COLLECTION KANDIA

PHYSIQUE

T^le^ S

EDITION 2015

COLLECTION KANDIA

PHYSIQUE

Terminales S

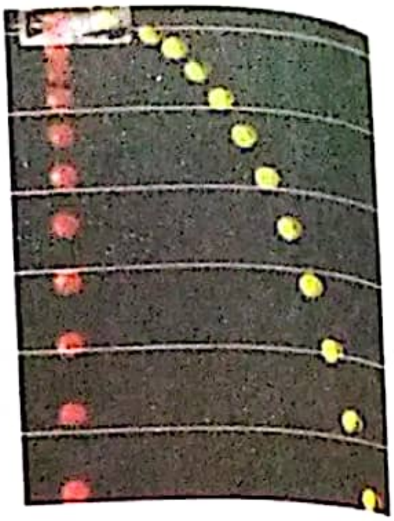
ABDOU SALAM DIA
SALIOU KANE
PAPA NDIAYE

1 MOUVEMENT D'UN PROJECTILE DANS LE CHAMP DE PESANTEUR

1-1 - Qu'est-ce qu'une chute libre ?

Lorsqu'un objet est en mouvement sous la seule action de son poids, on dit qu'il est en chute libre.
Lorsqu'un objet est lancé dans l'air, il est soumis en plus de son poids :
- *à la résistance de l'air ;*
- *à la poussée d'Archimède.*

La résistance de l'air dépend de plusieurs facteurs, en particulier de la forme de l'objet et de sa vitesse.
La poussée d'Archimède est une force verticale orientée vers le haut et dont l'intensité est égale au poids de l'air déplacé. Lorsqu'on étudie le mouvement dans l'air d'un objet dense et de forme ramassée (objet aérodynamique) sur des distances relativement courtes, nous pourrons assimiler ce mouvement à un mouvement de chute libre.
Sauf indications contraires, nous supposerons que le mouvement d'un projectile dans l'air est un mouvement de chute libre.



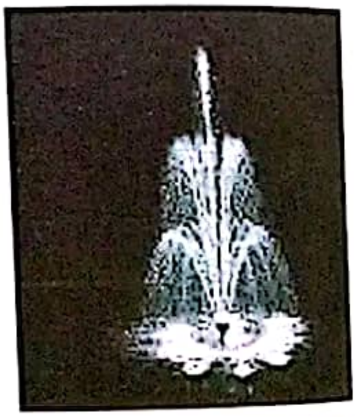
4-2: Chronophotographie de deux billes en chute libre. La première est lâchée sans vitesse, la deuxième est lancée horizontalement.

1-2 - Chute libre : trajectoire parabolique.

- **Objectif**

Nous nous proposons d'étudier ici le mouvement d'un projectile lancé dans l'air d'un point O avec une vitesse $\vec{V_0}$. L'angle de tir c'est-à-dire l'angle que fait le vecteur $\vec{V_0}$ avec le plan horizontal est α. Des observations courantes laissent penser que la trajectoire d'un tel projectile est parabolique.
- Lorsque vous lancez un caillou dans l'air avec une certaine vitesse, elle décrit apparemment si la résistance de l'air est faible une trajectoire parabolique.
- Les gouttes qui jaillissent d'une fontaine semblent décrire une trajectoire parabolique.

Nous allons faire l'étude du mouvement du centre d'inertie d'un solide lancé d'un point O de l'espace avec une vitesse $\vec{V}_0$ sous un angle α.



4/3-Jet d'eau : la trajectoire de chaque goutte est parabolique

- **Accélération.**

Le projectile est soumis uniquement à son poids $\vec{P} = m.\vec{g}$.

Si $\vec{a}_G$ est l'accélération du centre d'inertie du projectile, le théorème du centre d'inertie nous permet d'écrire

$\vec{P} = m.\vec{a}_G \Leftrightarrow m.\vec{g} = m.\vec{a}_G \Rightarrow \vec{a}_G = \vec{g}$

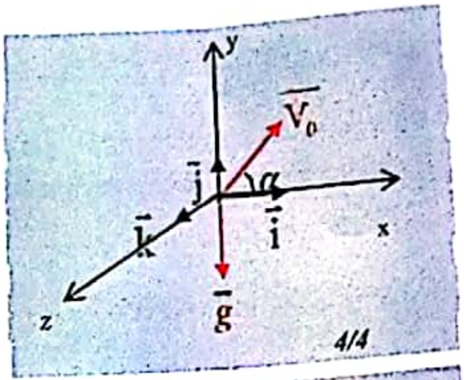
Le vecteur accélération du mouvement du projectile est constant et égal au vecteur champ de pesanteur du lieu.

- **Equations horaires**

Etudions le mouvement du projectile dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ du référentiel terrestre supposé galiléen.
y'y est vertical.
x'x est horizontal, orthogonal à y'y, situé dans le même plan vertical que le vecteur vitesse $\vec{V}_0$.
z'z est perpendiculaire au plan défini par x'x et y'y (voir croquis).
Nous choisissons comme instant de date 0, l'instant où le projectile est lancé avec la vitesse $\vec{V_0}$.

Les coordonnées du vecteur-position initial et du vecteur vitesse initiale sont respectivement :

$$\overline{OG_0}\begin{cases} x(0)=0 \\ y(0)=0 \\ z(0)=0 \end{cases} \qquad \overline{V}_0\begin{cases} \overline{V}_{0x}= V_0.\cos\alpha \\ \overline{V}_{0y}= V_0.\sin\alpha \\ \overline{V}_{0z}=0 \end{cases}$$



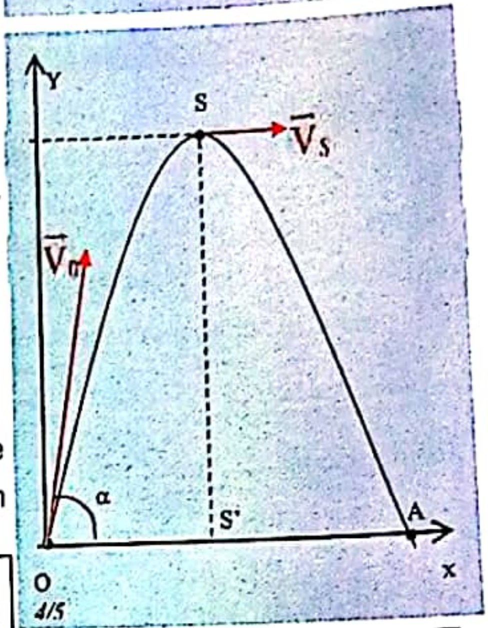
Exprimons les coordonnées du vecteur accélération.

$$\bar{a}_G=\frac{d\overline{V}}{dt}\begin{cases} a_x=0 \\ a_y=-g \\ a_z=0 \end{cases}$$

Nous pouvons donc écrire : $\bar{a}_G=\bar{g}$

Par intégration, nous obtenons les coordonnées du vecteur vitesse instantanée et du vecteur position $\overrightarrow{OG}$.

$$\begin{cases} \overline{V} = \bar{g}t+\overline{V}_0 \\ \overline{OG}=\frac{1}{2}\bar{g}t^2+\overline{V}_0t+\overline{OG}_0 \end{cases}$$



Si $\overline{V}_x, \overline{V}_y$ et $\overline{V}_z$ sont les coordonnés du vecteur vitesse instantanée ; x, y et z les coordonnées du vecteur-position instantanée, nous aurons :

$$\boxed{\overline{V}\begin{cases} \overline{V}_x = V_0.\cos\alpha & (1) \\ \overline{V}_y = -gt+V_0.\sin\alpha & (2) \\ \overline{V}_z=0 \end{cases} \quad \overline{OG}\begin{cases} x=V_0.\cos\alpha\, t & (3) \\ y=-\frac{1}{2}g\,t^2+V_0\sin\alpha\, t & (4) \\ z=0 \end{cases}}$$

- **Equation de la trajectoire.**

Nous pouvons déterminer l'équation de la trajectoire du centre d'inertie du projectile $f(x, y) = 0$ en éliminant t entre les équations (3) et (4).

