
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université TAHRI Mohamed, Béchar



Faculté de Technologie

Département de Génie Civil & Hydraulique

*Polycopié Pédagogique de
(de Cours et Exercices d'application)
Intitulé :*

" FORMULAIRES & EXERCICES EN CHARPENTE METALLIQUE "

Code de la Matière : F512- F612 Niveau : Licence (S 5,6)

Filière (s) : (Génie Civil; et Travaux publics)

Spécialité (s) : (Génie Civil; et Travaux publics)

Etabli par l'enseignant :

Dr : BARAKA Abdelhak

Examiné par :

Dr: BELLA ILHAM AGUIDA

Dr: ZAOUI JELLOUL

Année Universitaire : 2021/2022.

Dédicace et Remerciement

A mon père et à la mémoire de ma mère.

A ma femme et mes enfants.

Je tiens également à remercier tous ceux qui m'ont prêté mains d'aides dans ce travail.

B.A.R.A.K.A Abdelhak

Liste des formules

F 01	Nuance des aciers de construction.....	3
F 02	Profilés laminés classiques & notations.....	4
F 03	Combinaisons de calcul.....	5
F 04	Vérification des vibrations d'une poutre métallique	6
F 05	Classification des sections transversales : Parois âmes.....	7
F 06	Classification des sections transversales : Parois de semelles en console.....	8
F 07	Classification des sections transversales : Parois internes de semelles	9
F 08	Classification des cornières et des sections tubulaires	10
F 09	Traitement d'une section de classe 4.....	11
F 10	Traitement d'une paroi interne de classe 4.....	12
F 11	Traitement d'une paroi en console de classe 4.....	13
F 12	Effort axial de traction.....	14
F 13	Effort axial de compression.....	15
F 14	Entraxes des fixations et classes de section de profils laminés comprimés....	16
F 15	Moment fléchissant et effort tranchant	17
F 16	Aires de cisaillement et classes de section des profils laminés en I fléchis...	18
F 17	Classes de section des profilés HEA & HEAA fléchis.....	19
F 18	Moment de flexion bi-axiale.....	20
F 19	Flexion mono-axiale composée pour les sections de classe 1 et 2.....	21
F 20	Vérification des sections en flexion composée.....	22
F 21	La torsion	23
F 22	Effets de la torsion.....	24
F 23	Le flambement.....	25
F 24	Profilés et axes de flambements	26
F 25	Courbes de flambement.....	27
F 26	Longueurs de flambement des poteaux de bâtiments	28

F 27	Poteau composé en treillis	29
F 28	Poteau composé en traverses de liaisons (barrettes)	31
F 29	Poteau composé en membrures faiblement espacées	32
F 30	Le déversement	33
F 31	Facteurs C1, C2, C3 : Cas des moments d'extrémités	34
F 32	Facteurs C1, C2, C3 : Cas des charges transversales	35
F 33	Elancements réduits de déversement $\bar{\lambda}_{LT}$	36
F 34	Vérification des éléments fléchis et comprimés	37
F 35	Facteurs de moment uniforme équivalent β_M	38
F 36	Voilement par cisaillement - La méthode post- critique simple.....	39
F 37	Voilement par cisaillement - La méthode du champ diagonal de traction...	40
F 38	Résistance des âmes aux charges transversales.....	41
F 39	Vérification des âmes sous les contraintes transversales	42
F 40	Caractéristiques géométriques et mécaniques des boulons.....	43
F 41	Jeux dans les trous pour boulons ou rivets.....	44
F 42	Catégories d'assemblages et vérifications.....	45
F 43	Calcul des boulons au cisaillement : assemblages catégorie A.....	46
F 44	Calcul des boulons à la traction : assemblages catégorie D	47
F 45	Calcul des boulons H.R dans les assemblages résistant au glissement Assemblages catégorie B et Assemblages catégorie C.....	48
F 46	Résistance de calcul du cordon de soudure.....	50
REF	Références bibliographiques	129

Liste des exercices

E 01	La traction simple	53
E 02	La compression simple	57
E 03	La flexion simple et l'effort tranchant	59
E 04	La flexion bi axiale	71
E 05	La flexion composée.....	76
E 06	Le flambement	87
E 07	Le déversement	104
E 08	Vérification des éléments en flexion composée.....	111
E 09	Boulonnage ordinaire	115
E 10	Boulonnage à haute résistance	120
E 11	Assemblages soudés.....	123

Liste de figures des exercices

Figure 35. Plaque trouée en quinconce soumise à la traction	53
Figure 36. Lignes critiques dans la plaque trouée en quinconce	53
Figure 37. Plaque trouée en file soumise à la traction	54
Figure 38. Lignes critiques dans la plaque trouée en file	54
Figure 39. Plaque trouée en quinconce soumise à la traction	55
Figure 40. Lignes critiques dans la plaque trouée en quinconce	55
Figure 41. Cornière trouée en file soumise à la traction	56
Figure 42. Lignes critiques dans la cornière trouée en file	56
Figure 43. Section efficace du HEA 800 (S235)	57
Figure 44. Section brute et section efficace du PRS (S235)	58
Figure 45. Poutre isostatique en IPE soumise à la flexion simple	59
Figure 46. Diagrammes des moments fléchissant et des efforts tranchants	59
Figure 47. Poutre console en HEB soumise à la flexion simple	60
Figure 48. Diagrammes des moments fléchissant et des efforts tranchants	61
Figure 49. Poutre console en HEA-A fléchi par une charge ponctuelle	62
Figure 50. Diagrammes des moments fléchissant et des efforts tranchants	62
Figure 51. Poutre bi-encastree en HEA sous chargement uniforme	65
Figure 52. Diagrammes des moments fléchissant et des efforts tranchants	66
Figure 53. Poutre simplement appuyées supportant une charge concentrée	67
Figure 54. Diagrammes des moments fléchissant et des efforts tranchants	67
Figure 55. Poutre continue uniformément chargée.....	68
Figure 56. Détails constructifs de la poutre continue	69
Figure 57. Diagrammes des moments fléchissant et des efforts tranchants	69
Figure 58. Détails constructifs d'une panne inclinée	71
Figure 59. Projection des charges sur la panne.....	71
Figure 60. Détails constructifs d'une panne inclinée	72
Figure 61. Projection des charges sur la panne.....	72
Figure 62. Détails constructifs d'une panne inclinée	73
Figure 63. Projection des charges sur la panne.....	73
Figure 64. Chargements sur une lisse de bardage en UAP100.....	74
Figure 65. Projection des charges sur la lisse de bardage	74
Figure 66. Chargements sur une lisse de bardage en UAP.....	75
Figure 67. Projection des charges sur la lisse de bardage	75

Figure 68. Section efficace en compression d'un IPE 550.....	76
Figure 69. Ossature porteuse d'une structure métallique	83
Figure 70. Diagrammes des moments en un portique (pignon)	83
Figure 71. Détails des moments sur le portique	84
Figure 72. Longueur de flambement d'un poteau encastré-libre /y	87
Figure 73. Longueur de flambement d'un poteau encastré-libre /z	87
Figure 74. Longueur de flambement d'un poteau encastré-libre /y	88
Figure 75. Longueur de flambement d'un poteau encastré-encastré	89
Figure 76. Longueur de flambement d'un poteau articulé-articulé	89
Figure 77. Longueur de flambement d'un poteau bi-articulé & articulé au milieu	90
Figure 78. Longueur de flambement d'un poteau articulé-articulé	91
Figure 79. Longueur de flambement d'un poteau encastré-articulé	91
Figure 80. Conditions aux limites d'un poteau tubulaire	92
Figure 81. Portiques simples encastrés.....	92
Figure 82. Portiques simples articulés.....	93
Figure 83. Détails d'un portique simple encastré non contreventé	93
Figure 84. Détails d'un portique simple encastré contreventé	96
Figure 85. Portique simple articulé non contreventé	97
Figure 86. Détails d'un portique simple articulé non contreventé	98
Figure 87. Détails d'un portique simple articulé contreventé	99
Figure 88. Détails d'un portique double encastré non contreventé	100
Figure 89. Facteurs de distribution dans le poteau central.....	100
Figure 90. Détails d'un portique double R+1 encastré non contreventé	101
Figure 91. Distribution des raideurs dans le poteau central.....	102
Figure 92. Poutre isostatique en IPE 200 uniformément chargée	104
Figure 93. Poutre isostatique en IPE 200 chargée au milieu	108
Figure 94. Poutre isostatique en IPE 200 chargée au milieu sur sa semelle inférieure	110
Figure 95. Poutre bi-encastrée en IPE 300 uniformément chargée	110
Figure 96. Poutre isostatique chargée latéralement et axialement	111
Figure 97. Poutre isostatique chargée axialement & latéralement par une charge linéaire...	113
Figure 98. Pièces plates comportant trois trous de boulon	115
Figure 99. Assemblage de trois pièces par 4 boulons.....	116
Figure 100. Eclissage de deux pièces tendues	117
Figure 101. Assemblage à clin de deux pièces	117
Figure 102. Projection des forces sur un boulon	118
Figure 103. Assemblage d'une cornière à un gousset	118

Figure 104. Pied de poteau encastré	119
Figure 105. Présentation des forces dans le pied de poteau tendu	119
Figure 106. Assemblage de continuité dans un poteau tubulaire	119
Figure 107. Assemblage à clin de deux pièces par boulonnage ordinaire	120
Figure 108. Distances (e_1 , p_1) pour la vérification de la pression diamétrale	121
Figure 109. Assemblage H.R à clin de deux pièces.....	121
Figure 110. Assemblage H.R d'une boucle de fixation inclinée	122
Figure 111. Boulon sous sollicitation combinée	122
Figure 112. Assemblage à clin deux pièces réalisé par soudure	123
Figure 113. Contraintes sur la section de gorge d'une soudure d'angle.....	123
Figure 114. Cordon de soudure frontale.....	124
Figure 115. Cordon de soudure frontale et latérale	124
Figure 116. Répartition des forces sur cordons de soudure	125
Figure 117. Longueurs calculées des cordons de soudure	126
Figure 118. Cordon de soudure incliné	126
Figure 119. Représentation des forces sur le cordon de soudure incliné	126
Figure 120. Cornières à ailes inégales soudées en un gousset	127

Liste des tableaux

Tableau 1. Valeurs nominales de f_y et de f_u	3
Tableau 2. Profils marchands utilisés en construction métallique	4
Tableau 3. Valeurs limites recommandées pour les flèches verticales.....	5
Tableau 4. Valeurs limites des vibrations des planchers.....	6
Tableau 5. Coefficients α_i de la fréquence du mode i de vibration.....	6
Tableau 6. Classification des sections transversales : Parois âmes.....	7
Tableau 7. Classification des parois de semelles en console.....	8
Tableau 8. Classification des parois internes de semelles	9
Tableau 9. Classification des cornières et des sections tubulaires.....	10
Tableau 10. Parois internes comprimées de classe 4	12
Tableau 11. Parois en console comprimées de classe 4	13
Tableau 12. Classes de section des profils laminés en I et H en compression seule.....	16
Tableau 13. Positionnement des trous des fixations en compression & traction	16
Tableau 14. Aire de cisaillement A_v pour différents types de sections.....	18
Tableau 15. Classes de section des profils laminés en HEA et HEA A sous une flexion seule.....	19
Tableau 16. Moments résistants plastiques réduits $M_{N,y,Rd}$ et $M_{N,z,Rd}$	21
Tableau 17. Facteur d'imperfection α	25
Tableau 18. Valeurs de ε pour les différentes nuances d'acier.....	25
Tableau 19. Longueurs de flambement selon les conditions aux limites.....	25
Tableau 20. Choix de la courbe de flambement correspondant à une section.....	26
Tableau 21. Coefficient de réduction χ	27
Tableau 22. Rigidité effective $K_{\#}$ d'une poutre.....	28
Tableau 23. Résistance au cisaillement des treillis de barres composées.....	30
Tableau 24. Longueurs de flambement des membrures en cornières d'un élément composé de treillis sur quatre cotés.....	30
Tableau 25. Facteur d'efficacité μ	31
Tableau 26. Résistance au cisaillement des traverses de liaisons.....	31
Tableau 27. Espacement maximal des éléments de liaison des membrures faiblement espacées.....	32
Tableau 28. Coefficients C_1 , C_2 et C_3 dans le cas de moments d'extrémités.....	34

Tableau 29. Coefficients C_1 , C_2 et C_3 : cas de chargements transversale.....	35
Tableau 30. Facteurs de moment uniforme équivalent β_M	38
Tableau 31. Valeur de τ_{ba} en fonction de $\bar{\lambda}_w$	39
Tableau 32. Valeur de k_τ en fonction du rapport $\frac{a}{d}$	39
Tableau 33. Valeur de τ_{bb} en fonction de $\bar{\lambda}_w$	40
Tableau 34. Type de la charge transversale et ses vérifications.....	41
Tableau 35. Valeurs de k en fonction de $\left[\frac{\sigma_{xm,Ed}}{\sigma_{z,Ed}} \right]$	42
Tableau 36. Caractéristiques géométriques d'un boulon.....	43
Tableau 37. Classes de boulons et valeurs de f_{yb} et f_{ub}	43
Tableau 38. Normes des dimensions des trous de boulons	44
Tableau 39. Catégories des assemblages boulonnés.....	45
Tableau 40. Récapitulatif des résistances individuelles de calcul des boulons.....	45
Tableau 41. Calcul des assemblages de catégories B et C.....	48
Tableau 42. Valeurs recommandées de couple de serrage e N.m.	48
Tableau 43. Valeurs de k_s	49
Tableau 44. Valeurs du coefficient de frottement μ	49
Tableau 45. Valeurs de γ_{Ms}	49
Tableau 46. Projection des contraintes sur le plan de la gorge d'un cordon de soudure	50
Tableau 47. Facteur de corrélation β_w et coefficient de sécurité γ_{Mw}	50

Présentation

Ce document se propose comme complément d'un ouvrage publié en 2013 par l'office de publications universitaires OPU, intitulé « Cours en charpente métallique I selon le CCM97 & l'EC 3 ». Les notions de bases étant déjà expliquées dans ce premier, il ne lui manquait que de synthétiser son contenu en succinets résumés et les accommoder ensuite au lecteur par des applications d'illustration simples.

En effet, l'idée d'un formulaire consiste à récapituler les notions essentielles de chaque chapitre, aussi long qu'il soit en une seule page, sans louper l'objectif du cours en question. Ce concept rédactionnel reste difficile, mais il s'annonce actuellement très utile ; que ce soit pour les enseignants qui veulent se consacrer à l'explication et à la discussion, ou aux étudiants qui veulent assimiler le contenu du cours sans un excès de littérature.

Alors, la première partie rassemble 46 formulaires qui représentent; les résumés de cours, des formules utiles et des tableaux importants, ou bien les conditions et les dispositions complémentaires souvent indispensables en pratique. L'ensemble de ces extraits touche la majeure partie du module de la licence en charpente métallique en génie civil, allant des caractéristiques de l'acier, passant par le calcul élémentaire de l'Eurocode 3 et arrivant au calcul d'assemblages, jusqu'à s'achever par celui des cordons de soudures.

Vient ensuite, la partie qui met à disposition les exercices traitant des cas fondamentaux recommandés par le programme de formation de la matière. Ces exemples résolus sont intéressants pour une assimilation méthodique et une compréhension facile du contenu. Dans chaque propos (chapitre), les premiers exercices sont proposés pour une application simple des formules. Graduellement, les questions dévoileront des difficultés qui pousseront l'étudiant à user de sa réflexion et de ne pas se limiter à ces applications pour élargir ses connaissances.

Il faut dire que ce document est élaboré sur la lumière d'une bonne expérience dans l'enseignement de cette matière à l'université Algérienne. Et c'est justement, en tenant compte de la réflexion de nos étudiants, à travers leurs questions et les débats didactiques entretenus avec eux, que ces formulaires et ces exercices ont été proposés.

Enfin, les anciens disaient : « Ce n'est que grâce à des maîtres, qu'on atteint directement la finalité et on obtient la maîtrise », et c'est justement l'esprit de cet ouvrage ! Ce document ne prendra vie que par l'engagement des collègues enseignants, qui expliqueront cet empilement de formulaires et détailleront ce concentré de formules et de schémas. Leurs orientations et leurs simplifications de ses notions fera de ce papier une intéressante référence.

D^r BARAKA Abdelhak.
Université TAHRI Mohammed - Bechar.
01 / 12 / 2021



Formulaires

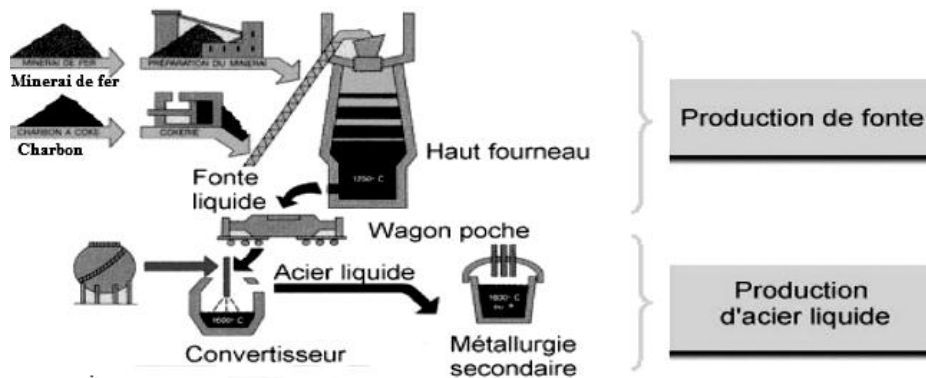
F01 : Nuance des aciers de construction

Figure 1. Procédé de fabrication de l'acier.

Tableau 1. Valeurs nominales de f_y et de f_u .

Nuance d'acier NF		Epaisseur t en mm			
		$t \leq 40$ mm		$40 \text{ mm} < t \leq 100$ mm	
EN 10025	EN 10027	f_y [N/mm ²]	f_u [N/mm ²]	f_y [N/mm ²]	f_u [N/mm ²]
Fe360	S235	235	360	215	340
Fe430	S275	275	430	255	410
Fe510	S355	355	510	335	490

f_y : la limite d'élasticité.

f_u : la résistance à la rupture (résistance ultime à la traction).

Valeurs de calcul des propriétés de l'acier :

- Module d'élasticité : $E = 210\,000 \text{ N/mm}^2$ (ou MPa)
- Module de cisaillement : $G = \frac{E}{2(1+\nu)} = 80\,770 \text{ N/mm}^2$ (ou MPa)
- Coefficient de Poisson en phase élastique : $\nu = 0,3$
- Coefficient de dilatation thermique linéaire : $\alpha = 12 \times 10^{-6}$ (pour $T \leq 100 \text{ C}^\circ$)
- Masse volumique : $\rho = 7850 \text{ Kg/m}^3$

Qualités essentielles de l'acier :

1- **La résistance** : elle est la capacité portante que présente le matériau.

2- **L'élasticité** : la propriété du matériau à revenir à sa forme initiale une fois le chargement disparu.

3- **La soudabilité** : est que l'acier offre la possibilité d'être soudé tout en gardant ces propriétés mécaniques essentielles.






4- **La ductilité** : c'est la capacité du matériau à subir de grandes déformations résiduelles avant sa rupture. Elle permet d'absorber l'énergie de déformation causée par des actions brusques.

- $\frac{f_u}{f_y} \geq 1,10$
- allongement à la rupture $\geq 15\%$.
- $\epsilon_u \geq 15 \cdot \epsilon_y$; ou ϵ_y est la déformation élastique ($\epsilon_y = f_y / E$)

5- **Energie de rupture** : Dans les aciers on cherche à éviter la possibilité d'une rupture fragile sous la plus basse température des conditions d'exploitation du matériau.

F02 : Profilés laminés classiques et notations

Tableau 2. Profilés marchands utilisés en construction métallique.

Poutrelles IPE	Poutrelles IPN	Poutrelles HE	Poutrelles U	Cornières L
				
IPE 80 à 600 ; 750 IPE A 80 à 600 IPE O 180 à 600 IPE R 140 à 600 IPE V 400 à 600	IPN 80 à 500	HEA 100 à 1000 HEB 100 à 1000 HEM 100 à 1000 HEC 100 à 1000 HEAA 100 à 1000	UAP 80 à 300 Ou UPE UPN 80 à 300	Ailes égales : De L 20×20×3 à L 300×300×35 Ailes inégales : De L 30×20×3 à L 200×100×16

h : Hauteur totale de la section ; **b** : Largeur totale de la semelle.
t_w : Epaisseur de l'âme ; **t_f** : Epaisseur de la semelle.
yy, uu : Axes de forte inertie ; **zz, vv** : Axes de faible inertie.
r, r₁ : Rayon de congé ; **r₂, r₃** : Rayon d'arrondi.
A : Section d'acier ; **A_{vy}, A_{vz}** : Aire de cisaillement.
W_{el,y}, W_{el,z} : modules de flexion élastique ; **W_{pl,y}, W_{pl,z}** : Modules de flexion plastique.

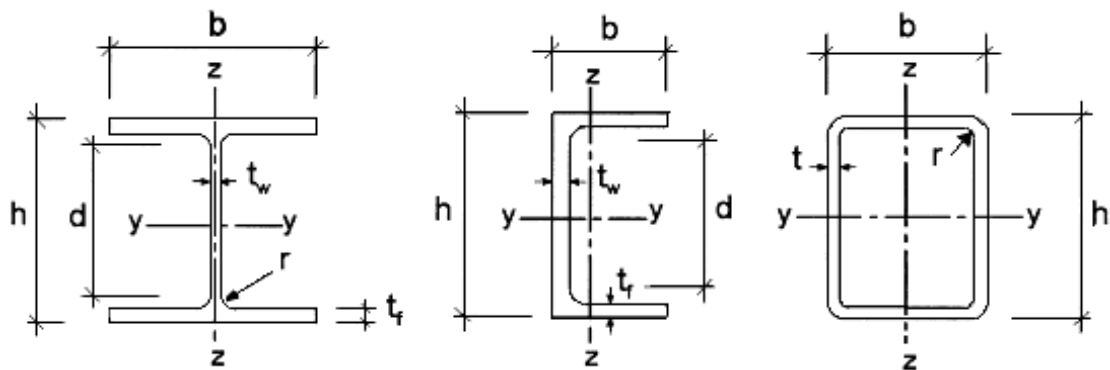


Figure 2. Notations des dimensions et axes des sections.

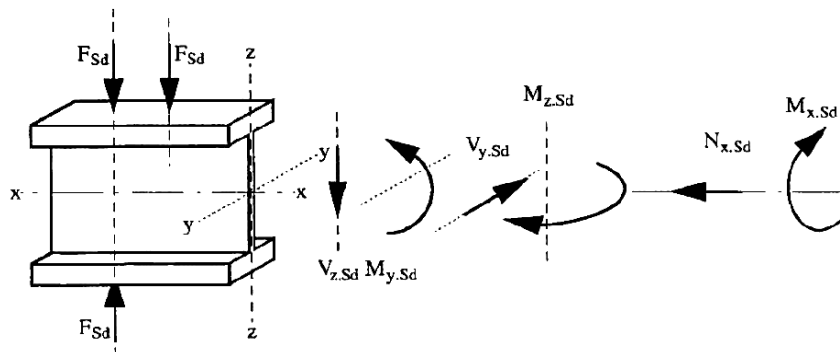


Figure 3. Convention de signe et notation des forces et des moments.

F03 : Combinaisons de calcul**- Etats limites ultimes : (E.L.U)**

- **Combinaison de calcul :** $1,35 \cdot G_{k,j} + 1,5 \cdot Q_{k,1}$
- **Coefficients partiels de sécurité :**
 - **Résistance des sections de classe 1, 2 ou 3 :**
 $\gamma_{M0} = 1,00$ (calcul sans risque d'instabilité pour les éléments N.F).
 $\gamma_{M0} = 1,10$ (autres cas- Recommandé par le C.C.M.97).
 - **Résistance des sections de classe 4 ou des éléments aux instabilités**
 $\gamma_{M1} = 1,10$ (risque de voilement local- notion de la section efficace).
 $\gamma_{M1} = 1,10$ (flambement – déversement- voilement de l'ame...)
 - **Résistance de la section nette au droit des trous de boulons :**
 $\gamma_{M2} = 1,25$ (dans le cas de la traction)

- Etats limites de services : (E.L.S)

- **Combinaison de calcul :** $G_{k,j} + Q_{k,1}$
- **Vérification des vibrations :** (Annexe suivante)
- **Vérification des déformations :**

A l'état limite de service, on doit s'assurer que la flèche totale : $\delta \leq \delta_l$



Figure 4. Déformations verticales d'une poutre bi-appuyée.

- δ_0 : Contre flèche dans l'élément non chargé (causée avant le montage).
- δ_1 : La flèche sous la charge permanente. δ_2 : La flèche sous la charge d'exploitation.
- δ_{tot} : La somme de tout les déplacements de la ligne moyenne ; $\delta_{tot} = \delta_1 + \delta_2$
- δ_{max} : La flèche finale à l'état limite de service ; $\delta_{max} = \delta_1 + \delta_2 - \delta_0$
- δ_l : La valeur limite de la flèche [Tableau 3.]

Tableau 3. Valeurs limites recommandées pour les flèches verticales.

Conditions	δ_l Limite pour	
	δ_{max}	δ_2
Toitures en général	L / 200	L / 250
Toitures supportant fréquemment du personnel d'entretien	L / 250	L / 300
Planchers en général	L / 250	L / 300
Planchers et toiture supportant des cloisons en plâtre ou en autres matériaux fragiles ou rigides	L / 250	L / 350
Planchers supportant des poteaux (à moins que la flèche ait été incluse dans l'analyse globale de l'état limite)	L / 400	L / 500
Cas où δ_{max} peut nuire à l'aspect du bâtiment	L / 250	-
Poutre de roulement : pont roulant de groupe d'utilisation 1-2	L / 500	-
Poutre de roulement : pont roulant de groupe d'utilisation 3-4	L / 750	-
Poutre de roulement : pont roulant de groupe d'utilisation 5-6	L / 1000	-

F04 : Vérification des vibrations d'une poutre métallique

A l'état limite de service (E.L.S), la fréquence naturelle de vibration f_0 d'une poutre métallique doit se situer en dehors de la zone de fréquences jugées indésirables (inconfortables) $f_{Hz,1}$.

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\alpha_i}{L^2} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I}{m}} > f_{Hz,1}$$

f_0 : La fréquence propre de la poutre [Hz].

$f_{Hz,1}$: La fréquence basse d'inconfort pour un plancher [Tableau 4].

L : La portée de la poutre [m].

E : Le module d'élasticité longitudinale [N/m²].

I : Le moment d'inertie de la poutre [m⁴].

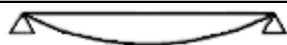
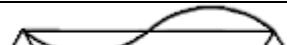

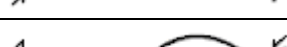
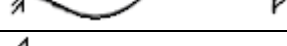



m : La masse de la poutre par unité de longueur [Kg/m].

α_i : Coefficient de la fréquence du mode de vibration i [Tableau 5].

Tableau 4. Valeurs limites des vibrations des planchers.

	La fréquence basse d'inconfort pour un plancher $f_{Hz,1}$	La flèche totale instantanée $\delta_{max} = \delta_1 + \delta_2$
Planchers sur lesquels les usagers marchent régulièrement	3 Hz	28 mm
Planchers sur lesquels les usagers sautent ou dansent de manière rythmée	5 Hz	10 mm

Tableau 5. Coefficients α_i de la fréquence du mode i de vibration.

Poutre	Mode de vibration	α_i
Bi-appuyée	1 	9,869
	2 	39,478
Bi-encastée	1 	22,37
	2 	61,67
Console	1 	3,516
	2 	22,034
Encastée-appuyée	1 	15,418
	2 	49,96

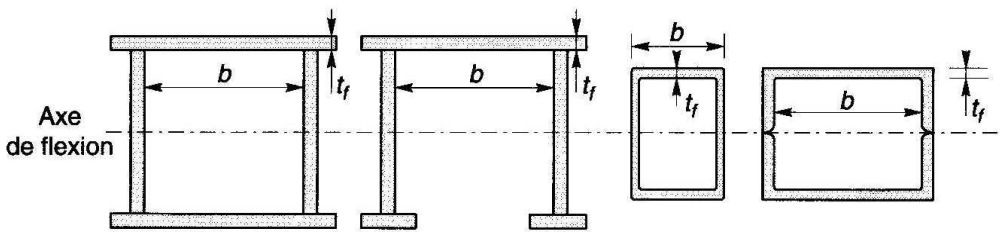
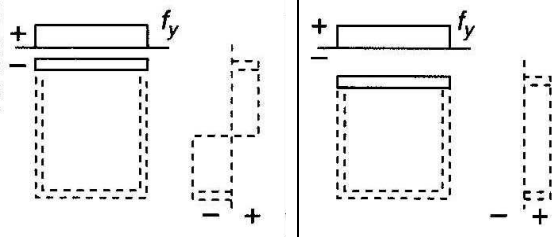
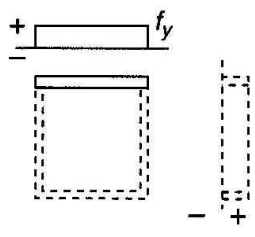
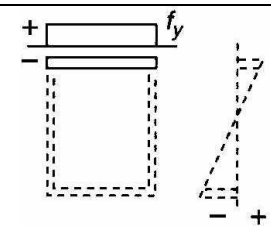
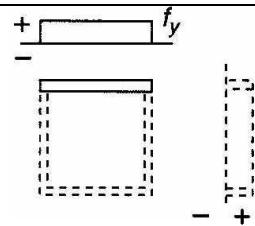
F05 : Classification des sections transversales : Parois âmes

Tableau 6. Classification des âmes.

Rapports largeur – épaisseur maximaux pour parois comprimées				
Âmes : parois internes perpendiculaire à l'axe de flexion.				
Classe	Ame fléchie	Ame comprimée	Ame en flexion composée	
Distribution plastique des contraintes dans la paroi (compression positive)				
1	$\frac{d}{t_w} \leq 72 \cdot \epsilon$	$\frac{d}{t_w} \leq 33 \cdot \epsilon$	<p>Quand $\alpha > 0,5$: $d/t_w \leq 396 \cdot \epsilon / (13 \cdot \alpha - 1)$ Quand $\alpha < 0,5$: $d/t_w \leq 36 \cdot \epsilon / \alpha$</p>	
2	$\frac{d}{t_w} \leq 83 \cdot \epsilon$	$\frac{d}{t_w} \leq 38 \cdot \epsilon$	<p>Quand $\alpha > 0,5$: $d/t_w \leq 456 \cdot \epsilon / (13 \cdot \alpha - 1)$ Quand $\alpha < 0,5$: $d/t_w \leq 41,5 \cdot \epsilon / \alpha$</p>	
Distribution élastique des contraintes dans la paroi (compression positive)				
3	$\frac{d}{t_w} \leq 124 \cdot \epsilon$	$\frac{d}{t_w} \leq 42 \cdot \epsilon$	<p>Quand $\psi > -1$: $d/t_w \leq 42 \cdot \epsilon / (0,67 + 0,33 \cdot \psi)$ Quand $\psi \leq -1$: $d/t_w \leq 62 \cdot \epsilon \cdot (1 - \psi) \cdot \sqrt{-\psi}$</p>	
$\epsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$	f_y (N/mm ²)	235	275	355
	ϵ	1	0,92	0,81

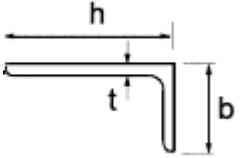
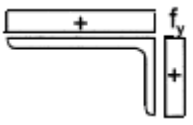
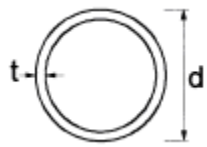
F07 : Classification des sections transversales : Parois internes de semelles

Tableau 8. Classification des parois internes de semelles

Rapports largeur – épaisseur maximaux pour parois comprimées				
Parois internes de semelles : parois internes parallèles à l'axe de flexion.				
				
Classe	Type	Section fléchie		Section comprimée
Distribution plastique des contraintes dans la paroi et sur la hauteur de la section (compression positive).				
1	Sections creuses laminées	$\frac{(b - 3.t_f)}{t_f} \leq 33. \epsilon$		$\frac{(b - 3.t_f)}{t_f} \leq 42. \epsilon$
	Autres	$\frac{b}{t_f} \leq 33. \epsilon$		$\frac{b}{t_f} \leq 42. \epsilon$
2	Sections creuses laminées	$\frac{(b - 3.t_f)}{t_f} \leq 38. \epsilon$		$\frac{(b - 3.t_f)}{t_f} \leq 42. \epsilon$
	Autres	$\frac{b}{t_f} \leq 38. \epsilon$		$\frac{b}{t_f} \leq 42. \epsilon$
Distribution élastique des contraintes dans la paroi et sur la hauteur de la section (compression positive).				
3	Sections creuses laminées	$\frac{(b - 3.t_f)}{t_f} \leq 42. \epsilon$		$\frac{(b - 3.t_f)}{t_f} \leq 42. \epsilon$
	Autres	$\frac{b}{t_f} \leq 42. \epsilon$		$\frac{b}{t_f} \leq 42. \epsilon$
$\epsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$	f_y (N/mm ²)	235	275	355
	ϵ	1	0,92	0,81

F08 : Classification des cornières et des sections tubulaires

Tableau 9. Classification des cornières et des sections tubulaires.

Rapports largeur – épaisseur maximaux pour parois comprimées				
<u>Cornières</u> (Alternativement on peut aussi utiliser le tableau 7. parois de semelles en console)				
		Ne s'applique pas aux cornières en contact continu avec d'autres composants		
Classe	Section comprimée			
Distribution des contraintes dans la section (compression positive)				
3	$\frac{h}{t} \leq 15.\varepsilon$; $\frac{b+h}{2.t} \leq 11,5.\varepsilon$			
<u>Sections tubulaires</u>				
				
Classe	Section fléchie et/ou comprimée			
1	$\frac{d}{t} \leq 50 . \varepsilon^2$			
2	$\frac{d}{t} \leq 70 . \varepsilon^2$			
3	$\frac{d}{t} \leq 90 . \varepsilon^2$			
$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$	f_y (N/mm ²)	235	275	355
	ε	1	0,92	0,81
	ε^2	1	0,85	0,66

F09 : Traitement d'une section de classe 4

1- Calcul de l'élancement réduit $\bar{\lambda}_p$ de la paroi considérée :

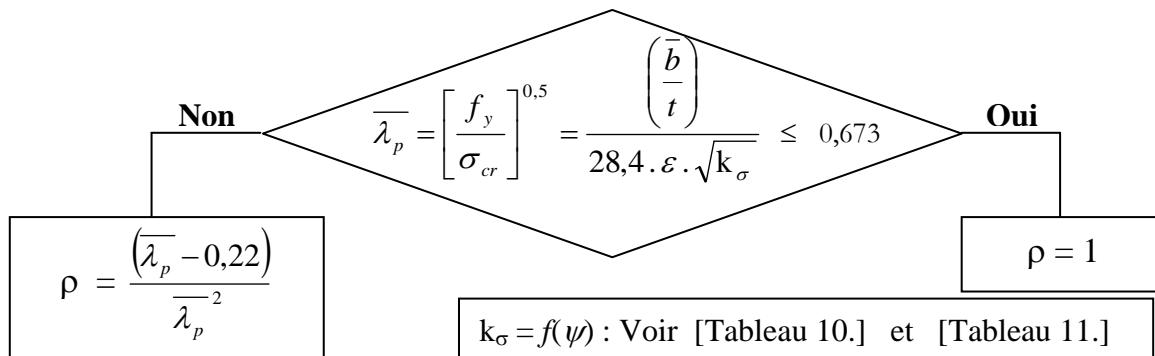


Figure 5. Calcul du coefficient de réduction ρ .

2- Détermination de la largeur de la paroi considérée \bar{b} :

- Parois internes comprimées : [Tableau 10.]

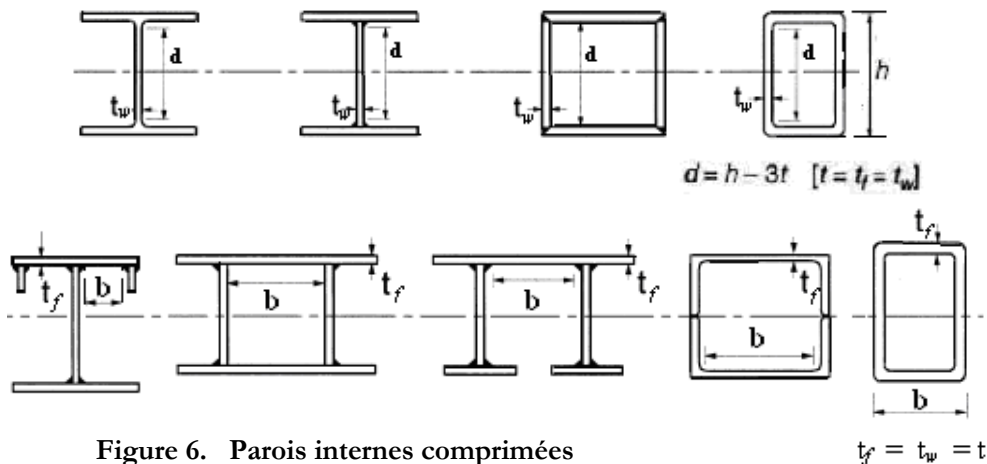


Figure 6. Parois internes comprimées

- $\bar{b} = d$ pour les âmes.
- $\bar{b} = b$ pour les parois internes de semelles (sauf pour les sections creuses laminées)
- $\bar{b} = b - 3t$ pour les semelles de sections creuses laminées.

- Parois en consoles comprimées : [Tableau 11.]

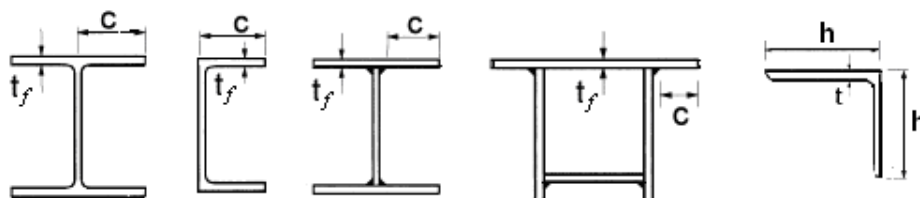
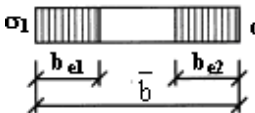
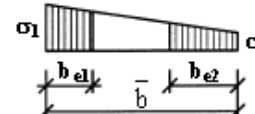
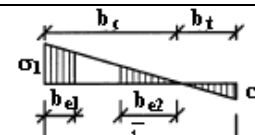


Figure 7. Parois en consoles comprimées.

- $\bar{b} = c$ pour les parois de semelles en console.
- $\bar{b} = h$ ou $\frac{(b+h)}{2}$ pour les cornières à ailes inégales.
- $\bar{b} = h$ pour les cornières à ailes égales.

F10 : Traitement d'une paroi interne de classe 4

Tableau 10. Parois internes comprimées de classe 4.

Distribution des contraintes (Compression positive)		Largeur efficace b_{eff} De la partie comprimée de la paroi				
		$\psi = +1 :$	$b_{eff} = \rho \cdot \bar{b}$			
			$b_{e1} = 0,5 \cdot b_{eff}$	$b_{e2} = 0,5 \cdot b_{eff}$		
		$0 \leq \psi < +1 :$	$b_{eff} = \rho \cdot \bar{b}$			
			$b_{e1} = \frac{2 \cdot b_{eff}}{5 - \psi}$	$b_{e2} = b_{eff} - b_{e1}$		
		$\psi < 0 :$	$b_{eff} = \rho \cdot b_c = \rho \cdot \frac{\bar{b}}{1 - \psi}$			
			$b_{e1} = 0,4 \cdot b_{eff}$	$b_{e2} = 0,6 \cdot b_{eff}$		
$\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$	$-2 < \psi < -1$	-1	$-1 < \psi < 0$	0	$0 < \psi < +1$	$+1$
k_σ	$5,98(1-\psi)^2$	23,9	$7,81 - 6,29\psi + 9,78\psi^2$	7,81	$\frac{8,2}{1,05 + \psi}$	4,0
Alternativement, pour $-1 \leq \psi \leq +1 :$						
$k_\sigma = \frac{16}{(1 + \psi) + \sqrt{(1 + \psi)^2 + 0,112(1 - \psi)^2}}$						
k_σ : Le coefficient de voilement.						

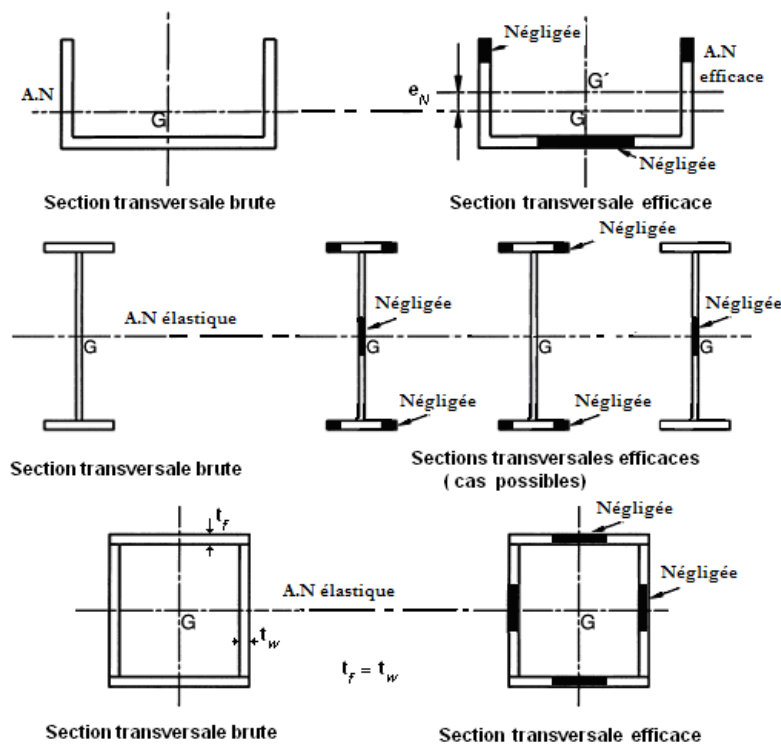


Figure 8. Sections transversales de classe 4 — Sous effort normal.

F11 : Traitement d'une paroi en console de classe 4

Tableau 11. Parois en console comprimées de classe 4.

Distribution des contraintes (Compression positive)		Largeur efficace b_{eff} De la partie comprimée de la paroi			
		$0 \leq \psi < +1 :$ $b_{eff} = \rho \cdot c$			
		$0 < \psi :$ $b_{eff} = \rho \cdot b_c = \rho \cdot \frac{c}{1 - \psi}$			
$\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$	$-1 \leq \psi \leq +1$	-1	0	+1	
k_σ	$0,57 - 0,21\psi + 0,07\psi^2$	0,85	0,57	0,43	
		$0 \leq \psi < +1 :$ $b_{eff} = \rho \cdot c$			
		$0 < \psi :$ $b_{eff} = \rho \cdot b_c = \rho \cdot \frac{c}{1 - \psi}$			
$\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$	-1	$-1 < \psi < 0$	0	$0 < \psi < +1$	+1
k_σ	23,8	$1,7 - 5 \cdot \psi + 17,1 \cdot \psi^2$	1,70	$\frac{0,578}{0,34 + \psi}$	0,43

k_σ : Le coefficient de voilement.

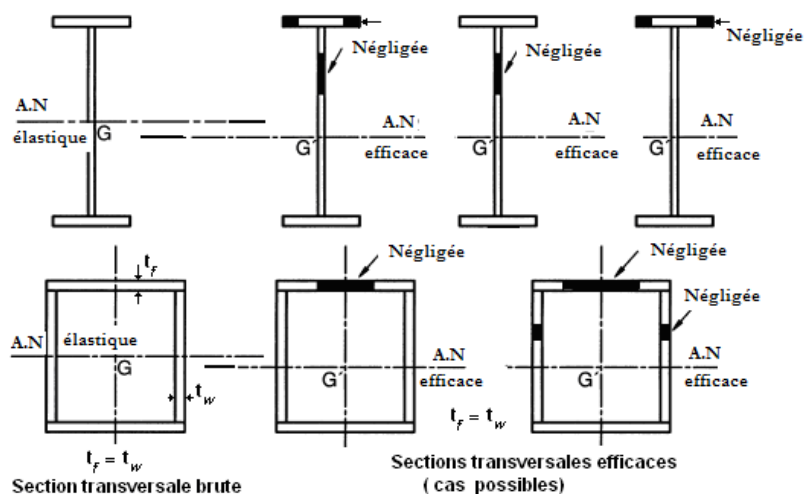


Figure 9. Sections transversales de classe 4 — Sous moment fléchissant.

F12 : Effort axial de traction

- **Pour toutes les classes de sections :** (pas de voilement local des parois en traction)

$$N_{sd} \leq \min \left[N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} ; N_{u,Rd} = \frac{0,9 A_{net} \cdot f_u}{\gamma_{M2}} \right]$$

$\gamma_{M2} = 1,25$; f_u : La résistance ultime à la traction [Tableau 1.].

- Si un comportement ductile est requis : $N_{u,Rd} \geq N_{pl,Rd}$

- Cette condition sera satisfaite si : $0,9 \cdot \frac{A_{net}}{A} \geq \frac{f_y}{f_u} \cdot \frac{\gamma_{M2}}{\gamma_{M0}}$

- A_{net} : Section nette de la pièce (section de la matière pleine au droit de la ligne des trous).

$$A_{net} = A - A_T \quad \text{avec} \quad A_T = \text{Max} (A_{T1} ; A_{T2})$$

A_T : est la section des vides, prise la plus grande valeur des cas suivants :

$$A_{T1} = t (n d_0) \quad \text{pour l'axe critique 1} \quad [\text{Figure 10.}]$$

$$A_{T2} = t \left(n d_0 - \sum \frac{s^2}{4p} \right) \quad \text{pour l'axe critique 2} \quad [\text{Figure 10.}]$$

n : le nombre de trous traversés par la ligne 'l'axe' critique.

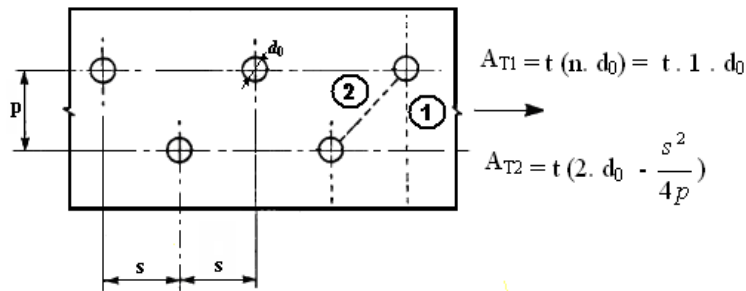
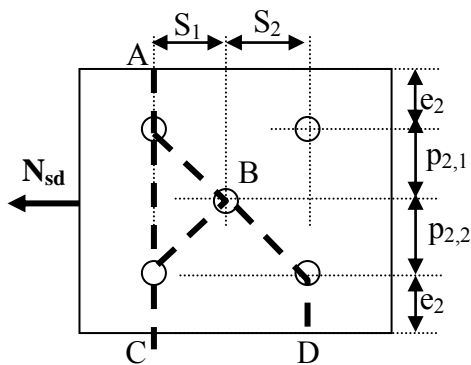


Figure 10. Trous en quinconce et lignes de rupture critiques 1 et 2.

Exemple:



Ligne AC : $A_{T1} = t (n \cdot d_0) = t \cdot 2 \cdot d_0$

Ligne ABC : $A_{T2} = t \left(3 \cdot d_0 - \frac{s_1^2}{4p_{2,1}} - \frac{s_1^2}{4p_{2,2}} \right)$

Ligne ABD : $A_{T3} = t \left(3 \cdot d_0 - \frac{s_1^2}{4p_{2,1}} - \frac{s_2^2}{4p_{2,2}} \right)$

Figure 11. Trous en quinconce et 3 lignes de rupture critiques.

F13 : Effort axial de compression

- **Pour les sections de classe 1, 2 ou 3 :**

$$N_{Sd} \leq N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$$

A : la section utilisée pour les sections de classe 1, 2 et 3 est la section brute même avec la présence de trous de boulonnage.

- **Pour les sections symétriques de classe 4 :**

$$N_{Sd} \leq N_{eff,Rd} = \frac{A_{eff} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} \quad ; \quad \gamma_{M1} = 1,1$$

A_{eff} : la section efficace de la section de classe 4.

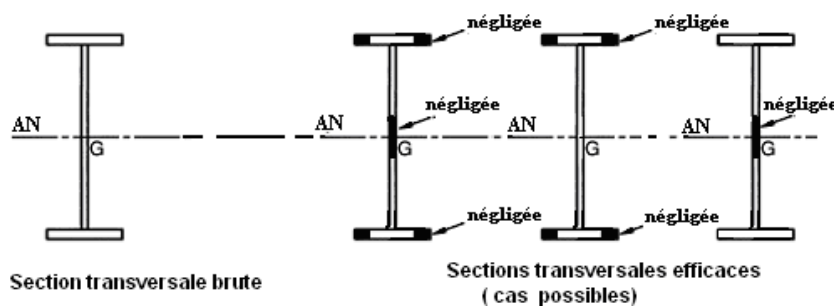


Figure 12. Sections transversales symétriques de classe 4 — compression.

- **Pour les sections dissymétriques de classe 4 en compression :**

Excentricité entre l'effort et le nouvel axe neutre : e_N

$$M = N_{Sd} \times e_N .$$

il convient d'utiliser la vérification de la flexion composée (N_{Sd} ; M) de cette classe; pour tenir compte de l'excentricité de l'effort par rapport au nouvel axe neutre efficace de la section.

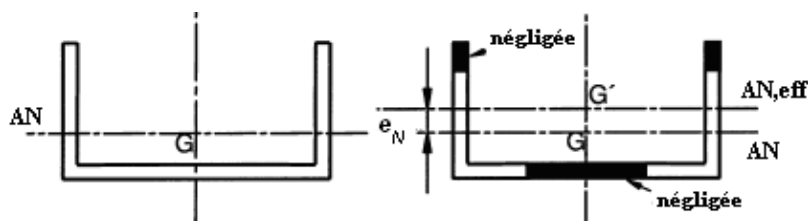


Figure 13. Excentricité dans une section dissymétrique de classe 4.

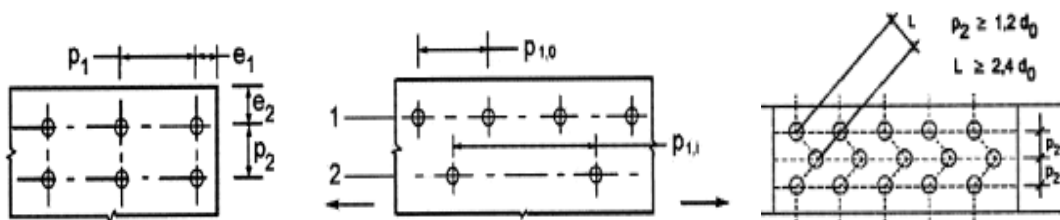


Figure 14. Écartements dans les barres tendues et comprimées.

F14 : Entraxes des fixations et classes de section de profils laminés comprimés

Tableau 12. Classe de section des profils laminés en I et H en compression seule.

Nuance	S235		S275		S355	
Type du profil	N° du profil	Classe de section	N° du profil	Classe de section	N° du profil	Classe de section
IPE	80 à 240	1	80 à 220	1	80 à 160	1
	270 à 360	2	240 à 300	2	180 à 240	2
	400 à 500	3	330 à 400	3	270	3
	550 à 600	4	450 à 600	4	300 à 600	4
IPE A	80 à 160	1	80 à 140	1	80 à 120	1
	180 à 240	2	160 à 180	2	140	2
	270 à 330	3	200 à 240	3	160 à 180	3
	360 à 600	4	270 à 600	4	200 à 600	4
IPE O	180 à 360	1	180 à 270	1	180 à 200	1
			300 à 450	2	220 à 270	2
	400 à 600	2	500 à 550	3	300 à 400	3
			600	2	450 à 600	4
HEA	100 à 240	1	100 à 160	1	100 à 120	1
	260 à 300	2	180 à 240	2	140 à 160	2
	320 à 500	1	260 à 300	3	180 à 340	3
	550 à 600	2	340 à 450	1	360	2
	650 à 700	3	500 à 550	2	400 à 450	2
	800 à 1000	4	600	3	500	3
			650 à 1000	4	550 à 1000	4
HEA A	100	1	100	1	100 à 180	3
	120	2	120 à 260	3	200 à 280	4
	140 à 450	3	280 à 300	4	300	4
	500	2	320 à 500	3	320 à 360	4
	550 à 600	3	550	3	400	3
	650 à 1000	4	600 à 1000	4	450 à 1000	4
HEB	100 à 600	1	100 à 550	1	100 à 450	1
	650 à 700	2	600 à 700	2	500 à 550	2
	800 à 900	3	800	3	600 à 650	3
	1000	4	900 à 1000	4	700 à 1000	4
HEM	100 à 800	1	100 à 700	1	100 à 650	1
	900	2	800	2	700	2
	1000	3	900	3	800	3
			1000	4	900 à 1000	4

Tableau 13. Positionnement des trous des fixations en compression et traction.

	Plat extérieur	Plat intérieur
e_1	$1,2 d_0 \leq e_1 \leq \text{Max} (12t ; 150 \text{ mm})$	$1,2 d_0 \leq e_1 \leq \text{Max} (12t ; 150 \text{ mm})$
e_2	$1,5 d_0 \leq e_2 \leq \text{Max} (12t ; 150 \text{ mm})$	$1,5 d_0 \leq e_2 \leq \text{Max} (12t ; 150 \text{ mm})$
$p_{1,0}$: File extérieure	$2,2 d_0 \leq p_1 \leq \text{Min} (14t ; 200 \text{ mm})$	$2,2 d_0 \leq p_1 \leq \text{Min} (14t ; 200 \text{ mm})$
$p_{1,1}$: File intérieure	$2,2 d_0 \leq p_1 \leq \text{Min} (14t ; 200 \text{ mm})$	$2,2 d_0 \leq p_1 \leq \text{Min} (14t ; 200 \text{ mm})$
P_2	$3 d_0 \leq p_2 \leq \text{Min} (14t ; 200 \text{ mm})$	$3 d_0 \leq p_2 \leq \text{Min} (14t ; 200 \text{ mm})$
$e_1, e_2, p_{1,0}, p_{1,1}, p_2$: Voir [F13], [Figure 14.].		

F15 : Moment fléchissant et effort tranchant

1- **Vérification de l'effort tranchant :**
$$V_{Sd} \leq V_{pl,Rd} = \frac{A_v}{\gamma_{M0}} \left(\frac{f_y}{\sqrt{3}} \right)$$

A_v : l'aire de cisaillement [F16 ; Tableau 14.].

2- **Vérification du moment fléchissant :**
$$M_{Sd} \leq M_{c,Rd}$$

- **Pour les sections de classe 1, 2 :** (Exploitation plastique de la section.)

$$M_{Sd} \leq M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$$

W_{pl} : Module de résistance plastique de la section brute.

- **Pour les sections de classe 3 :** (Exploitation élastique de la section.)

$$M_{Sd} \leq M_{c,Rd} = M_{el,Rd} = \frac{W_{el} \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$$

W_{el} : Module de résistance élastique de la section brute.

- **Pour les sections de classe 4 :** (Exploitation élastique avec les caractéristiques efficaces.)

$$M_{Sd} \leq M_{c,Rd} = M_{eff,Rd} = \frac{W_{eff} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} \quad ; \quad \gamma_{M1} = 1,1$$

W_{eff} : Module de résistance élastique de la section efficace de la section de classe 4.

3- Interaction entre le moment fléchissant et l'effort tranchant :

La vérification consiste à réduire le moment résistant plastique $M_{pl,Rd}$ si :

$$V_{Sd} > 0,5 \cdot V_{pl,Rd} \quad \text{Si oui alors}$$

$$M_{pl,Rd} \xrightarrow[\text{(Pour } V_{Sd} > 0,5 \cdot V_{pl,Rd} \text{)}]{\text{Réduction de } M_{pl,Rd} \text{ à cause de } V_{Sd}} M_{v,Rd} \leq M_{c,Rd}$$

Alors si : $V_{Sd} > 0,5 \cdot V_{pl,Rd}$;

Il faut donc vérifier l'influence de la réduction « ρ » sur la résistance plastique de calcul.

