OUVRAGE COLLABORATIF

100% GRATUIT

MATHEMATIQUES en 2^{nde} A

Cours • Exercices

Conformes au nouveau programme en vigueur au Cameroun

Groupe WhatsApp

LES GRANDS PROFS DE MATHS

3EME EDITION

AVANT PROPOS

Dans un contexte où l'insertion dans le monde de l'emploi est devenu de plus en plus difficile, beaucoup d'Etats ont compris qu'en ce qui concerne le système éducatif, il faut mettre l'apprenant au centre de la construction du savoir ; il faut une école soucieuse d'outiller les apprenants afin qu'ils puissent faire face à des situations de vie réelles, complexes et diversifiées. À la place d'une école coupée de la société, il faut une école intégrée, soucieuse du développement durable, et qui prend en compte les cultures et les savoirs locaux. C'est ainsi que dès 2014, le Cameroun a emboité le pas à d'autres pays africains et a ouvert les portes à l'APC qui remplacera progressivement l'APO jusqu'en classe de terminale en 2020. Pour le gouvernement, c'est un outil majeur pour atteindre l'émergence en 2035. Un groupe de jeune enseignant soucieux de l'éducation en Afrique en générale et au Cameroun en particulier a donc décidé de ne pas rester spectateur et de jouer les premiers rôles dans ce processus.

Cet ouvrage et toute la collection de la 6ème en Tle est l'œuvre d'un groupe d'enseignant dynamique et rompu à la tâche. Ils sont réunis dans un forum whatsapp dénommé « Grang profs de maths (GPM) ». Cette 3ème édition est le fruit de l'un de ces objectifs majeurs ; une conséquence de trois mois et demi de travail dont la partie intense s'étend du 27/07/2020 au 05/10/2020 (date de la rentrée scolaire au Cameroun.)

Destinés exclusivement à l'usage de l'enseignant, les documents de cette édition n'ont pas la prétention de remplacer les livres inscrits au programme, mais d'être le complémentaire de ces derniers. Chaque leçon de cette édition respecte les dernières mises à jours qu'ont connu l'APC qui est encore jeune et en mutation au Cameroun. Ainsi, dans toutes les leçons de cette 3ème édition, il existe une forte corrélation entre la situation problème et une partie de l'activité d'apprentissage donc l'objectif est non seulement d'installer les ressources de la leçon, mais aussi de résoudre le problème posé dans la situation problème.

Cette édition doit son succès à un groupe d'enseignants de mathématiques exerçant dans toutes les régions du Cameroun. Une mention spéciale est à décerner à tous les chefs d'ateliers qui ont travaillé inlassablement pour mener ce projet à bon port ; aux administrateurs, surtout **M. Pouokam Léopold Lucien** qui a su remobilisé les troupes quand le déroulement des travaux a connu un coup à cause de la rentrée scolaire. Difficile de ne pas mentionner l'un des pédagogues dont la contribution pour la fusion des documents a été capitale, il s'agit de **M. Ngandi Michel**. Nous ne saurons terminer sans féliciter les acteurs principaux, ceux-là qui ont cru en ce projet, y ont consacré leur précieux temps et leur savoir-faire, non seulement dans la réalisation d'au moins l'un des 185 chapitres du projet mais aussi pour les critiques constructives qui ont permis d'optimiser la qualité des cours produits.

La perfection étant utopique, nous avons l'intime conviction et le ferme espoir que les éventuelles coquilles que pourrait contenir un document de cette collection, rencontreront l'indulgente compréhension des utilisateurs. Pour ainsi dire, nous serons ouverts aux suggestions et critiques constructives.

Tous les enseignants ou passionnés des mathématiques désirant faire partir de la famille « GPM » et disponible à participer aux futurs projets du groupe sont priés de bien vouloir écrire à l'un des administrateurs ci-dessous : **M. Guela Kamdem Pierre (697 473 953 / 678 009 612), M. Pouokam Léopold Lucien(696 090 236 / 651 993 749), M. Tachago Wabo Wilfrid Anderson(699 494 671) et M. Mpengsoui Amara Henri Christian (674 532 274/ 697 608 528).**

NB : toute utilisation d'un document de cette collection à but lucratif est formellement proscrite.

Les auteurs.

Liste des enseignants ayant participé au projet dans l'atelier Seconde littéraire sous la coordination de M. POUOKAM NGUEGUIM Léopold Lucien

CHAPITRES	NOMS ET PRENOMS	NUMEROS
CALCUL DANS ℝ	KOMEDJOU KADJOU GEORGINOT	694457331
EQUATIONS ET INÉQUATIONS	TODEM YVES MARTIAL	697 557 615
CALCUL LITTÉRAL	TAGAGOUM COLINCE YANNICK	695 165 158/ 679 588 972
FONCTIONS	KAMGANG FOZING ARNAULD IVAN	696 090 236/ 651 993 749
PROPORTIONNALITÉ	MENOUNGA THIERRY	697 002 232
DÉNOMBREMENT	MOUSSI BECLARD	698166716
STATISTIQUE	AGOUANET FRANKLIN PLATINI	693229842/678203188

Sommaire

Calcul dans ℝ………………………………………………………………………

Equations et inéquations……………………………………………………………

Calcul littéral…………………………………………………………………..
Fonctions…………………………………………………………………………

Proportionnalité…………………………………………………………………

Dénombrement…………………………………………………………………….

Statistique…………………………………………………………………………

MODULE17: RELATIONSETOPÉRATIONSFONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES RÉELS

Chapitre1: CALCULS DANS ℝ

MOTIVATION :

Au quotidien, nous sommes appelés à utiliser les nombres pour compter, comparer, partager… ce cours nous donne des outils pour pouvoir le faire aisément.

Leçon1: ℝ et ses sous-ensembles — *Durée : 50 minutes*

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES :

Identifier un nombre entier naturel, un nombre entier relatif, un nombre décimal, un nombre rationnel, un nombre irrationnel et un nombre réel.

PRÉ-REQUIS :

Qu'est-ce qu'un nombre entier naturel….C'est un nombre qui permet de compter les êtres vivants, les objets…,un nombre entier relatif…c'est un nombre entier précédé d'un signe, un nombre décimal…c'est un nombre qui admet une partie entière et une partie décimale(finie de chiffres), un nombre rationnel … c'est nombre qui s'écrit sous la forme $\frac{a}{b}$…. Donner la notation de chacun de ses ensembles puis 5 nombres de chacun de ces ensembles…. ℕ ... ℤ ... 𝔻 ... ℚ

SITUATION DE VIE :

Monsieur Géorginot a acheté 42 pains qu'il désire partager équitablement aux employés qu'il trouvera au chantier. Son grand frère lui dit que s'il trouve 14 employés alors chacun aura un nombre entier de pains s'il trouve 16 employés alors chacun aura un nombre décimal de pain mais s'ils sont au nombre de 18 alors chacun aura un nombre rationnel de pains. A t'il raison ?

ACTIVITÉ D'APPRENTISSAGE :

Rendre irréductible chacune des fractions suivantes :

$$\frac{42}{14};\ \frac{42}{16};\ \frac{42}{18}$$

Solution

$$\frac{42}{14} = 3; \qquad \frac{42}{16} = \frac{21}{8}; \qquad \frac{42}{18} = \frac{7}{3}$$

RÉSUMÉ :

ℕ désigne l'ensemble des nombres entiers naturels exemple :0 ;1 ;2 …

ℤ désigne l'ensemble des nombres entiers relatifs : ce sont des nombres entiers naturels précédés ou pas du signe + ou -. Exemples : -1000 ; -1 ; 0 ; 1 ; 14

𝔻 désigne l'ensemble des nombres décimaux. Un nombre décimal est un nombre pouvant se mettre sous la forme $a \times 10^n$ où a et n sont des nombres entiers.

ℚ désigne l'ensemble des nombres rationnels. Un nombre rationnel est un nombre pouvant se mettre sous la forme $\frac{a}{b}$ où $a\ et\ b$ sont des nombres entiers relatifs.

Certains nombres ne sont pas des nombres rationnels ils sont dits irrationnels Exemple : $\sqrt{2};\ \sqrt{7};\ \sqrt{27};\ \pi$

L'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels est l'ensemble constitué des nombres rationnels et des nombres irrationnel.

Remarque : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

EXERCICE D'APPLICATION :

Recopier le tableau suivant puis compléter les cases vides par $\in$ *ou* $\notin$

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
55					
4,69					
$\sqrt{10}$					
$-\frac{24}{6}$					
$-\frac{20}{3}$					
- 23					
$\sqrt{36}$					

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES :

Effectuer des calculs élémentaires sur les nombres rationnels et les radicaux.

PRÉ-REQUIS :

Quel est le résultat de la somme des carrés de 2 et 3, diminué de 25 ?

Solution : $2^2+3^2-25=4+9-25=-12$

SITUATION DE VIE :

Monsieur Komedjou dispose d'un terrain ayant la forme d'un triangle rectangle dont L'hypoténuse mesure $5\sqrt{13}\,m$. Un coté de l'angle droit mesure $15\,m$. La moisissure a effacé la mesure de l'autre coté de l'angle droit.

Monsieur Komedjou aimerait connaitre l'aire de son terrain en fin de le mettre sur le marché. Aide-le.

ACTIVITÉ D'APPRENTISSAGE :

ABC est un triangle rectangle en A tel que $BC=2\sqrt{41}\ cm$; $AB=10\ cm$

a) Déterminer AC
b) Déterminer l'aire de ce triangle
c) Déterminer le périmètre de ce triangle

Solution

a) Le triangle ABC est rectangle en A ; d'après Pythagore, $BC^2=AB^2+AC^2$ on a donc $AC^2=BC^2-AB^2=(2\sqrt{41})^2-10^2=164-100=64$ d'où $AC=8cm$

b) $A_{ABC}=\frac{AB\times AC}{2}=\frac{10\times 8}{2}=40$ d'où $A_{ABC}=40cm^2$

c) $P_{ABC}=AB+AC+BC=10cm+2\sqrt{41}cm+8cm$ = (18+2$\sqrt{41}$) cm

RÉSUMÉ

❖ Soient a et b deux nombres réels, m et n deux nombres entiers. On a : $a^0=1\ avec\ a\neq 0$;
$a^n=a\times a\times a\times\ldots\times a\ (n\ facteurs)$; $a^{-n}=\frac{1}{a^n}\ (a\neq 0)$. $a^n\times a^m=a^{n+m}$;
$(a^n)^m=a^{n\times m}$; $(a\times b)^n=a^n\times b^n$

❖ Soient a et b deux nombres réels strictement positif. On a $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$; $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$;
$\sqrt{a^2}=a$; $\sqrt{a}\times\sqrt{a}=a$

❖ Pour tout nombre réel a, on a $\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a & si\ a\geq 0\\ -a & si\ a\leq 0\end{cases}$

❖ Soient $a, b, c\ et\ d$ quatre nombres réels on a

$$a\sqrt{b}+c\sqrt{b}=(a+c)\sqrt{b}\ ;\ \frac{a+\sqrt{b}}{c+\sqrt{d}}=\frac{(a+\sqrt{b})(c-\sqrt{d})}{(c+\sqrt{d})(c-\sqrt{d})}\ (avec\ c\geq 0\ et\ d\geq 0)$$

Remarque : généralement, pour tous nombres réels positifs $a\ et\ b$, $\sqrt{a+b}\neq\sqrt{a}+\sqrt{b}$

