République du Tchad

****

Ministère de l'Education Nationale

Délégation de l'Education Nationale

Unité-Travail-Progrès

****

MATHEMATIQUE AU BAC TCHADIEN

SERIE A4

Depuis 2000 jusqu'à nos jours

PROBLEME ET SUJET TRAITES

BONNE CHANCE

LE RESERVOIR DU SAVOIR

Réalisé par : *Oroumbaye Hervé prof scientifique disciple d'Archimède*

REPUBLIQUE DU TCHAD UNITE- TRAVAIL- PROGRES

UNIVERSITE DE N'DJAMENA

OFFICE DU BACCALAUREAT

BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT DU SECONDE DEGRE

SESSION DE JUIN 2000

SERIE A4 et AB

EPREUVE DE MATHEMATIQUE

Durée : 2 heures

Coefficient : 2

Exercice N°1

1. développer le polynôme P(x)= (x-1) (2x+1)
2. résoudre dans R l'équation : $2(\log x)^3 - (\log x)^2 - \log x = 0$
   Où log désigne la fonction logarithme de base c.
3. Résoudre dans R l'équation $2e^{3x} - e^{2x} - e^{x} = 0$
4. Exercice N°2

On considère la suite numérique (U_n) définie par :

$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = 1 + \frac{2}{5} Un \end{cases}$$

a) Calculer U_1, U_2, U_3 et U_4

b) Démontrer que la suite (Vn) définit par :

$V_n = U_n - \frac{5}{3}$ est une suite géométrique dont on déterminera la raison.

c) Exprimer V_n en fonction de n.

d) En déduire l'expression de U_n en fonction de n (n étant entier naturel).

Problème :

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définit par :

$$f(x) = \frac{2x^2 + 4x + 2}{2x + 1}$$

1) Montrer que f(x) peut se mettre sous la forme
   $f(x) = ax + b\frac{c}{2x+1}$ où a, b et c sont des réels que l'on déterminera ;
2) Preciser le domaine de definition de f
3) Etudier la variation de f
4) Construire la courbe (C), représentative de la fonction f dans un repère orthonormé.
5) Soit I, le point d'intersection des asymptotes. Donner les coordonnée de I.

Correction Bac Série A4 2000

Exercice N° 1

1- Développons le polynôme $P(x) = (x-1)(2x+1)$

$$P(x) = (x-1)(2x+1)$$
$$= 2x^2 + x - 2x - 1$$
$$\boxed{P(x) = 2x^2 - x - 1}$$

2- Resolvons dans $\mathbb{R}$ l'equation $2(\log x)^3 - (\log x)^2 - \log x = 0$

Soit $(1)(x) = 2(\log x)^3 - (\log x)^2 - \log x$

$$(1)(x) = 0 \iff 2(\log x)^3 - (\log x)^2 - \log x = 0$$

Posons $\log x = X$

l'equation devient:

$$2X^3 - X^2 - X = 0$$
$$X(2X^2 - X - 1) = 0 \iff X P(X) = 0$$
$$X_1 = 0 \text{ ou } 2X^2 - X - 1 = 0$$
$$(X-1)(2x+1) = 0$$
$$X - 1 = 0 \text{ ou } 2x + 1 = 0$$
$$X_2 = 1 \text{ ou } x_3 = -\frac{1}{2}$$

or $\log x = X$

$\Rightarrow \log x = 0$ ou $\log x = 1$ ou $\log x = -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow x_1 = e^0 \Rightarrow x_1 = 1 \quad x_2 = e^1 \Rightarrow x_2 = e$

$$x_3 = e^{-1/2}$$

$$\boxed{S = \{1, e, e^{1/2}\}}$$

3. Resolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation : $2e^{3x} - e^{2x} - e^{x} = 0$

Posons $e^{x} = X$. Il vient : $2X^3 - X^2 - X = 0$

$$\Rightarrow X(2X^2 - X - 1) = 0$$

$$X_1 = 0 \text{ ou } 2X^2 - X - 1 = 0$$

$$(X-1)(2X+1) = 0$$

$$X - 1 = 0 \text{ ou } 2X + 1 = 0$$

$$X_2 = 1 \text{ ou } X_3 = -\frac{1}{2}$$

* $e^{x} = 0$ impossible dans $\mathbb{R}$
* $e^{x} = 1 \Rightarrow \ln e^{x} = \ln 1 \Rightarrow x \ln e = 0$
  $\Rightarrow x = 0$
* $e^{x} = -\frac{1}{2}$ impossible dans $\mathbb{R}$

$$\boxed{S = \{0\}}$$

Exercice 2

On considère la suite numérique (U_n) définie par :

$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = 1 + \frac{2}{5} U_n \end{cases}$$

a) Calculons U_1, U_2, U_3 et U_4.

Pour $n=0$, $U_1 = 1 + \frac{2}{5} U_0$

$\Leftrightarrow U_1 = 1 + \frac{2}{5} \times 2$

$\Leftrightarrow U_1 = \frac{5+4}{5}$

$\Rightarrow \boxed{U_1 = \frac{9}{5}}$

Pour $n=1$, $U_2 = 1 + \frac{2}{5} \times U_1$

$\Leftrightarrow U_2 = 1 + \frac{2}{5} \times \frac{9}{5}$

$\Leftrightarrow U_2 = \frac{25+18}{25}$

$\Rightarrow \boxed{U_2 = \frac{43}{25}}$

Pour $n=2$, $U_3 = 1 + \frac{2}{5} \times U_2$

$\Leftrightarrow U_3 = 1 + \frac{2}{5} \times \frac{43}{25}$

$\Leftrightarrow U_3 = \frac{125+86}{125}$

$\Rightarrow \boxed{U_3 = \frac{211}{125}}$

Pour $n=3$, $U_4 = 1 + \frac{2}{5} \times U_3$

$\Leftrightarrow U_4 = 1 + \frac{2}{5} \times \frac{211}{125}$

$\Leftrightarrow U_4 = \frac{1055+422}{1055}$

$\Rightarrow \boxed{U_4 = \frac{1477}{1055}}$

b) Démontrons que la suite (V_n) définit par $V_n = U_n - \frac{5}{3}$ est une suite géométrique dont on déterminera la raison.

$$V_n = U_n - \frac{5}{3}$$

$$\Leftrightarrow V_{n+1} = U_{n+1} - \frac{5}{3}$$

$$\Leftrightarrow V_{n+1} = 1 + \frac{2}{5}U_n - \frac{5}{3}$$

$$\Leftrightarrow V_{n+1} = \frac{2}{5}U_n - \frac{2}{3} \quad \text{or } U_n = V_n + \frac{5}{3}$$

$$\Leftrightarrow V_{n+1} = \frac{2}{5}\left(V_n + \frac{5}{3}\right) - \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow V_{n+1} = \frac{2}{5}V_n + \cancel{\frac{2}{3}} - \cancel{\frac{2}{3}}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_{n+1} = \frac{2}{5}V_n}$$

D'où V_n est une suite géométrique de premier terme $V_0 = \frac{1}{3}$ et raison $q = \frac{2}{5}$.

C) Exprimons V_n en fonction de n.

$$V_{n+1} = \frac{2}{5}V_n$$

$$\Rightarrow \boxed{V_n = \frac{1}{3}\left(\frac{2}{5}\right)^n}$$

d) Déduisons l'expression de U_n en fonction de n.

$$V_n = U_n - \frac{5}{3}$$

$$\Leftrightarrow U_n = V_n + \frac{5}{3}$$

$$\Leftrightarrow U_n = \frac{1}{3}\left(\frac{2}{5}\right)^n + \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow \boxed{U_n = \frac{1}{3}\left[\left(\frac{2}{5}\right)^n + 5\right]}$$

Problème

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définit par : $f(x) = \frac{2x^2+4x+2}{2x+1}$

1) Montrons que $f(x)$ peut se mettre sous la forme : $f(x) = ax+b+\frac{c}{2x+1}$

$$\begin{array}{r|l} 2x^2+4x+2 & 2x+1 \\ \cline{2-2} -2x^2-x & x+\frac{3}{2} \\ \cline{1-1} 3x+2 & \\ -3x-\frac{3}{2} & \\ \cline{1-1} \frac{1}{2} & \end{array}$$

D'où $\boxed{f(x) = x+\frac{3}{2}+\frac{\frac{1}{2}}{2x+1}}$

avec $a=1$, $b=\frac{3}{2}$ et $c=\frac{1}{2}$.

2) Précisons le domaine de définition de f.

f existe si et seulement si : $2x+1 \neq 0$

$\Rightarrow x \neq -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \boxed{D_f = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\}}$

3) Etudions la variation de f

⊛ Limites aux bornes de D_f

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{2x^2+4x+2}{2x+1}$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{2x^2}{2x} = -\infty$

$\Rightarrow \boxed{\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2x^2}{2x} = +\infty$

$\Rightarrow \boxed{\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty}$

$$\lim_{x \to -\frac{1}{2}^-} f(x) = \lim_{x \to -\frac{1}{2}^-} \frac{2x^2+4x+2}{2x+1} = \frac{\frac{1}{2}}{0^-}$$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{x \to -\frac{1}{2}^-} f(x) = -\infty}$$

$$\lim_{x \to -\frac{1}{2}^+} f(x) = \lim_{x \to -\frac{1}{2}^+} \frac{2x^2+4x+2}{2x+1} = \frac{\frac{1}{2}}{0^+}$$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{x \to -\frac{1}{2}^+} f(x) = +\infty}$$

⊛ Dérivation

f est continue et dérivable, elle admet donc la fonction dérivée f' définie par :

$$f'(x) = \left(\frac{2x^2+4x+2}{2x+1}\right)'$$

$$\Leftrightarrow f'(x) = \frac{(4x+4)(2x+1) - 2(2x^2+4x+2)}{(2x+1)^2}$$

$$\Leftrightarrow f'(x) = \frac{8x^2+4x+\cancel{8x}+\cancel{4}-4x^2-\cancel{8x}-\cancel{4}}{(2x+1)^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{f'(x) = \frac{4x^2+4x}{(2x+1)^2}}$$

⊛ Etude de signe

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^2+4x = 0$

$\Leftrightarrow 4x(x+1) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = -1$

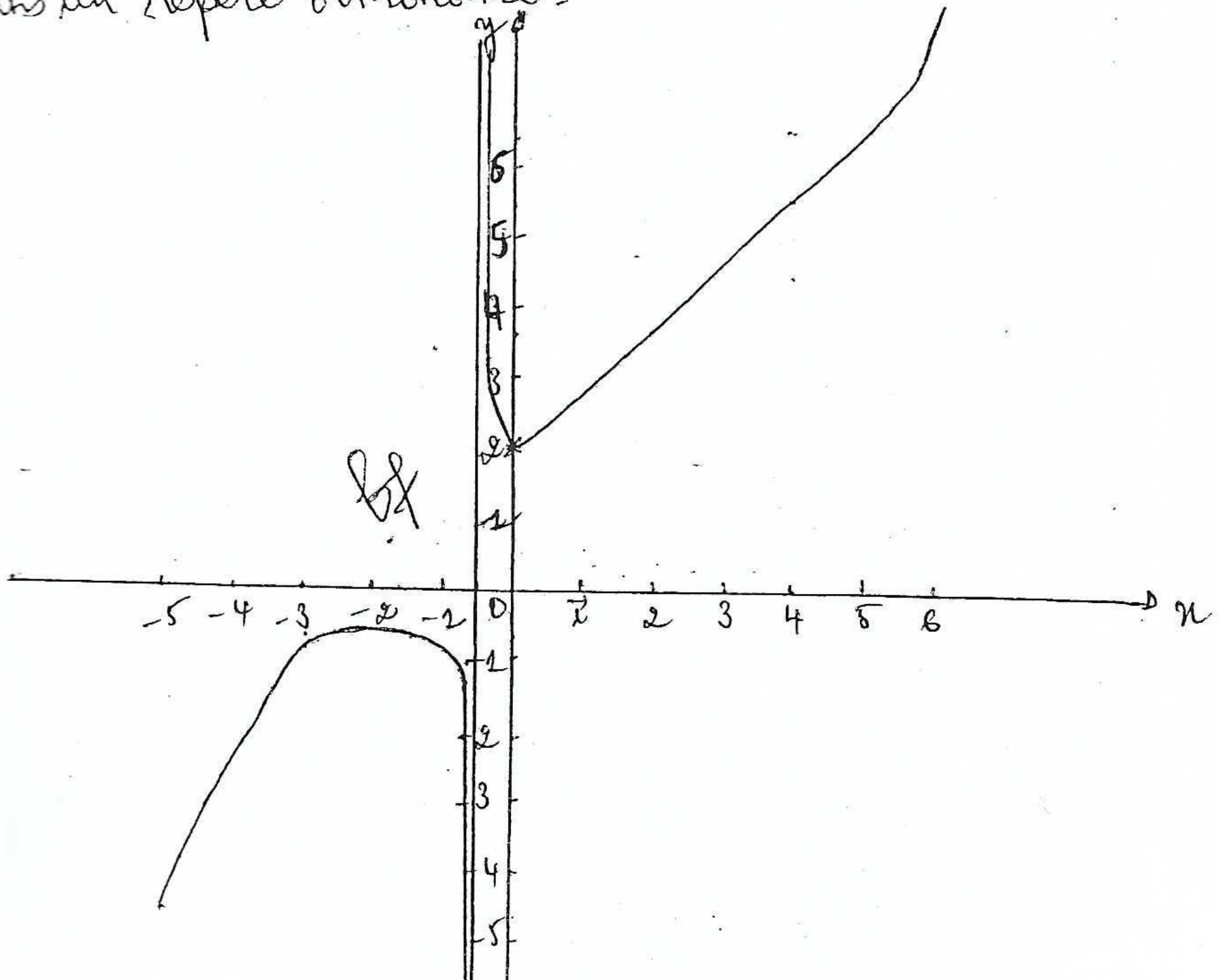
$x = 0$ ou $x = -1$

x	$-\infty$		0		-1		$+\infty$
x		$-$	0	$-$	|	$+$	
$x+1$		$-$	|	$-$	0	$+$	
		$+$	|	$-$	|	$+$	

* Tableau de variation

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

4) Construisons la courbe (C) représentative de la fonction f dans un repère orthonormé.



5) Donnons les coordonnées de I.

$f(x) = 0 \iff 2x^2 + 4x + 2 = 0$

$\iff x^2 + 2x + 2 = 0$

$\Delta' = (1)^2 - 2$

$\Rightarrow \Delta' < 0$ il n'y a pas rencontre de C_f avec OI

$f(0) = \frac{2}{1} \Rightarrow f(0) = 2$

C_f et OJ se rencontrent au point $y = 2$

$\Rightarrow \boxed{I(0,0)}$.

Correction Bac serie A_4 2001

Exercice 1

1) Développons le produit $(x+1)(3x-1)$.

$(x+1)(3x-1) = 3x^2 - x + 3x - 1$

$\Rightarrow \boxed{(x+1)(3x-1) = 3x^2 + 2x - 1}$

2) Résolvons dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $3x^2 + 2x - 1 = 0$

posons : $\Delta = (2)^2 - 4(3)(-1)$

$= 4 + 12$

$\Rightarrow \Delta = 16$

$x_1 = \dfrac{-2-4}{6} = -1$ $\qquad$ $x_2 = \dfrac{-2+4}{6} = \dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow x_1 = -1$ $\qquad$ $\Rightarrow x_2 = \dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow \boxed{S = \left\{-1 ; \dfrac{1}{3}\right\}}$

b) $3e^{2x} + 2e^x - 1 = 0$

posons $X = e^x$

$3X^2 + 2X - 1 = 0$

$\Delta = (2)^2 - 4(3)(-1)$

$\Rightarrow \Delta = 16$

$X_1 = \dfrac{-2-4}{6}$ $\qquad$ $X_2 = \dfrac{-2+4}{6}$

$\Rightarrow X_1 = -1 < 0$ $\qquad$ $\Rightarrow X_2 = \dfrac{1}{3}$

$e^{x} = X_2 = \frac{1}{3}$

$\Leftrightarrow \ln e^{x} = \ln \frac{1}{3}$

$\Rightarrow x = \ln \frac{1}{3}$

$$\boxed{S = \left\{ \ln \frac{1}{3} \right\}}$$

c) $3(\ln x)^2 + 2\ln x - 1 = 0$

posons $X = \ln x$

$3X^2 + 2X - 1 = 0$

$\Delta = (2)^2 - 4(3)(-1)$

$\Rightarrow \Delta = 16$

$X_1 = \frac{-2-4}{6}$ $\qquad$ $X_2 = \frac{-2+4}{6}$

$\Rightarrow X_1 = -1$ $\qquad$ $\Rightarrow X_2 = \frac{1}{3}$

$e^{\ln x} = e^{-1}$ $\qquad$ $\ln x = X_2 = \frac{1}{3}$

$x_2 = e^{-1}$ $\qquad$ $\Leftrightarrow e^{\ln x} = e^{1/3}$

$\Rightarrow x_2 = e^{\frac{1}{3}}$

$$\boxed{S = \left\{ e^{-1} ; e^{\frac{1}{3}} \right\}}$$

Exercice 2

Sac $\begin{cases} -2 \text{ boules rouges} \\ -6 \text{ boules vertes} \\ -7 \text{ bouls blanches} \end{cases}$

Déterminons la probabilité pourque le tirage contienne:

1) Au moins une boule blanche.

Soit U l'univers associée à cette experience.

$Card(U) = C_{15}^{3} = 455$

$\Rightarrow \boxed{Card(U) = 455}$

Soit A l'évenement aléatoire pour que le tirage contienne au moins une boule blanche.

$Card(A) = C_6^1 \times C_7^1 \times C_2^1 + C_7^2 \times C_6^1 \times C_2^0 + C_7^3 \times C_6^0 \times C_2^0$

$= 6 \times 7 \times 2 + 21 \times 6 \times 1 + 35 \times 1 \times 1$

$\Rightarrow \boxed{Card(A) = 245}$

Par définition : $\boxed{P(A) = \frac{Card(A)}{Card(U)}}$

AN: $P(A) = \frac{245}{455} = 0,53$

2) Trois boules de même couleurs.

Soit B l'évenement aléatoire pour que les trois bouls soient de même couleurs.

$Card(B) = C_7^3 \times C_6^0 \times C_2^0 + C_7^0 \times C_6^3 \times C_2^0$

$= 35 \times 1 \times 1 + 1 \times 20 \times 1$

$\Rightarrow \boxed{Card(B) = 55}$

Par définition : $\boxed{P(B)=\frac{Card(B)}{Card(\Omega)}}$

AN : $P(B)=\frac{55}{455}=0,12$

$\Rightarrow \boxed{P(B)=0,12}$

3) Au plus une boule rouge.

Soit C l'évènement aléatoire pour que le tirage contienne au plus une boule rouge.

$Card(C)= C_2^1\times C_6^2\times C_7^0 + C_2^0\times C_7^2\times C_6^1$

$= 2\times 15\times 1 + 1\times 21\times 6$

$\Rightarrow \boxed{Card(C)=156}$

Par définition $\boxed{P(C)=\frac{Card(C)}{Card(\Omega)}}$

AN : $P(C)=\frac{156}{455}=0,34$

$\Rightarrow \boxed{P(C)=0,34}$

En bref : $P(A)+P(B)+P(C)=1$

Problème

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 7}{3 - x}$

1) Déterminons l'ensemble de définition de f.

f existe si et seulement si $3 - x \neq 0$

$\Rightarrow x \neq 3$

D'où $\boxed{D_f = \mathbb{R} \setminus \{3\}}$

2. a) Étudions les variations de f.

⊛ Limites aux bornes de D_f.

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x^2}{-x} = +\infty$

$\Rightarrow \boxed{\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty}$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x^2}{-x} = -\infty$

$\Rightarrow \boxed{\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty}$

$\lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ <}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ <}} \frac{1}{0^+} = +\infty$

$\Rightarrow \boxed{\lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ <}} f(x) = +\infty}$

$\lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ >}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ >}} \frac{1}{0^-} = -\infty$

$\Rightarrow \boxed{\lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ >}} f(x) = -\infty}$

* Dérivée de f

f est définie et dérivable elle admet donc la fonction dérivée définie par f' :

$$f'(x) = \left(\frac{x^2-5x+7}{3-x}\right)'$$

$$= \frac{(2x-5)(3-x)+x^2-5x+7}{(3-x)^2}$$

$$= \frac{6x-2x^2-15+\cancel{5x}+x^2-\cancel{5x}+7}{(3-x)^2}$$

$$= \frac{-x^2+6x-8}{(3-x)^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{f'(x) = \frac{-x^2+6x-8}{(3-x)^2}}$$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow -x^2+6x-8=0$

$\Delta = (6)^2-4(-1)(-8)$

$= 36-32$

$\Rightarrow \Delta = 4$

$x_1 = \frac{-6-2}{-2} = 4$ $\qquad$ $x_2 = \frac{-6+2}{-2} = +2$

$\Rightarrow x_1 = 4$ $\qquad$ $\Rightarrow x_2 = 2$

Etude de signe

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
$x-2$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-4$		$-$		$-$	0	$+$	
$-(x-2)(x-4)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

b) <u>Tableau de variation</u>

x	$-\infty$		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	-3	$\searrow$	$-\infty$

3) Déterminons les nombres réels a; b et c tels que : $f(x) = ax+b+\frac{c}{3-x}$

$$\begin{array}{r|l} x^2-5x+7 & 3-x \\ \hline -x^2+3x & -x+2 \\ \hline 2x+7 & \\ -2x-6 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

$a=-1$; $b=2$ et $c=1$

D'où $\boxed{f(x) = -x+2+\frac{1}{3-x}}$

4) Déterminons que la droite d'équations $y=-x+2$ est asymptote à la courbe (C) de f.

$$\lim_{x\to\infty}[f(x)-y] = \lim_{x\to\infty}[-\cancel{x}+\cancel{2}+\frac{1}{3-x}+\cancel{x}-\cancel{2}] = 0$$

$\Rightarrow \boxed{\lim_{x\to\infty}[f(x)-y]=0}$ d'où (D) : $y=-x+2$ est asymptote oblique à (C_f).

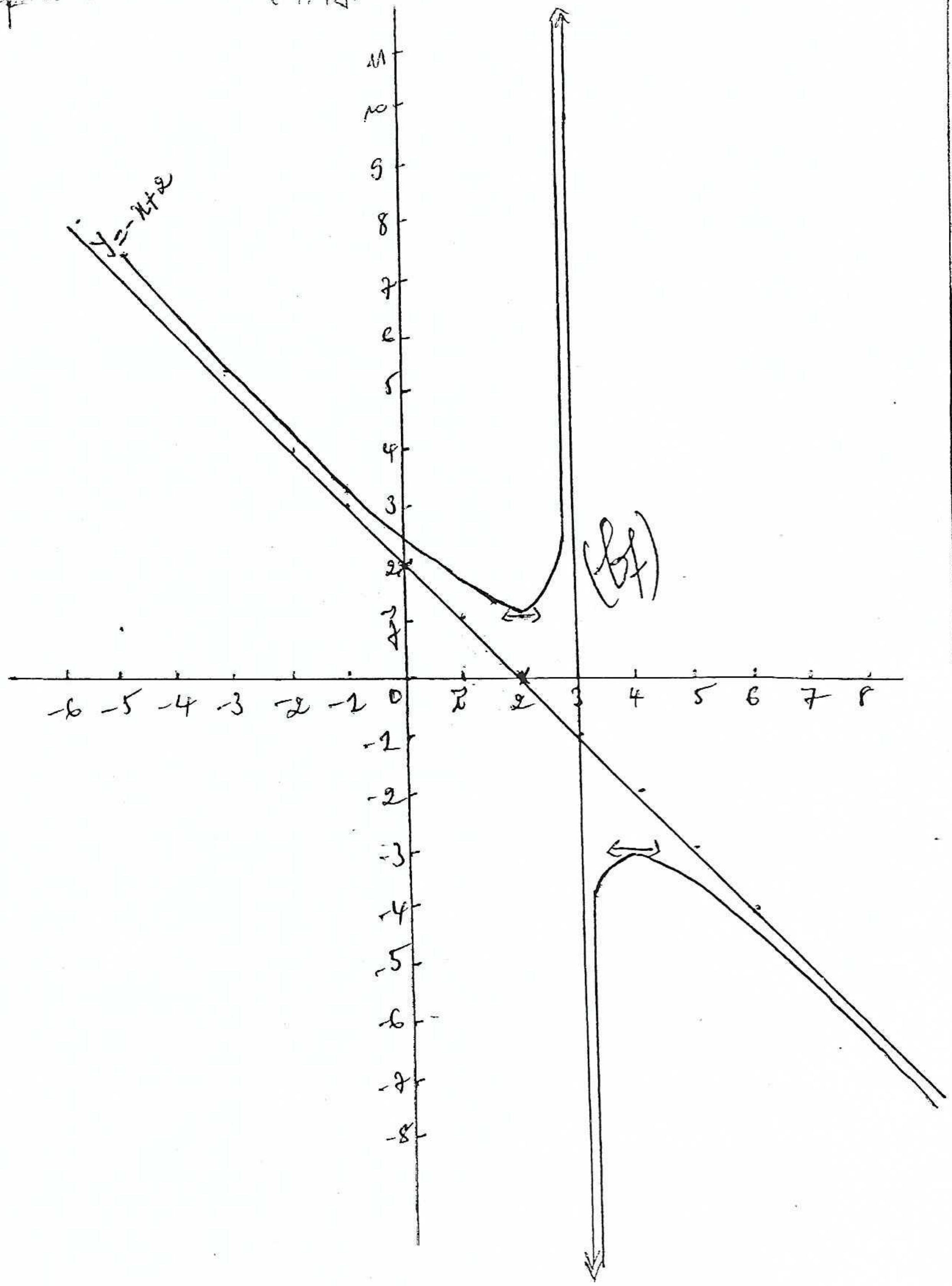
5) Déterminons l'équation de la tangente à (C) au point d'abscisse 2.

Par définition : (T) : $y = f'(2)(x-2)+f(2)$ or $f'(2)=0$ et $f(2)=1$

$\Leftrightarrow y = 0+1$

$\Rightarrow \boxed{(T) : y = 1}$

6) Construisons la courbe (C) et ses asymptotes dans le plan muni du repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.



X

REPUBLIQUE DU TCHAD
UNIVERSITE DE N'DJAMENA
OFFICE DU BACCALAUREAT

UNITE-TRAVAIL-PROGRES

Mounamou

BACCALAUREAT DE LENSENGNEMENT DU SECOND DEGRE

SESSION DE JUIN 2002

Série A4 & AB

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Durée : 2 Heures
Coefficient : 2

Exercice N°1

Résoudre dans R les équations suivantes :

a) $x^2 + 2x - 3 = 0$.

b) $e^{2x} + 2e^x - 3 = 0$.

c) $\ln[(x - 4)(3x - 5)] = \ln 10$.

Exercice N°2

Un sac contient 5 boules numérotées de 1 à 5.
On tire deux boules successivement avec remise. On suppose que les tirages sont équiprobables. Calculer la probabilité des avènements suivants :

A : «On obtient deux nombres pairs»
B : «On obtient deux nombres impairs»
C : «On obtient deux nombres premiers»
D : «On obtient deux nombres impairs et premiers»

Exercice N°3

Avant de partir au marché Kaltouma possède 1200 francs de plus que sa camarade Neloumta. Au marché elles dépensent chacune 3600 francs, Kaltouma possède alors deux fois plus d'argent que Neloumta. De quelle somme d'argent disposaient-elles avant d'aller au marché ?

