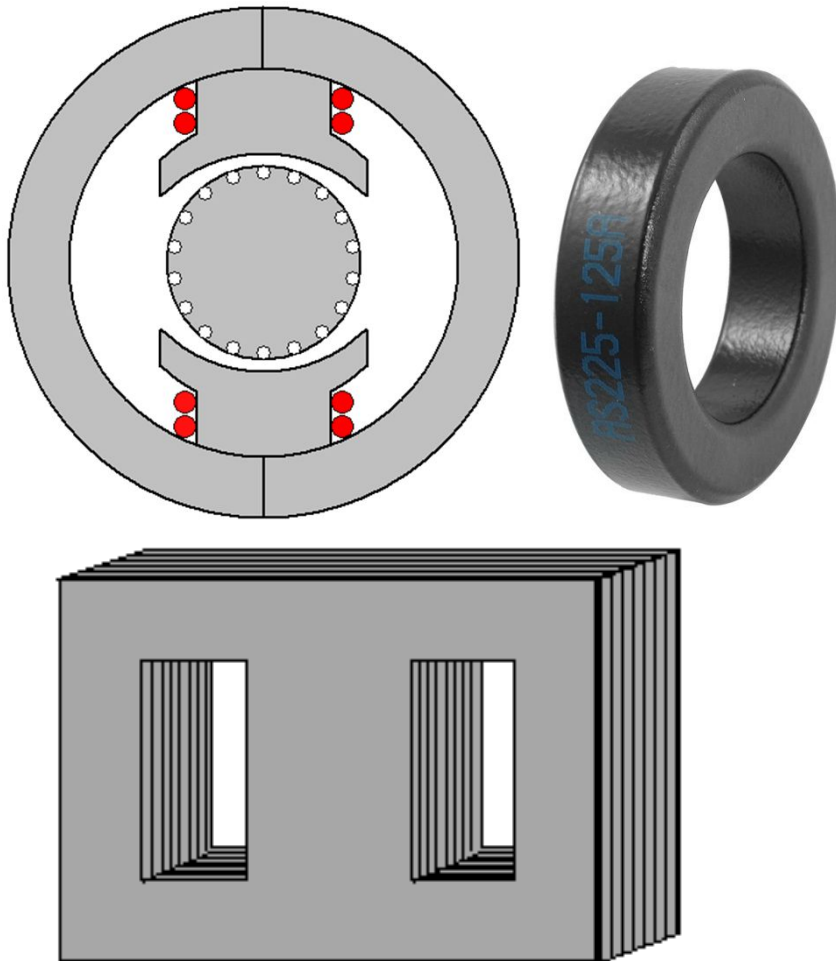


# ELECTROTECHNIQUE

## Chapitre 1 : Electromagnétisme

---

Circuits magnétiques



Bobines à noyau de fer

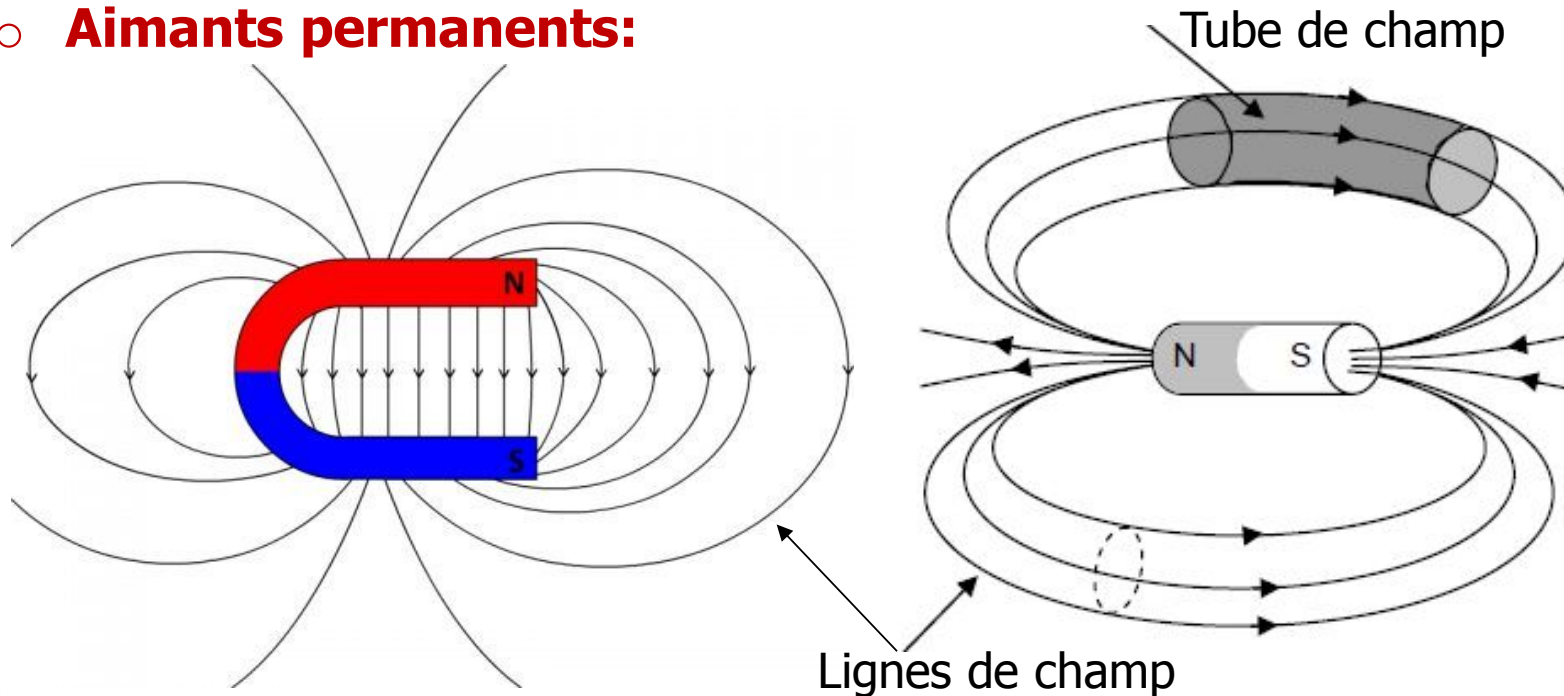


# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## 1. Circuit magnétique

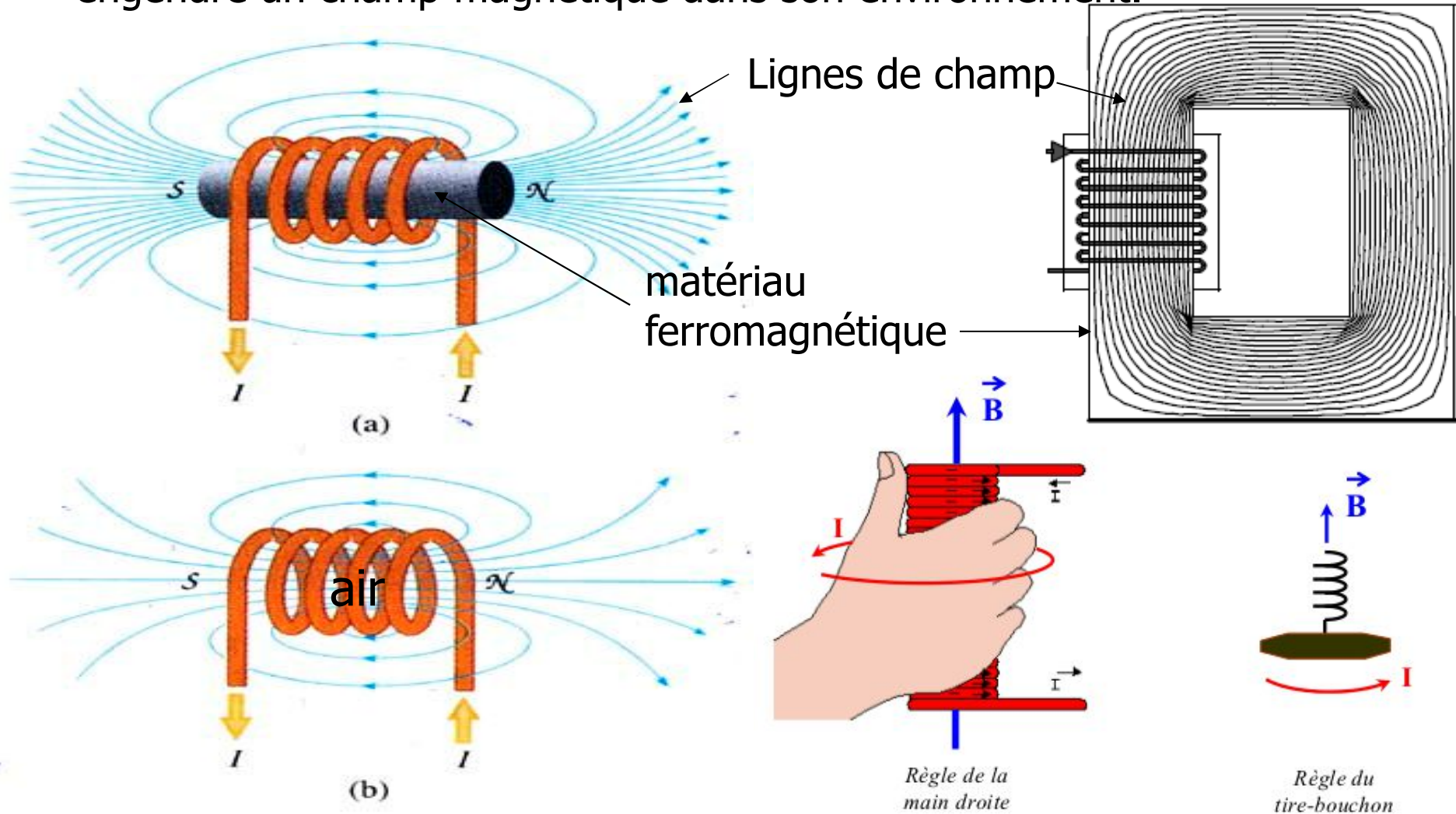
- Un **circuit magnétique** est un circuit généralement réalisé en matériau **ferromagnétique** (**alliage de fer, de nickel et de cobalt**) qui canalise **les lignes de champ magnétique**.
- Le champ magnétique est généralement créé soit par des enroulements enserrant le circuit magnétique et traversés par des courants électriques, soit par des **aimants permanents** contenus dans le circuit magnétique.

### ○ Aimants permanents:



# Chapitre 1 : Electromagnétisme

- **Circuits électriques:** Une bobine parcourue par un courant électrique engendre un champ magnétique dans son environnement.





# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## 1.1. Excitation magnétique et champ magnétique

- Le module du vecteur **excitation magnétique**  $\vec{H}$  en ampère par mètre ou ampère-tours par mètre (A/m ou At/m) ne dépend, que du circuit électrique (intensité du courant, géométrie, nombre de spires).
- Le module du vecteur champ magnétique (induction magnétique)  $\vec{B}$  en Tesla (T) dépend à la fois de l'excitation  $H$  et du milieu matériel dans lequel il est établi.

## 1.2. Relation entre le champ magnétique et l'excitation magnétique

### ○ Dans le vide:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

avec  $\mu_0$  est la perméabilité magnétique absolue du vide (ou de l'air),

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}, \text{ (H.m}^{-1}\text{)}$$

Cette relation reste vraie pour les matériaux qui ne sont pas ferromagnétiques (air, cuivre, bois,...).



# Chapitre 1 : Electromagnétisme

---

- Dans les matériaux ferromagnétiques:

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

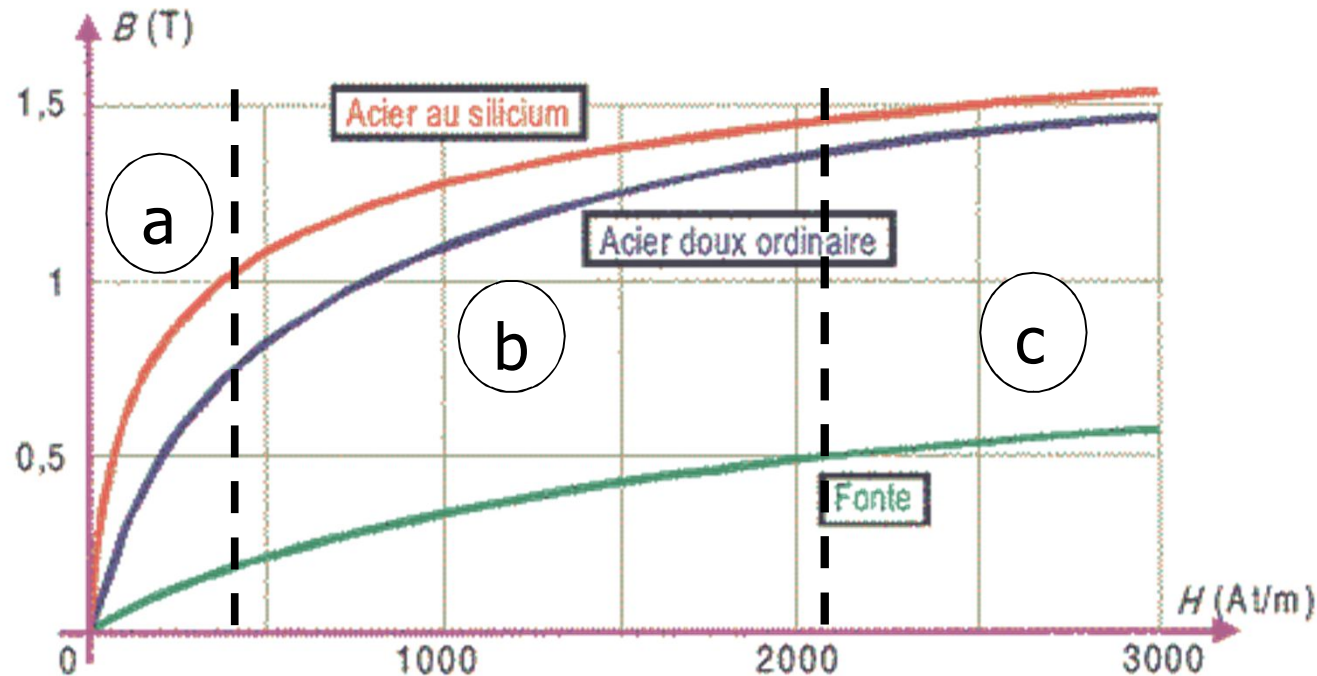
avec:  $\mu_r$  est la perméabilité magnétique relative du matériau,

$\mu$  est la perméabilité magnétique absolue du matériau.

- La perméabilité magnétique n'est pas constante, elle dépend essentiellement de l'excitation  $H$  et de l'état de saturation du matériau ferromagnétique.
- La perméabilité relative est très élevée ( $\mu_r \gg 1$ , entre 100 et 100000), ce qui permet de créer des champs magnétiques intenses avec des excitations (ou courants) faibles, et même sans aucun courant (aimants permanents).
- Les lignes de champs restent entièrement confinées dans le circuit magnétiques.

# Chapitre 1 : Electromagnétisme

- **Courbe de première aimantation d'un matériau:  $B=f(H)$** 
  - Le matériau est initialement démagnétisé, on fait croître  $H$



La caractéristique  $B(H)$  est non-linéaire. On distingue trois zones:

- a) cas des excitation faibles: la loi  $B = \mu H$  est linéaire  $\mu = cte$
- b) cas des excitations moyennes: coude de saturation
- c) cas des fortes excitations: saturation du matériau  $B \rightarrow B_{max}$

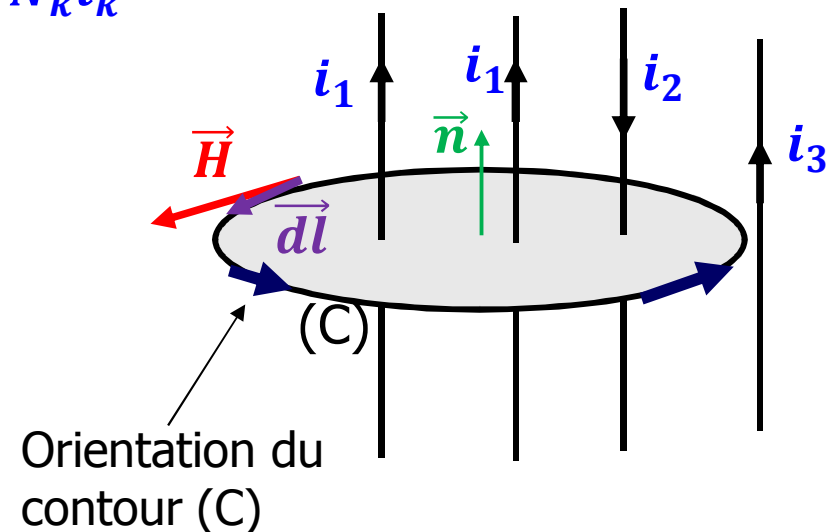
# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## 1.3. Théorème d'Ampère

La circulation du vecteur excitation magnétique le long d'un contour (C) fermé (ligne d'induction) qui enlace des conducteurs traversés par des courants est:

$$\oint_{(C)} \vec{H} d\vec{l} = \sum_k N_k i_k$$

- $N_k$  est le nombre de conducteurs parcourus par le courant  $i_k$  traversant la surface s'appuyant sur le contour (C) orienté.
- Les courants de même sens que la normale à la surface sont comptés positivement.
- Le terme  $\varepsilon = \sum_k N_k i_k$  est appelé force magnétomotrice (f.m.m) exprimé en (At ou A).



$$\oint_{(C)} \vec{H} d\vec{l} = 2i_1 - i_2$$

**Remarque:** Le théorème d'ampère permet de déterminer le nombre de spires nécessaires  $N$  pour obtenir une induction magnétique  $B$  donnée.

# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## Application du théorème d'ampère: bobine torique (noyau à air)

On choisit la ligne de champ moyenne de longueur  $\ell$  comme contour fermé du tore bobiné.

- On suppose que  $H$  est uniforme dans le circuit magnétique.

