Annales Bord Bleu

3en1

Terminales

Sciences Physiques Tles C, D & E

Mathématiques Tles C, D & E

Sciences de la Vie et de la Terre
Tles C & D

Bord Bleu

Sylvain KOKOLO

Sylvain Kokolo
Inspecteur des Lycées

Annales Bord Bleu

3en1

Terminales

Sciences Physiques Tles C, D & E

Mathématiques Tles C, D & E

Sciences de la Vie et de la Terre Tles C & D

Programme congolais

Avant-propos

Élaboré dans l'optique d'évaluer tout en renforçant les performances de l'élève, le présent « annales Bord Bleu 3 en 1 » est un recueil des derniers sujets d'examen entièrement corrigés dans les disciplines scientifiques à savoir les Mathématiques, les Sciences Physiques et les Sciences de la Vie et de la Terre, ceci dans un seul support : d'où le vocable 3 en 1.

Avec la nouvelle méthode d'évaluation en Sciences Physiques et en Sciences de la Vie et de la Terre, il est impérieux de mettre ce manuel à la disposition des apprenants, pour qu'ils puissent effectivement s'adapter non seulement à travers les évaluations de leur établissement scolaire et départementales, mais aussi à travers les recueils de sujets des examens officiels.

L'auteur et son équipe d'enseignants tiennent naturellement à remercier et encourager les utilisateurs du manuel, pour toutes les suggestions qu'ils voudront bien leur faire parvenir en vue de l'amélioration de ses formes et contenus.

Ce livre a été spécialement conçu pour vous et sera un précieux compagnon pour vous tout au long de votre préparation au baccalauréat. C'est donc à vous d'en faire bon usage, et de faire en sorte que les fruits tiennent la promesse des fleurs.

Wafo Fopoussi

Coordonnateur de la collection « Bord Bleu »

Sommaire

CHIMIE TERMINALE C

MEPSA CAB-DEC
Épreuve de Sciences Physiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 5

Baccalauréat C 2009

CHIMIE

Exercice 1

4 pts

On dissout de la méthylamine (CH_3NH_2) dans l'eau pure.

1 – Écrire l'équation de la réaction de la méthylamine l'eau.

2 – À 20 cm^3 de solution aqueuse de méthylamine de concentration molaire volumique C_1 = 0,101 $mol.L^{-1}$; on additionne 10 cm^3 de solution de chlorure de méthylammonium ($CH_3NH_3^+$, Cl^-) de concentration molaire C_2 = 0,200 $mol.L^{-1}$. Le mélange obtenu a un pH = 10,6.

a) Indiquer les espèces chimiques présentes dans ce mélange.

b) Calculer les concentrations molaires de ces espèces chimiques.

c) En déduire le pKa du couple ($CH_3NH_3^+$ / CH_3NH_2).

Exercice 2

4 pts

On réalise une pile avec les couples redox Cr^{3+}/Cr et Ag^+/Ag dont les potentiels normaux sont : $E°(Cr^{3+}/Cr) = -0,74 V$ et $E°(Ag^+/Ag) = 0,80$ V.

1 – a) Faire le schéma de cette pile en indiquant les polarités des électrodes, le sens de circulation du courant et celui des électrons dans le circuit extérieur lorsqu'elle débite.

b) Calculer la force électromotrice E de cette pile.

2 – Ètablir l'équation bilan des réactions aux électrodes lorsque cette pile débite.

3 – Les deux solutions ont même volume v et même concentration molaire égale à 0,1 $mol.L^{-1}$.

Calculer la concentration des ions Cr^{3+} lorsque la réaction écrite ci-dessus, supposée totale s'arrête.

MEPSA CAB-DEC
Épreuve de Sciences Physiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 5

Baccalauréat C 2010

CHIMIE

Exercice 1

4 pts

On fait réagir totalement de la limaille de fer de masse m = 16,8 g avec une solution d'acide sulfurique dilué de volume V = 500 mL. On obtient une solution S.

1 – a) Écrire les demi équations redox et l'équation-bilan de la réaction.

b) Quel est le volume de gaz dégagé dans les C.N.T.P ?

c) Quelle est la concentration de la solution S ?

2 – La solution S est utilisée pour doser une solution de bichromate de potassium $(2K^+ + Cr_2O_7^{2-})$ de volume égal à 10 cm^3 en milieu acide. Pour atteindre l'équivalence, il a fallu utiliser un volume égal à 20 mL de solution S.

a) Écrire l'équation bilan de la réaction.

b) Déterminer la concentration molaire volumique de la solution de bichromate.

On donne : En g/mol, les masses molaires atomiques H : 1 ; O : 16 ; Fe : 56.

Le volume molaire Vm = 22,4 L/mol dans les C.N.T.P.

Les couples redox : Fe^{2+}/Fe ; H_3O^+/H_2 ; $Cr_2O_7^{2-}/Cr^{3+}$

Fe^{3+}/Fe^{2+}

Exercice 2

4 pts

On prépare une solution d'ions fer II (Fe^{2+}) par action d'une solution d'acide chlorhydrique $(H_3O^+ + Cl^-)$ avec du fer.

1 – Quels sont les couples redox en présence ?

2 – Quelle masse de fer faut-il utiliser pour préparer un litre de solution de permanganate de potassium $(K^+ + MnO_4^- / Mn^{2+})$.

a) Écrire l'équation bilan de la réaction d'oxydoréduction.

b) Quelle masse de permanganate de potassium ($KMnO_4$) supposé anhydre faut-il utiliser ?

On donne les masses molaires atomiques en g/mol : Fe : 56 ; Cl : 35,5 ; K : 39 ; H : 1 ; O : 16 ; Mn : 55.

MEPSA CAB-DEC
Épreuve de Sciences Physiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 5

Baccalauréat C 2011

CHIMIE

Exercice 1

4 pts

On mélange dans plusieurs ampoules 3,7 g d'acide propanoïque ($CH_3 - CH_2 - COOH$) et 1,6 g de méthanol ($CH_3 - OH$). On scelle les ampoules et on les place dans une étuve à 50°C. Au bout de 24 heures, on constate que la masse d'acide propanoïque après la réaction reste constante et égale à 1,23 g par ampoule.

1 – a) Quelle réaction chimique a lieu dans les ampoules ?
b) Donner ses caractéristiques.

2 – a) Écrire l'équation-bilan de cette réaction.
b) Donner le nom du composé organique formé.

3 – Calculer la quantité de matière (nombre de moles) du composé organique formé à l'équilibre.

4 – a) Calculer le rendement de cette réaction.
b) Comment pourrait-on obtenir le même résultat expérimental en moins de temps ?

On donne en $g.mol^{-1}$ C = 12, O = 16, H = 1.

Exercice 2

4 pts

Au cours d'une séance de travaux pratiques, le professeur demande à un élève de préparer une solution S_0 d'ions Fe^{2+} en partant d'une masse m = 13,9 g de sulfate de fer II hydraté ($FeSO_4$, $7H_2O$) qu'il dissout dans l'eau pure pour obtenir 500 cm^3 de solution.

1 – Calculer la concentration molaire théorique C_0 de la solution S_0 obtenue.

2 – Afin de vérifier le travail effectué, le professeur demande à un autre élève de déterminer la concentration de la solution obtenue par dosage à l'aide d'une solution de permanganate de potassium $(K^+ + MnO_4^-)$, de concentration molaire 0,04 $mol.L^{-1}$.

a) Écrire l'équation-bilan de la réaction qui a lieu.

b) Sachant que 11 cm^3 de la solution d'ion Fe^{2+}, déterminer la concentration molaire volumique C de la solution de Fe^{2+}.

c) En déduire l'incertitude relative sur la concentration de C_0.

On rappelle que les couples rédox en présence sont : Fe^{3+}/Fe^{2+} et MnO_4^-/Mn^{2+}.

On donne en $g.mol^{-1}$: Fe = 56, S = 32, O = 16, H = 1.

MEPSA CAB-DEC
Épreuve de Sciences Physiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 5

Baccalauréat C 2012

CHIMIE

Exercice 1 : Noyau atomique – Radioactivité

4 pts

La polonium $^{210}_{84}Po$, noyau instable, se désintègre suivant le mode α en donnant le noyau de plomb Pb dans son état fondamental.

1 – Calculer, Mev, l'énergie de liaison par nucléon du noyau de polonium. 1 pt

2 – Écrire l'équation-bilan de la réaction de désintégration d'un noyau de polonium en précisant les lois de conservation utilisées. 1 pt

3 – Calculer en Mev, l'énergie libérée lors de cette désintégration. 1 pt

4 – La période du nucléide $^{210}_{84}Po$ est T = 138 jours. Un échantillon de polonium 210 a une masse initiale $m_0 = 20g$.

a) Calculer le nombre N_0 de noyau de polonium 210 correspondant. 0,5 pt

b) Calculer la masse de polonium disparu au bout de 414 jours. 0,5 pt

On donne : $m(Po) = 209,9369\mu$, $m(Pb) = 205,9296\mu$, $m(He) = 4,0015\mu$

Masse proton : $m_p = 1,00727\mu$, $C = 3.10^8 m.S^{-1}$.

Masse neutron : $m_n = 1,00866\mu$, $MPo = 210\ g.mol^{-1}$.

Exercice 2 : Couple Acide/Base dans l'eau 4pts

La méthanamine CH_3NH_2 est une base dont l'acide conjugué est l'ion méthanammonium $CH_3NH_3^+$.

1 – Écrire l'équation de la réaction de la méthanamine sur l'eau. 0,5 pt

2 – On prépare un mélange contenant $20\ cm^3$ d'une solution de méthanamine de concentration $C_1 = 0,1 mol.L^{-1}$ et $10\ cm^3$ d'une solution de chlorure de méthanammonium $(CH_3NH_3^+ + Cl^-)$ de concentration $C_2 = 0,2 mol.L^{-1}$. Le pH de la solution obtenue est 10,6.

a) Recenser les espèces chimiques présentes dans la solution. 1 pt

b) Calculer la concentration molaire de chaque espèce. 1,5 pt

c) En déduire le pK_A du couple $CH_3NH_3^+/CH_3NH_2$. 0,5 pt

3 – Le pK_A du couple NH_4^+/NH_3 vaut 9,6. Laquelle des deux bases CH_3NH_2 et NH_3 est la plus forte ? Justifier. 0,5 pt

MEPSA CAB-DEC **Baccalauréat C 2013**
Épreuve de Sciences Physiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 5

CHIMIE

Exercice 1 : Spectre de l'atome d'hydrogène 4 pts

Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont donnés par l'expression : $E_n = -\frac{13,6}{n^2}\ (eV)$ où n est un entier naturel supérieur ou égal à 1.

1 – Calculer l'énergie correspondant à n = 1, n = 2 et n = 3. 0,75 pt

2 – Comment nomme-t-on le premier niveau ? 0,25 pt

3 – a) Dans quel état l'atome d'hydrogène se trouve lorsque n tend vers l'infinie. 0,5 pt

b) Quelle est alors son énergie ? 0,5 pt

4 – a) Calculer la fréquence de la radiation lorsque :

a1) L'atome passe de niveau E_2 au niveau E_1. 0,25 pt

a2) L'atome passe de niveau E_3 au niveau E_1. 0,25 pt

a3) Les longueur d'onde correspondant à ces fréquences. 0,5 pt

b) À quel domaine spectral appartiennent ces radiations ? 0,5 pt

5 – Calculer la longueur d'onde la plus courte que l'on peut trouver dans le spectre de l'atome d'hydrogène. 0,5 pt

$h = 6,62.10^{-34} J.S$ $C = 3.10^8 m/s$, $1eV = 1,6.10^{-19} J$.

Exercice 2 : Solution aqueuse ionique 4 pts

Une solution d'acide éthanoïque (CH_3COOH) de concentration molaire $C_A = 10^{-2} mol/L$ a un pH égal à 3,4.

1 – a) Équation de dissociation ionique de l'acide éthanoïque dans l'eau. 0,5 pt

b) Recenser les espèces différentes chimiques présentes dans la solution. 0,75 pt

c) Déterminer leurs concentrations molaires. 1,25 pt

2 – Déterminer :

a) Le coefficient de dissociation ionique de l'acide. 0,5 pt

b) Le pK_A du couple acide base CH_3COOH/CH_3COO^-. 0,5 pt

3 – Le pK_A du couple acide base $HCOOH/HCOO^-$ est égal à 3,8.

a) Comparer la force des acides $HCOOH$ et CH_3COOH. 0,25 pt

b) Justifier. 0,25 pt

MEPSA CAB-DEC
Épreuve de Sciences Physiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 5

CHIMIE

Partie A : Vérification des connaissances 4 pts

I – Questions à choix multiples 2 pts

1 – Le pH d'une solution de dibase forte de concentration Cb est :
a) – logCb, c) 14 + log2Cb,
b) log2Cb, d) 14 + logCb. 0,5 pt

2 – La réaction d'estérification est une réaction :
a) Exothermique, c) Thermique,
b) Athermique, d) Endothermique. 0,5 pt

3 – L'oxydation est une réaction chimique qui correspond à :
a) La diminution du nombre d'oxydation,
b) L'augmentation du nombre d'oxydation. 0,5 pt

4 – Lors d'une réaction d'hydrolyse, on utilise un catalyseur pour :
a) Ralentir la réaction, c) Accélérer la réaction,
b) Arrêter la réaction, d) Modifier la composition de la réaction. 0,5 pt

II – Répondre par vrai ou faux 1 pt

1 – La désintégration α se produit avec des noyaux lourds. 0,25 pt
2 – Lors de l'absorption, l'atome d'hydrogène passe d'un niveau supérieur vers un niveau inférieur. 0,25 pt
3 – L'abaissement cryométrique est proportionnel à la concentration C de la solution. 0,25 pt
4 – L'énergie d'un atome dans son état fondamental est maximale. 0,25 pt

III – Questions à trous 1 pt

Compléter la phrase suivante en remplaçant les quatre mots manquants par les mots suivants : réaction, équilibrée, réactionnel, coexistent.

Une réaction …………… est une …………… au cours de laquelle les réactifs et les produits ……………… dans le milieu ……………………

Partie B : Application des connaissances 4 pts

Le radon $^{222}_{86}Rn$ a une période ou demi-vie de 3,8 jours. Il est radio actif α.

1 – Écris l'équation bilan de la désintégration. 1 pt
2 – Calculer sa constance radioactive. 1 pt
3 – On dispose d'un échantillon de 0,20 mg de radon 222. Combien y a-t-il de noyaux radioactifs dans l'échantillon ? 1 pt
4 – Quelle est l'activité de l'échantillon ? 0,5 pt
5 – Quelle sera l'activité de l'échantillon au bout de 20 jours ? 0,5 pt

Données $\mathcal{N} = 6{,}02.10^{23}$ mol^{-1}, M(Rn) = 222 g mol^{-1}

Extrait du tableau périodique

Nom	Bismuth	Polonium	Astate	Radon	Francium	Radium
Symbole	$_{83}Bi$	$_{84}Po$	$_{85}At$	$_{86}Rn$	$_{87}Fr$	$_{88}Ra$

CHIMIE TERMINALE D

MEPSA CAB-DEC
Épreuve de Sciences Physiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 4

Baccalauréat D 2009

CHIMIE

Exercice 1 — 4 pts

Les énergies des différents niveaux de l'atome d'hydrogène sont données par la relation $E_n = -\frac{13,6}{n^2}$; n = 1, 2, 3, ….∞. E_0 est une constante énergétique positive supposée inconnue.

Des électrons des atomes d'hydrogène préalablement excités au niveau n (n > 2), effectuent les transitions $E_n \rightarrow E_2$ en mettant en jeu des photons d'énergie W(n,2) et de longueur d'onde λ(n,2).

1 – Ces photons sont-ils émis ou absorbés ? Justifier.

2 – a) Établir l'expression de W(n,2) en fonction de E_0 et n.

b) Déduire l'expression de λ(n,2) en fonction de E_0, h, c et n.

c) La valeur maximale de λ(n,2) est égale à 656,74 nm. Calculer E_0 en joule puis en électron volt (eV).

On donne : h = $6,62.10^{-34}$ J.s : Constante de Planck C = 3.10^{8} m/s : Célérité de la lumière 1J = $6,25.10^{18}$ eV.

Exercice 2 — 4 pts

On réalise à 200°C l'hydrolyse du butanoate d'éthyle en partant du mélange de 5 moles d'eau et de 1 mole d'ester. Le volume total du mélange est de 180 mL Lorsque l'équilibre est atteint, on prélève un échantillon de 10mL que l'on refroidit puis l'on dose l'acide formé avec une solution B de soude à 2 mol/L. L'équivalence est atteinte pour un volume de soude V_{BE} = 17,6mL.

1 – Écrire les équations - bilans des réactions d'hydrolyse et de neutralisation.

2 – Pourquoi refroidit-on l'échantillon dosé ?

3 – Déterminer dans le mélange initial :

a) La quantité d'acide présent à l'équilibre,

b) La quantité d'ester présent à l'équilibre,

c) Le rendement de cette hydrolyse.

MEPSA CAB-DEC
Épreuve de Sciences Physiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 4

Baccalauréat D 2010

CHIMIE

Exercice 1 — 4 pts

On rappelle que les niveaux d'énergie quantifiés de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation $E_n = -\frac{E_0}{n^2}$ avec E_0 = 13,6 eV n étant un entier positif.

1 – a) Déterminer en joule l'énergie qu'il faut fournir à un atome d'hydrogène pour permettre son passage de l'état fondamental au premier état excité.

b) Que se passe-t-il si l'atome d'hydrogène dans son état fondamental, reçoit :

- un photon d'énergie W = $1,83.10^{-18}$ J ?
- un électron d'énergie cinétique E_c = $1,83.10^{-18}$ J ?

2 – Définir et calculer l'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène.

3 – On considère la série Lyman.

a) Qu'appelle-t-on série de raies ?

b) L'analyse spectroscopique permet de déceler la radiation de fréquence ν = $3,8.10^{15}$Hz. À quelle transition correspond-elle ?

On donne : h = $6,62.10^{-34}$ J.s ; C = 3.10^{8}m.s ; 1eV = $1,6.10^{-19}$ J.

Exercice 2

4 pts

On dose une eau de javel à usage domestique. Pour cela, on fait réagir 20mL de cette eau de javel diluée contenant des ions hypochlorite (ClO^-) dans un excès d'ions iodures I^-. On acidifie le milieu.

1 – Sachant que les couples redox en présence sont ClO^-/Cl^- et I_2/I^-. Écrire l'équation-bilan de la réaction redox.

2 – On dose les molécules de diiode I_2 formées par une solution de thiosulfate $(S_2O_3^{2-})$ de concentration molaire 0,100mL^{-1}. L'équivalence est atteinte pour 15,2 mL de solution de thiosulfate versés.

a) Écrire l'équation-bilan de la réaction de dosage.

On donne le couple redox $(S_4O_6^{2-}/S_2O_3^{2-})$.

b) calculer la concentration molaire de l'eau de javel en ions ClO^-.

NB : Les molécules de diiode (I_2) sont à l'état liquide à la température de l'expérience.

MEPSA CAB-DEC
Épreuve de Sciences Physiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 4

Baccalauréat D 2011

CHIMIE

Exercice 1

4 pts

La réaction de décomposition de NOBr, à une température déterminée selon l'équation : $2NOBr(g) \longrightarrow 2NO(g) + Br_2(g)$ fournit les résultats suivants.

t(s)	0	6,2	10,8	14,7	20,0	24,5
[NOBr] $mol.L^{-1}$	0,0250	0,0198	0,0162	0,0144	0,0125	0,0112

1 – En se servant de ces résultats, déterminer le temps de la demi-réaction.

2 – Sachant que la réaction est d'ordre deux :

a) Calculer la constante de la vitesse de la réaction.

b) Écrire la loi de la vitesse de cette réaction.

c) Déterminer le temps nécessaire à la disparition de 80% du réactif puis calculer la vitesse de disparition du réactif à cette date.

Exercice 2

4 pts

On dissout 2,3 g d'acide méthanoïque HCOOH dans l'eau pure de façon à obtenir 500 mL de solution. Toutes les mesures sont réalisées à 25°C ? Le pH de cette solution est 2,4.

1 – a) Calculer la concentration molaire volumique de la solution préparée.

b) Montrer que l'acide méthanoïque est un acide faible.

c) Écrire l'équation de dissociation de l'acide méthanoïque dans l'eau.

2 – a) Faire l'inventaire de toutes les espèces chimiques présentes dans la solution.

b) Calculer les concentrations molaires volumiques des différents espèces chimiques.

3 – a) Calculer le PKa du couple $HCOOH / HCOO^-$

b) La PKa du couple CH_3COOH / CH_3COO^- est 4,7. Comparer les forces des acides méthanoïque (HCOOH) et éthanoïque (CH_3COOH).

On donne en g/mol : C = 12, O = 16, H = 1.

MEPSA CAB-DEC
Épreuve de Sciences Physiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 4

Baccalauréat D 2012

CHIMIE

Exercice 1 : Spectre de l'atome d'hydrogène

4 pts

Les niveaux énergétiques de l'atome d'hydrogène sont donnés par la formule $E_n = -\frac{E_0}{n^2}$ avec $E_0 = 13,6\,eV$.

1 – a) Calculer les énergies correspondant à n = 1, n = 2 et n = 3, $n \to \infty$. 0,75 pt

b) Représenter le diagramme des énergies de l'atome.

Échelle : $1cm \rightarrow 1eV$. 1 pt

2 – L'analyse du spectre d'émission de l'atome d'hydrogène révèle la présence de radiation de longueur d'onde $\lambda = 656\ nm$ dans la série de Balmer.

a) Montrer que les longueurs d'onde des radiations émises dans la série de Balmer vérifient la relation $\frac{1}{\lambda} = R_h\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2}\right)$ 1 pt

b) déterminer n pour la radiation de longueur d'onde $\lambda = 656\ nm$.

3 – Un photon d'énergie 7eV arrive sur un atome d'hydrogène. Que se passe-t-il :

a) Si l'atome est dans l'état fondamental ? 0,25 pt

b) Si l'atome est dans l'état excité ? 0,5 pt

On donne : $h = 6{,}62.10^{-34} J.S$, $1\ nm = 10^{-9}m$, $C = 3.10^{8} m/S^{-1}$, $1eV = 1{,}6.10^{-19} J$

Exercice 2 : Oxydoréduction 4 pts

1 – a) Écrire les demi-équations d'oxydoréduction des couples : I_2/I^- et $S_4O_6^{2-}/S_2O_3^{2-}$ 1 pt

b) En déduire l'équation bilan ionique de la réaction entre le diiode (I_2) et l'ion thiosulfate $(S_2O_3^{2-})$. 1 pt

2 – On dose un volume $V_0 = 50\ mL$ d'une solution diiode (I_2) par une solution thiosulfate $(S_2O_3^{2-})$ de concentration $C_r = 0{,}1\ mol/l$. L'équivalence est atteinte pour un volume ajouté $V_r = 25\ mL$.

a) Calculer la concentration C_0 de la solution de diiode (I_2). 1 pt

b) Quelle est la masse de cristaux de thiosulfate de sodium $Na_2S_2O_3$ dissoute dans un litre si les cristaux utilisés contiennent 5% d'impureté. 1 pt

On donne les masses molaires atomiques en g/mol. S = 32, Na = 23, O = 16.

MEPSA CAB-DEC **Baccalauréat D 2013**

Épreuve de Sciences Physiques

Durée : 4 heures

Coefficient : 4

CHIMIE

Exercice 1 : Spectre de l'atome d'hydrogène 4 pts

Les niveaux d'énergie quantifiée de l'atome d'hydrogène sont donnés par : $E_n = -\frac{13{,}6}{n^2}$ (eV) n, étant un entier naturel supérieur ou égal à 1.

1 – a) Calculer les énergies des niveaux correspondant à n = 1, n = 2 et n = 3, n = 4, n = 5, et $n \rightarrow \infty$. 1 pt

b) Représenter dans le diagramme d'énergie les cinq premiers niveaux d'énergie ainsi que le niveau correspondant à l'atome ionisé.

2 – Le spectre de l'atome d'hydrogène contient les radiations de fréquences $Na = 6{,}16.10^{14} Hz$ $Nb = 6{,}91.10^{14} Hz$.

Sachant que ces deux radiations aboutissent au niveau n = 2, déterminer les numéros de a et b des niveaux initiaux.

On donne : $h = 6{,}62.10^{-34} J.s$, $1eV = 1{,}6.10^{-19} j$

Exercice 2 : Réaction acide-base 4 pts

On dissout une quantité de soude de masse m = 4,0 g dans un volume $V_1 = 500\ ml$ de solution d'acide chlorhydrique de concentration molaire volumique $C_1 = 10^{-1} mol/L$.

1 – a) Écrire les équations des réactions.

b) Déterminer en moles la quantité d'ions hydroxyde apportés par la soude et la quantité d'oins hydroniums présents dans la solution d'acide chlorhydrique avant le mélange.

2 – Le mélange obtenu est-il acide ou basique ? Justifier.

3 – Calculer les concentrations des ions présents dans le mélange. En déduire le pH.

4 – Quel volume de solution d'acide chlorhydrique de concentration C_1 faut-il ajouter au mélange précédent pour obtenir une solution neutre ?

On donne : $-Ke(eau) = 10^{-14}$ à 25°C.

- Masses atomiques en g/mol : Na → 23 O → 16 H → 1.

MEPSA CAB-DEC
Épreuve de Sciences Physiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 4

CHIMIE

Partie A : Vérification des connaissances — 4 pts

1 – Appariement — 2 pts

Relie un élément – question de la colonne A à un élément de la colonne B. Exemple a.8 = b.12

Colonne A	Colonne B
a.1 le pH d'une solution de monoacide fort	b.1 $t_{1/2} = \frac{1}{KC_0}$
a.2 l'élévation ébulliométrique d'une solution	b.2 une droite de pente - k
a.3 le temps de demi-Réaction d'une réaction d'ordre 2	b.3 - $\log C_a$
a.4 Pour une réaction d'ordre 1, la fonction lnC = f(t) est	b.4 $\Delta\theta' = K'\frac{m}{m'.M}$

2 – Questions à courte réponse — 1 pt

Donne les définitions de :
a) Série de raies,
b) Énergie d'ionisation pour un atome d'hydrogène.

3 – Réarrangement — 1 pt

Ordonne le texte suivant qui est écrit en désordre

Dans l'échantillon soit désintégrée / initialement présents / d'un nucléide / est la durée nécessaire / pour que / La période radioactive / la moitié des noyaux radioactifs.

Partie B : Application des connaissances — 4 pts

1 – On prépare une solution S en dissolvant 7,9 g de cristaux anhydres de permanganate de potassium ($KMnO_4$) dans 200 mL d'eau. Calculer la concentration molaire volumique de la solution S — 0,5 pt

2 – On dose en milieu acide 20 mL de la solution S par une solution de sulfate de fer ($Fe^{2+} + SO_4^{2-}$) à 1 mol/L. — 1,5 pt

a) Écris l'équation bilan de cette réaction d'oxydoréduction. — 1,5 pt
b) Calcule le volume de la solution de sulfate de fer utilisé. — 1 pt
c) Calcule les concentrations molaires volumiques des ions manganèse (Mn^{2+}) et des ions ferriques (Fe^{3+}) formés. — 1 pt

On donne : en g/mol K = 39, Mn = 55 O = 16.
Couples redox : Fe^{3+}/Fe^{2+} ; MnO_4^{2-}/Mn^{2+}

CORRECTION CHIMIE Terminale C

CORRECTION **BACCALAURÉAT C 2009**

Solution 1

1 – $CH_3NH_2 + HO_2 \rightleftharpoons CH_3NH_3^+ + OH^-$

2 – a) Espèces chimiques présentes

$2H_2O \rightleftharpoons H_3O^+ + OH^-$

* **Ions**: Cl^-, OH^-, H_3O^+, $CH_3NH_3^+$
* **Molécules**: H_2O, CH_3NH_2

b) Concentrations moléculaires

$[H_2O] = \frac{\rho_{eau}}{M} = \frac{1000}{18} = 55{,}56$ mol/L

$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-10{,}6} = 2{,}51.10^{-11}$ mol/L

$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H_3O^+]} = \frac{10^{-14}}{2{,}51.10^{-11}}$

$[OH^-] = 3{,}98.10^{-4}$ mol/L

$[Cl^-] = \frac{C_2V_2}{V_1+V_2} = \frac{0{,}2\times10^{-2}}{(10+20).10^{-3}}$

$[Cl^-] = 6{,}67.10^{-2}$ mol/L

Électroneutralité

$[Cl^-] + [OH^-] = [H_3O^+] + [CH_3NH_3^+]$

pH = 10,6 $\Rightarrow$ milieu basique

$\Rightarrow [H_3O^+] << [OH^-]$

$[Cl^-] + [OH^-] = [CH_3NH_3^+]$

$[CH_3NH_3^+] = 3{,}98.10^{-4} + 6{,}67.10^{-2}$

$[CH_3NH_3^+] = 6{,}67.10^{-2}$ mol/L

$[CH_3NH_2] = \frac{C_1V_1 + C_2V_2}{V_1+V_2} - [CH_3NH_3^+]$

$[CH_3NH_2] = \frac{0{,}101\times20.10^{-3} + 0{,}2.10^{-2}}{(10+20).10^{-3}} - 6{,}67.10^{-2}$

$[CH_3NH_2] = 6{,}8.10^{-2}$ mol/L

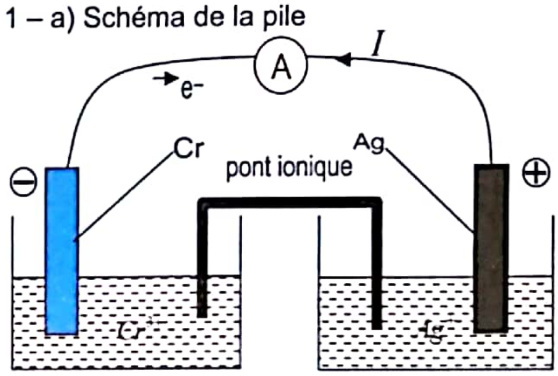
a) Calcul du pKa du couple ($CH_3NH_3^+$ / CH_3NH_2)

$pKa = pH - \log\frac{CH_3NH_2}{CH_3NH_3^+}$

$pKa = 10{,}6 - \log\frac{6{,}8.10^{-2}}{6{,}67.10^{-2}}$ pKa ≈ 10,6

Solution 2

1 – a) Schéma de la pile



b) Calcul de la force électromotrice E

$E = E^0_{(+)} - E^0_{(-)}$

E = 0,80 – (–0,74) = 1,54 V E = 1,54 V

2 – Équation-bilan des réactions aux électrodes

$Ag^+ + e^- \longrightarrow Ag$ | x 3

$Cr \longrightarrow Cr^{3+} + 3e^-$ | x 1

$3Ag^+ + Cr \longrightarrow Ag + Cr^{3+}$

3 – Calcul de $[Cr^{3+}]$

$[Cr^{3+}] = \frac{n_T Cr^{3+}}{V}$ $C_{T_{Cr^{3+}}} = n^i_{Cr^{3+}} + n^f_{Cr^{3+}}$

or $n^f_{Cr^{3+}} = \frac{1}{3} n_{Ag} = \frac{1}{3} C.V$ et $n^i_{Cr^{3+}} = CV$

$[Cr^{3+}] = \frac{\frac{1}{3}CV + CV}{V} = \frac{4}{3}CV$

$[Cr^{3+}] = \frac{4}{3}.10^{-1} = 1{,}33.10^{-1}$ mol/L

$[Cr^{3+}] = 0{,}133.10^{-1}$ mol/L

CORRECTION **BACCALAURÉAT C 2010**

Solution 1

1 – a) Demi-équation redox

$Fe \longrightarrow Fe^{2+} + 2e^-$

$2H_3O^+ + 2e^- \longrightarrow 2H_2O + H_2\nearrow$

Équation-bilan

$Fe + 2H_3O^+ \longrightarrow Fe^{2+} + 2H_2O + H_2\nearrow$

b) Calcul du volume de gaz dégagé

$\frac{1}{n_{Fe}} = \frac{5}{n_{H_2}} \Rightarrow n_{H_2} = n_{Fe}$

$\Rightarrow \frac{V_{H_2}}{V_m} = \frac{m_{Fe}}{M_{Fe}}$ $V_{H_2} = \frac{Vm.m_{Fe}}{M_{Fe}}$

A.N. : $V_{H_2} = \frac{22{,}4\times16{,}8}{56}$ $V_{H_2} = 6{,}72$ L

c) Calcul de la concentration de la solution S

$[Fe^{2+}] = \frac{m_{Fe}}{M_{Fe}.V} = \frac{16,8}{56 \times 0,5} = 0,6$ mol/L

$[Fe^{2+}] = 0,6$ mol/L

2 – a) Équation-bilan de la réaction

$$Fe^{2+} \longrightarrow Fe^{3+} + e^- \quad | \times 6$$

$$Cr_2O_7^{2-} + 14H_3O^+ + 6e^- \longrightarrow 2Cr^{3+} + 21H_2O \quad | \times 1$$

$$Cr_2O_7^{2-} + 14H_3O^+ + 6Fe^{2+} \longrightarrow 2Cr^{3+} + 21H_2O + 6Fe^{3+}$$

b) Calcul de la concentration de bichromate

$$\frac{6}{n_r} = \frac{1}{n_o} \Rightarrow Co = \frac{Cr.V_r}{6V_o} \quad Co = 0,2 \text{ mol/L}$$

Solution 2

1 – Couple redox en présence

Fe^{2+} / Fe et H_3O^+ /H_2

2 – Calcul de la masse du fer

$$Fe \longrightarrow Fe^{2+} + 2e^-$$

$$2H_3O^+ + 2e^- \longrightarrow 2H_2O + H_2$$

$$Fe + 2H_3O^+ \longrightarrow Fe^{2+} + 2H_2O + H_2$$

$[Fe^{2+}] = \frac{m_{Fe}}{M_{Fe}.V} \Rightarrow m_{Fe} = [Fe^{2+}].M.V$

$m_{Fe} = 0,1 \times 0,56 \times 1 = 5,6$ g

$m_{Fe} = 5,6$ g

3 – a) Équation-bilan de la réaction

$$Fe^{2+} \longrightarrow Fe^{3+} + e^- \quad | \times 5$$

$$MnO_4^- + 8HO^+ + 5e^- \longrightarrow Mn^{2+} + 4H_2O \quad | \times 1$$

$$MnO_4^- + 8H_3O^+ + 5Fe^{2+} \longrightarrow Mn^{2+} + 12H_2O + 5Fe^{3+}$$

b) Calcul de la masse du $KMnO_4^-$

$$\frac{5}{n_{Fe^{2+}}} = \frac{1}{n_{MnO_4^-}} \text{ ou } \frac{5}{n_r} = \frac{1}{n_o}$$

$$\Rightarrow 5n_o = n_r$$

$$\frac{5m_o}{M_o} = Cr.V_r \Rightarrow m_o = \frac{M_o.Cr.V_r}{5}$$

A.N. : $m_o = \frac{0,1 \times 1 \times 158}{5}$ $\quad m_o = 3,16$ g

CORRECTION

Solution 1

1 – a) Nature de la réaction chimique

La réaction chimique qui a lieu dans les ampoules est la réaction d'estérification

b) Caractéristiques

Cette réaction est lente, athermique et limitée

2 – a) Équation-bilan de cette réaction

$$CH_3 - CH_2 - \underset{\underset{O}{\|}}{C} - OH + CH_3 - OH \rightleftharpoons CH_3 - CH_2 - C - \underset{\underset{O}{\|}}{O} - CH_3 + H_2O$$

b) Nom du composé organique formé

Propaonate de méthyle

3 – Calcul de n_e^f

Nature du mélange

$$n_{ac}^i = \frac{m_{ac}^i}{M_{ac}} = \frac{3,7}{74} = 0,05 \text{ mol}$$

$$n_{al}^i = \frac{m_{al}^i}{M_{al}} = \frac{1,6}{32} = 0,05 \text{ mol}$$

$n_{ac}^i = n_{al}^i$, le mélange est équimolaire

$$n_e^f = n_{ac}^i - n_{ac}^r \text{ or } n_{ac}^r = \frac{m_{ac}^r}{M_{ac}}$$

BACCALAURÉAT C 2011

$$n_e^f = n_{ac}^i - \frac{m_{ac}^r}{M_{ac}}$$

$$n_e^f = 0,05 - \frac{1,23}{74} \quad n_e^f = 3,34.10^{-2} \text{ mol}$$

4 – a) Calcul du rendement

$$r = \frac{n_e^f}{n_{ac}^e} \times 100 \quad r = 66,8 \approx 67\%$$

b) Mode d'obtention du même résultat

Pour obtenir le même résultat en moins de temps, on pourrait travailler soit en présence d'une catalyse ou augmenter la température.

Solution 2

1 – Calcul de Co

$$Co = \frac{n}{V_S} \text{ or } n = \frac{m}{M} \quad Co = \frac{m}{MV_S}$$

A.N. : $Co = \frac{13,9}{500.10^{-3} \times 278}$ $\quad Co = 0,1$ mol/L

2 – a) Équation-bilan de la réaction

$$Fe^{2+} \longrightarrow Fe^{3+} + e^- \quad | \times 5$$

$$MnO_4^- + 8H_3O^+ + 5e^- \longrightarrow Mn^{2+} + 12H_2O \quad | \times 1$$

$$MnO_4^- + 8H_3O^+ + 5Fe^{2+} \longrightarrow Mn^{2+} + 12H_2O + 5Fe^{3+}$$

b) Calcul de C

Par proportion $\frac{1}{n_{MnO_4^-}} = \frac{5}{n_{Fe^{2+}}}$

$n_{Fe^{2+}} = 5n_{MnO_4^-} \Rightarrow CV_{réd} = 5C_{ox}V_{ox}$

$C = \frac{5C_{ox}V_{ox}}{V_{réd}}$

A.N : $C = \frac{5\times0,04\times11.10^{-3}}{20.10^{-3}}$

$C = 1,1.10^{-1}$ mol/L

Calcule de $\frac{|\Delta C|}{Co}$

$\frac{|\Delta C|}{Co} = \frac{|Co - C|}{C}$ A.N. : $\frac{|\Delta C|}{Co} = 0,1 = 10\%$

CORRECTION **BACCALAURÉAT C 2012**

Solution 1

1 – Calcul de l'énergie de liaison par nucléon du noyau de polonium.

$$E_{CA} = \frac{\Delta m C^2}{A} = \frac{\left[zm_p + (A-z)m_N - m_{PO}\right]C^2}{A}$$

$$E_{CA} = \frac{[4\times1,00727+(210-84)\times1,00866]\times9315}{210}$$

$$= \frac{[209,9369]\times931,5}{210}$$

$$E_{CA} = 7,83\ MeV/nucléons$$

2 – Équation bilan de la réaction

$$^{210}_{84}Po \longrightarrow {}^{A}_{z}Pb + {}^{4}_{2}He$$

Loi de la conservation du nombre de masse

210 = A + 4 $\Rightarrow$ A = 206

Loi de la conservation du nombre de charge

84 = z + 2 $\Rightarrow$ z = 82

$$^{210}_{84}Po \longrightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^{4}_{2}He$$

3 – Calcul de l'énergie libérée lors de cette désintégration

$$E = (m_{Po} - m_{Pb} - m_{He})C^2$$

AN : E = $(209,9369 - 205,9296 - 4,0015)\times 931,5$ E = 5,4 MeV

4 – a) Calcul du nombre de noyau de polonium. $No = \frac{m_O}{M_{Po}}\mathcal{N}$

AN : $No = \frac{20\times6,02.10^{23}}{210}$

$$No = 5,73.10^{22}\ noyaux$$

b) Calcul de la masse de polonium disparu au bout de 414 jours

$m^d = m_0 - m$ avec $m = m = m_0e^{-\lambda t}$

$m^d = m_0 - m_0e^{-\lambda t} = m_o(1-e^{-\lambda t})$

avec $\lambda = \frac{ln2}{T}$ $m^d = m_o(1-e^{-\frac{ln2}{T}t})$

AN : $m^d = 20(1-e^{-\frac{ln2}{138}\times414})$ $m^d = 17,5g$

Solution 2

1 – La réaction de la méthanamine sur l'eau

$$CH_3-NH_2 + H_2O \rightleftharpoons CH_3-NH_3^+ + OH^-$$

2 – a) Recensement des espèces chimiques présentes dans la solution

* Molécules : CH_3-NH_2, H_2O
* Ions : OH^-, H_3O^+, Cl^-, $CH_3-NH_3^+$

b) Calcul de la concentration molaire de chaque espèce

* Concentration de H_2O

$[H_2O] = \frac{a}{M} = \frac{1000}{18}$ = 55,5 mol/L

$[H_2O] = 55,5\ mol/L$

* Concentration de H_3O^+

$[H_3O^+] = 10^{-pH}$

AN : $[H_3O^+] = 10^{-10,6}$

$[H_3O^+] = 2,51.10^{-11} mol/L$

* Concentration de OH^-

Ke = $[OH^-].[H_3O^+]$

$\Rightarrow [OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]} = \frac{10^{-14}}{2,51.10^{-11}}$

$[OH^-] = 3,98.10^{-4} mol/L$

* Concentration de Cl^-

$[Cl^-] = \frac{C_2V_2}{V_1+V_2}$

AN : $[Cl^-] = \frac{0,2\times10.10^{-3}}{(10+20).10^{-3}}$

$[Cl^-] = 6,67.10^{-2} mol/L$

* Concentration de $CH_3-NH_3^+$

D'après l'électroneutralité,

$[CH_3-NH_3^+] + [H_3O^+] = [OH^-] + [Cl^-]$

$[CH_3-NH_3^+] = [OH^-] + [Cl^-] - [H_3O^+]$

Comme $[OH^-] \gg [H_3O^+]$ alors

$[CH_3-NH_3^+] \simeq [OH^-] + [Cl^-]$

AN : $[CH_3-NH_3^+] \simeq 3,98.10^{-4} + 6,67.10^{-2}$

$[CH_3-NH_3^+] \simeq = 6,71.10^{-2} mol/L$

* Concentration de CH_3-NH_2

D'après la conservation de la matière

$[CH_3-NH_2] + [CH_3-NH_3^+] = \frac{C_1V_1 + C_2V_2}{V_1+V_2}$

$$[CH_3-NH_2]=\frac{C_1V_1+C_2V_2}{V_1+V_2}-[CH_3NH_3^+]$$

AN : $[CH_3-NH_2]=$

$$\frac{(0,1\times 20+0,2\times 10).10^{-3}-6,71.10^{-2}}{(10+20).10^{-3}}$$

$$[CH_3-NH_2]=6,62.10^{-2}mol/L$$

c) Calcul de pKa du couple $CH_3-NH_3^+/CH_3-NH_2$

$$pKa=pH-\log\frac{[CH_3-NH_2]}{[CH_3-NH_3^+]}$$

AN : $pKa=10,6-\log\left[\frac{6,62.10^{-2}}{6,71.10^{-2}}\right]=10,6$

3 – La base CH_3-NH_2 est plus forte que NH_3 car pKa $(CH_3-NH_3^+/CH_3-NH_2)>$ pKa $(-NH_4^+/NH_3)$.

CORRECTION

Solution 1

1 – Calcul des énergies de niveaux :

$$n=1\Rightarrow E_1=-\frac{13,6}{1^2}\,eV=-13,6\,eV$$
$$n=2\Rightarrow E_2=-\frac{13,6}{2^2}\,eV=-3,4\,eV$$
$$n=3\Rightarrow E_3=-\frac{13,6}{3^2}\,eV=-1,51eV$$

2 – Nom du premier niveau

Niveau fondamental.

3 – a) L'atome se trouve dans l'état ionisé

b) Énergie de niveau :

$$n=\infty\Rightarrow E_\infty=-\frac{13,6}{\infty^2}\,eV=0\,eV$$

4 – a) Calcul de la fréquence de radiation

a1) $\nu_{2-1}=\frac{E_2-E_1}{h}$

$$=\frac{(-3,4+13,6)\times 1,6.10^{-19}}{6,62.10^{-34}}\quad \nu_{2-1}=2,46.10^{15}Hz$$

a2) $\nu_{3-1}=\frac{E_3-E_1}{h}=$

$$\frac{(-1,51+13,6)\times 1,6.10^{-19}}{6,62.10^{-34}}$$

$$\nu_{3-1}=2,92.10^{15}Hz$$

a3) Calcul des longueurs d'ondes correspondantes

$$\nu=\frac{C}{\lambda}\Rightarrow\lambda=\frac{C}{\nu}$$

$$\lambda_{2-1}=\frac{3.10^8}{2,46.10^{15}}\qquad \lambda_{2-1}=1,21.10^{-7}m$$

$$\lambda_{3-1}=\frac{3.10^8}{2,92.10^{15}}\qquad \lambda_{3-1}=1,03.10^{-7}m$$

b) Ces radiations appartiennent au domaine de l'ultraviolet (UV)

5 – Calcul de la plus courte longueur d'onde

$$E_\infty-E_1=\frac{hC}{\nu_{\infty-1}}\Rightarrow\lambda_{\infty-1}=\frac{hC}{E_\infty-E_1}$$

$$\lambda_{\infty-1}=\frac{6,62.10^{-34}\times 3.10^8}{(0+13,6)\times 1,6.10^{-19}}$$

$$\lambda_{\infty-1}=9,12.10^{-8}m$$

Solution 2

1 – a) Équation de dissociation de l'acide dans l'eau

BACCALAURÉAT C 201

$$CH_3COOH+H_2O\rightleftharpoons CH_3COO^-+H_3O^+$$

b) Les espèces chimiques dans la solution

Molécules : CH_3COOH, H_2O

Ions : CH_3COO^-, H_3O^+, OH^-

c) Détermination des concentrations moléculaires

$$[H_3O^+]=10^{-pH}=10^{-3,4}$$
$$[H_3O^+]=3,9.10^{-4}mol/L$$

* À 25℃, $[OH^-]=\frac{10^{-14}}{[H_3O^+]}=\frac{10^{-14}}{3,9.10^{-4}}$

$$[OH^-]=2,5.10^{-11}mol/L$$

* Électroneutralité :

$$[H_3O^+]=[OH^-]+[CH_3COO^-]$$

Milieu acide $\Rightarrow [OH^-]\ll[H_3O^+]$

$$[CH_3COO^-]=[H_3O^+]=3,9.10^{-4}mol/L$$

* Conservation de la matière :

$$C_A=[CH_3COO^-]+[CH_3COOH]$$
$$\Rightarrow[CH_3COOH]=C_A-[CH_3COO^-]$$
$$=10^{-2}-3,9.10^{-4}$$
$$[CH_3COOH]=9,6.10^{-3}mol/L$$

* $[H_2O]=\frac{a}{M}=\frac{1000}{18}$ = 55,5 mol/L

$$[H_2O]=55,5\,mol/L$$

2 – a) Calcul du coefficient de dissociation α

$$\alpha=\frac{[CH_3COO^-]}{C_A}=\frac{3,9.10^{-4}}{10^{-2}}=3,9.10^{-2}$$

$\alpha=3,9\%$

b) Calcul du pKa

$$pKa=pH-\log\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}$$

$$pKa=3,4-\log\frac{9,4.10^{-4}}{9,6.10^{-3}}=4,79$$

$$pKa\approx 4,8$$

3 – Comparaison de la force d'acidité

a) $HCOOH$ est plus fort que CH_3COOH

b) Justification

$pKa\,(HCOOH/HCOO^-)=3,8$

$pKa\,(CH_3COOH/CH_3COO^-)=4,8$

$3,8<4,8$.

Partie A : Vérification des connaissances

I – Questions à choix multiples

1 = c, 3 = b,
2 = b, 4 = c.

II – Répondre par vrai ou faux

1 = Vrai, 3 = Vrai,
2 = Faux, 4 = Faux.

III – Questions à trous

Une réaction équilibrée est une réaction au cours de laquelle les réactifs et les produits coexistent dans le milieu réactionnel.

Partie B : Application des connaissances

1 – Équation-bilan de désintégration

$${}^{222}_{86}Rn \longrightarrow {}^{A}_{Z}Y + {}^{4}_{2}He$$

D'après la conservation du nombre de masse, 222 = A + 4 A = 218

D'après la conservation du nombre de charge, 86 = z + 2 z = 84

D'où ${}^{222}_{86}Rn$ ${}^{218}_{86}Po + {}^{4}_{2}He$

2 – Calcul de la constance radioactive

$\lambda = \dfrac{\ln 2}{T}$ AN : $\lambda = \dfrac{\ln 2}{3,8} = 1,82.10^{-1}$

$\lambda = 1,82.10^{-1}\,j^{-1}$ ou

$$\lambda = \frac{\ln 2}{3,8 \times 24 \times 3600} = 2,11.10^{-6}\,s^{-1}$$

b) Calcul du nombre de noyau

$$N_0 = \frac{m_0}{M}.$$

A.N : $N_0 = \dfrac{0,20.10^{-3} \times 6,02.10^{23}}{222}$

$N_0 = 5,42.10^{17}$ *noyaux*

4 – Calcul de l'activité

$A_0 = \lambda N_0$

A.N : $A_0 = 2,11.10^{-6} \times 5,42.10^{17}$

$A_0 = 1,14.10^{12}\,Bq$

5 – Calcul de l'activité au bout de 10 jours

$A = \lambda N$ or $N = N_0 e^{-\lambda t}$

$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow A = \lambda N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T}t}$

A.N : $A = 1,14.10^{12} e^{-\frac{\ln 2}{3,8}\times 20}$

$A = 2,97.10^{10}\,Bq$

CORRECTION CHIMIE TERMINALE D

CORRECTION

BACCALAURÉAT D 200

Solution 1

1 – Les photons sont émis car les électrons passent d'un niveau supérieur à un niveau inférieur

2 – a) Expression de W(n, 2) en fonction de E_0 et n.

Nous avons : $W(n, 2) = E_n - E_2$

$$= -\frac{E_0}{n^2} + \frac{E_0}{2^2} = E_0\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad (1)$$

b) Expression de λ(n, 2) en fonction de E_0, h, e et n.

Nous avons : $W(n, 2) = \dfrac{hc}{\lambda(n, 2)} \qquad (2)$

(1 et (2) donne : $\dfrac{hc}{\lambda(n, 2)} = E_0\left(\dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{n^2}\right)$

D'où $\lambda(n, 2) = \dfrac{hc}{E_0} \cdot \dfrac{1}{\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2}}$

c) λ(n, 2) max est obtenue pour n = 3.

D'où $\lambda(3, 2) = \dfrac{hc}{E_0} \cdot \dfrac{1}{\frac{1}{4} - \frac{1}{9}}$

Alors $E_0 = \dfrac{hc}{\lambda(3,2)} \cdot \dfrac{1}{\frac{1}{4} - \frac{1}{9}}$

A.N. : $E_0 = 2{,}1773.10^{-18}$ J = 13,6 eV

Solution 2

1 – Équation-bilan de la réaction d'hydrolyse

$$CH_3 - CH_2 - CH_2 - C(=O) - O - C_2H_5 + H_2O \rightleftharpoons CH_3 - CH_2 - CH_2 - COOH + C_2H_2 - OH$$

Neutralisation

$$CH_3 - CH_2 - CH_2 - COOH + OH^- \rightleftharpoons CH_3 - CH_2 - CH_2 - COO^- + H_2O$$

2 – On refroidit l'échantillon dose pour arrêter la réaction d'hydrolyse

3 – a) quantité d'acide présent à l'équilibre

$n_{ac}^{p} = n_b = C_b.V_b$ (solution prélevée)

Dans le mélange initial

$$C = \frac{n_{ac}^{p}}{V_p} = \frac{n_{ac}^{e}}{V_i} \Rightarrow n_{ac}^{e} = \frac{n_{ac}^{p}}{V_p}.V_i$$

$$n_{ac}^{e} = \frac{C_bV_b}{V_p}.V_i \qquad \text{A.N. : } n_{ac}^{e} = 0{,}63 \text{ mol}$$

b) Quantité d'ester

$n_e = n_e^i + n_{ac}$ $\qquad n_e = 0{,}37$ mol

c) Calcul du rendement

$$r_d = \frac{n_{ac}^{f}}{n_e^{i}} \times 100 \qquad \text{A.N. : } r_d = 63\%$$

CORRECTION

BACCALAURÉAT D 2010

Solution 1

1 – a) Énergie nécessaire pour le passage de l'état fondamental au premier état excité

$$\Delta E_{1;2} = E_2 - E_1 = -\frac{E_0}{4} + E_0 = \frac{3}{4}E_0$$

A.N. : $\Delta E_{1;2} = \dfrac{3}{4} \times 13{,}6 \times 1{,}6.10^{-19}$ J

$\Delta E_{1;2} = 1{,}632.10^{-18}$ J

b) Énergie de transition

$\Delta E_{1;3} = E_3 - E_1 = 1{,}934.10^{-18}$ J

* Pour le photon :

W ne correspond à aucune transition : rien ne se passe

* Pour l'électron

$\Delta E_{1,3} > E_C > \Delta E_{1,2}$

L'atome s'excite à l'état d'énergie E_2

2 – * Définition de l'énergie d'ionisation

Énergie nécessaire pour le passage de l'état fondamental à l'état ionique

* Calcul de l'énergie d'ionisation

$W_{\infty;1} = E_\infty - E_1 = 0 - (-13{,}6) = 13{,}6$ eV

$W_{\infty;1} = 13{,}6 \times 1{,}6.10^{-19}$ J

3 – a) Définition d'une série de raies

On appelle série de raies, l'ensemble de radiations lumineuses émises lors des transitions aboutissant au même niveau d'énergie.

b) Transition à laquelle correspond la radiation de fréquence ν = 3,8.10[15] Hz : Il n'y a aucune transition possible.

Solution 2

1 – Équation-bilan de la réaction

$2I^- \longrightarrow I_2 + 2e^-$,

$ClO^- + 2H_3O^+ + 2e^- \longrightarrow Cl^- + 3H_2O$

$2I^- + ClO^- + 2H_3O^+ \; Cl^- + 3H_2O$

2 – Équation de dosage redox

$S_2O_3^{2-} \longrightarrow S_4O_6^{2-} + 2e^-$

$I_2 + 2e^- \longrightarrow 2I^-$

b) Concentration molaire en ion ClO^-

À l'équilibre redox on a :

D'après (b) $n_{S_2O_3^{2-}} = 2n_{I_2}$ (1)

D'après (a) $n_{ClO^-} = n_{I_2}$

$\Rightarrow [ClO^-].V_{Ox} = n_{I_2}$

(1) et (2) $[ClO^-].V_{Ox} = \frac{1}{2}[S_2O_3^{2-}]V_r$

$$[ClO^-] = \frac{1}{2}\frac{V_r}{V_{Ox}}[S_2O_3^{2-}]$$

A.N.: $[ClO^-] = 0{,}5\,\frac{15{,}2}{20}\times 0{,}1 = 3{,}8.10^{-2}$ mol/L

$[ClO^-] = 3{,}8.10^{-2}$ mol/L

CORRECTION

BACCALAURÉAT D 2011

Solution 1

1 – Détermination du temps de la demi-réaction

D'après les résultats du tableau, $t_{1/2} = 20$ s

2 – a) Calcul de la constante de vitesse de la réaction

$$V = -\frac{d[NOBr]}{dt} = k[NOBr]^2$$

$$-\frac{d[NOBr]}{dt} = k[NOBr]^2 \Rightarrow -\frac{d[NOBr]}{[NOBr]^2} = kdt$$

$$\frac{1}{[NOBr]} = kt + \frac{1}{[NOBr]_0}$$

À $t = t_{1/2}$ $[NOBr] = \frac{[NOBr]_0}{2}$

$$\frac{2}{[NOBr]_0} = k\,t_{1/2} + \frac{1}{[NOBr]_0}$$

$$\Rightarrow k = \frac{1}{t_{1/2}[NOBr]_0}$$

A.N. : $k = 2L.mol^{-1}.s^{-1}$

b) Loi de vitesse

$V = k[NOBr]^n$ d'où $V = 2[NOBr]^2$ $mol^{-1}.s^{-1}$

c) Déterminons le temps nécessaire à la disparition de 80% du réactif

$\frac{1}{[NOBr]} = kt + \frac{1}{[NOBr]_0}$ à la disparition de 80% du réactif,

$$[NOBr] = [NOBr]_0 - \frac{80}{100}[NOBr]_0$$

$$[NOBr]_0 = \frac{20}{100}[NOBr]_0 = \frac{1}{5}[NOBr]_0$$

$$\frac{1}{\frac{1}{5}[NOBr]_0} = kt + \frac{1}{[NOBr]_0}$$

$$\frac{5}{[NOBr]_0} - \frac{1}{[NOBr]_0} = kt$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{t[NOBr]_0}$$

A.N. : t = 80 s

* Calcul de la vitesse de disparition à cette date

$V = 2[NOBr]^2$ or $[NOBr]^2 = \frac{1}{5}[NOBr]_0$

$V = \frac{2}{25}[NOBr]_0^2$ A.N.: $V = 5.10^{-5}$ mol/L/s

Solution 2

1 – Calcul de la concentration

$$Ca = \frac{n}{V_s} \text{ or } n = \frac{m}{M} \Rightarrow Ca = \frac{m}{M.V_s}$$

A.N. : Ca = 0,1 mol/L

b) Montrons que l'acide méthanoïque est un acide faible

Supposons que l'acide est fort

$pH_c = -\log Ca \Rightarrow pH_c = 1$

On constate que le $pH \neq pH_c \Rightarrow 1 \neq 2{,}4$

L'acide méthanoïque est un acide faible.