Problème

Soit la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{x}{2x+1}$$

1. Quel est l'ensemble de définition de f ?
2. Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition ?
3. Calculer f'(x).
4. Dresser le tableau des variations de f.
5. Tracer la courbe C de la fonction f dans un repère orthonormé (o, i, j).

Correction Bac Serie A4 2002

Exercice N° 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes

a) $x^2+2x-3=0$

$\Delta' = (1)^2 - 1\times(-3)$

$= 1+3 = 4 \Rightarrow \sqrt{4} = 2$

$x_1 = \frac{-1-2}{1} = -3$

$x_2 = \frac{-1+2}{1} = 1$

$\boxed{S = \{-3 ; 1\}}$

b) $e^{2x} + 2e^{x} - 3 = 0$

Posons $e^{x} = X$

$\Rightarrow$ l'équation devient :

$X^2 + 2X - 3 = 0$

Cette equation a pour solution :

$X_1 = -3$ et $X_2 = 1$, or $e^{x} = X$

$e^{x} \neq -3$ et $e^{x} = 1$

impossible alors $\ln e^{x} = \ln 1$

$x \ln e = 0 \Rightarrow x = 0$

$\boxed{S = \{0\}}$

c) $\ln[(x-4)(3x-5)] = \ln 10$

Cherchons les contraintes :

$$\begin{cases} x-4>0 \\ \text{ou} \\ 3x-5>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>4 \\ \text{ou} \\ x>5/3 \end{cases}$$

$C =]4 \; +\infty[$

$\ln[(x-4)(3x-5)] = \ln 10$

$(x-4)(3x-5) = 10$

$3x^2 - 5x - 12x + 20 - 10 = 0$

$3x^2 - 17x + 10 = 0$

Posons $\Delta = (-17)^2 - 4(3)(10)$

$= 289 - 120$

$= 169 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{169} = 13$

$$x_1 = \frac{17-13}{2\times 3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \notin \text{à } C$$

$$x_2 = \frac{17+13}{6} = \frac{30}{6} = 5$$

$$\boxed{S = \{5\}}$$

PROBLEME

Soit la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{x}{2x+1}$$

1) L'ensemble de définition de f

f existe si et seulement si :

$$2x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -\frac{1}{2}$$

$$\boxed{D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1/2\} =]-\infty ; -\tfrac{1}{2}[\cup]-\tfrac{1}{2} ; +\infty[}$$

2) Déterminons les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

$$\lim_{x \to \mp\infty} f(x) = \lim_{x \to \mp\infty} \left(\frac{x}{2x+1}\right)$$

$$= \lim_{x \to \mp\infty} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{\lim_{x \to \mp\infty} f(x) = \frac{1}{2}}$$

la droite d'équation $y = 1/2$ est asymptote horizontal à C.

$$\lim_{x \to -1/2^-} f(x) = \lim_{x \to -1/2^-} \left(\frac{x}{2x+1}\right)$$

$$= \frac{-1/2}{0^-} = +\infty$$

$$\boxed{\lim_{x \to -1/2^-} f(x) = +\infty}$$

$$\lim_{x \to -\frac{1}{2}^+} f(x) = \lim_{x \to -\frac{1}{2}^+} \left(\frac{x}{2x+1}\right)$$

$$= \frac{-1/2}{0^+} = -\infty$$

$$\boxed{\lim_{x \to -\frac{1}{2}^+} f(x) = -\infty}$$

la droite d'equation $x = -1/2$ est asymptote vertical à $\mathcal{C}$

3) Calculons $f'(x)$

f etant une fonction rationnelle derivable

$$f'(x) = \left(\frac{x}{2x+1}\right)' = \frac{2x+1 - (2)(x)}{(2x+1)^2}$$

$$= \frac{2x+1-2x}{(2x+1)^2} = \frac{1}{(2x+1)^2}$$

$$\boxed{f'(x) = \frac{1}{(2x+1)^2}}$$

$\forall x \in D_f$, $f'(x)$ ~~∞~~ est croissante

4) Dressons le tableau de variation de f

x	$-\infty$		$-1/2$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	
$f(x)$	$1/2$	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$1/2$

Exercice 2

5 boules numérotées de 1-5

Calculons la probabilité des évènements suivants :

A : « On obtient deux nombres pairs »

Soit U l'univers associée à cette experience ; $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$Card(U) = 5^2 = 25$ $\quad Card(U) = 25$

Soit A l'évènement associé à cette expérience pour obtenir les deux nombres pairs ; $A = \{2, 4\}$

$Card(A) = (2)^2 = 4$ $\quad Card(A) = 4$

Par défto $P(A) = \frac{Card A}{Card(U)}$ AN ; $P(A) = \frac{4}{25} = 0{,}16$

B : « On obtient deux nombres impairs »

Soit B l'évènement associé à cette expérience pour obtenir deux nombres impairs.

$B = \{1; 3; 5\}$

$Card(B) = (3)^2 = 9$ $\quad Card(B) = 9$

$P(B) = \frac{Card(B)}{Card(U)}$ AN ; $P(B) = \frac{9}{25} = 0{,}36$

$\boxed{P(B) = 0{,}36}$

C : « On obtient deux nombres premiers »

Soit C l'évènement associé à cette expérience pour obtenir les deux nombres premiers ; $C = \{2, 3, 5\}$

$Card(C) = (3)^2 = 9$ AN : $P(C) = \frac{9}{25} = 0{,}36$

$P(C) = 0{,}36$

D: « on obtient deux nombres impairs et premiers »

Soit D l'évènement associé à cette expérience pour obtenir les deux nombres premiers:

$D = \{1; 2; 3; 5\}$ $\quad card(D) = (4)^2 = 16$ $\quad$ AN: $P(D) = \frac{16}{25}$

$$\boxed{P(D) = 0{,}64}$$

Exercice 3

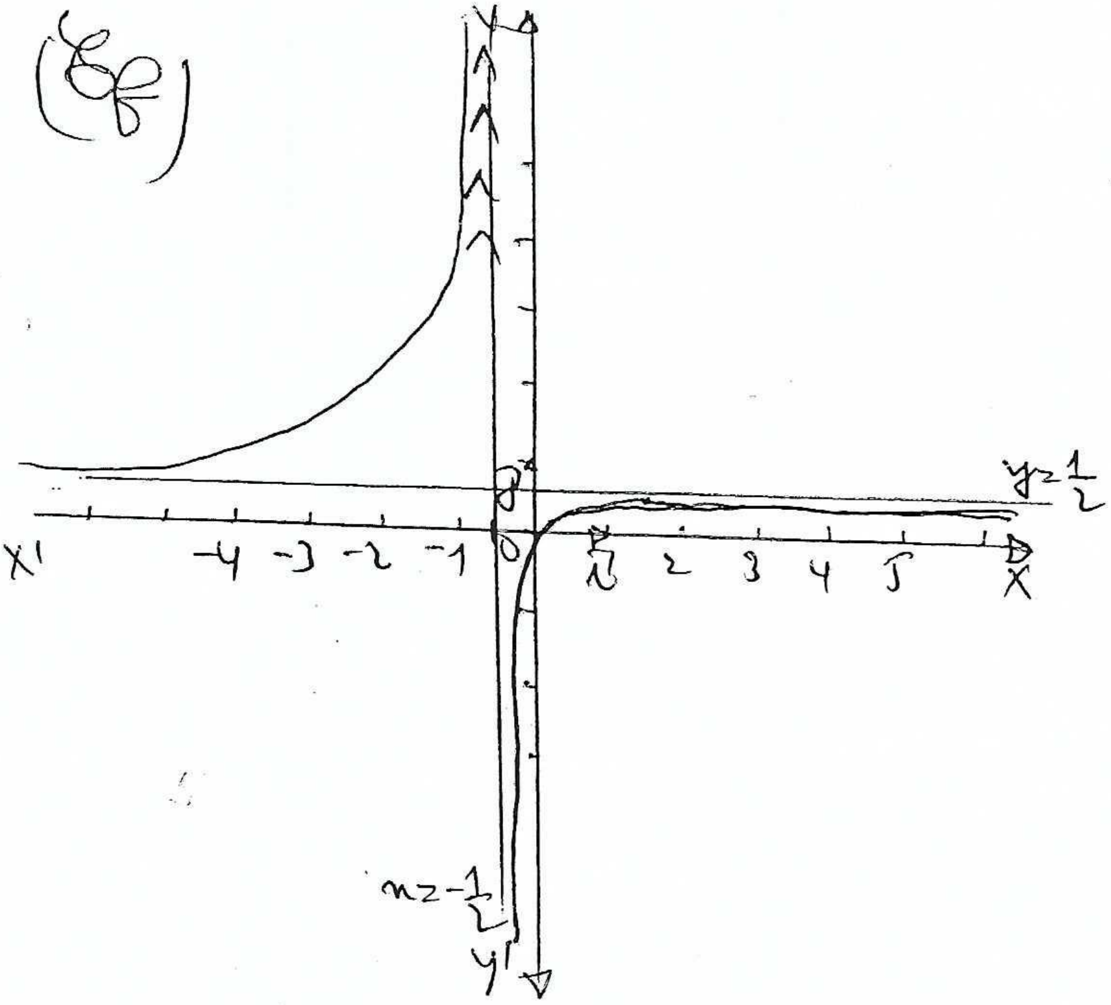
Soit x la somme de Kaltouma et y celle de Helounta.

$$\begin{cases} x = y + 1200 \\ x - 3600 = 2(y - 3600) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 1200 \\ x - 2y = -3600 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = 6000F \text{ et } y = 4800F$$

Donc avant d'aller au marché Kaltouma possedait 6000F et Helounta 4800F.

5) Traçons la courbe $(\mathscr{C})$ dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$



UNITE-TRAVAIL PROGRES

RÉPUBLIQUE DU TCHAD
UNIVERSITÉ DE N'DJAMENA
OFFICE DU BACCALAURÉAT

BACCALAURÉAT DE L'ENSEIGNEMENT DU SECOND DEGRÉ

SESSION DE : Juin 2003
SÉRIE :A4 & AB

ÉPREUVE DE Mathématiques

DURÉE : 2 HEURES
COEFFICIENT : 2

EXERCICE N°1

Résoudre dans IR les équations suivantes :

1. $x^2 + x - 6 = 0$.
2. $e^{2x} + e^x - 6 = 0$.
3. $\ln[(x - 4)(3x - 5)] = \ln 10$.

EXERCICE N°2

Pour ouvrir un coffre-fort on doit composer un code secret de 5 chiffres sur un tableau informatique de 10 chiffres 0 à 9

1. Determiner le nombre de code possible
2. Combien y a-t-il de codes commençant par 2 ?
3. Combien y a-t-il de codes ne contenant pas 0 ?

PROBLEME

Soit f la fonction définie sur]0, 4] par

$$f(x) = 2x - \ln x.$$

1. Déterminer la fonction dérivée f' de f et son signe.
2. Étudier les variations de f.
3. Construire, la courbe (C) représentative de la fonction f dans un repère orthonormé.
4. Soit G la fonction définie par $G(x) = x - x\ln x$ pour tout x réel strictement positif. Calculer la dérivée $G'(x)$. En déduire une primitive de la fonction f.

26

Correction Bac Serie A4 2003

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes:

1. $x^2 + x - 6 = 0$

Posons

$\Delta = (1)^2 - 4(-6) \Rightarrow \Delta = 25 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{25} = 5$

$x_1 = \frac{-1-5}{2} = \frac{-6}{2} = -3$

$x_2 = \frac{-1+5}{2} = \frac{4}{2} = 2$

$$\boxed{S = \{-3, 2\}}$$

2. $e^{2x} + e^{x} - 6 = 0$

Poson $e^x = X \Rightarrow X^2 + X - 6 = 0$

or $X^2 + X - 6$ a pour solution :

$X = -3$ et $X = 2$

$\Rightarrow e^x = X \Leftrightarrow e^x \neq -3$ et $e^x = 2$

$e^x = 2 \Rightarrow x = \ln 2$

$$\boxed{S = \{\ln 2\}}$$

1

3) $\ln[(x-4)(3x-5)] = \ln 10$

cherchons les contraintes

$$\begin{cases} x-4>0 \\ 3x-5>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>4 \\ x>5/3 \end{cases}$$

$C =]4 \; +\infty[$

$\ln[(x-4)(3x-5)] = \ln 10$

$(x-4)(3x-5) = 10$

$3x^2-5x-12x+20=10$

$3x^2-17x+18=0$

$D=(-17)^2-4(3)(10)$

$= 289-120$

$D = 169 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{169} = 13$

$x_1 = \frac{17-13}{2\times3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2}{3} \notin]4;+\infty[$

$x_2 = \frac{17+13}{6} = \frac{30}{6} = 5$

$\boxed{S=\{5\}}$

PROBLEME

Soit f la fonction définie sur $]0,4]$

Par : $f(x) = 2x - \ln x$

1) Déterminons la fonction dérivée f' de f et son signe.

$$f(x) = 2x - \ln x$$

f étant la somme des fonctions dérivable, alors elle est dérivable.

$$f'(x) = (2x - \ln x)'$$

$$= 2 - \frac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{2x-1}{x}$$

$$\boxed{f'(x) = \frac{2x-1}{x}}$$

$\forall x \in D_f$, $f'(x) > 0$.

2°) Étudions les variations de f

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x-1}{x} = 0$

$$2x - 1 = 0 \text{ et } x \neq 0$$

$$2x = 1 \Rightarrow x = 1/2$$

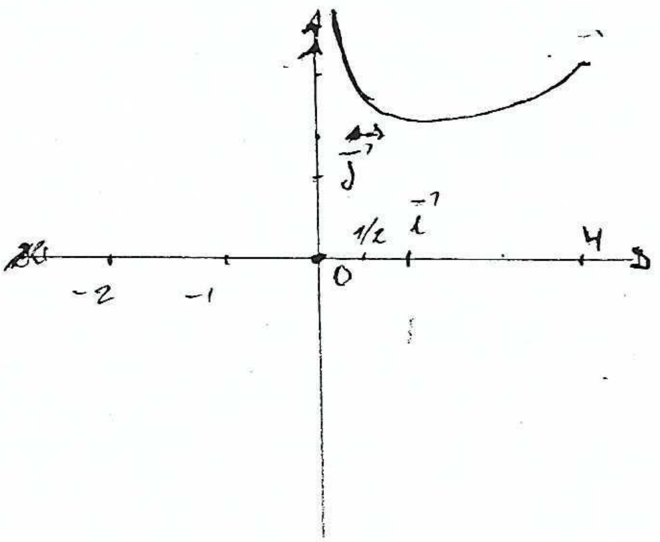
Cherchons la limite en 0

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} (2x - \ln x) \Rightarrow \lim_{x\to 0^+} (2x - \ln x) = +\infty$$

Tableau de variation

x	0		$1/2$		4
$x-1/2$		$-$	0	$+$	
	$+\infty$	$\searrow$	$1,69$	$\nearrow$	$6,61$

3/ Construisons la courbe (C)



4/ Soit G la fonction définie par $G(x) = x - x\ln x$ pour tout x réel strictement positif. Calculons la dérivée $G'(x)$ et en déduisons une primitive de la fonction f : $G(x) = x - x\ln x$

G étant la somme des fonctions dérivables alors elle est dérivable.

$G(x) = x - x\ln x$

$G'(x) = (x - x\ln x)'$

$= 1 - (\ln x + \frac{1}{x} \times x)$

$= 1 - (\ln x + 1)$

$\boxed{G'(x) = -\ln x}$

Déduisons une primitive de la fonction f

$f(x) = 2x - \ln x$ avec $G(x)$ une primitive de $G'(x) = -\ln x$

$F(x) = 2(\frac{1}{2}x^2) + x - x\ln x$

$= x^2 + x - x\ln x$

$\boxed{F(x) = x^2 + x - x\ln x}$

Exercice 2

$U = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$

1) Déterminons le nombre de code possible à cette experience.

soit U l'univers associé à cette experience.

$Card(U) = C_{10}^{5} = 252$

$\Rightarrow \boxed{Card(U) = 252}$

D'où on a 252 code possible.

Soit A l'évenement aléatoire associé à cette experience pour déterminer les codes commençant par 2.

$Card(A) = C_{10}^{2} = 45$

$\Rightarrow \boxed{Card(A) = 45}$

Par définition : $\boxed{P(A) = \frac{Card(A)}{Card(\Omega)}}$

<u>AN</u> : $P(A) = \frac{45}{252} = 0,18$

$\Rightarrow \boxed{P(A) = 0,18}$

3) Soit B l'évenement associé à cette experience pour déterminer le nombre de codes ne contenant pas 0,

$Card(B) = C_{10}^{0} = 1$

$\Rightarrow \boxed{Card(B) = 1}$

Par définition $\boxed{P(B) = \frac{Card(B)}{Card(\Omega)}}$

<u>AN</u> : $P(B) = \frac{1}{252} = 0,004$

$\Rightarrow \boxed{P(B) = 0,004}$

République du Tchad
Université de N'Djaména
Office du baccalauréat

Unité – Travail – Progrès

BACCALAURÉAT DE L'ENSEIGNEMENT DU 2ND DEGRÉ

Session de juin 2004

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Série A4

Durée : 2 heures
Coef. : 2

Exercice N°1

On considère la suite (U_n) définie par

$$U_0 = 1 \qquad U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + 2$$

1) Calculer U_1, U_2, U_3
2) On pose $V_n = U_n - 3$
   a) Calculer V_0, V_1, V_2
   b) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
   c) Calculer V_n en fonction de n

Exercice N°2

Un test de concours est une question à choix multiples.
La question a huit (8) réponses possibles parmi lesquelles deux sont justes.
Un candidat doit cocher deux réponses parmi les huit.
Fatimé a coché au hasard deux réponses sans réfléchir.
Calculer les probabilités des événements suivants :

a) E_1 : « les réponses sont fausses ».
b) E_2 : « une seule des deux réponses est juste ».
c) E_3 : « les deux réponses sont justes ».

Exercice N°3

Soit la fonction f définie par :

$$f(x) = x + \frac{4}{x-1}$$

a) Déterminer l'ensemble de définition de f.
b) Calculer les limites de $f(x)$ pour x tendant vers : $+\infty$, $-\infty$, 1^+, 1^-.
c) Calculer la fonction dérivée de f.
d) En déduire les variations de f.
e) Construire la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(0,\vec{i},\vec{j})$.

x^2-2x-3 | $x+1$
$-x^2-x$ | $x-3$
$-3x-3$
$+3x+3$
0

Correction Bac série A4 2004

Exercice 1

On considère la suite (U_n) définie par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + 2 \end{cases}$

1) Calculons U_1, U_2 et U_3

Pour $n = 0$, $U_1 = \frac{1}{3}U_0 + 2$

$= \frac{1}{3} + 2$

$\Rightarrow \boxed{U_1 = \frac{7}{3}}$

Pour $n = 1$, $U_2 = \frac{1}{3}U_1 + 2$

$= \frac{7}{9} + 2$

$\Rightarrow \boxed{U_2 = \frac{25}{9}}$

Pour $n = 2$, $U_3 = \frac{1}{3}U_2 + 2$

$= \frac{1}{3} \times \frac{25}{9} + 2$

$\Rightarrow \boxed{U_3 = \frac{54}{27}}$

2) On pose $V_n = U_n - 3$

a) Calculons V_0, V_1, V_2.

$V_0 = U_0 - 3$

$= 1 - 3$

$\Rightarrow \boxed{V_0 = -2}$

$V_1 = U_1 - 3$

$= \frac{7}{3} - 3$

$\Rightarrow \boxed{V_1 = \frac{-2}{3}}$

$V_2 = U_2 - 3$

$= \frac{54}{27} - 3$

$\Rightarrow \boxed{V_2 = -1}$

b) Montrons que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.

$$V_n = U_n - 3$$

$$\Leftrightarrow V_{n+1} = U_{n+1} - 3$$

$$\Leftrightarrow V_{n+1} = \frac{1}{3}U_{n+2} - 3 \quad \text{or} \quad U_n = V_n + 3$$

$$\Leftrightarrow V_{n+1} = \frac{1}{3}(V_n + 3) - 1$$

$$\Leftrightarrow V_{n+1} = \frac{1}{3}V_n + \cancel{1} - \cancel{1}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_{n+1} = \frac{1}{3}V_n}$$ d'où (V_n) est une suite géométrique de $q = \frac{1}{3}$.

c) Calculons V_n en fonction de n.

$$V_{n+1} = \frac{1}{3}V_n$$

$$\Rightarrow V_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n V_0 \text{ avec } V_0 = -1$$

$$\Rightarrow \boxed{V_n = -\left(\frac{1}{3}\right)^n}$$

Exercice 2

Calculons les probabilités des événements suivants :

a) E_1 : « les réponses sont fausses ».

soit U l'univers associée à cette experience.

$$Card(U) = n_8^2 = \cancel{1}64$$

$$\Rightarrow \boxed{Card(U) = 64}$$

soit A l'évenement aléatoire pour que les réponses soient fausses

$$Card(A) = C_4^2 \times C_4^0 + C_4^0 \times C_4^2$$

$$= 6 \times 1 + 1 \times 6$$

$$\Rightarrow \boxed{Card(A) = 12}$$

Par définition, $\boxed{P(A) = \frac{Card(A)}{Card(U)}}$

<u>AN</u>: $P(A) = \frac{12}{64} = 0,19$

$\Rightarrow \boxed{P(A) = 0,19}$

b) E_2 : « une seule des deux réponses est juste ».

soit B l'évenement aléatoire pour qu'une seule des deux réponses est juste.

$Card(B) = C_4^2 \times C_2^2 \times C_2^0$

$= 6 \times 1 \times 1$

$\Rightarrow \boxed{Card(B) = 6}$

<u>AN</u>; $P(B) = \frac{6}{64} = 0,09$

$\Rightarrow \boxed{P(B) = 0,09}$

c) E_3 : « les deux réponses sont justes ».

soit C l'évenement aléatoire pour que les deux réponses soient justs.

$Card(C) = C_4^1 \times C_4^1$

$= 4 \times 4$

$\Rightarrow \boxed{Card(C) = 16}$

<u>AN</u>: $P(C) = \frac{16}{64} = 0,25$

$\Rightarrow \boxed{P(C) = 0,25}$

Problème

Soit la fonction f définie par : $f(x) = x + \frac{7}{x-1}$.

a) Déterminons l'ensemble de définition de f.

f existe si et seulement si $x - 1 \neq 0$

$\Rightarrow x \neq 1$

D'où $\boxed{Df = \mathbb{R} \setminus \{1\}}$

b) Calculons les limites de f aux bornes de Df

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to \infty} x + \frac{4}{x-1} = -\infty$

$\Rightarrow \boxed{\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty}$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} x + \frac{4}{x-1} = +\infty$

$\Rightarrow \boxed{\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty}$

$\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ <}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ <}} x + \frac{4}{x-1}$

$= \lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ <}} 1 + \frac{4}{0^-} = -\infty$

$\Rightarrow \boxed{\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ <}} f(x) = -\infty}$

$\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} 1 + \frac{4}{0^+} = +\infty$

$\Rightarrow \boxed{\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} f(x) = +\infty}$

c) Calculons la fonction dérivée de f.

$$f(x) = x + \frac{4}{x-1}$$

$$f'(x) = \left(x + \frac{4}{x-1}\right)'$$

$$= 1 - \frac{4}{(x-1)^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{f'(x) = 1 - \frac{4}{(x-1)^2}}$$

d) Déduisons les variations de f.

$$f'(x) = 1 - \frac{4}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{x^2 - 2x + 1 - 4}{(x-1)^2}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$

$$\Delta = (-2) - 4(1)(-3)$$

$$\Delta = 16$$

$$x_1 = \frac{2-4}{2} = -1 \qquad x_2 = \frac{2+4}{2} = 3$$

$\Rightarrow x_2 = -1$ $\qquad \Rightarrow x_2 = 3$

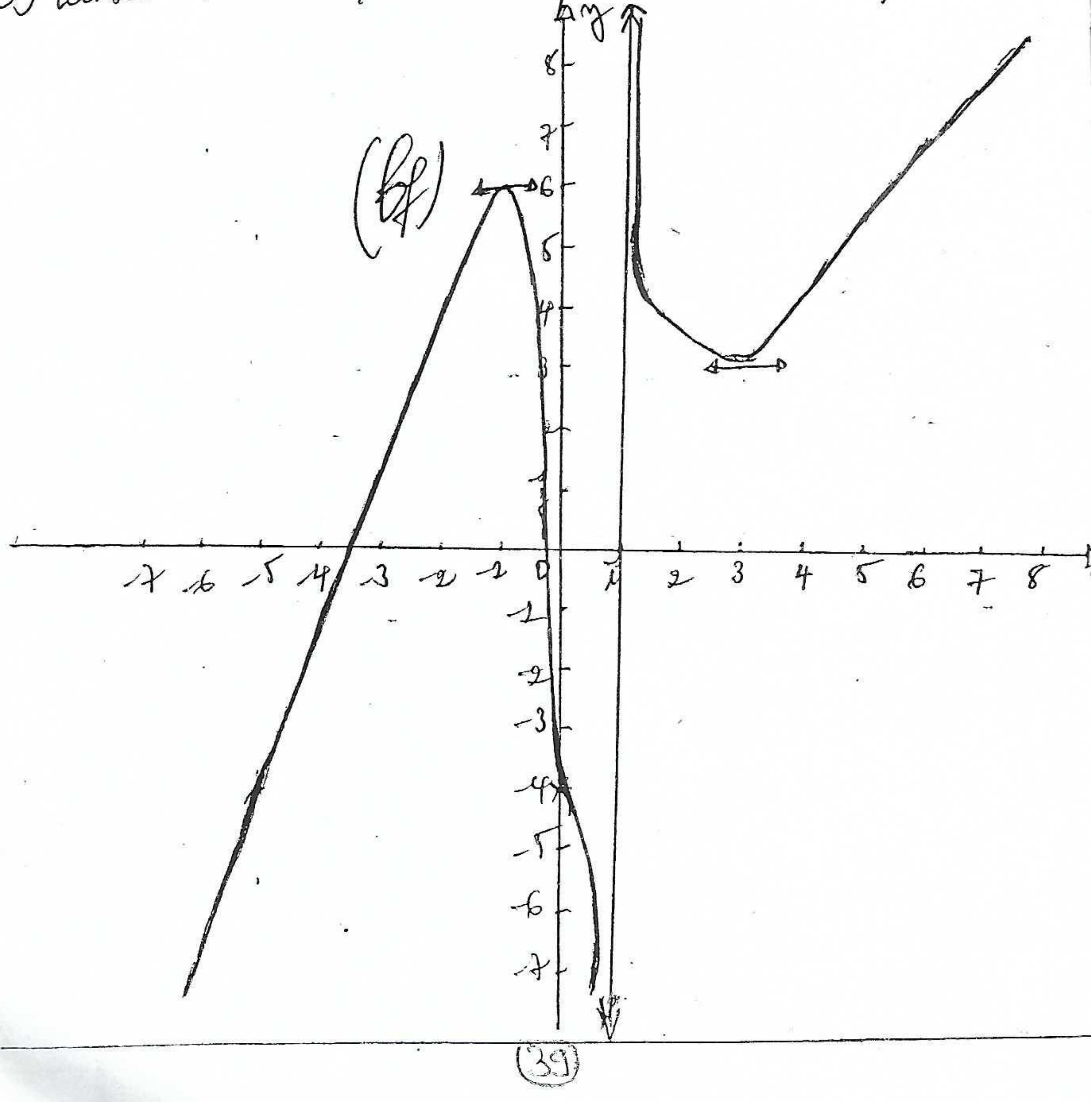
Tableau de signe

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$x-3$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$(x+1)(x-3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Tableau de variation

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	6	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	5	↗	$+\infty$

e) Construisons la courbe représentative de f.



BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT DU SECOND DEGRE
SESSION DE : JUIN 2005
SERIE : A4 ET AB

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Durée : 2 heures
Coefficient : 2

Exercice N° 1

1. Soit P le polynôme défini sur $\mathbb{R}$ par : $P(x) = x^3 - x^2 - 14x + 24$.
   a) Calculer $P(2)$.
   b) En déduire une factorisation de $P(x)$.
   c) Etudier le signe de $P(x)$ suivant les valeurs de x.
2. En déduire dans $\mathbb{R}$ les solutions de :
   a) l'équation $2\ln x + \ln(x-1) - \ln(14x-24) = 0$,
   b) l'inéquation $e^{2x} - e^{x} + 24e^{-x} - 14 \geq 0$.

Exercice N° 2

Résoudre les systèmes d'équations suivantes :

a) $\begin{cases} \ln(x-2) + 3\ln(y-1) = 9 \\ 2\ln(x-2) - \ln(y-1) = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 58 \\ \ln x + \ln y = \ln 21 \end{cases}$

PROBLÈME

On considère la fonction g définie par : $g(x) = \dfrac{x^2 + 7x + 6}{x+2}$.

1. Quel est l'ensemble de définition D_g de g.
2. a) Calculer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition.
   b) Etudier les variations de g et dresser le tableau de variation.
3. Déterminer les réels a, b et c tels que : $g(x) = ax + b + \dfrac{c}{x+2}$.
4. Démontrer que la droite d'équation $y = x + 5$ est asymptote à la courbe (c) de g.
5. Déterminer l'équation de la tangente à (c) au point d'abscisse 0.
6. Construire la courbe (c) et ses asymptotes dans le plan muni du repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
7. Utiliser la courbe (c) pour résoudre :
   a) l'équation $g(x) = 3$,
   b) l'inéquation $g(x) < 0$.

Correction : Bac Serie A4 2005

Exercice N° 1

1- Soit P le polynôme défini sur $\mathbb{R}$ par :

$$P(x) = x^3 - x^2 - 14x + 24$$

a) Calculons $P(2)$

$$P(2) = (2)^3 - (2)^2 - 14(2) + 24$$
$$= 8 - 4 - 28 + 24$$
$$= 28 - 28$$
$$= 0$$

$$\boxed{P(2) = 0}$$

b) En déduisons une factorisation de $P(x)$

2 étant la racine évidente de P alors

Passant par division euclidienne :

$$\begin{array}{l|l} x^3 - x^2 - 14x + 24 & x-2 \\ \hline -x^3 + 2x^2 & x^2 + x - 12 \\ \quad x^2 - 14x + 24 & \\ \quad -x^2 + 2x & \\ \qquad -12x + 24 & \\ \qquad 12x - 24 & \\ \qquad\quad 0 & \end{array}$$

$$(x-2)(x^2+x-12)$$

d'où
$$\boxed{P(x) = (x-2)(x-3)(x+4)}$$

c) Etude de signe de $P(x)$ suivant les valeurs de x.

$$P(x) = (x-2)(x-3)(x+4)$$

$P(x) = 0 \Rightarrow (x-2)(x-3)(x+4)$: $x = 2$ ou $x = 3$ ou $x = -4$

x	$-\infty$	-4		2		3		$+\infty$
$x+4$	$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x-2$	$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-3$	$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$P(x)$	$-$		$+$		$-$		$+$	

$\forall x \in [-4 ; 2] \cup [3 \; +\infty[\quad P(x) > 0$

$\forall x \in]-\infty ; -4] \cup [2 ; 3] \quad P(x) < 0$

2) En deduisons dans $\mathbb{R}$ les solutions de

a) $2\ln x + \ln(x-1) - \ln(14x-24) = 0$

Cherchons les contraintes

$$\begin{cases} x > 0 \\ x-1 > 0 \\ 14x - 24 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > 1 \\ x > \frac{12}{7} \end{cases}$$

$C =]\frac{12}{7} \; +\infty[$

$\ln x^2 + \ln(x-1) - \ln(14x-24) = 0$

$\ln(x^2)(x-1) - \ln(14x-24) = 0$

$\ln(x^2)(x-1) = \ln(14x-24)$

$X \geq 0$; $e^X \geq$ [illegible]

$$\begin{cases} X \leq 2 \\ X \geq 3 \end{cases} \quad \begin{cases} e^x \leq 2 \\ e^x \geq 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq \ln 2 \\ x \geq \ln 3 \end{cases}$$

$$\boxed{S = [\ln 3 \; +\infty[}$$

Exercice N° 2

Résoudre les systèmes d'équations suivantes !

a) $\begin{cases} \ln(x-2) + 3\ln(y-1) = 9 & (1) \\ 2\ln(x-2) - \ln(y-1) = 4 & (2) \end{cases}$

$$D_V =]2 \; +\infty[$$

$$-2 \begin{cases} \ln(x-2) + 3\ln(y-1) = 9 \\ 2\ln(x-2) - \ln(y-1) = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2\ln(x-2) - 6\ln(y-1) = -18 \\ 2\ln(x-2) - \ln(y-1) = 4 \end{cases}$$

$$-7\ln(y-1) = -14$$

$$\Rightarrow \ln(y-1) = 2$$

$$y - 2 = e^2$$

$$y = e^2 + 2 \quad (3)$$

$$\ln(x^2)(x-1) = \ln(14x-24)$$

$$x^2(x-1) = (14x-24)$$

$$x^3 - x^2 = 14x - 24$$

$$x^3 - x^2 - 14x + 24 = 0$$

$$\cancel{x}\ P(x) = (x-2)(x-3)(x+4)$$

$$(x-2)(x-3)(x+4) = 0$$

$$x = 2 \text{ ou } x = 3 \text{ ou } x = -4 \notin C$$

$$\boxed{S = \{2 ; 3\}}$$

b) $e^{2x} - e^{x} + 24e^{-x} - 14 \geq 0$

Multiplions chaque membre par e^{x}

Nous avons : $e^{x} \times e^{2x} - e^{x} \times e^{x} + 24e^{-x} \times e^{x} - 14e^{x} \geq 0$

$$e^{3x} - e^{2x} + 24 - 14e^{x} \geq 0$$

Posons $e^{x} = X$

$$X^3 - X^2 - 14X + 24 \geq 0$$

$$(X-2)(X-3)(X+4) \geq 0$$

x	$-\infty$		-4		2		3		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Remplaçons y = dans (2)

$\ln(x-2) + 3\ln(e^2+2-1) = 9$

$\ln(x-2) + 3\ln(e^2+1) = 9$

$\ln(x-2) + 3[2\ln e] = 9$

$\ln(x-2) + 6 = 9 \Rightarrow \ln(x-2) = 3$

$x-2 = e^3$

$x = e^3+2$

$$\boxed{S = \{e^2+2 \; ; \; e^3+2\}}$$

b) $\begin{cases} x^2+y^2 = 58 \\ \ln x + \ln y = \ln 21 \end{cases}$

$D_V =]0 \; +\infty[$

$\begin{cases} x^2+y^2 = 58 \\ \ln(x)(y) = \ln 21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2+y^2 = 58 & (1) \\ xy = 21 & (2) \end{cases}$

$y = \dfrac{21}{x}$

Remplaçons y dans (1)

$x^2 + \left(\dfrac{21}{x}\right)^2 = 58$

$x^2 + \dfrac{441}{x^2} = 58$

$x^2 + \frac{441}{x^2} = 58 \implies \frac{x^4 + 441}{x^2} = 58$

$x^4 + 441 = 58x^2$

$\cancel{x^4 - 558}\ x^4 - 58x^2 + 441 = 0$

Posons $X = x^2$

$X^2 - 58X + 441 = 0$

$\Delta' = (-29)^2 - (441)$

$= 841 - 441$

$\Delta' = 400 \implies \sqrt{400} = 20$

$X_1 = \frac{29 - 20}{1} = 9$

$X_2 = \frac{29 + 20}{1} = 49$

$x^2 = X \iff x^2 = 9 \implies x = \pm 3$

$x^2 = 49 \implies x = \pm 9$

$x_1 = 3$ et $x_2 = 9$

$y_1 = \frac{21}{3} = 7$ et $y_2 = \frac{21}{9} = \frac{7}{3}$

$$\boxed{S = \{(3; 7); (9; 7/3)\}}$$

Problème

On considère la fonction g définie par :

$$g(x) = \frac{x^2+7x+6}{x+2}$$

1) l'ensemble de définition D_g de g

g existe si et seulement si $x+2 \neq 0$

$$\Rightarrow x \neq -2$$

$$D_g = \mathbb{R} \setminus \{-2\} =]-\infty \; -2[\cup]-2 \; +\infty[$$

2. a) Calcul des limites de g aux bornes de son ensemble de définition.

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \left(\frac{x^2+7x+6}{x+2}\right)$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \to -\infty} x$$

$$= -\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \to -2^-} f(x) = \lim_{x \to -2^-} \left(\frac{x^2+7x+6}{x+2}\right)$$

$$= \frac{(-2)^2+7(-2)+6}{-2+2}$$

$$= \frac{4-14+6}{0^-} = \frac{-4}{0^-}$$

$$\lim_{x \to -2^+} f(x) = \frac{-4}{0^+} \Rightarrow \lim_{x \to -2^+} \frac{-4}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \to -2^-} f(x) = -\infty$$

la droite d'équation $x = -2$ est asymptote vertical à (C)

b) Etudions les variations de g et dressons le tableau de variation :

g est dérivable comme quotient de deux polynômes. On aura :

$$g'(x) = \left(\frac{x^2+7x+6}{x+2}\right)'$$

$$= \frac{(2x+7)(x+2) - (x^2+7x+6)}{(x+2)^2}$$

$$= \frac{2x^2+4x+7x+14-x^2-7x-6}{(x+2)^2}$$

$$= \frac{x^2+4x+8}{(x+2)^2}$$

$$g'(x) = \frac{x^2+4x+8}{(x+2)^2}$$

$\forall x \in D_g$, $g'(x) > 0$ ..

Tableau de Variation

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	‖	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

3/ Determinons les reels a, b et c telsque

$$g(x) = ax + b + \frac{c}{x+2}$$

Determinons par la division euclidienne.

$$\begin{array}{r|l} x^2 + 7x + 6 & x+2 \\ \cline{2-2} -x^2 - 2x & x+5 \\ \cline{1-1} 5x + 6 & \\ -5x - 10 & \\ \cline{1-1} -4 & \end{array}$$

D'ou $g(x) = x + 5 - \dfrac{4}{x+2}$

avec $a = 1$; $b = 5$ et $c = -4$

4/ Demontrons que la droite d'equation $y = x+5$ est asymptote à la courbe $\mathcal{C}$

... est asymptote à (C) si et seulement

$$\lim_{x \to +\infty} (f(x) - y) = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x \to +\infty} [f(x) - y] = \lim_{x \to +\infty} \left(x+5 - \frac{4}{x+2} - x - 5\right)$$

$$= \lim_{x \to +\infty} -\frac{4}{x+2} = \lim \frac{-4}{+\infty}$$

$$\lim_{x \to +\infty} [f(x) - y] = 0$$

D'où (D) : $y = x+5$ est asymptote à (C)

5) Déterminons l'équation de la tangente (C) au point d'abscisse 0.

$$T : y = g'(x_0)(x - x_0) + g(x_0)$$

$$= g'(0)(x-0) + g(0)$$

$$= 2x + 3$$

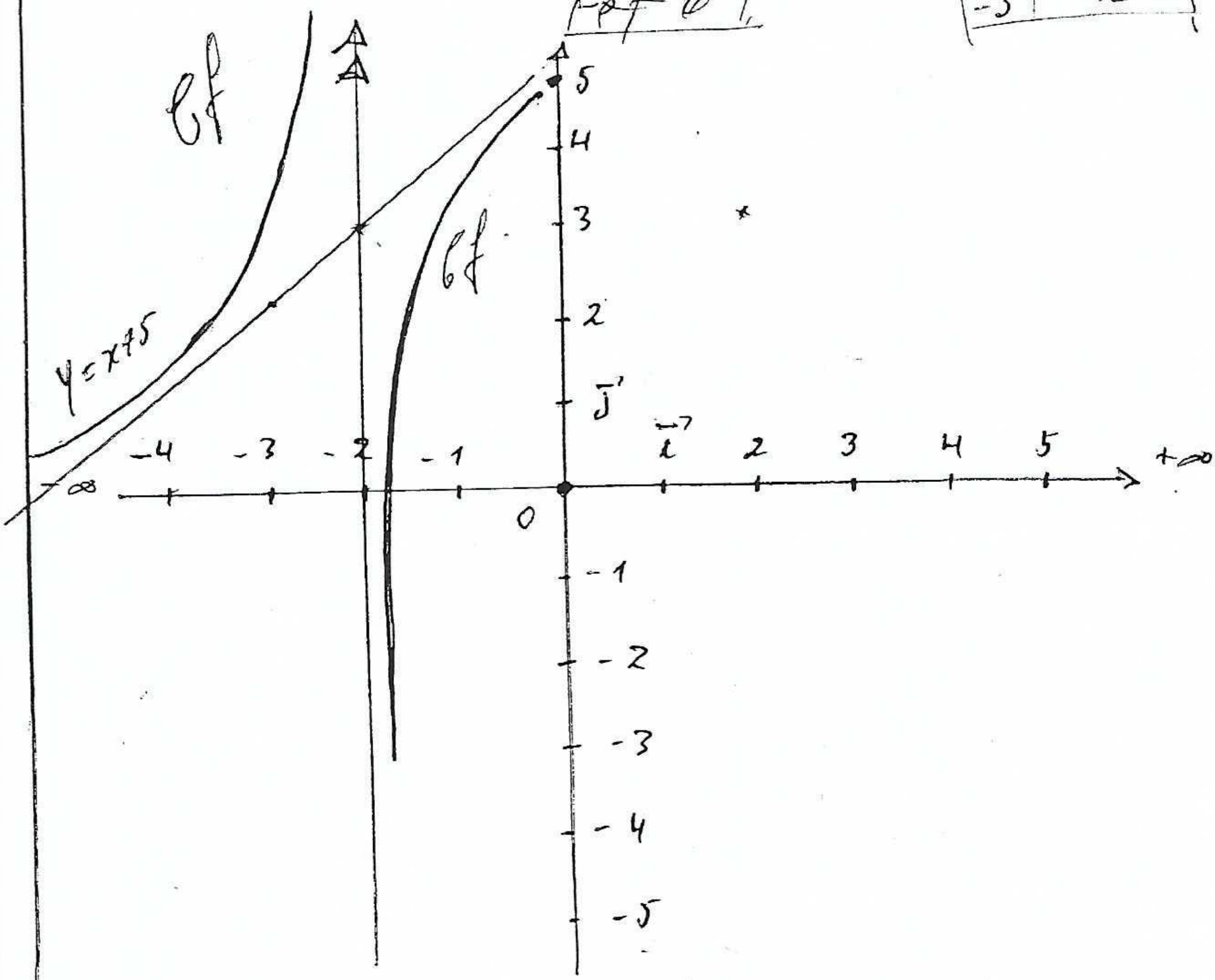
$$\boxed{\text{d'où } (T) : y = 2x+3}$$

6) Construisons la courbe (C) et ses asymptotes dans le plan muni du repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

$y = x + 5$

x	y
0	5
-5	0

x	y
-2	+3
-3	2



7) Utilisons la courbe (C) pour resoudre

a) l'equation $g(x) = 3$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 + 7x + 6}{x+2} = 3$$

$$x^2 + 7x + 6 = 3x + 6$$

$$x^2 + 4x = 0$$

$$x(x+4) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ ou } x + 4 = 0$$

$$x = -4$$

$S = \{0, -7\}$

b) l'inequation $g(x) < 0$

$\iff \frac{x^2 + 7x + 6}{x + 2} < 0$

REPUBLIQUE DU TCHAD

UNIVERSITE DE N'DJAMENA

OFFICE DU BACCALAUREAT

UNITE- TRAVAIL- PROGRES

00BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT DU SECONDE DEGRE

SESSION DE JUIN 2006

Première série d'épreuves écrites

SERIE A4 et AB

EPREUVE DE MATHEMATIQUE

Durée : 2 heures

Coefficient : 2

Exercice N°1

Résoudre dans R, les équations suivantes :

a) $2x^3 + 3x^2 - 11x - 6 = 0$

b) $2 (\ln x)^3 + 3(\ln x)^2 - 11(\ln x) - 6 = 0$

c) $2e^{2x} + 3e^x - 6 e^{-x} - 11 = 0$

Exercice N°2

Un sac contient 7 billes blanches, 6 billes vertes et 2 billes rouges. On tire simultanément 3 billes du sac.

Quelle est la probabilité pour que le tirage contienne :

1) Au moins une bille blanche ;
2) Trois billes de mêmes couleurs ;
3) Au plus deux bille rouges.

Problème

On considère une fonction f de variable réelle x définit par : $f(x) = \frac{x^2+3}{X-1}$.

1) Déterminer l'ensemble de définition Df de la fonction.
2) Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout x élément de Df, $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$
3) Déterminer que la courbe (D) d'équation y= ax+b est asymptote à la courbe (C) de la fonction f.
4) Calculer les limites de f aux bornes de Df et étudier les variations de f.
5) Déterminer une équation de la tangente à (C) au point d'intersection avec l'axe des ordonnées.
6) Tracer (D) et (C).

Correction Bac serie A4 2006

Exercice N° 1

Resolvons dans $\mathbb{R}$, les equations suivantes

a) $2x^3+3x^2-11x-6=0$

Soit $f(x)=2x^3+3x^2-11x-6$

Cherchons la racine evidente de $f(x)$

Calculons $f(2)$

$f(2)=2(2)^3+3(2)^2-11(2)-6$

$=2\times 8+3\times 4-22-6$

$=16+12-28$

$=28-28$

$f(2)=0$

2 est la racine evidente de $f(x)$

Soit $f(x)=(x-2)(ax^2+bx+c)$

$=ax^3+bx^2+cx-2ax^2-2bx-2c$

$=ax^3+(b-2a)x^2+(c-2b)x-2c$

Par identification

$$\begin{cases} ax^3=2x^3 \\ (b-2a)x^2=3x^2 \\ (c-2b)x=-11x \\ -2c=-6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b-2\times 2=3 \Rightarrow b=7 \\ c-2\times 7=-11 \Rightarrow c=3 \end{cases}$$

$f(x) = (x-2)(2x^2+7x+3)$

$f(x)=0 \Rightarrow (x-2)(2x^2+7x+3)=0$

$x-2=0$ ou $2x^2+7x+3=0$

$x_1 = 2$ $\quad \Delta = (7)^2 - 4(2)(3)$

$= 49 - 24$

$\Delta = 25 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 5$

$x_2 = \frac{-7-5}{2\times 2} \Rightarrow x_2 = \frac{-12}{4}$

$x_2 = -3$

$x_3 = \frac{-7+5}{4} = \frac{-2}{4}$

$x_3 = -1/2$

$$\boxed{S = \{-3 ; -1/2 , 2\}}$$

b) $2(\ln x)^3 + 3(\ln x)^2 - 11(\ln x) - 6 = 0$

Contrainte sur x

$D_c \Rightarrow x > 0 \Rightarrow D_c \,]0 \, +\infty[$

Posons $\ln x = X$

$\Rightarrow 2X^3 + 3X^2 - 11X - 6 = 0$

$(X-2)(X+3)(X+1/2) = 0$

$X = 2$ ou $X = -3$ ou $X = -1/2$

$X = 2$ ou $X = -3$ ou $X = -1/2$

or $\ln x = X$

$\Leftrightarrow \ln x = 2 \Rightarrow x = e^2$

$\ln x = -3 \Rightarrow x = e^{-3}$

$\ln x = -1/2 \Rightarrow x = e^{-1/2}$

$$\boxed{S = \{e^{-3} ; e^{-1/2} ; e^2\}}$$

c) $2e^{2x} + 3e^x - 6e^{-x} - 11 = 0$

Multiplions cette relation par e^x

$e^x(2e^{2x} + 3e^x - 6e^{-x} - 11) = 0$

$2e^{3x} + 3e^{2x} - 6 - 11e^x = 0$

Posons $e^x = X$

$2X^3 + 3X^2 - 11X - 6 = 0$

$(X-2)(X+3)(X+1/2) = 0$

$X = 2$ ou $X = -3$ ou $X = -1/2$

or $e^x = X$

$\Leftrightarrow e^x = 2 \Rightarrow x = \ln 2$

$\left\{\begin{array}{l} e^x = -3 \\ e^x = -1/2 \end{array}\right. \Rightarrow$ impossible dans $\mathbb{R}$

$$S = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

Exercice 2

$$15 \text{ billes} \begin{cases} - 7 \text{ billes blanches} \\ - 6 \text{ billes vertes} \\ - 2 \text{ billes rouges} \end{cases}$$

On tire simultanément 3 billes du sac.
Calculons la probabilité pour que le tirage contienne :

1- Au moins une bille blanche.

Tiré simultanément 3 billes est une expérience aléatoire, dont l'univers associée à cette expérience est : $Card(U) : C_{15}^3 \Rightarrow \boxed{Card(U) = 455}$

Soit A l'évènement associé à cette probabilité.

$$Card(A) = C_7^1 \times C_6^2 \times C_2^0 + C_7^2 \times C_6^0 \times C_2^1 + C_7^3 \times C_6^0 \times C_2^0$$
$$= 7 \times 15 \times 1 + 21 \times 1 \times 2 + 35 \times 1 \times 1$$

$$\Rightarrow \boxed{Card(A) = 182}$$

Par définition : $\boxed{P(A) = \frac{Card(A)}{Card(U)}}$

AN : $P(A) = \frac{182}{455} \Rightarrow \boxed{P(A) = 0,4}$

2) Trois billes de même couleurs.

Soit B l'évènement de tirer les 3 billes de même couleur.

$$Card(B) = C_7^3 \times C_6^0 \times C_2^0 + C_7^0 \times C_6^3 \times C_2^0$$
$$= 35 \times 1 \times 1 + 1 \times 20 \times 1$$

$$\Rightarrow \boxed{Card(B) = 55}$$

Par def : $\boxed{P(B) = \frac{Card(B)}{Card(U}}$

AN : $P(B) = \frac{55}{455} \Rightarrow \boxed{P(B) = 0,12}$

suite exercice 2

3) Au plus deux billes ~~de~~ rouges.

Soit C l'évenement de tirer au plus deux billes rouge.

$\cdot \, Card(C) = C_2^2 \times C_7^1 \times C_6^0 + C_2^1 \times C_7^1 \times C_6^1 + C_2^0 \times C_7^2 \times C_6^1$

$\Rightarrow \boxed{Card(C) = 112}$

Par def : $\boxed{P(C) = \frac{Card(C)}{Card(\Omega)}}$

AN : $P(C) = \frac{112}{455} \Rightarrow \boxed{P(C) = 0,24}$

Problème

On considère une fonction f de variable réelle x définie par :

$$f(x) = \frac{x^2+3}{x-1}$$

1) Déterminons l'ensemble de définition D_f de la fonction.

f existe si et seulement si $x-1 \neq 0$

$$\Rightarrow x \neq 1$$

$$\boxed{D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\} =]-\infty, 1[\cup]1, +\infty[}$$

2°) Déterminons les réels a, b et c tels que pour tout x élément de D_f, $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$

$$ax + b + \frac{c}{x-1} = \frac{(ax+b)(x-1)+c}{x-1}$$

$$= \frac{ax^2 - ax + bx - b + c}{x-1}$$

$$f(x) = \frac{ax^2 + (b-a)x - b + c}{x-1}$$

Par identification

$$\begin{cases} ax^2 = x^2 \\ (b-a)x = 0 \\ -b+c = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b-1 = 0 \Rightarrow b = 1 \\ -1+c = 3 \Rightarrow c = 4 \end{cases}$$

$$\boxed{a = 1 ;\ b = 1 \text{ et } c = 4}$$

Soit $\boxed{f(x) = x + 1 + \frac{4}{x-1}}$

3) Démontrons que la courbe (D) d'équation $y = ax + b$ est asymptote à la courbe (C) de la fonction f.

(D) est asymptote si et seulement si

$\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - y) = 0 \iff \lim\limits_{x \to +\infty} \left(x + 1 + \frac{4}{x-1} - (x+1)\right)$

$$\lim_{x \to +\infty} \left(x + 1 + \frac{4}{x-1} - x - 1\right) = \lim_{x \to +\infty} \frac{4}{x-1}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{4}{+\infty} = 0$$

D'où la droite (D) d'équation $y = ax + b$ est asymptote oblique à la courbe (C).

4) Calculons les limites de f aux bornes de D_f et étudions les variations de f.

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \left(\frac{x^2 + 3}{x-1}\right)$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{x^2}{x}$$

$$= \lim_{x \to -\infty} x$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$$

$$\boxed{\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty}$$

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty}$$

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^-} \left(\frac{x^2+3}{x-1} \right)$$

$$= \frac{1+3}{1-1}$$

$$= \frac{4}{0^-}$$

$$\lim_{x \to 1^-} \frac{4}{0^-} = -\infty$$

$$\boxed{\lim_{x \to 1^-} f(x) = -\infty}$$

$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim \frac{4}{0^+}$$

$$= +\infty$$

$$\boxed{\lim_{x \to 1^+} f(x) = +\infty}$$

Etudions les variations de f

$$f'(x) = \left(\frac{x^2+3}{x-1}\right)'$$

$$= \frac{2x(x-1)-(1)(x^2+3)}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{2x^2-2x-x^2-3}{(x-1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2} \quad \text{ou} \quad f'(x) = \frac{(x+1)(x-3)}{(x-1)^2}$$

$$f'(x) = 0 \iff \frac{(x+1)(x-3)}{(x-1)^2} = 0$$

avec $(x-1)^2 > 0$

$$(x+1)(x-3) = 0$$

$$x = -1 \text{ ou } x = 3$$

$\forall\, x \in D_f,\ f'(x) > 0$

Tableau des signes

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$	||	$+$		$+$	
$x-3$		$-$		$-$	||	$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$+$		$-$	||	$-$		$+$	

Calculons $f(-1)$ et $f(3)$

$$f(-1) = \frac{(-1)^2+3}{-1-1} = \frac{4}{-2} = -2 \Rightarrow f(-1) = -2$$

$$f(3) = \frac{(3)^2+3}{3-1} = \frac{9+3}{2} = \frac{12}{2} = 6 \Rightarrow f(3) = 6$$

Tableau des variations

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$ $-\infty$	$\|\|$	$+\infty$ $\searrow$	6	$\nearrow$	$+\infty$

$\forall x \in \left]-\infty \quad -1\right] \cup \left[3 \quad +\infty\right[$ f est croissante

$\forall x \in \left[-1 \quad 1\right[\cup \left]1 \quad 3\right]$ f est decroissante

REPUBLIQUE DU TCHAD
UNIVERSITE DE N'DJAMENA
OFFICE DU BACCALAUREAT

UNITE-TRAVAIL-PROGRES

BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT DU SECOND DEGRE

Session de Juin 2007 /Première série d'épreuves écrites

Séries A4 et AB

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Durée : 2 heures
Coefficient : 2

Exercice 1

Résoudre dans R :

$$x(x+2)=8 \qquad (1)$$

$$e^{2x}=-\frac{1}{2}\left(e^{x}-16\right) \qquad (2)$$

Soit x_1 et x_2 deux solutions de l'équation (1) qui sont aussi deux racines de l'équation (3), trouver la troisième racine :

$$x^3+5x^2-2x-24=0 \qquad (3)$$

Exercice 2

Dans une course de marathon, 6 coureurs de l'équipe (A), 5 coureurs de l'équipe (B) et 2 joueurs de l'équipe (C) participent à la course. Si on retient les 3 premiers comme gagnants, trouver la probabilité que ces trois premiers soient :

1- d'une même équipe ;
2- deux d'une même équipe ;
3- au moins un joueur de l'équipe (C).

