

COLLECTION " B.C.A "

volume 1

Conçu
par l'équipe
du BCA

MATHEMATIQUES

**T^{le}
D**

1ère édition

Annales 2022



**16 sujets
de
révisions
au
Baccalauréat
Général**



facebook

Bureau du Centre Académique - BCA

MATHEMATIQUES

T^{le} D

1ère édition

COLLECTION " B.C.A "

volume 1

Annales 2022

Les Auteurs :

D.A Venceslas VIKA, Responsable du BCA

N.G Fleury KAMITE, Partenaire du BCA

O. Isis MAKOSSO, Partenaire du BCA

GM. Victor TATY, Conseiller du BCA

**Téléchargez les cours, exercices et sujets d'annales corrigés
sur le site web : www.bca.com**

BCA en partenariat avec l'imprimerie A. NGAMBALI N.



AVANT - PROPOS

Compte tenu de la situation éducative engendrée par la crise sécuritaire due au Covid-19 dans notre pays depuis l'année- scolaire 2019-2020 , le BCA a jugé utile de mettre sur pied ce présent " Annales 2022 volume 1 " , qui regroupe dans tout son contenu 16 sujets de révisions au baccalauréat général dans la discipline de Mathématiques Terminale D.

Cette initiative a pour but de contribuer à consolider l'enseignement et hisser le niveau des élèves à une dimension salubre , en les formant gratuitement dans les établissements publics ainsi que privés, par le concours de ce présent manuel.

Pour ceux d'entre eux n'ayant pas la possibilité de bénéficier des formations gratuites à domicile par faute des localités lointaines, le BCA leur informe qu'ils pourront s'abonner à sa page d'étude facebook dans laquelle, ils téléchargeront facilement les cours, exercices et sujets d'annales corrigés ou soit envoyer une demande d'intégration dans ses groupes d'études whatsapp.

Le responsable et son personnel d'enseignants conseillent à tous les utilisateurs du maniel de passer tout d'abord par la révision spéciale des cours étudiés en classe avant de se lancer aux résolutions des dits sujets.

Cependant, le BCA tient à signifier que toute suggestion ou collaboration au vu de l'amélioration de ce livre, est la bienvenue.

D.A Venceslas VIKA

**Responsable de la collection
" B.C.A "**

SOMMAIRE

Sujet N° 1	:	Pages	5 à 7
Sujet N° 2	:	Pages	7 à 8
Sujet N° 3	:	Pages	8 à 11
Sujet N° 4	:	Pages	11 à 13
Sujet N° 5	:	Pages	13 à 15
Sujet N° 6	:	Pages	15 à 17
Sujet N° 7	:	Pages	17 à 19
Sujet N° 8	:	Pages	19 à 22
Sujet N° 9	:	Pages	22 à 24
Sujet N°10	:	Pages	24 à 25
Sujet N°11	:	Pages	25 à 28
Sujet N°12	:	Pages	28 à 30
Sujet N°13	:	Pages	30 à 32
Sujet N°14	:	Pages	32 à 34
Sujet N°15	:	Pages	34 à 36
Sujet N°16	:	Pages	36 à 38

Exercice 1

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O ; \vec{u}; \vec{v})$ (unité graphique : 1 cm).

1) On pose $P(z) = z^3 - 3z^2 + 9z - 27$.

a) Calculer $P(3)$.

b) Déterminer les réels a, b et c tels que : $P(z) = (z - 3)(az^2 + bz + c)$.

c) Résoudre dans \mathbb{C} , l'équation $P(z) = 0$.

d) Quelle est la nature du triangle formé par les points images des solutions de l'équation $P(z) = 0$?

2) Les points qui sont introduits dans la suite de l'exercice seront placés sur une même figure remise avec la même copie à la fin de l'épreuve. On nomme A, B, C et D les points d'affixes respectives z_A, z_B, z_C et z_D tels que : $z_A = 3, z_B = -3i, z_C = 3i$ et $z_D = 2 - \frac{5}{2}i$.

a) Déterminer l'affixe du point E , image de D par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

b) Déterminer l'affixe du point I , symétrie de B par rapport à D , puis celle du point J , symétrie de C par rapport à E .

c) Déterminer l'affixe du point F , milieu du segment $[IJ]$.

d) Préciser, en justifiant, la nature du quadrilatère $ODFE$.

e) On désigne par z_A, z_I et z_J les affixes des points A, I et J . On pose $Z = \frac{z_I - z_A}{z_I - z_A}$.

Calculer Z . En interprétant géométriquement le module et un argument de Z , déterminer la nature du triangle AIJ .

Exercice 2

On considère la fonction numérique f définie par : $f(x) = x^2 + 4 - 4 \ln x$.

Partie A

1) Déterminer l'ensemble de définition de f .

2) Etudier les variations de f puis dresser son tableau de variation.

3) En déduire le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .

Partie B

On considère la fonction numérique g définie par : $g(x) = x - 1 + \frac{4 \ln x}{x}$. (C) désigne la courbe représentative de g .

- 4) Déterminer l'ensemble de définition de g .
- 5) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$.
- 6) Montrer que $\forall x \in]0; +\infty[$, $g'(x) = \frac{f(x)}{x^2}$.
- 7) Dresser le tableau de variation de g .
- 8) Montrer que (C) , admet une asymptote oblique dont on précisera une équation cartésienne.
- 9) Etudier la position (C) par rapport à son asymptote oblique.
- 10) Tracer (C) .

Exercice 3

NB : Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

On considère la suite (Z_n) , $n \in \mathbb{N}$, définie par :
$$\begin{cases} Z_{n+1} = \left(\frac{1+i}{2}\right) Z_n \\ Z_0 = 1 \end{cases}$$

- 1) Déterminer la nature de la suite (Z_n) .
- 2) Montrer que $Z_n = \left(\frac{1+i}{2}\right)^n$.
- 3) a) Pour quelles valeurs de n , (Z_n) est réelle ?
b) Pour quelles valeurs de n , (Z_n) est imaginaire pur ?
c) Calculer la limite du module de Z_n à $+\infty$.

Partie B

Une série statistique double d'effectif total 100 est ajustée par la méthode des moindres carrés par les droites de régression dont les équations sont les suivantes :

$$(D_{y/x}) : y = \frac{1}{14}x + \frac{3}{14} \text{ et } (D_{x/y}) : x = \frac{1}{4}y - \frac{1}{4}$$

- 1) Déterminer les coordonnées du point moyen G .
- 2) Sachant que la variance de la variable de x est : $V(x) = \frac{14}{25}$.

Déterminer la covariance de (x, y) .

3) Déterminer la variance de la variable y et l'inertie minimale du nuage des points de la série.

Sujet N°2

Exercice 1

On considère dans \mathbb{C} , les équations (E) et (E') définies par :

$$(E) : z^2 + (1 - 6i)z - 11 - 3i = 0 \text{ et } (E') : z^3 + (3 - 6i)z^2 + (-9 - 15i)z - 22 - 6i = 0$$

- 1) a) Résoudre l'équation (E) .
- b) Démontrer que l'équation (E') admet une solution réelle notée z_0 .
- c) Déterminer les réels a et b tels que : $(E') : (z - z_0)(z^2 + az + b)$.
- d) Résoudre l'équation (E') .

