthanoate de 3-méthylbutyle
A	Acide carboxylique	$\text{H}_3\text{C}-\underset{\text{O}}{\underset{\parallel}{\text{C}}}-\text{OH}$	acide éthanoïque
B	Alcool	$\text{HO}-\text{CH}_2-\text{CH}_2-\underset{\text{CH}_3}{\underset{ }{\text{CH}}}-\text{CH}_3$	3-méthylbutan-1-ol

1-3. Ecrivons l'équation-bilan de cette réaction.

Il s'agit d'une réaction d'estérification directe ; elle est réversible (double flèche).



1-4. Donnons les caractéristiques de cette réaction.

Elle est lente, athermique et limitée (ou réversible).

**2- Amélioration du rendement de la réaction**

2-1. Précisons la formule semi-développée et le nom de C.

Corps	Fonction chimique	Formule semi-développée	Nom
C	Chlorure d'acyle	$\text{H}_3\text{C}-\underset{\text{O}}{\underset{\parallel}{\text{C}}}-\text{Cl}$	Chlorure d'éthanoyle

2-2. Ecrivons l'équation-bilan de la réaction (2).

La réaction d'estérification avec un dérivé d'acide est totale (une seule flèche).



2-3. Nommons cette réaction et précisons ses caractéristiques.

C'est une réaction d'estérification indirecte ; elle est rapide, totale et exothermique.

2-4. Déterminons la composition du mélange en fin de réaction.

La réaction étant totale, il ne reste plus de réactifs dans le mélange en fin de réaction ; tous les réactifs s'étant entièrement transformés en produits.

Donc en fin de réaction, le mélange est composé de :

$n_{\text{C}} = 0$  mol de C ;  $n_{\text{B}} = 0$  mol de B ;  $n_{\text{E}} = 1$  mol de E et  $n_{\text{HCl}} = 1$  mol de HCl.



**CORRECTION DU SUJET 10 : BAC SESSION NORMALE 2014****Exercice 1****1. Étude du mouvement du solide sur le trajet AB.**1.1. Déterminons la valeur algébrique  $a$  de l'accélération du mouvement du solide (S).

Le mouvement du solide sur le trajet AB est rectiligne uniformément accéléré donc :

$$x_B = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_B - x_0 = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow AB = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow a = \frac{2AB}{\Delta t^2} = \frac{2L}{\Delta t^2}$$

Remarque :  $t = \Delta t = 3 \text{ s}$  et  $v_0 = 0$  car le solide part du point A sans vitesse.

$$\text{Application numérique : } a = \frac{2 \times 4,5}{3^2} = 1 \text{ m/s}^2$$

1.2. Calculons la valeur  $v_B$  de la vitesse au point B.

Le mouvement du solide sur le trajet AB est rectiligne uniformément varié donc :

$$v_B^2 - v_A^2 = 2a(x_B - x_A) \Rightarrow v_B^2 - 0 = 2aL \Rightarrow v_B = \sqrt{2aL}$$

$$\text{Application numérique : } v_B = \sqrt{2 \times 1 \times 4,5} = 3 \text{ m/s}$$

$$\text{Autre méthode : } v_B = at + v_0 = at \Rightarrow v_B = a\Delta t = 1 \times 3 = 3 \text{ m/s}$$

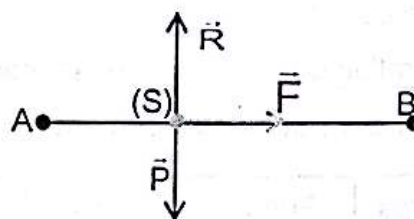
1.3. Inventaire des forces extérieures appliquées à (S) et représentation sur un schéma.

système : solide (S) de masse  $m$ 

référentiel terrestre supposé galiléen

bilan des forces :

- le poids  $\vec{P}$  du solide (S),
- la réaction  $\vec{R}$  de la piste AB,
- la force motrice  $\vec{F}$  ou force exercée par l'élève sur le solide.