La relation (3) donne $t=\frac{x}{V_0.\cos\alpha}$

Remplaçons dans l'équation (4), nous tirons après arrangement

$$y=-\frac{g}{2V_0^2\cos^2\alpha}x^2+\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}.x$$

(5) :La trajectoire est plane, c'est une parabole située dans le plan défini par x'x et y'y.

α = angle de tir ;
V_0 = vitesse initiale
Distance OA = portée ;
distance S'S = flèche.
<u>Remarque</u> : Au moment où le projectile passe par le sommet de sa trajectoire, sa vitesse n'est pas nulle : le vecteur vitesse qui est tangent au sommet à la trajectoire est horizontal ; c'est donc la composante du vecteur vitesse suivant l'axe vertical y'y qui est nulle .

- **Quelques caractéristiques de la trajectoire**

<u>a) PORTEE</u>

Soit A le point où la trajectoire recoupe le plan horizontal passant par le point de lancement O. La distance OA est appelée quelquefois **portée**. Elle correspond ici à l'abscisse du point A.

Reprenons l'équation de la trajectoire et faisons y = 0.

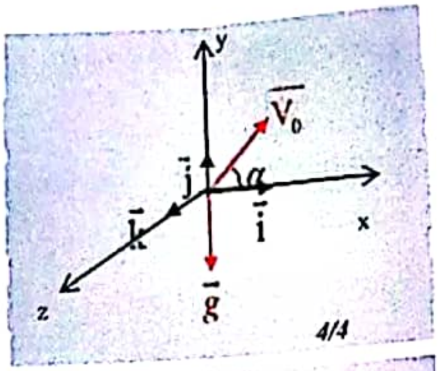
$$-\frac{g}{2V_0^2\cos^2\alpha}x^2+\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}x=0$$

$$x\left(-\frac{g}{2V_0^2\cos^2\alpha}x+\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right)=0$$

$$x\neq 0\Rightarrow -\frac{g}{\dots}x+\frac{\sin\alpha}{\dots}=0$$

Les coordonnées du vecteur-position initial et du vecteur vitesse initiale sont respectivement :

$$\overline{OG_0}\begin{cases} x(0)=0 \\ y(0)=0 \\ z(0)=0 \end{cases} \qquad \overline{V}_0\begin{cases} \overline{V}_{0x}= V_0.\cos\alpha \\ \overline{V}_{0y}= V_0.\sin\alpha \\ \overline{V}_{0z}=0 \end{cases}$$



Exprimons les coordonnées du vecteur accélération.

$$\vec{a}_G=\frac{d\overline{V}}{dt}\begin{cases} a_z=0 \\ a_y=-g \\ a_x=0 \end{cases}$$

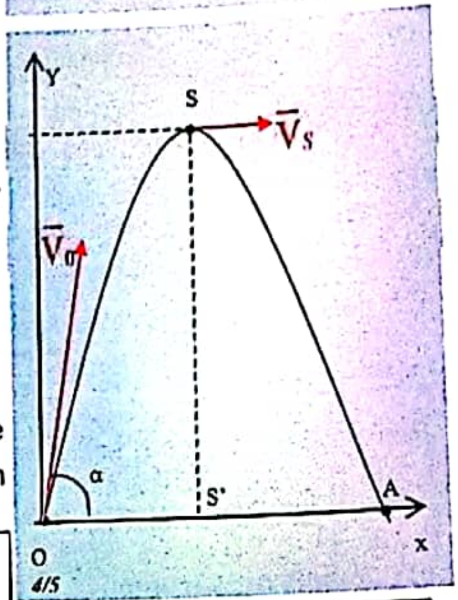
Nous pouvons donc écrire : $\vec{a}_G=\vec{g}$

Par intégration, nous obtenons les coordonnées du vecteur vitesse instantanée et du vecteur position $\overline{OG}$.

$$\begin{cases} \overline{V}=\vec{g}t+\overline{V}_0 \\ \overline{OG}=\frac{1}{2}\vec{g}t^2+\overline{V}_0.t+\overline{OG}_0 \end{cases}$$

Si $\overline{V}_x, \overline{V}_y$ et $\overline{V}_z$ sont les coordonnés du vecteur vitesse instantanée ; x, y et z les coordonnées du vecteur-position instantanée, nous aurons :

$$\overline{V}\begin{cases} \overline{V}_x=V_0.\cos\alpha & (1) \\ \overline{V}_y=-gt+V_0.\sin\alpha & (2) \\ \overline{V}_z=0 \end{cases} \qquad \overline{OG}\begin{cases} x=V_0.\cos\alpha\, t & (3) \\ y=-\frac{1}{2}g\,t^2+V_0\sin\alpha\, t & (4) \\ z=0 \end{cases}$$



α = angle de tir ;
V_0 = vitesse initiale
Distance OA = portée ;
distance S'S = flèche.
<u>Remarque</u> : Au moment où le projectile passe par le sommet de sa trajectoire, sa vitesse n'est pas nulle : le vecteur vitesse qui est tangent au sommet à la trajectoire est horizontal ; c'est donc la composante du vecteur vitesse suivant l'axe vertical y'y qui est nulle .

- **Equation de la trajectoire.**

Nous pouvons déterminer l'équation de la trajectoire du centre d'inertie du projectile $f(x, y)=0$ en éliminant t entre les équations (3) et (4).

La relation (3) donne $t=\frac{x}{V_0.\cos\alpha}$

Remplaçons dans l'équation (4) , nous tirons après arrangement

$$y=-\frac{g}{2V_0^2\cos^2\alpha}+\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}.x$$ **(5) :La trajectoire est plane, c'est une parabole située dans le plan défini par x'x et y'y.**

- **Quelques caractéristiques de la trajectoire**

<u>a) PORTEE</u>

Soit A le point où la trajectoire recoupe le plan horizontal passant par le point de lancement O. La distance OA est appelée quelquefois **portée**. Elle correspond ici à l'abscisse du point A. Reprenons l'équation de la trajectoire et faisons y = 0.

$$-\frac{g}{2V_0^2\cos^2\alpha}x^2+\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}x=0$$

$$x\left(-\frac{g}{2V_0^2\cos^2\alpha}.x+\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right)=0$$

$$x\neq 0\Rightarrow -\frac{g}{2V_0^2\cos^2\alpha}.x+\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=0$$

$$x \neq 0 \rightarrow x_A = \frac{2V_0^2 \cos\alpha . \sin\alpha}{g} = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

Pour une vitesse donnée V_0, la portée dépend de l'angle de tir α

Cette portée est maximale lorsque

$$\sin 2\alpha = 1 \Rightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} .$$

Pour $\alpha < \frac{\pi}{4}$ le projectile « ne monte pas haut et ne vas pas loin ».

Pour $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$, le projectile « monte haut mais ne va pas loin ».

4/6-Sous quel angle Yocto doit-il lancer le « poids » pour le projeter le plus loin possible ?

b) FLECHE

Soit S le point le plus élevé atteint par le projectile.

En S le vecteur vitesse instantanée $\vec{V}_S$ qui est tangent à la trajectoire est horizontal (c'est-à-dire parallèle à l'axe des abscisses x'x). Nous avons alors $-gt + V_0 . \sin\alpha = 0$.