2) On considère les points A, B et C d'affixes respectives

$$z_A = 1 + 3i ; z_B = -2 + 3i \text{ et } z_C = -2.$$

- a) Déterminer l'expression complexe de la similitude plane directe S qui laisse le point A invariant et transforme B en C .
 - b) Déterminer l'expression analytique de S .
- 3) Soit h l'homothétie de centre A et de rapport -2 .
- a) Déterminer l'écriture complexe de h .
 - b) Déterminer l'affixe du point D , image du point B par h .

Exercice 2

On considère la suite (U_n) , à termes positifs définie sur \mathbb{N}^* par :
$$\begin{cases} U_{n+1} = 2\sqrt{U_n} \\ U_1 = 1 \end{cases}$$

- 1) Calculer U_2 et U_3 . (Donner les résultats sous la forme 2^λ où λ est un réel).
- 2) Soit la suite définie par $V_n = \ln U_n - 2 \ln 2$.
 - a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique.
 - b) Exprimer V_n en fonction de n .

b) En déduire l'expression de U_n en fonction de n et calculer la limite de U_n quand n tend vers l'infini.

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 1 + x - e^{-x/2}$.

On désigne par (\mathcal{C}) sa courbe représentative dans le plan rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , unité graphique : 2 cm.

- 1) Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
- 2) Montrer que la droite (\mathcal{D}) d'équation $y = x + 1$ est une asymptote à la courbe (\mathcal{C}) .
- 3) Calculer la limite de $\frac{f(x)}{x}$ en $-\infty$ et donner une interprétation du résultat.
- 4) Etudier la position de (\mathcal{C}) par rapport à (\mathcal{D}) .
- 5) Calculer la dérivée f' de la fonction f , puis étudier son signe.
- 6) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur \mathbb{R} .
- 7) Tracer (\mathcal{C}) et (\mathcal{D}) dans le même repère.
- 8) Montrer que f admet une bijection réciproque notée f^{-1} .
- 9) Dresser le tableau de variation de la bijection réciproque f^{-1} .
- 10) Sans expliciter $f^{-1}(x)$, calculer $f^{-1}(0)$ et $(f^{-1})'(0)$.
- 11) Tracer la courbe (\mathcal{C}') de f^{-1} dans le même repère que (\mathcal{C}) .

Exercice 4

- 1) Résoudre l'équation différentielle $(E) : 16y'' + y = 0$.
- 2) Déterminer la fonction f solution de (E) dont la courbe admet au point $A(1 ; 0)$ une tangente de pente $\frac{1}{e}$.
- 3) Démontrer que $f(x) = 2 \cos\left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{3}\right)$.

Sujet N°3

Exercice 1

Soit l'application (\mathcal{P}) dans lui-même qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe telle que : $Z' = (1 - i)Z + 2 + 3i$.

1) a) Justifier que (\mathcal{P}) est une similitude et préciser ses éléments caractéristiques.

b) Montrer que l'écriture analytique de (\mathcal{P}) s'écrit :
$$\begin{cases} x' = x + y + 2 \\ y' = -x + y + 3 \end{cases}$$

2) Déterminer une équation par (\mathcal{P}) , de la droite (\mathcal{D}') , image de la droite (\mathcal{D}) d'équation :

$$x - 3y - 2 = 0.$$

3) Déterminer une équation par (\mathcal{P}) , de la droite (\mathcal{C}') , image du cercle (\mathcal{C}) d'équation :

$$(x - 2)^2 + y^2 = \frac{1}{2}.$$

Exercice 2

E est un espace vectoriel de base canonique (\vec{i}, \vec{j}) .

Soit f l'endomorphisme de E défini par : $f(\vec{i}) = \vec{i} + 2\vec{j}$ et $f(\vec{j}) = 3\vec{i} + 2\vec{j}$

1) Démontrer que f est une bijection de E

2) Déterminer les valeurs du réel λ tels que : $f(\vec{U}) = \lambda\vec{U}$ où $\vec{U} = x\vec{i} + y\vec{j}$ est un vecteur de E .

3) H et G sont deux sous-ensembles de E tels que :

$$H = \{\vec{U} \in E / f(\vec{U}) = -\vec{U}\} \text{ et } G = \{\vec{U} \in E / f(\vec{U}) = 4\vec{U}\}.$$

a) Montrer que H est une droite vectorielle et en donner une base (\vec{e}_1) .

b) Montrer que G est une droite vectorielle et en donner une base (\vec{e}_2) .

c) Montrer que la famille (\vec{e}_1, \vec{e}_2) est une base de E .

d) Ecrire la matrice de f dans la base (\vec{e}_1, \vec{e}_2) .

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 1 - 2xe^{1-x}$.

On désigne par (\mathcal{C}) la courbe représentative de f dans le repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Unité graphique : 2 cm.

- 1) Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
- 2) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = 2(x - 1)e^{1-x}$.
- 3) Etudier le signe de f' dans un tableau.
- 4) Etudier le tableau de variation de f .
- 5) Etudier la branches infinie à (\mathcal{C}) au voisinage de $-\infty$.
- 6) Montrer que l'équation $f(x) = 0$, admet deux solutions $\alpha \in]0, 2 ; 0, 3[$ et $\alpha \in]2, 6 ; 2, 7[$.
- 7) Construire la courbe (\mathcal{C}) .
- 8) Soit h la fonction définie sur \mathbb{R} par : $h(x) = x + (2x + 2)e^{1-x}$.
 - a) Montrer que h est une primitive de f sur \mathbb{R} .
 - b) Montrer que l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (\mathcal{C}) , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \alpha$ est $\mathcal{A}(\alpha) = 4[h(\alpha) - 2e] \text{ cm}^2$, puis calculer $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} \mathcal{A}(\alpha)$.

Exercice 4

On considère la série statistique suivante double d'une population statistique composé de 10 individus.

$Y \backslash X$	$[-2; 0[$	$[0; 2[$	$[2; 4[$
$[-2; 0[$	1	3	1
$[0; 2[$	3	2	0

- 1) Déterminer la série marginale de X et Y .
- 2) Déterminer les fréquences marginales f_i et f_j .
- 2) Représenter graphiquement le nuage statistique
- 3) Déterminer l'inertie du nuage par rapport au point $A (-1; 1)$
- 4) Déterminer par la méthode de moindre carré la droite de régression de Y en X

Sujet N°4

Exercice 1

On pose : $I = \int_0^{\ln 2} \frac{2e^x+1}{e^x+1} dx$ et $J = \int_0^{\ln 2} \frac{1}{e^x+1} dx$.

- 1) Montrer que : $I + J = 2 \ln 2$.
- 2) Soit $K = \int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{e^x+1} dx$
 - a) Montrer que : $I - J = 2K$.
 - b) Calculer K .
- 3) En déduire les valeurs exactes de I et J .