- Théorème d'ampère:

$$\oint_{(c)} \vec{H} d\vec{\ell} = H\ell = Ni$$

- On a:  $H = \frac{Ni}{\ell}$

- Le milieu magnétique étant l'air, on

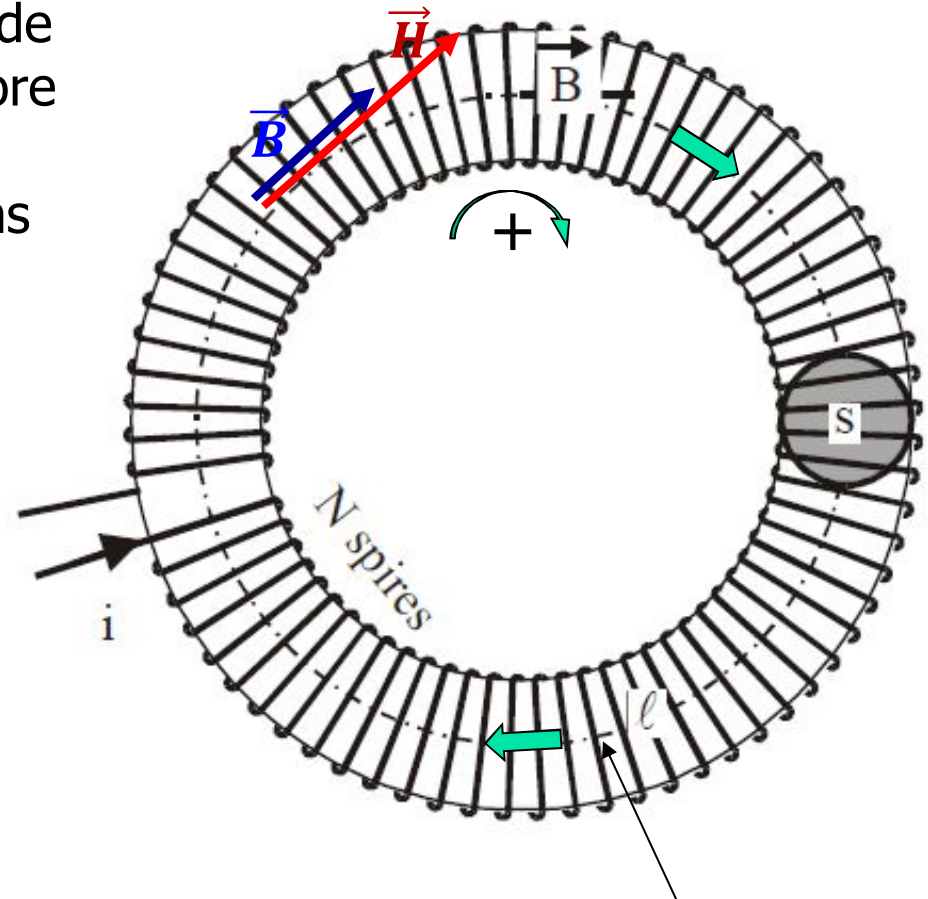
$$\text{écrit: } B = \mu_0 H = \mu_0 \frac{Ni}{\ell}$$

### Remarque:

Si le tore est constitué d'un matériau

ferromagnétique:  $B = \mu_0 \mu_r H = \mu_0 \mu_r \frac{Ni}{\ell}$

est plus grand.



Ligne moyenne de champ

# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## 1.4. Flux magnétique

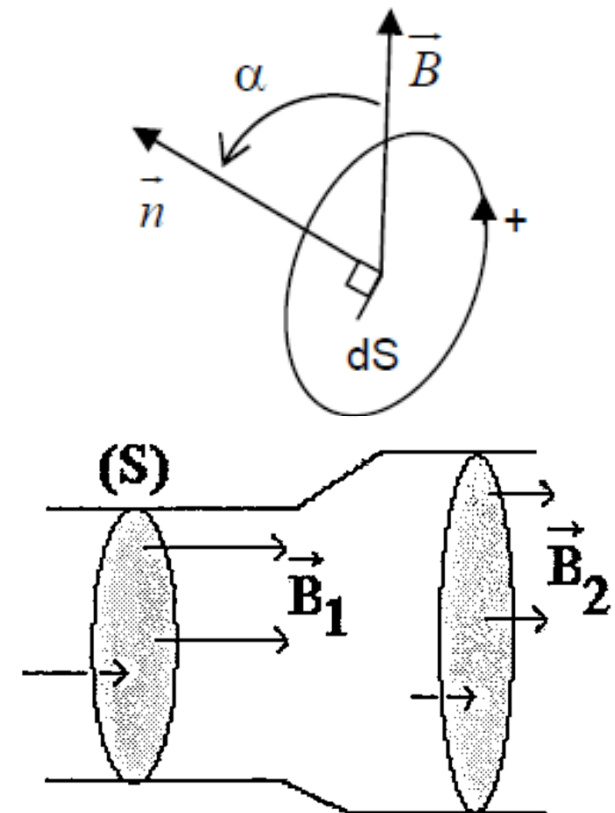
Le flux magnétique est une grandeur scalaire important qui intervient dans l'étude des machines électriques, qui se prête mieux aux calculs que le champ magnétique (grandeur vectorielle).

- Le flux magnétique  $\phi$  (en Weber Wb) de  $\vec{B}$  à travers une surface quelconque  $S$  est défini par:

$$\phi = \iint_{(S)} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint_{(S)} \vec{B} \cdot \vec{n} dS$$

- Lorsque le champ  $B$  est uniforme et qu'il traverse une surface plane  $S$  (cas très répondue en électrotechnique), alors:  $\phi = BScos\alpha$
- Si la surface est perpendiculaire aux lignes de champ:  $\phi = BS$
- Le long d'un tube de champ, **le flux magnétique se conserve:**

$$\phi_1 = B_1 S_1 = \phi_2 = B_2 S_2$$



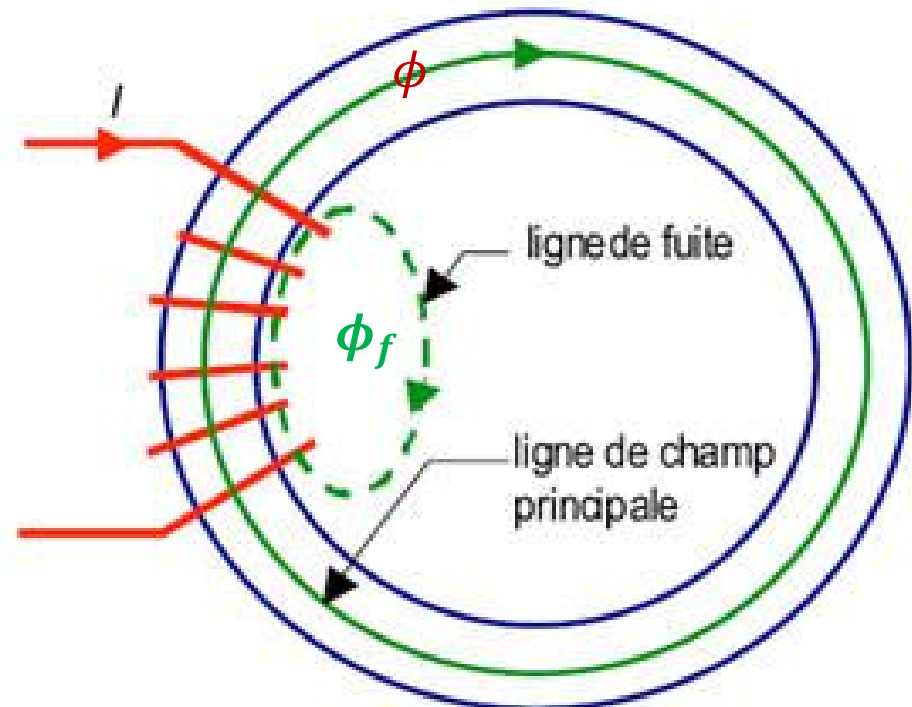
# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## 1.5. Circuit magnétique parfait (CMP)

On place un bobinage de fil de cuivre de  $N$  spires parcouru par un courant  $i$  sur un circuit magnétique de type ferromagnétique pour créer  $H$ .

Sur le schéma il apparaît :

- Des lignes de champ présentes totalement dans le circuit magnétique. Elles sont à l'origine d'un flux principal  $\phi$ .
- Des lignes de champ de fuites (qui se bouclent dans l'air). Ces dernières sont à l'origine d'un flux de fuite  $\phi_f$ .



### Hypothèse du CMP:

- On néglige le flux des fuites :  $\phi_f = 0$
- On considère que le CM est linéaire  $B = \mu_0 \mu_r H = \mu H$ , avec  $\mu_r = \text{cst.}$

Pour réduire les fuites, les spires sont jointives et enroulées au plus près du CM

# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## 1.6. Loi d'Hopkinson

Cette loi traduit l'écriture du théorème d'Ampère dans le cas d'un circuit magnétique parfait.

On considère un circuit magnétique linéaire de perméabilité magnétique  $\mu$ , de section droite  $S$  et de longueur moyenne  $\ell$ . Il comporte une bobine formée de  $N$  spires parcourues par un courant  $i$ .

- Dans la section du circuit magnétique, le flux est :  $\phi = BS$
- On applique le théorème d'Ampère sur le contour défini par la ligne de champ moyenne :

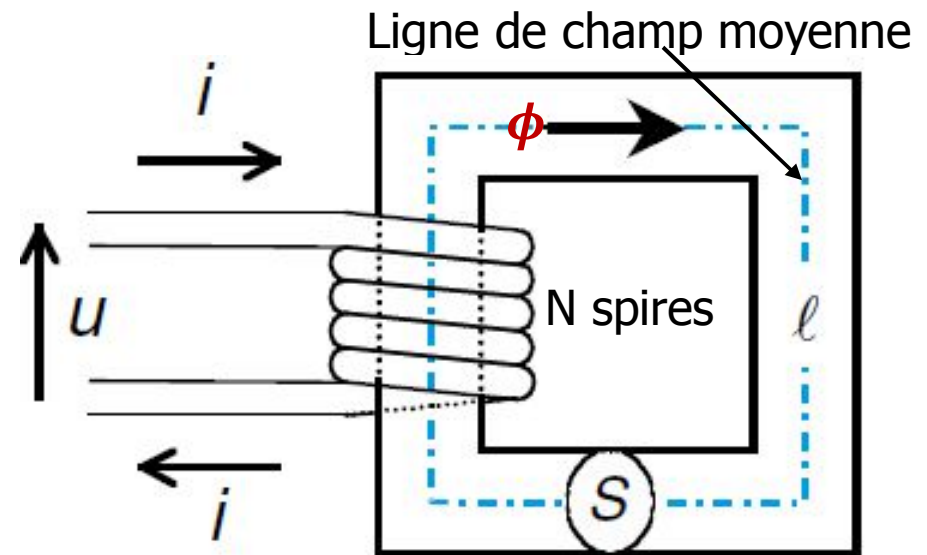
$$H\ell = Ni$$

- On obtient :  $Ni = \frac{B}{\mu}\ell = \frac{\ell}{\mu S}\phi$

- On définit la réluctance du circuit magnétique par:  $\mathcal{R} = \frac{\ell}{\mu S}$

Elle dépend uniquement de la nature et des dimensions du circuit magnétique.

Elle s'exprime en (At/Wb ou en  $H^{-1}$ )

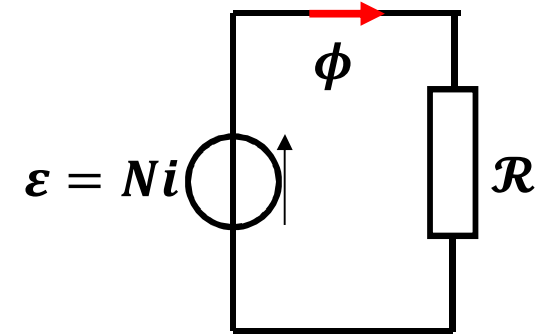


# Chapitre 1 : Electromagnétisme

Le théorème d'Ampère s'écrit alors:

$$\varepsilon = NI = \mathcal{R}\phi : \text{c'est loi d'Hopkinson}$$

$\varepsilon = NI$  : est la force magnétomotrice (en Atr) du circuit magnétique qui fait circuler un flux magnétique dans le milieu.



Circuit électrique équivalent

## Analogie circuit électrique/circuit magnétique

Grandeurs magnétiques	Grandeurs électriques
Force magnétomotrice $\varepsilon = NI$ (At)	Force électromotrice $E$ (V)
Réductance $\mathcal{R} = \frac{\ell}{\mu S}$ (H <sup>-1</sup> )	Résistance $R = \frac{\ell}{\sigma S}$ ( $\Omega$ )
Perméance $\mathcal{P} = 1/\mathcal{R}$ (H)	Conductance $G = 1/R$ (S)
Flux magnétique $\phi$ (Wb)	Intensité du courant $I$ (A)

# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## 1.7. Applications:

### Exemple 1: circuit magnétique série

On considère un circuit magnétique constitué de deux tançons de perméabilités magnétique absolues  $\mu_1$  et  $\mu_2$ .

- Conservation du flux dans le circuit magnétique:

$$\phi_1 = \phi_2 = \phi \Rightarrow B_1 S_1 = B_2 S_2$$

- Théorème d'ampère:

$$Ni = H_1 \ell_1 + H_2 \ell_2$$

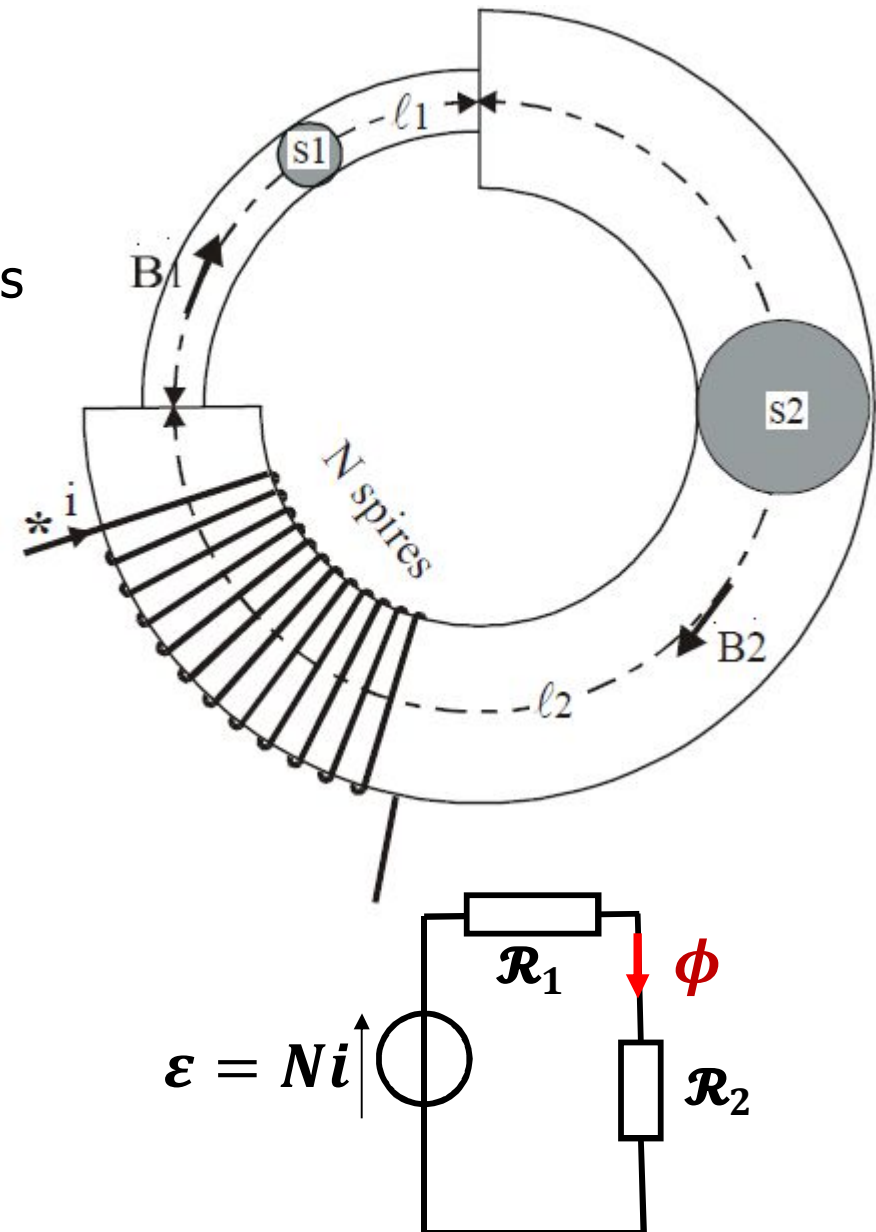
- Soit encore:

$$Ni = \frac{B_1}{\mu_1} \ell_1 + \frac{B_2}{\mu_1} \ell_2$$

- Loi d'Hopkinson:

$$\varepsilon = Ni = (\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2)\phi = \mathcal{R}_{eq}\phi$$

- Les réluctances en série s'ajoutent.

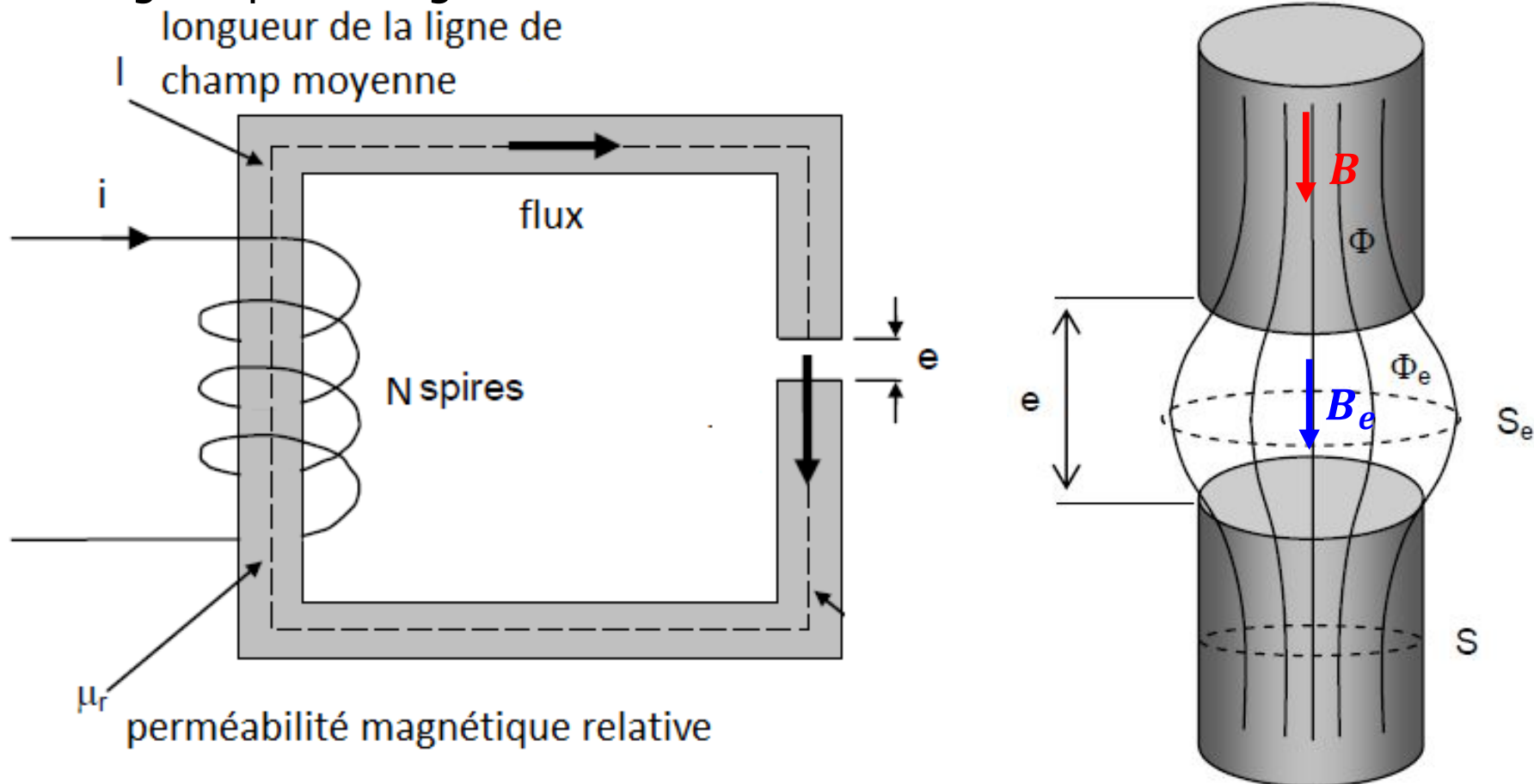


# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## 1.7 Applications:

### Exemple 2: circuit magnétique avec entrefer

Dans un entrefer d'épaisseur  $e$ , le tube de champ canalisé par le matériau ferromagnétique s'élargit.



# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## 1.7 Applications:

### Exemple 2: circuit magnétique avec entrefer

- Conservation du flux:

$$\phi = \phi_e \Rightarrow BS = B_e S_e;$$

- L'épaisseur de l'entrefer  $e$  est faible devant la longueur de la ligne de champ moyenne ( $\ell \gg e$ ), on néglige la dispersion des lignes de champ dans l'entrefer, donc  $S = S_e \Rightarrow B = B_e$ ;  $H = B/\mu$  et  $H_e = B/\mu_0$

- Réductance du matériau ferromagnétique:

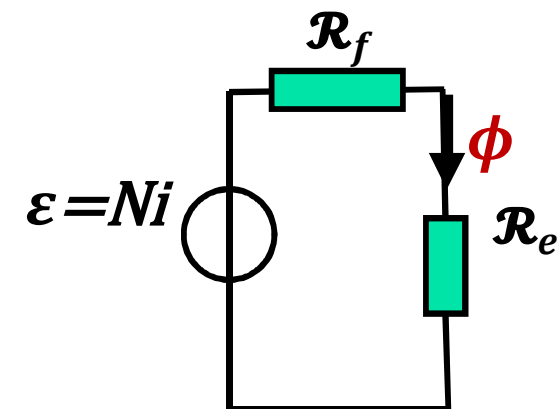
$$\mathcal{R} = \frac{\ell - e}{\mu_0 \mu_r S} \approx \frac{\ell}{\mu_0 \mu_r S}$$

- Réductance de l'entrefer:

$$\mathcal{R}_e = \frac{e}{\mu_0 S}$$

- Loi d'Hopkinson:

$$\varepsilon = Ni = H\ell + H_e e = (\mathcal{R} + \mathcal{R}_e)\phi$$

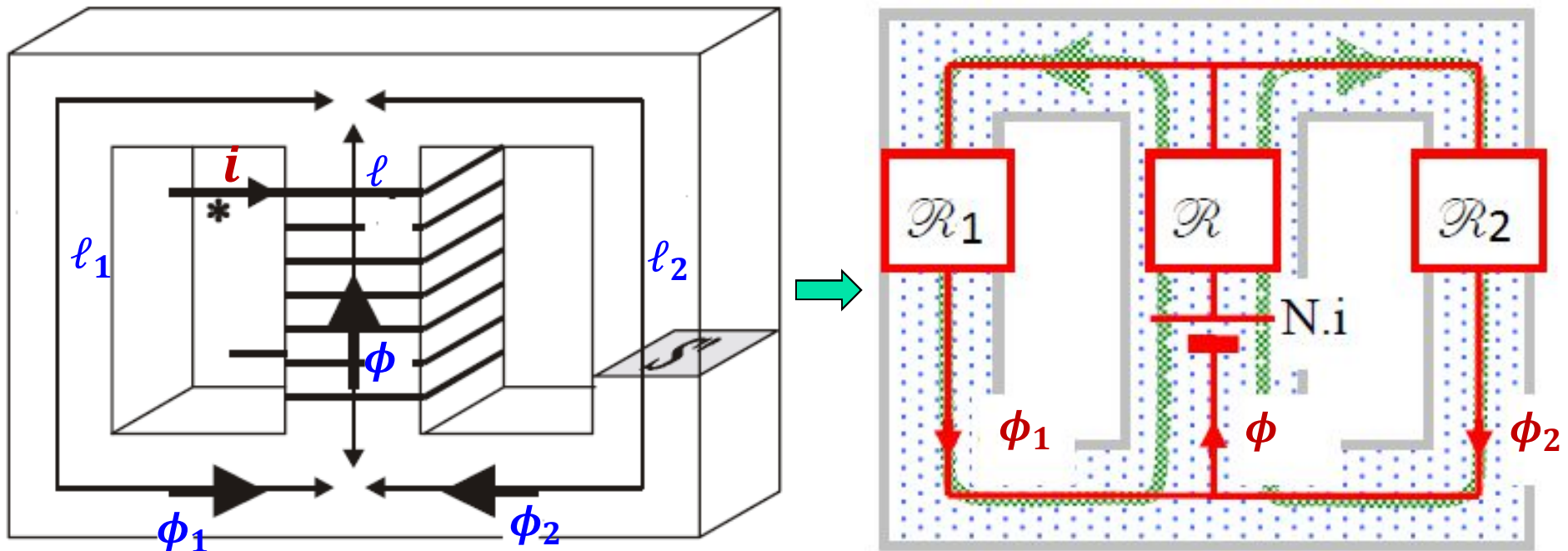


# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## 1.7 Applications:

### Exemple 3: circuit magnétique parallèle

Circuit magnétique constitué de 3 morceaux de perméabilité magnétique différentes.



- Loi d'Hopkinson :

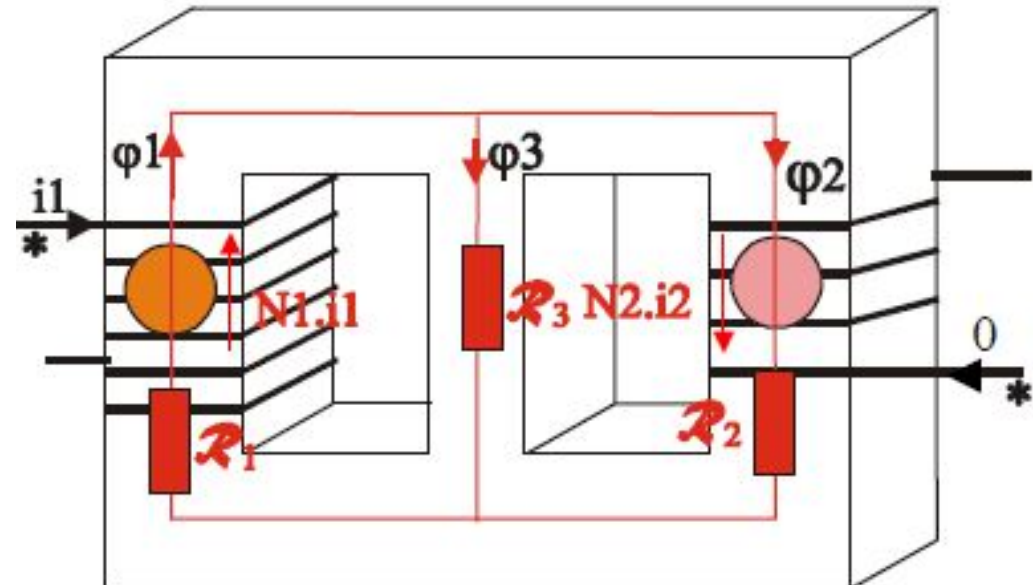
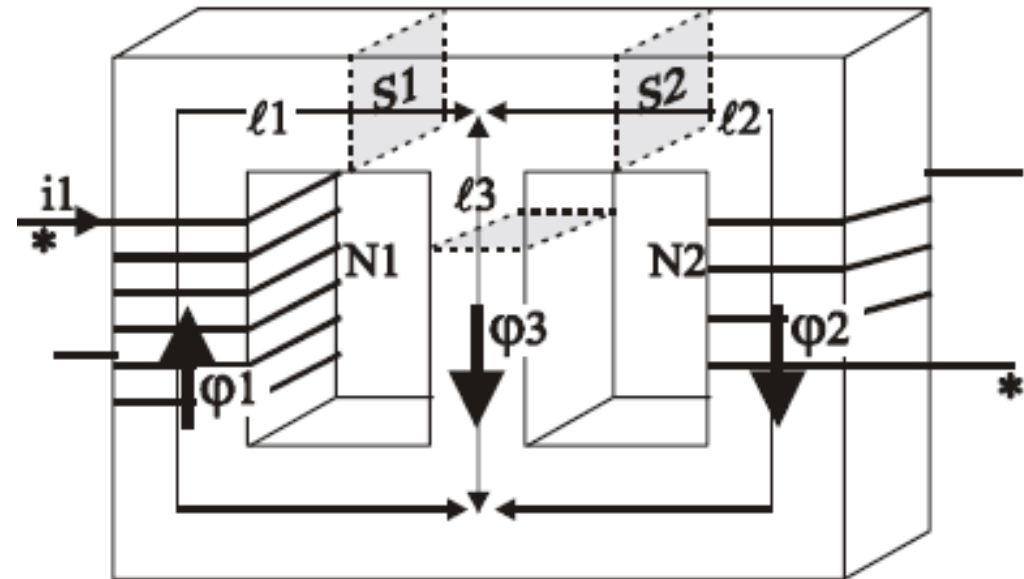
$$Ni = \mathcal{R}\phi + \mathcal{R}_1\phi_1; \quad Ni = \mathcal{R}\phi + \mathcal{R}_2\phi_2; \quad \phi = \phi_1 + \phi_2$$

# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## 1.7 Applications:

### Exemple 4: circuit magnétique parallèle

Circuit magnétique constitué de 3 morceaux de perméabilité magnétique différentes avec deux bobines:



# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## 2. Bobine à noyau de fer

Un bobinage associé à un circuit magnétique constitue une bobine à noyau de fer.

### 2.1. Inductance propre de la bobine

- Le flux d'induction magnétique à travers une section  $S$  du circuit magnétique, c'est le flux embrassé par chaque spire du circuit électrique de même surface:

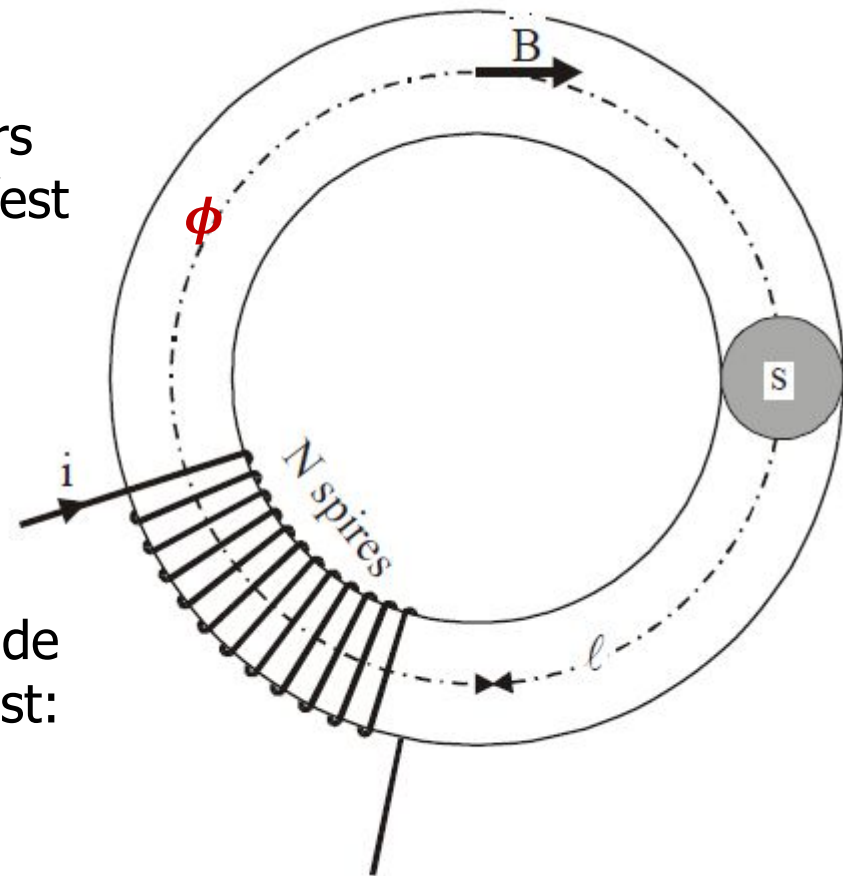
$$\phi = BS$$

- D'après la loi d'Hopkinson:

$$\phi = \frac{Ni}{\mathcal{R}}$$

- Le flux total à travers toutes les spires de la bobine ou flux propre de la bobine est:

$$\phi_T = N\phi = \frac{N^2}{\mathcal{R}} i$$



# Chapitre 1 : Electromagnétisme

- **L'inductance propre** (en Henry H) de la bobine est le coefficient de proportionnalité entre le flux total  $\phi_T$  et le courant  $i$  :

$$L = \frac{\phi_T}{i} = \frac{N^2}{\mathcal{R}} = \frac{N^2 \mu_0 \mu_r S}{\ell}$$

- Une bobine est linéaire si son inductance  $L$  est constante (matériau linéaire  $\mu_r = cst$ ).

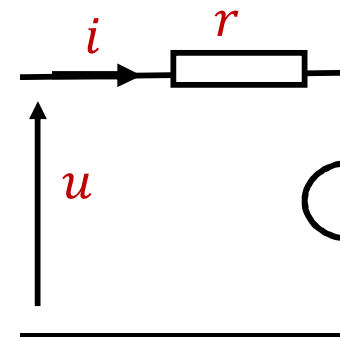
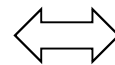
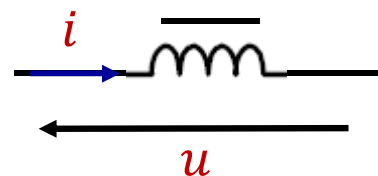
## 2.2. Modèle électrique linéaire de la bobine

### ○ Sans fuites magnétiques:

- Si le courant  $i$  est variable (alternatif par exemple), le flux propre qu'il produit est variable et il induit aux bornes du circuit électrique une force électromotrice (f.é.m):

- **Loi de Lenz-Faraday:** La fem induite est:  $e = -\frac{d\phi_T}{dt} = -N \frac{d\phi}{dt} = -L \frac{di}{dt}$

- Le modèle électrique linéaire d'une bobine d'inductance  $L$  et de résistance  $r$  est:



$$e = -N \frac{d\phi}{dt} \\ = -L \frac{di}{dt}$$

# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## ○ Avec fuites magnétiques:

Toutes les lignes de champ créées par la bobine n'apparaissent pas dans le circuit magnétique (pour des raisons de fabrication). certaines d'entre-elles se rebouclent dans l'air proche des spires.

- Le flux par spire est:

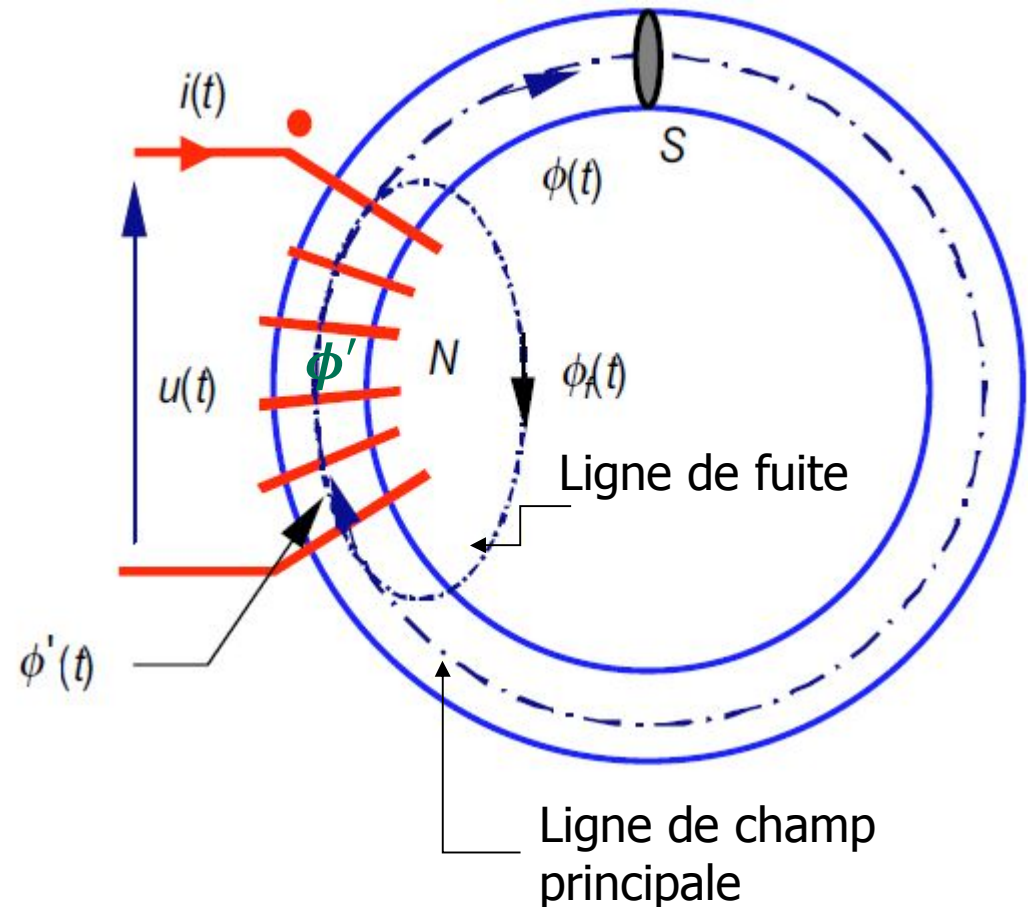
$$\phi' = \phi + \phi_f$$

avec  $\phi$  est le flux dans le matériau et  $\phi_f$  est le flux de fuite.

