ANNEE SCOLAIRE 2020 - 2021

GROUPE SCOLAIRE SAINTE FOI	DEVOIR DE NIVEAU N°1	Durée : 02H00	NIVEAU : 2nde C
MATHEMATIQUES		Date : 09/01/2021	

EXERCICE 1 (3 points)

Soit $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$ une base de vecteurs et $\vec{u}$ et $\vec{v}$ des vecteurs donnés.

Réponds à chacune des affirmations suivantes par vrai (V) ou faux (F) en relevant sur ta copie la réponse selon le format 1.V ou 1.F pour ce qui concerne par exemple l'affirmation 1.

N°	Affirmations
1	Dire que $\vec{u}$ (-1 ; 2) dans la base $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$ signifie que : $\vec{u} = 2\,\vec{\jmath} - \vec{\imath}$
2	Soit x un nombre réel. Les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\x\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x\\2\end{pmatrix}$ dans la base $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$ sont colinéaires si et seulement si $x = 2$
3	Les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\1-\sqrt{5}\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}1+\sqrt{5}\\2\end{pmatrix}$ dans la base $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$ sont colinéaires.
4	Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ des vecteurs non nuls. On a : dét $(\vec{u}\,;\vec{v}) = -$ dét $(\vec{v}\,;\vec{u})$
5	Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ des vecteurs non nuls. On a : $\lVert \vec{u} - \vec{v} \rVert \leq \lVert \vec{u} \rVert - \lVert \vec{v} \rVert$
6	Soit le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}-\sqrt{3}-\sqrt{5}\\\sqrt{3}-\sqrt{5}\end{pmatrix}$ dans la base $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$. On a : $\lVert \vec{u} \rVert = 4$

EXERCICE 2 (2 points)

Recopier le numéro de l'affirmation suivi de la lettre indiquant la colonne de la réponse exacte.

N°	Affirmations	A	B	C	D
1	Si $x > 1$, $\lvert x-1\rvert =$	$-x+1$	$x+1$	$-x-1$	$x-1$
2	L'équation $\lvert x\rvert = -2$ a pour solution	$\emptyset$	$\{-2\}$	$\{-2\,;2\}$	$\{2\}$
3	$\lvert 1-\sqrt{5}\rvert =$	$-1+\sqrt{5}$	$1-\sqrt{5}$	$-1-\sqrt{5}$	$1+\sqrt{5}$
4	$\lvert x\rvert < 0$ si et seulement si $x =$	x	$-x$	impossible	x^2

EXERCICE 3 (4 points)

Soit $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$ une base orthonormée et deux vecteurs et $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que :

$\vec{u} = 2\vec{\imath} - 3\vec{\jmath}\,;\ \vec{v} = 4\vec{\jmath} + 6\vec{\imath}$

1 – Justifie que $(\vec{u}\,;\vec{v})$ est une base de v.

2 – Déterminer les coordonnées de $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ dans la base $(\vec{u}\,;\vec{v})$.

3 – Déterminer les coordonnées de $\vec{u}$ et $2\vec{v}$ dans la base $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

4 – Calcule $\lVert \vec{u} + 2\vec{v} \rVert$.

EXERCICE 4 (6 points)

Dans tout l'exercice, $x\ et\ y$ sont deux nombres réels non nuls.

1 – a) Recopie et complète les égalités suivantes :

- $x^2 + y^2 + 2xy = (x + \cdots)^2$
- $-x^2 - y^2 + 2xy = -(\ldots\ldots..y)^2$

b) Démontrer l'égalité suivante : $x^2 + y^2 - xy = \left(x - \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}y^2$

c) Démontre, dans l'ordre, les inégalités suivantes :

- (i) : $\frac{2xy}{x^2+y^2} < 2$
- (ii) : $\frac{2xy}{x^2+y^2} \leq 1$
- (iii) : $\frac{2xy}{x^2+y^2} \geq -1$

d) En déduire que : $-1 \leq \frac{2xy}{x^2+y^2} \leq 1$

2 – On considère l'ensemble K des nombres réels pouvant s'écrire sous la forme $\frac{2xy}{x^2+y^2}$ où $x\ et\ y$ sont des nombres réels non nuls.

a) Sans justifier, recopie et complète par $\in\ ou\ \notin$ les pointillés suivants :

0……………..K	-1 …………K	1……………...K	$\frac{3}{5}$……………...K	$-\frac{3}{4}$……………..K	$\sqrt{3}$…………K

b) Justifie que le nombre réel 2 est un majorant de l'ensemble K.
c) Justifie que le nombre réel 1 est le maximum de l'ensemble K.
d) Justifie que le nombre réel -1 est minimum de l'ensemble K.
e) Calcule la valeur exacte des nombres suivants :

$A = \frac{2 \times 3 \times (-1)}{3^2 - (-1)^2}$	$B = \frac{2 \times \sqrt{3} \times 1}{(\sqrt{3})^2 - 1^2}$	$C = \frac{2 \times (-1) \times 1}{(-1)^2 + 1^2}$	$D = \frac{2 \times (-3) \times (-1)}{(-3)^2 + (-1)^2}$

<u>EXERCICE 5</u> (5 points)

Sur la figure ci-dessous, on définit le repère (A ; $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AD}$).

Les élèves de la 2^{nd} C découvrent la figure ci-dessous sur leurs tableaux.

Un élève affirme que les points E, F et G sont alignés. Pour vérifier cette affirmation, les élèves décident de répondre aux questions suivantes :

1 – Détermine les coordonnées des points A, B, C, D, E, F et G dans ce repère.

2 – Démontre que les points E, F et G sont alignés.