



# Machines thermiques

## Eléments de cours

Année 2014-15

Olivier Bonnefoy (bonnefoy@emse.fr)



## Sommaire

1. Introduction aux machines thermiques
  1. Cycles réversibles, cycles réels
  2. Rappels de thermodynamique, diagrammes thermodynamiques
2. Moteurs thermiques rotatifs (turbomachines)
  1. Turbines et pompes hydrauliques
  2. Turbine à vapeur et centrale thermique à flamme
  3. Turbine à gaz et turbomoteurs/réacteurs
3. Moteurs thermiques alternatifs
  1. Moteurs à combustion externe : moteur de Stirling
  2. Moteurs à combustion interne
    1. Moteur à Allumage Commandé (moteur essence)
    2. Moteur à Allumage par Compression (moteur Diesel)
4. Machines de transfert de chaleur
  1. Pompe à chaleur
  2. Machines frigorifiques



5. Echangeurs de chaleur monophasiques
  1. Quelques exemples d'échangeurs
  2. Approche locale : équations fondamentales de transferts
  3. Approche globale : dimensionnement d'échangeurs
  4. Efficacité des échangeurs
6. Générateurs de vapeur  
Brève introduction aux écoulements diphasiques G/L
7. Une aide à la conception : l'analyse exergétique
  1. Définition qualitative de l'exergie
  2. Bilan exergétique
  3. Rendements exergétique



## Unité n°1

### Introduction aux machines thermiques



# Exemples de machines thermiques



Injecteur



Moteur à essence



Turbine à gaz



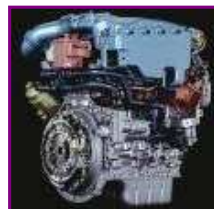
Turboréacteur



Tuyère d'éjection



Moteur rotatif



Moteur diesel



Flamme



Turbine à gaz



Tige et piston



Arc électrique



Turbine à vapeur



## Définition

**Puissance thermique**



**Machine thermique  
=  
Convertisseur**



**Puissance mécanique**

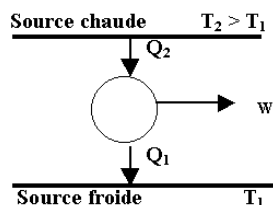


# Les deux catégories

## MACHINES THERMIQUES

### MOTEURS THERMIQUES

Chaleur HT → Travail + chaleur BT



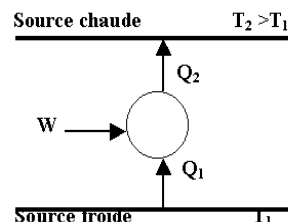
Rendement < 1 :

$$\eta = \frac{W_{fourni}}{Q_{prélevée}} = \frac{W}{Q} = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = 1 - \frac{Q_1}{Q_2} < 1$$

- des machines à vapeur (locomotives, ...)
- des moteurs à combustion (essence ou diesel)
- des centrales thermiques ou nucléaires (production d'électricité)

### MACHINES DE TRANSFERT DE CHALEUR

Travail BT + chaleur → Chaleur HT



Coefficient de performance > 1 :

$$\eta = \frac{Q_1}{W} = \frac{Q_1}{Q_2 - Q_1} > 1$$

- les machines frigorifiques (à compression ou à absorption)
- les pompes à chaleur



## Les moteurs thermiques en deux mots

Energie thermique + environnement froid



Gradient de température



Gradient de masse volumique



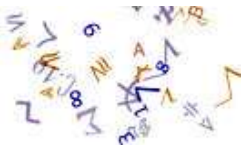
Gradient de pression



Mouvement de fluide



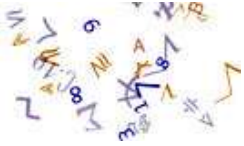
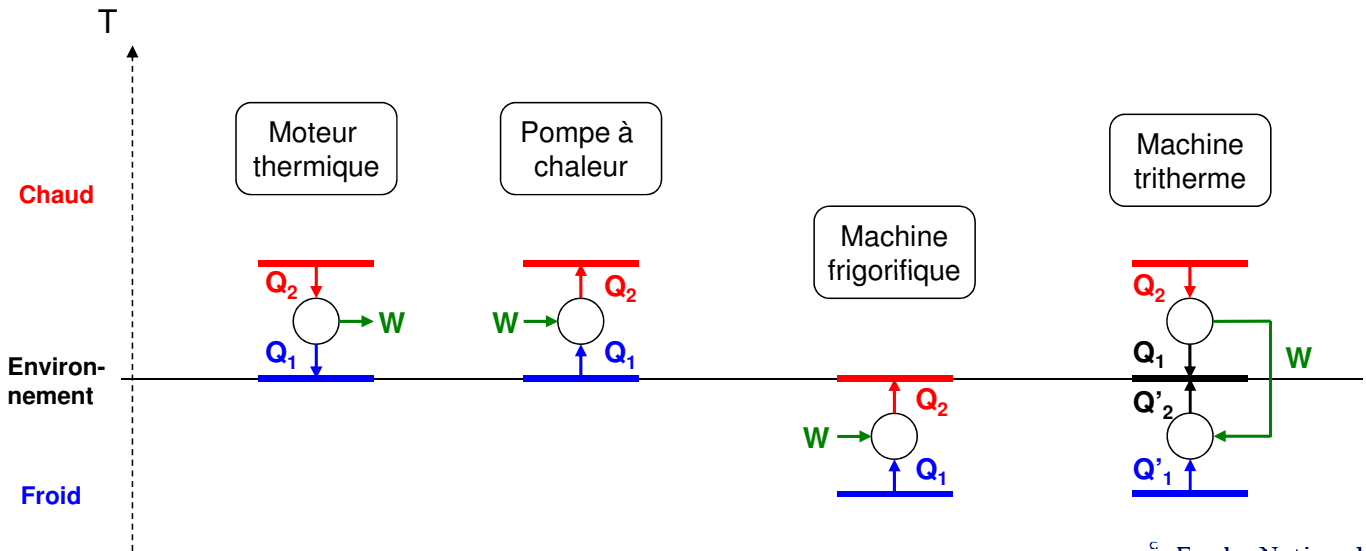
Prélèvement d'énergie utile (mécanique)



# Vue générale

Machines thermiques car flux de chaleur.

- machines monothermes (une seule source) : n'existe pas (car pas de flux)
- machines dithermes (deux sources de chaleur) : le plus courant
- machines trithermes (trois sources de chaleur) : rare



# Modes de combustion

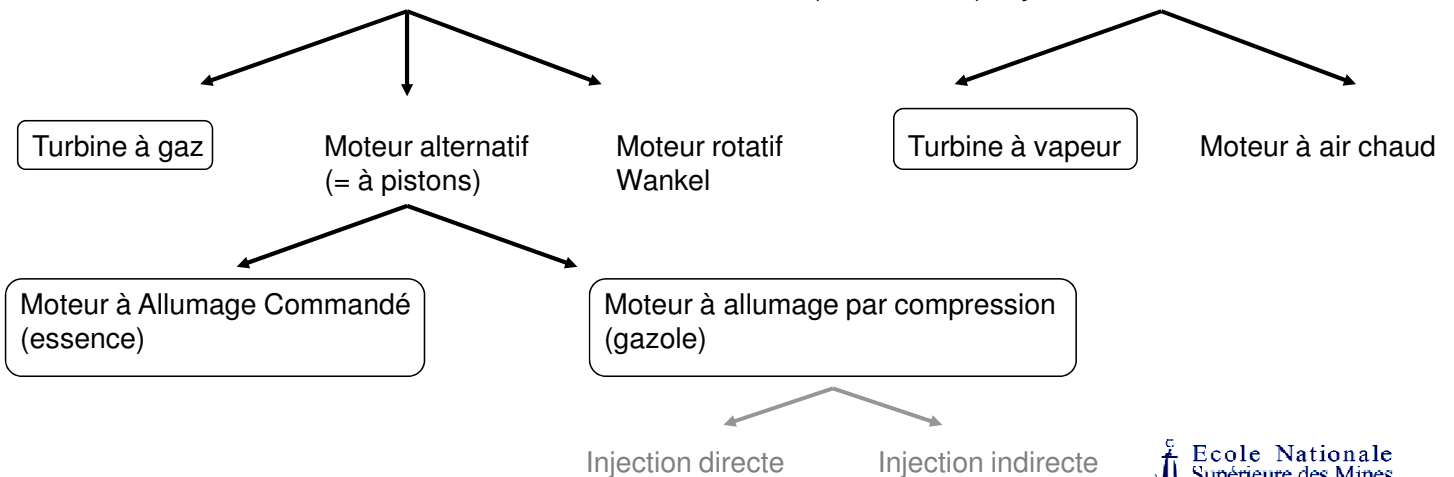
## MOTEURS THERMIQUES

### COMBUSTION INTERNE

Combustion du fluide qui se détend. Le système est renouvelé à chaque cycle (circuit ouvert). Il est en contact avec une seule source de chaleur (l'atm).

### COMBUSTION EXTERNE

Source de chaleur et fluide qui se détend sont séparés par une paroi conductrice. Le système (l'air ou l'eau) n'est pas renouvelé; il est recyclé (circuit fermé). Il y a deux sources de chaleur.



# Le point de vue du fluide

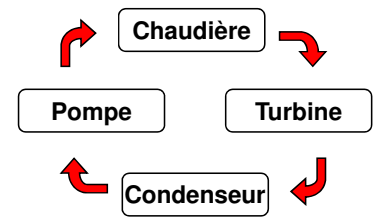
Il subit plusieurs transformations : chauffage isobare, détente isentropique, compression adiabatique, ...

La succession des transformations forme un cycle qui peut être :

- fermé pour une machine à combustion externe.

Dans ce cas, l'état final est strictement le même que l'état initial.

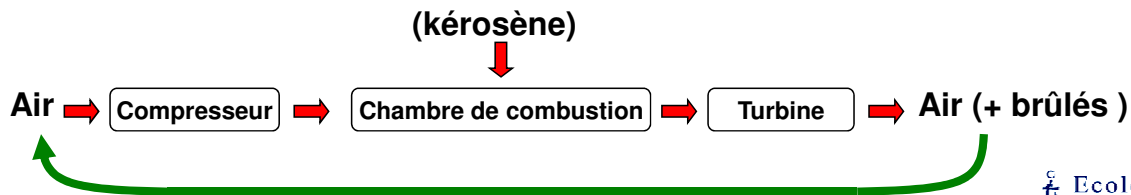
Exemple : eau du circuit primaire d'une centrale nucléaire.



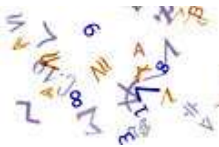
- ouvert pour une machine à combustion interne.

Dans ce cas, on feinte en assimilant le fluide à l'air ('Air Standard cycle analysis') *i.e.* la combustion se traduit par un apport de chaleur pur (pas de changement dans la composition chimique). En d'autres termes, on néglige la masse et l'enthalpie du combustible devant celles du fluide circulant.

Exemple : turbine d'avion

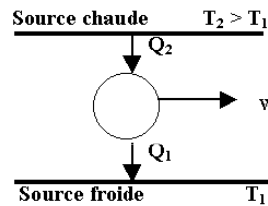


## Les cycles réversibles



# Le cycle de meilleur rendement est réversible

Soient deux sources de chaleur (températures constantes  $T_2 > T_1$  quels que soient les flux de chaleur) avec lesquelles le fluide échange de la chaleur.



Rendement énergétique

$$\eta = \frac{-W}{Q_2} \in [0;1]$$

$U$  fonction d'état :  $\Delta U = 0$  et 1<sup>er</sup> principe :  $\Delta U = W + Q_1 + Q_2$  d'où :  $\eta = 1 - \frac{-Q_1}{Q_2}$

$S$  fonction d'état :  $\Delta S = 0$  et définitions :  $\Delta S = \Delta S_{\text{échange}} + \Delta S_{\text{création}}$  et :  $\Delta S_{\text{échange}} = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2}$

Par conséquent, le rendement est :  $\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} - \frac{T_1}{Q_2} \cdot \Delta S_{\text{création}}$

2<sup>ème</sup> principe :  $\Delta S_{\text{création}} \geq 0$  d'où :  $\eta \leq \eta_{\text{max}} = 1 - \frac{T_1}{T_2} < 1$

➔ Conclusion : le rendement d'un cycle est maximum lorsque les transformations subies par le fluide sont (toutes) réversibles. Le rendement est alors égal à  $\eta_{\text{max}} < 1$  : seule une fraction du flux de chaleur (s'écoulant de la source chaude vers la source froide) peut être convertie en travail.

Tous les cycles réversibles ont le même rendement  $\eta_{\text{max}}$ .



## Les transformations réversibles

Définition d'une transformation réversible : transformation qui peut être décrite en sens inverse, de sorte qu'après avoir été décrite successivement dans les deux sens, tant le système considéré que le milieu extérieur se retrouvent exactement dans le même état qu'initialement. Pour qu'il en soit ainsi, il faut qu'au cours de la transformation inverse, les variables d'état repassent exactement par les mêmes valeurs que lors de la transformation initiale et que les échanges d'énergie avec le milieu extérieur soient exactement opposés à ceux effectués lors de la transformation initiale.

Exemples :

- Compression (ou détente) infiniment lente : adiabatique, isotherme, isochore, ...
- Transfert de chaleur isotherme (ex : fusion, solidification, vaporisation, condensation, ...)
- Absorption (désorption) d'un gaz dans un liquide
- Adsorption (désorption) d'un gaz sur un solide

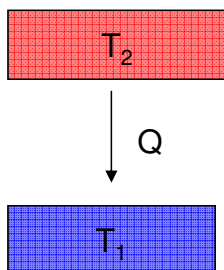
Contre-exemples :

- Compression (ou détente) rapide. Car rapide => turbulences => frottement visqueux => dégradation d'énergie en chaleur ⇔ irréversible
- Combustion
- Fracture
- Transfert de chaleur non-isotherme
- Dissolution



# Zoom sur le transfert de chaleur

Soit deux sources de chaleur (températures  $T_2$  et  $T_1$  constantes). On note  $Q$  la quantité de chaleur allant de la source 2 vers la source 1. Lorsque  $T_2 > T_1$ , on a  $Q > 0$ .



Lors de ce transfert de chaleur,

- L'entropie de la source 2 diminue :  $\Delta S_2 = -Q/T_2$
- L'entropie de la source 1 augmente :  $\Delta S_1 = Q/T_1$

La variation totale d'entropie au cours de cette transformation est :

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = Q \cdot (1/T_1 - 1/T_2)$$

Par conséquent, le transfert de chaleur sera réversible ( $\Delta S = 0$ ) si et seulement si  $T_2 = T_1$  !!!

Donner un exemple et un contre-exemple !

PS : le système « source1+source2 » étant fermé, on a  $\Delta_e S = 0$  et donc  $\Delta_i S = \Delta S$ .

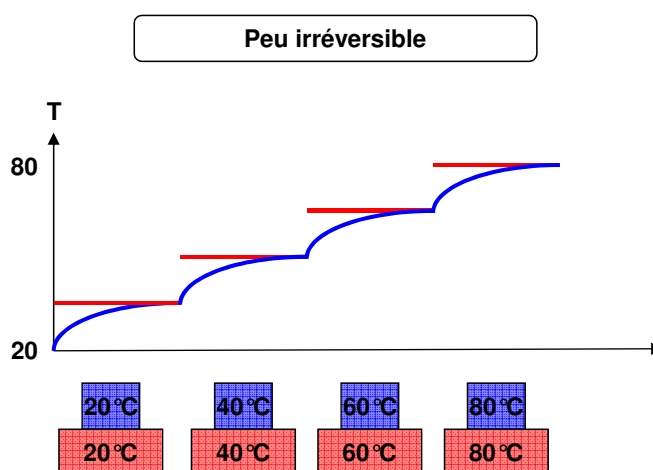
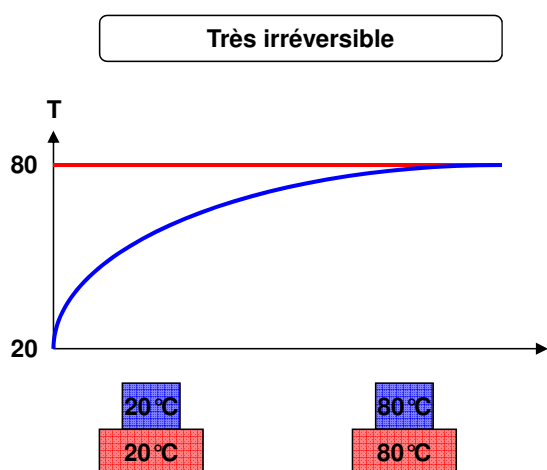


# Zoom sur le transfert de chaleur

Exemple : vaporisation de l'eau liquide à pression constante (= complètement réversible)

Contre-exemple : augmentation de température d'eau liquide (= irréversible par nature)

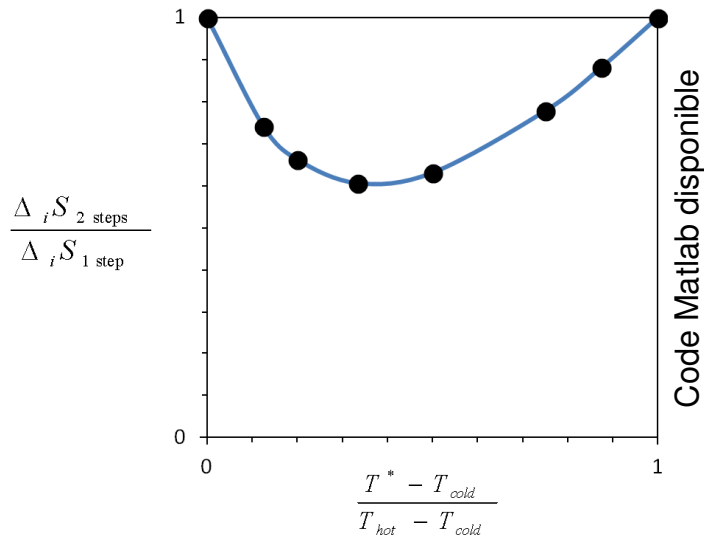
Question : comment minimiser l'irréversibilité dans ce cas ?



# Zoom sur le transfert de chaleur

Exemple : élever la température d'un corps par conduction :

- En une étape :  $T_{\text{cold}} \rightarrow T_{\text{hot}}$
- En deux étapes :  $T_{\text{cold}} \rightarrow T^* \rightarrow T_{\text{hot}}$

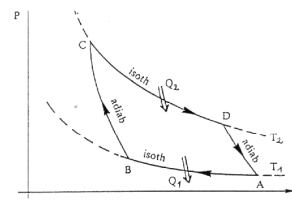


L'entropie créée est plus faible pour un échauffement en deux étapes.  
Généralisation : le chauffage isotherme est le plus réversible.

## Exemple de cycles réversibles

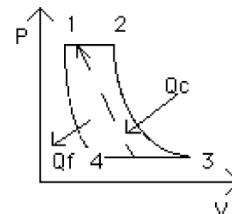
### Cycle de Carnot

- Compression adiabatique infiniment lente
- Apport de chaleur isotherme
- Détente adiabatique infiniment lente
- Retrait de chaleur isotherme



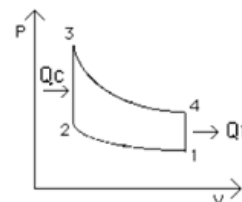
### Cycle d'Ericsson

- Transformation isobare infiniment lente
- Apport de chaleur isotherme
- Transformation isobare infiniment lente
- Retrait de chaleur isotherme

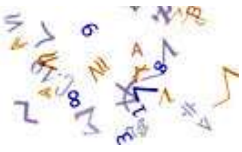


### Cycle de Stirling

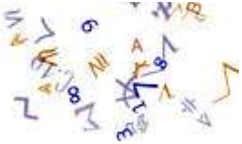
- Compression isotherme infiniment lente
- Chauffage isochore
- Détente isotherme infiniment lente
- Refroidissement isochore



Tous les cycles réversibles ont le même rendement :  $\eta_{\text{Carnot}} \equiv 1 - \frac{T_{\text{froid}}}{T_{\text{chaud}}}$



# Les cycles réels



## Réel = irréversible

Les irréversibilités internes traduisent l'impossibilité du système à évoluer de manière réversible. Les causes en sont :

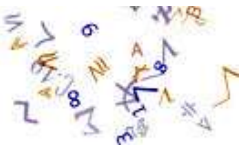
- les frottements. Ils sont responsables d'une transformation de travail en chaleur, qui est par nature irréversible. On les rencontre lors du mouvement relatif de deux corps solides en contact l'un avec l'autre, mais aussi au sein des écoulements fluides par l'effet des contraintes visqueuses.
- les réactions chimiques non équilibrées, dont la combustion,
- le mélange de deux substances différentes,
- les phénomènes d'hystérésis magnétique,
- l'effet Joule, ...

Les irréversibilités externes traduisent l'irréversibilité des échanges d'énergie :

- l'échange de chaleur entre deux sources. Il est possible de transférer, sans échange de travail, de la chaleur d'une source chaude à une source froide. En revanche, la transformation inverse (transfert de chaleur de la source froide vers la source chaude) nécessite un apport de travail. Il s'agit donc d'une transformation irréversible. En d'autres termes, le transfert de chaleur entre deux sources est réversible si et seulement si la différence entre leurs températures est infinitésimale.
- l'échange de charges électriques entre deux conducteurs dont les potentiels électriques diffèrent, ...

Le travail d'un ingénieur ingénieux concevant une machine thermique sera donc de :

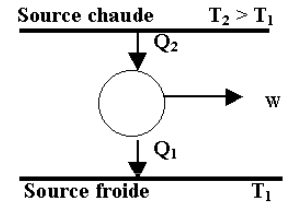
- réduire les sources d'irréversibilités internes : limiter les gradients de températures, limiter les frottements solides, limiter les turbulences dans les écoulements, ...
- réduire les irréversibilités externes : tendre vers des échanges de chaleur isothermes, ...



# Rendements

Pour un moteur thermique, le rendement énergétique est défini par :

$$\eta_{\text{énergétique}} = \frac{-W}{Q_2}$$



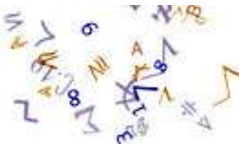
Au maximum, il est égal au rendement énergétique d'un moteur idéal (machine réversible de Carnot) :

$$\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

Le rendement exergetique (=entropique) d'un moteur réel caractérise l'importance des irréversibilités :

$$\eta_{\text{exergetique}} = \frac{\eta_{\text{énergétique}}}{\eta_{\text{Carnot}}}$$

Le rendement exergetique est égal à 1 pour un moteur thermique idéal et à 0 pour une machine ne tirant aucun profit du flux de chaleur (ex : conduction de chaleur dans l'épaisseur d'une plaque)



# Rendements & puissance

Lien entre réversibilité, équilibre thermodynamique et rapidité des transformations :

Transformation réversible :  $\forall(t,r)$  écarts infinitésimaux par rapport à l'équilibre (mécanique et thermique)  $\rightarrow$  vitesse de transformation infinitésimale

En pratique, on a deux cas :

- Transformations suffisamment lentes  $\rightarrow$  approximation valable ("transformations quasi-statiques")
- Transformations rapides  $\rightarrow$  importants écarts à l'équilibre  $\rightarrow$  irréversible.

Rendement entropique de 100%

$\Rightarrow$  transformation réversible

$\Rightarrow$  transformation quasi-statique

$\Rightarrow$  vitesse nulle

$\Rightarrow$  puissance nulle !!!

$\rightarrow$  compromis à trouver entre rendement et puissance !

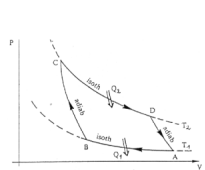
En d'autres termes, la dissipation croît avec la rapidité des processus, de sorte que la dégradation de l'énergie est d'autant plus forte que nos actions prennent moins de temps. Des compromis sont donc nécessaires entre les durées souhaitées des processus et leurs rendements admissibles.

Le critère de choix est économique, donc variable dans la culture, le temps et l'espace ...

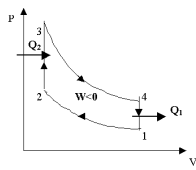
# Exemples de cycles réels

Toute la question est de trouver les technologies permettant d'effectuer les transformations constitutives d'un cycle thermodynamique donné => grande variété des moteurs, place pour l'innovation, ...

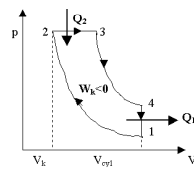
Machine de Carnot	Carnot	2 isoQ + 2 isoT
Moteur essence	Beau de Rochas	2 isoQ + 2 isoV
Moteur gazole	Diesel	2 isoQ + 1 isoV + 1 isoP
Machines à vapeur	Rankine / Hirn	2 isoQ + 2 isoP
Turbine à gaz	Joule-Brayton	2 isoQ + 2 isoP



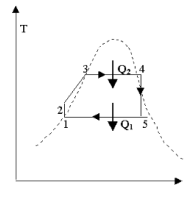
Carnot



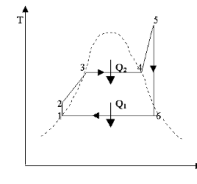
Beau de Rochas



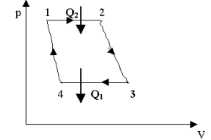
Diesel



Rankine



Hirn

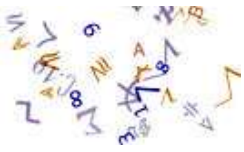


Joule-Brayton

## Rappels de thermodynamique

*La thermodynamique est un sujet curieux. La première fois qu'on l'aborde, on ne le comprend pas du tout. La deuxième fois, on pense qu'on le comprend, sauf l'un ou l'autre point. La troisième fois, on sait qu'on ne le comprend pas, mais à ce stade on y est tellement habitué qu'on ne s'en préoccupe plus.*

*Arnold Sommerfeld*



# Rappels

Trois fonctions d'état :

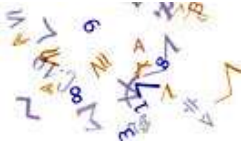
- U : énergie interne
- S : entropie
- H=U+PV : enthalpie

Premier principe  
(conservation quantitative)

$$dU = \delta Q + \delta W$$

Second principe  
(dégradation qualitative)

$$dS = \delta_e S + \delta_i S \text{ avec } \begin{cases} \delta_i S \geq 0 \\ \delta_e S = \delta Q/T \end{cases}$$



# Rappels

**Travail :**  $\delta W = \delta W_{\text{forces de pression}} + \delta W_{\text{autres}} = -P.dV + \delta W_{\text{autres}}$

**Entropie :**  $dS = \delta S_{\text{échange}} + \delta S_{\text{création}} = \frac{\delta Q}{T} + \delta S_{\text{création}}$

**Conservation de l'énergie en système fermé**

$$\frac{d\left(U + \frac{1}{2}mc^2 + mgz\right)}{dt} = \frac{\delta Q}{dt} + \frac{\delta W_{\text{autres}}}{dt} - P \cdot \frac{dV}{dt}$$

ou encore :  $-du + T.ds = dv^2/2 + g.dz + P.dv - \delta w_{\text{autres}} + T.\delta s_{\text{création}}$

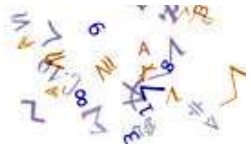
**Conservation de l'énergie en système ouvert**

**S27**

$$\frac{d\left(U + \frac{1}{2}mc^2 + mgz\right)}{dt} = \frac{\delta Q}{dt} + \frac{\delta W_{\text{autres}}}{dt} + \sum_{\text{entrées}} \dot{m}_e \left(h + \frac{1}{2}c^2 + gz\right)_e - \sum_{\text{sorties}} \dot{m}_s \left(h + \frac{1}{2}c^2 + gz\right)_s$$

ou encore :  $-dh + T.ds = dv^2/2 + g.dz - \delta w_{\text{autres}} + T.\delta s_{\text{création}}$

**Formellement, en système ouvert, le travail des forces de pression n'apparaît pas (explicitement) et H remplace U.**



## Caractéristiques thermodynamiques des différentes options technologiques

Transformation	Caractéristique
Irréversible	$\delta_i S > 0$
Réversible	$\delta_r S = 0$
Adiabatique	$\delta Q = 0$
Adiabatique et réversible	$dS = 0$
Isentropique	$dS = 0$

Transformation	Caractéristique
Isotherme	$dT = 0$
Isobare	$dP = 0$
Isochore	$dV = 0$
Isenthalpique	$dH = 0$
Polytropique (gaz parfait)	$PV^n = \text{constante}$

Technologies	Liquides	Gaz
Pompe	adiabatique	N/A
Compresseur	N/A	adiabatique
Turbine de détente	adiabatique	
Échangeur de chaleur	isobare	
Obstruction dans conduite calorifugée (détendeur, vanne, ...)	isenthalpique	
Chambre de combustion d'une turbine à gaz	N/A	isobare
Conduite	?	?



# Pour le gaz parfait

Transformation réversible  
+ Gaz parfait

$$\begin{cases} PV = nRT \\ C_p / C_v = \gamma \\ C_p - C_v = R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} dW = -P.dV \\ dU = \delta Q + \delta W \\ = d(PV)/(\gamma-1) \\ dS = \delta Q/T \end{cases} \text{ et } \begin{cases} C_p = R.\gamma/(\gamma-1) \\ C_v = R/(\gamma-1) \\ \gamma \approx 1,3 - 1,4 \\ R \approx 8,31 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1} \end{cases}$$

	Isobare	Isochore	Isotherme	Adiabatique
	P	V	T	$T^\gamma P^{1-\gamma}, PV^\gamma, TV^{\gamma-1}$
dQ	$nC_p.dT = P.dV.\gamma/(\gamma-1)$	$nC_v.dT = V.dP/(\gamma-1)$	P.dV	0
dW	-P.dV	0	-P.dV	-P.dV
dU	$nC_p.dT - P.dV = P.dV/(\gamma-1)$	$nC_v.dT = V.dP/(\gamma-1)$	0	-P.dV
dS	$nC_p.dT/T = P.dV/T.\gamma/(\gamma-1)$	$nC_v.dT/T = V.dP/T/(\gamma-1)$	P.dV/T	0
Q	$nC_p.(T_2-T_1) = P.(V_2-V_1).\gamma/(\gamma-1)$	$nC_v.(T_2-T_1) = V(P_2 - P_1)/(\gamma-1)$	$-P_1 V_1 . \ln P_2/P_1$	0
W	$-P.(V_2-V_1)$	0	$P_1 V_1 . \ln P_2/P_1$	$(P_2 V_2 - P_1 V_1)/(\gamma-1) = nC_v.(T_2-T_1)$
$\Delta U$	$P(V_2 - V_1)/(\gamma-1)$	$nC_v.(T_2-T_1) = V(P_2 - P_1)/(\gamma-1)$	0	$(P_2 V_2 - P_1 V_1)/(\gamma-1) = nC_v.(T_2-T_1)$
$\Delta S$	$nC_p . \ln T_2/T_1 = nR.\gamma/(\gamma-1) . \ln V_2/V_1$	$nC_v . \ln T_2/T_1 = nR/(\gamma-1) . \ln P_2/P_1$	$nR . \ln V_2/V_1$	0

*Nota Bene* : Transformation polytropique :  $PV^n = \text{constante}$  (la loi de Laplace en est un cas particulier)

Pour un gaz parfait : 1<sup>ère</sup> loi de Joule ( $U=f(T)$ ) et 2<sup>ème</sup> loi de Joule ( $H=f(T)$ )



## Exercice n°1

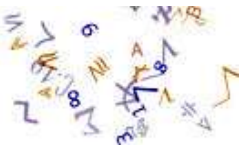
Gaz parfait :

$$\begin{cases} PV = nRT \\ C_p / C_v = \gamma \\ C_p - C_v = R \approx 8,31 \\ dU = nC_v.dT \\ dH = nC_p.dT \end{cases}$$

Pour une transformation réversible, en fonction de  $\gamma$ , trouver :

1. L'expression de dU
2. La loi de Laplace  $f(P,V)=0$  pour transformation adiabatique
3. La variation d'entropie pour une transformation isotherme
4. La variation d'énergie interne pour une transformation isobare

Travail individuel sur copie ramassée en fin de séance.



# Les diagrammes thermodynamiques



## Diagrammes

Paramètres usuels :

P (pression)	T (température)	x (titre=fraction massique de vapeur)
h (enthalpie massique)	s (entropie massique)	v (volume massique)

Visualisation de quatre zones : liquide, vapeur, diphasique et supercritique.

Dans domaine diphasique,

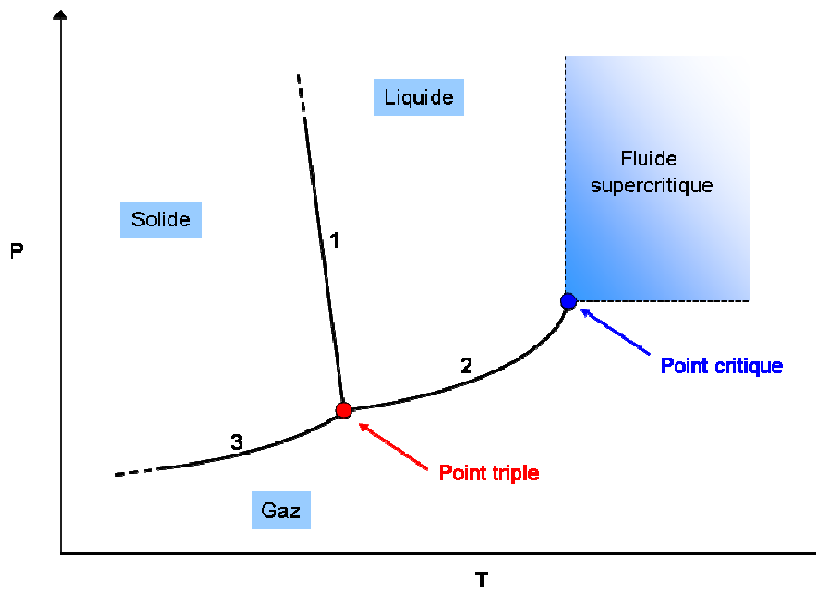
- isobares = isothermes (variance=1)
- règle des moments pour  $y = h, s$  ou  $v$  :  $y = x.y_V + (1-x).y_L$

Diagrammes fréquemment utilisés :

- Diagramme de phase : PT
- Diagramme de Clapeyron : Pv
- Diagramme entropique : Ts
- Diagramme de Mollier : hs

Base de données : <http://webbook.nist.gov/chemistry/fluid/>

# Diagramme de phase PT



Variance :

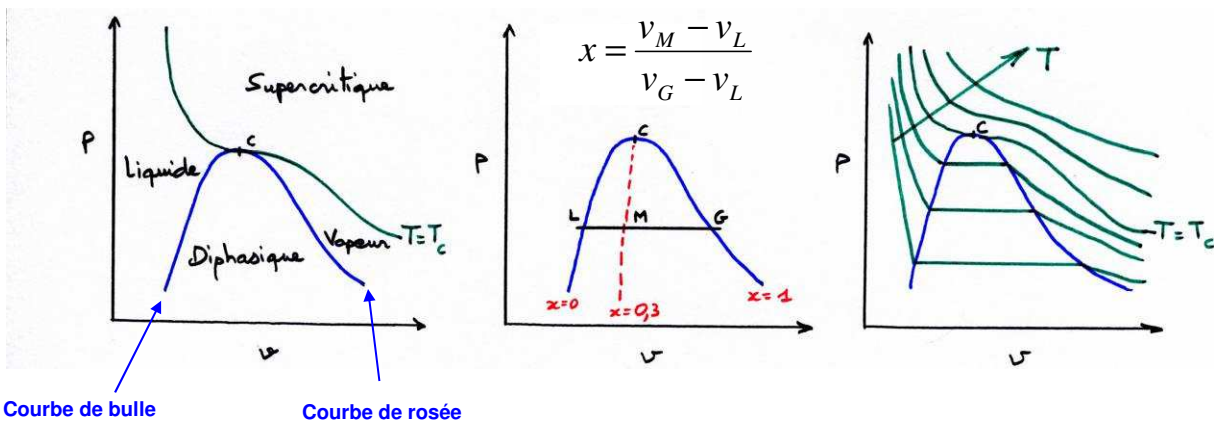
- Domaine :  $v=2$
- Courbe :  $v=1$
- Point triple :  $v=0$

Courbe 1 : solidification / fusion (pente négative pour eau et bismuth, pente positive sinon)

Courbe 2 : condensation / vaporisation (cavitation ou ébullition)

Courbe 3 : condensation solide / sublimation

# Diagramme de Clapeyron Pv



Courbe de bulle

Courbe de rosée

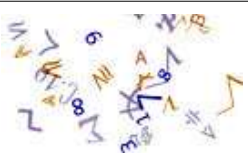
Caractéristiques :

- isothermes en  $1/v$  pour volumes massiques élevés (domaine vapeur surchauffée)
- $| \text{Pente isentrope} | > | \text{Pente isotherme} |$

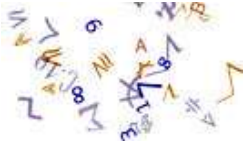
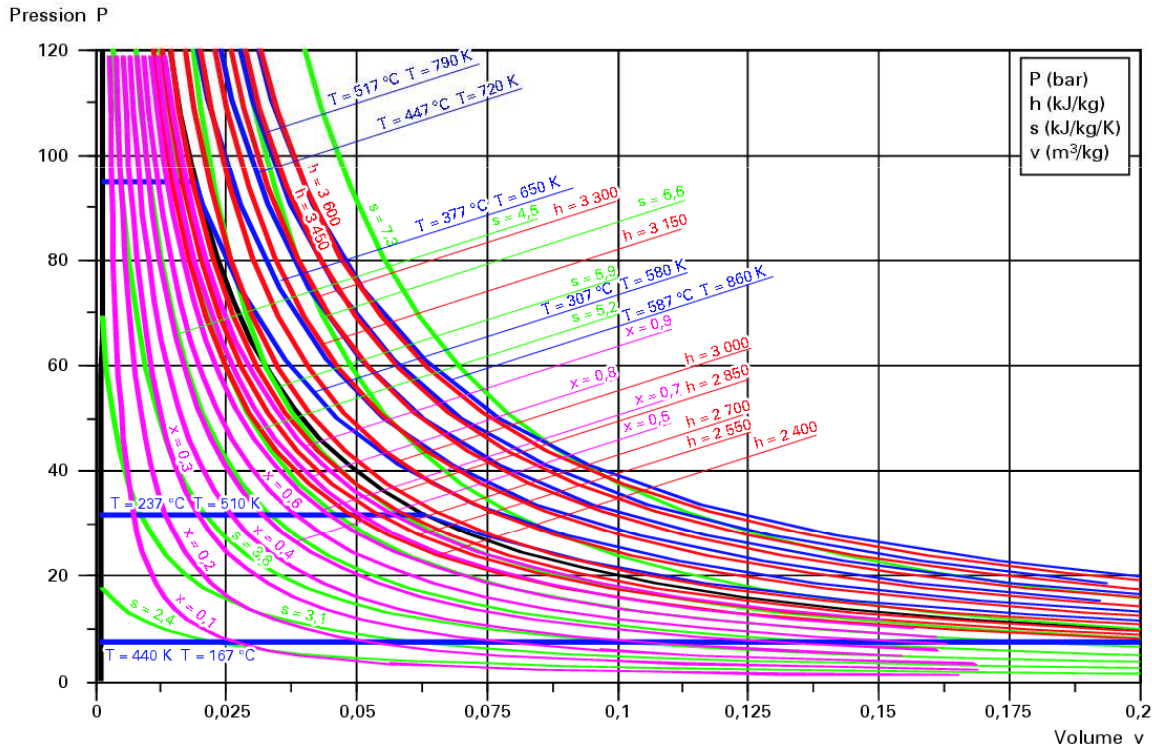
Avantage : lecture simple des travaux échangés car  $\delta W = -p.dV$

Si cycle parcouru dans sens des aiguilles d'une Montre, alors machine Motrice. Sinon, générateur.

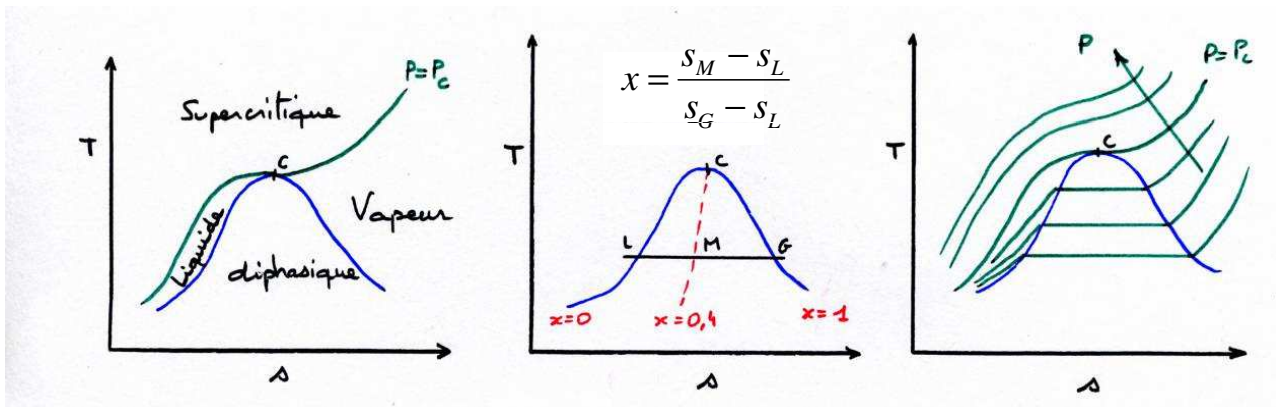
Inconvénient : lecture imprécise des grandeurs énergétiques usuelles (H,S)



# H<sub>2</sub>O : Diagramme de Clapeyron Pv



# Diagramme entropique Ts



Caractéristiques :

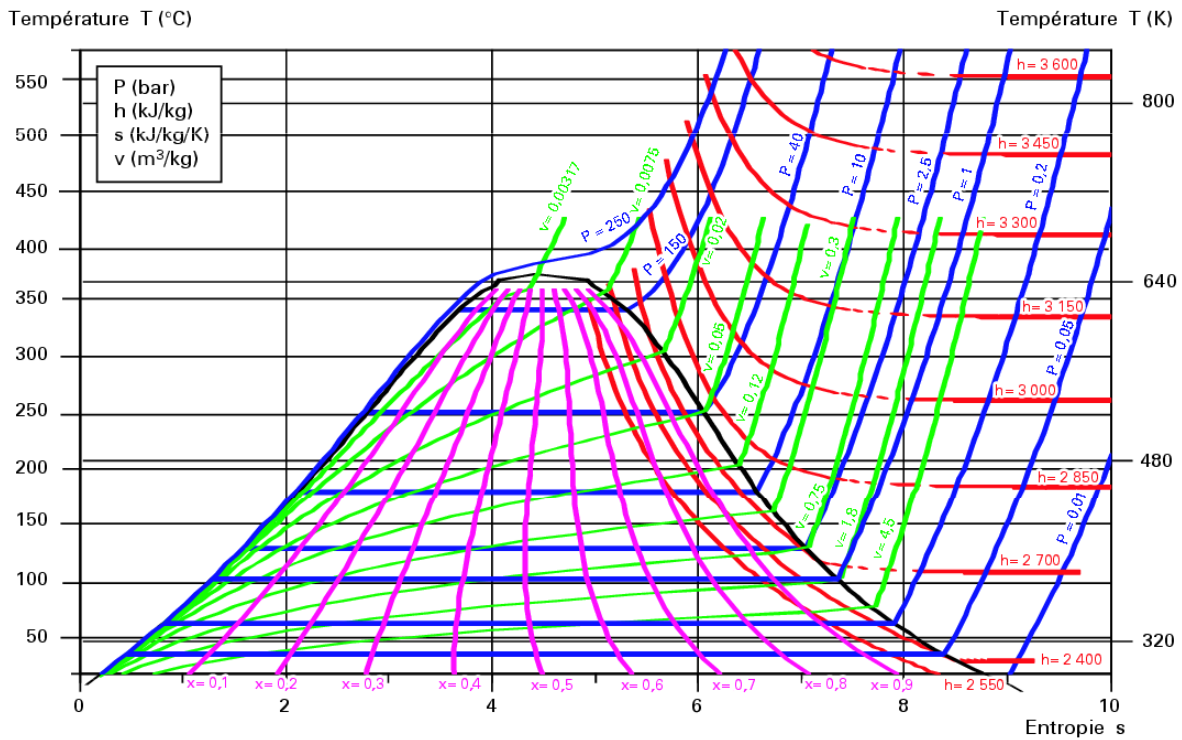
- isobare ~ exponentielle croissantes pour vapeur surchauffée
- |Pente isochore| > |Pente isobare|

Avantage : lecture simple des échanges de chaleur car  $\delta Q = T \cdot ds$

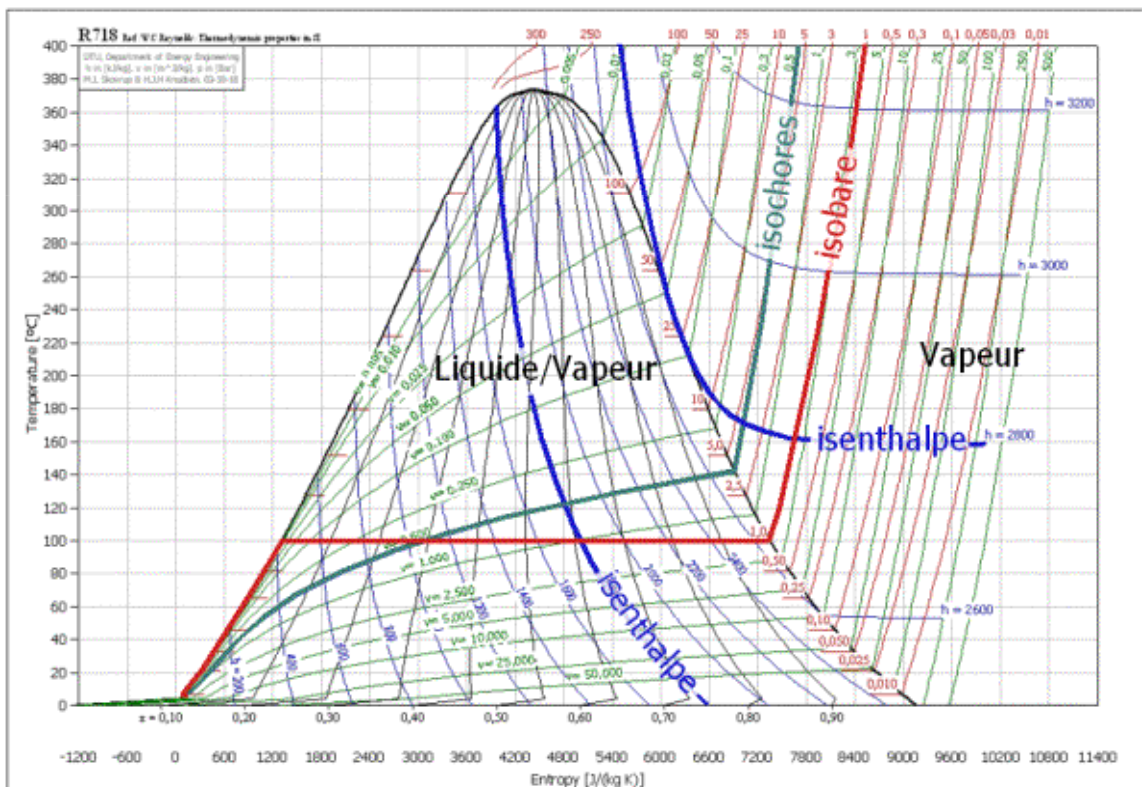
Si cycle parcouru dans sens des aiguilles d'une Montre, alors machine Motrice. Sinon, générateur.

Inconvénient : lecture imprécise des isobares dans la zone liquide → utiliser des tables

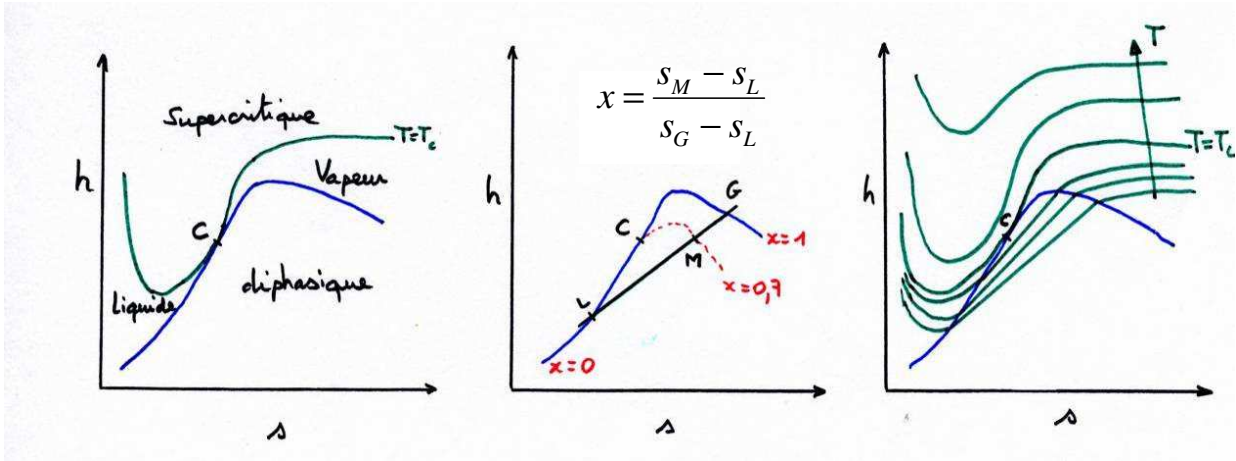
# H<sub>2</sub>O : Diagramme entropique Ts



# H<sub>2</sub>O : Diagramme entropique Ts



# Diagramme de Mollier hs



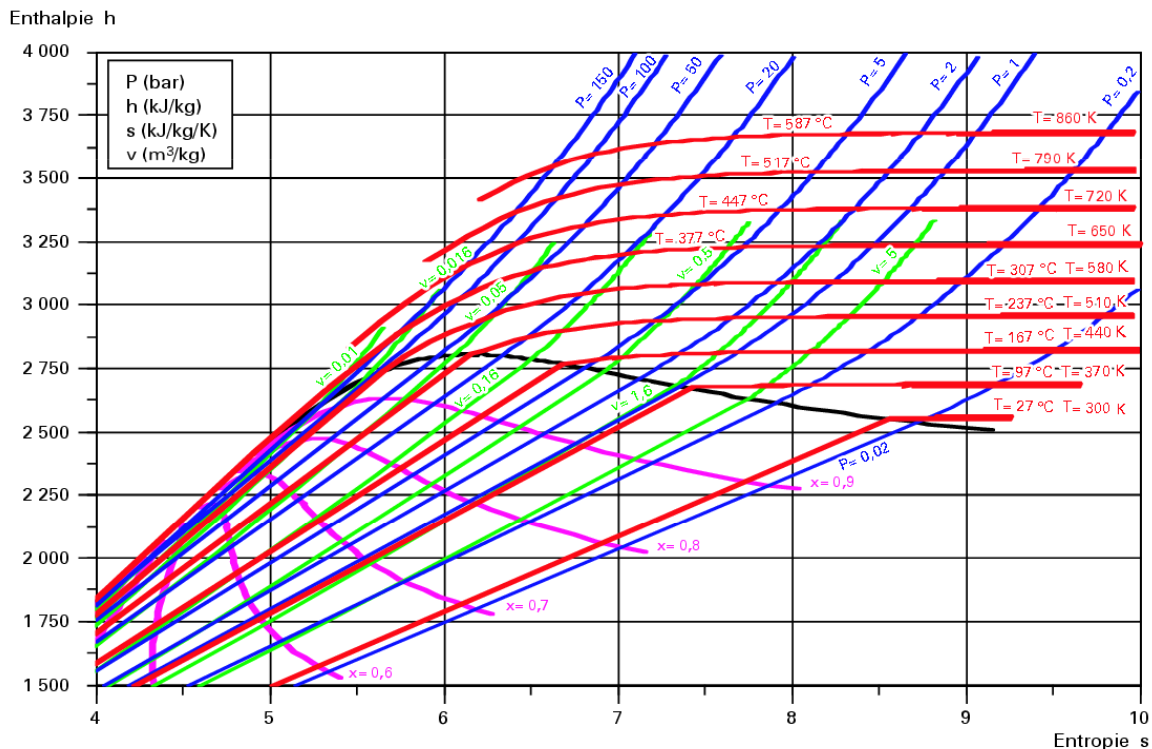
Caractéristiques : .

- Isotherme  $\rightarrow$  droite horizontale lorsque  $s \nearrow$  pour vapeur surchauffée
- Pente isobare =  $T_K > 0$  (dans domaine diphasique, isobare = droite)

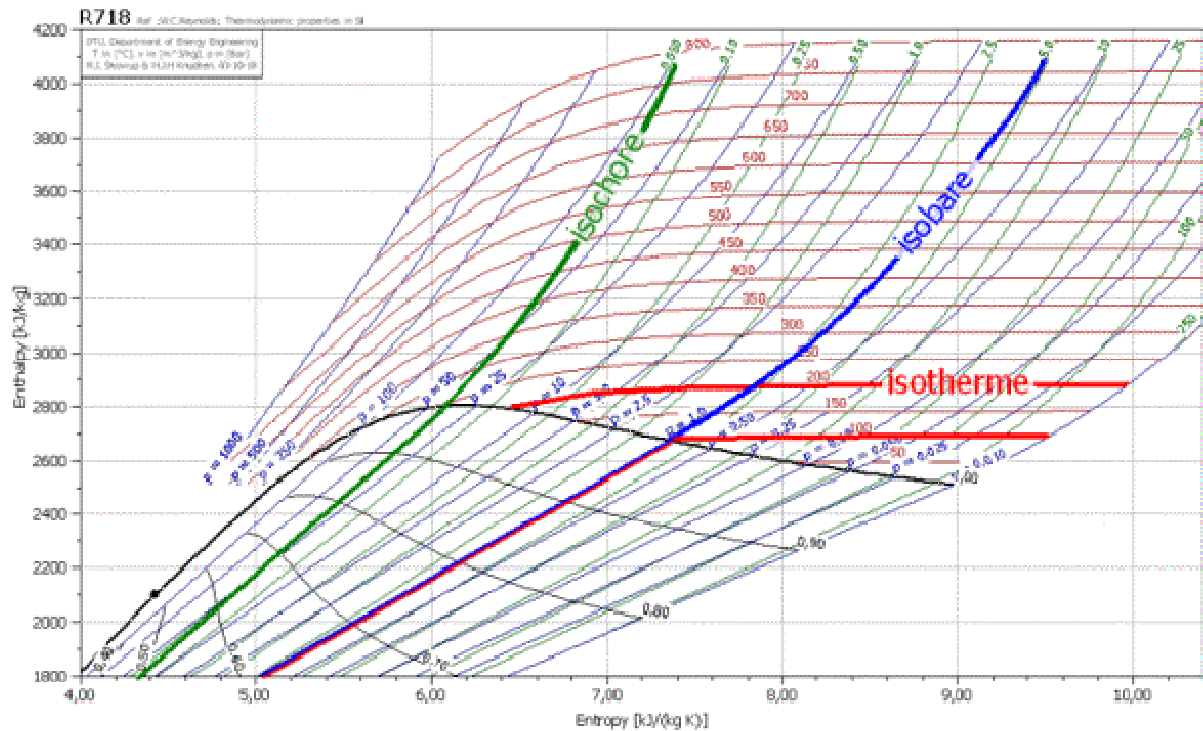
Avantage : lecture directe de l'enthalpie et donc de l'énergie mise en œuvre dans les systèmes ouverts comme les cycles à vapeur comportant des turbines, ventilateurs, ...

