DEVOIR DE MATHEMATIQUES

EXERCICE

On donne une série statistique double dans le tableau suivant.

x_i	1	3	4	6	8	9	11	14
y_i	1	2	4	4	5	7	8	9

1. Déterminer les coordonnées du point moyen. G(7 ; 5)
2. Déterminer par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite de régression D de y en x sous la forme $y = ax + b$. Les coefficients a et b sont à arrondir à 10^{-2}.
   $Y = 0{,}64x + 0{,}55$
3. A l'aide de l'équation précédente, estimer la valeur de y pour $x = 12$. Arrondir à l'unité.
   $Y = 0{,}64 \times 12 + 0{,}55 = 8{,}23 \simeq 8$
4. Déterminer par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite de régression D' de x en y sous la forme $x = a'y + b'$. les coefficients a' et b' sont à arrondir à 10^{-2}.
5. A l'aide de l'équation précédente estimer la valeur de x pour $y = 10$. Arrondir à l'unité.
6. A l'aide de l'équation D', obtenir une expression de y en fonction x sous la forme $y = mx + p$. Arrondir m et p à 10^{-3}. Obtient-on la même équation que la droite D ?

MATHEMATIQUES

NIVEAU : TD **DUREE : 2H**

EXERCICE 1

Réponds par VRAI ou FAUX à chacune des affirmations suivantes

N°	AFFIRMATIONS	REPONSE
1	Soit f une fonction croissante sur un intervalle ouvert $]a;b[$ Si f est majorée sur $]a;b[$; alors f admet une limite finie à droite en b.	V
2	f et g sont deux fonctions numériques ; a et l deux éléments de $\mathbb{R} \cup \{-\infty; +\infty\}$ Si $f \leq g$ et $\lim_{x\to a} g(x) = -\infty$ alors $\lim_{x\to a} f(x) = -\infty$	V
3	Toute fonction polynôme est continue sur $\mathbb{R}$	F
4	$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos x - 1}{x} = 1$	F

EXERCICE 2

Pour chacune des affirmations, trois réponses sont proposées dont une seule est correcte. Recopie sur ta copie, le numéro de chaque affirmation suivi de la lettre correspondant à la réponse choisie.

N°	AFFIRMATIONS	A	B	C
1	Soit f une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ On suppose que f est continue et strictement croissante sur $[0; 1]$. $f(0) = 4$ et $f(1) = 7$ alors l'image de l'intervalle $[0; 1]$ par f est	$]4; 7[$	$[4; 7]$	$[4; 7[$
2	Soient I un intervalle, f et g deux fonctions Si f est continue sur I et g continue sur $f(I)$, alors	$g \circ f$ est continue sur I	$f \circ g$ est continue sur I	$f \times g$ est continue sur I
3	$\left(\frac{7}{5}\right)^{\frac{2}{3}} \times \left(\frac{10}{21}\right)^{\frac{2}{3}}$	$\left(\frac{17}{26}\right)$ [illegible]	$\left(\frac{70}{105}\right)$ [illegible]	$\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{3}}$
4	a étant un nombre réel positif ; m et n deux nombres entiers naturels Supérieurs ou égaux à 2 $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}$ est égale à	$\sqrt[m\times n]{a}$	$\sqrt[m+n]{a}$	$\sqrt[m]{a^n}$

EXERCICE 3

I) On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} h(x) = x+4 & si\, x < -1 \\ h(x) = 2x+5 & si\ x \geq -1 \end{cases}$

Etudie la continuité de h $en\ -1$

II) Calcule les limites suivantes

$$a)\ \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{4x^2}\ b)\ \lim_{x\to+\infty} x+\cos x\ c)\ \lim_{x\to\frac{\pi}{6}} \frac{2\sin x - 1}{6x-\pi}$$

EXERCICE 4

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 3$. On désigne par :

(C_f)la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; I; J)$

1) a) On admet que : $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$

Interprète graphiquement ces résultats

b) Calcule : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2) a) Etudie les variations de f

b) Dresse son tableau de variation

3) Détermine l'image par f de chacun des intervalles suivants : $]-\infty; 0[$ et $[\![0; 2]\!]$

4) a) Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]2; +\infty[$

b) Vérifie que : $3 < \alpha < 4$

c) Donne une valeur approchée deα à 10^{-1} près.

EXERCICE 5

Des élèves de terminale D du Lycée Moderne de KORHOGO étudient le refroidissement d'un objet porté à 210°C. L'étude du phénomène thermique conduit à :

$f(t) = \frac{200}{t} + 10$ où $f(t)$ désigne la température de l'objet en degrés Celsius $(°C)$ à l'instant t (t est exprimé en minutes)

Les élèves effectuent un contrôle de la température de l'objet après chaque minute (le premier contrôle ayant lieu à l'instant $t = 1$). Ils n'arrivent pas à déterminer la température de l'objet après une très longue période de refroidissement.

En utilisant tes connaissances mathématiques, aide les élèves à déterminer cette température.

DEVOIR DE MATHEMATIQUE

DUREE : 1H 30

EXERCICE I

Sur 70 personnes interrogées 25 aiment la music 35 aiment le sport et 3 aiment les deux.

Combien de personnes n'aiment rien.

EXERCICE II

Calculer les limites suivantes :

$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{x}$; $\lim_{x \to +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x+3} - 2}$; $\lim_{x \to \frac{\pi}{3}} \frac{2\sin x - \sqrt{3}}{-3x}$; $\lim_{x \to +\infty} \frac{x^2+x-6}{x^2-4}$

PROBLEME

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\,;1\}$ par : $f(x) = \frac{2x^3+3}{x^2-1}$ et (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (unité 1Cm)

Partie A

Soit la fonction g définie sur R par $g(x) = x^3 - 3x - 3$.

4) Etudier les variations de la fonction g.
5) En déduire qu'il existe un unique réel α tel que $g(\alpha) = 0$. Donner un encadrement de α à l'ordre 2.
6) Préciser le signe de $g(x)$ sur R .

Partie B

5) a- Montrer que, pour tout x de $\mathbb{R} \setminus \{-1\,;1\}$: $f'(x) = g(x) \times h(x)$, où h est une fonction à préciser .

b- Dresser, à l'aide de la partie A , le tableau de variation de f.

6) a- Montrer qu'il existe trois réels a, b et c tel que , pour tout x de $\mathbb{R} \setminus \{-1\,;1\}$:

$$f(x) = ax + \frac{bx+c}{x^2-1}$$

b- En déduire que la courbe (C_f) admet en $-\infty$ et en $+\infty$ une asymptote oblique (D).

c- Etudier les positions respectives de la courbe (C_f) et de la droite (D) au voisinage de $-\infty$ et $+\infty$

d- (C_f) admet-elle d'autres asymptotes ?

MATHEMATIQUES

SÉRIE : D

Cette épreuve comporte deux pages numérotées 1/3 ; 2/3 et 3/3. L'usage de tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé. Chaque candidat devra se munir de deux feuilles de papier millimétré.

EXERCICE 1 (2 points)

Pour chaque énoncé, écris le numéro de l'énoncé puis **Vrai** s'il est vrai ou **Faux** s'il est faux. Aucune justification n'est demandée.