Ce qui nous donne la date t_S de passage du projectile en S :

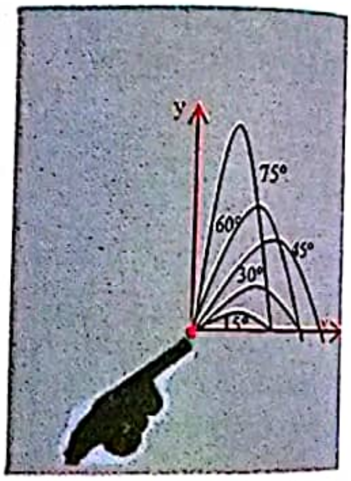
$$t_S = \frac{V_0 \sin\alpha}{g} .$$

Remplaçons t_S par sa valeur dans l'équation (4) :

$$y_S = -\frac{g}{2}\left(\frac{V_0 \sin\alpha}{g}\right)^2 + V_0 \sin\alpha \left(\frac{V_0 \sin\alpha}{g}\right) = \frac{V_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$$

c) Parabole de sécurité

Pour une vitesse initiale V_0 imposée, un point $P(x_P, y_P)$ du plan de la trajectoire ne peut être touché par le projectile que si ses coordonnées vérifient l'équation de la trajectoire.



Pour une vitesse initiale donnée, la portée varie avec l'angle de tir.

$$y_P = -\frac{g}{2V_0^2 \cos^2\alpha} x_P^2 + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} x_P$$

$$-\frac{g}{2V_0^2 \cos^2\alpha} x_P^2 + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} . x_P - y_P = 0$$

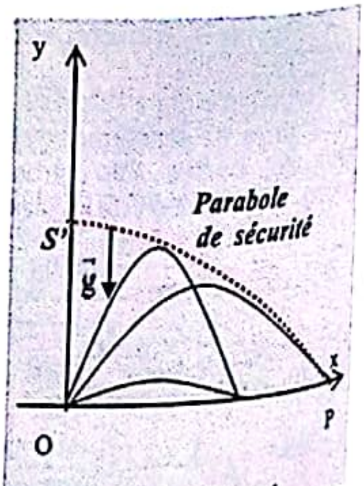
$$-\frac{g(1+\tan^2\alpha)}{2V_0^2} x_P^2 + \tan\alpha . x_P - y_P = 0$$

$$-\frac{g . x_P}{2V_0^2} \tan^2\alpha + x_P \tan\alpha + \left(-\frac{g . x_P^2}{2V_0^2} - y_P\right) = 0$$

Pour un angle de tir α donné, la condition précédente n'est satisfaite que si l'équation ci-dessus admet une solution, c'est-à-dire si le discriminant est positif ou nul.

Les calculs donnent $y_P \leq \frac{-g x_P^2}{2V_0^2} + \frac{V_0^2}{2g}$

$y = \frac{-gx^2}{2V_0^2} + \frac{V_0^2}{2g}$ est l'équation d'une parabole qui coupe l'axe des abscisses P tel que $OP = \frac{V_0^2}{g}$ et l'axe des ordonnées en S tel que $OS' = \frac{V_0^2}{2g}$.



4/8- parabole de sûreté

Cette parabole est appelée parabole de sûreté. Le point P ne peut être atteint que s'il se trouve à l'intérieur de cette parabole qui enveloppe toutes les trajectoires que permet de réaliser V_0.

APPLICATION 1

Un élève lance un caillou d'un point A situé au troisième étage d'un immeuble. Le point A est situé à une hauteur $h = 20$ m du sol supposé horizontal. La vitesse du caillou à l'instant où il est lancé est de 20 m/s, l'angle de tir est de 30°.

1-) Ecrire les équations horaires du mouvement du caillou supposé ponctuel.

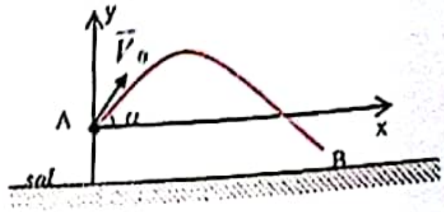
2-) Ecrire l'équation de la trajectoire du caillou

3-) Le caillou touche le sol en un point B. Trouver la distance de B à la verticale du point A..

4-) Trouver l'altitude maximale atteinte par le caillou.

5-) Calculer le temps mis par le caillou entre A et B.

Réponses



1-) $\begin{cases} x = 17{,}32t \\ y = -5t^2 + 10.t \end{cases}$

2-) $y = -1{,}67.10^{-2}x^2 + 0{,}57x$

3-) Au sol $y = -20 \rightarrow -20 = -1{,}67.10^{-2}x^2 + 0{,}57x$

La résolution de l'équation de l'équation du second degré donne une solution physique $x_B = 57{,}3$ m.

4-) $h = 25$ m. 5-) $t = \dfrac{x_B}{17{,}32} = 3{,}32$ s.

APPLICATION 2

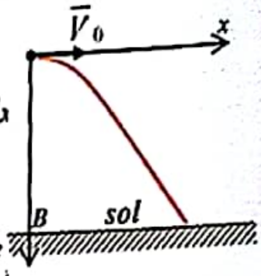
Un avion vole horizontalement à une altitude de 500 m avec une vitesse constante de 720 km/h. Il lâche une bombe au passage par la verticale d'un point B au sol supposé horizontal.

1-) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire du centre de gravité de la bombe.

2-) A quelle distance du point B la bombe éclate-t-elle au sol ?

3-) Calculer la vitesse de la bombe au moment où elle touche le sol.

Réponses



1-) $x = 200t$

$z = 5t^2 \rightarrow Z = 1{,}25.10^{-4}x$

2-) Au sol $Z_B = 500$

$500 = 1{,}25.10^{-4}x_B^2$

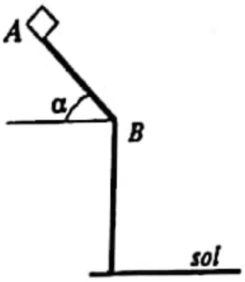
$\leftrightarrow x_B = 2000$ m.

3-) Le théorème de l'énergie cinétique appliqué à la bombe entre l'instant où elle est lâchée et l'instant où elle arrive au sol donne $V_B^2 - V_0^2 = 2gZ_B$

$V_B = 282{,}8$ m/s

APPLICATION 3

Un objet assimilable à une masse ponctuelle est lâché sans vitesse en un point A d'un plan incliné. L'inclinaison du plan est $\alpha = 60°$, la longueur du plan est AB = 2m



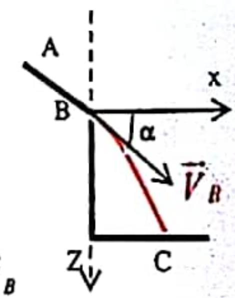
1-) Calculer la vitesse du solide au passage en B, on suppose que les forces de frottement sont nulles.

2-) Le point B est situé à une hauteur $h = 4$ m du sol horizontal.

a) Ecrire l'équation de la trajectoire du solide après passage en B.

b) L'objet atteint le sol en un point C. Calculer la distance de C à la verticale du point B.

Solution



1-) L'application du TEC entre l'instant où le solide part de A et l'instant où il passe en B donne

$V_B = \sqrt{2g.AB.\sin\alpha} = 5{,}86$ m/s.