Exercice 2

- 1) On donne l'ensemble D défini par : $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x - 2y = 0\}$.
- 2) On considère f l'endomorphisme de \mathbb{R}^2 défini par : $\begin{cases} 3f(\vec{i}) = \vec{i} + 2\vec{j} \\ 3f(\vec{j}) = a\vec{i} + b\vec{j} \end{cases}$
 - a) Déterminer les réels a et b pour que f soit une projection vectorielle.

3) En réalité $a = 4$ et $b = -1$.

a) Déterminer matrice A de f dans la base (\vec{i}, \vec{j}) .

b) Montrer que le produit $A \times A = I$, où I est la matrice identité d'ordre 2.

c) Donner la nature de l'endomorphisme f .

b) Déterminer la base B et la direction D de f .

Problème

Partie A

Soit g la fonction numérique définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = e^{-x} + 1 + xe^{-x}$.

1) Calculer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.

2) Calculer la dérivée g' de g , puis étudier son signe.

3) Dresser le tableau de variations de g .

4) Montrer que l'équation $g(x) = 0$, admet une solution unique $\alpha \in]-1, 28 ; -1, 27[$.

5) En déduire le signe de g .

Partie B

On considère la fonction f sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{x}{e^{-x}+1}$.

On désigne par (\mathcal{C}) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . (Unité graphique : 2 cm).

1) Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

2) Montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^{-x}+1)^2}$.

3) En déduire le signe de $f'(x)$.

- 4) Dresser le tableau de variations de f .
- 5) Montrer que $f(\alpha) = \alpha + 1$.
- 6) En déduire l'encadrement de $f(\alpha)$.
- 7) Montrer que (\mathcal{C}) admet une asymptote oblique (\mathcal{D}) en $+\infty$.
- 8) Etudier la position de (\mathcal{C}) par rapport à (\mathcal{D}) .
- 9) Tracer (\mathcal{D}) et (\mathcal{C}) .

Sujet N°5

Exercice 1

- 1) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (\sin x) \cos^5 x$.

Déterminer une primitive F de f sur \mathbb{R} . En déduire l'intégrale $\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx$.

- 2) On pose $J = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x} dx$ et $K = \int_0^{\frac{\pi}{3}} (\cos x) \ln(1 + \cos x) dx$.

- a) Calculer J
- b) A l'aide d'une intégration par parties, exprimer K en fonction de J .
- c) En déduire la valeur de K .

Exercice 2

Partie A

On considère l'équation différentielle $(E) : 2y'' - 3y' + y = 0$.

- 1) Résoudre l'équation différentielle (E) .

2) Déterminer la solution particulière vérifiant $f(0) = 0$ et $f'(0) = -\frac{1}{2}$.

Partie B

On désigne la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{\frac{x}{2}} - e^x$.

1) Déterminer l'ensemble de définition de f .

2) a) Etudier les variations de f .

b) Dresser le tableau de variation de f .

3) Etudier les branches infinies de f .

4) Tracer la courbe (C_f) dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Unité graphique : 2 cm.

5) a) Calculer l'air en cm^2 , de la portion du plan limité par la courbe (C_f) et les droites d'équations $x = k$; $x = 0$ avec $k < 0$.

b) Calculer la limite $\mathcal{A}(k)$ quand k tend vers $-\infty$.

Problème

1) a) Résoudre dans \mathbb{C} , l'équation $(E) : iZ^2 - 2z - 4i = 0$.

On notera Z_1 et Z_2 ses solutions, avec $Re(Z_1) < 0$.

b) En déduire les solutions dans \mathbb{C} , de l'équation (E) définie par :

$$(E) : i(Z + 2\sqrt{3} - 2i)^2 - 2(Z + 2\sqrt{3} - 2i) - 4i = 0.$$

On notera Z_3 et Z_4 ses solutions, avec $Re(Z_3) < Re(Z_4)$.

2) Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) . On considère les points A, B et C d'affixes respectives $Z_A = -\sqrt{3} - i$, $Z_B = \sqrt{3} - i$ et $Z_C = 3Z_4 - Z_3$.

a) Montrer que $Z_C = 2i$

b) Placer les points A, B et C dans le repère.

c) Calculer le module et un argument de $\frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A}$.

d) En déduire la nature du triangle ABC.

3) Soit \mathcal{S} la similitude plane directe qui laisse invariant le point A et transforme B en C .

a) Montrer que l'expression complexe de \mathcal{S} est : $Z' = \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)Z - \sqrt{3} + i$.

b) Donner les éléments caractéristiques de \mathcal{S} , puis la nature exacte de \mathcal{S} .

c) On vous rappelle que $Z' = x' + iy'$ et $Z = x + iy$.

Montrer que l'expression analytique de \mathcal{S} s'écrit :
$$\begin{cases} x' = \frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}y - \sqrt{3} \\ y' = \frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y + 1 \end{cases}$$

d) Déterminer l'affixe Z_D du point tel que : $D = \mathcal{S}(C)$.

e) Que peut-on en déduire du quadruplet A, B, C, D ?

f) Déterminer l'image du triangle ABC par \mathcal{S} .

g) Soit (\mathcal{C}) un cercle d'équation $x^2 + y^2 = 2$.

Montrer que les points A, B et C appartiennent au cercle (\mathcal{C}) , puis construire (\mathcal{C}) .

h) Montrer que l'image du cercle (\mathcal{C}) est le cercle (\mathcal{C}') d'équation : $(x + \sqrt{3})^2 + (y - 1)^2 = 2$, puis donner sa construction dans le même plan que (\mathcal{C}) .

Sujet N°6

Exercice 1

1) Déterminer les nombres complexes Z_1 et Z_2 solutions du système d'équations :

$$\begin{cases} Z_1 + Z_2 = 2\sqrt{3} \\ Z_1 \times Z_2 = 7 \end{cases}$$

2) Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) . On considère les points

A, B et C d'affixes respectifs $Z_A = i$, $Z_B = \sqrt{3} + 2i$ et $Z_C = \sqrt{3} - 2i$.

a) Calculer $(Z_B - Z_A)(\overline{Z_C - Z_A})$.

b) En déduire que le triangle ABC est rectangle en A .

3) Dans la figure de l'annexe ci-jointe, on a placé le point A .

a) Soit D le point d'affixe $z_D = -\sqrt{3}$. Montrer que le point A est le milieu du segment $[DB]$.

b) Placer les points D , B et C .

c) Montrer que l'aire du triangle BCD est égale à $4\sqrt{3}$.

Exercice 2

Soit \mathbb{R}^2 un espace vectoriel de base canonique (\vec{i}, \vec{j}) ; on considère les vecteurs

$\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j}$ et $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j}$, et note par f l'endomorphisme de \mathbb{R}^2 défini par :

$$f(\vec{u}) = -\vec{u} + 2\vec{v} \text{ et } f(\vec{v}) = \vec{v}.$$

1) a) Montrer que la famille (\vec{u}, \vec{v}) est une base de \mathbb{R}^2 .

b) Ecrire la matrice H de f dans la base (\vec{u}, \vec{v}) .

c) En déduire la nature exacte de f .