Autre méthode

$Ca' = 10^{pH} \Rightarrow Ca' = 10^{-2,4}$

$\Rightarrow Ca' = 3{,}98.10^{-3}$ mol/L

Comme Ca ≠ Ca, d'où l'acide est faible

c) Équation de dissociation

$HCOOH + H_2O \rightleftharpoons HCOO^- + H_3O^+$

2 – a) Inventaire de toutes les espèces chimiques

$HCOOH + H_2O \rightleftharpoons HCOO^- + H_3O^+$

$2H_2O \rightleftharpoons HO^- + H_3O^+$

Molécules : HCOOH, H2O

Ions : $HCOO^-$, H_3O^+, HO^-

b) Calcul des concentrations

$$[H_2O] = \frac{\rho}{M_{H_2O}}$$

A.N. : $[H_2O] = 55{,}56$ mol/L

$[H_3O^+] = 10^{-pH} \Rightarrow = 3{,}98.10^{-3}$ mol/L

D'après le produit ionique de l'eau

$Ke = [H_3O^+].[HO^-] \Rightarrow [HO^-] = \dfrac{Ke}{[H_3O^+]}$

A 25°C, $Ke = 10^{-14}$

A.N.: $[HO^-] = 2{,}5.10^{-12}$ mol/L

D'après l'électroneutralité,

$[H_3O^+] = [HO^-] + [HCOO^-]$

La solution étant acide, $[HO^-] << [H_3O^+]$

$\Rightarrow [HCOO^-] = [H_3O^+]$

$\Rightarrow [HCOO^-] = 3{,}98$ mol/L

D'après la conservation de la matière,

$Ca = [HCOOH] [HCOO^-] \Rightarrow$

$[HCOOH] = Ca - [HCOO^-]$

A.N.: $[HCOOH] = 9{,}6.10^{-2}$ mol/L

3 – a) Calcul du pKa du couple $HCOOH / HCOO^-$

$$pKa = pH - \log\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}$$

A.N. : pKa = 3,78 ≈ 3,8

b) Comparaison des forces des acides

pKa_1 ($HCOOH / HCOO^-$) = 3,8

pKa_2 (CH_3-COOH / CH_3-COO^-) = 4,7

On constate que $pKa_1 < pKa_2$

L'acide le plus fort est l'acide méthanoïque.

CORRECTION

BACCALAURÉAT D 2012

Solution 1

1 – a) Calcul des énergies

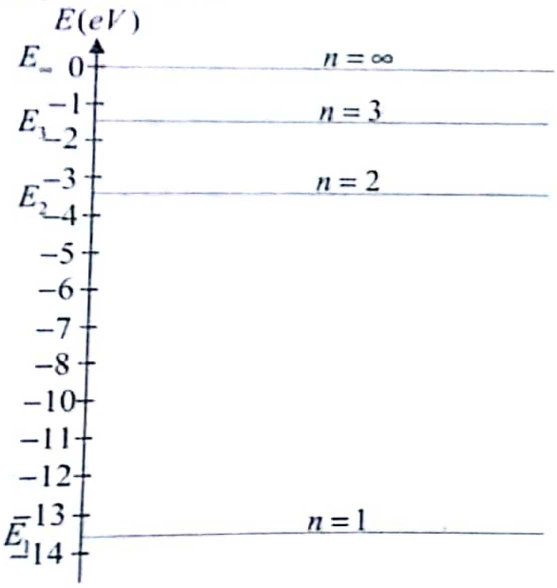
n = 1, $E_1 = -13{,}6\ eV$,

n = 2, $E_2 = -3{,}4\ eV$,

n = 3, $E_3 = -1{,}51\ eV$,

n = ∞, $E_\infty = 0\ eV$.

b) Représentation du diagramme des énergies de l'atome



2 – a) Montrons que les longueurs d'onde des radiations émises dans les séries de Balmer vérifient la relation.

$\lambda = R_H(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2})$. L'énergie de transition est telle que $E_n - E_2 = h\nu$ avec $\lambda = \dfrac{C}{\nu}$

$$\frac{hC}{\lambda} = -\frac{E_0}{n^2} + \frac{E_0}{4} \Rightarrow \frac{hC}{\lambda} = -E_0\left[\frac{1}{n^2} + \frac{1}{4}\right]$$

$\dfrac{1}{\lambda} = \dfrac{E_0}{hC}\left[\dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{n^2}\right]$ En posant $R_H = \dfrac{E_0}{hC}$,

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left[\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2}\right]$$

b) Détermination de n pour λ = 656 nm

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{E_0}{hC}\left[\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2}\right] \Rightarrow n^2 = \frac{1}{\frac{1}{4} - \frac{hC}{\lambda.E_0}}$$

$$\Leftrightarrow n = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{4} - \frac{hC}{\lambda.E_0}}}$$

$$AN : n = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{4} - \frac{6{,}62\times10^{-34}\times3.10^8}{656.10^{-9}\times13{,}6\times1{,}6.10^{-19}}}}$$

n = 3

3 – $E_{ph} = 7\ eV$

a) L'atome est dans l'état fondamental.

$E_T = E_1 + E_{ph} = -13{,}6 + 7 = -6{,}6\ eV$. Cette énergie ne correspond à aucune transition. Le photon n'est pas absorbé.

b) L'atome est dans l'état excité (n = 2).

$$E_T = E_1 + E_{ph} = -3{,}4 + 7 = 3{,}6 > 0$$

$E_{ph} > E_i = 3{,}4\ eV$ Le photon est absorbé et l'atome est ionisé.

Solution 2

1 – a) Écriture des demi-équations d'oxydoréduction des couples I_2/I^- et $S_4O_6^{2-}/S_2O_3^{2-}$

• Pour le couple I_2/I^- :

$$I_2 + 2e^- \rightleftharpoons 2I^-$$

• Pour le couple $S_4O_6^{2-}/S_2O_3^{2-}$:

$$2S_2O_3^{2-} \rightleftharpoons S_4O_6^{2-} + 2e^-$$

b) Déduction de l'équation-bilan ionique

$$I_2 + 2e^- \longrightarrow 2I^-$$
$$2S_2O_3^{2-} \longrightarrow S_4O_6^{2-} + 2e^-$$

Bilan : $I_2 + 2S_2O_3^{2-} \longrightarrow 2I^- + S_4O_6^{2-}$

2 – a) Calcul de la concentration C_0 de la solution de diiode I_2

D'après l'équation bilan $\frac{1}{n_0} = \frac{2}{n_r} \Rightarrow n_0 = \frac{1}{2}n_r$

$$C_0.V_0 = \frac{1}{2}C_r.V_r \quad C_0 = \frac{1}{2}\frac{C_r.V_r}{V_0}$$

AN : $C_0 = \frac{0,5\times25,5.10^{-3}}{2\times50.10^{-3}}$

$$C_0 = 2,55.10^{-2} mol/L$$

b) Calcul de la masse de cristaux de thiosulfate

$$C_r = \frac{n}{V_s} \text{ or } n = \frac{m_p}{M} \Rightarrow C_r = \frac{m_p}{V_sM}$$

$m_p = C_rV_sM$ avec $m_p = m_T - m_i$

$$m_p = m_c - \frac{5}{100}m_c \Rightarrow m_p = \frac{95}{100}m_c$$

$$m_c = \frac{100}{95}m_p \Rightarrow m_c = \frac{100\times C_rV_sM}{95}$$

AN : $m_c = \frac{100\times0,1\times159}{95} = 16,63g$

$m_c = 16,63g$.

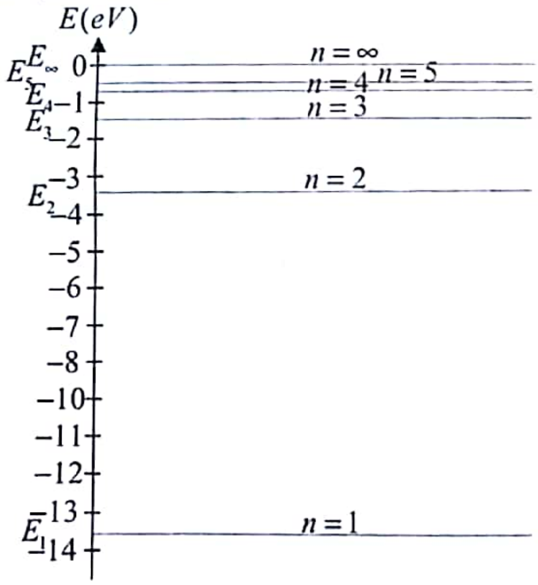
CORRECTION **BACCALAURÉAT D 2013**

Solution 1

1 – a) Calcul des énergies

n = 1, $E_1 = -13,6\ eV$,
n = 2, $E_2 = -3,4\ eV$,
n = 3, $E_3 = -1,51\ eV$,
n = 4, $E_4 = -0,85\ eV$,
n = 5, $E_5 = -0,54\ eV$,
n = ∞, $E_\infty = 0\ eV$.

b) Représentation du diagramme des énergies de l'atome



2 – Détermination de a et b

* Pour $Na = 6,16.10^{14}Hz$

$Ea - E_2 = hNa$

$$E_n = \left[\left(-\frac{13,6}{a^2}\right) - \left(-\frac{13,6}{2^2}\right)\right]\times1,6.10^{-19} = hNa$$

$$\left[\frac{1}{a^2} - \frac{1}{4}\right]\times13,6\times1,6.10^{-19} = hNa$$

$$\left[\frac{1}{a^2} - \frac{1}{4}\right] = \frac{hNa}{13,6\times1,6.10^{-19}}$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{4} - \frac{hNa}{13,6\times1,6.10^{-19}}}}$$

AN : $a = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{4} - \frac{6,62.10^{-34}\times6,16.10^{14}}{13,6\times1,6.10^{-19}}}} = 3,99$

$a = 4$

* Pour $Nb = 6,91.10^{14}Hz$

$Eb - E_2 = hNb$

$$E_n = \left[\left(-\frac{13,6}{b^2}\right) - \left(-\frac{13,6}{2^2}\right)\right]\times1,6.10^{-19} = hNb$$

$$\left[\frac{1}{b^2} - \frac{1}{4}\right]\times13,6\times1,6.10^{-19} = hNb$$

$$\left[\frac{1}{b^2} - \frac{1}{4}\right] = \frac{hNb}{13,6\times1,6.10^{-19}}$$

$$\Rightarrow b = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{4} - \frac{hNb}{13,6\times1,6.10^{-19}}}}$$

AN : $b = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{4} - \frac{6,62.10^{-34}\times6,91.10^{14}}{13,6\times1,6.10^{-19}}}} = 5$

$b = 5$

Solution 2

1 – a) Équations des réactions

$$NaOH \xrightarrow{H_2O} Na^+ + OH^-$$

$(Na^+\ OH^-) + (H_3O^+\ Cl^-) \longrightarrow (Na^+\ Cl^-) + 2H_2O$

ou $H_3O^+ + OH^- \longrightarrow 2H_2O$

b) Déterminons en moles :

* La quantité d'hydroxyde OH^-

$$n_{OH^-} = \frac{m}{M(NaOH)} = \frac{4}{40} = 0{,}1mol$$

$$n_{OH^-} = 0{,}1\ mol$$

* La quantité d'ions H_3O^+

$$n_{H_3O^+} = C_1.V_1 = 10^{-1} \times 500.10^{-3}$$

$$n_{H_3O^+} = 5.10^{-2} mol$$

2 – Nature du mélange

Étant donné que $n_{OH^-} > n_{H_3O^+}$, alors le mélange est basique.

3 – Calcul des concentrations des ions dans le mélange

* Concentration de OH^-

$$[OH^-] \frac{n_{OH^-} - n_{H_3O^+}}{V_1} = \frac{0{,}1 - 5.10^{-2}}{500.10^{-3}}$$

$$[OH^-] = 0{,}1\ mol/L$$

* Concentration de H_3O^+

Ke = $[OH^-].[H_3O^+]$

$$\Rightarrow [H_3O^+] = \frac{Ke}{[HO^-]} = \frac{10^{-14}}{0{,}1}$$

$$[H_3O^+] = 10^{-13} mol/L$$

* Concentration de Cl^-

$$[Cl^-] = \frac{n_{HCl}}{V_1} = \frac{5.10^{-2}}{500.10^{-3}} \quad [Cl^-] = 0{,}1\ mo$$

* Concentration de Na^+

$$[Na^+] = \frac{n_{NaOH}}{V_1} = \frac{0{,}1}{500.10^{-3}} \quad [Na^+] = 0{,}2\ mo$$

Déduisons le pH

pH = $= -\log[H_3O^+] = -\log 10^{-13} =$

pH = 13

4 – Calcul du volume ajouté

La solution est neutre à l'équivalen

$n_b = n_a$

$$n_b = C_1(V_1 + V_{aj}) \Rightarrow V_{aj} = \frac{n_b}{C_1} - V_1$$

AN : $V_{aj} = \frac{0{,}1}{0{,}1} - 500.10^{-3} \quad V_{aj} = 0{,}5L$

CORRECTION

BACCALAURÉAT D 20

Partie A : Vérification des connaissances

1 – Appariement

a1 = b.3, a3 = b.1,
a2 = b.4, a4 = b2.

2 – Question réponse ouverte

a) Une série de raies est un ensemble de transitions électroniques aboutissant sur un même niveau d'énergie.

b) L'énergie d'ionisation est l'énergie minimale qu'il faut fournir à un atome d'hydrogène pour l'ioniser.

3 – Réarrangement

La période radioactive d'un nucléide est la durée nécessaire pour que la moitié des noyaux radioactifs initialement présents dans l'échantillon soit désintégrée.

Partie B : Application des connaissances

1 – Calcul de la concentration molaire volumique de la solution S

M(KMnO₄) = 39 + 55 + 64 = 158g/mol.

$C_S = \frac{n}{V} = \frac{m}{M.V}$ A.N : $C_S = = \frac{7{,}9}{158 \times 0{,}2}$

$C_S = 0{,}25$ mol/L

2 – a) Équation-bilan de la réaction d'oxydoréduction

$MnO_4^{2-} + 8H_3O^+ + 2\bar{e} \longrightarrow Mn^{2+} + 12H_2O$ x 1

$Fe^{2+} \longrightarrow Fe^{3+} + 2\bar{e}$ x 5

$MnO_4^{2-} + 5Fe^{2+} + 8H_3O^+ \longrightarrow Mn^{2+} + Fe^{3+} + 12H_2O$

b) Calcul du volume de la solution de sulfate fer

n Fe^{2+} = 5 MnO_4^{2-} alors Cr x Vr = 5Co x Vo

$\Rightarrow$Vr = $= \frac{5Co.Vo}{Cr}$ avec Cr = [Fe^{2+}] et C

Cs = [MnO_4^{2-}]

A.N : Vr = $= \frac{5 \times 2{,}5.10^{-1} \times 0{,}02}{1} = 2{,}5.10^{-1}$

$Vr = 2{,}5.10^{-1} mL$

c) Calcul des concentrations des ions Mn^{2+} Fe^{3+}

D'après l'équation-bilan

$n_{MnO_4^-} = n_{Mn^{2+}} \Rightarrow [Mn^{2+}] = \frac{n_{MnO_4^-}}{Vt}$

$\Rightarrow [MnO_4^{2-}] = = \frac{Co.Vo}{Vo + Vr}$

A.N : $[MnO_4^{2-}] = = \frac{0{,}25 \times 0{,}02}{0{,}02 + 0{,}025} = 0{,}11$

$[MnO_4^{2-}]$ = 0,11 ml/L

$n_{Fe^{3+}} = 5n_{MnO_4^-} \Rightarrow [Fe^{3+}] = \frac{5n_{MnO_4^-}}{Vt} = 5[Mn^{2+}]$

$\Rightarrow [Fe^{3+}] = \frac{5n_{MnO_4^-}}{Vt} = 5[Mn^{2+}]$

$\Rightarrow [Fe^{3+}] = 5[Mn^{2+}]$

A.N: $[Fe^{3+}]$ = 5 x 0,11 = 0,55

$[Fe^{3+}]$ = 0,55 mol/L

PHYSIQUE TERMINALE C

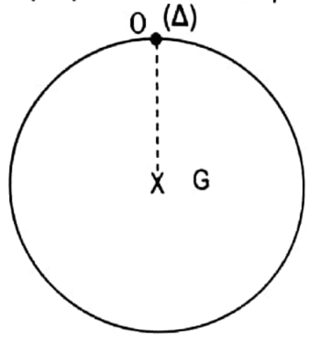
MEPSA CAB-DEC
Épreuve de Sciences physiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 5

Baccalauréat C 2009

PHYSIQUE

Exercice 1 4 pts

Un cerceau homogène de masse m = 0,5 kg et de rayon R = 10 cm peut effectuer sans frottement des oscillations de faible amplitude autour d'un axe horizontal (Δ) passant par le point O et perpendiculaire au plan du cerceau.



1 – On écarte le cerceau de sa position d'équilibre d'un angle θ_m faible et on le lâche sans vitesse initiale à un instant pris comme origine.

a) Établir l'équation différentielle du mouvement du cerceau.

b) Calculer la période d'oscillations.

2 – L'équation horaire du mouvement est $\theta = \theta_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$.

Sachant qu'à l'instant t = 2 s, l'élongation est $\theta = 3{,}05.10^{-4}$ rad, calculer l'amplitude θ_m des oscillations.

Exercice 2 **4pts**

Une lumière monochromatique de longueur d'onde λ issue d'une fente F tombe sur un écran E_1 percé de deux fentes F_1 et F_2 parallèles à F. Un dispositif spécial permet de faire varier la distance a entre les deux fentes qui restent constamment situées à égale distance de F. On dispose un écran E_2 parallèle à E_1 et à la distance D de celui-ci sur lequel on observe le phénomène d'interférence.

1 – a) Que se passe-t-il si on masque l'une des fentes de F_1?

b) Peut-on affirmer dans une certaine mesure que : lumière + lumière = obscurité ? si oui, dans quel cas ?

2 – On mesure sur l'écran E_2 l'intervalle L séparant k franges brillantes consécutives.

a) Donner l'expression de l'interfrange en fonction de λ, a et D.

b) Écrire l'expression de L en fonction de l'interfrange i et de k

c) Déduire l'expression de a en fonction de λ, k, D et L. calculer sa valeur numérique.

3 – On augmente a :

a) Les franges observées s'écartent-elles les unes des autres ? Justifier.

b) D'autre part, on remarque que pour une interfrange inférieure à 0,2 mm, l'observation du phénomène devient difficile à l'œil nu. Quelle est la valeur limite a_0 de la distance F_1F_2 ?

Exercice 3 **4pts**

Un appareil électrique est parcouru par un courant alternatif sinusoïdal de fréquence N = 50 Hz d'intensité efficace I = 5 A. La tension efficace aux bornes de l'appareil est U = 100 V.

La tension u(t) est en avance de phase de $\varphi = \frac{\pi}{3}$ rad sur l'intensité i(t).

1 – Calculer l'impédance de l'appareil.

2 – Cet appareil est un ensemble de deux dipôles en série dont l'un est un résistor. Quelle est la nature de l'autre dipôle ?

NB : On se servira de la construction de Fresnel.

3 – La tension efficace aux bornes du résistor est de 40 V.

a) Quelle est la résistance du résistor ?

b) Déterminer les grandeurs physiques qui caractérisent l'autre dipôle.

4 – On branche en série avec l'appareil, un condensateur de capacité C. L'ensemble est parcouru par le courant alternatif i(t). La tension efficace n'a pas changé.

Calculer C pour qu'à la même fréquence N = 50 Hz l'intensité du courant soit en phase avec la tension U(t).

MEPSA CAB-DEC
Épreuve de Sciences physiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 5

PHYSIQUE

4 pts

Exercice 1

1 – Une bobine de résistance R et d'inductance L est alimentée par un générateur de tension continue $U_1 = 6$ V. Elle est alors traversée par un courant d'intensité efficace $I_1 = 0{,}3$ A.

Déterminer la résistance R de la bobine.

2 – On alimente ensuite la bobine par une tension sinusoïdale de valeur efficace 24 V et de fréquence 50 Hz ; l'intensité efficace du courant vaut alors 0,12 A.

Déterminer :

a) L'impédance de la bobine,

b) L'inductance de la bobine.

3 – On monte en série avec la bobine un condensateur de capacité C = 5μF. L'ensemble est soumis à la tension sinusoïdale précédente.

a) Déterminer l'impédance de l'association.

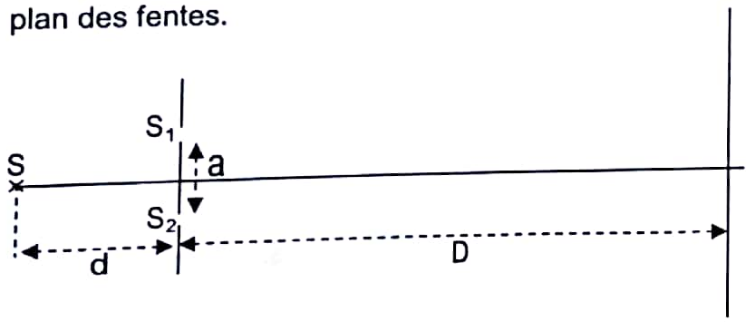
b) Quelle est l'intensité efficace du courant ?

c) Quelle est la phase de l'intensité par rapport à la tension aux bornes de l'association ?

4 pts

Exercice 2

On a réalisé l'expérience des interférences lumineuses avec le dispositif des fentes de Young. La distance entre la source S monochromatique et le plan des fentes S_1 et S_2 est d = 50 cm. La distance entre les fentes est a = 3 mm. L'écran est placé à la distance D = 2 m du plan des fentes.



1 – La distance entre la $6^{ème}$ fente brillante située d'un côté de la frange centrale et la $6^{ème}$ frange brillante située de l'autre côté est L = 4,8 mm. Déterminer la longueur d'onde λ_1.

2 – La source S émet une lumière monochromatique de longueur d'onde λ_2 = 0,60μm. On la déplace verticalement vers S_1 de y = 2,5 mm. On constate un déplacement vertical x du système du système de franges sur l'écran.

a) Établir l'expression de la différence de marche en fonction de y, x, D, d et a.

b) Déterminer la nouvelle position de la frange centrale.

c) Dire de combien et dans quel sens se déplace le système de franges.

3 – Pour ramener le système de franges à sa position initiale, on se propose d'utiliser une lame de verre.

a) Devant quelle frange doit-on placer la lame ?

b) Déterminer l'épaisseur e de la lame.

Indice de réfraction de la lame n = 1,5.

4 points

Exercice 3

Un solide ponctuel de masse m glisse sans frottement sur une piste circulaire dont le profil est représenté ci-après

Le solide part du point A avec une vitesse nulle.

1 – Déterminer la valeur de la vitesse au point B.

2 – Après le point B, le solide quitte la piste. On considère qu'il part de B avec une vitesse horizontale de valeur V_0 = 3m/s. Il atteint le sol au point D.

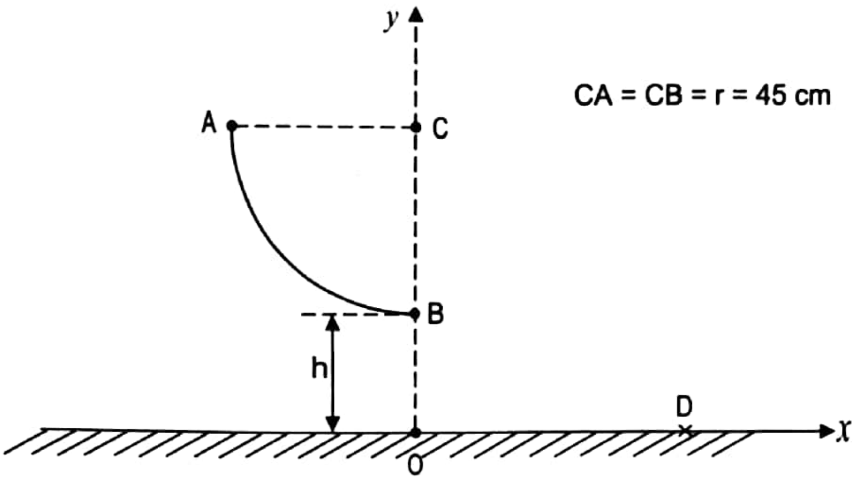
a) Établir dans le repère (O, x, y) les équations horaires du mouvement du solide B et D.

b) En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire.

c) Calculer la durée du mouvement entre O et D sachant que h = 0,8 m.

d) Avec quelle vitesse le solide arrive-t-il au sol ?

On prendra g ≈ 10 m.s^{-2}



MEPSA CAB-DEC
Épreuve de Sciences physiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 5

Baccalauréat C 2011

PHYSIQUE

Exercice 1 — 4 pts

A et B est une tige rigide de masse négligeable, de milieu O, de longueur AB = 2ℓ = 80 cm

AB peut osciller dans le plan vertical autour d'axe (Δ) horizontal et passant par le point O.

En A, on a fixé un solide de masse M et en B un solide de masse m. (ces deux solides sont ponctuels).

On donne : M = 300g, m = 100 g et g = 10m/s^2.

1 – a) Calculer le moment d'inertie du système ainsi constitué par rapport à l'axe (Δ).

b) Donner la position de G du centre d'inertie du système.

c) On écarte ce système d'une faible amplitude de la position d'équilibre et on l'abandonne sans vitesse initiale.

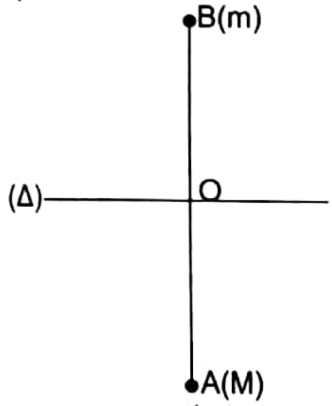
c1) Établir l'équation différentielle du pendule ainsi constitué.

c2) En déduire la période du mouvement. Faire l'application numérique.

2 – Le pendule est écarté de sa position d'équilibre d'un angle α = 60° et abandonné sans vitesse initial.

a) En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, calculer la vitesse angulaire du pendule au passage de la position d'équilibre.

b) En déduire la vitesse linéaire de A à cette position.



Exercice 2 — 4 pts

Dans le dispositif de YOUNG, la source S émet une radiation lumineuse de longueur d'onde λ qui éclaire les fentes S_1 et S_2 distantes de a = 7.10^{-1} mm. On observe le phénomène d'interférences sur un écran situé à une distance D = 1 m du plan des fentes.

1 – Comment appelle-t-on la zone où on observe ce phénomène ?

2 – Sur l'écran, le milieu de la 7ème frange brillante, et situé à x = 4,2 mm du milieu de la frange centrale. Calculer :

a) l'interfrange i.

b) La longueur d'onde λ de la radiation.

3 – La source S émet maintenant deux radiations, l'une de longueur d'onde λ_1 = 0,420 μm et l'autre de longueur d'onde inconnue λ_2;

a) décrire le phénomène observé sur l'écran ;

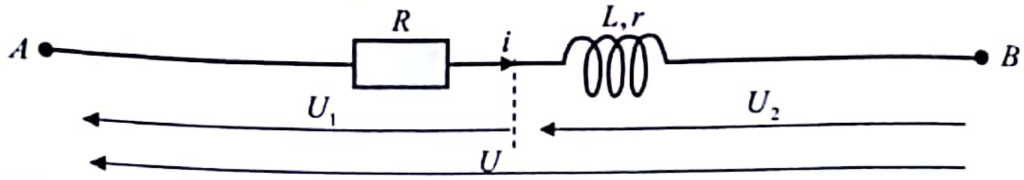
b) Sur l'écran, le milieu de la 8ème frange brillante de la radiation de longueur d'onde λ_1 coïncide avec le milieu de la 7ème frange brillante de la radiation de longueur d'onde λ_2. Calculer λ_2.

c) Calculer la distance entre deux coïncidences successives.

Exercice 3

4 pts

On se propose de déterminer la résistance r et l'inductance L d'une bobine. Pour cela, on monte en série un conducteur ohmique de résistance R = 7 Ω et la bobine.



L'ensemble est alimenté par une tension sinusoïdale de fréquence N = 50 Hz et de valeur efficace U = 24 V, on mesure les tensions efficaces U_1 et U_2 respectivement aux bornes du conducteur ohmique et aux bornes de la bobine.

On donne : $U_1 = 8$ V et $U_2 = 19{,}6$ V.

1 – a) Donner les expressions et calculer les impédances Z_1 du conducteur ohmique et Z_2 de la bobine et Z du circuit.

b) En déduire r et L.

2 – On ajoute en série dans le circuit précédent un condensateur de capacité C, le circuit étant capacitif.

a) Quelle doit être la valeur de C pour que l'intensité efficace soit la même que dans la question (1) ? La tension n'étant pas modifiée ainsi que la fréquence.

b) Exprimer la phase φ de la nouvelle tension instantanée en fonction de L, ω, R et r et en déduire φ.

c) Construire le diagramme de Fresnel correspondant.

MEPSA CAB-DEC
Épreuve de Sciences physiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 5

Baccalauréat C 2012

PHYSIQUE

Exercice 1 : Dynamique

4 pts

Un camion dont la masse totale a pour valeur M = 7 tonnes démarre sur une route rectiligne et horizontale. Il atteint une vitesse de 60 km/h en 4 min et continue ensuite à une vitesse constante.

Dans cette question et toutes celles qui suivent, on admettra que l'ensemble des forces de frottements et de résistance de l'air est équivalent à une force unique opposée à la vitesse, d'intensité constante $f = 500N$.

1 – Calculer l'intensité de la force de traction développée par le moteur :

a) Au cours du démarrage, le mouvement étant alors supposé rectiligne et uniformément accéléré. 1 pt

b) Quand le mouvement est rectiligne et uniforme. 1 pt

2 – Pour arrêter le camion, le chauffeur débraie, supprimant ainsi la liaison entre le moteur et les roues motrices pour annuler les forces de traction, et en même temps il serre les feins. Le camion, qui roulait à la vitesse de 60 km/h s'arrête sur un parcours de 200 m.

Calculer :

a) L'intensité de la force de freinage. 1 pt

b) Le temps mis par le camion pour s'arrêter. 1 pt

Exercice 2 : Propagation des ondes

4 pts

L'extrémité O d'une corde vibrante est animée d'un mouvement sinusoïdal dont l'équation est $y_0(t) = 2.10^{-2} sin200\pi t$.

1 – En déduire la fréquence et l'amplitude du mouvement. 0,5 pt

2 – La distance qui sépare deux points successifs qui vibrent en opposition de phase est d = 20 cm. Calculer :

a) La longueur d'onde. 0,75 pt

b) La vitesse de propagation des ondes. 0,5 pt

3 – Soit M le premier point qui vibre en quadrature de phase avec la source O.

a) Déterminer la distance x par rapport à la source O. 0,75 pt

b) Établir l'équation horaire du point M. 0,5 pt

c) Représenter graphiquement dans un même système d'axes $y_0(t)$ et $y_M(t)$ 1 pt

Exercice 3 : Courant alternatif 4 pts

Un circuit électrique est constitué d'un conducteur ohmique de résistance R et d'une bobine d'inductance L et de résistance négligeable.

1 – On alimente ce circuit sous une tension continue $U_1 = 6V$, l'intensité du courant est $I_1 = 0,1A$.

Déterminer la résistance R et la puissance électrique consommée. 0,75 pt

2 – Le circuit est ensuite alimenté sous une tension alternative de valeur efficace $U_2 = 6V$ et de fréquence N = 50Hz. L'intensité du courant est $I_2 = 0,1A$. Calculer :

a) la puissance électrique du circuit. 0,5 pt

b) Le facteur de puissance du circuit. 0,5 pt

c) L'inductance L de la bobine. 0,5 pt

3 – Un condensateur associé en série ramène le facteur de la puissance du circuit à 0,8. En admettant que le circuit est capacitif, calculer :

a) l'impédance du circuit. 0,5 pt

b) Sa réactance x. 0,5 pt

c) La valeur de la capacité C du condensateur. 0,75 pt

MEPSA CAB-DEC **Baccalauréat C 2013**

Épreuve de Sciences physiques

Durée : 4 heures

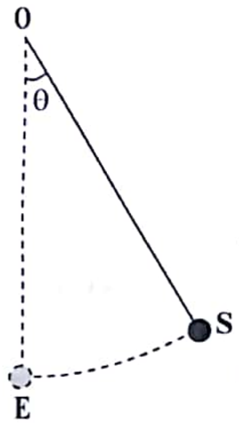
Coefficient : 5

PHYSIQUE

Exercice 1 : Oscillateur mécanique **4 pts**

Un solide S supposé ponctuel, de masse m est attaché à l'extrémité d'un fil fin, inextensible de masse négligeable de longueur ℓ. L'autre extrémité du fil est fixée au pont O. On écarte S d'un angle θ_m à partir de la verticale OE et on l'abandonne sans vitesse initiale à l'instant t = 0.

À une date t, l'abscisse et la vitesse angulaire du solide S sont respectivement θ et $\dot{\theta}$. On considère nulle l'énergie potentielle de pesanteur du système « solide + Terre » au plan horizontal passant par E.



1 – a) Établir l'expression de l'énergie mécanique E_m du système solide-Terre en fonction de $m,\ \ell,\ g,\ \theta\ et\ \dot{\theta}$. (g étant l'intensité de la pesanteur). 0,75 pt

b) Montrer que cette énergie est constante. 0,5 pt

2 – Les oscillations sont de faibles amplitudes.

a) En utilisant les résultats de la question 1, montrer que l'équation différentielle du mouvement à pour expression $\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}\theta = 0$ 1,5 pt

b) Calculer la période T_0 0,5 pt

c) Établir l'expression $\theta = f(t)$ de l'abscisse angulaire en fonction du temps sachant que $\theta_m = 6°$ On donne : $\ell = 60\ cm$; $g = 9,8m/s^2$ $1° = 1;744.10^{-2}rad$ 0,75 pt

Exercice 2 : Ondes progressives **4 pts**

L'extrémité (S) d'une corde élastique vibrante tendue horizontalement est animée d'un mouvement transversal sinusoïdal de fréquence N = 50Hz et d'amplitude de a = 5mm. Les ondes se propagent le long de cette corde à la célérité V = 10m/s

1 – Écrire l'équation horaire $y_s(t)$ du mouvement du point S.

2 – On considère le point M de la corde situé à 0,25 m de S.

a) À quel instant M commence-t-il à vibrer ?

b) Écrire l'équation horaire $y_M(t)$ du mouvement de M.

c) Quelles sont les vitesses de M aux instants $t_1 = 1,25.10^{-2}s$ et $t_2 = 4,5.10^{-2}s$

3 – Représenter sur le même système d'axes les graphes des fonctions $y_s(t)$ et $y_M(t)$ des mouvements de S et M.

Exercice 3 : Courant alternatif 4 pts

Un circuit électrique comprend en série :

- un résistor de résistance $R = 20\Omega$,
- une bobine d'inductance L et de résistance négligeable,

- un conducteur de capacité C.

1 – On applique aux bornes de ce circuit une tension sinusoïdale de valeur efficace U et de fréquence $N_1 = 50Hz$. Les mesures donnent alors les résultats suivants :

- intensité efficace du courant dans le circuit $I_1 = 1{,}5A$,
- impédance de la bobine $Z_L = 30\Omega$
- impédance du condensateur $Z_C = 40\Omega$

a) Déterminer :

a1) La valeur efficace U de la tension aux bornes du circuit,

a2) L'inductance L de la bobine,

a3) La capacité C du condensateur.

b) on applique maintenant aux bornes du circuit une nouvelle tension sinusoïdale de fréquence $N_2 = 100Hz$ et de même valeur efficace U que la tension précédente.

a) Calculer l'intensité efficace I_2 du courant dans le circuit.

b) Le circuit reste-t-il capacitif ? Justifier.

MEPSA CAB-DEC
Épreuve de Sciences physiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 5

Baccalauréat C 2014

PHYSIQUE

Partie A : Vérification des connaissances — 3 pts

1 – Réponds par vrai ou faux — 2 pts

a) L'accélération du mouvement d'un objet en chute libre dépend de sa masse m. 0,5 pt

b) Dans un pendule conique, l'angle d'écartement θ du fil par rapport à l'axe vertical est lié à sa vitesse angulaire ω par la relation $\frac{1}{\cos\theta} = \frac{\omega^2 L}{g}$ 1 pt

c) L'équation différentielle d'un pendule élastique est de la forme :

c1) $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{m}{k}X = 0$ c2) $\frac{d^2x}{dt^2} + kmX = 0$ c3) $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}X = 0$

2 – Réarrangement : texte en désordre — 1 pt

La phrase suivante concernant la définition de l'interphase a été écrite en désordre. Ordonne-là.

Est / de même / la distance / qui sépare / nature / l'interphase / de deux / franges consécutives / les milieux.

Partie B : Application des connaissances — 4 pts

Effet photoélectrique

Une cellule photoélectrique à cathode métallique (strontium) est éclairée simultanément par deux radiations monochromiques de fréquences respectives $\nu_1 = 6{,}66.10^{14}Hz$ et $\nu_2 = 4{,}84.10^{14}Hz$. le seuil photoélectrique de la cathode est $\lambda_0 = 0{,}6\mu m$.

1 – Quelle est de ces deux radiations, celle qui provoque l'effet photoélectrique ? 1,5 pt

2 – Calcule la vitesse maximale avec laquelle un électron sort de la cathode. 1,5 pt

3 – Le rendement quantique de la cellule étant r = 0,02 et l'intensité du courant de saturation $I_S = 10^{-6}A$. Déterminer la puissance lumineuse reçue par la cathode. 1 pt

On donne : $h = 6{,}62.10^{-34}j.S$, $C = 3.10^8 m.S^{-1}$, $m = 9{,}1.10^{-31}Kg$ (masse de l'électron), $e = 1{,}6.10^{-19}C$

Partie C : Résolution d'un problème — 5 pts

Un élève de terminale veut déterminer les coordonnées d'une bille (B) au point de chute après rupture du fil de suspension. Pour cela, il dispose d'un pendule simple constitué d'un fil inextensible et sans masse de longueur $\ell = 2{,}0\,m$, portant à son extrémité inférieure une petite bille (B) de masse m = 100 g. La bille (B) est considérée comme ponctuelle. L'autre extrémité du fil est fixée sur un support en un point O. À l'équilibre, le pendule est vertical et la bille trouve alors à une hauteur h = 2,5 m du sol. On prendra $g = 9{,}8m/s^2$. On écarte le pendule d'un angle $\alpha_0 = 60°$ de sa position d'équilibre et on le lâche sans vitesse initiale.

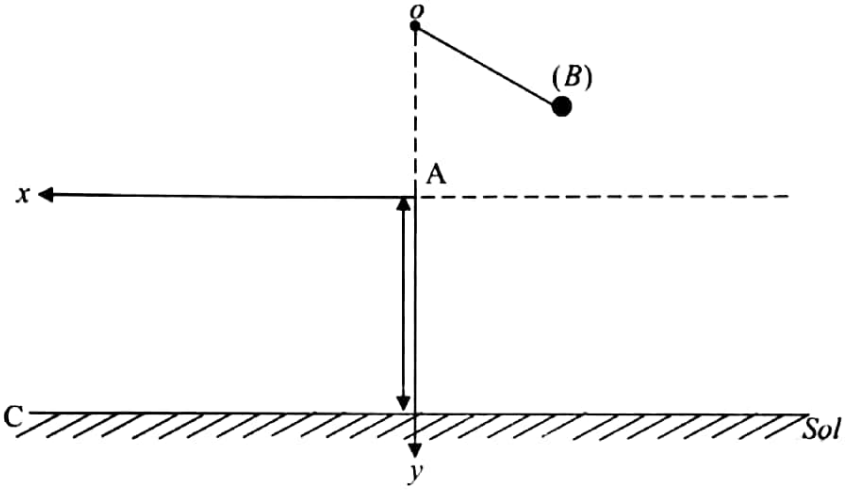
1 – a) Explique en fonction de g, ℓ et α_0, la vitesse V de la bille (B) au passage par la position d'équilibre. En déduire sa valeur numérique. 1,5 pt

b) détermine l'intensité T de la tension du fil, lorsque le pendule passe par la verticale. 1 pt

2 – Lorsque la bille passe par la verticale, le fil de suspension se coupe. La bille effectue un mouvement de chute et arrive au sol en un point C.

a) Établis l'équation cartésienne de la trajectoire dans le repère $A, \vec{i}, \vec{j}$ 1,5 pt

b) Détermine les coordonnées x_C et y_C du point C, lieu de chute sur le sol. 1 pt



PHYSIQUE TERMINALE D

MEPSA CAB-DEC
Épreuve de Sciences physiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 5

Baccalauréat D 2009

PHYSIQUE

Exercice 1

4 pts

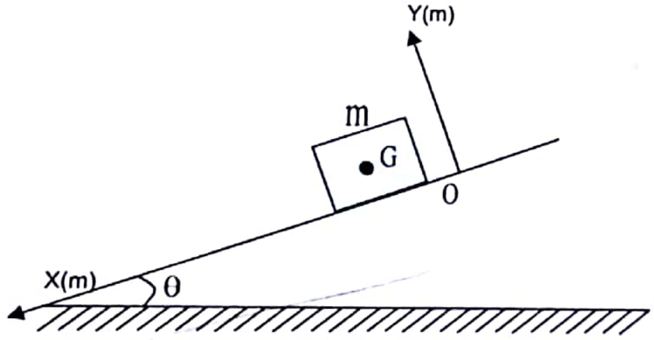
Un solide supposé ponctuel de masse m = 600 g est lâché à l'instant t = 0 à partir du point d'origine 0 sans vitesse initiale du haut d'une pente à 10% (c'est-à-dire s'abaisse de 10 m pour 100 m de parcours).

On suppose que le mobile est soumis au cours du mouvement à une force de frottement constante f parallèle à la trajectoire.

1 – Établir l'expression littérale de l'accélération a en fonction de g, f, m et de l'angle θ de la pente.

2 – Les positions du centre d'inertie G du solide au cours du mouvement sont consignées dans le tableau ci-dessous :

t en s	0,06	0,12	0,18	0,24	0,30
x en cm	0,307	1,23	2,78	4,92	7,69
x/t^2 en m/s^2					



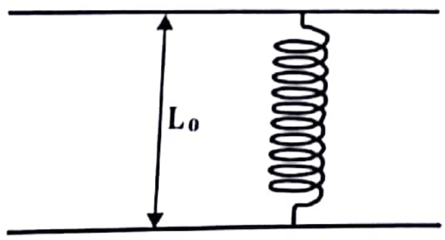
a) Calculer pour chaque valeur de t le rapport $\frac{x}{t^2}$. Compléter le tableau et conclure.

b) Déduire de ces résultats la valeur de l'accélération a.

En supposant que cette accélération est la même que celle de la première, calculer f.
On donne g = 9,81 m/s^2.

Exercice 2

4 pts



On dispose d'un ressort de masse négligeable, parfaitement élastique, d'axe vertical, de longueur à vide L_0 = 20 cm, de constante de raideur K.

1 – En exerçant à l'extrémité de ce ressort une force d'intensité 10 N, celui-ci s'allonge de 5 cm. Calculer la constante de raideur K.

2 – À l'extrémité inférieure de ce ressort on accroche un solide S de masse m = 2 kg

Exercice 3

4 pts

1 – Une tension instantanée u = 25cos3700t est établie aux bornes d'un conducteur ohmique de résistance R = 220 Ω.

a) Calculer la période de la tension appliquée au dipôle.

b) Donner l'expression de l'intensité instantanée du courant électrique qui traverse le conducteur ohmique.

c) Calculer l'intensité efficace du courant.

2 – On remplace le conducteur ohmique par un condensateur de capacité C = 1 μF.

a) Calculer l'intensité efficace du courant.

b) Donner l'expression de l'intensité instantanée du courant électrique qui traverse le condensateur.

3 – On remplace maintenant le condensateur par une petite bobine supposée non résistive dont auto-inductance est L = 20 mH.

a) Calculer l'intensité efficace du courant.

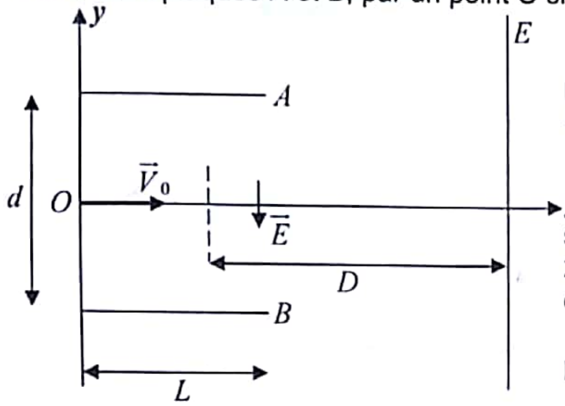
b) Donner l'expression de l'intensité instantanée du courant électrique qui traverse la bobine.

MEPSA CAB-DEC
Épreuve de Sciences physiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 5

PHYSIQUE

Exercice 1 — 4 pts

Un proton animé d'une vitesse $\vec{V}_0$ entre dans un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$ crée entre deux plaques A et B, par un point O situé à égale distance des plaques.



La différence de potentiel entre les plaques est U = 400 V. On néglige le poids du proton.

1 – Sur un schéma clair :

a) Indiquer les signes des plaques. Justifier.

b) Représenter la force électrostatique $\vec{F}$ qui s'exerce sur le proton dans un champ électrostatique.

2 – a) Établir les équations horaires du mouvement du proton dans le repère (O, x, y).

b) En déduire l'équation de la trajectoire du proton à l'intérieure des plaques.

3 – Le proton sort du champ par le point S d'ordonnée $y_s = -0{,}96$ mm.

a) Déterminer V_0

b) Quelle est la nature du mouvement à l'extérieur des plaques ?

4 – On place un écran vertical à une distance D = 30 cm du milieu des plaques. Déterminer les coordonnées du point d'impact M du proton sur l'écran.

On donne : d = 20 cm ; L = 10 cm ; masse du proton : $m_p = 1{,}67.10^{-27}$ kg
Charge du proton : $q_p = + e$; $e = 1{,}6.10^{-19}$ C.

Exercice 2 — 4 points

Un pendule simple est constitué d'un fil inextensible de masse négligeable et de longueur *l* et d'un solide ponctuel de masse m = 100 g. L'extrémité libre du fil est fixée à un point O d'un support.

Le pendule effectue des oscillations de faible amplitude, de période T = 2 s autour de l'axe horizontal (Δ) passant par le point O.

1 – Calculer :

a) La longueur du fil.

b) L'incertitude absolue sur la mesure de la longueur sachant que g = 9,80 ± 0,01 m/s^2 et que la période a été mesurée à 0,02 s près.

2 – On écarte le pendule de sa position d'équilibre d'un angle de 60° et on l'abandonne sans vitesse initiale. Déterminer :

a) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, la vitesse linéaire du solide à son passage par la position θ = 45°.

b) La tension du fil à cette position.

3 – Calculer l'énergie cinétique du solide lorsqu'il passe par la position verticale.

NB : Pour les questions 2 et 3, on prendra g = 9,8 m.s^{-2}.

Exercice 3 — 4 points

On étudie un circuit comprenant un conducteur ohmique de résistance R = 200 Ω, une bobine de résistance interne négligeable et d'inductance L et un condensateur de capacité C = 4 μF associés en série. Un générateur maintient aux bornes de l'association une tension de valeur instantanée $u(t) = 25\sqrt{2}\sin 2\pi f t$.

Lorsqu'on fait varier la fréquence f du générateur, en maintenant constante la valeur efficace de la tension, on constate que l'intensité efficace passe par une valeur maximale I_0 lorsque la fréquence $f_0 = 200$ Hz.

1 – Comment appelle-t-on le phénomène qui se produit lorsque l'intensité efficace atteint la valeur maximale ?

2 – Déterminer la valeur de l'inductance L.
3 – On considère le moment où l'intensité efficace atteint sa valeur maximale I_0.
a) Calculer I_0
b) Trouver les tensions efficaces U_B aux bornes de la bobine et U_C aux bornes du condensateur.
c) En déduire l'intensité instantanée i(t), la tension instantanée $u_B(t)$ aux bornes de la bobine et la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur.

Baccalauréat D 2011

MEPSA CAB-DEC
Épreuve de Sciences physiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 5

PHYSIQUE

4 pts

Exercice 1

On considère un ressort élastique de masse négligeable de constante de raideur K = 26 N.m^{-1}, suspendu verticalement par l'une de ces extrémités à une potence. À l'autre extrémité, on fixe un solide (S) de masse m, le ressort s'allonge de $\Delta\ell_0$

1 – Écrire la relation donnant l'allongement $\Delta\ell_0$ du ressort à l'équilibre en fonction de k, m et g.

2 – Le solide (S) est écarté de sa position d'équilibre de 3 cm vers le bas, puis lâché sans vitesse initiale à la date t = 0. La période des oscillations libres est T = 0,52 s.
a) Établir l'équation différentielle du mouvement du solide (S).
b) Déterminer la masse de ce solide.

3 – Déterminer l'équation horaire du mouvement de (S).

4 – Trouver la vitesse du solide (S) au premier passage par la position d'équilibre.
On donne g = 10 m/s².

4 pts

Exercice 2

L'extrémité A d'une corde est animé d'un mouvement vibratoire dont l'élongation instantanée exprimée en mètre est $Y_A = 4.10^{-2} \sin 20\pi t$.

1 – Déterminer l'amplitude, la période, la fréquence et la phase initiale du mouvement de A.

2 – La célérité du mouvement vibratoire est C = 2,5 m/s.
Déterminer :
a) La longueur d'onde du mouvement vibratoire,
b) L'équation horaire du mouvement d'un point M de la corde situé à une distance d = 62,5 cm de A.
c) Représenter le graphe du mouvement M.

3 – On considère un point N situé à 93,75 cm de A.
Comparer les mouvements de M et N à celui de A.

4pts

Exercice 3

Un conducteur ohmique de résistance R = 20 Ω est parcouru par un courant alternatif sinusoïdal de fréquence N = 50 Hz, d'intensité instantanée $i(t) = 2\sqrt{2}\cos\omega t$

Donner l'expression de la tension instantanée aux bornes du conducteur ohmique.

2 – On monte en série avec le conducteur ohmique précédent, un condensateur de capacité C = 2.10^{-4} F.
L'ensemble est parcouru par le courant alternatif précédent.
a) Faire le schéma du circuit.
b) Calculer l'impédance du circuit ainsi constitué.
c) Déterminer le déphasage de la tension aux bornes des deux dipôles par rapport à l'intensité.
d) Établir l'expression de la tension instantanée u (t).

3 – Calculer la puissance moyenne consommée dans le circuit.

MEPSA CAB-DEC
Épreuve de Sciences physiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 5

Baccalauréat D 2012

PHYSIQUE

Exercice 1 : Dynamique — 4 pts

Partant du repos, un ouvrier pousse un chariot de masse m = 60 kg sur une distance AB. L'ouvrier exerce pour cela une force $\vec{F}$ horizontale supposée constante le long du parcours AB. Ensuite, sous l'effet de l'énergie cinétique acquise en B, le chariot se déplace sur un plan incliné se l'angle α par rapport à l'horizontal comme l'indique la figure ci-contre.

L'intensité des forces de frottement le long de tout le trajet ABC est constante et égale à $\frac{P}{20}$

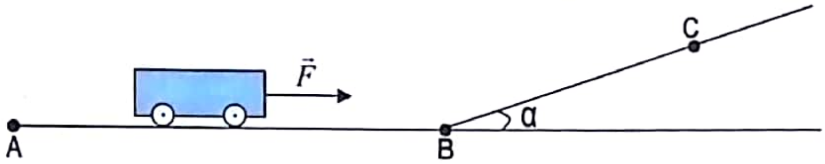


Schéma 0,5 pt

1 – En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, 1 pt

a) Exprimer la vitesse V_B du chariot au point B en fonction de $V_B, m,\ \ell\ et\ g$ 1,5pt

b) Exprimer la vitesse V_C du chariot au point c en fonction de $V_B, g, BC, et\ \alpha$ puis en fonction de $F, m, g,\ \ell, BC\ et\ \alpha$.

2 – Déterminer la valeur de la force F exercée par l'ouvrier pour que le chariot atteigne le point C avec une vitesse nulle. On donne : $AB = \ell = 30m$ $BC = 6m$ $\alpha = 25°$ $g = 10ms^2$ 1 pt

Exercice 2 : Propagation — 4 pts

1 – Un point matériel A est animé d'un mouvement sinusoïdal rectiligne vertical, de fréquence 50Hz et d'amplitude a = 3 mm.

a) en prenant pour origine des temps, l'instant où le point A passe par sa position d'équilibre en allant dans le sens positif des élongations, donner l'expression de son élongation y_A en fonction du temps. 1,5 pt

b) À quel instant l'élongation est-elle égale à 1,5mm, le point A se déplaçant dans le sens des élongations positives. 1 pt

2 – Ce point matériel est à l'extrémité d'un vibreur, lié à une corde tendue, de masse linéique $\mu = 2{,}5.10^{-3}kg/m$ et de longueur l. Des vibrations transversales se propagent le long de la corde avec une vitesse de $\vartheta = 20m/s$.

a) Calculer l'intensité de la tension de la corde. 0,75 pt

b) Quelle est la longueur d'onde des vibrations ? 0,75 pt

Exercice 3 : Courant alternatif — 4 pts

On considère trois dipôles D_1, D_2 et D_3 tels que :

D_1 est un conducteur ohmique de résistance R,
D_2 est une bobine de résistance r et d'inductance L,
D_3 est un condensateur de capacité C.

Pour chaque dipôle, on réalise les expériences suivantes :

Expérience 1

On applique une tension continue $U_c = 9V$ et on mesure l'intensité I_c qui traverse le dipôle.

Expérience 2

On applique une tension alternative sinusoïdale de valeur efficace $U_e = 12V$ et de fréquence f = 50Hz puis on mesure l'intensité efficace I_e correspondante. On obtient les résultats suivants :

Dipôle	$I_c\,(A)$	$I_e(A)$	U_c/I_c	U_e/I_e
D_1	1,875	2,5		
D_2	3,6	3,2		
D_3	0,0	5.10^{-3}		

1 – Compléter le tableau de données ci-dessus. 1,5pt

2 – Déterminer R, r, L et C. 2 pts

3 – On associe les trois éléments en série. Un générateur basse fréquence maintient une tension sinusoïdale de fréquence réglable aux bornes de l'association. On maintient la tension efficace constante et on fait varier la fréquence.

Pour quelle valeur de la fréquence l'intensité efficace atteint-elle sa valeur maximale ? 0,5pt

MEPSA CAB-DEC
Épreuve de Sciences physiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 5

PHYSIQUE

Exercice 1 : Oscillations mécaniques — 4 pts

O(Δ)

A(m_A)

Une tige homogène OA de longueur L = 1 m, de masse m = 100g peut osciller sans frottement autour d'un axe horizontal (Δ) passant par son extrémité supérieure O. On fixe à l'autre extrémité A de la tige une masse $m_A = \frac{3m}{2}$.

Le pendule ainsi constitué est écarté de sa position d'équilibre d'un angle $\theta_0 = 0{,}15\ rad$, puis il est abandonné sans vitesse initiale.

1 – Soit G le centre d'inertie du système ainsi constitué.

a) Montrer que la position du centre d'inertie G est tel que OG = $\frac{4L}{5}$ 1 pt

b) Calculer le moment d'inertie J_Δ du système par rapport à (Δ). 1 pt

2 – a) en utilisant la méthode énergétique, déterminer la nature du mouvement de ce pendule pour des oscillations de faible amplitude. 1 pt

b) Écrire l'équation horaire du mouvement de ce pendule en prenant pour origine des temps, l'instant où on l'abandonne. 1 pt

Exercice 2 : Onde progressive — 4 pts

Une lame vibrante est munie d'une pointe dont l'extrémité frappe la surface d'une nappe d'eau en un point S.

La pointe a un mouvement rectiligne sinusoïdal de fréquence N = 50 Hz et d'amplitude a = 3mm.