N°	ÉNONCÉ
1	h et t sont deux fonctions définies sur un intervalle K et $\forall x \in K, h'(x) = t(x)$. h' est donc une primitive de t sur K. F
2	Une fonction f est dérivable sur l'intervalle $[a;b]$ si et seulement si f est dérivable sur l'intervalle $]a;b[$.
3	Toute fonction dérivable en un point a est continue en a.
4	Toute fonction f continue et strictement croissante sur un intervalle K définit une bijection de K sur $f(K)$. V

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chaque ligne du tableau, trois réponses sont proposées mais une seule est correcte. Relève le numéro de l'affirmation suivi de la lettre qui correspond à la bonne réponse, **Exemple : 5-A**

N°	AFFIRMATIONS	A	B	C
1	Une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \mapsto e^{-2x+5}$ est …	$x \mapsto -2e^{-2x+5}$	$x \mapsto \frac{1}{2}e^{-2x+5}$	$x \mapsto -\frac{1}{2}e^{-2x+5}$
2	:Soit g la fonction 3 fois dérivable sur $\mathbb{R}$ et définie par : $g(x) = 2x^2 - 5$. La dérivée d'ordre 3 de g est la fonction …	$x \mapsto 0$	$x \mapsto 4$	$x \mapsto 4x$
3	Une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $h: x \mapsto \cos x + \pi$ est la fonction …	$x \mapsto -\sin x$	$x \mapsto \sin x + \pi x$	$x \mapsto -\sin x + \pi x$
4	Soient u et u deux fonctions telles que $\lim_{x \to +\infty} u(x) = 2$ et $\lim_{x \to 2} v(x) = -\infty$, alors …	$\lim\limits_{x \to +\infty} (vou)(x) = 2$	$\lim\limits_{x \to +\infty} (uov)(x) = 2$	$\lim\limits_{x \to +\infty} (vou)(x) = -\infty$

EXERCICE 3 (3 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

A, B, C, D et I sont les points du plan d'affixes respectives $-\sqrt{2}; 1+i; 1-i$ et 1.
A B C D

1) Justifie que le triangle ABC est isocèle en A.
2) Soit S la similitude directe du plan d'écriture complexe : $z' = (1+i)z + 1 - 3i$.
   a) Justifie que S est la similitude directe de centre D qui transforme B en C.
   b) Détermine les éléments caractéristiques de S.
   c) Détermine l'image (C') du cercle (C) de diamètre $[BD]$ par S.

EXERCICE 4 (4 points)

On considère la suite numérique (v_n) définie sur $\mathbb{N}^*$par : $v_n = \frac{n^2+2n}{(n+1)^2}$.

1) a) Démontre que la suite (v_n) est convergente et donne sa limite.
   b) Démontre que la suite (v_n) est croissante.
   c) Démontre que : $\forall\, n \in \mathbb{N}^*, \frac{3}{4} \leq v_n \leq 1$.
2) On pose pour tout entier naturel non nul : $a_n = v_1 \times v_2 \times \ldots \times v_n$.
   a) Démontre par récurrence que : $a_n = \frac{n+2}{2(n+1)}$.
   b) Déduis-en la limite de la suite (a_n).
3) On pose pour tout nombre entier naturel non nul n : $b_n = \ln(v_1) + \ln(v_2) + \cdots + \ln(v_n)$.
   a) Démontre que (b_n) est une suite à termes négatifs.
   b) Calcule la limite de la suite (b_n).

EXERCICE 5 (4 points)

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par : $f(x) = \ln(e^x + 2x) - x$.
Soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O; I; J)$
(Unité graphique 5 cm en abscisse et 10 cm en ordonnée).

PARTIE A

On considère la fonction g définie sur $[0; +\infty[$ par : $g(x) = \ln(1+x) - x$.
1) +Etudie le sens de variation de la fonction g.
2) Justifie que pour tout $a \geq 0, \ln(1+a) \leq a$.

PARTIE B

1- a) Démontre que pour tout $x \geq 0, f(x) = \ln(1 + \frac{2x}{e^x})$.
   b) Déduis-en la limite de f en $+\infty$ puis interprète graphiquement le résultat.
2- Démontre que tout $x \in [0; +\infty[, f'(x) = \frac{2(1-x)}{2x+e^x}$.
3- Etudie les variations de f puis dresse son tableau de variation.
4- a) Démontre que tout $x \in [0; +\infty[, f(x) \leq \frac{2}{e}$.
   b) Justifie que pour tout $x \in [0; 1], 0 \leq f(x) \leq 1$.
5- Détermine une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0.
6- a) Démontre que l'équation $\ln(1 + \frac{2x}{e^x}) = 0{,}5$ admet une solution unique $\beta \in]0; 1[$.
   b) Déduis-en un encadrement de β à 10^{-1} près.
7- Trace (C) et la tangente (T_1) à (C) en O.

EXERCICE 6 (5 points)

En prévision d'un referendum pour la modification d'une constitution, un administrateur fait effectuer un sondage auprès des électeurs. Les résultats suivants lui sont communiqués par la structure commise à cet effet.

- Parmi les personnes interrogées, 45% affirme vouloir voter **OUI** et les autres **NON**.
- 15% des personnes déclarant voter **OUI** ne disent pas la vérité et votent en réalité **NON**, tandis que 20% des personnes déclarant voter **NON** votent en réalité **OUI**.

L'administrateur veut savoir le nombre minimal d'électeurs à convier pour que la probabilité d'avoir au moins un votant **OUI** soit supérieure à 0,999.
En te basant sur toutes tes connaissances mathématiques, réponds à la préoccupation de l'administra

MATHEMATIQUES

SERIE : D

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2

Toute calculatrice est autorisée

EXERCICE

Un jeu consiste à lancer deux fois un dé cubique équilibré à six faces, numérotées de 1 à 6 et on note successivement les chiffres obtenus sur la face supérieure pour obtenir un couple.

On note $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ l'ensemble des numéros des faces.

PARTIE A

1) Determiner, à l'aide d'un tableau cartésien, les éléments de l'univers Ω des possibles.
2) Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :
   A « les deux chiffres obtenus sont identiques »
   B « la somme des deux chiffres non identiques obtenue est égale à 10 »
   C « les deux chiffres obtenus ne sont pas identiques et leur somme est différente de 10 »

PARTIE B

Le droit de participation au jeu est de 3000F.

- Si le joueur obtient deux chiffres identiques, il reçoit 5000F.
- Si le joueur obtient deux chiffres non identiques dont la somme est égale à 10, il reçoit 3000F.
- Il ne reçoit rien reçoit rien dans tous les autres cas .

Soit X la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur au cours d'une partie.

On appelle gain algébrique d'un joueur, la différence entre ce qu'il reçoit et sa mise.

1) Déterminer l'univers image $X(\Omega)$ de cette variable aléatoire.
2) Déterminer la loi de probabilité de X
3) a) Calculer l'expérience Mathématiques de X.
   b) Interpréter le résultat .
4) Définir et construire la fonction de répartition
   Echelle : 1cm ⟶ 1000 unités sur (OI) et 1 cm ⟶ 2/36 unité sur (0J)

PROBLEME

PARTIE A

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 + 3x + 8$.