2) a) Calculer $f(\vec{i})$ et $f(\vec{j})$.

b) Ecrire matrice M de f dans la base (\vec{i}, \vec{j}) .

c) Déterminer le sous-espace E tel que : $E = \{\vec{u} \in \mathbb{R}^2 / f(\vec{u}) = -\vec{u}\}$.

d) En déduire les éléments caractéristiques de f .

Exercice 3

Soit f la fonction numérique à variable réelle x définie par : $f(x) = \frac{1}{x(1-\ln x)}$.

1) Déterminer l'ensemble de définition E_f de f .

2) Montrer que f est continue et dérivable sur E_f .

3) Etudier les variations de f .

- 4) Etudier les branches infinies à la courbe représentative de f .
- 5) Tracer la courbe (C) , représentative de f dans le repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Unité graphique : 2 cm.
- 6) Soit g la fonction de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définie par : $g(x) = \ln|1 - \ln x|$.
 - a) Déterminer l'ensemble de définition E_g de g .
 - b) Démontrer que $g'(x) = -f(x)$.
 - c) Etudier les variations de g .
 - d) Tracer la courbe (C') , représentative de g dans le repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Unité graphique : 2 cm.
- 7) Soit λ un réel tel que $1 \leq \lambda \leq e$, on note $\mathcal{A}(\lambda)$ l'aire en cm^2 , de la région du plan limitée par la courbe et les droites d'équations : $x = 1$, $x = \lambda$ et $y = 0$.
 - a) Calculer $\mathcal{A}(\lambda)$ en cm^2 .
 - b) Déterminer λ tel que : $\mathcal{A}(\lambda) = \ln 16$.

Exercice 4

On considère X la variable aléatoire dont l'univers image est $X(\Omega) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ et telle que pour tout élément k de $X(\Omega)$, $p(X = k)$ est proportionnelle à k .

- 1) Déterminer la loi de probabilité de X .
- 2) Définir la fonction de répartition F de X et construire son graphe.
- 3) Calculer l'espérance mathématique, la variance et l'écart type de X .

Sujet N°7

Exercice 1

On considère le polynôme P défini par : $P(z) = z^3 - 4iz^2 + az + b$

1) Déterminer a et b tels que :
$$\begin{cases} P(-i) = -4 + 12i \\ P(1+i) = 0 \end{cases}$$

2) Dans la suite on pose : $a = -4 - i$ et $b = -3 + 3i$.

- a) Montrer que l'équation $P(z) = 0$ admet une solution réelle.

b) Déterminer le réel α tel que : $P(z) = (z + 1)(z - \alpha)(z - 1 - i)$.

c) Résoudre dans \mathbb{C} , l'équation $P(z) = 0$.

3) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points

A, B et C d'affixes respectives $z_A = -1$; $z_B = 3i$; $z_C = 1 + i$

a) Placer les points A, B et C dans le plan.

b) Déterminer la nature du triangle ABC .

4) Soit \mathcal{P} une application qui transforme B en C et laisse invariant le point A .

a) Montrer que l'écriture complexe de \mathcal{P} est : $z' = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right)z - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$.

b) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de \mathcal{P} .

c) Déterminer l'écriture analytique de \mathcal{P} .

Exercice 2

Le tableau ci-dessous donne les pourcentages y_i des filles candidates à l'examen du baccalauréat d'un pays du continent africain au cours de dix années.

Année	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pourcentages y_i des filles	36	36,4	36,6	38,2	39,1	40,1	41,6	42	44,2	44,4

Dans tout l'exercice, les résultats seront donnés à 0,01 près.

1) Déterminer les coordonnées du point moyen G de cette série.

2) En utilisant la méthode des moindres carrés, déterminer l'équation de la droite de régression de y en fonction de x .

3) a) En se basant sur l'évolution des pourcentages des filles, candidates au baccalauréat, quel pourcentage peut-on envisager en 2030 ?

b) A partir de quelle année peut-on espérer que le pourcentage des filles dépasse 70 % ?

Problème

1) On considère la fonction numérique g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = e^x + x - 5$

a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

b) Dresser le tableau de variations de g sur \mathbb{R} .

c) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α sur $[0; 3]$.

2) Soit la fonction f définie sur $] -\infty; 5[$ par : $f(x) = \ln(5 - x)$

a) Calculer les dérivées f' et f'' de f .

b) Montrer que $f(\alpha) = \alpha$.

c) Démontrer que $\forall x \in [0; 3]$, on a : $f(x) \in [0; 3]$.

d) Montrer qu'on : $\forall x \in [0; 3]$, $|f'(x)| \leq \frac{1}{2}$, et en utilisant le théorème des inégalités des accroissements finis, montrer aussi que : $\forall x \in [0; 3]$, $|f(x) - \alpha| \leq \frac{1}{2}|x - \alpha|$.

3) On définit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par :
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n); n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \in [0; 3]$.

b) Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|u_n - \alpha|$.

c) En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$; $|u_n - \alpha| \leq \frac{1}{2^{n-1}}$.

d) Montrer que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite convergente puis préciser sa limite.

Sujet N°8

Exercice 1

Le plan est rapporté au repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) .

On considère le polynôme P défini par :

$$P(z) = z^4 - 6z^3 + 24z^2 - 18z + 63.$$

1) Calculer : $P(i\sqrt{3})$ et $P(-i\sqrt{3})$.

2) Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout $z \in \mathbb{C}$, on ait :

$$P(z) = (z^2 + 3)(az^2 + bz + c).$$

3) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$.

4) Placer dans le plan complexe les points A, B, C et D d'affixes respectives :

$$z_A = i\sqrt{3}, z_B = -i\sqrt{3}, z_C = 3 + 2i\sqrt{3} \text{ et } z_D = \bar{z}_C \text{ où } \bar{z} \text{ désigne le conjugué de } z.$$

5) On note E le symétrique de D par rapport à O .

a) Déterminer l'affixe z_E du point E .

b) Montrer que $\frac{z_C - z_B}{z_E - z_B} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$.

En déduire la nature du triangle BEC .

6) Donner l'écriture complexe de la transformation R qui laisse le point B invariant et transforme E en C .

Exercice 2

Soit (U_n) la suite numérique définie par : $U_0 = 0, U_1 = 1$ et $U_{n+2} = \frac{1}{3}U_{n+1} + \frac{2}{3}U_n$,

$n \in \mathbb{N}$. On définit les suites (V_n) et (W_n) par : $V_n = U_{n+1} - U_n$ et $W_n = U_{n+1} + \frac{2}{3}U_n$,

$\forall n \in \mathbb{N}$.

1) Calculer V_0 et W_0 .

2) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.

- 3) Démontrer que (W_n) est une suite constante.
- 4) Montrer que : $U_n = \frac{3}{5}(W_n - V_n), \forall n \in \mathbb{N}$.
- 5) a) Calculer la limite de (V_n) .
- b) En déduire la convergence de la suite (U_n) .

Problème

On considère la fonction f définie sur $I \subset \mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = \frac{x \ln x}{x+1}, & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 0, & \text{si } x = 0 \end{cases}$ et (\mathcal{C}) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j}) (unité graphique : 2 cm).