Exercice 3

On considère la fonction suivante :

$$f(x)=\frac{2}{x}-2x$$

Déterminer :

1- Le domaine de définition de f et les limites aux bords de ce domaine ;
2- Montrer que la droite d'équation $y=2x$ est asymptote oblique de f
3- Etudier la variation de $f(x)$ et tracer la courbe de f dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

Correction Bac Serie A4 2007

Exercice N° 1

Resoudre dans $\mathbb{R}$.

1) $x(x+2)=8 \Rightarrow x^2+2x-8=0$

Posons $\Delta' = (1)^2 - 1\times(-8)$

$= 1+8 = 9 \Rightarrow \sqrt{9}=3$

$x_1 = \frac{-1-3}{1} = -4$

$x_2 = \frac{-1+3}{1} = 2$

$$\boxed{S_1 = \{-4 ; 2\}}$$

2) $e^{2x} = -\frac{1}{2}(e^x - 16)$

$\Leftrightarrow 2e^{2x} + e^x = 16$

$\Leftrightarrow 2e^{2x} + e^x - 16 = 0$

posons $X = e^x$

$\Leftrightarrow 2X^2 + X - 16 = 0$

$\Delta = (1)^2 - 4(2)(-16)$

$\Leftrightarrow \Delta = 1 + 128 \Rightarrow \Delta = 129$

$X_1 = \frac{-1-11{,}35}{4} \Rightarrow X_1 = -3{,}08$

$X_2 = \frac{-1+11{,}35}{4} \Rightarrow X_2 = 2{,}58 \Rightarrow X_2 = 2{,}6$

$e^{x_1} = -2{,}08 < 0$ $\quad$ $e^{x_2} = 2{,}6$

$\ln e^{x} = \ln 2{,}6$

$\Rightarrow x_2 = \ln 2{,}6$

$$\boxed{S = \{\ln 2{,}6\}}$$

Exercice 2

13 Coureurs $\begin{cases} \text{- 6 Coureurs de l'équipe (A)} \\ \text{- 5 Coureurs de l'équipe (B)} \\ \text{- 2 Joueurs de l'équipe (C)} \end{cases}$

Calculons la probabilité que ces trois premiers soient :

1- D'une même équipe.

Soit U l'univers associée à cette experience.

$Card(U) = C_{13}^{3} \Rightarrow \boxed{Card(U) = 286}$

Soit A l'évenement de trouver que ces trois premiers soient d'une même équipe.

$Card(A) = C_6^1 \times C_5^1 \times C_2^1$

$\Rightarrow \boxed{Card(A) = 13}$

Par def : $\boxed{P(A) = \dfrac{Card(A)}{Card(U)}}$

<u>AN</u> : $P(A) = \dfrac{13}{286} \Rightarrow \boxed{P(A) = 0{,}04}$

2) Deux d'une même équipe.

Soit B l'évenement de trouver que ces trois premiers soient de deux d'une même équipe.

$Card(B) = C_6^2 \times C_5^1 \times C_2^0 + C_6^1 \times C_5^2 \times C_2^0 + C_6^0 \times C_5^1 \times C_2^2$

$\Rightarrow \boxed{Card(B) = 140}$

suite exercice 2

AN : $P(B) = \frac{140}{286} = 0,49$

$\Rightarrow \boxed{P(B) = 0,49}$

3) Au moins un joueur de l'équipe (c).

soit c l'évenement pour trouver au moins un joueur de l'équipe (C).

$Card(C) = C_2^1 \times C_6^0 \times C_5^2 + C_2^2 \times C_6^1 \times C_5^0$

$\Rightarrow \boxed{Card(C) = 26}$

AN : $P(C) = \frac{26}{286} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{P(C) = 0,09}$

Exercice N° 3

On considère la fonction suivante :

$$f(x) = \frac{2}{x} - 2x$$

1-) Déterminons le domaine de définition de f et les limites aux bornes de ce domaine

$$f(x) = \frac{2}{x} - 2x$$

f existe si et seulement si $x \neq 0$

$$\Rightarrow \boxed{D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\} =]-\infty\ 0[\cup]0\ +\infty[}$$

Calculs des limites aux borne de D_f.

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \left(\frac{2}{x} - 2x\right)$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \left(\frac{2}{-\infty} - (-\infty)\right) = +\infty$$

$$\boxed{\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty}$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{2}{x} - 2x\right)$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{2}{+\infty} - (+\infty)\right) = -\infty$$

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty}$$

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} \left(\frac{2}{x} - 2x\right)$$

$$= \frac{2}{0^+} - 0$$

$$= \lim_{x \to 0^+} \frac{2}{0^+} = +\infty$$

$$\boxed{\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty}$$

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-} \left(\frac{2}{x} - 2x\right)$$

$$= \lim \frac{2}{0^-} = -\infty$$

$$\boxed{\lim_{x \to 0^-} f(x) = -\infty}$$

la droite d'équation $x = 0$ est asymptote vertical

2-) Montrons que la droite d'équation $y = 2x$ est asymptote oblique

$$\lim_{x \to +\infty} (f(x) - y) \overset{?}{=} 0$$

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{2}{x} - 2x - (-2x)\right) = \lim_{x \to +\infty} \frac{2}{x}$$

$$= \lim \frac{2}{+\infty} = 0$$

$$\lim_{x \to +\infty} (f(x) - y) = 0$$

la droite d'équation $y = 2x$ est asymptote oblique.

3) la Variation de $f(x)$ et traçons la courbe de f dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

f étant la somme des fonctions dérivable alors elle est dérivable.

$$f'(x) = \left(\frac{2}{x} - 2x\right)'$$

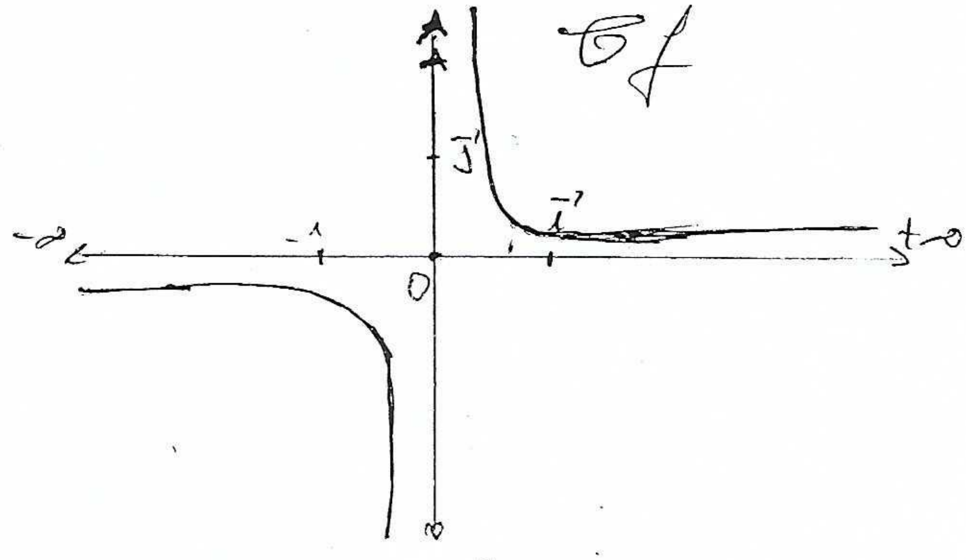
$$= \frac{-2}{x^2} - 2$$

$$f'(x) = \frac{-2x^2 - 2}{x^2}$$

$f'(x) < 0$

$\forall x \in D_f$, f décroît.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	||	$-$
$f(x)$	$+\infty \searrow -\infty$	||	$+\infty \searrow -\infty$



REPUBLIQUE DU TCHAD UNITE- TRAVAIL- PROGRES

UNIVERSITE DE N'DJAMENA

OFFICE DU BACCALAUREAT

BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT DU SECONDE DEGRE

SESSION DE JUIN 2008

SERIE A4 et AB

EPREUVE DE MATHEMATIQUE

Durée : 2 heures

Coefficient : 2

Exercice N°1

a) Développer : $(2x - 3)(x + 1)$

Résoudre dans R l'équation : $2x^2 + x - 6 = 0$

b) Résoudre dans R les équations suivantes :

1) $2e^{2x} + e^x - 6 = 0$
2) $2e^{-x} + 1 - 6e^x = 0$
3) $2(\ln x)^2 + \ln x - b6 = 0$

Exercice N°2

Un sac contient trois (3) jetons verts et six (6) jetons rouges. On tire simultanément et au hasard deux (2) jetons de ce sac.

1) Quelle est la probabilité de tirer deux (2) jetons verts ?
2) Quelle est la probabilité de tirer deux (2) jetons rouges ?
3) Quelle est la probabilité de tirer deux (2) jetons de couleurs différentes ?

Problème

La fonction numérique f à variable réelle x est définit par : $f(x) = \frac{5x+7}{3x-2}$

1) Quel est l'ensemble de définition de f ? On note Df cet ensemble.
2) Déterminer deux réels a et b tels que :

   Pour tout x Ɛ Df, $f(x) = a + \frac{b}{3x-2}$
3) a- Etudier le sens de variation de f.

   b- Construire le graphiques (C) de f pour x Ɛ $[-4; 6]$.

   c- Montrez que le point G de coordonnées $(\frac{2}{3}; \frac{5}{3})$ est centre de symétrie pour (C).

Correction Bac serie A4 2008

Exercice 1

a) Développons : $(2x-3)(x+1)$

$\Leftrightarrow (2x-3)(x+1) = 2x^2+2x-3x-3$

$\Leftrightarrow (2x-3)(x+1) = 2x^2-x-3$

$\Rightarrow \boxed{(2x-3)(x+1) = 2x^2-x-3}$

Résolvons, dans $\mathbb{R}$ l'équation : $2x^2+x-6=0$

$\Leftrightarrow 2x^2+x-6=0$

$\Delta = (1)^2-4(2)(-6)$

$= 1+48$

$\Rightarrow \Delta = 49$

$x_1 = \frac{-1-\cancel{49}7}{4} = \cancel{\quad} -2$ $\qquad x_2 = \frac{-1+7}{4} = 3/2$

$\Rightarrow x_1 = \cancel{\quad} -2$ $\qquad \Rightarrow x_2 = 3/2$

$$\boxed{S = \{-2 ; 3/2\}}$$

b) Résolvons, dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $2e^{2x}+e^x-6=0$

posons $X = e^x$

$2X^2+X-6=0$

$\Delta = (1)^2-4(2)(-6)$

$\Rightarrow \Delta = 49$

$X_1 = \frac{-1-7}{4} = -2$ $\qquad X_2 = \frac{-1+7}{4} = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow X_1 = -2$ $\qquad \Rightarrow X_2 = \frac{3}{2}$

or $X = e^x$

$X_1 = e^{x_1} = -2 < 0$ $X_2 = e^{x_2} = \frac{3}{2}$

$\ln e^{x_2} = \ln \frac{3}{2}$

$\Rightarrow x_2 = \ln \frac{3}{2}$

$$\boxed{S = \{\ln \frac{3}{2}\}}$$

2) $2e^{-x} - 6e^x + 1 = 0$

posons $X = e^x$

$\Leftrightarrow \frac{2}{X} - 6X + 1 = 0$

$\Leftrightarrow -6X^2 + X + 2 = 0$

$\Delta = (1)^2 - 4(-6)(2)$

$\Rightarrow \Delta = 49$

$X_1 = \frac{-1-7}{-12} = \frac{2}{3}$ $X_2 = \frac{-1+7}{-12} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow X_1 = \frac{2}{3}$ $\Rightarrow X_2 = \frac{1}{2}$

$e^{x_1} = \frac{2}{3}$ $e^{x_2} = \frac{1}{2}$

$x_1 = \ln \frac{2}{3}$ $x_2 = \ln \frac{1}{2}$

$$\boxed{S = \{\ln \frac{2}{3} ; \ln \frac{1}{2}\}}$$

3) $2(\ln x)^2 + \ln x - 6 = 0$

posons $X = \ln x$

$2X^2 + X - 6 = 0$

$$2x^2+x-6=0$$

$$\Delta=(1)^2-4(2)(-6)$$

$$\Rightarrow \Delta=49$$

$$x_1=\frac{-1-7}{4}=-2 \qquad x_2=\frac{-1+7}{4}=\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow x_1=-2<0 \qquad \Rightarrow x_2=\frac{3}{2}$$

$$\ln x=\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow x=e^{\frac{3}{2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{S=\{e^{3/2}\}}$$

Exercice 2

Sac $\begin{cases} \text{- 3 jetons vert} \\ \text{- 6 jetons rouges} \end{cases}$

1) Calculons la probabilité de tirer deux jetons verts.

Soit U l'univers associée à cette experience.

$$Card(U)=C_9^2=36$$

$$\Rightarrow \boxed{Card(U)=36}$$

Soit A l'évenement aléatoire pour tirer deux jetons verts.

$$Card(A)=C_3^2\times C_6^0=3$$

$$\Rightarrow \boxed{Card(A)=3}$$

Par définition : $\boxed{P(A)=\frac{Card(A)}{Card(U)}}$

AN : $P(A)=\frac{3}{36}=0{,}08$

$$\Rightarrow \boxed{P(A)=0{,}08}$$

2) Calculons la probabilité de tirer deux jetons rouges.

soit B l'évenement aléatoire de tirer deux jetons rouges.

$Card(B) = C_3^0 \times C_6^2 = 15$

$\Rightarrow \boxed{Card(B) = 15}$

Par définition : $\boxed{P(B) = \frac{Card(B)}{Card(U)}}$

AN : $P(B) = \frac{15}{36} = 0,41$

$\Rightarrow \boxed{P(B) = 0,41}$

3) Calculons la probabilité de tirer deux jetons de couleurs differents

soit C l'évenement aléatoire de tirer deux jetons de couleurs differents.

$Card(C) = C_3^1 \times C_6^1 = 18$

$\Rightarrow \boxed{Card(C) = 18}$

AN : $P(C) = \frac{18}{36} = 0,5$

$\Rightarrow \boxed{P(C) = 0,5}$

Problème

La fonction numerique f à variable réelle x est definit par: $f(x) = \frac{5x+7}{3x-2}$.

1) Déterminons l'ensemble de définition de f.

f existe si et seulement si $3x-2 \neq 0$

$$\Rightarrow x \neq \frac{2}{3}$$

D'où $\boxed{D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{2}{3}\right\}}$

2) Déterminons deux réels a et b tels que : $\forall x \in D_f$, $f(x) = a + \frac{b}{3x-2}$

$$f(x) = a + \frac{b}{3x-2}$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{a(3x-2)+b}{3x-2}$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{3ax-2a+b}{3x-2}$$

Par identification : $\begin{cases} 3ax = 5x \\ -2a+b = 7 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \boxed{a = \frac{5}{3}}$$

$$-2 \times \frac{5}{3} + b = 7 \Rightarrow \boxed{b = \frac{31}{3}}$$

D'où $\boxed{f(x) = \frac{5}{3} + \frac{\frac{31}{3}}{3x-2}}$

3-a) Etudions le sens de variation de f.

* Limites aux bornes de f.

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \frac{5x}{3x} = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{x \to -\infty} f(x) = \frac{5}{3}}$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{5x}{3x} = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = \frac{5}{3}}$$

$$\lim_{\substack{x \to \frac{2}{3} \\ <}} f(x) = \lim_{\substack{x \to \frac{2}{3} \\ <}} \frac{31}{0^-} = -\infty$$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{\substack{x \to \frac{2}{3} \\ <}} f(x) = -\infty}$$

$$\lim_{\substack{x \to \frac{2}{3} \\ >}} f(x) = \lim_{\substack{x \to \frac{2}{3} \\ >}} \frac{31}{0^+} = +\infty$$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{\substack{x \to \frac{2}{3} \\ >}} f(x) = +\infty}$$

⊛ Dérivée de f.

f est une fonction définie et dérivable, elle admet donc la fonction dérivée f' définie par :

$$f'(x) = \left(\frac{5x+7}{3x-2}\right)'$$

$$= \frac{5(3x-2) - 3(5x+7)}{(3x-2)^2}$$

$$= \frac{\cancel{15x} - 10 - \cancel{15x} - 21}{(3x-2)^2}$$

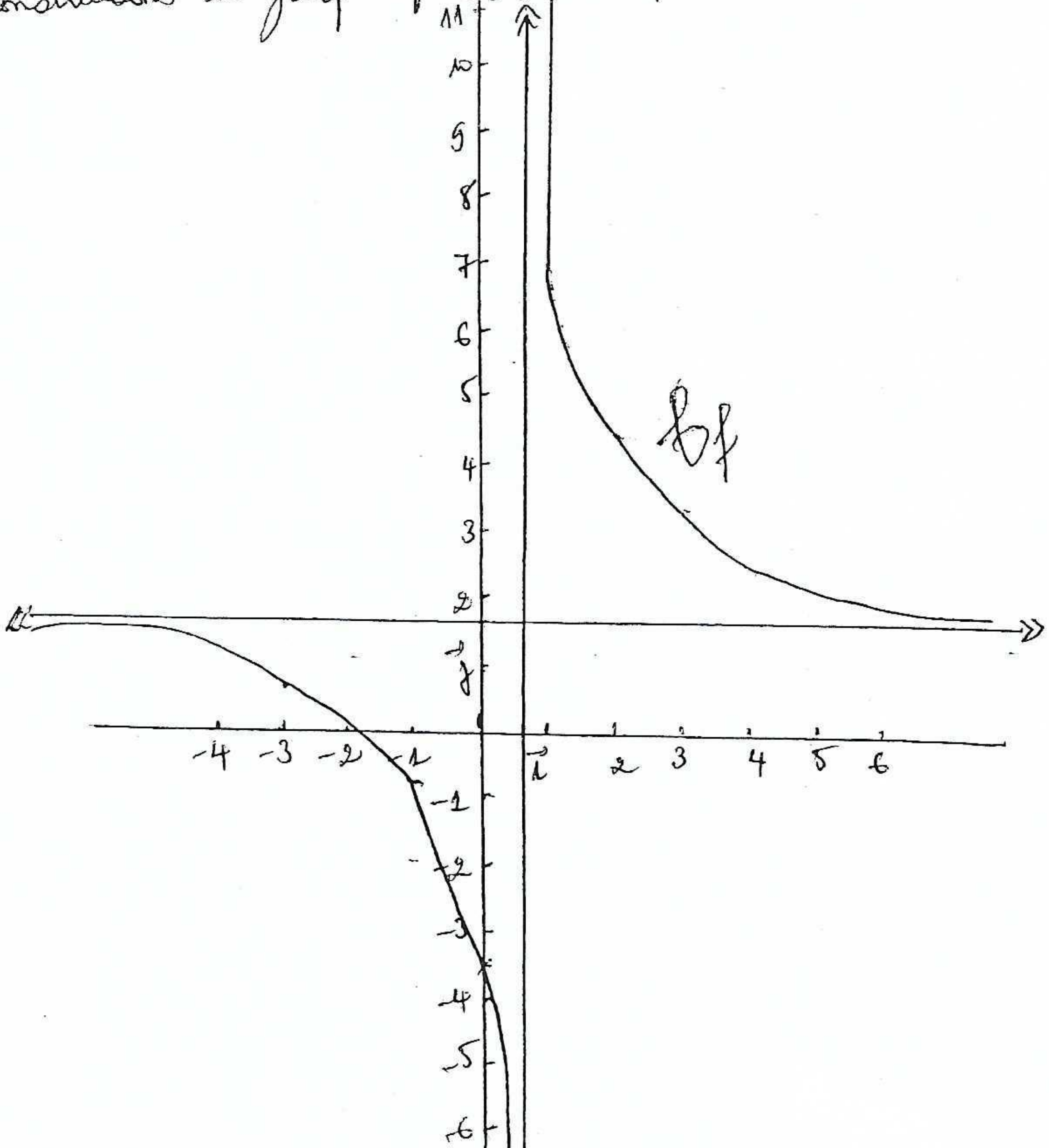
$$= \frac{-31}{(3x-2)^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{f'(x) = \frac{-31}{(3x-2)^2}}$$

Tableau de variation

x	$-\infty$		$2/3$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	$\frac{5}{3}$	$\searrow -\infty$	‖	$+\infty \searrow$	$\frac{5}{3}$

b- Construisons le graphiques (C) de f $\forall x \in [-4;6]$.



c) Montrons que le point $G\left(\frac{2}{3};\frac{5}{3}\right)$ est centre de symétrie pour (C).

Par définition : $f\left(\frac{2}{3}+x\right)+f\left(\frac{2}{3}-x\right)=\frac{10}{3}$ avec $a=\frac{2}{3}$ et $2b=\frac{10}{3}$

$$f(2+x)=\frac{5\left(\frac{2}{3}+x\right)+7}{3\left(\frac{2}{3}+x\right)-2}=\frac{\frac{10}{3}+5x+7}{2+3x-2}=\frac{15x+31}{9x}$$

$$f\left(\frac{2}{3}-x\right)=\frac{5\left(\frac{2}{3}-x\right)+7}{3\left(\frac{2}{3}-x\right)-2}=\frac{\frac{10}{3}-5x+7}{2-3x-2}=\frac{15x-31}{9x}$$

$$f\left(\frac{2}{3}+x\right)+f\left(\frac{2}{3}-x\right)=\frac{15x+31}{9x}+\frac{15x-31}{9x}$$

$$=\frac{30x}{9x}$$

$$\Rightarrow \boxed{f\left(\frac{2}{3}+x\right)+f\left(\frac{2}{3}-x\right)=\frac{10}{3}}$$

D'où $G\left(\frac{2}{3};\frac{5}{3}\right)$ est centre de symétrie pour (C).

REPUBLIQUE DU TCHAD
OFFICE NATIONAL DES EXAMENS
ET CONCOURS DU SUPERIEUR
DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS

UNITE – TRAVAIL · PROGRES

BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT DU SECOND DEGRE
Session de Juin 2009
Première série d'épreuves écrites
Série A4
<u>EPREUVE DE MATHEMATIQUES</u>

Coefficient : 2
Durée : 2 heures

Exercice 1 :

a) Résoudre dans **R** l'équation : $(x+3)(x^2-3x+2)=0$

b) Développer l'expression : $(x^2-3x+2)(x+3)$.

c) Résoudre dans R l'équation : $e^{3x}-7x+6=0$

Exercice 2

Soit la fonction f définie par : $f(x)=\frac{x^2+4x+4}{x-1}$

1) Déterminer le domaine de définition de f.
2) Etudier les limites aux bornes du domaine de définition.
3) Calculer la fonction dérivée première f' de f.
4) Etudier les variations de f.
5) Le plan étant rapporté à un repère orthonormé, construire le graphe de f.

Exercice 3

Un sac contient 2 billes noires et 3 billes rouges. On tire au hasard simultanément 2 billes.

a) Quels sont les cas possibles de cette épreuve ?
b) Une bille noire fait gagner 1000 francs et une bille rouge fait perdre 1000 francs au joueur. Calculer la probabilité pour un joueur de perdre 2000 francs lors d'un tirage.

Correction Bac serie A4 2009

Exercice 1

a/ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :

$(x+3)(x^2-3x+2)=0$

$(x+3)=0$ ou $x^2-3x+2=0$

$x+3=0 \Rightarrow x_1=-3$

$x^2-3x+2=0$

Posons :

$\Delta=(-3)^2-4\times(1)\times(2) \Rightarrow \Delta=9-8$
$=1$

Cherchons x_2 et x_3

$x_2=\dfrac{3-1}{2} \Rightarrow x_2=1$

$x_3=\dfrac{3+1}{2} \Rightarrow x_3=2$

$$\boxed{S=\{-3;1;2\}}$$

b) Développons l'expression :

$(x^2-3x+2)(x+3)$

$(x^2-3x+2)(x+3)=x^3+\cancel{3x^2}-\cancel{3x^2}-9x+2x+6$
$=x^3-7x+6$

$$\boxed{(x^2-3x+2)(x+2)=x^3-7x+6}$$

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :

$e^{3x} - 7e^x + 6 = 0$

Posons $e^x = X$ or $(X+3)(X^2-3X+2)=0$

Nous aurons :

$(e^x+3)(e^{x^2}-3e^x+2)=0$

$e^x+3=0$ ou $e^{x^2}-3e^x+2=0$

$e^x=-3$ impossible dans $\mathbb{R}$

$e^{x^2}-3e^x+2=0$ or X^2-3X+2 a pour solution :

$(X-1)(X-2) \Rightarrow X_1=1$ et $X_2=2$

$\Leftrightarrow e^x=1$ ou $e^x=2$

$\ln e^x = \ln 1$ ou $\ln e^x = \ln 2$

$\Rightarrow x=0$ ou $x=\ln 2$

$$\boxed{S = \{0, \ln 2\}}$$

Exercice 2

Soit la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{x^2+4x+4}{x-1}$$

1) Déterminons le domaine de définition de f

$$f(x) = \frac{x^2+4x+4}{x-1}$$

La fonction f existe, si et seulement si

$$x-1 \neq 0 \Longrightarrow x \neq 1$$

$$\boxed{D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\} =]-\infty \; 1[\cup]1 \; +\infty[}$$

2) Etudions les limites aux bornes du domaine de définition.

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^2+4x+4}{x-1}$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{x^2}{x} \Rightarrow \lim_{x \to -\infty} x = -\infty$$

$$\boxed{\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty}$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2+4x+4}{x-1} = \lim_{x \to +\infty} x = +\infty$$

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty}$$

2

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} \frac{x^2+4x+4}{x-1}$$

$$= \frac{1+4+4}{1-1}$$

$$= \frac{9}{0^-} \Rightarrow \lim_{x\to 1^-} f(x) = -\infty$$

$$\boxed{\lim_{x\to 1^-} f(x) = -\infty}$$ la droite d'équation $x = 1$ est asymptote Vertical

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} \frac{x^2+4x+4}{x-1}$$

$$= \frac{9}{0^+} \rightarrow \lim_{x\to 1^+} f(x) = +\infty$$

$$\boxed{\lim_{x\to 1^+} f(x) = +\infty}$$ la droite d'équation $x=1$ est asymptote Vertical

3) Calculons la fonction dérivée première f' de f.
La fonction : $f(x) = \dfrac{x^2+4x+4}{x-1}$ étant la fonction rationnelle, alors elle est dérivable

$$f'(x) = \left(\frac{x^2+4x+4}{x-1}\right)' \Rightarrow \left(\frac{x^2+4x+4}{x-1}\right)' = \frac{(2x+4)(x-1)-(x^2+4x+4)}{(x-1)^2}$$

$$\left(\frac{x^2+4x+4}{x-1}\right)' = \frac{(2x+4)(x-1)-(x^2+4x+4)}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{2x^2-2x+4x-4-x^2-4x-4}{(x-1)^2}$$

$$\boxed{f'(x) = \frac{x^2-2x-8}{(x-1)^2} = \frac{(x+2)(x-4)}{(x-1)^2}}$$

4) Etudions les Variations de f.