Inconvénient : lecture imprécise dans la zone liquide  $\rightarrow$  utiliser des tables

# H<sub>2</sub>O : Diagramme de Mollier hs



# H<sub>2</sub>O : Diagramme de Mollier hs



## Exercice n°2

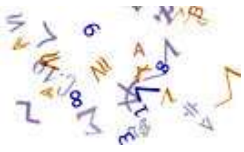
Exercice de lecture de données pour l'eau (Cf. document de cours)

Question n°1 : pour  $T=350^{\circ}\text{C}$ , quelle est la pression de vapeur saturante ?

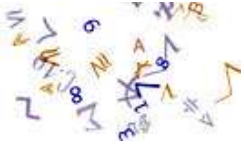
Question n°2 : pour  $P=20$  bars et  $h=1200$   $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ , quel est l'état physique de l'eau ?

Question n°3 : pour  $x=50\%$  et  $T=500\text{K}$ , quelle est l'entropie massique du fluide ? de la phase vapeur ? de la phase liquide ?

Question n°4 : quelle est la chaleur latente de vaporation à  $T=200^{\circ}\text{C}$  ?



# Thermodynamique et mathématiques



## Rappels de mathématiques

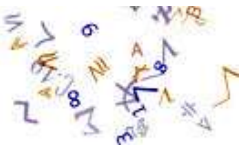
Soient trois variables  $x, y, z$  dont deux indépendantes

$$\text{Différentielle totale exacte : } dz = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x dy$$

$$\text{Théorème de Schwartz (égalité des dérivées secondes) : } \left(\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y\right)_x = \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x\right)_y$$

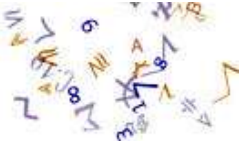
$$\text{Relation de permutation : } \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y \cdot \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \cdot \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x = -1$$

$$\text{Inversion : } \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y \cdot \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_y = 1$$



Voici les cinq fonctions d'état principales :

- Entropie : S
- Energie interne : U
- Energie libre : F = U - TS
- Enthalpie : H = U + PV
- Enthalpie libre : G = H - TS



## Equations de Gibbs

(valables pour un système fermé, sans variation d'énergie cinétique ou potentielle)

$$\left\{ \begin{array}{l} dU = T.dS - P.dV \\ dH = T.dS + V.dP \\ dG = V.dP - S.dT \\ dF = -P.dv - S.dT \end{array} \right.$$

Ce sont des différentielles totales exactes donc :

$$\begin{array}{ll} \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V = T & \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S = -P \\ \left(\frac{\partial H}{\partial S}\right)_P = T & \left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_S = V \\ \left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)_T = V & \left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_P = -S \\ \left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T = -P & \left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V = -S \end{array}$$



# Relations de Maxwell

(application du théorème de Schwartz aux 4 équations de Gibbs)

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = -\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_P$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = -\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T$$



## Coefficients

Capacité calorifique massique à P constante [J.K<sup>-1</sup>.kg<sup>-1</sup>]

$$C_p = T \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p$$

Capacité calorifique massique à V constant [J.K<sup>-1</sup>.kg<sup>-1</sup>]

$$C_v = T \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v$$

Coefficient adiabatique (1) [-]

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

Coefficient adiabatique (2) [K.Pa<sup>-1</sup>]

$$\eta = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_s$$

Coefficient de dilatation à P constante [K<sup>-1</sup>]

$$\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = \frac{-1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p$$

Coefficient de compressibilité à T constante [Pa<sup>-1</sup>]

$$\chi_T = \frac{-1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)_T$$

Compressibilité d'un gaz [-]

$$Z = \frac{PV}{nRT} = \frac{Pv}{RT}$$

Coefficient de Joule-Thomson [K.Pa<sup>-1</sup>]

$$\mu = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_h = \frac{v \cdot (\beta T - 1)}{C_p} = \frac{RT^2}{P \cdot C_p} \cdot \left(\frac{\partial Z}{\partial T}\right)_p$$



# Relation de Mayer

Pour tout corps (solide, liquide, gaz) :

$$C_p - C_v = T \cdot \frac{\beta^2}{\chi_T} \cdot \frac{\tilde{M}}{\rho} = T \cdot \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v \cdot \left( \frac{\partial \frac{\tilde{M}}{\rho}}{\partial T} \right)_P$$

Pour un gaz parfait, on a :  $C_p - C_v = R$



# Relation de Clapeyron

Chaleur latente de vaporisation :  $L = h_G - h_L > 0$

$$\text{Relation de Clapeyron (valable à l'équilibre liquide-vapeur)} : \left( \frac{dP}{dT} \right)_{sat.} = \frac{s_G - s_L}{v_G - v_L} = \frac{L}{T \cdot (v_G - v_L)}$$

Cas particulier : loin du point critique, on a  $v_G \gg v_L$

$$\text{Si de plus le gaz est assimilable à un gaz parfait} : \left( \frac{dP}{dT} \right)_{sat.} = \frac{LP}{RT^2}$$



# Documents complémentaires

Propriétés thermodynamiques de l'eau et de l'air : tables et graphiques

Logiciel steamtab.exe



## Unité n°2

### Moteurs thermiques rotatifs

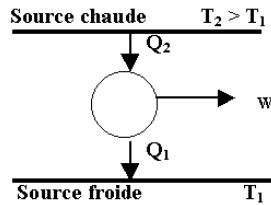
(=turbomachines)

# Les machines thermiques

## MACHINES THERMIQUES

### MOTEURS THERMIQUES

Chaleur HT → Travail + chaleur BT



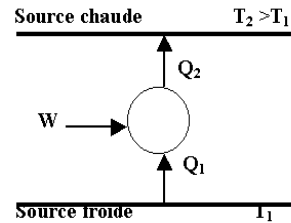
Rendement < 1 :

$$\eta = \frac{W_{fourni}}{Q_{prélevée}} = \frac{W}{Q_2} = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = 1 - \frac{Q_1}{Q_2} < 1$$

- machines à vapeur (locomotives, ...)
- moteurs à combustion (essence ou diesel)
- centrales thermiques ou nucléaires (production d'électricité)

### MACHINES DE TRANSFERT DE CHALEUR

Travail + chaleur BT → Chaleur HT



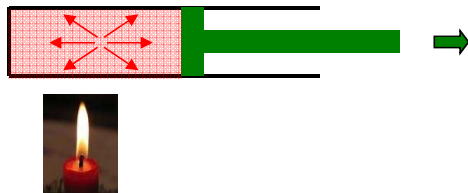
Coefficient de performance > 1 :

$$\eta = \frac{Q_1}{W} = \frac{Q_1}{Q_2 - Q_1} > 1$$

- les machines frigorifiques (à compression ou à absorption)
- les pompes à chaleur

# Les moteurs thermiques

## Moteur à combustion externe



Chaleur transmise au fluide *via* paroi conductrice.

Source de chaleur : solaire, nucléaire, ...

Pas de réaction chimique au sein du fluide.

Le fluide est recyclé (circuit fermé).

## Moteur à combustion interne

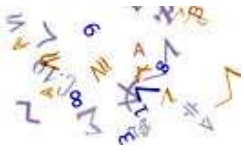


Chaleur générée dans le volume du fluide.

Source de chaleur : combustion, ...

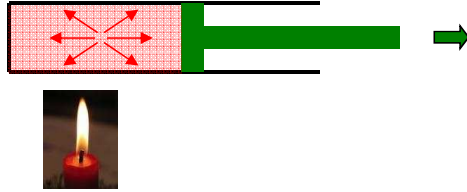
Le fluide change de composition chimique.

Le fluide est renouvelé à chaque cycle (circuit ouvert).



# Les moteurs thermiques alternatifs

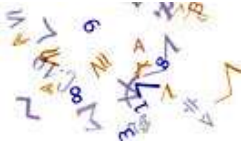
Moteur à combustion externe



Moteur à combustion interne



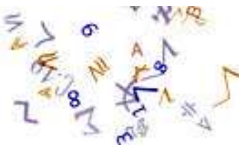
Turbine à vapeur	MACHINES ROTATIVES	Turbine à gaz
Moteur Stirling	MACHINES ALTERNATIVES	Moteur essence Moteur Diesel



# Turbomachines

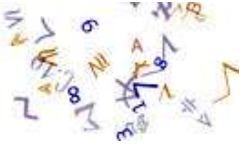


- Turbomachines
- Turbines hydrauliques (eau liquide)
  - Turbines à vapeur (vapeur d'eau)
  - Turbines à gaz (gaz de combustion)

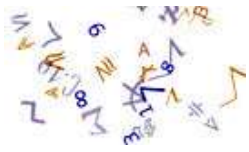


# Turbomachines

		Machine pas thermique	Machine thermique	
			Combustion externe	Combustion interne
Fluide	Eau liquide	Turbines et pompes hydrauliques <i>Rendement max ~ 95%</i>		
	Eau vapeur		Turbine à vapeur (Rankine, Hirn) <i>Rendement max ~ 38%</i>	
	Gaz de combustion			Turbine à gaz (Joule-Brayton) <i>Rendement max ~ 38%</i>

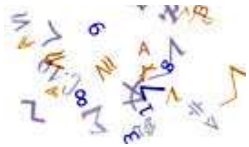


## Turbines & pompes hydrauliques

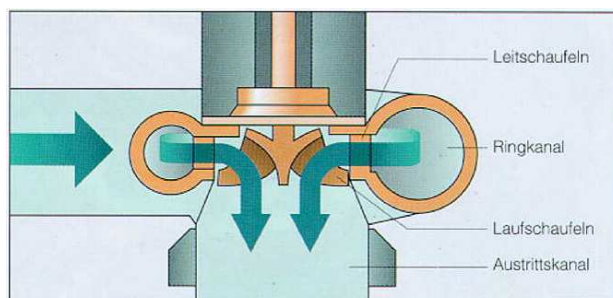
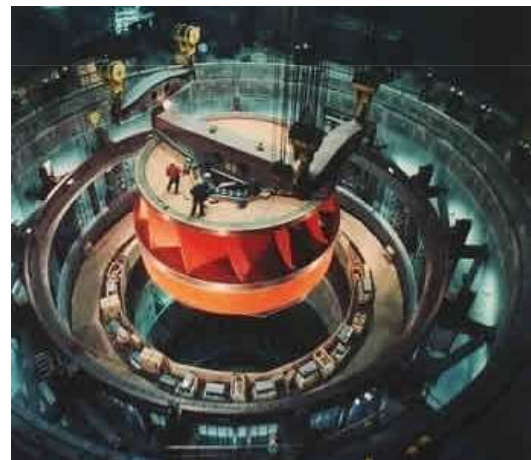


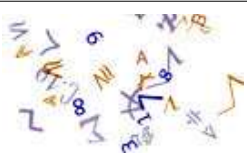
# Turbines hydrauliques

Francis, Pelton, Kaplan

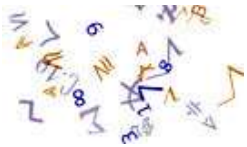
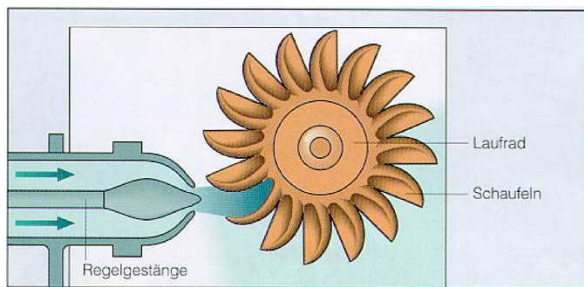
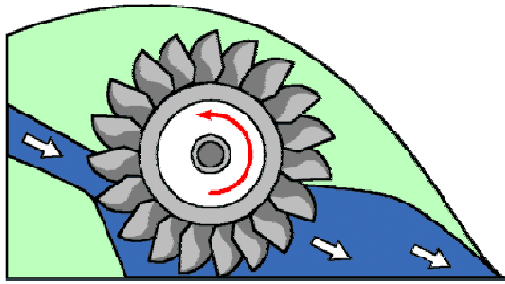


## Turbine Francis (1868)

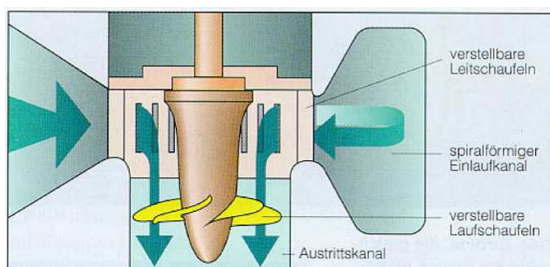
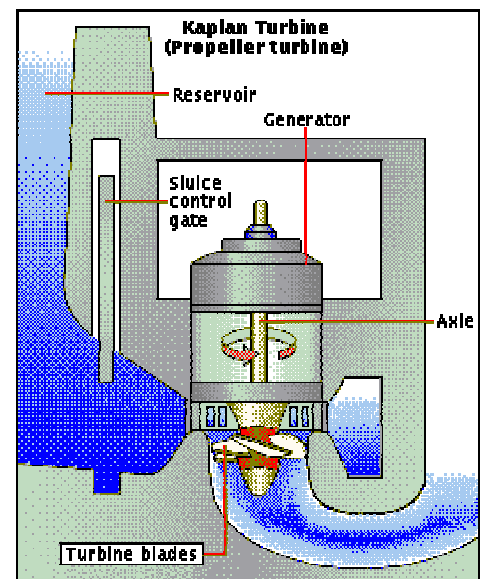


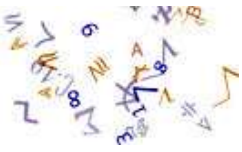


# Turbine Pelton (1880)






# Turbine Kaplan (1912)

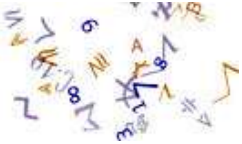




# Comparaison

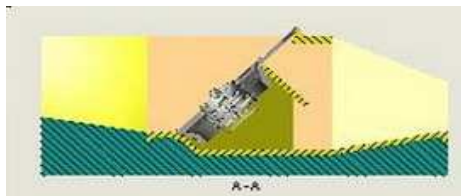
	<b>FRANCIS</b>	<b>PELTON</b>	<b>KAPLAN</b>
			
Utilisation	Retenue d'eau	Retenue d'eau	Au fil de l'eau
Hauteur de chute [m]	10 - 700	200 - 2000	0 - 30
Débit	4 - 55 m <sup>3</sup> /s	4 - 15 m <sup>3</sup> /s	4 - 350 m <sup>3</sup> /s
Efficacité	~ 90%	90 - 95 %	80-95%

Trois Gorges, Chine : 18 GW grâce à 26 turbines Francis ( $\Delta H=90$  m)



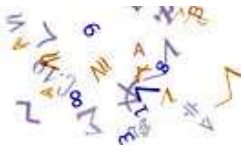
## New !!!

Turbines de très basse chute (proche Francis)  
 Chute ~2 mètres  
 Débit ~ 25 m<sup>3</sup>/s  
 400 kW<sub>e</sub>



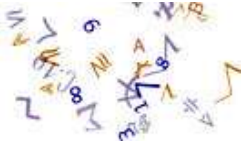
Prix de rachat EDF = 0,06 €/kWh mini  
 CA annuel = 200 k€





# Les pompes hydrauliques

## Volumétriques, Centrifuges



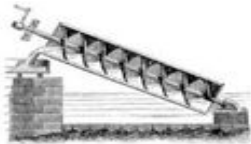
## Typologies des pompes

Objectifs :

- mettre un fluide dense (liquide ou slurry) en mouvement (énergie nécessaire pour vaincre la dissipation d'énergie par frottement visqueux),
- éventuellement, augmenter sa pression (énergie nécessaire pour rapprocher les molécules entre elles malgré les forces de répulsion).

<b>POMPES VOLUMETRIQUES</b> (= positive displacement pump)	<b>POMPES CENTRIFUGES</b> (= rotodynamiques )
Fluides visqueux Dosage précis Fluides "susceptibles ou fragiles"	Tous les autres cas (eau, ...)
Rendement : 90%	Rendement : 60-70%
	Meilleure fiabilité Meilleur prix

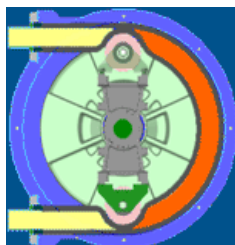
Utilisées dans les centrales électrogènes, en géothermie, ... 



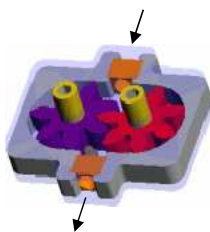
Vis sans fin d'Archimède

# Pompes volumétriques

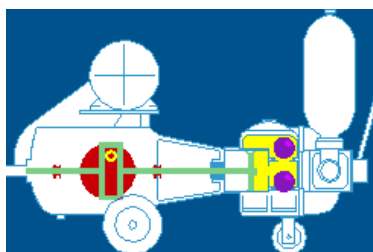
= corps de pompe parfaitement clos à l'intérieur duquel se déplace un élément mobile rigoureusement ajusté.



Pompe péristaltique  
(Biologie)



Pompe à engrenages  
(pompe à huile voiture)



Pompe à piston  
(extraction pétrole – eau souterraine)



Pompe à lobes

Principe de fonctionnement : un volume déterminé de liquide pénètre dans un compartiment avant d'être refoulé à la fin. Ce mouvement permet le déplacement du liquide entre l'orifice d'aspiration et l'orifice de refoulement.

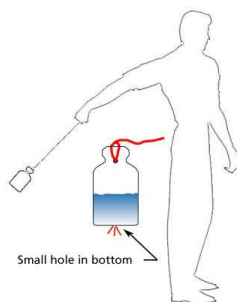
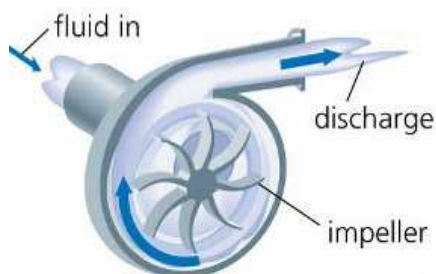
Parmi les pompes volumétriques, on distingue généralement les pompes rotatives et alternatives.



# Pompes centrifuges

Une pompe centrifuge est constituée de :

- une roue à aubes tournant autour de son axe
- un distributeur dans l'axe de la roue
- un collecteur de section croissante, en forme de spirale appelée volute.

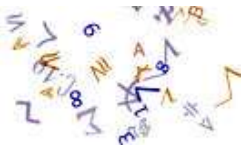


Pompe monoétage  
(centrale thermique à flamme)

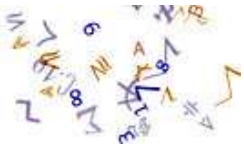
Le liquide arrive dans l'axe de l'appareil par le distributeur et la force centrifuge le projette vers l'extérieur de la turbine.

Il acquiert une grande énergie cinétique qui se transforme en énergie de pression dans le collecteur où la section est croissante.

(Bernoulli :  $p v^2/2 + P + g z = \text{const}$ )



# Turbines à vapeur (=TAV) et Centrales Thermiques à Flamme (CTF)



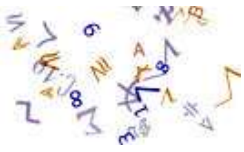
## Sommaire

Centrale Thermique à Flamme : principe de fonctionnement et schéma, ordres de grandeur

Cycles simple : Carnot et Rankine

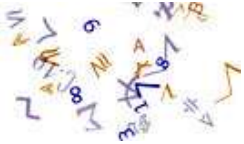
Cycles améliorés : avec surchauffe (Hirn), avec soutirage



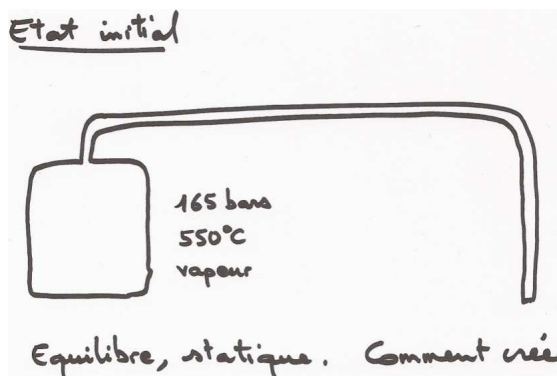


# Principe de fonctionnement d'une CE

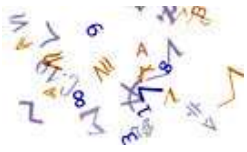
Une Centrale Electrogène, comment ça marche ?



# Principe de fonctionnement d'une CE

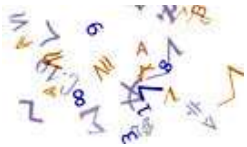
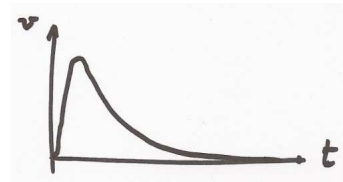
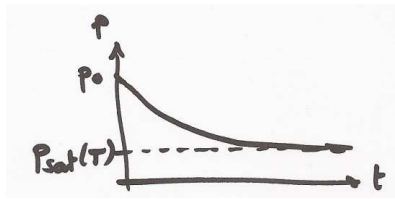
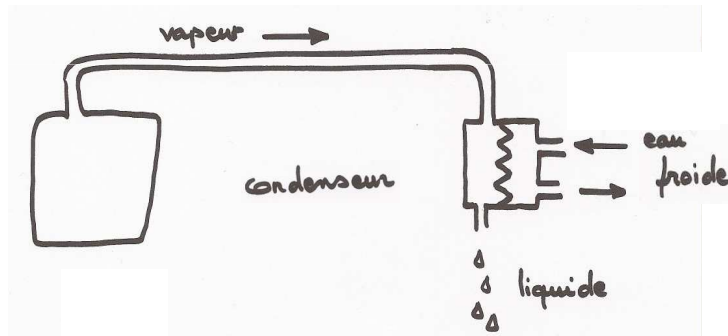


Question : comment créer un mouvement ?



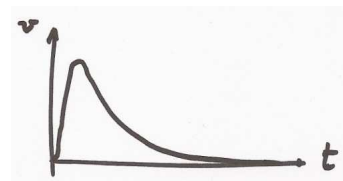
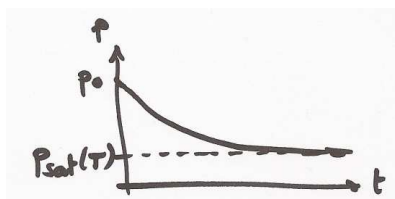
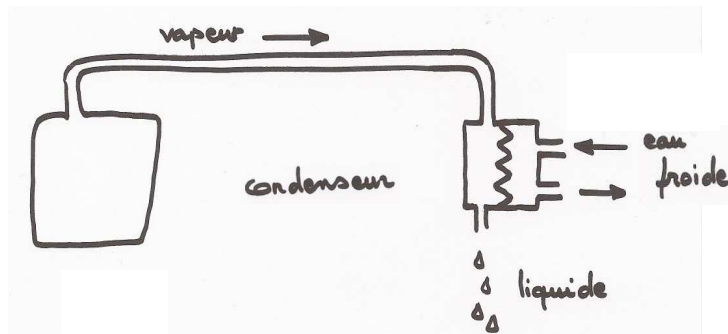
# Principe de fonctionnement d'une CE

Réponse : avec un aspirateur à vapeur !

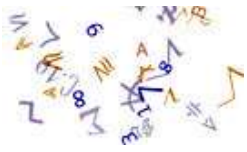


# Principe de fonctionnement d'une CE

Réponse : avec un aspirateur à vapeur !

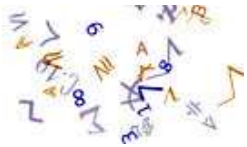
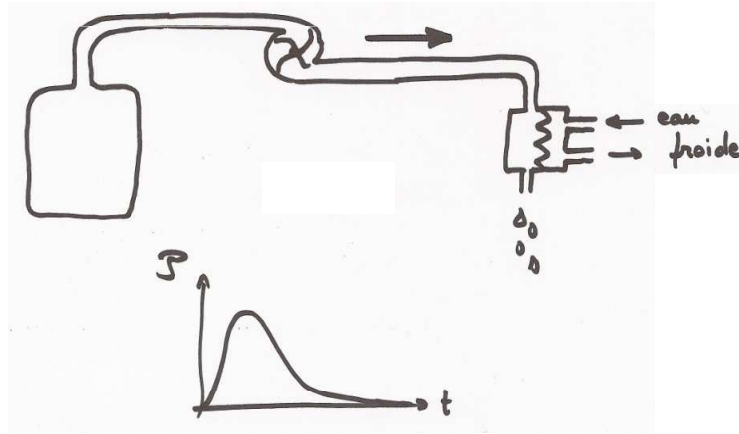


Question : comment tirer profit du mouvement ?



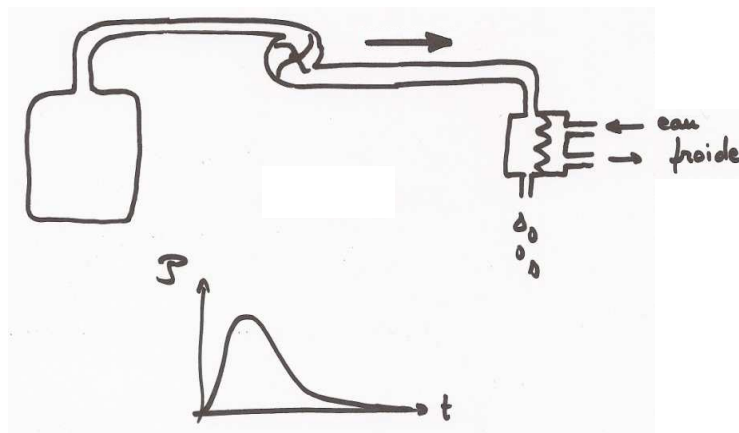
# Principe de fonctionnement d'une CE

Réponse : avec une turbine !

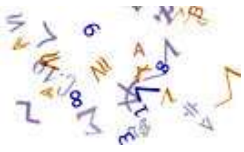


# Principe de fonctionnement d'une CE

Réponse : avec une turbine !

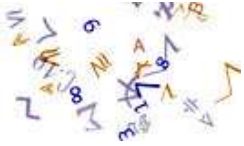
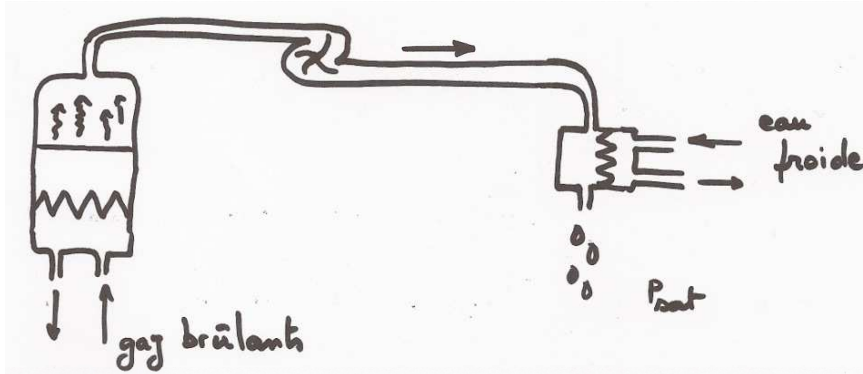


Question : comment opérer en continu ?



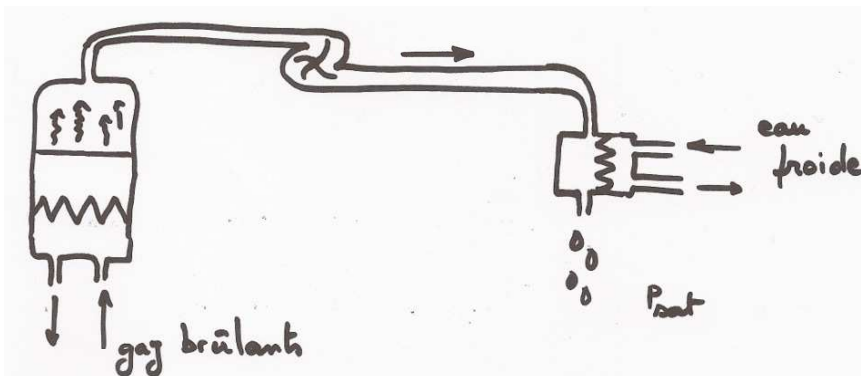
# Principe de fonctionnement d'une CE

Réponse : avec un générateur de vapeur !

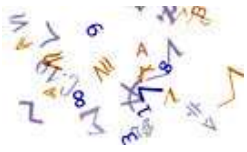


# Principe de fonctionnement d'une CE

Réponse : avec un générateur de vapeur !

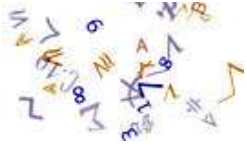
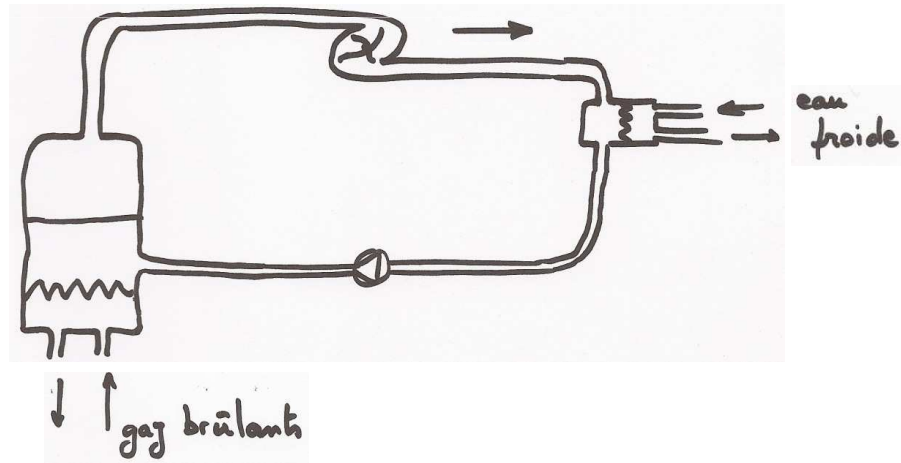


Question : comment opérer en circuit fermé ?

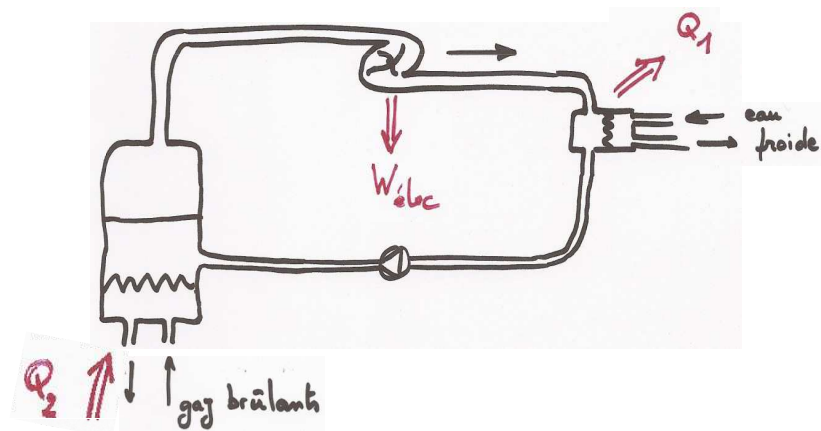


# Principe de fonctionnement d'une CE

Réponse : avec une pompe d'alimentation !



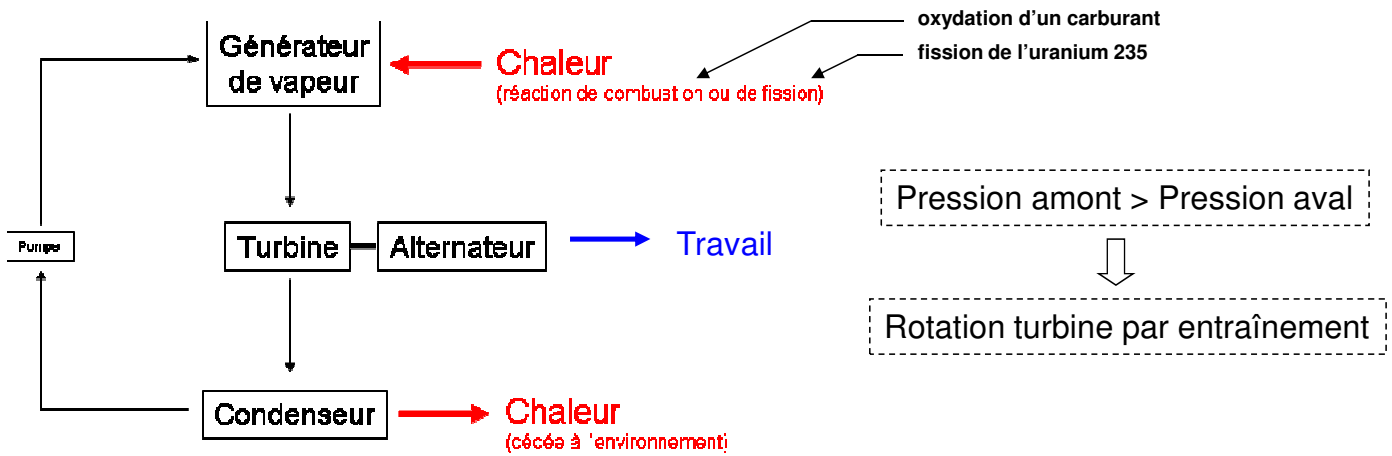
# Principe de fonctionnement d'une CE



C'est une centrale électrogène !

# Schéma d'une centrale

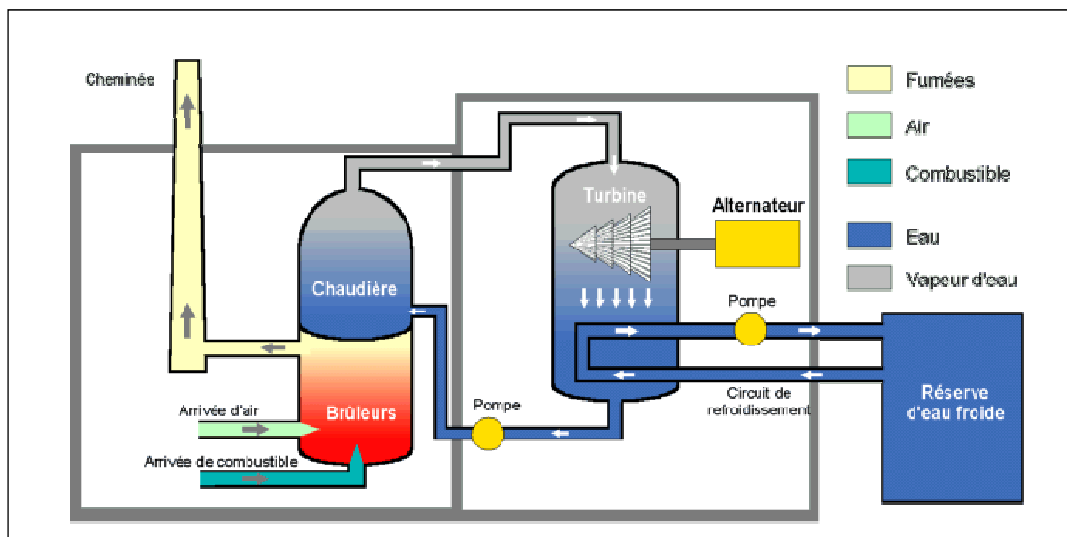
Valable pour Centrale Thermique à Flamme ou Centrale Nucléaire



Pression amont de la turbine : fixée par la pompe

Pression aval de la turbine : fixée par l'équilibre Liquide-Vapeur régnant dans le condenseur donc par la température de la source froide (fleuve, atmosphère, ...)

# Principe d'une CTF

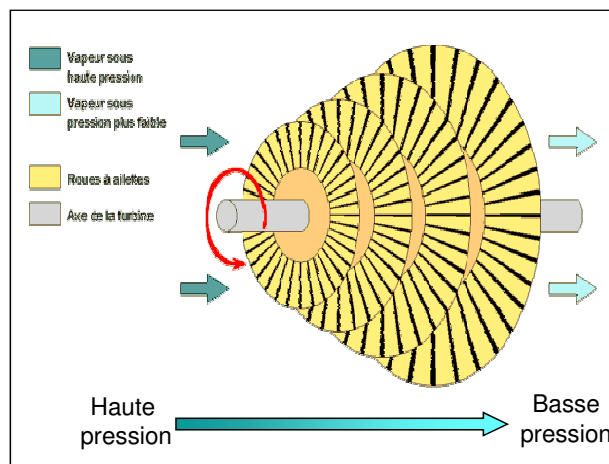


- Mouvement rotatif (=turbomachine)
- Cycle fermé pour économiser l'eau.
- Adaptabilité pour les variations de demande électrique
- Machine thermique à combustion externe





# Turbine à vapeur



Stator = carter avec ailettes fixes  
 Rotor = arbre + une centaine de roues à ailettes  
 Taille de roue inversement proportionnelle à la pression  
 Vitesse du rotor : 1500 ou 3000 tr/min (multiple de 50Hz)  
 Tension de sortie : 20 kV  
 Ensuite, transformateur de puissance → 225 ou 400 kV



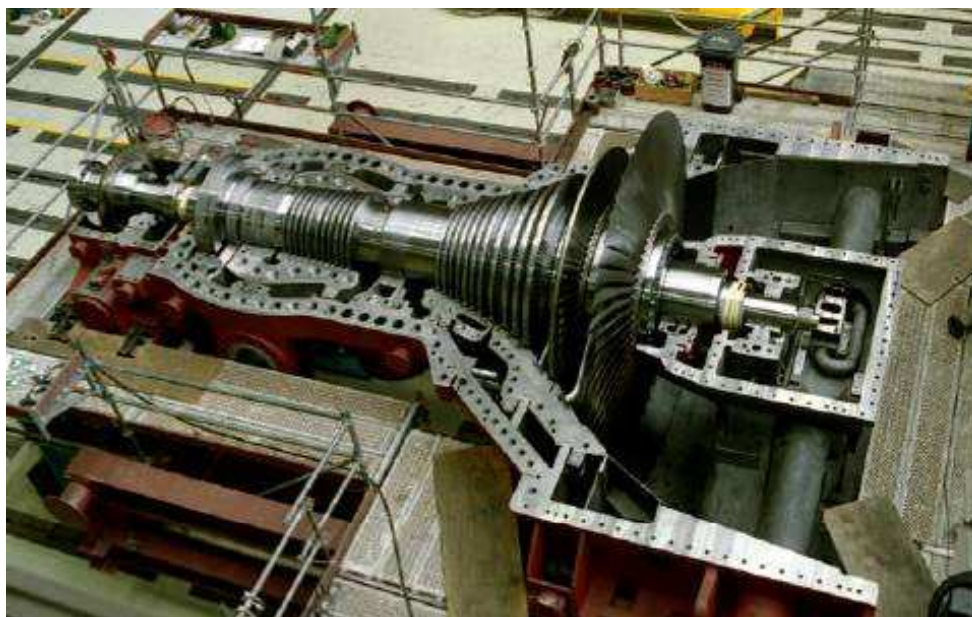
Rotor basse-pression



Demi-stator

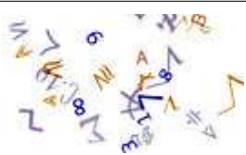


# Turbine à vapeur

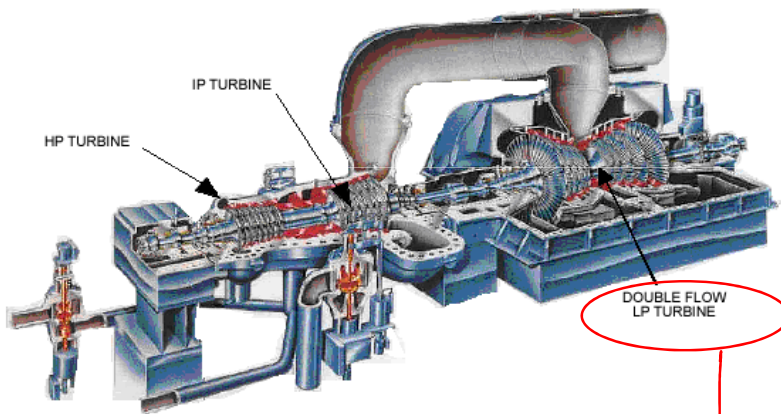


Chaque étage possède une double-fonction :

- conversion de l'enthalpie en énergie cinétique (détente de la vapeur)
- conversion de l'énergie cinétique en couple de rotation *via* les aubages mobiles



# Turbine à vapeur



- HP turbine  $P_{in} \approx 150$  bars
- IP turbine  $P_{in} \approx 100$  bars
- LP turbine  $P_{in} \approx 50$  bars

Fortes contraintes :

- thermiques
- mécaniques (force centrifuge)
- chimique (corrosion par vapeur)



Acier fortement allié (Cr-Ni-Va)



Température : 550-580°C  
(maximum : 650°C)

Pression : 180 bars  
(250 bars pour cycle supercrit.)

Longueur ailettes : max. 1 mètre

La vapeur entre au milieu et s'écoule dans deux directions opposées  
=> la résultante des forces est nulle => la structure est moins sollicitée

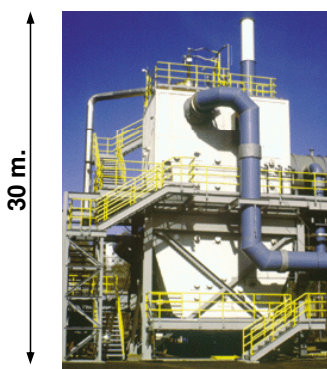
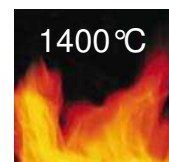


# Chaudière

Echangeurs tubulaires : eau liquide → vapeur surchauffée (tubes d'eau)

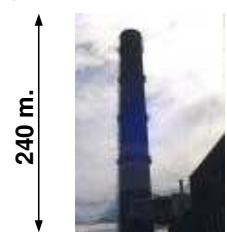
Combustible	Capacité de la tranche	Consommation (à l'heure)
charbon	250 MW	100 tonnes
fioul	250 MW	50 tonnes
gaz naturel	125 MW	30 000 m <sup>3</sup>
gaz hauts fourneaux	125 MW	60 000 m <sup>3</sup>

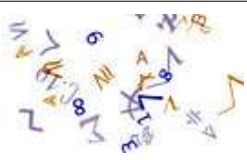
<http://www.sciences.univ-nantes.fr/physique/perso/blanquet/thermo/511exmac/511exmac.htm>



<http://www.memagazine.org/backissues/oct01/features/lightfor/63.gif>

- Fioul : chauffé à 140°C, pulvérisé en gouttelettes par brûleur
- Gaz : directement injecté
- Charbon : broyé, mélangé à air chaud sous pression, injecté par brûleur



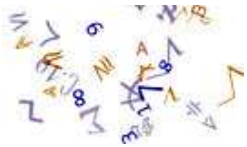


# Pompe



Pompe monoétage  
(centrale thermique à flamme)

La pompe fixe la pression régnant dans la chaudière et donc la température d'ébullition.



# Environnement

Rejets maximum autorisés pour une centrale de 200 MW<sub>e</sub> (en mg/Nm<sup>3</sup>) :

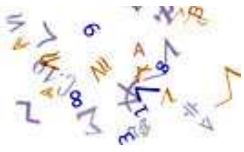
	SO <sub>2</sub>	NO <sub>x</sub>	Poussières
Gaz naturel	35	225	5
Fioul	1700	450	50
Charbon	2400	600	100

SO<sub>2</sub> : Fioul et charbon à basse teneur en soufre  
 Désulfuration par lavage :  $\text{H}_2\text{O} + \text{CaCO}_3 + \text{SO}_2 \rightarrow \text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2$  (=gypse pour plâtre)

NO<sub>x</sub> : Nouveaux brûleurs pour baisser T flamme en diminuant quantité d'air  
 $\text{NO}_x + \text{NH}_3 \xrightarrow{\text{catalyseur}} \text{N}_2 + \text{H}_2\text{O}$  (SCR, Selective Catalytic Reduction)

Nouvelle technologie à lit fluidisé circulant : T basse (850 °C) + calcaire dans le foyer

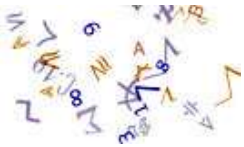
Poussières : dépoussiéreurs électro-statiques + charbon moins cendreux



# Ordres de grandeur

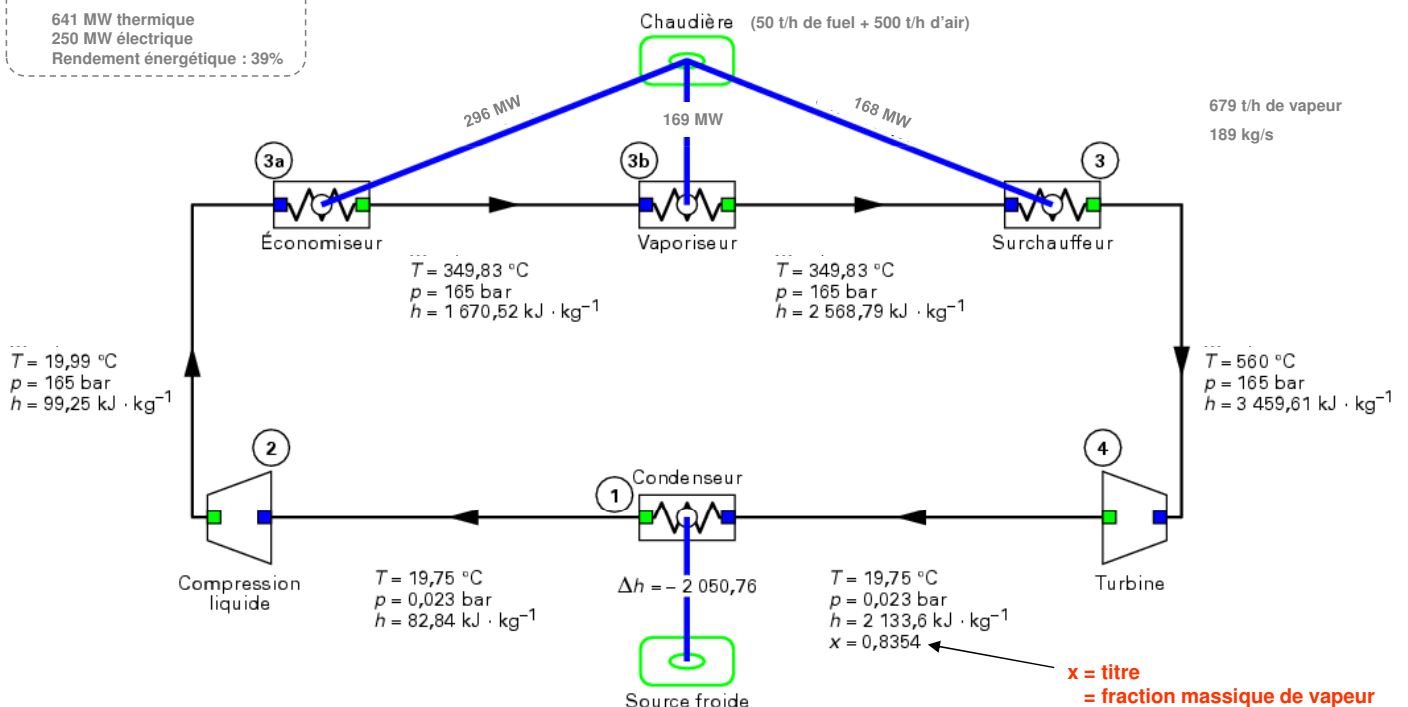
Exemple d'une centrale thermique à flamme fonctionnant au fioul. Pour une tranche de 250 MW<sub>élec.</sub> :

- Débit fioul : 50 t/h
- Débit air de combustion : 500 t/h
- Température entrée chaudière : 25 °C
- Débit vapeur : 700 t/h = 200 kg/s
- Température entrée turbine : 565 °C
- Pression entrée turbine : 163 b
- Température condenseur : 30 °C
- Pression eau condenseur : 0,034 b
- Vitesse de rotation rotor alternateur : 3000 T/min
- Rendement : 38%



# Ordres de grandeur

**BILAN**  
 641 MW thermique  
 250 MW électrique  
 Rendement énergétique : 39%



Source : Techniques de l'ingénieur <http://www.techniques-ingenieur.fr/affichage/DispMain.asp?nqcmId=be8041&file=be8041/be8041-3.htm#I3.1>



$$\text{Rendement énergétique} = \frac{\text{Travail net}}{\text{Quantité de chaleur onéreuse}}$$

Travail net = travail utile = travail fourni – travail consommé



## Amélioration 1 : surchauffe

(c'est le cycle de Hirn)

Influence de l'eau liquide dans turbine :

- Impact grosses gouttes → surface détériorée  
→ corrosion → réduction durée de vie ailettes
- gouttelettes ne participent pas à mise en mouvement des ailettes → moindre efficacité

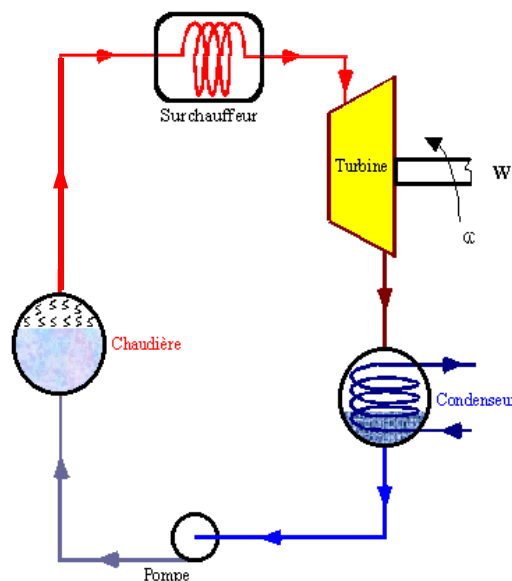
=> détente limitée : titre\* x > 80-85%  
( ⇔ fraction volumique de liquide de 0,0004% )

Rankine : rendement « faible »

Solution : surchauffer la vapeur avant la détente dans la turbine. C'est le cycle de Hirn.

Tracer le cycle dans le diagramme entropique Ts

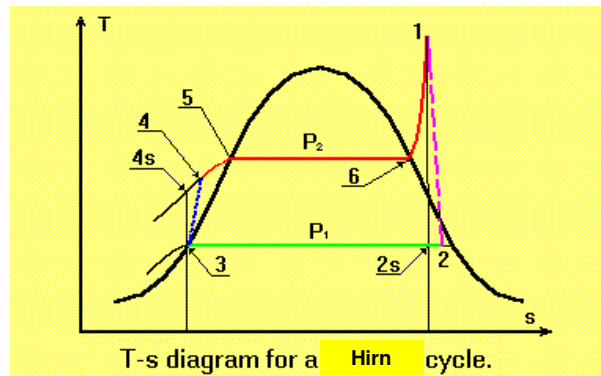
\* titre = fraction massique de vapeur



# Amélioration 1 : surchauffe

(c'est le cycle de Hirn)

$$-W_t = h_1 - h_2 > 0$$



$h_1 > h_6 \rightarrow$  travail augmenté pour débit de vapeur constant

Coût marginal + faible : il suffit de chauffer davantage, inutile de dimensionner plus gros

# Amélioration 2 : soutirage

(= cycle régénératif)

Principe :  $\Delta T = T_{\text{source}} - T_{\text{fluide}}$  diminue  $\Rightarrow$  rendement augmente

D'où : augmenter T entrée chaudière par transfert interne de chaleur.

Soutirage : une fraction de vapeur prélevée dans la turbine réchauffe l'eau sortant des condenseurs avant l'entrée dans la chaudière.

Plusieurs étages  $\Rightarrow$  l'eau d'alimentation de la chaudière est presque à saturation  $\Rightarrow$  transfert presque isotherme (comme dans Carnot)

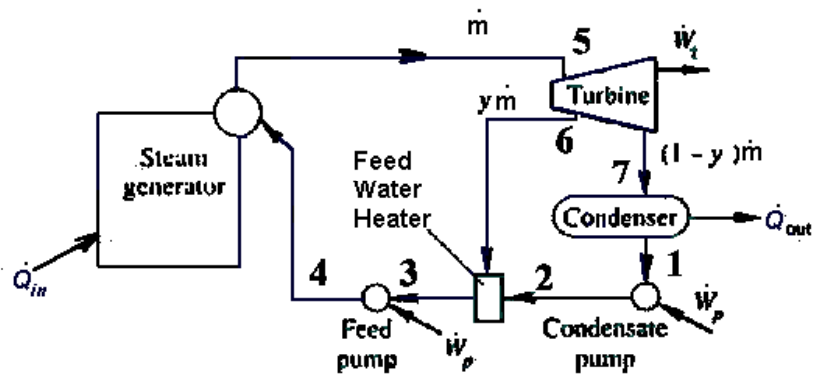
Dans la pratique, l'optimum technico-économique ne dépasse pas 7 soutirages.

# Amélioration 2 : soutirage

( = cycle régénératif )

Dans le mélangeur « Feedwater heater » : la fraction  $y$  de vapeur se condense à  $T$  constant, libérant la quantité de chaleur juste nécessaire pour élever la température de la fraction  $(1-y)$  liquide provenant du condenseur jusqu'à  $T$ .

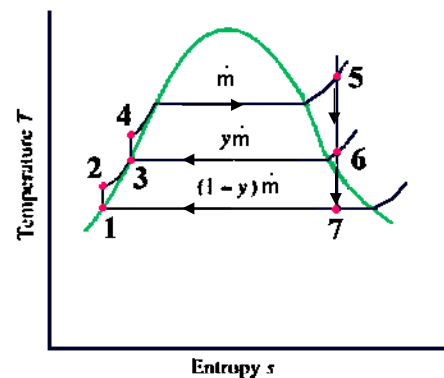
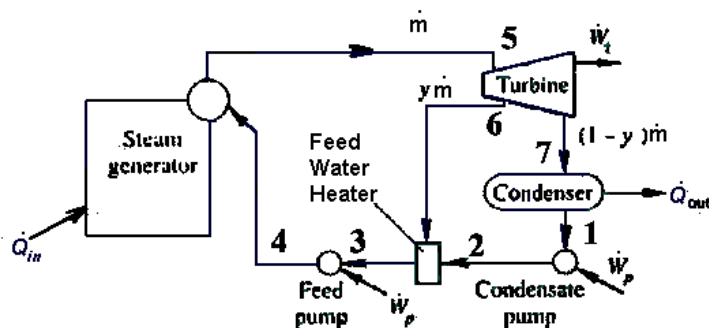
Tracer le cycle dans le diagramme Ts



Avantage supplémentaire :  
plus petit condenseur

# Amélioration 2 : soutirage

( = cycle régénératif )

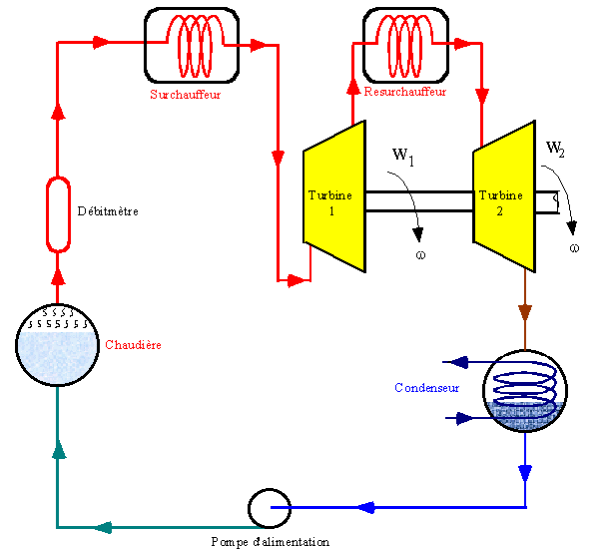


# Amélioration 3 : resurchauffe

Même principe : faire entrer dans la chaudière des fluides plus chauds pour s'approcher d'un transfert isotherme qui maximise le rendement.