Illustration $\sqrt{\mathbf{16+9}} \neq \sqrt{\mathbf{16}} + \sqrt{\mathbf{9}}$

EXERCICE D'APPLICATION :

1) Recopier et compléter : $5^4 \times 5^9 = 5^{\cdots\cdots}$; $\frac{7^8}{7^2} = 7^{\cdots\cdots}$; $(12^5)^3 = 12^{\cdots\cdot}$
2) Ecrire les nombres suivants sans racine carrée au dénominateur : $A = \frac{2}{\sqrt{5}}$; $B = \frac{3+\sqrt{5}}{4+\sqrt{2}}$; $C = \frac{3-2\sqrt{7}}{13+9\sqrt{11}}$
3) Calculer le périmètre et l'aire d'un carré de coté $3\sqrt{7}cm$
4) Calculer le périmètre et l'aire d'un rectangle de largeur $2\sqrt{5} + 3\sqrt{2}$ et de longueur $3\sqrt{5} + 2\sqrt{2}$

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES :

-Comparer deux nombres réels
-Encadrer une somme, une différence, un produit et un quotient

PRÉ-REQUIS :

1/ Effectue $\frac{6}{7}$ - $\frac{5}{3}$...$\frac{18-35}{21}=\frac{-17}{21}$; $5+\frac{6}{7}$ ...$=\frac{35+6}{7}=\frac{41}{7}$; $5\times\frac{6}{7}\ldots+\frac{5\times6}{7}=\frac{30}{7}$; $\sqrt{47}^{2}\ldots=47$

2/ compare $\frac{6}{7}$ et $\frac{5}{7}$ ... $\frac{6}{7}>\frac{5}{7}$

SITUATION DE VIE :

Votre voisin a une parcelle de terrain rectangulaire de 15m de long et 12m de large .Votre père prévoit d'acheter une partie de cette parcelle, Le voisin dit qu'il peut vendre au minimum une parcelle de 7 m de long et 6m de large ; le reste de la parcelle pouvant être exploité pour son agriculture familiale .Le m² est vendu à 5000FCFA, quelles sont les marges d'argent que votre père doit débourser pour cet achat ?

ACTIVITÉ D'APPRENTISSAGE :

Activité 1 :

1/Soient les nombres rationnels suivants a= $\frac{145}{7}$, b= $\frac{166}{8}$

i-Effectue (a-b) puis compare le résultat à zéro

ii- Ecris a et b au même dénominateur et compare les .Pouvais tu arriver au même résultat dès la question i ?

2/ a- Compare $\frac{2}{9}$ et $\frac{5}{9}$

b-Compare ensuite $\frac{2}{9}+3$ et $\frac{5}{9}+3$; $\frac{2}{9}\times 3$ et $\frac{5}{9}\times3$, $\frac{2}{9}\times(-3)$ et $\frac{5}{9}\times(-3)$

c- Que constates tu sur les natures inégalités obtenues avec celle de l'inégalité obtenue à la question a ?

3/ a- On sait que $\sqrt{5}\approx 2{,}23$. Calcule $2{,}23-3$ puis déduit la comparaison de $\sqrt{5}$ et 3

b-Calcule et compare $(3)^2$ et $(\sqrt{5})^2$ .L'inégalité obtenue est -elle du même sens que pour $\sqrt{5}$ et 3 ?

c- De même, calcule et compare $(\sqrt{5})^2$ et $(\sqrt{3})^2$. L'inégalité obtenue est -elle du même sens que pour $\sqrt{5}$ et $\sqrt{3}$?

Activité 2 :

Soit x et y deux nombres réels tels que (A) $7\leq x\leq 15$ et (B) $6\leq y\leq 12$

1/ Additionne membre à membre les termes des inégalités (A) et (B), en déduis l'encadrement de x+ y
2/a)Multiplie membre à membre les termes des inégalités (A) et (B), en déduis l'encadrement de $x\times y$
b) Soit un réel z vérifiant les inégalités (C) $-9\leq z\leq -5$. Peux-tu utiliser la méthode de la question précédente pour encadrer $y\times z$? Justifie.
3/a)A partir des inégalités (B), encadre –y en multipliant les termes de (B) par -1, puis met le sous la forme croissante.

b) Encadre ensuite $x + (-y)$ comme à la question **1).** En déduis l'encadrement de $x - y$

4/ a) A partir des inégalités (B), encadre $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{y}}$ en faisant l'inverse des termes des inégalités (B), puis met le sous la forme croissante.

b) Encadre ensuite $\boldsymbol{x} \times \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{y}}$ comme à la question **2-a).** En déduis l'encadrement de $\frac{\mathbf{x}}{\mathbf{y}}$.

5/ a) Donner l'expression de l'aire du garage en fonction de *x* et *y*.

b) Détermine alors les marges d'argents que doit débourser votre père ?

RÉSUMÉ :

Propriétés sur la Comparaison :

P_1 : Soient a , b et c des nombres rationnels,

$a - b = 0$ signifie $a = b$; $a - b < 0$ signifie $a < b$; $a - b > 0$ signifie $a > b$

$a < b$ signifie $a + c < b + c$

Si $a < b$ et $c > 0$ $alors$ $a \times c < b \times c$; Si $a < b$ et $c < 0$ $alors$ $a \times c > b \times c$

Exemple 1 : Comparons $-19{,}25$ et $-19{,}06$; $\frac{-2}{3}$ et $\frac{-4}{3}$; $\frac{10}{3}$ et $\frac{20}{3}$

On a $(-19{,}25) - (-19{,}06) = -0{,}19 < 0$ d'où $-19{,}25 < -19{,}06$

$\frac{2}{3} < \frac{4}{3}$, en multipliant les deux membres par -1< 0 on obtient $\frac{-2}{3} > \frac{-4}{3}$

$\frac{2}{3} < \frac{4}{3}$ en multipliant les deux membres par $5 > 0$ on obtient $\frac{10}{3} > \frac{20}{3}$

P_2 : deux nombres réels positifs sont rangés dans le même ordre que leurs carrées

Exemple 2 : Comparer 7 et $\sqrt{8}$; $\sqrt{82}$ et $\sqrt{58}$

Règles sur l'encadrement :

R_1 : Pour encadrer une somme x+y connaissant les encadrements de x et y il suffit d'additionner membre à membre les termes des deux encadrements.

Exemple: On donne $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$ et $1{,}414 \leq \sqrt{2} \leq 1{,}415$, encadrer $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

R_2 : Pour encadrer un produit $x \times y$ connaissant les encadrements de x et y, il suffit de multiplier membre à membre les termes des deux encadrements à condition que tous ces termes soient strictement positifs.

Exemple: On donne $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$ et $1{,}414 \leq \sqrt{2} \leq 1{,}415$, encadrer $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$

R_3 : Pour encadrer une différence *x* - *y* connaissant les encadrements de x et y ,il suffit d'encadrer d'abord –y , ensuite *x*+*(-y)* .

Exemple: On donne $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$ et $1{,}414 \leq \sqrt{2} \leq 1{,}415$, encadrer $\sqrt{2} - \sqrt{3}$

R_4 : Pour encadrer un quotient $\frac{x}{y}$ connaissant les encadrements de x et y il suffit d'encadrer d'abord $\frac{1}{y}$, ensuite $x \times \frac{1}{y}$.

Exemple: On donne $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$ et $1{,}414 \leq \sqrt{2} \leq 1{,}415$, encadrer $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

EXERCICE D'APPLICATION

1/ Sachant que$1{,}41 \leq \sqrt{2} \leq 1{,}42$, donner un encadrement d'ordre 2 de $D = 4 - 3\sqrt{2}$

2/ Sachant que $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$ et $1{,}414 \leq \sqrt{2} \leq 1{,}415$, encadrer $F=\sqrt{3} + 5\sqrt{2}$ et $G = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

3/ Comparer 11 et $\sqrt{120}$ puis déduire le signe de $\sqrt{120}$ -11

4/ Ecrire simplement $\sqrt{(\sqrt{120} - 11)^2}$.

Chapitre2: EQUATIONS, INEQUATIONS ET SYSTEMES D'EQUATIONS

INTERET :

Ce cours facilite la représentation, la détermination des quantités et l'identification des objets par des nombres.

MOTIVATION :

Dans la vie, nous sommes confrontés à Déterminer les dimensions d'un terrain, à partager des biens, à vérifier une facture ; à comparaison des prix des objets…

Ce cours vous permettra de mieux gérer ce type de problème, d'être plus autonome et de s'assurer comme un membre responsable d'une famille et d'une société.

Leçon 1 : Équations-inéquations dans ℝ. Durée : 50 minutes

OBJECTIFS PEDAGOGIQUES :

- Résoudre une équation du premier degré ou celle se ramenant à une équation de premier degré dans IR.
- Résoudre une inéquation de premier degré dans IR.
- Faire un tableau de signe d'un polynôme.

PREREQUIS:

Résous les équations et inéquations suivantes :
4x + 7 = 0 ; x – 8 = 10 ; 3x < 12 ; x > -2x+ 5

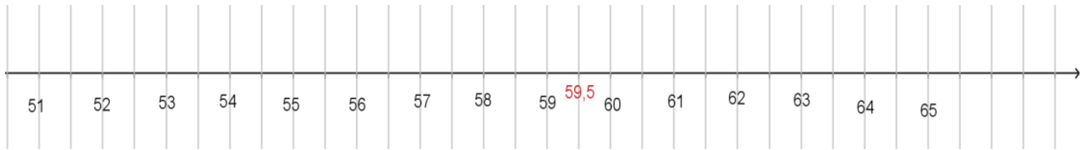
SITUATION PROBLEME :

Votre père a oublié le code de sa carte bancaire. Aidez-le à le retrouver sachant que ce nombre est l'unique nombre entier pair vérifiant l'inégalité $|x-59{,}5|<5{,}5$.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

A- On se propose de résoudre : $|x-59{,}5|=5{,}5$ *et* $|x-59{,}5|<5{,}5$

1- $|x-59{,}5|=5{,}5$ représente la distance de x à 59,5. Soit la droite graduée ci-dessous :



Déterminer deux nombres réels t et y tels que la distance de x à 59,5 soit 5,5.

2- Recopie et complète :

$|x-59{,}5|=5{,}5$ équivaut à $\mathrm{x}-59{,}5=5{,}5$ ou $\mathrm{x}-59{,}5=\cdots$

Donc $x=\cdots$ *ou* $x=\cdots$. Compare les résultats avec le 1-.

3- *Déterminer trois nombres réels x, y et z tels que la distance de 59,5 à chacun de ces nombres soit inférieure à 5,5.*

4- *Détermine la plus petite valeur et la plus valeur de x telles que la distance de 59,5 à x soit inférieure à 5,5.*

5- *En déduire la solution de l'inéquation* $|x - 59{,}5| < 5{,}5$.

6- *Recopie et complète :* $|x - 59{,}5| < 5{,}5$ *équivaut à* $\ldots < x - 59{,}5 < 5{,}5$

Equivaut à $\ldots < x < \cdots$ *Donc* $s =]\ldots;\ldots[$. *Compare ce résultat à 5- .*

B- 1) On se propose de déterminer le signe de $s(x) = 3x - 9$ *et* $p(x) = -5x - 10$

a) Résoudre les équations $s(x) = 0$ *et* $p(x) = 0$.

b) Recopie et complète les tableaux ci-dessous par les signes $+$ ou $-$:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
s(x)=3x-9	....	0	......

