

Année Scolaire : 2019-2020

Durée : 2 heures

# MATHÉMATIQUES

PREMIERE: C

**EXERCICE1**

Soit P un polynôme du second degré définie par  $p(x) = ax^2 + bx + c$

Deux affirmations sont proposées. Pour chacun d'elles, répondre par VRAI ou FAUX, exemple : 1 vrai ou 1 Faux. On ne demande pas de justification: Les réponses inexactes seront pénalisées

1 Si le polynôme P n'admet pas de racines et la constante c strictement négatif alors P est strictement négatif sur IR.

2 Si  $c = a$  alors le polynôme P admet pour racines deux nombres inverses.

**EXERCICE2**

Soit ABCD un parallélogramme et J le point du plan tel que  $\overline{AJ} = \frac{2}{3}\overline{AB}$ . K et I sont

respectivement milieux des segments [AD] et [AJ]. On note  $G = \text{bar} \{(A; -1), (J; 1), (K; 1)\}$ .

1. a) Justifier que le quadrilatère AKGJ est un parallélogramme.

b) Faire une figure sur une feuille annexe.

2. Soit  $L = \text{bar} \{(A; 1), (B; 2), (D; 1)\}$

a) Démontrer que L est le milieu de [KB] puis placer le point L.

b) Démontrer que les points I, L et C sont alignés.

b) Démontrer que les droites (KB), (IC) et (JD) sont concourantes en un point que l'on précisera.

3. Déterminer et construire l'ensemble ( $E_1$ ) des points M du plan tels que  $MD^2 - MC^2 = 0$

4. Déterminer et construire l'ensemble ( $E_2$ ) des points M du plan tels que :

$$\|\overline{MA} + 2\overline{MB} + \overline{MD}\| = \|\overline{MA} - 2\overline{MB} + \overline{MD}\|.$$

**EXERCICE3**

Des élèves d'une classe de seconde s'interroge sur ce qu'ils viennent de découvrir lors d'une exposition organisée par le club mathématiques. Dans un stand sur les équations, on peut lire : Résoudre dans IR, l'inéquation

$$\sqrt{\sqrt{-x^2 - x + 6} - x} < 1$$

Intrigué par la notation de deux racines carrées à la fois ; ils affirment que le problème peut être résolu en classe de première.

1.a) Résoudre dans IR, l'inéquation suivante :  $-x^2 - x + 6 \geq 0$ .

b) Démontrer que l'ensemble des solutions de l'inéquation  $\sqrt{\sqrt{-x^2 - x + 6} - x} \geq x$  est :

$$\left[-3; \frac{3}{2}\right]$$

2. En déduire les solutions dans IR de l'inéquation  $\sqrt{\sqrt{-x^2 - x + 6} - x} < 1$

## Exercices de barycentres et fonctions

**RENFO 1<sup>ère</sup>C DU 15 NOVEMBRE 2019**

**Exercice 1** ; Soit ABC un triangle rectangle et isocèle en B tel que  $AB=a$  ( $a > 0$ ). D le milieu du segment [AC], G le barycentre des points pondérés (A, 1) et (C,3). E le barycentre des points pondérés (A,1) et (B,2). 1—Faire une figure.

2—a) Calculer  $GC^2$  en fonction de a.

b) Justifier que  $GB^2 = \frac{5a^2}{8}$ .

3—Soit (C) l'ensemble des points M du plan tels que  $3MC^2 + MA^2 = 4a^2$ .

a) Démontrer que pour tout point M du plan,  $3MC^2 + MA^2 = 4MG^2 + \frac{3a^2}{2}$ .

b) En déduire l'ensemble (C), puis le construire.

4—Soit F le barycentre des points pondérés (A,2) ; (B,2) et (C,3)

a) Construire le point F.

b) Démontrer que E, F et G sont alignés.

5—Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que

$$\|2\overline{MA} + 2\overline{MB} + 3\overline{MC}\| = \|7\overline{MA} - 7\overline{MC}\|.$$

**Exercice 2** ; ABC est un triangle son centre de gravité. J est le milieu du segment [BC].

La parallèle à (BC) passant par G coupe (AC) en E. Soit D le barycentre des points pondérés (A,1) et (B,-2). 1—Construire D.

2— a) Démontrer que J est le barycentre des points pondérés (A,1) ; (D,1) et (C,2).

b) Démontrer que E est le barycentre des points pondérés (A,1) et (C,2).

c) En déduire que J, D et E sont alignés.

3—a) On considère F le barycentre des points pondérés (A,1) ; (D,1) et (C,-1). Construire F.

b) M est un point du plan, réduire la somme  $\overline{MA} + \overline{MD} + 2\overline{MC}$ .

c) Démontrer que  $\overline{MA} + \overline{MD} - 2\overline{MC} = \overline{CF}$ .

d) Déterminer et construire l'ensemble (E) des points du plan tels que

$$\|\overline{MA} + \overline{MD} + 2\overline{MC}\| = \|\overline{MA} + \overline{MD} - 2\overline{MC}\|$$

ANNEE : 2019-2020	DEVOIR DE MATHÉMATIQUES	NIVEAU : PREMIERE C
DATE : 21/11/2019	LYCEE SCIENTIFIQUE DE YAKRO	DUREE : 2 HEURES

**EXERCICE 1.**

On considère la fonction  $f : [4 ; +\infty[ \rightarrow ]0 ; \frac{1}{8}]$

$$x \mapsto \frac{x-2}{x^2}.$$

1)  $f$  est-elle une application ? justifie.

