

Ministère des Enseignements Primaire,
Secondaire, Technique et de l'Artisanat

Ministère délégué chargé de
l'Enseignement Technique et de l'Artisanat



REPUBLIQUE TOGOLAISE

Travail – Liberté – Patrie

Programme
2023

Enseignement de
spécialité

Sciences

T^{le} F²

Physiques



DERNIERE MISE A JOUR : *SEPTEMBRE* 2022

Sciences

T^{le} F²

Programme
2023

Enseignement de
spécialité

Physiques

Sous la direction de :

Inspecteur ATCHOLADI Essodina

Directeur des Programmes et de la Pédagogie

Avec la participation de :

ADANHOU Kodjo
LETP-LOME

ADEGNON Koamivi
LETP-LOME

AGBENDU Amen
LETP-ANEHO

BATAKA Batanta
CME-BT KARA

DOUNGBLOE Koffi Mawuto B.
IP La PAIX

GNASSINGBE Dandaba
LETP-LOME

MANGAMANA Aklessa
CME-BT KARA

MIHESSO Koami Adantor
LETP-LOME

ISBN :

Tous droits réservés :

© Ministère des Enseignements Primaire, Secondaire, Technique et de l'Artisanat

Le Ministre délégué chargé l'Enseignement
Technique et de l'Artisanat

Kokou Eké HODIN

PARTIE I : PHYSIQUE

<i>CHAPITRE 1. CINEMATIQUE DU POINT</i> -----	8
I. REPERAGE D'UN MOBILE -----	8
II. VECTEUR VITESSE D'UN MOBILE -----	9
III. VECTEUR ACCELERATION D'UN MOBILE -----	10
IV. QUELQUES MOUVEMENTS PARTICULIERS -----	10
<i>CHAPITRE 2. MOUVEMENT DU CENTRE D'INERTIE D'UN SOLIDE</i> -----	14
I. PRINCIPE DE L'INERTIE -----	14
II. QUANTITE DE MOUVEMENT D'UN SOLIDE -----	14
III. PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA DYNAMIQUE-----	14
IV. APPLICATIONS DU TCI ET DU TEC -----	17
<i>CHAPITRE 3. MOUVEMENT D'UN PROJECTILE DANS LE CHAMP DE PESANTEUR</i> -----	22
I. INTRODUCTION -----	22
II. CHUTE LIBRE-----	22
III. MOUVEMENT D'UN PROJECTILE DANS LE CHAMP DE PESANTEUR UNIFORME -----	23
<i>CHAPITRE 4. MOUVEMENT D'UNE PARTICULE DANS UN CHAMP ELECTROSTATIQUE</i> 27	
I. LE CHAMP ELECTROSTATIQUE UNIFORME-----	27
II. LE CANON A ELECTRONS -----	27
III. APPAREIL DE DEVIATION ELECTROSTATIQUE-----	28
<i>CHAPITRE 5. LE CHAMP MAGNETIQUE</i> -----	34
I. LES SOURCES DE CHAMP MAGNETIQUE -----	34
II. LE VECTEUR CHAMP MAGNETIQUE-----	34
<i>CHAPITRE 6. PARTICULE CHARGEE EN MOUVEMENT DANS UN CHAMP MAGNETIQUE</i> 37	
I. ACTION D'UN CHAMP MAGNETIQUE SUR UNE PARTICULE CHARGEE -----	37
II. MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME -----	38
III. APPLICATIONS PRATIQUES -----	39
<i>CHAPITRE 7. LE PENDULE ELASTIQUE</i> -----	42
I. MOUVEMENT D'UN OSCILLATEUR HARMONIQUE-----	42

Table de matières

II. ETUDE ENERGETIQUE D'UN PENDULE ELASTIQUE -----	44
CHAPITRE 8. MOUVEMENT DE ROTATION-----	49
I. RELATION FONDAMENTALE DE LA DYNAMIQUE POUR UN MOUVEMENT DE ROTATION -----	49
II. APPLICATIONS -----	51
CHAPITRE 9. LES LENTILLES MINCES -----	55
I. DIFFERENTS TYPES DE LENTILLES. -----	55
II. LES POINTS PARTICULIERS ET GRANDEURS CARACTERISTIQUES -----	55
III. RELATIONS DE GRANDISSEMENT ET DE CONJUGAISON -----	57
IV. DES CONSTRUCTIONS POUR TOUTES LES CONFIGURATIONS -----	57
V. MISE EN EVIDENCE DU FOYER SECONDAIRE -----	59
CHAPITRE 10. LES NIVEAUX D'ENERGIES ATOMIQUES -----	61
I. SPECTRES ATOMIQUES -----	61
II. INTERPRETATION DES SPECTRES-----	61
III. APPLICATION -----	64
CHAPITRE 11. LES REACTIONS NUCLEAIRES – LA RADIOACTIVITE-----	67
I. LES REACTIONS NUCLEAIRES SPONTANEEES OU RADIOACTIVITE -----	67
II. REACTIONS NUCLEAIRES PROVOQUEES-----	70

PARTIE II : CHIMIE

CHAPITRE 1. LES ACIDES ET LES BASES EN SOLUTIONS AQUEUSES -----	76
I. LES CONCENTRATIONS D'UNE SOLUTION AQUEUSE -----	76
II. LA CONCENTRATION D'UNE ESPECE CHIMIQUE DANS UNE SOLUTION AQUEUSE-----	76
III. LA DILUTION D'UNE SOLUTION AQUEUSE -----	76
IV. QUELQUES PROPRIETES DES SOLUTIONS AQUEUSES -----	77
V. LA RELATION DE CONSERVATION DE LA MATIERE -----	78
VI. LA CLASSIFICATION DES ESPECES CHIMIQUES EN SOLUTIONS AQUEUSES -----	78
CHAPITRE 2. LE PRODUIT IONIQUE DE L'EAU -----	80
I. AUTOPROTOLYSE DE L'EAU-----	80
II. LE pH D'UNE SOLUTION AQUEUSE -----	81
III. LA CLASSIFICATION DES SOLUTIONS AQUEUSES-----	81

Table de matières

IV. LES INDICATEURS COLORES	81
<i>CHAPITRE 3. LES ACIDES FORTS ET LES BASES FORTES</i>	<i>83</i>
I. LA NOTION D'ACIDE FORT	83
II. LA NOTION DE BASE FORTE	85
<i>CHAPITRE 4. LA REACTION ENTRE ACIDE FORT ET BASE FORTE</i>	<i>90</i>
I. LA NATURE DE LA REACTION ENTRE LES SOLUTIONS D'ACIDE CHLORHYDRIQUE ET D'HYDROXYDE DE SODIUM	90
II. LA VARIATION DU PH AU COURS DU DOSAGE D'UNE SOLUTION AQUEUSE D'ACIDE CHLORHYDRIQUE PAR UNE SOLUTION AQUEUSE D'HYDROXYDE DE SODIUM	90
III. LE DOSAGE D'UNE SOLUTION AQUEUSE D'HYDROXYDE DE SODIUM PAR UNE SOLUTION AQUEUSE D'ACIDE CHLORHYDRIQUE	91
IV. GÉNÉRALISATION : REACTION ENTRE UN MONOACIDE FORT ET UNE MONOBASE FORTE	91

Physiques

Chapitre 1. CINEMATIQUE DU POINT

Objectifs pédagogiques : A la fin de ce cours, je dois être capable de :

- ✚ Définir les vecteurs vitesse et accélération ;
- ✚ Ecrire les lois horaires et l'équation cartésienne d'un mouvement ;
- ✚ Donner la nature d'un mouvement et celle d'une trajectoire.

INTRODUCTION

La cinématique d'un point est l'étude du mouvement de ce point dans le temps sans se préoccuper de sa cause.

I. REPÉRAGE D'UN MOBILE

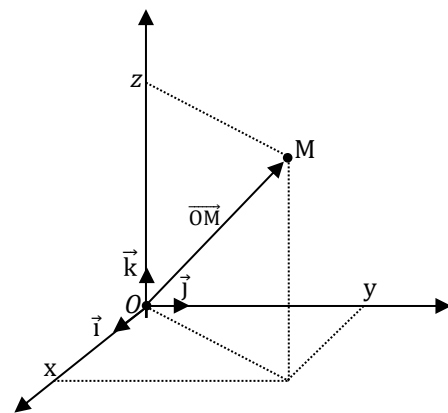
1. LA POSITION D'UN MOBILE

Le vecteur position \overrightarrow{OM} est donné par :

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.$$

\overrightarrow{OM} détermine la position du mobile à l'instant t .

x , y et z sont les coordonnées cartésiennes du point M .



- Si le mobile M est en mouvement x , y et z sont des fonctions du temps et constituent les équations horaires ou les équations paramétriques du mouvement du mobile.

$$M \text{ en mouvement} \Rightarrow \begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \\ z = h(t) \end{cases}$$

- Si le mobile est au repos, x , y et z sont constantes.

2. LA TRAJECTOIRE

La trajectoire d'un point mobile est l'ensemble des positions occupées par ce mobile au cours de son mouvement. La trajectoire peut être

- Une droite \Rightarrow **mouvement rectiligne** ;
- Un cercle \Rightarrow **mouvement circulaire** ;
- Une parabole \Rightarrow **mouvement parabolique** ;
- Une ellipse, une hélice...

3. L'ABSCISSE CURVILIGNE

L'arc $s(t) = \widehat{AM}$ définit l'abscisse curviligne du point M .

A est l'origine des abscisses curvilignes.



II. VECTEUR VITESSE D'UN MOBILE

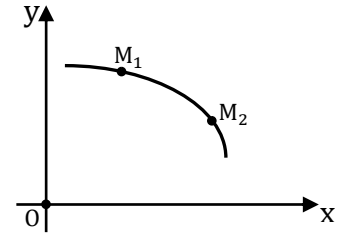
1. VITESSE MOYENNE D'UN MOBILE

Le **vecteur vitesse moyenne** entre les instants t_1 et t_2 est défini par la relation :

$$\vec{v}_{\text{moy}} = \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{t_2 - t_1} = \frac{\overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1}}{t_2 - t_1}$$

La **vitesse moyenne** est la distance parcourue par unité de temps.

$$v_{\text{moy}} = \frac{\widehat{M_1M_2}}{t_2 - t_1}$$



2. VITESSE INSTANTANÉE D'UN MOBILE

a. Définition

Le **vecteur vitesse instantanée** est la dérivée par rapport au temps du vecteur position.

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$

REMARQUE : *Le vecteur vitesse instantanée est toujours tangente à la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement.*

b. Le vecteur vitesse en coordonnées cartésiennes

En coordonnées cartésiennes, on par définition : $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$

- Les **coordonnées** v_x , v_y et v_z de \vec{v} sont respectivement les dérivées par rapport au temps des coordonnées x , y et z du vecteur position.

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \\ v_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y} \\ v_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z} \end{cases}$$

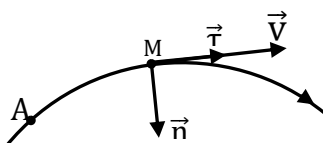
- La **norme de \vec{v}** est donnée par la relation :

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

c. Le vecteur vitesse dans la base de Frenet

La **base de Frenet** est une base mobile liée au mobile qui se déplace. Elle est formée de deux vecteurs unitaires :

- \vec{t} vecteur unitaire tangent à la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement.
- \vec{n} vecteur unitaire orthogonal \vec{t} et orienté vers l'intérieur de la concavité de la trajectoire.



$$\vec{v} = v \cdot \vec{t} = \frac{ds}{dt} \cdot \vec{t} \quad \text{avec} \quad v = \frac{ds}{dt}$$

III. VECTEUR ACCÉLÉRATION D'UN MOBILE

1. DÉFINITION

Le vecteur accélération \vec{a} d'un mobile est la dérivée par rapport au temps du vecteur vitesse à la date t considérée.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\overline{OM}}{dt^2}$$

2. L'ACCÉLÉRATION EN COORDONNÉES CARTÉSIENNES

- En coordonnées cartésiennes, on par définition : $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$

$$\text{avec } \vec{a} \begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y} \\ a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2} = \ddot{z} \end{cases}$$

- La norme de \vec{a} est donnée par :

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \text{ et s'exprime en m/s}^2$$

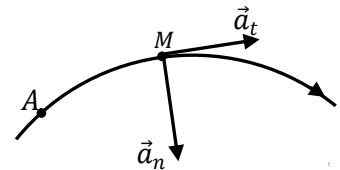
3. L'ACCELERATION DANS LA BASE DE FRENET

Dans la base de Frenet ($\vec{\tau}; \vec{n}$) on a : $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n = a_t\vec{\tau} + a_n\vec{n}$

Avec : a_t : accélération tangentielle

a_n : accélération normale

$$\vec{a} \begin{cases} a_t = \frac{dv}{dt} \\ a_n = \frac{v^2}{\rho} \end{cases} \text{ \{où } \rho \text{ est le rayon de courbure de la trajectoire en M}$$



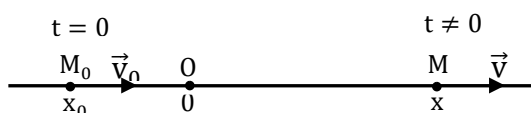
REMARQUE : Pour un cercle, $\rho = R = \text{cte}$

4. L'ALLURE D'UN MOUVEMENT

- Si $\vec{a} \cdot \vec{v} > 0$ alors le mouvement est accéléré ;
- Si $\vec{a} \cdot \vec{v} < 0$ alors le mouvement est décéléré ou retardé ;
- Si $\vec{a} \cdot \vec{v} = 0$ alors deux cas sont possibles :
 - $\vec{a} = \vec{0}$ alors le mouvement est rectiligne uniforme;
 - $\vec{a} \perp \vec{v}$ alors le mouvement est circulaire uniforme.

IV. QUELQUES MOUVEMENTS PARTICULIERS

1. LES MOUVEMENTS RECTILIGNES



a. Mouvement rectiligne uniforme

Le mouvement d'un point mobile est rectiligne uniforme si :

- La trajectoire est une droite
- Le vecteur vitesse est constant : $\vec{v} = \vec{v}_0 = \text{cte} \Rightarrow \vec{a} = \vec{0}$

$$\text{MRU} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ v = v_0 \\ x = v_0 t + x_0 \end{cases}$$

b. Mouvement rectiligne uniformément varié

Le mouvement d'un point mobile est rectiligne uniformément varié si :

- La trajectoire est une droite
- Le vecteur accélération est constant : $\vec{a} = \vec{a}_0 = \text{cte}$

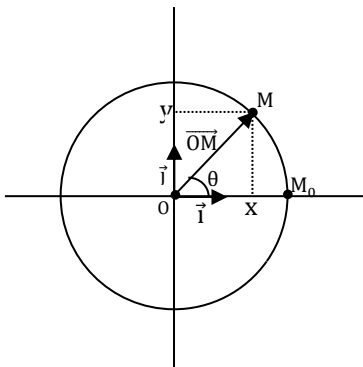
Les paramètres du mouvement sont donnés par :

$$\text{MRUV} \Rightarrow \begin{cases} a = \text{cte} \\ v = at + v_0 \Rightarrow a = \frac{v - v_0}{t - t_0} \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \\ v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \Rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2(x - x_0)} \end{cases}$$

2. LE MOUVEMENT CIRCULAIRE UNIFORME

a. Le repérage d'un mobile sur un cercle

Un point mobile M est animé d'un mouvement circulaire uniforme si sa trajectoire est une droite et si sa vitesse est constante.



La position d'un point mobile M peut être défini par :

- L'abscisse angulaire θ tel que $\theta = (\overrightarrow{OM_0}; \overrightarrow{OM})$
- L'abscisse curviligne $s = \widehat{M_0M}$ tel que $s = r\theta$;
- Ses coordonnées cartésiennes x et y telles que :

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = R \cos \theta \\ y = R \sin \theta \end{cases}$$

b. La vitesse angulaire et vitesse linéaire

Un mouvement circulaire uniforme est caractérisé par :

- La vitesse angulaire ω exprimée en rad/s : $\omega = \frac{d\theta}{dt}$
- La vitesse linéaire \vec{v} qui est tangente à la trajectoire et orientée dans le sens du mouvement et qui s'exprime en $\frac{m}{s}$. $v = \frac{ds}{dt}$ or $s = r\theta \Rightarrow v = r \cdot \omega$

c. L'accélération du mobile

Dans la base de Frenet($\vec{\tau}; \vec{n}$) on a : $\vec{a} \begin{cases} a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \\ a_n = \frac{v^2}{R} = R \cdot \omega^2 \end{cases}$

Comme $a_t = 0$ alors $\vec{a} = a_n \vec{n}$. On dit alors que **le vecteur accélération d'un mobile animé d'un mouvement circulaire uniforme est centripète.**

d. L'équation horaire du mouvement

- Equation horaire de l'abscisse curviligne : $s = vt + s_0$
- Equation horaire angulaire : MCU $\Rightarrow \theta = \omega t + \theta_0$

EXERCICES D'APPLICATION

EXERCICE 1 :

La position d'un mobile M dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est donné à chaque instant par le vecteur position \vec{OM} tel que : $\vec{OM} = (t^2 + 4t)\vec{i} + (t^2 + 2)\vec{j}$, avec $t > 0$.

- 1 - Montrer que le mouvement est plan et préciser le plan du mouvement.
- 2 - Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire.
- 3 - Donner l'allure du mouvement.

EXERCICE 2 :

1 - Une moto M décrit une trajectoire rectiligne muni d'un repère d'espace $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Son vecteur accélération est constante pendant toute la durée du mouvement qui est fixée à $\Delta t = 5s$.

A l'instant $t=0$, le mobile part du point M_0 d'abscisse $x_0 = -0,5m$ avec une vitesse $v_0 = -1m/s$; puis il passe au point M_1 d'abscisse $x_1 = 5m$ avec une vitesse $v_1 = 4,7m/s$.

- a) Calculer l'accélération a du mobile M.
- b) Calculer la date t_1 à laquelle le mobile passe au point M_1 .
- c) Donner l'équation horaire $x=(t)$ du mouvement du mobile M.

2 - A la date $T = 2s$ une voiture M' part du point M_1 d'un mouvement rectiligne uniforme dont la vitesse est $v' = 4m/s$.

- a) Calculer la date t_R de la rencontre des deux mobiles M et M' .
- b) Calculer l'abscisse x_R où aura lieu cette rencontre.

EXERCICE 3 :

Sur une portion rectiligne A, B, C et D de voie ferrée où s'effectue des travaux, un train arrivant en A avec une vitesse $v_A = 54km/h$ a la marche suivante :

- De A à B tel que $AB = 125\text{m}$, un mouvement uniformément retardé réduisant la vitesse en à la valeur $v_B = 36\text{km/h}$.
- De B à C, pendant une minute, un mouvement uniforme.
- De C à D, un mouvement uniformément accéléré telle que la vitesse reprenne la valeur de 54km/h en 20 seconde.

1 - En prenant pour origine des abscisses le point A, pour sens positif le sens de la marche et pour instant initiale $t = 0$ l'instant de passage en A, déterminer les équations horaires $x=(t)$ et les vitesses $v=g(t)$ des trois phases du mouvement.

2 - Calculer de deux manières la distance parcourue de A à D.

3 - Construire le graphe $v=(t)$.

EXERCICE 4 :

- 1 - Quelle(s) section(s) de ce graphique représente(nt) un MRUA ?
- 2 - Quel a été le déplacement du mobile de la sixième à la seizième seconde ?
- 3 - Quelle a été la vitesse moyenne du mobile pour ce déplacement ?
- 4 - Quelle a été l'accélération du mobile pour la section C ?
- 5 - Quelle section de ce graphique présente la plus grande accélération ?

EXERCICE 5 :

Dans un référentiel donné, on choisit un repère d'espace $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ et une date origine. Les coordonnées d'un point mobile M sont alors fournies par les équations horaires suivantes :

$$\{x = r \cos \omega t ; y = r \sin \omega t ; z = 0 \text{ avec } r = 2\text{m} ; \omega = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}\}$$

- 1-
 - a) Déterminer l'équation de la trajectoire du mobile M.
 - b) Préciser la position du mobile M à la date origine.
- 2- Déterminer :
 - a) Les coordonnées et la mesure du vecteur vitesse.
 - b) Les coordonnées et la mesure du vecteur accélération.
 - c) La nature du mouvement du mobile M.
- 3- Montrer que le vecteur accélération a et le vecteur position sont colinéaires.
- 4-
 - a) Etablir l'équation horaire de l'abscisse curviligne s du mobile M.
 - b) Donner les coordonnées des vecteurs vitesse v et accélération a dans le repère local de Frenet $(M, \vec{u}_t, \vec{u}_n)$.
 - c) Calculer la période T et la fréquence N du mouvement du mobile M. Que représente la grandeur constante ω ?

Chapitre 2. MOUVEMENT DU CENTRE D'INERTIE D'UN SOLIDE

Objectifs pédagogiques : A la fin de ce cours, je dois être capable de :

- ✚ Définir un référentiel galiléen ;
- ✚ Connaitre le théorème du centre d'inertie ;
- ✚ Appliquer le théorème du centre d'inertie dans un référentiel galiléen.

INTRODUCTION

La dynamique est l'étude des mouvements d'un solide en fonction des forces qui les produisent ou qui les modifient.

Un solide est **isolé** s'il n'est soumis à aucune force extérieure. Il est dit **pseudo-isolé** s'il est soumis à des forces extérieures qui se compensent.

I. PRINCIPE DE L'INERTIE

1. ENONCÉ DU PRINCIPE

Le centre d'inertie d'un **solide isolé** ou **pseudo-isolé** :

- Reste au repos si le solide était initialement immobile,
- A un mouvement rectiligne uniforme si le solide était initialement en mouvement.

Si un solide soumis à plusieurs forces extérieures est en équilibre ou est animé d'un mouvement rectiligne uniforme alors : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

2. RÉFÉRENTIEL GALILÉEN

On appelle référentiel galiléen, un référentiel dans lequel le principe de l'inertie est applicable en toute rigueur. On peut citer par exemple, **le référentiel de Copernic, le référentiel géocentrique...**

II. QUANTITE DE MOUVEMENT D'UN SOLIDE

Le vecteur quantité de mouvement \vec{p} d'un solide est celui de son centre d'inertie G ou serait concentrée la masse totale m du solide.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}_G$$

III. PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA DYNAMIQUE

1. ENONCÉ DU PRINCIPE

Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un solide est égale à la dérivée par rapport au temps du vecteur quantité de mouvement \vec{p} de ce solide.

$$\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

2. THEOREME DU CENTRE D'INERTIE D'UN SOLIDE (TCI)

Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un solide est égale au produit de sa masse par le vecteur accélération de son centre d'inertie.

$$TCI \Rightarrow \sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

3. THÉORÈME DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE

Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique d'un solide entre deux instants est égale à la somme algébrique des travaux effectués par les forces extérieures appliquées à cet solide entre ses deux instants.

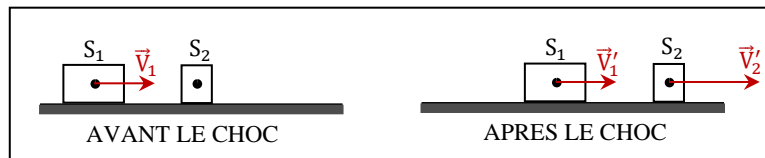
$$\Delta E_C = E_{Cf} - E_{Ci} = \sum W(\vec{F}_{ext})$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = \sum W(\vec{F}_{ext})$$

4. LES CHOCS

a. Etude d'un choc élastique

Un choc entre deux solides est dit parfaitement élastique si l'énergie cinétique totale des solides se conserve au cours du choc.



○ LES LOIS DE CONSERVATION

	Solide S ₁	Solide S ₂
AVANT LE CHOC	$\vec{p}_1 = m_1 \vec{V}_1$	$\vec{p}_2 = \vec{0}$
	$E_{C_1} = \frac{1}{2}m_1 V_1^2$	$E_{C_2} = 0$
APRES LE CHOC	$\vec{p}'_1 = m_1 \vec{V}'_1$	$\vec{p}'_2 = m_2 \vec{V}'_2$
	$E'_{C_1} = \frac{1}{2}m_1 V_1'^2$	$E'_{C_2} = \frac{1}{2}m_2 V_2'^2$

✚ CONSERVATION DE LA QUANTITE DE MOUVEMENT DU SYSTEME DES DEUX SOLIDES :

$$\vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \Rightarrow m_1 \vec{V}'_1 + m_2 \vec{V}'_2 = m_1 \vec{V}_1 \Leftrightarrow m_1 \vec{V}'_1 + m_2 \vec{V}'_2 = m_1 \vec{V}_1.$$

Donc :

$$m_2 \vec{V}'_2 = m_1 (\vec{V}_1 - \vec{V}'_1)$$

✚ CONSERVATION DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE DU SYSTEME DES DEUX SOLIDES :

$$E'_{C_1} + E'_{C_2} = E_{C_1} + E_{C_2} \Rightarrow \frac{1}{2}m_1 V_1'^2 + \frac{1}{2}m_2 V_2'^2 = \frac{1}{2}m_1 V_1^2 \Leftrightarrow m_1 V_1'^2 + m_2 V_2'^2 = m_1 V_1^2$$

$$\text{Donc :} \quad m_2 V_2'^2 = m_1 (V_1^2 - V_1'^2) = m_1 (\bar{V}_1 - \bar{V}_1') (\bar{V}_1 + \bar{V}_1')$$

$$\frac{m_2 V_2'^2}{m_2 \bar{V}_2'} = \frac{m_1 (\bar{V}_1 - \bar{V}_1') (\bar{V}_1 + \bar{V}_1')}{m_1 (\bar{V}_1 - \bar{V}_1')} \Rightarrow \quad \bar{V}_2' = \bar{V}_1 + \bar{V}_1'$$

✚ CALCUL DES VITESSES DES SOLIDES APRES LE CHOC :

$$m_1 \bar{V}_1' + m_2 \bar{V}_2' = m_1 \bar{V}_1 \Rightarrow m_1 \bar{V}_1' + m_2 (\bar{V}_1 + \bar{V}_1') = m_1 \bar{V}_1$$

$$\text{Donc :} \quad \bar{V}_1' = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) \cdot \bar{V}_1$$

$$\text{Par ailleurs :} \quad \bar{V}_2' = \bar{V}_1 + \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) \cdot \bar{V}_1$$

$$\text{Donc} \quad \bar{V}_2' = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) \cdot \bar{V}_1$$

Ainsi :

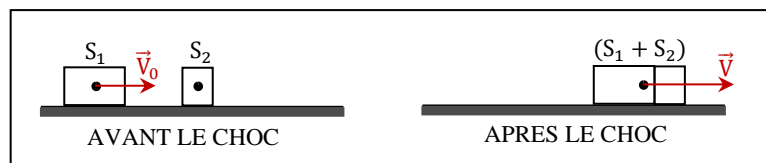
- Si $m_1 > m_2$ alors après le choc S_1 et S_2 se déplacent dans le même sens avec les vitesses :

$$V_1' = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) \cdot V_1 \text{ pour } S_1 \quad \text{et} \quad V_2' = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) \cdot V_1 \text{ pour } S_2.$$

- Si $m_1 < m_2$ alors après le choc S_1 rebrousse chemin et se déplace à la vitesse $V_1' = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) \cdot V_1$ alors que S_2 se déplace à la vitesse $V_2' = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) \cdot V_1$.
- Si $m_1 = m_2$ alors après le choc S_1 s'immobilise alors que S_2 se déplace à la vitesse $V_2' = V_1$.

b. Etude d'un choc mou

Un choc est dit mou lorsqu'après le choc, les deux solides restent accrochés l'un à l'autre.



o LES LOIS DE CONSERVATION

	Solide S_1	Solide S_2
AVANT LE CHOC	$\vec{p}_1 = m_1 \vec{V}_0$	$\vec{p}_2 = \vec{0}$
APRES LE CHOC	$\vec{p}_1' = m_1 \vec{V}$	$\vec{p}_2' = m_2 \vec{V}$

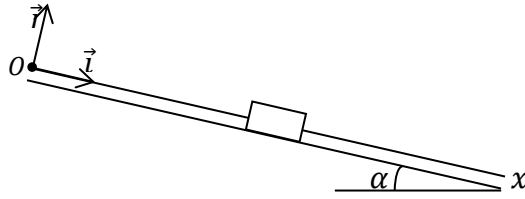
$$\vec{p}_1' + \vec{p}_2' = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \Rightarrow m_1 \vec{V} + m_2 \vec{V} = m_1 \vec{V}_0$$

$$\text{D'où :} \quad \vec{V} = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right) \cdot \vec{V}_0$$

IV. APPLICATIONS DU TCI ET DU TEC

APPLICATION 1 : Mouvement sans frottements sur un plan incliné

Un mobile de masse $m = 100\text{kg}$, assimilable à un point matériel M, glisse sans frottements sur un plan incliné d'un angle α avec l'horizontale. Le mouvement de translation se fait suivant une ligne de plus grande pente du plan, parallèle à l'axe (O, \vec{i}) d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .



- 1 - Faire un schéma et représenter les forces extérieures appliquées à ce solide.
- 2 - a) Compte tenu de la direction et du sens du mouvement, préciser l'orientation du vecteur accélération \vec{a} .
b) Exprimer le vecteur accélération \vec{a} en fonction de g et α . En déduire la nature du mouvement du solide.
- 3 - La vitesse initiale est $v_0\vec{i}$.
a) Montrer que le vecteur position \overrightarrow{OM} peut se mettre sous la forme : $\overrightarrow{OM} = \beta t^2\vec{i} + tv_0\vec{i}$. Préciser β et la position du mobile à l'origine des dates.
b) En déduire les équations horaires du mouvement du mobile dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .
- 4 - Calculer la vitesse acquise après un déplacement de longueur $L = 1\text{m}$ avec $v_0 = 2\text{m/s}$, $\alpha = 10^\circ$ et $g = 9,8\text{N/kg}$.

APPLICATION 2 : Mouvement avec frottements sur un plan incliné.

Un objet de masse $m = 20\text{kg}$ glisse sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ avec l'horizontale. La somme \vec{R} , supposée constante, des forces de contact réparties en surface exercées par le plan sur l'objet fait un angle β avec la normale au plan.

- 1 - Exprimer le vecteur accélération du mobile en fonction de α, β, m, R et g .
- 2 - Lâché sans vitesse initiale, le mobile parcourt une distance $L = 5\text{m}$ en une durée $t = 1,7\text{s}$. Calculer l'accélération en prenant $g = 10\text{m.s}^{-2}$.
- 3 - Calculer l'angle β et la norme de la réaction \vec{R} .

APPLICATION 3 : Nécessité de bien préciser le solide auquel on applique la relation $\sum \vec{f} = m\vec{a}$

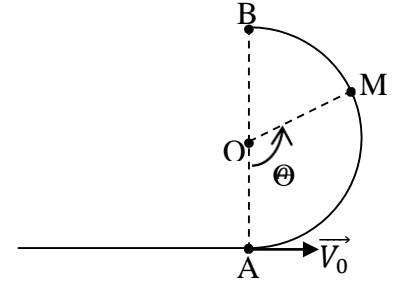
Une automobile de masse $m_1 = 1\text{t}$, tracte une caravane de masse $m_2 = 2\text{t}$. Les forces de résistance à l'avancement (frottements de l'air sur les carrosseries) équivalent pour chacun des véhicules à des forces \vec{f}_1 et \vec{f}_2 parallèles à la route, dirigées en sens inverse du mouvement et d'intensité constante $f_1 = 100\text{N}$ et $f_2 = 200\text{N}$. On prendra $g = 9,8\text{N/kg}$.

- 1 - La route est rectiligne et horizontale.
a) Le convoi roule à la vitesse $v = 72\text{km/h}$. Déterminer la force motrice créée par le moteur. L'intensité de cette force dépend-elle de la vitesse ? Quelle est la puissance du moteur dans ces conditions ? Dépend-elle de la vitesse ?
b) Le convoi démarre d'un mouvement uniformément accéléré et sa vitesse passe de 0 à 72km/h après un parcours de 2km . Déterminer la nouvelle valeur de la force motrice développée par le moteur. Quelle est sa puissance à l'instant t compter à partir du début du mouvement.

- 2 - Déterminer dans les deux cas précédents la force de traction \vec{T} exercée par l'automobile sur la caravane.
- 3 - Le convoi aborde une portion rectiligne de pente 3% à la vitesse constante $v = 72 \text{ km/h}$.
 - a) Quelle est la valeur de la force de traction \vec{T} exercée par l'automobile sur la caravane ?
 - b) Même question si on désire obtenir le même mouvement de démarrage qu'à la question 1-b).

APPLICATION 4 : Réaction d'une glissière circulaire

Un solide ponctuel de masse m est lancé avec une vitesse \vec{V}_0 sur une glissière circulaire de rayon r et de centre O . Les frottements sont négligeables. La position du mobile sur la portion de la trajectoire est repérée par l'angle $\Theta = (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM})$.

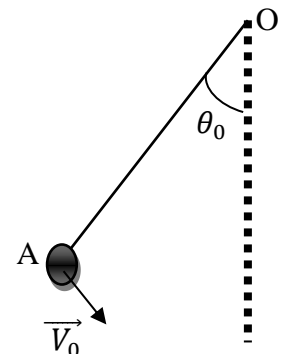


- 1- Exprimer la vitesse \vec{V}_M du solide au point M en fonction de V_0 , r , g et Θ .
- 2- Déterminer dans le repère de Frenet $(M, \vec{u}_t, \vec{u}_n)$ les coordonnées du vecteur accélération \vec{a} .
- 3- Exprime r la norme R de la réaction \vec{R} de la glissière sur le solide.
- 4- Quelle est la valeur minimale V_{0m} de V_0 pour que le solide atteigne le point B de la trajectoire sans se détacher de celle-ci ? Quelle est alors la vitesse en B ?

APPLICATION 5 : Dynamique du mouvement d'un pendule simple

Une bille de masse m est suspendue en un point O par un fil inextensible de longueur L et de masse négligeable. Le pendule ainsi constitué est écarté de la verticale d'un angle θ_0 .

On lance alors la bille fil tendu, avec un vecteur vitesse tangente au cercle de centre O et de rayon, dirigé vers le bas. La position du pendule est repérée par l'angle d'inclinaison du fil avec la verticale, au cours du mouvement.



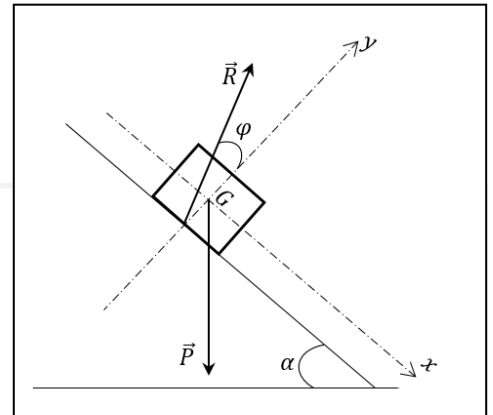
- 1 - Exprimer les coordonnées du vecteur accélération \vec{a} dans la base de Frenet à l'instant t en fonction de V_0 , l , g , θ et θ_0 .
- 2 - En déduire l'expression de la norme T de la tension \vec{T} du fil en fonction de m , V_0 , l , g , θ et θ_0 .
- 3 - Calculer la valeur minimale V_{0m} de la norme de \vec{V}_0 pour que la bille effectue un tour complet, le fil devant resté tendu au cours du mouvement.

EXERCICES D'APPLICATION

EXERCICE 1 : Translation rectiligne (mouvement sur un plan incliné)

Un solide (S) glisse avec frottement sur un plan incliné faisant un angle α avec l'horizontal.

Le coefficient de frottement est f . Etudier le mouvement du solide.

**EXERCICE 2 :**

Un traineau peut glisser en suivant la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle α . La réaction \vec{R} , somme des forces de contact du sol sur le traineau, comporte une composante \vec{R}_N normale au plan et une composante \vec{R}_T parallèle au plan incliné et de sens opposé au vecteur vitesse du traineau. On suppose que lorsqu'il y a mouvement, on a : $f = \frac{R_T}{R_N}$, où f est le coefficient de frottement qui dépend de l'état des surfaces en contacts ; s'il n'y a pas de mouvement : $f > \frac{R_T}{R_N}$.

- 1 - Exprimer l'accélération du traineau en fonction de α , f et g .
- 2 - Calculer la valeur α_{min} pour que le glissement ait lieu. ($g=9,8m.s^{-2}$, $f =0,15$)
- 3 - Calculer l'accélération pour $\alpha = 2\alpha_{min}$.

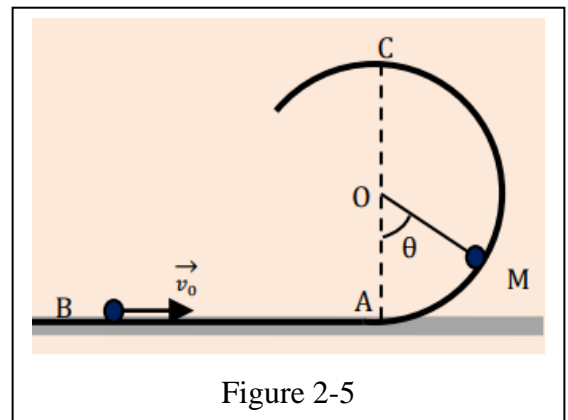
4 - Calculer l'angle $\beta = (\vec{R}; \vec{R}_T)$.

EXERCICE 3 : Réaction d'une glissière circulaire

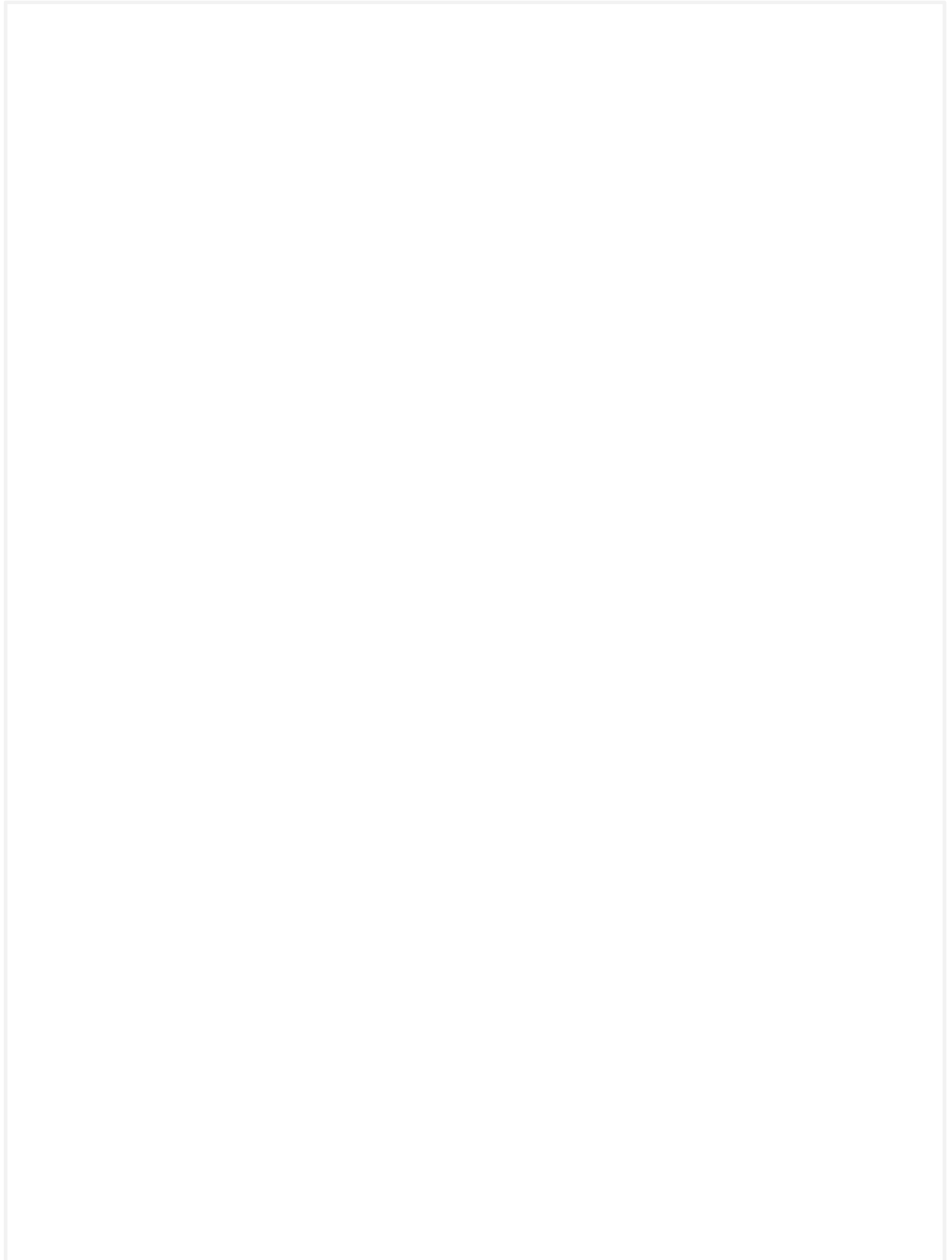
Un solide ponctuel de masse m est lancé avec une vitesse \vec{V}_0 sur une glissière circulaire de rayon r et de centre O . Les frottements sont négligeables. La position du mobile sur la portion de trajectoire est repérée par l'angle $\theta = (\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OM})$.

Voir figure 2-5.

- 1 - Exprimer la vitesse V_M du solide au point M en fonction de V_0, r, g et θ .
- 2 - Déterminer dans le repère de Frenet $(M, \vec{u}_\tau, \vec{u}_n)$, les coordonnées a_τ et a_n du vecteur accélération \vec{a} .
- 3 - Exprimer la norme R de la réaction \vec{R} de la glissière sur le solide.



4 - Quelle est la valeur minimale v_{0m} de \vec{v}_0 pour que le solide atteigne le point B de la trajectoire sans se détacher de celle-ci ? Quelle est alors la vitesse en B ?



Chapitre 3. MOUVEMENT D'UN PROJECTILE DANS LE CHAMP DE PESANTEUR

Objectifs pédagogiques : A la fin de ce cours, je dois être capable de :

- ✚ Etudier le mouvement d'un projectile dans un champ de pesanteur uniforme ;
- ✚ Etudier le mouvement d'une particule chargée dans un champ électrostatique uniforme.

I. INTRODUCTION**1. FORCE CONSTANTE**

Une force est constante lorsqu'elle garde en tout point les mêmes caractéristiques (direction, sens, module) au cours du temps ($\vec{F} = \overrightarrow{\text{Cste}}$).

2. ACCELERATION D'UNE PARTICULE SOUMISE A UNE FORCE CONSTANTE

Une particule soumise à une force constante prend un mouvement de vecteur accélération \vec{a} constante.

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \overrightarrow{\text{Cste}}$$

3. TRAJECTOIRE D'UNE PARTICULE SOUMISE A UNE FORCE CONSTANTE

D'une manière générale, ce mouvement s'effectue dans le plan formé par le vecteur force \vec{F} et le vecteur vitesse \vec{V}_0 .

La trajectoire est :

- Une branche de parabole si \vec{F} et \vec{V}_0 sont sécants ;
- Une portion de droite si \vec{F} et \vec{V}_0 sont colinéaires.

II. CHUTE LIBRE

Un corps est en chute libre, lorsqu'il n'est soumis uniquement qu'à son propre poids au cours de son déplacement. Le poids étant la seule force appliquée,

D'après TCI on a : $\vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$ Comme \vec{a} est un vecteur constant, alors le mouvement suivant (oz) est un mouvement rectiligne uniformément varié.

$$\begin{cases} a_z = g \\ v_z = gt + v_0 \\ z = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + z_0 \end{cases}$$

La relation indépendante du temps s'écrit alors :

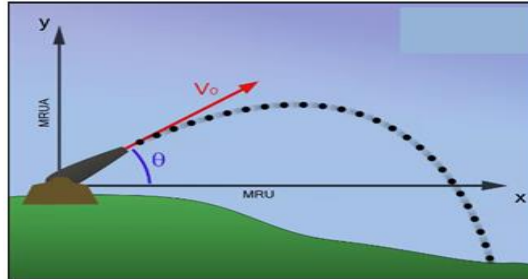
$$V_z^2 - V_0^2 = 2gh \text{ avec } h = z - z_0$$

Pour le cas d'une chute libre sans vitesse initiale, on a : $v_0 = 0$ et $z_0 = 0$

D'où : $v_z = gt$; $z = \frac{1}{2}gt^2$ et $V_z^2 = 2gh$ où h désigne la hauteur de chute.

III. MOUVEMENT D'UN PROJECTILE DANS LE CHAMP DE PESANTEUR UNIFORME (RESISTANCE DE L'AIR NEGLIGEABLE)**1. ÉTUDE DU MOUVEMENT**

Considérons un projectile de masse m lancé dans le champ de pesanteur avec un vecteur vitesse \vec{v}_0 faisant un angle θ avec le plan horizontal. Négligeons la résistance de l'air.



D'après TCI : $\sum \vec{f}_{ext} = m \vec{a} \Rightarrow \vec{p} = m \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$. Les composantes de \vec{a} , \vec{v}_0 et \vec{OM}_0

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}; \quad \vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \cos \theta \\ V_{0y} = V_0 \sin \theta \end{cases}; \quad \vec{OM}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad \vec{V} \begin{cases} V_x = V_0 \cos \theta \\ V_y = -gt + V_0 \sin \theta \end{cases}$$

Le vecteur position \vec{OM} s'écrit alors : $\vec{OM} \begin{cases} x = V_0 t \cos \theta + x_0(1) \Rightarrow \text{MRU} \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 t \sin \theta + y_0(2) \Rightarrow \text{MRUV} \end{cases}$

- **Équations horaires du mouvement du projectile :**

$$x = V_0 t \cos \theta \text{ et } y = \frac{1}{2}gt^2 + V_0 t \sin \theta$$

- **Équation cartésienne de la trajectoire :**

De (1) on a : $t = \frac{x}{V_0 \cos \theta}$

En remplaçant t dans (2), on obtient l'équation cartésienne de la trajectoire :

$$y = \frac{-1}{2} \frac{g}{V_0^2 \cos^2 \theta} x^2 + x \tan \theta \quad (\text{le projectile a donc une trajectoire parabolique})$$

Pour d'éventuels développements, on peut poser :

$$\frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + \tan^2 \theta \Rightarrow y = \frac{-1}{2} \frac{g}{V_0^2} (1 + \tan^2 \theta) x^2 + x \tan \theta$$

2. LES CARACTÉRISTIQUES DE LA TRAJECTOIRE**a. La portée**

C'est la distance horizontale entre le point O de lancement et le point N de chute (Sur l'horizontal). On l'obtient en posant : $y = 0$

$$\Rightarrow \frac{-1}{2} \frac{g}{V_0^2 \cos^2 \theta} x^2 + x \tan \theta = 0 \Rightarrow x \left(\frac{-1}{2} \frac{g}{V_0^2 \cos^2 \theta} x + \tan \theta \right) = 0$$

($x = 0$) correspond au point de lancement ; et $\frac{-1}{2} \frac{g}{V_0^2 \cos^2 \theta} x + \tan \theta = 0$

$$\Rightarrow x_N = \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{g} \quad (\text{figure à faire})$$

La portée est maximale si : $\sin 2\theta = 1 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$; Donc :

$$x_{N\max} = \frac{V_0^2}{g}$$

MONTRONS QUE POUR UNE CIBLE M ET UNE VITESSE INITIALE V_0 DONNEES, LE PROJECTILE ATTEINT LA CIBLE POUR DEUX VALEURS DE L'ANGLE θ :

Le projectile atteint la cible M si et seulement si $x_M \leq x_{N\max} \Leftrightarrow \sin 2\theta \leq 1$. Dans ce cas il existe un angle

connu α tel que :
$$\begin{cases} 2\theta_1 = \alpha \\ 2\theta_2 = \pi - \alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \theta_1 = \frac{\alpha}{2} \\ \theta_2 = \frac{\pi - \alpha}{2} \end{cases} ;$$

On remarque que $\theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{2}$. Donc θ_1 et θ_2 sont complémentaires.

NB : Si $\theta < \frac{\pi}{4}$, le tir est tendu
Si $\theta > \frac{\pi}{4}$, le tir est en cloche

x	0	$\frac{V_0^2}{g}$
y	$\frac{V_0^2}{2g}$	0

LES ANGLES DE TIR :

A partir du point O, on veut lancer un projectile avec une vitesse \vec{V}_0 convenable pour qu'il atteigne une cible A. On néglige les frottements due à l'air. (Voir figure)

Dans le repère (O ; \vec{i} ; \vec{j}), la trajectoire du centre d'inertie du projectile obéit à l'équation :

$$y = \frac{-1}{2} \frac{g}{V_0^2 \cos^2 \theta} x^2 + x \tan \theta ;$$

Le point A, de coordonnées (x_A, y_A, z_A) , est situé sur cette trajectoire ; d'où :

$$y_A = \frac{-1}{2} \frac{g}{V_0^2 \cos^2 \theta} x_A^2 + x_A \tan \theta.$$

Soit pour une vitesse initiale V_0 imposée, on résout l'équation du second degré avec $\tan \alpha$ comme inconnue :

$$\tan^2 \theta - \frac{2V_0^2}{gx_A} \tan \theta + \frac{2V_0^2 y_A}{gx_A^2} + 1 = 0$$

Cette équation admet des solutions si et seulement si $\Delta' \geq 0$: $\Rightarrow \frac{V_0^4}{g^2 x_A^2} - \frac{2V_0^2 x_A}{gx_A^2} - 1 \geq 0$.

$$\text{Soit : } V_0^4 - 2V_0^2 y_A - g^2 x_A^2 \geq 0 \Leftrightarrow y_A \leq -\frac{g}{2V_0^2} x_A^2 + \frac{V_0^2}{2g}$$

La courbe d'équation $y = -\frac{g}{2V_0^2} x^2 + \frac{V_0^2}{2g}$ est celle d'une parabole appelée **parabole de sureté**. (Figure 3-2)

La cible n'est atteinte que lorsqu'elle est située dans la zone et sur la parabole de sureté ou de sécurité.

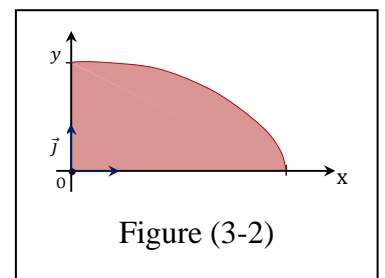
EXEMPLE :

Si $x_A = 30$ m , $y_A = 10$ m , $V_0 = 50$ m/s et $g = 10$ m/s².

Alors on doit résoudre : $1,8 \tan^2 \theta - 30 \tan \theta + 11,8 = 0$

D'où : $\tan \theta_1 = 0,4 \Rightarrow \theta_1 = 22^\circ$ (tir tendu)

$\tan \theta_2 = 16,3 \Rightarrow \theta_2 = 86^\circ$ (tir en cloche).



b. La flèche

La flèche du tir est l'altitude maximale h atteinte par le projectile : altitude mesurée par rapport à celle du point de départ. Elle est obtenue en posant :

$$V_y = 0 \Rightarrow -gt + V_0 \sin \theta = 0 \Rightarrow t = \frac{V_0 \sin \theta}{g}$$

En remplaçant t dans y on obtient : $h = -\frac{1}{2}g \left(\frac{V_0 \sin \theta}{g}\right)^2 + V_0 \sin \theta \cdot \left(\frac{V_0 \sin \theta}{g}\right) \Rightarrow h = \frac{V_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$

c. L'énergie potentielle de pesanteur

L'expression de l'énergie potentielle de pesanteur du système projectile-terre est :

$$E_{pp} = mgy \quad \text{avec} \quad E_{pp} = 0 \quad \text{pour} \quad y = 0.$$

d. L'énergie mécanique

L'énergie mécanique du système projectile-Terre se conserve, si on suppose que les frottements dû à l'air sont négligeables. Le projectile, dans le champ de pesanteur, constitue un système conservatif.

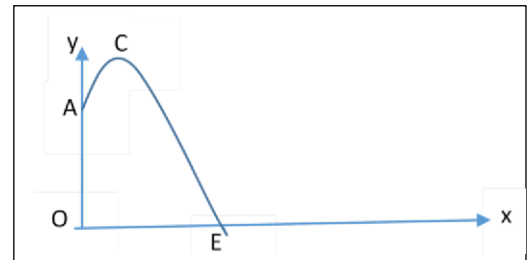
$$E_m = \text{cte} \Leftrightarrow E_{mA} = E_{mB} = \text{cte} \Rightarrow V_B^2 - V_A^2 = 2g(y_A - y_B).$$

EXERCICES D'APPLICATION

EXERCICE 1 :

Un projectile est lancé sous un angle de 30° d'un sommet A de 100 m de hauteur, dominant une plaine horizontale, il décrit une trajectoire ACE. La vitesse initiale est de 400 m/s.

- 1 - Déterminer les composantes du vecteur accélération ainsi que celles de la vitesse et la position initiale.
- 2 - Établir les équations horaires du mouvement.
- 3 - Établir l'équation cartésienne de la trajectoire.
- 4 - Trouver la hauteur maximale atteinte par le projectile.
- 5 - Trouver la distance horizontale OE.
- 6 - Déterminer la vitesse finale à l'arrivée au point E.

**EXERCICE 2 :**

Un athlète a lancé le poids à une distance $d = 21,09$ m. A l'instant $t = 0$, correspondant à l'instant du lancer, le poids se trouve à une hauteur h de 2 m au-dessus du sol et part avec une vitesse initiale faisant un angle α de 45° avec l'axe horizontal. Le poids est assimilé à un objet ponctuel.

- 1 - Établir les équations horaires du mouvement
- 2 - Établir l'équation cartésienne de la trajectoire en fonction de h , α , g et v_0 .
- 3 - Déterminer la valeur de la vitesse initiale en fonction de h , α , g et d . La calculer numériquement.

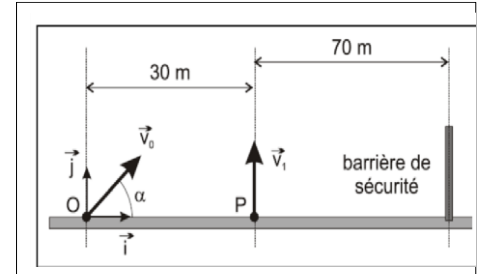
4 - Combien de temps le poids reste-t-il dans les airs ?

5 - Déterminer la hauteur maximale atteinte par le poids au cours de sa trajectoire.

EXERCICE 3 :

Deux grenades A et B sont tirées simultanément à partir du sol. La grenade A part du point O, origine du repère à l'instant $t = 0$, avec la vitesse initiale faisant un angle α avec l'axe horizontal. La grenade B est tirée du point P avec une vitesse verticale.

On donne: $v_0 = 40 \text{ m/s}$; $v_1 = 42 \text{ m/s}$.



1 - a) Établir les équations horaires de la grenade A.
b) Établir les équations horaires de la grenade B dans le même repère.

2 - Les deux grenades explosent au bout de 5 s.

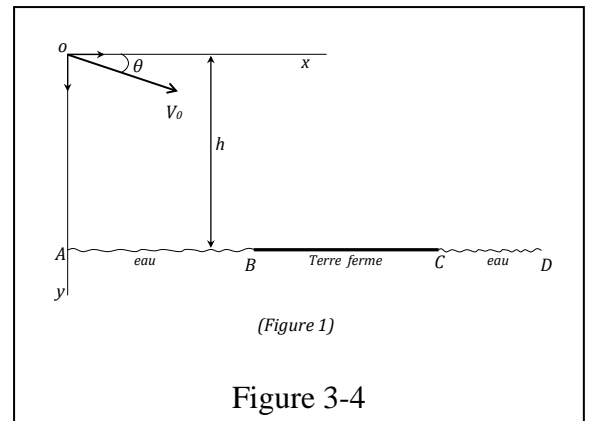
Déterminer α pour que l'explosion de la grenade A ait lieu à la verticale du point P.

3 - Déterminer la distance d qui sépare les deux grenades au moment de l'explosion.

4 - Si la grenade A n'explose pas, à quelle distance du point O retombe-t-elle ? La barrière de sécurité étant disposée comme sur la figure, les spectateurs sont-ils en sécurité ? ($x = 48,2 \text{ m}$)

EXERCICE 4 : Vol d'assistance

Un avion (non représenté) largue à une date $t_0 = 0$, un sac de vivres de masse m , assimilable à un point matériel M en un point O situé à l'altitude h au-dessus de l'eau. La vitesse V_0 de lancement forme avec l'horizontal (ox) l'angle de tir $\theta = 20^\circ$ vers le bas (voir figure 3-4). La résistance de l'air est négligeable. On donne : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$, $h = 1200 \text{ m}$ et $d = d_0 = 1000 \text{ m}$.



1 - a) Déterminer les composantes a_x et a_y du vecteur accélération \vec{a} du projectile.

b) En déduire les coordonnées du vecteur vitesse V puis celles du vecteur position OM du sac en fonction de V_0 , g , θ et la durée t de chute.

2 - Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire du mobile M dans le repère (O, x, y) .

3 - La population sinistrée à laquelle est destinés les vivres est située sur la terre ferme BC ; Au sol, le niveau de l'eau (AB et CD) par rapport à la terre ferme BC est négligeable.

(Voir figure 3-4).

a) Dans les conditions précédentes, quelles sont les valeurs minimales V_{01} et maximale V_{02} de la vitesse de lancement \vec{V}_0 pour que le sac ne tombe pas à l'eau ?

b) Pour $V_0 = 100 \text{ m.s}^{-1}$:

b₁) Les vivres sont-ils réceptionnés par la population? Justifier la réponse.

b₂) Calculer sa vitesse V_s à l'impact au sol.