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
p(x)=-5x-10	....	0	......

2) On se propose de résoudre : (E): $\frac{x-2}{-3x+1} = 2$ *et* $\frac{x-2}{-3x+1} \geq 2$.

a) Détermine la condition d'existence de $\frac{x-2}{-3x+1}$.

b) Annuler le second terme de (E) en ajoutant -2 de chaque côté de l'égalité puis réduire le côté gauche de l'égalité au même dénominateur.

c) *En déduire la valeur de x qui annule le numérateur.* Cette valeur est la solution de (E) si elle est différente de la valeur qui annule le dénominateur.

d) Recopie et complète le tableau de signe ci-dessous et en déduire la solution de (I)

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$\frac{4}{7}$		$+\infty$
7x-4		....		....	0	....	
-3x+1		....	0	....		....	
$\frac{7x-4}{-3x+1}$		....	‖	....	0	....	

RESUME :

❖ Le tableau de signe du polynôme $P(x) = ax + b$ est donné par le tableau ci-dessous

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$		$\frac{4}{7}$	$+\infty$
$7x-4$	....		....	0	....
$-3x+1$	....	0	....		....
$\frac{7x-4}{-3x+1}$	....	‖	....	0	....

❖ Equation et inéquation du type $\frac{ax+b}{cx+d} = e$ *et* $\frac{ax+b}{cx+d} \leq e$.

- Avant de commencer à résoudre, il faut déterminer l'ensemble de définition, c'est à dire des valeurs de x pour lesquelles le quotient existe. Cela revient à déterminer la ou les valeurs interdites, c'est à dire les valeurs de x qui annulent le dénominateur.
- Après avoir déterminé l'ensemble de définition, comme le second terme n'est pas nul, il faut donc l'annuler. On réduit ensuite au même dénominateur de façon à n'avoir qu'une seule fraction.
- On déduit enfin l'ensemble solution après avoir établir le tableau de signe s'il s'agit d'une inéquation. S'il s'agit d'une équation, la solution est la valeur qui annule le numérateur.

❖ Equations ou inéquations du type $|ax+b| = c$ *ou* $|ax+b| < c$.

- $|ax+b| = c$ est équivalente à $ax+b = c$ *ou* $ax+b = -c$.

Remarque : 1) Si $c < 0$, alors $S = \emptyset$.

2) Si $c = 0$, alors $S = \left\{\frac{-b}{a}\right\}$.

- $|ax+b| < c$ est équivalente à $-c < ax+b < c$ et après $\frac{-c-b}{a} < x < \frac{c-b}{a}$.

Enfin, $S = \left]\frac{-c-b}{a} ; \frac{c-b}{a}\right[$

Remarque : 1) Si l'inégalité est large ($|ax+b| \leq c$), alors $S = \left[\frac{-c-b}{a} ; \frac{c-b}{a}\right]$.

2) Si $c < 0$, alors $S = \emptyset$.

3) Si $c = 0$, alors $|ax+b| \leq 0$ a pour solution $S = \left\{\frac{-b}{a}\right\}$

tandis que $ax+b < 0$ a pour solution $S = \emptyset$.

EXERCICE D'APPLICATION :

1- Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

a) $\frac{6x-5}{x-2} = 0$; $b)$ $\frac{-2x+5}{3x-2} = 6$; $c)$ $\frac{10x-4}{7x-2} \leq 0$; $d)$ $\frac{9x-3}{5x-2} \geq -3$;
$e)$ $|2x-5| = 10$; $f)$ $|8x-16| = 0$; $g)$ $|7x+5| = -11$; $h)$ $|x-15| < 2$;
$i)$ $|3x+2| < 0$; $j)$ $|2x-2| \leq 0$.

2- Solution situation problème

Devoir à faire à la maison.

MOTIVATION :

De nombreux problèmes dans la vie se modélisent par un système de deux équations à deux inconnues dans ℝ. Cette leçon donne des techniques pour résoudre un système de deux équations à deux inconnues.

OBJECTIFS PEDAGOGIQUES :

- Résoudre un système d'équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ en utilisant la méthode par substitution ou par combinaison linéaire.
- Vérifier qu'un couple de réels est solution ou pas d'un système d'équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.
- Utiliser les systèmes d'équations pour résoudre un problème concret.

PREREQUIS:

Résous les équations suivantes :

$$3x-5=12\ ;\ -12x+5=-4\ ;\ 4(x+7)=2+5(x-8)\ ;\ -3t+7=7(t-5)+2$$

SITUATION PROBLEME :

Paul achète 3 cahiers et 7 crayons à 875 frs. dans la même boutique, jean achète 4 cahiers et 3 crayons à ensemble 850 frs ; Quel est le prix d'un cahier et le prix d'un crayon dans cette boutique?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE:

1- On considère le système :$(s)\begin{cases}3x+7y=875\\4x+3y=850\end{cases}$

a) Dans chacune des équations, remplace x par 175 et y par 50 respectivement.

b) Que remarques-tu ? On dit que (175 ; 50) est la solution de (S).

2- Soit à résoudre le système :$(s)\begin{cases}3x+7y=875 & (1)\\4x+3y=850 & (2)\end{cases}$ par la méthode par combinaison linéaire.

a) Multiplie l'équation (1) par 4 et l'équation (2) par -3.

b) Additionne membre à membre les deux équations obtenues.

c) En déduire les valeurs exactes de y et x.

3- Soit à résoudre le système :$(s)\begin{cases}3x+7y=875 & (1)\\4x+3y=850 & (2)\end{cases}$ par la méthode par substitution.

a) De l'équation (1), exprime x en fonction de y. On obtient $=-\frac{7}{3}y+\frac{875}{3}$.

b) Substitue x à cette valeur dans l'équation (2). On obtient :

$$4(-\frac{7}{3}y+\frac{875}{3})+3y=850.$$

c) Résout l'équation $-\frac{19}{3}y=-\frac{950}{3}$

d) En déduire la valeur de x.

RESUME :

❖ Un système d'équations linéaires de deux équations à deux inconnues, est une expression de la forme :$(s)\begin{cases}ax+by=c\\a'x+b'y=c'\end{cases}$ où $a,b,c,a',b',c'\in\mathbb{R}$.

- Un couple $(x\,;\,y)$ est solution de (S) s'il vérifie simultanément les deux équations.
- Pour résoudre un système de deux équations à deux inconnues, on peut utiliser la méthode par substitution ou par combinaison linéaire.
- (S) peut admettre un unique couple solution, une infinité de solution ou aucune solution (dans ce cas, on écrit $= \emptyset$)

EXERCICES D'APPLICATION :

Exercice 1 : Résous les systèmes suivants :

$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x - 3y = -4 \end{cases}$; $\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ -4x + 6y = 7 \end{cases}$; $\begin{cases} 0{,}5x - 7 = 6 \\ x - 2y = 12 \end{cases}$

Exercice 2 : Situation problème

On désigne par x le prix d'un cahier et par y celui d'un crayon.

a) Exprimer en fonction de x et y le prix d'achat total de Paul.

b) Exprimer en fonction de x et y le prix d'achat total de jean.

c) En déduire par une méthode de ton choix la valeur de x et de y puis conclure.

Exercice 3 :

Une salle de spectacle propose deux sortes de spectacles : pièces de théâtre ou concert. Toutes les places sont au même prix mais le tarif n'est pas le même s'il s'agit d'une pièce de théâtre ou s'il s'agit d'un concert. Alexandre réserve 2 places pour une pièce de théâtre et 4 places pour un concert, il paie 170 €. Bérénice réserve 3 places pour une pièce de théâtre et 2 places pour un concert, elle paie 135 €. Quels sont les tarifs respectifs pour une pièce de théâtre ou pour un concert ?

Devoir à faire à la maison.

Leçon 3 : Résolution graphique des équations et inéquations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
Durée : 50 minutes

MOTIVATION :

De nombreux problèmes de la vie conduisent à la résolution d'un système d'inéquations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Cette leçon décrit des méthodes de résolution.

OBJECTIFS PEDAGOGIQUES :

Résoudre graphiquement un système d'équations linéaires et des inéquations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

PRE REQUIS :

1- *Résoudre les inéquations suivantes :* $7x - 2 \leq 4$; $-6x + 4 > 7$

2- Représenter graphiquement les droites dont voici les équations cartésiennes :

$(D_1): 2x + 3y - 5 = 0$; $(D_2): y = x - 1$; $(D_3): x = -3$; $(D_4): y = 3$

SITUATION PROBLEME :

La direction d'une usine de meubles a constaté qu'il y a des temps morts dans chacun des départements de l'usine. Pour remédier à cette situation, elle décide d'utiliser ces temps morts pour fabriquer deux nouveaux modèles de bureaux, M_1 et M_2. Les temps de réalisation pour chacun de ces modèles dans les ateliers de sciage, d'assemblage et de sablage ainsi que les temps libres dans chacun de ces ateliers sont donnés dans le tableau ci-dessous. Ces temps représentent le nombre d'heures nécessaires à un homme pour effectuer le travail. Les profits que la compagnie peut réaliser pour chacun de ces modèles sont de 300 FCFA pour M_1 et de 200 FCFA pour M_2.

	M_1	M_2	Temps libre
Sciage	1	2	20
Assemblage	2	1	22
Sablage	1	1	12

La direction désire déterminer combien de bureaux de chaque modèle elle doit fabriquer pour maximiser son profit.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE:

On se propose de résoudre graphiquement :

$$(S) : \begin{cases} 2x + 4y = 40 \\ 4x + 2y = 44 \end{cases} ; \quad (I) : \begin{cases} x + 2y \leq 20 \\ 2x + y \leq 22 \\ x + y \leq 12 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

1) a) Résoudre par combinaison linéaire (S).

b) Représenter dans un même repère orthonormé les droites suivantes :

$(D1) : x + 2y = 20$; $(D2) : 2x + y = 22$; $(D3) : x + y = 12$

c) Déterminer les coordonnées du point A, intersection des droites $(D1)$ et $(D2)$ puis comparer ces coordonnées à la solution de (S) déterminée au a).

2) a) Choisir par ses coordonnées un point dans le demi-plan contenant le point (0,0), reporte les coordonnées dans l'inéquation : $x + y \leq 12$. L'inégalité obtenue est-elle juste ?si oui, hachurer le demi-plan contenant (0,0) et délimité par la droite (D1), sinon hachurer le demi-plan opposé. La partie hachurée est la solution de l'inéquation $x + y \leq 12$.

b) Quel couple de point $(x ; y)$ de la zone solution de (S) rend maximal l'expression $P = 300x + 200y$.

RESUME :

❖ Pour résoudre graphiquement un système d'équation de la forme : $(s)\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ où $a, b, c, a', b', c' \epsilon \mathbb{R}$, on trace dans un repère orthonormée les droites d'équations : $ax + by = c$ et $a'x + b'y = c'$.

1- Si les deux droites sont sécantes, alors les coordonnées du point d'intersection représentent l'ensemble solution.

2- Si les deux droites sont parallèles, alors le système n'admet pas de solution.

3- Si les deux droites sont confondues, alors le système admet une infinité de solution qui est l'ensemble de tous les points se trouvant sur l'une des droites.

