

DEVOIR SUR PRODUIT SCALAIRE

EXERCICE 1

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse sans justifications

Pour tous vecteurs $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$

N°	AFFIRMATION	Vrai(V)	Faux(F)
1	ABC est un triangle. Si $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = 0$ alors ABC est rectangle en B		
2	Si $\vec{v} = \vec{w}$, alors $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{w}$		
3	Pour tout vecteur $\vec{u}$, $\vec{u}^2 = \ \vec{u}\ ^2$ donc $\vec{u} = \ \vec{u}\ $		
4	Si ABC est un triangle équilatéral de côté 4, alors : $\vec{AB} \cdot \frac{1}{2} \vec{AC} = 8$		
5	$\vec{u} \cdot \vec{v} = \ \vec{u}\ \times \ \vec{v}\ \cos(\widehat{(\vec{u}, \vec{v})})$		
6	Si $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{w}$, alors $\vec{v} = \vec{w}$		

EXERCICE 2

On donne $\|\vec{u}\| = 3$; $\|\vec{v}\| = 2$ et $\|\vec{u} + \vec{v}\| = 3$.

1. Calcule $\vec{u} \cdot \vec{v}$.
2. Calcule $(\vec{u} - \vec{v})^2$ et déduis-en $\|\vec{u} - \vec{v}\|$

EXERCICE 3

ABCD est un carré de centre O tel que $AB = 4$

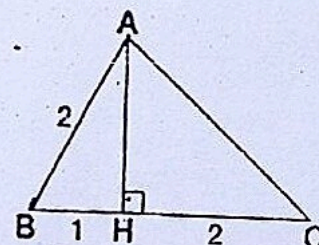
Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ à l'aide ...

- a) de l'interprétation géométrique du produit scalaire ;
- b) de la formule qui utilise le cosinus de l'angle $(\vec{AB}, \vec{AC})$;
- c) des coordonnées dans le repère $(A, \vec{i}, \vec{j})$ où $\vec{i} = \frac{1}{4} \vec{AB}$ et $\vec{j} = \frac{1}{4} \vec{AD}$;
- d) de la relation $\vec{BC}^2 = (\vec{AC} - \vec{AB})^2$.

EXERCICE 4

En utilisant les renseignements portés sur la figure ci-contre, calcule les produits scalaires suivants :

- a) $(\vec{AB} + \vec{AH}) \cdot \vec{AB}$;
- b) $(\vec{AH} + \vec{HC}) \cdot \vec{AB}$;
- c) $(\vec{AH} + \vec{HB}) \cdot (\vec{AH} + \vec{HC})$





DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES N°3

Année scolaire 2021-2022
Classe : 2^{nde}C
Trimestre: 3
Durée: 2h.

Exercice1 : (2 points) Recopie le numéro de chaque affirmation suivi de Vrai si l'affirmation est vraie ou FAUX si elle est fausse.

1	L'ensemble de validité de l'équation : $x \in \mathbb{R}, \frac{x}{x^2+1} = 2 + \frac{1}{x}$ est $\mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$
2	L'inéquation $x \in \mathbb{R}, x + 2 > 2x + 1 $ est équivalente à l'inéquation $x \in \mathbb{R}, (x - 1)(x + 1) < 0$
3	L'ensemble des solutions de l'équation $x \in \mathbb{R}, 1 + x^2 = 0$ est $\{-1; 1\}$
4	L'équation $x \in \mathbb{R}, 2x - 5 = x + 1$ a pour ensemble de validité $[-1; +\infty[$

Exercice2 : (2 points) Pour chacun des énoncés suivants, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte. Ecris sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la bonne réponse.