Chapitre 4. MOUVEMENT D'UNE PARTICULE DANS UN CHAMP ELECTROSTATIQUE

Objectifs pédagogiques : A la fin de ce cours, je dois être capable de :

I. LE CHAMP ÉLECTROSTATIQUE UNIFORME

Le champ électrostatique \vec{E} est uniforme s'il garde **la même direction, le même sens et la même intensité**. On obtient un champ électrostatique uniforme en appliquant une tension constante U entre deux plaques métalliques A et B planes et parallèles.

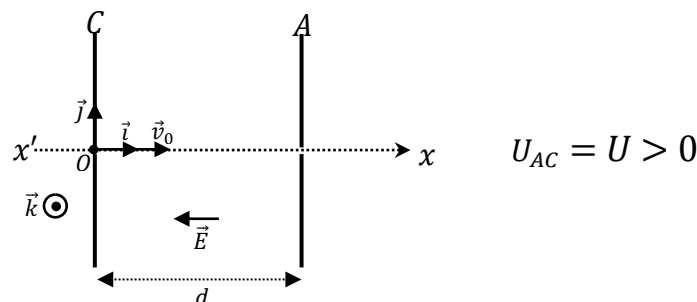
Les caractéristiques du vecteur champ électrostatique \vec{E} entre les deux plaques A et B sont :

- Direction : perpendiculaire aux deux plaques A et B ;
- Sens : Orienté de la plaque de haut potentiel vers la plaque de potentiel le plus bas ; il a donc le sens des potentiels décroissants ;
- Norme : elle est donnée par la formule $E = \frac{|U_{AB}|}{d}$

Une particule de charge q est soumise dans le champ électrostatique uniforme \vec{E} à une force \vec{F} telle que : $\vec{F} = q\vec{E}$.

- Si $q > 0$ alors \vec{F} et \vec{E} ont même direction et même sens ;
- Si $q < 0$ alors \vec{F} et \vec{E} ont même direction mais sont de sens contraires.

II. LE CANON À ÉLECTRONS



Une particule de masse m et de charge $q (q = -e)$ pénètre en O entre deux plaques C et A avec une vitesse \vec{v}_0 .

- **BILAN DES FORCES EXTERIEUR**
- \vec{P} : Poids de la particule
 - $\vec{F} = q\vec{E}$: Force électrostatique

Pour $E = 1\text{V/m}$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$ et $g = 10\text{N/kg}$ on a :

$$P = mg = 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10 \Rightarrow P = 9,1 \cdot 10^{-30}\text{N} \quad F = eE = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{N} \quad \frac{F}{P} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-30}} = 1,8 \cdot 10^{10}$$

Donc $F = 1,8 \cdot 10^{10}P \Rightarrow P \ll F$

► On peut donc négliger le poids de l'électron devant la force électrostatique.

■ **EQUATIONS HORAIRES DU MOUVEMENT DE LA PARTICULE :**

TCI : $\vec{F} = m\vec{a} = q\vec{E} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$

$\vec{a} = \text{cte} \Rightarrow \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0t$

$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases}$; $\vec{a} \begin{cases} a_x = -\frac{q}{m}E \\ a_y = 0 \\ a_z = 0 \end{cases}$; $\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \\ v_{0z} = 0 \end{cases}$

D'où : $\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = -\frac{q}{2m}Et^2 + v_0t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$

Le mouvement de la particule est donc rectiligne uniformément varié.

■ **CALCUL DE LA VITESSE v_s DE LA PARTICULE AU POINT DE SORTIE S :**

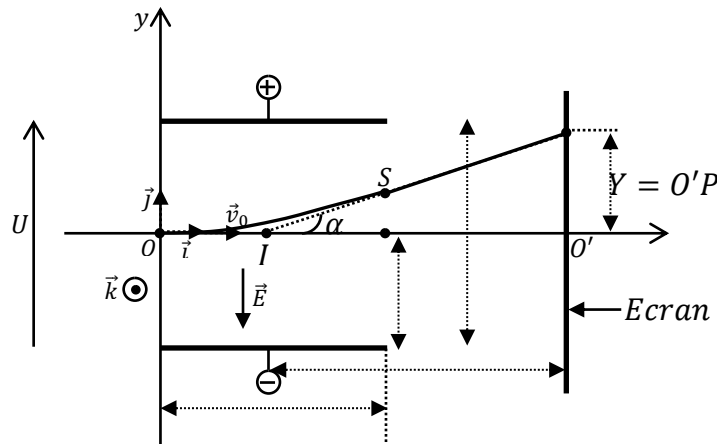
$$\frac{1}{2}mv_s^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W_{OS}(\vec{F}) = qU_{CA}$$

$$U_{CA} = -U \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + \frac{2eU}{m}}$$

$v > v_0$ alors la particule est accélérée dans un canon à électron.

III. APPAREIL DE DÉVIATION ÉLECTROSTATIQUE

Soit un faisceau homocinétique d'électrons qui pénètre en O dans un champ électrostatique uniforme avec un vecteur vitesse \vec{v}_0 tel que \vec{v}_0 perpendiculaire à \vec{E} . On néglige le poids d'un électron devant la force électrostatique



1. MONTRONS QUE LE MOUVEMENT D'UN ELECTRON EST PLAN

TCI : $\vec{F} = m\vec{a} = q\vec{E} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$

$\vec{a} = \text{cte} \Rightarrow \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0t$

$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases}$; $\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{q}{m}E \\ a_z = 0 \end{cases}$; $\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \\ v_{0z} = 0 \end{cases}$; d'où $\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = v_0t \\ y = -\frac{qE}{2m}t^2 = -\frac{qU}{2md}t^2 \\ z = 0 \end{cases}$ avec $E = \frac{U}{d}$

$z = 0 \Rightarrow$ le mouvement est plan.

2. NATURE DU MOUVEMENT D'UN ELECTRON

■ DANS LE CHAMP ELECTROSTATIQUE UNIFORME ON A :

$$x = v_0 t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0}; \text{ d'où : } y = -\frac{qE}{2mv_0^2} x^2 = -\frac{qU}{2mdv_0^2} x^2$$

⇒ Le mouvement de l'électrons dans le champ électrostatique est parabolique.

■ HORS DU CHAMP ELECTROSTATIQUE ON A :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v} = \vec{c}te$$

⇒ Le mouvement est donc rectiligne uniforme.

3. DÉVIATION ANGULAIRE - DÉFLEXION ÉLECTROSTATIQUE

■ Le faisceau homocinétique est dévié à la sortie du champ électrostatique \vec{E} d'un angle α tel que :

$$\tan \alpha = \frac{2y_s}{l} \quad (I \text{ est milieu de } [O ; H]).$$

$$y_s = -\frac{qEl^2}{2mv_0^2} = -\frac{qUl^2}{2mdv_0^2} \text{ Alors } \tan \alpha = -\frac{qEl}{mv_0^2} = -\frac{qUl}{mdv_0^2}$$

$$\Rightarrow \alpha = \tan^{-1} \left(-\frac{qEl}{mv_0^2} \right) = \tan^{-1} \left(-\frac{qUl}{mdv_0^2} \right)$$

■ La **déflexion** $Y = O'P$ est l'ordonnée du point d'impact P sur l'écran. Elle est encore appelée **déflexion électrostatique**.

$$\tan \alpha = \frac{Y}{D} \Rightarrow Y = D \tan \alpha \text{ soit : } Y = -\frac{qDl}{mv_0^2} E = -\frac{qDl}{mdv_0^2} U$$

EXERCICES D'APPLICATION

EXERCICE 1 : Accélération de particules chargés

Entre deux plaques d'un condensateur plan, on établit une différence de potentiel constante. Une particule de charge q positive pénètre dans le champ électrique avec une vitesse initiale \vec{V}_0 . On a représenté dans trois cas la trajectoire de la particule. (Voir Figure 3-7)

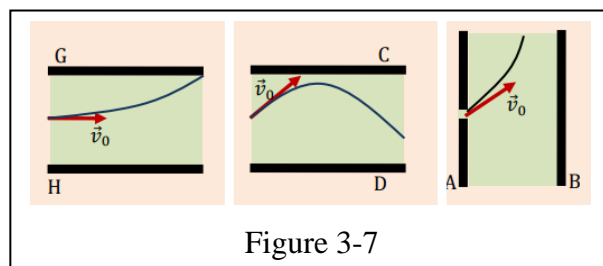


Figure 3-7

- 1 - Représenter dans chaque cas, en un O point de la trajectoire, les vecteurs force, champ électrique et accélération de la particule.
- 2 - Donner les signes des tensions U_{GH} , U_{CD} et U_{AB} entre les plaques.
- 3 - Répondre aux mêmes questions lorsque la particule porte une charge négative.

EXERCICE 2 : Etude du mouvement d'un proton dans un champ électrique

Un proton H^+ de masse $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{kg}$, animé d'une vitesse \vec{V}_0 ($V_0 = 1500 \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$), pénètre entre deux plaques parallèles A et B, distantes de 10,0cm, entre lesquelles est appliquée la tension $U_{AB} = +10,0 \text{kV}$. Le vecteur vitesse initiale \vec{V}_0 est orthogonal au plan des plaques (Figure 3-8).

- 1 - Représenter le vecteur champ électrique \vec{E} entre les plaques.
- 2 - Calculer la valeur E de ce champ.
- 3 - Ecrire la relation entre le vecteur accélération \vec{a} du proton et le vecteur champ électrique \vec{E} .
- 4 - Déterminer les équations horaires du mouvement du proton entre O et O'. b. En déduire la nature du mouvement.
- 5 - Calculer la valeur V'_0 de la vitesse au passage par l'orifice O' et la durée τ du trajet OO'.

EXERCICE 3 : Accélérateurs de protons

Dans le dispositif ci-dessous, règne un vide poussé. Un faisceau homocinétique de protons est d'abord accéléré par une tension appliquée entre deux plaques A et C. Les protons pénètrent en O avec une vitesse $v_0 = 800 \text{ km.s}^{-1}$ entre deux plaques parallèles p et P', distantes de $d = 2,5 \text{ cm}$ et de longueur $l = 10 \text{ cm}$, comme l'indique le schéma ci-contre.

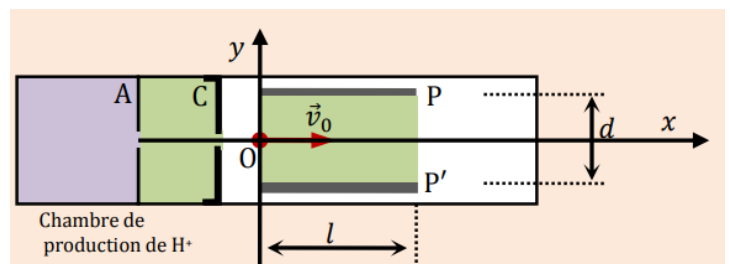


Figure 3-9

- 1 - Calculer la valeur de U_{AC} sachant que les protons sont issus de A sans vitesse initiale ; En déduire le sens du champ appliqué entre A et C.
- 2 - On applique entre les plaques P et P' la tension $U = U_{PP'}$ créant un champ uniforme de valeur E.
 - a) Quel doit être le signe de U pour que la déviation soit dirigée vers le haut ?
 - b) Montrer que l'équation cartésienne de la trajectoire entre les plaques est donnée par : $y = \frac{qE}{2mv_0^2} x^2$.

Données : La force de pesanteur est négligeable ; $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

EXERCICE 4 : Balayage d'un oscilloscope électronique

A la sortie d'un canon, les électrons ont la même vitesse \vec{V}_A ($V_A = 2,25 \cdot 10^{-1} \text{m.s}^{-1}$) de direction horizontale. Ils pénètrent sur l'axe d'un dispositif constitué par deux plaques Q et Q' carrées (côté $l=6\text{cm}$), verticales et distantes de $d=4\text{cm}$ (schéma a). Entre les plaques est appliquée la tension $u_{QQ'} = u$, évoluant au cours du temps suivant le graphique du schéma b. L'écran est situé à la distance $D = 1\text{C}$ du centre I de la région de déflexion, C étant le centre de l'écran.

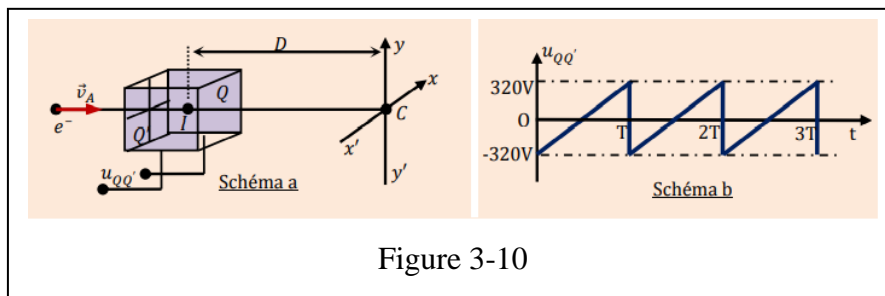
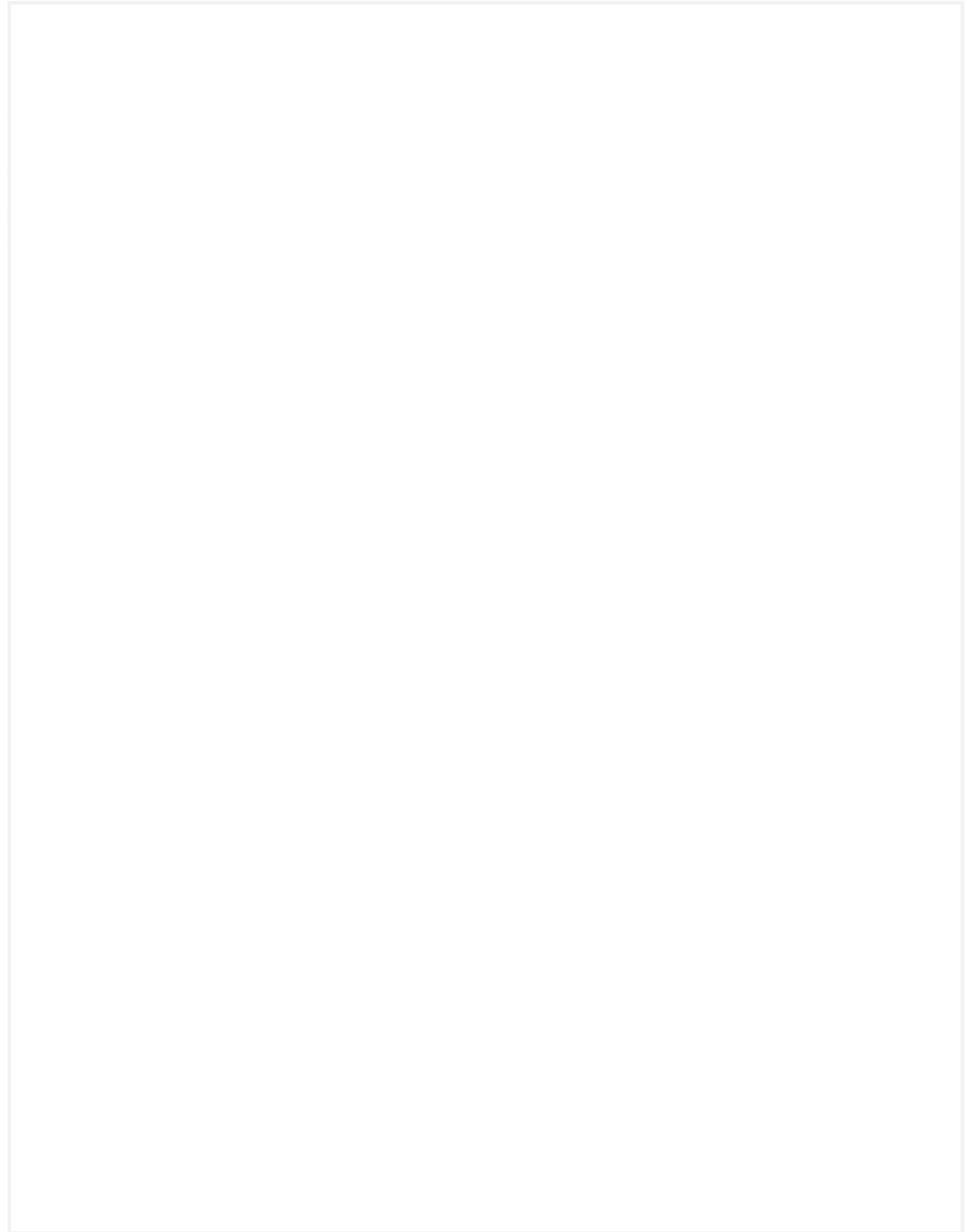


Figure 3-10

- 1 - Suivant laquelle des deux directions ($x'x$) ou ($y'y$) de l'écran le spot est-il dévié pour la tension u ?
- 2 - Etablir l'expression de l'angle de déflexion α à la sortie de plaques en fonction de e , m , V_A , d , l et u .
- 3 - Déterminer les coordonnées du point d'arrivée de l'électron sur l'écran en fonction de e , m , V_A , d , l , u et D .
- 4 - a) Trouver l'expression de la longueur du segment H'H parcourue par le spot au cours d'une période du balayage.
 b) Déterminer la distance D sachant que $H'H = 10\text{cm}$.
 c) Montrer que le mouvement du spot produit par l'impact des électrons sur l'écran est rectiligne et uniforme pendant des intervalles de temps successifs de durée T.
 d) Calculer la vitesse en cm.s^{-1} , du déplacement du spot si l'on fixe la valeur de T à 10ms.
 e) Indiquer la base de temps en s.cm^{-1} pour cette même valeur de T.



Chapitre 5. LE CHAMP MAGNETIQUE

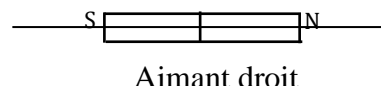
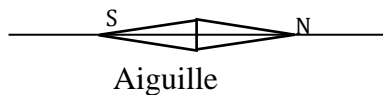
Objectifs pédagogiques : A la fin de ce cours, je dois être capable de :

- ✚ Définir le champ magnétique en un point ;
- ✚ Donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique en un point ;
- ✚ Donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde ;
- ✚ Donner l'expression du champ B au centre d'un solénoïde.

I. LES SOURCES DE CHAMP MAGNÉTIQUE

1. LES AIMANTS

Tout aimant possède deux pôles : un **pôle nord (N)** et un **pôle sud (S)**.



2. LE COURANT ÉLECTRIQUE

Les deux faces d'une bobine parcourue par le courant électrique ne sont pas identiques ; l'une est **Face nord (N)** et l'autre **Face sud (S)**.



Une bobine parcourue par le courant électrique se comporte comme un aimant droit.

3. LA TERRE

La terre se comporte comme un aimant et engendre un champ magnétique équivalent à celui créé par un aimant droit placé en son centre et dont l'axe est légèrement incliné par rapport à l'axe des pôles.

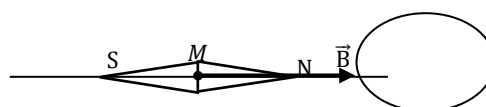
4. LES INTERACTIONS MAGNÉTIQUES

- Deux pôles ou deux faces de même nom se repoussent alors que des pôles ou deux faces de noms contraires s'attirent.
- Une face d'un circuit est repoussée par un pôle de même nom et attirée par un pôle de nom contraire.

II. LE VECTEUR CHAMP MAGNÉTIQUE

1. LE CHAMP MAGNETIQUE CREE EN UN POINT

L'état magnétique d'un point M est déterminé par un vecteur \vec{B} appelé **vecteur champ magnétique** ou **vecteur induction magnétique**.

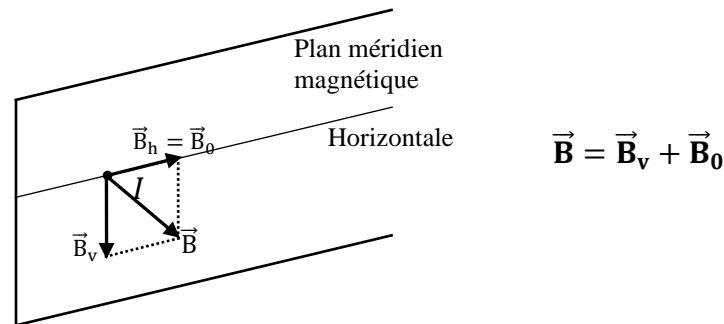


■ **LES CARACTERISTIQUES DU VECTEUR CHAMP MAGNETIQUE \vec{B} EN UN POINT M SONT :**

- **Direction** : celle de l'axe d'une aiguille aimantée placée en ce point ;
- **Sens** : \vec{B} est orienté du pôle sud vers le pôle nord de l'aiguille aimantée détectrice ;
- **Intensité** : elle est notée B et s'exprime en **Tesla (T)**.

2. LE CHAMP MAGNÉTIQUE TERRESTRE

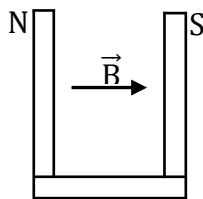
Le champ magnétique terrestre ou champ géomagnétique n'est ni vertical ni horizontal. L'angle qu'il forme avec l'horizontal s'appelle **inclinaison I** du milieu.



■ Une aiguille aimantée placée sur un pivot s'oriente suivant la direction et le sens de \vec{B}_0 . Dans la pratique, on prend $B_h = B_0 = 2 \cdot 10^{-5} T$.

3. LE CHAMP MAGNÉTIQUE UNIFORME

Le champ magnétique est uniforme dans une région de l'espace s'il garde la même direction, le même sens et la même intensité.

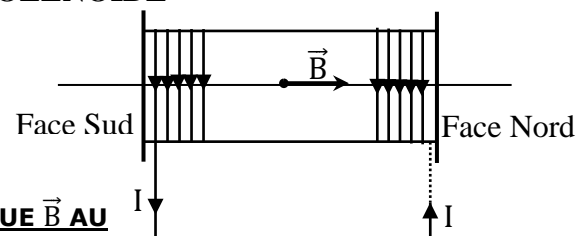


Le champ magnétique entre les branches d'un aimant en U est uniforme. Les caractéristiques du champ magnétique \vec{B} entre les deux branches sont :

- **Direction** : Perpendiculaire aux deux branches ;
- **Sens** : pôle nord vers le pôle sud.

4. LE CHAMP MAGNETIQUE CREE PAR UN SOLENOÏDE

Un solénoïde est une bobine dont la longueur est au moins supérieure à 10 fois son rayon. Le champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde est uniforme.



■ **LES CARACTERISTIQUES DU VECTEUR CHAMP MAGNETIQUE \vec{B} AU CENTRE DU SOLENOÏDE SONT :**

- Direction : celle de l'axe du solénoïde ;
- Sens : de la face sud vers la face nord ;
- Intensité : elle est donnée par l'expression :

$$B = \mu_0 n I = \mu_0 \frac{N}{l} I$$

$n = \frac{N}{l}$: nombre de spires par mètre

I : intensité du courant qui traverse le solénoïde

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} SI$: perméabilité absolue du vide

N : nombre de spires du solénoïde

l : longueur du solénoïde.

EXERCICES D'APPLICATION

EXERCICE 1 :

EXERCICE 2 :

Chapitre 6. PARTICULE CHARGÉE EN MOUVEMENT DANS UN CHAMP MAGNÉTIQUE

Objectifs pédagogiques : A la fin de ce cours, je dois être capable de :

- ✚ Donner les caractéristiques de la force de LORENTZ ;
- ✚ Etablir la nature du mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme ;
- ✚ Etudier quelques applications de la force de Lorentz ;

INTRODUCTION

L'image de télévision est formée par l'impact des électrons qui frappent les éléments luminescents recouvrant la face intérieure de l'écran. Ces électrons sont déviés par un champ magnétique. **A quelle loi obéit le mouvement d'un électron dans un champ magnétique ?**

I. ACTION D'UN CHAMP MAGNÉTIQUE SUR UNE PARTICULE CHARGÉE

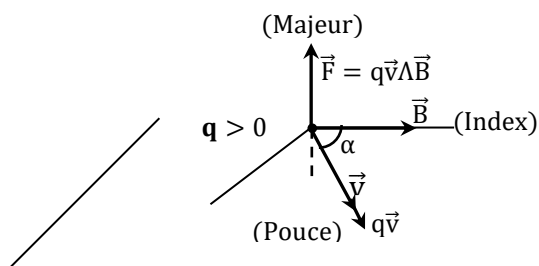
1. LA FORCE MAGNÉTIQUE DE LORENTZ

Une particule de masse m , portant une charge q , se déplaçant à la vitesse \vec{v} dans une région de l'espace où règne un champ magnétique \vec{B} est soumise à une force magnétique \vec{F} telle que :

$$\vec{F} = q\vec{v}\wedge\vec{B}; \quad \vec{F} \text{ est appelée force de Lorentz.}$$

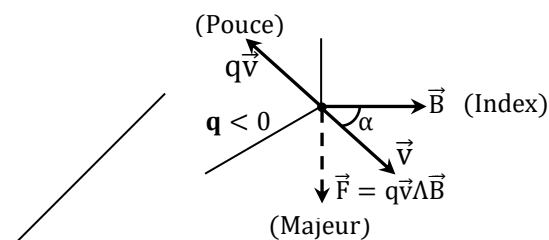
■ LES CARACTÉRISTIQUES DE LA FORCE DE LORENTZ SONT :

- **Point d'application** : La particule supposée ponctuelle ;
- **Direction** : Perpendiculaire au plan formé par \vec{v} et \vec{B} c'est à dire $(\vec{F}\perp\vec{v})$ et $(\vec{F}\perp\vec{B})$;
- **Sens** : Le sens de \vec{F} est tel que le trièdre $(q\vec{v}; \vec{B}; \vec{F})$ soit direct. \vec{F} est donnée par le bras gauche du bonhomme d'Ampère qui se couche suivant $q\vec{v}$ et regardant dans le même sens que \vec{B} .



$q > 0 \Rightarrow q\vec{v}$ et \vec{v} sont colinéaire de même sens

$$\vec{F} = q\vec{v}\wedge\vec{B} \Rightarrow \vec{F}\perp\vec{v} \text{ et } \vec{F}\perp\vec{B}$$



$q < 0 \Rightarrow q\vec{v}$ et \vec{v} sont colinéaire de sens contraires

$$\vec{F} = q\vec{v}\wedge\vec{B} \Rightarrow \vec{F}\perp\vec{v} \text{ et } \vec{F}\perp\vec{B}$$

- **Intensité** : Si α est l'angle formé par les vecteurs \vec{v} et \vec{B} , l'intensité F de la force \vec{F} est donnée par :

$$F = |q \sin \alpha|vB$$

REMARQUE :

- Si $\vec{v} = \vec{0}$ et $\vec{v} \parallel \vec{B}$ alors $\vec{F} = \vec{0}$
- Si $\vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow \sin \alpha = \pm 1$ alors $F = |q|vB$.

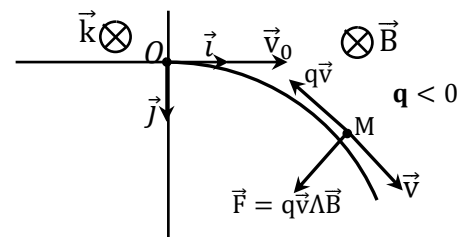
2. PUISSANCE DE LA FORCE DE LORENTZ

$$\mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{v} = q(\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow v = \text{cte}$$

Dans un champ magnétique, le mouvement d'une particule chargée est uniforme. La force magnétique de Lorentz ne modifie que la direction du vecteur vitesse de la particule.

II. MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGÉE DANS UN CHAMP MAGNÉTIQUE UNIFORME

Considérons le mouvement d'une particule de masse m , de charge q ($q < 0$) pénétrant dans un champ magnétique uniforme \vec{B} avec une vitesse initiale \vec{v}_0 telle que $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$. On choisit le repère $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ tel que : $\vec{v}_0 = v_0 \vec{i}$ et $\vec{B} = B \vec{k}$.



NB : \vec{B} sortant

\vec{B} entrant

1. MONTRONS QUE LE MOUVEMENT DE LA PARTICULE EST PLAN

$$\vec{F}_{ext} \left| \begin{array}{l} \vec{P} = m\vec{g} : \text{Poids du solide} \\ \vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B} : \text{Force magnétique de Lorentz} \end{array} \right.$$

On suppose que l'effet du poids est négligeable devant celui de la force magnétique de Lorentz \vec{F} .

$$\text{TCI : } \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{a} = q\vec{v} \wedge \vec{B} \Leftrightarrow \vec{a} = \frac{q}{m} \vec{v} \wedge \vec{B} \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{v} \text{ et } \vec{a} \perp \vec{B} \text{ donc } \vec{a} \perp \vec{k}$$

$$a_z = \vec{a} \cdot \vec{k} = 0 \Rightarrow v_z = v_{0z} = 0 \Rightarrow \mathbf{z} = \mathbf{z}_0 = \mathbf{0}$$

$\mathbf{z} = \mathbf{0} \Rightarrow$ le mouvement est plan et s'effectue dans le plan ($z=0$) c'est-à-dire le plan $(\vec{i}; \vec{j})$.