Soit la fonction derivée : $f'(x) = 0$

$\Longleftrightarrow f'(x) = \dfrac{(x+2)(x-4)}{(x-1)^2} = 0$

$\Longrightarrow \dfrac{(x+2)(x-4)}{(x-1)^2} = 0 \Longrightarrow (x+2)(x-4) = 0$

alors $(x-1)^2 > 0$

$x+2 = 0$ ou $x-4 = 0$

$x = -2$ ou $x = 4$

Etude de tableau de signe de f'

x	$-\infty$		-2		1		4		$+\infty$
$x+2$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$+$		$+$	
$x-4$		$-$		$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$+$		$-$	$\Vert$	$-$		$+$	

Etude de tableau des Variations

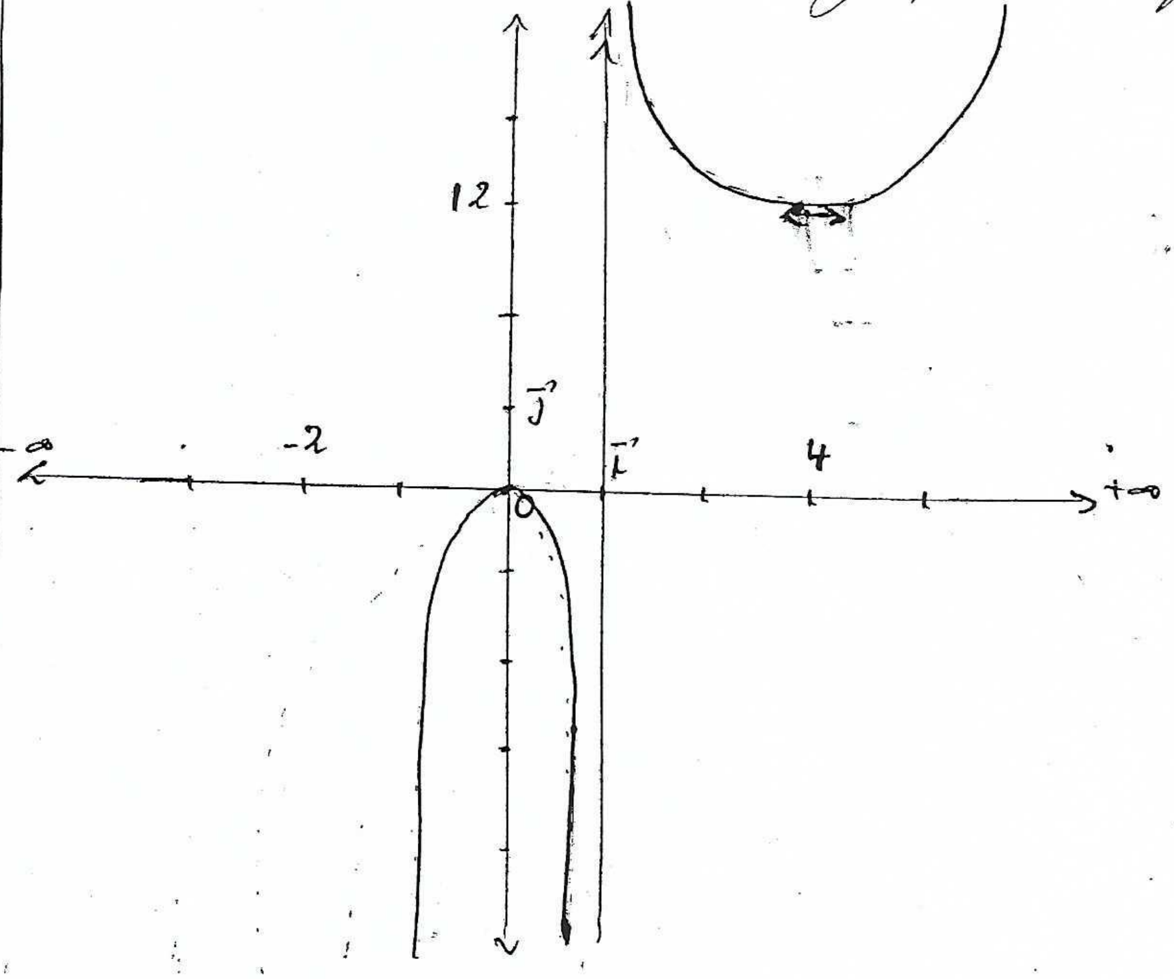
x	$-\infty$		-2		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$-$	$\Vert$	$-$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	12	$\nearrow$	$+\infty$

$\forall x \in]-\infty ; -2] \cup [4 +\infty[$ f est $\nearrow$

$\forall x \in [-2 , 1[\cup]1 ; 4]$ f est $\searrow$

3

5) Le plan étant rapporté à un repère orthonormé, construisons le graphe de f



Exercice 3

5 billes $\begin{cases} \text{2 billes noires} \\ \text{3 billes rouges} \end{cases}$

a) Déterminons les cas possibles de cette épreuve.

Soit U l'univers associée à cette expérience.

$Card(U) = C_5^2 = 10$

$\Rightarrow \boxed{Card(U) = 10}$

Soit A l'évènement aléatoire associé à cette experience.

$Card(A) = C_2^1 \times C_3^1 = 6$

$\Rightarrow \boxed{Card(A) = 6}$

Par définition : $\boxed{P(A) = \frac{Card(A)}{Card(U)}}$

<u>AN</u> : $P(A) = \frac{6}{10} = 0,6$

$\Rightarrow \boxed{P(A) = 0,6}$

b) Calculons la probabilité pour un joueur de perdre 2000 francs lors d'un tirage.

Soit B l'évènement aléatoire associée à cette experience pour un joueur de perdre 2000 francs

$Card(B) = C_2^2 \times C_3^0 + C_2^0 \times C_3^2 = 4$

$\Rightarrow \boxed{Card(B) = 4}$

Par définition : $\boxed{P(B) = \frac{Card(B)}{Card(U)}}$

<u>AN</u> : $P(B) = \frac{4}{10} = 0,4$

$\Rightarrow \boxed{P(B) = 0,4}$

REPUBLIQUE DU TCHAD

Office National des Examens et Concours du Supérieur

Direction des Examens et Concours

Unité - Travail - Progrès

جمهورية تشاد

الهيئة الوطنية للامتحانات والمسابقات العالية

إدارة الامتحانات و المسابقات

BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT DU SECOND DEGRE

Session de Juin 2010

Séries A4 et AB

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

rée : 2 H Coefficient : 2

EXERCICEN° 1

Résoudre dans IR les équations suivantes :

a) $x^2 - 4x + 3 = 0$

b) $(\ln x)^2 - 4\ln x + 3 = 0$

c) $e^{2x} - 4e^x + 3 = 0$

EXERCICE N° 2

Un sac contient 3 jetons verts et 6 jetons rouges.

On tire simultanément et au hasard 2 jetons de ce sac.

Quelle est la probabilité de tirer :

a) 2 jetons verts ?

b) 2 jetons rouges ?

c) 2 jetons de couleurs différentes ?

PROBLEME :

La fonction numérique f à variable réelle x est définie par : $f(x) = \frac{x^2+2x+2}{x+1}$

a) Quelle est l'ensemble de définition D_f de la fonction f ?

b) Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout x appartenant à l'ensemble de définition de f,

$f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$.

c) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

d) Etudier le sens de variation de f et construire la courbe (C) représentant la fonction f dans un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

Correction Bac Serie A4 2010

Exercice N° 1

Resoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes

a) $x^2-4x+3=0$

Posons :

$\Delta' = (2)^2-(3)$

$= 4-3 = 1 \Rightarrow \Delta' = 1 \Rightarrow \sqrt{1} = 1$

$x_1 = \frac{2-1}{1} = 1$ et $x_2 = \frac{2+1}{1} = 3$

$$\boxed{S_1 = \{1 ; 3\}}$$

b) $(\ln x)^2 - 4\ln x + 3 = 0$

$D_V =]0 \; +\infty[$

Posons $\ln x = X$

l'équation devient :

$X^2 - 4X + 3 = 0$

or cette équation a pour solution

$x_1 = 1$ et $x_2 = 3$

$\ln x = x \iff \ln x = 1 \Rightarrow x = e^1 = e$

$\ln x = 3 \Rightarrow x = e^3$

$$\boxed{S_2 = \{e ; e^3\}}$$

c) $e^{2x} - 4e^{x} + 3 = 0$

Posons $e^{x} = X$

$\Rightarrow X^2 - 4X + 3 = 0$

avec $X_1 = 1$ et $X_2 = 3$

or $e^{x} = X \Rightarrow e^{x} = 1 \Rightarrow x = 0$

$e^{x} = 3 \Rightarrow x = \ln 3$

$$\boxed{S = \{0 ; \ln 3\}}$$

Probleme

La fonction numérique f à variable réelle x est definie par $f(x) = \dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$

a) Cherchons son ensemble de definition

f existe si et seulement si $x+1 \neq 0$

$\Rightarrow x \neq -1$

$$\boxed{D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\} =]-\infty ; -1[\cup]-1 ; +\infty[}$$

b/ Déterminons les réels a, b et c tels que pour tout x appartenant à D_f :

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$$

Réduisons au même dénominateur :

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$$

$$= \frac{(ax+b)(x+1) + c}{x+1}$$

$$= \frac{ax^2 + ax + bx + b + c}{x+1}$$

$$f(x) = \frac{ax^2 + (a+b)x + b + c}{x+1}$$

Par identification :

$$\begin{cases} ax^2 = x^2 \\ (a+b)x = 2x \\ b+c = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ 1+b = 2 \Rightarrow b = 1 \\ 1+c = 2 \Rightarrow c = 1 \end{cases}$$

$a = 1$; $b = 1$ et $c = 1$

D'où $\boxed{f(x) = x + 1 + \frac{1}{x+1}}$

c) Calculons les limites de f aux bornes de son D_f :

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \left(\frac{x^2+2x+2}{x+1} \right)$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \to -\infty} x = -\infty$$

$$\boxed{\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty}$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} x = +\infty$$

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty}$$

Il y a existance des branches infinies.

$$\lim_{x \to -1^-} f(x) = \lim_{x \to -1^-} \left(\frac{x^2+2x+2}{x+1} \right)$$

$$= \frac{(-1)^2+2(-1)+2)}{-1+1} = \frac{1-2+2}{0} = \frac{1}{0^-}$$

$$= \lim_{x \to -1^-} \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\boxed{\lim_{x \to -1^-} f(x) = -\infty}$$

la droite d'équation $x = -1$ est asymptote vertical à C

$$\lim_{x \to -1^+} f(x) = \lim_{x \to -1^+} \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\boxed{\lim_{x \to -1^+} f(x) = +\infty}$$

d) Etudions le sens de variation de f et construisons la courbe $(\mathcal{C})$

$$f(x) = \frac{x^2+2x+2}{x+1}$$

f étant le quotient des fonctions derivable alors, elle est derivable :

$$f'(x) = \left(\frac{x^2+2x+2}{x+1}\right)'$$

$$= \frac{(2x+2)(x+1) - (x^2+2x+2)}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{2x^2+2x+2x+2-x^2-2x-2}{(x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x^2+2x}{(x+1)^2} = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Longleftrightarrow \frac{x(x+2)}{(x+1)^2} = 0$$

avec $(x+1)^2 > 0$

$x(x+2) = 0 \Longrightarrow x = 0$ ou $x+2=0$

$x = -2$

Tableau de signe

x	$-\infty$	-2		-1		0		$+\infty$
$x+2$	$-$	0	$+$	‖	$+$		$+$	
x	$-$		$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	$+$		$-$	‖	$-$		$+$	

Tableau des Variations

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	$-\infty \;\|\; +\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

$$f(-2) = \frac{(-2)^2 + 2(-2) + 2}{-2+1}$$

$$= \frac{4-4+2}{-1}$$

$$f(-2) = -2$$

$$f(0) = 2$$

~~$\forall x \in D_f$~~

$\forall x \in]-\infty ; -2] \cup [0 \; +\infty[$

$f(x)$ est croissante

$\forall x \in [-2 ; -1[\cup]-1 \; 0]$

$f(x)$ est decroissante.

Etude des branches infinies

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x^2+2x+2}{x^2+x} \right)$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1 \Longrightarrow a = 1$$

$$\lim_{x \to +\infty} (f(x) - ax) = \lim_{x \to +\infty} \left[\left(\frac{x^2+2x+2}{x+1} \right) - x \right]$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2+2x+2-x^2-x}{x+1}$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x+2}{x+1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x}{x} = 1$$

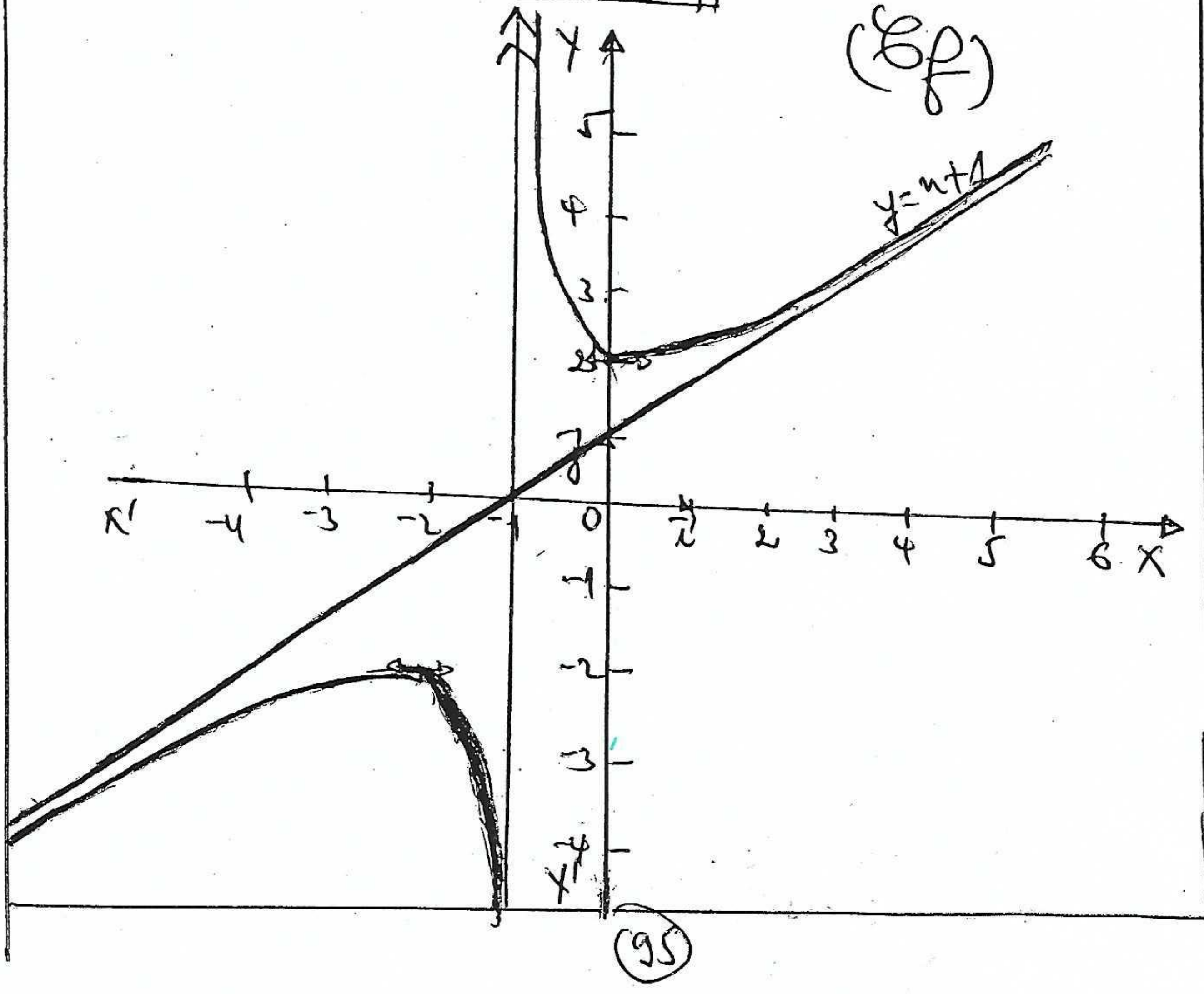
$$\lim_{x\to+\infty} (f(x)-ax) = 1 \Rightarrow b=1$$

La droite d'équation $y=ax+b$ est l'asymptote oblique à la courbe.

Remplaçons a et b par leur valeur $\boxed{y=x+1}$

Tableau de valeur

x	y	Points
0	1	$A\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$
-1	0	$B\begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix}$



Exercice 2)

Un sac contient 3 jetons verts et 6 jetons rouge.

a. Calculons la probabilité de tirer 2 jetons verts

Soit U l'univers des éventualités.

$$\text{card}(U) = C_9^2 = \frac{9!}{(9-2)!\,2!} = \frac{9!}{7!\,2!} = \frac{9\times8\times\cancel{7!}}{\cancel{7!}\,2!} = \frac{9\times8}{2}$$

$$\boxed{\text{Card}(U) = 36}$$

Soit ~~l'év~~ A l'événement de tirer 2 jetons verts

$$\text{Card}(A) = C_3^2 \times C_6^0 = 3\times1$$

$$\boxed{\text{Card}(A) = 3}$$

$$P(A) = \frac{\text{card}(A)}{\text{card}(U)}. \quad \text{AN!}\ P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

$$\boxed{P(A) = 0{,}08}$$

b) La probabilité de tirer 2 jetons rouges.

Soit B l'événement de tirer 2 jetons rouges.

$Card\, B = C_6^2 \times C_3^0$

$Card\, B = 15$

$P(B) = \dfrac{Card\, B}{Card\, \Omega} \Rightarrow$ AN: $P(B) = \dfrac{15}{36}$

$$\boxed{P(B) = 0{,}4}$$

C) la Probabilité de tirer 2 jetons de couleurs différentes

Soit C l'évenement de tirer 2 jetons de couleurs différentes

$Card\, C = C_3^2 \times C_6^0 + C_6^2 \times C_3^0$

$= 3 + 15$

$Card\, C = 18$

$P(C) = \dfrac{Card\, C}{Card\, \Omega} \Rightarrow$ A.N: $P(C) = \dfrac{18}{36}$

$$\boxed{P(C) = 0{,}5}$$

République du Tchad — Unité – Travail – Progrès — جمهورية تشاد — وحدة عمل تقدم

Office National des Examens et Concours du Supérieur — الهيئة الوطنية للامتحانات و مسابقات التعليم العالي

BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT DU SECOND DEGRE

Session unique de Juin 2011

Série : A4 et AB

Epreuve de : Mathématiques

Durée:2h

Exercice N° 1 :

On considère le polynôme P défini par : $P(x) = 2x^3 - 7x^2 - 14x - 5$

1- Déterminer les réels a, b et c tels que $P(x) = (x+1)(ax^2+bx+1)$

2- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x)= 0$

3- En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ des équations suivantes :

a) $2(\ln x)^3 - 7(\ln x)^2 - 14\ln x - 5 = 0$

b) $2e^{3x} - 7e^{2x} - 14e^{x} - 5 = 0$

Exercice N° 2

Trois nombres x, y et z sont les termes consécutifs d'une suite géométrique.

Leur produit est $\frac{8}{27}$ et leur somme $\frac{26}{9}$. Déterminer ces trois nombres.

Problème :

Soit f la fonction définie sur] 0 ; 4] par : $f(x) = 2x - \ln x$

1. Déterminer la fonction dérivée f' de f et son signe.
2. Etudier les variations de f.
3. Construire la courbe (C) représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

98

Correction Bac Série A4 2011

Exercice N° 1

On considère le polynôme P défini par :

$$P(x) = 2x^3 - 7x^2 - 14x - 5$$

1- Déterminons les réels a, b et c tels que

$$P(x) = (x+1)(ax^2+bx+1)$$

Développons $P(x)$

$$(x+1)(ax^2+bx+c) = ax^3+bx^2+cx+ax^2+bx+c$$
$$= ax^3+(b+a)x^2+(b+1)x+c$$

Par identification : nous avons :

$$\begin{cases} ax^3 = 2x^3 \\ (a+b)x^2 = -7x^2 \\ (b+c)x = -14x \\ c = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ 2+b = -7 \Rightarrow b = -9 \\ -9+c = -14 \Rightarrow c = -5 \end{cases}$$

$$a = 2 \; ; \; b = -9 \; ; \; c = -5$$

$$\Rightarrow P(x) = (x+1)(2x^2+9x-5)$$

$$\boxed{P(x) = (x+1)(2x^2-9x-5)}$$

2- Resolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x)=0$

$P(x)=0 \iff (x+1)(2x^2-9x-5)=0$

$x+1=0$ ou $2x^2-9x-5=0$

$x_1=-1 \qquad \Delta=(-9)^2-4(2)(-5)$

$= 81+40$

$\Delta = 121 \Rightarrow \sqrt{121} = 11$

$$x_2 = \frac{9-11}{2\times 2} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$x_3 = \frac{9+11}{2\times 2} = \frac{20}{4} = 5$$

$$\boxed{S = \left\{-1\ ;\ -\frac{1}{2}\ ;\ 5\right\}}$$

3- En deduisons les solutions dans $\mathbb{R}$ des équations suivantes :

a/ $2(\ln x)^3 - 7(\ln x)^2 - 14\ln x - 5 = 0$

$D_v =]0\ +\infty[$

Posons $\ln x = X$

$\Rightarrow 2X^3 - 7X^2 - 14X - 5 = 0$

Cette équation égale à $P(x)$ et a pour solution : $x_1 = -1$; $x_2 = -1/2$ et $x_3 = 5$

$\Rightarrow X = \ln x \iff \ln x = -1$

$\Rightarrow x = e^{-1}$

$\cancel{x} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \ln x = -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow x = e^{-1/2}$

$x = 5 \Rightarrow \ln x = 5$

$\Rightarrow x = e^{5}$

$$\boxed{S = \left\{ e^{-1/2} ; e^{-1} ; e^{5} \right\}}$$

b) $2e^{3x} - 7e^{2x} - 14e^{x} - 5 = 0$

Posons $e^{x} = X$

$\Rightarrow \cancel{2e^{3x}}\ 2X^3 - 7X^2 - 14X - 5 = 0$

Comme precedement calculer :

$X_1 = -1$; $X_2 = -\frac{1}{2}$; $X_3 = 5$

or $e^{x} = X \Leftrightarrow e^{x} = -1$ impossible

$e^{x} = -\frac{1}{2}$ impossible

$e^{x} = 5 \Rightarrow x = \ln 5$

$$\boxed{S = \left\{ \ln 5 \right\}}$$

Problème

Soit la fonction définie ~~par~~ sur $]0;4]$

Par : $f(x) = 2x - \ln x$

1) Déterminons la fonction dérivée f' de f et son signe.

$$f(x) = 2x - \ln x$$

f étant la somme des fonctions dérivables alors elle est dérivable :

$$f'(x) = (2x - \ln x)'$$

$$= 2 - \frac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{2x-1}{x}$$

$$f'(x) = \frac{2x-1}{x}$$

$\forall x \in Df$; $f'(x) > 0$

2°/ Étudions les variations de f.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x-1}{x} = 0$$

$$2x - 1 = 0 \text{ et } x \neq 0$$

$$2x = 1 \Rightarrow x = 1/2$$

Cherchons la limite de f en 0

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} (2x - \ln x) = (0 + \infty) = +\infty$$

Tableau de Variation

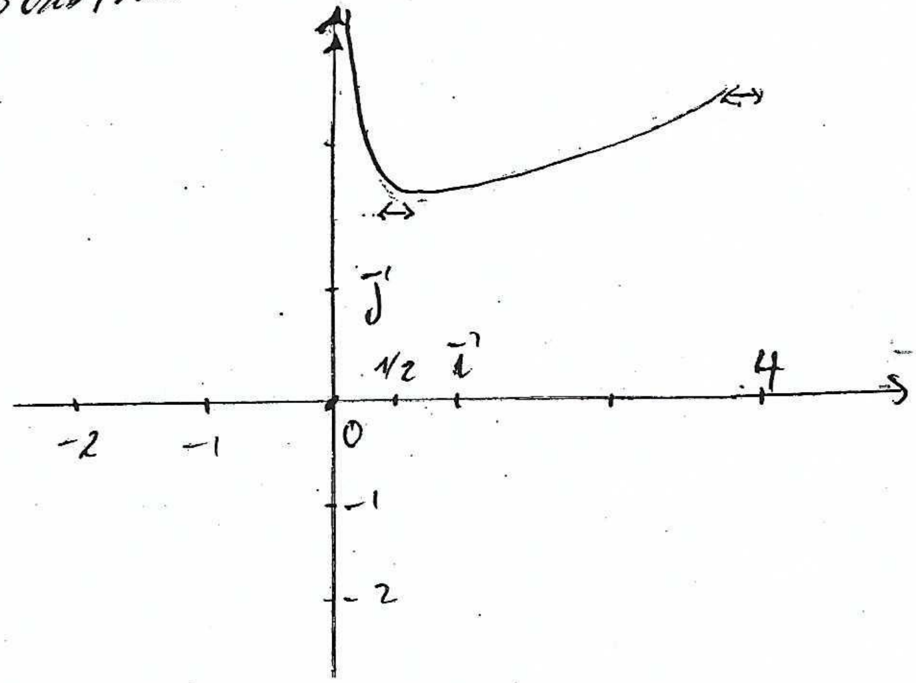
x	0		$1/2$		4
$x-1/2$		$-$	0	$+$	
f	$+\infty$	$\searrow$	$1,69$	$\nearrow$	$6,61$

$f(1/2) = 2\times 1/2 - \ln 1/2$
$= 1+0,6$
$= 1,69$

la droite d'équation $x=0$ est asymptote Vertical à $(\mathcal{C})$

$f(4) = 4\times 2 - \ln 4$
$= 8 - 138$
$= 6,61$

3) Construisons la Courbe $(\mathcal{C})$



Exercice 2

$$\begin{cases} x+y+z=\frac{26}{9} \\ xyz=\frac{8}{27} \end{cases}$$

Déterminons ces trois nombres.

On sait que : $y^2 = xz$

$\iff y \times y^2 = \frac{8}{27}$

$\iff y^3 = \frac{8}{27}$

$\iff y = \sqrt[3]{\frac{8}{27}} \Rightarrow \boxed{y=\frac{2}{3}}$

$$\begin{cases} x+\frac{2}{3}+z=\frac{26}{9} \\ \frac{2}{3}xz=\frac{8}{27} \end{cases} \iff \begin{cases} x+z=\frac{20}{9}=S \\ xz=\frac{4}{9}=P \end{cases}$$

$X^2 - SX + P = 0$

$X^2 - \frac{20}{9}X + \frac{4}{9} = 0$

$\iff 9X^2 - 20X + 4 = 0$

$\Delta' = (-10)^2 - 9\times 4$

$= 100 - 36$

$\Rightarrow \Delta' = 64$

$X_1 = \frac{10-8}{9} = \frac{2}{9}$ $\qquad$ $X_2 = \frac{10+8}{9} = 2$

$\Rightarrow X_1 = \frac{2}{9}$ $\qquad$ $\Rightarrow X_2 = 2$

$\Rightarrow \boxed{x=2}$ $\qquad$ $\boxed{z=\frac{2}{9}}$

REPUBLIQUE DU TCHAD
Office National des Examens et Concours du Supérieur
Direction des Examens et Concours

Unité – Travail - Progrès
وحدة – عمل – تقدم

جمهورية تشاد
الهيئة الوطنية للامتحانات والمسابقات العالية
إدارة الامتحانات و المسابقات

BACCAALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT DU SECOND DEGRE
Session spécial d'octobre 2012
Série A4
EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Durée : 2 H — Coefficient : 2

EXERCICE 1

Un magazine tchadien propose à ses lecteurs une liste de quinze œuvres littéraires nationales numérotées de 1 à 15. On demande au lecteur de choisir trois œuvres littéraires qu'il préfère.