1.4. Déterminons la valeur de la force  $\vec{F}$ .

Théorème du centre d'inertie appliqué au solide (S) entre A et B :

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\text{Projection selon } \overline{AB} : 0 + 0 + F = ma \Rightarrow F = ma$$

$$\text{Application numérique : } F = 5 \times 1 = 5 \text{ N}$$

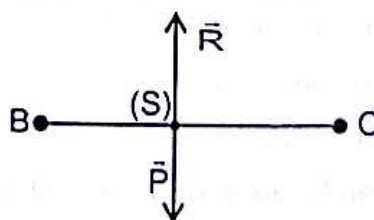
**2. Étude du mouvement du solide (S) sur le trajet BC.**

2.1 Inventaire des forces extérieures appliquées à (S) et représentation sur un schéma.

bilan des forces :

- le poids  $\vec{P}$  du solide (S),
- la réaction  $\vec{R}$  de la piste BC.

Remarque :

il n'y a plus la force motrice  $\vec{F}$  car au point B, l'action de la force  $\vec{F}$  cesse.

**2.2 Nature du mouvement de (S) en appliquant le théorème du centre d'inertie.**

Théorème du centre d'inertie appliqué au solide (S) entre B et C :

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

Projection selon  $\overline{BC}$  :  $0 + 0 = ma \Rightarrow a = 0 \text{ m/s}^2$ .

De plus la trajectoire est une droite donc le mouvement est rectiligne uniforme.

**2.3 Déduisons la vitesse  $v_C$  du mouvement du solide au point C.**

Le mouvement est uniforme entre B et C donc  $v_C = v_B = 3 \text{ m/s}$ .

**3. Étude du mouvement du solide (S) sur le trajet CD.**

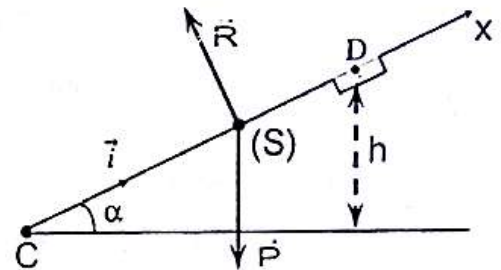
**3.1 Inventaire des forces extérieures appliquées à (S) et représentation sur un schéma.**

Référentiel terrestre supposé galiléen

muni du repère  $(O, \vec{i})$

bilan des forces :

- le poids  $\vec{P}$  du solide (S),
- la réaction  $\vec{R}$  de la piste CD.



**3.2 Déterminons :**

**3.2.1. la valeur algébrique  $a'_x$  de l'accélération du mouvement en fonction de  $\alpha$  et  $g$  ;**

Théorème du centre d'inertie :  $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a}' \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}'$

Projection sur l'axe  $(O, \vec{i})$  :  $-mgsin\alpha + 0 = ma'_x \Rightarrow a'_x = -gsin\alpha$

Application numérique :  $a'_x = -10 \times \sin 30^\circ = -5 \text{ m/s}^2$ .

**3.2.2. la nature du mouvement.**

$$\vec{a}' \cdot \vec{v} = a'_x \times v_C = -5 \times 3 < 0$$

De plus la trajectoire est une droite donc le mouvement du solide sur le trajet CD est rectiligne uniformément retardé (varié).

**3.3 Déterminons la longueur  $\ell' = CD'$ .**

Le mouvement du solide sur le trajet  $CD'$  est rectiligne uniformément varié donc on a :

$$v_{D'}^2 - v_C^2 = 2a'_x \ell' \Rightarrow 0 - v_C^2 = -2g\ell' \sin\alpha \Rightarrow \ell' = \frac{v_C^2}{2g \sin\alpha}$$

$$\text{Application numérique : } \ell' = \frac{3^2}{2 \times 10 \times \sin 30^\circ} = 0,9 \text{ m}$$

Autre méthode : Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre C et D'.

$$\Delta E_{c_{C \rightarrow D'}} = \Sigma W_{C \rightarrow D'}(\vec{F}_{ext}) \Rightarrow E_{c_{D'}} - E_{c_C} = W_{C \rightarrow D'}(\vec{P}) + W_{C \rightarrow D'}(\vec{R})$$

$$\left. \begin{aligned} 0 - \frac{1}{2}mv_C^2 &= -mgh + 0 \Rightarrow \frac{1}{2}v_C^2 = gh \Rightarrow v_C^2 = 2gh \\ \text{or } \sin\alpha &= \frac{h}{CD'} = \frac{h}{\ell'} \Rightarrow h = \ell' \sin\alpha \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_C^2 = 2g\ell' \sin\alpha \Rightarrow \ell' = \frac{v_C^2}{2g \sin\alpha}$$

