OUVRAGE COLLABORATIF

100% GRATUIT

MATHEMATIQUES

3ème ANNEE INDUSTRIELLE

Cours • Exercices

Conformes au nouveau programme en vigueur au Cameroun

LES GRANDS PROFS DE MATHS

AVANT-PROPOS

La collection « Les grandprofs de maths» après trois éditions de supports pédagogiques pour l'enseignement secondaire général, a choisi cette année de produire des documents pour l'enseignement secondaire technique au Cameroun.

Lancés officiellement le 02/07/2021 pour s'arrêter en septembre 2021, cet ouvrage et toute la collection dans les sections industrielles et sciences de technologie et de tertiaire sont le fruit du travail d'un groupe d'enseignants dévoués qui ont décidé de mettre leur professionnalisme au service du publique; ils sont réunis autour de deux forums à savoir : ''Les grandprofs de maths'' et ''Profmaths Lytech & CETIC''.

Dans la mesure où il se pose avec acuité un réel problème de manuel de mathématiques dans l'enseignement technique, les documents de cette collection arrivent à point nommé pour donner un coup d'oxygène dont ce milieu en avait besoin. Sa conformité avec le programme en vigueur au Cameroun viendra remettre de l'ordre dans le processus enseignement/apprentissage dans cette section où les mathématiques sont un outil indispensable pour une installation optimale des ressources des matières professionnelles.

Cette édition 4 n'aurait jamais vu le jour sans la détermination d'un groupe d'enseignants. Une mention honorable est à décerner à l'un des administrateurs du forum ''Les grandprofs de maths'' ***M. POUOKAM NGUEGUIM Léopold Lucien*****, qui n'a pas abandonné le projet des travaux dans l'enseignement technique après quelques tentatives infructueuses ; il a conduit à bon port les travaux de l'édition 4. Ce travail d'équipe doit son succès à tous les enseignants qui ont apporté leur contribution dans la réalisation des livres de cette édition. Ce serait ingrat de ne pas mentionner ces gladiateurs qui ont mis leur professionnalisme et précieux temps à contribution pour la fusion d'un livre de cette collection, dans ce volet, toutes nos félicitations à** ***Dr. KOUAKEP, M. TCHEUKO TCHOMI , M KPADJOUDA, M. MPENGSOUI AMARA HENRI, M. SIYAPDJE HENRI ,M. EWANE Fabrice et M. GUELA*****. Nous remercions enfin** ***M. NGANDI Michel*** **pour la réalisation des jolies couvertures utilisées dans cette édition.**

La perfection n'étant pas de ce monde, nous sollicitons l'indulgence des utilisateurs sur des éventuelles coquilles que pourraient contenir un livre de l'édition 4. Nous restons ouverts à toute critique constructive des utilisateurs à l'une des adresses mails suivantes : leopouokam@gmail.com ou gkppedro@yahoo.fr .

Tous les enseignants ou passionnés des mathématiques désirant faire partir de la famille ''Les grandprofs de maths'' /« GPM » et disponible à participer aux futurs projets du groupe sont priés de bien vouloir écrire à l'un des administrateurs ci-dessous : M. Guela Kamdem Pierre (697 473 953 / 678 009 612), M. Pouokam Léopold Lucien (696 090 236 / 651 993 749), M. Tachago Wabo Wilfried Anderson (699 494 671) et M. NTAKENDO Emmanuel (676 519 464).

NB : Toute utilisation d'un document de cette collection à but lucratif est formellement proscrite.

Les auteurs.

Sous la supervision de **M. Léo Lucien Pouokam**, ont bénévolement travaillé les auteurs suivants :

No	Nom	Etablissement d'attache	Contact	Chapitre(s) réalisé(s)	
1	**M. TSOPZE**	Institut Polyvalent MITANYOU	693943168	*ARITHMETIQUE*	*1*
1	**M. NJANYOU NGASSA H**	LT TAYIM	673004614	*ARITHMETIQUE*	*6*
2	**M. LAAKENANG**	CES DE NKOM	694524057	*NOMBRES RATIONNELS*	*16*
3	**M. NJANYOU NGASSA H**	LT TAYIM	673004614	*NOMBRES REELS*	*22*
4	**M. PASCAL MELI**	LT D'AKONOLINGA	690268021	*CALCUL SUR LES EXPRESSIONS ALGÉBRIQUES DANS* $\mathbb{R}$	*41*
5	**M. MOUSSA OUSMANOU**	L.BIL BONABERI	678986035	*ÉQUATIONS, INÉQUATIONS*	*47*
6	**M. NGANDI**	CELLULE D'APPUI A L'ACTION PEDAGOGIQUE	656507935	*STATISTIQUES*	*55*
7	**M. FEUDJIO A.**	L. D'ODZA	679141672	*DISTANCE*	*66*
8	**M. NGUEKENG WOUNTONG**	GBHS DOWN TOWN BAMENDA	699635388	*TRIANGLE*	*74*
9	**M. TALA STEPHANE**	L. BIL. DE LOLODORF	693460089	*CERCLE*	*85*
10	**M. DJAPA M. NIKER**	LT DE DOUALA BASSA	678227146 698875304	*PROJECTION*	*90*
11	**M. TALA STEPHANE**	L. BIL. DE LOLODORF	693460089	*SYMETRIE ORTHOGONALE, SYMETRIE CENTRALE*	*100*
12	**Dr KOUAKEP (animateur)**	COLPROT /LCM Ndéré/ AIMS-TTP/IScesAD	601054008	*VECTEUR*	*106*
13	**M. KIEOU**	CRETFP-KARA	+917018721447 +22891854112	*TRANSLATION*	*114*
14	**M. NSANGOU A.**	L.BIL. FOUMBOT	699892826	*REPERAGE*	*122*
15	**M. FOSSO**	LB DE BATCHAM	675506077	*PYRAMIDE*	*125*
16	**M. WOUDJI ALAIN**	L. DE NDOM	698724109	*CONE DE REVOLUTION*	*131*
TD	**M. TALA STEPHANE**	L. BIL. DE LOLODORF	693460089	*TRAVAUX DIRIGES*	*135*

Nous remercions tous les relecteurs anonymes ainsi que tout le groupe GPM pour leurs remarques.

Table des matières

MODULE	*RELATIONS ET OPERATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLES DES NOMBRES REELS*

CHAPITRE 1A: ARITHMETIQUE

MOTIVATION : Depuis longtemps, l'homme calcule et note les résultats sous forme de nombres en se servant plus généralement des chiffres de la base 10 c'est-à-dire {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Par contre chez certains la base 2 est toujours utilisée.

LECON 1 : ECRITURE D'UN ENTIER NATUREL DE LA BASE 10 A LA BASE 2 DUREÉ : 50min

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

A la fin de cette leçon l'élève devra être capable de:

- Convertir un entier naturel de la base 10 à la base 2.
- Convertir un entier naturel de la base 2 à la base 10.

PREREQUIS: faire une division successive du nombre 172 par 2 jusqu'à ce que le dernier résultat soit un nombre entier naturel inférieur à 2.

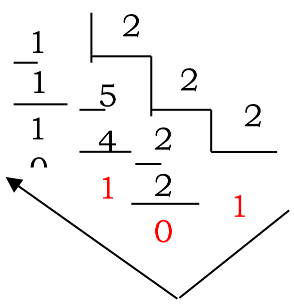
SITUATION PROBLEME **:** le seul langage de communication compréhensif par un ordinateur est le système de numération en base 2. Les opérations effectuées en mathématique sont en base 10.comment est ce que les opérations de calcul en mathématique que nous effectuons dans un ordinateur nous produisent les meilleurs résultats pourtant il ne comprend que des chiffres 0 et 1.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

Considérons les nombres entiers naturels 11 et 2. Ecrire le nombre 11 de manière à ce qu'il ne contienne que des chiffres 0 et 1 c'est-à-dire $(11)_{10}=(\ldots)_2$

Résolution :

Par division successive de 11 par 2 on obtient:



En écrivant le dernier résultat suivi de tous les restes des divisions précédemment effectuer, et ceci dans le sens inverse de leur apparition (sens de la flèche) ; on obtient $(11)_{10} = (1011)_2$. On a dont converti le nombre 11 qui était en base 10 pour la base 2

RESUME :

1 – Définition

Une base est le nombre de chiffres utilisé dans un système de numération

Exemple :

La base 2 comporte le chiffre**0 et 1**

La base 10 comporte les chiffres **0, 1, 2, 3,4,5,6,7,8,9**

2 – conversion de la base 10 vers la base 2

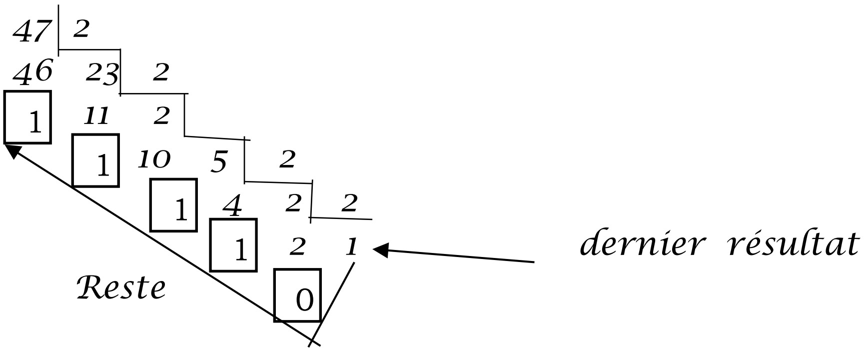
Méthode :

Pour convertir un nombre de la base 10 vers la base 2 on procède comme suit :

- ✓ Diviser le nombre par 2 puis conserver le reste de la division.
- ✓ Si le résultat obtenu n'est pas un chiffre de la base 2, le diviser de nouveau par 2
- ✓ Reprendre l'étape **n°2** jusqu'à ce que le résultat soit un chiffre de la base 2.
- ✓ Pour obtenir le nombre dans la base 2 il suffit d'écrire le dernier résultat

obtenu suivi de tous les restes des divisions précédemment effectué et ceci dans les sens inverse de leur apparition.

Exemple : Convertir 47 de la base 10 vers la base 2 : $(47)_{10} = (\ldots)_2$



Donc : $(47)_{10} = (101111)_2$

3 – conversion de la base 2 à la base 10

Pour convertir un nombre de la base **2 à la 10,** il suffit de :

- Numéroté chaque chiffre du nombre écrit en base 2 de la droite vers la gauche en commençant par 0
- Puis d'additionner les poids de chaque chiffre pour obtenir le nombre en base 10.

N.B : les poids d'un chiffre exprimé en base 2 est trouvé en multipliant ce chiffre par la base 2 puissance sa position dans le nombre : le poids de 0 du nombre **$(1101)_2$** est **$0 \times 2^1 = 0$.**

Exemple : Convertir en base 10 le nombre **$(1100111)_2$** :

$$(1100111)_2 = 1x2^6 + 1x2^5 + 0x2^4 + 0x2^3 + 1x2^2 + 1x2^1 + 1x2^0$$
$$= 64+32+0+0+4+2+1$$
$$=103$$

Alors :$(1100111)_2 = (103)_{10}$

EXERCICE D'APPLICATION :

Convertir les nombres suivants :

$(01000101)_2 = (\ldots)_{10}$; $(11100011)_2 = (\ldots)_{10}$; $(172)_{10} = (\ldots)_2$
$(91)_{10} = (\ldots)_2$

RESOLUTION DE L'EXERCICE D'APPLICATION :

- $(01000101)_2 = 1\times2^0 + 0\times2^1 + 1\times2^2 + 0\times2^3 + 0\times2^4 + 0\times2^5 + 1\times2^6 + 0\times2^7$
  $= 1+4+4+64+128$
  $= (197)_{10}$

- $(11100011)_2 = 1\times2^0 + 1\times2^1 + 0\times2^2 + 0\times2^3 + 0\times2^4 + 1\times2^5 + 1\times2^6 + 1\times2^7$
  $= 1+2+32+64+128$
  $= (227)_{10}$

-

DIVIDENDES	DIVISEURS	RESULTATS	RESTES
172	2	86	0
86	2	43	0
43	2	21	1
21	2	10	1
10	2	5	0
5	2	2	1
2	2	1	0

D'où **$(172)_{10} = (10101100)_2$**

DIVIDENDES	DIVISEUR	RESULTATS	RESTES
91	2	45	1
45	2	22	1
22	2	11	0
11	2	5	1
5	2	2	1
2	2	1	0

D'où **$(91)_{10} = (1011011)_2$**

LECON 2 : OPÉRATION EN BASE 2 — *DURÉÉ : 50min*

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

A la fin de cette leçon l'élève devra être capable d'effectuer l'adition, la soustraction et la multiplication de deux nombre en base 2

PREREQUIS:

Converti en base 2 : $(17)_{10} = (\ldots)_2$

Converti en base 10 : $(101111)_2 = (\ldots)_{10}$

SITUATION PROBLEME : votre grand frère a conçu une ordinateur binaire numérique dans le but de faciliter la tâche au processeur dans le calcul des nombre en base 2 malheureusement elle ne fonctionne plus. Veuillez aider manuellement votre grand frère à effectuer des opérations d'addition, soustraction et multiplication dans le but de poursuivre ses besognes

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

Effectuez les opérations suivent en base 2 en se servant de la base 10 : 3 + 7=………… 4 X 2=………………..

Résolution :

$(3)_{10} + (7)_{10} = (10)_{10}$ $(4)_{10} \times (2)_{10} = (8)_{10}$

$(11)_2 + (111)_2 = (1010)_2$ $(100)_2 \times (10)_2 = (1000)_2$

RESUME :

1- *Addition, soustraction et multiplication*

Pour effectuer l'addition, la soustraction et la multiplication de deux nombres, en base 2, on commence par les chiffres de droites puis on a des retenues lorsque la somme, la différence ou le produit de deux chiffre de même poids dépasse 1, cette retenue est rapporté sur le chiffre de poids fort suivant :

2- Règle de calcul :

$0+0=0$; $0+1=1$; $1+0=0$; $1+0=0$ $0-0=0$; $1-0=1$; $1-1=0$;

$1\times1=1$; $1 \times 0 = 0$; $0 \times 1 = 0$

Exemple :

	1	*1*	*1*	*0*	*0*	*0*	*1*	*1*
+	*0*	*1*	*0*	*0*	*1*	*1*	*1*	*0*
1	*0*	*0*	*1*	*1*	*0*	*0*	*0*	*1*

Retenu

-	***1***	***1***	***0***
		1	***0***
	1	*0*	*0*

EXERCICES D'APPLICATIONS :

Effectuer les opérations suivantes :

$(11101)_2 + (10011)_2 = \dots$; $(10000)_2 + (11010)_2 = \dots$;

$(101)_2 \times (100)_2 = \dots$; $(1101)_2 - (100)_2 = \dots$

Solution :

$$\begin{array}{r} 11101 \\ +\ 10011 \\ \hline 110000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10000 \\ +\ 11010 \\ \hline 101010 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 101 \\ \times\ 100 \\ \hline 000 \\ +\ 000\ \\ 101\ \ \\ \hline 10100 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1101 \\ -\ 100 \\ \hline 1001 \end{array}$$

MODULE : 9	RELATIONS ET OPERATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES DECIMAUX RELATIF ET DES FRACTIONS

CHAPITRE 1B : ARITMETIQUE

MOTIVATION : Depuis l'aube des temps, les Hommes ont toujours utilisé pour leurs besoins quotidiens, différents systèmes de numération. Depuis le regroupement en paquets de cinq, puis l'utilisation des mesures marines associées au corps humain(nœuds, coudés, pieds…) ou bien l''illustration des chiffres en romain pour ne citer que ceux-là, l'homme est enfin passé au système décimal qui est le plus rependu aujourd'hui ; avec l'avènement de l'informatique et des sciences s'y rapportant, il était urgent pour l'Homme d'explorer d'autres systèmes de numération, notamment ceux lui permettant de « communiquer » avec les machines qu'ils utiliseraient au quotidien.

LECON 1 : ECRITURE D'UN NOMBRE ENTIER NATUREL DE LA BASE 10 À LA BASE 2 ET INVERSEMENT
DURÉE : 50minutes

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

- **Convertir un entier naturel de la base 10 à la base 2 et inversement**
- **Maitriser les notations et écritures en bases.**

PREREQUIS :

- Déterminer les quotients et les restes de la division des nombres 73 et 1451 par 10, 5, 2, et 17.
- On sait que $1531=1000+500+30+1=1\text{x}10^{3}+5\text{x}10^{2}+3\text{x}10^{1}+1$; décomposer de même les nombres 23, 1660 et 4643128.

Résolution du prérequis:

- Division euclidienne de 73 par 10 : (quotient) q=7 et (reste) r=3
  Division euclidienne de 73 par 5 : q = 7 et r = 3
  Division euclidienne de 73 par 2 : q = 36 et r = 1
  Division euclidienne de 73 par 17 : q = 4 et r = 5

  Division euclidienne de 1451 par 10 : quotient q = 145 et reste r = 1
  Division euclidienne de 1451 par 5 : q = 290 et r = 1
  Division euclidienne de 1451 par 2 : q = 725 et r = 1
  Division euclidienne de 1451 par 17 : q = 85 et r = 6
- $23 = 20 + 3 = 2\text{x}10^{1}+3$; $1660 = 1000 + 600 + 60 = 1\text{x}10^{3}+6\text{x}10^{2}+6\text{x}10^{1}$
  $4643128 = 4000000 + 600000 + 40000 + 3000 + 100 + 20 + 8 = 4\text{x}10^{6}+ 6\text{x}10^{5}+4\text{x}10^{4}+ 3\text{x}10^{3}+ 1\text{x}10^{2}+2\text{x}10^{1}+8$

SITUATION PROBLEME : 02 agents secrets désireux de communiquer en toute sécurité conviennent qu'ils désigneront chaque lettre de l'alphabet française par un nombre correspondant au rang de la lettre dans l'alphabet (a=1, b=2, c=3,…) . Au cours d'une mission, le 1er agent envoie un message à partir de son ordinateur au second resté à la base secrète, mais l'ordinateur de leur base convertit systématiquement en base 2 tous les nombres utilisés en base 10. le 1er agent envoie donc sa suite de nombre mais le message qui arrive à la base est plutôt celui-ci : **(10011)(00001)(10101)(10110)(00101) (10100)(01111)(01001) ,** représentant une suite codée de 8 lettres; aide le second agent à déchiffrer ce message.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

1- On prend le nombre A= 458 et on obtient alors l'écriture A = $\mathbf{4}\text{x}10^2+\mathbf{5}\text{x}10^1+\mathbf{8}$. On dit donc que l'écriture de A en **base 10** est **« 458 » ! E**n passant à une suite de divisions successives par 10 jusqu'à l'obtention d'un quotient plus petit que 10, on fait le constat suivant :

la lecture à partir du dernier quotient

458	**10**		
R8	**Q45**	**10**	
	R5	**Q4**	

en remontant nous donne : 458 = A son écriture en base 10.

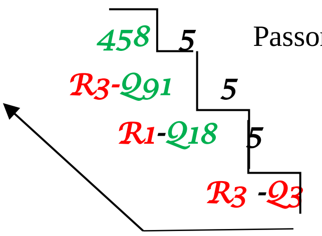
Avec le même nombre, effectue une suite de divisions successives par 5, puis par 2 et vérifie si à chaque fois tu peux obtenir une autre écriture du nombre A en te servant cette fois ci des puissances de 5, ensuite des puissances de 2.

2- les nombres suivants sont écrit en base 2, trouve à quels nombres ils correspondent en base 10 : **a** = $(\mathbf{10011})_2$; **b** = $(\mathbf{00001})_2$; **c** = $(\mathbf{10101})_2$; **d** = $(\mathbf{10110})_2$ **e** = $(\mathbf{00101})_2$; **f** = $(\mathbf{10100})_2$; **g** = $(\mathbf{01111})_2$; **h** = $(\mathbf{01001})_2$.

Déchiffre alors le message de l'agent secret de la situation problème.

Résolution :

1- On a :

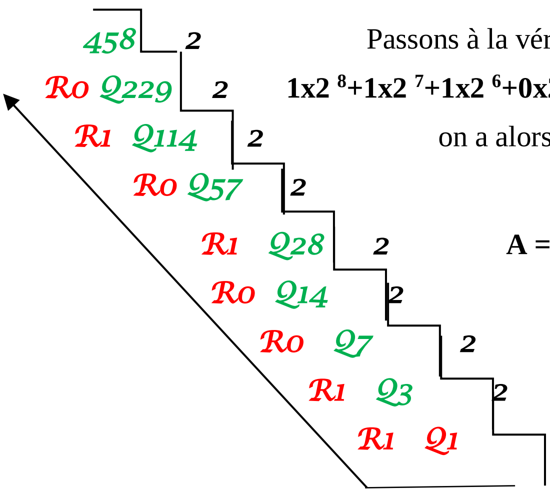


Passons à la vérification comme précédemment :

$3 \times 5^3 + 3 \times 5^2 + 1 \times 5^1 + 3 =$ **458,** on peut alors affirmer que en base 5, le nombre **A = 458 s'écrit 3313.**

on note alors $\mathbf{A} = (\mathbf{3313})_5$ ***ou*** $\overline{\mathbf{3313}}^5$.

Essayons d'écrire avec la même logique A dans la base 2 :



Passons à la vérification :

$\mathbf{1 \times 2^8 + 1 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 = 458}$

on a alors la correspondance **:**

$\mathbf{A = 458 = (111001010)_2}$ ***ou*** $\overline{\mathbf{111001010}}^2$

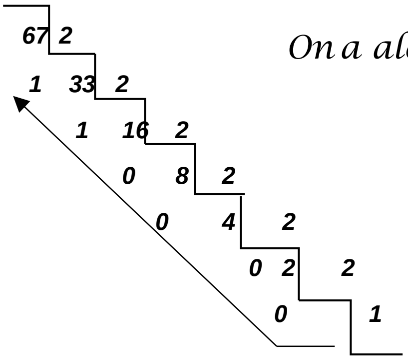
2- a = $(\mathbf{10011})_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 = 19 \longrightarrow$ **S**
b = $(\mathbf{00001})_2 = 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 = 1 \longrightarrow$ **A**
c = $(\mathbf{10101})_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 = 21 \longrightarrow$ **U**
d = $(\mathbf{10110})_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 = 22 \longrightarrow$ **V**
e = $(\mathbf{00101})_2 = 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 = 5 \longrightarrow$ **E**
f = $(\mathbf{10100})_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 = 20 \longrightarrow$ **T**
g = $(\mathbf{01111})_2 = 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 = 15 \longrightarrow$ **O**
h = $(\mathbf{01001})_2 = 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 = 9 \longrightarrow$ **I**

Le message caché de l'agent secret est donc : **« SAUVE TOI » .**

RESUME :

l'écriture d'un nombre entier naturel **A** en base 2 (encore appelée **binaire)** est son écriture sous la forme $(a_1a_2a_3\ldots a_n)_2$ ou $\overline{a_1a_2a_3 \ldots a_n}^2$ où les $\mathbf{a_1, a_2, \ldots, a_n}$, sont des chiffres choisit dans l'ensemble $\{\mathbf{0}; \mathbf{1}\}$, de sorte à ce que $\mathbf{A= a_1 x\ 2^{n-1}+ a_2 x 2^{n-2} + a_3 x 2^{n-3} + \ldots + a_n}$; pour le faire, on peut procéder par divisions successives comme dans l'exemple suivant :

- Ecrivons en base 2 le nombre entier naturel A=67



On a alors : $67 = (1000011)_2 = \overline{1000011}^2$

On passe aussi très facilement de la base 10 à la base 2 :

Transcrire de la base 2 à la base 10 le nombre B $=(10010011001)_2$

$B = (10010011001)_2 = 2^{10}+2^7+2^4+2^3+1 = 1177.$

EXERCICES D'APPLICATIONS :

1- Ecrire de la base 10 à la base 2 les nombres : a=76, b= 2, c=3, d=4, e=121, f=64.

2- Les nombres suivants sont écrit en base binaire, réécris chacun d'eux en base 10 :

$A = (111111)_2$;

$B = (10001101)_2$;

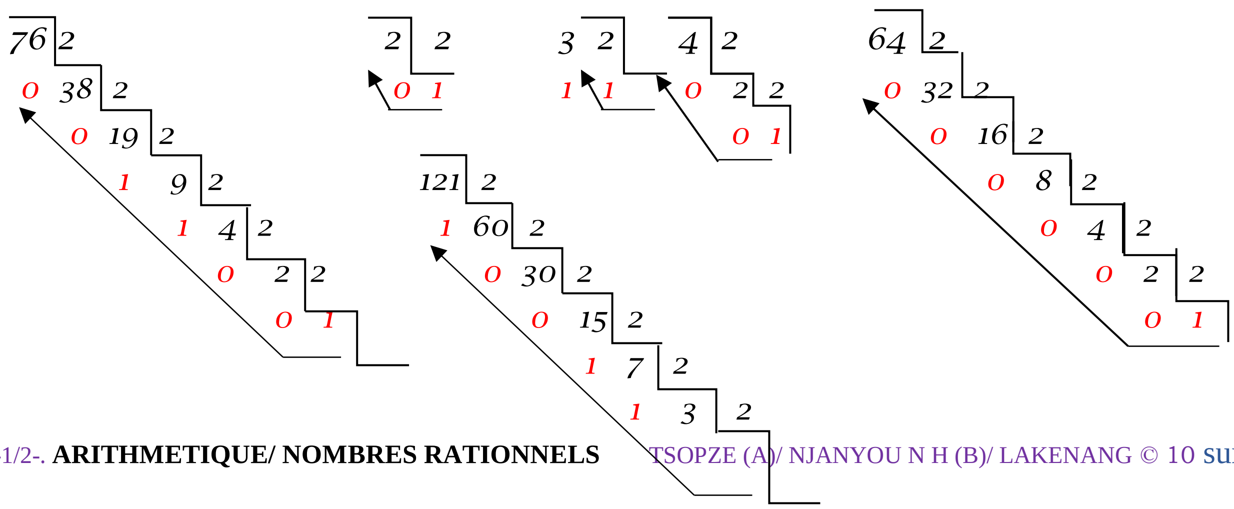
$C= (00111001)_2$;

$D= (1000100000)_2$;

$F = (1001100011)_2$.

Résolution de l'application :

1- Ecrivons de la base 10 à la base 2 :



1 1

1. On a alors : 76 = $(1001100)_2$; 2 = $(10)_2$; 3 = $(11)_2$; 4 = $(100)_2$; 64 = $(1000000)_2$
121$(1111001)_2$.

2. Ecrivons de la base 2 à la base 10 :

$$\mathcal{A} = (111111)_2 = 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 1 = 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 63$$
$$\mathcal{B} = (10001101)_2 = 2^7 + 2^3 + 2^2 + 1 = 128 + 8 + 4 + 1 = 141$$
$$\mathcal{C} = (00111001)_2 = 2^5 + 2^4 + 2^3 + 1 = 32 + 16 + 8 + 1 = 57$$
$$\mathcal{D} = (1000100000)_2 = 2^9 + 2^5 = 512 + 32 = 544$$
$$\mathcal{F} = (1001100011)_2 = 2^9 + 2^6 + 2^5 + 2^1 + 1 = 512 + 64 + 32 + 2 + 1 = 611$$

Devoirs à faire à la maison (Voir livre et fiche de TD)

LEÇON 2 : OPERATIONS USUELLES EN BASE 2
DURÉE :50 minutes

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

- Pouvoir additionner, soustraire et multiplier 02 entiers naturels écris en base 2.
- Utiliser la calculatrice pour effectuer les calculs en base 2.

PREREQUIS :

- Convertir en base 2 les nombres entiers naturels suivants : a=123, b=39
- Convertir en base 10 les nombres suivants écris en base 2 : $c = (10)_2$; $d = (1100110)_2$.
  On pourra initier ici l'utilisation de la calculatrice pour écrire en base 2 et inversement.
- Poser et effectuer les calculs suivants en base 10 : A = 1458+395 ; B = 65489-56004 ; c = 48516 : 12 ; d = 3510x123.

Résolution :

- Puisque l'objectif de conversion par division successive et par calcul a été atteint dans la leçon 1, on privilégiera ici l'utilisation de la calculatrice :

a = 123 = $(10111011)_2$ et b = 39 = $(100111)_2$, ensuite $c = (10)_2 = 2$ et
$d = (1100110)_2 = 102$.

- Posons et effectuons les calculs :

$$\begin{array}{r} 1\;4^{1}\;5^{1}\;8 \\ +\;3\;9\;5 \\ \hline 1\;8\;5\;3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6\;{}^{1}5\;4\;8\;9 \\ -\;5_{1}\;6\;0\;0\;4 \\ \hline 0\;9\;4\;8\;5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3\;5\;1\;0 \\ \times\;1\;2\;3 \\ \hline 1\;0\;5\;3\;0 \\ +^{1}\;7\;0\;2\;0\;. \\ +3\;5\;1\;0\;.\;. \\ \hline 4\;3\;1\;7\;3\;0 \end{array}$$

SITUATION PROBLEME : Suite à une coupure de courant, les ordinateurs de l'établissement s'arrêtent brusquement alors que Tamo et ses camarades s'apprêtaient à effectuer certains calculs ; Tamo et ses camarades de classe se fixent pour défit de poser et d'effectuer exactement comme l'aurait fait le processeur de leur ordinateur, les opérations suivantes en base 2 : $A = (1101)_2+(100)_2$; $B = (1110)_2-(101)_2$; $C = (1011)_2x(101)_2$. Aide-les.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

1- En ramenant les calculs en base 10 pour un début, puis les résultats obtenus en base 2 ensuite, vérifier que :
$(11001)_2+(1100)_2 = (100101)_2$; $(11100)_2-(1010)_2 = (10010)_2$; $(1011)_2x(101)_2=(110111)_2$.

2- Par analogie à la technique de calcul dans la base 10, posons et essayons d'effectuer les calculs suivant mais cette fois ci directement dans la base 2.

Résolution :

1- On a :

$(11001)_2+(1100)_2 = 25+12 = 37 = (100101)_2$.
$(11100)_2-(1010)_2 = 28-10 = 18 = (10010)_2$
$(1011)_2x(101)_2= 11x5 = 55 = (110111)_2$

2- Nous poserons les opérations et les résultats obtenus puis en déduirons les règles de calcul.

$$\begin{array}{r} 1^{1}1001 \\ +\ 1100 \\ \hline 100101 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 11100 \\ -\ 10_{1}10 \\ \hline 10010 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1011 \\ \text{x}\ \ 101 \\ \hline 1011 \\ +\ 0000. \\ +1011\ .\ \\ \hline 110111 \end{array}$$

Par analogie au calcul en base 10, on peut faire les remarques suivantes :

- $0+0 = 0$; $1+0 = 0+1 = 1$; $1+1 = 2 = (10)_2$ on écrit alors 0 et on retient 1 pour la prochaine colonne de calcul comme en base 10 (voir calcul 1).
- 0-0 = 0 ; 1-0 = 1 ; 1-1 = 0 ; 0-1 = ? comme en base 10 où on empruntait une dizaine, on emprunte une paire, le calcul donne alors 2-1=1 et on reporte la paire empruntée en dessous du nombre de la colonne suivante, ou de façon équivalente, retranche une paire à la colonne de calcul suivant (voir calcul2).
- 0x0 = 0 ; 1x0 = 0x1 = 0 ; 1x1 = 1.

RESUME :

Comme en base 10, on peut poser et effectuer très aisément les calculs en base 2, il suffit juste pour cela de respecter quelques petites règles :

0 + 0 = 0	0 – 0 = 0	0 x 0 = 0
1 + 0 = 1	1 – 0 = 1	1 x 0 = 0
0 + 1 = 1	0 – 1 = 1 et on retranche la paire empruntée à la colonne du calcul suivant comme en base 10.	0 x 1 = 0
1 + 1 = 1 et on retient 1	1 – 1 = 0	1 x 1 = 1

Exemple : posons et effectuons les calculs suivants A = $(101101)_2+(11101)_2$; B = $(110110)_2-(11011)_2$; C = $(110101)_2$ x $(1101)_2$.

$1^{1}\ 0^{1}\ 1^{1}\ 1\ 0^{1}\ 1 \qquad 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0 \qquad 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1$

$+\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1$
$1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0$

$-_1\ 1_1\ 1\ 0_1\ 1_1\ 1$
$0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1$

$\times\quad 1\ 1\ 0\ 1$
$1^1\ 1^1\ 0^1\ 1\ 0\ 1$
$+0^1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ .$
$+1^1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ .$
$+1^1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ \ .$
$1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1$

On a les résultats : A = $(1001010)_2$; B = $(11011)_2$; C = $(1010110001)_2$.

Remarque : Avec certaines calculatrices, on peut effectuer directement les calculs en base 2.

EXERCICES D'APPLICATIONS :

1- Effectuer les calculs suivants en base 2 :

A = $(110111)_2 + (101011)_2$; B = $(10011101)_2 - (10001011)_2$; C = $(1010011)_2 \times (101)_2$.

2- Avec votre calculatrice, vérifier les résultats obtenus.

Résolution de l'exercice d'application :

1- Effectuons les calculs en base 2 suivants :

$1^1\ 1^1\ 0^1\ 1^1\ 1^1\ 1$
$+1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1$
$1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0$

$1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ {}^2 0\ 1$
$-1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0_1\ 1\ 1$
$0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0$

$1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1$
$\times\quad 1\ 0\ 1$
$1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1$
$+0^1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ .$
$+\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ \ .$
$1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1$

2- Avec une calculatrice réglée en base 2, on vérifie aisément que :
A = $(1100010)_2$; B = $(10010)_2$ et que C = $(110011111)_2$.

Devoirs à faire à la maison (Voir livre et fiche de TD)

TRAVAUX DIRIGÉS

DURÉE :50 minutes

Exercice1 :

1- Convertir de la base 10 à la base 2 les nombres suivants :

1; 9 ; 29 ; 17 ; 59 ; 43 ; 33 ; 64 ; 125 ; 498 ; 1017

2- Ecrire en base 10 les nombres suivants qui sont écris en binaire :

$(10011)_2$; $(101)_2$; $(11101)_2$; $(11)_2$; $(110001)_2$; $(1111)_2$; $(111)_2$; $(10001)_2$; $(1001101)_2$; $(1011)_2$.

3- Vérifie les différentes conversions précédentes en te servant d'une calculatrice.

Exercice2 :

1- Poser et effectuer les opérations suivantes en base 2 :

A = $(11011)_2+(1100)_2$; B = $(1101)_2+(1010)_2$; C = $(101101)_2- (11001)_2$; D = $(111000)_2- (1011)_2$; E = $(1011)_2 \times (101)_2$; F = $(110110)_2 \times (110)_2$; G = $(11010)_2 + (11001)_2 + (1011)_2$.

2- Les calculs suivants sont posés en base 10, convertissez-les en opérations posées en base 2, puis les calculer directement dans cette base :
A = 45 + 29 ; B = 78 + 13 ; C = 39 – 25 ; D = 92 – 78 ; E = 29 x 13 ; F = 38 x 9

3- Vérifier les calculs des questions précédentes en vous servant d'une calculatrice.

Situation - Problème :

Un papa très fan de mathématiques, avant sa mort laisse un coffre-fort pour ses 02 fils chez un notaire dont le numéro de téléphone de 09 chiffres commence par 6 7 suivit de 07 autres chiffres constitués essentiellement de 0 et de 1 ; en considérant tous ces 07 derniers chiffres comme un seul nombre écrit en base 2, il le convertit en base 10 et obtient le nombre 91 . Le père donne alors les deux 1er chiffres du numéro du notaire à l'ainé et les informations sur le reste de chiffres au 2nd avec pour injonction de ne mettre ces informations en commun qu'à sa mort afin de retrouver le notaire. A la mort du père, les enfants se mettent ensemble pour essayer de reconstituer le numéro de téléphone du notaire. Ils partent alors rencontrer un ami que l'ainé décrit comme étant un génie en informatique afin de trouver une solution à leur problème. Arrivés à son domicile, ils trouvent un petit tableau sur lequel on peut lire les opérations suivantes : $(110101)_2+(10111)_2 = (1001100)_2$; $(110101)_2-(10111)_2 = (11110)_2$ et enfin $(11011)_2 \times (110)_2 = (11100110)_2$. Après avoir observé correctement les opérations posées, l'e cadet dit douter de la fiabilité de leur informateur car certains de ces calculs selon lui semblent faux. Ils décident donc de rentrer mettre en pratique leurs notions d'arithmétique appris en classe de 3ème année. Mais ce que les 02 enfants ignorent c'est qu'ils ne sont qu'au début de leurs problèmes, car le feu papa, a laissé un coffre-fort qui ne s'ouvre que lorsqu'on y introduit quatre chiffres de la numération décimale et qu'il a écrit ce code sur un papier en changeant chacun des chiffres du code par son équivalent en binaire, obtenant alors ceci : $(010)_2(100)_2(111)_2(110)_2$. Le notaire est chargé d'informer les infortunés héritiers sur ce dernier détail dès qu'ils parviendront à le contacter.

Tâches :

1- Aide les enfants à déterminer le numéro de téléphone de M. le notaire.

2- Le cadet a-t- il raison de penser que leur ami informateur n'est pas très fiable ?

3- Trouve le code secret permettant d'ouvrir le coffre-fort laissé par le père.

MODULE 9	TITRE DU MODULE : RELATIONS ET OPERATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES RATIONNELS.

CHAPITRE 2: NOMBRES RATIONNELS

MOTIVATION : **Au quotidien, nous sommes confrontés au problème de partages ou proportions nous amenant ainsi à étudier un nouvel ensemble mathématique : l'ensemble des nombres rationnels.**

LECON 1 : Addition, soustraction, multiplication DUREÉ : 50min

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

Revoir les opérations de calculs usuels dans $\mathbb{Q}$ et favoriser l'utilisation des propriétés.

PREREQUIS :

Ecrire sous la forme d'une fraction irréductible les nombres décimaux suivants : a) 16,5 ; b) $-$ 0,75.

Résolution : a) 16,5= $\frac{165}{10}=\frac{35}{2}$ **b)** $-0{,}75=-\frac{75}{100}=-\frac{3}{4}$

SITUATION PROBLEME :

Pour son anniversaire, la petite Anna a préparé un cocktail de jus de fruits composé de $\frac{5}{12}$L de jus de papaye, 0.25 L de jus de carambole et le reste de jus de menthe tous ceci rempli dans une cuve de un litre. Comment calculer la proportion de jus de menthe ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

1) Ecris 0,25 sous forme d'une fraction ayant pour dénominateur 12.
2) Ecris 1 sous la forme d'une fraction ayant pour dénominateur 12.
3) Effectue les opérations suivantes : a) $\frac{5}{12}+\frac{3}{12}$; b) $1-\frac{8}{12}$
4) Répond à la situation problème.

:

Résolution $\mathbf{1)\ 0,25=\frac{3}{12}}$; $\mathbf{2)\ 1=\frac{12}{12}}$; $\mathbf{3)\ a)\ \frac{5}{12}+\frac{3}{12}=\frac{8}{12}}$; $\mathbf{b)\ 1-\frac{8}{12}=\frac{12}{12}-\frac{8}{12}=\frac{4}{12}}$

4) la proportion de menthe est de $\frac{4}{12}$ **soit 0.33333333**

RESUME :

Définitions

Un nombre rationnel est tout nombre pouvant s'écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ **où** a *et* b **sont des nombres entiers relatifs (avec** b *non nul***). Ce nombre est positif lorsque a et b ont le même signe et négatif lorsque a et b sont de signes contraires. L'ensemble des nombres rationnels est noté** $\mathbb{Q}$**.**

Propriétés : $\frac{a}{b}$; $\frac{c}{b}$ *et* $\frac{c}{d}$ $\boldsymbol{sont\ des\ nombres\ rationnels\ non\ nuls\ ,k\ un\ nombre\ décimal.}$

Additionner et multiplication de deux nombres rationnels

P1) $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$ **P2)** $\frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}$ **P3)** $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\times d+c\times d}{bxd}$ **P4)** $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\times d-c\times d}{b\times d}$

P5) $k\times\frac{a}{b}=\frac{k\times a}{b}$ **P6)** $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$

Remarque : Pour diviser (effectuer le quotient) de deux nombres rationnels non nuls, on multiplie le premier par l'inverse du deuxième. $\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$

EXERCICES D'APPLICATIONS :

Effectue les opérations suivantes et donne le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$A=\frac{-4}{9}+\frac{8}{15}$ $B=\frac{13}{6}-\frac{9}{4}$ $C=\frac{-11}{4}-\frac{8}{7}$ D=$\frac{-5}{3}\times(\frac{-2}{7})\times\frac{7}{11}$ $E=8+\frac{\frac{7}{3}-\frac{11}{5}}{\frac{9}{7}-\frac{3}{5}}$

Solution :

$A=\frac{-4}{9}+\frac{8}{15}=\frac{-4\times15+8\times9}{9\times15}=\frac{12}{135}=\frac{4}{45}$;

$B=\frac{13}{6}-\frac{9}{4}=\frac{13\times4-9\times6}{6\times4}=\frac{-2}{24}=\frac{-1}{12}$

$C=\frac{-11}{4}-\frac{8}{7}=\frac{-11\times7-8\times4}{4\times7}=\frac{-109}{28}$

D=$\frac{-5}{3}\times\left(\frac{-2}{7}\right)\times\frac{7}{11}=\frac{70}{231}=\frac{10}{33}$

$E=8+\frac{\frac{7}{3}-\frac{11}{5}}{\frac{9}{7}-\frac{3}{5}}=8+\frac{70}{360}=8+\frac{7}{36}=\frac{295}{36}$

LECON 2 : Puissance d'un nombre rationnel à exposant entier relatif
DURÉE : 50min

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

Calculer a^noù a et n convenablement choisis sont respectivement un nombre rationnel et un entier relatif.

PREREQUIS :

1) Dans chacun des cas suivants, écris sous la forme d'une puissance :

$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = \quad ; 7\ au\ cube = \quad ; 10\ exposant\ 5 = \quad ;\ 5^4 \times 5^7 = 5^{\cdots\cdots};\ (5^3)^4 = 5^{\cdots\cdots}$

2) Sans effectuer l'opération donne le signe du résultat de chacune des opérations suivantes :

$(-5)^{37}$; $(+11)^{201}$; $(-17)^{98}$

Résolution :

1 a) 7^5 b) 7^2 c) 10^5 d) 5^{11} e) 5^{12}

2 a) Négatif b) Positif c) Positif

SITUATION PROBLEME :

Pour la fête de fin d'année maman achète un tissu. Elle donne les $\frac{5}{7}$ de ce tissu à Anna. Anna à son tour a donné $\frac{5}{7}$ de ce qu'elle a reçu à Marie. Marie aussi a donné $\frac{5}{7}$ de ce qu'elle a reçu à Carine. Et enfin Carine a donné $\frac{5}{7}$ de ce qu'elle a reçu à Claudia. Quelle fraction de tissu de maman Claudia a-t-elle reçu ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

1) Effectue les opérations suivantes :

a) $\frac{5}{7} \times \frac{5}{7}$; $b)\ \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} \times \frac{5}{7}$; $c)\ \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} \times \frac{5}{7}$

2) Compare a) $(\frac{5}{7})^3$et $\frac{125}{343}$ b) $(\frac{5}{7})^4\ et\ \frac{625}{2401}$

3) Répond à la situation problème.

Résolution :

1) a) $\frac{25}{49}$; b) $\frac{125}{343}$; c) $\frac{625}{2401}$ 2) a) $(\frac{5}{7})^3 = \frac{125}{343}$; b) $(\frac{5}{7})^4 = \frac{625}{2401}$ 3) Claudia a reçu $\frac{625}{2401}$ du tissu de maman.

RESUME :

Soient a ;b ;m et n quatre nombres entiers naturels non nuls. Pour calculer une puissance d'un nombre rationnel d'exposant entier relatif, on utilise les propriétés suivantes :

P1) $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$ Exemple : $(-\frac{3}{4})^5 = \frac{(-3)^5}{4^5} = \frac{-243}{1024}$

P2)$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ Exemple : $\frac{7^5}{7^{-8}} = 7^{5+8} = 7^{13}$

P3) $((\frac{a}{b})^n)^m = (\frac{a}{b})^{n\times m}$ Exemple : $((\frac{4}{11})^8)^5 = \left(\frac{4}{11}\right)^{8\times 5} = \left(\frac{4}{11}\right)^{40}$

P4) $(\frac{a}{b})^n \times (\frac{a}{b})^m = (\frac{a}{b})^{n+m}$ Exemple : $\left(\frac{17}{13}\right)^7 \times \left(\frac{17}{13}\right)^9 = \left(\frac{17}{13}\right)^{7+9} = \left(\frac{17}{13}\right)^{16}$

P5) $(\frac{a}{b})^n \times (\frac{c}{d})^n = (\frac{a}{b} \times \frac{c}{d})^n$ Exemple : $\left(\frac{4}{11}\right)^8 \times \left(\frac{7}{3}\right)^8 = \left(\frac{4}{11} \times \frac{7}{3}\right)^8 = \left(\frac{28}{33}\right)^8$

Rappels : $a^0 = 1$; $a^1 = a$

EXERCICES D'APPLICATIONS :

Effectue les opérations suivantes et donne le résultat sous forme de fraction irréductible.

$$A = \frac{7^{-4} \times 5^2 \times 3^{-8}}{3^{-3} \times 7^{-5}} \quad ; \quad B = \frac{24 \times 9^4 \times 125}{2^5 \times 3^{14} \times 5^9}$$

Solution

$$A = \frac{7^{-4}\times 5^2 \times 3^{-8}}{3^{-3}\times 7^{-5}} = 3^{-8+3} \times 5^2 \times 7^{-4+5} = 3^{-5} \times 5^2 \times 7^1 = \frac{5^2\times 7}{3^5}$$

$$B = \frac{24 \times 9^4 \times 125}{2^5 \times 3^{14} \times 5^9} = \frac{2^3 \times 3 \times 3^8 \times 5^3}{2^5 \times 3^{14} \times 5^9} = 2^{3-5} \times 3^{1+8-14} \times 5^{3-9} = 2^{-3} \times 3^{-5} \times 5^{-6} = \frac{1}{2^3 \times 3^5 \times 5^6}$$

LECON 3 : Ecriture d'un nombre décimal sous la forme $a \times 10^n$, a rationnel et $n \in \mathbb{Z}$
DURÉE : 50min

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

Écrire sous la forme $a \times 10^n$ un nombre décimal donné sous la forme d'un nombre à virgule et inversement.

PREREQUIS :

Calcule de manière performante : a) 0,789654 × 1000 ; b) 6542 ÷ 100.

Résolution : **a) 789,654 b) 65,42 (décalage de virgule adéquat).**

SITUATION PROBLEME :

Lors du cours de géographie, l'enseignant a écrit au tableau la population du Cameroun est estimée à 25 000 000 d'habitants. L'enseignant de mathématiques qui a fait cours juste après celui de géographie a vu cela et a écrit plus tôt $2{,}5 \times 10^7$habitants. L'enseignant de mathématiques a-t-il raison ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

1) Complète convenablement les pointillés :

a) $10^4 =$ $\quad ; b)\ 1000000 = 10^{\cdots\cdots}$ $\quad ; c)\ 0{,}0000012 = 12 \times 10^{\cdots\cdots}$

2) Répond à la situation problème.

Résolution :

1) a) 10000 ; b) 10^6 ; c) 12× 10^{-7} ; 2) Oui ,il a raison car 25 000 000=2,5 × 10^7

RESUME

Tout nombre décimal peut se mettre sous la forme $a \times 10^n$; a rationnel et n ∈ ℤ.

Exemple : 5000000=5× 10^6 ; $-0{,}007 = -7 \times 10^{-3}$; $8965{,}4566 = 89654566 \times 10^{-4}$

Remarque

Lorsque la virgule est décalée de droite vers la gauche, l'exposant est positif et dans le cas contraire il est négatif.

Exemple : $\mathbf{653,798 = 653798 \times 10^{-3}}$; $\mathbf{5600 = 56 \times 10^2}$

L'écriture scientifique d'un nombre décimal est son écriture sous la forme $a \times 10^n$ avec a un nombre décimal ayant un seul chiffre (différent de zéro) avant la virgule.

Exemple : 7,896× 10^4 et 3,89=3,89× 10^0 sont des notations scientifiques.

45,896 et 0,78965× 10^5 ne sont pas des notations scientifiques.

L'écriture scientifique de $-0{,}00047895$ est $-4{,}7895\times 10^{-4}$.
L'écriture scientifique de 789450 est $7{,}8945\times 10^{5}$.