2) Démontre que  $f$  est une bijection.

3) Soit  $f^{-1}$  la bijection réciproque de  $f$  et  $(\Gamma)$  sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$

a) Calcule l'ordonnée du point A appartenant à  $(\Gamma)$  et d'abscisse  $\frac{3}{25}$ .

b) définie  $f^{-1}$ .

**EXERCICE 2.**

Soit  $f$  la fonction de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$  définie par :  $f(x) = \sqrt{1 - |x - 2|}$

1) Justifie que l'ensemble de définition de  $f$  est  $[1; 3]$ .

2) soit  $u$  la fonction de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$  définie par  $u(x) = \frac{-1}{x}$  et  $g$  la fonction définie par :  $g(x) = u(x + 1) + 1$ . Donne l'ensemble de définition de  $g$ .

3) Détermine l'ensemble de définition de  $f \circ g$ .

4) Démontre que pour tout  $x \in ]-\infty; -2]$ ,  $f \circ g(x) = \frac{1}{\sqrt{-x-1}}$  et que

pour tout  $x \in [-2; \frac{-3}{2}]$ ,  $f \circ g(x) = \sqrt{\frac{2x+3}{x+1}}$

5) Soit la fonction  $h : [-2; \frac{-3}{2}] \rightarrow [0; 1]$

$$x \mapsto f \circ g(x).$$

a) Démontre que  $h$  est une bijection.

b) Définie sa bijection réciproque  $h^{-1}$ .

**DEVOIR DE NIVEAU DE MATHÉMATIQUES**

Première C

La durée du devoir est de 2 heures

EXERCICE 1

Choisir la réponse correcte. Aucune justification n'est exigée. Toutefois, 0.5 point est retranché à chaque réponse inexacte.

- De combien de façons distinctes peut-on ranger quatre boules distinctes dans cinq boîtes numérotées de 1 à 5, une boîte pouvant contenir plusieurs boules ?  
 a) 5    **(b)  $5^4$**     c) 1024    d) 120
- Combien de segments peut-on obtenir dans un hexagone ?  
**(c)  $C_6^2$**     **(a) 15**    b) 64    c) 36    d) 30
- Combien de mots ayant un sens ou non peut-on former en utilisant les sept lettres du mot SUISSE ?  
 a) 15    b) 5040    c) 840    **(d)  $120 \frac{6!}{3!}$**
- De combien de façons distinctes peut-on ranger quatre boules identiques dans six boîtes numérotées de 1 à 6, une boîte pouvant contenir au plus une boule ?  
**(a)  $C_6^4$**     b) 1296    c) 4096    d) 360

EXERCICE 2

Aminata revient du marché avec deux ananas, six mangues et cinq oranges. Elle veut offrir à son amie Fatou un panier de cinq fruits choisis parmi ceux qu'elle vient d'acheter.

- Combien de panier différents peut-elle constituer ?  **$C_{13}^5$**
- Combien de panier différents peut-elle constituer contenant :
  - au moins une mangue ?  **$C_{13}^5 - C_7^5$**
  - exactement deux mangues ?  **$C_6^2 \times C_7^3$**
  - au moins une mangue, un ananas et une orange ?

**755**

## Docs à portée de main

Première C

La durée du devoir est de 2 heures

DASF

**EXERCICE 1**On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1} - x - 1}{x} & \text{si } x > 0 \\ f(x) = \sqrt{2x^2+1} + x - 2 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

- 1) a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+1} - x - 1$ .  $-1$   
 b) En déduire la limite de  $f$  en  $+\infty$ .  $0$   
 c) Calculer la limite de  $f$  en  $-\infty$ .  $+\infty$
- 2) a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1} - x - 1}{x}$ .  $-1$   
 b) En déduire la continuité de  $f$  en  $0$ .

- 3) Soit  $g$  la fonction de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$  définie par :  $g(x) = \frac{3 - \cos\left(\frac{\pi}{x}\right)}{2x}$ .

- a) Démontrer que pour tout  $x \in ]-\infty, 0[$ ,  $\frac{1}{2x} \leq g(x) \leq \frac{1}{x}$   $\frac{2}{x} \leq g(x) \leq \frac{1}{x}$   
 b) En déduire la limite de  $g$  à gauche en  $0$  et en  $-\infty$ .  
 On justifiera les réponses.

**EXERCICE 2**Résoudre dans  $\mathbb{R}$  puis dans  $]-\pi; \pi]$ ,

- 1)  $(\tan(2x) - \sqrt{3})(2 \sin x + 1) = 0$   
 2)  $2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3} > 0$ .