1 – Établir l'équation horaire du mouvement S, sachant qu'à t = 0 la source S est à son élongation maximale positive. 1 pt

2 – La nappe d'eau est le siège d'une onde progressive sinusoïdale transversale de longueur d'onde λ = 2 cm.

a) Calculer la célérité des ondes. 0,5 pt

b) Établir l'équation horaire $y_M(t)$ du mouvement d'un point M situé à la distance $x = 8{,}5$ de S. 1 pt

c) Comparer les mouvements S et M. 0,5 pt

d) Représenter dans un même système d'axes les courbes $y_S(t)$ et $y_M(t)$. 1 pt

Exercice 3 : Effet photoélectrique — 4 pts

On éclaire une cellule photoélectrique au césium successivement avec deux radiations lumineuses de longueur d'onde λ_1 = 410 nm et λ_2 = 740 nm. On rappelle que 1nm = $10^{-9}m$

1 – La longueur d'onde seuil photoélectrique du césium est λ_0 = 660 nm.

a) Donner la définition de la longueur d'onde seuil 0,5 pt

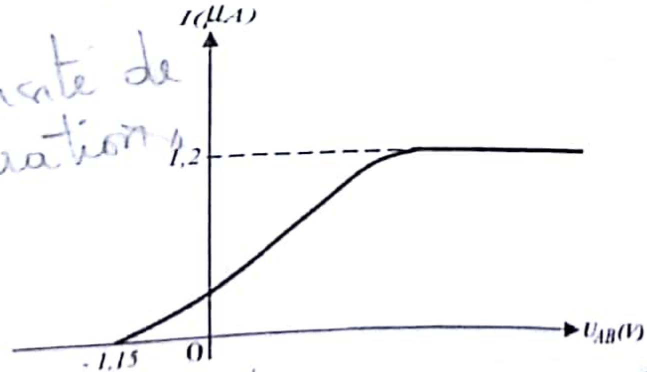
b) parmi les deux radiateurs, préciser celle qui provoque l'émission d'électrons. 0,5 pt

2 – Pour la radiation qui provoque l'émission d'électrons, calculer en électronvolts l'énergie cinétique maximale d'un maximale d'un électron émis par la cathode. 0,75 pt

3 – On établit entre l'anode et la cathode une tension variable U_{AC} et on note l'intensité du courant pour chaque valeur $d'U_{AC}$.

On donne la caractéristique $I = f(U_{AC})$

Intensité de saturation



Tension du potentiel d'arrêt

a) Que signifient les nombres –1,15V et 1,2μA ? 0,5 pt

b) Calculer la tension U_{AC} pour laquelle les électrons arrivent à l'anode de la vitesse $V_A = 2\ 000 km/s$ 0,75 pt

c) Lorsqu'on a obtenu le courant de saturation, déterminer le nombre d'électrons émis par la cathode en 16 s. 1 pt

MEPSA CAB-DEC
Épreuve de Sciences physiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 5

PHYSIQUE

Partie A : Vérification des connaissances — 4 pts

1 – Répondre par vrai ou faux — 2 pts

a) Un mouvement s'effectuant à une vitesse V constante peut être circulaire ou rectiligne.

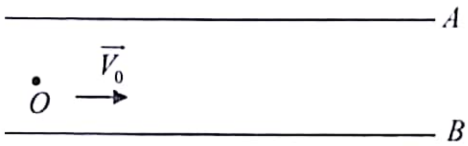
b) Si un solide est ni isolé ni pseudo-isolé, le vecteur accélération de son centre d'inertie n'est pas nul.

c) Deux vibrations de période différentes ne peuvent pas interférer.

d) L'énergie mécanique d'un système conservatif varie au cours du mouvement.

2 – Schéma à faire — 1 pt

Une particule α (He^{2+}) arrive, avec une vitesse $\vec{V_0}$, en un point O d'un espace champ électrique crée par deux plaques horizontales A et B telles que $V_B - V_A > 0$



Reproduis puis complète le schéma en représentant le vecteur champ électrique $\vec{E}$ et la force électrique $\vec{F}$ qui s'exerce sur la particule.

3 – Réarrangement — 1 pt

Réécris la phrase suivante de manière à définir une grandeur.

Une période / parcourue / la longueur d'onde / la distance / est / par l'onde en.

Partie B : Application des connaissances — 3 pts

Deux points S_1 et S_2 distantes de 8 cm produisent à la surface horizontale d'une nappe d'eau des vibrations sinusoïdales d'amplitude a = 2 mm. Des ondes mécaniques se propagent à la célérité $v = 1{,}5 m/s$.

1 – La distance entre deux points consécutifs d'amplitude maximale vaut D = 1 cm.
Détermine la longueur d'onde et la fréquence des vibrations. — 1 pt

2 – Les équations horaires S_1 et S_2 sont telles que : $Y_{S_1}(t) = Y_{S2_2}(t) = a\sin(2\pi N)\,t$.

a) Établis l'équation horaire du mouvement d'un point M situé à une distance d_1 de S_1 et d_2 de S_2. — 1 pt

b) Déterminer l'élongation de M pour d_1 = 4 cm et d_2 = 7 cm. — 1 pt

Partie C : Résolution d'un problème — 5 pts

En vue de collecter les informations sur un endroit précis du globe terrestre, un satellite doit être placé à une altitude h afin qu'il paraisse immobile pour observateur terrestre. On dit dans ce cas que le satellite est géostationnaire.

1 – Ce satellite, assimilé à un point matériel de masse m, doit décrire un mouvement circulaire uniforme à cette altitude h. Établis en fonction de g_0, R et h :

a) la vitesse linéaire du satellite. — 1,5 pt

b) La période de révolution. — 1 pt

2 – a) Quelle est la valeur de la période de révolution (en seconde) pour que ce satellite soit géostationnaire. — 1 pt

b) À quelle altitude h doit-on alors placer ce satellite ? — 1,5 pt

On donne le champ de gravitation terrestre à une altitude h.

$$g_h = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

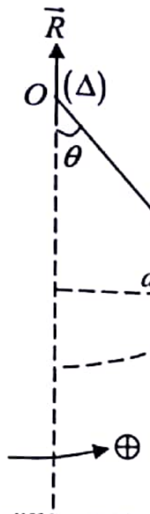
R = 6 400 km est le rayon terrestre,

g_0 9,8 m/s est le champ de gravité terrestre du sol.

CORRECTION

BACCALAURÉAT C 2009

Solution 1



1 – a) Équation différentielle du mouvement du cerceau

* Système : cerceau de masse m et de rayon R,
* Référentiel : Terrestre supposé galiléen,
* Bilan des forces : $\vec{P}$, $\vec{T}$,
* T.A.A : $\sum M_{\vec{F}ext/\Delta} = J\ddot{\theta}$

$M_{\vec{P}/\Delta} + M_{\vec{R}/\Delta} = J\ddot{\theta}$

$M_{\vec{R}/\Delta} = 0$ et $M_{\vec{P}/\Delta} = -mgd = -mgOG\sin\theta$

$-mgOG\sin\theta = J\ddot{\theta}$

θ étant petit, $\sin\theta \approx \theta$ d'où $-mgOG\theta = J\ddot{\theta}$

$$\ddot{\theta} + \frac{mgOG\ \theta}{J} = 0$$

or $OG = R$ et $J = J_0 + mR^2$

$J_0 = mR^2$ alors $J = 2mR^2$

$\ddot{\theta} + \frac{g}{2R}\theta = 0$ sous forme $\ddot{\theta} + \omega^2\theta = 0$

b) Calcul de la période

$T = \frac{2\pi}{\omega}$ avec $\omega = \sqrt{\frac{g}{2R}}$ $\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgOG}}$

Alors $T = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$

A.N. : $T = 2 \times 3{,}14\sqrt{\frac{2 \times 0{,}1}{10}} = 0{,}89$ s

$T = 0{,}89$ s

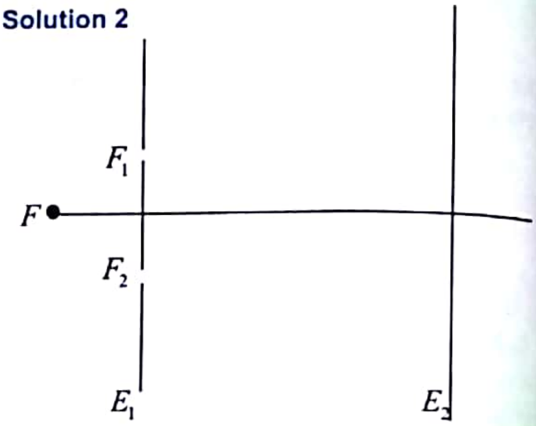
2 – Calcul de θ_m

$\theta = \theta_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow$

$$\theta_m = \frac{\theta}{\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})} = \frac{\theta}{\cos \omega t}$$

A.N. : $\theta_m = \dfrac{3{,}05.10^{-4}}{\cos \frac{2\pi}{0{,}89} \times 2}$ $\qquad \theta_m = 1{,}73.10^{-2}$ rad

Solution 2



1 – a) En masquant l'une des fentes de E_1, le système de franges disparaît. L'écran E_2 est uniformément éclairé.

b) Oui, dans le cas des franges sombres.

2 – a) Expression de i en fonction de λ, a et D

$$i = \frac{\lambda D}{a}$$

b) Expression de ℓ en fonction i et k

$\ell = (k - 1)i$

c) Expression de a en fonction λ, k, D et ℓ

$\ell = (k-1)i = (k-1)\frac{\lambda D}{a} \Rightarrow a = \frac{\lambda D}{\ell}(k-1)$

3 – a) $i = \frac{\lambda D}{a}$. Si a augmente, i diminue ; les franges observées ne s'écartent pas les unes des autres mais elles se resserrent.

b) Valeur limite a_0 de a si $i \le 0{,}2$ mm

$i = \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \frac{\lambda D}{a} \le 0{,}2$ mm

Posons $i_0 = 0{,}2$ mm $\Rightarrow \frac{\lambda D}{a_0} \le i_0 \Rightarrow a_0 \ge \frac{\lambda D}{i_0}$

$\Rightarrow a_0 = \frac{\lambda D}{i_0}$

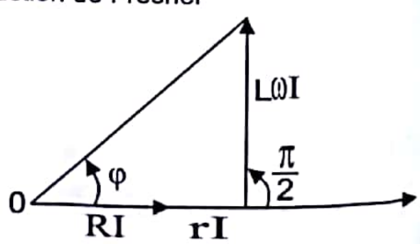
Solution 3

Impédance de l'appareil

$U = ZI \Rightarrow Z = \frac{U}{I}$ A.N. : $Z = \frac{100}{5} = 20\ \Omega$

2 – Nature : L'autre dipôle est une bobine

Construction de Fresnel



3 – a) Résistance du resistor

$U_R = RI \Rightarrow R = \dfrac{U_R}{I}$

A.N. : $R = \dfrac{40}{5} = 8\ \Omega$ $\qquad R = 8\ \Omega$

b) Grandeurs caractéristiques

- Calcul de r $\quad \cos\varphi = \dfrac{R + r}{Z}$

$\Rightarrow \quad r = Z\cos\varphi - R$

A.N. : $\quad r = 2\ \Omega$

- Calcul de L $\quad \sin\varphi = \dfrac{L\omega}{Z} \Rightarrow L = \dfrac{Z\sin\varphi}{2\pi N}$

A.N. : $L = \dfrac{20\sin\frac{\pi}{3}}{2\times 3{,}14\times 50} = 0{,}055$ H

$L = 0{,}055$ H

4 – Calcul de C

C'est la résistance : $L\omega - \dfrac{1}{\omega C} = 0$

$\Rightarrow \quad C = \dfrac{1}{L\omega^2}$

Or $\omega = 2\pi N \quad C = \dfrac{1}{4\pi^2 N^2 L}$

A.N. : $C = \dfrac{1}{4\pi^2\times(50)^2\times 0{,}055}$

$C = 1{,}84.10^{-4}$ F

CORRECTION

BACCALAURÉAT C 2010

Solution 1

1 – Calcul de la résistance R de la bobine

$U_1 = RI_1 \Rightarrow R = \dfrac{U_1}{I_1}$

A.N. : $R = \dfrac{6}{0{,}3} = 20\ \Omega$ $\qquad R = 20\ \Omega$

2 – a) Calcul de l'impédance de la bobine

$Zb = \dfrac{U}{I} = \dfrac{24}{0{,}12} = 200\ \Omega$

b) Calcul de l'inductance

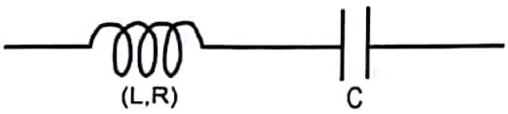
$Zb = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$

$L = \dfrac{1}{\omega}\sqrt{Z_b^2 - R^2}$

A.N. : $L = \dfrac{1}{2\times 3{,}14\times 50}\sqrt{200^2 - 20^2}$

$L = 0{,}63$ H

3 – Le circuit R, L, C



a) Calcul de l'impédance de l'association

$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)^2}$ avec $\omega = 2\pi f$

$Z = \sqrt{R^2 + \left(L2\pi f - \dfrac{1}{C2\pi f}\right)^2}$

A.N :

$Z = \sqrt{20^2 + \left(0{,}63\times 3{,}14 - \dfrac{1}{5.10^{-6}\times 3{,}14}\right)^2}$

$Z = 439{,}16\ \Omega$

b) Calcul de l'intensité efficace

$Z = \dfrac{U}{I_{ef}} \Rightarrow \quad I_{ef} = \dfrac{U}{Z}$

A.N. : $\quad I_{ef} = \dfrac{24}{439{,}16} = 0{,}055$ A $\quad I_{ef} = 55.10^{-2}$ A

c) Calcul de la phase $\varphi(u/i)$

$\tan\varphi = \dfrac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \qquad \varphi = \tan^{-1}\left(\dfrac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}\right)$

$\varphi = \tan^{-1}\left(\dfrac{0{,}63\times 100\pi - 5.10^{-6}\times 100\pi}{20}\right)$

ou $\cos\varphi = \dfrac{R}{Z}$

$\varphi\,(u(i)) = \pm 1{,}52$ rad ou $\pm 87{,}37°$

Solution 2

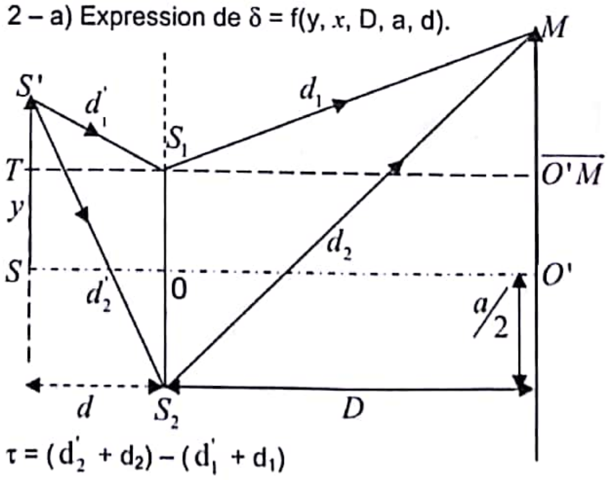
1 – Calcul de la longueur λ_1

$L = Ki$ $\qquad$ avec $\quad k = 12 \quad$ or $\quad i_1 = \dfrac{\lambda D}{a}$

alors $\quad L = K\dfrac{\lambda_1 D}{a} \quad \Rightarrow \lambda_1 = \dfrac{aL}{KD}$

A.N.: $\quad \lambda_1 = \dfrac{3.10^{-3}\times 4{,}8.10^{-3}}{12\times 2} = 6.10^{-7}$ m

2 – a) Expression de $\delta = f(y, x, D, a, d)$.



$\tau = (d'_2 + d_2) - (d'_1 + d_1)$

$= (d'_2 - d'_1) + (d_2 - d_1)$

$d'^2_2 = d^2 + (y + a/2)^2\ ; \quad d'^2_1 = d^2 + (y - a/2)^2$

$d'^2_2 - d'^2_1 = (d'_2 + d'_1)(d'_2 - d'_1)$

$$d_2'^2 - d_1'^2 = (d_2' - d_1')(d_2' + d_1')$$

$$(d_2' - d_1')(d_2' + d_1') \approx 2ay$$

$$d_2' \approx d_1' = d \qquad d_2' - d_1' = \frac{ay}{d}$$

De même, $d_2^2 = D^2 + (x + a/2)^2$

$$d_1^2 = D^2 + (x - a/2)^2$$

$$d_2^2 - d_1^2 = 2ax \Rightarrow (d_2 - d_1)(d_2 + d_1) = 2ax$$

$$d_2 - d_1 = \frac{2ax}{d_2 + d_1} \quad \text{or} \quad d_2 \approx d_1 \approx D$$

$$d_2 - d_1 = \frac{ax}{D} \quad \text{d'où} \quad \tau = \frac{ay}{d} + \frac{ax}{D}$$

b) Nouvelle position de la frange centrale

$$\tau = 0 \Rightarrow \frac{ay}{d} + \frac{ax}{D} = 0 \qquad x = \frac{a}{d}y$$

A.N. : $x = -\dfrac{2 \times 2{,}5.10^{-3}}{50.10^{-2}}$ $\qquad x = -10^{-2}$ m

c) le système de frange se déplace de 10 mm dans le sens contraire du déplacement de S

3 – a) Pour ramener le système de frange à sa position, on doit placer la lame de verre sur la fente S_1

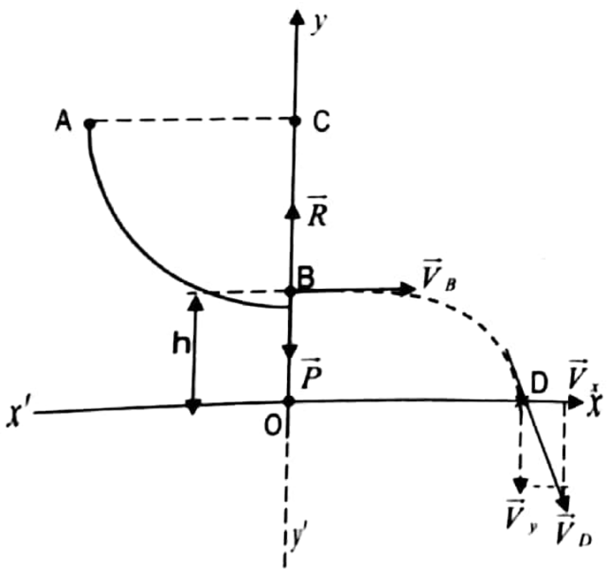
b) $\tau = \dfrac{ay}{d} + \dfrac{ax}{D} + e(1 - n)$

$$\tau = 0 \Rightarrow e = \frac{a}{n-1}\left(\frac{y}{d} + \frac{x}{D}\right) \qquad \text{avec } x = 0$$

A.N. : $e = \dfrac{3.10^{-3}}{1{,}5 - 1}\left(\dfrac{2{,}5.10^{-3}}{0{,}5}\right) = 3.10^{-5}$ m

$e = 3.10^{-5}$ m ou 30 µm

Solution 3



1 – Calcul de la vitesse en B

$$\Delta Ec = W_{\vec{P}} \Rightarrow \frac{1}{2}mV_B^2 = mgCB$$

$$V_B = \sqrt{2gCB}$$

A.N. : $V_B = \sqrt{2 \times 10 \times 0{,}45}$ $\qquad V_B = 3$ m/s

2 – a) Équation horaire du mouvement

* Référentiel : Terre supposé galiléen
* Système : solide de masse m
* Force extérieure : $\vec{P}$,
* Théorème du centre d'inertie : $\vec{P} = m\vec{a}_G$

- axe des x

$P_x = 0 \quad a_x = 0$ (mouvement rectiligne uniforme)

d'équation $\quad x = V_0t \qquad x = 3t$ (m)

- axe des y

$\vec{P} = -p \qquad ay = -g$ (mouvement rectiligne uniformément varié)

a t = 0 $V_0y = 0$ et $y_0 = h$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0 \qquad y = -5t^2 + h \text{ (m) car } y_0 = h$$

b) Équation cartésienne de la trajectoire

$$x = 3t \Rightarrow t = \frac{x}{3}$$

$$y = -5\left(\frac{x}{3}\right)^2 + h \qquad y = -\frac{5}{9}x^2 + h \text{ (m)}$$

c) Calcul de la durée du mouvement

Première méthode

Au sol, y = 0 $\Rightarrow -5t^2 + h = 0$

$$t = \sqrt{\frac{h}{5}} \quad \text{A.N. : } t = \sqrt{\frac{0{,}8}{5}} = 0{,}4 \text{ s}$$

d) Calcul de la vitesse au sol

$$V_0 = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \qquad x = 3t \Rightarrow x = 3$$

$$y = -5t^2 + h$$

$y' = -10t$

$y' = -10\,(0{,}4) = -4$ m/s

$$V_0 = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5 \text{ m/s} \qquad V_0 = 5 \text{ m/s}$$

Deuxième méthode

$$\Delta Ec = W_{\vec{P}} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mV_D^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = mgh \quad \Big| \quad V_D^2 - V_B^2 = 2gh$$

$$V_0 = \sqrt{2gh + V_B^2} = \sqrt{2 \times 10 \times 0{,}8 + 3^3}$$

$V_0 = 5$ m/s

Solution 1

1 – a) Calcul du moment d'inertie

$J_{(\Delta)} = J_{T/(\Delta)} + J_{M/(\Delta)} + J_{m/(\Delta)}$

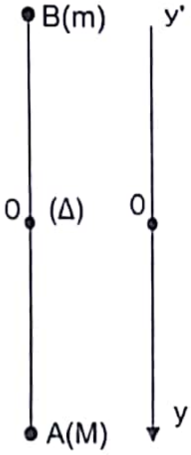
Avec $J_{T/(\Delta)} = 0$; $J_{M/(\Delta)} = MOA^2$; $J_{m/(\Delta)} = mOB^2$

$J_{(\Delta)} = MOA^2 + mOB^2$ or $OA = OB = L$

$J_{(\Delta)} = (M + m)L^2 = 4mL^2$ car $M = 3m$

A.N. : $J_{(\Delta)} = 6{,}4.10^{-2}\ kg.m^2$

b) Position G du centre d'inertie du système



$$\overline{OG} = \frac{M\overline{OB} + m\overline{OA}}{M + m}$$

En projetant suivant l'axe yy'

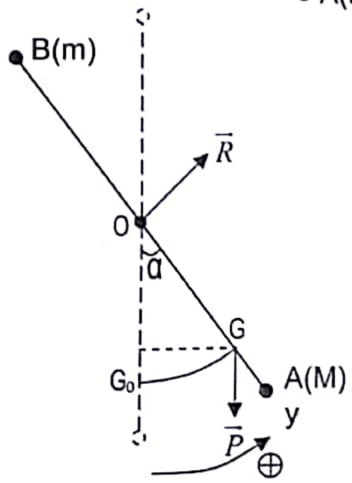
$$\overline{OG} = \frac{MOB - mOA}{M + m}$$

$$\overline{OG} = \frac{ML - mL}{M + m}$$

$$\overline{OG} = \frac{(M - m)L}{M + m} = \frac{L}{2}$$

A.N. : $OG = 0{,}2\ m = 20\ cm$

c) c1) Équation différentielle



$M_{\vec{P}/(\Delta)} + M_{\vec{R}/(\Delta)} = J_{(\Delta)}\ddot{\alpha}$

$-P.d = J_{(\Delta)}\ddot{\alpha} \Rightarrow -4mgd = J_{(\Delta)}\ddot{\alpha}$

avec $d = OG\sin\alpha$

$-4\ mgOG\ \sin\alpha = J_{(\Delta)}\ddot{\alpha}$

Pour les faibles amplitudes, $\sin\alpha \approx \alpha$

$$J_{(\Delta)}\ddot{\alpha} + 4mg\left(\frac{L}{2}\right)\alpha = 0$$

$$\ddot{\alpha} + \frac{2mgL\alpha}{J_{(\Delta)}} = 0 \Rightarrow \ddot{\alpha} + \frac{2mgL}{4mL^2}\alpha = 0$$

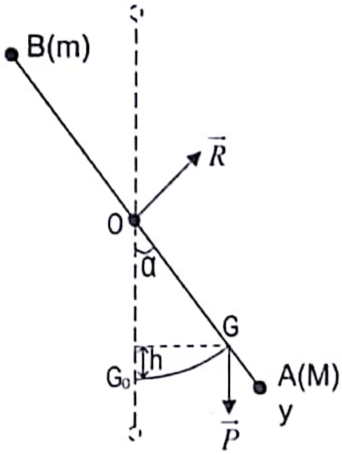
D'où $\ddot{\alpha} + \dfrac{g}{2L}\alpha = 0$

c2) Expression de la période

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega} \text{ avec } \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{2L}} \qquad T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{g}{2L}}$$

$$\text{A.N. : } T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2x40.10^{-2}}{10}} \qquad T_0 = 1{,}78\ s$$

2 – a) Calcul de la vitesse angulaire du pendule au passage à la position d'équilibre



D'après le théorème de l'énergie cinétique

$\Delta E_c = W_{\vec{P}} \Rightarrow E_{cf} - E_{ci} = W_{\vec{P}}$

$E_{ci} = 0$; $E_{cf} = \dfrac{1}{2}J_{(\Delta)}\dot{\alpha}^2$ et $W_p = 4mgh$.

Avec $h = OG - OG\cos\alpha = OG(1 - \cos\alpha)$

$$E_{cf} = \frac{1}{2}J_{(\Delta)}\dot{\alpha}^2 = 4mg\frac{L}{2}(1 - \cos\alpha)$$

$$\dot{\alpha} = \sqrt{\frac{8mg\left(\frac{L}{2}\right)(1 - \cos\alpha)}{J_{(\Delta)}}}$$

$$= \sqrt{\frac{4mgL(1-\cos\alpha)}{4mL^2}} \qquad \dot{\alpha} = \sqrt{\frac{g}{L}(1 - \cos\alpha)}$$

A.N.: $\dot{\alpha} = 3{,}54\ rad/s$

Déduction de la vitesse linéaire A à cette position

$V_A = OA.\dot{\alpha}$ avec $OA = L$ $V_A = L.\dot{\alpha}$

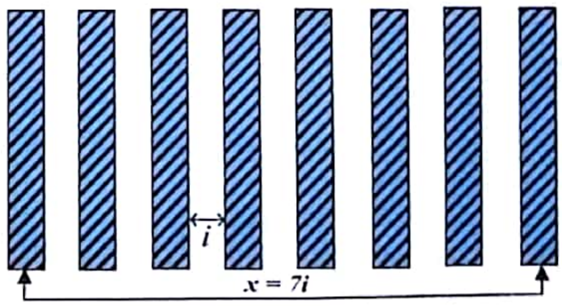
A.N. : $V_A = 1{,}42\ m/s$

Solution 2

1 – Nom de la zone où on observe le phénomène

C'est le champ d'interférence

2 – a) Calcul de i



$x = 7i$ $\quad i = \dfrac{4{,}2}{7}$ A.N. : $i = 6.10^{-4}\ m$

b) Calcul de la longueur d'onde λ

$$i = \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{ia}{D}$$

A.N. : $\lambda = 4{,}2.10^{-7}\ m = 0{,}42\mu m$

3 – a) Observation

On observe une superposition des franges avec coïncidence de quelques franges brillante à certains endroits.

b) Calcul de λ_2

Il y coïncidence si et seulement si $X_c = K_1 i_1 = K_2 i_2$

Avec $i_1 = \frac{\lambda_1 D}{a}$ et $i_2 = \frac{\lambda_2 D}{a}$

$K_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = K_2 \frac{\lambda_2 D}{a} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{K_1}{K_2}\lambda_1$

A.N.: $\lambda_2 = 4{,}8.10^{-7}$ m ou 0,48 µm

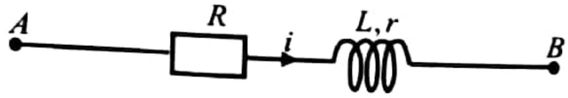
Calcul de Xc

$X_c = K_1 i_1 = K_2 i_2$

A.N. : $X_c = 8 \times 6.10^{-4} = 4{,}8.10^{-3}$ m = 4,3 mm

Solution 3

1 – a) Expression et calculs de Z_1 et Z_2 et Z.



* Pour le conducteur ohmique

$Z_1 = R$ Calcul de Z_1

$Z_1 = 7\ \Omega$

Pour la bobine

$Z_2 = \sqrt{r^2 + (2\pi NL)^2}$ ou $Z_2 = \frac{U_2}{I}$

D'après la loi d'ohm aux bornes de la bobine

$U_2 = Z_2 I \Rightarrow Z_2 = \frac{U_2}{I}$

Or $U_1 = RI \Rightarrow I = \frac{U_1}{R}$

$\Rightarrow Z_2 = R\frac{U_2}{U_1}$

A.N.: $Z_2 = 17{,}15\ \Omega$

* Pour le circuit

$Z = \sqrt{(R + r)^2 + (2\pi NL)^2}$ ou $Z = \frac{U}{I}$

Calcul de Z

D'après la loi d'ohm, $U = ZI$

$Z = \frac{U}{I} \Rightarrow Z = R\frac{U}{U_1}$

A.N. : $Z = 21\ \Omega$

b) Déduction de r et L

$Z^2 = (R + r)^2 + (L\omega)^2$ (1)

$Z_2^2 = r^2 + (L\omega)^2$ (2)

Faisons (1) – (2)

$Z^2 - Z_2^2 = (R + r)^2 - r^2$

$r = \frac{Z^2 - Z_2^2 - R^2}{2R}$

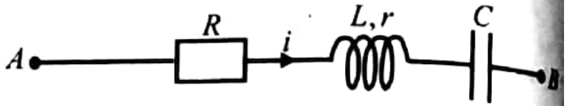
A.N. : $r = \frac{21^2 - 17{,}15^2 - 7^2}{14}$ $r = 6{,}99\ \Omega$

D'après (2), $Z_2^2 - r^2 = (L\omega)^2$

$L = \frac{1}{2\pi N}\sqrt{Z_2^2 - r^2}$

A.N. : $L = 5.10^{-2}$ H

2 – a) Valeur de C



$U' = Z'I$ (circuit RLC)

$U = ZI$ (circuit RL)

$U' = U \Rightarrow Z' = Z \Rightarrow$

$\sqrt{(R + r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = \sqrt{(R + r)^2 + (L\omega)^2}$

$(R + r)^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2 = (R + r)^2 + (L\omega)^2$

$(L\omega - \frac{1}{C\omega}) = \pm L\omega$

Le circuit étant capacitif

$L\omega - \frac{1}{C\omega} = -L\omega \Rightarrow \frac{1}{C\omega} = 2L\omega$

$C = \frac{1}{8\pi^2 N^2}$

A.N. : $1{,}01.10^{-4} = 10^{-4}$ F

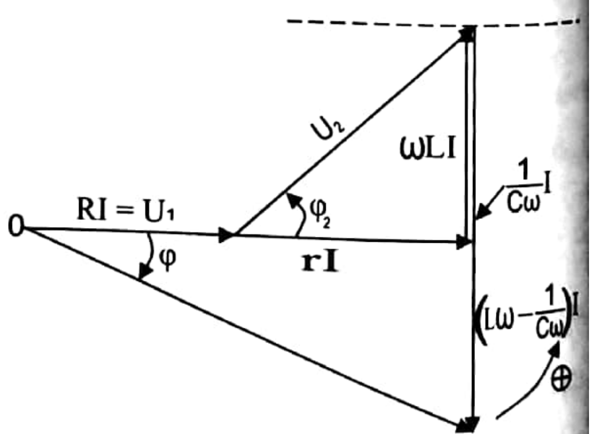
b) expression de φ en fonction de L, ω R, et r.

$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R + r} = \frac{-L\omega}{R + r}$

$\varphi = \arctan\left(\frac{-L\omega}{R + r}\right)$

A.N. : φ = – 084 rad

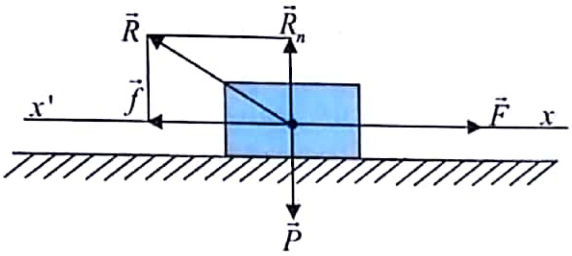
c) Construction du diagramme de Fresnel



Solution 1

1 – Calcul de la force d'attraction

a) Au cours du démarrage, le mouvement est rectiligne et uniformément accéléré.



- référentiel : terrestre supposé galiléen,
- système : ressort + solide de masse m,
- bilan des forces : $\vec{P}$, $\vec{T}$, $\vec{R}$,
- théorème du centre d'inertie :

$\Sigma \vec{F}_{ext} = M\vec{a}$.

Projection suivant l'axe xx'

- $-f + F = Ma \Rightarrow F = Ma + f$ (1)

$V = at + V_0$ Au démarrage (à t = 0), $V_0 = 0$,

$V = at \Rightarrow a = \frac{V}{t}$ (2)

L'expression (1) devient $F = M\frac{V}{t} + f$

AN : $F = 7\,000 \times \left(\frac{16{,}67}{240}\right) + 500 = 986{,}21N$

F = 986,21N

b) Mouvement rectiligne uniforme

D'après le principe de l'inertie, $\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{0}$.

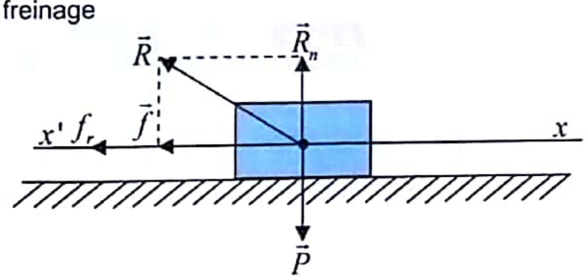
$\Rightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = \vec{0}$

Projection suivant l'axe xx'

$-f + F' = 0 \Rightarrow F' = f$

AN : **F' = 500 N**

2 – a) Calcul de l'intensité de la force de freinage



- bilan des forces : $\vec{P}$, $\vec{R}$, $\vec{f_r}$
- théorème du centre d'inertie :

$\Sigma \vec{F}_{ext} = M\vec{a}'$.

$\vec{P} + \vec{R} + \vec{f_r} = M\vec{a}'$

Projection suivant l'axe xx'

$-f - f_r = Ma \Rightarrow f_r = -f - Ma'$

avec $a' = -\frac{V_0'^2}{2x}$

Avec $V_0 = V$ $f_r = -500 + 7\,000 \times \frac{(16{,}67)^2}{2 \times 200}$

$\boldsymbol{f_r = 4{,}36.10^3N}$

b) Calcul du temps mis par le camion pour s'arrêter

$V' = at + V_0'$ à l'arrêt, V' = 0

$at + V_0' = 0 \Rightarrow t = -\frac{V_0'}{a'}$ et $a' = -\frac{V_0'^2}{2x}$

avec $V_0' = V$, $t = \frac{2x}{V}$

AN : $t = t = \frac{2 \times 200}{16{,}67} = 23{,}99s$ **t = 24 s**

Solution 2

$y_0(t) = 2.10^{-2}sin200\pi t.$

1 – Déduction de la fréquence et l'amplitude

Fréquence : $\omega = 2\pi N$ $N = \frac{\omega}{2\pi}$

AN : $N = \frac{200\pi}{2\pi} = 100$ Hz

$\boldsymbol{N = 100\ Hz}$

Amplitude: $a = 2.10^{-2}m$

2 – a) Calcul de la longueur d'onde

On a : $x = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ avec k = 0 $\Rightarrow x = d$

$d = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2d$

AN : $\lambda = 2 \times 0{,}2 = 0{,}4$ m **λ = 0,4 m**

b) Vitesse de la propagation des ondes

$V = \lambda N$ AN : V = 0,4 x 100 = 40 m/s

V = 40 m/s

3 – a) Détermination de la distance x

$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}x$ avec $\Delta\varphi = (2k+1)\frac{\pi}{2}$

$\frac{2\pi}{\lambda}x = (2k+1)\frac{\pi}{2}$ $x = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$

Pour le premier point, k = 0 et $x = \frac{\lambda}{4}$

$x = \frac{0{,}4}{4} = 0{,}1$ $\boldsymbol{x = 0{,}1\,m}$

b) Équation horaire du point M

Le point M reproduit le mouvement de O avec un retard $\theta = \frac{x}{v}$ $y_M = y_O(t - \theta)$

$y_M = 2.10^{-2}\sin(200\pi t - \frac{200\pi x}{v})$

A.N : $y_M = 2.10^{-2}\sin(200\pi t - \frac{200\pi \times 0{,}1}{40})$

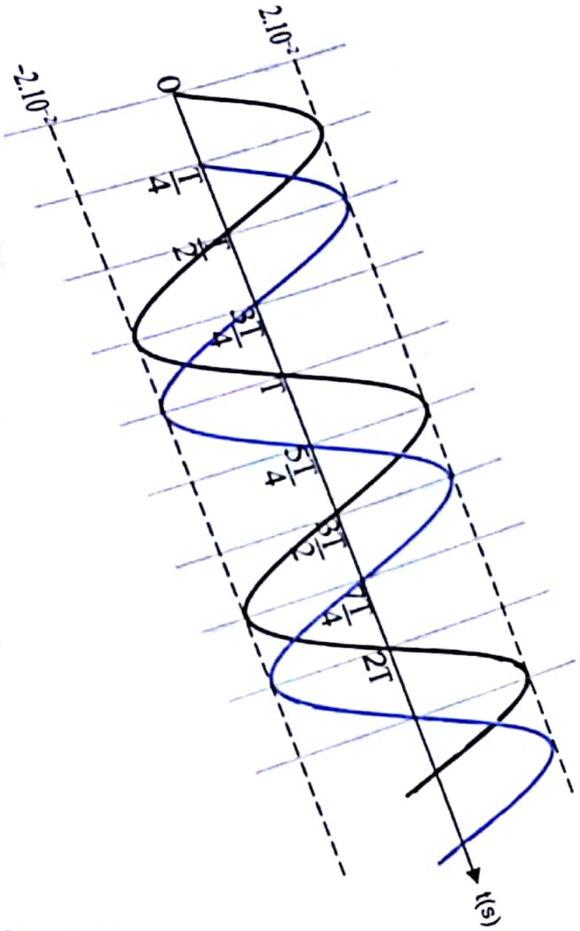
D'où $y_M = 2.10^{-2}\sin(200\pi t - \frac{\pi}{2})$

Ou $y_M = -2.10^{-2}\cos 200\pi t$

Représentation de $y_O = a\sin 200\pi t = a\sin\frac{2\pi}{T}t$

$y_M = -a\cos\frac{2\pi}{T}t$

Retard : $\theta = \frac{x}{V} \Rightarrow \theta = \frac{x}{\lambda}T$ $\theta = 0{,}25T = \frac{T}{4}$



Solution 3

1 – Détermination de la résistance R et la puissance électrique

$$U_1 = RI_1 \Rightarrow R = \frac{U_1}{I_1}$$

AN : $R = \frac{6}{0,2} = 30\Omega \qquad R = 30\Omega$

La puissance électrique consommée

$P_1 = U_1 I_1 = RI_1^2$

A.N : $P_1 = 6 \times 0,2 = 1,2W$

$P_1 = 1,2W$

2 – a) Puissance électrique du circuit

$P_2 = RI_2^2 \qquad$ AN : $P_2 = 30 \times (0,1)^2 = 0,3W$

$\boldsymbol{P_2 = 0,3W}$

b) Calcul du facteur de puissance

$P_2 = U_2 I_2 cos\varphi \Rightarrow cos\varphi = \frac{P_2}{U_2 I_2}$

AN : $cos\varphi = \frac{0,3}{6\times 0,1} = 0,5 \qquad \boldsymbol{cos\varphi = 0,5}$

c) Calcul de l'inductance L

$Z_2 = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$ avec $Z_2 = \frac{U_2}{I_2}$

$\left(\frac{U_2}{I_2}\right)^2 = R^2 + (L\omega)^2 \Rightarrow L = \frac{1}{2\pi N}\sqrt{\left(\frac{U_2}{I_2}\right)^2 - R^2}$

AN : $L = \frac{1}{2\pi\times 50}\sqrt{\left(\frac{6}{0,1}\right)^2 - (30)^2} = 0,17$ H

$\boldsymbol{L = = 0,17\ H}$

3 – a) Calcul de l'impédance du circuit

$cos\varphi = \frac{R}{Z} \Rightarrow Z = \frac{R}{cos\varphi}$

AN : $Z = \frac{30}{0,5} = 60\ \Omega \qquad \boldsymbol{Z = 60\ \Omega}$

b) Calcul de la réactance x

$Z = \sqrt{R^2 - \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}$ avec $X = L\omega - \frac{1}{C\omega}$

$Z^2 = R^2 + X^2 \Rightarrow X = \pm\sqrt{Z^2 - R^2}$

AN : $X = -\sqrt{(37,5)^2 - (30)^2}$

$\boldsymbol{X = -22,5\Omega}$

c) Calcul de C

$X = L\omega - \frac{1}{C\omega} \Rightarrow C\omega = -\frac{1}{L\omega - X}$

$C = \frac{1}{2\pi N}\left(\frac{1}{2\pi NL - X}\right)$

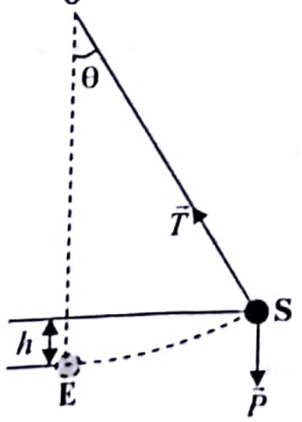
AN : $C = \frac{1}{2\pi\times 100}\left(\frac{1}{2\pi\times 100\times 0,17 + 22,5}\right)$

$\boldsymbol{C = 4,2.10^{-5}F}$

CORRECTION

BACCALAURÉAT C 2013

Solution 1



1 – a) Expression E_m en fonction de m, ℓ, g, θ et $\dot\theta$. $E_m = E_{C_r} + E_{p_p}$

$E_m = \frac{1}{2}J\dot\theta^2 + mgh$

or $J = m\ell^2$ et $h = \ell(1 - cos\theta)$

alors $E_m = \frac{1}{2}m\ell^2\dot\theta^2 + mg\ell(1 - cos\theta)$

$\boldsymbol{E_m = \frac{m\ell}{2}\left[\ell\dot\theta^2 + 2g(1 - cos\theta)\right]}$

b) Montrons que $E_m = constante$

Force conservative : $\vec P$

Force non conservative : $\vec T$

Théorème de l'énergie mécanique :

$\Delta E_m = \sum W\vec f n.c$

$E_{m_2} - E_{m_1} = W_{\vec T}$ or $W_{\vec T} = 0 \Rightarrow$

$E_{m_2} - E_{m_1} = 0$ d'où $E_{m_2} = E_{m_1} = constante$

2 – a) Montrons que l'équation différentielle est $\ddot\theta + \frac{g}{\ell}\theta = 0$

Comme $E_m = constante, \Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = 0$

$\Rightarrow m\ell^2\ddot\theta\dot\theta + \dot\theta mg\ell\, sin\theta = 0$

$\Rightarrow \left(m\ell^2\ddot\theta + mg\ell\, sin\theta\right)\dot\theta = 0$

angle petit $\Rightarrow sin\theta \approx \theta$

$$\left(m\ell^2\ddot{\theta} + mg\ell\theta\right)\dot{\theta} = 0$$

$$\dot{\theta} \neq 0 \Rightarrow m\ell^2\ddot{\theta} + mg\ell\theta = 0$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{mg\ell}{m\ell^2}\theta = 0 \quad \Rightarrow \boldsymbol{\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}\theta = 0}$$

b) Calcul de la période T_0

$\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}\theta = 0$ étant de la forme $\ddot{\theta} + \omega^2\theta = 0$ avec

$$\omega_0^2 = \frac{g}{\ell} \text{ et } T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

AN : $T_0 = 2 \times 3{,}14\sqrt{\frac{0{,}6}{9{,}8}} = 1{,}55s$ $\boldsymbol{T_0 = 1{,}55s}$

c) Expression de $\theta = f(t)$

$\theta = \theta_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}} = \sqrt{\frac{9{,}8}{0{,}6}} = 4{,}04 \text{ rad/s}$$

$$\boldsymbol{\omega_0 = 4{,}04 \text{ rad/s}}$$

à t = 0 $\begin{cases} \theta = \theta_m \sin\varphi \\ \dot{\theta} = \theta_m \omega \cos\varphi = 0 \end{cases}$

or $\dot{\theta} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \varphi = +\frac{\pi}{2} \\ \varphi = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$

Pour $\varphi = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta = -\theta_m < 0$

Pour $\varphi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta = \theta_m > 0$

or $\theta_m > 0$ alors $\varphi = \frac{\pi}{2} rad$

d'où $\theta = 6 \times 1{,}744.10^{-2}\sin(4{,}04t + \frac{\pi}{2})$

$\theta = 10^{-1}\sin(4{,}04t + \frac{\pi}{2})$ ou

$\boldsymbol{\theta = 10^{-1}\cos(4{,}04t)}$

Solution 2

1 – Équation horaire $y_S(t)$

$y_S(t) = a\sin(\omega t + \varphi)$

· à t = 0 $\begin{cases} y_S = a\sin\varphi = 0 \\ y_S' = a\omega\cos\varphi > 0 \end{cases}$

$\sin\varphi = 0 \Rightarrow \begin{cases} \varphi = 0 \\ ou \\ \varphi = \pi \end{cases}$

pour $\varphi = 0$, $y_S' = a\omega > 0$

pour $\varphi = \pi$, $y_S' = -a\omega < 0$

or $y_S' > 0$, alors $\varphi = 0$ d'où

$y_S(t) = 5.10^{-3}\sin(100\pi t)$ avec $a = 5.10^{-3}$m et $\omega = 2\pi N = 2\pi \times 50 = 100\pi$rad/s

2 – a) Date à laquelle M commence à vibrer

$x = V.\theta \quad \Rightarrow \theta = \frac{x}{V}$

$\theta = \frac{0{,}25}{10}$ $\boldsymbol{\theta = 2{,}5.10^{-2}s}$

b) Équation horaire du point M

$y_M(t) = a\sin[\omega(t - \theta)]$

$y_M(t) = a\sin[2\pi N(t - \theta)]$

$y_M(t) = 5.10^{-3}\sin[2\pi \times 50(t - 2{,}5.10^{-2})]$

$y_M(t) = 5.10^{-3}\sin(100\pi t - 2{,}5\pi)$

$y_M(t) = 5.10^{-3}\sin(100\pi t - \frac{5}{2}\pi)$

$\boldsymbol{y_M(t) = 5.10^{-3}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{2})}$

c) Calcul des vitesses aux instants $t_1 = 1{,}25.10^{-2}s$ et $t_2 = 4{,}5.10^{-2}s$

$y_M(t) = 5.10^{-3}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{2})$

$y_M'(t) = 0{,}5\pi\sin(100\pi t - \frac{\pi}{2})$

* $t_1 = 1{,}25.10^{-2}s \Rightarrow$

$y'_{M_1}(t) = 0{,}5\pi\cos(100\pi \times 1{,}25.10^{-2} - \frac{\pi}{2})$

$y'_{M_1}(t) = \frac{\pi}{2}\cos\left(\frac{5\pi}{4} - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}\cos\frac{3\pi}{4}$

$y'_{M_1}(t) = \frac{\pi}{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\pi\frac{\sqrt{2}}{4} = -1{,}11m/s$

$\boldsymbol{y'_{M_1}(t) = -1{,}11m/s}$

* $t_2 = 4{,}5.10^{-2}s \Rightarrow$

$y'_{M_2}(t) = 0{,}5\pi\cos(100\pi \times 4{,}5.10^{-2} - \frac{\pi}{2})$

$y'_{M_2}(t) = \frac{\pi}{2}\cos\left(\frac{9\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}\cos 4\pi$

$y'_{M_2}(t) = \frac{\pi}{2} = \frac{3{,}14}{2} = 1{,}57m/s$

$\boldsymbol{y'_{M_2}(t) = 1{,}57m/s}$

3 – Représentation graphique de $y_S(t)$ et $y_M(t)$

$\theta = \frac{x}{V}$ or $T = \frac{1}{N} \Rightarrow \frac{\theta}{T} = \frac{x}{V}.\frac{N}{1}$

$\frac{\theta}{T} = 2{,}5.10^{-2} \times 50 = \frac{5}{4} \Rightarrow \theta = \frac{5T}{4}$

$y_S(t) = 5.10^{-3}\sin\frac{2\pi}{T}t$

$y_M(t) = 5.10^{-3}\sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{2}\right)$

t	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{3T}{4}$	T	$\frac{5T}{4}$	$\frac{3T}{2}$	$\frac{7T}{4}$
y_S	0	5.10^{-3}	0	-5.10^{-}	0	5.10^{-3}	0	-5.10^{-3}
y_M						0	5.10^{-3}	0

Solution 3

1 – a) Déterminons:

a1) Valeur efficace de U

$\frac{U}{I_1} = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$

$\Rightarrow U = I_1\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$

AN : $U = 1{,}5\sqrt{(20)^2 + (30 - 40)^2} = 33{,}54V$

$\boldsymbol{U = 33{,}54V}$

a2) L'inductance L de la bobine

$Z_L = L\omega \Rightarrow < \frac{Z_L}{10} \Rightarrow L = \frac{Z_L}{2\pi N}$

AN : $L = \frac{30}{2 \times 3{,}14 \times 50} = 0{,}095H$

$\boldsymbol{L = 0{,}095H}$

a3) Capacité C du condensateur

$Z_C = \frac{1}{C\omega} \Rightarrow C = \frac{1}{Z_L\omega} \Rightarrow C = \frac{1}{2\pi N_1 Z_C}$

AN : $C = \frac{1}{2 \times 3{,}14 \times 50 \times 40}$

$\boldsymbol{C = 7{,}96.10^{-5}F}$

b) Montrons que le circuit est capacitive

Circuit capacitif si $\frac{1}{C\omega} > L\omega$. Comme $Z_C = \frac{1}{C\omega} = 40\Omega$ et $Z_L = L\omega = 30\Omega$, alors $Z_C > Z_L$

$\Rightarrow$ le circuit est capacitif.

2 – a) Calcul de I_2

$$\frac{U}{I_2} = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(2\pi L N_2 - \frac{1}{C2\pi N_2}\right)^2}}$$

AN : $I_2 = \frac{33{,}54}{\sqrt{20^2 + \left(2 \times 3{,}14 \times 0{,}096 \times 10^2 - \frac{1}{2 \times 3{,}14 \times 7{,}96.10^{-5} \times 10^2}\right)^2}}$

$\boldsymbol{I_2 = 0{,}75A}$

b) Nature du circuit

$2\pi L N_2 - \frac{1}{C2\pi N_2} =$

$= 2 \times 3{,}14 \times 0{,}096 \times 10^2 - \frac{1}{2 \times 3{,}14 \times 7{,}96.10^{-5} \times 10^2}$

$= 39{,}45\ \Omega$

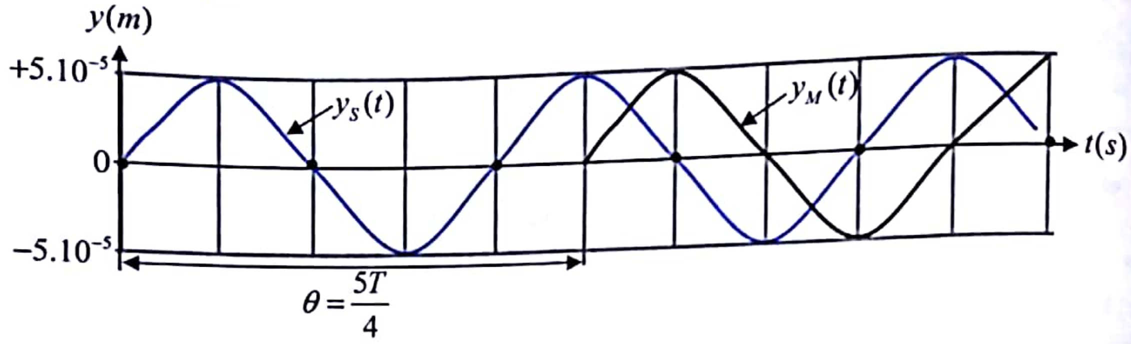
$2\pi LN_2 - \frac{1}{C2\pi N_2} = 39,45\ \Omega > 0 \Rightarrow$ le circuit n'est plus capacitif.

ou encore :

$2\pi LN_2 = 59,66\Omega$

$\frac{1}{C2\pi N_2} = 20,00\Omega$

$59,66\Omega > 20,00\Omega$, le circuit n'est plus capacitif.



CORRECTION **BACCALAURÉAT C 2014**

Partie A : Vérification des connaissances

1 – Répondre par vrai ou faux

a) Faux, b) Vrai

c1) Faux, c2) Faux, c3) Vrai.

2 – Réarrangement

L'interfrange est la distance qui sépare les milieux de deux franges consécutives de même nature.

Partie B : Application des connaissances

1 – Radiation qui provoque l'effet photoélectrique

Il y a effet photo électrique si $\nu > \nu_0$

$$\nu_0 = \frac{C}{\lambda_0} \Rightarrow \nu_0 = \frac{3.10^8}{0,6.10^{-6}} = 5.10^{14}$$

$$\nu_0 = 5.10^{14}\,Hz$$

On constate que $\nu_1 > \nu_0$ et $\nu_2 > \nu_0$

Seule la radiation de fréquence ν_1 provoque l'effet photoélectrique.

2 – Calcul de la vitesse maximale

D'après la conservation de l'énergie,

$W_1 = W_0 + E_{Cmax}$

$E_{Cmax} = W_1 - W_0$

$$\frac{1}{2}mV_{max}^2 = h(\nu_1 - \nu_0) \Rightarrow V_{max} = \sqrt{\frac{2h}{m}(\nu_1 - \nu_0)}$$

AN:

$$V_{max} = \sqrt{\frac{2\times 6,62.10^{-34}}{9,1.10^{-31}}(6,66.10^{14} - 5.10^{14})}$$

$$V_{max} = 4,91.10^5\,m/s$$

3 – Calcul de la puissance

$$r = \frac{n}{N} \text{ avec } n = \frac{I_S}{e} \text{ et } N = \frac{\mathcal{P}}{h\nu_1}$$

$$r = \frac{I_S.h.\nu_1}{e.\ \mathcal{P}} \qquad \mathcal{P} = \frac{I_S.h.\nu_1}{e.r}$$

$$\text{AN : } \mathcal{P} = \frac{10^{-6}\times 6,62.10^{-34}\times 6,68.10^{14}}{1,6.10^{-19}\times 0,02}$$

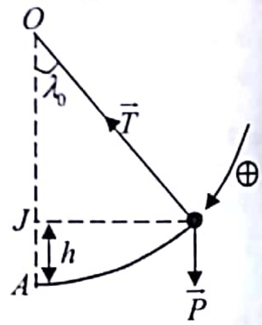
$$\mathcal{P} = 1,38.10^{-4}\,W$$

Partie C : Résolution d'un problème

1 – a) Exprimons en fonction de g, ℓ et α_0 la vitesse V de la bille B, au passage par la position d'équilibre.

Référentiel T.S.G.

Système bille B de masse m.



Forces : $\vec{P}, \vec{T}$

Théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta Ec = \sum W_{\vec{f}ext} + \sum W_{\vec{f}\,int}$$

$$Ec + Eco = \sum W_{\vec{f}ext} + \sum W_{\vec{f}\,int}$$

avec Eco = 0 et $\sum W_{\vec{f}\,int} = 0$

$$\Rightarrow Ec = \sum W_{\vec{f}ext}$$

$$\Rightarrow Ec = W_{\vec{P}} + W_{\vec{T}} \quad (W_{\vec{T}} = 0)$$

$$\frac{1}{2}mV^2 = mgH \Rightarrow V = \sqrt{2gH}$$

OA = OJ + JA $\Rightarrow$ JA = OA – OJ avec JA = H

H = OA –OJ = OA – OB $\cos\alpha_0$ or OB = OB = ℓ

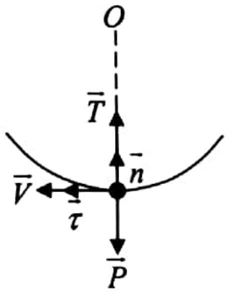
H = ℓ (1 – $\cos\alpha_0$) d'où $V = \sqrt{2g\ell(1-\cos\alpha_0)}$

Déduisons-en sa valeur numérique

AN : $V = \sqrt{2\times 9,8\times 2(1-\cos 60°)}$

$V = 4,44\,m/s$

b) Déterminons la tension lorsque le pendule passe par la position verticale
R.T.S.G.
Système bille B de masse m.
Force : $\vec{P}, \vec{T}$



T.C.I : $\sum \vec{f}ext = m\vec{a}$

$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

Projection de la relation (1) suivant la normale :

$-P + T = ma_n$

$\Rightarrow T = P + ma_n$

$= mg + m\dfrac{V^2}{\ell}$

$$T = P + \frac{m}{\ell}[2g\ell(1-\cos\alpha_0)]$$

$$T = mg + 2mg - 2mg\cos\alpha_0$$

$$T = mg(3 - 2\cos\alpha_0)$$

AN : $T = 100.10^{-3} \times 9{,}8(3 - 2\cos 60°)$

$T = 1{,}96\ N$

2 – Établissons l'équation cartésienne de la trajectoire
R.T.S.G.
Système : bille B de masse m
Théorème du centre d'inertie : $\sum \vec{f}ext = m\vec{a}$

$\Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$

Projection suivant l'axe (Ax).