- Loi de Lenz-Faraday: la fem induite dans le bobinage est:

$$e' = -N \frac{d\phi'}{dt}$$

- En pratique  $\phi \gg \phi_f$  à cause de la perméabilité élevée du matériau.



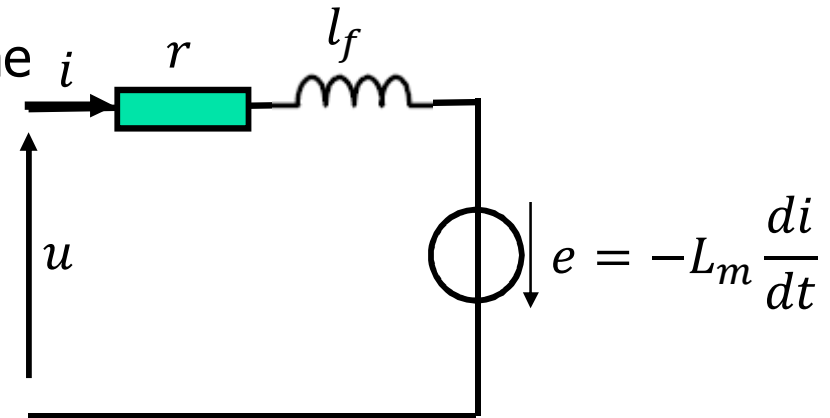
# Chapitre 1 : Electromagnétisme

- Le modèle électrique **linéaire** d'une bobine d'inductance  $L$  et de résistance  $r$  est:
- La tension aux bornes de la bobine :

$$u = ri - e' = ri + N \frac{d\phi'}{dt}$$

- Donc:

$$u = ri + N \frac{d\phi_f}{dt} + N \frac{d\phi}{dt}$$



- On admet que le flux total de fuites est proportionnel au courant qui le produit:  $N\phi_f = l_f i$

Où  $l_f$  représente l'inductance de fuite associée au flux de fuite  $\phi_f$ .

- De même le flux dans le matériau:  $N\phi = L_m i$

Où  $L_m$  représente l'inductance principale ou inductance de **magnétisation** associée au flux principal (ou flux de magnétisation)  $\phi$ .

- La tension peut donc s'écrire:

$$u = ri + l_f \frac{di}{dt} + N \frac{d\phi}{dt} = ri + (L_m + l_f) \frac{di}{dt} = ri + L \frac{di}{dt}$$

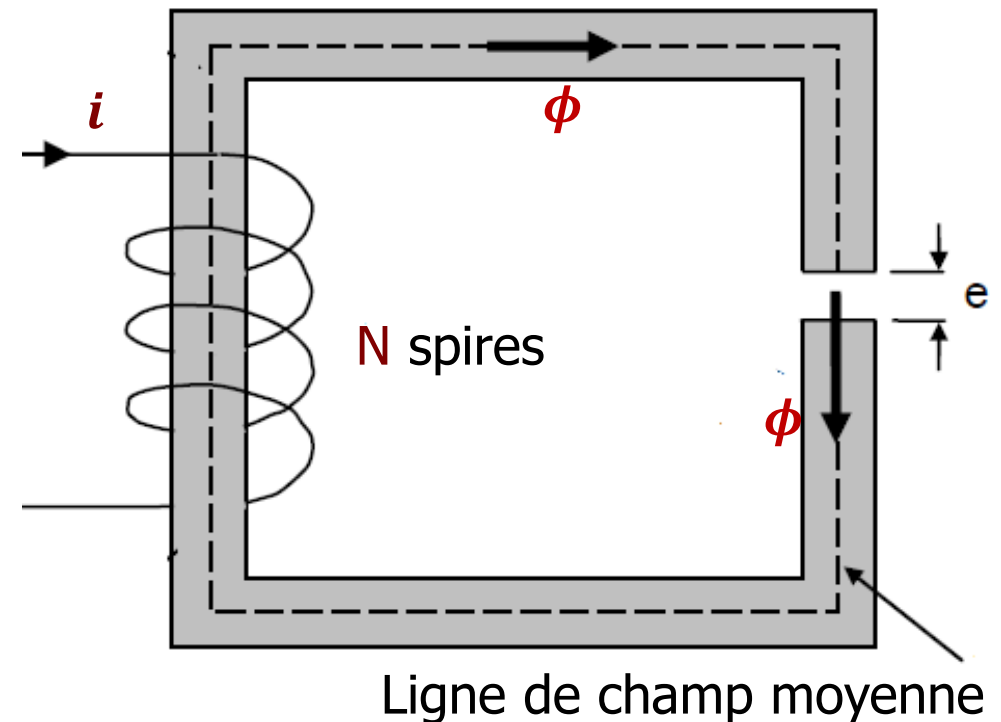
- L'inductance propre de la bobine est :  $L = L_m + l_f$

# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## Application: circuit magnétique avec entrefer

L'**entrefer** (petit espace de l'air) dans un circuit magnétique peut être:

- ❑ **Structural:** Assurer la mobilité d'une partie du circuit magnétique, c'est le cas dans les machines tournantes où le rotor est séparé du stator par un entrefer que l'on souhaite le plus petit possible;
- ❑ **Intentionnel:**
  - Pour placer un appareil de mesure ou un capteur dans l'entrefer pour mesurer le champ dans le circuit magnétique.
  - Permet d'éviter la saturation du circuit magnétique et confère une plus grande linéarité à l'inductance ainsi créée.



# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## Application: circuit magnétique avec entrefer

On suppose que le circuit magnétique est linéaire ( $B = \mu_0 \mu_r H$ ; avec  $\mu_r = \text{cst}$ ), le flux de fuite est négligeable et que l'entrefer est étroit (pas de dispersion des lignes de champ):

- L'entrefer permet d'augmenter la réluctance du circuit magnétique:

$$\mathcal{R}' = \mathcal{R} + \mathcal{R}_e$$

avec:  $\mathcal{R} = \frac{\ell}{\mu_0 \mu_r S}$  est la réluctance du matériau ferromagnétique et  $\mathcal{R}_e = \frac{e}{\mu_0 S}$

est la réluctance de l'entrefer  $\mathcal{R}_e = \frac{e}{\mu_0 S}$

- On peut donc écrire:

$$\mathcal{R}' = \frac{\ell + \mu_r e}{\mu_0 \mu_r S}$$

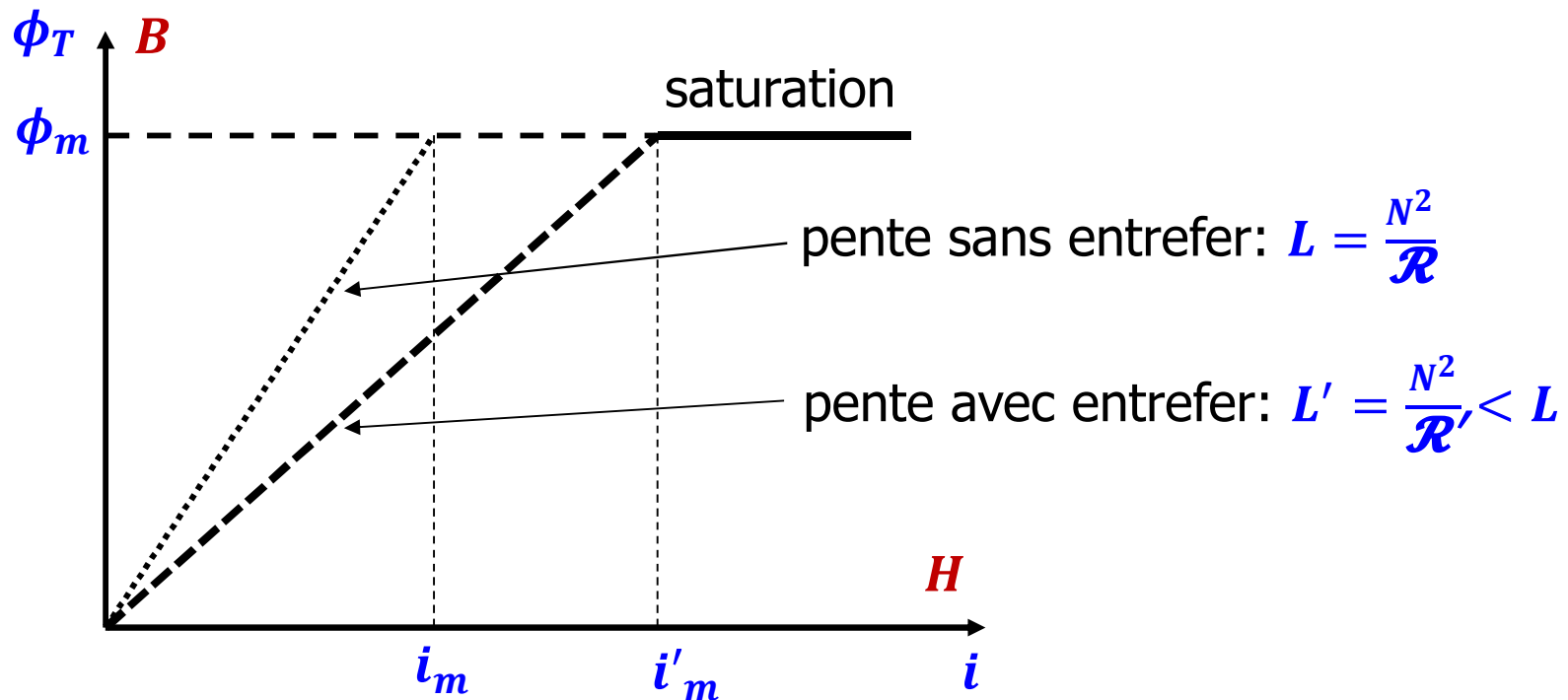
- Inductance propre de la bobine avec entrefer est :

$$L' = \frac{\Phi_T'}{i} = \frac{N^2}{\mathcal{R}'} = \frac{N^2 \mu_0 \mu_r S}{\ell + \mu_r e}$$

- L'entrefer entraîne une diminution de l'inductance propre de la bobine.

# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## Application: circuit magnétique avec entrefer



- L'entrefer permet d'augmenter la valeur de l'intensité qui provoque la saturation du circuit magnétique.
- L'entrefer éloigne l'apparition du phénomène de saturation lorsque le courant augmente.

# Chapitre 1 : Electromagnétisme

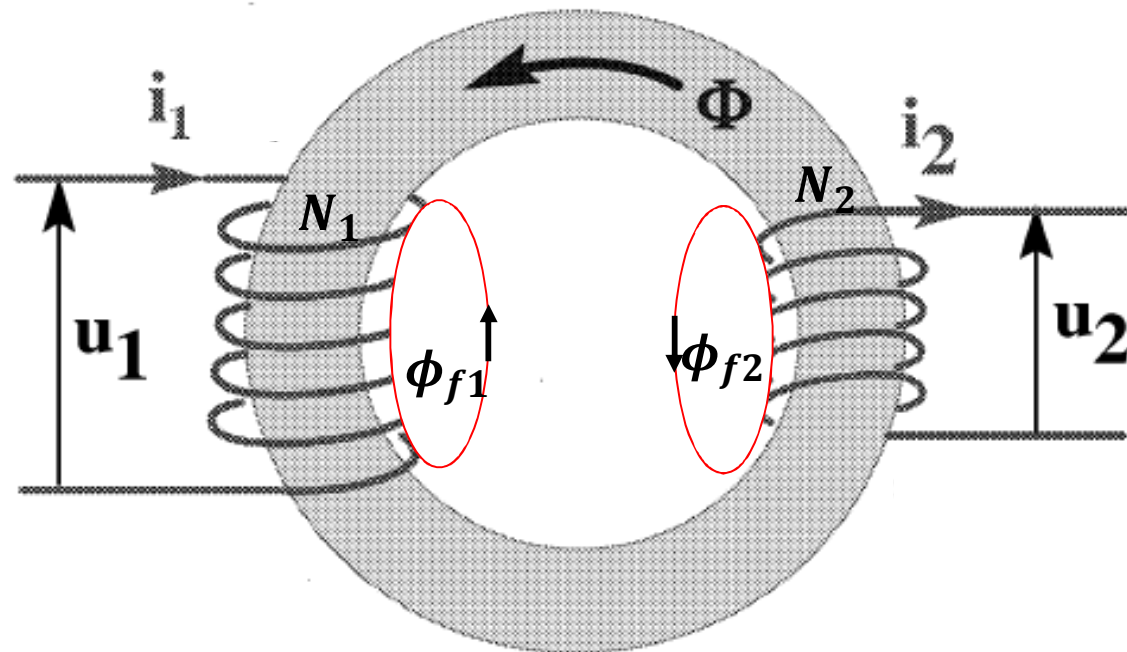
## 2.3. Inductance mutuelle

Deux enroulements comportant respectivement  $N_1$  et  $N_2$  spires et sont parcourus par des courants d'intensités respectives  $i_1$  et  $i_2$ .

On suppose que le circuit magnétique est linéaire.

On désigne par:

- $\phi$  le flux commun, c'est le flux qui traverse l'ensemble des spires des deux bobines.
- $\phi_{f1}$  et  $\phi_{f2}$  les flux de fuites par spire des bobines.
- $\mathcal{R}$  la réluctance du matériau.
- $\mathcal{R}_{air}$  la réluctance de l'air.



# Chapitre 1 : Electromagnétisme

- Le flux total dans la bobine 1 est:

$$\phi_1 = N_1(\phi + \phi_{f1})$$

Avec:  $N_1\phi_{f1} = l_{f1}i_1$ ;  $l_{f1} = N_1^2/\mathcal{R}_{air}$

- Le flux total à travers la bobine 2 est:

$$\phi_2 = N_2(\phi + \phi_{f2})$$

Avec:  $N_2\phi_{f2} = l_{f2}i_2$ ;  $l_{f2} = N_2^2/\mathcal{R}_{air}$

- La loi d'Ampère donne:

$$N_1i_1 + N_2i_2 = \mathcal{R}\phi \Rightarrow \phi = (N_1i_1 + N_2i_2)/\mathcal{R}$$

- En reportant dans les expressions des flux totaux de chaque bobine, on a:

$$\phi_1 = \left( \frac{N_1^2}{\mathcal{R}} + \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_{air}} \right) i_1 + \frac{N_1N_2}{\mathcal{R}} i_2$$

$$\phi_2 = \left( \frac{N_2^2}{\mathcal{R}} + \frac{N_2^2}{\mathcal{R}_{air}} \right) i_2 + \frac{N_1N_2}{\mathcal{R}} i_1$$

On définit les inductances propres et mutuelles des deux bobines :

- Inductance propre de la bobine 1:

$$L_1 = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}} + \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_{air}} = L_{m1} + l_{f1}$$

# Chapitre 1 : Electromagnétisme

- Inductance propre de la bobine 2:

$$L_2 = \frac{N_2^2}{\mathcal{R}} + \frac{N_2^2}{\mathcal{R}_{air}} = L_{m2} + l_{f2}$$

- Inductance mutuelle entre les deux bobines couplées:

$$M_{12} = M_{21} = M = \frac{N_1 N_2}{\mathcal{R}} = \sqrt{L_{m1} L_{m2}}$$

- On caractérise la perfection du couplage entre les deux bobines par le coefficient de couplage:  $k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$

## Remarque:

- S'il n'y a pas de fuite,  $k = 1$ , le couplage est parfait.
- Le coefficient de couplage est excellent pour un transformateur ( $k > 0,95$ ), mais il est beaucoup plus faible pour une machine asynchrone ( $k \approx 0,6$ ).
- La tension aux bornes de chaque bobine est:

$$u_1 = r_1 i_1 + \frac{d\phi_1}{dt} = r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$
$$u_2 = r_2 i_2 + \frac{d\phi_2}{dt} = r_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## 2.4. Comportement de la bobine en régime sinusoïdal

Dans les applications technologiques (industrielles ou domestiques), les bobinages sont souvent alimentés par une tension sinusoïdale.

### Hypothèse de Kapp :

- On néglige les chutes de tensions  $ri$  et  $l_f \frac{di}{dt}$

### Relation entre la tension et le flux :

L'enroulement de la bobine est alimenté par une tension sinusoïdale:

$$u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t)$$

- Avec l'hypothèse de Kapp (ou hypothèse du flux forcé):

$$u(t) = N \frac{d\phi(t)}{dt}$$

- Donc:

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{U\sqrt{2}}{N} \cos(\omega t)$$

- D'où l'expression du flux:

$$\phi(t) = \frac{U\sqrt{2}}{N\omega} \sin(\omega t) + \phi_0 = \frac{U\sqrt{2}}{N\omega} \cos(\omega t - \pi/2) + \phi_0$$

# Chapitre 1 : Electromagnétisme

- En considérant la démagnétisation initiale (**flux rémanent du matériau**  $\phi_0 = 0$ ), on obtient alors:

$$\phi(t) = \frac{U\sqrt{2}}{N\omega} \cos(\omega t - \pi/2)$$

- Le flux est donc sinusoïdal en quadrature retard sur la tension.

## Formule de Boucherot:

- On peut écrire le flux sous la forme :

$$\phi(t) = \phi_m \cos(\omega t - \pi/2); \quad \phi_m = \frac{U\sqrt{2}}{N\omega}$$

- La valeur maximal du flux  $\phi_m$  ne dépend que de la valeur efficace  $U$  de la tension d'alimentation (à fréquence constante), on dit que la bobine (comme le transformateur et les machines triphasés) travaille à **flux forcé**.