2-) a) Au moment où le solide passe en B le vecteur vitesse $\vec{V}_B$ a même direction que la ligne de plus grande pente du plan incliné. Au-delà de B le solide est en chute libre. L'application du TCI donne les équations horaires

$x = 2{,}92t$; $z = 5t^2 + 5t$

L'équation de la trajectoire est donc

$z = 0{,}58x^2 + 1{,}7x$.

b) $C(z_C = h) \rightarrow h = 0{,}58x_C^2 + 1{,}7x_C$

Les calculs donnent $x_C = 1{,}54$m

1-3 - Chute libre : trajectoire rectiligne

Considérons un projectile lancé verticalement d'un point O avec une vitesse $\vec{V}_0$

- **Accélération.**

Le projectile est soumis uniquement à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$.
Si $\vec{a}$ est l'accélération du centre d'inertie du projectile, le théorème du centre d'inertie nous permet d'écrire

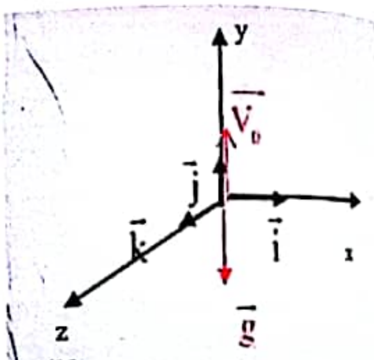
$\vec{P} = m.\vec{a} \Leftrightarrow m.\vec{g} = m.\vec{a}_G \Rightarrow \vec{a}_G = \vec{g}$

Le vecteur accélération du mouvement du projectile est constant et égal au vecteur champ de pesanteur du lieu.

4/9-Pour Galilée, la chute libre sans vitesse initiale est un cas particulier du mouvement d'un solide sur un plan incliné.

- **Equations horaires**

Etudions le mouvement du projectile dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ du référentiel terrestre supposé galiléen.
y'y est vertical.
x'x est horizontal, orthogonal à y'y, situé dans le même plan vertical que le vecteur vitesse $\vec{V}_0$.
z'z est perpendiculaire au plan défini par x'x et y'y (voir croquis)
Nous choisissons comme instant de date 0, l'instant où le projectile est lancé avec la vitesse $\vec{V}_0$.



4/10-

Les cordonnées des vecteurs position et vitesse initiale sont respectivement :

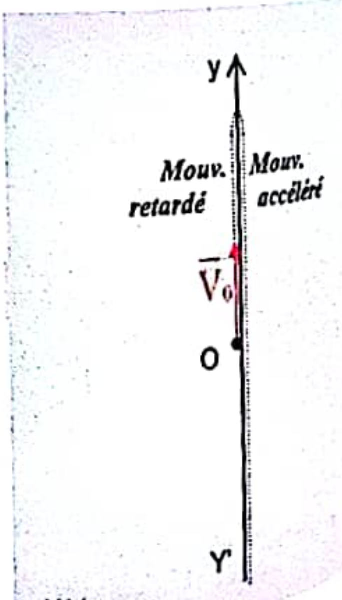
$$\vec{OG}_0 \begin{cases} x(0) = 0 \\ y(0) = 0 \\ z(0) = 0 \end{cases} \qquad \vec{V}_0 \begin{cases} \vec{V}_{0x} = 0 \\ \vec{V}_{0y} = -V_0 \\ \vec{V}_{0z} = 0 \end{cases}$$

Exprimons les coordonnées du vecteur accélération.

$$\vec{a}_G = \frac{d\vec{V}}{dt} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \\ a_z = 0 \end{cases}$$

Nous pouvons donc écrire : $\vec{a}_G = \vec{g}$.
Par intégration, nous obtenons le vecteur vitesse instantanée et le vecteur-position $\vec{OG}$.

$$\begin{cases} \vec{V} = \vec{g}t + \vec{V}_0 \\ \vec{OG} = -\frac{1}{2}\vec{g}t^2 + \vec{V}_0 t + \vec{OG}_0 \end{cases}$$



4/11-

Si $\vec{V}_x, \vec{V}_y$ et $\vec{V}_z$ sont les coordonnées du vecteur vitesse instantanée ; x, y et z les coordonnées du vecteur position instantanée, nous aurons

$$\vec{V} \begin{cases} \vec{V}_x = 0 & (1) \\ \vec{V}_y = -gt + V_0 & (2) \\ \vec{V}_z = 0 \end{cases} \qquad \vec{OG} \begin{cases} x = 0 & (3) \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 t & (4) \\ z = 0 \end{cases}$$

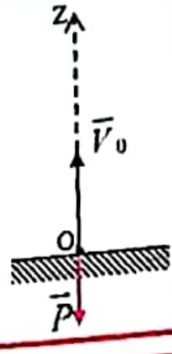
La trajectoire du projectile est rectiligne suivant l'axe

Le mouvement est uniformément retardé lorsque l'altitude du projectile augmente, uniformément accéléré lorsque l'altitude diminue.

APPLICATION 4

Une bille est lancée verticalement du sol à la date $t=0$ avec une vitesse initiale $V_0=25$ m/s.
Ecrire l'équation horaire du mouvement de la bille.
Trouver l'altitude maximale atteinte au-dessus du sol.
A quelle date la bille retombe-t-elle au sol ?
Quelle est alors sa vitesse ?

__Réponses__
Equation horaire du mouvement :
$Z = -5t^2 + 25t$
Hauteur maximale atteinte :
$h_{max} = 31{,}25$ m
Date de retombée au sol $=t_1$
$Z(t_1) = 0 \rightarrow t_1 = 5s.$



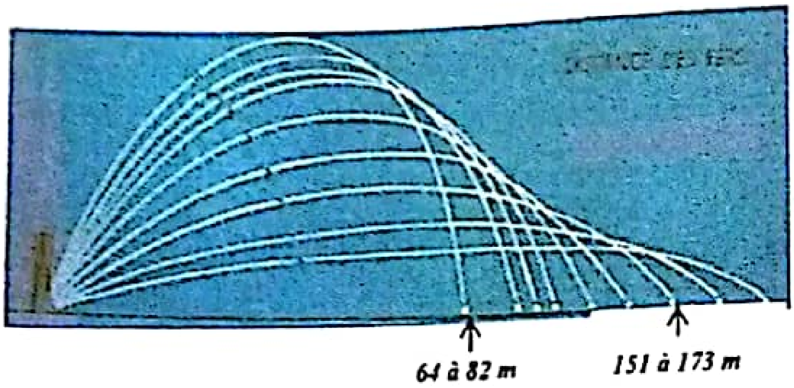
APPLICATION 5

En un lieu où l'intensité de pesanteur est $g=9{,}80$SI, on considère un axe Oz orienté positivement dans le sens ascendant.
A la date 0, une bille b_1 est lancée verticalement vers le haut à partir du point O avec une vitesse $V_1 = 8$m/s. Au même instant une bille b_2 est abandonnée sans vitesse initiale d'un point A situé sur l'axe Oz et tel que $OA= Z_A=10$ m. On néglige la résistance de l'air .
1) Ecrire les équations horaires $Z_1(t)$ et $Z_2(t)$ des deux billes .
2) En déduire la date de rencontre des billes .
3) Montrer que d'une manière générale , la rencontre des deux billes ne peut avoir lieu que si la vitesse V_1 de b_1 est supérieure à une certaine valeur que l'on précisera.