Solution : limiter la détente isentropique puis chauffer à nouveau, à pression constante, pour augmenter la température. La vapeur subit alors une deuxième détente isentropique jusqu'à la température du condenseur puis se condense complètement.

Tracer le diagramme entropique Ts



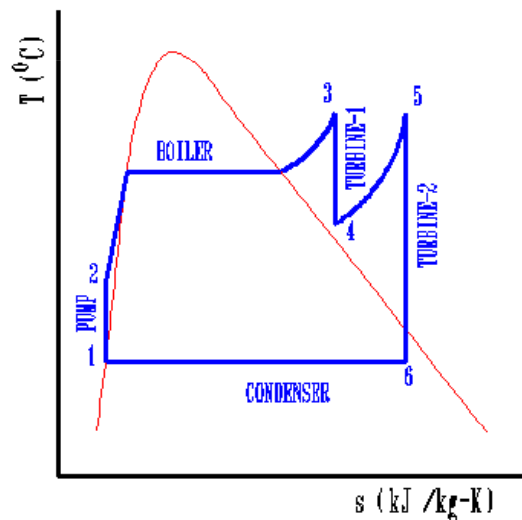
# Amélioration 3 : resurchauffe

Deux détente cumulées



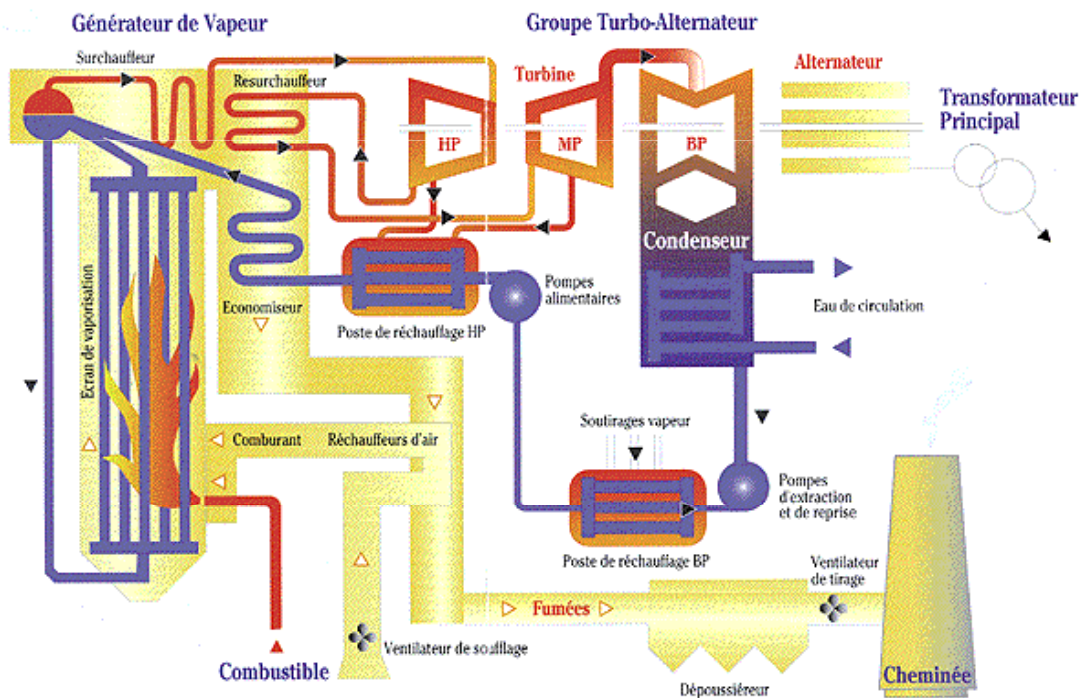
Travail encore plus grand

La première détente fournit une vapeur ayant un titre supérieur à 90%, éventuellement surchauffée. Le réchauffage s'effectue jusqu'à atteindre typiquement 560°C.



Note : Travail augmenté pour débit de vapeur constant => coûts + faibles

# Cycle de Hirn avec resurchauffe et soutirage



# Centrale à cycle supercritique

Cycles classiques : eau liquide et/ou gazeuse.

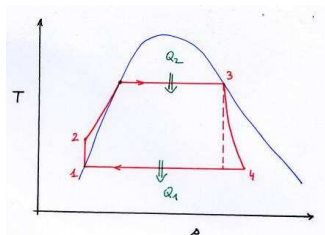
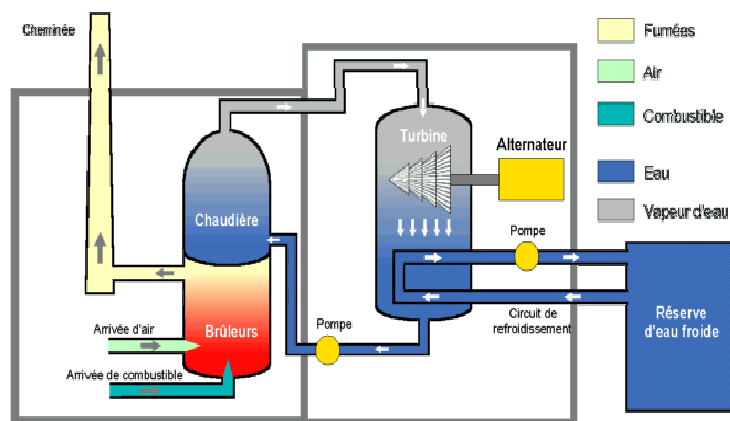
Point critique de l'eau :  $P_c=220$  bars et  $T_c=374$  °C

- $P > P_c$  → état supercritique
- étapes de réchauffage, de vaporisation et de surchauffe confondues
- rendement amélioré de 2 ou 3% + installation matérielle plus simple

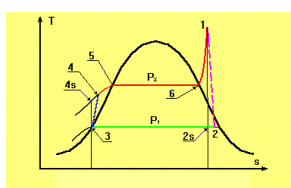
Problème : nécessité d'utiliser des matériaux résistant à des fortes pressions et températures → augmentation considérable du coût.



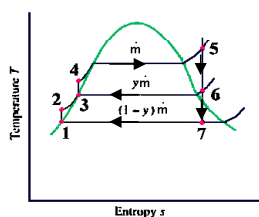
# Résumé : cycles simples et avancés



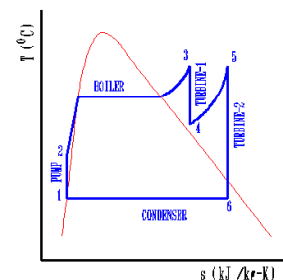
Rankine  
(cycle simple)



Hirn  
(=Rankine + surchauffe)



Hirn avec soutirage

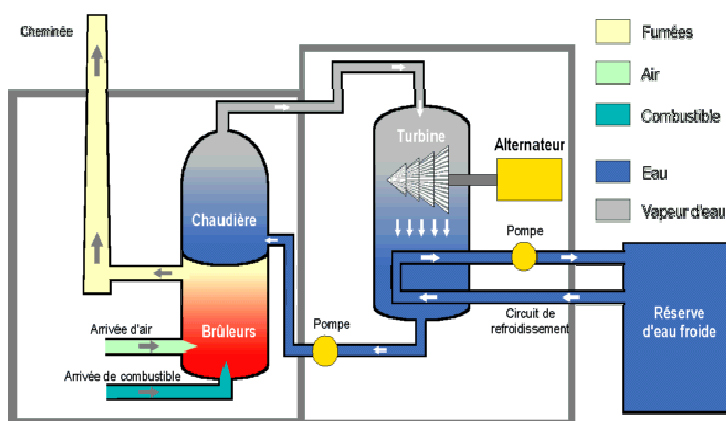


Hirn avec resurchauffe



## Exercice n°3

On considère l'installation suivante :



Tracer le cycle parcouru  
sur un diagramme de Clapeyron  
sur un diagramme entropique

Préciser à quoi les courbes correspondent. Donner le nom du cycle



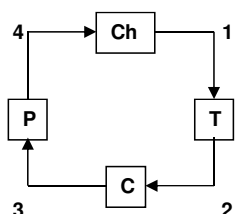
# Exercice n°4

On considère le cycle de Rankine simple.

- a) Dessiner un schéma de l'installation
- b) tracer le cycle en coordonnées PV et en coordonnées TS
- c) Donner l'expression du rendement puis le calculer

Données :

- Fluide : eau
- Compression isentropique
- Détente isentropique limitée
- Echanges de chaleur isobares
- Température de la source froide : 20°C
- Pression maximale : 165 bars
- Les propriétés thermodynamiques de l'eau nécessaires au calcul se trouvent dans l'annexe donnée dans le cours d'introduction. Il est également possible d'utiliser le logiciel SteamTab.exe.



# Exercice n°5

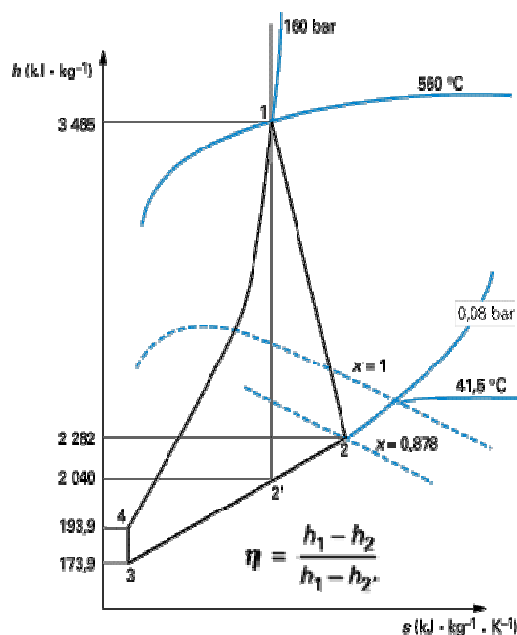
On considère une CTF basée sur un cycle de Hirn

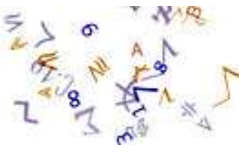
Données :

- |  |                            |
|--|----------------------------|
| Sortie chaudière :                     | $T_1 = 560\text{ °C}$      |
|  | $P_1 = 160\text{ bar}$     |
| Pression condenseur :                  | $P_2 = 0,08\text{ bar}$    |
| Rendement isentropique de la turbine : | $\eta_s = 83\%$            |
| Débit vapeur :                         | $q_m = 1620\text{ t/h}$    |
| Travail absorbé par les pompes :       | $20\text{ kJ/kg}$          |
| Sortie condenseur :                    | $h_3 = 173,9\text{ kJ/kg}$ |

Calculer :

- 1) la température à la sortie de la turbine  $t_2$  (entrée condenseur), ainsi que le titre de la vapeur ;
- 2) la puissance fournie par la turbine ;
- 3) l'enthalpie à la sortie des pompes  $h_4$ , sachant qu'à l'entrée de la première pompe la température de l'eau est égale à celle de l'ébullition ( $t_2 = t_3$ ) sous une pression de 0,08 bar
- 4) la quantité de chaleur cédée au condenseur
- 5) la quantité de chaleur fournie par la chaudière
- 6) le rendement thermique de cette installation.





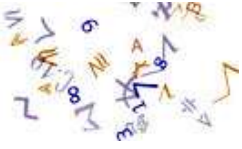
## Exercice n°6

On considère une Centrale Thermique à Flamme basée sur un cycle de Hirn.

- a) Dessiner un schéma de l'installation
- b) tracer le cycle en coordonnées PV et en coordonnées TS.
- c) Calculer les grandeurs suivantes :
  - La température à la sortie de la turbine ainsi que le titre de vapeur
  - La puissance fournie par la turbine
  - L'enthalpie à la sortie de la pompe
  - La quantité de chaleur cédée au condenseur
  - La quantité de chaleur fournie par la chaudière (économiseur + vaporiseur + surchauffeur)
  - Le rendement de cette installation

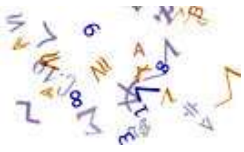
On utilisera les valeurs numériques suivantes :

- Fluide : eau
- Débit : 1620 t/h
- Compression adiabatique avec un travail absorbé de 20 kJ/kg
- Détente adiabatique avec un rendement isentropique de 83%
- Echanges de chaleur isobares
- Température en sortie de condenseur : 295 K (soit environ 20 °C)
- Température en sortie de chaudière : 625 K (soit environ 350 °C)
- Température en sortie de surchauffeur : 800 K (soit environ 530 °C)

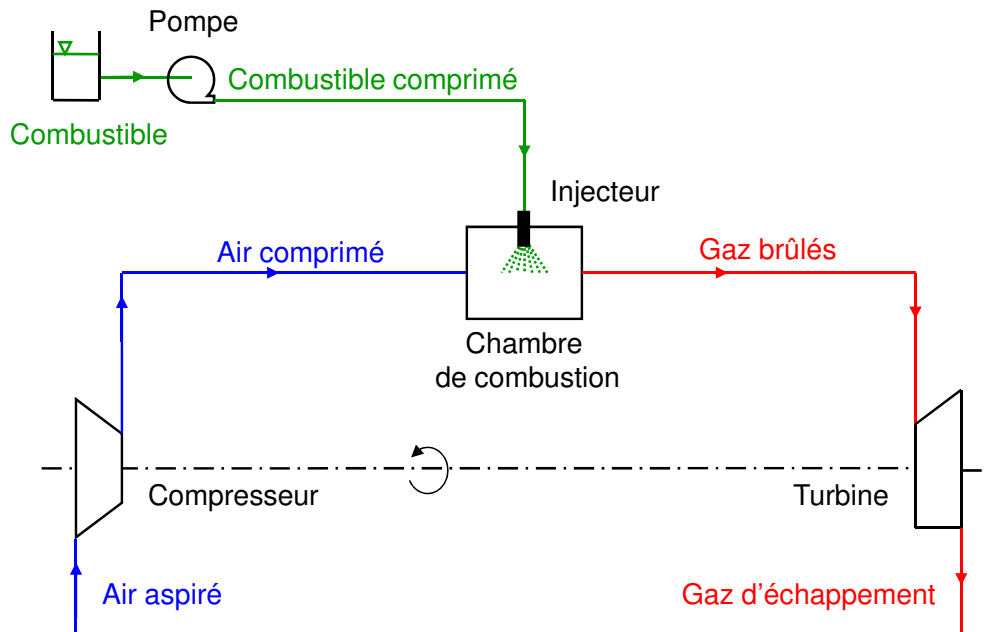


## Turbines à gaz (TAG=TAC)

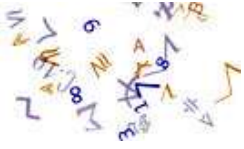
### Turboréacteurs et turbomoteurs



# Principe de fonctionnement d'une TAG



TAG = machine thermique à combustion interne.



# Cycle de Joule-Brayton

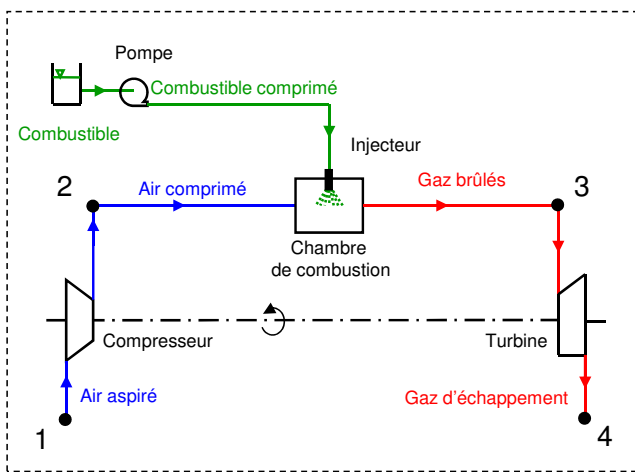
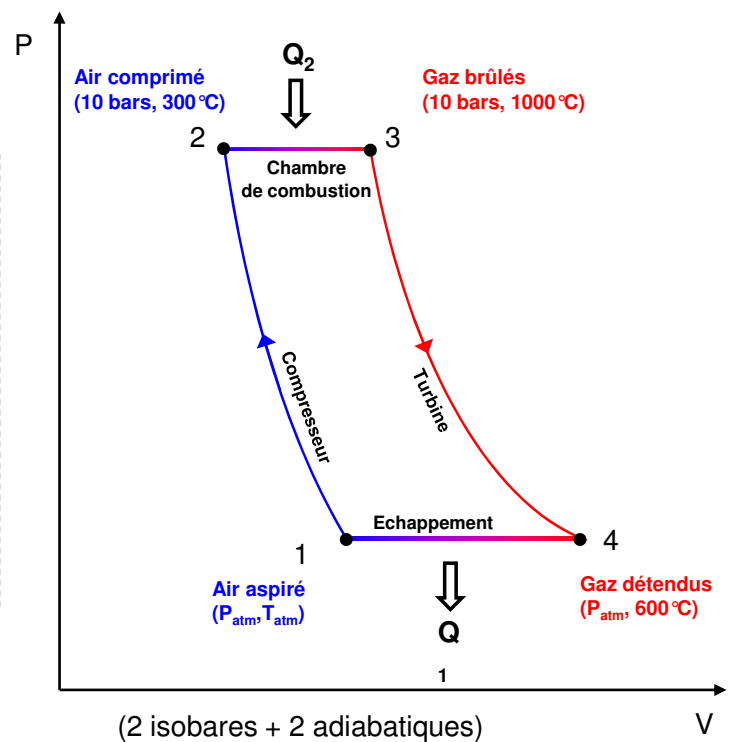


Schéma d'une installation de turbine à gaz





## Exercice n°7

On considère une turbine à gaz. Le cycle de Joule-Brayton est constitué de deux adiabatiques et de deux isobares.

- On affecte les indices suivants à l'état du fluide
  - 1 : entrée du compresseur
  - 2 : entrée de la chambre de combustion
  - 3 : entrée de la turbine
  - 4 : sortie de la turbine
- On note  $Q_2 > 0$  la quantité de chaleur reçue de la source chaude
- On note  $Q_1 < 0$  la quantité de chaleur cédée à la source froide
- On note  $\Pi = P_2/P_1 > 1$  le rapport des pressions.
- On note  $\gamma = C_p/C_v$  la constante adiabatique du fluide et  $\sigma = (1-\gamma)/\gamma < 0$

- 1) Dessiner le cycle sur un diagramme de Clapeyron
- 2) Exprimer le rendement du cycle de Joule-Brayton en fct. de  $\Pi$  et  $\sigma$
- 3)  $T_3$  est fixée par les contraintes thermo-mécaniques de la turbine. Trouver la température  $T_2$  qui maximise le travail

AN :  $T_3 = 1450^\circ\text{C}$



## TAG : limitations technologiques

### Thermiques

Température élevées des gaz dans CC, TG, TP  
Limite : température haute (1050 K)  
R&D : superalliages + refroidissement des aubages

### Mécaniques

Efforts centrifuges + aérodynamiques sur pales → contraintes mécanique  
Limite : vitesse en bout de pale donc vitesse de rotation  
R&D : résistance des matériaux

### Aérodynamiques

Décollement des filets d'air → pompage ou décrochage du compresseur  
Limite : incidences trop fortes  
R&D : design

# TAG : deux applications

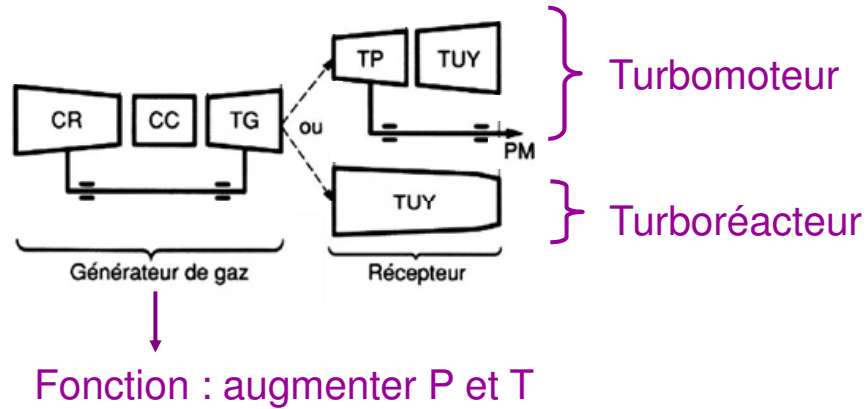
TAG

Turbomoteurs : énergie **mécanique** disponible sur un arbre

→ Production d'électricité, propulsion marine et terrestre

Turboréacteurs : énergie **cinétique** de poussée par réaction

→ Propulsion aérienne



CC chambre de combustion  
CR compresseur  
PM prise de mouvement  
TG turbine générateur  
TP turbine de puissance  
TUY tuyères

## Application n°1 : turbomoteurs



Turbomoteurs d'hélicoptère



Turbopropulseur



Turboalternateur S29



Turbogénérateur d'air comprimé

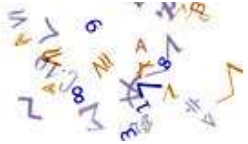


Turbopompe



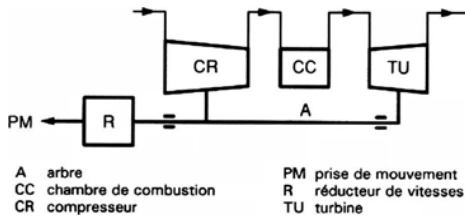
Groupe auxiliaire de puissance

A cause de la présence des hélices, les avions mus par turbopropulseur ne peuvent pas dépasser Mach 0.7 soit ~ 900 km/h  
Olivier BONNEFOY; 06/08/2007



# Turbomoteurs simples

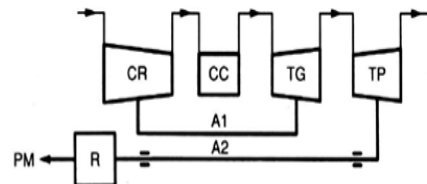
## Turbine liée



Un ensemble tournant

Turbine de puissance  
*liée au*  
générateur de gaz

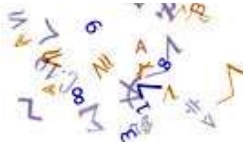
## Turbine libre



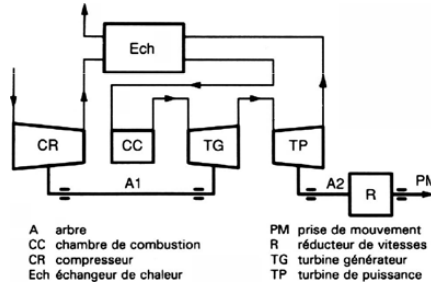
Deux ensembles tournants

Turbine de puissance  
*distincte du*  
générateur de gaz

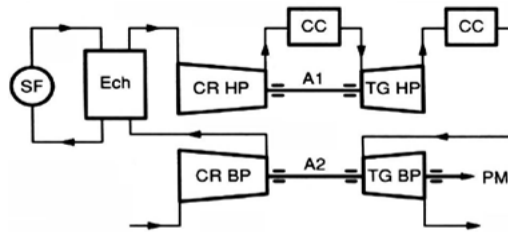
# Turbomoteurs avancés



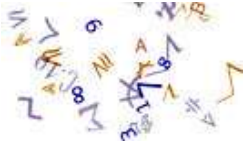
Turbine à échangeur



Compression refroidie et  
Détente réchauffée



# Comparaison



Moteurs alternatifs

Turbomoteurs

Discontinu  
Organe unique

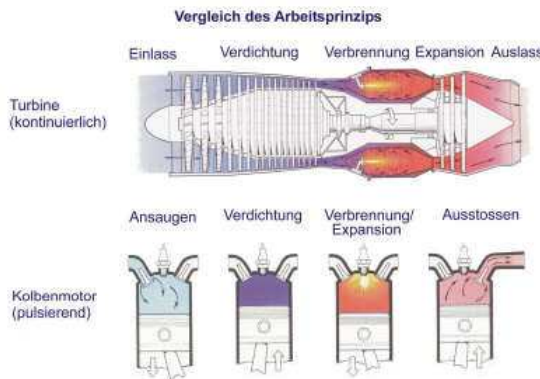
$T_{max} = 2500 \text{ K}$   
 $T_{moy} = 1600 \text{ K}$

Frottements + pertes th.  
→ Baisse de rendement

Choix limité de combustible

Vibrations mécaniques

Coûts de révision faibles



Continu  
Plusieurs organes  
→ Conception commode

$T_{max} = T_{moy} = 1600 \text{ K}$   
→ Rendement théo. faible

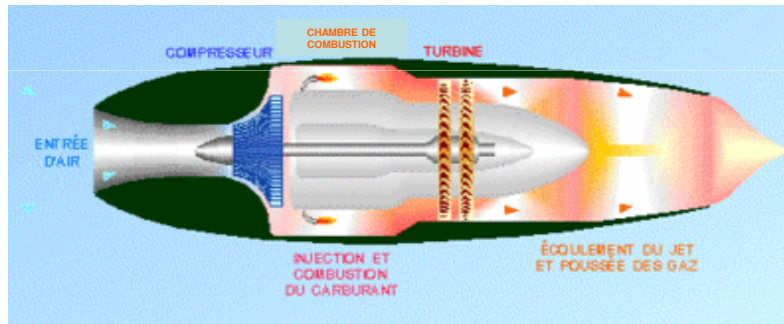
Débit d'air élevé (facteur 5)

Encombrement réduit

Faibles rejets de polluants atm.

Exploitation simple et réactive

# Application n°2 : turboréacteurs



## PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT :

- Précompression dans le diffuseur
- Compression
- Mélange air/combustible + combustion
- Détente dans la turbine (qui entraîne le compresseur)
- Détente dans la tuyère

# Application n°2 : turboréacteurs

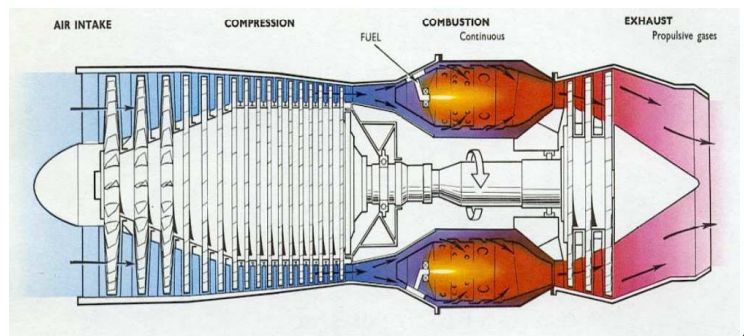
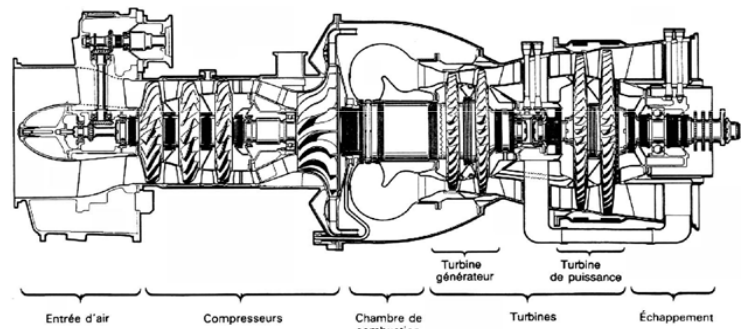
		Simple flux => construction simple	Double flux => gros débit
		L'air comprimé traverse intégralement la chambre de combustion. Problèmes : fortes consommations + vitesse d'échappement supersonique → bruit	L'air comprimé est réparti en deux flux : le flux « chaud » traverse la chambre de combustion; le flux « froid » passe autour. Avantages: refroidissement, bruit & conso faibles
Simple corps	Un seul attelage		(rare car complexe – Mirages 2000)
	Deux attelages (BP/HP) Arbres concentriques, sens et vitesse de rotation différents)		

Attelage = 1 compresseur + 1 turbine  
Taux de dilution = débit flux froid / débit flux chaud

# Etude des différents organes

## Turbomoteurs

- Entrée d'air (diffuseur)
- Compresseur
- Chambre de combustion
- Turbines
- Tuyère d'échappement



## Turboréacteurs

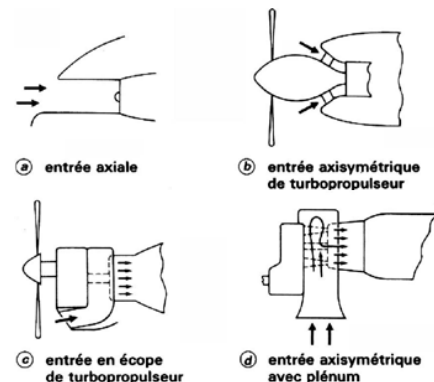
# Entrée d'air - diffuseur

Fonction : capter le fluide à l'infini amont pour le délivrer au compresseur dans les meilleures conditions (homogénéité + vitesse de 100 à 150 m/s)

Deux types de pertes :

- Internes (entre le plan de captation et le plan d'entrée au compresseur) : frottement aux parois, décollements éventuels, ...
- Externes (entre l'infini amont et le plan de captation) : ondes de chocs dues au fuselage, ...

Divers : sable, corps étrangers, givre



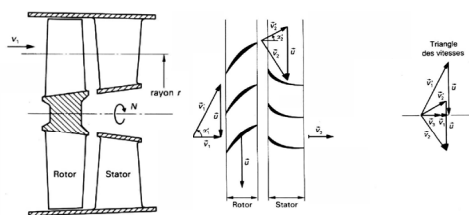
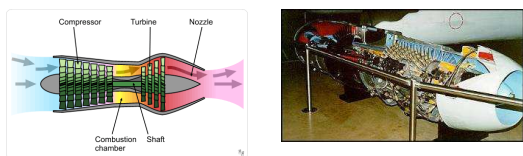


# Compresseur

Fonctions :

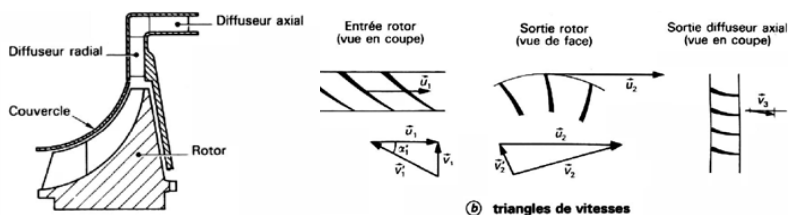
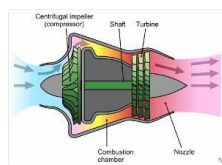
- augmenter la pression
- assurer le débit requis et alimenter la chambre de combustion avec un fluide suffisamment ralenti, stable et le + homogène possible

## Compresseur axial



Taux de compr. : 1,2 (indus) → 2 (aéro)

## Compresseur radial (centrifuge)



Taux de compression : 2,5 (indus) → 9 (aéro)

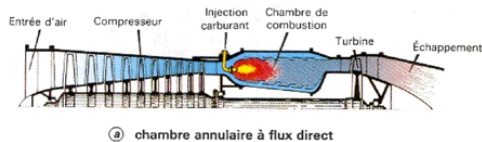
Multiétages (5-20) ⇒ taux de compression élevés (15-20)  
 350 °C et 10000 g ⇒ alliages à base d'aluminium, titane, aciers



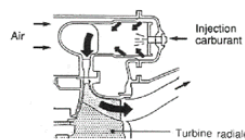
# Chambre de combustion

Fonctions :

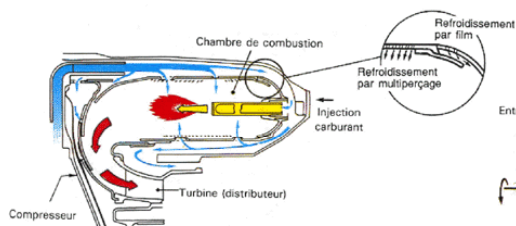
- augmenter la température
- assurer une répartition spatiale de température adaptée au bon fonctionnement de la turbine et à sa tenue mécanique



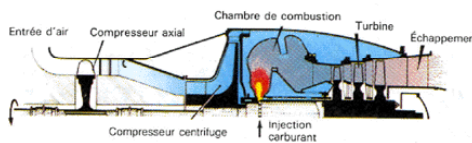
Ⓐ chambre annulaire à flux direct



Ⓒ chambre à pots séparés



Ⓑ chambre annulaire à flux inversé



Ⓓ chambre annulaire à injection centrifuge

Injection de carburant par pompe sous 30-50 bars  
 Idéal : pression totale constante. Réalité : 3-5% de pertes



# Chambre de combustion (suite)

Valeurs typiques :

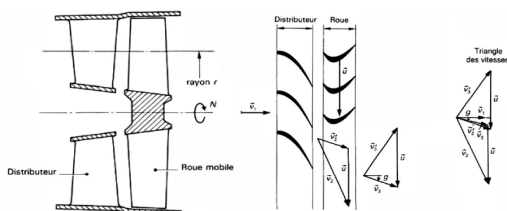
- ratio masse air/carburant : entre 50 et 150 (stoechiométrie : env. 10-20)
- taux de dilution : 6-7 pour les gros porteurs (combustion vs. refroidissement : 15% vs. 85%)
- taille des gouttes de carburant : 50  $\mu\text{m}$
- température locale et momentanée : 2200 K
- température moyenne acceptable par la chambre : 1200-1600 K
- fréquence d'allumage pour contrôler la température moyenne : 1 à 4 Hz



# Turbine

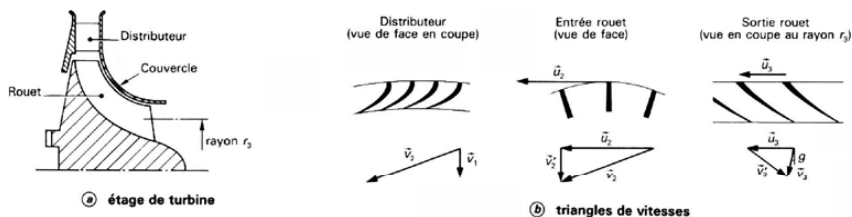
Fonction : transformer l'énergie disponible dans le fluide actif en énergie mécanique

## Turbine axiale



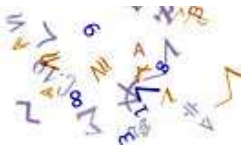
Taux de détente : 3,6  
Rendement isentropique : 85-90%

## Turbine radiale (centripète)



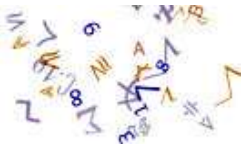
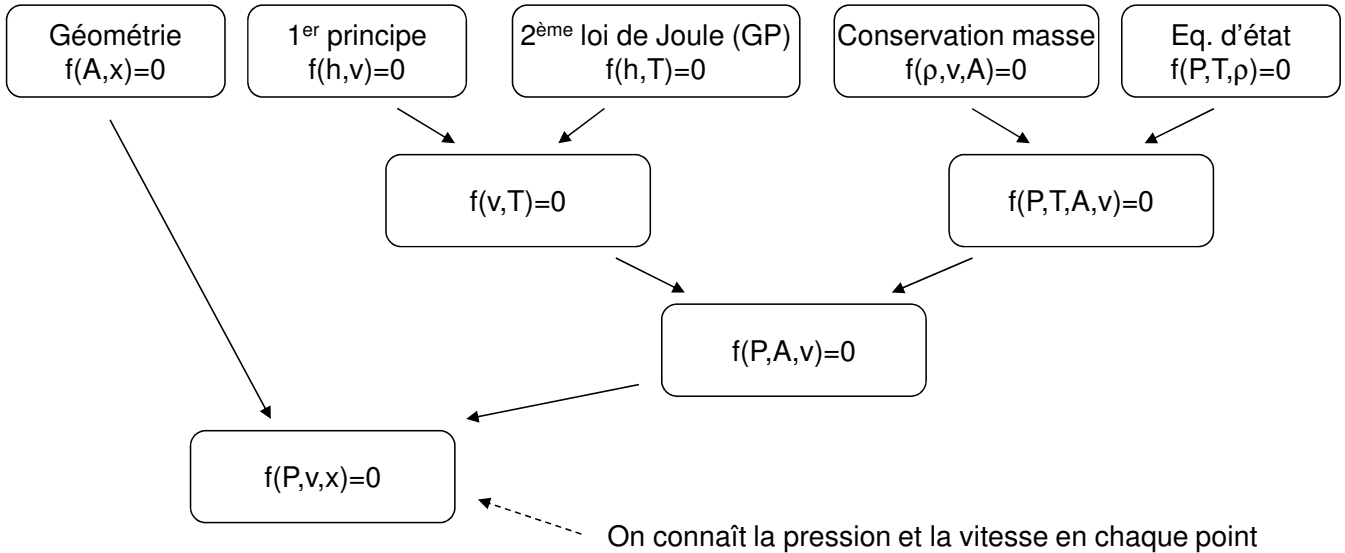
Taux de détente : 2,5 à 7  
Rendement isentropique : 85-90%

Multiétages pour axiale seulement  $\Rightarrow$  même taux mais rendement + élevé



# Diffuseur & tuyère

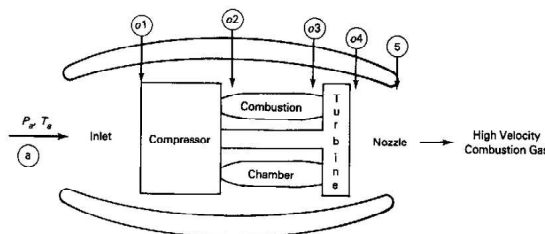
Rappel du 1<sup>er</sup> principe pour un système ouvert :  $-dh + T.ds = dv^2/2 + g.dz - \delta w_{\text{autres}} + T.\delta s_{\text{création}}$   
 Pour un diffuseur ou une tuyère horizontal et adiabatique, on a donc :  $-dh = dv^2/2$



# Diffuseur & tuyère (suite)

Conséquences :

- La vitesse et la température varient en sens inverse,
- Pour un écoulement subsonique,
  - la vitesse et la pression varient en sens inverse,
  - la vitesse augmente quand la section diminue.



Diffuseur divergent  
 ↓  
 Vitesse diminue  
 ↓  
 Pression & température augmentent

Tuyère convergente  
 ↓  
 Pression et température diminuent  
 ↓  
 Vitesse augmente

# Rôle du diffuseur sur les avions

Problème : compresseur inefficace si vitesse trop élevée !

Solution : choisir la géométrie du diffuseur pour que la vitesse relative diminue. Cette diminution de vitesse s'accompagne d'une pré-compression.

La géométrie qui provoque une diminution de vitesse dépend de la compressibilité de l'air :

- vitesse subsonique : géométrie divergente
- vitesse supersonique : géométrie convergente

Compromis :

- vitesse élevée + pression faible => compresseur rudoyé et rendement amélioré
- vitesse faible + pression élevée => compresseur choyé et rendement détérioré

## Rendement d'un diffuseur

On considère un diffuseur adiabatique.

Géométrie (arêtes vives, aspérités, ...)

=> turbulences

=> dégradation de l'énergie cinétique en chaleur

A cause de ces irréversibilités, le diffuseur n'est pas isentropique.

A l'entrée du compresseur,

Vitesse cible  $\leftrightarrow$  pression cible  $P_2$ .

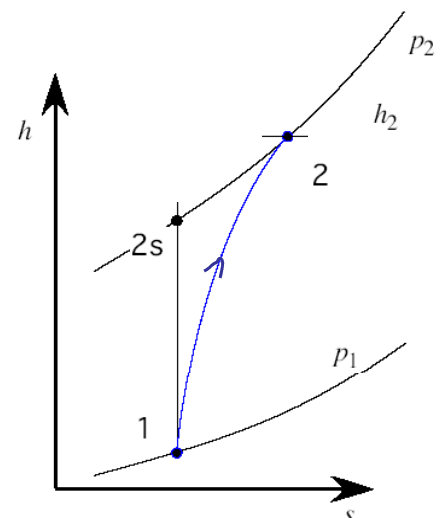
Compression idéale :

=> échauffement :  $\Delta h_{rev} = h_{2s} - h_1$

Compression + turbulences :

=> échauffement plus important :  $\Delta h_{réel} = h_2 - h_1$

Rendement isentropique : 
$$\eta_{diff} = \frac{\Delta h_{rev}}{\Delta h_{réel}} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} < 1$$



Deuxième loi de Joule : l'enthalpie d'un gaz parfait dépend de T uniquement



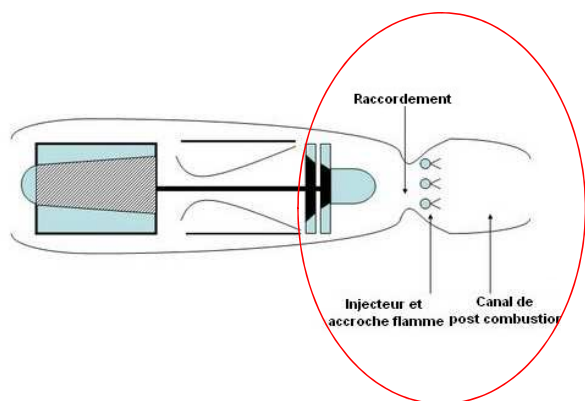
# Post-combustion

Pour dépasser Mach 1, il faut très souvent un surcroît de poussée.

Pour cela, on brûle l'oxygène n'ayant pas réagi dans la chambre de combustion.

=> une nouvelle série d'injecteurs apporte du carburant supplémentaire après la turbine BP.

- Effets :
- Puissance multipliée par 2
  - Consommation multipliée par 4
  - Flamme énorme
  - Importante quantité de chaleur dégagée
  - Bruit effroyable

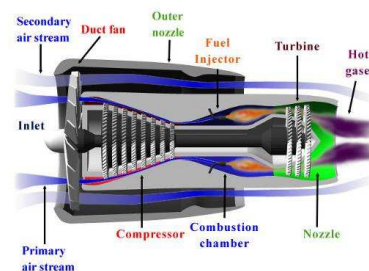


Mirages 2000



## Applications aéronautiques des turbomachines

Avions civils moyen et gros porteurs ( $0,8 < Ma < 1$ ) :  
turboréacteur double flux / double corps  
(= turbofan = un tiers du coût total !)



Avions petits porteurs (~500 km/h – 80 passagers max) : turbopropulseur

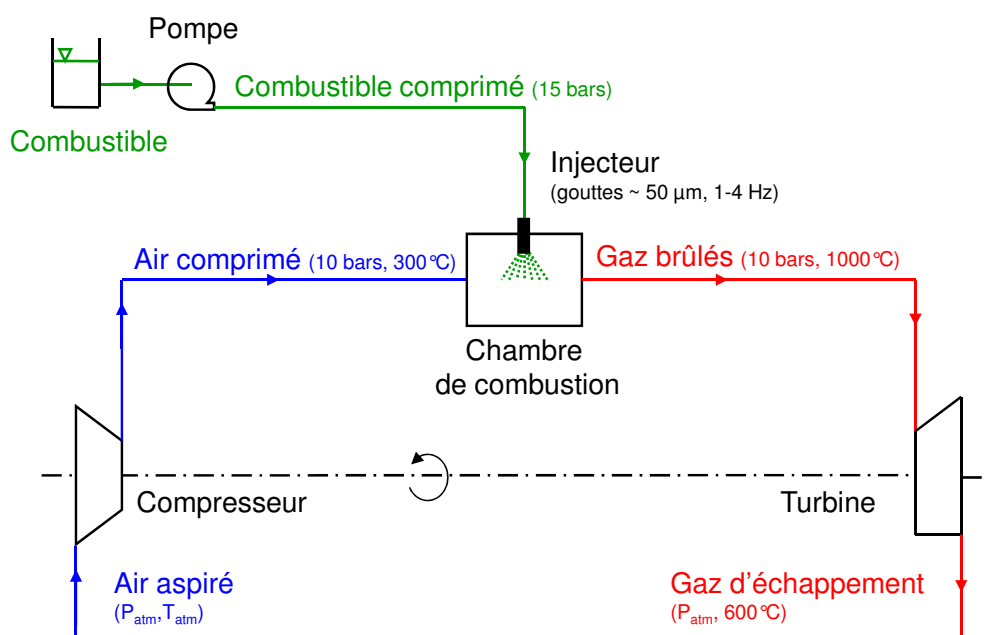
Avions de tourisme et ULM : moteurs à explosion à pistons !



Avions de chasse ( $Ma > 1$ ) : turboréacteur double flux / simple corps (Mirage)  
double corps (F16 Falcon)

Hélicoptères : turbomoteur





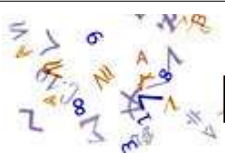
## Exemple n°1 : turbomoteur d'hélicoptère



**Makila 3G** : compresseur axial à 3 étages, compresseur centrifuge, chambre de combustion à injection centrifuge, turbine axiale à 3 étages, réducteur de vitesse.

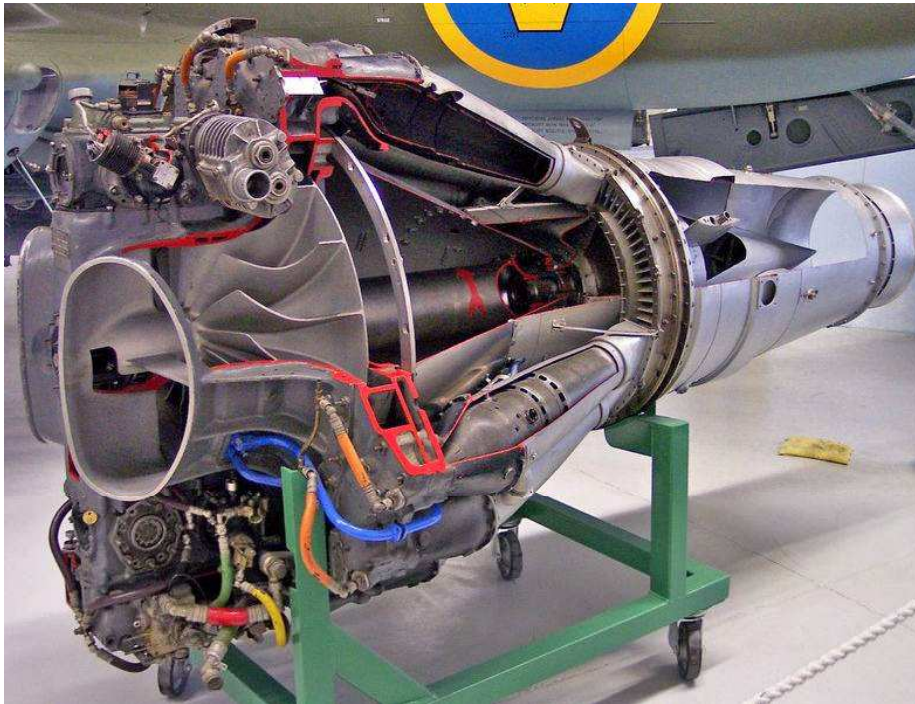
- Débit d'air : 5,5 kg/s
- Taux de compression : 10
- Rendement isentropique de compression : 78,5%
- Température d'entrée turbine : 1300 K
- Taux de détente : 8,75
- Rendement isentropique de détente : 90%
- Rendement mécanique du réducteur : 98%
- Puissance sur l'arbre : 1,268 MW
- Consommation horaire : 379 kg/h
- Rendement thermique : 27,9%
- Vitesse de rotation générateur : 33100 tr/min
- Vitesse de rotation prise de puissance : 6000 tr/min





# Exemple n°1 : turbomoteur d'hélicoptère

(De Havilland "Goblin" )



# Exemple n°2 : turbomoteur de centrale élec.

## Une tranche (fuel ou gaz)

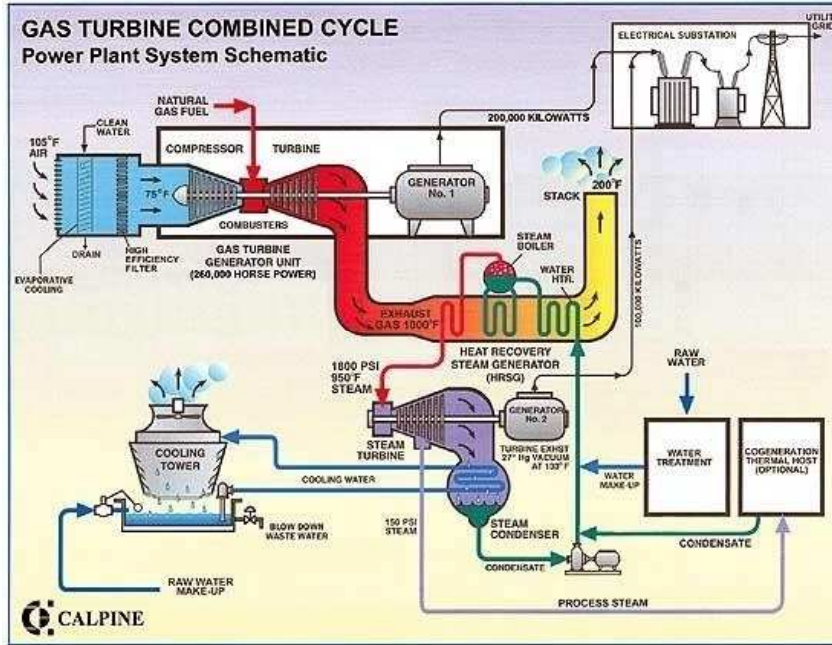
- Puissance électrique : 216 MW
- Débit fuel : 50 t/h
- Débit gaz d'échappement : 2200 t/h
- Température d'entrée turbine : 1260 °C
- Pression entrée turbine : 13,5 bars
- Température sortie turbine : 583 °C
- Pression sortie turbine : 1 bars
- Vitesse de rotation rotor alternateur : 3000 tr/min
- Rendement thermique : 35%

# Le cycle combiné TAG-TAV

## Rappels

- TAG : température en sortie de turbine ~ 600°C / rendement max ~ 38%
- TAV : température en entrée de turbine ~ 560°C / rendement max ~ 38%

Cycle combiné = couplage TAG + TAV → rendement max ~ 58%



Généralisation du principe de cycle combiné : les gaz chauds issus d'un moteur à combustion interne servent de source de chaleur à un moteur à combustion externe.

Exemple : moteur Diesel + moteur Stirling ou bien moteur essence + TAV, ...

## Exercice n°8

On étudie le diffuseur d'un turbo-réacteur.

Fonction du diffuseur : diminuer la vitesse de l'air pour atteindre 100-150 m/s en entrée de compresseur.

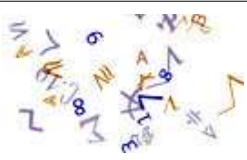
(Note : vitesse diminue => enthalpie augmente => température augmente => pression augmente)

Données :

- Avion en altitude (230 K et 31 kPa).
- Vitesse en entrée de diffuseur (plan 1) : 800 km/h
- Vitesse en sortie de diffuseur (plan 2) : 100 m/s
- L'air est considéré comme un gaz parfait diatomique ( $\gamma=1,4$ )
- L'enthalpie massique est égale à  $h=C_p \cdot T$  où  $C_p = 1000 \text{ J/kg/K}$
- Diffuseur adiabatique
- Rendement isentropique de 100%

Calculer :

- La température du fluide en sortie de diffuseur
- Sa pression



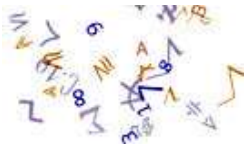
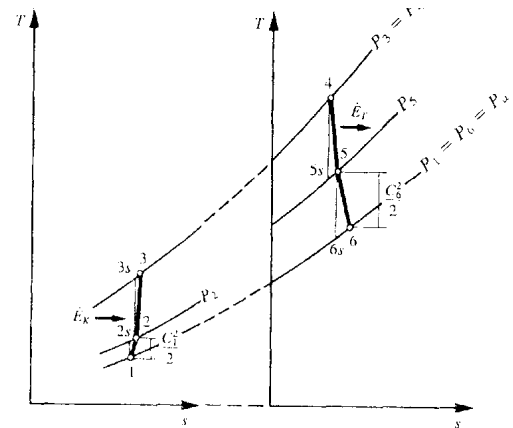
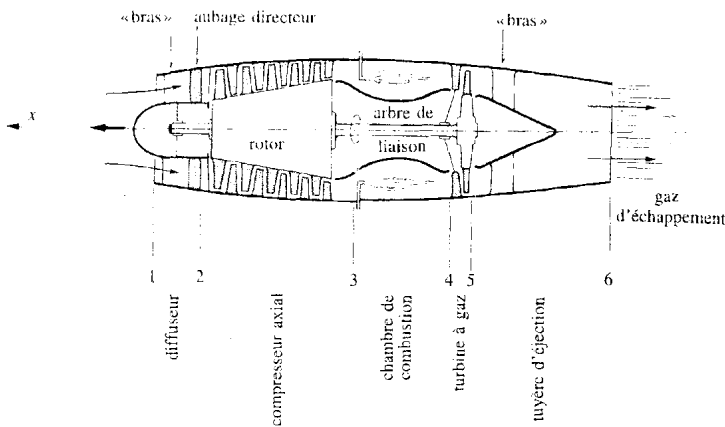
# Exercice n°9

On cherche à évaluer l'efficacité d'un turboréacteur

## Description

Le fluide parcourant le cycle théorique du turboréacteur subit les transformations suivantes:

- 1-2 : ralentissement de l'air dans le diffuseur, ayant pour effet une augmentation de sa pression
- 2-3 : compression dans le compresseur
- 3-4 : combustion isobare par injection de kérosène dans la chambre de combustion
- 4-5 : détente des gaz de combustion dans la turbine – entraînement du compresseur
- 5-6 : détente des gaz de combustion dans la tuyère – augmentation de leur énergie cinétique



# Exercice n°9

Température de référence

$$T_0 = 0^\circ\text{C}$$

Altitude de vol

$$Z = 5000 \text{ m}$$

Etat atmosphérique

$$P_a = 0,60 \text{ bar}$$

$$T_a = 250 \text{ K}$$

Vitesse adimensionnelle de l'avion

$$Ma = 0,82$$

Rapport de pression

$$\pi = P_3/P_2 = 8$$

Température des gaz à l'entrée de la turbine

$$T_4 = 1300 \text{ K}$$

Pouvoir énergétique inférieur du kérosène, réferé à  $T = 0^\circ\text{C}$

$$\Delta h_0 = 44300 \text{ kJ/kg}$$

Poussée

$$K = 16 \text{ kN}$$

Chaleur spécifique isobare de l'air

$$C_p = 1,0087 \text{ kJ/(K kg)}$$

Rapport calorifique de l'air

$$\Lambda = 0,2857$$

Rendement isentropique du diffuseur

$$\eta_d = 96\%$$

Rendement isentropique du compresseur

$$\eta_k = 88\%$$

Rendement isentropique de la turbine

$$\eta_t = 90\%$$

Rendement isentropique de la tuyère

$$\eta_s = 96\%$$

Rendement mécanique de l'arbre turbine-compresseur

$$\eta_m = 98\%$$



## Exercice n°9

Nombre de Mach :  $Ma = \frac{v}{c}$  où  $v$  est la vitesse du fluide et  $c$  la vitesse du son dans ce fluide.

