



**Avec le MPS et le Président Daniel EDAH,  
Mobilisons-nous pour la réussite des enfants du Bénin !**

## **ESSENTIEL POUR REUSSIR - BAC C & D**

- ❖ **Mathématiques**
- ❖ **SPCT (Physique et Chimie)**

**Don du Président du MPS à tous les candidats au BAC**

**A NE PAS VENDRE**



Chers Candidats et Candidates au BAC,

En tant qu'acteur politique et parent, mon devoir est d'œuvrer à ce que tous les enfants du Bénin réussissent pour contribuer à l'avènement du Bénin économiquement prospère et socialement stable qui est ma vision politique.

Au-delà de l'engagement de l'homme politique que je suis, j'ai conscience que nul ne peut être heureux tout seul. Je connais les souffrances de mes compatriotes et je sais que vos parents se battent beaucoup pour vous assurer une éducation de qualité et la réussite scolaire.

Chers enfants candidats et candidates, voilà pourquoi, pour vous témoigner mon amour, soutenir les efforts de vos parents et surtout pour honorer Dieu qui m'a donné les moyens, je mets **GRATUITEMENT** le présent livret de révision à votre disposition, avec le concours des militants du parti politique MPS et de mes amis.

Je salue vos enseignants pour leur esprit patriotique et remercie tous les autres bienfaiteurs qui vous ont offert des travaux dirigés et autres appuis à travers le Bénin. Dans la complémentarité de nos efforts, je suis convaincu que nous pouvons le meilleur pour le Bénin.

La mise en circulation de cette version électronique du livret vise à limiter l'impression sur papier et à protéger l'environnement. Je vous remercie de contribuer à la protection de notre environnement.

J'ai foi que ce soutien que je vous apporte est une semence dans vos vies et que vous la rendrez, de fort belle manière, à notre pays et à toute l'Afrique en devenant à votre tour des citoyens actifs, des fonctionnaires exemplaires et des opérateurs privés patriotes, des hommes et des femmes sensibles aux difficultés des autres et toujours disposés à répondre à l'appel de Dieu à aimer et aider leurs semblables.

Je vous souhaite une bonne période de révision et l'éclairage de Dieu pendant les examens. Bonne chance à toutes et tous !

Que Dieu vous bénisse et bénisse le Bénin! Amen.

Je vous aime !

**Daniel EDAH**

## MA VISION POUR NOTRE PAYS

Le **Bénin économiquement prospère et socialement stable** est ma vision politique pour bâtir le Bénin prospère et de justice sociale où il fait beau.

Qu'est-ce que le Bénin économiquement prospère et socialement stable?

- ✓ Un Bénin attractif d'investisseurs nationaux et étrangers grâce à une gouvernance démocratique, transparente et non corrompue, la promotion de l'Etat de droit, l'indépendance du pouvoir judiciaire, le développement d'infrastructures modernes et la disponibilité d'une main-d'œuvre qualifiée;
- ✓ Un Bénin prospère et radieux dont la croissance économique repose sur sa production de biens pour la consommation locale et l'exportation de produits manufacturés;
- ✓ Un Bénin, pays de services, destination privilégiée des multinationales en Afrique de l'Ouest;
- ✓ Un Bénin de justice sociale où le dialogue intergénérationnel, le dialogue social et le dialogue politique sont privilégiés par les dirigeants pour la prévention et la gestion des conflits dans la conduite des affaires publiques;
- ✓ Un Bénin d'inclusion où chaque citoyen se sent pris en compte dans la gouvernance, sécurisé et protégé contre les abus indépendamment de son origine, appartenance ethnique, appartenance politique, condition sociale et situation géographique.

Cet autre Bénin est possible grâce à une gouvernance fondée sur la crainte de Dieu et dans laquelle citoyens et dirigeants, guidés par la foi et respectueux de la Constitution de la République, combattent, par l'exemple, les contrevaleurs comme la collusion au sommet de l'Etat, la corruption, le détournement et l'abus de la force publique.

Merci pour votre confiance !

Daniel Edah  
**Président**

Mouvement pour la Prospérité Solidaire – MPS



RESUME DE COURS DE MATHS  
TERMINALE C ET D

# Chapitre 1 : LES NOMBRES COMPLEXES

## I. Introduction

### 1. Ensemble des nombres complexes

- L'ensemble des nombres complexes se note  $\mathbb{C}$
- Tout nombre complexes  $z$  peut s'écrire sous la forme :  $Z = a + ib$  ;  $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ 
  - ✓  $\text{Re}(z)$  désigne la partie réelle  $a$  de  $z$
  - ✓  $\text{Im}(z)$  désigne la partie imaginaire  $b$  de  $z$
  - ✓  $Z$  est réel  $\Leftrightarrow \text{Im}(z)=0$
  - ✓  $Z$  est imaginaire pur  $\Leftrightarrow \text{Re}(z)=0$

### 2. Opérations dans $\mathbb{C}$

Soient  $Z = a + ib$  et  $Z' = a' + ib'$  avec  $(a,b) \in \mathbb{R}^2$  et  $(a',b') \in \mathbb{R}^2$

- $Z = Z' \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$
- $Z = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0' \\ b = 0 \end{cases}$
- $Z+Z' = (a+a')+(b+b')i$ ;
- $ZZ' = (aa' - bb') + (ab' + ba')i$
- Si  $Z \neq 0$  alors  $\frac{1}{Z} = \frac{a-ib}{a^2+b^2}$

**Remarques :** Il n'y a pas de relation d'ordre dans  $\mathbb{C}$

## I. REPRESENTATION GEOMETRIQUE DES NOMBRES $\mathbb{C}$

Le plan affine  $f^2$  est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$

### Définitions

Pour tout nombre complexe  $Z = a + ib$  avec  $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ , on associe un point  $M$  de coordonnées  $(a,b)$ .

- ✓ Le point  $M$  est le **point image** de  $Z$
- ✓  $Z$  est l'**affixe** de  $M$
- ✓ Le vecteur  $(\vec{OM})$  est le **vecteur image** de  $Z$
- ✓  $Z$  est l'affixe de  $\vec{OM}$

### Remarques

- ✓ Si  $A$  a pour affixe  $Z_A$  et  $B$  pour  $Z_B$  alors
  - $\vec{AB}$  a pour affixe  $Z_B - Z_A$
  - Le milieu  $I$  de  $[AB]$  a pour affixe  $Z_I = \frac{Z_B + Z_A}{2}$

## III. NOMBRES COMPLEXES CONJUGUES $\mathbb{C}$

### 1. Définition

Soit  $Z = a + ib$  avec  $(a,b) \in \mathbb{R}^2$

$\bar{Z} = a - ib$  est dit nombre complexe conjugué de  $z$ .

Si  $M$  est le point image d'un complexe  $z$  dans le plan complexe, le point  $M'$   $M'$ , image de  $\bar{Z}$  est symétrique de  $M$  par rapport à l'axe des abscisses.

### 2. Propriétés

Pour tout point  $Z = a + ib$ ,  $Z' = a' + ib'$  ;

- $\overline{\bar{Z}} = z$ ;  $\overline{z + z'} = \bar{z} + \bar{z}'$ ;  $\overline{z \times z'} = \bar{z} \times \bar{z}'$  ;

- $(\bar{z})^n = \overline{(z^n)}, n \in \mathbb{N}^*; \left(\frac{1}{z}\right) = \frac{1}{\bar{z}} (z \neq 0);$
- si  $z \neq 0, \overline{\left(\frac{1}{z}\right)} = \frac{1}{\bar{z}}; \left(\frac{z}{z'}\right) = \frac{\bar{z}}{\bar{z}'}$
- $z + \bar{z} = 2a = 2\text{Re}(z); z - \bar{z} = 2ib = 2i\text{Im}(z);$
- $z \times \bar{z} = a^2 + b^2 = [\text{Re}(z)]^2 + [\text{Im}(z)]^2;$
- $Z$  est réel si et seulement si  $z = \bar{z}$
- $Z$  est imaginaire pur si et seulement si  $\bar{z} = -z$

#### IV. MODULE D'UN NOMBRE COMPLEXE

##### 1. Définition

Soit  $Z = a + ib$  avec  $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ . On définit le module de  $z$  par  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

##### 2. Remarques

- $Z$  est un nombre, le module de  $Z$  est égale à sa valeur absolue.

Si  $M$  est le point d'affixe  $Z$  alors  $AB = \|\vec{AB}\| = |Z_B - Z_A|$ .

##### 3. Propriétés

Pour tout complexes  $Z$  et  $Z'$

- $|Z| = 0 \Leftrightarrow Z = 0;$
- $|Z + Z'| \leq |Z| + |Z'|$  (inégalité triangulaire)
- $|Z \cdot Z'| \leq |Z| \cdot |Z'|$
- Si  $n \in \mathbb{N}, |Z^n| = |Z|^n$
- Si  $Z \neq 0, \left|\frac{1}{Z}\right| = \frac{1}{|Z|}$  et  $\left|\frac{Z'}{Z}\right| = \frac{|Z'|}{|Z|}$

#### V. FORME TRIGONOMETRIQUE D'UN NOMBRE COMPLEXE

##### 1. Argument d'un nombre complexe

Soit  $Z = a + ib, (a,b) \in \mathbb{R}^2$

Soit  $\theta$  l'angle que faire  $\vec{OM}$  dans  $(o, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$  avec  $M$  point image de  $Z$ .

On a :

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos\theta = \frac{a}{|Z|} \\ \text{et} \Rightarrow \theta = \arg(Z) \\ \sin\theta = \frac{b}{|Z|} \end{array} \right.$$

La forme trigonométrique de  $Z$  est :  $Z = |z| (\cos\theta + i \sin\theta)$  avec  $\theta$  en degré.

##### 2. Interprétation géométrique

Le plan  $f$  est muni d'un repère orthonormé direct  $(o, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ . Soit  $Z$  un nombre complexe non nul et  $M$  son point image. Si  $\theta$  est un argument de  $Z$

- $\theta = \text{mes}(\vec{e}_1, \vec{OM})$
- Par définition  $(\vec{e}_1, \vec{OM}) = \arg Z$
- Si  $A, B$  et  $C$  sont des points d'affixes respectives  $Z_A, Z_B$  et  $Z_C$
- Avec  $Z_A \neq Z_B \neq Z_C$

- $(\vec{AB}, \vec{AC}) = \arg \frac{Zc - Za}{Zb - Za}$

### 3. Propriétés

Soit Z et Z', deux nombres complexes non nul d'argument respectifs  $\theta$  et  $\theta'$  puis Module p et p'

$Z + Z' \Leftrightarrow \begin{cases} p = p' \\ \theta = \theta + 2\pi \end{cases}$	<b>Puissance</b> $\text{Arg } Z^n = n \arg Z$
<b>Conjugué</b> $\text{Arg } \bar{Z} = -\arg Z$	<b>Inverse</b> $\text{Arg } \frac{1}{Z} = -\arg z$
<b>Produit</b> $\text{Arg } Z^* Z' = \arg Z + \arg Z'$	<b>Quotient</b> $\text{Arg } \frac{Z'}{Z} = \arg Z' - \arg Z$

## VI. FORME TRIGONOMETRIQUE D'UN NOMBRE COMPLEXE

Soit  $Z = a + ib$ ,  $(a,b) \in \mathbb{R}^2$

La forme exponentielle de z est  $z = |z| e^{i\theta}$  avec  $|z|$  = module de Z et  $\theta = \arg(Z)$ .