1) Calculer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.
2) Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation.
3) a) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans $]-2; -1[$.
   b) Vérifier que $-1,6 < \alpha < -1,5$.
4) Montrer que $\forall x \in]-\infty; \alpha[, g(x) < 0$ et $\forall x \in]\alpha; +\infty[, g(x) > 0$.

PARTIE B

f est la fonction rationnelle définie sur $]-\infty; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x^3-4}{x^2+1}$.

On désigne par (Cf) sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormé directe (O, I, J) d'unité 1cm.

1) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
2) Démontrer que $\forall x \in]-\infty; +\infty[, f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2+1)^2}$.
3) Etudier les variations de f et dresser sont tableau de variation.
4) a) Exprimer α^3 et α^2 en fonction de α.
   b) En déduire que $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha$.
5) Démontrer que la droite (D) d'équation y=x est une asymptote oblique à (Cf) en $-\infty$ et en $+\infty$
6) Etudier les positions relatives de (Cf) par rapport à (D).
7) Calculer $f(4^{1/3})$ puis interpréter graphiquement le résultat.
8) Compléter la table des valeurs suivante

x	-7	-6	-5	-3	[illegible]	2	5
F(x)							

9) Construire avec soin la courbe (Cf) dans (O, I, J). On donne $\alpha = -1,6$ et $4^{1/3} = 1,6$.

PARTIE C

h est la restriction de f à $]0; +\infty[$.

1) Montrer que h réalise une bijection de $]0; +\infty[$ vers un intervalle J que l'on déterminera.
2) On désigne par h^{-1} la bijection réciproque de h.
   a) Calculer $h(1)$
   b) En déduire $(h^{-1})'(-\frac{3}{2})$
3) a) Dresser le tableau de variation de h^{-1}.
   b) construire(Ch^{-1}), représentation graphique de h^{-1}, dans le même repère que (Cf).

Durée : 2h

DEVOIR SURVEILLE DE MATHEMATIQUES

EXERCICE 1

On considère le polynôme P défini par : $P(X) = -x^3 - 2x^2 + 5x + 6$

1) a-Montrer que -1 est une racine de P.

b-Détermine les nombres réels a ; b ; et c tels que pour tout réel x, $P(x) = (x+1)(ax^2 + bx + c)$.

c)Factorise $P(x)$

2) Déduis de ce qui précède les solutions de l'équation $P(x) = 0$.

3) On donne $h(x) = -(x+1)(x+3)(x-2)$.

a-Etudie suivant les valeurs de x le signe de $h(x)$.

b-Déduis en les solutions de l'inéquation $h(x) \leq 0$.

EXERCICE 2

1) Calcule les limites suivantes

a) $\lim\limits_{x \to -1} \left(\frac{-x^2+3x-4}{x-1}\right)$

b) $\lim\limits_{x \to -1} \left(\frac{2x^2-x-3}{x+1}\right)$

c) $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ <}} \left(\frac{-2x+5}{2-x}\right)$

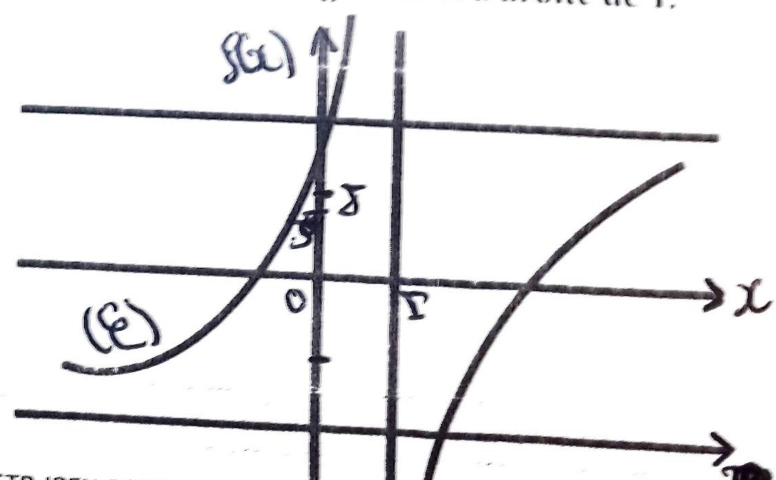
d) $\lim\limits_{x \to -\infty} (-4x^3 + 5x^2 + 3x - 4)$

e) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{2x^4 - 5x^3 + 7x - 1}{x^4 - 3x^2 - 5}\right)$

f) $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(\frac{x^4 - 7x + 5}{x^2 - 1}\right)$

2) Le plan est muni d'un repère orthogonal (O ; I; J). Le graphique (C) ci-dessous représente le graphique de la fonction f.

Conjecture les limites de la fonction f en $-\infty$; $+\infty$; à gauche et à droite de 1.



EXERCICE 3

Soit la fonction f définie par : $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$.

1) Calcule les limites de f en $-\infty$; et en $+\infty$

2) a) Montrer que la dérivée de f' de f est tel que $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$

b) En déduire le sens de variations de la fonction f.

3) Dresser le tableau de variations de f

4) Déterminer une équation de la tangente (T) au point d'abscisse 1.

MATHEMATIQUES

SERIE D

Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1 sur 3, 2 sur 3 et 3 sur 3

Seules les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées.

3 + 4 + 2,5 = 9,5

EXERCICE 1 (2 points) 1,5

On donne les groupes de mots (la forme exponentielle, logarithme, une limite finie, puissance, bijection, continue) et les phrases incomplètes dans le tableau ci-dessous :

N°	Phrases incomplètes
1	Soit α un nombre réel non nul. Toute fonction .... d'exposant α est définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$
2	Soit f une fonction décroissante sur un intervalle ouvert $]a;b[$. Si f est majorée sur $]a;b[$ alors elle admet.............................à droite en a.
3	Toute fonction dérivable sur un intervalle K est .... sur cet intervalle.
4	L'écriture $z = re^{i\theta}$ où $r \in \mathbb{R}_+^*$ et $\theta \in \mathbb{R}$ est appelée .... de z

Ecris sur ta feuille de copie le numéro de chaque phrase incomplète suivi du groupe de mots à écrire à la place des pointillés pour que la phrase soit vraie.

EXERCICE 2 (2 points) 1,2

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, trois réponses A, B et C sont proposées dont une seule permet d'avoir l'énoncé juste.

Ecris sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse

N°	Enoncés	A	B	C
1	Le module du nombre complexe $-\sqrt{2}+4i$ est	4	$3\sqrt{2}$ /	$\sqrt{14}$
2	$\lim_{x\to 1} \frac{\ln x}{(x-1)^3}$ est égal à	1	0	$+\infty$ /
3	x et y sont deux nombres réels, on a : $(0,2)^x < (0,2)^y$ équivaut à	$x > y$	$x < y$ /	$x = y$
4	Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé(O ; I ;J) . Soient A; B et C trois points d'affixes respectives z_A ; z_B et z_C A; B et C sont alignés ⟺	$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \in i\mathbb{R}^*$	$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \in \mathbb{R}^*$ ✗	$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = 0$

7

EXERCICE 3 (3 points) 2,5

1) Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation $x^2 + 3x - 4 = 0$

2) On considère le polynôme P défini par $P(x) = x^3 + 5x^2 + 2x - 8$

a) Vérifie que $P(-2) = 0$

b) Détermine les nombres réels a et b tels que $P(x) = (x+2)(x^2 + ax + b)$

3) On suppose que : $a = 3$ et $b = -4$

Déduis-en dans $\mathbb{R}$, les solutions de l'équation $P(x) = 0$

4) Résous dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes :

a) $2\ln x + \ln(x+5) = \ln(-2x+8)$

b) $(\ln x)^3 + 5(\ln x)^2 + 2\ln x - 8 = 0$

EXERCICE 4 (4points) 4 point

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$. On note (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J).