Vitesse du son dans un gaz quelconque :  $c = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s}$

Vitesse du son dans un gaz parfait :  $c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\bar{M}}}$

où  $\gamma = C_p/C_v$  est le coefficient adiabatique du gaz (1,4 pour un gaz diatomique et 1,67 pour un gaz monoatomique) et où  $\bar{M}$  est la masse molaire du gaz (29 g/mol pour l'air) et  $R=8,314$  J/kg/K la constante des gaz parfaits.

Rapport calorifique :  $\Lambda = \frac{\gamma - 1}{\gamma}$



## Exercice n°9

Poussée :

$$K = (\dot{m}_{air} + \dot{m}_K) v_6 - \dot{m}_{air} v_1 \approx \dot{m}_{air} (v_6 - v_1) = \dot{m}_{air} \cdot \Delta v$$

Puissance propulsive = puissance correspondant à la poussée

$$P_p = K \cdot v_1$$

Puissance motrice = accroissement de l'énergie cinétique des gaz

$$P_m = (\dot{m}_{air} + \dot{m}_K) \frac{v_6^2}{2} - \dot{m}_{air} \frac{v_1^2}{2}$$

Puissance thermique = puissance dégagée par la combustion

$$P_t = \dot{m}_K \cdot \Delta h_0$$



## Exercice n°9

Efficacité motrice  $\mathcal{E}_m = \frac{P_m}{P_t}$

Efficacité propulsive  $\mathcal{E}_p = \frac{P_p}{P_m}$

Efficacité thermopropulsive  $\mathcal{E}_{tp} = \frac{P_p}{P_t}$



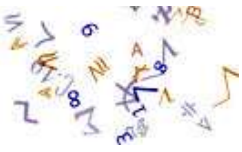
## Exercice n°9

### Hypothèses :

- La combustion est complète,
- Les transferts de chaleur avec l'air atmosphérique sont négligés,
- L'énergie cinétique est négligeable aux points 2 à 5,
- Les variations de l'énergie potentielle sont négligeables,
- L'écoulement est unidimensionnel,
- La tuyère fonctionne en régime adapté,
- Le régime est permanent,
- L'air et les gaz de combustion possèdent pratiquement les mêmes propriétés thermodynamiques,
- L'air et les gaz de combustion sont assimilables à des gaz parfaits.

### Questions :

- Calculer l'état thermodynamique (P, T) en tous les points du cycle, ainsi que les vitesses de l'air à l'entrée et des gaz à la sortie du turboréacteur.
- Aide : calculer dans l'ordre  $v_1$ ,  $(T_2, P_2)$ ,  $(P_3, T_3)$ , le ratio  $\phi = \text{débit d'air} / \text{débit de carburant}$ ,  $(T_5, P_5)$ ,  $(T_6, v_6)$
- Calculer les débits massiques de l'air et du combustible
- Calculer la puissance motrice, la puissance thermique et la puissance propulsive puis les efficacités.



# Exercice n°10

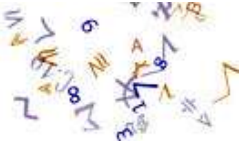
On considère une turbine à gaz suivant le cycle de Joule-Brayton (deux adiabates et deux isobares).

- Dessiner un schéma de l'installation
- Tracer le cycle en coordonnées PV et en coordonnées TS.

On se place dans les conditions suivantes :

- Fluide : air
  - Compression isentropique avec un taux de compression de 4:1
  - Détente isentropique
  - Echanges de chaleur isobares
  - Température en sortie de refroidisseur : 300 K
  - Température en sortie de chaudière : 600 K
- Recenser les inconnues et le nombre d'équations.
  - Combien de paramètres faut-il fixer ? Comment ?
  - Donner l'expression du rendement puis le calculer.

*Nota Bene : les propriétés thermodynamiques de l'air nécessaires au calcul se trouvent dans l'annexe du polycopié*



## Unité n°3

# Moteurs thermiques alternatifs

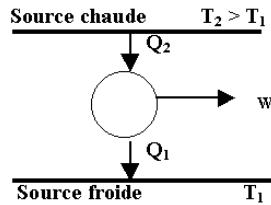
(Essence, Diesel, Stirling)

# Les machines thermiques

## MACHINES THERMIQUES

### MOTEURS THERMIQUES

Chaleur → Travail + chaleur



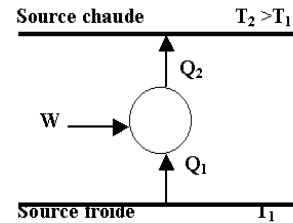
Rendement < 1 :

$$\eta = \frac{W_{fourni}}{Q_{prélevée}} = \frac{W}{Q_2} = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = 1 - \frac{Q_1}{Q_2} < 1$$

- machines à vapeur (locomotives, ...)
- moteurs à combustion (essence ou diesel)
- centrales thermiques ou nucléaires (production d'électricité)

### MACHINES DE TRANSFERT DE CHALEUR

Travail + chaleur → Chaleur



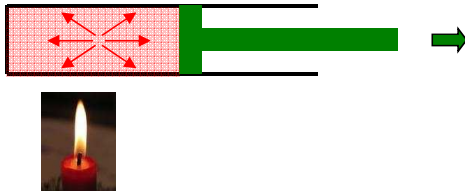
Coefficient de performance > 1 :

$$\eta = \frac{Q_1}{W} = \frac{Q_1}{Q_2 - Q_1} > 1$$

- les machines frigorifiques (à compression ou à absorption)
- les pompes à chaleur

# Les moteurs thermiques

## Moteur à combustion externe



Chaleur transmise au fluide *via* paroi conductrice.

Source de chaleur : solaire, nucléaire, ...

Pas de réaction chimique au sein du fluide.

Le fluide est recyclé (circuit fermé).

## Moteur à combustion interne



Chaleur générée dans le volume du fluide.

Source de chaleur : combustion, micro-ondes, ...

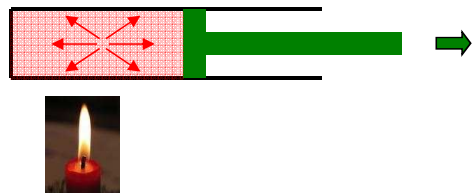
Le fluide change de composition chimique.

Le fluide est renouvelé à chaque cycle (circuit ouvert).



# Les moteurs thermiques alternatifs

Moteur à combustion externe



Moteur à combustion interne

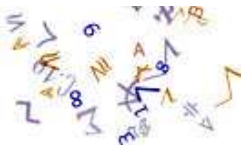


Turbine à vapeur	MACHINES ROTATIVES	Turbine à gaz
Moteur Stirling	MACHINES ALTERNATIVES	Moteur essence Moteur Diesel



## Moteur alternatif à combustion externe

### Moteur Stirling



# Les moteurs Stirling

Technologies :

- moteur alpha : deux pistons
- moteur bêta : un piston + un déplaceur

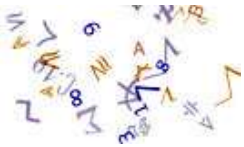
Diagrammes thermodynamiques théorique et réel



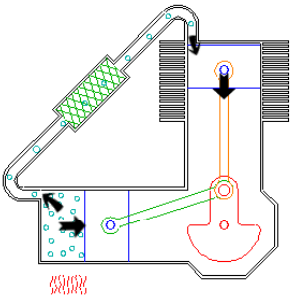
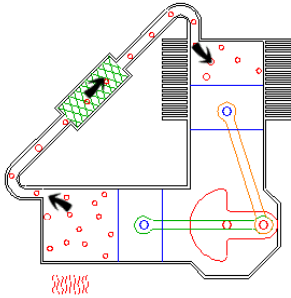
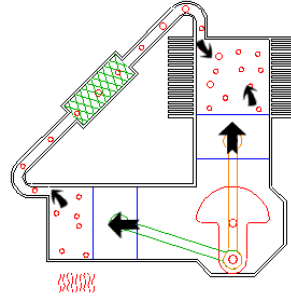
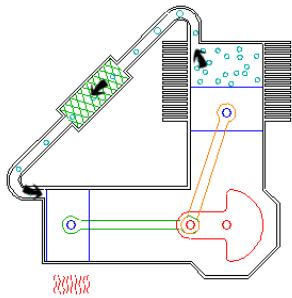
Reverend Robert Stirling (1816)



Principe de base

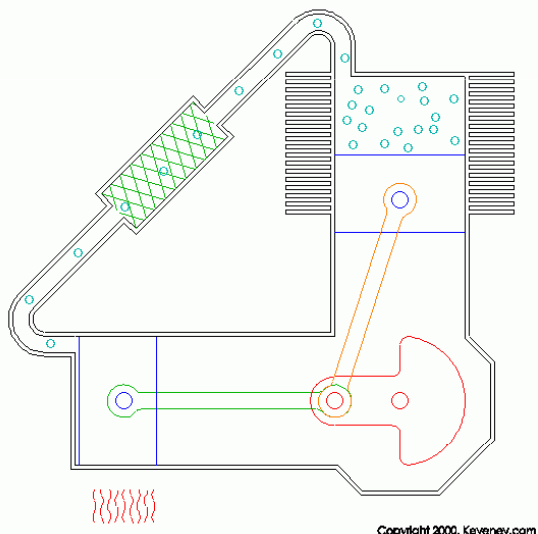


## Moteur alpha

Expansion	Transfert	Contraction	Transfert
Dans la zone chaude, le gaz froid est réchauffé et pousse le piston (phase motrice)	Poussé par l'inertie du vilebrequin, le piston chasse le gaz chaud depuis la zone chaude vers la zone froide	Dans la zone froide, le gaz chaud est refroidi et se contracte, attirant le piston (phase motrice)	Poussé par l'inertie du vilebrequin, le piston chasse le gaz froid depuis la zone froide vers la zone chaude
			



# Moteur alpha (suite)



Copyright 2000, Keveney.com

La section verte est un « régénérateur » composé d'un bon conducteur thermique (laine de cuivre, ...).

Lors du transfert de gaz chaud vers la zone froide, le régénérateur stocke une partie de sa chaleur.

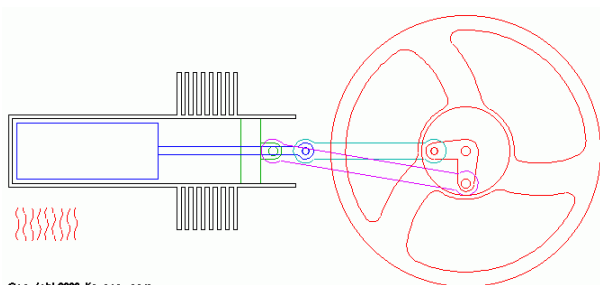
Cette chaleur permet de préchauffer le gaz lorsqu'il repasse dans l'autre sens, après avoir été refroidi.

Ce pré-chauffage et ce pré-refroidissement améliorent grandement le rendement énergétique.

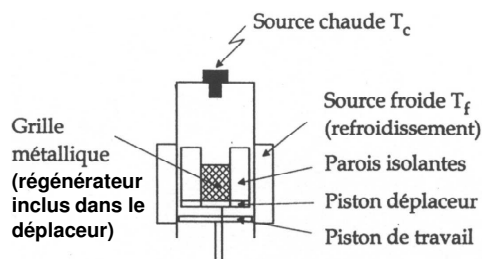


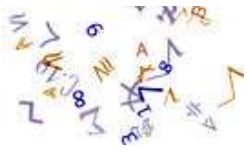
# Moteur bêta

Expansion	Transfert	Contraction	Transfert
Dans la zone chaude, le gaz froid est réchauffé et pousse le piston (phase motrice)	Poussé par l'inertie du vilebrequin, le déplaceur chasse le gaz chaud depuis la zone chaude vers la zone froide	Dans la zone froide, le gaz chaud est refroidi et se contracte, attirant le piston (phase motrice)	Tiré par l'inertie du vilebrequin, le déplaceur chasse le gaz froid depuis la zone froide vers la zone chaude



Copyright 2000, Keveney.com

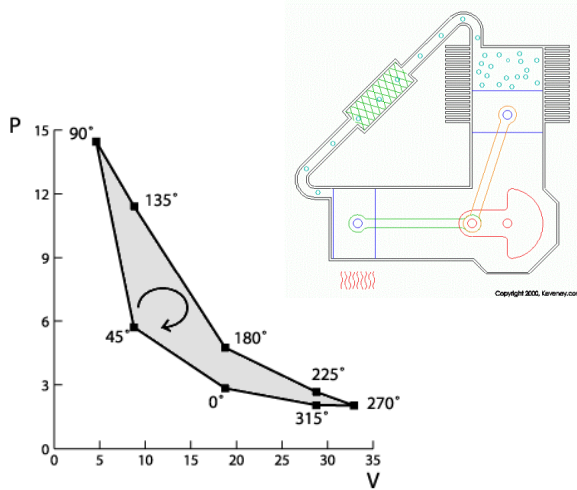




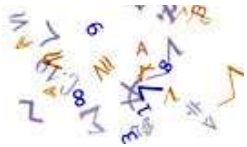
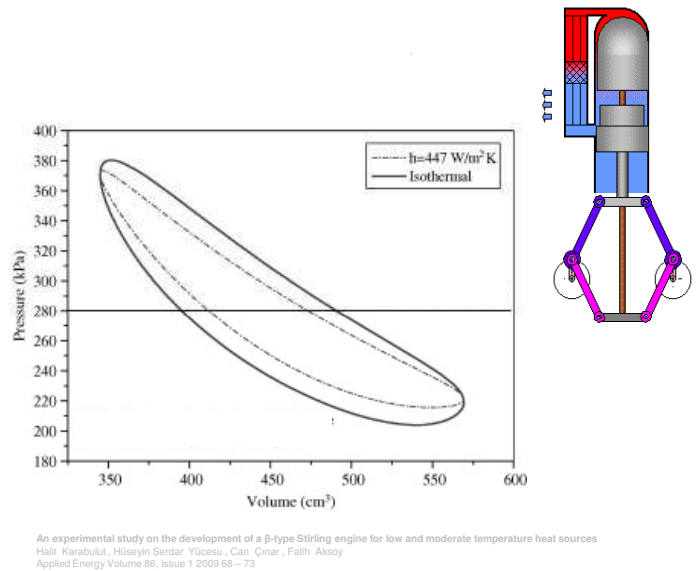
# Cycles réels

Difficile à modéliser car les 4 transformations se chevauchent dans le temps.

## Moteur alpha

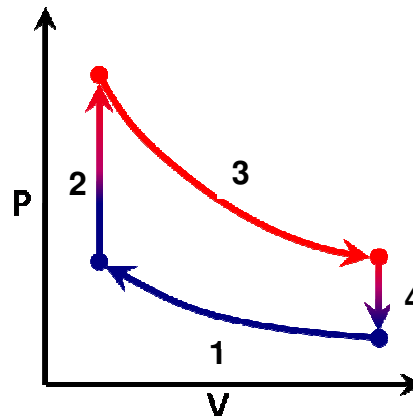
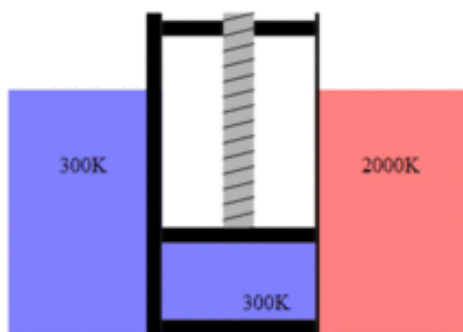


## Moteur bêta



# Cycle idéalisé

- 1 : compression isotherme (le gaz se contracte au contact de la source froide à laquelle il cède de la chaleur)
- 2 : chauffage isochore (le gaz prélève de la chaleur au régénérateur qu'il traverse)
- 3 : détente isotherme (le gaz se dilate au contact de la source chaude à laquelle il prélève de la chaleur)
- 4 : refroidissement isochore (le gaz cède sa chaleur au régénérateur qu'il traverse)

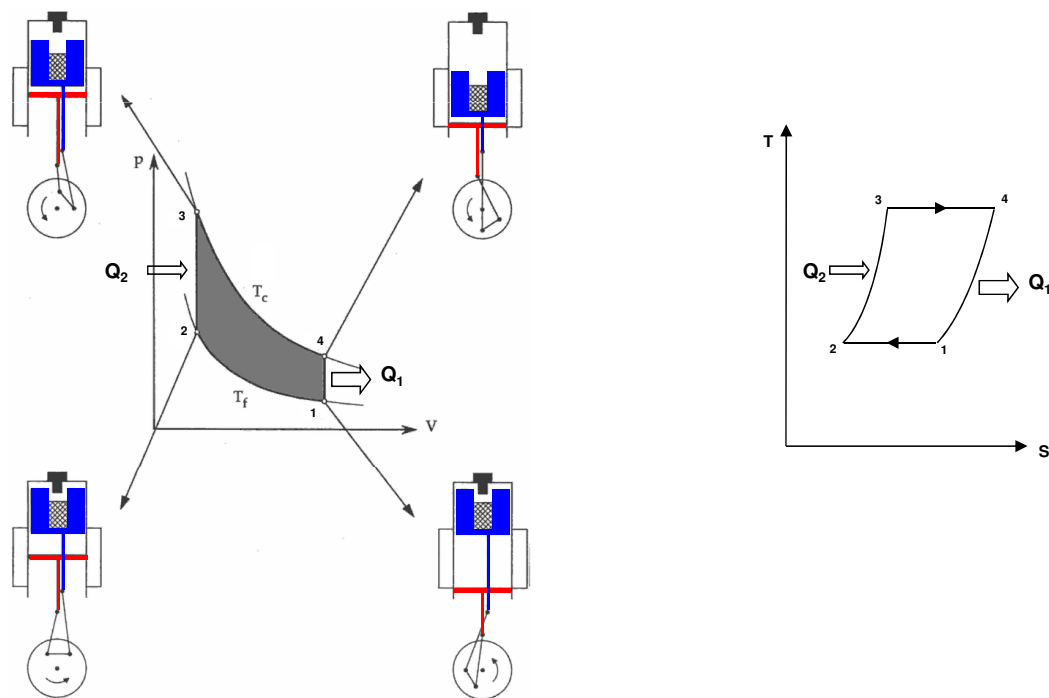


Rendement théorique = rendement de Carnot !!  

$$= 1 - T_f / T_c$$

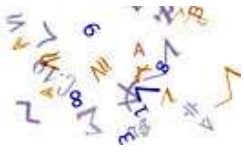


# Cycle idéalisé

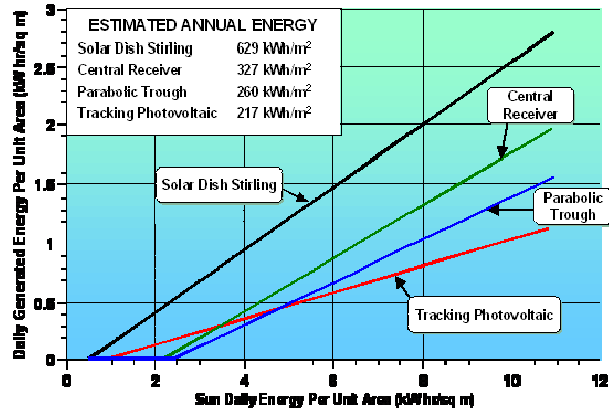


## Applications actuelles

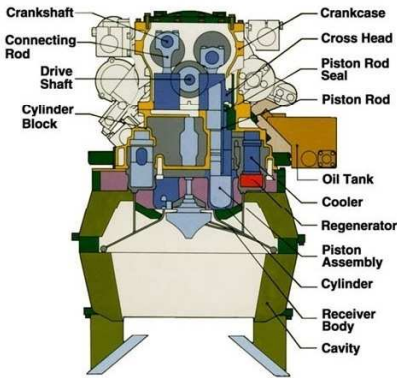
# Centrale électrique solaire



Solar Dish Stirling

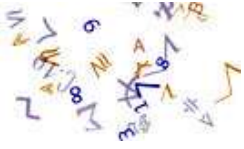


Source: Southern California Edison and Sandia National Laboratories



Source : Stirling Energy Systems, Co.

# Sous-marins



Södermanland class patrol submarine (type A17S) (SSK)

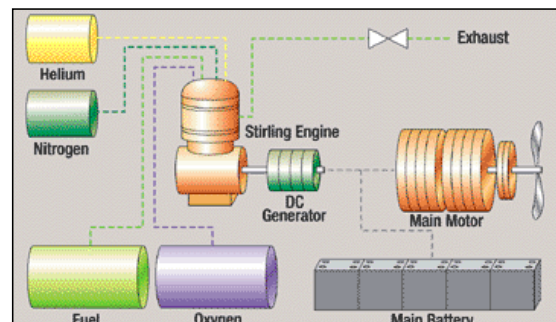


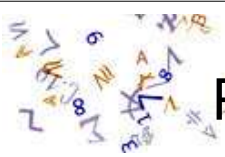
Stirling AIP System



Société Kockums (Suède)

(filiale de ThyssenKrupp Marine Systems)

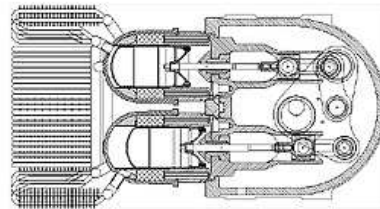




# Production d'électricité à partir de la biomasse

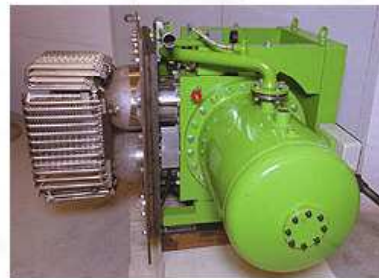
Comment tirer profit de la combustion de combustibles végétaux solides ?

35 kW SD3-Stirling engine



- 4 double acting cylinders
- Hermetically sealed design
- Designed for solid biofuels
- Compact and simple structure
- Patented yoke mechanism

Bore	142 mm
Stroke	76 mm
Number of cylinders	4
Working gas	Helium
Mean pressure	4.5 MPa
Engine speed	1010 rpm
Electric power output	35 kW



Source : Stirling Denmark Ltd.

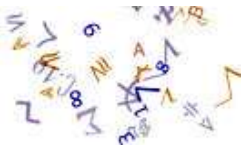


## Générateur d'électricité

Prototype Model	EE-35	EE-35-H	EE-80	Ee-80-H'	EG-1000
Nominal Power	42W <sub>e</sub>	42W <sub>e</sub>	95W <sub>e</sub>	95W <sub>e</sub>	1000W <sub>e</sub>
Temperature Ratio [Th/Tc]	2.7	2.7	3.0	3.0	2.7
Efficiency	32%	32%	36%	36%	32%
Heat Source	Electric heater	Propane/JP-8 burner	Electric heater/propane burner	To be determined	Propane burner
Heat Rejection	Air/water	Air/Water	Air/Water	Air/Water	Water
Hermetically Sealed	No	Yes	No	Yes	No
Mass weight [kg]	1.4	0.6	3.7	1.0	35
Nominal Dimensions (diameter x length) [mm]	52 x 157	50 x 142	69 x 193	65 x 186	270 x 435

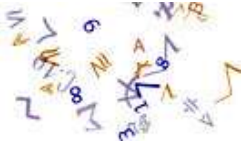
Source : Sunpower Inc.

Client : usagers non connectés au réseau électrique



# Moteur alternatif à combustion interne

## Moteur essence et Moteur Diesel

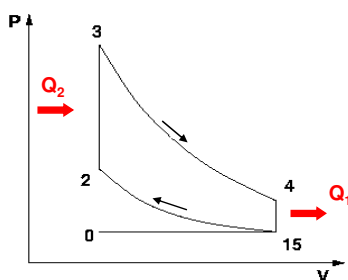


## Deux types de moteurs

Pas cycle de Carnot avec des moteurs à piston car « isotherme => (trop) grand rapport de compression\* »  
Par conséquent, les isothermes sont remplacées par des isobares ou des isochores

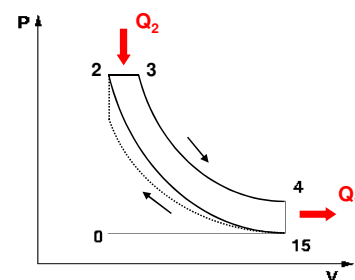
### Moteur à Allumage Commandé (MAC)

- Cycle : Beau de Rochas = Otto  
2 isoQ + 2 isoV
- Carburant : essence
- Inflammation : par étincelle



### Moteur à allumage « spontané »

- Cycle : Diesel  
2 isoQ + isoV + isoP
- Carburant : gazole
- Inflammation : par compression/échauffement



\* Rapport de compression = rapport entre les volumes avant et après compression

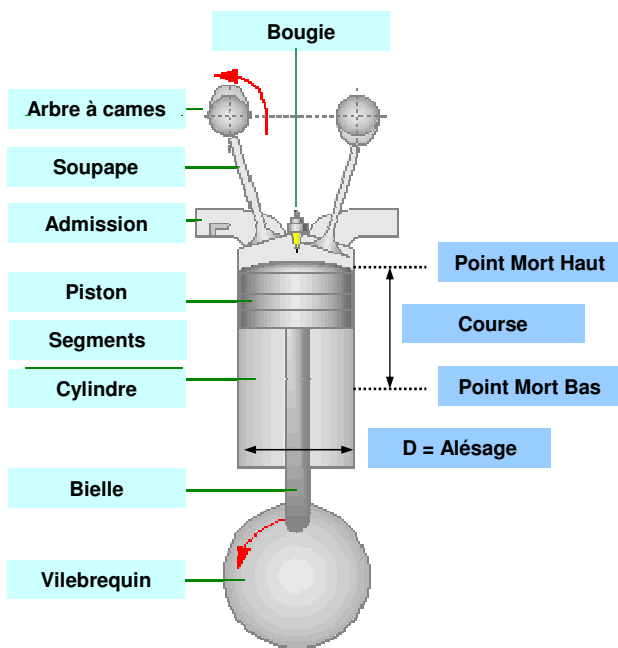


# Les moteurs à allumage commandé

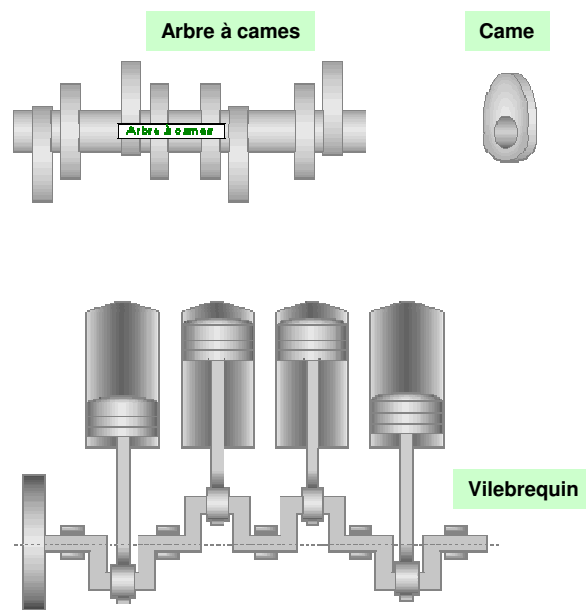
Combustible : essence  
Cycle : Beau de Rochas



## Dans le carter ...



$Cylindrée = \pi D^2/4 \times Course$



Un demi-tour = Un temps  
Cycle complet en 2 tours → Moteur 4 temps



# Photos et dimensions

Cylindrée totale : 2 litres + 4 cylindres => Cylindrée unitaire = 0,5 litres

3000 tr/min → 6000 courses/min  
→ 1 course en 10 ms

Course = 10 cm →  $v_{\text{piston}} = 10 \text{ m/s}$

Pour  $T=1200 \text{ K}$ ,  $v_{\text{molécule}} = 1000 \text{ m/s}$



Soupape



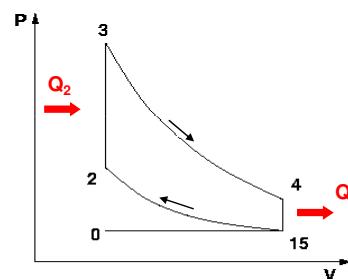
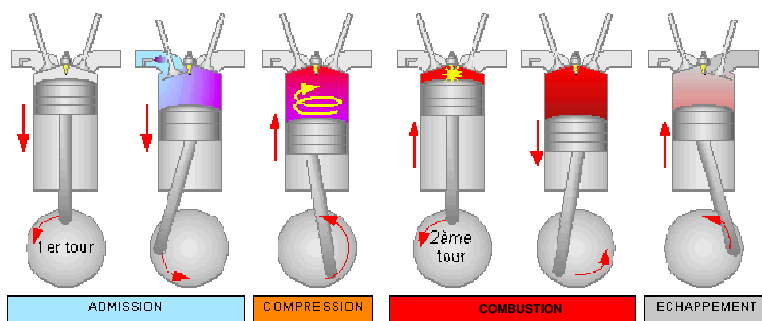
Vilebrequin 10 kg – 50 cm



Bielle – piston Diamètre 10 cm  
Course 10 cm



# Le moteur à 4 temps essence



**ADMISSION (0-1)** : le piston descend entraîné par l'inertie du volant fixé au vilebrequin. Le mélange diphasique « air+essence » dosé par le carburateur est aspiré et vaporisé.

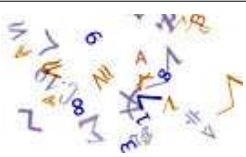
**COMPRESSION (1-2)** : la rotation du volant fait remonter le piston. Le mélange gazeux est comprimé et s'échauffe.

**COMBUSTION (2-3) ET DETENTE (3-4)** : La bougie produit une étincelle qui provoque une combustion très rapide du mélange et une forte augmentation de pression. Ensuite, le gaz se détend, pousse le piston vers le bas et fait tourner le vilebrequin.

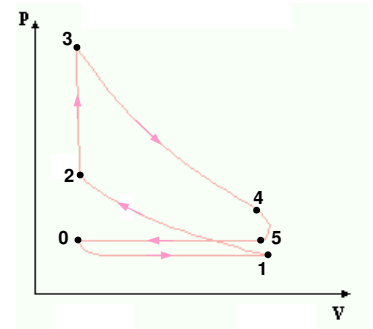
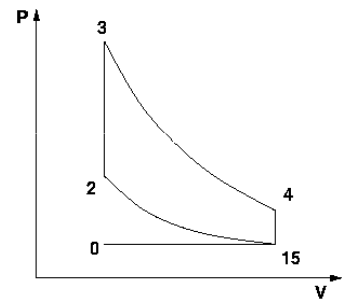
**ECHAPPEMENT (4-5-0)** : l'ouverture de la soupape provoque une baisse de pression très rapide (4-5). Ensuite, la rotation du volant fait remonter le piston qui chasse l'air brûlé vers le pot d'échappement (5-0).

*Nota Bene : un seul temps moteur (3-4) ⇒ plusieurs cylindres (4) pour minimiser les variations du couple moteur.*

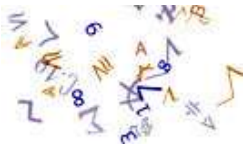
# Cycle théorique et cycle réel



	<b>Admission</b>	
	Théorie	Isobare car Temps d'équilibrage des pressions (0,01 ms) << Durée de course (10 ms) et contact avec atmosphère
	Réel	Dépression ( $P < P_{atm}$ ) car viscosité du gaz
	<b>Compression</b>	
	Théorie	Adiabatique car Durée de course (10 ms) << Temps d'équilibrage thermique (100 s)
	Réel	La combustion commence avant la fin de la compression (avance à l'allumage)
	<b>Combustion</b>	
	Théorie	Isochore car combustion « air+essence » très rapide
	Réel	La combustion continue jusqu'à mi-course
	<b>Détente</b>	
	Théorie	Adiabatique (idem compression)
	Réel	Frottements qui agissent comme source de chaleur
	<b>Echappement</b>	
	Théorie	Isochore pdt. ouverture soupape puis isobare
	Réel	Surpression ( $P > P_{atm}$ ) car viscosité du gaz



# La combustion - essence



Rapport de compression volumétrique  $\tau = V_1 / V_2$

Rendement énergétique théorique  $\eta = 1 - \tau^{1-\gamma}$  avec  $\gamma \approx 1,33$

Peut-on augmenter  $\tau$  indéfiniment ? Deux modes de combustion :

déflagration

La flamme lente se propage de manière régulière et continue

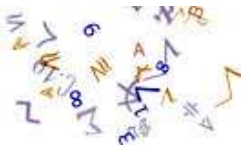
détonation

Auto-allumage rapide par compression et/ou échauffement.  
 Combustion anarchique dans plusieurs zones  
 Ondes de chocs = cognement : cliquetis + destruction des pièces

D'où : augmenter  $\tau \Rightarrow$   $\left\{ \begin{array}{l} \text{augmenter } \eta \quad \text{😊} \\ \text{augmenter } P \Rightarrow \text{augmenter } T \Rightarrow \text{détonation avant étincelle} \Rightarrow \text{cognement} \end{array} \right.$



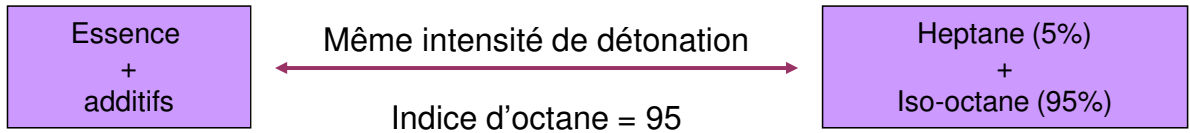
Solutions : additif anti-détonant (plomb tétraéthyle puis isomérats) +  $\tau$  limité



# Les carburants

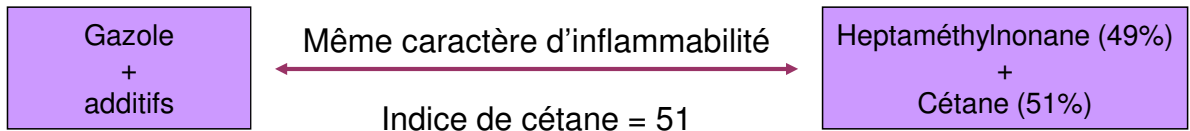
## Pour l'essence :

Indice d'octane = pouvoir anti-détonant



## Pour le gazole :

Indice de cétane = pouvoir anti-détonant



# Quelques chiffres

En pratique,  $\tau = 8$  (entre 5 et 11)

Rendement théorique pour  $\tau=8$  et  $\gamma=1,4$  :  $\eta = 56\%$

Rendement réel :  $\eta < 35\%$  \*

Température instantanée des gaz : 2000 à 3000 °C.

Compression du mélange jusqu'à 8-12 bars. Echauffement jusqu'à 300 °C

Puissance :  $P_{\text{méca}} = n \cdot C_u \cdot \omega$

Régime :  $\omega = 2\pi N / 60$  [rad/s]

Couple unitaire :  $C_u = S \cdot P_{\text{moy}(\omega)} \cdot L \cdot (2/b)$  [N.m]

$P_{\text{méca}}$  : Puissance mécanique [W; 1 cv=716 W]

n : Nombre de cylindres [-]

$C_u$  : Couple unitaire [N.m]

$\omega$  : Vitesse de rotation [rad/s]

N : Vitesse de rotation [tr/min]

S : Surface du piston [m<sup>2</sup>]

$P_{\text{moy}}$  : Pression moyenne [Pa]

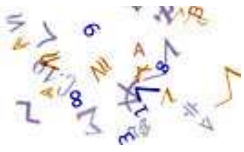
L : Course du piston [m]

b : Nombre de temps [-]

Couple total : 100-400 N.m

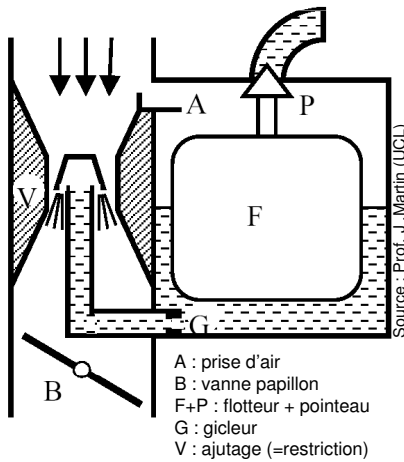
Vitesse de rotation : 1000 à 4000 tr/min

\* Pour  $\gamma=1.33$ , le rendement théorique est de 45%



# La carburation

Alimentation par carburateur : utilisée pendant un siècle !

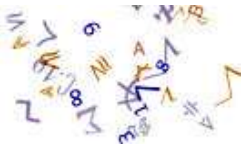


Principe du carburateur : aspiration par effet Venturi.

- Moteur tourne → débit d'air dans col Venturi
- dépression
- débit d'essence ≈ proportionnel débit air

Géométrie col+gicleur → proportion air-carburant (=qualité)  
 Position papillon → quantité du mélange (=remplissage)

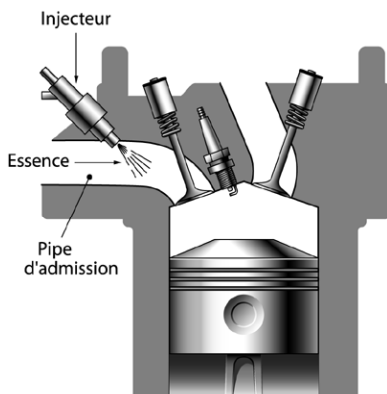
Imperfection du dosage => progressivement remplacé par alimentation par injection sous pression (commande et régulation mécanique puis électronique)



# L'injection - essence

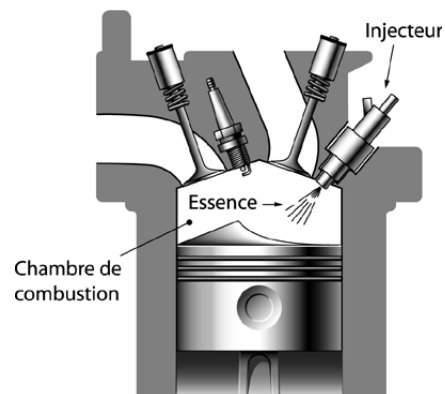
## Injection indirecte

L'essence est pulvérisée dans la tubulure d'admission.



## Injection directe

L'essence est pulvérisée directement dans la chambre de combustion



A la fin de l'admission, l'essence est intégralement vaporisée.



# Animations vidéo

Structure mécanique d'un moteur à essence (3'12'')



Fonctionnement d'un moteur à essence (1'39'')



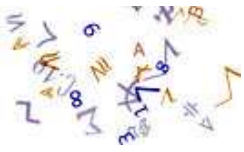
La totale (9'25'')



## Les moteurs à allumage par compression

Combustible : gazole

Cycle : Diesel

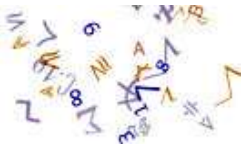


# Pourquoi inventer le moteur Diesel ?

Constat : dans le cycle Beau de Rochas, l'augmentation du rendement requiert une augmentation du taux de compression.

Problème : compression/échauffement du mélange air+combustible => combustion anarchique => ondes de choc et dégâts moteur

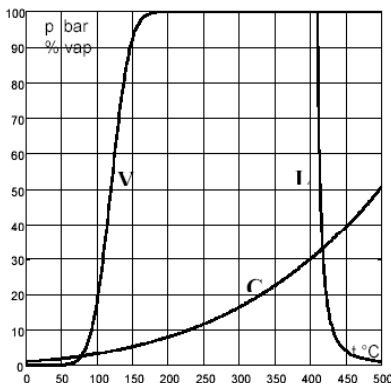
Solution : comprimer/échauffer l'air seul PUIS injecter le combustible qui s'auto-inflammera.



## Quel combustible ?

Essence ⇔ C<sub>8</sub>H<sub>18</sub>

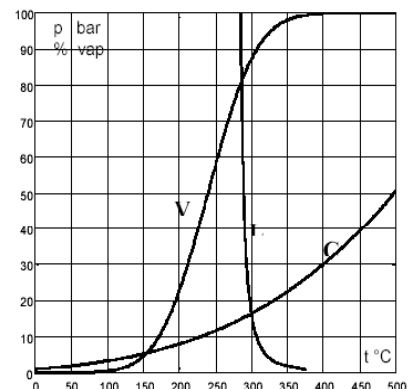
Volatile donc évaporation complète (mélange gazeux homogène) à basse température (pas de réaction avec O<sub>2</sub>).



Auto-inflammation pour 35 bars.  
Grosse pression => dimensionnement mécanique lourd

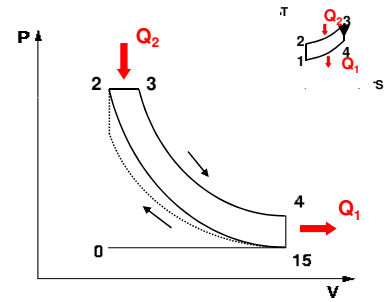
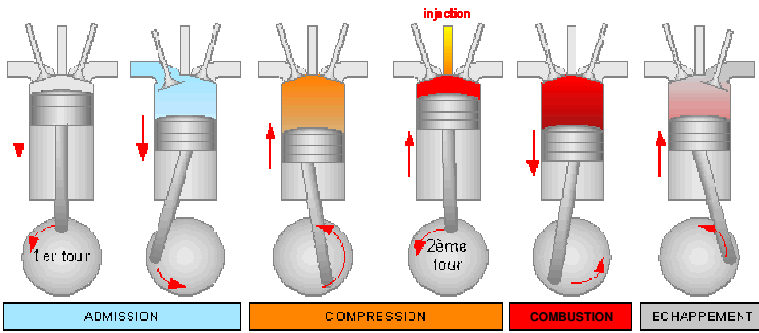
Gazole ⇔ C<sub>12</sub>H<sub>26</sub>

Peu volatile donc évaporation partielle (mélange hétérogène gaz-liquide) à haute température (oxydation vive)



Auto-inflammation pour 16 bars.  
Acceptable.

# Le moteur à 4 temps Diesel



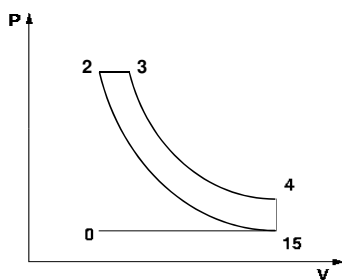
**ADMISSION (0-1)** : le piston descend entraîné par l'inertie du volant fixé au vilebrequin. L'air frais est aspiré.

**COMPRESSION ET INJECTION (1-2)** : la rotation du volant fait remonter le piston. L'air est fortement comprimé. Un peu avant le point mort haut, le gazole est injecté et s'enflamme spontanément au contact de l'air surchauffé.

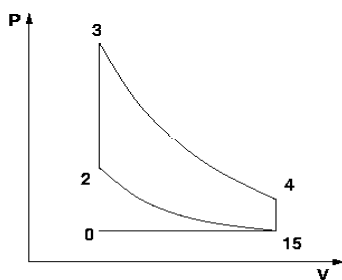
**COMBUSTION ET DETENTE (2-3-4)** : La vitesse d'injection du carburant est ajustée pour que la combustion s'opère à pression constante. En fin de combustion, le gaz se détend, en continuant de pousser le piston vers le bas et faire tourner le vilebrequin.

**ECHAPPEMENT (4-5-0)** : l'ouverture de la soupape provoque une baisse de pression très rapide (4-5). Ensuite, la rotation du volant fait remonter le piston qui chasse l'air brûlé vers le pot d'échappement (5-0).

# Cycles théorique et réel



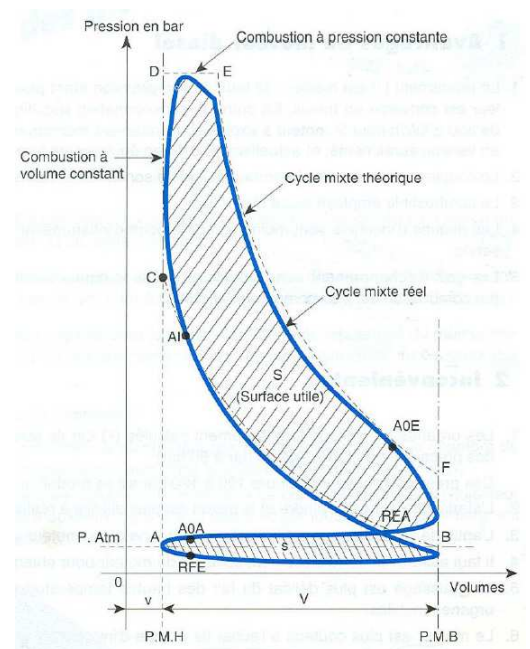
Cycle diesel classique



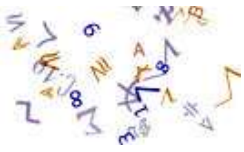
Cycle essence classique

→ Rendement élevé

→ Pression max modérée  
=> moteur léger



Cycle diesel mixte



# Diesel vs. essence

## Avantages

Rapport volumétrique  $\tau$  élevé : 16-24  
 => 600-700 °C  
 => Rendement élevé  
 Consommation spécifique = 200 g/kW/h  
 (Essence : 5-11 ; 300 °C ; 330 g/kW/h)

Couple moteur plus élevé et  $\approx$  constant pour  $\omega$  faible

Gazole moins cher

Moins de risques incendie-inflammation

Gaz d'échappement moins toxiques (faible CO)

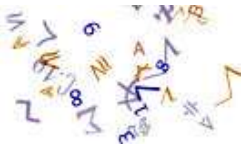
## Inconvénients

Organes mécaniques surdimensionnés car hautes pressions  
 => Réservé aux locomotives et bateaux avant l'avènement des nouveaux alliages

Bruit de fonctionnement élevé

Besoin d'un refroidissement plus efficace car chambre de combustion plus chaude

Démarré plus difficilement à froid



# La combustion - Diesel

## Phase 1 : délai d'allumage

Délai inversement proportionnel à :

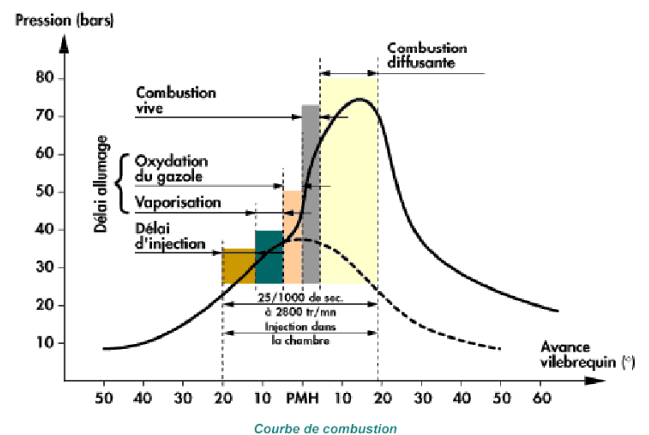
- finesse de la pulvérisation
- température de la chambre de combustion
- débit des injecteurs

## Phase 2 : combustion vive

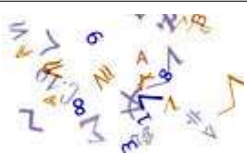
Combustion incontrôlée et très rapide du mélange gazeux existant  
 => Bruit du diesel  
 Riche en O<sub>2</sub> et température  $\nearrow$  => NOx

## Phase 3 : combustion diffusante

Combustion contrôlée du gazole en sortie d'injecteur car T élevée  
 => Niveau de bruit modéré  
 Combustion + riche => formation de suies



Rem : toutes les solutions limitant la formation des NOx favorisent celles des suies.



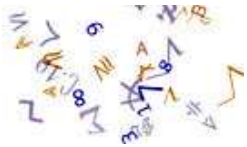
# La pollution - Diesel

## Les différents polluants :

Majeurs	<b>NOx :</b>	Excès d'oxygène Haute température insertion de petites pièces céramiques retarder l'injection réinjecter les gaz d'échappement préalablement refroidis
	<b>Particules de suies :</b>	formées dans des zones riches en combustible et pauvre en oxygène.

*Nota Bene* : lorsque les suies sont évitées, les NOx se forment et réciproquement.

Mineurs	<b>CO :</b>	combustion incomplète (faible température + manque d'oxygène)
	<b>SO2 :</b>	soufre contenu dans les produits pétroliers
	<b>Combustible imbrûlé</b>	



## Législation

Émission maximale (en g/km)	Euro 1 (01/01/93)	Euro 2 (01/01/96)	Euro 3 (01/01/00)	Euro 4 (01/01/06)
CO	3,16	1	0,64	0,5
NOx	-	-	0,5	0,25
HC + NOx	1,13	0,7 (0,9)	0,56	0,3
Particules	0,16	0,08 (0,1)	0,05	0,025

## Solutions :

- |   |       |
|---|-------|
| 1. Système d'injection performant             | les 4 |
| 2. Mise en œuvre d'un catalyseur d'oxydation  | NOx   |
| 3. Système de recyclage des gaz d'échappement | HC    |
| 4. Filtre à particules                        | Suies |



# Améliorer l'injection ?

Deux moyens :

Améliorer le rendement théorique

$$\eta = 1 - \frac{\tau^{1-\gamma} \cdot c^\gamma - 1}{\gamma \cdot c - 1}$$



Augmenter le rapport de compression

( $\tau$  est de l'ordre de 16)

$c = \frac{V_3}{V_2}$  est le rapport d'injection

Améliorer le rendement réel



Augmenter la quantité d'air brûlé



Améliorer l'homogénéité du mélange air/gazole



Diminuer la taille des gouttes



Augmenter la vitesse de combustion



Injecter rapidement



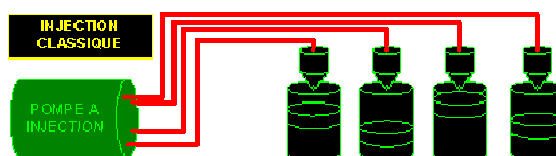
Augmenter la pression d'injection



# Systèmes d'injection & pression

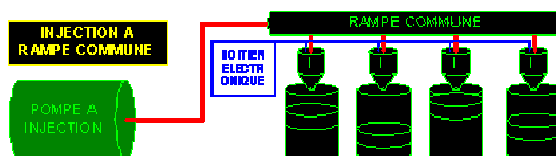
Classique

(900 bars max) Moteurs TDI et TDI de VAG  
 $P=f(\omega) \Rightarrow$  combustion mal maîtrisée



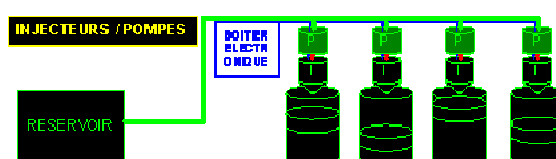
Common rail

(1350 bars) Moteurs HDI, JTD, ...  
Pression indépendante du régime

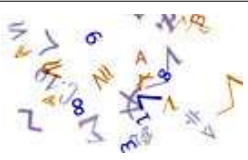


Injecteurs-pompes à commande électronique

(2000 bars) Moteurs TDI et TDI de VAG



Futur : pompes remplacées par injecteurs électromagnétiques (essais concluant à 1000 bars).



# Injection directe & indirecte

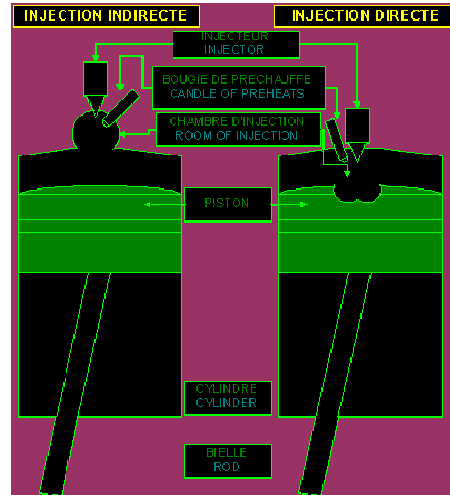
Injection indirecte

Injection directe

Chambres de combustion divisées

(chambre auxiliaire de précombustion + chambre principale du cylindre)

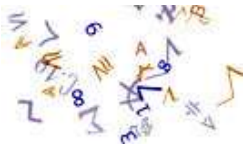
Peu de NOx et moins bruyant  
=> important dans le passé



Chambre de combustion unique

(chambre principale du cylindre)

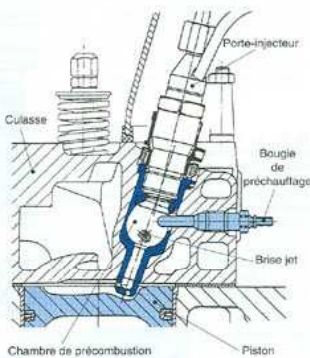
Ratio surface/volume plus faible  
et combustion plus rapide  
=> Moins de pertes thermiques  
=> Rendement supérieur  
=> important maintenant



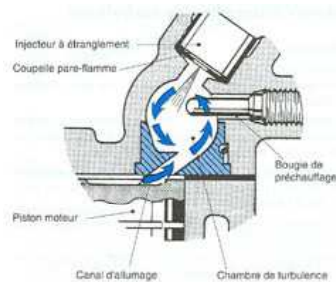
# Injection directe & indirecte

Injection indirecte

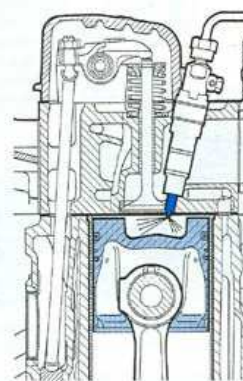
Injection directe



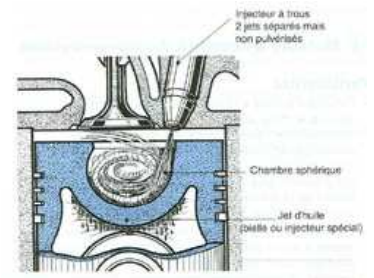
Chambre de précombustion  
100-150 bars  
 $\tau = 12-15$



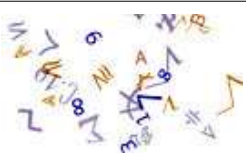
Chambre de turbulence  
110-130 bars  
 $\tau = 15-18$



Inj. directe  
200-350 bars  
 $\tau = ?$



Chambre de tourbillon d'air  
? bars  
 $\tau = ?$



# Les injecteurs - diesel

## Injecteur à étranglement



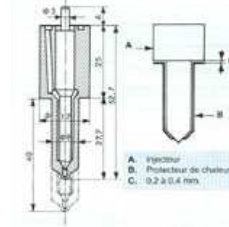
Un trou central  
Diamètre : 0,8 à 3 mm

Préinjection (1 à 4 mm<sup>3</sup>) puis injection

- Combustion étagée => moins bruyante
- P et T commencent à augmenter => meilleure combustion pdt injection => moins de NOx

Pour l'injection indirecte

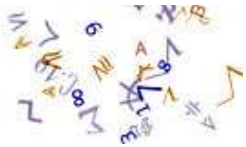
## Injecteur multi-trous



Entre 3 et 8 trous  
Diamètre > 0,2 mm

Combustible réparti uniformément  
(=> échauffement piston uniforme)  
Faible encombrement

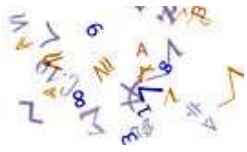
Pour l'injection directe



## Suite Volvo

l'injection indirecte ne se fait plus depuis 1995 en Diesel (ni sur camion, ni sur voiture)

Le rendement d'un moteur Diesel est de 37,6% sur les meilleurs camions et entre 25 et 35 % sur les voitures.