**3.4 Voyons si l'élève a gagné à ce jeu et justifions la réponse.**

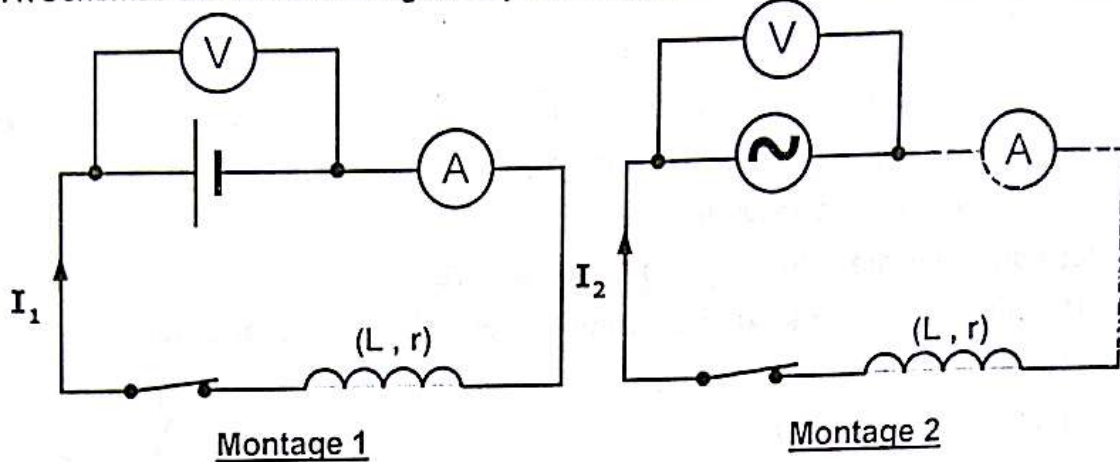
L'élève n'a pas gagné à ce jeu car  $0,9 \text{ m} < 1 \text{ m}$  ou  $\ell' < \ell$ .



**Exercice 2**

**1- Première expérience**

1.1. Schémas des deux montages en y faisant figurer le voltmètre et l'ampèremètre.



**1.2. Déterminons la valeur de r.**

La tension aux bornes d'une bobine est donnée par :  $U = ri + L \frac{di}{dt}$

Sous une tension continue, l'intensité du courant parcourue par la bobine est constante et vaut  $I_1 = 0,24 \text{ A}$ . Donc  $\frac{di}{dt} = \frac{dI_1}{dt} = 0$

$$\text{d'où : } U_1 = rI_1 + L \times 0 = rI_1 \Rightarrow r = \frac{U_1}{I_1} = \frac{12}{0,24} = \underline{50 \, \Omega}$$

**1.3. Déterminons l'impédance  $Z_b$  de la bobine.**

Dans le cas d'un courant alternatif, la valeur efficace de la tension alternative aux bornes de la bobine est donnée par :  $U_2 = Z_b I_1 \Rightarrow Z_b = \frac{U_2}{I_2} = \frac{5}{10 \cdot 10^{-3}} = \underline{500 \, \Omega}$

**1.4. Déduisons la valeur de l'inductance L de la bobine.**

Par ailleurs on a :  $Z_b = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}$  où  $\omega = 2\pi f$

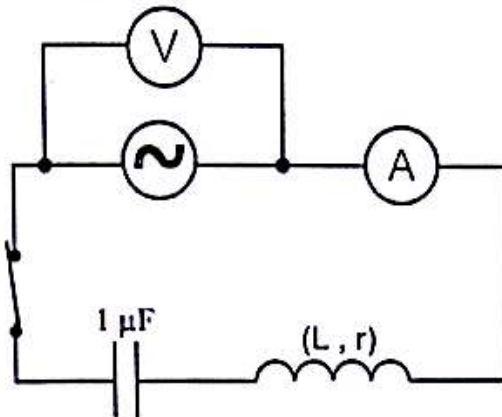
$$\Rightarrow Z_b = \sqrt{r^2 + (2\pi fL)^2} \Rightarrow Z_b^2 = r^2 + (2\pi fL)^2 \Rightarrow Z_b^2 - r^2 = (2\pi fL)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{Z_b^2 - r^2} = 2\pi fL \Rightarrow L = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{Z_b^2 - r^2}$$

$$\text{Application numérique : } L = \frac{1}{2 \times \pi \times 200} \times \sqrt{500^2 - 50^2} \approx \underline{0,40 \text{ H}}$$