Partie A

On considère la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = x + 1 + \ln x$.

- 1) Etudier les variations de g , puis dresser son tableau de variations.
- 2) Montrer que l'équation $g(x) = 0$, admet une solution unique $\alpha \in]0, 1; 0, 4[$.
- 3) En déduire le signe de g sur $]0; +\infty[$.

Partie B

- 1) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en $x_0 = 0$, puis interpréter graphiquement le résultat.
- 2) Montrer que pour tout x de $]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$.
- 3) a) Démontrer que $f(\alpha) = -\alpha$.
- b) Etudier les variations de f , puis dresser son tableau de variation.
- c) Déterminer l'équation de la tangente (\mathcal{T}) à (\mathcal{C}) en $x_0 = 1$.
- 4) Tracer la courbe (\mathcal{C}) . On prendra $\alpha = 0, 3$.
- 5) Soit h la restriction de f à l'intervalle $I = [1; +\infty[$.

a) Montrer que h admet une bijection réciproque notée h^{-1} , puis dresser son tableau de variations.

b) Construire la courbe (\mathcal{C}') de h^{-1} .

Sujet N°9

Exercice 1

On considère la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = \frac{1}{2} + \frac{x}{2} + \ln x$.

On admet que l'équation $g(x) = x$ admet une solution unique $\alpha \in I =]3; 4[$.

1) a) Montrer que $\forall x \in I, g(x) \in I$.

b) Montrer que $\forall x \in I, |g'(x)| \leq \frac{5}{6}$.

2) Soit (U_n) la suite définie par :
$$\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = g(U_n), \forall n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

a) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, U_n \in I$.

b) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, |U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{5}{6} |U_n - \alpha|$.

c) En déduire que $\forall n \in \mathbb{N}, |U_n - \alpha| \leq \left(\frac{5}{6}\right)^n$.

d) En déduire la convergente de la suite (U_n) .

Exercice 2

On considère la série statistique à deux variables X et Y définie par les tableaux des distributions marginales suivantes :

X	0	1
n_i	$a + 5$	$b + 5$

Y	-1	1	2
n_j	$a + 1$	7	$b + 2$

- 1) Déterminer les valeurs de a et b pour que les coordonnées du point moyen soient $G \left(\frac{8}{15} ; \frac{14}{15} \right)$.
- 2) On admet que $a = 2$ et $b = 3$.
 - a) Transformer ces deux tableaux en un tableau linéaire à une entrée.
 - b) En déduire le tableau de variation non linéaire à double entrée.
 - c) Représenter graphiquement le nuage des points de cette série statistique.
 - d) Calculer la covariance de cette série.
 - e) Déterminer l'inertie du nuage par rapport au point $A (2 ; 0)$ puis par rapport au point G .

Problème

- I) Résoudre dans $\mathbb{C} \times \mathbb{C}$ le système d'inconnus z_1 et z_2 défini par :

$$\begin{cases} z_1 + 2iz_2 = -4 \\ (1-i)\overline{z_1} + 2\overline{z_2} = 4 - 2i \end{cases} \text{ où } \overline{z_1} \text{ et } \overline{z_2} \text{ sont les conjugués des nombres complexes } z_1 \text{ et } z_2$$

- II) On considère le polynôme P défini par : $P(z) = z^3 - (2-i)z^2 + (5-3i)z - 2 + 6i$

- 1) Montrer que le nombre complexe $-2i$ est une racine de $P(z)$.
- 2) Déterminer deux nombres complexes a et b tels que: $P(z) = (z + 2i)(z^2 + az + b)$.
- 3) Résoudre dans \mathbb{C} , l'équation $P(z) = 0$
- 4) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = -2 - i$; $z_B = 1 - i$; $z_C = 1 + 2i$
 - a) Placer les points A, B et C dans le plan.
 - b) Déterminer la nature du triangle ABC .
- 5) Déterminer l'affixe z_D du point D tel que $ABCD$ soit un carré.
- 6) Déterminer l'ensemble (E) des points M d'affixes z tel que $\left| z + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i \right| = 3$
- 7) Soit \mathcal{R} la rotation qui laisse invariant le point B et transforme C en A .
 - a) Montrer que l'écriture complexe de \mathcal{R} est : $z' = iz - 2i$.
 - b) Déterminer les éléments caractéristiques de \mathcal{R} .
 - c) Montrer que l'expression analytique de \mathcal{R} s'écrit : $\begin{cases} x' = -y \\ y' = x - 2 \end{cases}$
 - d) Déterminer l'affixe $z_{A'}$ du point $A' = \mathcal{R}(A)$ et l'affixe $z_{D'}$ du point $D' = \mathcal{R}(D)$.
 - e) Construire l'image du carré $ABCD$.

f) Calculer le périmètre et la surface du carré $ABCD$.

Sujet N°10

Exercice 1

Soit la série statistique double suivante :

$Y \backslash X$	X^{-2}	-1	3
-1	2	3	1
1	1	α	1

- 1) Déterminer la valeur de α pour que l'on ait la covariance égale $Cov(X, Y) = 0,4$.
- 2) Calculer les variances de X et Y
- 3) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y
- 4) Déterminer par la méthode des moindres carrés les deux droites de régressions.
- 5) Déterminer l'inertie du nuage par rapport au point $A(1; 1)$, puis par rapport à G

Exercice 2

L'équation différentielle (E) définie par : $y'' + ay' + by = 0$.

- 1) Déterminer a et b pour que la fonction $f(x) = e^{-x}(A \cos 2x + B \sin 2x)$ soit une solution particulière de (E) .
- 2) Quelle est la solution particulière de (E) qui admet au point $\Omega(0; 3)$ une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

Problème

Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par : $f(x) = -e^{\sqrt{x}}$

On note (\mathcal{C}) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) , unité graphique : 2 cm.

1) a) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0.

b) Etudier les variations de f .

2) Etablir une équation de la droite (\mathcal{T}) , tangente à la courbe (\mathcal{C}) en son point A d'abscisse 1.

3) Soit φ la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par : $\varphi(t) = e \cdot t - e^t$ et g la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $g(x) = -e^{\sqrt{x}} + \frac{e}{2}x + \frac{e}{2}$

a) Etudier les variations de φ sur $[0; +\infty[$ puis donner le signe de $\varphi(x)$.

b) g' étant la fonction dérivée de g , montrer que $\forall x > 0, g'(x) = \frac{\varphi(x)}{2\sqrt{x}}$.

En déduire des questions précédentes le sens de variation de g et le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x .

Etudier la position de la courbe (\mathcal{C}) par rapport à (\mathcal{T}) .

4) Construire dans le repère (O, \vec{u}, \vec{v}) la droite (\mathcal{T}) , la tangente à (\mathcal{C}) en son point d'abscisse 0 et la courbe (\mathcal{C}) .

5) On note (\mathcal{D}) la partie limitée par (\mathcal{C}) , l'axe des ordonnées et la droite (Δ) d'équation $y = -e$.