# Turbo-chargeur

Brûler davantage de gazole (suralimentation)

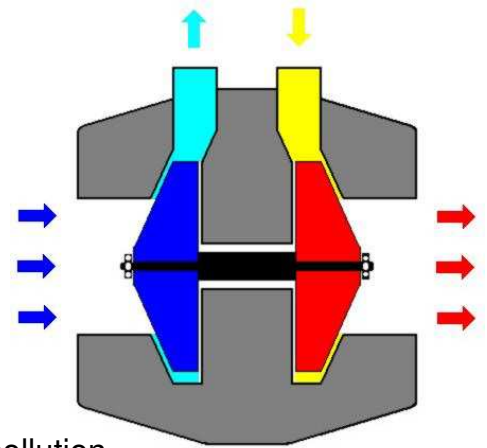
↳ Introduire davantage d'air

↳ Comprimer l'air à injecter



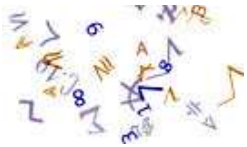
Turbo-chargeur  
=  
turbine entraînée par les  
gaz d'échappement

(Kompressor = turbine entraînée  
par moteur électrique)



Problèmes : taille, bruit, coût et pollution

Après passage dans le turbo, le gaz échauffé est refroidi (à pression constante). Ainsi, sa masse volumique augmente et l'on peut faire entrer une masse d'air encore plus importante dans le volume fixe du cylindre



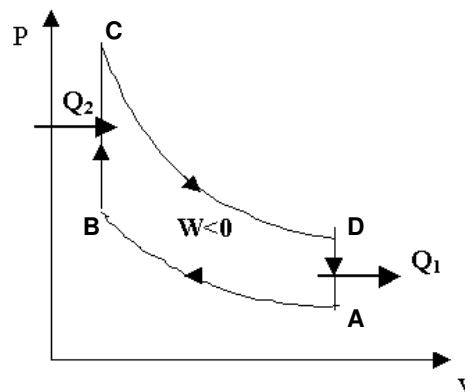
# Exercice n°11

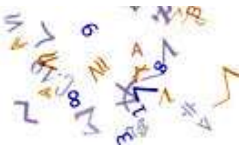
Une machine de Otto - Beau de Rochas est étudiée.  
On suppose un gaz parfait diatomique. Nous avons :

- A :  $P_A = 1 \text{ bar}$ ,  $T_A = 20 \text{ °C}$
- B :  $T_B = 50 \text{ °C}$
- C :  $T_C = 250 \text{ °C}$  et  $V_C = 1 \text{ litre}$

Gaz parfait diatomique :  $\gamma = 1,4$

1. Exprimer le rendement énergétique
2. Exprimer la variation totale d'entropie





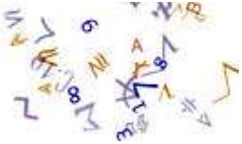
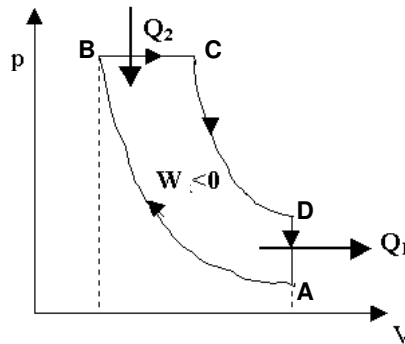
## Exercice n°12

Un cycle de Diesel est étudié. On suppose un gaz parfait diatomique.  
Les deux états extrêmes sont caractérisés par :

- A :  $P_A = 1 \text{ bar}$ ,  $T_A = 20 \text{ °C}$
- B :  $V_B = 1 \text{ litre}$ ,  $T_B = 250 \text{ °C}$
- D :  $T_D = 150 \text{ °C}$

Gaz parfait diatomique :  $\gamma = 1,4$

1. Exprimer le rendement énergétique
2. Exprimer la variation totale d'entropie



## Exercice n°13

Un moteur diesel a un taux de compression volumétrique  $\tau = 20$  et une température maximale  $T_3 = 3000 \text{ K}$ .

Calculer :

- le rapport d'injection  $c = V_3/V_2$ ,
- le travail par unité de masse d'air,
- le rendement énergétique  $\eta$



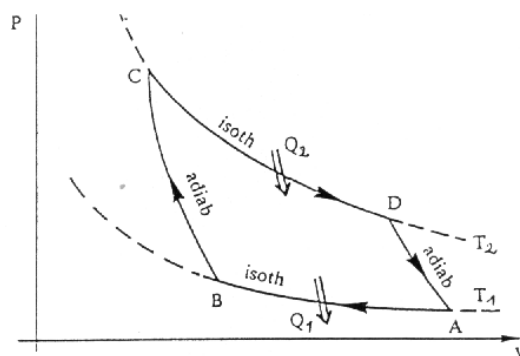
## Exercice n°14

Une machine de Carnot est étudiée. On suppose un gaz parfait diatomique.  
Les deux états extrêmes sont caractérisés par :

- A :  $P_A = 1 \text{ bar}$ ,  $T_A = 20 \text{ °C}$
- C :  $P_C = 10 \text{ bar}$ ,  $T_C = 250 \text{ °C}$  et  $V_C = 1 \text{ litre}$

Gaz parfait diatomique :  $\gamma = 1,4$

1. Exprimer le rendement énergétique
2. Exprimer la variation totale d'entropie



## Exercice n°15

On considère un moteur à allumage commandé classique, dont le cycle de fonctionnement est celui de Beau de Rochas (2 adiabates et deux isochores).

- a) Tracer le cycle en coordonnées PV
- b) Etablir l'expression du rendement énergétique en fonction du taux de compression et du coefficient adiabatique.
- c) Pour un régime donné, calculer la puissance développée ainsi que la consommation d'essence.

Données numériques :

- Coefficient adiabatique :  $\gamma = 1,33$
- Régime :  $\omega = 3000 \text{ tr/min}$
- Taux de compression :  $\tau = 9$
- Cylindrée :  $C_{\text{tot}} = 2,2 \text{ litres}$
- Enthalpie de réaction :  $32,8 \text{ MJ/litre}_{\text{essence}}$
- Température pic :  $2300 \text{ K}$
- Nbr de cylindres : 4 (classique)
- $1 \text{ cv} = 716 \text{ W}$
- Point A : conditions atmosphériques



## Unité n°4

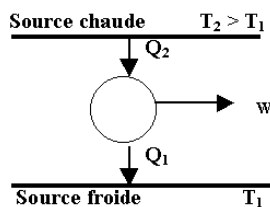
# Machines de transfert de chaleur



## Machines thermiques : rappels

### MOTEURS THERMIQUES

Chaleur → Travail + chaleur



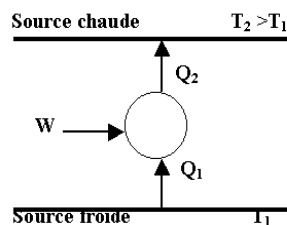
Rendement < 1 :

$$\eta = \frac{W_{\text{fourni}}}{Q_{\text{prélevée}}} = \frac{W}{Q} = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = 1 - \frac{Q_1}{Q_2} < 1$$

- des machines à vapeur (locomotives, ...)
- des moteurs à combustion (essence ou diesel)
- des centrales thermiques ou nucléaires (production d'électricité)

### MACHINES DE TRANSFERT DE CHALEUR

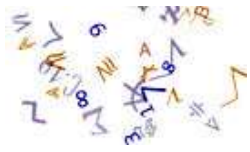
Chaleur + travail → Chaleur



Coefficient de performance > 1 :

$$COP_{\text{calorifique}} = \frac{-Q_2}{W} = \frac{Q_2}{Q_1 + Q_2} > 1$$

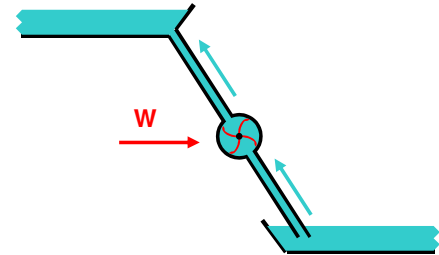
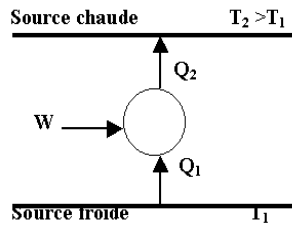
- les machines frigorifiques
- les pompes à chaleur



# Machines de transfert de chaleur

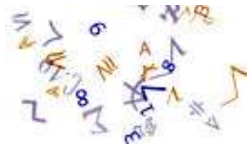
La chaleur a une tendance naturelle à s'écouler d'une source chaude vers une source froide.  
Avec un apport de travail, une machine de transfert de chaleur permet de forcer la chaleur à aller en sens contraire : de la source froide vers la source chaude.

**En bref : une machine de transfert de chaleur chauffe le chaud et refroidit le froid !!**



Quasi-analogie :

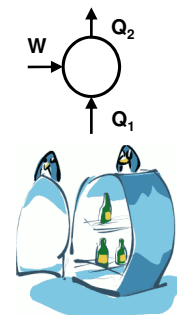
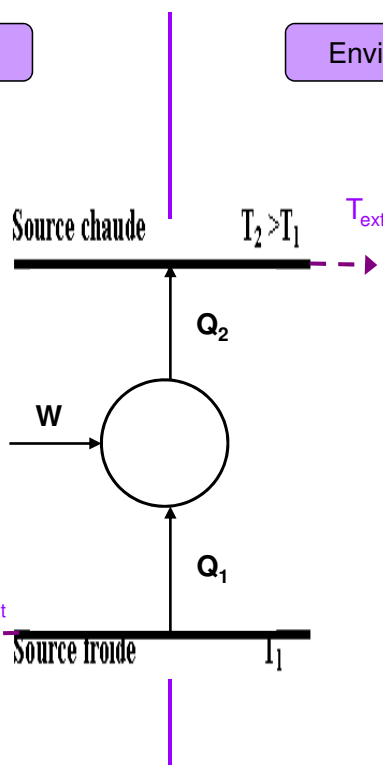
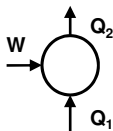
eau = chaleur  
altitude = température  
source de chaleur = lac infiniment grand



# Machines de transfert de chaleur

Environnement = source froide

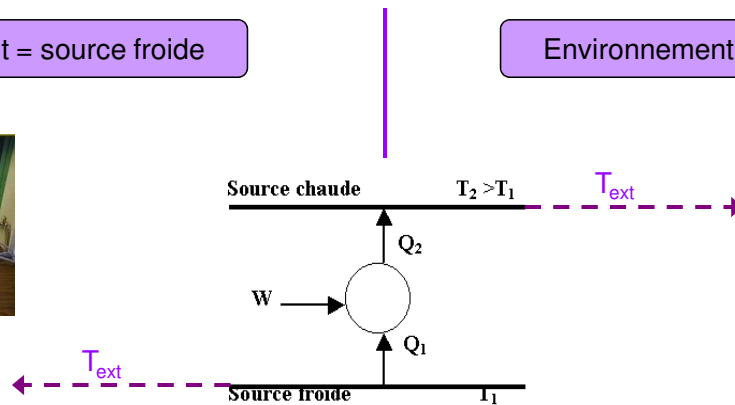
Environnement = source chaude



# Machines de transfert de chaleur

Environnement = source froide

Environnement = source chaude



## Production de chaleur

Apport de chaleur à la source chaude  
Machine = pompe à chaleur  
Ex : chauffage domestique

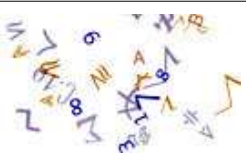
$$COP_{calorifique} = \frac{-Q_2}{W} = \frac{Q_2}{Q_1 + Q_2} > 1$$

## Production de froid

Extraction de chaleur à la source froide  
Machine = machine frigorifique  
Ex : réfrigérateur, liquéfacteur de gaz

$$COP_{frigorifique} = \frac{Q_1}{W} = \frac{-Q_1}{Q_2 + Q_1} > 1$$

# Pompes à chaleur

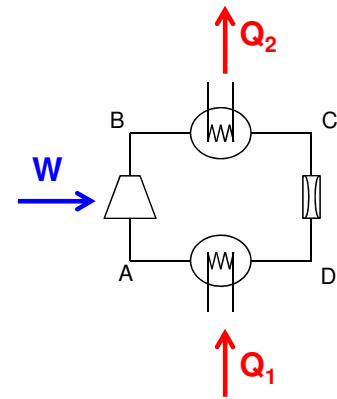


# Principe de fonctionnement d'une PAC

Quatre organes : compresseur, condenseur, détendeur et évaporateur (ordre alphabétique).

Source froide = environnement extérieur (lac gelé)

Source chaude = lieu à chauffer (habitation).



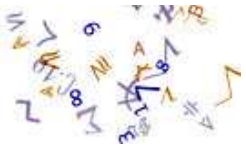
A→B Dans le compresseur, la vapeur BP surchauffée est comprimée adiabatiquement par apport de travail mécanique.

B→C Dans le condenseur, la vapeur HP surchauffée se condense à pression constante en cédant la chaleur  $Q_2$  à la source chaude. À la sortie du condenseur, le fluide est un liquide sous-refroidi dont la température est celle de la source chaude.

C→D Dans le détendeur (restriction, vanne semi-fermée, ...), le liquide HP subit une détente de Joule-Thomson où l'enthalpie est conservée. À la sortie du détendeur, le fluide est un mélange biphasique.

D→A Dans l'évaporateur, le mélange diphasique BP reçoit la chaleur  $Q_1$  de la source froide de manière isobare. À la sortie de l'évaporateur, le fluide est à l'état de vapeur BP surchauffée et sa température est égale à celle de la source froide.

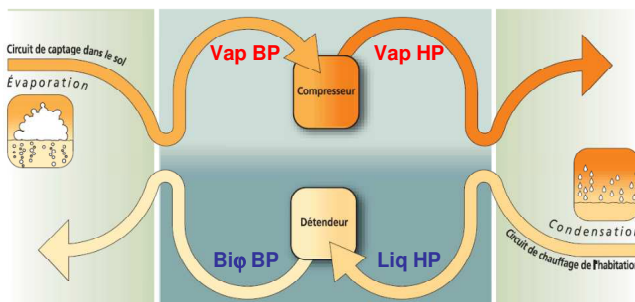
NB : une PAC « pompe » la chaleur mais utilise un **compresseur** pour comprimer la **vapeur** (et non une **pompe** qui comprime un **liquide**).



## PAC : deux technologies

### PAC à détente directe

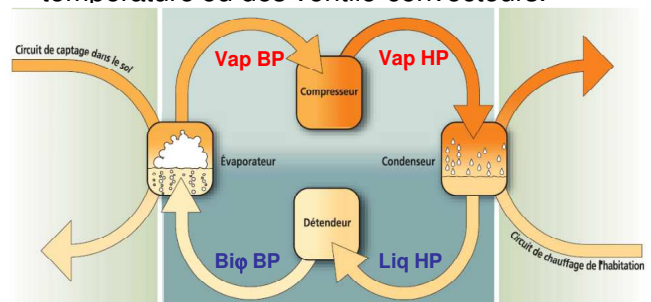
Un seul circuit hydraulique : le fluide frigorigène circule en circuit fermé dans le capteur (qui est également l'évaporateur de la pompe à chaleur) et dans le plancher chauffant (qui joue le rôle de condenseur).

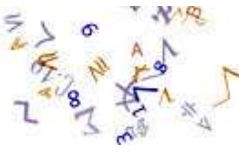


### PAC à fluide intermédiaire

Trois circuits hydrauliques :

- le circuit intermédiaire contenant le fluide frigorigène,
- le circuit extérieur constitué du capteur enterré. Il transporte les calories du sol au fluide frigorigène de la pompe à chaleur ;
- le circuit intérieur dans la maison. Il alimente des radiateurs, un plancher chauffant basse température ou des ventilo-convecteurs.



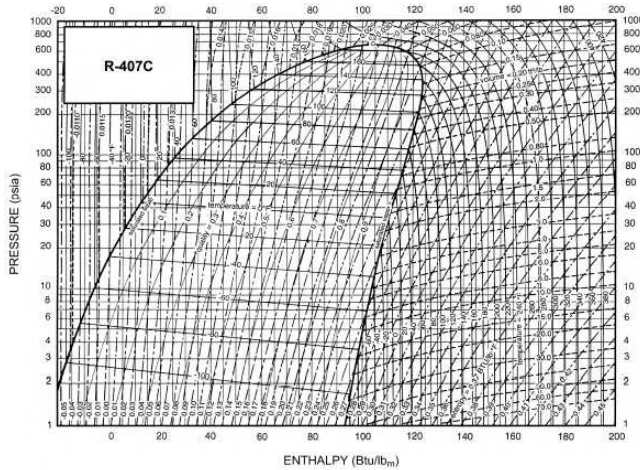


# Fluides frigorigènes

Fluide frigorigène = fluide assurant les transferts de chaleur lors de son changement de phase (gaz/liquide principalement)

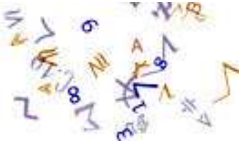
Avant : R22 (famille des CFC)

Problème : contient du chlore qui détruit la couche d'ozone et qui est un gaz à effet de serre puissant



Substitution : HFC (R407C, R410A et R417A)

Les hydrofluorocarbones sont inoffensifs vis à vis de la couche d'ozone et présentent un effet de serre moindre



## Exercice n°16

Tracer un schéma décrivant une machine de transfert de chaleur (compresseur, condenseur, détendeur, évaporateur + sources chaude et froide). On note A l'entrée du compresseur, 1 la source froide et 2 la source chaude.

Indiquer par des flèches le travail apporté ( $W$ ), la chaleur soutirée à la source froide ( $Q_1$ ) et la chaleur apportée à la source chaude ( $Q_2$ )

- 1) dans un diagramme entropique  $T_s$ , tracer le cycle ABCD d'une machine de transfert de chaleur.
- 2) Ecrire la définition du COP dans les deux cas suivants :
  - La machine est une pompe à chaleur ( $COP_{\text{chaud}}$ )
  - La machine est une machine frigorifique ( $COP_{\text{froid}}$ )
- 3) Trouver une relation entre  $COP_{\text{chaud}}$  et  $COP_{\text{froid}}$  puis donner la valeur maximale théorique des deux COP (pour une machines travaillant avec deux sources de chaleur  $T_1$  et  $T_2$ ).



# Exercice n°17

Tracer un schéma où figurent le compresseur, le condenseur, le détendeur, l'évaporateur, la source chaude, la source froide. On note A l'entrée du compresseur, 1 la source froide et 2 la source chaude.

Indiquer par des flèches le travail apporté ( $W$ ), la chaleur soutirée à la source froide ( $Q_1$ ) et la chaleur apportée à la source chaude ( $Q_2$ )

Tracer le cycle ABCD sur le diagramme du frigorigère P-h du fluide R407c.

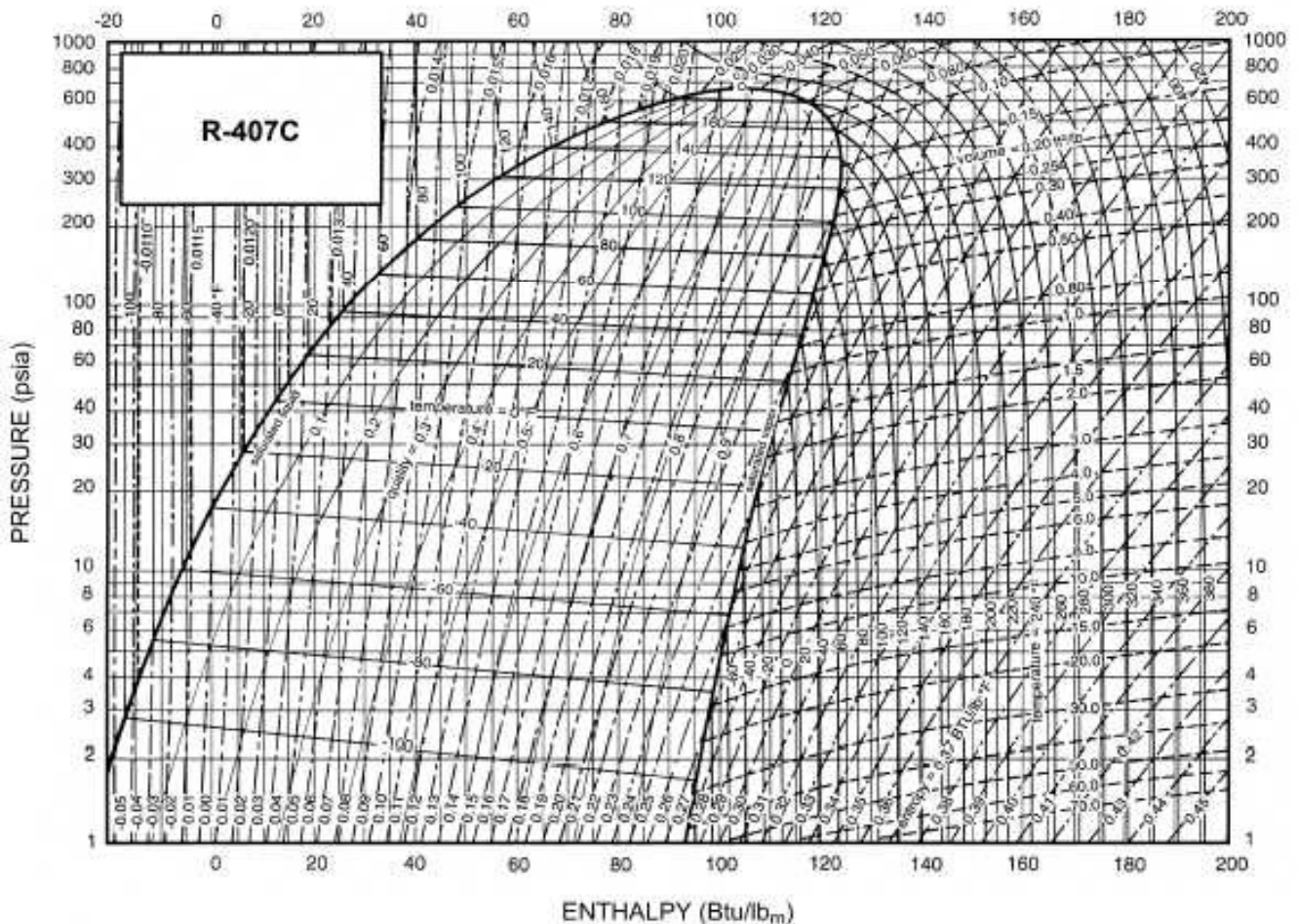
Pour chacun des points A,B,C,D, indiquer la pression, la température, l'enthalpie et l'entropie.

Données numériques :

- La température de la source froide est  $T_1 = 20 \text{ °F}$
- La température de la source chaude est  $T_2 = 60 \text{ °F}$
- La pression au refoulement du compresseur est  $P_B = 200 \text{ psia}$
- Pour le débit de fluide donné, la chute de pression dans le détendeur est de 190 psia

Pour information :  $1 \text{ psia} = 6895 \text{ Pa}$ ,  $1 \text{ Btu} = 1055 \text{ J}$ ,  $1 \text{ lb} = 0,4536 \text{ kg}$  et  $T_{[°F]} = 32 + 1,8.T_{[°C]}$

## Exercice n°17





# Exercice n°18

En coordonnées P,T, tracer le cycle thermodynamique de la pompe à chaleur décrite dans l'exercice n°16.



## Aspects technologiques : le compresseur

Les échangeurs de chaleur et la vanne de laminage sont des technologies maîtrisées.  
Pour améliorer le COP, l'essentiel des efforts concerne actuellement le compresseur et la régulation.

On distingue deux types de compresseurs :

- les compresseurs centrifuges (=turbocompresseurs) : la compression résulte de la force centrifuge obtenue par entraînement dynamique au moyen d'une roue à aubes
- les compresseurs volumétriques (pistons, rotatifs, scroll, vis) : la compression est obtenue par la réduction du volume intérieur d'une chambre de compression

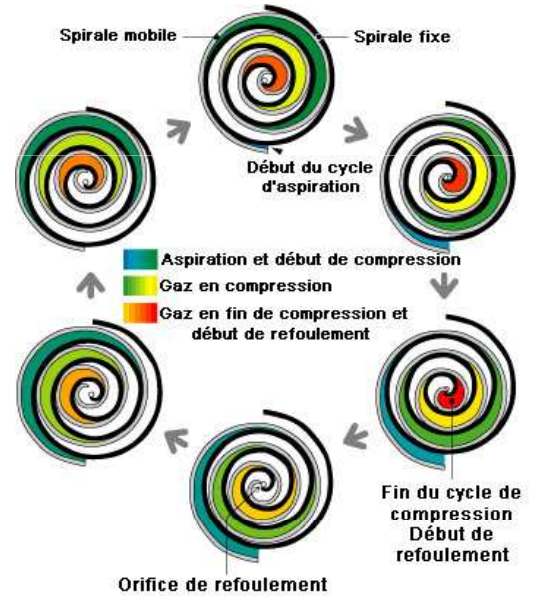
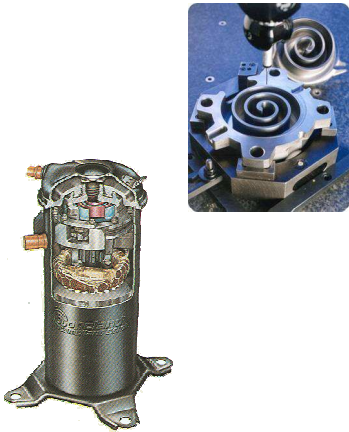
Type	Pistons	Rotatif	Spirales	Vis	Turbo
Volume balayée (m <sup>3</sup> /h)	max 1500	350-5600	10-200	500-5000	800-50000
Vitesse de rotation max (tr/mn)	1800	4000	10000	3000	30000
Taux de compression	2-10	5-6	~ 5	20-30	3,5-4
Applications	Ménager Commercial Industriel	Commercial Industriel	Commercial	Industriel	Industriel

# Le compresseur Scroll

Synonyme : compresseur (spiro-)orbital

Deux spirales sont intercalées : une est fixe et l'autre se déplace excentriquement sans tourner.

De la sorte, des poches de fluide sont pompées puis emprisonnées et enfin comprimées entre les spires.



Avantage : efficacité + fiabilité (peu de pièces mobiles)

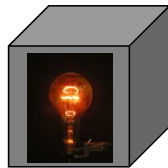
# Aspect environnemental

Question : comment chauffer (un habitat) ?

Radiateur électrique

Principe : dégradation de l'énergie électrique en énergie thermique par effet Joule.

Radiateur = ampoule dans boîte

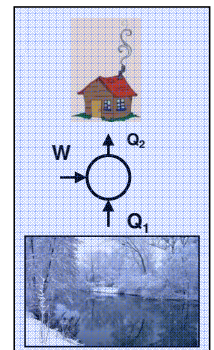


Bilan : on apporte 1 kWh<sub>e</sub> pour récupérer 1 kW<sub>th</sub>.

Pompe à chaleur

Principe :  $\longrightarrow$

$$COP_{\text{calorifique}} = \frac{-Q_2}{W} = \frac{Q_2}{Q_1 + Q_2} > 1$$



Actuellement : COP ~ 3  
(prochainement : COP ~ 6)

Bilan : on apporte 1 kWh<sub>e</sub> pour récupérer 4 kWh<sub>th</sub> (les 3 kWh<sub>th</sub> supplémentaires sont prélevés dans l'environnement)

Temps de retour sur investissement : ~ 5 ans !



# Aspects financiers

## PAC à détente directe

Chauffage d'appoint	pas nécessaire
Eau chaude sanitaire	production possible en période de chauffage
Rafraîchissement	pas possible sur plancher chauffant, possible avec des ventilo-convecteurs
Adaptabilité	difficulté avec le plancher, si souhait éventuel de changer de mode de production de chaleur
Avantages	<ul style="list-style-type: none"> <li>• système simple</li> <li>• coût limité</li> </ul>
Inconvénients	<ul style="list-style-type: none"> <li>• grosse quantité de fluide frigorigène</li> <li>• étanchéité du circuit primordiale</li> <li>• utilisation des capteurs verticaux impossible</li> <li>• mise en œuvre du circuit de chauffage délicate</li> <li>• risque de gel permanent du terrain au niveau des capteurs</li> </ul>
Coûts	<ul style="list-style-type: none"> <li>• d'investissement : de 70 à 100 € TTC par m<sup>2</sup> chauffé hors eau chaude sanitaire et rafraîchissement</li> <li>• de fonctionnement ; de 2,3 à 3,5 € TTC par m<sup>2</sup> et par an</li> </ul>

## PAC à fluide intermédiaire

Chauffage d'appoint	pas nécessaire
Eau chaude sanitaire	production possible (PAC indépendante ou non)
Rafraîchissement	possible et bien maîtrisé
Avantages	<ul style="list-style-type: none"> <li>• peu de fluide frigorigène</li> <li>• fluide frigorigène confiné dans la PAC</li> <li>• le circuit de chauffage peut être conservé, si souhait éventuel de changer de mode de production de chaleur</li> <li>• installation des capteurs simple</li> </ul>
Inconvénients	<ul style="list-style-type: none"> <li>• coût d'investissement supérieur à la détente directe pour les petits logements</li> </ul>
Coûts	<ul style="list-style-type: none"> <li>• d'investissement :  <b>Systèmes à capteurs horizontaux</b>  de 85 € TTC par m<sup>2</sup> chauffé (option chauffage)  à 135 € TTC par m<sup>2</sup> chauffé (option chauffage et rafraîchissement)  <b>Systèmes à capteurs verticaux</b>  de 145 à 185 € TTC par m<sup>2</sup> chauffé  • de fonctionnement : de 2,3 à 3,5 € TTC par m<sup>2</sup> et par an</li> </ul>



# Application PAC : chauffage domestique

Source chaude = habitat individuel ou collectif



Echangeur de chaleur = plancher chauffant / rafraîchissant

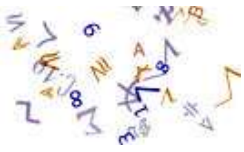
Pompe à chaleur :



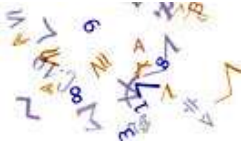
Source froide =

- Air (~13°C en moyenne annuelle, France)
- Eau (exemple : lac de Zürich à 4°C)
- Sol (appellation PAC « géothermique »)



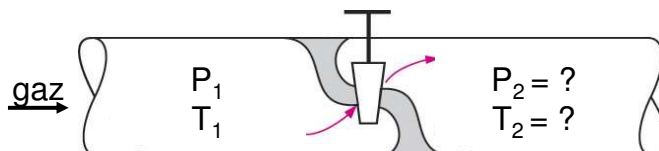


# Machines frigorifiques



## Laminage de fluide

Le laminage d'écoulement consiste à faire passer un fluide à travers une obstruction dans une conduite (filtre poreux, vanne partiellement ouverte, orifice dans une plaque, ...).

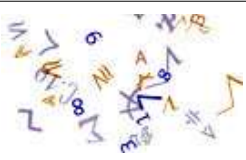


- On impose  $P_1$  et  $T_1$
- On impose le degré d'obstruction
- On mesure  $P_2$  et  $T_2$

Obstruction (volume réduit)  $\Rightarrow$  collisions plus nombreuses  $\Rightarrow$  dissipation d'énergie  $\Rightarrow$  diminution de la pression (=détente) :  $P_2 < P_1$

Augmentation du degré d'obstruction  $\Rightarrow$  diminution de la pression aval (pour  $P_1$  imposée)

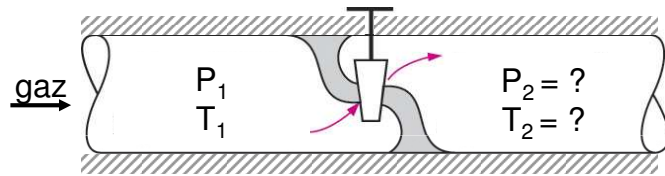
Question : comment évolue la température lors de la détente ?



# Détente de Joule-Thomson

= détente de Joule-Kelvin

Détente de Joule-Thomson  
= laminage adiabatique



1<sup>er</sup> principe pour un système ouvert :

$$\frac{d\left(U + \frac{1}{2}mc^2 + mgz\right)}{dt} = \frac{\delta Q}{dt} + \frac{\delta W_{autres}}{dt} + \sum_{entrées} \dot{m}_e \left(h + \frac{1}{2}c^2 + gz\right)_e - \sum_{sorties} \dot{m}_s \left(h + \frac{1}{2}c^2 + gz\right)_s$$

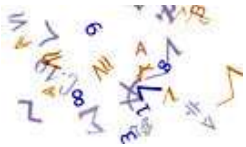
Or stationnaire + adiabatique + absence de travail mécanique, donc :  $h_s - h_e = \frac{-1}{2}(c_s^2 - c_e^2)$

Détente d'un gaz donc  $\rho \searrow$ . Or débit massique constant donc  $c \nearrow$ .

En pratique, l'augmentation de vitesse est faible.

*A fortiori*, la variation d'énergie cinétique est très faible.

Il s'ensuit que  $h_s \approx h_e$  c'est-à-dire que la détente de Joule-Thomson est isenthalpique.



# Enthalpie

Pour tout corps réel (solide, liquide, gaz), la différentielle de l'enthalpie molaire  $h$  s'écrit :

$$dh = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p .dT + \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T .dp = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p \left[ dT + \frac{\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T}{\left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p} dp \right]$$

Relation de permutation  $\rightarrow = -\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_h$

Par conséquent :  $dh = C_p .[dT - \mu .dp]$

avec  $\begin{cases} C_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p & : \text{capacité calorifique molaire à pression constante [J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}] \\ \mu = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_h & : \text{coefficient de Joule-Thomson (throttling coefficient) [K.Pa}^{-1}] \end{cases}$

# Coefficient de Joule-Thomson

Définition officielle :

$$\mu \equiv \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_h$$

Pour tout corps, le coefficient de Joule-Thomson peut s'écrire

$$\mu = \frac{v \cdot (\alpha T - 1)}{C_p}$$

où  $\alpha_{(T,p)} \equiv \frac{1}{v} \cdot \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p$  est le coefficient de dilatation à pression constante.

Pour un gaz, le coefficient de Joule-Thomson peut s'écrire

$$\mu = \frac{RT^2}{p \cdot C_p} \left( \frac{\partial Z}{\partial T} \right)_p$$

où  $Z_{(T,p)} = \frac{pv}{RT} = \frac{pV}{N_a \cdot k_B \cdot T}$  est la compressibilité du gaz (N<sub>a</sub> : nbr d'Avogadro et k<sub>B</sub> : cste de Boltzman)

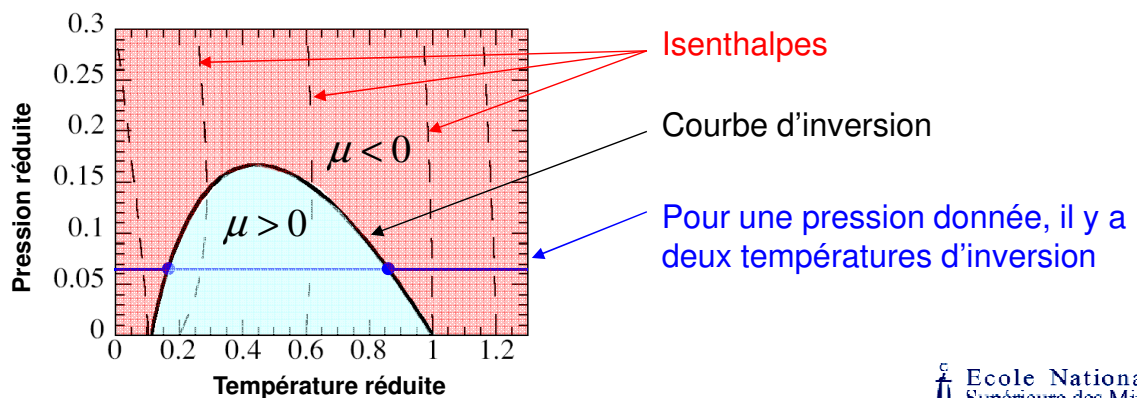
NB : Le volume molaire v s'exprime en fonction de T et p grâce à l'équation d'état mécanique du fluide.

# Détente de Joule-Thomson

Détente de Joule-Thomson : dh=0 donc  $dT = \mu dp$

Gaz parfait : 2<sup>ème</sup> loi de Joule : H=f(T) donc  $\mu=0$  : pas de variation de température

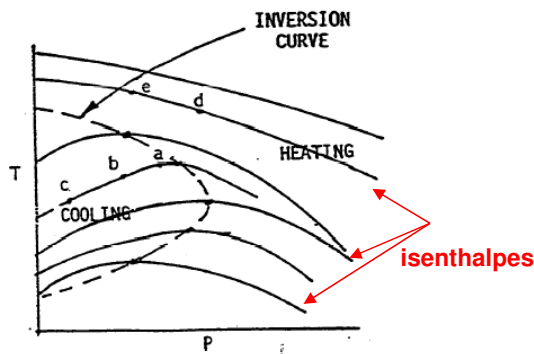
Gaz non parfait :  $\begin{cases} \mu_{(T,p)} > 0 : \text{refroidissement} \\ \mu_{(T,p)} = 0 : \text{pas d'effet sur la température} \\ \mu_{(T,p)} < 0 : \text{réchauffement} \end{cases}$





# Liquéfaction de gaz

Gaz	$T_{inv\ sup} @ p_{atm}$
Oxygène	491 °C
Air	360 °C
Azote	348 °C
TEMPERATURE AMBIANTE	
Hydrogène	-80 °C
Hélium	-222 °C



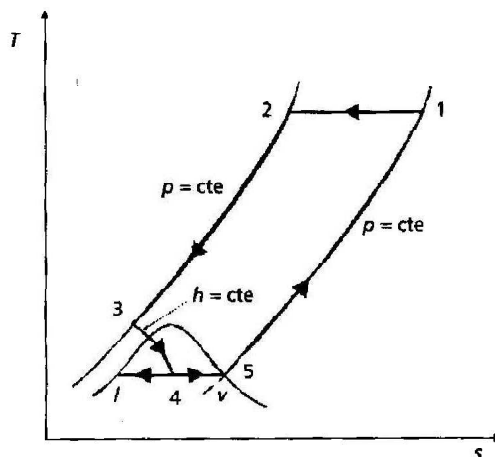
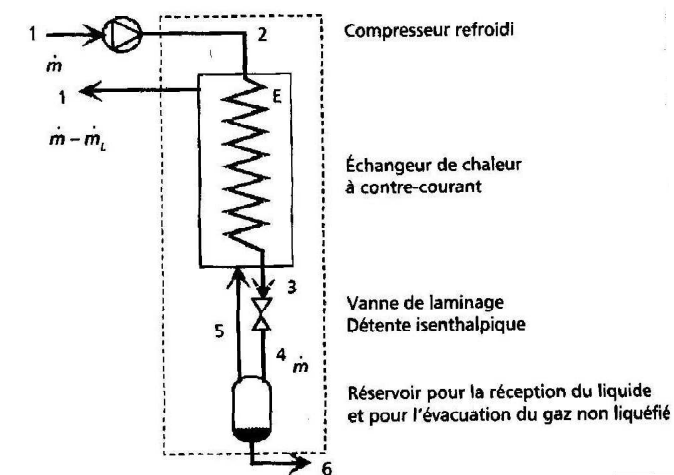
Détente de Joule-Thomson à partir de  $p_{atm}$  et  $T_{ambiante}$  :

- Oxygène, Azote, ... : refroidissement => liquéfaction directe possible (procédé Linde)
- Hydrogène, Hélium (les deux seuls gaz tels que  $T_{inv}^{sup} < T_{ambiante}$  à pression atm.) : réchauffement\* => il faut d'abord refroidir (cycle de Stirling par exemple)

\* l'interprétation microscopique de  $\mu < 0$  (réchauffement en cas d'expansion) n'est pas trivial. Il fait appel à la physique statistique et sort du cadre de ce cours.



# Procédé industriel LINDE



- 1 → 2 : compression isotherme @  $T_{ambiante}$  du gaz
- 2 → 3 : refroidissement du gaz
- 3 → 4 : détente isenthalpique → refroidissement et liquéfaction partielle
- 5 → 1 : le gaz non liquéfié refroidit le gaz comprimé
- 6 : robinet de soutirage de l'air liquide



Pour aller plus loin ...

[http://www.eieretsher.org/cours/techniques\\_frigorifiques/index.html](http://www.eieretsher.org/cours/techniques_frigorifiques/index.html)



## Unité n°5

# Les échangeurs de chaleur

## Exemples d'échangeurs

### Traitement quantitatif des échanges

- Retour aux sources : conservation de l'énergie + conservation de la quantité de mouvement
- Une nouveauté : les nombres adimensionnés

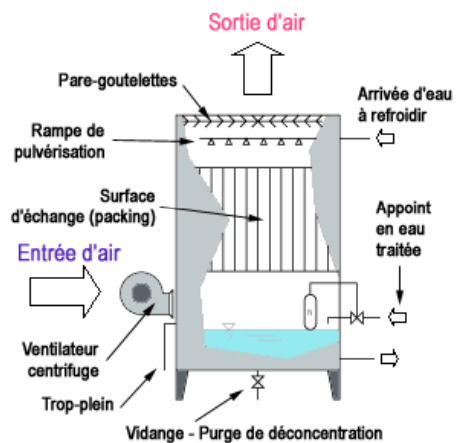
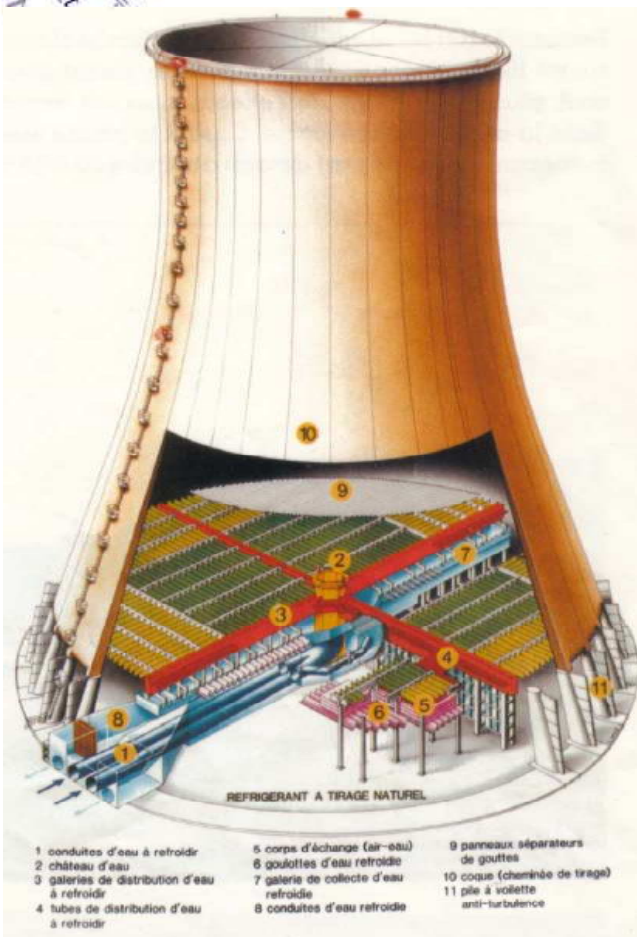
### Le fonctionnement des échangeurs

- Etude des transferts au niveau local
- Extension des résultats au niveau macroscopique
- Efficacité

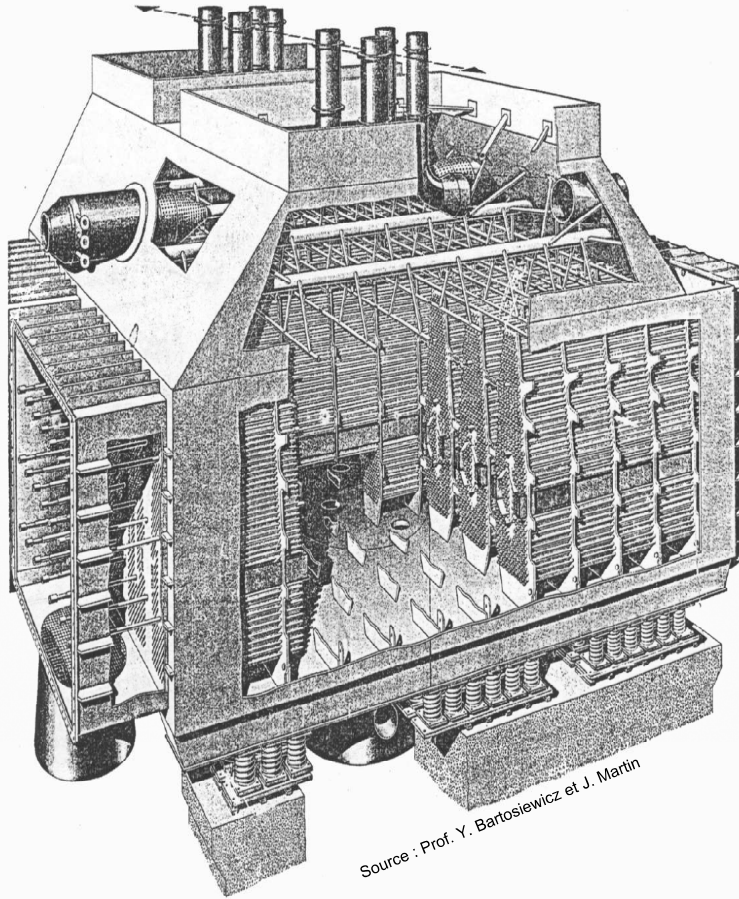
## Tour aéroréfrigérante

L'eau chaude est pulvérisée vers le bas et entre en contact avec le flux ascendant d'air froid en ruisselant le long de garnissages.

L'eau refroidie est réceptionnée dans un bassin puis pompée vers le condenseur.



# Condenseur d'une CTF



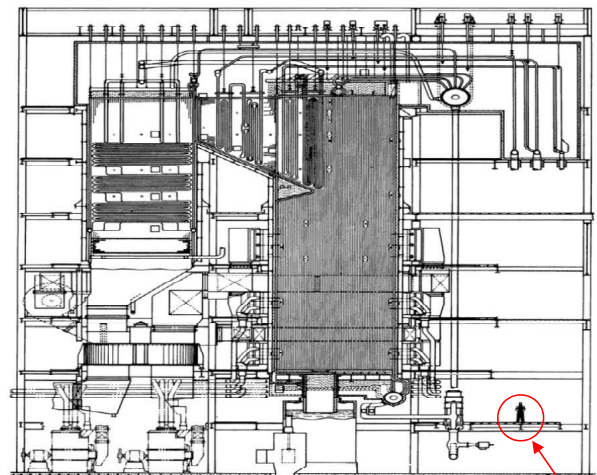
Echangeur eau-eau

# GV d'une CTF

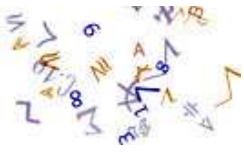


Source : Prof. Y. Bartosiewicz et J. Martin

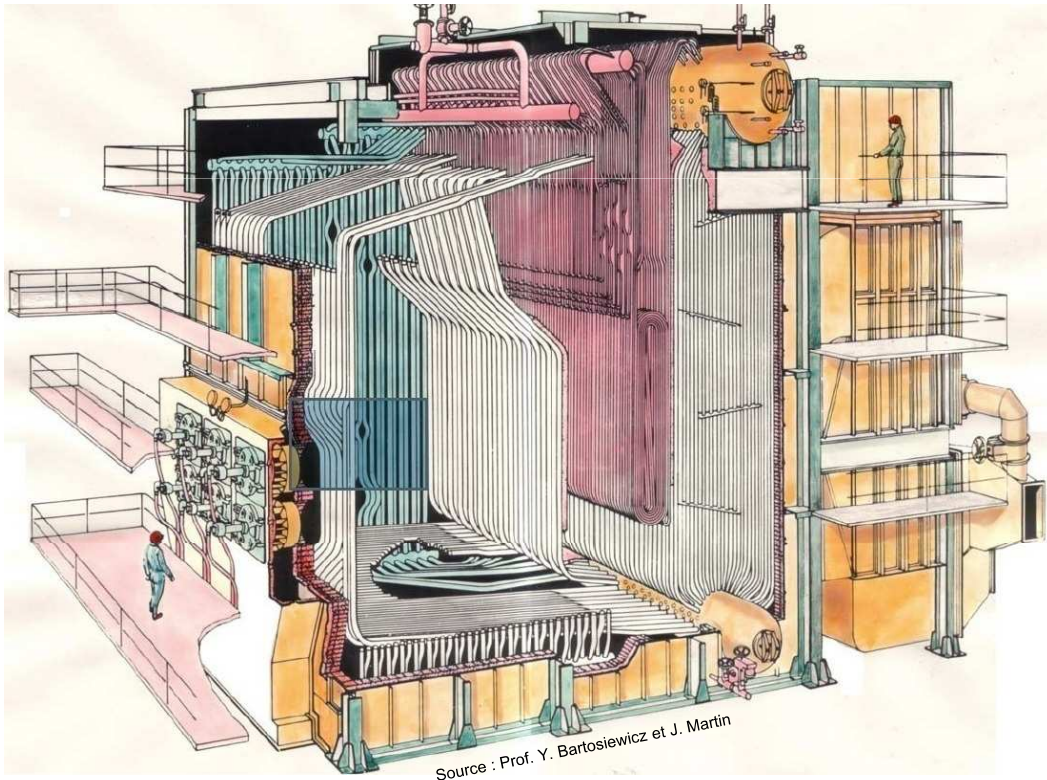
Echangeur gaz-eau  
Circulation forcée



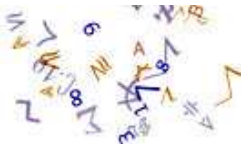
Source : Prof. Y. Bartosiewicz et J. Martin



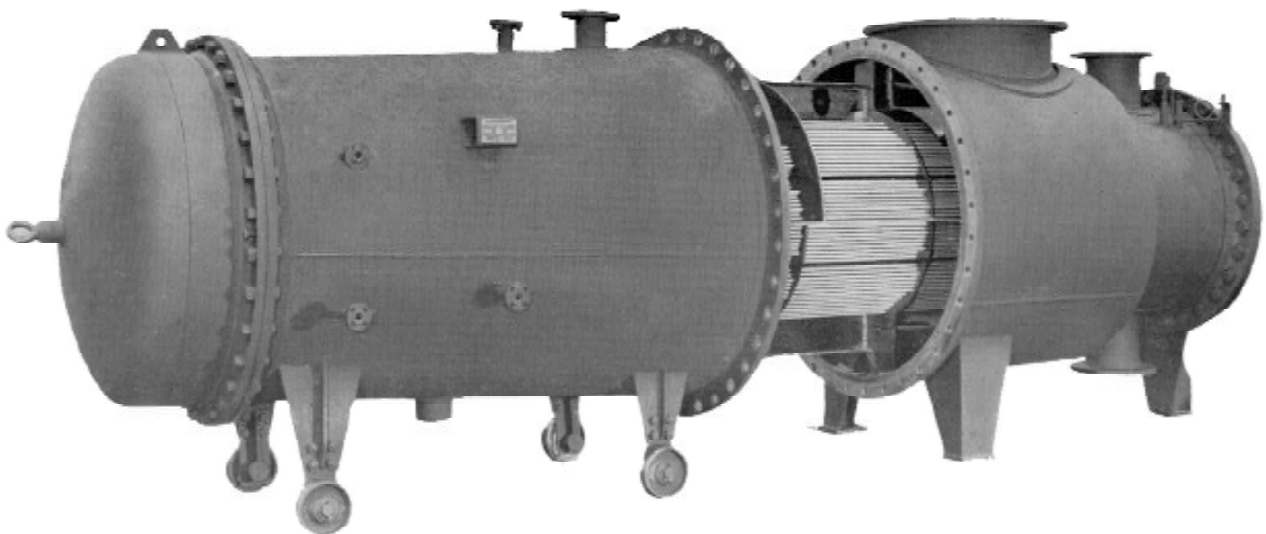
# GV d'une CTF



Echangeur gaz-eau  
Circulation naturelle



# Réchauffeur d'eau par soutirage



Echangeur eau-eau

Calandre = enveloppe (shell en anglais)

# Condenseur d'un réfrigérateur



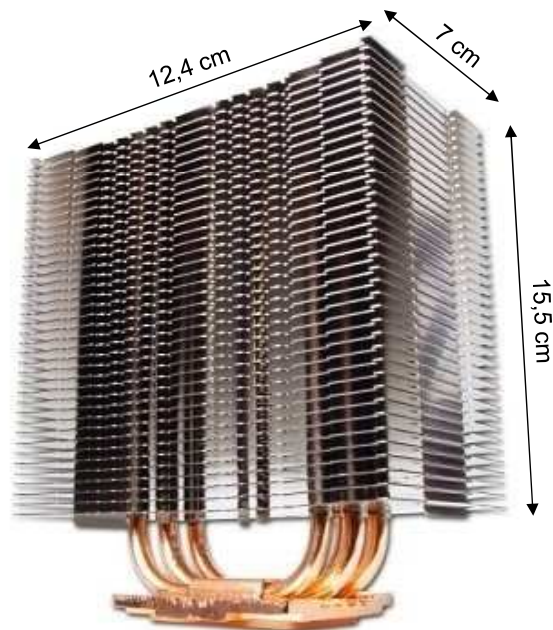
Echangeur gaz-eau  
Circulation naturelle

# Dissipateur pour micro-processeur

Un seul fluide : l'air atmosphérique

Surface cuivre/aluminium : 5000 cm<sup>2</sup>

Ratio Surface / Volume : 3,7

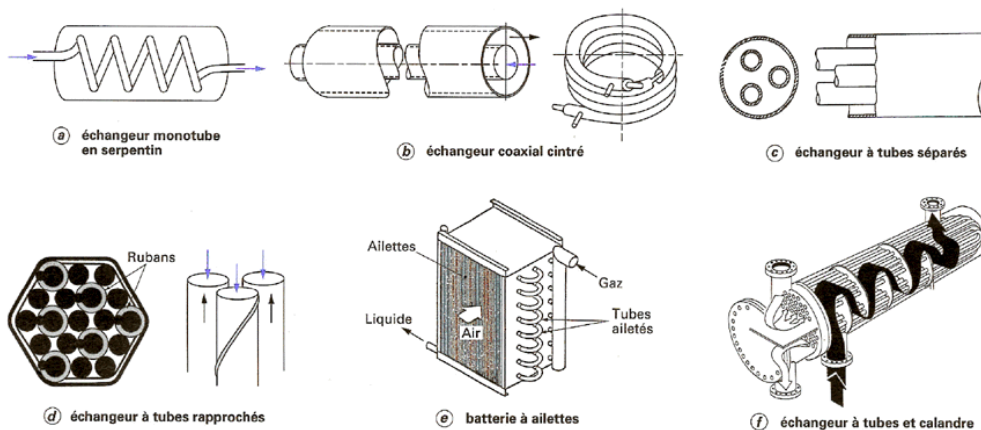




# Vue générale

Quelques technologies classiques :

- À tubes : monotubes, coaxiaux ou multitubulaire
- À plaques (ailette)
- Autres types : contact direct, à caloducs ou à lit fluidisé



Question : comment dimensionner un échangeur ?