Propriété : $a \times 10^{n} \times b \times 10^{m} = a \times b \times 10^{n+m}$

Exemple : $7\times 10^{5} \times 5\times 10^{-7} = 7\times 5\times 10^{5+(-7)} = 35 \times 10^{-2}$

EXERCICES D'APPLICATIONS :

1) Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :
a) 0,0035 ; b) 12,789 ;c) 14500 ;d) 000,23 ;e) $\frac{3}{4} \times 1000$;f) -0,0000789

2) écris sous la forme $a \times 10^{n}$
a) $21\times 10^{8} \times 5\times 10^{-12}$; b) $0{,}25\times 10^{-3} \times 6\times 10^{6}$; c) $3\times 10^{-5} \times 24\times 10^{-9} \times 10^{2} \times 100\times 10^{-7}$

Solution
1) Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :
a) $0{,}0035 = 3{,}5 \times 10^{-3}$; b) $12{,}789 = 1{,}2789 \times 10^{1}$;c) $14500 = 1{,}45 \times 10^{4}$;d) $000{,}23 = 2{,}3 \times 10^{-1}$;
e) $\frac{3}{4} \times 1000 = 0{,}75 \times 1000 = 7{,}5 \times 10^{2}$; f) -0,0000789 $= -7{,}89 \times 10^{-5}$

2) écris sous la forme $a \times 10^{n}$
a) $21\times 10^{8} \times 5\times 10^{-12} = 105 \times 10^{-4}$; b) $0{,}25\times 10^{-3} \times 6\times 10^{6} = 1{,}5 \times 10^{3} = 15 \times 10^{2}$;
c) $3\times 10^{-5} \times 24\times 10^{-9} \times 10^{2} \times 100\times 10^{-7} = 7200 \times 10^{-19} = 72 \times 10^{-17}$

MODULE : 9	RELATIONS ET OPERATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES DECIMAUX RELATIF ET DES FRACTIONS

CHAPITRE 3: NOMBRES REELS

MOTIVATION : Pour effectuer des mesures, donner des informations importantes, lire certaines données chiffrées, déterminer certaines longueurs…, nous avons utilisé jusqu'ici des nombres entiers, des nombres décimaux et nombres rationnels. Est-ce dont à dire que ce sont les seuls nombres que nous pouvons utiliser pour résoudre de tels problèmes ? Certains problèmes comme nous allons le découvrir, font appel à d'autres types de nombres.

LECON 1 : INTRODUCTION DE ℝ DURÉE : 50 minutes

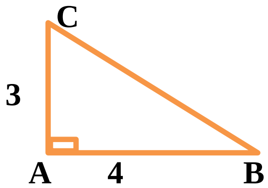
OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

- Définir la racine carrée
- Reconnaitre les nombres irrationnels s'écrivant avec le symbole radical
- Définir ℝ et reconnaitre les éléments de ℝ

PREREQUIS :

❖ **ABC** est un triangle rectangle en **A**

- Ennoncer la propriété de Pythagore dans **ABC**
- Calculer **BC**
-



❖ Citer 02 nombres rationnels positifs et deux nombres rationnels négatifs.

❖ Ecrire sous forme de fractions : **7 ; -0.006 ; 101.59 ;0**

Résolution des prérequis:

❖ **ABC est un triangle rectangle en A**

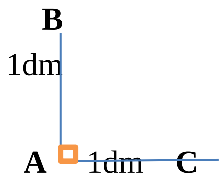
- **D'après Pythagore, $AB^2+AC^2 = BC^2$**
- **On a $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 4^2+3^2 = 16+9 = 25 = 5^2$, alors BC = 5.**

❖ **02 nombres rationnels positifs : $\frac{5}{13};\frac{193}{331}$; 02 nombres rationnels négatifs : $\frac{-1}{7};-\frac{25}{12}$.**

❖ **$7 = \frac{7}{1}$; $-0.0006 = \frac{-6}{1000}$; $101.59 = \frac{100159}{100}$; $0 = \frac{0}{1}$.**

SITUATION PROBLEME :

Pour réaliser une charpente, le maçon Tamo place 02 lattes assimilables aux segments [AC] et [AB], de 1 dm chacune comme sur la figure suivante : ***figure***



Il veut connaitre la longueur exacte de la latte assimilable au segment [BC] qu'il devrait utiliser pour terminer sa charpente.

Aidez-le.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

ABC est un triangle rectangle en A tel que AB=1 et AC=1

1- Déterminer BC^2
2- Essayez de trouver un nombre rationnel **x** tel que $\mathbf{x^2}=BC^2$
3- **a** étant un nombre positif, donner une définition de $\sqrt{\mathbf{a}}$.
4- L'ensemble des nombres rationnels peut-il contenir tous les nombres que vous connaissez à présent ?

Résolution :

ABC est un triangle rectangle en A tel que AB=1 et AC=1

5- Déterminer BC^2
6- Essayez de trouver un nombre rationnel **x** tel que $\mathbf{x^2} = BC^2$
7- **a** étant un nombre positif, donner une définition de $\sqrt{\mathbf{a}}$.
8- L'ensemble des nombres rationnels peut-il contenir tous les nombres que vous connaissez à présent ?

Résolution :

1- D'après Pythagore, $BC^2=AB^2+AC^2=1^2+1^2=1+1=2$; ainsi, $BC^2=2$
2- //On attendra ici les propositions des apprenants avant de les aider à aller vers le résultat.

Dans l'impossibilité de déterminer **x**, on admettra qu'un tel **x** ne peut être rationnel (on introduit ainsi les irrationnels), et on le notera $\mathbf{x} = \sqrt{\mathbf{2}}$ puis lira **« racine carrée de 2 » ;** le symbole $\sqrt{\ }$ étant le symbole **radical.** On fait donc le constat que $\sqrt{\mathbf{2}}$ est le nombre qui a pour carré 2 ; à base de ceci on demandera aux élèves de déterminer $\sqrt{\mathbf{0}}, \sqrt{\mathbf{1}}, \sqrt{\mathbf{4}}, \sqrt{\mathbf{9}}, \sqrt{\mathbf{16}},\ldots$ (on introduit ainsi la notion de carrés parfaits). On fait ensuite le constat que les nombres comme $\sqrt{\mathbf{3}}$, $\sqrt{\mathbf{10}}$, $\sqrt{\mathbf{7}}$, ... ne peuvent se défaire du symbole radical comme les carrés parfaits, on admettra avec eux que de tels nombres sont **irrationnels,** mais qu'ils ne sont pas les seuls (π aussi par exemple)**.** //

3- Au vu de ce qui a été fait dans la question précédente, on les aidera à trouver et à donner une définition de $\sqrt{\mathbf{a}}$**.**
4- On les amène à admettre ainsi l'existence d'un ensemble plus grand qui contiendrait des irrationnels en plus des rationnels, ensemble que nous noterons $\mathbb{R}$ **« ensemble des nombres réels ».**

RÉSUMÉ :

Définitions :

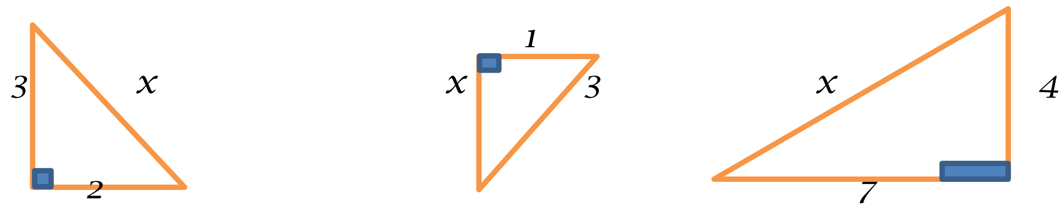
- **a** étant un nombre positif, on appelle **« racine carrée de a »** et on note $\sqrt{\mathbf{a}}$, le nombre positif **b,** tel que $\mathbf{b^2 = a}$ **.**
  Exemple : $\sqrt{\mathbf{100}} = \mathbf{10}$ car $10^2=100$, $\sqrt{\mathbf{64}} = \mathbf{8}$ car $8^2=64$

- Il existe des nombres qui ne sont pas rationnels, on les appelle **nombres irrationnels.**
- **Exemple :** $\sqrt{\mathbf{2}}, \sqrt{\mathbf{8}}, \sqrt{\mathbf{5}}, \sqrt{\mathbf{12}}, \boldsymbol{\pi},\ldots$

- L'ensemble constitué des nombres rationnels et des nombres irrationnel est appelé **ensemble des nombres réels** et est noté $\mathbb{R}$**;** on a donc $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$**.**
  Exemple : $\mathbf{3} \in \mathbb{R}$; $-\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{3}} \in \mathbb{R}$; $\sqrt{\mathbf{6}} \notin \mathbb{Q}$ mais $\sqrt{\mathbf{6}} \in \mathbb{R}$.

EXERCICES D'APPLICATIONS :

1- Détermine la longueur **x** à chaque fois :



2- Complète par ∈ ou ∉ **:**

-5….ℕ ; -5….ℤ ; -5…. ℚ ; -5…. ℝ. $\frac{-2}{3}$.... ℕ; $\frac{-2}{3}$…. ℤ ; $\frac{-2}{3}$…. ℚ ; $\frac{-2}{3}$…. ℝ

$\sqrt{8}$…. ℕ ; $\sqrt{8}$… ℤ ; $\sqrt{8}$…. ℚ ; $\sqrt{8}$…. ℝ. $\sqrt{36}$… ℕ ; $\sqrt{36}$…. ℤ; $\sqrt{36}$…ℚ. ;$\sqrt{36}$… ℝ.

Résolution de l'application :

1- Figure1 : d''après Pythagore, $3^2+2^2 = x^2$ d'où $x^2 = 9+4 = 13$, ainsi $x = \sqrt{13}$.
Figure2 : d'après Pythagore, $1^2+x^2 = 3^2$ d'où $x^2 = 3^2-1^2 = 9-1= 8$ ainsi $x = \sqrt{8}$.
Figure 3 : d'après Pythagore $7^2+4^2 = x^2$ d'où $x^2 = 49 + 16 = 65$ ainsi $x = \sqrt{65}$.

2- Je complète par ∈ ou ∉

-5 ∉ ℕ ; -5 ∈ ℤ ; -5 ∈ ℚ ; -5 ∈ ℝ. $\frac{-2}{3}$ ∉ ℕ; $\frac{-2}{3}$ ∉ ℤ ; $\frac{-2}{3}$ ∈ ℚ ; $\frac{-2}{3}$ ∈ ℝ

$\sqrt{8}$ ∉ ℕ ; $\sqrt{8}$ ∉ ℤ ; $\sqrt{8}$ ∉ ℚ ; $\sqrt{8}$ ∈ ℝ. $\sqrt{36}$ ∈ ℕ ; $\sqrt{36}$ ∈ ℤ; ∈ ℚ. ;$\sqrt{36}$ ∈ ℝ.

Devoirs à faire à la maison. (Voir livre et fiche de TD)

LECON 2 : ADDITION ET MULTIPLICATION DANS ℝ DURÉE :50 minutes

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

- Effectuer les calculs élémentaires sur les nombres comportant le symbole radical
- Réduire l'écriture des expressions numériques comportant les radicaux
- Maitriser les propriétés de base sur les radicaux
- Utiliser une calculatrice pour effectuer certains calculs sur les radicaux

PRÉREQUIS :

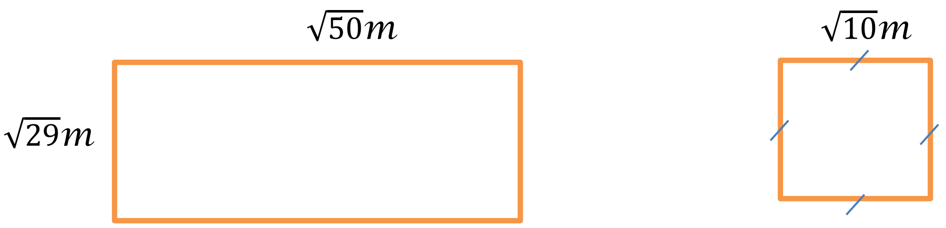
- Décomposer en produit de facteurs premier les nombres **24**, **32** et **180.**
- Compléter alors : $24 = 2^{\cdots}x3^{\cdots} = 2^1x2^{\cdots}x3^{\cdots}$; $32 = 2^{\cdots} = 2^1x2^{\cdots}$; $180 = 2^{\cdots}x3^{\cdots}x5^{\cdots}$.
- Calcule l'aire d'un rectangle de dimensions **L = 10m** et **l = 7m ;**
- Calcule le périmètre d'un carré de côté **c = 10cm.**

Résolution des prérequis:

- ***24*** $= 2^3 x\ 3^1$; ***32*** $= 2^5$; ***180*** $= 2^2x3^2x5^1$
- ***24*** $= 2^3 x\ 3^1 = 2^1 X\ 2^2 x\ 3^1$; ***32*** $= 2^5 = 2^1x2^4$; ***180*** $= 2^2x3^2x5^1$
- ***Aire rectangle = Lxl*** $= 10mx7m = 70m^2$
- ***Périmètre carré = cx4*** $= 10cmx4 = 40cm$

SITUATION PROBLÈME :

Votre ami EBOMO veut donner l'aire exacte du champ de son père (rectangle) et le périmètre du petit jardin de sa mère (carré) illustrés ci-dessous, aidez-le.



ACTIVITÉ D'APPRENTISSAGE :

1- Compléter : $\sqrt{10}+\sqrt{10}+\sqrt{10}+\sqrt{10} = \cdots x\sqrt{10}$; $\sqrt{3}+\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{3}-\sqrt{3} = \cdots x\sqrt{3}$.

2- Utiliser la touche « $\sqrt{\ }$ » de votre calculatrice pour calculer et comparer :

$\sqrt{2}x\sqrt{8}$ et $\sqrt{2x8}$ puis $\sqrt{4}x\sqrt{25}$ et $\sqrt{4x25}$. $\sqrt{\frac{9}{4}}$ et $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}}$ puis $\sqrt{\frac{1}{81}}$ et $\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{81}}$; $\sqrt{1+4}$ et $\sqrt{1}+\sqrt{4}$

$\sqrt{10}+\sqrt{9}$ et $\sqrt{10+9}$. $\sqrt{3^8}$ et 3^4 puis $\sqrt{5^2}$ et 5^1 ;

//les faire déduire la propriété correspondante à chaque fois. //

3- Regarder attentivement les exemples suivants :

Exemples : $\sqrt{16} = \sqrt{2^4} = 2^2 = 4$. $\sqrt{72} = \sqrt{2^3x3^2} = \sqrt{2^2x2^1x3^2} = 2^1x3^1x\sqrt{2^1} = 6\sqrt{2}$

Faire de même pour réduire les expressions :a = $\sqrt{50}$; b = $\sqrt{18}$ et c = $\sqrt{8}-7\sqrt{18}+2\sqrt{50}$.

4- Trouver alors l'aire du champ et le périmètre du jardin pour aider votre ami.

Résolution :

1- $\sqrt{10}+\sqrt{10}+\sqrt{10}+\sqrt{10} = 4\text{x}\sqrt{10}$; $\sqrt{3}+\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{3}-\sqrt{3} = 2\text{x}\sqrt{3}$

2- $\sqrt{2}\text{x}\sqrt{8} = \sqrt{2\text{x}8} = 4$; $\sqrt{4}\text{x}\sqrt{25} = \sqrt{4\text{x}25} = 10$ (on les fera alors remarquer que pour a et b des réels positifs, $\sqrt{\text{a}}\text{x}\sqrt{\text{b}}$ et$\sqrt{\text{axb}}$)

$\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = 1.5$ puis $\sqrt{\frac{1}{81}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{81}} = 0.11111111\ldots$ (ici on les fera remarquer que pour a et b des réels positifs, $\sqrt{\frac{\text{a}}{\text{b}}} = \frac{\sqrt{\text{a}}}{\sqrt{\text{b}}}$) .

$\sqrt{1+4} = \sqrt{5} \approx 2{,}236$, $2{,}236 < \sqrt{1}+\sqrt{4}$ avec $\sqrt{1}+\sqrt{4} = 1+2 = 3$. Puis $\sqrt{10}+\sqrt{9} \approx 6.162$ et $6.162 \approx 6.162 > \sqrt{10+9}$ Or $\sqrt{19} \approx 4{,}359$ (ici on passe à la remarque que « pour a et b des réels positifs, $\sqrt{\text{a}}+\sqrt{\text{b}} > \sqrt{\text{a}+\text{b}}$ »).

$\sqrt{3^8} = 3^4 = 81$ puis $\sqrt{5^2} = 5^1 = 5$. (ici ils remarqueront que pour a un réel positif, et n un entier naturel non nul, $\sqrt{\text{a}^{2\text{n}}} = \text{a}^{\text{n}}$).

3- On écrit donc : a = $\sqrt{50} = \sqrt{2^1\text{x}5^2} = 5^1 \times \sqrt{2^1} = 5\sqrt{2}$; b = $\sqrt{18} = \sqrt{2^1\text{x}3^2} = 3\sqrt{2}$;

et C = $\sqrt{8} - 7\sqrt{18} + 2\sqrt{50} = \sqrt{2^3} - 7\times 3\sqrt{2} + 2\times 5\sqrt{2} = \sqrt{2^2\text{x}2^1} - 14\sqrt{2} + 10\sqrt{2}$

$=2\sqrt{2} - 14\sqrt{2} + 10\sqrt{2} = (2-14+10)\sqrt{2} = -2\sqrt{2}$.

4- Aire du champ : $\sqrt{50}$m x $\sqrt{29}$m = $\sqrt{50\times 29}$m² = $\sqrt{1450}$m².
Périmètre du jardin : 4 x $\sqrt{50}$m = $4\sqrt{50}$m.

RÉSUMÉ :

Propriétés : **a et b** sont 02 nombres réels positifs**, n** un entier naturel non nul.

(P1) : $\sqrt{\mathbf{a}} = \mathbf{a}^{\frac{1}{2}}$, ainsi $\sqrt{\mathbf{a}^2} = \mathbf{a}$, $\sqrt{\mathbf{a}^{2\mathbf{n}}} = \mathbf{a}^{\mathbf{n}}$, $\sqrt{\mathbf{a}^{2\mathbf{n}+1}} = \sqrt{\mathbf{a}^{2\mathbf{n}}\mathbf{x}\mathbf{a}^{1}} = \mathbf{a}^{\mathbf{n}}\sqrt{\mathbf{a}}$.

(P2) : $\sqrt{\mathbf{a}} \times \sqrt{\mathbf{b}} = \sqrt{\mathbf{a}\times\mathbf{b}}$

(P3) : $\sqrt{\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}} = \frac{\sqrt{\mathbf{a}}}{\sqrt{\mathbf{b}}}$

(P4) : $\sqrt{\mathbf{a}} + \sqrt{\mathbf{b}} \geq \sqrt{\mathbf{a}+\mathbf{b}}$ (inégalité triangulaire).

***Notation* : :** $\boldsymbol{b} \times \sqrt{\mathbf{a}} = \mathbf{b}\sqrt{\mathbf{a}}$

EXERCICES D'APPLICATION :

1- Compléter *:* $\sqrt{5}x\sqrt{6} = \sqrt{\ldots}$; $\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 9\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = \ldots\sqrt{\ldots}$; $\sqrt{\frac{64}{9}} = \frac{\ldots}{\ldots}$.

$10\sqrt{2}\text{x}3\sqrt{7} = \cdots\sqrt{\ldots}$; $2\sqrt{3^2} - 6 + \sqrt{10^2} - 7\sqrt{11^2} = \cdots$; $-5\sqrt{6}x(-4)x2\sqrt{5} = \cdots\sqrt{\ldots}$.

2- Ecrire le plus simplement possible :
A=$\sqrt{120}$; *B*=$\sqrt{90}$; *C*=$2\sqrt{10}\text{x}\sqrt{15}$; *D*=$-2\sqrt{3} + \sqrt{12} - 5\sqrt{75} + \sqrt{300}$.

E=$7\sqrt{18} + 6\sqrt{2} - 2\sqrt{\frac{50}{9}} - \sqrt{98} + 5\sqrt{32}$. *F*=$\sqrt{900}$; G = $\sqrt{484}$.

Résolution de l'exercice d'application:

1- Je complète : $\sqrt{5}x\sqrt{6} = \sqrt{30}$; $\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 9\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$; $\sqrt{\frac{64}{9}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{9}} = \frac{8}{3}$.

$10\sqrt{2}x3\sqrt{7} = 30\sqrt{14}$; $2\sqrt{3^2} - 6 + \sqrt{10^2} - 7\sqrt{11^2} = 2x3 - 6 + 10 - 7x11 = -67$; -

$5\sqrt{6}x(-4)x2\sqrt{5} = (-5x(-4)x2)\sqrt{6x5} = 40\sqrt{30}$.

2- J'écris le plus simplement possible :

A= $\sqrt{120} = \sqrt{2^3x3^1x5^1} = \sqrt{2^2x2^1x3^1x5^1} = 2^1x\sqrt{2^1x3^1x5^1} = 2\sqrt{30}$

B= $\sqrt{90} = \sqrt{2^1x3^2x5^1} = 3^1\sqrt{2^1x5^1} = 3\sqrt{10}$

C= $2\sqrt{10}x\sqrt{15} = 2\sqrt{150} = 2\sqrt{2^1x3^1x5^2} = 2x5^1\sqrt{2^1x3^1} = 10\sqrt{6}$

D= $-2\sqrt{3} + \sqrt{12} - 5\sqrt{75} + \sqrt{300} = -2\sqrt{3} + \sqrt{2^2x3^1} - 5\sqrt{3^1x5^2} + \sqrt{2^2x3^1x5^2} = -2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 5x5\sqrt{3} + 2x5\sqrt{3} = (-2 + 2 + 25 + 10)\sqrt{3} = 35\sqrt{3}$

E= $7\sqrt{18} + 6\sqrt{2} - 2\sqrt{\frac{50}{9}} - \sqrt{98} + 5\sqrt{32} = \sqrt{2^1x3^2} + 6\sqrt{2} - 2\frac{\sqrt{2^1x5^2}}{\sqrt{3^2}} - \sqrt{2^1x7^2} + 5\sqrt{2^1x2^4} = 3\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 2x\frac{5\sqrt{2}}{3} - 7\sqrt{2} + 5x2^2\sqrt{2} = \left(3 + 6 - \frac{10}{3} - 7 + 10\right)\sqrt{2} = \left(12 - \frac{10}{3}\right)\sqrt{2} = \frac{26}{3}\sqrt{2}$

F= $\sqrt{900} = \sqrt{2^2x3^2x5^2} = 2x3x5 = 30$

G $= \sqrt{484} = \sqrt{2^2x11^2} = 2x11 = 22.$

Devoirs à faire à la maison. (Voir livre et fiche de TD)

LECON 3 : PUISSANCE A EXPOSANT ENTIER RELATIF D'UN NOMBRE RÉEL DURÉE : 50 minutes

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES :

- Maitriser et utiliser les propriétés de puissances sur les nombres réels.
- Réduire les opérations sur les réels comportant les puissances.
- Utiliser la calculatrice dans les calculs avec les nombres réels.

PRÉREQUIS :

- Avec une calculatrice, calculer $(\sqrt{7})^{-4}$; $(\sqrt{2})^{6}$.
- Compléter : $(10^5)^{-2} = 10^{\cdots}$; $(-6)^3 x(-6)^4 = (\ldots)^{\cdots}$; $(\frac{7}{3})^2 = \frac{7^{\cdots}}{\cdots^{\cdots}}$; $\frac{3^8}{3^3} = 3^{\cdots}$; $\frac{5^4}{5^{10}} = \frac{1}{5^{\cdots}}$.

Résolution des prérequis:

- $(\sqrt{2})^{-4} = 0.25$; $(\sqrt{3})^{6} = 27$
- *Je complète :* $(10^5)^{-2} = 10^{-10}$; $(-6)^3 x(-6)^4 = (-6)^{12}$; $(\frac{7}{3})^2 = \frac{7^2}{3^2}$; $\frac{3^8}{3^3} = 3^5$; $\frac{5^4}{5^{10}} = \frac{1}{5^6}$

SITUATION PROBLÈME :

L'élève ADAMOU lors de l'évaluation de Physiques, a établi une formule pour déterminer une certaine grandeur. Il passe donc à l'application numérique et se retrouve avec le « gros calcul » suivant qui semble lui « casser la tête » :

$$A = \frac{(\sqrt{2})^3 \times (\sqrt{2})^{-5} \times \sqrt{3^6} \times ((\sqrt{5})^{-2})^3}{(\sqrt{2})^{-2} \times 3^1 \times \sqrt{3^2} \times (\sqrt{5})^{-6}}$$

File-lui un coup de main.

ACTIVITÉ D'APPRENTISSAGE :

Utilise ta calculatrice puis calcule et compare :

$(\sqrt{2})^4$ et $\sqrt{2}x\sqrt{2}x\sqrt{2}x\sqrt{2}$; $(\sqrt{10})^{-2}$ et $\frac{1}{(\sqrt{10})^2}$; $((\sqrt{5})^3)^2$ et $(\sqrt{5})^6$; $\frac{(\sqrt{7})^5}{(\sqrt{7})^3}$ et $(\sqrt{7})^{5-3}$; $(\sqrt{2})^1 x(\sqrt{2})^3$ et $(\sqrt{2})^{1+3}$; $(\frac{3}{\sqrt{10}})^2$ et $\frac{(3)^2}{(\sqrt{10})^2}$; $(-3\sqrt{2})^4$ et $(-3)^4 \times (\sqrt{2})^4$

//Amener les apprenants à faire à chaque fois le parallélisme entre ces résultats et les formules de puissances déjà connues sur les nombres rationnels. //

Résolution :

$(\sqrt{2})^4 = \sqrt{2}x\sqrt{2}x\sqrt{2}x\sqrt{2} = 4$ (on les fera remarquer que pour a un réel et **n** un entier naturel non nul, on a aussi $(a)^n = \underbrace{\mathbf{a \times a \times a \times \ldots \times a}}_{\mathbf{n\ fois}}$ **).**

$(\sqrt{10})^{-2} = \frac{1}{(\sqrt{10})^2} = 0{,}1$ (ainsi pour a un réel non nul et n un entier, on a aussi $\mathbf{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$ **).**

$((\sqrt{5})^3)^2 = (\sqrt{5})^6 = 125$ (ainsi pour a un réel, m et n des entiers non nuls, on a aussi $((\mathbf{a})^{\mathbf{n}})^{\mathbf{m}} = \mathbf{a}^{\mathbf{n}\times\mathbf{m}}$)

$\frac{(\sqrt{7})^5}{(\sqrt{7})^3} = (\sqrt{7})^{5-3} = 7$ (ainsi la propriété $\frac{\mathbf{a}^{\mathbf{n}}}{\mathbf{a}^{\mathbf{m}}} = \mathbf{a}^{\mathbf{n}-\mathbf{m}}$ reste valable aussi sur les nombres réels)

$(\sqrt{11})^1 x (\sqrt{11})^3 = (\sqrt{11})^{1+3} = 121$ (propriété $\mathbf{a}^{\mathbf{n}} \times \mathbf{a}^{\mathbf{m}} = \mathbf{a}^{\mathbf{n}+\mathbf{m}}$ valable aussi sur les réels)

$(\frac{3}{\sqrt{10}})^2 = \frac{(3)^2}{(\sqrt{10})^2} = 0.9$ (propriété $(\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}})^{\mathbf{n}} = \frac{\mathbf{a}^{\mathbf{n}}}{\mathbf{b}^{\mathbf{n}}}$ valable aussi sur les réels).

$(-3\sqrt{2})^4 = (-3)^4 \times (\sqrt{2})^4 = 162$ (propriété $(\mathbf{a} \times \mathbf{b})^{\mathbf{n}} = \mathbf{a}^{\mathbf{n}} \times \mathbf{b}^{\mathbf{n}}$ valable aussi pour les réels).

RÉSUMÉ :

a et **b** sont 02 nombres réels non nuls, **m** et **n** 02 entiers relatifs non nuls.

Définition

$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{\text{n fois}}$ si n est positif; (pour a≠0, on a $a^0 = 1$, et pour n positif, $0^n = 0$).

Propriété

On a les propriétés :

(P1) : $a^n \times a^m = a^{n+m}$.

(P2) : $((a)^n)^m = a^{n\times m}$.

(P3) : $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

(P4) : $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$.

(P5) : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ *et* $\frac{a^n}{a^m} = \begin{cases} a^{n-m} \text{ si } n \geq m \\ \frac{1}{a^{m-n}} \text{ si } n < m \end{cases}$.

EXERCICE D'APPLICATION :

1- *Ecrire plus simplement :*

$\mathcal{A} = (-2\sqrt{3})^3$; $\mathbf{B} = (\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}})^2$; $\mathbf{C} = ((\sqrt{2})^3)^2$; $\mathbf{D} = (\sqrt{3})^3 \times \sqrt{3} \times (\sqrt{3})^2$; $\mathbf{E} = \frac{(\sqrt{10})^{-6}}{(\sqrt{10})^{-4}}$; $\mathbf{F} = \frac{(\sqrt{3})^{15}}{(\sqrt{3})^{11}}$.

2- Ecris alors le plus simplement possible l'opération posée par ADAMOU dans la situation problème.

3- En décomposant en produit de facteurs premiers tous les nombres qui interviennent, écrire le plus simplement possible :

$\mathbf{A} = (\sqrt{24})^5 \times (\sqrt{120})^{-3} \times \sqrt{20}$; $\mathbf{B} = \frac{60^{-4} \times 80^5 \times (\sqrt{20})^4}{40^7 \times 120^{-3} \times (\sqrt{40})^2}$.

Résolution de l'exercice d'application :

1- J'écris plus simplement :

$A = (-2\sqrt{3})^3 = (-2)^3 x(\sqrt{3})^3 = -8.\sqrt{3}.\sqrt{3}.\sqrt{3} = -8x3\sqrt{3} = -24\sqrt{3}$

$B = (\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}})^2 = \frac{\sqrt{6}^2}{\sqrt{5}^2} = \frac{6}{5}$. $C = ((\sqrt{2})^3)^2 = (\sqrt{2})^{3x2} = (\sqrt{2})^6 = \sqrt{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2}=2.2.2=8$

$D = (\sqrt{3})^3 \times \sqrt{3} \times (\sqrt{3})^2 = (\sqrt{3})^{3+1+2} = (\sqrt{3})^6 = \sqrt{3}.\sqrt{3}.\sqrt{3}.\sqrt{3}.\sqrt{3}x\sqrt{3}=3.3.3=27$

$E = \frac{(\sqrt{10})^{-6}}{(\sqrt{10})^{-4}} = \frac{1}{(\sqrt{10})^{-4+6}} = \frac{1}{(\sqrt{10})^2} = \frac{1}{10}$; $F = \frac{(\sqrt{3})^{15}}{(\sqrt{3})^{11}} = (\sqrt{3})^{15-11} = (\sqrt{3})^4 = \sqrt{3}.\sqrt{3}.\sqrt{3}.\sqrt{3} = 9$.

2- $A = \frac{(\sqrt{2})^3\times(\sqrt{2})^{-5}\times \sqrt{3^6}\times\left((\sqrt{5})^{-2}\right)^3}{(\sqrt{2})^{-2}\times3^1\times\sqrt{3^2}\times(\sqrt{5})^{-6}} = \frac{(\sqrt{2})^{3-5}\times3^3\times(\sqrt{5})^{-2x3}}{(\sqrt{2})^{-2}\times3^1\times3^1\times(\sqrt{5})^{-6}} = \frac{(\sqrt{2})^{-2}\times3^3\times(\sqrt{5})^{-6}}{(\sqrt{2})^{-2}\times3^2\times(\sqrt{5})^{-6}} = 3^{3-2} = 3$

3- Ecrivons le plus simplement possible :

$$\begin{aligned} A &= (\sqrt{24})^5 \times (\sqrt{120})^{-3} \times \sqrt{20} = (\sqrt{2^2x2^1x3^1})^5 \times (\sqrt{2^2x2^1x3^1x5^1})^{-3} \times \sqrt{2^2x5^1} \\ &= (2\sqrt{6})^5x(2\sqrt{30})^{-3}x2\sqrt{5} = (2)^5x(\sqrt{6})^5x(2)^{-3}x(\sqrt{30})^{-3}x2\sqrt{5} \\ &= (2)^{5-3+1}x\frac{\sqrt{6}x\sqrt{6}x\sqrt{6}x\sqrt{6}x\sqrt{6}x\sqrt{5}}{\sqrt{30}x\sqrt{30}x\sqrt{30}} \end{aligned}$$

Donc $A = 2^3.\frac{36\sqrt{30}}{30\sqrt{30}} = 8.\frac{6}{5} = \frac{48}{5}$

$$\begin{aligned} B &= \frac{60^{-4}\times80^5\times(\sqrt{20})^4}{40^7\times120^{-3}\times(\sqrt{40})^2} \\ &= \frac{60^{-4}\times80^5\times(\sqrt{20})^4}{40^7\times120^{-3}\times(\sqrt{40})^2} \\ &= \frac{(2^2x3x5)^{-4}\times(2^4x5)^5\times(\sqrt{2^2x5})^4}{(2^3x5)^7\times(2^3x3^1x5^1)^{-3}\times(\sqrt{2^2x2x5})^2} \\ &= \frac{2^{-8}x3^{-4}x5^{-4}\times2^{20}x5^5\times(2\sqrt{5})^4}{2^{21}x5^7\times2^{-9}x3^{-3}x5^{-3}\times(2\sqrt{10})^2} \\ &= \frac{2^{-8}x3^{-4}x5^{-4}\times2^{20}x5^5\times2^4x\,(\sqrt{5})^4}{2^{21}x5^7\times2^{-9}x3^{-3}x5^{-3}\times2^2x(\sqrt{10})^2} \\ &= \frac{2^{-8+20+4}x3^{-4}x5^{-4+5}\times\sqrt{5}x\sqrt{5}x\sqrt{5}x\sqrt{5}}{2^{21-9+2}x5^{7-3}\times3^{-3}\times\sqrt{10}x\sqrt{10}} \\ &= \frac{2^{16}x3^{-4}x5^1\times5x5}{2^{14}x5^4\times3^{-3}\times10x10} \\ &= \frac{2^{16-14}}{3^{-3+4}x5^{4-1}x2x2} \\ &= \frac{2^2}{3x5^3x4} \end{aligned}$$

Donc $B = \frac{1}{375}$

Devoirs à faire à la maison. (Voir livre et fiche de TD)

LECON 4 : COMPARAISON ET ENCADREMENT DES NOMBRES RÉELS
DURÉE : 50 minutes

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES :

- Comparer deux nombres réels
- Encadrer un réel par deux nombres décimaux en précisant l'amplitude de cet encadrement
- Utiliser la calculatrice pour trouver la valeur approchée d'un radical

PRÉREQUIS :

- Calculer sans calculatrice : $a = (7\sqrt{3})^2$ puis $b = (2\sqrt{11})^2$.
- En utilisant ta calculatrice, donne **:**
  - Une valeur approchée à l'unité près de $\frac{22}{7}$.
  - Une valeur approchée à 10^{-2} près de $\sqrt{8}$.
  - Une valeur approchée au dixième près de $3\sqrt{15}$.

Résolution :

- **Je calcule sans calculatrice :** $a = (7\sqrt{3})^2 = 7^2 x \sqrt{3}^2 = 49x3 = 147$; $b = (2(2\sqrt{11})^2)^2 = 2^2 x \sqrt{11}^2 = 4x11 = 44$
- Une valeur approchée à l'unité près de $\frac{22}{7}$ est 3

  Une valeur approchée de $\sqrt{8}$ à 10^{-2}est 2.83

  Une valeur approchée au dixième près de $3\sqrt{15}$ est 11.6

SITUATION PROBLÈME :

On propose à Mme NGONO et au même prix, deux terrains de superficies respectives : **A1 = $8\sqrt{13}$ hm² et A2 = $6\sqrt{26}$ hm²** . Mme NGONO sur le coup ne dispose d'aucun instrument de calcul pouvant l'aider à effectuer des calculs afin de pouvoir choisir celui avec la plus grande superficie. Comment peut-elle dans ces conditions se débrouiller ?

ACTIVITÉ D'APPRENTISSAGE :

1- Avec ta calculatrice, trouve une valeur approchée de $\mathbf{8\sqrt{13}}$ et une valeur approchée de $\mathbf{6\sqrt{26}}$ et compare ces deux nombres.

2- Calcule sans calculatrice $(\mathbf{8\sqrt{13}})^2$ et $(\mathbf{6\sqrt{26}})^2$ puis compare les résultats obtenus. Que suggèrent ces résultats pour la comparaison de $\mathbf{8\sqrt{13}}$ et $\mathbf{6\sqrt{26}}$ **?**

3- Après avoir trouvé une valeur approchée de $\mathbf{6\sqrt{26}}$ avec ta calculatrice, complète alors les inégalités suivantes :

- $\ldots < \mathbf{6\sqrt{26}} < \cdots$ **(par 02 nombres entiers consécutifs)**
- $\ldots < \mathbf{6\sqrt{26}} < \cdots$ **(par 02 nombres décimaux consécutifs d'ordre 4)**
- $\ldots < \mathbf{6\sqrt{26}} < \cdots$ **(par 02 nombres décimaux consécutifs d'ordre 1).**

// Conclure alors sur la notion d'encadrement d'un réels par deux décimaux. //

Résolution :

1- $\mathbf{8\sqrt{13} \approx 28,844}$ et $\mathbf{6\sqrt{26} \approx 30,594}$ alors $\mathbf{8\sqrt{13} < 6\sqrt{26}}$.

2- $(\mathbf{8\sqrt{13}})^2$= **64 x 13 = 832** et $(\mathbf{6\sqrt{26}})^2$= **36 x 26 = 936,** on a donc$(\mathbf{8\sqrt{13}})^2$ <$(\mathbf{6\sqrt{26}})^2$**,** ceci nous suggère que $\mathbf{8\sqrt{13}}$ **serait plus petit que** $\mathbf{6\sqrt{26}}$**.** (alors Mme NGONO pouvait donc utiliser ce procédé pour comparer les 02 aires).

3- $\mathbf{6\sqrt{26} \approx 30,59411708}$ ... on peut alors écrire :

$30 < \mathbf{6\sqrt{26}} < \mathbf{31}$ **(encadrement de $6\sqrt{26}$ par 02 nombres entiers consécutifs)**

$30,59411 < \mathbf{6\sqrt{26}} < \mathbf{30,5942}$ **(encadrement de $6\sqrt{26}$ par 02 nombres décimaux consécutifs d'ordre 4)**

$30,5 < \mathbf{6\sqrt{26}} < \mathbf{30,6}$ **(encadrement de $6\sqrt{26}$ par 02 nombres décimaux consécutifs d'ordre 1).**

RÉSUMÉ :

a et **b** sont 02 nombres réels que nous voulons comparer :

- Si **a** et **b** sont de signes contraires, alors le positif l'emporte.
- Si **a** et **b** sont positifs, on peut soit utiliser une calculatrice soit comparer leurs carrés et conclure dans le même sens.
- Si **a** et **b** sont négatifs, soit ils sont égaux, soit on compare d'abord leurs opposés puis on conclut en disant que .le plus grand est celui qui a le plus petit opposé.

Pour encadrer un réel par 02 décimaux consécutifs, on peut tout d'abord trouver une valeur approchée de ce nombre grâce à une calculatrice, puis la tronquer à l'ordre voulu et procéder à notre encadrement.

Exemple : donner un encadrement au millième près de $3\sqrt{6}$.

$\mathbf{3\sqrt{6} \approx 7.3484692283}$ ... ainsi, son encadrement à $\mathbf{10^{-3}}$ près, donne: $\mathbf{7.348 < 3\sqrt{6} < 7.349}$ **.**

EXERCICES D'APPLICATIONS :

1- Comparer en utilisant les 02 méthodes (avec et sans calculatrice) :
$3\sqrt{2}$ et $2\sqrt{3}$; -$200\sqrt{6}$ et $2\sqrt{5}$; $\sqrt{40}$ et $2\sqrt{10}$; 20 et $5\sqrt{17}$; -$6\sqrt{3}$ et $-3\sqrt{6}$.

2- Donne un encadrement à l'unité près (à l'ordre 3 et 5 aussi) de chacun des nombres suivants :
A=$3\sqrt{8}$; B=$2\sqrt{10}$; C=$\sqrt{17}$; et D=-$\sqrt{43}$.

Résolution de l'application :

1- Comparons en utilisant la calculatrice

- $3\sqrt{2}$ et $2\sqrt{3}$, on a $3\sqrt{2} \approx \mathbf{4.242}$ **et** $2\sqrt{3} \approx \mathbf{3.464}$ **ainsi** $3\sqrt{2} > 2\sqrt{3}$
- -$200\sqrt{6}$ $<$ $2\sqrt{5}$
- $\sqrt{40}$ et $2\sqrt{10}$; on a $\sqrt{40} \approx \mathbf{6.3245}$ **et** $2\sqrt{10} \approx \mathbf{6.3245}$**, ainsi** $\sqrt{40} = 2\sqrt{10}$
- 20 et $5\sqrt{17}$; on a $5\sqrt{17} \approx \mathbf{20,61}$**, ainsi** $20 < 5\sqrt{17}$
- -$6\sqrt{3}$ et $-3\sqrt{6}$; on a -$6\sqrt{3} \approx \mathbf{-10.392}$ et $-3\sqrt{6} \approx \mathbf{-7.348}$ **ainsi** -$6\sqrt{3} < -3\sqrt{6}$

Comparons sans calculatrice :

- $(3\sqrt{2})^2 = 9x2 = 18$ *et* $(2\sqrt{3})^2 = 4x3 = 12$; $18 > 12$ alors $3\sqrt{2} > 2\sqrt{3}$
- $-200\sqrt{6} < 2\sqrt{5}$
- $\left(\sqrt{40}\right)^2 = 40$ et $\left(2\sqrt{10}\right)^2 = 4x10 = 40$; alors $\sqrt{40} = 2\sqrt{10}$
- $(20)^2=400$ et $\left(5\sqrt{17}\right)^2 = 25x17 = 425$; $400 < 425$, alors $20 < 5\sqrt{17}$
- $(6\sqrt{3})^2 = 36x3 = 108$ et $(3\sqrt{6})^2 = 9x6 = 54$; $108 > 54$ alors $6\sqrt{3} > 3\sqrt{6}$ $d'où -6\sqrt{3} < -3\sqrt{6}$.

2- Encadrements :

A=$3\sqrt{8} \approx \mathbf{8.4852813}$; B=$2\sqrt{10} \approx \mathbf{6.324555}$; C=$\sqrt{17} \approx \mathbf{4.123105}$; et D=$-\sqrt{43} \approx \mathbf{-6.557438}$.

- Encadrements de A

- **A l'unité près :** $8 < A < 9$
- **A 10^{-3} près :** $8.485 < A < 8.486$
- **A 10^{-5} près :** $8.48528 < A < 8.4829$

- Encadrements de B

- **A l'unité près :** $6 < B < 7$
- **A 10^{-3} près :** $6.324 < B < 6.325$
- **A 10^{-5} près :** $6.32455 < B < 6.32456$

- Encadrement de C

- **A l'unité près :** $4 < C < 5$
- **A 10^{-3} près :** $4.123 < C < 4.124$
- **A 10^{-5} près :** $4.12310 < C < 4.12311$

- Encadrement de D

- **A l'unité près :** $-7 < D < -6$
- **A 10^{-3} près :** $-6.558 < D < -6.557$
- **A 10^{-5} près :** $-6.55744 < D < -6.55743$

Devoirs à faire à la maison. (Voir livre et fiche de TD

LECON 5 : INTERVALLES BORNÉS DE ℝ *DURÉE : 50 minutes*

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES :

- Traduire une inégalité par un intervalle, et vice-versa
- Trouver un intervalle égale à la réunion ou à l'intersection de 02 autres intervalles (lorsque cela est possible).

PRÉREQUIS :

- Ecrire une inégalité entre **x et a** qui traduit à chaque fois la phrase énoncée :
  - « x est supérieur ou égal à a »
  - « x est strictement supérieur à a »
  - « x est inférieur ou égal à a »
  - « x est strictement inférieur à a »
- On donne les ensembles : $A = \{a, 2, 6, w, 9, 8, u\}$ et $B = \{5, u, 10, 3, 2, \ 8\}$.

Faire une représentation sagittale des 02 ensembles et préciser $A \cap B$ et $A \cup B$.

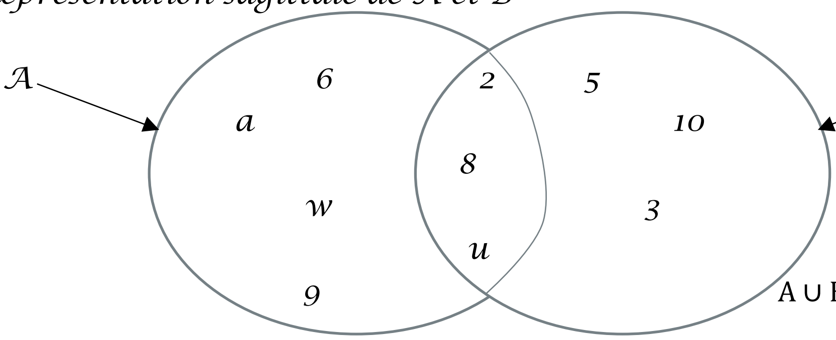
- Trace une droite graduée du plan sur laquelle on peut placer les nombres réels positifs et négatifs

Résolution du preréquis:

- Traduisons par une inégalité :

« x est supérieur ou égal à a » $\leftrightarrow$ $x \geq a$
« x est strictement supérieur à a » $\leftrightarrow$ $x > a$
« x est inférieur ou égal à a » $\leftrightarrow$ $x \leq a$
« x est strictement inférieur à a » $\leftrightarrow$ $x < a$

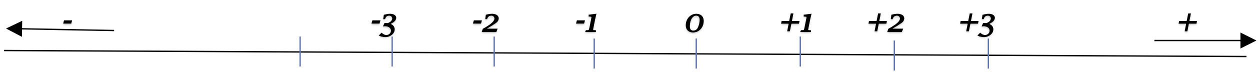
- *Représentation sagittale de A et B*



$A \cap B = \{2, 8, u\}$

$A \cup B = \{a, 6, w, 9, 5, u, 10, 3, 2, \ 8\}$

- ***Droite graduée représentant les nombres réels :***



SITUATION PROBLÈME :

Les amis de ENOH veulent savoir combien il a obtenu comme note sur 20 en mathématiques ; il leur répond ceci : **« Ma note est un nombre entier, strictement plus grand que 8, mais inférieur ou égale à 16 ; elle est aussi supérieure ou égale à 6 mais inférieur ou égale à 14 ; au final, c'est un multiple de 4 ».** Quelle note ENOH a-t-il obtenu en mathématiques ?

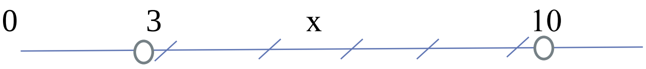
ACTIVITÉ D'APPRENTISSAGE :

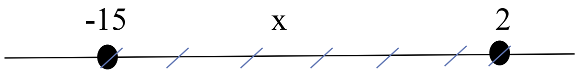
1- Sur une portion de droite graduée à chaque fois, hachure la partie contenant le réel x :
- $3 < x < 10$
- $-15 \leq x \leq 2$
- $4.5 \leq x < 8\sqrt{2}$
- $-8 < x \leq -2$

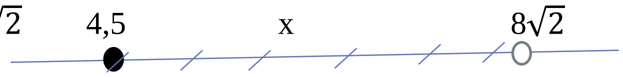
//Conclure alors en traduisant les schémas sous forme d'intervalles à chaque fois.//

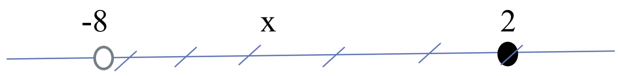
2- On donne les intervalles : A=]-2 ;10[, B=[3 ;20], et C=]-7.5 ;-1]
Représentez les sur une portion de droite et trouvez, lorsque cela existe, A∪B, A∩B, A∪C, B ∪C et B ∩C.
3- Déterminer alors la note obtenue par ENOH en mathématiques.

Résolution :

1- On a donc :
- $3 < x < 10$ 

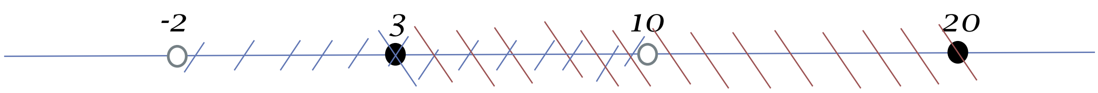
$\leftrightarrow$ x Є]3 ;10[
- $-15 \leq x \leq 2$ 

$\leftrightarrow$ x Є [-15 ;2]
- $4.5 \leq x < 8\sqrt{2}$ 

$\leftrightarrow$ x Є [4,5 ;$8\sqrt{2}$[
- $-8 < x \leq -2$ 

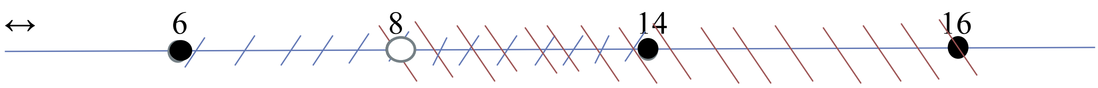
$\leftrightarrow$ x Є]-8 ;-2]

2- On a donc A= **]-2** ;10[, B=[3 ;20], et C= **]-7.5** ;-1]
Pour le cas de A et de B, on pourra faire :



On a alors A∪B=]-2 ;20] et A∩B=[3 ;10[; on procède de même pour A∪C, B ∪C et B ∩C.

3- Si nous notons **x** la note obtenue par ENOH en mathématiques, on peut dire que :

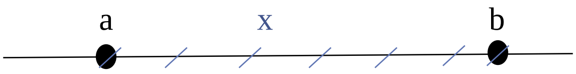
$x \in]8 ;16] \cap [6 ;14]$ $\leftrightarrow$ 

$x \in \{9; 10; 11; 12; 13; 14\}$ en plus x est multiple de 4, alors **x = 12**.