Si \mathcal{A} désigne en unité d'aire, l'aire du domaine (\mathcal{D}) , justifier que $\mathcal{A} = e + \int_0^1 f(x)dx$.

Sujet N°11

Exercice 1

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) , on désigne par \mathcal{R} la transformation ponctuelle qui à tout point M d'affixe $z = x + iy$ associe le point M' d'affixe

$$z' = x' + iy' \text{ définie par } M' = \mathcal{R}(M), \text{ on a : } \begin{cases} x' = -y + 1 \\ y' = x + 1 \end{cases}$$

- 1) a) Donner l'écriture complexe de \mathcal{R} .
- b) Déterminer les éléments caractéristiques de \mathcal{R} .
- 2) Soit B le point d'affixe $z_B = 3 + 2i$. Déterminer le point C d'affixe z_C tel que $C = \mathcal{R}(B)$.
- 3) On désigne par A, B et C les points d'affixes $z_A = i, z_B = 3 + 2i$ et $z_C = -1 + 4i$.
 - a) Placer les points A, B et C dans le repère (O, \vec{u}, \vec{v}) ,
 - b) En déduire la forme algébrique et trigonométrique de $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$.
 - c) En déduire la nature du triangle ABC .

Exercice 2

Dans l'espace vectoriel \mathbb{R}^2 muni de sa base canonique (\vec{i}, \vec{j}) , on considère l'endomorphisme p défini par : $pop(\vec{i}) = \vec{i}$ et $p(\vec{i}) = 2\vec{i} - \frac{2}{3}\vec{j}$

- 1) Démontrer que $p(\vec{j}) = 3\vec{i} - \vec{j}$.
- 2) Déterminer le vecteur $pop(\vec{j})$.
- 3) Soit $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ un vecteur de \mathbb{R}^2 et $\vec{u}' = x'\vec{i} + y'\vec{j}$ un vecteur de \mathbb{R}^2 .

Montrer que l'expression analytique de p est définie sur \mathbb{R}^2 par : $\begin{cases} x' = 2x + 3y \\ y' = -\frac{2}{3}x - y \end{cases}$

- 4) Montrer que l'ensemble (E) des vecteurs \vec{u} de \mathbb{R}^2 tel que : $p(\vec{u}) = \vec{u}$ est droite vectorielle dont on présentera une équation.

5) Montrer que l'ensemble (F) des vecteurs \vec{u} de \mathbb{R}^2 tel que : $p(\vec{u}) = \vec{0}$ est une droite vectorielle de \mathbb{R}^2 est droite vectorielle dont on présentera une équation.

6) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de p .

7) On donne les vecteurs $\vec{e}_1 \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{e}_2 \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ de \mathbb{R}^2 .

a) Montrer que (\vec{e}_1, \vec{e}_2) est une base de \mathbb{R}^2 .

b) On rappelle que : $p(\vec{e}_1) = \vec{e}_1$ et $p(\vec{e}_2) = \vec{0}$.

Ecrire la matrice de p dans la base (\vec{e}_1, \vec{e}_2) .

Exercice 3

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)(-2 + \ln x)$ et on désigne par (\mathcal{C}) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité graphique : 2 cm).

1) Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$. Calculer $f'(x)$.

2) Soit g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = x - 3 + \ln x$.

a) Etudier les variations de g .

b) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in [2; 3]$.

c) En déduire le signe de $g(x)$ sur $]0; +\infty[$.

3) Dresser le tableau de variation de f .

4) Montrer que $f(\alpha) = -\frac{(\alpha-1)^2}{\alpha}$.

5) Tracer la courbe (\mathcal{C}) .

6) Soit h la restriction définie sur $]0; +\infty[$ par : $h(x) = -f(x)$.

a) Donner le tableau de variations de h .

b) Sans étudier la fonction h , construire sa courbe (C_h) dans le même repère que (C) .

Exercice 4

Un responsable de magasin achète des composants électroniques auprès de deux fournisseurs dans les proportions suivantes 25% au premier fournisseur et 75% au second fournisseur la proportion des composants défectueux est de 3% chez le premier fournisseur et de 2% chez le second.

On note D l'événement « le composant est défectueux »

F_1 l'événement « le composant provient du premier fournisseur »

F_2 l'événement « le composant provient du second fournisseur »

1) Dessiner l'arbre pondéré.

2) a) Calculer $P(D \cap F_1)$ et $P(D \cap F_2)$.

b) Démontrer que $P(D) = 0,0225$.

3) Sachant qu'un composant est défectueux, quelle est la probabilité qu'il provienne du premier fournisseur ?

Sujet N°12

Exercice 1

\mathbb{C} est l'ensemble complexes. On considère dans \mathbb{C} l'équation :

$$(E); z^3 + (1 + 8i)z^2 + (-25 + 13i)z - 30 - 30i = 0.$$

1) Déterminer les complexes imaginaire pur z_0 , solution de polynôme (E) .

2) Déterminer les complexes a, b et c tels que (E) sous la forme $(z + 3i)(az^2 + bz + c)$.

- 3) a) Déterminer les racines carrées du complexe $Z = 16 - 30i$.
- b) Résoudre alors dans \mathbb{C} de l'équation (E) .
- 4) Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points A, B, C et D d'affixes respectives $z_A = -3 - i$, $z_B = 2 - 4i$ et $z_C = -3 + i$ et $z_D = -2$
- a) Construire dans le plan les droites (AD) et (BC) .
- b) Démontrer que les droites (AD) et (BC) sont perpendiculaires.
- 5) On désigne par \mathcal{S} la similitude plane directe qui laisse invariant le point I d'affixe $z_I = 2$ et qui transforme les points C en D .
- a) Déterminer l'expression complexe de \mathcal{S} .
- b) Déterminer le rapport et l'angle de \mathcal{S} .

Exercice 2

L'espace \mathbb{R}^3 est rapporté à une base $\mathcal{B} = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ et f un endomorphisme de \mathbb{R}^3 définit

$$\text{analytiquement par : } \begin{cases} x' = 3x + 2y + 2z \\ y' = x + z \\ z' = 2x - 2y + 3z \end{cases}$$

- 1) Donne la matrice M de f dans la base \mathcal{B} .
- 2) Détermine $f(\vec{i}), f(\vec{j}), f(\vec{k})$
- 3) Détermine le noyau $\ker f$ et donne son vecteur directeur de base \vec{u}_1 .
- 4) Détermine l'image $\text{im} f$ et donne ses vecteurs de base \vec{u}_2 et \vec{u}_3 .
- 5) On donne $\vec{e}_1(2; -1; -2), \vec{e}_2(5; 1; 0)$ et $\vec{e}_3(-1; 0; 1)$, montre que $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ est une base de \mathbb{R}^3 et exprime \vec{i}, \vec{j} et \vec{k} puis, $f(\vec{e}_1), f(\vec{e}_2)$, et $f(\vec{e}_3)$, en fonction de \vec{e}_1, \vec{e}_2 et \vec{e}_3 .
- 6) Donne la matrice M' de f dans la base $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Exercice 3

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par :

$$\begin{cases} f(x) = xe^{\frac{1}{x}}; & \text{si } x < 0 \\ f(x) = (x+1)\ln(1+x); & \text{si } x \geq 0 \end{cases} \text{ et on désigne par } (\mathcal{C}) \text{ la courbe représentative de } f \text{ dans}$$

un plan muni d'un repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j})$. Unité graphique : 2 cm.