❖ Pour résoudre graphiquement une inéquation de 1er degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ $(ax + by + c < 0)$, on représente d'abord dans un repère orthonormé la droite d'équation $ax + by + c = 0$, cette droite divise le plan en deux demi-plans. On hachure ensuite le demi-plan contenant un point de coordonnées rendant vrai l'inéquation. Cette partie hachurée est la solution de l'inéquation.

❖ Pour résoudre graphiquement un système d'inéquation de premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, on résout chaque inéquation :

1- S'il existe une partie du plan hachurée autant de fois que le nombre d'inéquations constituant le système, cette partie est la solution du système.

2- Sinon le système d'inéquation n'admet pas de solution.

EXERCICES D'APPLICATION :

Exercice 1 : Résoudre graphiquement les systèmes suivants :

$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x - 3y = -4 \end{cases}$; $\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ -4x + 6y = 7 \end{cases}$; $\begin{cases} 0{,}5x - y = 6 \\ x - 2y = 12 \end{cases}$; $\begin{cases} x + 2y < 5 \\ 2x - 3y \geq -4 \\ y \geq 0 \end{cases}$

Exercice 2 : solution de la situation problème.

Devoir à faire à la maison.

Chapitre 3 : CALCUL LITTERAL ET POLYNOMES

MOTIVATION :

De nombreuses situations dans la vie : en couture, dans la délimitation des terrains… impose éventuellement l'utilisation du calcul littéral. Ce chapitre nous donnera des outils pour résoudre des situations pareilles.

Leçon 1 : Calcul littéral — Durée : 50 minutes

OBJECTIFS PEDAGOGIQUES :

-Développer ; réduire et factoriser une expression littérale.

-Calculer la valeur numérique d'une expression littérale.

SITUATION PROBLEME :

Mr Albert a un terrain de forme rectangulaire ; sachant que la longueur dépasse la largeur de 3m, exprimer la surface de champ en fonction de la largeur. Calculer la surface de ce champ si la largeur 7,5m.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

On considère les expressions littérales :

$A= (-2x-1)(x + 1)$; $B= 2x^2 + 3x + 1$ et $C= x^2 + 3x + 3$.

a) Développer et réduire A.
b) Calculer la valeur numérique de A pour x=1,5
c) Démontrer que $B=2[(x + \frac{3}{4})^2 - \frac{1}{16}]$. . Déduire la forme factorisée de B.
d) Démontrer que $C = [(x + \frac{3}{2})^2 + \frac{3}{4}]$.. C est factorisable ?

RESUME :

Définitions et exemples

- Factoriser une expression littérale c'est l'écrire sous forme d'un produit de plusieurs facteurs. Exple : $3x^2 - 5x + 1=(x – 2)(3x +1)$.
- Développer et réduire une expression littérale c'est l'écrire sous forme d'une somme de plusieurs expressions littérales. Exples : $(-2x-1)(x + 1) = -2x^2 - 3x - 1$

Propriétés : (identités remarquables) a ; b sont des nombres réels.

- $(a + b)^2 = a^2+ 2ab + b^2$
- $(a – b)^2 = a^2 – 2ab + b^2$
- $(a - b)(a + b) = a^2 – b^2$

Forme canonique: b et c sont des nombres réels ; a non nul.

$P(x) = ax^2+ bx + c$ un polynôme du second degré. La forme canonique de P est l'écrire de P sous la forme

$P(x) = a[(x-\beta)^2 + \mu]$. Avec $a \neq 0$; β et μ des nombres réels.

- Si $\mu \leq 0$; alors P est factorisable
- Si $\mu > 0$; alors P n'est pas factorisable

Exemple : $P(x) = 2x^2 + 4x - 6$
$= 2(x^2 + 2x - 3)$
$= 2[(x + 1)^2 - 1 - 3]$
$P(x) = 2[(x + 1)^2 - 4]$; forme canonique de P, donc factorisable car $-4 \leq 0$.
De plus : $P(x) = 2(x + 1 - 2)(x + 1 + 2)$
$P(x) = 2(x - 1)(x + 3)$;forme factorisée de P.
$Q(x) = x^2 + 3x + 3$
$= [(x + \frac{3}{2})^2 + \frac{3}{4}]$. Donc Q n'est pas factorisable car $\frac{3}{4} > 0$

Fraction rationnelle

C'est une fraction de la forme $p(x) = \frac{n(x)}{d(x)}$. Elle excite ssi $d(x) \neq 0$. Lorsque le numérateur et dénominateurs sont de degré 1, P est appelé fonction homographique

Pour simplifier une fraction rationnelle, on doit factoriser n(x) et d(x).

Exemple : Simplifier $P(x) = \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^2 - 1}$

P existe ssi $x^2 - 1 \neq 0 \Longrightarrow x - 1 \neq 0$ et $x + 1 \neq 0$

$$\Longrightarrow x \neq 1 \text{ et } x \neq -1$$

$$2x^2 + 3x + 1 = (2x + 1)(x - 1)$$

Donc $P(x) = \frac{(2x+1)(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{2x+1}{x+1}$

EXERCICES D'APPLICATIONS :

1) Développer et réduire les expressions littérales suivantes.
a) $(-x + 2)^2$
b) $(2x + 1)(x - 2)$.
c) $5x(x - 2)$.
2) On considère le polynôme $P(x) = 5x(x - 2) - (2x + 1)(x - 2)$
a) Développer et réduire P.
b) Donner l'écriture canonique de P.
c) P est-il factorisable ? Quel est l'ensemble solution de l'équation $P(x) = 0$?
3) On pose $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 4}$
a) Donner la condition d'existence de f.
b) Simplifier f et calculer sa valeur numérique pour $x = -3$.

Leçon 2 : SIGNE D'UN POLYNOME *Duré : 50 minutes*

OBJECTIFS PEDAGOFIQUES:

- Etudier le signe d'un polynôme de degré deux ou trois

-Résoudre une inéquation du second degré à l'aide du tableau de signe.

SITUATION PROBLEME :

Moussa acheté un terrain de forme rectangulaire de plus de 24hm². Il est soucieux de connaitre les dimensions de ce champ ; mais ne sait pas comment faire. Il se rappel au moins que la largeur a 5hm de moins que la longueur.

Moussa a besoin de ton aide pour trouver les dimensions possible de son champ.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

On considère l'inéquation (I) : $x(x + 3) \geq 4$.

a-) Montrer que (I) est équivalente à (I) : $x^2 + 3x - 4 \geq 0$

b-) On pose $p(x) = x^2 + 3x - 4$. Donner la forme canonique de P ; puis le factoriser.

c-) Déduire l'ensemble solution de l'inéquation (I).

RESUME :

- Pour étudier le signe d'un polynôme de degré un (ax + b) ; on résout l'équation ax + b = 0, puis on fait le tableau de signe :

x	$-\infty$	$-b/a$ $+\infty$
$ax + b$	**Signe contraire de a**	**Signe de a**

Exemple : Etudions le signe de $-2x + 1$.

On a : $-2x + 1 = 0 ==> x = ½$

x	$-\infty$	$1/2$ $+\infty$
$-2x + 1$	+	-

- Pour étudier le signe d'un polynôme du second degré $p(x) = ax^2 + bx + c$; on se sert de la forme factorisée en étudiant le signe de chaque facteur, sans oublier le signe du coefficient a :

$P(x) = a(x - \alpha)(x - \beta)$. Pour $\alpha < \beta$ on a :

x	$-\infty$	α	β $+\infty$
a	Signe de a	Signe de a	Signe de a

$x - \alpha$	$-$	$+$	$+$
$x - \beta$	$-$	$-$	$+$
$P(x)$	Produit des signes	Produit des signes	Produit des signes

Exemple : Etudions le signe de p(x) = -2x² + 3x + 2

On a :(on montrer) p(x) = -2(x – 1/2)(x + 2)

x	$-\infty$ $\quad$ -2	$1/2$	$+\infty$
a	$-$	$-$	$-$
$x - \alpha$	$-$	$+$	$+$
$x - \beta$	$-$	$-$	$+$
$P(x)$	$-$	$+$	$-$

Remarque ***:*** Si le polynôme n'est pas factorisable ou que µ (de la forme canonique) est égale à 0 ; le signe de p est celui de a.

EXERCICES D'APPLICATIONS :

1-a) Etudier le signe de $-3x - 1$ et $3/2\,x + 3$.

1-b) Déduire le signe du polynôme $R(x) = (-3x - 1)(3/2\,x + 3)$

1-c) Quel est l'ensemble solution de l'inéquation $(R) < 0$?

2-) « Résoudre la situation problème »

Devoirs du chapitre : livre

Chapitre 4 : GENERALITES SUR LES FONCTIONS

MOTIVATION :

Dans la nature et plus généralement dans la vie, plusieurs choses sont reliées entre elles par exemple, le poids d'une pomme est relié à l'âge quelle a, la luminosité du ciel est essentiellement reliée à l'heure qu'il est, la distance qu'un animal parcours est directement relié à la vitesse à laquelle il court.

En fait la fonction est la façon matheuse d'écrire une relation entre deux objets. Le principe général des fonctions mathématiques est basé sur l'entrée (Ce que la fonction a besoin pour calculer la sortie), la formule (Comment sont reliées l'entrée et la sortie) et la Sortie (Ce que la fonction permet de calculer).

Leçon 1 : Fonctions et applications — *Durée : 50 minutes*

OBJECTIFS PEDAGOGIQUES :

- ✓ Déterminer le domaine de définition d'une fonction.
- ✓ Déterminer les antécédents et les images, d'un point par une fonction.

PREREQUIS :

Résoudre des équations de premier et second degré dans R.

SITUATION PROBLEME :

Arnauld possède un champ d'une superficie d'un hectare, ayant une forme rectangulaire. Pour mener à bien son projet de culture du maïs, il prend conseil auprès d'un Ingénieur agricole. Il voudrait savoir combien de graines de maïs il lui faut afin de semer entièrement son champ. L'ingénieur lui recommande aussi de semer en ligne. L'écart entre deux lignes devant être d'un mètre et l'écart entre deux trous sur une même ligne de 70cm, aussi il faudrait mettre trois (03) graines de maïs par trous. N'étant jamais allé à l'école et pour éviter les tracasseries de calcul, il vient vous voir, vous son voisin et élève en classe de seconde A4, afin que vous puissiez lui venir en aide.

Quelle application des mathématiques aller vous utiliser afin de lui venir en aide ?

Donne-lui la formule, qui lui permettra de connaitre le nombre exact de lignes de maïs qu'il aura dans sa plantation, après le semis.

Donne-lui la formule, qui lui permettra de connaitre le nombre exact de trous de maïs qu'il aura dans sa plantation, après le semis.

RESUME :

Définitions :

✓ D1 / Soit A et B deux ensembles non vides. On appelle fonction de A vers B, toute correspondance f qui à tout élément de A fait correspondre au plus un élément de B.

Notation : $f : A \to B$ $\quad\quad$ $"A\ vers\ B"$

$x \rightarrow f(x)$ « *qui* à x *associe* (x)"

- A : est appelé ensemble de départ
- B : est appelé ensemble d'arrivé
- F(x) est l'image de x par f.
- x est un antécédent de (x) par f.

✓ Une fonction numérique est une fonction dont l'ensemble de départ et l'ensemble d'arrivé sont des parties de ℝ.