L'unité graphique : 2 cm

1) On admet que : $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$

Interprète graphiquement ces résultats

2) a) Calcule la limite de f en $+\infty$.

b) Justifie que la droite (D) d'équation $y = 2x + 1$ est une asymptote à (C_f) en $+\infty$.

3) Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2 + (x-1)e^{-x}$

a) Justifie que : $\forall x \in \mathbb{R},\ g'(x) = e^{-x}(2 - x)$

b) Etudie les variations de la fonction g

c) Dresse son tableau de variation. (On ne calculera pas les limites)

4) On admet qu'il existe un nombre réel α élément de l'intervalle $]-0{,}4;-0{,}3[$ tel que $g(\alpha) = 0$ et $\forall x \in]-\infty;\alpha[\ g(x) < 0$ et $\forall x \in]\alpha;+\infty[\ g(x) > 0$

On suppose que f est dérivable sur $\mathbb{R}$.

a) Justifie que : $\forall x \in \mathbb{R}$; $f'(x) = g(x)$

b) Etudie les variations de la fonction f.

c) Dresse son tableau de variation.

5) a) Démontre que f réalise une bijection de $]\alpha;+\infty[$ vers un intervalle J à déterminer.

b) Sachant que $f(0) = 1$; calcule $(f^{-1})'(1)$

6) On admet que (C_f) est au-dessus de (D) sur l'intervalle $]-\infty;0[$ et au dessous de (D) sur l'intervalle $]0;+\infty[$

Construis la droite (D) et la courbe (C_f). (Tu prendras $\alpha = -0{,}4$ et $f(\alpha) = 0{,}7$)

EXERCICE 5 (4 points)

Mariam, une jeune diplômée sans emploi, a reçu un fonds et décide d'ouvrir un restaurent. Après un mois d'activité, elle constate que pour un jour donné :

- La probabilité qu'il y ait une affluence de clients est de 0,6.
- Lorsqu'il y a une affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est de 0,7.
- Lorsqu'il n'y a pas d'affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est de 0,4.

On désigne par A l'évènement : « Il y a affluence de clients » et par B l'évènement : « Mariam réalise un bénéfice ».

1) On choisit un jour au hasard.

a) Calcule la probabilité de l'évènement E « il y a affluence de clients et Mariam réalise un bénéfice »

b) Démontre que la probabilité $P(B)$ de l'évènement B est égale à 0,58

c) Mariam a réalisé un bénéfice. Calcule la probabilité qu'il y ait eu une affluence de clients ce jour-là. (On donnera le résultat sous forme de fraction irréductible)

2- Mariam veut faire une prévision sur trois jours successifs donnés. On désigne par X le nombre de fois qu'elle réalise un bénéfice sur les trois jours successifs.

a) Détermine les valeurs prises par X.

b) Détermine la loi de probabilité de X. (On donnera l'arrondi d'ordre 3 des résultats)

c) Calcule l'espérance mathématique $E(X)$ de X.

3) *Soit n un nombre entier naturel supérieur ou égal à 2. On note P_n la probabilité que Mariam réalise au moins une fois un bénéfice pendant n jours successifs.*

a) *Justifie que, pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 2 : $P_n = 1 - (0.42)^n$*

b) *Détermine la valeur minimale de n pour qu'on ait $P_n \geq 0{,}9999$*

EXERCICE 6 (5 points)

Lors de la préparation d'un exposé en géométrie, un groupe d'élèves d'une classe de terminale D découvre l'équation $(E) : z \in \mathbb{C},\ z^2 - 2(1+i)z + 10i = 0$

Ils veulent avoir des informations sur cette équation.

Après réflexion, un élève de ce groupe affirme que si l'on note α une solution de cette équation (E) dont la partie réelle est positive, les nombres α, $i\bar{\alpha}$ et $\alpha - 4$ ($\bar{\alpha}$ étant le conjugué du nombre complexe α) seront les affixes des sommets d'un triangle rectangle et isocèle. Sa voisine de classe ne partage pas cet avis. Ayant suivi cette discussion, tu décides de les départager.

En utilisant tes connaissances mathématiques, dis en argumentant, lequel des deux élèves a raison.

Coefficient : 4

BAC BLANC N°1
Session de Février 2014

EPREUVE DE MATHEMATIQUES GENERALES SERIE G2

EXERCICE 1

① Résoudre dans R l'équation

$-X^2 + 2X + 8 = 0$

② On donne

$P(x) = -X^3 + 5X^2 + 2X - 24$

a• Calculer P(3) $= 0$

b• *Vérifier que* $P(x) = (X - 3)(-X^2 + 2X + 8)$

c• *Résoudre dans R l'équation* $P(x) < 0$

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2}$ $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2}$

$S_R \{-1, 3\}$

EXERCICE 2

On écrit au hasard des mots de 4 lettres ayant un sens ou non avec les lettres de l'alphabet.

① Combien de mots distincts peut –on écrire ?

② Combien de mots contenant des lettres distinct peut –on écrire ?

③ Combien de mots commençant par A et C et contenant des lettres distincts peut –on écrire ?

④ Combien de mot contenant des voyelles peut –on écrire ?

EXERCICE 3

Soit la fonction définie par :

$F(x)= \dfrac{X^2 -7X +10}{X -1}$ et (Cf.) sa représentation graphique

① Déterminer l'ensemble de définition Df.

② Calculer la limite en $-\infty$; $+\infty$; 1 à gauche et 1 à droite.

③ Déterminer l'expression f'(x) de la fonction dérivée

④ Etudier le signe de f'(x) puis en déduire le sens de variation de f.

⑤ Dresser le tableau de variation de f.

⑥ Démontrer que pour tout x appartenant à Df

$F(x)= X -6 + \dfrac{4}{X -1}$

⑦ Démontrer que la droite (D1) d'équation Y = X -6 est asymptote oblique à (Cf.).

⑧ Donner une équation de l'autre droite asymptote à (Cf) notée (D2).

⑨ Déterminer une équation de la droite (T) à la courbe au point d'abscisse 2 ? .

⑩ Construire (Cf.) ; (D1) ; (D2) et (T)

MATHÉMATIQUES

SÉRIE D

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1

Réponds par vrai si l'affirmation donnée est vraie et par faux sinon

1) Si pour tout x de l'intervalle $[2\ ,+\infty[$, $f(x) \leq g(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = -\infty$ alors, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$

2) Si une variable aléatoire X suit une loi binomiale, de paramètres n et p, alors la probabilité d'obtenir exactement k succès, $k \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$, au cours de n épreuves est $C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$

3) La forme exponentielle de $2\left(\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ est $2e^{i\frac{\pi}{4}}$

4) A et B sont deux évènements indépendants d'un univers Ω
Si $P(A) = 0{,}2$ et $P(B) = 0{,}6$ alors $P(A \cup B) = 0{,}8$

EXERCICE 2

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).
Pour chaque énoncé, une seule des quatre propositions de compléments est exacte. Écris le numéro de l'énoncé et la lettre du complément correct.

