

Correction équations de droites

Pour le dessin, c'est facile !

On rappelle la formule de la distance entre deux points : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

1. La médiatrice de $[BC]$ est l'ensemble des points équidistants des points B et C . Il suffit donc de vérifier si $AB = AC$.

$$AB = \sqrt{(4-0)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ et } AC = \sqrt{(-2-0)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}.$$

Ainsi, $AB = AC$ et donc le point A est bien sur la médiatrice de $[BC]$.

2. D'après la question précédente, ABC est, au moins, un triangle isocèle. Serait-il, de plus, rectangle en A ?

Calculons $BC^2 = (-2-4)^2 + (5-3)^2 = 36 + 4 = 40$. De même $AB^2 + AC^2 = 20 + 20 = 40$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A . Par conséquent, ABC est un triangle isocèle rectangle en A .

3. Etant donné que ABC est un triangle isocèle et rectangle, il suffit de chercher les coordonnées de D pour que $ABDC$ soit un parallélogramme. Or, $ABDC$ est un parallélogramme si et seulement si

$$\overline{AB} = \overline{CD} \text{ c'est-à-dire } \begin{cases} x_D - x_C = x_B - x_A \\ y_D - y_C = y_B - y_A \end{cases} \text{ et donc } \begin{cases} x_D + 2 = 4 - 0 \\ y_D - 5 = 3 - 1 \end{cases}, \text{ ce qui donne : } \begin{cases} x_D = 2 \\ y_D = 7 \end{cases}.$$

Les coordonnées de D doivent être $(2; 7)$.

4. I est le milieu de $[AB]$; ses coordonnées sont $x_I = \frac{0+4}{2} = 2$ et $y_I = \frac{1+3}{2} = 2$.

La distance IC mesure $IC = \sqrt{(2+2)^2 + (5-2)^2} = 5$. I appartient bien au cercle de centre C et de rayon 5.

5. $\det(\overline{AE}; \overline{AB}) = \begin{vmatrix} 2000 & 4 \\ 999 & 2 \end{vmatrix} = 4 \neq 0$: les vecteurs $\overline{AE}$ et $\overline{AB}$ ne sont pas colinéaires. Ainsi, les points A , E et C ne sont pas alignés. Par conséquent, E n'appartient pas à la droite (AB) .

$\det(\overline{AF}; \overline{AB}) = \begin{vmatrix} 2000 & 4 \\ 1000 & 2 \end{vmatrix} = 4000 - 4000 = 0$: les vecteurs $\overline{AF}$ et $\overline{AB}$ sont colinéaires, les points A , F et C sont alignés, F appartient à la droite (AB) .

6. $\det(\overline{CG}; \overline{AB}) = \begin{vmatrix} 3998 & 4 \\ 1999 & 2 \end{vmatrix} = 7996 - 7996 = 0$: les vecteurs $\overline{CG}$ et $\overline{AB}$ sont colinéaires, les droites (CG) et (AB) sont parallèles.

$\det(\overline{CH}; \overline{AB}) = \begin{vmatrix} 3998 & 4 \\ 2000 & 2 \end{vmatrix} = 7996 - 8000 = -4 \neq 0$: les vecteurs $\overline{CH}$ et $\overline{AB}$ ne sont pas colinéaires, les droites (CH) et (AB) ne sont pas parallèles.