Enoncés		Réponses proposées	
1	Si OBCD est un carré de côté a alors $\overline{BD} \cdot \overline{OC} =$	A	$2a^2$
		B	0
		C	$4\sqrt{a}$
2	ABC est un triangle isocèle en A tel que $BC = a$ et I milieu de $[BC]$. On a $\overline{BA} \cdot \overline{IC} =$	A	$\frac{1}{2}a^2$
		B	a^2
		C	$\frac{1}{4}a^2$
3	Soit $(x_i, n_i)_{(1 \leq i \leq p)}$ une série statistiques d'effectif total N et de moyenne m . Le nombre réel $\frac{1}{N}(n_1x_1^2 + n_2x_2^2 + \dots + n_px_p^2) - m^2$ est	A	L'écart moyen de cette série
		B	Le carré de l'écart- type de cette série
		C	L'écart-type de cette série
4	Si ABC est un triangle isocèle en B tel que $BC = 6$ et $Mes(\widehat{BC}; \widehat{BA}) = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$ alors $AC =$	A	$6\sqrt{2 - \sqrt{3}}$
		B	$18\sqrt{3}$
		C	$6\sqrt{2}$

Exercice3 : (5 points)

- Résous l'équation, $x \in \mathbb{R}, x^2 = 10 - 3x$
 - $\vec{u}$ étant un vecteur du plan, calcule $\|\vec{u}\|$ sachant que : $\|\vec{u}\|^2 = 10 - 3\|\vec{u}\|$
- Détermine la forme développée et réduite du polynôme : $P(x) = 3x(x + 1) - (x - 2)(2x - 8)$.
 - Détermine la forme canonique de $x^2 + 15x - 16$
 - Sachant que $x^2 + 15x - 16 = (x - 1)(x + 16)$, résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation

$$\frac{x-2}{3x} \geq \frac{x+1}{2x-8}$$

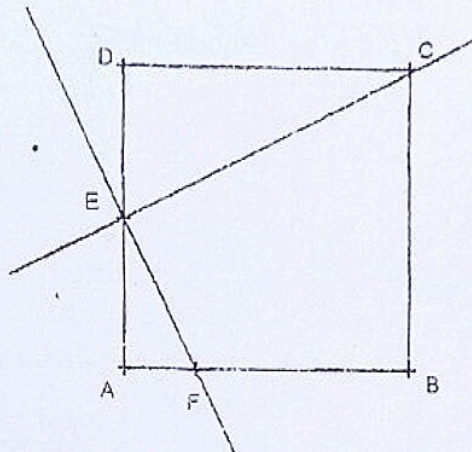
Exercice 4 : (6 points) Cet exercice comporte deux parties indépendantes

Partie A

EFG est un triangle tel que $EF=3$; $EG=4$, l'angle $(\vec{EF}; \vec{EG})$ est obtus et $\sin(\vec{EF}; \vec{EG}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

- Calcule $\cos(\vec{EF}; \vec{EG})$
- Calcule $\vec{EF} \cdot \vec{EG}$

Partie B



ABCD est un carré de côté a . E est le milieu de $[AD]$ et F est le point tel que $\vec{AB} = 4\vec{AF}$

- Démontre que les vecteurs $\vec{EF}$ et $\vec{EC}$ sont orthogonaux.
- Justifie que $EF = \frac{\sqrt{5}}{4}a$ et $FC = \frac{5}{4}a$
 - Déduis-en que $26^\circ < \text{Mes}^\circ(\widehat{FCE}) < 27^\circ$
- En considérant les coordonnées des vecteurs $\vec{FC}$ et $\vec{EB}$ dans la base orthonormée $(\vec{AB}; \vec{AD})$

Exprime en fonction de a , $\vec{FC} \cdot \vec{EB}$

Exercice 5 : (5 points)

Au cours de la dernière campagne agricole, une centrale d'achat de café- cacao a acheté plusieurs quantités de fèves de cacao auprès des coopératives qui lui sont affiliées comme indiqué ci-dessous :

Quantités achetées en tonnes	[2 ; 4[	[4 ; 6[	[6 ; 8[	[8 ; 10[	[10 ; 12[	[12 ; 14[
Nombre de coopératives	12	10	16	4	5	3

Le gérant de cette centrale négocie un crédit bancaire pour augmenter son capital afin d'attirer plusieurs coopératives agricoles.

La banque fixe deux conditions à la centrale pour obtenir le prêt :

- Condition 1 :** Le tonnage moyen acheté par cette centrale doit être d'au moins 6 tonnes au cours de cette campagne.
- Condition 2 :** 50% des coopératives doit avoir un tonnage supérieur à 6,5 tonnes au cours de cette campagne.

A l'aide d'une production argumentée sur la base de tes connaissances mathématiques, dis si la coopérative remplit les conditions d'obtention de ce prêt.