**2- Deuxième expérience.**

**2.1 Schéma du montage.**



**2.2** Donnons l'expression littérale de l'impédance totale du circuit.

$$Z = \frac{U}{I} \quad \text{ou} \quad Z = \sqrt{r^2 + \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2} = \sqrt{r^2 + \left( 2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC} \right)^2}$$

**2.3** Pour  $f = f_0 = 252 \text{ Hz}$ , l'intensité efficace passe par une valeur maximale  $I_0 = 0,1 \text{ A}$ .

**2.3.1.** Nommons ce phénomène.

C'est la résonance d'intensité.

**2.3.2.** Déterminons l'impédance totale du circuit à la fréquence  $f_0$ .

$$Z_0 = \frac{U}{I_0} = \frac{5}{0,1} = \underline{50 \, \Omega}$$

**2.3.3.** Déterminons les valeurs de  $r$  et de  $L$ .

- A la résonance d'intensité,  $Z_0 = r$  donc  $r = 50 \, \Omega$
- A la résonance d'intensité,  $LC\omega_0^2 = 1 \Rightarrow L = \frac{1}{C\omega_0^2} = \frac{1}{C(2\pi f_0)^2} = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 C}$

$$\text{Application numérique : } L = \frac{1}{4 \times \pi^2 \times 252^2 \times 1.10^{-6}} \approx \underline{0,40 \text{ H}}$$

**2.3.4.** Comparons les valeurs de  $r$  et de  $L$  trouvées au cours des deux expériences.

Les valeurs de  $r$  et de  $L$  trouvées au cours des deux expériences sont identiques.

**2.3.5.** Tension efficace  $U_c$  aux bornes du condensateur dans ces conditions.

$$U_c = Z_c I_0 = \frac{I_0}{C\omega_0} = \frac{I_0}{C(2\pi f_0)} = \frac{I_0}{2\pi f_0 C}$$

$$\text{Application numérique : } U_c = \frac{0,1}{2 \times \pi \times 252 \times 1.10^{-6}} = \underline{63,16 \text{ V}}$$

**2.3.6.** Comparons les valeurs efficaces de la tension  $U$  et de la tension  $U_c$ .

$$\frac{U_c}{U} = \frac{63,16}{5} = 12,63 \Rightarrow U_c = 12,63 \times U \Rightarrow U_c \text{ est très supérieure à } U.$$

**Conclusion :** il y a surtension à la résonance aux bornes du condensateur.



**Exercice 3**

**1- Préparation de la solution d'acide éthanoïque.**

**1.1. Vérifions que le volume de (S<sub>1</sub>) à prélever est V<sub>0</sub> = 10 mL.**

Il s'agit ici d'une dilution au cours de laquelle la quantité de matière se conserve.

$$n_1 = n_2 \Rightarrow C_1 V_0 = C_2 V_2 \Rightarrow V_0 = \frac{C_2 V_2}{C_1}$$

Application numérique :  $V_0 = \frac{10^{-2} \times 100}{0,1} = \underline{10 \text{ mL}}$

**1.2. Décrivons le mode opératoire de la préparation de la solution (S<sub>2</sub>).**

- Verser une certaine quantité de la solution mère (S<sub>1</sub>) d'acide éthanoïque dans le bécher ;
- Prélever dans ce bécher, 10 mL de la solution S<sub>1</sub> à l'aide de la pipette de 10 mL ;
- Verser les 10 mL de solution prélevée dans la fiole jaugée de 100 mL ;
- Compléter la fiole jaugée avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge à l'aide de la pissette contenant de l'eau distillée ;
- Rendre homogène la solution obtenue.