- $M_{v,Rd}$; le moment résistant plastique réduit.
- $M_{v,Rd}$; est calculé pour n'importe quelle classe de section (classe1, classe 2, classe3, classe 4),
- $M_{v,Rd}$; est calculé avec la limite d'élasticité réduite $(1-\rho) \cdot f_y$ de l'acier de l'aire de cisaillement A_v .
- $M_{v,Rd}$; d'une section de classe 3 ou 4 risque de devenir inférieur à $M_{el,Rd}$ ou $M_{eff,Rd}$.

$$\text{Où} \quad \rho = \left(\frac{2 \cdot V_{Sd}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2$$

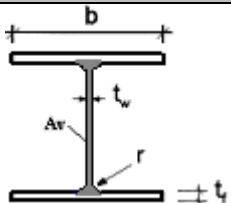
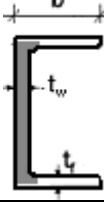
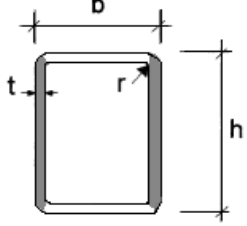
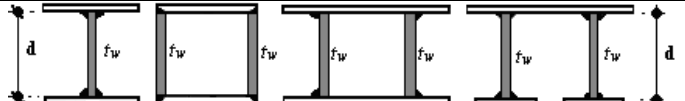
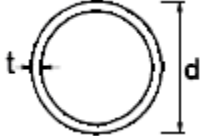
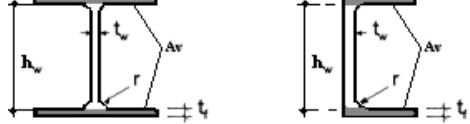
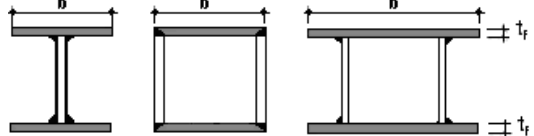
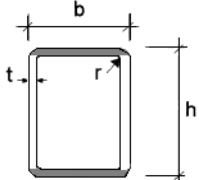
- Pour les sections transversales à **semelles égales**, fléchies suivant l'axe de la forte inertie, on utilise directement :

$$M_{Sd} \leq M_{v,Rd} = \left(W_{pl} - \frac{\rho \cdot A_v^2}{4 \cdot t_w} \right) \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

Avec : $M_{v,Rd} \leq M_{c,Rd}$ (Pour n'importe quelle classe de section)

F16 : Aires de cisaillement

Tableau 14. Aire de cisaillement A_v pour différents types de sections.

Direction de l'effort tranchant	Type de section	A_v
$V_{sd} // \text{ à l'âme}$ ($V_{z.Sd}$)		$A - 2 b t_f + (t_w + 2r)t_f$
		$A - 2 b t_f + (t_w + r)t_f$
		$\frac{A \cdot h}{(b + h)}$
		$\sum (d \cdot t_w)$
		$\frac{2 \cdot A}{\pi}$
$V_{sd} \perp \text{ à l'âme}$ ($V_{y.Sd}$)		$A - \sum (b_w \cdot t_w)$
		$\sum (b \cdot t_f)$
		$\frac{A \cdot b}{(b + h)}$
<p>- Pour les profils I, H et U si $V_{sd} // \text{ à l'âme}$, on peut prendre : $A_v = 1,04 \cdot h \cdot t_w$</p> <p>- Si l'épaisseur de l'âme est variable, on retient l'épaisseur minimale pour t_w.</p>		

F17 : Classes de section des profilés HEA & HEAA fléchis

Tableau 15. Classification des sections HEA et HEA A sous une flexion seule.

Flexion seule autour de $y - y$						
Nuance de l'acier	S235		S275		S355	
Type du profil	N° du profil	Classe	N° du profil	Classe	N° du profil	Classe
HEA	100 à 240	1	100 à 160	1	100 à 120	1
	260 à 300	2	180 à 240	2	140 à 160	2
	320 à 500	1	260 à 300	3	180 à 340	3
	550 à 600	1	340 à 450	1	360	2
	650 à 1000	1	500 à 1000	1	400 à 1000	1
HEA A	100	1	100	1	100 à 180	3
	120	2	120 à 260	3	200 à 280	4
	140 à 450	3	280 à 300	4	300	4
	500	2	320 à 500	3	320 à 650	3
	550 à 600	1	550 à 650	2	700 à 800	2
	650 à 1000	1	700 à 1000	1	900 à 1000	1
Flexion seule autour de $z - z$						
Nuance de l'acier	S235		S275		S355	
Type du profil	N° du profil	Classe	N° du profil	Classe	N° du profil	Classe
HEA	100 à 240	1	100 à 160	1	100 à 120	1
	260 à 300	2	180 à 240	2	140 à 160	2
	320 à 500	1	260 à 300	3	180 à 340	3
	550 à 600	1	340 à 450	1	360	2
	650 à 1000	1	500 à 1000	1	400 à 1000	1
HEA A	100	1	100	1	100 à 280	3
	120	2	120 à 260	3	300	4
	140 à 450	3	280 à 500	3	320 à 650	3
	500	2	550 à 650	2	700 à 800	2
	550 à 1000	1	700 à 1000	1	900 à 1000	1
En flexion bi axiale, la classe la plus défavorable des deux axes est considérée.						

Remarque : Tous les profilés laminés en IPE, IPE A, IPE O, HEB, HEM, UAP et UPN sont de classes 1 en flexion simple ($\backslash y$ & $\backslash z$), pour toutes les nuances de l'acier.

F18 : Flexion bi axiale

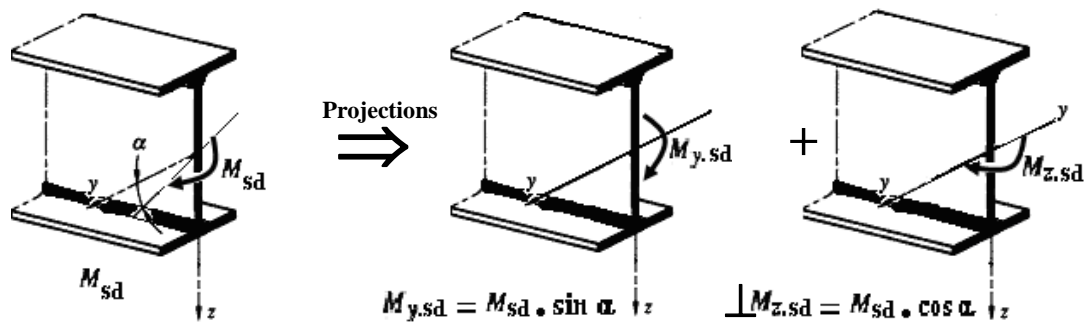


Figure 15. Projection d'une flexion déviée (oblique).

- **Pour les sections de classe 1, 2 :** Exploitation plastique de la section.

$$\left[\frac{M_{y,Sd}}{M_{pl,y,Rd}} \right]^\alpha + \left[\frac{M_{z,Sd}}{M_{pl,z,Rd}} \right]^\beta \leq 1$$

- pour les sections I et H : $\alpha = 2$ et $\beta = 1$.
- pour les profilés creux circulaires : $\alpha = 2$ et $\beta = 2$.
- pour les profilés creux rectangulaires : $\alpha = \beta = 1,66$.
- pour les barres rectangulaires et plats : $\alpha = \beta = 1,73$.
- pour d'autres formes de sections, il est suffisant de prendre : $\alpha = \beta = 1$.

- **Pour les sections de classe 3 :** Exploitation élastique de la section [Figure 16].

$$\left[\frac{M_{y,Sd}}{M_{el,y,Rd}} \right] + \left[\frac{M_{z,Sd}}{M_{el,z,Rd}} \right] \leq 1$$

- **Pour les sections de classe 4 :** Exploitation élastique avec les caractéristiques efficaces.

$$\left[\frac{M_{y,Sd}}{M_{eff,y,Rd}} \right] + \left[\frac{M_{z,Sd}}{M_{eff,z,Rd}} \right] \leq 1$$

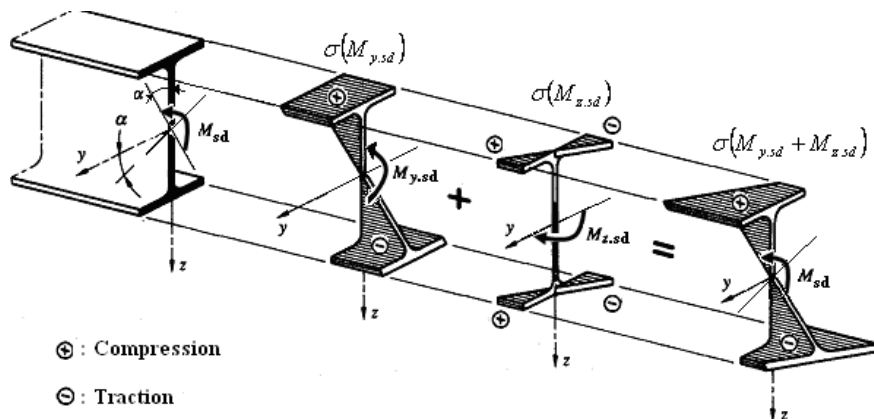
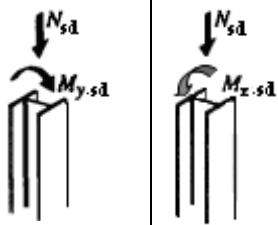


Figure 16. Exploitation élastique en flexion déviée d'un profilé en I.

F19 : Flexion mono axiale composée pour les sections de classe 1 et 2Tableau 16. Moments résistants plastiques réduits $M_{N,y,Rd}$ et $M_{N,z,Rd}$.

		Moment de flexion autour de l'axe	
		Y - Y	Z - Z
		Si $N_{sd} > 0,25 N_{pl,Rd}$ Ou (*si non) Si $N_{sd} > 0,5 N_{pl,w,Rd}$ ↓ Oui $M_{N,y,Rd}$	Si $N_{sd} > N_{pl,w,Rd}$ (*si non) ↓ Oui $M_{N,z,Rd}$
Section en I ou H			
$a = \frac{(A - 2 \cdot b \cdot t_f)}{A} \leq 0,5$	$n = \frac{N_{sd}}{N_{pl,Rd}}$	$N_{pl,w,Rd} = a \cdot N_{pl,Rd}$; $N_{pl,Rd} = A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$	
laminée ou soudée	$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} \cdot \frac{(1-n)}{(1-0,5 \cdot a)}$	$n \leq a$	$M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd}$
		$n > a$	$M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd} \cdot \left[1 - \left(\frac{n-a}{1-a} \right)^2 \right]$
laminée et normalisée seulement (N.F)	$M_{N,y,Rd} = 1,11 \cdot M_{pl,y,Rd} \cdot (1-n)$	$n \leq 0,2$	$M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd}$
		$n > 0,2$	$M_{N,z,Rd} = 1,56 \cdot M_{pl,z,Rd} \cdot (1-n) \cdot (n+0,6)$
Sections creuses rectangulaires			
$a_w = \frac{(A - 2 \cdot b \cdot t_f)}{A} \leq 0,5$	$n = \frac{N_{sd}}{N_{pl,Rd}}$	$a_f = \frac{(A - 2 \cdot h \cdot t_w)}{A}$; $N_{pl,w,Rd} = a_w \cdot N_{pl,Rd}$	
laminées ou soudées (Soudées : $a_f \leq 0,5$)	$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} \cdot \frac{(1-n)}{(1-0,5 \cdot a_w)}$	$M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd} \cdot \frac{(1-n)}{(1-0,5 \cdot a_f)}$	
Sections creuses rectangulaires normalisées seulement (NF)			
Sections carrées	$M_{N,y,Rd} = M_{N,z,Rd} = 1,26 \cdot M_{pl,Rd} \cdot (1-n)$		
Sections rectangulaires	$M_{N,y,Rd} = 1,33 \cdot M_{pl,y,Rd} \cdot (1-n)$	$M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd} \cdot \left(\frac{1-n}{0,5 + \frac{h \cdot t}{A}} \right)$	
Sections creuses circulaires			
$M_{N,Rd} = 1,04 \cdot M_{pl,Rd} \cdot (1-n^{1,7})$			
- Dans tous les cas, il faut que : $M_{N,y,Rd} \leq M_{pl,y,Rd}$ et $M_{N,z,Rd} \leq M_{pl,z,Rd}$ - (* Sinon) : Ces conditions sont valables pour les sections citées au tableau. Si une d'elles n'est pas vérifiée, il n'y a pas lieu de réduire le moment résistant de celle-ci ($M_{N,Rd} = M_{pl,Rd}$).			

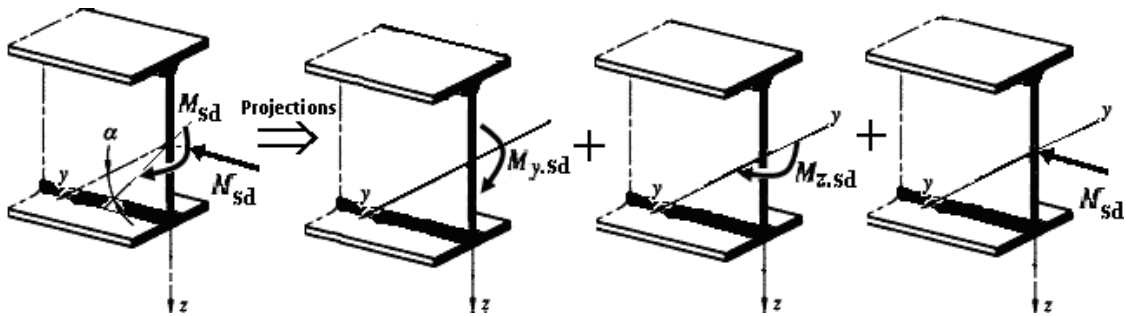
F20 : Vérification des sections en flexion composée

Figure 17. Représentation d'une flexion bi axiale composée.

- **Pour les sections de classe 1, 2 :**

$$\left[\frac{M_{y,Sd}}{M_{N,y,Rd}} \right]^{\alpha} + \left[\frac{M_{z,Sd}}{M_{N,z,Rd}} \right]^{\beta} \leq 1$$

- $M_{N,y,Rd}$ et $M_{N,z,Rd}$ sont calculés sous la flexion mono axiale [Tableau 16].
- $n = \frac{N_{Sd}}{N_{pl,Rd}}$

- pour les sections I et H : $\alpha = 2$ et $\beta = 5.n$ avec $\beta \geq 1$
- pour les profilés creux circulaires : $\alpha = 2$ et $\beta = 2$.
- pour les profilés creux rectangulaires : $\alpha = \beta = \frac{1,66}{1-1,13.n^2}$ avec $\alpha = \beta \leq 6$.
- pour les barres rectangulaires et plats : $\alpha = \beta = 1,73 + 1,8.n^3$

- **Pour les sections de classe 3 :** Pour une flexion composée mono axiale ou bi axiale.

$$\left[\frac{N_{Sd}}{N_{pl,Rd}} \right] + \left[\frac{M_{y,Sd}}{M_{el,y,Rd}} \right] + \left[\frac{M_{z,Sd}}{M_{el,z,Rd}} \right] \leq 1$$

- **Pour les sections de classe 4 :** Pour une flexion composée mono axiale ou bi axiale.

$$\left[\frac{N_{Sd}}{N_{eff,Rd}} \right] + \left[\frac{M_{y,Sd} + e_{Ny} \cdot N_{sd}}{M_{eff,y,Rd}} \right] + \left[\frac{M_{z,Sd} + e_{Nz} \cdot N_{sd}}{M_{eff,z,Rd}} \right] \leq 1$$

- **Remarque :** Pour la flexion mono-axiale, il suffit d'annuler la valeur du moment inexistant dans l'inégalité du critère correspondant.

F21 : La torsion

Aux états limites ultimes, il faut tenir compte des contraintes provoquées par la torsion et qui sont :

- les contraintes de cisaillement $\tau_{v,Sd}$ résultant de la torsion uniforme $T_{v,Sd}$.
- les contraintes normales $\sigma_{w,Sd}$ résultant de la torsion non uniforme $T_{w,Sd}$.
- les contraintes de cisaillement $\tau_{w,Sd}$ résultant de la torsion uniforme $T_{w,Sd}$.

1- Vérification de la torsion combinée avec d'autres sollicitations :

Les vérifications qui vont suivre sont valables pour les sections transversales de classe 1, 2 et 3 qui ne sont pas sujets de voilement transversal de l'âme par cisaillement.

- **Sections de classe 1 ou 2 :** Pour une flexion seule ou composée, mono axiale ou bi axiale, accompagnée d'une torsion ;

$$\left[\frac{N_{Sd}}{A \cdot f_y} \right] + \left[\frac{M_{y,Sd}}{W_{pl,y} \cdot f_y} \right] + \left[\frac{M_{z,Sd}}{\alpha_T \cdot W_{el,z} \cdot f_y} \right] + \left[\frac{\sigma_{w,Sd}}{\alpha_T \cdot f_y} \right] \leq 1$$

Où : $\alpha_T = 1$ pour les profils en U.

$$\alpha_T = \text{Min} \left(\frac{W_{pl,z}}{W_{el,z}} ; 1,25 \right) \text{ pour les profils en I ou en H.}$$

- **Sections de classe 3 :**

$$\left[\frac{N_{Sd}}{A \cdot f_y} \right] + \left[\frac{M_{y,Sd}}{W_{el,y} \cdot f_y} \right] + \left[\frac{M_{z,Sd}}{W_{el,z} \cdot f_y} \right] + \left[\frac{\sigma_{w,Sd}}{f_y} \right] \leq 1$$

2- Vérification de la résistance de la section au cisaillement :

Il convient de s'assurer que ; $\beta_v \leq 1$

- **Pour les profils en I ou en H :**

$$\beta_v = \frac{V_{Sd} / A_v}{(f_y / \sqrt{3}) / \gamma_{M0}} + \left(\frac{\tau_{v,Sd}}{1,25 \cdot (f_y / \sqrt{3}) / \gamma_{M0}} \right)^2 \leq 1$$

- **Pour les profils en U :**

$$\beta_v = \frac{V_{Sd} / A_v}{(f_y / \sqrt{3}) / \gamma_{M0}} + \left(\frac{\tau_{v,Sd}}{1,25 \cdot (f_y / \sqrt{3}) / \gamma_{M0}} \right)^2 + \frac{\tau_{w,Sd}}{(f_y / \sqrt{3}) / \gamma_{M0}} \leq 1$$

- **Pour un profil creux laminé ou soudé :**

$$\beta_v = \frac{V_{Sd} / A_v}{(f_y / \sqrt{3}) / \gamma_{M0}} + \frac{\tau_{v,Sd}}{(f_y / \sqrt{3}) / \gamma_{M0}} \leq 1$$

Remarque : Si la valeur de $\beta_v > 0,5$, il convient de réduire le moment résistant de la section transversale comme spécifié pour l'effort tranchant [F15] au moyen d'une valeur ρ calculée par :

$$\rho = (2 \cdot \beta_v - 1)^2$$

F22 : Effets de la torsion

En général, la torsion T_{sd} se divise dans le plan d'une section transversale ouverte en deux sollicitations, qui sont le moment de torsion de Saint Venant (uniforme) $T_{v,sd}$ et le moment de torsion non uniforme (le gauchissement) $T_{w,sd}$.

$$T_{sd} = T_{v,sd} + T_{w,sd}$$

- La torsion uniforme (Saint Venant) :

$$T_{v,sd} = G \cdot I_t \cdot \frac{d\phi}{dx}$$

- La torsion non uniforme :

$$T_{w,sd} = -E I_w \cdot \frac{d^3\phi}{dx^3}$$

- Le moment de torsion total T_{sd} :

$$T_{sd} = T_{v,sd} + T_{w,sd} \Leftrightarrow T_{sd} = G \cdot I_t \cdot \frac{d\phi}{dx} - E I_w \cdot \frac{d^3\phi}{dx^3}$$

- La solution générale de la rotation ϕ prend la forme :

$$\phi = A \cdot \sinh \lambda x + B \cdot \cosh \lambda x + C + \frac{T_{sd}(x)}{G \cdot I_t} \cdot x$$

Elle est résolue en tenant compte des conditions aux limites de l'élément tordu.

- La contrainte de cisaillement uniforme est donnée en tout point de la section par:

$$\tau_{v,sd} = \frac{T_{v,sd} \cdot t}{I_t}$$

- La contrainte normale de gauchissement $\sigma_{w,sd}$: $\sigma_{w,sd} = \frac{B_{w,sd} \cdot \omega}{I_w}$

- Le Bimoment « $B_{w,sd}$ » : $B_{w,sd} = -E I_w \cdot \frac{d^2\phi}{dx^2}$

- La contrainte de cisaillement non uniforme $\tau_{w,sd}$: $\tau_{w,sd} = -\frac{T_{w,sd} \cdot S_w}{I_w \cdot t}$

I_t : la constante de torsion ou moment d'inertie de torsion.

$$\omega : \text{l'aire sectorielle ;} \quad \omega = \int_0^s r \cdot ds$$

$$S_w : \text{le moment statique sectoriel ;} \quad S_w = \int_0^s \omega \cdot t \cdot ds = \int_A \omega \cdot dA$$

$$I_w : \text{le moment d'inertie de gauchissement ;} \quad I_w = \int_0^s \omega^2 \cdot t \cdot ds = \int_A \omega^2 \cdot dA$$

t : l'épaisseur de la paroi considérée.

Dans le cas des profils en I doublement symétriques laminés ou soudés;

$$I_w = 0,25 h_f^2 \cdot I_z \quad \text{avec : } h_f = (h - t_f)$$

$$\omega = \frac{h_f}{2} \cdot \frac{b}{2} = \frac{h_f \cdot b}{4} \quad \text{et} \quad S_w = \frac{h_f \cdot b^2 \cdot t_f}{16}$$



F23 : Le flambement

Dans une direction, le risque de flambement n'est à considérer que si : $\bar{\lambda} > 0,2$

Dans ce cas on doit vérifier : $N_{Sd} \leq N_{b,Rd} = \chi \cdot \beta_A \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$

$N_{b,Rd}$: calculé pour $\chi = \text{Min}(\chi_y; \chi_z)$

Où : χ : « Khi » le coefficient réducteur de flambement.

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1 \quad \text{avec} \quad \phi = 0,5 [1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2]$$

Tableau 17. Facteur d'imperfection α .

Courbe de flambement	a	b	c	d
Facteur d'imperfection α	0,21	0,34	0,49	0,76

$\beta_A = 1$: pour les sections transversales de classe 1, 2 et 3.

$\beta_A = \frac{A_{eff}}{A}$: pour les sections transversales de classe 4.

- L'élancement réduit: $\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1} \cdot \sqrt{\beta_A}$
- L'élancement géométrique du poteau : $\lambda = \frac{l_f}{i}$; (i : le rayon de giration)

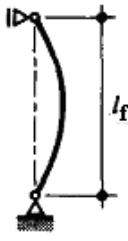
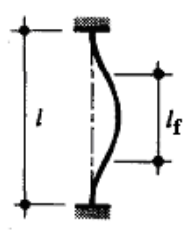
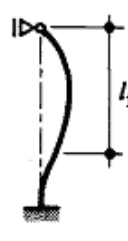
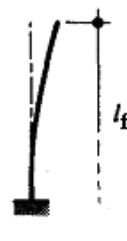
l_f : La longueur de flambement [Tableau 19.] ou [F26].

- L'élancement critique: $\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,9 \cdot \varepsilon$

Tableau 18. Valeurs de ε pour les différentes nuances d'acier.

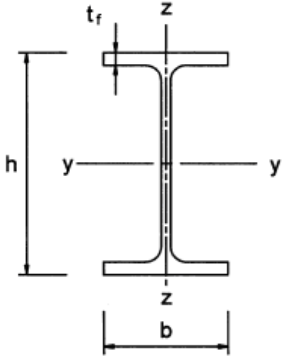
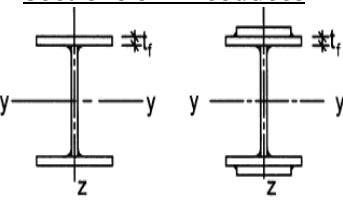
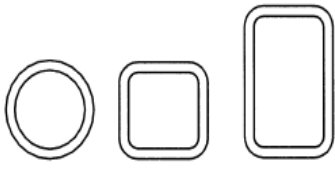
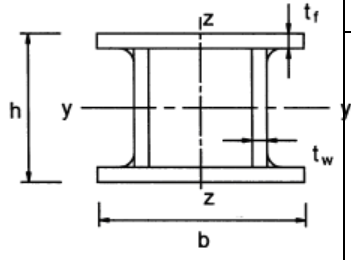
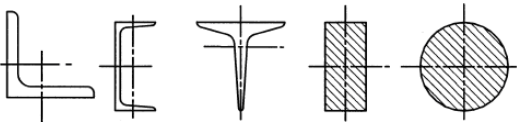
f_y	235	275	355
$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$	1	0,92	0,81

Tableau 19. Longueurs de flambement selon les conditions aux limites.

Conditions aux limites				
Longueurs de flambement l_f	l	$l/2$	$l/\sqrt{2}$	$2l$

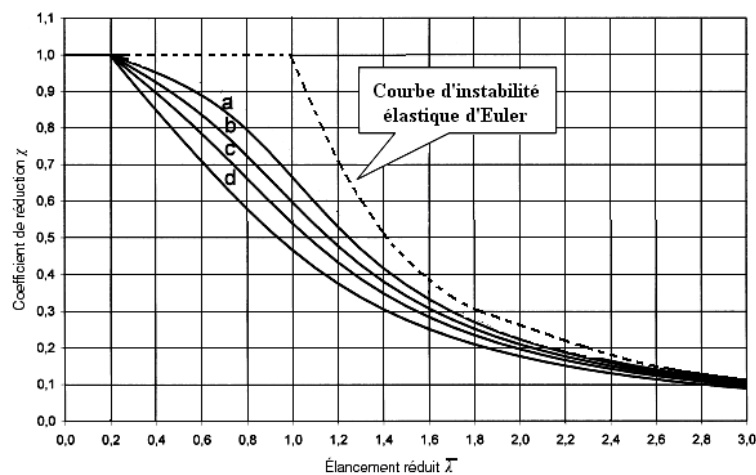
F24 : Profilés et axes de flambements

Tableau 20. Choix de la courbe de flambement correspondant à une section.

Type de section	Limites	Axe de flambement	Courbe de flambement
Sections en I laminées 	$\frac{h}{b} > 1,2$		
	$t_f \leq 40 \text{ mm.}$	y - y z - z	a b
	$40 \text{ mm} < t_f \leq 100 \text{ mm}$	y - y z - z	b c
	$\frac{h}{b} \leq 1,2$		
	$t_f \leq 100 \text{ mm.}$	y - y z - z	b c
	$t_f > 100 \text{ mm.}$	y - y z - z	d d
Sections en I soudées 	$t_f \leq 40 \text{ mm.}$	y - y z - z	b c
	$t_f > 40 \text{ mm.}$	y - y z - z	c d
Sections creuses 	Laminées à chaud	Quel qu'il soit	a
	Formées à froid - en utilisant f_{yb}^*	Quel qu'il soit	b
	Formées à froid - en utilisant f_{ya}^*	Quel qu'il soit	c
Caissons soudés 	D'une manière générale (Sauf ci-dessous)	Quel qu'il soit	b
	Soudures épaisses et : $\frac{b}{t_f} < 30$	y - y	c
	$\frac{h}{t_w} < 30$	z - z	c
Sections en U, L, T et sections pleines 		Quel qu'il soit	c
L'axe de flambement est perpendiculaire au plan de flexion (plan de déformation).			

F25 : Courbes de flambement**Tableau 21. Coefficient de réduction χ**

	Courbes de flambement « Courbes d'imperfection »			
	a	b	c	d
0,2	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
0,3	0,9775	0,9641	0,9491	0,9235
0,4	0,9528	0,9261	0,8973	0,8504
0,5	0,9243	0,8842	0,8430	0,7793
0,6	0,8900	0,8371	0,7854	0,7100
0,7	0,8477	0,7837	0,7247	0,6431
0,8	0,7957	0,7245	0,6622	0,5797
0,9	0,7339	0,6612	0,5998	0,5208
1,0	0,6656	0,5970	0,5399	0,4671
1,1	0,5960	0,5352	0,4842	0,4189
1,2	0,5300	0,4781	0,4338	0,3762
1,3	0,4703	0,4269	0,3888	0,3385
1,4	0,4179	0,3817	0,3492	0,3055
1,5	0,3724	0,3422	0,3145	0,2766
1,6	0,3332	0,3079	0,2842	0,2512
1,7	0,2994	0,2781	0,2577	0,2289
1,8	0,2702	0,2521	0,2345	0,2093
1,9	0,2449	0,2294	0,2141	0,1920
2,0	0,2229	0,2095	0,1962	0,1766
2,1	0,2036	0,1920	0,1803	0,1630
2,2	0,1867	0,1765	0,1662	0,1508
2,3	0,1717	0,1628	0,1537	0,1399
2,4	0,1585	0,1506	0,1425	0,1302
2,5	0,1467	0,1397	0,1325	0,1214
2,6	0,1362	0,1299	0,1234	0,1134
2,7	0,1267	0,1211	0,1153	0,1062
2,8	0,1182	0,1132	0,1079	0,0997
2,9	0,1105	0,1060	0,1012	0,0937
3,0	0,1036	0,0994	0,0951	0,0882

**Figure 18. Courbes d'imperfections des profils selon le C.C.M.97.**

F26 : Longueurs de flambement des poteaux de bâtimentsTableau 22. Rigidité effective K_{ii} d'une poutre.

Condition de maintien en rotation à l'extrémité opposée de la poutre	Rigidité effective de la poutre (à condition qu'elle reste élastique)
Encastrée	$1,0 \cdot I / L$
Articulée	$0,75 \cdot I / L$
Rotation égale à celle de l'extrémité adjacente (double courbure)	$1,5 \cdot I / L$
Rotation égale et opposée à celle de l'extrémité adjacente (simple courbure)	$0,5 \cdot I / L$
Cas général : Rotation θ_a de l'extrémité adjacente et θ_b de l'extrémité opposée.	$\left(1 + 0,5 \frac{\theta_b}{\theta_a}\right) \cdot I / L$

1- Les facteurs de distribution de rigidité :

η_1 et η_2 sont calculés comme suit ;

$$\text{Le nœud 1 : } \eta_1 = \frac{K_C + K_{C1}}{K_C + K_{C1} + K_{11} + K_{12}}$$

$$\text{Le nœud 2 : } \eta_2 = \frac{K_C + K_{C2}}{K_C + K_{C2} + K_{21} + K_{22}}$$

$\eta = 0$: pour un encastrement.

$\eta = 1$: pour une articulation.

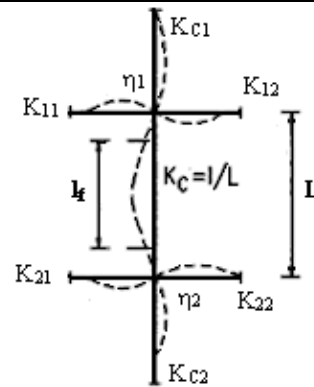


Figure 19. Rigidités effectives et facteurs de distribution.

2- Longueur de flambement d'un poteau dans un mode à nœuds fixes :

$$\frac{l_f}{L} = \frac{1 + 0,145(\eta_1 + \eta_2) - 0,265 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2}{2 - 0,364(\eta_1 + \eta_2) - 0,247 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2}$$

Ou :
$$\frac{l_f}{L} = 0,5 + 0,14(\eta_1 + \eta_2) + 0,055(\eta_1 + \eta_2)^2$$

3- Longueur de flambement d'un poteau dans un mode à nœuds déplaçables :

$$\frac{l_f}{L} = \sqrt{\frac{1 - 0,2(\eta_1 + \eta_2) - 0,12 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2}{1 - 0,8(\eta_1 + \eta_2) + 0,6 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2}}$$

4- Détermination du mode de déplacement d'une structure :

- Une structure est dite à nœuds fixes si elle est rigide ou contreventée (noyau central, ...).
- Une structure est rigide pour un chargement vertical total V , si le rapport :

$$\alpha_{cr} = \frac{V_{cr}}{V} \geq 10 \quad \text{avec} \quad V_{cr} : \text{est la valeur critique de la charge verticale.}$$

$$V_{cr} = \Sigma N_{cr} = \pi^2 \cdot E \cdot \Sigma \frac{I}{l_f^2} :$$

ΣN_{cr} : la somme des efforts critiques des poteaux d'un niveau donné.

ΣN_{cr} : sont calculés pour un mode d'instabilité à nœuds déplaçables.

- Dans le cas contraire, elle est considérée comme une structure à nœuds déplaçables.

F27 : Poteau composé en treillis

Dans un poteau composé de deux plans de treillis,

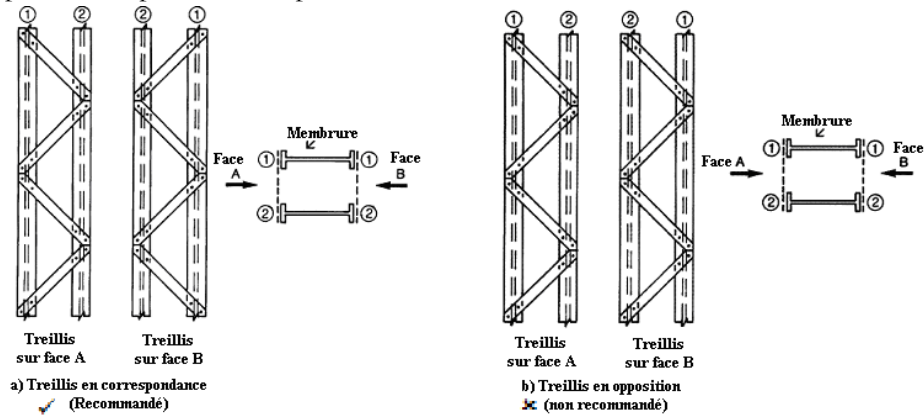


Figure 20. Treillis en V sur les faces opposées des membrures.

- Le moment d'inertie de flexion efficace I_{eff} d'un poteau : $I_{eff} = 0,5 \cdot h_0^2 \cdot A_f$

A_f : La section transversale d'une membrure comprimée.

h_0 : La distance entre les centres de gravité des membrures.

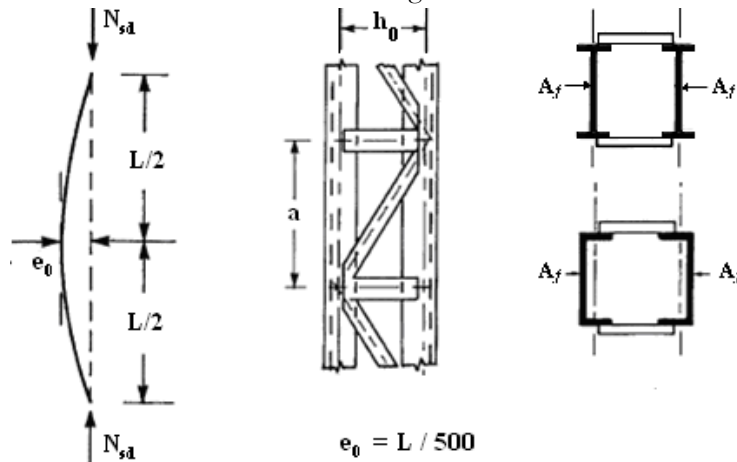


Figure 21. Définition des grandeurs A_f et h_0 (cas de treillis).

- L'effort axial dans chaque membrure est déterminé par : $N_{f, Sd} = \frac{N_{Sd}}{2} + \frac{M_s}{h_0}$

Dans le cas de présence d'un moment extérieur M_{Sd} celui-ci s'ajoutera à M_s .

Où :
$$M_s = \frac{N_{Sd} \cdot e_0}{\left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_{cr}} - \frac{N_{Sd}}{S_v}\right)}$$
 et
$$e_0 = \frac{L}{500} ; N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{eff}}{L^2}$$

S_v : résistance au cisaillement du treillis [Tableau 23].

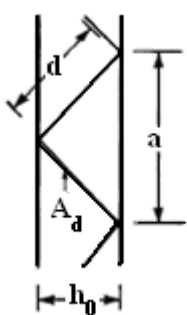
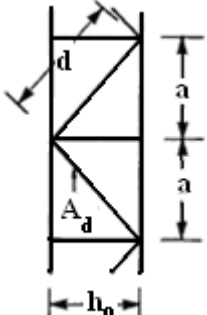
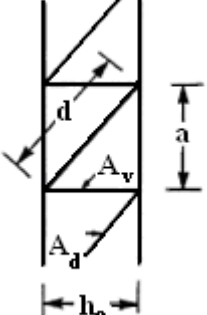
- La longueur de flambement l_f est prise égale à ; $l_f = a$.

- Effort tranchant dans les composants du treillis :
$$V_s = \frac{\pi \cdot M_s}{L}$$

- Effort normal dans une diagonale du treillis :
$$N_d = \frac{V_s \cdot d}{n \cdot h_0}$$

d, n, h_0 : voir [Tableau 23].

Tableau 23. Résistance au cisaillement des treillis de barres composées.

Système			
Sv	$\frac{n \cdot E \cdot A_d \cdot a \cdot h_0^2}{2 \cdot d^3}$	$\frac{n \cdot E \cdot A_d \cdot a \cdot h_0^2}{d^3}$	$\frac{n \cdot E \cdot A_d \cdot a \cdot h_0^2}{d^3 \left(1 + \frac{A_d \cdot h_0^3}{A_v \cdot d^3} \right)}$
<p>n : Le nombre de plans de treillis. Ad et Av : sont données pour un seul plan.</p>			

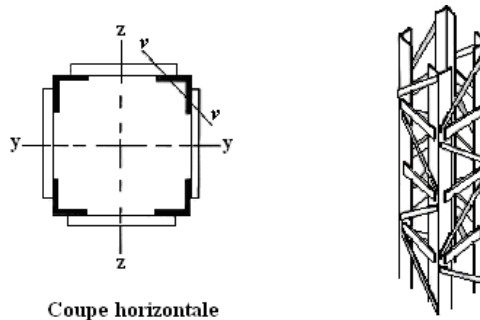
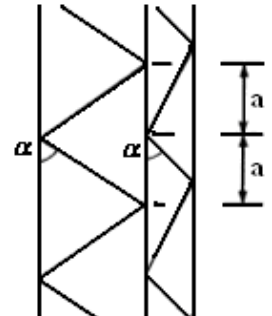
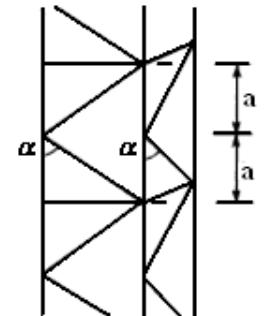
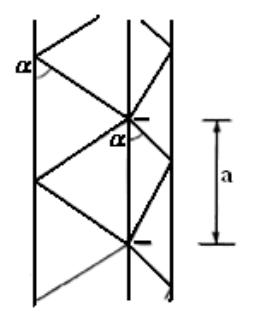


Figure 22. Poteau composé à quatre plans de treillis.

Les longueurs de flambement des poteaux composés de treillis sur quatre cotés sont données comme suit :

Tableau 24. Longueurs de flambement des membrures en cornières d'un élément composé de treillis sur quatre cotés.

Système			
If	1,52 . a	1,28 . a	a

Les poteaux composés de cornières avec quatre plans de treillis ou de traverses de liaison sont également vérifiés suivant l'axe de faible inertie (v - v) [Figure 22.] avec la longueur de flambement $I_f = L$ et sans influence des liaisons.

F28 : Poteau composé en traverses de liaisons (barrettes)

- Le moment d'inertie de flexion efficace : $I_{eff} = 0,5 \cdot h_0^2 \cdot A_f + 2 \cdot \mu \cdot I_f$

Où : A_f : La section transversale d'une membrure comprimée.
 h_0 : La distance entre les centres de gravité des membrures.
 I_f : Le moment d'inertie d'une membrure.
 i_0 : Le rayon de giration des deux membrures.

Tableau 25. Facteur d'efficacité μ

Critère	$\lambda \leq 75$	$75 < \lambda < 150$	$\lambda \geq 150$
Facteur d'efficacité μ	1,0	$\mu = 2 - \frac{\lambda}{75}$	0

Avec : $\lambda = \frac{L}{i_0}$ et $i_0 = \sqrt{\frac{I_1}{2 \cdot A_f}}$ où I_1 : est la valeur de I_{eff} pour $\mu = 1$.

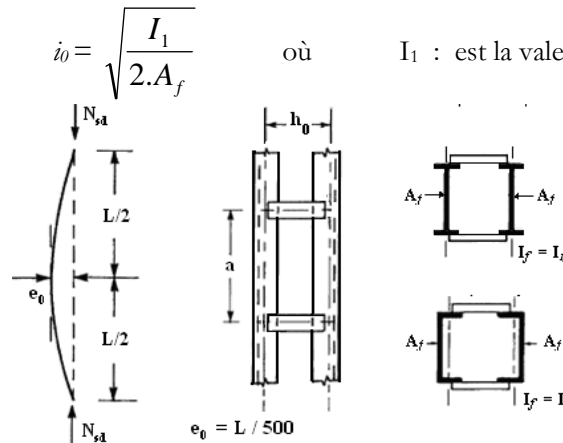


Figure 23. Définition des grandeurs A_f et h_0 (cas de barrettes).

- L'effort axial dans chaque membrure est déterminé par : $N_{f, Sd} = \frac{N_{Sd}}{2} + \frac{M_s \cdot h_0 \cdot A_f}{2 \cdot I_{eff}}$

Si l'élément est soumis à la flexion composée, le moment extérieur M_{Sd} s'ajoutera à M_s .

Où : $M_s = \frac{N_{Sd} \cdot e_0}{\left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_{cr}} - \frac{N_{Sd}}{S_v}\right)}$; $e_0 = \frac{L}{500}$ et $N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{eff}}{L^2}$

Tableau 26. Résistance au cisaillement des traverses de liaisons.

Critère	$n \cdot \frac{I_b}{h_0} < 10 \cdot \frac{I_f}{a}$	$n \cdot \frac{I_b}{h_0} \geq 10 \cdot \frac{I_f}{a}$
S_v	$\frac{24 \cdot E \cdot I_f}{a^2 \left(1 + \frac{2 \cdot I_f \cdot h_0}{n \cdot I_b \cdot a}\right)} \leq \frac{2 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I_f}{a^2}$	$\frac{2 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I_f}{a^2}$
n : Le nombre de plans de traverses ; I_f et a : Voir [Figure 23]. I_b : Moment d'inertie de flexion d'une traverse dans son plan.		

- Efforts tranchants dus aux traverses : $V_s = \frac{\pi \cdot M_s}{L}$.

F29 : Poteau composé en membrures faiblement espacées

Les poteaux composés de membrures qui sont en contact ou faiblement espacées sont considérés comme des éléments pleins (longueur de flambement de l'élément avec la section totale des membrures) si la distance « a » entre les centres de deux fourrures de liaisons voisines [Figure 25.] est inférieure à l'espacement maximal cité dans le tableau suivant [Tableau 27.]; (Sans ça, ces poteaux sont calculés comme des éléments composés à barrettes)

Tableau 27. Espacement maximal des éléments de liaison des membrures faiblement espacées.

Type de l'élément composé	Espacement maximal des éléments de liaison
Membrures selon la Figure 24 et liaisonnées par boulons ou cordons de soudure.	$15 i_{min}$
Membrures selon la Figure 25 et liaisonnées par paires de barrettes.	$70 i_{min}$

i_{min} : est le rayon de giration minimal d'une membrure ou cornière.

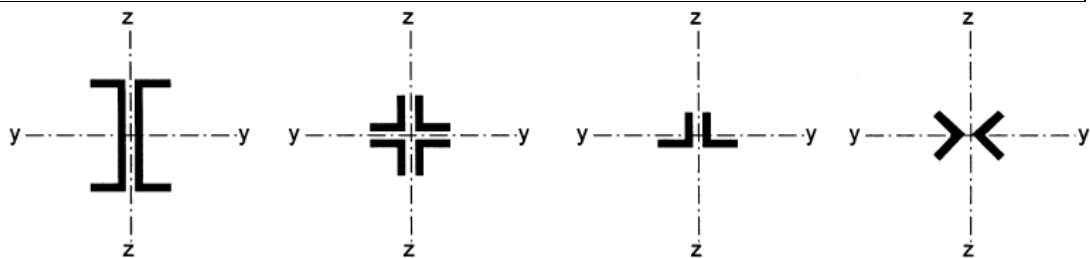


Figure 24. Barres composées à membrures faiblement espacées.

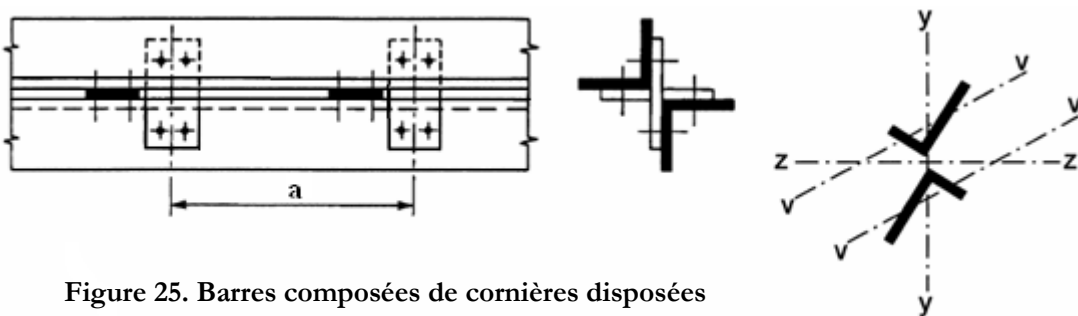


Figure 25. Barres composées de cornières disposées en croix liaisonnées par paires de barrettes en croix.

Le boulonnage ou la soudure des liaisons est calculé à partir du cisaillement longitudinal transmis entre les membrures dont la valeur peut être prise égale à 2,5% de l'effort axial dans l'élément composé ($V_s = 2,5\% \cdot N_{sd}$).

L'effort tranchant dans les fourrures de liaisons est pris égal à ;
$$\frac{0,25 \cdot V_s \cdot a}{i_{min}}$$

- Dans le cas des cornières à ailes inégales [Figure 25.], on peut supposer que :

$$i_y = i_0 / 1,15 \quad (i_0 \text{ est le rayon de giration minimal de l'élément composé})$$

F30 : Le déversement

L'élançement réduit est le rapport de l'élançement géométrique sur l'élançement élastique :

$$\bar{\lambda}_{LT} = \frac{\lambda_{LT}}{\lambda_1} \cdot \sqrt{\beta_w} = \sqrt{\frac{\beta_w \cdot W_{pl,y} \cdot f_y}{M_{cr}}} \quad (\text{Si on utilise } \lambda_{LT} : \text{ Voir F33})$$

Le risque de déversement est à considérer si : $\bar{\lambda}_{LT} > 0,4$:

Dans ce cas on doit vérifier : $M_{Sd} \leq M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \beta_w \cdot W_{pl,y} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$

$\beta_w = 1$: pour les sections transversales de classe 1, 2.

$\beta_w = \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}$: pour les sections transversales de classe 3.

$\beta_w = \frac{W_{eff,y}}{W_{pl,y}}$: pour les sections transversales de classe 4.

χ_{LT} : le coefficient réducteur de déversement (Il peut être déduit du tableau 21.).

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq 1.$$

Avec : $\phi_{LT} = 0,5 [1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2]$

α_{LT} : facteur d'imperfection.

Et $\alpha_{LT} = 0,21$ pour les profils laminés \Leftrightarrow Courbe de flambement **a**.

$\alpha_{LT} = 0,49$ pour les profils soudés \Leftrightarrow Courbe de flambement **c**.

➤ **Le moment critique élastique du déversement** : Pour une section transversale constante :

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{(k \cdot L)^2} \left\{ \sqrt{\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \cdot \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k \cdot L)^2 \cdot G \cdot I_t}{\pi^2 \cdot E \cdot I_z} + (C_2 \cdot z_g - C_3 \cdot z_j)^2} - (C_2 \cdot z_g - C_3 \cdot z_j) \right\} \text{ [N.m]}$$

C₁, **C₂** et **C₃** : facteurs dépendant des conditions de charge et d'encastrement [Tableau 28.] et [Tableau 29.].

k : pour un encastrement vis-à-vis la rotation (maintien latéral) aux 2 cotés **k = 0,5** ;

pour des appuis simples **k = 1** ; pour un coté encastré (à la rotation) et l'autre appuyé **k = 0,7**.

k_w : pour un encastrement vis-à-vis le gauchissement **k_w = 0,5** ; pour des appuis simples **k_w = 1** ;

pour un coté encastré et l'autre appuyé (vis-à-vis le gauchissement) **k_w = 0,7**.

G : module d'élasticité transversal $G = \frac{E}{2(1+\nu)} = 80\,770 \text{ N/mm}^2$; **E** = 210 000 N/mm².

z_g = z_a - z_s avec **z_a** : Coordonnée du point d'application de la charge [cm].

z_s : Coordonnée du centre de cisaillement [cm].

$$z_j = z_s - \frac{\int z \cdot (y^2 + z^2) \cdot dA}{2 \cdot I_y} \Rightarrow \text{pour les sections doublement symétriques } z_j = 0 \text{ [cm].}$$

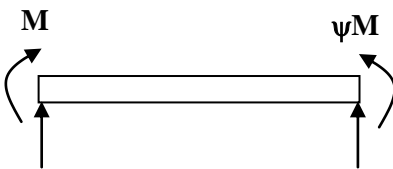

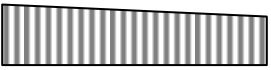
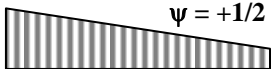
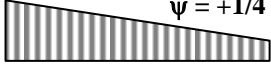
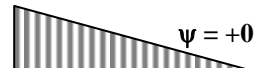
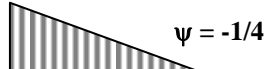



L : la longueur de déversement [cm].

I_w : module de gauchissement [cm⁶]. Et **I_t** : module d'inertie de torsion [cm⁴].


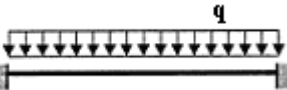
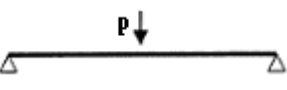
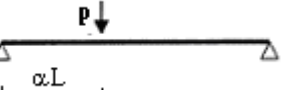
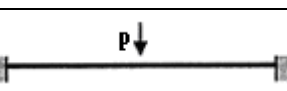
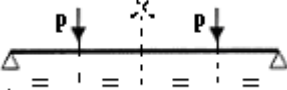
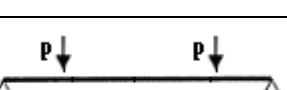
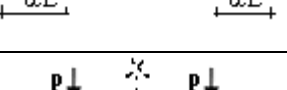
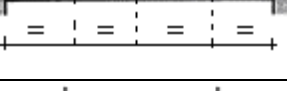

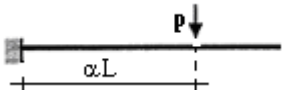
I_z : module d'inertie le plus faible de la section [cm⁴].



F31 : Facteurs C_1 , C_2 et C_3 cas des moments d'extrémitésTableau 28. Coefficients C_1 , C_2 et C_3 dans le cas de moments d'extrémités.

Chargement et conditions d'appuis	Diagramme de moment de flexion	k	Coefficients		
			C_1	C_2	C_3
 <p>Pour les cas où $k = 1,0$:</p> <p>C_1 peut être donné par :</p> $C_1 = 1,88 - 1,40 \cdot \psi^2$	$\psi = +1$ 	1,0 0,7 0,5	1,000 1,000 1,000	-	1,000 1,113 1,144
	$\psi = +3/4$ 	1,0 0,7 0,5	1,141 1,270 1,305	-	0,998 1,565 2,283
	$\psi = +1/2$ 	1,0 0,7 0,5	1,323 1,473 1,514	-	0,992 1,556 2,271
	$\psi = +1/4$ 	1,0 0,7 0,5	1,563 1,739 1,788	-	0,977 1,531 2,235
	$\psi = +0$ 	1,0 0,7 0,5	1,879 2,092 2,150	-	0,939 1,473 2,150
	$\psi = -1/4$ 	1,0 0,7 0,5	2,281 2,538 2,609	-	0,855 1,340 1,957
	$\psi = -1/2$ 	1,0 0,7 0,5	2,704 3,009 3,093	-	0,676 1,059 1,546
	$\psi = -3/4$ 	1,0 0,7 0,5	2,927 3,258 3,348	-	0,366 0,575 0,837
	$\psi = -1$ 	1,0 0,7 0,5	2,752 3,063 3,149	-	0,000 0,000 0,000

F32 : Facteurs C_1 , C_2 et C_3 cas de chargements transversales.Tableau 29. Coefficients C_1 , C_2 et C_3 dans le cas de chargements transversales.

Chargement et conditions d'appuis	k	Coefficients		
		C_1	C_2	C_3
	1,0	1,132	0,459	0,525
	0,5	0,972	0,304	0,980
	1,0	1,285	1,562	0,753
	0,5	0,712	0,652	1,070
	1,0	1,365	0,553	1,730
	0,5	1,070	0,432	3,050
	1,0	$1,36 + 2.(\alpha-0,5)^2$	$\alpha(1,72 - 1,81.\alpha)C_1$	1,730
	0,5	$1,07 + 2,56.(\alpha-0,5)^2$	$\alpha(1,76 - 1,9.\alpha)C_1$	3,050
	1,0	1,565	1,267	2,640
	0,5	0,938	0,715	4,800
	1,0	1,046	0,430	1,120
	0,5	1,010	0,410	1,890
	1,0	$1 + 2,92.\alpha^3$	$\alpha(2,44 - 3,24.\alpha)C_1$	1,120
	0,5	$1 + (1,06-\alpha).\alpha^3$	$2\alpha^2(1,3 - \alpha)C_1$	1,890
	1,0	1,385	0,877	-
	0,5	0,992	0,411	-
	1,0	$1 + \alpha(1,68 - 2,24 \alpha^2)$	$\alpha(3,44 - 3,62.\alpha)C_1$	-
	0,5	$1 - 0,48.\alpha^3$	$14,4.\alpha^2.(0,71 - \alpha)C_1$	-
	2	2,05	0,83	-
	2	$\frac{1,28}{\alpha}$	0,43	-

F33 : Elancements réduits de déversement $\bar{\lambda}_{LT}$ pour des poutres à section constante et doublement symétrique

- **Pour une section courante doublement symétrique en I ou en H (sans retombés) :**

$$a_{LT} = \left[\frac{I_w}{I_t} \right]^{0,5} \quad \text{et} \quad I_w = \frac{I_z \cdot h_s^2}{4} \quad \text{où,} \quad h_s = h - t_f$$

$$i_{LT} = \left[\frac{I_z \cdot I_w}{W_{pl,y}^2} \right]^{0,25} \quad \text{Ou approximativement par ;} \quad i_{LT} = \left[\frac{I_z}{A - 0,5 \cdot t_w \cdot h_s} \right]^{0,5}$$

- **Dans le cas général ;** $k \leq 1$ et $k_w \leq 1,0$ et $z_g \geq 0$ ou $z_g \leq 0$:

$$\lambda_{LT} = \frac{k \cdot L \left[\frac{W_{pl,y}^2}{I_z \cdot I_w} \right]^{0,25}}{(c_1)^{0,5} \left\{ \left[\frac{k}{k_w} \right]^2 + \frac{(k \cdot L)^2 \cdot G \cdot I_t}{\pi^2 \cdot E \cdot I_w} + (c_2 \cdot z_g)^2 \cdot \frac{I_z}{I_w} \right\}^{0,5} - c_2 \cdot z_g \cdot \left[\frac{I_z}{I_w} \right]^{0,5}}$$

Alternativement, on peut utiliser ;

$$\lambda_{LT} = \frac{k \cdot L / i_{LT}}{(c_1)^{0,5} \left\{ \left[\frac{k}{k_w} \right]^2 + \frac{(k \cdot L / a_{LT})^2}{25,66} + \left[\frac{2 \cdot c_2 \cdot z_g}{h_s} \right]^2 \right\}^{0,5} - \frac{2 \cdot c_2 \cdot z_g}{h_s}}$$

- Pour les sections courantes en I ou en H à semelles égales ;

$$\lambda_{LT} = \frac{k \cdot L / i_z}{(c_1)^{0,5} \left\{ \left[\frac{k}{k_w} \right]^2 + \frac{1}{20} \cdot \left[\frac{k \cdot L / i_z}{h / t_f} \right]^2 + \left[\frac{2 \cdot c_2 \cdot z_g}{h_s} \right]^2 \right\}^{0,5} - \frac{2 \cdot c_2 \cdot z_g}{h_s}}$$

- i_z : le rayon de giration de l'axe z.
- Si aucune mesure spéciale n'ait été prévue pour assurer l'encastrement vis-à-vis le gauchissement, il convient de prendre $k_w = 1,0$.
- Si $z_g = 0$ (Soit moment d'extrémité ou charges transversales appliquées au centre de cisaillement), les valeurs de $c_2 \cdot z_g$ et celles accompagnantes s'annulent dans les équations précédentes.
- S'il n'y a pas d'encastrement au déversement aux extrémités $k = k_w = 1,0$, ces dernières sont directement substituées dans les équations précédentes. Ainsi ; $\left[\frac{k}{k_w} \right]^2 = 1$ et $k \cdot L$ devient L .