RÉSUMÉ :

a et b sont 02 réels, a < b. On appelle intervalle borné de IR de bornes a et b, tout intervalle de la forme [a ; b], [a ; b[,]a ; b[ou]a ; b] .On a alors pour tout x élément de ℝ :

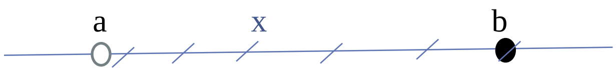
- $x \in [a; b] \leftrightarrow a \leq x \leq b$



- $x \in]a; b[\leftrightarrow a < x < b$

- $x \in [a; b[\leftrightarrow a \leq x < b$

- $x \in]a; b] \leftrightarrow a < x \leq b$



On peut dans certains cas déterminer un autre intervalle borné C qui représente l'union (A ∪B) ou juste l'intersection (A ∩B) de 02 intervalles bornées A et B de ℝ.

EXERCICES D'APPLICATIONS :

1- Traduire les inégalités suivantes par des intervalles :
$\mathbf{-4 \leq x \leq 2.5}$; $\mathbf{20 < a \leq 200}$; $\mathbf{-9.12 < x < -4}$; $\mathbf{1.3 \leq d < 3.7}$

2- Traduire par des inégalités les appartenances suivantes :
$\mathbf{x \in [-4; 5.1[}$; $\mathbf{a \in]6; 23[}$; $\mathbf{x \in]-15; -3]}$; $\mathbf{y \in [6.5; 17.33]}$

3- On donne les intervalles $\mathcal{A}=]\mathbf{6}; \mathbf{23}[$, $\mathcal{B}=]\mathbf{-7}; \mathbf{9}]$ et $\mathcal{C}=[\mathbf{11}; \mathbf{17}]$.
Déterminer $\mathcal{A}\cup\mathcal{B}$, $\mathcal{A}\cup\mathcal{C}$, $\mathcal{C}\cup\mathcal{B}$, $\mathcal{A}\cap\mathcal{B}$, $\mathcal{A}\cap\mathcal{C}$ et B∩C.

Résolution de l'application :

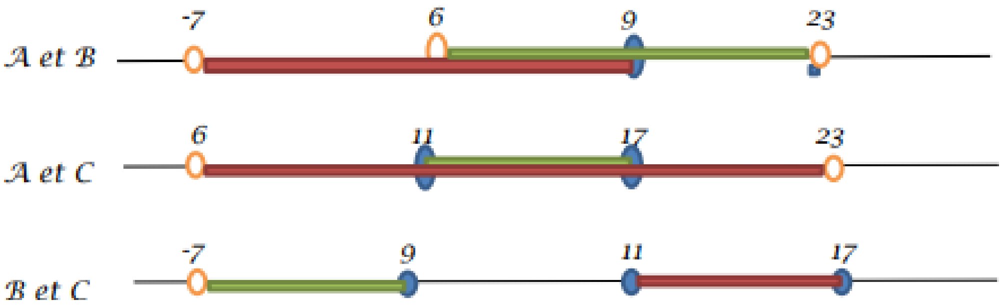
1- Traduisons les inégalités par des intervalles:

$\mathbf{-4 \leq x \leq 2.5} \quad \leftrightarrow \quad \mathbf{x \in [-4; 2.5]}$
$\mathbf{20 < a \leq 200} \quad \leftrightarrow \quad \mathbf{a \in]20; 200]}$
$\mathbf{-9.12 < x < -4} \quad \leftrightarrow \quad \mathbf{x \in]-9.12; -4[}$
$\mathbf{1.3 \leq d < 3.7} \quad \leftrightarrow \quad \mathbf{d \in [-4; 5.1[}$

2- Traduisons les intervalles par des inégalités :

$\mathbf{x \in [-4; 5.1[} \quad \leftrightarrow \quad \mathbf{-4 \leq d < 5.1}$
$\mathbf{a \in]6; 23[} \quad \leftrightarrow \quad \mathbf{6 < x < 23}$
$\mathbf{x \in]-15; -3]} \quad \leftrightarrow \quad \mathbf{-15 < a \leq -3}$
$\mathbf{y \in [6.5; 17.33]} \quad \leftrightarrow \quad \mathbf{6.5 \leq x \leq 17.33}$

3- On a les intervalles suivants : $\mathcal{A}=]\mathbf{6}; \mathbf{23}[$, $\mathcal{B}=]\mathbf{-7}; \mathbf{9}]$ et $\mathcal{C}=[\mathbf{11}; \mathbf{17}]$



$\mathcal{A} \cup \mathcal{B} =]-7; 23[$

$\mathcal{A} \cup \mathcal{C} =]6; 23[$

$\mathcal{C} \cup \mathcal{B} =]-7; 9] \cup [11; 17]$

$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} =]6; 9]$

$\mathcal{A} \cap \mathcal{C} = [11; 17]$

$\mathcal{B} \cap \mathcal{C} = \emptyset$ (ensemble vide)

Devoirs à faire à la maison. (Voir livre et fiche de TD)

TRAVAUX DIRIGÉS *DURÉE : 50 minutes*

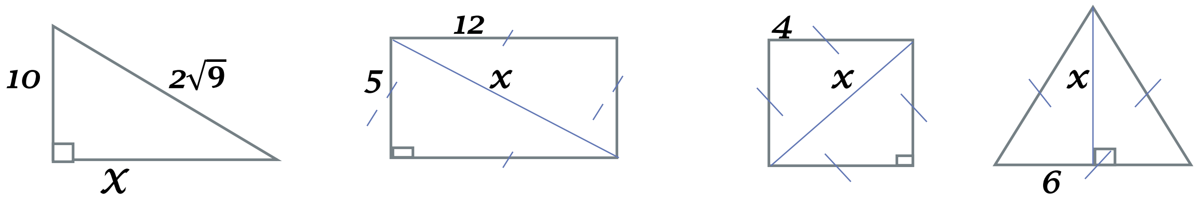
Exercice1 :

1- Complète par $\in$ ou $\notin$ **:**

$2\sqrt{\mathbf{9}}\ldots\mathbb{N}$; $-5\sqrt{\mathbf{36}}\ldots\mathbb{Z}$; $13\ldots\mathbb{Q}$; $-58\ldots\mathbb{R}$. $\frac{-24}{3}\ldots\mathbb{N}$; $\frac{2}{3}\ldots\mathbb{Z}$; $\frac{-18}{13}\ldots\mathbb{Q}$; $\frac{11}{7}\ldots\mathbb{R}$

$\mathbf{5\sqrt{8}\ldots}\ \mathbb{N}$ **;** $\mathbf{-4\sqrt{10}\ldots}\ \mathbb{Z}$ **;** $\mathbf{3\sqrt{6}\ldots}\ \mathbb{Q}$ **;** $\mathbf{-2\sqrt{7}\ldots}\mathbb{R}$**;** $\mathbf{\sqrt{3}\ldots}\ \mathbb{N}$ **;**$-3\sqrt{\mathbf{4}}\ldots\ \mathbb{Z}$ **;** $-\sqrt{\mathbf{36}}\ldots\mathbb{Q}$**;** $\mathbf{5\ldots}\ \mathbb{R}$.

2- Déterminer **x** à chaque fois :



Exrcice2 :

1- Effectuer les calculs suivants :

A$=2\sqrt{5}\text{x}3\sqrt{7}$;B $=-\frac{12}{25}\sqrt{6}\text{x}10\sqrt{5}$;C$=\sqrt{2}-7\sqrt{3}+4\sqrt{2}+\sqrt{3}-2\sqrt{2}$; D$=7(\sqrt{5})^2-3\sqrt{7^2}+(2\sqrt{7})^2$

2- Ecrire le plus simplement possible :

A$=5\sqrt{12}$; B$=\sqrt{300}$; C$=2\sqrt{10}\text{x}\sqrt{15}$; F$=2\sqrt{3}\text{x}5\sqrt{12}$; G $=\sqrt{72}\text{x}5\sqrt{6}$; H$=\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{50}}$

3- Ecrire sous la forme $\mathbf{a\sqrt{b}}$ avec **a** un nombre rationnel et **b** un entier **:**

A$=\sqrt{20}+6\sqrt{45}-5\sqrt{125}-\sqrt{80}$. **B**$=-3\sqrt{200}+6\sqrt{2}-2\sqrt{\frac{12}{25}}-\sqrt{18}-3\sqrt{32}$.

Exercice3 :

1- Ecrire plus simplement :

$\mathbf{A=(4\sqrt{5})^3}$ **;** $\mathbf{B=3(\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{15}})^2}$ **;** $\mathbf{C=((\sqrt{3})^3)^{-2}}$ **;** $\mathbf{D=(2\sqrt{5})^2\times\sqrt{5}\times(\sqrt{5})^5}$ **;** $\mathbf{E=\frac{(\sqrt{3})^{-4}}{(\sqrt{3})^4}}$ **;** $\mathbf{F=\frac{(\sqrt{2})}{(\sqrt{2})^{-3}}}$

2- Donner l'écriture la plus simple possible de chacune des expressions suivantes :

$\mathbf{A=(-2\sqrt{24})^3}$ **;** $\mathbf{B=(5\sqrt{5})^4\text{x}(2\sqrt{5})^4}$ **;** $\mathbf{C=(\sqrt{80})^5}$ **;** $\mathbf{D=(\sqrt{240})^3\text{x}(\sqrt{500})^3}$

$\mathbf{D}=\frac{(\sqrt{2})^8\times(\sqrt{2})^{-5}\times(\sqrt{3})^5\times\left((\sqrt{7})^2\right)^{-3}}{(\sqrt{2})^{-2}\times(\sqrt{3})^3\times\sqrt{3}\times(\sqrt{7})^{-6}}$; $\mathbf{E}=\frac{\mathbf{20^{-4}\times90^{-5}\times(\sqrt{12})^2}}{\mathbf{40^{-3}\times120^{-3}\times(\sqrt{36})^3}}$

Exercice4 :

1- Comparer en utilisant les 02 méthodes (avec et sans calculatrice) :

$2\sqrt{2}$ et $\sqrt{8}$; $17\sqrt{12}$ et $12\sqrt{17}$; $-\sqrt{40}$ et $-\ 2\sqrt{10}$; 15 et $5\sqrt{10}$; $6\sqrt{3}$ et $-3\sqrt{6}$.

2- Donne un encadrement à l'unité près (à $\mathbf{10^{-1}, 10^{-2}}$ **et** $\mathbf{10^{-3}}$ **près** aussi) de chacun des nombres suivants : A=$\sqrt{5}$; B=$-5\sqrt{29}$; C=$\sqrt{2}$; et D=-$\sqrt{10}$.

Exercice5 :

1- Traduire par des inégalités les appartenances suivantes :

$\mathbf{a} \in [-4; 7[$; $\mathbf{b} \in]2.3; 4.5[$; $\mathbf{c} \in]-13; 0.5]$; $\mathbf{d} \in [5; 10]$

2- Traduire les inégalités suivantes par des intervalles :

$\mathbf{13 \leq x \leq 45}$; $\mathbf{-6 < y \leq 0}$; $\mathbf{-5 < z < -3}$; $\sqrt{10} \leq \mathbf{d} < \sqrt{21}$

3- On donne les intervalles A=$]-2; 2[$, B=$]0; 9]$ et C=$[-4; 5]$.

Déterminer A ∪B, A ∪C, C ∪B, A ∩B, A ∩C et B ∩C.

Problème :

M. Tamo dispose de 02 parcelles de terrains, l'une ayant la forme d'un rectangle de longueur L=$5\sqrt{2}$hm et de largeur l=$2\sqrt{3}$hm et l'autre ayant la forme d'un carré de côté égale à $4\sqrt{2}$hm. Ne disposant d'aucun instrument de calcul, il voudrait tout de même savoir lequel de ses 02 champs a la plus grande superficie. En attendant, il compte planter des piquets suivant l'une des diagonales du champ rectangulaire pour séparer ce champ en 02 parties égales ; 02 piquets consécutifs seront séparés ainsi de 5m. Il veut savoir combien il achètera de piquets. Il veut aussi faire le tour de son champ carré avec un fil de fer qui coûte 50francs le mètre.

Tâches :

1- Sans utiliser de calculatrice, aide M. Tamo à déterminer lequel de ses champs a la plus grande superficie.

2- Déterminer le nombre de piquets dont aura besoin M. Tamo pour séparer en 02 parcelles égales son champ de forme rectangulaire.

3- Trouve combien Tamo devra dépenser pour faire le tour complet de son champ carré avec ce fil de fer.

MODULE	Relations et opérations fondamentales dans l'ensemble des nombres réels

CHAPITRE 4: CALCUL SUR LES EXPRESSIONS ALGÉBRIQUES DANS ℝ

MOTIVATION : **Résoudre des problèmes relatifs à des situations de vie tels que : la détermination des surfaces, l'achat ou la vente des terrains, la détermination des prix de vente ou d'achat d'une surface ou des objets.**

LECON 1 : Développement, réduction — DURÉE: 50 minutes

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

- **Reconnaitre une expression littérale ou algébrique**
- **Développer et réduire une expression littérale**
- **Calculer la valeur numérique d'une expression littérale**

PREREQUIS :

1. Complète les pointillés sans utiliser le signe $\times$.
$\mathbf{3 \times x = \cdots}$ $\quad$ $\mathbf{2 \times y = \cdots}$ $\quad$ $\mathbf{x \times y = \cdots}$ $\quad$ $\mathbf{x \times x = \cdots}$ $\quad$ $\mathbf{y \times y = \cdots}$

2. Additionne les termes suivants :
$\mathbf{3x + 2x = \cdots}$ $\quad$ $\mathbf{5y - 3y = \cdots}$ $\quad$ $\mathbf{x + 5x - 8x = \cdots}$

Résolution

1. Je complète les pointillés sans utiliser le signe $\times$.
$\mathbf{3 \times x = 3x}$ $\quad$ $\mathbf{2 \times y = 2y}$ $\quad$ $\mathbf{x \times y = xy}$ $\quad$ $\mathbf{x \times x = x^2}$ $\quad$ $\mathbf{y \times y = y^2}$

2. J'additionne les termes suivants :
$\mathbf{3x + 2x = 5x}$ $\quad$ $\mathbf{5y - 3y = 2y}$ $\quad$ $\mathbf{x + 5x - 8x = -2x}$

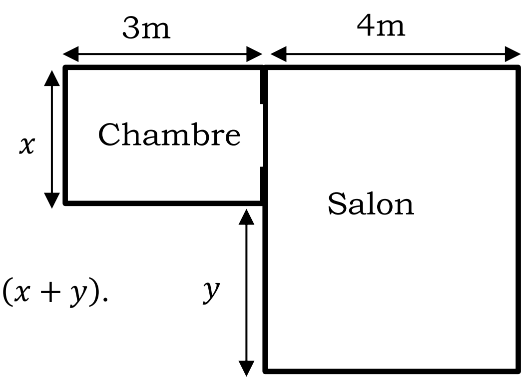
SITUATION PROBLEME :

Un chef chantier désire réaliser un studio simple constitué d'un salon et d'une chambre et ayant les caractéristiques suivantes : La chambre est rectangulaire de longueur 3m et de largeur x mètres. Le salon est aussi rectangulaire de largeur 4m et sa longueur dépasse la largeur de la chambre de y mètres.

Ce chef chantier souhaite trouver une expression (sous la forme développée et réduite) de l'aire totale de ce studio simple à fin de l'utiliser pour d'autre chantier. Il sollicite donc ton aide pour cela.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

Activité



On considère la figure ci-contre, formée de deux rectangles:

1. Détermine l'expression de l'aire de la chambre en fonction de x
2.
   a) Détermine la longueur du salon.
   b) Montre que l'expression de l'aire du salon s'écrit $4 \times (x + y)$.
   c) Recopie et complète $4 \times (x + y) = \cdots + \cdots$
3.
   a) Donne alors l'expression de l'aire totale (chambre + salon) sous la forme développée.
   b) Réduire cette expression en additionnant les termes qui se ressemblent puis répondre à la situation problème.
   c) Comment appelle-t-on une telle expression ?
4. En prenant $x = 2m$ et $y = 5m$ trouve une valeur numérique de l'aire totale du studio simple.

Résolution :

1. **L'expression de l'aire de la chambre est : $3 \times x = 3x$**
2. **a) la longueur du salon est : $x + y$**

   b) Aire du salon : la longueur du salon est $x + y$ et sa largeur est 4m. Puisque le salon est rectangulaire son aire est donc $4 \times (x + y)$

   c) Je complète : $4 \times (x + y) = 4x + 4y$
3. **a) l'expression de l'aire totale (chambre + salon) sous forme développée est :**
   $4x + 4y + 3x$

   b) Réduisons cette expression : $4x + 4y + 3x = 4x + 3x + 4y = 7x + 4y$

   Réponse à la situation problème : l'aire totale du studio simple est $7x + 4y$

   Cette expression est appelée expression algébrique ou expression littéral
4. **Pour $x = 2m$ et $y = 5m$ on a $7x + 4y = 7 \times 2 + 4 \times 5 = 14 + 20 = 34$**

   Une valeur numérique de l'aire du studio simple est $34m^2$

RESUME :

I- Expression littérale, développer et réduire.

- **Une expression littérale ou expression algébrique est toute suite d'opérations contenant une ou plusieurs lettres. Ces lettres sont appelés variables de cette expression littérale**

  Exemple : $3x$; $7x + 4y$; $3a - b$; $8t + 3$; $4(x + y)$
- **Développer une expression, c'est l'écrire comme somme de plusieurs termes.**

  Schéma de développement : $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$
- **Réduire une expression, c'est l'écrire avec moins de termes.**

  Exemple : $5(x + y) + 2(x - y) = 5x + 5y + 2x - 2y$ **(Forme développée)**

  $= 5x + 2x + 5y - 2y$ **(Forme regroupée)**

  $= 7x + 3y$ **(Forme réduite)**

Remarque : Pour développer une expression de la forme $(a + b)(c + d)$ on procède comme suit :

$$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}) = \boldsymbol{a}(\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}) + \boldsymbol{b}(\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}) = \boldsymbol{ac}+\boldsymbol{ad}+\boldsymbol{bc}+\boldsymbol{bd}$$

$$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})(\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}) = \boldsymbol{a}(\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}) - \boldsymbol{b}(\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}) = \boldsymbol{ac}+\boldsymbol{ad}-\boldsymbol{bc}-\boldsymbol{bd}$$

II- Valeur numérique d'une expression littérale

Pour déterminer la valeur numérique d'une expression littérale, on remplace les lettres par les nombres correspondants, puis on effectue les calculs : la valeur obtenue est la valeur numérique voulue.

Exemple : On considère l'expression $3a+5$

Pour $a=-2$ on a : $3a+5 = 3\times(-2)+5 = -6+5 = -1$

-1 est la valeur numérique de l'expression $3a+5$ pour $a=-2$

EXERCICES D'APPLICATIONS :

1. Développe et réduis les expressions suivantes :
   $3(a+2)$; $-3(2a-b)$; $(a+3)(b-5)$; $(x-1)(x-3)$; $(2x+3y)(4x-9y)$
2. On considère l'expression $4x^3+3y^2-5xy+6$
   Donne la valeur numérique de cette expression pour $x=-2$ et $y=3$

Résolution :

1. $3(a+2) = 3a+6$; $-3(2a-b) = -6a+3b$; $(a+3)(b-5) = ab-5a+3b-15$
   $(x-1)(x-3) = x^2-3x-x+3 = x^2-4x+3$
   $(2x+3y)(4x-9y) = 8x^2-18xy+12xy-27y^2 = 8x^2-6xy-27y^2$

2. Pour $x=-2$ et $y=3$ on a : $4x^3+3y^2-5xy+6 = 4(-2)^3+3(3)^2-5\times(-2)\times(3)+6$
   $= 4(-8)+3\times 9+30+6$
   $= -32+27+30+6$
   $= 31$

Devoir à faire à la maison

Développe et réduis chacune des expressions suivantes puis calcule leurs valeurs numériques pour $x=-3$ puis pour $x=2$:

$\boldsymbol{E} = \mathbf{2(3}\boldsymbol{x}\mathbf{-4)-2}\boldsymbol{x}$; $\boldsymbol{F} = \mathbf{-2(3}\boldsymbol{x}\mathbf{+4)+2}$; $\boldsymbol{G} = (\boldsymbol{x}+\mathbf{4})(\boldsymbol{x}-\mathbf{1})$; $\boldsymbol{H} = (\mathbf{2}\boldsymbol{x}-\mathbf{1})(\mathbf{3}\boldsymbol{x}+\mathbf{2})$
$\boldsymbol{I} = (\mathbf{-2}\boldsymbol{x}-\mathbf{1})(\mathbf{2}-\mathbf{3}\boldsymbol{x})$; $\boldsymbol{J} = (\mathbf{2}\boldsymbol{x}-\mathbf{3})^{\mathbf{2}}$; $\boldsymbol{K} = (\mathbf{4}\boldsymbol{x}+\mathbf{5})^{\mathbf{2}}$.

LECON 2 : Factorisation *DURÉE: 50 minutes*

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

- **Transformer une expression algébrique en un produit des expressions algébriques.**
- **Utiliser les identités remarquables pour faire des calculs de manière performante.**

PREREQUIS :

1. Complète

$$4a - 8 = \cdots \times a - \cdots \times 2 \qquad 5x + 10y = \cdots \times x + \cdots \times 2y$$

$$2x + 4y - 8t = \cdots \times x + \cdots \times 2y - \cdots \times 4t$$

2. Complète :

$9 = (\ldots)^2 \qquad 16 = (\ldots)^2 \qquad 25x^2 = (\ldots)^2 \qquad 4y^2 = (\ldots)^2$

Résolution

1. Je complète

$$4a - 8 = 4 \times a - 4 \times 2 \qquad 5x + 10y = 5 \times x + 5 \times 2y$$

$$2x + 4y - 8t = 2 \times x + 2 \times 2y - 2 \times 4t$$

2. Je complète :

$9 = (3)^2 \qquad 16 = (4)^2 \qquad 25x^2 = (5x)^2 \qquad 4y^2 = (2y)^2$

SITUATION PROBLEME :

ALI est en classe de 3e année IND. Il vient de suivre des exemples de développement et réduction des expressions algébriques faites par son professeur. Au moment de recopier dans son cahier, son camarade TAMO très turbulent a effacé le début des expressions contenant des parenthèses. Il ne reste plus que les expressions déjà développées suivantes : $3a - 6b + 24 \quad et \quad 9x^2 + 24y + 12$.

Aide ALI à retrouver les expressions de départ contenant les parenthèses.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

Activité

1. On considère l'expression $3a - 6b + 24$
   a) Recopie et complète : $3a - 6b + 24 = \cdots \times a - \cdots \times 2b + \cdots \times 8$
   b) Identifie alors un nombre qui est facteur commun à tous les termes de l'expression $3a - 6b + 24$
   c) Complete alors : $3a - 6b + 24 = \cdots (a - 2b + 8)$
2. Complete successivement les pointillés suivants :

$$\begin{aligned} 9x^2 + 24y + 16 &= (\ldots.)^2 + 24y + (\ldots.)^2 \\ &= (\ldots.)^2 + 2 \times \ldots \times \ldots + (\ldots.)^2 \\ &= (\ldots + \cdots)^2 \end{aligned}$$

3. Résoudre la situation problème

Résolution 1:

1. On considère l'expression $3a - 6b + 24$
   Je complète : $3a - 6b + 24 = 3 \times a - 3 \times 2b + 3 \times 8$
   Ce nombre facteur commun à tous les termes de l'expression est le nombre 3
   Je Complete alors : $3a - 6b + 24 = 3(a - 2b + 8)$
2. Je complète successivement les pointillés suivants :
$$\begin{aligned} 9x^2 + 24y + 16 &= (3x)^2 + 24y + (4)^2 \\ &= (3x)^2 + 2 \times 3x \times 4 + (4)^2 \\ &= (3x + 4)^2 \end{aligned}$$
3. Les expressions de départ contenant les parenthèses sont $3(a - 2b + 8)$ *et* $(3x + 4)^2$ **.**

RESUME :

On peut écrire certaines expressions sous forme d'un produit d'au moins deux expressions algébriques toutes distinctes de 1.

Exemple : $3a - 6b + 24 = 3(a - 2b + 8)$

Factoriser une expression algébrique c'est l'écrire sous la forme d'un produit d'au moins deux expressions algébriques toutes distinctes de 1.

Méthode pour factoriser

1- *Utilisation du facteur commun.*

Un facteur commun est un même nombre que l'on retrouve dans une somme de plusieurs produits.
Pour factoriser une expression algébrique contenant un facteur commun, procède comme suit :

- Repère les différents termes au sein de l'expression (les termes sont séparés par les signes d'addition + et de soustraction -).
- Identifie le nombre facteur commun ;
- Mets le facteur commun en évidence devant une parenthèse puis à l'intérieur de la parenthèse, divise chaque terme par le facteur commun.
  NB : le facteur commun doit toujours être le plus complet possible.

Exemple : $4x + 8y - 16t = 4 \times x + 4 \times 2y - 4 \times 4t$ (Le facteur commun est 4)
$= 4 \times (x + 2y - 4t)$ (Mise en évidence du facteur commun)
$= 4(x + 2y - 4t)$ (Forme factorisée)

$3ab + 2a = 3ab + 2a$ (Le facteur commun est la lettre a elle se trouve dans chaque terme)
$= a(3b + 2).$

2- *Les identités remarquables*

a et b sont deux nombres réels on a :

- $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
- $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
- $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

Ces liens entre les produits et leurs formes développées sont appelés identités remarquables ou encore égalités remarquables.

Certaines expressions algébriques se factorisent en utilisant les identités remarquables.

Exemple :

$$x^2+2x+1=(x)^2+2x+(1)^2$$
$$=(x)^2+2\times x\times 1+(1)^2$$
$$=(x+1)^2$$

$$9y^2-42y+49=(3y)^2-42y+(7)^2$$
$$=(3y)^2-2\times 3y\times 7+(7)^2$$
$$=(3y-7)^2$$

$$4t^2-49=(2t)^2-(7)^2$$
$$=(2t-7)(2t+7).$$

EXERCICES D'APPLICATIONS :

1. Factorise en utilisant la méthode du facteur commun chacune des expressions algébriques suivantes :

$$3x-12 \quad ; \quad 4a+16b \quad ; \quad 2xy+4x \quad ; \quad 3a+6b-12 \quad ; \quad \frac{1}{2}t+\frac{1}{4}$$

2. Factorise en utilisant les identités remarquables chacune des expressions algébriques suivantes :

$$9t^2+30t+25 \quad ; \quad z^2-4z+4 \quad ; \quad y^2-121 \quad ; \quad \frac{1}{16}x^2-9 \quad ; \quad 4x^2-2x+\frac{1}{4}$$

Résolution :

1. Je factorise en utilisant la méthode du facteur commun **:**

$$3x-12=3(x-4) \qquad 4a+16b=4(a+4b) \qquad 2xy+4x=2x(y+2) \qquad \frac{1}{2}t+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}\left(t+\frac{1}{2}\right)$$

$$3a+6b-12=3(a+3b-4)$$

2. Je factorise en utilisant les identités remarquables

$$9t^2+30t+25=(3t)^2+2\times 3t\times 5+(5)^2$$
$$=(3t+5)^2$$

$$z^2-4z+4=(z)^2-2\times z\times 2+(2)^2$$
$$=(z-2)^2$$

$$y^2-121=(y)^2-(11)^2$$
$$=(y-11)(y+11)$$

$$\frac{1}{16}x^2-9=\left(\frac{1}{4}x\right)^2-(3)^2$$
$$=\left(\frac{1}{4}x-3\right)\left(\frac{1}{4}x+3\right)$$

$$4x^2-2x+\frac{1}{4}=(2x)^2-2\times 2x\times\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2$$
$$=\left(2x-\frac{1}{2}\right)^2$$

Devoir à faire à la maison

1. Factorise : $9x-6$; $4x^2+12x+9$; $9x^2-4$; $4x^2-20x+25$; $25y^2-64$
2. Un jardin rectangulaire a 3 mètre et a mètre comme dimensions.
   Calcule, en mètres le périmètre et en mètres carrés, l'aire de ce jardin. Donne le résultat sous forme factorisée et sous forme développée.

MODULE	RELATIONS ET OPÉRATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES RÉELS.

CHAPITRE 5 : ÉQUATIONS, INÉQUATIONS

INTERÊT : Plusieurs situations de la vie font recours à la résolution des équations ou de inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}$ c'est pourquoi elles nous intéressent.

MOTIVATION: Utiliser les équations et les inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}$ pour résoudre certains problèmes concrets de vie.

LECON1 : ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ À UNE INCONNUE DANS $\mathbb{R}$.

DURÉE : 50 minutes

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

- Mettre en équation un problème concret qui fait intervenir une équation du premier degré dans $\mathbb{R}$ puis le résoudre.
- Résoudre une équation du premier degré à une inconnue dans $\mathbb{R}$.
- Vérifier qu'un nombre est solution d'une équation du premier degré dans $\mathbb{R}$.

PREREQUIS

1) Compléter les pointillées suivantes par des nombres rationnels pour que chaque égalité ait un sens.
   a) $3 + \cdots = 8$; b) $2 \times ... = 5$; c) $2 \times ... + 6 = 10$; d) $- \cdots + 4 = 3$.
2) Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{Q}$: a) $x + 2 = 6$; b) $2x = 6$
3) Nanda a acheté les huiles végétales dont le prix d'un litre est de 1200F et elle a payé 1000F pour le frais de transport aller-retour. Sachant qu'elle a acheté x litres d'huiles où est un entier naturel, donner l'expression littérale qui traduit la dépense totale de Nanda.

Résolution du prérequis.

1) a) $3 + 5 = 8$; b) $2 \times \frac{5}{2} = 5$; c) $2 \times 2 + 6 = 10$; d) $-1 + 4 = 3$.
2) a) $x + 2 = 6$ on a : $x = 6 - 2 = 4$; b) $2x = 6$ on a : $x = \frac{6}{2} = 3$
3) Cette expression littérale est : $1200a + 1000$.

SITUATION PROBLEME

Le chef des travaux d'atelier d'un lycée technique est allé acheter des scies à métaux dont le prix de l'unité s'élève à $800F$ et 6 marteaux dont le prix unitaire est de $500F$ le tout pour une dépense totale de $12600F$.

Il ne se souvient plus du nombre exact des scies à métaux qu'il a acheté. Aide-le à retrouver le nombre des scies à métaux qu'il a acheté.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

On désigne par x le nombre de scies à métaux qu'a achetés le chef des travaux d'atelier.

1) a) Exprimes en fonction de x la somme totale dépensée pour acheter des scies à métaux.
   b) Combien ont couté les 6 marteaux ?
   c) Déduis l'expression de la dépense totale du prix des matériels qu'a achetés le chef des travaux en fonction de x.
2) a) Quel est le montant exact de la dépense totale en FCFA ?
   b) Que traduit l'égalité $800x + 3000 = 12600$ (a).
   c) Comment appelles-tu l'égalité (a) ?
3) a) En soustrayant chaque membre par un nombre qu'on doit préciser dans l'égalité (a), montres qu'on a : $800x = 9600$ (b).
   b) En divisant chaque membre par un nombre dont on précisera dans l'égalité (b), trouves la valeur de x.
4) Réponds à la question de la situation problème.

Résolution de l'activité d'apprentissage :

1. a) $800 \times x = 800x$.
   b) $6 \times 500F = 3000F$
   c) $800x + 3000$.
2. a) La dépense totale est de $12000FCFA$.
   b) L'égalité $800x + 3000 = 12000$ (a) traduit le montant total d'achat des matériels et la somme totale dépensée pour cet achat.
   c) L'égalité (a) s'appelle **équation du premier à une inconnue**.
3. a) Puisque $800x + 3000 = 12000$, on a : $800x + 3000 - 3000 = 12000 - 3000$ donc $800x = 9600$ (b). **On a soustrait par 3000 chaque membre de l'égalité**.
   b) Comme d'après (b) $800x = 9600$ il suit que $\frac{800x}{800} = \frac{9600}{800}$ donc $x = \frac{9600}{800} = 12$. **On a divisé chaque membre l'égalité (b) par 800**.
4. Il a acheté au total 12 scies à métaux.

RESUME

Définition : On appelle équation du premier degré à une inconnue une égalité sous la forme $ax + b = c$ où a est un réel non nul, b et c sont des nonbres réels donnés et x l'inconnue.

Exemple 1 : $800x + 3000 = 126000$ est une équation du premier degré d'inconnue x.

Une équation du premier degré à une inconnue peut aussi s'écrire sous la forme $ax + b = cx + d$ où $\neq 0$, b, c et d sont des réels donnés et x l'inconnue.

Exemple 2 : $3x + 2 = -2x + 7$ est une équation de premier degré à une inconnue.

Propriété 1:

a) Lorsqu'on ajoute ou on soustrait un même nombre aux deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité. C'est-à-dire si a et b sont des nombres réels tel que $a = b$ alors $a + c = b + c$ et $a - c = b - c$ pour tout nombre réel c.

b) Lorsqu'on multiplie ou on divise par un même nombre non nul les deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité. C'est-à-dire si a et b sont des nombres réels tel que $a = b$ alors $ac = bc$ et $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ pour tout nombre réel non nul c.

Résolution d'une équation du premier degré à une inconnue.

Résoudre une équation c'est trouver toutes les valeurs possibles du nombre inconnu qui vérifient l'égalité (équation). Toute valeur convenante est alors appelée une solution de l'équation.

Propriété 2: Une équation a les mêmes solutions que toutes les équations obtenues à partir de la première équation. On dit que ces équations sont **équivalentes**. Les opérations qui aboutissent à la résolution d'une équation du premier degré sont les propriétés suivantes :

a) L'addition ou la soustraction par un même nombre de deux membres de l'équation.
b) La multiplication ou la division par un même nombre non nul de deux membres de l'équation.

Exemple 3 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : a) $3x - 2 = 4$; b) $y + 2 = -4y + 12$.

a) $3x - 2 = 4$

$3x - 2 + 2 = 4 + 2$ (en ajoutant l'opposé de -2 aux deux membres de $3x - 2 = 4$)

On obtient : $3x = 6$.

$\frac{3}{3}x = \frac{6}{3}$ (On divise chaque membre par 3 placé devant x.)

On obtient : $x = \frac{6}{2} = 3$.

b) $y + 2 = -4y + 12$ (on élimine 2 dans le membre de gauche en ajoutant l'opposé de 2 aux deux membres de cette équation)

$y + 2 - 2 = -4y + 12 - 2$ qui équivaut à $y = -4y + 10$.

Ensuite, on ajoute membre à membre par $4y$ et on obtient : $y + 4y = -4y + 4y + 10$ soit $5y = 10$. Enfin, on divise chaque membre de la dernière égalité par 5 et on $\frac{5y}{5} = \frac{10}{5}$. Donc $y = 2$.

Remarque :

1. Une équation peut ne pas avoir des solutions ou bien avoir une infinité des solutions.

2.. Pour vérifier qu'un nombre est solution d'une équation du premier degré à une inconnue, on remplace l'inconnue de cette équation par ce nombre et on vérifier l'égalité.

Exemple 4 : Vérifions que $-\frac{3}{2}$ est solution de l'équation $2x + 5 = 2$.

En effet, si $x = -\frac{3}{2}$, on a : $2 \times -\frac{3}{2} + 5 = -3 + 5 = 2$. Donc $-\frac{3}{2}$ est solution de l'équation du premier degré $2x + 5 = 2$.

Résolution d'un problème qui se ramène à une équation du premier degré.

Pour résoudre un problème qui se ramène à une équation du premier degré, on procède comme suit :

1) Faire le choix de l'inconnue (après avoir lu l'énoncé).
2) Faire la mise en équation grâce aux relations obtenues dans l'énoncé.
3) Résoudre l'équation obtenue.
4) Faire une conclusion après vérification.

EXERCICE D'APPLICATION

A) Résoudre les équations du premier degré suivantes :

a) $2x = 7$; b) $a - 2 = 4$; c) $3z + 11 = 3$; d) $m + 3 = m + 4$.

B) Elomo dit à ses amis : « Le double de mon âge ajouté 12ans donne exactement le triple de mon âge diminué de 2 ». Quel est l'âge d'Elomo ?

RÉSOLUTION DE L'EXERCICE D'APLICATION

A) Je résous les équations du premier degré suivantes :

a) $2x = 7$ en divisant chaque membre par 2, on obtient $\frac{2x}{2} = \frac{7}{2}$ et donc $x = \frac{7}{2}$.

b) $a - 2 = 4$. On ajoute à chaque membre de l'égalité 2 et donc $a = 4 + 2 = 6$.

c) $3z + 11 = 3$. On fait d'abord -11 à chaque membre et l'équation dévient $3z + 11 - 11 = 3 - 11$. Soit $3z = -8$. Par suite, on fait une division de chaque membre par 3 et on obtient $z = \frac{-8}{3}$.

d) $m + 3 = m + 4$. On essaye de ramener l'inconnue d'un même côté de l'égalité. Ainsi, on aura $m + 3 - m = m + 4 - m$. Par suite $3 = 4$. Ce qui est impossible. Donc cette équation n'admet aucune solution.

B) On va attribuer à valeur inconnue à l'âge d'Elomo. Nommons le « x ».

Le double de l'âge d'Elomo est $2 \times x = 2x$ et le triple de son âge est $3 \times x = 3x$. On a la mise en équation suivante : $2x + 12 = 3x - 2$.

Résolvons cette équation.

On regroupe l'inconnue d'un membre de l'équation en faisant la soustraction par $3x$ et obtient :

$-x + 12 = -2$. Par suite, on soustrait à chaque membre de la dernière égalité 12 et obtient : $-x = -14$ et finalement en divisant par -1 l'équation $-x = -14$, on trouve : $x = 14$.

Conclusion : l'âge d'Elomo est 14 ans.

EXERCICE À FAIRE.

A. Résoudre les équations suivantes :

1) $2b + 1 = 3b + 7$;
2) 2) $2(a + 1) = 2a + 2$;
3) 3) $2b - 1 = 0$
4) 4) $x - 7 = -x + 3$.

B. Dans chaque cas, répondre par vrai ou faux.

1) -1 est une solution de l'équation $3x = 3$
2) 4 est une solution de l'équation $2x - 5 = x + 1$
3) $\frac{3}{2}$ est une solution de l'équation $3 = 2x$.
4) 5 et -2 sont solutions de l'équation $-3a + 1 = -14$.

C. La somme des 3 entiers naturels consécutifs donne 78. Quels sont ces nombres ?

D. Un champ de forme rectangulaire a $28m$ de périmètre. Sachant que la longueur de ce champ dépasse sa largeur de $4m$, déterminer les dimensions de ce terrain.

LECON2 : INÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ À UNE INCONNUE DANS ℝ.

DURÉE : 50 minutes

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

- Mettre en équation un problème concret qui fait intervenir une inéquation du premier degré dans ℝ puis le résoudre.
- Résoudre une inéquation du premier degré à une inconnue dans ℝ.
- Vérifier qu'un nombre est solution d'une inéquation du premier degré dans ℝ.

PREREQUIS

1) Rappelles la signification des symboles mathématiques suivants: $>, <, \geq, \leq$.
2) Dans chacun des cas, trouves une valeur correspondante de l'inconnue pour que l'inégalité soit vraie. a) $a + 5 > 3$ b) $x - 2 \leq 4$ c) $-3z + 4 < 3$

Résolution du prérequis.

1) Les symboles $>$ plus grand, $<$ plus petit, $\geq$ plus grand ou égal, $\leq$ plus petit ou égal.

2) a) On peut prendre $a = 0$ ou $a = -1$ ou $a = 3\ldots$

b) On peut prendre $x = 3, x = 0,\ x = 6\ldots$

c) On peut prendre $z = 1, z = 2, z = \frac{2}{3}\ldots.$

SITUATION PROBLÈME

Pour préparer la rentrée scolaire de ses enfants, Mme Massok veut acheter uniquement des cahiers de 100 pages dont l'un coûte 200F. Elle possède une somme de 2900F et a dépensé 700F pour le transport dans cette somme. Combien au maximum peut-elle acheter des cahiers de 100 pages ?

ACTIVITÉ D'APPRENTISSAGE

On désigne par x le nombre maximal des cahiers de 100 pages qu'elle peut acheter.

1. a) Donne en fonction de x l'expression littérale qui permet de traduire sa dépense totale.

b) Montre que x vérifier l'inégalité $200x + 700\ \leq 2900\ (a)$.

c) Vérifie qu'elle peut acheter 2, 3 ou 5 cahiers.

d) Peut-elle acheter 15 cahiers ? 20 cahiers ? Justifie ta réponse.

2. a) En soustrayant chaque membre l'inégalité (a) par un nombre qu'on doit préciser, montre qu'on : $200x\ \leq 2100\ (b)$.

b) En divisant chaque membre l'inégalité (b) par un nombre qu'on doit préciser, vérifie que $x \leq 10{,}5$.

c) Déduit le nombre maximal des cahiers de 100 pages qu'elle peut acheter.

3. Répond à la question de la situation problème.

Résolution de l'activité d'apprentissage.

1. a) L'expression est $200x + 700$

   b) Puisqu'elle possède 2900, elle peut au plus dépenser cette somme et nous avons l'inégalité suivante : $200x + 700 \leq 2900$.

   c) Vérifions qu'elle peut acheter 2, 3 ou 5 cahiers. On a :

   $200 \times 2 + 700 = 400 + 700 = 1100 \leq 2900$,

$200 \times 3 + 700 = 600 + 700 = 1300 \leq 2900$ et $200 \times 5 + 700 = 1000 + 700 = 1700 \leq 2900$

   d) Non elle ne peut pas acheter 15 cahiers ni 20 cahiers car $200 \times 15 + 700 = 3700 > 2900$.

   De même, $200 \times 20 + 700 = 4700 > 2900$.

2. a) On soustrait chaque membre par 700 et on obtient $200x \leq 2100$.

   b) On divise chaque membre par 200 et on obtient $x \leq \frac{2100}{200} = 10{,}5$. Donc $x \leq 10{,}5$.

   c) Le nombre maximal des cahiers de 100 pages qu'elle peut acheter est le plus grand entier qui soit plus petit que $10{,}5$ c'est-à-dire 10.

3. On conclut qu'elle peut acheter au plus 10 cahiers de 100 pages.

RÉSUMÉ

On appelle inéquation à une inconnue toute inégalité pouvant s'écrire sous l'une des formes suivantes : $ax + b \leq c$, $ax + b < c$, $ax + b \geq c$ ou bien $ax + b > c$. Une solution d'une inéquation est un nombre qui vérifie l'inégalité.

Exemple 1 : $5x - 6 > 3$; $y + 4 \leq 1$; $-2b < 9$ sont des inéquations du premier degré à une inconnue.

Une inéquation du premier degré à une inconnue peut aussi s'écrire sous l'une des formes suivantes : $ax + b \leq cx + d$, $ax + b < cx + d$, $ax + b \geq cx + d$ ou bien $ax + b > cx + d$ où $a \neq 0$, b, c et d sont des réels donnés et x l'inconnue.

Exemple 2 : $-x + 1 > 7x + 9$ est une inéquation de premier degré à une inconnue.

Résoudre une inéquation c'est trouver toutes ses solutions.

Propriété :

1) Lorsqu'on ajoute ou on soustrait un même nombre aux deux membres d'une inégalité, on obtient une nouvelle inégalité et le sens de l'inégalité est conservé. C'est-à-dire si a et b sont des réels tel que $a = b$ alors $a + c < b + c$ et $a - c < b - c$ pour tout nombre réel c. (la propriété reste vraie lorsqu'on utilise l'un des symboles d'inégalités $\leq, \geq, <$ ou $>$).

2) a) Lorsqu'on multiplie ou on divise par un même nombre réel strictement positif les deux membres d'une inégalité, on conserve le sens de l'inégalité. C'est-à-dire si a et b sont des réels tel que $a < b$ alors $ac < bc$ et $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ pour tout nombre réel $c > 0$. (la propriété reste vraie lorsqu'on utilise l'un des symboles d'inégalités $\leq, \geq, <$ ou $>$).

   b) Lorsqu'on multiplie ou on divise par un même nombre réel strictement négatif les deux membres d'une inégalité, on inverse le sens de l'inégalité. C'est-à-dire si a et b sont des réels tel que $a < b$ alors $ac > bc$

et $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ pour tout nombre réel $c < 0$. (la propriété reste vraie lorsqu'on utilise l'un des symboles d'inégalités $\leq, \geq, <$ ou $>$).

Méthode de résolution d'une inéquation du premier degré à une inconnue :

Pour résoudre une inéquation d'inconnue x, on « isole x » dans un membre grâce aux propriétés énoncées ci haut.

Exemple 3 : Résoudre l'inéquation suivante : $-3x + 5 > -2$.

Si $-3x + 5 > -2$, alors en faisant la soustraction par 5 aux deux membres de l'inégalité, on a: $-3x + 5 - 5 > -2 - 5$ par suite on obtient $-3x > -7 >$. Divisant la dernière égalité par -3, le sens de l'inégalité inverse et on obtient : $\frac{-3x}{-3} < \frac{-7}{-3}$ soit $x < \frac{7}{3}$. Donc tout nombre réels strictement inférieurs à $\frac{7}{3}$ est solution de l'inéquation $-3x + 5 > -2$.

Exemple 4 : Résoudre l'inéquation suivante : $-4x + 19 \leq -x + 4$.

$-4x + 19 \leq -x + 4$, on élimine $-4x$ dans le membre de gauche en ajoutant son opposé $4x$, membre à membre et on obtient : $-4x + 4x + 19 \leq -x + 4x + 4$ ou encore $19 \leq 3x + 4$. On élimine 4 dans le membre de droite en ajoutant son opposé -4 aux deux membres de la dernière inégalité :
$19 - 4 \leq 3x + 4 - 4$ qui est équivalente à $15 \leq 3x$. Enfin, fait une division membre à membre par 3 dans la dernière inégalité et le sens reste inchangé. $\frac{15}{3} \leq \frac{3x}{3}$ ou encore $5 \leq x$.

Donc tout réel supérieur ou égal à 5 est une solution de l'inéquation $-x + 4 \geq -4x + 19$.

Résolution d'un problème qui se ramène à une inéquation du premier degré.

Pour résoudre un problème qui se ramène à une inéquation du premier degré, on procède comme suit :

1) Faire le choix de l'inconnue (après avoir lu l'énoncé).
2) Faire la mise en équation grâce aux relations obtenues dans l'énoncé.
3) Résoudre l'inéquation obtenue.
4) Faire une conclusion après vérification.

EXERCICE D'APPLICATION

1. Résoudre les inéquations du premier degré suivantes :
   a) $x + 4 > 7$; b) $3y \leq 6 - y$;
2. Nanda dit à ses amis : « Le triple de mon âge dépasse le double de mon âge ajouté 15 ans ». Quel est l'âge minimal de Nana ?

RÉSOLTION DE L'EXERCICE D'APPLICATION

1. Je résous les inéquations du premier degré suivantes :

a) $x + 4 > 7$. On soustrait chaque member de l'inégalité par 4 et on obtient $x + 4 - 4 > 7 - 4$ ou encore $x > 3$. Ainsi, tout nombre réel plus grand que 3 est solution de l'inéquation $x + 4 > 7$.

b) $3y \leq 6 - y$. On ramène y à droite en ajoutant membre à membre par y l'inégalité $3y \leq 6 - y$. Ce qui donne $2y \leq 6$. Par suite, on divise par 2(qui est positif) chaque membre et l'inégalité préserve son sens : $\frac{2y}{2} \leq \frac{6}{2}$ ou encore $y \leq 3$. Finalement, tout nombre réel plus petit ou égal à 3 est une solution de l'inéquation $3y \leq 6 - y$.

2. Je désigne par z l'âge minimal de Nanda. On a la mise en équation suivante : $3z > 2z + 15$.Pour la résolution, de l'inéquation $3z > 2z + 15$, on fait une soustraction de chaque membre par $2z$ et obtient $z > 15$. Ainsi, Nanda a plus de 15 ans.

EXERCICE À FAIRE.

1) Résoudre les inéquations du premier degré suivantes :

i) $4x + 12 < 2x + 18$;

ii) $\frac{2}{3}s \geq 6$

iii) $x - 6 \geq -x + 3$;

iv) $m + 2 < m + 5$;

v) $-2z + 4 > 2b + 8$; vi) $2(a + 1) < 2a + 2$.

2) Dans chaque cas, répondre par vrai ou faux.

a) -3 est une solution de l'inéquation $-7x + 17 < 3$.

b) 2 est une solution de l'inéquation $2x - 5 \leq x + 1$.

c) $\frac{2}{3}$ est une solution de l'inéquation $3 + x > 2x$.

d) Tout nombre strictement inférieur à -2 est solution de l'inéquation $-3x + 2 < 8$

e) -2 et -4 sont solutions de l'inéquation $7x - 5 < 0$.

f) Tout réel supérieur à 3 est une solution de l'inéquation $2x + 4 \geq x + 7$.

3) Trouver tous les triplets d'entiers naturels consécutifs donne dont la somme n'atteint pas 12.

4) Un champ de forme rectangulaire de demi-périmètre égal à$12m$ de. Trouver la valeur minimale de sa largeur.

Module 11	*ORGANISATION DES DONNEES*

CHAPITRE 6: Statistiques

INTERET : Faire une étude statistique c'est recueillir, organiser, représenter et exploiter les données numériques ou non dans le but de constat, de prévision, de comparaison et de prendre les décisions. La statistique est un instrument d'alerte et d'information en général.

MOTIVATION : La statistique est largement utilisée dans de nombreux domaines de l'activité humaine comme la production industrielle ; il permet d'anticiper sur les mesures à prendre pour améliorer la fabrication industrielle (automobile, métallurgie, etc.).