1) Si f est une fonction dérivable et bijective sur $\mathbb{R}$ telle que $f(1) = 0$ et $f'(1) = -1$, alors sa bijection réciproque f^{-1} est dérivable en 0 et $(f^{-1})'(0)$ est égale à :

a) 0 b) 1 c) -1 d) $+\infty$

2) Si z est un nombre complexe de module $\sqrt{2}$ et d'argument principal $\frac{\pi}{3}$, alors z^8 est égal à :

a) $8-(8\sqrt{3})\,i$ b) $8+(8\sqrt{3})\,i$ c) $16-(16\sqrt{3})\,i$ d) $-8+(8\sqrt{3})\,i$

3) Si X est une variable aléatoire dont la loi de probabilité est définie par le tableau suivant :

x_i	-1	0	5
p_i	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

et si F est la fonction de répartition de X, alors F(0) est égale à :

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{1}{3}$

4) L'ensemble des solutions de l'inéquation $x \in \mathbb{R},\ x\ln(0{,}4) + 1 > 0$ est :

a) $\left]-\infty; \frac{1}{\ln(2{,}5)}\right[$ b) $\left]-\infty; \frac{1}{\ln(0{,}4)}\right[$ c) $\left]\frac{1}{\ln(2{,}5)}; +\infty\right[$ d) $\left]-\frac{1}{\ln(0{,}4)}; +\infty\right[$.

EXERCICE 3

Pour tout nombre complexe z, on pose : $P(z) = z^3 - (3+2i)z^2 + (3+3i)z - 4i$.

1. a) Détermine les racines carrées du nombre complexe $-8+6i$.

b) Calcule $P(i)$.

c) Détermine les nombres complexes a et b tels que pour tout nombre complexe z : $P(z) = (z-i)(z^2 + az + b)$.

d) Détermine l'ensemble des solutions de l'équation $P(z) = 0$ pour $a = -(3+i)$ et $b = 4$.

2. Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{e}_1\,;\vec{e}_2)$.

-Soit A, B et C les points d'affixes respectives $z_A = i$, $z_B = 1-i$ et $z_C = 2+2i$.

a) Place les points A, B et C.

b) Démontre que le triangle ABC est rectangle et isocèle en A.

c) Détermine l'affixe du point D tel que ABCD est un parallélogramme.

d) Détermine et construis l'ensemble Γ des points M du plan d'affixe z tel que : $\left|\frac{z-2-2i}{z-1+i}\right| = 1$.

EXERCICE 4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}/\{-1\}$ par $f(x) = \frac{x+2}{(x+1)^2}$.

1. a) Montre que pour tout $x \in \mathbb{R}/\{-1\}$, $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{x+1}$.

b) Déduis-en la primitive F de f sur l'intervalle $\mathbb{R}/\{-1\}$ qui s'annule en -2.

2. Détermine le minimum de F sur $]-\infty;-1[$.

3. Détermine l'abscisse du point d'inflexion de F sur $]-\infty;-1[$.

EXERCICE 5

Partie A

On considère la fonction g définie sur $[0:+\infty[$ par : $\begin{cases} \forall x > 0, g(x) = e^x - 1 - xe^x \ln x \\ g(0) = 0 \end{cases}$

1. Calcule la limite de g en $+\infty$.
2. a. Démontre que pour tout $x > 0, g'(x) = -(x+1)e^x \ln x$.

   b. Etudie les variations de g, puis dresse son tableau de variation.
3. a. Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet, dans $]0:+\infty[$ une unique solution α et que $1{,}6 < \alpha < 1{,}7$.

   b. Justifie que $\forall x \in]0;\alpha[, g(x) > 0$ et $\forall x \in]\alpha;+\infty[, g(x) < 0$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $]0:+\infty[$ par $f(x) = \frac{\ln x}{e^x - 1}$.

On note (C_f) la courbe représentative de f dans le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
L'unité graphique est 2 cm.

1. a. Calcule $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

   b. Donne une interprétation graphique de chacun des résultats précédents.

2. a. Démontre que $\forall\, x \in]0; +\infty[, f'(x) = \frac{g(x)}{x(e^x - 1)^2}$.

   b. Déduis-en les variations de f, puis dresse son tableau de variation.

3. Démontre que $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha e^{\alpha}}$.

4. Construis (C_f). (On prendra $\alpha = 1{,}6$.)

EXERCICE 6

Le gérant du premier post de péage d'une autoroute a fait le constat suivant : 40% des usagers sont des petites voitures. Les autres sont des véhicules poids lourds. La société qui exploite le péage propose un abonnement aux usagers.

60% des conducteurs de petites voitures n'ont pas souscrit à l'abonnement.

70% des conducteurs de véhicules poids lourds sont abonnés.

Au poste de péage, l'on paye 2000 francs pour les petites voitures et 4 000 francs pour les véhicules poids lourds. L'abonnement permet d'obtenir une réduction de 20%.

Durant la journée, un très grand nombre de véhicules est passé au poste de péage.

Le gérant, très occupé, te sollicite pour déterminer la somme d'argent payée en moyenne par véhicule.
Utilise tes connaissances en mathématiques pour répondre à la préoccupation du gérant.

MATHEMATIQUES

Série D

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.

Toute calculatrice scientifique est autorisée.

Le candidat utilisera deux feuilles de papier millimétré.

Exercice 1 (2 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, relève le numéro suivi de V si elle est vraie ou F si elle est fausse. (Aucune justification n'est demandée)

N°	AFFIRMATIONS
1	Si f est une fonction continue et strictement décroissante sur $[a;+\infty[$ ou ($a \in \mathbb{R}$) alors $f([a;+\infty[)=\left[f(a);\lim_{x\to+\infty} f(x)\right[$
2	S'il existe un nombre réel l, une fonction g et un intervalle $]a;+\infty[$ tel que : $\forall x \in]a;+\infty[$, $\lvert f(x)+l\rvert \leq g(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} g(x)=0$ alors $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-l$.
3	Si f est une fonction dérivable et strictement monotone sur un intervalle I telle que $\forall x \in I, f'(x) \neq 0$, alors sa bijection réciproque f^{-1} a pour dérivée : $\forall x \in f(I)\ ;\ (f^{-1})'(x)=\frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$.
4	La fonction $x \mapsto 2x-\sqrt{2x+4}$ est dérivable en -2.