F34 : Vérification des éléments fléchis et comprimés

Les éléments comprimés et fléchis en même temps doivent être vérifiés au flambement combiné si :

$$\bar{\lambda}_{\max} > 0,2 \quad \text{et} \quad \frac{N_{Sd}}{\chi_{\min} \cdot \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M1}}} > 0,1$$

$$\text{Avec : } \bar{\lambda}_{\max} = \text{Max}(\bar{\lambda}_y ; \bar{\lambda}_z) \quad ; \quad \chi_{\min} = \text{Min}(\chi_y ; \chi_z)$$

1- Pour les sections de classe 1 et 2 :

$$\left[\frac{N_{Sd}}{\chi_{\min} \cdot \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M1}}} \right] + \left[\frac{k_y \cdot M_{y,Sd}}{W_{pl,y} \cdot f_y \cdot \gamma_{M1}} \right] + \left[\frac{k_z \cdot M_{z,Sd}}{W_{pl,z} \cdot f_y \cdot \gamma_{M1}} \right] \leq 1$$

$$k_y = 1 - \left(\frac{\mu_y}{\chi_y} \cdot \frac{N_{Sd}}{A \cdot f_y} \right) \quad \text{avec } k_y \leq 1,5$$

$$\mu_y = \bar{\lambda}_y \cdot (2 \cdot \beta_{My} - 4) + \left(\frac{W_{pl,y} - W_{el,y}}{W_{el,y}} \right) \quad \text{avec } \mu_y \leq 0,9.$$

Pour calculer k_z et μ_z il suffit de substituer $\bar{\lambda}_z$; β_{Mz} ; $W_{pl,z}$; $W_{el,z}$ dans les équations précédentes.
 β_{My} ; β_{Mz} : Tableau 30.

Si $\bar{\lambda}_{LT} > 0,4$; il faut également vérifier le déversement combiné :

$$\left[\frac{N_{Sd}}{\chi_z \cdot \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M1}}} \right] + \left[\frac{k_{LT} \cdot M_{y,Sd}}{\chi_{LT} \cdot \frac{W_{pl,y} \cdot f_y}{\gamma_{M1}}} \right] + \left[\frac{k_z \cdot M_{z,Sd}}{W_{pl,z} \cdot f_y \cdot \gamma_{M1}} \right] \leq 1$$

$$\text{Avec : } k_{LT} = 1 - \left(\frac{\mu_{LT}}{\chi_z} \cdot \frac{N_{Sd}}{A \cdot f_y} \right) \quad \text{avec } k_{LT} \leq 1$$

$$\mu_{LT} = 0,15 \cdot \bar{\lambda}_z \cdot \beta_{MLT} - 0,15 \quad \text{avec } \mu_{LT} \leq 0,9. \quad \text{et } \beta_{MLT} : \text{tirée du Tableau 30.}$$

2- Pour les sections de classe 3 : Remplacer $W_{pl,y}$ par $W_{el,y}$ et $W_{pl,z}$ par $W_{el,z}$ dans les équations des sections de classe 1 et 2.

Il faut aussi leur vérifier le déversement combiné avec les mêmes substitutions si $\bar{\lambda}_{LT} > 0,4$.

3- Pour les sections de classe 4 : Remplacer A par A_{eff} ; $W_{pl,y}$ par $W_{eff,y}$ et $W_{pl,z}$ par $W_{eff,z}$ dans les équations des sections de classe 1 et 2.

Il faut aussi leur vérifier le déversement combiné si $\bar{\lambda}_{LT} > 0,4$

F35 : Facteurs de moment uniforme équivalent β_M

Tableau 30. Facteurs de moment uniforme équivalent β_M .

Diagramme de moment	Facteur de moment uniforme équivalent β_M
<p style="text-align: center;">$-1 \leq \psi \leq 1$</p>	<p>Diagramme du moment dû aux moments d'extrémités</p> <p style="text-align: right;">$\beta_{M,\psi} = 1,8 - 0,7.\psi$</p>
<p style="text-align: center;">M_Q</p>	<p>Diagramme du moment dû à une charge transversale unif répartie</p> <p style="text-align: right;">$\beta_{M,Q} = 1,3$</p>
<p style="text-align: center;">M_Q</p>	<p>Diagramme du moment dû à une charge transversale concentrée</p> <p style="text-align: right;">$\beta_{M,Q} = 1,4$</p>
Moments dus à des charges transversales plus des moments d'extrémités.	
	$\beta_M = \beta_{M,\psi} + \frac{M_Q}{\Delta M} (\beta_{M,Q} - \beta_{M,\psi})$ <p>M_Q = la valeur maximale du moment fléchissant dû aux charges transversales seulement. Elle est prise en valeur absolue.</p> <p>ΔM : Suivant le signe du rapport des moments, il prend une des valeurs suivantes :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Si : $\frac{M}{\max M} > 0$ et $\frac{\psi M}{\max M} > 0$: $\Delta M = \max M$ (En valeur absolue) - Si : $\frac{M}{\max M} < 0$ et $\frac{\psi M}{\max M} > 0$: $\Delta M = \max M + M$ (En valeurs absolues) - Si : $\frac{M}{\max M} > 0$ et $\frac{\psi M}{\max M} < 0$: $\Delta M = \max M + \psi M$ (En valeurs absolues) - Si : $\frac{M}{\max M} < 0$ et $\frac{\psi M}{\max M} < 0$: $\Delta M = \max M + M$ (En valeurs absolues)

F36 : Voilement par cisaillement - La méthode post-critique simple

Une âme d'un élément doit faire l'objet d'une vérification du voilement si :

$$\frac{d}{t_w} > 69 \cdot \epsilon \quad \text{pour des âmes sans raidisseurs (sauf ceux des appuis).}$$

$$\frac{d}{t_w} > 30 \cdot \epsilon \cdot \sqrt{k_\tau} \quad \text{pour des âmes comportant des raidisseurs transversaux intermédiaires.}$$

a- Vérification au cisaillement pur : $(V_{sd} \neq 0, M_{sd} = 0 \text{ et } N_{sd} = 0)$
 $V_{sd} \leq V_{ba,Rd}$

-L'effort résistant au voilement par cisaillement s'écrit : $V_{ba,Rd} = \frac{d \cdot t_w \cdot \tau_{ba}}{\gamma_{M1}}$

-La résistance au cisaillement τ_{ba} est calculée suivant l'élançement réduit de l'âme :

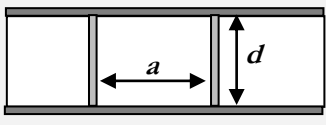
Tableau 31. Valeur de τ_{ba} en fonction de $\bar{\lambda}_w$.

$\bar{\lambda}_w$	$\bar{\lambda}_w \leq 0,8$	$0,8 < \bar{\lambda}_w < 1,2$	$\bar{\lambda}_w \geq 1,2$
τ_{ba}	$\frac{f_{yw}}{\sqrt{3}}$	$[1 - 0,625(\bar{\lambda}_w - 0,8)] \cdot \frac{f_{yw}}{\sqrt{3}}$	$\frac{0,9}{\bar{\lambda}_w} \cdot \frac{f_{yw}}{\sqrt{3}}$

-L'élançement réduit de l'âme $\bar{\lambda}_w$ est calculé par : $\bar{\lambda}_w = \frac{d}{37,4 \cdot \epsilon \cdot \sqrt{k_\tau}}$

- Le coefficient de voilement par cisaillement k_τ :

Tableau 32. Valeur de k_τ en fonction du rapport $\frac{a}{d}$.

		Valeur de k_τ
Sans Raidisseurs transversaux intermédiaires		$k_\tau = 5,34$
Avec Raidisseurs transversaux intermédiaires 	$\frac{a}{d} < 1$	$k_\tau = 4 + \frac{5,34}{\left(\frac{a}{d}\right)^2}$
	$\frac{a}{d} \geq 1$	$k_\tau = 5,34 + \frac{4}{\left(\frac{a}{d}\right)^2}$

b- Interaction si $M_{sd} \neq 0, V_{sd} \neq 0 \text{ et } N_{sd} \neq 0$: $M_{sd} \leq M_{f,Rd}$ et $V_{sd} \leq V_{ba,Rd}$

$M_{f,Rd}$: Le moment résistant plastique constitué des semelles seules, s'il y'a un effort axial N_{sd} alors

$$\Rightarrow M_{f,Rd} = M_{f,Rd}^0 \cdot \left(1 - \frac{N_{sd}}{N_{Rd}}\right) \quad \text{avec} \quad N_{Rd} = A \cdot f_y \text{ est l'effort résistant plastique.}$$

$M_{f,Rd}^0$: Le moment résistant plastique constitué des semelles seules.

Si $M_{sd} > M_{f,Rd}$ alors, il faut vérifier si ; $V_{sd} > 0,5 \cdot V_{ba,Rd}$:

Dans ce cas, il s'assurer que : $M_{sd} \leq M_{v,Rd} = M_{f,Rd} + (M_{pl,Rd} - M_{f,Rd}) \cdot \left(1 - \left(\frac{2V_{sd}}{V_{ba,Rd}} - 1\right)^2\right)$

F37 : Voilement par cisaillement - La méthode du champ diagonal de traction**a- Vérification au cisaillement pur : ($V_{Sd} \neq 0$, $M_{Sd} = 0$ et $N_{Sd} = 0$)**

Au cisaillement pur (effort tranchant seul), il faut vérifier : $V_{Sd} \leq V_{bb,Rd}$

- L'effort résistant au voilement par cisaillement :
$$V_{bb,Rd} = \frac{d \cdot t_w \cdot \tau_{bb} + 0,9 g t_w \sigma_{bb} \sin \phi}{\gamma_{M1}}$$

- La résistance au cisaillement τ_{bb} est calculée suivant l'élançement réduit de l'âme :

Tableau 33. Valeur de τ_{bb} en fonction de $\bar{\lambda}_w$.

$\bar{\lambda}_w$	$\bar{\lambda}_w \leq 0,8$	$0,8 < \bar{\lambda}_w < 1,25$	$\bar{\lambda}_w \geq 1,25$
τ_{bb}	$\frac{f_{yw}}{\sqrt{3}}$	$[1 - 0,8(\bar{\lambda}_w - 0,8)] \cdot \frac{f_{yw}}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\bar{\lambda}_w^2} \cdot \frac{f_{yw}}{\sqrt{3}}$

- ϕ : L'inclinaison du champ diagonal de traction : $\frac{\theta}{2} \leq \phi \leq \theta$. Avec $\theta = \arctan\left(\frac{d}{a}\right)$

- g : La largeur du champ diagonal ; $g = d \cos \phi - (a - s_c - s_t) \sin \phi$

- La résistance du champ diagonal de traction :
$$\sigma_{bb} = \sqrt{f_{yw}^2 - 3 \cdot \tau_{bb}^2 + \psi^2} - \psi$$

Avec :
$$\psi = 1,5 \cdot \tau_{bb} \cdot \sin 2\phi$$

- s_c ; s_t : Les longueurs d'ancrage dans la semelle comprimée et la semelle tendue du champ diagonal de traction suivant son inclinaison ;

$$s_i = \frac{2}{\sin \phi} \cdot \sqrt{\frac{M_{N,Rk}}{t_w \cdot \sigma_{bb}}} \quad i = (\text{compression ; traction}) \quad \text{avec : } 0 \leq s \leq a.$$

- $M_{N,Rk}$: Le moment résistant plastique réduit de la semelle considérée :

$$M_{N,Rk} = 0,25 \cdot b \cdot t_f^2 \cdot f_{yf} \cdot \left(1 - \left(\frac{\frac{N_{f,Sd}}{b t_f \cdot f_{yf}}}{\gamma_{M0}} \right)^2 \right)$$

- $N_{f,Sd}$; l'effort repris par chacune des semelles ;
$$N_{f,Sd} = \frac{M_{Sd}}{h - t_f} \pm \frac{N_{Sd}}{2}$$

b- Interaction si $M_{Sd} \neq 0$, $V_{Sd} \neq 0$ et $N_{Sd} \neq 0$: $M_{Sd} \leq M_{f,Rd}$ et $V_{Sd} \leq V_{bw,Rd}$

$M_{f,Rd}$: Le moment résistant plastique constitué des semelles seules.

$$V_{bw,Rd} = V_{bb,Rd} (s_c = 0, s_t = 0, \phi = \frac{\theta}{2})$$

Si $M_{Sd} > M_{f,Rd}$ alors, il faut vérifier si ;

$V_{Sd} \leq 0,5 \cdot V_{bw,Rd}$: il n'est pas nécessaire de réduire la résistance de la section.

$V_{Sd} > 0,5 \cdot V_{bw,Rd}$: il y'a lieu de réduire la résistance plastique de la section.

$$M_{Sd} \leq M_{f,Rd} + (M_{pl,Rd} - M_{f,Rd}) \cdot \left(1 - \left(\frac{2V_{Sd}}{V_{bw,Rd}} - 1 \right)^2 \right)$$

Par contre si : $V_{Sd} > V_{bw,Rd} \Rightarrow V_{Sd} \leq V_{bb,Rd} (M_{Sd}, N_{Sd}, \phi > \frac{\theta}{2} \Rightarrow s_c \neq 0 \text{ et } s_t \neq 0)$

F38 : Résistance des âmes aux charges transversales

Dans cette vérification il faut s'assurer que la résistance de l'âme sous les modes de ruines engendrés par la charge transversale est suffisante pour reprendre cette dernière.

Tableau 34. Type de la charge transversale et ses vérifications.

Type de charge	Modes de ruine	Vérifications
Charge reprise par cisaillement	Mode 1 et Mode 2	$R_{y,Rd}$ et $R_{a,Rd}$
Charge transmise directement à travers l'âme	Mode 1 et Mode 3	$R_{y,Rd}$ et $R_{b,Rd}$

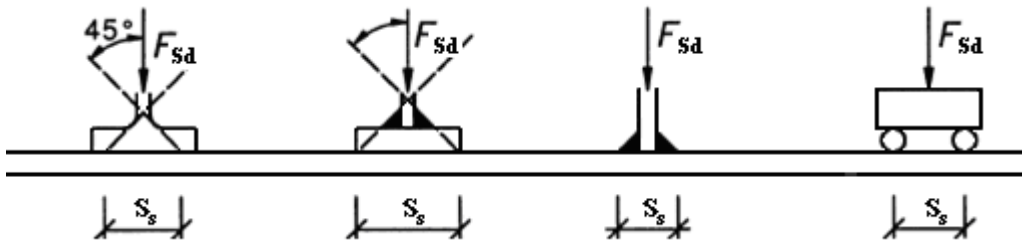
1- Mode de ruine 1 : Résistance à l'écrasement $R_{y,Rd}$:

$$R_{y,Rd} = (S_s + S_y) \frac{t_w \cdot f_{yw}}{\gamma_{M1}} \quad \text{avec : } S_y = 2 \cdot t_f \sqrt{\frac{b_f}{t_w} \times \frac{f_{yf}}{f_{yw}}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\gamma_{M0} \cdot \sigma_f}{f_{yf}} \right)^2}$$

S_s : la largeur définie [Figure 26].

b_f : la largeur de la semelle limitée à $\leq 25 \cdot t_f$.

σ_f : la contrainte longitudinale dans la semelle.

Figure 26. Longueur d'appui rigide S_s .**2- Mode de ruine 2 : Résistance à l'enfoncement local $R_{a,Rd}$:**

$$R_{a,Rd} = 0,5 \cdot t_w^2 \cdot \frac{\left(\sqrt{\frac{t_f}{t_w}} + 3 \cdot \frac{t_w}{t_f} \cdot \frac{S_s}{d} \right)}{\gamma_{M1}} \cdot \sqrt{E \cdot f_{yw}}$$

S_s : la largeur définie dans la figure [Figure 26], limitée ici à $\leq 0,2 \cdot d$.

Dans le point d'application de la charge transversale concentrée; si $M_{Sd} \neq 0$:

$$F_{Sd} \leq R_{a,Rd} \quad ; \quad M_{Sd} \leq M_{c,Rd}$$

$$\text{Et} \quad \left[\frac{M_{y,Sd}}{M_{c,Rd}} \right] + \left[\frac{F_{Sd}}{R_{a,Rd}} \right] \leq 1,5$$

3- Mode de ruine 3 : Résistance au voilement $R_{b,Rd}$:

Prendre une partie de l'âme sous la charge comme un élément virtuel de section ($b_{eff} \times t_w$) et d'une longueur de flambement $l_{fv} = \left(h - \left(\frac{t_{fs} + t_{fi}}{2} \right) \right)$ et l'étudier sous le flambement, en adoptant la courbe (c) et $\beta_A = 1$ [Voir : **F25**].

F39 : Vérification des âmes sous les contraintes transversales

1- Pour $M_{Sd} \neq 0$; $N_{Sd} \neq 0$; $V_{Sd} = 0$:

$$\left[\frac{\sigma_{x,Ed}}{f_{yd}} \right]^2 + \left[\frac{\sigma_{z,Ed}}{f_{yd}} \right]^2 - \left[\frac{\sigma_{x,Ed}}{f_{yd}} \right] \cdot \left[\frac{\sigma_{z,Ed}}{f_{yd}} \right] \leq 1 \quad \text{avec} \quad f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$\sigma_{x,Ed}$: la contrainte longitudinale du point considéré due au moment M_{Sd} et à l'effort axial N_{Sd} .

$\sigma_{z,Ed}$: la contrainte due à la charge transversale du point considéré. Pour une charge ponctuelle on la considère uniformément répartie sur une longueur égale à la plus petite des valeurs de la hauteur de l'âme « d » et de l'espacement entre raidisseurs transversaux « a ».

$\sigma_{x,Ed}$ et $\sigma_{z,Ed}$ sont prises en signe positif pour une compression et négatif pour une traction.

- Pour une section de classe 1 ou 2, l'expression précédente devient :

$$\left[\frac{\sigma_{xm,Ed}}{f_{yd}} \right]^2 + \left[\frac{\sigma_{z,Ed}}{f_{yd}} \right]^2 - k \cdot \left[\frac{\sigma_{xm,Ed}}{f_{yd}} \right] \cdot \left[\frac{\sigma_{z,Ed}}{f_{yd}} \right] \leq 1 - \beta_m$$

$$\text{Avec} \quad \beta_m = \frac{M_{w,Sd}}{M_{pl,w,Rd}} ; \quad M_{pl,w,Rd} = 0,25 \cdot t_w \cdot d^2 \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad \text{et} \quad M_{w,Sd} = \frac{M_{pl,w,Rd}}{M_{pl,Rd}} \cdot M_{Sd}$$

$M_{pl,Rd}$: le moment résistant plastique de la section transversale.

k : obtenu du tableau suivant

Tableau 35. Valeurs de k en fonction de $\left[\frac{\sigma_{xm,Ed}}{\sigma_{z,Ed}} \right]$.

	$\left[\frac{\sigma_{xm,Ed}}{\sigma_{z,Ed}} \right] \leq 0$	$\left[\frac{\sigma_{xm,Ed}}{\sigma_{z,Ed}} \right] > 0$	
		$\beta_m \leq 0,5$	$\beta_m > 0,5$
k	$1 - \beta_m$	$0,5 (1 + \beta_m)$	$1,5 (1 - \beta_m)$

2- Pour $M_{Sd} \neq 0$; $N_{Sd} \neq 0$; $V_{Sd} \neq 0$: Si $V_{Sd} > 0,5 \cdot V_{pl,Rd}$

Il faut réduire la limite d'élasticité comme suit : $\rho = \left(\frac{2 \cdot V_{Sd}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2$

$$\left[\frac{\sigma_{x,Ed}}{f_{yd}} \right]^2 + \left[\frac{\sigma_{z,Ed}}{f_{yd}} \right]^2 - \left[\frac{\sigma_{x,Ed}}{f_{yd}} \right] \cdot \left[\frac{\sigma_{z,Ed}}{f_{yd}} \right] \leq 1 - \rho$$

- Pour une distribution plastique (Section de classe 1 ou 2):

$$\left[\frac{\sigma_{xm,Ed}}{f_{yd}} \right]^2 + \left[\frac{\sigma_{z,Ed}}{f_{yd}} \right]^2 - k \cdot \left[\frac{\sigma_{xm,Ed}}{f_{yd}} \right] \cdot \left[\frac{\sigma_{z,Ed}}{f_{yd}} \right] \leq 1 - \beta_m - \rho$$

- Sinon pour $V_{Sd} \leq 0,5 \cdot V_{pl,Rd}$, on prend $\rho = 0$ (absence de l'effort tranchant).

F40 : Caractéristiques géométriques et mécaniques des boulons

Tableau 36. Caractéristiques géométriques d'un boulon.

Désignation	M8	M10	M12	M14	M16	M18	M20	M22	M24	M27	M30
d (mm)	8	10	12	14	16	18	20	22	24	27	30
d_0 (mm)	9	11	13	15	18	20	22	24	26	30	33
A (mm ²)	50,3	78,5	113	154	201	254	314	380	452	573	707
A_s (mm ²)	36,6	58	84,3	115	157	192	245	303	353	459	561
ϕ_R (mm)	16	20	24	27	30	34	36	40	44	50	52
t_R (mm)	<3	<3	3	3	3	3/4	4	4	4	4/5	5
d_m (mm)	14	18,3	20,5	23,7	24,58	29,1	32,4	34,5	38,8	44,2	49,6
ϕ_T (mm) (1)	12/14	15/17	18/22	21/24	24/27	27/31	30/32	33/35	36/41	41/46	46/50
h_T (mm)	6	7	8	9	10	12	13	14	15	17	19
ϕ_E (mm)	12/14	15/17	18/22	21/24	24/27	27/31	30/32	33/35	36/41	41/46	46/50
h_E (mm) (2)	7/7	9/9	10,8/11	12,6/13	14,8/15	16,2/17	18/18	20/20	21,5/22	24,3/25	25,6/27
$\phi_{clé}$ (mm)	21	27	31	51	51	51	58	58	58	58	58
Tôle usuelle (mm)	2	3	4	5	6	7	8	10,14	>14	-	-
Cornière usuelle (mm)	30	35	40	50	60	70	80	120	>120	-	-

(1): La deuxième valeur concerne les boulons de classe 10.9 .

(2): La deuxième valeur concerne les boulons de classe 8.8 et 10.9 .

d : diamètre de la partie non filetée de la tige.

d_0 : diamètre nominal du trou.

A : la section nominale du boulon (la partie non filetée).

A_s : la section résistante de la partie filetée du boulon.

ϕ_R : diamètre de la rondelle.

t_R : l'épaisseur de la rondelle.

d_m : diamètre moyen entre le cercle circonscrit et le cercle inscrit de la tête du boulon [Figure 27.].

ϕ_T : diamètre circonscrit de la tête du boulon.

h_T : la hauteur de la tête du boulon.

ϕ_E : diamètre extérieur de l'écrou.

h_E : la hauteur de l'écrou.

$\phi_{clé}$: diamètre de la clé pour tourner et serrer l'écrou.

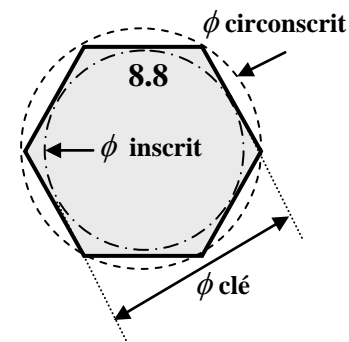


Figure 27.

- **Caractéristiques mécaniques des boulons**

La résistance à la limite élastique f_{yb} et la résistance ultime à la traction f_{ub} .

Tableau 37. Classes de boulons et valeurs de f_{yb} et f_{ub} .

Classe	Classe : a . b	4.6	4.8	5.6	5.8	6.8	8.8	10.9
f_{yb} (N/mm ²)	$f_{yb} = a . b . 10$	240	320	300	400	480	640	900
f_{ub} (N/mm ²)	$f_{ub} = a . 100$	400	400	500	500	600	800	1000

F41 : Jeux dans les trous pour boulons ou rivets

Les trous de boulons sont réalisés par poinçonnage et alésage ou par forage. Ils ont été normalisés par le C.C.M.97 suivant le diamètre nominal du boulon et le type du trou prévu.

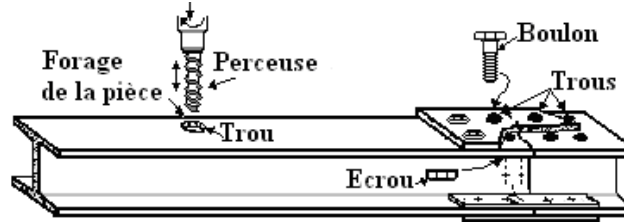


Figure 28. Perçage et boulonnage des pièces

- **Trous normalisés** : pour les assemblages de toutes les catégories.
- **Trous surdimensionnés** : pour les assemblages des catégories A , B et C.
(Assemblages travaillant au cisaillement)
- **Trous oblongs courts** : pour les assemblages des catégories A , B et C.
- **Trous oblongs longs** : pour les assemblages des catégories A , B et C.
-

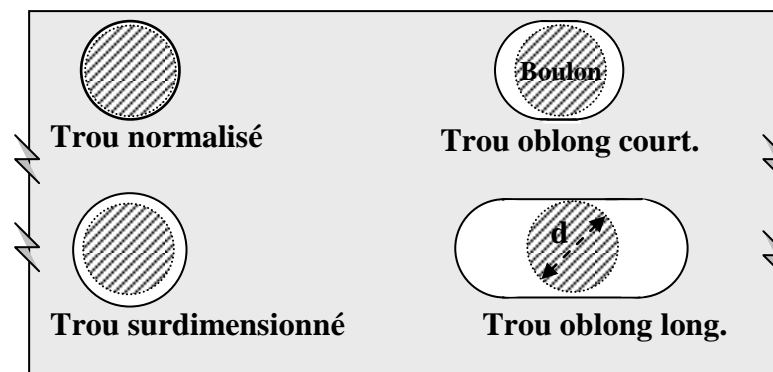


Figure 29. Différents types de trous pour un boulon M12.

Tableau 38. Normes des dimensions des trous de boulons en (mm).

Trou \ Boulon	Boulon					
	à/de M12	à/de M14	à/de M16	à/de M22	à/de M24	Au-delà M27
Normalisé « d ₀ »	d + 1		d + 2		d + 3	
Surdimensionné « d ₀ »	d + 3	d + 4			d + 6	d + 8
Oblong court	(d + 1)		(d + 2)		(d + 2)	(d + 3)
	Par	Par		Par	Par	Par
Oblong long	(d + 4)		(d + 6)		(d + 8)	(d + 10)
	Par	Par		Par	Par	Par
Oblong long	(d + 1)		(d + 2)		(d + 3)	
	Par 2,5 .d		Par 2,5 .d		Par 2,5 .d	
d : diamètre nominal du boulon en mm.						

F42 : Catégories d'assemblages et vérifications

Tableau 39. Catégories des assemblages boulonnés.

Catégorie d'assemblage	Vérification	Remarques
Assemblages travaillant au cisaillement		
A à la pression diamétrale	$F_{v,Sd} \leq F_{v,Rd}$ $F_{v,Sd} \leq F_{b,Rd}$	Pour toutes les classes de boulons (pas de précontrainte)
B Résistant au glissement A l'état limite service	$F_{v,Sd,ser} \leq F_{s,Rd,ser}$ $F_{v,Sd} \leq F_{v,Rd}$ $F_{v,Sd} \leq F_{b,Rd}$	Boulons H.R précontraints Boulon H.R: les classes 8.8 et 10.9 Pas de glissement à l'E.L.S.
C Résistant au glissement A l'état limite ultime	$F_{v,Sd} \leq F_{s,Rd}$ $F_{v,Sd} \leq F_{b,Rd}$	Boulons H.R (8.8 et 10.9) précontraintes Pas de glissement à l'E.L.U.
Assemblages travaillant en traction		
D Boulons non précontraints	$F_{t,Sd} \leq F_{t,Rd}$ $F_{t,Sd} \leq B_{p,Rd}$	Pour toutes les classes de boulons (pas de précontrainte)
E Boulons précontraints	$F_{t,Sd} \leq F_{t,Rd}$ $F_{t,Sd} \leq B_{p,Rd}$	Boulons H.R précontraints Boulon H.R (classe 8.8 et 10.9)

Tableau 40. Récapitulatif des résistances individuelles de calcul des boulons.

Mode de ruine	Boulons
Résistance au cisaillement par plan (Assemblage catégorie A) ($\gamma_{Mb} = 1,25$)	Pour les classes 4.6, 5.6, 6.6 et 8.8: $\alpha_v = 0,6$ Pour les classes 4.8, 5.8, 6.8 et 10.9: $\alpha_v = 0,5$ $F_{v,Rd} = \frac{\alpha_v \cdot f_{ub} \cdot A_s}{\gamma_{Mb}}$
Résistance à la pression diamétrale (Assemblage catégorie A) ($\gamma_{Mb} = 1,25$)	$F_{b,Rd} = \frac{2,5 \cdot \alpha \cdot f_u \cdot d \cdot t}{\gamma_{Mb}}$ avec $\alpha = \min \left(\frac{e_1}{3d_0}; \frac{p_1}{3d_0} - \frac{1}{4}; \frac{f_{ub}}{f_u}; 1 \right)$
Résistance à la traction ($\gamma_{Mb} = 1,5$) (Assemblage catégorie D et E)	$F_{t,Rd} = \frac{0,9 \cdot f_{ub} \cdot A_s}{\gamma_{Mb}}$
Résistance au poinçonnement (Assemblage catégorie D et E) ($\gamma_{Mb} = 1,25$)	$B_{p,Rd} = 0,6 \cdot \pi \cdot d_m \cdot t_p \cdot \frac{f_u}{\gamma_{Mb}}$
Cisaillement et traction combinés Vérifier aussi; $F_{t,Rd}$, $B_{p,Rd}$ et $F_{b,Rd}$	$\frac{F_{t,Sd}}{1,4 \cdot F_{t,Rd}} + \frac{F_{v,Sd}}{F_{v,Rd}} \leq 1$
Résistance au glissement Boulon précontraint (H.R)	$F_{s,Rd} = \frac{k_s \cdot n \cdot \mu \cdot F_{p,Cd}}{\gamma_{Ms}}$
Cisaillement et traction combinés Boulon précontraint (H.R)	$F_{s,Rd} = \frac{k_s \cdot n \cdot \mu \cdot (F_{p,Cd} - 0,8F_{t,Sd})}{\gamma_{Ms}}$

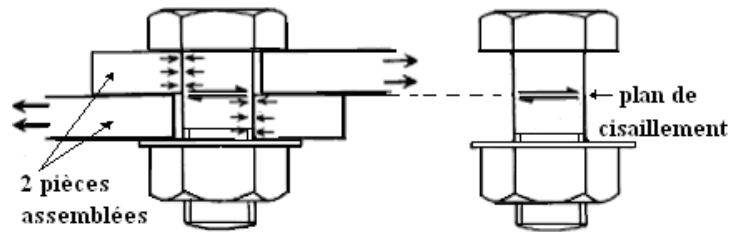
F43 : Calcul des boulons au cisaillement : Assemblages catégorie A

Figure 30. Un boulon travaillant au cisaillement.

1- Résistance du boulon au cisaillement $F_{v,Rd}$:

$$F_{v,Sd} \leq F_{v,Rd}$$

- Pour les classes 4.6, 5.6, 6.6 et 8.8 : $F_{v,Rd} = \frac{0,6 \cdot f_{ub} \cdot A_s}{\gamma_{Mb}}$
- Pour les classes 4.8, 5.8, 6.8 et 10.9 : $F_{v,Rd} = \frac{0,5 \cdot f_{ub} \cdot A_s}{\gamma_{Mb}}$
- Si le plan de cisaillement passe par la partie non filetée du boulon :

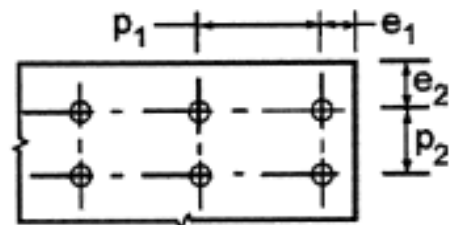
$$F_{v,Rd} = \frac{0,6 \cdot f_{ub} \cdot A}{\gamma_{Mb}}$$

- $\gamma_{Mb} = 1,25$. (Coefficient partiel de sécurité de boulonnage)
- A : la section nominale du boulon (la partie non filetée).
- A_s : la section résistante de la partie filetée du boulon.
- f_{ub} : la résistance ultime à la traction de l'acier du boulon.

2- Vérification de la pression diamétrale :

$$F_{v,Sd} \leq F_{b,Rd} = \frac{2,5 \cdot \alpha \cdot f_u \cdot d \cdot t}{\gamma_{Mb}}$$

$$\text{avec } \alpha = \min \left(\frac{e_1}{3d_0} ; \frac{p_1}{3d_0} - \frac{1}{4} ; \frac{f_{ub}}{f_u} ; 1 \right).$$

Figure 31. Distances (e_1 , p_1).

- $F_{b,Rd}$: la résistance de la pièce à la pression diamétrale.
- $\gamma_{Mb} = 1,25$. (Coefficient partiel de sécurité de boulonnage)
- d : diamètre de la partie non filetée de la tige du boulon.
- d_0 : diamètre nominal du trou de boulonnage.
- t : l'épaisseur de la pièce assemblée.
- f_u : la résistance ultime à la traction de l'acier de la pièce assemblée.
- e_1 ; p_1 : [Figure 31.]

Remarque : Les distances e_1 ; p_1 doivent respecter les dispositions constructives des trous [F14].

3- Assemblages longs de catégorie A : Pour $L_j > 15d \Rightarrow F_{v,Sd} \leq \beta_{Lf} \cdot F_{v,Rd}$

$$\beta_{Lf} = 1 - \frac{L_j - 15d}{200d} \quad \text{avec } 0,75 \leq \beta_{Lf} \leq 1,0.$$

L_j : La distance entre les deux boulons extrêmes prise dans le sens de l'effort de cisaillement.

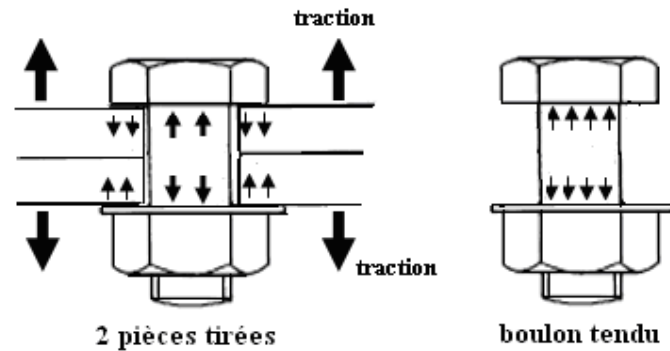
F44 : Calcul des boulons à la traction : Assemblages catégorie D

Figure 32. Un boulon tendu.

a- Résistance d'un boulon à la traction $F_{t,Rd}$:

$$F_{t,Sd} \leq F_{t,Rd} = \frac{0,9 \cdot f_{ub} \cdot A_s}{\gamma_{Mb}}$$

- $\gamma_{Mb} = 1,5$ (coefficient partiel de sécurité de boulonnage ordinaire en traction).
- A_s : la section résistante de la partie filetée du boulon.
- f_{ub} : la résistance ultime à la traction de l'acier du boulon.

Pour les rivets : $F_{t,Sd} \leq F_{t,Rd} = \frac{0,6 \cdot f_{ur} \cdot A_0}{\gamma_{Mb}} \quad ; \quad \gamma_{Mb} = 1,5 .$

- A_0 : la section nominale du rivet.
- f_{ur} : la résistance ultime à la traction de l'acier du rivet.

b- Vérification du poinçonnement : $F_{t,Sd} \leq B_{p,Rd}$

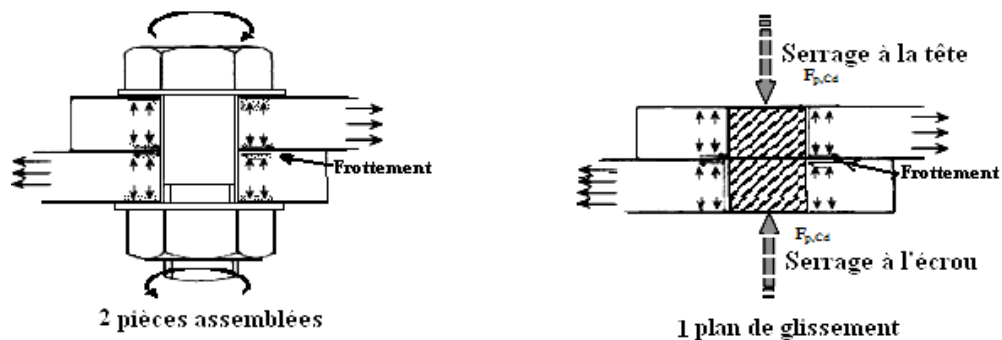
$$B_{p,Rd} = 0,6 \cdot \pi \cdot d_m \cdot t_p \cdot \frac{f_u}{\gamma_{Mb}} \quad ; \quad \gamma_{Mb} = 1,25 .$$

- $B_{p,Rd}$: la résistance de la pièce au poinçonnement.
- d_m : diamètre moyen entre le cercle circonscrit et cercle inscrit de la tête du boulon [Tableau 36.], [Figure 27.].
- t_p : l'épaisseur de la pièce assemblée.
- f_u : la résistance ultime à la traction de l'acier de la pièce assemblée.

- Vérification d'un boulon soumis aux effets combinés : Pour les boulons ou les rivets, le C.C.M.97 (Eurocode 3) recommande de satisfaire les conditions suivantes :

- le boulon aux effets combinés : $\frac{F_{t,Sd}}{1,4 \cdot F_{t,Rd}} + \frac{F_{v,Sd}}{F_{v,Rd}} \leq 1$
- le boulon tendu : $F_{t,Sd} \leq F_{t,Rd}$
- la pression diamétrale : $F_{v,Sd} \leq F_{b,Rd}$
- le poinçonnement pour les boulons uniquement : $F_{t,Sd} \leq B_{p,Rd}$

F45 : Calcul des boulons H.R dans les assemblages résistant au glissement
Assemblages catégorie B et Assemblages catégorie C



- Figure 33. Mécanisme de résistance au glissement d'un boulonnage H.R.

Tableau 41. Calcul des assemblages de catégories B et C.

	Etat limite de service	
	Catégorie B	Catégorie C
$F_{s,Rd}$	$F_{s,Rd} = \frac{k_s \cdot n \cdot \mu \cdot F_{p,Cd}}{\gamma_{Ms}}$	
Combinée à la traction	$F_{s,Rd} = \frac{k_s \cdot n \cdot \mu \cdot (F_{p,Cd} - 0,8 \cdot F_{t,sd})}{\gamma_{Ms}}$	
Vérifications	$F_{v,Sd,ser} \leq F_{s,Rd,ser}$ $F_{v,Sd} \leq F_{v,Rd}$ $F_{v,Sd} \leq F_{b,Rd}$	$F_{v,Sd} \leq F_{s,Rd}$ $F_{v,Sd} \leq F_{b,Rd}$
La force de précontrainte : $F_{p,Cd} = 0,7 \cdot f_{ub} \cdot A_s$ [Figure 33.]		

- $F_{s,Rd}$: la résistance au glissement d'un boulon H.R précontrainte.
- $F_{b,Rd}$: la résistance de la pièce à la pression diamétrale [F43].
- $F_{v,Rd}$: la résistance du boulon au cisaillement [F43].
- A_s : la section résistante de la partie filetée du boulon.
- f_{ub} : la résistance ultime à la traction de l'acier du boulon H.R.
- n : le nombre de plan de frottement (ou plan de glissement) [Figure 33].

Tableau 42. Valeurs recommandées de couple de serrage en N.m .

Ø d nominal (mm)	pas (mm)	plat sur hexagone	qualité 8.8	qualité 10.9	Ø d nominal (mm)	pas (mm)	plat sur hexagone	qualité 8.8	qualité 10.9
8	1,25	13	23	34	20	2,5	30	402	570
10	1,5	16	46	67	22	2,5	34	552	783
12	1,75	19	79	116	24	3	36	691	981
14	2	21	127	187	27	3	41	1022	1452
16	2	24	198	291	30	3,5	46	1387	1969
18	2,5	27	283	402	//	//	//	//	//


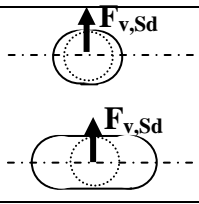

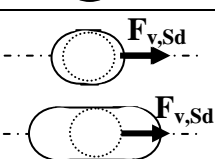
Tableau 43. Valeurs de k_s .

- Type de trous	k_s
Normalisés	1,0
Surdimensionnés ou oblongs courts	0,85
Oblongs longs	0,70

Tableau 44. Valeurs du coefficient de frottement μ .

Classe du traitement	Traitement de la surface de contact	μ
A	-Surfaces décapées par grenailage ou sablage, avec enlèvement de toutes les plaques de rouille non adhérentes et sans piqûres de corrosion. - Surfaces décapées par grenailage ou sablage et métallisées par projection d'aluminium. - Surfaces décapées par grenailage ou sablage et métallisées par projection d'un revêtement à base de zinc, garantissant un coefficient de frottement qui ne soit pas inférieur à 0,5.	0,50
B	-Surfaces décapées par grenailage ou sablage et recouvertes d'une couche de peinture au silicate de zinc alcalin d'épaisseur 50 à 80 μm .	0,40
C	-Surfaces nettoyées par brossage métallique ou à la flamme avec enlèvement de toutes les plaques de rouille non adhérentes.	0,30
D	-Surfaces non traitées.	0,20

Tableau 45. Valeurs de du coefficient partiel de sécurité γ_{Ms} .

Coefficient partiel de sécurité		γ_{Ms}	
Catégorie d'assemblage		C	B
Etat limite de calcul		Ultime	Service
Trous & direction de la force.	Schéma	$\gamma_{Ms,ult}$	$\gamma_{Ms,ser}$
Normalisés		1,25	1,10
Oblongs courts ou longs avec effort \perp l'axe de la fente.			
Surdimensionnés		1,40	-
Oblongs courts ou longs avec effort // l'axe de la fente.			
Les assemblages de catégorie B : n'utilisent pas les trous surdimensionnés et les trous oblongs si l'effort est parallèle à l'axe de la fente.			

F46 : Résistance de calcul du cordon de soudure

La vérification de la résistance de la soudure d'angle est suffisante si les deux conditions :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\sigma_{\perp}^2 + 3(\tau_{\perp}^2 + \tau_{\parallel}^2)} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{Mw}} \\ \text{et} \quad \sigma_{\perp} \leq \frac{f_u}{\gamma_{Mw}} \end{array} \right.$$

f_u : la valeur de la résistance ultime en traction de la plus faible nuance des parties assemblées [Tableau 1.], [Tableau 47].

a : la gorge du cordon de soudure [Figure 34.].

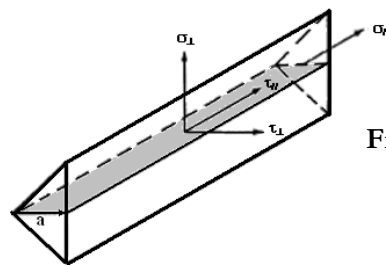


Figure 34. Contraintes sur la section de gorge d'une soudure d'angle.

En projetant les forces sur le plan de la gorge :

Tableau 46. Projection des contraintes sur le plan de la gorge d'un cordon de soudure.

Contrainte	σ_{\perp}	σ_{\parallel}	τ_{\perp}	τ_{\parallel}
Projection	$\frac{F_{\sigma_{\perp}}}{a \cdot L}$	0	$\frac{F_{\tau_{\perp}}}{a \cdot L}$	$\frac{F_{\tau_{\parallel}}}{a \cdot L}$

Où :

- σ_{\perp} : La contrainte normale perpendiculaire à la gorge de la soudure.
- σ_{\parallel} : La contrainte normale parallèle à l'axe de la soudure.
- τ_{\perp} : La contrainte de cisaillement dans le plan de la gorge, perpendiculaire à l'axe de la soudure.
- τ_{\parallel} : La contrainte de cisaillement dans le plan de la gorge, parallèle à l'axe de la soudure.

Tableau 47. Facteur de corrélation β_w et coefficient partiel de sécurité γ_{Mw} .

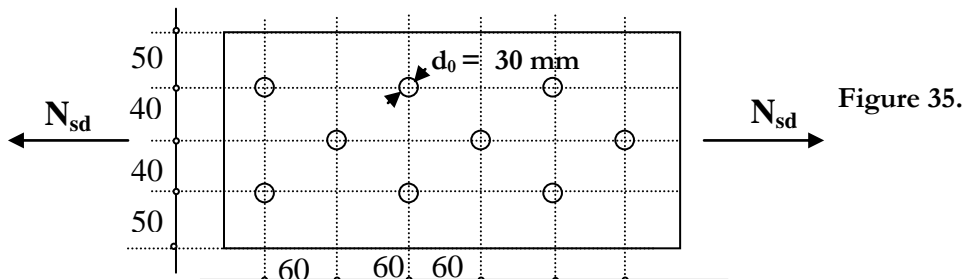
Nuance d'acier	Fe360 (S235)	Fe430 (S275)	Fe510 (S355)
β_w	0,80	0,85	0,90
γ_{Mw}	1,25	1,30	1,35
$\frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{Mw}}$ [N/mm ²]	360	389,14	419,75
$\frac{f_u}{\gamma_{Mw}}$ [N/mm ²]	288	330,77	377,78

Exercices

E01 : La traction simple

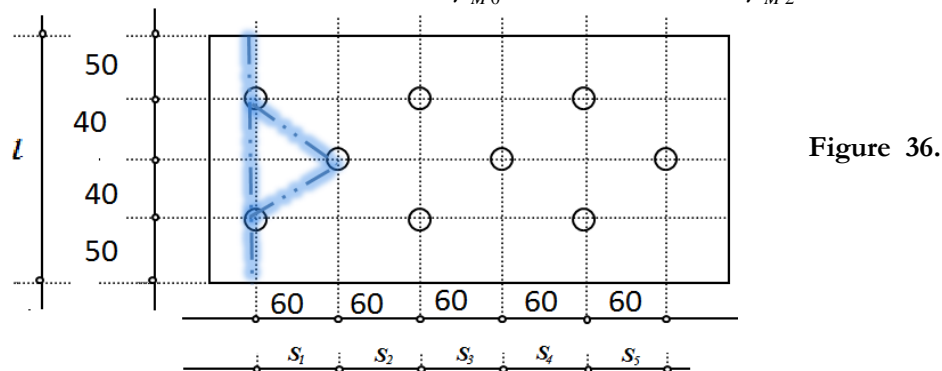
Exercice 01 : Quelle charge ultime maximale de traction N_{sd} peut supporter une tôle d'épaisseur $t = 10 \text{ mm}$ et comportant des trous de diamètre $d_0 = 30 \text{ mm}$?

Acier utilisé est de Nuance S235.



Solution : $N_{sd} = ?$; $t = 10 \text{ mm}$; $d_0 = 30 \text{ mm}$; S235.

Il faut que ; $N_{sd} \leq \min \left[N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} ; N_{u,Rd} = \frac{0,9 A_{net} \cdot f_u}{\gamma_{M2}} \right]$



La section brute : $A = l \cdot t = 180 \times 10 = 1800 \text{ mm}^2$ [Figure 36.]

La section nette : $A_{net} = A - A_T$ avec $A_T = \text{Max} (A_{T1} ; A_{T2})$

La ligne droite : $A_{T1} = t (n d_0) = 10 (2 * 30) = 600 \text{ mm}^2$

La ligne brisée: $S = S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = 60 \text{ mm}$ [Figure 36.]

$$A_{T2} = t \left(n d_0 - \sum \frac{s^2}{4p} \right) = 10 \left(3 * 30 - \frac{60^2}{4 \times 40} - \frac{60^2}{4 \times 40} \right) = 450 \text{ mm}^2$$

$$\Rightarrow A_T = \text{Max} (A_{T1} ; A_{T2}) = 600 \text{ mm}^2$$

$$\Rightarrow A_{net} = A - A_T = 1800 - 600 = 1200 \text{ mm}^2 .$$

$$\text{D'où : } N_{sd} \leq \min \left[N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} ; N_{u,Rd} = \frac{0,9 A_{net} \cdot f_u}{\gamma_{M2}} \right]$$

$$\Leftrightarrow N_{sd} \leq \min \left[N_{pl,Rd} = \frac{1800 \times 235}{1} = 423 \text{ KN} ; N_{u,Rd} = \frac{0,9 \times 1200 \times 360}{1,25} = 311,04 \text{ KN} \right]$$

Donc $N_{sd} \leq 311,04 \text{ KN}$

Exercice 02 : Soit un joint de continuité réalisé par deux éclisses comportant des trous de diamètre $d_0 = 20 \text{ mm}$ et transmettant une force axiale $N = 450 \text{ KN}$.

Si l'acier utilisé est de Nuance **S275**.

- Calculez les épaisseurs nécessaires t_1 et t_2 des plats du joint ?

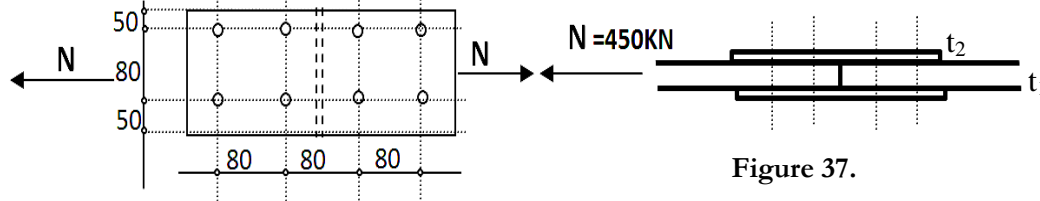


Figure 37.

Solution : $N_{sd} = 450 \text{ KN}$; t_1 et $t_2 = ? \text{ mm}$; $d_0 = 20 \text{ mm}$. ; S275.

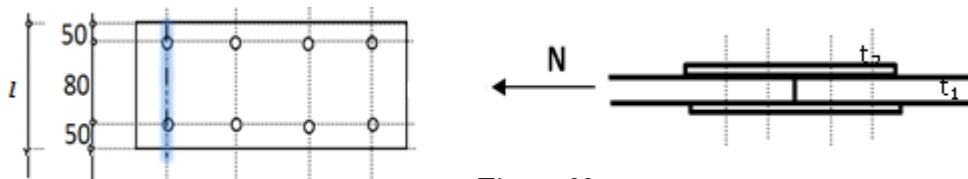


Figure 38.

Pour la pièce centrale on a (elle reprend toute la charge) :

$$N_{sd} = 450 \text{ KN} \leq \min \left[N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} ; N_{u,Rd} = \frac{0,9 A_{net} \cdot f_u}{\gamma_{M2}} \right]$$

1 - Du calcul plastique on a : $N_{sd} \leq N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$

$$\Rightarrow A \geq \frac{\gamma_{M0} \times N_{sd}}{f_y} \Leftrightarrow A \geq \frac{1 \times 450000}{275} \quad A \geq 1636,36 \text{ mm}^2$$

La largeur de la pièce : $l = 50 + 80 + 50 = 180 \text{ mm}$ [Figure 38.]

La section brute : $A = l \cdot t = 180 \cdot t \geq 1636,36 \text{ mm}^2 \Leftrightarrow t_{1,pl} \geq 9,09 \text{ mm}$

2 - Du calcul ultime on a : $N_{sd} \leq N_{u,Rd} = \frac{0,9 A_{net} \cdot f_u}{\gamma_{M2}} \Rightarrow A_{net} \geq \frac{\gamma_{M2} \times N_{sd}}{0,9 \cdot f_u}$

$$\Leftrightarrow A_{net} \geq \frac{1,25 \times 450000}{0,9 \times 430} \Leftrightarrow A_{net} \geq 1453,49 \text{ mm}^2$$

Puisqu'il n'y a qu'une distribution droite des boulons ; la section nette est égale à :

$$A_{net} = (A - A_T) \quad \text{avec} \quad A_T = t (n d_0)$$

$$A_{net} = (A - A_T) \geq 1453,49 \text{ mm}^2 \Rightarrow (l \cdot t - t \cdot (n d_0)) \geq 1453,49 \text{ mm}^2$$

$$\Rightarrow t \cdot (180 - 2 \times 20) \geq 1453,49 \text{ mm}^2 \Rightarrow t \cdot (140) \geq 1453,49 \text{ mm}^2$$

$$\Rightarrow t_1 \geq 1453,49 / 140 \Rightarrow t_{1,u} \geq 10,38 \text{ mm}$$

3- Finalement : $t_1 \geq \text{Max} (9,09 \text{ mm} ; 10,38 \text{ mm}) \Rightarrow$ Soit : $t_1 = 12 \text{ mm}$ et $t_2 = t_1 / 2 = 6 \text{ mm}$

Exercice 03 : Soit un plat qui supporte une charge ultime maximale de traction $N_{sd} = 800 \text{ KN}$. Son épaisseur $t = 12 \text{ mm}$ et il comporte des trous de diamètre $d_0 = 18 \text{ mm}$.

- Vérifiez la résistance de ce plat s'il est de Nuance S355 ?

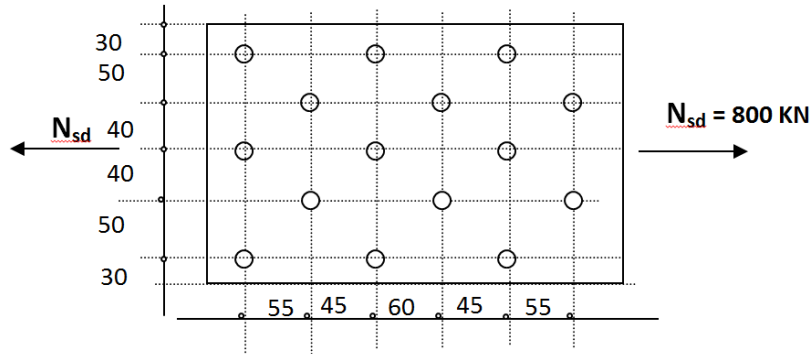


Figure 39.

Solution : $N_{sd} = 800 \text{ KN}$; $t = 12 \text{ mm}$; $d_0 = 18 \text{ mm}$; S355.

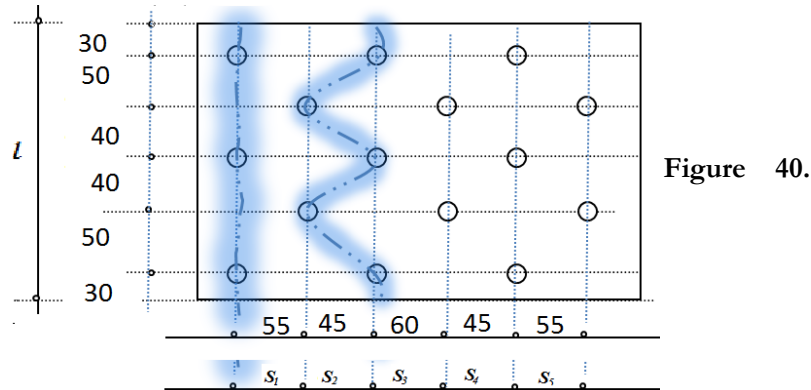


Figure 40.

$$\text{D'où } N_{sd} \leq \min \left[N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} ; N_{u,Rd} = \frac{0,9 A_{net} \cdot f_u}{\gamma_{M2}} \right]$$

La section brute : $A = l \cdot t = [2 \cdot (30 + 50 + 40)] \times 12 = 240 \times 12 = 2880 \text{ mm}^2$ [Figure 40.]

La section nette : $A_{net} = A - A_T$ avec $A_T = \text{Max}(A_{T1} ; A_{T2})$

$$\text{La ligne droite : } A_{T1} = t (n d_0) = 12 (3 \cdot 18) = 648 \text{ mm}^2$$

$$\text{La ligne brisée: } S = S_2 = 45 \text{ mm} \quad \text{car} \quad S_2 < S_1 < S_3 \quad \text{[Figure 40.]}$$

$$A_{T2} = t \left(n d_0 - \sum \frac{s^2}{4p} \right) = 12 \left(5 \cdot 18 - 2 \times \frac{45^2}{4 \times 50} - 2 \times \frac{45^2}{4 \times 40} \right) = 533,25 \text{ mm}^2$$

(Rappelons que dans la pratique les distances entre axes des boulons sont égales. Dans cet exemple de cours « didactique », la ligne brisée est prise dans la plus petite distance d'entraxe des files.)

$$\text{D'où } A_{net} = A - A_T = 2880 - 648 = 2232 \text{ mm}^2.$$

$$\text{Alors : } N_{sd} \leq \min \left[N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} ; N_{u,Rd} = \frac{0,9 A_{net} \cdot f_u}{\gamma_{M2}} \right]$$

$$N_{sd} \leq \min \left[N_{pl,Rd} = \frac{2880 \times 355}{1} = 1022,4 \text{ KN} ; N_{u,Rd} = \frac{0,9 \times 2232 \times 510}{1,25} = 819,59 \text{ KN} \right]$$

$$\Rightarrow N_{sd} = 800 \text{ KN} \leq N_{Rd} = 819,59 \text{ KN} \quad ; \text{ Donc la section résiste.}$$

Exercice 4 :

Calculez la charge ultime de traction que peut supporter **une cornière** métallique en **L 250x250x35** ($A = 162\text{cm}^2$), en acier **S235 (Fe360)**, comportant des perçages de diamètre **30 mm**, comme indiqué sur la figure suivante :

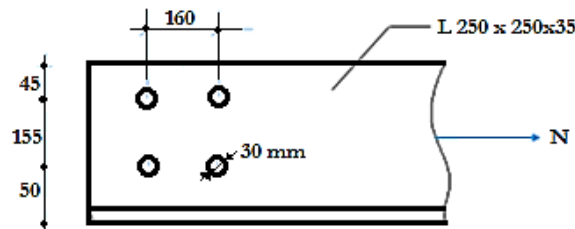


Figure 41.