$P_x = ma_x \Rightarrow a_x = 0$ et $V = constanste$

mouvement uniforme d'équation $x = V_{ax}t + x_0$

Au point A : $x_0 = 0$ et $V_{ax} = V$

$x = Vt$ (1)

Projection suivant l'axe (Ay)

$P_y = ma_y \Rightarrow P = ma_y$

$\Rightarrow ay = g = constanste$. Mouvement uniformément accéléré d'équation :

$$y = \frac{1}{2}ayt^2 + V_{ax}t + y_0$$

Au point A : $y_0 = 0$ et $V_{oy} = 0$ $\quad y = \dfrac{1}{2}t^2$ (2)

Dans (1) exprimons t. $x = v.t \Rightarrow \dfrac{x}{v}$ (3)

(3) dans (2) $\quad y = \dfrac{g}{2v^2}x^2$

b) Déterminons les coordonnées x_C et y_C du point C

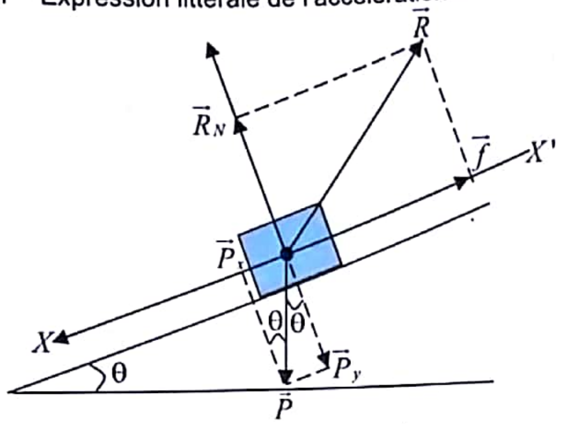
Au point C, $y_C = h$ et $x = x_C$ $\quad y_C = \dfrac{gx_C^2}{2v^2}$

$$\Rightarrow x_C^2 = \frac{2v^2h}{g} \Rightarrow x_C = v\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

CORRECTION

Solution 1

1 – Expression littérale de l'accélération a



- référentiel : terrestre supposé galiléen,
- système : ressort + solide de masse m,
- bilan des forces : $\vec{P}$, $\vec{T}$,
- théorème du centre d'inertie :

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$. $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

Projection sur l'axe xx'

$P_x - f = ma$ $\quad$ $mg\sin\theta - f = mg$

$$a = g\sin\theta - \frac{f}{m}$$

2 – a) Complétons le tableau

t en s	0,06	0,12	0,18	0,24	0,30
$x.10^{-2}$ en m	0,307	1,23	2,78	4,92	7,69
x/t^2 en	0,853	0,854	0,858	0,854	0,854

Conclusion

Le rapport $\frac{x}{t^2} \approx 0,85 = cste > 0$. C'est donc un mouvement rectiligne uniformément accéléré

b) Valeur de l'accélération

$$x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow a = \frac{2x}{2t^2}$$

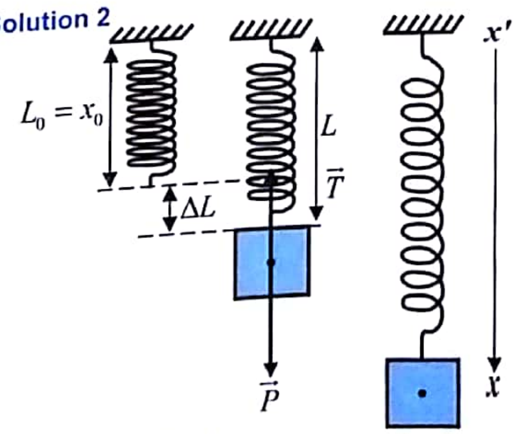
A.N. : $a = 1,7\ m/s^2$

Calcul de f

$mg\sin\theta - f = ma \Rightarrow f = m(g\sin\theta - a)$

A.N. : f = 0,98 N ou f = – 0,431 N

Solution 2



1 – Calcul de la constante de raideur

$f = k\Delta L \Rightarrow \quad k = \frac{f}{m}$

A.N. : k = 200 N/m

2 – a) Allongement à l'équilibre

$p = mg - kx_0$

$x_0 = \frac{mg}{k}$ $\quad$ A.N. : x_0 = 0,098 m ou 9,8 cm

b) Nature du mouvement

- référentiel : terrestre supposé galiléen,
- système : ressort + solide de masse m,
- bilan des forces : $\vec{P}$, $\vec{T}$,
- théorème du centre d'inertie :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}.$$

$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

Projection sur l'axe xx'

$mg - kx_0 - kx = m\ddot{x}$ $\quad$ or $\quad$ $mg - kx_0 = 0$

$m\ddot{x} + kx = 0 \quad \Rightarrow \quad \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$

Cette équation est de la forme $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$, équation caractéristique d'un mouvement rectiligne sinusoïdal (MRS).

* Calcul de l'amplitude

$$\begin{cases} x = a\sin(\omega t + \varphi) \\ \dot{x} = a\omega\cos(\omega t + \varphi) \end{cases}$$

à t = 0, $x = 2$ cm ; $\dot{x} = 0$

$$\begin{cases} 2 = a\sin\varphi & (1) \\ 0 = a\omega\cos\varphi & (2) \end{cases}$$

D'après (2) $\Rightarrow a\omega\cos\varphi = 0 \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{\pi}{2} \\ \text{ou} \\ \varphi = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$

D'après (1) $\Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$

D'après (1) $\Rightarrow a = \frac{2}{\sin\varphi}$ d'où a = 2 cm

* Énergie potentielle du ressort

$E_p = \frac{1}{2}k(x_0 + a)^2$ $\quad$ $E_p = 1,39$ J

Exercice 3

1 – a) Période de la tension appliquée

$u = 25\cos(3\,700t)$ $\quad$ ω = 3 700 rad/s

or $\omega = \frac{2\pi}{T}$ $\quad$ $T = \frac{2\pi}{\omega}$ $\quad$ $T = 1,7.10^{-3}$ s

b) Expression de l'intensité instantanée du courant

$u = Ri \Rightarrow i = \frac{u}{R}$ $\quad$ $i = \frac{25}{220}\cos(3700t)$

$i(t) = 0,1136\cos 3\,700t$

c) Intensité efficace I du courant

$I_m = I\sqrt{2} \qquad \Rightarrow I = \dfrac{I_m}{\sqrt{2}}$

A.N. : $I = \dfrac{0{,}1136}{\sqrt{2}} \qquad I = 0{,}08\ A$

2 – a) Intensité de courant dans le condensateur

$U = Z_c I = \dfrac{I}{C\omega} \quad \Rightarrow I = UC\omega \quad$ avec $U = \dfrac{U_m}{\sqrt{2}}$

$I = \dfrac{U_m}{\sqrt{2}} C\omega \qquad I = 0{,}0654\ A$

b) Expression de l'expression instantanée

$i(t) = I\sqrt{2}\ \cos(\omega t + \dfrac{\pi}{2})$

$i(t) = 0{,}0925\cos(3\ 700t + \dfrac{\pi}{2})$

3 – a) Intensité du courant dans la bobine

$U = Z_L I = L\omega I \quad \Rightarrow I = \dfrac{U_m}{\sqrt{2}L\omega}$

A.N. : $I = \dfrac{25}{\sqrt{2} \times 20.10^{-3} \times 3700} \qquad I = 0{,}24\ A$

b) Expression de l'intensité instantanée

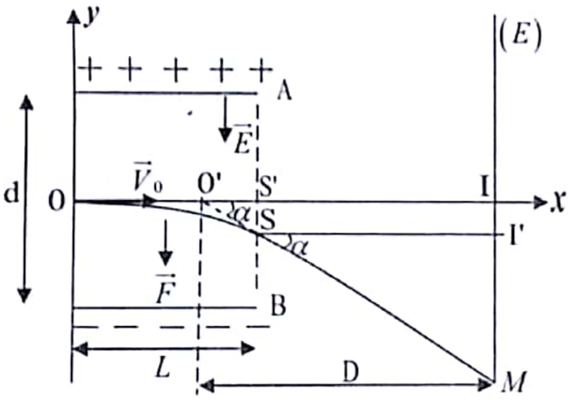
$i(t) = I\sqrt{2}\ \cos(\omega t - \dfrac{\pi}{2})$

$i(t) = 0{,}24\sqrt{2}\cos(3\ 700t - \dfrac{\pi}{2})$

CORRECTION

BACCALAURÉAT D 2010

Solution 1



1 – a) Signes des plaques voir figure
Plaque A(+), plaque B(–)

Justification : Le vecteur champ $\vec{E}$ est toujours orienté du potentiel le plus élevé au potentiel le moins élevé.

b) représentation de la force $\vec{F}$: voir figure

2 – a) Équations horaires
Étude dynamique : système proton,
Référentiel : laboratoire supposé galiléen

B $\vec{F}$ app : $\vec{F}$

Théorème du centre d'inertie : $\vec{F} = m\vec{a} \quad (1)$

* Projection de (1) suivant l'axe (O, x)

$ma_x = 0 \qquad a_x = 0$ mouvement rectiligne uniforme

$x = V_0 t + x_0$

à t = 0, $x = x = 0$ et $V_{0x} = V_0$

$x = V_0 t \qquad (2)$

* Projection de (1) suivant (O, y)

$ma_y = -F, \qquad a_y = -\dfrac{qE}{m} = -\dfrac{eU}{md}$

$a_y = -\dfrac{eU}{md} = $ cste $\neq 0$; mouvement rectiligne uniformément varié

$y = \dfrac{1}{2}a_y t^2 + V_{0y} + y_0$

à t = 0, $y = y_0 = 0$

$y = -\dfrac{eU}{2md}t^2 \qquad (3)$

b) Équation de la trajectoire

(2) : $t = \dfrac{x}{V_0}$ (2') dans (3)

$y = -\dfrac{eU}{2mdV_0^2}x^2 \qquad (4)$

3 – a) Déterminons V_0

*** Première méthode**

Soit le triangle O'SS' rectangle en S'

$\tan\alpha = \dfrac{SS'}{O'S}$ avec $SS' = y_s$ et $O'S' = \dfrac{L}{2}$

$\tan\alpha = \dfrac{2y_S}{L} \qquad (5) \qquad$ or

$y = -\dfrac{eU}{2mdV_0^2}x^2$

En S, $\tan\alpha = \left(\dfrac{dy}{dx}\right)_x = L$

$\tan\alpha = -\dfrac{eU}{2mdV_0^2}L \qquad (6)$

$(5) = (6) \qquad \Leftrightarrow \qquad \dfrac{2y_S}{L} = -\dfrac{eU}{2mdV_0^2}L$

$V_0 = L\sqrt{-\dfrac{eU}{2my_S d}}$

*** Deuxième méthode**

$y_S = -\dfrac{eU}{2mdV_0^2}x^2$

En S, $y = y_S$ et $x = L$

$y_S = -\dfrac{eU}{2mdV_0^2}L^2 \quad \Rightarrow \quad V_0 = L\sqrt{-\dfrac{eU}{2my_S d}}$

A.N. : $\mathbf{V_0 = 10^6\ m/s}$

b) Nature du mouvement à l'extérieur des plaques

À l'extérieur $\vec{E} = \vec{0}$

(1) $m\vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = \vec{0}$, c'est un mouvement rectiligne uniforme

4 – Coordonnées du point d'impact M

* Abscisse : $x_M = D + \frac{L}{2}$

A.N. : $x_M = 0,3 + 0,05$ $\quad$ **$x_M = 3,5.10^{-1}$ m**

* Ordonnée

Soient les triangles O'SS' et O'IM semblables. On a :

$$\tan\alpha = \frac{S'S}{O'S'} = \frac{y_M}{O'I}$$

$$\Rightarrow y_M = \frac{S'S}{O'S'} \times O'I = \frac{y_S \times D}{\frac{L}{2}} = \frac{2y_S \times D}{L}$$

A.N.: $y_M = -5,76.10^{-3}$ m

Solution 2

1 – a) Longueur

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \qquad \Rightarrow \ell = \frac{T^2 g}{4\pi^2}$$

A.N. : $\ell = \frac{4 \times 9,8}{4 \times \pi^2}$ $\qquad \ell = 0,99 \text{ m} \approx 1 \text{ m}$

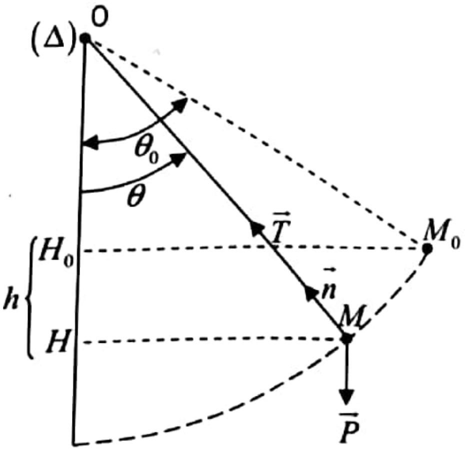
b) Incertitude absolue sur la longueur

$$\ell = \frac{T^2 g}{4\pi^2}, \qquad \frac{\Delta\ell}{\ell} = \frac{2\Delta T}{T} + \frac{\Delta g}{g}$$

$$\Delta\ell = \left(\frac{2\Delta T}{T} + \frac{\Delta g}{g}\right)\ell$$

A.N. : $\Delta\ell = 2\frac{0,02}{2} + \frac{0,01}{9,80}$ $\qquad \Delta\ell = 0,02$ m

2 – a) Calcul de la vitesse linéaire du solide au passage par la position θ = 45°



Système : solide ponctuel

$$\Delta E_c = \sum W_{\vec{F}ext}$$

$$E_{CM} - E_{CM0} = W_{\vec{P}} - W_{\vec{T}} \qquad \text{or} \qquad W_{\vec{T}} = 0$$

$$\frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 - \frac{1}{2}J\dot{\theta}_0^2 = p.h \qquad \text{or} \qquad -\frac{1}{2}J\dot{\theta}_0^2 = 0$$

$$\frac{1}{2}m\ell^2\frac{V^2}{\ell^2} = mgh \qquad V^2 = 2gh$$

avec $h = OH - OH_0 = \ell\cos\theta - \ell\cos\theta_0$

$$V = \sqrt{2g\ell(\cos\theta - \cos\theta_0)}$$

A.N. : $V = \sqrt{2 \times 9,8 \times 1\,(\cos 45° - \cos 60°)}$

V = 2,01 m/s ≈ 2 m/s

b) Tension du fil

Théorème de l'énergie cinétique

$$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{0}$$

Projection suivant $\overline{MO}$: $T - P\cos\theta = ma_n$

$\Rightarrow T = m(g\cos\theta - a_n)$

$$a_n = \frac{V^2}{\ell}$$

$T = m(g\cos\theta - \frac{V^2}{\ell})$ ou

$T = mg(3\cos\theta - 3\cos\theta_0)$

A.N. : $T = 1,09(9,8\cos 45° + \frac{4}{1}) = 1,09$ N

T = 1,09 N ≈ 1,1 N

3 – Énergie cinétique du solide au passage à la position verticale

$$E_c = \frac{1}{2}mV^2; \quad V = \sqrt{2g\ell(\cos\theta - \cos\theta_0)}$$

À la position verticale, θ = 0, $\quad \cos\theta = 1$

$E_c = mg\ell(1 - \cos\theta_0)$

A.N.: $E_c = 0,1 \times 9,8 \times 1(1 - \cos 60°)$

Ec = 0,49J ≈ 0,5J

Solution 3

1 – C'est le phénomène de résonance

2 – Valeur de l'inductance

$$LC\omega_0^2 = 1 \qquad \Rightarrow L = \frac{1}{C\omega_0^2} \text{ ou } L = \frac{1}{4\pi^2 f^2 C}$$

A.N. : $L = \frac{1}{(2\pi \times 200)^2 \times 4.10^{-6}}$ $\qquad$ **L = 0,158 H**

3 – a) Calcul de I_0

$$I_0 = \frac{U_0}{R}$$

A.N.: $I_0 = \frac{25}{200}$ $\qquad$ **$I_0 = 0,125$ A**

b) Tensions efficaces

* Aux bornes de la bobine

$U_B = L\omega_0 I_0$

A.N. : $U_B = 0,158 \times 2\pi \times 200 \times 0,125$

$U_B = 24,8$ V

* Aux bornes du condensateur

$U_C = \frac{I_0}{C\omega_0}$ $\qquad$ **$U_C = 24,8$ V**

c) Intensité instantanée $i(t)$

$i(t) = I\sqrt{2}\sin 2\pi ft$

$i(t) = 0,125\sqrt{2}\sin 400\pi t$

Tensions instantanées

• Aux bornes de la bobine

$$\tan\varphi_B = \frac{L\omega}{0} = +\infty \qquad \varphi_B = +\frac{\pi}{2}$$

$$u_B(t) = U_B\sqrt{2}\sin(2\pi ft + \varphi_B)$$

$$u_B(t) = 24{,}8\sqrt{2}\sin(400\pi t + \frac{\pi}{2})$$

ou $u_B(t) = 24{,}8\sqrt{2}\cos(400\pi t)$

• Aux bornes du condensateur

$$\varphi_C = -\frac{\pi}{2}$$

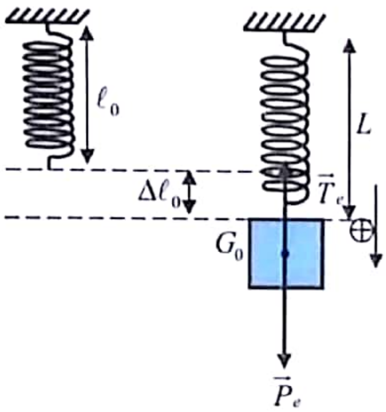
$$u_B(t) = 24{,}8\sqrt{2}\sin(400\pi t - \frac{\pi}{2})$$

ou $u_B(t) = -24{,}8\sqrt{2}\cos(400\pi t)$.

CORRECTION

Solution 1

1 – Relation donnant $\Delta L_0 = F(k, m \text{ et } g)$



- référentiel : terrestre supposé galiléen,
- système : ressort + solide de masse m,
- bilan des forces : $\vec{P}_e$, $\vec{T}_e$,
- théorème du centre d'inertie : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$.

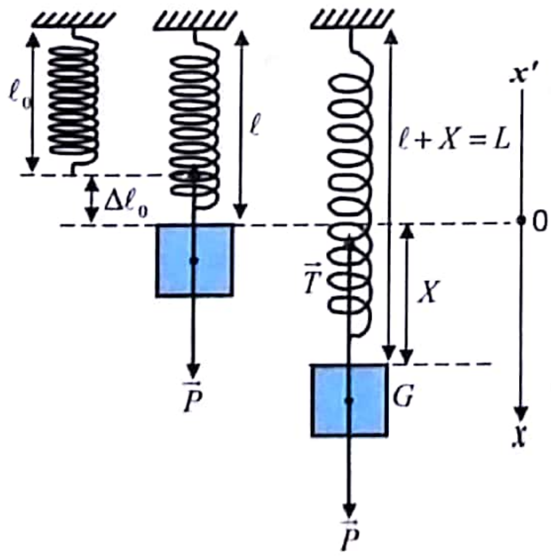
$$\vec{P}_e + \vec{T}_e = \vec{0}$$

En projetant suivant le sens du mouvement

$P_e - T_e = 0 \quad \Rightarrow \quad mg - k\,\Delta L_0 = 0$

D'où $\Delta L_0 = \dfrac{mg}{k}$

2 – a) Équation différentielle



BACCALAURÉAT D 2011

- référentiel : terrestre supposé galiléen,
- système : ressort + solide de masse m,
- bilan des forces : $\vec{P}$, $\vec{T}$,
- théorème du centre d'inertie : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$.

Projection sur l'axe xx'

$T - P = ma \Rightarrow mg - k\,\Delta L_0 - kx = m\ddot{x}$

or $mg - k\,\Delta L_0 = 0$

$$kx + m\ddot{x} = 0 \quad \Rightarrow \quad \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

b) Calcul de m

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \qquad \text{or} \qquad \omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{k}{m} \quad \Rightarrow \quad m = \frac{T^2 k}{4\pi^2}$$

A.N. : $m = 1{,}78.10^{-1}$ kg

3 = Détermination de l'équation horaire

Elle est sous la forme $X = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$

Cherchons ω_0, X_m et φ

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \quad \Rightarrow \quad \omega_0 = 12{,}08 \approx 12{,}1 \text{ rad/s}$$

À t = 0, $X = X_0 = 3$ cm et $\dot{X} = 0$

$$\begin{cases} X = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi) \\ \dot{X} = X_m\omega_0\cos(\omega_0 t + \varphi) \end{cases}$$

$$\text{À } t = 0 \Rightarrow \begin{cases} X_0 = X_m \sin\varphi & (1) \\ \dot{X} = X_m\omega_0\cos\varphi & (2) \end{cases}$$

$$(2) \Rightarrow X_m\omega_0\cos\varphi = 0 \Rightarrow \text{ou} \begin{cases} \varphi = \dfrac{\pi}{2} \text{ rad} \\ \varphi = -\dfrac{\pi}{2} \text{ rad} \end{cases}$$

Seul $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$ vérifie la relation (1)

$$X_m = \frac{X_0}{\sin\varphi} \Rightarrow X_m = \frac{3\text{ cm}}{1} \quad \Rightarrow X_m = 3 \text{ cm}$$

D'où $X(t) = 3.10^{-2}\sin(12{,}1t + \dfrac{\pi}{2})$ (en m)

ou $X(t) = 3.10^{-2}\cos(12{,}1t)$ (en m)

4 – Calcul de la vitesse de (S) au premier passage par la position d'équilibre

$\dot{X} = X_m\omega_0\cos(\omega_0 t + \varphi)$

Au passage par la position d'équilibre,

$\cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}) = \pm 1 \qquad \omega_0 t + \frac{\pi}{2} = k\pi$

Au passage par la position d'équilibre, k = 1

$\omega_0 t + \frac{\pi}{2} = \pi \Rightarrow \qquad \omega_0 t = \pi - \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \omega_0 t = \frac{\pi}{2} \qquad t = \frac{\pi}{2\omega_0}$

$V_{max} = \dot{X} = X_m\omega_0 \cos[(\omega_0 \frac{\pi}{2\omega_0}) + \frac{\pi}{2}]$

$V_{max} = X_m\omega_0 \cos(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow V_{max} = -X_m\omega_0$

A.N. : $V_{max} = -0{,}362$ m/s

Solution 2

$Y_A = 4.10^{-2}\sin 20\pi t$

1 - Détermination de a, T, N et φ

$a = 4.10^{-2}$ m

$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{20\pi} \Rightarrow T = 0{,}1$ s

$N = \frac{1}{T} \Rightarrow N = 10$ Hz

$\varphi = 0$

2 – a) Calcul de λ

$\lambda = Tc$ A.N. : $\lambda = 0{,}25$ m

b) Équation horaire de M

Le point reproduit le mouvement de A avec un retard $\theta = \frac{d}{c}$

$Y_M = a\sin\omega(t - \theta)$

$Y_M = a\sin(20\pi t - \omega\frac{d}{c})$

$Y_M = 4.10^{-2}\sin(20\pi t - 20\pi \times \frac{62{,}5.10^{-2}}{2{,}5})$

$Y_M(t) = 4.10^{-2}\sin(20\pi t - 5\pi)$ or $5\pi = \pi$

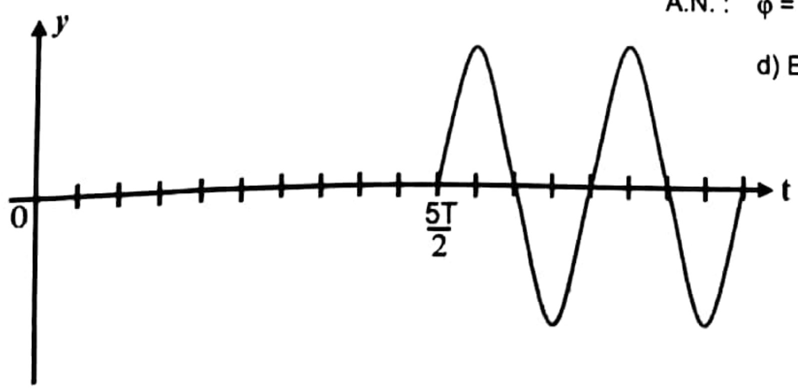
$Y_M(t) = 4.10^{-2}\sin(20\pi t - \pi)$ (en m)

$Y_M(t) = -4.10^{-2}\sin 20\pi t$ (en m)

c) Représentation du graphe

Calcul du décalage horaire

$\theta = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{\varphi_A - \varphi_M}{\omega} = \frac{5\pi}{2\pi}T \Rightarrow \theta = \frac{5}{2}T$



3 – Comparaison des mouvements de M et N à celui de A

* Mouvement de M à celui de A

$\Delta\varphi = \varphi_A - \varphi_M \quad \Rightarrow \quad \Delta\varphi = 5\pi$

A et m vibre en opposition de phase

* Mouvement de N à celui de A

$Y_N = 4.10^{-2}\sin(20\pi t - 20\pi \times \frac{93{,}75.10^{-2}}{2{,}5})$

$Y_N = 4.10^{-2}\sin(20\pi t - 7{,}5\pi)$

$\Delta\varphi = \varphi_A - \varphi_N \quad \Rightarrow \quad \Delta\varphi = 7{,}5\pi = \frac{15\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}$

A vibre en quadrature avance par rapport à M

Solution 3

1 – Expression de la tension instantanée aux bornes du conducteur ohmique

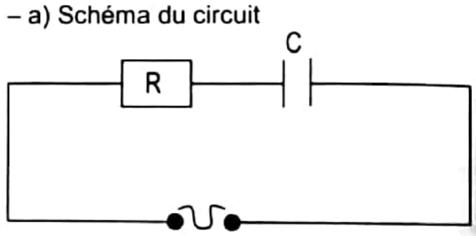
$u_R(t) = U_R\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_R)$ or $\varphi_R = 0$

et $U_R = RI$

$u_R(t) = RI\sqrt{2}\cos\omega t$

A.N. : $u_R(t) = 40\sqrt{2}\cos 100\pi t$

2 – a) Schéma du circuit

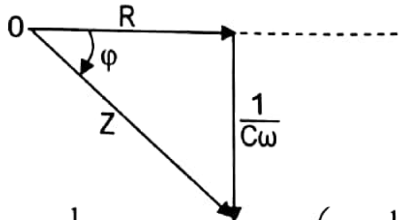


b) Calcul de l'impédance Z

$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2\pi NC}\right)^2}$

A.N. : Z = 25,56 Ω

c) Calcul du déphasage



$\tan\varphi = -\frac{1}{2\pi RC} \Rightarrow \varphi = \arctan\left(-\frac{1}{2\pi RC}\right)$

A.N. : φ = – 67 rad ou φ = 67 rad

d) Expression de la tension instantanée

$u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$

avec U = ZI

$u(t) = ZI\sqrt{2}\cos(100\pi t - 0{,}67)$

$u(t) = 51{,}12\sqrt{2}\cos(100\pi t - 0{,}67)$

$u(t) = 72{,}29\cos(100\pi t - 0{,}67)$

3 - Calcul de la puissance

$P = RI^2$ ou $P = UI\cos\varphi$

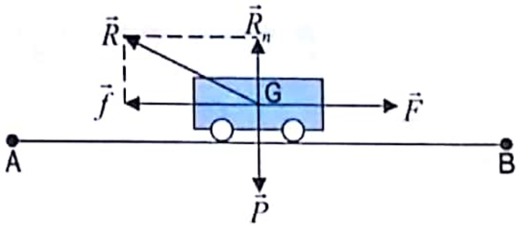
$P = ZI^2\cos\varphi$

A.N. : P = 80 W

CORRECTION **BACCALAURÉAT D 2012**

Solution 1

1 – a) Exprimons la vitesse V_B du chariot au point B en fonction de F, m, L et g en utilisant le théorème de l'énergie cinétique.



- référentiel : terrestre supposé galiléen,
- système : chariot de masse m en mouvement de translation

- bilan des forces : $\vec{F}$, $\vec{P}$, $\vec{R}$
- théorème du centre d'inertie :

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}_{ext}}.$$

$$E_{C_B} - E_{C_A} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{F}} + W_{\vec{R}} \text{ avec } E_{C_A} = 0$$

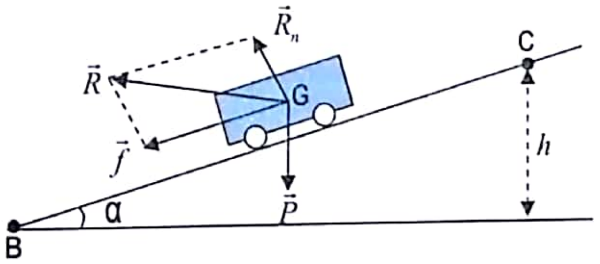
$$E_{C_B} = F.AB - f.AB \quad \text{avec} \quad AB = L \quad \text{et}$$

$$f = \frac{P}{20} = \frac{mg}{20}$$

$$\frac{1}{2}mV_B^2 = F.L - \frac{mg}{20}L \quad V_B^2 = \left(\frac{2F}{m} - \frac{2g}{10}\right)$$

$$V_B = \sqrt{\left(\frac{2F}{m} - \frac{2g}{10}\right)}\ m/s$$

b) Exprimons V_C du chariot au point C en fonction de V_B, g, BC et α



D'après le théorème de l'énergie cinétique

$$\Delta E_{C(B\to C)} = \sum W_{\vec{F}ext}$$

$$E_{C_C} - E_{C_B} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}}$$

$$\frac{1}{2}m(V_C^2 - V_B^2) = -mgh - fBC$$

$$\text{avec } h = BC\sin\alpha \text{ et } f = \frac{P}{20}$$

$$\frac{1}{2}m(V_C^2 - V_B^2) = -mgBC\sin\alpha - \frac{mg}{20}BC$$

$$\frac{1}{2}m(V_C^2 - V_B^2) = -gBC\left(\frac{1}{20} + \sin\alpha\right)$$

$$V_C^2 - V_B^2 = -2gBC\left(\frac{1}{20} + \sin\alpha\right)$$

$$V_C = \sqrt{V_B^2 - 2gBC\left(\frac{1}{20} + \sin\alpha\right)}\ \text{m/s}$$

En fonction de F, m, g, L, BC et α

$$V_C^2 = V_B^2 - 2gBC\left(\frac{1}{20} + \sin\alpha\right)$$

$$V_C^2 = \frac{2F.L}{m} - \frac{gL}{10} - 2gBC\left(\frac{1}{20} + \sin\alpha\right)$$

$$V_C = \sqrt{\frac{2F.L}{m} - g\left[\frac{L}{10} - 2BC\left(\frac{1}{20} + \sin\alpha\right)\right]}\ \text{m/s}$$

2 – Détermination de la valeur de la force F pour que $V_C = 0$

$$V_C = 0 \Rightarrow \frac{2F.L}{m} - g\left[\frac{L}{10} + 2BC\left(\frac{1}{20} + \sin\alpha\right)\right] = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2F.L}{m} = g\left[\frac{L}{10} + 2BC\left(\frac{1}{20} + \sin\alpha\right)\right]$$

$$\Rightarrow F = \frac{mg}{2L}\left[\frac{L}{10} + 2BC\left(\frac{1}{20} + \sin\alpha\right)\right]$$

$$\Rightarrow F = mg\left[\frac{1}{20} + \frac{BC}{L}\left(\frac{1}{20} + \sin\alpha\right)\right]$$

$$AB : F = 60 \times 10\left[\frac{1}{20} + \frac{6}{30}\left(\frac{1}{20} + \sin 25°\right)\right]$$

$$\boldsymbol{F = 86,71N}$$

Solution 2

1 – a) Expression de l'élongation y_A en fonction du temps

$$y_A(t) = a\sin(\omega t + \varphi)$$

Condition initiale : à t = 0, $y_A = 0$, $y_A' > 0$

$$y_A' = a\omega\cos(\omega t + \varphi)$$

$$\text{à t} = 0 \begin{cases} a\sin\varphi = 0 & (1) \\ a\omega\cos\varphi > 0 & (2) \end{cases}$$

$$a\sin\varphi = 0 \Rightarrow \begin{cases} \varphi = 0\ rad \\ ou \\ \varphi = \pi\ rad \end{cases}$$

Seul $\varphi = 0$ vérifie la relation (2)

$\omega = 2\pi N = 100\pi$

d'où $y_A(t) = \mathbf{3.10^{-3}\sin 100\pi t}$

b) Calcul de l'instant où $y_A(t) = 1{,}5m$

$$y_A(t) = a\sin\omega t \Rightarrow \sin\omega t = \frac{y_A(t)}{a}$$

$$\omega t = \sin^{-1}\left(\frac{y_A(t)}{a}\right) \Rightarrow t = \frac{1}{2\pi N}\sin^{-1}\left(\frac{y_A(t)}{a}\right)$$

$$AN : t = \frac{1}{2\times3{,}14\times50}\sin^{-1}\left(\frac{1{,}5.10^{-3}}{3.10^{-3}}\right) = 1{,}67.10^{-3}s$$

$$\boldsymbol{t = 1,67.10^{-3}s}$$

3 – a) Calcul de l'intensité de la corde

$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow V^2 = \frac{F}{\mu} \Rightarrow F = \mu.V^2$$

AN : $F = 2{,}5.10^{-3} \times 20^2 = 1N$ **F= 1N**

b) calcul de la longueur d'onde

$\lambda = Tv$ avec $T = \frac{1}{N}$ $\lambda = \frac{v}{N}$

AN : $\lambda = \frac{20}{50} = 0{,}4m$ $\boldsymbol{\lambda = 0,4m}$

Solution 3

1 – Complétons le tableau

Dipôle	$I_c\ (A)$	$I_e(A)$	U_c/I_c	U_e/I_e
D_1	1,875	2,5	4,8Ω	4,8Ω
D_2	3,6	3,2	2,5Ω	3,75Ω
D_3	0,0	5.10^{-3}	∞	2 400

2 – Détermination de R, r, L et C.

Pour D_1 : $R = \frac{U_C}{I_C}$ AN : **R = 4,8Ω**

Pour D_2 : $U_C = rI_C \Rightarrow r = \frac{U_C}{I_C}$ AN : **r = 2,5Ω**

$$Z_B = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} \Rightarrow Z_B^2 = R^2 + (L\omega)^2$$

$$\text{avec } Z_B = \frac{U_e}{I_e} \quad L\omega = \sqrt{\left(\frac{U_e}{I_e}\right)^2 - r^2}$$

$$L = \frac{1}{2\pi f}\sqrt{\left(\frac{U_e}{I_e}\right)^2 - r^2}$$

$$AN : L = \frac{1}{2\times3{,}14\times50}\sqrt{\left(\frac{12}{3{,}2}\right)^2 - (2{,}5)^2}$$

$$\boldsymbol{L = 8,90.10^{-3}H}$$

Calcul de C

D_2 : $Z_C = \frac{1}{C\omega} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega.Z_C} \Rightarrow C = \frac{1}{2\pi f\ Z_C}$ avec

$Z_C = \frac{U_e}{I_e}$, $C = \frac{1}{2\pi f\left(\frac{U_e}{I_e}\right)} = \frac{I_e}{2\pi f U_e}$ $C = \frac{I_e}{2\pi f U_e}$

AN : $C = \frac{5.10^{-3}}{2\pi\times50\times12}$ $\quad C = 1,33.10^{-6}F$

3 – Calcul de la valeur de fréquence pour que l'intensité efficace atteigne sa valeur maximale

L'intensité atteint sa valeur maximale à la résonance

$L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0} \Rightarrow LC\omega_0^2 = 1 \Rightarrow 4\pi^2 f_0^2 LC = 1$

$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L.C}}$

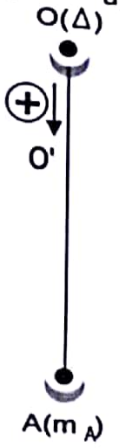
AN : $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{8,90.10^{-3}\times1,33.10^{-6}}} = 1,46.10^3 Hz$

$\boldsymbol{f_0 = 1,46.10^3 Hz}$

CORRECTION

Solution 1

1 – a) Montrons que $OG = \frac{4L}{5}$



$OG = \frac{\sum m_i \overline{OA_i}}{\sum m_i}$

$OG = \frac{m\overline{OO'} + m_A\overline{OA}}{m + m_A}$

$OG = \frac{m\left(\frac{L}{3}\right) + \frac{3m}{2}L}{m + \frac{3m}{2}}$

$OG = \frac{2mL}{\frac{5m}{2}}$

$OG = \frac{2\times2mL}{5m}$

$OG = \frac{4L}{5}$

b) Calcul du moment d'inertie J_Δ

$J_\Delta = J_{T/\Delta} + J_{m_A/\Delta}$

avec $J_{m_A/\Delta} = m_A.OA^2 = \frac{2}{3}mL^2$

D'après le théorème d'Huygens

$J_{T/\Delta} = J_{T/O'} + mOO'^2$

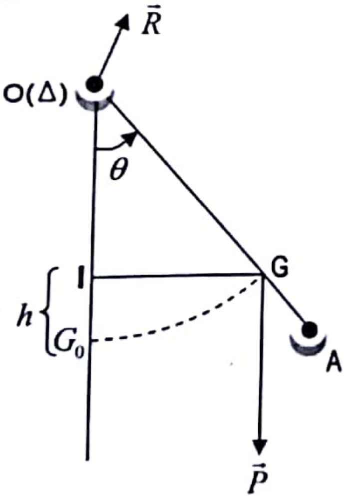
$= \frac{1}{12}mL^2 + \frac{1}{4}mL^2 + \frac{1}{3}mL^2$

d'où $J_\Delta = \frac{3}{2}mL^2 + \frac{1}{3}mL^2 = \frac{11}{6}mL^2$

AN : $J_\Delta = \frac{11}{6}\times 100.10^{-3}\times 1^2 = 1,83.10^{-1}kg.m^2$

$\boldsymbol{J_\Delta = 1,83.10^{-1}kg.m^2}$

2 – a) Déterminons la nature du mouvement



- référentiel : terrestre supposé galiléen,
- système : tige + masse A + Terre,
- bilan des forces : $\vec{P}$, $\vec{R}$
- théorème de l'énergie mécanique :

$\Delta E_m = \sum W_{Fnc}$

$E_{m_f} - E_{m_i} = W_{\vec{R}} = 0$

$E_{m_f} = E_{m_i} = constante$. Le système est conservatif : $\frac{dE_m}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}(E_C + E_P) = 0$ avec $E_C = \frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2$ et $E_P = \sum m_i.g.h$

or $\begin{cases}\sum m_i = m + m_A = \frac{5m}{2}\\ h = OG(1 - cos\theta)\end{cases}$

$E_m = \frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2 + \frac{5}{2}mgOG(1 - cos\theta)$

Pour les oscillations de faible amplitude $(1 - cos\theta) \approx \frac{1}{2}\theta^2$

$E_m = \frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2 + \frac{5}{2}mgOG\theta^2 \Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = 0$

$\Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2 + \frac{5}{2}mgOG\theta^2\right) = 0$

$J_\Delta\dot{\theta}\ddot{\theta} + \frac{5}{2}mgOG\theta\dot{\theta} = 0$

$J_\Delta\dot{\theta}\left[\ddot{\theta} + \frac{5}{2}mgOG\theta\right] = 0$ or $J_\Delta\dot{\theta} \neq 0$

$\ddot{\theta} + \frac{5mg\left(\frac{4L}{5}\right)}{2\left(\frac{11}{6}mL^2\right)}\theta = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{12g}{11L}\theta = 0$

Nous avons une équation différentielle caractéristique d'un mouvement de rotation sinusoïdal. D'où le pendule est animé d'un mouvement de rotation sinusoïdal.

b) Équation horaire

Elle est de la forme :

$\theta = \theta_m \sin(\omega t + \varphi)$

À t = 0, $\theta = \theta_0 = 0,15\,rad$ et $\dot{\theta} = 0$

$\begin{cases}\theta_m \sin\varphi = \theta_0\\ \theta_m\omega\cos\varphi = 0\end{cases} \Rightarrow \theta_m\omega\cos\varphi = 0$

<=> $\cos\varphi = 0 \Rightarrow \begin{cases}\varphi = +\frac{\pi}{2}\\ \varphi = -\frac{\pi}{2}\end{cases}$

Pour $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ rad, $\theta_m \sin\varphi = \theta_0 > 0$

Pour $\varphi = +\frac{\pi}{2}$ rad, $\theta_m \sin\varphi = \theta_0 < 0$

$\theta_m = \frac{\theta_0}{\sin\varphi} = \frac{0,15}{\sin\frac{\pi}{2}} = 0,15rad$

$\omega = \sqrt{\frac{12g}{11L}} = \sqrt{\frac{12\times10}{11\times1}} = 3,30\,rad/s$

d'où $\theta = 0,15\sin\left(3,30t + \frac{\pi}{2}\right)$ (rad)

ou $\boldsymbol{\theta = 0,15cos3,30t}$ **(rad)**

Solution 2

1 – Équation horaire du mouvement de S est sous la forme :

$y_S(t) = a\sin(\omega t + \varphi)$ avec $\omega = 2\pi N$

À t = 0, $y_S(t) = a \Rightarrow a\sin\varphi = a$

<=> $\sin\varphi = 1$ alors $\varphi = \frac{\pi}{2}$

d'où $y_S(t) = a\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

$y_S(t) = 3.10^{-3}a\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (m)

2 – a) Célérité des ondes

$\lambda = \frac{v}{N} \Rightarrow v = \lambda N$

AN : $v = 2.10^{-2}\times 50 = 1m/s$ $\quad \boldsymbol{v = 1m/s}$

b) Équation horaire de M

Le point M reproduit le mouvement de S avec un retard $\theta = \frac{x}{v}$

$$y_M = y_S(t-\theta)$$
$$y_M = a\sin\left(\omega(t-\theta)+\frac{\pi}{2}\right)$$
$$y_M = a\sin\left(2\pi N\left(t-\frac{x}{v}\right)+\frac{\pi}{2}\right)$$
$$y_M = a\sin\left(2\pi Nt-\frac{2\pi Nx}{v}+\frac{\pi}{2}\right)$$
$$y_M = a\sin\left(2\pi Nt-\frac{2\pi x}{\lambda}+\frac{\pi}{2}\right)$$

AN : $y_M = 3.10^{-3}\sin\left(100\pi t-\frac{2\pi\times 8{,}5}{2}+\frac{\pi}{2}\right)$

$$y_M = 3.10^{-3}\sin(100\pi t-8{,}9\pi+0{,}5\pi)$$
$$y_M = 3.10^{-3}\sin(100\pi t-8\pi)$$
$$y_M = 3.10^{-3}\sin(100\pi t)\ \text{(en m)}$$

c) Comparaison du mouvement de S et M

$\Delta\varphi = |\varphi_S-\varphi_M|$ avec $\varphi_S = \frac{\pi}{2}rad$ et $\varphi_M = -\pi\, rad$

$\Delta\varphi = \left|\frac{\pi}{2}+8\pi\right| = \frac{17\pi}{2}$ S et M vibrent en quadrature de phase

d) Représentation des diagrammes

$y_S(t) = 3.10^{-3}a\sin\left(\frac{2\pi}{T}+\frac{\pi}{2}\right)$,

$y_S(t) = 3.10^{-3}a\sin\frac{2\pi}{T}$,

Cherchons $\frac{\theta}{T} = \frac{x}{\lambda}$ $\Rightarrow \theta = \left(\frac{x}{\lambda}\right)T = \frac{8{,}5}{2}T$

$\theta = 5{,}25T = \frac{17}{2}T$

t	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{3T}{4}$	T	......	$\frac{17T}{4}$
$y_S(t)$	3.10^{-3}	0	-3.10^{-3}	0	3.10^{-3}		
$y_M(t)$	-	-	-	-	-		3.10^{-3}

Solution 3

1 – a) Définition de la longueur d'onde de seuil λ.

On appelle l'onde seuil, la longueur d'onde maximale permettant l'extraction d'un électron du métal.

b) Précisons la radiation qui provoque l'émission d'électrons

$\lambda_1 < \lambda_0$ (il y a émission d'électrons),

$\lambda_2 > \lambda_0$ (il n'y a pas émission d'électrons).

Seule la radiation de longueur d'onde λ_1 provoque l'émission d'électrons

2 – Énergie cinétique maximale

$W_1 = W_0 + E_{C_{max}} \Rightarrow E_{C_{max}} = W_1 - W_0$

$$E_{C_{max}} = hC\left(\frac{1}{\lambda_1}-\frac{1}{\lambda_0}\right)$$

AN : $E_{C_{max}} = 6{,}62.10^{-34}\times 3.10^{8}\left(\frac{1}{410.10^{-9}}-\frac{1}{660.10^{-9}}\right)$

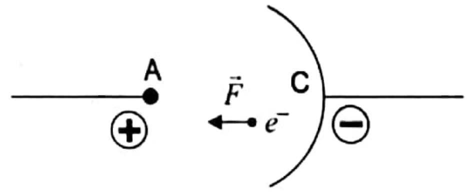
$E_{C_{max}} = 1{,}83.10^{-19}J$

En eV: $E_{C_{max}} = \frac{1{,}83.10^{-19}}{1{,}6.10^{-19}} = 1{,}15eV$

3 – a) Signification des nombres

* La valeur $-1{,}15V$ est l'opposé du potentiel d'arrêt.
* La valeur $-1{,}2\mu A$ est l'intensité du courant de saturation.

b) Calcul de la tension U_{AC}



- référentiel : terrestre supposé galiléen,
- système : électrons de masse m,
- forces : $\vec{F} = q\vec{E}$
- théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_c = \sum W_{Fext}.$$
$$E_{C_A} - E_{C_{max}} = eU_{AC}$$
$$U_{AC} = \frac{1}{e}\left(\frac{1}{2}m\vartheta_A^2 - E_{C_{max}}\right)$$

AN : $U_{AC} = \frac{1}{1{,}6.10^{-19}}\left(\frac{1}{2}\times 9{,}1.10^{-31}(2.10^3)^2 - 1{,}83.10^{-19}\right)$

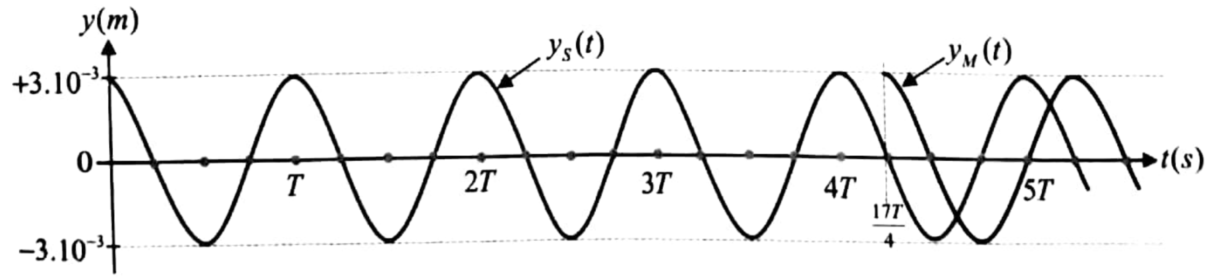
$\boldsymbol{U_{AC} = 10{,}23V}$

c) Calcul du nombre d'électrons

$I_S.t = n'.e \Rightarrow n' = \frac{I_S.t}{e}$

AN : $n' = \frac{1{,}2.10^{-6}\times 16}{1{,}6.10^{-19}} = 1{,}20.10^{14}$ électrons

$\boldsymbol{n' = 1{,}20.10^{14}}$ **électrons**



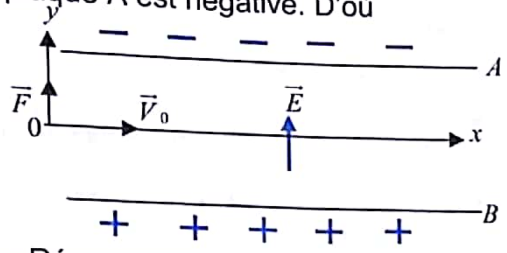
Partie A : Vérification des connaissances

1 – Répondre par Vrai ou faux

a) Vrai, c) Vrai,
b) Vrai, d) Faux.

2 – Schéma à faire

$v_B - v_A > 0$, alors la plaque B est positive et la plaque A est négative. D'où



3 – Réarrangement

La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde en une période.

Partie B Application des connaissances

1 – Calcul de la longueur d'onde

$$D = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2D$$

AN : $\lambda = 2 \times 0{,}01 \Rightarrow \lambda = 2.10^{-2} m$

Calcul de la fréquence N

$$\lambda = VT = \frac{V}{N} \Rightarrow N = \frac{V}{\lambda}$$

AN : $\lambda = \dfrac{1{,}5}{2.10^{-2}} = 75Hz \qquad \lambda = 75Hz$

2 – a) Équation horaire du point M

$$y_{M/S_1}(t) = a\sin(2\pi Nt - \frac{2\pi}{\lambda}d_1)$$

$$y_{M/S_2}(t) = a\sin(2\pi Nt - \frac{2\pi}{\lambda}d_2)$$

$$y_M(t) = y_{M/S_1}(t) + y_{M/S_2}(t)$$

$$y_M(t) = 2a\cos\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\sin\left[2\pi Nt - \frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2)\right]$$

b) Élongation de M pour d_1 = 4 cm et d_2 = 7 cm

$$y_M(t) = 4.10^{-3}\cos\frac{\pi}{2.10^{-2}}(7-4).10^{-2} \times \sin\left[150\pi t - \frac{\pi}{2.10^{-2}}(7+4)10^{-2}\right]$$

$$y_M(t) = 0\ m$$

Partie C : Résolution d'un problème

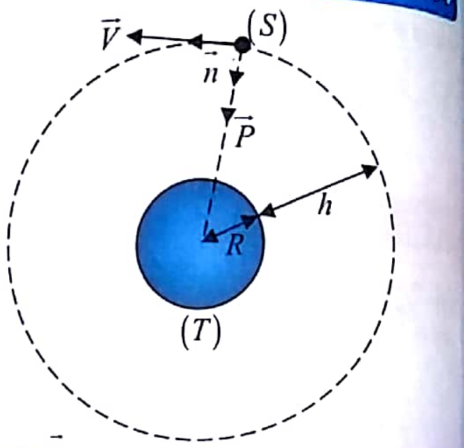
1 – Expression de la vitesse linéaire du satellite en fonction de g_0, R et h.

Référentiel : G.S.G.

Système : satellite de masse (m)

Force : $\vec{P}$

D'après le T.C.I.



$$\sum \vec{f}ext = m\vec{a}$$

$$\vec{P} = m\vec{a}$$

Projection suivant la normale

$$mg_h = ma_n \Leftrightarrow g_n = a_n$$

Or $g_h = g_0\dfrac{R^2}{(R+h)^2}$ et $a_n = \dfrac{V^2}{R+h}$

Alors $g_0\dfrac{R^2}{(R+h)^2} = \dfrac{V^2}{R+h}$

$$V = \sqrt{\frac{g_0R^2}{R+h}} \Leftrightarrow V = R\sqrt{\frac{g_0}{R+h}}$$

b) Expression de la période de révolution du satellite en fonction de g_0, R et h.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad or \quad \omega = \frac{V}{R+h}$$

Alors $T = \dfrac{2\pi(R+h)}{V} = \dfrac{2\pi(R+h)}{R\sqrt{\dfrac{g_0}{R+h}}}$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{R}\sqrt{\frac{(R+h)^3}{g_0}}$$

Ou $\Rightarrow T = \dfrac{2\pi(R+h)}{R}\sqrt{\dfrac{R+h}{g_0}}$

2 – a) La valeur numérique de la période du satellite en seconde pour qu'il soit géostationnaire

T = 24 heures = 24 x 3600 = 86 400 s

T = 86 400 s

b) Calcul de l'altitude h

$$T = \frac{2\pi}{R}\sqrt{\frac{(R+h)^3}{g_0}} \Rightarrow T^2 = \frac{2\pi^2(R+h)^3}{R^2g_0}$$

$$(R+h)^3 = \frac{g_0T^2R^2}{4\pi^2} \Rightarrow h = \sqrt[3]{\frac{g_0T^2R^2}{4\pi^2}} - R$$

AN : $\Rightarrow h = \sqrt[3]{\dfrac{9{,}8(64.10^5)^2(86\,400)^2}{4(3{,}14)^2}} - 64.10^5$

h = $3{,}59.10^7$ m = $3{,}59.10^4$ km

MATHÉMATIQUES TERMINALES C

MEPSA CAB-DEC
Épreuve de mathématiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 5

Baccalauréat C 2010

Exercice 1 — 4 pts

1 – a) Montrer que les équations $x^2 \equiv -1$ [25] et $x^2 = -1 + 25k$ où $k \in \mathbb{Z}$ sont équivalentes
b) Pour k = 2, résoudre dans $\mathbb{Z}$ l'équation $x^2 \equiv -1$ [25].

2 – a) Trouver suivant les valeurs de l'entier naturel n les restes de la division euclidienne de $2^n - 4$ par 5.
b) En déduire le reste de la division euclidienne de $2^{2010} - 4$ par 5.
Que peut-on alors dire de la divisibilité de $2^{2010} - 4$ par 5.

Exercice 2 — 5 pts

Dans le plan orienté (P), on considère un carré ABCD de sens direct, de centre O, I et J sont les milieux respectifs des segments [CD] et [AD].

1 – Construire l'ensemble (Γ) des points M du plan tel que $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MC}) = \frac{\pi}{3}\ [2\pi]$

2 – On note (D) la droite passant par A telle que $\overline{(AC,(D))} = \frac{\pi}{3}\ [\pi]$. (D) coupe (Γ) en E.

a) Montrer que le triangle EAC est équilatéral.
b) En déduire qu'il existe une rotation R de centre E qui transforme A en C.

3 – On désigne par H le centre de gravité du triangle EAC. La parallèle à la droite (AC) passant par H coupe (EA) et (EC) respectivement en G et F.

a) Montrer que $\frac{EG}{EA} = \frac{EF}{EC} = \frac{2}{3}$;
b) Montrer qu'il existe une homothétie de centre E qui transforme A en G et C' en F.
c) En déduire qu'il existe une similitude plane directe S de centre E qui transforme A en F.

Problème — 11 pts

Partie A

1 – Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle $y'' + \pi^2 y = 0$
2 – Déterminer la solution particulière g vérifiant $g(0) = 0$ et $g'(0) = 2\pi$.

Partie B

On considère la fonction numérique f à variable réelle x définie par :

$$\begin{cases} f(x) = 2\sin \pi x, & \text{si } -4 \leq x \leq 0, \\ f(x) = x^2\left(\frac{1}{2} - \ln x\right), & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

(C) désigne la courbe respective de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, unité graphique 2 cm.

3 – a) Déterminer l'ensemble de définition E_f de f.
b) Étudier la continuité et la dérivabilité de f en $x = 0$.
c) Montrer que l'étude de f peut-être réduite sur l'intervalle $I = [-2, +\infty[$

4 – a) Étudier les variations de f sur I, on dressera un tableau résumant les variations de f.
b) Étudier la branche infinie de (C) et tracer (C) sur son ensemble de définition.

5 – Calculer l'aire A_0 du domaine plan (D) limité par la courbe (C), l'axe (Ox).
Des abscisses et les droites d'équations $x = 1$, $x = \sqrt{e}$.

Partie C

6 – Soit S la similitude plane directe de centre O de rapport $\frac{\sqrt{2}}{2}$ et de l'angle $\frac{\pi}{2}$.
Pour $x > 0$, construire l'image (C') de (C) par S.

