Lycée classique d'Abidjan　　　　　　　　　　Année scolaire 2021 2022

DEVOIR SURVEILLE N°1 DE MATHEMATIQUES

Date : Mercredi 13 Octobre 2021　　　　　　Durée : 2H

EXERCICE 1

Répond par vrai ou faux aux affirmations suivantes :

1) f est une fonction continue et strictement croissante sur I. Pour tout nombre réel m élément de f(I), l'équation f(x) = m admet au moins une solution dans I

2) f est une fonction croissante sur un intervalle de la forme $[A ; +\infty[$, la limite de f en $+\infty$ est infini.

3) Soif f une fonction strictement décroissante sur l'intervalle [a ; b]. L'image de l'intervalle [a ; b] est l'intervalle [f(b) ; f(a)]

4) La droite d'équation y = x – 2 est asymptote à la courbe de f en $+\infty$ soit l fonction f définie de $f(x) = 2x\sqrt{\dfrac{x}{x-1}} - x$

EXERCICE 2

Pour chacune des questions suivantes une seule réponse est exacte. Donne le numéro de la question et la lettre indiquant la réponse correcte. Aucune justification n'est demandée.

1) G = {(A, 2) ; (B, 2) ; (C, 3) ;(D ; 3)}, I le milieu de [AB] et J celui de [CD] alors :

a) G est le milieu de [IJ]　　b) $G \in [IJ]$　　c) G = bar {(I, 6) ; (J, 4)}　　d) $G \notin (IJ)$

2) A, B, C et D quatre points, G centre de gravité de ABC pour tout point M :

$\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} - 3\overline{MD} =$

a) $3\overline{DG}$　　b) $3\overline{GD}$　　c) $6\overline{MA}$　　d) $\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD}$

3) ABC est un triangle et G= {(A, 2) ; (B, -3) ; (C, 5)} . L'ensemble des points M du plan tels que $\left\|2\overline{MA} - 3\overline{MB} + 5\overline{MC}\right\| = \left\|3\overline{MA} - 3\overline{MB}\right\|$ est :

a) le point G　　b) la médiatrice de [AB]　　c) un cercle de centre G　　d) l'ensemble vide.

4) ABC est un triangle équilatéral de coté 4 cm. l'ensemble des points M du plan tels que $2MA^2 - MB^2 - MC^2 = 16$ est :

a) l'ensemble vide　　b) le plan　　c) une droite　　d) un cercle

EXERCICE 3

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ et donnée par le tableau de variation ci-dessous.

x	$-\infty$		2 ‖		3		5		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-4	$\nearrow$	4

1) Soit h la fonction définie par $h(x) = g(2 + \frac{1}{x})$ et f la fonction définie par $f(x) = g(\frac{2+5x^2}{3+x^2})$

Calcule la limite de h en $-\infty$ et celle de f en $+\infty$

2) Détermine $g(]2;5[)$ et $g(]2;+\infty[)$

3) a) Justifie que la restriction de g à $]3;5[$ est une bijection sur un intervalle K à préciser.

b) Dresse le tableau de variation de g^{-1} la bijection réciproque de g.

4) a) Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]-\infty;2[$

b) Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution β dans $]2;+\infty[$

c) Donne le signe de $g(x)$ pour tout x élément de $\mathbb{R} \setminus \{2\}$

EXERCICE 4

L'unité de longueur est le centimètre.

Dans le plan orienté, on considère un carré ABCD de centre K tel que $AB = 3$.

On note E le milieu du segment [BC] et G le barycentre des points pondérés (A,4),(B,-1) et (D,-1).

1. a) Démontre que A est le milieu du segment [KG]

b) Justifie que $GB^2 = \frac{45}{2}$

c) Justifie que $GB = GD$

d) Détermine et construis l'ensemble (Γ_1) des points M du plan tels que :

$$4MA^2 - MB^2 - MD^2 = 9$$

2) a) Justifie que : $AE = \frac{3\sqrt{5}}{2}$

b) Démontre que pour tout point M du plan : $3MA^2 - 2MB^2 - MD^2 = -27 + 4\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AE}$

c) Détermine et construis l'ensemble (Γ_2) des points M du plan tels que

$$3MA^2 - 2MB^2 - MD^2 = 63$$