2. MONTRONS QUE LE MOUVEMENT DE LA PARTICULE EST UNIFORME

Dans la base de Frenet $(\vec{\tau}; \vec{n})$ on a : $\vec{v} = v\vec{\tau} \Rightarrow \vec{v}$ est colinéaire à $\vec{\tau}$ et $\vec{a} = a_t \vec{\tau} + a_n \vec{n} = \frac{dv}{dt} \vec{\tau} + \frac{v^2}{\rho} \vec{n}$.

$$\mathbf{a}_t = \vec{a} \cdot \vec{\tau} = \left(\frac{dv}{dt} \vec{\tau} + \frac{v^2}{\rho} \vec{n} \right) \cdot \vec{\tau} \Rightarrow \mathbf{a}_t = \frac{dv}{dt} = 0 \Leftrightarrow v = \text{cte d'où le mouvement est uniforme.}$$

3. MONTRONS QUE LE MOUVEMENT DE LA PARTICULE EST CIRCULAIRE

Dans la base de Frenet $(\vec{\tau}; \vec{n})$ on a : $\vec{a} = a_n \vec{n} = \frac{v^2}{\rho} \vec{n} = \frac{|q|}{m} vB \vec{n} \Rightarrow \frac{v^2}{\rho} = \frac{|q|}{m} vB \Leftrightarrow \rho = \frac{mv}{|q|B}$

$v = v_0 = \text{cte} \Rightarrow \rho = \frac{mv_0}{|q|B} = \text{cte}$ d'où le mouvement de la particule est circulaire.

■ Le mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme tel que $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$ est plan circulaire et uniforme. Le rayon du cercle décrit par la particule est donné par la relation :

$$R = \frac{mv_0}{|q|B}$$

■ La quantité de mouvement de la particule est donnée par la relation :

$$p = |q|RB.$$

III. APPLICATIONS PRATIQUES

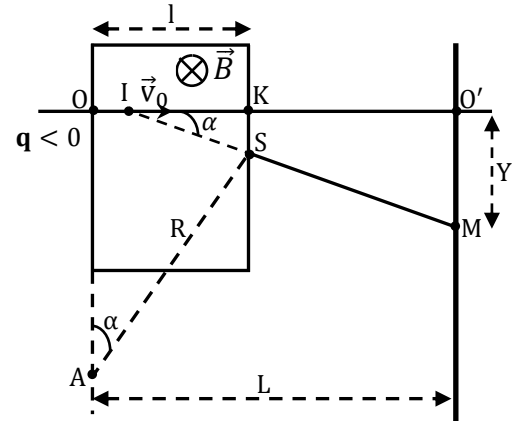
1. LA DÉFLEXION MAGNÉTIQUE

La particule est déviée d'un angle α à la sortie du champ magnétique uniforme \vec{B} . On a :

$$\sin \alpha = \frac{l}{R} = \frac{|q|lB}{mv_0} \quad \text{ou} \quad \tan \alpha = \frac{O'M}{IO'} = \frac{Y}{L-OI}$$

Dans les dispositifs utilisés, α est petit ; la distance OI est alors très inférieure à L . Ainsi ($\sin \alpha = \tan \alpha \approx \alpha$), d'où :

$$\frac{l}{R} = \frac{Y}{L} \Rightarrow Y = \frac{Ll}{R} \quad \text{soit} \quad Y = \frac{|q|Ll}{mv_0} B$$



2. LE SPECTROMÈTRE DE MASSE

Un spectrographe de masse est un appareil qui permet de trier des ions de masse ou de charges différentes par utilisation d'un champ magnétique et d'un champ électrique.

Un spectromètre de masse de type **Dempster** comprend :

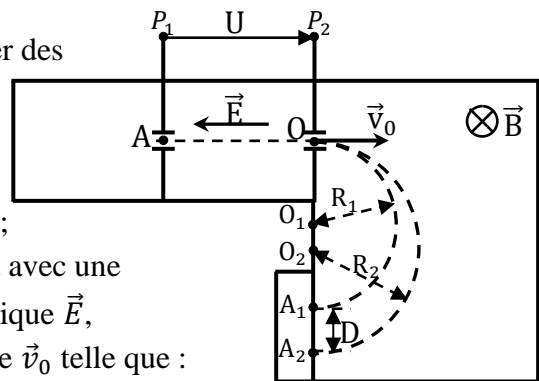
- Une chambre d'ionisation où sont produits les ions ;
- Une chambre d'accélération où les ions y pénètrent avec une vitesse quasiment nulle et sont accélérés par un champ électrique \vec{E} , sous une tension U ; ils en sortent au point O avec une vitesse \vec{v}_0 telle que :

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = |q|U$$

- Une chambre de déviation où les particules y sont soumises à l'action d'un champ magnétique uniforme \vec{B} ; elles décrivent un demi-cercle dont le rayon R est tel que :

$$R = \frac{mv_0}{|q|B}$$

- Un détecteur (plaque photographique, compteur, collecteur...) où sont recueillies les particules.



□ EXPRESSIONS DES VITESSES v_{01} ET v_{02} DES PARTICULES A L'ENTRÉE DE LA CHAMBRE DE DÉVIATION :

En appliquant le TEC entre A et O avec $v_A = 0$, on trouve : $\frac{1}{2}mv_0^2 = qU_{P_1P_2} = |q|U \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2|q|U}{m}}$

Soit :
$$v_{01} = \sqrt{\frac{2|q|U}{m_1}} \quad \text{et} \quad v_{02} = \sqrt{\frac{2|q|U}{m_2}}$$

□ EXPRESSIONS DES RAYONS R_1 ET R_2 DES PARTICULES DANS LA CHAMBRE DE DÉVIATION :

$$R = \frac{mv_0}{|q|B} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{|q|}} \quad \text{soit} \quad R_1 = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2m_1U}{|q|}} \quad \text{et} \quad R_2 = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2m_2U}{|q|}}$$

Ainsi, en posant :
$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2m_1 U}{|q|}} \cdot \frac{1}{B} \sqrt{\frac{|q|}{2m_2 U}}$$

On obtient :
$$\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \text{ donc } m_1 \neq m_2 \Rightarrow R_1 \neq R_2.$$

Dans un champ magnétique uniforme \vec{B} , des particules chargées de masses différentes ne sont pas déviées de la même manière.

□ **CALCUL DE DISTANCE D SEPARANT LES POINTS D'IMPACT A_1 ET A_2 SUR L'ECRAN :**

$$D = A_1 A_2 = OA_2 - OA_1 \Rightarrow D = 2(R_2 - R_1) = 2 \left(\frac{1}{B} \sqrt{\frac{2m_2 U}{|q|}} - \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2m_1 U}{|q|}} \right)$$

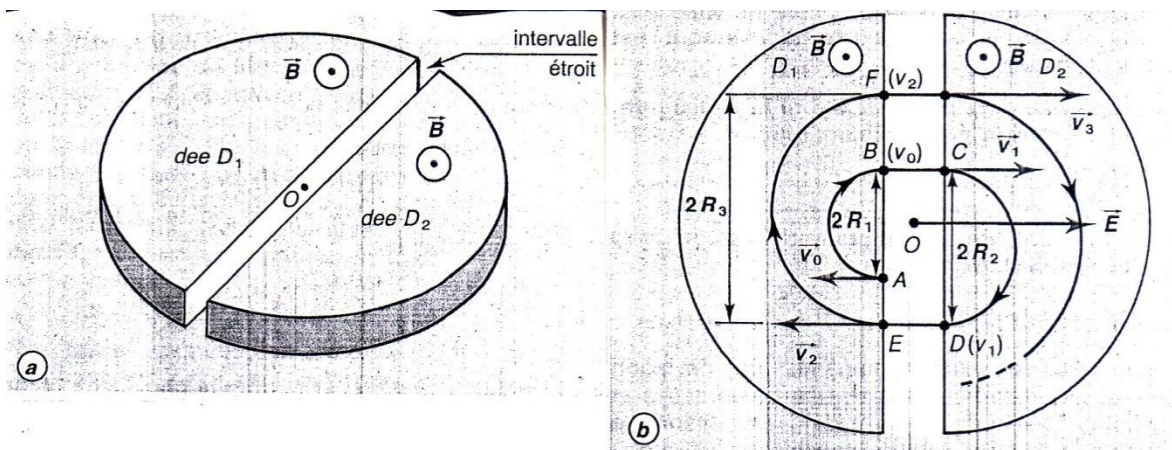
D'où :
$$D = \sqrt{\frac{8U}{|q|B^2}} (\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1})$$

UTILITE DU SPECTROGRAPHE DE MASSE : Le spectrographe de masse est un appareil très utile car il permet :

- De mesurer la masse des isotopes ;
- D'identifier des isotopes d'un élément ;
- De déterminer le pourcentage de chaque isotope contenu dans un élément ;
- D'analyser un mélange gazeux ou solide ;
- De préciser la formule des composés organiques.

3. LE CYCLOTRON

Un **cyclotron** est un accélérateur de particules chargées, les protons par exemple. Il est formé de deux demi-cylindres creux D_1 et D_2 , appelés « dees » séparés par un intervalle dans lequel règne un champ électrostatique \vec{E} variable. Ce champ permet d'accélérer les particules à chaque fois qu'elles arrivent dans cet intervalle.



□ **TEMPS MIS PAR LA PARTICULE POUR EFFECTUER UN DEMI-TOUR :**

En négligeant le temps de passage des particules entre les dés, on a :

$$t = \frac{T}{2} = \frac{\pi R}{v} \text{ où } T \text{ est la durée d'un tour ou période. Or } R = \frac{mv_0}{|q|B} \text{ donc } t = \frac{\pi m}{|q|B}$$

La période T de ce mouvement est : $T = 2t \Rightarrow T = \frac{2\pi m}{|q|B}$

□ VARIATION DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE DE LA PARTICULE

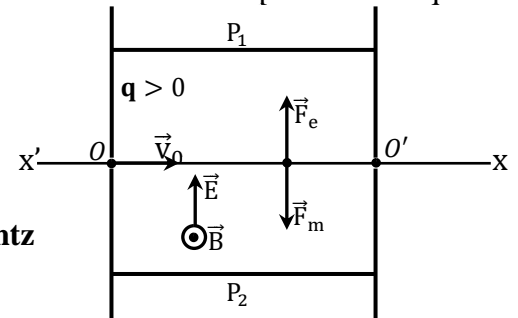
Soit $u = U_m \sin \omega t$ la tension entre les deux dés. L'énergie cinétique de la particule s'accroît après chaque tour de ΔE_C telle que : $\Delta E_C = 2|q|U_m$. Après n tours, on a donc : $\Delta E_C = 2n|q|U_m$.

4. LE FILTRE DE VITESSES OU SELECTEUR DE VITESSES

Il permet d'obtenir un faisceau homocinétique de particules à l'entrée d'un spectrographe de masse par exemple. Pour l'obtenir, on superpose un champ électromagnétique uniforme \vec{B} et un champ électrostatique uniforme \vec{E} de sorte que les deux champs soient orthogonaux.

Des particules de charge q sont lancées suivant l'axe $(x'x)$.

$$\vec{F}_{\text{ext}} \left\{ \begin{array}{l} \vec{P} = m\vec{g} : \text{Poids du solide} \\ \vec{F}_e = q\vec{E} : \text{Force électrostatique} \\ \vec{F}_m = q\vec{v}\wedge\vec{B} : \text{Force magnétique de Lorentz} \end{array} \right.$$



NB : On néglige le poids de la particule devant les deux autres forces (force magnétique et force électrostatique).

Pour que les particules passent par le point O' sans subir de déviation, il faut que :

$$\vec{F}_e + \vec{F}_m = \vec{0} \Leftrightarrow q(\vec{E} + \vec{v}\wedge\vec{B}) = \vec{0} \text{ donc } \vec{E} = -\vec{v}\wedge\vec{B} = \vec{B}\wedge\vec{v}$$

Comme $\vec{v} \perp \vec{B}$ alors : $\mathbf{E} = \mathbf{vB} \Rightarrow \mathbf{v} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{B}}$

Seules les particules ayant la vitesse $\mathbf{v}_0 = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{B}}$ peuvent passer par le point O' sans subir de déviation.

- Si $\mathbf{v} < \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{B}}$ alors $\mathbf{F}_e > \mathbf{F}_m$. La particule sera déviée dans le sens de la force électrostatique (vers la plaque P_1).
- Si $\mathbf{v} < \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{B}}$ alors $\mathbf{F}_e < \mathbf{F}_m$. La particule sera déviée dans le sens de la force magnétique (vers la plaque P_2).

Chapitre 7. LE PENDULE ELASTIQUE

Objectifs pédagogiques : A la fin de ce cours, je dois être capable de :

- ✚ Décrire un pendule élastique ;
- ✚ Etablir l'équation différentielle d'un pendule élastique ;
- ✚ Calculer l'énergie mécanique d'un pendule élastique ;
- ✚ Définir le régime pseudopériodique et le régime apériodique.

I. MOUVEMENT D'UN OSCILLATEUR HARMONIQUE

1. GÉNÉRALITÉS

Un oscillateur est un système mécanique animé d'un mouvement périodique. Il est dit harmonique lorsque son abscisse par rapport à sa position d'équilibre est une fonction sinusoïdale du temps de la forme :

- $x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$ ou $x = X_m \sin(\omega t + \varphi)$
- X_m : Amplitude (en m)
- ω : Pulsation (en rad/s)
- $\omega t + \varphi$: Phase à l'instant t en (rad)
- φ : Phase à l'instant $t = 0$ (rad)

■ La **période T , exprimée en seconde**, d'un oscillateur harmonique est la durée d'une oscillation complète. On appelle oscillation complète le passage du solide par le même point dans le même sens.

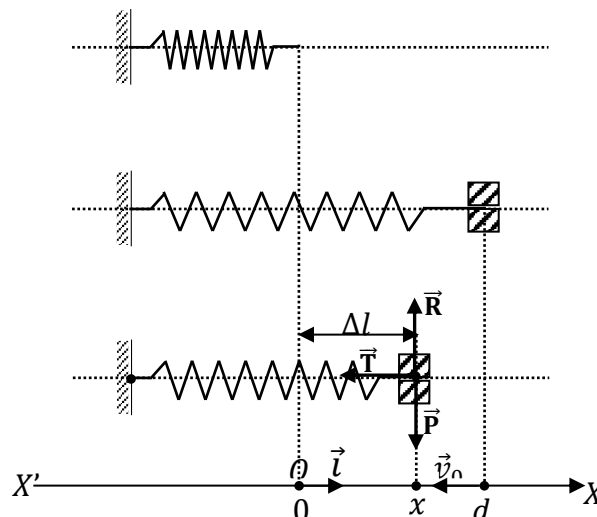
$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

■ La **fréquence N ou f , exprimée en Hertz (Hz)**, d'un oscillateur harmonique représente le nombre d'oscillations complètes effectuées en une seconde.

$$N = f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \Leftrightarrow \omega = 2\pi N = 2\pi f$$

2. LE PENDULE ÉLASTIQUE HORIZONTAL

Le système est constitué d'un solide (S) de centre d'inertie G et de masse m accroché à un ressort de masse négligeable, de constante de raideur k et de longueur à vide l_0 .



On déplace le solide de sa position d'équilibre d'une distance d vers la droite et on l'abandonne dans le sens des abscisses négatives avec la vitesse \vec{v}_0 à une date que l'on prendra comme origine des instants.

a. Nature du mouvement du solide accroché au ressort

$$\vec{F}_{ext} \left\{ \begin{array}{l} \vec{P} : \text{Poids du solide} \\ \vec{R} : \text{Réaction de la tige} \\ \vec{T} : \text{Tension du ressort} \end{array} \right.$$

• **ETUDE DE L'ÉQUILIBRE :**

PI: $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$ (Proj/x) : $0 + 0 + T = 0 \Rightarrow T = 0$
Or $T = k\Delta l = k(l - l_0) \Rightarrow l = l_0$

A l'équilibre, le ressort n'est donc pas déformé.

• **ETUDE DU MOUVEMENT :**

TCI: $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$ (Proj/x) : $0 + 0 - T = ma_x$

Or $T = k\Delta l = k(l - l_0) = kx$ et $a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$ donc $-kx = m\ddot{x}$

D'où : $m\ddot{x} + kx = 0 \Leftrightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$

En posant : $\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Alors on obtient : $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$

Conclusion : Le mouvement du solide est donc rectiligne sinusoïdal de pulsation $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ et de

période $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

b. Résolution de l'équation différentielle

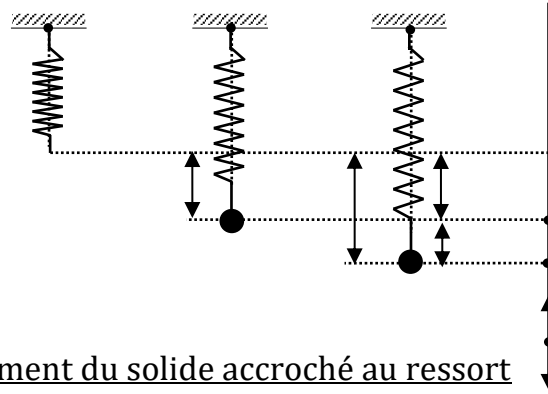
Comme le mouvement du solide est rectiligne sinusoïdal, l'abscisse x de son centre d'inertie est sous la forme : $x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi) \Rightarrow v = \dot{x} = -\omega_0 X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$

A ($t = 0$), on a $\left\{ \begin{array}{l} x = X_m \cos \varphi = d \Rightarrow \cos \varphi = \frac{d}{X_m} > 0 \\ v = -\omega_0 X_m \sin \varphi = -v_0 \Rightarrow \sin \varphi = \frac{v_0}{\omega_0 X_m} > 0 \end{array} \right.$

$\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi = 1 \Rightarrow \frac{d^2}{X_m^2} + \frac{v_0^2}{\omega_0^2 X_m^2} = 1$ d'où $X_m = \sqrt{d^2 + \frac{v_0^2}{\omega_0^2}}$

Comme $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ alors $X_m = \sqrt{d^2 + \frac{mv_0^2}{k}}$ et $\tan \varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} \Rightarrow \tan \varphi = \frac{v_0}{d\omega_0}$ soit $\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{v_0}{d\omega_0}\right)$

3. LE PENDULE ÉLASTIQUE VERTICAL

a. Schéma du dispositif expérimentalb. Nature du mouvement du solide accroché au ressort

$$\vec{F}_{\text{ext}} \left\{ \begin{array}{l} \vec{P} : \text{Poids du solide} \\ \vec{T} : \text{Tension du ressort} \end{array} \right.$$

• CONDITION D'EQUILIBRE DU SYSTEME SOLIDE - RESSORT :

$$\text{PI : } \vec{P} + \vec{T} = \vec{0} \text{ Proj/x : } mg - T = 0 \text{ or } T = k\Delta l_0 \text{ donc } mg - k\Delta l_0 = 0.$$

$$\text{Soit : } \Delta l_0 = \frac{mg}{k} \quad \text{ou} \quad k = \frac{mg}{\Delta l_0}$$

• ETUDE DU MOUVEMENT DU SYSTEME :

$$\text{TCI : } \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a} \quad (\text{Proj/x}) : mg - T = ma_x$$

$$\text{Or } T = k\Delta l = k(l_2 - l_0) = k(\Delta l_0 + x) \quad \text{donc } mg - k(\Delta l_0 + x) = m\ddot{x}$$

$$mg - k\Delta l_0 - kx = m\ddot{x}$$

$$mg - k\Delta l_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad -kx = m\ddot{x} \quad \Leftrightarrow \quad mx + k\ddot{x} = 0$$

$$\text{D'où : } m\ddot{x} + kx = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

$$\text{En posant } \omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ alors on obtient : } \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

Conclusion : Le mouvement du solide est donc rectiligne sinusoïdal de pulsation $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ et de

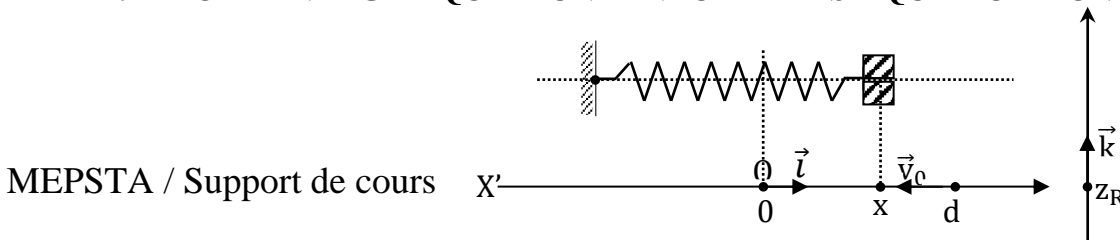
$$\text{période } T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

II. ETUDE ENERGETIQUE D'UN PENDULE ELASTIQUE1. ENERGIE POTENTIELLE ELASTIQUE D'UN PENDULE ELASTIQUE

L'énergie potentielle élastique d'un pendule élastique est l'énergie qu'il possède du fait de son allongement ou de son raccourcissement. Elle est notée E_{Pe} et est donnée par l'expression :

$$E_{Pe} = \frac{1}{2} k(\Delta l)^2 ;$$

Où Δl est l'allongement ou le raccourcissement du ressort.

2. ETUDE ENERGETIQUE D'UN PENDULE ELASTIQUE HORIZONTAL

Prenons pour position de référence de l'énergie potentielle de pesanteur la direction de la tige confondue à l'axe(Ox).

• **EXPRESSION DE L'ÉNERGIE MÉCANIQUE DU SYSTÈME :**

$$E_m = E_C + E_{Pe} + E_{PP}$$

$$E_C = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 \quad \text{avec} \quad v = \dot{x};$$

$$E_{Pe} = \frac{1}{2} k \Delta l^2 = \frac{1}{2} k x^2 \quad \text{avec} \quad \Delta l = x;$$

$$E_{PP} = m g (z - z_R) = 0 \quad \text{avec} \quad z = z_R$$

D'où :

$$E_m = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k x^2$$

• **MONTRONS QU'EN L'ABSENCE DE FROTTEMENT L'ÉNERGIE MÉCANIQUE DU SYSTÈME SE CONSERVE :**

Frottements négligeables $\Rightarrow x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow m \omega_0^2 = k$.

$$E_m = \frac{1}{2} m [-\omega_0 X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)]^2 + \frac{1}{2} k [X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)]^2$$

$$E_m = \frac{1}{2} m \omega_0^2 X_m^2 [\cos(\omega_0 t + \varphi)]^2 + \frac{1}{2} k X_m^2 [\cos(\omega_0 t + \varphi)]^2$$

$$E_m = \frac{1}{2} k X_m^2 [\cos(\omega_0 t + \varphi)]^2 + \frac{1}{2} k X_m^2 [\cos(\omega_0 t + \varphi)]^2$$

$$E_m = \frac{1}{2} k X_m^2 [\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi)]$$

Comme $\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi) = 1$ donc $E_m = \frac{1}{2} k X_m^2 = \text{cte}$

• **RETROUVONS L'ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE DU MOUVEMENT À PARTIR DE L'ÉNERGIE MÉCANIQUE :**

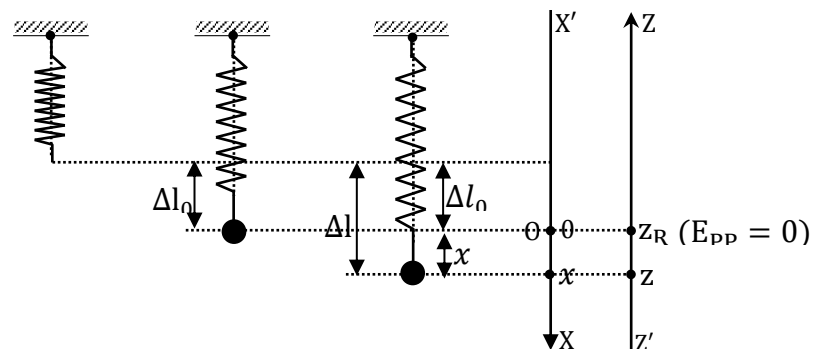
$$E_m = \text{cte} \Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = 0 \Leftrightarrow \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k x^2 \right) = 0 \quad \text{soit} \quad m \ddot{x} \dot{x} + k x \dot{x} = 0 \Leftrightarrow \dot{x} (m \ddot{x} + k x) = 0 \quad \text{or} \quad \dot{x} = v \neq 0$$

Donc :

$$m \ddot{x} + k x = 0 \quad \text{d'où} \quad \ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0$$

3. ÉTUDE ÉNERGÉTIQUE D'UN PENDULE ELASTIQUE VERTICAL

On considère le système ci-dessous et on suppose que les frottements sont négligeables.



• **EXPRESSION DE L'ÉNERGIE MÉCANIQUE DU SYSTÈME :**

$$E_m = E_C + E_{Pe} + E_{PP}$$

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 \quad \text{avec } v = \dot{x};$$

$$E_{Pe} = \frac{1}{2}k\Delta l^2 = \frac{1}{2}k(\Delta l_0 + x)^2 \quad \text{avec } \Delta l = \Delta l_0 + x;$$

$$E_{PP} = mg(z - z_R) = -mgx \quad \text{avec } z - z_R = -x$$

D'où :
$$E_m = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k(\Delta l_0 + x)^2 - mgx$$

En développant l'expression de E_m et remarquant que $mg - k\Delta l_0 = 0$ on trouve relativement facilement que :

$$E_m = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}k\Delta l_0^2$$

• MONTRONS QU'EN L'ABSENCE DE FROTTEMENT L'ÉNERGIE MÉCANIQUE DU SYSTÈME SE CONSERVE :

Frottements négligeables $\Rightarrow x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow m\omega_0^2 = k$.

$$E_m = \frac{1}{2}m[-\omega_0 X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)]^2 + \frac{1}{2}k[X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)]^2 + \frac{1}{2}k\Delta l_0^2$$

$$E_m = \frac{1}{2}m\omega_0^2 X_m^2 [\cos(\omega_0 t + \varphi)]^2 + \frac{1}{2}kX_m^2 [\cos(\omega_0 t + \varphi)]^2 + \frac{1}{2}k\Delta l_0^2$$

$$E_m = \frac{1}{2}kX_m^2 [\cos(\omega_0 t + \varphi)]^2 + \frac{1}{2}kX_m^2 [\cos(\omega_0 t + \varphi)]^2 + \frac{1}{2}k\Delta l_0^2$$

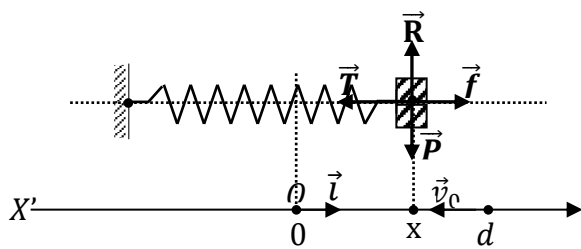
$$E_m = \frac{1}{2}kX_m^2 [\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi)] + \frac{1}{2}k\Delta l_0^2$$

Comme $\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi) = 1$ donc $E_m = \frac{1}{2}kX_m^2 + \frac{1}{2}k\Delta l_0^2 = \text{cte}$

4. OSCILLATIONS AMORTIES

Dans la réalité, l'amplitude des oscillations diminue à cause des forces de frottements.

a. Equation différentielle du mouvement d'un oscillateur réel



- \vec{F}_{ext} :
- \vec{P} : Poids du solide
 - \vec{R} : Réaction de la tige
 - \vec{T} : Tension du ressort
 - $\vec{f} = -\lambda\vec{v}$: Force de frottements ($\lambda = \text{cte}$; $\lambda < 0$)

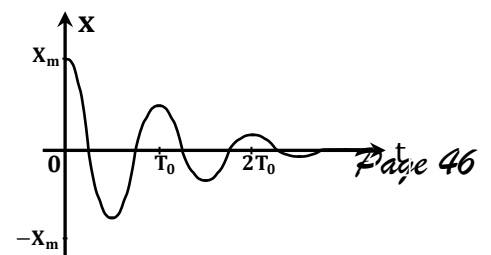
TCI :
$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} + \vec{f} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} - \lambda\vec{v} = m\vec{a}$$

(Proj/x) :
$$T_x - \lambda v_x = ma_x \Leftrightarrow -kx - \lambda\dot{x} = m\ddot{x}$$

D'où :
$$m\ddot{x} + \lambda\dot{x} + kx = 0 \Leftrightarrow \ddot{x} + \frac{\lambda}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$
 (λ est le coefficient de frottement)

b. Les différents régimes

- Si les frottements ne sont pas trop intenses, les amplitudes



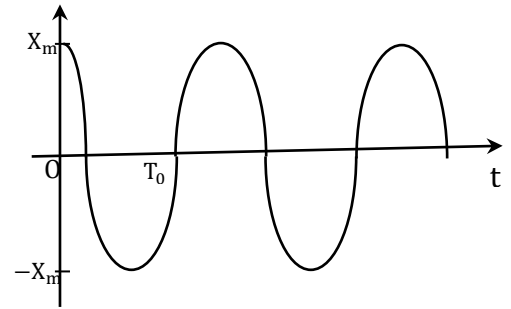
des oscillations diminue progressivement et fini par s'annuler.

