

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

FICHE (CALCULS D'INTEGRALES)

Exercice 1

Calcule les intégrales suivantes:

$$I = \int_0^1 x^2 dx ; \quad P = \int_0^1 z^2 dz \quad ; \quad J = \int_3^1 \left(1 - \frac{1}{t}\right) dt \quad \text{et} \quad H = \int_{-12}^{-12} x\sqrt{3-x} dx$$

Exercice 2

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O ; I ; J). Unités : 2 cm sur l'axe des abscisses et 3 cm sur l'axe des ordonnées.

On considère la fonction f définie par : $f(x) = 2x + 1$.

1) Justifie que f est continue et positive sur $[0 ; +\infty[$

2) Interprète graphiquement $\int_0^5 f(x) dx$.

Exercice 3

Soit la fonction f continue sur \mathbb{R} et définie par :
$$\begin{cases} f(x) = 2x - 1, & \text{si } x \leq 1 \\ f(x) = \frac{1}{x}, & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Calcule $A = \int_0^e f(x) dx$

Exercice 4

Calcule $\int_0^{2\pi} (-3\cos x + 2\sin x) dx$.

Exercice 5

En supposant que : $\forall x \in \left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right], 1 \leq \frac{1}{\sin x} \leq \sqrt{2}$, justifie que : $\frac{\pi}{4} \leq \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin x} dx \leq \frac{\pi\sqrt{2}}{4}$.

Exercice 6

Calcule $I = \int_1^e x^2 \ln x dx$

Exercice 7

Calcule $P = \int_{-1}^0 \frac{1}{\sqrt{2x+3}} dx$

Exercice 8

Calcule $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$ et $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx$

Exercice 9

Soit la fonction f définie par $f(x) = x^3$. On désigne par (C_f) , la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique $2cm$.

Calcule en unités d'aires, l'aire \mathcal{A} de la partie du plan limitée par (C_f) , l'axe des abscisses (OI) , les droites d'équations $x = -1$ et $x = 1$.

Exercice 10

Calcule les intégrales suivantes en utilisant un changement de variable affine

$$\int_{-\frac{5}{2}}^{-2} (2x+5)^7 dx, \int_{-1}^0 \frac{x}{\sqrt{2x+3}} dx \text{ et } \int_0^1 x\sqrt{x+1} dx$$

Exercice 11

Calcule les intégrales suivantes :

$$\int_1^2 x\sqrt{3-x} dx ; \int_0^1 (x+1)e^x dx ; \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx ; \int_2^3 \ln x dx \text{ et } \int_0^2 x^2 e^x dx \text{ (par deux intégrations par parties)}$$

Exercice 12

On pose : $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = x + 1 - e^x$ et on admet que la fonction f est dérivable sur \mathbb{R} .

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique $2cm$.

1) Calcule les limites en $+\infty$ de $f(x)$ et de $\frac{f(x)}{x}$.

Interprète graphiquement les résultats obtenus.

2) a) Calculer la limite en $-\infty$ de $f(x)$.

b) Montrer que la droite (D) d'équation $y=x+1$ est asymptote à (C) en $-\infty$.

c) Étudier les positions relatives de (C) et (D) .

3) Dresse le tableau de variation de f .

4) Trace (D) et (C) .

5) Calcule en cm^2 , l'aire $\mathcal{A}(\Delta)$ de la partie Δ du plan limitée par (C) , la droite (D) , les droites d'équations $x = -2$ et $x = 0$.