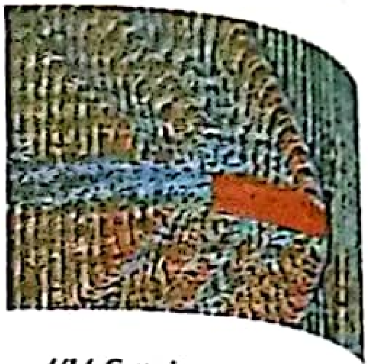
__Solution__
1-) Origine de l'axe : point de lancement de b_1.
Date 0 :date de lancement de b_1.
Equations horaires des mouvements de b_1 et b_2: $Z_1= -4{,}9t^2 +8t$
$Z_2= -4{,}9t^2+10$
2-) Au moment de la rencontre $Z_1 = Z_2$
$-4{,}9t^2+10 = -4{,}9t^2 +8t \rightarrow t_1 = 1{,}25s$.
3-) Soit V_1 la vitesse initiale de b_1, l'équation horaire du mouvement de b_1 s'écri
$Z_1 = -4{,}9t^2 + V_1t$ (1)
Equation horaire du mouvement de b_2 :
$Z_2 = -4{,}9t^2+10$. (2).
Au moment de la rencontre $Z_1=Z_2 \rightarrow V_1 = \frac{t}{10}$.
Mais $z_1 = -4{,}9t^2 + V_1t$ *est définie pour*
$0 \leq z_1 \leq 10 \qquad 0 \leq t \leq 2{,}04s \qquad V_1 \geq \frac{t}{2{,}04} = 4{,}9$ m/s

1 - 4 - Qu'est-ce que la balistique ?

__Balistique__ : science traitant du déplacement d'un corps projeté dans l'espace. D'une façon générale, la balistique étudie les trajectoires des projectiles tirés à partir de canons ou d'armes légères, le vol libre des bombes et le vol propulsé des fusées.
Le déplacement d'un projectile, entre l'instant où il est tiré et son impact sur la cible, comprend trois phases distinctes, qui font l'objet des subdivisions de la balistique :
- la __balistique intérieure__ concerne le mouvement accéléré du projectile à l'intérieur de la « bouche à feu » pendant le temps très bref qui s'écoule entre le début de la combustion de la charge et l'instant où le projectile sort du canon.
- la __balistique extérieure__, qui considère le déplacement du projectile entre le moment où il sort du canon et celui où il atteint sa cible, le projectile est alors soumis à son poids et à la résistance de l'air.
- la __balistique terminale__, qui traite des effets du projectile sur sa cible.
Le problème simplifié revient à étudier le mouvement d'un projectile soumis en plus de son poids à la résistance supposée tangentielle de l'air fonction de la vitesse de translation.
Les problèmes correctifs tiennent compte de la sphéricité et de la rotation de la Terre, des variations de l'intensité de pesanteur et de la pression atmosphérique, de l'action des vents, de la dérivation du projectile.
La trajectoire réelle peut être très différente de la trajectoire théorique obtenue en négligeant la résistance de l'air .



4/13-Allures possibles de la trajectoire d'une balle de golf dans l'air.



4/14-Cette image représente les perturbations atmosphériques produites par une balle tirée à une vitesse de 500 m/s. Ces perturbations ont été photographiées sous un rayonnement de lumière polarisée en un temps d'exposition de 1 nanoseconde.

La trajectoire réelle peut être très différente de la trajectoire théorique obtenue en négligeant la résistance de l'air.
Elle présente certaines propriétés :

- *La vitesse horizontale toujours décroissante décroît d'autant plus rapidement que le coefficient balistique du projectile est grand.(le coefficient balistique est fonction du poids du projectile, de sa forme et de ses dimensions).*
- *Aux points situés dans le même plan horizontal, on a pour la branche ascendante une plus grande valeur numérique de la composante verticale de la vitesse.*
- *L'angle de chute est plus grand que l'angle de tir.*
- *La vitesse de chute est plus faible que la vitesse initiale.*

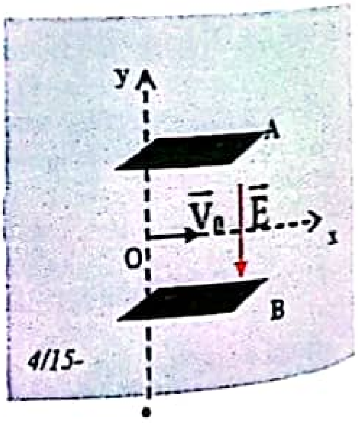
Les expériences de balistique extérieure s'effectuent normalement dans des champs expérimentaux de tir (appelés polygones) et équipés de façon adéquate. Ce sont des polygones bien plus vastes (étendues désertiques ou océaniques) qui servent aux expériences de balistique spatiale relative aux mouvements des missiles, dans l'atmosphère, puis hors de l'atmosphère.
Lorsque le missile échappe à la poussée du réacteur il se comporte comme un projectile animé d'une vitesse initiale et qui suit une trajectoire conditionnée par la résistance de l'air.
Le tir d'artillerie et le lancement d'un missile présentent d'étroites analogies dans la mesure où le missile quand il a échappé à la poussée du réacteur, se comporte de la même manière que le projectile animé d'une vitesse initiale et soumis à son poids et à la résistance de l'air.

2 MOUVEMENT D'UNE PARTICULE DANS UN CHAMP ELECTRIQUE UNIFORME

2 - 1 - Champ transversal

- **Objectif**

Une particule de masse m, de charge q pénètre en O avec une vitesse $\vec{V}_0$ dans le champ électrique uniforme régnant entre les armatures A et B d'un condensateur.



Le vecteur champ électrique $\vec{E}$ est supposé ici vertical, la longueur du champ est ℓ.
Nous nous proposons de déterminer les caractéristiques du mouvement de la particule .Nous supposons ici :
- que la charge q est négative et qu'elle se déplace dans le vide ;
- que le poids de la particule est négligeable devant la force électrique ;
- que le vecteur vitesse initiale est horizontal (voir croquis).

- **Vecteur accélération**

Prenons comme système la particule. Nous étudions son mouvement dans le repère terrestre $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ supposé galiléen.

L'axe y'y est vertical et passe par le point O.

L'axe x'x est horizontal et a même support que le vecteur $\vec{V_0}$.

L'axe z'z est perpendiculaire au plan défini par les deux autres axes.

La particule est soumise à la force électrostatique $\vec{F}=q\vec{E}$.

Le TCI permet d'écrire : $\vec{F}=m\vec{a} \leftrightarrow q\vec{E}=m\vec{a} \rightarrow \vec{a}=\frac{q\vec{E}}{m}$

Le vecteur accélération $\vec{a}$ est constant, il est ici de sens contraire au vecteur champ électrique $\vec{E}$ puisque nous avons supposé que la charge q était négative.

- **Conditions initiales**

Choisissons comme instant de date 0, l'instant où la particule arrive en O. Les vecteurs accélération, vitesse initiale et position initiale ont pour coordonnées

$$\vec{a}\begin{cases} \vec{a}_x=0 \\ \vec{a}_y=\frac{|q|E}{m} \\ \vec{a}_z=0 \end{cases} \qquad \vec{V}_0\begin{cases} \vec{V}_{0x}=V_0 \\ \vec{V}_{0y}=0 \\ \vec{V}_{0z}=0 \end{cases} \qquad \vec{OM_0}\begin{cases} x_0=0 \\ y_0=0 \\ z_0=0 \end{cases}$$

- **Equations horaires**

$$\vec{a}=\frac{q\vec{E}}{m}=\text{constante} \rightarrow \vec{V}=\vec{a}t+\vec{V_0} \rightarrow \vec{OM}=\frac{1}{2}\vec{a}t^2+\vec{V}_0t+\vec{OM}_0$$

En tenant compte des coordonnées écrites plus haut, nous tirons

$$\vec{a}\begin{cases} \vec{a}_x=\frac{d^2x}{dt^2}=0 \\ \vec{a}_y=\frac{d^2y}{dt^2}=\frac{|q|E}{m} \\ \vec{a}_z=\frac{d^2z}{dt^2}=0 \end{cases} \quad \vec{V}\begin{cases} \vec{V}_x=\frac{dx}{dt}=V_0 \ (1) \\ \vec{V}_y=\frac{dy}{dt}=\frac{|q|E}{m}t \ (2) \\ \vec{V}_z=\frac{dz}{dt}=0 \end{cases} \quad \vec{OM}\begin{cases} x=V_0t \ (3) \\ y=\frac{|q|E}{m}t^2 \ (4) \\ z=0 \end{cases}$$

- **Equation de la trajectoire.**

En éliminant t entre les équations (3) et (4), nous tirons $y=\frac{|q|E}{2mV_0^2}x^2$ (5)

La trajectoire est une parabole située dans le plan défini par les axes x'x et y'y

L'ELECTRON ; LE PROTON

1881- Joseph J. THOMSON émet l'hypothèse selon laquelle les rayons cathodiques sont constitués de particules chargées négativement (particules que John Stone Stoney baptisera plus tard électrons).