LEÇON 1 : Vocabulaire et organisation des données

Durée : 50 minutes

MOTIVATION

Il est important de connaitre le vocabulaire de base de la statistique ainsi que de savoir organiser des informations. Cela permettra de mieux comprendre et interpréter des informations, qu'on écoute ou qu'on lit dans des journaux ou à la radio (par exemple, le taux de prévalence d'une maladie, les sondages ou encore les estimations d'une production industrielle).

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES : Manipuler le vocabulaire de base de la statistique de ce niveau.

PREREQUIS :

Classe ces élément en couples (élément ; nombre de fois qu'il apparait) -> Z ; T ; U ; Z ; U ; T ; Z ; X ; D ; X.

SITUATION DE VIE

Alima est en train de réaliser des travaux dans sa maison. Il veut connaitre nombre d'outils de construction dont il dispose. Il souhaite aussi connaitre le salaire journalier des ouvriers qui travaille dans sa maison.

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

1) Pour connaitre le nombre d'outils de construction, Alima parcourt sa maison et à chaque fois qu'il trouve un outil, il note quelque chose sur une feuille de papier. Voici ce qu'il a écrit lorsqu'il a fini de parcourir sa maison :

   T ; P ; P ; M ; T ; Sc ; Pi ; M ; P ; Pi (où T=truelle, P=pelle, M=marteau, Sc=scie et Pi=pioche).

   - Que signifie cette liste de lettres ? *Chaque lettre représente un outil répertorié. Cette liste est appelée une série statistique.*
   - Pour chaque outil dont il dispose, Alima est intéressé par sa couleur ? son poids ? le volume de l'outil ? ou le nombre de ce type d'outil ? *le nombre d'outils.*
   - Quelles sont les différentes informations qu'Alima a noté sur sa feuille ? Sont-elles des nombres ? *Les différentes informations sont : T, P, M Sc, Pi ; ces informations ne sont pas des nombres. Chacune de ces informations est appelée modalité de caractère. Puisque ce ne sont pas des nombres. On dit alors que le caractère est qualitatif.*

2) Pour connaitre le salaire journalier des ouvriers, Alima demande le salaire journalier de chaque ouvrier qui travaille dans sa maison. Sur une feuille papier, il a noté les informations suivantes : 1000 ; 500 ; 1000 ; 1500 ; 2000 ; 500 ; 1000 ; 500 ; 1500 ;

- Que signifie cette liste de nombres ? *Comme précédemment, il s'agit d'une série statistique. Chaque nombre représente le salaire d'un ouvrier.*
- Quelle est la population qu'étudie Alima ? *Les ouvriers.*
- Quelle est le caractère étudié : le poids ? la taille ? le salaire ? le plat préféré ? *le salaire.*
- Quelles sont les différentes modalités de ce caractère ? Ce caractère est-il qualitatif ? *Les modalités de ce caractère sont des nombres : 500, 1000, 15000 et 2000.*
  On dit alors que le caractère est quantitatif.

RESUME

Une étude statistique consiste à recueillir, traiter, et analyser un ensemble de données pour établir des prévisions.

Notion	**Définition**	**Exemple**
Population	Ensemble sur lequel porte une étude statistique (ceux qu'on étudie)	Les ouvriers d'un chantier, les outils d'une maison, les élèves d'une salle classe.
Individu	Elément de la population étudiée.	Un ouvrier, un outil, un élève.
Caractère	L'objet de l'étude statistique (ce qu'on étudie)	Le nombre d'outils, le salaire journalier, le poids, la taille, le prix.
Modalité	Toute valeur possible du caractère étudié.	Les modalités du caractère genre peuvent être « masculin » ou « féminin »

On dit que le caractère est quantitatif lorsque les modalités sont des nombres, sinon on dit que le caractère est qualitatif.

Remarque : Donner la nature d'un caractère revient à dire s'il est quantitatif ou qualitatif.

EXERCICE D'APPLICATION

1) Pour lutter contre la COVID-19, la mairie distribue des cache-nez aux populations d'un secteur de quartier. Pour cela, les agents du ministère ont besoin déterminer le nombre de cache-nez à distribuer. Ils recensent alors le nombre de d'habitants de chaque maison et consignent les résultats dans la liste ci-après : 5 ;4 ;9 ;1 ;1 ;5 ;3 ;6 ;1 ;3 ;4 ;8 ;5 ;6 ;4 ;0 ;0 ;4.
   Quelle est la population étudiée ? Quel est le caractère étudié ? Quelles sont les modalités du caractère ? Sa nature ? [indication de correction : l'ensemble des habitants d'un secteur ; nombre d'habitants par maison ; 0-1-3-4-5-6-8 ; caractère quantitatif].
2) Voici les type de modèles fabriqués par les couturières d'un atelier pendant une semaine : 48-A ; 125 -B; 48-A ;187-C ; 125-B ; 48-A . Quelle est la population étudiée ? Quel est le caractère

étudié ? Quelles sont les modalités du caractère ? Sa nature ? [indication de correction : l'ensemble des modèles d'un atelier de couture; type de modèles ; 48-A ; 125 -B;187-C ; caractère qualitatif].

LEÇON 2 : Effectif, fréquence, Moyenne et mode — Durée : 50 minutes

MOTIVATION

Dans un monde où l'information va de plus en plus vite, il est important de pouvoir résumer correctement des informations. Les tableaux des effectifs et des fréquences, ainsi que le mode et la moyenne permette présenter brièvement et clairement des informations qui autrement prendrait trop de temps à interpréter.

OBJECTIFS PEDAGOGIQUES : savoir utiliser les notions d'effectif, fréquence, moyenne et mode.

PREREQUIS

1) Ecrire le nombre $6/25$ sous forme de pourcentage. 6/25=0,24=24/100=24%
2) Le patron d'Ali a acheté 50 sacs de ciment. Ali a déjà utilisé 24. Quelle est le pourcentage de sacs de ciment utilisés ? $\frac{24\times 100}{50} = 48\%$

SITUATION DE VIE

Alima est en train de réaliser des travaux dans sa maison. Il dispose déjà de la série statistique portant sur les outils de construction dont il dispose : T ; P ; P ; M ; T ; Sc ; Pi ; M ; P ; Pi où :

T = truelle, P = pelle, M = marteau, Sc = scie et Pi = pioche.

Il dispose aussi de la série statistique portant sur les salaires journaliers de ses ouvriers : 1000 ; 500 ; 1000 ; 1500 ; 2000 ; 500 ; 1000 ; 500 ; 1500 ;

Il aimerait avoir sous la forme d'un tableau facile à lire, toutes les informations sur les outils de construction dont il dispose, ainsi que toutes les informations sur le salaire journalier des ouvriers qui travaille dans sa maison.

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

1) Recopie le tableau suivant :

Outils *Modalité*	Pioches	Truelles	Marteaux	Scies	Pelles	Total
Nombre d'outils *Effectif*	*2*	*2*	*2*	*1*	*3*	*10*
Pourcentage *Fréquence*	*20*	*20*	*20*	*10*	*30*	*100*

Il sera complété au fur et à mesure.

a. Compte le nombre de pioches, de truelles, de marteaux, de scies et de pelles que possède Alima.
b. Quel est le nombre d'outils au total ?
c. Calculer le pourcentage de pioches ? de truelles ? de marteaux ? de scies ? de pelles ?
d. Quel est l'outil le plus rencontré dans la maison ? *La pelle est l'objet le plus rencontré. On dit à alors que la modalité pelle est le mode de cette série statistique.*

Le tableau qui vient d'être complété est appelé tableau des effectifs et des fréquences.

2) On s'intéresse à présent à la série statistique des salaires journaliers. Recopie et complète le tableau suivant :

Modalités	500	1000	1500	2000	Total
Effectifs	*3*	*3*	*2*	*1*	*9*
Fréquences	*33,33*	*33,33*	*22,22*	*11,11*	*100*

a. Quel est le mode de cette série statistique ? *500 et 1000 sont les modalités « les plus rencontrées ». Donc nous avons deux modes pour cette série statistique : 500 et 1000.*
b. Quel est salaire journalier reçu par tous les ouvriers ?
c. En partageant équitablement ce montant à tous les ouvriers, quel serait alors le salaire de chaque ouvrier ?

RESUME

Dans une série statistique :

- L'effectif d'une modalité est le nombre d'individus qui possède cette modalité de caractère.
- L'effectif total est le nombre total d'individus de la population étudiée.
- La fréquence en pourcentage d'une modalité est le quotient de l'effectif de cette modalité par l'effectif total, multiplié par 100 , c'est-à-dire :

$$\textbf{fréquence} = \frac{\textbf{effectif}}{\textbf{effectif total}} \times \mathbf{100}$$

Remarque *1*: la somme des fréquences est égale à 100 ;

- Le tableau suivant est appelé tableau statistique des effectifs et des fréquences.

Modalité								Total
Effectif								
Fréquence								

- Le mode d'une série statistique est toute modalité qui possède le plus grand effectif.
- La moyenne d'une série statistique est le quotient la somme de toutes les valeurs cette série par l'effectif total. On peut l'imaginer comme la valeur du caractère étudié que chaque individu aurait si chaque individu avait la même modalité.

Remarque 2

- Dans une série statistique regroupée sous forme de tableau, on peut calculer la moyenne en déterminant d'abord la somme des produits de chaque modalité par son effectif, puis en divisant le résultat par l'effectif total.
- On ne calcule pas la moyenne d'une série statistique à caractère qualitatif.
- Une série statistique peut avoir plusieurs modes

EXERCICE D'APPLICATION

On a relevé le nombre d'habitants de chaque maison d'un secteur de quartier : 5 ;4 ;9 ;1 ;1 ;5 ;3 ;6 ;1 ;3 ;4 ;8 ;5 ;6 ;4 ;0 ;0 ;4.

1) Dresser le tableau des effectifs et des fréquences de cette série statistique.
2) Quel est le mode de cette série ?
3) Quel est la moyenne de cette série ?

Solution :

1) Dressons le tableau des effectifs et des fréquences de cette série

Modalités	0	1	3	4	5	6	8	9	Total
Effectifs	2	3	2	5	3	3	1	1	20
Fréquences (%)	10	15	10	25	15	15	5	5	100

2) La modalité 5 possède le plus effectif ; le mode cette série statistique est 5.
3) Moyenne = $\frac{0\times2+1\times3+3\times2+4\times5+5\times3+6\times3+8\times1+9\times1}{20} = 3{,}95$. On peut dire qu'il y'a en moyenne presque 4 habitants par maison.

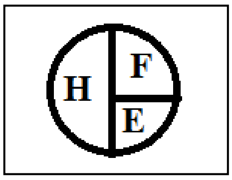
LEÇON 3 : Représentations graphiques	Durée : 50 minutes

MOTIVATION

La représentation graphique d'une série statistique est un autre moyen présenter rapidement des informations complexes.

OBJECTIFS PEDAGOGIQUES : Représenter les données avec des graphiques simples.

PREREQUIS : Dessiner un disque dans lequel la moitié représente les hommes (H) d'une famille, le quart représente les femmes (F) et le dernier quart représente les enfants (E).



SITUATION DE VIE

Alima est en train de réaliser des travaux dans sa maison. Il s'intéresse aux outils de construction dont il dispose ainsi qu'aux salaires journaliers de ses ouvriers. A cet effet, on lui a présenté deux tableaux :

Modalité	Pioches	Truelles	Marteaux	Scies	Pelles	Total
Effectif	2	2	2	1	3	10
Fréquence (%)	20	20	20	10	30	100

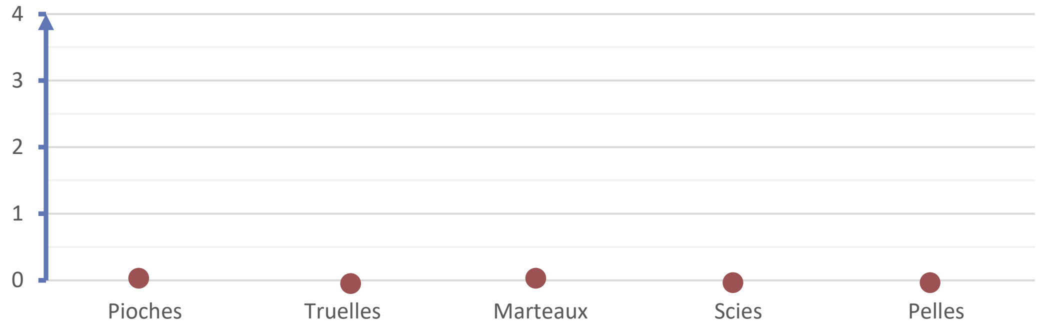
Modalités	500	1000	1500	2000	Total
Effectifs	3	3	2	1	9
Fréquences	33,33	33,33	22,22	11,11	100

Toutefois, Alima a mal aux yeux ; il n'arrive pas à lire correctement à lire les chiffres inscrits sur ces deux tableaux.

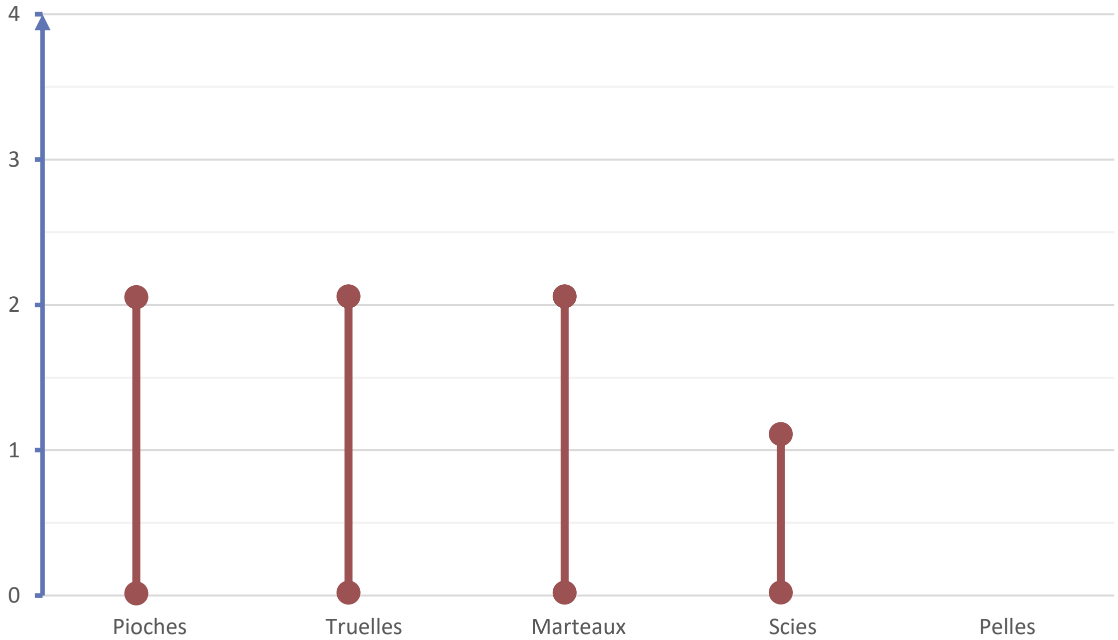
N'y a-t-il pas un autre moyen de présenter les données de ces tableaux ?

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

1) Recopie la figure suivante :



a. La modalité Pioche a pour effectif 2 ; place un point sur la ligne passant par 2 de manière à ce que le segment formé par ce point et point juste au-dessus de Pioches forme un segment vertical.
b. La modalité Truelles a pour effectif 2 ; place un point sur la ligne passant par 2 de manière à ce que le segment formé par ce point et point juste au-dessus de Truelles forme un segment vertical.
c. Répète le procédé pour les autres modalités.
d. Qu'obtient-on au final ?



2) Place un point O sur ta feuille.
 a. Reproduis et complète le tableau suivant :

Modalité	Pioches	Truelles	Marteaux	Scies	Pelles	Total
Effectif	2	2	2	1	3	10

Fréquence	20	20	20	10	30	100
Fréquence x 360/100	72	72	72	36	108	360

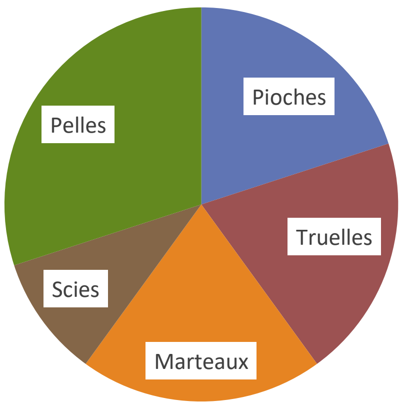
b. Trace un segment OA horizontal de 3cm, puis, le cercle de centre O

c. Place le point B tel que $mes\widehat{AOB} = 72°$. Le secteur angulaire AOB représente la modalité Pioches.

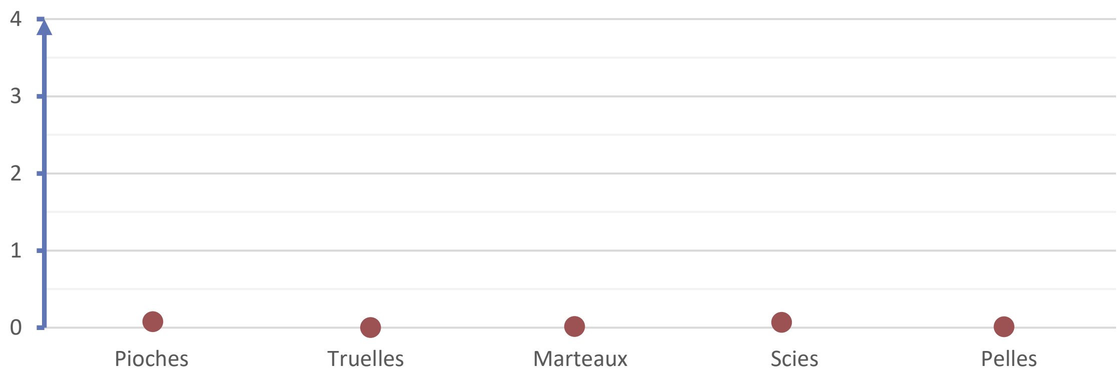
d. Place le point C tel que $mes\widehat{BOC} = 72°$. Le secteur angulaire BOC représente la modalité Truelles.

e. Répète le procédé pour les autres modalités.

f. Qu'obtient-on au final ?



3) Recopie la figure suivante :



a. La modalité Pioche a pour effectif 2. Trace un rectangle de hauteur 2 sur le point au-dessus de pioches.

b. Répète le procédé pour les autres modalités.

c. Qu'obtient-on au final ?

4) Construis le diagramme à bâton, le diagramme à bande et le diagramme circulaire de la série statistique des outils utilisés.

RESUME

- Un diagramme à bâtons est la représentation graphique des données statistiques à l'aide des segments. Les modalités sont sur l'axe horizontal et les effectifs sur l'axe vertical. A chaque valeur correspond un bâton dont la hauteur est proportionnelle à l'effectif.
- Un diagramme à bâtons est la représentation graphique des données statistiques à l'aide des rectangles. Les modalités sont sur l'axe horizontal et les effectifs sur l'axe vertical. A chaque valeur correspond un rectangle dont la hauteur est proportionnelle à l'effectif.
- Un diagramme circulaire est la représentation graphique des données statistiques à l'aide de secteurs angulaires. Les modalités sont représentées par les différents secteurs angulaires, dont les angles respectifs sont proportionnels aux effectifs.

Remarque : un diagramme circulaire est beaucoup indiqué pour représenter une série statistique à caractère quantitatif.

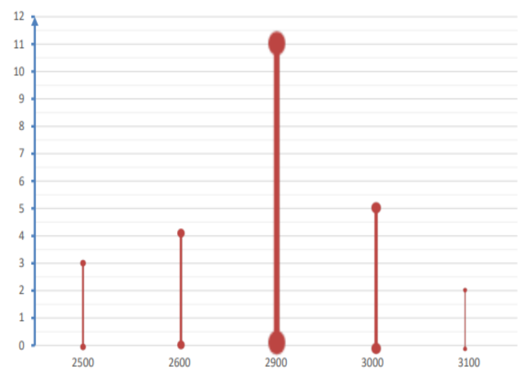
EXERCICE D'APPLICATION

Le tableau suivant donne la répartition des quincailleries d'une ville selon le prix de vente du paquet de clous :

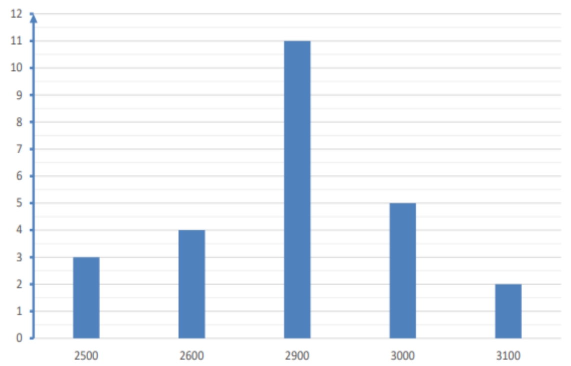
Prix	2500	2600	2900	3000	3100
Effectif	3	4	11	5	2

1) Représenter cette série par un diagramme à bâtons.
2) Représenter cette série par un diagramme à bande.
3) Représenter cette série par un diagramme circulaire.

Solution :

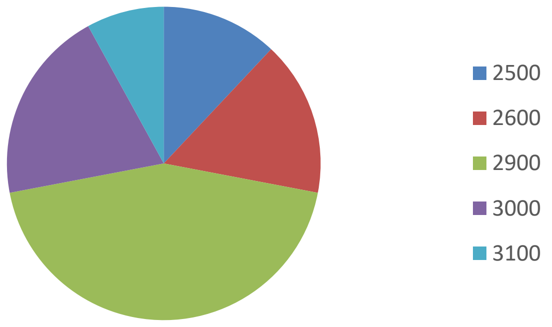


1) Diagramme à bâtons



2) Diagramme à bande

3) Diagramme circulaire

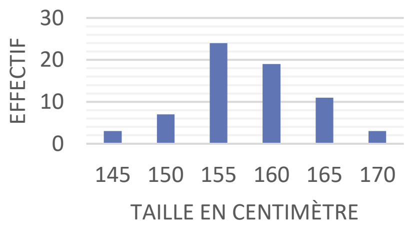


EXERCICES DU CHAPITRE

On a demandé à un groupe de personnes de d'indiquer les nombres le nombre de frères et sœurs qu'ils avait. On a relevé les données statistiques suivantes :

7 ; 5 ; 2 ;3 ;3 ;0 ;4 ;1 ;5 ;1 ;3 ;3 ;6 ;2 ;0 ;2 ;2 ;2 ;6 ;4 ;3 ;0 ;1 ;2 ;5 ;4 ;5 ; 3 ;0 ;4 ; 6 ;2 ;0 ;2.

1. Quelle est population étudiée ? quel est le caractère étudié ?
2. Quel est l'effectif total de cette série statistique ?
3. Dresse le tableau des effectifs et des fréquences de cette série statistique.
4. Quel est le mode ce série statistique ?
5. Combien de personnes ont au moins deux frères et sœurs ? Quel est le nombre moyen de frères et de sœurs ?
6. Construit le diagramme à bande et le diagramme à bâtons de cette série statistique.



Le graphique suivant donne la taille en centimètre des élèves d'une classe troisième année.

1. Quel est le mode de cette série ?
2. Dresser le tableau des effectifs de cette série.
3. Calculer la moyenne de cette série.

MODULE 11	CONFIGURATIONS ET TRANSFORMATIONS ELEMENTAIRES DU PLAN

CHAPITRE 7: DISTANCE

MOTIVATION : La confection de certains objets que nous utilisons au quotidien nécessite la connaissance de la notion de distance. On peut citer entre autres :

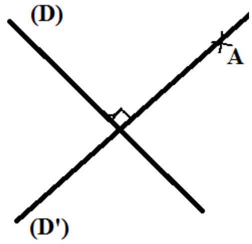
- En menuiserie : confection d'une table, d'un lit, d'une armoire ……
- En architecture : Réaliser le plan des maisons, se situer dans une immeuble, délimiter un terrain, tracer les routes…..

LECON 1 : DISTANCE D'UN POINT A UNE DROITE — DURÉÉ : 50min

Objectifs pédagogiques : Déterminer la distance d'un point à une droite

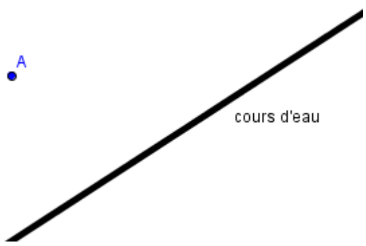
Contrôle des prérequis

1) Quand dit-on que deux droites sont perpendiculaires ? **[Lorsque leurs directions forment un angle droit]**
2) Trace une droite (D), place un point A qui n'appartient pas à la droite (D), puis trace une droite (D') passant par A et perpendiculaire à (D). **Indication de réponse :**



Situation de vie : En bas de la maison de Mr FEUDJIO, traverse un cours d'eau à peu près rectiligne. Il voudrait trouver le plus court chemin pour quitter de sa maison jusqu'au cours d'eau.

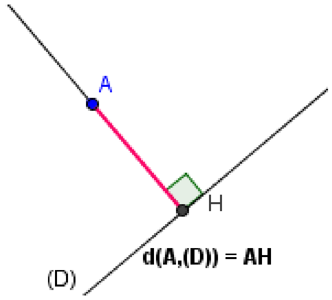
Activité d'apprentissage : Sur la figure suivante, la droite (D) représente le cours d'eau et le point A une maison.



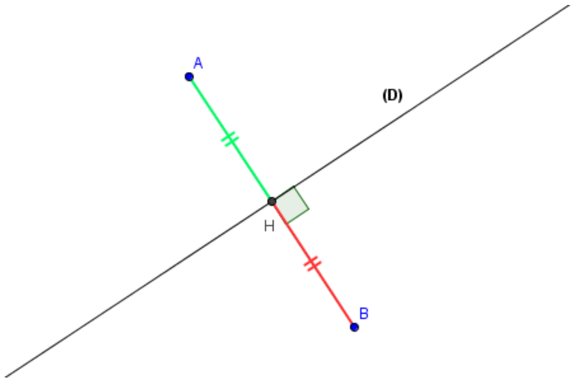
1) Trace une droite (D') passant par A et perpendiculaire à (D). On note H le point de rencontre des deux droites.
2) Marque un point B sr la droite (D) distinct de H, puis à l'aide du compas compare les distances AH et AB.
3) En déduire la plus courte distance du point A à la droite (D).

Résumé :

- Soit (D) une droite et A un point n'appartenant pas à (D). On appelle distance d'un point A à une droite la plus courte distance du point A à un point de la droite (D). C'est la distance entre le point A et le pied de la perpendiculaire à (D) passant par ce point. cette distance est notée $d(A,(D))$.



- Si (D) est la médiatrice du segment [AB], alors la distance du point A à la droite (D) est égale à la distance du point B à la droite (D). De même si la distance du point A à la droite (D) est égale à la distance du point B à la droite (D), alors (D) est la médiatrice du segment [AB].

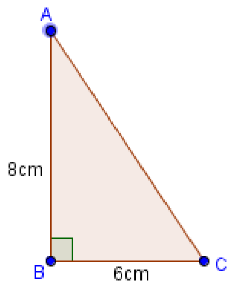


Remarque : Si le point A appartient à la droite (D), alors $d\big(A,(D)\big) = 0$

Exercice d'application :

ABC est un triangle rectangle en A tel que $BA = 8\ cm, BC = 6cm$ et $BC = 10\ cm$.

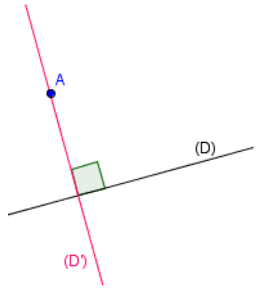
1. Quel est la distance du point C à la droite (AB) ? Du point A à la droite BC ?
2. Représente la distance du point B à la droite (AC).



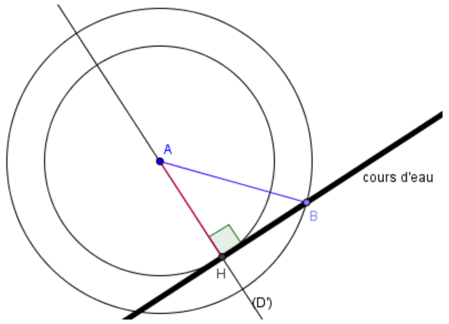
Correction des exercices

Prérequis :

1) Deux droites sont perpendiculaires lorsqu'elles se coupent en formant un angle droit.
2)



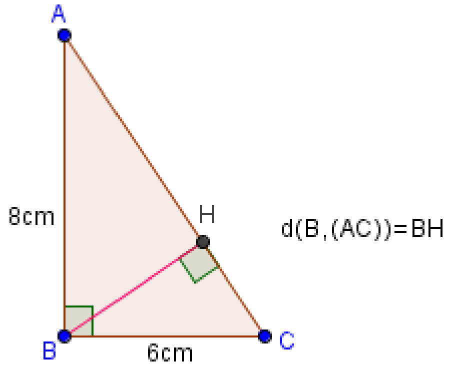
Activité d'apprentissage



2) $AH < AB$
3) On en déduit que la plus courte distance du point A à la droite (D) est AH.

Exercice d'application :

1) $d\big(C,(AB)\big) = 6cm; d\big(A,(BC)\big) = 8cm$
2)



LECON 2 : DISTANCE ENTRE DEUX DROITES PARALLELES DUREÉ : 50min

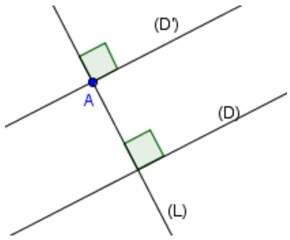
Objectifs pédagogique : Déterminer la distance entre deux droites parallèles.

Contrôle des prérequis

1) Quand dit-on que deux droites sont parallèles ?
2) Trace une droite (D) et marque un point A qui n'appartient pas à la droite (D).
3) Trace une droite (L) passant par A et perpendiculaire à (D).
4) Trace une droite (D') passant A et perpendiculaire à (L)
5) Que peut-on dire des droites (D) et (D') ?

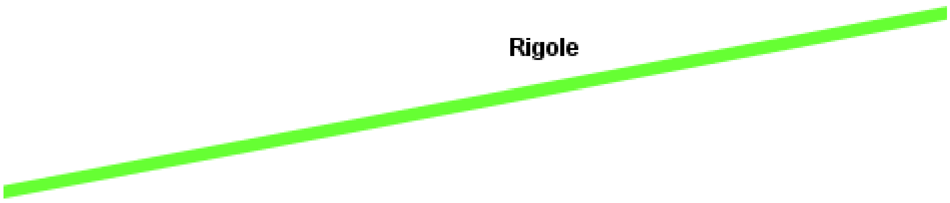
Correction des prérequis :

1) Deux droites sont parallèles lorsque la perpendiculaire à l'un est perpendiculaire à l'autre.
2)



5) On peut dire que les droites (D) et (D') son parallèles car elles sont perpendiculaire à une même droite.

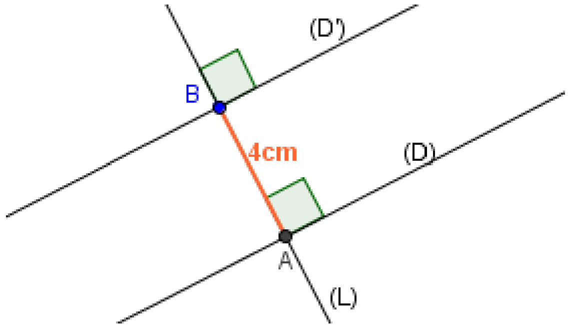
Situation de vie : Pour construire une portion droite de l'autoroute Douala Yaoundé, les Chinois ont délimités la première ligne pour les rigoles. Sachant que la largeur de la route est de 12 mètres, aide leur à ressortir le deuxième côté de la rigole.



Activité d'apprentissage

1) Trace une droite (D) et marque un point A sur cette droite.
2) Trace une droite (L) passant par A et perpendiculaire à (D). Place le point B sur la droite (L) tel que AB=4cm, puis trace la droite (D') passant B et perpendiculaire à (L).
3) La distance du point A à la droite (D') est ……… et la plus courte distance entre les droites (D) et (D') est…………

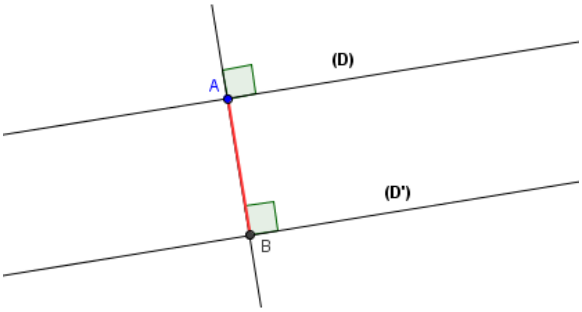
Correction activité d'apprentissage



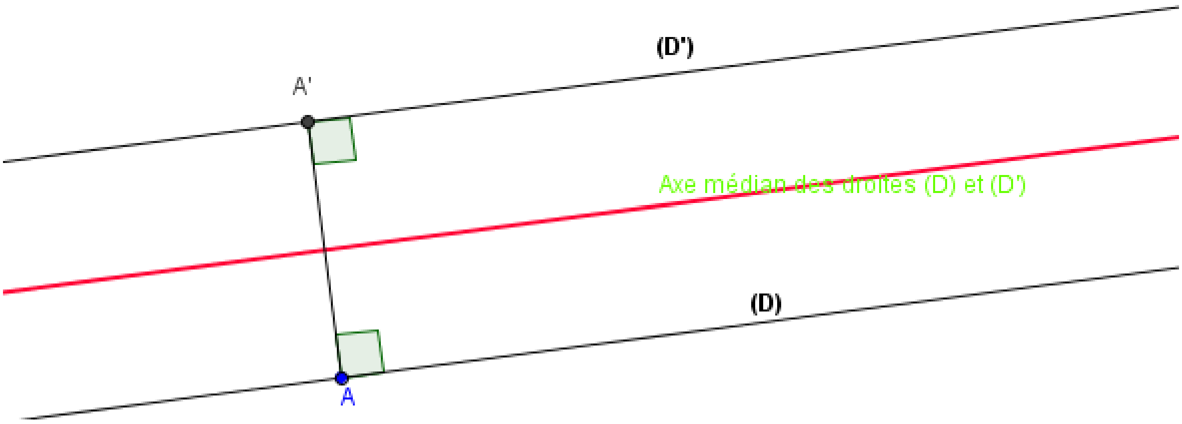
1) La distance du point A à la droite (D') est 4cm et la plus courte distance entre les droites (D) et (D') est 4cm.

Résumé :

- La distance entre deux droites parallèles (D) et (D') est la plus courte distance entre un point de (D) et un point de (D'). Cette distance est la distance entre un point de l'une des droites à l'autre. **AB est la distance entre les droites (D) et (D').**



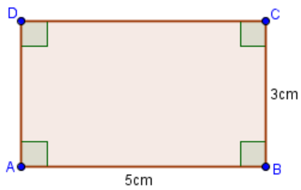
- On appelle axe médian de deux droites parallèles l'ensemble des points situés à égale distance des deux droites. Si AA' est la distance entre les deux droites parallèles, alors l'axe médian est la médiatrice du segment [AA'].



Remarque : La distance entre deux droites sécantes est égale à 0.

Exercice d'application

ABCD est un rectangle tel que AB=5cm et BC=3cm.



1) Quelle est la distance entre les droites : a) (AB) et (CD) ? b) (AD) et (BC) ? c) (AC) et (BD) ?

2) Trace l'axe médian des droites (AD) et (BC).

Correction exercice d'application :

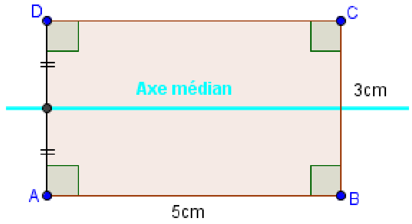
1)

a) La distance entre (AB) et (CD) est 3cm ;

b) La distance entre (AD) et (BC) est 5cm ;

c) La distance entre (AC) et (BD) est 0cm

2)



LECON 3 : CARACTERISATION DE LA BISSECTRICE D'UN ANGLE DUREÉ : 50min

Objectifs pédagogiques

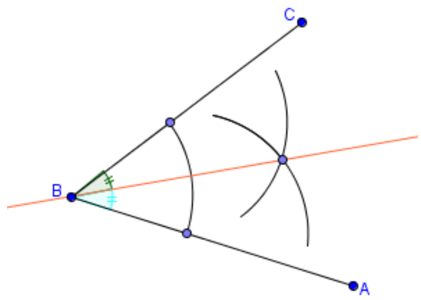
- Utiliser les distances pour reconnaitre la bissectrice d'un angle.
- Utiliser la bissectrice d'un angle pour calculer les distances.

Contrôle des prérequis :

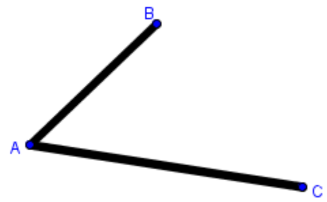
1) Définir bissectrice d'un angle
2) Place trois points non alignés A, B et C. A l'aide du compas et de la règle non graduée, trace la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$.

Correction contrôle des prérequis

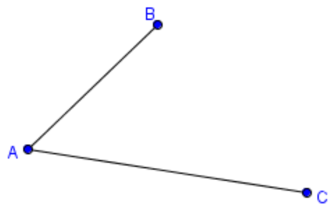
1) La bissectrice d'un angle est une droite qui passe par le sommet de l'angle et le divise en deux angles de même mesure.
2)



Situation de vie : La cours de Mr MOMO est délimitée par deux murs AB et AC. Il voudrait creuser un puits à égale distance des murs AB et AC tel que la distance du puits au point A soit égale à 2m. Aidez-le à trouver la position du puits.



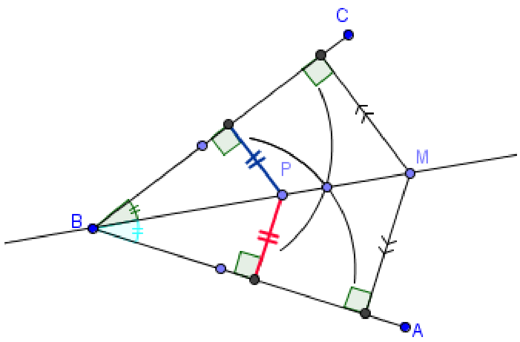
Activité d'apprentissage : On considère la figure suivante :



1) Trace la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$
2) Place un point P sur cette bissectrice tel que AP=2cm
3) Représente en rouge la distance du point P à la droite (AB) et en bleu la distance du point P à la droite (AC). A l'aide du compas, compare les deux distances.

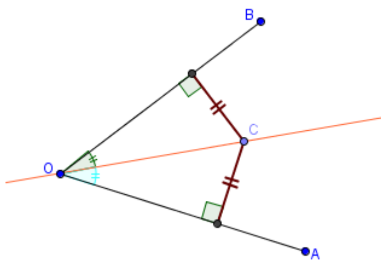
4) Place un autre point M sur cette bissectrice, puis compare $d(M,(AB))$ et $d(M,(AC))$.

Correction activité d'apprentissage

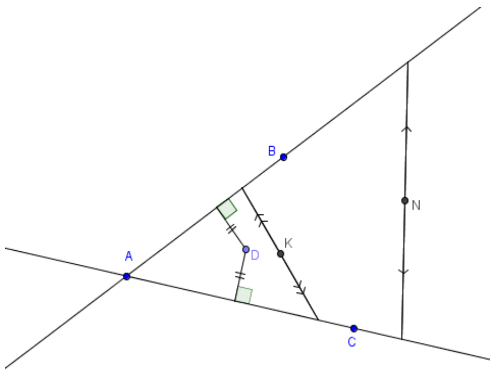


3) La distance du point P à la droite (AB) est égale à la distance du point P à la droite (AC).
4) $d\big(M,(AB)\big) = d(M,(AC))$

Résumé : Si un point appartient à la bissectrice d'un angle, alors les distance de ce point aux cotés de l'angle sont égales. De même si les distances d'un point à deux droites sécantes sont égales, alors ce point est sur la bissectrice de l'angle formé par les deux droites.



Exercice d'application: Deux points seulement de cette figure sont clairement situés sur la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$.



1. Nomme les en justifiant
2. Donne les raisons pour lesquelles les autres ne sont pas forcément sur la bissectrice.

Correction exercice d'application

1) Le point O car $d\big(O,(AB)\big) = d(O,(AC))$ et le point A qui est le sommet de l'angle
2) Les autres points ne sont pas sur la bissectrice parce que les distances de chacun de ses points aux côtés de l'angle ne sont pas égales.

MODULE :	11	CONFIGURATIONS ET TRANSFORMATIONS ÉLÉMENTAIRES DU PLAN

CHAPITRE 8: TRIANGLE

MOTIVATION :

Dans la vie courante, les couturiers utilisent la notion du triangle pour la confection des vêtements ; de même les architectes exploitent la notion du triangle pour modéliser les ponts, les charpentes, les installations industrielles... Raison pour laquelle nous allons l'étudier.

LECON 1 : DROITE DES MILIEUX DURÉÉ....50min

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

- Utiliser la propriété directe pour justifier un parallélisme ;
- Utiliser la réciproque pour justifier qu'un point est milieu ;

PREREQUIS : ....

1- Définir parallélogramme

2-a) Place deux points A et O puis construis le point B symétrique du point A par rapport au point O.

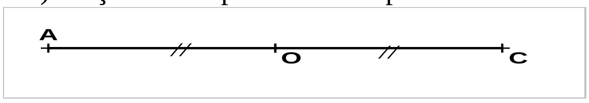
b) Comparer AO et OB.

Correction : ....

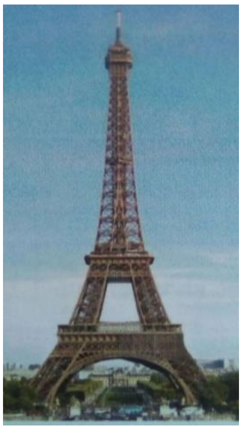
1- Définition

Parallélogramme : C'est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux.

2-a) Plaçons deux points A et O puis construisons le point B symétrique du point A par rapport au point O.



b) Comparons AO et OB. AO = OB.



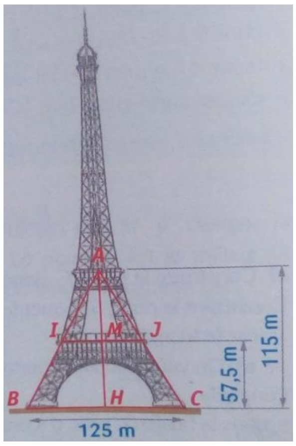
SITUATION PROBLEME :

La tour Eiffel est un symbole de la capitale française. Il est l'un des monuments payants le plus visité au monde.

D'une hauteur de 325m, la tour Eiffel sert aujourd'hui d'émetteur des programmes radiophoniques et télévisés.

Sur le schéma, les points B et C matérialise deux pieds de la tour Eiffel et le point A est un point du deuxième étage.

Le segment [IJ] symbolise le premier étage. Peux-tu calculer la longueur du premier étage ? Justifie ta réponse.



ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

1- Tracer un triangle ABC.

2- Placer un point I milieu du segment [AB] et un point J le milieu du segment [AC] ;

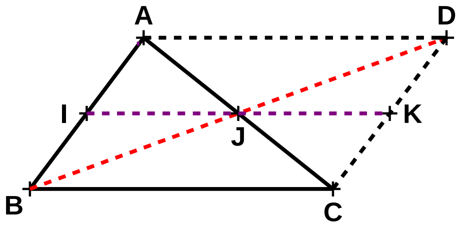
3- Construire le point K, symétrique du point I par rapport au point J.

4- Construire le point D, symétrique du point B par rapport au point J.

5- Que peux-tu dire du quadrilatère ABCD ? Justifier que K est le milieu du segment [CD].

6- Justifier que (IK) et (BC) sont parallèles et que BC=IK.

7- En déduire que $IJ = \frac{1}{2} BC$.



Résolution :

1-) 2-)3) 4-) voir figure

5- Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme. K est le milieu du segment [CD] par ce que le segment [CD] est le symétrique du segment[AB] par rapport au point J et le point K admet pour symétrique par rapport au point J, le point I qui est milieu du segment [AB].

6- Justifions que (IK) // (BC) et que BC=IK.

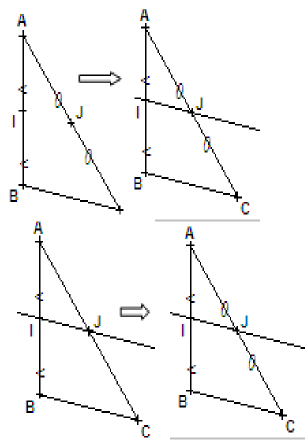
IB=KC donc (IK) // (BC). IBCK est un parallélogramme donc BC=IK.

7- Déduisons que $IJ = \frac{1}{2} BC$. On a $IK = 2 \times IJ = BC$:Donc $IJ = \frac{1}{2} BC$.

Résolution de la SITUATION PROBLEME :

D'après notre situation problème, la longueur IJ du premier étage est $IJ = \frac{1}{2} \times 125 = 62{,}5m$. Car les droites (IJ) est parallèles à(BC) et passe par les milieux respectifs des segments [AB] et [AC].

RESUME :



Propriété :

- Si une droite passe par le milieu de deux cotés d'un triangle, alors elle est parallèle au support du troisième côté.
- Si un segment a pour extrémité les milieux de deux cotés d'un triangle, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.
- Soit le triangle ABC. La parallèle à la droite (BC) passant par le milieu I du segment [AB] coupe le segment [AC] en son milieu.

EXEMPLE **: sur les figures ci-dessus, (IJ) //(BC) et** $IJ = \frac{1}{2} BC$

EXERCICES D'APPLICATIONS :

Dans le triangle DEF ci-contre, on a :

$I \in [DE]$

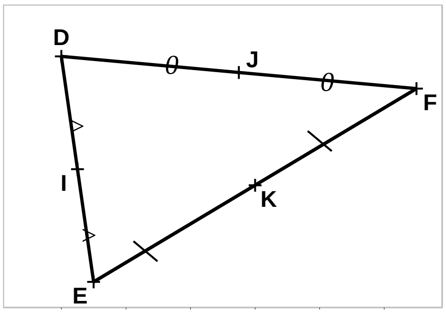
$J \in [DF]$

$K \in [EF]$

$DE = 5cm$

$DF = 6cm$

$EF = 7cm$.



1-Démontrer que les droites (IK) et (DF) sont parallèles

2-Démontrer que les droites (IJ) et (EF) sont parallèles

3-Démontrer que $IK = 3cm$.

Solution :

1- Démontrons que les droites (IK) et (DF) sont parallèles.

Le point I est le milieu du segment [DE] et le point K est le milieu du segment [EF] et d'après la propriété des droites des milieux (IK) et (DF) sont parallèles.

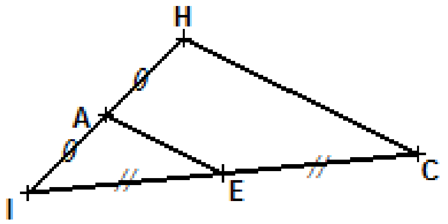
2- Démontrons que les droites (IJ) et (EF) sont parallèles

Le point I est le milieu du segment [DE] et le point J est le milieu du segment [DF] et d'après la propriété des droites des milieux (IJ) et (EF) sont parallèles.

3- Démontrons que les $IK = 3cm$.

I et K sont les milieux respectifs des segments [DE] et [EF] donc IK est la moitié du segment DF.

Exercices à faire à la maison



EXERCICES 1 :

Sur la figure ci-contre, on a : HI = 3,4cm,
IC = 6,2cm HC = 5cm , $A \in [HI]$ et $E \in [IC]$
Calculer la longueur AE. Justifier votre réponse.

EXERCICES 2 :

1) a) Construire un triangle ABC tel que AB = 8,4cm, AC = 7,2cm et BC = 5cm.
   b) Placer les points I, J et K, milieux respectifs des cotés [AB], [AC] et [BC].

2) Calculer le périmètre du triangle IJK. Justifier la réponse.

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

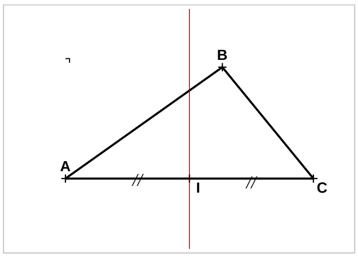
Construire :
• le cercle circonscrit, inscrit ; l'orthocentre ; le centre de gravité ;

PREREQUIS : ………………………………………………………………….

Tracer un triangle et chercher le milieu d'un côté puis la médiatrice d'un côté.

PREREQUIS : ………………………………………………………………….

Traçons un triangle et cherchons le milieu d'un côté puis la médiatrice d'un côté.