7 – On définit la suit (D_n) $n \in \mathbb{N}$ par :
$$\begin{cases} D_0 = D \\ D_{n+1} = S(D_n) \end{cases}$$

a) Exprimer l'aire A_n du domaine (D_n) en fonction de n et de A_0.
b) Exprimer la somme $S_n = A_0 + A_1 + A_2 + \ldots + A_n$ en fonction de n et A_0.
c) Calculer la limite de Sn quand n tend vers $+\infty$.

MEPSA CAB-DEC
Épreuve de mathématiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 5

Baccalauréat C 2011

Exercice 1 — 3 pts

On pose $A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos^2 x dx$, $B = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin^2 x dx$

1 – Calculer A + B
2 – Calculer A – B à l'aide d'une intégration par parties.
3 – Déduire des questions 1) et 2) les valeurs de A et B.

Exercice 2 — 5 pts

On donne en milliers de francs CFA le bénéfice d'une ferme avicole, qui importe les poussins sur une période de 5 ans.

x_i (en mois)	1	2	3	4	5
Y_i (en milliers de francs)	96,1	63,5	49,2	41,5	35,7

1 – Représenter graphiquement cette série statistique par un nuage de points dans un repère orthogonal d'unités 2 cm pour 1 mois en abscisses et 2 cm pour 5 milliers de francs en ordonnées.
2 – Donner une équation de la droite de régression de y en x.
3 – Tracer cette droite sur le graphique.
Estimer le bénéfice de la ferme avicole au $6^{ème}$ mois.

Problème — 12 pts

Le plan est orienté, soit ABC un triangle tel que AC = 2AB et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{6}\ [2\pi]$.

On prendra AB = 3 cm et AC = 6 cm, on construit à l'extérieur de ce triangle les carrés ACFG et ABDE tels que $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AG}) = \frac{\pi}{2}$ modulo 2π et $(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AB}) = \frac{\pi}{2}$ modulo 2π, K et le point tel que $\overrightarrow{GK} = \overrightarrow{AE}$.

Les droites (AK) et (BC) se coupent en I. Les droites (AB) et (KG) se coupent en J.

Partie A — 6 pts

1 – Faire une figure
2 – Démontrer qu'il existe une rotation R_1 qui transforme le triangle (ABC) en triangle (EAB). On note Ω_1 son centre, construire Ω_1. Donner l'angle de R_1.
3 – Démontrer qu'il existe une rotation R_2 qui transforme le triangle (ABC) en triangle (GKA) ; donner l'angle de R_2. On note Ω_2 son centre, construire Ω_2.
4 – a) On considère l'application $f = R_1 \circ R_2$. Montrer que f est une translation.
b) Calculer $f(C)$. En déduire le vecteur de translation de f.
5 – Démontrer que les points A, B, I et Ω_1 sont situés sur un même cercle (C) de centre O, le milieu du segment [AB].
6 – Démontrer que les points A, B, J et Ω_2 sont situés sur un même cercle (C') de centre O', milieu du segment [AG].

Partie B **3 pts**

On rapporte maintenant le plan au repère orthogonal direct (A, $\vec{u}$, $\vec{v}$) avec $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = -\overrightarrow{AE}$.

Soit S la similitude plane directe de centre A qui transforme (C) en (C').

7 – Donner les éléments caractéristiques de S.

8 – Donner l'écriture complexe de la similitude S.

9 – Exprimer x et y en fonction de x' et y'.

Partie C **3 pts**

Soit (E) l'ellipse d'équation $4x^2 + y^2 = 4$.

10 – Construire (E) tout en précisant son centre, ses sommets et foyers.

11 – Déterminer une équation de (E') image de (E) par S.

MEPSA CAB-DEC **Baccalauréat C 2012**

Épreuve de mathématiques

Durée : 4 heures

Coefficient : 5

Exercice 1 **3 pts**

1 – Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $Z^4 - \sqrt{2}Z^3 - 4\sqrt{2}Z - 16 = 0$, sachant qu'elle admet deux solutions imaginaires pures.

2 – On considère dans le plan complexe muni d'un repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$, les points A, B, C et D d'affixes respectives : $Z_A = 2i$, $Z_B = \sqrt{2}$, $Z_C = -2i$ et $Z_D = 2\sqrt{2}$.

a) Représenter les points A, B, C et D dans le repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

b) Montrer que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle $(\mathcal{C})$ dont on précisera le rayon et le centre.

Exercice 2 **5 pts**

Pour tout entier naturel non nul n, on considère la suite (I_n), définie par :

$$I_n = \int_0^1 x^n e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

1 – Calculer (I_1).

2 – Montrer que, $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $I_n \geq 0$.

3 – Par une intégration par partie, montrer que $I_n = -e^{-\frac{1}{2}} + (n-1)I_{n-2}$.

(On pourra écrire $x^n = x^{n-1}.x$)

4 – Étudier le sens de variation de la suite (I_n). En déduire que la suite (I_n) est convergente et converge vers une limite l.

5 – Montrer que, $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $0 \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}$. Calculer l.

Problème **12 pts**

Le plan P est orienté. ABCD est un carré de sens direct, de centre O.

I, J, K, L sont les milieux respectifs des segments $[AD]$, $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$.

1 – E est le point du plan tel que le triangle IDE soit rectangle isocèle en D et de sens direct. Montrer que $IE = AO$.

2 – En déduire qu'il existe une rotation r transformant I en A et E en O. Préciser une mesure θ de l'angle de la rotation r.

3 – Construire Ω le centre de la rotation r.

4 – On désigne par Ω_1 le point d'intersection des droites (IE) et (OA). Montrer que les points Ω, E, O, Ω_1 sont situés sur un cercle $(\mathcal{C})$ que l'on tracera.

5 – Montrer que $A\,\Omega_1\,I\,\Omega$ est un carré.

6 – Donner les caractéristiques de la similitude plane directe S qui transforme le carré $ABCD$ en $A\,\Omega_1\,I\,\Omega$.

7 – Placer $K' = S(K)$ puis $L' = S(L)$.

8 – Soit $\bar{S} = h_{(Q,\ \frac{1}{2})} \circ S_{OD}$, Q étant un point de droite (OD). Caractériser $\bar{S}$.

9 – On se propose de construire Q sachant que $\bar{S}(C) = J$

a) Montrer que si $\bar{S}(C) = J$ alors que $\overrightarrow{QJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{QA}$

b) Construire alors le point Q.

10 – Soit f l'application de P dans P qui à tout point M associe M' tel que $\overrightarrow{HM'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{HM}$, H étant le projeté orthogonal de M sur la droite (OE).

a) Caractériser f.

b) Tracer (C') l'image de (C) par f.

c) Donner la nature de la courbe (C').

MEPSA CAB-DEC
Épreuve de mathématiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 5

Baccalauréat C 2013

Exercice 1 — **4 pts**

On considère l'équation complexe (E) telle que :

(E) : $$Z^3 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right)Z^2 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right)Z + 1 = 0$$

1 – Montrer que –1 est une solution de (E)

2 – Démontrer que si Z_0 est une solution de (E) alors son inverse $\frac{1}{Z_0}$ est aussi une solution de (E)

3 – Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E') telle que : (E') : $Z^2 - \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i\right)Z + 1 = 0$

4 – Déterminer toutes les solutions de l'équation (E).

Exercice 2 — **4 pts**

Les caractères de X et Y sont distribués suivant le tableau ci-dessous

X	–2	–2	–1	–2	–1	0	–1	–2	–1	–2	0	–1	–1	–1
Y	–1	2	2	–1	2	2	0	–1	0	2	–1	–1	0	–1

Transformer ce tableau en un tableau à double entrée d'effectifs n_i

2 – Déterminer le point moyen $G\left(\overline{X}, \overline{Y}\right)$

3 – Calculer les variances $V(X)$ et $V(Y)$ de X et de Y.

4 – Calculer la covariance $Cov\left(\overline{X}, \overline{Y}\right)$ et le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y.

Problème — **12 pts**

On considère un carré ABCD de centre O tel que $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right) = 90°$ et AD = 2.

On désigne par (P_1) la parabole de directrice la droite (AD) et de tangente en C à la droite (AC).

1 – Démontrer que le foyer (P_1) est B. Soit (P_2) la parabole de foyer B et tangente à la droite (AD) en D, E la symétrie de B par rapport à A, F la symétrie de D par rapport à la droite (AB).

2 – Démontrer que la droite (EF) est la directrice de (P_2).

3 – Construire le deuxième point H de (P2) appartenant à la droite (DB).

4 – Comment appelle-t-on le segment [DH] par la parabole (P_2) ? Justifier la réponse.

5 – Démontrer que le point I symétrie de C par rapport à (BE) appartient à (P_1).

6 – Construire les arcs des paraboles (P_1) et (P_2) de cordes respectives $[CI]$ et $[DH]$. Soit S la similitude plane directe qui transforme (P_2) en (P_1).

7 – Déterminer une mesure θ de l'angle de S. Justifier votre réponse.

8 – Déterminer le rapport K. Justifier votre réponse.
9 – Déterminer son centre. Justifier votre réponse.

Le plan étant rapporté à un repère orthonormé $\left(J, \overrightarrow{JB}, \overrightarrow{JO}\right)$ où J est le milieu de $[AB]$.

On considère la fonction f définie par : $f(x) = 2\sqrt{x} + \ln(x+1)$

C désigne la courbe représentative dans le repère $\left(J, \overrightarrow{JB}, \overrightarrow{JO}\right)$.

10 – Dresser le tableau de variation de f
11 – Étudier la branche infinie de (C).
12 – Construire (C) dans le repère $\left(J, \overrightarrow{JB}, \overrightarrow{JO}\right)$.
13 – Calculer l'aire de la portion du plan (E) limitée par les droites (JO), (BC) et les courbes (C) et (P_1). On démontrera que l'équation cartésienne de (P_1) dans le repère $\left(J, \overrightarrow{JB}, \overrightarrow{JO}\right)$ est : $y^2 = 4x$.

MEPSA CAB-DEC
Épreuve de mathématiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 5

Baccalauréat C 2014

Exercice 1 **4 pts**

1 – Soit (E) l'équation d'inconnue Z : $Z^2 - (2ie^{i\theta})Z - e^{i2\theta} = 0$ où $\theta \in \mathbb{R}$

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E). On présentera les solutions sous forme exponentielle. 1,5 pt

2 – Dans le plan rapporté à un repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, soient A et B les points d'affixes respectives $Z_A = e^{i\frac{\pi}{2}}$ et $Z_B = e^{i(\frac{\pi}{2}+2\theta)}$. On note Z_0 l'affixe de 0.

a) Exprimer $Arg\left(\dfrac{Z_B - Z_0}{Z_A - Z_0}\right)$ en fonction de θ. 0,5 pt

b) En déduire l'ensemble des valeurs de θ pour lesquelles $\overline{(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})} = \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$ 0,5 pt

3 – On suppose que $0 \leq \theta <. \frac{\pi}{2}$ Écrire le conjugué de $Z_A + Z_B$ sous forme exponentielle. 1,5pt

Exercice 2 **8 pts**

On considère un triangle ABC isocèle rectangle en A de sens direct tel que AC = 6cm. On désigne par D, S et F les milieux respectifs des segments [BC], [AB] et [BD].

1 – Faire la figure 0,5 pt

Soit (P) la parabole de foyer B et de directrice la droite (AC).

2 – a) Qu'appelle-t-on pas ou paramètre d'une parabole ? 0,5 pt
b) Déterminer le pas α de (P). 0,5 pt

Soit G le symétrique de A par rapport à la droite (BC).

3 – a) Démontrer que la droite (AG) est une tangente à (P) en un point à déterminer. 1 pt
b) Construire le point H de (P) situé sur la médiatrice du segment [EB]. 0,5 pt
c) Construire l'arc (P_0) de (P) de corde focale le segment [GI] ou I est le symétrique de G par rapport à la droite (AB). 1 pt

Soit (P') la parabole de foyer B et de directrice (AG).

4 – Déterminer le centre Ω, le rapport K et une mesure de l'angle de la similitude plane directe S qui transforme (P') en (P). 1,5 pt
5 – Construire l'antécédent J de G par S. 0,5 pt
6 – Construire l'arc (P'_0) qui a pour image (P_0) par S. 1 pt

On désigne par A'_0. l'aire de la portion (E') du plan limité par les droites (JB), (EF) et (P'_0), et par A_0 celle de la portion du plan (E_0) image de (E'_0) par S.

7 – Démontrer que $A_0 = 2A'_0$. 0,5pt
8 – Déterminer l'aire A de $SoSoSoS((E'_0))$ en fonction de A_0. 0,5 pt

Exercice 3

4 pts

Soit la fonction f_n : $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$x \to f_n(x) = e^{-x}x^{n+1}$ où $n \in \mathbb{N}$

1 – Déterminer l'ensemble de définition E_{f_n} de f_n. 0,5pt

2 – On suppose que n est impair.

a) Calculer la dérivée de f_n et étudier le signe de cette dérivée. 1 pt

b) Calculer les limite de f_n aux bornes de E_{f_n}. 1 pt

c) Dresser le tableau de variation de f_n. 0,5 pt

3 – Pour $n \in \mathbb{N}$ et $P \in \mathbb{N}^*$, on pose $I_{n,P} = \int_0^P f_n(x)dx$ et $J_n = \lim\limits_{P \to +\infty} I_{n,P}$

a) En intégrant $I_{n,P}$ par parties, monter que $J_{n+1} = (n+2)J_n$. 0,5 pt

b) En déduire l'expression de J_n en fonction de n et J_0. 0,5 pt

Exercice 4

4 pts

D'une urne contenant quatre jetons numérotés 1, 2, 3 et 4 indiscernable au toucher, on extrait successivement sans remise deux jetons.

La variable aléatoire X est celle qui détermine « la valeur absolue de la différence des deux numéros sorties ».

1 – Déterminer la loi de probabilité de X. 2 pts

2 – Calculer l'espérance mathématique, la variance et l'écart type de X. 2 pts

MATHÉMATIQUES TERMINALE D

MEPSA CAB-DEC
Épreuve de mathématiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 4

Baccalauréat D 2010

Exercice 1

4 pts

Une urne contient deux boules blanches et trois boules noires toutes indiscernables au toucher. On tire simultanément et au hasard deux boules de l'urne et on note leur couleur. On définit sur l'univers Ω de cette expérience aléatoire de la variable aléatoire réelle X par :

X = – 1, si les deux boules tirées sont blanches.

X = 0, si l'une des boules tirées est blanche et l'autre est noire.

X = 1, si les deux boules tirées sont noires.

1 – Déterminer la loi de probabilité de X.

2 – Calculer l'espérance mathématique de X.

3 – a) Définir la fonction de répartition F de X.

b) Tracer la courbe représentative de F dans un repère orthogonal. (On prendra 1 cm en abscisse et 5 cm en ordonnée pour unité graphiques).

Exercice 2

4 pts

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les trois nombres complexes $z_1 = \sqrt{3} + i$ $\quad z_2 = -\sqrt{3} + i$ $\quad z_3 = -2i$.

1 – Écrire une équation de degré 3 dont z_1, z_2 et z_3 sont solutions.

2 – Écrire les nombres complexes z_1, z_2 et z_3 sous la forme trigonométrique.

3 – a) Placer les points A, B, C d'affixes respectives z_1, z_2 et z_3 dans le repère $(o, \vec{u}, \vec{v})$.

b) Montrer qu'une mesure de chacun des angles du triangle ABC est $\frac{\pi}{3}$ radian.

c) En déduire la nature du triangle ABC.

Problème **12 points**

Partie A

Soit g la fonction de la variable réelle x définie sur $]-\infty\,;0[$ par $g(x) = 2\ln(-x)$.

1 – Étudier les variations de g, puis dresser son tableau de variation.

2 – Calculer g(–1) et en déduire le signe de $g(x)$ sur $]-\infty\,;0[$.

Partie B

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par :

$$\begin{cases} f(x) = -2x + 1 + 2x\ln|x| & \text{si } x < 0, \\ f(x) = (x+2)e^{-x} - 1 & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Unité graphique : 1 cm.

1 – Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f ;

2 – a) Étudier la continuité et la dérivabilité de f au point $x = 0$.

b) Pour $x \in\,]-\infty\,;0[$. Exprimer $f(x)$ en fonction de $g(x)$.

3 – Étudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

4 – Montrer qu'il existe deux solutions et deux seulement α et β de l'équation $f(x) = 0$ vérifiant les inégalités suivantes :

$1 < \alpha < \dfrac{3}{2}$ et $-4 < \beta < -3$ (On ne cherchera pas à calculer α et β)

5 – Étudier les branches infinies à (C).

6 – Tracer la courbe (C).

7 – α désigne le réel tel que : $1 < \alpha < \dfrac{3}{2}$

a) Calculer l'aire $A(\alpha)$ de l'ensemble des points M des coordonnées (x, y) tels que :

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq \alpha, \\ 0 \leq y \leq f(x). \end{cases}$$

b) Calculer la limite de $A(\alpha)$ lorsque α tend vers 0.

Partie C

Soit h la restriction de f à l'intervalle $I =]-\infty, -1]$.

1 – Montrer que h définit une bijection de I vers un intervalle J à déterminer. On note h^{-1} la réciproque de h.

2 – Dresser le tableau de variation de h^{-1}.

3 – Tracer (H) la courbe de h^{-1} dans le même repère que (C).

MEPSA CAB-DEC
Épreuve de mathématiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 4

Baccalauréat D 2011

Exercice 1 **4 pts**

L'espace vectoriel $\mathbb{R}^3$ étant rapporté à une base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère l'application f de $\mathbb{R}^3$ dans $\mathbb{R}^3$ qui, à tout vecteur $\vec{u}(x, y, z)$, associe le vecteur $\vec{u}' = f(\vec{u})$ dont les composantes (x', y', z') dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, sont définies par :

$$\begin{cases} x' = -x + ay + 2z \\ y' = x + 2y + z \\ z' = x + y \end{cases} \qquad (a \in \mathbb{R})$$

1 – Écrire la matrice de l'application f dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

2 – Pour quelle valeur de a f est-elle bijective ?

3 – Dans la suite, on pose $a = 1$.

a) Déterminer l'ensemble E des vecteurs de $\mathbb{R}^3$ invariants par f.

b) Déterminer le noyau $Kerf$ de f et l'image Imf de f. En déduire une base pour chacun des sous ensemble.

4 – Soit $\vec{u}$ un vecteur de $\mathbb{R}^3$ de composantes $(1, \alpha, \beta)$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Calculer α et β pour que $\vec{u} \in Kerf$.

Exercice 2 **4 points**

On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation (E) :

$$Z^2 - (1 + i)Z + 4 + 4i = 0$$

1 – Résoudre dans $\mathbb{C}$; l'équation (E).

On appellera Z_1 la solution imaginaire pure et Z_2 l'autre solution.

2 – Dans le plan complexe ($\mathscr{P}$) rapporté au repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les quatre points A, B, C, D d'affixes respectives 3 ; $4i$; $-2 + 3i$; $1 - i$.

a) Placer les points A, B, C et D dans le plan.

b) Calculer les affixes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{DA}$

c) Déduire la nature du quadrilatère ABCD.

Problème **12 points**

Partie A

1 – Montrer qu'il existe deux nombres réels a et b tels que :

$$\forall\, t \in \mathbb{R} - \{-1\} ; \quad \frac{1-t}{1+t} = a + \frac{b}{1+t}$$

Calculer $\displaystyle\int_0^x \frac{1-t}{1+t}\,dt$

Partie B

Soit f, la fonction numérique de la variable réelle x définie par :

$f(x) = -x + ln[(x+1)^2]$ (où ln désigne le logarithme népérien).

1 – Donner l'ensemble de définition E_f de f.

2 – Déterminer les variables de f.

3 – Dresser le tableau de variation de f.

4 – Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $]2 ; 3[$.

5 – Calculer $f(x)$ et $f'(x)$ pour les valeurs de x suivantes : $-2, -\frac{3}{2}, 0, 5$.

6 – Étudier les branches infinies à (C).

7 – Tracer la courbe représentative (C) de f dans un plan ($\mathscr{P}$) muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique : 1 cm), ainsi que les tangentes à cette courbes aux point d'abscisses -2 et 0.

Partie C

Soit h, la fonction définie par $h(x) = -f(x)$ pour tout $x \in]-1 ; +\infty[$.

1 – Dresser le tableau de variation de h.

2 – Tracer (C') la courbe de la fonction h dans le même repère que (C).

MEPSA CAB-DEC
Épreuve de mathématiques
Durée : 3 heures
Coefficient : 4

Exercice 1

4 pts

On considère la série statistique à double variable x et y définie par le tableau ci-après.

x	-2	0	1	a	4
y	-10	-8	b	0	12

1 – Déterminer les réel a et b pour que les points moyen G du nuage statistique, ait pour coordonnées $(1;\ -2)$.

2 – Dans la suite, on prendra a = 2 et b = -4.

a) Représenter graphiquement les points du nuage de cette série statistique.

b) Déterminer l'équation de la droite de régression de x en y.

c) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y puis interpréter le résultat.

Exercice 2

4 pts

1 – Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation (E) : $Z^2 + 8\sqrt{3}\ - 8i = 0$

a) En utilisant la forme trigonométrique.

b) En utilisant la forme algébrique ; on pourra admettre que $8 + 4\sqrt{3} = \left(\sqrt{2} + \sqrt{6}\right)^2$.

2 – Placer les images des solutions Z_1 et Z_2 de (E) sur un cercle trigonométrique.

3 – Déduire de ce qui précède, la valeur exacte de $cos\,\frac{5\pi}{12}$ et $sin\,\frac{5\pi}{12}$.

Problème

12 pts

Partie A

1 – Résoudre l'équation différentielle : $y'' + 2y' + y = 0$

2 – Déterminer la solution particulière u, sachant que $u(0) = 1$ et $u'(0) = 0$.

Partie B

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie par :

$$f : \begin{cases} f(x) = (x+1)e^{-x}; & si \quad x \leq 0, \\ f(x) = 1 - 2x + xlnx; & si \quad x > 0. \end{cases}$$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le repère orthonormé $(O,\ \vec{\imath}\ ,\ \vec{\jmath})$ du plan unité graphique : 2cm.

3 – Préciser l'ensemble de définition f.

4 – Étudier la continuité et la dérivabilité de f en $x = 0$.

5 – Étudier les dérivations de f. On dressera un tableau de variations de f.

6 – Pour $x \leq 0$, déterminer les coordonnées du point d'intersection de la courbe (C) avec l'axe des abscisses et écrire une équation cartésienne de la tangente (T) à (C) en ce point.

7 – Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in]6; 7[$. On ne demande pas de calculer α.

8 – a) Étudier les branches infinies à (C).

b) Tracer la courbe (C) de f et la droite (T).

Partie C

Soit h, la fonction numérique de la variable réelle x, définie par :

$$\forall\, x \in \mathbb{R}, \qquad h(x) = -f(x)$$

9 – a) Dresser le tableau de variation de h.

b) Tracer la courbe (C') représentative de h dans le même repère que (C) de f.

c) Calculer en cm², l'aire du domaine (D) limité par les courbes (C) ; (C') et les droites d'équations $x = -1;\ x = 0$.

MEPSA CAB-DEC
Épreuve de mathématiques
Durée : 3 heures
Coefficient : 4

Baccalauréat D 2013

Exercice 1 — 4 pts

Les caractères X et Y sont distribués suivant le tableau à double entrée ci-après.

X \ Y	−1	0	2
−2	4	0	2
−1	3	5	0
0	2	1	2

1 – Dresser la loi marginale de X et celle Y.

2 – Trouver les coordonnées du point moyen $G\left(\overline{X},\overline{Y}\right)$.

3 – Déterminer l'équation de la droite de régression de X en Y.

4 – Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série statistique.

Exercice 2 — 4 pts

Le plan (P) est rapporté à un repère orthonormal $(0, \vec{u}, \vec{v})$

1 – Résoudre dans l'ensemble des nombre complexe, l'équation (E) : $Z^3 + 8 = 0$

On donnera les solutions de (E) sous forme algébrique.

2 – Soit A, B et C les points d'affixes des complexes $Z_A = 1 + i\sqrt{3}$, $Z_B = -2$, $Z_C = 1 - i\sqrt{3}$.

a) Calcule le module et un argument de U, tel que : $U = \dfrac{Z_C - Z_A}{Z_B + Z_A}$.

b) En déduire la nature du triangle ABC.

3 – Soit S, la rotation définie par (P) telle que : S(A) = C et S(C) =B.

a) Déterminer l'expression complexe de S.

b) Déterminer les éléments caractéristique de S.

Problème — 12 pts

Partie A

Soit g, la fonction numérique de la variable réelle x définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par :

$g(x) = 1 - x^2 - lnx$

1 – Étudier les variations de g, puis dresser son tableau de variation.

2 – Calculer $g(1)$, puis en déduire le signe de g sur $]0; +\infty[$.

Partie B

On considère la fonction numérique f de la variation réelle x définie par :

$$\begin{cases} f(x) = 1 + x - e^{1-x} & si\ x \leq 1 \\ f(x) = \dfrac{2x - x^2 + lnx}{x} & si\ x > 1 \end{cases}$$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan unité graphique : 2 cm.

1 – Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.

2 – a) Étudier la continuité et la dérivabilité de f au point $x = 1$

b) Pour $x \in\ ]1; +\infty[$, exprimer $f'(x)$ en fonction de $g(x)$.

3 – Étudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

4 – Démontrer que la droite (Δ) d'équation $y = 2 - x$ est asymptote à la courbe (C) de la fonction f et étudier la position de la droite (Δ) par rapport à la courbe.

5 – Écrire l'équation de la tangente (T) à la courbe (C) de f en $x = 0$.

6 – Étudier les branches infinies de la courbe (C) de la courbe f.

7 – Construire dans le même repère la courbe (C) de f, la droite (Δ) et le tangente (T).

8 – Calculer l'aire $\mathcal{A}$(D) du domaine plan limité par la courbe (C), la droite (Δ) et les axes $x = \dfrac{3}{2}$ et $x = e$ On prendra $ln2 = 0,7$; $e = 2,7$.

MEPSA CAB-DEC
Épreuve de mathématiques
Durée : 3 heures
Coefficient : 4

Exercice 1 — 5 pts

1 – Qu'appelle-t-on conjugué d'un nombre complexe ? — 0,5 pt

2 – Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation (E) : $Z^3 =$ [illegible] — 1,5 pt

a) On donnera les résultats sous forme algébrique. — 0,5 pt

b) Justifier que les solutions sont deux à deux conjugués. — 0,5 pt

3 – Montrer que $Z_1 = -1 - i\sqrt{3}$ est une solution de l'équation (E') : $Z^3 = 8$.

4 – Soient Z'_0, Z'_1, Z'_2 les solutions de (E'), Z'_1,et Z'_2 sont deux complexes conjugués.

a) Utiliser les solutions de (E) pour déduire les solutions de l'équation (E') — 1,5 pt

b) Montrer que $\frac{Z'_1}{Z'_2}$, est une solution de (E). — 0,5 pt

Exercice 2 — 5 pts

Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ de base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ qui associe à tout [illegible] (x, y, z) de $\mathbb{R}^3$, l'ensemble (x', y', z') $\mathbb{R}^3$ défini par $\begin{cases} x' = y + z \\ y' = x + y + z \\ z' = x \end{cases}$

1 – Déterminer $f(\vec{i})$, $f(\vec{j})$, $f(\vec{k})$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de $\mathbb{R}^3$ — 0,5 pt

2 – Déterminer la matrice de f dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ — 0,5 pt

3 – a) Quelles conditions faut-il remplir pour qu'un ensemble E soit un sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$. — 1 pt

b) Montrer alors que l'ensemble H = $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / \ x - y + z = 0\}$ est un sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$. — 1 pt

4 – Déterminer le noyau de f et en donner une base $(\vec{e}_1)$ — 1 pt

5 – Déterminer l'image de f puis une base de B = $(\vec{e}_2, \vec{e}_3)$. — 1 pt

Exercice 3 — 7 pts

Dans un plan muni d'un repère orthonormé (O, $\overrightarrow{OI}$, $\overrightarrow{OJ}$), on considère la fonction g de la variable réel x, définie par $g(x) = \frac{e^x}{e^x+1} - x$.

1 – Préciser l'ensemble de définition de g. — 0,5 pt

2 – Déterminer $g'(x)$, la fonction dérivée de g puis en déduire son signe. — 1 pt

3 – Dresser le tableau de variation de g. — 0,5 pt

4 – Démontrer que l'équation $\frac{e^x}{e^x+1} = x$ admet une solution unique $\alpha \in]-\infty; +\infty[$ — 0,5 pt

5 – Soit h la fonction définie par $h(x) = \frac{e^x}{e^x+1}$. Soit $\mathscr{C}$ sa courbe représentative [illegible] plan muni d'un repère orthonormé (O, $\overrightarrow{OI}$, $\overrightarrow{OJ}$). Unité graphique 2 cm.

a) Montrer que pour tout X élément de $\mathbb{R}$, $h'(x) > 0$. — 0,5 pt

b) Dresser le tableau de variation de h. — 0,5 pt

c) En déduire que pout tout $x \in \mathbb{R}$, $0 \leq h(x) \leq 1$. — 0,5 pt

6 – On définit la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$, par $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = h(U_n) \end{cases}$

a) Démontrer en utilisant le raisonnement par récurrence que (U_n) est m[illegible] 1. — 1 pt

b) Démontrer en utilisant le raisonnement par récurrence que (U_n) est cr[illegible] — 1 pt

c) En déduire la convergence de (U_n), puis montrer que $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \alpha$ — 1 pt

Exercice 4 — 3 pts

On considère la série statistique (x, y) définis par le tableau suivant.

$x \backslash y$	1	3
-1	1	2
0	0	a
2	2	0

1 – Déterminer les séries marginales d[illegible] — 1 pt

2 – Déterminer le réel a pour que l'on [illegible] G désigne le point moyen de la série (x, y). — 1 pt

3 – On donne a = 1. Calculer la varian[illegible]iance de y et la covariance de la série (x, y). — [illegible] pt

CORRECTION MATHÉMATIQUES TERMINALE C

CORRECTION **Baccalauréat C 2010**

Solution 1

1 – a) Équivalence des équations

$x^2 \equiv -1$ [25] et $x^2 = -1 + 25k$; $k \in \mathbb{Z}$

$x^2 \equiv -1$ [25] $\Leftrightarrow$ $x^2 + 1 = 0$ [25]

$\Leftrightarrow$ $x^2 + 1$ est multiple de 25

$\Leftrightarrow$ $\exists$ k $\in$ Z ; $x^2 + 1 = 25k$

$\Leftrightarrow$ $x^2 \equiv -1 + 25k$; k $\in$ Z

b) résolution de l'équation $x^2 \equiv -1$ [25]

$x^2 = -1$ [25]

Pour k = 2, on a : $x^2 = 49 \Leftrightarrow x = 7$ ou $x = -7$

L'ensemble des solutions est : S = {7, – 7}

2 – a) Restes de la division euclidienne de $2^n - 4$ par 5 suivant n.

Si n = 0 ; $2^0 - 4 = -3$ [5] $\Rightarrow$ r = 2

Si n = 1 ; $2^1 - 4 = -2$ [5] $\Rightarrow$ r = 3

Si n = 2 ; $2^2 - 4 = 0$ [5] $\Rightarrow$ r = 0

Si n= 3 ; $2^3 - 4 = 4$ [5] $\Rightarrow$ r = 4

On montre que :

Si n = 4k ; k $\in \mathbb{Z}$, $\Rightarrow$ r = 2

Si n = 4k + 1 ; k $\in \mathbb{Z}$, $\Rightarrow$ r = 3

Si n = 4k + 2 ; k $\in \mathbb{Z}$, $\Rightarrow$ r = 0

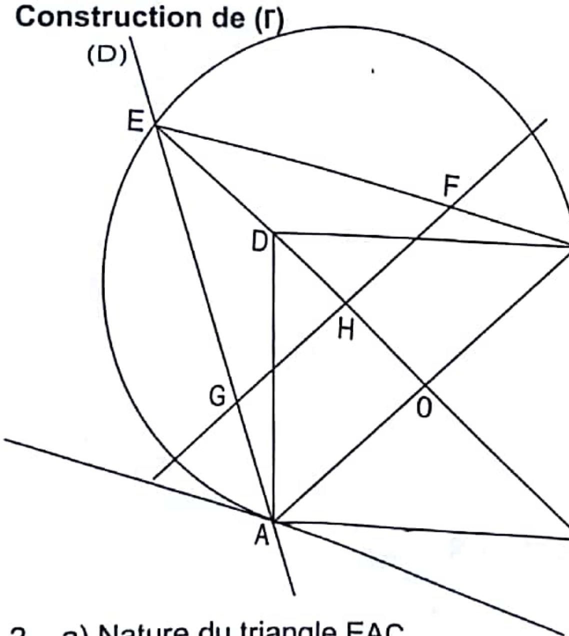
Si n = 4k + 3 ; k $\in \mathbb{Z}$, $\Rightarrow$ r = 4

b) Déduction du reste de la division euclidienne de $2^{2010} - 4$ par 5.

2010 = 4 x 504 + 2. Il est donc de la forme 4k + 2. D'où r = 0. $2^{2010} - 4$ est divisible par 5.

Solution 2

Construction de (Γ)



2 – a) Nature du triangle EAC

(AC, AE) = (AC, D) = $\frac{\pi}{3}$ [π].

D'autre part, E $\in$ (Γ) $\Leftrightarrow$ $\overline{(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AC})} = -\frac{\pi}{3}[2\pi]$.

Donc $\overline{(AC, AE)} = \overline{(CE, CA)} = \frac{\pi}{3}$ [π].

EAC est un triangle équilatéral.

b) Existence d'une rotation R ; R(A) = C

$\begin{cases} EA = EC \\ \overline{(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AC})} = \frac{\pi}{3} [\pi]. \end{cases}$

Donc il existe une rotation de centre E et d'angle $\frac{\pi}{3}$ telle que (R) = C.

3 – a) Montrons que $\frac{EG}{EA} = \frac{EF}{EC} = \frac{2}{3}$

(GF)//(AC)

(AG) ∩(CF) = {E}

D'après le théorème de Thales, on a :

$$\frac{EG}{EA} = \frac{EF}{EC} = \frac{EH}{EO}$$

Dans le triangle équilatéral EAC de centre de gravité H, $\frac{EH}{EO} = \frac{2}{3}$. Donc $\frac{EG}{EA} = \frac{EF}{EC} = \frac{2}{3}$

b) Existence d'une homothétie

(GF)//(AC)

(AG) ∩(CF) = {E}

Donc il existe une homothétie h de centre E de rapport $\frac{2}{3}$ telle h(A) = G et h(C) = F.

c) existence d'une similitude directe

R(A) = C $\Leftrightarrow$ h∘R(A) = hC) = F

Posons S = h∘R(A). S est une similitude directe de centre E telle que :

S = Sim (E, $\frac{2}{3}$, $\frac{\pi}{3}$)

Problème

Partie A

Résolution de l'équation y'' + π^2 y = 0

Équation caractéristique

$k^2 + \pi^2 = 0 \Leftrightarrow k_1 = i\pi$ et $k_2 = -i\pi$

Solution générale : $y = c_1\cos\pi x + c_2\sin\pi x$

2 – **Solution particulière g.**

$g(x) = c_1\cos\pi x + c_2\sin\pi x$

$g'(x) = -c_1\pi\sin\pi x + c_2\pi\cos\pi x$

$\begin{cases} g(0) = 0 \\ g'(0) = 2\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1 = 0 \\ c_2 = 2\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1 = 0 \\ c_2 = 2. \end{cases}$

D'où $g(x) = 2\sin\pi x$

Partie B

$$\begin{cases} f(x) = 2\sin \pi x, & \text{si } -4 \le x \le 0, \\ f(x) = x^2(\frac{1}{2} - \ln x), & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

3 – a) **Ensemble de définition**

$Ef = [-4\,;\,+\infty[$

b) Continuité et dérivabilité de f en 0.

$\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 0 - f(0)$.

f est continue en 0

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{f(x)-f(0)}{x} = \lim_{x \to 0^-} \frac{2\sin \pi x}{x} = 2\pi$$

f est dérivable à gauche de 0 et $f_g'(0) = 2\pi$

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x} = \lim_{x \to 0^+} x\left(\frac{1}{2} - lnx\right) = 0$$

f est dérivable à droite de 0 car $f_d'(0) = 0$

f n'est pas dérivable en 0 car $f_g'(0) \neq f_d'(0)$

c) Réduction de l'ensemble d'étude

Sur $[-4, 0]$; f est périodique de période 2. On peut réduire l'ensemble d'étude à $[-2, 0]$.

Donc l'étude de f peut être réduit $I = [-2\,;\,+\infty[$

4 – a) Étude de la dérivabilité de f

Dérivée

$$\begin{cases} f'(x) = 2\pi \cos \pi x, & \text{si } -2 \le x < 0 \\ f'(x) = -2x\, lnx, & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Signe de la dérivée

Si $x < 0$. $f'(x) \ge 0 \Leftrightarrow \cos \pi x \ge 0$

$$\cos \pi x \ge 0 \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \le \pi x \le \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2} + 2k \le x \le \frac{1}{2} + 2k$$

x	-2		$-3/2$		$-1/2$		0
$f'(x)$		+	0	−	0	+	

Si $x > 0$. $f'(x) \ge 0 \Leftrightarrow \ln x < 0 \Leftrightarrow 0 < x \le 0$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$$

Tableau de variation de f

x	-2		$-3/2$		$-1/2$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	2π ‖ 0	+	0	−	
$f(x)$	0	↗	2	↘	-2	↗	0	↗	$1/2$	↘	$-\infty$

b) Branches infinies

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to +\infty} x\left(\frac{1}{2} - \ln x\right) = -\infty$$

(C) admet une branche parabolique de direction $\vec{j}$.

Tracé de la courbe (C)

$(C) \cap (Oy)$; $x = 0 \Rightarrow \quad y = 0$

$(C) \cap (Ox)$; $y = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin \pi x = 0 & \text{si } x \in [-2\,;\,0] \\ x^2\left(\frac{1}{2} - lnx\right) & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = k\,; & k \in [-2\,;\,0] \\ x = \sqrt{e} \end{cases}$$

5 – Calcul d'aire

$$A_0 = \int_1^{\sqrt{e}} f(x)dx = \int_1^{\sqrt{e}} x^2\left(\frac{1}{2} - lnx\right)dx$$

Intégrons par partie

Posons : $\quad u' = x^2 \quad \Rightarrow \quad u = \frac{x^3}{3}$

$v = \frac{1}{2} - lnx \quad \Rightarrow v^2 = -\frac{1}{x}$

$$A_0 = \left[\frac{x^3}{3}\left(\frac{1}{2} - lnx\right)\right]_1^{\sqrt{e}} + \int_1^{\sqrt{e}} \frac{x^3}{3}.\frac{1}{x}dx$$

$$\Rightarrow A_0 = \left[\frac{x^3}{3}\left(\frac{1}{2} - lnx\right) + \frac{x^3}{9}\right]_1^{\sqrt{e}}$$

$$\Rightarrow A_0 = \frac{2e\sqrt{e} - 5}{18}\text{ u.a} = \frac{4e\sqrt{e} - 10}{9}\text{ cm}^2$$

Partie C

6 – **Construction de (C')** (cf figure)

7 – a) Expression A_n

A_n est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$ et de premier terme A_0

On a : $\forall n \in {}^*\mathbb{N} \qquad A_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n A_0$

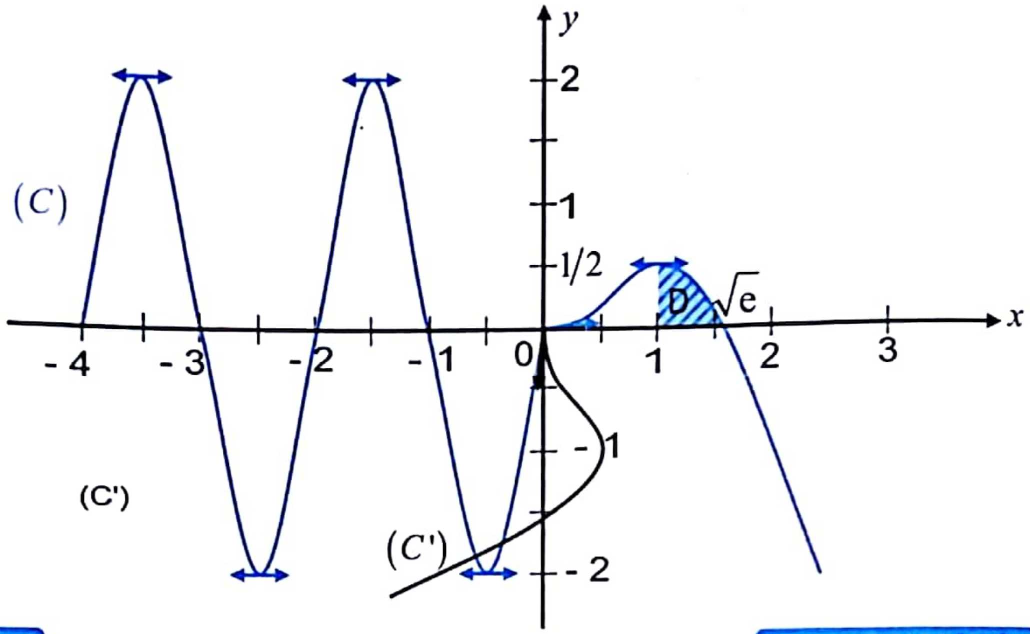
b) Expression de Sn

$$Sn = A_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = A_0 \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$Sn = 2A_0\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right)$$

c) Limite de Sn à $+\infty$

$$\lim_{x \to +\infty} Sn = 2\,A_0 = \frac{2e\sqrt{e} - 5}{9}\text{ cm}^2$$



CORRECTION

Baccalauréat C 2011

Solution 1

$$A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos^2 x dx \text{ , } B = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin^2 x dx$$

1 – $A + B = \frac{\pi^2}{8}$

2 – $A - B = -\frac{1}{2}$

3 – $\begin{cases} A + B = \frac{\pi^2}{8} \\ A - B = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} A = \frac{\pi^2 - 4}{16} \\ B = \frac{\pi^2 + 4}{16} \end{array}$

Solution 2

1 – **Nuage de points**
(voir à la suite)

2 – Droite de régression

* Moyennes:

$\overline{x} = 3$; $\overline{y} = 57,2$

* Variance: $V(x) = 2$
* Covariance : $Cov(x, y) = -28,56$

$$a = \frac{Cov(x,y)}{V(x)} = -14,28$$

$$b = \overline{y} - a\overline{x} = 100,04$$

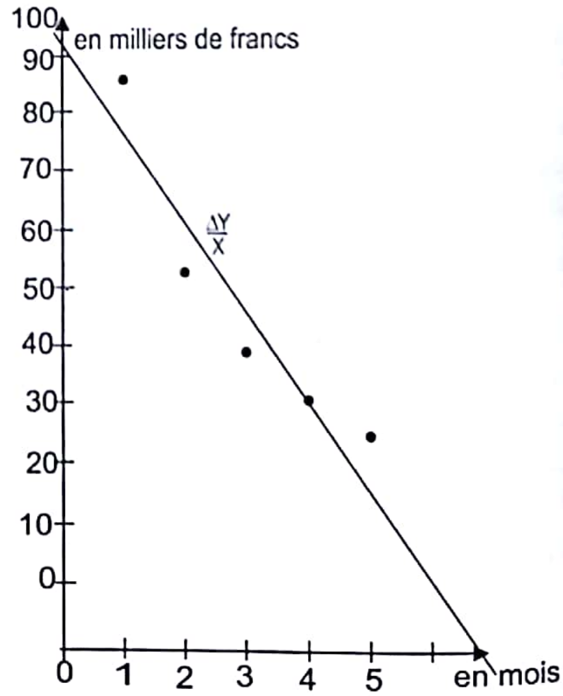
$(\Delta x/x)$: $y = -14,28x + 100,04$

3 – **Tracé de Δy / x**

x	3	0
y	57,2	100,04

Estimation du bénéfice
Pour x = 6, y = 14,36

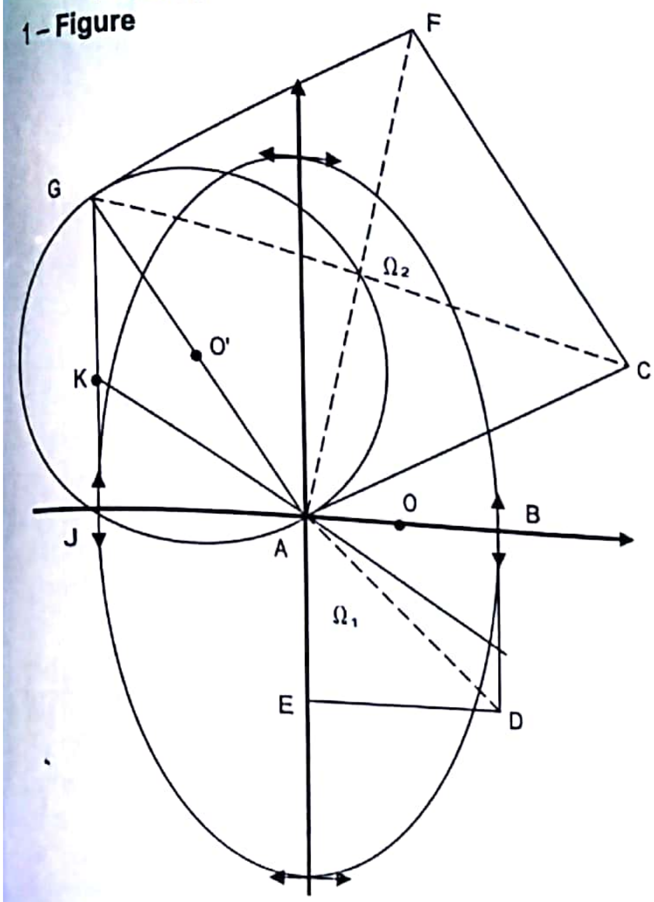
Le bénéfice au 6ᵉ mois est estimé à 14 360 francs CFA.



Problème

Partie A

1 – Figure



2 – Existence de R_1

AB = AE : A B D E est un carré

AC = EK car EK = AG

D'autre part

$$\begin{cases}(AB) \perp (AE) \Rightarrow \overline{(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})} = \overline{(\overrightarrow{EA}, \overrightarrow{EK})}\ [2\pi] \\ (AC) \perp (EK)\end{cases}$$

Les triangles ABC et EAK sont isométriques et comme $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{EA})$ est non nul, alors R_1 existe.

Construction de Ω_1

Ω_1 est le point de concours des médiatrices des segments [AE] [AB].

Ω_1 est le centre du carré ABDE

Angle de R_1 :

$$\theta_1 = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{EA}) = \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$$

$$R_1 = r(\Omega_1; \frac{\pi}{2}).$$

3 – Existence de R_2

*AB = GK car AB = AE et AE = G

* AC = AG carré ACFG

*BC = AK (cf. 2)

L'angle $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{GK})$ étant non nul, R_2 existe

Construction de Ω_2

Ω_2 est le point de concours de médiatrices des segments [AG] et [AC].

Ω_2 est le centre du carré ACFG

Angle :

$$\theta_2 = (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{GA}) = -\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$$

$$R_2 = r(\Omega_2; -\frac{\pi}{2})$$

4 – a) **Montrons que f est une translation**

f est la composée de deux rotations de centres distincts dont la somme des angles est nulle, alors, f est une translation.

b) **Calcul de $f(c)$**

$f(c) = R_1 \circ R_2(c) = R_1[R_2(c)]$

$f(c) = R_1(A) = E$

$f(c) = E$

5 – **Cocyclicité des points A, B, I et Ω_1**

$$\begin{cases}R_1(B) = A \Rightarrow (BC) \perp (AK) \\ R_1(C) = K\end{cases}$$

Donc (AI) $\perp$ (IB).

Les triangles $AB\Omega_1$ et IAB sont rectangulaires de même hypoténuse [AB]

Donc A, B I, Ω_1 sont situés sur le cercle (C) de centre O, milieu de [AB]

6 – **Cocyclicité des points A, G, J, Ω_2**

(GJ) $\perp$ (AB).

Les triangles A G Ω_2 et AGJ sont rectangles de même hypoténuse [AG]. Donc A, G, J, Ω_2 sont situés sur le cercle (C') de centre O' milieu de [AG].

Partie B

7 – **Éléments caractéristiques de S**

$$\begin{cases}S(A) = A \\ S(O) = O'\end{cases}$$

Rapport : $k = \dfrac{AO'}{AO} = 2$

Angle: $\theta = (\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{AO'}) = \dfrac{2\pi}{3}\ [2\pi]$.

8 – $Z' - Z_A = ke^{i\theta}(Z - Z_A)$; $Z_A = 0$

On a : $Z' = (-1 + i\sqrt{3})Z$

9 – $$\begin{cases}x = -\dfrac{1}{4}(x' - \sqrt{3}\,y') \\ y = -\dfrac{1}{4}(x'\sqrt{3} + y)\end{cases}$$

Partie C

(E) : $4x^2 + y^2 = 4$

10 – **Construction de (E)**

Centre : A ; axe focal $(A, \vec{v})$

Sommets : A_1 (1 ; 0), A_1' (–1 ; 0)

B_1 (0,2) ; B_1' (0 ; –2)

Foyers ; $C = \sqrt{3}$

$F1 = (0 ; \sqrt{3})$, $F_1'(0 ; -\sqrt{3})$

11 – (E') : $7x^2 - 6xy\sqrt{3} + 13y^2 - 64 = 0$

CORRECTION

Solution 1

1 – Résolution de l'équation :

$$Z^4 - \sqrt{2}Z^3 - 4\sqrt{2}Z - 16 = 0,$$

Posons $Z_0 = ib$.

On a : $(ib)^4 - \sqrt{2}(ib)^3 - 4\sqrt{2}(ib) - 16 = 0$

$$\begin{cases} b^4 - 16 = 0 \\ \sqrt{2}\,b^3 - 4\sqrt{2}\,b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 = 2 \\ b_2 = -2 \end{cases}$$

D'où les solutions imaginaires pures $Z_0 = 2i$ et $Z_1 = -2i$.

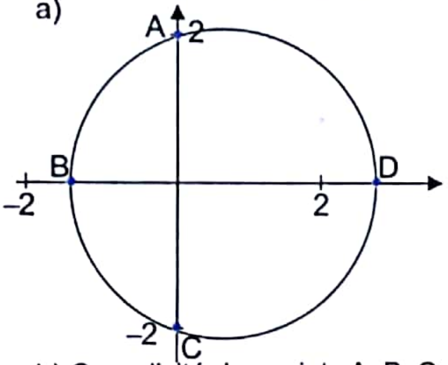
Achevons la résolution de l'équation $Z^4 - \sqrt{2}Z^3 - 4\sqrt{2}Z - 16 = 0$.

$$\Rightarrow (Z^2 + 2)(Z^2 - \sqrt{2}Z - 4) = 0.$$

$Z^2 - \sqrt{2}Z - 4 = 0 \quad \Delta = 18$ et les solutions sont $Z_2 = 2\sqrt{2}$ et $Z_3 = -\sqrt{2}$.

L'ensemble des solutions de l'équation est S = $\{2i, -2i, 2\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$.

2 – a)



b) Cocyclicité des points A, B, C et D.

A, B, C et D sont cocycliques si et seulement si : $\frac{Z_D - Z_A}{Z_B - Z_A} : \frac{Z_B - Z_C}{Z_D - Z_C} = \left(i\sqrt{2}\right)\left(i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 1 \in \mathbb{R}$

Donc A, B, C et appartiennent au cercle de centre $I(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0)$, milieu de segment $[BD]$ de rayon $R = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

Solution 2

La suite (I_n) est définie par :

$$I_n = \int_0^1 x^n e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx$$

1 – Calcul de I_1

$$I_1 = \int_0^1 x e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx = -\int_0^1 -x e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx$$

$$I_1 = \left[-e^{-\frac{x^2}{2}}\right]_0^1 = 1 - e^{-\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow \quad I_1 = 1 - e^{-\frac{1}{2}}$$

2 – Montrons que, $\forall n \in \mathbb{N}^*, I_n \geq 0$

$\forall n \in \mathbb{N}^*$, la fonction $x \to x^n e^{-x}$ est continue et positive sur l'intervalle $[0; 1]$

Donc $\forall n \in \mathbb{N}^*, I_n \geq 0$

3 – Montrons que $I_n = -e^{-\frac{1}{2}} + (n-1)I_{n-2}$

$$I_n = \int_0^1 x^n e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx = \int_0^1 x.x^{n-1} e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx$$

L'intégration par parties donne en posant :

$$\begin{cases} u(x) = -x^{n-1} \\ dv(x) = -xe^{-\frac{x^2}{2}}\,dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du(x) = -(n-1)x^{n-2}dx \\ v(x) = e^{\frac{x^2}{2}} \end{cases}$$

On a :

$$I_n = \left[-x^{n-1}e^{-\frac{x^2}{2}}\right]_0^1 + (n+1)\int_0^1 x^{n-2}e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx$$

D'où $\forall n \in \mathbb{N}^*, I_n = -e^{-\frac{1}{2}} + (n-1)I_{n-2}$

4 – Variation et convergence de la suite (I_n)

$\forall n \in \mathbb{N}^*, I_{n+1} - I_n = \int_0^1 x^n(x-1)e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx$

Pour $x \in [0, 1]$, $x - 1 \leq 0$

$\Rightarrow x^n(x-1)e^{-\frac{x^2}{2}} \leq 0$

De plus, la fonction $x \to x^n(x-1)e^{-x}$ est continue sur l'intervalle $[0; 1]$ d'où $I_{n+1} - I_n \leq 0$

La suite $(I_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est décroissante. De plus, pour tout entier non nul n, $I_n \geq 0$. Donc la suite $(I_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est minorée par 0. Par conséquent, elle est convergente vers une limite l.

5 – Montrons que, $\forall n \in \mathbb{N}^*, 0 \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}$.

$\forall n \in [0; 1]$, $0 \leq e^{-\frac{x^2}{2}} \leq 1$. De plus, $x^n \geq 0$, donc $\forall n \in [0; 1]$; $0 \leq x^n e^{-\frac{x^2}{2}} \leq x^n$

$$\Rightarrow 0 \leq \int_0^1 x^n e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx \leq \int_0^1 x^n dx$$

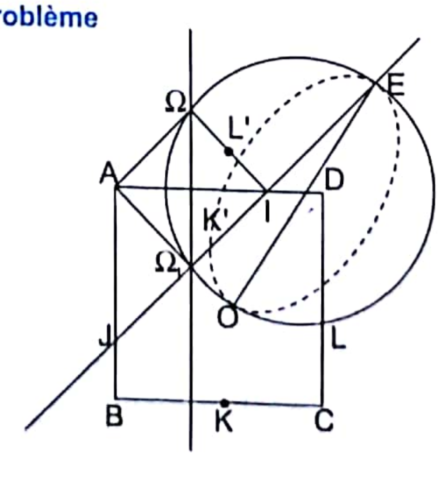
$$\Rightarrow \quad 0 \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}.$$

Calculons la limite l.

$\forall n \in \mathbb{N}^*, 0 \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{n+1} = 0$

On a, d'après la théorie des gendarmes $\lim\limits_{x \to +\infty} I_n = 0$ soit $l = 0$

Problème



1 – Montrons que $IE = AO$

$AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}DB = EI$

2 – Déduction de l'existence d'une rotation

$\begin{cases} IE = AO \\ \overline{IE = AO} = \frac{\pi}{2} \neq 0\,[2\pi] \end{cases}$

Il existe une rotation r d'angle $\theta = -\frac{\pi}{2}[2\pi]$, transformant I en A et E en O.

3 – Construction du centre Ω

Ω est le point d'intersection des médiatrices des segments $[IA]$ et $[EO]$.

4 – Montrons que Ω, E, O, Ω_1 sont situés sur un centre (C).

$r(E) = 0 \Rightarrow (\overline{\Omega E, \Omega O}) = -\frac{\pi}{2}[2\pi]$

D'autre part, $(EI)//(OD)$ et $(DO)\perp(AC)$ donc $(EI)\perp(AC)$ or $(EI)\cap(AC) = \{\Omega_1\}$ donc $(\Omega_1 E, O\Omega_1) = -\frac{\pi}{2}[2\pi]$.

D'où $(\Omega E, \Omega O) = (\overline{\Omega_1 E, O\Omega_1}) = [2\pi]$.

Les points Ω, E, O, Ω_1 sont situés sur un centre de diamètre $[EO]$.

5 – $r(I) = A \Rightarrow \begin{cases} \Omega A = \Omega I \\ \overline{\Omega I = \Omega A} = \frac{\pi}{2}\,[2\pi] \end{cases}$ Donc le triangle ΩAI est rectangle en Ω.