1897 : JJ Thomson démontre par des expériences directes que de tels électrons peuvent être extraits de tous les atomes ; l'atome cesse d'être insécable.

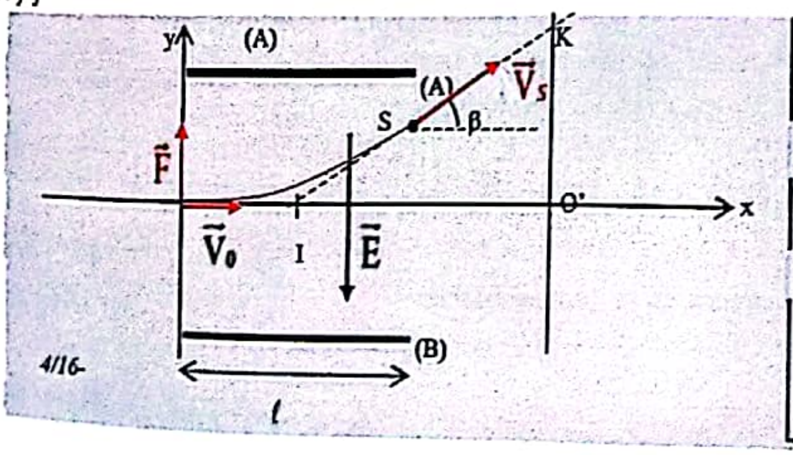
1906 : Ernest RUTHERFORD découvre le noyau atomique.

1919 : Ernest Rutherford découvre le proton (comme étant le noyau de l'hydrogène).

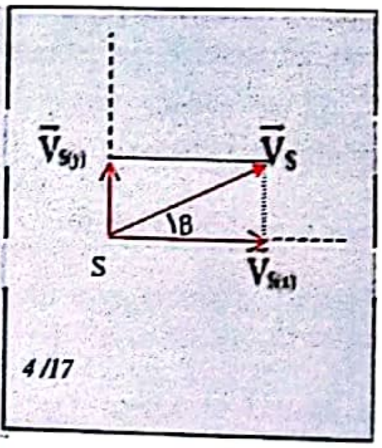
L'électron a une masse $m_e=9,1.10^{-31}$ kg et une charge négative égale en valeur absolue à la charge élémentaire.

Le proton a une masse $m_P=1,67.10^{-27}$ kg et une charge égale à la charge élémentaire.

La charge élémentaire est $e=1,6.10^{-19}$ C.



4/16



4/17

- **Vecteur accélération**

Prenons comme système la particule. Nous étudions son mouvement dans le repère terrestre $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ supposé galiléen.

L'axe y'y est vertical et passe par le point O.

L'axe x'x est horizontal et a même support que le vecteur $\vec{V}_0$.

L'axe z'z est perpendiculaire au plan défini par les deux autres axes.

La particule est soumise à la force électrostatique $\vec{F}=q\vec{E}$.

Le TCI permet d'écrire : $\vec{F}=m\vec{a} \leftrightarrow q\vec{E}=m\vec{a} \rightarrow \vec{a}=\dfrac{q\vec{E}}{m}$

Le vecteur accélération $\vec{a}$ est constant, il est ici de sens contraire au vecteur champ électrique $\vec{E}$ puisque nous avons supposé que la charge q était négative.

- **Conditions initiales**

Choisissons comme instant de date 0, l'instant où la particule arrive en O. Les vecteurs accélération, vitesse initiale et position initiale ont pour coordonnées

$$\vec{a}\begin{cases} a_x=0 \\ a_y=\dfrac{|q|E}{m} \\ a_z=0 \end{cases} \qquad \vec{V}_0\begin{cases} V_{0x}=V_0 \\ V_{0y}=0 \\ V_{0z}=0 \end{cases} \qquad \overrightarrow{OM_0}\begin{cases} x_0=0 \\ y_0=0 \\ z_0=0 \end{cases}$$

- **Equations horaires**

$$\vec{a}=\frac{q\vec{E}}{m}=\text{constante} \rightarrow \vec{V}=\vec{a}t+\vec{V}_0 \rightarrow \overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}\vec{a}t^2+\vec{V}_0t+\overrightarrow{OM}_0$$

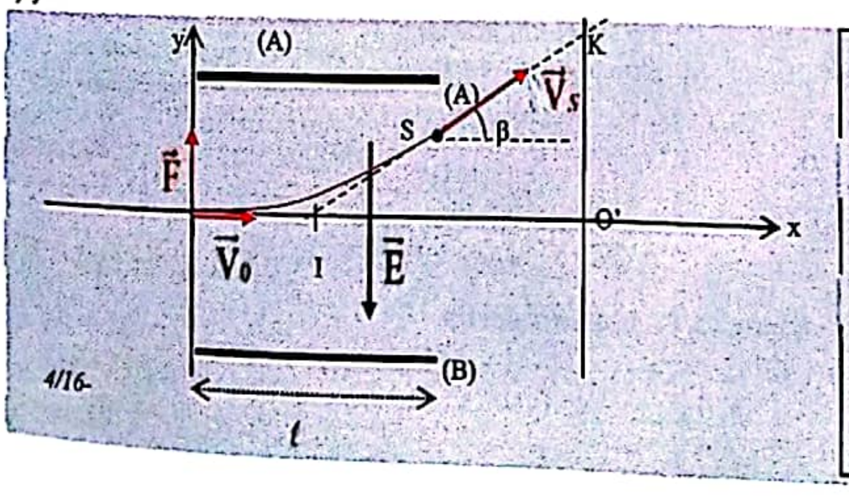
En tenant compte des coordonnées écrites plus haut, nous tirons

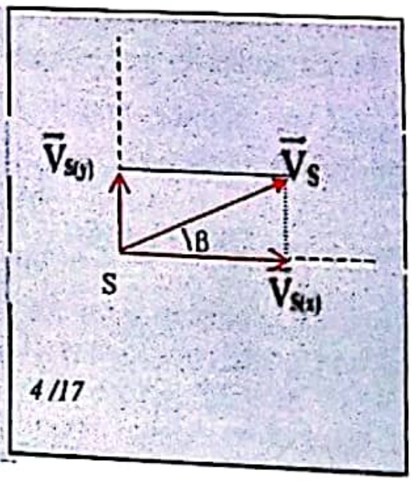
$$\vec{a}\begin{cases} a_x=\dfrac{d^2x}{dt^2}=0 \\ a_y=\dfrac{d^2y}{dt^2}=\dfrac{|q|E}{m} \\ a_z=\dfrac{d^2z}{dt^2}=0 \end{cases} \quad \vec{V}\begin{cases} V_x=\dfrac{dx}{dt}=V_0 \quad (1) \\ V_y=\dfrac{dy}{dt}=\dfrac{|q|E}{m}t \quad (2) \\ V_z=\dfrac{dz}{dt}=0 \end{cases} \quad \overrightarrow{OM}\begin{cases} x=V_0t \quad (3) \\ y=\dfrac{|q|E}{m}t^2 \quad (4) \\ z=0 \end{cases}$$

- **Equation de la trajectoire.**

En éliminant t entre les équations (3) et (4), nous tirons $y=\dfrac{|q|E}{2mV_0^2}x^2$ (5)

La trajectoire est une parabole située dans le plan défini par les axes x'x et y'y





L'ELECTRON : LE PROTON

1881- Joseph J. THOMSON émet l'hypothèse selon laquelle les rayons cathodiques sont constitués de particules chargées négativement (particules que John Stone Stoney baptisera plus tard électrons).