## VI. FORME TRIGONOMETRIQUE D'UN NOMBRE COMPLEXE

Soit  $Z = a + ib$ ,  $(a,b) \in \mathbb{R}^2$

La forme exponentielle de z est  $z = |z| e^{i\theta}$  avec  $|z|$  = module de Z et  $\theta = \arg(Z)$ .

### 1. Formule de Moivre

$$(\cos\theta + i \sin\theta)^n = \cos(n\theta) + i \sin(n\theta)$$

### 2. Formule d'Euler

- $\cos\theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$
- $\sin\theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$

## VII- Traduction complexe des transformations géométriques

Transformation	Traduction géométrique	Traduction complexe
Translation	$\vec{MM} = \vec{w}$ où $\vec{w}$ = vecteur de translation	$Z' = Z + Z_w$
Homothétie	$\vec{OO}' = k \vec{OM}$ , $\Omega$ = centre K = rapport de l'homothétie	$Z' = Z_\Omega = k(Z - Z_\Omega)$ $Z_\Omega$ affine de $\Omega$ Si $\Omega = 0$ , $Z' = kZ$
Rotation	Si $M = \Omega$ , $M' = M$ si $M \neq \Omega$ , $\vec{\Omega M} = \Omega M$ et $(\vec{\Omega M}, \vec{\Omega M}') = \theta$	$Z' - Z_\Omega = e^{t\theta}(Z - Z_\Omega)$ Si $\Omega = 0$ on a : $Z' = e^{t\theta}Z$

## IX - Racine n<sup>ièmes</sup> d'un nombre complexe non nul

### 1- Propriétés

Soit z un nombre complexe non nul et n entier naturel ( $n \geq 2$ )

On appelle racine n<sup>ièmes</sup> de Z, tout nombre complexe Z tel que :  $Z^n = Z$ . en posant  $Z = R e^{i\theta}$  et  $Z = r e^{i\alpha}$ .

Les racines n<sup>ièmes</sup> de Z sont alors :

$$Z_k = \sqrt[n]{R} e^{t(\frac{\theta}{n} + \frac{2k\pi}{n})} \text{ avec } k \in \{0, 1, \dots, n-1\}$$

## 2- Nombre complexe et configuration du plan

Le plan est muni d'un repère  $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ . On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives  $Z_A, Z_B, Z_C$ , et  $Z_D$

Condition des points	Conséquences complexe
Les points A, B et C sont alignés	$\frac{Z_C - Z_B}{Z_C - Z_A} \in \mathbb{R}$
ABC est un triangle isocèle en A	$\left  \frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A} \right  = 1$
ABC est un triangle rectangle en A	$\frac{Z_C - Z_B}{Z_B - Z_A} \in i\mathbb{R}^*$
ABC est un triangle isocèle en A	$\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A} \in \{ i, -i \}$
ABC est équilatéral	$\frac{Z_C - Z_B}{Z_B - Z_A} \in \{ e^{i\frac{\pi}{3}}; e^{-i\frac{\pi}{3}} \}$
La droite (AB) $\perp$ (CD)	$\frac{Z_D - Z_C}{Z_D - Z_A} \in i\mathbb{R}^*$
Les points A, B, C et D cocycliques	$\frac{Z_C - Z_B}{Z_C - Z_A} \div \frac{Z_D - Z_B}{Z_D - Z_A} \in \mathbb{R}^* \in \mathbb{R}$

## Chapitre 2 : Généralités sur les fonctions numériques à variable réelle

### I- Réduction du domaine d'étude

#### 1- Fonction paire

Si une fonction  $f$  est paire, l'axe des ordonnées, en repère orthogonal, est axe de symétrie de la représentation graphique de  $f$ .

#### 2- Fonction impaire

Une fonction est impaire si seulement si :

Pour tout  $x \in D_f, -x \in D_f$  et  $f(-x) = -f(x)$

Si  $f$  est impaire, l'origine est centre de symétrie de la graphique de  $f$

#### 3- Sens de variation d'une fonction

Soit  $f$  une fonction numérique définie sur un intervalle  $I$

- Dit que  $f$  est strictement croissante sur  $I$  signifie :  
 $\forall (x_1, x_2) \in I^2, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$
- $f$  strictement décroissante  $\Leftrightarrow \forall (x_1, x_2) \in I^2, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$
- Dit que  $f$  constante  $\Leftrightarrow \forall (x_1, x_2) \in I^2, f(x_1) = f(x_2)$

### II- LIMITE, CONDUITE ET DERIVABILITE

#### 1- Comparaisons de fonction et limite

Soit  $f, g$  et  $h$  des fonctions définies sur un intervalle  $I$  au voisinage de  $a$ .

Si pour  $x \in I, g(x) \leq h(x)$  et si  $g(x) \rightarrow 1 = \lim_{x \rightarrow a} h(x)$  alors  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 1$

#### 2- Continuité

Soit  $f$  une fonction définie sur un intervalle  $I$  et  $a$  est un nombre réel.

$f$  continue en  $x_a \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

#### 3- Dérivabilité

Soit  $f$  une fonction définie sur un intervalle  $I$  contenant  $x_0$ . Non réduit à  $\{x_0\}$  est dérivable en  $x_0 \Leftrightarrow$  la fonction  $\sigma(x)$  définie sur  $I \setminus \{x_0\}$  par  $\sigma(x) = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$  a une limite finie  $k$  en  $x_0$ .

#### 4- Dérivée d'une fonction composée

Une fonction  $f$  dérivable sur un intervalle  $I$  et  $g$  une fonction  $f$  dérivable sur  $J = f(I)$ .  $I \xrightarrow{f} f(I) \xrightarrow{g} K$

La fonction  $g \circ f$  est dérivable sur un intervalle  $I$  et :  $(g \circ f)' = f'(g' \circ f)$ .  
Si  $x \in I$ ,  $(g \circ f)'(x) = f'(x) * g'[f(x)]$ .

### Chapitre 3 : Suites numériques

#### I. Généralités

##### 1. Définition

On appelle suite numérique, toute fonction de  $\mathbb{N}$  vers  $\mathbb{R}$

$\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$

$U : n \rightarrow u_{(n)}$

$u_{(n)}$  sera notés  $u_n$

##### 2. Suites monotones

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite numérique

- $(u_n)$  est strictement croissante (respectivement croissante) si

$\forall n \in \mathbb{N}, u_n \leq u_{(n+1)}$  (respectivement)  $u_n \leq u_{n+1}$

- $U_n$  est strictement décroissante (respectivement décroissante) si  $\forall n \in \mathbb{N}, u_n > u_{(n+1)}$  (respectivement)  $u_n > u_{n+1}$

$U_n$  est dite monotone si elle est soit croissante, soit décroissante.

##### 3- Suite bornée

Soit  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite numérique.

- La suite  $(U_n)$  est majorée s'il existe un nombre réel  $M$  tel que  $U_n \leq M$
- La suite  $(U_n)$  est minorée  $\Leftrightarrow \exists m \in \mathbb{R}$  tel que  $U_n \geq m \forall n \in \mathbb{N}$ .
- $(U_n)$  est dite bornée si elle est à la fois majorée et minorée. c'est-à-dire  $\exists (m, M) \in \mathbb{R}^2$  tel que  $m \leq U_n \leq M$

### II- SUITE ARITHMETIQUES – SUITE GEOMETRIQUES

#### 1 – Suite arithmétiques

- On dit que  $(U_n)$  est **arithmétique** si il existe  $r \in \mathbb{R} / U_{n+1} = U_n + r, \forall n \in \mathbb{N}$  avec  $r =$  **raison de  $(U_n)$**

La formule explicite d'une suite arithmétique de raison  $r$  est :  $U_{n+1} = U_n + (n-p)r$ , avec  $p \in \mathbb{N}$

- La somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique  $u$  est :

- $S =$  **nombre de termes**  $\frac{\text{1er terme} + \text{dernier terme}}{2}$

- $S = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n = (U_0 + U_n) \frac{n+1}{2}$

#### 2 – Suites géométriques

On dit qu'une suite  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est géométrique s'il existe  $q \in \mathbb{R} / \forall n \in \mathbb{N}, V_{n+1} = qV_n + r$ , avec  $q =$  **raison de  $(V_n)$** .

L'expression générale de  $(V_n)$  est  $V_n = V_p \times q^{(n-p)}$

- La somme des termes consécutifs d'une suite géométrique ( $V_n$ ) de raison  $q$  est :
- $S = 1^{\text{er}} \text{ terme } (1-q^{\text{nbre de terme}}) / (1-q)$
- $S = V^o * \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$  avec  $q \neq 1$

## Chapitre 4 ; Calcul intégral

### I- INTEGRAL D'UNE FONCTION CONTINUE

#### 1. Définition

Soit  $f$  une fonction réelle continue sur un intervalle  $K$ ,  $a$  et  $b$  deux éléments de  $K$ . On appelle **intégral de  $a$  à  $b$  de  $f$** , le nombre réel  $F(b) - F(a)$  où  $F$  est primitive de  $f$  sur  $K$ . On note

$$F(b) - F(a) = \int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b$$

#### 2. Propriétés

- $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$
- $\int_a^a f(x) dx = 0$
- $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$  (relation de Chasles)
- $\int_a^b (f + g)(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$  ;  $a \in \mathbb{R}$

#### 3. Intégration par partie

Soit  $u$  et  $v$  deux fonctions dérivables sur  $[a, b]$  de dérivées respectives  $u'$  et  $v'$ . Si  $u'$  et  $v'$  sont continue sur  $[a, b]$  alors :

$$\int_a^b u'(x)v(x) dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u(x)v'(x) dx$$

## CHAPITRE 5 : Equation Différentielles Linéaire à coefficient Constante

### I. Définition

On appelle **équation différentielle**, toute équation ayant pour inconnu une fonction et dans laquelle figure au moins une des dérivées successives de la fonction inconnue.