Exercice 2 (2 points)

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous trois réponses A, B et C sont proposées dont une seule est juste. Ecris sur ta feuille de copie le numéro de la ligne suivi de la lettre correspondant à la réponse juste. (Aucune justification n'est demandée)

N°	Affirmations	Réponses		
		A	B	C
1	*Soit h une bijection de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ telle que h(1)=3 et $h'(1)=\frac{1}{2}$, h^{-1} est la bijection réciproque de h. $(h^{-1})'(3)$ est égal à*	$\frac{1}{2}$	2	3
2	La fonction $x \mapsto \sin(2x+\frac{\pi}{4})$ admet pour dérivée sur $\mathbb{R}$ la fonction	$x \mapsto 2\cos(2x+\frac{\pi}{4})$	$x \mapsto -2\cos(2x+\frac{\pi}{4})$	$x \mapsto \cos(2x+\frac{\pi}{4})$
3	la limite en $+\infty$ de $\sqrt{x^2-x+2}-\sqrt{x^2+2x-5}$ est :	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$
4	Si $\lim\limits_{\substack{x\to a \\ >}} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}=+\infty$ alors la courbe représentative de la fonction f admet	Une demi-tangente verticale au point d'abscisse a.	Une asymptote verticale d'équation $x=a$	Une demi-tangente horizontale au point d'abscisse a.

Exercice 3 **(3 points)**

On veut déterminer une primitive de la fonction f définie sur $]-\infty; 1[$ par : $f(x) = \frac{2x+3}{(x-1)^2} + \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

Soit g la fonction définie sur $]-\infty; 1[$, par $g(x) = \frac{2x+3}{(x-1)^2}$ et h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

1. On admet que $\forall x \in]-\infty; 1[,\ g(x) = \frac{5}{(x-1)^2} + \frac{2}{x-1}$.
   Détermine une primitive G de g sur $]-\infty; 1[$.
2. Soit k la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+1})$.
   a) Démontre que $\forall x \in \mathbb{R},\ k'(x) = h(x)$.
   b) Déduis-en une primitive H de h sur $\mathbb{R}$.
3. Détermine une primitive de F de f sur $]-\infty; 1[$.

Exercice 4 **(4 points)**

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ *(unité graphique : 2 cm).* *1. Soit le polynôme P tel que :* $\forall z \in \mathbb{C}, P(z) = z^3 - (3+i)z^2 + (4+4i)z - 2(2+2i)$.

a) Justifie que 2 est une racine de P .
b) Justifie que : $\forall z \in \mathbb{C}, P(z) = (z-2)(z^2 - (1+i)z + 2 + 2i)$.
c) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - (1+i)z + 2 + 2i = 0$.
d) Déduis des questions précédentes la résolution dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(z) = 0$.

2. On considère les points A, B et C d'affixes respectives $a = 2$, $b = 2i$ et $c = 1 - i$.

a) Place les points A, B et C dans le repère.
b) Justifie que $\frac{b-a}{c-a} = -2i$.
c) Déduis-en que le triangle ABC est rectangle en A.
d) Détermine l'affixe d du point D tel que ABDC soit un rectangle.
e) Justifie que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle (Γ) dont on précisera le centre et le rayon.

Exercice 5 **(4 points)**

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 2 cm.
On considère la fonction f dérivable sur l'intervalle $]0; +\infty[$ et définie par :
$f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x}$.
On note (C) la courbe représentative de la fonction f.

I- Soit g la fonction dérivable sur l'intervalle $]0; +\infty[$ et définie par :
$g(x) = x^2 - 1 + \ln x$.
On désigne par g' la fonction dérivée de la fonction g sur $]0; +\infty[$.

1.a) Justifie que $g'(x) = \frac{2x^2+1}{x}$ pour tout réel x appartenant à l'intervalle $]0; +\infty[$.
b) Déduis-en que g est strictement croissante sur l'intervalle $]0; +\infty[$.

2. Calcule $g(1)$ et déduis que : $\begin{cases} \forall x \in]0; 1[, g(x) < 0 \\ \forall x \in]1; +\infty[, g(x) > 0 \end{cases}$

1.a)Justifie que $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x) = +\infty$

b) Donne une interprétation graphique du résultat précédent.

c) Détermine la limite de f en $+\infty$.

2.a) Justifie que, pour tout réel x appartenant à l'intervalle $]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

b) Déduis-en les variations de f sur l'intervalle $]0; +\infty[$ et dresse son tableau de variation.

3. On considère la droite (D) d'équation $y = x - 1$.

a) Démontre que la droite (D) est une asymptote oblique à la courbe (C) en $+\infty$.

b) Justifie que la courbe (C) au-dessus de la droite (D) sur $]0; 1[$ et au-dessous de la droite (D) sur $]1; +\infty[$.

c) Trace la droite (D) et la courbe (C) dans le même repère.

<u>Exercice 6</u> (5 points)

Dans une association sportive, une enquête faite par le directeur auprès d'un échantillon d'adhérents révèle que :

■ Un quart des femmes et un tiers des hommes adhèrent à la section tennis.

■ On sait également que 30 % des membres de cette association adhèrent à la section tennis.

M KONE, le directeur de l'association voudrait faire une distribution de matériels, mais il ne se souvient plus de la proportion de femmes inscrites.

Pour cela, étant élève de la terminale D, il sollicite ton aide.

A l'aide de tes connaissances mathématiques, aide M KONE à retrouver cette proportion.

TRAVAIL-RIGUEUR-SUCCES

MATHEMATIQUES

EXERCICE 1

Réponds par VRAI ou FAUX aux affirmations suivantes

1) Toute suite croissante et majorée est convergente V
2) Toute suite décroissante et non minorée diverge vers $+\infty$ V
3) Toute suite décroissante et minorée est convergente F
4) Toute suite croissante et non majorée diverge vers $-\infty$ F

EXERCICE 2

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{1}{4}x + 3$

Soit (U_n) la suite définie par : $\begin{cases} U_0 = -4 \\ \forall n \in \mathbb{N} \ , U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$

1) Calcule U_1

2) Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O; I; J)$. Unité : 2cm

   a) Trace les droites (D) et (Δ) d'équations respectives $y = x$ et $y = \frac{1}{4}x + 3$

   b) Utilise (D) et (Δ) pour placer U_0; U_1; U_2; U_3 et U_4 sur l'axe des abscisses

   c) Que peut-on conjecturer quant à la convergence de la suite (U_n) ?

3) a) Démontre par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}$; $U_n < 4$

   b) Démontre que la suite (U_n) est strictement croissante.

   c) La suite (U_n) est-elle convergente ? Justifie

4) On pose : $\forall n \in \mathbb{N}$; $V_n = U_n - 4$

   a) Démontre que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

   b) Démontre que pour tout entier naturel non nul n, $V_n = \frac{-2}{4^{n-1}}$

   c) Détermine la limite de la suite (V_n)

   d) Déduis-en la limite de la suite (U_n)

5) a) Exprime (U_n) en fonction de n

EXERCICE 3

Un élève, en classe de troisième, est déclaré vainqueur à un concours de mathématiques. Pour le récompenser, le sponsor du concours lui verse, pendant douze mois, une somme d'argent dont le montant initial est de 25000F et cela à partir du 03 janvier 2022 (premier mois). Le versement augmente de 6% du précédent versement à partir du deuxième mois jusqu'au douzième mois. Il souhaite à la fin du douzième mois, utiliser la somme totale reçue pour s'acheter un ordinateur d'un coût de 500 000 F. Son père promet de donner la différence lui permettant d'acheter l'ordinateur, si la somme versée atteint au moins 400 000F. L'élève se demande s'il pourra acheter l'ordinateur.

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, dis si l'élève pourra bénéficier de l'aide de son père pour acheter l'ordinateur ou non.