# Sommaire

Exemples d'échangeurs

## Traitement quantitatif des échanges

- Retour aux sources : conservation de l'énergie + conservation de la quantité de mouvement
- Une nouveauté : les nombres adimensionnés

Le fonctionnement des échangeurs

- Etude des transferts au niveau local
- Extension des résultats au niveau macroscopique
- Efficacité

# Les équations de transfert

Méthodologie pour résoudre un problème de transfert :

1. Définition du système et de sa géométrie (symétries ?)
2. Ecriture des trois bilans (masse, quantité de mouvement, énergie)
3. Conditions initiales et aux limites
  - Dirichlet : sur une fonction
  - Von Neumann : sur la dérivée d'une fonction (flux)
  - Robin : mixte
4. Adimensionnement (moins de paramètres, transposable)
5. Résolution analytique, approchée ou numérique
6. Rendu du résultat

## Les bilans

Pour décrire un système, il faut :

- Bilan des grandeurs extensives (masse, énergie, quantité de mouvement)
- Equations constitutives (phénoménologiques, lien causal entre action et réaction)
- Equations d'état (caractéristique du matériau considéré)

Bilan (local) d'une grandeur extensive F (grandeur volumique f) :

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \sigma - \vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi}$$

↑                                  ↙  
terme de source                                  flux



## Equation de continuité

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v})$$

## Bilan de matière pour un constituant k d'un mélange

$$\frac{\partial c_k}{\partial t} = \sum_r \nu_{kr} W_r - \vec{\nabla} \cdot (c_k \vec{v} - D_{ki} \vec{\nabla} c_k)$$



## énergie interne

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} = -p \vec{\nabla} \cdot \vec{v} - \underline{\underline{p_v}} : \vec{\nabla} \vec{v} - \vec{\nabla} \cdot \vec{q} - \vec{\nabla} \cdot \rho u \vec{v}$$

avec  $\vec{q} = -\lambda \vec{\nabla} T$  et  $u = f(T, p, \omega_k)$

## énergie totale

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot \left[ \left( \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho e_p + \rho u + p \right) \vec{v} + \underline{\underline{p_v}} \cdot \vec{v} + \vec{q} \right]$$

*Nota Bene : le rayonnement n'est pas pris en compte*



– pour un solide :

$$\rho c_V \frac{\partial T}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot (\lambda \vec{\nabla} T)$$

– pour un liquide :

$$\rho c_V \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T \right) = \vec{\nabla} \cdot (\lambda \vec{\nabla} T)$$

– pour un mélange gazeux avec réactions éventuelles et à pression constante :

$$\rho c_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T \right) = \vec{\nabla} \cdot (\lambda \vec{\nabla} T) - \sum_r W_r \Delta H_r$$



## Bilan de quantité de mouvement

$$\frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} = \rho \cdot \vec{F}_{ext} - \vec{\nabla} \cdot (\underline{\underline{P}} + \rho \vec{v} \cdot \vec{v})$$

avec  $\underline{\underline{P}} = p \underline{\underline{I}} + \underline{\underline{p_v}}$  et  $p_{v_i,j} = -\mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) \delta_{ij}$

Le terme avec le facteur  $\frac{2}{3}$  est lié au caractère non-newtonien du fluide. Pour  $\rho$  et  $\mu$  constantes, le bilan de quantité de mouvement prend la forme de l'équation de Navier Stokes :

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \rho \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \vec{v} \right) = -\vec{\nabla} p + \mu \Delta \vec{v} + \rho \vec{F}$$

La seule force extérieure (par unité de masse) considérée sera la gravité :  $\vec{F} = \vec{g}$ .



# Nomenclature

$\rho$	masse volumique du fluide
$c_k$	concentration molaire en constituant k
$D_k$	coefficient de diffusion du constituant k dans le mélange
$W_r$	vitesse de réaction de la réaction r
$\nu_{kr}$	coefficient stoechiométrique du constituant k dans la réaction r
$\vec{v}$	vitesse du fluide
$p$	pression
$\vec{F}_{ext}$	force extérieure par unité de masse
$\underline{\underline{p_v}}$	tenseur des contraintes visqueuses
$\mu$	viscosité dynamique
$\vec{q}$	flux conductif de chaleur
$\omega_k$	fraction massique en constituant k
$T$	température
$\lambda$	conductivité thermique
$u$	énergie interne par unité de masse
$e$	énergie totale par unité de masse
$e_p$	énergie potentielle (de pesanteur) par unité de masse
$c_v, c_p$	capacités calorifiques à volume (et pression) constant
$\Delta H_r$	chaleur (molaire) de réaction



# Conditions aux limites

Trois types de conditions fréquemment rencontrées :

- Dirichlet : sur une fonction  
*Exemple : pression atmosphérique imposée à l'interface liquide/air*
- Von Neumann : sur un flux (=dérivée d'une fonction)  
*Exemple : gradient de température constant à une interface solide/fluide*
- Robin : mixte



Une technique pour :

- Faciliter les résolutions numériques
- Concentrer de nombreuses données expérimentales en quelques corrélations entre nombres adimensionnés
- Transposer facilement les résultats d'un cas concret à un autre

Exemple 1 : Equation de Navier-Stokes pour fluide incompressible

Exemple 2 : Equation de conservation de l'énergie



## Exemple

*Exemple :* Prenons l'équation de Navier-Stokes incompressible. En l'absence de force extérieure :

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right] = -\nabla p + \mu \Delta \vec{v}$$

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0$$

En adimensionnant cette équation :

$$\begin{cases} t = \tau t'' \\ v = V v'' \\ p = P p'' \\ x = X x'' \end{cases}$$

on fait apparaître le nombre de Reynolds :  $Re = \frac{\rho V X}{\mu}$  avec  $P = \rho V^2$  et  $\tau = \frac{X}{V}$   
 Les 2 équations s'écrivent sous la forme :

$$\left[ \frac{\partial \vec{v}''}{\partial t''} + (\vec{v}'' \cdot \nabla'') \vec{v}'' \right] = -\nabla'' p'' + \frac{1}{Re} \Delta'' \vec{v}''$$

$$\nabla'' \cdot \vec{v}'' = 0$$



## Exercice n°19

Adimensionner l'équation de Navier-Stokes en présence de gravité :

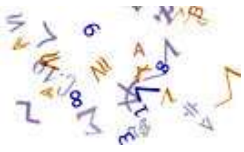
$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \rho \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \vec{v} \right) = -\vec{\nabla} p + \mu \Delta \vec{v} + \rho \cdot \vec{g}$$



## Exercice n°20

Adimensionner l'équation suivante (bilan énergétique pour un liquide;  $C_p \approx C_v$  et  $\lambda \neq f(T)$ )

$$\rho c_V \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T \right) = \vec{\nabla} \cdot (\lambda \vec{\nabla} T)$$



# Nombre de Reynolds

Le **nombre de Reynolds** caractérise la nature du régime d'écoulement (laminaire, transitoire, turbulent, ...)

$$Re = \frac{\rho v_s D}{\mu} \quad Re = \frac{v_s D}{\nu} \quad Re = \frac{\rho v_s^2}{\frac{\mu v_s}{D^2}}$$

- $v_s$  - vitesse du fluide [m/s],
- $D$  - diamètre hydraulique [m] (= 4 x Aire / Périmètre),
- $\mu$  - viscosité dynamique du fluide [Pa.s],
- $\nu$  - viscosité cinématique du fluide :  $\nu = \mu / \rho$  [m<sup>2</sup>/s],
- $\rho$  - masse volumique du fluide [kg/m<sup>3</sup>].

**Interprétation** : Re = rapport entre forces d'inertie et forces visqueuses.

Re < 2100 => forces de viscosité prépondérantes => l'écoulement reste laminaire

2100 < Re < 5000 : régime transitoire

Re > ~5000 => forces d'inertie prépondérantes => régime turbulent + couche limite laminaire diminue.

*Nota Bene* : 2100, 5000, ... : valeurs numériques pour une géométrie « tuyau »



# Nombre de Prandtl

Le **nombre de Prandtl** caractérise l'importance relative des effets visqueux et thermiques.

$$Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda} \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} \nu = \mu / \rho : \text{viscosité cinématique en m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \\ \lambda : \text{conductivité thermique en W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \\ \alpha = \lambda / (\rho \cdot C_p) : \text{diffusivité thermique en m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \end{array} \right.$$

Pendant la durée  $\tau$ ,

$$\left. \begin{array}{l} \text{diffusion de la chaleur : } L_{therm} = \sqrt{\alpha \cdot \tau} \\ \text{diffusion de la qté de mvt : } L_{vis} = \sqrt{\nu \cdot \tau} \end{array} \right\} \Rightarrow Pr = \left( \frac{L_{vis}}{L_{therm}} \right)^2$$

Soit un élément de fluide de taille  $L$  :

$$\left. \begin{array}{l} \text{diffusion visqueuse : } \tau_{vis} = \frac{L^2}{\nu} \\ \text{diffusion de la chaleur : } \tau_{therm} = \frac{L^2}{\alpha} \end{array} \right\} \Rightarrow Pr = \frac{\tau_{therm}}{\tau_{vis}}$$

$$Pr \ll 1 \Leftrightarrow \tau_{therm} \ll \tau_{vis} \Leftrightarrow L_{therm} \gg L_{vis}$$

$$Pr \gg 1 \Leftrightarrow \tau_{therm} \gg \tau_{vis} \Leftrightarrow L_{therm} \ll L_{vis}$$

les effets thermiques sont faibles et le comportement du fluide est essentiellement hydrodynamique (« température uniforme et gradients de vitesse »). Ex : métal liquide

Les processus de diffusion de la chaleur pilotent le mouvement du fluide (« gradients de température et vitesse uniforme »). Ex : huile très visqueuse



# Nombre de Grashof

Le **nombre de Grashof thermique** représente le rapport entre les forces de bouillonnement associées à la convection naturelle thermique et les forces visqueuses

$$Gr = \frac{g \cdot \beta_T \cdot \Delta T \cdot L^3}{\nu^2}$$

avec

- $g$  l'accélération de la pesanteur [ $m/s^2$ ]
- $\beta_T$  le coefficient de dilatation thermique volumique [ $K^{-1}$ ]
- $\Delta T$  la différence de température [ $K$ ]
- $\nu$  la viscosité cinématique [ $m^2/s$ ]
- $L$  la distance [ $m$ ]



# Nombres adimensionnés

Reynolds	$Re = \frac{\rho v_s D}{\mu}$	Nature de l'écoulement	Rapport de forces : # forces visqueuses prépondérantes pour $Re$ faible (laminaire) # forces d'inertie prépondérantes pour $Re$ élevé (turbulent)
Prandtl	$Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda}$	Aptitude du fluide aux transferts	Rapport de taille : Couche limite de vitesse divisé par Couche limite thermique
Grashof	$Gr = \frac{g \cdot \beta_T \cdot \Delta T \cdot L^3}{\nu^2}$	Convection forcée / naturelle	Rapport de forces : forces de bouillonnement associées à la convection naturelle thermique divisées par forces visqueuses
Nusselt	$Nu = \frac{H \cdot L}{\lambda}$	Convection / conduction	Amélioration du transport thermique apporté par la convection ( $Nu \geq 1$ ). $Nu = 1$ pour conduction pure.



# Ordres de grandeur

Reynolds	Dans le cas d'un tube : laminaire (visqueux) pour $Re < 2100$ turbulent (inertiel) pour $Re > 5000$
Prandtl	Métaux liquides : 0,004 ... 0,03 Gaz : 0,7 ... 1 Eau : 1,7 ... 13,7 Huiles : 50 ... 100000
Grashof	$Gr / Re^2 < 0,1$ : convection forcée $Gr / Re^2 > 16$ : convection naturelle Entre 0,1 et 16 : régime mixte
Nusselt	$Nu = 1$ : conduction pure $Nu > 1$ : conduction + convection



# Sommaire

## Exemples d'échangeurs

### Traitement quantitatif des échanges

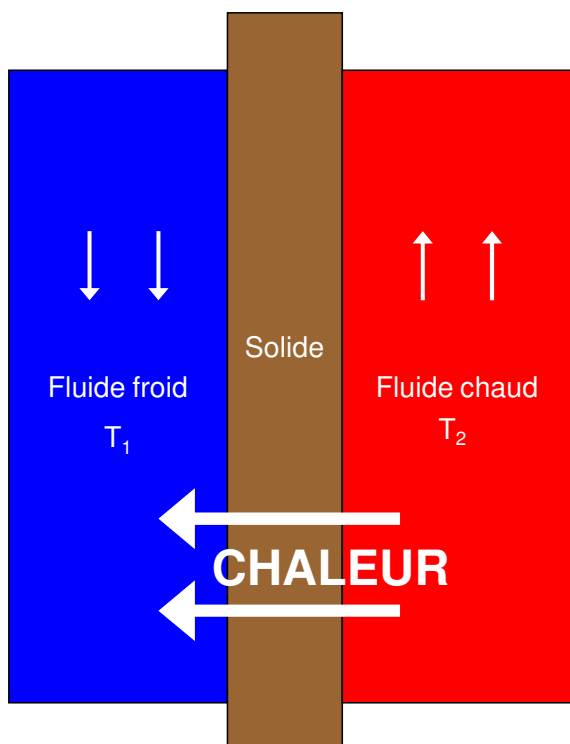
- Retour aux sources : conservation de l'énergie + conservation de la quantité de mouvement
- Une nouveauté : les nombres adimensionnés

### **Le fonctionnement des échangeurs**

- Etude des transferts au niveau local
- Extension des résultats au niveau macroscopique
- Efficacité



# Etude des transferts



**Loi globale**  $q_{(x)} = H \cdot (T_2 - T_1)$

$q$  : densité de flux thermique [W/m<sup>2</sup>]

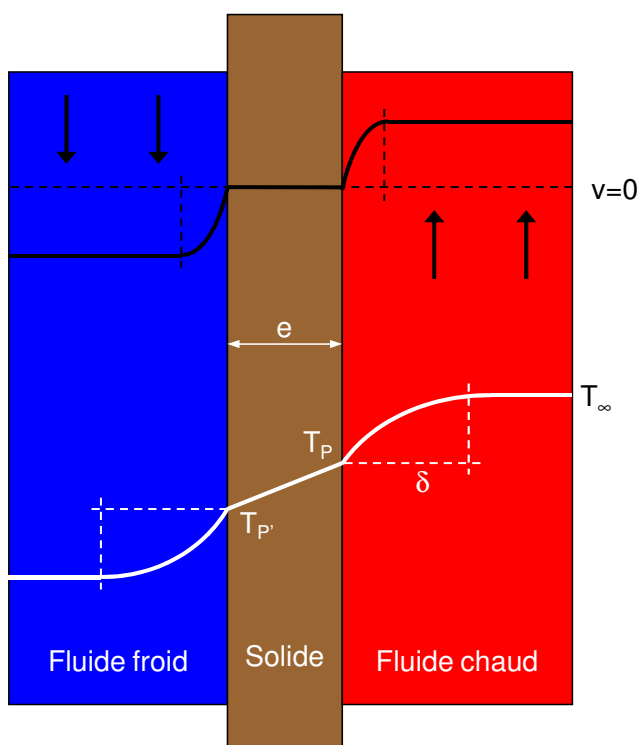
Le coefficient d'échange global  $H$  dépend de :

- Solide :
  - Matériau : épaisseur & conductivité therm.
- Liquide :
  - Matériau : Prandtl
  - Ecoulement (droite et gauche) : Reynolds

→ Nécessité de faire un zoom



# Etude des transferts au niveau local



**Solide** : conduction (loi de Fourier)

$$q = -\lambda \cdot \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z=paroi}$$

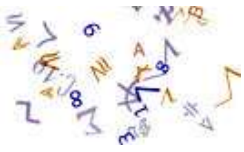
Pour des surfaces à températures fixes, en régime stationnaire

$$q = -\frac{\lambda}{e} \cdot (T_P - T_{P'})$$

**Fluide** : conduction + convection nat. ou forcée (loi de Newton)

$$q = h \cdot (T_P - T_\infty)$$

( $h$  est le coefficient d'échange local)



# L'efficacité de la convection : Nusselt

Le coefficient d'échange local  $h$  s'exprime en  $W.K^{-1}.m^{-2}$ . On adimensionne en posant :

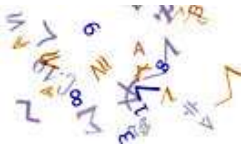
$$\left. \begin{array}{l} T^* = \frac{T - T_\infty}{T_p - T_\infty} \\ z^* = \frac{z}{\delta} \end{array} \right\} \Rightarrow Nu = \frac{h \cdot \delta}{\lambda} = \frac{\frac{q}{T_p - T_\infty} \cdot \delta}{\frac{-q}{\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_p}} = \frac{\delta \cdot \left(\frac{-\partial T}{\partial z}\right)_p}{T_p - T_\infty} = \left(\frac{-\partial T^*}{\partial z^*}\right)_p$$

où  $\delta$  est la distance caractéristique du problème.

Nusselt local = gradient normalisé de la température dans le fluide.

= effet « booster » de la convection sur le transfert thermique

- { Nu = 1 ⇔ conduction pure (fluide au repos).
- { Nu > 1 ⇔ transfert thermique amélioré par la convection.



# Nombre de Nusselt

Le coefficient d'échange local  $h$  est fonction de :

- nature du fluide : viscosité, conductivité thermique, ...
- nature de l'écoulement : laminaire, turbulent, ...
- géométrie : plan, cylindrique, sphérique, ...

On se simplifie la vie en utilisant des corrélations empiriques entre nombres adimensionnés

### Convection forcée turbulente

écoulement parallèle au tube

$$Nu = 0,027.Re^{0,8} .Pr^{1/3}$$

écoulement perpendiculaire au tube

$$Nu = 0,2.Re^{0,6} .Pr^{1/3}$$

### Convection naturelle

écoulement parallèle au tube

$$Nu = 0,53.Gr^{1/4} .Pr^{1/2}$$

# Synthèse au niveau local

Convection 1 :  $q = h'_1 \cdot (T_a - T_1)$  d'où :  $T_a - T_1 = q \cdot \frac{1}{h'_1}$

Conduction :  $q = -\frac{\lambda}{e} \cdot (T_a - T_b)$  d'où :  $T_b - T_a = q \cdot \frac{e}{\lambda}$

Convection 2 :  $q = h'_2 \cdot (T_2 - T_b)$  d'où :  $T_2 - T_b = q \cdot \frac{1}{h'_2}$



$q = H \cdot (T_2 - T_1)$

Géométrie plane	Géométrie cylindrique
$\frac{1}{H} = \frac{1}{h'_1} + \frac{e}{\lambda_{paroi}} + \frac{1}{h'_2}$	$\frac{1}{H} = \frac{1}{h'_1} + \frac{R_1 \cdot L \cdot \ln \frac{R_2}{R_1}}{\lambda_{paroi}} + \frac{1}{h_2}$

Analogie :

coefficient d'échange



conductance électrique

# Etude à l'échelle macroscopique

Echelle locale :  $q = H \cdot \Delta T$  avec  $\Delta T = T_{paroi} - T_\infty$

Echelle macro :  $Q = A \cdot H \cdot \Delta_L T$  où A est la surface d'échange

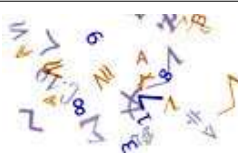
Fluide au contact d'une paroi à température  $T_P$  uniforme

$$\Delta_L T = \frac{T_{x=0} - T_{x=L}}{Ln \frac{T_P - T_{x=0}}{T_P - T_{x=L}}}$$

Echangeurs à courants parallèles ou à contre-courant

$$\Delta_L T = DTML = \frac{(\Delta T)_{x=0} - (\Delta T)_{x=L}}{Ln \frac{(\Delta T)_{x=0}}{(\Delta T)_{x=L}}}$$

Remarque : on peut aussi définir le coefficient de transfert global par :  $Q = A \cdot H_\Delta \cdot \Delta T$



# Caractérisation de l'efficacité d'un échangeur

Trois possibilités :

- Approche en terme de puissance
  - Echangeurs à contre-courant
  - Echangeurs à co-courant
- Approche en terme de température
- Approche exergetique



## Approche Puissance / contre-courant

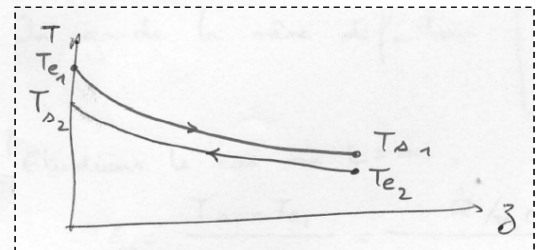
On définit  $\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{\max}}$ , appelée "efficacité".

On a  $\dot{Q} = m_1 C_{p1} (T_{s1} - T_{e1})$

$\dot{Q}$  est max lorsque  $T_{s1} = T_{e2}$  ( pour  $L = \infty$  )

d'où  $\dot{Q}_{\max} = m_1 C_{p1} (T_{e2} - T_{e1})$

et  $\varepsilon = \frac{T_{s1} - T_{e1}}{T_{e2} - T_{e1}}$



$\varepsilon = 100\%$  pour  $L = \infty$  et  $\varepsilon < 100\%$  pour  $L$  fini

$\varepsilon$  mesure le rapport entre le flux échangé par l'appareil réel ( $L$ ) et le flux maximum (obtenu pour  $L = \infty$ ) en fonctionnant avec les mêmes températures d'entrée.

# Approche Puissance / co-courant

On garde la même définition

$$\varepsilon = \frac{T_{\Delta 1} - T_{e1}}{T_{e2} - T_{e1}}$$

Étudions le cas où  $L = \infty$ .

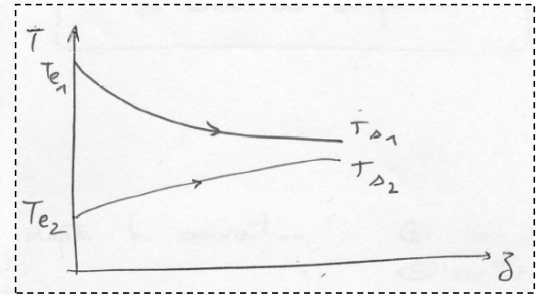
$$\varepsilon_{\infty} = \frac{T_{\Delta 1} - T_{e1}}{T_{e2} - T_{e1}} = \frac{\dot{Q} / \dot{m}_1 C_{p1}}{T_{e2} - T_{\Delta 2} + T_{\Delta 2} - T_{e1}}$$

$$T_{\Delta 2} = T_{\Delta 1} \text{ car } L = \infty \text{ d'où}$$

$$\varepsilon_{\infty} = \frac{\dot{Q} / \dot{m}_1 C_{p1}}{\frac{\dot{Q}}{\dot{m}_2 C_{p2}} + \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_1 C_{p1}}} = \frac{1}{1+R} \text{ avec } R = \frac{(\dot{m} \cdot C_p)_{\min}}{(\dot{m} \cdot C_p)_{\max}}$$

$0 \leq R \leq 1$  est le facteur de déséquilibre

On voit que  $\varepsilon_{L=\infty} < 1$  : les échangeurs co-courants ne permettent pas d'atteindre des puissances aussi élevées qu'à contre-courant.



# Approche Température

On adopte la convention :  $\oplus$  co-courant  
 $\ominus$  contre-courant

On peut montrer que la différence de temp. entre les 2 fluides

$$\Delta T_z = \Delta T_{z=0} \cdot \exp \left[ \frac{-H \cdot P_m \cdot z}{\dot{m}_1 C_{p1}} \cdot (1 \pm R) \right]$$

$$\text{où } \begin{cases} R = \frac{\dot{m}_1 C_{p1}}{\dot{m}_2 C_{p2}} < 1 \\ L : \text{longueur} \\ P_m : \text{périmètre mouillé} \end{cases}$$

$$\text{Pour } z=L, \text{ on a } \Delta T_L = \Delta T_{z=0} \cdot \left[ \exp \left[ \frac{-H \cdot P_m \cdot L}{\dot{m}_1 C_{p1}} (1 \pm R) \right] \right]$$

On définit le nombre d'unités de transfert (NUT)

$$\text{NUT} = \frac{H \cdot P_m \cdot L}{\dot{m}_1 C_{p1}} = \frac{H \cdot S}{\dot{m}_1 C_{p1}} \quad \text{où } S : \text{surface d'échange}$$

$$\text{on peut donc réécrire } \Delta T_L = \Delta T_{z=0} \cdot \exp(-\text{NUT} \cdot (1 \pm R))$$

## Comparaison des 2 types d'échangeurs.

On cherche à dimensionner un échangeur tel que  $\frac{\Delta T_L}{\Delta T_{j=0}} = \frac{1}{e}$

① cocourant :  $NUT_1 = \frac{1}{1+R}$

② contre courant :  $NUT_2 = \frac{1}{1-R}$

Puisque  $0 < R < 1$ ,  $NUT_1 < NUT_2$  et donc  $S_1 < S_2$

Un échangeur à co-courant permet d'atteindre une même réduction de  $\Delta T$  pour une surface moindre

# Approche exergetique

Un échangeur réversible est caractérisé par  $T_{s2} = T_{e1}$

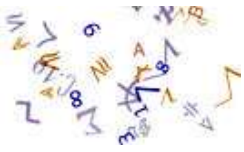
Ce n'est possible que si l'on a les 3 conditions réunies :

- contre-courant
- $m_1 C_{p1} = m_2 C_{p2}$
- $L = \infty$

Si une des conditions n'est pas remplie, l'échange n'est pas réversible et le rendement exergetique est inférieur à l'unité.

Conclusion : pour diminuer les irréversibilités, on essaye de réduire la différence entre  $m_1 C_{p1}$  et  $m_2 C_{p2}$   
( $\Rightarrow$  choix des fluides et des débits)

# Efficacités d'un échangeur



En termes de puissance  
 ⇒ Efficacité

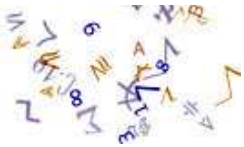
$$\varepsilon = \frac{T_{s1} - T_{e1}}{T_{e2} - T_{e1}}$$

En termes de températures  
 ⇒ NUT (Nombre d'Unités de Transfert)

$$NUT = \frac{H.A}{\dot{m}_1 \cdot C_{P1}}$$

$$R = \frac{\dot{m}_1 \cdot C_{P1}}{\dot{m}_2 \cdot C_{P2}}$$

Échangeur cocourant	Échangeur contre-courant
$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-NUT(1+R)]}{1+R}$	$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-NUT(1-R)]}{1-R \exp[-NUT(1-R)]} \quad R \neq 1$
	$\varepsilon = \frac{NUT}{NUT+1} \quad R = 1$
$NUT = -\frac{1}{1+R} \ln[1-(1+R)\varepsilon]$	$NUT = \frac{1}{1-R} \ln\left[\frac{1-\varepsilon R}{1-\varepsilon}\right] \quad R \neq 1$
	$NUT = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \quad R = 1$
$\begin{bmatrix} T_{s1} \\ T_{s2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\varepsilon R & \varepsilon R \\ \varepsilon & 1-\varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{e1} \\ T_{e2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} T_{e1} \\ T_{e2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1-\varepsilon} & -\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \\ \frac{\varepsilon R}{1-\varepsilon} & \frac{1-\varepsilon(R+1)}{1-\varepsilon} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{s1} \\ T_{s2} \end{bmatrix}$

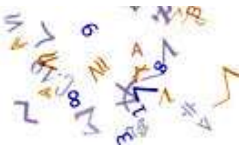


## Exercice n°21

On considère un échangeur de chaleur à co-courant. Il s'agit simplement de deux tubes coaxiaux (l'ensemble isolé thermiquement vis à vis de l'extérieur) de longueur  $L$  et de rayons intérieurs  $R$  et  $R'$ . L'épaisseur du tube interne est  $e$ . Les deux fluides s'écoulant dans les tubes seront assimilés à de l'eau. Les températures d'entrée sont  $T_1$  et  $T'_1$ , les températures de sortie sont appelées  $T_2$  et  $T'_2$ . Les vitesses des deux fluides sont  $V$  et  $V'$ .

Calculer la longueur du tube de façon à respecter le cahier des charges suivants :

- Géométrie :  $R = 2.1 \text{ mm}$  ;  $R' = 5 \text{ mm}$  ;  $e = 1 \text{ mm}$  ;
- Températures :  $T_1 = 80^\circ\text{C}$  ;  $T_2 = 20^\circ\text{C}$  ;  $T'_1 = 10^\circ\text{C}$  ;
- Vitesses :  $V = 1 \text{ m/s}$  ;  $V' = 2 \text{ m/s}$  ;
- Eau :  $\lambda = 0.6 \text{ W/m/K}$  ;  $c_v = 1385 \text{ J/Kg/K}$  ;  $\mu = 10^{-3} \text{ kg/m/s}$
- Cuivre :  $\lambda_e = 380 \text{ W/m/K}$  ;

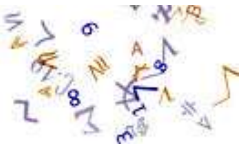


## Exercice n°22

On considère le tuyau d'échappement d'une automobile (rayon intérieur  $R$ , épaisseur  $e$ , longueur  $L$ ). Les gaz d'échappement se refroidissent en parcourant le tube qui, lui-même, se trouve à l'extérieur (frais) de l'habitacle. La pression du gaz est supposée constante le long du tube. La température (moyenne sur une section) du gaz est  $T_1$  à l'entrée et  $T_2$  en sortie. La température de l'air (extérieur) reste sensiblement constante le long du tube et est appelée  $T'$ . On supposera un fonctionnement en régime permanent. La vitesse de l'automobile est notée  $V$ .

Donner l'expression liant les différentes températures. On explicitera de façon détaillée l'expression du coefficient de transfert thermique. Précisez vos notations.

A partir de données extraites du polycopié ou issues de votre expérience ou bon sens (physique), évaluer la baisse de température  $T_1 - T_2$ . Vous construirez préalablement un tableau comportant les valeurs de tous les paramètres géométriques et physiques nécessaires. Une assez grande tolérance dans l'estimation des différentes valeurs numériques sera acceptée.



## Exercice n°23

### Passage micro → macro

On considère un fluide circulant dans un cylindre horizontal d'axe  $[Oz]$ , de rayon  $R$  et de longueur  $L$ . Calculer le profil de vitesse  $v_z(r)$  en fonction de la vitesse moyenne et du rayon.

Hyp : stationnaire, forces d'inertie négligées devant forces visqueuses

La paroi du cylindre est à température fixe  $T_p$ . La température moyenne à l'entrée (sortie) est notée  $T_1$  ( $T_2$ ). Pour  $z$  quelconque, on définit une enthalpie et une température moyennes :

$$\bar{T}_{(z)} = \frac{\iint_{S_{(z)}} \rho T \vec{v} \cdot d\vec{S}}{\iint_{S_{(z)}} \rho \vec{v} \cdot d\vec{S}}$$

$$\bar{h}_{(z)} = \frac{\iint_{S_{(z)}} \rho h \vec{v} \cdot d\vec{S}}{\iint_{S_{(z)}} \rho \vec{v} \cdot d\vec{S}}$$

Calculer la puissance échangée en utilisant successivement :

1. une approche globale du type « boîte noire »
2. une approche microscopique

Hyp : stationnarité, dissipation de chaleur par frottement visqueux négligée, pression quasi-constante le long du tube, pression dynamique négligée devant pression statique, flux conductif de chaleur selon l'axe négligé devant les autres vitesses de variation d'énergie.

Calculer l'évolution de la température moyenne du fluide le long du tube

## Annexe : opérateurs vectoriels

Soit deux vecteurs  $\vec{u} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$ .

Soit  $f$  une fonction scalaire.

Soit  $\tau = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{bmatrix}$  un tenseur d'ordre 2 symétrique.

## Annexe : opérateurs vectoriels

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = \text{div } \vec{u} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z}$$

$$\Delta \vec{u} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \end{pmatrix}$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \times \vec{v} = u_x \cdot v_x + u_y \cdot v_y + u_z \cdot v_z$$

$$\vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{v} = \begin{bmatrix} u_x & u_y & u_z \\ u_x & u_y & u_z \\ u_x & u_y & u_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{\partial v_x}{\partial y} & \frac{\partial v_x}{\partial z} \\ \frac{\partial v_y}{\partial x} & \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_y}{\partial z} \\ \frac{\partial v_z}{\partial x} & \frac{\partial v_z}{\partial y} & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{bmatrix}$$

## Annexe : opérateurs vectoriels

$$\vec{\nabla} f = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial f}{\partial z} \end{pmatrix}$$

$$\Delta f = \nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

$$\vec{u} \cdot \vec{\nabla} f = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial f}{\partial z} \end{pmatrix} = u_x \cdot \frac{\partial f}{\partial x} + u_y \cdot \frac{\partial f}{\partial y} + u_z \cdot \frac{\partial f}{\partial z}$$

## Annexe : opérateurs vectoriels

$$\tau : \vec{\nabla} \vec{u} = \tau_{xx} \cdot \frac{\partial u_x}{\partial x} + \tau_{yy} \cdot \frac{\partial u_y}{\partial y} + \tau_{zz} \cdot \frac{\partial u_z}{\partial z} + \tau_{xy} \cdot \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + \tau_{yz} \cdot \left( \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) + \tau_{zx} \cdot \left( \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right)$$

$$\tau \cdot \vec{u} = \begin{pmatrix} \tau_{xx} \cdot u_x + \tau_{xy} \cdot u_y + \tau_{xz} \cdot u_z \\ \tau_{yx} \cdot u_x + \tau_{yy} \cdot u_y + \tau_{yz} \cdot u_z \\ \tau_{zx} \cdot u_x + \tau_{zy} \cdot u_y + \tau_{zz} \cdot u_z \end{pmatrix}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \tau = \begin{pmatrix} \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \end{pmatrix}$$



# Documents complémentaires

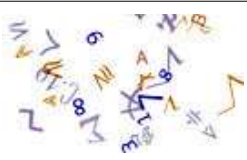
Opérateurs différentiels et Equation de Navier-Stokes : document pdf



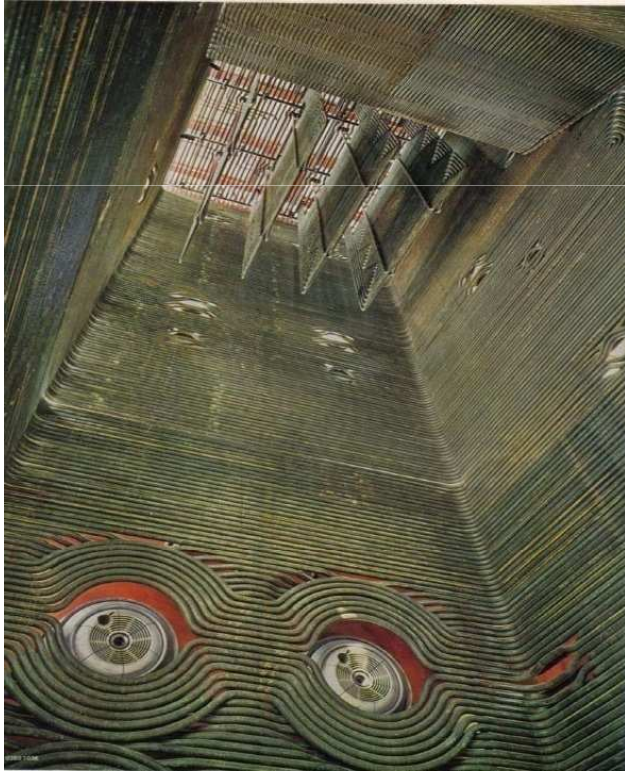
## Unité n°6

### Les générateurs de vapeur

Ecoulement diphasique Gaz-Liquide  
et transfert de chaleur



# Problématique



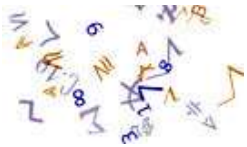
Ci-contre, dans une centrale thermique à flamme, chambre de combustion d'un générateur de vapeur (circulation forcée)

L'état du fluide dans la conduite est successivement liquide, diphasique puis gazeux.

Thermohydraulique = couplage entre :

- écoulement d'un fluide
- transfert de chaleur

Source : Prof. Y. Bartosiewicz et J. Martin

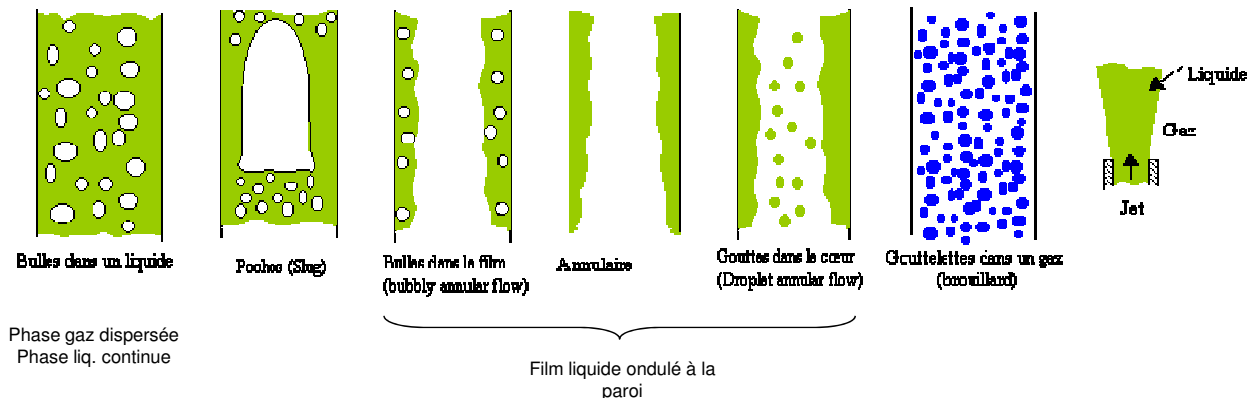


# Ecoulements diphasiques

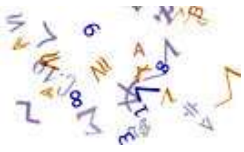
Les écoulements diphasiques gaz-liquide se rencontrent dans :

- la production d'électricité : dans le générateur de vapeur d'une centrale thermique,
- le génie chimique : pour augmenter les surfaces d'échange et favoriser les réactions gaz-liquide,
- le génie pétrolier : pour assister la remontée d'huile en injectant du gaz pressurisé,
- les machines frigorifiques : dans l'évaporateur où le fluide absorbe la chaleur de la source froide,
- etc ...

Dans une conduite verticale, on observe différents régimes d'écoulement :



Coalescence des petites bulles => poches séparées par bouchons de liquide



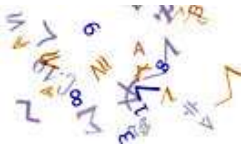
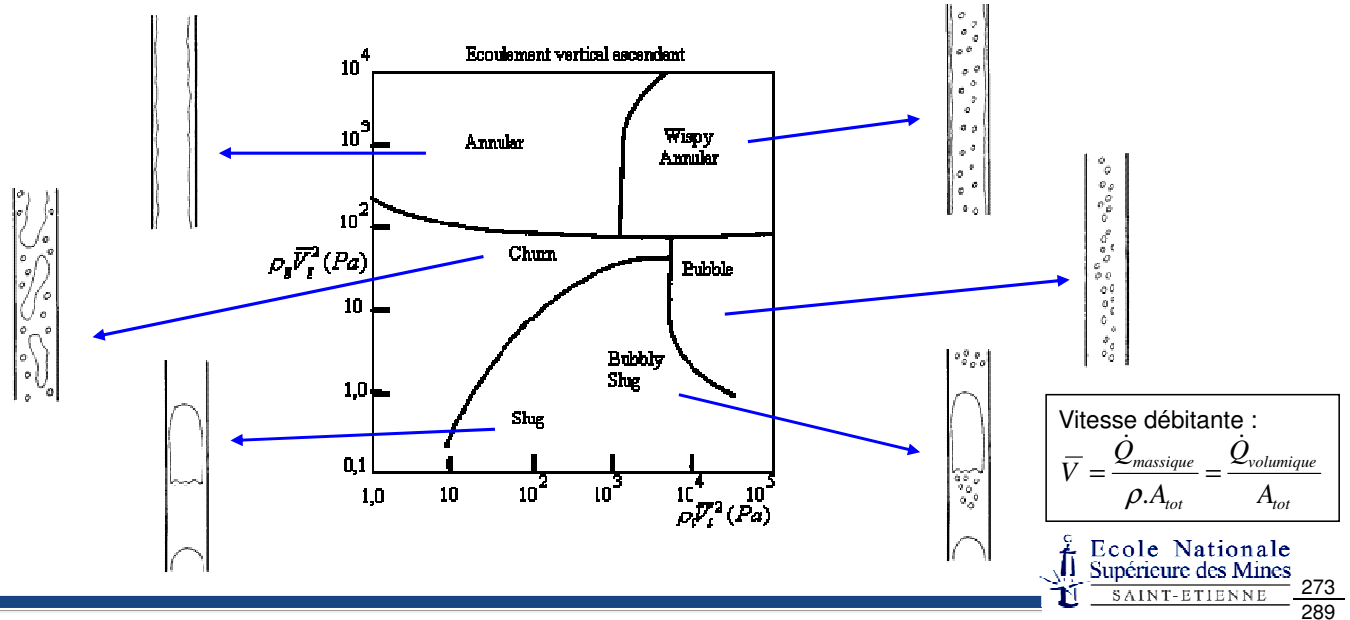
# Cartes d'écoulement

Le régime d'écoulement dépend des paramètres suivants :

- débits de gaz et de liquide,
- orientation de la conduite (verticale, horizontale, inclinée),
- directions des écoulements (ascendant, descendant, contre-courant, co-courant)

De manière empirique, des cartes ont pu être dressées.

Exemple : vertical, ascendant, co-courant, eau-air (Mac Quillan & Whalley, 1985)



# Equations de base

Dans l'étude des écoulements diphasiques, les équations fondamentales reposent sur les équations de bilans. Ces bilans peuvent être écrits soit de façon simplifiée (globale), soit de façon locale.

Les équations fondamentales simplifiées sont établies sous forme de deux modèles approchés :

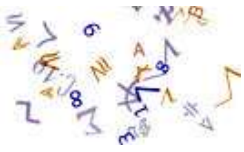
Le « *modèle séparé* » considère que les deux phases ont des propriétés différentes et suppose que chaque phase s'écoule avec une vitesse uniforme moyennée dans la section.

Le « *modèle homogène* » est en fait un cas particulier du modèle séparé ( $\bar{V}_{liq} = \bar{V}_{gaz}$ ). Il traite le mélange gaz liquide comme un pseudo fluide monophasique dont les propriétés sont les moyennes du mélange obéissant aux lois d'un écoulement monophasique.

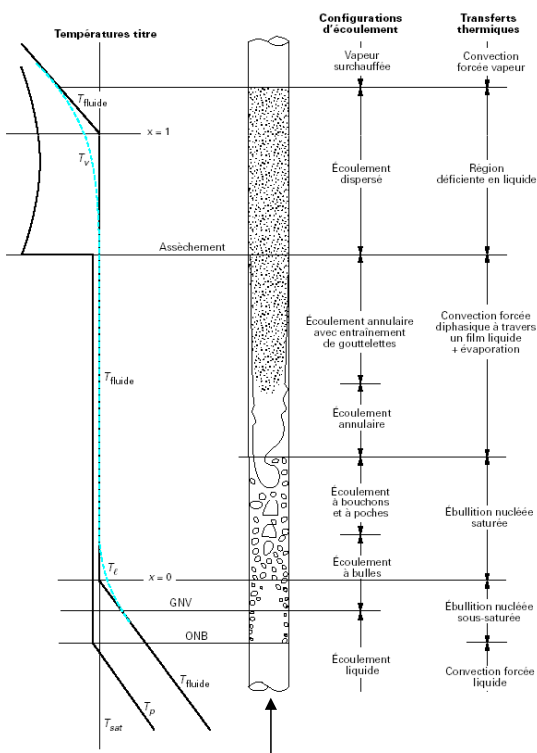
Sur le plan local, les bilans traduisent les principes dits de *conservation* ou d'*évolution* :

- *bilan de continuité (bilan de masse),*
- *bilan de quantité de mouvement (loi fondamentale de la dynamique),*
- *bilan de l'énergie totale (premier principe de la thermodynamique),*
- *évolution de l'entropie (second principe de la thermodynamique).*

Ceux qui veulent en savoir plus sont invités à suivre l'option « Procédés & Energies » ...



# Couplage avec le transfert de chaleur



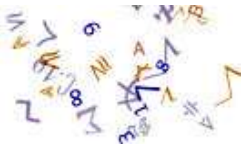
(flux de chaleur uniforme)

**écoulement à bulles** : lorsque les premières bulles apparaissent à la paroi, la température au cœur de l'écoulement est inférieure à la température de saturation du fait du profil radial de température ; il s'ensuit une condensation des bulles émises à la paroi dans le cœur de l'écoulement : c'est l'ébullition locale ou régime d'ébullition nucléée sous-refroidie. Lorsque la température au centre de l'écoulement est égale à la température de saturation, débute l'ébullition nucléée saturée. Dans cette zone, les bulles sont approximativement de taille uniforme

**écoulement à poches et bouchons** : avec l'augmentation du titre de la vapeur, les bulles coalescent et forment de grosses poches de vapeur au centre de l'écoulement séparées par des bouchons de liquide. Le changement de phase prend naissance non seulement à la paroi, mais également aux interfaces liquide/vapeur présentes au sein de l'écoulement

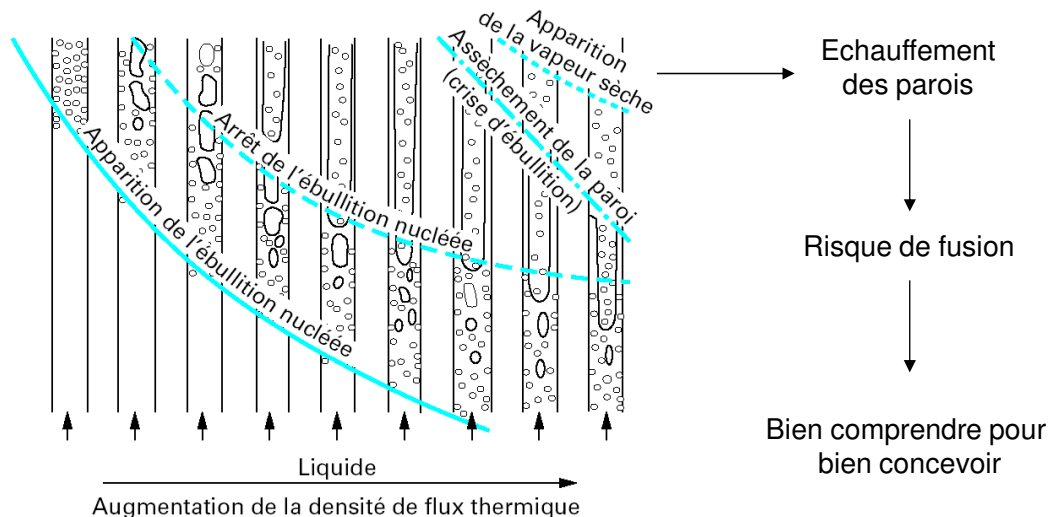
**écoulement annulaire** : au fur et à mesure que les poches de vapeur grossissent, il y a de moins en moins de liquide entre la paroi et les interfaces entraînant une réduction de la résistance thermique du film liquide et de la température de la paroi. Lorsque cette température de la paroi devient insuffisante pour maintenir l'ébullition nucléée en paroi, il ne subsiste qu'un écoulement annulaire de liquide avec une évaporation interfaciale qui amoindrit de plus en plus l'épaisseur du film liquide jusqu'à ce que la paroi ne soit plus mouillée par le liquide ; sur cette zone, dite déficiente en liquide, la température de la paroi augmente brusquement car la résistance thermique paroi/vapeur est élevée. Le flux critique peut être atteint et il peut entraîner une crise d'ébullition avec destruction de la paroi aux forts flux.

**écoulement vapeur avec gouttelettes (brouillard ou écoulement dispersé)** : en l'absence de liquide à la paroi, le changement de phase se poursuit par évaporation des gouttelettes jusqu'à ce qu'il ne subsiste qu'un écoulement monophasique de vapeur. Dans cette zone, dite déficiente en liquide, la température de la paroi augmente brusquement car la résistance thermique paroi/vapeur est élevée. Le flux critique peut être atteint et il peut entraîner une crise d'ébullition avec destruction de la paroi aux forts flux.

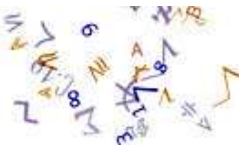


# Couplage avec le transfert de chaleur

Pour un débit et une température à l'entrée données, les transitions entre les différents régimes d'écoulement dépendent du flux de chaleur



Écoulement liquide-vapeur dans une conduite verticale chauffée (Hawitt & al., 1970)



Modèle le plus simple = HEM (Homogeneous Equilibrium Model) : les deux phases ont la même vitesse et sont homogénéisées en un fluide dont les propriétés sont déterminées par le taux de présence des deux phases.

$$\chi = \frac{H - H_l^{sat}}{H_v^{sat} - H_l^{sat}} \text{ Titre (thermodynamique)}$$

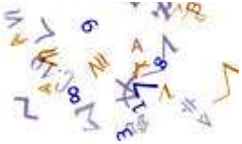
$V_v, V_l, \dots, W_v, W_l, \dots, \rho_v, \rho_l$  Volume, débit massique et masse volumique des phases seules

$$\alpha = \frac{V_v}{V_v + V_l} \text{ Taux de vide } (\alpha=0 \text{ pour liquide seul et } \alpha =1 \text{ pour vapeur seule)}$$

$$x = \frac{W_v}{W_v + W_l} \text{ Qualité } (x=0 \text{ pour liquide seul et } x=1 \text{ pour vapeur seule)}$$

$$\rho_m = \alpha \cdot \rho_v + (1 - \alpha) \cdot \rho_l = \left( \frac{x}{\rho_v} + \frac{1-x}{\rho_l} \right)^{-1} = \rho_v \frac{\alpha}{x} = \rho_l \frac{1-\alpha}{1-x} \text{ Masse volumique moyenne}$$

$$\frac{1}{\mu_m} = \frac{x}{\mu_v} + \frac{1-x}{\mu_l} \text{ Viscosité dynamique moyenne (selon Mac Adams)}$$



## Pertes de charge

Ecoulement monophasique dans un tube :  $\left( \frac{\Delta P}{L} \right)_{1\phi}^{frott} = \frac{f \rho U^2}{2D}$

Le coefficient de frottement de Darcy  $f$  dépend du nombre de Reynolds  $Re = \frac{\rho U D}{\mu}$

Laminaire	Karman-Nikuradse	Blasius	Mac Adams
$0 < Re < 2000$	$3000 < Re$	$10000 < Re < 30000$	$30000 < Re < 1000000$
$f = \frac{64}{Re}$	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -0,8 + 0,86 \cdot \ln(Re \cdot \sqrt{f})$	$f = 0,316 \cdot Re^{-0,25}$	$f = 0,184 \cdot Re^{-0,2}$



# Pertes de charge

Ecoulement diphasique dans un tube :  $\left(\frac{\Delta P}{L}\right)_{2\varphi}^{frott} = \Phi_{LO}^2 \cdot \left(\frac{\Delta P}{L}\right)_{1\varphi}^{frott}$

Le facteur  $\Phi_{LO}$  (pour **L**iquid **O**nly) est supérieur à l'unité

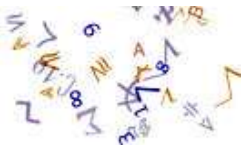
$$\Phi_{LO} = \left[ 1 + x \left( \frac{\rho_l}{\rho_v} - 1 \right) \right] \cdot \left[ 1 + x \left( \frac{\mu_l}{\mu_v} - 1 \right) \right]^{-0,2}$$



## Unité n°7

Une aide à la conception :

l'analyse exergétique



# L'exergie ou la qualité de l'énergie

Rappels :

→ Premier principe : bilan énergétique pour caractériser la conservation quantitative

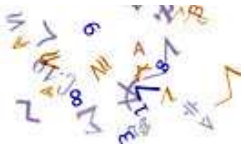
→ Deuxième principe : bilan entropique pour caractériser la dégradation qualitative

L'entropie  $S$  est malcommode car :

- ✓ unité non « naturelle » [ $J.K^{-1}$ ]
- ✓ sens de variation non naturel : elle augmente quand la qualité de la transformation diminue (beaucoup d'irréversibilités)

d'où la notion d'exergie [ $J$ ] : mesure de la qualité de l'énergie.

Energie de bonne qualité  $\Leftrightarrow$  fraction élevée d'exergie



## Définition qualitative

L'énergie  $E$  se conserve mais se dégrade donc somme de deux termes :

$$E = Ex + An$$

Exergie = énergie noble

= énergie pouvant être exploitée sans transformation préalable\*

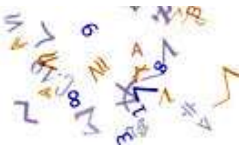
Anergie = énergie dégradée

= énergie devant être transformée avant d'être exploitée

d'où :  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Premier principe : conservation de l'énergie } E \\ \text{Deuxième principe : irréversibilités } \Leftrightarrow \text{ création d'entropie } \Leftrightarrow \text{ dégradation d'énergie} \\ \quad \Leftrightarrow \text{ création d'anergie } \Leftrightarrow \text{ destruction de l'exergie } Ex \end{array} \right.$

Transformation réversible : pas de création d'entropie  $\Leftrightarrow$  conservation de l'exergie

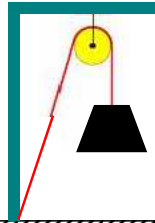
\* Exergie = fraction maximale de l'énergie d'un système qui peut-être transformée en énergie mécanique  
= travail maximum récupérable techniquement à partir d'un système



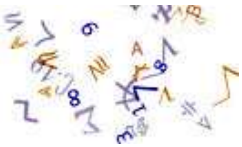
# Question

Dans quel cas peut-on produire le plus de travail (lors de sa mise à l'équilibre avec l'environnement) ?

Masse : 100 kg  
Altitude : 10 m  
Température : 20 °C



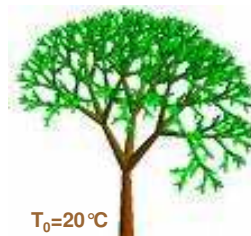
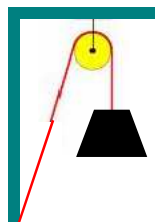
Volume d'eau : 100 litres  
Altitude : sol  
Température : ~ 43,5 °C



# Réponse

Dans quel cas peut-on produire le plus de travail (lors de sa mise à l'équilibre avec l'environnement) ?

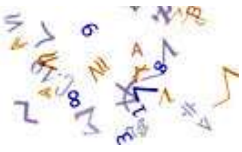
Masse : 100 kg  
Altitude : 10 m  
Température : 20 °C



Volume d'eau : 100 litres  
Altitude : sol  
Température : ~ 43,5 °C

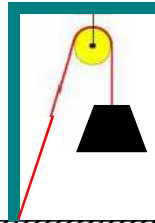


Intuition : la masse suspendue recèle davantage de travail.



Dans quel cas peut-on produire le plus de travail (lors de sa mise à l'équilibre avec l'environnement) ?

Masse : 100 kg  
Altitude : 10 m  
Température : 20 °C



Volume d'eau : 100 litres  
Altitude : sol  
Température : ~ 43,5 °C

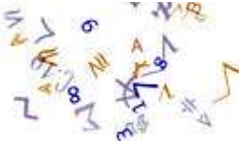


Intuition : la masse suspendue recèle davantage de travail.