**1.3. Le pH de la solution (S<sub>2</sub>) est pH = 3,4.**

**1.3.1. Équation-bilan de la réaction entre l'acide éthanoïque et l'eau.**

Il s'agit de la réaction entre un acide faible et l'eau donc la réaction est partielle (double flèche) :  $\text{CH}_3\text{COOH} + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{CH}_3\text{COO}^- + \text{H}_3\text{O}^+$

**1.3.2. Inventaire des espèces chimiques présentes dans cette solution.**

$\text{H}_3\text{O}^+$ ,  $\text{OH}^-$ ,  $\text{CH}_3\text{COO}^-$ ,  $\text{CH}_3\text{COOH}$ , (ou  $\text{H}_2\text{O}$ )

**1.3.3. Déterminons la concentration molaire volumique de chaque espèce chimique.**

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-3,4} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L ;}$$

$$[\text{OH}^-] = 10^{\text{pH}-14} = 10^{3,4-14} = 2,5 \cdot 10^{-11} \text{ mol/L.}$$

$$\text{Electroneutralité : } [\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] + [\text{CH}_3\text{COO}^-]$$

$$\Rightarrow [\text{CH}_3\text{COO}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] - [\text{OH}^-] \approx [\text{H}_3\text{O}^+] = 4 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L}$$

$$\text{Conservation de la matière : } C_2 = [\text{CH}_3\text{COO}^-] + [\text{CH}_3\text{COOH}]$$

$$\Rightarrow [\text{CH}_3\text{COOH}] = C_2 - [\text{CH}_3\text{COO}^-]$$

$$\Rightarrow [\text{CH}_3\text{COOH}] = 10^{-2} - 4 \cdot 10^{-4} = 9,6 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

**1.3.4. Calculons la constante d'acidité K<sub>A</sub> du couple acide éthanoïque / ion éthanoate.**

$$K_A = \frac{[\text{Base}] \times [\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{Acide}]} = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-] \times [\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]} = \frac{4 \cdot 10^{-4} \times 4 \cdot 10^{-4}}{9,6 \cdot 10^{-3}} = \underline{1,67 \cdot 10^{-5}}$$

**1.3.5. Vérifions que le pK<sub>A</sub> du couple est égal à 4,8.**

$$\text{pK}_A = -\log(K_A) = -\log(1,67 \cdot 10^{-5}) = 4,78 \approx 4,8$$



**2- Dosage de la solution (S<sub>2</sub>) d'acide éthanóïque.**

**2.1 Déterminons graphiquement les coordonnées du point d'équivalence E.**

D'après la méthode des tangentes parallèles on a : E(V<sub>BE</sub> = 20 mL ; pH<sub>E</sub> = 8,3)

**2.2 Retrouvons la valeur de C<sub>2</sub>.**

A l'équivalence,  $C_B V_{BE} = C_2 V_A \Rightarrow C_2 = \frac{C_B V_{BE}}{V_A} = \frac{10 \cdot 20}{20} \Rightarrow C_2 = 10 \text{ mol/L}$

**2.3 Donnons la nature (acide ou basique) du mélange obtenu à l'équivalence.**

Le mélange obtenu à l'équivalence est basique.

Justifions la réponse.

Le pH à l'équivalence (pH<sub>E</sub> = 8,3) est supérieure à 7 donc le mélange est basique.

Autre méthode : la réaction de dosage est une réaction totale d'équation-bilan :



On obtient une solution d'éthanoate de sodium (Na<sup>+</sup> + CH<sub>3</sub>COO<sup>-</sup>) qui est basique.

