XAM SCIENCES	SERIE D'EXERCICES SUR P_4: GRAVITATION UNIVERSELLE	
M.NDOYE		Niveau : TS_2
		2023//2024

EXERCICE 1

La constante gravitationnelle est $K = 6{,}67.10^{-11}$ S.I

On considère une planète P de masse M. Le mouvement de l'un de ses satellites S, assimilé à un point matériel de masse m, est étudié dans un référentiel considéré comme galiléen, muni d'un repère dont l'origine coïncide avec le centre O de la planète P et les trois axes dirigés vers trois étoiles fixes. On admet que la planète a une distribution de masse à symétrie sphérique et que l'orbite de son satellite est un cercle de centre O et de rayon r.

1.1. Donner les caractéristiques de la force de gravitation exercée par la planète P sur le satellite S. Faire un schéma.

1.2. Donner l'expression du vecteur champ de gravitation créé par la planète P au point où se trouve le satellite S. Représenter ce vecteur champ sur le schéma précédent.

1.3. Déterminer la nature du mouvement du satellite S dans le référentiel d'étude précisé.

1.4. Exprimer le module de la vitesse linéaire v et la période de révolution T du satellite S en fonction de la constante de gravitation K, du rayon r de la trajectoire du satellite et de la masse M de la planète P. Montrer que le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ est une constante.

1.5. Sachant que l'orbite du satellite S a un rayon r = 185 500 km et que sa période de révolution vaut T = 22,6 heures, déterminer la masse M de la planète P.

1.6. Un autre satellite S' de la planète P a une période de révolution T' = 108,4 heures. Déterminer le rayon r' de son orbite.

EXERCICE 2

Un satellite supposé ponctuel, de masse m, décrit une orbite circulaire d'altitude h autour de la Terre assimilée à une sphère de rayon R_T. On fera l'étude dans un référentiel géocentrique considéré comme galiléen.

2.1. Etablir l'expression de la valeur g du vecteur champ de gravitation à l'altitude h en fonction de sa valeur go au niveau du sol, de R_T et de h.

2.2. Déterminer l'expression de la vitesse V_S du satellite, celle de sa période et celle de son énergie cinétique.

$\boldsymbol{A.N}$: $m_S = 1020kg$, $R_T = 6400km$ et $h = 400km$.

2.3. L'énergie potentielle du satellite dans le champ de pesanteur à l'altitude h est donnée par la relation : $E_P = -\frac{GM_Tm_S}{R_T+h}$ avec G constante de gravitation et M_T masse de la Terre et en convenant que $E_P = 0$ pour h = ∞.

2.3.1 Justifier le signe négatif et exprimer E_P en fonction de m_S, R_T, go et h.

2.3.2 Déterminer l'expression de l'énergie mécanique E du satellite puis comparer E_P et E_C puis E et E_C.

2.4. On fournit au satellite un supplément d'énergie : $\Delta E = +\,5.10^8\,J$. Il prend alors une nouvelle orbite circulaire. En utilisant les résultats du 3), calculer :

2.4.1. sa nouvelle énergie cinétique et sa nouvelle vitesse.

2.4.2. sa nouvelle énergie potentielle et sa nouvelle altitude.

EXERCICE 3

Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes

On traitera l'exercice sans utiliser la valeur numérique de la constante universelle de gravitation.

3.1. Une fusée de masse $M_1=3.10^5$ kg lancée verticalement à partir du sol à l'aide de moteurs qui exercent une force $F=4,3.10^6$ N.

Calculer l'accélération initiale de la fusée quittant le sol.

3.2. A l'altitude h, la fusé lâche un satellite de masse m, qui se déplace sur une trajectoire circulaire de rayon r autour de la terre de centre O, de rayon R_T et de masse M_T.

3.2.1. Faire une figure et montrer que la vitesse du satellite est constante. Donner la nature exacte de son mouvement.

3.2.2. Donner l'expression de cette vitesse et de la période du mouvement en fonction G_0, R_T, et r, G_0 étant la valeur du champ de pesanteur au sol.

3.2.3. Montrer que le rapport $\frac{r^3}{T^2}$ est constant.

3.2.4. Définir un satellite géostationnaire et en déduire son altitude h_0.

3.3. On s'intéresse à l'aspect énergétique de la satellisation

3.3.1. Donner l'énergie mécanique du système (terre + satellite) en fonction de G_0, r, m, et R_T.

3.3.2. Un satellite se trouve à l'altitude h_1=3200 km, déterminer en fonction G_0, m, R_T, h_1 l'énergie que doit fournir les moteurs pour qu'il soit à l'altitude $h_2=2h_1$.