MATHÉMATIQUES

SÉRIE D

Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1 sur 3, 2 sur 3 et 3 sur 3.
Chaque candidat recevra deux(2) feuilles de papier millimétré.
Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé.
Les tables trigonométriques et logarithmiques et les règles à calculs sont autorisées.

EXERCICE 1 **(2 points)**

Pour chaque énoncé, écris **Vrai** si l'énoncé est vrai ou **Faux** si l'énoncé est faux.
Aucune justification n'est demandée.

N°	Enoncé
1.	La fonction ln est strictement décroissante sur $]0\,;+\infty[$.
2.	La fonction ln est la primitive sur $]0\,;+\infty[$ de la fonction : $x \longmapsto \frac{1}{x}$ qui s'annule en 1.
3.	On considère la suite u définie par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}$ La suite u est une suite arithmétique.
4.	Soit f une fonction numérique dérivable sur un intervalle K. a et b sont deux éléments de K tels que $a < b$. S'il existe deux nombres réels m et M tels que pour tout x élément de $[a\,;b]$, $m \leq f'(x) \leq M$, alors $m(b-a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b-a)$.

EXERCICE 2 **(2 points)**

Pour chacun des énoncés incomplets du tableau ci-dessous, trois réponses A, B et C sont proposées dont une seule permet d'avoir l'énoncé juste.
Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé incomplet suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Enoncé incomplet	Réponses	
1.	Soit u la suite numérique définie par : $\begin{cases} u_0 = -2 \\ \forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = \sqrt{2+u_n} \end{cases}$. La suite u a pour limite …	A	$-\infty$.
		B	2.
		C	0.
		D	$-\infty$.
2.	L'inéquation (E) : $x \in \mathbb{R},\ lnx - 1 \leq 0$, a pour ensemble de solutions …	A	$]-\infty\,;e]$.
		B	$]0\,;e]$.
		C	$[e\,;+\infty[$.
		D	$\varnothing$.

3.	On pose : $z = -\sqrt{3} + i$. On note r le module de z et θ l'argument principal de z. r et θ vérifient …	A	$r = 2$ et $\theta = \frac{5\pi}{6}$.
		B	$r = 2$ et $\theta = \frac{-5\pi}{6}$.
		C	$r = 2$ et $\theta = \frac{2\pi}{3}$.
		D	$r = 1$ et $\theta = \frac{5\pi}{6}$.
4.	Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O ; \vec{u}, \vec{v})$. Soient I et J les points d'affixes respectives 1 et i. On note (Γ) l'ensemble des points M du plan d'affixe z vérifiant : $\lvert z-1\rvert = \lvert z-i\rvert$. (Γ) est …	A	la droite (IJ) privée du segment [IJ].
		B	la droite (IJ).
		C	la médiatrice du segment [IJ].
		D	le cercle de centre I et de rayon 1.
5.	Soit f une fonction numérique dérivable sur un intervalle K telle que : $\forall x \in K, f'(x) > 0$. f est une bijection de K vers f(K). $\forall a \in f(K)$, $(f^{-1})'(a)$ est égal à …	A	$\frac{1}{f'(a)}$.
		B	$\frac{-1}{f^{-1}(a)}$.
		C	$f'(f^{-1}(a))$.
		D	$\frac{1}{f'(f^{-1}(a))}$.

EXERCICE 3 **(3 points)**

Dans une ville, 30% de la population ont un âge supérieur ou égal à 65 ans.
60% des personnes ayant un âge supérieur ou égal à 65 ans sont atteintes de la Covid-19 :
0,1% des personnes de moins de 65 ans sont atteintes de la Covid-19.

1. On prend une personne au hasard et on donne les évènements suivants :
S « la personne a un âge supérieur ou égal à 65 ans » ;
C « la personne est atteinte de la Covid-19 ».

a) Dresse un arbre pondéré qui représente la situation.
b) Donne la probabilité Ps(C) des personnes atteintes de la Covid-19 sachant qu'elles ont plus de 65 ans.
c) Calcule la probabilité pour que la personne ait au moins 65 ans et soit atteinte de la Covid-19.

2. Justifie que la probabilité de l'évènement C est : 0,1807.

3. On prend au hasard n personnes dans la ville et on note P_n la probabilité d'avoir au moins une personne atteinte de la Covid-19 ($n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$).

a) Justifie que : $\forall n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$, $P_n = 1 - (0{,}8193)^n$.
b) Détermine le nombre minimal de personnes pour que la probabilité d'avoir au moins une personne atteinte de la Covid-19 dépasse 99,99%.

EXERCICE 4 **(4 points)**

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x+1)e^{1-x} - x + 1$.
On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
L'unité graphique est le centimètre.

1. On admet que : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$.
Interprète graphiquement ces résultats.

2. *a*) Calcule la limite de f en $+\infty$.
b) Justifie que la droite (D) d'équation $y = -x + 1$ est une asymptote à (C) en $+\infty$.

3. Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = xe^{1-x} + 1$.

On admet qu'il existe un nombre réel α élément de l'intervalle $[-0{,}4 ; -0{,}2]$ tel que $g(\alpha) = 0$ et
$\begin{cases} \forall x \in]-\infty ; \alpha[, g(x) < 0 \\ \forall x \in]\alpha ; +\infty[, g(x) > 0 \end{cases}$.

On admet que f est dérivable sur $\mathbb{R}$.

a) Justifie que : $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = -g(x)$.

b) Étudie le sens de variation de f.

c) Dresse le tableau de variation de f.

4. On admet que (C) est au dessus de (D) sur $[-1 ; +\infty[$ et au dessous de (D) sur $]-\infty ; -1]$.
Construis (C) (Tu prendras : $\alpha = -0{,}3$ et $f(\alpha) = 3{,}9$).

5. *a)* Interprète graphiquement l'intégrale K telle que : $K = \int_0^1 (f(x) - (-x + 1))dx$.

b) Justifie, à l'aide d'une intégration par parties, que : $K = 2e - 3$.

EXERCICE 5 (4 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O ; \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique le centimètre.
On réalisera une figure que l'on complètera tout au long de l'exercice.
On note A et B les points d'affixes respectives 8 et $4 + 4i$.

1. On considère la similitude directe S de centre O telle que : S(A) = B.

a) Justifie que la similitude directe S a pour écriture complexe: $z' = (\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i)z$.

b) Détermine le rapport et l'angle de S.

2. On considère les points A_n tels que : $\begin{cases} A_0 = A \\ \forall n \in \mathbb{N}, A_{n+1} = S(A_n) \end{cases}$

On désigne par z_n l'affixe du point A_n.

a) Démontre par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}, z_n = 8(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i)^n$.

b) Démontre que le triangle OA_nA_{n+1} est rectangle et isocèle en A_{n+1}.

3. *a)* Place successivement les points A_0 , A_1, A_2, A_3 et A_4.

b) Justifie que l'aire a_1 en cm², du triangle OA_0A_1 est 16.

c) Déduis du résultat précédent l'aire a, en cm², du polygone $A_0A_1A_2A_3A_4$.

EXERCICE 6 (5 points)

Une société fabrique et commercialise des produits cosmétiques. Les relevés, en millions de Francs CFA, des frais publicitaires mensuels de la société et de son chiffre d'affaires mensuel sont consignés dans le tableau suivant.