### II. Résolution d'une équation différentielle

#### 2. Equation du type $y'=f(x)$ et $y''=g(x)$

Pour résoudre les équations différentielles de la forme  $y'=f(x)$ , on cherche une primitive  $F(x)$  de  $f(x)$

#### Exemple

Résoudre sur  $]\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$ , l'équation  $y'' = 1 + \tan^2 x$

$$y'' = 1 + \tan^2 x \Leftrightarrow y' = \tan x + k \quad (k \in \mathbb{R})$$

$$\Leftrightarrow y = -\ln |\cos x| + kx + p \text{ avec } (k, p) \in \mathbb{R}^2$$

$$\Leftrightarrow y = -\ln \cos x + kx + p \text{ car } \forall x \in ]\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[ \cos x > 0$$

L'ensemble des solutions sont fonctions  $g_{(k,p)}$  définie sur  $]\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$  par

$$g_{(k,p)} x = -\ln(\cos x) + kx + p \text{ avec } (k, p) \in \mathbb{R}^2$$

#### 2. Définition Equation du type $ay'+by = 0$

Les solutions sur  $\mathbb{R}$  de l'équation différentielle  $ay'+by = 0$  sont les fonctions  $x \mapsto ke^{-\frac{b}{a}x}$  avec  $k \in \mathbb{R}$

#### 3. Equation du type $ay''+by'+cy = 0$ avec $(a,b,c) \in \mathbb{R}^3$

##### i. Equation caractéristique

Pour résoudre une équation différentielle du second degré du type  $ay'' + by' + c = 0$ , on se sert de son équation caractéristique du type  $ar^2 + br + c = 0$

**ii. Méthode de résolution**

On calcule le discriminant  $\Delta = b^2 - 4ac$  et l'un des cas  $\Delta = 0$ ,  $\Delta < 0$ ,  $\Delta > 0$  peut se présenter. Les différentes possibilités sont consignées dans le tableau suivant :

$\Delta = b^2 - 4ac$	Solution de l'équation caractéristique	Solution de l'équation différentielle
$\Delta > 0$	Deux solutions réelles $r_1 = -\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $r_2 = -\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$	$x \mapsto y(x) = k_1 e^{r_1 x} + k_2 e^{r_2 x}$ avec $(k_1, k_2) \in \mathbb{R}^2$
$\Delta = 0$	Une solution double $r_0 = -\frac{b}{2a}$	$x \mapsto y(x) = (k_1 x + k_2) e^{r_0 x}$ avec $(k_1, k_2) \in \mathbb{R}^2$
$\Delta < 0$	Deux solutions complexes $r = \alpha + i\beta$ ; $\bar{r} = \alpha - i\beta$	$x \mapsto (k_1 \cos \beta x + k_2 \sin \beta x) e^{\alpha x}$

**Chapitre 6 : Probabilités**

**I-DENOMBREMENTS**

**1- Situations additives –situations multiplicatives**

Soit A et B deux ensembles finis

- $\text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B) - \text{Card}(A \cap B)$   
Si  $A \cap B = \emptyset$  alors  $\text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B)$
- $\text{Card}(A * B) = \text{Card}(A) * \text{Card}(B)$  avec  $A * B = \{(x,y) \text{ tel que } x \in A \text{ et } y \in B\}$

**2- Dénombrement des applications**

Soit E un ensemble à n éléments

**a- Intersection – Réunion – Complémentaire – Différence – Partition d'Ensemble**

**a-1 Intersection**

$A \cap B = \{x \text{ tel que } x \in A \text{ et } x \in B\}$

Si  $A \cap B = \emptyset$  alors A et B Sont des parties disjointes de E

**a-2 Réunion**

La réunion de A et B est la partie de E notée  $A \cup B$ .

$A \cup B = \{x \text{ tel que } x \in A \text{ ou } x \in B\}$

**a-3 Complémentaire**

Le complémentaire de A dans E est la partie de E notée  $C_E^A$  ou  $\bar{A}$  est constitué des éléments de E qui n'appartiennent pas à A.

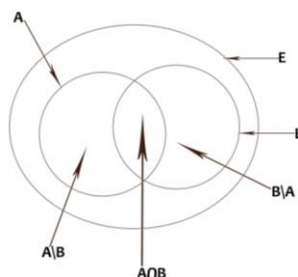
$C_E^A = \{x \in E, \text{tel que } x \notin A\}$

Exemple :  $C_Z^N = Z_-^*$

#### a-4 La différence

La différence de A et B est la partie de E notée A-B ou  $A \setminus B$  et constituée des éléments de A qui n'appartiennent pas à B

$$A \setminus B = \{x \in E \text{ tel que } x \in A \text{ ou } x \notin B\}$$



$$A \cup B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \cup (A \cap B)$$

#### a-5 Partition d'ensemble

Les parties d'un ensemble E forment une partition si et seulement si :

- Elles sont toutes non vides ;
- Elles sont disjointes deux à deux ;
- Leur réunion est égale à E.

#### b- Propriétés

Soit E un ensemble fini, A et B deux parties de E.

- $\text{Card}(A \cup B) = \text{Card} A + \text{Card} B - \text{Card}(A \cap B)$ . Si  $A \cap B = \emptyset$  alors  $\text{Card}(A \cup B) = \text{Card} A + \text{Card} B$
- $\text{Card}(A \setminus B) = \text{Card} A - \text{Card}(A \cap B)$
- $\text{Card} \bar{A} = \text{Card} E - \text{Card} A$
- Si  $A \subset B$  alors  $\text{Card} A \leq \text{Card} B$

## II- P – UPLET D'UN ENSEMBLE

### 1- Définition

Soit un ensemble à n éléments et p un entier naturel non nul. On appelle **p-uplet de E**, tout l'élément de l'ensemble  $E^p$ .

**Exemple :**  $E = \{2, 4, 6, 8\}$

(2, 6, 8) est un 3-uplet de E. (2, 4, 6, 8) est un 4-uplet de E.

### Propriétés

- Le nombre de p-uplet d'un ensemble à n éléments est  $n^p$
- Le nombre de triage successifs N de p objets parmi n objets en remettant à chaque fois l'objet tiré est :  $N = n^p$

### 1- Arrangement

#### a- Définition

Soit un ensemble à n éléments et p un entier naturel non nul tel que  $p < n$ . On appelle Arrangement, tout p-uplet d'éléments de E deux à deux distincts.

Exemple :  $E = \{2, 4, 6, 8\}$  (2, 6, 8) est un 3-arrangement de E.

(2, 2, 3) est 3-uplet de E qui n'est pas un 3-arrangement de E.

#### b- Propriétés

Soit n et p deux entiers naturels tel que  $1 \leq p \leq n$  et E un ensemble à n éléments

- Le nombre d'arrangement de p – éléments de E est l'entier naturel noté  $A_n^p$  et définie par :  
$$A_n^p = n(n-1)(n-2) \dots (n-p+1)$$

$$A_7^4 = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840$$

- Le nombre d'application injective d'un ensemble A à p élément vers un ensemble B à n élément est  $A_n^p$ .
- Le nombre est tirage de p – objet parmi n objets sans remettre l'objet tiré après chaque tirage est  $A_n^p$

## 2- Permutation

### a- Définition

Soit E ensemble à n éléments. On appelle permutation de E tout arrangement de n éléments de E.

### b- Factoriel d'un entier naturel

Soit n un entier naturel non nul. On appelle factorielle de n le nombre entier naturel note  $n! = n(n-1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$

Par convention,  $0! = 1$ ,  $n! = (n-1)!$ ,  $A_n^p = n!$ ,  $A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$ ,  $A_n^1 = n$ ,  $A_n^0 = 1$ .

### c- Propriétés

Le nombre de permutation des éléments d'un ensemble E à éléments est n !

### d- Anagramme

On appelle anagramme d'un mot, toute permutation des lettres de ce mot ayant un sens ou non. Par exemple "impaire" et "marie" sont les anagrammes du mot "aimer".

Si un mot contient n lettres tous distincts deux à deux, alors le nombre d'arrangement de ce mot est n !.

Si un mot contient n lettre dont  $(1,2,\dots,p)$  sont répétés  $n_1, n_2, \dots, n_p$  fois alors le nombre d'anagramme de ce mot est :  $\frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_p!}$

## III- COMBINAISON

### 1-Définition

Soit E un ensemble à n éléments et p un entier naturel tel que  $p \leq n$ . On appelle combinaison de p éléments de E ou combinaison d'ordre p de E tous sous ensemble ou toutes parties de E ayant p éléments.

### 2-Propriétés

Le nombre de combinaison de p éléments d'un ensemble d'un ensemble à n élément est noté :  $C_p^n$

$$C_p^n = \frac{n!}{p!(n-p)!}; C_p^n = \frac{A_p^n}{p!}; C_n^0 = 1; C_n^1 = n; C_n^n = 1; C_p^n = C_p^{n-p}$$

Un tirage simultané du p objets parmi n objets peut être considéré comme une combinaison de p éléments dans un ensemble à n éléments. Donc le nombre de tirage possible est  $C_p^n$

## IV- PROBABILITES

### 1- Définition

Soit  $\Omega$  l'univers associé à une expérience aléatoire. Une probabilité sur  $\Omega$  est une application notée p. g:  $p(\Omega) \rightarrow [0,1]$  qui à toute partie A de  $\Omega$  associe le nombre réel p(A) appelé probabilité de l'événement A et qui vérifie les conditions suivantes :

- $\forall A \subset \Omega, 0 \leq p(A) \leq 1$
- $p(\Omega) = 1$

## Tableau récapitulatif

Les p objets tirés parmi n objets	Les objets tirés sont ordonnés	Les objets tirés sont nécessairement distinct	Formulation	Nombre de tirage possible
Type de tirage				
Tirage successif avec remise	Oui	Non	P-uplet	$n^p$
Tirage successif sans remise	Oui	Oui	P-arrangement	$A_p^n$
Tirage simultané	Non	Oui	Combinaison de p élément de E	$C_p^n$

### 2- Propriétés

Soit p une probabilité définie sur un univers  $\Omega$ . A et B deux événements :

- Si  $A \subset B$  alors  $p(A) \leq p(B)$ .
- $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$
- $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

### 3- Evènement équiprobable

#### a- Définition

Soit p une probabilité définie sur un univers  $\Omega$ . A et B sont deux événements équiprobable si et seulement si  $p(A)=p(B)$ .

#### b- Situation d'équiprobabilité

Les situations d'équiprobabilité sont généralement suggérées par des expressions suivantes :

- Tirage au hasard, dé non pipé, dé non truqué,..., cartes bien battues.

#### c- Propriétés

Soit p une probabilité définie sur un univers non vide  $\Omega$ . Si tous les événements élémentaire de  $\Omega$  sont équiprobable, pour tout événement A de  $\Omega$ . on a :

$$P(A) = \frac{\text{Card } A}{\text{Card } \Omega}$$

$$P(A) = \frac{\text{nombre de cas favorable}}{\text{nombre de cas possible}}$$

## V- PROBABILITE CONDITIONNELLE –EVENEMENTS INDEPENDENTS

### 1- Probabilité conditionnelle

#### a- Définition

Soit  $\Omega$  l'univers associé à une expérience aléatoire ; A un événement de  $\Omega$  tel que  $p(A) \neq 0$  et l'application  $P_A : p(\Omega) \rightarrow [0,1]$

$$B \mapsto P_A(B) \text{ avec } P_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$

$P_A(B)$  = probabilité de B sachant que l'évènement A est réalisé.