Solution :

1° Calcul de la section nette critique A_{net} :

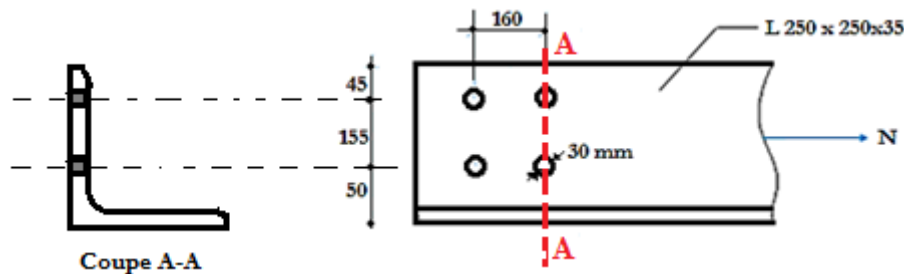


Figure 42.

▪ **Ligne A-A :** $A_{T1} = t \cdot (n \cdot d_0) = t \cdot (2 \cdot d_0) = 35 (2 \times 30) = 2100 \text{ mm}^2$

A_{T1} : la section des trous [la ligne droite A-A coupe deux trous ($n = 2$) de diamètre $d_0 = 30 \text{ mm}$]

D'où la section nette critique A_{net} est égale à :

$$A = 162 \text{ cm}^2 = 16200 \text{ mm}^2 \quad (\text{La section de la cornière L } 250 \times 250 \times 35)$$

$$A_{net} = A - A_T = 16200 - 2100 = 14100 \text{ mm}^2$$

2° Force maximale de résistance de la cornière :

$$N_{Sd} \leq \min \left[N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} ; N_{u,Rd} = \frac{0,9 A_{net} \cdot f_u}{\gamma_{M2}} \right]$$

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{16200 \times 235}{1} = 3807000 \text{ N} = 3807 \text{ KN}$$

$$N_{u,Rd} = \frac{0,9 A_{net} \cdot f_u}{\gamma_{M2}} = \frac{0,9 \times 14100 \times 360}{1,25} = 3654720 \text{ N} = 3654,72 \text{ KN}$$

$$N_{Sd} \leq \min [N_{pl,Rd} = 3807 \text{ KN} ; N_{u,Rd} = 3654,72 \text{ KN}]$$

Donc : $N_{Sd} \leq 3654,72 \text{ KN}$

E02 : La compression simple**Exercice 01 : Vérification de la section d'un HEA 200 comprimé**

Vérifiez la résistance de la section d'un **HEA 200** en acier **S275**, qui supporte une charge axiale de compression $N_{sd} = 2000 \text{ KN}$?

Solution :

- Le HEA 200 (S275) en compression a une section de classe 2 : [Tableau 12.]

Du tableau de sections, nous avons ; $A = 53,80 \text{ cm}^2$

- Pour les sections de classe 1, 2 et 3 :

$$N_{sd} \leq N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \Rightarrow N_{pl,Rd} = \frac{5380 \times 275}{1} = 1479500 \text{ N}$$

$$N_{sd} = 2000 \text{ KN} > N_{pl,Rd} = 1479,5 \text{ KN}$$

✗ La section ne résiste pas à un effort $N_{sd} = 2000 \text{ KN}$, il faut augmenter la section.

Exercice 02 : Vérification de la section comprimée d'un HEA 800

Vérifiez la résistance de la section du profilé laminé **HEA 800** en acier **S235**, qui supporte une charge axiale de compression $N_{sd} = 5000 \text{ KN}$. En compression, ce profilé est de classe 4, et sa section efficace devient celle représentée dans la figure suivante :

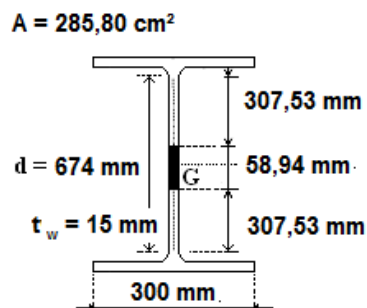


Figure 43. Section efficace du HEA 800 (S235).

Solution :

1° Calcul de la section efficace : (La hauteur de la partie négligée est : $h_{négligée} = 58,94 \text{ mm}$)

Du tableau de sections, nous avons ; $A = 285,80 \text{ cm}^2$ (la section brute), $t_w = 15 \text{ mm}$

$$A_{eff} = A - A_{négligée} = A - (h_{négligée} \times t_w)$$

$$= 28580 - (58,94 \times 15) \approx 27695,87 \text{ mm}^2$$

2° Calcul de la résistance de la section efficace (Effort résistant efficace) :

$$N_{eff,Rd} = \frac{A_{eff} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{27695,87 \times 235}{1,1} = 5916845,1 \text{ N}$$

$$N_{eff,Rd} = 5916,84 \text{ KN}$$

$$N_{sd} = 5000 \text{ KN} < N_{eff,Rd} = 5916,84 \text{ KN} \quad \checkmark$$

La section résiste à l'effort normal $N_{sd} = 5000 \text{ KN}$.

Exercice 03 : Vérification de la section d'un P.R.S en I comprimé

Soit le profilé reconstitué soudé (P.R.S) de classe 4; représenté dans la figure suivante (les parties noircies sont celles négligées). Ce P.R.S pourrait-il supporter un effort normal $N_{sd} = 1000 \text{ KN}$? La nuance d'acier est **S235**.

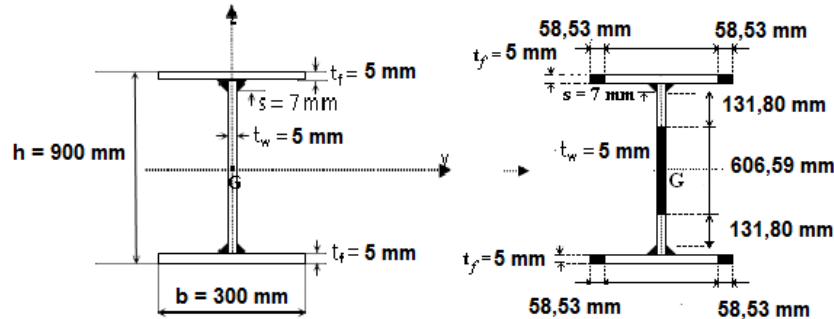


Figure 44. Section brute et section efficace du PRS (S235).

Solution :

1°- La section est de classe 4 en flexion → on procède au calcul de l'effort résistant efficace.

2° Calcul de la section efficace :

- La section brute ; $A = A_w + 2.A_f$

La section de l'âme : $A_w = (h - 2.t_f) \times t_w = (900 - 2 \times 5) \times 5 = 4450 \text{ mm}^2$

La section de l'aile : $A_f = b \times t_f = 300 \times 5 = 1500 \text{ mm}^2$

D'où la section totale : $A = A_w + 2.A_f = 4450 + 2 \times 1500 = 7450 \text{ mm}^2$

- La section négligée totale : $A_{\text{nég}} = A_{w,\text{nég}} + 4.A_{f,\text{nég}}$

La section négligée de l'âme : $A_{w,\text{nég}} = h_{\text{nég}} \times t_w = 606,59 \times 5 = 3032,96 \text{ mm}^2$

La section négligée de l'aile : $A_{f,\text{nég}} = b_{\text{nég}} \times t_f = 58,35 \times 5 = 291,73 \text{ mm}^2$

D'où la section négligée totale : $A_{\text{nég}} = 3032,96 + 4 \times 291,73 = 4200 \text{ mm}^2$

- La section efficace : $A_{\text{eff}} = A - A_{\text{nég}} = 7450 - 4200 = 3250 \text{ mm}^2$

3° Calcul de la résistance de la section efficace :

$$N_{\text{eff,Rd}} = \frac{A_{\text{eff}} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{3250 \times 235}{1,1} = 694318,18 \text{ N} = 694,31 \text{ KN}$$

4° Vérification et explication :

Donc pour un effort normal : $N_{sd} = 1000 \text{ KN} > N_{\text{eff,Rd}} = 694,31 \text{ KN}$ χ

La section de ce PRS ne peut pas supporter un effort normal $N_{sd} = 1000 \text{ KN}$

Même si la section brute est égale à **7450 mm²**, cette section ne peut fournir qu'un effort résistant calculé à partir de la section efficace **$A_{\text{eff}} = 3250 \text{ mm}^2$** . Ceci est dû au voilement local qui risque de se manifester à un effort normal **$N_{\text{eff,Rd}} = 694,31 \text{ KN}$** et de mener la section du profilé à la ruine en dépassant cette valeur.

Les parois constituant cette section sont très minces et favorisent ainsi l'apparition prématurée du voilement local, ce qui empêche l'exploitation normale du profilé (on ne peut pas atteindre $N_{\text{pl,Rd}} = A \cdot f_y / \gamma_{M0}$).

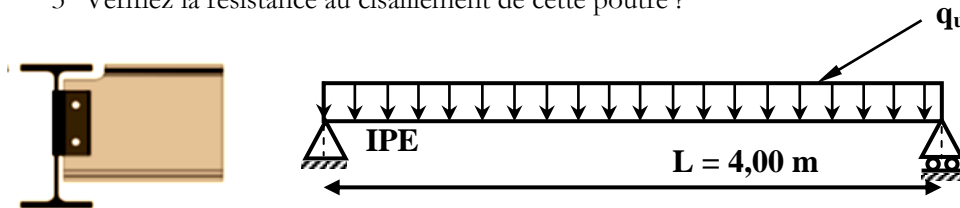
Le calcul des caractéristiques efficaces d'une section de classe 4 est fait conformément aux règles du paragraphe 5-5 de la partie 1-1 et aux règles du paragraphe 4 de la partie 1-5 de l'Eurocode 3.

E03 : La flexion simple & le cisaillement

Exercice 01 : Soit une poutre solive simplement appuyée [Figure 45.] sur des poutres principales. D'une portée $L = 4,00$ m, elle est chargée par une charge uniformément répartie dont la charge permanente $G = 20$ KN/m (En négligeant le poids propre du profilé) et la charge d'exploitation $Q = 28$ KN/m.

La nuance de l'acier utilisé est S235.

- 1° Trouvez le maximum de $M_{y,sd}$ et $V_{z,sd}$ sollicitant la poutre à l'état limite ultime ?
- 2° Dimensionnez la poutre en profilé IPE à l'état limite ultime ?
- 3° Vérifiez la résistance au cisaillement de cette poutre ?



Un appui simple

Figure 45.

Solution :

1° Le moment maximum et l'effort tranchant sollicitant la poutre à l'Etat Limite Ultime :

1-1° La charge de la poutre à l'E.L.U. :

$$q_u = 1,35.G + 1,5.Q \Rightarrow q_u = 1,35 \times 20 + 1,5 \times 28 = 69 \text{ KN/m} = 69000 \text{ N/m}$$

1-2° Le moment maximum et l'effort tranchant à l'E.L.U. :

Dans une poutre simplement appuyée et uniformément chargée, la valeur maximale du moment fléchissant extérieur, située au milieu de la travée, est donnée par :

$$M_{y,max,Sd} = \frac{q_u \cdot L^2}{8} \Rightarrow M_{q,max,Sd} = \frac{69000 \times 4^2}{8} = 138000 \text{ N.m} = 138 \text{ KN.m}$$

$$V_{y,max,Sd} = \frac{q_u \cdot L}{2} \Rightarrow V_{q,max,Sd} = \frac{69000 \times 4}{2} = 138000 \text{ N} = 138 \text{ KN}$$

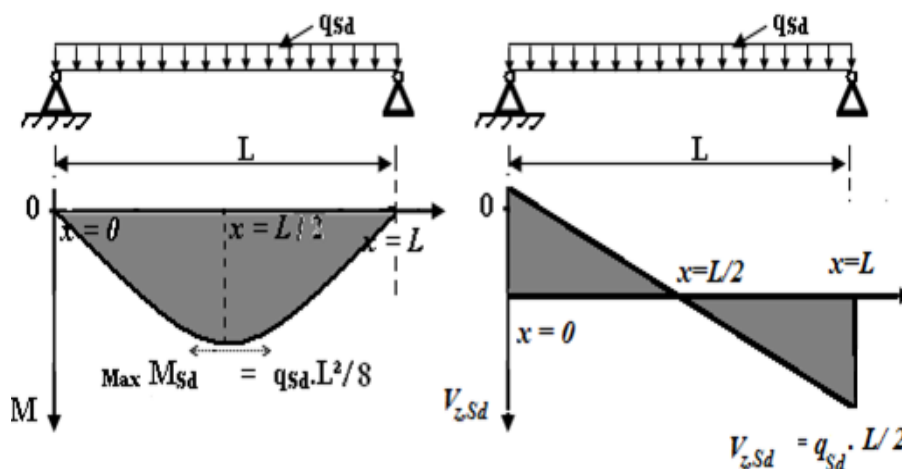


Figure 46.

2° Dimensionnement du profilé à l'E.L.U : Puisque nous savons que tous les profilés IPE sont

de classe 1 en flexion., nous avons : $M_{Sd} \leq M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$

W_{pl} : Module de résistance plastique de la section brute,

$$\text{Alors : } M_{qmax,Sd} \leq \frac{W_{pl} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \Rightarrow W_{p,y1} \geq M_{y,Sd} \cdot \frac{\gamma_{M0}}{f_y}$$

$$\Rightarrow W_{p,y} \geq 138000 \cdot \frac{1}{235} \Rightarrow W_{p,y} \geq 587,23 \text{ cm}^3$$

Le choix du profilé : L'axe de flexion est y-y , donc le choix va se faire sur $W_{p,y}$ (classe 1)

Du tableau de sections des profilés laminés en IPE, on prend : **IPE300**

$$\Rightarrow \text{IPE 300 } (W_{p,y} = 628,4 \text{ cm}^3 > 587,23 \text{ cm}^3)$$

Le moment résistant plastique du profilé choisi est :

$$M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{628,4 \cdot 235}{1} = 147674 \text{ N.m} = 147,67 \text{ KN.m}$$

D'où la vérification est faite comme suit : (en négligeant le poids propre)

$$\checkmark M_{y,Sd} = 138 \text{ KN.m} < M_{pl,Rd} = 147,67 \text{ KN.m}$$

Le profilé IPE300 vérifie l'E.L.U de résistance pour cette poutre.

3° - Vérification de la résistance au cisaillement :

$$V_{Sd} \leq V_{pl,Rd} = \frac{A_v}{\gamma_{M0}} \left(\frac{f_y}{\sqrt{3}} \right) \quad ; \quad \gamma_{M0} = 1,0$$

A_v : l'aire de cisaillement. ; $A_{vz} = 25,7 \text{ cm}^2 = 2570 \text{ mm}^2$

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v}{\gamma_{M0}} \left(\frac{f_y}{\sqrt{3}} \right) = \frac{2570}{1} \left(\frac{235}{\sqrt{3}} \right) = 348690,695 \text{ N} = 348,69 \text{ KN}$$

$$V_{pl,Rd} = 348,69 \text{ KN} > V_{z,Sd} = 138 \text{ KN}$$

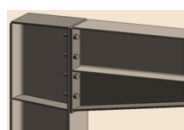
\checkmark Donc la résistance au cisaillement est vérifiée.

Dans cette poutre il n'y a pas d'interaction entre l'effort tranchant et le moment fléchissant maximum sous lequel nous avons dimensionné la section.

Exercice 02 : Soit une poutre console en profilé laminé HEB [Figure 47.] d'une portée $L = 2,00 \text{ m}$. Cette console supporte une charge permanente linéaire constante $G = 20 \text{ KN/m}$ et une charge d'exploitation linéaire constante $Q = 36 \text{ KN/m}$.

La nuance de l'acier utilisé est **S355**. En négligeant le poids propre du profilé ;

- 1° Trouvez le maximum de $M_{y,Sd}$ et $V_{z,Sd}$ sollicitant la poutre à l'état limite ultime ?
- 2° Dimensionnez la poutre en profilé **HEB** à l'état limite ultime ?
- 3° Vérifiez la résistance au cisaillement de cette poutre ?
- 4° Vérifiez l'effet de l'interaction de l'effort tranchant V_{sd} sur le moment résistant ?



Un encastrement

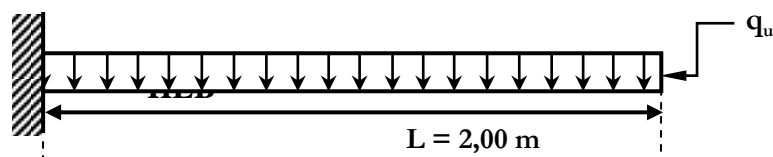


Figure 47.

Solution :**1° Moment fléchissant et effort tranchant sollicitant la poutre à l'Etat Limite Ultime :****1-1° La charge de la poutre à l'E.L.U :**

$$q_u = 1,35.G + 1,5.Q \Rightarrow q_u = 1,35 \times 20 + 1,5 \times 36 = 81 \text{ KN/m} = 81000 \text{ N/m}$$

1-2° Le moment maximum et l'effort tranchant à l'E.L.U :

Pour une console uniformément chargée, les valeurs maximales du moment fléchissant et de l'effort tranchant se trouvent à l'encastrement. Elles sont données par :

$$M_{y_{\max},Sd} = \frac{q_u \cdot L^2}{2} \Rightarrow M_{q_{\max},Sd} = \frac{81000 \times 2^2}{2} = 162000 \text{ N.m} = 162 \text{ KN.m}$$

$$\text{Et } V_{y_{\max},Sd} = q_u \cdot L \Rightarrow V_{q_{\max},Sd} = 81000 \cdot 2 = 162000 \text{ N} = 162 \text{ KN}$$

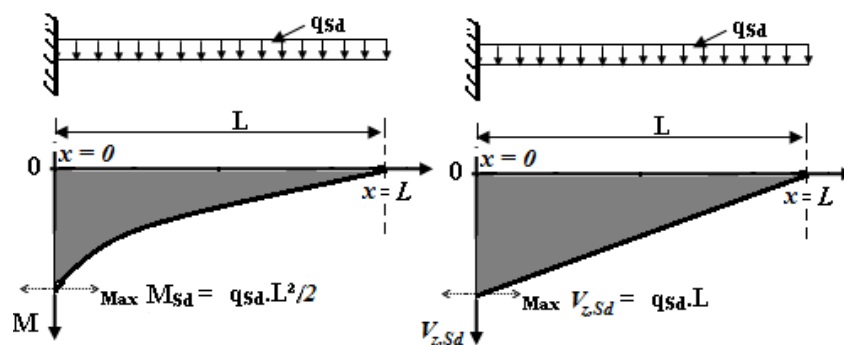


Figure 48.

2° Dimensionnement du profilé à l'E.L.U :

De la résistance de la section de la poutre, nous avons :

$$M_{Sd} \leq \left(M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \right); \quad W_{pl}: \text{ tous les profilés HEB sont de classe 1 en flexion.}$$

$$\text{Alors : } M_{q_{\max},Sd} \leq \frac{W_{pl} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \Rightarrow W_{p,y} \geq M_{y,Sd} \cdot \frac{\gamma_{M0}}{f_y}$$

$$\Rightarrow W_{p,y} \geq 162000 \cdot \frac{1}{355} \Rightarrow W_{p,y} \geq 456,33 \text{ cm}^3$$

Le choix du profilé : Du tableau de sections des profilés laminés en HEB, on choisit :

$$\Rightarrow W_{p,y} \geq 456,33 \text{ cm}^3 \quad \text{soit un : HEB 180 } (W_{p,y} = 481,4 \text{ cm}^3 > 456,33 \text{ cm}^3)$$

Le moment résistant plastique du profilé choisi est :

$$M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{481,4 \times 355}{1} = 170897 \text{ N.m} = 170,89 \text{ KN.m}$$

D'où la vérification est faite comme suit : (en négligeant le poids propre)

$$\checkmark M_{y,Sd} = 162 \text{ KN.m} < M_{pl,Rd} = 170,89 \text{ KN.m}$$

Le profilé HEB 180 vérifie l'E.L.U de résistance pour cette poutre.

- Le taux d'exploitation du profilé est ; $M_{y,Sd} / M_{pl,Rd} \approx 94,79 \%$

3° - Vérification de la résistance au cisaillement :

$$V_{sd} \leq V_{pl,Rd} = \frac{A_v}{\gamma_{M0}} \left(\frac{f_y}{\sqrt{3}} \right) \quad ; \quad \gamma_{M0} = 1,0$$

A_v : l'aire de cisaillement. ; $A_{vz} = 20,2 \text{ cm}^2 = 2020 \text{ mm}^2$

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v}{\gamma_{M0}} \left(\frac{f_y}{\sqrt{3}} \right) = \frac{2020}{1} \left(\frac{355}{\sqrt{3}} \right) = 414017,878 \text{ N} = 414,01 \text{ KN}$$

$$V_{pl,Rd} = 414,01 \text{ KN} > V_{z,Sd} = 162 \text{ KN}$$

✓ Donc la résistance au cisaillement est vérifiée.

4° - Vérification de l'influence de l'effort tranchant sur la poutre :

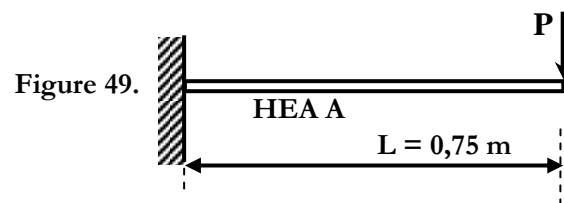
$$V_{sd} = 162000 \text{ N} < 0,5 V_{pl,Rd} = (414017,878/2) = 207008,939 \text{ N}$$

L'interaction entre l'effort tranchant maximal et le moment fléchissant maximal, à l'encastrement ($x = 0$), est sans influence sur le moment résistant plastique de la section.

Exercice 03 : Soit une poutre console en profilé laminé HEA A [Figure 49.] d'une portée $L = 0,75 \text{ m}$. Cette console supporte une charge permanente concentrée $P_G = 40 \text{ KN}$ et une charge d'exploitation concentrée $P_Q = 100 \text{ KN}$.

La nuance de l'acier utilisé est S275. En négligeant le poids propre du profilé ;

- 1° Trouvez le maximum de $M_{y,Sd}$ et $V_{z,Sd}$ sollicitant la poutre à l'état limite ultime ?
- 2° Dimensionnez la poutre en profilé HEA A à l'état limite ultime ?
- 3° Vérifiez la résistance au cisaillement de cette poutre ?
- 4° Vérifiez l'effet de l'interaction de l'effort tranchant V_{sd} sur le moment résistant ?

**Solution :****1° Le moment fléchissant et effort tranchant sollicitant la poutre à l'Etat Limite Ultime :****1-1° La charge de la poutre à l'E.L.U. :**

$$P_{sd} = 1,35.P_G + 1,5.P_Q \Rightarrow P_{sd} = 1,35 \times 40 + 1,5 \times 100 = 204 \text{ KN} = 204000 \text{ N}$$

1-2° Le moment maximum et l'effort tranchant à l'E.L.U. :

Pour une console chargée en flexion, la valeur maximale du moment fléchissant coïncide avec celle de l'effort tranchant à l'encastrement. Dans ce cas nous avons :

$$M_{y,max,Sd} = P_{sd} \cdot L \Rightarrow M_{q,max,Sd} = 204000 \cdot 0,75 = 153000 \text{ N.m} = 153 \text{ KN.m}$$

$$V_{y,max,Sd} = P_{sd} \Rightarrow V_{max,Sd} = 204000 \text{ N} = 204 \text{ KN}$$

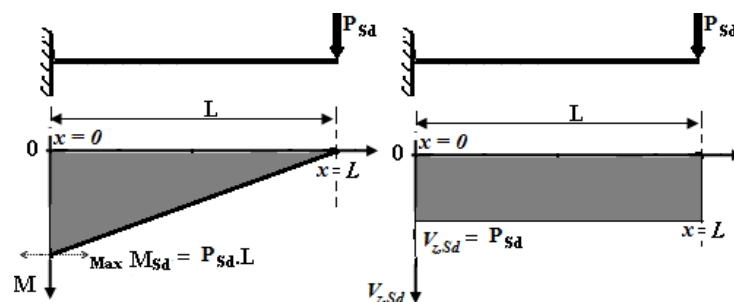


Figure 50.

2° Dimensionnement du profilé à l'E.L.U :

De la résistance de la section de la poutre, nous avons : $M_{Sd} \leq M_{c,Rd} = M_{z,Rd} = \frac{W_{z,y} \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$

$W_{z,y}$: car les profilés HEA A présentent, en flexion, différentes classes de sections en fonction de leur dimension. Dans ce cas, on tire le module de flexion en faisant attention à la classe du profilé

$$\text{Alors : } M_{qmax,Sd} \leq \frac{W_{z,y} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \Rightarrow W_{z,y} \geq M_{y,Sd} \cdot \frac{\gamma_{M0}}{f_y}$$

$$\Rightarrow W_{z,y} \geq 153000 \cdot \frac{1}{275} \Rightarrow W_{z,y} \geq 556,36 \text{ cm}^3$$

Le choix du profilé : Dans le tableau de sections des profilés laminés en HEA A, on trouve que le profilé HEA A 240 nous donne un module de flexion plastique

$W_{pl,y} = 570,6 \text{ cm}^3 > 556,36 \text{ cm}^3$, mais ce dernier est de **classe 3**. Ce qui veut dire qu'il n'est exploitable qu'élastiquement.

Or son module de flexion élastique est insuffisant puisque $W_{el,y} = 521 \text{ cm}^3 < 556,36 \text{ cm}^3$. Alors, on passe au profilé suivant (HEA A 260) qui, à son tour, est de classe 3. Pour celui-ci :

$\Rightarrow W_{el,y} = 654,1 \text{ cm}^3 > 556,36 \text{ cm}^3$ Alors prenons un **HEA A260** ($W_{el,y} = 654,1 \text{ cm}^3$)

Le moment résistant élastique du profilé choisi est :

$$M_{c,Rd} = M_{el,Rd} = \frac{W_{el,y} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{654,1 \times 275}{1} = 179877,5 \text{ N.m} = 179,87 \text{ KN.m}$$

D'où la vérification est faite comme suit : (en négligeant le poids propre)

$$\checkmark M_{y,Sd} = 153 \text{ KN.m} < M_{el,Rd} = 179,87 \text{ KN.m}$$

Le profilé HEAA260 vérifie l'E.L.U convient à cette poutre.

3° - Vérification de la résistance au cisaillement :

$$V_{sd} \leq V_{pl,Rd} = \frac{A_v}{\gamma_{M0}} \left(\frac{f_y}{\sqrt{3}} \right) \quad A_v: \text{l'aire de cisaillement.} \quad ; \quad A_v = 24,7 \text{ cm}^2 = 2470 \text{ mm}^2$$

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v}{\gamma_{M0}} \left(\frac{f_y}{\sqrt{3}} \right) = \frac{2470}{1} \left(\frac{275}{\sqrt{3}} \right) = 392165,17 \text{ N} = 392,16 \text{ KN}$$

$$V_{pl,Rd} = 392,16 \text{ KN} > V_{z,Sd} = 204 \text{ KN}$$

\checkmark Donc la résistance au cisaillement est vérifiée.

4° - Vérification de l'influence de l'effort tranchant sur la poutre :

$$V_{z,Sd} = 204000 \text{ N} > 0,5 \cdot V_{pl,Rd} = (392165,17/2) = 196082,585 \text{ N}$$

$$V_{z,Sd} = 204 \text{ KN} > 0,5 \cdot V_{pl,Rd} = 196,08 \text{ KN}$$

$V_{z,Sd} > 0,5 \cdot V_{pl,Rd}$, donc il y'a une influence de $V_{z,Sd}$ sur $M_{pl,Rd}$ et ce dernier doit être réduit.

Pour cela on calcule le moment résistant plastique réduit : $M_{v,Rd} = \left(W_{pl} - \frac{\rho \cdot A_v^2}{4 \cdot t_w} \right) \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$

$$\text{Où : } \rho = \left(\frac{2 \cdot V_{Sd}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2 = \left(\frac{2 \times 204}{392,16} - 1 \right)^2 = 0,0016 \quad ; \quad W_{pl,y} = 714,5 \text{ cm}^3; \quad t_w = 6,5 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow M_{v,Rd} = \left(714,5 - \frac{0,0016 \times 24,7^2}{4 \times 0,65} \right) \cdot \frac{275}{1} = 196382,294 \text{ N.m} \approx 196,38 \text{ KN.m}$$

L'interaction entre l'effort tranchant et le moment fléchissant maximal est sans risque sur le moment résistant élastique de la section, puisque en diminuant la résistance plastique informelle dans ce cas (section de classe 3), elle n'est pas devenue plus faible, que la résistance de calcul $M_{el,Rd}$:

$$M_{y,Sd} = 153 \text{ KN.m} < M_{el,Rd} = 179,87 \text{ KN.m} < M_{v,Rd} = 196,38 \text{ KN.m} \quad \checkmark$$

Exercice 04 : refaire l'exercice 3 en modifiant la nuance de l'acier utilisé en S355.

1° Moment fléchissant et effort tranchant sollicitant la poutre à l'Etat Limite Ultime :

1-1° La charge de la poutre à l'E.L.U :

$$P_{Sd} = 1,35.P_G + 1,5.P_Q \Rightarrow P_{Sd} = 1,35 \times 40 + 1,5 \times 100 = 204 \text{ KN} = 204000 \text{ N}$$

1-2° Le moment maximum et l'effort tranchant à l'E.L.U :

Dans une console chargée en flexion, la valeur maximale du moment fléchissant extérieur se trouve à l'encastrement. Dans notre cas le moment maximum est donné par :

$$M_{y,max,Sd} = P_{Sd} \cdot L \Rightarrow M_{qmax,Sd} = 204000 \cdot 0,75 = 153000 \text{ N.m} = 153 \text{ KN.m}$$

$$V_{y,max,Sd} = P_{Sd} \Rightarrow V_{max,Sd} = 204000 \text{ N} = 204 \text{ KN}$$

2° Dimensionnement du profilé à l'E.L.U :

De la résistance de la section de la poutre, nous avons : $M_{Sd} \leq M_{c,Rd} = M_{z,Rd} = \frac{W_{pl,y} \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$

$W_{pl,y}$: car les profilés HEA A présentent, en flexion, différentes classes de sections en fonction de leur dimension. Dans ce cas, on tire le module de flexion en faisant attention à la classe du profilé

$$\text{Alors : } M_{qmax,Sd} \leq \frac{W_{pl,y} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \Rightarrow W_{pl,y} \geq M_{y,Sd} \cdot \frac{\gamma_{M0}}{f_y}$$

$$\Rightarrow W_{pl,y} \geq 153000 \cdot \frac{1}{355} \Rightarrow W_{pl,y} \geq 431 \text{ cm}^3$$

Le choix du profilé : Dans le tableau de sections des profilés laminés en HEA A, on trouve que le profilé HEA A 240 nous donne un module de flexion plastique $W_{el,y} = 521 \text{ cm}^3 > 430 \text{ cm}^3$, mais ce dernier est de classe 4. Ceci nous incite à trouver les caractéristiques efficaces de la section, comme suit :

Le moment résistant efficace du profilé choisi est :

$$M_{c,Rd} = M_{eff,Rd} = \frac{W_{eff,y} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{654,1 \times 355}{1,1} = 179877,5 \text{ N.m} = 179,87 \text{ KN.m}$$

D'où la vérification est faite comme suit : (en négligeant le poids propre)

$$\checkmark M_{y,Sd} = 153 \text{ KN.m} < M_{eff,Rd} = 179,87 \text{ KN.m}$$

Le profilé HEA 240 vérifie l'E.L.U de résistance pour cette poutre.

3° - Vérification de la résistance au cisaillement :

$$V_{sd} \leq V_{pl,Rd} = \frac{A_v}{\gamma_{M0}} \left(\frac{f_y}{\sqrt{3}} \right) \quad A_v : \text{l'aire de cisaillement. ; } A_v = 24,7 \text{ cm}^2 = 2470 \text{ mm}^2$$

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v}{\gamma_{M0}} \left(\frac{f_y}{\sqrt{3}} \right) = \frac{2470}{1} \left(\frac{355}{\sqrt{3}} \right) = 392165,17 \text{ N} = 392,16 \text{ KN}$$

$$V_{pl,Rd} = 392,16 \text{ KN} > V_{z,Sd} = 204 \text{ KN}$$

\checkmark Donc la résistance au cisaillement est vérifiée.

4° - Vérification de l'influence de l'effort tranchant sur la poutre :

$$V_{z,Sd} = 204000 \text{ N} > 0,5 V_{pl,Rd} = (392165,17/2) = 196082,585 \text{ N}$$

$$V_{z,Sd} = 204 \text{ KN} > 0,5 V_{pl,Rd} = 196,08 \text{ KN}$$

$$V_{z,Sd} > 0,5 \cdot V_{pl,Rd}, \text{ donc il y'a une influence de } V_{z,Sd} \text{ sur } M_{pl,Rd}$$

→ ce dernier doit être réduit. Pour cela on applique :

$$\text{Le moment résistant plastique réduit : } M_{v,Rd} = \left(W_{pl} - \frac{\rho \cdot A_v^2}{4 \cdot t_w} \right) \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$\text{Où : } \rho = \left(\frac{2 \cdot V_{Sd}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2 = \left(\frac{2 \times 204}{392,16} - 1 \right)^2 = 0,0016 ; \quad W_{pl,y} = 714,5 \text{ cm}^3 ; \quad t_w = 6,5 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow M_{v,Rd} = \left(714,5 - \frac{0,0016 \times 24,7^2}{4 \times 0,65} \right) \cdot \frac{275}{1} = 196382,294 \text{ N.m} \approx 196,38 \text{ KN.m}$$

L'interaction entre l'effort tranchant maximal et le moment fléchissant maximal est sans risque sur le moment résistant élastique de la section, puisque la résistance plastique, informelle dans ce cas (section de classe 3), n'est pas devenue plus faible, en diminuant, que la résistance formelle de calcul $M_{el,Rd}$:

$$M_{y,Sd} = 153 \text{ KN.m} < M_{el,Rd} = 179,87 \text{ KN.m} < M_{v,Rd} = 196,38 \text{ KN.m} \quad \square$$

Exercice 05 : Soit une poutre **bi-encastree** [Figure 51.] ayant une portée $L = 4,20 \text{ m}$. Cette poutre est uniformément chargée par une charge permanente $G = 54 \text{ KN/m}$ et une charge d'exploitation $Q = 100 \text{ KN/m}$.

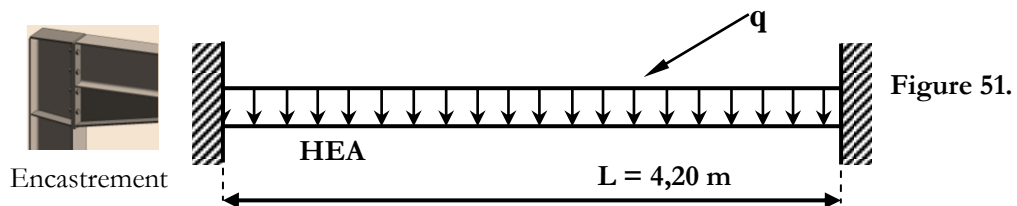
La nuance de l'acier utilisé est **S235**. En négligeant le poids propre du profilé ;

1° Trouvez le maximum de $M_{y,Sd}$ et $V_{z,Sd}$ sollicitant la poutre à l'état limite ultime ?

2° Dimensionnez la poutre en profilé **HEA** à l'état limite ultime ?

3° Vérifiez la résistance au cisaillement de cette poutre ?

4° Vérifiez l'effet de l'interaction de l'effort tranchant V_{sd} sur le moment résistant de la section choisie ?

**Solution :****1° Moment fléchissant et effort tranchant sollicitant la poutre à l'Etat Limite Ultime :****1-1° La charge de la poutre à l'E.L.U :**

$$q_u = 1,35 \cdot G + 1,5 \cdot Q \Rightarrow q_u = 1,35 \times 54 + 1,5 \times 100 = 222,9 \text{ KN/m} = 222900 \text{ N/m}$$

1-2° Le moment maximum et l'effort tranchant à l'E.L.U :

Dans une poutre bi-encastree et uniformément chargée, la valeur maximale du moment fléchissant extérieur, située aux encastremets, est donnée par :

$$M_{y,max,Sd} = \frac{q_u \cdot L^2}{12} \Rightarrow M_{q,max,Sd} = \frac{222900 \times 4,2^2}{12} = 327663 \text{ N.m} = 327,663 \text{ KN.m}$$

$$V_{y,max,Sd} = \frac{q_u \cdot L}{2} \Rightarrow V_{q,max,Sd} = \frac{222900 \times 4,2}{2} = 468090 \text{ N} = 468,09 \text{ KN}$$

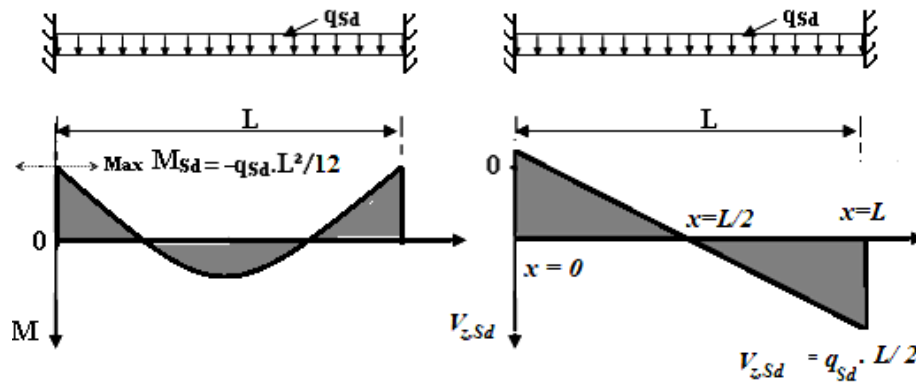


Figure 52.

2° Dimensionnement du profilé à l'E.L.U :

De la résistance de la section de la poutre, nous avons : $M_{Sd} \leq M_{c,Rd} = M_{z,Rd} = \frac{W_{\gamma} \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$

W_{γ} : Les profilés HEA, en flexion, peuvent être de différentes classes;

$$\text{Alors : } M_{q_{\max},Sd} \leq \frac{W_{\gamma} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \Rightarrow W_{\gamma,y} \geq M_{y,Sd} \cdot \frac{\gamma_{M0}}{f_y}$$

$$\Rightarrow W_{\gamma,y} \geq 327663 \cdot \frac{1}{235} \Rightarrow W_{\gamma,y} \geq 1394,31 \text{ cm}^3$$

Le choix du profilé : Du tableau de sections des profilés laminés en HEA on prend un :
HEA 320 ($W_{pl,y} = 1628,1 \text{ cm}^3 > 1394,31 \text{ cm}^3$)

Ce profilé est de classe 1 en flexion.

D'où le moment résistant plastique de la section est :

$$M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{1628,1 \cdot 235}{1} = 382603,5 \text{ N.m} = 382,60 \text{ KN.m}$$

D'où la vérification est faite comme suit : (en négligeant le poids propre)

$$\checkmark M_{y,Sd} = 327,663 \text{ KN.m} < M_{pl,Rd} = 382,60 \text{ KN.m}$$

Le profilé HEA 320 vérifie l'E.L.U de résistance pour cette poutre.

3° - Vérification de la résistance au cisaillement :

$$V_{Sd} \leq V_{pl,Rd} = \frac{A_v}{\gamma_{M0}} \left(\frac{f_y}{\sqrt{3}} \right) \quad ; \quad \gamma_{M0} = 1,0$$

$$A_v : \text{l'aire de cisaillement.} \quad ; \quad A_{vz} = 41,1 \text{ cm}^2 = 4110 \text{ mm}^2$$

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v}{\gamma_{M0}} \left(\frac{f_y}{\sqrt{3}} \right) = \frac{4110}{1} \left(\frac{235}{\sqrt{3}} \right) = 557633,757 \text{ N} = 557,63 \text{ KN}$$

$$V_{pl,Rd} = 557,63 \text{ KN} > V_{z,Sd} = 468,09 \text{ KN}$$

\checkmark Donc la résistance au cisaillement est vérifiée.

4° - Vérification de l'influence de l'effort tranchant sur la poutre :

$$V_{sd} = 468,09 \text{ KN} > 0,5 \cdot V_{pl,Rd} = 557,63 / 2 = 278,81 \text{ KN}$$

$V_{z,Sd} > 0,5 \cdot V_{pl,Rd}$, donc il y'a une influence de $V_{z,Sd}$ sur $M_{pl,Rd}$ et ce dernier doit être réduit.

Pour cela on calcule le moment résistant plastique réduit : $M_{v,Rd} = \left(W_{pl} - \frac{\rho \cdot A_v^2}{4 \cdot t_w} \right) \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$

$$\text{Où : } \rho = \left(\frac{2 \cdot V_{Sd}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2 = \left(\frac{2 \times 468,09}{557,63} - 1 \right)^2 = 0,46$$

$$\Rightarrow M_{v,Rd} = \left(1628,1 - \frac{0,46 \times 41,1^2}{4 \times 0,9} \right) \cdot \frac{235}{1} = 331788,87 \text{ N.m} \approx 331,79 \text{ KN.m}$$

La réduction du moment résistant plastique est sans risque pour la section,

$$M_{y,Sd} = 327,663 \text{ KN.m} < M_{v,Rd} = 331,79 \text{ KN.m} < M_{pl,Rd} = 382,60 \text{ KN.m} \quad \checkmark$$

Si la réduction a donné un moment résistant plus faible que celui sollicitant, on devrait augmenter la section du profilé à HEA 340 et le soumettre de nouveau à toutes les vérifications passées.

Exercice 06 : Soit une poutre solive simplement appuyées [Figure 53.] appartenant à un plancher à usage d'habitation. Cette poutre a une portée $L = 5 \text{ m}$ et elle est ponctuellement chargée au milieu par une charge permanente $P_G = 10 \text{ KN}$ et celle d'exploitation $P_Q = 18 \text{ KN}$.

La nuance de l'acier utilisé est **S235**. En négligeant le poids propre du profilé ;

- 1° Trouvez le maximum de $M_{y,Sd}$ et $V_{z,Sd}$ sollicitant la poutre à l'état limite ultime ?
- 2° Dimensionnez la poutre en profilé **IPE A** à l'état limite ultime ?
- 3° Vérifiez la résistance au cisaillement de cette poutre ?
- 4° Vérifiez l'effet de l'interaction de l'effort tranchant V_{sd} sur le moment résistant de la section choisie ?

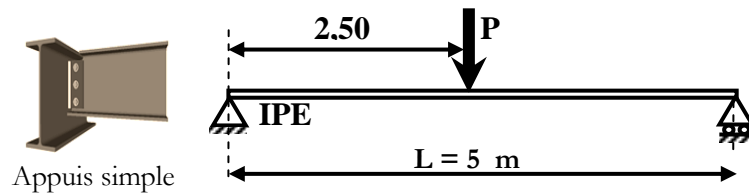


Figure 53.

Solution :

1° Moment fléchissant et effort tranchant sollicitant la poutre à l'Etat Limite Ultime :

1-1° La charge de la poutre à l'E.L.U :

$$P_{Sd} = 1,35 \cdot P_G + 1,5 \cdot P_Q \Rightarrow P_{Sd} = 1,35 \times 10 + 1,5 \times 18 = 40,5 \text{ KN} = 40500 \text{ N}$$

1-2° Le moment maximum et l'effort tranchant à l'E.L.U :

La valeur maximale du moment fléchissant est donné par :

$$M_{y,max,Sd} = P_{Sd} \cdot L/4 \Rightarrow M_{q,max,Sd} = 40500 \cdot 5/4 = 50625 \text{ N.m} = 50,625 \text{ KN.m}$$

$$V_{y,max,Sd} = P_{Sd} / 2 \Rightarrow V_{max,Sd} = 40500/2 \text{ N} = 20250 \text{ N} = 20,25 \text{ KN}$$

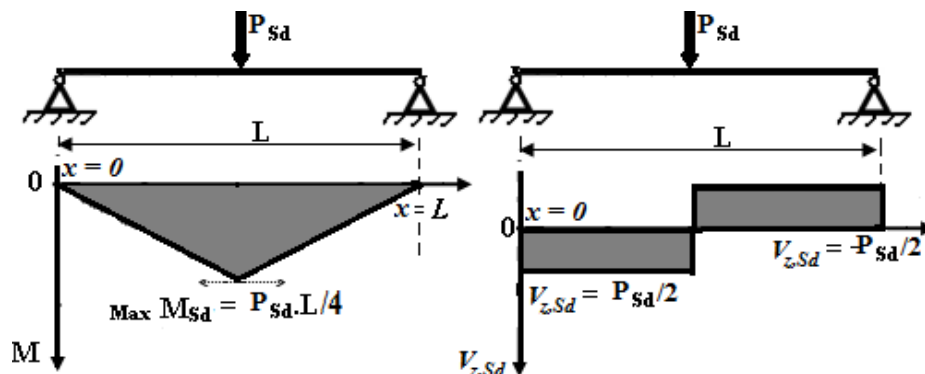


Figure 54.

2° Dimensionnement du profilé à l'E.L.U :

$$M_{Sd} \leq M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \quad W_{pl}: \text{ tous les profilés IPE A sont de classe 1 en flexion.}$$

$$\text{Alors : } M_{qmax,Sd} \leq \frac{W_{pl} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \Rightarrow W_{pl,y} \geq M_{y,Sd} \cdot \frac{\gamma_{M0}}{f_y}$$

$$\Rightarrow W_{pl,y} \geq 50625 \cdot \frac{1}{235} \Rightarrow W_{pl,y} \geq 215,43 \text{ cm}^3$$

Le choix du profilé : Parmi les IPE A, on choisit un : **IPE A 220** ($W_{pl,y} = 240,2 \text{ cm}^3$)

Le moment résistant élastique du profilé choisi est :

$$M_{c,Rd} = M_{el,Rd} = \frac{W_{el} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{240,2 \times 235}{1} = 56447 \text{ N.m} = 56,447 \text{ KN.m}$$

D'où la vérification est faite comme suit : (en négligeant le poids propre)

$$\checkmark \quad M_{y,Sd} = 50,625 \text{ KN.m} < M_{el,Rd} = 56,447 \text{ KN.m}$$

Le profilé IPEA 220 vérifie l'E.L.U de résistance pour cette poutre.

3° - Vérification de la résistance au cisaillement :

$$V_{sd} \leq V_{pl,Rd} = \frac{A_v}{\gamma_{M0}} \left(\frac{f_y}{\sqrt{3}} \right) \quad A_v: \text{ l'aire de cisaillement. } ; A_v = 13,5 \text{ cm}^2 = 1350 \text{ mm}^2$$

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v}{\gamma_{M0}} \left(\frac{f_y}{\sqrt{3}} \right) = \frac{1350}{1} \left(\frac{235}{\sqrt{3}} \right) = 183164,37 \text{ N} = 183,16 \text{ KN}$$

$$V_{pl,Rd} = 183,16 \text{ KN} > V_{z,Sd} = 20,25 \text{ KN}$$

\checkmark Donc la résistance au cisaillement est vérifiée.

4° - Vérification de l'influence de l'effort tranchant sur la poutre :

$$V_{z,Sd} = 20,25 \text{ KN} < 0,5 \cdot V_{pl,Rd} = 183,16/2 = 91,58 \text{ KN}$$

L'interaction entre l'effort tranchant maximal et le moment fléchissant maximal, au milieu de la poutre ($x=L/2$), est sans influence sur le moment résistant plastique de la section.

Exercice 07: Soit une poutre solive continue sur plusieurs appuis [Figure 55.] appartenant à un plancher à usage d'habitation. Cette poutre a une portée entre appuis $L = 3,00 \text{ m}$ et elle est chargée par une charge uniformément répartie dont la charge permanente $G = 75 \text{ KN/m}$ et la charge d'exploitation $Q = 109 \text{ KN/m}$.

La nuance de l'acier utilisé est **S275**. En négligeant le poids propre du profilé ;

1° Trouvez le maximum de $M_{y,sd}$ et $V_{z,sd}$ sollicitant la poutre à l'état limite ultime ?

2° Dimensionnez la poutre en profilé **HEA** à l'état limite ultime ?

3° Vérifiez la résistance au cisaillement de cette poutre ?

4° Vérifiez l'effet de l'interaction de l'effort tranchant V_{sd} sur le moment résistant de la section choisie ?

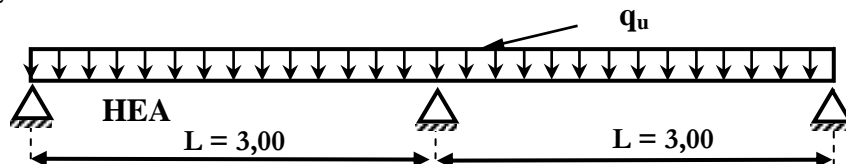


Figure 55.

Solution :

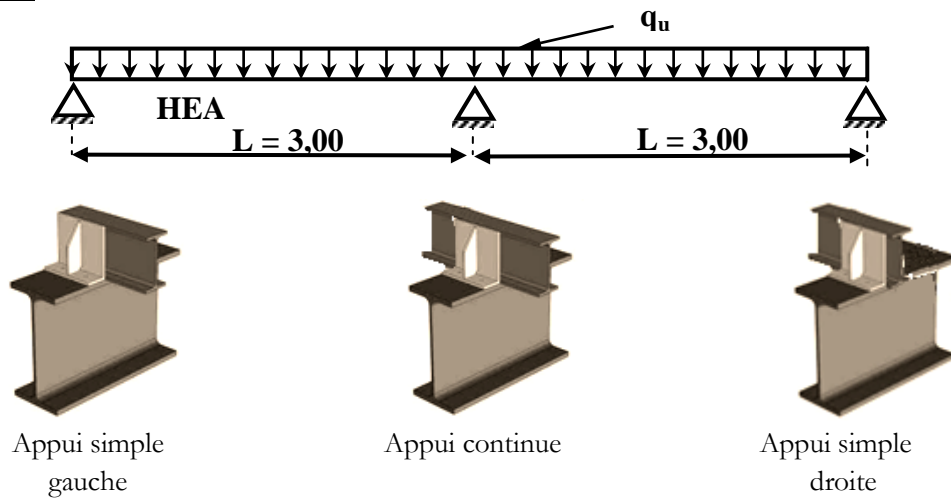


Figure 56.

1° Moment fléchissant et effort tranchant sollicitant la poutre à l'Etat Limite Ultime :

1-1° La charge de la poutre à l'E.L.U :

$$q_u = 1,35.G + 1,5.Q \Rightarrow q_u = 1,35 \times 75 + 1,5 \times 109 = 264,75 \text{ KN/m} = 264750 \text{ N/m}$$

1-2° Le moment maximum et l'effort tranchant à l'E.L.U :

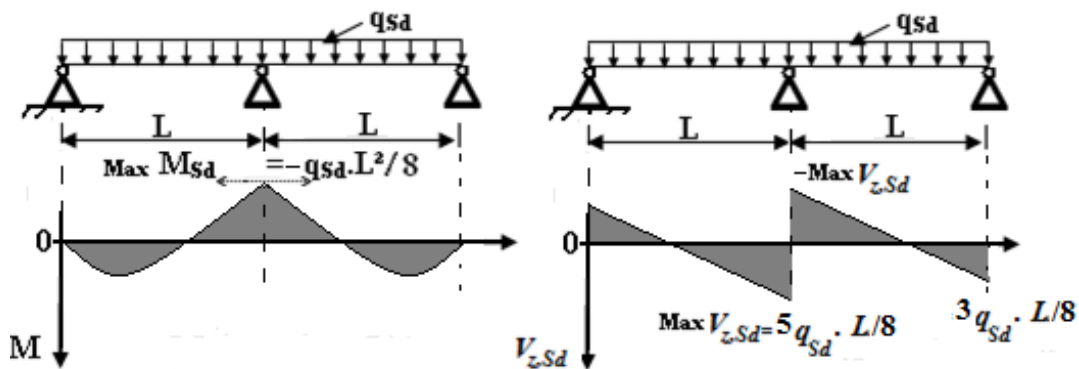


Figure 57.

Dans une poutre continue et uniformément chargée, les valeurs maximales du moment fléchissant et de l'effort tranchant se situent à l'appui intermédiaire, est donnée par :

$$M_{y_{\max},Sd} = \frac{q_u \cdot L^2}{8} \Rightarrow M_{q_{\max},Sd} = \frac{264750 \times 4^2}{8} = 297843,75 \text{ N.m} = 297,84 \text{ KN.m}$$

$$V_{y_{\max},Sd} = \frac{5 \cdot q_u \cdot L}{8} \Rightarrow V_{q_{\max},Sd} = \frac{5 \times 264750 \times 4}{8} = 496406,25 \text{ N} = 496,40 \text{ KN}$$

2° Dimensionnement du profilé à l'E.L.U Nous avons :

$$M_{Sd} \leq M_{c,Rd} = M_{r,Rd} = \frac{W_{\gamma} \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$$

W_{γ} : Les profilés HEA, en flexion, peuvent être de différentes classes;

$$\text{Alors : } M_{q_{\max},Sd} \leq \frac{W_{\gamma} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \Rightarrow W_{\gamma,y} \geq 297843,75 \cdot \frac{1}{275} \Rightarrow W_{\gamma,y} \geq 1083,07 \text{ cm}^3$$

Le choix du profilé : Puisque le **HEA 280** ($W_{pl,y} = 1112,2 \text{ cm}^3$) est de classe 3 (S275) en flexion, on prend un : **HEA 300** ($W_{el,y} = 1259,6 \text{ cm}^3 > 1083,07 \text{ cm}^3$)

Ce profilé en acier S275 est de classe 3 en flexion. D'où le moment résistant élastique :

$$M_{c,Rd} = M_{el,Rd} = \frac{W_{el} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{1259,6 \cdot 275}{1} = 346390 \text{ N.m} = 346,39 \text{ KN.m}$$

D'où la vérification est faite comme suit : (en négligeant le poids propre)

$$\checkmark \quad M_{y,Sd} = 297,84 \text{ KN.m} < M_{el,Rd} = 346,39 \text{ KN.m}$$

Le profilé HEA 300 vérifie l'E.L.U de résistance pour cette poutre.

3° - Vérification de la résistance au cisaillement :

$$V_{Sd} \leq V_{pl,Rd} = \frac{A_v}{\gamma_{M0}} \left(\frac{f_y}{\sqrt{3}} \right); \quad A_v : \text{l'aire de cisaillement.} \quad ; \quad A_v = 37,3 \text{ cm}^2 = 3730 \text{ mm}^2$$

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v}{\gamma_{M0}} \left(\frac{f_y}{\sqrt{3}} \right) = \frac{3730}{1} \left(\frac{275}{\sqrt{3}} \right) = 592217,04 \text{ N} = 592,22 \text{ KN}$$

$$V_{pl,Rd} = 592,22 \text{ KN} > V_{z,Sd} = 496,40 \text{ KN}$$

\checkmark Donc la résistance au cisaillement est vérifiée.

4° - Vérification de l'influence de l'effort tranchant sur la poutre :

$$V_{Sd} = 496,40 \text{ KN} > 0,5 \cdot V_{pl,Rd} = 592,22/2 = 296,11 \text{ KN}$$

$V_{z,Sd} > 0,5 \cdot V_{pl,Rd}$, donc il y'a une influence de $V_{z,Sd}$ sur $M_{pl,Rd}$ et ce dernier doit être réduit.

$$\text{Le moment résistant plastique réduit : } M_{v,Rd} = \left(W_{pl} - \frac{\rho \cdot A_v^2}{4 \cdot t_w} \right) \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$\text{Où : } \rho = \left(\frac{2 \cdot V_{Sd}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2 = \left(\frac{2 \times 496,40}{592,22} - 1 \right)^2 = 0,46; \quad W_{pl,y} = 1383,3 \text{ cm}^3; \quad t_w = 8,5 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow M_{v,Rd} = \left(1383,3 - \frac{0,46 \times 37,3^2}{4 \times 0,85} \right) \cdot \frac{275}{1} = 328917,64 \text{ N.m} \approx 328,92 \text{ KN.m}$$

La réduction du moment résistant plastique, par l'effort tranchant, a rendu ce dernier plus faible que la résistance élastique de calcul (classe 3). Reste que la section résiste encore au moment $M_{y,Sd}$ puisque ;

$$M_{y,Sd} = 297,84 \text{ KN.m} < M_{v,Rd} = 328,92 \text{ KN.m} < M_{el,Rd} = 346,39 \text{ KN.m} \quad \checkmark$$

Si le moment résistant plastique réduit est plus faible que celui sollicitant, on devrait augmenter la section du profilé à **HEA 320** et reprendre de nouveau à toutes les vérifications passées.

E04 : Flexion bi axiale**Exercice 01 : Vérification d'une panne isostatique en IPE**

Soit des pannes isostatiques en IPE supportées par des fermes espacées de 3,00 m, ayant un versant de $\alpha = 12^\circ$. Si la charge maximale ultime sur une panne est $q_u = 4000 \text{ N/m}$ (y compris le poids propre du profilé). La nuance de l'acier utilisé est S235.

- 1° Calculez les moments maximums sollicitant la poutre à l'état limite ultime ?
- 2° Dimensionnez la poutre en profilé IPE à l'état limite ultime ?

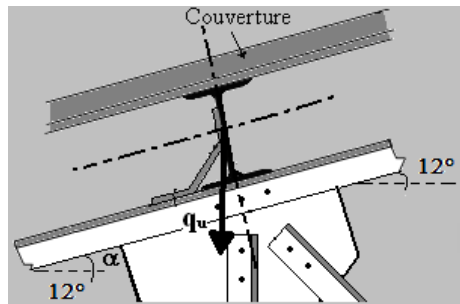


Figure 58.