Calcul de l'énergie :

- Masse suspendue :  $E = mg \cdot \Delta z = 100 \times 9,81 \times 10 = 9810 \text{ J}$
  - Masse chaude :  $E = mC_p \cdot \Delta T \sim 100 \times 4,18 \times 23,5 \sim 9810 \text{ J}$
- }  $\Rightarrow$  Energies identiques !!!

En fait, l'exergie de la masse suspendue est supérieure à celle de la masse chaude.



## Contenu exergétique des énergies

➔ Energie mécanique : exergie pure

Exemple : l'énergie mécanique communiquée à un levier permet de soulever une charge qui, en se déplaçant, effectue un certain travail. En l'absence de frottements, le travail et l'énergie mécanique mis en œuvre sont strictement identiques.

➔ Energie électrique : exergie pure

Exemple : dans un moteur électrique idéal (sans pertes Joule, ni pertes fer), l'énergie électrique absorbée peut être intégralement transformée en énergie mécanique au moyen d'un treuil fonctionnant sans frottement.

➔ Energie thermique : exergie + anergie

Système pour convertir au mieux l'énergie thermique : moteur de Carnot.

➔ Facteur de Carnot  $\theta = 1 - \frac{T_0}{T}$  : fraction d'exergie dans l'énergie thermique.



# Contenu exergétique des énergies

Energie thermique : exergie + anergie

Autres énergies (cinétique, potentielle, électrique, mécanique, nucléaire, magnétique, chimique) : exergie pure

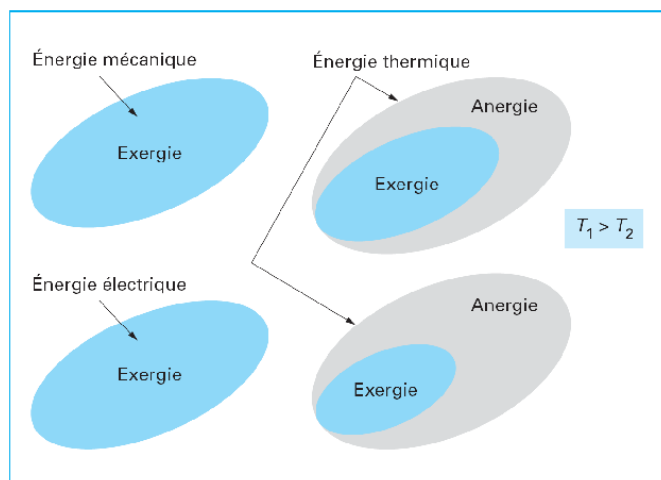


Fig. Contenu exergétique des diverses formes d'énergie

Forme d'énergie	Fraction exergétique
Mécanique	100%
Electrique	100%
Thermique	$1 - \frac{T_0}{T_i}$

$T_0$  : température de l'environnement /  $T_i$  : température de l'énergie thermique



## Bilans d'énergie & d'entropie (pour un système sans réaction chimique)

Système ouvert

Système fermé

$$\begin{cases} \frac{dE}{dt} = \sum_i \frac{\delta Q_i}{dt} + \sum_j \dot{m}_j h_j^* + \sum_k \frac{\delta W_k}{dt} \\ \frac{dS}{dt} = \sum_i \frac{1}{T_i} \cdot \frac{\delta Q_i}{dt} + \sum_j \dot{m}_j s_j + P(S) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{dE}{dt} = \sum_i \frac{\delta Q_i}{dt} + \sum_k \frac{\delta W_k}{dt} - P_0 \frac{dV}{dt} & (E1) \\ \frac{dS}{dt} = \sum_i \frac{1}{T_i} \cdot \frac{\delta Q_i}{dt} + P(S) & (E2) \end{cases}$$

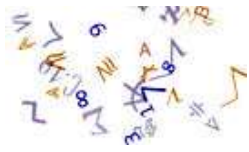
$E = U + E_c + E_p$  : énergie totale

$h_j^* = h_j + \frac{c_j^2}{2} + g \cdot z_j$  : enthalpie totale massique du constituant  $j$

$\delta Q_i$  : quantité de chaleur échangée avec la source de température  $T_i$

$\delta W_k$  : travail échangé avec le système  $k$  (autre que les forces de pression)

$P(S) = \frac{dS_{tot}}{dt} \geq 0$  : production d'entropie due aux irréversibilités



# Bilans d'énergie & d'entropie

(pour un système sans réaction chimique)

Système ouvert

Système fermé

$$\begin{cases} \frac{dE}{dt} = \sum_i \frac{\delta Q_i}{dt} + \sum_j \dot{m}_j h_j^* + \sum_k \frac{\delta W_k}{dt} \\ \frac{dS}{dt} = \sum_i \frac{1}{T_i} \cdot \frac{\delta Q_i}{dt} + \sum_j \dot{m}_j s_j + P(S) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{dE}{dt} = \sum_i \frac{\delta Q_i}{dt} + \sum_k \frac{\delta W_k}{dt} - P_0 \frac{dV}{dt} & (E1) \\ \frac{dS}{dt} = \sum_i \frac{1}{T_i} \cdot \frac{\delta Q_i}{dt} + P(S) & (E2) \end{cases}$$

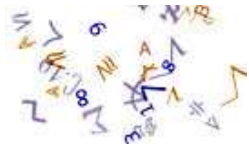
Le système de deux équations traduit toute la thermodynamique.

Pour la plupart des procédés industriels, l'environnement (température  $T_0$  et pression  $P_0$ ) joue le rôle de référence (source ou puits infini de chaleur).

On remplace l'équation (E2) par (E3)=(E1)- $T_0$ (E2) + $P_0$ .dV/dt

On obtient un nouveau système équivalent contenant toute l'information initiale.

La nouvelle équation (E3) est appelée 'bilan exergetique'



## Bilan exergetique

Système ouvert : 
$$\frac{dEx}{dt} = \sum_{i \neq 0} \theta_i \cdot \frac{\delta Q_i}{dt} + \sum_k \frac{\delta W_k}{dt} + P_0 \frac{dV}{dt} + \sum_j \dot{m}_j ex_j^* - \dot{i}$$

Système fermé : 
$$\frac{dEx}{dt} = \sum_{i \neq 0} \theta_i \cdot \frac{\delta Q_i}{dt} + \sum_k \frac{\delta W_k}{dt} - \dot{i}$$

$Ex = E - T_0 \cdot S + P_0 \cdot V$  : exergetie du système (c'est une fonction d'état)

$\theta_i = 1 - \frac{T_0}{T_i}$  : facteur de Carnot (fraction d'exergetie contenue dans  $\delta Q_i$ )

$\dot{i} = T_0 \cdot P(S)$  : vitesse de destruction de l'exergetie par les irréversibilités [W]

$ex_j^* = h_j^* - T_0 \cdot s_j$  : exergetie totale massique du constituant  $j$

*Nota Bene* : l'exergetie est définie à une constante près. Cette dernière peut être choisie de telle sorte que l'exergetie d'un système en équilibre avec l'environnement soit nulle.



# Simplifications possibles

(pour un système ouvert)

- Variations d'énergies potentielle et cinétique négligeables devant variations d'enthalpie  $\rightarrow h_j^* = h_j \rightarrow ex_j^* = ex_j$
- Régime stationnaire  $\rightarrow \frac{dEx}{dt} = 0$
- Parois du système indéformables (turbines, compresseur, diffuseur, ...)  $\rightarrow \frac{dV}{dt} = 0$
- Une seule source de chaleur autre que l'environnement  $\rightarrow \sum_{i \neq 0} \theta_i \cdot \frac{\delta Q_i}{dt} = \theta_1 \cdot \frac{\delta Q_1}{dt}$
- Un constituant, une entrée et une sortie  $\rightarrow \sum_j \dot{m}_j ex_j^* = \dot{m} \cdot (ex_{in}^* - ex_{out}^*)$
- Un seul travail mécanique fourni  $\rightarrow \sum_k \frac{\delta W_k}{dt} = \frac{\delta W}{dt}$

Toutes les simplifications  $\rightarrow 0 = \theta_1 \cdot \frac{\delta Q_1}{dt} + \frac{\delta W}{dt} + \dot{m} \cdot [ex_{in} - ex_{out}] - \dot{i}$



# Simplifications possibles

(pour un système fermé)

- Une seule source de chaleur autre que l'environnement  $\rightarrow \sum_{i \neq 0} \theta_i \cdot \frac{\delta Q_i}{dt} = \theta_1 \cdot \frac{\delta Q_1}{dt}$
- Un seul travail mécanique fourni  $\rightarrow \sum_k \frac{\delta W_k}{dt} = \frac{\delta W}{dt}$
- Cycle  $\rightarrow \frac{\Delta Ex}{\Delta t} = 0$

Toutes les simplifications  $\rightarrow 0 = W + \theta_1 \cdot Q_1 - T_0 \cdot \Delta S_{tot}$

# Rendement exergetique

Système ouvert :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Puissance réelle : } \mathcal{P} = \theta_1 \cdot \frac{\delta Q_1}{dt} + \dot{m} \cdot [ex_{in} - ex_{out}] - i \\ \text{Puissance maximale : } \mathcal{P}_{\max} = \theta_1 \cdot \frac{\delta Q_1}{dt} + \dot{m} \cdot [ex_{in} - ex_{out}] \\ \text{Rendement exergetique : } \eta = \frac{\mathcal{P}}{\mathcal{P}_{\max}} \end{array} \right.$$

Système fermé :

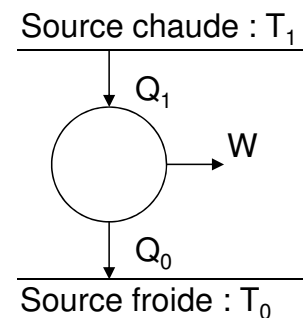
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Travail réel* : } \mathcal{W} = \Delta Ex + \theta_1 \cdot Q_1 - T_0 \cdot \Delta S_{tot} \\ \text{Travail maximal : } \mathcal{W}_{\max} = \Delta Ex + \theta_1 \cdot Q_1 \\ \text{Rendement exergetique : } \eta = \frac{\mathcal{W}}{\mathcal{W}_{\max}} \end{array} \right.$$

\*  $\Delta Ex=0$  pour une transformation cyclique

## Lien entre rendements énergétique et exergetique

Considérons un moteur thermique fonctionnant entre la source chaude ( $T_1$ ) et l'environnement ( $T_0$ ).

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Bilan énergétique : } 0 = Q_0 + Q_1 + W \\ \text{Rendement énergétique : } \eta_{en} = \frac{-W}{Q_1} \end{array} \right.$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Bilan exergetique : } 0 = W + \theta_1 \cdot Q_1 - T_0 \cdot \Delta S_{tot} \\ \text{Rendement exergetique : } \eta_{ex} = \frac{-W}{W_{\max}} = \frac{-W}{\theta_1 \cdot Q_1} \end{array} \right.$$

$$\theta_1 = 1 - \frac{T_0}{T_1} = \eta_{Carnot}$$

d'où :  $\eta_{exergie} = \frac{\eta_{energie}}{\eta_{Carnot}}$

Le rendement exergetique est maximal ( $\eta_{ex}=1$ ) lorsque le rendement énergétique est égal au rendement de Carnot, càd pour une machine réversible.

# Intérêt de l'analyse exergetique

Exergie = fraction maximale de l'énergie qui peut être transformée en énergie mécanique  
= travail maximum récupérable techniquement.

L'approche exergetique permet de quantifier de façon cohérente à la fois la quantité et la qualité des différentes formes d'énergie mises en jeu. Elle permet de quantifier de manière simple les irréversibilités d'un procédé de conversion d'énergie. Elle permet également de comparer l'efficacité de différents scénarios de conversion d'une même énergie source (outil à la conception).

Rendement exergetique = 1  $\Leftrightarrow$  aucune énergie n'est dégradée sous forme thermique, elle est entièrement transformée en énergie utile (mécanique, électrique, ...)

Rendement exergetique < 1  $\Leftrightarrow$  une partie de l'énergie consommée est dégradée sous forme thermique par des irréversibilités.

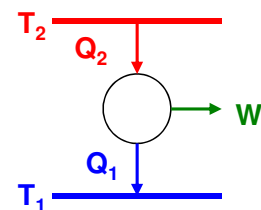
Rendement exergetique > 50% : technologies matures et bien maîtrisées

Rendement exergetique < 30 % : technologie peu compétitive

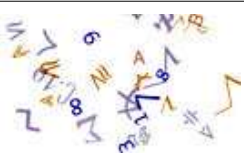
## Exercice n°24

On considère deux moteurs thermiques M1 et M2.

	$T_1$	$T_2$	$Q_2$	$W$
	[°C]	[°C]	[kW]	[kW]
M1	27	500	100	25
M2	27	250	100	20



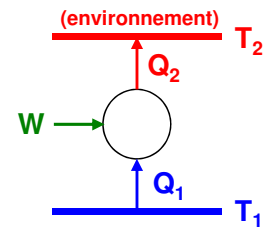
Faire l'analyse énergétique et exergetique.



# Exercice n°25

On considère trois machines frigorifiques M1, M2 et M3.

M1	Compresseur semi-hermétique à vis avec économiseur	118 m <sup>3</sup> /h
M2	Compresseur semi-hermétique à vis	165 m <sup>3</sup> /h
M3	Compresseur semi-hermétique à piston	169 m <sup>3</sup> /h



Les performances sont données par le constructeur :

		T <sub>2</sub>						
		45	40	35	30	25	20	15
M1	Q <sub>1</sub> [kW]	43.5	46.2	48.7	51.1	53.2	55	57.7
	W [kW]	30.3	27.7	25.2	23	21.1	19.34	17.85
M2	Q <sub>1</sub> [kW]	43.1	48.7	54.1	59.4	64.5	69.4	74.1
	W [kW]	36	32.7	29.8	27.3	25.4	23.9	23.1
M3	Q <sub>1</sub> [kW]	40	45.2	50.4	55.5	60	65.5	N/A
	W [kW]	28.8	27.9	27	26.1	24.6	23.5	N/A

(source : P. Neveu)

Quelle machine choisir pour respecter les spécifications suivantes ?

Q<sub>1</sub> = 50 kW et T<sub>1</sub> = -25 °C et T<sub>2</sub> = 35 °C et R404A



# Exercice n°26

Vous êtes chargé de mission chez EDF qui souhaite construire une nouvelle centrale thermique à flamme basée sur un cycle de Rankine. Deux bureaux d'études ont été mis en concurrence pour établir une proposition. Votre mission est d'évaluer leurs propositions et de formuler des pistes d'amélioration.

Centrale A : T<sub>c</sub>=340 °C et T<sub>f</sub>=20 °C

	1	2	3	4
P	0,02339	146,007	146,007	0,02339
T	20	20,6154	340	20
h	83,9141	100,1111	2621,85	1677,8092
s	0,296483	0,302	5,33559	5,73361
xV	0	0	1	0,649636
	à saturation	sous-refroidi	à saturation	diphase

Centrale B : T<sub>c</sub>=350 °C et T<sub>f</sub>=25 °C

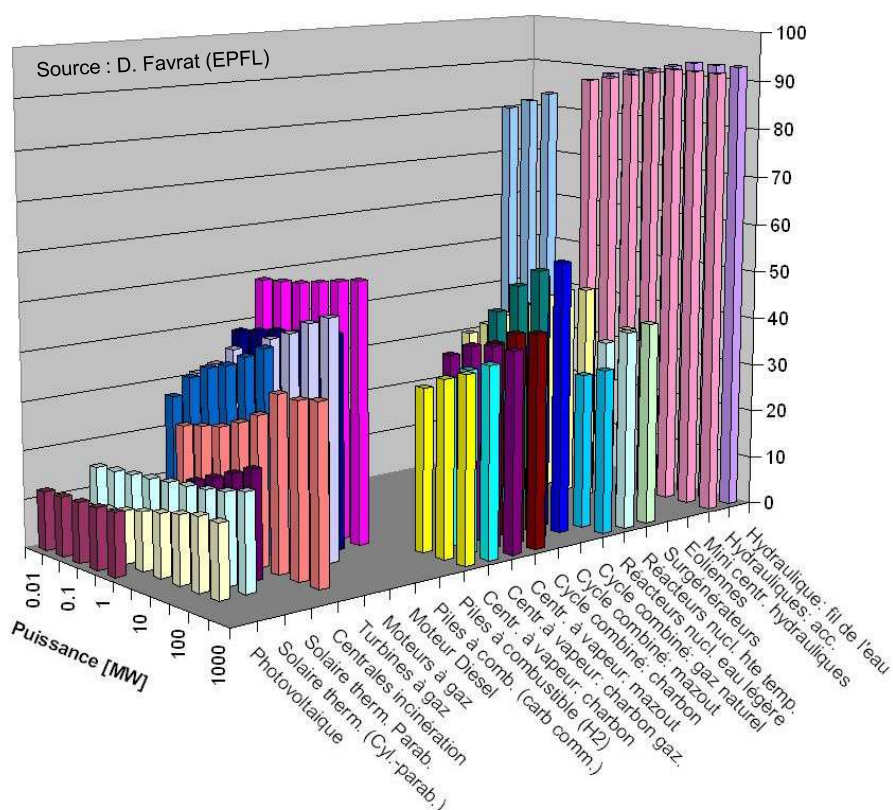
	1	2	3	4
P	0,0317	165,294	165,294	0,0317
T	25	25,5273	350	25
h	104,829	122,2142632	2563,64	1701,2045
s	0,367225	0,370137	5,211	5,72149
xV	0	0	1	0,653803
	à saturation	sous-refroidi	à saturation	diphase

Note : pompe et turbine sont adiabatiques.  
Unités : P [bar] ; T [°C] ; h [kJ/kg] ; s [kJ/kg/s]

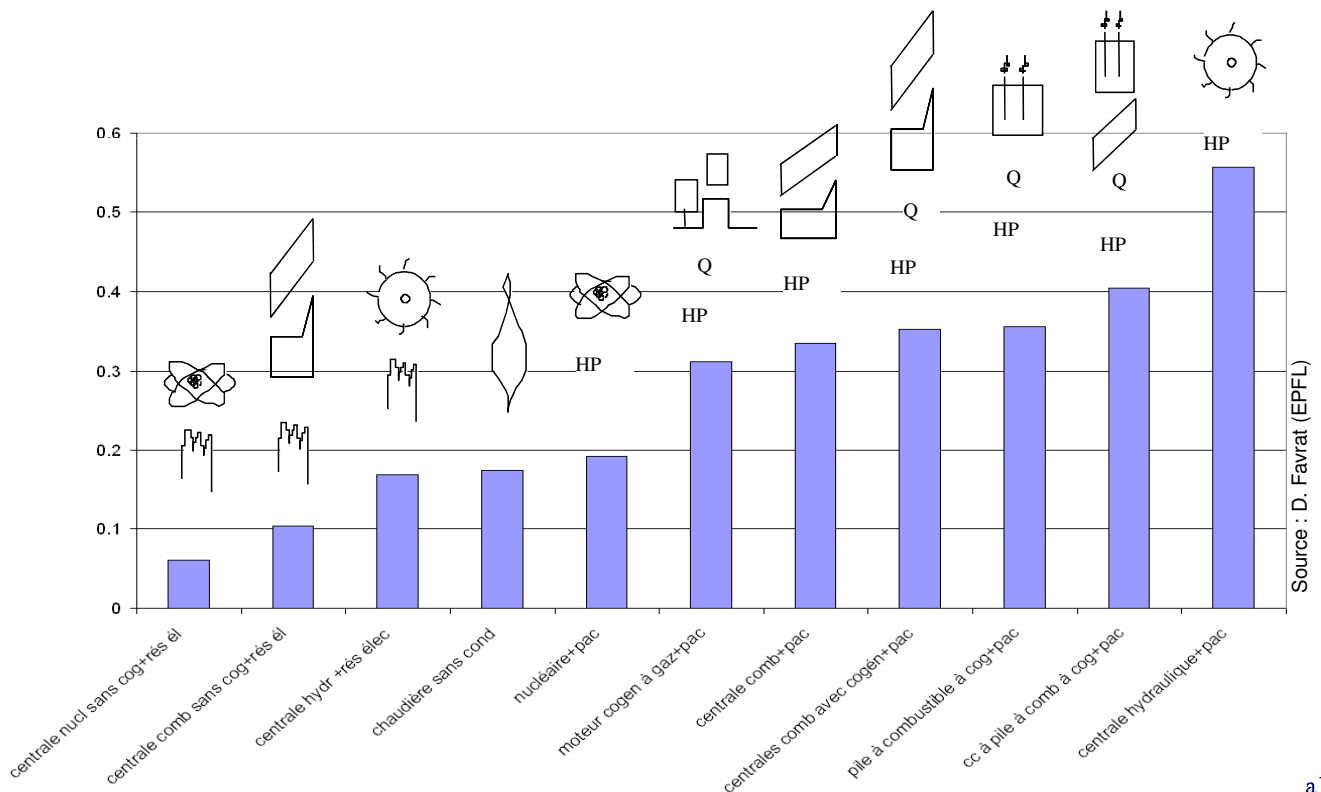
# Le rendement exergetique

- Est un indicateur de la qualité avec laquelle l'Homme convertit ses ressources
- Ne donne pas:
  - d'indications concernant l'utilisation de ressources renouvelables ou pas,
  - ne prend pas en compte le degré relatif des difficultés de conversion d'une énergie primaire donnée. Par exemple l'énergie solaire par sa faible densité de rayonnement est plus difficile à convertir que le pétrole ou le gaz naturel et les systèmes de conversion solaire conduisent à des rendements plus faibles,
  - ne donne pas d'indications sur les impacts sur l'environnement local (polluants affectant la santé) et seulement indirectement sur l'environnement global

## Rendement exergetique de systèmes électrogènes

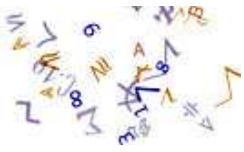


# Rendement exergetique de systemes de chauffage



Source : D. Favrat (EPFL)

Fin du cours de  
Machines thermiques



# Annexes

Propriétés thermodynamiques de l'eau et de l'air  
Opérateurs différentiels  
Equation de Navier-Stokes

10

SUMMARY OF DIFFERENTIAL OPERATIONS INVOLVING THE  $\nabla$ -OPERATOR  
IN RECTANGULAR COORDINATES<sup>a</sup> ( $x, y, z$ )

$$(\nabla \cdot v) = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (A)$$

$$(\nabla^2 s) = \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial z^2} \quad (B)$$

$$(\tau : \nabla v) = \tau_{xx} \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) + \tau_{yy} \left( \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) + \tau_{zz} \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \tau_{xy} \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \\ + \tau_{yz} \left( \frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) + \tau_{zx} \left( \frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) \quad (C)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} [\nabla s]_x = \frac{\partial s}{\partial x} \\ [\nabla s]_y = \frac{\partial s}{\partial y} \\ [\nabla s]_z = \frac{\partial s}{\partial z} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (D) \\ (E) \\ (F) \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} [\nabla \times v]_x = \frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} \\ [\nabla \times v]_y = \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \\ [\nabla \times v]_z = \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (G) \\ (H) \\ (I) \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} [\nabla \cdot \tau]_x = \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \\ [\nabla \cdot \tau]_y = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \\ [\nabla \cdot \tau]_z = \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (J) \\ (K) \\ (L) \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} [\nabla^2 v]_x = \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \\ [\nabla^2 v]_y = \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \\ [\nabla^2 v]_z = \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (M) \\ (N) \\ (O) \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} [v \cdot \nabla v]_x = v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \\ [v \cdot \nabla v]_y = v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} \\ [v \cdot \nabla v]_z = v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (P) \\ (Q) \\ (R) \end{array}$$

<sup>a</sup> Operations involving the tensor  $\tau$  are given for symmetrical  $\tau$  only.

SUMMARY OF DIFFERENTIAL OPERATIONS INVOLVING THE  $\nabla$ -OPERATOR  
IN CYLINDRICAL COORDINATES<sup>a</sup> ( $r, \theta, z$ )

$$(\nabla \cdot v) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (A)$$

$$(\nabla^2 s) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial s}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 s}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial z^2} \quad (B)$$

$$\begin{aligned} (\tau : \nabla v) &= \tau_{rr} \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) + \tau_{\theta\theta} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r}{r} \right) + \tau_{zz} \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \\ &+ \tau_{r\theta} \left[ r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{v_\theta}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right] + \tau_{\theta z} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right) \\ &+ \tau_{rz} \left( \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (C)$$

$$\left\{ \begin{aligned} [\nabla s]_r &= \frac{\partial s}{\partial r} & (D) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} [\nabla s]_\theta &= \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial \theta} & (E) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} [\nabla s]_z &= \frac{\partial s}{\partial z} & (F) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} [\nabla \times v]_r &= \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} - \frac{\partial v_\theta}{\partial z} & (G) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} [\nabla \times v]_\theta &= \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r} & (H) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} [\nabla \times v]_z &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} & (I) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} [\nabla \cdot \tau]_r &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\tau_{rr}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \tau_{r\theta} - \frac{1}{r} \tau_{\theta\theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} & (J) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} [\nabla \cdot \tau]_\theta &= \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{2}{r} \tau_{r\theta} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} & (K) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} [\nabla \cdot \tau]_z &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\tau_{rz}) + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} & (L) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} [\nabla^2 v]_r &= \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_r) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} & (M) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} [\nabla^2 v]_\theta &= \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_\theta) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} & (N) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} [\nabla^2 v]_z &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} & (O) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} [v \cdot \nabla v]_r &= v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} & (P) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} [v \cdot \nabla v]_\theta &= v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} & (Q) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} [v \cdot \nabla v]_z &= v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} & (R) \end{aligned} \right.$$

<sup>a</sup> Operations involving the tensor  $\tau$  are given for symmetrical  $\tau$  only.

12

SUMMARY OF DIFFERENTIAL OPERATIONS INVOLVING THE  $\nabla$ -OPERATOR  
IN SPHERICAL COORDINATES<sup>a</sup> ( $r, \theta, \phi$ )

$$(\nabla \cdot v) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 v_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (v_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} \quad (A)$$

$$(\nabla^2 s) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial s}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial s}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 s}{\partial \phi^2} \quad (B)$$

$$\begin{aligned} (\tau : \nabla v) &= \tau_{rr} \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) + \tau_{\theta\theta} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r}{r} \right) \\ &+ \tau_{\phi\phi} \left( \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{v_r}{r} + \frac{v_\theta \cot \theta}{r} \right) \\ &+ \tau_{r\theta} \left( \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta}{r} \right) + \tau_{r\phi} \left( \frac{\partial v_\phi}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_r}{\partial \phi} - \frac{v_\phi}{r} \right) \\ &+ \tau_{\theta\phi} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial v_\phi}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\theta}{\partial \phi} - \frac{\cot \theta}{r} v_\phi \right) \end{aligned} \quad (C)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} [\nabla s]_r = \frac{\partial s}{\partial r} \quad (D) \\ [\nabla s]_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial \theta} \quad (E) \\ [\nabla s]_\phi = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial s}{\partial \phi} \quad (F) \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} [\nabla \times v]_r = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (v_\phi \sin \theta) - \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\theta}{\partial \phi} \quad (G) \\ [\nabla \times v]_\theta = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_r}{\partial \phi} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_\phi) \quad (H) \\ [\nabla \times v]_\phi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \quad (I) \end{array} \right.$$

$$[\nabla \cdot \tau]_r = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \tau_{rr}) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\tau_{r\theta} \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \tau_{r\phi}}{\partial \phi} - \frac{\tau_{\theta\theta} + \tau_{\phi\phi}}{r} \quad (J)$$

$$\begin{aligned} [\nabla \cdot \tau]_\theta &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \tau_{r\theta}) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\tau_{\theta\theta} \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \tau_{\theta\phi}}{\partial \phi} \\ &+ \frac{\tau_{r\theta}}{r} - \frac{\cot \theta}{r} \tau_{\phi\phi} \end{aligned} \quad (K)$$

$$[\nabla \cdot \tau]_\phi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \tau_{r\phi}) + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta\phi}}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \tau_{\phi\phi}}{\partial \phi} + \frac{\tau_{r\phi}}{r} + \frac{2 \cot \theta}{r} \tau_{\theta\phi} \quad (L)$$

$$[\nabla^2 v]_r = \nabla^2 v_r - \frac{2v_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} - \frac{2v_\theta \cot \theta}{r^2} - \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} \quad (M)$$

$$[\nabla^2 v]_\theta = \nabla^2 v_\theta + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta}{r^2 \sin^2 \theta} - \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} \quad (N)$$

$$[\nabla^2 v]_\phi = \nabla^2 v_\phi - \frac{v_\phi}{r^2 \sin^2 \theta} + \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial v_r}{\partial \phi} + \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial v_\theta}{\partial \phi} \quad (O)$$

$$[v \cdot \nabla v]_r = v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{v_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial v_r}{\partial \phi} - \frac{v_\theta^2 + v_\phi^2}{r} \quad (P)$$

$$[v \cdot \nabla v]_\theta = v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\theta}{\partial \phi} + \frac{v_r v_\theta}{r} - \frac{v_\phi^2 \cot \theta}{r} \quad (Q)$$

$$[v \cdot \nabla v]_\phi = v_r \frac{\partial v_\phi}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\phi}{\partial \theta} + \frac{v_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{v_\phi v_r}{r} + \frac{v_\theta v_\phi \cot \theta}{r} \quad (R)$$

<sup>a</sup> Operations involving the tensor  $\tau$  are given for symmetrical  $\tau$  only.

# THE NAVIER-STOKES EQUATIONS FOR CONSTANT $\rho$ AND $\mu$ IN CARTESIAN, CYLINDRICAL, AND SPHERICAL COORDINATES

## CARTESIAN COORDINATES

*x* direction

$$\rho \left( \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \rho g_x + \mu \left( \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) \quad (\text{E-1})$$

*y* direction

$$\rho \left( \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \rho g_y + \mu \left( \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right) \quad (\text{E-2})$$

*z* direction

$$\rho \left( \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \rho g_z + \mu \left( \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) \quad (\text{E-3})$$

## CYLINDRICAL COORDINATES

*r* direction

$$\rho \left( \frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_\theta \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} + \rho g_r + \mu \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_r) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right] \quad (\text{E-4})$$

*$\theta$*  direction

$$\rho \left( \frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + v_\theta \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \rho g_\theta + \mu \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_\theta) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} \right] \quad (\text{E-5})$$

*z* direction

$$\rho \left( \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_\theta \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \rho g_z + \mu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] \quad (\text{E-6})$$

## SPHERICAL COORDINATES\*

*r* direction

$$\rho \left( \frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_\theta \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{v_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial v_r}{\partial \phi} + \frac{v_\theta^2}{r} - \frac{v_\phi^2}{r} \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} + \rho g_r + \mu \left[ \nabla^2 v_r - \frac{2}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} - \frac{2}{r^2} v_\theta \cot \theta - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\phi}{\sin \theta} \frac{\partial \phi}{\partial \phi} \right] \quad (\text{E-7})$$

*$\theta$*  direction

$$\rho \left( \frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\theta}{\partial \phi} + \frac{v_r v_\theta}{r} - \frac{v_\phi^2 \cot \theta}{r} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \rho g_\theta + \mu \left[ \nabla^2 v_\theta - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta}{r^2 \sin^2 \theta} - \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} \right] \quad (\text{E-8})$$

*$\phi$*  direction

$$\rho \left( \frac{\partial v_\phi}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\phi}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\phi}{\partial \theta} + \frac{v_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{v_\theta v_\phi}{r} + \frac{v_r v_\phi \cot \theta}{r} \right) = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial P}{\partial \phi} + \rho g_\phi + \mu \left[ \nabla^2 v_\phi - \frac{v_\phi}{r^2 \sin^2 \theta} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\sin \theta} \frac{\partial \phi}{\partial \phi} + \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial v_\theta}{\partial \phi} \right] \quad (\text{E-9})$$

\* In the above equations,

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2}$$

# **Propriétés thermodynamiques de l'eau et de l'air**



## Sommaire :

### PROPRIETES DE L'EAU

#### Données de sources diverses

Page 4	Données générales et propriétés à l'équilibre Liquide/vapeur
Page 5	Diagramme hs pour l'eau
Page 6	Diagramme hs pour l'eau (région vapeur)
Page 7	Tableau des propriétés de l'eau saturée
Page 8	Tableau des propriétés de la vapeur compressée

#### Données extraites de :

NBS/NRC Steam Tables  
L. Haar, J.S. Gallagher & G.S. Kell  
Hemisphere Publishing Corp.  
1984

Page 9 / Figure 1	Capacité calorifique à pression constante ( $c_p$ )
Page 10 / Figure 2	idem Figure 1 dans la région super-critique
Page 11 / Figure 3	idem Figure 1 dans la région des hautes pressions & températures
Page 12 / Figure 4	Vitesse du son pour le liquide et la vapeur supercritique
Page 13 / Figure 5	Vitesse du son pour la vapeur
Page 14 / Figure 6	Vitesse du son pour de fortes pressions
Page 15 / Figure 7	Coefficient d'expansion thermique
Page 16 / Figure 8	Diagramme Pression – Enthalpie
Page 18 / Figure 9	Diagramme Température – Entropie
Page 20 / Figure 10	Diagramme Enthalpie – Entropie (diagramme de Mollier)
Page 22 / Figure 11	Coefficient isentropique
Page 23 / Figure 12	Viscosité dynamique ( $\lambda$ )
Page 24 / Figure 13	Conductivité thermique ( $\eta$ )
Page 25 / Figure 14	Nombre de Prandtl ( $Pr = \eta \cdot c_p / \lambda$ )

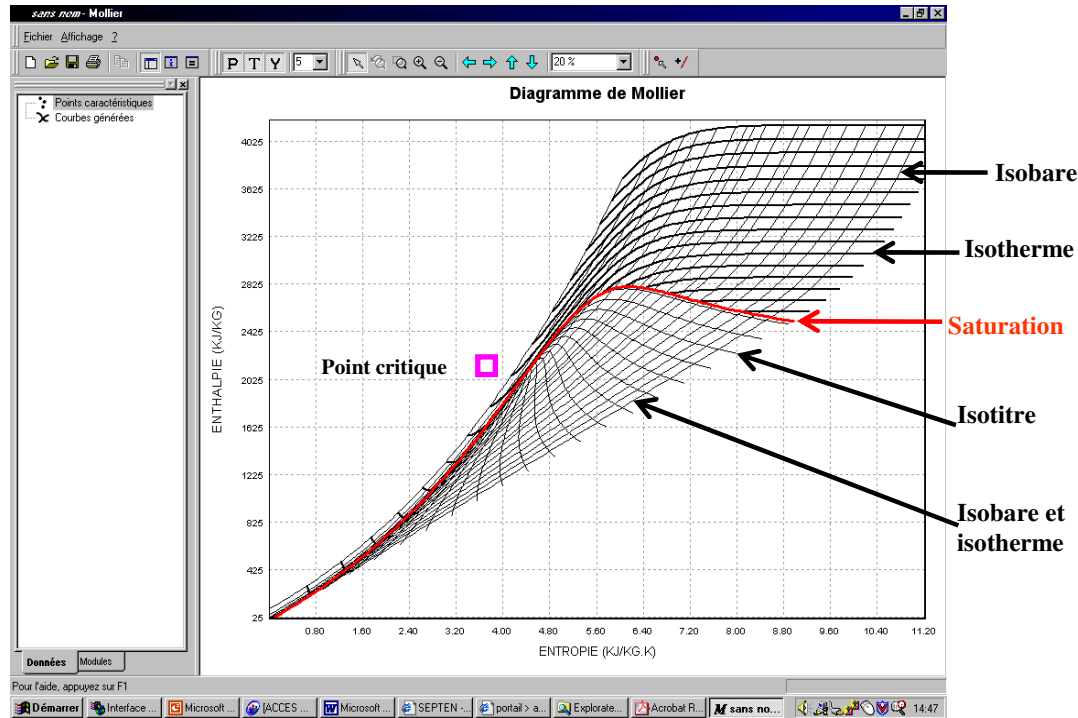
### PROPRIETES DE L'AIR

Page 26	Propriétés thermodynamiques de l'air
---------	--------------------------------------

## Données thermodynamiques fondamentales sur l'eau

Rappelons les coordonnées du point critique de l'eau :  $P_C=221$  bars,  $T_C=374$  °C et  $v_C=0,003106$  m<sup>3</sup>/kg.

Par convention, sur le diagramme hs de Mollier l'origine ( $h=0$  et  $s=0$ ) correspond à l'eau liquide au point triple (0,01 °C).



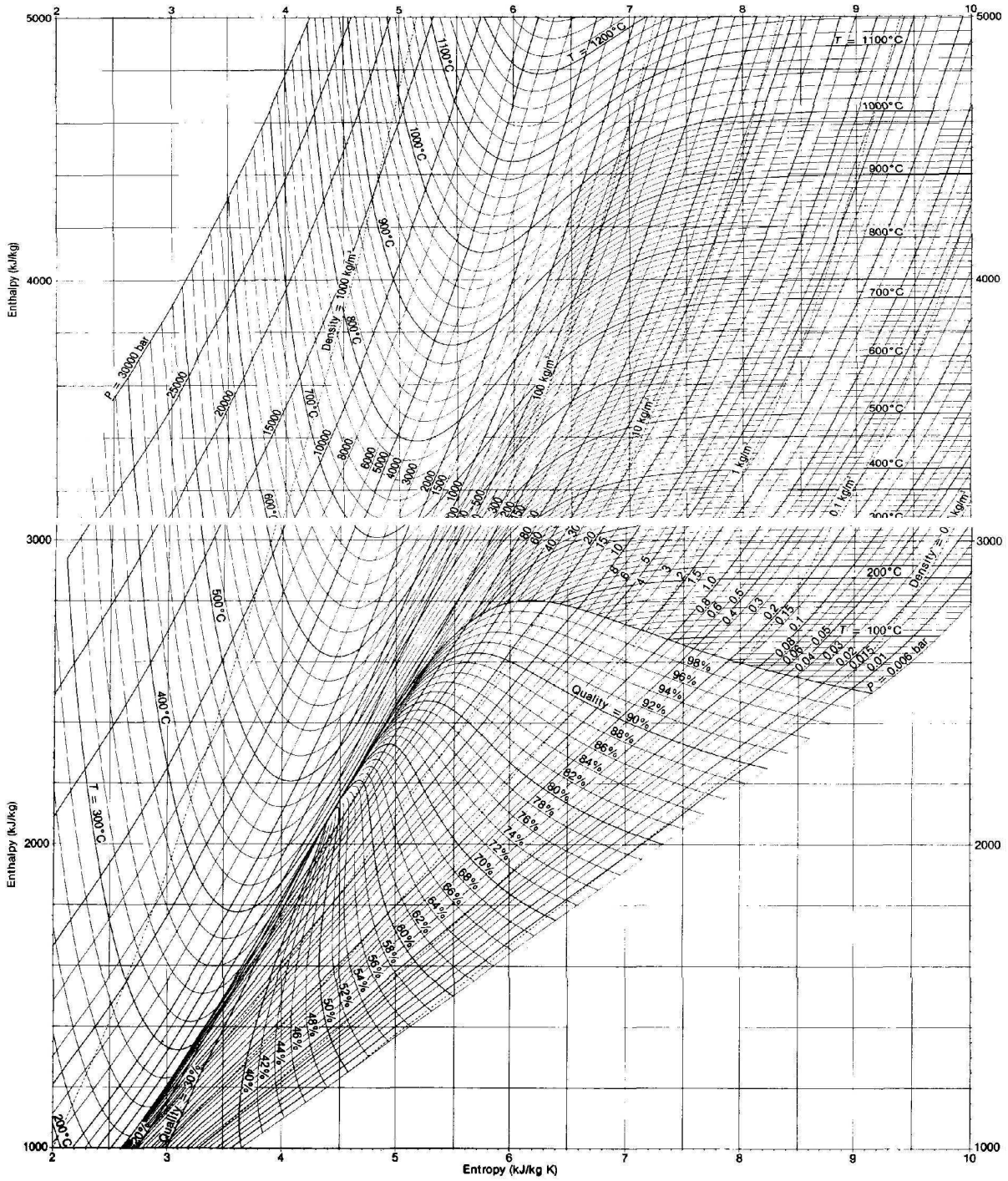
**TABLE 2-357 Thermodynamic Properties of Water Substance along the Melting Line**

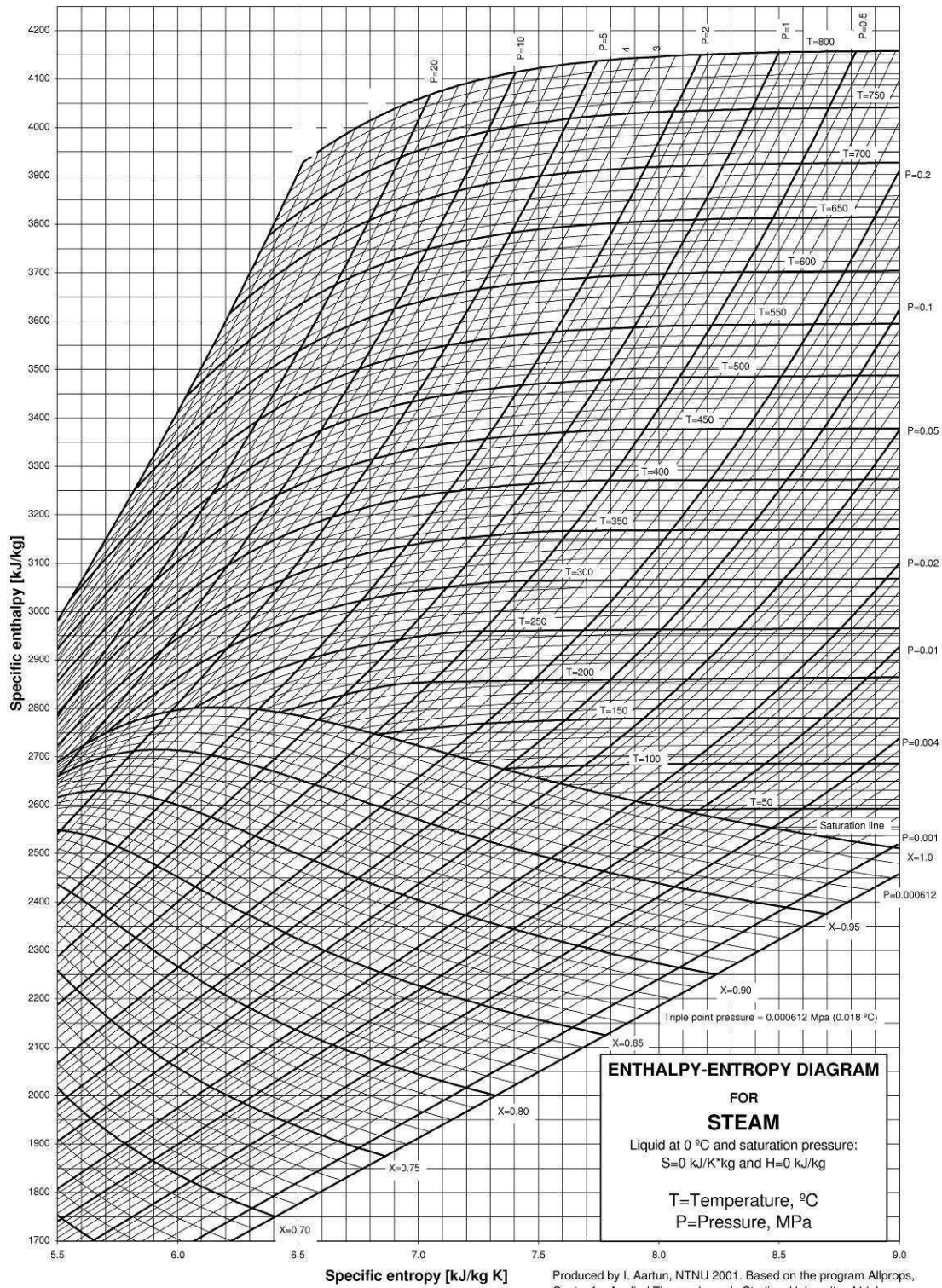
$P$ , bar	$T$ , °C	$10^3 v_f$ , m <sup>3</sup> /kg	$h_f$ , kJ/kg	$s_f$ , kJ/kg·K	$c_{pf}$ , kJ/kg·K	$c_{melt}$ , kJ/kg·K	$10^6 \alpha_f$ , K <sup>-1</sup>	$10^6 K_{fT}$ bar <sup>-1</sup>
6.117·10 <sup>-5</sup>	0.0100	1.00021	0	0	4.219	3.969	-67.42	50.90
1.01325	0.0026	1.00016	0.0719	-0.0001	4.218	3.970	-67.17	50.88
50	-0.3618	0.99770	3.5140	-0.0054	4.196	3.997	-54.92	50.30
100	-0.7410	0.99523	6.9794	-0.0110	4.174	4.023	-42.52	49.73
150	-1.1249	0.99278	10.3964	-0.0167	4.152	4.047	-30.24	49.17
200	-1.5166	0.99037	13.7648	-0.0225	4.132	4.070	-18.05	48.63
250	-1.9151	0.98798	17.0843	-0.0285	4.112	4.092	-5.93	48.11
300	-2.3206	0.98562	20.3547	-0.0347	4.092	4.113	6.12	47.59
400	-3.1532	0.98098	26.7472	-0.0474	4.056	4.150	30.09	46.61
500	-4.0156	0.97643	32.9403	-0.0607	4.022	4.184	53.97	45.68
600	-4.909	0.97196	38.932	-0.0747	3.992	4.215	77.87	44.80
800	-6.790	0.96326	50.300	-0.1046	3.937	4.270	126.18	43.19
1000	-8.803	0.95493	60.836	-0.1371	3.893	4.320	175.98	41.74

Condensed from U. Grigull, Private communication, January 18, 1995.

Materials prepared at Technical University München, Germany by U. Grigull and S. Marek. For a table as a function of temperature, see Grigull, U. and S. Marek, *Warme u. Stoff.*, **30** (1994): 1-8.

$t$  = the triple point (at  $6.117 \times 10^{-5}$  bar, 0.01°C);  $v_f = 0.0010021$  m<sup>3</sup>/kg;  $\alpha_f = -67.42 \times 10^{-6}$ /K.









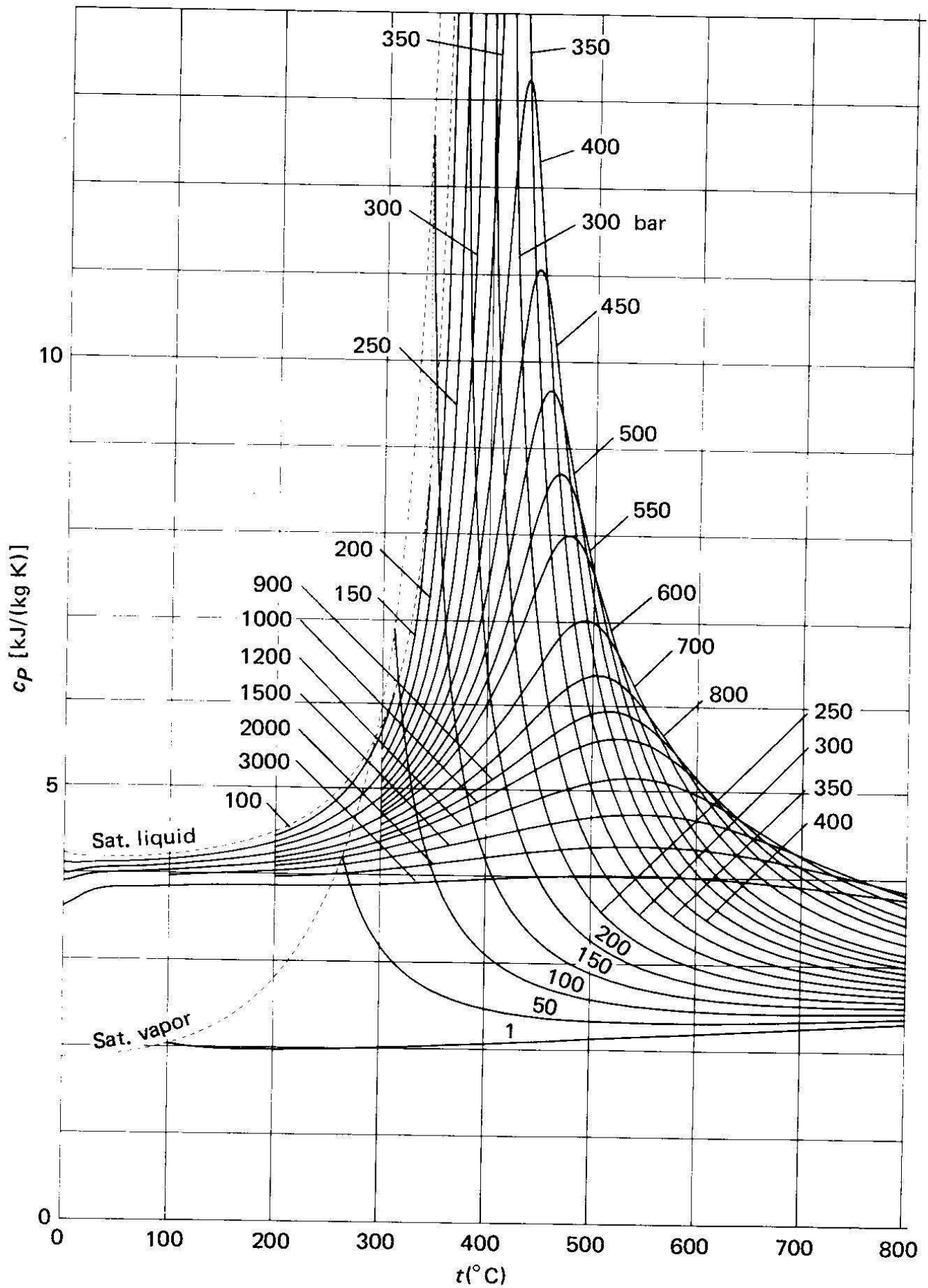


Figure 1. Specific heat capacity at constant pressure for liquid and vapor.

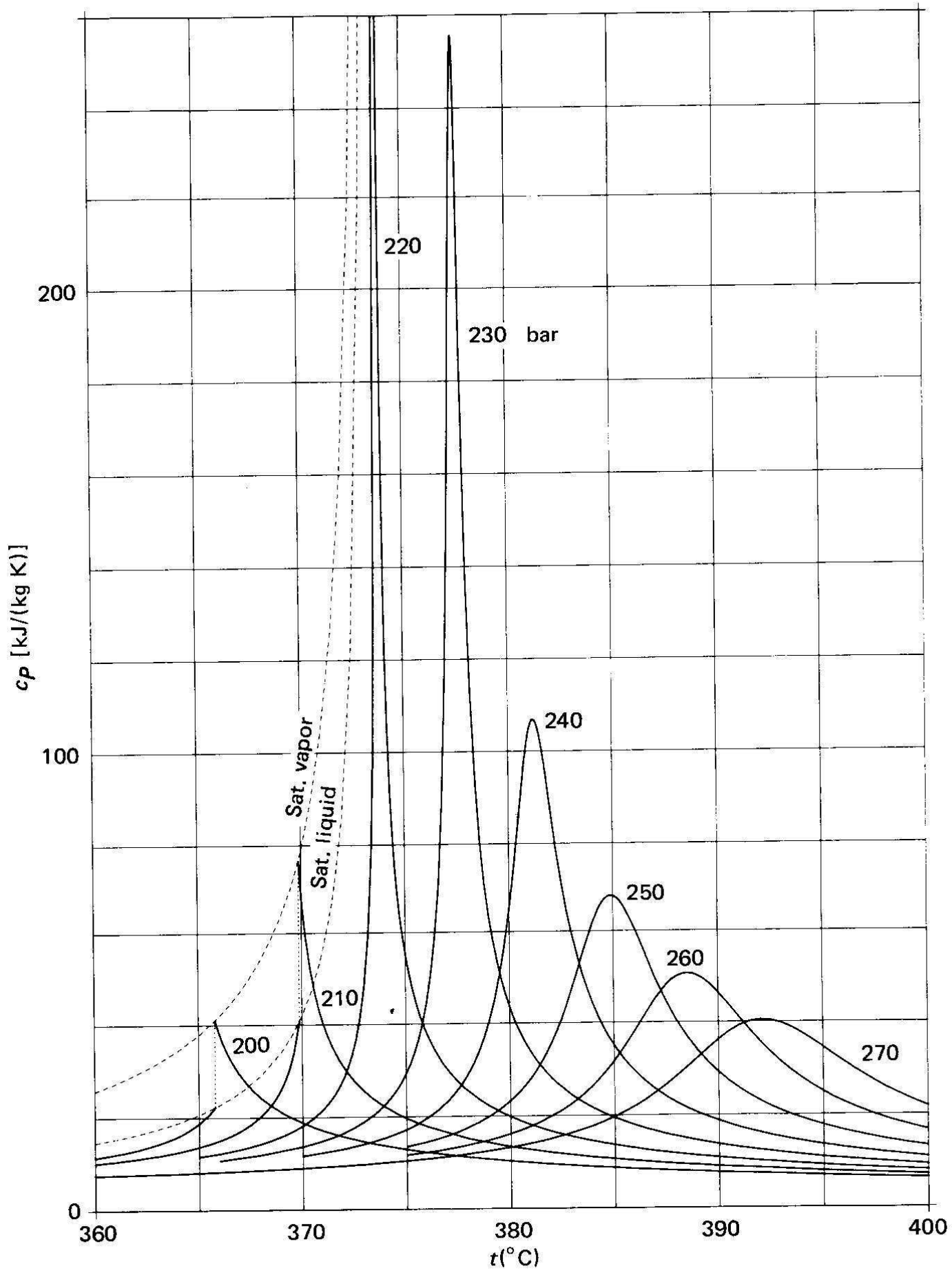


Figure 2. Specific heat capacity at constant pressure in the critical region.