- L'identification des amplitudes donne:

$$U = \frac{N\omega\phi_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi Nf\phi_m}{\sqrt{2}}$$

- On obtient la **relation de Boucherot**:

$$U = 4,44Nf\phi_m = 4,44NfB_mS$$



# Chapitre 1 : Electromagnétisme

---

## Relation entre le flux et le courant:

- De la relation:

$$N\phi = Li$$

- On déduit le courant:

$$i(t) = \frac{U\sqrt{2}}{L\omega} \cos(\omega t - \pi/2)$$

- On retrouve la définition de l'impédance de l'inductance d'une **bobine parfaite** en régime sinusoïdal:  $Z = L\omega$

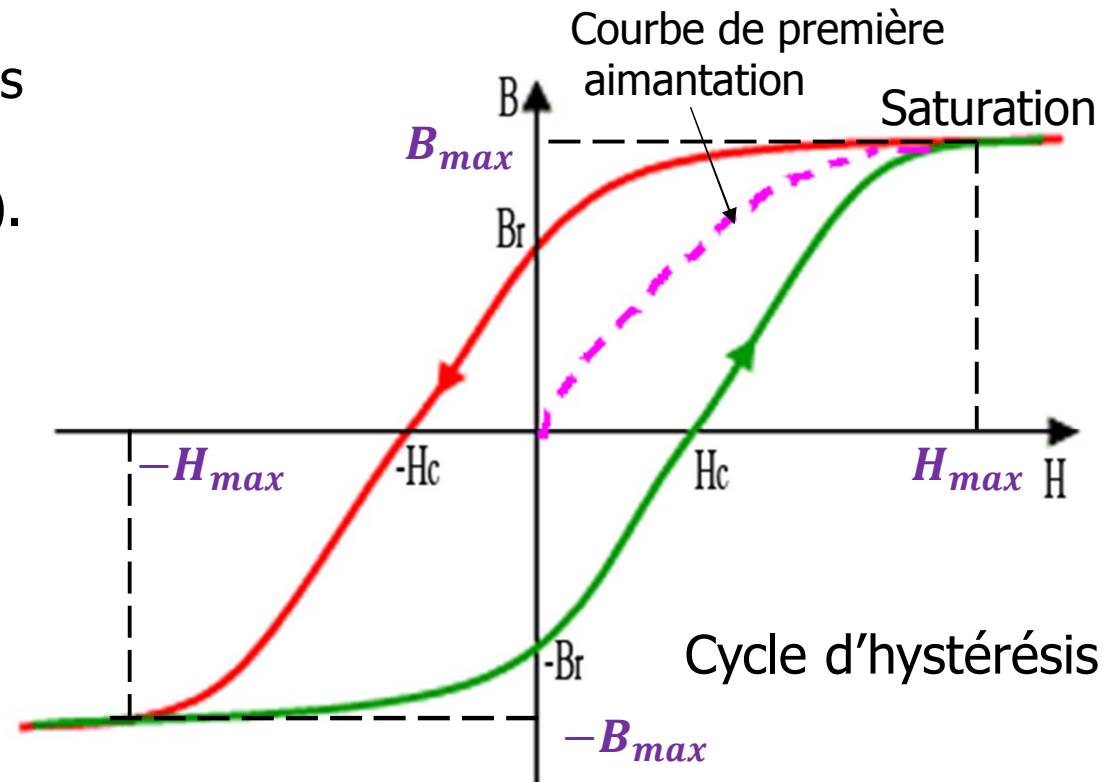
## En conclusion:

- La tension d'alimentation  $U$  impose un flux  $\phi_m$  et l'enroulement de la bobine appelle un courant  $i$  en conséquence.
- La Formule de Boucherot permet de calculer le nombre de spires  $N$  pour avoir un flux  $\phi_m$  donné.

# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## 2.5. Comportement non linéaire de la bobine en régime sinusoïdal

- Au niveau industriel, en raison des tensions et courants élevés en régime sinusoïdal, le matériau est saturé ( $\mu_r \neq cst$ ).
- Les matériaux ferromagnétiques ont une caractéristique  $B = f(H)$  non linéaire présentant des phénomènes de saturation et d'hystérésis.
- La réluctance  $\mathcal{R}$  et donc l'inductance propre  $L$  ne peuvent plus être considérées comme constantes.

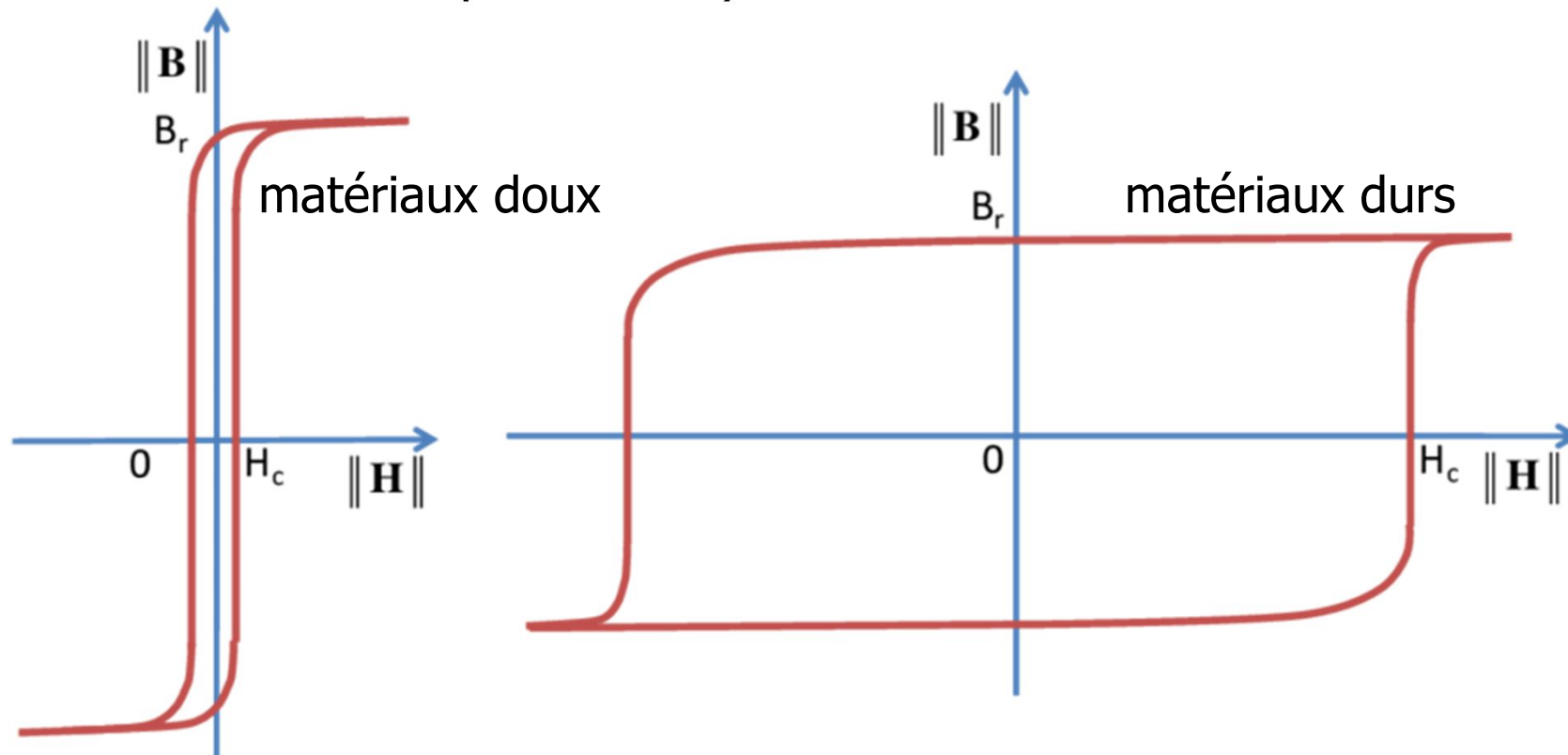


- $B_r$  est le champ magnétique rémanent qui subsiste après disparation de l'excitation.
- $H_c$  est l'excitation coercitive qu'il faut appliquer pour annuler le champ magnétique.

# Chapitre 1 : Electromagnétisme

Les matériaux ferromagnétiques sont classés en:

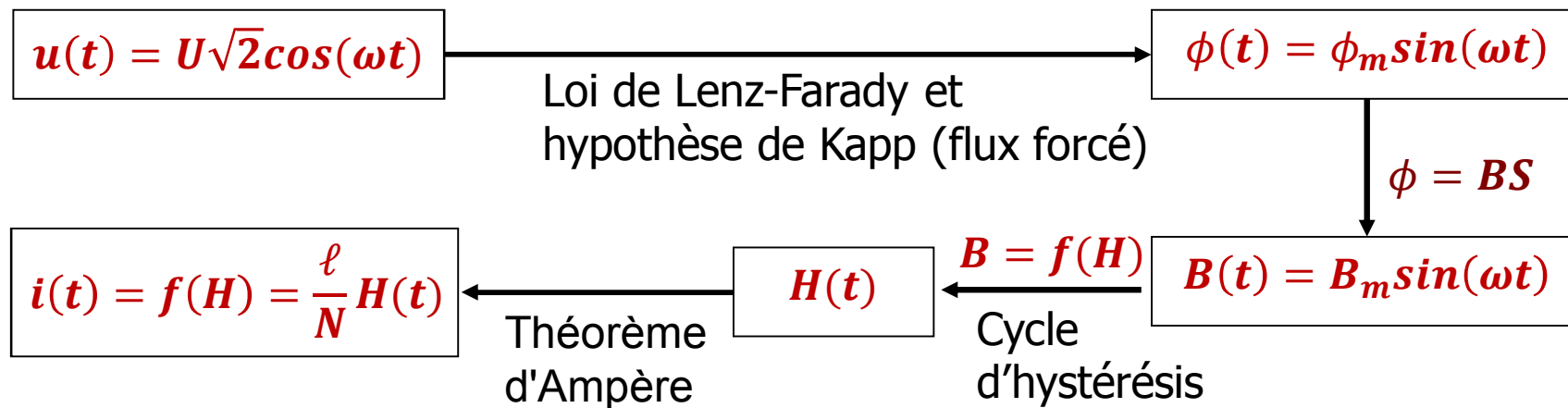
- **Matériaux doux:** ont un cycle étroit (utilisés dans les machines électriques du fait de leurs faibles pertes ferromagnétiques).
- **Matériaux durs:** ont un cycle d'hystérésis large, qui présentent un champ rémanent élevé et une excitation coercitive élevée (utilisés pour réaliser des aimants permanents).



# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## Courant absorbé par la bobine en régime sinusoïdal

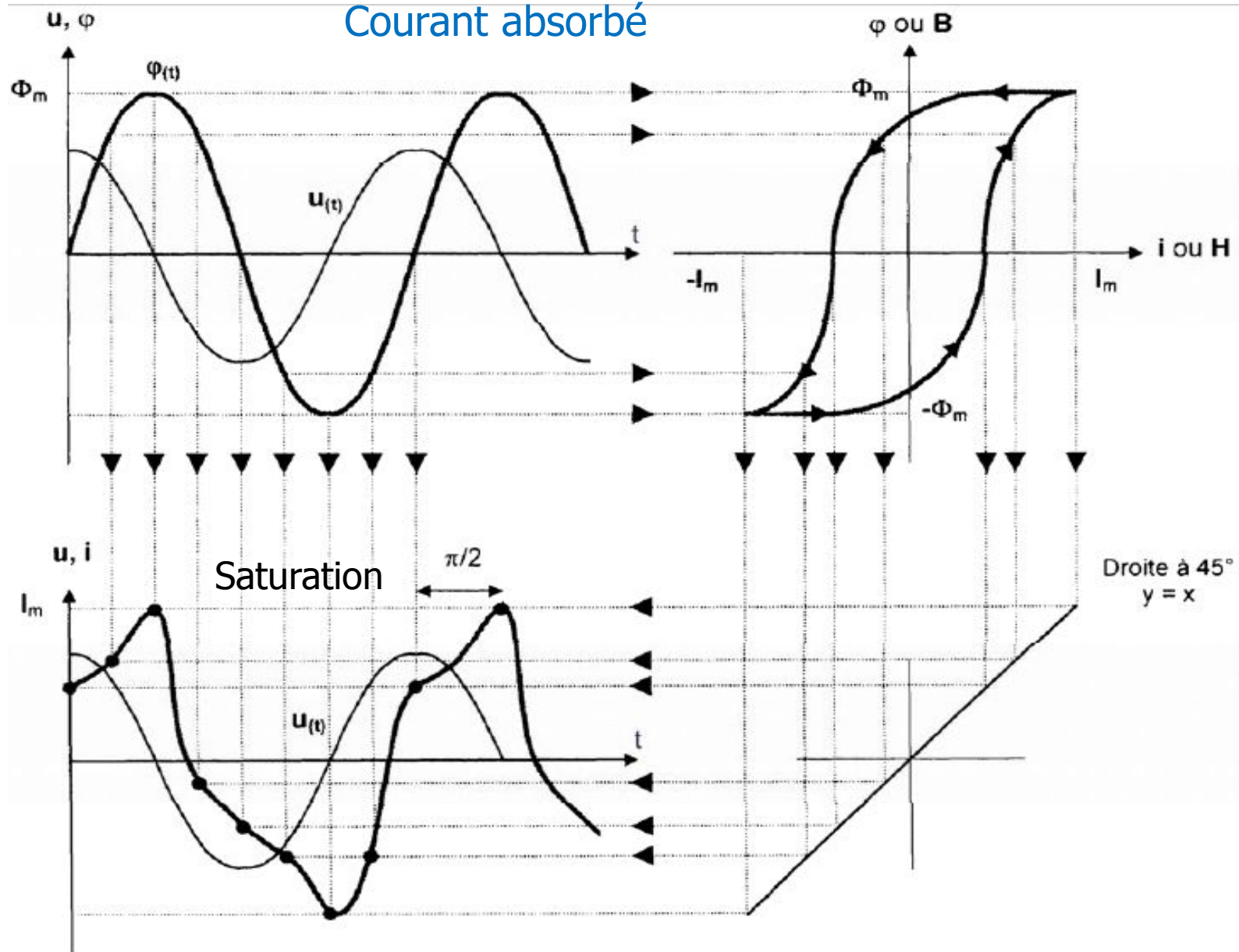
Comment passer de la tension au courant si le comportement  $B = f(H)$  du matériau n'est pas linéaire.



- A cause de la caractéristique non linéaire  $B = f(H)$  (hystérésis et saturation) du matériau, le courant  $i(t)$  appelé par la bobine a une allure périodique non sinusoïdale, bien que  $u(t)$  et  $\phi(t)$  soient sinusoïdaux.
- Pour déterminer le courant  $i(t)$ , il faut procéder à une construction graphique point par point.
- Le courant est d'autant plus déformé que le circuit magnétique est saturé.

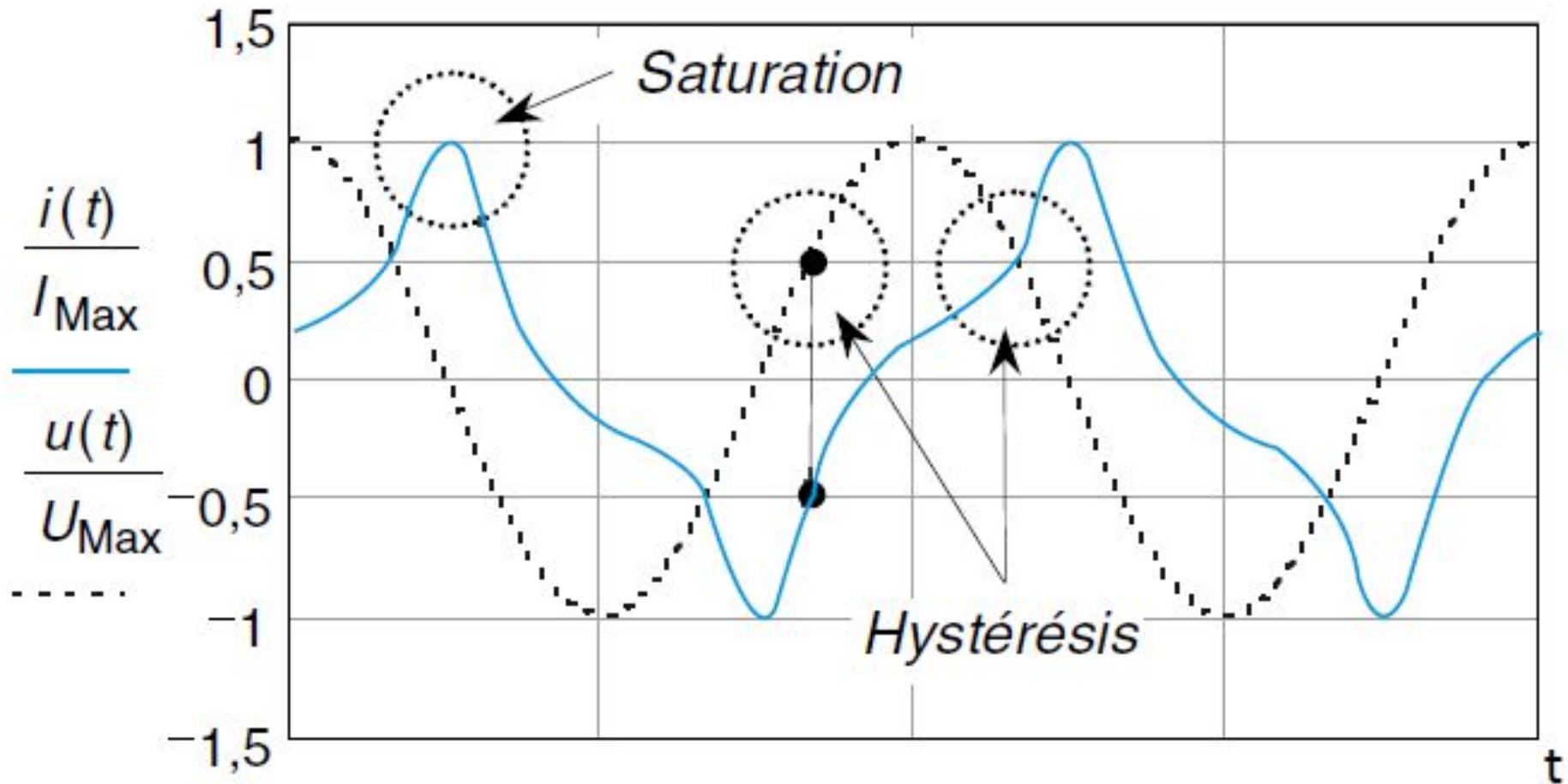
# Chapitre 1 : Electromagnétisme

Courant absorbé



# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## Courant absorbé



# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## 2.6. Pertes ferromagnétiques dans une bobine à noyau de fer

Il y a deux grandes sources de pertes dans les matériaux magnétiques:

- **Pertes par hystérésis,**
- **Pertes par courants de Foucault.**

### Energie magnétique emmagasinée :

Soit une bobine de  $N$  spires, de résistance  $r$ , bobinée sur un circuit magnétique sans fuite de section droite  $S$  et de longueur de champ moyenne  $\ell$ .