1897 : J.J Thomson démontre par des expériences directes que de tels électrons peuvent être extraits de tous les atomes ; l'atome cesse d'être insécable.

1906 : Ernest RUTHERFORD découvre le noyau atomique.

1919 : Ernest Rutherford découvre le proton (comme étant le noyau de l'hydrogène).

L'électron a une masse $m_e=9,1.10^{-31}$ kg et une charge négative égale en valeur absolue à la charge élémentaire.

Le proton a une masse $m_P=1,67.10^{-27}$ kg et une charge égale à la charge élémentaire.

La charge élémentaire est $e=1,6.10^{-19}$ C.

- **Quelques propriétés de la trajectoire**

a) Durée du trajet dans le champ électrique

Si ℓ est la longueur du champ électrique, la particule sort du champ en un point S d'abscisse $x_S = \ell$. Elle arrive en S à la date t_S .

Dans l'équation (3) remplaçons x par ℓ et exprimons t_S

$$\ell = V\, t_S \rightarrow t_S = \frac{\ell}{V}$$

b-) Coordonnées du point de sortie S

Pour avoir l'ordonnée du point S remplaçons dans l'équation de la trajectoire x par ℓ ou dans l'équation (4) t par t_S.

Nous obtenons $y_S = \dfrac{|q|E\ell^2}{2mV_0^2}$.

c) Coordonnées du vecteur vitesse à la sortie du champ

Nous pouvons avoir les coordonnées du vecteur vitesse $\overrightarrow{V_S}$ de la particule au moment où elle passe en S à partir des relations (1) et (2).

$$\overline{V_x} = \frac{dx}{dt} = V_0 \quad (1)$$

$$V_y = \frac{dy}{dt} = \frac{|q|E}{m} t_S = \frac{|q|E}{m} \cdot \frac{\ell}{V_0} \quad (2)$$

d) Déviation de la particule

La déviation est l'angle β que font entre eux les vecteurs vitesses $\overrightarrow{V_0}$ et $\overrightarrow{V_S}$ respectivement à l'entrée et à la sortie du champ. Nous avons (voir croquis) $\tan\beta = \dfrac{\|V_{S(y)}\|}{\|V_{S(x)}\|} = \dfrac{|q|E\ell}{mV_0^2}$

Remarque

- Nous pouvons retrouver la déviation en exprimant simplement la valeur absolue du coefficient directeur de la tangente à la trajectoire au point d'abscisse $x=\ell$.

-Nous pouvons trouver la vitesse de la particule au passage en S en appliquant le théorème de l'énergie cinétique à la particule entre l'instant où elle pénètre dans le champ et l'instant où elle sort du champ

e) Déflexion

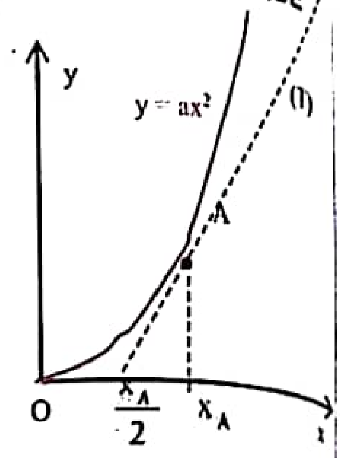
Plaçons un écran à une distance D du centre du champ électrique. A la sortie du champ électrique, le mouvement de la particule devient rectiligne uniforme : la force électrique étant nulle. La particule se déplace suivant la direction du vecteur $\overrightarrow{V_S}$ et va heurter l'écran en un point K. La distance O'K constitue la déflexion.

Nous avons $O'K = D.\tan\beta = \dfrac{D.|q|E\ell}{mV_0^2}$.

Si U_{AB} est la tension entre les armatures A et B, d la distance qui les sépare, nous avons $U_{AB} = E.d$.

La relation précédente s'écrit $O'K = \dfrac{D|q|\ell}{mV_0^2 d} U_{AB}$

RAPPELS DE MATHEMATIQUE



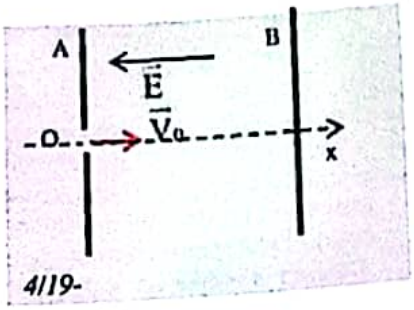
4/18

On donne la parabole d'équation $y = ax^2$.
Soit (T) la tangente à la parabole au point A d'abscisse x_A.
On démontre en Mathématique que la tangente à la parabole au point d'abscisse x_A coupe l'axe x'x en un point B d'abscisse $\dfrac{x_A}{2}$

Déflexion électrostatique : résultat de l'action d'un champ électrique $\vec{E}$ (généralement uniforme) sur un faisceau de particules chargées de vitesse $\vec{V}_0$ non colinéaire avec $\vec{E}$.
La déflexion électrostatique permet l'analyse d'un faisceau de particules qui diffèrent soit par leurs masses, soit par leurs charges électriques, soit par leurs vitesses.

2-2- Champ longitidunal

Lorsqu'une particule électrique de charge q pénètre dans un champ électrique uniforme $\vec{E}$ sans vitesse ou avec une vitesse $\vec{V}_0$ de même direction que $\vec{E}$, on peut montrer que son mouvement est rectiligne uniformément varié.



4/19-

Si par exemple un électron pénètre en O dans le champ électrique $\vec{E}$ régnant entre les armatures A et B d'un condensateur avec une vitesse $\vec{V}_0$ de même direction que $\vec{E}$, on peut montrer en appliquant le théorème du centre d'inertie que sa trajectoire est rectiligne uniformément varié d'accélération

$$\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

Sa vitesse à la sortie du champ est V telle que

$$\frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = q.U_{AB}$$

q est la charge de la particule, m sa masse et U_{AB} la tension entre les armatures A et B (Voir croquis).

APPLICATION 6

Un condensateur plan est formé de deux plaques métalliques parallèles rectangulaires horizontales de longueur ℓ et séparées par une distance d.

On raisonnera dans le repère $R(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ constitué d'un trièdre direct orthonormé. Le point O est équidistant des deux plaques.

Un faisceau homocinétique de protons, émis en C sans vitesse est accéléré entre les points C et D situés dans le plan $(O, \vec{i},\vec{j})$. Il pénètre en O dans un champ électrique uniforme $\vec{E}$ avec une vitesse $\vec{V}_0$ formant un angle α avec le vecteur $\vec{i}$

1) Après avoir indiqué en le justifiant le signe de la tension U_{CD}, calculer la vitesse V_0 de pénétration dans le champ électrique.