Solution :**1° Les moments maximums sollicitant la poutre à l'E.L.U :**

Pour cette panne, nous avons les schémas statiques suivants;

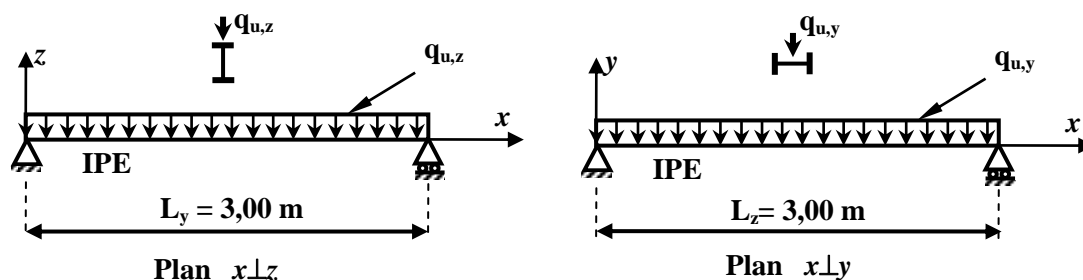


Figure 59.

- **Axe de flexion y-y (Plan $x \perp z$):** $q_{u,z} = q_u \cdot \cos \alpha = 4000 \cdot \cos(12^\circ) = 3912,59 \text{ N}$

$$M_{y,\max,Sd} = \frac{q_{u,z} \cdot L_y^2}{8} \Rightarrow M_{y,\max,Sd} = \frac{3912,59 \times 3^2}{8} = 4401,66 \text{ N.m} = 4,41 \text{ KN.m}$$

- **Axe de flexion z-z (Plan $x \perp y$):** $q_{u,y} = q_u \cdot \sin \alpha = 4000 \cdot \sin(12^\circ) = 831,64 \text{ N}$

$$M_{z,\max,Sd} = \frac{q_{u,y} \cdot L_z^2}{8} \Rightarrow M_{z,\max,Sd} = \frac{831,64 \times 3^2}{8} = 935,60 \text{ N.m} = 0,936 \text{ KN.m}$$

2° Dimensionnement du profilé à l'E.L.U :

Après tâtonnements, nous avons trouvé que le choix optimal est un IPE 100 :

Les IPE sont de classe 1 en flexion bi axiale.

$$W_{pl,y} = 39,4 \text{ cm}^3 \Rightarrow M_{pl,y,Rd} = W_{pl,y} \cdot (f_y / \gamma_{M0}) = 9259 \text{ N.m} = 9,26 \text{ KN.m}$$

$$W_{pl,z} = 9,1 \text{ cm}^3 \Rightarrow M_{pl,z,Rd} = W_{pl,z} \cdot (f_y / \gamma_{M0}) = 2138,5 \text{ N.m} = 2,14 \text{ KN.m}$$

$$\alpha = 2 \quad \text{et} \quad \beta = 1 \quad (\text{pour les sections I et H})$$

$$\left[\frac{M_{y,Sd}}{M_{pl,y,Rd}} \right]^\alpha + \left[\frac{M_{z,Sd}}{M_{pl,z,Rd}} \right]^\beta = \left[\frac{4,41}{9,26} \right]^2 + \left[\frac{0,936}{2,14} \right]^1 = 0,664 \leq 1 \quad (\text{Véifiée})$$

Exercice 02 : Vérification d'une panne isostatique en IPE sous le vent

Soit des pannes isostatiques en IPE supportées par des fermes espacées de **3,00 m**, ayant un versant de $\alpha = 12^\circ$. Si la charge permanente sur une panne est $q_G = 3000 \text{ N/m}$ (poids de la tôle + le poids propre du profilé), et la charge du vent $W = 1000 \text{ N/m}$.

La nuance de l'acier utilisé est **S235**.

1° Calculez les moments maximums sollicitant la poutre à l'état limite ultime ?

2° Dimensionnez la poutre en profilé IPE à l'état limite ultime ?

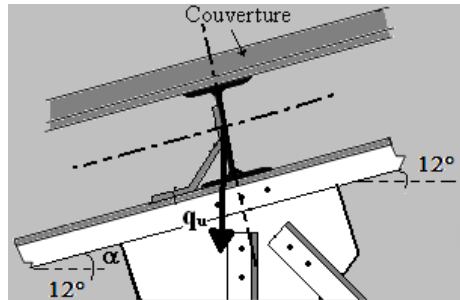


Figure 60.

Solution :**1° Les moments maximums sollicitant la poutre à l'E.L.U :**

Dans cette panne la charge du vent vient s'ajouter directement perpendiculairement au plan du versant (parallèlement à l'âme). On obtient les schémas statiques suivants;

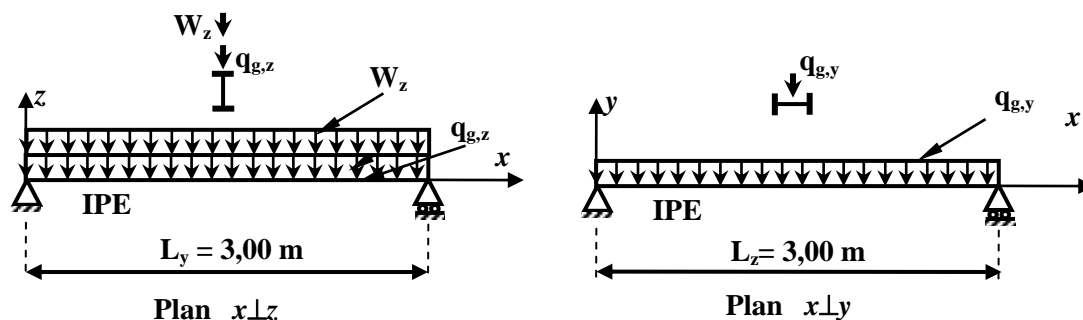


Figure 61.

- **Axe de flexion y-y (Plan $x \perp z$):** $q_{u,z} = 1,35 \cdot q_G \cdot \cos \alpha + 1,5 \cdot W_z$

$$q_{u,z} = 1,35 \cdot 3000 \cdot \cos(12^\circ) + 1,5 \cdot 1000 = 5461,49 \text{ N}$$

$$M_{y,\max,Sd} = \frac{q_{u,z} \cdot L_y^2}{8} \Rightarrow M_{y,\max,Sd} = \frac{5461,49 \times 3^2}{8} = 6144,18 \text{ N.m} = 6,15 \text{ KN.m}$$

- **Axe de flexion z-z (Plan $x \perp y$):** $q_{u,y} = 1,35 \cdot q_G \cdot \sin \alpha = 1,35 \cdot 3000 \cdot \sin(12^\circ) = 842,04 \text{ N}$

$$M_{z,\max,Sd} = \frac{q_{u,y} \cdot L_z^2}{8} \Rightarrow M_{z,\max,Sd} = \frac{842,04 \times 3^2}{8} = 947,29 \text{ N.m} = 0,947 \text{ KN.m}$$

2° Dimensionnement du profilé à l'E.L.U :

Après tâtonnements, nous avons trouvé que le choix optimal est un **IPE 100** :

Les IPE sont de classe 1 en flexion bi axiale.

$$W_{pl,y} = 39,4 \text{ cm}^3 \Rightarrow M_{pl,y,Rd} = W_{pl,y} \cdot (f_y / \gamma_{M0}) = 9259 \text{ N.m} = 9,26 \text{ KN.m}$$

$$W_{pl,z} = 9,1 \text{ cm}^3 \Rightarrow M_{pl,z,Rd} = W_{pl,z} \cdot (f_y / \gamma_{M0}) = 2138,5 \text{ N.m} = 2,14 \text{ KN.m}$$

$$\alpha = 2 \quad \text{et} \quad \beta = 1 \quad (\text{pour les sections I et H})$$

$$\left[\frac{M_{y,Sd}}{M_{pl,y,Rd}} \right]^\alpha + \left[\frac{M_{z,Sd}}{M_{pl,z,Rd}} \right]^\beta = \left[\frac{6,15}{9,26} \right]^2 + \left[\frac{0,947}{2,14} \right]^1 = 0,883 \leq 1 \quad (\text{Vérfiée})$$

Exercice 03 : Vérification d'une panne avec une lierne en IPE

Soit des pannes isostatiques en **IPE** supportées par des fermes espacées de **6,00 m**, ayant un versant de $\alpha = 10^\circ$. Chaque panne est attachée par une lierne à son milieu dans le plan du versant. Si la charge maximale ultime sur une panne est $q_u = 4000 \text{ N/m}$ (y compris le poids propre du profilé). La nuance de l'acier utilisé est **S235**.

- 1° Calculez les moments maximums sollicitant la poutre à l'état limite ultime ?
- 2° Dimensionnez la poutre en profilé **IPE** à l'état limite ultime ?

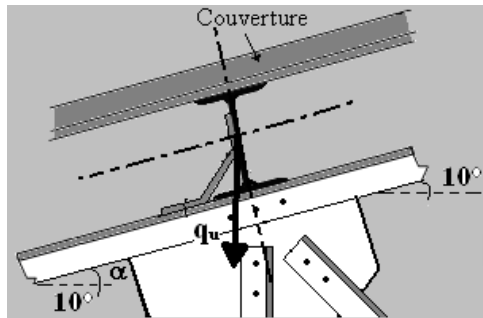


Figure 62.

Solution :**1° Les moments maximums sollicitant la poutre à l'E.L.U :**

Dans cette panne l'existence de la lierne dans le plan du versant lui donne un appui intermédiaire dans le plan $x \perp y$ (plan de calcul). On obtient les schémas statiques suivants;

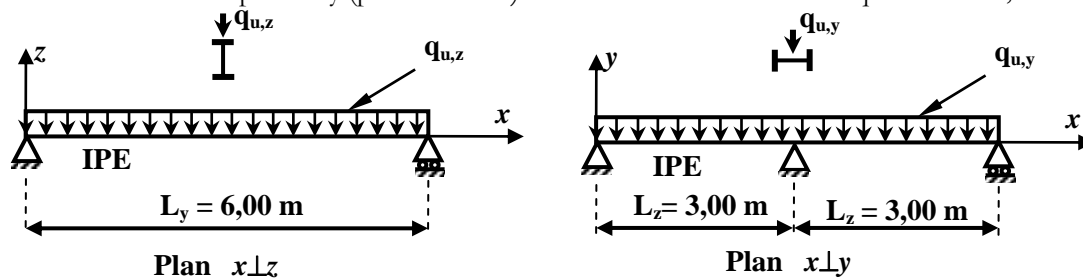


Figure 63.

- **Axe de flexion y-y (Plan $x \perp z$):** $q_{u,z} = q_u \cdot \cos \alpha = 4000 \cdot \cos(10^\circ) = 3939,23 \text{ N}$

$$M_{y,\max,Sd} = \frac{q_{u,z} \cdot L_y^2}{8} \Rightarrow M_{y,\max,Sd} = \frac{3939,23 \times 6^2}{8} = 17726,53 \text{ N.m} = 17,73 \text{ KN.m}$$

- **Axe de flexion z-z (Plan $x \perp y$):** $q_{u,y} = q_u \cdot \sin \alpha = 4000 \cdot \sin(10^\circ) = 694,59 \text{ N}$

$$M_{z,\max,Sd} = \frac{q_{u,y} \cdot L_z^2}{8} \Rightarrow M_{z,\max,Sd} = \frac{694,59 \times 3^2}{8} = 781,42 \text{ N.m} = 0,782 \text{ KN.m}$$

2° Dimensionnement du profilé à l'E.L.U :

Après tâtonnements, nous avons trouvé que le choix optimal est un **IPE 140** :

Les IPE sont de classe 1 en flexion bi axiale.

$$W_{pl,y} = 88,3 \text{ cm}^3 \Rightarrow M_{pl,y,Rd} = W_{pl,y} \cdot (f_y / \gamma_{M0}) = 20750,5 \text{ N.m} = 20,75 \text{ KN.m}$$

$$W_{pl,z} = 19,2 \text{ cm}^3 \Rightarrow M_{pl,z,Rd} = W_{pl,z} \cdot (f_y / \gamma_{M0}) = 4512 \text{ N.m} = 4,512 \text{ KN.m}$$

$$\alpha = 2 \quad \text{et} \quad \beta = 1 \quad (\text{pour les sections I et H})$$

$$\left[\frac{M_{y,Sd}}{M_{pl,y,Rd}} \right]^\alpha + \left[\frac{M_{z,Sd}}{M_{pl,z,Rd}} \right]^\beta = \left[\frac{17,73}{20,75} \right]^2 + \left[\frac{0,782}{4,512} \right]^1 = 0,903 \leq 1 \quad (\text{Vérfiée})$$

Exercice 04 :

Soit des lisses en **UAP100 (acier S235)** de bardage d'une portée totale $L = 3,00$ m. Elles sont simplement appuyées à leurs extrémités (dans les deux plans).

La charge **verticale** provenant du **pooids propre** de la lisse et du bardage est $q_y = 1000$ N/m.

La charge **horizontale** provenant de la pression du **vent** sur la face est $W_z = 900$ N/m.

- Vérifiez la résistance de cette lisse en **classe 3** à l'état limite ultime ?

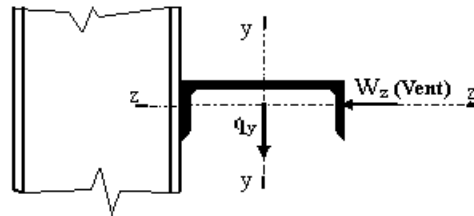


Figure 64.

UAP 100 : $W_{pl,y} = 49,59$ cm³ et $W_{pl,z} = 18,54$ cm³ ; $W_{el,y} = 41,90$ cm³ et $W_{el,z} = 9,95$ cm³

Solution :

1° Les moments maximums sollicitant la poutre à l'E.L.U :

Les schémas statiques sont comme suit;

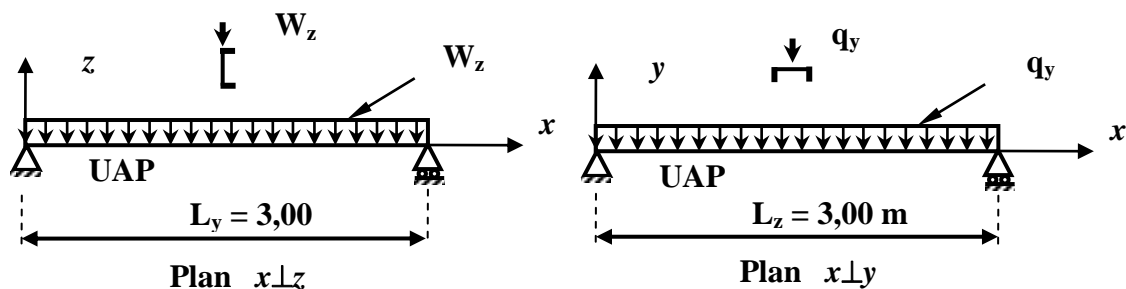


Figure 65.

- **Axe de flexion y-y (Plan $x \perp z$):** (le vent est considéré comme une charge d'exploitation)

$$M_{y,max,Sd} = \frac{1,5 \cdot W_z \cdot L_y^2}{8} \Rightarrow M_{y,max,Sd} = \frac{1,5 \times 900 \times 3,0^2}{8} = 1518,75 \text{ N.m}$$

- **Axe de flexion z-z (Plan $x \perp y$):** (le poids propre est une charge permanente)

$$M_{z,max,Sd} = \frac{1,35 \cdot q_y \cdot L_z^2}{8} \Rightarrow M_{z,max,Sd} = \frac{1,35 \times 1000 \times 3,0^2}{8} = 1518,75 \text{ N.m}$$

2° Dimensionnement du profilé à l'E.L.U :

Un profil **UAP 100** suffit pour reprendre ces charges ; pour une exploitation élastique des UAP en flexion bi axiale (bien qu'ils sont de classe 1)*; nous avons :

$$W_{el,y} = 41,90 \text{ cm}^3 \Rightarrow M_{el,y,Rd} = W_{el,y} \cdot (f_y / \gamma_{M0}) = 9846,5 \text{ N.m}$$

$$W_{el,z} = 9,95 \text{ cm}^3 \Rightarrow M_{el,z,Rd} = W_{el,z} \cdot (f_y / \gamma_{M0}) = 2338,25 \text{ N.m}$$

$$\left[\frac{M_{y,Sd}}{M_{el,y,Rd}} \right] + \left[\frac{M_{z,Sd}}{M_{el,z,Rd}} \right] = \left[\frac{1518,75}{9846,5} \right] + \left[\frac{1518,75}{2338,25} \right] = 0,804 \leq 1$$

✓ La condition est vérifiée

Exercice 05 : Vérification d'une lisse de bardage en UAP

Soit des lisses de bardage d'une portée totale $L = 6,20 \text{ m}$, appuyées à leurs milieux par des montants intermédiaires. La charge verticale provenant du poids propre de la lisse et du bardage (la tôle) est $q_y = 1000 \text{ N/m}$ et la charge horizontale provenant de la pression du vent sur la face est $W_z = 900 \text{ N/m}$. La nuance de l'acier utilisé est **S235**.

- 1° Calculez les moments maximums sollicitant la poutre à l'état limite ultime ?
- 2° Dimensionnez la poutre en profilé **UAP** à l'état limite ultime ?

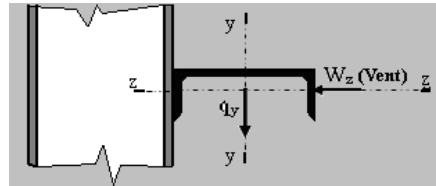


Figure 66.

Solution :**1° Les moments maximums sollicitant la poutre à l'E.L.U :**

Le montant de bardage intermédiaire constitue des appuis intermédiaires aux lisses dans les deux plans. Les schémas statiques sont comme suit;

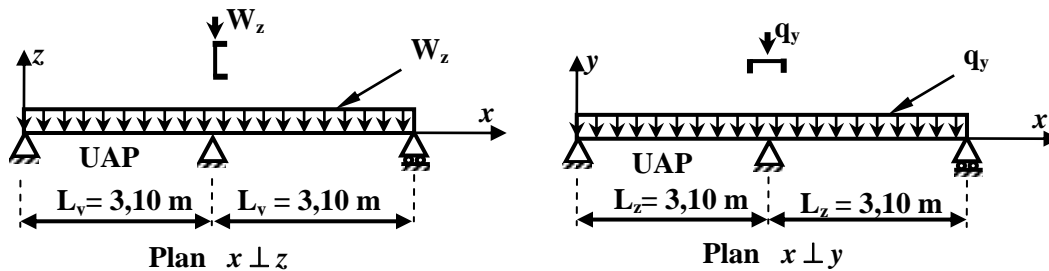


Figure 67.

- **Axe de flexion y-y (Plan $x \perp z$):**

$$M_{y,\max,Sd} = \frac{1,5 \cdot W_z \cdot L_y^2}{8} \Rightarrow M_{y,\max,Sd} = \frac{1,5 \times 900 \times 3,1^2}{8} = 1621,68 \text{ N.m}$$

- **Axe de flexion z-z (Plan $x \perp y$):**

$$M_{z,\max,Sd} = \frac{1,35 \cdot q_y \cdot L_z^2}{8} \Rightarrow M_{z,\max,Sd} = \frac{1,35 \times 1000 \times 3,1^2}{8} = 1621,68 \text{ N.m}$$

2° Dimensionnement du profilé à l'E.L.U :

Un profilé **UAP 100** convient à reprendre ces charges ; pour une exploitation élastique des UAP en flexion bi axiale (bien qu'ils sont de classe 1)*; nous avons :

$$W_{el,y} = 41,90 \text{ cm}^3 \Rightarrow M_{el,y,Rd} = W_{el,y} \cdot (f_y / \gamma_{M0}) = 9846,5 \text{ N.m}$$

$$W_{el,z} = 9,95 \text{ cm}^3 \Rightarrow M_{el,z,Rd} = W_{el,z} \cdot (f_y / \gamma_{M0}) = 2338,25 \text{ N.m}$$

$$\left[\frac{M_{y,Sd}}{M_{el,y,Rd}} \right] + \left[\frac{M_{z,Sd}}{M_{el,z,Rd}} \right] = \left[\frac{1621,68}{9846,5} \right] + \left[\frac{1621,68}{2338,25} \right] = 0,86 \leq 1$$

✓ La condition est vérifiée

Remarque : Pour les profils en U (UAP et UPN), le module de flexion plastique $W_{pl,y}$ est calculé selon l'hypothèse d'un diagramme de contraintes bi-rectangulaire et n'est applicable que si deux ou plusieurs fers U sont associés de façon à constituer une section doublement symétrique pour laquelle un moment de flexion agissant dans le plan du centre de gravité n'engendre pas de torsion.

E05 : La flexion composée

Exercice 01 : Si ($V_{sd} < 0,5 \cdot V_{pl,Rd}$); Vérifiez la résistance de la section d'un **IPE 550** constitué d'un acier **S235** sous ;

1° Un moment de flexion $M_{y,sd} = 300 \text{ KN.m}$ avec un effort de compression $N_{sd} = 500 \text{ KN}$. Sachant que sous ces charges la section est de classe 1.

2° Un moment de flexion $M_{y,sd} = 300 \text{ KN.m}$ avec un effort de compression $N_{sd} = 850 \text{ KN}$. Sachant que sous ces charges la section est de classe 2.

3° Un moment de flexion $M_{y,sd} = 300 \text{ KN.m}$ avec un effort de compression $N_{sd} = 1500 \text{ KN}$. Sachant que sous ces charges la section est de classe 3.

4° Un moment de flexion $M_{y,sd} = 1 \text{ KN.m}$ avec un effort de compression $N_{sd} = 2700 \text{ KN}$. Sachant que sous ces charges la section est de classe 4 et les caractéristiques efficaces sont :

$$W_{eff,y} = 2438,38 \text{ cm}^3 \quad ; \quad A_{eff} = 129,34 \text{ cm}^2 \quad ; \quad e_z = 0,21 \text{ mm}$$

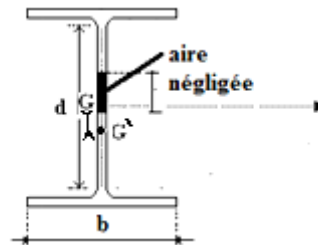


Figure 68.

5° Une flexion composée de $M_{y,sd} = 300 \text{ KN.m}$ et $M_{z,sd} = 60 \text{ KN.m}$ avec un effort de compression $N_{sd} = 500 \text{ KN}$. Sachant que sous ces charges la section est de classe 1.

6° Une flexion bi axiale composée de $M_{y,sd} = 300 \text{ KN.m}$ et $M_{z,sd} = 10 \text{ KN.m}$ avec un effort de compression $N_{sd} = 1000 \text{ KN}$. Sachant que sous ces charges la section est de classe 3.

Solution : Profilé IPE550 (S235)

1°- **Vérification de la section sous :** $M_{y,sd} = 300 \text{ KN.m}$ et $N_{sd} = 500 \text{ KN}$

La section est de classe 1, alors on l'exploite plastiquement.

$$\text{Nous avons ; } a = \frac{(A - 2bt_f)}{A} = \frac{(13440 - 2 \times 210 \times 17,2)}{13440} = 0,463 < 0,5 \quad \checkmark$$

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{13440 \times 235}{1} = 3158400 \text{ N} = 3158,40 \text{ KN}$$

$$N_{pl,w,Rd} = a \cdot N_{pl,Rd} = 0,463 \times 3158,40 = 1460,76 \text{ KN}$$

$$M_{pl,y,Rd} = \frac{W_{pl,y} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{2787 \times 235}{1} = 654945 \text{ N.m} = 654,945 \text{ KN.m}$$

Vérification des conditions de réduction pour une flexion autour de y-y :

$$N_{sd} = 500 \text{ KN} < 0,25 \cdot N_{pl,Rd} = 0,25 \times 3158,40 = 789,6 \text{ KN} \quad \checkmark$$

$$\text{Et } N_{sd} = 500 \text{ KN} < 0,5 \cdot N_{pl,w,Rd} = 0,5 \times 1460,76 = 730,38 \text{ KN} \quad \checkmark$$

Donc aucune réduction ne sera effectuée sur le moment résistant plastique. La vérification la section sera faite comme suit :

$$M_{y,sd} = 300 \text{ KN.m} < M_{pl,y,Rd} = 654,94 \text{ KN.m} \quad \checkmark$$

La section résiste à $M_{y,sd} = 300 \text{ KN.m}$ et $N_{sd} = 500 \text{ KN}$.

2°- Vérification de la section sous : $M_{y,Sd} = 300 \text{ KN.m}$ et $N_{Sd} = 850 \text{ KN}$

Puisque la section est de classe 2, on l'exploite plastiquement.

$$\text{Nous avons ; } a = \frac{(A - 2bt_f)}{A} = \frac{(13440 - 2 \times 210 \times 17,2)}{13440} = 0,463 < 0,5 \quad \checkmark$$

$$N_{pl,Rd} = 3158,40 \text{ KN} \quad ; \quad N_{pl,w,Rd} = 1460,76 \text{ KN} \quad ; \quad M_{ply,Rd} = 654,945 \text{ KN.m}$$

Vérification des conditions de réduction pour une flexion autour de y-y :

$$N_{Sd} = 850 \text{ KN} > 0,25.N_{pl,Rd} = 0,25 \times 3158,40 = 789,6 \text{ KN} \rightarrow \text{Réduire } M_{ply,Rd}.$$

$$(\text{Ou : } N_{Sd} = 850 \text{ KN} > 0,5.N_{pl,w,Rd} = 0,5 \times 1460,76 = 730,38 \text{ KN} \rightarrow \text{Réduire } M_{ply,Rd}.)$$

Il suffit qu'une des deux conditions soit vérifiée pour qu'on réduise le moment résistant plastique.

$$a = \text{Min}\left[\frac{(A - 2bt_f)}{A} ; 0,5\right] = 0,463 \quad \text{et} \quad n = \frac{N_{Sd}}{N_{pl,Rd}} = \frac{850}{3158,40} = 0,253$$

$$\text{Alors : } M_{N,y,Rd} = M_{ply,Rd} \cdot \frac{(1-n)}{(1-0,5a)} = 654,94 \cdot \frac{(1-0,253)}{(1-0,5 \times 0,463)} = 636,17 \text{ KN.m}$$

$$M_{N,y,Rd} = 636,17 \text{ KN.m} < M_{ply,Rd} = 654,94 \text{ KN.m} \quad \checkmark$$

- Vérification de la résistance de la section :

$$M_{y,Sd} = 300 \text{ KN.m} < M_{N,y,Rd} = 636,17 \text{ KN.m} \quad \checkmark$$

Cette section résiste à $M_{y,Sd} = 300 \text{ KN.m}$ et $N_{Sd} = 850 \text{ KN}$.

3°- Vérification de la section sous : $M_{y,Sd} = 300 \text{ KN.m}$ et $N_{Sd} = 1500 \text{ KN}$

La vérification de la résistance de la section pour les sections de **classe 3**:

$$M_{el,y,Rd} = \frac{W_{el,y} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{2440,6 \times 235}{1} = 573541 \text{ N.m} = 573,541 \text{ KN.m}$$

$$N_{pl,Rd} = 3158,40 \text{ KN}$$

La vérification dans le domaine élastique est faite comme suit :

$$\left[\frac{N_{Sd}}{N_{pl,Rd}} \right] + \left[\frac{M_{y,Sd}}{M_{el,y,Rd}} \right] + \left[\frac{M_{z,Sd}}{M_{el,z,Rd}} \right] = \left[\frac{1500}{3158,40} \right] + \left[\frac{300}{573,54} \right] = 0,998 \approx 1$$

Cette section résiste à peine $M_{y,Sd} = 300 \text{ KN.m}$ et $N_{Sd} = 1500 \text{ KN}$.

4°- Vérification de la section sous : $M_{y,Sd} = 1 \text{ KN.m}$ et $N_{Sd} = 2700 \text{ KN}$

La vérification de la résistance de la section pour les sections de **classe 4**:

$$M_{eff,y,Rd} = \frac{W_{eff,y} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{2438,38 \times 235}{1,1} = 520926,64 \text{ N.m} = 520,93 \text{ KN.m}$$

$$N_{eff,Rd} = \frac{A_{eff} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{12934 \times 235}{1,1} = 2763172,73 \text{ N} = 2763,17 \text{ KN}$$

La vérification dans le domaine élastique est faite comme suit :

$$\left[\frac{N_{Sd}}{N_{eff,Rd}} \right] + \left[\frac{M_{y,Sd} + N_{Sd} \times e_z}{M_{eff,y,Rd}} \right] + \left[\frac{M_{z,Sd} + N_{Sd} \times e_y}{M_{eff,z,Rd}} \right] = \left[\frac{2700}{2763,17} \right] + \left[\frac{1 + 2700 \times 0,21 \times 10^{-3}}{520,93} \right] = 0,98$$

Cette section résiste à peine $M_{y,Sd} = 1 \text{ KN.m}$ et $N_{Sd} = 2700 \text{ KN}$.



5°- Vérification de la section sous : $M_{y,Sd} = 300 \text{ KN.m}$, $M_{z,Sd} = 60 \text{ KN.m}$ et $N_{Sd} = 500 \text{ KN}$

La section est de classe 1, alors on l'exploite plastiquement.

$$\text{Nous avons ; } a = \frac{(A - 2 \cdot b \cdot t_f)}{A} = \frac{(13440 - 2 \times 210 \times 17,2)}{13440} = 0,463 < 0,5 \quad \checkmark$$

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{13440 \times 235}{1} = 3158400 \text{ N} = 3158,40 \text{ KN}$$

$$N_{pl,w,Rd} = a \cdot N_{pl,Rd} = 0,463 \times 3158,40 = 1460,76 \text{ KN}$$

$$M_{pl,y,Rd} = \frac{W_{pl,y} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{2787 \times 235}{1} = 654945 \text{ N.m} = 654,945 \text{ KN.m}$$

$$n = \frac{N_{Sd}}{N_{pl,Rd}} = \frac{500}{3158,40} = 0,158$$

- Vérification des conditions de réduction pour une flexion autour de y-y :

$$N_{Sd} = 500 \text{ KN} < 0,25 \cdot N_{pl,Rd} = 0,25 \times 3158,40 = 789,6 \text{ KN} \quad \checkmark$$

$$\text{Et } N_{Sd} = 500 \text{ KN} < 0,5 \cdot N_{pl,w,Rd} = 0,5 \times 1460,76 = 730,38 \text{ KN} \quad \checkmark$$

Le moment résistant $M_{N,y,Rd}$:

$$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} = 654,94 \text{ KN.m}$$

- Vérification des conditions de réduction pour une flexion autour de z-z :

$$N_{Sd} = 500 \text{ KN} < N_{pl,w,Rd} = 1460,76 \text{ KN} \rightarrow M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd}$$

(Il n'y a pas de réduction de $M_{pl,z,Rd}$ pour $N_{Sd} < N_{pl,w,Rd}$)

$$M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd} = \frac{W_{pl,z} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{400,5 \times 235}{1} = 94117,5 \text{ N.m} = 94,11 \text{ KN.m}$$

$$M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd} = 94,11 \text{ KN.m}$$

- Vérification de la résistance de la section (en plasticité) :

Pour les sections I et H : $\alpha = 2$

$$\beta = 5 \cdot n = 5 \times 0,158 = 0,792 < 1 \quad \text{on prend ; } \beta = 1$$

$$\left[\frac{M_{y,Sd}}{M_{N,y,Rd}} \right]^\alpha + \left[\frac{M_{z,Sd}}{M_{N,z,Rd}} \right]^\beta = \left[\frac{300}{654,94} \right]^2 + \left[\frac{60}{94,11} \right]^1 = 0,682 < 1 \quad \checkmark$$

✓ la section reprend $M_{y,Sd} = 300 \text{ KN.m}$ et $M_{z,Sd} = 60 \text{ KN.m}$ et $N_{Sd} = 500 \text{ KN}$.

6°- Vérification de la section sous : $M_{y,Sd} = 300 \text{ KN.m}$, $M_{z,Sd} = 10 \text{ KN.m}$ et $N_{Sd} = 1000 \text{ KN}$

La vérification de la résistance de la section pour les sections de **classe 3**:

$$M_{el,y,Rd} = \frac{W_{el,y} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{2440,6 \times 235}{1} = 573541 \text{ N.m} = 573,541 \text{ KN.m}$$

$$M_{el,z,Rd} = \frac{W_{el,z} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{253,95 \times 235}{1} = 59678,25 \text{ N.m} = 59,67 \text{ KN.m}$$

$$N_{pl,Rd} = 3158,40 \text{ KN}$$

La vérification dans le domaine élastique est faite comme suit :

$$\left[\frac{N_{Sd}}{N_{pl,Rd}} \right] + \left[\frac{M_{y,Sd}}{M_{el,y,Rd}} \right] + \left[\frac{M_{z,Sd}}{M_{el,z,Rd}} \right] = \left[\frac{1000}{3158,40} \right] + \left[\frac{300}{573,54} \right] + \left[\frac{10}{59,67} \right] = 1,007 > 1 \quad \times$$

✗ Cette section ne résiste pas à $M_{y,Sd} = 300 \text{ KN.m}$; $M_{z,Sd} = 10 \text{ KN.m}$ et $N_{Sd} = 1000 \text{ KN}$.

Exercice 02 : Refaire l'exercice 01 pour $V_{z,Sd} = 580 \text{ KN}$

Solution : Profilé IPE550 (S235)

1° - Vérification de l'influence de l'effort tranchant sur le moment résistant de la poutre :

A_v : l'aire de cisaillement du IPE 550; $A_v = 72,3 \text{ cm}^2 = 7230 \text{ mm}^2$

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v}{\gamma_{M0}} \left(\frac{f_y}{\sqrt{3}} \right) = \frac{7230}{1} \left(\frac{235}{\sqrt{3}} \right) = 980946,975 \text{ N} = 980,95 \text{ KN}$$

$V_{z,Sd} = 580 \text{ KN} < V_{pl,Rd} = 980,95 \text{ KN} \Rightarrow$ la poutre résiste au cisaillement.

Interaction : $V_{z,Sd} = 580 \text{ KN} > 0,5 \cdot V_{pl,Rd} = 490,47 \text{ KN}$

$V_{z,Sd} > 0,5 \cdot V_{pl,Rd}$, donc il y'a une influence de $V_{z,Sd}$ sur $M_{pl,Rd}$ et ce dernier doit être réduit :

Le moment résistant plastique réduit : $M_{v,Rd} = \left(W_{pl} - \frac{\rho \cdot A_v^2}{4 \cdot t_w} \right) \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$

$$\text{Où : } \rho = \left(\frac{2 \cdot V_{z,Sd}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2 = \left(\frac{2 \times 580}{980,95} - 1 \right)^2 = 0,033 ; W_{pl,y} = 2787 \text{ cm}^3 ; t_w = 11,1 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow M_{v,Rd} = \left(2787 - \frac{0,033 \times 72,3^2}{4 \times 11,1} \right) \cdot \frac{235}{1} = 645726,91 \text{ N.m} \approx 645,73 \text{ KN.m}$$

L'interaction entre l'effort tranchant maximal et le moment fléchissant maximal a fait diminuer le moment résistant plastique:

$$M_{v,Rd} = 645,73 \text{ KN.m} < M_{pl,v,Rd} = 654,945 \text{ KN.m}$$

Alors pour toutes les vérifications, le moment résistant plastique sera substitué par $M_{v,y,Rd}$.

2°- Vérification de la section pour : $M_{y,Sd} = 300 \text{ KN.m}$ et $N_{Sd} = 500 \text{ KN}$ sous $V_{z,Sd} = 580 \text{ KN}$

La section est de classe 1, alors l'exploitation est prévue en plasticité.

- Vérification de l'influence de l'effort normal sur le moment résistant de la poutre :

Nous avons ; $a = 0,463 < 0,5$ ✓

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{13440 \times 235}{1} = 3158400 \text{ N} = 3158,40 \text{ KN}$$

$$N_{pl,w,Rd} = a \cdot N_{pl,Rd} = 0,463 \times 3158,40 = 1460,76 \text{ KN}$$

$$M_{pl,y,Rd} = \frac{W_{pl,y} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{2787 \times 235}{1} = 654945 \text{ N.m} = 654,945 \text{ KN.m}$$

Vérification des conditions de réduction pour une flexion autour de y-y :

$$N_{Sd} = 500 \text{ KN} < 0,25 \cdot N_{pl,Rd} = 0,25 \times 3158,40 = 789,6 \text{ KN} \quad \checkmark$$

$$\text{Et } N_{Sd} = 500 \text{ KN} < 0,5 \cdot N_{pl,w,Rd} = 0,5 \times 1460,76 = 730,38 \text{ KN} \quad \checkmark$$

Donc aucune réduction supplémentaire, à cause de la présence de l'effort normal, ne sera effectuée sur le moment résistant plastique remplacé ici par $M_{v,y,Rd}$ en raison de l'interaction $V_{z,Sd}$ et $M_{y,Sd}$.

$$M_{y,Sd} = 300 \text{ KN.m} < M_{v,y,Rd} = 645,73 \text{ KN.m} \quad \checkmark$$

✓ La section résiste à $M_{y,Sd} = 300 \text{ KN.m}$ et $N_{Sd} = 500 \text{ KN}$.

3°- Vérification de la section sous : $M_{y,Sd} = 300 \text{ KN.m}$ et $N_{Sd} = 850 \text{ KN}$ et $V_{z,Sd} = 580 \text{ KN}$

La section est de classe 2, alors l'exploitation est prévue en plasticité.

- Vérification de l'influence de l'effort normal sur le moment résistant de la poutre :

Puisque la section est de classe 2, on l'exploite plastiquement.

Nous avons ; $a = \frac{(A - 2bt_f)}{A} = \frac{(13440 - 2 \times 210 \times 17,2)}{13440} = 0,463 < 0,5 \quad \checkmark$

$N_{pl,Rd} = 3158,40 \text{ KN}$; $N_{pl,w,Rd} = 1460,76 \text{ KN}$; $M_{v,y,Rd} = 645,73 \text{ KN.m}$

Vérification des conditions de réduction pour une flexion autour de y-y :

$N_{Sd} = 850 \text{ KN} > 0,25.N_{pl,Rd} = 0,25 \times 3158,40 = 789,6 \text{ KN} \rightarrow$ Réduire $M_{pl,y,Rd}$.

(Ou : $N_{Sd} = 850 \text{ KN} > 0,5.N_{pl,w,Rd} = 0,5 \times 1460,76 = 730,38 \text{ KN} \rightarrow$ Réduire $M_{pl,y,Rd}$.)

Il suffit qu'une des deux conditions soit vérifiée pour que le moment résistant plastique soit réduit.

$a = \text{Min}\left[\frac{(A - 2bt_f)}{A}; 0,5\right] = 0,463$ et $n = \frac{N_{Sd}}{N_{pl,Rd}} = \frac{850}{3158,40} = 0,253$

Rappelons qu'ici, le moment résistant plastique réduit $M_{v,y,Rd}$ doit remplacer $M_{pl,y,Rd}$.

Alors : $M_{N,y,Rd} = M_{v,y,Rd} \cdot \frac{(1-n)}{(1-0,5a)} = 645,73 \cdot \frac{(1-0,253)}{(1-0,5 \times 0,463)} = 613,92 \text{ KN.m}$

$M_{N,y,Rd} = 613,92 \text{ KN.m} < M_{v,y,Rd} = 645,73 \text{ KN.m} < M_{pl,y,Rd} = 654,94 \text{ KN.m} \checkmark$

▪ Vérification de la résistance de la section :

$M_{y,Sd} = 300 \text{ KN.m} < M_{N,y,Rd} = 613,92 \text{ KN.m} \checkmark$

Cette section résiste à $M_{y,Sd} = 300 \text{ KN.m}$ et $N_{Sd} = 850 \text{ KN}$.

4°- Vérification de la section sous : $M_{y,Sd} = 300 \text{ KN.m}$ et $N_{Sd} = 1500 \text{ KN}$

La vérification de la résistance de la section pour les sections de **classe 3**:

$M_{el,y,Rd} = \frac{W_{el,y} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{2440,6 \times 235}{1} = 573541 \text{ N.m} = 573,541 \text{ KN.m}$

$N_{pl,Rd} = 3158,40 \text{ KN}$

On compare : $M_{el,y,Rd} = 573,541 \text{ KN.m} < M_{v,Rd} = 645,73 \text{ KN.m} \checkmark$

Donc on garde $M_{el,y,Rd}$ pour la vérification du critère de résistance. Dans le cas contraire (si $M_{el,y,Rd} > M_{v,Rd}$), il va falloir utiliser $M_{v,Rd}$.

La vérification dans le domaine élastique est faite comme suit :

$\left[\frac{N_{Sd}}{N_{pl,Rd}}\right] + \left[\frac{M_{y,Sd}}{M_{el,y,Rd}}\right] + \left[\frac{M_{z,Sd}}{M_{el,z,Rd}}\right] = \left[\frac{1500}{3158,40}\right] + \left[\frac{300}{573,54}\right] = 0,998 \approx 1$

Cette section résiste à peine $M_{y,Sd} = 300 \text{ KN.m}$ et $N_{Sd} = 1500 \text{ KN}$.

5°- Vérification de la section sous : $M_{y,Sd} = 1 \text{ KN.m}$ et $N_{Sd} = 2700 \text{ KN}$

La vérification de la résistance de la section pour les sections de **classe 4**:

$M_{eff,y,Rd} = \frac{W_{eff,y} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{2438,38 \times 235}{1,1} = 520926,64 \text{ N.m} = 520,93 \text{ KN.m}$

$N_{eff,Rd} = \frac{A_{eff} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{12934 \times 235}{1,1} = 2763172,73 \text{ N} = 2763,17 \text{ KN}$

On compare : $M_{eff,y,Rd} = 520,93 \text{ KN.m} < M_{v,Rd} = 645,73 \text{ KN.m} \checkmark$

\Rightarrow On garde $M_{el,y,Rd}$ pour la vérification.

La vérification dans le domaine élastique est faite comme suit :

$\left[\frac{N_{Sd}}{N_{eff,Rd}}\right] + \left[\frac{M_{y,Sd} + N_{Sd} \times e_z}{M_{eff,y,Rd}}\right] + \left[\frac{M_{z,Sd} + N_{Sd} \times e_y}{M_{eff,z,Rd}}\right] = \left[\frac{2700}{2763,17}\right] + \left[\frac{1 + 2700 \times 0,21 \times 10^{-3}}{520,93}\right] = 0,98$

Cette section résiste à peine $M_{y,Sd} = 1 \text{ KN.m}$ et $N_{Sd} = 2700 \text{ KN}$.



6°- Vérification sous : $M_{y,Sd} = 300 \text{ KN.m}$, $M_{z,Sd} = 60 \text{ KN.m}$ et $N_{Sd} = 500 \text{ KN}$

La section est de classe 1, alors on l'exploite plastiquement.

Nous avons ; $a = 0,463 < 0,5$ ✓

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{13440 \times 235}{1} = 3158400 \text{ N} = 3158,40 \text{ KN}$$

$$N_{pl,w,Rd} = a \cdot N_{pl,Rd} = 0,463 \times 3158,40 = 1460,76 \text{ KN}$$

$$M_{pl,y,Rd} = \frac{W_{pl,y} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{2787 \times 235}{1} = 654945 \text{ N.m} = 654,945 \text{ KN.m}$$

$$n = \frac{N_{Sd}}{N_{pl,Rd}} = \frac{500}{3158,40} = 0,158$$

▪ Vérification des conditions de réduction pour une flexion autour de y-y :

$$N_{Sd} = 500 \text{ KN} < 0,25 \cdot N_{pl,Rd} = 0,25 \times 3158,40 = 789,6 \text{ KN} \quad \checkmark$$

$$\text{Et } N_{Sd} = 500 \text{ KN} < 0,5 \cdot N_{pl,w,Rd} = 0,5 \times 1460,76 = 730,38 \text{ KN} \quad \checkmark$$

$$\text{Rappelons que } V_{z,Sd} > 0,5 \cdot V_{pl,z,Rd} \Rightarrow M_{v,Rd} = 645,73 \text{ KN.m} < M_{pl,v,Rd} = 654,945 \text{ KN.m}$$

$$\text{Le moment résistant } M_{N,y,Rd} : \quad M_{N,y,Rd} = M_{v,y,Rd} = 645,73 \text{ KN.m}$$

▪ Vérification des conditions de réduction pour une flexion autour de z-z :

$$N_{Sd} = 500 \text{ KN} < N_{pl,w,Rd} = 1460,76 \text{ KN} \quad \rightarrow M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd}$$

(Il n'y a pas de réduction de $M_{pl,z,Rd}$ pour $N_{Sd} < N_{pl,w,Rd}$)

$$\text{Et que } : V_{y,Sd} < 0,5 \cdot V_{pl,y,Rd} ;$$

$$M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd} = \frac{W_{pl,z} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{400,5 \times 235}{1} = 94117,5 \text{ N.m} = 94,11 \text{ KN.m}$$

$$M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd} = 94,11 \text{ KN.m}$$

▪ Vérification de la résistance de la section (en plasticité) :

Pour les sections I et H : $\alpha = 2$

$$\beta = 5 \cdot n = 5 \times 0,158 = 0,792 < 1 \quad \text{on prend ; } \beta = 1$$

$$\left[\frac{M_{y,Sd}}{M_{N,y,Rd}} \right]^\alpha + \left[\frac{M_{z,Sd}}{M_{N,z,Rd}} \right]^\beta = \left[\frac{300}{645,73} \right]^2 + \left[\frac{60}{94,11} \right]^1 = 0,684 < 1 \quad \checkmark$$

✓ la section reprend $M_{y,Sd} = 300 \text{ KN.m}$ et $M_{z,Sd} = 60 \text{ KN.m}$ et $N_{Sd} = 500 \text{ KN}$.

7°- Vérification de la section sous : $M_{y,Sd} = 300 \text{ KN.m}$, $M_{z,Sd} = 10 \text{ KN.m}$ et $N_{Sd} = 1000 \text{ KN}$

La vérification de la résistance de la section pour les sections de **classe 3**:

$$M_{el,y,Rd} = \frac{W_{el,y} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{2440,6 \times 235}{1} = 573541 \text{ N.m} = 573,541 \text{ KN.m}$$

Pour : $V_{z,Sd} > 0,5 \cdot V_{pl,z,Rd}$; on compare : $M_{el,y,Rd} = 573,541 \text{ KN.m} < M_{v,Rd} = 645,73 \text{ KN.m}$ ✓

Donc on garde $M_{el,y,Rd}$ pour la vérification. Dans le cas contraire, il va falloir prendre $M_{v,Rd}$ au lieu de $M_{el,y,Rd}$ pour la vérification.

$$M_{el,z,Rd} = \frac{W_{el,z} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{253,95 \times 235}{1} = 59678,25 \text{ N.m} = 59,67 \text{ KN.m}$$

$$N_{pl,Rd} = 3158,40 \text{ KN}$$

La vérification dans le domaine élastique est faite comme suit :

$$\left[\frac{N_{Sd}}{N_{pl,Rd}} \right] + \left[\frac{M_{y,Sd}}{M_{el,y,Rd}} \right] + \left[\frac{M_{z,Sd}}{M_{el,z,Rd}} \right] = \left[\frac{1000}{3158,40} \right] + \left[\frac{300}{573,54} \right] + \left[\frac{10}{59,67} \right] = 1,007 > 1 \quad \times$$

× Cette section ne résiste pas à $M_{y,Sd} = 300 \text{ KN.m}$; $M_{z,Sd} = 10 \text{ KN.m}$ et $N_{Sd} = 1000 \text{ KN}$.



Exercice 03 : Vérifiez la résistance de la section d'un **HEA 300** constitué d'un acier **S275** sous ; Sachant que sous ces charges la section est de classe 3 et que ($V_{sd} < 0,5 \cdot V_{pl,Rd}$);

1° Un moment de flexion $M_{y,sd} = 200 \text{ KN.m}$ avec un effort de compression $N_{sd} = 1000 \text{ KN}$.

2° Une flexion bi axiale composée de $M_{y,sd} = 120 \text{ KN.m}$ et $M_{z,sd} = 40 \text{ KN.m}$ avec un effort de compression $N_{sd} = 700 \text{ KN}$.

Solution : Profilé **HEA 300 (S275)**

1°- Vérification de la section sous : $M_{y,sd} = 200 \text{ KN.m}$ et $N_{sd} = 1000 \text{ KN}$

La vérification de la résistance de la section pour les sections de **classe 3**:

$$M_{el,y,Rd} = \frac{W_{el,y} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{1260 \times 275}{1} = 346500 \text{ N.m} = 346,5 \text{ KN.m}$$

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{11250 \times 275}{1} = 3093750 \text{ N} = 3093,75 \text{ KN}$$

La vérification dans le domaine élastique est faite comme suit :

$$\left[\frac{N_{sd}}{N_{pl,Rd}} \right] + \left[\frac{M_{y,sd}}{M_{el,y,Rd}} \right] + \left[\frac{M_{z,sd}}{M_{el,z,Rd}} \right] = \left[\frac{1000}{3093,75} \right] + \left[\frac{200}{346,5} \right] = 0,900 < 1 \quad \checkmark$$

✓ la section reprend $M_{y,sd} = 200 \text{ KN.m}$ et $N_{sd} = 1000 \text{ KN}$.

2°- Vérification de la section sous : $M_{y,sd} = 120 \text{ KN.m}$, $M_{z,sd} = 40 \text{ KN.m}$ et $N_{sd} = 700 \text{ KN}$

La vérification de la résistance de la section pour les sections de **classe 3**:

$$M_{el,y,Rd} = \frac{W_{el,y} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{1260 \times 275}{1} = 346500 \text{ N.m} = 346,5 \text{ KN.m}$$

$$M_{el,z,Rd} = \frac{W_{el,z} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{421 \times 275}{1} = 115775 \text{ N.m} = 115,77 \text{ KN.m}$$

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{11250 \times 275}{1} = 3093750 \text{ N} = 3093,75 \text{ KN}$$

La vérification dans le domaine élastique est faite comme suit :

$$\left[\frac{N_{sd}}{N_{pl,Rd}} \right] + \left[\frac{M_{y,sd}}{M_{el,y,Rd}} \right] + \left[\frac{M_{z,sd}}{M_{el,z,Rd}} \right] = \left[\frac{700}{3093,75} \right] + \left[\frac{120}{346,5} \right] + \left[\frac{40}{115,77} \right] = 0,918 < 1 \quad \checkmark$$

✓ Cette section ne résiste pas à $M_{y,sd} = 300 \text{ KN.m}$; $M_{z,sd} = 10 \text{ KN.m}$ et $N_{sd} = 1000 \text{ KN}$.

Exercice 04 : Soit la section d'un **HEA A300**, qui est en classe 4, constitué d'un acier **S275** qui donne les caractéristiques suivantes ;

$W_{eff,y} = 878,70 \text{ cm}^3$; $W_{eff,z} = 293,97 \text{ cm}^3$; $A_{eff} = 81,52 \text{ cm}^2$; $e_y = e_z = 0 \text{ mm}$

Sachant que ($V_{sd} < 0,5 \cdot V_{pl,Rd}$), vérifiez la section sous :

1° Un moment de flexion $M_{y,sd} = 120 \text{ KN.m}$ avec un effort de compression $N_{sd} = 800 \text{ KN}$.

2° Une flexion bi axiale composée de $M_{y,sd} = 300 \text{ KN.m}$ et $M_{z,sd} = 100 \text{ KN.m}$ avec un effort de compression $N_{sd} = 500 \text{ KN}$.

Solution : Profilé **HEA A 300 (S275)**

Nous avons : $e_y = e_z = 0 \text{ mm}$ avec ($V_{sd} < 0,5 \cdot V_{pl,Rd}$)

1°- Vérification de la section sous : $M_{y,sd} = 120 \text{ KN.m}$ et $N_{sd} = 800 \text{ KN}$

La vérification de la résistance de la section pour les sections de **classe 3**:



$$M_{eff,y,Rd} = \frac{W_{eff,y} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{878,7 \times 275}{1,1} = 219675 \text{ N.m} = 219,67 \text{ KN.m}$$

$$N_{eff,Rd} = \frac{A_{eff} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{8152 \times 275}{1,1} = 2038000 \text{ N} = 2038 \text{ KN}$$

La vérification dans le domaine élastique est faite comme suit :

$$\left[\frac{N_{Sd}}{N_{pl,Rd}} \right] + \left[\frac{M_{y,Sd} + N_{Sd} \times e_z}{M_{eff,y,Rd}} \right] + \left[\frac{M_{z,Sd} + N_{Sd} \times e_y}{M_{eff,z,Rd}} \right] = \left[\frac{800}{2038} \right] + \left[\frac{120}{219,67} \right] = 0,939 < 1 \quad \checkmark$$

la section reprend $M_{y,Sd} = 120 \text{ KN.m}$ et $N_{Sd} = 800 \text{ KN}$.

2°- Vérification de la section sous : $M_{y,Sd} = 70 \text{ KN.m}$, $M_{z,Sd} = 20 \text{ KN.m}$ et $N_{Sd} = 600 \text{ KN}$

La vérification de la résistance de la section pour les sections de **classe 3**:

$$M_{eff,y,Rd} = \frac{W_{eff,y} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{878,7 \times 275}{1,1} = 219675 \text{ N.m} = 219,67 \text{ KN.m}$$

$$M_{eff,z,Rd} = \frac{W_{eff,z} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{293,97 \times 275}{1,1} = 73492,50 \text{ N.m} = 73,49 \text{ KN.m}$$

$$N_{eff,Rd} = \frac{A_{eff} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{8152 \times 275}{1,1} = 2038000 \text{ N} = 2038 \text{ KN}$$

La vérification dans le domaine élastique est faite comme suit :

$$\left[\frac{N_{Sd}}{N_{pl,Rd}} \right] + \left[\frac{M_{y,Sd} + N_{Sd} \times e_z}{M_{eff,y,Rd}} \right] + \left[\frac{M_{z,Sd} + N_{Sd} \times e_y}{M_{eff,z,Rd}} \right] = \left[\frac{600}{2038} \right] + \left[\frac{70+0}{219,67} \right] + \left[\frac{20+0}{73,49} \right] = 0,885 < 1$$

✓ Cette section ne résiste pas à $M_{y,Sd} = 70 \text{ KN.m}$; $M_{z,Sd} = 20 \text{ KN.m}$ et $N_{Sd} = 600 \text{ KN}$.

Exercice 05 : Soit la structure hangar suivante :

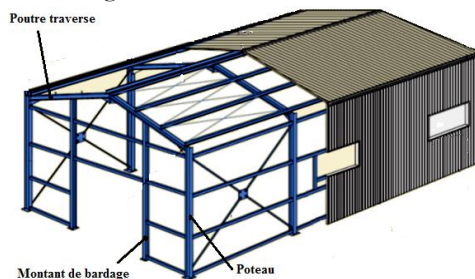


Figure 69.

La poutre traverse est constituée d'un **HEA340 (S235)**, de classe 1 en compression. Le poteau de portique choisie en profilé **HEB 300 (S235)** est de classe 1 en compression.

Après calcul sous les combinaisons de charges à l'état limite ultime, les sollicitations obtenues au portique du hangar sont représentées dans la figure suivante :

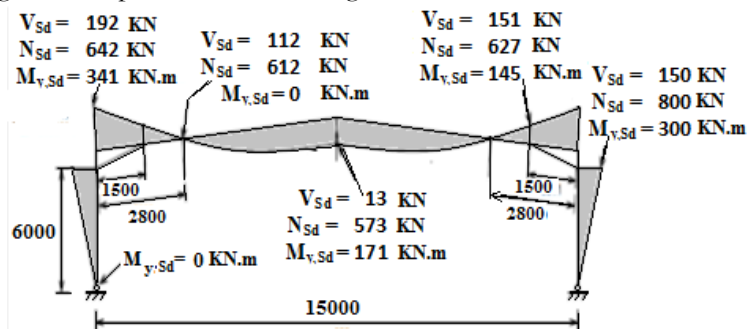


Figure 70.

Le montant de bardage, dans le pignon, est simplement appuyé dans la base (fondation) et au sommet (la poutre du portique). Ayant une hauteur maximale $h = 8,00$ m, il est en profilé **IPE 270** (S235), soit de classe 2 en compression. Il résiste horizontalement à une action du vent $W_z = 10$ KN/m et verticalement à un effort total $N_{sd} = 350$ KN dû au cumul des charges transmises par les lisses de bardage en plus de son poids propre.

- On demande de vérifier la résistance des sections, du poteau, de la poutre principale et du montant de bardage ?

Solution :

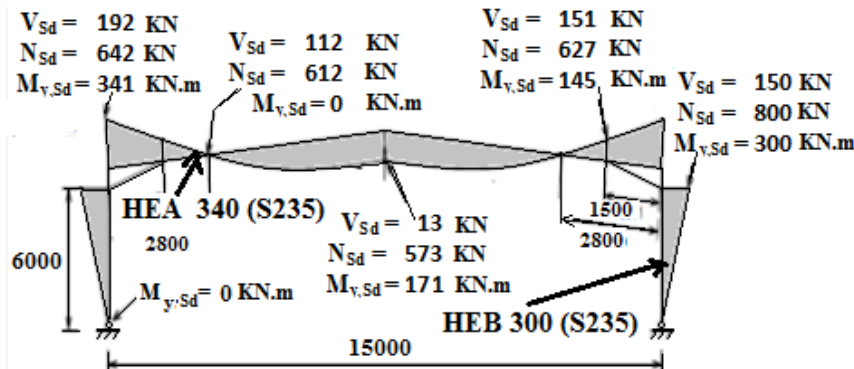


Figure 71.