On dit que le régime est **pseudopériodique**.

- Si les frottements sont intenses le système n'oscille pas ; il revient dans sa position d'équilibre sans osciller : On dit que le régime est **apériodique**.



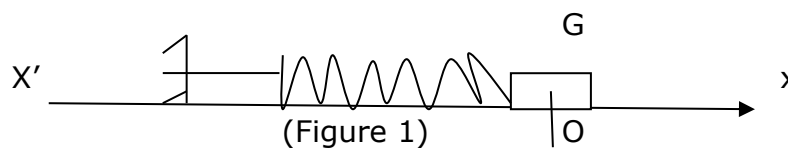
- Si les frottements sont négligeables : cas d'un système entretenu, il n'y a plus d'amortissements. Le régime est dit **périodique**.



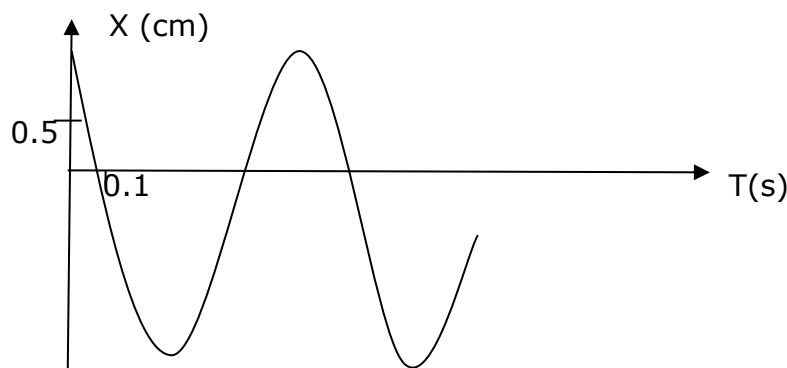
EXERCICES D'APPLICATION

EXERCICE 1 :

Un solide de masse m est accroché à un ressort de coefficient de raideur k à spire non jointives. il peut glisser sans frottements sur un plan horizontale. Le centre de masse G de S est repéré sur un axe horizontal $(x'ox)$ dont l'origine correspond à la position de repos de S . (voir figure 1)



Le ressort est allongé d'une longueur x_0 et le solide S est laissé à l'instant $(t = 0s)$. Un dispositif permet d'enregistrer la variation e l'abscisse x en fonction du temps (voir figure 2).



1 - Déterminer à partir du graphique, les conditions initiales du mouvement ainsi que le

sens de déplacement du mobile lorsqu'il passe pour la première fois par l'origine. Quelle est la période T et la pulsation ω_0 du mouvement.

2 - Etude du mouvement du solide :

a) Faire le bilan des forces agissant sur le solide : on fera un schéma soigné du système étudié en indiquant l'orientation des forces et leur point d'application.

b) Etablir l'équation différentielle du mouvement du solide. Quelle relation existe-il entre ω_0 , m , k ?

c) L'équation horaire du mouvement est $x(t) = \cos(\omega_0 t)$. Montrer qu'elle vérifie l'équation différentielle établie ainsi que les conditions initiales.

3 - Donner l'expression de l'énergie potentielle élastique du ressort à l'instant quelconques en fonction k , x_0 , ω et t . Sachant que l'énergie potentielle élastique du ressort à l'instant $t = 0$ est égale à $3.7 \cdot 10^{-2}$ J déterminer la valeur de k . Quel est la valeur de la masse m .

EXERCICE 2 :

Un ressort de raideur k de spires non jointives et de masse négligeable est enfilé sur une tige horizontale (T) dont il est solidaire à son extrémité A. L'autre extrémité du ressort est lié à un solide (S) supposé ponctuel et de masse m . On oriente l'axe ($x'x$) comme indiqué le sur la figure et on choisit l'origine O de l'axe. Le solide est écarté de la position d'équilibre suivant la direction ($x'x$) et lâché sans vitesse initiale. Il passe en O à l'instant pris comme origine des temps avec un vecteur vitesse dirigée de O vers A : $\vec{V}_0 = -V_0 \vec{i}$; \vec{i} étant le vecteur unitaire qui oriente l'axe $x'x$. On donne : $V_0 = 0,64 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $k = 10 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$; $m = 0,15 \text{ kg}$.

1 - Etablir l'équation différentielle du mouvement de (S).

2 - On sait que la solution de cette équation peut être cherchée sur la forme $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ avec ($X_m > 0$). Etablir l'expression de la pulsation propre ω de ce mouvement. Calculer sa valeur numérique.

a) Déterminer la valeur des constantes X_m et φ puis réécrire l'équation horaire $x(t)$ du mouvement de (S).

b) Donner l'expression de la force de rappel élastique en fonction de t .

c) Déterminer les valeurs de F aux instants $t_1 = \frac{T}{2}$ et $t_2 = 2T$.

Chapitre 8. MOUVEMENT DE ROTATION

Objectifs pédagogiques : A la fin de ce cours, je dois être capable de :



I. RELATION FONDAMENTALE DE LA DYNAMIQUE POUR UN MOUVEMENT DE ROTATION

1. APPLICATION DU PFD A UN POINT M EN ROTATION AUTOUR D'UN POINT O.

Pour un point en mouvement circulaire autour d'un axe (oz) (Figure II-1), on a :

- D'après la relation (5) et en posant $\sum \vec{F} = \vec{F}$, on obtient :

$$\vec{F} = m\vec{a} = m(\vec{a}_\tau + \vec{a}_n).$$

De plus, dans le repère de Frenet la résultante des forces s'exprime par :

$$\vec{F} = \vec{F}_\tau + \vec{F}_n \Rightarrow \begin{cases} F_\tau = mR\ddot{\theta} \\ F_n = m\dot{\theta}^2 R \end{cases};$$

- Calcul du moment :

$$\bar{\mathcal{M}}_{oz}(\vec{F}) = \bar{\mathcal{M}}_{oz}(\vec{F}_\tau) + \bar{\mathcal{M}}_{oz}(\vec{F}_n) = F_\tau \cdot R + 0 = mR^2\ddot{\theta}$$

Donc le PFD pour un point en rotation s'écrit :

$$\bar{\mathcal{M}}_{oz}(\vec{F}) = mR^2\ddot{\theta} \quad (6)$$

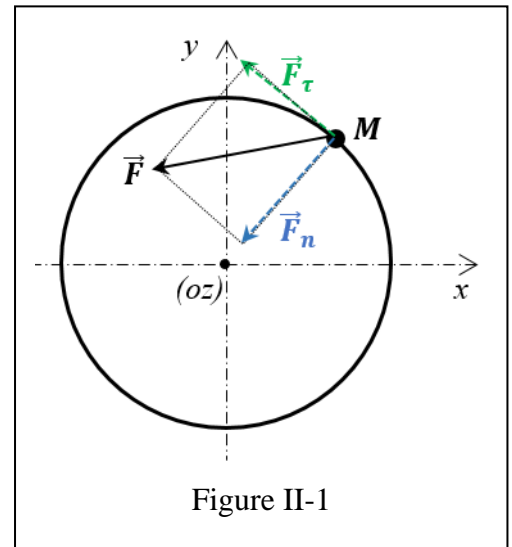


Figure II-1

2. MOMENT D'INERTIE D'UN SOLIDE PAR RAPPORT A UN AXE

Soit un solide (S) mobile autour d'un axe fixe (oz). (Voir figure II-1)

- On démontre qu'un solide mobile autour d'un axe est en équilibre lorsque **la somme algébrique des moments par rapport à l'axe de toutes les forces qui lui sont appliquées est nulle** :

$$\sum \bar{\mathcal{M}} = 0 \quad (7)$$

- Si cette somme n'est pas nulle, le solide tourne autour de l'axe de plus en plus vite ou de plus en plus lentement selon le signe de la somme algébrique des moments. On dit alors qu'il est animé d'un **mouvement de rotation varié**.

Décomposons le solide en éléments matériels $M_1; M_2; M_3 \dots M_n$, assez petits pour qu'on puisse les assimiler à des points matériels. Chacun de ces points M_i est caractérisé par sa masse m_i et de rayon r_i , ($i = 1; 2; \dots; n$) de sa trajectoire.

Tous ces points tournent du même angle dans le même temps. Ils ont tous même vitesse angulaire $\omega = \dot{\theta}$ et donc même accélération angulaire $\ddot{\theta}$.

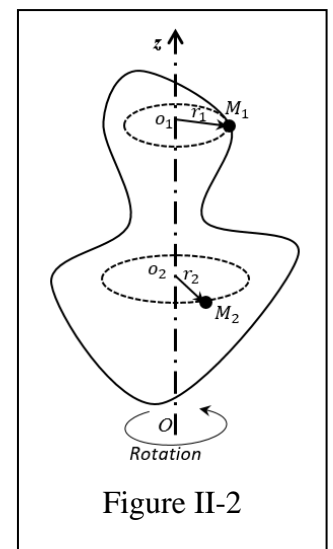


Figure II-2

Faisons, pour tous les éléments matériels du solide(S), la somme algébrique des moments par rapport à l'axe de toutes les forces qui s'exercent sur eux. Il vient d'après la relation (6) :

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 + \dots + \mathcal{M}_n = m_1 r_1^2 \ddot{\theta} + m_2 r_2^2 \ddot{\theta} + \dots + m_n r_n^2 \ddot{\theta} = \ddot{\theta} (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_n r_n^2)$$

Par définition, la somme $J_{Oz} = \sum_{i=1}^{i=n} m_i r_i^2 = (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_n r_n^2)$ est le **moment d'inertie du solide par rapport à l'axe (oz)**.

Sachant que J_{Oz} caractérise l'inertie du solide en rotation ; c'est-à-dire la plus ou moins grande difficulté de faire varier sa vitesse angulaire. Donc la **relation fondamentale de la dynamique du solide en rotation autour de l'axe (oz)** s'écrit :

$$\mathcal{M} = \sum_{i=1}^{i=n} \mathcal{M}_i = J_{Oz} \cdot \ddot{\theta} \quad (8)$$

3. MOMENTS D'INERTIE DE QUELQUES SOLIDES HOMOGENES PAR RAPPORT A LEUR AXE DE SYMETRIE

- **CIRCONFERENCE PESANTE DE MASE M (FIGURE II-3) :** $J_{\Delta} = mR^2$

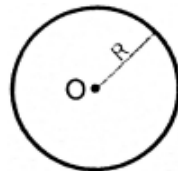


Figure II-3

- **DISQUE ET CYLINDRE HOMOGENE (FIGURE II-4) :** $J_{\Delta} = \frac{1}{2} mR^2$

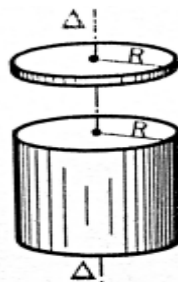


Figure II-4

- **SPHÈRE HOMOGENE (FIGURE II-5) :** $J_{\Delta} = \frac{2}{5} mR^2 ;$

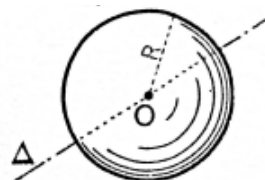


Figure II-5

- **TIGE HOMOGENE :** $J_{\Delta} = \frac{1}{12} ml^2$

4. THÉORÈME DE HUYGHENS

Le moment d'inertie d'un solide par rapport à un axe quelconque Δ' (voir Figure II-6) est égal à son moment d'inertie par rapport à un axe Δ , parallèle à Δ' et passant par le centre de gravité, augmenté du produit de la masse du solide par le carré de la distance des deux axes :

$$J_{\Delta'} = J_{\Delta} + md^2.$$

Exemple : Le moment d'inertie d'une tige mince homogène de masse m et de longueur l par rapport à un axe passant par l'une de ses extrémités est :

$$J_{\Delta'} = \frac{1}{12} ml^2 + m \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} ml^2.$$

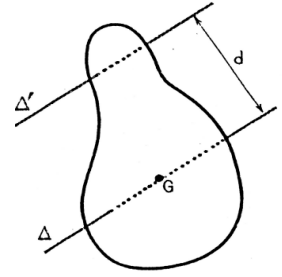


Figure II-6

II. APPLICATIONS

1. APPLICATION 1: MACHINE D'ATWOOD

Deux disques identiques, (C) et (C'), pesant chacun $M = 210$ g, sont reliés par un fil de masse négligeable qui passe dans la gorge d'une poulie de masse $m' = 60$ g répartie sur sa circonférence de rayon r ; la poulie peut tourner autour de son axe horizontal O. (voir Figure II-7).

Le disque (C) porte une surcharge (s) de masse $m = 10$ g qui met tout le système en mouvement. Les frottements sont négligeables. Les espaces parcourus se mesurent le long de la règle graduée, depuis le départ (au zéro) jusqu'au curseur plein Q.

Calculer :

- 1 - Le module de l'accélération \vec{a} du mouvement ;
- 2 - Les normes des tensions \vec{T} et \vec{T}' du fil de part et d'autre de la poulie.

2. APPLICATION 2: PENDULE PESANT

a. Cas d'un pendule pesant

Un pendule pesant est un solide mobile autour d'un axe ne passant pas par son centre d'inertie.

D'après RFD : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{p}) = J\ddot{\theta}$
 $-mgd = J\ddot{\theta}$ or $d = OG \sin \theta = l \sin \theta$
 $-mgl \sin \theta = J\ddot{\theta}$

Pour les faibles oscillations, $\sin \theta = \theta$

D'où : $-mgl\theta = J\ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{mgl}{J}\theta = 0$

Cette équation différentielle est caractéristique d'un mouvement sinusoïdal dont $\theta = \theta_m \cos(\omega t + \varphi)$ est l'élongation.

$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{J}}$ est la pulsation propre et $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}}$

b. Cas d'un pendule simple

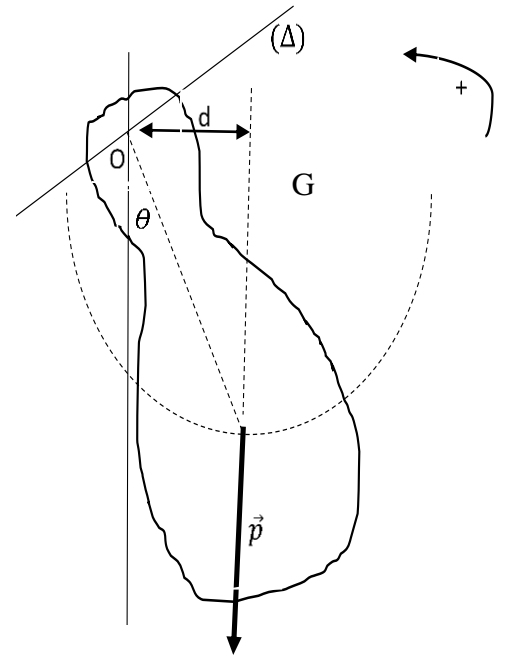
Un pendule simple est un solide ponctuel rattaché à un point fixe O par l'intermédiaire d'un fil inextensible de masse négligeable.

D'après RFD : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{p}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{T}) = J\ddot{\theta}$ or $\mathcal{M}_\Delta(\vec{T}) = 0$
 $-mgd = J\ddot{\theta}$ or $d = OG \sin \theta = l \sin \theta$
 $-mgl \sin \theta = J\ddot{\theta}$ or $J = ml^2$

Pour les faibles oscillations, $\sin \theta = \theta$

D'où : $-mgl\theta = ml^2\ddot{\theta}$ $\ddot{\theta} + \frac{mgl}{J}\theta = 0$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$ est la pulsation propre et $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ sa période



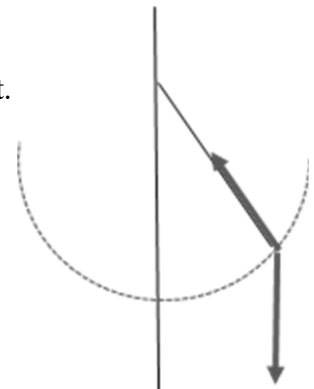
c. Cas du pendule simple synchrone d'un pendule pesant

C'est un pendule simple dont la période est égale à celle d'un pendule pesant.

Pendule pesant : $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}}$; **Pendule simple :** $T'_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

$T'_0 = T_0 \Rightarrow 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}} l = \frac{J}{ml}$

l est la longueur du pendule simple synchrone de ce pendule pesant.



EXERCICES D'APPLICATION

EXERCICE 1 : Energie cinétique d'un solide en rotation

Une poulie mobile autour d'un axe horizontal possède deux gorges dont les rayons valent respectivement 30 cm et 12 cm. Un fil enroulé sur la grande gorge supporte une masse de 5 kg. Un autre fil enroulé sur la petite gorge supporte une masse de 20 kg. Les enroulements sont tels que les mouvements des deux masses s'effectuent en sens inverses. Le moment d'inertie de la poulie est le même que si deux masses de 2 kg et de 1 kg étaient régulièrement réparties sur les gorges des rayons respectifs 30 cm et 12 cm.

On donne $g = 10 \text{ N/kg}$.

- 1 - Le système est abandonné sans vitesse. Quelle est son énergie cinétique lorsque la masse de 5 kg a une vitesse de 1 mètre par seconde ?
- 2 - Quelles sont alors la distance parcourue par masse, l'accélération du mouvement et la durée du trajet précédent ?
- 3 - Quelles sont les tensions des fils pendant le mouvement ? Permettent-elles d'expliquer le mouvement de la poulie ?

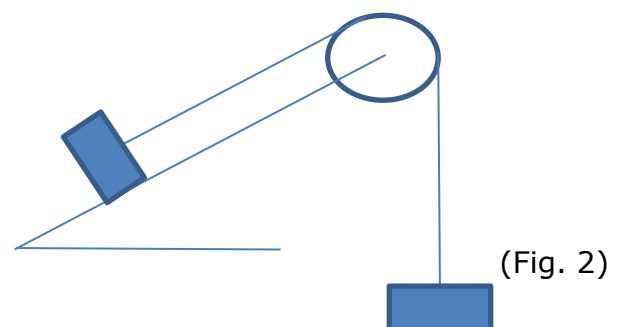
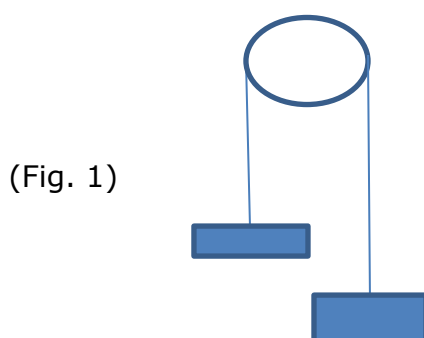
EXERCICE 2 : Machine d'Atwood

Aux extrémités d'un fil de masse négligeable passant sur la gorge d'une poulie mobile autour d'un axe horizontal sont accrochées deux masses $M = 637 \text{ kg}$ et $m = 343 \text{ kg}$. On abandonne ce système à lui-même. (Fig. 1)

- 1-
 - a) En négligeant la masse de la poulie, montrer que les tensions de part et d'autre de la poulie sont les mêmes.
 - b) Calculer l'accélération prise par la masse M .
 - c) Quelle est la tension du fil ?
- 2- En fait la poulie a un moment d'inertie $J = 1,96 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$. Son rayon est $r = 10 \text{ cm}$.
 - a) Montrer que les tensions ne sont plus les mêmes de part et d'autre de la poulie.
 - b) Calculer la nouvelle accélération.
 - c) Calculer les tensions des deux bornes du fil. Les comparer.

3- La masse m se déplace suivant la ligne de plus grande pente d'un plan incliné (suffisamment long) d'angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport au plan horizontal (fig2). Le coefficient de frottement entre la masse et le plan est $\eta = 0,05$. Le moment d'inertie est toujours le même.

- a) Calculer l'accélération prise par le système.
- b) Calculer les tensions dans le fil.
- c) Quelle est la longueur parcourue au bout de 2s par la masse m sur le plan ?



EXERCICE 3 : Pendule pesant

Un pendule pesant est constitué d'un disque de masse $m = 200\text{g}$, de rayon $r = 10\text{ cm}$ qui oscille autour d'un axe passant par un point A tel que $GA = \frac{4}{5} r$. le moment d'inertie du disque dont l'axe passe par le centre d'inertie G est $J_0 = \frac{1}{2} mr^2$.

- 1- Exprimer en fonction de m et r le moment d'inertie de ce système.
- 2- Etablir l'équation différentielle du mouvement.
- 3- Déterminer la longueur du pendule simple synchrone de ce pendule pesant.

EXERCICE 4 : Pendule pesant

Un pendule pesant comporte plusieurs axes de suspension, autour desquels on peut le faire osciller. Ces axes sont parallèles entre eux et situés dans un même plan qui contient le centre de gravité G du pendule.

1- Etablir la formule donnant la période T des oscillations de faible amplitude de ce pendule autour d'un axe O situé à $OG = a$ du centre de gravité. On désignera par J le moment d'inertie du pendule par rapport à l'axe O. Donner la période en fonction en m , a , J et g .

2- Le pendule pesant est une règle homogène de longueur $l = 30\text{ cm}$ qui oscille autour d'un axe passant par l'une des extrémités. Prendre : $g = 9,8\text{ m.s}^{-2}$

- a) Etablir le moment d'inertie de ce système.
- b) En déduire l'équation différentielle de son mouvement.
- c) Déterminer la masse de la règle pour que la longueur du pendule simple synchrone de ce pendule pesant soit égale à $l' = \frac{7}{4} l$

Chapitre 9. LES LENTILLES MINCES

Objectifs pédagogiques : A la fin de ce cours, je dois être capable de :

- ✚ Tracer les rayons à travers une lentille pour former une image ;
- ✚ Déterminer la position, la nature et nature de l'image.

I. DIFFÉRENTS TYPES DE LENTILLES.

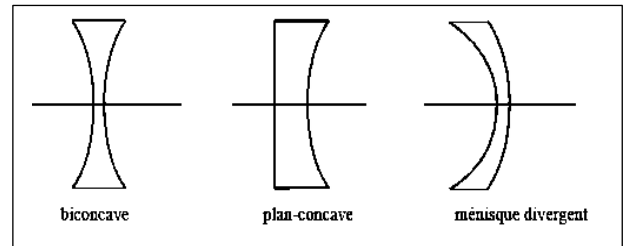
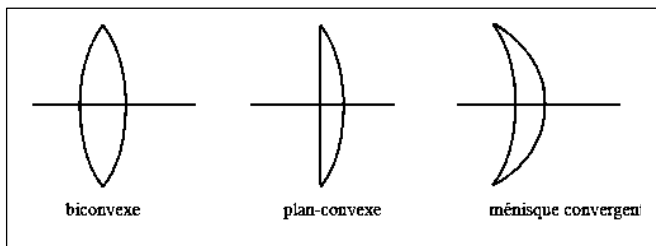
1. DÉFINITION D'UNE LENTILLE

Une **lentille** est un milieu transparent limité par deux dioptries, les deux peuvent être sphériques ou l'un est sphérique et l'autre est plan (on les nomme souvent lentilles sphérique).

Nous étudierons le cas des lentilles minces : une lentille est mince si son diamètre est très grand devant son épaisseur.

2. LES DEUX TYPES DE LENTILLES

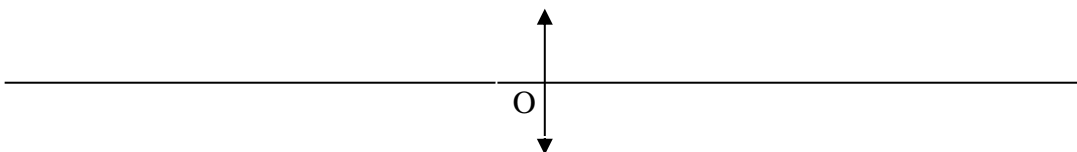
On distingue deux types de lentilles, celles à bords minces et celles à bords épais. Les premières sont convergentes, les secondes sont divergentes.



II. LES POINTS PARTICULIERS ET GRANDEURS CARACTERISTIQUES

1. LE CENTRE OPTIQUE

On appelle **centre optique** de la lentille, noté O, le point de l'axe optique de la lentille par lequel passe le rayon réfracté correspondant à un rayon incident dont le rayon émergent correspondant lui est parallèle.



2. LES FOYERS

a. Cas d'une lentille convergente

Une lentille convergente comporte deux foyers appelés foyer principal objet et foyer principale image :

- Tout rayon incident passant par F, foyer principal objet, émerge parallèle à l'axe optique. Ce foyer a donc son image à l'infini ;

- Tout rayon incident parallèle à l'axe optique émerge en passant par F' , foyer principal image. Ce foyer est donc l'image d'un objet à l'infini ;
- Ces foyers sont symétriques par rapport au centre optique de la lentille.

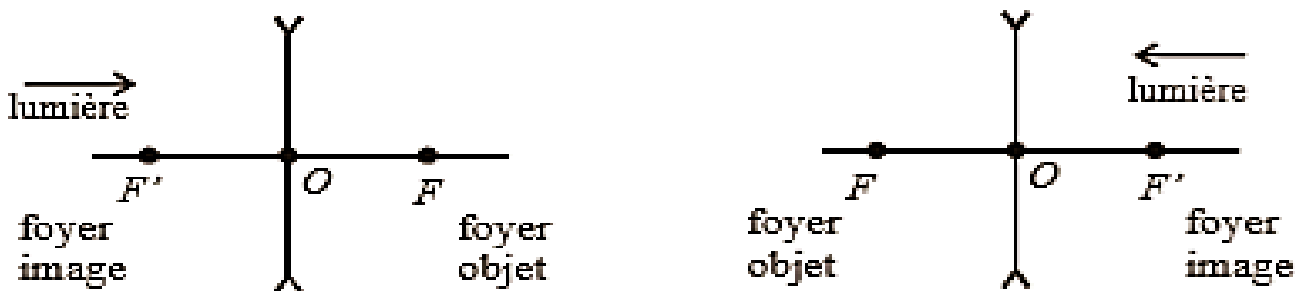


REMARQUE : Rappelons que le plan transverse à la lentille qui passe F' est appelé plan focal image. Des rayons parallèles mais inclinés par rapport à l'axe optique se croisent en un point, appelé foyer secondaire image. De même avec le plan focal objet, ce sera également le cas avec les lentilles divergentes.

b. Cas d'une lentille divergente

Une lentille divergente comporte aussi deux foyers, dont les positions sont inversées par rapport à ceux de la lentille convergente :

- Tout rayon incident dont le prolongement passe par F , foyer principal objet, émerge parallèle à l'axe optique.
- Tout rayon incident parallèle à l'axe optique émerge de façon à ce que leur prolongement passe par F' ;
- Ces foyers sont également symétriques par rapport au centre optique de la lentille.



3. DISTANCE FOCALE ET VERGENCE

- La distance focale est la grandeur algébrique $\overline{OF'} = f'$ qui s'exprime en mètres (m). Elle est donc positive pour une lentille convergente mais négative pour une lentille divergente.
- La vergence est définie par : $V = \frac{1}{f'}$ elle s'exprime en dioptries (δ) ou (m^{-1}). Elle est positive dans le cas d'une lentille convergente, négative dans le cas d'une lentille divergente.

III. RELATIONS DE GRANDISSEMENT ET DE CONJUGAISON

1. CONSTRUCTION DE L'IMAGE

Pour effectuer cette construction, on peut tracer trois rayons dont les directions de propagation sont connues :

- Le rayon qui passe par le centre optique de la lentille n'est pas dévié ;
- Le rayon qui arrive parallèlement à l'axe optique sur la lentille émerge en passant par F' ;
- Le rayon qui passe par F avant d'intercepter la lentille émerge parallèlement à l'axe optique.

2. RELATIONS DE NEWTON OU LE GRANDISSEMENT

$$\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA}$$

3. RELATIONS DE DESCARTES OU RELATION DE CONJUGAISON

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA}$$

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} \Rightarrow \frac{1}{OA'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{OA} = \frac{OA + f'}{OA \times f'} \Rightarrow \overline{OA'} = \frac{\overline{OA} \times f'}{\overline{OA} + f'}$$

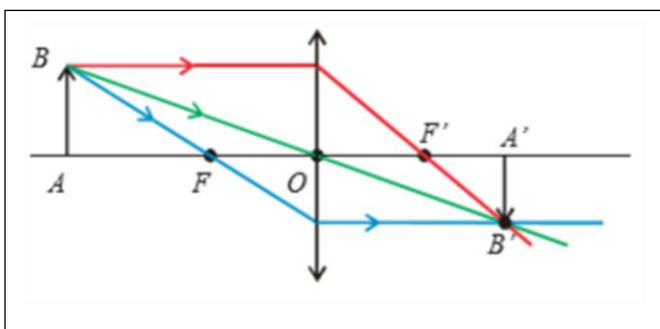
4. LENTILLES ACCOLÉES

Soient deux lentilles de vergence V_1 et V_2 accolées : on considère leurs centres optiques comme confondus. La première lentille donne une image qui devient l'objet pour la deuxième lentille. L'application de la relation de conjugaison à ce système permet de montrer que ce doublet se comporte comme une lentille unique de vergence $V = V_1 + V_2$. On pourra donc appliquer la relation, de conjugaison comme s'il s'agissait une seule lentille.

