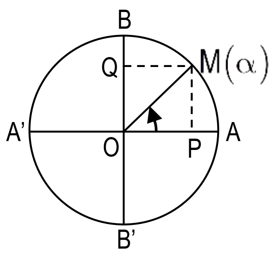
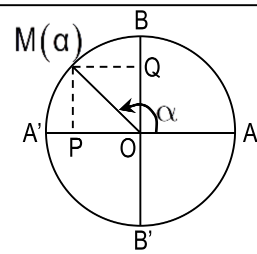
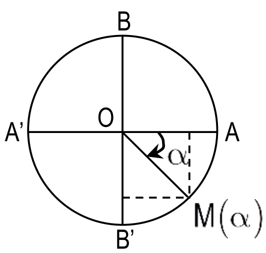
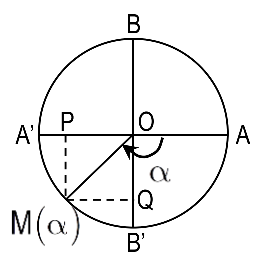
PROFESSEUR : KOUAKOU YAO MAIZAN
LE CORRIGE DES EXERCICES DE RENFORCEMENT
POUR LES ELEVES DE SECONDE C

Exercice 1

Calculer cos$x$ sachant que $sinx = \frac{\sqrt{3}}{2} et \frac{\pi}{2} < x < \pi$

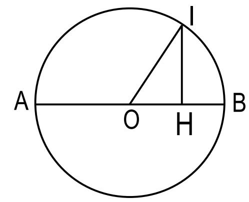
Corrigé

Pour tout $x \in \mathbb{R}$ $on\ a$ $(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1$
Donc $(\cos x)^2 = 1 - (\sin x)^2$
$(\cos x)^2 = \frac{1}{4}$. D'où $\cos x = \frac{1}{2}$ ou $\cos x = -\frac{1}{2}$ or $\frac{\pi}{2} < x < \pi$
Par consequent $\cos x = -\frac{1}{2}$

 $\alpha \in \left]0;\frac{\pi}{2}\right[$ • $cos\alpha \geq 0$ • $sin\alpha \geq 0$	 $\alpha \in \left]\frac{\pi}{2};\pi\right[$ • $cos\alpha \leq 0$ • $sin\alpha \geq 0$
 $\alpha \in \left]-\frac{\pi}{2};0\right[$ • $cos\alpha \geq 0$ • $sin\alpha \leq 0$	 $\alpha \in \left]-\pi;\frac{-\pi}{2}\right[$ • $cos\alpha \leq 0$ • $sin\alpha \leq 0$

Exercice 2

Sur la figure ci-contre, $OA = OB = OI = 1$ et mes $= \widehat{BOI} = \frac{\pi}{4}$



1) Calculer les distances OH puis AH.
2) Démontrer que le triangle OIH est rectangle isocèle en H.
3) Déduire que $\cos\widehat{BAI} = \frac{2+\sqrt{2}}{2AI}$
4) a- Quelle est la nature du triangle AIB ?

   b- Montrer que $AI = 2\cos\widehat{BAI}$
5) a- Montrer que $mes\widehat{BAI} = \frac{\pi}{8}$

   b- Déduire des questions précédentes que $\cos\frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

Corrigé

1) Considérons le triangle IHO rectangle en H

$\cos\widehat{HOI} = \frac{OH}{OI}$ or OI = 1 donc $\cos\widehat{HOI} = OH$ de plus $\widehat{HOI} = \widehat{BOI}$

Par conséquent OH = $\cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Ainsi **OH =** $\boldsymbol{\frac{\sqrt{2}}{2}}$

AH = AO + OH = 1 + $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$

AH = $\boldsymbol{\frac{2+\sqrt{2}}{2}}$

2) Nous savons que OIH est rectangle en H donc les angles aigus sont complémentaires.
Or $mes\widehat{HOI} = \frac{\pi}{4}$ donc $mes\widehat{OIH} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$ par conséquent $mes\widehat{HOI} = mes\widehat{OIH}$
Donc OIH est rectangle isocèle en H

3) Considérons le triangle AIH rectangle en H. Donc $\boldsymbol{\cos\widehat{BAI} = \frac{AH}{AI} = \frac{2+\sqrt{2}}{2AI}}$

4) **a** - Considérons le triangle BAI inscrit dans le cercle dont $[AB]$ est un diamètre par conséquent BAI est rectangle en I

b - $\cos\widehat{BAI} = \frac{AI}{AB}$ $or\ AB = 2OA = 2$. Donc **AI = 2cos** $\boldsymbol{\widehat{BAI}}$

5) **a -** $mes\widehat{AOI}$ **=** $\boldsymbol{\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}}$ or AOI est isocèle en O donc $\boldsymbol{mes\widehat{BAI} = \frac{\frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{\pi}{8}}$

b - $\cos\widehat{BAI} = \frac{2+\sqrt{2}}{4\cos\widehat{BAI}}$ D'où $\cos\widehat{BAI}^2 = \frac{2+\sqrt{2}}{4}$ ainsi $\cos\widehat{BAI} = \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

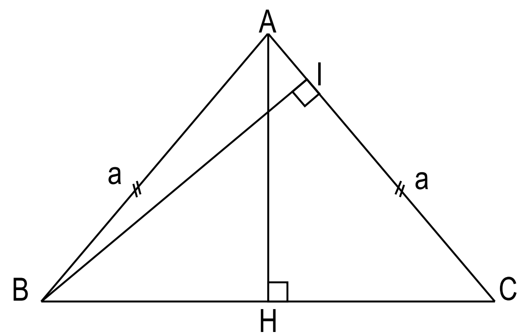
Donc cos $\boldsymbol{\frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}}$

Exercice 3

Soit α un réel tel que : $0 < \boldsymbol{\alpha} < \frac{\pi}{2}$ et ABC un triangle isocèle en A tel que mes $\left(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}}\right) = 2\boldsymbol{\alpha}$.

H et I sont les pieds des hauteurs issues respectivement de A et B. on pose : a=AB.

1) Montrer que : $BC = 2a\sin\boldsymbol{\alpha}$
2) Montrer que : $BI = BC\cos\boldsymbol{\alpha}$
3) Montrer que : $BI = a\sin2\boldsymbol{\alpha}$
4) En déduire que : $\sin2\boldsymbol{\alpha} = 2\sin\boldsymbol{\alpha}.\cos\boldsymbol{\alpha}$



Corrigé

1) (AH) bissectrice de $\left(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}}\right)$ donc $\sin\alpha = \frac{BH}{a}$ d'où BH = $a\sin\alpha$ or BC = 2BH
   BC = $\boldsymbol{2a\sin\alpha}$
2) Considérons le triangle BIC rectangle en I $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \frac{BI}{BC}$ $d'où\ BI = BC\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$
   Or $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \cos\alpha$ par conséquent $\boldsymbol{BI = BC\cos\alpha}$
3) $\sin 2\alpha = \frac{BI}{a}$ $d'où$ $\boldsymbol{BI = a\sin 2\alpha}$
4) $\boldsymbol{\sin 2\alpha = \frac{BC\cos\alpha}{a}}$ **or BC = $\boldsymbol{2a\sin\alpha}$** donc $\boldsymbol{\sin 2\alpha = \frac{2a\sin\alpha\cos\alpha}{a}}$

   Par consequent $\sin2\boldsymbol{\alpha} = 2\sin\boldsymbol{\alpha}.\cos\boldsymbol{\alpha}$