- 1) Préciser l'ensemble de définition de f .
- 2) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en $x_0 = 0$.
- 3) Etudier les variations de f puis dresse le tableau de variation de f .
- 4) Etudier les branches infinies de la courbe (\mathcal{C}) puis trace (\mathcal{C}) .

Exercice 4

Soit X la variable aléatoire dont la loi de probabilité est définie par le tableau ci-après :

x_i	1	2	3	4	5
p_i	0,25	p_2	0,18	p_4	0,37

- 1) Déterminer les probabilités p_2 et p_4 sachant que les événements $[X = 2]$ et $[X = 4]$ sont équiprobables.
- 2) Dans la suite, on prendra $p_2 = p_4 = 0,1$.
 - a) Déterminer la probabilité $p = p(1 \leq X \leq 3)$.
 - b) Déterminer l'espérance mathématique $E(X)$ et la variance $V(X)$.

Sujet N°13

Exercice 1

On considère les intégrales I et J définies par : $I = \int_0^\pi e^x \sin x dx$ et $J = \int_0^\pi e^x \cos x dx$

- 1) En se servant des formules sur l'intégration par parties, démontrer que

$$I = -J \text{ et } I = J + e^\pi = 1.$$

2) En déduire les valeurs exactes de I et J .

Exercice 2

1) Résoudre dans \mathbb{C} , l'équation $(E) : z^2 + \sqrt{3}z + 1 = 0$.

2) On donne les nombres complexes $z_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ et $z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$

Calculer le module et un argument de chacun des nombres complexes z_1 et z_2 .

3) On désigne par A , B et Ω , les points d'affixes respectives z_A, z_B et z_Ω tels que :

$$z_A = 4 + 4i ; z_B = 4 + 2i \text{ et } z_\Omega = 2 + 2i.$$

a) Déterminer l'écriture complexe de la similitude plane directe \mathcal{S} qui laisse invariant le point Ω et transforme le point A en le point B .

b) Préciser le rapport et l'angle de la similitude \mathcal{S} .

c) Déterminer les coordonnées du point C image du point B par \mathcal{S} .

Exercice 3

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Unité graphique : 2 cm.

Soit f la fonction numérique définie par :
$$\begin{cases} f(x) = x - 1 + e^x, & \text{si } x \leq 0 \\ f(x) = x \ln x - x, & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

(\mathcal{C}_f) désigne la courbe représentative de f .

1) Déterminer l'ensemble de définition de f .

2) Etudier la continuité et la dérivabilité de f au point d'abscisse $x_0 = 0$.

3) Etudier les variations de f .

4) Montrer que la droite (\mathcal{D}) d'équation $y = x - 1$, est asymptote à (\mathcal{C}_f) .

- 5) Déterminer l'équation, de la tangente (\mathcal{T}) à (\mathcal{C}_f) au point d'abscisse $x = e$.
- 6) Construire (\mathcal{C}_f) , (\mathcal{T}) et (\mathcal{D}) dans le même repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .
- 7) Calculer en cm^2 , l'aire \mathcal{A} de la portion du plan délimitée par la courbe (\mathcal{C}_f) , la droite (\mathcal{D}) et les droites d'équations $x = -1$ et $x = 0$.

Exercice 4

- 1) Soit la suite arithmétique (U_n) de raison $r = -2$ et telle que : $U_{10} = 25$.
 - a) Calculer U_{50} .
 - b) Calculer $S_{10} = U_1 + U_2 + \dots + U_{10}$.
- 2) Soit la suite (V_n) de raison $q = \frac{1}{2}$ et telle que : $V_8 = \frac{3}{8}$.
 - a) Calculer V_{20} .
 - b) Calculer $S_9 = V_1 + V_2 + \dots + V_9$.

Sujet N°14

Exercice 1

On pose : $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (3x + 2) \cos^2(x) dx$ et $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (3x + 2) \sin^2(x) dx$

- 1) Calculer $I + J$.
- 2) A l'aide d'une intégration par parties, calculer $I - J$.
- 3) En déduire les valeurs exactes de I et de J .

Exercice 2

- 1) Soit (U_n) la suite de terme général $U_n = 2n - 3$, $n \in \mathbb{N}$

a) Montrer que (U_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme U_0 .

b) La suite (U_n) est-elle croissante ou décroissante ?

c) Calculer la somme $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$ en fonction de n .

2) On définit sur \mathbb{N} une suite (V_n) par : $V_n = e^{a-U_n}$.

a) Déterminer le réel a pour que (V_n) soit une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{e^2}$, puis préciser son premier terme V_0 .

b) Donner l'expression de V_n en fonction de n .

c) Calculer la somme $S'_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_{n-1}$. En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} S'_n$.

Problème

Partie A

Soit g la fonction définie sur $] -\infty; 3[$ par : $g(x) = \ln(3-x) - \frac{3}{3-x}$

1) Dresser le tableau de variation de la fonction de g .

2) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in]0; 1[$.

3) Déduire le signe de la fonction g sur l'intervalle $] -\infty; 3[$.

Partie B

On considère la fonction f définie par :
$$\begin{cases} f(x) = 4 - x + x \ln(3-x) , & \text{si } x \leq 2 \\ f(x) = \frac{1+x+e^{2-x}}{x} , & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

1) Déterminer l'ensemble de définition de f .

2) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en $x = 2$. En déduire les conséquences graphiques sur la dérivabilité de f en $x = 2$.

3) Montrer que pour $x \in]-\infty; 2]$, $f'(x) = g(x)$.

4) Dresser le tableau de variation de f .

5) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique $\beta \in]-5; -4[$.

6) Tracer (C) la courbe de f dans un repère orthonormé d'unité graphique : 1 cm.

On prendra $f(\alpha) = \frac{9}{2}$.

7) Calculer en cm^2 , l'aire de la portion du plan limitée par la courbe (C) et les droites d'équations : $y = 1$, $x = 0$ et $x = 2$.

Partie C

Soit h la restriction de f sur $[2; +\infty[$.

1) Montrer que la fonction h admet une réciproque h^{-1} dont on précisera les ensembles de départ et d'arrivée.

2) Dresser le tableau de variation de h^{-1} .

3) Tracer (C') la courbe de h^{-1} dans le même repère que f .

Sujet N°15

Exercice 1

Soit (U_n) une suite géométrique décroissante U tel que :
$$\begin{cases} U_0 \times U_3 = 32 \\ U_0 + U_3 = 18 \end{cases}$$

1) Calculer U_0 et U_3 .

2) Déterminer la raison de la suite U .

3) Donner l'expression de la suite U en fonction de n .

4) On pose : $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$ en fonction de n .

- a) Calculer S_n en fonction de n .
- b) En déduire la somme des 20 premiers termes de la suite U_n .

