

**DEVOIR SURVEILLE DE MATHÉMATIQUES 1<sup>re</sup> C**

Date : Mercredi 26 Janvier 2022

Durée : 2H

**EXERCICE 1**

Ecris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation suivi de VRAI si l'affirmation est vraie ou FAUX si l'affirmation est fausse.

- Un angle orienté admet une unique mesure dans l'intervalle  $]-\pi; 2\pi]$
- $\cos(x + \frac{5\pi}{3}) = -\cos(x + \frac{\pi}{3})$
- la mesure principale de l'angle orientée dont une mesure est  $\frac{153\pi}{12}$  est égale à  $\frac{3\pi}{4}$
- si  $x$  et  $y$  sont des mesures d'un même angle orienté alors  $x - y = k2\pi$ ,  $k \in \mathbb{R}$

**EXERCICE 2**

1) On définit un nombre réel  $x$  par  $\sin(x) = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$  et  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ .

- Calcule  $\sin(2x)$  et  $\cos(2x)$
- Vérifie que  $\cos(4x) = \sin(x)$
- En déduis la valeur exacte de  $x$ .

2) Démontre que pour tout  $x$  élément de  $\mathbb{R}$ , on a :  $\cos^4(x) - \sin^4(x) = \cos(2x)$

**EXERCICE 3**

1) Résous l'équation (E):  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\cos(2x + \frac{\pi}{4}) + \cos(x - \frac{\pi}{3}) = 0$

2) a) Résous l'inéquation (I<sub>1</sub>) :  $x \in ]-\pi; \pi]$ ,  $1 - 2\sin(x) \geq 0$

b) Résous l'inéquation (I<sub>2</sub>) :  $x \in ]-\pi; \pi]$ ,  $2\cos(3x) - \sqrt{3} < 0$

**EXERCICE 4**

ACE est un triangle isocèle direct de sommet principal A et tel que  $AC = 5\text{cm}$  et

$$\text{Mes}(\widehat{AC, AE}) = \frac{2\pi}{5}$$

1) Construis le triangle équilatéral direct AEF et le triangle ABC isocèle rectangle direct en A.

2) Détermine la mesure principale des angles orientés  $(\widehat{AF, AB})$ ;  $(\widehat{EF, BC})$ ;  $(\widehat{AF, CB})$  et  $(\widehat{AF, EC})$ .

**EXERCICE 5**

On considère deux cercles (C) et (C') sécantes en A et A'. Une droite (D) coupe chacun des cercles en deux points distinct de A et A'. On désigne par N et M les points d'intersection de (C) et (D) et P et Q ceux de (C') et (D).

1) a) Démontre que  $2(\widehat{A'M, AC}) = 2(\widehat{PA', AN})$

b) En déduis que (A'M) est parallèle à (AQ) si et seulement si (A'P) est parallèle à (AN)

2) On suppose que (A'M) et (AQ) sont sécantes. Soit I leur point d'intersection et J celui des droites (A'P) et (AN). Démontre que les points A, A', I et J sont cocycliques.