1° vérification du poteau en Profilé HEB 300 (S235) :

1°-1 - Vérification de l'influence de l'effort tranchant sur le moment résistant de la poutre :

A_v : l'aire de cisaillement du HEB 300 ; $A_v = 47,4 \text{ cm}^2 = 4740 \text{ mm}^2$

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v}{\gamma_{M0}} \left(\frac{f_y}{\sqrt{3}} \right) = 6431104,65 \text{ N} = 6431,10 \text{ KN}$$

$V_{z,ssd} = 150 \text{ KN} < V_{pl,Rd} = 6431,10 \text{ KN} \Rightarrow$ la poutre résiste au cisaillement.

Interaction :

$$V_{z,ssd} = 150 \text{ KN} < 0,5 V_{pl,Rd} = 3215,55 \text{ KN}$$

$V_{z,ssd} < 0,5 V_{pl,Rd}$, donc il n'y a pas d'influence de $V_{z,ssd}$ sur M_{pl} .

2°-2-Vérification de la section sous : $M_{y,ssd} = 300 \text{ KN.m}$ et $N_{sd} = 800 \text{ KN}$

La section est de classe 1, alors on l'exploite plastiquement.

$$\text{Nous avons ; } a = \frac{(A - 2bt_f)}{A} = \frac{(14910 - 2 \times 300 \times 19)}{14910} = 0,235 < 0,5 \quad \checkmark$$

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{14910 \times 235}{1} = 3503850 \text{ N} = 3503,85 \text{ KN}$$

$$N_{pl,w,Rd} = a \cdot N_{pl,Rd} = 0,463 \times 3503,85 = 824,85 \text{ KN}$$

$$M_{pl,y,Rd} = \frac{W_{pl,y} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{1868,7 \times 235}{1} = 439144,5 \text{ N.m} = 439,14 \text{ KN.m}$$

$$n = \frac{N_{sd}}{N_{pl,Rd}} = \frac{800}{3503,85} = 0,228$$

Vérification des conditions de réduction pour une flexion autour de y-y :

$$N_{Sd} = 800 \text{ KN} < 0,25.N_{pl,Rd} = 0,25 \times 3503,85 = 875,96 \text{ KN} \quad \checkmark$$

$$\text{Et } N_{Sd} = 800 \text{ KN} > 0,5.N_{pl,w,Rd} = 0,5 \times 824,85 = 412,42 \text{ KN} \quad \times$$

Une des deux conditions est vérifiée, alors on réduit le moment résistant plastique.

$$\text{Alors : } M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} \cdot \frac{(1-n)}{(1-0,5.a)} = 439,14 \cdot \frac{(1-0,228)}{(1-0,5 \times 0,235)} = 384,09 \text{ KN.m}$$

$$M_{N,y,Rd} = 384,09 \text{ KN.m} < M_{pl,y,Rd} = 439,14 \text{ KN.m} \quad \checkmark$$

- Vérification de la résistance de la section :

$$M_{y,Sd} = 300 \text{ KN.m} < M_{N,y,Rd} = 384,09 \text{ KN.m} \quad \checkmark$$

Le profile HEB 300 (S235) convient à ce poteau.

2° vérification de la poutre en Profilé HEA 340 (S235)2° -1 Vérification de l'influence de l'effort tranchant sur le moment résistant de la poutre :

$$A_v : \text{aire de cisaillement du HEA 340 ; } A_v = 45 \text{ cm}^2 = 4500 \text{ mm}^2$$

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v}{\gamma_{M0}} \left(\frac{f_y}{\sqrt{3}} \right) = \frac{4500}{1} \left(\frac{235}{\sqrt{3}} \right) = 6105479,1 \text{ N} = 6105,48 \text{ KN}$$

$$V_{z,Sd} = 192 \text{ KN} < V_{pl,Rd} = 6105,48 \text{ KN} \Rightarrow \text{la poutre résiste au cisaillement.}$$

$$\text{Interaction : } V_{z,Sd} = 192 \text{ KN} < 0,5 V_{pl,Rd} = 3052,74 \text{ KN}$$

$$V_{z,Sd} < 0,5.V_{pl,Rd}, \text{ donc il n'y a pas d'influence de } V_{z,Sd} \text{ sur } M_{pl}.$$

2°-2-Vérification de la section sous : $M_{y,Sd} = 341 \text{ KN.m}$ et $N_{Sd} = 642 \text{ KN}$

La section est de classe 1, alors on l'exploite plastiquement.

$$\text{Nous avons ; } a = \frac{(A - 2.b.t_f)}{A} = \frac{(13350 - 2 \times 300 \times 16,5)}{13350} = 0,258 < 0,5 \quad \checkmark$$

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{13350 \times 235}{1} = 3137250 \text{ N} = 3137,25 \text{ KN}$$

$$N_{pl,w,Rd} = a \cdot N_{pl,Rd} = 0,258 \times 3137,25 = 810,75 \text{ KN}$$

$$M_{pl,y,Rd} = \frac{W_{pl,y} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{1850,5 \times 235}{1} = 434867,5 \text{ N.m} = 434,86 \text{ KN.m}$$

$$n = \frac{N_{Sd}}{N_{pl,Rd}} = \frac{642}{3137,25} = 0,205$$

Vérification des conditions de réduction pour une flexion autour de y-y :

$$N_{Sd} = 642 \text{ KN} < 0,25.N_{pl,Rd} = 0,25 \times 3137,25 = 784,31 \text{ KN} \quad \checkmark$$

$$\text{Et } N_{Sd} = 642 \text{ KN} > 0,5.N_{pl,w,Rd} = 0,5 \times 810,75 = 405,37 \text{ KN} \quad \times$$

on réduit le moment résistant plastique.

$$\text{Alors : } M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} \cdot \frac{(1-n)}{(1-0,5.a)} = 434,86 \cdot \frac{(1-0,205)}{(1-0,5 \times 0,258)} = 397,2 \text{ KN.m}$$

$$M_{N,y,Rd} = 397,20 \text{ KN.m} < M_{pl,y,Rd} = 434,86 \text{ KN.m} \quad \checkmark$$

$$\text{D'où : } M_{y,Sd} = 341 \text{ KN.m} < M_{N,y,Rd} = 397,20 \text{ KN.m} \quad \checkmark$$

Le profilé HEA 340 (S235) convient à la poutre traverse de ce hangar.

3° vérification du montant de bardage en profilé IPE 270 (S235)

3°-1 -Calcul du moment et de l'effort tranchant maximaux sur le montant :

$$M_{y,max,Sd} = \frac{W_z \cdot L^2}{8} \Rightarrow M_{q,max,Sd} = \frac{10000 \times 8^2}{8} = 80000 \text{ N.m} = 80 \text{ KN.m}$$

$$V_{y,max,Sd} = \frac{W_z \cdot L}{2} \Rightarrow V_{q,max,Sd} = \frac{10000 \times 8}{2} = 40000 \text{ N} = 40 \text{ KN}$$

3°-2- Vérification de l'influence de l'effort tranchant sur le moment résistant de la poutre :

 A_v : l'aire de cisaillement du IPE270 ; $A_v = 22,1 \text{ cm}^2 = 2210 \text{ mm}^2$

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v}{\gamma_{M0}} \left(\frac{f_y}{\sqrt{3}} \right) = \frac{2210}{1} \left(\frac{235}{\sqrt{3}} \right) = 2998468,62 \text{ N} = 2998,46 \text{ KN}$$

$$V_{z,Sd} = 40 \text{ KN} < V_{pl,Rd} = 2998,46 \text{ KN}$$

 \Rightarrow la poutre résiste au cisaillement.Interaction : $V_{z,Sd} = 40 \text{ KN} < 0,5 \cdot V_{pl,Rd} = 1499,3 \text{ KN}$ $V_{z,Sd} < 0,5 \cdot V_{pl,Rd}$, donc il n'y a pas d'influence de $V_{z,Sd}$ sur M_{pl} .3°-3-Vérification de la section sous : $M_{y,Sd} = 80 \text{ KN.m}$ et $N_{Sd} = 350 \text{ KN}$

La section est de classe 2, alors on l'exploite plastiquement.

$$\text{Nous avons ; } a = \frac{(A - 2 \cdot b \cdot t_f)}{A} = \frac{(13350 - 2 \times 300 \times 16,5)}{13350} = 0,400 < 0,5 \quad \checkmark$$

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{13350 \times 235}{1} = 1078650 \text{ N} = 1078,65 \text{ KN}$$

$$N_{pl,w,Rd} = a \cdot N_{pl,Rd} = 0,400 \times 1078,65 = 431,46 \text{ KN}$$

$$M_{pl,y,Rd} = \frac{W_{pl,y} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{484 \times 235}{1} = 113740 \text{ N.m} = 113,74 \text{ KN.m}$$

$$n = \frac{N_{Sd}}{N_{pl,Rd}} = \frac{350}{1078,65} = 0,324$$

- Vérification des conditions de réduction pour une flexion autour de y-y :

$$N_{Sd} = 350 \text{ KN} < 0,25 \cdot N_{pl,Rd} = 0,25 \times 1078,65 = 269,66 \text{ KN} \quad \checkmark$$

$$\text{Et } N_{Sd} = 350 \text{ KN} > 0,5 \cdot N_{pl,w,Rd} = 0,5 \times 431,46 = 215,73 \text{ KN} \quad \times$$

 \Rightarrow on réduit le moment résistant plastique.

$$\text{Alors : } M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} \cdot \frac{(1-n)}{(1-0,5 \cdot a)} = 113,74 \cdot \frac{(1-0,324)}{(1-0,5 \times 0,400)} = 96,04 \text{ KN.m}$$

$$M_{N,y,Rd} = 96,04 \text{ KN.m} < M_{pl,y,Rd} = 113,74 \text{ KN.m} \quad \checkmark$$

$$M_{y,Sd} = 80 \text{ KN.m} < M_{N,y,Rd} = 96,04 \text{ KN.m} \quad \checkmark$$

Le profilé IPE270 (S235) convient au montant de bardage.

E06 : Le flambement

Exercice 01 : Vérifiez la résistance d'un élément poteau en **HEA200** (S235 de classe 1) encastré au sol dans les deux directions et libre en tête dans les deux directions, soumis à une charge axiale de compression pondérée $N_{sd} = 140 \text{ KN}$. La hauteur libre du poteau est $L = 6 \text{ m}$.

Solution :**1° Valeurs caractéristiques de calcul :**

- L'acier est de nuance S235 $\Rightarrow \varepsilon = 1$
- L'élancement élastique limite : $\lambda_1 = 93,9 \cdot \varepsilon = 93,9$
- La section du HEA200 (S235) est de classe 1 en compression $\Rightarrow \beta_A = 1$.
- L'aire de la section : $A = 53,8 \text{ cm}^2 = 5380 \text{ mm}^2$.
- Les rayons de girations : $i_y = 8,28 \text{ cm}$; $i_z = 4,98 \text{ cm}$
- La hauteur de la section : $h = 190 \text{ mm}$
- La largeur de la semelle : $b = 200 \text{ mm}$
- L'épaisseur de la semelle : $t_f = 10 \text{ mm}$

2° Axe de flambement $y - y$: (plan $x \perp z$)

- **Longueur de flambement l_{fy} :**
Dans ce plan le poteau est encastré-libre
 $\Rightarrow l_{fy} = 2.L = 12,00 \text{ m}$

- **L'élancement géométrique de l'élément λ_y :**

$$\lambda_y = \frac{l_{fy}}{i_y} = \frac{1200}{8,28} = 144,93$$

- **L'élancement réduit $\bar{\lambda}_y$:**

$$\bar{\lambda}_y = \frac{\lambda}{\lambda_1} \cdot \sqrt{\beta_A} = \frac{144,93}{93,9} \cdot \sqrt{1} = 1,543$$

$$\bar{\lambda}_y = 1,543 > 0,2$$

Donc, il y'a risque de flambement autour de l'axe $y - y$.

- **La courbe de flambement :**

$$\frac{h}{b} = \frac{190}{200} = 0,95 < 1,2 :$$

$t_f = 10 \text{ mm} < 100 \text{ mm} \rightarrow$ autour de l'axe $y - y \rightarrow$ La courbe « b ».

La courbe « b » $\Rightarrow \alpha_y = 0,34$.

$$\phi_y = 0,5 [1 + \alpha_y (\bar{\lambda}_y - 0,2) + \bar{\lambda}_y^2] = 0,5 (1 + 0,34 \cdot (1,543 - 0,2) + (1,543)^2)$$

$$\phi_y = 1,919$$

Le coefficient de réduction pour l'axe $y - y$:

$$\chi_y = \frac{1}{\phi_y + \sqrt{\phi_y^2 - \bar{\lambda}_y^2}} = \frac{1}{1,919 + \sqrt{(1,919)^2 - (1,543)^2}} = 0,327 \leq 1.$$

3° Axe de flambement $z - z$: (plan $x \perp y$)

- **Longueur de flambement l_{fz} :**
Dans ce plan le poteau est encastré - libre
 $\Rightarrow l_{fz} = 2.L = 12,00 \text{ m}$

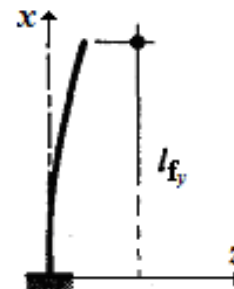


Figure 72.

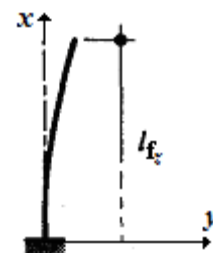


Figure 73.

- **L'élancement géométrique λ_z :**

$$\lambda_z = \frac{l_{fz}}{i_z} = \frac{1200}{4,98} = 240,96$$

- **L'élancement réduit $\bar{\lambda}_z$:**

$$\bar{\lambda}_z = \frac{\lambda}{\lambda_1} \cdot \sqrt{\beta_A} = \frac{240,96}{93,9} \cdot \sqrt{1} = 2,566$$

$$\bar{\lambda}_z = 2,566 > 0,2 \Rightarrow \text{Donc, il y'a risque de flambement / } \bar{z}-\bar{z}$$

- **La courbe de flambement :**

$$\frac{h}{b} = \frac{190}{200} = 0,95 < 1,2 :$$

$t_f = 10 \text{ mm} < 100 \text{ mm} \rightarrow$ autour de l'axe $\bar{z}-\bar{z} \rightarrow$ La courbe « c ».

La courbe « c » $\Rightarrow \alpha_z = 0,49$.

$$\phi_z = 0,5 [1 + \alpha_z (\bar{\lambda}_z - 0,2) + \bar{\lambda}_z^2] = 0,5 (1 + 0,49 \cdot (2,566 - 0,2) + (2,566)^2)$$

$$\phi_z = 4,372$$

Le coefficient de réduction pour l'axe z-z :

$$\chi_z = \frac{1}{\phi_z + \sqrt{\phi_z^2 - \lambda_z^2}} = \frac{1}{4,372 + \sqrt{(4,372)^2 - (2,566)^2}} = 0,126 \leq 1 .$$

4° Pour la section :

Entre les deux axes de flambement : $\chi = \text{Min} (\chi_y ; \chi_z)$
 $= \text{Min} (0,327 ; 0,126) = 0,126$

- L'effort résistant réduit : $N_{b,Rd} = \chi \cdot \beta_A \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,126 \times 1 \times 5380 \times \frac{235}{1,1}$

$$N_{b,Rd} = 145260,83 \text{ N} = 145,26 \text{ KN}$$

- Finalement, on vérifie : $N_{Sd} = 140 \text{ KN} < N_{b,Rd} = 145,26 \text{ KN}$

✓ **Ce poteau résiste au flambement sous un effort $N_{Sd} = 140 \text{ KN}$.**

Exercice 02 : Revérifiez ce poteau, s'il est toujours libre en tête dans le plan $x \perp \bar{z}$, alors qu'il y est encastré (en tête) dans le plan $x \perp y$.

Solution: Les valeurs caractéristiques sont citées dans l'exercice 01 :

2° Axe de flambement $y-y$: (plan $x \perp z$)

- **Longueur de flambement l_{fy} :**

Dans ce plan le poteau est encastré-libre :

$$l_{fy} = 2L = 12,00 \text{ m (Voir la solution de l'exercice 01)}$$

$$\lambda_1 = 144,93 \Rightarrow \bar{\lambda}_y = 1,543 > 0,2$$

$$\phi_y = 1,919 \Rightarrow \chi_y = 0,327$$

3° Axe de flambement $z-z$: (plan $x \perp y$)

- **Longueur de flambement l_{fz} :**

Dans ce plan le poteau est encastré - encastré

$$\Rightarrow l_{fz} = 0,5L = 3,00 \text{ m}$$

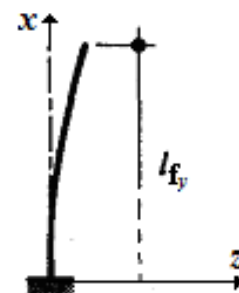


Figure 74.

- **L'élancement géométrique λ_z :**

$$\lambda_z = \frac{l_{fz}}{i_z} = \frac{300}{4,98} = 60,24$$

- **L'élancement réduit $\bar{\lambda}_z$:**

$$\bar{\lambda}_z = \frac{\lambda}{\lambda_1} \cdot \sqrt{\beta_A} = \frac{60,24}{93,9} \cdot \sqrt{1} = 0,642$$

$$\bar{\lambda}_z = 0,642 > 0,2$$

Donc, il y'a risque de flambement autour de l'axe $\bar{z}-\bar{z}$.

$t_f = 10 \text{ mm} < 100 \text{ mm} \rightarrow$ autour de l'axe $\bar{z}-\bar{z} \rightarrow$ La courbe « c »

Par interpolation en utilisant le tableau 21 [F25] (Méthode alternative) :

$$(0,7 - 0,6) \rightarrow (0,7247 - 0,7854)$$

$$(0,7 - 0,642) \rightarrow (0,7247 - \chi_z)$$

$$(0,7247 - \chi_z) = \frac{(0,7 - 0,642)(0,7247 - 0,7854)}{(0,7 - 0,6)} = -0,0352$$

$$\text{D'où : } \chi_z = 0,7247 + 0,0352 = 0,7599 \rightarrow 0,7247 < (\chi_z = 0,7599) < 0,7854 \quad \checkmark$$

4° Pour la section :

$$\chi = \text{Min}(\chi_y; \chi_z) = \text{Min}(0,327; 0,7599) = 0,327$$

$$\text{- L'effort résistant réduit : } N_{b,Rd} = \chi \cdot \beta_A \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,327 \times 1 \times 5380 \times \frac{235}{1,1}$$

$$N_{b,Rd} = 375536,69 \text{ N} = 375,53 \text{ KN}$$

$$\text{- Finalement, on vérifie : } N_{sd} = 140 \text{ KN} < N_{b,Rd} = 375,53 \text{ KN.}$$

✓ **Ce poteau résiste au flambement sous un effort $N_{sd} = 140 \text{ KN}$.**

Exercice 03 : Calculez l'effort normal ultime que peut supporter un poteau en **IPE500 (S235)**, (classe 3) articulé dans les deux directions à ses deux extrémités. La hauteur libre du poteau est **L = 7 m**. Au milieu ce poteau ne peut pas se déplacer dans le plan $x \perp y$, mais sa rotation est libre.

Solution:

1° Valeurs caractéristiques de calcul :

- L'acier est de nuance S235 $\Rightarrow \epsilon = 1$

- L'élancement élastique limite : $\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,9 \cdot \epsilon = 93,9$

- La section du IPE500 (S235) est de classe 3 en compression $\Rightarrow \beta_A = 1$.

- L'aire de la section : $A = 115,5 \text{ cm}^2 = 11550 \text{ mm}^2$.

- Les rayons de girations : $i_y = 20,43 \text{ cm}$; $i_z = 4,3 \text{ cm}$

- La hauteur de la section : $h = 500 \text{ mm}$

- La largeur de la semelle : $b = 200 \text{ mm}$

- L'épaisseur de la semelle : $t_f = 16 \text{ mm}$

2° Axe de flambement $y-y$: (plan $x \perp z$)

- **Longueur de flambement l_{fy} :**

Dans ce plan le poteau est articulé - articulé

$$\Rightarrow l_{fy} = L = 7,00 \text{ m}$$

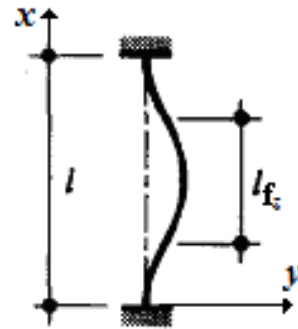


Figure 75.

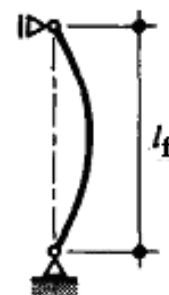


Figure 76.

- **L'élancement géométrique de l'élément λ_y :**

$$\lambda_y = \frac{l_{fy}}{i_y} = \frac{700}{20,43} = 34,26$$

$$\Rightarrow \bar{\lambda}_y = \frac{\lambda}{\lambda_1} \cdot \sqrt{\beta_A} = \frac{34,26}{93,9} \cdot \sqrt{1} = 0,365$$

$$\bar{\lambda}_y = 0,365 > 0,2$$

Donc, il y'a risque de flambement autour de l'axe $y-y$.

- **La courbe de flambement :**

$$\frac{h}{b} = \frac{500}{200} = 2,5 > 1,2 :$$

$t_f = 16 \text{ mm} < 40 \text{ mm} \rightarrow$ autour de l'axe $y-y \rightarrow$ La courbe « a ».

La courbe « a » $\Rightarrow \alpha_y = 0,21$.

$$\phi_y = 0,5 [1 + \alpha_y (\bar{\lambda}_y - 0,2) + \bar{\lambda}_y^2] = 0,5 (1 + 0,21 \cdot (0,365 - 0,2) + (0,365)^2) = 0,584$$

Le coefficient de réduction pour l'axe $y-y$:

$$\chi_y = \frac{1}{\phi_y + \sqrt{\phi_y^2 - \lambda_y^2}} = \frac{1}{0,584 + \sqrt{(0,584)^2 - (0,365)^2}} = 0,962 \leq 1 .$$

3° Axe de flambement $z-z$: (plan $x \perp y$)

- **Longueur de flambement l_{fz} :**

Dans ce plan le poteau est articulé-articulé au milieu.

$$\Rightarrow l_{fz} = L/2 = 3,50 \text{ m}$$

- **L'élancement géométrique λ_z :**

$$\lambda_z = \frac{l_{fz}}{i_z} = \frac{350}{4,3} = 81,40$$

$$\Rightarrow \bar{\lambda}_z = \frac{\lambda}{\lambda_1} \cdot \sqrt{\beta_A} = \frac{81,40}{93,9} \cdot \sqrt{1} = 0,866$$

$\bar{\lambda}_z = 0,866 > 0,2 \Rightarrow$ Donc, il y'a risque de flambement autour de l'axe $z-z$.

- **La courbe de flambement :**

$$\frac{h}{b} = \frac{500}{200} = 2,5 > 1,2 :$$

$t_f = 16 \text{ mm} < 40 \text{ mm} \rightarrow$ autour de l'axe $z-z \rightarrow$ La courbe « b ».

La courbe « b » $\Rightarrow \alpha_z = 0,34$.

$$\phi_z = 0,5 [1 + \alpha_z (\bar{\lambda}_z - 0,2) + \bar{\lambda}_z^2] = 0,5 (1 + 0,34 \cdot (0,866 - 0,2) + (0,866)^2) = 0,989$$

Le coefficient de réduction pour l'axe $z-z$:

$$\chi_z = \frac{1}{\phi_z + \sqrt{\phi_z^2 - \lambda_z^2}} = \frac{1}{0,989 + \sqrt{(0,989)^2 - (0,866)^2}} = 0,682 \leq 1 .$$

4° Pour la section :

$$\chi = \text{Min} (\chi_y ; \chi_z) = \text{Min} (0,962 ; 0,682) = 0,682$$

- L'effort résistant réduit :
$$N_{b,Rd} = \chi \cdot \beta_A \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,682 \times 1 \times 11550 \times \frac{235}{1,1}$$

- Finalement, :
$$N_{Sd} < N_{b,Rd} = 1683912,24 \text{ N} = 1683,91 \text{ KN}$$

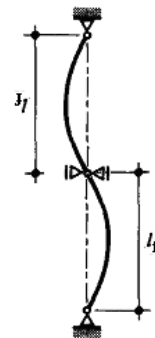


Figure 77.

Exercice 04 : Soit un poteau constitué d'une section **PRS en I** doublement symétrique en acier **S235** ($\varepsilon = 1$), de **classe 3**, dont les propriétés sont les suivantes :

$$h = 220 \text{ mm} ; b = 160 \text{ mm} , \quad t_w = 8 \text{ mm} ; \quad t_f = 15 \text{ mm} ; \quad \text{et} \quad A = 63 \text{ cm}^2.$$

$$I_y = 7840 \text{ cm}^4 ; \quad I_z = 1025 \text{ cm}^4 ; \quad I_t = 1025 \text{ cm}^4 ; \quad I_w = 100025 \text{ cm}^6 .$$

Ce poteau a une hauteur libre **L = 9,50 m**.

Dans le sol, il est encastré dans le plan ($x \perp y$) et articulé dans le plan ($x \perp z$).

En tête, il est articulé dans les deux plans.

- Vérifiez la résistance de cet élément au flambement pour $N_{sd} = 300 \text{ KN}$?

Solution :

$$\varepsilon = 1 ; \quad \lambda_1 = 93,9 ; \quad \beta_A = 1$$

$$\text{PRS (soudé)} : A = 63 \text{ cm}^2 ; \quad I_y = 7840 \text{ cm}^4 ; \quad I_z = 1025 \text{ cm}^4 ;$$

Axe de flambement y-y : (plan $x \perp z$)

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{7840}{63}} = 11,15 \text{ cm} ; \quad l_{fy} = L = 950 \text{ cm} ; \quad \lambda_y = 85,20$$

$$\bar{\lambda}_y = 0,907 > 0,2 \Rightarrow \text{Risque de flambement / y-y.}$$

Section en I soudée [Tableau 20.] [F24] $\rightarrow t_f = 15 \text{ mm} < 40 \text{ mm}$

$$\Rightarrow \text{Courbe d'imperfection (y-y) : b} \rightarrow \phi_y = 1,03$$

$$\chi_y = \frac{1}{\phi_y + \sqrt{\phi_y^2 - \lambda_y^2}} = \frac{1}{1,03 + \sqrt{(1,03)^2 - (0,907)^2}} = 0,65 \leq 1 .$$

Axe z-z : (plan $x \perp y$)

$$i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} = 4,03 \text{ cm} ; \quad l_{fz} = \frac{\sqrt{2}}{2} L = 671 \text{ cm} ; \quad \lambda_z = 166,50$$

$$\bar{\lambda}_z = 1,77 > 0,2 \Rightarrow \text{Risque de flambement / z-z.}$$

Section en I soudée [Tableau 20.] [F24] $\rightarrow t_f = 15 \text{ mm} < 40 \text{ mm}$

$$\Rightarrow \text{Courbe d'imperfection (/z) : c}$$

$$\phi_z = 2,45 ; \quad \chi_z = 0,24$$

Donc pour la section :

$$\text{Entre les deux axes de flambement : } \chi = \text{Min}(\chi_y ; \chi_z) = \text{Min}(0,65 ; 0,24) = 0,126$$

$$\text{- L'effort résistant au flambement : } N_{b,Rd} = \chi \cdot \beta_A \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,24 \times 1 \times 6300 \times \frac{235}{1,1}$$

$$N_{b,Rd} = 323,45 \text{ KN} > N_{sd} = 300 \text{ KN}$$

Il n'y a pas de flambement.

Exercice 05 :

Soit un poteau circulaire creux (tube) laminé à chaud d'un acier de nuance **S235** ($\varepsilon = 1$), dont la section est de **classe 1**. D'une hauteur libre **L = 3,50 m**, ce poteau est articulé en pied et en tête dans toutes les directions (c.à.d ; un seul plan partout Voir Figure 80).

Si son rayon de giration radial est $i_r = 4,73 \text{ cm}$

Et il supporte une charge pondérée (E.L.U) $N_{sd} = 600 \text{ KN}$.

- Calculez la section pleine nécessaire 'A' à cet élément pour résister au flambement ?

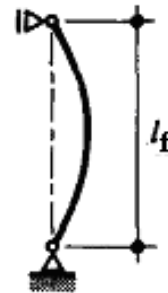


Figure 78.

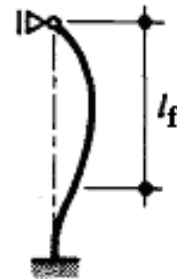


Figure 79.

Solution :

1° La section A :

- **Longueur de flambement l_{fr} :**

Dans ce plan le poteau est articulé -articulé :

$$l_{fr} = .L = 3,50 \text{ m}$$

- **L'élançement géométrique λ_r :**

$$\lambda_r = \frac{l_{fr}}{i_r} = \frac{350}{4,73} = 74$$

- **L'élançement réduit $\bar{\lambda}_r$:**

$$\bar{\lambda}_r = \frac{\lambda}{\lambda_1} \cdot \sqrt{\beta_A} = \frac{74}{93,9} \cdot \sqrt{1} = 0,788$$

$$\bar{\lambda}_r = 0,788 > 0,2$$

Donc, il y'a risque de flambement.

Section creuse laminé a chaud → La courbe « a » ⇒ $\alpha_r = 0,21$.

$$\phi_r = 0,5 [1 + \alpha_r (\bar{\lambda}_r - 0,2) + \bar{\lambda}_r^2] = 0,5 (1 + 0,21 \cdot (0,74 - 0,2) + (0,74)^2)$$

$$\phi_r = 0,872$$

$$\chi_r = \frac{1}{\phi_r + \sqrt{\phi_r^2 - \bar{\lambda}_r^2}} = \frac{1}{0,872 + \sqrt{(0,872)^2 - (0,74)^2}} = 0,802 \leq 1.$$

2° Pour la section :

$$\chi = 0,802$$

- L'effort résistant réduit : $N_{b,Rd} = \chi \cdot \beta_A \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \geq N_{sd}$

$$\Rightarrow A \geq \frac{N_{sd} \times \gamma_{M1}}{\chi \times \beta_A \times f_y} \Rightarrow A \geq \frac{600000 \times 1,1}{0,802 \times 1 \times 235}$$

$$A \geq 3501,88 \text{ mm}^2 \quad \text{soit} \quad A = 3502 \text{ mm}^2$$

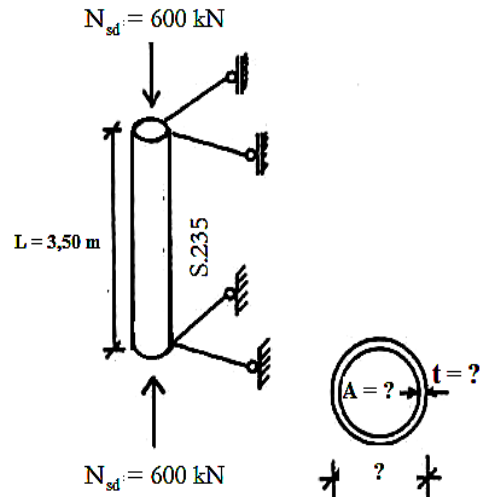


Figure 80.

Exercice 06 : Soit un poteau d'un portique encasturé simple [Figures 81.], puis articulé simple [Figures 82.], dimensionné en HEA 400. La hauteur libre du poteau est **L = 6 m** son acier est de **S235** et de **classe 1** en compression. Chacun des deux poteaux supporte une charge axiale ultime **N_{sd} = 1500 KN** .

1° Pour tous les cas suivants, vérifiez la résistance au flambement des poteaux dans le plan $x \perp L_z$?

2° Refaire les vérifications, si chacun des deux poteaux supporte une charge **N_{sd} = 200 KN** .

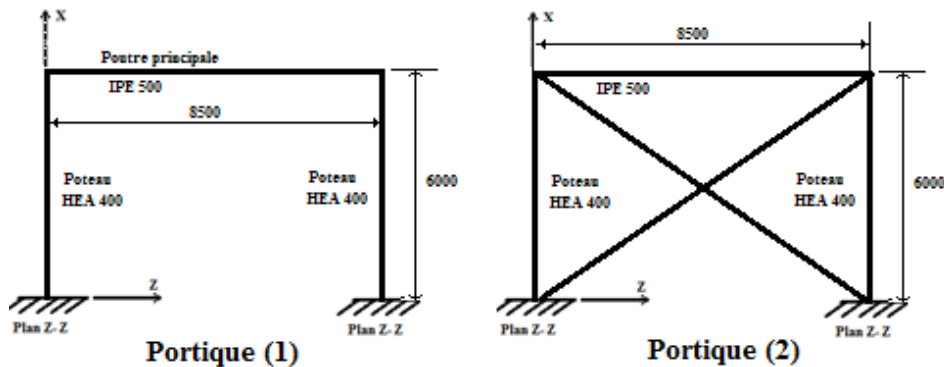


Figure 81.

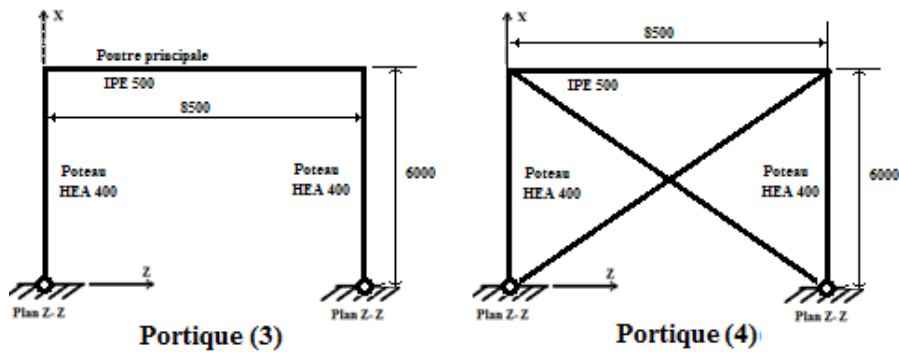


Figure 82.

Solution :

Portique 01 :

1° Valeurs caractéristiques de calcul :

- La section du HEA400 (S235) est de classe 1 en compression $\Rightarrow \beta_A = 1$.
 - L'acier est de nuance S235 $\Rightarrow \epsilon = 1$
 - L'élancement élastique limite : $\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,9 . \epsilon = 93,9$
 - L'aire de la section : $A = 159\text{cm}^2 = 15900 \text{ mm}^2$.
 - Le moment d'inertie : $I_y = 45069\text{cm}^4$.
 - Les rayons de girations : $i_y = 16,8 \text{ cm}$; $i_z = 7,34 \text{ cm}$
 - La hauteur de la section : $h = 390 \text{ mm}$
 - La largeur de la semelle : $b = 300 \text{ mm}$
 - L'épaisseur de la semelle : $t_f = 19\text{mm}$
 - Longueur du poteau : $L = 6000 \text{ mm} = 600 \text{ cm} = 6 \text{ m}$
 - $K_c = I/L = 75,115 \text{ cm}^3$
- La section du IPE500 (S235 poutre droite au nœud 1) :
 - Le moment d'inertie : $I_y = 48198,5 \text{ cm}^4$.
 - Longueur de la poutre : $L = 8500 \text{ mm} = 850 \text{ cm} = 8,5 \text{ m}$
 - $I/L = 56,704 \text{ cm}^3$
 - Courbure simple $K_{12} = 0,5 \times I/L = 0,5 \times 56,704 = 28,352 \text{ cm}^3$

2° Mode de déplacement dans plan x⊥z :

Une structure est dite à nœuds fixes si elle est rigide ou contreventée. Dans le cas contraire, elle est considérée comme une structure à nœuds déplaçables.

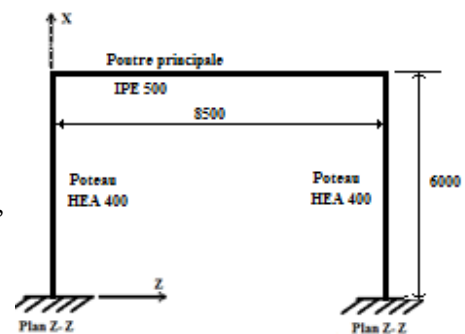
Une structure est rigide pour un chargement vertical total V ,

si le rapport : $\alpha_{cr} = \frac{V_{cr}}{V} \geq 10$

avec : V_{cr} : est la valeur critique de la charge verticale.

la somme des efforts critiques des poteaux d'un niveau donné.

Ils sont calculés pour un mode d'instabilité à nœuds déplaçables.



Portique (1)

Figure 83.

$$V_{cr} = \Sigma N_{cr} = \pi^2 . E . \Sigma \frac{I}{l_f^2} :$$

- **Pour $N_{sd} = 1500 \text{ KN}$** : Alors $V = 2 \times 1500 = 3000 \text{ KN}$

En mode déplaçable :

Les facteurs de distribution de rigidité η_1 et η_2 sont calculés comme suit :

$$\text{Le nœud 1 : } \eta_1 = \frac{K_C + K_{C1}}{K_C + K_{C1} + K_{11} + K_{12}} = \frac{75,115}{75,115 + 28,352} = 0,726$$

$$\eta_2 = 0 \quad \text{: pour un encastrement.}$$

$$\frac{l_f}{L} = \sqrt{\frac{1 - 0,2(\eta_1 + \eta_2) - 0,12\eta_1\eta_2}{1 - 0,8(\eta_1 + \eta_2) + 0,6\eta_1\eta_2}} = \sqrt{\frac{1 - 0,2(0,726)}{1 - 0,8(0,726)}}$$

$$\frac{l_f}{L} = 1,428$$

$$\Rightarrow l_{fy} = 1,428 \times 600 = 856,77 \text{ cm}$$

$$V_{cr} = \Sigma N_{cr} = \pi^2 \cdot E \cdot \Sigma \frac{I}{l_f^2} = \pi^2 \times 210000 \times 10^2 \times \sum_1^{2=\text{poteau}} \frac{45069}{(856,77)^2}$$

$$\alpha_{cr} = \frac{V_{cr}}{V} = \frac{2 \times 12725,23}{3000} = 8,48 < 10 \Rightarrow \text{la structure est à nœuds déplaçables.}$$

\Rightarrow On garde la longueur de flambement calculée à nœuds déplaçables.

3 ° Calcul au flambement $y - y$: (plan xLz)

- **Longueur de flambement l_{fy}** : $l_{fy} = 1931,07 \text{ cm}$

- **L'élancement géométrique de l'élément λ_y et L'élancement réduit : $\bar{\lambda}_y$**

$$\lambda_y = \frac{l_{fy}}{i_y} = \frac{856,77}{16,8} = 51,00 \Rightarrow \bar{\lambda}_y = \frac{\lambda}{\lambda_1} \cdot \sqrt{\beta_A} = \frac{51,0}{93,9} \cdot \sqrt{1} = 0,543$$

$\bar{\lambda}_y = 0,543 > 0,2$ Donc, il y'a risque de flambement autour de l'axe $y - y$.

- **La courbe de flambement:**

$$\frac{h}{b} = \frac{390}{300} = 1,3 > 1,2 : t_f = 19 \text{ mm} < 40 \text{ mm} \rightarrow \text{y-y} \rightarrow \text{La courbe « a ».}$$

La courbe « a » $\Rightarrow \alpha_y = 0,21$.

$$\phi_y = 0,5 [1 + \alpha_y (\bar{\lambda}_y - 0,2) + \bar{\lambda}_y^2] = 0,5 (1 + 0,21 \cdot (0,543 - 0,2) + (0,543)^2) = 0,684$$

$$\chi_y = \frac{1}{\phi_y + \sqrt{\phi_y^2 - \lambda_y^2}} = \frac{1}{0,684 + \sqrt{(0,684)^2 - (0,543)^2}} = 0,910 \leq 1.$$

$$\chi_y = 0,910$$

4 ° Pour la section :

Entre les deux axes de flambement : $\chi = \text{Min}(\chi_y ; \chi_z) = \text{Min}(0,910 ; /) = 0,910$

$$\text{- L'effort résistant réduit : } N_{b,Rd} = \chi \cdot \beta_A \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,910 \times 1 \times 15900 \times \frac{235}{1,1}$$

$$\text{- Finalement, on vérifie : } N_{sd} = 1500 \text{ KN} < N_{b,Rd} = 3092,225 \text{ KN}$$

- ✓ **Ce poteau résiste au flambement sous un effort $N_{sd} = 1500 \text{ KN}$.**

Pour $N_{sd} = 200 \text{ KN}$:

2° Mode de déplacement dans plan $x \perp z$:

- Alors $V = 2 \times 200 = 400 \text{ KN}$

En mode déplaçable :

Les facteurs de distribution de rigidité η_1 et η_2 sont calculés comme suit :

Le nœud 1 : $\eta_1 = 0,726$

$\eta_2 = 0$: pour un encastrement.

$$V_{cr} = \Sigma N_{cr} = \pi^2 \cdot E \cdot \Sigma \frac{I}{l_f^2} = 12725,23 \text{ KN}$$

$$\alpha_{cr} = \frac{V_{cr}}{V} = \frac{2 \times 12725,23}{400} = 63,62 > 10 \Rightarrow \text{la structure est rigide.}$$

\Rightarrow on calcule la longueur de flambement pour un mode à nœuds fixes.

3° Calcul au flambement $y - y$: (plan $x \perp z$)

- **Longueur de flambement l_f :**

$$\frac{l_f}{L} = \frac{1 + 0,145(\eta_1 + \eta_2) - 0,265 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2}{2 - 0,364(\eta_1 + \eta_2) - 0,247 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2} = \frac{1 + 0,145(0,726)}{2 - 0,364(0,726)}$$

$$\frac{l_f}{L} = 0,637 \Rightarrow l_f = 0,637 \times 600 = 382,1 \text{ cm}$$

- **L'élancement géométrique de l'élément λ_y et L'élancement réduit : $\bar{\lambda}_y$**

$$\lambda_y = \frac{l_f}{i_y} = \frac{382,1}{16,8} = 22,74 \Rightarrow \bar{\lambda}_y = \frac{\lambda}{\lambda_1} \cdot \sqrt{\beta_A} = \frac{22,74}{93,9} \cdot \sqrt{1} = 0,242$$

$\bar{\lambda}_y = 0,242 > 0,2$ Donc, il y'a risque de flambement autour de l'axe $y - y$.

- **La courbe de flambement:**

$$\frac{h}{b} = \frac{390}{300} = 1,3 > 1,2 : t_f = 19 \text{ mm} < 40 \text{ mm} \rightarrow \setminus y-y \rightarrow \text{La courbe « a ».}$$

La courbe « a » $\Rightarrow \alpha_y = 0,21$.

$$\phi = 0,5 [1 + \alpha_y (\bar{\lambda}_y - 0,2) + \bar{\lambda}_y^2] = 0,5 (1 + 0,21 \cdot (0,242 - 0,2) + (0,242)^2) = 0,534$$

$$\chi_y = \frac{1}{\phi_y + \sqrt{\phi_y^2 - \lambda_y^2}} = \frac{1}{0,534 + \sqrt{(0,534)^2 - (0,242)^2}} = 0,991 \leq 1.$$

$$\chi_y = 0,991$$

4° Pour la section :

Entre les deux axes de flambement : $\chi = \text{Min}(\chi_y ; \chi_z) = \text{Min}(0,991 ; /) = 0,9910$

- L'effort résistant réduit : $N_{b,Rd} = \chi \cdot \beta_A \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,9910 \times 1 \times 15900 \times \frac{235}{1,1}$

$$N_{b,Rd} = 3365144,30 \text{ N} = 3365,14 \text{ KN}$$

- Finalement, on vérifie : $N_{sd} = 200 \text{ KN} \ll N_{b,Rd} = 3365,14 \text{ KN}$

✓ **Ce poteau supporte largement un effort $N_{sd} = 200 \text{ KN}$.**



Portique 2 :**2° Mode de déplacement dans plan xLz :**

- Le portique comporte des diagonales de contreventement. Donc, il est en mode de déplacement fixe :

Les facteurs de distribution de rigidité η_1 et η_2 sont calculés comme suit :

Le nœud 1 : $\eta_1 = 0,726$

$\eta_2 = 0$: pour un encastrement.

$$\frac{l_f}{L} = \frac{1 + 0,145(\eta_1 + \eta_2) - 0,265 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2}{2 - 0,364(\eta_1 + \eta_2) - 0,247 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2}$$

$$= \frac{1 + 0,145(0,726)}{2 - 0,364(0,726)}$$

$$\frac{l_f}{L} = 0,637 \quad \Rightarrow \quad l_{fy} = 0,637 \times 600 = 382,1 \text{ cm}$$

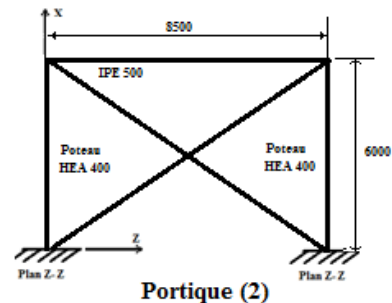


Figure 84.

3° Calcul au flambement y-y: (plan xLz)

- **Longueur de flambement l_{fy} :** $l_{fy} = 382,1 \text{ cm}$

- **L'élançement géométrique de l'élément λ_y et L'élançement réduit $\bar{\lambda}_y$:**

$$\lambda_y = \frac{l_{fy}}{i_y} = \frac{382,1}{16,8} = 22,74 \quad \Rightarrow \quad \bar{\lambda}_y = \frac{\lambda}{\lambda_1} \cdot \sqrt{\beta_A} = \frac{31,68}{93,9} \cdot \sqrt{1} = 0,242$$

$\bar{\lambda}_y = 0,242 > 0,2$ Donc, il y'a risque de flambement autour de l'axe y-y.

- **La courbe de flambement:**

$$\frac{h}{b} = \frac{390}{300} = 1,3 > 1,2 :$$

$t_f = 19 \text{ mm} < 40 \text{ mm} \rightarrow$ autour de l'axe y-y \rightarrow La courbe « a ».

La courbe « a » $\Rightarrow \alpha_y = 0,21$.

$$\phi_y = 0,5 [1 + \alpha_y (\bar{\lambda}_y - 0,2) + \bar{\lambda}_y^2] = 0,5 [1 + 0,21 \cdot (0,242 - 0,2) + (0,242)^2] = 0,534$$

Le coefficient de réduction pour l'axe y-y :

$$\chi_y = \frac{1}{\phi_y + \sqrt{\phi_y^2 - \lambda_y^2}} = \frac{1}{0,534 + \sqrt{(0,534)^2 - (0,242)^2}} = 0,991 \leq 1 .$$

$$\chi_y = 0,991$$

4° Pour la section :

Entre les deux axes de flambement : $\chi = \text{Min}(\chi_y ; \chi_z) = \text{Min}(0,991 ; /) = 0,991$

$$\text{- L'effort résistant réduit : } N_{b,Rd} = \chi \cdot \beta_A \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,991 \times 1 \times 15900 \times \frac{235}{1,1}$$

$$N_{b,Rd} = 3365144,30 \text{ N} = 3365,14 \text{ KN}$$

$$\text{- Finalement, on vérifie : } N_{Sd} = 1500 \text{ KN} \ll N_{b,Rd} = 3365,14 \text{ KN}$$

- ✓ Comme ce poteau supporte largement un effort $N_{Sd} = 1500 \text{ KN}$, il supporte également une charge inférieure $N_{Sd} = 200 \text{ KN}$ (Question 2).

Portique 03 :**2° Mode de déplacement dans plan x|z :**

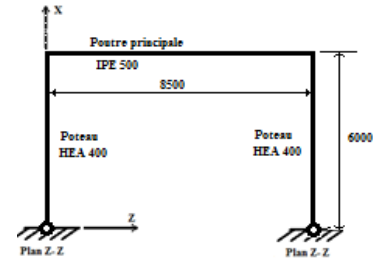
Une structure est dite à nœuds fixes si elle est rigide ou contreventée. Dans le cas contraire, elle est considérée comme une structure à nœuds déplaçables. Une structure est rigide pour un chargement

vertical total V , si le rapport : $\alpha_{cr} = \frac{V_{cr}}{V} \geq 10$

$$V_{cr} = \sum N_{cr} = \pi^2 \cdot E \cdot \sum \frac{I}{l_f^2}$$

V_{cr} : la somme des efforts critiques des poteaux d'un niveau donné.

Ils sont calculés pour un mode d'instabilité à nœuds déplaçables.



Portique (3)

Figure 85.

- **Pour $N_{sd} = 1500$ KN :** Alors $V = 2 \times 1500 = 3000$ KN

En mode déplaçable :

Les facteurs de distribution de rigidité η_1 et η_2 sont calculés comme suit :

$$\text{Le nœud 1 : } \eta_1 = \frac{K_C + K_{C1}}{K_C + K_{C1} + K_{11} + K_{12}} = \frac{75,115}{75,115 + 28,352} = 0,726$$

$$\eta_2 = 1 \quad \text{: pour une articulation.}$$

$$\frac{l_f}{L} = \frac{\sqrt{1 - 0,2(\eta_1 + \eta_2) - 0,12 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2}}{\sqrt{1 - 0,8(\eta_1 + \eta_2) + 0,6 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2}} = \frac{\sqrt{1 - 0,2(0,726 + 1) - 0,12 \times 0,726 \times 1}}{\sqrt{1 - 0,8(0,726 + 1) + 0,6 \times 0,726 \times 1}}$$

$$\frac{l_f}{L} = 3,218 \quad \Rightarrow \quad l_{fy} = 3,218 \times 600 = 1931,07 \text{ cm}$$

$$V_{cr} = \sum N_{cr} = \pi^2 \cdot E \cdot \sum \frac{I}{l_f^2} = \pi^2 \times 210000 \times 10^2 \times \sum_1^{2=\text{poteau}} \frac{45069}{(1931,07)^2}$$

$$\alpha_{cr} = \frac{V_{cr}}{V} = \frac{5009,89}{3000} = 1,67 < 10 \Rightarrow \text{la structure est à nœuds déplaçables.}$$

\Rightarrow on garde la longueur de flambement calculée à nœuds déplaçables.

3° Calcul au flambement y-y : (plan x|z)

- **Longueur de flambement l_{fy} :** $l_{fy} = 1931,07$ cm (calculée en mode déplaçable)

- **L'élancement géométrique de l'élément λ_y et L'élancement réduit : $\bar{\lambda}_y$**

$$\lambda_y = \frac{l_{fy}}{i_y} = \frac{1931,07}{16,8} = 114,94 \Rightarrow \bar{\lambda}_y = \frac{\lambda}{\lambda_1} \cdot \sqrt{\beta_A} = \frac{114,94}{93,9} \cdot \sqrt{1} = 1,224$$

$\bar{\lambda}_y = 1,224 > 0,2$ Donc, il y'a risque de flambement autour de l'axe y-y.

- **La courbe de flambement :**

$$\frac{h}{b} = \frac{390}{300} = 1,3 > 1,2 : t_f = 19 \text{ mm} < 40 \text{ mm} \rightarrow \setminus \text{ y-y} \rightarrow \text{La courbe « a ».}$$

$$\phi_y = 0,5 [1 + \alpha_y (\bar{\lambda}_y - 0,2) + \bar{\lambda}_y^2] = 0,5 (1 + 0,21 \cdot (1,224 - 0,2) + (1,224)^2) = 1,3568$$

Le coefficient de réduction pour l'axe y-y :

$$\chi_y = \frac{1}{\phi_y + \sqrt{\phi_y^2 - \lambda_y^2}} = \frac{1}{1,3568 + \sqrt{(1,3568)^2 - (1,224)^2}} = 0,5150 \leq 1.$$

$$\chi_y = 0,515$$

4 ° Pour la section :

Entre les deux axes de flambement : $\chi = \text{Min}(\chi_y ; \chi_z) = \text{Min}(0,515 ; /) = 0,515$

- L'effort résistant réduit :
$$N_{b,Rd} = \chi \cdot \beta_A \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,515 \times 1 \times 15900 \times \frac{235}{1,1}$$

$$N_{b,Rd} = 1749253,55 \text{ N} = 1749,25 \text{ KN}$$

- Finalement, on vérifie : $N_{sd} = 1500 \text{ KN} < N_{b,Rd} = 1749,25 \text{ KN}$

✓ **Ce poteau résiste au flambement sous un effort $N_{sd} = 1500 \text{ KN}$.**

Pour $N_{sd} = 200 \text{ KN}$:

2 ° Mode de déplacement dans plan $x \perp z$:

- Alors $V = 2 \times 200 = 400 \text{ KN}$

En mode déplaçable :

Les facteurs de distribution de rigidité η_1 et η_2

sont calculés comme suit : Le nœud 1 : $\eta_1 = 0,726$

$$\eta_2 = 1 \quad \text{pour une articulation.}$$

$$V_{cr} = \Sigma N_{cr} = \pi^2 \cdot E \cdot \Sigma \frac{I}{l_f^2} = 5009,89 \text{ KN}$$

$$\alpha_{cr} = \frac{V_{cr}}{V} = \frac{5009,89}{400} = 12,52 > 10 \Rightarrow \text{la structure est rigide.}$$

\Rightarrow on calcule la longueur de flambement pour un mode à nœuds fixes.

3 ° Calcul au flambement $y-y$: (plan $x \perp z$)

- Longueur de flambement l_f :**

$$\frac{l_f}{L} = \frac{1 + 0,145(\eta_1 + \eta_2) - 0,265 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2}{2 - 0,364(\eta_1 + \eta_2) - 0,247 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2} = \frac{1 + 0,145(0,726 + 1) - 0,265 \times 0,726 \times 1}{2 - 0,364(0,726 + 1) - 0,247 \times 0,726 \times 1}$$

$$\frac{l_f}{L} = 0,887 \Rightarrow l_{fy} = 0,887 \times 600 = 532,3 \text{ cm}$$

- L'élancement géométrique de l'élément λ_y et L'élancement réduit : $\bar{\lambda}_y$**

$$\lambda_y = \frac{l_{fy}}{i_y} = \frac{532,3}{16,8} = 31,68 \Rightarrow \bar{\lambda}_y = \frac{\lambda}{\lambda_1} \cdot \sqrt{\beta_A} = \frac{31,68}{93,9} \cdot \sqrt{1} = 0,337$$

$\bar{\lambda}_y = 0,337 > 0,2$ Donc, il y'a risque de flambement autour de l'axe $y-y$.

- La courbe de flambement :**

$$\frac{h}{b} = \frac{390}{300} = 1,3 > 1,2 : t_f = 19 \text{ mm} < 40 \text{ mm} \rightarrow \backslash y-y \rightarrow \text{La courbe « a ».}$$

$$\phi_y = 0,5 [1 + \alpha_y (\bar{\lambda}_y - 0,2) + \bar{\lambda}_y^2] = 0,5 (1 + 0,21 \cdot (0,337 - 0,2) + (0,337)^2) = 0,5714$$

Le coefficient de réduction pour l'axe $y-y$:

$$\chi_y = \frac{1}{\phi_y + \sqrt{\phi_y^2 - \lambda_y^2}} = \frac{1}{0,5714 + \sqrt{(0,5714)^2 - (0,337)^2}} = 0,9686 \leq 1.$$

$$\chi_y = 0,9686$$

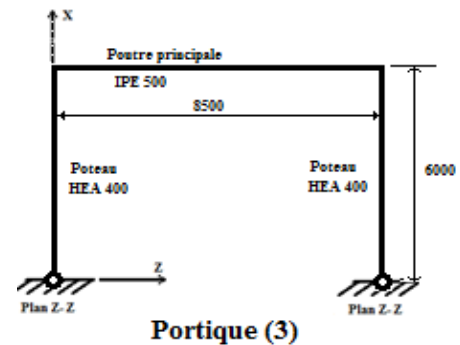


Figure 86.

4° Pour la section :

Entre les deux axes de flambement : $\chi = \text{Min}(\chi_y; \chi_z) = \text{Min}(0,9686; /) = 0,9686$

- L'effort résistant réduit : $N_{b,Rd} = \chi \cdot \beta_A \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,9686 \times 1 \times 15900 \times \frac{235}{1,1}$

- Finalement, on vérifie : $N_{Sd} = 200 \text{ KN} \ll N_{b,Rd} = 3290,09 \text{ KN}$

✓ **Ce poteau supporte largement un effort $N_{Sd} = 200 \text{ KN}$.**

Portique 4 :**2° Mode de déplacement dans plan $x \perp z$:**

▪ Le portique contient des diagonales de contreventement. Donc, il est en mode de déplacement fixe :

Les facteurs de distribution de rigidité η_1 et η_2 sont calculés comme suit :

Le nœud 1 : $\eta_1 = 0,726$

$\eta_2 = 1$: pour une articulation.

$$\frac{l_f}{L} = \frac{1 + 0,145(\eta_1 + \eta_2) - 0,265 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2}{2 - 0,364(\eta_1 + \eta_2) - 0,247 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2}$$

$$= \frac{1 + 0,145(0,726 + 1) - 0,265 \times 0,726 \times 1}{2 - 0,364(0,726 + 1) - 0,247 \times 0,726 \times 1}$$

$$\frac{l_f}{L} = 0,887 \quad \Rightarrow l_f = 0,887 \times 600 = 532,3 \text{ cm}$$

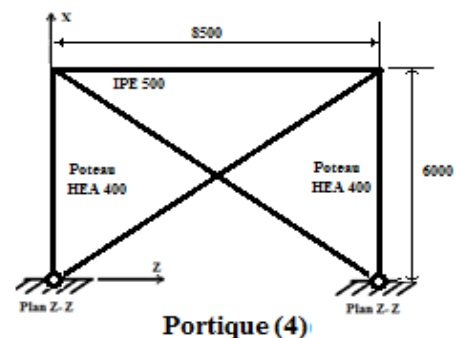


Figure 87.

