Lycée Classique Abidjan ***** *Lycée Classique Abidjan* *****

DEVOIR SURVEILLE DE MATHEMATIQUES N°1

Niveau : *Première D* **Durée :** *2 heures* **Date :** *Vendredi 9 Octobre 2020*

EXERCICE 1

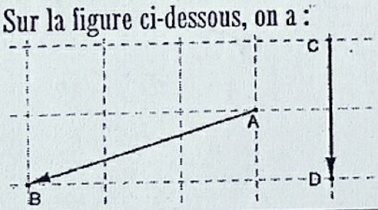
Réponds par $vrai$ (V) ou $faux$ (F) à chacune des affirmations suivantes en notant par exemple $1.vrai$ ou $1.faux$.

1) Si les vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ sont colinéaires, alors $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = OA \times OB$ ou $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = -OA \times OB$.
2) Dans un repère orthonormé, le cercle de centre $A(-1\,;2)$ et de rayon 3 a pour équation $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3^2$
3) Pour tout angle orienté $(\widehat{\vec{u},\vec{v}})$, on a : $Mes(\widehat{\vec{u},\vec{v}}) + Mes(\widehat{\vec{v},\vec{u}}) = 0$
4) Pour tous vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$, on a :

$$\|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\widehat{\vec{u},\vec{v}}) = \frac{1}{2}(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2)$$

EXERCICE 2

Pour chaque ligne du tableau, trois réponses sont proposées dont une, et une seule est exacte. Indique la réponse exacte en notant par exemple : $1.a$ ou $1.b$ ou $1.c$

	Affirmations	a	b	c
1	ABC est un triangle équilatéral tel que $Mes\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right) = \frac{\pi}{3}$. Alors	$Mes\left(\widehat{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}}\right) = -\frac{\pi}{3}$	$Mes\left(\widehat{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}}\right) = \frac{\pi}{3}$	$Mes\left(\widehat{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}}\right) = Mes\left(\widehat{\overrightarrow{CB},\overrightarrow{C}}\right.$
2	Pour tous points A et B, on a :	$cos\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BA}}\right) = -1$	$cos\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BA}}\right) = 0$	$cos\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BA}}\right) = 1$
3	Dans un repère orthonormé, si $\vec{u}(2;-1)$ et $\vec{v}(2;4)$ alors ...	$\vec{u} \perp \vec{v}$	$\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$	$\vec{u} = 2\,\vec{v}$
4	Sur la figure ci-dessous, on a : 	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 2$	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 4$	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -6$

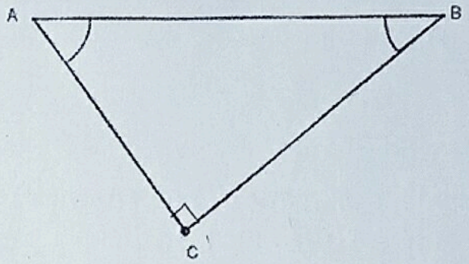
EXERCICE 3

Soit deux vecteurs du plan tels que $\vec{u}^2 = 2\,;\|\vec{v}\| = 3$ et $\vec{u}.\vec{v} = -4$.

1) Calcule en détaillant les étapes de chaque calcul :
   a) $(\vec{u}+2\vec{v}).(\vec{u}-2\vec{v})$
   b) $\|\vec{u}+\vec{v}\|$
2) Détermine $cos(\widehat{\vec{u},\vec{v}})$

Prof : M. ASSI

EXERCICE 4



Sur la figure ci contre, qui n'est pas en grandeurs réelles :
ABC est un triangle tel que $AB = 5\ cm$,
$mes(\widehat{ABC}) = 30°$ et $Mes\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right) = -\frac{\pi}{3}$ rand

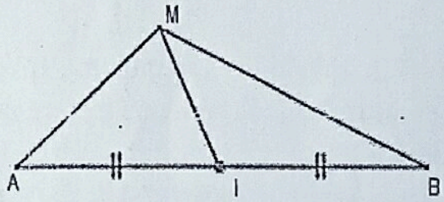
1) a-Détermine, en radian, $Mes\left(\widehat{\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}}\right)$.

   b-Détermine, en radian, $Mes\left(\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}}\right)$.
2) Déduis-en la nature du triangle ABC.

EXERCICE 5

Un élève de seconde C découvre la propriété suivante dans l'ancien cahier d'un redoublant de sa classe.

« $\boldsymbol{MAB\ est\ un\ triangle\ quelconque.}$
$\boldsymbol{I\ milieu\ de\ [AB].}$
$\boldsymbol{On\ a : MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + \frac{1}{2}AB^2}$ »



Non convaincu de la véracité de cette propriété, il soumet ses inquiétudes à son professeur de maths.
Après observation, ce dernier affirme que c'est le théorème de la médiane que les acquis sur le produit scalaire peuvent permettre de le démontrer.
Justifie donc ce théorème en répondant aux questions suivantes :

1) Justifie que $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{IB} = \frac{1}{4}AB^2$.
2) En utilisant l'égalité de Chasles, montre que :
   a) $\overrightarrow{MA}^2 = MI^2 + IA^2 + 2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IA}$.
   b) $\overrightarrow{MB}^2 = MI^2 + IB^2 + 2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IB}$
3) Déduis-en que $MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + \frac{1}{2}AB^2$

Prof : M. ASSI K.