1) Combien y a-t-il de choix de possibles ?
2) Parmi les 15 œuvres il y a trois œuvres de l'écrivain MAOUNDOE NAINDOUBA.
   Calculer la probabilité pour que le choix d'un lecteur contienne :
   a) « exactement une œuvre littéraire de MAOUNDOE » ;
   b) « aucune œuvre de MAOUNDOE » ;
   c) « trois œuvres de MAOUNDOE ».

EXERCICE 2

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(x-2)(2x^2+3x-2)=0$
2) En déduire les solutions des équations suivantes :
   a) $2e^{3x} - e^{2x} - 8e^{x} + 4 = 0$
   b) $2(\ln x)^3 - (\ln x)^2 - 8(\ln x) + 4 = 0$

PROBLEME

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2+x-1}{x+2}$ et (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé.

1) Déterminer le domaine de définition de f ;
2) Calculer les limites aux bornes du domaine de définition ;
3) Déterminer les réels a, b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+2}$;
   en déduire les équations des asymptotes;
4) Etudier les variations de f ;
5) Construire la courbe (C).

105

Exercice 1

$U = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15\}$

1) Déterminons le nombre de choix de possibles.

Soit U l'univers associée à cette experience.

$$Card(U) = C_{15}^{3} = 455$$

$$\Rightarrow \boxed{Card(U) = 455}$$

D'où il y a 455 choix possibles.

2) Calculons la probabilité pour que le choix d'un lecteur contienne :

a) « exactement une oeuvre littéraire de MADUNDOE ».

Soit A l'evenement aléatoire associé à cette experience pour que le choix d'un lecteur contienne exactement une oeuvre litteraire de MADUNDOE.

$$Card(A) = C_{3}^{3} = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{Card(A) = 1}$$

Par definition : $\boxed{P(A) = \frac{Card(A)}{Card(U)}}$

<u>AN</u> : $P(A) = \frac{1}{455} = 0{,}02$

$$\Rightarrow \boxed{P(A) = 0{,}02}$$

b) « aucune oeuvre de MADUNDOE ».

Soit B la probabilité contraire de A pour que le choix d'un lecteur contienne aucune oeuvre de MADUNDOE.

$\boxed{P(B) = 1 - P(A)}$

D'où $\boxed{P(B) = 0{,}98}$

c) << trois oeuvres de MADUNDOE>>.

soit C l'évènement associé à cette expérience aléatoire pour déterminer trois oeuvres de MADUNDOE.

$$Card(C) = C_3^3$$

$$= \frac{(3-3)!}{(3-3)!\,3!} = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{Card(C) = 1}$$

Par définition : $\boxed{P(C) = \frac{Card(C)}{Card(\Omega)}}$

<u>AN</u> : $P(C) = \frac{1}{455} = 0,002$

$$\Rightarrow \boxed{P(C) = 0,002}$$

Exercice N° 2

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :

$$(x-2)(2x^2+3x-2)=0$$

$(x-2)=0$ ou $2x^2+3x-2=0$

$x_1=2$ ~~ou~~ Posons $\Delta=(3)^2-4(2)(-2)$

$= 9+16$

$\Delta = 25 \Rightarrow \sqrt{25}=5$

$$x_2 = \frac{-3-5}{4} = -2$$

$$x_3 = \frac{-3+5}{4} = 1/2$$

$$\boxed{S = \{-2,\ 1/2,\ 2\}}$$

2) En déduisons les solutions des équations suivantes :

a) $2e^{3x}-e^{2x}-8e^{x}+4=0$

Posons $e^x = X$

l'équation devient :

$$2X^3-X^2-8X+4=0$$

a $2X^3-X^2-8X+4=(x-2)(2x^2+3x-2)$

avec $x_1=2$, $x_2=-2$, et $x_3=1/2$

or $e^x = x$

$\Rightarrow e^x = 2 \Rightarrow x = \ln 2$

$e^x \neq -2$ impossible

$e^x = 1/2 \Rightarrow x = \ln 1/2$

$$\boxed{S = \{\ln 1/2 \, ; \, \ln 2\}}$$

b) $2(\ln x)^3 - (\ln x)^2 - 8(\ln x) + 4 = 0$

les contrainte :

$x > 0 \Rightarrow C =]0 \; +\infty[$

Posons $\ln x = X$

$\Rightarrow 2X^3 - X^2 - 8X + 4 = 0$

or $2X^3 - X^2 - 8X + 4 = (X-2)(2x^2 + 3x - 2)$

avec $x_1 = 2$, $x_2 = -2$, et $x_3 = 1/2$

$x_2 = -2 \in C$

$\ln x = X \Leftrightarrow \ln x = 2 \Rightarrow X = e^2$

$\ln x = 1/2 \Rightarrow X = e^{1/2}$

$$\boxed{S = \{\sqrt{e} \, ; \, e^2\}}$$

Correction Bac Serie A4 2012

PROBLEME

Soit f la fonction définie par $f(x)=\dfrac{x^2+x-1}{x+2}$

1) Déterminons le domaine de définition de f

$$f(x)=\frac{x^2+x-1}{x+2}$$

f existe si et seulement si $x+2\neq 0$

$$\Rightarrow x\neq -2$$

$$\boxed{D_f=\mathbb{R}\setminus\{-2\}=]-\infty;-2[\cup]-2;+\infty[}$$

2) Calculons les limites aux bornes du domaine de définition :

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{x^2+x-1}{x+2}\right)$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2}{x}=\lim_{x\to-\infty}x=-\infty$$

$$\boxed{\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty}$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2+x-1}{x+2}\right)$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x}=\lim_{x\to+\infty}x=+\infty$$

$$\boxed{\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty}$$

1

$$\lim_{x \to -2^-} f(x) = \lim_{x \to -2^-} \left(\frac{x^2+x-1}{x+2} \right)$$

$$= \frac{(-2)^2+(-2)-1}{-2+2} = \frac{4-3}{0^-}$$

$$= \lim_{x \to -2^-} \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\boxed{\lim_{x \to -2^-} f(x) = -\infty}$$

$$\lim_{x \to -2^+} f(x) = \lim_{x \to -2^+} \left(\frac{x^2+x-1}{x+2} \right)$$

$$= \lim_{x \to -2^+} \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\boxed{\lim_{x \to -2^+} f(x) = +\infty}$$

la droite d'équation $x = -2$ est asymptote vertical à C

cherchons les branches infinies !

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to \pm\infty} \left(\frac{x^2+x-1}{x^2+2x} \right)$$

$$= \lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$$

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = 1 \iff a = 1$$

$$\lim_{x \to \pm\infty} (f(x) - ax) = \lim_{x \to \pm\infty} \left(\frac{x^2+x-1}{x+2} - x \right)$$

$$= \lim_{x \to \pm\infty} \frac{-x-1}{x+2} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{-x}{x}$$

$$= -1$$

$\lim_{x \to \pm\infty} (f(x) - ax) = -1 \Rightarrow$ la droite d'équation $y = x - 1$ est asymptote oblique

3) Déterminons les réels a, b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+2}$

$$f(x) = \frac{(ax+b)(x+2) + c}{x+2}$$

$$= \frac{ax^2 + 2ax + bx + 2b + c}{x+2}$$

$$f(x) = \frac{ax^2 + (2a+b)x + 2b + c}{x+2}$$

Par identification

$$\begin{cases} ax^2 = x^2 \\ (2a+b)x = x \\ 2b + c = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ 2 + b = 1 \Rightarrow b = -1 \\ -2 + c = -1 \Rightarrow c = 1 \end{cases}$$

$$\boxed{a = 1 \quad b = -1 \quad \text{et } c = 1}$$

$$\boxed{f(x) = x - 1 + \frac{1}{x+2}}$$

Endéduisons les équations des asymptotes.

la droite d'équation $x = -2$ est asymptote Vertical à $\mathcal{C}$

la droite d'équation $y = x - 1$ est asymptote Oblique à $\mathcal{C}$ 2

4) Etudions les variations de f.

La fonction f étant une fonction rationnelle dérivable, alors :

$$f'(x) = \left(\frac{x^2+x-1}{x+2}\right)'$$

$$= \frac{(2x+1)(x+2) - (x^2+x-1)}{(x+2)^2}$$

$$= \frac{2x^2+4x+x+2-x^2-x+1}{(x+2)^2}$$

$$= \frac{x^2+4x+3}{(x+2)^2} = \frac{(x+1)(x+3)}{(x+2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{(x+1)(x+3)}{(x+2)^2}$$

$$f'(x) = 0 \iff \frac{(x+1)(x+3)}{(x+2)^2} = 0$$

or $(x+2)^2 > 0$

$\Rightarrow (x+1)(x+3) = 0$

$x+1 = 0$ ou $x+3 = 0$

$x = -1$ ou $x = -3$

Tableau Signe

x	$-\infty$	-3		-2		-1		$+\infty$
$x+3$	$-$	0	$+$	||	$+$		$+$	
$x+1$	$-$		$-$	||	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	$+$		$-$	||	$-$		$+$	

Tableau de variation

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-5	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-1	↗	$+\infty$

$$f(-3)=\frac{(-3)^2-3-1}{-3+2}=\frac{9-4}{-1}$$

$$f(-3)=-5$$

$$f(-1)=\frac{(-1)^2-1-1}{-1+2}=\frac{-1}{1}$$

$$f(-1)=-1$$

$\forall x \in]-\infty;-3] \cup [-1\ +\infty[$ f est croissante

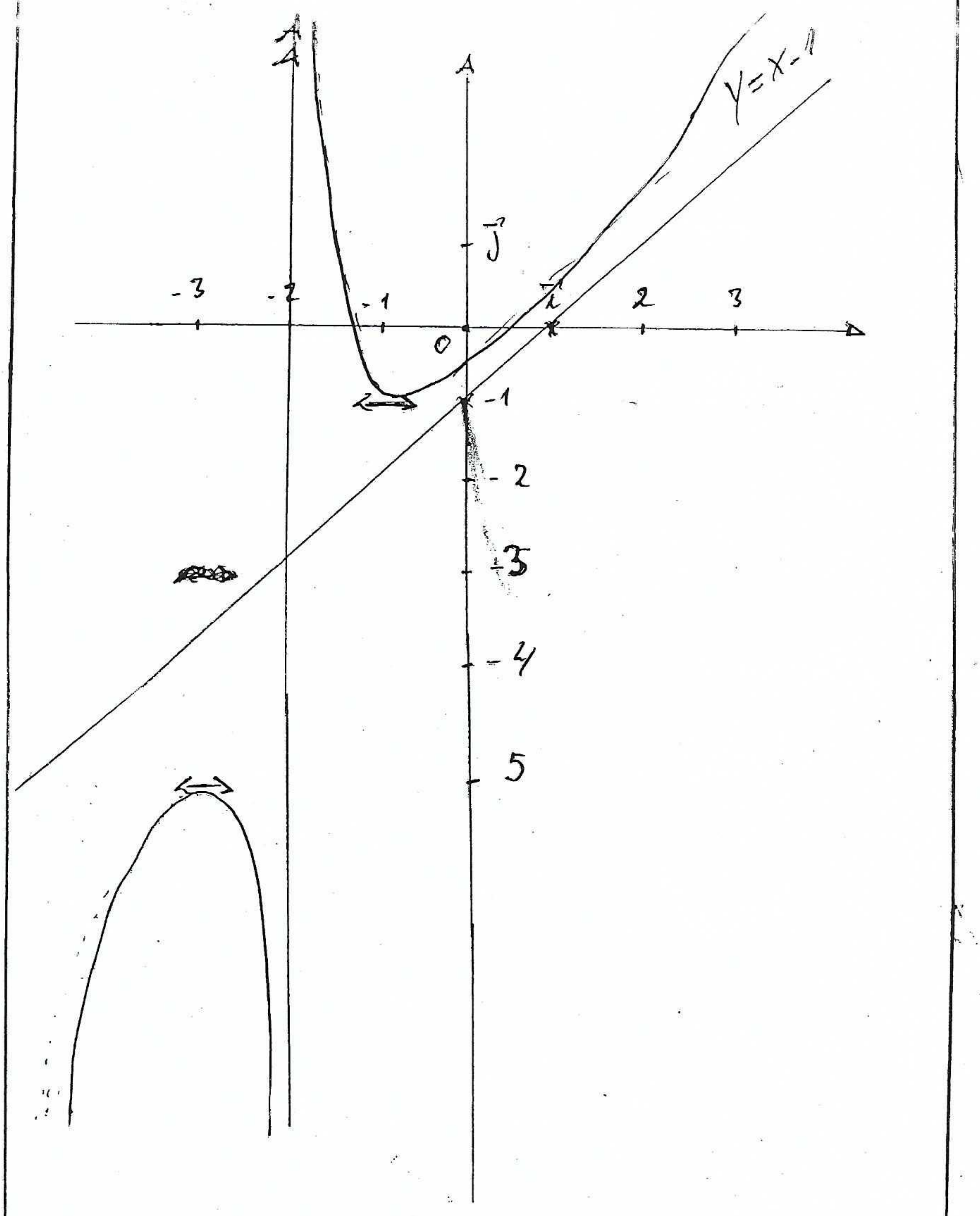
$\forall x \in [-3\,;-2[\cup]-2\,;-1]$, f est décroissante.

5/ traçons la courbe $\mathcal{C}$

$y = x-1$

x	y
0	-1
1	0

3



y = x - 1
-3
-2
-1
1
2
3
O
-1
-2
-3
-4
5

BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT DU SECOND DEGRE

Session de juin 2013

Série A, AB

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Durée : 2 heures

Coefficient : 2

Exercice N°1

Un homme et son fils ont 36 ans à eux deux.

L'homme a 30 ans de plus que son fils.

Quel âge a le fils ?

Exercice N°2

On considère le polynôme P défini par la relation

$$P(x) = x^3 - 9x^2 - 34x - 24.$$

1. Calculer $P(-1)$.
2. Résoudre les équations suivantes :
   - $P(x) = 0$;
   - $(\ln x)^3 = 9(\ln x)^2 + 34\ln x + 24$;
   - $e^{2x} - 9e^x = 34 + 24e^{-x}$.

Problème :

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(0, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Soit $f(x) = \frac{2x^2-7x+5}{x-3}$ et (C) sa courbe représentative.

1- Déterminer l'ensemble de définition de f.

2- Calculer les limites de f aux bornes de cet ensemble de définition.

3- Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout x appartenant à l'ensemble de définition de f,

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x-3}$$

4- Montrer que la droite d'équation $y = 2x - 1$ est asymptote à la courbe (C).

5- Etablir le tableau de variation de f.

6- Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe avec les axes des abscisses et des ordonnées.

7- Construire la courbe (C).

$y = ax + b$
$y = 2x - 1$

Exercice

Choix des inconnues ;
soit P l'âge du père et f l'âge du fils.
Mise en équation ;

$$\begin{cases} P+f=36 \\ P-30=f \end{cases}$$

Resolvons ce système par la méthode d'addition.

$$\begin{cases} P+f=36 \\ P-f=30 \end{cases}$$

$$2P=66$$

$$P=\frac{66}{2}=33$$

$$\boxed{P=33}$$

Remplaçons P par sa valeur dans ; $P+f=36$
Il vient ; $33+f=36$

$$f=36-33$$

$$\boxed{f=3}$$

Le père a 33 ans et son fils a 3 ans.

Correction Bac Serie A4 2013

Exercice N° 2

On considère le polynôme P défini par :

$$P(x) = x^3 - 9x^2 - 34x - 24$$

1- Calculons $P(-1)$

$P(-1) = (-1)^3 - 9(-1)^2 - 34(-1) - 24$

$= -1 - 9 + 34 - 24$

$= -34 + 34$

$= 0$

$P(-1) = 0 \Rightarrow -1$ est la racine evidente de $P(x)$

2- Resolvons les équations suivantes :

$P(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 9x^2 - 34x - 24$

or -1 est la racine alors nous auron ce Systeme : $(x+1)(ax^2+bx+c)$

cherchons les réels a, b et c

$(x+1)(ax^2+bx+c) = ax^3 + bx^2 + cx + ax^2 + bx + c$

$= ax^3 + (b+a)x^2 + (c+b)x + c$

Par identification :

$$\begin{cases} ax^3 = x^3 \\ (b+a)x^2 = -9x^2 \\ (c+b)x = -34x \\ c = -24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b+1 = -9 \Rightarrow b = -10 \\ c - 10 = -34 \Rightarrow c = -24 \end{cases}$$

$a = 1$; $b = -10$; $c = -24$

$P(x) = (x+1)(x^2 - 10x - 24)$

$P(x) = 0 \iff (x+1)(x^2 - 10x - 24) = 0$

$x+1 = 0$ ou $x^2 - 10x - 24 = 0$

$x_1 = -1$

$\Delta' = (-5)^2 - (-24)$

$= 25 + 24 = 49$

$\Rightarrow \Delta' = 49 \cdot \sqrt{49} = 7$

$x_2 = \frac{5-7}{1} = -2$

$x_3 = \frac{5+7}{1} = 12$

$$\boxed{S = \{-2 ; -1 ; 12\}}$$

$$\boxed{S = \{-2 ; -1 ; 12\}}$$

- $(\ln x)^3 = 9(\ln x)^2 + 34 \ln x + 24$

$(\ln x)^3 - 9(\ln x)^2 - 34 \ln x - 24 = 0$

$D_v =]0 \; +\infty[$

Posons $\ln x = X$

l'équation devient :

$X^3 - 9X^2 - 34X - 24 = 0$

$x^3 - 9x^2 - 34x - 24 = 0$

cette équation a pour solution :

$x_1 = -1$; $x_2 = -2$; $x_3 = 12$

Or $\ln x = X \Rightarrow \ln x = -1 \Rightarrow x = e^{-1}$

$\ln x = -2 \Rightarrow x = e^{-2}$

$\ln x = 12 \Rightarrow x = e^{12}$

$$\boxed{S = \left\{ \frac{1}{e} ; \frac{1}{e^2} ; e^{12} \right\}}$$

- $e^{2x} - 9e^{x} = 34 + 24e^{-x}$

$e^{2x} - 9e^{x} - 34 - 24e^{-x} = 0$

Multiplions chaque membre par e^x

On aura :

$e^x \times e^{2x} - 9e^x \times e^x - 34e^x - 24e^{-x} \times e^x = 0$

$e^{3x} - 9e^{2x} - 34e^x - 24 = 0$

Posons $e^x = X$

$\Rightarrow X^3 - 9X^2 - 34X - 24 = 0$

$X_1 = -1$; $X_2 = -2$; $X_3 = 12$

or $e^x = x$

$\Rightarrow \begin{cases} e^x = -1 \\ e^x = -2 \end{cases}$ impossible dans $\mathbb{R}$

$e^x = 12 \Rightarrow x = \ln 12$

$$\boxed{S = \{\ln 12\}}$$

Probleme

Soit $f(x) = \dfrac{2x^2 - 7x + 5}{x - 3}$

1- Determinons l'ensemble de definition de f.

$f(x) = \dfrac{2x^2 - 7x + 5}{x - 3}$

f existe si et seulement si $x - 3 \neq 0$

$\Rightarrow x \neq 3$

$$\boxed{D_f = \mathbb{R} \setminus \{3\} =]-\infty\ 3[\cup]3\ +\infty[}$$

2- Calculons les limites de f aux bornes de D_f

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(\frac{2x^2-7x+5}{x-3}\right) = \lim_{x\to-\infty}\frac{2x^2}{x}$$

$$= \lim_{x\to-\infty} 2x = -\infty$$

$$\boxed{\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty}$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} 2x = +\infty$$

$$\boxed{\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty}$$

$$\lim_{x\to3^-} f(x) = \lim_{x\to3^-}\left(\frac{2x^2-7x+5}{x-3}\right) = \frac{2\times9-7\times3+5}{3-3}$$

$$= \frac{2}{0^-}$$

$$\lim_{x\to3} \frac{2}{0^-} = -\infty$$

$$\boxed{\lim_{x\to3^-} f(x) = -\infty}$$

$$\lim_{x\to3^+} f(x) = \lim \frac{2}{0^+} = +\infty$$

$$\boxed{\lim_{x\to3^+} f(x) = +\infty}$$

la droite d'equation $x = 3$ est asymptote vertical à (C).

3- Déterminons les réels a, b et c tels que pour tout $x \in D_f$

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x-3}$$

$$= \frac{(ax+b)(x-3)+c}{x-3}$$

$$= \frac{ax^2 - 3ax + bx - 3b + c}{x-3}$$

$$f(x) = \frac{ax^2 + (-3a+b)x - 3b + c}{x-3}$$

Par identification :

$$\begin{cases} ax^2 = 2x^2 \\ (-3a+b)x = -7x \\ -3b+c = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ -3\times 2 + b = -7 \Rightarrow b = -7+6 \\ \qquad b = -1 \\ -3\times -1 + c = 5 \Rightarrow c = 5-3 \\ \qquad c = 2 \end{cases}$$

$$\boxed{a = 2 \;;\; b = -1 \text{ et } c = 2}$$

d'où $\boxed{f(x) = 2x - 1 + \frac{2}{x-3}}$

4- Montrons que la droite d'équation $y = 2x-1$ est asymptote à la courbe $(\mathcal{C})$

y est asymptote à $(\mathcal{C})$ si et seulement si

$$\lim_{x \to +\infty} (f(x) - y) = 0$$

$$\lim_{x \to +\infty} [f(x) - y] = \lim_{x \to +\infty} \left[2x - 1 + \frac{2}{x-3} - (2x-1) \right]$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{2}{x-3} = \frac{2}{+\infty} = 0$$

$$\lim_{x \to +\infty} [f(x) - y] = 0$$

d'où $y = 2x - 1$ est asymptote à la courbe (C)

5 - Etablissons le tableau de variation de f

f est le rapport des fonctions derivables. alors elle est derivable.

$$f(x) = \frac{2x^2 - 7x + 5}{x-3}$$

$$f'(x) = \left(\frac{2x^2 - 7x + 5}{x-3} \right)'$$

$$= \frac{(4x-7)(x-3) - (2x^2 - 7x + 5)}{(x-3)^2}$$

$$= \frac{4x^2 - 12x - \cancel{7x} + 21 - 2x^2 + \cancel{7x} - 5}{(x-3)^2}$$

$$= \frac{2x^2 - 12x + 16}{(x-3)^2} = \frac{2(x^2 - 6x + 8)}{(x-3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2(x^2 - 6x + 8)}{(x-3)^2}$$

$$f'(x) = 0 \iff \frac{2(x^2-6x+8)}{(x-3)^2} = 0$$

$$2 \neq 0 \quad x^2-6x+8=0$$

$$\Delta' = (-3)^2-(8)$$

$$= 9-8 = 1 \Rightarrow \sqrt{1} = 1$$

$$x_1 = \frac{3-1}{1} = 2$$

$$x_2 = \frac{3+1}{1} = 4$$

Tableau de signe

x	$-\infty$	2		3		4	$+\infty$
$x-2$	$-$	0	$+$	‖	$+$		$+$
$x-4$	$-$		$-$	‖	$-$	0	$+$
$f'(x)$	$+$		$-$	‖	$-$		$+$

Tableau de Variation

x	$-\infty$		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	9	$\nearrow$	$+\infty$

$$f(2) = \frac{2\times 4-14+5}{-1}$$

$$f(2) = 1$$

$$f(4) = \frac{2\times 16-28+5}{1}$$

$$f(4) = 9$$

$\forall x \in]-\infty\ 2] \cup [4\ +\infty[$
f est croissante

$\forall x \in [2\ ;\ 3[\ \cup\ ]3\ \ 4]$
f est décroissante.

6- Déterminons les coordonnées des points d'intersection de la courbe avec les axes des abscisses et des ordonnées.

- $\mathcal{C}f \cap (oy)$ $\quad 0 \in Df$

$$f(0) = \frac{2(0)^2 - 7(0) + 5}{0-3} = \frac{5}{-3}$$

$$f(0) = -5/3 \Rightarrow \boxed{A\begin{pmatrix}0\\-5/3\end{pmatrix}}$$

- $\mathcal{C}f \cap (ox)$

$$\Rightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2 - 7x + 5}{x-3} = 0$$

$$2x^2 - 7x + 5 = 0$$

$$\Delta = (-7)^2 - 4(2)(5)$$

$$= 49 - 40$$

$$\Delta = 9 \Rightarrow \sqrt{9} = 3$$

$$x_1 = \frac{7-3}{4} = 1$$

$$x_2 = \frac{7+3}{4} = \frac{5}{2}$$

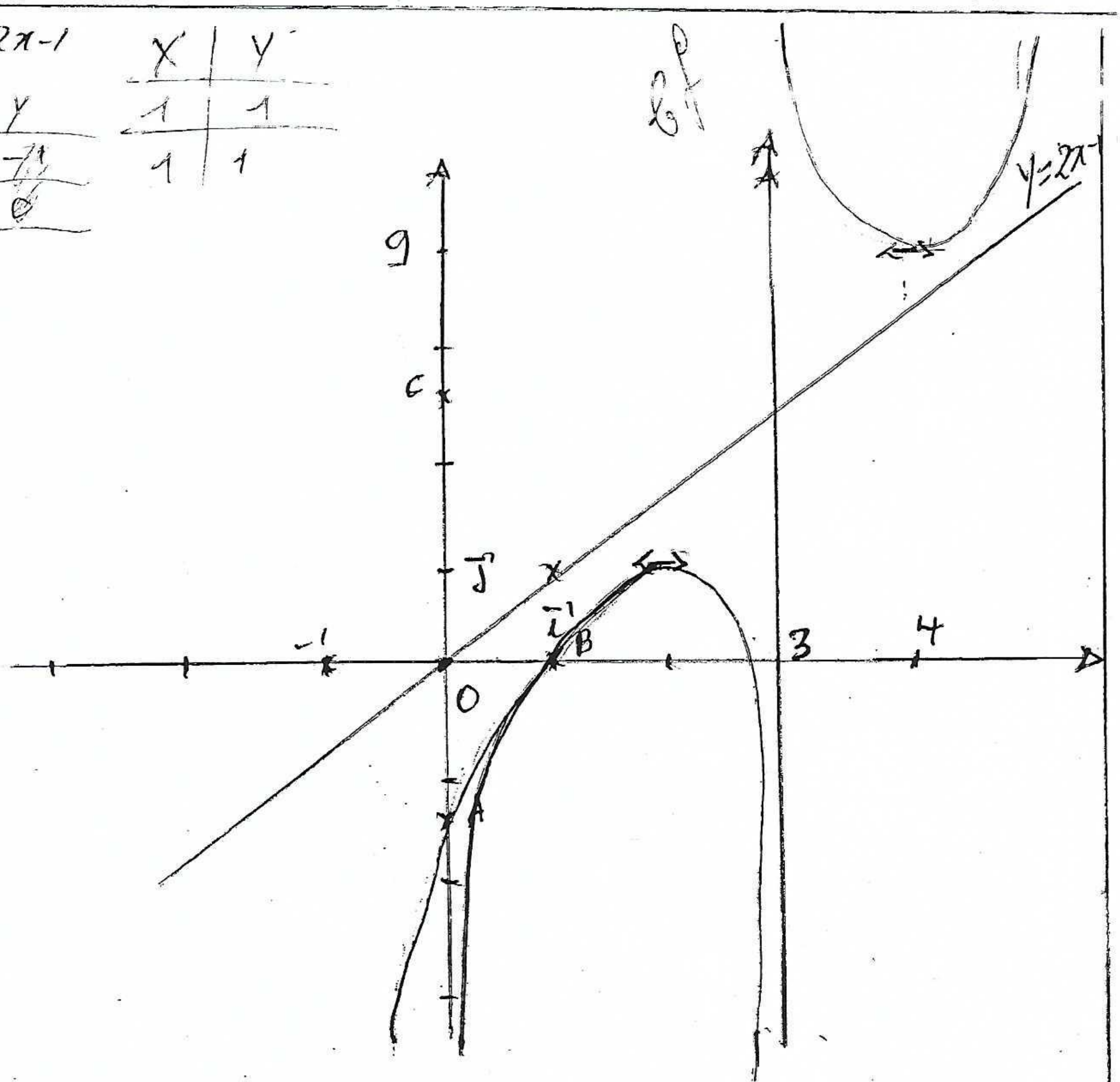
$$\boxed{B\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \quad C\begin{pmatrix}5/2\\0\end{pmatrix}}$$

7- Construisons la courbe $(\mathcal{C})$

$y = 2x - 1$

x	y
0	-1
$\frac{1}{2}$	0

x	y
1	1
1	1



EPUBLIQUE DU TCHAD
)FFICE NATIONAL DES EXAMENS ET CONCOURS DU
UPERIEUR

Unité – Travail - Progrès
وحدة – عمل – تقدم

جمهورية تشاد
الهيئة الوطنية للامتحانات والمسابقات العالية

BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT DU SECOND DEGRE
Session de juin 2014
Série A, AB
EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Durée : 2 heures Coefficient : 2

Exercice N°1

1) Développer le produit $(x + 2)(2x - 1)$.
2) Résoudre dans R les équations suivantes :
   a) $2x^2 + 3x - 2 = 0$
   b) $2e^{2x} + 3e^x - 2 = 0$.
   c) $2(\ln x)^2 + 3\ln x - 2 = 0$ (ou ln désigne le logarithme népérien).