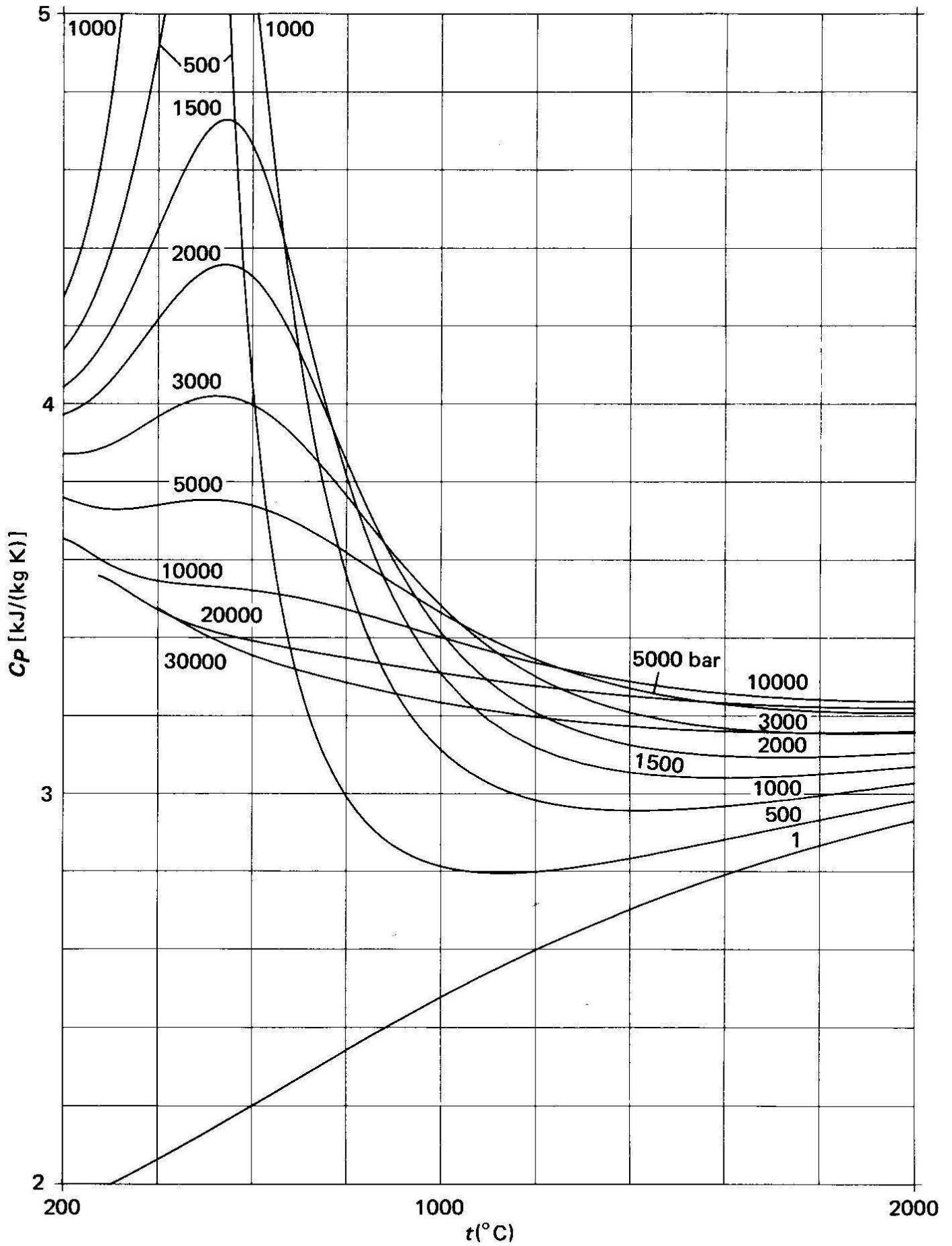


Figure 3. Specific heat capacity at constant pressure at high values of temperature and pressure.

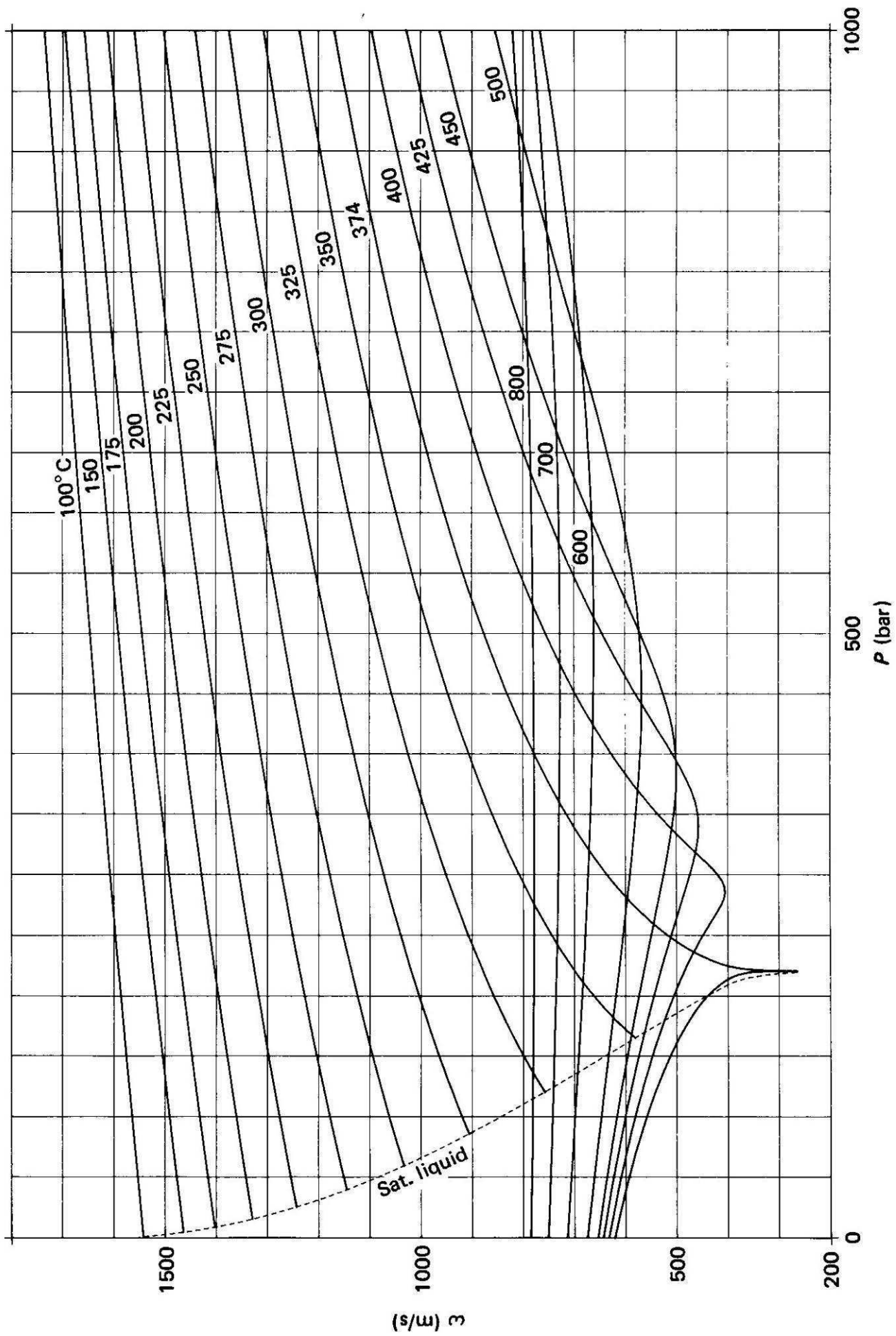


Figure 4. Speed of sound for the liquid and supercritical vapor.

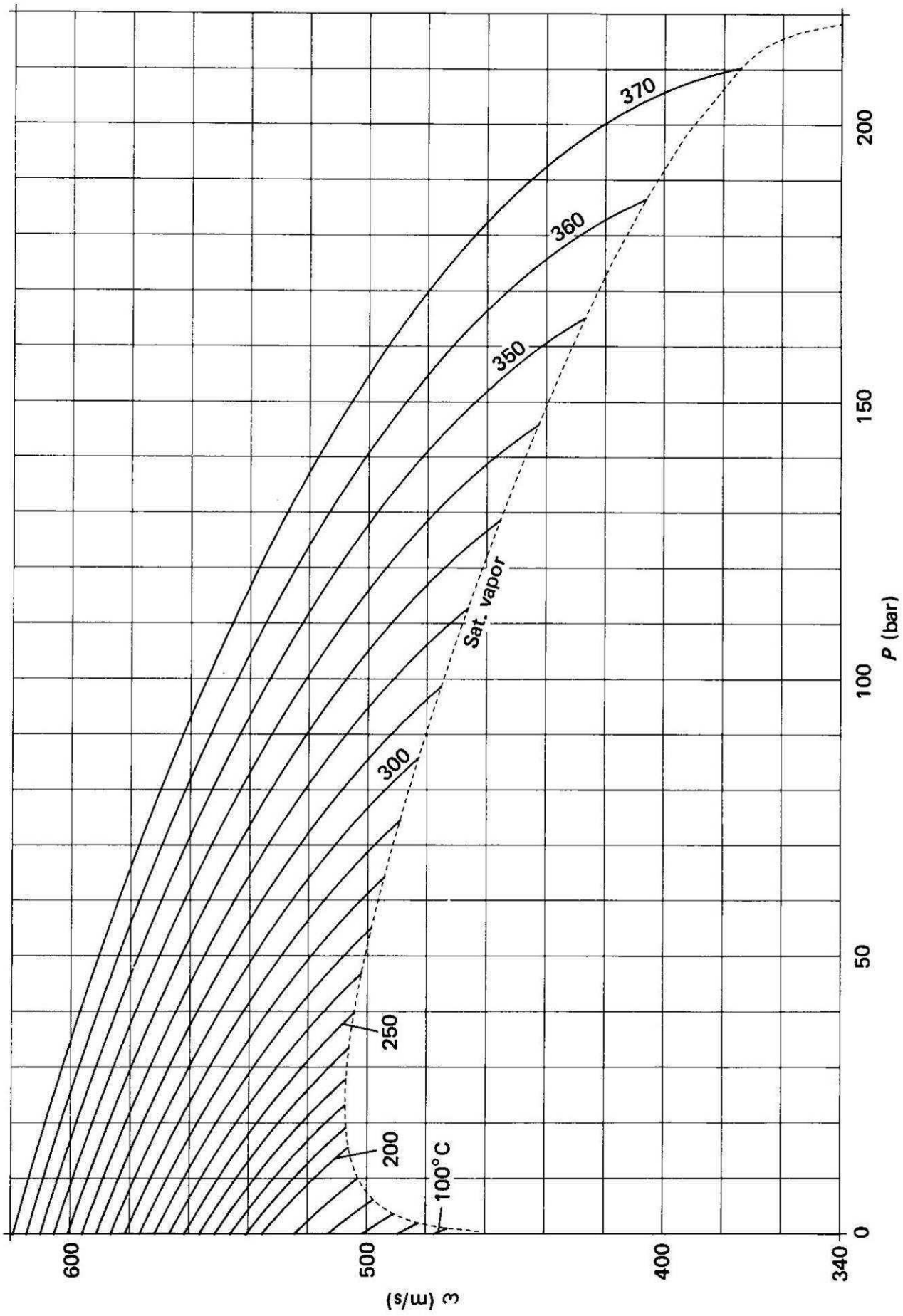
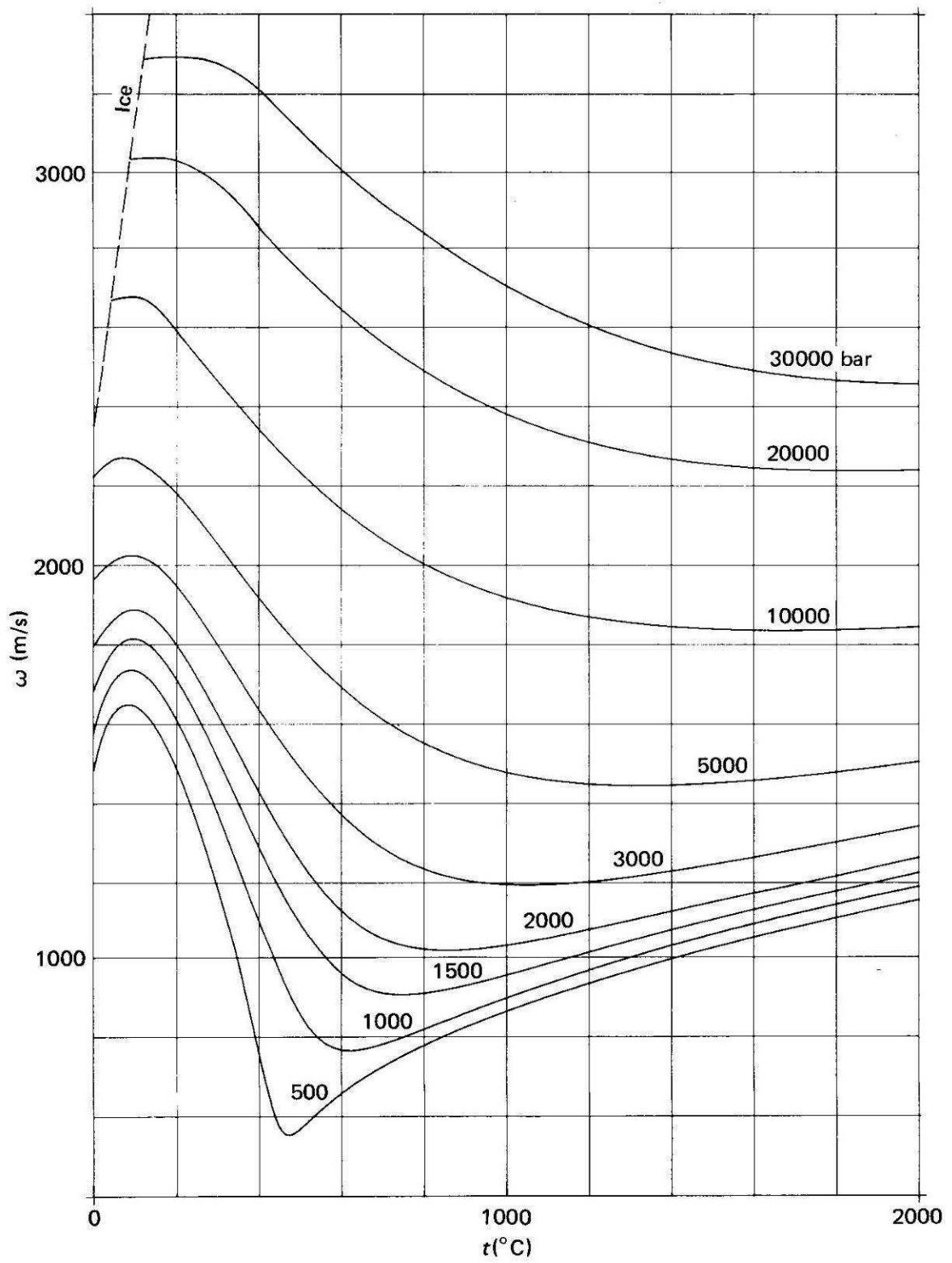


Figure 5. Speed of sound for the vapor.



**Figure 6.** Speed of sound at high values of pressure. Near the melting line the isobars for pressures higher than 5000 bar have been graphically drawn; see Introduction, Eq. (2).

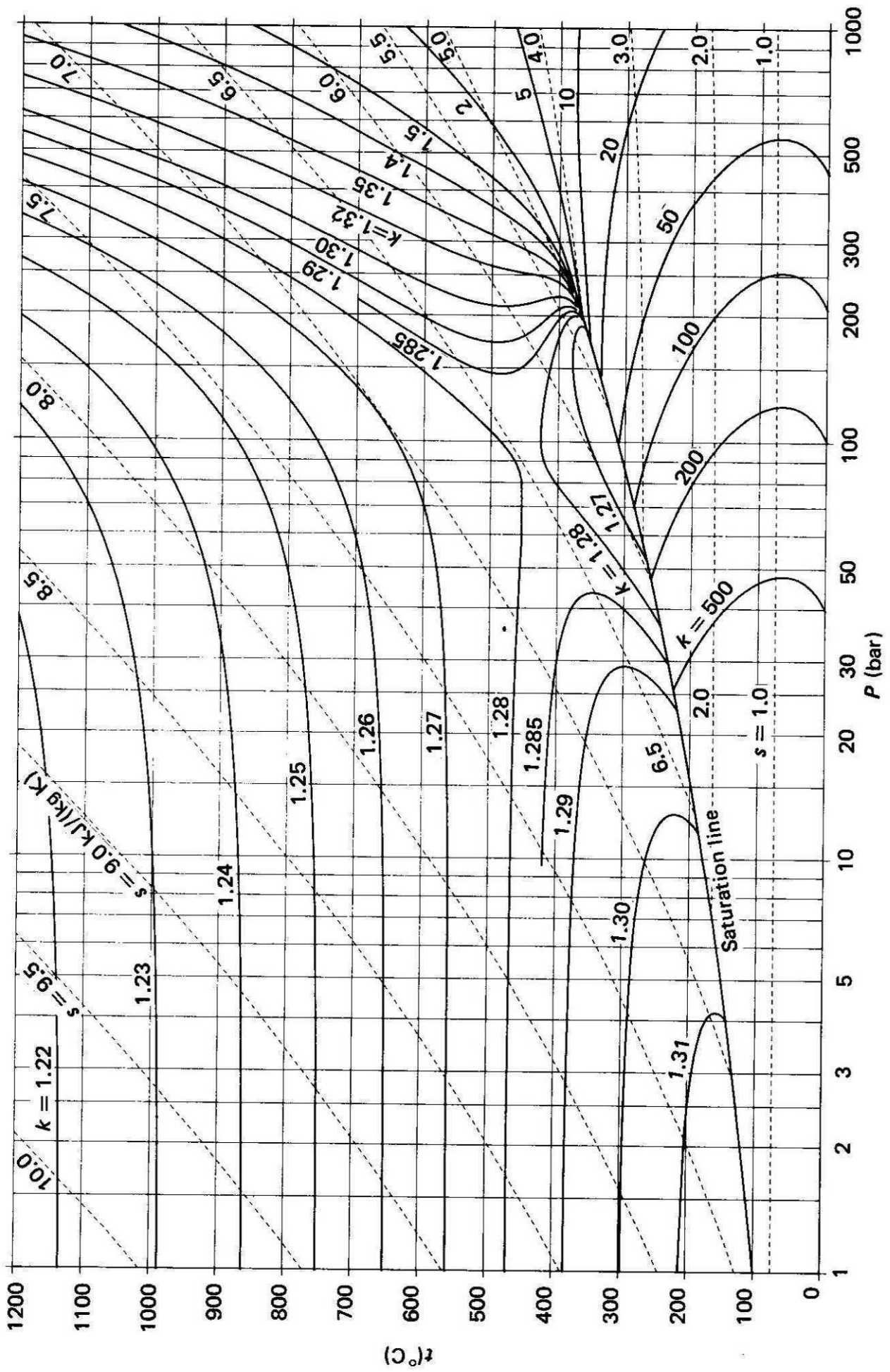


Figure 7. Isentropic expansion coefficient,  $k = (\partial \ln P / \partial \ln v)_s$ .

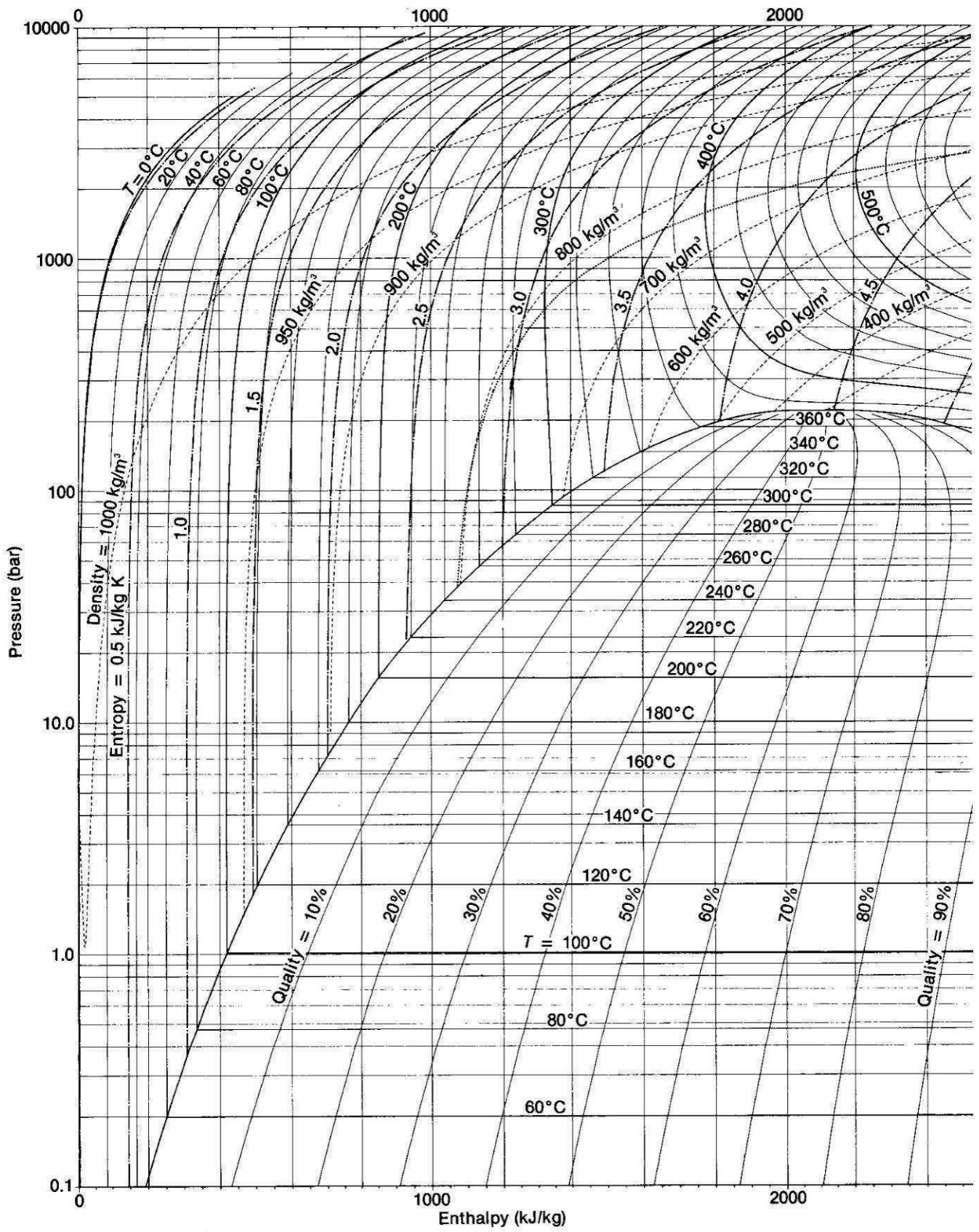
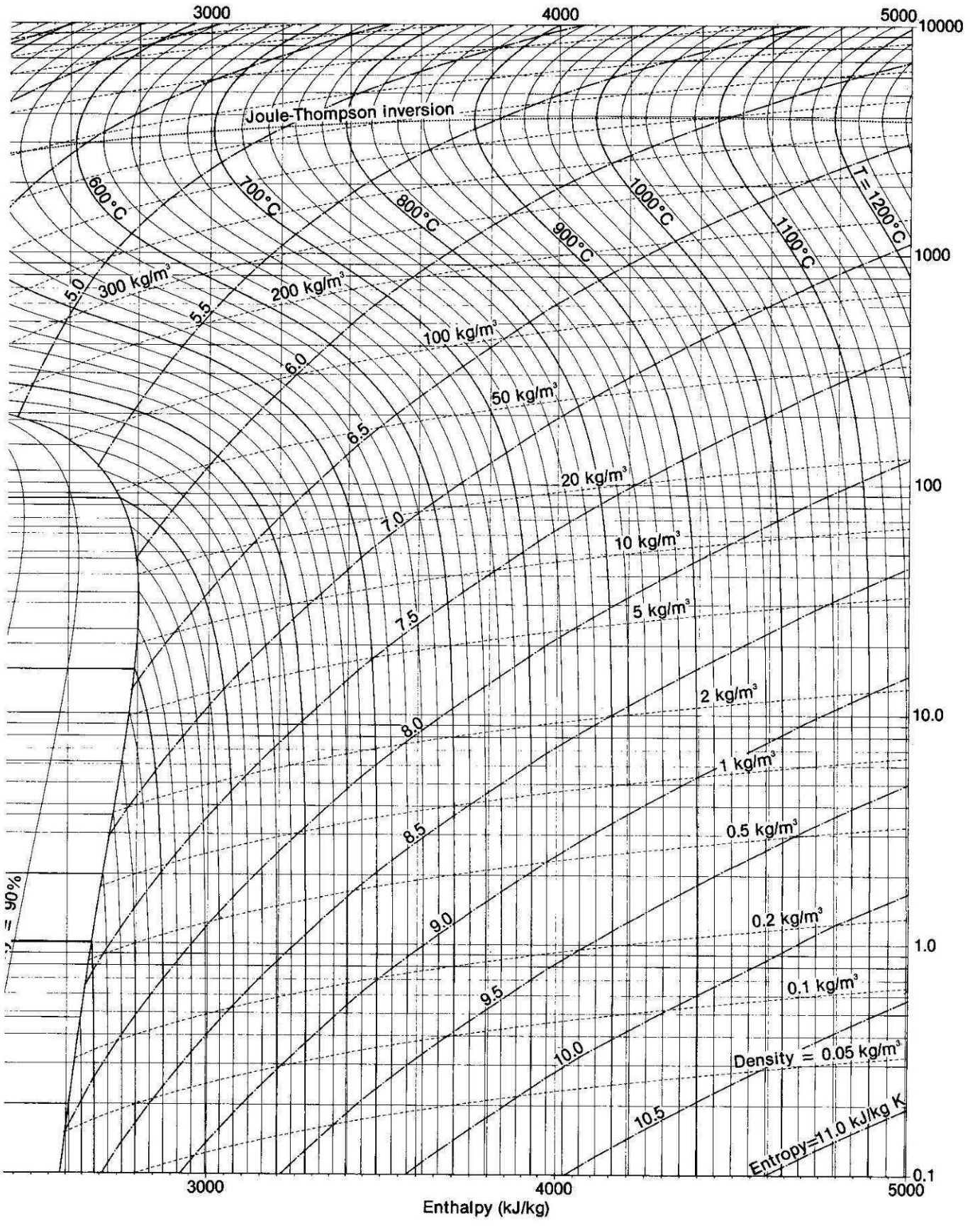


Figure 8. Pressure-enthalpy chart.



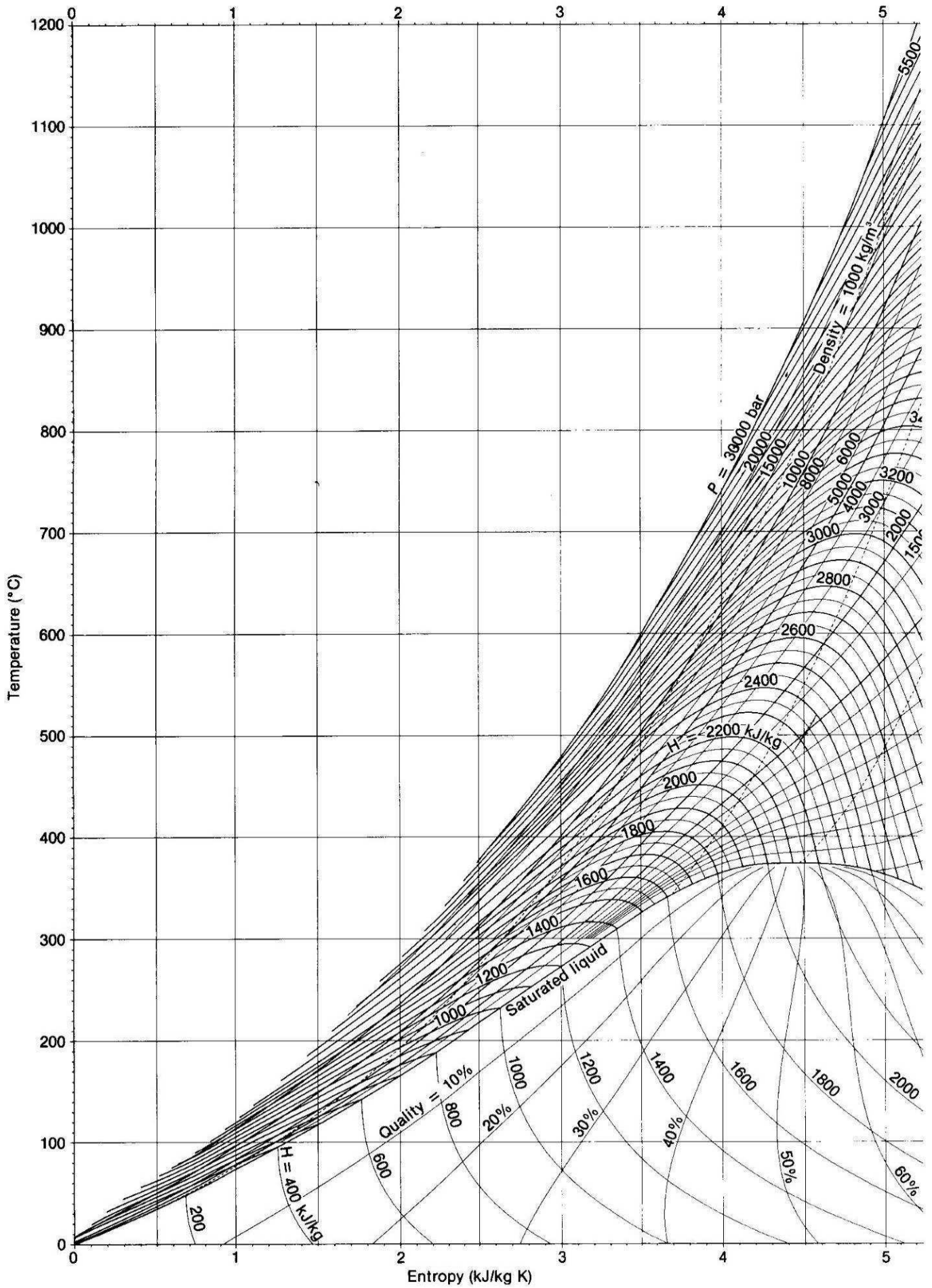
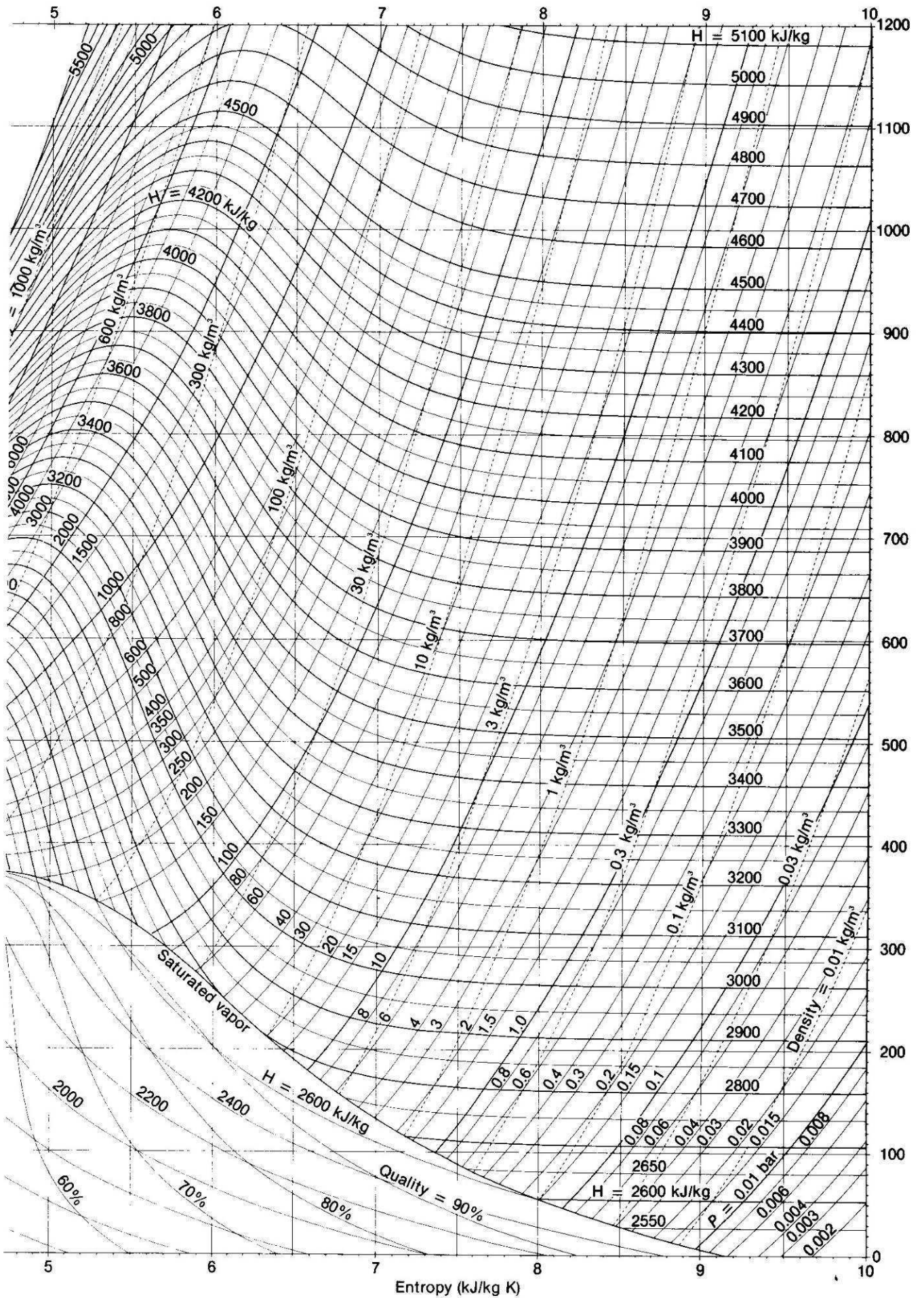
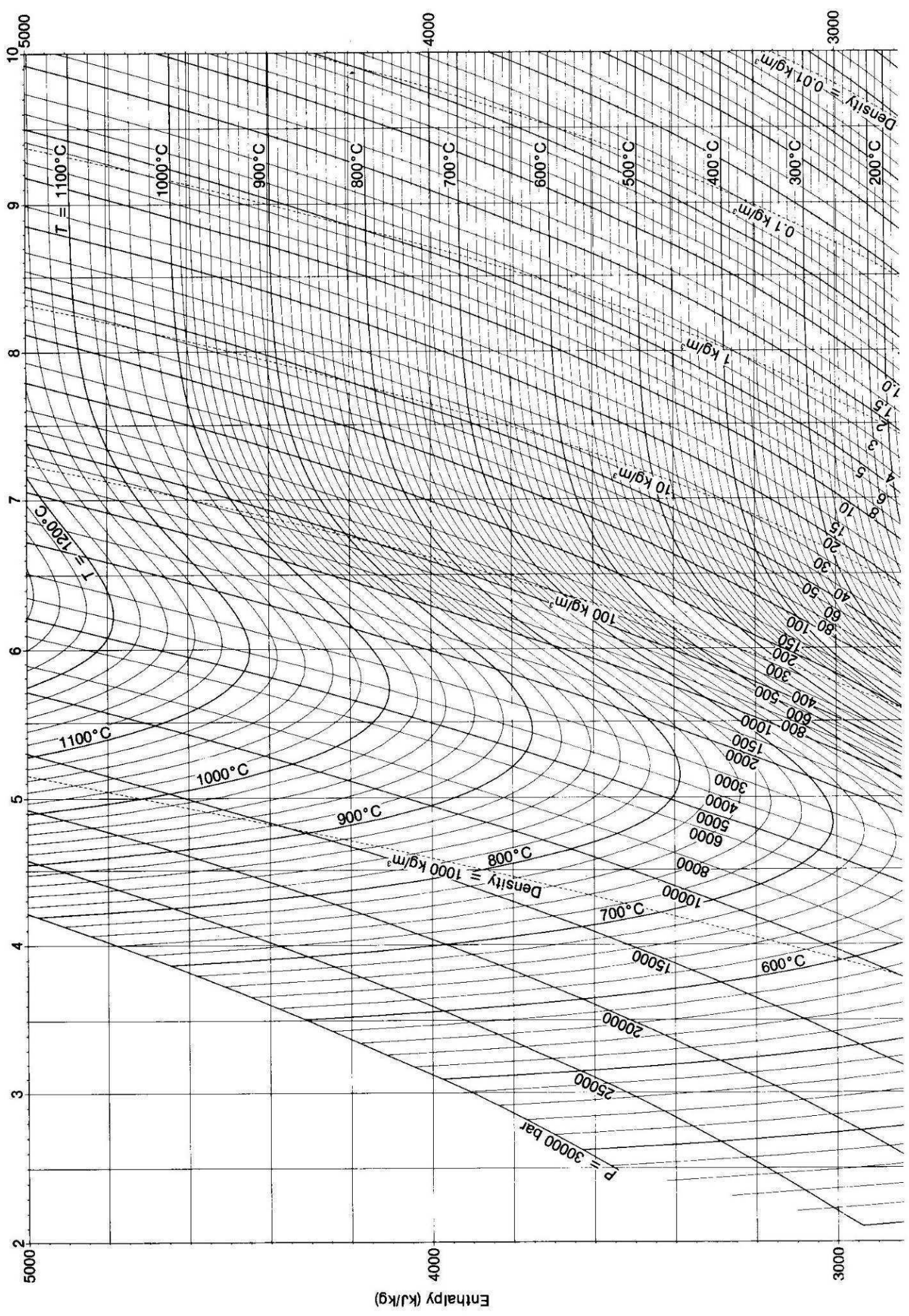


Figure 9. Temperature-entropy chart.





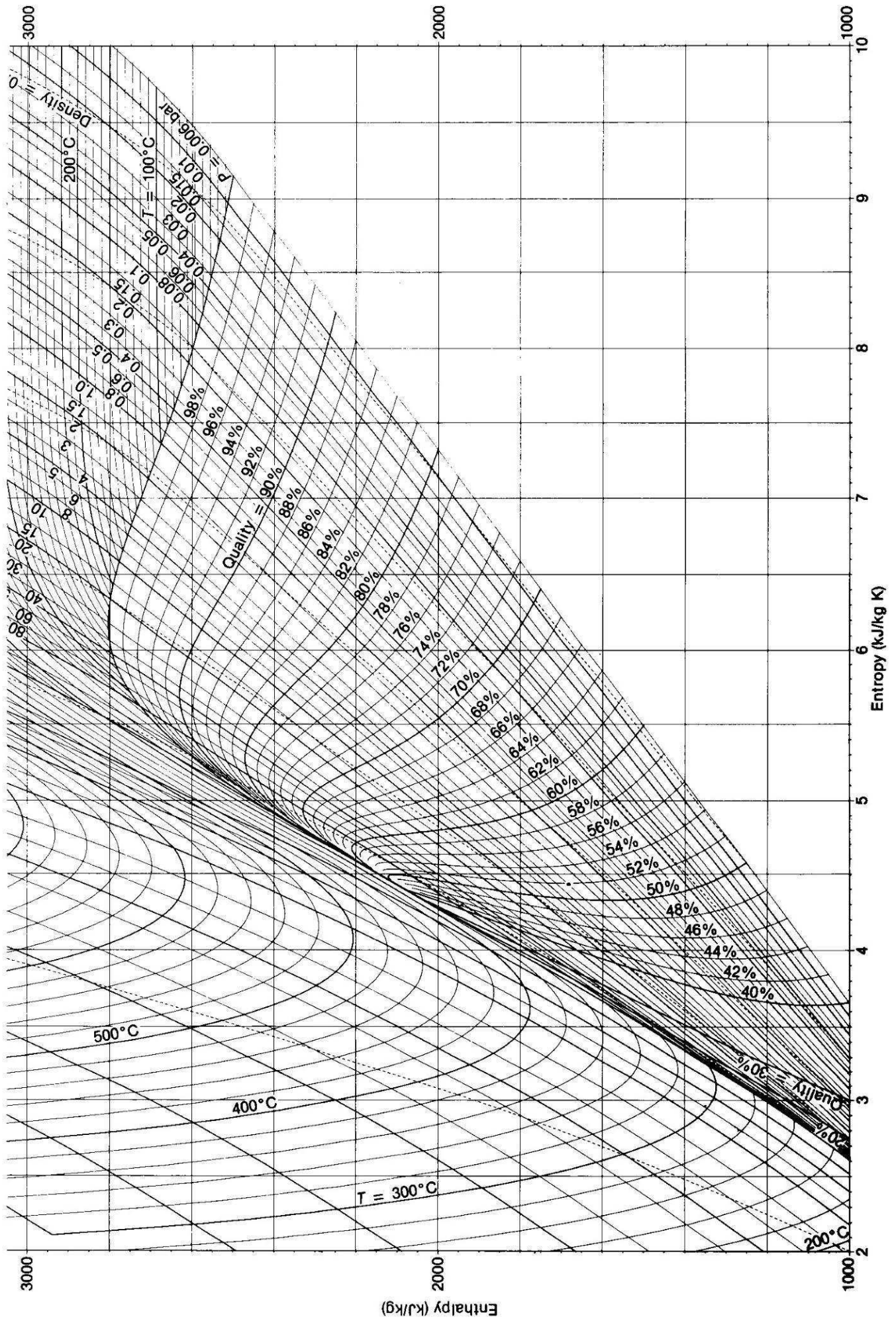


Figure 10. Mollier chart.

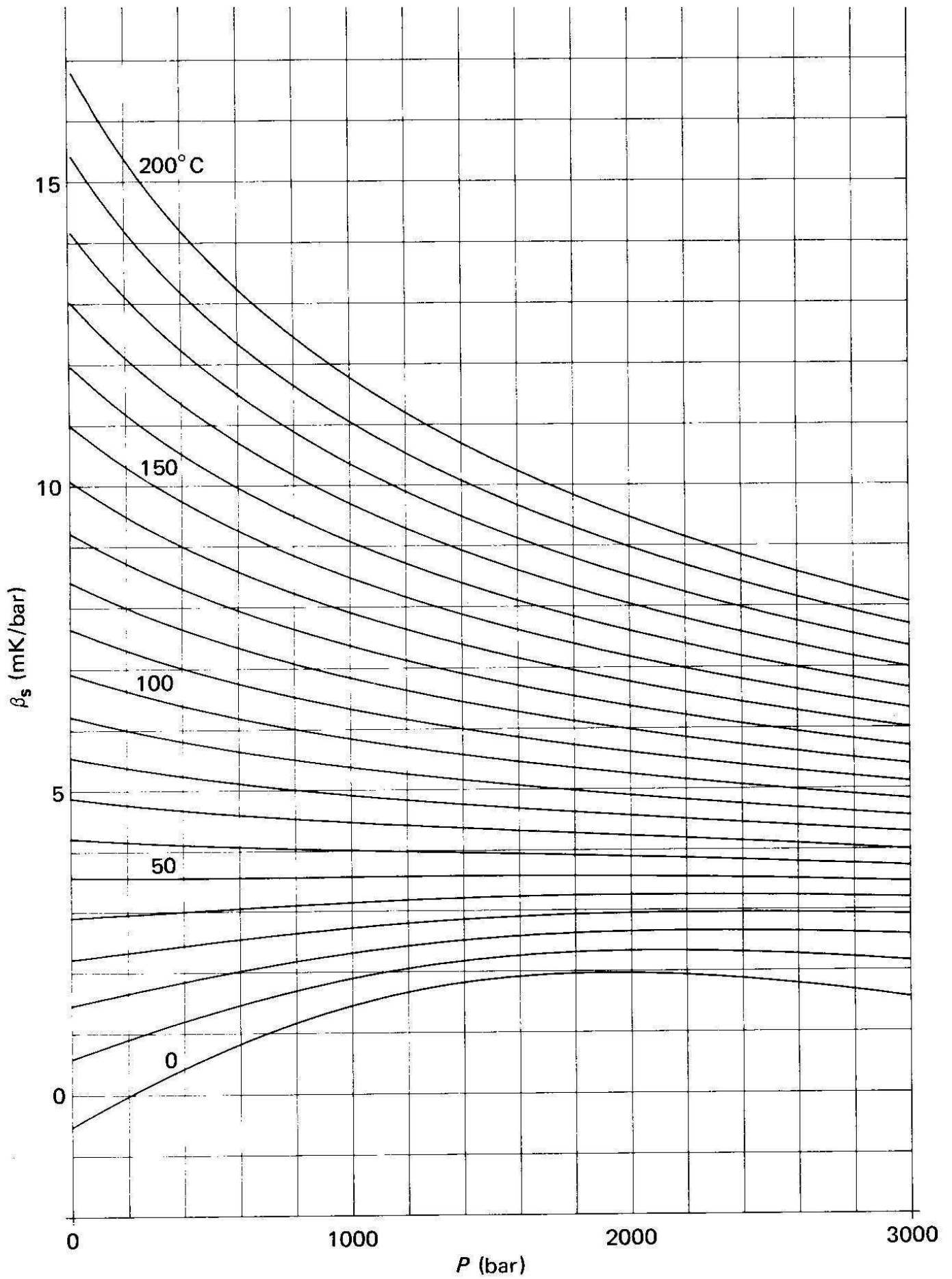


Figure 11. Isentropic pressure-temperature coefficient for water,  $\beta_s = (\partial T/\partial P)_s$ .

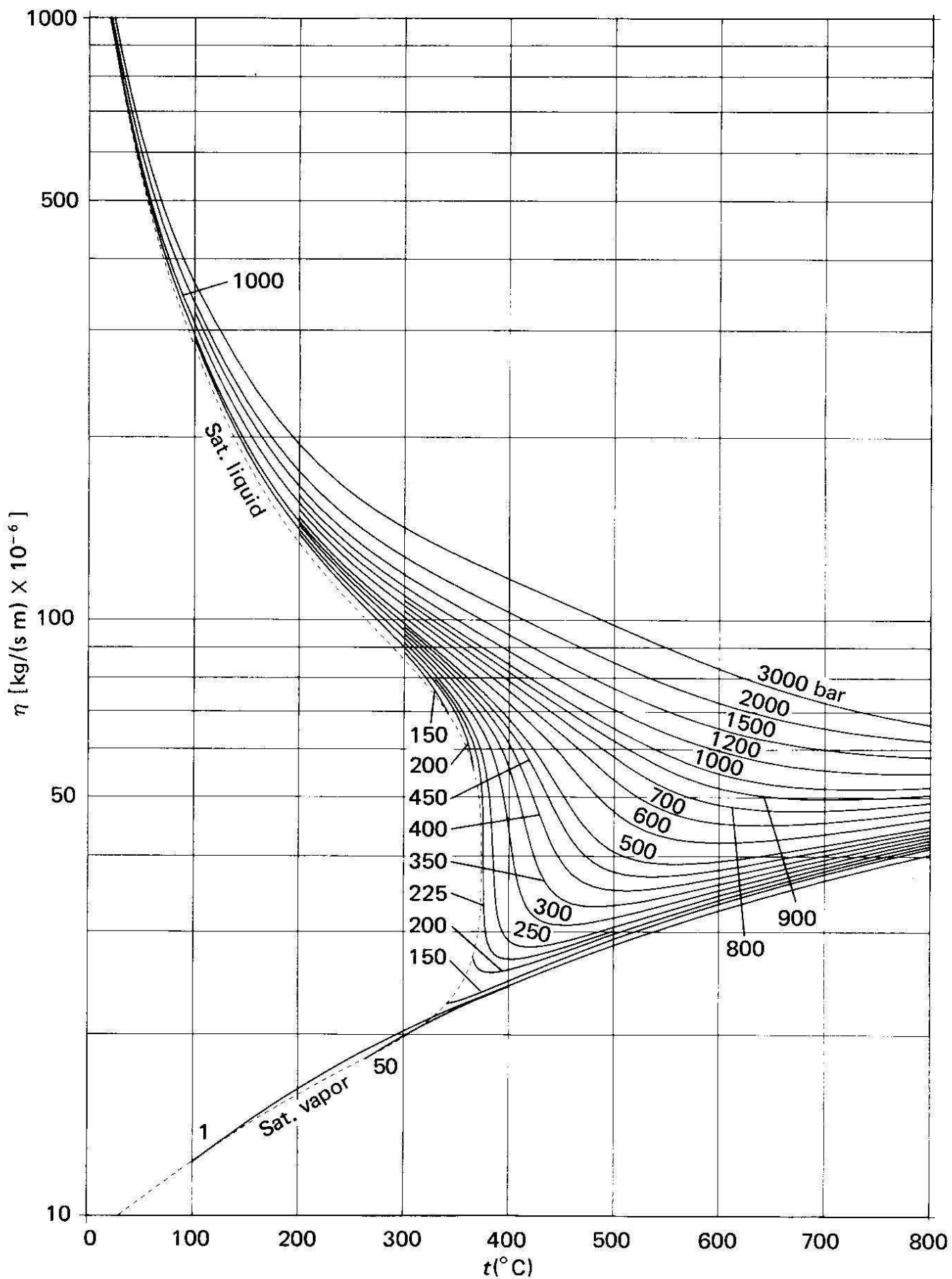


Figure 12. Viscosity.

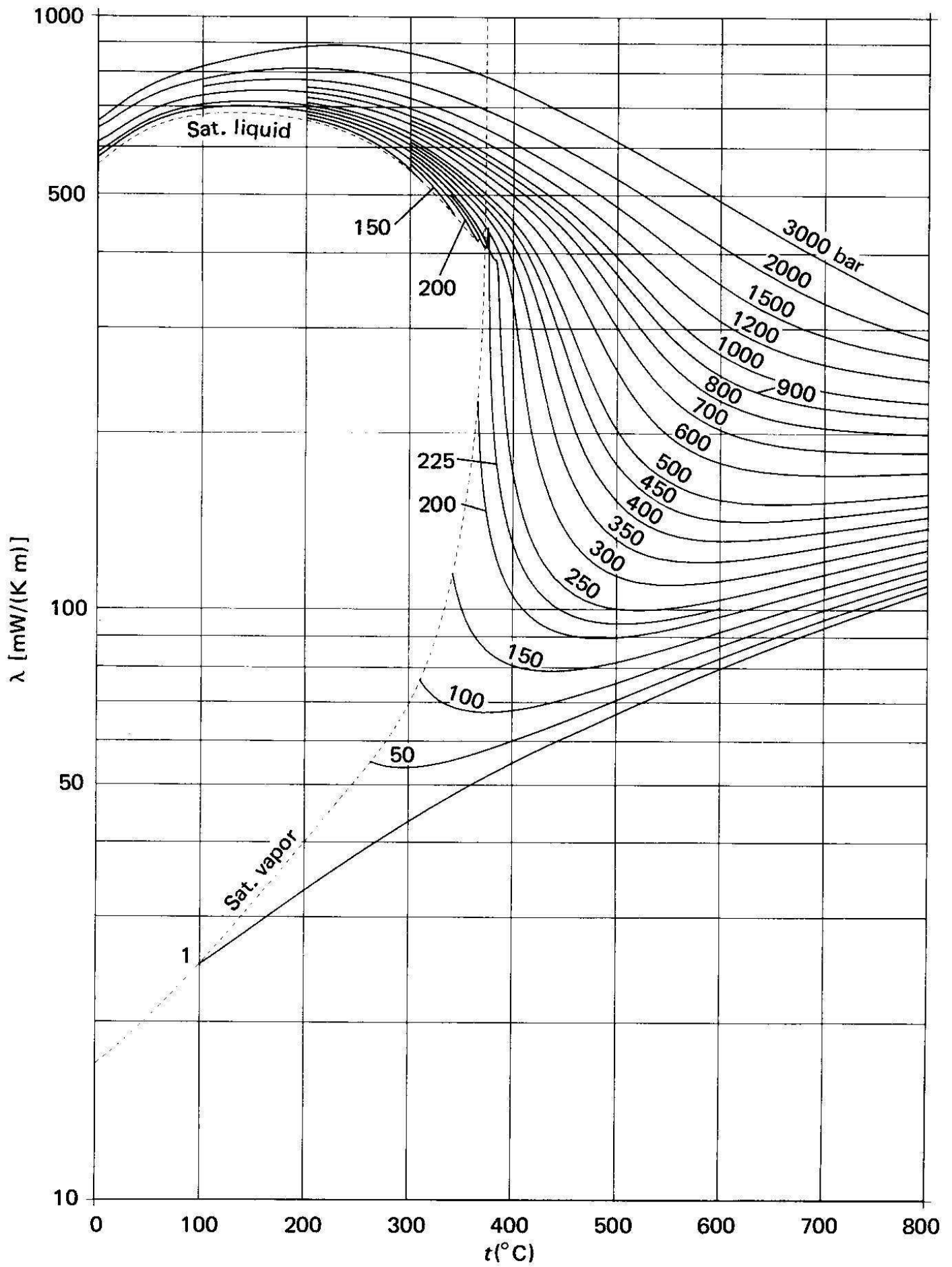


Figure 13. Thermal conductivity.

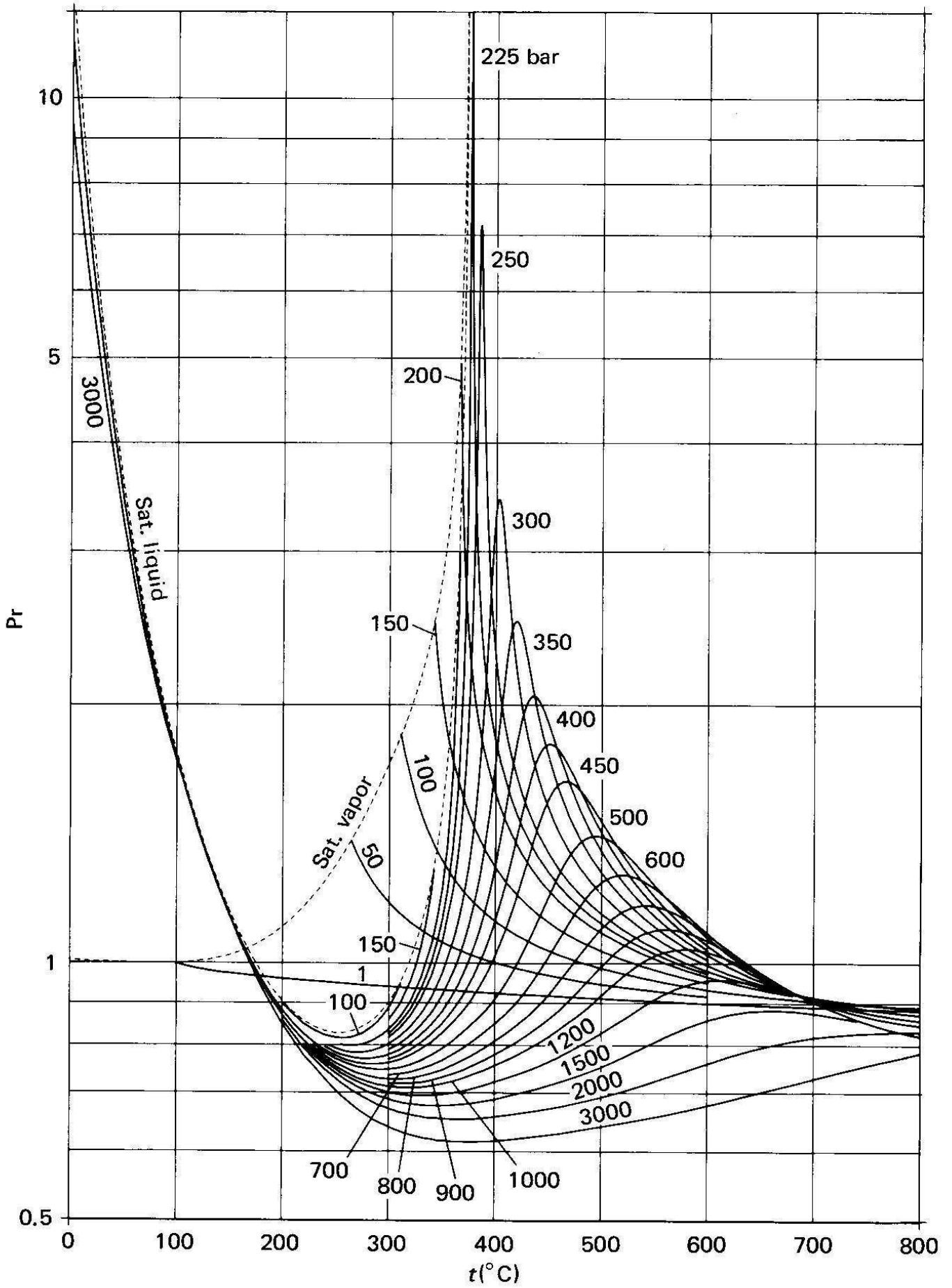


Figure 14. Prandtl number.





