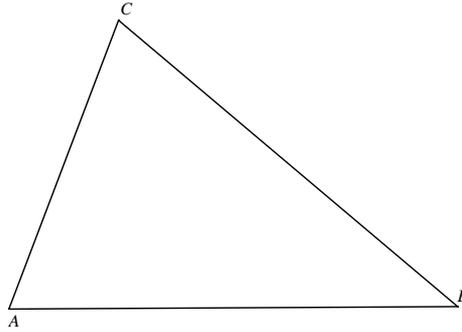


Construction

Le but de l'exercice est de construire un triangle $A'B'C'$ à l'intérieur d'un triangle ABC de sorte que

- A' est le milieu de $[BC']$,
- B' est le milieu de $[CA']$,
- C' est le milieu de $[AB']$.



On choisit le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$: les coordonnées de A sont donc $(0; 0)$, celles de B $(1; 0)$ et celles de C $(0; 1)$. On pose les coordonnées de A' : $(a; a')$, celles de B' $(b; b')$ et celles de C' : $(c; c')$.

1. a. Montrez que $\begin{cases} c+1=2a \\ c'=2a' \end{cases}$ puisque $\begin{cases} a=2b \\ a'+1=2b' \end{cases}$ et $\begin{cases} b=2c \\ b'=2c' \end{cases}$.

b. Résoudre le système d'inconnues a, b et c :
$$\begin{cases} c+1=2a \\ a=2b \\ b=2c \end{cases}.$$

c. Résoudre un système similaire d'inconnues a', b' et c' .

2. A l'aide des résultats précédents montrez les relations suivantes :

$$\overrightarrow{AA'} = \frac{4}{7} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{7} \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AB'} = \frac{2}{7} \overrightarrow{AB} + \frac{4}{7} \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AC'} = \frac{1}{7} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{7} \overrightarrow{AC}$$

3. Utilisez ces relations pour construire les points A' , B' et C' sur la figure jointe (les vecteurs de construction doivent apparaître).

4. Vérifiez que $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{C'B'}$ à l'aide des relations du 2. Qu'en concluez-vous ? Ecrivez deux autres relations que vous pourriez obtenir de la même manière.

5. Curieusement les triangles ABC et $A'B'C'$ ont l'air semblables sur la figure. Qu'en pensez-vous ?