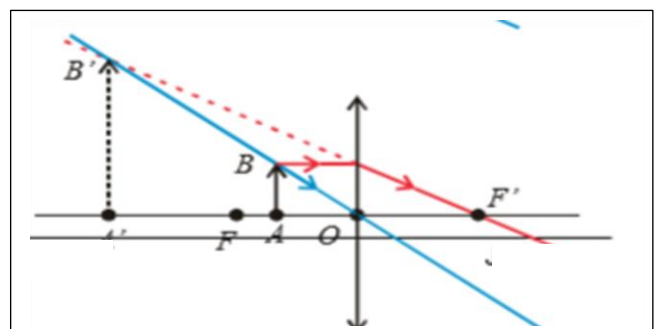
ATTENTION ! Si les lentilles ne sont pas accolées, la relation de conjugaison n'est plus valable

IV. DES CONSTRUCTIONS POUR TOUTES LES CONFIGURATIONS

1. CAS D'UNE LENTILLE CONVERGENTE



Objet réel, image réelle



Objet réel, image virtuelle

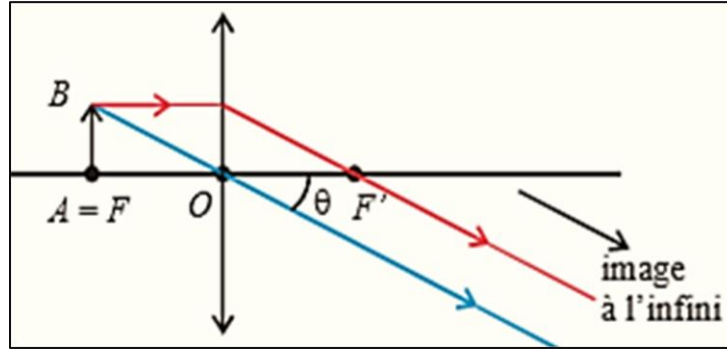
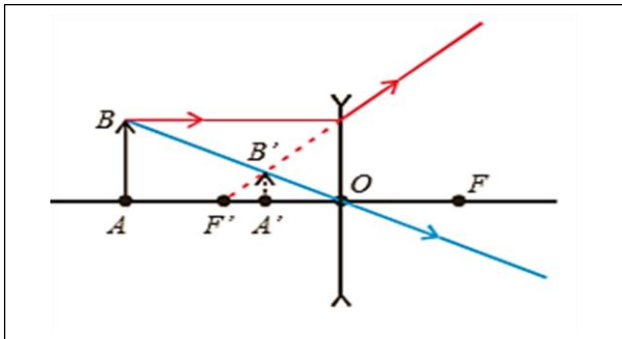
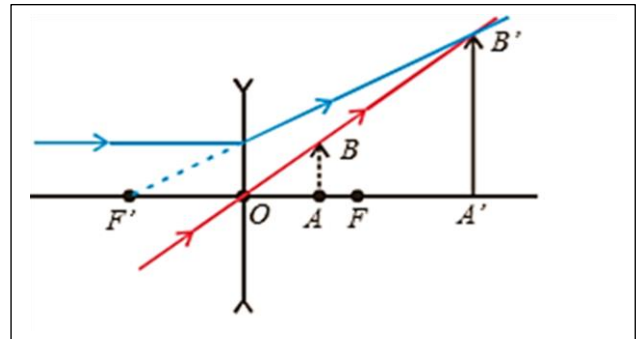


Image à l'infini

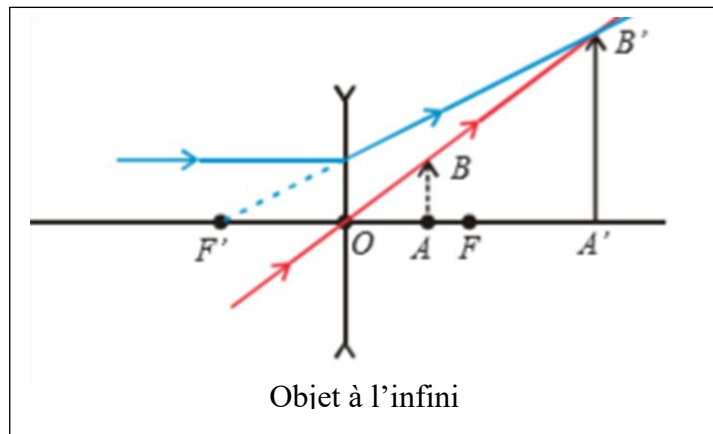
2. CAS D'UNE LENTILLE DIVERGENTE



Objet réel, image virtuelle



Objet virtuel, image réelle

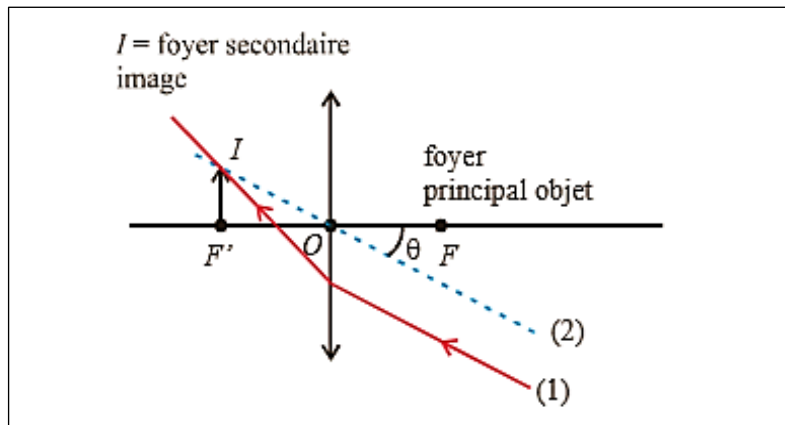


Objet à l'infini

V. MISE EN EVIDENCE DU FOYER SECONDAIRE

METHODE POUR TRACER UN RAYON LUMINEUX QUELCONQUE

- On trace un rayon parallèle à ce rayon mais passant par le centre. Ce rayon est tracé en pointillé.
- On cherche l'intersection du rayon qui passe par le centre, avec le plan focal, et on obtient ainsi le **foyer secondaire**.
- La marche du rayon recherchée passe par le foyer secondaire noté φ .



EXERCICES D'APPLICATION

EXERCICE 1 :

A l'aide d'une lentille L_1 de vergence $C_1 = 25 \delta$, on obtient l'image A_1B_1 d'un objet AB de 1 cm de hauteur placé à 6 cm de L_1 .

1 -

- Quelles sont la nature et la distance focale f_1' de L_1 ?
- Déterminer la position, la nature et la hauteur de A_1B_1 ?

2 - Une lentille L_2 est placée entre L_1 et A_1B_1 , à une distance x de L_1 . Pour recevoir une image nette et renversée A_2B_2 de AB , il faut placer un écran à la distance $D = 12,5$ cm de L_1

- Que représente A_1B_1 pour la lentille L_2 ?
- Exprimer la distance focale f_2' de L_2 en fonction de x
- Etudier le signe de f_2' en fonction de x . En déduire la nature de L_2 .
- Calculer f_2' sachant que $x = 11$ cm

3 - Faire une construction géométrique où apparaîtront L_2 , A_1B_1 et A_2B_2 .

4 - Echelles : (Horizontale : 1 carreau sur la feuille pour 2 cm) ; (Verticale : 1 carreau sur la feuille pour 1 cm). On suppose que $f_2' = -3$ cm et que l'objet AB est toujours à 6 cm de L_1 .

- Dans quel intervalle la distance x doit varier pour que l'image définitive soit réelle ?
- Quelle doit être la valeur de x pour que le grandissement du système optique (L_1, L_2) soit égal à +3 ?
- Déterminer la position des foyers principaux objet et image du système (L_1, L_2) lorsque $x = 20$ cm.

EXERCICE 2 :

Une lentille convergente L_1 est placée à 50 cm d'un objet réel. Elle donne une image réelle, située à 75 cm de la lentille.

- 1 - Calculer la distance focale de la lentille.
- 2 - On place contre L_1 , une lentille L_2 . L'image devient virtuelle et se forme maintenant du même côté que l'objet à 1,5 m des lentilles. Déterminer la distance focale et nature de L_2 .
- 3 - On déplace L_2 de 10 cm dans le sens de propagation de la lumière.
 - a) Déterminer la position de la nouvelle image par rapport à la lentille L_2 .
 - b) Déterminer la hauteur de la nouvelle image.

EXERCICE 3 :

Un microscope est constitué par deux lentilles convergentes de centres optiques O_1 et O_2 et de distances focales $f'_1 = 1$ cm et $f'_2 = 2$ cm. La distance O_1O_2 de leurs centres optiques est 14 cm.

- 1 - Faire la figure et placer les 4 foyers.
- 2 - Détermine la position et la taille de l'image donnée par le microscope d'un objet AB de longueur 0,2 mm situé à 1,1 cm devant la première lentille.
- 3 - Sous quel angle cette image est-elle vue par un œil placé au foyer principal image de la deuxième lentille ?
- 4 - Construire la marche d'un rayon lumineux issu de B, extrémité de l'objet non situé sur l'axe du système.

Chapitre 10. LES NIVEAUX D'ÉNERGIES ATOMIQUES

Objectifs pédagogiques : A la fin de ce cours, je dois être capable de :

I. SPECTRES ATOMIQUES

L'analyse de la lumière émise ou absorbé par un atome donne un **spectre atomique**

1. SPECTRES D'ÉMISSION

Les spectres atomiques d'émission s'obtiennent au moyen des spectroscopes. Contrairement au spectre de la lumière blanche qui est continu, les spectres atomiques d'émission sont discontinus c'est-à-dire constitué de raies fines ces raies correspondent à des radiations monochromatiques bien déterminées. Les spectres d'émission de l'atome d'hydrogène comporte les 4 raies suivantes :

H _α	λ _α = 656,3 nm (Rouge orangé)
H _β	λ _β = 486,1 nm (bleu)
H _γ	λ _γ = 434, 2 nm (indigo)
H _δ	λ _δ = 410, 2 nm (violet)

Les spectres d'émissions sont caractéristiques des atomes qui les produisent ; on ne peut donc jamais avoir deux atomes ayant le même spectre chaque atome a son spectre comme signature.

2. LES SPECTRES D'ABSORPTION

Les spectres d'absorptions atomiques s'obtiennent avec un spectroscopie avec une source de lumière blanche. Ils sont formés de raies noires et fines dans le spectre continu de la lumière blanche.

Les longueurs d'onde correspondantes ont des valeurs bien déterminées et égales à celle du spectre d'émission. Le spectre d'absorption de l'hydrogène est continu avec les **4 raies noires** correspondant aux radiations H_α, H_β, H_γ et H_δ

3. APPLICATIONS

EN ASTROPHYSIQUE : Le spectre d'une étoile comporte de nombreuses raies qui permettent de donner sa composition (présence de sodium, de potassium de calcium).

EN CHIMIE : La couleur des flammes permet une caractérisation rapide des éléments. Chaque élément chimique donne un spectre d'émission de raie caractéristique et qui permet de l'identifier.

II. INTERPRÉTATION DES SPECTRES

1. LES NIVEAUX D'ÉNERGIE ATOMIQUES

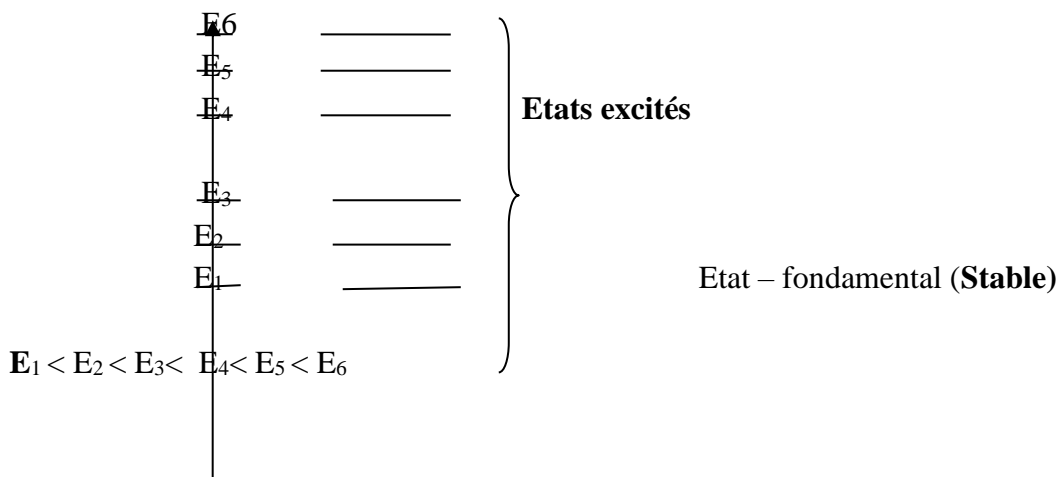
Les niveaux d'énergie atomiques les idées sur les niveaux d'énergie atomique ont été développées par **Niels Bohr** né en 1885.

a. Quantification de l'énergie d'atome

L'énergie de l'atome ne peut prendre que certaines valeurs bien déterminées appelées niveaux d'énergies on dit qu'elle est **quantifiée** on dit aussi qu'il existe des niveaux d'énergie discrets (discontinus) dans un atome. En effet à toute disposition déterminée des électrons d'un atome, il correspond une valeur de l'énergie de l'atome ; il correspond une valeur de l'énergie de l'atome. On dit que l'atome est dans un niveau d'énergie.

b. Représentation des niveaux d'énergie

les niveaux d'énergies se représentent dans un diagramme énergétique par des traits horizontaux situés d'autant plus hauts que l'énergie du niveaux correspondantes sont élevé lorsque l'atome est dans son état d'énergie du plus bas (E_1) , on dit qu'il est dans son **Etat fondamental** correspondant à la **stabilité** de l'atome ; dans le cas contraire l'atome est dans un Etat excité qui est **instable**

c. Les transitions électroniques

Le passage d'un atome d'un niveau d'énergie à un autre est une transition électronique lors de cette évolution, l'énergie de l'atome varie à chaque transition électronique d'une couche de nombre quantique P correspond une énergie $E = E_n - E_p$
 E est quantifiée car E_n et E_p le sont

2. L' ENERGIE D'UN PHOTON

Un faisceau lumineux dans le vide peut être considéré comme une onde qui se propage ou bien comme un ensemble de particules appelé **photon**

Les photons ont :

- Une masse nulle
- Une énergie $E = h\nu$ appelée **quantum d'énergie**
- Une quantité de mouvement $p = \frac{h\nu}{c}$ avec $\frac{c}{\lambda} = \nu$

Avec : $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.S}$: constante de Planck

ν = fréquence de l'onde qui se propage

λ = Longueur d'onde

3. TRANSITION ELECTRONIQUE AVEC EMISSION OU ABSORPTION D'UN PHOTON

Lors des transitions électroniques d'un atome un photon est émis ou capté

a. Interprétation d'un spectre d'émission

Les raies brillantes des spectres d'émission correspondent aux transitions électroniques au cours desquelles l'énergie de l'atome diminue. La lumière ou le photon émis est tel

$$h\nu_{np} = E_n - E_p$$

$$h = \frac{c}{\lambda_{np}} = E_n - E_p \quad \lambda_{np} = \frac{hc}{E_n - E_p} \implies$$

$$\lambda_{np} = \frac{hc}{E_n - E_p}$$

b. Interprétation d'un spectre d'absorption

Les raies noires des spectres d'absorption correspondent aux transitions électroniques au cours desquelles l'énergie de l'atome augmente. Le photon absorbé lors de la transition $E_p \rightarrow E_n$ avec $E_n > E_p$ et

$$h\nu_{np} = E_n - E_p$$

Les spectres d'émission et d'absorption d'un atome de plomb sont formés de raies fines de même longueur d'onde, brillantes dans le spectre d'émission et noires dans le spectre d'absorption

c. La loi de combinaison de Ritz

III. APPLICATION

1. NIVEAU D'ÉNERGIE DE L'ATOME D'HYDROGÈNE

L'atome d'hydrogène est un atome à un électron. Cet électron peut se situer dans la couche K ($n=1$) correspondant à l'état fondamental ou de basse énergie ou dans les couches L ($n=2$) ; M ($n=3$) --- correspondant à des excités.

A chacun de ces états correspond l'énergie E_n relative à l'électron dans la couche n .

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2}$$

Avec $n \in \mathbb{N}^*$

$$E_n < 0$$

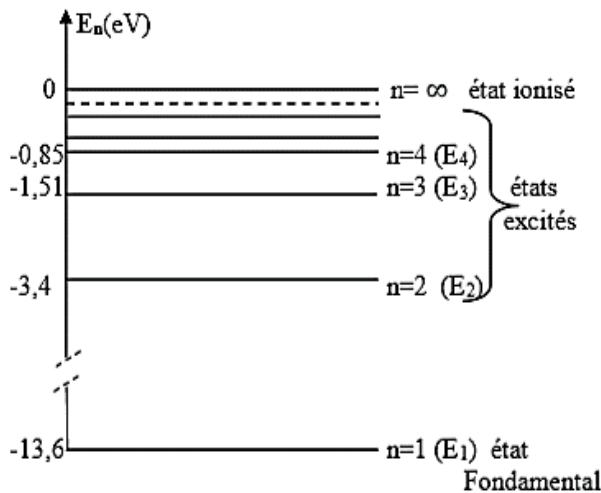
$$n \in \mathbb{N}^*$$

$$E_0 = 2,18 \cdot 10^{-18} \text{ J} \longrightarrow E_n = 2,18 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$E_0 = 13,6 \text{ eV} \longrightarrow E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ eV}$$

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

2. DIAGRAMME DES NIVEAUX D'ÉNERGIE DE L'ATOME D'HYDROGÈNE



- Si $n=1$ $E_1 = -E_0 = -13,6 \text{ eV}$: l'atome est dans son **état fondamental**.
- Si $n > 1$, $-13,6 \text{ eV} < E_n < 0$: l'atome est dans un **état excité**.
- Si $n = \infty$; $E_\infty = 0$: l'atome est **ionisé** ;

Lorsque n tend vers l'infini, l'électron est infiniment éloigné du noyau, ce qui correspond à l'état d'ionisation.

L'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène est l'énergie qu'il faut fournir pour l'amener à l'état

$$n = \infty$$

$$E_1 + E_i = E_\infty = 0$$

$$E_i = -E_1 = E_0$$

$$E_i = 13,6 \text{ eV}$$

3. INTERPRÉTATION DU SPECTRE D'ÉMISSION DE L'ATOME D'HYDROGÈNE

Considérons l'électron passant d'un niveau S E_n à un niveau P ($E_n > E_p$)

E_n transition E_p ($E_n > E_p$)

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2} ; E_p = -\frac{E_0}{p^2} \quad (n > p)$$

$$E_n - E_p = E_0 \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2} \right) = \frac{h\nu}{\lambda_{np}} \quad \left(\nu_{np} = \frac{c}{\lambda_{np}} \right)$$

$$\frac{1}{\Delta n p} = \frac{E_0}{hC} \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

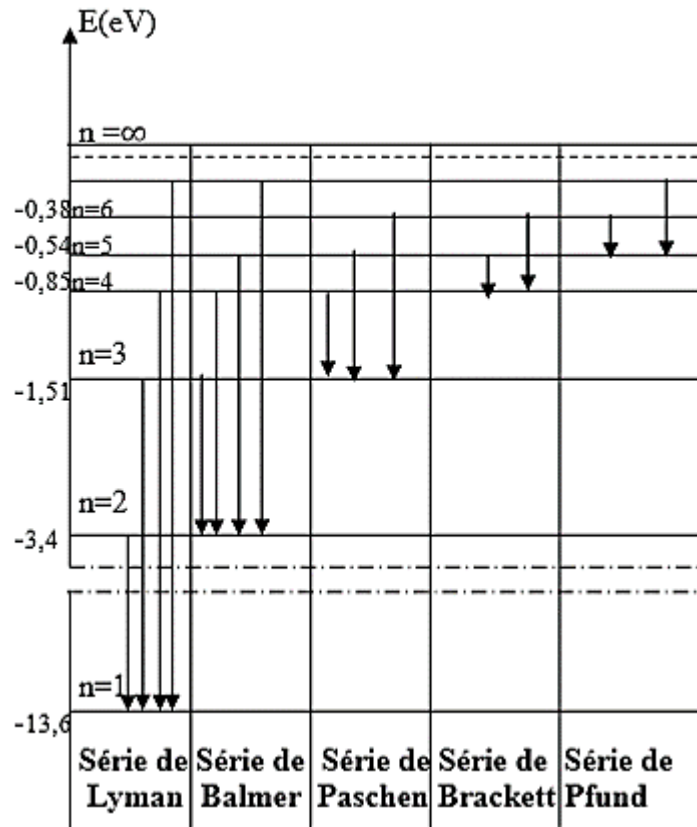
Posons : $R_H = \frac{E_0}{hC} = 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$ R_H est la constante de Rydberg

$$\frac{1}{\Delta n p} = R_H \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

4. SÉRIES DE RAIES D'ÉMISSION

L'ensemble des raies qui constitue le spectre d'émission de l'atome d'H peut être classé en série. Une série correspond aux transitions qui aboutissent au même niveau d'énergie. On distingue :

- La série de l'ultraviolet de Lyman : transition à l'état fondamental E_1 (P= Série du visible de Balmer : transition aboutissant au niveau d'énergie E_2 E_n
- La série infra rouge de Brackett E_2 avec (P=2, $n > P$).



EXERCICES D'APPLICATION

EXERCICE 1 :

Chapitre 11. LES REACTIONS NUCLEAIRES – LA RADIOACTIVITE

Objectifs pédagogiques : A la fin de ce cours, je dois être capable de :

- ✚ Définir les termes : élément, nucléaire, isotope ; les radioactivités α , β^+ , β^- ;
- ✚ Période radioactive, réactions de fission et de fusion ;
- ✚ Equilibrer des équations de réaction nucléaire ;
- ✚ Appliquer la relation d'Einstein pour faire un bilan énergétique.

I. LES REACTIONS NUCLEAIRES SPONTANÉES OU RADIOACTIVITE

1. LES TRANSFORMATIONS RADIOACTIVES

a. Définition

La radioactivité est une transformation de noyau atomique en d'autres noyaux avec émission d'une part d'une particule et d'autre part d'un rayonnement électromagnétique γ .

b. Les différents types de radioactivités

- **La radioactivité α** : c'est un rayonnement constitué de particules positives qui est le noyau d'hélium (${}^4_2\text{He}$). Elle concerne les noyaux lourds massif ($A > 200$).
- **La radioactivité β^-** : c'est un rayonnement formé d'électrons rapide ${}_{-1}^0\text{e}$ ou e^- (négation) ; Elle concerne les noyaux ayant beaucoup de neutrons.
- **La radioactivité β^+** : c'est un rayonnement formé de positons ou positrons ${}_{-1}^0\text{e}$ ou $e^-\beta^+$ elle concerne les noyaux ayant beaucoup de protons.

c. Les équations-bilan des transformations radioactives

1- **LES EQUATIONS DE CONSERVATION** : Soit la désintégration radioactive suivante. On a les lois de conservation suivantes :

- Conservation du nombre de nucléons donne : $A = A' + a$
- Conservation de charge électrique : $Z = Z' + z$
- Conservation de vecteur quantité de mouvement : $\vec{p} = m\vec{v} = \overline{Cte}$
- Conservation d'énergie totale : $E = Cte$

2- **LA RADIOACTIVITE α** :

a- **Définition et équation-bilan**

Dans une désintégration α , il y a émission d'un noyau d'hélium (${}^4_2\text{He}$). L'équation-bilan s'écrit en ne s'intéressant aux noyaux :

REMARQUE : La vitesse V_α des particules α est de l'ordre de 15 à 20000 km/s ; faible par rapport à la vitesse de la lumière ($V_\alpha < 0,14C$)

b- Bilan énergétique

La transformation radioactive est une évolution vers un état de plus grande stabilité, elle est donc exo énergétique. L'énergie libérée E est la conséquence d'une perte de masse. Dans la désintégration α la particule α emporte la quasi-totalité de l'énergie libérée.

c- Interprétation de l'émission γ

L'expérience montre que la plupart des particules α ne possèdent pas l'énergie cinétique attendu c'est-à-dire $EC\alpha = E$ et que cette énergie cinétique est quantifiée. L'émission des particules α s'accompagnent assez souvent de celle d'un rayonnement γ dont le spectre est constitué de raies discontinues.

3- RADIOACTIVITE β^- :

La radioactivité β^- est le propre des noyaux trop riches en neutrons dans une désintégration β^- le noyau père A_ZX s'éclate en 3 corps :

- Le noyau fils ${}^{A}_{Z+1}Y$,
- Un électron ${}^{-1}_0e$ ou e^- ,
- Une particule de masse nulle ${}^0_0\nu$ et sans charge appelée antineutrino d'où l'équation bilan de désintégration :

REMARQUE : L'électron émis ne provient pas du cortège électronique de l'atome mais du noyau. En effet un neutron spontanément transformé en un proton par émission d'un électron suivant l'équation :

4- RADIOACTIVITE β^+ :

- Elle concerne les noyaux trop riches en protons. Elle ne s'observe qu'au laboratoire et on l'appelle aussi radioactivité artificielle. Dans une désintégration β^+ , les noyaux (artificiels) riche en protons s'éclatent en 3 corps.

- Le noyau fils ${}^{A}_{Z-1}Y$,
- Un électron ${}^{+1}_0e$ ou $({}^{+1}_0P)$
- Une particule de masse nulle ${}^0_0\nu$ et sans charge appelée neutrino d'où l'équation bilan de désintégration :

REMARQUE : le positron émis provient de la transformation dans le d'un proton en un neutron selon l'équation :

5- RADIOACTIVITE γ :

Le plus souvent les noyaux fils produits par les radioactivités β^- , β^+ , α apparaissent dans des états excités et leur désexcitation s'accompagne d'émission de photon appelé rayonnement γ .

6- FAMILLE RADIOACTIVE :

Si un noyau radioactif se désintègre en un noyau radioactif, puis celui-ci en un autre noyau radioactif et ainsi de suite jusqu'à l'obtention d'un noyau stable, on a une suite de transformation radioactive et l'ensemble des radioéléments mis en jeu constitue une famille radioactive. L'évolution s'arrête lorsqu'un noyau formé est stable. Il existe 4 familles radioactives connues :

- Dont (03) trois naturelles (Famille de l'uranium $^{238}_{92}\text{U}$, Famille de l'uranium $^{235}_{92}\text{U}$, Famille du Thorium $^{232}_{90}\text{Th}$). Elles aboutissent toutes à un isotope de plomb.
- Une famille artificielle (La famille du neptunium 241) qui s'achève par un isotope du bismuth.

d. La loi de décroissance radioactive

1- PROPRIETE DES TRANSFORMATIONS RADIOACTIVES :

Les transformations radioactives sont :

- Spontanée : Elles se produisent seules et ne nécessitent aucune intervention
- Aléatoires : il est impossible de les prévoir
- Inéluctables : rien ne peut empêcher ou modifier leur cours.
- Indépendantes des paramètres habituels (pression température, densité...)

2- ETABLISSEMENT DE LA LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE :

Considérons la transformation radioactive suivante :

Pour $t = 0$ N_0
 T N
 $t+dt$ $N + dN$

Le nombre N de noyau de X diminuant au cours du temps ($dN < 0$)

Le nombre de noyau de X désintégrés entre les instants t et t + dt est :

$$N - (N+dN) = - dN$$

On montre que ce nombre de noyaux X désintégrés est proportionnel au temps pendant lequel le phénomène se déroule et au nombre de noyaux X présents on écrit :

$$- dN = \lambda N dt$$

(avec λ est la constante radioactive du nucléide).

Le nombre N(t) de noyau radioactif diminue exponentiellement en fonction du temps ($N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$). On en déduit donc :

- Nombre de mole de noyaux de X restant : $n(t) = n_0 e^{-\lambda t}$
- Masse de noyaux de X restant : $m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$

3- PERIODE OU DEMI-VIE D'UN NUCLEIDE :

a- Définition

La période radioactive T d'un nucléide est le temps nécessaire pour que la moitié des noyaux de ce nucléide subissent la désintégration.

b- Relation entre la constante radioactive et la période

Partons de la relation

4- L'ACTIVITE D'UNE SOURCE RADIOACTIVE :**a- Définition**

L'activité A d'une source radioactive est le nombre de désintégration qui s'y produit pendant l'unité de temps (1s).