- Tension aux bornes de la bobine:

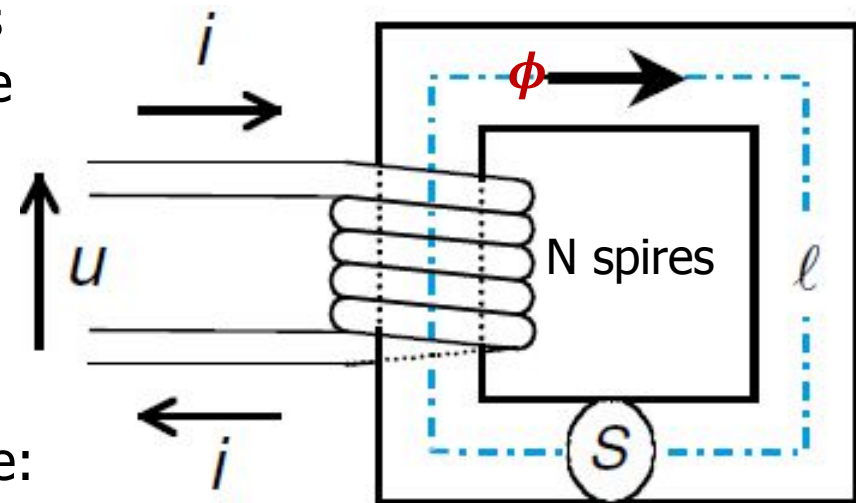
$$u = ri + N \frac{d\phi}{dt} = ri + \frac{d\phi_T}{dt}$$

Avec:  $\phi_T = N\phi$  est le flux total.

- L'énergie électrique reçue par la bobine:

$$dW = uidt = ri^2 dt + \frac{d\phi_T}{dt} idt$$

- Energie perdue par effet de joule dans la résistance:  $ri^2 dt$





# Chapitre 1 : Electromagnétisme

---

- Energie magnétique cédée au circuit magnétique:

$$dW_{mag} = id\phi_T = Nid\phi = H\ell(SdB)$$

- On en déduit l'énergie magnétique:

$$dW_{mag} = VHdB$$

## Energie magnétique emmagasinée :

L'énergie magnétique (en J) stockée dans un matériau de volume  $V$  soumis à un champ magnétique  $B$  est définie par:

$$W = V \int HdB = \int id\phi_T$$

## Pertes par hystérésis:

- Sous excitation alternative, le matériau magnétique fait un cycle d'hystérésis et crée ainsi des pertes d'énergie dans le noyau sous forme de chaleur.
- Ces pertes proviennent de la différence entre l'énergie emmagasinée durant la croissance de  $H$  et celle restituée lors de la décroissance.

# Chapitre 1 : Electromagnétisme

- Pour un parcours complet du cycle, l'énergie perdue est proportionnelle à l'aire  $A_H$  du cycle d'hystérésis et au volume  $V$  du matériau :

$$W_{cycle} = VA_H$$

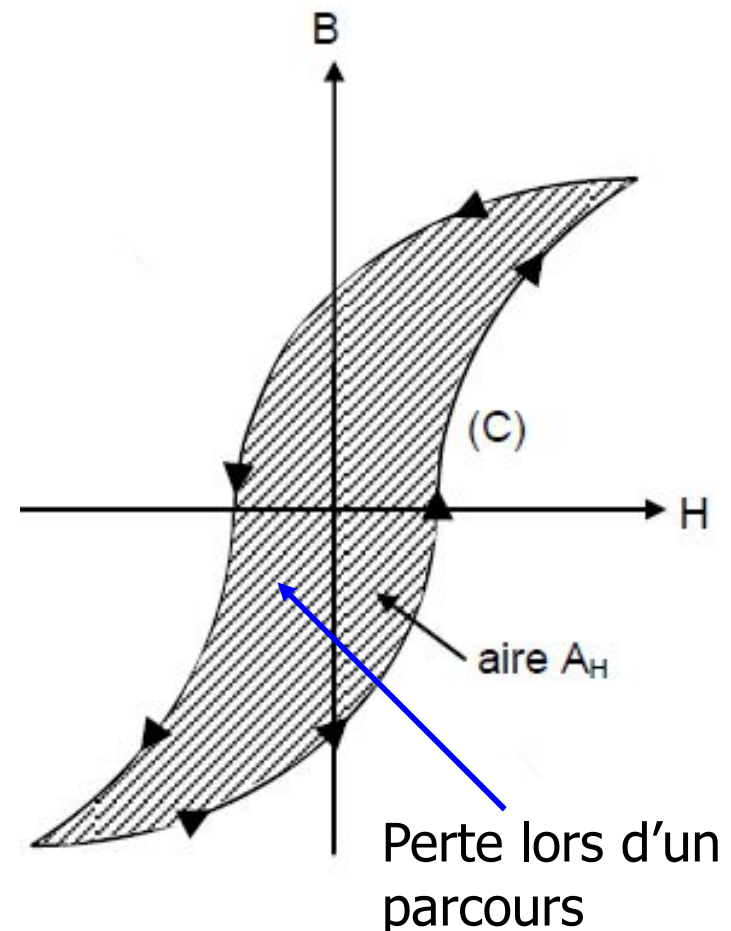
- Les pertes correspondantes sont appelées **pertes par hystérésis**.
- Les pertes par hystérésis sont d'autant plus importantes que le nombre de cycles décrits par seconde est élevé (donc proportionnelles à la fréquence d'utilisation  $f$ ):

$$P_H = fW_{cycle} = fVA_H \text{ en (W)}$$

- Une formule empirique donnant la puissance consommée par la **formule de Steinmetz** :

$$P_H = K_H V f B_{max}^\eta$$

où  $K_H$  est une constante qui dépend du matériau (100 à 500).  $\eta$  (1,6 pour les noyaux pleins et 2 pour les tôles minces).





# Chapitre 1 : Electromagnétisme

---

## Moyens de réduction des pertes par hystérésis:

- On peut réduire ces pertes en utilisant des matériaux doux avec des cycles d'hystérésis étroits (tôles ayant un faible pourcentage de silicium).

## Pertes par courant de Foucault

- Les matériaux ferromagnétiques ont souvent des propriétés conductrices de courant.
- En présence d'un flux variable, la f.é.m. induite (loi de Faraday et de Lenz) crée les **courants de Foucault** circulant dans le matériau sur des plans perpendiculaires aux lignes de champ.
- Ces courants produisent un dégagement de chaleur par effet Joule ( $Ri^2$ ) au sein du circuit magnétique.
- Les pertes par courants de Foucault sont de la forme :

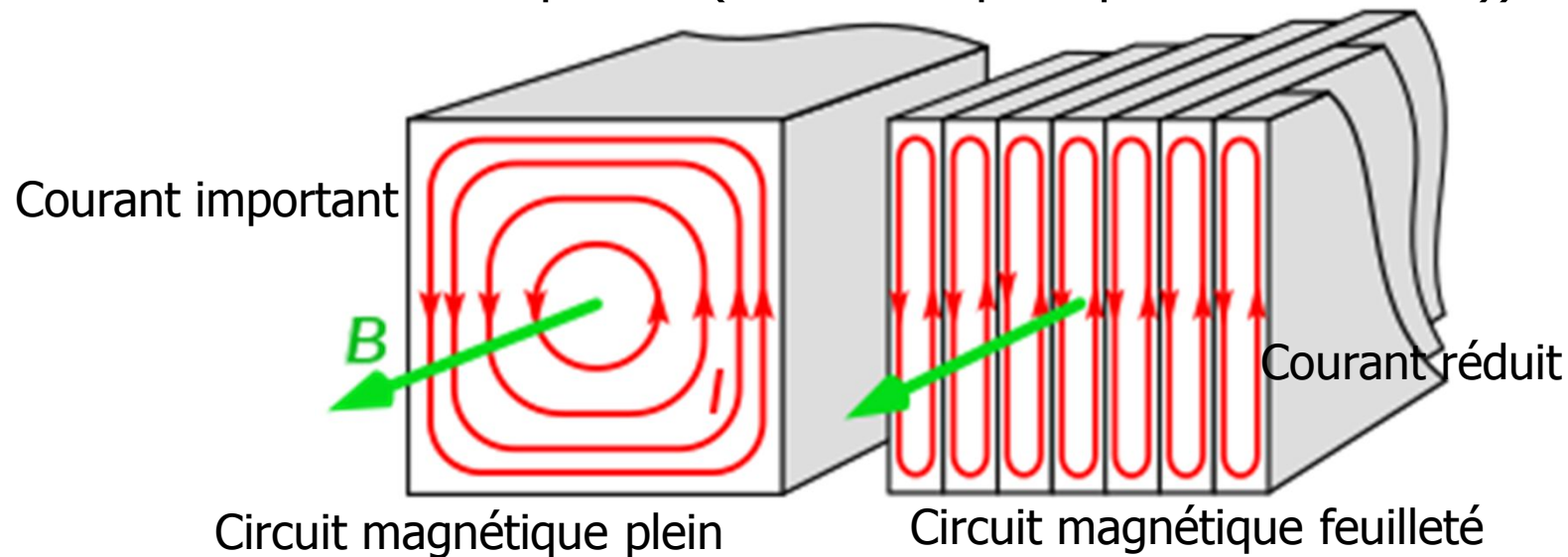
$$P_F = K_F V f^2 B_{max}^2$$

avec  $K_F$  est une constante dépendant du matériau.

# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## Moyens de réduction des pertes par courant de foucault :

- Feuilletage des circuits magnétiques parallèlement aux lignes de champ (tôles minces de 0,3 à 0,35 mm isolées entre elles par du vernis).
- Utilisation d'un matériau plus résistif (fer avec addition de silicium 3 % ou ferrite en haute fréquence (matériaux pratiquement isolants)).



**Remarque:** Si le champ magnétique est constant au cours du temps, les pertes magnétiques : pertes par courants de Foucault et pertes par hystérésis sont inexistantes. Le circuit magnétique est donc souvent constitué de fer doux massif.

# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## Globalisation des pertes : pertes fer

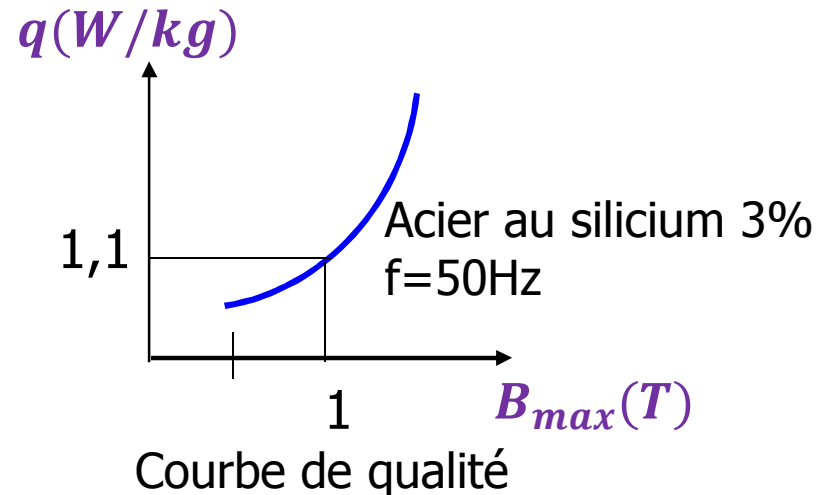
Les pertes fer constituent l'ensemble des pertes dans le matériau:

$$P_{fer} = P_H + P_F = V(K_H f B_{max}^2 + K_F f^2 B_{max}^2)$$

Habituellement, les pertes sont estimées à l'aide de données fournies par les constructeurs:  $P_{fer} = Mq$

avec:  $M$  masse en kg des tôles et  $q$  facteur de qualité des tôles magnétiques en W/kg.

- Les fabricants de tôles pour machines électriques fournissent des tables de valeurs de  $q$  relevées pour différentes valeurs de  $B_{max}$  à 50 Hz ou 60 Hz.
- Quand on ne dispose pas de ces tableaux, on admet la loi :  $q = KB_{max}^2$
- La valeur de  $K$  est calculé à partir de la courbe de qualité des tôles fournie par le fabriquant.
- Le fabricant donne fréquemment une valeur du facteur de qualité  $q$  (entre 1 et 1,5 W/kg pour les tôles ordinaires) pour une induction maximale  $B_{max} = 1T$  et une fréquence  $f = 50Hz$ .



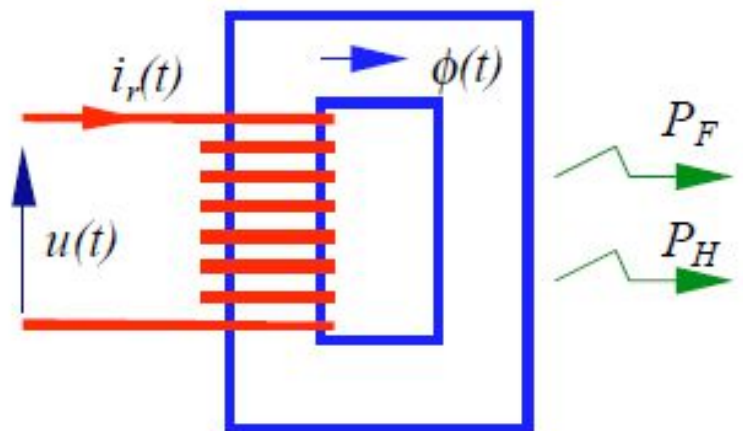
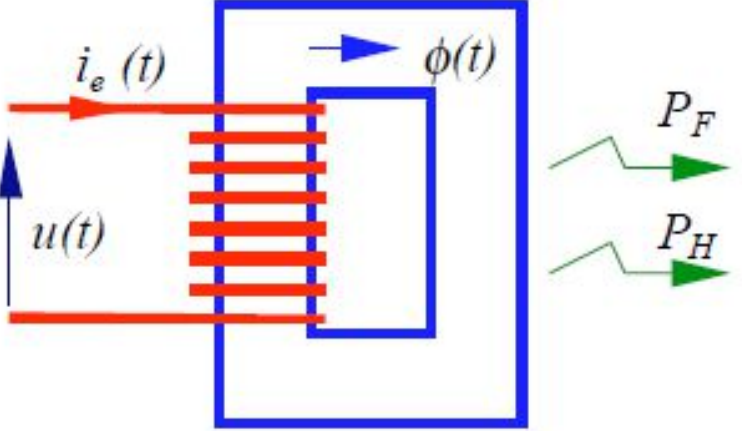
# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## 2.7. Modèle équivalent de la bobine réelle

Quand on applique une tension sinusoïdale à une bobine à noyau de fer, on constate que:

- De l'énergie est consommée en raison des pertes fer et pertes Joules.
- Le courant réel  $i_r$  appelé n'est pas sinusoïdal.

Pour continuer à utiliser les méthodes de calcul propres au régime sinusoïdal, on remplace le courant réel  $i_r$  par un courant fictif sinusoïdal équivalent  $i_e$  produisant le même champ et transportant la même puissance active.

<b>Bobine à noyau de fer (NF) réelle</b>	<b>Bobine à NF fictive équivalente</b>
 <p><math>i_r(t)</math> est périodique non sinusoïdal.</p>	 <p><math>i_e(t)</math> est sinusoïdal.</p>

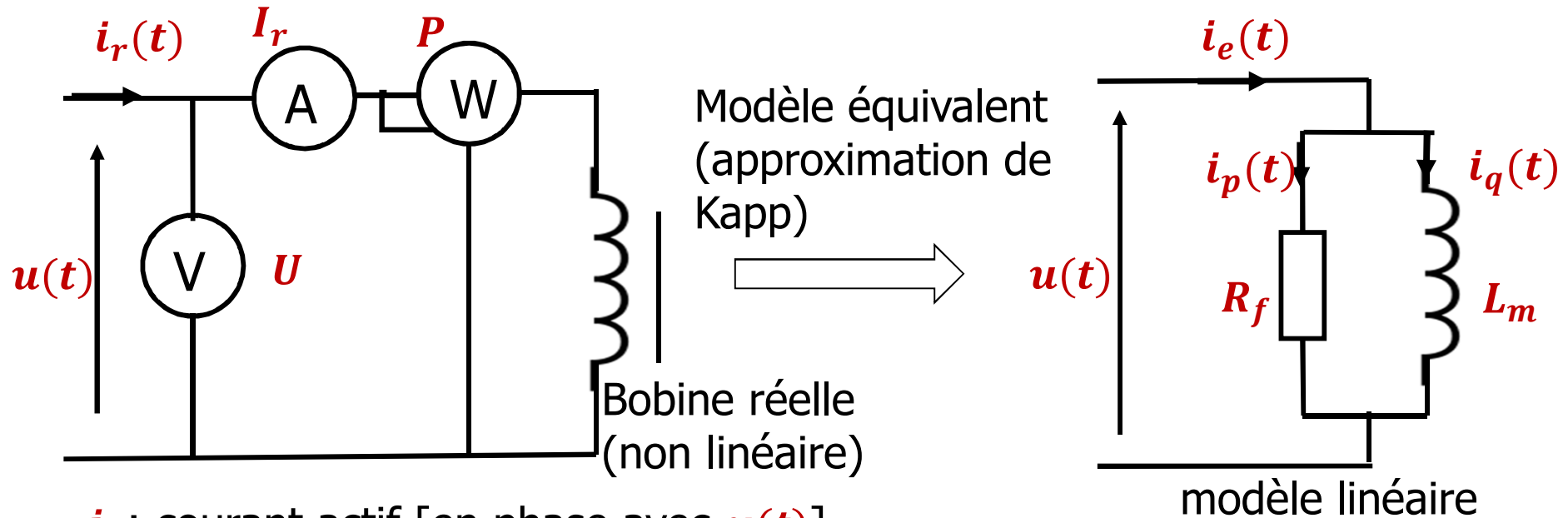
# Chapitre 1 : Electromagnétisme

Bobine à NF réelle	Bobine à NF fictive équivalente
$u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t)$ $\phi(t) = \phi_m \sin(\omega t)$ Le flux et le champ sont sinusoïdaux	Loi de lenz-Faraday + Hypothèse à flux forcé $u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t)$ $\phi(t) = \phi_m \sin(\omega t)$ Le flux et le champ sont sinusoïdaux
La valeur efficace $I_r$ de $i_r(t)$ peut être déterminé par un appareil de mesure	La valeur efficace $I_e$ de $i_e(t)$ est égale à $I_r$ pour s'assurer de la conservation du comportement énergétique
La mesure de la puissance active avec un wattmètre fournit globalement la somme des pertes fer $P_{fer}$	La puissance $P_{fer}$ est globalement celle consommée par une résistance notée $R_f$ sous la tension $u(t)$

Le modèle équivalent correspond à un courant sinusoïdal de même valeur efficace que le courant réel et la consommation d'une puissance active identique aux pertes fer

# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## Schéma équivalent simplifié:

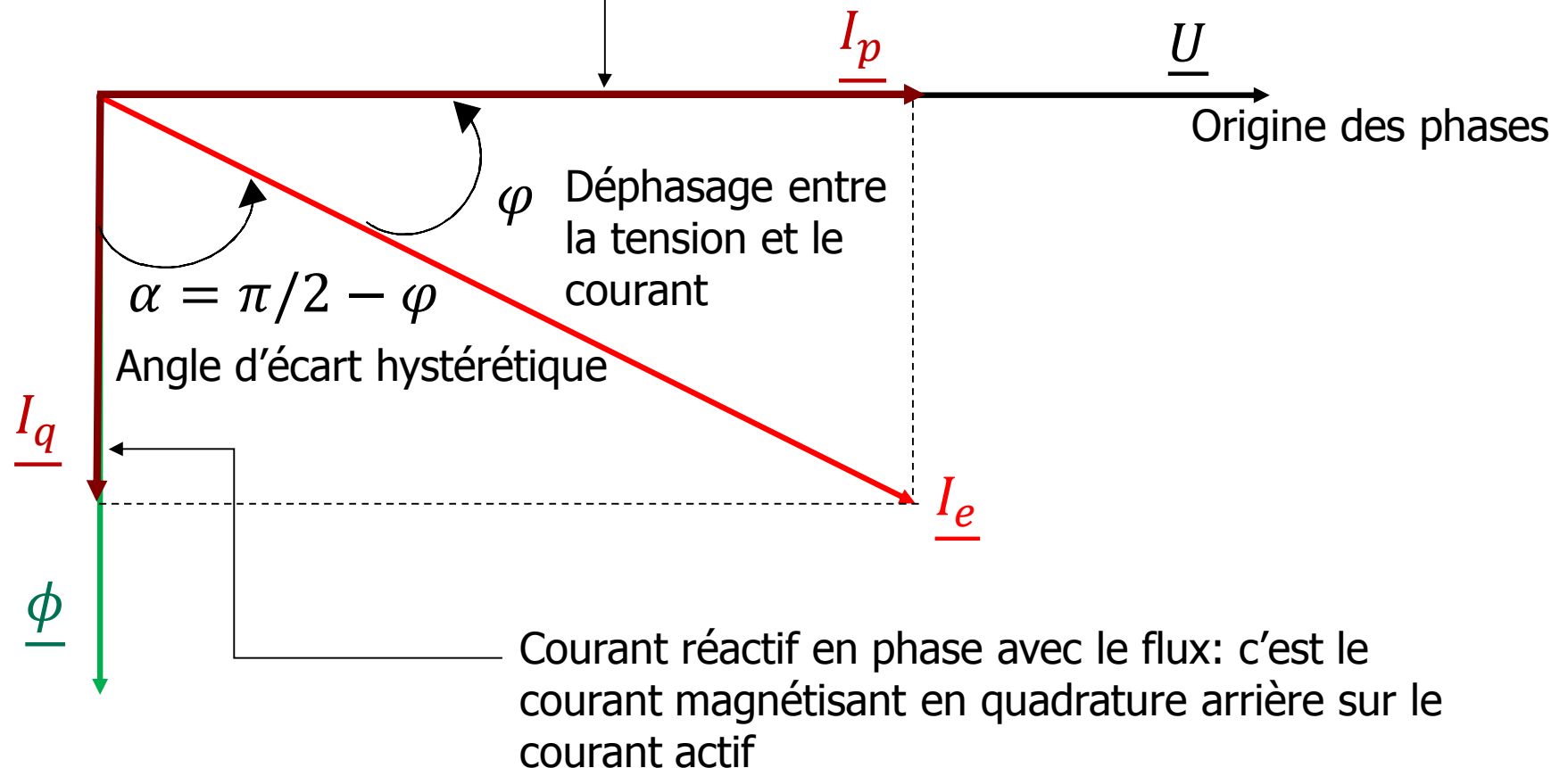


- $i_p$ : courant actif [en phase avec  $u(t)$ ]
- $i_q$ : courant réactif [en quadrature arrière par rapport à  $u(t)$ ].
- $R_f$ : modélise les pertes fer et se calcule à partir de la puissance active consommée  $P = P_{fer}$ :  $R_f = \frac{U^2}{P} = \frac{P}{I_p^2} = \frac{U}{I_p}$
- $L_m$ : modélise l'inductance de magnétisation. On la calcule à partir de la puissance réactive (puissance magnétisante)  $Q$ :  $X_m = L_m \omega = \frac{U^2}{Q} = \frac{Q}{I_q^2} = \frac{U}{I_q}$

# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## Diagramme de Fresnel de la bobine équivalente (dans l'approximation de Kapp)

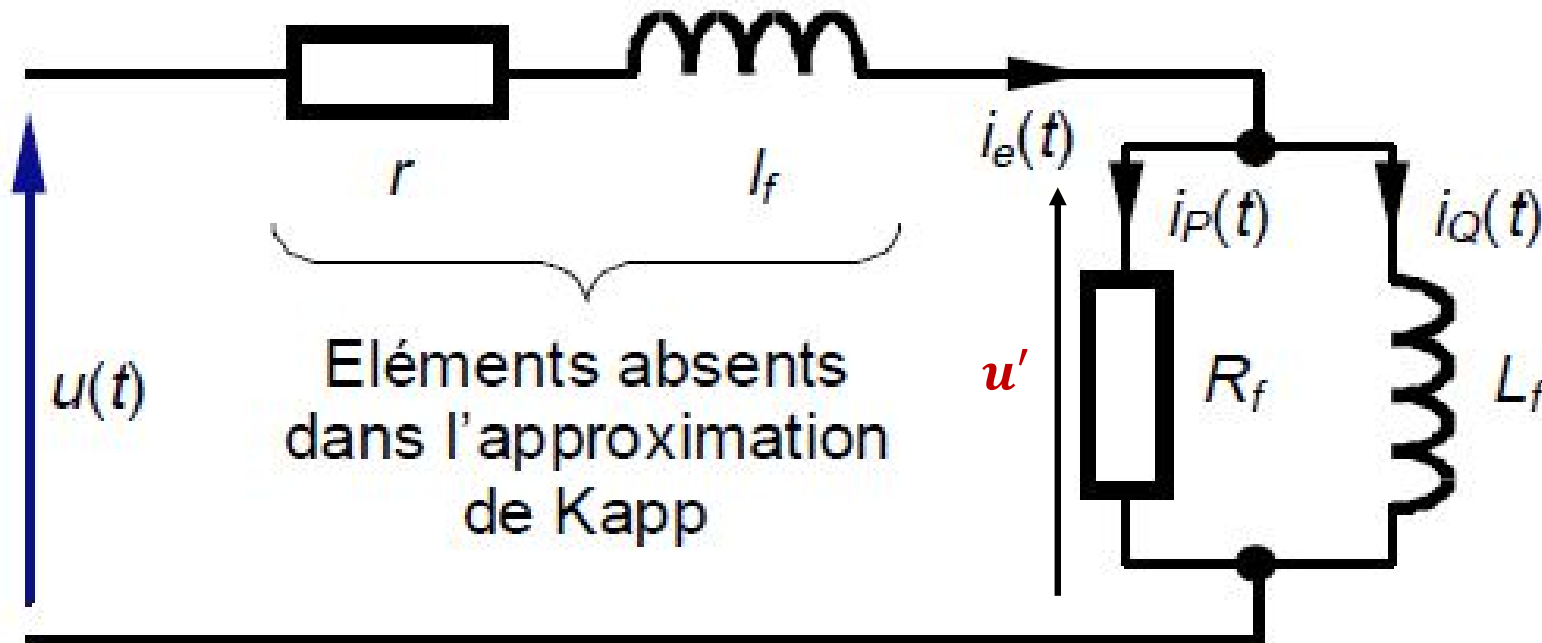
Courant actif en phase avec la tension



# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## Schéma équivalent complet:

Le schéma équivalent complet s'obtient en prenant en compte la résistance  $r$  de l'enroulement et l'inductance de fuite  $l_f$ .



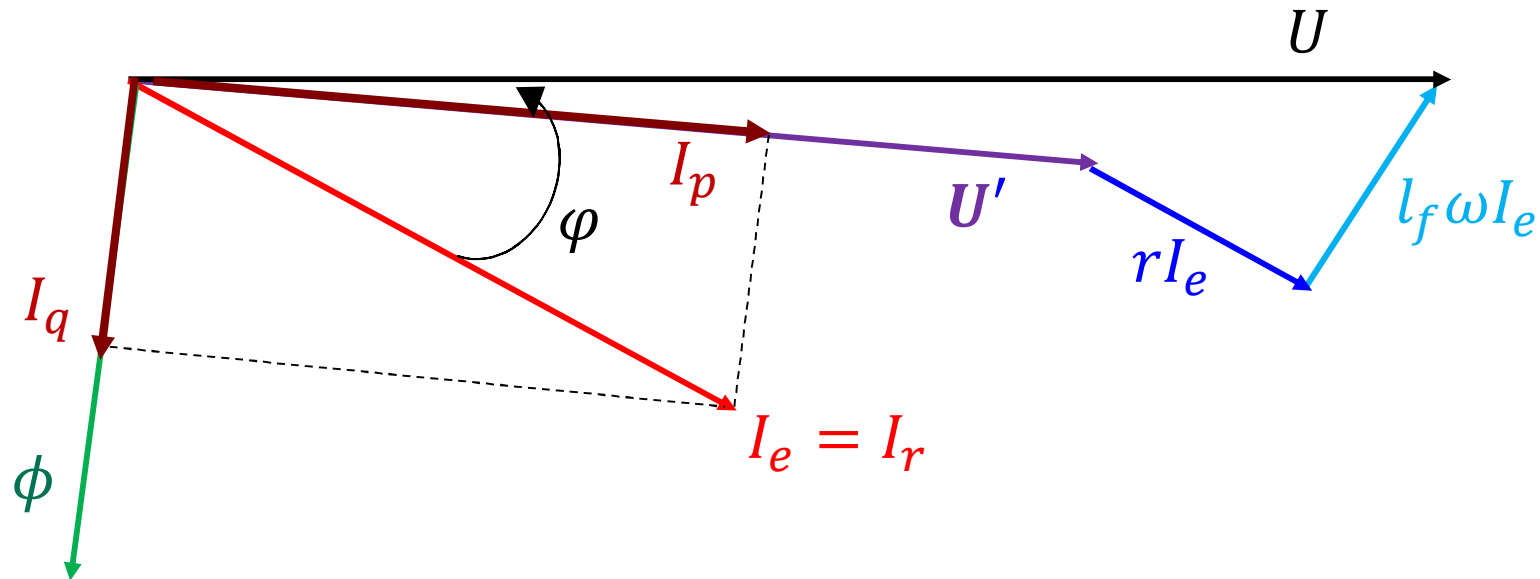
$i_p$  : composante active en phase avec  $u'$

$i_q$  : composante réactive en quadrature arrière avec  $u'$

# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## Représentation de Fresnel:

La tension  $u$  est prise comme origine des phases.



Puissance active:  $P = P_{fer} + rI_e^2$

# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## Exercice 1:

Soit le noyau d'un transformateur composé de tôles d'acier au silicium. Les dimensions sont données à la Figure suivante. La longueur moyenne  $\ell$  du circuit magnétique est de **1,5m**.

Quelle doit être la force magnétomotrice (f.m.m) de la bobine si on souhaite obtenir un flux  $\phi$  de **12mWb** dans le noyau? (utiliser la courbe d'aimantation)

On a:

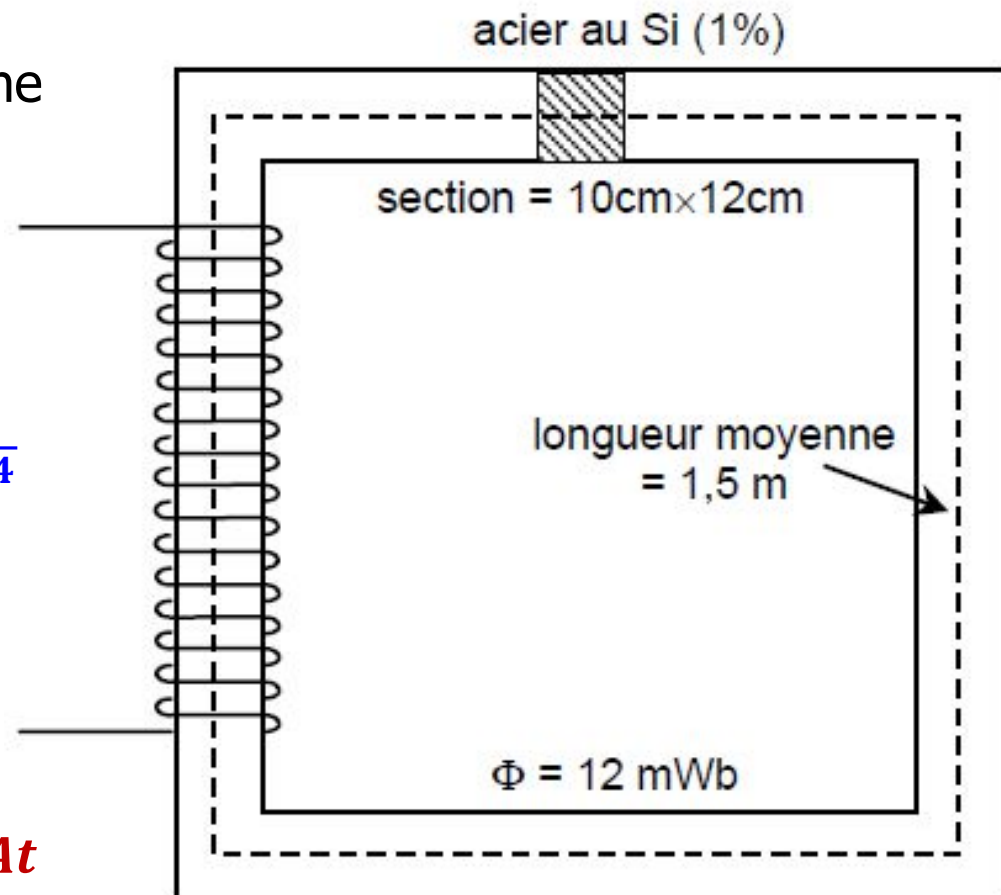
$$\phi = BS \Rightarrow B = \frac{\phi}{S} = \frac{12 \cdot 10^{-3}}{10 \times 12 \cdot 10^{-4}} = 1T$$

À partir de la courbe d'aimantation:

$$B = 1T \Rightarrow H = 375At \cdot m^{-1}$$

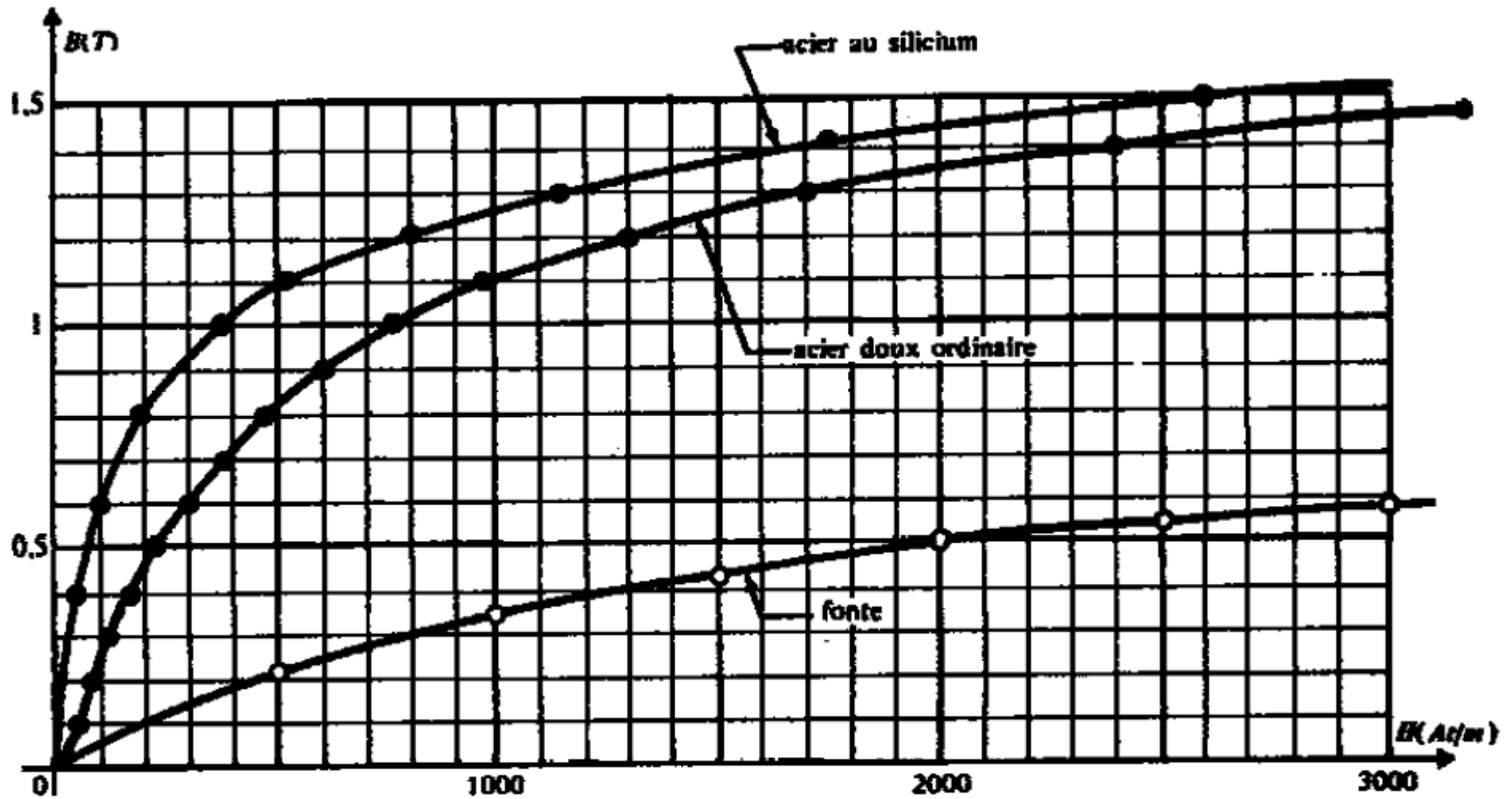
D'après le théorème d'Ampère, la f.m.m est:

$$\varepsilon = Ni = H\ell = 375 \times 1,5 = 563 At$$



# Chapitre 1 : Electromagnétisme

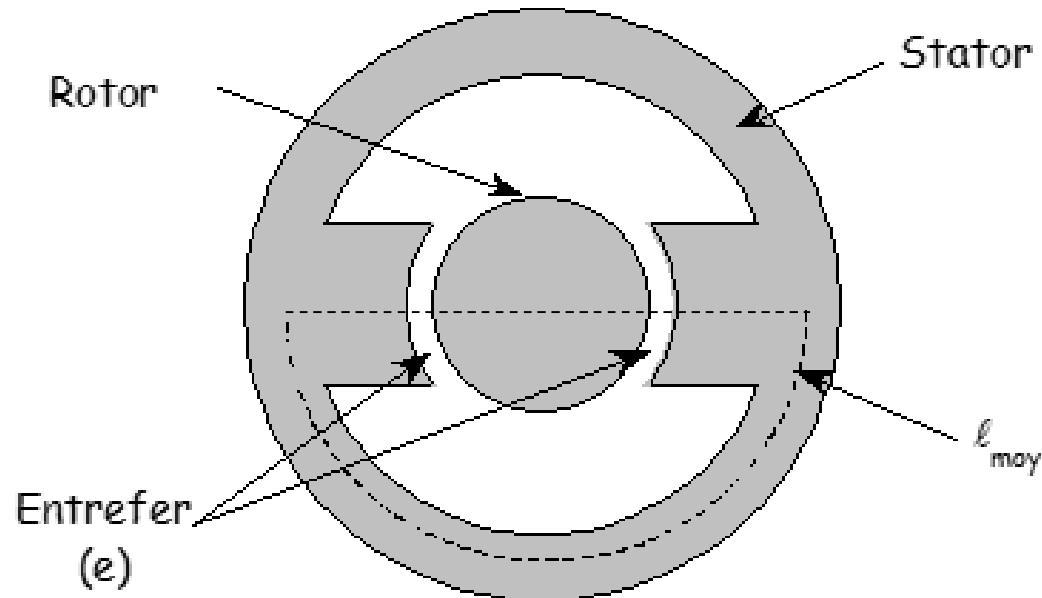
Courbes de magnétisation  $B(H)$



# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## Exercice 2:

Soit le circuit magnétique d'un moteur à courant continu. On a représenté sur le schéma une ligne moyenne de champ magnétique. Les caractéristiques du circuit magnétique sont les suivantes :  $\ell = 1300\text{mm}$ ;  $e = 2\text{mm}$



Le matériau magnétique a une caractéristique d'aimantation donnée par le tableau ci-dessous:

H(A/m)	0	600	800	1000	1200	1400	1600	1800	2000
B(T)	0.0	0.9	1.2	1.5	1.8	2.05	2.25	2.4	2.5

# Chapitre 1 : Electromagnétisme

On néglige la dispersion des lignes de champ dans l'entrefer. On désire obtenir dans l'entrefer un champ magnétique d'intensité  $B = 2,05T$  en faisant circuler un courant d'intensité  $I = 5,55A$  dans une bobine magnétisante.

1. Après avoir rappelé le théorème d'ampère, appliquer celui-ci pour calculer la force magnétomotrice ( $NI$ ) nécessaire.
2. En déduire le nombre de spires que doit comporter la bobine magnétisante.

## Réponse:

1. Force magnétomotrice:

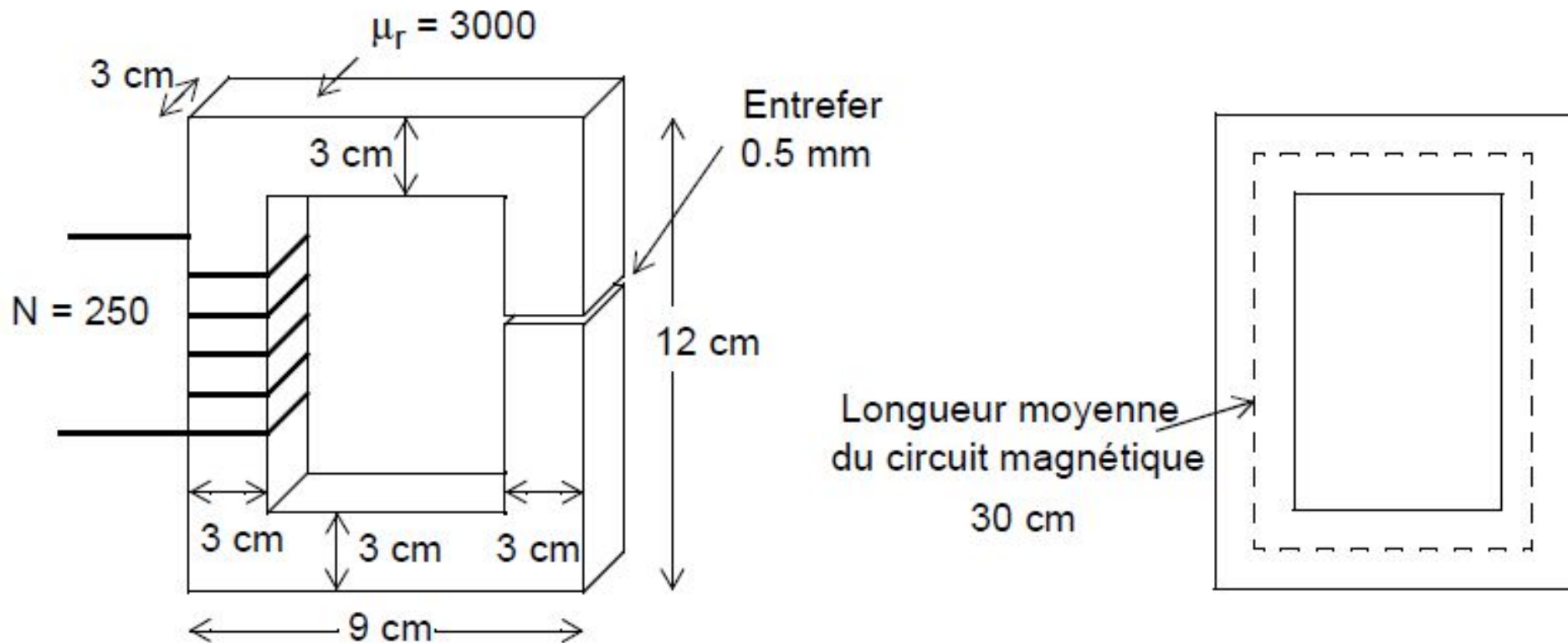
- Théorème d'ampère:  $NI = H(\ell - 2e) + H_e(2e)$
- Conservation du flux:  $\phi = \phi_e \Rightarrow BS = B_e S_e$  ;  $S \approx S_e \Rightarrow B = B_e$
- Excitation magnétique dans l'entrefer:  $H_e = \frac{B_e}{\mu_0} = \frac{2,05}{4\pi 10^{-7}} = 1631kA/m$
- Excitation magnétique dans le fer: d'après le tableau  $H = 1400A/m$  correspondant à  $B = 2,05T$
- En déduit la f.m.m:  $NI = 1400(1296 \cdot 10^{-3}) + 1631 \cdot 10^3(4 \cdot 10^{-3}) = 8,338kAt$

2. Nombre de spires:  $N = \frac{8338}{5,55} = 1500$

# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## Exercice 3:

Un système électromagnétique est destiné à placer une induction magnétique  $B = 1,2T$  dans un entrefer. Le circuit magnétique est de section carrée. Les dimensions sont données à la figure suivante:



# Chapitre 1 : Electromagnétisme

1. Déterminer la réluctance du circuit magnétique.
2. Déterminer l'inductance propre de la bobine.
3. Calculer le flux magnétique dans le circuit magnétique.
4. Calculer la valeur du courant qui doit circuler dans la bobine.

## Réponse:

1. Réluctance du circuit magnétique:

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}_{fer} + \mathcal{R}_{air} = \frac{\ell - e}{\mu S} + \frac{e}{\mu_0 S} \approx \frac{\ell}{\mu S} + \frac{e}{\mu_0 S}$$
$$\mathcal{R} \approx \frac{30 \cdot 10^{-2}}{(4\pi 10^{-7})(3000)(9 \cdot 10^{-4})} + \frac{0,5 \cdot 10^{-2}}{(4\pi 10^{-7})(9 \cdot 10^{-4})}$$

$$\mathcal{R} = 8,848 \cdot 10^4 + 4,42 \cdot 10^5 = 5,305 \cdot 10^5 H^{-1}$$

2. Inductance propre de la bobine:

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}} = \frac{(250)^2}{5,305 \cdot 10^5} = 0,1178 H$$

# Chapitre 1 : Electromagnétisme

3. Flux magnétique dans le matériau:

$$\phi = BS = 1,2 \times 9.10^{-4} = 1,08.10^{-3} \text{ Wb}$$

4. Intensité du courant:

D'après la loi d'Hopkinson:

$$Ni = \mathcal{R}\phi \Rightarrow i = \frac{\mathcal{R}\phi}{N} = \frac{(5,305.10^5)(1,08.10^{-3})}{250} = 2,29 \text{ A}$$

# Chapitre 1 : Electromagnétisme

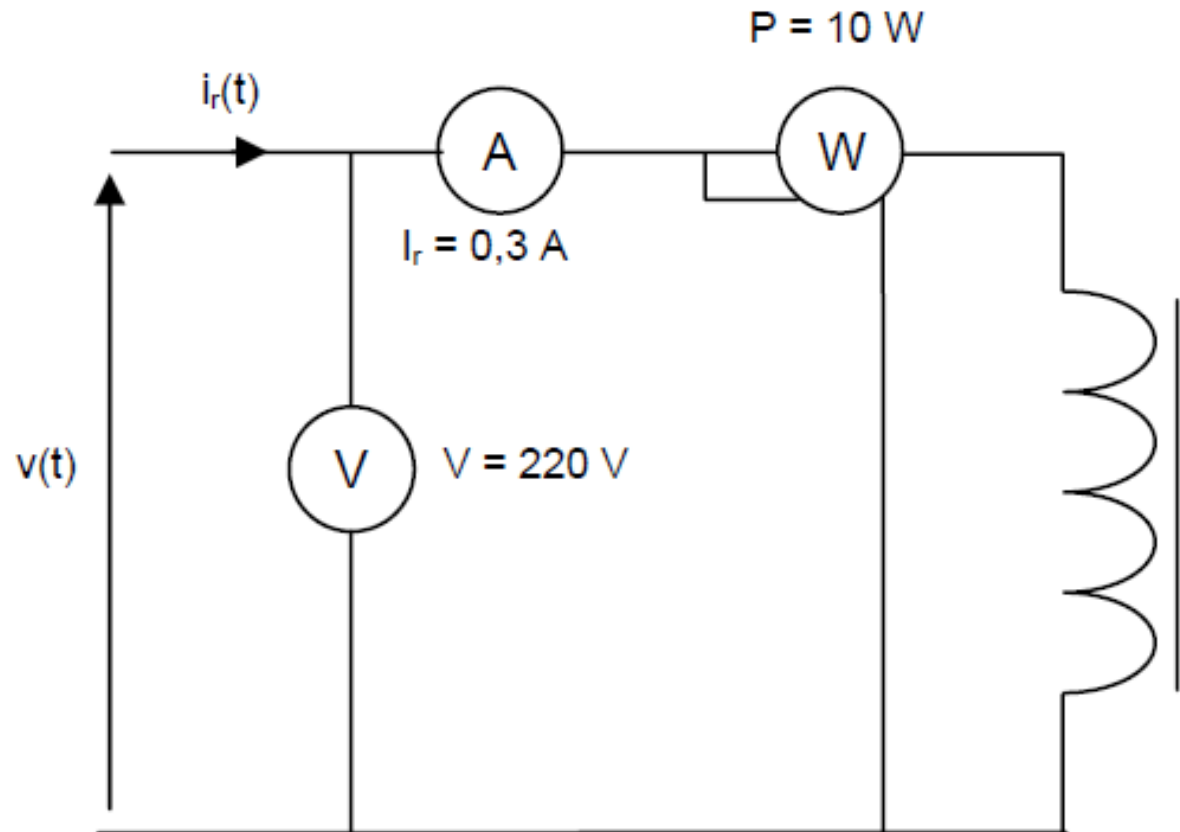
## Exercice 4:

Lors de l'essai d'une bobine à noyau de fer en régime sinusoïdal, on a relevé les valeurs suivantes:  $V = 220V$ ;  $f = 50Hz$ ;  $I_r = 0,3A$ ;  $P = 10W$

On néglige la résistance de l'enroulement et les fuites magnétiques.

Détermination du modèle linéaire équivalent simplifié du point de vue absorption de puissance.

1. Déterminer le facteur de puissance de la bobine.
2. En déduire l'intensité des courants actif et réactif.
3. Déterminer la résistance  $R_f$  qui modélise les pertes fer.
4. Déterminer l'inductance de magnétisation  $L_m$ .



# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## Réponse:

1. Facteur de puissance:

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{VI} = \frac{10}{220 \times 0,3} = 0,151$$

2. Courant actif et réactif:

$$I_p = I \cos\varphi = 0,3 \times 0,151 = 0,045A$$

$$I_q = I \sin\varphi = I \sin(\arccos\varphi) \\ = 0,3 \sin(\arccos 0,151) = 0,296A$$

3. Résistance  $R_f$ :

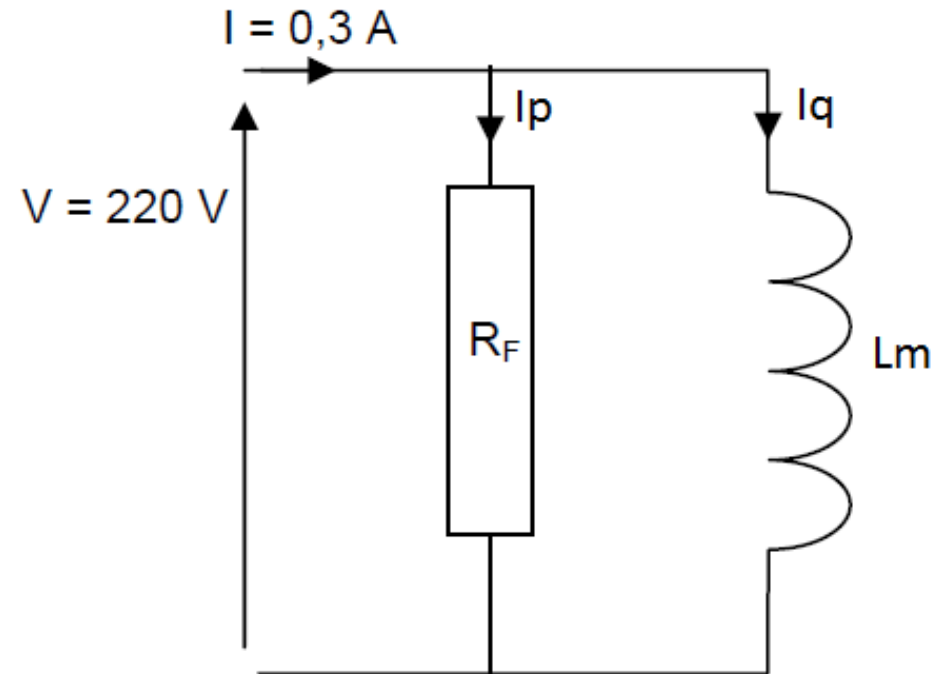
$$R_f = \frac{V^2}{P} = \frac{P}{I_p^2} = \frac{V}{I_p} = 4840\Omega$$

4. Inductance de magnétisation (inductance propre):

Réactance de magnétisation:

$$X_m = L_m \omega = \frac{V^2}{Q} = \frac{Q}{I_q^2} = \frac{V}{I_q} = 741\Omega \Rightarrow L_m = \frac{X_m}{2\pi f} = 2,36H$$

Avec:  $Q = \sqrt{S^2 - P^2}$





# Chapitre 1 : Electromagnétisme

---

## Exercice 5:

Un circuit magnétique présente une longueur moyenne  $\ell$  de  $24\text{cm}$ , une section  $S$  de  $4\text{cm}^2$ ; les tôles qui le constituent sont caractérisées par une masse volumique  $\rho$  de  $7500\text{kg/m}^3$ , une qualité des tôles  $q$  de  $0,9\text{W/kg}$ . L'enroulement, de résistance négligeable, est alimenté sous tension  $u(t) = 220\sqrt{2} \sin(100\pi t)$ ; le courant  $i$  absorbé peut être supposé pratiquement sinusoïdal  $i = 0,218\sqrt{2} \sin(100\pi t + \varphi)$ ;

On veut obtenir dans les tôles un champ magnétique d'amplitude  $B_m = 1,5\text{T}$ ; calculer:

1. Les pertes fer.
2. Le nombre de spires de l'enroulement.
3. La puissance active consommée dans le noyau et la composante active du courant  $i$ .
4. La composante réactive du courant  $i$ .
5. Le déphasage  $\varphi$  de  $u$  par rapport à  $i$ .
6. Les valeurs  $R_f$  et  $L_m$  du modèle de la bobine.

# Chapitre 1 : Electromagnétisme

## Réponse:

1. Pertes fer:

$$P_{fer} = Mq = \rho Vq = \rho S \ell q = 7500 \times 4.10^{-4} \times 24.10^{-2} \times 0,9 = 0,648W$$

2. Nombre de spires:

D'après la formule de Boucherot:

$$U = 4,44Nf\phi_m = 4,44NfB_mS$$

On a:

$$N = \frac{U}{4,44fB_mS} = \frac{220}{4,44 \times 50 \times 1,5 \times 4.10^{-4}} = 1651$$

3. Puissance active  $P$  et composante active  $I_p$  du courant:

On a:

$$P = P_{fer} = UI_p \Rightarrow I_p = \frac{P_{fer}}{U} = \frac{0,648}{220} = 2,94mA$$

4. Composante réactive  $I_q$  du courant:

On a:

$$I_q = \sqrt{I^2 - I_p^2} = \sqrt{(0,218)^2 - (2,94.10^{-3})^2} = 0,2178A$$

# Chapitre 1 : Electromagnétisme

5. Déphasage entre courant et tension:

On a:

$$\sin\varphi = \frac{I_q}{I} \Rightarrow \varphi = \arcsin\left(\frac{I_q}{I}\right) = 87,54^\circ$$

Ou bien à partir du facteur de puissance  $\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{UI}$

6. Valeurs  $R_f$  et  $L_m$  du modèle de la bobine

- Résistance  $R_f$ :

$$R_f = \frac{U^2}{P} = 74,69k\Omega$$

- Réactance  $X_m$ :

$$X_m = \frac{U}{I_q} = 1010\Omega$$

- Inductance  $L_m$ :

$$L_m = \frac{X_m}{\omega} = 3,21H$$