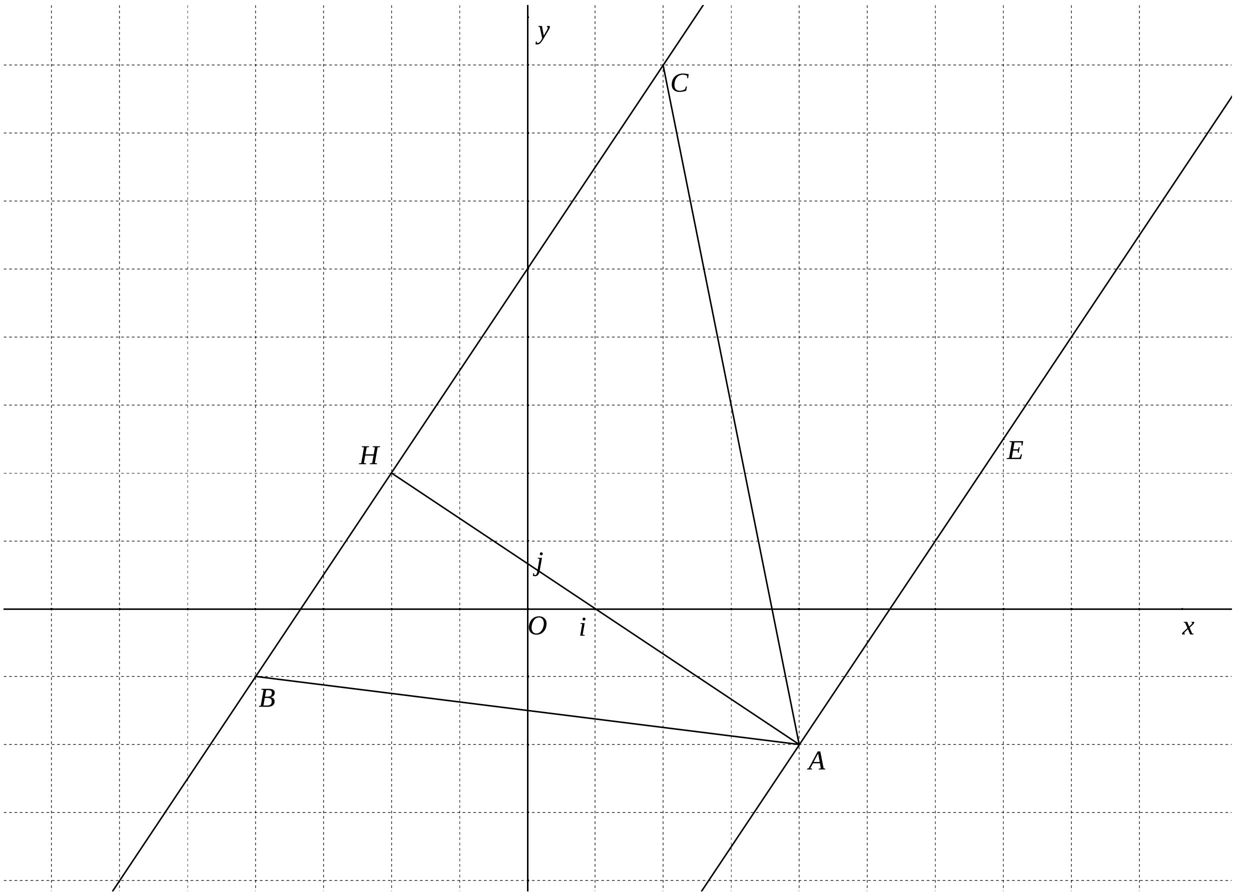
Correction équations de droites



Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j})$, on considère les points $A(4\,;-2)$, $B(-4\,;-1)$, $C(2\,;8)$ et $H(-2\,;2)$.

1. *B*, *C* et *H* sont alignés : $\det\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BH}\right)=\begin{vmatrix}2+4 & -2+4\\ 8+1 & 2+1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}6 & 2\\ 9 & 3\end{vmatrix}=18-18=0$.

2. a. $AH=\sqrt{(-2-4)^2+(2+2)^2}=\sqrt{36+16}=\sqrt{52}$, $BH=\sqrt{(-2+4)^2+(2+1)^2}=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$,

$AB=\sqrt{(-4-4)^2+(-1+2)^2}=\sqrt{64+1}=\sqrt{65}$.

b. Pythagore dans *AHB* : $AH^2+BH^2=52+13=65=AB^2$.

3. Le triangle *ABC* a pour base *BC* et pour hauteur *AH*. Il suffit donc de calculer *BC* : $BC=\sqrt{(2+4)^2+(8+1)^2}=\sqrt{36+81}=\sqrt{117}$ d'où l'aire du triangle *ABC* : $\frac{1}{2}AH.BC=\frac{1}{2}\sqrt{52}.\sqrt{117}=39$.

4. a. Le coefficient directeur de (*BC*) est $\frac{y_C-y_B}{x_C-x_B}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$; un vecteur directeur de (*BC*) est $\overrightarrow{BC}=\begin{pmatrix}6\\9\end{pmatrix}$.

b. (D) passe par *A* et est parallèle à (*BC*) donc elle a même coefficient directeur ou même vecteur directeur :

* $y=mx+p\Leftrightarrow\begin{cases}m=3/2\\ -2=4\frac{3}{2}+p\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=3/2\\ -8=p\end{cases}\Rightarrow y=\frac{3}{2}x-8$ ou bien

* $\det\left(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BC}\right) = \begin{vmatrix} x-4 & 6 \\ y+2 & 9 \end{vmatrix} = 9(x-4)-6(y+2)=0 \Leftrightarrow 9x-36-6y-12=0 \Leftrightarrow 3x-2y-16=0$.

c. $E\left(7\,;\dfrac{5}{2}\right)$ appartient à (D) : $3.7-2.\dfrac{5}{2}-16=21-5-16=0$.

d. L'aire du triangle *BCE* est la même que celle du triangle *ABC*… (même base *BC* et même hauteur *AH*).