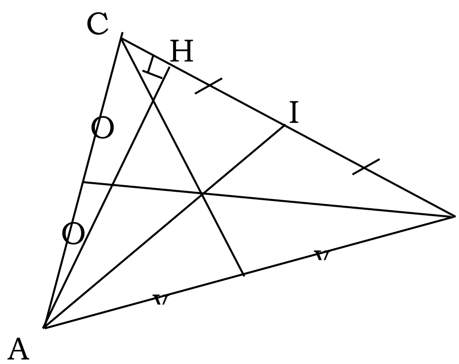
SITUATION PROBLEME :

L'héritage que laisse Pierre a la forme d'un triangle. Il souhaite le partager en deux triangle de même aire en passant par un sommet du triangle.
Peux-tu l'aider à effectuer ce partage ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

Activité 1 :

1- Trace un triangle ABC et place un point I milieu du segment [BC].
2- Tracer la hauteur issue du sommet A. on notera H le point d'intersection de cette hauteur avec la droite (BC).
3- Que représente AH pour les triangles AIB et ACI ?
4- Exprimer l'aire des triangles AIB et AIC en fonction de l'aire du triangle ABC puis en déduire que Aire AIB = Aire ACI.
5- La droite (AI) est une médiane du triangle ABC.
a) Peux-tu tracer d'autres médianes ? si oui tracer ces autres médianes.
b) Que constates-tu ?



Résolution :

1- 2-) voir figure.

3-AH représente la hauteur pour les triangles AIB et ACI.

4- Exprimons l'aire des triangles AIB et AIC en fonction de l'aire du triangle ABC puis en déduire que Aire AIB = Aire ACI.

$AireAIB = \frac{BI \times AH}{2} = \frac{BC \times AH}{4}$ et

$AireACI = \frac{CI \times AH}{2} = \frac{BC \times AH}{4}$ car $BI = CI = \frac{BC}{2}$. On en déduit que Aire AIB = Aire ACI.

5- a) Oui

b) On constate que les trois droites (médianes) ont concourantes.

Oui en traçant une droite passant un sommet et le milieu du côté opposé à ce sommet.

Activité 2 :

1.a) Tracer un triangle ABC tel que AB=5cm, AC=6cm et BC=8cm.

b) Tracer les médiatrices de chaque côté du triangle.

c) Que peux-tu dire de ces trois médiatrices ?

d) On note O le point de rencontre des médiatrices. Tracer le cercle de centre O et de rayon OA.

2.a) Tracer un triangle ABC quelconque. Puis tracer la hauteur issue de chaque sommet.

b) Quelle remarque faites-vous par rapport à ces trois hauteurs ?

3.a) Tracer un triangle quelconque ABC. Puis tracer ces trois bissectrices.

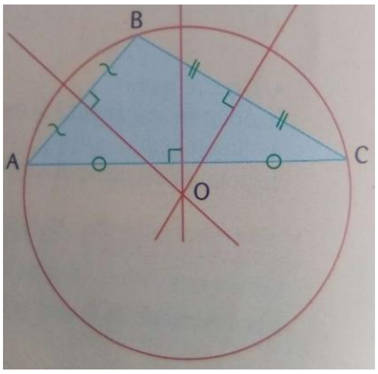
b) Soit I le point de rencontre des trois bissectrices. Soit H le projeté orthogonal du point I sur la droite (AB). Représenter le point H sur la figure.

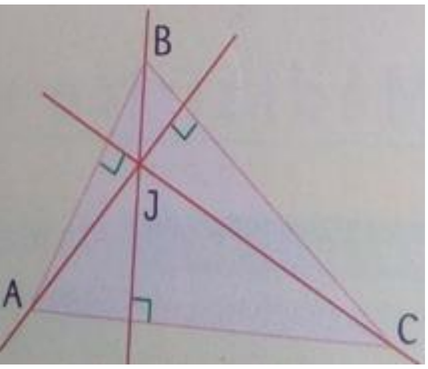
c) Tracer le cercle de centre I et de rayon IH. Quelle remarque faites-vous pour ce cercle par rapport aux cotés AC et BC du triangle ABC?

Résolution :

1-a,

Figure 1





médiatrices sont concourantes.

Figure 2

b) On remarque que les trois hauteurs sont concourantes.

3.a, b,c) voir Figure 3.

c) On remarque que ce cercle est tangent aux cotés AC et BC du triangle ABC.

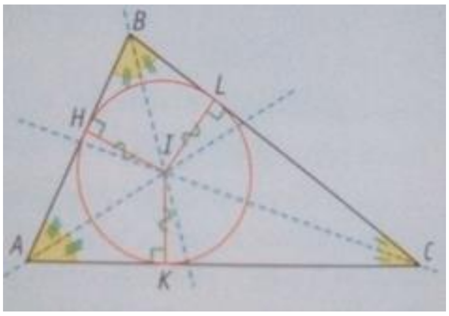


Figure 3

RESUME :

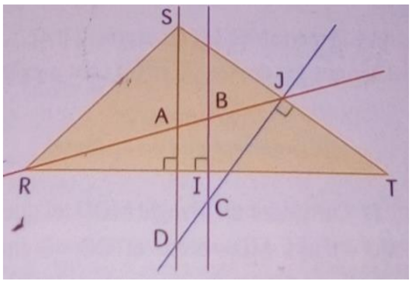
a) *Hauteurs*

Définition :

Dans un triangle, la hauteur issue d'un sommet est la droite qui passe par ce sommet et qui est perpendiculaire au support du côté opposé à ce sommet.

Propriété : Les trois hauteurs d'un triangle se coupent en un même point : on dit qu'elles sont **concourantes**. Le point de rencontre des trois hauteurs est appelé **orthocentre**.

b) *Médiatrice et cercle circonscrit d'un triangle*



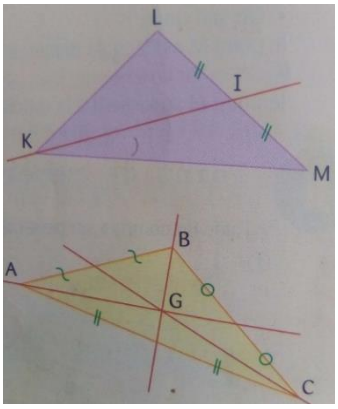
Définition :

Les médiatrices d'un triangle sont les médiatrices de ses cotés.

Propriétés : Les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes.

Le point de concours des médiatrices est le centre d'un cercle qui passe par les trois sommets du triangle. Ce cercle est appelé **cercle circonscrit** au triangle.

c) *Médianes- centre de gravité*



Définition :

Dans un triangle, la médiane issue d'un sommet est la droite qui passe par ce sommet et le milieu du côté opposé à ce sommet.

La médiane partage le triangle en deux triangles de même aire.

Propriété :

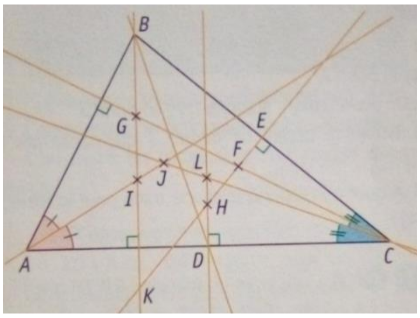
Les trois médianes d'un triangle sont concourantes. Leur point de rencontre est appelé **centre de gravité.**

d) Bissectrice- centre du cercle inscrit.

Définition :

-La bissectrice d'un angle est la demi-droite qui partage cet angle en deux angles adjacents de même mesure.

-Les bissectrices d'un triangle sont les bissectrices de ces angles.



Propriété :

Les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes.

Le point de concours des bissectrices est le centre d'un cercle qui est tangente aux trois côtés du triangle. Ce cercle est appelé **cercle inscrit** dans le triangle.

Propriétés du triangle rectangle :

-Si un triangle est rectangle, alors il est inscrit dans le cercle dont le diamètre est l'hypoténuse du triangle.

-Si un triangle est inscrit dans un cercle dont un diamètre est l'un des de ces côtés, alors ce triangle est rectangle.

-Si un triangle est rectangle, alors la longueur de la médiane relativement à l'hypoténuse est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.

EXERCICES D'APPLICATIONS :

Les points I et J sont les milieux respectifs des segments [RT] et [ST].

1) Que représente chacune des droites (RJ), (SD), (DJ), (IB)) pour le triangle RST ?
2) Quel est le centre du cercle circonscrit au triangle RST ? Justifier la réponse.

Résolution :

1) Les droites(RJ), (SD), (DJ), (IB) représentent respectivement la médiane, la hauteur, la médiatrice et médiatrice pour le triangle RST.
2) Le centre du cercle circonscrit au triangle RST est le point C. car c'est le point de rencontre des médiatrices.

Exercices à faire à la maison

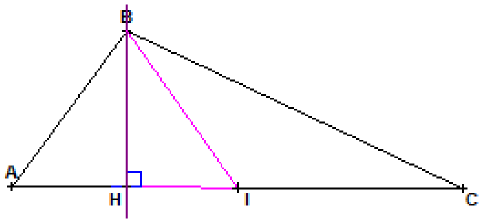
EXERCICES 1 :

Les points E et D sont les milieux respectifs des segments [BC] et [AC].

1) Pour le triangle ABC, Citer :
   a) Une hauteur ;
   b) Une médiatrice ;
   c) Une bissectrice ;
   d) Une médiane.
2) Quel est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC ? Justifier la réponse.
3) Quel est le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC ? Justifier la réponse.

Exercice 2 :

En utilisant les points nommés de la figure, citer six triangles ayant pour hauteur la droite en rouge.



Exercice 3 : **Le centre de santé élémentaire du village**

Deux villages A et B sont situés de part et d'autre d'une grande route nationale D.

Le gouvernement décide de construire au bord de cette route un centre de santé élémentaire pour renforcer la couverture sanitaire des deux villages.

1) Où doit-on construire le centre pour que les deux villages se trouvent à égale distance de celui-ci ?
2) Les chefs des deux villages décident d'instituer un marché quotidien pour aider les infirmiers et les populations des deux villages.
   Où doit-on situer la place de ce marché pour que les deux villages et le centre de santé soient à égale distance de celle-ci ?

LECON 3 : TRIANGLE RECTANGLE *DURÉÉ....50min*

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

Utiliser le théorème de Pythagore :

- Pour calculer une distance,
- pour justifier qu'un triangle est rectangle.

PREREQUIS : ....

Calculer 3^2, 7^2, 8^2, $3^2+5^5\sqrt{25}$, $\sqrt{125}$

Comment appelle-t-on le côté opposé à l'angle droit d'un triangle rectangle ?

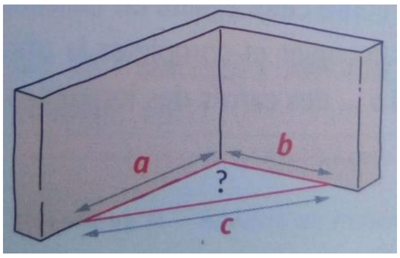
Correction : ....

Calculons $3^2=9$, $7^2=79$, $8^2=64$, $3^2+5^5=9+25=34$ $\sqrt{25}=5$, $\sqrt{125}\approx 11{,}18$

Le côté opposé à l'angle droit d'un triangle rectangle s'appelle hypoténuse.

SITUATION PROBLEME :

Au moyen âge, les bâtisseurs utilisaient un procédé déjà connu des égyptiens pour vérifier si deux murs sont perpendiculaires. Le procédé est expliqué ci-dessous.



Le long de chacun des deux murs ci-contre, on trace au sol deux segments de longueurs a et b, puis on mesure la distance c.

Trouver trois entiers consécutifs a, b c permettant de construire un triangle qui semble être rectangle.

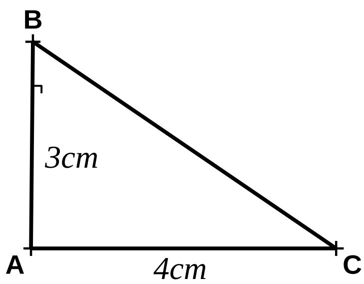
ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

Activité 1:

1- Tracer un triangle ABC rectangle en A tel que AB= 3cm et AC = 4cm.
2- Montrer que $AB^2+AC^2=25$.
3- Calculer $\sqrt{25}$
4- Mesurer BC et donner sa longueur.

Résolution

1- Voir figure ci-contre



2- Montrons que $AB^2+AC^2=25$.

$AB^2+AC^2=3^2+4^2=9+14=25$

3- $\sqrt{25}=5$

4- BC = 5cm

5-

Réponse de la situation problème : les trois entiers consécutifs a, b et c sont respectivement 3, 4 et 5.

Activité 2 :

1-ABC est un triangle tel que AB = 8cm, AC = 6cm et BC = 10cm.

a) Calculer $AB^2 + AC^2$ puis BC^2

b) Comparer $AB^2 + AC^2$ et BC^2.

2- EFG est un triangle tel que EF = 6,5cm, EG = 7,8cm et FG = 8,5cm.

Calculer $EF^2 + EG^2$ et FG^2 , puis comparer $EF^2 + EG^2$ et FG^2

Résolution :

1-ABC est un triangle tel que AB = 8cm, AC = 6cm et BC = 10cm.

a) Calculons $AB^2 + AC^2$ puis BC^2

$AB^2 + AC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$ et $BC^2 = 10^2 = 100$

b) Comparons $AB^2 + AC^2$ et BC^2 .on a : $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

2- EFG est un triangle tel que EF = 6,5cm, EG = 7,8cm et FG = 8,5cm.

Calculons $EF^2 + EG^2 = (6{,}5)^2 + (7{,}8)^2 = 42{,}25 + 60{,}84 = 103{,}09$ et $FG^2 = (8{,}5)^5 = 72{,}25$, puis comparons $EF^2 + EG^2$ et FG^2 on a : $EF^2 + EG^2 > FG^2$

RESUME :

Propriété du triangle rectangle.

-Si un triangle est rectangle, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs de ses deux autres cotés.

-Si dans un triangle, le carré du plus long côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle rectangle.

- Un triangle rectangle est inscrit dans un cercle de diamètre son hypoténuse.

Vocabulaire : ABC est un triangle rectangle en A. on a : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Comment reconnaitre un triangle rectangle ?

Pour déterminer si un triangle est rectangle ou pas, on compare le carré de la longueur de son plus grand côté avec la somme des carrées de ses deux autres cotés :

-si ces deux nombres sont égaux, on a l'égalité de Pythagore, donc le triangle est rectangle ;

- sinon on a pas l'égalité de Pythagore donc le triangle n'est pas rectangle

Relation métrique

Propriété

ABC est un triangle rectangle en A. si H est le pied de la hauteur issue du sommet A sur la droite (BC) alors on a : $AH \times BC = AB \times AC$.

EXERCICES D'APPLICATIONS :

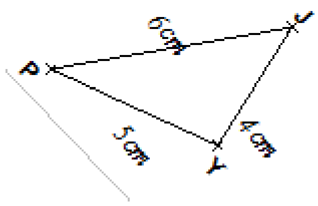
1- EFG est un triangle rectangle en E tel que EG = 6 et EF = 4,5. Calculer FG.

Résolution

Calculons FG.

$$FG^2 = EF^2 + EG^2 = (4{,}5)^2 + 6^2 = 56{,}25$$

on a $FG = \sqrt{56{,}25} = 7{,}5$



2- Vérifier si le triangle PYJ est rectangle.

Résolution

PJ est le plus long coté. On calcule $PJ^2 = 6^2 = 36$. Par ailleurs $PY^2 + YJ^2 = 5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41$.

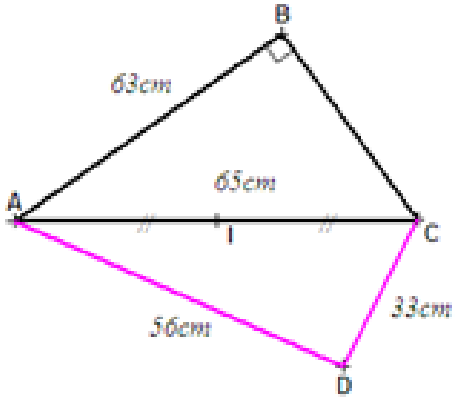
On constate ainsi que $Py^2 + YJ^2 \neq PJ^2$ qui n'est pas l'égalité de Pythagore. Donc le triangle PYJ n'est pas rectangle.

3- EFG est un triangle rectangle en E tel que FE = 3cm, EG = 4cm, FG = 5cm et EH la hauteur issue du sommet E. Calculer EH.

Résolution

On a $EH = \dfrac{FE \times EG}{FG} = \dfrac{3 \times 4}{5} = 2{,}4cm$

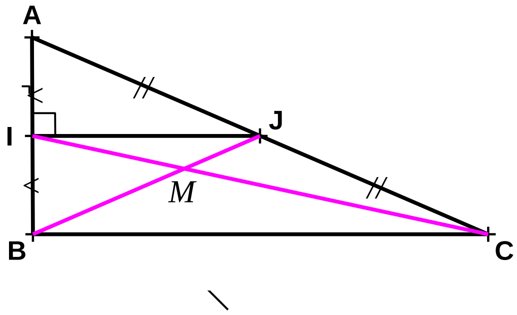
EXERCICES A FAIRE:



EXERCICES 1 :

1) Faire un dessin à l'échelle 1/10. Laisser les traits de construction visibles.
2) Calculer la longueur BC.
3) Démontrer que le triangle ADC est rectangle. Préciser en quel point.
4) Le point I est le milieu du segment [AC]. Démontrer que : IB = ID.

EXERCICES 2 :



1-Démontrer que le point I est le milieu du segment [AB].

On a :

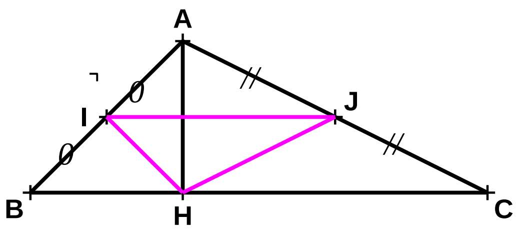
$J \in [AC]$

$I \in [AB]$

2-a) Les droites (BJ) et (IC) se coupent au point M. Que représentent les droites (BJ) et (IC) pour le triangle ABC ?

c) En déduire que la droite (AM) coupe le segment [BC] en son milieu.

EXERCICES 3 :



Le point I est le milieu du segment [AB] et le point J est le milieu du segment [AC].

[AH] est la hauteur issue du point A du triangle ABC

On donne : AB = 4cm, AC = 6cm et BC = 8cm.

Calculer le périmètre du triangle IJH. Justifier la réponse.

MODULE 11	CONFIGURATIONS ET TRANSFORMATIONS ELEMENTAIRES DU PLAN

CHAPITRE 9: CERCLE

MOTIVATION : Dans notre quotidien de la vie on est confronté à la justification de la position d'une personne ou d'un objet dans une région circulaire d'un GPS (téléphone portable ou véhicule) pour faciliter nos déplacements et nos différentes activités. Cette leçon donne un outil pour pouvoir le faire.

LECON 1 : ANGLE INSCRIT-ANGLE AU CENTRE DUREE 100 minutes

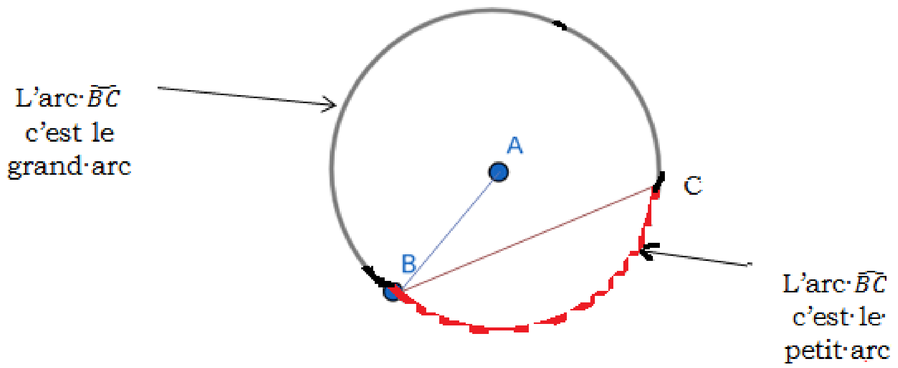
OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

L'élève doit être capable de reconnaitre un angle inscrit et un angle au centre.

PREREQUIS :

- Construire un cercle de centre A et de rayon AB.
- Trace une corde BC puis identifie les différents arcs.

Résolution :



SITUATION PROBLEME :

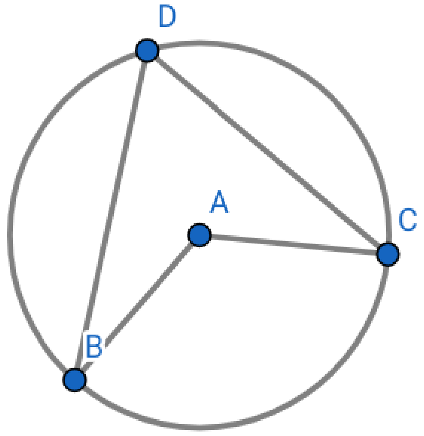
ATEBA possède un projecteur réglable pour éclairer un secteur d'une place de fête circulaire. Lorsqu'il place son projecteur au centre de la place de fête il règle sous un angle de 72°. Pour des soucis d'encombrement il souhaite placer sur un autre endroit mais plutôt sur la limite de la clôture de la place de fête. Ne connaissant pas ou poser le projecteur et sous quel angle d'éclairage, il fait appel toi pour la résolution de ce problème. Aide-le.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

1. Construit un cercle de centre A.
2. Place deux points B et C appartenant à ce cercle tel que mes $\widehat{BAC}$=72°.
3. Pace un point D sur le grand arc et donne mes$\widehat{BDC}$
   Que peux-tu dire à ATEBA ?

Résolution :

1. 2.



3. Mes$\widehat{BDC}$=36°

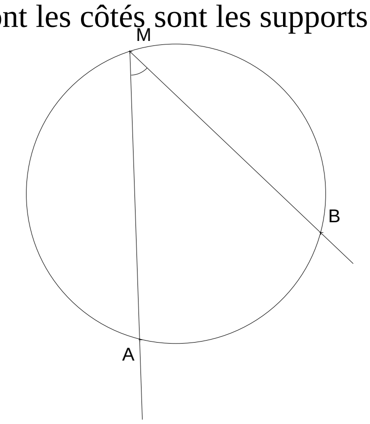
On peut dire à ATEBA de suivre les étapes de l'activité d'apprentissage pour dire que son angle d'éclairage est 36° et qu'il posera son projecteur dans partie non éclairée.

RESUME :

Définition 1: Dans un cercle, un angle inscrit est un angle dont les côtés sont les supports de deux cordes issues d'un même point du cercle (qui est le sommet de l'angle).

Exemple :

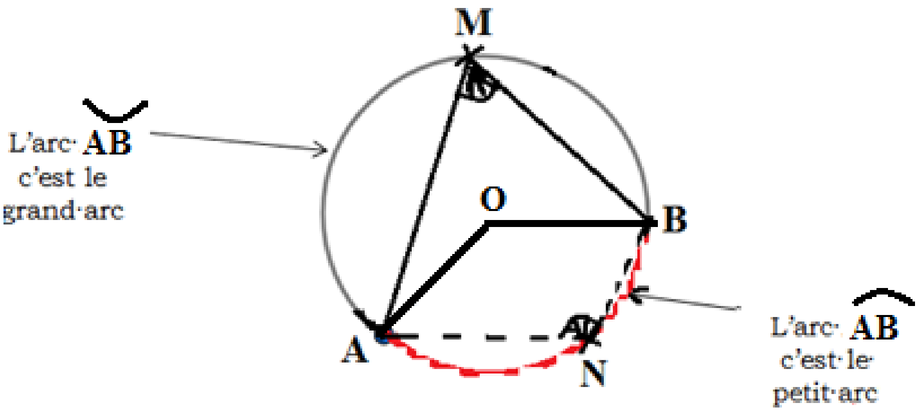
$\widehat{AMB}$ est un angle inscrit dans le cercle ci-contre.



Définition 2: Dans un cercle, un angle au centre est un angle dont le sommet est le centre du cercle.

Exemple :

$\widehat{AOB}$ est un angle au centre du cercle ci-dessous :



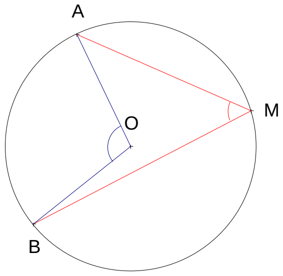
Définition 3: Dans la figure précédente, on dit que l'angle inscrit $\widehat{AMB}$ et l'angle au centre $\widehat{AOB}$ interceptent l'arc $\overset{\frown}{AB}$, tandis que l'angle. $\widehat{ANB}$ intercepte l'arc $\overset{\frown}{AB}$.

Propriétés

Propriété 1 : Dans ce cercle, la mesure d'un angle au centre est le double de celle d'un angle inscrit qui intercepte le même arc.

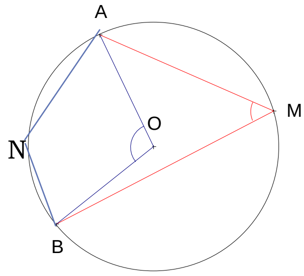
$\widehat{AOB}$ et $\widehat{AMB}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{AB}$.

Donc : mes$\widehat{AOB}$ = 2 × mes$\widehat{AMB}$.

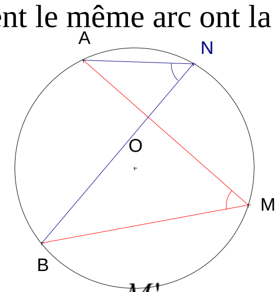


Propriété 2 : Dans ce cercle l'angle $\widehat{ANB}$ intercepte le même arc $\overset{\frown}{AB}$

Donc : mes$\widehat{ANB}$ =180°$-\frac{1}{2}$ mes$\widehat{AOB}$.

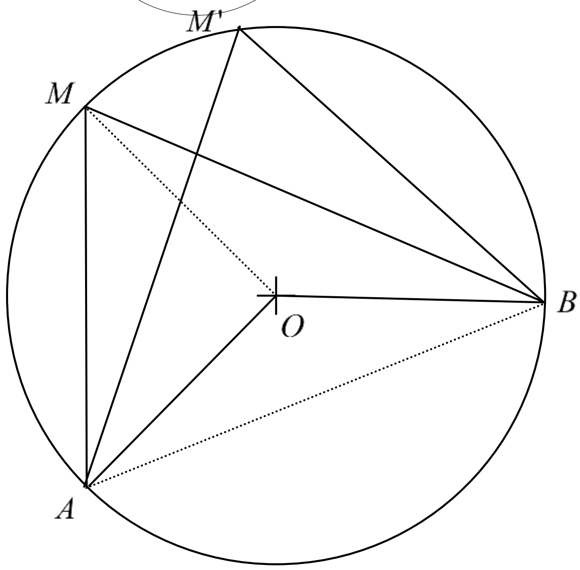


Propriété 3 : Dans ce cercle, deux angles inscrits qui interceptent le même arc ont la même mesure.



$\widehat{ANB}$ et $\widehat{AMB}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{AB}$.

Donc mes$\widehat{AMB}$ = mes$\widehat{ANB}$.



EXERCICES D'APPLICATIONS :

1. Exprimer l'angle $\widehat{AMB}$ en fonction de l'angle$\widehat{AOB}$.

2. Exprimer l'angle $\widehat{AM'B}$ en fonction de l'angle$\widehat{AOB}$

3. .Conclure.

RESOLUTION :

1. mes$\widehat{AMB}$ = $\frac{1}{2}$ mes$\widehat{AOB}$
2. mes$\widehat{AM'B}$ = $\frac{1}{2}$ mes$\widehat{AOB}$
3. mes$\widehat{AM'B}$= mes$\widehat{AMB}$

LECON 2 : POSITION RELATIVE DE DROITE ET CERCLE

DUREE 50 minutes

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

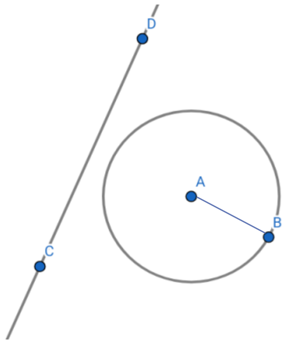
L'élève doit être capable de :

- tracer une tangente
- déterminer les positions relatives d'un cercle et d'une droite

PREREQUIS :

1. Trace un cercle de centre A et de rayon AB.
2. Trace une droite (CD) quelconque.

Résolution :



SITUATION PROBLEME :

Monsieur ATEBA possède une lime électrique circulaire et une machette bien droite. Il dit à son fils ABENA que la machette sera aiguisée si la machette est tangente à la lime. Il ne comprend rien sur ce que son père vient de lui dire. Peux-tu lui donner une explication ?

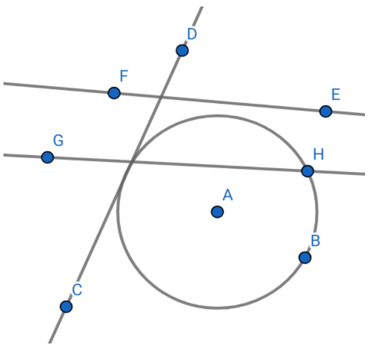
ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

1. Trace un cercle de centre A et de rayon AB.
2. Trace une droite (CD) qui coupe ce cercle en un point.
3. Trace une droite (EF) qui ne coupe pas ce cercle.
4. Trace une droite (GH) qui coupe ce cercle en deux points.

   Que peux-tu dire à ABENA ?

Résolution :

1.2.3.4.



On peut dire à ABENA de suivre les étapes 1. et 2.de l'activité d'apprentissage il verra que la machette touche la lime en un seul point.

RESUME :

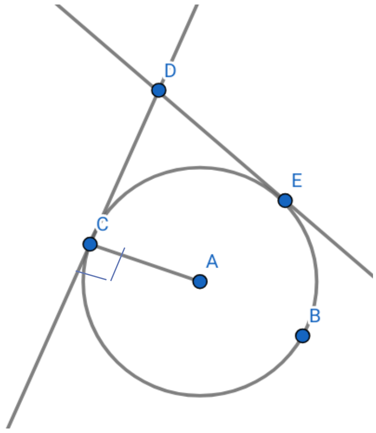
Définition :

Etudier les positions relative d'une droite et d'un cercle c'est déterminer le nombre de points d'intersection de la droite avec le cercle.

- Si les deux se coupent en un point, alors on dira que le cercle et la droite sont tangents. Cette droite est une tangente au cercle.
- Si les deux se coupent en deux points a et b on dira que les deux sont sécants en deux points.
- Si les deux n'ont aucun point en commun on dira qu'ils ne se coupent pas.

Propriété :

- Si nous avons un cercle de centre A et de rayon AC alors la tangente passant par C est la droite passant par B et perpendiculaire à (AC).
- Il existe deux tangentes passant par un point extérieur au cercle.



EXERCICES D'APPLICATIONS :

Donner les positions relatives des droites et le cercle obtenu à la résolution de l'activité d'apprentissage

Résolution :

1. La droite (CD) coupe ce cercle en un point. Le cercle et la droite' (CD) sont tangents.
2. La droite (EF) qui ne coupe pas le cercle.
3. La droite (GH) et le cercle sont sécants en deux points.

MODULE 11	CONFIGURATIONS ET TRANSFORMATIONS ELEMENTAIRES DU PLAN

CHAPITRE 10: PROJECTION

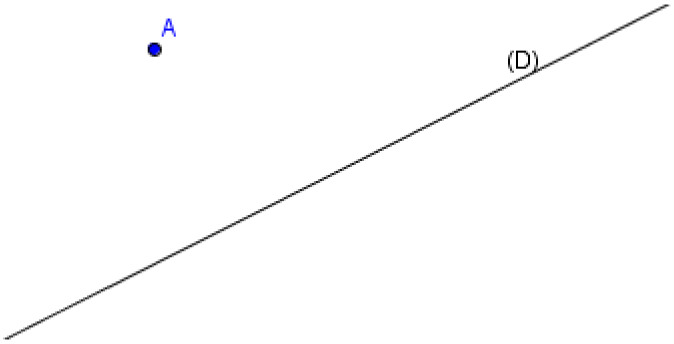
MOTIVATION : Au quotidien, nous sommes confrontés à des situations où interviennent le concept de projection notamment dans les problème de dessins techniques et observation de chute d'eau d'une toiture..

LECON 1 : PROGRAMME DE CONSTRUCTION DUREÉ : 50 min

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES : A la fin de cette leçon, l'élève doit être capable de construire l'image d'un point par une projection donnée par un programme de construction.

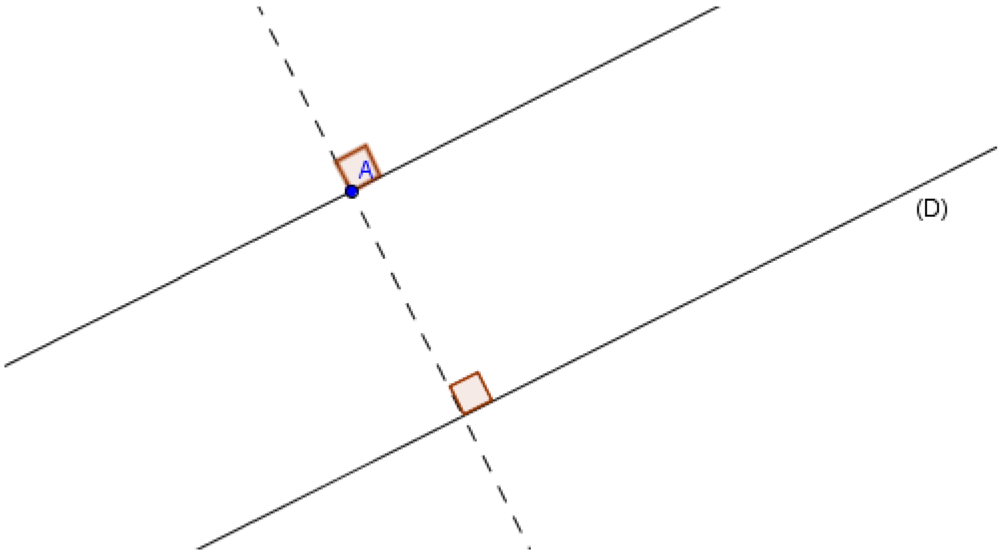
PRÉ-REQUIS :

Enoncé : On considère la figure ci-dessous



Construire la droite parallèle à la droite (D) passant le point A.

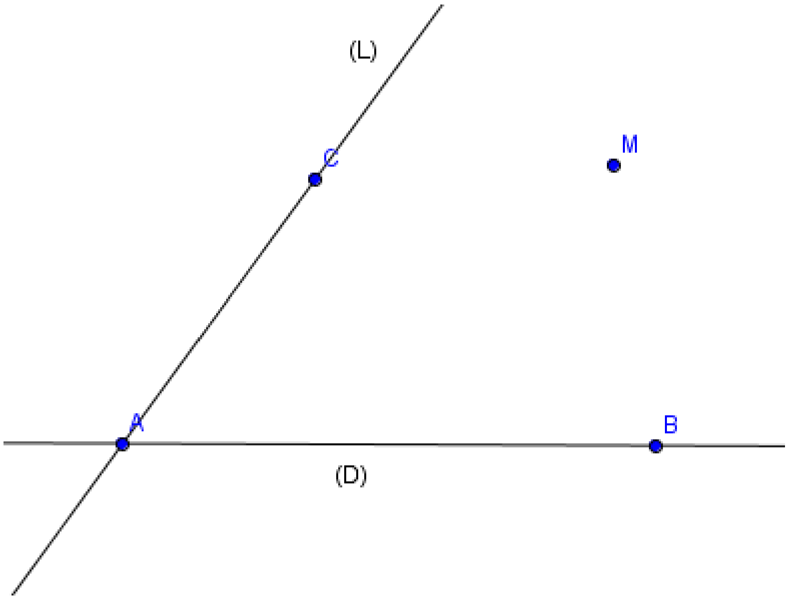
Solution :



SITUATION PROBLÈME :

TOTO est un technicien en bâtiment qui veut à l'aide d'un schéma, montrer au propriétaire d'un restaurant en construction, la position d'un poteau de support une droite inconnue (D') rencontrant le mur [AB] de support la droite (D). Toto explique que (D') passe par le point M et est parallèle au support (L) du mur [AC]

(voir figure ci-dessus). Il n'y parvient pas. Aide-le.



ACTIVITÉ D'APPRENTISSAGE :

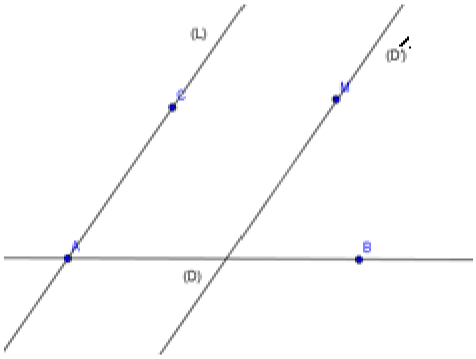
On considère la figure ci-dessus.

a- Construire la droite (D') parallèle à (L) passant par M.

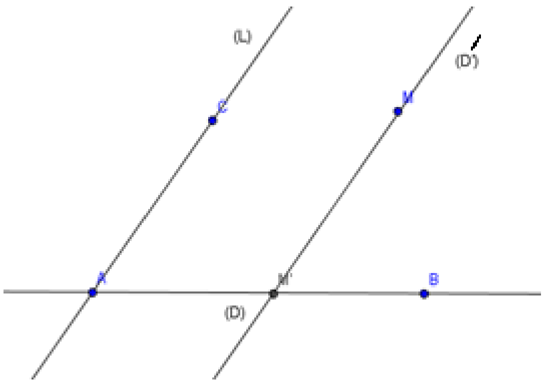
b- Marque M', point d'intersection de (D') et de (D).

Résolution :

a)



b)



Le point M'définit la position du poteau cherché par Toto ; ce point est appelé **projeté sur la droite (L) parallèlement à la droite (D)** du point M.

RÉSUMÉ :

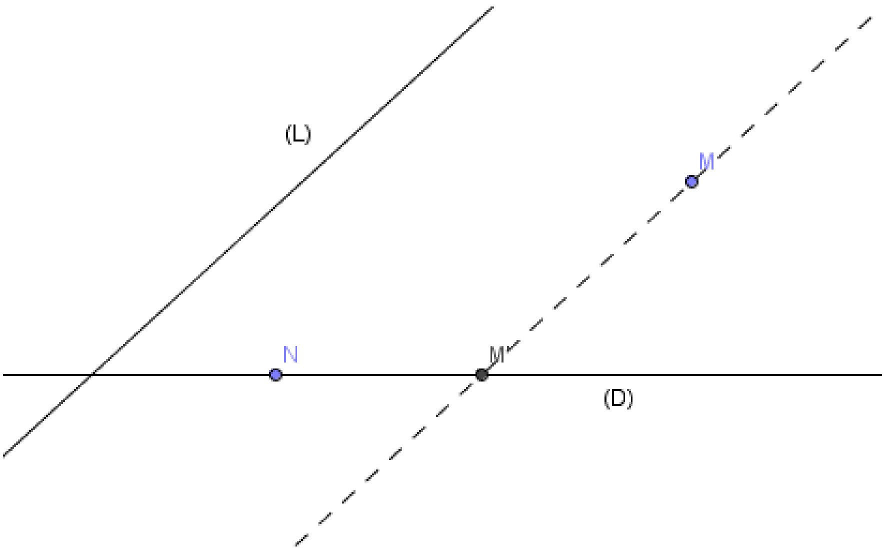
- Définition

Soient (D) et (L) deux droites sécantes.

On appelle **projection sur (D) parallèlement à la droite à (L)** la transformation du plan dans le plan qui, à chaque point M associe M’, point commun à la droite (D) et à la droite parallèle à (L) passant par M.

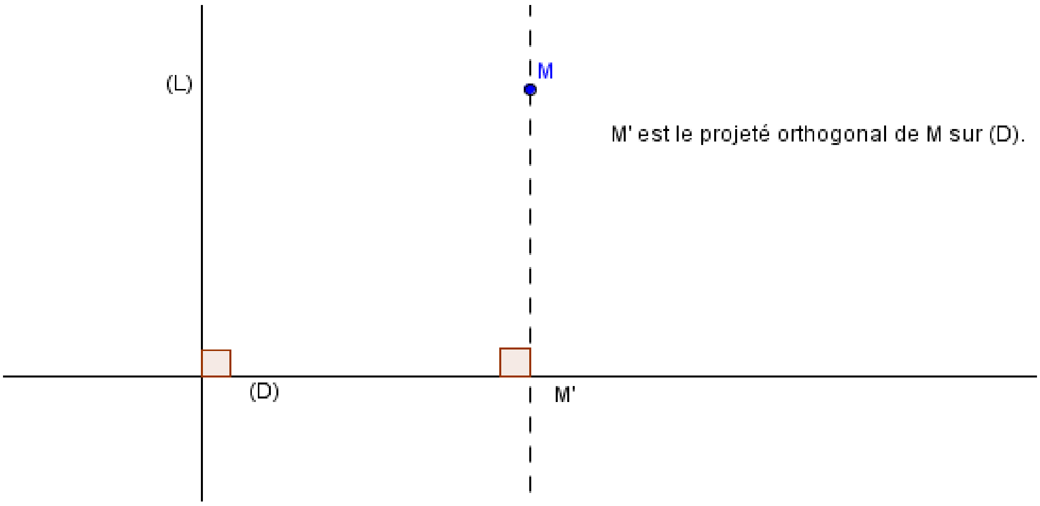
Pour construire l’image d’un point M par la **projection sur (D) parallèlement à la droite à (L) :**

- ***on construit d’abord la droite parallèle à (L) passant par le point M ;***
- ***enfin on identifie le point d’intersection de la droite construite et la droite (D), qui est l’image M’du point M.***



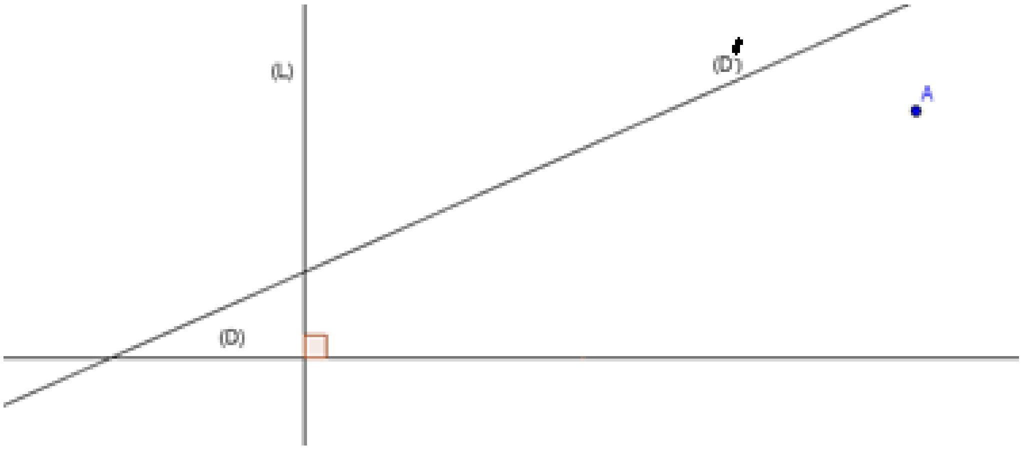
- M’ ∈ (D) et (MM’) // (L).
  Le point M est appelé **projeté** de M.
- N ∈ (D)
  N est son propre projeté.

Remarque : Lorsque les droites (D) et (L) sont perpendiculaires, la projection sur (D) parallèlement à la droite (L) est appelé projection orthogonale sur (D).



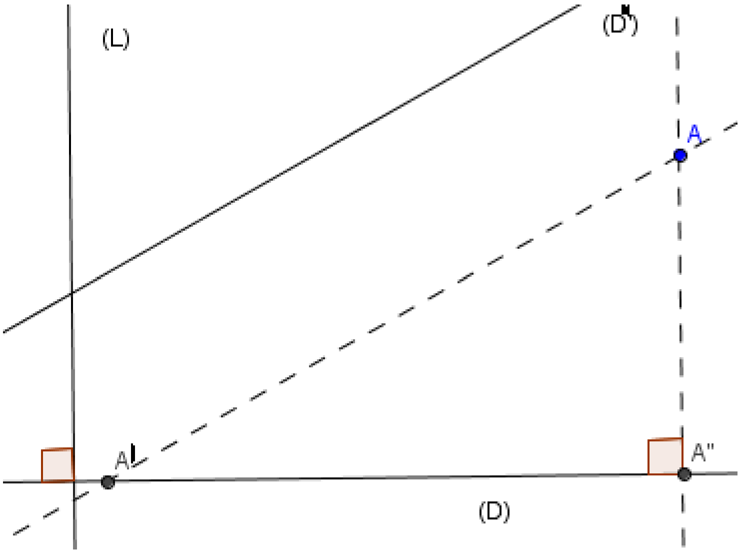
EXERCICE D’APPLICATION :

On considère la figure ci-dessous :



Construire le projeté de A sur (D) parallèlement à (D’), A’ et le projeté orthogonal de A sur (D), A’’.

Correction **:**



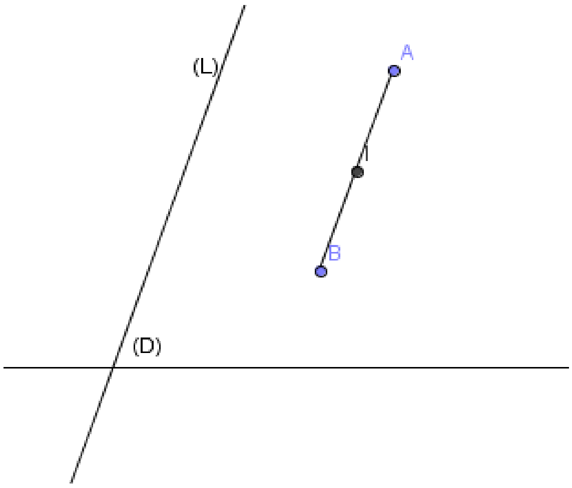
LECON 2 : PROJETE D'UN SEGMENT *DUREÉ: 100 min*

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES : A la fin de cette leçon, l'élève doit être capable de construire et de donner la nature du projeté d'un segment, et de partager un segment en deux segments de même longueur.

PREREQUIS : Construction de l'image d'un point par une projection donnée.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

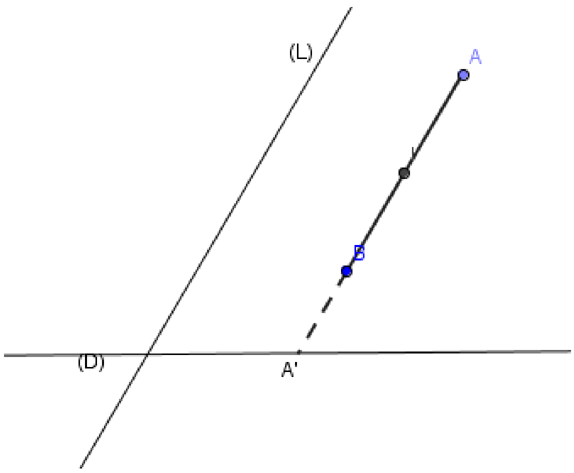
Activité 1: On considère la figure ci-dessus où A, B et I sont des points du plan tels que I est le milieu du segment [AB] de 4 cm de longueur et (AB) // (D):



a) Construire le projeté de A sur (D) parallèlement à (L), A'.
b) Construire le projeté de B sur (D) parallèlement à (L)
c) Construire le projeté de I sur (D) parallèlement à (L).
d) Que pouvez-vous dire concernant le projeté du segment [AB] sur (D) parallèlement à (L).

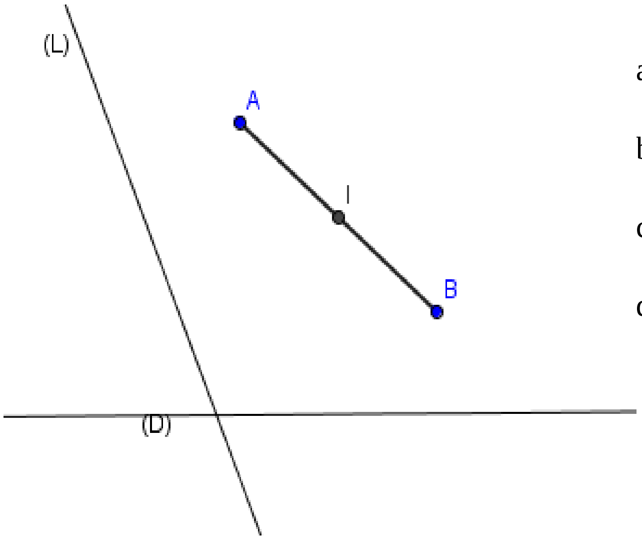
Résolution :

a)



b) Le projeté de B est confondu au point A'.
c) Le projeté de I est confondu au point A'.
d) Le projeté de [AB] est le point A'.

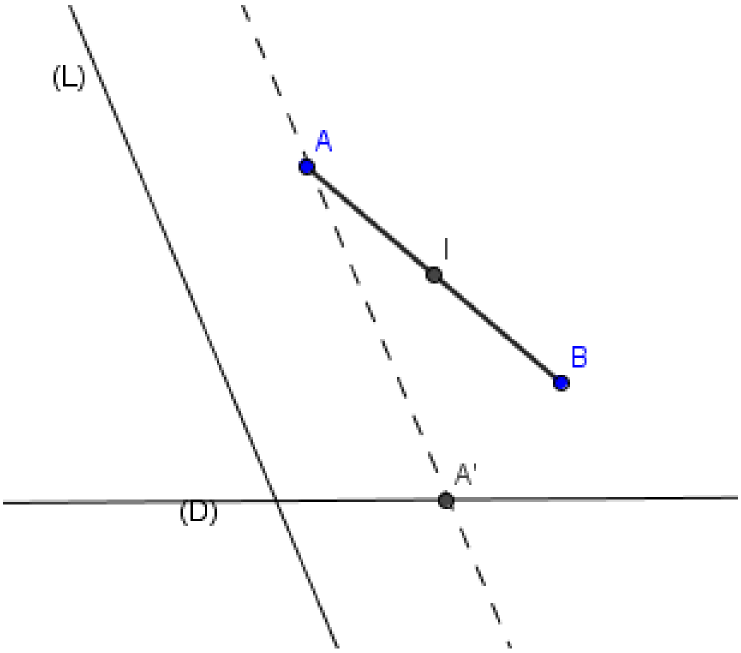
Activité 2 : On considère la figure ci-dessus où A, B et I sont des points du plan tels que I est le milieu du segment [AB] de 5cm de longueur.