Exemple :

✓ La fonction h définie Sur ℝ par $h(x) = (x - 1)^2 - 4$

✓ $h(0) = -3$, $h(1) = -4$. On dit que 3 est l'image de 0 par h et qu'un antécédent de -3 par h est 0.

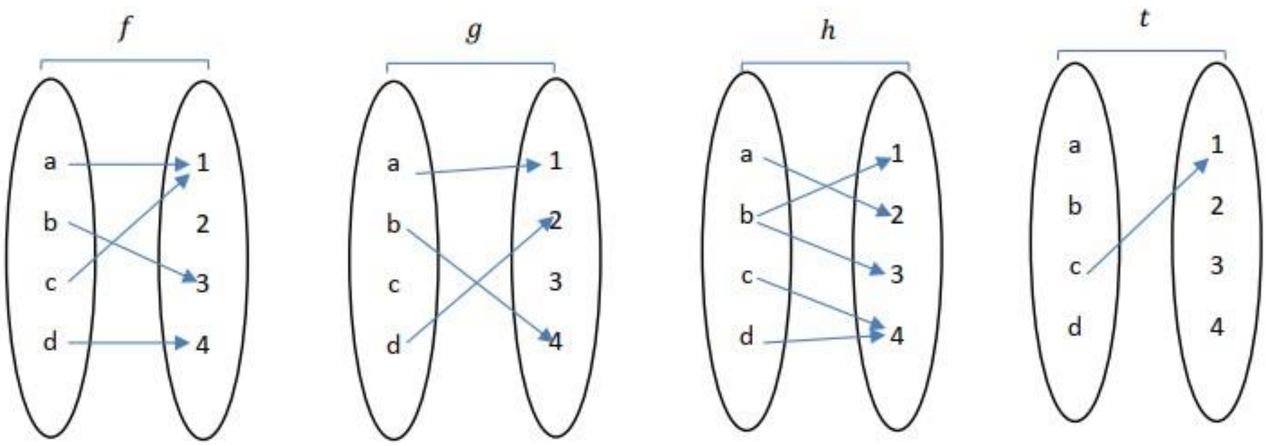
Remarque :

✓ Un nombre possède au plus une image.

✓ Un nombre peut posséder plusieurs antécédents.

EXERCICE D'APPLICATION :

Reconnaitre les fonctions parmi les correspondances suivantes :



1- Soit la fonction suivante : g: ℝ → ℝ

$x \rightarrow 2x^2 + 2$

a. Déterminer l'image par g des nombres suivants : -2 ; 1.

b. Déterminer les antécédents des nombres suivants : 0 ; -3 ; 2

Leçon 2 : Ensemble de définition — Durée : 50 minutes

OBJECTIFS PEDAGOGIQUES :

Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction

PREREQUIS :

Donner la condition d'existence des expressions suivantes : $\frac{x^2-2}{x-2}$; $\sqrt{x-3}$

SITUATION PROBLEME :

Le revenu d'une entreprise par mois est modélisé par la fonction f définie par f(x)=$\sqrt{x-2}$ où x désigne le numéro du mois. C'est-à-dire que pour trouver le revenu d'un mois on remplace juste x par le numéro de ce mois. Peut-on déterminer le revenu au premier mois ?

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

1- Soit la fonction $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$x \to \sqrt{x-2} - 1$

a- Donne l'image de 1 par f, existe-il?

b- b- Trouve l'ensemble de valeurs réelles qui possèdent une image par f.

NB : cet ensemble de valeurs pouvant avoir une image par f, est appelé domaine de définition de f.

2- Donne la condition d'existence de la fonction $h(x) = \frac{x}{x-2}$. Trouver donc le domaine de définition de h.

3- Soit la fonction $i(x) = x^3 - 2x + 1$. Peux-tu trouver une valeur de $\mathbb{R}$ qui n'admet pas d'image par i? Donne alors le domaine de définition de i.

4- Déduis le domaine de définition des fonctions :

5- $g(x) = f(x) + h(x)$ $r(x) = f(x) - h(x)$

Définition :

✓ Pour une fonction f donnée, l'ensemble de tous les nombres réels qui ont une image calculable par cette fonction est appelé domaine ou ensemble de définition de la fonction f, que l'on notera D_f.

✓ Toute fonction dont l'ensemble de départ coïncide avec son ensemble de définition est appelé application.

Remarque :

➢ Pour trouver l'ensemble de définition d'une fonction, il suffit de trouver la condition d'existence de cette fonction.

➢ Le domaine de définition d'une fonction polynôme est $\mathbb{R}$.

Exemple :

1- Le domaine de définition de la fonction f définie par $f(x) = \frac{5}{x-5}$ est $D_f = \mathbb{R}\backslash\{5\} =]-\infty; 5[\cup]5; +\infty[$

2- Le domaine de définition de la fonction h définie par $h(x) = \sqrt{1-2x}$ est $D_h = \left]-\infty; \frac{1}{2}\right[$.

EXERCICE D'APPLICATION :

Déterminer le domaine de définition de chacune des fonctions suivantes :

$f(x) = \frac{2-x}{-x}$; $g(x) = \frac{12-5x}{-x+2}$; $h(x) = \frac{-3x}{-x^2+4}$; $g(x) = \frac{2}{x^2-4} - \sqrt{x-1}$.

OBJECTIFS PEDAGOGIQUES

- ✓ Représenter graphiquement point par point une fonction dans un intervalle donné.

MOTIVATION :

En médecine le rythme cardiaque d'un individu est représenté dans un graphe. Dans une entreprise, les prévisions futures de ventes et de bénéfices sont représentées par des graphes pour plus de simplicité, etc…

PREREQUIS :

✓ Calcul de l'image d'un point par une fonction. □ Placer des points dans un repère du plan.

SITUATION PROBLEME :

Cette figure provient d'un cardiogramme, il donne le rythme cardiaque d'un patient.

Comment fait-on pour arriver à cette courbe ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

Soit la fonction f définie sur $[-3; 5]$ par $f(x) = \sqrt{x+4}$.

1- Remplir le tableau de valeur suivant :

x	-3	-2	-1	1	2	3
$f(x)$						

2- En considérant que le couple $(x; (x))$est un couple de coordonnées d'un point, placer les différents points qui ressortent de ce tableau dans un repère orthonormé.

3- Relier ces points, du point le plus à gauche à celui le plus à droite dans cet ordre.

Définition : Le plan étant muni d'un repère (O, I, J), l'ensemble des points M de coordonnées $(x, f(x))$ forme la courbe représentative de la fonction f, souvent noté C_f.

EXERCICE D'APPLICATION :

Représenter graphiquement les fonctions suivantes dans l'intervalle $[-1{,}5 ; 4]$.

$f(x) = x^2$; $g(x) = \frac{1}{x}$ et $h(x) = \sqrt{x}$

OBJECTIFS PEDAGOGIQUES:

Au terme de cette leçon, l'apprenant doit être capable d'Étudier les variations des fonctions polynômes, rationnelles et racines carrées.

MOTIVATION :

Vous souvent l'habitude la croissance démographique d'un pays est en hausse, que le taux de mortalité sera baisé d'un certain taux au bout de 10 ans… Nous devons être capable d'interprété ce genre d'estimation.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

1) Soient a et b deux réels et f la fonction définie pour tout réel x par $(x) = x^2$. On cherche à comparer (a) et (b).

a- Factoriser $(a) - (b)$.

b- En supposant que $a < b \leq 0$ comparer (a) et (b). Puis donner le signe de $\frac{f(a)-f(b)}{a-b}$ c- En supposant que $0 \leq a < b$ comparer (a) et (b). Puis donner le signe de $\frac{f(a)-f(b)}{a-b}$ d- Que peut – on conclure de ces comparaisons?

2) Soient a et b deux réels et g la fonction définie pour tout réel x par $g(x) = \sqrt{x^2}$.

a- En supposant que $a < b \leq 0$ comparer (a) et (b). Puis donner le signe de $\frac{g(a)-g(b)}{a-b}$ b- Que peut-on conclure de cette comparaison?

3) Soient a et b deux réels et f la fonction définie pour tout réel x par $h(x) = \frac{1}{x}$. On cherche à comparer $h(a)$ et $h(b)$. a- Factoriser $h(a) - h(b)$.

b- En supposant que $a < b \leq 0$ comparer $h(a)$ et $h(b)$. Puis donner le signe de $\frac{h(a)-h(b)}{a-b}$ c- En supposant que $0 \leq a < b$ comparer $h(a)$ et $h(b)$. Puis donner le signe de $\frac{h(a)-h(b)}{a-b}$ d- Que peut – on conclure de ces comparaisons?

RESUME :

Définition :

✓ Dire que la fonction f est croissante sur un intervalle I signifie que pour tous réels x_1 et x_2 de I, si $x_1 \leq x_2$ alors $f(x_1) \leq f(x_2)$ ou $\frac{f(x_1)- f(x_2)}{x_1-x_2} \geq 0$

✓ Dire que la fonction f est croissante sur un intervalle I signifie que pour tous réels x_1 et x_2 de I, si $x_1 \leq x_2$ alors $f(x_1) \geq f(x_2)$ ou $\frac{f(x_1)- f(x_2)}{x_1-x_2} \leq 0$

✓ Dire que la fonction f est croissante sur un intervalle I signifie que pour tous réels x_1 et x_2 de I, si

$x_1 \leq x_2$ alors $f(x_1) = f(x_2)$ ou $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = 0$.

Remarque :

- ✓ la fonction $x \longrightarrow x^2$ est croissante sur $[0; \longrightarrow [$ et décroissante sur $] \longleftarrow; 0]$
- ✓ la fonction $x \rightarrow \sqrt{x^2}$ est croissante sur $[0; \longrightarrow [$
- ✓ la fonction $x \rightarrow \frac{1}{x}$ est décroissante sur $]0; \longrightarrow [$ et croissante sur $] \longleftarrow; 0[$

EXERCICE D'APPLICATION :

L'objectif de cet exercice est de déterminer les variations des fonctions f, g et h.

Soit f, g et h trois fonctions définie par $f(x) = x^2 + 2x - 3$; $g(x) = 2\sqrt{x-1}$ et $h(x) = \frac{x^2+3x-4}{x-1}$

1- Déterminer le domaine de définition des fonctions f, g et h.

2- Résoudre les équations $(x) = 0$; $(x) = 0$ et $h(x) = 0$

3- Soit x_1 et x_2 les racines des équations $(x) = 0$ et $h(x) = 0$, telles que $x_1 < x_2$. Pour chaque fonction prendre :

a) Deux nombres a et b compris entre $] \longleftarrow; x_1[$, tel que $a < b$, comparer $f(a)$ et $f(b)$ (puis $h(a) et\ h(b)$) et conclure (dire si f (ou h) est croissante, décroissante ou constante).

b) Deux nombres a et b compris entre $]x_1; x_2[$, tel que $a < b$, comparer $f(a)$ et $f(b)$ (puis $h(a) et\ h(b)$) et conclure (dire si f (ou h) est croissante, décroissante ou constante).

c) Deux nombres a et b compris entre $]x_2; \longrightarrow [$, tel que $a < b$, comparer $f(a)$ et $f(b)$ (puis $h(a) et\ h(b)$) et conclure (dire si f (ou h) est croissante, décroissante ou constante).