D'autre part, Ω_1 appartient à la médiatrice du segment $[AI]$ et $(\overline{\Omega_1 I, \Omega_1 A}) = -\frac{\pi}{2}[2\pi]$

Donc le triangle $\Omega_1 AI$ est rectangle isocèle en Ω_1. Ainsi, $A\Omega_1 I\Omega$ est un carré.

6 – Caractéristique de la similitude

$\begin{cases} S(ABCD): A\Omega_1 I\Omega \\ Centre : I \end{cases}$

Rapport : $\frac{A\Omega_1}{AB} = \frac{AI}{AC} = \frac{A\Omega}{AD} = \frac{AD}{2AC} = \frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

Angle : $\theta = (AC, AI) = -\frac{\pi}{4}\,[2\pi]$

7 – Construction de K' et L'

K' est le milieu de $[\Omega_1 I]$

L' est le milieu de $[I\Omega]$

8 – Caractéristiques de S

$\bar{S} = h_{(Q,\,\frac{1}{2})} \circ S_{OD}$

Centre : Q,

Rapport : $k = \frac{1}{2}$

Axe : (OD)

9 – $\bar{S}(c) = J$

a) Montrons que $\bar{S}(c) = J$

$\Rightarrow QJ = \frac{1}{2}QA \Rightarrow S(c) = J$

$\Rightarrow (h_{(Q,\,\frac{1}{2})} \circ S_{(OD)})(c) = J$

$\Rightarrow h_{(Q,\,\frac{1}{2})}|S_{(OD)})(c)| = J$

$\Rightarrow h_{(Q,\,\frac{1}{2})}(A) = J$

$\Rightarrow QJ = \frac{1}{2}QA$

b) Construction de Q

$QJ = \frac{1}{2}QA \Rightarrow QJ = \frac{1}{2}QJ + \frac{1}{2}JA$

$\Rightarrow JQ = AJ \Rightarrow Q = B$

10 – $f: M \rightarrow M'$

$\overrightarrow{MM'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MH}$

a) Caractéristique de f

F est l'affinité orthogonale d'axe (OE) et de rapport $k = \frac{1}{2}$

b) Tracé de (C') image de (C) par f

Construction point par point

c) Nature de C'

C' est une ellipse.

CORRECTION

Baccalauréat C 2013

Solution 1

1 –

(E) : $Z^3 - \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\right)Z^2 - \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\right)Z + 1 = 0$

Montrons que –1 est solution de (E)

En effet,

$(-1)^3 - \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\right)(-1)^2 - \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\right)(-1) + 1 = 0$

2 – Démontrons que si Z_0 est une solution de (E) alors son inverse $\frac{1}{Z_0}$ est aussi une solution de (E)

$\left(\frac{1}{Z_0}\right)^3 - \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\right)\left(\frac{1}{Z_0}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\right)\left(\frac{1}{Z_0}\right) + 1$

$= \frac{1}{Z_0^3} - \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\right)\frac{1}{Z_0^2} - \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\right)\frac{1}{Z_0} + 1$

$= \frac{Z_0^3 - \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\right)Z_0^2 - \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\right)Z_0 + 1}{Z_0^3}$

Or Z_0 est la solution de (E) donc $\frac{1}{Z_0}$ est aussi solution de (E)

3 – Résolution de l'équation (E')

(E') : $Z^2 - \left(\frac{3}{2}+\frac{1}{2}i\right)Z + 1 = 0$

Le discriminant est $\Delta = -2 + \frac{3}{2}i$, et ses racines carrées sont : $\delta_1 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$ et $\delta_2 = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$

L'ensemble des solutions de (E') est alors :
$E'=\left\{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i;\ 1+i\right\}$

4 – Déterminons toutes les solutions de l'équation (E).
L'équation (E) est équivalent à :
$$(Z+1)\left[Z^2-\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{2}i\right)Z+1\right]=0$$
Donc l'ensemble des solutions de (E) est :
$$E=\left\{-1;\ \frac{1}{2}-\frac{1}{2}i;\ 1+i\right\}$$

Solution 2

1 – Transformons ce tableau en un tableau à double entrée

y \ x	-2	-1	0
-1	3	2	1
0	0	3	0
2	2	2	1

2 – Point moyen
$$\overline{X}=\frac{1}{14}\sum_{i=1}^{3}n_ix_i$$
$$=-\frac{17}{7}=-1,21$$
$$\overline{Y}=\frac{1}{14}\sum_{j=1}^{3}n_jy_j\ =\frac{2}{7}$$
$$=0,29G\left(-\frac{17}{14};\frac{2}{7}\right)\text{ ou } G(-1,22;0,29)$$

3 – Variance de X et variance de Y

$V(X) = =\frac{1}{14}\sum_{i=1}^{3}n_ix_i^2-\bar{x}^2 = 0,45$

$V(Y) =\frac{1}{14}\sum_{j=1}^{3}n_jy_j^2-\bar{y}^2 = 1,775$

4 – Covariance et coefficient de corrélation linéaire entre X et Y
$$cov(X,Y)=\frac{1}{14}\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}n_{ij}x_iy_j-\overline{XY} = 0,06$$
$$r=\frac{cov(X,Y)}{\delta_X\delta_Y}=\frac{cov(X,Y)}{\sqrt{V(X)}\sqrt{V(Y)}} = 0,068$$
$r=6,8\%$

Problème

1 – Montrons que B est le foyer de (P1)
D est le projeté orthogonal de C sur la directrice (AD) ; (AC), tangente en C de (P1) est la médiatrice de [BD]. Donc B est le foyer de (P1).

2 – Montrons que (EF) est la directrice de (P2)
D se projette orthogonalement sur (EF) en E qui est la symétrie orthogonal du foyer B par rapport à la tangente (AD). La droite (EF), perpendiculaire à (DE) est donc la bissectrice de (P2).

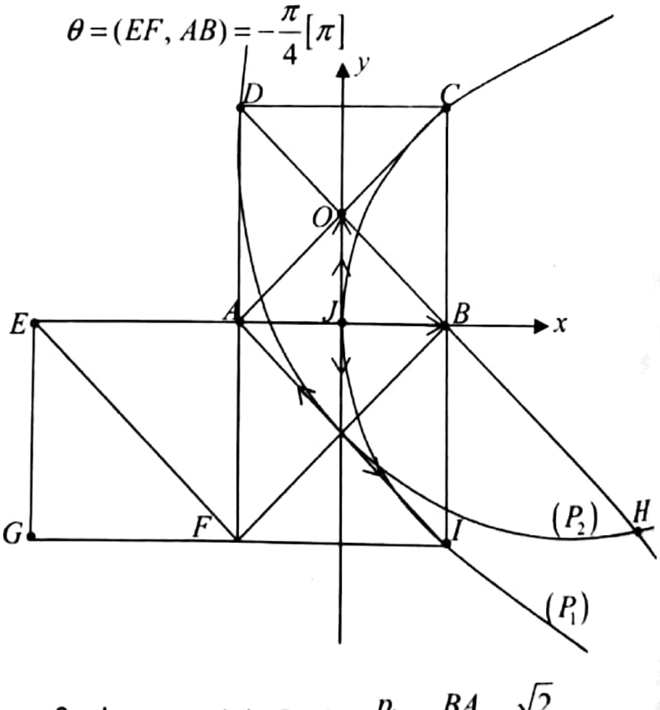
3 – Construction du point H de (P2)
(BF) est l'axe focal de (P2). H est le symétrique orthogonal de D par rapport à (BF)

4 – [DH] est le segment joignant deux points de (P2) et passant par le foyer B. Donc [DH] est la corde focale de la parabole (P2)

5 – Montrons que i appartient à (P1)
(BE) est l'axe focal de la parabole (P1) ; donc un axe de symétrie de (P1) et I est le symétrique de C par rapport à (BE). Donc I appartient à (P1).

6 – Construction des arcs parabole de (P1) et (P2) de cordes respectives [CI] et [DH]
Le point J milieu de [AB] est le sommet de (P1) et J' milieu de [BF] est le sommet de (P2).

7 – Angle de la similitude S
La similitude S transforme (P2) en (P1). Donc S transforme l'axe focal (EF) de (P2) en axe focal (AB) de (P1). Donc on a :
$\theta=(EF,AB)=-\frac{\pi}{4}[\pi]$



8 – Le rapport de S : $k=\frac{p_1}{p_2}=\frac{BA}{BF}=\frac{\sqrt{2}}{2}$
où p1 et p2 sont des paramètres respectifs des paraboles (P1) et (P2).

9 – Centre de S : Le centre de S est son point fixe B.

10 – $f(x)=2\sqrt{x}+ln(x+1)$
Tableau de variation de f
f est définie, continue et dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$
$$f'(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{x+1}>0$$

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	
$g(x)$	$0 \nearrow$	$+\infty$

11 – Branches infinie de (C)

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=0$. La courbe (C) admet une branche parabolique de direction $\overrightarrow{BJ}$

12 – Construction de la courbe (C) dans le repère $\left(J,\overrightarrow{JB},\overrightarrow{JO}\right)$.

13 – Calcul d'aire

Équation de (P1) : Le centre de (P1) est J(0, 0), son parabole est p = 2 ; d'où (P1) : $y^2=4x$

$\mathcal{A}=\int_0^1[f(x)-y]dx=\int_0^1 ln(1+x)dx$

$=[(1+x)ln(1+x)-(1+x)]_0^1=(2ln2-1)u.a$

CORRECTION

Baccalauréat C 2014

Solution 1

1 – Résolution dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $Z^2-(2ie^{i\theta}cos\theta)Z-e^{i2\theta}=0$

Discriminant $\Delta=(2e^{i\theta}sin\theta)^2$ ou discriminant réduit $\Delta'=(e^{i\theta}sin\theta)^2$

Solutions sous forme exponentielle $Z_1=e^{i\frac{\pi}{2}}$, $Z_2=e^{i\left(\frac{\pi}{2}+2\theta\right)}$

2 – $Z_1=e^{i\frac{\pi}{2}}$, $Z_2=e^{i\left(\frac{\pi}{2}+2\theta\right)}$, $Z_0=0$

a) Expression de $Arg\left(\frac{Z_B-Z_0}{Z_A-Z_0}\right)$ en fonction de θ

$Arg\left(\frac{Z_B-Z_0}{Z_A-Z_0}\right)=Arge^{i2\theta}=2\theta[2\pi]$

$Arg\left(\frac{Z_B-Z_0}{Z_A-Z_0}\right)=2\theta[2\pi]$

b) Ensemble des valeur de θ pour lesquelles $\overline{(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})}=\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$

$\overline{(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})}=\frac{\pi}{2}\ [2\pi] \quad\Leftrightarrow Arg\left(\frac{Z_B-Z_0}{Z_A-Z_0}\right)=\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$

$\Leftrightarrow 2\theta+2k\pi=\frac{\pi}{2}+2k'\pi$

$\Leftrightarrow \theta=\frac{\pi}{4}+\underbrace{(k'+k)}_{K}\pi$. Donc $\theta=\frac{\pi}{4}[\pi]$

3 – Expression conjugué de Z_A+Z_B sous forme exponentielle.

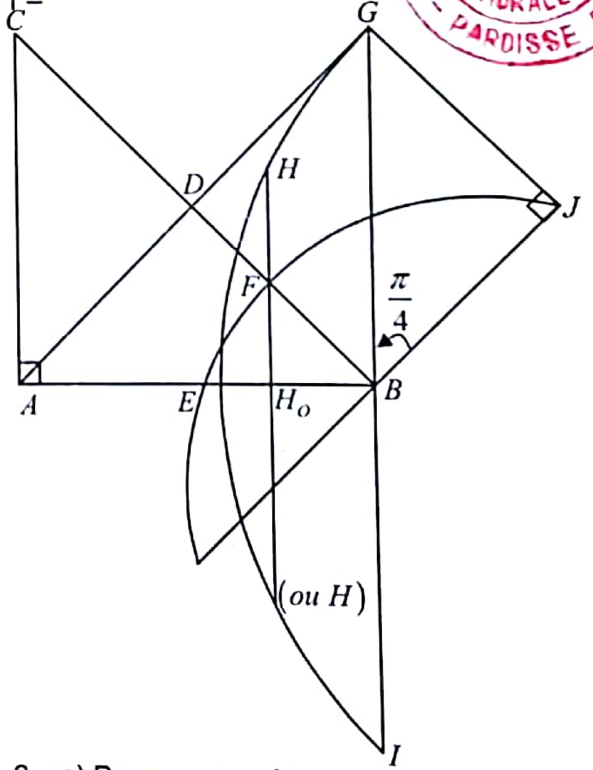
$\overline{Z_A+Z_B}=\overline{Z_A}+\overline{Z_B}=e^{-i\frac{\pi}{2}}+e^{-i\left(\frac{\pi}{2}+2\theta\right)}$

$=e^{-i\frac{\pi}{2}(1+e^{-i2\theta})}=e^{-i\frac{\pi}{2}}e^{-i\theta}\underbrace{\left(e^{i\theta}-e^{-i\theta}\right)}_{2cos\theta}$

$\overline{Z_A+Z_B}=(2cos\theta)e^{i(-\frac{\pi}{2}-\theta)}$

Solution 2

1 –



2 – a) Pas ou paramètre d'une parabole

Distance du foyer à la directrice (ou longueur d'une demi-corde focale).

b) Pas α de la parabole (P)

α = BA = 6 cm

3 – a) Tangente de la droite (AG) à (P) en un point à déterminer

* Le projeté orthogonal de G sur la directrice (AG) est C car la figure ABGC est un carré.

Scanned by CamScanner

* La droite (AG) est médiatrice du segment [BC].
* Donc (AG) est tangente à (P) en G.

b) Construction d'un point H de (P) situé sur la médiatrice de [EB]

Soit H_0 le milieu de [EB] et du cercle de centre B et de rayon H_0A.

Remarque : Il y a deux lieux possibles de H symétriques par rapport à (EB).

c) Construction de l'arc (P_0) de (P) de corde focale le segment [GI] ou I = $S_{AB}(G)$

Se rapporter à la figure.

4 – (P') parabole de foyer B et de directrice (AG)

Caractérisation de la similitude directe S telle que S((P')) =(P). On a : $\begin{cases} S(B) = BE \\ S(F) = BF \end{cases}$

- Centre $\Omega = B$
- Rapport : $K = \dfrac{BE}{BF} = \dfrac{2BH_0}{\sqrt{2}BH_0}$
- Mesure d'angle $\theta = (\overline{\overline{BF}, \overline{BE}})$ $\theta = \dfrac{\pi}{4}[2\pi]$

$S = sim(B, \sqrt{2}, \dfrac{\pi}{4})$

5 – Construction de l'antécédent J de G par S.

$$S(J) = G \Leftrightarrow \begin{cases} BG = \sqrt{2}BJ \\ (\overrightarrow{BJ}, \overrightarrow{BG}) = \dfrac{\pi}{4}[2\pi] \end{cases}$$

Se rapporter à la figure

6 – Construction de $P_0^{'} = S^{-1}((P_0))$

Se rapporter à la figure

7 – Égalité $A_0 = 2A_0^{'}$

$S((E_0^{'})) = (E_0) \Rightarrow A_0 = K^2 A_0^{'} = (\sqrt{2})^2 A_0^{'}$

Donc $A_0 = 2A_0^{'}$

8 – Expression de l'aire A de SoSoSoS((E_0')) en fonction de A_0.

$$A = \left[\left(\sqrt{2}\right)^4\right]^2 A_0^{'} = \left[\left(\sqrt{2}\right)^4\right]^2 1/2\, A_0$$

$A = 8A_0$

Solution 3

$f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$x \to f_n(x) = e^{-x}x^{n+1}$ où n ∈ ℕ

1 – Ensemble de définition

$E_{f_n} =]-\infty, +\infty[$

2 – n est supposé impair

a) Dérivée de f_n

$f_n'(x) = e^{-x}x^n(-x+n+1)$

- Signe de $f_n'(x)$

x	$-\infty$		0		$n+1$		$+\infty$
$f_n'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

b) Limites

$\lim\limits_{x\to-\infty} f_n(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x) = 0$

c) Tableau de variation

x	$-\infty$		0		$n+1$		$+\infty$
$f_n'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f_n(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\left(\dfrac{n+1}{e}\right)^{n+1}$	$\searrow$	0

3 – $I_{n,P} = \int_0^P f_n(x)dx$ et $J_n = \lim\limits_{P\to+\infty} I_{n,P}$

a) Égalité $J_{n+1} = (n+2)J_n$

Intégration de $I_{n,P}$ par partie

$I_{n,P} = \int_0^P e^{-x} x^{n+1} dx$

$$\begin{cases} U = e^{-x} \\ V' = x^{n+1} \end{cases} \quad \begin{cases} U' = -e^{-x} \\ V = \dfrac{x^{n+2}}{n+2} \end{cases}$$

$I_{n,P} = \left[e^{-x}.\dfrac{x^{n+2}}{n+2}\right]_0^P + \dfrac{1}{n+2}\int_0^P e^{-x} x^{n+1} dx$

$I_{n,P} = e^{-P}\dfrac{P^{n+2}}{n+2} + \dfrac{1}{n+2} I_{n+1,P}$

Limite des deux membres quand P tend vers $+\infty$

$J_n = \frac{1}{n+2}J_{n+1}$ Donc $J_{n+1} = (n+2)J_n$

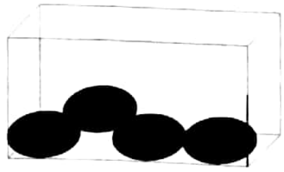
b) Expression de J_n en fonction de n et J_0

$J_n = (n+1)J_{n-1}$
$J_{n-1} = (n)J_{n-2}$
$J_{n-2} = (n-1)J_{n-3}$
$J_{n-3} = (n-2)J_{n-4}$
....
$J_1 = 2J_0$

$J_n = (n+1)!\,J_0$

Donc $J_n = (n+1)!\,J_0$

Solution 4



Tirage successif sans remise de deux jetons numérotés a et b.

Variable aléatoire : X(a, b) $X(a,b) \to |a-b|$

1 – Loi de probabilité de X

- Univers image $X(\Omega)$

1er N° \ 2ème N°	1	2	3	4
1		1	1	1
2	1		2	2
3	2	1		3
4	3	2	1	

$X(\Omega) = \{1, 2, 3\}$

Loi de probabilité

x_i	1	2	3
P_i	$\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$	$\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$	$\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

2 – Espérance mathématique

$$E(X) = \sum_i P_i x_i = \left(1 \times \frac{6}{12}\right) + \left(2 \times \frac{4}{12}\right) + \left(3 \times \frac{2}{12}\right)$$

$$E(X) = \frac{5}{3}$$

Variance $V(X) = \left(\sum_i P_i x_i^2\right) - [E(X)]^2$

$$\left(1^2 \times \frac{6}{12}\right) + \left(2^2 \times \frac{4}{12}\right) + \left(3^2 \times \frac{2}{12}\right) - \left(\frac{5}{3}\right)^2$$

$$V(X) = \frac{5}{9}$$

Écart-type

$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$ $\quad \sigma(X) = \frac{\sqrt{5}}{3}$

CORRECTION MATHÉMATIQUES TERMINALE D

CORRECTION **Baccalauréat D 2010**

Solution 1

Tirage simultané

On peut établir le tableau des croisements suivant :

	B	B	N	N	N
B	x				
B	(B, B)	X			
N	(B, N)	(B, N)	X		
N	(B, N)	(B, N)	(N, N)	x	
N	(B, N)	(B, N)	(N, N)	(N, N)	x

1 – Loi de probabilité de X

$$P(X=-1) = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10}$$

$$P(X=0) = \frac{C_2^1 \times C_3^1}{C_5^2} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$P(X=1) = \frac{C_3^2}{C_5^2} = \frac{3}{10}$$

X	– 1	0	1	ΣP_i
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{3}{10}$	1

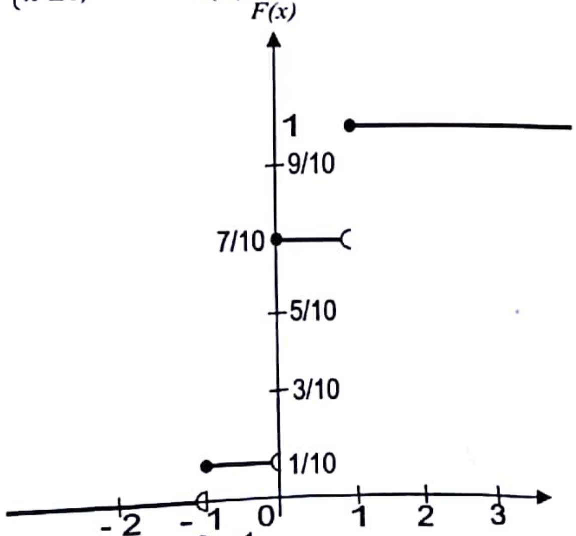
2 – Espérance mathématique

$$E(X) = \sum_{i=1}^{3} x_i\, p_i = -1 \times \frac{1}{10} + 0 \times \frac{6}{10} + 1 \times \frac{3}{10}$$

$$E(X) = \frac{1}{5}$$

3 – Fonction de répartition

$$\begin{cases} x < -1, & F(x) = 0 \\ -1 \le x < 0, & F(x) = \frac{1}{10} \\ 0 \le x < 1, & F(x) = \frac{7}{10} \\ x \ge 1, & F(x) = 1 \end{cases}$$



Solution 2

1 – Équation du 3ème degré

$(Z - \sqrt{3} - i)(Z + \sqrt{3} - i)(Z + 2i)$

$Z^3 - 8i = 0$

2 – Formes trigonométriques de Z_1, Z_2 et Z_3

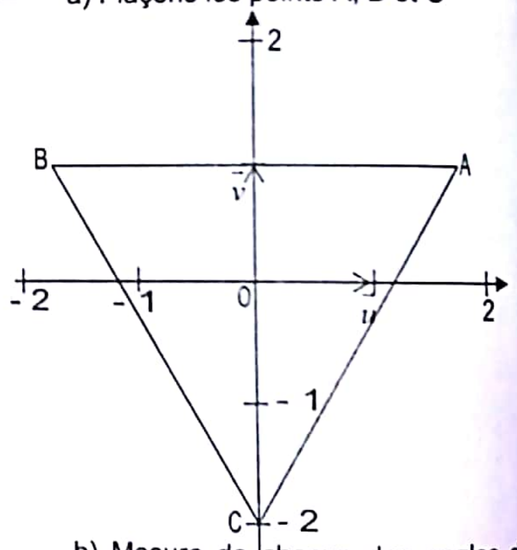
$$Z_1 = 2(\cos\frac{\pi}{6} + i \sin\frac{\pi}{6})$$

$$Z_2 = 2(\cos\frac{5\pi}{6} + i \sin\frac{5\pi}{6})$$

$$Z_3 = 2(\cos(-\frac{\pi}{2}) + i \sin(-\frac{\pi}{2}))$$

$$= 2(\cos\frac{3\pi}{2} + i \sin\frac{3\pi}{2})$$

3 – a) Plaçons les points A, B et C



b) Mesure de chacun des angles du triangle ABC

$$(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}) = \arg\left(\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}\right) = \frac{\pi}{3}\ [2\pi]$$

$$(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}) = \arg\left(\frac{Z_B - Z_C}{Z_A - Z_C}\right) = \frac{\pi}{3}\ [2\pi]$$

$$(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}) = \arg\left(\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B}\right) = \frac{\pi}{3}\ [2\pi]$$

c) ABC est un triangle équilatéral

Problème

Partie A

1 – Étudions les variations de g

$E_g =]-\infty ; 0[$

Dérivée : $g'(x) = \frac{2}{x}$

$\forall x < 0$, $g'(x) < 0$, g est strictement décroissante

$\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to 0} g(x) = -\infty$

Tableau de variation

x	$-\infty$		0
$g'(x)$		$-$	||
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ ||

2 – Calculons g(– 1)

g(–1) = 0

$\forall x \in]-\infty, -1[$, $g(x) > 0$

$\forall x \in]-1, 0[$, $g(x) < 0$

Partie B

$$\begin{cases} f(x) = -2x + 1 + 2x\ln|x| & si \quad x < 0 \\ f(x) = (x+2)\ e^{-x} - 1 & si \quad x \geq 0 \end{cases}$$

1 – Ensemble de définition de f

$E_f =]-\infty\ ;\ +\infty[$

2 – a) Continuité de f en $x = 0$

$\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = f(0) = 1$

f est continue en $x = 0$

Dérivabilité en $x = 0$

$$\lim_{x \to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \to 0^-} \frac{-2x + 2x\ln|x|}{x} = -\infty$$

f non dérivable à gauche de 0

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{f(x) - f(o)}{x} = \lim_{x \to 0^+} \frac{(x+2)e^{-x} - 2}{x} = -1$$

f dérivable à droite de 0

Mais $\lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{f(x) - f(0)}{x} \neq \lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{f(x) - f(0)}{x}$

f non dérivable en $x = 0$

b) Expression de $f'(x)$

Pour $x \in]-\infty\ ; 0[$, $f'(x) = 2\ln(-x) = g(x)$

3 – Étudions les variations de f

Signe de $f'(x)$

x	$-\infty$		-1		0
$f'(x)$		+	0	$-$	||

Si $x \geq 0$, $f'(x) = e^{-x}(-x - 1)$

x	0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	

$\forall x \in]-\infty\ ;\ -1[$, $f'(x) > 0$, f strictement croissant

$\forall x \in]-1\ ;\ 0[\cup]0\ ;\ +\infty[$, $f'(x) < 0$, f strictement décroissante

Tableau de variation

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	$-$	$-\infty$ || -1	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\searrow$	-1

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -1$

4 – Pour $x \in]1\ ;\ \frac{3}{2}[$, f est continue et strictement décroissante, de plus $f(1) \times f(\frac{3}{2}) < 0$, alors $f(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha\ ]1\ ;\ \frac{3}{2}[$.

De même pour $x \in]-4\ ;\ -3[$, f est continue et strictement croissante, de plus $(-4) \times f(-3) < 0$, alors $f(x) = 0$ admet une unique solution $\beta \in]-4\ ;\ -3[$

5 – Étudions les branches infinies à (C)

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -1$, y = –1 est A – H à (C)

6 – $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$, la courbe (C) admet une branche parabolique de direction (oy) au voisinage de $+\infty$.

7 – a) Calcul d'aire $\mathcal{A}(\alpha)$

$\mathcal{A}(\alpha) = \int_0^\alpha (x)dx$

$\mathcal{A}(\alpha) = [-e^{-\alpha}(\alpha + 3) - \alpha + 3]\ \text{cm}^2$

b) $\lim\limits_{\alpha \to 1} \mathcal{A}(\alpha) = (2 - \dfrac{4}{e})\ \text{cm}^2$

Partie C

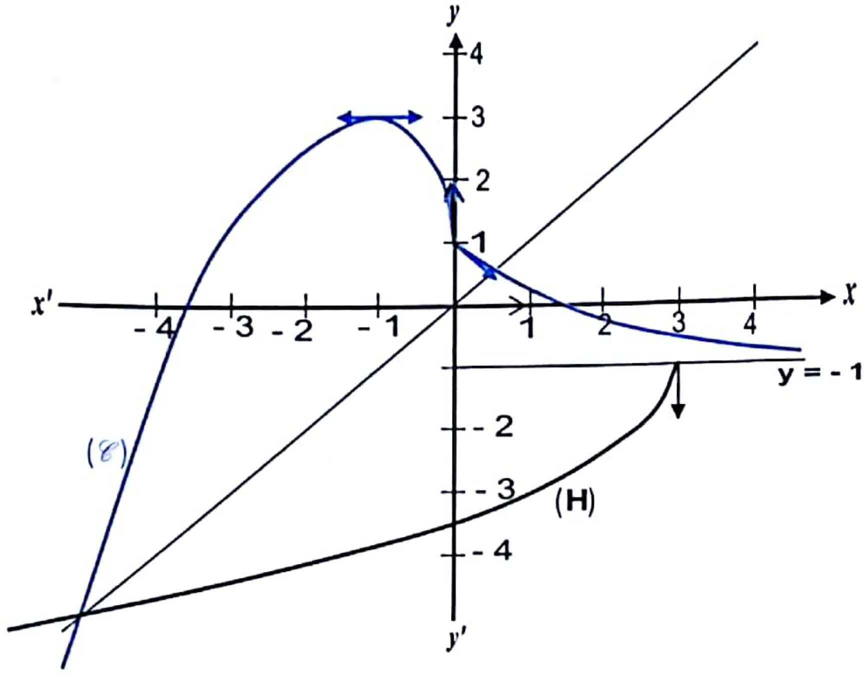
1 – $x \in]-\infty\ ;\ -1[$, h est continue et strictement croissante alors h réalise une bijection de $]-\infty\ ;\ -1[$ vers $]-\infty\ ;\ 3[$, h admet une bijection réciproque h^{-1} définit sur $]-\infty\ ;\ 3[$

2 – Tableau de variation de h^{-1}

3 – Tracé de la courbe

Tableau de variation

x	$-\infty$		3
$(h_1^{-1})'(x)$		+	
$(h_1^{-1})(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-1



CORRECTION **Baccalauréat D 2011**

Solution 1

1 – Matrice de l'application f.

$$M_f = \begin{pmatrix} -1 & a & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2 – Valeurs de a pour lesquelles f est bijective.

Dét. $M_f \begin{vmatrix} -1 & a & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = a - 1$

f est bijective $\Leftrightarrow$ a $\neq$ 1

3 – On pose a = 1

a) Déterminons l'ensemble E des vecteurs invariants par f.

$$\begin{cases} x = -x + y + 2z \\ y = x + 2y + z \\ z = x + y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

E$\left\{\vec{0}_{\mathbb{R}^3}\right\}$

b) Déterminons le noyau Ker$f$ de f

$$\begin{cases} -x + y + 2z = 0 \\ x + 2y + z = 0 \\ x + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -y \\ x = -y \end{cases}$$

Le Ker$f$ est la droite vectorielle

$x = z = -$ y engendrée par $\vec{e}_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

où $\vec{e}_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ où $\vec{e}_1 = -\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$

Déterminons Imf de f

$$\begin{cases} x' = -x + y + 2z \\ y' = x + 2y + z \\ z' = x + y \end{cases} \Leftrightarrow x' - 2y' + 3z' = 0$$

Imf est le plan vectoriel d'équation $x + 2y + 3z = 0$ engendré par $\vec{e}_2 = 2\vec{i} + \vec{j}$ et $\vec{e}_3 = -3\vec{i} + \vec{k}$

4 – Calculons α et β

$\vec{u} \in$ Ker$f$ si α = – 1 et β = 1

Solution 2

1 – Résolution de l'équation (E) dans $\mathbb{C}$

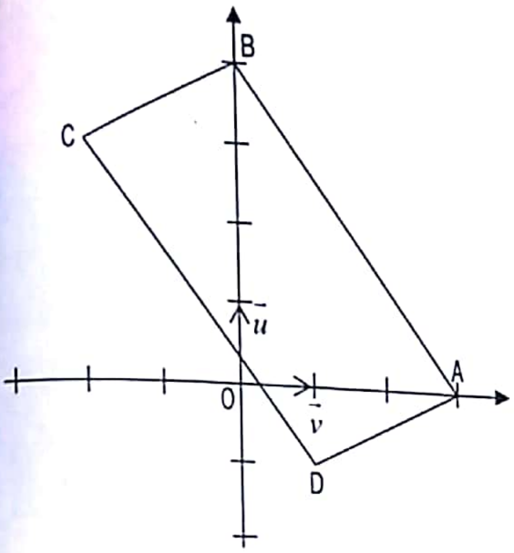
(E) : $Z^2 - (1 + 3i)Z + 4 + 4i = 0$

$\Delta = -24 - 10i$

Soit $\delta_1 = 1 - 5i$; $\delta_2 = -1 + 5i$

$Z_1 = 4i$ et $Z_2 = 1 - i$ sont les solutions de cette équation

2 – a) Points dans le repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$



b) Calculons les affixes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{CB}$; $\overrightarrow{AD}$

$Z_{\overrightarrow{AB}} = -3 + 4i$; $\qquad Z_{\overrightarrow{DC}} = -3 + 4i$

$Z_{\overrightarrow{CB}} = 2 + i$; $\qquad Z_{\overrightarrow{DA}} = 2 + i$

c) Nature du quadrilatère ABCD

$Z_{\overrightarrow{AB}} = Z_{\overrightarrow{DC}}$, le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

Problème

Partie A

1 – Montrons qu'il existe deux nombres a et b tels que :

$\forall t \in \mathbb{R} - \{-1\}$, $\dfrac{1-t}{1+t} = a + \dfrac{b}{1+t}$

Par la division euclidienne

a = –1 et b = 2

Calculons $\int_0^x \dfrac{1-t}{1+t}\,dt$

$\int_0^x \dfrac{1-t}{1+t}\,dt = -x + \ln(1+x)^2$

Partie B

Soit $f(x) = -x + \ln(1+x)^2$

1 – Ensemble de définition de E_f et f

$f(x)$ existe si et seulement si

$1 + x \neq 0 \quad \Rightarrow \quad x \neq -1$

$E_f =]-\infty\,;-1[\,\cup\,]-1\,;+\infty[$

2 – Déterminons les variations de f.

Calculons $f(x)$ et étudions son signe

Partie C

1 – Tableau des variations de h.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	↘	$-1+2\ln 2$	↗	$+\infty$

$f'(x) = \dfrac{1-x}{1+x}$

Le signe du quotient est celui de $(1-x)(1+x)$.

Tableau de signes

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$+$	0	$-$	

Pour $x \in]-\infty\,;-1[\,\cup\,]1\,;+\infty[$, $f'(x) < 0$, f est strictement décroissante.

Pour $x \in]-1\,;1[$, $f'(x) > 0$, f est strictement croissante

3 – Tableau de variations

Limites aux bornes

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty \qquad \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$-1+2\ln 2$	↘	$-\infty$

4 – Montrons que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique.

f est continue et strictement décroissante sur $]1\,;+\infty[$ en particulier sur $]2\,;3[$, de plus $f(2) \times f(3) < 0$, alors il existe $\alpha \in]2\,;3[$ tel que $f(\alpha) = 0$

5 – Calculons les valeurs

$f(-2) = 2 \qquad f'(-2) = -3$

$f(-\dfrac{3}{2}) = \dfrac{3}{2} - \ln 2 \approx 0{,}11 \qquad f'(-\dfrac{3}{2}) = -5$

$f(0) = 0$; $\qquad f'(0) = 1$

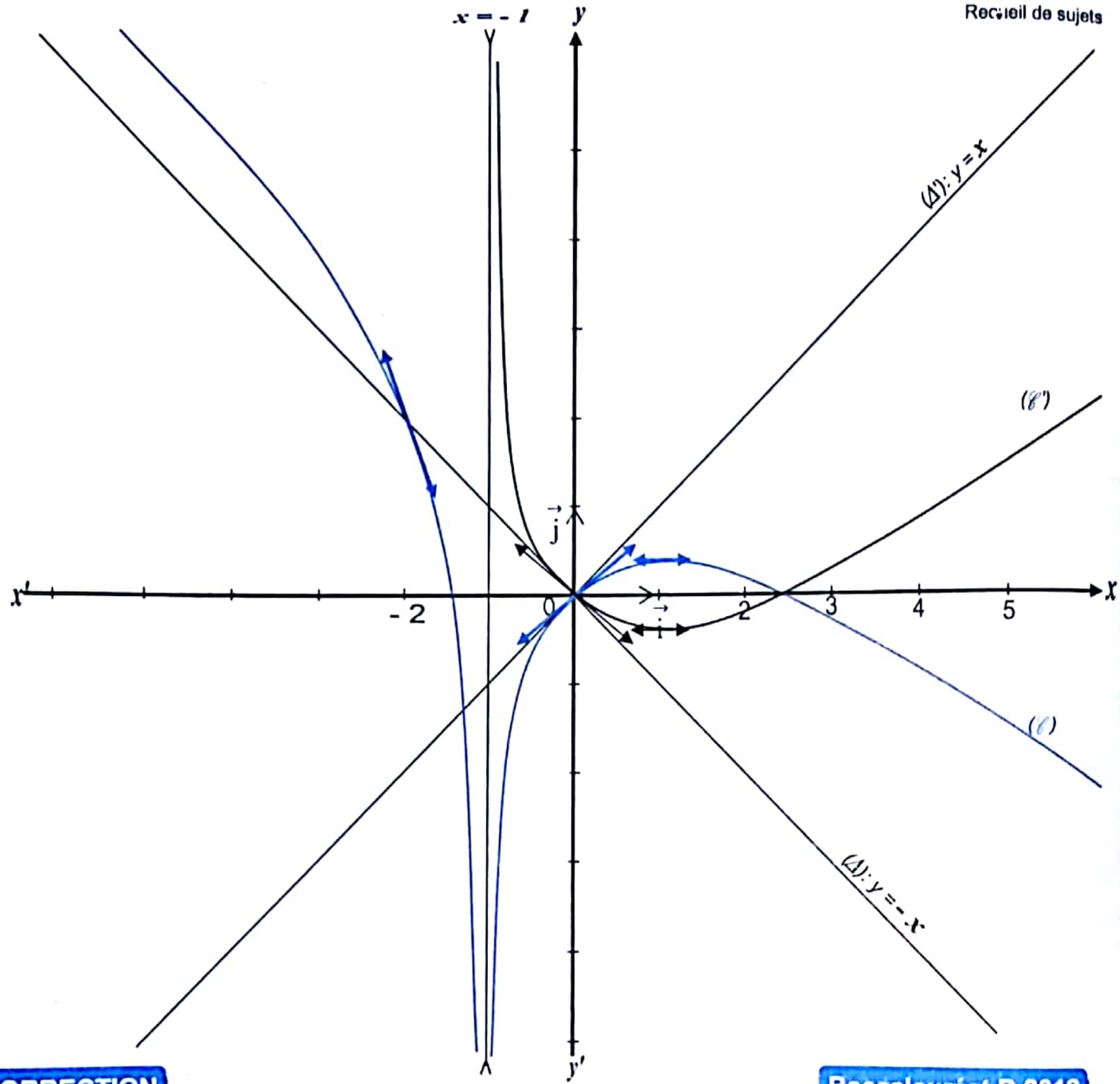
$f(5) = -5 + 2\ln 6 \approx -1{,}4 \qquad f'(5) = -\dfrac{2}{3}$

6 – Branches infinies

$\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{f(x)}{x} = -1$ et $\lim\limits_{x \to \infty}[f(x) + x] = +\infty$

Alors la courbe (C) admet une branche parabolique de direction la droite $\Delta : y = -x$ au voisinage de $-\infty$ et $+\infty$.

$\lim\limits_{x \to -1} f(x) = -\infty$, la droite $x = -1$ est asymptote verticale à la courbe.



CORRECTION **Baccalauréat D 2012**

Solution 1

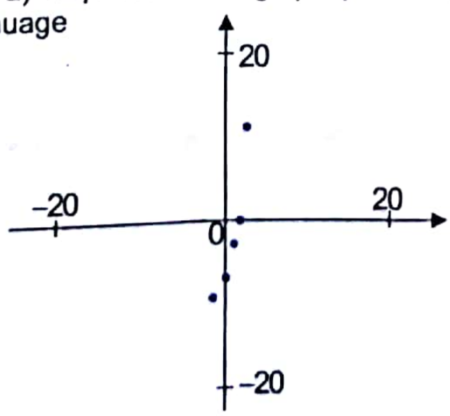
1 – Détermination de a et b

x	-2	0	1	a	4
y	-10	-8	b	0	12

$$G\ (1;\ -2) \Rightarrow \begin{cases} \bar{x} = 1 \\ \bar{y} = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} x_i = 1 \\ \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} y_i = -2 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ a = 2 et b = -2

2 – a) Représentation graphique des points du nuage



b) Déterminons l'équation de la droite de régression de x en y.

$x = ay + b$ avec $a = \frac{cov(x,y)}{v(y)}$; $b = \bar{y} - a\bar{x}$

$cov(x,y) = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} x_i y_i - \bar{x}\bar{y} = 14{,}8$

$v(y) = 60{,}8$

a = 0,24 ; b = 1,48 d'où $x = 0{,}24y + 1{,}48$

c) Calculons le coefficient de corrélation linéaire

$r = \frac{cov(x,y)}{\partial_x \partial_y}$ avec $\partial_x = 2\ \partial_y = 7{,}79$

d'où r = 0,94. On a une forte corrélation

Solution 2

1 – Résolution de l'équation :

$Z^2 + 8\sqrt{3} - 8i = 0 \Rightarrow Z^2 = -8\sqrt{3} + 8i$

a) La forme trigonométrique

Posons $Z = [r,\ \theta] \quad \Rightarrow [r,\ \theta]^2 = \left[16;\ \frac{5\pi}{6}\right]$

$\Rightarrow \begin{cases} r^2 = 16 \\ \theta = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases} k \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow \begin{cases} Z_1 = \left[4; \frac{5\pi}{12}\right] = 4\left[\cos\frac{5\pi}{12} + \sin\frac{5\pi}{12}\right] \\ Z_2 = \left[4; \frac{17\pi}{12}\right] 4\left[\cos\frac{17\pi}{12} + \sin\frac{17\pi}{12}\right] \end{cases}$

b) La forme algébrique

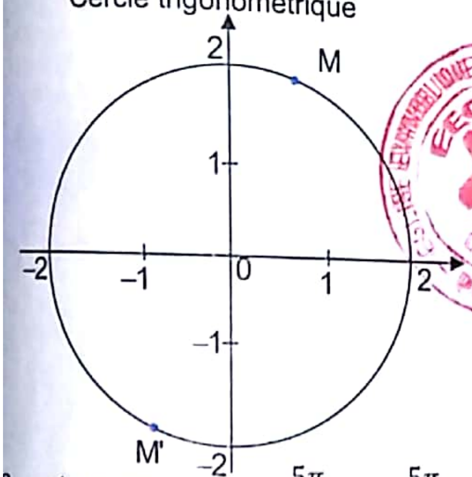
$z = x + iy \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = -8\sqrt{3} \\ xy = 4 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{8 - 4\sqrt{3}} \\ y = \sqrt{8 + 4\sqrt{3}} \end{cases}$ ou $\begin{cases} x = -\sqrt{8 - 4\sqrt{3}} \\ y = -\sqrt{8 + 4\sqrt{3}} \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{6} - \sqrt{2} \\ y = \sqrt{6} + \sqrt{2} \end{cases}$ ou $\begin{cases} x = \sqrt{2} - \sqrt{6} \\ y = -\sqrt{2} - \sqrt{6} \end{cases}$

$S = \{(\sqrt{6} - \sqrt{2}) + i(\sqrt{6} + \sqrt{2}); (\sqrt{2} - \sqrt{6}) - i(\sqrt{2} + \sqrt{6})\}$

Cercle trigonométrique



2 – valeur exacte de $\cos\frac{5\pi}{12}$ et $\sin\frac{5\pi}{12}$

$\frac{5\pi}{12} \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right[\Rightarrow \begin{cases} \cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) > 0 \\ \sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) > 0 \end{cases}$

Des questions 1a et b, on a :

$\begin{cases} 4\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \sqrt{6} - \sqrt{2} \\ 4\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \sqrt{6} + \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \\ \sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \end{cases}$

Problème

Partie A

1 – Résolution de l'équation différentielle

$y'' + 2y' + y = 0$

Équation caractéristique :

$k^2 + 2k + 1 = 0 \Rightarrow k = -1$

D'où la solution générale $y = (ax + b)\, e^{-x}$

2 – Solution particulière

$u(x) = u(x') = (ax + b)\, e^{-x}$

$u'(x) = (a - ax + b)\, e^{-x}$.

$u(x) = (x + 1)\, e^{-x}$

Partie B

$f: \begin{cases} f(x) = (x+1)e^{-x}; & si \quad x \leq 0 \\ f(x) = 1 - 2x + x\ln x; & si \quad x > 0 \end{cases}$

3 – Ensemble de définition

f est définie sur $\mathbb{R}$ $E_f = \mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$

4 – Continuité et dérivabilité de la fonction f en 0

$f(0) = 1 = \lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x)$

f est donc continue en $x = 0$

$\lim_{x\to 0^-} \frac{f(x)-f(0)}{x} = \lim_{x\to 0^-}\left(1 - \frac{e^x - 1}{x}\right) = 0$

f est donc dérivable à gauche de 0 et $f_g'(0) = 0$

$\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x} = \lim_{x\to 0^+}(-2 + \ln x) = -\infty$

f n'est donc pas dérivable à droite de 0

En définitive, f n'est pas dérivable en 0 ; car elle n'est pas dérivable à droite.

5 – Étude des variations

Dérivée

$\begin{cases} f'(x) = -xe^{-x}; & si \quad x \geq 0, \\ f'(x) = -1 + \ln x; & si \quad x > 0. \end{cases}$

Signe de la dérivée

x	$-\infty$		0		e		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	

Limites aux bornes

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty \qquad \lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

Tableau de variation

x	$-\infty$		0		e		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	$1-e$	↗	$+\infty$

6 – Coordonnés du point d'intersection

Pour $x \leq 0$ $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ d'où le point A$(-1; 0)$

Équation de la tangente (C) en A $y = f'(-1)(x-1) + f(-1)$

(T) $= y = e(x+1)$

7 – Encadrement de la solution de l'équation $f(x) = 0$

f est continue et strictement croissante sur l'intervalle $[6; 7]$

De plus : $f(6) = 6\ln 6 - 11 < 0$

et $f(7) = 7\ln 7 - 13 > 0$

D'après la théorie des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α sur l'intervalle $[6; 7]$.

8 – Branches infinies à (C)

$\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x-1}{x} e^{-x} = +\infty$

(C) admet une branche parabolique suivant (Oy)

$\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1-2x}{x} + \ln x\right) = +\infty$

(C) admet une branche parabolique suivant (Oy).

Partie C

9 – a) Tableau de variation

$h(x) = -f(x)$

x	$-\infty$		0		e		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$ $\searrow$ $-\infty$		$\parallel$ -1	$\nearrow$	$1-e$	$\searrow$	$+\infty$ $-\infty$

b) Tracé de (C')

(C') est la courbe symétrique de (C) par rapport à l'axe des abscisses.

c) Calcul de l'aire

$A = \int_{-1}^{0}[f(x) - h(x)]\,dx = 2\int_{-1}^{0} f(x)\,dx$

$A = 2\int_{-1}^{0}(x+1)e^{-x}\,dx$

L'intégration par parties

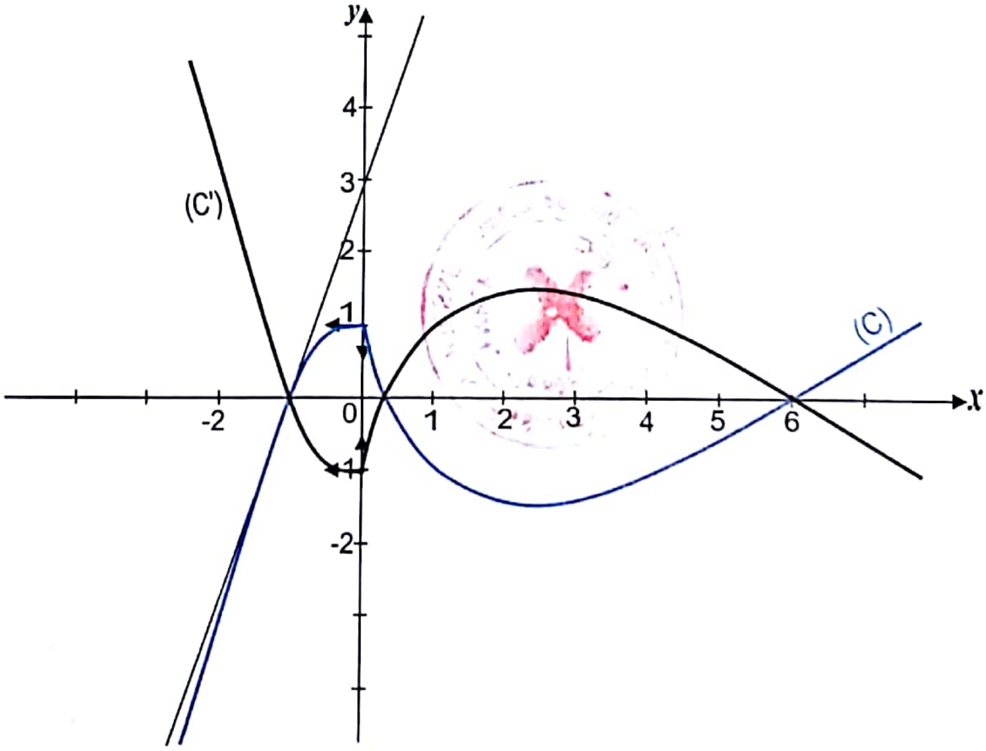
Posons $\begin{cases} u(x) = x+1 \\ v'(x)dx = e^{x} \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x)dx = -e^{-x} \end{cases}$

D'où $A = 2\left([-(x+1)e^{-x}]_{-1}^{0} + \int_{-1}^{0} e^{-x}\,dx\right)$

$\Rightarrow A = 2\,(e-2)$ua = (2e -4) 4 cm^2

Courbe (C)



CORRECTION

Baccalauréat D 2013

Solution 1

Y / X	-1	0	2	
-2	4	0	2	6
-1	3	5	0	8
0	2	1	2	5
	9	6	4	19

1 – Séries marginales

a) Série (x_i, n_i)

x_i	-2	-1	0	
n_i	6	8	5	19

b) Série (y_i, n_i)

y_i	-1	0	2	
n_i	9	6	4	19

2 – Calculons le point moyen a) Séries $G(\overline{x}, \overline{y})$

$$G = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{3} n_i x_i = \frac{-12-8}{19} = \frac{-20}{19} = -1,05$$

$$G = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{3} n_i y_i = \frac{-9+8}{19} = \frac{-1}{19} = -0,05$$

$G(-1,05; 0,05)$

3 – Équation de régression de x et y

$y - \overline{y} = a(x - \overline{x})$ avec $a = \dfrac{cov(x,y)}{V(x)}$

x_i^2	n_i	$n_i x_i^2$
4	6	24
1	8	8
0	5	0
	19	32

y_i	y_i^2	n_i	$n_i y_i^2$
-1	1	9	9
0	0	6	0
2	4	4	16
		19	29

$$V(x)=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{3}n_ix_i^2-\overline{x}^2=\frac{32}{19}-(-1,05)^2$$

$$1,68-1,10=0,58 \qquad V(x)=0,58$$

$$V(y)=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{3}n_iy_i^2-\overline{y}^2=\frac{25}{19}-(-0,05)^2$$

$$=1,31-0,005=1,31 \qquad V(y)=1,31$$

$M_1=(-2,-1)\to 4 \qquad M_6=(-1,2)\to 0$

$M_2=(-2,0)\to 0 \qquad M_7=(0,-1)\to 2$

$M_3=(-2,2)\to 2 \qquad M_8=(0,0)\to 1$

$M_4=(-1,-1)\to 3 \qquad M_9=(0,2)\to 2$

$M_5=(-1,0)\to 5$

x_i	y_i	n_i	$n_ix_iy_i$
-2	−1	4	8
-2	0	0	0
-2	2	2	-8
-1	−1	3	3
-1	0	5	0
-1	2	0	0
0	−1	2	0
0	0	1	0
0	2	2	0
		19	3

$$Cov(x)=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{3}n_ix_iy_i-\overline{xy}$$

$$Cov(x)=\frac{3}{19}-(-1,05)(-0,05)=0,15-0,05$$

$$Cov(x)=0,10$$

$$a=\frac{0,10}{0,57}=0,17 \qquad a=0,17$$

$$y=0,17(x+1,05)-0,05$$

$$y=0,17x+0,1785-0,05$$

$$y=0,17x+0,12$$

4 – Coefficient de corrélation linéaire

$$r=\frac{cov(x,y)}{\sqrt{V(x)}\times\sqrt{V(y)}} \qquad r=\frac{0,10}{0,75\times 1,14}$$

$$r=0,11$$

La corrélation est faible

Solution 2

1 – Résolution de l'équation (E)

(E) : $Z^3+8=(Z+2)(Z^2-2Z+4)=0$

$$\begin{cases}Z+2=0\\ Z^2-2Z+4=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}Z_0=-2\\ Z^2-2Z+4=0\end{cases}$$

$Z^2-2Z+4=0$

$\Delta'=1-4=-3=3i^2$

$Z_1=1-i\sqrt{3}$ et $Z_2=1+i\sqrt{3}$

$S=\{-2,\ 1-i\sqrt{3},\ 1+i\sqrt{3}\}$

2 – $Z_A=1+i\sqrt{3}$, $Z_B=-2$, $Z_C=1-i\sqrt{3}$.

a) Calculons le module et l'argument de

$$U=\frac{Z_C-Z_A}{Z_B+Z_A}$$

$$U=\frac{1-i\sqrt{3}-1+i\sqrt{3}}{-2-1-i\sqrt{3}}=\frac{-2i\sqrt{3}}{-3-i\sqrt{3}}$$

$$U=\frac{-2i\sqrt{3}(-3+i\sqrt{3})}{(-3-i\sqrt{3})(-3-i\sqrt{3})}=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$|U|=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}}=1 \Rightarrow |U|=1$$

$$Z_A=\begin{cases}cos\theta=\dfrac{1}{2}\\ sin\theta=\dfrac{\sqrt{2}}{3}\end{cases} \Rightarrow \theta=\frac{\pi}{3}[2\pi]$$

D'où U = $e^{i\frac{\pi}{3}}$

b) Le triangle ABC est un triangle équilatéral.

3 – $\begin{cases}S(A)=C\\ S(C)=B\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}Z_C=aZ_A+b\\ Z_B=aZ_C+b\end{cases}$

$$\begin{cases}1-i\sqrt{3}=a(1+i\sqrt{3})+b & (1)\\ -2=a(1-i\sqrt{3})+b & (2)\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-1+i\sqrt{3}=-a-i\sqrt{3}-b\\ -2=a-ai\sqrt{3}+b\end{cases}$$

$$-3+i\sqrt{3}=-2ai\sqrt{3}$$

$$a=\frac{-3+i\sqrt{3}}{-2i\sqrt{3}}=\frac{(-3+i\sqrt{3})(2i\sqrt{3})}{(-2i\sqrt{3})(2i\sqrt{3})}=\frac{-6-6i\sqrt{3}}{12}$$

$$a=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$$

Remplaçons a dans l'équation 2

$$-2=(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i)(2+\sqrt{3}i)+b$$

$$-2=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i-\frac{\sqrt{3}}{2}i-\frac{3}{2}+b$$

$$\Rightarrow\ -2=-2+b \ \Rightarrow\ b=0$$

$$\begin{cases}a=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\\ b=0\end{cases}$$

a) L'expression complexe de S est de la forme Z' = aZ + b

$$Z'=(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i)Z$$

b) Déterminons les éléments caractéristique de S

Module : $k=|a|=1 \ \Rightarrow\ k=1$

Argument : $Arga$

$$\begin{matrix}cos\theta=-\dfrac{1}{2}\\ sin\theta=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\end{matrix} \Rightarrow \theta=-\frac{2\pi}{3}[2\pi]ou\frac{4\pi}{3}[2\pi]$$

$Arga = \frac{4\pi}{3}[2\pi]$ ou $Arga = -\frac{2\pi}{3}[2\pi]$

Centre : $\Omega = \frac{b}{1-a} = 0$

L'origine du repère O(0, 0)

Problème

Partie A

$g(x) = 1 - x^2 - lnx$

$D_g =]0; +\infty[$

1 – Étudions les variations de g **,**

$\lim_{x\to0^+} g(x) = \lim_{x\to0^+} (1 - x^2 - lnx) = +\infty$

$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty} (1 - x^2 - lnx) = -\infty$

$g'(x) = -2x - \frac{1}{x} = \frac{-2x^2-1}{x} = \frac{-(2x^2+1)}{x}$

$g'(x) = \frac{-(2x^2+1)}{x}$

$g'(x) < 0$, alors g est strictement croissante sur $]0; +\infty[$

Tableau de variation

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖		$-$		
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	0	↘	$-\infty$

2 – Calculons $g(1)$**,**

$g(1) = 1 - (1)^2 - ln1 = 0$,

Signe de g sur $]0; +\infty[$.