3° Calcul au flambement $y-y$: (plan $x \perp z$)

- **Longueur de flambement l_{fz} :** $l_{fz} = 532,3 \text{ cm}$

$$\Rightarrow \lambda_y = \frac{l_{fz}}{i_y} = \frac{532,3}{16,8} = 31,68 \Rightarrow \bar{\lambda}_y = \frac{\lambda}{\lambda_1} \cdot \sqrt{\beta_A} = \frac{31,68}{93,9} \cdot \sqrt{1} = 0,337$$

$\bar{\lambda}_y = 0,337 > 0,2$ Donc, il y'a risque de flambement autour de l'axe $y-y$.

- **La courbe de flambement :**

$$\frac{h}{b} = \frac{390}{300} = 1,3 > 1,2 : t_f = 19 \text{ mm} < 40 \text{ mm} \rightarrow \setminus y-y \rightarrow \text{La courbe « a »} \Rightarrow \alpha_y = 0,21.$$

$$\phi_y = 0,5 [1 + \alpha_y (\bar{\lambda}_y - 0,2) + \bar{\lambda}_y^2] = 0,5 (1 + 0,21 \cdot (0,337 - 0,2) + (0,337)^2) = 0,5714$$

Le coefficient de réduction pour l'axe $y-y$:

$$\chi_y = \frac{1}{\phi_y + \sqrt{\phi_y^2 - \bar{\lambda}_y^2}} = \frac{1}{0,5714 + \sqrt{(0,5714)^2 - (0,337)^2}} = 0,9686 \leq 1.$$

$$\chi_y = 0,9686$$

4° Pour la section :

Entre les deux axes de flambement : $\chi = \text{Min}(\chi_y; \chi_z) = \text{Min}(0,9686; /) = 0,9686$

- L'effort résistant réduit : $N_{b,Rd} = \chi \cdot \beta_A \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,9686 \times 1 \times 15900 \times \frac{235}{1,1}$

$$N_{b,Rd} = 3290096,82 \text{ N} = 3290,09 \text{ KN}$$

- Finalement, on vérifie : $N_{Sd} = 1500 \text{ KN} \ll N_{b,Rd} = 3290,09 \text{ KN}$

✓ **Evidemment, ce poteau supporte la force $N_{Sd} = 200 \text{ KN}$, (Question 2).**

Exercice 07 : Soit un poteau de centre (C-D) dimensionné en **HEA300** [Figure 88]. Ce dernier supporte une charge axiale ultime $N_{sd} = 2000 \text{ KN}$. La hauteur libre du poteau est $L = 4,00 \text{ m}$ son acier est de **S235**. La structure est contreventée dans un autre plan.

- Vérifiez sa résistance au flambement dans son plan xLz ?

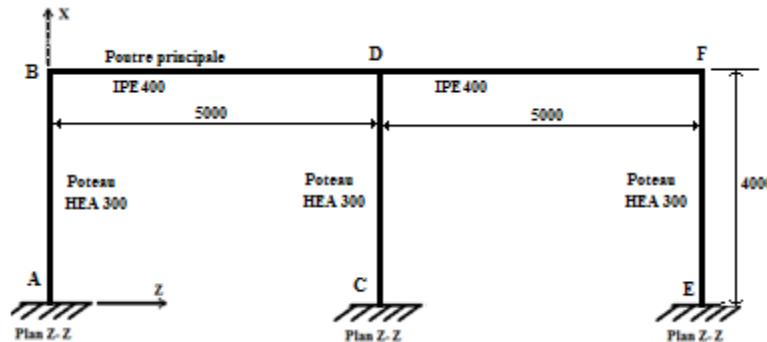


Figure 88.

Solution :

1° Valeurs caractéristiques de calcul :

- La section du HEA300 (S235) est de classe 1 en compression $\Rightarrow \beta_A = 1$.
 - L'acier est de nuance S235 $\Rightarrow \varepsilon = 1$
 - L'élancement élastique limite : $\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,9 \cdot \varepsilon = 93,9$
 - L'aire de la section : $A = 112,5 \text{ cm}^2 = 11250 \text{ mm}^2$.
 - Le moment d'inertie : $I_y = 18263,5 \text{ cm}^4$.
 - Les rayons de girations : $i_y = 12,74 \text{ cm}$; $i_z = 7,49 \text{ cm}$
 - La hauteur de la section : $h = 290 \text{ mm}$
 - La largeur de la semelle : $b = 300 \text{ mm}$
 - L'épaisseur de la semelle : $t_f = 14 \text{ mm}$
 - Longueur du poteau : $L = 4000 \text{ mm} = 400 \text{ cm} = 4 \text{ m}$
 - $K_c = I/L = 45,658 \text{ cm}^3$
- La section du IPE400 (S235 poutre droite au nœud 1) :
 - Le moment d'inertie : $I_y = 23128,4 \text{ cm}^4$.
 - Longueur de la poutre : $L = 5000 \text{ mm} = 500 \text{ cm} = 5 \text{ m}$
 - $I/L = 46,257 \text{ cm}^3$
 - Courbure double [Tableau 22.] $K_{11} = K_{12} = 1,5 \times I/L = 1,5 \times 46,257 = 69,385 \text{ cm}^3$

2° Mode de déplacement dans plan xLz :

- Le portique est rigide puisque la structure est contreventée.
- Donc, il est en mode de déplacement fixe :

Les facteurs de distribution de rigidité η_1 et η_2 sont calculés comme suit :

$$\text{Le nœud 1 : } \eta_1 = \frac{K_C + K_{C1}}{K_C + K_{C1} + K_{11} + K_{12}} =$$

η_1 : Nœud D, [Figure 88], [Figure 89].

Le nœud 2 : η_2 : Nœud C, [Figure 88], [Figure 89].

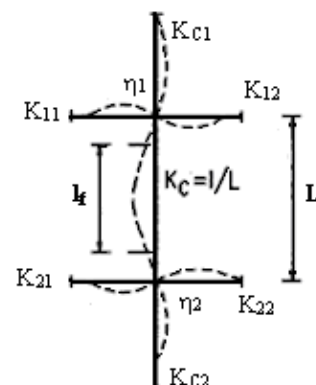


Figure 89. Facteurs de distribution.

$$\text{Le nœud 1 : } \eta_1 = \frac{K_C + K_{C1}}{K_C + K_{C1} + K_{I1} + K_{I2}} = \frac{0 + 45,658}{45,658 + 0 + 69,385 + 69,385} = 0,247$$

$$\eta_1 = 0,247 \quad : \text{ (nœud D)}$$

Le nœud 2 : $\eta_2 = 0$: pour un encastrement (nœud C).

$$\frac{l_f}{L} = \frac{1 + 0,145(\eta_1 + \eta_2) - 0,265 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2}{2 - 0,364(\eta_1 + \eta_2) - 0,247 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2}$$

$$= \frac{1 + 0,145(0,247)}{2 - 0,364(0,247)}$$

$$\frac{l_f}{L} = 0,542 \quad \Rightarrow l_f = 0,542 \times 400 = 217,0 \text{ cm}$$

- **Longueur de flambement dans le plan xLz :** $l_{fy} = 217 \text{ cm}$

$$\Rightarrow \lambda_y = \frac{l_{fy}}{i_y} = \frac{217,0}{12,74} = 17,09 \Rightarrow \bar{\lambda}_y = \frac{\lambda}{\lambda_1} \cdot \sqrt{\beta_A} = \frac{17,09}{93,9} \cdot \sqrt{1} = 0,182$$

$\bar{\lambda}_y = 0,182 < 0,2$ Donc, il n'y a pas risque de flambement autour de l'axe y-y.

$$\chi_y = 1$$

- L'effort résistant réduit : $N_{b,Rd} = \chi \cdot \beta_A \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 1 \times 1 \times 11250 \times \frac{235}{1,1} = 2403409 \text{ N}$

- Finalement, on vérifie : $N_{sd} = 2000 \text{ KN} \ll N_{b,Rd} = 2403,41 \text{ KN} \quad \checkmark$

Exercice 08 : Soit un portique de bâtiment **R+1** constitué de poteaux **HEB 320(S235)** et de poutres en **IPE 450 (S235)** [Figure 90.] . Le poteau central du rez-de-chaussée supporte une charge axiale ultime $N_{sd} = 3000 \text{ KN}$. La hauteur libre du poteau est $L = 4 \text{ m}$.

- Si la structure est à nœuds déplaçables; vérifiez sa résistance au flambement dans le plan xLz ?

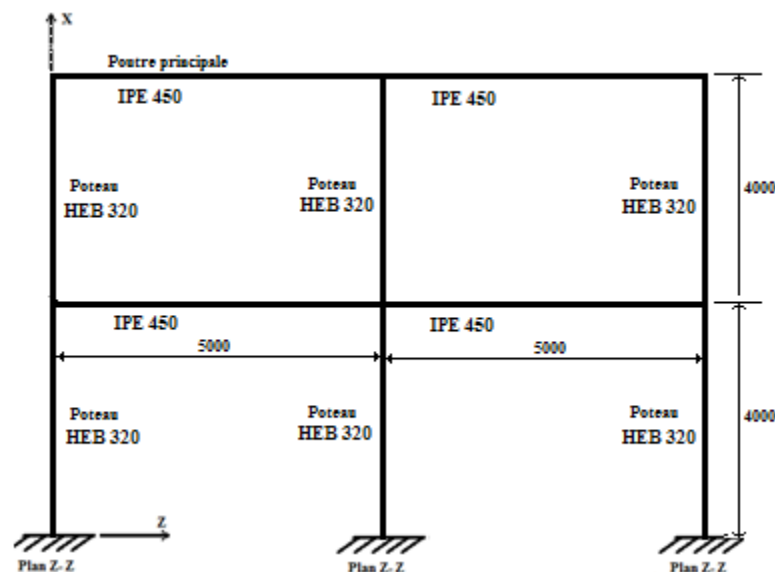


Figure 90.

Solution :**1° Valeurs caractéristiques de calcul :**

- La section du HEB320 (S235) est de classe 1 en compression $\Rightarrow \beta_A = 1$.
 - L'acier est de nuance S235 $\Rightarrow \varepsilon = 1$
 - L'élanement élastique limite : $\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,9 \cdot \varepsilon = 93,9$
 - L'aire de la section : $A = 161,3 \text{ cm}^2 = 16130 \text{ mm}^2$.
 - Le moment d'inertie : $I_y = 30823,5 \text{ cm}^4$.
 - Les rayons de girations : $i_y = 13,82 \text{ cm}$; $i_z = 7,57 \text{ cm}$
 - La hauteur de la section : $h = 320 \text{ mm}$
 - La largeur de la semelle : $b = 300 \text{ mm}$
 - L'épaisseur de la semelle : $t_f = 20,5 \text{ mm}$
 - Longueur du poteau : $L = 4000 \text{ mm} = 400 \text{ cm} = 4 \text{ m}$
 - $K_c = I/L = 77,058 \text{ cm}^3$
- La section du IPE450 (S235 poutre droite au nœud 1 :
 - Le moment d'inertie : $I_y = 33742,9 \text{ cm}^4$.
 - Longueur de la poutre : $L = 5000 \text{ mm} = 500 \text{ cm} = 5 \text{ m}$
 - $I/L = 67,486 \text{ cm}^3$
 - Courbure double [Tableau 22.] $K_{11} = K_{12} = 1,5 \times I/L = 1,5 \times 67,486 = 101,228 \text{ cm}^3$

2° Mode de déplacement dans plan x-lz :

- Le portique est en mode de déplacement déplaçable :

Les facteurs de distribution de rigidité η_1 et η_2

sont calculés comme suit :

Le nœud 1 : η_1 : nœud solidaire [Figure 90], [Figure 91].

Le nœud 2 : η_2 : un encastrement [Figure 90], [Figure 91].

$$\begin{aligned} \text{Le nœud 1 : } \eta_1 &= \frac{K_C + K_{C1}}{K_C + K_{C1} + K_{11} + K_{12}} \\ &= \frac{77,058 + 77,058}{77,058 + 77,058 + 101,228 + 101,228} = 0,432 \\ \eta_1 &= 0,432 \end{aligned}$$

Le nœud 2 : $\eta_2 = 0$: pour un encastrement .

$$\frac{l_f}{L} = \sqrt{\frac{1 - 0,2(\eta_1 + \eta_2) - 0,12\eta_1\eta_2}{1 - 0,8(\eta_1 + \eta_2) + 0,6\eta_1\eta_2}} = \sqrt{\frac{1 - 0,2(0,432)}{1 - 0,8(0,432)}}$$

$$\frac{l_f}{L} = 1,181 \quad \Rightarrow \quad l_{fy} = 1,181 \times 400 = 472,67 \text{ cm}$$

- Longueur de flambement dans le plan x-lz : $l_{fy} = 472,67 \text{ cm}$

$$\Rightarrow \lambda_y = \frac{l_{fy}}{i_y} = \frac{472,67}{13,80} = 34,25 \Rightarrow \bar{\lambda}_y = \frac{\lambda}{\lambda_1} \cdot \sqrt{\beta_A} = \frac{34,25}{93,9} \cdot \sqrt{1} = 0,365$$

$\bar{\lambda}_y = 0,365 > 0,2$ Donc, il y a risque de flambement autour de l'axe $y-y$.

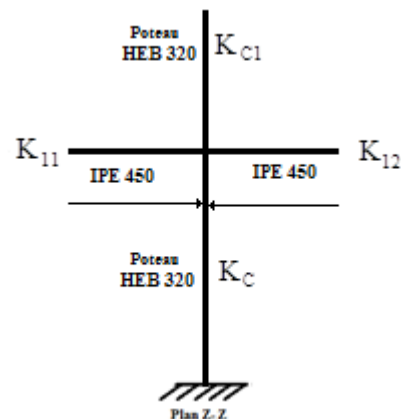


Figure 91.

- **La courbe de flambement:**

$$\frac{h}{b} = \frac{320}{300} = 1,06 < 1,2 : \quad t_f = 20,5 \text{ mm} < 100 \text{ mm} \rightarrow \backslash y-y \rightarrow \text{La courbe « b »}$$

$$\phi_y = 0,5 [1 + \alpha_y (\bar{\lambda}_y - 0,2) + \bar{\lambda}_y^2] = 0,5 (1 + 0,34 \cdot (0,365 - 0,2) + (0,365)^2) = 0,595$$

Le coefficient de réduction pour l'axe y-y:

$$\chi_y = \frac{1}{\phi_y + \sqrt{\phi_y^2 - \lambda_y^2}} = \frac{1}{0,595 + \sqrt{(0,595)^2 - (0,365)^2}} = 0,940 \leq 1.$$

$$\chi_y = 0,940$$

$$\text{- L'effort résistant réduit :} \quad N_{b,Rd} = \chi \cdot \beta_A \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,940 \times 1 \times 16130 \times \frac{235}{1,1} = 3238598,4 \text{ N}$$

$$\text{- Finalement, on vérifie :} \quad N_{Sd} = 3000 \text{ KN} \ll N_{b,Rd} = 3238,6 \text{ KN} \quad \checkmark$$

Suite de l'exercice 05 : 2° - Déterminez l'épaisseur t de la section pleine [Figure 80.] ?

2° Calcul de l'épaisseur t : La section pleine : $A = 35,02 \text{ cm}^2$

$$\text{Pour une section circulaire creuse, la partie pleine est égale à : } A = A_{ext} - A_{int} = \frac{\pi}{4} (\phi_{ext}^2 - \phi_{int}^2)$$

$$\text{Sachant que :} \quad I_r = i_r^2 \times A = 4,73^2 \times 35,02 = 783,50 \text{ cm}^4$$

$$\text{D'un autre coté :} \quad I_r = I_{ext} - I_{int} = \frac{\pi}{64} (\phi_{ext}^4 - \phi_{int}^4)$$

$$\text{Alors nous obtenons :} \quad \begin{cases} A = \frac{\pi}{4} (\phi_{ext}^2 - \phi_{int}^2) \\ I_r = \frac{\pi}{64} (\phi_{ext}^4 - \phi_{int}^4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \phi_{ext}^2 = \frac{4A}{\pi} + \phi_{int}^2 \\ I_r = \frac{\pi}{64} (\phi_{ext}^4 - \phi_{int}^4) \end{cases}$$

$$\text{Alors :} \quad \begin{cases} \phi_{ext}^4 = \frac{16A^2}{\pi^2} + \phi_{int}^4 + \frac{8A \cdot \phi_{int}^2}{\pi} \\ I_r = \frac{\pi}{64} (\phi_{ext}^4 - \phi_{int}^4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \phi_{ext}^4 = \frac{16A^2}{\pi^2} + \phi_{int}^4 + \frac{8A \cdot \phi_{int}^2}{\pi} \\ I_r = \frac{\pi}{64} \left(\frac{16A^2}{\pi^2} + \phi_{int}^4 + \frac{8A \cdot \phi_{int}^2}{\pi} - \phi_{int}^4 \right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \phi_{ext}^4 = \frac{16A^2}{\pi^2} + \phi_{int}^4 + \frac{8A \cdot \phi_{int}^2}{\pi} \\ I_r = \frac{\pi}{64} \left(\frac{16A^2}{\pi^2} + \frac{8A \cdot \phi_{int}^2}{\pi} \right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = \frac{\pi}{4} (\phi_{ext}^2 - \phi_{int}^2) \\ \frac{64 \cdot I_r}{\pi} - \frac{16A^2}{\pi^2} = \left(\frac{8A \cdot \phi_{int}^2}{\pi} \right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = \frac{\pi}{4} (\phi_{ext}^2 - \phi_{int}^2) \\ \phi_{int}^2 = \frac{64 \cdot I_r}{8 \cdot A} - \frac{16A^2}{8A \cdot \pi} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = \frac{\pi}{4} (\phi_{ext}^2 - \phi_{int}^2) \\ \phi_{int}^2 = \frac{8 \cdot I_r}{A} - \frac{2 \cdot A^2}{A \cdot \pi} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{\pi}{4} (\phi_{ext}^2 - \phi_{int}^2) \\ \phi_{int}^2 = \frac{8 \times 783,50}{35,02} - \frac{2 \times (35,02)^2}{35,02 \times 3,14} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \phi_{ext}^2 = \frac{4 \cdot A}{\pi} + \phi_{int}^2 \\ \phi_{int}^2 = \frac{8 \times 783,50}{35,02} - \frac{2 \times (35,02)^2}{35,02 \times 3,14} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \phi_{ext}^2 = \frac{4 \times 35,02}{3,14} + \phi_{int}^2 \\ \phi_{int}^2 = \frac{8 \times 783,50}{35,02} - \frac{2 \times (35,02)^2}{35,02 \times 3,14} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \phi_{ext}^2 = 201,29 \text{ cm} \\ \phi_{int}^2 = 156,67 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \phi_{ext} = 14,18 \text{ cm} \\ \phi_{int} = 12,51 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\text{Enfin} \quad t = (\phi_{ext} - \phi_{int})/2 = (14,18 - 12,51)/2 = 0,835 \text{ cm} = 8,35 \text{ mm}$$



E07 : Le déversement

Exercices 01 : Vérifiez au déversement la poutre constituée par un **IPE200** (Classe 1 en flexion simple) simplement appuyée et ayant une portée **L = 4 m**.

Elle est uniformément chargée sur sa semelle supérieure par une charge linéaire pondérée (E.L.U) **q_u = 10 KN/m**. Acier **S235**.

La poutre ne comporte aucun blocage de la rotation latérale ni du gauchissement.

Solution :

1° Valeurs caractéristiques de calcul :

- Le module d'élasticité longitudinale : $E = 210000 \text{ N/mm}^2$; et $G = 80770 \text{ N/mm}^2$
- La section du IPE200 (S235) est de classe 1 en flexion $\Rightarrow \beta_w = 1$.
- Le module de flexion plastique : $w_{pl,y} = 220,6 \text{ cm}^3$
- Le moment d'inertie /z : $I_z = 142,31 \text{ cm}^4$
- Le moment d'inertie de torsion : $I_t = 6,98 \text{ cm}^4$
- Le moment d'inertie de gauchissement : $I_w = 12990 \text{ cm}^6$
- La hauteur de la section : $h = 200 \text{ mm} = 20 \text{ cm}$

2° Calcul du moment maximum :

$$M_{y_{\max}, S_d} = \frac{q_u \cdot L^2}{8} \Rightarrow M_{S_d} = 20 \text{ KN.m}$$

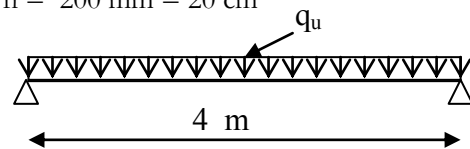


Figure 92.

3° Vérification du déversement :**- Distances et coefficients :**

$L = 4 \text{ m} = 400 \text{ cm}$ (La longueur de déversement de la poutre).

$Z_g = + h/2 = 10 \text{ cm}$ (La poutre est chargée sur sa semelle supérieure).

$Z_j = 0 \text{ cm}$ (La section est doublement symétrique).

$k = 1$ (Aucun blocage de la rotation aux appuis)

$k_w = 1$ (Aucun empêchement du gauchissement de la section aux appuis)

$C_1 = 1,132$; $C_2 = 0,459$; $C_3 = 0,525$ [Tableau 29.]

- Le moment critique élastique M_{cr} :

Pour une section transversale constante et doublement symétrique :

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{(k \cdot L)^2} \left\{ \sqrt{\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \cdot \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k \cdot L)^2 \cdot G \cdot I_t}{\pi^2 \cdot E \cdot I_z} + (C_2 \cdot z_g - C_3 \cdot z_j)^2} - (C_2 \cdot z_g - C_3 \cdot z_j) \right\}$$

$$= 1,132 \cdot \frac{\pi^2 \times 210000 \times 142,31}{(1 \times 400)^2} \left\{ \sqrt{\left(\frac{1}{1} \right)^2 \cdot \frac{12990}{142,31} + \frac{(1 \times 400)^2 \cdot 80770 \times 6,98}{\pi^2 \times 210000 \times 142,31} + (0,459 \times 10)^2} - (0,459 \times 10) \right\}$$

$$M_{cr} = 33095,06 \text{ N.m}$$

- L'élancement réduit du déversement $\bar{\lambda}_{LT}$:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{\beta_w \cdot W_{pl,y} \cdot f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{1 \times 220,6 \times 235}{33095,06}} = 1,252$$

$\bar{\lambda}_{LT} = 1,252 > 0,4 \rightarrow$ Donc, il y'a risque de déversement de la poutre.

- La courbe de flambement :

Pour les profilés laminés \rightarrow La courbe « a » $\Rightarrow \alpha_{LT} = 0,21$.

$$\phi_{LT} = 0,5 [1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2] = 0,5 (1 + 0,21 \cdot (1,252 - 0,2) + (1,252)^2)$$

$$\phi_{LT} = 1,394$$



- **Le coefficient de réduction χ_{LT} :**

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \lambda_{LT}^2}} = \frac{1}{1,394 + \sqrt{(1,394)^2 - (1,252)^2}} = 0,498 \leq 1 .$$

- **Le moment résistant ultime au déversement $M_{b,Rd}$:**

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \beta_w \cdot W_{ply} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,498 \times 1 \times 220,6 \times \frac{235}{1,1} = 23486,22 \text{ N.m}$$

- Finalement, on vérifie : $M_{b,Rd} = 23,48 \text{ KN.m} > M_{y,sd} = 20 \text{ KN.m}$

✓ **Cette poutre résiste au déversement.**

Exercice 02 : Refaire l'exercice 01 avec un blocage de la rotation latérale et du gauchissement aux deux extrémités.

Solution :

1° Valeurs caractéristiques de calcul : Voir exercice 01.

2° Calcul du moment maximum : $M_{sd} = 20 \text{ KN.m}$

3° Vérification du déversement :

- **Distances Z et coefficients :**

$$Z_g = + h/2 = 10 \text{ cm} \quad (\text{La poutre est chargée sur sa semelle supérieure}).$$

$$Z_j = 0 \text{ cm} \quad (\text{La section est doublement symétrique}).$$

$$k = 0,5 \quad (\text{blocage de la rotation aux appuis})$$

$$k_w = 0,5 \quad (\text{Empêchement du gauchissement de la section aux appuis})$$

$$C_1 = 0,972 \quad ; \quad C_2 = 0,304 \quad ; \quad C_3 = 0,980 \quad [\text{Tableau 29.}]$$

- **Le moment critique élastique M_{cr} :**

$$M_{cr} = 73560,84 \text{ N.m}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = 0,839 > 0,4 \quad \rightarrow \quad \text{Donc, il y'a risque de déversement de la poutre.}$$

$$\phi_{LT} = 0,920$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \lambda_{LT}^2}} = \frac{1}{0,920 + \sqrt{(0,920)^2 - (0,839)^2}} = 0,772 \leq 1 .$$

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \beta_w \cdot W_{ply} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,772 \times 1 \times 220,6 \times \frac{235}{1,1} = 36400,64 \text{ N.m}$$

- Finalement, on vérifie : $M_{b,Rd} = 36,40 \text{ KN.m} > M_{y,sd} = 20 \text{ KN.m}$

✓ **Cette poutre résiste au déversement.**

Exercice 03 : Refaire l'exercice 01 avec un blocage de la rotation latérale aux deux extrémités et sans blocage du gauchissement.

Solution :

1° - 2° : Voir exercices précédents.

3° Vérification du déversement :

- **Distances Z et coefficients :**

$$Z_g = + h/2 = 10 \text{ cm} \quad (\text{La poutre est chargée sur sa semelle supérieure}).$$

$$Z_j = 0 \text{ cm} \quad (\text{La section est doublement symétrique}).$$

$$k = 0,5 \quad (\text{blocage de la rotation aux appuis})$$

$$k_w = 1 \quad (\text{Aucun empêchement du gauchissement de la section aux appuis})$$

$$C_1 = 0,972 \quad ; \quad C_2 = 0,304 \quad ; \quad C_3 = 0,980 \quad [\text{Tableau 29.}]$$



- **Le moment critique élastique M_{cr} :**
 - $M_{cr} = 52875,01 \text{ N.m}$
 - $\bar{\lambda}_{LT} = 0,990 > 0,4 \rightarrow$ Donc, il y'a risque de déversement de la poutre.
 - $\phi_{LT} = 1,073$
 - $\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \lambda_{LT}^2}} = \frac{1}{1,073 + \sqrt{(1,073)^2 - (0,990)^2}} = 0,672 \leq 1 .$
 - $M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \beta_w \cdot W_{ply} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,672 \times 1 \times 220,6 \times \frac{235}{1,1} = 31692,05 \text{ N.m}$
- Finalement, on vérifie : $M_{b,Rd} = 31,69 \text{ KN.m} > M_{y,sd} = 20 \text{ KN.m}$
- ✓ **Cette poutre résiste au déversement.**

Exercice 04 : Refaire l'exercice 01 sans blocage de la rotation latérale et avec un blocage du gauchissement (par étrésoillions) aux deux extrémités.

Solution :

1° Valeurs caractéristiques de calcul : Voir exercice 01.

2° Calcul du moment maximum : $M_{sd} = 20 \text{ KN.m}$

3° Vérification du déversement :

- **Distances Z et coefficients :**
 - $Z_g = + h/2 = 10 \text{ cm}$ (La poutre est chargée sur sa semelle supérieure).
 - $Z_j = 0 \text{ cm}$ (La section est doublement symétrique).
 - $k = 1$ (pas de blocage de la rotation aux appuis)
 - $k_w = 0,5$ (Empêchement du gauchissement de la section aux appuis)
 - $C_1 = 1,132$; $C_2 = 0,459$; $C_3 = 0,525$ [Tableau 29.]

- **Le moment critique élastique M_{cr} :**

$$M_{cr} = 45317,13 \text{ N.m}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = 1,070 > 0,4 \rightarrow \text{Donc, il y'a risque de déversement de la poutre.}$$

$$\phi_{LT} = 1,163$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \lambda_{LT}^2}} = \frac{1}{1,163 + \sqrt{(1,163)^2 - (1,070)^2}} = 0,617 \leq 1 .$$

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \beta_w \cdot W_{ply} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,617 \times 1 \times 220,6 \times \frac{235}{1,1} = 29078,12 \text{ N.m}$$

- Finalement, on vérifie : $M_{b,Rd} = 29,07 \text{ KN.m} > M_{y,sd} = 20 \text{ KN.m}$

✓ **Cette poutre résiste au déversement.**

Exercice 05 : Refaire l'exercice 01 avec blocage de la rotation latérale et du gauchissement aux deux extrémités. Le chargement est appliqué au centre de rotation.

Solution :

1° - 2° : Voir exercices précédents.

3° Vérification du déversement :

- **Distances Z et coefficients :**
 - $Z_g = 0 \text{ cm}$ (La poutre est chargée en son centre de rotation).
 - $Z_j = 0 \text{ cm}$ (La section est doublement symétrique).

$k = 0,5$ (blocage de la rotation aux appuis)

$k_w = 0,5$ (blocage du gauchissement de la section aux appuis)

$C_1 = 0,972$; $C_2 = 0,304$; $C_3 = 0,980$ [Tableau 29.]

- **Le moment critique élastique M_{cr} :**

$$M_{cr} = 92826,77 \text{ N.m}$$

$\bar{\lambda}_{LT} = 0,747 > 0,4 \rightarrow$ Donc, il y'a risque de déversement de la poutre.

$$\phi_{LT} = 0,837$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \lambda_{LT}^2}} = \frac{1}{0,837 + \sqrt{(0,837)^2 - (0,747)^2}} = 0,824 \leq 1.$$

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \beta_w \cdot W_{ply} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,824 \times 1 \times 220,6 \times \frac{235}{1,1} = 38852,53 \text{ N.m}$$

- Finalement, on vérifie : $M_{b,Rd} = 38,85 \text{ KN.m} > M_{y,sd} = 20 \text{ KN.m}$

✓ **Cette poutre résiste au déversement.**

Exercice 06 : Refaire l'exercice 01 sans blocage de la rotation latérale de la poutre, ni du gauchissement. Avec, le chargement est appliqué au centre de rotation.

Solution :

1° - 2° : Voir exercices précédents.

3° Vérification du déversement :

- **Distances Z et coefficients :**

$Z_g = 0 \text{ cm}$ (La poutre est chargée en son centre de rotation).

$Z_j = 0 \text{ cm}$ (La section est doublement symétrique).

$k = 1$ (Sans blocage de la rotation aux appuis)

$k_w = 1$ (Pas d'empêchement du gauchissement de la section aux appuis)

$C_1 = 1,132$; $C_2 = 0,459$; $C_3 = 0,525$ [Tableau 29.]

- **Le moment critique élastique M_{cr} :**

$$M_{cr} = 41584,61 \text{ N.m}$$

$\bar{\lambda}_{LT} = 1,117 > 0,4 \rightarrow$ Donc, il y'a risque de déversement de la poutre.

$$\phi_{LT} = 1,220$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \lambda_{LT}^2}} = \frac{1}{0,894 + \sqrt{(0,894)^2 - (0,812)^2}} = 0,585 \leq 1.$$

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \beta_w \cdot W_{ply} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,585 \times 1 \times 220,6 \times \frac{235}{1,1} = 27558,05 \text{ N.m}$$

- Finalement, on vérifie : $M_{b,Rd} = 27,55 \text{ KN.m} > M_{y,sd} = 20 \text{ KN.m}$

✓ **Cette poutre résiste au déversement.**

Exercice 07 : Refaire l'exercice 01 sans blocage de la rotation latérale de la poutre, ni du gauchissement. Le chargement est appliqué sur la semelle inférieure.

Solution :

1° - 2° : Voir exercices précédents.

3° Vérification du déversement :

- **Distances Z et coefficients :**

$Z_g = -h/2 = -10 \text{ cm}$ (Valeur est négative car la poutre est chargée vers le bas (sous la gravité, sur sa semelle inférieure)).



$Z_j = 0$ cm (La section est doublement symétrique).

$k = 1$ (Aucun blocage de la rotation aux appuis)

$k_w = 1$ (Aucun empêchement du gauchissement de la section aux appuis)

$C_1 = 1,132$; $C_2 = 0,459$; $C_3 = 0,525$ [Tableau 29.]

- **Le moment critique élastique M_{cr} :**

$$M_{cr} = 52251,89 \text{ N.m}$$

$\bar{\lambda}_{LT} = 0,996 > 0,4 \rightarrow$ Donc, il y'a risque de déversement de la poutre.

$$\phi_{LT} = 1,080$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \lambda_{LT}^2}} = \frac{1}{1,080 + \sqrt{(1,080)^2 - (0,996)^2}} = 0,668 \leq 1.$$

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \beta_w \cdot W_{ply} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,668 \times 1 \times 220,6 \times \frac{235}{1,1} = 31498,40 \text{ N.m}$$

- Finalement, on vérifie : $M_{b,Rd} = 31,49 \text{ KN.m} > M_{y,sd} = 20 \text{ KN.m}$

✓ **Cette poutre résiste au déversement.**

Exercice 07 : Vérifiez au déversement la poutre constituée par un **IPE200 (Classe 1 en flexion simple)** simplement appuyée et ayant une portée **L = 4 m**.

La poutre est chargée, **en son centre de rotation**, par une charge concentrée au milieu (E.L.U)

$P_u = 30 \text{ KN}$. La nuance de l'acier **S235** ($\epsilon = 1$).

Aux deux extrémités, la rotation de la poutre est bloquée, tandis que le gauchissement n'est empêché.

Solution :

1° Valeurs caractéristiques de calcul : Voir exercice 01.

2° Calcul du moment maximum :

$$M_{y,max,Sd} = \frac{P_u \cdot L}{4} \Rightarrow M_{sd} = 30 \text{ KN.m}$$

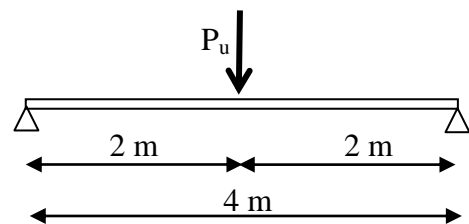


Figure 93.

3° Vérification du déversement :

- **Distances Z et coefficients :**

$Z_g = 0$ cm (La poutre est chargée en son centre de rotation).

$Z_j = 0$ cm (La section est doublement symétrique).

$k = 0,5$ (blocage de la rotation aux appuis)

$k_w = 1$ (Aucun empêchement du gauchissement de la section aux appuis)

$C_1 = 1,070$; $C_2 = 0,432$; $C_3 = 3,050$ [Tableau 29.]

- **Le moment critique élastique M_{cr} :**

Pour une section transversale constante et doublement symétrique :

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{(k \cdot L)^2} \left\{ \sqrt{\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \cdot \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k \cdot L)^2 \cdot G \cdot I_t}{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}} \right\}; \quad (\text{Sachant que : } Z_g = Z_j = 0 \text{ mm})$$

$$= 1,070 \cdot \frac{\pi^2 \times 210000 \times 142,31}{(0,5 \times 400)^2} \left\{ \sqrt{\left(\frac{0,5}{1} \right)^2 \cdot \frac{12990}{142,31} + \frac{(0,5 \times 400)^2 \cdot 80770 \times 6,98}{\pi^2 \times 210000 \times 142,31}} \right\}$$

$$M_{cr} = 78614,01 \text{ N.m}$$

- **L'élancement réduit du déversement** $\bar{\lambda}_{LT}$:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{\beta_w \cdot W_{ply} \cdot f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{1 \times 220,6 \times 235}{78614,01}} = 0,812$$

$\bar{\lambda}_{LT} = 0,812 > 0,4 \rightarrow$ Donc, il y'a risque de déversement de la poutre.

Pour les profilés laminés \rightarrow La courbe « a » $\Rightarrow \alpha_{LT} = 0,21$.

$$\phi_{LT} = 0,5 [1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2] = 0,5 (1 + 0,21 \cdot (0,812 - 0,2) + (0,812)^2) = 0,894$$

- **Le coefficient de réduction** χ_{LT} :

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} = \frac{1}{0,894 + \sqrt{(0,894)^2 - (0,812)^2}} = 0,789 \leq 1.$$

- **Le moment résistant ultime au déversement** $M_{b,Rd}$:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \beta_w \cdot W_{ply} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,789 \times 1 \times 220,6 \times \frac{235}{1,1} = 37171,89 \text{ N.m}$$

- Finalement, on vérifie : $M_{b,Rd} = 37171,89 \text{ N.m} = 37,17 \text{ KN.m} > M_{y,sd} = 30 \text{ KN.m}$

✓ **Cette poutre résiste au déversement.**

Exercice 08 : Refaire l'exercice 07 sans blocage de la rotation latérale de la poutre, ni du gauchissement. Le chargement est appliqué sur la semelle supérieure.

Solution :

1° - 2° : Voir exercices 01 et 07.

3° Vérification du déversement :- **Distances Z et coefficients :**

$Z_g = + h/2 = 10 \text{ cm}$ (La poutre est chargée sur sa semelle supérieure).

$Z_j = 0 \text{ cm}$ (La section est doublement symétrique).

$k = 1$ (Sans blocage de la rotation aux appuis)

$k_w = 1$ (Pas d'empêchement du gauchissement de la section aux appuis)

$C_1 = 1,365$; $C_2 = 0,553$; $C_3 = 1,730$ [Tableau 29.]

- **Le moment critique élastique** M_{cr} :

$$M_{cr} = 38123,68 \text{ N.m}$$

$\bar{\lambda}_{LT} = 1,166 > 0,4 \rightarrow$ Donc, il y'a risque de déversement de la poutre.

$$\phi_{LT} = 1,281$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} = \frac{1}{1,281 + \sqrt{(1,281)^2 - (1,166)^2}} = 0,552 \leq 1.$$

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \beta_w \cdot W_{ply} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,552 \times 1 \times 220,6 \times \frac{235}{1,1} = 26002,90 \text{ N.m}$$

- Finalement, on vérifie : $M_{b,Rd} = 26 \text{ KN.m} < M_{y,sd} = 30 \text{ KN.m}$

* **Cette poutre ne résiste au pas déversement.**

Exercice 09 : Refaire l'exercice 07 sans blocage de la rotation latérale de la poutre, ni du gauchissement. Le chargement est appliqué sur la semelle inférieure.



Solution :

1° - 2° : Voir exercices 01 et 07.

3° Vérification du déversement :

- **Distances Z et coefficients :**

$$Z_g = -h/2 = -10 \text{ cm}$$

(Valeur est négative car la poutre est chargée vers le bas
(sous la gravité, sur sa semelle inférieure).

$$Z_j = 0 \text{ cm} \quad (\text{La section est doublement symétrique}).$$

$$k = 1 \quad (\text{Aucun blocage de la rotation aux appuis})$$

$$k_w = 1 \quad (\text{Aucun empêchement du gauchissement de la section aux appuis})$$

$$C_1 = 1,365 \quad ; \quad C_2 = 0,553 \quad ; \quad C_3 = 1,730 \quad [\text{Tableau 29.}]$$

- **Le moment critique élastique M_{cr} :** $M_{cr} = 65954,26 \text{ N.m}$

$$\bar{\lambda}_{LT} = 0,887 > 0,4 \quad \rightarrow \quad \text{Donc, il y'a risque de déversement de la poutre.}$$

$$\phi_{LT} = 0,965$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} = \frac{1}{0,965 + \sqrt{(0,965)^2 - (0,887)^2}} = 0,743 \leq 1.$$

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \beta_w \cdot W_{ply} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,743 \times 1 \times 220,6 \times \frac{235}{1,1} = 35002,86 \text{ N.m}$$

- Finalement, on vérifie : $M_{b,Rd} = 35 \text{ KN.m} > M_{y,sd} = 30 \text{ KN.m}$

✓ **Sous ce chargement la poutre résiste au déversement.**

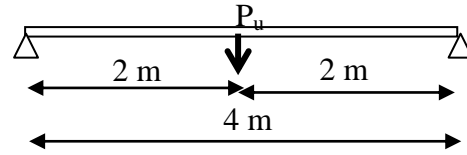
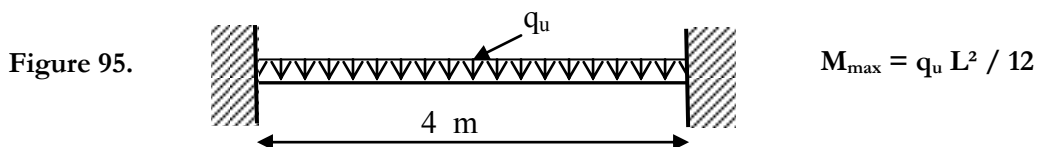


Figure 94.

Exercice 10 : Vérifiez la poutre constituée d'un **IPE300 (Classe 1 en flexion simple)** bi encastree et ayant une portée **1 = 4 m**. Elle est uniformément chargée en son centre de gravité par une charge linéaire pondérée (E.L.U) **$q_u = 75 \text{ KN/m}$** . Acier **S235**.

L'encastrement comporte aussi un blocage de la rotation latérale et du gauchissement.

**Solution :**

$$W_{ply} = 628,4 \text{ cm}^3 \quad ; \quad I_z = 603,62 \text{ cm}^4 \quad ; \quad I_t = 20,12 \text{ cm}^4 \quad ; \quad I_w = 126000 \text{ cm}^6$$

3° Vérification du déversement :

$$Z_g = 0 \text{ cm} \quad (\text{Chargement au centre}); \quad Z_j = 0 \text{ cm} \quad (\text{Section doublement symétrique}).$$

$$k = K_w = 0,5 \quad (\text{Blocage de la rotation et du gauchissement aux encastremets})$$

$$C_1 = 0,712 \quad ; \quad C_2 = 0,652 \quad ; \quad C_3 = 1,070 \quad [\text{Tableau 29.}]$$

- **Le moment critique élastique M_{cr} :** $M_{cr} = 359560,77 \text{ N.m}$

$$\bar{\lambda}_{LT} = 0,641 > 0,4 \quad \rightarrow \quad \text{Donc, il y'a risque de déversement de la poutre.}$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} = \frac{1}{0,752 + \sqrt{(0,752)^2 - (0,641)^2}} = 0,874 \leq 1.$$

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \beta_w \cdot W_{ply} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,874 \times 1 \times 628,4 \times \frac{235}{1,1} = 117308,95 \text{ N.m}$$

- Finalement, on vérifie : $M_{b,Rd} = 117,31 \text{ KN.m} > M_{y,sd} = 60 \text{ KN.m}$

✓ **Sous ce chargement la poutre résiste au déversement.**

E08 : Vérification des éléments en flexion composée

Exercice 01 : Soit une poutre en profil HEA 340, simplement appuyée (dans les deux plans) ayant une portée $L = 9,00$ m. Transversalement, elle supporte sur sa semelle supérieure une charge concentrée $P_u = 20$ KN. Axialement, la poutre est chargée par une force, $N_{sd} = 400$ KN. L'acier est de nuance S235.

- 1° Vérifiez la résistance de cette poutre au flambement par flexion ?
- 2° Vérifiez sa résistance au déversement par flambage ?

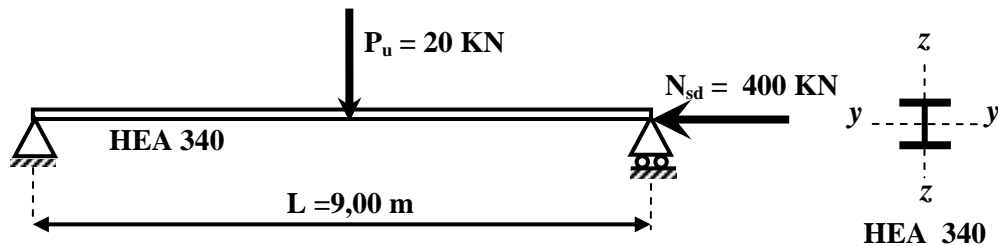


Figure 96.

1° Valeurs caractéristiques de calcul :

- La section du HEA 340 (S235) est de :
 - Classe 1 en compression [Tableau 12.].
 - Classe 1 en flexion [Tableau 15.].
 - Classe 1 en flexion composée (par déduction des 2 cas précédents).
- L'aire de la section : $A = 133,5 \text{ cm}^2 = 13350 \text{ mm}^2$.
- Le module de flexion plastique : $W_{pl,y} = 1850,5 \text{ cm}^3$.
- Le module de flexion élastique : $W_{el,y} = 1678,4 \text{ cm}^3$.

Longueurs de flambements l_{fy} et l_{fz} :

(Simply supported in both planes) $l_{fy} = l_{fz} = L = 9,00$ m

Les élancements réduits $\bar{\lambda}_y$ et $\bar{\lambda}_z$:

$$\bar{\lambda}_y = 0,665 \quad ; \quad \bar{\lambda}_z = 1,284 \quad ; \quad \bar{\lambda}_{\max} = \text{Max}(\bar{\lambda}_y ; \bar{\lambda}_z) = 1,284$$

Les coefficients de réductions :

$$\chi_y = 0,802 \quad ; \quad \chi_z = 0,395 \quad ; \quad \chi_{\min} = \text{Min}(\chi_y ; \chi_z) = 0,395$$

2° Vérifications préliminaires de la section :

Bien que nous l'avons omis dans cette application, la section de l'élément étudié doit d'abord faire l'objet d'une vérification de sa résistance vis-à-vis :

- Les efforts tranchants [F15].
- La flexion composée [F19], [F20].

Ce n'est qu'à l'issue favorable de ces deux vérifications (de la section) qu'on peut entamer les vérifications qui vont suivre (de l'élément). Aussi, le calcul des différents élancements et leurs coefficients réducteurs « χ » est fait conformément aux [F23] et [F30].

3° Vérification de la résistance au flambement par flexion :

Pour faire la vérification il faut que :

$$\bar{\lambda}_{\max} > 0,2 \quad \text{et} \quad \frac{N_{sd}}{A \cdot f_y} > 0,1$$

$$\chi_{\min} \cdot \frac{\gamma_{M1}}{\gamma_{M1}}$$

$$\bar{\lambda}_{\max} = 1,284 > 0,2 \quad \rightarrow \text{Condition vérifiée.}$$

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_{\min} \cdot \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M1}}} = \frac{400 \times 10^3}{0,395 \times \frac{13350 \times 235}{1,1}} = 0,355 > 0,1 \rightarrow \text{Condition vérifiée.}$$

Les 2 conditions sont simultanément vérifiées \rightarrow La vérification du flambement par flexion est nécessaire.

▪ **Pour les sections de classe 1 et 2 :**

$\beta_{My} = 1,4 \rightarrow$ charge concentrée dans une poutre bi appuyée [Tableau 30].

$$\mu_y = \bar{\lambda}_y \cdot (2 \cdot \beta_{My} - 4) + \left(\frac{W_{pl,y} - W_{el,y}}{W_{el,y}} \right) \quad \text{avec } \mu_y \leq 0,9.$$

$$\mu_y = 0,665 \times (2 \times 1,4 - 4) + \left(\frac{18505 - 16784}{16784} \right) = -0,828 < 0,9.$$

$$k_y = 1 - \left(\frac{\mu_y}{\chi_y} \cdot \frac{N_{Sd}}{A \cdot f_y} \right) = 1 - \left(\frac{-0,828}{0,802} \cdot \frac{400000}{13350 \times 235} \right) = 1,131 < 1,5$$

Avec : $\chi_{\min} = \text{Min}(\chi_y; \chi_z) = 0,395$ et $\beta_{My} = 1,3$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{N_{Sd}}{\chi_{\min} \cdot \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M1}}} \right] + \left[\frac{k_y \cdot M_{y,Sd}}{W_{pl,y} \cdot f_y \cdot \gamma_{M1}} \right] + \left[\frac{k_z \cdot M_{z,Sd}}{W_{pl,z} \cdot f_y \cdot \gamma_{M1}} \right] = \left[\frac{N_{Sd}}{\chi_{\min} \cdot \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M1}}} \right] + \left[\frac{k_y \cdot M_{y,Sd}}{W_{pl,y} \cdot f_y \cdot \gamma_{M1}} \right] \\ & = \left[\frac{400000}{0,395 \times \frac{13350 \times 235}{1,1}} \right] + \left[\frac{1,131 \times 202500}{1850,5 \times 235} \right] = 0,934 < 1 \end{aligned}$$

✓ Cet élément résiste au flambement par flexion.

4° Vérification de la résistance au déversement par flambage :

▪ $\bar{\lambda}_{LT} = 0,970 > 0,4$; il faut vérifier l'élément au déversement « combiné » :

$$\chi_{LT} = 0,686 \quad ; \quad \bar{\lambda}_z = 1,284 \quad ; \quad \chi_z = 0,395 \quad \text{et} \quad \beta_{MLT} = 1,3$$

$$\Rightarrow \mu_{LT} = 0,15 \cdot \bar{\lambda}_z \cdot \beta_{MLT} - 0,15 = 0,15 \times 1,284 \times 1,3 - 0,15 = 0,1 < 0,9.$$

$$\Rightarrow k_{LT} = 1 - \left(\frac{\mu_{LT}}{\chi_z} \cdot \frac{N_{Sd}}{A \cdot f_y} \right) = 1 - \left(\frac{0,1}{0,395} \cdot \frac{400000}{13350 \times 235} \right) = 0,967 < 1$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{N_{Sd}}{\chi_z \cdot \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M1}}} \right] + \left[\frac{k_{LT} \cdot M_{y,Sd}}{\chi_{LT} \cdot \frac{W_{pl,y} \cdot f_y}{\gamma_{M1}}} \right] + \left[\frac{k_z \cdot M_{z,Sd}}{W_{pl,z} \cdot f_y \cdot \gamma_{M1}} \right] = \left[\frac{N_{Sd}}{\chi_z \cdot \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M1}}} \right] + \left[\frac{k_{LT} \cdot M_{y,Sd}}{\chi_{LT} \cdot \frac{W_{pl,y} \cdot f_y}{\gamma_{M1}}} \right] \\ & = \left[\frac{400000}{0,395 \times \frac{13350 \times 235}{1,1}} \right] + \left[\frac{0,967 \times 202500}{0,686 \times \frac{1850,5 \times 235}{1,1}} \right] = 1,077 > 1 \quad \times \end{aligned}$$

✗ Cet élément ne résiste pas au déversement combiné avec le flambement.

Exercice 02: Soit un montant de bardage en profilé IPE 360, simplement appuyée (dans les deux plans) ayant une portée $L = 8,00$ m. Dans son plan, il comporte une lisse de bardage toute les $1,50$ m ($I_{yz} = I_{LT} = 1,50$ m).

Transversalement, il supporte une charge du vent $W_z = 12,5$ KN/m. Axialement, le montant est chargé par une force, $N_{sd} = 300$ KN.

L'acier est de nuance S235.

- 1° Vérifiez la résistance de cette poutre au flambement par flexion ?
- 2° Vérifiez sa résistance au déversement par flambage ?

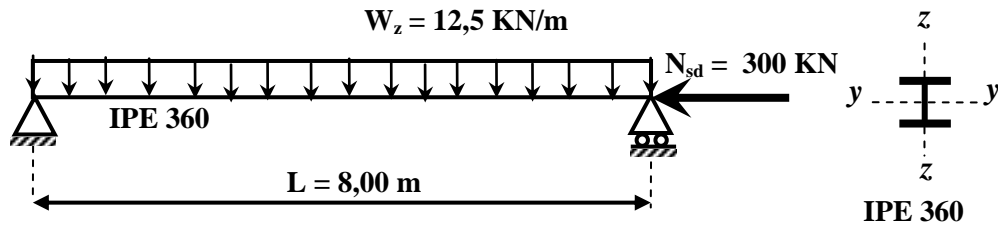


Figure 97.

1° Valeurs caractéristiques de calcul :

- La section du IPE360 (S235) est de :
 - o Classe 1 en compression [Tableau 12.].
 - o Classe 1 en flexion [Tableau 15.].
 - o Classe 1 en flexion composée (par déduction des 2 cas précédents).
- L'aire de la section : $A = 72,7 \text{ cm}^2 = 7270 \text{ mm}^2$.
- Le module de flexion plastique : $W_{pl,y} = 1019,1 \text{ cm}^3$.
- Le module de flexion élastique : $W_{el,y} = 903,6 \text{ cm}^3$.

Longueurs de flambements l_{fy} et l_{fz} :

(Simply supported in one plane) $l_{fy} = L = 8,00$ m ; (lisses de bardage) $l_{fz} = 1,50$ m

Les élancements réduits $\bar{\lambda}_y$ et $\bar{\lambda}_z$:

$$\bar{\lambda}_y = 0,570 \quad ; \quad \bar{\lambda}_z = 0,421 \quad ; \quad \bar{\lambda}_{\max} = \text{Max}(\bar{\lambda}_y ; \bar{\lambda}_z) = 0,510$$

Les coefficients de réductions :

$$\chi_y = 0,901 \quad ; \quad \chi_z = 0,917 \quad ; \quad \chi_{\min} = \text{Min}(\chi_y ; \chi_z) = 0,901$$

2° Vérifications préliminaires de la section :

Bien que nous l'avons omis dans cette application, la section de l'élément étudié doit d'abord faire l'objet d'une vérification de sa résistance vis-à-vis :

- Les efforts tranchants [F15].
- La flexion composée [F19], [F20].

Ce n'est qu'à l'issue favorable de ces deux vérifications (de la section) qu'on peut entamer les vérifications qui vont suivre (de l'élément). Aussi, le calcul des différents élancements et leurs coefficients réducteurs « χ » est fait conformément aux formulaires [F23] et [F30].

3° Vérification de la résistance au flambement par flexion :

Pour faire la vérification il faut que :

$$\bar{\lambda}_{\max} > 0,2 \quad \text{et} \quad \frac{N_{sd}}{A \cdot f_y} > 0,1$$

$$\chi_{\min} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$

$$\bar{\lambda}_{\max} = 0,510 > 0,2 \quad \rightarrow \text{Condition vérifiée.}$$

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_{\min} \cdot \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M1}}} = \frac{300 \times 10^3}{0,901 \times \frac{7270 \times 235}{1,1}} = 0,214 > 0,1 \quad \rightarrow \text{Condition vérifiée.}$$

Les 2 conditions sont simultanément vérifiées \rightarrow Une vérification du flambement par flexion est nécessaire.

▪ **Pour les sections de classe 1 et 2 :**

$\beta_{My} = 1,3 \rightarrow$ charge uniformément répartie dans une poutre bi appuyée [Tableau 30].

$$\mu_y = \bar{\lambda}_y \cdot (2 \cdot \beta_{My} - 4) + \left(\frac{W_{pl,y} - W_{el,y}}{W_{el,y}} \right) \quad \text{avec } \mu_y \leq 0,9.$$

$$\mu_y = 0,570 \times (2 \times 1,3 - 4) + \left(\frac{1019,1 - 903,6}{903,6} \right) = -0,670 < 0,9.$$

$$k_y = 1 - \left(\frac{\mu_y}{\chi_y} \cdot \frac{N_{Sd}}{A \cdot f_y} \right) = 1 - \left(\frac{-0,670}{0,901} \cdot \frac{300000}{7270 \times 235} \right) = 1,131 < 1,5$$

Avec : $\chi_{\min} = \text{Min}(\chi_y; \chi_z) = 0,901$ et $\beta_{My} = 1,3$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{N_{Sd}}{\chi_{\min} \cdot \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M1}}} \right] + \left[\frac{k_y \cdot M_{y,Sd}}{W_{pl,y} \cdot f_y \cdot \gamma_{M1}} \right] + \left[\frac{k_z \cdot M_{z,Sd}}{W_{pl,z} \cdot f_y \cdot \gamma_{M1}} \right] = \left[\frac{N_{Sd}}{\chi_{\min} \cdot \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M1}}} \right] + \left[\frac{k_y \cdot M_{y,Sd}}{W_{pl,y} \cdot f_y \cdot \gamma_{M1}} \right] \\ & = \left[\frac{300000}{0,901 \times \frac{7270 \times 235}{1,1}} \right] + \left[\frac{1,131 \times 150000}{1019,1 \times 235} \right] = 0,993 < 1 \end{aligned}$$

✓ Cet élément résiste au flambement par flexion.