Exercice N°2

Apres majoration de 18 % de l'ancien prix d'une marchandise, le nouveau prix est de 21240 francs. Calculer le montant de la majoration et l'ancien prix.

Problème

Soit la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{x}{2x+1}$$

1. Quel est l'ensemble de définition de f ?
2. Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition ?
3. Calculer f'(x).
4. Dresser le tableau des variations de f.
5. Tracer la courbe C de la fonction f dans un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

Correction Bac serie A$_1$ 2001

Exercice 1

1) Développons le produit $(x+2)(2x-1)$.

$(x+2)(2x-1) = 2x^2 - x + 4x - 2$

$= 2x^2 + 3x - 2$

$\Rightarrow \boxed{(x+2)(2x-1) = 2x^2 + 3x - 2}$

2) Résolvons dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $2x^2 + 3x - 2 = 0$

posons $\Delta = (3)^2 - 4(2)(-2)$

$\Rightarrow \Delta = 25$

$x_1 = \frac{3-5}{4} = \frac{-1}{2}$ $\quad$ $x_2 = \frac{3+5}{4} = 2$

$\Rightarrow x_1 = -\frac{1}{2}$ $\quad$ $\Rightarrow x_2 = 2$

$\boxed{S = \{-\frac{1}{2} ; 2\}}$

b) $2e^{2x} + 3e^{x} - 2 = 0$

posons $X = e^{x}$

$2X^2 + 3X - 2 = 0$

$\Delta = (3)^2 - 4(2)(-2)$

$\Rightarrow \Delta = 25$

$X_1 = e_1^{x} = -\frac{1}{2} < 0$ impossible $\quad$ $X_2 = e_2^{x} = 2$

$\Rightarrow x_2 = \ln 2$

$\boxed{S = \{\ln 2\}}$

c) $2(\ln x)^2 + 3\ln x - 2 = 0$

posons $X = \ln x$

$2X^2 + 3X - 2 = 0$

$\Delta = (3)^2 - 4(2)(-2)$

$\Rightarrow \Delta = 25$

$X_1 = \ln x_1 = -\frac{1}{2}$ $\quad X_2 = \ln x_2 = 2$

$\Rightarrow x_1 = e^{-\frac{1}{2}}$ $\quad \Rightarrow x_2 = e^2$

$$\boxed{S = \left\{e^{-\frac{1}{2}} ; e^2\right\}}$$

Exercice 2

marchandise $\begin{cases} 18\% \\ 21240 \end{cases}$

Calculons le montant de la majoration et l'ancien prix.

$$\frac{21240 \times 18}{100} = 38\underline{\underline{23,2}}$$

$$21240 - 3823,2 = 17\underline{\underline{41}}6,8$$

D'où l'ancien prix était à 3823,2 et la majoration est à 17416,8.

Problème

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x}{2x+1}$.

1) Déterminons l'ensemble de définition de f.

f existe si et seulement si $2x+1 \neq 0$

$\Rightarrow x \neq -\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \boxed{D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}}$$

2) Déterminons les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{x \to -\infty} f(x) = \frac{1}{2}}$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = \frac{1}{2}}$$

$$\lim_{\substack{x \to -\frac{1}{2} \\ <}} f(x) = \lim_{\substack{x \to -\frac{1}{2} \\ <}} \frac{-\frac{1}{2}}{0^-} = +\infty$$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{\substack{x \to -\frac{1}{2} \\ <}} f(x) = +\infty}$$

$$\lim_{\substack{x \to -\frac{1}{2} \\ >}} f(x) = \lim_{\substack{x \to -\frac{1}{2} \\ >}} \frac{-\frac{1}{2}}{0^+} = -\infty$$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{\substack{x \to -\frac{1}{2} \\ >}} f(x) = -\infty}$$

3) Calculons $f'(x)$.

$$f'(x) = \left(\frac{x}{2x+1}\right)'$$

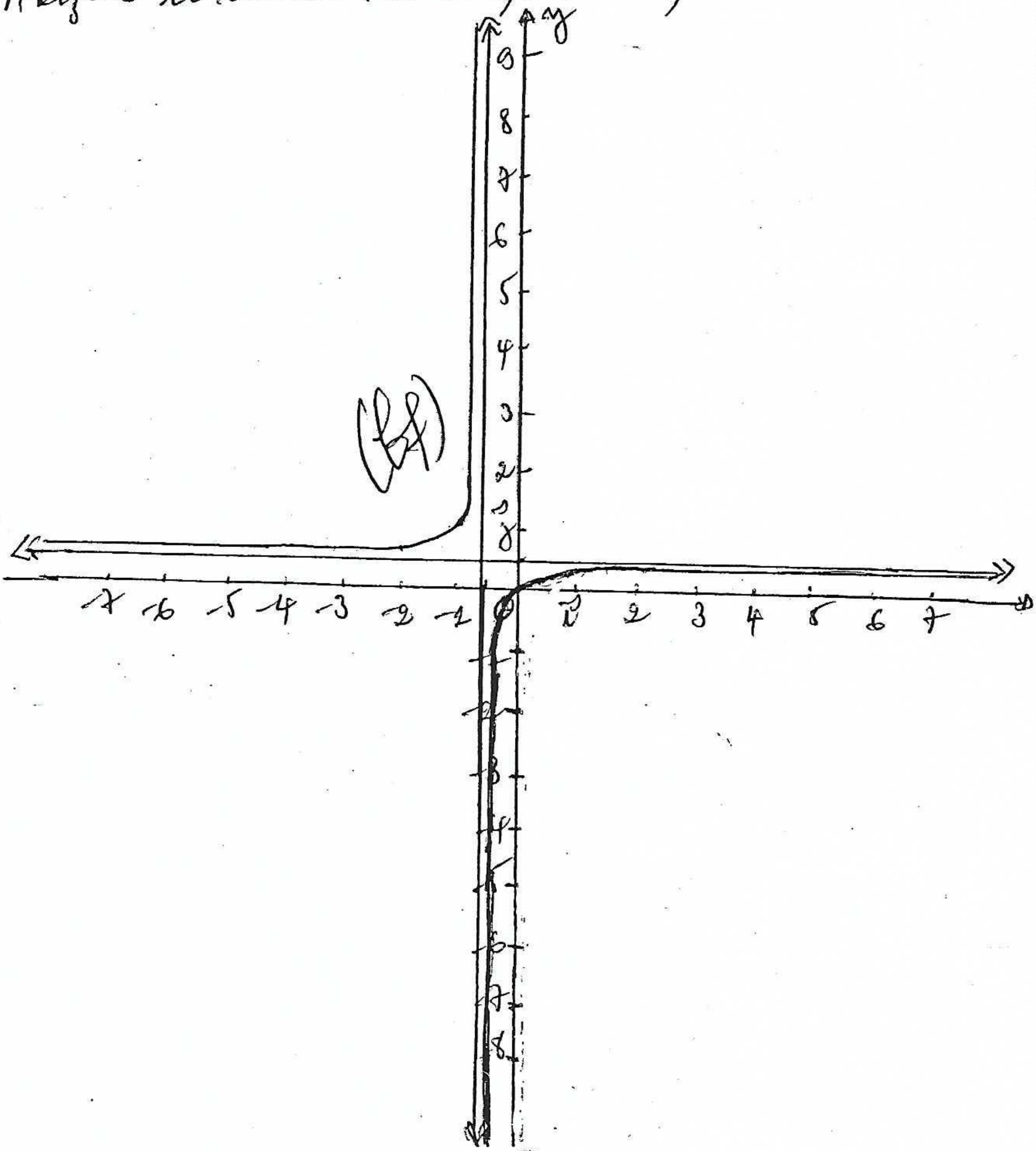
$$= \frac{2x+1-2x}{(2x+1)^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{f'(x) = \frac{1}{(2x+1)^2}}$$

4) Dressons le tableau des variations de f.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\parallel$	$+$	
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	$\nearrow$	$+\infty \parallel -\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{2}$

5) Traçons la courbe de la fonction f.



REPUBLIQUE DU TCHAD
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Office National des Examens et Concours du Supérieur

جمهورية تشاد
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
الهيئة الوطنية للامتحانات والمسابقات العالية

BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT DU SECOND DEGRE

Session de juin 2015

Séries A4 et AB

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Durée : 2 heures

Coefficient : 2

EXERCICE N° 1

A- Développer le produit $P(x) = 5(X - \frac{2}{5})(x+1)$

B- Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $5X^2 + 3X - 2 = 0$
2) $5(\ln X)^2 + 3\ln X - 2 = 0$
3) $5e^X - 2e^{-X} + 3 = 0$

EXERCICE N° 2

La suite (U_n) est la suite définie par $U_0 = 0$ et $U_{n+1} = -\frac{1}{3}U_n$, pour tout n entier naturel.

1) Calculer U_1 , U_2 , U_3 , U_4 et U_5 ;
2) Exprimer U_n en fonction de n ;
3) Calculer $U_0 + U_1 + \dots\dots\dots + U_{10}$.

PROBLEME

Soit f la fonction définie par : $f(X) = \frac{X^2-4X+5}{X-2}$

1- Quel est l'ensemble de définition de la fonction f ?
2- Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
3- Calculer la dérivée de f et dresser son tableau de variation.
4- Montrer que pour tout X différent de 2, f(X) peut s'écrire $f(X) = X - 2 + \frac{1}{X-2}$
5- Calculer la limite en $-\infty$ de (f(X)- (X-2)) et en déduire que la courbe (C) de f admet une asymptote oblique(D) dont-on donnera une équation.
6- Tracer (C) et (D) .

OUMAR ADAM bichara

Correction Bac Série A4 2015

Exercice

A- Développons le produit $P(x) = 5(x - \frac{2}{5})(x+1)$

$$P(x) = 5(x - \frac{2}{5})(x+1)$$
$$= 5(x^2 + x - \frac{2}{5}x - \frac{2}{5})$$
$$= 5x^2 + 5x - 2x - 2$$

$$\Rightarrow \boxed{P(x) = 5x^2 + 3x - 2}$$

B- Résolvons dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $5x^2 + 3x - 2 = 0$

posons $\Delta = (3)^2 - 4(5)(-2)$
$= 9 + 40$

$\Rightarrow \Delta = 49$

$x_1 = \frac{-3-7}{10} = -1$ $\qquad$ $x_2 = \frac{-3+7}{10} = \frac{2}{5}$

$\Rightarrow x_1 = -1$ $\qquad$ $\Rightarrow x_2 = \frac{2}{5}$

$$\boxed{S = \{-1 ; \frac{2}{5}\}}$$

2) $5(\ln x)^2 + 3\ln x - 2 = 0$

posons $X = \ln x$

$5X^2 + 3X - 2 = 0$

$\Delta = (3)^2 - 4(5)(-2)$

$\Rightarrow \Delta = 49$

$X_1 = \ln x_1 = -1$ $\qquad$ $X_2 = \ln x_2 = \frac{2}{5}$

$\Rightarrow x_1 = e^{-1}$ $\qquad$ $\Rightarrow x_2 = e^{2/5}$

$$\boxed{S = \{e^{-1} ; e^{2/5}\}}$$

3) $5e^{x}-2e^{-x}+3=0$

$\Leftrightarrow 5e^{x}-\frac{2}{e^{x}}+3=0$

$\Leftrightarrow 5e^{2x}+3e^{x}-2=0$

posons $X=e^{x}$

$5X^{2}+3X-2=0$

$\Delta=(3)^{2}-4(5)(-2)$

$\Rightarrow \Delta=49$

$X_1=e_1^{x}=-1$ impossible $\quad X_2=e_2^{x}=\frac{2}{5}$

$\Rightarrow x_2=\ln\frac{2}{5}$

$$\boxed{S=\left\{\ln\frac{2}{5}\right\}}$$

Exercice 2

$$\begin{cases} U_0=0 \\ U_{n+1}=-\frac{1}{3}U_n \end{cases} \quad \forall n>0$$

1) Calculons U_1, U_2, U_3, U_4 et U_5.

Pour $n=0$, $U_1=-\frac{1}{3}U_0=0$

$\Rightarrow \boxed{U_1=0}$

Pour $n=1$, $U_2=-\frac{1}{3}U_1=0$

$\boxed{U_2=0}$

$U_3=U_2=U_1=U_4=U_5=0$

2) Exprimons U_n ~~$U_2, \ldots, U_n$~~ en fonction de n.

$U_{n+1}=-\frac{1}{3}U_n$

$\Rightarrow \boxed{U_n=\left(-\frac{1}{3}\right)^{n}U_0}$

3) Calculons $U_0 + U_1 + \dots + U_{10}$.

$$S = U_0 \frac{1-\left(-\frac{1}{3}\right)^{n}}{1-\frac{1}{3}} \quad \text{or } U_0 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{S = 0}$$

Problème

soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{x^2-4x+5}{x-2}$.

1) Déterminons l'ensemble de définition de f.

f existe si et seulement si $x-2 \neq 0$

$$\Rightarrow \boxed{D_f = \mathbb{R} \setminus \{2\}}$$

2) Calculons les limites de f aux bornes de D_f.

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^2}{x} = -\infty$$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty}$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2}{x} = +\infty$$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty}$$

$$\lim_{\substack{x \to 2 \\ <}} f(x) = \lim_{\substack{x \to 2 \\ <}} \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{\substack{x \to 2 \\ <}} f(x) = -\infty}$$

$$\lim_{\substack{x \to 2 \\ >}} f(x) = \lim_{\substack{x \to 2 \\ >}} \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{\substack{x \to 2 \\ >}} f(x) = +\infty}$$

3) Calculons la dérivée de f et dressons son tableau de variation.

f est définie et dérivable, elle admet donc la fonction dérivée f' définie par : $f'(x) = \left(\frac{x^2-4x+5}{x-2}\right)'$

$$\Leftrightarrow f'(x) = \frac{(2x-4)(x-2) - x^2 + 4x - 5}{(x-2)^2}$$

$$= \frac{2x^2 - 4x - \cancel{4x} - x^2 + \cancel{4x} - 5}{(x-2)^2}$$

$$= \frac{x^2 - 4x - 5}{(x-2)^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{f'(x) = \frac{x^2-4x-5}{(x-2)^2}}$$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 = 0$

posons : $\Delta = (-4)^2 - 4(-5)$

$\Rightarrow \Delta = 36$

$x_1 = \frac{4-6}{2} = -1 \qquad x_2 = \frac{4+6}{2} = 5$

$\Rightarrow x_1 = -1 \qquad \Rightarrow x_2 = 5$

Tableau de signe

x	$-\infty$		-1		5		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-5$		$-$		$-$	0	$+$	
$(x+1)(x-5)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Tableau de variation

x	$-\infty$		-1		2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$-3{,}33$	$\searrow$	$-\infty \;\|\|\; +\infty$	$\searrow$	$3{,}33$	$\nearrow$	$+\infty$

4) Montrons que $\forall x \neq 2$, $f(x) = x - 2 + \frac{1}{x-2}$.

$$\begin{array}{r|l} x^2 - 4x + 5 & x - 2 \\ \cline{2-2} -x^2 + 2x & x - 2 \\ \cline{1-1} -2x + 5 & \\ +2x - 4 & \\ \cline{1-1} 1 & \end{array}$$

D'où $\boxed{f(x) = x - 2 + \frac{1}{x-2}}$

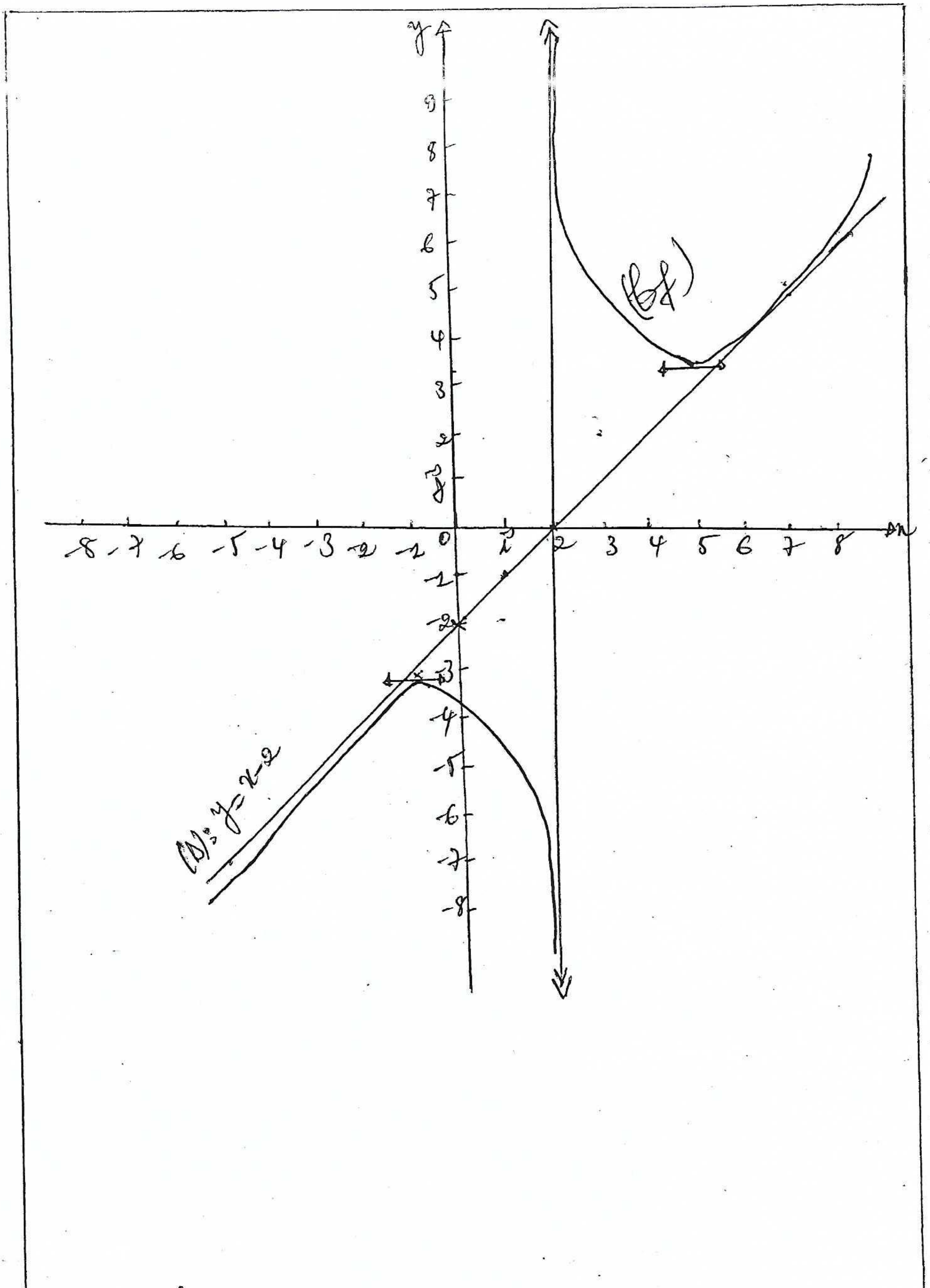
5) Calculons la limite en $-\infty$ de $[f(x) - (x-2)]$ et déduisons que $(\mathcal{C}f)$ admet une asymptote oblique (Δ) dont on donnera une équation.

$$\lim_{x \to -\infty} [f(x) - (x-2)] = \lim_{x \to -\infty} \left[x - 2 + \frac{1}{x-2} - x + 2\right] = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{x \to -\infty} [f(x) - (x-2)] = 0}$$

D'où $(\mathcal{C}f)$ admet une asymptote oblique (Δ) d'équation $y = x - 2$.

6) Traçons $(\mathcal{C}f)$ et (Δ).



y
x
0
(C_f)
$(D): y = x - 2$

Wol... k...y...

..e DU TCHAD
...de l'E...
...ational des Examens et Concours du Supérieur

جمهورية تشاد
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
الهيئة الوطنية للامتحانات والمسابقات العالية

BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT DU SECOND DEGRE

Session de Juin 2016

Séries ... et AB

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Durée : 2 heures .Coefficient : 2

Exercice 1:

1. Développer l'expression : $(x-3)(x+2)$
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 - x - 6 = 0$
3. En déduire la résolution des équations suivantes :
   a. $e^{2x} - e^{x} - 6 = 0$
   b. $(lnx)^2 - lnx - 6 = 0$

Exercice 2:

Une boîte contient 4 boules bleues, 4 boules Jaunes et 6 boules rouges. On tire simultanément 2 boules de la boîte et on suppose que tous les tirages sont équivalents.

Calculer la probabilité d'obtenir :

a) 2 boules de mêmes couleurs.

b) 2 boules de couleurs différentes.

Problème :

On définit une fonction numérique à variable réelle x par f(x)= $\frac{5x+7}{3x-2}$

1- Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.

2- Déterminer 2 réels a et b tels que x appartenant à l'ensemble de définition de f; f(x)=$a + \frac{b}{3x-2}$

3- Etudier le sens de variation de f.

4- Construire le graphique C de f sur l'Intervalle$[-4; 6]$.

140

Correction Bac serie A4 20016

Exercice 1

1) Développons l'expression : $(x-3)(x+2)$.

$(x-3)(x+2) = x^2+2x-3x-6$

$\Rightarrow \boxed{(x-3)(x+2) = x^2-x-6}$

2) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2-x-6=0$

$(\Leftrightarrow)\ x^2-x-6=0$

$\Delta = (-1)^2-4(1)(-6)$

$= 1+24$

$\Rightarrow \Delta = 25$

$x_1 = \frac{1-5}{2} = -2$ $\qquad x_2 = \frac{1+5}{2} = 3$

$\Rightarrow x_1 = -2$ $\qquad \Rightarrow x_2 = 3$

$$\boxed{S = \{-2;3\}}$$

3) Déduisons la résolution des équations suivantes :

a) $e^{2x}-e^x-6=0$

posons $X = e^x$

$X^2-X-6=0$

$X_1 = e^{x_1} = -2 < 0$ $\quad X_2 = e^{x_2} = 3$

$\Rightarrow x = \ln 3$

$$\boxed{S = \{\ln 3\}}$$

b) $(\ln x)^2 - \ln x - 6 = 0$

posons $X = \ln x$

$X^2 - \cancel{X} - 6 = 0$

$X_1 = \ln x_1 = -2 \quad X_2 = \ln x_2 = 3$

$\Leftrightarrow x_1 = e^{-2} \quad \Leftrightarrow x_2 = e^3$

$$\boxed{S = \{e^{-2} ; e^{3}\}}$$

Exercice 2

Boîte $\begin{cases} -4 \text{ boules bleues} \\ -4 \text{ boules jaunes} \\ -6 \text{ boules rouges} \end{cases}$

Calculons la probabilité d'obtenir :

a) 2 boules de même couleurs.

Soit U l'univers associée à cette experiance :

$Card(U) = C_{14}^2 = 91$

$\Rightarrow \boxed{Card(U) = 91}$

Soit A l'évenement aléatoire pour que les deux boules soient de même couleurs.

$Card(A) = C_4^2 \times C_4^0 \times C_6^0 + C_4^0 \times C_4^2 \times C_6^0 + C_4^0 \times C_4^0 \times C_6^2$

$= 6 \times 1 \times 1 + 1 \times 6 \times 1 + 1 \times 1 \times 15$

$\Rightarrow \boxed{Card(A) = 27}$

AN : $P(A) = \frac{27}{91} = 0,3$

$\Rightarrow \boxed{P(A) = 0,3}$

b) 2 boules de couleurs différentes.

Soit B l'évènement aléatoire associé à cette expérience pour que les deux boules soient de couleurs différentes.

$$Card(B) = C_4^1 \times C_4^1 \times C_6^0 + C_4^0 \times C_4^1 \times C_6^1 + C_4^1 \times C_4^0 \times C_6^1$$

$$= 4 \times 4 \times 1 + 1 \times 4 \times 6 + 4 \times 1 \times 6$$

$$= 64$$

$\Rightarrow \boxed{Card(B) = 64}$

AN : $P(B) = \frac{64}{91} = 0,7$

$\Rightarrow \boxed{P(B) = 0,7}$

Problème

On considère une fonction numerique à variable réelle x définie par : $f(x) = \frac{5x+7}{3x-2}$

1) Déterminons l'ensemble de définition de la fonction f.

f existe si et seulement si $3x - 2 \neq 0$

$\Rightarrow x \neq \frac{2}{3}$

D'où $\boxed{D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{2}{3}\right\}}$

2) Déterminons deux réels a et b tels que $x \in D_f$; $f(x) = a + \frac{b}{3x-2}$

$$f(x) = \frac{a(3x-2)+b}{3x-2} = \frac{3ax - 2a + b}{3x-2}$$

Par identification $\begin{cases} 3ax = 5x \\ -2a + b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow a = \frac{5}{3}$

$b = 7 + \frac{10}{3} \Rightarrow b = \frac{31}{3}$

D'où $\boxed{f(x) = \frac{5}{3} + \frac{\frac{31}{3}}{3x-2}}$

3) Etudions le sens de variation de f.

* Limites aux bornes de D_f.