3.3.3. Avec quelle vitesse faut-il le lancer à partir de h_1 pour qu'il s'échappe à l'attraction de la terre.

3.3.4. Quelle aurait été cette vitesse de libération si le satellite était lancé à partir de la terre.

3.3.5. Montrer que les variations de la vitesse et celle de la position sont liées par la relation $Tdv = -\pi dr$; T étant la période.

3.4. Le satellite de masse m=2t se trouve maintenant au rayon d_1=70.000km de la terre et d_2 du soleil.

3.4.1. Représenter les forces auxquelles il est soumis sur un axe joignant les centre de la terre et du soleil.

3.4.2. Au point d'équigravité, les attractions de la terre et du soleil sont égales. Calculer en ce point la distance d_2 qui sépare le satellite du soleil.

On donne : R_T=6400km ; $M_T=6.10^{24}$kg ; $G_0=9,8\ m/s^2$; T= 86164s ; distance terre-soleil d= 150.10^6km ; M (soleil)= 2.10^{30}kg.

EXERCICE 4

Données : Constante de gravitation G = $6.67 10^{-11}$ S.I, masse de Mars m = 6, 39.10^{23} kg, Distance séparant les centres de gravité Mars-soleil r =249.10^{6} km.

4.1 Deux corps ponctuels A et B, de masses respectives m_1 et m_2, séparés par une distance d, s'attirent selon la loi de la gravitation universelle.

Enoncé la loi de gravitation universelle et rappeler l'expression de l'intensité des forces d'interaction gravitationnelle, s'exerçant entre les corps A et B.

4.2. Dans l'espace, le soleil, Mars et autres astres, peuvent être considérés comme des corps ponctuels. Le soleil exerce sur Mars une force de gravitation d'intensité F = 1,37.10^{21} N. Déterminer la valeur de la masse du soleil M.

4.3 Dans le champ de gravitation, la planète Mars tourne autour du soleil, en mouvement dans le plan, y effectue un mouvement. **4.3.1** Préciser le référentiel d'étude du mouvement de mars autour du soleil. Faire le schéma du mouvement de mars autour du soleil ; représenter la trajectoire circulaire de l'orbite le vecteur unitaire $\vec{u}$; y représenter le vecteur vitesse linéaire $\vec{V}$ et le vecteur champ de gravitation $\vec{g}$ en un point quelconque de la trajectoire.

4.3.2. Montrer que le mouvement de mars est circulaire uniforme.

4.3. 3 Exprimer la vitesse linéaire V de Mars, puis calculer sa valeur.

4.3.4 Etablir les expressions littérales de la période T et de la vitesse angulaire ω de Mars dans ce même repère .Faire l'application numérique.

4.3.5 Démontrer que son énergie potentielle de gravitation vaut : $E_P = -\frac{GMm}{r}$ en prenant $E_P = 0$ à l'infini. Calculer l'énergie mécanique du système.

EXERCICE 5

Données : Masse de la Terre : M = 6.10^{24} kg ; Rayon de la Terre : R = 6400 km; Constante de gravitation universelle :
G = $6,67.10^{-11}$ N.m².kg^{-2} ; Période de rotation de la Terre : To = 86 164 s (dans le référentiel géocentrique), masse satellite m = 800 kg et la latitude λ = 40°.

5.1. Satellite sur Terre

5.1.1. Un satellite S1 considéré comme ponctuel de masse m est au repos sur la Terre en un point P de latitude λ. Quel est son mouvement dans le référentiel galiléen géocentrique ?

5.1.2. Exprimer sa vitesse v_o et son énergie cinétique E_{CO}, dans le référentiel géocentrique, en fonction de m, R, T_O et λ.

5.1.3. En déduire l'expression de l'énergie mécanique totale E_O sachant que l'expression de l'énergie potentielle de gravitation est $E_p = -\frac{GMm}{r}$. A.N: Calculer les valeurs de V_O et Eo.

5.2. Satellite sur orbite circulaire

Le satellite S1 est maintenant sur une orbite circulaire autour de la Terre.

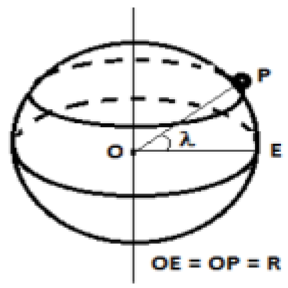
5.2.1. Montrer que le satellite décrit un mouvement circulaire et uniforme dans le référentiel géocentrique et déterminer la relation entre le rayon r de l'orbite, la vitesse v du satellite et g_O le champ de gravitation à la surface de la Terre.