Exercice 2

Dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres, on considère le polynôme P défini par :

$$P(z) = z^3 - 2iz^2 + (-2 + i)z + 1 + i$$

- 1) Calculer $P(-1 + i)$. Que peut-on déduire ?
- 2) Résoudre dans \mathbb{C} , l'équation $P(z) = 0$.
- 3) On considère les points A, B et C d'affixes respectives $Z_A = -1 + i$, $Z_B = i$ et $Z_C = 1$.
 - a) Ecrire ces nombres complexes sous la forme trigonométrique et sous la forme exponentielle.
 - b) Donner l'écriture complexe de chacune des transformations suivantes :
 - La similitude plane directe S de centre A , de rapport $k = 2$ et d'angle $\frac{\pi}{3}$.
 - L'homothétie H de centre B et de rapport $k = -3$.
- 4) En déduire les éléments caractéristiques des transformations SoH et HOH .

Problème

Partie A

g étant la fonction définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = (1 - x)e^{-x} + 1$.

- a) Etudier les variations de g sur $[0; +\infty[$.
- b) Dresser le tableau de variation de g puis en déduire le signe de $g(x)$.

Partie B

On considère la fonction définie sur \mathbb{R} par :
$$\begin{cases} f(x) = x \ln(-x), & \text{si } x < 0 \\ f(x) = x + xe^{-x}, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

On désigne par (\mathcal{C}) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Unité graphique : 2 cm.

1) Etudier la continuité et la dérivabilité de f au point d'abscisse $x_0 = 0$.

Donner une interpréter géométriquement du résultat.

2) Pour $x \geq 0$, montrer que $f'(x) = g(x)$.

Etudier les variations de f puis dresser son tableau de variation.

3) Etudier les branches infinies à la courbe (\mathcal{C}) .

4) Tracer (\mathcal{C}) et les demi-tangentes.

Sujet N°16

Exercice 1

On considère le polynôme P défini par : $P(z) = z^3 + (\sqrt{3} - i)z^2 + (1 - i\sqrt{3})z - i$.

1) Calculer $P(i)$.

2) Résoudre dans \mathbb{C} , l'équation $P(z) = 0$.

3) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) , on considère les

points A, B et C d'affixes respectives $z_A = i$; $z_B = \frac{-\sqrt{3}+i}{2}$ et $z_C = \frac{-\sqrt{3}-i}{2}$.

a) Ecrire z_A, z_B et z_C sous forme trigonométrique.

b) Déterminer le module et un argument du complexe $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$.

c) En déduire la nature du triangle ABC .

4) Soit S la similitude plane directe qui transforme A en B et B en C .

- Déterminer l'écriture complexe de \mathcal{S} .
- Déterminer le centre Ω , le rapport K et l'angle θ de \mathcal{S} .
- Déterminer l'expression analytique de \mathcal{S} .

Exercice 2

Dans l'espace vectoriel \mathbb{R}^3 muni de sa base canonique (\vec{i}, \vec{j}) , on considère l'endomorphisme h défini par : $h(\vec{i}) = \vec{i}$ et $h(\vec{i}) = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$; $h(\vec{j}) = \vec{j}$

- Démontrer que $h(\vec{k}) = -4\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$
- Déterminer les vecteurs $hoh(\vec{j})$ puis $hoh(\vec{k})$
- Soit $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ un vecteur de \mathbb{R}^3 .

Déterminer le vecteur $h(\vec{u})$ en fonction de x, y, z .

- Montrer que l'ensemble (E) des vecteurs \vec{u} de \mathbb{R}^3 tel que : $h(\vec{u}) = \vec{u}$ est un plan vectoriel dont on précisera une équation.
- Montrer que l'ensemble (F) des vecteurs \vec{u} de \mathbb{R}^3 tel que : $h(\vec{u}) = -\vec{u}$ est une droite vectorielle de \mathbb{R}^3 dont on précisera un système d'équations.
- En déduire la nature et les éléments caractéristiques de h .
- On donne les vecteurs $\vec{e}_1 \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{e}_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{e}_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ de \mathbb{R}^3 .

- Montrer que $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ est une base de \mathbb{R}^3 .
- On rappelle que : $h(\vec{e}_1) = \vec{e}_1$; $h(\vec{e}_2) = -\vec{e}_2$ et $h(\vec{e}_3) = -\vec{e}_3$.

Ecrire la matrice de h dans la base $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Exercice 3

On considère la fonction définie dans \mathbb{R} par : $g(x) = 1 - e^{2x} - 2xe^{2x}$

- 1) Démontrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 1$
- 2) Etudier le sens de variation de g . Calculer $g(0)$.
- 3) Dédire des variations de g le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x .
- 4) a) Calculer $\int_0^x 2te^{2t} dt$ à l'aide d'une intégration par parties.
b) En déduire la primitive de la fonction g qui prend la valeur 3 pour $x = 0$.
- 5) On considère la fonction f définie par : $f(x) = x + 3 - xe^{2x}$ et (\mathcal{C}) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) unité 2 cm.
 - a) Etudier les variations de f .
 - b) Démontrer que f admet pour asymptote en $-\infty$ la droite $(\mathcal{D}) : y = x + 3$.
 - c) Etudier les positions relatives de (\mathcal{D}) et de (\mathcal{C}) .
- 6) Tracer la courbe (\mathcal{C}) et la droite (\mathcal{D}) .

Exercice 4

On considère la série statistique suivante, où α est un réel non nul donné :

x_i	1	2	3	4	5
y_i	9	10	12	13	a

On n'admet que la covariance du couple x et y est : $Cov(x, y) = 2,8$.

- 1) Calculer \bar{x}
- 2) a) Exprimer \bar{y} en fonction de α .
b) Déterminer α .
- 3) Montrer que la droite de régression linéaire de y en x est $y = \frac{7}{5}x + \frac{15}{2}$.
- 4) Estimer la valeur de y relative à $x = 10$.

COLLECTION " B.C.A "

volume 1

Conçu
par l'équipe
du BCA

HISTOIRE - GEO, PHILO & ANGLAIS

Tles
A, C & D 1ère édition

Annales 2022



10 sujets
de
révisions
au
Baccalauréat
Général



facebook

Bureau du Centre Académique - BCA

COLLECTION " B.C.A "

volume 1

Conçu
par l'équipe
du BCA

PHYSIQUE-CHIMIE

Tles
C, D & E 1ère édition

Annales 2022



10 sujets
de
révisions
au
Baccalauréat
Général



facebook

Bureau du Centre Académique - BCA

COLLECTION " B.C.A "

volume 1

Conçu
par l'équipe
du BCA

SCIENCES DE LA VIE & DE LA TERRE

Tles
C & D 1ère édition

Annales 2022



10 sujets
de
révisions
au
Baccalauréat
Général



facebook

Bureau du Centre Académique - BCA

COLLECTION " B.C.A "

volume 1

Conçu
par l'équipe
du BCA

MATHEMATIQUES

Tle
A 1ère édition

Annales 2022



16 sujets
de
révisions
au
Baccalauréat
Général



facebook

Bureau du Centre Académique - BCA