On appelle **source radioactive** une certaine quantité d'un matériau pur ou en mélange. L'activité s'exprime en Becquerel (Bq). Le Becquerel représente une désintégration par second. On utilise aussi le curie (Ci).

$$1\text{Ci} = 3,7 \cdot 10^{10}\text{Bq}.$$

b- Les expressions de l'activité d'une source radioactive

Par définition l'activité d'une source radioactive est donnée par :

e. Les applications et dangers de la radioactivité.**1- LES APPLICATIONS :****a- Les traceurs radioactifs**

En agronomie il est possible de localiser et de suivre le cheminement du carbone 14 dans une plante ou dans un organisme vivant (Le carbone 14 permis d'identifier les étapes de l'assimilation chlorophyllienne).

b- La radiothérapie

En médecine, les rayonnements γ sont utilisés dans les traitements du cancer par irradiation sur la tumeur cancéreuse.

c- Détermination de l'âge d'un objet ancien

Le carbone $^{14}_6\text{C}$ permet la datation.

Exemple : On détermine l'âge d'un objet en bois en mesurant la masse en carbone 14 de deux masses égales de carbone :

- L'une provenant d'un jeune bois.
- L'autre prélevé sur un bois ancien

2- DANGER DE LA RADIOACTIVITE :

L'exposition au rayonnement radioactif est très dangereuse à l'homme car elle provoque des lésions elles sont trop graves si l'irradiation a été trop intense. Elle peut causer des brûlures, de troubles divers, le cancer....

II. RÉACTIONS NUCLÉAIRES PROVOQUÉES**1. GENERALITES : LA TRANSMUTATION**

Il y a réaction nucléaire provoquée ou transmutations lorsqu'un noyau projectile rentre en choc avec un noyau cible pour engendrer d'autres noyaux. Le noyau projectile peut-être un proton, une particule α ou un neutron. Les réactions de transmutation conservent le nombre de nucléons (masse), le nombre de charge, la quantité de mouvement et l'énergie cinétique.

2. LA FISSION NUCLÉAIRE

a. Définition

La fission est une réaction nucléaire au cours de laquelle un noyau lourd éclate en deux noyaux plus légers lors d'un choc avec un neutron.

b. Les nucléides fissiles et fertiles

- Un nucléide est dit fissile s'il peut réaliser une réaction de fission. Exemples : $^{235}_{92}\text{U}$, $^{238}_{92}\text{U}$, $^{239}_{94}\text{Pu}$ (plutonium)

- Un nucléide est fertile s'il peut par réaction nucléaire engendrer un nucléide fissile.

Exemple :

c. Application

On distingue la fission contrôlée et non contrôlée.

- La fission contrôlée se réalise dans les centrales nucléaires pour la production de l'énergie électrique (50% de la production mondiale)

- La fission non contrôlée est une réaction de fission brutale qui libère son énergie en quelques microsecondes. C'est cette réaction qui est utilisée dans la fabrication de la bombe atomique.

3. LA FUSION NUCLÉAIRE

a. Définition

Il y a fusion nucléaire lorsque deux noyaux légers s'unissent pour donner un noyau plus lourd.

Exemple :

Remarque : L'énergie produite par la réaction de fusion nucléaire est beaucoup plus grande que celle produite par la fission nucléaire pour une même quantité de matière.

b. Les applications

• LA FUSION CONTRÔLÉE :

Elle aurait été avantageuse pour la production d'énergie dans les centrales nucléaires mais l'homme ne peut pas la contrôler par contre, elle est contrôlée dans la nature. C'est elle que les étoiles tirent leur énergie. Par exemple le soleil est un réacteur nucléaire où se réalise de façon contrôlée la fusion nucléaire.

• LA FUSION NON CONTRÔLÉE :

C'est une réaction fusion brutale qui libère son énergie en quelques microsecondes. La bombe à l'hydrogène en est une des illustrations.

EXERCICES D'APPLICATION

EXERCICE 1 :

Le radium $^{226}_{88}\text{Ra}$ est un nucléon émetteur α .

1 - Ecrire l'équation de sa désintégration. Quel est le noyau fils produit ?

Extrait de la classification périodique : ($_{84}\text{Po}$ $_{86}\text{Rn}$ $_{87}\text{Fr}$ $_{88}\text{Ra}$)

2 - Des mesures précises permettent de connaître les masses des noyaux

- Radium $226,0960\text{u}$; - Particule α : $4,0026\text{u}$ - Particule produite : $222,0869\text{u}$

a) Calculer en Joule puis en Mev, l'énergie libérée lors de sa désintégration ?

b) L'énergie libérée est entièrement acquise par la particule α sous forme d'énergie cinétique. Calculer en supposant que la particule α est non relativiste, la vitesse d'émission de cette particule. La valeur trouvée justifie-t-elle- la supposition ?

c) Calculer la valeur réelle de la vitesse de la particule α sachant que l'énergie libérée est partagée entre la particule α et un photon δ d'énergie $E_\gamma = 1,98 \cdot 10^{-13}$.

3 - La demi-vie du radium est 1620 ans.

a) Que veut dire du radium « demi-vie » ?

b) Etablir la loi de décroissance radioactive.

c) On considère 1g de radium à ($t=0$). Quelle est à la date $t= 405$ ans, le nombre du noyau de radium restant et la masse d'hélium obtenue.

d) Quel est le volume d'hélium dans les conditions normales.

Masse Molaire atomique $M(\text{Ra}) = 226\text{g/mol}$ $M(\text{He})=4\text{g/mol}$.

EXERCICE 2 : Application à la datation

L'isotope $^{40}_{19}\text{K}$ est un élément radioactif. Son noyau peut se désintégrer par radioactivité β^- et β^+ . On donne : ^{17}Cl , ^{18}Ar , ^{20}Ca , ^{21}Sc

1 -

a) Que donne chaque désintégration ?

b-) Ecrire les équations de désintégration ?

2 - La période de la désintégration par radioactivité β^+ est $T=1,5 \cdot 10^9$ années. Calculer sa constante radioactive.

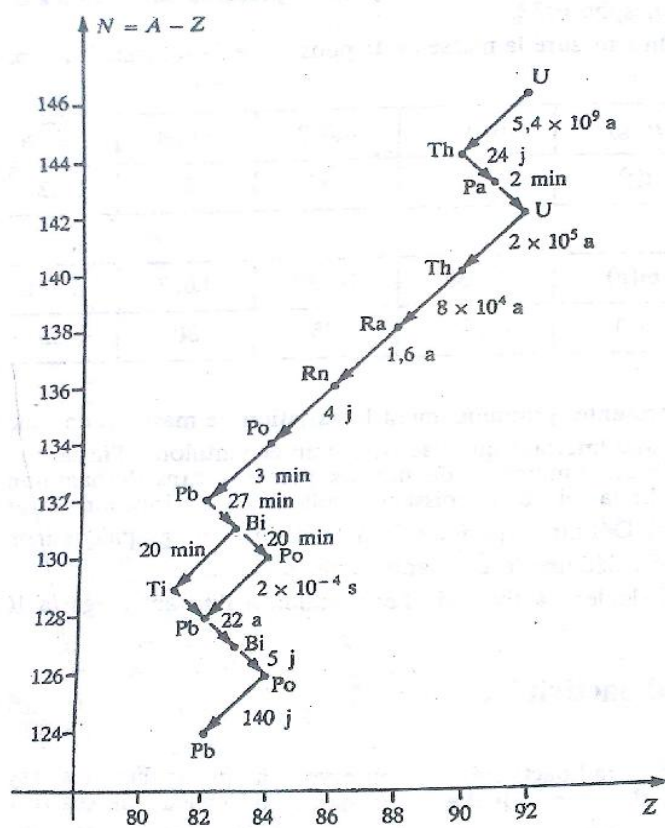
3 - Pour déterminer l'âge des cailloux lunaires apportés par les astronautes ApolsX, on mesure les quantités relatives de potassium 40 (radioactive) et de son produit de décomposition (gaz monoatomique) qui est en général retenu par la roche. Un échantillon de 1g contient $8,2 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^3$ du produit de décomposition (caution normales) et $1,66 \cdot 10^{-6}$ de potassium 40. En déduire l'âge des cailloux.

Masse molaire du potassium : 40g/mol .

4 - Définir L'activité A d'une source radioactive puis l'activité du caillou à cet âge

EXERCICE 2 : Famille radioactive de l'uranium 238

Par une série de désintégration, l'uranium 238 conduit au plomb 206, nucléide stable.



Scanned by CamScanner

On donne sur le graphique, pour chaque nucléide, sa période radioactive (fig 5)

1 - a) En utilisant le graphique de la figure 5, dire combien de particules α et combien de particules β^- sont émises lorsqu'un noyau d'uranium 238 se transforme en plomb 206.

b) Justifier le résultat précédent en écrivant nucléaire bilan de cette désintégration de l'uranium 238 en plomb 206.

2 - Donner le nombre de charge Z et le nombre A de chacun des isotopes de l'uranium (U) figurant dans ce tableau.

3 - Ecrire les équations nucléaires traduisant les deux premières désintégrations.

4 - a) en utilisant les données de la figure 2, au bout de combien de temps la masse m_0 d'un échantillon d'uranium 238 sera-t-elle divisée par 2 ?

b) Quelle sera alors la masse de plomb formée ?

On donne : la masse de l'échantillon est $m_0 = 1,00$ g.

5 - Dans un minerai d'uranium, le rapport du nombre de noyau de plomb ^{206}Pb au nombre de noyau d'uranium ^{238}U est $r = 0,41$. Déterminer l'âge du minerai.

Chimie

Chapitre 1. LES ACIDES ET LES BASES EN SOLUTIONS AQUEUSES

Objectifs pédagogiques : A la fin de ce cours, je dois être capable de :

- ✚ Définir : solution aqueuse, concentrations d'une solution aqueuse, un indicateur coloré.
- ✚ Classer les espèces contenues dans une solution en espèces minoritaires et ultra-minoritaires ;
- ✚ Définir le pH d'une solution aqueuse ;
- ✚ Ecrire la réaction d'autoprotolyse de l'eau et le produit ionique de l'eau ;
- ✚ Classer les solutions aqueuses selon leur pH.

I. LES CONCENTRATIONS D'UNE SOLUTION AQUEUSE

- **Une solution aqueuse** est un mélange homogène obtenu en dissolvant un soluté (solide, liquide ou gazeux) dans l'eau.
- On appelle **concentration molaire** ou **molarité** d'une solution aqueuse la quantité (en moles) ou le nombre de moles de soluté dissout dans un litre de solution.

$$C = \frac{n}{V} \left\{ \begin{array}{l} C: \text{concentration molaire en mol/L} \\ n: \text{quantité de matière en mol} \\ V: \text{volume en L} \end{array} \right.$$

REMARQUE :

- Une solution molaire est une solution dont la concentration est de 1mol/L.
- Une solution décimolaire est une solution dont la concentration est de 0,1mol/L.
- Une solution centimolaire est une solution dont la concentration est de 10⁻²mol/L.
- On appelle **concentration massique** ou **titre massique** d'une solution aqueuse la quantité (en grammes) ou la masse de soluté dissout dans un litre de solution.

$$C_m = \frac{m}{V} \left\{ \begin{array}{l} C_m: \text{concentration massique en g/L} \\ m: \text{masse en g} \\ V: \text{Volume en L} \end{array} \right.$$

- Relation entre la concentration molaire C et la concentration massique C_m

$$C = \frac{C_m}{M} \Leftrightarrow C_m = M \cdot C \quad (M: \text{masse molaire du soluté en g/mol})$$

II. LA CONCENTRATION D'UNE ESPECE CHIMIQUE DANS UNE SOLUTION AQUEUSE

La concentration C_A ou [A] d'une espèce chimique A dans une solution est la quantité (en moles) de cette espèce dissoute dans un litre de solution.

$$[A] = \frac{n_A}{V} \Leftrightarrow n_A = [A] \cdot V$$

III. LA DILUTION D'UNE SOLUTION AQUEUSE

- **La dilution** est l'opération qui consiste à diminuer la concentration d'une solution aqueuse. Soit

une solution aqueuse S_i (solution mère) de concentration molaire C_i et de volume V_i . On ajoute progressivement un volume V_e d'eau distillée jusqu'à obtention d'une solution S_f de concentration C_f et volume V_f tel que $V_f = V_i + V_e$.

$$n_f = n_i \Leftrightarrow C_f \cdot V_f = C_i \cdot V_i \text{ d'où } C_f = C_i \cdot \frac{V_i}{V_f} = \frac{C_i V_i}{V_i + V_e}$$

- Le paramètre $n = \frac{C_i}{C_f} = \frac{V_f}{V_i}$ est appelé **facteur de dilution**.

MODE OPERATOIRE : A l'aide d'une pipette, on prélève V_i de la solution mère qu'on introduit dans une fiole jaugée de capacité V_f ; puis on complète avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge.

NOTION D'IMPURETE D'UN SOLUTE :

On considère une solution de volume V , de masse volumique ρ et dont le pourcentage de corps pur est P (en %). Par définition :

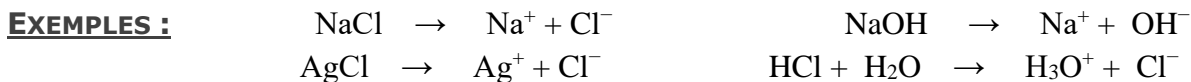
- La masse du corps pur est : $m_p = m \cdot P = \rho \cdot V \cdot P$
- La concentration massique vaut : $C_m = \frac{m_p}{V} = \frac{\rho \cdot V \cdot P}{V} = \rho \cdot P$
- La concentration molaire vaut donc : $C = \frac{C_m}{M} = \frac{\rho \cdot P}{M}$

IV. QUELQUES PROPRIÉTÉS DES SOLUTIONS AQUEUSES

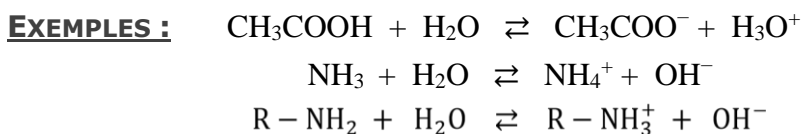
1. EQUATION DE DISSOLUTION D'UN SOLUTE DANS L'EAU

La **dissolution** d'un soluté dans l'eau s'accompagne de son ionisation.

- ELLE PEUT ETRE TOTALE :**



- ELLE PEUT AUSSI ETRE PARTIELLE :**



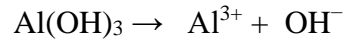
2. ELECTRONEUTRALITÉ D'UNE SOLUTION AQUEUSE

Une solution aqueuse étant électriquement neutre, le nombre de charges positives contenues dans la solution doit être égal au nombre de charges négatives. En d'autres termes, on a :

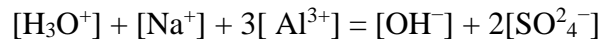
$$\sum_i q_i^{(-)}[\text{anion}] = \sum_i q_i^{(+)}[\text{cation}]$$

EXEMPLE : Soit une solution aqueuse obtenue en dissolvant du sulfate de sodium Na_2SO_4 et de l'hydroxyde d'aluminium $\text{Al}(\text{OH})_3$.

- Les équations des réactions de dissolution sont :

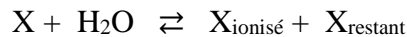


- Les espèces chimiques présentes dans la solution sont : H_3O^+ , OH^- , Na^+ , Al^{3+} , SO_4^{2-} .
- L'équation d'électroneutralité de cette solution aqueuse (REN) s'écrit sous la forme :

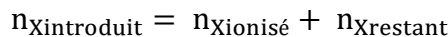


V. LA RELATION DE CONSERVATION DE LA MATIERE

Le nombre de moles de l'espèce X introduite dans la solution aqueuse est égale à la somme du nombre de moles de X ionisé et du nombre de mole X non ionisé (restant). En d'autres termes, on a :

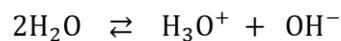
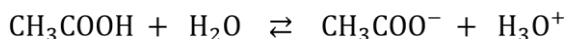


La relation de conservation de la matière (RCM) s'écrit sous la forme :



Exemple : Soit une solution d'acide éthanoïque de concentration c_a et de volume V_a .

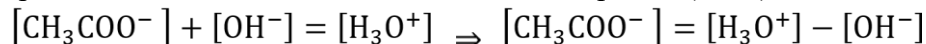
- Equation de dissolution :



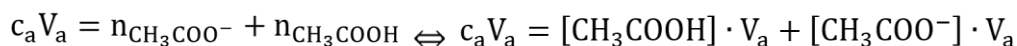
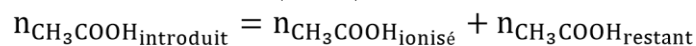
- Les espèces chimiques présentes dans la solution sont :

- Ions : H_3O^+ , OH^- , CH_3COO^- ;
- Molécules : H_2O ; CH_3COOH .

- L'équation d'électroneutralité de cette solution aqueuse (REN) s'écrit :



- La relation de conservation de la matière (RCM) s'écrit sous la forme :



D'où :
$$c_a = [\text{CH}_3\text{COOH}] + [\text{CH}_3\text{COO}^-]$$

VI. LA CLASSIFICATION DES ESPECES CHIMIQUES EN SOLUTIONS AQUEUSES

Les différentes espèces chimiques présentes dans une même solution aqueuse ont des concentrations parfois très différentes, ce qui nous amène à les classer en espèces minoritaires, ultra minoritaires et majoritaires.

Par définition :

- Une espèce A est **minoritaire** devant une espèce B si : $\frac{[A]}{[B]} < 10^{-2} \Leftrightarrow [B] > 100[A]$.
- Une espèce A est **ultra minoritaire** devant une espèce B si : $\frac{[A]}{[B]} < 10^{-4} \Leftrightarrow [B] > 10^4[A]$.
- Dans les deux cas précédents, l'espèce B est dite **majoritaire**.

EXERCICES D'APPLICATION**EXERCICE 1 :**

Sur l'étiquette d'une bouteille commerciale d'ammoniac, on peut lire :

- Masse molaire : 17 g/mol
- Masse volumique : 450 kg/m³
- Pourcentage massique : 33 %

- 1- Quel volume V faut-il prélever pour préparer 500 mL d'une solution S de concentration $C = 0,10 \text{ mol. L}^{-1}$?
- 2- Décrire le mode opératoire pour préparer les 500 mL de S.
- 3- La solution a un $\text{pH} = 11,1$ à 25°C. Calculer les concentrations et les quantités de matière des ions H_3O^+ et OH^- présents dans S.

EXERCICE 2 :

On dispose d'une bouteille d'acide méthanoïque titrant 98 % en masse. La masse volumique de l'acide est $1,22 \text{ g.cm}^{-3}$. Avec une pipette, on prélève $11,5 \text{ cm}^3$ de l'acide que l'on verse dans une fiole jaugée de 1 L. On verse ensuite de l'eau pure pour obtenir 1 L de solution que l'on note S₁.

- 1- Déterminer la masse m d'acide méthanoïque prélevée.
- 2- Déterminer la concentration C_1 de la solution S₁.
- 3- Quel volume d'eau pure faut-il verser sur les 20 mL de la solution S₁ pour avoir une solution S₂ de concentration $C_2 = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$?
- 4- On dilue 10 fois la solution S₂. Calculer le volume d'eau pure nécessaire à cette dilution et la concentration C_3 de la solution S₃ obtenue.

Chapitre 2. LE PRODUIT IONIQUE DE L'EAU

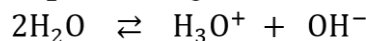
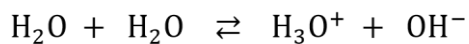
Objectifs pédagogiques : A la fin de ce cours, je dois être capable de :

I. AUTOPROTOLYSE DE L'EAU**1. LE PH DE L'EAU PURE**

A 25°C le pH de l'eau pure est égale à 7. L'eau pure contient donc des ions H_3O^+ tel que $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-7} \text{ mol/L}$.

2. L'AUTOPROTOLYSE DE L'EAU

La présence dans l'eau des ions H_3O^+ résulte de l'ionisation partielle de l'eau selon l'équation :



Cette réaction est limitée et connue sous le nom **d'autoprotolyse de l'eau**. Dans l'eau pure à 25°C : $[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] = 10^{-7} \text{ mol/L}$.

3. LE PRODUIT IONIQUE DE L'EAU

- Toute solution aqueuse contient, entre autres, des ions hydronium H_3O^+ et des ions hydroxyde OH^- . Dans une solution aqueuse quelconque, les concentrations des ions H_3O^+ et OH^- peuvent être très différentes, mais leur produit reste constant. Ce produit est appelé produit ionique de l'eau, noté K_e . $K_e = [\text{H}_3\text{O}^+] \cdot [\text{OH}^-]$ où $[\text{H}_3\text{O}^+]$ et $[\text{OH}^-]$ sont exprimées en mol/L.

- Par commodité, on définit le $\text{p}K_e$ par la relation : $\text{p}K_e = -\log K_e \Leftrightarrow K_e = 10^{-\text{p}K_e}$. K_e et $\text{p}K_e$ ne dépend que de la température. Ils sont indépendants de la présence et de la nature des substances dissoutes.

Le tableau suivant donne quelques valeurs du produit ionique de l'eau à différentes températures :

θ (°C)	0	10	20	25	30	37	40	50	60
$K_e (\times 10^{-14})$	0,12	0,29	0,68	1	1,5	2,4	2,9	5,5	9,6
$\text{p}K_e$	14,92	14,54	14,17	14	13,82	13,62	13,54	13,26	13,02

□ EXPRESSION DU PH D'UNE SOLUTION EN FONCTION DE LA CONCENTRATION EN IONS HYDROXYDE OH^- :

$$K_e = [\text{H}_3\text{O}^+] \cdot [\text{OH}^-] \Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{K_e}{[\text{OH}^-]} \text{ donc } \text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+] = -\log\left(\frac{K_e}{[\text{OH}^-]}\right)$$

D'où : $\text{pH} = \text{p}K_e + \log[\text{OH}^-]$ et $[\text{OH}^-] = 10^{\text{pH} - \text{p}K_e}$

A 25°C on a : $\text{p}K_e = 14$, $\text{pH} = 14 + \log[\text{OH}^-]$; $[\text{OH}^-] = 10^{\text{pH} - 14}$

II. LE PH D'UNE SOLUTION AQUEUSE

1. DÉFINITION

Les ions H_3O^+ se trouvent dans toute solution aqueuse. Le pH (potentiel d'hydrogène) d'une solution aqueuse est défini à partir de la concentration en ions H_3O^+ par la relation :

$$\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+] \quad \Leftrightarrow \quad [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}}$$

Cette relation est valable pour : $10^{-6} \text{ mol. L}^{-1} \leq [\text{H}_3\text{O}^+] \leq 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$

D'après la relation précédente on en déduit que le pH d'une solution aqueuse est d'autant plus faible que sa concentration en ion $[\text{H}_3\text{O}^+]$ est élevée.

2. MESURE DU PH D'UNE SOLUTION AQUEUSE

On mesure le pH d'une solution aqueuse à l'aide d'un **pH-mètre** (mesure précise). On trouve un intervalle dans lequel se situe le pH d'une solution en utilisant un papier pH ou un indicateur coloré.

III. LA CLASSIFICATION DES SOLUTIONS AQUEUSES

Une solution aqueuse peut être acide, basique ou neutre.

1. SOLUTION NEUTRE

Une solution aqueuse est neutre si elle contient autant d'ions hydronium H_3O^+ que d'ions hydroxyde OH^- .

$$K_e = [\text{H}_3\text{O}^+] \cdot [\text{OH}^-] \Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]} \text{ et } [\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] \Rightarrow K_e = [\text{H}_3\text{O}^+]^2$$

D'où: $\text{pH} = -\frac{1}{2} \log K_e = \frac{1}{2} \text{p}K_e$

A 25°C on a: $\text{p}K_e = 14$; $\text{pH} = \frac{1}{2} \text{p}K_e = 7$

2. SOLUTION ACIDE

Une solution aqueuse est acide si elle contient plus d'ions hydronium H_3O^+ que d'ions hydroxyde OH^- .

$$[\text{H}_3\text{O}^+] > [\text{OH}^-] \Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] > \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]} \Leftrightarrow [\text{H}_3\text{O}^+]^2 > K_e$$

Donc : $2\text{pH} < \text{p}K_e$ d'où $\text{pH} < \frac{1}{2} \text{p}K_e$.

A 25°C , $\text{p}K_e = 14$. Une solution aqueuse est acide si et seulement si son $\text{pH} < 7$.

3. SOLUTION BASIQUE

Une solution aqueuse est basique si elle contient plus d'ions hydroxyde OH^- que d'ions hydronium H_3O^+ .

$$[\text{H}_3\text{O}^+] < [\text{OH}^-] \Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] < \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]} \Leftrightarrow [\text{H}_3\text{O}^+]^2 < K_e$$

Donc : $2\text{pH} > \text{p}K_e$ d'où $\text{pH} > \frac{1}{2} \text{p}K_e$.

A 25°C , $\text{p}K_e = 14$. Une solution aqueuse est basique si et seulement si son $\text{pH} > 7$.

IV. LES INDICATEURS COLORÉS

Un indicateur coloré est une substance qui en solution aqueuse change de couleur pour un intervalle de pH appelé zone de virage. La couleur de l'indicateur coloré dans la zone de virage est la teinte sensible.

Indicateurs colorés	Milieu acide	Zone de virage	Milieu basique
Hélianthine	Rouge	Orange (3,1 < pH < 4,4)	Rouge
BBT	Jaune	Vert (6,0 < pH < 7,6)	Bleu
Phénolphtaléine	Incolore	Rose 8,2 < pH < 10,0	Violacé

EXERCICES D'APPLICATION

EXERCICE 1 :

Parmi les informations suivantes, indiquer celles qui sont erronées ; les corriger.

- 1- Toute solution aqueuse contient des ions hydroniums et des ions hydroxydes.
- 2- A toute température, $[H_3O^+].[OH^-] = K_e = 1.0.10^{-14}$.
- 3- Le produit ionique de l'eau ne dépend que de la température.
- 4- A 25°C, une solution dont le pH est égal à 7,2 est basique.
- 5- A 25°C, une solution telle que pH = 7,0 est de l'eau pure.
- 6- Toute solution telle que pH = 7,0 est neutre.
- 7- Le pH d'une solution dont la concentration des ions $H_3O^+ = 1,0.10^{-9}$ vaut 9,0.
- 8- Le pH d'une solution dont la concentration des ions OH^- est de 1,0 mol/L vaut 14,0.

EXERCICE 2 :

On donne le produit ionique de l'eau $K_e = 2,5.10^{-13}$ à la température de 80°C.

- 1- Une solution aqueuse à cette température a un pH = 6,5 ; est-elle acide ou basique ?
- 2- 200 mL d'une solution aqueuse contiennent 10^{-4} mol d'ions OH^- ; quel est son pH à 80°C ?
- 3- Le pH d'une solution est 4,7 à 80°C, en déduire $[OH^-]$.
- 4- K_e augmente lorsque la température augmente ; dans le corps humain, à 37°C, le sang a un pH voisin de 7,4. Le sang est-il un liquide : neutre ? Acide ? Basique ?

EXERCICE 3 :

Une solution commerciale d'hydroxyde de sodium a une densité par rapport à l'eau de 1,38 et titre 35% d'hydroxyde de sodium en masse.

- 1- Quelle est la concentration de cette solution commerciale ?
- 2- Quel volume v_1 de cette solution doit-on diluer par de l'eau pure pour obtenir un litre de solution de pH égal à 12,5.
- 3- On verse 5 mL de la solution commerciale dans l'eau. Quel est le pH de la solution obtenue.
- 4- On rappelle que la dissociation de NaOH dans l'eau est totale.

Chapitre 3. LES ACIDES FORTS ET LES BASES FORTES

Objectifs pédagogiques : A la fin de ce cours, je dois être capable de :

- ✚ Définir : un acide fort et une base forte ;
- ✚ Définir le pH des solutions d'acides forts et le pH des solutions de bases fortes ;

I. LA NOTION D'ACIDE FORT

1. UN ACIDE FORT : L'ACIDE CHLORHYDRIQUE

Les solutions d'acide chlorhydrique sont obtenues par dissolution dans l'eau du chlorure d'hydrogène HCl, gazeux.

Considérons une solution aqueuse d'acide chlorhydrique de concentration $c_a = 10^{-2}$ mol/L. Mesurons son pH à 25°C. On trouve $\text{pH} = 2,0$.

- Equations de dissolution :



- Inventaire des espèces chimiques présentes en solution ;

- Ions : H_3O^+ , OH^- , Cl^-
- Molécules : H_2O

- Calcul des concentrations des espèces chimiques présentes en solution :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} \Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-2} \text{ mol/L}$$

$$[\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = \frac{10^{-14}}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = 10^{\text{pH}-14} \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-12} \text{ mol/L}$$

$$\text{R.E.N :} \qquad [\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] + [\text{Cl}^-] \Rightarrow [\text{Cl}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] - [\text{OH}^-]$$

Comme OH^- est ultra-minoritaire devant H_3O^+ alors on a : $[\text{Cl}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+]$ soit $[\text{Cl}^-] = c_a = 10^{-2} \text{ mol/L}$

On en déduit que : $[\text{Cl}^-] = c_a \Rightarrow n_{\text{Cl}^-} = c_a V_a$

D'où : $n_{\text{Cl}^-} = n_{\text{HCl}} \text{ introduit}$

NB : La réaction du chlorure d'hydrogène HCl sur l'eau est une réaction totale. On dit que l'acide chlorhydrique est un acide fort.