5.2.2. En déduire l'expression de la période T de révolution en fonction du rayon r, g_O et R.

5.2.3. Donner l'expression de l'énergie totale E en fonction de m, r, go et R.

5.3. Orbite circulaire rasante

Le satellite est d'abord envoyé sur une orbite basse de rayon r_1, d'altitude z_1 très faible devant le rayon R de la Terre. On peut donc considérer $r_1 \approx R$ (orbite rasante).



5.3.1. Donner l'expression de la vitesse v_1 en fonction de go et R.

5.3.2. Donner l'expression de l'énergie totale E_1. Calculer V_1 et E_1.

5.3.3. Exprimer l'énergie ΔE qu'il faut fournir au satellite, au repos sur la Terre à la latitude λ, pour le mettre en orbite rasante. Cette énergie dépend-elle du point de lancement sur la Terre ? Où sont situées les bases de lancement les plus favorables du point de vue énergétique ?

5.4. Orbite circulaire géostationnaire

Le satellite est ensuite envoyé sur l'orbite géostationnaire de rayon r_2.

5.4.1. Qu'est-ce qu'un satellite géostationnaire ? En déduire la valeur de sa période de révolution T_2 dans le référentiel géocentrique. **5.4.2.** Exprimer et calculer l'altitude z_2 du satellite géostationnaire.

5.4.3. Exprimer et calculer la vitesse V_2 et l'énergie E_2 du satellite géostationnaire.

EXERCICE 6

Données : constante de gravitation $G=6,67.10^{-11}$ S.I ; masse de la planète $M_P= 5,97.10^{24}$kg ; Rayon de la planète $R_P= 6390$km ; intensité du champ de pesanteur $g_0= 9,77$ N/kg ; Période de la planète $T_P= 1440$ min.

On considère une planète (P) assimilée à une sphère de rayon R_P animée d'un mouvement de rotation uniforme autour de la ligne des pôles (qui est perpendiculaire au plan de son équateur). On supposera que le repère planètocentrique, dont l'origine coïncide avec le centre de cette planète et dont les axes ont une direction fixe par rapport aux étoiles, est galiléen.

6.1. On étudie le mouvement d'un satellite artificiel de masse m de cette planète assimilable à un point matériel, par rapport au référentiel planètocentrique considéré comme galiléen. La trajectoire du satellite est circulaire, de rayon $r=R_P+h$ où h représente son altitude.

6.1.1. Montrer que le mouvement du satellite est uniforme dans le repère planètocentrique.

6.1.2. Exprimer la vitesse linéaire V de ce satellite en fonction de g_0, R_P et h.

6.1.3 Etablir les expressions littérales de la période T et la vitesse angulaire ω du satellite en fonction de g_0 ; R_P et h dans ce même repère.

6.2. Un satellite planétostationnaire reste en permanence à la verticale d'un même point de cette planète. Son orbite est dans le plan de l'équateur de cette planète.

6.2.1. Quelle est la vitesse angulaire ω' de ce satellite dans le repère planètostationnaire ?

6.2.2. Calcule le rayon r' de son orbite.

6.3. A la surface de cette planète, l'intensité du champ de pesanteur est g_0= 9,77N/kg. A l'altitude h ; elle est égale $g = \frac{g_0 \times {R_P}^2}{(R_P+h)^2}$

Un satellite artificiel (s) de masse m tourne, sur une orbite à une altitude h_1, autour de cette planète.

6.3.1. Exprimer la force $\overrightarrow{F_{P/S}}$ exercée par cette planète sur le satellite en fonction de m ; M_P ; R_P et h_1.

6.3.2. En déduire l'expression de g_1 à cette altitude.

6.3.3. Donner l'expression de g_2 à une altitude $h_2=2h_1$.

6.3.4. Des mesures montrent que $g_1=2g_2$. Montrer alors que $\frac{R_P+2h_1}{R_P+h_1} = \sqrt{2}$

6.3.5. En déduire les valeurs de h_1 et h_2 et celles de g_1 et g_2.

EXERCICE 7 : (Bac 2020)

Dans le domaine de l'astronautique, une navette spatiale désigne conventionnellement un véhicule spatial pouvant revenir sur Terre en effectuant un atterrissage contrôlé à la manière d'un avion et pouvant être réutilisé pour une mission ultérieure. Le vol d'une navette spatiale comprend trois étapes : le lancement, le vol orbital et l'atterrissage.

On se propose d'étudier le vol orbital.