#### b- Propriétés

Si A et B sont deux événements tels que  $p(A) \neq 0$  et  $p(B) \neq 0$  alors

$$P(A \cap B) = P_A(B) * P(A) = P_B(A) * P(B)$$

### 2- Evènement indépendant

### a- Définition

Soit p une probabilité définie sur un univers  $\Omega$ ; A et B deux événements compatibles, on dit que A et B sont indépendants si et seulement si

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B)$$

### b- Propriétés

Si A et B sont indépendants

- $P_A(B) = P(B)$
- $P_B(A) = P(A)$

## VI- VARIABLE ALEATOIRE

### 1- Loi de la probabilité d'une variable aléatoire

Valeur de $X=x_i$	$x_1$	$x_2$	.....	$x_n$
$P(X=x_i)$	$p_1$	$p_2$	.....	$p_n$

### 2- Caractéristique d'une variable aléatoire

Soit p une probabilité définie sur un univers  $\Omega$  et x une variable aléatoire réelle définie sur  $\Omega$  telle que

$$X(\Omega) = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$$

#### a- Espérance mathématique

On appelle espérance mathématique de x, le nombre réel noté  $E(x)$  ou X est définie par

$$E(x) = x_1 p(X=x_1) + \dots + x_n p(X=x_n)$$

$$E(x) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$$

#### b- Variance et écart type

On appelle variance de la variable aléatoire x, le nombre réel positif noté  $V(x)$  et définie par :

$$V(x) = (x_1 - m)^2 p_1 + \dots + (x_n - m)^2 p_n \quad \text{ou } m = E(x)$$

$$V(x) = E(x^2) - [E(x)]^2 \quad \text{avec } E(x^2) = x_1^2 p_1 + x_2^2 p_2 + \dots + x_n^2 p_n$$

On appelle écart - type de x, la racine carrée de la variance.

$$\sigma = \sqrt{V(x)}$$



RESUME DE COURS DE  
PHYSIQUE TERMINALE D ET C

## MEQUANIQUE

### CHAPITRE 1 : Cinématique de point, cinématique à une dimension

C'est le cas particulier de la trajectoire rectiligne où on a l'équation  $x(t)$  avec une origine, un sens et une unité de mesure de longueur repérant le module.

#### Vitesse moyenne

$$V_m = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

#### Vitesse instantanée

$$V = \frac{dx}{dt}$$

#### Mouvement Rectiligne Uniforme (MRU)

C'est le cas où  $V(t)$  est constante.

- $V(t) = V_0 \Rightarrow a = \frac{dv}{dt} \rightarrow a = 0$
- $V(t) = V_0 \Rightarrow V_0 = \frac{dx}{dt} \rightarrow X(t) = X_0 + V_0(t - t_0)$

#### Mouvement Rectiligne Uniforme Varié (MRUV)

C'est le cas où  $a(t)$  est constante.

$$\frac{dv}{dt} = a \rightarrow V(t) = V_0 + a_0(t - t_0)$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = V_0 + a_0(t - t_0) \rightarrow X(t) = X_0 + V_0(t - t_0) + \frac{1}{2} a_0(t - t_0)^2$$

**Conséquence :**  $V^2 - V_0^2 = 2a(x - x_0)$

#### **NB**

- Si  $\vec{a} \cdot \vec{v} > 0$  mouvement rectiligne accéléré
- Si  $\vec{a} \cdot \vec{v} < 0$  mouvement rectiligne retardé
- Si  $\vec{a} \cdot \vec{v} \geq 0$  mouvement rectiligne uniforme

### Cinématique à plusieurs dimensions

#### Repère cartésien R ( $\vec{o}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ )

**Vecteur position**  $\vec{OM} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad OM = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

**Vecteur vitesse**  $\vec{V} \begin{pmatrix} V_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \\ V_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y} \\ V_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z} \end{pmatrix} \quad V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$

**Vecteur accélération**  $\vec{a} \begin{pmatrix} V_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} \\ V_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y} \\ V_z = \frac{dz}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2} = \ddot{z} \end{pmatrix} \quad a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

#### Repère curviligne : base de Frenet ( $\vec{O}, \vec{Z}, \vec{n}$ )

a- Abscisse curviligne :  $\vec{OM} = S_M$

b- Vecteur vitesse :  $\vec{V} = \frac{dz}{dt} \vec{Z}$

c- Vecteur accélération :  $\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{Z} + \frac{v^2}{r} \vec{n}$  avec  $a_1 = \frac{dv}{dt}$  et  $a_2 = \frac{v^2}{r}$

#### Mouvement circulaire uniforme (MCU)

Ici, la trajectoire est un cercle et de vitesse constante.

Equations horaires  $\theta = \omega t + \theta_0$

$$S = V_0 t + S_0$$

### Gradeurs caractéristiques

Période T(s)	Fréquence N(Hz)...	Abscisse curviligne S(m) et angulaire $\theta$ (Rad)	Vitesse angulaire en w (rad)	Accélérateur en m/s <sup>2</sup>
$T = \frac{2\pi}{w}$	$N = \frac{1}{T}$	$S = R \theta$	$W = \frac{d\theta}{dz} = \frac{1}{R} \frac{dS}{dt}$	$\vec{a} = \frac{\vec{v}}{R} \vec{n}$

### Nature de la trajectoire

Equation de la trajectoire	Nature de la trajectoire
$Y = ax + b$	Droite
$Y = ax^2 + bx + c$	Parabole
$x^2 + y^2 = a^2$	Cercle de rayon a

## Chapitre 2 : Mouvement du centre d'inertie d'un système matériel Objectif spécifique

Appliquer la relation  $\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}_G$  à un solide dans un référentiel galiléen

### 1- Travail d'une force constante

#### 1.1- Définition

$W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \cdot AB \cdot \cos \alpha$  ou  $\alpha = \widehat{\vec{F}, \vec{AB}}$  avec  $W(\vec{F})_{A \rightarrow B}$  en (J), F en (N) et AB en (m).

#### 1.2- Travail du poids d'un corps

##### a- Plan incliné

- Le corps monte :  $W(\vec{P})_{A \rightarrow B} = -mgh$
- Le corps descend :  $W(\vec{P})_{A \rightarrow B} = mgh$

$$\text{NB: } W(\vec{R}_n)_{B \rightarrow A} = W(\vec{R}_n)_{A \rightarrow B} = 0 \text{ car } \vec{R}_n \perp \vec{AB}$$

##### b- Pendule élastique

$$\text{NB: } W(\vec{T})_{B \rightarrow A} = W(\vec{T})_{A \rightarrow B} = 0 \text{ car } \vec{T} \perp \vec{l}$$

#### 1.3- Travail de force de frottement

$$W(\vec{f})_{A \rightarrow B} = -F \cdot AB$$

### 2- Puissance d'une force constante

- $P_m = \frac{W(\vec{F})}{\Delta t}$  où  $P_m$  est la puissance moyenne.
- $P_t = \vec{F} \cdot \vec{V}$  où  $P_t$  est la puissance instantanée.

### 3- Théorème du centre d'inertie

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}_G$$

### 4- Théorème de l'énergie cinétique

$$\sum \vec{F}_{ext} = \Delta E_c$$

### 5- Méthode de résolution d'un problème en mécanique

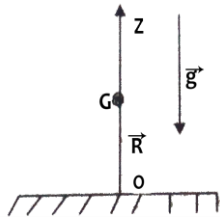
- Préciser le système à étudier

- Préciser le référentiel galiléen utilisé muni d'un repère orthogonal approprié
- Faire le bilan des extérieures, puis les représenter sur un schéma
- Appliquer le théorème du centre ou le théorème de l'énergie cinétique

### Chapitre 3 : Mouvement d'une particule dans le champ de pesanteur terrestre

#### 1.1 Chute libre rectiligne

##### a- Sans vitesse initiale $V_0 = 0$



$$\vec{a} = \vec{g} \Rightarrow \underline{a}_z = -g$$

$$\underline{V}_z = -gt \Rightarrow Z = \frac{1}{2}gt^2 + Z_0$$

##### b- Avec $V_0 \neq 0$

$$\underline{a} = -g \Rightarrow V = -gt + V_0$$

$$Z = \frac{1}{2}gt^2 + V_0t + Z_0$$

#### 1.2 Chute libre parabolique (figure ci-dessous)

$$\vec{P} = m\vec{a}_g \text{ or } \vec{P} = m\vec{g} \text{ d'où } \vec{a}_g = \vec{g} = -g\vec{j} \text{ donc } \vec{a} \begin{pmatrix} \ddot{X} = 0 \\ \ddot{Y} = -g \\ \ddot{Z} = 0 \end{pmatrix} \quad \vec{V}_0 \begin{pmatrix} \dot{x}_0 = V_0 \cos \alpha \\ \dot{y}_0 = V_0 \sin \alpha \\ \dot{z}_0 = 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

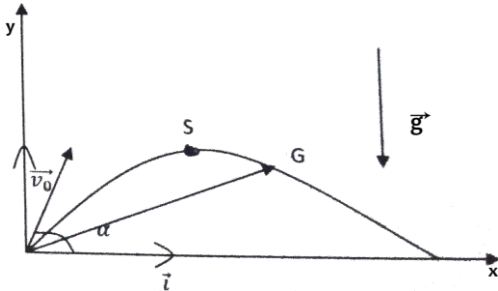
$$\vec{V} \begin{pmatrix} \dot{x}_0 = V_0 \cos \alpha \\ \dot{y}_0 = -gt + V_0 \sin \alpha \\ \dot{z}_0 = 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{OG} \begin{pmatrix} x = V_0 t \cos \alpha \\ y = \frac{1}{2}gt^2 + V_0 t \sin \alpha \\ z = 0 \end{pmatrix}$$

**Equation Cartésienne :**  $t = \frac{1}{V_0 \cos \alpha}$  donc on a :  $y = \frac{-g}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$

**Flèche :**  $V_y = 0 \Rightarrow Y_S = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$

**Portée horizontale :**  $Y_B = 0 \Rightarrow X_B = OB = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{2g}$



### Chapitre 4 : Mouvement d'une particule dans le champ électrique

#### 1- Définition

$$\vec{F} = q\vec{E} \text{ en module } F = |q|E.$$

Si  $q > 0$ ,  $\vec{F}$  et  $\vec{E}$  ont même sens.

Si  $q < 0$ ,  $\vec{F}$  et  $\vec{E}$  sont de sens contraire.