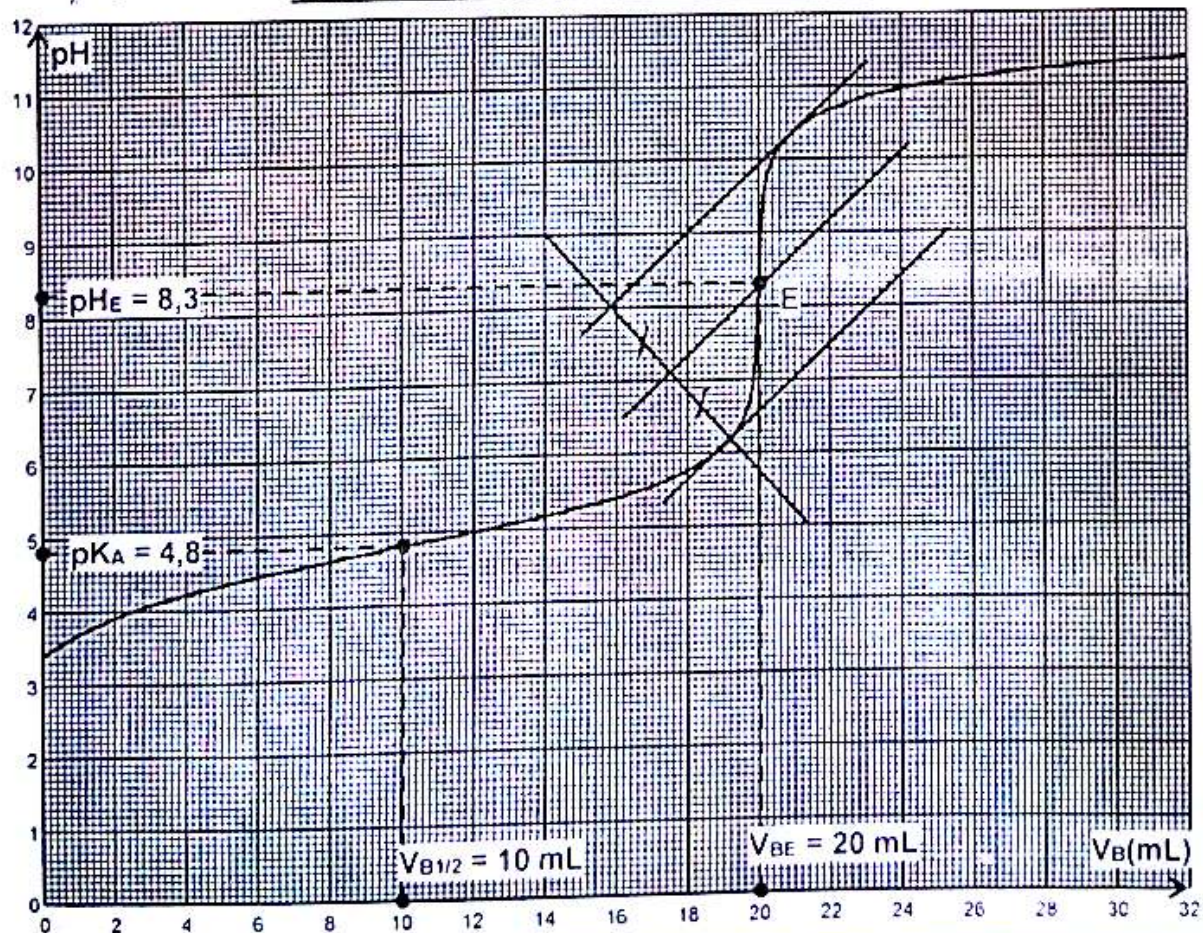
**2.4 Retrouvons graphiquement la valeur du pK<sub>A</sub>.**

A la demi-équivalence,  $V_{B1/2} = \frac{V_{BE}}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ mL}$  et pH = pK<sub>A</sub> donc pK<sub>A</sub> = 4,8.

**2.5 Choix de l'indicateur coloré approprié et justification.**

Parmi les indicateurs colorés celui qui convient à ce dosage est la phénolphtaléine car le pH à l'équivalence (pH<sub>E</sub>) appartient à la zone de virage de la phénolphthaléine.

**Feuille annexe à rendre avec la copie**

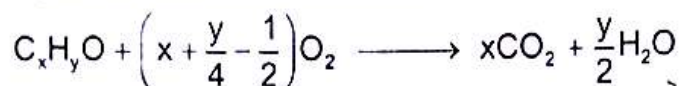




**Exercice 4**

1- La combustion complète de 1 mole de A ( $C_xH_yO$ ) fournit 4 mol de  $CO_2$  et 4 mol de  $H_2O$ .

1.1. Équation-bilan de la réaction.



1.2. Montrons que la formule brute du composé A est  $C_4H_8O$ .

$$\text{Bilan molaire : } \frac{n_{C_xH_yO}}{1} = \frac{n_{O_2}}{x + \frac{y}{4} - \frac{1}{2}} = \frac{n_{CO_2}}{x} = \frac{n_{H_2O}}{\frac{y}{2}}$$

$$\text{Or } n_{C_xH_yO} = n_A = 1 \text{ mol ; } n_{O_2} = 4 \text{ mol ; } n_{H_2O} = 4 \text{ mol} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{1} = \frac{4}{x} \Rightarrow x = 4 \\ \frac{1}{1} = \frac{4}{\frac{y}{2}} \Rightarrow 1 = \frac{2 \times 4}{y} \Rightarrow y = 8 \end{cases}$$

Donc la formule brute du composé A est  $C_4H_8O$ .