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \frac{5x}{3x} = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{x \to -\infty} f(x) = \frac{5}{3}}$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{5x}{3x} = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = \frac{5}{3}}$$

$$\lim_{x \underset{<}{\to} \frac{2}{3}} f(x) = \lim_{x \underset{<}{\to} \frac{2}{3}} \frac{\frac{21}{3}}{0^-} = -\infty$$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{x \underset{<}{\to} \frac{2}{3}} f(x) = -\infty}$$

$$\lim_{x \underset{>}{\to} \frac{2}{3}} f(x) = \lim_{x \underset{>}{\to} \frac{2}{3}} \frac{\frac{21}{3}}{0^+} = +\infty$$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{x \underset{>}{\to} \frac{2}{3}} f(x) = +\infty}$$

* Dérivée de f.

f est définie et dérivable, elle admet donc la fonction dérivée f' définie par : $f'(x) = \left(\frac{5x+7}{3x-2}\right)'$

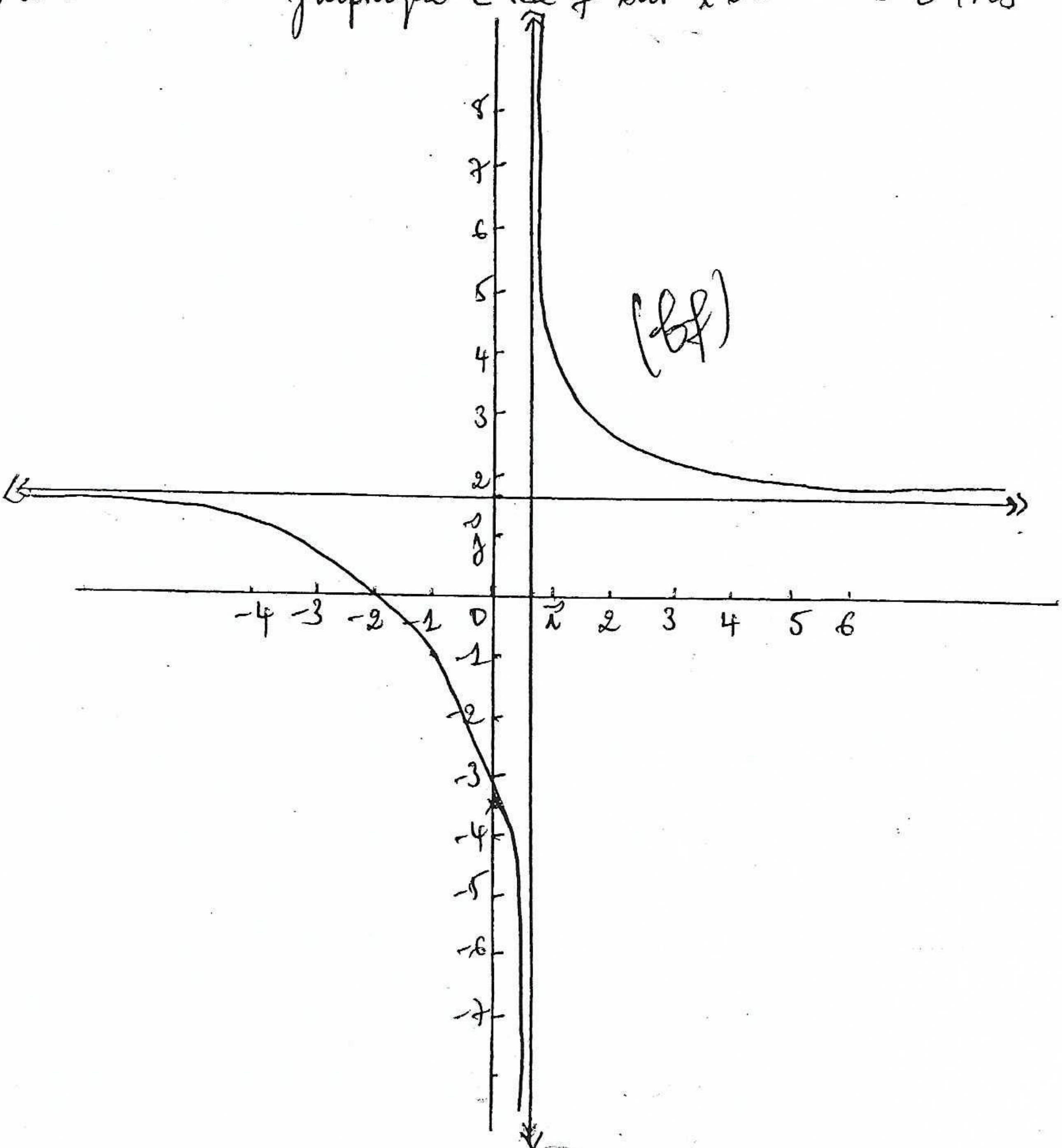
$$\Leftrightarrow f'(x) = \frac{5(3x-2) - 3(5x+7)}{(3x-2)^2} = \frac{15x - 10 - 15x - 21}{(3x-2)^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{f'(x) = \frac{-31}{(3x-2)^2}}$$

Tableau de variation

x	$-\infty$		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$-$	
$f(x)$	$\frac{5}{3}$ $\searrow$	$-\infty$	||	$+\infty$ $\searrow$	$\frac{5}{3}$

4) Construisons le graphique C de f sur l'intervalle [-4; 6]



REPUBLIQUE DU TCHAD
[illegible]
Office National des Examens et Concours du Supérieur

جمهورية تشاد
[illegible]
الهيئة الوطنية للامتحانات والمسابقات العالية

BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT DU SECOND DEGRE

Session de juillet 2017

Séries A4 et AB

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Durée : 2 heures

Coefficient : 2

EXERCICE N° 1 :

On considère le polynôme $P(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$

1) Vérifier que $x = 2$ est une racine de P.
2) En déduire que f(x) peut s'écrire sous la forme : $f(x) = (x-2)(ax^2 + bx + c)$, où a, b et c sont des nombres réels à préciser.
3) Résoudre alors l'équation $P(x) = 0$
4) Utiliser les résultats précédents pour résoudre l'équation : $2lnx + \ln(x - 1) = \ln(4x - 4)$

EXERCICE N° 2 :

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.

Calculer la probabilité des événements suivants :

1) A = {tirer un as}.
2) B = {tirer une carte rouge}.
3) C = {tirer un as ou une carte rouge}.
4) D = {ne tirer ni un as ni une carte rouge}.

PROBLEME :

Soit f la fonction définie par

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 1}$$

1. a) Déterminer l'ensemble de définition de f.
   b) Calculer les limites aux bornes de D_f.
2. Etudier le tableau de variation de f.
3. a) Déterminer trois nombres réels m, n et k tels que

$$\forall x \in D_f, \qquad f(x) = mx + n + \frac{k}{x+1}$$

   b) En déduire une équation de l'asymptote oblique à la courbe C_f de f.
   c) Construire la courbe C_f et ses asymptotes dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1

BAC 2017

Serie A_4 et AB

Exercice N° 1 : 6/6

$$P(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$$

1 - Vérifions $x = 2$ est une racine de p.

$$P(2) = 8 - 4 - 8 + 4 = 0$$

$P(2) = 0$, donc 2 est une racine de p. 1pt

2 - Déduisons $p(x)$ peut s'écrit sous la forme ;

$$p(x) = (x-2)(ax^2+bx+c)$$

$$= ax^3 + bx^2 + cx - 2ax^2 - 2bx - 2c$$

$$p(x) = ax^3 + (b-2a)x^2 + (c-2b)x - 2c$$

par identification des coefficients ;

$$\begin{cases} a = 1 \\ b - 2a = -1 \Leftrightarrow b = 1 \\ c - 2b = -4 \Rightarrow c = -4+2 \\ \qquad\qquad\qquad c = -2 \end{cases}$$

1,5 pts

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad p(x) = (x-2)(x^2+x-2)$$

3 - Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation $p(x) = 0$

$$p(x) = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x^2+x-2) = 0$$

$$x = 2 \text{ ou } x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Delta = 1 + 8 = 9 > 0$$

$$x_1 = \frac{-1-3}{2} = -2 \quad x_2 = \frac{-1+3}{2} = 1$$

②

$$\boxed{S = \{-2 ; 1 ; 2\}}$$ 2 pts

4.) utilisons les résultats précédents pour résoudre l'équation $2\ln x + \ln(x-1) = \ln(4x-4)$

Cette équation est valide $\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \text{et} \\ x+1 > 0 \\ \text{et} \\ 4x-4 > 0 \end{cases}$

$D_V =]1 ; +\infty[$

$\forall x \in D_V ; \quad \ln x^2 + \ln(x-1) = \ln(4x-4)$

$\Leftrightarrow \ln[x^2(x-1)] = \ln(4x-4)$

$\Leftrightarrow x^3 - x^2 = 4x - 4$

$x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0$

Cette équation est déjà résolue

$x_1 = -2 \notin D_V$

$x_2 = 1 \notin D_V$

d'où $S = \{2\}$ 1 pt

(3)

Exercice N° 2 : 4/4

32 cartes

$card\,\Omega = 32$

Calculons la probabilité des événements suivants

1- $A = \{tirer\ un\ as\}$

$card A = 4$

$$P(A) = \frac{card(A)}{card\,\Omega} = \frac{4}{32}$$

$$\boxed{P(A) = 1/8 = 0{,}125}$$

1 pt

2- $B = \{tirer\ une\ carte\ rouge\}$

$card B = 16$

$$\boxed{P(B) = 1/2 = 0{,}5}$$

1 pt

3- $C\{tirer\ un\ As\ ou\ une\ carte\ rouge\}$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{32} = \frac{1}{16}$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{8} + \frac{1}{2} - \frac{1}{16} = \frac{2+8-1}{16}$$

$$\boxed{P(A \cup B) = \frac{9}{16} = 0{,}56}$$

1 pt

f) $D = \{$ ne tirer ni AS ni une carte rouge $\}$

$P(D) = 1 - P(A \cup B) \Rightarrow P(D) = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$

$card(D) = 14$

$P(D) = \frac{card(D)}{card(\Omega)} = \frac{14}{32} = \frac{7}{16}$

$$\boxed{P(D) = \frac{7}{16} = 0,43}$$

1pt

problème : 10pts

$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x+1}$

1. a) f est définie $\Leftrightarrow x+1 \neq 0$

$\Rightarrow x \neq -1$

$D_f =]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ 1pt

b) Calcul des limites

• $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} \left(\frac{x^2}{x}\right) = \lim\limits_{x \to -\infty} (x) = -\infty$

$$\boxed{\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty}$$

0,5pt

• $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} (x) = +\infty$

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty}$$

0,5pt

• $\lim\limits_{x \to -1^<} f(x) = \lim\limits_{x \to -1^<} \left(\frac{x^2-4}{x+1}\right) = \frac{-3}{0^-} = +\infty$; 0,5pt

• $\lim\limits_{x \to -1^>} f(x) = \lim\limits_{x \to -1^>} \left(\frac{x^2-4}{x+1}\right) = \frac{-3}{0^+} = -\infty$ 0,5pt

2) Dressons le tableau de variation

$\forall x \in D_f$, f est dérivable

$$f'(x) = \frac{2x(x+1) - (x^2-4)}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{2x^2+2x-x^2+4}{(x+1)^2}$$

$$\boxed{f'(x) = \frac{x^2+2x+4}{(x+1)^2}}$$ 1pt

$\cancel{f'(x) = 0 \Leftrightarrow}$

$\forall x \in D_f$, $x^2+2x+4 > 0$ 1pt

$f'(x) > 0$ alors f est strictement croissante sur D_f.

Le tableau de variation

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	
f	$-\infty$	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$+\infty$

1pt

(6) 3/a) $f(x) = \dfrac{x^2-4}{x+1}$

Déterminons trois nombres réels m, n et k tels que $f(x) = mx+n+\dfrac{k}{x+1}$

$$f(x) = \frac{x^2-1-3}{x+1}$$

$$f(x) = x-1-\frac{3}{x+1}$$

$$\boxed{m = 1, \quad n = -1 \text{ et } k = -3}$$ 1,5pt

b) Déduisons une équation de l'asymptote oblique. posons $y = x-1$

$$\lim_{x \to +\infty} [f(x)-y] = \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{-3}{x+1}\right) = 0$$

1pt

cd ; $y = x-1$ st A·O à (C_f) en $(\pm\infty)$.

c) Construisons la courbe (C_f) et ses asymptotes

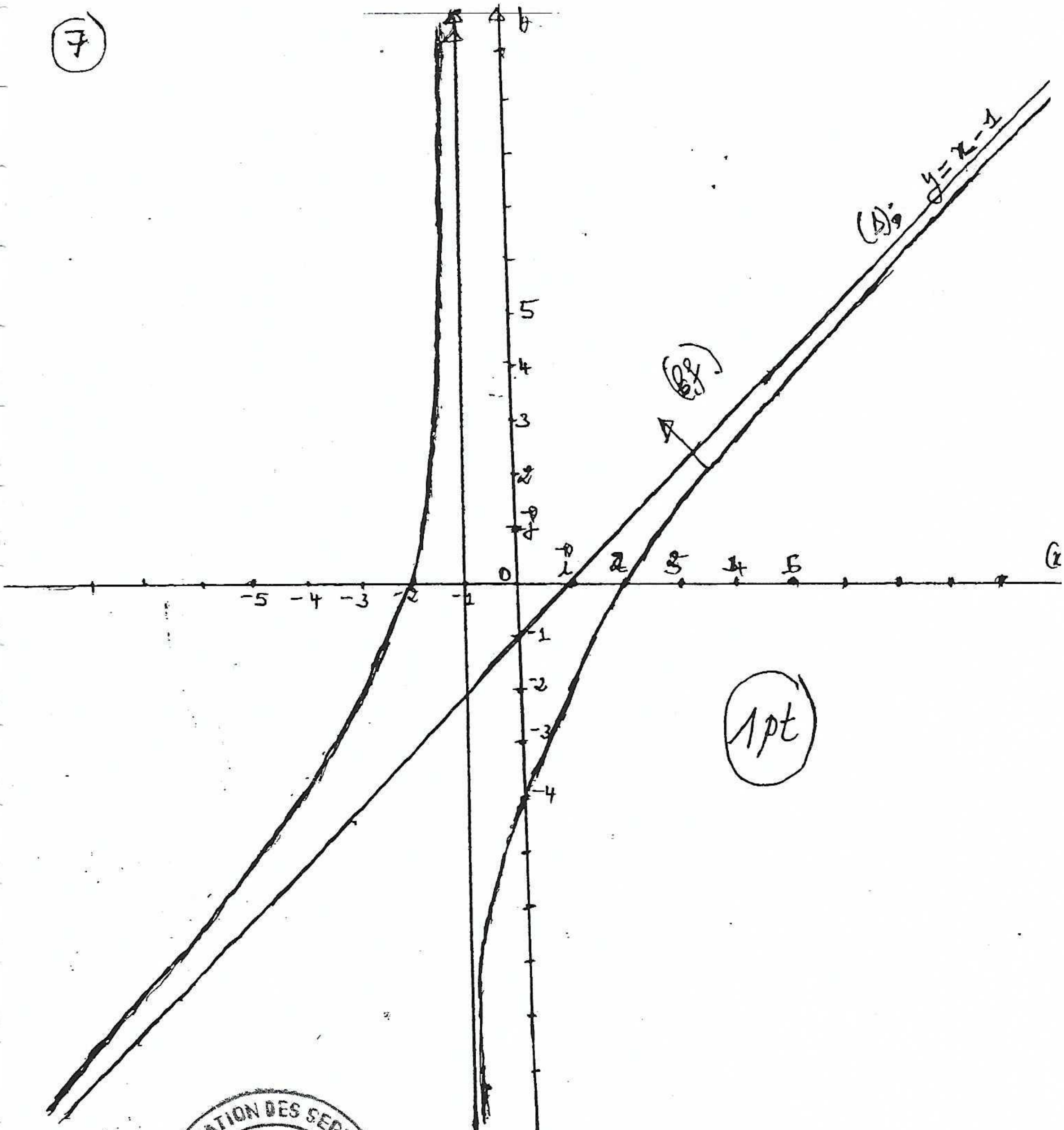
$(C_f) \cap (ox)$; $f(x) = 0 \Leftrightarrow$
$x^2-4=0 \Rightarrow \underline{x = \pm 2}$

$(C_f) \cap (oy)$; $f(0) = -4$ 0,5

(D) ; $y = x-1$

x	0	1
y	-1	0

(7)



BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT DU SECOND DEGRE
Session de juillet 2018
Séries A4 et AB

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Durée 2 heures — Coefficient 2

EXERCICE N° 1 :

1. Résoudre dans R l'équation

$x^3 - 4x = 0$

2. En déduire les solutions des équations suivantes :

a) $(\ln x)^3 = 4\ln x$

b) [illegible]

EXERCICE N° 2

Une urne contient 6 boules blanches et 7 boules noires. On tire simultanément 3 boules de l'urne. Pour les différencier, on imagine que les boules numérotées.

Calculer la probabilité des événements suivants :

a) A « obtenir 3 boules blanches »

b) B « obtenir 3 boules noires »

c) C « obtenir au moins une boule blanche »

PROBLEME :

Soit f la fonction définie par $f(x) =$ [illegible] et (C_f) sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J)

1. a. Déterminer l'ensemble de définition de f
   b. Calculer les limites de f aux bornes de D_f
2. a. Etudier les variations de f
   b. Dresser le tableau de variation de f
3. a. Vérifier que $\forall x \in D_f$, $f(x) = x + 1 + \frac{1}{x-1}$
   b. Démontrer que la droite (D) : $y = x + 1$ est une asymptote à (C_f)
   c. Etudier la position relative de C_f et (D)
4. Montrer le point A(1 ; 2) est un centre de symétrie de la courbe C_f
5. Construire (C_f)

Corrigé de Baccalauréat session de juillet 2018

Serie A_4, épreuve de Mathématiques

Exercice 1

1) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^3-4x=0$

$x^3-4x=0 \Rightarrow x(x^2-4)=0 \Rightarrow x(x-2)(x+2)=0$

$\Rightarrow x=0$ ou $x-2=0$ ou $x+2=0$

$\Rightarrow x=0$ ou $x=2$ ou $x=-2$

$S=\{-2;0;2\}$ 2

2) Déduisons la résolution de l'équation :

a) $(\ln x)^3=4\ln x$, posons $X=\ln x$ 0,5

alors $X^3=4X \Rightarrow X^3-4X=0$

$\Rightarrow X=0$ ou $X=2$ ou $X=-2$

$\Rightarrow \ln x=0$ ou $\ln x=2$ ou $\ln x=-2$

$\Rightarrow x=e^0=1$ ou $x=e^2$ ou $x=e^{-2}$

$S=\{e^{-2};1;e^2\}$ 1,5

b) $e^{3x}-4e^x=0$, posons $X=e^x$ 0,5

alors $X^3-4X=0 \Rightarrow X=0$ ou $X=2$ ou $X=-2$

$\Rightarrow e^x=0$ impossible

$\Rightarrow e^x=2$ ou $e^x=-2$ impossible

$\Rightarrow x=\ln 2$

$S=\{\ln 2\}$ 1,5

Exercice 2

Urne $\begin{cases} 6 \text{ boules blanches} \\ 7 \text{ boules noires} \end{cases}$

tirage simultané de 3 boules

$\text{card}(\Omega) = C_{13}^{3} = 286$ (1)

calculons la probabilité des événement :

a) A : "obtenir 3 boules blanches"

$\text{card}(A) = C_6^3 \times C_7^0 = 20$ (0,5)

$\Rightarrow P(A) = \frac{20}{286} = \frac{10}{143} = 0,069 \Rightarrow \boxed{P(A) = 0,069}$ (0,5)

b) B : " obtenir 3 boules noires"

$\text{card}(B) = C_7^3 \times C_6^0 = 35$ (0,5)

$\Rightarrow P(B) = \frac{35}{286} = 0,12 \Rightarrow \boxed{P(B) = 0,12}$ (0,5)

c) C : "obtenir au moins une boule blanche"

$\text{card}(C) = C_6^1 \times C_7^2 + C_6^2 \times C_7^1 + C_6^3 \times C_7^0 = 251$ (0,5)

$\Rightarrow P(C) = \frac{251}{286} = 0,87 \Rightarrow \boxed{P(C) = 0,87}$ (0,5)

Problème

$f(x) = \frac{x^2}{x-1}$

1) a) Déterminons l'ensemble de définition D_f

$f(x)$ existe ssi $x - 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$

d'où $D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\} =]-\infty ; 1[\cup]1 ; +\infty[$ (1)

b) calculons les limites aux bornes de D_f

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x^2}{x-1} = \lim\limits_{x \to -\infty} x = -\infty \Rightarrow \boxed{\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty}$ (0,5)

De même $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} x = +\infty \Rightarrow \boxed{\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty}$ (0,5)

$\lim\limits_{x\to1^<} f(x) = \lim\limits_{x\to1^<} \frac{x^2}{x-1} = \frac{1}{0^<} = -\infty \Rightarrow \boxed{\lim\limits_{x\to1^<} f(x) = -\infty}$ (0,5)

De même $\lim\limits_{x\to1^>} f(x) = \lim\limits_{x\to1^>} \frac{x^2}{x-1} = +\infty \Rightarrow \boxed{\lim\limits_{x\to1^>} f(x) = +\infty}$ (0,5)

2) a) Etudions les variations de f

f est dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ et on a :

$f'(x) = \frac{2x(x-1) - 1\times x^2}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x}{(x-1)^2} = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$

$\boxed{f'(x) = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2}}$ (1)

$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0$ ou $x = 2$

Tableau de signe de $f'(x)$

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
x		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$(x-1)^2$		$+$		$+$	0	$+$		$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	

$\forall x \in]-\infty;0[\cup]2;+\infty[$, $f'(x) > 0$ alors f est strictement croissante sur $]-\infty;0[\cup]2;+\infty[$ (0,5)

$\forall x \in]0;1[\cup]1;2[$, $f'(x) < 0$ alors f est strictement décroissante sur $]0;1[\cup]1;2[$. (0,5)

b) Dressons le tableau de variation de f

$f(0) = 0$ et $f(2) = 4$

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

(2)

3) a) Vérifions que pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$,

$f(x) = x + 1 + \frac{1}{x-1}$

$$\begin{array}{r|l} x^2 & x-1 \\ \cline{2-2} -x^2+x & x+1 \\ \cline{1-1} x & \\ -x+1 & \\ \cline{1-1} 1 & \end{array}$$

alors $a = 1$; $b = 1$ et $c = 1$

d'où $f(x) = x + 1 + \frac{1}{x-1}$ 1

b) Démontrons que D : $y = x+1$ est asymptote à $\mathcal{C}_f$

$\lim\limits_{x \to -\infty} (f(x) - y) = \lim\limits_{x \to -\infty} (x + 1 + \frac{1}{x-1} - x - 1) = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{1}{x-1} = 0$

$\lim\limits_{x \to -\infty} (f(x) - y) = 0$ alors la droite D : $y = x+1$ est asymptote oblique à $(\mathcal{C}_f)$ en $-\infty$ 0,5

De même $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - y) = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x-1} = 0$ alors la droite

D : $y = x+1$ est asymptote oblique à $(\mathcal{C}_f)$ en $+\infty$. 0,5

c) Etudions la position relative de $(\mathcal{C}_f)$ et (D).

signe de $f(x) - y = \frac{1}{x-1}$

$\forall x \in]-\infty ; 1[$, $x - 1 < 0 \Rightarrow f(x) - y < 0$ alors $(\mathcal{C}_f)$ est en dessous de (D) sur $]-\infty ; 1[$ 0,5

$\forall x \in]1 ; +\infty[$, $x - 1 > 0 \Rightarrow f(x) - y > 0$ alors $(\mathcal{C}_f)$ est ~~au~~ dessus de (D).

(5)

4) Montrons que le point $A(1;2)$ est un centre de symetrie de (C_f).

$f(a-x) + f(a+x) = 2b$

$f(1-x) + f(1+x) = 1-x+1+\frac{1}{1-x-1} + 1+x+1+\frac{1}{1+x-1}$

0,5 $\quad = -x+2-\frac{1}{x}+2+x+\frac{1}{x}$

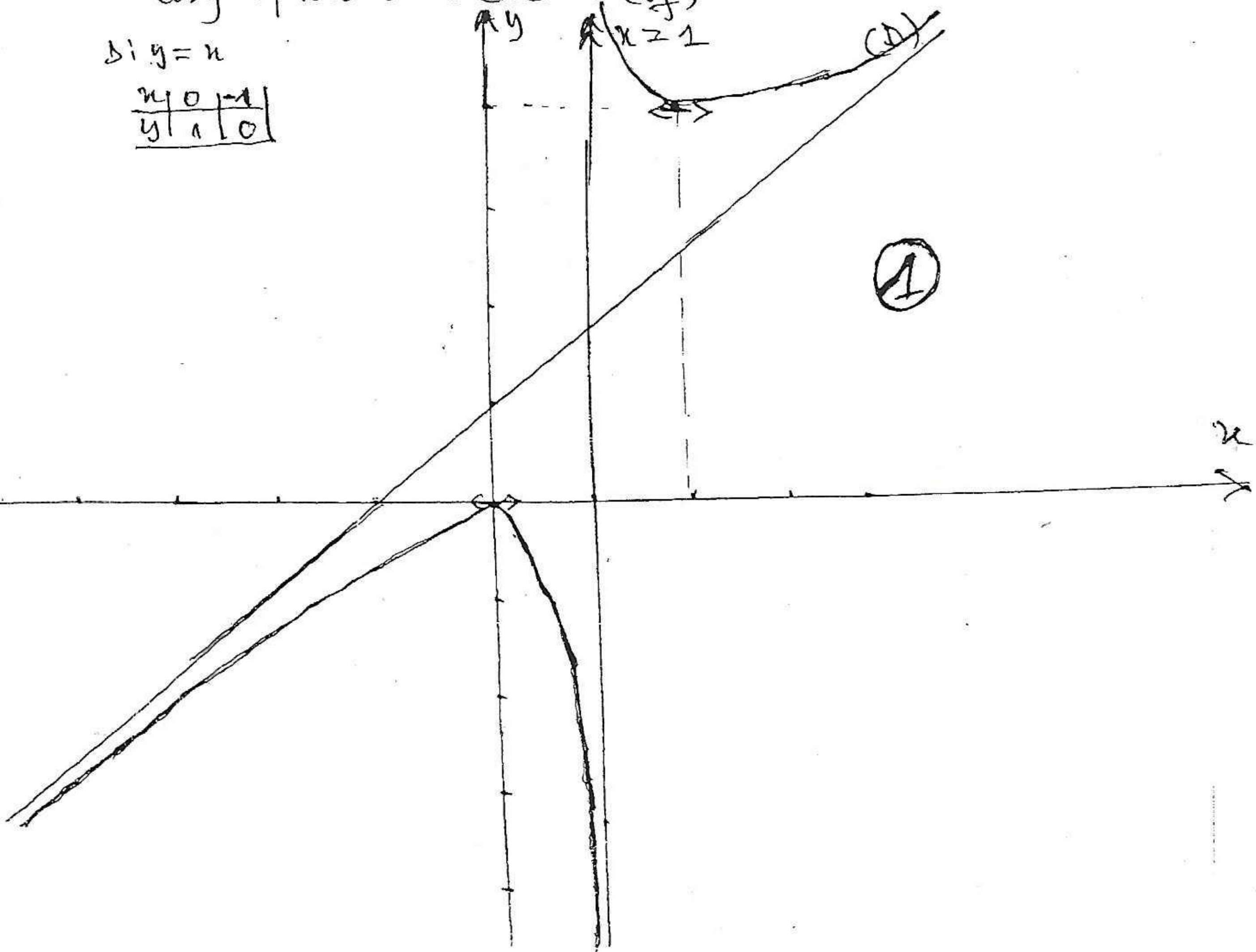
$f(1-x)+f(1+x) = 4$ alors le point $A(1;2)$ est centre de symetrie de (C_f).

5) Construisons (D) et (C_f).

$\lim_{x\to 1} f(x) = \infty$ alors la droite d'équation $x=1$ est asymptote verticale à (C_f).

$D: y = x$

x	0	-1
y	1	0



1