

Correction équations de droites, rectangle

1. E le milieu de $[BC]$:
$$\begin{cases} x_E = \frac{1}{2}(4+4) = 4 \\ y_E = \frac{1}{2}(4+0) = 2 \end{cases} ; \quad \overrightarrow{CF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CO} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_F - 4 \\ y_F - 0 \end{pmatrix} = \frac{3}{2} \begin{pmatrix} 0 - 4 \\ 0 - 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F = -2 \\ y_F = 0 \end{cases} .$$

2. $AE = \sqrt{(4-0)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{20}$; $AF = \sqrt{(-2-0)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{20}$; $FE = \sqrt{(4+2)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{40}$;
donc $AE = AF$ et $AE^2 + AF^2 = FE^2$.

3. $\det(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{AE}) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x-0 & 4-0 \\ y-0 & 2-4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 4 \\ y & -2 \end{vmatrix} = -2x - 4y = 0 \Leftrightarrow x + 2y = 0$;

$\det(\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{BF}) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x-4 & -2-4 \\ y-4 & 0-4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x-4 & -6 \\ y-4 & -4 \end{vmatrix} = -4(x-4) + 6(y-4) = 0 \Leftrightarrow -4x + 6y - 8 = 0$;

$$\begin{cases} x + 2y = 0 \\ -2x + 3y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2y \\ 4y + 3y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -8/7 \\ y = 4/7 \end{cases} .$$

4. G a évidemment pour coordonnées $(-2, -2)$; on a alors A, I, G alignés :

$\det(\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AG}) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} -8/7-0 & -2-0 \\ 4/7-4 & -2-4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -8/7 & -2 \\ -24/7 & -6 \end{vmatrix} = \frac{48}{7} - \frac{48}{7} = 0$.