2. LA RELATION ENTRE LE PH ET LA CONCENTRATION CA DE LA SOLUTION

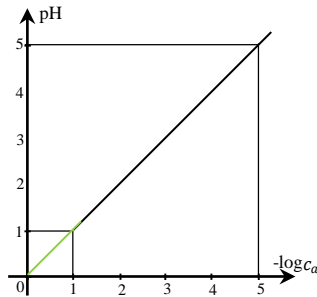
Dans une solution d'acide chlorhydrique on a : $[\text{H}_3\text{O}^+] = c_a$ Or $\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+]$

Donc : $\text{pH} = -\log c_a$ avec $10^{-6} \text{ mol/L} \leq c_a \leq 10^{-2} \text{ mol/L} \Leftrightarrow$ soit $c_a = 10^{-\text{pH}} \text{ mol/L}$

METHODE GRAPHIQUE :

On mesure le pH de quelques solutions d'acide chlorhydrique. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

c_a (mol/L)	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}
pH	2	3	4	5	6
$-\log c_a$	2	3	4	5	6



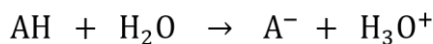
Echelle : **1cm** → **1unité de $-\log c_a$** et **1cm** → **1unité de pH**

La courbe $\text{pH} = f(-\log c_a)$ est une droite linéaire $\Rightarrow \text{pH} = a \cdot (-\log c_a)$

$$a = \frac{\Delta \text{pH}}{\Delta(-\log c_a)} = \frac{5-2}{5-2} = 1 \quad \text{d'où} \quad \text{pH} = -\log c_a$$

3. GENERALISATION : LES ACIDES FORTS

Un acide fort est une espèce chimique qui s'ionise totalement dans l'eau en donnant, en autres, des ions hydronium H_3O^+ .

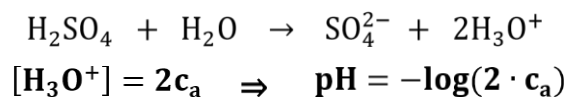


Exemples : HBr : Acide bromhydrique ;

HI : Acide iodhydrique ;

HNO_3 : Acide bromhydrique ;

REMARQUE : Pour un diacide fort tel que l'acide sulfurique H_2SO_4 de concentration c_a , on a :

**4. LA DILUTION D'UNE SOLUTION D'ACIDE FORT**

Soit un volume V_1 d'une solution S_1 d'acide fort et de $\text{pH} = \text{pH}_1$.

Diluons n fois cette solution : on obtient une solution S_2 de volume $V_2 = n V_1$, n est le facteur de dilution.

Au cours d'une dilution le nombre de mole de soluté dissout se conserve :

$$\begin{aligned} c_2 V_2 &= c_1 V_1 \Rightarrow c_2 = \frac{V_1}{V_2} c_1 = \frac{c_1}{n} \\ \Rightarrow \text{pH}_2 &= -\log c_2 = -\log\left(\frac{c_1}{n}\right) = -\log c_1 + \log n = \text{pH}_1 + \log n \\ \Rightarrow \text{pH}_2 &= \text{pH}_1 + \log n \end{aligned}$$

CONCLUSION : Lorsqu'on dilue n fois une solution d'acide fort AH de concentration C_a , telle que $\frac{C_a}{n} \gg 10^{-6} \text{ mol/L}$, les concentrations des ions H_3O^+ et A^- sont divisées par n et le pH augmente de $\log n$.

II. LA NOTION DE BASE FORTE

1. UNE BASE FORTE : L'HYDROXYDE DE SODIUM

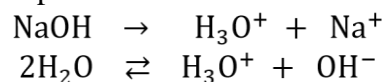
Les solutions d'hydroxyde de sodium sont obtenues par dissolution dans l'eau de l'hydroxyde de sodium NaOH.

L'hydroxyde de sodium est un solide ionique contenant des ions Na^+ et OH^- . La dissolution dans l'eau provoque la dispersion des ions selon la réaction :



Considérons une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium de concentration $c_b = 10^{-2} \text{ mol/L}$. Mesurons son pH à 25°C. On trouve $\text{pH} = 12,0$.

- Inventaire des espèces chimiques présentes en solution :



- Ions : H_3O^+ , OH^- , Na^+ ;
- Molécules : H_2O .

- Calcul des concentrations des espèces chimiques présentes en solution :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} \Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-12} \text{ mol/L}$$

$$[\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = \frac{10^{-14}}{10^{-12}} = 10^{\text{pH}-14} \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-2} \text{ mol/L}$$

$$\text{REN :} \quad [\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{Na}^+] = [\text{OH}^-] \Rightarrow [\text{Na}^+] = [\text{OH}^-] - [\text{H}_3\text{O}^+]$$

Comme H_3O^+ est ultra-minoritaire devant OH^- alors on a : $[\text{Na}^+] = [\text{OH}^-]$ soit $[\text{Na}^+] = c_b = 10^{-2} \text{ mol/L}$

On en déduit que : $[\text{Na}^+] = c_b \Rightarrow n_{\text{Na}^+} = c_b V_b$ d'où $n_{\text{Na}^+} = n_{\text{NaOH introduit}}$.

La réaction de l'hydroxyde de sodium NaOH sur l'eau est une réaction totale. On dit que l'hydroxyde de sodium NaOH est une base forte.

2. LA RELATION ENTRE LE PH ET LA CONCENTRATION C_B DE LA SOLUTION

Dans une solution d'hydroxyde de sodium NaOH, on a :

$$[\text{OH}^-] = c_b \quad \text{or} \quad \text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+] = \text{p}K_e + \log[\text{OH}^-]$$

$$\text{pH} = \text{p}K_e + \log c_b \quad \text{avec} \quad 10^{-6} \text{ mol/L} \leq c_b \leq 10^{-2} \text{ mol/L} \Leftrightarrow \text{soit} \quad c_b = 10^{\text{pH} - \text{p}K_e} \text{ mol/L}$$

A 25°C, $\text{p}K_e = 14$ et on en déduit : $\text{pH} = 14 + \log c_b$ avec $10^{-6} \text{ mol/L} \leq c_b \leq 10^{-2} \text{ mol/L}$

Soit :

$$c_b = 10^{\text{pH}-14} \text{ mol/L}$$

METHODE GRAPHIQUE : On mesure le pH de quelques solutions d'hydroxyde de sodium. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

c_a (mol/L)	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}
pH	12	11	10	9	8
$-\log c_b$	2	3	4	5	6

Echelle : 1cm \rightarrow 1unité de $-\log c_b$ et 1cm \rightarrow 1unité de pH

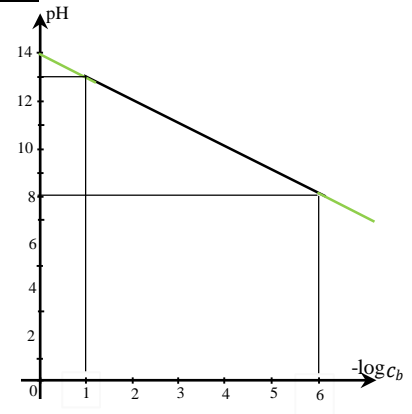
La courbe $\text{pH} = f(-\log c_b)$ est une droite affine $\Rightarrow \text{pH} = a \cdot (-\log c_b) + b$

Les point (2 ; 12) et (6 ; 8) appartiennent à la droite.

$$\text{Donc : } \begin{cases} 2a + b = 12 \\ 6a + b = 8 \end{cases} \text{ soit } a = -1 \text{ et } b = 14$$

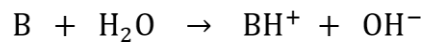
D'où :

$$\text{pH} = 14 + \log c_b$$



3. GENERALISATION : LES ACIDES FORTS

- Une base forte est une espèce chimique qui se dissocie totalement dans l'eau en donnant en outre des ions hydroxyde OH^- .



Exemples : NaOH : Hydroxyde de sodium ;

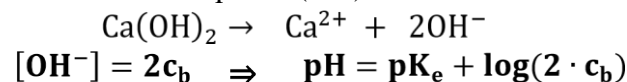
KOH : Hydroxyde de potassium ;

$\text{Ca}(\text{OH})_2$: Hydroxyde de calcium ;

$\text{C}_2\text{H}_5\text{O}^-$: Ion éthanoate...

- On distingue des monobases fortes qui libèrent une mole d'ions OH^- par mole de base et des polybases fortes qui libèrent plusieurs moles d'ions OH^- par mole de base.

Pour une dibase forte telle que l'acide sulfurique $\text{Ca}(\text{OH})_2$ de concentration c_b , on a :



A 25°C , $\text{pK}_e = 14$ et on en déduit alors l'expression : $\text{pH} = 14 + \log(2c_b)$

4. LA DILUTION D'UNE SOLUTION D'ACIDE FORT

Soit un volume V_1 d'une solution S_1 de base forte et de $\text{pH} = \text{pH}_1$. Diluons n fois cette solution : on obtient une solution fille S_2 de volume $V_2 = n \cdot V_1$, n est le facteur de dilution.

Au cours d'une dilution le nombre de mole de soluté dissout se conserve :

$$n_1 = n_2 \Rightarrow c_2 V_2 = c_1 V_1 \Rightarrow c_2 = \frac{V_1}{V_2} c_1 = \frac{c_1}{n}$$

$$\begin{aligned} \text{pH}_1 = 14 + \log c_1 &\Rightarrow \text{pH}_2 = 14 + \log c_2 = 14 + \log\left(\frac{c_1}{n}\right) = 14 + \log c_1 - \log n = \text{pH}_1 - \log n \\ &\Rightarrow \text{pH}_2 = \text{pH}_1 - \log n \end{aligned}$$

CONCLUSION : Lorsqu'on dilue n fois une solution de base forte de concentration C_b , telle que $\frac{C_b}{n} \gg 10^{-6} \text{ mol/L}$, la concentration des ions hydroxyde OH^- est divisée par n et le pH diminue de $\log(n)$.

EXERCICES D'APPLICATION

EXERCICE 1 :

A 10 mL d'une solution de chlorure d'hydrogène, on ajoute 40 mL d'eau et on obtient alors une solution de $\text{pH} = 2,7$. Quelle est la concentration de la solution de chlorure d'hydrogène ?

1- Quel volume d'eau distillée doit-on ajouter à 40 mL d'une solution de concentration $2 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$ pour avoir une solution de $\text{pH} = 2,4$?

2- On mélange 20 mL d'une solution d'acide chlorhydrique de $\text{pH} = 3,1$ avec 10 mL d'une solution d'acide chlorhydrique de $\text{pH} = 2,3$. Déterminer le pH du mélange obtenu.

3- A 20 mL de solution d'acide chlorhydrique de $\text{pH} = 3$, on ajoute 20 mL d'une solution décimolaire de chlorure de sodium. Quelles sont les molarités des différentes espèces chimiques présentes dans la solution ? quel est son pH ? Vérifier son électroneutralité. 5. On dispose de 10 mL d'une solution d'acide chlorhydrique 10^{-2} mol/L .

a) Calculer le nombre de moles d'ions H_3O^+ présents dans la solution.

b) On ajoute un volume V d'eau pure. Quelle est la nouvelle concentration molaire des ions H_3O^+ en fonction de V ? Pour quelle valeur de V le pH a-t-il varié d'une unité ?

EXERCICE 2 :

On dissout $11,2 \text{ cm}^3$ de chlorure d'hydrogène pris dans les conditions normales dans 500 mL d'eau pure. Le pH de la solution S obtenue est égal à 3. Le volume molaire dans les conditions normales est $22,4 \text{ L}$.

1- Calculer les concentrations molaires des différentes espèces chimiques présentes dans la solution S . Montrer que la réaction entre le chlorure d'hydrogène et l'eau est totale.

2- Quel volume de chlorure d'hydrogène faut-il dissoudre dans la solution S pour que son pH devienne égal à 2 ? La solution de $\text{pH} = 2$ est notée S_1 .

3- Avec quel volume d'eau faut-il diluer cette solution S_1 pour que le pH soit égal à 4 ?

4- Décrire deux expériences montrant la nature des ions H_3O^+ et Cl^- présents dans la solution.

EXERCICE 3 :

- 1 - Une solution S_1 de dihydroxyde de magnésium $Mg(OH)_2$ a un $pH = 12$.
 - a) Quelles sont les concentrations des espèces chimiques présentes dans la solution S_1 ?
 - b) Quelle masse de $Mg(OH)_2$ trouve-t-on dans 2 L de cette solution ?
- 2 - Une solution S_2 d'acide chlorhydrique a un $pH = 3,7$.
 - a) Quelles sont les concentrations des espèces chimiques présentes dans S_2 ?
 - b) Quel volume de chlorure d'hydrogène a-t-on dissous dans l'eau pour préparer 500 mL de la solution S_2 ?
- 3 - On dilue 1000 fois la solution S_2 pour obtenir une solution S'_2 .
 - a) Quelles sont les concentrations des espèces chimiques présentes dans S'_2 ?
 - b) Quelle est la valeur du pH de la solution S'_2 ?
- 4 - Une solution S_3 est préparée en mélangeant $V_1 = 600$ mL de S_1 , $V_2 = 400$ mL de S_2 et $V = 300$ mL d'une solution de chlorure de magnésium $MgCl_2$ de concentration $C = 10^{-1}$ mol. L⁻¹.
 - a) Calculer les concentrations des ions Mg^{2+} et Cl^- dans S_3 .
 - b) La solution S_3 est-elle acide, basique ou neutre ?
 - c) Calculer son pH .
- 5 - On mélange un volume V'_1 de S_1 avec un volume V'_2 de S_2 de telle sorte que l'on obtienne une solution finale S de volume $V' = 300$ mL et de $pH = 11,5$. Calculer V'_1 et V'_2 .

Données : Volume molaire gazeux : $V_0 = 24$ L. mol⁻¹ ; Masses molaires atomiques en g. mol⁻¹ : Mg (24) ; O (16) ; H (1).

EXERCICE 4 :

On prépare une solution S en mélangeant une solution S_1 d'acide chlorhydrique de volume $V_1 = 60$ mL, de concentration $C_1 = 4 \cdot 10^{-2}$ mol. L⁻¹ et une solution S_2 d'acide nitrique de volume $V_2 = 40$ mL, de concentration $C_2 = 10^{-2}$ mol. L⁻¹.

- 1 - Quel est le pH de la solution S ?
- 2 - Déterminer la concentration molaire des espèces chimiques présentes dans la solution S .
- 3 - Quel volume d'eau faut-il ajouter à la solution S pour avoir une solution S' de $pH = 2$?
- 4 - A la solution S' , on ajoute 50 mL d'une solution de soude (hydroxyde de sodium) de concentration molaire $2 \cdot 10^{-2}$ mol. L⁻¹. Quelle est la nature du mélange obtenu ? Justifier votre réponse. Calculer son pH .

EXERCICE 5 :

Une solution A a été préparée en mélangeant :

- 20,0 mL d'acide chlorhydrique à la concentration $C_1 = 2,00 \cdot 10^{-2}$ mol/L ;
- 10,0 mL d'acide nitrique de concentration $C_2 = 1,50 \cdot 10^{-2}$ mol/L ;
- 5,0 mL d'acide chlorhydrique de concentration $C_3 = 1,20 \cdot 10^{-2}$ mol/L ;
- 5,0 mL de solution d'hydroxyde de sodium à la concentration $C_4 = 5,0 \cdot 10^{-2}$ mol/L ;

– 10,0 mL de solution saturée d'hydroxyde de calcium de concentration $C_5 = 2,70 \cdot 10^{-2}$ mol/L.

- 1 - Quel est le pH de la solution A ?
- 2 - On veut obtenir, à partir de la solution A, une solution B de $\text{pH} = 7,0$. Déterminer le volume V d'acide chlorhydrique ou d'hydroxyde de sodium à rajouter à la solution A pour obtenir la solution B.
- 3 - Déterminer la concentration des espèces en présence dans la solution B.

NB : Les acides et les bases utilisés pour préparer ce mélange sont tous forts.

Chapitre 4. LA REACTION ENTRE ACIDE FORT ET BASE FORTE

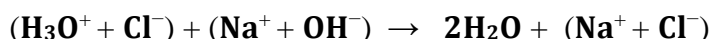
Objectifs pédagogiques : A la fin de ce cours, je dois être capable de :

- ✚ Ecrire l'équation-bilan de la réaction entre un acide et une base ;
- ✚ Tracer la courbe de la variation du pH au cours d'un dosage ;
- ✚ Définir l'équivalence acido-basique ;
- ✚ Déterminer les coordonnées du point d'équivalence ;
- ✚ Choisir l'indicateur coloré convenable au dosage.

I. LA NATURE DE LA REACTION ENTRE LES SOLUTIONS D'ACIDE CHLORHYDRIQUE ET D'HYDROXYDE DE SODIUM

Dans un bécher, on mélange un volume V_a d'une solution aqueuse d'acide chlorhydrique ($\text{H}_3\text{O}^+ + \text{Cl}^-$), de concentration C_a , et un volume V_b d'une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium ($\text{Na}^+ + \text{OH}^-$), de concentration C_b .

- Il se produit une réaction entre la solution aqueuse d'acide chlorhydrique et la solution aqueuse d'hydroxyde de sodium. La réaction est exothermique et quasi-totale.
- L'équation-bilan de la réaction est :



Ou plus simplement : $\text{H}_3\text{O}^+ + \text{OH}^- \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}$

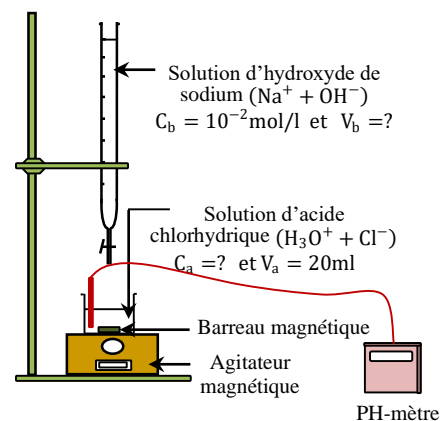
- Les ions Na^+ et Cl^- étant des ions spectateurs, ils ne participent pas à la réaction entre l'acide chlorhydrique et l'hydroxyde de sodium.

II. LA VARIATION DU PH AU COURS DU DOSAGE D'UNE SOLUTION AQUEUSE D'ACIDE CHLORHYDRIQUE PAR UNE SOLUTION AQUEUSE D'HYDROXYDE DE SODIUM

1. ETUDE EXPERIMENTALE

Après avoir noté le pH initial, on ajoute progressivement la solution aqueuse d'hydroxyde de sodium et on relève la valeur du pH du mélange après chaque ajout. Un agitateur magnétique assure une bonne homogénéisation de la solution. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau suivant :

$V_b(\text{mL})$	0	2	4	6	8	10	12	14	16
pH	2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,9
$V_b(\text{mL})$	18	19	20	21	22	24	26	28	30
pH	3,3	3,6	7	10	10,5	10,9	11	11,1	11,2



2. GRAPHE $\text{pH} = f(V_b)$ et ses principales caractéristiques

Le graphe $\text{pH} = f(V_b)$ est croissante et présente trois parties distinctes :

- **Partie AB** : la courbe est presque rectiligne et le pH varie peu lors de l'ajout de la base
- **Partie BC** : nous observons un saut de pH et la courbe change de concavité (présence d'un point d'inflexion). Le saut de pH encadre le point d'équivalence qui est déterminé par la méthode des tangentes.
- **Partie CD** : le pH varie ensuite faiblement, la courbe tend vers une asymptote horizontale.

3. ETUDE DE L'EQUIVALENCE ACIDO-BASIQUE ET DE LA DEMI-EQUIVALENCE

L'équivalence est obtenue lorsque la quantité d'ions OH^- apportés par l'ajout de la base est égale à la quantité d'ions H_3O^+ initialement présents dans le bécher. A l'équivalence :

$$n(\text{H}_3\text{O}^+) \text{ initialement présents} = n(\text{OH}^-) \text{ ajouté} \quad \text{soit} \quad C_a V_a = C_b V_b$$

D'où :

$$C_a = C_b \frac{V_b E}{V_a}$$

LES COORDONNEES DU POINT D'EQUIVALENCE E :

Elles sont déterminées par la méthode des tangentes : $V_{bE} = 20 \text{ mL}$ et $\text{pH}_E = 7$

A l'équivalence, on a : $[\text{H}_3\text{O}^+]_E = [\text{OH}^-]_E$; la solution est neutre et son pH vaut 7,0 à 25°C.

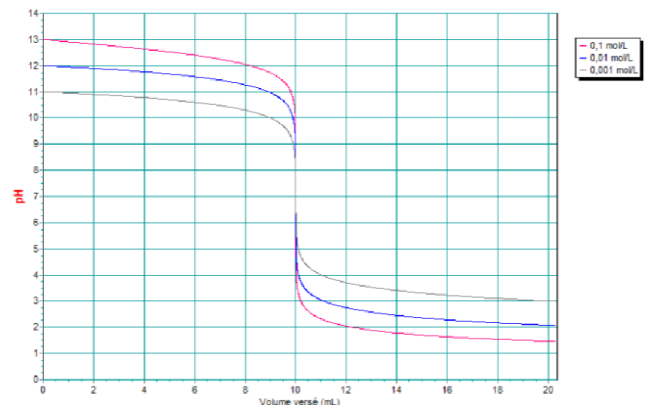
III. LE DOSAGE D'UNE SOLUTION AQUEUSE D'HYDROXYDE DE SODIUM PAR UNE SOLUTION AQUEUSE D'ACIDE CHLORHYDRIQUE

Etudions de même l'évolution du pH d'une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium ($C_b = ?$ $V_b = 10 \text{ mL}$) à laquelle on ajoute une solution aqueuse d'acide chlorhydrique. ($C_a = 0,1 \text{ mol/L}$; $V_a = ?$)

L'équivalence encore obtenue pour $\text{pH} = 7$ est telle que :

$$n(\text{H}_3\text{O}^+) \text{ initialement présents} = n(\text{OH}^-) \text{ ajouté} :$$

$$C_a V_a = C_b V_b \quad \Leftrightarrow \quad C_a V_{aE} = C_b V_b$$



IV. GÉNÉRALISATION : REACTION ENTRE UN MONOACIDE FORT ET UNE MONOBASE FORTE

On obtient des résultats similaires avec des solutions d'autres acides forts et d'autres bases fortes. Dans tous les cas, la courbe de variation de pH présente un seul point d'inflexion au point d'équivalence E. Au point d'équivalence :

$$n_{\text{H}_3\text{O}^+} = n_{\text{OH}^-} \Leftrightarrow C_a V_a = C_b V_b$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+]_E = [\text{OH}^-]_E$$

La solution est neutre. Son $\text{pH} = 7$ à 25°C.

On peut utiliser un indicateur coloré pour déterminer le point d'équivalence. L'indicateur coloré convenable est celui dont les limites de la zone de virage encadrent le pH du point d'équivalence. Pour un dosage acide fort-base forte, l'indicateur coloré convenable est le BBT (bleu de bromothymol).

Indicateur	Zone de virage et couleur
a) Héliantine	Rouge 3,1 -- 4,4 jaune
b) Bleu de bromophénol	Jaune 3,0 -- 4,6 bleu
c) Bleu de bromothymol	Jaune 6,0 -- 7,6 bleu

EXERCICES D'APPLICATION

EXERCICE 1 :

L'étiquette d'une bouteille contenant une solution S₀ d'acide chlorhydrique porte les indications suivantes :

- Acide chlorhydrique commercial ;
- Masse volumique : $\rho = 1190 \text{ Kg.m}^{-3}$;
- Pourcentage en masse d'acide pur : 37 %
- Masse molaire moléculaire du chlorure d'hydrogène : $M(\text{HCl}) = 36,5 \text{ g.mol}^{-1}$

1 - Montrer que la concentration de la solution commerciale S₀ est $C_0 = 12,06 \text{ mol.L}^{-1}$

2 - On prélève 4,0 mL de cette solution commerciale et on complète à 500 mL avec de l'eau distillée.

- a) Quelle est la concentration C de la solution S ainsi préparée ?
- b) Quel son pH ?

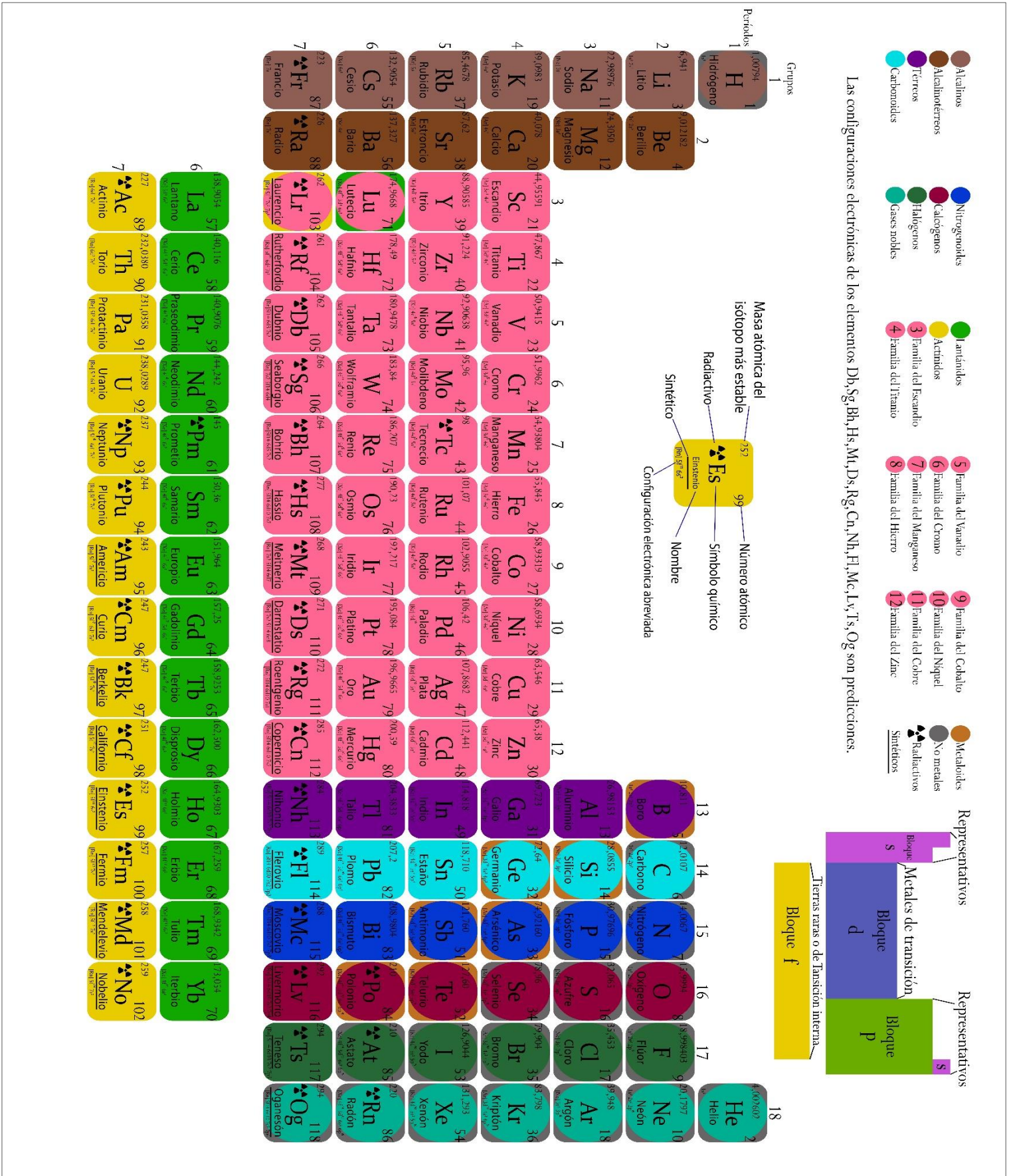
3 - Afin de vérifier cette solution S, on dose S par une solution d'hydroxyde de potassium de concentration $C_B = 4,00 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$. Dans 20,0 mL de cette dernière solution, on verse V_S mL de la solution S et l'on mesure le pH après chaque ajout. On obtient les résultats suivants :

V_S	0	1	2	3	4	5	6	7	8	8,5	9	10	11	12	13
pH	12,6	12,5	12,45	12,35	12,25	12,1	11,95	11,7	11,15	3,6	2,72	2,3	2,1	2	1,9

- a) Faire un schéma du dispositif utilisé pour le dosage.
- b) Construire la courbe $\text{pH} = f(V_S)$.
- c) Déterminer graphiquement le volume équivalent V_{SE} .

EXERCICE 2 :

ANNEXE 1 : Tableau de classification périodique des éléments chimiques



ANNEXE 2 : Progression du cours 2023