Dix minutes après le décollage, la navette est en mouvement circulaire uniforme autour de la terre à l'altitude h.

Sa masse est m = $69,68.10^3$ kg. L'intensité du champ de gravitation terrestre à l'altitude h est G_h = 6,95 m.s^{-2}. Le rayon de la terre est R_T = 6380 km. La masse de la terre sera notée M_T.

7.1 Rappeler l'expression de la force de gravitation universelle, puis établir l'expression de l'intensité du champ de gravitation Gh en fonction de G_0, R_T et h ; G_0 étant l'intensité du champ de gravitation au sol (G_0 = 9,80 m.s^{-2}).

7.2 En déduire l'expression de l'altitude h de la navette. Calculer sa valeur.

7.3 Etablir l'expression de la vitesse V du centre d'inertie de la navette à l'altitude h en fonction de Gh, R_T et h. Calculer cette vitesse V pour h = 1196 km.

7.4 Etablir l'expression de la période T de révolution de la navette à l'altitude h en fonction de R_T, V et h. Calculer la période T.

7.5 La navette se trouvant à l’altitude h, se déplace d’Ouest en Est. Calculer l’intervalle de temps Δt qui sépare deux passages successifs de la navette à la verticale d’un point de la Terre.

On rappelle que la période de révolution de la Terre autour de l’axe des pôles est T_T = 86164 s.

7.6 La navette doit être mise sur l’orbite d’altitude h’ = 2 h pour une autre mission avant son retour.

7.6.1 Donner l’expression de l’énergie mécanique de la navette évoluant à l’altitude h en fonction de G_0, R_T, m et h. L’expression de l’énergie potentielle de gravitation du satellite est ; Ep(r) = $-\frac{K\,M_T m}{r}$ avec r le rayon de l’orbite de la navette.

7.6.2 Déterminer l’énergie que doivent fournir les moteurs pour faire passer la navette de l’altitude h à l’altitude h’=2h.

EXERCICE 8 : Santé militaire 2014

Depuis l’apparition des satellites à la fin des années 1950, les domaines d’application tendent à se multiplier. Les satellites artificiels, notamment les géostationnaires, sont utilisés dans des domaines variés comme la météorologie, les télécommunications, la prévention des risques naturels et leur suivi, la surveillance, la sécurité maritime……….

On considère un satellite de centre d’inertie S dont la trajectoire est une orbite circulaire située dans le plan équatorial à l’altitude h autour de la terre.

Le mouvement est étudié dans le référentiel géocentrique supposé galiléen et on admet que toute action mécanique autre l’interaction gravitationnelle entre le satellite et la terre est négligeable.

8.1. faire un schéma sur lequel apparaitra la force exercée par la terre sur le satellite, le vecteur champ de gravitation crée en S et le vecteur unitaire $\overrightarrow{u_{OS}}$.

8.2. Etablir l'expression du champ de gravitation g_h à l'altitude h en fonction de G, M, R et h.

8.3. Montrer par application de la deuxième loi de Newton que le mouvement du satellite est uniforme. Retrouver ce résultat par une méthode énergétique.

8.4. Exprimer la vitesse V du satellite dans le référentiel géocentrique en fonction de G, M, R et h.

8.5. Etablir l'expression de la période Ten fonction de G, M, R et h.

8.6. Le satellite est mis sur orbite basse altitude h_1. Il se déplace dans le même sens que la terre. Déterminer la durée T' qui sépare deux passages successifs du satellite à la verticale d'un point de l'équateur.

8.7. On désir réaliser le transfert du satellite en attente sur une orbite circulaire « basse » de rayon r_1=6700km vers une orbite circulaire « haute » de rayon r_2 afin qu'il soit géostationnaire en passant par une orbite de transfert, dite de Hohman, tangente aux deux orbites circulaires.

8.7.1. Quelles sont les caractéristiques d'un satellite géostationnaire ?

8.7.2. Exprimer l'altitude h à laquelle évolue un tel satellite puis la calculer.

8.7.3. Exprimer puis calculer les vitesses V_1 et V_2 du satellite sur les orbites circulaires de rayons respectives r_1 et r_2.

8.7.4. Calculer la fraction de la surface de la terre qui peut être couverte par les émissions du satellite.

Données : surface d'une calotte sphérique d'une sphère de rayon R vue sous un angle 2θ: $S = 2\pi R^2(1 - cos\theta)$; G=6,67.10^{-11}S.I ; M_T=6.10^{24}kg ; période de rotation de la terre sur elle-même est T_0=8,6.10^4s ; rayon de la terre est R=6400km