On donne $|U_{CD}|$ =1000 V ;

masse du proton m =1,6.10^{-27} kg . ;

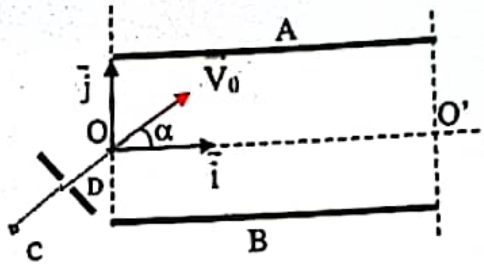
charge élémentaire e = 1,6.10^{-19} C.

2) Indiquer en le justifiant le signe de la tension U_{AB} tel que le faisceau de protons puisse passer par le point O' (ℓ , 0,0).

Donner l'équation de la trajectoire des protons dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$. en fonction de U_{AB} ; U_{CD}, α et d. Quelle est la nature du mouvement des protons ? Calculer la valeur numérique de U_{AB} qui permet de réaliser la sortie en O' pour α =30°, ℓ =20 cm ; d = 7cm.

3) Dans le cas où U_{AB} a la valeur précédente, déterminer à quelle distance minimale du plateau supérieur passe le faisceau de protons.

On négligera le poids des protons devant les forces électriques.



Solution

1-) TEC : $\Delta E_C = eU_{CD} > 0 \rightarrow U_{CD} > 0$

$$\Delta E_C = eU_{CD} = \frac{1}{2}mV_0^2$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{2e|U_{CD}|}{m}} = 4{,}47.10^5 \text{m/s}$$

2-) Les protons sont repoussés par A et attirés par B : U_{AB} est donc positif. Le TCI s'écrit $\vec{F} = e\vec{E} = m\vec{a}$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x=0 \\ a_y=-\dfrac{eE}{m}\end{cases} \qquad \vec{V}_0\begin{cases} V_{0x} = V_0\cos\alpha \\ V_{0y} = V_0\sin\alpha\end{cases}$$

$$\vec{V}\begin{cases} V_0\cos\alpha \\ \dfrac{-eE}{m}t + V_0\sin\alpha\end{cases} \qquad \overrightarrow{OM}\begin{cases} x = V_0\cos\alpha\, t \\ y = \dfrac{-eE}{2m}t^2 + V_0\sin\alpha\, t\end{cases}$$

En éliminant t, on tire

$$y = -\frac{-eE}{2mV_0^2\cos^2\alpha}x^2 + \tan\alpha\, x \qquad \text{avec}$$

$$mV_0^2 = 2eU_{CD} \text{ et } E = \frac{U_{AB}}{d}$$

La valeur de U_{AB} est obtenue en remplaçant dans l'équation de la trajectoire y par 0 et x par ℓ.

3-) $d_{min} = \dfrac{d}{2} - y_S$ *(y_S est obtenu en remplaçant dans l'équation de la trajectoire x par $\dfrac{\ell}{2}$).*

3 APPLICATIONS

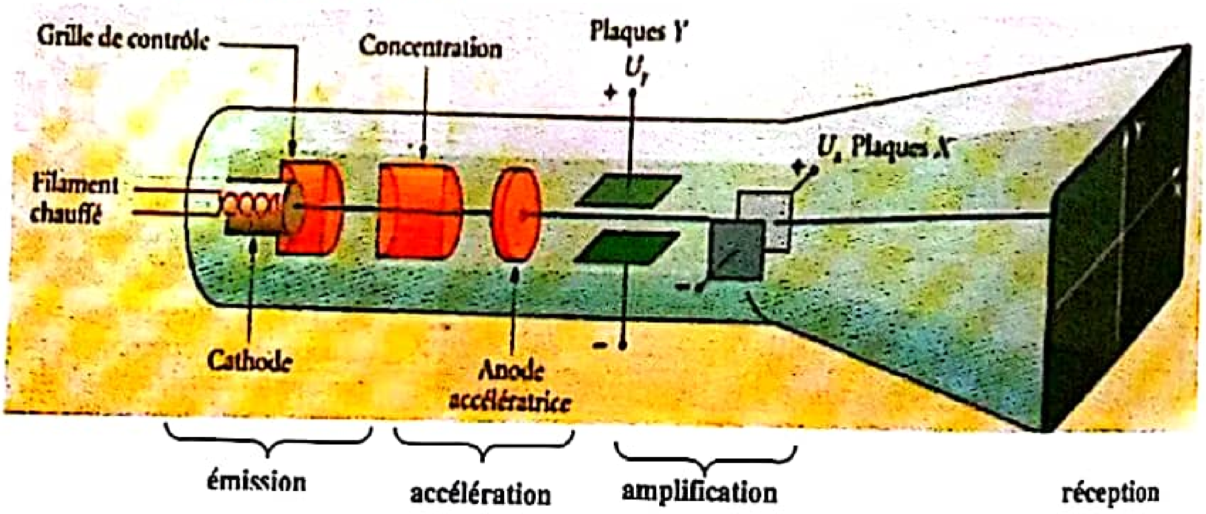
3 - 1 - Canon à électrons

On appelle généralement canon à électrons tout dispositif susceptible de produire un faisceau d'électrons. On trouve des canons à électrons dans les oscilloscopes et dans les tubes de récepteurs de télévision. Le canon est constitué d'un tube transparent qui renferme un gaz sous faible pression. Il renferme un filament F qui, parcouru par un courant électrique permet de chauffer une cathode C .Celle-ci chauffée émet des électrons (effet thermoélectronique).

Le faisceau est focalisé par une anode cylindrique A_1 et accéléré par une tension établie entre la cathode et une anode A. Dans les laboratoires scolaires, on trouve des canons à électrons qui permettent de visualiser la trajectoire des électrons : le choc des électrons sur les molécules gazeuses contenues dans le tube provoque leur ionisation, il en résulte une luminescence qui rend visible la trajectoire des électrons .

4/20-Canon à électrons : déflexion des électrons par un champ électrique transversal.

3 - 2 - Oscilloscope cathodique

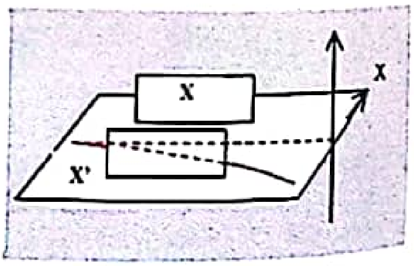


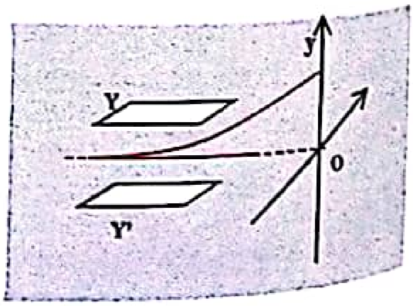
Un oscilloscope est un appareil qui utilise l'émission thermoélectrique et la déviation électrique d'un faisceau d'électrons.

Il comprend essentiellement un tube cathodique, un ensemble d'amplification, un système de synchronisation et des alimentations.

- **TUBE CATHODIQUE**

Un tube cathodique est constitué d'un tube de verre dans lequel règne un vide très poussé (de l'ordre de $1{,}3.10^{-4}$ pascal). Il contient un canon à électrons, un système de déviation du faisceau d'électrons et un écran.





Le canon à électrons comprend :

- une cathode chauffée indirectement par un filament (émission d'électrons par effet thermoélectrique).Le potentiel de la cathode sera pris conventionnellement égal à 0 ;
- le Wehnelt : (électrode cylindrique appelée aussi grille) porté à un potentiel négatif réglable. Le wehnelt concentre le faisceau d'électrons à la sortie de la cathode et règle le débit ;
- les anodes de forme cylindrique servent à la concentration du faisceau et à son accélération.