1.3. Donnons les formules semi-développées des différents isomères possibles de A.

La formule brute de A respecte la formule générale  $C_nH_{2n}O$  donc le composé A peut être un aldéhyde ou une cétone.

Fonction	Formule semi-développée	Nom
aldéhyde	$H_3C-CH_2-CH_2-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-H$	butanal
	$H_3C-\underset{\underset{CH_3}{ }}{CH}-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-H$	2-méthylpropanal
cétone	$H_3C-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-CH_2-CH_3$	butanone ou butan-2-one

2- Un isomère réagit avec la D.N.P.H et donne un test négatif avec la liqueur de Fehling.

2.1 Précisons la fonction chimique de cet isomère.

L'isomère qui réagit avec la 2,4-D.N.P.H et donne un test négatif en présence de liqueur de Fehling est une **cétone**.

2.2 Donnons la formule semi-développée et le nom de cet isomère.

Fonction	Formule semi-développée	Nom
cétone	$H_3C-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-CH_2-CH_3$	butanone ou butan-2-one

3- Le butanal, traité par une solution de permanganate de potassium acidifiée, donne B.

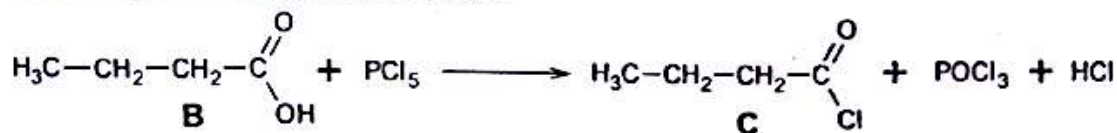
3.1 Formule semi-développée et nom du composé B.

L'oxydation ménagée d'un aldéhyde donne un acide carboxylique.

Donc B est l'acide butanoïque de formule :  $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-COOH}$ .

3.2 B réagit avec le pentachlorure de phosphore ( $\text{PCl}_5$ ) pour donner un composé C.

3.2.3 Equation-bilan de la réaction.



3.2.4 Donnons le nom du composé C.

C'est le chlorure de butanoyle.

4- On fait réagir l'éthanol sur le composé C. On obtient un composé organique D.

4.1 Équation-bilan de la réaction.

La réaction entre un acide carboxylique et un chlorure d'acyle est totale donc une seule flèche.



4.2 Donnons :

4.2.1 le nom de cette réaction chimique.

C'est une réaction d'estérification indirecte.

4.2.2 les caractéristiques de cette réaction chimique.

Elle est rapide, totale et exothermique.

4.2.3 le nom du composé organique D.

c'est le butanoate d'éthyle.

4.3 On fait réagir l'éthanol sur B. On obtient entre autres le même composé organique D.

4.3.1 Équation-bilan de la réaction.

La réaction entre un acide carboxylique et un alcool est limitée donc double flèche.



4.3.2 Donnons le nom et les caractéristiques de cette réaction.

C'est une réaction d'estérification directe.

Elle est lente, limitée (ou réversible) et athermique.