4° Vérification de la résistance au déversement par flambage :

▪ $\bar{\lambda}_{LT} = 0,594 > 0,4$; il faut vérifier l'élément au déversement « combiné » :

$$\chi_{LT} = 0,892 \quad ; \quad \bar{\lambda}_z = 0,421 \quad ; \quad \chi_z = 0,917 \quad \text{et} \quad \beta_{MLT} = 1,3$$

$$\Rightarrow \mu_{LT} = 0,15 \cdot \bar{\lambda}_z \cdot \beta_{MLT} - 0,15 = 0,15 \times 0,421 \times 1,3 - 0,15 = -0,068 < 0,9.$$

$$\Rightarrow k_{LT} = 1 - \left(\frac{\mu_{LT}}{\chi_z} \cdot \frac{N_{Sd}}{A \cdot f_y} \right) = 1 - \left(\frac{-0,068}{0,917} \cdot \frac{300000}{7270 \times 235} \right) = 1,013 < 1$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{N_{Sd}}{\chi_z \cdot \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M1}}} \right] + \left[\frac{k_{LT} \cdot M_{y,Sd}}{\chi_{LT} \cdot \frac{W_{pl,y} \cdot f_y}{\gamma_{M1}}} \right] + \left[\frac{k_z \cdot M_{z,Sd}}{W_{pl,z} \cdot f_y \cdot \gamma_{M1}} \right] = \left[\frac{N_{Sd}}{\chi_z \cdot \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M1}}} \right] + \left[\frac{k_{LT} \cdot M_{y,Sd}}{\chi_{LT} \cdot \frac{W_{pl,y} \cdot f_y}{\gamma_{M1}}} \right] \\ & = \left[\frac{300000}{0,917 \times \frac{7270 \times 235}{1,1}} \right] + \left[\frac{1,000 \times 150000}{0,892 \times \frac{1019,1 \times 235}{1,1}} \right] = 0,983 < 1 \end{aligned}$$

✓ Cet élément résiste au déversement combiné avec le flambement.

E09 : Boulonnage Ordinaire

Exercice 01 : Soit un assemblage à clin entre deux pièces réalisé par trois boulons de classe (4.6) en boulonnage ordinaire [Figure 98.];

Si : l'Acier S235.

Et : $e_1 = 3.d_0$; L'épaisseur : $t = d_0 + 2$ mm

On demande de :

- Quelle est la catégorie de cet assemblage ?
- Déterminez le diamètre des boulons nécessaires ?
- Faire les vérifications nécessaires ?

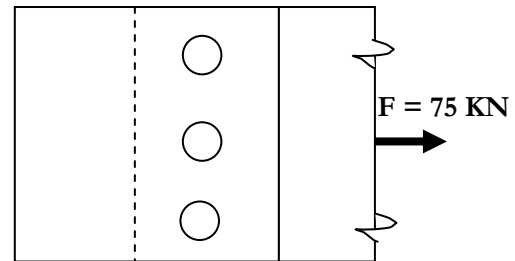


Figure 98.

Solution :**- Calcul de la force appliquée sur le boulon :**

Il s'agit d'un boulonnage ordinaire travaillant au cisaillement \Rightarrow Boulonnage catégorie A.

- Calcul du diamètre du boulon :

L'effort de cisaillement repris par chaque boulon est :

$$F_{v,Sd} = \frac{N_{Sd}}{n_B} = \frac{75}{3} = 25 \text{ kN} \Rightarrow F_{v,Sd} = 25 \text{ kN} \quad (n_B : \text{nombre de boulons}).$$

Pour un plan de cisaillement, nous avons :

$$F_{v,Sd} \leq F_{v,Rd}$$

- Il y'a un plan de cisaillement.
- Pour les classes 4.6 , 5.6 , 6.6 et 8.8 :

$$F_{v,Rd} = \frac{0,6 \cdot f_{ub} \cdot A_s}{\gamma_{Mb}} \Rightarrow A_s \geq \frac{\gamma_{Mb} \cdot F_{v,Sd}}{0,6 \cdot f_{ub}}$$

$$\Rightarrow A_s \geq \frac{1,25 \times 25000}{0,6 \times 400}$$

$$\Rightarrow A_s \geq 130,21 \text{ mm}^2 \rightarrow \text{on utilise un boulon M16 } (A_s = 157 \text{ mm}^2)$$

3° Vérification de la pression diamétrale :

Pour un plan de cisaillement, nous avons : $F_{v,Sd} \leq F_{b,Rd}$

$$F_{b,Rd} = \frac{2,5 \cdot \alpha \cdot f_u \cdot d \cdot t}{\gamma_{Mb}} ; \quad \gamma_{Mb} = 1,25$$

Pour les boulons M16 le diamètre des trous [Tableau 36] : $d_0 = d + 2 = 16 + 2 = 18$ mm

$$- e_1 = 3.d_0 = 3 \cdot 18 = 54 \text{ mm}$$

$$\text{et L'épaisseur : } t = d_0 + 2 \text{ mm} = 20 \text{ mm}$$

$$\text{avec } \alpha = \min \left(\frac{e_1}{3d_0} ; \frac{P_1}{3d_0} - \frac{1}{4} ; \frac{f_{ub}}{f_u} ; 1 \right) = \min \left(\left(\frac{54}{3 \times 18} \right) ; \left(\frac{0}{3 \times 18} - \frac{1}{4} \right) ; \left(\frac{800}{360} \right) ; 1 \right)$$

$$\alpha = \min (1 ; / \text{ ne pas considérer puisque, } P_1=0/ ; 1,11 ; 1) = 1$$

$$F_{b,Rd} = \frac{2,5 \cdot \alpha \cdot f_u \cdot d \cdot t}{\gamma_{Mb}} = \frac{2,5 \times 1 \times 360 \times 16 \times 20}{1,25} = 230400 \text{ N} = 230,4 \text{ kN}$$

$$F_{v,Sd} = 25 \text{ kN} < F_{b,Rd} = 230,4 \text{ kN} \checkmark$$

✓ les pièces assemblées résistent à la pression diamétrale.

Exercice 02 : Soit un assemblage de **trois pièces d'épaisseur $t = 12$ mm** par quatre boulons de classe **(4.8)**, comme l'indique la figure ci-dessous;
Si l'Acier est de nuance **S235 ($f_u = 360$ N/mm²)**,

Distances : $e_1 = 60$ mm, $p_1 = 120$ mm

1° Déterminez le diamètre des boulons nécessaires ?

2° Vérifiez la résistance de la pièce centrale ?

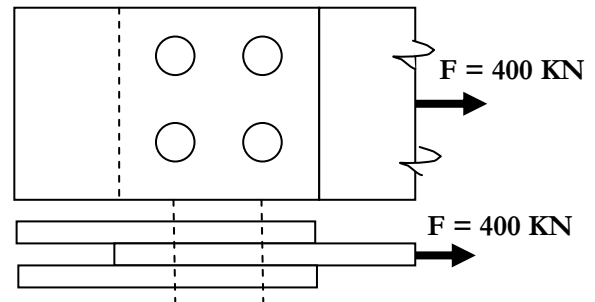


Figure 99.

Solution :

1° **Cet assemblage est de catégorie A.**

2° **Calcul du diamètre des boulons :**

L'effort de cisaillement repris par chaque boulon est :

$$F_{v,Sd} = \frac{N_{Sd}}{n_B} = \frac{400}{4} = 100 \text{ kN} \quad (n_B : \text{nombre de boulons}).$$

▪ **Diamètre des boulons : classe de boulon 4.8 $\Rightarrow f_{ub} = 400$ N/mm²**

Pour un plan de cisaillement, nous avons : $F_{v,Sd} \leq n_p \cdot F_{v,Rd}$

Boulons de classe 4.8: $F_{v,Rd} = \frac{0,5 \cdot f_{ub} \cdot A_s}{\gamma_{Mb}}$ et $n_p = 2$ (nombre de plan de cisaillement)

$$\Rightarrow F_{v,Sd} \leq 2 \times \frac{0,5 \cdot f_{ub} \cdot A_s}{\gamma_{Mb}} \Rightarrow A_s \geq \frac{\gamma_{Mb} \cdot F_{v,Sd}}{2 \times 0,5 \times f_{ub}} \Rightarrow A_s \geq \frac{1,25 \times 100000}{2 \times 0,5 \times 400}$$

$$\Rightarrow A_s \geq 312,5 \text{ mm}^2 \rightarrow \text{on utilise des boulons M24 } (A_s = 353 \text{ mm}^2)$$

3° **Vérification de la pression diamétrale de la pièce centrale:**

Pour un plan de cisaillement, nous avons : $F_{v,Sd} \leq F_{b,Rd}$

$$F_{b,Rd} = \frac{2,5 \cdot \alpha \cdot f_u \cdot d \cdot t}{\gamma_{Mb}} \quad ; \quad \gamma_{Mb} = 1,25$$

Pour les boulons M24 le diamètre des trous [Tableau 36.] : $d_0 = d + 2 = 24 + 2 = 26$ mm

$$\text{Avec } \alpha = \min \left(\frac{e_1}{3d_0} ; \frac{p_1}{3d_0} - \frac{1}{4} ; \frac{f_{ub}}{f_u} ; 1 \right) = \min \left(\left(\frac{60}{3 \times 26} \right) ; \left(\frac{120}{3 \times 26} - \frac{1}{4} \right) ; \left(\frac{400}{360} \right) ; 1 \right)$$

$$\alpha = \min (0,769 ; 1,288 ; 1,111 ; 1) = 0,769$$

$$F_{b,Rd} = \frac{2,5 \cdot \alpha \cdot f_u \cdot d \cdot t}{\gamma_{Mb}} = \frac{2,5 \times 0,769 \times 360 \times 24 \times 12}{1,25} = 159507,69 \text{ N} = 159,50 \text{ kN}$$

$$F_{v,Sd} = 100 \text{ kN} < F_{b,Rd} = 159,50 \text{ kN} \checkmark$$

✓ **La pièce résiste à la pression diamétrale.**

Exercice 03 : Soit un assemblage de continuité (éclissage, [Figure 100.]) réalisé par des boulons 8.8 avec un boulonnage ordinaire:

- Déterminez le diamètre des boulons nécessaires ? (ne pas faire les vérifications des pièces)

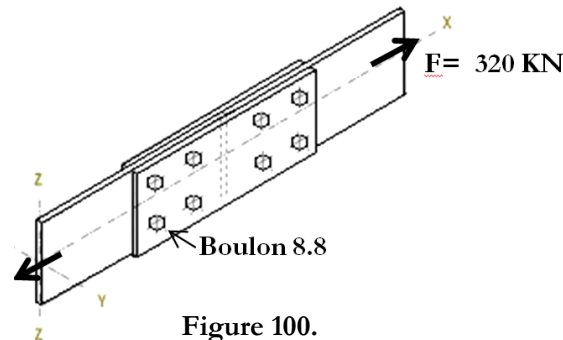


Figure 100.

Solution :

- Calcul de la force appliquée sur le boulon :

$$F_{v,Sd} = F/4 = 80 \text{ kN}$$

- Calcul du diamètre des boulons :

Pour un plan de cisaillement, nous avons : $F_{v,Sd} \leq F_{v,Rd}$

- Il y'a 2 plans de cisaillement.
- Pour les classes 4.6 , 5.6 , 6.6 et 8.8 :

$$\text{Pour un seul plan de cisaillement : } F_{v,Rd} = \frac{0,6 \cdot f_{ub} \cdot A_s}{\gamma_{Mb}} \Rightarrow A_s \geq \frac{\gamma_{Mb} \cdot F_{v,Sd}}{n_p \cdot 0,6 \cdot f_{ub}}$$

$$\Rightarrow A_s \geq \frac{1,25 \times 80000}{2 \times 0,6 \times 800}$$

$$\Rightarrow A_s \geq 212,125 \text{ mm}^2 \rightarrow \text{on utilise des boulons M20 (} A_s = 245 \text{ mm}^2)$$

Exercice 04 : Soit un assemblage à clin de **deux pièces** (fixer la pièce 1 sur la pièce 2) par un boulon 6.8 comme dans la figure ci-dessous [Figure 101.].

- Déterminez le diamètre des boulons nécessaires ? (ne pas faire les vérifications des pièces)

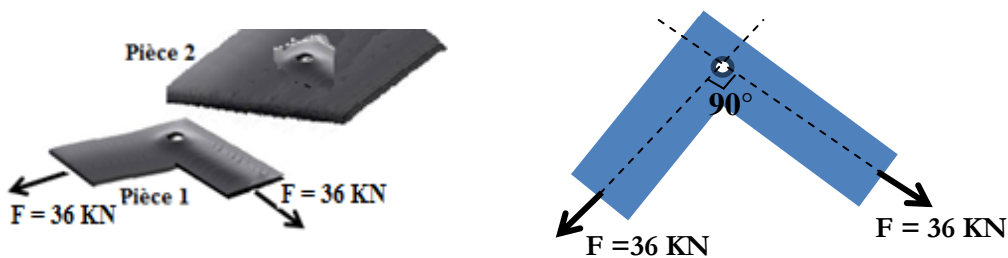


Figure 101.

Solution :

- Calcul de la force appliquée sur le boulon :

$$F_{v,Sd} = \sqrt{F^2 + F^2} = \sqrt{36^2 + 36^2} = 50,91 \text{ kN}$$

$$F_{v,Sd} = 50,91 \text{ kN}$$

- Calcul du diamètre du boulon :

Pour un plan de cisaillement, nous avons :

$$F_{v,Sd} \leq F_{v,Rd}$$

- Il y'a 1 plan de cisaillement.
- Pour les classes 4.8 , 5.8 , 6.8 et 10.9 :

$$F_{v,Rd} = \frac{0,5 \cdot f_{ub} \cdot A_s}{\gamma_{Mb}} \Rightarrow A_s \geq \frac{\gamma_{Mb} \cdot F_{v,Sd}}{0,5 \cdot f_{ub}}$$

$$\Rightarrow A_s \geq \frac{1,25 \times 50910}{0,5 \times 600}$$

$$\Rightarrow A_s \geq 212,125 \text{ mm}^2 \rightarrow \text{on utilise un boulon M20 (} A_s = 245 \text{ mm}^2 \text{)}$$

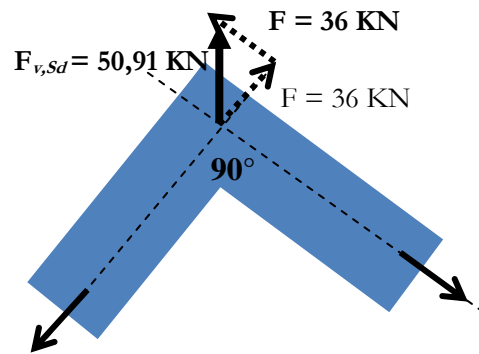


Figure 102.

Exercice 05 :

Soit une pièce en traction constituée d'une cornière **L 100×100×10** attachée à un gousset avec 4 boulons M22 et de classe **(8.8)**, réalisé en boulonnage ordinaire.

En supposant que le file de boulons passe par l'axe neutre de la cornière ;

-Vérifiez si le nombre de boulons suffit pour un effort $N_{sd} = 380 \text{ KN}$?

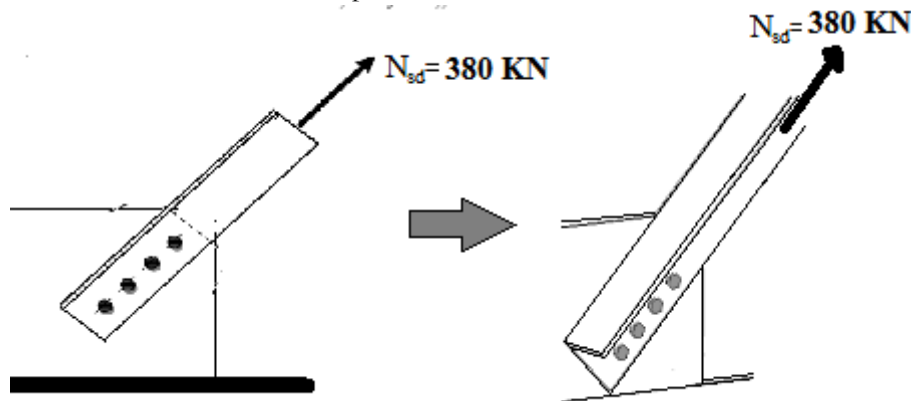


Figure 103.

Solution :

Diamètre des boulons M22 ($A_s = 303 \text{ mm}^2$) de classe de boulon 8.8 $\Rightarrow f_{ub} = 800 \text{ N/mm}^2$

Pour un plan de cisaillement, nous avons : $F_{v,Sd} \leq n_p \cdot F_{v,Rd}$

$$\text{Pour les classes 8.8 : } F_{v,Rd} = \frac{0,6 \cdot f_{ub} \cdot A_s}{\gamma_{Mb}}$$

$$n_p = 1 \text{ (nombre de plan de cisaillement)}$$

$$\Rightarrow F_{v,Rd} = \frac{0,6 \times 800 \times 303}{1,25} = 116352 \text{ N} = 116,35 \text{ KN}$$

Le nombre de boulons $n_b = 4$

$$F_{Rd} = 4 \times 116,35 = 465,4 \text{ KN}$$

$$\Rightarrow F_{Rd} = 465,4 \text{ KN} \geq N_{sd} = 380 \text{ KN}$$

\rightarrow Quatre boulons M22 suffisent pour reprendre $N_{sd} = 380 \text{ KN}$.

Exercice 06 : Soit un assemblage d'un poteau (Tube 100 × 100 × 4) sur une platine, qui transmet un effort **ascendant** à l'état limite ultime $F_V = 600 \text{ KN}$ à une autre pièce.

- La classe des boulons est de 6.8.

1°- Calculez le **diamètre de ces boulons** sous la force axiale F_V ?

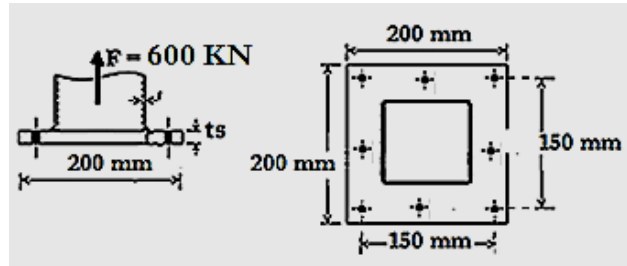


Figure 104.

Solution :

1° Calcul du diamètre des boulons :

Il s'agit d'un boulonnage ordinaire travaillant à la traction

L'effort de traction repris par chaque boulon est :

$$F_{t,Sd} = \frac{N_{Sd}}{n_B} = \frac{600}{8} = 75 \text{ KN}$$

(n_B : nombre de tige).

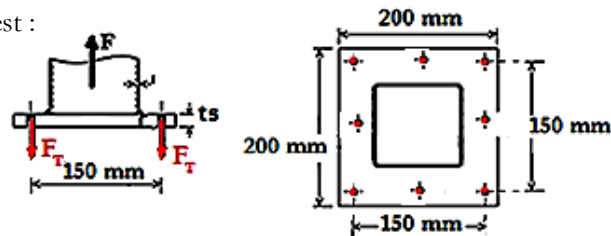


Figure 105.

Diamètre des boulons :

Il faut vérifier :

$$F_{t,Sd} \leq F_{t,Rd}$$

$$F_{t,Rd} = \frac{0,9 \cdot f_{ub} \cdot A_s}{\gamma_{Mb}} ; \gamma_{Mb} = 1,5 \text{ (particulièrement pour les boulons travaillant en traction)}$$

$$\Rightarrow F_{t,Sd} \leq \frac{0,9 \cdot f_{ub} \cdot A_s}{\gamma_{Mb}} \Rightarrow A_s \geq \frac{\gamma_{Mb} \cdot F_{t,Sd}}{0,9 \cdot f_{ub}} \Rightarrow A_s \geq \frac{1,5 \times 75000}{0,9 \times 600}$$

$$\Rightarrow A_s \geq 208,33 \text{ mm}^2 \rightarrow \text{on utilise des boulons M20 (} A_s = 245 \text{ mm}^2 \text{)}$$

Exercice 07 : Soit un assemblage de continuité en poteaux tubulaires (circulaires creux) réalisé par 08 boulons de classe 5.6 [Figure 106.]. L'effort de traction dans les poteaux $N_{sd} = 320 \text{ KN}$.

- Déterminez le diamètre des boulons nécessaires ?

(ne pas faire les vérifications des pièces)

Solution :

par chaque boulon est :

$$F_{t,Sd} = \frac{N_{Sd}}{n_B} = \frac{320}{8} = 40 \text{ KN (} n_B \text{ : nombre de boulons).}$$

Diamètre des boulons :

Il faut vérifier :

$$F_{t,Sd} \leq F_{t,Rd}$$

$$F_{t,Rd} = \frac{0,9 \cdot f_{ub} \cdot A_s}{\gamma_{Mb}} ; \gamma_{Mb} = 1,5 \text{ (Pour les boulons travaillant en traction)}$$

$$\Rightarrow F_{t,Sd} \leq \frac{0,9 \cdot f_{ub} \cdot A_s}{\gamma_{Mb}} \Rightarrow A_s \geq \frac{\gamma_{Mb} \cdot F_{t,Sd}}{0,9 \cdot f_{ub}} \Rightarrow A_s \geq \frac{1,5 \times 40000}{0,9 \times 500}$$

$$\Rightarrow A_s \geq 133,33 \text{ mm}^2 \rightarrow \text{on utilise des boulons M16 (} A_s = 157 \text{ mm}^2 \text{)}$$

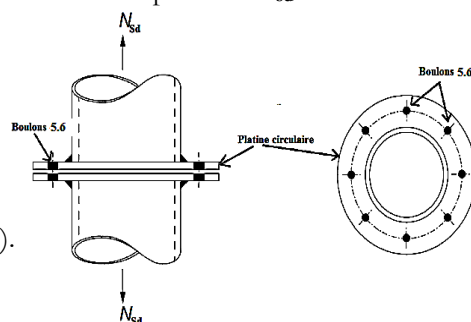


Figure 106.

E10 : Boulonnage précontrainte (HR)

Exercice 01 : Soit un assemblage par **boulonnage précontraint** entre deux pièces tendues. Il est constitué de **boulons** de **classe 8.8** et transmet un effort à **P.E.L.U** ; $N_{sd} = 187,68 \text{ KN}$ entre les deux plats dont chacun a une épaisseur $t = 15 \text{ mm}$.

- Le traitement surface est de classe de **classe B**.
- Les trous prévus sont **surdimensionnés**.
- La nuance d'acier des plats est **S235**.
 - 1° Calculez le diamètre nécessaire des boulons ?
 - 2° Vérifiez la résistance des pièces assemblées ?

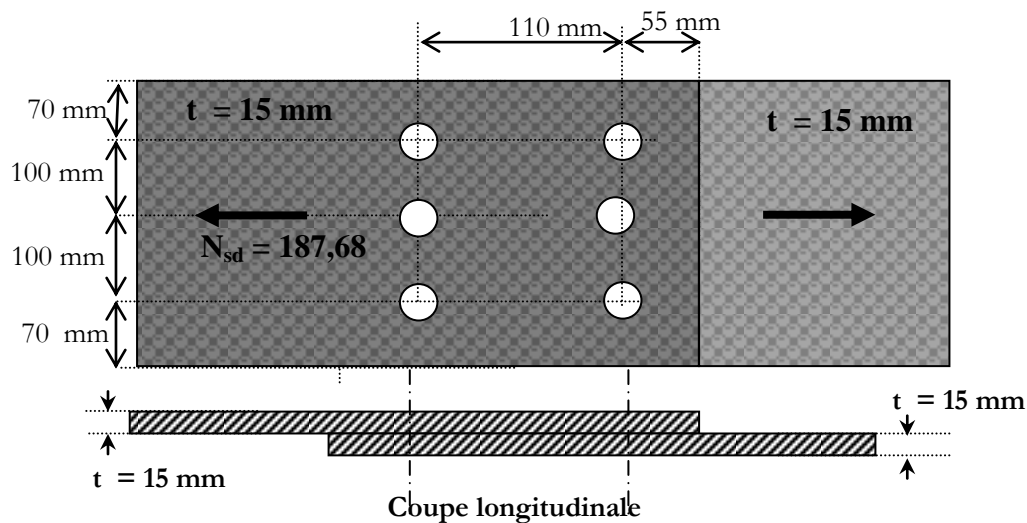


Figure 107.

Solution :

1° - L'effort de cisaillement repris par chaque boulon est :

$$F_{v,Sd} = \frac{N_{sd}}{n_B} = \frac{187,68}{6} = 31,28 \text{ KN} \quad (n_B : \text{nombre de boulons}).$$

Pour un plan de cisaillement, nous avons : $F_{v,Sd} \leq F_{s,Rd} = \frac{k_s \cdot n \cdot \mu \cdot F_{p,Cd}}{\gamma_{Ms}}$

Avec $F_{p,Cd}$: La force de précontrainte $\Rightarrow F_{p,Cd} = 0,7 \cdot f_{ub} \cdot A_s$

Le coefficient de frottement (classe de traitement B); $\mu = 0,4$

Les trous sont surdimensionnés ; $k_s = 0,85$

Le coefficient partiel de sécurité ; $\gamma_{Ms} = 1,4$

Le nombre de plan de glissement; $n = 1$

$$\Rightarrow F_{v,Sd} \leq \frac{k_s \cdot n \cdot \mu \cdot 0,7 \cdot f_{ub} \cdot A_s}{\gamma_{Ms}} \Rightarrow A_s \geq \frac{\gamma_{Ms} \cdot F_{v,Sd}}{0,7 \cdot k_s \cdot n \cdot \mu \cdot f_{ub}}$$

$$\Rightarrow A_s \geq \frac{1,4 \times 31280}{0,7 \times 0,85 \times 1 \times 0,4 \times 800} \Rightarrow A_s \geq 230,00 \text{ mm}^2$$

$$\Rightarrow \mathbf{A_s \geq 230,00 \text{ mm}^2} \rightarrow \text{on adopte des boulons M20 (} A_s = 245 \text{ mm}^2)$$

2° Vérification des pièces à la pression diamétrale :

Pour un plan de cisaillement, nous avons : $F_{v,Sd} \leq F_{b,Rd}$

$$F_{b,Rd} = \frac{2,5 \cdot \alpha \cdot f_u \cdot d \cdot t}{\gamma_{Mb}} ; \quad \gamma_{Mb} = 1,25$$

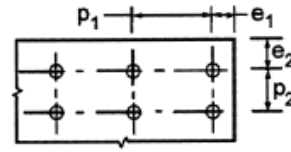


Figure 108.

Pour les boulons M16 le diamètre des trous [Tableau 36.] :

$$d_0 = d + 2 = 20 + 2 = 22 \text{ mm} ; e_1 = 55 \text{ mm} , p_1 = 110 \text{ mm [Figure 108.] ; } t = 15 \text{ mm}$$

$$\text{avec } \alpha = \min \left(\frac{e_1}{3d_0} ; \frac{p_1}{3d_0} - \frac{1}{4} ; \frac{f_{ub}}{f_u} ; 1 \right) = \min \left(\left(\frac{55}{3 \times 22} \right) ; \left(\frac{110}{3 \times 22} - \frac{1}{4} \right) ; \left(\frac{800}{360} \right) ; 1 \right)$$

$$\alpha = \min (0,833 ; 1,417 ; 1,86 ; 1) = 1$$

$$F_{b,Rd} = \frac{2,5 \cdot \alpha \cdot f_u \cdot d \cdot t}{\gamma_{Mb}} = \frac{2,5 \times 0,833 \times 360 \times 20 \times 15}{1,25} = 215000 \text{ N} = 215 \text{ KN}$$

$$F_{v,Sd} = 31,28 \text{ KN} < F_{b,Rd} = 215 \text{ KN} \checkmark$$

✓ les pièces assemblées résistent à la pression diamétrale.

Exercice 02: Soit un assemblage précontrainte à clin de deux pièces par deux boulons (8.8) comme dans la figure d'en face; Si :

- Les trous sont normalisés.
 - Traitement de la surface de classe A.
 - Boulonnage de catégorie C (Etat limite ultime)
- Déterminez le diamètre des boulons nécessaires ?

(Ne pas vérifier les pièces assemblées)

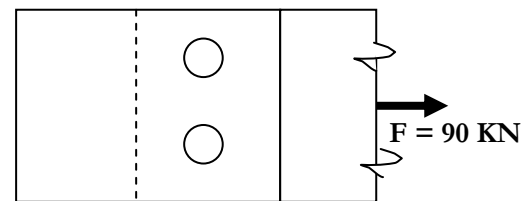


Figure 109.

Solution :

L'effort de cisaillement repris par chaque boulon est :

$$F_{v,Sd} = \frac{N_{Sd}}{n_B} = \frac{90}{2} = 45 \text{ KN} \quad (n_B : \text{nombre de boulons}).$$

Pour un plan de cisaillement, nous avons : $F_{v,Sd} \leq F_{s,Rd} = \frac{k_s \cdot n \cdot \mu \cdot F_{p,Cd}}{\gamma_{Ms}}$

Avec $F_{p,Cd}$: La force de précontrainte $\Rightarrow F_{p,Cd} = 0,7 \cdot f_{ub} \cdot A_s$

Le coefficient de frottement (classe de traitement B); $\mu = 0,4$

Les trous sont normalisés ; $k_s = 1,0$

Le coefficient partiel de sécurité ; $\gamma_{Ms} = 1,25$

Le nombre de plan de glissement; $n = 1$

$$\Rightarrow F_{v,Sd} \leq \frac{k_s \cdot n \cdot \mu \cdot 0,7 \cdot f_{ub} \cdot A_s}{\gamma_{Ms}} \Rightarrow A_s \geq \frac{\gamma_{Ms} \cdot F_{v,Sd}}{0,7 \cdot k_s \cdot n \cdot \mu \cdot f_{ub}}$$

$$\Rightarrow A_s \geq \frac{1,25 \times 45000}{0,7 \times 1 \times 1 \times 0,4 \times 1000} \Rightarrow A_s \geq 200,89 \text{ mm}^2$$

$$\Rightarrow A_s \geq 200,89 \text{ mm}^2 \rightarrow \text{on adopte des boulons M20 (} A_s = 245 \text{ mm}^2)$$

Exercice 03 : Soit une boucle de fixation qui transmet un effort de traction N_{sd} incliné d'un angle 30° par rapport à la semelle supérieure d'une poutre mère en **IPE**.

L'assemblage précontraint de cet instrument est assuré par **6 boulons M20 et de classe 8.8**.

- La nuance d'acier de la platine est **S235**. Le boulonnage est à l'**ELU**.
 - Entre les deux pièces, les surfaces de contact ont subi un traitement de **classe A**
 - Les trous prévus sont **normalisés**.
- Calculez la force N_{sd} que peut supporter cette boucle ? (ne pas vérifier la pièce)

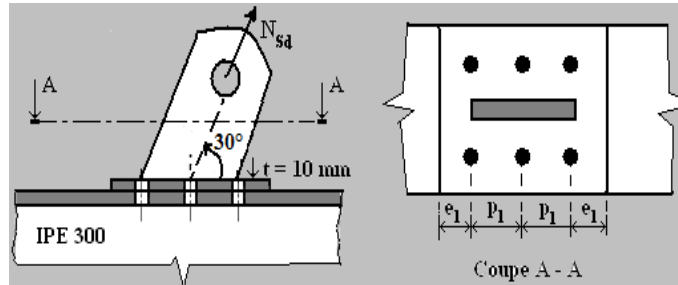


Figure 110.

Solution :

1° Cet assemblage est de catégorie **C**, alors pour chaque boulon, on a :

$$F_{v,sd} \leq F_{s,Rd} = \frac{k_s \cdot n \cdot \mu \cdot (F_{p,Cd} - 0,8 \cdot F_{t,sd})}{\gamma_{Ms,ult}}$$

Avec $F_{p,Cd}$: La force de précontrainte \Rightarrow

$$F_{p,Cd} = 0,7 \cdot f_{ub} \cdot A_s$$

L'effort normal repris par chaque boulon est :

$$F_{sd} = N_{sd} / N_{bre} \quad (N_{bre} : \text{nombre de boulons}).$$

Le coefficient de frottement (classe de traitement A);

$$\mu = 0,5$$

Les trous sont normalisés ;

$$k_s = 1$$

Le coefficient partiel de sécurité ;

$$\gamma_{Ms} = 1,25$$

Le nombre de plan de glissement;

$$n = 1$$

Les boulons M20

$$A_s = 245 \text{ mm}^2$$

$$\Rightarrow F_{v,sd} \leq \frac{k_s \cdot n \cdot \mu \cdot 0,7 \cdot f_{ub} \cdot A_s}{\gamma_{Ms}} - \frac{k_s \cdot n \cdot \mu \cdot 0,8 \cdot F_{t,sd}}{\gamma_{Ms}}$$

$$\Rightarrow F_{v,sd} + \frac{k_s \cdot n \cdot \mu \cdot 0,8 \cdot F_{t,sd}}{\gamma_{Ms}} \leq \frac{k_s \cdot n \cdot \mu \cdot 0,7 \cdot f_{ub} \cdot A_s}{\gamma_{Ms}}$$

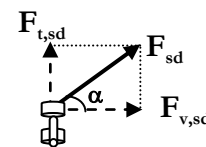


Figure 111.

Nous savons que [Figure 111.]; $F_{t,sd} = F_{sd} \times \sin 30^\circ$

$$\text{et} \quad F_{v,sd} = F_{sd} \times \cos 30^\circ$$

$$\Rightarrow F_{sd} \cdot \cos(30^\circ) + \frac{k_s \cdot n \cdot \mu \cdot 0,8 \cdot F_{sd} \cdot \sin(30^\circ)}{\gamma_{Ms}} \leq \frac{k_s \cdot n \cdot \mu \cdot 0,7 \cdot f_{ub} \cdot A_s}{\gamma_{Ms}}$$

$$\Rightarrow F_{sd} \cdot \left[\cos(30^\circ) + \frac{k_s \cdot n \cdot \mu \cdot 0,8 \cdot \sin(30^\circ)}{\gamma_{Ms}} \right] \leq \frac{k_s \cdot n \cdot \mu \cdot 0,7 \cdot f_{ub} \cdot A_s}{\gamma_{Ms}}$$

$$\Rightarrow F_{sd} \cdot \left[0,866 + \frac{1 \times 1 \times 0,5 \times 0,8 \times 0,5}{1,25} \right] \leq \frac{1 \times 1 \times 0,5 \times 0,7 \times 800 \times 245}{1,25}$$

$$\Rightarrow F_{sd} \times 1,116 \leq 54880 \text{ N} \quad \Rightarrow F_{sd} \leq (54880 / 1,116) \text{ N} \quad \Rightarrow F_{sd} \leq 49175,63 \text{ N}$$

$$\text{D'où : } N_{sd} \leq N_{bre} \times F_{sd} \quad \Rightarrow \quad N_{sd} \leq 6 \times 49175,63$$

$$\Rightarrow N_{sd} \leq 295053,76 \text{ N ; soit à la limite } N_{sd} = 295 \text{ KN}$$

E11 : Assemblages soudés

Exercice 01 :

- A partir de la relation $\sqrt{\sigma^2 + 3(\tau_{\perp}^2 + \tau_{\parallel}^2)} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{Mw}}$ dans le cas d'un long cordon de soudure sollicité parallèlement ; justifiez les relations suivantes :

$$F_{sd} \leq F_{w,Rd} \quad \text{Avec} \quad F_{w,Rd} = a \cdot \frac{f_u}{\sqrt{3} \cdot \beta_w \cdot \gamma_{Mw}} \quad ?$$

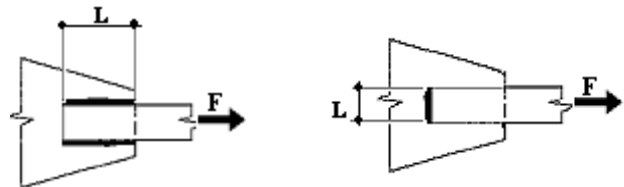
Réponse : $\sqrt{\sigma^2 + 3(\tau_{\perp}^2 + \tau_{\parallel}^2)} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{Mw}} \Leftrightarrow (1)$

Dans le cas d'une sollicitation parallèle $\Rightarrow \sigma_{\perp} = 0$ et $\tau_{\perp} = 0$
 $\Rightarrow (1) = \sqrt{3\tau_{\parallel}^2} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{Mw}} \quad \dots\dots (2)$

Pour une unité de longueur : $\tau_{\parallel} = F_{sd} / (a \times 1m)$ donc $(2) \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{a} F_{sd} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{Mw}}$
 $F_{sd} \leq F_{w,Rd}$ D'où $F_{w,Rd} = a \cdot \frac{f_u}{\sqrt{3} \cdot \beta_w \cdot \gamma_{Mw}}$

Exercice 02 : Soit un assemblage par soudure de deux pièces [Figures 112.]. Il est réalisé par un cordon qui transmet un effort à l'état limite ultime $F = 80 \text{ KN}$ entre les deux plats. La longueur du cordon de soudure est de $L = 100 \text{ mm}$.

- La nuance d'acier des plats est **S235**.
- La nuance du métal d'apport est la même que celle des plats (**S235**).
- La gorge du cordon de soudure $a = 5 \text{ mm}$.
- Vérifiez la résistance de cet assemblage ?



Figures 112.

Solution : $F = 250 \text{ KN}$

La gorge duc cordon de soudure $a = 5 \text{ mm}$;
 La longueur d'un cordon de soudure $L = 100 \text{ mm}$;

Conditions :

$a \geq 3 \text{ mm}$ et $L > \min (6.a = 6 \times 5 = 30 \text{ mm} ; 40 \text{ mm}),$
 Acier **S235** $\Rightarrow f_u = 360 \text{ N/mm}^2$; $\beta_w = 0,8$; $\gamma_{Mw} = 1,25$

La résistance de la soudure d'angle est suffisante si les deux conditions suivantes sont vérifiées :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\sigma_{\perp}^2 + 3(\tau_{\perp}^2 + \tau_{\parallel}^2)} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{Mw}} \\ \text{et} \quad \sigma_{\perp} \leq \frac{f_u}{\gamma_{Mw}} \end{array} \right. \quad \dots\dots(1)$$

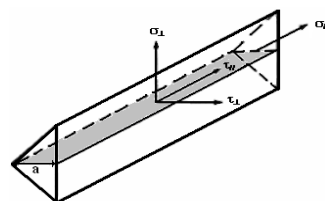


Figure 113.

1^{er} cas : Il s'agit de deux cordons sollicités latéralement $\Rightarrow \sigma_{\perp} = 0$ et $\tau_{\perp} = 0$

Alors que parallèlement les cordons sont sollicités par : $\tau_{//} = \frac{F}{a \cdot 2L}$ (2)

$$(1) \rightarrow \sqrt{3} \cdot \tau_{//} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{Mw}} \Rightarrow \tau_{//} \leq \frac{f_u}{\sqrt{3} \cdot \beta_w \cdot \gamma_{Mw}}$$

$$(2) \Rightarrow F \leq \frac{f_u \cdot a \cdot 2L}{\sqrt{3} \cdot \beta_w \cdot \gamma_{Mw}} \rightarrow F \leq \frac{360 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 100}{\sqrt{3} \cdot 0,8 \cdot 1,25}$$

$$\rightarrow F \leq 332553,75 \text{ N}$$

D'où : $F = 80 \text{ KN} < 332,55 \text{ KN} \checkmark$

Les cordons de soudure supportent la charge appliquée.

2^{ème} cas : Il s'agit d'un cordon de soudure frontale $\Rightarrow \tau_{//} = 0$

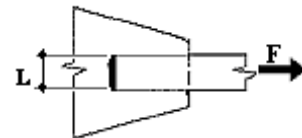


Figure 114.

Ainsi, les cordons sont sollicités par :

$$\sigma_{\perp} = \frac{F}{\sqrt{2} \cdot a \cdot L} \quad \text{et} \quad \tau_{\perp} = \frac{F}{\sqrt{2} \cdot a \cdot L}$$

$$(1) \rightarrow \begin{cases} \sqrt{\sigma_{\perp}^2 + 3(\tau_{\perp}^2)} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{Mw}} \\ \text{et} \quad \sigma_{\perp} \leq \frac{f_u}{\gamma_{Mw}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{\left(\frac{F}{\sqrt{2} \cdot a \cdot L}\right)^2 + 3\left(\frac{F}{\sqrt{2} \cdot a \cdot L}\right)^2} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{Mw}} \\ \text{et} \quad \frac{F}{\sqrt{2} \cdot a \cdot L} \leq \frac{f_u}{\gamma_{Mw}} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{\sqrt{2} \cdot F}{a \cdot L} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{Mw}} \\ \text{et} \quad \frac{F}{\sqrt{2} \cdot a \cdot L} \leq \frac{f_u}{\gamma_{Mw}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F \leq \frac{a \cdot L \cdot f_u}{\sqrt{2} \cdot \beta_w \cdot \gamma_{Mw}} \\ \text{et} \quad F \leq \frac{\sqrt{2} \cdot a \cdot L \cdot f_u}{\gamma_{Mw}} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} F \leq \frac{5 \times 100 \times 360}{\sqrt{2} \times 0,8 \times 1,25} \\ \text{et} \quad F \leq \frac{\sqrt{2} \times 5 \times 100 \times 360}{1,25} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F \leq 127279,22 \text{ N} \\ \text{et} \quad F \leq 203646,75 \text{ N} \end{cases}$$

$$\rightarrow F \leq \text{Min} (127279,22 ; 203646,75) \text{ N}$$

D'où : $F = 80 \text{ KN} < 127,28 \text{ KN} \times$

Le cordon de soudure frontale supporte la charge appliquée.

Exercice 03 : Soit un assemblage à clin par soudure de deux pièces [Figure 115.]. Il transmet un effort à l'état limite ultime $F = 460 \text{ KN}$ entre les deux plats.

- La longueur de chacun des cordons horizontaux ; $L_w = 90 \text{ mm}$
- La gorge de tous les cordons de soudure $a = 8 \text{ mm}$.
- La nuance d'acier des plats et du métal d'apport est la même **S235(Fe360)**.

- 1° Calculez la force $F_{//}$ que peuvent reprendre les cordons de soudure
- 2° Calculez la longueur minimale d du cordon de soudure verticale ?

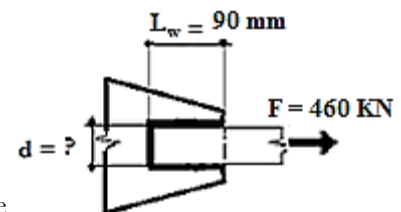


Figure 115.

Solution :**1- La force reprise par les cordons de soudure horizontaux.**

Acier S235 $\rightarrow f_u = 360 \text{ N/mm}^2$; $\beta_w = 0.80$; $\gamma_{Mw} = 1,25$

- Effort repris par les deux cordons latéraux de soudure $L_w = 90 \text{ mm}$.

La sollicitation appliquée à ces cordons de soudure est latérale $\Rightarrow \sigma_{\perp} = 0$ et $\tau_{\perp} = 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\sigma_{\perp}^2 + 3(\tau_{\perp}^2 + \tau_{//}^2)} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{Mw}} \\ \text{et} \quad \sigma_{\perp} \leq \frac{f_u}{\gamma_{Mw}} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{3 \left(\frac{F_{w,sd}}{a \cdot 2 \cdot L_w} \right)^2} \leq \frac{360}{0,80 \times 1,25} \\ 0 \leq \frac{360}{1,25} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{3 \left(\frac{F_{w,sd}}{8 \times 2 \times L_w} \right)^2} \leq 360 \\ // \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow F_{w,sd} \leq \frac{360 \times 8 \times 2 \times 90}{\sqrt{3}} \quad \text{d'où :} \quad F_{w,sd} \leq 299298,38 \text{ N} \Rightarrow \text{Soit :} \quad F_{w,sd} = 299,30 \text{ KN}$$

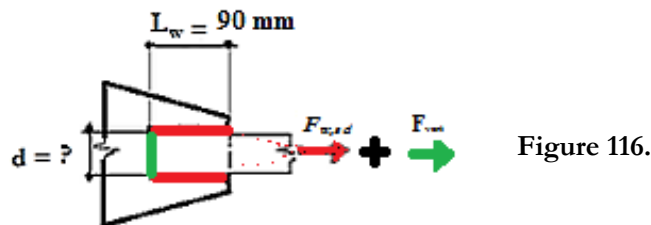


Figure 116.

2- La force reprise par le cordon de soudure vertical ;

$$F = F_{hor} + F_{vert} \Rightarrow F_{vert} = F - F_{hor} = 460 - 299,30 = 160,7 \text{ KN}$$

La sollicitation appliquée à ce cordon de soudure est frontale $\Rightarrow \tau_{//} = 0$

- La contrainte normale perpendiculaire à la gorge de la soudure :

$$\sigma_{\perp} = \frac{F_{vert}}{\sqrt{2} \cdot a \cdot d} = \frac{160700}{\sqrt{2} \times 8 \times d} \text{ N/mm}^2$$

- La contrainte de cisaillement dans le plan de la gorge, \perp à l'axe de la soudure :

$$\tau_{\perp} = \frac{F_{vert}}{\sqrt{2} \cdot a \cdot d} = \frac{160700}{\sqrt{2} \times 8 \times d} \text{ N/mm}^2$$

La résistance de la soudure d'angle est suffisante en vérifiant les deux conditions suivantes :

$$f_u = 360 \text{ N/mm}^2 \text{ (Acier de nuance S235). ; } \quad \beta_w = 0,80 \quad [\text{Tableau 47}].$$

$$\gamma_{Mw} = 1,25 \quad [\text{Tableau 47}]; \quad a = 8 \text{ mm (la gorge du cordon de soudure).}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\sigma_{\perp}^2 + 3(\tau_{\perp}^2 + \tau_{//}^2)} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{Mw}} \\ \text{et} \quad \sigma_{\perp} \leq \frac{f_u}{\gamma_{Mw}} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\left(\frac{160700}{\sqrt{2} \times 8 \times d} \right)^2 + 3 \left(\frac{160700}{\sqrt{2} \times 8 \times d} \right)^2} \leq \frac{360}{0,80 \times 1,25} \rightarrow (1) \\ \text{et} \quad \frac{160700}{\sqrt{2} \times 8 \times d} \leq \frac{360}{1,25} \rightarrow (2) \end{array} \right.$$

D'où :

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \rightarrow 2 \times \frac{160700}{\sqrt{2} \times 8 \times d} \leq \frac{360}{1} \\ (2) \rightarrow \frac{160700}{\sqrt{2} \times 8 \times d} \leq 288 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (1) \rightarrow d \geq \frac{2 \times 160700}{360 \times \sqrt{2} \times 8} \\ (2) \rightarrow d \geq \frac{160700}{288 \times \sqrt{2} \times 8} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (1) \rightarrow d \geq 78,91 \text{ mm} \\ (2) \rightarrow d \geq 49,32 \text{ mm} \end{array} \right.$$

$d \geq \text{Max} (78,91 \text{ mm} ; 49,32 \text{ mm}) \rightarrow \text{soit} ; d = 80 \text{ mm}.$

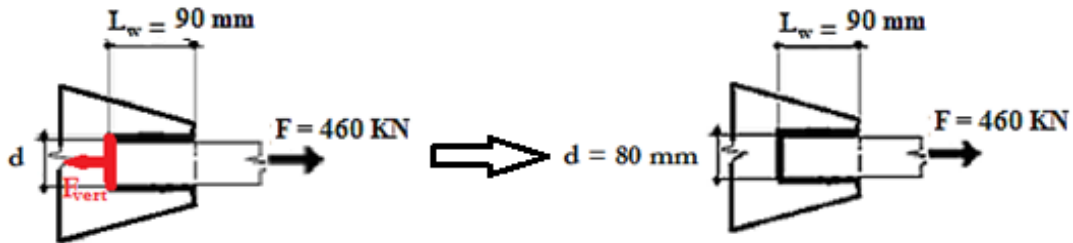


Figure 117.

Exercice 04 : Soit un assemblage par soudure de deux pièces [Figure 118]. Il est réalisé par un cordon qui transmet un effort à l'état limite ultime $F = 225 \text{ KN}$ entre les deux plats dont chacun a une épaisseur $L = 200 \text{ mm}$.

- La nuance d'acier des plats est **S355**.
- La nuance du métal d'apport est la même que celle des plats (**S355**).
- La gorge du cordon de soudure $a = 6 \text{ mm}$.
- Vérifiez la résistance de cet assemblage ? $\alpha = 60^\circ$

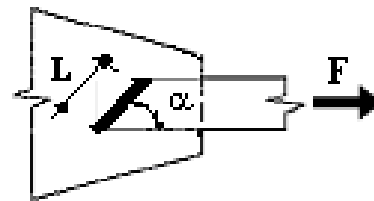


Figure 118.

Solution :

La force appliquée $F = 225 \text{ KN}$

La gorge duc cordon de soudure $a = 6 \text{ mm} ;$

La longueur d'un cordon de soudure $L = 200 \text{ mm} ; d = 70 \text{ mm}$

Conditions :

L'apothème ; $a \geq 3 \text{ mm}$ et L et $d > \min (6.a = 6 \times 6 = 36 \text{ mm} ; 40 \text{ mm}),$

Acier **S355** $\Rightarrow f_u = 510 \text{ N/mm}^2 ; \beta_w = 0,9 ; \gamma_{Mw} = 1,35$

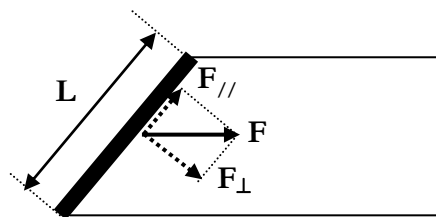


Figure 119.

En projetant la force sur le cordon de soudure [Figure 119.] on obtient une composante perpendiculaire au cordon :

$$F_{\perp} = F \sin(\alpha) = 225 \times \sin(60^\circ) = 194855,72 \text{ N}$$

et une autre composante parallèle de force :

$$F_{//} = F \cdot \cos(\alpha) = 225 \times \cos(60^\circ) = 112500 \text{ N}$$

1- La force perpendiculaire F_{\perp} va engendrer une sollicitation frontale :

$$\sigma_{\perp} = \frac{F_{\perp}}{\sqrt{2} \cdot a \cdot L} \quad ; \quad \tau_{\perp} = \frac{F_{\perp}}{\sqrt{2} \cdot a \cdot L}$$

D'où :

$$\sigma_{\perp} = \tau_{\perp} = \frac{F_{\perp}}{\sqrt{2} \cdot a \cdot L} = \frac{194855,72}{\sqrt{2} \times 6 \times 200} = 114,82 \text{ N/mm}^2$$

2- Tandis que la force parallèle $F_{//}$ va engendrer une sollicitation latérale :

$$\tau_{//} = \frac{F_{//}}{a \cdot L} = \frac{112500}{6 \times 200} = 93,75 \text{ N/mm}^2$$

3- La résistance de la soudure d'angle est suffisante si les deux conditions suivantes sont vérifiées :

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\sigma_{\perp}^2 + 3(\tau_{\perp}^2 + \tau_{//}^2)} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{Mw}} \\ \text{et} \quad \sigma_{\perp} \leq \frac{f_u}{\gamma_{Mw}} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{(114,82)^2 + 3((114,82)^2 + (93,75)^2)} \leq \frac{510}{0,9 \times 1,35} \\ \text{et} \quad 114,82 \leq \frac{510}{1,35} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 281,25 \text{ N/mm}^2 \leq 419,75 \text{ N/mm}^2 \\ \text{et} \quad 114,82 \text{ N/mm}^2 \leq 377,77 \text{ N/mm}^2 \end{array} \right.$$

Donc les deux conditions sont vérifiées.

Exercice 05 : Assemblage soudé – cordons latéraux

Soit un assemblage par soudure de deux cornières à ailes inégales L 70 × 50 × 7 fixées à un gousset de nœud d'une ferme [Figure 120]. Chaque cordon de soudure a un apothème $a = 5 \text{ mm}$ et une longueur $L_j = 250 \text{ mm}$. La force sur les deux cornières est $N_{sd} = 700 \text{ KN}$.

- La nuance de l'acier utilisé est S235 (Fe 360).

1° Vérifiez la résistance des cordons de soudures à cet effort ?

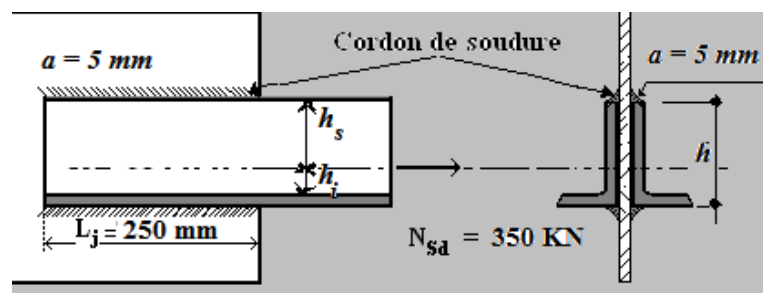


Figure 120.

1° Vérification de la longueur de soudure :

Il faut que la longueur du cordon de soudure soit :

- $L_j > \min(6.a ; 40 \text{ mm}) \Rightarrow L_j = 250 \text{ mm} > \min(30 \text{ mm} ; 40 \text{ mm}) \quad \checkmark$
- $L_j < 150.a \Rightarrow L_j = 250 \text{ mm} < 750 \text{ mm} \rightarrow$ les cordons de soudures ne sont pas considérés longs, donc ne nécessitent pas de réduction de leurs résistances.

2° Vérification de la résistance des cordons de soudures :

- Effort repris par chaque cornière : $N_{1,sd} = N_{sd}/2 = 700/2 = 350 \text{ KN}$

- Pour une cornière L 70 × 50 × 7 , nous avons : $b = 70 \text{ mm}$

$$b_i = 22,7 \text{ mm} \quad ; \quad b_s = 47,3 \text{ mm}$$

- Effort repris par le cordon de soudure supérieur : $F_{1,sup,sd} = \frac{N_{1,sd} \times h_i}{h} = \frac{350 \times 22,7}{70} = 113,5 \text{ KN}$

- Effort repris par le cordon de soudure inférieur : $F_{1,inf,sd} = \frac{N_{1,sd} \times h_s}{h} = \frac{350 \times 47,3}{70} = 236,5 \text{ KN}$

La sollicitation appliquée à ces cordons de soudure est latérale $\Rightarrow \sigma_{\perp} = 0$ et $\tau_{\perp} = 0$

La résistance de calcul par unité de longueur : $F_{w,Rd} = \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{Mw} \cdot \sqrt{3}} \cdot a$

$$f_u = 360 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{Acier de nuance S235}).$$

$$\beta_w = 0,8 \quad [\text{Tableau 47.}].$$

$$\gamma_{Mw} = 1,25 \quad [\text{Tableau 47.}].$$

$$a = 5 \text{ mm} \quad (\text{la gorge du cordon de soudure}).$$

$$\Rightarrow F_{w,Rd} = \frac{360}{0,8 \times 1,25 \times \sqrt{3}} \times 5 = 1039,23 \text{ N/mm.}$$

La sollicitation appliquée au cordon de soudure inférieur par unité de longueur :

$$\Rightarrow F_{w,Sd} = F_{1,inf,sd} / L_j \quad \Rightarrow F_{w,Sd} = 236500 / 250 = 946 \text{ N/mm.}$$

$$\text{D'où : } F_{w,Sd} = 946 \text{ N/mm} < F_{w,Rd} = 1039,23 \text{ N/mm.} \quad \checkmark$$

\checkmark Les cordons de soudure assurent l'assemblage.

On se contente d'une vérification du cordon inférieur car il supporte la sollicitation maximale.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- BARAKA ABDELHAK : **Cours en charpente métallique I selon le règlement Algérien C.C.M.97 & l'Eurocode 3.** 2^o édition, Office des Publications Universitaires 2016 -Algérie.
- CENTRE NATIONAL DE RECHERCHE APPLIQUEE EN GENIE PARSISMIQUE : **Calcul pratique des structures métalliques.** 2^o édition, Office des Publications Universitaires 2006 -Algérie.
- CENTRE NATIONAL DE RECHERCHE APPLIQUEE EN GENIE PARSISMIQUE : **règles de conception et de calcul des structures en acier C.C.M.97** , Document technique réglementaire D.T.R-B.C-2.44 ; Ministère de l'habitat Algérien 1997.
- HABERMANN, KARL J., SCHULITZ, HELMUT C., SOBEK,W. : **Construire en acier** . Éditions Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne,2003. Édition originale en langue allemande, Detail, Munich, 1999.
- HAZARD .C, LELONG F., QUINZAIN B. : **Memotech – structures métalliques.** Éditions CASTEILLA , 25 Rue Monge – 75005 PARIS, 1997 , mise à jours 2004.
- JEAN MOREL : **Calcul des structures métalliques selon l'Eurocodes 3.** 3^{ème} édition. Edition Eyroles 1997 -France.
- MANFRED A. HIRT & ROLF BEZ : **Construction métallique ; notions fondamentales et méthodes de dimensionnement.** Traité de génie civil de l'école polytechnique fédérale de Lausanne, Volume 10. Presses polytechniques et universitaires Romande 1994 .Suisse.
- MARC LANDOWSKI & BERTRAND LEMOINE : **Concevoir et construire en acier ;** Arcelor building and construction support, Imprimerie Victor Buck , Luxembourg 2005.
- NORME EUROPEENNE , NORME FRANÇAISE NF EN 1991-1-1 : **Eurocode 1 actions sur les structures; partie 1-1 : Actions générales — Poids volumiques, poids propres, charges d'exploitation des bâtiments.** (Version française) AFNOR Mars 2003.
- NORME EUROPEENNE , NORME FRANÇAISE NF EN 1993-1-1 : **Eurocode 3 calcul des structures en acier ; partie 1-1 : règles générales et règles pour bâtiments.** (Version française) , AFNOR Octobre 2005.
- NORME EUROPEENNE , NORME FRANÇAISE NF EN 1993-1-8 : **Eurocode 3 calcul des structures en acier ; partie 1-8 : calcul des assemblages.** AFNOR Décembre 2005
- PIERRE MAITRE : **Formulaire de la construction métallique selon l'Eurocode 3;** Edition le MONITEUR , France 2013.