Frais publicitaires	1	2	3	4	5
Chiffre d'affaires	60	66	69	75	81

Le directeur commercial veut investir davantage dans la publicité pour que le chiffre d'affaires mensuel atteigne 100 millions de Francs CFA.
Informée du problème, sa fille, qui est une de tes camarades de classe, te sollicite pour trouver le montant des frais à investir dans la publicité afin d'atteindre 100 millions comme chiffres d'affaires.
Fais une proposition argumentée.

UP – 2600 – CI – 04

Durée : 4 H

MATHEMATIQUES

SERIE D

Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1 sur 3, 2 sur 3 et 3 sur 3

Seules les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées.

EXERCICE 1 (2 points)

On donne les groupes de mots (la forme exponentielle, logarithme, une limite finie, puissance, bijection, continue) et les phrases incomplètes dans le tableau ci-dessous :

N°	Phrases incomplètes
1	Soit α un nombre réel non nul. Toute fonction .... d'exposant α est définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$
2	Soit f une fonction décroissante sur un intervalle ouvert $]a;b[$. Si f est majorée sur $]a;b[$ alors elle admet..............................à droite en a.
3	Toute fonction dérivable sur un intervalle K est .... sur cet intervalle.
4	L'écriture $z = re^{i\theta}$ où $r \in \mathbb{R}_+^*$ et $\theta \in \mathbb{R}$ est appelée .... de z.

Ecris sur ta feuille de copie, le numéro de chaque phrase incomplète suivi du groupe de mots à écrire à la place des pointillés pour que la phrase soit vraie.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, trois réponses A, B et C sont proposées dont une seule permet d'avoir l'énoncé juste.

Ecris sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse

N°	Enoncés	A	B	C
1	Le module du nombre complexe $-\sqrt{2} + 4i$ est	4	$3\sqrt{2}$	$\sqrt{14}$
2	$\lim_{x\to 1} \frac{\ln x}{(x-1)^3}$ est égal à	1	0	$+\infty$
3	x et y sont deux nombres réels, on a : $(0,2)^x < (0,2)^y$ équivaut à	$x > y$	$x < y$	$x = y$
4	Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé(O ; I ;J). Soient $A; B$ et C trois points d'affixes respectives z_A ; z_B et z_C A; B et C sont alignés $\Leftrightarrow$	$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \in i\mathbb{R}^*$	$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \in \mathbb{R}^*$	$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = 0$

(5-20)

EXERCICE 3 (3 points)

1) Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation $x^2 + 3x - 4 = 0$

2) On considère le polynôme P défini par $P(x) = x^3 + 5x^2 + 2x - 8$

a) Vérifie que $P(-2) = 0$

b) Détermine les nombres réels a et b tels que $P(x) = (x+2)(x^2 + ax + b)$

3) On suppose que : $a = 3$ et $b = -4$

Déduis-en dans $\mathbb{R}$, les solutions de l'équation $P(x) = 0$

4) Résous dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes :

a) $2\ln x + \ln(x+5) = \ln(-2x+8)$

b) $(\ln x)^3 + 5(\ln x)^2 + 2\ln x - 8 = 0$

EXERCICE 4 (4points)

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$. On note (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J).

L'unité graphique : 2 cm

1) On admet que : $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$

Interprète graphiquement ces résultats

2) a) Calcule la limite de f en $+\infty$.

b) Justifie que la droite (D) d'équation $y = 2x + 1$ est une asymptote à (C_f) en $+\infty$.

3) *Soit* g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2 + (x-1)e^{-x}$

a) Justifie que : $\forall x \in \mathbb{R}$, $g'(x) = e^{-x}(2 - x)$

b) Etudie les variations de la fonction g

c) Dresse son tableau de variation. (On ne calculera pas les limites)

4) On admet qu'il existe un nombre réel α élément de l'intervalle $]-0,4; -0,3[$ tel que $g(\alpha) = 0$ et $\forall x \in]-\infty; \alpha[$ $g(x) < 0$ et $\forall x \in]\alpha; +\infty[$ $g(x) > 0$

On suppose que f est dérivable sur $\mathbb{R}$.

a) Justifie que : $\forall x \in \mathbb{R}$; $f'(x) = g(x)$

b) Etudie les variations de la fonction f.

c) Dresse son tableau de variation.

5) a) Démontre que f réalise une bijection de $]\alpha; +\infty[$ vers un intervalle J à déterminer.

b) Sachant que $f(0) = 1$; calcule $(f^{-1})'(1)$

6) On admet que (C_f) est au-dessus de (D) sur l'intervalle $]-\infty; 0[$ et au dessous de (D) sur l'intervalle $]0; +\infty[$

Construis la droite (D) et la courbe (C_f). (Tu prendras $\alpha = -0,4$ et $f(\alpha) = 0,7$)

EXERCICE 5 **(4 points)**

Mariam, une jeune diplômée sans emploi, a reçu un fonds et décide d'ouvrir un restaurent. Après un mois d'activité, elle constate que pour un jour donné :

- La probabilité qu'il y ait une affluence de clients est de 0,6.
- Lorsqu'il y a une affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est de 0,7.
- Lorsqu'il n'y a pas d'affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est de 0,4.

On désigne par A l'évènement : ≪ il y a affluence de clients ≫ et par B l'évènement : ≪ Mariam réalise un bénéfice ≫.

1) On choisit un jour au hasard.

a) Calcule la probabilité de l'évènement E ≪ il y a affluence de clients et Mariam réalise un bénéfice ≫

b) Démontre que la probabilité $P(B)$ de l'évènement B est égale à 0,58

c) Mariam a réalisé un bénéfice. Calcule la probabilité qu'il y ait eu une affluence de clients ce jour-là. (On donnera le résultat sous forme de fraction irréductible)

Mariam veut faire une prévision sur trois jours successifs donnés. On désigne par X le nombre de fois qu'elle réalise un bénéfice sur les trois jours successifs.

a) Détermine les valeurs prises par X.

b) Détermine la loi de probabilité de X. (On donnera l'arrondi d'ordre 3 des résultats)

c) Calcule l'espérance mathématique $E(X)$ de X.

3) Soit n un nombre entier naturel supérieur ou égal à 2. On note P_n la probabilité que Mariam réalise au moins une fois un bénéfice pendant n jours successifs.

a) Justifie que, pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 2 : $P_n = 1 - (0{,}42)^n$

b) Détermine la valeur minimale de n pour qu'on ait $P_n \geq 0{,}9999$

EXERCICE 6 **(5 points)**

Lors de la préparation d'un exposé en géométrie, un groupe d'élèves d'une classe de terminale D découvre l'équation $(E) : z \in \mathbb{C},\ z^2 - 2(1+i)z + 10i = 0$

Ils veulent avoir des informations sur cette équation.

Après réflexion, un élève de ce groupe affirme que si l'on note α une solution de cette équation (E) dont la partie réelle est positive, les nombres α, $i\bar{\alpha}$ et $\alpha - 4$ ($\bar{\alpha}$ étant le conjugué du nombre complexe α) seront les affixes des sommets d'un triangle rectangle et isocèle. Sa voisine de classe ne partage pas cet avis. Ayant suivi cette discussion, tu décides de les départager.

En utilisant tes connaissances mathématiques, dis en argumentant, lequel des deux élèves a raison.