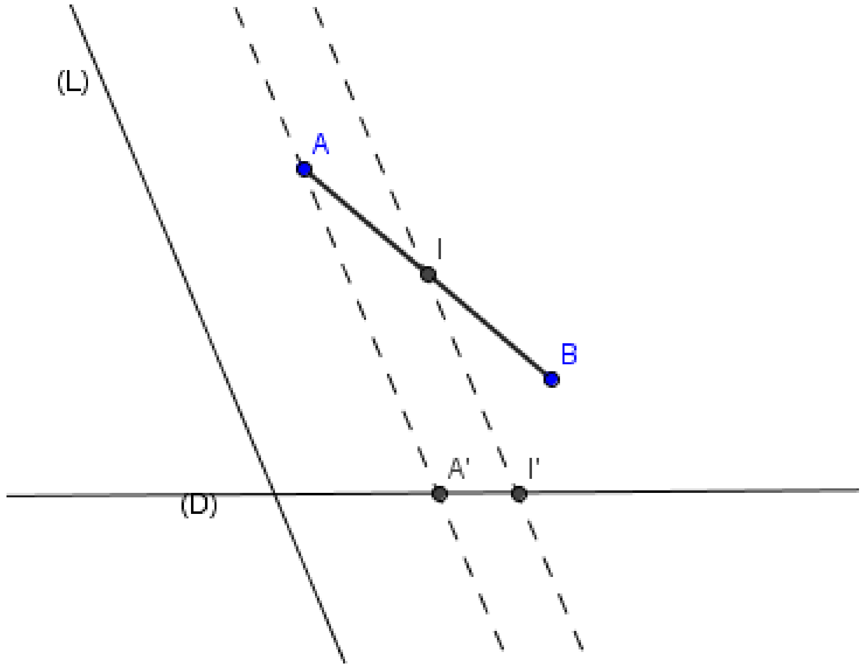
a) Construire le projeté de A sur (D) parallèlement à (L), A'.
b) Construire le projeté de B sur (D) parallèlement à (L), B'.
c) Construire le projeté de I sur (D) parallèlement à (L), I'.
d) Que pouvez-vous dire concernant le projeté du segment [AB] sur (D) parallèlement à (L).

Résolution :

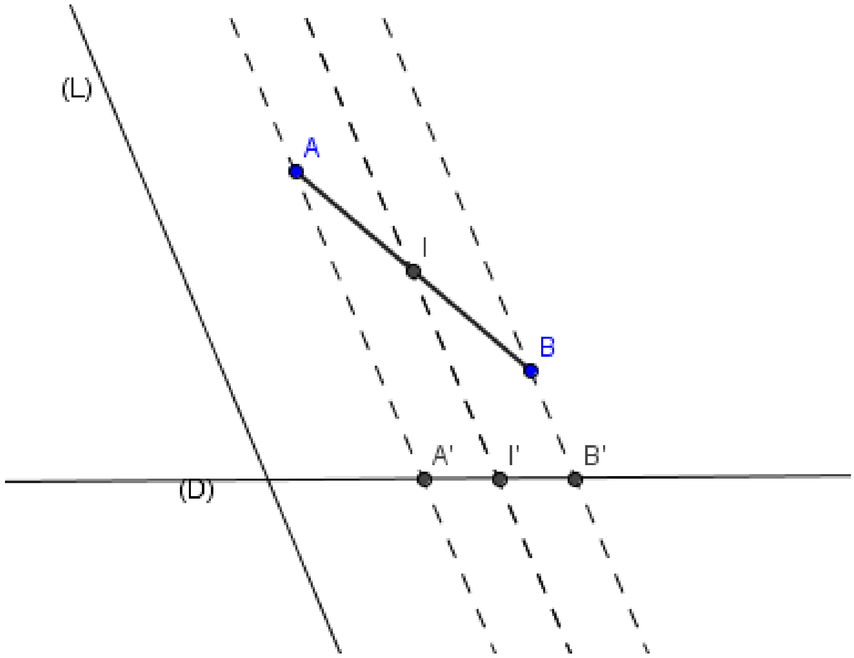
a)



b)



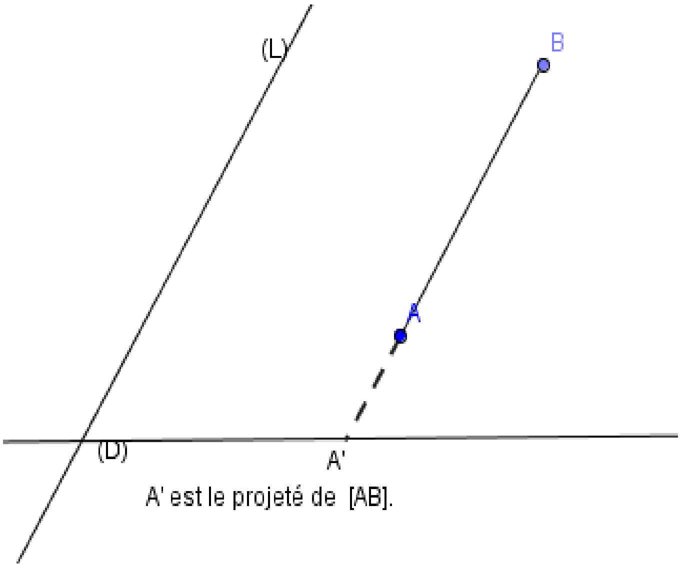
c)

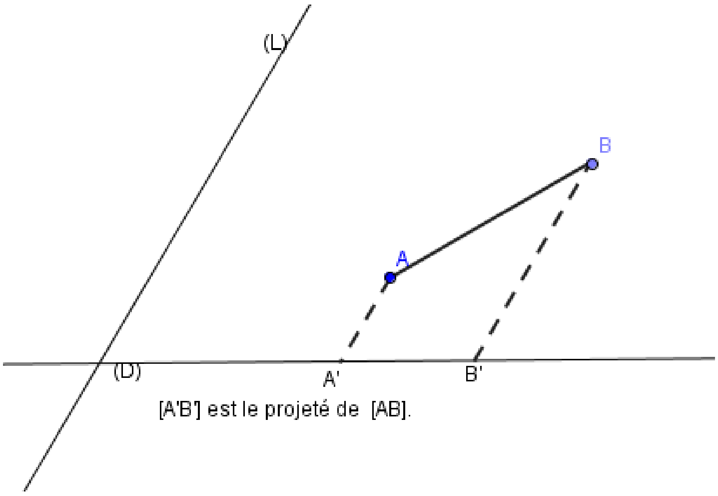


d) Le projeté de [AB] est [A'B'].

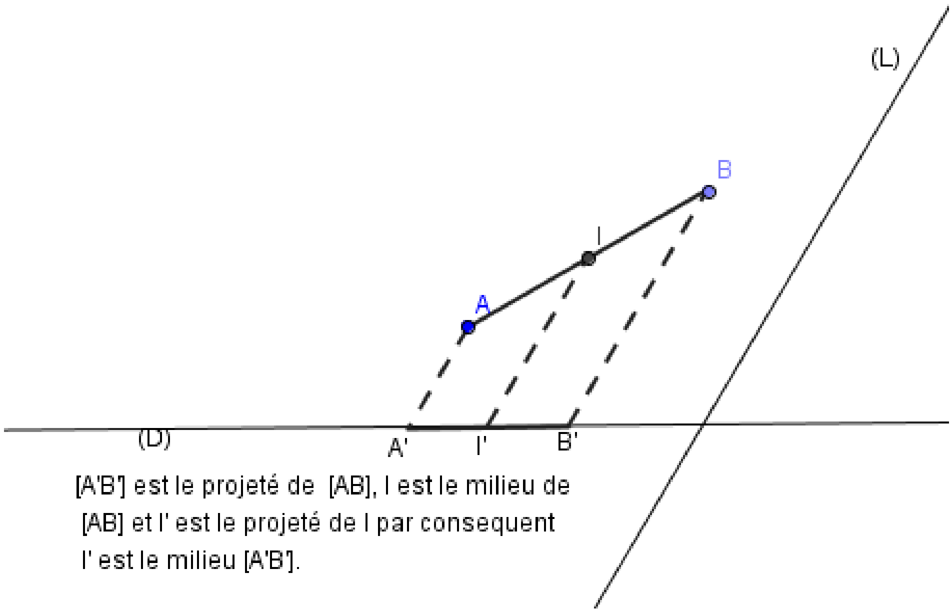
RÉSUMÉ :

- **Propriété :** Le projeté d'un segment est un point ou un segment.

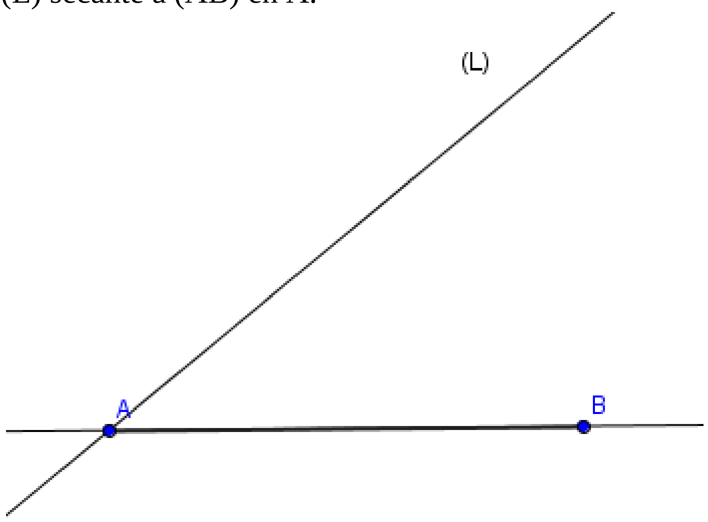




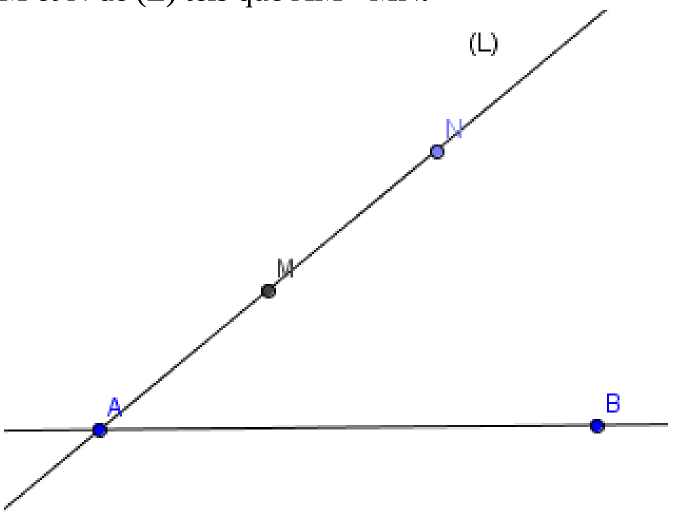
- **Propriété :** Lorsque le projeté d'un segment n'est pas un point, le projeté du milieu du segment est le milieu du projeté de ce segment.



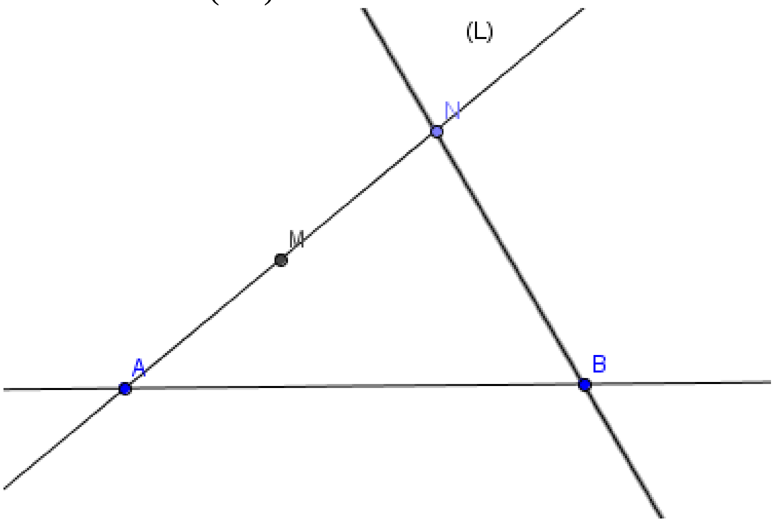
- **Méthode** : Pour partager en un segment en deux segments de même mesure par exemple le segment [AB], on peut :
    - ➢ Tracer une droite (L) sécante à (AB) en A.



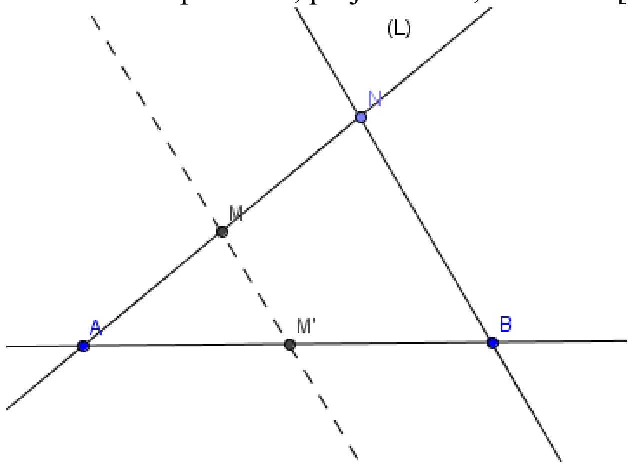
- ➢ Placer deux points M et N de (L) tels que AM= MN**.**



- ➢ Tracer la droite (NB).



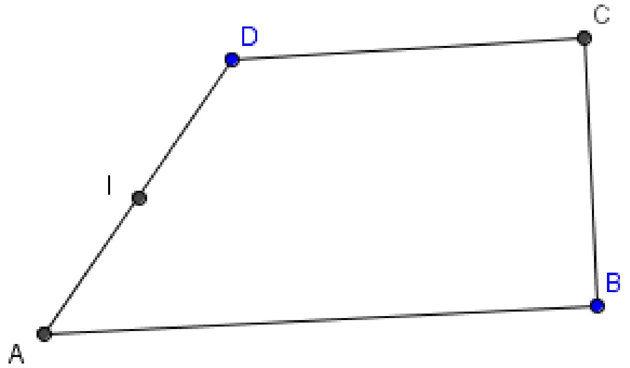
- Construire le point M', projeté de M, milieu de [AN] sur (AB) parallèlement à (NB).



- On conclut qu'on a partagé [AB] en deux segments de même mesure [AM'] et [M'B].

EXERCICE D'APPLICATION :

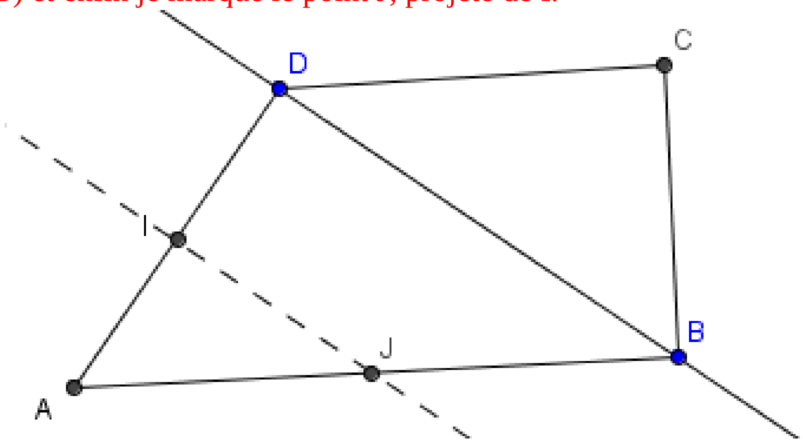
ABCD est un quadrilatère. Le point I est le milieu du coté [AD].



Construis le point J, milieu de [AB] en justifiant ta construction.

Solution :

Je vais d'abord construire la droite (DB), ensuite je vais construire le projeté de I sur (AB) parallèlement à (DB) et enfin je marque le point J, projeté de I.



MODULE 11	*CONFIGURATIONS ET TRANSFORMATIONS ELEMENTAIRES DU PLAN*

CHAPITRE 11: SYMETRIE ORTHOGONALE, SYMETRIE CENTRALE

MOTIVATION : Reproduction des figures pour peindre ou orner (en architecture, génie civil…)

LECON 1 : SYMETRIE CENTRALE *DUREE 100 minutes*

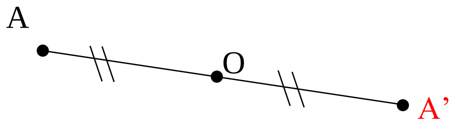
OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES: A la fin de cette leçon l'élève sera capable d'utiliser la symétrie centrale pour justifier :

- une propriété d'une configuration ;
- un programme de construction.

PREREQUIS :

Construire l'image A' du point A par la symétrie de centre O.

Résolution :



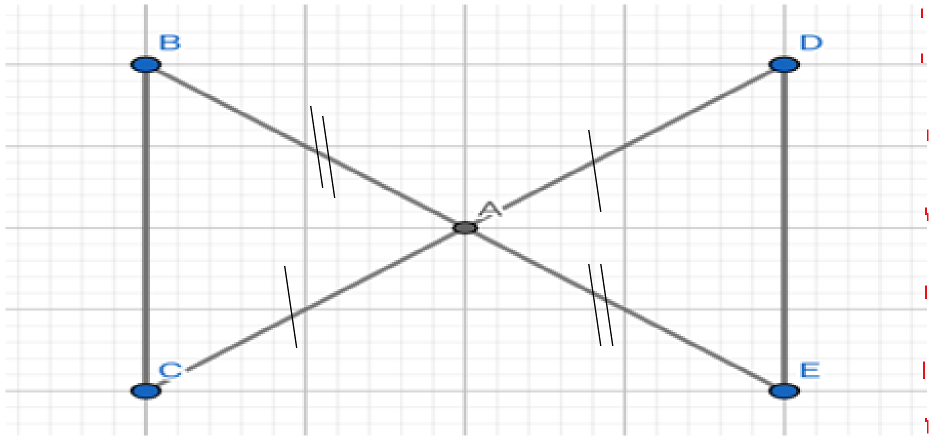
SITUATION PROBLEME :

ATEBA élève en 2e année voudrait dessiner un nœud de papillon constituer de deux triangles isocèles qui sont symétriques par rapport à leur sommet principal. N'ayant aucune connaissance à ce sujet, il fait appel à toi pour la résolution de ce problème. Aide-le.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

1. Dessine un triangle ABC isocèle en A.
2. Construis le point E symétrique de B par rapport à A.
3. Construis le point D symétrique de C par rapport à A.
4. Que peux-tu dire à ATEBA ?

Résolution :

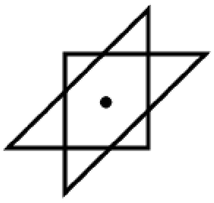
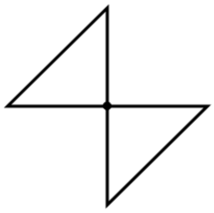
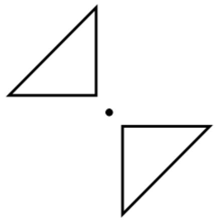


On peut dire à ATEBA de suivre les étapes de l'activité d'apprentissage pour réaliser son dessin.

RESUME :

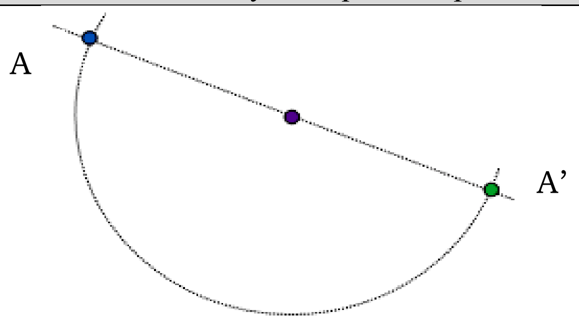
Définition :

- Deux points A' et A sont symétrique par rapport à un point I lorsque le point I est le milieu du segment $[AA']$.
- Le symétrique d'un point O par rapport à O est encore le point O.

Centre de symétrie		
interne à une figure	au bord d'une figure	Externe à la figure
		

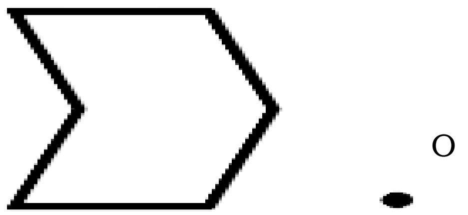
Propriété :

- Deux points sont symétriques par rapport à un centre si ce centre est au milieu du segment qui les relie.
- Le symétrique d'un point est un point, celui d'un segment est un segment, celui d'un carré un carré.
- Pour construire le symétrique d'une figure par rapport à un point on construit le symétrique de chacun de ses points (sommets si possibles ou points nécessaires à la reproduction de la figure) puis on les relie successivement.
- L'image du cercle de centre A et de rayon r par une symétrie de centre E, est le cercle de centre F (l'image de A par cette même symétrie) avec pour rayon r.
- Les figures symétriques ont les mêmes dimensions et mêmes aires.

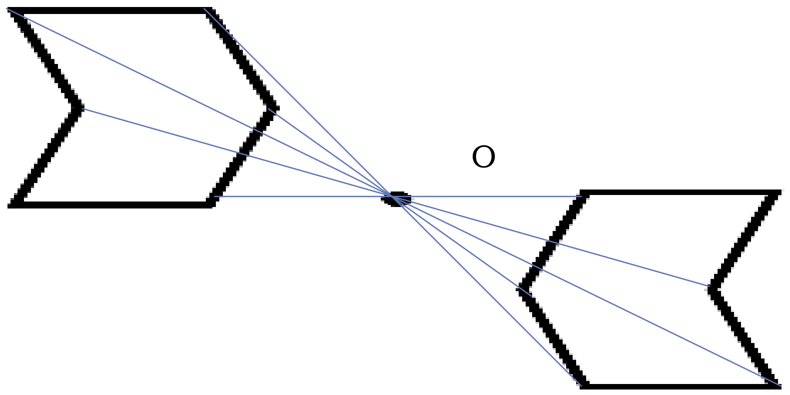
Construire le symétrique d'un point

Tracer la ligne qui joint le point de départ au centre de symétrie. Avec le compas, tracer un arc de cercle à partir du centre de symétrie et passant par le point de départ. Le point symétrique est le point de rencontre de l'arc et de la ligne.

EXERCICES D'APPLICATIONS :

Construire l'image de la figure suivante par rapport à O



Résolution :



Travail à Faire : Faire les exercices dans le chapitre dédié du livre au programme ou de la fiche de TD.

LECON 2 : SYMETRIE ORTHOGONALE *DUREE* 100 minutes

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES: A la fin de cette leçon l'élève sera capable d'utiliser la symétrie orthogonale pour justifier :

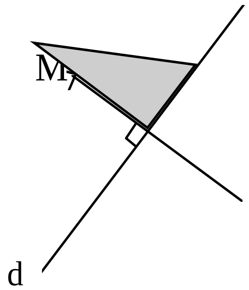
- une propriété d'une configuration ;
- un programme de construction.

PREREQUIS :

1) Définir: la médiatrice d'un segment
2) Soient un point M et une droite (D). Tracer la droite (d) passant par A et perpendiculaire à (D).

Résolution :

1) La médiatrice d'un segment est l'ensemble des points équidistants aux extrémités de ce segment.
2)



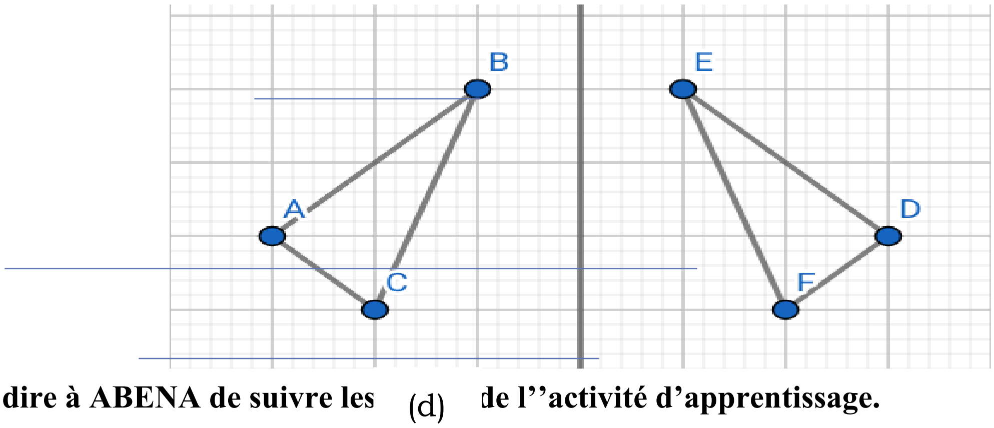
SITUATION PROBLEME :

Monsieur ATEBA possède un champ triangulaire le long de la rive d'un cours d'eau. Son fils ABENA voudrait lui avoir un champ de même forme et situé se l'autre côté de la rive de façon à ce de les champs soient symétrique par rapport au cours d'eau. Que faire.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

1. Construis un triangle ABC
2. Trace une droite (d) puis construis les points D, E, F symétrique respectifs de A, B, C. Comment ABENA peut-il procéder ?

Résolution :



On peut dire à ABENA de suivre les de l''activité d'apprentissage.

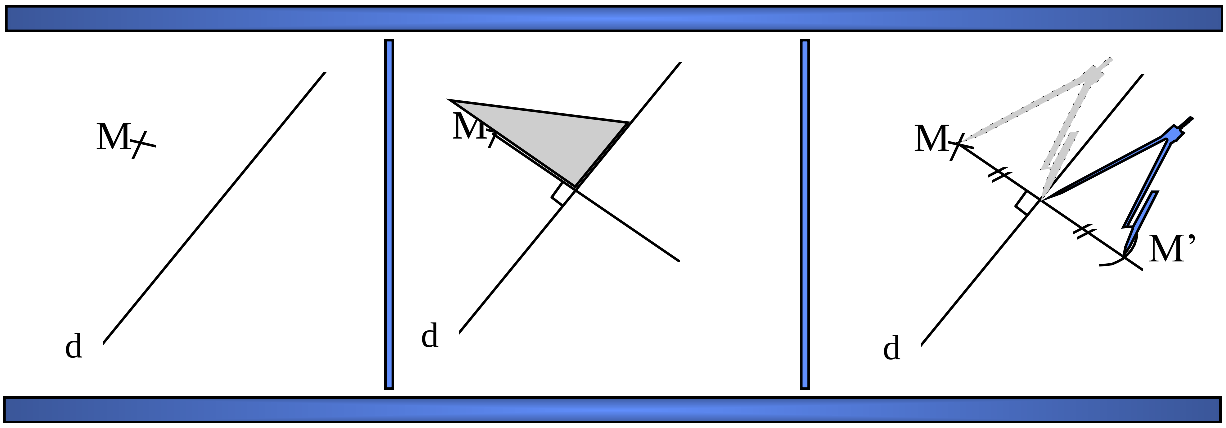
RESUME :

Définition :

Soit d'une droite.

- Si M appartient à d, alors le symétrique du point M par rapport à d est le point M lui-même.
- Si M n'appartient pas à d alors le symétrique du point M par rapport à d est le point M' tel que la droite d soit la médiatrice du segment [MM'].

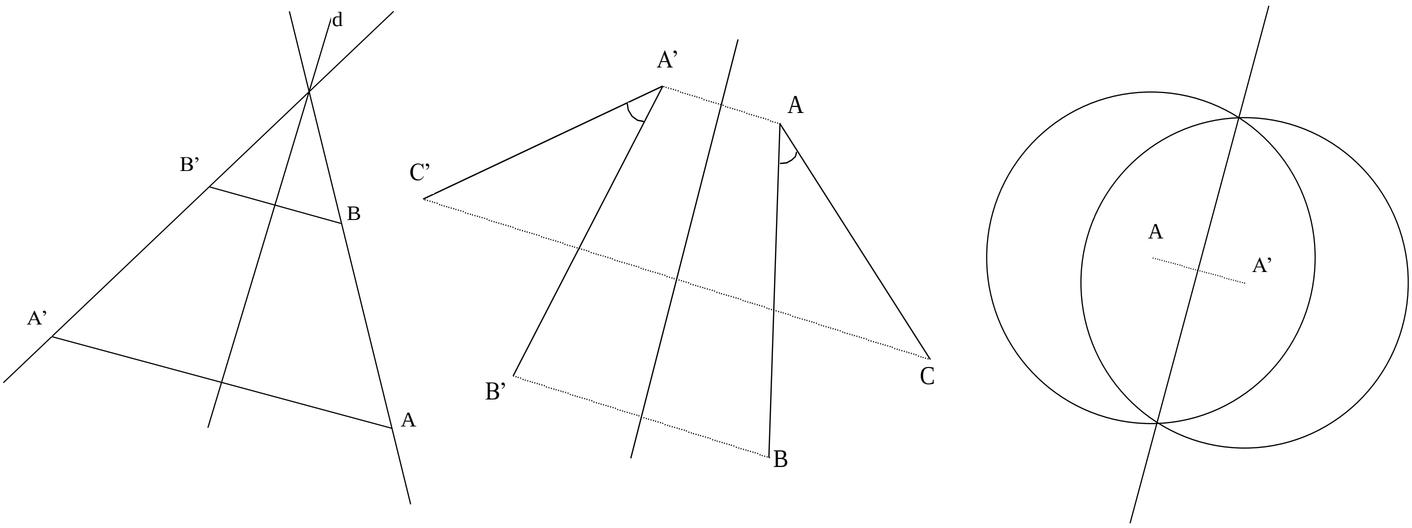
Méthode de construction



Propriété :

- Deux figures symétriques ont les mêmes dimensions et la même aire.

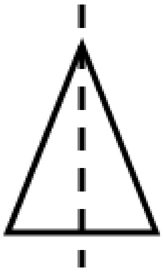
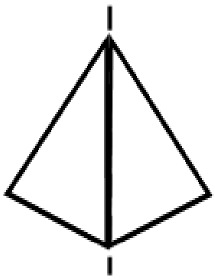
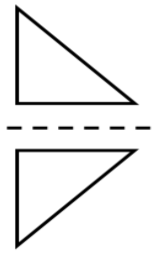
Symétriques de figures de base : coder les figures.



- Le symétrique d'un point est un point, celui d'un segment est un segment, celui d'un carré un carré.
- Pour construire le symétrique d'une figure par rapport à une droite, on construit le symétrique de chacun de ses points (sommets si possibles ou points nécessaires à la reproduction de la figure) puis on les relie successivement.

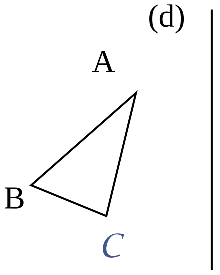
- L'image du cercle de centre A et de rayon r par une symétrie d'axe '(D), est le cercle de centre F (l'image de A par cette même symétrie) avec pour rayon r.

***Remarque* :** A l'aide du pliage et du papier calque on peut définir, reconnaître, trouver, prouver, vérifier les symétries et les axes de symétrie (miroir) d'une figure.

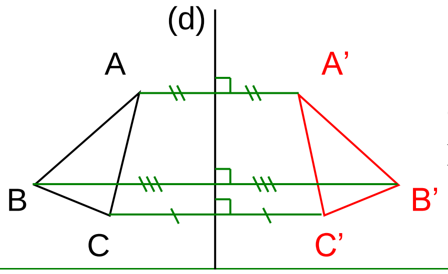
Axe de symétrie		
Interne à une figure	sur le bord d'une figure	externe à la figure
		

EXERCICES D'APPLICATIONS :

Construire le symétrique du triangle ABC par rapport à la droite (d).



Résolution :

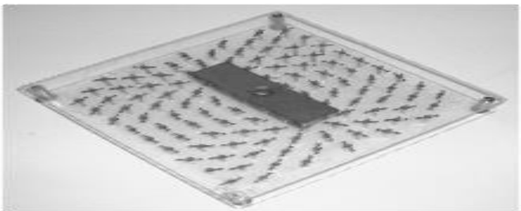


On construit les symétriques respectifs A', B' et C' des points A, B et C.
Puis on relie A', B' et C'.

MODULE 11	CONFIGURATIONS ET TRANSFORMATIONS ELEMENTAIRES DU PLAN

CHAPITRE 12: VECTEUR

MOTIVATION : manipuler des forces (champs magnétique, vent, …).



Champ magnétique (Wikipedia)

Les forces en physique sont les applications immédiates de la compréhension mathématique de la notion de vecteur. Cependant, les vecteurs permettent aussi de comprendre comment fonctionnent les champs de forces comme le champ magnétique visible à l'image ci-contre.

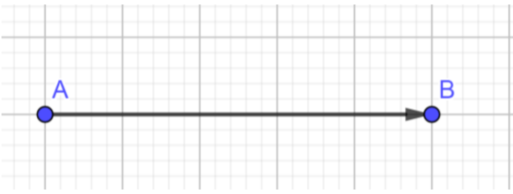
LECON 1 : NOTION DE VECTEUR — DURÉÉ : 50 minutes

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES: **Manipuler les vecteurs (reconnaitre un vecteur nul ou non) et son opposé.**

PREREQUIS :

Enoncé : Construis une flèche portée entièrement par un segment [AB] de 5 cm tel que la flèche aille vers la droite, de A vers B.

Réponse :



SITUATION PROBLEME : Newton, dans la troisième loi de sa théorie de la mécanique physique, disait : «tout corps A exerçant une force sur un corps B subit une force d'égale intensité, de même direction mais de sens opposé, exercée par le corps B ». Comment l'expliquer à ton papa en utilisant des flèches, surtout qu'il aimerait savoir pourquoi un coup porté par un enfant sur un animal, fait mal au deux (enfant et animal).

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

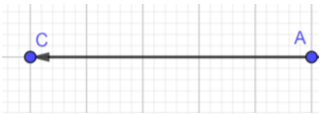
c- Construire une flèche portée entièrement par un segment [AB] de 5 cm tel que la flèche aille vers la droite, de A vers B.

d- Construire une flèche portée entièrement par un segment [AC] de 5 cm tel que la flèche aille vers la droite, de A vers C.

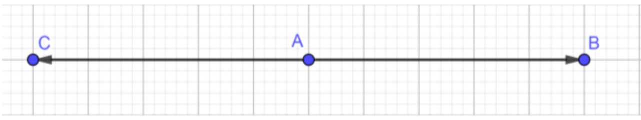
e- Expliquer donc la troisième loi de Newton.

Résolution :

a-



b-



c-

Les deux forces, de A vers C (à gauche de A) et de A vers B (à droite de A), se « neutralisent » : elles sont dites opposées. Ainsi, lorsqu'un enfant porte en A un coup de A vers C à un animal, le corps de l'animal réagit en produisant une réaction de A vers B avec la même intensité mais dans le sens contraire (voir figure) : voilà pourquoi les deux, l'enfant et l'animal, ressente le choc et ont donc mal.

RESUME :

A- Définition

1- Un vecteur est un segment orienté.

Méthode 1. Pour nommer un vecteur, tu peux utiliser deux lettres (majuscules) collées surmontées d'une flèche comme $\overrightarrow{AB}$, ou bien utiliser une lettre minuscule aussi surmontée d'une flèche comme $\vec{u}$.

Attention : La flèche est toujours dirigée de la droite vers la gauche, indiquant le sens de lecture. Ainsi, $\overrightarrow{AB}$ se lit « vecteur A B ».

Exemple 1:

-

- **Figure 2: un vecteur d'origine A et d'extrémité B**

NB : Ces trois éléments sont appelés « caractéristiques du vecteur $\overrightarrow{AB}$ » .

Méthode 2. Pour construire un vecteur $\vec{k}$, on peut :

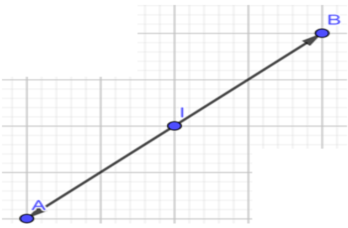
- tracer une droite (D) donnant sa direction ;
- placer deux points X et Y sur cette droite (D) tels que XY soit la « longueur » du vecteur $\vec{k}$;
- s'assurer que si on veut désigner $\vec{k}$ par $\overrightarrow{XY}$, alors le sens de $\vec{k}$ doit être de X vers Y.

Exemple 2:

2- Le vecteur nul, noté $\vec{0}$, est un vecteur dont l'origine et l'extrémité sont confondus : $\overrightarrow{AA}$ ou $\overrightarrow{BB}$ ...

3- $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ sont dits opposés. On note $\overrightarrow{AB}$ = - $\overrightarrow{BA}$. On a $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$.

Exemple 3:



Les vecteurs $\overrightarrow{IA}$ et $\overrightarrow{IB}$ sont opposés : donc $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

B- Propriétés

1- Un vecteur noté $\overrightarrow{AB}$ est caractérisé par

- son sens : « de A vers B » (A est l'origine et B, qui porte la flèche, l'extrémité de $\overrightarrow{AB}$);
- sa direction de $\overrightarrow{AB}$: celle de la droite (AB) ou de toute droite parallèle à (AB);
- sa « longueur » : celle du segment [AB], c'est-à-dire AB.

Ainsi, le couple de points (A,B) permet de décrire et représenter le vecteur $\overrightarrow{AB}$.

2- Etant donné un vecteur $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et un point C, pour construire le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$, on :
- construit le cercle (C_1) de centre C et de rayon AB ;
- construire le cercle (C_2) de centre A et de rayon BC ;
- obtient dont un parallélogramme ABCD et on représente les extrémités des vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BC}$.

Exemple 4:

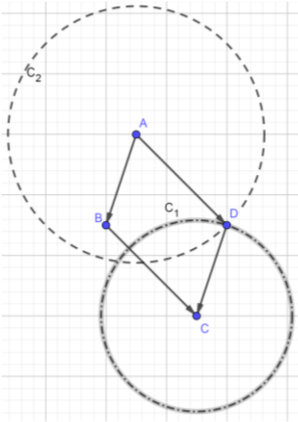


Figure 3: On a construit D

3- Deux vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont égaux si ABCD est un parallélogramme. Un vecteur peut avoir plusieurs représentants : ainsi $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ signifie que $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BC}$ « représentent » le même vecteur.
4- On peut aussi dire que deux vecteurs sont égaux s'ils ont les mêmes caractéristiques.
5- Si $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ alors les distances AD et BC sont égales.

Exemple 5: voir la figure 2.

6- Dans un parallélogramme, les côtés opposés portent des vecteurs égaux, pourvus que ces vecteurs aient le même sens.

Exemple 6: ABCD est un parallélogramme.

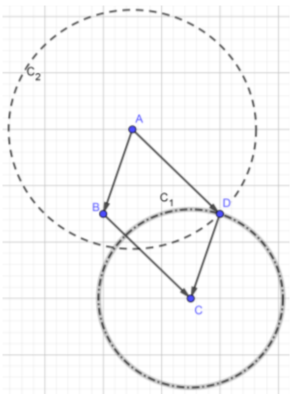


Figure 4: cite deux vecteurs égaux

Réponse: $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

7- Un quadrilatère dont deux côtés opposés sont portés par des vecteurs égaux, est en fait un parallélogramme.

Exemple 7: Dans la figure 4, si on suppose maintenant que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$, alors ABCD est un parallélogramme.

EXERCICES D'APPLICATION :

Exercice :

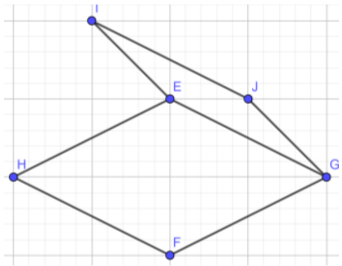


Figure 5: deux parallélogrammes

1- Observez les deux parallélogrammes EHFG et IJGE . Justifier que HF = IJ .
2- Citer toutes les paires de vecteurs $\vec{p}$ et $\vec{q}$ qui sont opposés l'un de l'autre.

Correction :

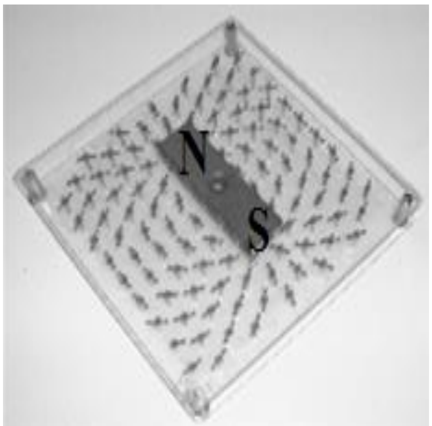
1- Dans le parallélogramme EHFG, on a HF = EG. Ensuite dans le parallélogramme IJGE, on a EG = IJ. Ainsi, HF = IJ.
2- $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{FH}$, $\overrightarrow{HF}$ et $\overrightarrow{JI}$, $\overrightarrow{EG}$ et $\overrightarrow{FH}$, $\overrightarrow{GE}$ et $\overrightarrow{HF}$, $\overrightarrow{GE}$ et $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{EG}$ et $\overrightarrow{JI}$, $\overrightarrow{IE}$ et $\overrightarrow{GJ}$, $\overrightarrow{EI}$ et $\overrightarrow{JG}$, ….

Exercice à faire à la maison :

Exercice 1 : Construire le point N tel que $\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{KL}$ après avoir reproduit la figure ci-dessous :

Exercice 2 : sur la figure ci-dessus, construire le point R tel que les vecteurs $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{MR}$ soit opposés.

Exercice 3 : TP



Champ magnétique (Wikipédia)

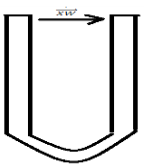
Cas 1 : La figure ci-contre présente le champ magnétique d'un aimant Nord-Sud : reproduisez cette figure en construisant des vecteurs représentés par de petites aiguilles aimantées suivant des lignes allant du Nord (N) vers le Sud (S).

Cas 2 : Indiquer sur votre figure, deux vecteurs opposés.

Cas 3 : Indiquer deux vecteurs égaux sur votre dessin.

Cas 4 : Réaliser cette figure avec un aimant et de la limaille issue d'un tampon métallique (utilisé pour laver certaines marmites).

Cas 5 : Représenter pour le champ intérieur de l'aimant en U ci-dessous donné par $\overrightarrow{XW}$



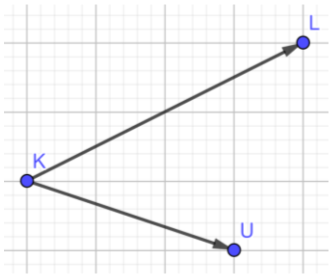
LECON 2 : SOMMES DE DEUX VECTEURS ET RELATION DE CHASLES. DURÉÉ: 50 minutes

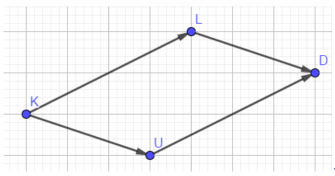
Au Cameroun : M. Wouafo Kamga, M. Guiffo Boyom, M. Ntyam A., M. Wankap, M. Dongo J., M. Bitjong N. sont des géomètres camerounais qui ont développé des résultats semblables à celui de Chasles.

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

Manipuler les vecteurs pour des opérations simples (effectuer la somme de deux vecteurs et utiliser la relation de Chasles).

PREREQUIS : Observer cette figure et construire le point D tel que KLDU soit un parallélogramme. Comparer alors $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{UD}$. Donne aussi deux autres vecteurs de la figure qui sont égaux.



Solution : 

. On a $\overrightarrow{\boldsymbol{KL}} = \overrightarrow{\boldsymbol{UD}}$. Deux autres vecteurs égaux sont : $\overrightarrow{\boldsymbol{LD}}$ **et** $\overrightarrow{\boldsymbol{KU}}$.

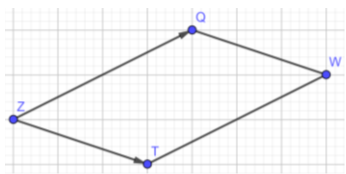
SITUATION PROBLEME :

Votre oncle ingénieur mécanicien souhaite remplacer deux appareils (qui tirent une charge en Z respectivement avec les forces de directions différentes $\overrightarrow{ZQ}$ et $\overrightarrow{ZT}$), par un seul qui fournirait une force équivalente aux deux première forces. S'il vous plait, faire un schéma indiquant les caractéristiques de la force équivalente développée par le troisième appareil.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

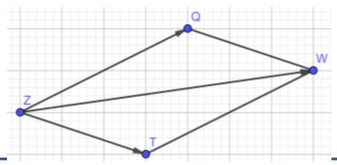
1- Construire le parallélogramme ZQWT.
2- Le vecteur $\overrightarrow{ZQ}$ est égal à quel autre vecteur de la figure de la question 1?
3- Sachant que $\overrightarrow{ZT} + \overrightarrow{TW} = \overrightarrow{ZW}$, réduire et représenter $\vec{u} = \overrightarrow{ZQ} + \overrightarrow{ZT}$ pour aider votre oncle.

Résolution :



2. $\overrightarrow{ZQ} = \overrightarrow{TW}$.

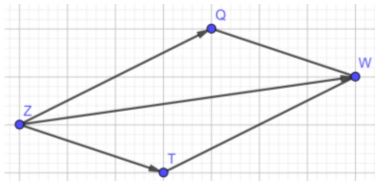
3. $\vec{u} = \overrightarrow{ZQ} + \overrightarrow{ZT} = \overrightarrow{TW} + \overrightarrow{ZT} = \overrightarrow{ZT} + \overrightarrow{TW} = \overrightarrow{ZW}$.



RESUME :

1- Pour effectuer la somme de deux vecteurs, on considère deux cas :
   - les vecteurs $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{CD}$ ont la même direction :
     - si les sens sont les mêmes, alors la somme $\vec{u} + \vec{v}$ est le vecteur de même caractéristique que les deux avec une « longueur » qui est la somme de AB et CD.
     - si les sens sont opposés avec AB < CD, alors la somme $\vec{u} + \vec{v}$ est le vecteur de même direction que les deux vecteurs, mais de sens celui de $\vec{v}$ et de « longueur » CD – AB.
     - la somme $\vec{u} + \vec{v} = \vec{0}$ si les sens sont opposés avec AB = CD.
   - les vecteurs $\vec{u} = \overrightarrow{ZQ}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{ZT}$ ont des directions différentes :

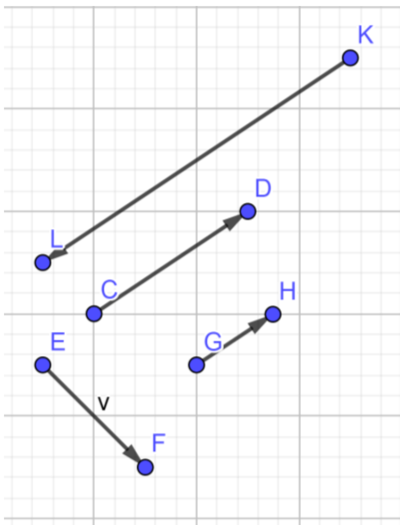
On procède ainsi (comme dans l'activité d'apprentissage), on construit la diagonale d'un parallélogramme



Et on obtient que $\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{ZW}$.

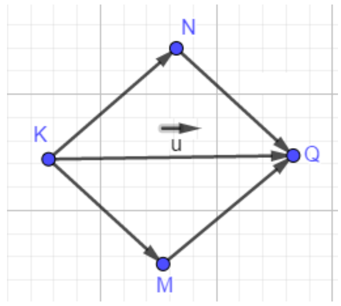
2- La relation de **Chasles** (Mathématicien professionnel français, 1793 - 1880) stipule que pour deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels qu'on ait trois point A, B et C avec $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{BC}$, on a $\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AC}$.

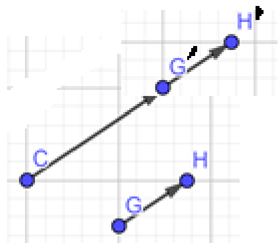
EXERCICE D'APPLICATION :



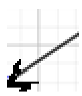
1- Construire $\vec{u} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{CD}$
2- Construire $\vec{v} = \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{CD}$
3- Construire $\vec{w} = \overrightarrow{KL} + \overrightarrow{CD}$
4- Construire $\vec{t} = \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{GH}$.

Correction :

1- 

2- 

C'est le vecteur $\overrightarrow{CH'}$.

3- 

4- $\vec{t} = \overrightarrow{CH}$

Exercice à faire à la maison :

***Exercice 1* :** Expliquer comment représenter graphiquement le poids total de deux livres de 300 g et 200 g posés horizontalement sur une table stable. **NB:** poids = masse (en Kg) fois 9,8 .

***Exercice 2* (TP) :** Faites des recherches sur la balance Roberval et la représenter avec des poids en équilibres.

LECON 3 : CARACTERISATION DU MILIEU D'UN SEGMENT PAR DES VECTEURS.
DUREÉ : 50 minutes

OBJECTIF PÉDAGOGIQUE: Caractériser vectoriellement le milieu d'un segment.