4- Soit x_1 la racine de l'équation $(x) = 0$. Prendre deux nombres a et b compris entre $]x_1; \longrightarrow [$, tel que $a < b$, comparer $g(a)$ et $g(b)$ et conclure (dire si g est croissante, décroissante ou constante).

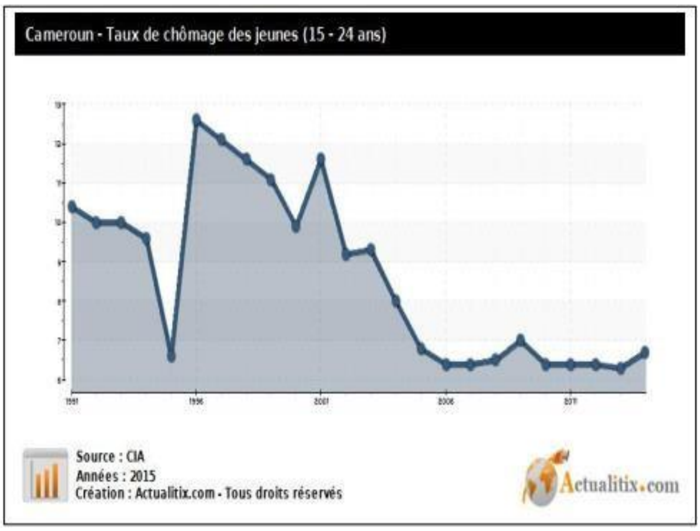
COMPETENCES VISEES :

A la fin de cette leçon l'apprenant doit être capable d'exploiter une représentation graphique d'une fonction pour déterminer : son ensemble de définition, l'image d'un réel, le(s) antécédent(s) d'un réel, les variations et les extremums.

Prérequis :

SITUATION PROBLEME :

La courbe suivante représente l'évolution du taux de chômage des jeunes de (15 – 24 ans) au Cameroun de 1991 à 2014.



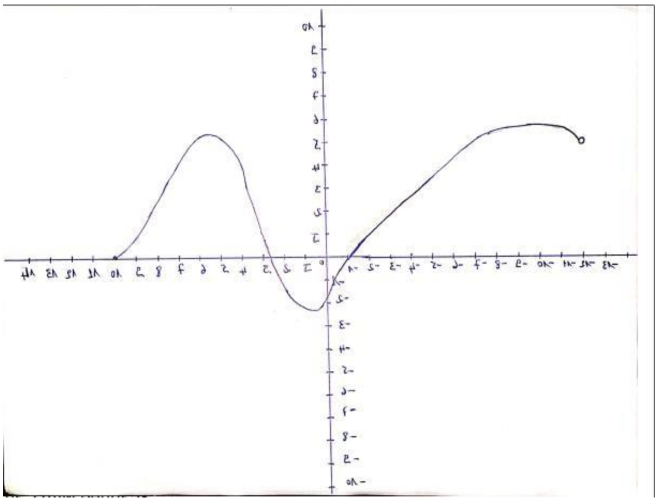
Quel est le taux de chômage en ton année de naissance ?

Quel a été le taux de chômage le plus élevé durant cette période ? En quelle année a-t-il été atteint ?

Comment ce taux a-t-il varié durant cette période ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

soit la représentation graphique ci-contre de la fonction f :



Par lecture graphique :

1- Quel est le domaine de définition de f ?

2- Quelle est l'image de -4, -12, 7 et 10 par la fonction f ?

3- Quelles sont les antécédents de 2, -1 et -4 par la fonction f ?

4- a) Sur quel(s) intervalle(s) la fonction f est décroissante ?

5- b) Sur quel(s) intervalle(s) la fonction f est croissante ?

c) Dresser le tableau de variation de f.

6- a- Quelle est la plus grande valeur atteint par $f(x)$ (maximum) sur ce graphe et en quelle valeur de x est-elle atteint?

b- Quelle est la plus petite valeur atteinte par $f(x)$ (minimum) sur ce graphe et en quelle valeur de x est-elle atteinte?

RESUME

- ✓ Graphiquement parlant, le domaine de définition est l'intervalle de l'axe des abscisses dans lequel toute la courbe est circonscrite.
- ✓ L'image (x) d'une valeur donnée x, se trouve en projetant l'abscisse x sur la courbe parallèlement à l'axe des ordonnées, puis en projetant le point de la courbe obtenu sur l'axe des ordonnées parallèlement à l'axe des abscisses.
- ✓ Les antécédents d'un point situé sur l'axe des ordonnées par la courbe, se trouve en effectuant un tracer (au niveau du point) parallèle à l'axe des abscisses, aux niveaux où le tracer touche la courbe, on effectue une projection sur l'axe des abscisses.
- ✓ Lorsque la courbe d'une fonction va de la gauche vers la droite en descendant sur un intervalle I, on dit que cette fonction est décroissante sur I.
- ✓ Lorsque la courbe d'une fonction va de la gauche vers la droite en montant sur un intervalle I, on dit que cette fonction est croissante sur I.
- ✓ Soit f une fonction définie sur un intervalle I :

\- $M \in \mathbb{R}$ est un maximum de f sur I lorsque : $\forall\ x \in I, (x) \leq M$

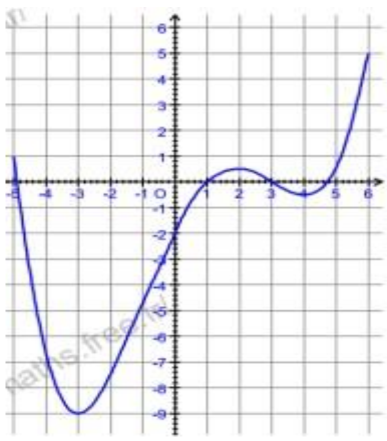
$il\ existe\ x \in I\ tel\ que\ f(x) = M$

\- $m \in \mathbb{R}$ est un maximum de f sur I lorsque : $\forall\ x \in I, (x) \geq m$

$il\ existe\ x \in I\ tel\ que\ (x) = m$

EXERCICE D'APPLICATION :

Soit g la fonction représentée par la courbe ci –contre.



1- Déterminer le domaine de définition de G

2- Donner l'image par g de : 4; 4,5; -5 et 6.

3- Donner les antécédents par g de : -4; 1; 2 et 5.

4- Résoudre graphiquement les équations suivantes : $(x) = 0$ $(x) = -6$

5- a- Quel est le minimum de g sur $[-5; -6]$? En quelle valeur est-il atteint ?

b- Quel est le maximum de g sur $[-5; -6]$? En quelle valeur est-il atteint ?

6- Compléter : g est décroissante sur ……………………………………….

g est croissante sur …………………………..

7- Dresser le tableau de variation de g.

MODULE 18: ORGANISATION ET GESTION DES DONNEES

CHAPI TRE 5: PROPORTIONNALITE

MOTIVATION :

Résoudre un problème concret représentant une situation de proportionnalité

Leçon 1 : Tableau de proportionnalité Durée : 50 minutes

OBJECTIFS PEDAGOGIQUE : être en mesure de

- Reconnaître un tableau de proportionnalité
- Compléter un tableau de proportionnalité
- Justifier une situation de proportionnalité

PRE-REQUIS :

Calculer x dans chacun des cas suivants :

$\frac{x}{5} = \frac{16}{20}$; $\frac{2}{3} = \frac{6}{x}$; $\frac{1}{4} = \frac{x}{12}$

SITUATION PROBLEME :

Louis s'est rendu hier à la boulangerie de son village pour rapporter 5 baguettes. Il a payé 625 F pour cet achat. Aujourd’hui, il doit retourner à la boulangerie et en rapporter 3 baguettes.

Pouvez-vous calculer combien il devra payer son achat

ACTIVITE D’APPRENTISSAGE :

Une libraire vend tous ses livres au même prix. Elle a noté sur une ardoise quelques prix en fonction du nombre de livres achetés.

ombre de livre				
ix (en FCFA)	250	000	500	0000

1) Calculer les quotients : $\frac{1250}{1}$, $\frac{5000}{4}$, $\frac{7500}{6}$, $\frac{10000}{8}$ Que remarque-t-on ?

2) Que représente chacun des quotients précédents ?

3) Par quel nombre doit-on multiplier le nombre de livre pour obtenir le prix à payer ?

4) Quel est le prix de 10 livres ? Combien de livres peut-on acheter avec 25000 FCFA ?

solution de l’activité d’apprentissage

1) : $\frac{1250}{1} = 1250\frac{5000}{4} = 1250\frac{7500}{6} = 1250\frac{1000}{8} = 1250$

On remarque que tous ces quotients sont égaux

2) Chacun de ces quotients représentent le coefficient de proportionnalité

3) pour obtenir le prix à payer, on doit multiplier le nombre de livre par 1250 4) le prix de 10 livres est : 10 x 1250 =12500F

Le nombre de livres que l'on peut acheter avec 25000 F est : 25000 :1250 = 20 livres

RESUME :

Grandeurs proportionnelles

On dit que deux grandeurs A et B sont proportionnelles quand les valeurs prises par A s'obtiennent en multipliant celles prises par B par un même nombre non nul, appelé coefficient de proportionnalité.

Exemple : Le périmètre d'un cercle est proportionnel à son diamètre. $P=\pi \times D$. Le coefficient de proportionnalité est π

Tableau de proportionnalité

On dit qu'il y a proportionnalité dans un tableau lorsque l'on peut passer d'une ligne à l'autre en multipliant par un même nombre.

Exemple :

2	3	5	10
6	9	15	30

…x3

Le nombre 3 est le coefficient de proportionnalité.

Propriétés

-si tous les points représentants les colonnes d'un tableau sont situés sur une droite passant par l'origine d'un repère, alors ce tableau est un tableau de proportionnalité.

-Dans un tableau de proportionnalité, les nombres de la seconde ligne s'obtiennent en multipliant les nombres correspondants de la première ligne par le coefficient de proportionnalité.

- a, b, c et d sont des nombres réels tels que b et d sont non nuls

a	c
b	d

, est un tableau de proportionnalité si, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ‹=› **a x d = b x c**

EXERCICE D'APPLICATION :

Pour faire un gâteau pour 6 personnes il faut 240 grammes de farine et 3 œufs. Quelle est la quantité de farine nécessaire et combien d'œufs faut-il avoir pour faire un gâteau, de même type, mais pour 8 personnes ?

OBJECTIFS PEDAGOGIQUE :

Être en mesure de

- Appliquer et calculer un pourcentage.
- Calculer et utiliser une échelle

PRE-REQUIS :

1 sur une carte au trésor, l'échelle indiquée est :$\frac{1}{1250}$. Qu'est-ce que cela signifie ?

2) Calcule 25% de 75000 F

SITUATION PROBLEME :

En 1900, l'espérance de vie des hommes en France était égale à 49 ans. En 2007, cette espérance de vie avait augmenté de 58,2 % environ. Cela signifie que : « Si l'espérance de vie pour les hommes en 1900 était de 100 ans alors l'espérance de vie en 2007 aurait augmenté de ……….…..... années pour atteindre ………..…… ans. » Calculer l'espérance de vie des hommes en France en 2007 arrondie à l'année

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

Lors d'une excursion, Okala a pris sa carte routière à l'échelle $\frac{1}{400000}$

Cela signifie que : « …… cm sur la carte représente …....... cm en réalité, soit ……… km »

1. Magba et Bankim sont séparées par 2,5 cm sur la carte. Quelle distance réelle les sépare ?
2. Les villes de Ndop et kumbo sont distantes dans la réalité de 31 km. Mais la carte indique 7,5 cm. La carte est-elle précise ?