**Les éditions Matrice, Septembre 2014**

**© ISBN : 978-2-36553-021-7**

**EAN : 9782365530217**

**Tous droits réservés pour tous pays.**

**Dépôt légal : N° 11399 du Août 2014**

**Les éditions Matrice**

**23 BP 2605 Abidjan 23**

**Tél : (00225) 20 01 08 72**

**Email : [matrice.editions@gmail.com](mailto:matrice.editions@gmail.com)**

**Site web : [www.topmatrice.net](http://www.topmatrice.net)**



## Librairies partenaires

**Librairie de France Groupe**  
(Plateau et Sococé 2 Pltx) 20 30 63 63

**Médiastore**  
(Marcory et Riviera) 00 00 00 00

**Librairie Carrefour**  
Cocody St Jean 22 44 81 71

**Librairie Aleph plateau** 20 21 29 18

**Librairie Artelettres Cocody**  
Riviera Golf 44 62 16 16

**Librairie Camara**  
Adjamé Roxy 07 18 78 29

**Librairie Diabaté**  
Adjamé Mosquée 40 40 40 88

**Librairie la Bouquinette**  
Cocody Vallons 07 28 29 50

**Librairie de Koumassi** 05 60 74 84

**Librairie Delon Bouaké** 31 63 21 80

**Librairie Espoir Dabou** 07 52 55 61

**Librairie Wapary Korhogo** 08 12 20 61

**Librairie Bon Berger**  
Cotonou - Bénin 00 229 21 31 31 68

**Librairie Bon Pasteur**  
Lomé - Togo 00 228 22 21 36 28

**BOUAKE**  
M. KOUASSI 05 73 22 15  
M. KOFFI 01 59 26 59

**DABOU**  
M. NAGALO 01 57 50 60  
Mme OUEDRAOGO  
07 52 55 61  
M. KOFFI 40 07 16 60

**DALOA**  
M. COULIBALY 05 86 03 99

**DIMBOKRO**  
M. ZAHORE 07 42 57 77

**DIVO**  
M. TOURE 03 44 92 74

**DUEKOUÉ**  
M. GUIGUI 07 70 61 04

**GAGNOA**  
M. DOSSO 67 81 40 41  
M. DIALLO 07 07 86 48

**GUIGLO**  
M. GBO 03 80 83 31

**GUITRY**  
M. SOUMAHORO 03 78 98 94

**KATIOLA**  
M. SORO 05 55 33 89

**KORHOGO**  
M. BAKAYOKO 02 20 30 65  
M. COULIBALY 08 12 20 61

**MAFERÉ**  
M. GOHI 48 89 68 24

**MAN**  
M. EFOE 02 03 42 00  
M. TOURE 08 90 90 00

**SAN PEDRO**  
M. YOUSSEF 45 20 19 65  
M. DOUMBIA 09 30 15 20

**SINFRA**  
M. ADE 07 40 20 90

**SOUBRE**  
M. TOUALY 03 68 84 74  
M. KOUADIO 46 51 93 86

**TIASSALE**  
M. DADIE 07 21 81 81  
M. FIENI 01 12 73 83

**TIEBISSOU**  
M. ADOM 01 40 38 40

**YAMOOUSSOUKRO**  
M. DIARRASSOUBA 45 66 16 22

**NIGER - NIAMEY**  
M. YEHOUEOU  
+227 94 94 20 16  
+227 96 97 20 16

**M. HAMANI**  
+227 94 93 83 15  
+227 90 35 87 79

**BENIN - COTONOU**  
**LIBRAIRIE BON BERGER**  
+ 229 21 31 31 68

**TOGO - LOMÉ**  
**LIBRAIRIE BON PASTEUR**  
+ 228 22 21 36 28



# Physique & Chimie

**T<sup>re</sup>**  
Série D

Marc KOUASSI

Le "**TOP CHRONO**" est votre collection d'annales d'exercices corrigés avec méthodes de résolution, rappels de cours et sujets d'examens résolus. Cette collection couvre la classe de CM2 et les classes du secondaire de la sixième à la terminale, dans toutes les séries, dans les principales matières des programmes (Mathématiques, Physique et Chimie, Sciences de la Vie et de la Terre, Philosophie, Français, Histoire et Géographie, Anglais, Espagnol).

## Autres Collections

Le "**COURS MAGISTRAL**" est votre collection de manuels de cours très détaillés mais précis avec des exercices d'applications adaptés afin de favoriser l'acquisition progressive de savoirs et savoir-faire. Cette collection vous aide à maîtriser vos cours et vous permet de vous préparer efficacement en vue d'affronter sereinement vos interrogations écrites, vos devoirs, vos examens et concours.

Le "**TOP EXPRESS**" est une collection de formulaires et d'aide-mémoire vous permettant de faire la revue complète de tout le programme de l'année en un clin d'oeil.

Le "**CHRONOMAÎTRE**" est une collection de cahiers d'apprentissage et de répétition. Cette collection, destinée aux élèves des classes de la sixième à la terminale, permet un suivi quotidien de l'acquisition des savoirs et savoir-faire par l'apprenant.

"**EDEN**" est une collection de la littérature sentimentale. Dans cette collection ressentez les frissons de l'Amour, vivez des aventures amoureuses palpitantes.

**Toute couverture ne portant pas de sticker est un faux avec un contenu douteux.**



**Découvrez dans la matrice collection**



ISBN : 978-2-36553-021-7