## Caractéristique du champ électromagnétique

- Direction : perpendiculaire aux plaques
- Sens : celui des potentiels décroissants
- Valeur :  $E = \frac{IU_{AB}}{d}$  ou  $U_{AB}$  est la tension aux bornes des plaques

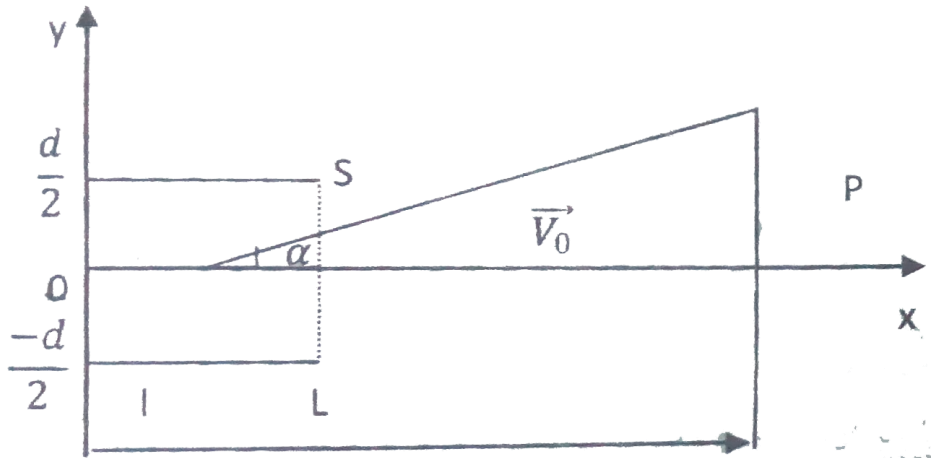
### Différence de potentiel

- $U_{AB} = V_A - V_B = E \cdot AB \cdot \cos \alpha$  ou  $\alpha = (\vec{E}, \vec{AB})$

### Travail de la force électrostatique

- $W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = q\vec{E} \cdot \vec{AB}$

### Etude de mouvement



$$\vec{F} = q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m} \quad \vec{j} \Rightarrow \vec{a} \begin{pmatrix} x = 0 \\ y = \frac{q\vec{E}}{m} \\ z = 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{V}_0 \begin{pmatrix} x = V_0 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{pmatrix}$$

#### a- Equation horaire

$$\vec{V} \begin{pmatrix} x = V_0 \\ y = \frac{q\vec{E}}{m}t \\ z = 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{OG} \quad \begin{matrix} x = V_0 t \\ y = \frac{1}{2} \frac{q\vec{E}}{m} t^2 \\ z = 0 \end{matrix}$$

#### b- Equation cartésienne

$$\vec{V} \begin{pmatrix} x = V_0 \\ y = \frac{q\vec{E}}{m}t \\ z = 0 \end{pmatrix} \text{ donc on a : } t = \frac{x}{V_0} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \frac{qE}{2mV_0^2} X^2 = \frac{1}{2} \frac{qU}{2dV_0^2} X^2$$

#### c- Définition élastique

$$\tan \alpha = \frac{O'P}{L \frac{t}{2}} = \frac{Y_s}{\frac{t}{2}} \Rightarrow O'P = \left(L - \frac{t}{2}\right) \times 2 \times \frac{Y_s}{t} \Rightarrow \frac{qui^2}{2mdV_0^2}$$

$$\Rightarrow O'P = \left(L - \frac{t}{2}\right) \times \frac{qut}{2mdV_0^2}$$

NB : pour que particule puisse sortir des plaques il faut :

$$\frac{Y}{S} < \frac{d}{2} \Rightarrow \frac{qui^2}{2mdV_0^2} < \frac{d}{2}$$

## Chapitre 5 : Pendule Elastique

### 1- Force de rappel ou tension du ressort

C'est la force qui tend à ramener le ressort vers sa position initiale. Elle est caractérisée par :

- Sa direction : axe ressort
- Son sens : opposé au mouvement de ressort

- Sa valeur :  $T = KX = K [|t - t_0|]$  avec  $K$  en  $N.m^{-1}$

### Oscillateur mécanique

Système mécanique animé d'un mouvement de va et vient autour de sa position d'équilibre

### Equation différentielle

D'après le théorème du centre d'inertie :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{T} + \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_G.$$

Par projection sur l'axe OX (fig1) :

$$-T + 0 + 0 = ma_G \Rightarrow -KX = m\ddot{X} \Rightarrow \ddot{X} + \frac{K}{M}X = 0$$

La solution de cette équation est :  $X(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \rho)$

### Grandeur caractéristique

- $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  est pulsation propre
- $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$  est période propre
- $N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$  est fréquence propre

$X_m$  : amplitude ou élongation maximale du mouvement

$\omega_0 t + \rho$  : la phase à la date  $t$

$\rho$  : La phase à l'origine

### Etude énergétique

L'énergie mécanique est constante.

## ELECTROMAGNETIQUE

### **Chapitre 6: Champ, magnétique et action d'un champ magnétique sur une particule chargée**

#### Champ magnétique

Il règne un champ magnétique, lorsqu'une aiguille aimantée y subit des actions. Les Caractéristiques sont:

- Point d'application:  $M$  considéré
- Direction : celle d'une aiguille aimantée au point  $M$
- Sens: du sud vers le nord
- Valeur: dépend de la source et du point considéré en  $(T)$ .

#### Champ magnétique crée par un solénoïde

C'est une bobine de très grande longueur.

#### Caractéristiques

- Direction : celle de l'axe de la bobine ;
- Sens : dans le sens sud-nord du solénoïde
- Valeur  $B = \mu_0 n I = \mu_0 \frac{N}{L} I$

#### Composition de champ magnétique

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \Rightarrow B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$$

#### Action d'un champ magnétique sur une particule chargée

##### 1- Force de Lorentz

Elle est caractérisée par :

- Direction  $\vec{F}$  est perpendiculaire à  $\vec{V}$  et  $\vec{B}$
- Sens : le trièdre  $(q\vec{V}, \vec{B}, \vec{F})$
- Valeur :  $F = |q| V B \sin(\angle V, \vec{B})$

## 2- Mouvement d'une particule chargée »e dans un champ $\vec{B}$ uniforme

### Mouvement plan

Appliquons le théorème du centre d'inertie à la particule dans le repère  $R(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

$$\vec{f} = q \vec{v} \wedge \vec{B} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{v} \wedge \vec{B}}{m}. \text{ Le repère } R(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}) \text{ est tel que } \vec{k} // \vec{B} \text{ et } \vec{i}, \vec{j}, \text{ perp } \vec{B}$$

$a_z = \ddot{z} = \vec{a} \cdot \vec{k}$  car  $\vec{a}$  perp  $\vec{k} \Rightarrow v_z = 0$  car la particule est en  $o$  à  $t_0$ . Le mouvement se déroule dans le plan orthogonal, c'est-à-dire dans le plan  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

### Mouvement Uniforme

La puissance  $P = \vec{f} \cdot \vec{v} = 0$  et  $P = \frac{w(F)}{\Delta t} = 0$ , donc  $W_{(F)} = 0$ . En appliquant le théorème de l'énergie cinétique  $\Delta E_c = W_{(F)} = 0$  donc  $V = V_0 = \text{cste}$

### Mouvement Circulaire

On a  $\vec{a} = \frac{v^2}{R} \vec{n} + \frac{dv}{dt} \vec{z}$  or  $V = V_0 = \text{cste}$  donc  $\frac{dv}{dt} = 0$

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R} \vec{n} = \frac{q \vec{v} \wedge \vec{B}}{m} \Leftrightarrow \frac{v^2}{R} \frac{|q| v B}{m} = \frac{m v}{|q| B}$$

$M, V, q$  et  $B$  sont constantes donc  $R = \text{cste}$  donc le mouvement est circulaire.

## Chapitre 7 : Induction Electrique et Auto-induction

### Le flux magnétique

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cos(\angle \vec{B}, \vec{S})$$

### Apparition du phénomène d'induction

La f.é.m induit  $e$  se calcule par la relation :  $e = - \frac{d\Phi}{dt}$

### Méthode pratique

- Identifier la ou les processus qui produisent la variation du flux du champ magnétique
- Déterminer l'expression du flux Total  $\Phi(t)_{\text{total}} = N \varphi_i(t)$  ou  $\varphi_i(t)$  désignée dans une spire et  $N$ , le nombre total de spire dans lesquelles est produite la variation du flux
- Déterminer l'expression de la force électromotrice (f.é.m)  $e = \frac{d(N\varphi_1(t))}{dt}$

d- utiliser la loi de lenz pour détermine le sens du courant induit dans le circuit Comporte une résistance  $A$ , l'intensité du courent dans celle-ci est donné par la relation

$$i = \frac{|e|}{R} \text{ et la puissance dissipé du courent est donne par la relation } P = Ri^2$$

### Flux propre

$$\Phi = LI. \text{ C'est en Weber (Wb)}$$

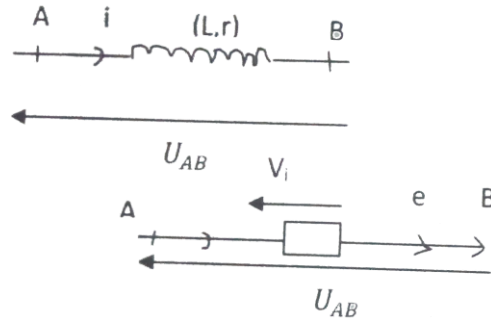
### Inductance d'un solénoïde

$$\Phi = \pi_0 \frac{N^2}{l} i \text{ en Henry (H)}$$

### Force électromotrice auto induit

$$e = -L \frac{di}{dt} \text{ en Volt (V)}$$

### Tension aux bornes d'une bobine



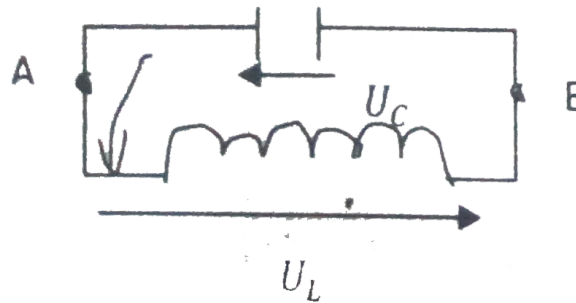
Figure

- Si  $r \neq 0$  (cas d'une bobine réelle) alors  $U_{AB} = ri - e = ri + L \frac{di}{dt}$
- Si  $r = 0$  (car d'une bobine idéale) alors  $U_{AB} = -e = L \frac{di}{dt}$

**Energie emmagasinée dans une bobine idéale**

$E = \frac{1}{2} Li^2$  avec E en Joules (J)