Résolution de l'activité d'apprentissage : Lors d'une excursion, Okala a pris sa carte routière à l'échelle $\frac{1}{400000}$. Cela signifie que : « 1 cm sur la carte représente 400000 cm en réalité, soit 4 km »

1) La distance réelle séparant Magba et Bankim est : 2,5 x 400000 = 1000000 cm = 10 km

2) 31 km = 3100000 cm

La distance sur la carte devrait être : $\frac{3100000 \times 1}{400000} = 7{,}75 \text{ cm} \neq 7{,}5 \text{ cm}$ donc cette carte n'est pas précise

RESUME :

□ Un pourcentage traduit une situation de proportionnalité.

• **Exemple**

Si dans un collège 40 % des élèves suivent des cours d'anglais, cela signifie qu'en moyenne :

- sur 100 élèves, 40 font de l'anglais ;
- sur 200 élèves, 40 × 2 = 80 font de l'anglais ;
- sur 500 élèves, 40 × 5 = 200 élèves font de l'anglais…

On peut résumer cette situation dans un tableau de proportionnalité :

nombre d'élèves	100	200	500
nombre d'élèves faisant de l'anglais	40	80	200

$\times \frac{40}{100} = 0,4$

Remarque : *Le pourcentage représente le coefficient de proportionnalité.*

 Calculer a % d'une quantité revient à multiplier cette quantité par $\frac{a}{100}$.

• **Exemple 1**

Un chef d'entreprise annonce à ses salariés qu'ils sont augmentés de 5% en 2021.

Cela signifie que pour 200000F de salaire, il y aura une augmentation de : $\frac{200000 \, X \, 5}{100} =$ 10000F.

Exemple 2

Un yaourt de 150 g contient 40 % de matière grasse.
Quelle masse de matière grasse contient ce yaourt ?

Prendre 40 % de 150 revient à calculer :

$150 \times \frac{40}{100} = 150 \times 0,4 = 60$.

Ce yaourt contient 60 g de matière grasse.

➢ Pour calculer le pourcentage d'une quantité a sur une quantité b, tu multiplies le quotient de a sur b par 100 : $\frac{a}{b}$ x 100

Exemple

Pendant un vide grenier, Zoé a réussi à vendre 54 de ses 72 BD. Quel pourcentage de ses BD a-t-elle vendues ? P=^{54} x100 =75%

72

➢ Pour déterminer la valeur d'un objet après une réduction (ou remise) de x% on effectue l'opération suivante :

Valeur finale = valeur initial - $\frac{\text{valeur initial x } x}{100}$ ou

Valeur finale = valeur initial x $(1 - \frac{x}{100})$

Exemple :

L'effectif d'un club sportif de 450 membres diminue de 4%. Quel est son nouvel effectif ? 450 x (1 – 0,04) =450 x 0, 96 = 432 membres

- Pour déterminer la valeur d'un objet après une augmentation de x% on effectue l'opération suivante :

Valeur finale = valeur initial +$\frac{\text{valeur initial x } x}{100}$ ou Valeur finale = valeur initial x (1+ $\frac{x}{100}$)

Exemple

Un article de 2000F augmente de 7%. Quel est son nouveau prix ? 2000 x (1+0,07) = 2000 x 1,07 = 2140 F

- L'échelle d'une carte ou d'un plan est le coefficient de proportionnalité qui permet de passer des distances réelles aux distances correspondantes sur la carte ou le plan,

Exprimées dans la même unité. Echelle =$\frac{\textit{distance sur le plan}}{\textit{distance réelle}}$

Exemple : Ce dessin représente le plan d'un hélicoptère

Dans la réalité, il a pour hauteur 3,9 m, donc l'échelle est :

Echelle =$\frac{\textit{distance sur le plan}}{\textit{distance réelle}} = \frac{2,6}{390} = \frac{1}{150}$

Ce qui signifie que 1 cm sur le plan correspond à 150 cm dans la réalité

Distance réelle (en cm)	390	x
Distance sur le plan (en cm)	2,6	7,75

$\times\frac{1}{150}$ $\times 150$

La longueur réelle de l'appareil est donc x = 7,75 x 150 ≈ 1162,5 cm ≈ 11,

Chapitre 6: DENOMBREMENTS

MOTIVATION :

Développer l'esprit critique, faire des choix judicieux.

LECON 1 : DIAGRAMME DE VENN

OBJECTIFS PEDAGOGIQUES :

-réaliser un diagramme de Venn en ressortant toutes ses parties

-déterminer le cardinal d'un ensemble

PREREQUIS :

Un ensemble est une collection d'objets (éléments)

Un ensemble fini est un ensemble dont on peut énumérer tous ses éléments

SITUATION PROBLEME :

Dans une classe de $2^{nd}A_4$n'ayant pas d'inaptes les élèves pratiquent deux sports le football et le handball un recruteur voudrait recruter les élèves pratiquant les deux sports sachant que dans la classe on a 30 élèves au total parmi lesquels 18 pratiquent le football et 16 pratiquent le handball.

Aidez le recruteur à trouver le nombre d'élèves pratiquant les deux sports

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

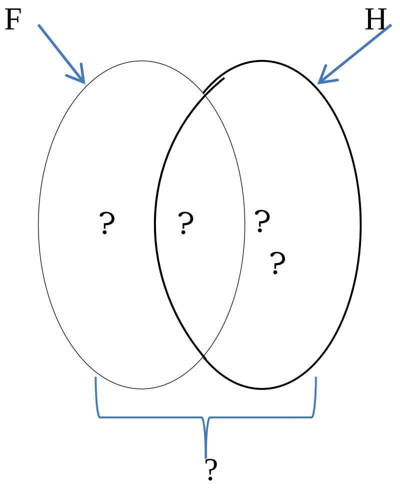
Considérons la situation problème précédente

Soient H l'ensemble des élèves pratiquant le handball et F l'ensemble des élèves pratiquant le football

1-determiner le nombre d'éléments de chaque ensemble (H et F)

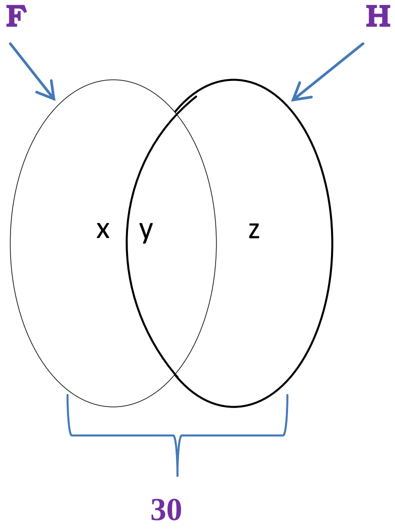
2-determiner le nombre d'élèves pratiquant le football ou le handball

3-soit le schéma suivant compléter le



4- En déduire donc le nombre d'élèves pratiquant les deux sports.

Solution



H contient 16 éléments et F18 éléments
On a 30 élèves pratiquant le football ou le handball
On a $x + y + z = 30$ **(1)** de même on a
$x + y = 18$ **(2)** et $z + y = 16$ **(3)** en remplaçant
(2) dans **(1)** on a $16 + z = 30$ d-ou $z = 30 - 18 = 12$
De même $x = 30 - 16 = 14$ $y = 18 - 14 = 4$

On a donc 4 élèves qui pratiquent les deux sports

RESUME :

Un ensemble est dit fini lorsqu' on énumère tous ses éléments. Le nombre d'éléments d'un ensemble fini est appelé son cardinal et on note **Card**.

Exemple : soit A = { a, r, p, i} un ensemble card A = 4.

Soit A l'ensemble des lettres du mot parallélogramme trouver card A.

Soient A et B deux ensembles.

On appelle intersection des deux ensembles A et B l'ensemble noté A∩B lu « A inter B » qui constituent les éléments qui sont à la fois dans A et B.

Exemple : A = l'ensemble des lettres du mot UCAO et B = l'ensemble des lettres du mot CAFE. Trouver A∩B;

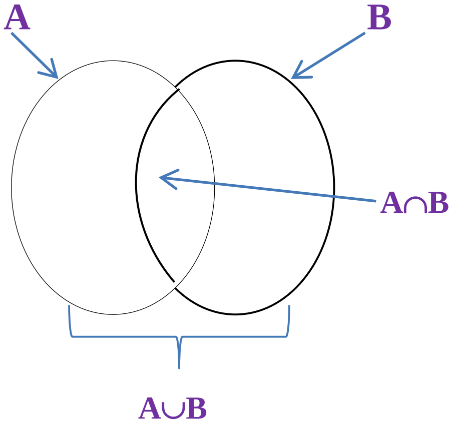
A ={ u, c, a, o}, B = { c, a, f, e}, A∩B = { c, a, }

Card A = 4 card B = 4 card A∩B = 2

On appelle réunion des ensembles A et B note A∪B lu « A union B » constitué des éléments qui sont dans A ou B.

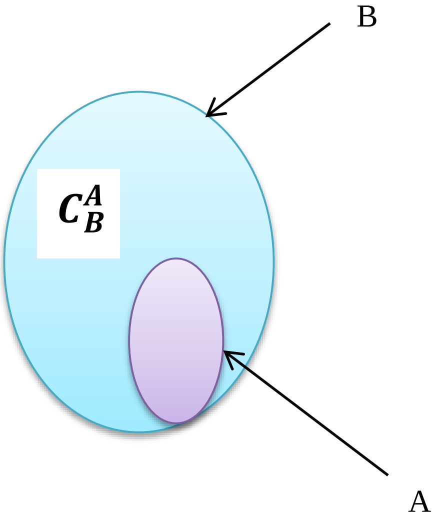
Exemple : A = ensemble des lettres du mot UCAO et B l'ensemble des lettres du mot CAFE trouver A∪B

A ={ u, c, a, o}, B = { c, a, f, e}, A∪B= { u, a c, o, f, e }



Soient A et B deux ensembles telle que A soit inclus dans B ($A \subset B$) c'est-à-dire tous les éléments de A sont dans B.

On appelle complémentaire de ($A \subset B$) noté : $\boldsymbol{C_B^A}$ ***ou*** $\boldsymbol{\bar{A}}$ l'ensemble des éléments de B qui ne sont pas dans A



Exemple : B = {α, β, λ, θ, F, X} ; A = {α, θ, F}C_B^A = {β, λ, X}
card b = 6 ; card A = 3 ; cardC_B^A = 3 = 6 – 3 on a donc la formule suivante:
card C_B^A= card B – card A

EXERCICE D'APPLICATION :

Dans une classe de 25 élèves, 18 pratiquent le volleyball ; 15 le basketball

1- Combien pratiquent les deux sports ?
2- Combien pratiquent uniquement le volleyball ?
3- Combien pratiquent uniquement le basketball ?

OBJECTIF PEDAGOGIQUE :

Déterminer le nombre d'élément du produit de deux ensembles finis à l'aide d'un tableau à double entrée.

PREREQUIS :

Soit E = {1, 3, 5, 8} déterminer le nombre d'éléments de E ; comment le note t-on ?

SITUATION PROBLEME :

Pour passer à table Mme Joëlle a le choix entre le plantain, le riz, et l'igname comme complément. La viande, le poisson et les champignons comme base.