PREREQUIS :

Soit [AB] un segment de milieu I avec AB = 6 cm. Représente les vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{IB}$.

SITUATION PROBLEME :

On a deux puissants aimants de la même nature situés aux point A et B. On sait que pour un point M représentant une petite bille en fer, la force d'attraction exercée par A ou par B, s'amenuise au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la source aimantée. Toto, votre ami vous demande en quel point du segment [AB] peut-on placer la petite bille sans qu'elle ne s'en aille vers A ou vers B. En effet, si la force d'attraction d'un aimant sur la bille, dépasse celle de l'autre aimant sur la bille, alors la bille se dirigera vers le premier aimant.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

Soit [AB] un segment de milieu I avec AB = 6 cm.

1- Que représente $\overrightarrow{IA}$ pour $\overrightarrow{IB}$.
2- Réduire $\overrightarrow{IA}$ + $\overrightarrow{IB}$.
3- Où doit-on placer la petite bille pour que les attractions de A et B sur cette bille se neutralisent.

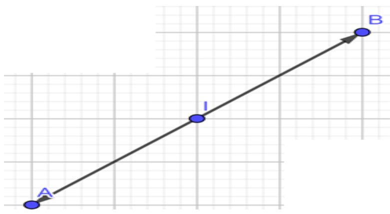
Résolution :

1. $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{BI}$ sont opposés.
2. $\overrightarrow{IA}$ + $\overrightarrow{IB}$ = $\vec{0}$.
3. Elle doit être placée au milieu I du segment [AB].

RESUME :

1- si $\overrightarrow{AI}$ + $\overrightarrow{BI}$ = $\vec{0}$ alors I est le milieu du segment [AB].
2- si I est le milieu du segment [AB] alors $\overrightarrow{AI}$ + $\overrightarrow{BI}$ = $\vec{0}$.

Exemple:



EXERCICE D'APPLICATION :

Considérons un parallélogramme ABCD de centre O (point de rencontre des deux diagonale du parallélogramme).

1. Que représente O pour les segments [AC] et [BD] ?
2. Réduire $\vec{k} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$.

Correction :

1. O est le milieu commun des segments [AC] et [BD] .
2. Réduire $\vec{k} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OB}$ = $\vec{0}$ + $\vec{0}$ = $\vec{0}$.

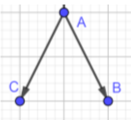
Exercice à faire à la maison :

Exercice 1 : Deux enfants A (à votre gauche) et B (à votre droite) tirent un anneau que l'on suppose être le point A. Cet anneau est au-dessus d'une ligne O au sol séparant les deux enfants, situés à égales distances de part et d'autre de cette ligne, lorsqu'ils se mettent à tirer l'anneau avec des forces constantes.

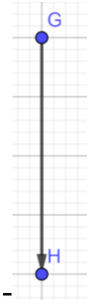
1. On suppose que l'anneau décale du côté gauche : réaliser une figure réaliste des deux forces.
2. On suppose maintenant que l'anneau reste immobile au-dessus de la ligne séparatrice O:
   a. Représenter les points A, O et B ainsi que les forces $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$.
   b. Peut-on dire que $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ sont opposés ? Justifier votre réponse.
   c. Que représente le point O pour le segment $[AB]$.

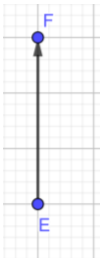
Exercice 2 :

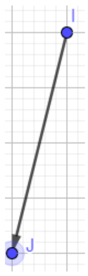
Un cadre est retenu sur un clou A par deux cordes [AC] et [AB]. Les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AB}$ représentent les tensions du câble dus au tableau sur les cordes.



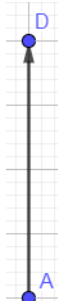
Parmi les vecteurs ci-dessous, lequel représente la réaction (résultante de $\overrightarrow{AC}$ + $\overrightarrow{AB}$) au niveau du clou A?

a- 

b- 

c- 

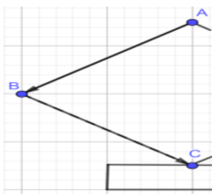
d- 

e- 

INTEGRATION PARTIELLE:

A- Un paquet de sucre est posé sur une table stable sur sa surface horizontale. Donner deux couples de forces opposés s'exerçant au centre de gravité du paquet de sucre et expliquer pourquoi à l'aide de la caractérisation vectorielle de la stabilité en équilibre du paquet sur la table.

B- Tantine qui est élève en mécanique automobile, souhaite compléter fidèlement le schéma d'un cric de levage, filmé en partie et envoyé par Whatsapp avec un téléphone qui s'est éteint par manque d'énergie électrique (batterie déchargée):



La voiture qui s'appuie au point A sur ce cric, exerce deux contraintes : une allant de A vers B (voir la flèche vers votre gauche) en transmettant l'effort (ou force) au point C et une autre vers la droite du point A au point inconnu D, puis du point D au point C, dans la partie non filmée. Les lois de la physique expliquent que la contrainte de A vers D est la même que celle de B vers C. De même, l'effort de D vers C est pareil à celui de B vers C : aide donc Tantine à construire le point D et représenter les efforts invisibles de A vers D, puis de D vers C.

C- Expliquer pourquoi un papa, sur balance numérique, additionne leurs poids lorsqu'il porte subitement son fils. Représenter les poids (le père pesant cinq fois plus que son fils).

MODULE	*CONFIGURATIONS ET TRANSFORMATION ELÉMENTAIRE DU PLAN*

CHAPITRE 13: TRANSLATION

MOTIVATION : Utiliser la translation pour construire la position de certains points.

LECON 1 : Notion de Translation et Vecteur de Translation DUREÉ :50 minutes

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

A la fin de cette leçon, l'élève doit être capable de :

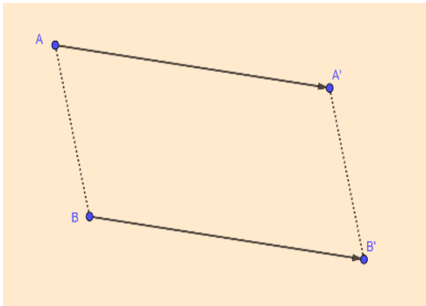
Construire un vecteur de Translation

Construire l'image d'un point par une translation

PREREQUIS : a- **Construire un parallélogramme AA'B'B.**

b- **Construire les vecteurs** $\overrightarrow{AA'}$ et $\overrightarrow{BB'}$.

Solution :



SITUATION PROBLEME :

Lors de la semaine culturelle deux élevés du CRETFP-Kara participent à un jeu de lance de bille sur table. Abidou et Fati lancent les billes A et B sur la table dans un même sens et dans une même direction. Après un parcours de 50cm, les deux billes s'arrêtent respectivement A' et B'. On suppose que les conditions de lancement de ses deux billes sont identiques. Le jeu consiste à lance deux billet de telle manière que les parcours (AA') et (BB') forment deux droites parallèles. Etant élevé de 3^{e} année, en se basant sur tes connaissances sur les vecteurs, aide ces deux élevés à gagner le jeu en leur proposant la construction du parcours de chacune de leurs billes A et B.

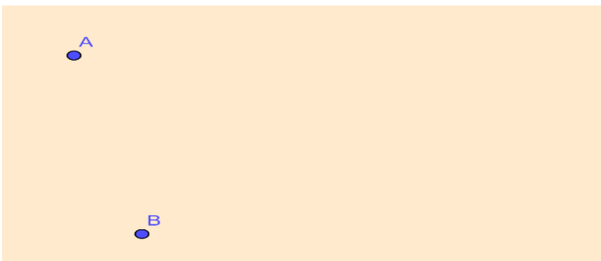


Figure 1

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

1 Trace le mouvement de la bille A par le vecteur $\overrightarrow{AA'}$

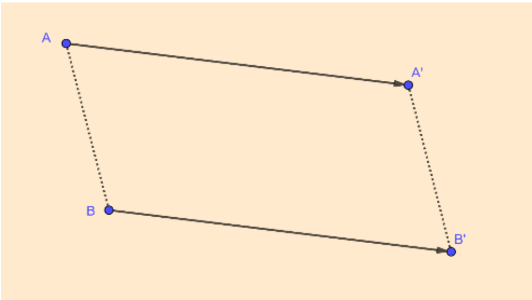
2 Trace le mouvement qu'a fait la bille B par le vecteur $\overrightarrow{BB'}$

3 Comment sont les vecteurs $\overrightarrow{AA'}$ et $\overrightarrow{BB'}$?

4 Quel est la nature du quadrilatère AA'B'B ?

5 Explique comment construire le point B' connaissant seulement la position A, A' et B.

Résolution :



1. Voir le figure ci-contre
2. Voir la figure ci-contre
3. Les vecteurs $\overrightarrow{AA'}$ et $\overrightarrow{BB'}$ sont égaux.

4 Le quadrilatère AA'B'B est un parallélogramme

5 Le point B' est obtenu en construisant le quatrième point du parallélogramme AA'B'B

RESUME :.

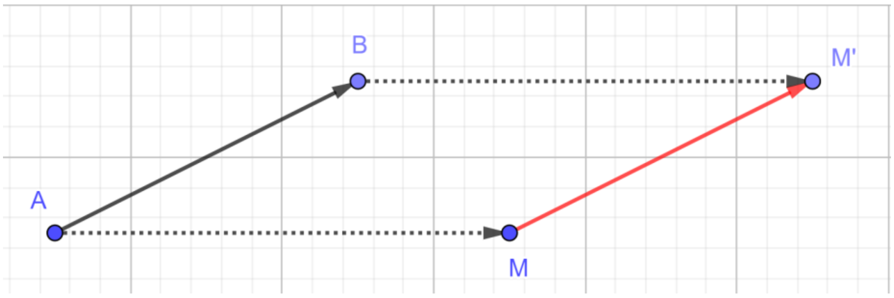
Définition : Translaté d'un point donné

Translater un point M dans le plan c'est **glissé ce point un M** dans un sens et une direction donnés. Autrement dit **Translation = Glissement** suivant un vecteur .

Définition : Translation suivant un vecteur donné

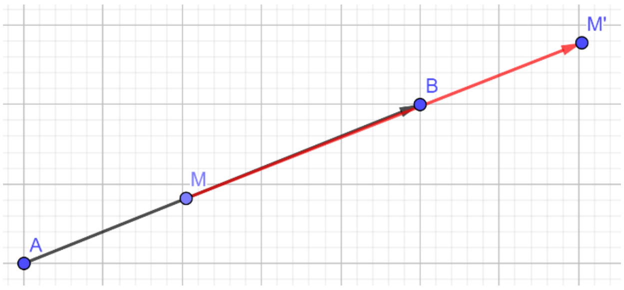
- Soit un point M dans le plan et un vecteur $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$ donné, l'unique point M' qui associe le point M tel que $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}} = \overrightarrow{\boldsymbol{MM'}}$ est appelé **translaté du Point M** suivant le vecteur $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$. Ou soit le point M' est l'image du point M par la translation de vecteur $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$ ou encore le point **M'**est l'image de **M** par la **translation qui applique A sur B** On la note $\boldsymbol{t_{\overrightarrow{AB}}}$.

Cas 1 : soit M est en dehors de la droite (AB)



Quand M n'appartient pas (AB) alors l'image de M par $t_{\overrightarrow{AB}}$ est le point M' tel que ABM'M est un parallélogramme

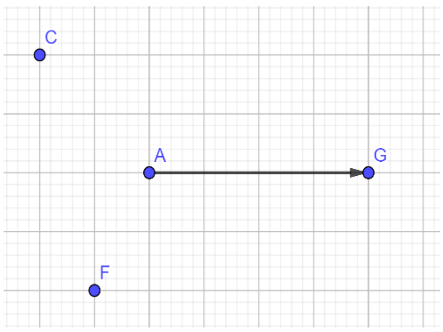
Cas 2 : Soit un point M sur la droite (AB).



Quand M appartient à (AB) alors l'image de M par $t_{\overrightarrow{AB}}$ est le point M' sur (AB) tel que :

- AB = MM'
- Et les demi-droites [AB) et [MM') ont le même sens

EXERCICES D'APPLICATIONS :



1 Sans utiliser le compas, placer en vert M, N et T les images respectives de A,C et F par $t_{\overrightarrow{AG}}$

2 Montrer que CNTF est un parallélogramme

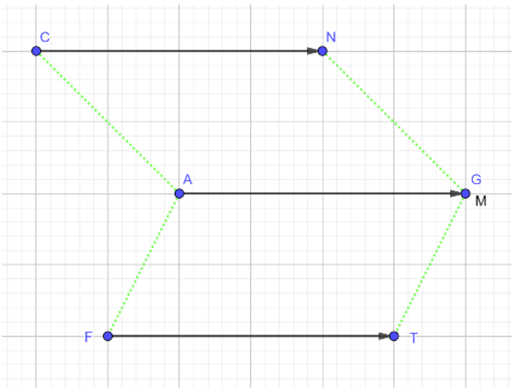
Résolution

1 Voir figure ci-dessous

2 Puisque C a pour image N par $t_{\overrightarrow{AG}}$, alors ACNG est un parallélogramme donc [CN] parallèle et de même longueur que [AG].De même, puisque F a pour image T par $t_{\overrightarrow{AG}}$, alors AGTF est un parallélogramme donc [FT] parallèle et de même longueur que [AG]. Puisque [CN] parallèle et même longueur que[AG] et [FT] parallèle et même longueur que [AD] alors [CN] parallèle et de même longueur que [FT]. Donc CNTF est un parallélogramme.

Autre manière plus rapide :

Puisque B a pour image F par $t_{\overrightarrow{AG}}$ alors $t_{\overrightarrow{AG}} = t_{\overrightarrow{CN}}$.
De même, puisque F a pour image T par $t_{\overrightarrow{AG}}$
alors $t_{\overrightarrow{AG}} = t_{\overrightarrow{FT}}$.
Donc $t_{\overrightarrow{CN}} = t_{\overrightarrow{FT}}$.
Ce qui implique que N est l'image de C par $t_{\overrightarrow{FT}}$
D'où CNTF est un parallélogramme



EXERCICES DE MAISON : Exercice du livre au programme.

LECON 2 : Propriétés des Translation DUREÉ : 50 minutes

MOTIVATION : Utiliser la translation pour construire certaines figures et objet.

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

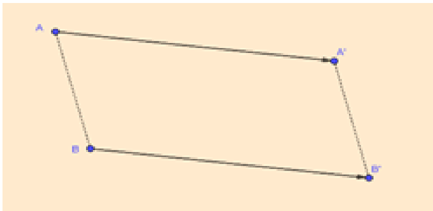
A la fin de cette leçon, l'élève doit être capable de :

- Construire l'image d'une droite par une Translation
- Construire l'image d'une figure par une translation
- D'identifier une image d'une figure par translation parmi une série de transformation donnée.

PREREQUIS :

1- Construire un segment [AB] et marquer un point A'.
2- Construire B' l'image B'de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AA'}$.

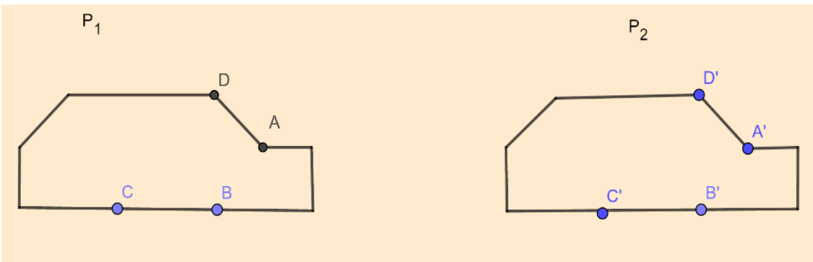
Solution :



SITUATION PROBLEME

L'image ci-dessous, te montre la position de la voiture de chef technique mécanique au cours d'un déplacement de sa maison vers son lieu de travail. À l'instant T, elle se positionne en P_1 et à l'instant T+25 seconde, elle est en P_2

Nous observons le déplacement d'un rétroviseur (A) et u centre d'une roue (C) en position P_1 et en position P_2



ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

1 Symbolise par une flèche bleue le mouvement qu'a fait la voiture (en reliant par flèche rouge les points A et A').

2 Trace la flèche rouge qui relie les points C et C'.

3 Compare les vecteurs $\overrightarrow{AA'}$ et $\overrightarrow{CC'}$.

4 Quelle est la nature du quadrilatère AA'C'C ?.

5 En déduire que les points B’ et C’sont les images respectives des points B et C par $t_{\overrightarrow{AA'}}$

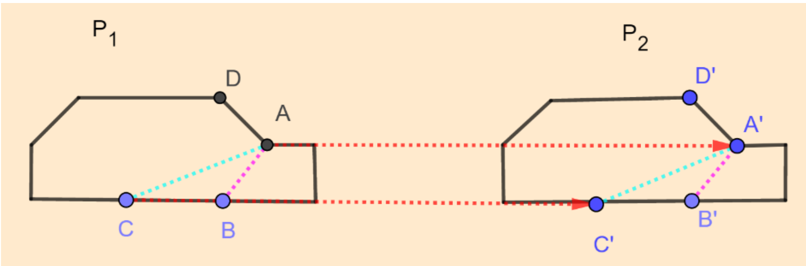
6 Explique comment construire l’image d’une figure par une translation donnée

Solution

1 Solution : voir image 2
2 Solution : voir image 2
3 Solution : mesurer puis conclure
4 Solution : AA’C’C est un parallélogramme
5 Etant donné que AA’C’C est un parallélogramme et C’forme quatrième point du parallélogramme AA’C’C. donc C’ est l’image de C par la translation $t_{\overrightarrow{AA'}}$.

De même B’ forme le quatrième point du parallélogramme AA’B’B. donc B’ est l’image de B par la translation $t_{\overrightarrow{AA'}}$.

6 Voir résumé : méthode de construction



RESUME :

Méthode de construction :

Pour construire la figue image on doit :

Repérer le vecteur de translation et le dessiner si ce n’est déjà fait puis :

On construit l’image **point par point** :

- Soit à la règle et au compas par parallélogramme quand il ‘y pas de quadrillage.
- Soit par déplacements horizontaux et verticaux sur le quadrillage quand il y en un.

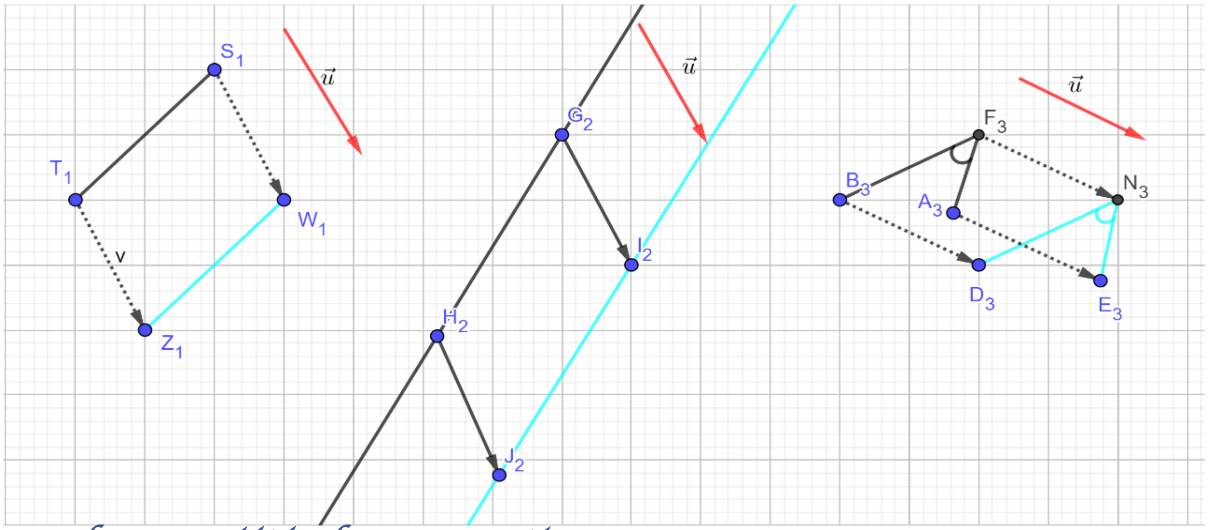
Propriétés :

L’image d’un segment [AB] par une translation est un segment [A’B’] parallèle à [AB] et de même longueur.

L’image d’une droite (AB) par une translation est une droite (A’B’) parallèle à (AB).

On dit que la translation conserve les longueurs et l’alignement des points.

L'image d'un angle par une translation est un angle de même mesure.



Conséquence des propriétés de conservation

- Les translatées de deux droites parallèles sont deux droites qui sont aussi parallèles.

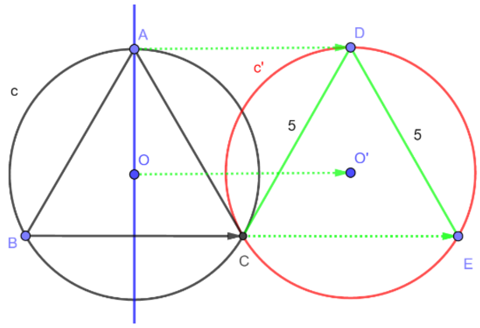
  On dit que la translation conserve le parallélisme.
- Les translatées de deux droites perpendiculaire sont deux droites qui sont aussi perpendiculaire.

  On dit que la translation conserve la perpendicularité
- La translatée d'un cercle est un cercle de même rayon.
- La translatée d'une figure est une figure de même nature qui lui est superposable

EXERCICES D'APPLICATIONS

1. Tracer un cercle $\mathcal{C}$ (O ; 3cm) puis placer sur le cercle 3 points A, B et C tels que le triangle ABC soit isocèle en A et AB = 5cm.
2. Construire en vert les points D et E, images respectives des points A et C par la translation qui transforme B en C.
3. Tracer le plus simplement possible le cercle **c**'circonscrit au triangle CDE. Expliquer.
4. Montrer que (OA) ⊥ (BC) et que (AD) // (BC).
5. En déduire que la droite (AD) est tangente à **C.**

Résolution



1. et 2. Voir figure ci-contre.

1 Puisque par $t_{\overrightarrow{BC}}$:

B pour image C

C pour image E

A a pour image D,

alors BCA a pour image CED par $t_{\overrightarrow{BC}}$

Donc le cercle circonscrit à CED est l'image par $t_{\overrightarrow{BC}}$ du cercle circonscrit à ABC

Ce cercle circonscrit à CED a donc pour centre O', l'image du centre O par $t_{\overrightarrow{BC}}$ et son rayon O'D

2 Puisque ACB isocèle en A, alors A est équidistant de B et C. Puisque O est le centre du cercle circonscrit à ABC alors O est aussi équidistant de B et C. Puisque O et A sont équidistant de B et C, alors (OA) est la médiatrice de [BC]. Donc (OA) ⊥ (BC).

Puisque A a pour image D par $t_{\overrightarrow{BC}}$, alors ABCD est un parallélogramme, donc (AD) // (BC).

3 Puisque (AD) // (BC) et (OA) ⊥ (BC), alors (AD) ⊥ (OA).

Puisque A est sur le cercle **(c)** de centre O et (AD) ⊥ (OA) alors (AD) est tangente au cercle **(c)** au point A.

EXERCICES A FAIRE A LA MAISON: voir livre au programme et fiches de travaux dirigés.

MODULE 11	*CONFIGURATIONS ET TRANSFORMATIONS ELEMENTAIRES DU PLAN*

CHAPITRE 14	*REPERAGE*

MOTIVATION :: Dans la vie, nous sommes confrontés au problème de détermination de la position géographique d'une localité sur une carte, d'un point sur une droite graduée ou bien dans un plan. Ce chapitre nous donne des notions qui nous permettrons de trouver avec aisance ces positions.

LECON	*REPERAGE DANS LE PLAN*	*Durée : 50 min*

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

A la fin de cette leçon, l'élève sera capable de :

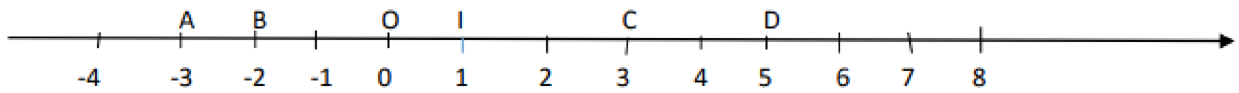
- Définir un repère du plan à partir de deux droites,
- Lire les coordonnées d'un point dans un repère du plan,
- Placer un point dans un repère du plan connaissant ses coordonnées.

PREREQUIS :

1. Trace une droite de repère (O, I).
2. Place les points A, B, C et D d'abscisses respectives : -3 ; -2 ; 3 et 5.
3. La distance de A à B est… … … .. La distance de C à D est … … ….

SOLUTION :

1) et 2)

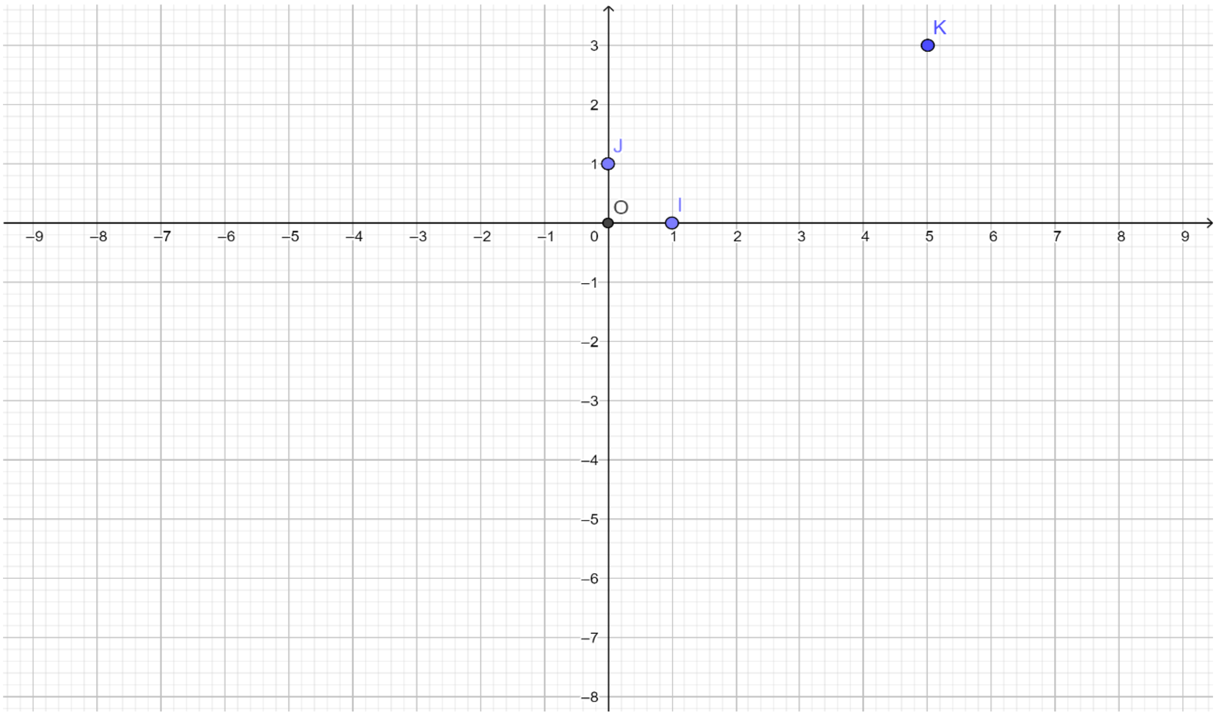


3) La distance de A à B est -2-(-3)= 1 et la distance de C à D est 5-3=2.

SITUATION PROBLEME :

Mme AKONO a perdu son téléphone Android de marque Samsung au marché central de Douala. Une personne de moralité douteuse a soutiré ce téléphone Android dans le sac de Mme AKONO. Ce voleur se trouve dans une zone du quartier AKWA. Mme AKONO se rappelle que son époux l'avait dit que son appareil possédait un GPS. Elle parvient à appeler son époux via un autre téléphone intelligent qui pourra déterminer les coordonnées géographiques du lieu où se trouve ce téléphone Android à l'aide d'un GPS. Comme le marché central se trouve au point O, son époux parvient à situer sur une carte la position de cette personne en un point K.

Peux-tu l'aider à expliquer la procédure à suivre ?



ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

En considérant la carte ci-dessus

1. Projette le point K sur l'axe horizontal (OI) parallèlement à la droite (OJ); puis lis ses coordonnées sur cet axe.
2. Projette le point K sur l'axe vertical (OJ) parallèlement à la droite (OI); puis lis ses coordonnées sur cet axe.
3. Ecris les coordonnées sous la forme $(x; y)$ où x est la valeur lue sur l'axe horizontal (OI) et y celle lue sur l'axe vertical (OJ).
4. Que peux-tu dire à Mme AKONO ?

Résolution :

1. Valeur lue 5 ;
2. Valeur lue 3 ;
3. Coordonnées obtenues $(5; 3)$
4. En respectant toutes les étapes de l'activité, on peut dire que les coordonnées géographiques permettant de retrouver le téléphone Android de Mme AKONO est (5 ; 3).

RESUME :

Lorsque les points O,I et J ne sont pas alignés, on dit que le triplet (O, I, J) est un repère du plan.

(O,I,J) est un repère signifie que les droites (OI) et (OJ) sont graduées, d'origine commune O.

- Le point est l'origine du repère (O, I, J).
- (OI) est l'axe des abscisses.
- $(0J)$ est l'axe des ordonnées.

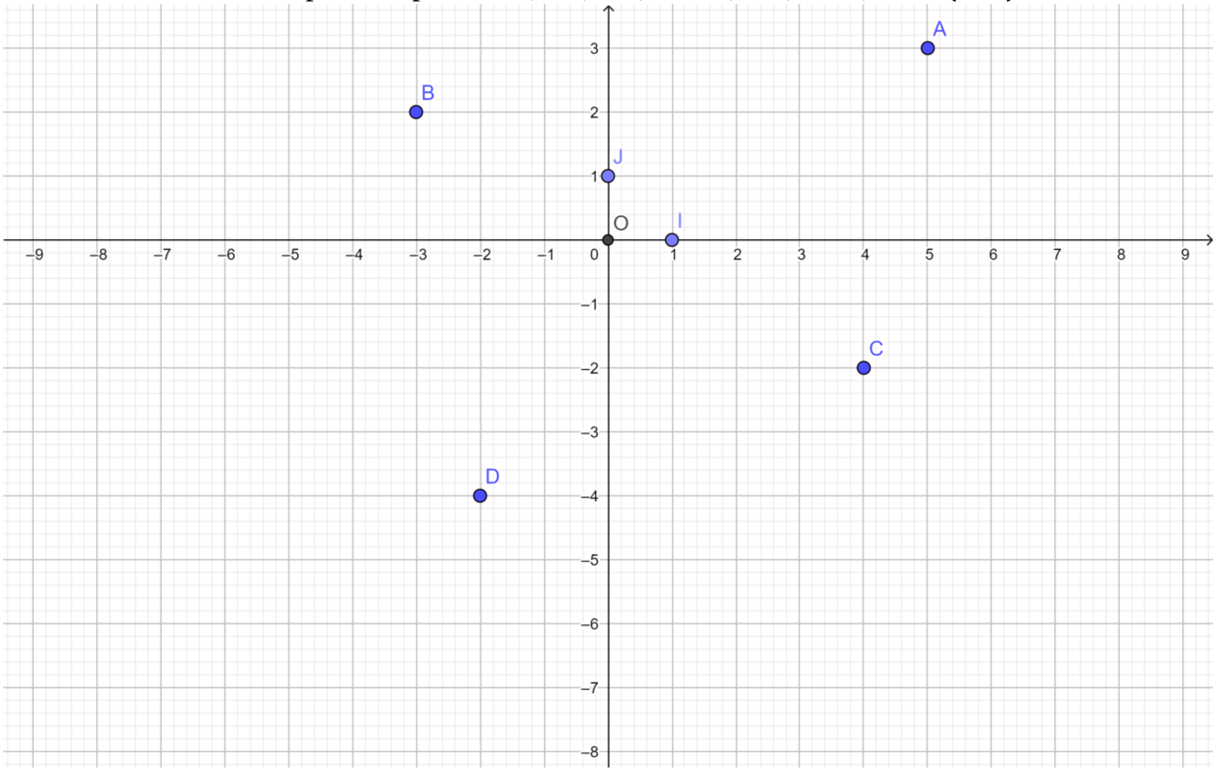
- $Si\ x\ est\ l'abscissedu\ point\ M\ et\ y\ l'ordonnéesdu\ point\ M\ alors$ on note $M(x; y)$ $et\ on\ lit\ M\ est\ le\ point\ de\ coordonnées$ (x ;y) dans le repère $(O; I, J)$.

Remarques

- Si les droites $(OI)\ et\ (OJ)\ ne\ sont\ pas\ perpendiculaires\ alors\ on\ dit\ que\ (O, I, J)$ est un repère quelconque.
- Si $(OI) \perp (OJ)$ alors on dit que (O, I, J) est un repère orthogonal.
- Si $(OI) \perp (OJ)\ et\ OI = OJ$ alors (O, I, J) est un repère orthonormal.
- Si $(OI) \perp (OJ)\ et\ OI = OJ = 1cm$ alors (O, I, J) est un repère orthonormé.

EXERCICES D'APPLICATION

1. Donne la nature du repère (O, I, J).
2. Détermine les couples de coordonnées des points $A, B, C\ et\ D$.
3. Place dans ce même repère les points $E(3; 4), F(0\ ; -2), G(-2; 5)\ et\ H(3; 0)$



Solution :

1. (O, I, J) est un repère orthonormé.
2. $A(5; 3), B$(-3;2) , C(4 ;-2) et $D(-2; -4)$.
3. $Aux\ soins\ de\ l'élèves.$

Devoir à faire : Dans le livre de l'élèves.

MODULE N°12 : SOLIDE DE L'ESPACE

CHAPITRE 15: PYRAMIDE

MOTIVATION :

De nombreux objets et construction à l'instar de certains dés, certaines toitures des cases artisanales ou certaines chefferies traditionnelles ont la forme pyramidale. Le chapitre suivant nous donne des outils nécessaires pour la consolidation des sur des pyramides afin de résoudre des situations problèmes auxquelles nous pourrons faire face.

LECON 1 : Observation et description d'une pyramide DURÉÉ : 100 min

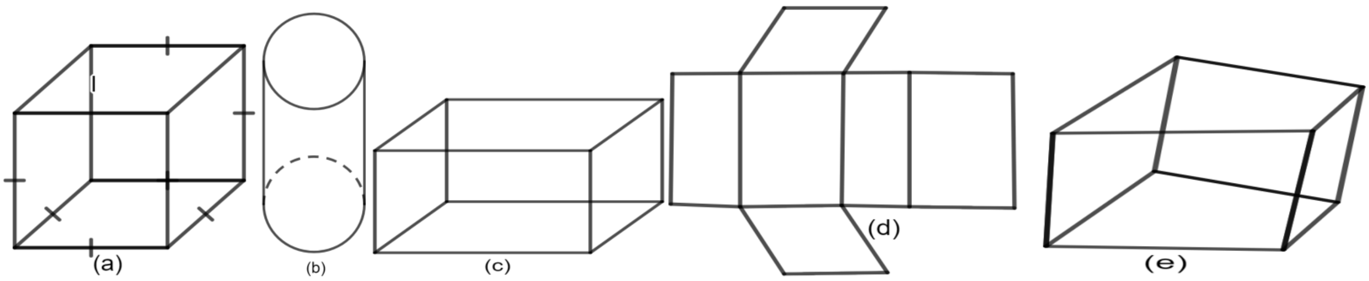
OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

-Réaliser un patron d'une pyramide ;

-Fabriquer une pyramide régulière à base carrée.

PREREQUIS :

Donner le nom de chacun des solides (a), (b), (c) et (d) représente ci-dessous. La figure (d) est utilisée pour construire le solide (c) : comment appelle-t-on (d) par rapport à (c) ?



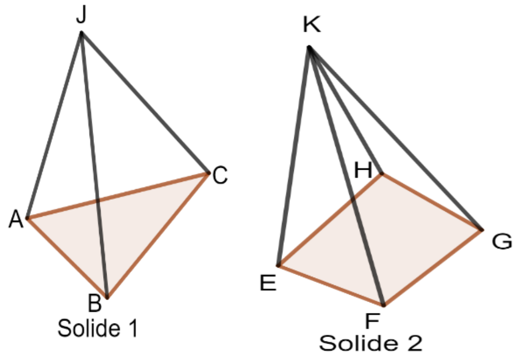
SITUATION PROBLEME :

Le père de pierre est un charpentier, il décide de faire une charpente de forme pyramidale, pour cela il demande à son fils (élève technicien) de lui faire un croquis d'une pyramide régulière à base carrée. Aides pierre à dessiner le croquis.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

1) Compléter chacune des phrases suivantes par le nombre qui convient.
   a) La face sur laquelle est posé le solide 1 (appelée la base du solide) est un polygone à …3… cotés. En dehors de la base, le solide 1 possède …3... autres faces (appelées faces latérales).
   b) Reprendre la question ci-dessus pour le solide 2.

2) Pour chaque solide, compare le nombre de faces latérales au nombre de côtes de sa base.
3) Pour chaque solide cite le sommet commun à toutes les faces latérales et opposé à la base : c'est le **sommet du solide**.
4) Faire une description de chaque solide en utilisant l'expression : base ; sommet et faces latérales.
5) Désignons par **S** le nombre de sommets ; par **F** le nombre total de faces et par **a** le nombre d'arêtes. Alors, compare les sommes $\boldsymbol{S+F}$ et $\boldsymbol{a+2}$ pour chaque solide.



6) Construction du solide 1
   a) Le solide 1 a une base triangulaire construit le triangle ABC
   b) Trace des arcs de cercle de rayon 3cm dont les centres sont les sommets du triangle.
   c) Trace les trois triangles isocèles dont les bases sont les côtes du carré et les sommets, les points de rencontre des arcs de cercles (précédemment tracer) extérieur au triangle ABC.
   d) A l'aide des ciseaux et du carton, taille la figure obtenue à la question précédente
   e) Rejoins tous les sommets des triangles isocèles

Résolution :

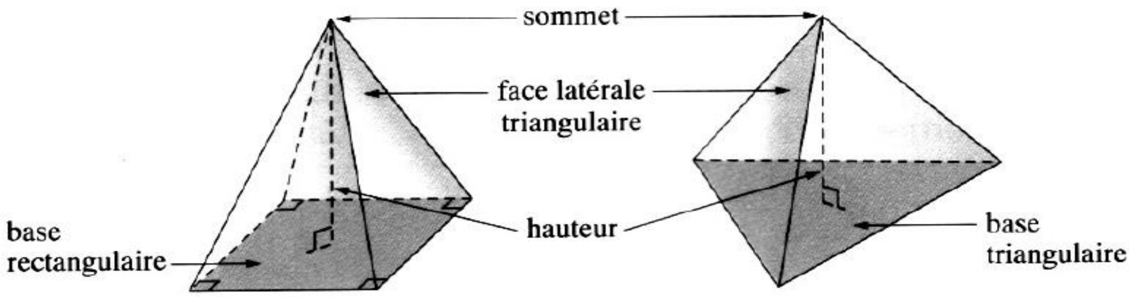
1)
   a) 3 cotes et 3 faces latérales
   b) 4 cotes et 4 faces latérales.
2) Le nombre de faces latérales est égal au nombre de côtes de la base.
3) Le sommet J pour le solide 1 et le sommet K pour le solide 2
4) Chaque solide a une base qui est un polygone, autant de faces latérales triangulaires que de côtes du polygone de la base et un sommet oppose à la base.
5) Pour chaque solide, on a : S+F = a+2
6) Suivre le raisonnement des apprenants ayant forme du groupe de travail

RESUME :

I- Pyramide

Définition :

1) Une **pyramide** est un solide compose :
- D'une base de la forme polygonale (triangle, quadrilatère, …) ;
- De faces latérales triangulaires, ayant un sommet commun, le **sommet de la pyramide**.



2) La **hauteur** d'une pyramide est la droite passant par son sommet et perpendiculaire au plan support de la base.

3) Une pyramide de sommet **S** est dite **Régulière** lorsque sa base est un polygone régulier (triangle équilatéral, carre,…) et dans ce cas les faces latérales sont toutes des triangles isocèles superposables de même sommet principal **S**.

Remarque :

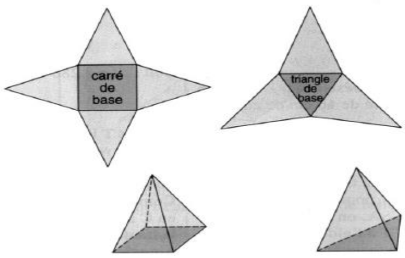
- Une pyramide à base triangulaire est appelée tétraèdre.
- Chacun des sommets d'un tétraèdre peut être considère comme sommet de la pyramide.
- Dans le cas d'une pyramide régulière, le pied de la hauteur est le centre du polygone régulier correspondant à sa base.

Propriété : En désignant par S le nombre de sommets, par F le nombre de faces et par a le nombre d'arêtes d'une pyramide, alors on a l'Egalite suivante : $S + F = a + 2$.

II- Description du patron d'une pyramide

Définition :

Un **patron** d'une pyramide est une représentation à plat (plane) qu'on obtient en dépliant la pyramide suivant ses faces. Il est toujours forme de triangles correspondant à ses faces latérales, ainsi que d'un polygone correspondant à sa base.



Remarque :

- Il existe plusieurs patrons différents d'une même pyramide car on peut déplacer autour de n'importe quelle face.
- Dans le cas d'une pyramide régulière, toutes les faces latérales sont superposables.

Astuces :

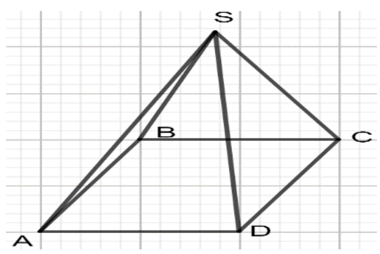
- Pour dessiner un patron d'une pyramide, il faut imaginer le dépliage. On vérifie ainsi que les arêtes consécutives (qui se superposent) ont bien la même longueur.
- Pour réaliser une pyramide régulière a base carrée, on procède comme suit :
  - Dessiner un patron autour de sa base en vraies grandeurs.
  - Nouer l'ensemble des quatre sommets principaux des triangles isocèles correspondant à ses faces latérales : le point obtenu est le sommet de la pyramide.

EXERCICES D'APPLICATIONS :

Application 1 :

SABCD est une pyramide.

a) Nomme son sommet, sa base et ses faces latérales.
b) Pour cette pyramide, la propriété S+F=a+2 est-elle vérifier ?



Application 2 :

Dessine sur une chemise cartonnée un patron d'une pyramide régulière de hauteur 4cm et de base carré de cote 6cm puis fabrique cette pyramide.

Solution 1 :

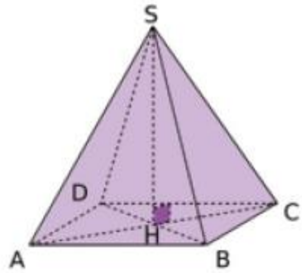
a) Les sommets de cette pyramide est 'S', le polygone ABCD est la bases de la pyramide et les faces latérale sont les triangles ASD, ASB, BSC et CSD.

b) La propriété S+F=a+2 est vérifier car : les sommets de cette pyramide sont les point A, D, C, B, S. les segments AD, DC, BC, BA, sont les arêtes de la base, les segments SA, SD, SC, SB sont les arêtes latérales de cette pyramides. Donc on a 5 sommets et 5 faces S+F=10 et on a 8aretes a+2=10 donc S+F=a+2

Solution 2 (devoir)

Exercice 1

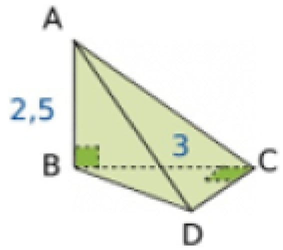
SABCD est une pyramide a base carrée telle que SA=7.3cm et AB=5cm.



a. Nommer le sommet et la base de cette pyramide.
b. Que représente le segment [SH] pour cette pyramide ?
c. Indiquer en centimètres, la longueur de chacune des arêtes de cette pyramide. Justifier.
d. Quelle est la nature du triangle ADC ? justifier. Construisez-le en vraie grandeur.
e. Quelle est la nature du triangle SAB ? justifier. Construisez-le en vraie grandeur.

Exercice 1

ABCD est une pyramide dont la base est un triangle rectangle isocèle en C telle que : AB=2.5cm et BC=3cm.



Tracer le patron de cette pyramide.

LECON 2 : Volume et aire d'une pyramide *DUREÉ : 50 min*

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES :

-Calculer des éléments métriques (l'aire de la surface latérale, l'aire totale, le volume) ;

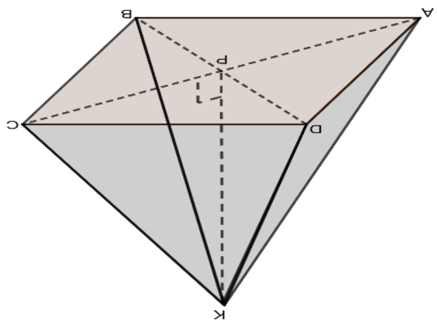
-Convertir des unités de volume.

PREREQUIS :

Donner la formule permettant de calculer l'aire totale et le volume des solides suivants :

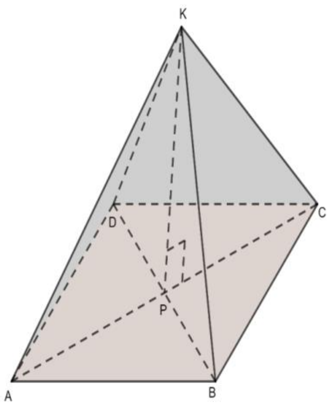
1. Un cube
2. Un prisme droit

SITUATION PROBLEME :



Thomas voudrais remplir et recouvrir entièrement un fus ayant la forme d'une pyramide renverse a base rectangulaire de dimension 40 sur 25 cm et de hauteur 10cm telle que l'indique la figure ci-contre. Il aimerait savoir combien de litre d'eau il aura besoin et également savoir si un plastique de 200cm2 pourra suffire pour couvrir le fus. Peux-tu l'aider ?

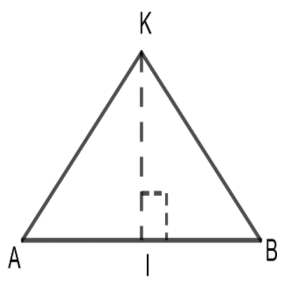
ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :



Soit la pyramide KABCD de base carrée de cote AB=40cm, hauteur h=PK=10cm et KA=6cm.

1) La base étant un carre, calcul l'aire de la base note A_b.
2) Multiplier l'aire de la base calculée dans la question 2 par la hauteur h de la pyramide $A_b \times h = ?$
3) Calcule l'expression $\frac{A_b \times h}{3} = ?$. il s'agit du volume de la pyramide.
4) Apres le calcul de l'aire A d'un des triangles latéraux, calculer $4A$. ($4A = A_l$ =Aire latérale) pour la pyramide.
5) En déduire l'aire totale de la pyramide $A_T = A_l + A_b$

Résolution :



1) Aire de la base $A_b = AB \times AB = 1600cm^2$
2) $A_b \times PK = 1600 \times 10 = 16000cm^3$
3) Volume de la pyramide : $\frac{A_b \times PK}{3} = \frac{16000}{3} = 5333{,}3cm^3$
4) Sur la face latérale KAB est un triangle isocèle de base AB et de hauteur KI. La surface d'ABK est donc $\frac{AB \times KI}{2} = ?$
   Or d'après le théorème de Pythagore sur le triangle AKI on a $KI^2 = AK^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2$. $KI^2 = 21^2 - \left(\frac{40}{2}\right)^2 = 441 - 400 = 41$ Donc KI=6.40cm

Donc la surface $A = \frac{AB \times KI}{2} = \frac{40 \times 6.40}{2} = 128cm^2$

Delusions 4A=? On a $4A = 4 \times 128 = 512cm^2$

5) $A_T = A_l + A_b = 512 + 1600 =$

RESUME :

Définition :

- L'aire latérale A_l d'une pyramide est la somme des aires de toutes ses faces latérales.
- L'aire totale A_t d'une pyramide est la somme de son aire latérale A_l et de l'aire de sa base A_b.

$$A_T = A_l + A_b$$

Propriété :

- Le volume V d'une pyramide est égal a l'aire A_b de sa base multipliée para sa hauteur h ; le tout divise par 3.

$$V = \frac{A_b \times h}{3}$$

- Pour une pyramide régulière, si on désigne par h' la hauteur d'une face latérale et par P le périmètre de sa base, alors l'aire latérale est donnée par :

$$A_l = \frac{P \times h'}{2}$$

Remarque : Pour calculer le volume V d'une pyramide, veillez exprimer Ab et h dans les mêmes unités.

EXERCICES D'APPLICATIONS :

Application :

Une pyramide régulière de sommet S a pour base un carré ABCD est de centre O et de cote 12cm. Sa hauteur est $SO = 8cm$. Calculer l'aire totale et le volume de cette pyramide.

Solution :

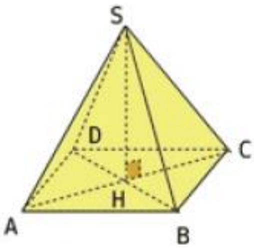
A l'aide de la propriété directe de Pythagore, on trouve la hauteur de la face latérale : $10cm$

Donc l'aire totale = 4*60+144 = 384 cm². Volume = 48*8 centimètre cube.