**Chapitre 8 : Circuits oscillants étude de la décharge du condensateur dans la bobine**



- Pour une bobine inductive non résistive, la relation générale de la tension  $U_L = r i - e$  devient  $U_L = L \frac{di}{dt}$  avec  $r = 0, e = -L \frac{di}{dt}$  avec  $i = \frac{dq}{dt}$
- $U_C = L \frac{q}{C} =$  tension du conducteur
- $L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0$  ou  $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$  est l'équation différentielle.  $q = Q_m \cos(W_0 t + \varphi)$  est la solution de l'équation différentielle.
- Pulsation propre  $W_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  en  $\text{rad.S}^{-1}$
- Période propre  $T_0 = \frac{2\pi}{W_0} = 2\pi \sqrt{LC}$  en (S)
- Fréquence propre  $N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{W_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$  en (Hz)

**Etude énergétique**

**a- Energie électrique emmagasinée dans un condensateur**

$E_C = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} qU$  sa valeur maximale est  $E_{Cmax} = E_C = \frac{1}{2} \frac{q_m^2}{C} = \frac{1}{2} CU_m^2 = \frac{1}{2} Q_m U_m$

**b- Energie magnétique emmagasinée dans une bobine**

$E_L = \frac{1}{2} Li^2$  sa valeur maximale est  $E_{Lmax} = \frac{1}{2} LI_m^2$

**c- Energie totale emmagasinée dans un circuit oscillant non amortie**

$E_T = E_C + E_L = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} \frac{q_m^2}{C} = \frac{1}{2} LI_m^2$  donc  $E_T = \text{cste.}$

**Chapitre 9 : circuit RLC régime sinusoïdale forcé**

## Le courant alternatif sinusoïdal

Il est défini par  $i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi)$

$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$  est l'intensité efficace

$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$  est la tension efficace

$|\varphi| = \frac{2\pi}{T} T$  est la phase de tension U par rapport à i, avec T décalage horaire entre U et i en Seconde (S)

**NB :** Si I est pris comme référence on a :

- $\varphi > 0$ , u en avance sur i
- $\varphi < 0$ , u en retard sur i
- $\varphi = 0$ , u et i sont en phase.

### Notion d'impédance

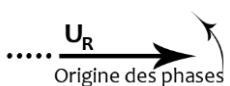

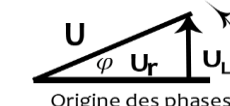

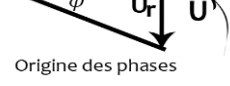
Dipôles considérés	Impédance
Conducteur ohmique	$Z = R$
Bobine idéale ( $r = 0$ )	$Z = L\omega$
Bobine résistive ( $r \neq 0$ )	$Z = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}$
Condensateur	$Z = \frac{1}{c\omega}$
Condensateur et conducteur ohmique	$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{(c\omega)^2}}$
Circuit RLC série	$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{c\omega})^2}$

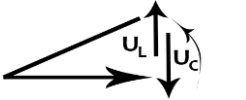
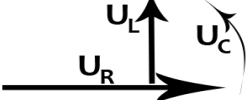
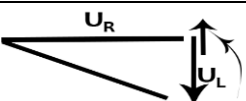
Elle est donnée par :

$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I} \text{ en } (\Omega).$$

Dans le cas de circuit RLC  $Z = \sqrt{(R + r)^2 + (L\omega - \frac{1}{c\omega})^2}$

### Cas particuliers

Dipôles	Construction De Fresnel	Phase $\varphi$
Conducteur ohmique		$\varphi = 0$
Conducteur non Résistive		$\varphi = + \frac{\pi}{2}$
Bobine Résistive		$\tan \varphi = \frac{L\omega}{r}$
Condensateur		$\varphi = - \frac{\pi}{2}$
Condensateur Et conducteur ohmique		$\tan \varphi = \frac{-1}{Rc\omega}$
Dipôles	Construction De Fresnel	Phase $\varphi$

<b>Circuit RLC Série</b>		$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$
		$\varphi = 0$
		$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$

**Remarque**

Un circuit RLC est globalement :

- Inductif si  $\omega > \omega_0$  ou  $\varphi > 0$  (1<sup>er</sup> cas notion de phase) ou  $L\omega < \frac{1}{C\omega}$  ou encore  $U_L < U_C$
- A la résonance si  $\omega = \omega_0$  ou  $\varphi = 0$  ou  $L\omega = \frac{1}{C\omega}$  ou encore  $U_L = U_C$

**Résonance d'intensité**

On a :

- U et i sont en phase =>  $\varphi = 0$
- L'intensité efficace  $I = I_m$
- Z est minimale  $Z = \sum R$  (somme des résistances)
- $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
- $U_L = U_C$  et  $U_C > U$  où U est la tension aux bornes du générateur facteur de qualité  $Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{W_0}{\Delta W} = \frac{2\pi L N_0}{\sum R}$

**Puissance**

- $P = U(t).i(t)$  c'est la puissance instantanée
- $P_m = UI \cos\varphi$

**Chapitre 10 : OPTIQUE : les lentilles minces distance focale**

$$\overline{OF'} = -\overline{OF} = f$$

- $\overline{OF} > 0$  la lentille est convergente
- $\overline{OF} < 0$  la lentille est divergente

**Vergence d'une lentille**

$$C = \frac{1}{\overline{OF'}} = \text{Vergence en } (\delta)$$

- C > 0 si la lentille converge
- C < 0 si la lentille diverge

**Position et grandeur**

**Relation de grandissement**

$$\delta = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

- $\delta > 0$  si l'image est droite par rapport à l'objet
- $\delta < 0$  si l'image est renversée par rapport à l'objet

**Relation de conjugaison**

$$\frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}}$$

- $\overline{OA'} > 0$  si l'image est réelle
- $\overline{OA'} < 0$  si l'image est virtuelle
- $\overline{OA} < 0$  si l'objet est réel
- $\overline{OA} > 0$  si l'objet est virtuel

## Chapitre 11 : Niveau d'énergie dans un atome

### Application à l'atome d'hydrogène

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2} \quad \text{avec} \quad E_0 = 13.6 \text{ et } n \in \mathbb{N}_*^+$$

$E_n$  et eV

- Pour  $n=1$ ,  $E_1 = -E_0$  : l'atome est à l'état fondamental
- Pour  $n \rightarrow \infty$  : l'atome est à l'état de référence
- Une transition entre deux états d'énergie  $E_n$  et  $E_p$  met en jeu l'énergie  $E = E_n - E_p = E_0 \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right)$ . Soit  $h\nu_{np} = \frac{hc}{\lambda} = E_0 \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right)$  d'où on en déduit la longueur d'onde du rayonnement électromagnétique  $\frac{1}{\lambda} = \frac{E_0}{hc} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right)$ . On appelle  $R_H = \frac{E_0}{hc}$  la constante de Rydberg qui vaut  $R_H = 1.0956 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$

## Chapitre 12 : Noyau atomique et réaction nucléaire

Un nucléide se représente par l'écriture  ${}^A_Z X$  avec :

A : nucléon ou masse / Z : nombre de proton

X : Symbole de l'élément / A-Z : nombre de neutron

A : nombre (nucléon ou masse)

Z : nombre de proton

Avec X : symbole de l'élément

A-Z : nombre de neutron

Défaut de masse  $\Delta m = m_i - M_x$   
 $m_i = Z \cdot m_p + N \cdot m_n$

Avec  $M_x$  = masse du noyau

**Energie de liaison**  $E_i = \Delta m C^2$  où  $E_i = Z \cdot m_p + (A - Z)m_n - M_x C^2$

**Energie de liaison par Nucléon**  $E_\alpha = \frac{E_i}{A}$

### Réactions Nucléaires

#### Les principales radios activités

- La radioactivité  $\alpha$  : c'est l'émission d'un noyau d'hélium de la particule  $\alpha$   
L'équation est :  ${}^A_Z Y \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2} Y + {}^4_2 He$
- La radioactivité  $\beta^+$  (émission d'électrons)  
 ${}^A_Z Y \rightarrow {}^A_{Z-1} Y + {}^0_1 e + {}^0_0 \nu$  (y est le neutrino)
- La désexcitation  $\varphi$   
 ${}^A_Z Y^* \rightarrow {}^A_Z Y + \varphi$  ( $Y^*$  est le noyau excité)

#### Lois de la radioactivité

- Conservation de la quantité de mouvement
- Conservation de l'énergie
- Conservation de la charge électrique
- Conservation du nombre de nucléons
- 

#### Décroissance radioactive

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$N$  = nombre de noyau à  $t$

$N_0$  = nombre de noyau à  $t_0 = t = 0$

$\rho$  = constante radioactive

### Activité

$$A = \frac{dN}{dt} \text{ d'où } A = \rho N$$

$$A = \rho N_0 e^{-\rho t} \text{ ou } A = A_0 e^{-\rho t}$$

Période ou demi-vie

$$T = \frac{\ln 2}{\rho}$$



RESUME DE COURS DE CHIMIE  
TERMINALE D ET C

## I- SOLUTION ACQUEUSE

### 1- Concentration molaire volumique

La Concentration molaire ou volumique molarité d'une espèce  $x$  par litre de solution se

Définie par :

$$[X] = C = \frac{n}{v}$$

$N$  = nombre de mole de l'espèce  $x$  moles (mol)

$V$  = volume de la solution en litre (L)

$C = [X]$  concentration de l'espèce en  $X$  en (mol/L)

Par ailleurs  $C = \frac{n}{v}$  est aussi  $C = [X] = \frac{m}{MV}$  avec  $n = \frac{m}{M}$  si la masse de soluté est donnée, le soluté est à l'état gazeux on a  $n = \frac{V_g}{V_0}$

$$[X] = C = \frac{V_g}{VV_0}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_g = \text{volume du gaz (soluté)} \\ V = \text{volume de solution} \\ V_0 = \text{volume molaire dans les CNTP} \end{array} \right.$$

### 2- Définition

La dilution est une opération qui consiste à diminuer la concentration d'une espèce chimique dans une solution.

#### Principe de dilution

Le nombre de moles du soluté dans la solution initiale ( $n_i$ ) est égale au nombre de mole du soluté dans la solution finale.

$$n_i = n_f \quad \text{d'où } C_i V_i = C_f V_f$$

$$V_f = V_i + V_e$$

$C_i$  : concentration initiale

$V_i$  : Volume initiale

$C_f$  : concentration finale

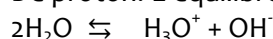
$V_f$  : volume final

$V_e$  : volume d'eau ajouté

### 3- Autoprotolyse de l'eau

L'Autoprotolyse de l'eau est une réaction chimique au cours de laquelle il y a transfert

De proton. L'équilibre d'autoprotolyse de l'eau s'écrit :



### 4- Produit ionique de l'eau $K_e$

$K_e = [H_3O^+] \times [OH^-]$  On définit la constante :

$$pK_e = -\log K_e \text{ à } 25^\circ C$$

$$K_e = 1,00 \cdot 10^{-14} \text{ et } pK_e = 14.$$

### 5- pH d'une solution

$$pH = -\log[H_3O^+] \text{ ou } [H_3O^+] = 10^{-pH} \text{ mol.L}^{-1}. \text{ Ensuite, } [H_3O^+] = \frac{K_e}{[OH^-]}$$

$$\text{donc } pH = -pK_e + \log[OH^-]. \text{ De même, } [OH^-] = \frac{K_e}{[H_3O^+]}$$

$$[OH^-] = 10^{-pK_e + pH}$$

### 6- Nature acido-basique d'une solution à 25°C

- Si  $[OH^-] < [H_3O^+]$  alors  $pH < 7,0$  donc la solution est acide.
- Si  $[OH^-] > [H_3O^+]$  alors  $pH > 7,0$  donc la solution est basique.
- Si  $[OH^-] = [H_3O^+]$  alors  $pH = 7,0$  donc la solution est neutre.