De $]0; 1[$, $g(x) > 0$

De $]1; +\infty[$, $g(x) < 0$

Partie B

$$\begin{cases} f(x) = 1 + x - e^{1-x} & si\ x \leq 1 \\ f(x) = \frac{2x - x^2 + lnx}{x} & si\ x > 1 \end{cases}$$

1 – Ensemble de définition

$D_f =]-\infty; +\infty[$

2 – a) Continuité et dérivabilité au point $x = 1$

*** Continuité**

$f(1) = 1 + 1 - e^{1-1} = 2 - e^0 = 1 \Rightarrow f(1) = 1$

$\lim_{x\to1^-} f(x) = 1$ et $\lim_{x\to1^+} f(x) = 1$

f est continue en $x = 1$

*** Dérivabilité**

$$\lim_{x\to1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = \lim_{x\to1^-} \frac{\cancel{1} - x - e^{1-x} \cancel{-1}}{x-1}$$

$$= \lim_{x\to1^-} \frac{-x - e^{1-x}}{x-1}$$

Posons $1 - x = X \Rightarrow x = 1 - X$

Si $x \to 1$ alors $X \to 0$

$$= \lim_{X\to0} \frac{1 - X - e^X}{\cancel{1} - X \cancel{-1}} = \lim_{X\to0}\left[\frac{1 - X - e^X}{-X}\right]$$

$$= \lim_{X\to0}\left[\frac{e^X - 1 + X}{X}\right] = \lim_{X\to0}\left[\frac{e^X - 1}{X} + 1\right] = 2$$

Car $= \lim_{X\to0} \frac{e^X - 1}{X} = 1$ f est dérivable à gauche de 1 et $f_g'(1) = 2$

$$\lim_{x\to1^+} \frac{\frac{2x - x^2 + lnx}{x} - 1}{x-1} = \lim_{x\to1^+} \frac{x - x^2 + lnx}{x(x-1)}$$

$$= \lim_{x\to1^+}\left[\frac{x - x^2}{x(x-1)} + \frac{1}{x}.\frac{lnx}{x-1}\right]$$

$$= \lim_{x\to1^+}\left[\frac{-\cancel{x}\cancel{(x-1)}}{\cancel{x}\cancel{(x-1)}} + \frac{1}{x}.\frac{lnx}{x-1}\right]$$

$$= \lim_{x\to1^+}\left[-1 + \frac{1}{x}.\frac{lnx}{x-1}\right] = 0 \quad \text{car}$$

$\lim_{x\to1^+} \frac{lnx}{x-1} = 1$ et $\lim_{x\to1^+} \frac{1}{x} = 1$

f est dérivable à droite de 1 et $f_d'(1) = 0$

$f_g'(1) \neq f_d'(1)$. f n'est pas dérivable en $x = 1$, mais admet un point anguleux en ce point.

Demi tangente

Si $x \leq 1$, $f_g'(1) = 2$ et $f(1) = 1$

$y = 2(x-1) + 1 \Rightarrow y = 2x - 1$

$x > 1$, $f_d'(1) = 0$ et $f(1) = 1$

$y = 0(x-1) + 1 \Rightarrow y = 1$

b) Pour $x \in]1; +\infty[$, exprimons $f'(x)$ en fonction de $g(x)$

$$f'(x) = \frac{x\left(2 - 2x + \frac{1}{x}\right) - 2x + x^2 - lnx}{x^2}$$

$$= \frac{\cancel{2x} - 2x^2 + 1 \cancel{-2x} + x^2 - lnx}{x^2} = \frac{1 + x^2 - lnx}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$$

3 – Étude des variable de f

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} (1 + \underset{\substack{\Downarrow \\ -\infty}}{x} - \underset{\substack{\Downarrow \\ 0}}{e^{1-x}}) = -\infty$$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

Dérivée et signe

Si $x \leq 1$,

$f'(x) = 1 + e^{1-x}$

$f'(x) > 0$, alors f est strictement croissante sur $]-\infty; 1]$

Si $x > 1$ $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$

$f'(x)$ a le signe de $g(x)$ sur $]1; +\infty]$, $g(x) < 0$, alors que f est strictement décroissante.

Tableau de variation

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

4 – Démontrons que la droite (Δ) d'équation $y = 2 - x$ est asymptote à la courbe (C) en $+\infty$

$$f(x) = \frac{2x - x^2 + lnx}{x} = 2 - x + \frac{lnx}{x}$$

$$\lim_{x \to +\infty} [f(x) - y] = 0$$

$$\lim_{x \to +\infty} (2 \cancel{-x} + \frac{lnx}{x} - 2 \cancel{+x}) = 0 \text{ car}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{lnx}{x} = 0$$

Alors la droite (Δ) d'équation $y = 2 - x$ est asymptote oblique à la courbe (C) en $+\infty$

Position de la droite (Δ) par rapport à (C)

$$f(x) - y = \frac{lnx}{x}$$

Étudions le signe de $\dfrac{lnx}{x}$

$\begin{cases} x \neq 0 \\ x > 0 \end{cases}$ $lnx = 0 \Leftrightarrow lnx = ln1 \Leftrightarrow x = 0$

x	0		1		$+\infty$
lnx	||	$-$	0	$+$	
x	||	$+$		$+$	
$\dfrac{lnx}{x}$	||	$-$	0	$+$	

$y = 3{,}71x - 1{,}7$

$\Updownarrow$

$y = (1+e)x + 1 - e$

(C) est au dessus de (Δ) sur $]1; +\infty]$

5 – Équation de la tangente au point $x = 0$.

Si $x \geq 1$, $f(x) = 1 + x - e^{1-x}$

$f(0) = 1 + 0 - e$; $f(0) = 1 - e$; $f'(0) = 1 + e$;

$y = (1+e)x + 1 - e$

x	0	$\dfrac{1-e}{1+e} \simeq +0{,}46$
y	$1 - e \simeq -1{,}7$	0

6 – **Branche infinie**

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$,

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to -\infty} \underbrace{\frac{1}{x}}_{0} + 1 - \underbrace{\frac{e^{1-x}}{x}}_{-\infty} = -\infty$$

(C) admet une branche parabolique de direction oy

7 – **Représentation graphique de (C) de f et de la droite (Δ).**

a) Point d'intersection avec les axes

$(C) \cap (oy)$: $y = 0$

$1 + x - e^{1-x} = 0 \Leftrightarrow 1 + x = e^{1-x}$. Impossible

$A(\alpha; 0)$

$\dfrac{2x - x^2 + lnx}{x} = 0 \Leftrightarrow 2x - x^2 + lnx = 0$

Impossible $B(\beta; 0)$

$(C) \cap (oy)$: $x = 0$

$y = 1 + 0 - e^1 = 1 - e$

$C(0; 1-e)$ $1 - e \simeq -1{,}71$

b) Tableau des valeurs

x	-1	0	$1/2$	$3/4$	1	$3/2$	2	$2{,}25$	$2{,}50$	e	3
y	$-e^2$	$-1{,}7$	$-0{,}14$	$0{,}46$	1	$0{,}77$	$0{,}35$	$0{,}11$	$-0{,}13$	$-0{,}34$	$-0{,}63$

D'après le TVI (théorème des valeurs intermédiaires)

$0{,}50 < \alpha < 0{,}75$ *et* $2{,}25 < \beta < 2{,}50$

$y = 2 - x \Rightarrow$

x	0	2
y	2	0

$y = (1+e)x + 1 - x$
ou $y = 3{,}71x - 1{,}71 \Rightarrow$

x	0	$+0{,}46$
y	$-1{,}7$	0

$y = 2x - 1 \Rightarrow$

x	0	$1/2$
y	-1	0

8 – Calcul de l'aire $\mathcal{A}$(D)

(Δ): $y = 2 - x$ $x = \dfrac{1}{2}$ *et* $x = e$

l'aire $\mathcal{A}(D) = \int_{1/2}^{e} [f(x) - y] dx$

$$= \int_{1/2}^{e} [\cancel{2} \cancel{-x} + \frac{lnx}{x} \cancel{-2} \cancel{+x}] dx = \int_{1/2}^{e} \frac{lnx}{x} dx$$

Posons : $u(x) = lnx \Rightarrow u'(x) = \dfrac{1}{x}$

$$v'(x) = \frac{1}{x} \quad \Rightarrow \quad v(x) = \ln x$$

$$\mathcal{A}(D) = \left[(\ln x)^2\right]_{3/2}^{e} - \int_{3/2}^{e} \frac{\ln x}{x}dx$$

$$\mathcal{A}(D) = \left[(\ln x)^2\right]_{3/2}^{e} - \mathcal{A}(D)$$

$$2\mathcal{A}(D) = \left[(\ln x)^2\right]_{3/2}^{e} \Rightarrow \mathcal{A}(D) = \frac{1}{2}\left[(\ln x)^2\right]_{3/2}^{e}$$

$$\mathcal{A}(D) = \frac{1}{2}\left[(\ln e)^2 - \left(\ln\frac{3}{2}\right)^2\right]u.a$$

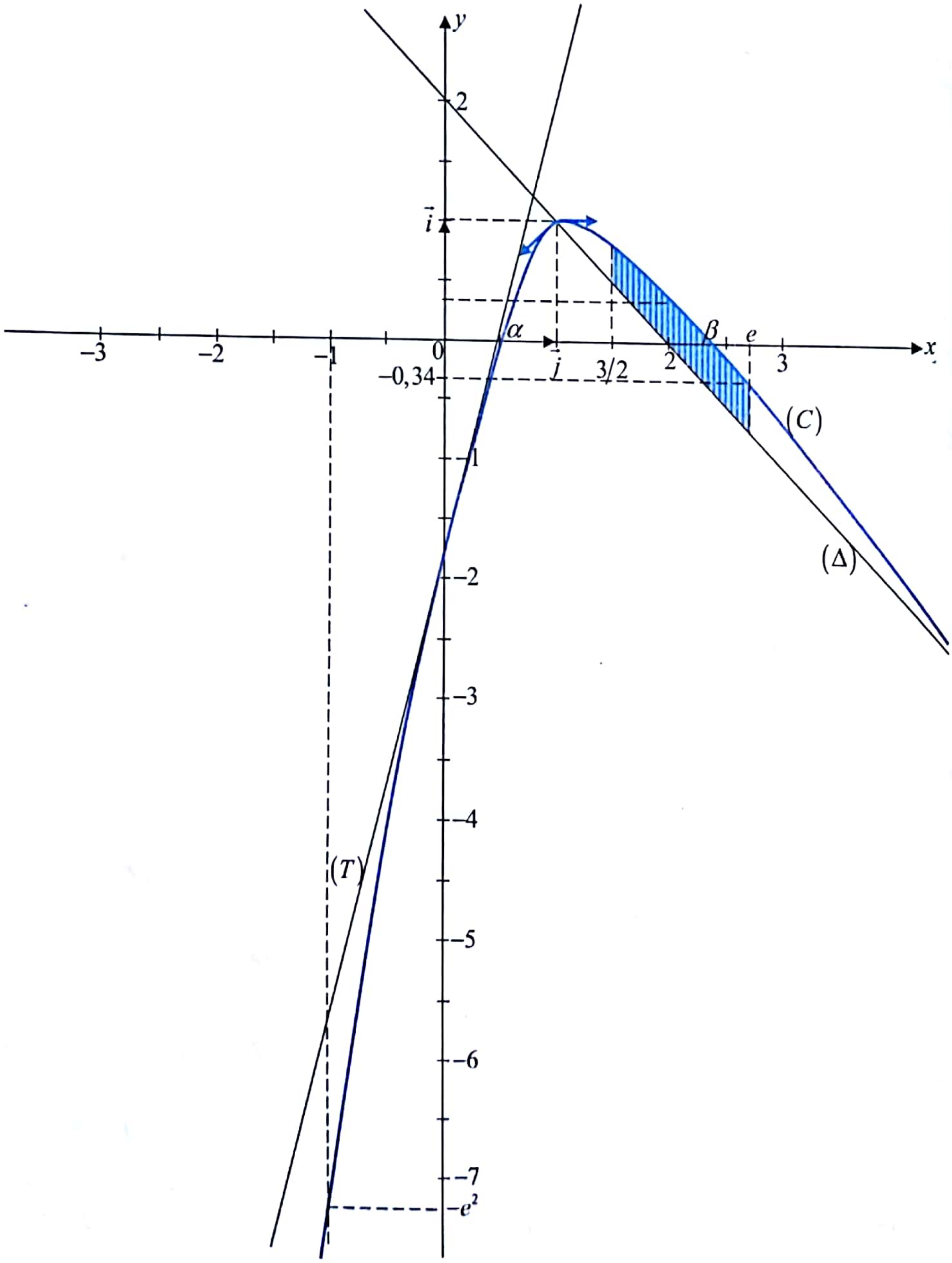
$$= \frac{1}{2}\left[1^2 - (0,40)^2\right]u.a = \frac{1}{2}(1-0,16)u.a$$

$$u.a = 4cm^2$$

$$\mathcal{A}(D)\ 0,42 \times 4 = 1,68cm^2$$

$$\mathcal{A}(D) = 1,68cm^2$$

$\mathcal{A}(D)$ $\ln 2 \approx 0,7$ et $\ln 3 \approx 1,09 \approx 1,1$



CORRECTION

Solution 1

1 – On appelle **conjugué d'un nombre complexe** $z=a+ib$ avec $(a,b)\in\mathbb{R}^2$, le nombre complexe $\bar{z}=a-ib$

2 – Résolution de l'équation (E)

(E) : $z^3=1 \Leftrightarrow (z-1)(z^2+z+1)=0$

a) $z_0=1$; $z_1=-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$ $z_3=-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$

b) Ou bien $z_0=\overline{z_0}$ et $z_1=z_2$

3 – Montrons que $z_1=-1-i\sqrt{3}$ est solution de l'équation (E') : $z^3=8$.

En effet, $z_1=\left(-1-i\sqrt{3}\right)^3=8$

3 – a) Solution de (E')

$$z_0'=z_0\,z_1=2$$

$$z_1'=z_1\,z_1=-1-i\sqrt{3}$$

$$z_2'=z_2\,z_1=-1-i\sqrt{3}$$

b) Montrons que $\frac{z_1'}{z_2'}$ est solution de (E)

$\left(\frac{z_1'}{z_2'}\right)^3=1$. Donc $\frac{z_1'}{z_2'}$ est solution de (E)

Solution 2

$$\begin{cases}x'=y+z\\ y'=x+y+z\\ z'=x\end{cases}$$

1 – Déterminons $f(\vec{i})$, $f(\vec{j})$, $f(\vec{k})$

$f(\vec{i})=\vec{j}+\vec{k}$; $f(\vec{j})=f(\vec{k})=\vec{i}+\vec{j}$

2 – Matrice de f

$$M=\begin{pmatrix}0&1&1\\1&1&1\\1&0&0\end{pmatrix}$$

3 – a) Conditions de sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$

Si :

$$\begin{cases}i)\ E\neq\emptyset\\ ii)\ \forall\vec{u}\in E,\vec{v}\in E,\ \vec{u}+\vec{v}\in E\\ iii)\forall\vec{u}\in E,\forall\lambda\in\mathbb{R}\ \ \lambda\vec{u}\in E\end{cases}$$

b) Montrons que H est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$

i) $\vec{O}\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}\in H$; H est donc non vide

ii) Soit $\vec{u}\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}\in H$; $\vec{u}\begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}\in H'$

$(x+x')-(y+y')+(z+z')=0$

Donc $\vec{u}+\vec{v}\in H$. H est donc stable pour l'addition vectorielle.

iii) $\lambda x-\lambda y+\lambda z=0$ donc $\lambda\vec{u}\in H$

H est stable pour la multiplication par un réel. Par conséquent, H est un sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$

4 – Noyau de f et sa base

$$f(\vec{u})=\vec{0}\Leftrightarrow\begin{cases}x'=0\\y'=0\\z'=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y+z=0\\y+z=0\\x=0\end{cases}$$

Le noyau $Kerf$ est une droite vectorielle engendrée par le vecteur $\vec{e_1}\begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix}$

5 – Image de f et sa base

$f(\vec{u})=\vec{u}$

On a : $x'-y'+z'=0$. Imf est le plan vectoriel H d'équation $x-y+z=0$ engendré par $\vec{e_2}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{e_3}\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$

Solution 3

$$g(x)=\frac{e^x}{e^x+1}-x$$

1 – Ensemble de définition de g :

Eg = $]-\infty;+\infty[$

2 – Déterminons $g'(x)$ et son signe

$$g'(x)=\frac{-\left(e^{2x}+e^x+1\right)}{\left(e^x+1\right)^2}\qquad g'(x)<0\text{ sur }\mathbb{R}$$

Tableau de variation

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	
$g(x)$	$+\infty$ ↘	$-\infty$

4 – Solution unique de l'équation

5 – $\frac{e^x}{e^x+1}=x \Leftrightarrow g(x)=0$

g est continue et strictement décroissante sur $\mathbb{R}$. g est donc une bijection de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$. Il existe donc $\alpha \in \mathbb{R}$ tel que $g(\alpha) = 0$.

6 – $h(x) = \dfrac{e^x}{e^x + 1}$

a) Montrons que $h'(x) > 0$

h est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $h'(x) = \dfrac{e^x}{\left(e^x + 1\right)^2}$

Pour tout réel x, $h'(x) > 0$

b) Tableau de variation h

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$g'(x)$	+
$g(x)$	$0 \nearrow 1$

c) Déduisons que $\forall x \in \mathbb{R}$ $\quad 0 \le h(x) \le 1$, h est continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}$ *et* $h(\mathbb{R}) =]0;\ 1[$. Donc $0 < h(x) < 1$

7 – $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = h(U_n) \end{cases}$

a) Démonstration par récurrence

$U_0 = 0 \ \le 1$ Proposition vraie au rang $n = 0$

Supposons la proposition vraie au rang k :

$U_k \le 1$. h étant strictement croissante, $U_k \le 1 \Leftrightarrow h(U_k) \le h(1)$

$\Leftrightarrow \ U_{k+1} \le \dfrac{e}{e+1} < 1$. La proposition est vraie au rang k + 1.

Donc pour tout entier n, la suite (U_n) est majorée par 1.

b) Démontrons par récurrence que $U_{n+1} - U_n > 0$.

$U_1 - U_0 = \dfrac{1}{2} > 0$ proposition vraie au rang $n = 0$

Supposons la proposition vraie au rang k :

$U_{k+1} - U_k > 0$

Montrons que la proposition est vraie au rang k + 1

$U_{k+1} > U_k >$ et comme h est strictement croissante, on a : $h(U_{k+1}) > h(U_k)$

Donc $U_{k+2} > h(U_k)$ et la proposition est vraie au rang k + 1. Par conséquent, la suite (U_n) est strictement croissante.

c) Convergence de (U_n)

La suite (U_n) est majorée et croissante. Elle est donc convergente. Sa limite l vérifie : $h(l) = l$. $\quad \lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \alpha$

Solution 4

1 – **Séries marginales**

x_i	n_i
-1	3
0	a
2	2

y_j	n_j
1	3
3	$2+a$

2 – **Déterminons le réel « a »**

$\bar{x} = \dfrac{1}{6} \ \Leftrightarrow \ \dfrac{1}{5+a} \ \Leftrightarrow \ a = 1$

3 – a = 1

Variance de X

$V(X) = \dfrac{65}{36} = 1{,}08$

Variance de Y

$V(X) = 1$

Covariance $V(X;Y)$

$cov(X;Y) = -\dfrac{5}{6} = -0{,}83$

SCIENCES DE LA VIE ET DE LA TERRE

MEPSA - DEC
Durée : 3 heures
Coefficient : 4

Baccalauréat C 2013

Le candidat traitera au choix l'un des sujets proposés

Sujet 1

Partie A : Restitution des connaissances

1 – Questions à choix multiples — 5 pts

Choisissez la bonne réponse dans la série des affirmations suivantes : exemple a ⟶ a1

a) Ce qui caractérise la reproduction sexuée est :
- a_1) la multiplication par mitose,
- a_2) la duplication,
- a_3) la méiose et la fécondation.

b) Une cellule est dite diploïde quand elle possède :
- b_1) 2n chromosomes,
- b_2) n chromosomes,
- b_3) un seul chromosome par paire.

c) Le crossing-over lors de la méiose se caractérise par :
- c_1) l'appariement des chromosomes homologues,
- c_2) les chiasmas en prophase II,
- c_3) l'échange des segments de chromatides.

2 – Définitions

Définissez les mots et expressions :

a) Ressource minérale,
b) Ressource énergétique,
c) Gamétogenèse.

3 – Schéma

Schématisez la coupe transversale de l'utérus en phase préovulatoire.

Partie B : Application des connaissances — 7 pts

Génétique formelle

Chez la drosophile, on étudie la transmission de deux couples d'allèles :

- Un couple d'allèles commandant la couleur du corps : G = l'allèle corps gris domine n = l'allèle corps noir.
- Un couple d'allèles déterminant la couleur des yeux : R = l'allèle yeux rouges domine b = l'allèle yeux blancs.

1 – On croise un mâle au corps gris et aux yeux rouges avec une femelle au corps noir et aux yeux blancs. Ces parents sont de race pure. On obtient en F1 des femelles au corps gris et aux yeux rouges et des mâles au corps gris et aux yeux blancs.

2 – On croise une femelle au corps gris et aux yeux rouges avec un mâle au corps noir et aux yeux blancs. Ces parents sont de race pure.

On obtient une F1 dont tous les individus mâles et femelles sont au corps gris et aux yeux rouges.

a) Les deux couples d'allèles :
- sont-ils indépendants ou liés ?
- précisez leur localisation chromosomique.

b) Donnez le génotype des parents et des individus de la F1 du deuxième croisement.

c) Un mâle et une femelle de cette génération F1 s'accouplent. Quelle sera la composition phénotypique de leur descendance directe F2 ?

C – Résolution d'un problème **8pts**

Reproduction humaine

Monsieur Paul soucieux de ne pas avoir eu d'enfants avec son épouse qu'il pense stérile décide de se confier à un médecin pour examiner le cas de sa femme.

Les résultats des examens prescrits à madame Paul ont montré que celle-ci ne présente aucun problème de conception.

Examinant par la suite le mari, le médecin prescrit un spermogramme dont les résultats comparés à ceux d'un homme normal sont consignés dans le tableau ci-après.

Caractéristiques	Témoin (homme normal)	Mr Paul
Volume d'éjaculat	4,2 ml	0,5 ml
pH	7,8	7,6
Viscosité	Normale	Normale
Numération des spermatozoïdes	400 000 000	2 000 000
Vitalité (1ère heure)	80% de formes vivantes	5% de formes vivantes
Forme atypique	20%	40%
Mobilité % normal % diminué % immobilité	 55 à 45 05 40 à 50	 1 à 0 6 à 0 93 à 103

1 – Au regard des données du tableau, que peut on dire de la fécondité de Mr Paul ?
2 – Quelles sont les causes de la stérilité de Mr Paul ?
3 – En lieu et place du médecin, après toutes ces observations, qu'allez-vous proposer à Mr et Mme Paul ?
4 – Vous êtes appelés à animer une conférence sur la stérilité du couple, en six lignes minimum, qu'allez-vous dire à l'assistance ?

Sujet 2

Partie A : Restitution des connaissances **5 pts**

1 – Vrai ou faux

Répondez par vrai ou faux aux affirmations suivantes :

a) Le pétrole est une ressource énergétique inépuisable,
b) L'uranium est une ressource énergétique.

2 – Appariement

Liste A	Liste B
a) Synapse,	1 – Acide nucléique,
b) Énergie éolienne,	2 – Spermatozoïde,
c) Gamète,	3 – Vent,
d) ADN,	4 – Nerf.

3 – Définitions

Donnez la définition du mot ou groupe de mot suivant :
a) Génie civil,
b) Minéral.

Partie B : Application des connaissances **7 pts**

Division cellulaire

Des études ont été faites sur un insecte, le *Dichroplus sylvia*

1 – Le schéma A du document 1 donne une représentation d'une mitose.

a) Réalisez le caryotype de la cellule A en utilisant les lettres.

b) Sachant que dans cette espèce, la détermination du sexe se fait comme chez l'Homme. Peut-on dire qu'il s'agit d'une cellule provenant d'un mâle ou d'une femelle ? Justifiez

c) Représentez les chromosomes provenant de l'autre type de cellule.

2 – Le schéma B du document 1 représente une figure d'une division cellulaire (mitose ou méiose).

a) Chacune des 4 (quatre) masses colorées en noir représentent-elles, un chromosome doublé ou une paire de chromosomes accolés ? Justifiez.

b) Pouvez vous dire s'il s'agit d'une mitose ou d'une méiose ? Précisez le stade représenté sur ce document.

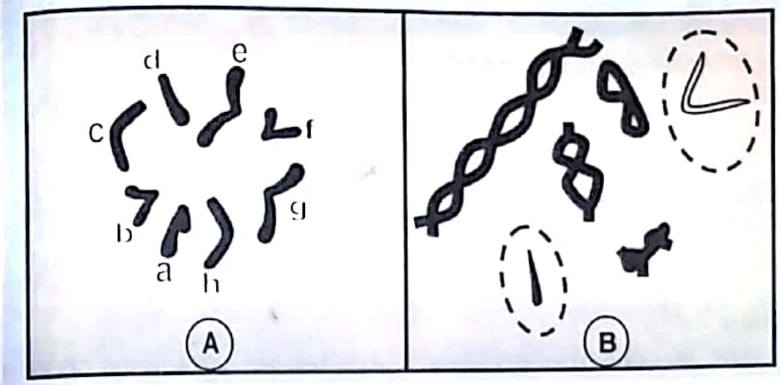
c) À quelle catégorie de chromosomes appartiennent les chromosomes entourés ?

3 – Le document 2 représente une cellule en division.

a) Un élément généralement observable dans une cellule en division n'est pas visible sur le schéma à cause de la technique d'observation. De quel élément s'agit-il ?

b) S'agit-il d'une mitose ou d'une méiose ? Justifiez.

c) Quel est le stade représenté ? Justifiez.



Document 1

Document 2

Parie C : Résolution d'un problème **8 points**

Reproduction chez les mammifères

On expérimente sur les femelles des singes macaques ou sur des lapines afin de mieux connaître les modalités de leur physiologie sexuelle.

Expérience n°1

Chez une femelle de macaque, on enlève les ovaires avant la puberté. Cette opération a pour conséquence d'empêcher le développement de l'utérus. Si on enlève les ovaires après la puberté, on provoque l'atrophie progressive de l'utérus et la disparition des menstruations.

Expérience n°2

Un fragment d'utérus greffé en une région quelconque de l'organisme femelle adulte subi les mêmes transformations que l'utérus normale en place.

Expérience n°3

L'ablation de l'utérus chez une lapine n'a aucun effet sur le fonctionnement des ovaires

Expérience n°4

Si l'ablation de l'hypophyse est réalisée chez un animal adulte, l'activité génitale cyclique au niveau de l'ovaire et de l'utérus cesse. La greffe d'une hypophyse chez ces animaux adultes préalablement hypophysectomisés permet à l'activité de l'ovaire et celle de l'utérus de reprendre.

Expérience n°5

Chez une femelle de macaque hypophysectomisée, l'injection d'extraits hypophysaires fait disparaître les effets de l'ablation. Si cette femelle est ensuite ovariectomisée, l'injection d'extraits hypophysaires ne fait pas réapparaître la menstruation.

Expérience n°6

Chez une lapine, une stimulation électrique d'une région très limitée de l'hypothalamus entraîne l'ovulation, tandis que la destruction de cette région empêche l'ovulation. La stimulation électrique de la région hypothalamique précédente est sans effet si l'on a sectionné auparavant la tige pituitaire qui relie l'hypophyse à l'hypothalamus.

1 – Que peut-on conclure à partir de l'analyse de ces expériences ?

2 – Réalisez un schéma synthèse qui résume les observations faites.

MEPSA - DEC
Durée : 3 heures
Coefficient : 4

Baccalauréat C 2014

Le candidat traitera au choix l'un des sujets proposés

Sujet 1

Partie A : Restitution des connaissances — 5 pts

1 – Vrai ou faux — 2 pts

Répondez par vrai ou faux aux affirmations suivantes

1 – L'apparition d'un caractère nouveau en F1, à l'issue d'un croisement des parents de race pure, est conforme à la première loi de Mendel.

2 – Les proportions d'une F2 d'un cas d'épistasie dominante sont 9/16, 4/16, 3/16.

3 – Le gène est la forme que peut prendre un allèle.

4 – Une personne de groupe sanguin [AB] peut produire à la fois les gamètes portant l'allèle A et les gamètes portant l'allèle O.

2 – Questions à choix multiples — 1 pt

Identifiez la réponse exacte dans la série d'affirmations suivantes en associant chaque numéro à une lettre (exemple a = a8).

a) Lors de la méiose :
- a1) Les chiasmas se forment toujours en prophase I.
- a2) Il y a ascension polaire des chromosomes fils.
- a3) Le crossing-over est obligatoire.

b) La synapse neuro-neuronique
- b1) Est la zone de contact entre deux neurones.
- b2) S'établit toujours entre l'axone et le corps cellulaire.
- b3) Est également nommée bouton synaptique.

3 – Appariement — 2 pts

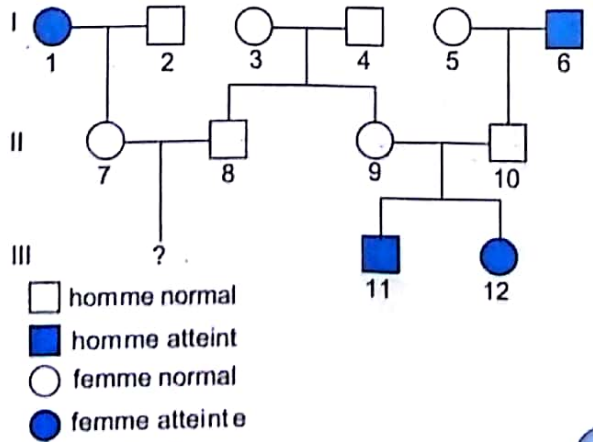
Associez chaque chiffre de la liste A à une lettre correspondante de la liste B.

Liste A	Liste B
1 – Antrum,	a) Mucus sécrété au niveau du col de l'utérus,
2 – Ocytocine,	b) Cavité folliculaire,
3 – Utérus,	c) Renforcement des contractions de l'utérus,
4 – Glaire cervicale,	d) Lieu où se développent l'embryon et le fœtus.

Partie B : Application des connaissances — 7 pts

Génétique humaine

Le nanisme ateliotique, caractérisé par un arrêt de la croissance normale est héréditaire. Ces nains sont proportionnés, c'est-à-dire tout en conservant leur taille infantile, ont l'allure des adultes, sans en avoir la stature. Parmi les personnes atteintes de ce nanisme, ont peut citer le célèbre nain du Roi Charles 1^{er} d'Angleterre qui ne mesurait que 45 cm à 30 ans et le non moins célèbre Tom Pouce.



1 – À partir de l'arbre généalogique ci-après, indiquez en vous justifiant si l'allèle responsable de l'anomalie est récessif ou dominant. 1,5 pt

2 – Le gène responsable de la transmission du nanisme est-il porté par une paire d'autosome ou par un gonosome X ou Y ?
Envisagez et justifiez chaque cas. 1,5 pt

3 – Donnez les génotypes des individus 1, 5, 9 et 10. 2 pts

4 – Quels sont les probabilités pour que les enfants issus du couple 7 et 8 soient touchés par ce nanisme ? Justifiez la réponse. 2 pts

Partie C : Résolution d'un problème de la vie 8pts

Reproduction humaine

Chez la femme, les cycles sexuels s'enchaînent normalement sans discontinuité ; ce n'est pas le cas chez certaines espèces de Mammifères comme la lapine.

À cet effet, des observations et des expériences ont été faites chez la lapine.

Document 1 : Observations

Avant l'accouplement, les ovaires de la lapine ne présentent que des follicules ; jamais de corps jaune.

Par contre, 10 heures après un accouplement, on observe des corps jaunes.

1 – Quel phénomène s'est-il produit entre l'accouplement et la 10ème heure ? 1 pt

2 – Quel problème se pose-t-il chez la lapine comparativement à la femme ? 0,5 pt

Document 2 : Expériences

Pour comprendre le mécanisme de ce phénomène physiologique chez la lapine, on réalise les expériences suivantes.

Expérience 1 : La stimulation électrique du vagin ou de l'utérus de la lapine provoque ce phénomène.

Expérience 2 : La section de tous les nerfs du vagin et de l'utérus ne permet plus à l'accouplement de provoquer ce phénomène.

Expérience 3 : l'hypophysectomie d'une lapine, trois heures après l'accouplement ; ce phénomène a quand même lieu.

3 – Analysez et concluez chacune de ces expériences. 4,5 pts

4 – Montrez par un schéma fonctionnel le mécanisme de ce phénomène chez la lapine. 2 pts

Sujet 2

Partie A : Restitution des connaissances 5 pts

1 – Réarrangement 1 pt

Les étapes suivantes, en désordre, sont nécessaires pour l'exploitation d'une ressource énergétique : l'eau.

a) Construction du barrage hydroélectrique.
b) Étude des roches du site susceptible d'abriter le barrage.
c) Choix du site.
d) Exploitation du barrage.
e) Études préliminaires.

Classez ces étapes selon un ordre logique en utilisant les lettres (exemple : a-b-c-d-e).

2 – Vrai ou faux 2 pts

Répondez par vrai ou faux aux affirmations suivantes

La conduction de l'influx nerveux se fait :

a) Moins vite dans une fibre à grand diamètre,
b) Plus vite dans une fibre myélinisée,
c) Directement du corps cellulaire d'un neurone à une structure quelconque d'un autre neurone,
d) Toujours de façon continue.

3 – Appariement 2 pts

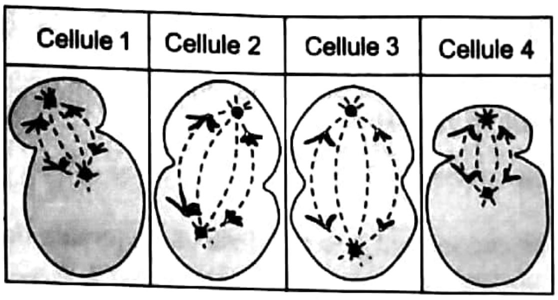
Associez par un trait un numéro de la colonne A à une lettre de la colonne B pour trouver la réponse exacte. (Exemple : 1 – e).

Colonne A	Colonne B
1 – Fibre nerveuse,	a) Loi du tout ou rien,
2 – Nerf,	b) Corps cellulaire,
3 – Dendrite,	c) Loi de recrutement,
4 – Synapse neuro-neuronique,	d) Zone de contact entre neurones.

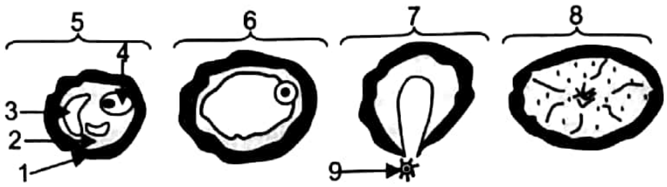
Partie B : Application des connaissances 7 pts

Reproduction humaine

1 – Le document 1 ci-dessous représente des schémas de quatre (04) cellules sexuelles notées 1, 2, 3 et 4 en division au cours de l'ovogenèse.



Document 1



Document 2

a) Nommez chaque étape de division. 2 pts

b) Pour des raisons d'étude, 21 paires de chromosomes n'ont pas été représentées. En prenant en compte ces 21 paires, donnez la garniture chromosomique de cette espèce. 0,5 pt

c) De quelle espèce s'agit-il ? 0,5 pt

2 – Chez la femme, l'activité des ovaires est contrôlée par le complexe hypothalamo-hypophysaire et se traduit par l'évolution des structures ovariennes représentées par le document 2.

a) Sans reproduire le document 2, annotez-le en utilisant les numéros de 1 à 9. 2,25 pts

b) Nommez les phases A, B et C. 1,5 pt

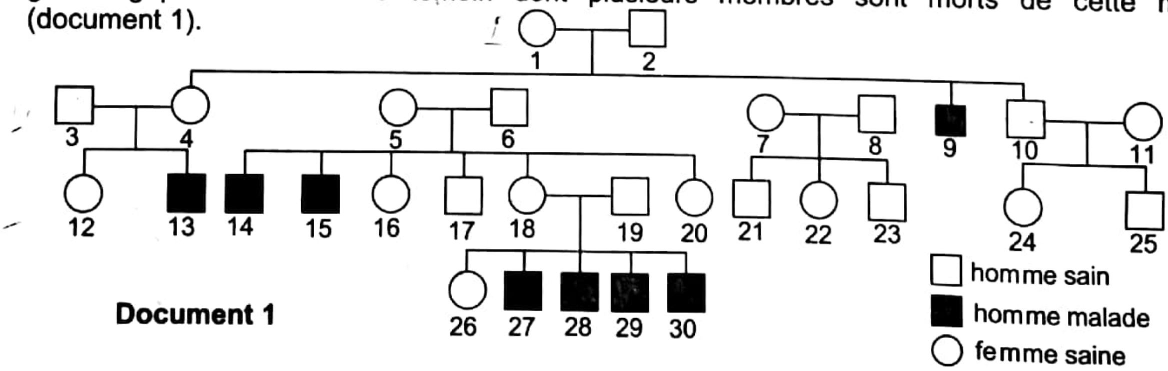
c) Quel est le devenir de la cellule 9. 0,25 pt

Partie C : Résolution d'un problème de la vie 8pts

Génétique humaine

La dystrophie musculaire de Duchenne est une dégénérescence rare mais grave des muscles ; elle se manifeste pendant l'enfance et conduit généralement à la mort du sujet avant la puberté. Dans une famille, un couple sain a donné naissance à une fille atteinte de dystrophie musculaire.

Pour comprendre le mode de transmission de cette maladie, un médecin a établi l'arbre généalogique d'une famille témoin dont plusieurs membres sont morts de cette maladie (document 1).



Document 1

1 – En vous servant de ce document :

a) Dites si l'allèle responsable de la maladie est dominant ou récessif. Justifiez votre réponse. 1 pt

b) Le gène est-il porté par une paire d'autosomes ou par un gonosome ? Justifiez votre réponse en retenant l'hypothèse la plus probable. 1,5 pt

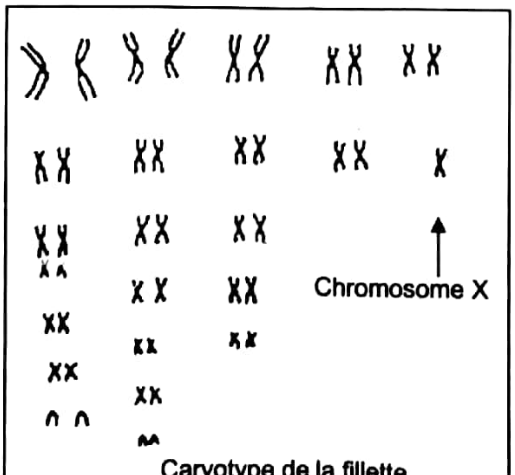
2 – Au regard de vos réponses, quel est le problème qui se pose suite à la naissance de la fille malade de ce couple sain ? 1 pt

3 – Pour déterminer la cause de sa maladie, le médecin établit son caryotype à partir d'un lymphocyte (document 2).

a) Analysez ce caryotype et concluez. 2 pts

b) Donnez le génotype de cette fille, concernant la dystrophie musculaire. 0,5 pt

c) À partir des schémas, expliquez l'origine de la maladie chez cette fille. 2 pts



Caryotype de la fillette

Document 2

Le candidat traitera au choix l'un des sujets proposés

Sujet 1

Partie A : Restitution des connaissances — 6 pts

1 – Vrai ou faux

Répondez par vrai ou faux

a) La pilule bloque l'ovulation :
- a1) en supprimant le pic de la LH,
- a2) en supprimant le pic de l'œstradiol,
- a3) en exerçant un rétrocontrôle négatif sur le complexe hypothalamo-hypophysaire.

b) La stérilité masculine peut être causée par :
- b1) les canaux déférents obstrués,
- b2) les spermatozoïdes anormaux,
- b3) un pH du sperme compris entre 7 et 7,5.

2 – Appariement

Associez chaque élément de la colonne A avec un élément de la colonne B pour former un couple (exemple e ⟶ 5)

Colonne A	Colonne B
a) Adrénaline,	1 – Préservation de l'environnement,
b) Loi du tout ou rien,	2 – Neuromédiateur,
c) Haplonte,	3 – Fibre musculaire,
d) Recyclage des ordures ménagères,	4 – Organe haploïde.

3 – Schéma

Réalisez le schéma légendé d'un grain de pollen des spermaphytes.

Partie B : Application des connaissances — 8 pts

Exercice 1 : Cartographie

Le tableau ci-dessous représente, d'une part, les valeurs de la distance sur la carte et sur le terrain et d'autre part, les échelles numériques et graphiques correspondantes.

Sans reproduire le tableau, reportez sur votre copie les lettres alphabétiques de (a-g) et leurs valeurs ou leurs échelles correspondantes.

Distance sur		Échelle	
la carte	**le terrain**	**numérique**	**graphique**
6,5 cm	a	b	1 km 0 2 km 1 cm
c	12,5 km	d	0 4 km 12 km 1 cm
e	920 m	$\frac{1}{200\,000}$	f
10 cm	g	$\frac{1}{5\,000\,000}$	h

Exercice 2 : Synthèse des protéines — (4pts)

Soit la protéine suivante :

....Cys – Phe – Ala – Arg – His – His – Pro – Val – Ser – Ile – Lys...

1 – Représentez d'ADN correspondant.

2 – Donnez le nom du brin du gène responsable de la formation de la chaîne de ribonucléosides.

On donne la relation entre les ARNt et les acides aminés.

Val : CAU ;	Arg : GCU ;	His : GUG ;	Ala: CGG;	Leu: AAU
Phe: AAA;	Pro: GGC;	Lys: UUU;	Cys: ACA;	Ile: UAA
Ser : UCG;	ACU: correspondant au codon stop UGA.			

Partie C : Résolution d'un problème **6 pts**

Reproduction chez les Mammifères

Chez une chatte malade, on observe une hypertrophie de l'hypophyse et des ovaires ainsi qu'une régression de ses voies génitales et un arrêt du cycle sexuel. Un examen au laboratoire, montre que ces observations sont dues à un virus qui attaque et inhibe le fonctionnement des cellules folliculaires ainsi que celle du corps jaune.

1 – Comment expliquez-vous les anomalies observées ci-dessus ?

2 – Quelles méthodes préconisez-vous pour les corriger ?

3 – On met en parabiose (liaison permettant la communication sanguine entre les deux individus) la chatte malade avec une chatte hypophysectomisée.

a) Peut-on espérer une amélioration de l'état de la chatte malade ?

b) Quelle est l'importance de la parabiose ?

c) Quel serait l'aspect de l'hypophyse et des voies génitales de la chatte malade si la parabiose était faite avec un mâle hypophysectomisé ?

d) Résumez par un schéma les interactions entre les différents organes mis en jeu dans l'expérience réalisée en 3.

Sujet 2

Partie A : Restitution des connaissances **6 pts**

1 – Définition

Donnez la définition du mot ou groupe de mot suivant : nidation, immunité acquise.

2 – Appariement

Associez un numéro de la liste 1 a une lettre de la liste 2 pour trouver la bonne réponse.

Liste 1	Liste 2
1 – Progestérone,	a) Glande qui sécrète deux hormones contrôlant l'activité ovarienne,
2 – Hypophyse,	b) Résultat de la transformation du follicule ovarien après l'ovulation,
3 – Corps jaune,	c) Hormone ovarienne secrétée uniquement en deuxième phase du cycle sexuel

3 – Vrai ou faux

Répondre par vrai ou faux aux affirmations suivantes

a) L'agent responsable du SIDA est connu par des scientifiques depuis le XIX^{e} siècle

b) Le VIH se transmet uniquement lors des rapports sexuels homosexuels.

c) L'infection par le VIH a pour conséquence une chute progressive de la population de LT4 (cellules cibles des défenses immunitaires).

d) Les virus sont les cellules de très petite taille.

e) Le préservatif masculin est le seul moyen de protection contre le VIH/SIDA.

Partie B : Application des connaissances **8 pts**

Exercice 1 : Système nerveux **4 pts**

On se propose d'étudier la physiologie d'un nerf. On porte alors des séries d'excitations d'intensités croissantes sur le nerf et à chaque excitation correspond un temps (t). Les résultats suivants ont été obtenus :

T(ms)	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	2,1	2,4
I(mV)	3,3	2,0	1,5	1,2	1,1	1,0	1,0	1,0

1 – Tracez la courbe d'excitabilité nerveuse en fonction du temps.

Échelle : 1 cm = 0,2 ms 1 cm = 0,4mV

2 – Déterminez graphiquement les valeurs de la chronaxie et de la rhéobase.

3 – a) En vous servant de la réponse à la question (2), dites si une excitation d'intensité 1,2mV appliquée pendant 0,9 ms est efficace.

b) Justifiez votre réponse.

Exercice 2 : Tectonique globale

Le document ci-dessous illustre les phénomènes et mouvements possibles entre les plaques lithosphériques.

1 – Annotez ce document selon la numérotation.

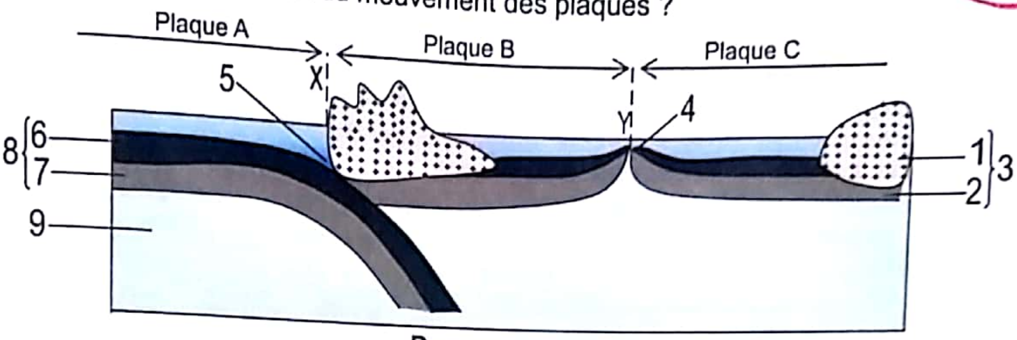
2 – Quelle est la nature du mouvement qui se réalise :

a) Entre la plaque A et la plaque B,

b) Entre la plaque B et la plaque C,

3 – Quel est le phénomène qui se déroule en X ? Expliquez-le.

4 – Quel est le moteur responsable du mouvement des plaques ?



Document

Partie C : Résolution d'un problème — **6 pts**

Génétique humaine

Pierre appartient au groupe sanguin [A] dans le système ABO. Il est Rh+ ou [+]. Le père de Pierre est homozygote pour le système Rhésus. La mère de pierre est du groupe ORh- ou [O-], Pierre est le deuxième enfant de la famille. Il a un frère aîné, du groupe [O+] qui a dû subir à la naissance une exsanguino-transfusion à la suite d'un ictère hémolytique. Pierre a une fille daltonienne en même temps affectée par le syndrome de Turner, alors que sa femme est saine et aucun membre de la famille de Pierre n'a présenté le signe de daltonisme.

1 – Construisez l'arbre généalogique de la famille de Pierre en précisant le phénotype de chaque membre.

2 – Donnez le(s) génotype(s) possible de chaque membre de famille pour les deux premiers caractères.

3 – Comment expliquez-vous l'anomalie chromosomique et le daltonisme chez l'enfant de Pierre.

4 – Donnez le groupe sanguin prévisible de l'enfant de Pierre sachant que sa mère est du groupe [B+] ou (BRh+) homozygote.

MEPSA - DEC — **Baccalauréat D 2014**

Durée : 3 heures

Coefficient : 4

Le candidat traitera au choix l'un des sujets proposés

Sujet 1

Partie A : Restitution des connaissances — **5 pts**

1 – Appariement — 2 pts

Associez par un signe d'égalité un chiffre de la colonne A à une lettre de la colonne B. (Exemple 5 = c).

Colonne A	Colonne B
1 – Nerf,	a) Déplacement des plaques,
2 – Collision,	b) Conduction unidirectionnelle,
3 – Convection mantellique,	c) Conduction bidirectionnelle,
4 – Synapse,	d) Convergence des plaques.

2 – Vrai ou faux — 1,5 pt

Répondez par vrai ou faux aux affirmations suivantes :

a) La croûte terrestre est une mince pellicule flottant sur un manteau fait de magma liquide.

b) L'asthénosphère se caractérise par une zone de ralentissement de la vitesse des ondes sismiques, de faible résistance à la déformation.

c) Les granites et les gneiss sont les principaux constituants de la lithosphère continentale.

3 – Questions à choix multiples — 1 pt

Choisir l'affirmation vraie dans cette série d'affirmations :

a) La pilule combinée est un moyen de contraception qui agit :

a1) En tuant les spermatozoïdes,
a2) En empêchant l'ovocyte II de descendre dans les trompes après l'ovulation,
a3) En bloquant l'ovulation.

b) Les menstruations sont les conséquences :
b1) D'une augmentation du taux d'hormones ovariennes,
b2) D'une régression du seul taux de progestérone,
b3) D'une diminution du taux des hormones ovariennes.

c) Chez l'homme, la testostérone est sécrétée par :
c1) Les tubes séminifères du testicule,
c2) Les cellules de Leydig du testicule,
c3) Les cellules de l'hypophyse antérieure.

4 – Définitions 1 pt

Définissez les mots suivants : Pesticides, mutations.

Partie B : Application des connaissances 8 pts

Exercice 1 : Tectonique globale 4 pts

Lors d'un tremblement de terre, les vibrations qui naissent au niveau d'un foyer se propagent dans tous les sens sous forme d'ondes sismiques.

On cherche à comprendre comment l'étude des ondes sismiques permet de connaître la structure interne du globe terrestre.

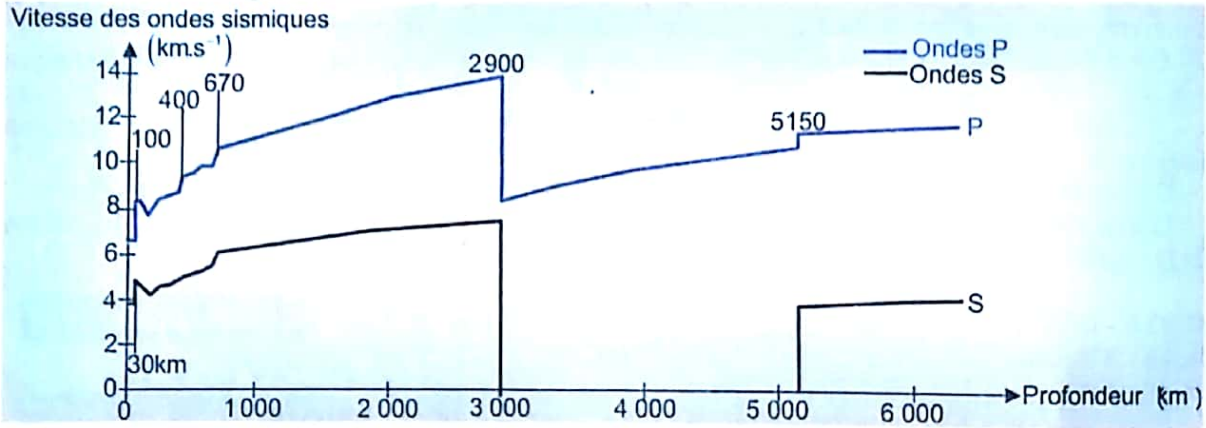


Figure 1

À partir de la figure 1, répondez aux questions suivantes :

1 – Situez et nommez les discontinuités par rapport à la profondeur. 1,5 pt

2 – Localisez l'asthénosphère en expliquant ce choix. 1 pt

3 – Expliquez la chute brutale de la vitesse des ondes P conjointement à la disparition des ondes S à 2 900 km. 1,5 pt

Exercice 2 : Génétique formelle 4 pts

Un horticulteur cultive des plantes à bulbes dont les fleurs sont à pétales rouges et lisses pour les unes et à pétales bleus et frisés pour les autres.

L'horticulteur cherche à obtenir des variétés nouvelles.

1 – La génération F1 obtenue après ce croisement ne comporte que des fleurs à pétales violets et lisses. Quelle conclusion peut-on tirer de ces résultats ? 1 pt

2 – Espérant obtenir des fleurs à pétales violets et frisés, l'horticulteur croise des individus de la F1 avec ceux à pétales bleus et frisés.

a) Quel type de croisement a-t-il effectué ? 0,5 pt

b) Il obtient en réalité :
- 140 fleurs à pétales violets et lisses,
- 175 fleurs à pétales bleus et frisés,
- 6 fleurs à pétales violets et frisés,
- 5 fleurs à pétales bleus et lisses.

Interprétez ces données expérimentales. 2,5 pts

Partie C : Résolution d'un problème de la vie — 6pts

Immunologie

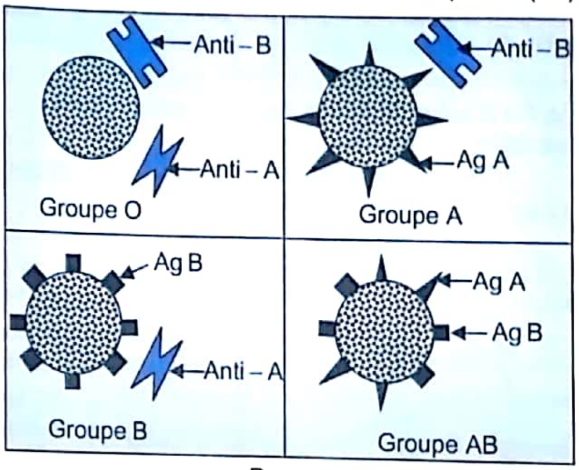
Les groupes sanguins du système ABO découvert par Landsteiner en 1900, permettent d'expliquer les accidents constatés autrefois à la suite des transfusions sanguines effectuées au hasard.

Au plan immunologique, Landsteiner a montré que les hématies pouvaient porter deux agglutinogènes (antigènes) A et B tandis que le plasma pouvant contenir deux types d'agglutinines anti-A et anti-B, capables d'agglutiner les hématies.

Les documents 1 et 2 montrent les possibilités de combinaison, définissant les quatre (04) groupes sanguins.

Groupes	Agglutinogènes (hématie)	Agglutinines (anticorps)
O	Néant	Anti-A et anti-B
A	A	Anti-B
B	B	Anti-A
AB	AB	néant

Document 1



Document 2

Au centre médical d'une localité rurale, un agent de santé transfuse une jeune femme de groupe sanguin inconnu, victime d'une hémorragie intense suite à un accouchement. Mais hélas, cette dernière succombe à la suite de cette transfusion deux (2) jours plus tard.

1 – Quel problème est mis en évidence et qui a causé le décès de la jeune femme ? 0,5 pt

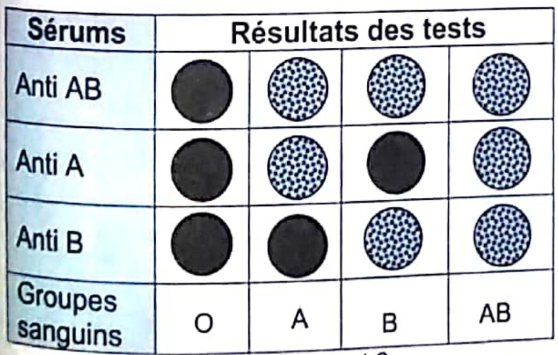
2 – a) Analysez le document 1. 1 pt

b) En s'appuyant sur le document 2, expliquez pourquoi le sang d'un sujet de groupe A ne peut pas être transfusé au sujet du groupe B et vice versa ? 1 pt

c) Illustrez votre raisonnement. 0,5 pt

3 – La détermination du groupe sanguin se fait en déposant sur une plaque d'opaline trois (03) gouttes de sang de manière séparée et auxquelles on ajoute :

- à la première (goutte), le sérum test anti A,
- à la deuxième, le sérum test anti B,
- à la troisième, le sérum test anti-AB (document 3).



Document 3


Pas de réaction


Réaction (agglutination)

Analysez ce document et concluez. 1 pt

4 – Après explication des trois (03) documents, dites pour chaque type de receveur les donneurs qui conviennent afin d'éviter ces genres d'accidents. 2pts

Sujet 2

Partie A : Restitution des connaissances — 5 pts

1 – Définitions 1 pt

Définissez les termes suivants : nidation, génie civil.

2 – Vrai ou faux 2 pts

Répondez par vrai ou faux aux affirmations suivantes.

a) Tous les muscles se contractent de façon automatique et autonome.

b) Dans une vallée, les eaux coulent des bases altitudes vers les hautes altitudes.

c) On reconnait un linkage absolu lorsque les résultats du test-cross du dihybridisme sont 50%, 50%.

d) L'apparition d'un codon non-sens sur la copie d'un gène à la suite d'une mutation raccourcit la protéine formée.

3 – Appariement
2 pts

Associez par un trait un chiffre de la liste A à une lettre correspondante de la liste B.