Devoir à faire

Exercice :

La pyramide régulière a base carrée SABCD a une base de $50cm^2$ et une arête [SA] de 13cm.



a. Calculer la valeur exacte de AB.
b. Démontrer que AC=10cm
c. Démontrer que SH=12cm
d. Calculer le volume de SABCD.

MODULE 12 | *SOLIDE DE L'ESPACE*

CHAPITRE 16 : CONE DE REVOLUTION

MOTIVATION :

Nous sommes entourés des objets ayant différentes formes parmi lesquels les entonnoirs, les toitures, les cornets à glaces e.c.t. Ce chapitre nous donnera les outils nécessaires qui nous permettrons d'identifier des cônes de révolutions parmi d'autres solides.

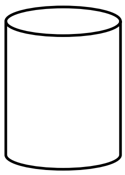
LECON 1 : OBSERVATION, DESTRIBTION ET PATRON D'UN CONE DE REVOLUTION DURE$\acute{E}$ 50MIN….

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES :

Cette leçon nous permet de reconnaitre un cône de révolution et de dessiner son patron

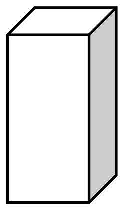
PREREQUIS :

Attribuer à chaque solide ci- dessous le nom, le nombre de sommets, de faces et de faces latérales.



solide1

solide2

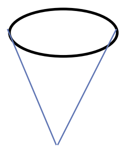


Solution : le solide1 est un cylindre qui a trois faces mais pas de sommet.

Le solide2 est un prisme droit qui a 6faces et 8sommets.

SITUATION PROBLEME :

Dans une classe de 3eme année MA, après une révision générale d'un véhicule de marque KE 80, ils envisagent approvisionner le réservoir de cette voiture en carburant. Mais comme il n'y pas assez de carburant, leur enseignant leur propose de fabriquer un entonnoir en tôle afin d'éviter les pertes pendant la transaction. Les élèves veulent savoir de quel objet il s'agit et comment procède-t-on à sa fabrication ?



ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

Observons la figure suivante ayant la forme d'un entonnoir

1-Determiner le nombre de faces, la nature de chaque face puis le nombre de sommets de ce solide Réponse : ce solide a deux faces. Un disque appelé base et un contour appelé face latérale, un unique sommet.

2-Sur une chemise cartonnée trace un cercle de centre O et de rayon 8cm

a) Dessine et colorie un secteur circulaire associé à l'angle $\widehat{AOB}$ de mesure 45^0 du disque obtenu
b) Découpe avec les ciseaux le secteur AOB et le plier au point de former un cercle. De quel solide s'agit – il ? Réponse (question 3 et 4 pratique en salle. Il s'agit d'un cône de révolution)

RESUME :

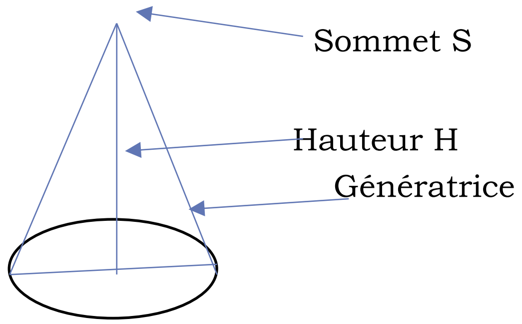
Definition1

-Un cône de révolution est un solide qui procède une base ayant la forme d'un disque, un sommet et une face latérale.

-La hauteur d'un cône de révolution est le segment qui relie le sommet du cône et le centre du disque de base.

-La génératrice d'un cône de révolution est tout segment qui relie le sommet à un point du cercle de base.

Remarque : toutes les génératrices ont la même longueur et l'ensemble de toutes les génératrices forme la face latérale



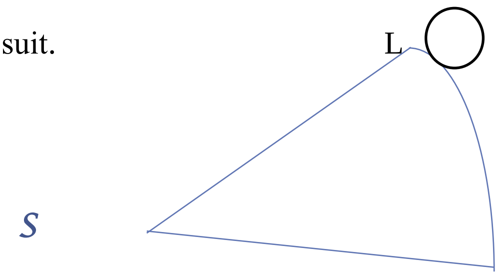
Definition2

On appelle patrons d'un cône de révolution toute figure plane qu'on obtient en dépliant le cône suivant ses faces.

- Le **patron** d'un cône est formé d'un disque correspondant à sa base et un secteur angulaire correspondant à sa face latérale.
- Le **secteur angulaire** a pour centre le sommet et pour rayon la génératrice du cône.

Remarque :

- Il peut exister plusieurs patrons d'un cône
- Pour dessiner le patron d'un cône on peut procéder comme suit.
  - Construire le secteur circulaire ASB
  - Construire un cercle de rayon r tangent à l'arc $\widehat{AB}$

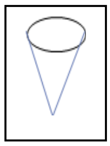


EXERCICES D'APPLICATION :

Exercice 1

1-Cite deux objets de ton entourage qui ressemble à un cône de révolution.[Gobelet, …]

2- Dessine un cône de révolution de sommet S, de diamètre $[KL]$ et place le point O milieu de $[KL]$

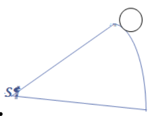


3-Que représente KL. .[Génératrice]

Exercice 2

1-Dessine un cône de révolution de sommet S de hauteur 5cm et de rayon 3cm

2-Dessiner son patron.



LECON 2 : ELEMENTS METRIQUES : AIRES ET VOLUME D'UN CONE DE REVOLUTION. *DUREÉ 50 min….*

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

Calculer les éléments métriques d'un cône de révolution (aires, volume)

PREREQUIS :

1- Déterminer l'aire A et le périmètre P d'un disque de rayon 4cm.

Réponse : A = 50,24 cm^2 , P = 25,12cm.

2- Calculer le volume en cm^3 puis en litre d'un cylindre droit de hauteur 12cm et de rayon 3cm

Reponse : V= 339,12cm^3

SITUATION PROBLEME :

Les élèves en classe de 3emeanne MA après avoir fabriqué un entonnoir de rayon 5cm et de hauteur 12cm, ils se demandent combien de fois doivent- ils remplir l'entonnoir pour avoir un plein de carburant dans le réservoir de cette voiture qui a un volume de 31,4litres

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

1-Dessine à main levé un patron de cet entonnoir. Nomme par S le sommet de ce cône par r le rayon du cercle de base α l'angle du secteur circulaire de patron et g sa génératrice

c) calculer l'aire du disque de base de cet entonnoir Reponse : A= 78,5cm^2

3- calcule le volume de cet entonnoir V =314cm^3

4- combien de fois pouvons-nous remplir cet entonnoir pour faire le plein du réservoir d'une voiture de 31,4 litres ? 100fois

RESUME :

Soit un cône de révolution de sommet S, de rayon de base r de hauteur h et de génératrice $\boldsymbol{g}$

Propriétés

- **L'aire latérale** de ce cône est donner par $A_L = \pi \times r \times g$

- **L'aire totale** de ce cône est donnée par **$A_T = A_L + A_B$** avec $A_B = \pi \times r^2$ qui est l'aire du disque de base du cône de révolution on a : $A_T = \pi \times r \times g + \pi \times r^2$.

Le volume V d'un cône de révolution de rayon r de hauteur h est égale à l'aire de base multiplié par sa hauteur h le tout divisé par 3 :

$$V = \frac{aire\ de\ base \times hauteur}{3} \quad \text{ou encore} \quad V = \frac{Ab \times h}{3}$$

Remarque

$A_L = \frac{P \times g}{2}$ où P est le périmètre du disque de base. A l'aide de la propriété directe de Pythagore on peut calculer la longueur g d'une génératrice avec la formule : $g^2 = h^2 + r^2$.

Exemple

Calculons l'aire latérale et l'aire totale d'un cône de révolution de rayon 9cm et de génératrice g =18cm.

Reponse : A_L = 508,68cm² A_T = 763,02 cm² .

Calculons le volume d'un cône de révolution de hauteur 14Cm et de rayon 7cm prendre π=3,14

Reponse : V = 718,013Cm ^{3}

Exercice d'application

1) On considère un cône de révolution de rayon de base 2cm et de hauteur 5cm.
   a) Calcule la longueur d'une génératrice de ce cône.[$g = \sqrt{29}$ cm]
   b) Calcule l'aire latérale de ce cône.[$\boldsymbol{A_L = \pi \times r \times g}$]
   c) Calcule l'aire totale de ce cône. [$\boldsymbol{A_T = \pi \times r \times g + \pi \times r^2}$.]
   d) Calcule le volume en cm^3 puis en litre de ce cône. (Rappel : 1 litre = 1 cm^3)
2) On donne un cône de révolution de volume 100,48cm^3 et pour hauteur 6cm.
   a) Calculer de base de ce cône. .[$base = 3 * 100{,}48 / 6$ cm²]
   b) Calculer le rayon de base de cône. .[$rayon = \sqrt{\frac{100{,}48}{\pi}}$ cm]
   c) Calculer la génératrice de ce cône.[$g = \sqrt{h^2 + r^2}$ cm] .

Correction : (en rouge)

CHAPITRE 17 | *TRAVAUX DIRIGES*

1-ARITHMETIQUE

1. Décompose en produit de facteurs premiers, les nombres suivants : 160 ;395 ; 2020 et 50.
2. Ecris les facteurs communs à 160 et 395 ; 2020 et 50.
3. a) Déterminer le PGCD des nombres 108 et 135.

   d) Christ a 108 billes rouges et 135 billes noires. Il veut faire des paquets de billes de sorte que :

- tous les paquets contiennent le même nombre de billes rouges ;
- tous les paquets contiennent le même nombre de billes noires ;
- toutes les billes rouges et toutes les billes noires soient utilisées.

   c) Quel nombre maximal de paquets pourra-t-il réaliser ?

   d) Combien y aura-t-il de billes rouges et de billes noires dans chaque paquet ?

4. Christophe a un champ rectangulaire qu'il veut clôturer. Les dimensions du champ sont 39 m sur 135 m. Il veut planter des poteaux à distance régulière supérieure à 2 m et mesurée par un nombre entier de mètres. De plus, il place un poteau à chaque coin. Quelle est la distance entre deux poteaux et combien de poteaux doit-il planter ?
5. Albert décide de carreler son couloir de 5,18 m sur 1,85 m avec des carreaux de forme carrée, le côté du carré étant le plus grand possible. Calculer le côté du carreau carré.
6. Déterminer le PPCM des nombres 108 et 135.
7. Léa et Ramos font des tours du stade omnisport. Léa met 12 secondes pour faire le tour du stade tandis que Ramos met 18 secondes. Les deux sportifs prennent le départ sur la même ligne au même moment, il est 6h00 sur la montre de Ramos.

   a) Quel est le temps minimal qu'il faut pour que les deux se rencontrent sur la même ligne de départ ?

   b) Au moment de cette rencontre combien de tour(s) aura fait chacun de ses sportifs ?

   c) A quelle heure se rencontreront-ils sur la ligne de départ pour la première fois, pour la deuxième fois ?

2-NOMBRES RATIONNELLES

1. Recopie et complète le tableau suivant :

Nombres	$\frac{-3}{4}$	$\frac{6}{-3}$	$\frac{-2}{-5}$	$-\frac{-4}{3}$
Signes				

2. Parmi les nombres rationnels suivants :

$\frac{-24}{-500}$; $\frac{200}{-570}$; $\frac{-2}{30}$; $\frac{2}{5}$

Écrire ceux qui sont des nombres décimaux.

3. Effectue les opérations suivantes et donne le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$A = \frac{-6}{5} + \frac{8}{15}$; $B = \frac{3}{7} - \frac{5}{3}$; $C = -\frac{13}{3} - \frac{5}{4}$;

$E = -\frac{2}{3} \times \left(-\frac{15}{8}\right) \times \frac{4}{7}$; $F = \left(\frac{10}{3} - \frac{8}{5}\right) \times \frac{7}{4}$; $G = \frac{3}{11} \times \left(\frac{1}{6}\right)$

$X = \frac{\frac{7}{2}}{6}$; $Y = \frac{9}{\frac{3}{7}}$; $Z = \frac{1}{9} \div -\frac{1}{3}$; $T = \frac{-\frac{4}{9}}{-8}$

4. Papa a réuni la somme de 3000F à partager entre Bijou, Cachou et Pitou. Bijou l'aine prend les $\frac{2}{5}$ du montant. Son petit frère Cachou prend les $\frac{2}{3}$ de ce qui reste et le reste revient à Pitou le cadet.

a) Calculer la part de Bijou.

b) Quel est la fraction qui représente le montant restant ? Calculer ce montant.

c) Calcule la part de Cachou et la part de Pitou.

5. Dans chaque cas, dis quel est le nombre le plus grand :

$a)\ \frac{3}{7}\ et \frac{2}{5}\ ; b)\ \frac{-2}{3}\ et\ -50\ ; c)\ \frac{-2}{30}\ et\ \frac{2}{5}$

6. Recopie et complète

	D'ordre 0 (à l'unité)	D'ordre 1 (au dixième)	D'ordre 2 (au centième)
La troncature de A			
L'arrondi de A			
La troncature de B			
L'arrondi de B			

3-NOMBRES REELS

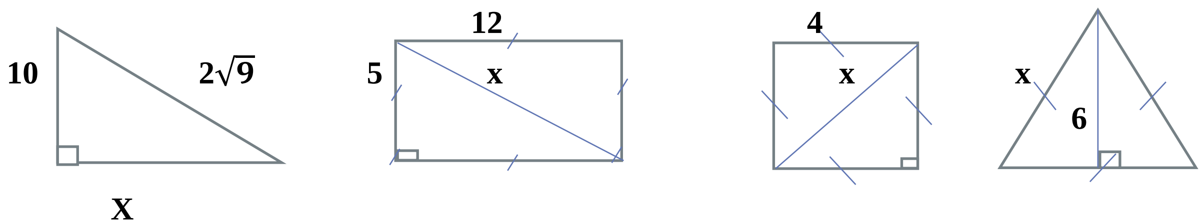
I

1- Complète par ∈ ou ∉ :

$2\sqrt{\mathbf{9}}$…ℕ ; $-5\sqrt{\mathbf{36}}$….ℤ ; 13….ℚ ; -58….ℝ. $\frac{-24}{3}$…. ℕ ; $\frac{2}{3}$…. ℤ ; $\frac{-18}{13}$…. ℚ ; $\frac{11}{7}$… ℝ

$5\sqrt{8}$… ℕ **; $-4\sqrt{10}$…** ℤ **; $3\sqrt{6}$….** ℚ **; $-2\sqrt{7}$…**ℝ ; **$\sqrt{3}$…** ℕ ;$-3\sqrt{\mathbf{4}}$**….** ℤ **; -$\sqrt{36}$…**ℚ **; 5…** ℝ.

2- Déterminer **x** à chaque fois **:**



II

4- Effectuer les calculs suivants :

A=$2\sqrt{5}$x$3\sqrt{7}$;B $= -\frac{12}{25}\sqrt{6}$x$10\sqrt{5}$;C=$\sqrt{2} - 7\sqrt{3} + 4\sqrt{2} + \sqrt{3} - 2\sqrt{2}$; D=$7(\sqrt{5})^2 - 3\sqrt{7^2} + (2\sqrt{7})^2$

5- Ecrire le plus simplement possible :

A=$5\sqrt{12}$; B=$\sqrt{300}$; C=$2\sqrt{10}$x$\sqrt{15}$; F=$2\sqrt{3}$x$5\sqrt{12}$; G = $\sqrt{72}$x$5\sqrt{6}$; H=$\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{50}}$

6- Ecrire sous la forme **a**$\sqrt{\mathbf{b}}$ avec **a** un nombre rationnel et **b** un entier **:**

A=$\sqrt{20}+6\sqrt{45}-5\sqrt{125}-\sqrt{80}$. **B**= $-3\sqrt{200}+6\sqrt{2}-2\sqrt{\frac{12}{25}}-\sqrt{18}-3\sqrt{32}$.

III

3- Ecrire plus simplement :

A=$(4\sqrt{5})^3$; **B** $=3(\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{15}})^2$; **C** $=((\sqrt{3})^3)^{-2}$; **D** $=(2\sqrt{5})^2\times\sqrt{5}\times(\sqrt{5})^5$; **E** $=\frac{(\sqrt{3})^{-4}}{(\sqrt{3})^4}$; **F** $=\frac{(\sqrt{2})}{(\sqrt{2})^{-3}}$

4- Donner l'écriture la plus simple possible de chacune des expressions suivantes :

A=$(-2\sqrt{24})^3$; **B**=$(5\sqrt{5})^4$x$(2\sqrt{5})^4$; **C**=$(\sqrt{80})^5$; **D**= $(\sqrt{240})^3$x$(\sqrt{500})^3$

D= $\frac{(\sqrt{2})^8\times(\sqrt{2})^{-5}\times(\sqrt{3})^5\times\left((\sqrt{7})^2\right)^{-3}}{(\sqrt{2})^{-2}\times(\sqrt{3})^3\times\sqrt{3}\times(\sqrt{7})^{-6}}$; **E**= $\frac{20^{-4}\times90^{-5}\times(\sqrt{12})^2}{40^{-3}\times120^{-3}\times(\sqrt{36})^3}$

IV

3- Comparer en utilisant les 02 méthodes (avec et sans calculatrice) :
$2\sqrt{2}$ et $\sqrt{8}$; $17\sqrt{12}$ et $12\sqrt{17}$; $-\sqrt{40}$ et $-2\sqrt{10}$; 15 et $5\sqrt{10}$; $6\sqrt{3}$ et $-3\sqrt{6}$.

4- Donne un encadrement à l'unité près (à $\mathbf{10^{-1}}$, $\mathbf{10^{-2}}$ **et** $\mathbf{10^{-3}}$ **près** aussi) de chacun des nombres suivants : A=$\sqrt{5}$; B=$-5\sqrt{29}$; C=$\sqrt{2}$; et D=-$\sqrt{10}$.

V

4- Traduire par des inégalités les appartenances suivantes :
a $\in[-4\,;7[$; **b** $\in]2.3\,;4.5[$; **c** $\in]-13\,;0.5]$; **d** $\in[5\,;10]$

5- Traduire les inégalités suivantes par des intervalles :
$13\leq x\leq 45$; $-6<y\leq 0$; $-5<z<-3$; $\sqrt{10}\leq d<\sqrt{21}$

6- On donne les intervalles A=$]-2\,;2[$, B=$]0\,;9]$ et C=$[-4\,;5]$.
Déterminer A ∪B, A ∪C, C ∪B, A ∩B, A ∩C et B ∩C.

Problème :

M. Tamo dispose de 02 parcelles de terrains, l'une ayant la forme d'un rectangle de longueur L=$5\sqrt{2}$hm et de largeur l=$2\sqrt{3}$hm et l'autre ayant la forme d'un carré de côté égale à $4\sqrt{2}$hm. Ne disposant d'aucun instrument de calcul, il voudrait tout de même savoir lequel de ses 02 champs a la plus grande superficie. En attendant, il compte planter des piquets suivant l'une des diagonales du champ rectangulaire pour séparer ce champ en 02 parties égales ; 02 piquets consécutifs seront séparés ainsi de 5m. Il veut savoir combien il achètera de piquets. Il veut aussi faire le tour de son champ carré avec un fil de fer qui coûte 50francs le mètre.

Tâches :

4- Sans utiliser de calculatrice, aide M. Tamo à déterminer lequel de ses champs a la plus grande superficie.

5- Déterminer le nombre de piquets dont aura besoin M. Tamo pour séparer en 02 parcelles égales son champ de forme rectangulaire.

6- Trouve combien Tamo devra dépenser pour faire le tour complet de son champ carré avec ce fil de fer.

e) -CALCUL SUR LES EXPRESSIONS ALGÉBRIQUES

f) Développe et réduis chacune des expressions suivantes puis calcule leurs valeurs numériques pour $x = -3$:

$E = 2(3x - 4) - 2x$; $F = -2(3x + 4) + 2$; $G = (x + 4)(x - 1)$; $H = (2x - 1)(3x + 2)$

$I = (-2x - 1)(2 - 3x)$; $J = (2x - 3)^2$; $K = (4x + 5)^2$.

2- Factorise : $9x - 6$; $4x^2 + 12x + 9$; $9x^2 - 4$; $4x^2 - 20x + 25$; $25y^2 - 64$

3-Un jardin rectangulaire a 3 mètre et a mètre comme dimensions.

Calcule, en mètres le périmètre et en mètres carrés, l'aire de ce jardin. Donne le résultat sous forme factorisée et sous forme développée.

5-VECTEURS

1. ABCD est un carré.

   a. Représente les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{DA}$.

   b. Complète le tableau ci-après :

Vecteurs	Direction	Sens	Origine	Extrémité
$\overrightarrow{AB}$				
$\overrightarrow{BC}$				
$\overrightarrow{DC}$				
$\overrightarrow{DA}$				

   c. Peux-tu citer des vecteurs qui :

      i. Ont la même direction que $\overrightarrow{AB}$? la même direction que $\overrightarrow{AD}$?

      ii. Ont le même sens que $\overrightarrow{AB}$? le même sens que $\overrightarrow{AD}$?

2. Pouvez-vous à présent régler la dispute qui oppose Alima et Solanga ?

3. DEF est un triangle.

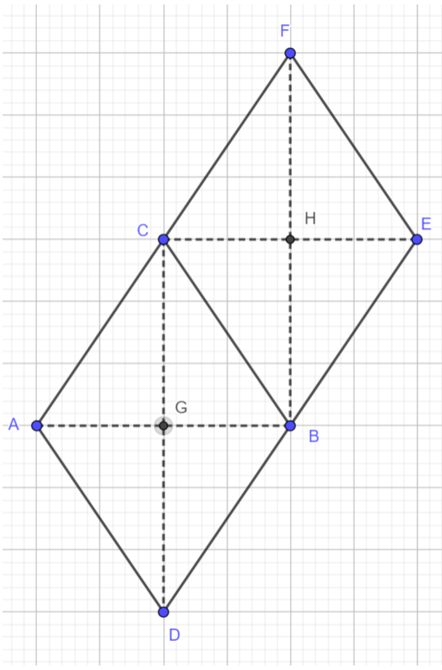
a) Construit le vecteur $\overrightarrow{DG}$, représentant du vecteur $\overrightarrow{FE}$.

b) Construit le vecteur $\overrightarrow{EH}$, représentant du vecteur $\overrightarrow{FE}$.

c) Cite deux vecteurs égaux à $\overrightarrow{FE}$.

d) Quelle est la nature du quadrilatère EHGD ? justifie ta réponse.

e) Que peut-on dire du point E pour le segment [FH] ?



4. Détermine les sommes de vecteurs ci-après :

   a. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}$

   b. $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{EB}$

   c. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$

   d. $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EB}$

   e. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CF}$

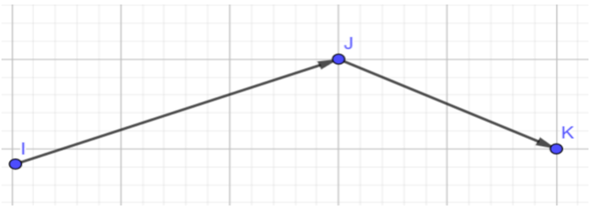
   f. $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AC}$

   g. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB}$

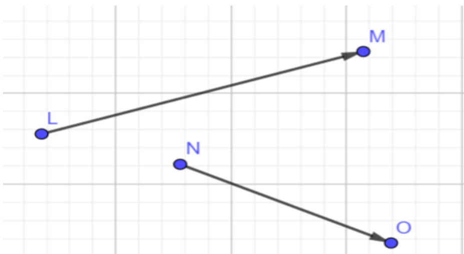
   h. $\overrightarrow{FC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE}$

2- Dans chacun des cas suivants, construis la somme des vecteurs représentés.

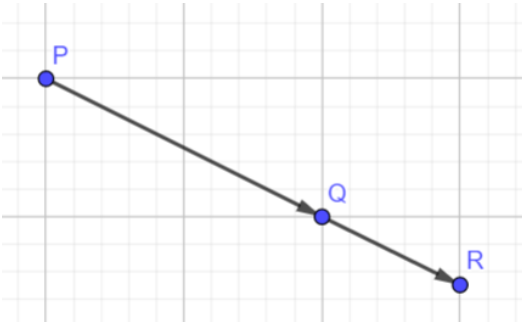
a)



b)



c)

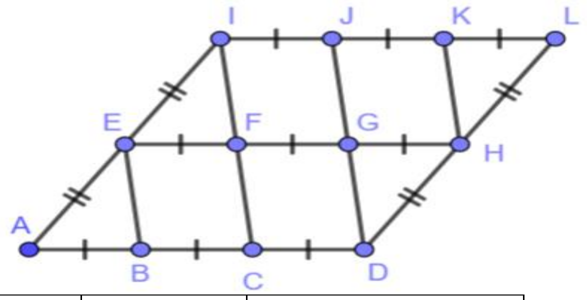


d)

6-TRANSLMATIONS

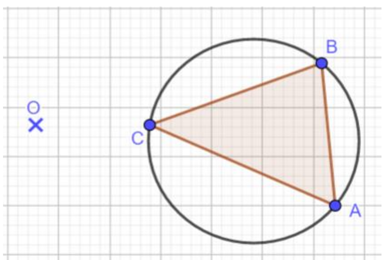
1.

Examine la figure ci-dessous puis recopie et complète le tableau ci-dessous.

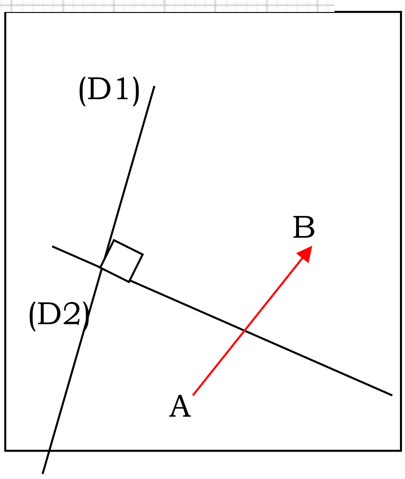


Translation	Point	L'image du point	Figure	L'image de la figure	Un vecteur de la translation
N°1	E	F	ABCGF		
N°2	L	G	KGHL		
N°3	H			EIJF	$\overrightarrow{FI}$
N°4	I		ABF	CDH	

2.



Recopie la figure ci-dessous puis construire son image la par translation $t_{\overrightarrow{BO}}$ de vecteur $\overrightarrow{BO}$.



d) .

1. Construire l'image (D3) de (D1) par $t_{\overrightarrow{AB}}$. Que peut-on dire de (D3) et (D2) ?
2. Construire l'image (D4) de (D2) par $t_{\overrightarrow{AB}}$. Que peut-on dire de (D4) et (D2) ?
3. 3. Démontrer que (D4) et (D2) sont parallèles.

4.

1. ABCD est un losange de centre I.
   a) Quelle est le translaté de A suivant chacun des vecteurs suivants ?
      i. $\overrightarrow{DC}$
      ii. $\overrightarrow{IC}$
   b) Complétez les pointillés par les points qui conviennent.

$$\overrightarrow{D\ldots} = \overrightarrow{IB} \text{ signifie que } t_{\overrightarrow{IB}}(D) = \cdots$$

7-STATISTIQUES

e) A la question de savoir laquelle des couleurs du drapeau national aimez-vous le plus ? Les élèves d'une classe de quatrième ont donné les réponses suivantes : V ;R ;R ;V ;J ;R ;J ;V ;V ;R ;R ;J ;J ;V ;R ;R ;J ;V où V=vert, R= rouge et J= jaune.

a) Quelle est la population étudiée ? quel est le caractère étudié ?

b) Déterminer la nature du caractère ainsi que ses modalités.

f) I) On a relevé les notes en anglais de 30 élèves d'une classe de quatrième, les résultats sont consignés dans le tableau statistique suivant :

Note : xi	5	6	7	9	10	11	12	14	total
Effectif : ni	2		5	3				2	
Fréquence : fi		10			20		10		

Recopier et compléter le tableau ci-dessus.

1. Quel est le mode de cette série ?
2. Calculer sa moyenne.

II) A la question de savoir « quel est ton musicien préféré ? » les réponses des élèves de 3e sont consignées dans le tableau suivant :

Modalité	Singuilar	Petit-pays	Mister Léo	Fally ipoupa	total
Effectif	10	8	15	7	

Quel est le mode de cette série statistique.

III) A la question de savoir « quel est ton âge ? » les réponses des élèves de 3e sont consignées dans le tableau suivant :

Modalité	12	13	14	15	total
Effectif	10	28	24	8	70

Détermine et le mode et la moyenne de cette série statistique.

3-

Le tableau suivant donne la répartition des boulangeries d'une ville selon le prix de vente du Sandwich

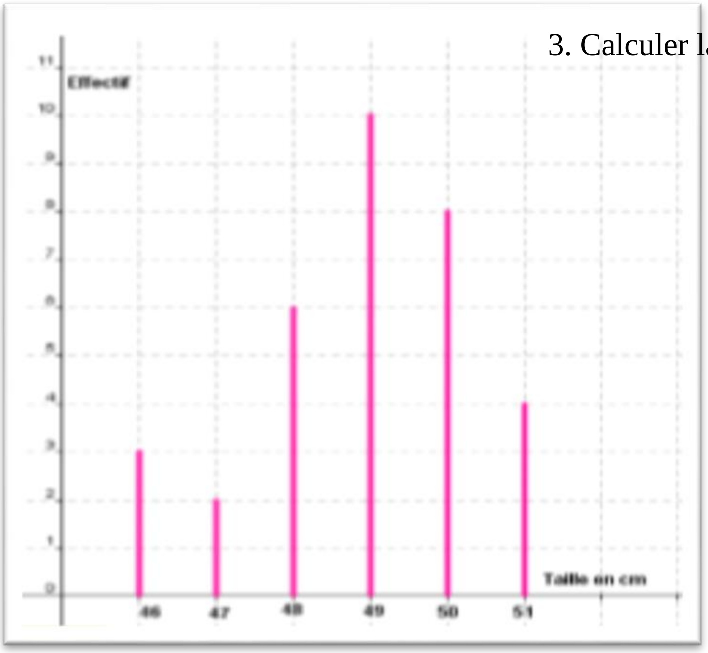
Prix	500	550	600	650	700
effectif	8	6	10	4	2

1. Représenter cette série par un diagramme à bâton
2. Représenter le pictogramme de cette série. Le pictogramme sera représenté par un rond où on inscrit le prix du sandwich de la boulangerie.

4.

Le graphique suivant donne le poids des nouveaux nés d'un hôpital pendant un mois.

1. Quel est le mode de cette série ?
2. Dresser le tableau des effectifs de cette série.
3. Calculer la moyenne de cette série.



8- CERCLES

g) Construis deux cercles (C) et (C') de même centre O et de rayon respectifs 2,5 cm et 5,5 cm.

a) Choisi un point A de (C) et construis la tangente à (C) en A.

b) Quelle est la distance de O à (D) ?

c) Donne la position relative de (C') et (D)

h) (C) est un cercle de rayon 5 cm, I et J sont deux points du cercle tels que $mes(\widehat{OJI}) = 25°$.

a) Faire la figure

b) Quelle est la nature du triangle OJI ?
c) Détermine les mesures des autres angles du triangle.
d) Calcule la longueur de l'arc $\widehat{IJ}$.

3-

a)) Tracer un segment [AB] tel que AB = 7 cm.
Placer un point C tel que $\widehat{BAC}$ = 70 ° et $\widehat{ABC}$ = 60 °.

b) Construire le cercle circonscrit au triangle ABC, et appeler O son centre.
Laisser les traits de construction.

c) Donner la mesure de l'angle $\widehat{AOC}$ en justifiant la réponse.

4-

Construire un cercle de centre O et de rayon 5 cm.
Soit [MN] un diamètre et K un point du cercle distinct de M et N.

a) Quelle est la mesure de l'angle $\boldsymbol{\widehat{MKN}}$? Justifier.

b) Construire la bissectrice de l'angle $\boldsymbol{\widehat{MKN}}$. Elle recoupe le cercle en P. Calculer la mesure de l'angle $\boldsymbol{\widehat{MOP}}$.

3. Construire les tangentes au cercle en P et M, elles se coupent en L. Quelle est la nature de MOPL ? Justifier.

5-

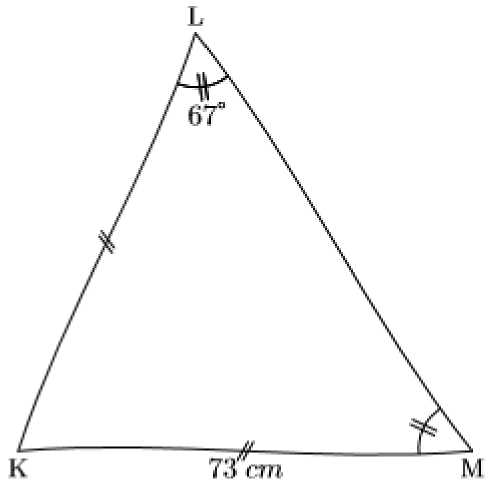
EFG est un triangle équilatéral de côté 7 cm. O est le centre de son cercle circonscrit.
1) Faire une figure à main levée puis une figure en vraie grandeur.
2) Calculer l'angle $\widehat{EOF}$

9- TRIANGLES

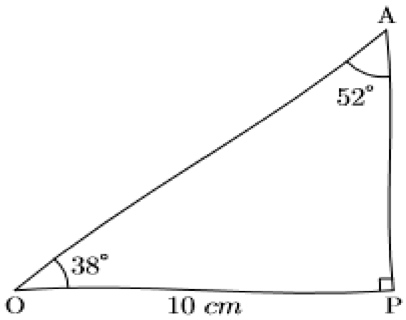
1- Les faire sur du papier blanc et faire apparaître les traits de construction.
   a) Construire un triangle IKJ tel que : IK = 5 cm, IJ = 3,5 cm et JK = 7 cm.
   b) Construire un triangle V UE, isocèle en V tel que EV = 5 cm et mes $\widehat{UVE}$ = 46˚.
   c) Construire un triangle MAC tel que $\widehat{MCA}$ = 115˚, $\widehat{AMC}$ = 35˚et MC = 6 cm.

2- a) Définition : médiatrice d'un segment [AB].
   b). Construire un triangle RST tel que RS = 7 cm, RT = 8 cm et ST = 10 cm. c) Construire ses médiatrice

3- Donner la nature de ce triangle puis compléter les angles manquants



4- Soit le triangle



a) Quelle est la nature du triangle OPA ? Justifier.
b) Construire ce triangle en vraie grandeur.

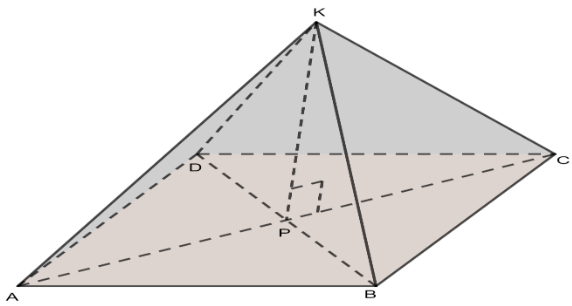
5- a) Construire un triangle EFG tel que EF = 8 cm, FG = 5 cm et EG = 8 cm.
i) Construire ses médianes en vert. c) Construire ses hauteurs en bleu.

10-PYRAMIDES

j) Une pyramide régulière de sommet S a pour base un carre ABCD est de centre O et de cote 8cm. Sa hauteur est $SO = 6cm$.
   a) Calculer l'aire totale
   b) le volume de cette pyramide.

2-
Soit la pyramide KABCD de base carrée de cote AB=40cm, hauteur h=PK=10cm et KA=6cm.

k) Calculer l'aire totale
l) le volume de cette pyramide.



m) SABCD est une pyramide.

c) Nomme son sommet, sa base et ses faces latérales.

d) Pour cette pyramide, la propriété S+F=a+2 est-elle vérifier ?

4-Dessine sur une chemise cartonnée un patron d'une pyramide régulière de hauteur 4cm et de base carré de cote 6cm puis fabrique cette pyramide.

5-$SABCD$ est une pyramide régulière à base carrée telle que $SA = 5cm$ et $AB = 3cm$.

n) Calcule la hauteur de cette pyramide.

o) Calcule le volume de cette pyramide.

11-CONES

1) Cite trois objets de ton entourage ou trois objets que tu peux fabriquer, qui ressemblent à un cône de révolution.

2) Dessine un cône de révolution de sommet S, de diamètre [AB] et place le point O milieu de [AB] 3) Donne sa hauteur et une génératrice.

4) Dessine le patron d'un cône de révolution dont le rayon de base est 2cm et de génératrice 10 cm.

5) a) Dessine le patron d'un cône de révolution de génératrice 8 cm et de mesure du secteur circulaire 60°.

b) Calcule le rayon de sa base.

6)

Un cône de révolution a pour hauteur 3,2 cm et pour rayon 2,4 cm.

a) Réalise une esquisse de la figure.

b) Calcule la génératrice de ce cône de révolution.

c) Dessine un patron de ce cône de révolution.

7) On considère un cône de révolution de rayon de base 1,5 cm et pour hauteur 2 cm.

a) Calcule la longueur d'une génératrice de ce cône ;

b) Calcule l'aire latérale de ce cône ;

c) Calcule l'aire totale de ce cône ;

d) Calcule le volume de ce cône en cm^3 puis en litres

8) On donne un cône de révolution de volume 7,95 cm^3 et de hauteur 2,65 cm.

a) Calcule l'aire de base de ce cône ;

b) Calcule le rayon de base de ce cône

c) Calcule la génératrice de ce cône.

d) Calcule l'aire totale de ce cône

12-EQUATIONS ET INEQUATIONS

1) Résous chacune des équations suivantes :

a) 2x+ 3=0 ; b) 5x-10=0

c) 4x-4=2x+7 ; d) 5x-8=7x-2

2)

a) Montre que l'équation : 5x+5=7x-4 est équivalente à -2x+9=0.

b) Quelle est la solution de l'équation : 5x+5=7x-4 ?

3) On considère l'équation : 4x-12=0. Vérifie que 4 est solution de cette équation.

4) Ecris trois inéquations du premier degré à une inconnue. Et pour chacune d'elle :

a) Précise l'inconnue.

b) Donne deux nombres qui la vérifient et deux autres qui ne la vérifient pas.

5) On considère les inéquations suivantes : i) 4x-5>0 ii) 5x+7≤ 0 iii) 3x-4≥3x+7

Pour chacune d'elle :

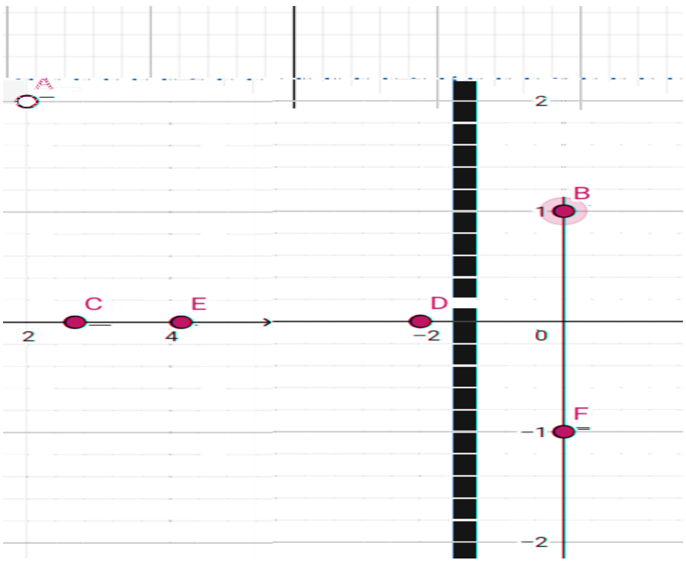
a) Détermine deux solutions entières.

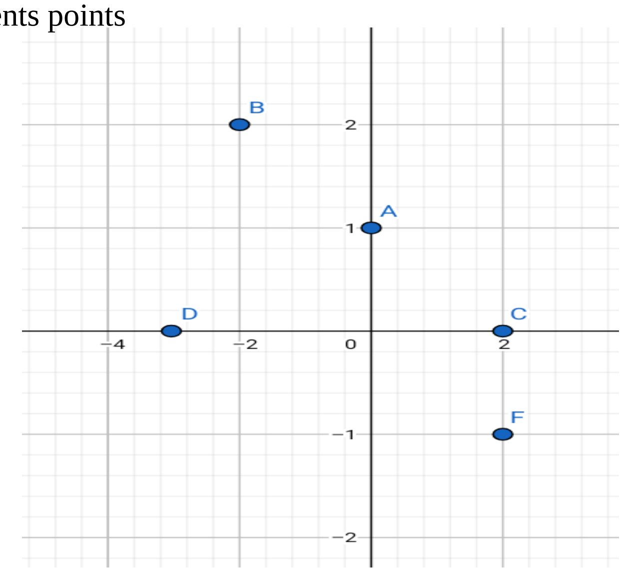
b) Détermine deux solutions non entières.

13-REPERAGES

1) Construis un repère orthogonal (O, I, J) tel que $OI = 2\ cm\ et\ OJ = 2\ cm$.
2) Construis un repère orthonormé (O, I, J) puis place les points $(-2\,;1), B(4\,;3), C(-2{,}5\,;3{,}5)$, $D(3\,;\,-2)\,, E(0\,;3)\ \ et\ P(-3\,;0)$.
3) Construis un repère orthonormé (O, I, J) puis place les points $(5\,;0), F(0\,;3), G(2\,;1{,}5)$, $H(3\,;\,-2)\,, K(-1\,;-3)\ \ et\ P(0\,;4)$.

4) Pour chaque figure lire les coordonnées des différents points

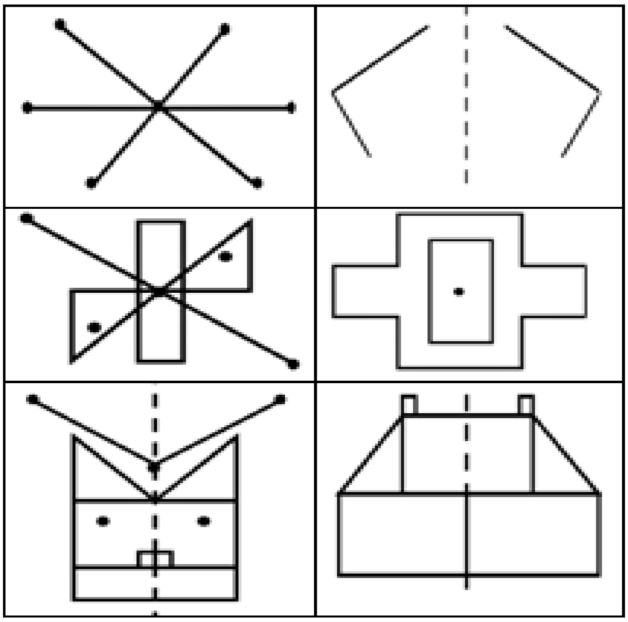




14-SYMETRIES

1. Dessiner un triangle ABC et une droite (D) puis construire l'image de ce triangle par la symétrie d'axe (D)
2. Dessiner un rectangle ABCD et une droite (L) puis construire l'image de ce rectangle par la symétrie d'axe (L)
3. Dessiner un carré ABCD et une droite (L') puis construire l'image de ce carré par la symétrie d'axe (L')
4. Dessiner un carré ABCD puis déterminer les axes de symétrie

5. Dessiner un rectangle ABCD puis déterminer les axes de symétrie
6. Dessiner un triangle ABC et un point O puis construire l'image de ce triangle par la symétrie de centre O
7. Dessiner un rectangle ABCD et un point O puis construire l'image de ce rectangle par la symétrie de centre O
8. Dessiner un carré ABCD et un point O puis construire l'image de ce carré par la symétrie de centre O
9. Dessiner un carré ABCD puis déterminer le centre de symétrie
10. Dessiner un rectangle ABCD puis déterminer le centre de symétrie
11. Pour chacune des figures déterminer le type de symétrie



12. Dire laquelle des figure est symétrique par rapport à une droite

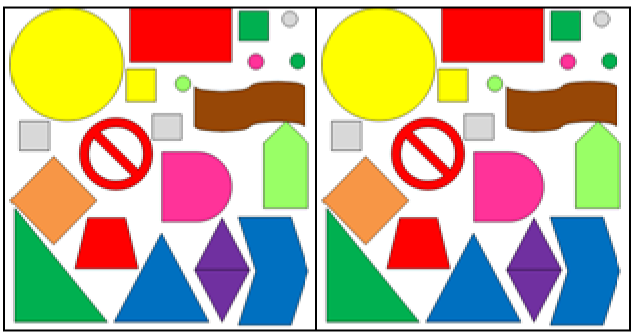


Fig1

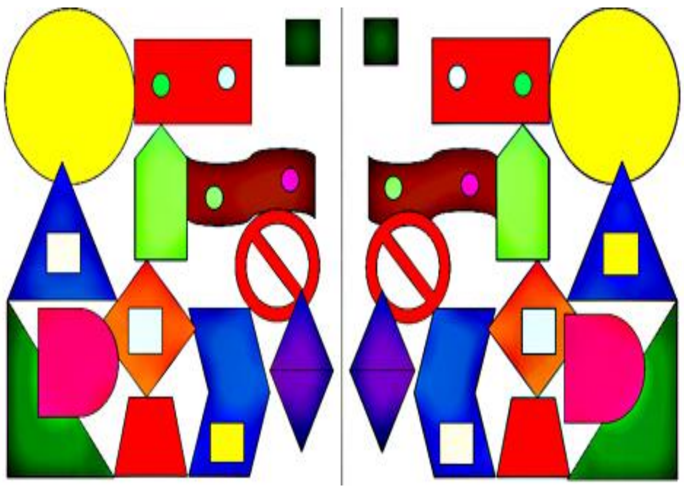
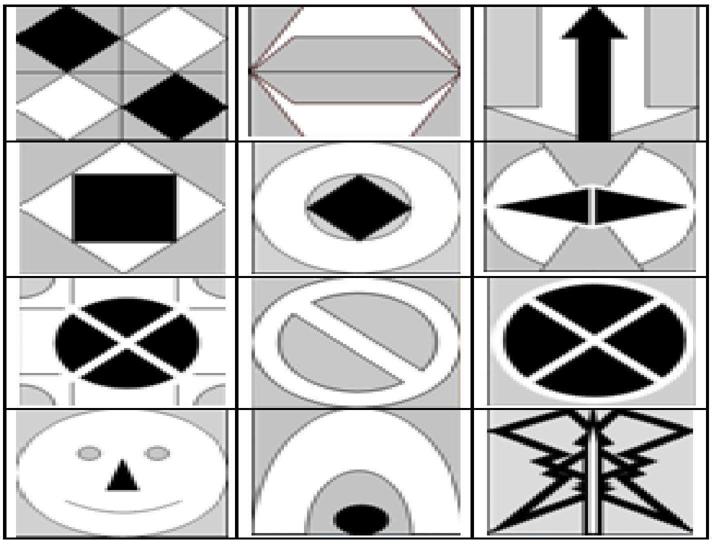


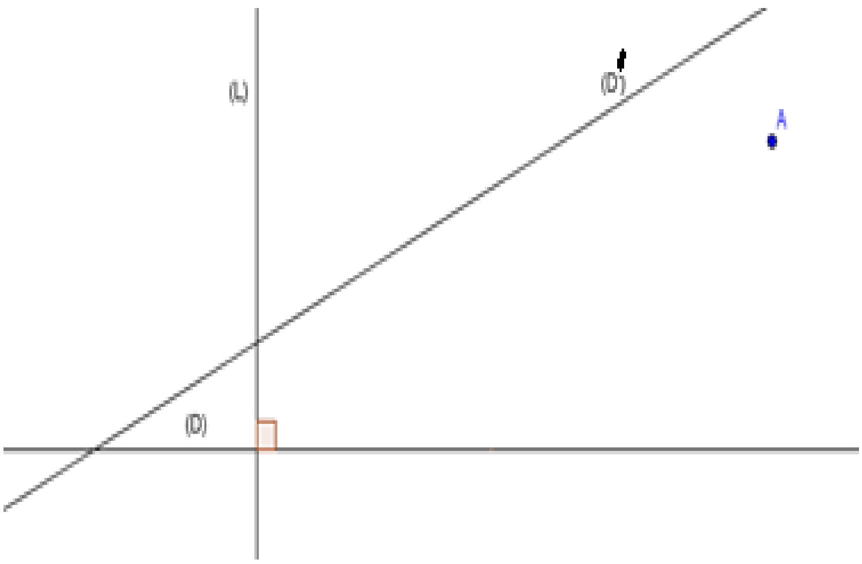
Fig2

13. Repérer l'axe de la symétrie axiale d'un stylo bleu



15- PROJECTIONS

On considère la figure ci-dessous :



1- Construire le projeté U de A sur (D) parallèlement à (D') et le projeté orthogonal V de A sur (D).
2- Construire le projeté B de A sur (L) parallèlement à (D') et le projeté orthogonal C de A sur (L).

Ce recueil a été techniquement soutenu par AIMS-TTP, l'IPN M. TALA NDE, l'ICR/SCIENCES/AD M. ZOMENE M., les IPR/MATHS/AD PANY F.X . et FEUPOSSI B., l'IPR/MATHS/CE M. KUE ainsi que l'IPR/MATHS/EST M. BIYA. Nous les en remercions sincèrement.