C'est le cas de l'eau pure ( $n_{OH^-} = n_{H_3O^+}$ )

- Plus  $[H_3O^+]$  est grande, plus  $pH$  est petit
- Plus  $[H_3O^+]$  est petit plus  $pH$  est grand.

### 7- Relation d'électro neutralité REN

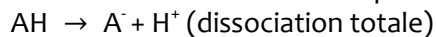
Une solution aqueuse contenant les ions ;  $H_3O^+$ ,  $OH^-$ ,  $A^{-\alpha}$ ,  $B^{-\beta}$  et  $C^{-\gamma}$  avec  $(\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{N})$  es électriquement neutre si : d'après REN  
 $[H_3O^+] + \alpha[A^{-\alpha}] = [OH^-] + \beta[B^{-\beta}] + \gamma[C^{-\gamma}]$

### 8- Concentration d'une solution commerciale

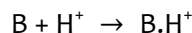
$$C_o = \frac{m}{MV_s} \text{ or } P = \frac{m}{m_s} \times 100 \text{ donc } \frac{m_s \times P}{100} \text{ or } m_s = \varphi_s V_s$$
$$C_o = \frac{m_s \times P}{100 \times V_s \times M} = \frac{\varphi_s V_s P}{100 \times V_s \times M} = \frac{\varphi_s P}{100 \times M} \text{ et } d = \frac{\varphi_s}{\varphi_e} \text{ et } \varphi_s = d \times \varphi_e \text{ alors}$$
$$C_o = \frac{Pd\varphi_e}{100M}$$

## II- Acide-base

Un acide dans une solution aqueuse est toute espèce chimique capable de céder un Proton ( $H^+$ )



Une base est toute espèce chimique capable de capter un proton ( $H^+$ ).



### 1- Acide fort

- Monoacide fort :  
 $pH = -\log[H_3O^+] = -\log C_a$ .  
 $C_a$  = concentration de l'acide fort.
- Diacide fort  
 $pH = -\log[H_3O^+] \text{ or } [H_3O^+] = 2C_a$  donc  
 $pH = -\log 2C_a$  avec  $10^{-6} \leq C_a \leq 10^{-1}$

### 2- Base forte

- Monibase forte  
 $[OH^-] = C_b$  ( $C_b$  concentration de la solution base fort).  
 $pH = 14 + C_b$   
 $C_b = [OH^-] = 10^{pH-14}$ .
- Dibase forte  
 $[OH^-] = 2C_b$   
 $pH = 14 + \log 2C_b$   
 $C_b = \frac{1}{2} \cdot 10^{pH-14}$  avec  $10^{-6} \leq C_b \leq 10^{-1}$

## III- COUPLE ACIDE / BASE : ACIDE FAIBLE

### 1- Relation de conservation de la matière

Dans une solution, le nombre de mole initiale d'une espèce chimique est égale au nombre de mole transformé plus le nombre de mole restant.



$n_i = n_t + n_r$ . En terme de concentration, si  $c$ 'est la concentration initiale et  $AH/A^-$  le couple considéré : d'après RCM on a :

$$C = [A^-] + [AH], \text{ avec :}$$

$[A^-]$  : concentration de l'espèce  $A^-$  produite

$[AH]$  : concentration de l'espèce  $AH$  restante (non transformée)

### 2- Concentration d'acide ( $K_a$ ) d'un couple acide /base

$$K_a = \frac{[H_3O^+] \times [\text{base conjuguée}]}{[\text{acide conjuguée}]}$$

$$K_a = \frac{[H_3O^+] \times [A^-]}{[AH]}$$

$$PK_a = -\log K_a = -\log \frac{[H_3O^+] \times [A^-]}{[AH]} = -\log [H_3O^+] - \log \frac{[A^-]}{[AH]} = pH - \log \frac{[A^-]}{[AH]}$$

Donc  $\text{pH} = \text{pK}_a + \log \log \frac{[A^-]}{[AH]}$  équation d'Henderson – Hasselbech

$$\frac{[A^-]}{[AH]} = 10^{\text{pH} - \text{pK}_a}$$

Si  $[A^-] = [AH]$  alors  $\text{pH} = \text{pK}_a$  donc pas de prédominance entre l'acide et la base.

$\frac{[A^-]}{[AH]} < 1 \Rightarrow [A^-] < [AH]$  et  $\text{pH} < \text{pK}_a$  donc l'acide domine la base.

$\frac{[A^-]}{[AH]} > 1 \Rightarrow [A^-] > [AH]$  et  $\text{pH} > \text{pK}_a$  donc la base domine l'acide.

**Remarque :**

Maîtriser les démonstrations ci-après :

$\text{pH} = \frac{1}{2} (\text{pK}_a - \log e)$  pour une solution d'acide faible.

$\text{pH} = \frac{1}{2} (\text{pK}_a + \text{pK}_e + \log e)$  ou  $\text{pH} = \frac{1}{2} (\text{pK}_a - \log e) + 7$  pour une solution de base faible.

### III- REACTION ENTRE ACIDE FORT ET BASE FORTE

- Réaction entre monoacide fort monobase forte

Dispositif expérimental et le mode opératoire à bien maîtriser.

- Equation bilan



- Equivalence acido-basique

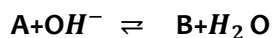
$$n(H_3O^+) = n(OH^-) \text{ donc } C_a V_a = C_b V_b$$

- pH à l'équivalence ( $\text{pH}_E$ )

$$\text{pH}_E = 7$$

#### V- REACTION ACIDE FAIBLE –BASE FORTE/ ACIDE FORT –BASE FAIBLE

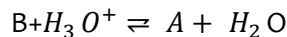
##### 1- Réaction entre acide faible et base forte



**Exemple:**  $CH_3COOH + OH^- \rightleftharpoons CH_3COO^- + H_2O$

A l'équivalence,  $C_a V_a = C_b V_b$ . Le pH d'équivalence  $\text{pH}_E > 7$  et à la demi-équivalence  $\text{pH} = \text{pK}_a$  du couple A/B et  $V_B = \frac{V_{BE}}{2}$

##### 2- 2-Reaction entre acide fort et base faible



**Exemple:**

$NH_3 + H_3O^+ \rightleftharpoons NH_4^+ + H_2O$ . L'équivalence est atteinte lorsque  $C_a V_a = C_b V_b$ . Le pH d'équivalence  $\text{pH}_E > 7$  et à la demi-équivalence  $\text{pH} = \text{pK}_a$  du couple A/B.

##### 3- Solution tampon

Une solution tampon est constituée d'un mélange équimolaire d'un acide faible et sa base conjuguée. Son pH est égal au  $\text{pK}_a$  du couple correspondant.

**Obtention**

- On fait réagir la solution d'acide faible avec une base forte jusqu'à la demi-équivalence.

$$\frac{C_a V_a}{2} = C_b V_b \quad (V_a + V_b = V)$$

- On fait réagir la solution de base faible sur l'acide fort jusqu'à la demi-équivalence.

$$\frac{C_b V_b}{2} = C_a V_a \quad (V_a + V_b = V)$$

- On prépare un mélange équimolaire d'un acide faible et de sa base conjuguée (ou base faible et son acide conjugué)

$$C_a V_a = C_b V_b \quad (V_a + V_b = V)$$

##### 4- Propriété d'une solution tampon

- Le pH d'une solution tampon varie faiblement lors de l'addition d'une quantité modérée d'acide ou de base
- Le pH d'une solution tampon ne varie pas lors d'une dilution.

## VI- CINETIQUE CHIMIE

La cinétique chimie est l'étude de l'évolution des réactions chimiques dans le temps.

### 1- Vitesse de formation d'un produit

Si x est le produit obtenu lors d'une réaction à volume constant, on définit la vitesse de formation de x

à la date t.  $V_x(t) = \frac{d[X]}{dt}$

$V_x(t)$  = Vitesse de formation en  $\text{molL}^{-1} \cdot \text{S}^{-1}$

2- **Vitesse moyenne de formation**  $V_m = \frac{[X]_2 - [X]_1}{t_2 - t_1}$

3- **Vitesse de disparition d'un réactif x**  $V_X = - \frac{d[X]}{dt}$

4- **Vitesse moyenne de disparition**  $V_m = - \frac{[X]_2 - [X]_1}{t_2 - t_1}$

### 5- Facteurs cinétiques

Ce sont des facteurs dont dépend la vitesse d'une réaction chimique. Nous avons quatre facteurs importants :

#### a- Influence des concentrations

La vitesse de formation des produits ou de disparition des réactifs augmente avec la concentration des réactifs.

#### b- Influence de la température

La vitesse de formation ou de disparition d'un produit ou d'un réactif augmente si l'on augmente la température.

Nous avons aussi : les catalyseurs et la surface de contact.

### Remarque :

Si nous considérons l'équation  $aA + bB \rightarrow cC + dD$  on peut définir la relation :

$$\frac{v(A)}{a} = \frac{v(B)}{b} = \frac{v(C)}{c} = \frac{v(D)}{d}$$

## VII- NOTION DE STEREO - CHIMIE

La stéréochimie est l'étude de la disposition dans l'espace des atomes d'une molécule.

### 1- Carbone asymétrique

On appelle atome de carbone asymétrique ( $C^*$ ) un atome de carbone lié à quatre atomes ou groupes d'atomes différents.

### 2- Chiralité

C'est une molécule non superposable à son image dans un miroir plan.

Ex : molécule possédant un carbone asymétrique.

### 3- Enantioméris

Les énantiomères sont des isomères de configuration qui sont images l'une de l'autre dans un miroir plan.

### Exemple :

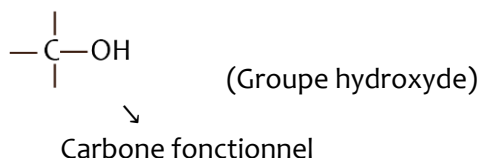


**Remarque :**

Les énantiomères de configuration qui ne sont pas image l'une et l'autre dans un miroir plan sont des diastéréoisomère.

**VIII- ALCOOL C – ALDEHYDES – CETONES****1. Alcools**

On appelle alcools, les composés organiques possédant un groupe hydroxyde (-OH) lié à un atome de carbone tétraédrique.