De combien de façon peut-elle se servir si elle doit choisir un complément, une base pour son repas ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

1-Réaliser un tableau à deux entrées tel que la première entrée soit constituée des compléments et la deuxième entrée des bases

2-Dans chaque case vide énumérer le menu obtenu

3-Compter l'ensemble des menus obtenus

4-Conclure

Complément / **bases**	**plantain**	**Riz**	**Igname**
Viande	Viande Plantain	Viande Riz	Viande I igname
poisson	Poisson Plantain	Poisson Riz	Poisson igname
champignon	Champignon plantain	Champignon Riz	Champignon igname

RESUME :

Le tableau à double entrée est un tableau comportant deux entrées comportant chacune les éléments d'ensembles mis en évidence. On peut l'utiliser pour illustrer une situation de choix et dénombrer ces choix

EXERCICE D'APPLICATION :

On lance successivement un dé rouge à six faces numérotées de 1 à 6 puis un dé vert à 4 faces numérotées de 1 à 4. A l'aide d'un tableau à double entrée déterminer le nombre de résultats possible obtenus.

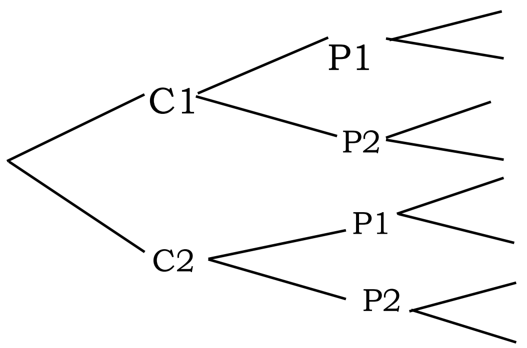
OBJECTIF PEDAGOGIQUE :

Déterminer le nombre d'éléments du produit de deux ensembles finis à l'aide d'un arbre de choix

Situation problème : un homme possède deux paires chaussures, deux pantalons et deux chemises. De combien de façons peut-il s'habiller ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

On considère l'arbre suivant



C1 = chaussure 1

P1 = pantalon 1

1- Compléter l'arbre
2- Déduire le nombre de choix possibles

RESUME :

Un arbre de choix est un schéma qui présente les différents résultats d'une expérience grâce aux ramifications des étapes de sa réalisation.

EXERCICE D'APPLICATION :

A partir d'un arbre de choix résoudre l'exercice d'application de la leçon 2.

CHAPITRE 7 : STATISTIQUES

INTERET :

Les statistiques en général dans chaque domaine de la vie permettent de faites les évaluations.
Par exemples :

1. Éducation : Évaluer le niveau des élèves
2. Médecine : Description des moyens et l'état de santé d'une population
3. Entreprise : Évaluation de la qualité et contrôle de production.

MOTIVATION

A la fin de chaque séquence, il est nécessaire de déterminer le taux de réussite (de faire un bilan de la séquence) afin de mieux prendre les résolutions pour les séquences suivantes et donner le niveau réel des élèves à cette séquence. Ce chapitre permet de donner des outils nécessaires pour faire un bilan.

Leçon 1 : Organisation des données statistiques — Durée : 50 minutes

OBJECTIFS PEDAGOGIQUES :

Collecte, traitement et exploitation des données.

PREREQUIS

1. Population, individus, caractère, modalité, effectif total, caractère, moyenne.
2. Nature d'un caractère

SITUATION PROBLEME :

Le chef de ton quartier voudrait recenser le nombre d'enfants de 0 à 10 ans au quartier pour une campagne de vaccination. Vous êtes sollicitées dans l'équipe de recensement. Dresser un tableau donnant le nombres d'enfants par catégorie d'âges et déterminer l'âge moyen de ces enfants.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

Les âges des 30 enfants de moins de 11 ans recensés dans ton quartier sont données ci-dessous par :

$$1-6-5-3-7-10-5-9-8-8-5-7-7-5-5-4-3-3-4-9-3-7-6-6-2-2-2-5-0-4.$$

1. Compléter le tableau suivant :

Âges	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Effectifs												
Fréquence(%)												

2. Quel est l'âge le plus représenté pour les enfants de ce quartier ?
3. Déterminer l'âge moyen des enfants de ce quartier.

SOLUTION

1. **Complétons le tableau**

Âges	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Effectifs	**1**	**1**	**3**	**4**	**3**	**6**	**3**	**4**	**2**	**2**	**1**	**30**
Fréquence(%)	**3.33**	**3.33**	**10**	**13.34**	**10**	**20**	**10**	**13.34**	**6.66**	**6.67**	**3.34**	**100**

2. **L'âge le plus représenté pour les enfants de ce quartier est 5 ans. On dit que 5 est le mode de cette série statistique**
3. **L'âge moyen est donné par :**

$$M = \frac{0\times1+1\times1+2\times3+3\times4+4\times3+5\times6+7\times4+8\times2+9\times2+10\times1}{30}$$

$$= \frac{0+1+6+12+12+30+28+16+18+10}{30}$$

= 4.43

RESUME:

Dans une série statistique :

a) Fréquence $= \frac{Effectif}{Effectif\ total} \times 100$ (en pourcentage) :

b) Le mode est la modalité ayant le plus grand effectif ou la plus grande fréquence.

Remarque : une série statistique peut avoir plusieurs modes.

c) Moyenne : Si on désigne les modalités par $x_1, x_2, ..., x_p$ et les effectifs par $n_1, n_2, ..., n_p$ et N l'effectif total, alors la moyenne est donné par : $M = \frac{n_1 \times x_1 + n_2 \times x_2 + ... + n_p \times x_p}{N}$

Remarque : On ne peut pas calculer la moyenne d'une série statistique à caractère qualitatif.

EXERCICE D'APPLICATION :

Le tableau suivant les stocks des pointures des chaussures dans un magasin :

Pointure	39	40	42	45	48	Total
Effectifs	10	15	20	15	5	
Fréquence(%)						

1. Compléter le tableau.
2. Quel est le mode de cette série statistique ?
3. Calculer la moyenne de cette série.

OBJECTIF PEDAGOGIQUE :

Traitement et exploitation des données statistiques par un diagramme.

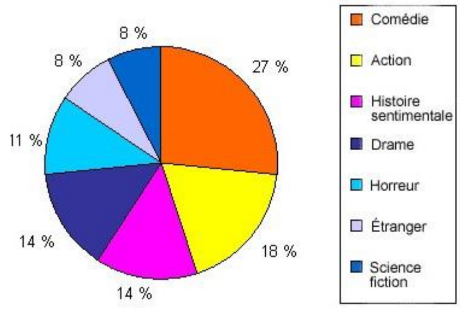
PRE-REQUIS :

Construction d'un repère orthogonal et d'un angle inscrit.

SITUATION PROBLEME :

Le diagramme suivant donne la répartition des films préférés des 100 élèves de monsieur Jean la Poule.

1. Que représentent les nombres en pourcentage dans ce diagramme ?
2. Combien d'élèves aiment les films d'horreur ?



ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

a) Compléter : On sait que $Frequence = \frac{Effectif \times 100}{effectif\ total}$, donc $Effectif = \frac{\ldots \times \ldots}{100}$?

a) Compléter le tableau suivant à l'aide du diagramme précédent.

Films	comédie	action	histoire	drame	horreur	étranger	science-fiction	Total
Effectif								100

b) Quel est l'effectif de la modalité « films d'horreur » ?

c) Représenter cette série par un diagramme à bandes.

Solution

b) **On a** $Frequence = \frac{Effectif \times 100}{effectif\ total}$, **donc** $Effectif = \frac{Frequence \times effectif\ total}{100}$.

c) **En utilisant la formule précédente, on détermine l'effectif de chaque modalité et on obtient le tableau.**

Films	**comédie**	**action**	**histoire**	**drame**	**horreur**	**étranger**	**science-fiction**	**Total**
Effectif	**27**	**18**	**14**	**14**	**11**	**8**	**8**	**100**

d) **L'effectif de la modalité "films d'horreur" est 11. Donc 11 élèves aiment les films d'horreur. d) Diagramme à bandes........**

RESUME :

1. Diagramme circulaire

La représentation du diagramme circulaire d'une série statistique se fait à l'aide de la mesure de l'angle au centre de chaque secteur circulaire représentant chacune des modalités.

on a : $$Angle = \frac{effectif}{effectif\_total} \times 360$$

2. Diagramme semi-circulaire

Le diagramme semi-circulaire d'une série statistique est un demi-cercle qui se fait à l'aide de la mesure de l'angle au centre de chaque secteur circulaire représentant chacune des modalités. On a $Angle = \frac{effectif}{effectif\_total} \times 180$

3. Diagramme à bandes

Le diagramme à bandes d'une série statistique est représenté dans un repère par des rectangles verticaux de même largeur avec les hauteurs égales aux effectifs de chaque modalité. Les largeurs des rectangles correspondent aux différentes modalités de la série.

4. Diagramme en bâtons

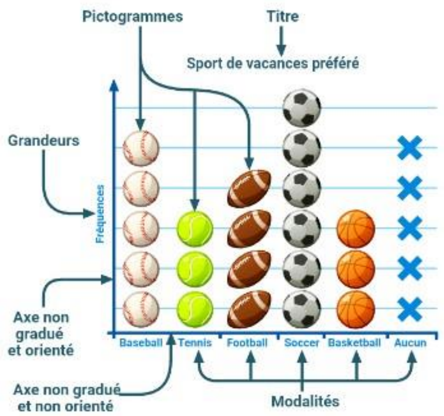
Le diagramme en bâtons d'une série statistique est représenté dans un repère par des segments de droite verticaux de longueurs égales aux effectifs de chaque modalité.

5. Pictogramme

Un pictogramme est un diagramme dans lequel les modalités d'une série statistique sont représenté par des symboles ou des dessins.

Exemple :

Dans le pictogramme ci-dessous, chaque pictogramme correspond à 5 élèves interrogés pour une enquête sur les sports préférés. On a donc interrogé 130 élèves au total parmi lesquels, 25 aiment le Baseball, 15 aiment le Tennis, 30 n'ont pas de préférence.

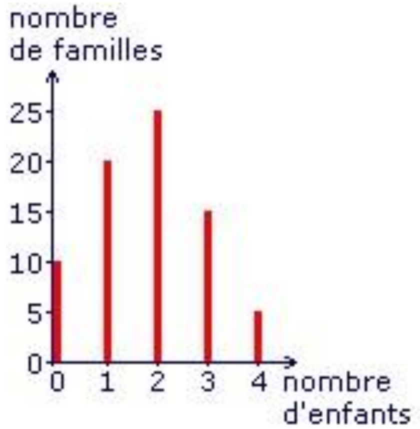


EXERCICE D'APPLICATION

1. Représenter les données du pictogramme ci-dessus dans un tableau statistique et représenter cette série par un diagramme circulaire et un diagramme à bandes.

2. Représenter la série des âges de la leçon 1 par un pictogramme dans lequel un pictogramme représente un enfant.

3. Le diagramme en bâton suivant représente la série statistique des nombres d'enfants par famille dans un quartier de la place :



a) Quel est le mode de cette série.

b) Dresser le tableau des effectifs des fréquences de cette série.

c) Calculer le nombre moyen d'enfants par famille dans ce quartier.

d) Construire une représentation de ces données en utilisant le diagramme semi-circulaire.

DEVOIR : Donner les devoirs dans le livre de au programme.