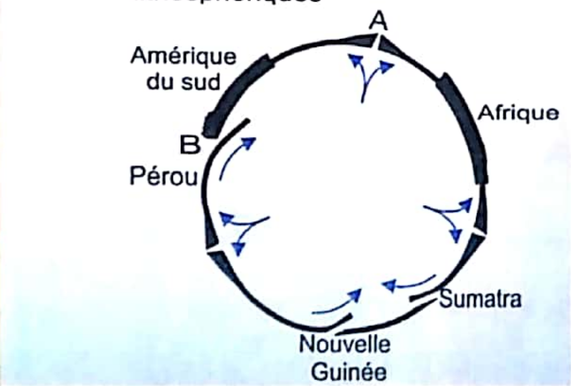
Colonne A	Colonne B
1 – Adrénaline	a) Volcanisme,
2 – Ophiolites,	b) Action cardio-modératrice,
3 – Acétylcholine,	c) Marqueur de l'existence autrefois d'un océan,
4 – Magma,	d) Action cardio-accélératrice.

4 – Schéma
Réalisez un schéma annoté d'une cellule de l'albumen en anaphase pour une espèce à 2n = 4 1 pt

Partie B : Application des connaissances
8 pts

Exercice 1 : Tectonique globale
4 pts

Le document 1 ci-dessous représente les mouvements horizontaux des plaques lithosphériques



1 – a) En fonction des mouvements des plaques, que représente les zones A et B ? 1 pt

b) Nommez ces zones. 0,5 pt

2 – a) Indiquez le phénomène qui se produit au niveau de chaque zone. 1 pt

b) Comment expliquer le maintien du volume du globe terrestre malgré le phénomène qui se produit en A. 0,5 pt

3 – Citez un des marqueurs géologiques qui caractérise l'activité de la zone B. 0,5 pt

4 – Combien de plaques compte-t-on sur ce document ? 0,5 pt

Exercice 2 : Reproduction chez les spermaphytes
4 pts

1 – Annotez en vous référant aux chiffres la figure 1 représentant un ovule jeune de spermaphyte. 1 pt

2 – L'élément (5) de la figure 1 subit l'évolution représentée par la figure 2. Sans les reproduire, donnez un titre à chacun des schémas en utilisant leur lettre, puis classez-les dans l'ordre chronologique de cette évolution en indiquant les phénomènes cytologiques importants, relatifs à cette évolution. 2 pts

3 – La coupe de la figure 3 traduit un phénomène biologique affectant l'élément g de la figure 2.

a) Annotez cette figure en vous référant aux chiffres. 0,5 pt

b) Quel phénomène biologique est traduit par la figure 3 ? 0,5 pt

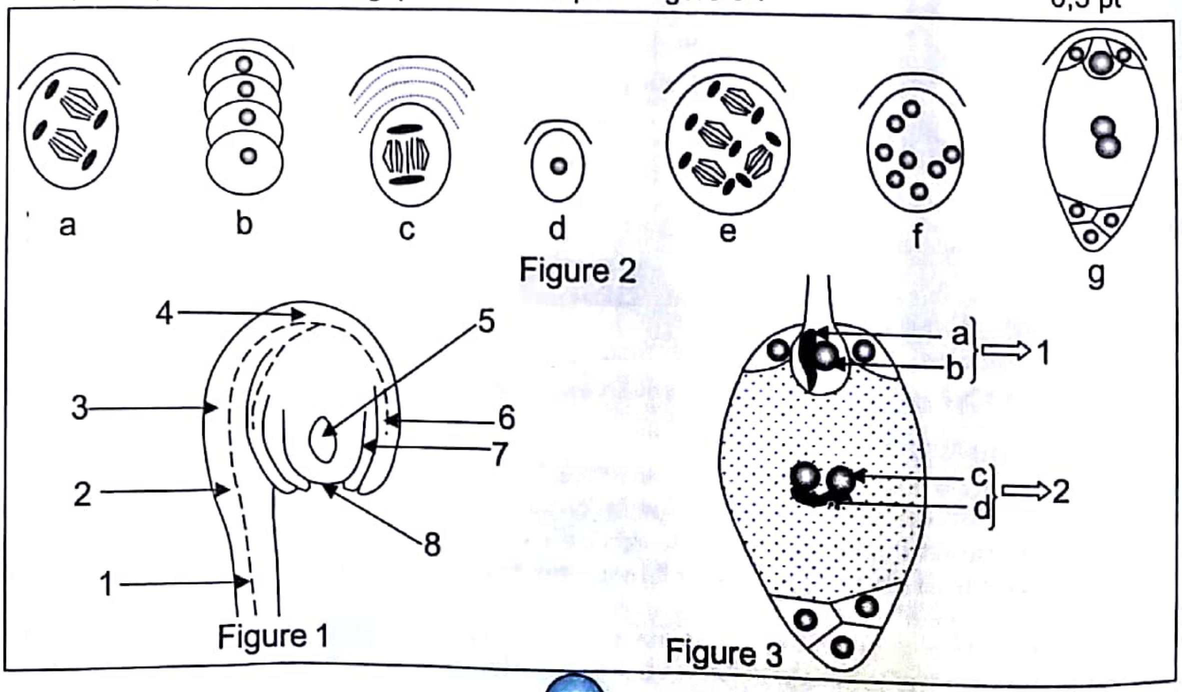


Figure 2

Figure 1

Figure 3

3 – Appariement
2 pts

Associez par un trait un chiffre de la liste A à une lettre correspondante de la liste B.

Colonne A	Colonne B
1 – Adrénaline	a) Volcanisme,
2 – Ophiolites,	b) Action cardio-modératrice,
3 – Acétylcholine,	c) Marqueur de l'existence autrefois d'un océan,
4 – Magma,	d) Action cardio-accélératrice.

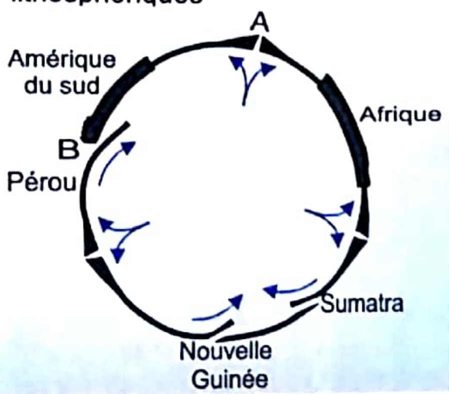
4 – Schéma

Réalisez un schéma annoté d'une cellule de l'albumen en anaphase pour une espèce à 2n = 4 1 pt

Partie B : Application des connaissances
8 pts

Exercice 1 : Tectonique globale
4 pts

Le document 1 ci-dessous représente les mouvements horizontaux des plaques lithosphériques



1 – a) En fonction des mouvements des plaques, que représente les zones A et B ? 1 pt

b) Nommez ces zones. 0,5 pt

2 – a) Indiquez le phénomène qui se produit au niveau de chaque zone. 1 pt

b) Comment expliquer le maintien du volume du globe terrestre malgré le phénomène qui se produit en A. 0,5 pt

3 – Citez un des marqueurs géologiques qui caractérise l'activité de la zone B. 0,5 pt

4 – Combien de plaques compte-t-on sur ce document ? 0,5 pt

Exercice 2 : Reproduction chez les spermaphytes
4 pts

1 – Annotez en vous référant aux chiffres la figure 1 représentant un ovule jeune de spermaphyte. 1 pt

2 – L'élément (5) de la figure 1 subit l'évolution représentée par la figure 2. Sans les reproduire, donnez un titre à chacun des schémas en utilisant leur lettre, puis classez-les dans l'ordre chronologique de cette évolution en indiquant les phénomènes cytologiques importants, relatifs à cette évolution. 2 pts

3 – La coupe de la figure 3 traduit un phénomène biologique affectant l'élément g de la figure 2.

a) Annotez cette figure en vous référant aux chiffres. 0,5 pt

b) Quel phénomène biologique est traduit par la figure 3 ? 0,5 pt

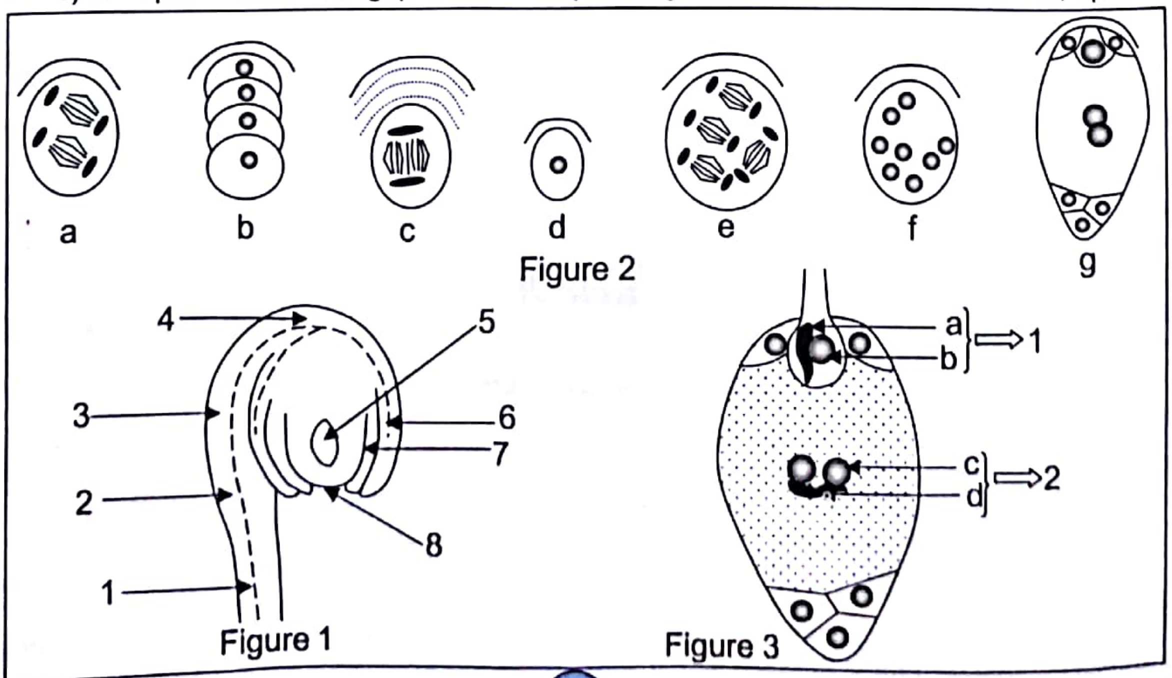


Figure 2

Figure 1

Figure 3

6pts

Partie C : Résolution d'un problème de la vie

Génétique

Les chromosomes X et Y présentent chacun une région spécifique et le reste du chromosome est considéré comme région commune.

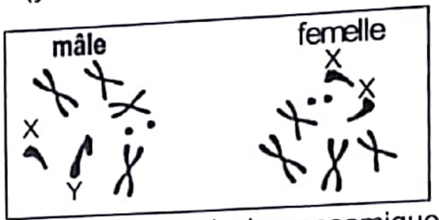
Un gène est dit porté par le chromosome X uniquement, lorsqu'il est porté dans la région spécifique de ce chromosome ;

Un gène est dit porté par le chromosome Y uniquement, lorsqu'il est également porté par ce chromosome, dans sa région spécifique.

On veut déterminer la localisation sur les gonosomes du gène zeste, à l'origine de la couleur mutée (jaune) des yeux des drosophiles, qui normalement sont de couleur rouge brique.

Le document 1 ci-après, traduit les données génétiques et les résultats de deux croisements entre drosophile différents par un seul couple d'allèles (yeux rouges et yeux jaunes).

	Individus croisés	Résultats du croisement
Croisement n°1	Femme [rouge] X mâle [jaune] homozygotes	100% [rouge] mâles et femelles
Croisement n°2	Femme [jaune] X mâle [rouge] homozygotes	50% mâles [jaune], 50% femelles [jaunes]



Document 2 : Stock chromosomique des drosophiles mâles et femelles

1 – Dégagez à partir de texte de l'exercice, le problème posé. 0,5 pt

2 – Analysez les documents du croisement 1 et du croisement 2, puis conclure en émettant une hypothèse relative de la localisation du gène zeste. 2 pts

3 – De l'examen du document 2, dites quels sont les types de gamètes que peut produire le mâle et la femelle en se référant aux gonosomes. 1 pt

4 – Au regard des conclusions tirées du document 1, peut-on penser que les gamètes mâles du type Y participent à la transmission du caractère étudié ? Expliquez. 1 pt

5 – Dans quelle région des gonosomes X ou Y le gène zeste est-il localisé ? 0,5 pt

6 – Vérifiez les données des deux croisements du document 1 en utilisant l'écriture chromosomique. 1 pt

Correction **Sujet 1** **Baccalauréat C 2013**

Partie A : Restitution des connaissances

1 – Questions à choix multiples

$a = a_3$ $b = b_1$ $c = c_3$

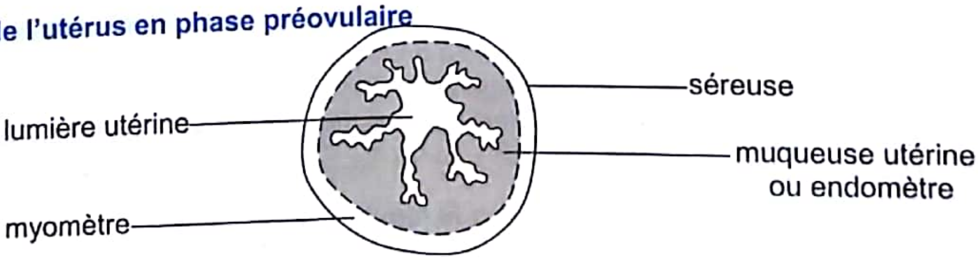
2 – Définitions des mots et expressions

a) **Ressource minérale** : Matière minérale du sous-sol susceptible d'être exploitée.

b) **Ressource énergétique** : Matière naturelle qui produit de l'énergie.

c) **Gamétogenèse** : Processus de formation des gamètes.

3 – Schéma de l'utérus en phase préovulaire



Partie B : Application des connaissances

a) Le croisement réciproque des parents de race pure donne en F1 des résultats différents. Il s'agit d'un cas d'hérédité liée au sexe. Le caractère noir n'apparait pas en F1 dans les deux croisements, alors qu'il devrait en principe apparaître chez un mâle de drosophile s'il était porté par le chromosome sexuel ; on en déduit que le caractère couleur du corps est autosomique. Les deux couples d'allèles sont donc indépendants.

- Le caractère couleur des yeux est porté par le chromosome sexuel X et le caractère couleur du corps est porté par les autosomes.

b) Femelle [gris aux yeux rouges] X **mâle [noir aux yeux blancs]**

génotypes $\frac{G}{G}X_RX_R$ $\frac{n}{n}X_bY$

Gamètes formés $\underline{G}X_R$ $\underline{n}X_b$ $\underline{n}Y$

F1 $\frac{G}{n}X_RX_b$ $\frac{G}{n}X_RY$

F1 x F1 $\frac{G}{n}X_RX_b$ ♀ [G,R] x $\frac{G}{n}X_RY$ ♂ [G,R]

c)

Gamètes formés $\underline{G}X_R$, $\underline{G}X_b$, $\underline{n}X_b$, $\underline{n}X_R$ $\underline{G}X_R$, $\underline{G}Y$, $\underline{n}X_R$, $\underline{n}Y$

♀ \ ♂	1/4 $\underline{G}X_R$	1/4 $\underline{n}X_R$	1/4 $\underline{G}Y$	1/4 $\underline{n}Y$
1/4 $\underline{G}X_R$	$\frac{G}{G}X_RX_R$ ♀[G, R]	$\frac{G}{n}X_RX_R$ ♀[G, R]	$\frac{G}{G}X_RY$ ♂[G, R]	$\frac{G}{n}X_RY$ ♂[G, R]
1/4 $\underline{G}X_b$	$\frac{G}{G}X_RX_b$ ♀[G, R]	$\frac{G}{n}X_RX_b$ ♀[G, R]	$\frac{G}{G}X_RY$ ♂[G, R]	$\frac{G}{n}X_bY$ ♂[G, b]
1/4 $\underline{n}X_R$	$\frac{G}{n}X_RX_R$ ♀[G, R]	$\frac{n}{n}X_RX_R$ ♀[n, R]	$\frac{G}{n}X_RY$ ♂[G, R]	$\frac{n}{n}X_RY$ ♂[n, R]
1/4 $\underline{n}X_b$	$\frac{G}{n}X_RX_b$ ♀[G, R]	$\frac{n}{n}X_RX_b$ ♀[n, R]	$\frac{G}{n}X_bY$ ♂[G, b]	$\frac{n}{n}X_bY$ ♂[n, b]

Résultats

- 6/16 de femelles à corps gris et aux yeux rouges,
- 2/16 de femelles à corps noir et aux yeux rouges,
- 4/16 de mâles à corps gris et aux yeux rouges,
- 2/16 de mâles à corps gris et aux yeux blancs,
- 1/16 de mâles à corps noir et aux yeux rouges,
- 1/16 de mâles à corps noir et aux yeux blancs.

Partie C : Résolution d'un problème

1 – La comparaison du spermogramme de Mr Paul à celui d'un homme normal nous permet de dire que Mr Paul est stérile.

2 – Les causes de cette stérilité sont de divers ordres :

- très faible volume de l'éjaculat (oligospermie),
- très faible vitalité des spermatozoïdes,
- formes atypiques des spermatozoïdes en fort pourcentage (tératospermie),
- mobilité des spermes presque nulle (asthénospermie).

3 – Propositions à faire à Mr et Mme Paul :

- Mr Paul doit suivre un traitement médical,
- le couple peut faire une insémination artificielle,
- le couple peut faire une fécondation in vitro et transfert d'embryon (FIVETE),

4 – Conférence sur la stérilité du couple

La stérilité est l'incapacité pour un couple de procréer. La cause de la stérilité peut bien être féminine que masculine.

a) Les causes de stérilité chez l'homme

Les causes sont multiples. On peut citer :

- l'insuffisance ou l'absence de la production des spermatozoïdes,
- la malformation des spermatozoïdes,
- les infections sexuellement transmissibles et la bilharziose mal soignées,
- l'obstruction des voies génitales.

b) Les causes de stérilité chez la femme

Comme chez l'homme, les causes sont aussi multiples. On peut énumérer :

- l'absence de l'ovulation,
- l'obstruction des trompes de Fallope,
- les avortements clandestins,
- les infections sexuellement transmissibles et la bilharziose mal soignées,
- la présence des kystes et des fibromes dans les voies génitales.

c) Suggestions au couple

Faire les examens médicaux pour déceler les causes probables de la stérilité.

Correction **Sujet 2** **Baccalauréat C 2013**

Partie A : Restitution des connaissances

1 – vrai ou faux

a = Faux   b = Vrai

2 – Appariement

a – 4   b – 3,   c – 2,   d – 1.

3 – Définition du mot ou groupe de mots

Génie civil : ensemble des méthodes, techniques et procédés permettant de réaliser les grands travaux ou les ouvrages d'art.

Minerai : substance organique dans lequel on peut extraire un minéral utile.

Partie B : Application des connaissances

1 – a) Caryotype de la cellule A en utilisant les lettres

bf   ch   eg   ad

b) La cellule A provient d'un mâle. Car les chromosomes sont deux à deux identiques sauf la paire de chromosomes sexuels ad qui sont différents.

c) La représentation des chromosomes provenant d'une cellule femelle.

2 – a) Chacune de ces quatre masses colorées en noir représente une paire de chromosomes accolés. À cause de la présence des chiasmas au sein de chaque masse de chromosomes.

b) Il s'agit de la méiose. Le stade est la prophase I.

c) Les chromosomes entourés sont des chromosomes sexuels ou gonosomes ou encore hétérochromosomes.

3 – a) Le fuseau achromatique ou fibres chromosomiques.

b) Il s'agit d'une méiose.

À cause de la présence d'un chromosome sexuel Y dans chaque lot et l'absence du chromosome sexuel X dans le lot.

c) Anaphase II.

Justification :

- Ascension polaire des chromatides vers chaque pôle de la cellule.
- Présence d'un chromosome sexuel Y dans chaque lot de chromosomes.

Partie C : Résolution d'un problème

1 – Analyse et conclusion de chaque expérience

Expérience 1

L'ovariectomie pratiquée avant la puberté empêche le développement de l'utérus. Réalisée après la puberté, elle provoque l'atrophie progressive de l'utérus et la disparition des menstruations.

Conclusion : Les ovaires sont responsables du développement de l'utérus et de l'apparition des menstruations.

Expérience 2

La greffe d'utérus subit les mêmes transformations que l'utérus normalement en place.

Conclusion : L'ovaire agit sur l'utérus par voie sanguine (par l'intermédiaire des hormones).

Expérience 3

L'ablation de l'utérus est sans effet sur l'activité des ovaires.

Conclusion : L'utérus n'agit pas sur les ovaires ou encore l'utérus n'a pas d'action sur les ovaires.

Expérience 4

L'hypophysectomie réalisée chez un adulte provoque l'arrêt des cycles ovarien et utérin. Cependant, la greffe d'hypophyse corrige les effets de l'hypophysectomie.

Conclusion : L'hypophyse est responsable de l'activité cyclique des ovaires et de l'utérus par voie sanguine.

Expérience 5

L'injection des extraits hypophysaires à une femelle hypophysectomisée corrige les effets de l'hypophysectomie. Par contre, cette injection réalisée chez une femelle ovariectomisée ne restaure pas la menstruation.

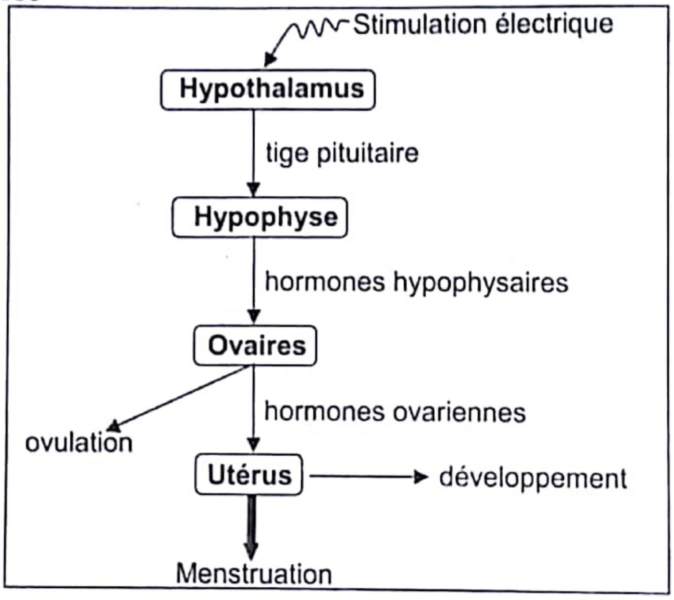
Conclusion : L'hypophyse stimule l'activité ovarienne par voie hormonale, mais n'a pas d'action directe sur l'utérus.

Expérience 6

La stimulation électrique d'une région de l'hypothalamus provoque l'ovulation tandis que la destruction de cette région supprime l'ovulation. Par contre, la stimulation électrique de la même région hypothalamique ne provoque plus d'ovulation si la tige pituitaire est sectionnée.

Conclusion : L'hypothalamus contrôle l'ovulation par l'intermédiaire de l'hypophyse

2 – Schéma de synthèse



Correction **Sujet 1** **Baccalauréat C 2014**

Partie A : Restitution des connaissances

1 – vrai ou faux

1 = Vrai, 2 = Faux, 3 = Faux, 4 = Faux.

2 – Questions à choix multiples

a = a2 b = b1.

3 – Appariement

1 – b, 2 – c, 3 – d, 4 – a.

Partie B : Application des connaissances

1 – Rapport de dominance

L'allèle nanisme atéliotique est récessif

Justification : Les individus II9 et II10 phénotypiquement sains ont des descendances III1 et III2 malades.

Symboles : l'allèle du nanisme : n, l'allèle normal : N.

2 – Localisation du gène

* Gène situé sur le chromosome Y : hypothèse rejetée.

Justification : Si le gène était situé sur le chromosome Y, aucune fille ne serait atteinte.

* Gène situé sur le chromosome X : hypothèse rejetée.

Justification : Si le gène était situé sur le chromosome X, la fille II12 serait XnXn et aurait reçu Xn de sa mère II[illegible] et Xn de son père II10. Le père serait atteint, or ce n'est pas le cas.

* Gène situé sur un autosome

Le gène n'étant situé ni sur le chromosome X ni sur le chromosome Y, il est donc situé sur une paire d'autosomes.

3 – Génotypes des individus

I1 : $\frac{n}{n}$ I5 : $\frac{N}{N}$ ou $\frac{N}{n}$ II9 : $\frac{N}{n}$ II10 : $\frac{N}{n}$

4 – Probabilité

* Génotypes des individus II7 et II8

II7 : $\frac{N}{n}$ II8 : $\frac{N}{N}$ ou $\frac{N}{n}$

Premier cas :
Si II8 est homozygote,

II7 : $\frac{N}{n}$ x $\frac{N}{N}$ II8

Gamètes $\frac{1}{2}\underline{n}$ $\frac{1}{2}\underline{N}$ $\underline{N}$

Échiquier de croisement

gamètes II7 / II8	$\frac{1}{2}\underline{N}$	$\frac{1}{2}\underline{n}$
$\underline{N}$	$\frac{1}{2}\frac{N}{N}$ [N]	$\frac{1}{2}\frac{N}{n}$ [N]

On obtient 100% de [N] donc P = 0

Deuxième cas
Si II8 est hétérozygote,

II7 : $\frac{N}{n}$ x $\frac{N}{n}$ II8

Gamètes $\frac{1}{2}\underline{n}$ $\frac{1}{2}\underline{N}$ $\frac{1}{2}\underline{n}$ $\frac{1}{2}\underline{N}$

Échiquier de croisement

gamètes II7 / II8	$\frac{1}{2}\underline{N}$	$\frac{1}{2}\underline{n}$
$\frac{1}{2}\underline{N}$	$\frac{1}{4}\frac{N}{N}$ [N]	$\frac{1}{4}\frac{N}{n}$ [N]
$\frac{1}{2}\underline{n}$	$\frac{1}{4}\frac{N}{n}$ [N]	$\frac{1}{4}\frac{n}{n}$ [n]

On obtient 3/4 [N] et 1/4 [n] ; donc P = 1/4

Partie C : Résolution d'un problème

1 – Phénomène produit : ovulation
2 – Problème posé : ovulation provoquée.
3 – Analyse et conclusion

Expérience 1

* **Analyse.** La stimulation du vagin ou de l'utérus provoque l'ovulation.

* **Conclusion**. Le vagin et l'utérus renferme les récepteurs sensoriels d'où naissent les influx nerveux conduisant à l'ovulation.

Expérience 2

* **Analyse**. La section de tous les nerfs du vagin et de l'utérus ne permet plus l'ovulation après l'accouplement.

Conclusion. Les nerfs du vagin et de l'utérus conduisent les influx nerveux sensitifs provoquant l'ovulation.

Expérience 3

Analyse. L'hypophysectomie d'une lapine, trois heures après l'accouplement n'empêche pas l'ovulation.

Conclusion. Les stimulations des récepteurs vaginaux et utérins permettent à l'hypophyse de libérer l'hormone pour déclencher l'ovulation.

4 – Schéma fonctionnel

Stimulation (accouplement) → Vagin/utérus → Hypophyse → Ovaire ⇒ Réponse : ovulation

Correction **Sujet 2** **Baccalauréat C 2014**

Partie A : Restitution des connaissances

1 – Réarrangement

c – e – b – a – d.

2 – Vrai ou faux

a = Faux, b = Vrai, c = Faux, d = Faux.

3 – Appariement

1 – a, 2 – c, 3 – b, 4 – d.

Partie B : Application des connaissances

1 – a) Nom de chaque étape de division

Cellule 1 : Fin anaphase I (début télophase),
Cellule 2 : Fin anaphase I (début télophase),
Cellule 3 : Fin anaphase II (début télophase II),
Cellule 4 : Fin anaphase II (début télophase II),

b) Garniture chromosomique : 2n = 46

c) Nom de l'espèce : espèce humaine.

2 – a) Annotations du document 2

1 = Thèques,
2 = Granulosa,
3 = Antrum (cavité folliculaire),
4 = Ovocyte I,
5 = Follicule tertiaire ou cavitaire,
6 = Follicule de De Graaf, ou follicule mûr.
7 = Follicule rompu,
8 = Corps jaune,
9 = Ovocyte II.

b) Nom des phases

Phase A : phase folliculaire, Phase B : phase ovulaire, Phase C: phase lutéinique.

c) Devenir de la cellule 9

* En absence de la fécondation, l'ovocyte dégénère.
* En cas de fécondation, l'ovocyte devient le zygote.

Partie C : Résolution d'un problème

1 – a) L'allèle responsable de la maladie est récessif

Justification : Tous les enfants malades sont nés des parents phénotypiquement sains.

Symboles : allèle malade : d, allèle normal : D.

b) Localisation du gène et justification

* Gène porté par le chromosome Y

Si le gène était porté par le chromosome Y, tous les garçons malades seraient nés des pères malades. Or ces enfants malades ont leurs pères sains. Hypothèse rejetée.

* Gène porté par le chromosome X

Si le gène était porté par le chromosome X, tous les garçons malades seraient nés des mères hétérozygotes. Ce qui est possible. L'hypothèse est retenue.

* Gène porté par les autosomes

Si le gène était porté par les autosomes, tous les malades seraient nés des parents hétérozygotes. Ce qui est possible. L'hypothèse retenue.

Conclusion

Du fait que la maladie n'affecte que les garçons, l'hypothèse la plus probable est celle du gène porté par le chromosome X.

2 – Problème posé

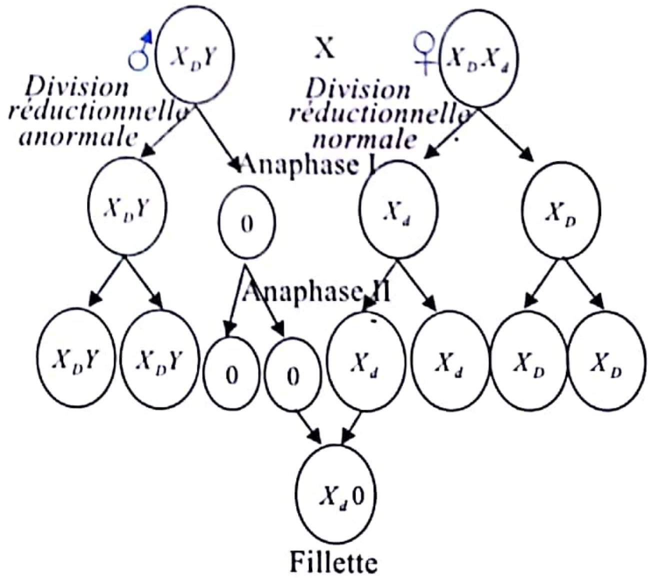
Naissance d'une fille malade issue d'un père sain.

3 – a) Analyse du caryotype

Le caryotype montre 22 paires d'autosomes et un seul gonosome X. Conclusion. Cette fille est atteinte du syndrome de Turner.

b) Génotype de cette fille Xd0.

c) Explication schématique



La méiose anormale peut aussi se produire en anaphase II chez l'homme.

Correction **Sujet 1** **Baccalauréat D 2013**

Partie A : Restitution des connaissances

1 – Vrai ou faux

a) a1 : Vrai,
a2 : Vrai,
a3 : Vrai,

b) b1 : Vrai,
b2 : Vrai,
b3 : Faux.

2 – Appariement

a – 2, b – 3, c – 4, d – 1.

3 –

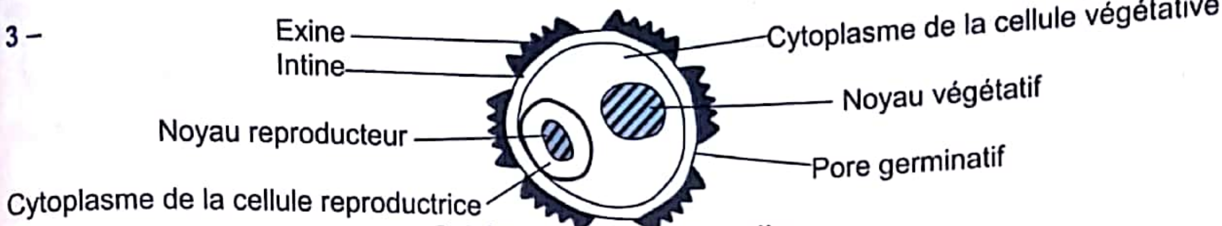


Schéma d'un grain de pollen

Partie B : Application des connaissances

Solution 1 : Cartographie

a = 6,5 km

$b = \frac{1}{100\,000}$

c = 3,125 cm

$d = \frac{1}{400\,000}$

e = 0,46 cm

f = 0 — 2 km (1 cm)

g = 500 km

h = 0 — 50 km (1 cm)

NB: h est facultatif

Solution 2 : Synthèse des protéines

1 – Fragment d'ADN

....Cys – Phe – Ala – Arg – His – His – Pro – Val – Ser – Ile – Lys...

ARNt ..... ACA AAA CGG GCU GUG GUG GGC CAU UCG UAA UUU...

ARNm ··· UGU UUU GCC CGA CAC CAC CCG GUA AGC AUU AAA···

ADN: ... ACA AAA CGG GCT GTG GTG GGC CAT TCG TAA TTT ...

ADN: ... TGT TTT GCC CGA CAC CAC CCG GTA AGC ATT AAA ...

2 – Brin transcrit

Partie C : Résolution d'un problème

1 – L'hypertrophie de l'hypophyse est due à l'absence du rétrocontrôle négatif.

L'hypertrophie des ovaires est due à l'hypersécrétion des hormones hypophysaires (FSH, LH).

L'arrêt des cycles et la régression des voies génitales sont dus à l'absence des hormones ovariennes.

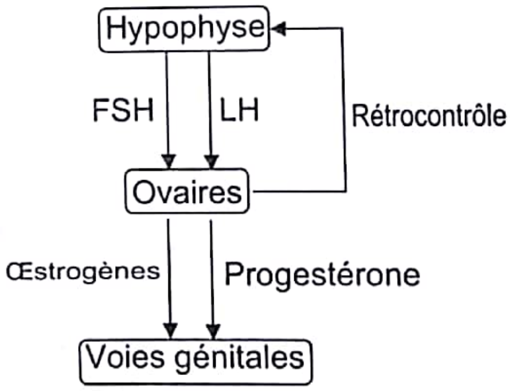
2 – Injections d'hormones ovariennes,
Greffe des ovaires,
Parabiose.

3 – a) Oui ; car les ovaires de la chatte hypophysectomisée produisent les hormones ovariennes qui par voie sanguine corrigent les anomalies de la chatte malade.

b) l'importance de la parabiose est de corriger les anomalies dues au dysfonctionnement des ovaires.

c) L'hypophyse retrouve son état normal mais les voies génitales restent atrophiées.

4 – Résumé



Correction **Sujet 2** **Baccalauréat D 2013**

Partie A : Restitution des connaissances

1 – Définitions

Nidation : implantation de l'embryon dans la muqueuse utérine.

Immunité acquise : capacité de défense que développe un organisme après un premier contact avec un antigène.

2 – Appariement

1 – c, 2 – a, 3 – b.

3 – Vrai ou faux

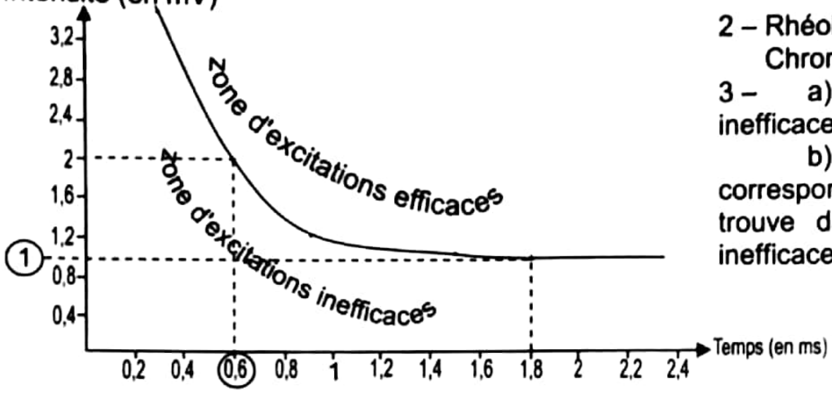
a = Faux,
b = Faux,
c = Vrai,
d = Faux,
e = Faux.

Partie B : Application des connaissances

Solution 1

1 – Tracé de la courbe

Intensité (en mV)



2 – Rhéobase (Rh) = 1 mV,
Chronaxie (Ch) = 0,6ms.

3 – a) Une telle excitation est inefficace.

b) Le point d'intersection correspondant à ces coordonnées se trouve dans la zone des excitations inefficaces.

Solution 2

1 – Annotations du document

1 = Croûte continentale,
2 – Manteau supérieur,
3 = Lithosphère continentale,
4 = Rift ou dorsale,
5 = Fosse océanique,
6 = Croûte océanique,
7 = Manteau supérieur,
8 = Lithosphère océanique,
9 = Asthénosphère.

2 – a) Convergence,
b) Divergence.

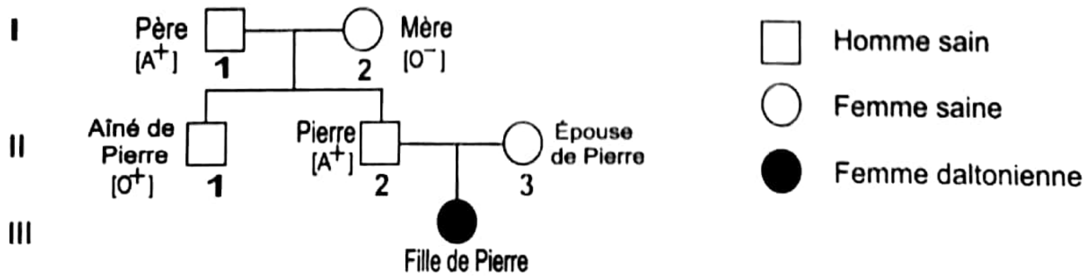
3 – Phénomène en X : Subduction.

La lithosphère océanique plus dense s'enfonce sous la lithosphère continentale moins dense.

4 – Le moteur responsable du mouvement des plaques est la convection mantellique ou courant de convection.

Partie C : Résolution d'un problème

1 – Construction de l'arbre généalogique de la famille de Pierre



2 – Le ou les génotype(s) possible(s) de chaque membre de la famille

Père : $\frac{A}{0}\frac{Rh^+}{Rh^+}$ Mère : $\frac{0}{0}\frac{Rh^-}{Rh^-}$ Aîné de Pierre : $\frac{0}{0}\frac{Rh^+}{Rh^-}$ Pierre : $\frac{A}{0}\frac{Rh^+}{Rh^-}$

Mme Pierre : $\frac{B}{B}\frac{Rh^+}{Rh^+}$

3 – Explications

*** Pour l'anomalie chromosomique**

Cette anomalie est due à une méiose anormale chez Pierre. Deux cas sont possibles :

- soit par la non-disjonction des chromosomes sexuels pendant la division réductionnelle (en anaphase I),
- soit par la non-disjonction des chromatides sœurs pendant la division équationnelle (en anaphase II).

*** Pour le daltonisme**

La fille de Pierre souffrant du syndrome de Turner, n'a hérité que le chromosome sexuel Xd de sa mère hétérozygote.

4 – Les groupes sanguins prévisibles de la fille de Pierre : [AB⁺], [B⁺].

Correction **Sujet 1** **Baccalauréat D 2014**

Partie A : Restitution des connaissances

1 – Appariement

1 = c, 2 = d, 3 = a, 4 = b.

2 – Vrai ou faux

a : a1 : Faux, b : Vrai, c : Vrai.

3 – Questions à choix multiples

a : a3, b : b3, c : c2.

4 – Définitions

Pesticides

Ce sont des produits chimiques destinés à éliminer les insectes, les champignons et les herbes nuisibles.

Mutation

Modification brutale de la séquence nucléotidique de l'ADN.

Partie B : Application des connaissances

Solution 1 : Tectonique globale

1 – Situons et nommons les discontinuités

À 100 km : discontinuité de Moho,
À 2 900 km : discontinuité de Gutenberg,
À 5 150 km, discontinuité de Lehman.

2 – Localisons l'asthénosphère

De 400 à 670 km : asthénosphère.

Explication

L'asthénosphère est une zone caractérisée par un ralentissement de la vitesse des ondes sismiques (P et S).

3 – Explication

* La chute brutale de la vitesse des ondes P indique la présence de la discontinuité de Gutenberg.
* La disparition des ondes S indique la présence d'une zone fluide (noyau extérieur).

Solution 2 : Génétique formelle

1 – Conclusion

- C'est un cas de dihybridisme,
- Les parents croisés sont de race pure,
- Il y a codominance entre les gènes responsables de la couleur et dominance absolue entre les gènes responsables de la forme des pétales.
- Symboles :

$$\textit{Couleur}\begin{cases}*\ \text{rouge : R,}\\ *\ \text{bleue : B,}\\ *\ \text{violet : RB.}\end{cases}\qquad \textit{Forme}\begin{cases}*\ \text{lisse : L,}\\ *\ \text{frisé : f.}\end{cases}$$

2 – a) Type de croisement

C'est un back-cross.

b) Interprétation

Calcul des proportions

Total : 140 + 175 + 6 + 5 = 326

- $[RBL] = \dfrac{140\times100}{326} = 42{,}95\%$,
- $[\mathrm{RBf}] = \dfrac{6\times100}{326} = 1{,}84\%$,
- $[\mathrm{Bf}] = \dfrac{175\times100}{326} = 53{,}68\%$,
- $[BL] = \dfrac{5\times100}{326} = 1{,}53\%$.

Les pourcentages ne sont pas conformes à la troisième loi de Mendel (25%, 25%, 25%, 25%). Les gènes sont donc liés et il y a crossing-over.

Hypothèse

Dihybridisme à gènes autosomiques avec codominance pour la couleur des pétales dominance absolue pour la forme et linkage partiel.

Vérification de l'hypothèse

Premier croisement P1 x P2

Phénotypes [RL] x [Bf]

Génotypes $\frac{R\quad L}{R\quad L}$ $\qquad$ $\frac{B\quad f}{B\quad f}$

$\underline{R\quad L}$ $\qquad$ $\underline{B\quad f}$

F1 $\frac{R\quad L}{B\quad f}$ [RBL]

Première loi de Mendel vérifiée

Deuxième croisement F1 x P2

Phénotypes [RBL] x [Bf]

Génotypes $\frac{R\quad L}{B\quad f}$ $\qquad$ $\frac{B\quad f}{B\quad f}$

$\frac{100-p}{2}\left(\underline{R\quad L}\right)$ $\frac{100-p}{2}\left(\underline{B\quad f}\right)$ $\frac{p}{2}\left(\underline{R\quad f}\right)$ $\frac{p}{2}\left(\underline{B\quad L}\right)$ $\qquad$ $\underline{B\quad f}$

Échiquier de croisement

	$\frac{100-p}{2}\left(\underline{R\quad L}\right)$	$\frac{100-p}{2}\left(\underline{B\quad f}\right)$	$\frac{p}{2}\left(\underline{R\quad f}\right)$	$\frac{p}{2}\left(\underline{B\quad L}\right)$
$\underline{B\quad f}$	$\frac{100-p}{2}\left(\frac{R\quad L}{B\quad f}\right)$ [RBL]	$\frac{100-p}{2}\left(\frac{B\quad f}{B\quad f}\right)$ [Bf]	$\frac{p}{2}\left(\frac{R\quad f}{B\quad f}\right)$ [RBf]	$\frac{p}{2}\left(\frac{B\quad L}{B\quad f}\right)$ [BL]

Calcul de P

P = 1,84% + 1,53% = 3,37%

Résultats phénotypiques

- $\frac{100-P}{2}[RBL]=\frac{100-3,37\%}{2}=48,314\%$,
- $\frac{100-P}{2}[Bf]=\frac{100-3,37\%}{2}=48,314\%$,
- $\frac{P}{2}[RBf]=\frac{3,37\%}{2}=1,685\%$,
- $\frac{P}{2}[BL]=\frac{3,37\%}{2}=1,685\%$.

Conclusion

Les résultats théoriques sont conformes aux résultats pratiques, l'hypothèse est donc vérifiée.

Partie C : Résolution d'un problème de la vie

Immunologie

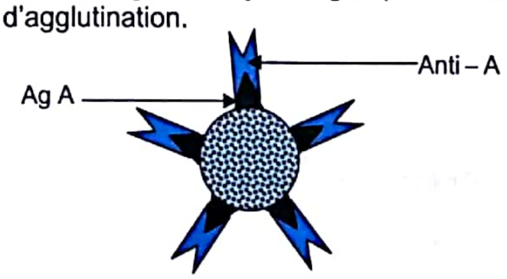
1 – Problème posé : Incompatibilité sanguine entre le donneur et le receveur.

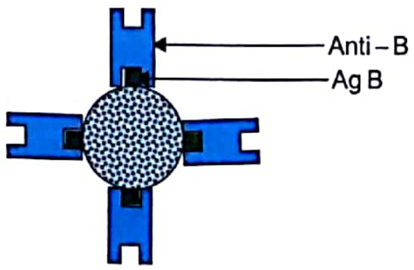
2 – a) Le document 1 représente les différents groupes sanguins ainsi que les agglutinines et agglutinogènes qui les caractérisent.

- Le groupe O est caractérisé par l'absence des agglutinogènes sur la membrane des hématies et par la présence des agglutinines anti-A et anti-B dans le plasma.
- Le groupe A est caractérisé par la présence de l'agglutinogène A sur la membrane des hématies et de l'agglutinine anti-B dans le plasma.
- Le groupe B est caractérisé par la présence de l'agglutinogène B sur la membrane des hématies et de l'agglutinine anti-A dans le plasma.
- Le groupe AB est caractérisé par la présence des agglutinogènes A et B sur la membrane des hématies et l'absence des agglutinines anti-A et anti-B dans le plasma.

b) Explication

Le document 2 montre qu'il existe une complémentarité structurale entre l'agglutinogène A et l'anti-A d'une part, et entre l'agglutinogène B et l'anti-B d'autre part. Ainsi, on ne peut pas transfuser le sang d'un sujet du groupe A à un sujet du groupe B et vice versa afin d'éviter tout risque d'agglutination.





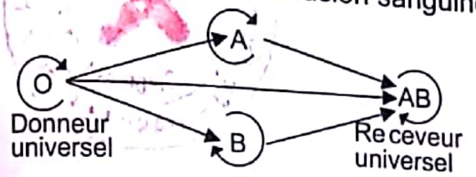
3 – Analyse du document 3

Le document 3 représente les résultats obtenus suite à un test de détermination des groupes sanguins.

- Le sang du groupe O ne réagit pas avec les sérums anti-A, anti-B et anti-AB : ce sang ne contient donc pas d'agglutinogènes.

- Le sang du groupe A réagit avec les sérums anti-A et anti-AB, mais ne réagit pas avec les sérums anti-B : ce sang ne contient que des d'agglutinogènes A.
- Le sang du groupe B réagit avec les sérums anti-B et anti-AB, mais ne réagit pas avec les sérums anti-A : ce sang ne contient que des d'agglutinogènes B.
- Le sang du groupe AB réagit avec les sérums anti-A, anti-B et anti-AB. Ce sang contient à la fois les d'agglutinogènes A et B.

4 – Possibilités de transfusion sanguine



ou

Receveur	Donneur
Groupe O	Le sang du sujet de groupe O
Groupe A	Le sang du sujet de groupe A
Groupe B	Le sang du sujet de groupe B
Groupe AB	Le sang du sujet de groupe AB

Correction **Sujet 2** **Baccalauréat D 2014**

Partie A : Restitution des connaissances

1 – Définitions

Nidation : implantation du blastocyste dans l'utérus.

Génie civil : ensemble des services techniques chargés de la réalisation des grands travaux.

2 – Vrai ou faux

a: faux, c = vrai,
b : faux, d : vrai.

3 – Appariement

1 = d, 3 = b,
2 = c, 4 = a.

4 – Schéma annoté

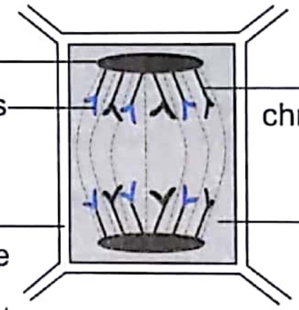


Schéma annoté de la cellule albumen à 3n = 6

Partie B : Application des connaissances

Solution 1 : Tectonique des plaques

1 – a) Types de zone :
Zone A : zone de divergence, **Zone B** : zone de convergence.
b) Noms des zones
Zone A : dorsale (rift), **Zone B** : Fosse océanique.

2 – a) Phénomènes
Zone A : accrétion océanique, **Zone B** : subduction.
b) Explication
Le volume du globe terrestre est maintenu constant parce que la quantité de la croûte océanique qui se forme au niveau de la dorsale est équivalente à celle détruite au niveau de la zone de subduction.

3 – Nom d'un marqueur géologique caractérisant l'activité de la zone B : la fosse océanique

4 – Nombre de plaques : 6 plaques.

Solution 2 : Reproduction chez les spermaphytes

1 – **Annotations de la figure 1**

1 = Funicule, 4 = Chalaze, 7 = secondine,
2 = Hile, 5 = Cellule-mère du sac embryonnaire, 8 = micropyle.
3 = Raphé, 6 = Primine,

2 – **Titres des éléments de la figure 2**

a = Mégaspore à 2 noyaux en division,
b = Tétrade,
c = Mégaspore à un noyau en division,
d = Cellule-mère du sac embryonnaire,
e = Mégaspore à 4 noyaux en division,
f = Mégaspore à 8 noyaux,
g = Sac embryonnaire.

- Classement : d ⟶ b ⟶ c ⟶ a ⟶ e ⟶ f ⟶ g

- Phénomènes cytologiques

De d à b : Méiose de la cellule-mère du sac embryonnaire,
De b à c : dégénérescence des trois macrospores
De c – a – e – f : Trois mitoses successives de la mégaspore.
De f à g : Différenciation du sac embryonnaire.

3 – a) Légende de la figure 3

1 = Œuf embryonnaire, 2 = Œuf albumen.

b) phénomène biologique : Double fécondation

Partie C : Résolution d'un problème de la vie

1 – Problème posé

Détermination de la localisation gonosomique du gène zeste

2 – Analyse des données des deux croisements, conclusions et hypothèse

Croisement n°1

Le croisement d'une femelle aux yeux rouges et d'un mâle aux yeux jaunes tous homozygotes a donné une descendance F1 homogène, formé de 100% de mâles et de femelles aux yeux rouges.

Croisement n°2

Le croisement réciproque a donné une descendance hétérogène avec chassé-croisé

Conclusions

Il s'agit d'un cas de monohybridisme avec dominance absolue et gène porté par le chromosome X.

L'allèle « rouge » domine l'allèle « jaune ».

Symbole : Rouge : R, jaune : j.

3 – Types de gamètes produits par le mâle et la femelle.

Le mâle produit deux types de gamètes dont l'un porte le chromosome X et l'autre le chromosome Y.

La femelle produit un seul type de gamètes portant le chromosome X.

4 – Non

Explication. Si le gène était porté par le chromosome sexuel Y :

- on ne devrait pas avoir un chassé-croisé,
- la transmission de ce caractère se ferait des parents mâles aux descendants mâles.

5 – Localisation du gène zeste

Le gène zeste est localisé sur la région spécifique à X.

6 – **Vérification**

Premier croisement

Phénotypes ♂ [j] x ♀ [R]

Génotypes j R R

Gamètes formés j R

Échiquier de croisement

♀ \ ♂	$\frac{1}{2}$ j	$\frac{1}{2}$
R	$\frac{1}{2}$ R j ♀[R]	$\frac{1}{2}$ R ♂[R]

Résultats

100% de mâles et de femelles aux yeux rouges.

Conclusion : Résultats conformes

Deuxième croisement

Phénotypes ♂ [R] x ♀ [j]

Génotypes R j j

Gamètes formés R j

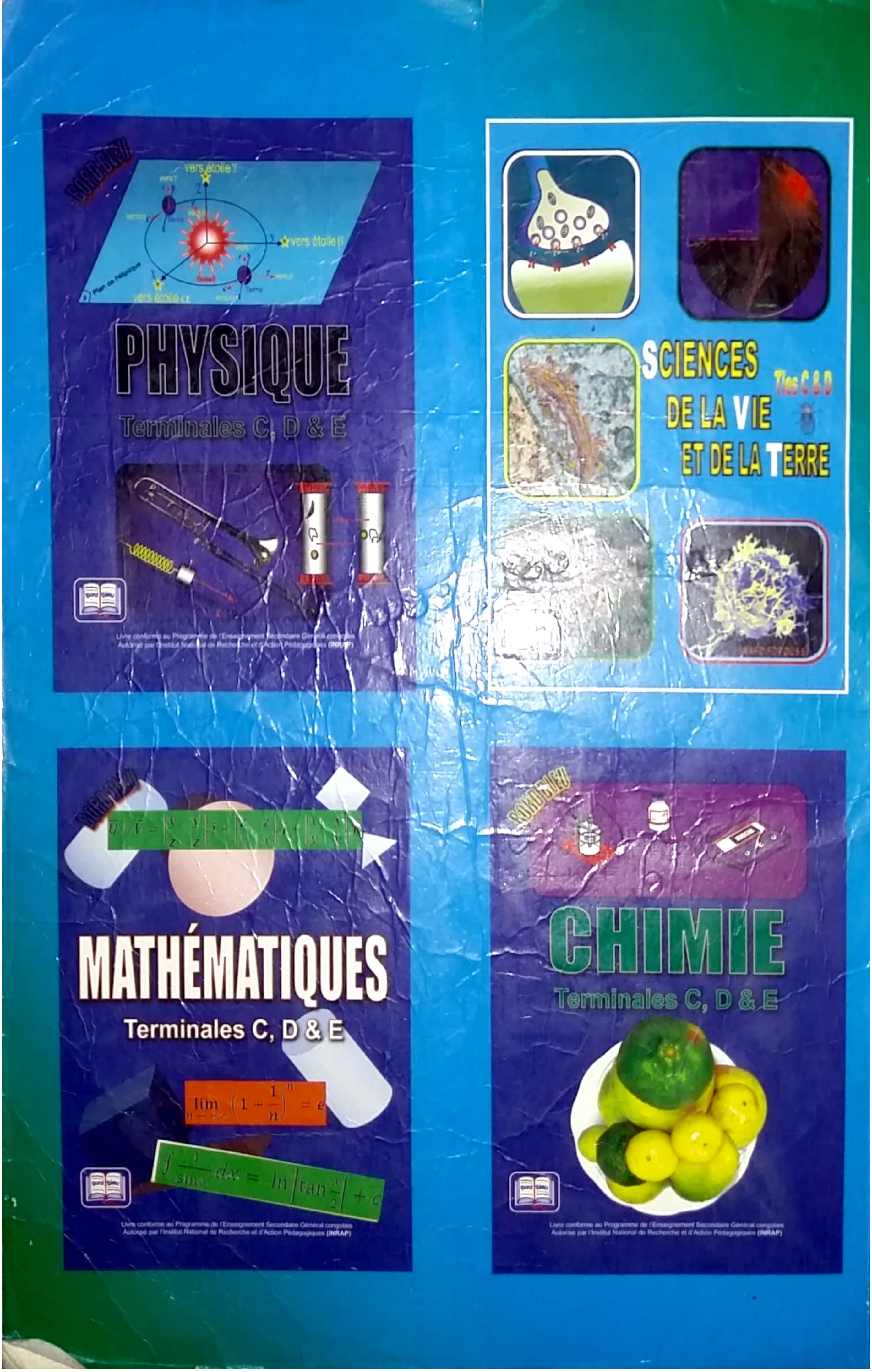
Échiquier de croisement

♀ \ ♂	$\frac{1}{2}$ R	$\frac{1}{2}$
j	$\frac{1}{2}$ R j ♀ [R]	$\frac{1}{2}$ j ♂ [j]

Résultats

- 50% de mâles aux yeux jaunes
- 50% de femelles aux yeux rouges.

Édition de Novembre 2014


PHYSIQUE
Terminales C, D & E
Livre conforme au Programme de l'Enseignement Secondaire Général congolais
Autorisé par l'Institut National de Recherche et d'Action Pédagogiques (INRAP)
SCIENCES DE LA VIE ET DE LA TERRE
Tles C & D
MATHÉMATIQUES
Terminales C, D & E
Livre conforme au Programme de l'Enseignement Secondaire Général congolais
Autorisé par l'Institut National de Recherche et d'Action Pédagogiques (INRAP)
CHIMIE
Terminales C, D & E
Livre conforme au Programme de l'Enseignement Secondaire Général congolais
Autorisé par l'Institut National de Recherche et d'Action Pédagogiques (INRAP)