Formule générale

Pour ces alcanols, on a : **R-OH** ou **C<sub>n</sub>H<sub>2n+1</sub> - OH** avec **C<sub>n</sub>H<sub>2n+1</sub> - groupement alkyle**

- Classes d'alcools

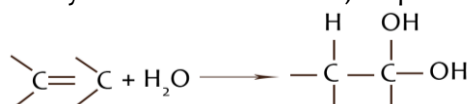
Lorsque le carbone fonctionnel est lié à :

- 0 ou 1 atome de carbone, l'alcool est primaire,
- 2 atomes de carbone, l'alcool est secondaire,
- 3 atomes de carbone, l'alcool est tertiaire.

Classe d'alcools	Formule générale	Groupement fonctionnel	Exemples
Alcool Primaire	R-CH <sub>2</sub> -OH	-CH <sub>2</sub> OH	CH <sub>3</sub> -CH <sub>2</sub> -CH <sub>2</sub> OH
Alcool secondaire	R <sub>1</sub> -CH-OH-R <sub>2</sub>		CH <sub>3</sub> -CHOH-CH <sub>3</sub>
Alcool Tertiaire			

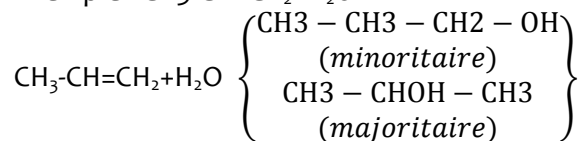
Propriétés des alcools

- Par hydratation des alcènes, on peut obtenir toutes les classes d'alcool



- L'hydratation d'un alcène dissymétrique donne deux produits selon la règle de Marko Vnikov

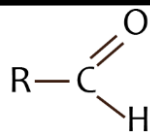
Exemple : CH<sub>3</sub>-CH=CH<sub>2</sub>+H<sub>2</sub>O



Au cours de l'hydratation d'un alcène dissymétrique, le groupe (-OH) se fixe de préférence sur le carbone le moins hydrogéné (règle de Marko Vnikov).

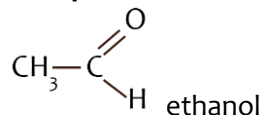
**1- Aldéhydes**

Leur formule générale est :

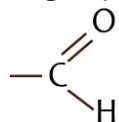


Leur nom dérive de celui de l'alcane correspondant en remplaçant la terminaison « e » par « al »

**Exemple :**



Le groupe fonctionnel des aldéhydes est :

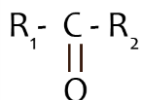


### Test d'indentification des aldéhydes

- Aldéhyde + réactif de Schiff donne coloration jaune
- Aldéhyde + liqueur de fehling donne un précipité rouge brique
- Aldéhyde + d'argent Nitrate (réactif de Tollens) donne un dépôt d'argent

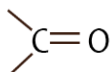
## 2- Cétones

Formule générale :



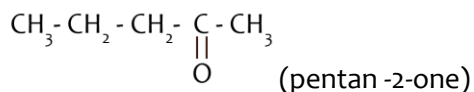
R1 et R2 des groupes carbonés

Groupe fonctionnel cétone :

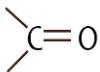


Le nom de la cétone s'obtient en remplaçant le « e » final de l'alcane correspondant par « one » tout en indiquant la position du groupe -C=O-(indice de position plus petit)

Exemple



NB : l'aldéhyde et la cétone ont une propriété commune due à la présence du groupe carboxyle



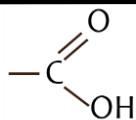
Dans les deux corps

- Aldéhyde + DNPH donne précipité jaune
- Cétone + DNPH donne précipité jaune

## IX- ACIDES CARBOXYLIQUES ET LEURS DERIVES

### 3- Acide carboxylique

C'est un composé organique dont la molécule contient le groupe -COOH

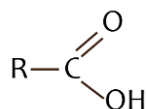


Appelé groupement fonctionnel acide carboxylique.



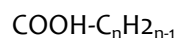
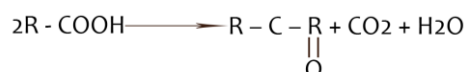
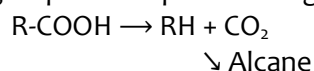
Est le groupe carboxyle

- Formule générale  
( $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$ )



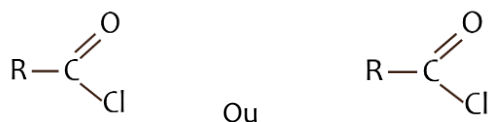
## 2- Décarboxylation

C'est l'élimination du groupe  $-\text{COO}'$  par chauffage en présence d'un catalyseur. On a :



## 3- Fonctions dérivées des acides carboxyliques chlorure d'acyle

On appelle chlorure d'acyle, le dérivé d'un acide carboxylique  $\text{RCOOH}$  dont la formule générale est :



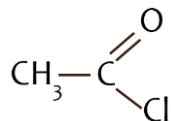
est le groupement fonctionnel chlorure d'acyle

### Obtention



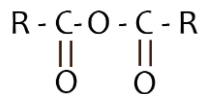
### Exemple de chlorure d'acyle

Chlorure d'éthanoyle

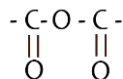


### Anhydrides d'acide

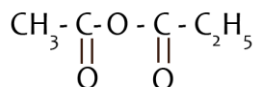
Tout composé dont la formule générale est :



Et le groupe fonctionnel est :



Exemple



Anhydride éthanoinique propanoïque

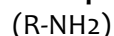
## X- AMINES

### 1- Définition

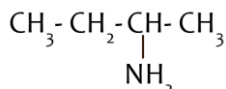
Une amine dérive de l'ammoniac auquel on substitue 1, 2 ou 3 atome(s) d'hydrogène par des radicaux alkyls (amines aliphatiques) ou aryles (amines aromatiques ou arylamines). Les amines aliphatiques ont pour formule brute ou générale  $\text{C}_n\text{H}_{2n+3}\text{N}$

### 2- Les classes d'amines

#### Amine primaire



Exemple



$\text{CH}_3\text{-NH}_2$  méthanimine

#### Amine secondaire

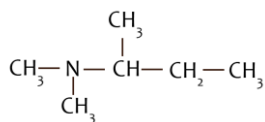


Exemple  $\text{CH}_3\text{-NH-CH}_2\text{-CH}_3$  (N-méthyléthylamine ou N-méthylénamine)

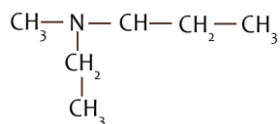
#### Amine tertiaire



Exemple



N - N - diméthylbutane-2-amine



N-éthyl-N-méthylpropane-1-amine

### 3- Caractère basique des amines

Ce caractère est dû à la présence sur l'atome d'azote d'un doublet d'électron qui peut fixer un proton  $\text{H}^+$  au cours d'une réaction chimique.



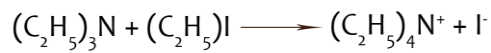
On dit que l'azote est un centre nucléophile. Les amines sont des bases faibles.

#### 4- Caractère nucléophile des amines

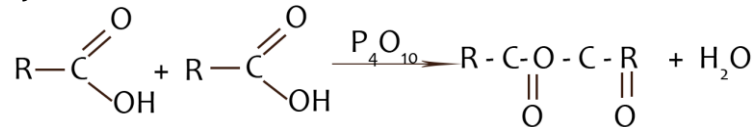
Le caractère nucléophile d'une amine apparaît aussi lors de la préparation d'une amine substituée à partir des amines primaires et secondaires.

Ce caractère mesure son aptitude à attaquer les atomes de carbones porteurs d'une charge positive

**Exemple :**



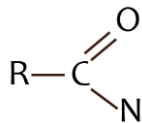
#### Obtention des anhydrides d'acide



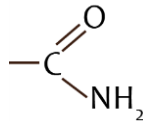
**Amides :**

##### a- Amides non substituées à l'azote

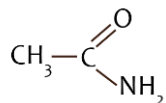
**Formule générale**



**Groupe fonctionnel**



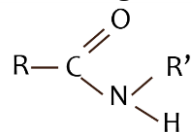
**Exemple**



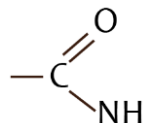
**éthanamide**

##### b- Amides N- substituées

**Formule générale**

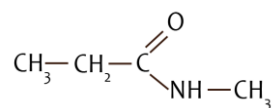


**Groupe fonctionnel**



## N-alkyl alcanamide

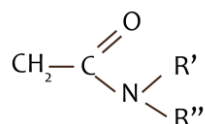
Exemple :



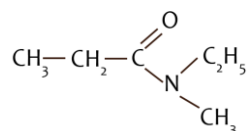
N-méthyl propanamide

### C- Amides N, N -substituées

Formule générale :



Exemple :

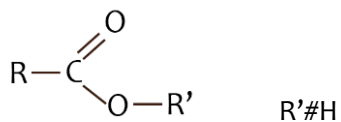


N-éthyl

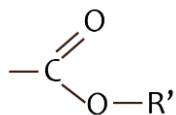
## XI- Esterification, hydrolyse et saponification

### A- Esterification

Formule générale :

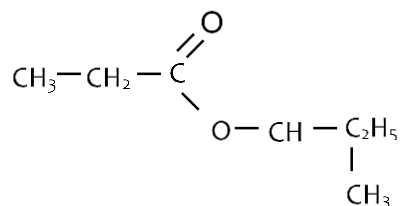


Formule générale :



Formule brute  $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$

Exemple :



Propanoate de 1-méthylpropyl

### Préparation Acide

Acide + Alcool  $\rightarrow$  Ester + Eau

**Exemple :**



La réaction d'estérification directe entre un acide carboxylique et un alcool est une réaction lente, limitée et athermique.

**NB :** pour un mélange équimolaire acide – alcool, cette limite est :

- 67% pour alcools primaire
- 60% pour alcools secondaire
- 2% à 10% pour tertiaire

### B – Réaction d'hydrolyse



**Exemple**



Cette réaction est aussi lente, limitée et athermique

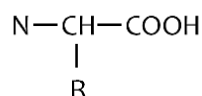
### C. Saponification

La saponification d'un ester est la réaction de cet ester avec une base forte.

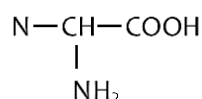


## XII- ACIDES $\alpha$ - AMINES

Un acide  $\alpha$ -aminé est tout composé comportant, sur un atome de carbone, une fonction acide carboxylique (-COOH) et une fonction aminée (NH<sub>2</sub>).



Généralement pour les acides  $\alpha$ -aminés, on a la formule



### Caractère acide - basique des acides $\alpha$ -aminés

Ils ont des caractères acides dû au groupe fonctionnel (-COOH) et propriétés basiques due au groupe fonctionnel (-NH<sub>2</sub>). On dit donc que les acides  $\alpha$ -aminés sont amphotères ou ampholytes.